



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

FUNDAMENTOS PARA PRUEBAS DE PRESIÓN Y CÁLCULO DE POTENCIAL PARA POZOS DE GAS

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO PETROLERO

P R E S E N T A

SERGIO MIGUEL OROZCO GARCÍA



DIRECTOR DE TESIS:

M. I. JOSÉ ÁNGEL GÓMEZ CABRERA

MÉXICO D. F., CIUDAD UNIVERSITARIA, 2010



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos:

A mi Mamá, por haber forjado mi carácter y mi forma de ser, por todo lo que ha pasado por mi, Gracias Mamá, te dedico la canción con la que me estremezco y cuando la escucho me acuerdo de ti:

**A ti que me diste tu vida, tu amor y tu espacio,
A ti que cargaste en tu vientre dolor y cansancio**

**A ti que peleaste con uñas y dientes valiente en tu casa y en cualquier lugar
a ti rosa fresca de abril a ti mi fiel querubín**

A ti te dedico mis versos, mi ser, mis victorias a ti mis respetos Señora, Señora

A ti mi guerrera invencible a ti luchadora incansable a ti mi amiga constante de todas las horas

**Su nombre es un nombre común, como las Margaritas, siempre mi poca presencia constante en
mi mente y para no hacer tanto alarde esa mujer de quien hablo es linda mi amiga, gaviota
Su nombre es...MI MADRE**

A ti que me diste tu vida tu amor y tu espacio a ti que guardaste en tu vientre dolor y cansancio

**A ti que peleaste con uñas y dientes
Valiente en tu casa y en cualquier lugar**

**A ti rosa fresca de abril
A ti mi fiel querubín
A ti te dedico mis versos, mi ser, mis victorias**

**Y para no hacer tanto alarde
De esa mujer de quien hablo
Es linda mi amiga gaviota
Su nombre es...MI MADRE**

A mi Hermano Roberto por estar conmigo en esta última etapa de estudiante: ¡Gracias Enano!

A mi Mascota, Mi Perro, que es mi fiel acompañante: El Monzo.

A mis Maestros por haberme forjado académicamente y en especial al Maestro Helios Becerril Montes, que me cambio la vida, al enseñarme Cálculo en el CCH Sur y que por el seguí estudiando.

Agradecimiento eterno a Mi Alma Mater por haberme abrigado y formado profesionalmente en sus aulas y ser parte de esta majestuosa Institución:

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Mis Primos Queridos: Alberto, Juan Carlos, David, Rubén, Jesús y a Mis Tíos: Lalo y Pepé, a Mi Papá y Mi Abuela, a mis Hermanas: Verónica y Rocío.

A mis Amigos: Luis Zuñiga Mendoza, Jesús C. Rivera, Luis Gerardo Dávila y Luis Alberto, del CCH Sur, de la Facultad (George y todos mis compañeros), del Equipo PUMAS INGENIERÍA (Mtro. Mario David Espejel y compañeros), de la SAE (K-PI, Lider, Hosh, I², Ches, J Issac), de toda la Universidad, de la CUR (Peter, Jared, Zury, Abby, Ann, Dickson, Ari y muchos más), de la Escuela de Inglés Amextra Ajusco (Justina, Lisa, Elaina, Gisela, Alexandra, Daria, Sam entre muchos más), del COE (Maestras y Amigos), de la Estética (Miriam y Abel).

A mis amigos con los que pasé una aventura muy especial, que irremediamente cambio mi vida: Octavio, Fernando, David y Jesús.

A todos y cada uno de mis Amigos y Ex alumnos de clases particulares: Dra. Clarita y la Mtra. Luz; del Senda que los quiero mucho: Greys, Ivette, Jessica Sarahí, Monse, Esme y Tatem, Aurora entre otros muchos más.

A todas las personas que han vivido, algún momento, conmigo en mi vida les dedico esta canción:

**Todas las mañanas que viví
todas las calles donde me escondí
el encantamiento de un amor
el sacrificio de mis padres
los zapatos de charol
los domingos en el club
salvo que Cristo sigue allá en la cruz
las columnas de la catedral y la tribuna
gritan gol el lunes por la capital**

***Todos giran y giran
todos bajo el sol
se proyecta la vida
Mariposa tecnicolor
cada vez que me miras
cada sensación
se proyecta la vida
cada vez que me miras
Mariposa tecnicolor**

**Vi sus caras de resignación
los vi felices llenos de dolor**

**ellas cocinaban el arroz
el levantaba sus principios
de sutil emperador**

**Todo al fin se sucedió
solo que el tiempo no los esperó
la melancolía de morir en este mundo
y de vivir sin una estúpida razón**

***coro**

**Yo te conozco de antes
desde antes del ayer
yo te conozco de antes
cuando me fui
no me alejé
llevo la voz cantante
llevo la luz del ayer
llevo un destino errante
llevo tus marcas en mi piel
y hoy solo te vuelvo a ver.**

ÍNDICE	
INTRODUCCIÓN	1
Capítulo 1.-CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DE UN YACIMIENTO	3
1.1.-Tipos de Fluidos en el Yacimiento	3
1.1.1.-Fluidos incompresibles	4
1.1.2.-Fluidos ligeramente compresibles	4
1.1.3.-Fluidos compresibles	5
1.2.-Regímenes de Flujo	6
1.2.1.-Flujo de fluidos en estado estacionario	6
1.2.2.-Flujo de fluidos en estado transitorio	6
1.2.3.-Flujo de fluidos en estado pseudoestacionario	6
1.3.-Geometría del Yacimiento	6
1.3.1.-Flujo de fluidos en geometría radial	7
1.3.2.-Flujode fluidos en geometría lineal	7
1.3.3.-Flujo de fluidos en geometría esférica y hemisférica	9
1.4.-Número de Fluidos en Movimiento en el Yacimiento	9
Capítulo 2.-ECUACIONES QUE DESCRIBEN EL FLUJO DE FLUIDOS EN UN MEDIO POROSO Y PERMEABLE	11
2.1.-Ley de Darcy	11
2.2.-Flujo de Fluidos en Estado Estacionario	12
2.2.1.-Flujo de fluidos incompresibles en geometría de flujo lineal	12
2.2.2.-Flujo de fluidos ligeramente compresibles (líquidos) en geometría de flujo lineal	16
2.2.3.-Flujo de fluidos compresibles (gases) en geometría de flujo lineal	17
2.2.5.-Flujo de fluidos ligeramente compresibles (líquidos) en geometría de flujo radial	23
2.2.6.-Flujo de fluidos compresibles (gases) en geometría de flujo radial	24
2.2.7.-Flujo multifásico de fluidos en geometría de flujo radial	31
2.3.-Flujo de Fluidos en Estado Transitorio	33
2.3.1.-Flujo de Fluidos Ligeramente Compresibles en Geometría de Flujo Radial	38
2.3.1.1.-Ecuación de difusión	38
2.3.1.1.1.-Solución a la ecuación de difusión para condición: presión constante	41
2.3.1.1.2.-Soluciónn a la ecuación de difusión para condición: gasto constante	41
2.3.1.1.2.1.-La función solución E_i	41
2.3.1.1.2.2.-Solución pérdida de presión adimensional p_D	49
2.3.1.1.2.2.1.-Yacimiento considerando $r_e \rightarrow \infty$	50
2.3.1.1.2.2.2.-Yacimiento de tamaño finito	52
2.3.2.-Flujo de Fluidos Compresibles en Geometría de Flujo Radial	54
2.3.2.1.-El método solución $m(p)$	56
2.3.2.2.-El método de la aproximación de la presión cuadrática p^2	58
2.3.2.3.-Método de la aproximación de la presión promedio lineal p	60

2.4.-Flujo de Fluidos en Estado Pseudoestacionario	63
2.4.1.-Flujo de Fluidos Ligeramente Compresibles en Geometría de Flujo Radial	67
2.4.2.-Flujo de Fluidos Compresibles en Geometría de Flujo Radial	73
2.4.2.1.-Aproximación de la presión cuadrática p^2	73
2.4.2.2.-Aproximación de la presión promedio lineal p	74
2.5.-Factor de Daño a la Formación s	74
2.5.1.-Flujo de fluidos en estado estacionario, geometría de flujo radial y considerando s	77
2.5.2.-Flujo de fluidos en estado transitorio, geometría de flujo radial y considerando s	77
2.5.3.-Flujo de fluidos en estado pseudoestacionario, geometría de flujo radial considerando s	78
2.6.-Factor de Turbulencia	79
2.6.1.-Flujo de fluidos en estado transitorio considerando efecto de turbulencia D	79
2.6.2.-Flujo de fluidos en estado pseudoestacionario considerando efecto de turbulencia D	80
2.6.3.-Flujo de fluidos en estado estacionario considerando efecto de turbulencia D	80
2.7.-Principio de Superposición	81
2.7.1.-Efecto de producción de varios pozos	82
2.7.2.-Efecto de variación de gasto de producción	85
2.7.3.-Efectos de fronteras de yacimiento	87
Capítulo 3.-PRUEBAS DE PRESIÓN EN ESTADO TRANSITORIO	91
3.1.-Pruebas de Decremento de Presión	91
3.1.1.-Efecto de almacenamiento	99
3.1.2.-Radio de investigación	103
3.2.-Pruebas de Incremento de Presión	103
3.2.1.-Método gráfico de Horner	104
3.2.2.-Método de Miller-Dyez-Hutchinson (MDH)	113
Capítulo 4.-CÁLCULO DE POTENCIAL PARA POZOS DE GAS	117
4.1.-Cálculo del Potencial para Pozos de Gas (Método Empírico)	117
4.2.-Cálculo del Potencial para Pozos de Gas (Método Analítico)	120
4.3.-Particularidades de una Prueba de Presión para Pozos de Gas	125
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	127
NOMENCLATURA	131
BIBLIOGRAFÍA	135
APÉNDICE A	137
APÉNDICE B	139
APÉNDICE C	145

INTRODUCCIÓN

Este trabajo tiene el objetivo de presentar los fundamentos teóricos y los principios físicos sobre los cuales se basa el análisis de las pruebas de presión, proporciona las bases teóricas que permiten el entendimiento de las relaciones matemáticas que se plantean bajo diferentes condiciones de flujo de fluidos en un medio poroso y permeable (yacimiento).

El área de pruebas de presión requiere del conocimiento y comprensión de términos específicos para poder interpretar los fenómenos que se analizan; y así, poder dar un correcto uso de la información que se obtiene de una prueba de presión.

Las pruebas de presión permiten determinar cualitativamente muchas características de un yacimiento; por ejemplo: estimar el petróleo original in situ y el petróleo que puede ser extraído, lo cual refleja el estado de agotamiento del yacimiento. Una explotación racional de los hidrocarburos, asegura una recuperación aceptable de los mismos, la optimización de la producción de un yacimiento depende en gran parte del conocimiento de los parámetros físicos del sistema, los cuales se obtienen con el análisis de datos de pruebas de presión.

El primer capítulo presenta las características principales con las cuales se modela el flujo de fluidos; se definen los tipos de fluidos en el interior del yacimiento; se consideran los fluidos que sólo están en movimiento, las condiciones de flujo en función del tiempo y la geometría del yacimiento; que en conjunto modelan el sistema por el cual fluyen los hidrocarburos y que es el objeto de estudio de las pruebas de presión.

En el capítulo 2 se presentan las ecuaciones que modelan el flujo de fluidos en un yacimiento con una determinada geometría; la condición de tiempo que regirá el comportamiento del estado de flujo, los factores que alteran el flujo de los fluidos en la vecindad del pozo, el principio de superposición aplicado a la extracción de hidrocarburos y los efectos de frontera; que en conjunto tienen influencia en el comportamiento de flujo de los fluidos.

El capítulo 3 es una introducción al análisis de pruebas de presión, la primera parte presenta los fenómenos que ocurren en la realización de una prueba de presión, como son: el efecto de almacenamiento con sus variantes y el avance radial del disturbio de presión con respecto al tiempo, en la segunda parte se presentan dos métodos convencionales para el análisis de pruebas de incremento de presión.

En el último capítulo se calcula el potencial para pozos de gas por medio de dos métodos; el empírico, el cual ha sido muy utilizado en mucho tiempo en la industria petrolera; e el teórico, que requiere de las propiedades del gas y un algoritmo de programación para su aplicación; por último, se presenta brevemente una serie de particularidades que pueden presentarse al realizar una prueba de presión.

CAPÍTULO 1

CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DE UN YACIMIENTO

El flujo de fluidos en medios porosos es un fenómeno complejo, el cual tiene dos grandes frentes de estudio: el experimental y el analítico. Físicos, ingenieros, hidrólogos y personal que estudia este fenómeno, lo tienen experimentalmente descrito con una amplia gama de materiales y fluidos; sobre las bases de sus análisis, se formulan leyes y correlaciones que pueden ser usadas para hacer predicciones analíticas en sistemas similares.

Este capítulo presenta los planteamientos que describen el comportamiento del flujo de los fluidos en un yacimiento. La estructura de las ecuaciones variará en función de las características de los fluidos y de la geometría del yacimiento.

1.1.-Tipos de Fluidos en el Yacimiento

El coeficiente de compresibilidad isotérmica es el factor que identifica el tipo de fluido en el yacimiento; en general, los tipos de fluidos son clasificados dentro de tres grandes grupos: fluidos incompresibles, fluidos ligeramente compresibles y fluidos compresibles.

El coeficiente de compresibilidad isotérmica c , se expresa en función del volumen del fluido:

$$c = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p} \dots \dots \dots [1.1]$$

o la densidad del fluido:

$$c = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} \dots \dots \dots [1.2]$$

partiendo de la definición de compresibilidad isotérmica, se define el tipo de fluidos en función de su comportamiento.

1.1.1.-Fluidos incompresibles

Un fluido incompresible es definido como el fluido que no experimenta cambios en su volumen al exponerse a cambios de presión:

$$\frac{\partial V}{\partial p} = 0 \dots\dots\dots [1.3]$$

ó:

$$\frac{\partial \rho}{\partial p} = 0 \dots\dots\dots [1.4]$$

Los fluidos incompresibles no existen; sin embargo, este comportamiento es asumido para simplificarlas ecuaciones de flujo.

1.1.2.-Fluidos ligeramente compresibles

Los fluidos ligeramente compresibles presentan pequeños cambios en su volumen cuando son expuestos a determinados cambios de presión; conociendo las condiciones de volumen y de presión inicial o de referencia V_{ref} y p_{ref} , se puede expresar el cambio de volumen en función de la presión, integrando la **Ec.1.1**:

$$V = (V_{ref})e^{c(p_{ref}-p)} \dots\dots\dots [1.5]$$

el término exponencial e^x , puede ser expresado como una serie de expansión:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} \dots\dots\dots [1.6]$$

el término x , representa el término $c(p_{ref} - p)$, que es muy pequeño y puede truncarse a:

$$e^x = 1 + x \dots\dots\dots [1.7]$$

combinando las **Ecs. 1.7 y 1.9**:

$$V = V_{ref}(1 + c(p_{ref} - p)) \dots\dots\dots [1.8]$$

aplicando el procedimiento anterior a la **Ec.1.2**:

$$\rho = \rho_{ref}(1 + c(p_{ref} - p)) \dots\dots\dots [1.9]$$

En esta categoría de fluidos se encuentra un sistema que contiene aceite crudo y agua.

1.1.3.-Fluidos compresibles

Existen fluidos que experimentan grandes cambios en su volumen cuando se exponen a cambios de presión, todos los gases se consideran fluidos compresibles.

La compresibilidad isotérmica de cualquier fluido compresible, es descrita por:

$$c_g = \frac{1}{p} - \frac{1}{Z} \left(\frac{\partial Z}{\partial p} \right)_T \dots \dots \dots [1.10]$$

Las **Figs. 1 y 2** presentan los cambios de volumen y densidad, respectivamente, como una función de la presión para los tres tipos de fluidos descritos:

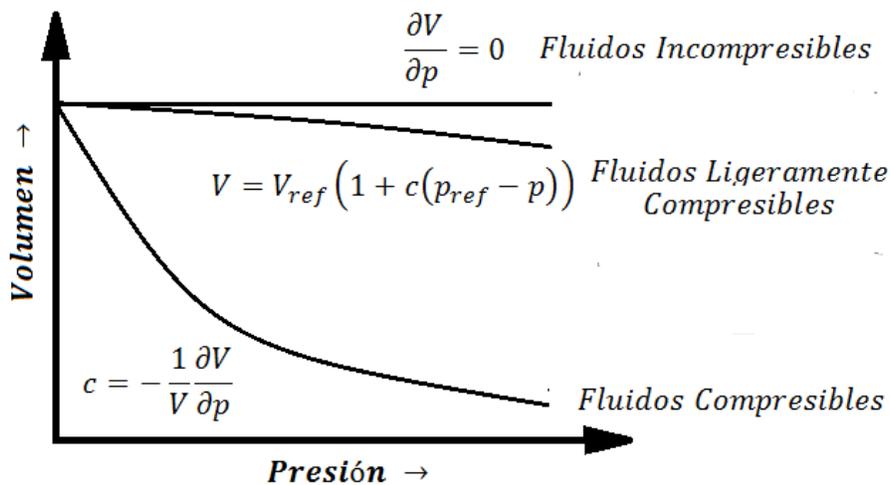


Fig. 1 Comportamiento p vs. V de los diferentes fluidos (AHMED, 2005).

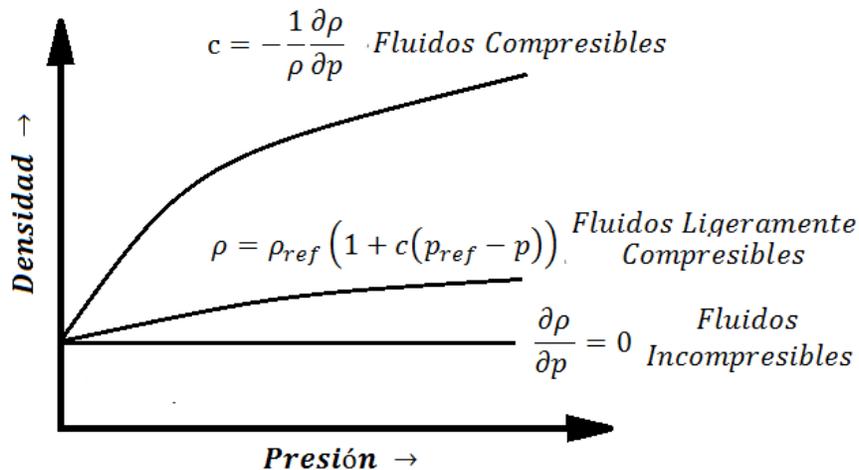


Fig. 2 Comportamiento p vs. ρ de los diferentes fluidos (AHMED, 2005).

1.2.-Regímenes de Flujo

Existen, básicamente, tres tipos de regímenes de flujo, que describen la distribución de la presión en el yacimiento en función del tiempo: régimen en estado estacionario, régimen en estado transitorio y régimen en estado pseudoestacionario.

1.2.1.-Flujo de fluidos en estado estacionario

El flujo de un fluido en estado estacionario se identifica cuando los cambios de presión p con respecto al tiempo t en cualquier punto i del yacimiento son cero. En un yacimiento esta condición la encontramos cuando existe una fuerte entrada de agua de un acuífero activo o cuando existen operaciones para el mantenimiento de la presión (inyección de agua, vapor o gas) en un yacimiento; matemáticamente esta condición se expresa como:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_i = 0. \dots\dots\dots [1.11]$$

1.2.2.-Flujo de fluidos en estado transitorio

El flujo de un fluido en estado transitorio se define como las condiciones a las cuales la razón de cambio de la presión p con respecto al tiempo t es variable en cada punto i en el yacimiento; matemáticamente esta condición se escribe como:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_i = f(i, t). \dots\dots\dots [1.12]$$

1.2.3.-Flujo de fluidos en estado pseudoestacionario

El flujo en estado estacionario se efectúa cuando la declinación de la presión p con respecto al tiempo t es de forma lineal en cada punto i del yacimiento; matemáticamente esta condición se escribe como:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_i = \text{cte} \dots\dots\dots [1.13]$$

La **Fig.3** presenta una comparación del comportamiento de la presión p , con respecto al tiempo t , en los tres regímenes de flujo.

1.3.-Geometría del Yacimiento

La forma del yacimiento tiene efectos considerables sobre el comportamiento del flujo de los fluidos.; la mayoría de los yacimientos tienen geometrías irregulares que solamente poderosos simuladores numéricos pueden manipular los modelos matemáticos que describen el comportamiento del flujo de los fluidos en su interior; sin embargo, para propósitos prácticos, las geometrías de flujo pueden representarse por una o por la combinación de las siguientes geometrías: radial, lineal, esférica y hemisférica.

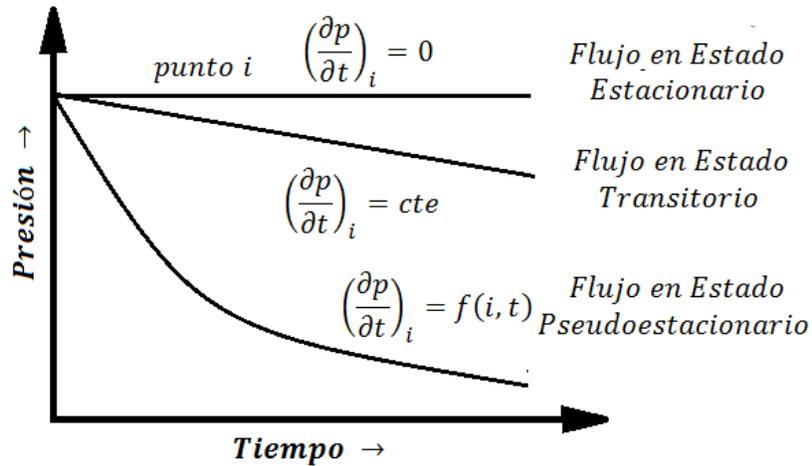


Fig. 3 Comportamiento p vs. t para los tres regímenes de flujo (AHMED, 2005).

1.3.1.-Flujo de fluidos en geometría radial

Se considera que no existen heterogeneidades en el yacimiento y el flujo, hacia el pozo, es en una sola dirección, desde cualquier punto del yacimiento. La Fig.4 presenta un esquema de las líneas de flujo idealizadas y de las líneas isopotenciales en el sistema de flujo radial:

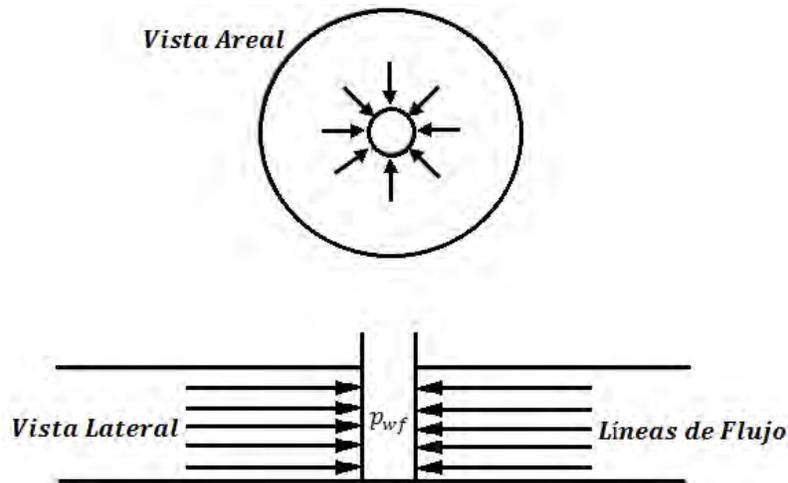


Fig. 4 Flujo radial idealizado hacia un pozo productor (AHMED, 2005).

1.3.2.-Flujo de fluidos en geometría lineal

El flujo lineal ocurre cuando las rutas del flujo de los fluidos son paralelas y siguen una dirección simple; la sección transversal al flujo A deberá de ser constante. La Fig. 5 presenta un sistema de flujo lineal idealizado.

El flujo lineal se aplica cuando los fluidos se mueven en fallas hidráulicas verticales, Fig. 6.

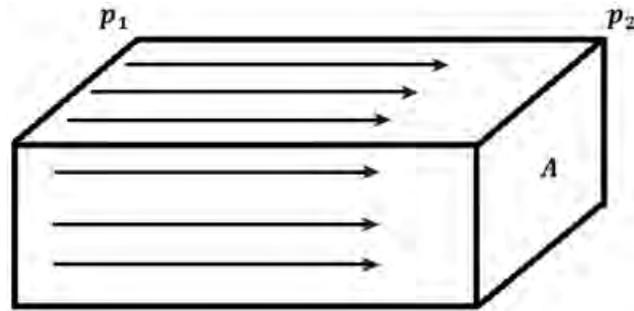


Fig. 5 Flujo lineal (AHMED, 2005).

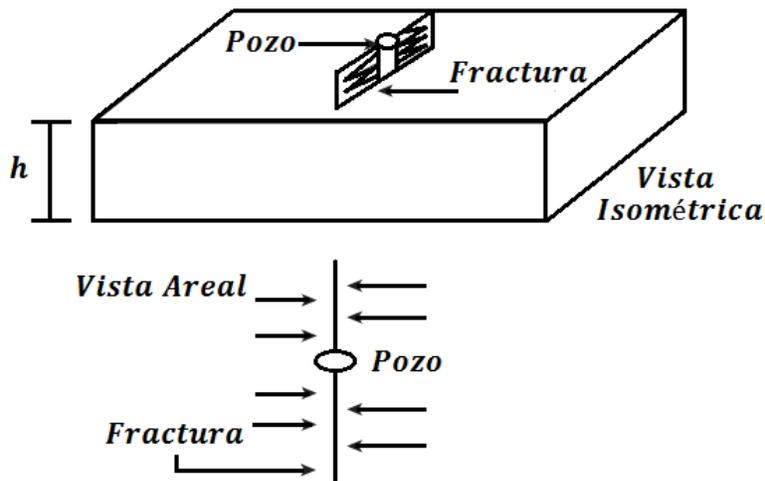


Fig. 6 Flujo lineal idealizado al interior de una fractura hidráulica vertical (AHMED, 2005).

1.3.3.-Flujo de fluidos en geometría esférica y hemisférica

Dependiendo de la configuración de la terminación del pozo, se puede tener flujo esférico o hemisférico en sus cercanías. Un pozo con un intervalo limitado en sus disparos, resultará con un flujo esférico, Fig. 7:

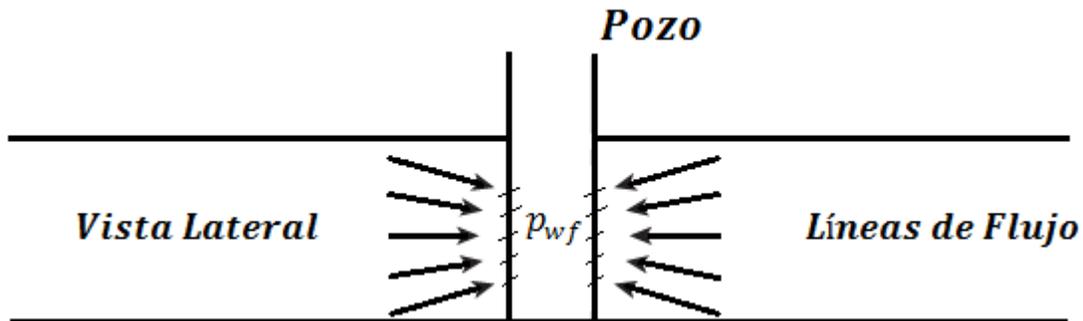


Fig. 7 Flujo esférico (AHMED, 2005).

Un pozo con una penetración parcial en el intervalo productor, generará flujo hemisférico, este caso se presenta cuando existe conificación de agua en el yacimiento, **fig. 8**:

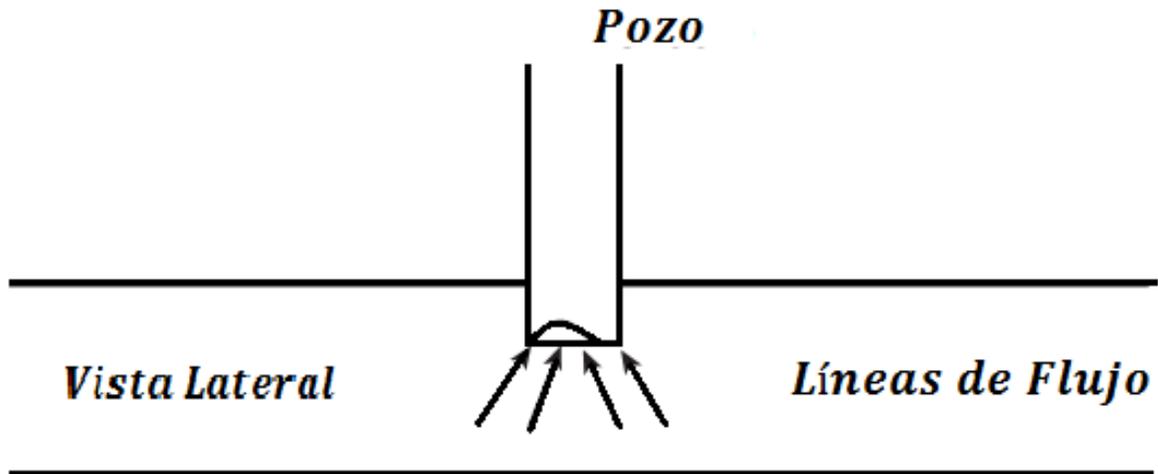


Fig. 8 Flujo hemisférico debido a penetración parcial del pozo a la formación productora (AHMED, 2005).

1.4.-Fluidos en Movimiento en el Yacimiento

Las expresiones que predicen el comportamiento volumétrico y de presión en un yacimiento, variarán en forma y complejidad y dependerán del número de fluidos en el yacimiento.

Existen tres casos de sistemas para flujo de fluidos en un yacimiento:

- 1) Flujo de aceite, agua o gas.
- 2) Flujo de agua y aceite, aceite y gas o gas y agua.
- 3) Flujo de las tres fases aceite, agua y gas.

El flujo de fluidos y el análisis del comportamiento de la presión se dificultan conforme aumenta el número de fluidos en movimiento.

CAPÍTULO 2

ECUACIONES QUE DESCRIBEN EL FLUJO DE FLUIDOS EN UN YACIMIENTO

Las ecuaciones que describen el flujo de fluidos en un yacimiento, pueden tomar muchas formas y dependerá del tipo de fluido, el régimen de flujo y la geometría del yacimiento. Con la combinación de la ecuación de conservación de masa, la ecuación de transporte (ecuación de **Darcy**) y una o varias ecuaciones de estado; se desarrollan las ecuaciones necesarias para describir el flujo de fluidos en un yacimiento.

2.1.-Ley de Darcy

La ley fundamental que describe el flujo de fluidos en un yacimiento, es la “**Ley de Darcy**”, la cual indica que en un medio poroso y homogéneo, la velocidad de un fluido es proporcional al gradiente de presión e inversamente proporcional a su viscosidad; la ecuación de Darcy para un sistema horizontal lineal es:

$$v = \frac{q}{A} = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dx} \dots \dots \dots [2.1]$$

para un sistema horizontal radial:

$$v = \frac{q_r}{A_r} = \frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)_r \dots \dots \dots [2.2]$$

El comportamiento del gradiente de presión, en ambos sistemas, es presentado en las **Figs. 9 y 10**, respectivamente:

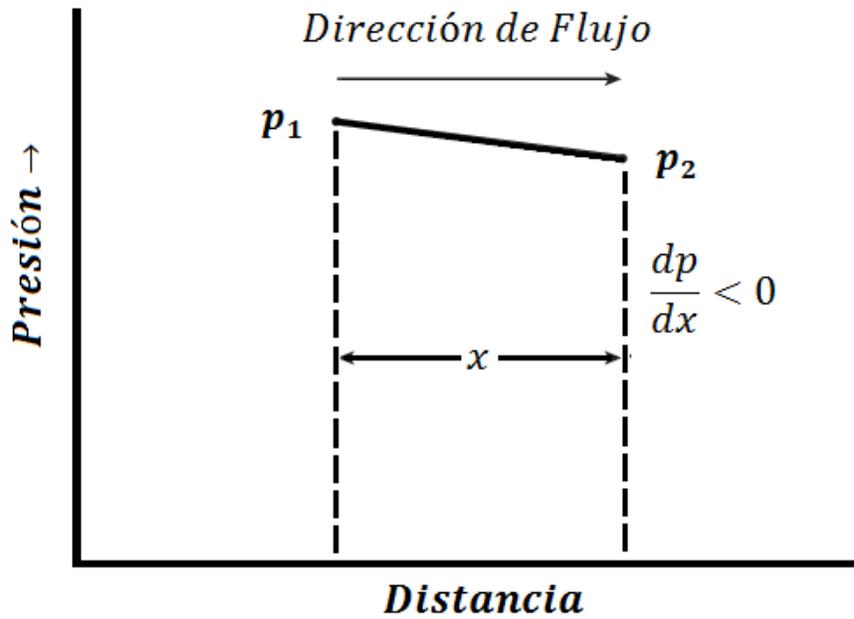


Fig. 9 Comportamiento del gradiente de presión para flujo lineal (AHMED, 2005).

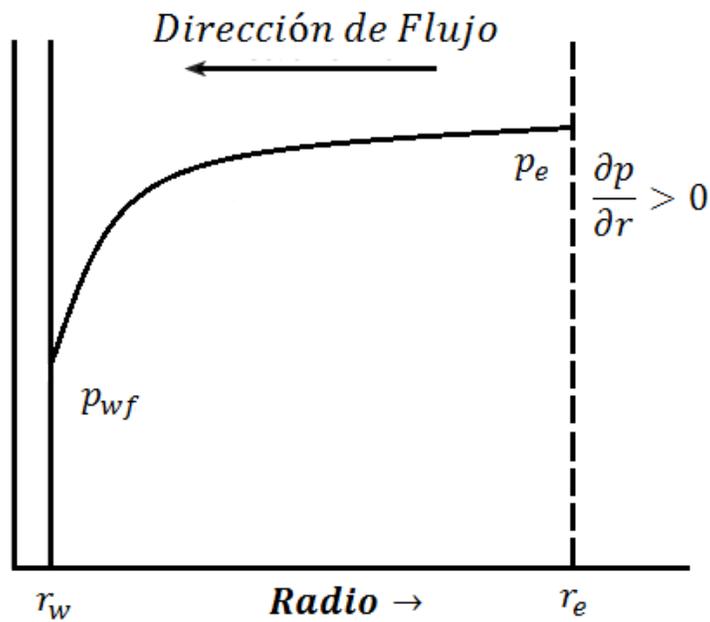


Fig. 10 Comportamiento del gradiente de presión para flujo radial (AHMED, 2005).

El área de sección transversal A_r , a un radio r , es el área de la superficie de un cilindro:

$$A_r = 2\pi rh \dots \dots \dots [2.3]$$

La ecuación de Darcy se aplica cuando existe flujo laminar, régimen de flujo en estado estacionario, fluidos incompresibles y formación homogénea. Se deben de hacer modificaciones a la ecuación de Darcy cuando existe flujo turbulento; el fenómeno de turbulencia se presenta cuando existen altas velocidades de flujo, debido a que el gradiente de presión incrementa a un ritmo mayor al que lo hace el gasto volumétrico.

2.2.-Flujo de Fluidos en Estado Estacionario

El flujo de fluidos en estado estacionario representa las condiciones a las cuales la presión no experimenta cambios en ningún punto del yacimiento, conforme pasa el tiempo.

2.2.1.-Flujo de fluidos incompresibles en geometría de flujo lineal

En un sistema lineal se asume que el área de sección transversal A, por donde pasa el fluido, no cambia; las secciones transversales a la entrada y salida del elemento diferencial de volumen aludido, están completamente abiertas al flujo y no existe flujo de fluidos lateralmente, hacia arriba o hacia abajo; lo anterior se ilustra en la Fig. 11:

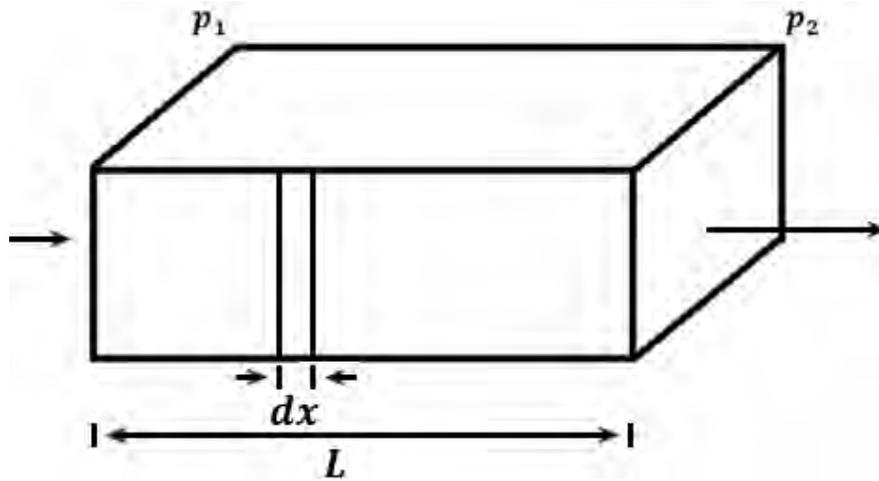


Fig. 11 Modelo de flujo lineal (AHMED, 2005).

Si un fluido incompresible pasa a través del elemento diferencial de volumen a una velocidad v, el gasto q será constante. En la Ec. 2.1, separando variables, integrando sobre la longitud del sistema lineal y despejando q:

$$q = - \frac{k A(p_2 - p_1)}{\mu L} \dots \dots \dots [2.4]$$

La Ec. 2.4 puede expresarse en unidades de campo como:

$$q = - \frac{0.001127kA(p_2 - p_1)}{\mu L} \dots \dots \dots [2.5]$$

Ejemplo 1 Se tiene el flujo de un fluido en un medio poroso con geometría lineal, con las siguientes propiedades:

$$L=2000[\text{pie}] \quad h=20[\text{pie}] \quad \text{anchura}=300[\text{pie}] \quad k=100[\text{mD}]$$

$$p_1=2000[\text{lb}_f/\text{pg}^2] \quad p_2=1990[\text{lb}_f/\text{pg}^2] \quad \phi=15[\%] \quad \mu=2[\text{cp}]$$

Calcular el gasto volumétrico [bl/día], la velocidad aparente y la velocidad real [pie/día].

Solución:

Paso 1) Calcular el área de sección transversal A:

$$A = (h)(\text{anchura}) = (200)(300) = 60000[\text{pie}^2]$$

Paso 2) Con la **Ec. 2.5**, calcular el gasto volumétrico q [bl/día]:

$$q = -\frac{0.001127kA(p_2 - p_1)}{\mu L} = \frac{0.001127(100)(6000)(2000 - 1990)}{(2)(2000)} = 1.6905 \left[\frac{\text{pie}}{\text{día}} \right]$$

Paso 3) Con la **Ec. 2.1**, calcular la velocidad aparente v [pie/día]:

$$v = \frac{q}{A} = \frac{1.6905}{6000} = \frac{\left(\frac{1.6905}{1}\right) \left(\frac{3.28}{1}\right)^3 \left(\frac{0.159}{1}\right)}{6000} = 0.00158082 \left[\frac{\text{pie}}{\text{día}} \right]$$

La velocidad aparente es un promedio de velocidades, es como si el medio poroso no existiera y el fluido viajara por ejemplo en un ducto.

Paso 4) Calcular la velocidad real del flujo [pie/día]:

$$v_\phi = \frac{v}{\phi} = \frac{q}{A\phi} = \frac{0.00158082}{0.15} = 0.0158082 \left[\frac{\text{pie}}{\text{día}} \right]$$

La velocidad neta v, es la velocidad real a la cual se mueven los fluidos en los canales intercomunicados en el medio poroso.

Quando existe una inclinación en el yacimiento, la fuerza gravitacional es un factor muy importante y debe ser cuantificado para determinar la dirección de flujo; el gradiente de la fuerza gravitacional siempre actuará en dirección vertical hacia abajo; mientras que la fuerza que resulte del sistema de flujo, será en una determinada dirección; así la fuerza resultante será la suma de las fuerzas anteriores. En la práctica, se introduce el término que define esta condición y es llamado “potencial del fluido”, el cual tiene las mismas dimensiones que la presión y es simbolizado por Φ . El potencial de un fluido en un determinado punto (nivel de referencia), se define como la diferencia de presión que se ejerce por una columna de fluido entre dos puntos, el nivel de referencia y el punto i, a una altura vertical Δz_i :

$$\Phi_{fi} = p_{fi} - \left(\frac{\rho_f}{144}\right) \Delta z_{fi} \dots \dots \dots [2.6]$$

Para la densidad del fluido en Kg/m³, la **Ec. 2.3** es:

$$\Phi_{Fi} = p_{Fi} - 9.81\rho_F\Delta z_{Fi} \dots\dots\dots [2.7]$$

El nivel de referencia en un yacimiento es comúnmente seleccionado como el contacto gas-aceite, el contacto aceite agua o el punto más alto de la formación.

Aplicando el concepto de potencial de un fluido en la **Ec. 2.5**:

$$q = -\frac{0.001127kA(\Phi_1 - \Phi_2)}{\mu L} \dots\dots\dots [2.8]$$

La diferencia de potencial de un fluido ($\Phi_1 - \Phi_2$), será igual a la diferencia de presión ($p_1 - p_2$), sólo cuando el sistema de flujo sea horizontal.

Ejemplo 2 Tomando los datos del **ej. 1** y considerando que el medio poroso tiene una inclinación de 5°, **Fig. 12**; el fluido es incompresible y tiene una densidad de 42 lb_m/pie³. Resolver el **ej. 1** usando esta información.

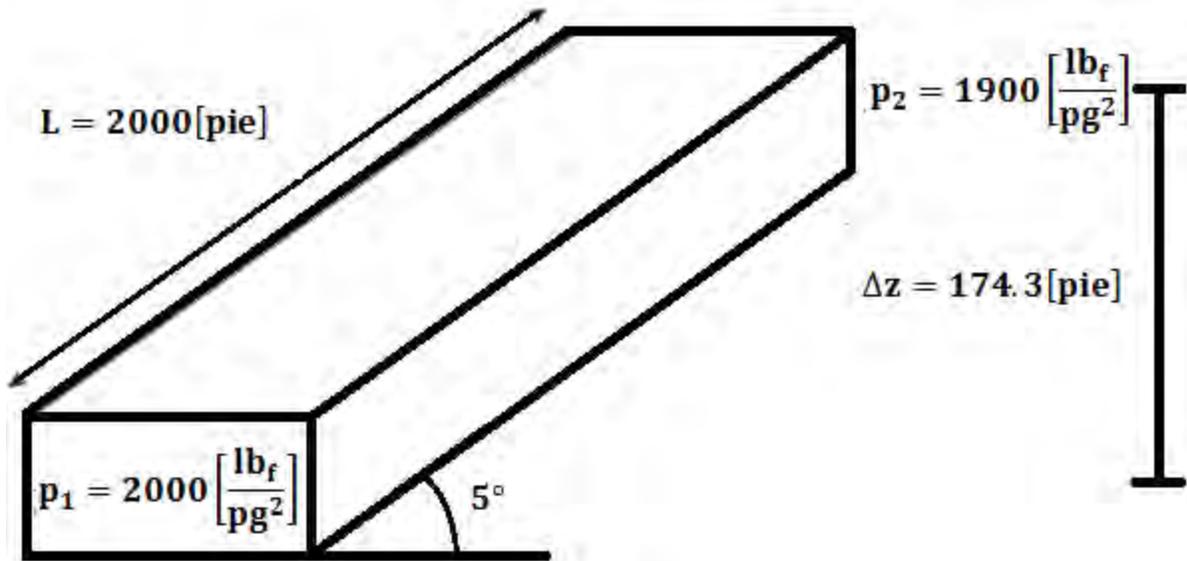


Fig. 12 Estrato con echado (AHMED, 2005).

Solución:

Paso 1) Seleccionar un nivel de referencia: la mitad de la distancia vertical entre los puntos 1 y 2:

$$\text{Nivel de Referencia} = \frac{\text{punto 1} - \text{punto 2}}{2} = \frac{174.3 - 0}{2} = 87.15[\text{pie}]$$

Paso 2) Calcular el potencial del fluido en los puntos 1 y 2, para el nivel de referencia punto 1:

$$\Phi_1 = p_1 - \left(\frac{\rho}{144}\right) \Delta z_i = 2000 - \left(\frac{42}{\left(\frac{12}{1}\right)^2}\right) 87.15 = 1974.58 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2}\right]$$

para el punto 2:

$$\Phi_2 = p_2 + \left(\frac{\rho}{144}\right) \Delta z_i = 1990 + \left(\frac{42}{\left(\frac{12}{1}\right)^2}\right) 87.15 = 2015.42 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2}\right]$$

$\Phi_2 > \Phi_1$; por lo tanto, el flujo será hacia abajo: ira del punto 2 al punto 1 y la diferencia del potencial del fluido para el nivel de referencia es:

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = 2015.42 - 1974.58 = 40.83 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2}\right]$$

Paso 3) Con la **Ec. 2.8**, Calcular el gasto volumétrico q :

$$q = -\frac{0.001127kA\Delta\Phi}{\mu L} = -\frac{0.001127(100)(6000)(39.92)}{(2)(2000)} = 6.9 \left[\frac{\text{bl}}{\text{día}}\right]$$

Paso 4) Calcular la velocidad aparente:

$$v = \frac{q}{A} = \frac{6.9}{6000} = \frac{\left(\frac{6.9}{1}\right) \left(\frac{3.28}{1}\right)^3 \left(\frac{0.159}{1}\right)}{6000} = 0.0065 \left[\frac{\text{pie}}{\text{día}}\right]$$

Paso 5) Calcular la velocidad real del flujo:

$$v_\phi = \frac{v}{\phi} = \frac{q}{A\phi} = \frac{0.0065}{0.15} = 0.043 \left[\frac{\text{pie}}{\text{día}}\right]$$

2.2.2.-Flujo de fluidos ligeramente compresibles (líquidos) en geometría de flujo lineal

La **Ec. 1.8** describe la relación que existe entre la presión y el volumen para fluidos ligeramente compresibles, la cual puede expresarse en términos del gasto volumétrico:

$$q = q_{\text{ref}}(1 + c(p_{\text{ref}} - p)) \dots \dots \dots [2.9]$$

Sustituyendo la **Ec. 2.6** en la **Ec. 2.5**, separando variables e integrando:

$$q_{\text{ref}} = \frac{0.001127kA}{\mu cL} \ln\left(\frac{(1 + c(p_{\text{ref}} - p_2))}{(1 + c(p_{\text{ref}} - p_1))}\right) \dots \dots \dots [2.10]$$

Seleccionando la presión inicial p_1 como la presión de referencia p_{ref} , la **Ec. 2.10** es:

$$q_1 = \frac{0.001127kA}{\mu cL} \ln(1 + c(p_1 - p_2)) \dots \dots \dots [2.11]$$

Seleccionando la presión final p_2 como la presión de referencia p_{ref} , la **Ec. 2.10** es:

$$q_2 = \frac{0.001127kA}{\mu cL} \ln\left(\frac{1}{1 + c(p_2 - p_1)}\right) \dots \dots \dots [2.12]$$

donde q_1 y q_2 son los gastos en los puntos 1 y 2, respectivamente.

Ejemplo 3 Considerar el sistema de flujo lineal del **ej. 1**; asumir que el fluido es ligeramente compresible, con una compresibilidad promedio de $21 \times 10^{-5} [lb_f/pg^2]^{-1}$. Calcular el gasto volumétrico al principio y al final del sistema.

Solución:

Presión en la entrada del sistema de flujo (punto 1), como la presión de referencia:

$$q_1 = \frac{0.001127kA}{\mu cL} \ln(1 + c(p_1 - p_2)) = \frac{0.001127(100)(6000)}{(2)(21 \times 10^{-5})(2000)} \ln(1 + (21 \times 10^{-5})(2000 - 1990)) = 1.689 \left[\frac{bl}{día} \right]$$

Presión en la salida del sistema de flujo (punto 2), como la presión de referencia:

$$q_2 = \frac{0.001127kA}{\mu cL} \ln\left(\frac{1}{1 + c(p_2 - p_1)}\right) = \frac{0.001127(100)(6000)}{(2)(21 \times 10^{-5})(2000)} \ln\left(\frac{1}{1 + (21 \times 10^{-5})(1990 - 2000)}\right) = 1.692 \left[\frac{bl}{día} \right]$$

Los gastos q_1 y q_2 no difieren mucho entre sus valores, debido a que el volumen de los fluidos ligeramente compresibles no es función fuerte de la presión.

2.2.3.-Flujo de fluidos compresible en geometría de flujo lineal

Haciendo uso de la ecuación que describe el comportamiento de un gas real, aplicada a flujo en un sistema lineal y homogéneo a condiciones de yacimiento:

$$pV = ZnRT \dots \dots \dots [2.13]$$

expresando la misma cantidad de gas a condiciones estándar o de superficie (@ c. s.):

$$p_{sc}V_{sc} = Z_{sc}nRT_{sc} \dots \dots \dots [2.14]$$

igualar el producto constante nR :

$$\frac{pV}{ZT} = \frac{p_{sc}V_{sc}}{Z_{sc}T_{sc}} \dots \dots \dots [2.15]$$

en función del gasto volumétrico:

$$\frac{pq}{ZT} = \frac{p_{sc}q_{sc}}{Z_{sc}T_{sc}} \dots \dots \dots [2.16]$$

Las unidades deben ser acordes a las condiciones a las cuales están expuestos los fluidos; las unidades de q son $bl/día$ y las unidades de q_{sc} son $pie^3/día$:

$$\frac{pq \left[\frac{\text{bl}}{\text{día}} \right]}{ZT} = \frac{p_{sc}q_{sc} \left[\frac{\text{bl}}{\text{día}} \right]}{Z_{sc}T_{sc}} \dots\dots\dots [2.17]$$

asumiendo que $Z_{sc} = 1.0$:

$$q \left[\frac{\text{bl}}{\text{día}} \right] = 5.610 \frac{p_{sc}q_{sc} \left[\frac{\text{pie}^3}{\text{día}} \right] ZT}{T_{sc} p} \dots\dots\dots [2.18]$$

Sustituyendo la **Ec. 2.18** en la **Ec. 2.5**:

$$\frac{5.610 \frac{p_{sc}q_{sc} ZT}{T_{sc} p}}{A} = -0.001127 \frac{k dp}{\mu dx} \dots\dots\dots [2.19]$$

Para flujo de gas $\mu = \mu_g$; para la permeabilidad al gas no se procede de la misma forma, como se considera flujo laminar, se sigue usando la permeabilidad absoluta k (el **APÉNDICE A** presenta la obtención de la permeabilidad al gas k_g):

$$5.610 \frac{p_{sc}q_{sc}}{T_{sc}} \frac{1}{A} = -0.001127 \frac{k p dp}{\mu_g ZT dx} \dots\dots\dots [2.20]$$

Asumir que el factor ZT es constante en el intervalo $[p_1, p_2]$; agrupando los términos constantes, separando variables, integrando y despejando el gasto q_{sc} :

$$q_{sc} = \frac{T_{sc}Ak(p_1^2 - p_2^2)}{9955.62p_{sc}(Z\mu_g)TL} \dots\dots\dots [2.21]$$

Para las condiciones estándar o de superficie $p_{sc} = 14.7 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$ y $T_{sc} = 520$ [°R], sustituyendo valores en la **Ec. 2.21**:

$$q_{sc} = \frac{0.111924Ak(p_1^2 - p_2^2)}{(Z\mu_g)TL} \dots\dots\dots [2.22]$$

Z y μ_g son funciones fuertes de la presión, para facilitar la integración, se consideran constantes. La **Ec. 2.22** se aplica en rangos de presión menores a 2000 lb_f/pg^2 y las propiedades del gas se evalúan a la presión cuadrática:

$$\bar{p} = \sqrt{\frac{p_1^2 + p_2^2}{2}} \dots\dots\dots [2.23]$$

Ejemplo 4 Se tiene gas natural fluyendo en un sistema de lineal con las siguientes características:

$$p_1 = 2100[\text{lb}_f/\text{pg}^2] \quad \gamma_g = 0.72 \quad T = 140[^\circ\text{F}] \quad A = 4500[\text{pie}^2] \quad \mu_g = 0.0173[\text{cp}]$$

$$p_2 = 1894.73 [\text{lb}_f/\text{pg}^2] \quad Z = 0.78 \quad k = 60 [\text{mD}] \quad L = 2500 [\text{pie}]$$

Calcular el gasto volumétrico del gas [millones pie³/día]:

Solución:

Aplicando la **Ec. 2.22**, obtener el gasto de gas @ c. s.:

$$q_{sc} = \frac{0.111924Ak(p_1^2 - p_2^2)}{(Z\mu_g)TL} = \frac{0.111924(4500)(60)(2100 - 1894.73)}{((0.78)(0.0173))(460 + 140)(2500)} = 1.22 \left[\frac{\text{millones pie}^3}{\text{día}} \right]$$

En un sistema de flujo radial todos los fluidos, que se mueven, fluyen hacia el pozo productor; para esto, debe de existir una diferencia de presión, donde la presión en la formación sea mayor a la presión en el pozo productor.

En la **Fig. 13** presenta esquemáticamente el flujo radial de un fluido incompresible hacia un pozo productor vertical; se considera que la formación tiene un espesor *h* y como el fluido es incompresible, se tiene que el gasto *q* es constante; debido a que se consideran condiciones de flujo en estado estacionario, los perfiles de presión son constantes conforme pasa el tiempo.

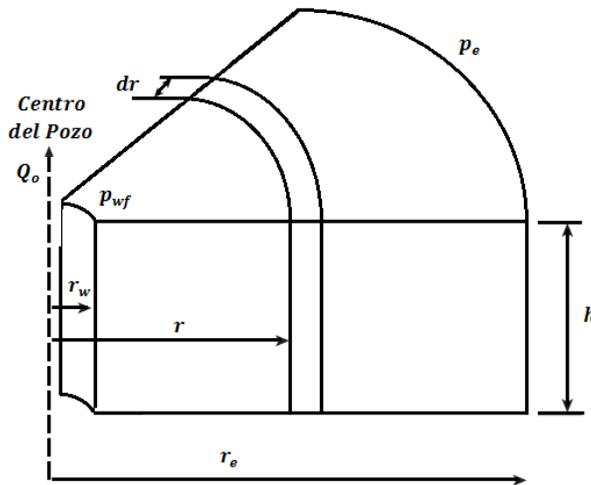


Fig. 13 Flujo radial (AHMED, 2005).

La presión p_{wf} representa la presión en el fondo del pozo a un radio r_w y p_e representa la presión en la frontera exterior del yacimiento a un radio r_e . La generalización de la **Ec. 2.5** en forma diferencial puede ser usada para determinar el gasto *q* a cualquier radio *r*:

$$v = \frac{q}{A_r} = 0.001127 \frac{k dp}{\mu dr} \dots \dots \dots [2.24]$$

Sustituyendo la **Ec 2.3** en la **Ec. 2.24**:

$$v = \frac{q}{2\pi rh} = 0.001127 \frac{k dp}{\mu dr} \dots \dots \dots [2.25]$$

Expresando el gasto q [bl_{o@c.y.}/día] como Q_o [bl_{o@c.s.}/día].

$$q \left[\frac{\text{bl @c. y.}}{\text{día}} \right] = B_o \left[\frac{\text{bl @ c. y.}}{\text{bl @ c. s.}} \right] Q_o \left[\frac{\text{bl @ c. s.}}{\text{día}} \right] \dots \dots \dots [2.26]$$

El gasto volumétrico de aceite, en superficie, puede expresarse en la **Ec. 2.5** con unidades de bl_{o@c.s.}/día como:

$$\frac{B_o Q_o}{2\pi r h} = 0.001127 \frac{k dp}{\mu dr} \dots \dots \dots [2.27]$$

Integrando la **Ec. 2.27** en el intervalo de radios [r_1, r_2], a sus respectivas presiones [p_1, p_2]:

$$\int_{r_1}^{r_2} \left(\frac{Q_o}{2\pi h} \right) \frac{dr}{r} = 0.001127 \int_{p_1}^{p_2} \frac{k}{\mu_o B_o} dp \dots \dots \dots [2.28]$$

Considerar el sistema incompresible y formación uniforme, integrando y despejando Q_o :

$$Q_o = \frac{0.00708kh(p_2 - p_1)}{\mu_o B_o \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \dots \dots \dots [2.29]$$

comúnmente los radios de interés son: el radio del pozo r_w y el radio del yacimiento r_e con sus respectivas presiones p_{wf} y p_e , Sustituyendo los radios de interés en la **Ec. 2.29**:

$$Q_o = \frac{0.00708kh(p_e - p_{wf})}{\mu_o B_o \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right)} \dots \dots \dots [2.30]$$

El radio del pozo se determina usualmente por el espaciamiento del área de un pozo que se considera de forma circular:

$$\pi r_e^2 = 43560A. \dots \dots \dots [2.31]$$

despejando r_e de la **Ec. 2.31**:

$$r_e = \sqrt{\frac{43560A}{\pi}} \dots \dots \dots [2.32]$$

donde A es al área de espaciamiento del pozo en acres.

De la **Ec. 2.30** despejar la presión p para un radio específico r :

$$p = p_{wf} + \frac{Q_o \mu_o B_o}{0.00708kh} \ln \left(\frac{r}{r_w} \right) \dots \dots \dots [2.33]$$

Ejemplo 5 El Pozo “Encino”, productor de aceite, tiene la siguiente información:

$r_w=0.25[\text{pie}]$ $p_{wf}=1800 [\text{lb}_f/\text{pg}^2]$ $Q_o=600 \text{ bl}_o @ \text{ c. s.}/\text{día}$ $h=25[\text{pie}]$
 $B_o=1.25[\text{bl}/ \text{bl}_o @ \text{ c. s.}]$ $k=120[\text{mD}]$ $A=40[\text{acres}]$ $\mu_o=2.5[\text{cp}]$

Calcular los perfiles de presión y mostrar la pérdida de presión que existe a 1 pie de distancia en los siguientes intervalos: 0.25-1.25 pie, 4-a 5 pie, 19-20 pie, 99-100 pie y 744-745 pie.

Solución:

Paso 1) Con la Ec. 2.33, calcular la presión p, a cada radio r:

$$p(r) = p_{wf} + \frac{Q_o \mu_o B_o}{0.00708kh} \ln\left(\frac{r}{r_w}\right) = 1800 + \frac{(600)(2.5)(1.25)}{0.00708(120)(25)} \ln\left(\frac{r}{0.25}\right)$$

Paso 2) Calcular la presión p en los intervalos de radios indicados r, **Tabla 1**:

intervalo i	r [pie]	p $\left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2}\right]$	$\Delta p \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2}\right]$
1	0.25	1800	142.08
	1.25	1942.08	
2	4	2044.76	19.7
	5	2064.45	
3	19	2182.3	4.53
	20	2186.83	
4	99	2328.02	0.89
	100	2328.91	
5	744	2506.07	0.12
	745	2506.19	

Tabla 1 Cálculo y comparación de la pérdida de presión para diferentes intervalos de radios.

Paso 3) Presentar los perfiles de presión como una función del radio, **Fig. 14**.

Paso 4) Comparar las pérdidas de presión que se generan en los intervalos indicados, respecto al primer intervalo (vecindad del pozo), **Tabla 2**.

La presión externa p_e que es usada en la Ec. 2.30 no puede ser medida realmente, pero p_e no varía en mucho de la presión inicial del yacimiento.

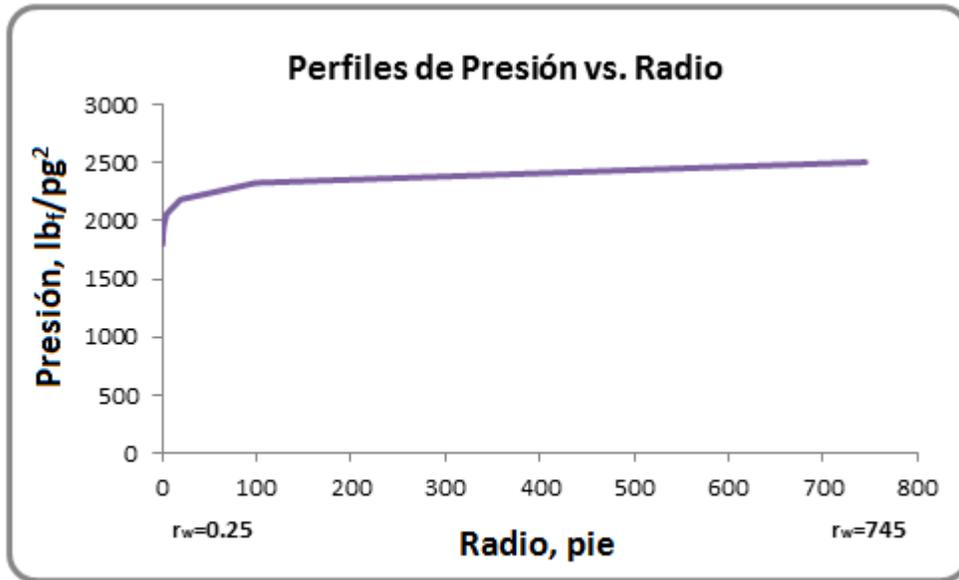


Fig. 14 Gráfica de los perfiles de presión en el interior del yacimiento, ej. 5.

intervalo i	$\Delta p \left[\frac{lb_f}{pg^2} \right]$	$\frac{\Delta p_1}{\Delta p_i}$
1	142.08	1
2	19.7	7.21
3	4.53	31.38
4	0.89	160.14
5	0.12	1198.23

Tabla 2 Comparación de las caídas de presión a diferentes intervalos de radios, ej. 5.

Diferentes autores sugieren que la presión promedio del yacimiento p_r , sea utilizada en las ecuaciones para cálculos de balance de materia, para predicciones de flujo de fluidos. **Caft y Hawkins (1959)** presentan que la presión promedio del yacimiento se localiza a un 61 % de la longitud del radio de drene r_e , para condiciones de flujo en estado estacionario:

$$p(r = 0.61r_e) = p_r = p_{wf} + \frac{Q_o \mu_o B_o}{0.00708kh} \ln \left(\frac{0.61r_e}{r_w} \right) \dots \dots \dots [2.34]$$

despejar el gasto Q_o :

$$Q_o = \frac{0.00708kh(p_r - p_{wf})}{\mu_o B_o \ln \left(\frac{0.61r_e}{r_w} \right)} \dots \dots \dots [2.35]$$

ó:

$$Q_o = \frac{0.00708kh(p_r - p_{wf})}{\mu_o B_o \left(\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{1}{2} \right)} \dots \dots \dots [2.36]$$

El área de drene de un conjunto de pozos de un yacimiento está en función de los gastos de producción; el volumen drenado por un pozo es proporcional a su gasto de producción, considerando un yacimiento homogéneo y de espesor constante el área de drene A_w :

$$A_w = A_T \left(\frac{q_w}{q_T} \right) \dots \dots \dots [2.37]$$

2.2.5.-Flujo de fluidos ligeramente compresibles (líquidos) en geometría de flujo radial

Todos los líquidos entran en esta categoría, sustituyendo la **Ec. 2.9** en la **Ec. 2.5**:

$$\frac{q}{A_r} = \frac{q_{ref} \left(1 + c(p_{ref} - p) \right)}{2\pi rh} = 0.001127 \frac{k dp}{\mu dr} \dots \dots \dots [2.38]$$

Se considera la compresibilidad constante en todo el intervalo de presión; separando variables e integrando en toda la longitud del medio poroso y despejando q_{ref} :

$$q_{ref} = -0.001127 \frac{2\pi hk}{\mu c \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right)} \ln \left(\frac{(1 + c(p_{ref} - p_e))}{(1 + c(p_{ref} - p_{wf}))} \right) \dots \dots \dots [2.39]$$

Seleccionando la presión de fondo fluyendo p_{wf} , como la presión de referencia p_{ref} :

$$q_{ref} = \frac{708 \times 10^{-5} hk}{\mu c \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right)} \ln \left(\frac{1}{(1 + c(p_{wf} - p_e))} \right) \dots \dots \dots [2.40]$$

Seleccionando la presión del yacimiento p_e , como la presión de referencia p_{ref} :

$$q_{ref} = \frac{708 \times 10^{-5} hk}{\mu c \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right)} \ln(1 + c(p_e - p_{wf})) \dots \dots \dots [2.41]$$

Expresando los gastos de fluido @ c. s. en las **Ecs. 2.40** y **2.41**:

$$Q_o = \frac{0.00708hk}{\mu_o B_o c_o \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right)} \ln \left(\frac{1}{1 + c_o(p_{wf} - p_e)} \right) \dots \dots \dots [2.42]$$

y

$$Q_o = \frac{0.00708hk}{\mu_o B_o c_o \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right)} \ln(1 + c_o(p_e - p_{wf})) \dots \dots \dots [2.43]$$

Ejemplo 6 Se dispone de los siguientes datos del Pozo “PUMA” que produce aceite:

$$p_e=2056[\text{lb}_f/\text{pg}^2] \quad r_e=745[\text{pie}] \quad B_o=1.25[\text{bl}_o @ \text{c. y.} / \text{bl}_o @ \text{c. s.}] \quad r_w=0.25[\text{pie}] \quad h=25[\text{pie}]$$

$$c_o=25 \times 10^{-6}[\text{lb}_f/\text{pg}^2]^{-1} \quad k=0.12[\text{mD}] \quad p_{wf}=1800[\text{lb}_f/\text{pg}^2] \quad \mu_o=2.5[\text{cp}]$$

Calcular el gasto de aceite considerando que el fluido es ligeramente compresible e incompresible y comparar los resultados.

Solución:

Paso 1) Para un fluido ligeramente compresible, calcular Q_o con la **Ec. 2.41**:

$$Q_o = \frac{708 \times 10^{-5} h k}{\mu_o B_o c_o \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} \ln(1 + c_o(p_e - p_{wf})) = \frac{(708 \times 10^{-5})(25)(0.12)}{(2.5)(1.25)(2.5 \times 10^{-6}) \ln\left(\frac{745}{0.25}\right)} \ln(1 + (2.5 \times 10^{-6})(2506 - 1800)) = 595 \left[\frac{\text{bl}_o @ \text{c.s.}}{\text{día}} \right]$$

Paso 2) Para un fluido incompresible, Q_o puede calcularse con la **Ec. 2.30**:

$$Q_o = \frac{0.00708 k h (p_e - p_{wf})}{\mu_o B_o \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} = \frac{(0.00708)(25)(0.12)(2506 - 1800)}{(2.5)(1.25) \ln\left(\frac{745}{0.25}\right)} = 600 \left[\frac{\text{bl}_o @ \text{c.s.}}{\text{día}} \right]$$

Paso 4) Los resultados varían en un 0.08 %.

2.2.6.-Flujo de fluidos compresibles en geometría de flujo radial

La forma diferencial de la ecuación de Darcy, para flujo laminar, en un sistema horizontal radial, es válida para describir el flujo de gases y líquidos, y toma la siguiente forma:

$$q_{gr} = 0.001127 \frac{A k dp}{\mu_g dr} \dots \dots \dots [2.44]$$

sustituyendo la **Ec. 2.44** en la **Ec. 2.1**:

$$q_{gr} = 0.001127 \frac{(2\pi r h) k dp}{\mu_g dr} \dots \dots \dots [2.45]$$

expresando q_{gr} [bl/día] como Q_g [pie³/día], con:

$$Q_g \left[\frac{\text{pie}^3}{\text{día}} \right] = \frac{q_{gr} \left[\frac{\text{bl}}{\text{día}} \right]}{B_g \left[\frac{\text{bl}}{\text{pie}^3} \right]} \dots \dots \dots [2.46]$$

donde:

$$B_g = \frac{p_{sc}}{5.1615 T_{sc}} \frac{Z T}{p} \left[\frac{\text{bl}}{\text{pie}^3} \right] \dots \dots \dots [2.47]$$

sustituyendo la **Ec. 2.47** en la **Ec. 2.46**:

$$q_{gr} = \left(\frac{p_{sc}}{5.1615T_{sc}} \right) \left(\frac{ZT}{p} \right) Q_g \dots \dots \dots [2.48]$$

combinando las **Ecs. 2.45 y 2.49**:

$$0.001127 \frac{(2\pi rh)k dp}{\mu_g} = \left(\frac{p_{sc}}{5.1615T_{sc}} \right) \left(\frac{ZT}{p} \right) Q_g \dots \dots \dots [2.49]$$

asumiendo que $p_{sc} = 14.7 \text{ [lb}_f/\text{pg}^2]$ y $T_{sc} = 520 \text{ [}^\circ\text{R]}$:

$$\frac{rhk dp}{\mu_g} = 0.7032 \left(\frac{ZT}{2p} \right) Q_g \dots \dots \dots [2.50]$$

obteniendo el término $\frac{2p}{\mu_g Z}$:

$$\left(\frac{TQ_g}{kh} \right) \frac{dr}{r} = 0.7032 \left(\frac{2p}{\mu_g Z} \right) dp \dots \dots \dots [2.51]$$

Separando variables e integrando en el intervalo de radios $[r_w, r]$:

$$\int_{r_w}^r \left(\frac{TQ_g}{kh} \right) \frac{dr}{r} = 0.7032 \int_{p_{wfp}}^p \left(\frac{2p}{\mu_g Z} \right) dp \dots \dots \dots [2.52]$$

Se asume flujo en estado estacionario para la **Ec. 2.52**, con Q_g , k y h constantes:

$$\left(\frac{TQ_g}{kh} \right) \ln \left(\frac{r}{r_w} \right) = 0.7032 \int_{p_{wfp}}^p \left(\frac{2p}{\mu_g Z} \right) dp \dots \dots \dots [2.53]$$

el término $\int_{p_{wfp}}^p \left(\frac{2p}{\mu_g Z} \right) dp$ puede ser expresado de la siguiente forma:

$$\int_{p_{wfp}}^p \left(\frac{2p}{\mu_g Z} \right) dp = \int_0^p \left(\frac{2p}{\mu_g Z} \right) dp - \int_0^{p_{wfp}} \left(\frac{2p}{\mu_g Z} \right) dp \dots \dots \dots [2.54]$$

reemplazando el intervalo de integración de $[p_{wfp}, p]$ por su forma extendida, **Ec. 2.54** en la **Ec. 2.53**:

$$\left(\frac{TQ_g}{kh} \right) \ln \left(\frac{r}{r_w} \right) = 0.7032 \left(\int_0^p \left(\frac{2p}{\mu_g Z} \right) dp - \int_0^{p_{wfp}} \left(\frac{2p}{\mu_g Z} \right) dp \right) \dots \dots \dots [2.55]$$

La integral $\int_0^p \left(\frac{2p}{\mu_g Z} \right) dp$, es llamada “pseudopotencial real del gas” o “pseudopresión real del gas” y se representa por $m(p)$ o ψ :

$$m(p) = \psi = \int_0^{p_{wfp}} \left(\frac{2p}{\mu_g Z} \right) dp \dots \dots \dots [2.56]$$

La Ec. 2.56 puede escribirse en función de los pseudopotenciales del gas:

$$\left(\frac{TQ_g}{kh}\right) \ln\left(\frac{r}{r_w}\right) = 0.7032(\psi - \psi_w) \dots \dots \dots [2.57]$$

despejando el pseudopotencial en un punto cualquiera del yacimiento ψ :

$$\psi = \psi_w + 1.422 \left(\frac{TQ_g}{kh}\right) \ln\left(\frac{r}{r_w}\right) \dots \dots \dots [2.58]$$

La grafica ψ vs. $\ln\left(\frac{r}{r_w}\right)$ de la Ec. 2.58, proyecta una recta con $m = \frac{1.422TQ_g}{kh}$ y $b = \psi_w$, como lo muestra la Fig. 15:

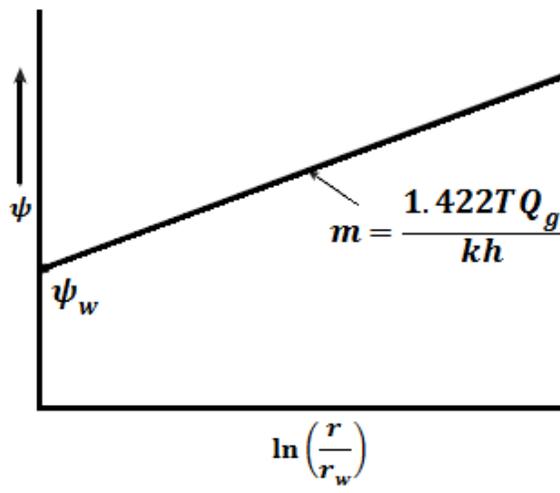


Figura 15 Gráfica de ψ vs. $\ln\left(\frac{r}{r_w}\right)$ (AHMED, 2005).

donde el gasto de gas está expresado por:

$$Q_g = \frac{0.703kh(\psi - \psi_w)}{T \ln\left(\frac{r}{r_w}\right)} \dots \dots \dots [2.59]$$

caso particular cuando $r = r_e$:

$$Q_g = \frac{0.703kh(\psi_e - \psi_w)}{T \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} \dots \dots \dots [2.60]$$

El gasto de gas es expresado en miles pie³/día:

$$Q_g = \frac{kh(\psi_e - \psi_w)}{1422T \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} \dots \dots \dots [2.61]$$

Considerando la presión promedio del yacimiento p_r , para $r = 0.61r_e$:

$$Q_g = \frac{kh(\psi_e - \psi_w)}{1422T \left(\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{1}{2} \right)} \dots \dots \dots [2.62]$$

Los valores de $\frac{2p}{\mu_g Z}$ son calculados para diferentes valores de presión p; se grafica $\frac{2p}{\mu_g Z}$ vs. p en escala cartesiana y el área bajo la curva proyectada es calculada numéricamente o gráficamente; el área bajo la curva de p = 0 a cualquier punto de presión p, representa el valor de ψ a dicha presión p.

Ejemplo 7 El Pozo “217” del Campo de Gas “F. I.” tiene un radio de 0.3 pie y produce con una presión de fondo fluyendo estabilizada de 3600 lb_f/pg². Se disponen de los siguientes datos:

k=65[mD] p_e=4400[lb_f/pg²] h=15[pie] r_e=1000[pie] T=600[°R]

Calcular el gasto de gas en miles pie³/día.

Los datos PVT de μ_g y Z se presentan a continuación:

p [$\frac{lb_f}{pg^2}$]	μ [cp]	Z
0	0.0127	1
400	0.01286	0.937
800	0.0139	0.882
1200	0.0153	0.832
1600	0.0168	0.794
2000	0.0184	0.77
2400	0.0201	0.763
2800	0.0217	0.775
3200	0.0234	0.797
3600	0.025	0.827
4000	0.0266	0.86
4400	0.02831	0.896

Tabla 3 Propiedades del gas en función de la presión, ej. 7.

Solución:

Paso1) Calcular el término $\frac{2p}{\mu_g Z}$, para cada valor de presión:

$p \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$	$\mu[\text{cp}]$	Z	$\frac{2p \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} / \text{cp} \right]}{\mu Z}$
0	0.0127	1	0
400	0.01286	0.937	66391.0332
800	0.0139	0.882	130507.839
1200	0.0153	0.832	188536.953
1600	0.0168	0.794	239894.446
2000	0.0184	0.77	282326.369
2400	0.0201	0.763	312989.23
2800	0.0217	0.775	332986.472
3200	0.0234	0.797	343167.219
3600	0.025	0.827	348246.675
4000	0.0266	0.86	349711.488
4400	0.02831	0.896	346924.358

Tabla 4 Cálculo de $\frac{2p}{\mu_g Z}$, ej. 7.

Paso 2) Graficar $\frac{2p}{\mu_g Z}$ vs. p, **Fig. 16:**

Paso 3) Calcular numéricamente el área bajo la curva que proyecta $\frac{2p}{\mu_g Z}$ vs. p, **Tabla 5:**

Pof [psi]	Mu [cp]	Z	Pseudopotencial [psi ² /cp]
399	0.0128796	0.9372	12963846.0
799	0.0138974	0.8821	52295432.0
1199	0.0152965	0.8321	116131824.0
1599	0.0167962	0.7941	201864032.0
1999	0.0183960	0.7701	306387264.0
2399	0.0200957	0.7630	425564032.0
2799	0.0216960	0.7750	554886336.0
3199	0.0233957	0.7969	690224384.0
3599	0.0249960	0.8269	828593152.0
3999	0.0265960	0.8599	968249472.0
4020	0.0266812	0.8617	968249472.0
4399	0.0283057	0.8959	1107619328.0

Press any key to continue

Tabla 5 Cálculo del pseudopotencial, ej. 7.

para cada valor de presión p, las áreas pertenecen al valor de la pseudopresión del gas ψ , a su respectiva presión p.

Paso 4) Los valores de $\int_0^p \left(\frac{2p}{\mu_g Z} \right) dp$ se presentan graficados en la **Fig.16:**

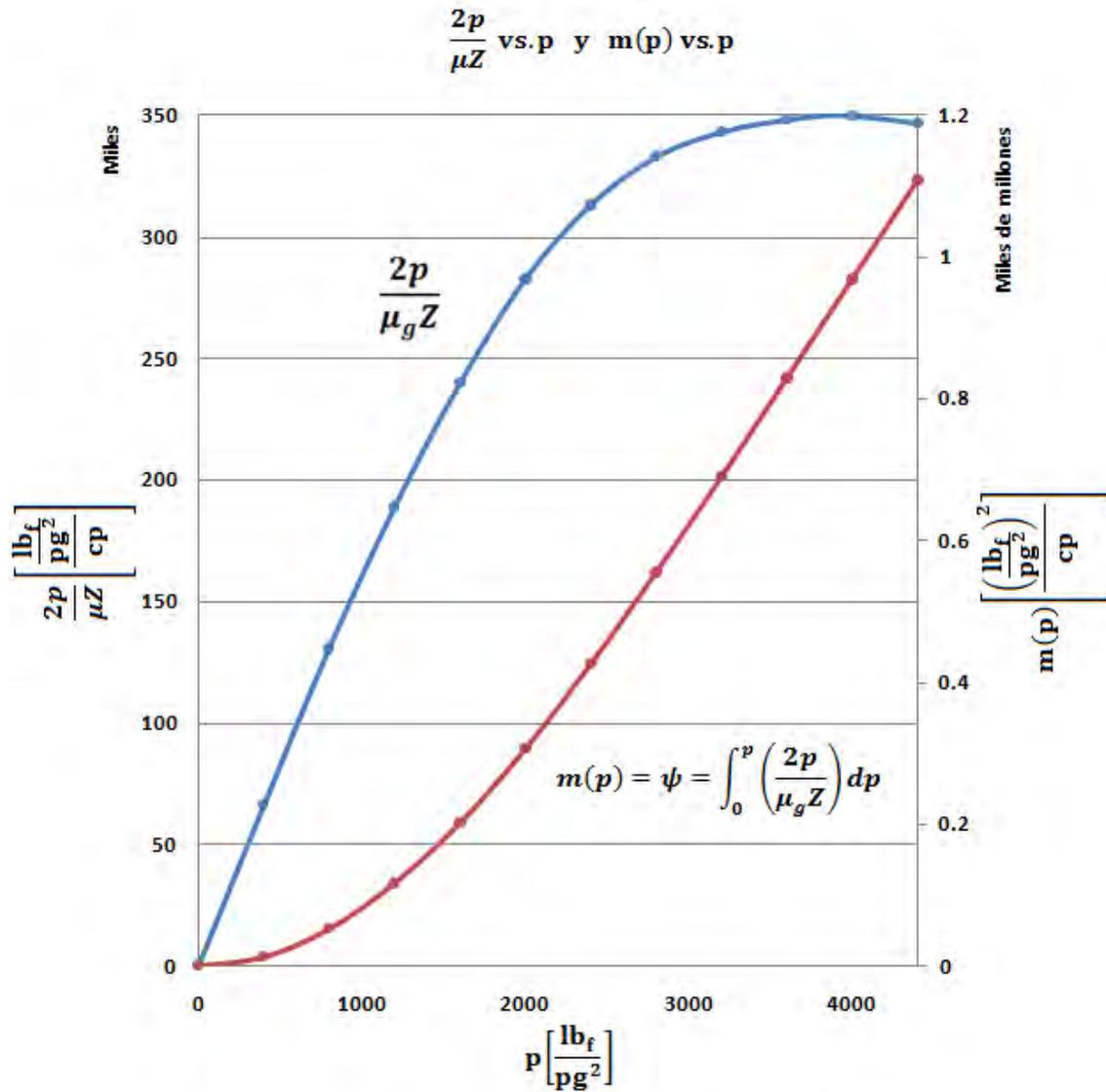


Fig. 16 Gráfica $\frac{2p}{\mu Z}$ vs. p y m(p) vs. p, ej. 7.

Paso 5) Calcular el gasto de gas aplicando la Ec. 2.60:

$$p_w = 3600 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right] \text{ el pseudopotencial } \psi_w = 828 \times 10^6 \left[\frac{\left(\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right)^2}{\text{cp}} \right]$$

$$p_w = 4400 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right] \text{ el pseudopotencial } \psi_e = 1107 \times 10^6 \left[\frac{\left(\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right)^2}{\text{cp}} \right]$$

$$Q_g = \frac{0.703kh(\psi_e - \psi_w)}{T \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} = \frac{0.703(65)(15)(1107 \times 10^6 - 828 \times 10^6)}{(600) \ln\left(\frac{1000}{0.25}\right)} = 38.4278 \left[\frac{\text{miles pie}^3}{\text{día}} \right]$$

Para el uso del método de la presión cuadrática \bar{p}^2 , el término $\frac{2p}{\mu_g Z}$ se considera constante en la **Ec. 2.61**, integrando en el intervalo de radios: $[r_{wf}, r_e]$, a sus respectivas presiones $[p_{wf}, p_e]$:

$$Q_g = \frac{kh(p_e^2 - p_{wf}^2)}{1422T(\mu_g Z)_{avg} \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} \dots \dots \dots [2.63]$$

El término $(\mu_g Z)_{avg}$ es evaluado a una presión \bar{p}^2 .

Ejemplo 8 Usando los datos proporcionados en el **ej. 7**, obtener el gasto de gas usando el método de la presión cuadrática \bar{p}^2 y comparar con el método $m(p)$:

Solución:

Paso 1) Calcular la presión cuadrática \bar{p}^2 :

$$\bar{p} = \sqrt{\frac{p_{wf}^2 + p_e^2}{2}} = \sqrt{\frac{(4400)^2 + (3600)^2}{2}} = 4020 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$$

Paso 2) Calcular las propiedades del gas μ_g y Z @ $\bar{p} = 4020 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$:

P_{wf} [psi]	μ [cp]	Z
399	0.0128796	0.9372
799	0.0138974	0.8821
1199	0.0152965	0.8321
1599	0.0167962	0.7941
1999	0.0183960	0.7701
2399	0.0200957	0.7630
2799	0.0216960	0.7750
3199	0.0233957	0.7969
3599	0.0249960	0.8269
3999	0.0265960	0.8599
4020	0.0266812	0.8617
4377	0.0283057	0.8757

Press any key to continue

Tabla 6 Cálculo de μ_g y Z @ $\bar{p} = 4020 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$, ej.-8.

$\mu_g = 0.0266812$ [cp] y $Z = 0.8617$

Paso 3) Con la **Ec. 2.63**, obtener Q_g :

$$Q_g = \frac{kh(p_e^2 - p_{wf}^2)}{1422T(\mu_g Z)_{avg} \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} = \frac{(65)(15)((4400)^2 - (3600)^2)}{1422(600)(0.0266812)(0.8617) \ln\left(\frac{1000}{0.25}\right)} = 38.3407 \left[\frac{\text{millones pie}^3}{\text{día}} \right]$$

Paso 4) Los resultados que proporcionan los métodos $m(p)$ y \bar{p}^2 son muy similares, debido a la aplicabilidad de los métodos en el rango de presión.

2.2.7.-Flujo multifásico de fluidos en geometría de flujo radial

Cuando diferentes fases de un fluido o diferentes fluidos están en movimiento, debe de hacerse referencia al concepto de permeabilidad relativa para cada fase y considerarse en la **Ec. 2.5**. Para un sistema radial la **Ec. 2.5** debe de aplicarse a cada fase.

Para la fase aceite:

$$q_o = 0.001127 \frac{(2\pi rh)}{\mu_o} k_o \frac{dp}{dr} \dots \dots \dots [2.64]$$

Para la fase agua:

$$q_w = 0.001127 \frac{(2\pi rh)}{\mu_w} k_w \frac{dp}{dr} \dots \dots \dots [2.65]$$

Para la fase gas:

$$q_g = 0.001127 \frac{(2\pi rh)}{\mu_g} k_g \frac{dp}{dr} \dots \dots \dots [2.66]$$

La permeabilidad efectiva puede ser expresada en términos de la permeabilidad relativa y de la permeabilidad absoluta.

Para la permeabilidad al aceite:

$$k_o = k_{or}k \dots \dots \dots [2.67]$$

Para la permeabilidad al agua:

$$k_w = k_{wr}k \dots \dots \dots [2.68]$$

Para la permeabilidad al gas:

$$k_g = k_{gr}k \dots \dots \dots [2.69]$$

Para la fase aceite, sustituir las **Ecs. 2.64 y 2.67**, en la **Ec. 2.5**:

$$Q_o = 0.00708(rhk) \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right) \frac{dp}{dr} \dots \dots \dots [2.70]$$

Para la fase agua, sustituir las **Ecs. 2.65 y 2.68**, en la **Ec. 2.5**:

$$Q_w = 0.00708(rhk) \left(\frac{k_{rw}}{\mu_w B_w} \right) \frac{dp}{dr} \dots \dots \dots [2.71]$$

Para la fase gas, sustituir las Ecs. 2.66 y 2.69, en la Ec. 2.5:

$$Q_g = 0.00708(rhk) \left(\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} \right) \frac{dp}{dr} \dots \dots \dots [2.72]$$

Integrando de la Ec. 2.34 a la Ec. 2.35:

Para la fase aceite:

$$Q_o = 0.00708 \frac{(hk)(k_{ro})(p_e - p_{wf})}{\mu_o B_o \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right)} \dots \dots \dots [2.73]$$

Para la fase agua:

$$Q_o = 0.00708 \frac{(hk)(k_{rw})(p_e - p_{wf})}{\mu_w B_w \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right)} \dots \dots \dots [2.74]$$

Para la fase gas B_g es expresado por:

$$B_g = \frac{p_{sc}}{5.1615 T_{sc}} \left(\frac{ZT}{p} \right) = \left(\frac{14.7}{5.1615(520)} \right) \left(\frac{ZT}{p} \right) = 0.00547 \left(\frac{ZT}{p} \right) \left[\frac{bl_g @ c.y.}{pie^3 @ c.s.} \right] \dots \dots \dots [2.75]$$

y el gasto de gas en términos de los pseudopotenciales es:

$$Q_g = \frac{(hk)(k_{rg})(\psi_e - \psi_w)}{1422T \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right)} \dots \dots \dots [2.76]$$

o en términos de la diferencia del cuadrado de presiones:

$$Q_g = \frac{(hk)(k_{rg})(p_e^2 - p_{wf}^2)}{1422 \left(\mu_g Z \right)_{avg} T \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right)} \dots \dots \dots [2.77]$$

En muchos cálculos numéricos en ingeniería petrolera es conveniente expresar el gasto de una fase como una relación con alguna otra; dos relaciones de flujo importantes son: la relación agua-aceite instantánea (water-oil ratio, WOR) y la relación gas-aceite instantánea (gas-oil ratio, GOR); la Ec. 2.5 puede utilizarse para determinar ambas relaciones.

La relación agua aceite es definida como la relación del gasto de agua producido sobre el gasto de aceite producido:

$$WOR = \frac{Q_w}{Q_o} \dots \dots \dots [2.78]$$

Sustituyendo las Ecs. 2.70 y 2.71 en la Ec. 2.78:

$$\frac{Q_w}{Q_o} = \frac{0.00708(rhk) \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right) \frac{dp}{dr}}{0.00708(rhk) \left(\frac{k_{rw}}{\mu_w B_w} \right) \frac{dp}{dr}} = \left(\frac{k_{ro}}{k_{rw}} \right) \left(\frac{\mu_w B_w}{\mu_o B_o} \right) \dots \dots \dots [2.79]$$

simplificando la **Ec. 2.79**:

$$WOR = \left(\frac{k_{ro}}{k_{rw}} \right) \left(\frac{\mu_w B_w}{\mu_o B_o} \right) \dots \dots \dots [2.80]$$

La relación gas-aceite instantánea se define como el total de gasto de gas producido (gas libre y en solución) sobre el gasto de aceite producido:

$$GOR = \frac{Q_o R_s - Q_g}{Q_o} \dots \dots \dots [2.81]$$

ó:

$$GOR = R_s + \frac{Q_g}{Q_o} \dots \dots \dots [2.82]$$

sustituyendo las **Ecs. 2.70 y 2.72** en la **Ec.2.82**:

$$GOR = R_s + \frac{Q_g}{Q_o} = R_s + \left(\frac{k_{rg}}{k_{ro}} \right) \left(\frac{\mu_o B_o}{\mu_g B_g} \right) \dots \dots \dots [2.83]$$

$$GOR = R_s + \left(\frac{k_{rg}}{k_{ro}} \right) \left(\frac{\mu_o B_o}{\mu_g B_g} \right) \dots \dots \dots [2.84]$$

2.3.-Flujo de Fluidos en Estado Transitorio

La **Fig. 17a** presenta un pozo cerrado que se encuentra en un yacimiento circular y homogéneo de radio r_e , con a una presión inicial uniforme p_i en todo el yacimiento a un tiempo de producción cero; si el pozo es abierto a producción a gasto constante q , se creará un disturbio de presión en la vecindad del pozo y la presión en el fondo del pozo fluyendo p_{wf} , tendrá una disminución instantánea y el disturbio de presión se dirigirá hacia el interior del yacimiento.

La **Fig. 17b** muestra que a un tiempo t_1 , el disturbio de presión llega a una distancia r_1 en el interior del yacimiento; se observa que el disturbio de presión incrementa con el tiempo, la distancia de avance que alcanza el disturbio de presión es llamada radio de investigación y se refiere a él como r_{inv} ; mientras el radio de investigación no alcance las fronteras externas del yacimiento (r_e), el yacimiento tendrá un comportamiento como si el radio del yacimiento tendiera a infinito ($r_e \rightarrow \infty$), debido a que el disturbio de presión no es afectado por las fronteras externas del yacimiento.

La **Fig. 17c** ilustra esquemáticamente la propagación del disturbio de presión con respecto al tiempo t , cuando se explota el pozo a p_{wf} constante.

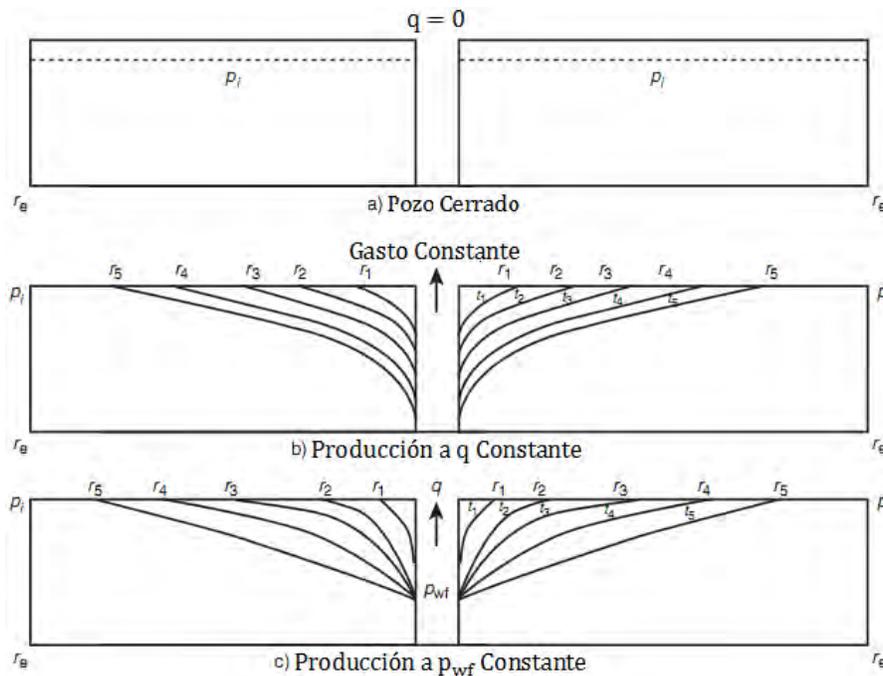


Fig. 17 Distribución de presión en el interior de un yacimiento en estado de flujo transitorio (AHMED, 2005).

El flujo en estado transitorio se define como el periodo de tiempo durante el cual las fronteras del yacimiento no surten efectos sobre los disturbios de presión en el yacimiento.

Para las condiciones de flujo en estado estacionario, la cantidad de fluido que sale del sistema, es la misma que la que entra a él; para condiciones de flujo en estado transitorio considerar un elemento diferencial de volumen, del medio poroso, en el cual la cantidad de fluido que sale, no es la misma cantidad que entra; acorde a esto, la cantidad de fluido que contiene el elemento diferencial de volumen, del medio poroso, no será la misma conforme pase el tiempo.

La formulación de las ecuaciones de flujo en estado transitorio, son una combinación de tres ecuaciones independientes y un conjunto específico de condiciones iniciales y finales:

Ecuación de continuidad: Es una ecuación de balance de materia que contabiliza la masa de fluido producido, inyectado o remanente en el yacimiento.

Ecuación de transporte: Describe los fluidos en movimiento, los gastos dentro y fuera del yacimiento; comúnmente la ecuación de transporte es la ecuación de Darcy en su forma diferencial.

Ecuación de compresibilidad: Se debe de expresar en función del volumen o de la densidad de los fluidos analizados y es función de la presión a la cual son expuestos.

Condición inicial y condiciones de frontera: Se debe tener dos condiciones de frontera del yacimiento (una interna y otra externa) y una condición inicial.

Las condiciones de frontera son: 1) La formación productora se explota a un gasto constante y 2) No existe flujo lateral, hacia arriba o abajo de la formación productora y el régimen de flujo se asume en estado transitorio.

Para la condición inicial, el yacimiento tiene una presión uniforme de yacimiento, para cuando comience su producción a un tiempo cero $t = 0$.

Analizando el elemento diferencial de flujo **Fig. 18**:

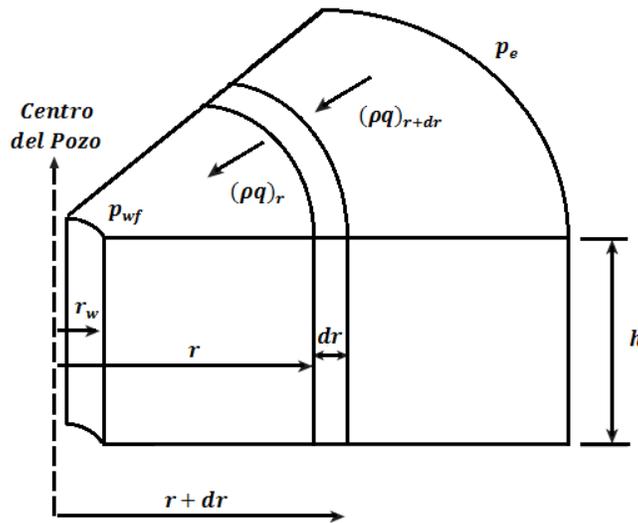


Fig. 18 Elemento diferencial de volumen para flujo radial (AHMED, 2005).

Dicho elemento tiene un espesor diferencial dr , se localiza a una distancia r del centro del pozo productor y tiene una diferencial de volumen dV . Acorde a la ecuación de balance de materia: el flujo másico que entra al elemento, menos el flujo másico que sale del mismo a una diferencial de tiempo Δt , debe de ser igual al ritmo de acumulación de masa en el interior del elemento:

$$\left[\begin{array}{l} \text{Gasto másico entrando} \\ \text{al elemento diferencial} \\ \text{de volumen durante un} \\ \text{intervalo de tiempo } \Delta t. \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{Gasto másico saliendo} \\ \text{del elemento diferencial} \\ \text{de volumen durante un} \\ \text{intervalo de tiempo } \Delta t. \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Ritmo de acumulación} \\ \text{de masa al interior del} \\ \text{elemento diferencial} \\ \text{de volumen durante un} \\ \text{intervalo de tiempo } \Delta t. \end{array} \right] \dots \dots \dots [2.85]$$

A continuación se describe cada término de la **Ec. 2.85**:

-Masa que entra al elemento diferencial de volumen en el intervalo de tiempo Δt :

$$[\text{Masa}]_{\text{entrando}} = \Delta t [Av\rho]_{r+dr} \dots \dots \dots [2.86]$$

el área transversal al flujo de los fluidos a la entrada del elemento diferencial de volumen a una distancia (r + dr) es:

$$A_{r+dr} = 2\pi(r + dr)h \dots\dots\dots [2.87]$$

combinando las **Ecs. 2.87 y 2.86**:

$$[Masa]_{entrando} = 2\pi\Delta t(r + dr)h[v\rho]_{r+dr} \dots\dots\dots [2.88]$$

-Masa que sale del elemento diferencial de volumen en el intervalo de tiempo Δt:

Procediendo de forma similar a la anterior, para el análisis de masa que sale del elemento diferencial de volumen:

$$[Masa]_{saliendo} = 2\pi\Delta t r h [v\rho]_r \dots\dots\dots [2.89]$$

-Acumulación de masa en el elemento diferencial de volumen en el intervalo de tiempo Δt:

El volumen para el elemento de análisis a un radio r está dado por:

$$V = \pi r^2 h \dots\dots\dots [2.90]$$

diferenciando la ecuación anterior con respecto al radio r:

$$\frac{dV}{dr} = 2\pi r h \dots\dots\dots [2.91]$$

ó:

$$dV = (2\pi r h) dr \dots\dots\dots [2.92]$$

el término de acumulación de masa total durante el tiempo Δt, es:

$$\left[\begin{matrix} \text{Acumulación de masa total} \\ \text{durante el tiempo } \Delta t \end{matrix} \right] = dV[(\phi\rho)_{t+\Delta t} - (\phi\rho)_t] \dots\dots\dots [2.93]$$

y sustituyendo dV:

$$\left[\begin{matrix} \text{Acumulación de masa total} \\ \text{durante el tiempo } \Delta t \end{matrix} \right] = (2\pi r h) dr [(\phi\rho)_{t+\Delta t} - (\phi\rho)_t] \dots\dots\dots [2.94]$$

sustituyendo cada término desarrollado de la **Ec. 2.85**:

$$2\pi\Delta t(r + dr)h[v\rho]_{r+dr} - 2\pi\Delta t r h [v\rho]_r = (2\pi r h) dr [(\phi\rho)_{t+\Delta t} - (\phi\rho)_t] \dots\dots\dots [2.95]$$

dividir entre (2πrh)dr, reordenar términos y simplificar:

$$[(r + dr)(v\rho)_{r+dr} - r(v\rho)_r] = \frac{1}{\Delta t} [(\phi\rho)_{t+\Delta t} - (\phi\rho)_t] \dots\dots\dots [2.96]$$

de forma diferencial:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r(v\rho)] = \frac{\partial}{\partial t} (\phi\rho) \dots\dots\dots [2.97]$$

La **Ec. 2.97** es llamada la ecuación de continuidad y representa el principio de conservación de masa en coordenadas radiales.

La ecuación de transporte deberá de ser introducida definiendo la velocidad del fluido en función del gradiente de presión en el volumen de control dV ; la ecuación de Darcy es la ecuación básica de movimiento que menciona que la velocidad de un fluido en movimiento en un medio poroso y permeable es directamente proporcional al gradiente de presión $\frac{\partial p}{\partial r}$; introduciendo el factor de conversión de unidades en la **Ec. 2.24**, para que la velocidad v se exprese en pie/día:

$$v = (5.0615)(0.001127) \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \dots\dots\dots [2.98]$$

simplificando:

$$v = (0.006328) \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \dots\dots\dots [2.99]$$

sustituyendo la **Ecs. 2.99** en la **Ec. 2.97**:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(0.006328 \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \rho \right) \right] = \frac{\partial}{\partial t} (\phi\rho) \dots\dots\dots [2.100]$$

reordenando términos:

$$\frac{0.006328}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{k}{\mu} (r\rho) \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi\rho) \dots\dots\dots [2.101]$$

desarrollando la derivada:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi\rho) = \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \dots\dots\dots [2.102]$$

La porosidad y la compresibilidad de la formación tienen la siguiente relación:

$$c_f = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p} \dots\dots\dots [2.103]$$

aplicando la regla de la cadena con respecto al tiempo al término $\frac{\partial \phi}{\partial p}$:

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = \frac{\partial \phi}{\partial p} \frac{\partial t}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial p} \dots\dots\dots [2.104]$$

despejando $\frac{\partial \phi}{\partial t}$:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots [2.105]$$

La siguiente expresión relaciona la compresibilidad de la formación y la porosidad:

$$c_f = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p} \dots \dots \dots [2.106]$$

ó:

$$c_f \phi = \frac{\partial \phi}{\partial p} \dots \dots \dots [2.107]$$

sustituyendo la **Ec. 2.107** en la **Ec. 2.105**:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = c_f \phi \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots [2.108]$$

finalmente sustituyendo la **Ec. 2.108** en la **Ec.2.102**:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) = \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho c_f \phi \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots [2.109]$$

por último, sustituyendo la **Ec. 2.109** en la **Ec. 2.101**:

$$\frac{0.006328}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{k}{\mu} (r\rho) \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \phi c_f \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots [2.110]$$

La **Ec. 2.110** es una ecuación diferencial parcial, que describe el flujo de cualquier fluido fluyendo en un medio poroso y permeable con geometría de flujo radial; cuando se asume que el flujo es laminar, la ecuación es aplicable tanto a gases como a líquidos; sin embargo, los fluidos compresibles y ligeramente compresibles deberán ser tratados por separado con sus respectivos desarrollos de ecuaciones.

2.3.1.-Flujo de Fluidos Ligeramente Compresibles en Geometría de Flujo Radial

2.3.1.1.-Ecuación de difusión

La simplificación de la **Ec. 2.110** asume que la permeabilidad del yacimiento y la viscosidad del fluido, son constantes en los rangos de presión, tiempo y distancia:

$$\frac{0.006328 k}{r \mu} \frac{\partial}{\partial r} \left((r\rho) \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \phi c_f \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots [2.111]$$

diferenciando:

$$0.006328 \frac{k}{\mu} \left(\frac{\rho}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial \rho}{\partial r} + \rho \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right) = \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \phi c_f \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots [2.112]$$

aplicando la regla de la cadena:

$$0.006328 \frac{k}{\mu} \left(\frac{\rho}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 \frac{\partial \rho}{\partial r} + \rho \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right) = \phi \frac{\partial p}{\partial t} \frac{\partial \rho}{\partial p} + \rho \phi c_f \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots [2.113]$$

dividiendo entre la densidad del fluido ρ :

$$0.006328 \frac{k}{\mu} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right) = \frac{\phi}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} \frac{\partial \rho}{\partial p} + \phi c_f \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots [2.114]$$

reordenando términos:

$$0.006328 \frac{k}{\mu} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right) = \phi \frac{\partial p}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} \right) + \phi c_f \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots [2.115]$$

sustituir la **Ec. 1.2** en la **Ec. 2.115**:

$$0.006328 \frac{k}{\mu} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + c \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right) = \phi (c_f + c) \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots [2.116]$$

El término $c \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2$ es considerado muy pequeño y se desprecia:

$$0.006328 \frac{k}{\mu} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right) = \phi (c_f + c) \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots [2.117]$$

la compresibilidad total c_t se define como:

$$c_t = c_f + c \dots \dots \dots [2.118]$$

Sustituyendo la **Ec. 2.118** en la **Ec. 2.117**, reordenando términos:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_t}{0.006328 k} \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots [2.119]$$

La **Ec. 2.119** es llamada la ecuación de difusión y es particularmente usada en el análisis de registros de pruebas de presión. Expresando el tiempo en horas:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_t}{0.0002637 k} \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots [2.120]$$

Para casos prácticos, cuando el yacimiento contiene más de un fluido, la compresibilidad total del sistema c_t debe ser considerada de la siguiente forma:

$$c_t = c_o S_o + c_w S_w + c_g S_g \dots \dots \dots [2.121]$$

La suposición, hecha en la **Ec. 2.121**, no considera la utilización de las aplicaciones del flujomultifásico; el uso de c_t , en la **Ec. 2.120**, simplifica el cálculo de la compresibilidad de algún fluido inmóvil en el yacimiento que coexiste junto los fluidos en movimiento.

El término $\frac{0.0002637k}{\phi\mu c_t}$ es llamado la constante de difusión del medio y es denotado por η :

$$\eta = \frac{0.0002637k}{\phi\mu c_t} \dots \dots \dots [2.122]$$

La ecuación de difusión puede ser reescrita así:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial^2 r} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots [2.123]$$

La ecuación de difusión es diseñada para determinar la presión p como una función del tiempo t a una posición r .

Para condiciones de flujo en estado estacionario, la presión en cualquier punto del yacimiento es constante y no cambiará con respecto al tiempo, reduciéndose la **Ec. 2.64**:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial^2 r} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \dots \dots \dots [2.124]$$

La **Ec. 2.124** es llamada la ecuación de Laplace para flujo en estado estacionario.

Ejemplo 9 Demostrar que la ecuación de Darcy en forma radial es una solución a la ecuación de Laplace.

Solución:

Paso 1) La ley de Darcy es expresada por la **Ec. 2.33** como:

$$p = p_{wf} + \frac{Q_o B_o \mu_o}{0.00708kh} \ln\left(\frac{r}{r_w}\right)$$

Paso 2) Agrupando los términos constantes en la literal C:

$$p = p_{wf} + C \ln\left(\frac{r}{r_w}\right)$$

Paso 3) Obtener $\frac{\partial p}{\partial r}$ y $\frac{\partial^2 p}{\partial^2 r}$:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{C}{r}$$

y

$$\frac{\partial^2 p}{\partial^2 r} = -\frac{C}{r^2}$$

Paso 4) Sustituir $\frac{\partial p}{\partial r}$ y $\frac{\partial^2 p}{\partial^2 r}$ en la **Ec. 2.124**:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial^2 r} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{C}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{C}{r} = -\frac{C}{r^2} + \frac{C}{r^2} = 0$$

Paso 5) La ecuación de Darcy en coordenadas radiales satisface la ecuación de Laplace.

Para obtener la solución, a la ecuación de difusión, será necesario especificar una condición inicial y dos condiciones de frontera; para la condición inicial se tiene una presión inicial p_i uniforme en todo el yacimiento para cuando comienza la producción y las condiciones de frontera son: el yacimiento produzca a un gasto constante en régimen de flujo transitorio y no exista flujo exterior en el sistema.

Para las condiciones de frontera impuestas en la **Ec. 2.124**, existen dos soluciones generalizadas para la ecuación de difusión: solución a presión constante y solución a gasto constante.

2.3.1.1.1.-Solución a la ecuación de difusión para la condición: presión constante

Para esta condición, se debe de considerar un radio en particular para que la presión sea constante en ese punto, los perfiles de presión alrededor del pozo son determinados como una función del tiempo. La solución está diseñada para dar la cantidad de fluido acumulativo que ha atravesado por la frontera (radio seleccionado).

La solución a presión constante es ampliamente usada para casos en los cuales se inyecta un fluido al yacimiento para proveerlo de energía externa (Recuperación Secundaria).

2.3.1.1.2.-Solución a la ecuación de difusión para la condición: gasto constante

Esta solución es una de las técnicas más utilizadas en el análisis de pruebas de presión en estado transitorio, muchas de estas pruebas involucran que el pozo esté produciendo a gasto constante para registrar la presión en función del tiempo $p(r_w, t)$. Hay dos formas comunes a la solución a gasto constante: la solución E_i (solución exponencial o de fuente lineal) y la solución presión adimensional p_D .

2.3.1.1.2.1.-Función solución E_i

Matthews y Russell (1967) proponen la siguiente solución a la ecuación de difusión para régimen en estado transitorio ($r_e \rightarrow \infty$):

$$p(r, t) = p_i + \frac{70.6Q_o B_o \mu_o}{kh} E_i \left(\frac{-948\phi \mu c_t r^2}{kt} \right) \dots \dots \dots [2.125]$$

La función matemática E_i es llamada la integral exponencial y es definida como:

$$E_i(-x) = - \int_x^\infty \frac{e^{-u}}{u} du = 1 - \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2(2!)} - \frac{x^3}{3(3!)} + \dots \dots \dots [2.126]$$

La **Tabla 7** y la **Fig. 19** presentan los valores de la función E_i tabulados y graficados, respectivamente.

La función solución E_i se le conoce como la ecuación de fuente lineal. La integral exponencial E_i se puede aproximar por la siguiente ecuación cuando el argumento $x < 0.1$:

$$E_i(-x) = \ln(1.781x) \dots \dots \dots [2.127]$$

donde el argumento x está dado por:

$$x = \frac{948\phi\mu c_t r^2}{kt} \dots \dots \dots [2.128]$$

La **Ec. 2.127** aproxima a la función E_i con un error menor al 0.25 %.

Para aproximar la función E_i en el intervalo de $0.02 < x < 3.0$, se usa:

$$E_i(-x) = a_1 + a_2 \ln(x) + a_3 (\ln(x))^2 + a_4 (\ln(x))^3 + a_5 x + a_6 x^2 + a_7 x^3 + \frac{a_8}{x} \dots \dots \dots [2.129]$$

Los valores de los coeficientes (de a_1 hasta a_8) de la **Ec. 2.129** son:

$$\begin{aligned} a_1 &= -0.33153973 & a_3 &= 0.0522123384 & a_5 &= 0.66231845 & a_7 &= 0.010832566 \\ a_2 &= -0.81512322 & a_4 &= 0.0059849819 & a_6 &= -0.12333524 & a_8 &= 0.00086709776 \end{aligned}$$

La **Ec. 2.69** aproxima la función E_i con un error promedio de 0.5%.

Para cálculos donde $x > 10$, E_i puede considerarse cero.

Ejemplo 10 El Pozo “Ajusco”, produce aceite a un gasto constante de 300 bl_o@ c. s./día bajo condiciones de flujo en estado transitorio. El aceite producido y el yacimiento tienen las siguientes propiedades:

$$B_o = 1.25[\text{bl}_o @ c. y. / \text{bl}_o @ c. s.] \quad k = 60[\text{mD}] \quad \phi = 15[\%] \quad \mu = 1.5[\text{cp}] \quad h = 15[\text{pie}]$$

$$c_t = 12 \times 10^{-6} [\text{lb}_f / \text{pg}^2]^{-1} \quad r_w = 0.25[\text{pie}] \quad p_i = 4000 [\text{lb}_f / \text{pg}^2]$$

1.-Calcular la presión para los siguientes radios: 0.25, 5, 10, 50, 100, 500, 1000, 1500, 2000 y 2500 pie para $t = 1$ [hr]; graficar los resultados como:

- a) p vs. r
- b) p vs. $\log(r)$

x	-E(-x)	x	-E(-x)	x	-E(-x)
0.1	1.82292	3.5	0.00697	6.9	0.00013
0.2	1.22265	3.6	0.00616	7.0	0.00012
0.3	0.90568	3.7	0.00545	7.1	0.00010
0.4	0.70238	3.8	0.00482	7.2	0.00009
0.5	0.55977	3.9	0.00427	7.3	0.00008
0.6	0.45438	4.0	0.00378	7.4	0.00007
0.7	0.37377	4.1	0.00335	7.5	0.00007
0.8	0.31060	4.2	0.00297	7.6	0.00006
0.9	0.26018	4.3	0.00263	7.7	0.00005
1.0	0.21938	4.4	0.00234	7.8	0.00005
1.1	0.18599	4.5	0.00207	7.9	0.00004
1.2	0.15841	4.6	0.00184	8.0	0.00004
1.3	0.13545	4.7	0.00164	8.1	0.00003
1.4	0.11622	4.8	0.00145	8.2	0.00003
1.5	0.10002	4.9	0.00129	8.3	0.00003
1.6	0.08631	5.0	0.00115	8.4	0.00002
1.7	0.07465	5.1	0.00102	8.5	0.00002
1.8	0.06471	5.2	0.00091	8.6	0.00002
1.9	0.05620	5.3	0.00081	8.7	0.00002
2.0	0.04890	5.4	0.00072	8.8	0.00002
2.1	0.04261	5.5	0.00064	8.9	0.00001
2.2	0.03719	5.6	0.00057	9.0	0.00001
2.3	0.03250	5.7	0.00051	9.1	0.00001
2.4	0.02844	5.8	0.00045	9.2	0.00001
2.5	0.02491	5.9	0.00040	9.3	0.00001
2.6	0.02185	6.0	0.00036	9.4	0.00001
2.7	0.01918	6.1	0.00032	9.5	0.00001
2.8	0.01686	6.2	0.00029	9.6	0.00001
2.9	0.01482	6.3	0.00026	9.7	0.00001
3.0	0.01305	6.4	0.00023	9.8	0.00001
3.1	0.01149	6.5	0.00020	9.9	0.00000
3.2	0.01013	6.6	0.00018	10.0	0.00000
3.3	0.00894	6.7	0.00016		
3.4	0.00789	6.8	0.00014		

Tabla 1 Valores de $-E_i(-x)$ (AHMED, 2005).

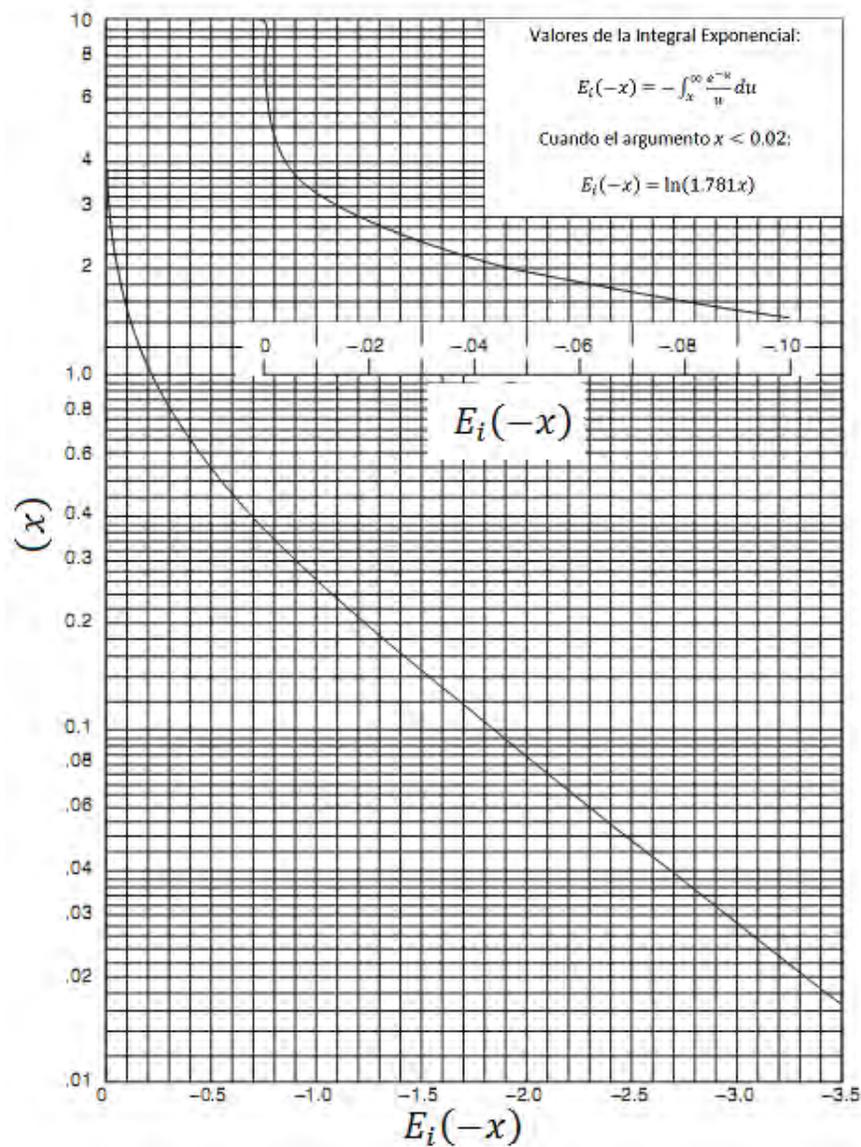


Figura 19 Función E_i (AHMED, 2005).

2.-Repetir el paso 1 para $t = 12$ y 24 [hr].

Solución:

Paso 1) Sustituyendo valores en la **Ec. 2.125**:

$$p(r, t) = p_i + \frac{70.6Q_o B_o \mu_o}{kh} E_i \left(\frac{-948 \phi \mu c_t r^2}{kt} \right) = 4000 + \frac{70.6(300)(1.25)(1.5)}{(60)(15)} E_i \left(\frac{-948(0.15)(1.5)(12 \times 10^{-6})(r)^2}{(60)(t)} \right)$$

$$p(r, t) = 4000 + (44.125) E_i \left(-42.6 \times 10^{-6} \frac{(r)^2}{t} \right)$$

Paso 2) Calcular: el argumento x de la función E_i , la función E_i y la presión p , para los radios mencionados y tiempo $t = 1$ [hr]:

Para $t = 1$ [hr] la presión estará dada por:

$$p(r, 1[\text{hr}]) = 4000 + (44.125)E_i(-42.6 \times 10^{-6}(r)^2)$$

Calcular la presión para $t = 1$ [hr] en función del radio y tabular los valores, **Tabla 8**:

r [pie]	x	$E_i[x]$	$p(r, 1[\text{hr}])$
0.25	-2.66625E-06	-12.2576626	3459.13064
5	-0.0010665	-6.26619802	3723.50401
10	-0.004266	-4.87990365	3784.67425
50	-0.10665	-1.8	3920.575
100	-0.4266	-0.68	3969.995
500	-10.665	0	4000
1000	-42.66	0	4000
1500	-95.985	0	4000
2000	-170.64	0	4000
2500	-266.625	0	4000
Valores calculados con la Ec. 2.68			
Valores obtenidos de la Tabla 1			

Tabla 8 p vs. r para $t = 1$ [hr], solución E_i , ej. 10.

Paso 3) Repetir el procedimiento anterior para tiempos de 12 y 24 horas:

Para $t = 12$ [hr] la presión estará dada por:

$$p(r, 12[\text{hr}]) = 4000 + (44.125)E_i(-3.55 \times 10^{-6}(r)^2)$$

Calcular la presión para $t = 12$ [hr] en función del radio y tabular los valores, **Tabla 9**.

Para $t=24$ [hr] la presión estará dada por:

$$p(r, 24[\text{hr}]) = 4000 + (44.125)E_i(-1.775 \times 10^{-6}(r)^2)$$

Calcular la presión para $t = 24$ [hr] en función del radio y tabular los valores, **Tabla 10**.

Paso 4) Graficar los datos presentados en las **Tablas 8, 9 y 10**.

a) p vs. r , **Fig. 20**.

b) p vs. $\log(r)$, **Fig. 21**.

r[pie]	x	E_i [x]	p(r, 12 [hr])
0.25	-2.22188E-07	14.7425692	3349.48413
5	-0.00088875	3.75110467	3613.85751
10	-0.0003555	7.3648103	3675.02775
50	-0.0088875	4.14593448	3817.06064
100	-0.03555	2.75964012	3878.23088
500	-0.88875	0.27	3988.08625
1000	-3.555	0.0065	3999.71319
1500	-7.99875	0.00004	3999.99824
2000	-14.22	0	4000
2500	-22.21875	0	4000
Valores calculados con la Ec. 2.68			
Valores obtenidos de la Tabla 1			

Tabla 9 p vs. r para t = 12 [hr], solución E_i , ej. 10.

r[pie]	x	E_i [x]	p(r, 24 [hr])
0.25	-1.11094E-07	15.4357164	3318.89901
5	-4.44375E-05	9.44425185	3583.27239
10	-0.00017775	8.05795748	3644.44263
50	-0.00444375	4.83908166	3786.47552
100	-0.017775	3.4527873	3847.64576
500	-0.444375	0.63	3972.20125
1000	-1.7775	0.067	3997.04363
1500	-3.999375	0	4000
2000	-7.11	0	4000
2500	-11.109375	0	4000
Valores calculados con la Ec. 2.68			
Valores obtenidos de la Tabla 1			

Tabla 10 p vs. r para t = 24 [hr], solución E_i , ej. 10.

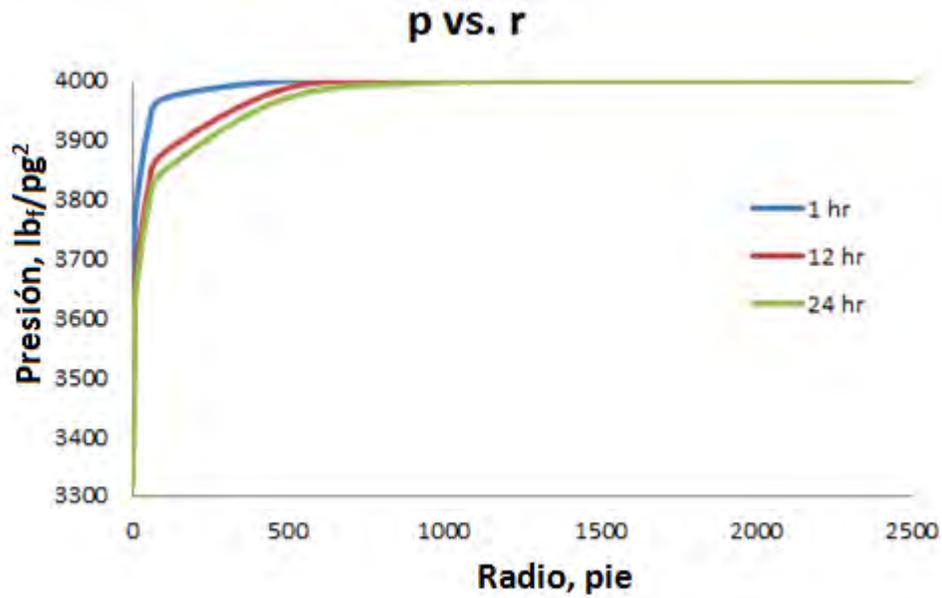


Fig. 20 Gráfica Cartesiana de los perfiles de presión como una función del tiempo, ej. 10.

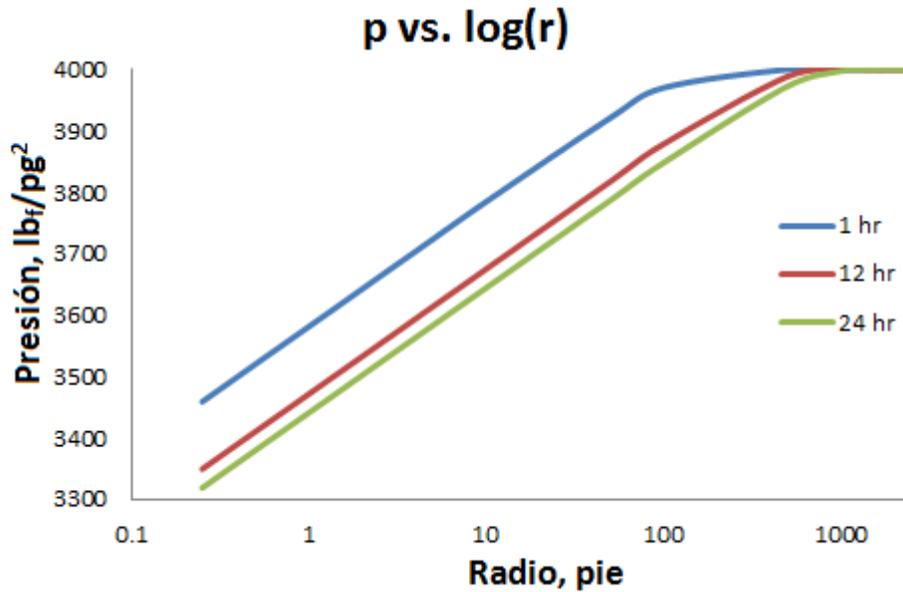


Fig. 21 Gráfica semilogarítmica de los perfiles de presión como una función del tiempo, ej. 10.

La **Fig. 21** muestra como el disturbio de presión se genera desde el pozo y se mueve radialmente hacia el interior del yacimiento; la frontera externa del yacimiento no tiene efecto alguno sobre el disturbio de presión.

El **ej. 10** muestra que la mayor pérdida de presión ocurre en las cercanías del pozo. La **Fig. 21** presenta los cambios de presión a diferentes radios de drenaje con respecto al tiempo; el gasto del pozo no tiene efectos sobre la velocidad o la distancia a la cual se encuentra el disturbio de presión, ya que la función E_i es independiente del gasto.

Si el argumento x , de la función E_i , cumple con $x < 0.1$, la aproximación logarítmica de la función E_i es aproximada por la **Ec. 2.127** y se puede utilizar la **Ec. 2.125** como:

$$p(r, t) = p_i - \frac{162.6Q_o B_o \mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{kt}{\phi \mu c_t r^2} \right) - 3.23 \right) \dots \dots \dots [2.130]$$

Para obtener la p_{wf} a un radio $r = r_w$, se sustituye en la **Ec. 2.130**:

$$p(r, t) = p_i - \frac{162.6Q_o B_o \mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{kt}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 3.23 \right) \dots \dots \dots [2.131]$$

Las **Ecs. 2.130** y **2.131**, son utilizadas hasta que el tiempo t cumpla la siguiente condición:

$$t > 9.48 \times 10^4 \frac{\phi \mu c_t r^2}{kt} \dots \dots \dots [2.132]$$

Al graficar p vs. $\log(t)$ de la **Ec 2.131**, para condiciones de flujo en estado transitorio, se proyectará una línea recta con pendiente m y ordenada al origen b , dadas por:

$$m = \frac{162.6Q_o B_o \mu_o}{kh} \dots \dots \dots [2.133]$$

y

$$b = p_i + \frac{162.6Q_o B_o \mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 3.23 \right) \dots \dots \dots [2.134]$$

Ejemplo 11 Con los datos del **ej. 10**, determinar la p_{wf} para $t = 10$ [hr].

Solución:

Paso 1) Aplicando la condición de la **Ec. 2.132**:

$$t > 9.48 \times 10^4 \frac{\phi \mu c_t r^2}{k} = 9.48 \times 10^4 \frac{(0.15)(1.5)(12 \times 10^{-6})(0.25)^2}{(60)} = 0.000267[\text{hr}] = 0.153[\text{s}]$$

Para propósitos prácticos la **Ec. 2.131** podrá usarse para cualquier momento en el periodo de flujo transitorio para determinar p_{wf} .

Paso 2) Para el $t = 10$ [hr], que es mucho mayor que $t = 0.000267$ [hr], la p_{wf} podrá ser estimada aplicando la **Ec. 2.131**:

$$\begin{aligned} p_{wf} &= p_i + \frac{162.6Q_o B_o \mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{kt}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 3.23 \right) = \\ &= 4000 + \frac{162.6(300)(1.25)(1.5)}{(60)(15)} \left(\log \left(\frac{(60)(10)}{(0.15)(1.5)(12 \times 10^{-6})(0.25)^2} \right) - 3.23 \right) \end{aligned}$$

$$p_{wf} = 3358 \left[\frac{lb_f}{pg^2} \right]$$

2.3.1.1.2.2.-Solución pérdida de presión adimensional p_D

Para introducir el concepto de pérdida de presión adimensional en la ecuación de Darcy, **Ec. 2.15**, se despeja el logaritmo natural:

$$\frac{(p_e - p_{wf})}{\left(\frac{141.2Q_o B_o \mu_o}{kh}\right)} = \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) \dots \dots \dots [2.135]$$

La aplicación del logaritmo arrojará un resultado sin unidades (adimensional); por lo tanto, el miembro izquierdo de la **Ec. 2.135** tendrá una simplificación de unidades; la diferencia de presión $(p_e - p_{wf})$ tiene unidades lb_f/pg^2 ; por lo tanto, el término $\frac{141.2Q_o B_o \mu_o}{kh}$ debe de tener unidades de presión. La diferencia de presión $(p_e - p_{wf})$ entre el término $\frac{141.2Q_o B_o \mu_o}{kh}$ tiene un resultado adimensional. Escribiendo la **Ec. 2.135** de forma adimensional:

$$P_D = \ln(r_{eD}) \dots \dots \dots [2.136]$$

donde:

$$P_D = \frac{(p_e - p_{wf})}{\left(\frac{141.2Q_o B_o \mu_o}{kh}\right)} \dots \dots \dots [2.137]$$

$$r_{eD} = \frac{r_e}{r_w} \dots \dots \dots [2.138]$$

El concepto de pérdida de presión adimensional se extenderá para describir los cambios en la presión, durante el periodo de flujo en estado transitorio, donde la presión es una función del tiempo y del radio, $p = p(r, t)$.

p_D , durante el periodo de flujo en estado transitorio, es definida por:

$$p_D = \frac{p_i - p(r, t)}{\left(\frac{141.2Q_o B_o \mu_o}{kh}\right)} \dots \dots \dots [2.139]$$

La presión p se expresa en función del radio r y del tiempo t , $p(r, t)$; la presión adimensional p_D se expresará en función de radio adimensional r_D y tiempo adimensional t_D , para flujo en estado transitorio:

$$t_D = \frac{0.0002637kt}{\phi \mu_c r_w^2} \dots \dots \dots [2.140]$$

Otra forma común de tiempo adimensional, es el tiempo adimensional en función del área de drene del yacimiento; ésto es, se usa el radio del yacimiento $r = r_e$ y se introduce el

área de drene A en el tiempo adimensional t_D y se usa cuando el disturbio de presión ha llegado a la frontera externa del yacimiento; por lo tanto, existe efecto de frontera externa sobre el comportamiento de la presión; teniendo así, flujo en estado pseudoestacionario con el tiempo adimensional en función del área de drene t_{DA} :

$$t_{DA} = \frac{0.0002637kt}{\phi\mu c_t A} \dots\dots\dots [2.141]$$

el radio adimensional:

$$r_D = \frac{r}{r_w} \dots\dots\dots [2.142]$$

y el radio exterior adimensional:

$$r_{eD} = \frac{r_e}{r_w} \dots\dots\dots [2.143]$$

Introduciendo el grupo anterior de variables adimensionales (p_D , t_D y r_D) a la ecuación de difusión, **Ec. 2.123**, se expresa de la siguiente forma:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \dots\dots\dots [2.144]$$

La solución analítica a la **Ec. 2.144**, asume que: el pozo productor está en el centro del yacimiento de geometría radial perfecta y produce a gasto constante Q; la presión inicial p_i , en todo el yacimiento, es uniforme antes del momento de comenzar la producción y no existe flujo externo después del radio del yacimiento r_e . La solución a la ecuación de difusión adimensional, **Ec. 2.144**, es evaluada para diferentes valores de r_{eD} con un amplio rango de valores de t_D , presentando la solución en función de la caída de presión adimensional p_D , del radio externo adimensional r_{eD} y del tiempo adimensional t_D . En las **Tablas 2 y 3** se presentan los valores, para la solución a la ecuación de difusión adimensional, para los siguientes dos casos: yacimiento de tamaño infinito $r_{eD} \rightarrow \infty$, y yacimiento de tamaño finito.

2.3.1.1.2.2.1.-Yacimiento de tamaño infinito $r_e \rightarrow \infty$

Para este caso la solución a la ecuación de difusión está en función de la pérdida de presión adimensional p_D , que es estrictamente una función del tiempo adimensional t_D :

$$p_D = f(t_D) \dots\dots\dots [2.145]$$

La **Tabla 11** presenta los valores de p_D para un yacimiento considerado de tamaño infinito $r_{eD} \rightarrow \infty$.

Las siguientes expresiones matemáticas permiten aproximar los valores de p_D :

para valores de $t_D < 0.01$:

t_D	p_D	t_D	p_D	t_D	p_D
0.0000	0.00000	0.15	0.3750	60.0	2.47580
0.0005	0.02500	0.20	0.4241	70.0	2.55010
0.0010	0.0352	0.30	0.5024	80.0	2.61470
0.0020	0.04950	0.40	0.5645	90.0	2.67180
0.0030	0.06030	0.50	0.6167	100.0	2.72330
0.0040	0.06940	0.60	0.6622	150.0	2.92120
0.0050	0.07740	0.70	0.7024	200.0	3.06360
0.0060	0.08450	0.80	0.7387	250.0	3.17260
0.0070	0.09110	0.90	0.7716	300.0	3.26300
0.0080	0.09710	1.00	0.8019	350.0	3.33940
0.0090	0.10280	1.20	0.8672	400.0	3.40570
0.0100	0.10810	1.40	0.9160	450.0	3.46410
0.0150	0.13120	2.00	1.0195	500.0	3.51640
0.0200	0.15030	3.00	1.1665	550.0	3.56430
0.0250	0.16690	4.00	1.2750	600.0	3.60760
0.0300	0.18180	5.00	1.3625	650.0	3.64760
0.0400	0.20770	6.00	1.4362	700.0	3.68420
0.0500	0.23010	7.00	1.4997	750.0	3.71840
0.0600	0.25000	8.00	1.5557	800.0	3.75050
0.0700	0.26800	9.00	1.6057	850.0	3.78050
0.0800	0.28450	10.00	1.6509	900.0	3.80880
0.0900	0.29990	15.00	1.8294	950.0	3.83550
0.1000	0.31440	20.00	1.9601	1000.0	3.85840
		30.00	2.1470		
		40.00	2.2824		
		50.00	2.3884		

Nota: para $t_D < 0.01$; $p_D \cong 2 \sqrt{\frac{t_D}{\pi}}$ y para $100 < 0.25r_{eD}^2$; $p_D \cong \frac{1}{2}(\ln(t_D) + 0.80907)$

Tabla 11 Valores p_D vs. t_D para un sistema radial infinito a gasto constante (AHMED, 2005).

$$p_D = 2 \sqrt{\frac{t_D}{\pi}} \dots \dots \dots [2.146]$$

para valores de $t_D > 0.01$:

$$p_D = \frac{1}{2}(\ln(t_D) + 0.80907) \dots \dots \dots [2.147]$$

para valores donde $0.01 < t_D \leq 1000$:

$$p_D = a_1 + a_2 \ln(t_D) + a_3(\ln(t_D))^2 + a_4(\ln(t_D))^3 + a_5 t_D + a_6(t_D)^2 + a_7(t_D)^3 + \frac{a_8}{t_D} \dots \dots \dots [2.148]$$

Los valores de los coeficientes de la **Ec. 2.148** son:

- $a_1 = 0.80850640$ $a_2 = 0.29302$ $a_3 = 0.035264177$ $a_4 = 0.0014036304$
- $a_5 = 4.7722225 \times 10^{-4}$ $a_6 = 0.05124053$ $a_7 = -2.3033 \times 10^{-10}$ $a_8 = -0.0026723117$

2.3.1.1.2.2.-Yacimiento de tamaño finito

Para un sistema radial finito, la solución a la **Ec. 2.144** es función del tiempo adimensional t_D y del radio externo adimensional r_{eD} :

$$p_D = f(t_D, r_{eD}) \dots \dots \dots [2.149]$$

donde:

$$r_{eD} = \frac{r_e}{r_w} \dots \dots \dots [2.150]$$

La **Tabla 12** presenta a p_D como una función de t_D , para $1.5 < r_{eD} < 10$.

La función solución p_D , es muy utilizada para modelos de intrusión de agua al yacimiento por a un acuífero activo; donde el radio del pozo r_w es el radio externo del yacimiento y r_e es la frontera externa del acuífero.

Considerando la función solución E_i e introduciendo las variables adimensionales p_D , t_D y r_{eD} , a la ecuación de difusión, **Ec. 2.125**, se tiene la siguiente expresión:

$$p_D = -\frac{1}{2} E_i \left(\frac{-r_{eD}^2}{4t_D} \right) \dots \dots \dots [2.151]$$

Cuando $25 < t_D$ y $0.25r_{eD}^2 < t_D$; p_D se calcula con:

$$p_D = \frac{1}{2} + \frac{2t_D}{r_{eD}^2 - 1} - \frac{r_{eD}^4(3 - 4 \ln(r_{eD})) - 2r_{eD}^2 - 1}{4(r_{eD}^2 - 1)^2} \dots \dots \dots [2.152]$$

Existen los casos especiales para cuando:

$$r_{eD}^2 \gg 1:$$

$$p_D = \frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \ln(r_{eD}) - \frac{3}{4} \dots \dots \dots [2.153]$$

$$\text{y } \frac{t_D}{r_{eD}^2} > 25:$$

$$p_D = \frac{1}{2} \left(\ln \left(\frac{t_D}{r_{eD}^2} \right) + 0.80907 \right) \dots \dots \dots [2.154]$$

Ejemplo 12 Considerando los datos del **ej. 10**. Calcular la p_{wf} para $t = 1$ [hr], usando la aproximación de la presión adimensional p_D .

Solución:

Paso 1) Con la **Ec. 2.140**, calcular el tiempo adimensional t_D :

$r_{eD} = 1.5$		$r_{eD} = 2.0$		$r_{eD} = 2.5$		$r_{eD} = 3.0$		$r_{eD} = 3.5$		$r_{eD} = 4.0$	
t_D	p_D										
0.06	0.251	0.22	0.443	0.40	0.565	0.52	0.627	1.0	0.802	1.5	0.927
0.08	0.288	0.24	0.459	0.42	0.576	0.54	0.636	1.1	0.830	1.6	0.948
0.10	0.322	0.26	0.476	0.44	0.587	0.56	0.645	1.2	0.857	1.7	0.968
0.12	0.355	0.28	0.492	0.46	0.598	0.60	0.662	1.3	0.882	1.8	0.988
0.14	0.387	0.30	0.507	0.48	0.608	0.65	0.683	1.4	0.906	1.9	1.007
0.16	0.420	0.32	0.522	0.50	0.618	0.70	0.703	1.5	0.929	2.0	1.025
0.18	0.452	0.34	0.536	0.52	0.628	0.75	0.721	1.6	0.951	2.2	1.059
0.20	0.484	0.36	0.551	0.54	0.638	0.80	0.740	1.7	0.973	2.4	1.092
0.22	0.516	0.38	0.565	0.56	0.647	0.85	0.758	1.8	0.994	2.6	1.123
0.24	0.548	0.40	0.579	0.58	0.657	0.90	0.776	1.9	1.014	2.8	1.154
0.26	0.580	0.42	0.593	0.60	0.666	0.95	0.791	2.0	1.034	3.0	1.184
0.28	0.612	0.44	0.607	0.65	0.688	1.00	0.806	2.3	1.083	3.5	1.255
0.30	0.644	0.46	0.621	0.70	0.710	1.20	0.865	2.5	1.130	4.0	1.324
0.35	0.724	0.48	0.634	0.75	0.731	1.40	0.920	2.8	1.176	4.5	1.392
0.40	0.804	0.50	0.648	0.80	0.752	1.60	0.973	3.0	1.221	5.0	1.460
0.45	0.884	0.60	0.715	0.85	0.772	2.00	1.076	4.0	1.401	5.5	1.527
0.50	0.964	0.70	0.782	0.90	0.792	3.00	1.328	5.0	1.579	6.0	1.594
0.55	1.044	0.80	0.849	0.95	0.812	4.00	1.578	6.0	1.757	6.5	1.660
0.60	1.124	0.90	0.915	1.00	0.832	5.00	1.828			7.0	1.727
0.65	1.204	1.00	0.982	2.00	1.215					8.0	1.861
0.70	1.284	2.00	1.649	3.00	1.506					9.0	1.994
0.75	1.364	3.00	2.316	4.00	1.977					10.0	2.127
0.80	1.444	5.00	3.649	5.00	2.398						

$r_{eD} = 4.5$		$r_{eD} = 5.0$		$r_{eD} = 6.0$		$r_{eD} = 7.0$		$r_{eD} = 8.0$		$r_{eD} = 9.0$		$r_{eD} = 10.0$	
t_D	p_D	t_D	p_D										
2.0	0.251	3.0	1.167	4.0	1.275	6.0	1.436	8.0	1.556	10.0	1.651	12.0	1.732
2.1	0.288	3.1	1.180	4.5	1.322	6.5	1.470	8.5	1.582	10.5	1.673	12.5	1.750
2.2	0.322	3.2	1.192	5.0	1.364	7.0	1.501	9.0	1.607	11.0	1.693	13.0	1.768
2.3	0.355	3.3	1.204	5.5	1.404	7.5	1.531	9.5	1.631	11.5	1.713	13.5	1.784
2.4	0.387	3.4	1.215	6.0	1.441	8.0	1.559	10.0	1.663	12.0	1.732	14.0	1.801
2.5	1.023	3.5	1.227	6.5	1.477	8.5	1.586	10.5	1.675	12.5	1.750	14.5	1.817
2.6	1.040	3.6	1.238	7.0	1.511	9.0	1.613	11.0	1.697	13.0	1.768	15.0	1.832
2.7	1.056	3.7	1.249	7.5	1.544	9.5	1.638	11.5	1.717	13.5	1.786	15.5	1.847
2.8	1.702	3.8	1.259	8.0	1.576	10.0	1.663	12.0	1.737	14.0	1.803	16.0	1.862
2.9	1.087	3.9	1.270	8.5	1.607	11.0	1.711	12.5	1.757	14.5	1.819	17.0	1.890
3.0	1.102	4.0	1.281	9.0	1.638	12.0	1.757	13.0	1.776	15.0	1.835	18.0	1.917
3.2	1.116	4.2	1.301	9.5	1.668	13.0	1.810	13.5	1.795	15.5	1.851	19.0	1.943
3.4	1.130	4.4	1.321	10.0	1.698	14.0	1.845	14.0	1.813	16.0	1.867	20.0	1.968
3.6	1.144	4.6	1.340	11.0	1.757	15.0	1.888	14.5	1.831	17.0	1.897	22.0	2.017
3.8	1.158	4.8	1.360	12.0	1.815	16.0	1.931	15.0	1.849	18.0	1.926	24.0	2.063
4.0	1.171	5.0	1.378	13.0	1.873	17.0	1.974	17.0	1.919	19.0	1.955	26.0	2.108
4.5	1.197	5.5	1.424	14.0	1.931	18.0	2.016	19.0	1.986	20.0	1.983	28.0	2.151
5.0	1.222	6.0	1.469	15.0	1.988	19.0	2.058	21.0	2.051	22.0	2.037	30.0	2.194
5.5	1.246	6.5	1.513	16.0	2.045	20.0	2.100	23.0	2.116	24.0	2.096	32.0	2.236
6.0	1.269	7.0	1.556	17.0	2.103	22.0	2.184	25.0	2.180	26.0	2.142	34.0	2.278
7.0	1.292	7.5	1.598	18.0	2.160	24.0	2.267	30.0	2.340	28.0	2.193	36.0	2.319
8.0	1.349	8.0	1.641	19.0	2.217	26.0	2.351	35.0	2.499	30.0	2.244	38.0	2.360
9.0	1.403	9.0	1.725	20.0	2.274	28.0	2.434	40.0	2.658	34.0	2.345	40.0	2.401
10.0	1.457	10.0	1.808	25.0	2.560	30.0	2.517	45.0	2.817	38.0	2.446	50.0	2.604
11.0	1.510	11.0	1.892	30.0	2.846					40.0	2.496	60.0	2.806
12.0	1.615	12.0	1.975							45.0	2.621	70.0	3.008
13.0	1.719	13.0	2.059							50.0	2.746	80.0	3.210
14.0	1.823	14.0	2.142							60.0	2.996	90.0	3.412
15.0	1.927	15.0	2.225							70.0	3.246	100.0	3.614

Nota: Para t_D menores a los listados en ésta tabla para un r_{eD} de comportamiento infinito encontrar p_D en la **Tabla 2**.

$$\text{Para } 25 < t_D \text{ y } p_D \text{ mayores a los valores de la tabla mostrados: } p_D = \frac{0.5 + 2t_D}{r_{eD}^2 - 1} - \frac{r_{eD}^4(3 - 4 \ln(r_{eD})) - 2r_{eD}^2 - 1}{4(r_{eD}^2 - 1)^2}$$

$$\text{Para pozos con redimensionamiento de fronteras con } r_{eD}^2 \gg 1: p_D = \frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \ln(r_{eD}) - \frac{3}{4}$$

Tabla 12 p_D vs. t_D para un sistema radial finito y gasto de producción constante (AHMED,2005).

$$t_D = \frac{0.0002637kt}{\phi \mu c_t r_w^2} = \frac{0.0002637(60)(15)}{(0.15)(1.5)(12 \times 10^{-6})(0.25)^2} = 93866.67$$

Paso 2) $t_D > 100$, con la **Ec. 2.147**, calcular p_D :

$$p_D = \frac{1}{2} (\ln(t_D) + 0.80907) = \frac{1}{2} (\ln(93866.67) + 0.80907) = 6.1294$$

Paso 3) Con la **Ec. 2.139**, obtener la p_{wf} :

$$p(r_w, t) = p_i - \left(\frac{141.12 Q_o B_o \mu_o}{kh} \right) p_D = p(0.25, t) = 4000 - \left(\frac{141.12(300)(1.25)(1.5)}{(60)(15)} \right) (6.1294)$$

$$p(0.25, t) = 3460 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$$

El **ej. 11** muestra que el resultado de la función p_D es idéntico al que arroja la función solución E_i ; las diferencias entre los dos procedimientos son: cuando se utiliza p_D se restringe su uso sólo para calcular una presión p a un radio r , para cuando un gasto Q_o es constante y conocido; y la función E_i es utilizada para calcular la presión p en cualquier radio r en el yacimiento, con el gasto Q_o .

Para un yacimiento que se comporte como si su tamaño fuera infinito $r_e \rightarrow \infty$ y $t_D > 100$, la función p_D se relaciona con la función solución E_i de la siguiente forma:

$$p_D = -\frac{1}{2} E_i \left(\frac{-1}{4t_D} \right) \dots \dots \dots [2.155]$$

El **ej. 12** no es un caso práctico, pero fue diseñado para mostrar el significado físico de la solución p_D . En flujo en estado transitorio se registra la p_{wf} como función del tiempo t ; sin embargo, la técnica de la presión adimensional p_D , es usada para determinar k o kh .

2.3.2.-Flujo de Fluidos Compresibles en Geometría de Flujo Radial

Las propiedades del gas (viscosidad y densidad) varían considerablemente con el cambio en la presión y la **Ec. 2.123** no satisface para sistemas con flujo de fluidos compresibles (gases). Para describir el flujo de fluidos compresibles en el yacimiento, se considerarán las siguientes dos ecuaciones: densidad del gas:

$$\rho = \frac{pM}{ZRT} \dots \dots \dots [2.156]$$

y compresibilidad del gas:

$$c_g = \frac{1}{p} - \frac{1}{Z} \frac{dZ}{dp} \frac{pM}{ZRT} \dots \dots \dots [2.157]$$

Combinando las **Ecs. 2.156** y **2.157** con la **Ec. 2.110**:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{p}{\mu Z} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c_f}{0.000264k} \frac{p}{\mu Z} \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots [2.158]$$

Al-Hussainy (1966) linealiza la **Ec. 2.158** al introducir el término de pseudopotencial del gas $m(p)$, que es definido como:

$$m(p) = \int_0^p \frac{2p}{\mu Z} dp \dots\dots\dots [2.159]$$

diferenciando la **Ec. 2.159**:

$$\frac{\partial m(p)}{\partial p} = \frac{2p}{\mu Z} \dots\dots\dots [2.160]$$

Aplicando, a la **Ec. 2.160**, la regla de la cadena con respecto al radio:

$$\frac{\partial m(p)}{\partial p} = \frac{\partial m(p)}{\partial p} \frac{\partial r}{\partial r} = \frac{\partial m(p)}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial p} \dots\dots\dots [2.161]$$

y con respecto al tiempo:

$$\frac{\partial m(p)}{\partial p} = \frac{\partial m(p)}{\partial p} \frac{\partial t}{\partial t} = \frac{\partial m(p)}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial p} \dots\dots\dots [2.162]$$

sustituyendo las **Ecs. 2.161 y 2.162** en la **Ec. 2.160**:

$$\frac{\partial m(p)}{\partial p} = \frac{2p}{\mu Z} \rightarrow \frac{\partial m(p)}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial p} = \frac{2p}{\mu Z} \rightarrow \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\mu Z}{2p} \frac{\partial m(p)}{\partial r} \dots\dots\dots [2.163]$$

y

$$\frac{\partial m(p)}{\partial p} = \frac{2p}{\mu Z} \rightarrow \frac{\partial m(p)}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial p} = \frac{2p}{\mu Z} \rightarrow \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\mu Z}{2p} \frac{\partial m(p)}{\partial t} \dots\dots\dots [2.164]$$

Combinando las **Ecs. 2.163 y 2.164** en la **Ec. 2.158**:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{p}{\mu Z} \frac{\partial m(p)}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c_f}{0.000264k} \frac{p}{\mu Z} \frac{\partial m(p)}{\partial t} \dots\dots\dots [2.165]$$

simplificando y diferenciando la **Ec. 2.165**:

$$\frac{\partial^2 m(p)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial m(p)}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_f}{0.000264k} \frac{\partial m(p)}{\partial t} \dots\dots\dots [2.166]$$

La **Ec. 2.166**, es la ecuación de difusión para flujo de fluidos compresibles en un sistema poroso y permeable en geometría de flujo radial, esta ecuación diferencial relaciona el pseudopotencial del gas $m(p)$ a un tiempo t y a un radio r .

Al-Hussainy (1966) puntualiza que para un pozo de gas que se le realiza un análisis de prueba de presión, la solución a gasto constante tiene mayores aplicaciones prácticas que la solución a presión constante. Existen también, otros dos métodos de aproximaciones a la **Ec.**

2.166, los cuales son: el método de la presión cuadrática p^2 y el método de la presión promedio p .

2.3.2.1.-El método solución $m(p)$

Con la condición de gasto constante que se necesita para resolver la **Ec. 2.166**, **Al-Hussainy et al. (1966)** proponen esta aproximación a la solución para la ecuación de difusión, y así describir el comportamiento de flujo de gases en geometría radial en función de los pseudopotenciales $m(p_{wf})$ y $m(p)$:

$$m(p_{wf}) = m(p_i) - 57895.3 \left(\frac{p_{sc}}{T_{sc}} \right) \left(\frac{Q_g T}{kh} \right) \left(\log \left(\frac{kt}{\phi \mu_i c_{ti} r_w^2} \right) - 3.23 \right) \dots \dots \dots [2.167]$$

como $p_{sc}=14.7 \text{ lb}_f/\text{pg}^2\text{abs}$ y $T_{sc}= 520^\circ\text{R}$, sustituyendo en la **Ec. 2.167**:

$$m(p_{wf}) = m(p_i) - \left(\frac{1637Q_g T}{kh} \right) \left(\log \left(\frac{kt}{\phi \mu_i c_{ti} r_w^2} \right) - 3.23 \right) \dots \dots \dots [2.168]$$

expresando la **Ec. 2.168** en función del tiempo adimensional t_D :

$$m(p_{wf}) = m(p_i) - \left(\frac{1637Q_g T}{kh} \right) \log \left(\frac{4t_D}{\gamma} \right) \dots \dots \dots [2.169]$$

donde $\gamma = 1.781$ constante de Euler, definida por:

$$1.781 = e^{0.5772} = \gamma. \dots \dots \dots [2.170]$$

Las soluciones a la ecuación de difusión dadas por las **Ecs. 2.168** y **2.169**, expresan el pseudopotencial de la presión de fondo fluyendo del gas $m(p_{wf})$, como una función del tiempo t en estado de flujo transitorio. La solución expresada en términos de $m(p)$, es la expresión recomendada para hacer el análisis de presión en pozos de gas, debido a la aplicabilidad que tiene para todos los rangos de presión.

La ecuación de difusión para flujo de fluidos compresibles en un sistema poroso y permeable con geometría radial, puede ser expresada de forma adimensional en términos de la pérdida del pseudopotencial adimensional del gas Ψ_D ; desarrollando la **Ec. 2.169**:

$$\Psi_D = \frac{m(p_i) - m(p_{wf})}{\frac{1422Q_g T}{kh}} \dots \dots \dots [2.171]$$

Calculando el pseudopotencia en el fondo del pozo:

$$m(p_{wf}) = m(p_i) - \left(\frac{1422Q_g T}{kh} \right) \Psi_D \dots \dots \dots [2.172]$$

La pérdida de pseudopotencial adimensional del gas Ψ_D puede ser determinada como una función del tiempo adimensional t_D , usando la expresión apropiada desde la **Ec. 2.146 a 2.154**. Cuando $t_D > 100$, Ψ_D puede ser calculado aplicando la **Ec. 2.147**:

$$\Psi_D = \frac{1}{2}(\ln(t_D) + 0.80907) \dots \dots \dots [2.173]$$

Ejemplo 13 El Pozo “**Tepozan**”, productor de gas, tiene un radio interno de 0.3 pie y produce a un gasto constante de 2000 miles pie³/día bajo condiciones de flujo en estado transitorio. La presión inicial del yacimiento es de 4400 lb_f/pg² @140 °F. La permeabilidad, el espesor y la porosidad de la formación productora son 65 mD, 15 pie y 15 %, respectivamente. La **Tabla 13** presenta las propiedades del gas y de $m(p)$ en función de la presión:

Pwf [psi]	μ [cp]	Z	Pseudopotencial [psi ² /cp]
399	0.0128796	0.9372	12963846.0
799	0.0138974	0.8821	52295432.0
1199	0.0152965	0.8321	116131824.0
1599	0.0167962	0.7941	201864032.0
1999	0.0183960	0.7701	306387264.0
2399	0.0200957	0.7630	425564032.0
2799	0.0216960	0.7750	554886336.0
3199	0.0233957	0.7969	690224384.0
3599	0.0249960	0.8269	828593152.0
3999	0.0265960	0.8599	968249472.0
4399	0.0283057	0.8959	1107619328.0

Tabla 13 μ_g , Z y $m(p)$ como función de p, ej. 11.

Asumir que la compresibilidad total isotérmica es 3×10^{-4} [lb_f/pg²]⁻¹. Calcular la presión de fondo fluyendo p_{wf} después de 1.5 horas de producción.

Solución:

Paso 1) Calcular el tiempo adimensional t_D :

$$t_D = \frac{0.0002637kt}{\phi\mu c_t r_w^2} = \frac{0.0002637(65)(1.5)}{(0.15)(0.02831)(3 \times 10^{-4})(0.3)^2} = 224498.6$$

Paso 2) Con la **Ec. 2.169**, resolver para $m(p_{wf})$:

$$m(p_{wf}) = m(p_i) - \frac{1637Q_g T}{kh} \log\left(\frac{4t_D}{\gamma}\right) = 1107 \times 10^6 - \frac{1637(2000)(600)}{(65)(15)} \log\left(\frac{4(224498.6)}{e^{0.5772}}\right)$$

$$m(p_{wf}) = 1077.5 \times 10^6 \left[\frac{\left(\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2}\right)^2}{\text{cp}} \right]$$

Paso 3) Para los datos PVT de la **Tabla 13**, interpolar usando los valores de $m(p_{wf})$:

$$p_{wf} = 4367 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$$

Aplicando la aproximación Ψ_D :

Paso 1) Con la Ec. 2.173, calcular Ψ_D :

$$\Psi_D = \frac{1}{2} (\ln(t_D) + 0.80907) = \frac{1}{2} (\ln(224498.6) + 0.80907) = 6.565$$

Paso 2) Con la Ec. 2.172, calcular $m(p_{wf})$:

$$m(p_{wf}) = m(p_i) - \left(\frac{1637Q_g T}{kh}\right) \Psi_D = 1107 \times 10^6 - \frac{1637(2000)(600)}{(65)(15)} (6.565) = 1077.5 \times 10^6$$

Al interpolar para $m(p_{wf}) = 1077.5 \times 10^6 \left[\frac{\left(\frac{lb_f}{pg^2}\right)^2}{cp} \right]$ arrojará el valo de:

$$p_{wf} = 4367 \left[\frac{lb_f}{pg^2} \right]$$

2.3.2.2.-El método de la aproximación de la presión cuadrática p^2

Este método considera mover el término dependiente de la presión μZ , fuera de la integral que define a $m(p_{wf})$ y a $m(p)$:

$$m(p_i) - m(p_{wf}) = \int_{p_{wf}}^p \frac{2p}{\mu \bar{Z}} dp \dots \dots \dots [2.174]$$

integrando la Ec. 2.174:

$$m(p_i) - m(p_{wf}) = \frac{p_i^2 - p_{wf}^2}{\mu \bar{Z}} \dots \dots \dots [2.175]$$

Los valores de μ y Z testados, representan los valores de viscosidad y factor de compresibilidad del gas, evaluados a una presión promedio \bar{p} , que se define por:

$$\bar{p} = \sqrt{\frac{p_i^2 + p_{wf}^2}{2}} \dots \dots \dots [2.176]$$

igualando las Ecs. 2.175 y 2.168 para despejar p_{wf}^2 :

$$p_{wf}^2 = p_i^2 - \left(\frac{1637Q_g T \bar{\mu} \bar{Z}}{kh}\right) \left(\log\left(\frac{kt}{\phi \mu_i c_{ti} r_w^2}\right) - 3.23\right) \dots \dots \dots [2.177]$$

proceder de la misma forma para las Ecs. 2.102 y 2.169:

$$p_{wf}^2 = p_i^2 - \left(\frac{1637Q_g T \bar{\mu} \bar{Z}}{kh}\right) \log\left(\frac{4t_D}{\gamma}\right) \dots \dots \dots [2.178]$$

y para las Ecs. 2.175 y 2.172:

$$m(p_{wf}) = m(p_i) - \left(\frac{1422Q_g T}{kh}\right) \Psi_D = (198 \times 10^6) - \left(\frac{1422(7454.2)(600)}{(50)(10)}\right) (6.675)$$

$$m(p_{wf}) = 113.1 \left[\frac{\text{miles pie}^3}{\text{día}}\right]$$

Valor correspondiente para $p_{wf} = 1200 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2}\right]$.

b) El método de la presión cuadrática p^2 :

del método anterior:

$$t_D = 27950$$

y

$$\Psi_D = 6.675$$

Paso 1) Con la Ec. 2.179, calcular p_{wf} :

$$p_{wf}^2 = p_i^2 - \left(\frac{1422Q_g T \bar{\mu} \bar{z}}{kh}\right) \Psi_D = (1600)^2 - \left(\frac{1422(7454.2)(600)(0.0168)(0.794)}{(50)(10)}\right) 6.675$$

$$p_{wf}^2 = 1427435.518 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2}\right]^2$$

$$p_{wf} = 1194.75 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2}\right]$$

Paso 3) El error relativo es 0.4375 %.

2.3.2.3.-Método de la aproximación de la presión promedio lineal p

Este método considera el gas como un pseudolíquido. Recordar que el factor de volumen de formación del gas B_g es expresado en $\text{bl}_g @ c. y. / \text{pie}^3 @ c. s.$:

$$B_g = \left(\frac{p_{sc}}{5.615 T_{sc}}\right) \left(\frac{ZT}{p}\right) \dots \dots \dots [2.180]$$

sustituyendo $T_{sc}=520^\circ R$ y $p_{sc}=14.7 \text{ lb}_f/\text{pg}^2 \text{ abs}$:

$$B_g = \left(\frac{14.7}{5.615(520)}\right) \left(\frac{ZT}{p}\right) = 0.0050346 \frac{ZT}{p} \dots \dots \dots [2.181]$$

reordenando términos para obtener $\frac{p}{Z}$:

$$\frac{p}{Z} = \left(\frac{T p_{sc}}{5.615 T_{sc}}\right) \left(\frac{1}{B_g}\right) \dots \dots \dots [2.182]$$

combinando las Ecs. 2.174 y 2.182:

$$m(p_i) - m(p_{wf}) = \int_{p_{wf}}^p \frac{2}{\mu} \left(\frac{T p_{sc}}{5.615 T_{sc}} \right) \left(\frac{1}{B_g} \right) dp \dots \dots \dots [2.183]$$

agrupando constantes:

$$m(p_i) - m(p_{wf}) = \frac{2 T p_{sc}}{5.615 T_{sc}} \int_{p_{wf}}^p \frac{1}{\mu B_g} dp \dots \dots \dots [2.184]$$

Para presiones mayores a 3000 lb_f/pg², se asume que $\frac{1}{\mu B_g}$ es aproximadamente constante como se presenta en la Fig. 22:

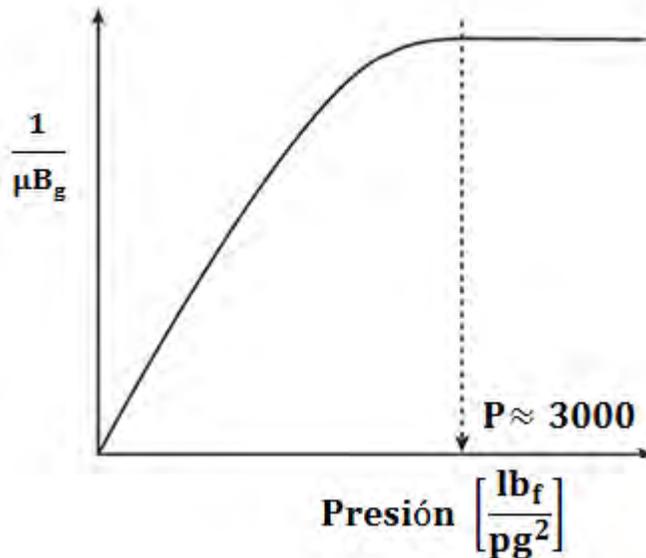


Figura 22 Gráfica de $\frac{1}{\mu B_g}$ vs. p (AMHED, 2005).

Aplicando esta condición en la Ec. 2.184 e integrando:

$$m(p_i) - m(p_{wf}) = \frac{2 T p_{sc}}{5.615 T_{sc} \bar{\mu} \bar{B}_g} (p_i - p_{wf}) \dots \dots \dots [2.185]$$

Combinando las Ecs. 2.185 y 2.168, reordenando términos y sustituyendo T_{sc}=520°R y p_{sc}=14.7 lb_f/pg² abs:

$$(p_i - p_{wf}) = \left(\frac{162575.25 Q_g \bar{\mu} \bar{B}_g}{kh} \right) \left(\log \left(\frac{kt}{\phi \mu_i c_{ti} r_w^2} \right) - 3.23 \right) \dots \dots \dots [2.186]$$

Combinando las Ecs. 2.185 y 2.199, procediendo de forma similar a la anterior:

$$(p_i - p_{wf}) = \frac{162575.25Q_g \bar{\mu} \bar{B}_g}{kh} \log\left(\frac{4t_D}{\gamma}\right) \dots \dots \dots [2.187]$$

combinando las **Ecs. 2.185 y 2.172**, procediendo de forma similar a la anterior, para que la p_{wf} quede en función de la pérdida de presión adimensional p_D :

$$(p_i - p_{wf}) = \frac{141200Q_g \bar{\mu} \bar{B}_g}{kh} p_D \dots \dots \dots [2.188]$$

Se debe de indicar que las propiedades del gas μ_g , B_g y c_t son evaluadas a la presión promedio \bar{p} definida por:

$$\bar{p} = \frac{p_i + p_{wf}}{2} \dots \dots \dots [2.189]$$

El método se limita por presiones mayores a 3000 lb_f/pg^2 , para cuando se calcula p_{wf} deberá ser suficiente evaluar las propiedades del gas a p_i .

Ejemplo 15 Con los datos del **ej. 13**, calcular la p_{wf} después de 1.5 horas, usando el método de la aproximación de la presión promedio lineal p y comparar con la solución $m(p)$.

Solución:

Paso 1) Calcular el tiempo adimensional t_D :

$$t_D = \frac{0.0002637kt}{\phi \mu c_t r_w^2} = \frac{0.0002637(65)(1.5)}{(0.15)(0.02831)(3 \times 10^{-4})(0.3)^2} = 224243.5$$

Paso 2) Calcular B_g para p_i :

$$B_g = 0.0050346 \frac{ZT}{p} = 0.0050346 \frac{(0.896)(600)}{(4400)} = 0.00061513 \left[\frac{bl}{pie^3} \right]$$

Paso 3) Calcular la presión adimensional p_D usando la **Ec. 2.147**, ya que $t_D > 100$:

$$p_D = \frac{1}{2} (\ln(t_D) + 0.80907) = \frac{1}{2} (\ln(224243.5) + 0.80907) = 6.5647$$

Paso 4) Calcular p_{wf} con la **Ec. 2.188**:

$$p_{wf} = p_i - \frac{141200Q_g \bar{\mu} \bar{B}_g}{kh} p_D = 4400 - \frac{141200(2000)(0.02831)(0.00061513)}{(65)(15)} 6.5647$$

$$p_{wf} = 4365.28 \left[\frac{lb_f}{pg^2} \right]$$

La solución es similar a la obtenida con el método $m(p)$ del **ej.13**.

Los **ejs. 10 al 15** son diseñados para mostrar el uso de los diferentes métodos de solución; sin embargo, no son casos prácticos en el análisis de flujo en estado transitorio, ya que la presión p_{wf} es registrada como una función del tiempo. Las técnicas presentadas anteriormente son utilizadas en la caracterización de yacimientos, para determinar la permeabilidad k o el espesor neto de la formación kh .

2.4.-Flujo de Fluidos en Estado Pseudoestacionario

Para el flujo de un fluido en estado transitorio, se asume que, el pozo produce a un gasto constante y se encuentra en un yacimiento de tamaño infinito $r_e \rightarrow \infty$; la producción a gasto constante crea un disturbio de presión que viaja a lo largo del yacimiento, que no alcanza la frontera externa; por lo tanto, la frontera externa del yacimiento no tiene efectos sobre el comportamiento de la presión en el yacimiento. Obviamente, la condición de tiempo que se asume es comúnmente muy corta, debido a que el disturbio de presión alcanzará la frontera externa del yacimiento y finalizará el flujo en estado transitorio; teniendo efecto la frontera externa sobre el disturbio de la presión en el yacimiento; comenzando el flujo en estado pseudoestacionario.

Siguiendo el análisis del flujo en estado transitorio, la **Fig. 23a** muestra un sistema de flujo radial que produce a un gasto constante, para un tiempo de producción en el cual el disturbio de presión alcanzara la frontera externa del yacimiento.

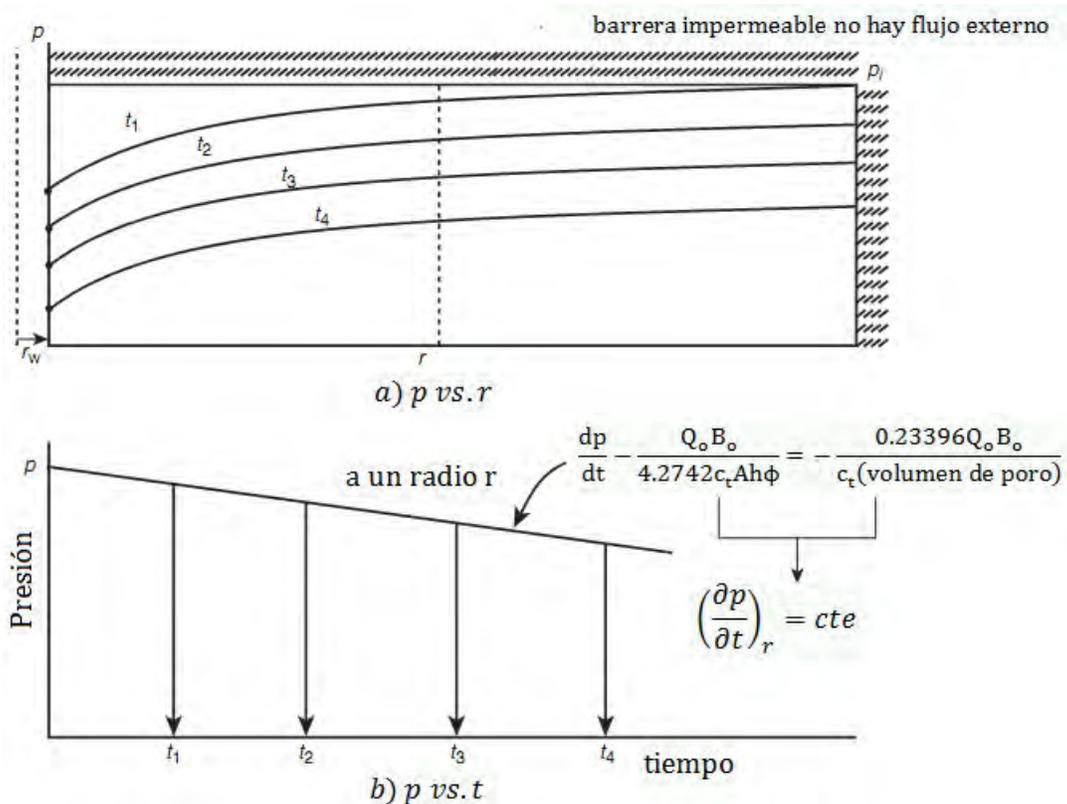


Fig. 23 Régimen de flujo en estado pseudoestacionario (AHMED, 2005).

La **Fig. 23b** muestra que los disturbios de presión disminuyen en proporción a intervalos iguales de tiempo. Matemáticamente, esta condición puede ser expresada como:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_r = \text{cte} \dots \dots \dots [2.190]$$

El término constante de la **Ec. 2.190**, se obtiene haciendo un balance de materia con la **Ec. 1.1**, asumiendo que no existe la presencia de gas libre y tampoco en solución, en el aceite, para todo el proceso de producción:

$$c = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp} \dots \dots \dots [1.1]$$

separando variables:

$$cVdp = -dV = q \dots \dots \dots [2.191]$$

diferenciando con respecto a t:

$$cV \frac{dp}{dt} = -\frac{dV}{dt} = q \dots \dots \dots [2.192]$$

ó:

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{q}{cV} \dots \dots \dots [2.193]$$

expresando la declinación de la presión $\frac{dp}{dt}$ en (lb_f/pg²)/hr:

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{Q_o B_o}{24cV} \dots \dots \dots [2.194]$$

Para un sistema de drene radial, el volumen de poro está dado por:

$$V = \frac{\pi r_e^2 h \phi}{5.615} = \frac{Ah\phi}{5.615} \dots \dots \dots [2.195]$$

Sustituyendo la **Ec. 2.195** en la **Ec. 2.194**:

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{0.23396q}{c_t Ah\phi} \dots \dots \dots [2.196]$$

La **Ec. 2.196** indica que en régimen de flujo en estado pseudoestacionario:

El ritmo de la declinación de la presión en el yacimiento es mayor cuando incrementa el gasto de producción.

El ritmo de la declinación de la presión en el yacimiento es menor cuando el coeficiente de compresibilidad total de la formación es mayor.

El ritmo de la declinación en el yacimiento es menor cuando el yacimiento tiene una compresibilidad total mayor.

Para el caso donde se tenga inyección de agua al yacimiento con un gasto constante denotado por W_i en bl/día, la **Ec. 2.196** es:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{-0.23396q + W_i}{c_t(\text{volumen de poro})} \dots \dots \dots [2.197]$$

Ejemplo 16 El Pozo “Fresno”, productor de aceite, tiene un gasto constante de 120 bl_{o,q} c. s./día bajo un régimen en flujo en estado pseudoestacionario. El análisis de pruebas de presión indica que la declinación de la presión es constante a 0.04656 (lb_f/pg²)/hr. Se dispone de los siguientes datos:

$$h=72[\text{pie}] \quad B_o=1.3[\text{bl}_{o@ \text{c. y.}}/\text{bl}_{o@ \text{c. s.}}] \quad \phi=25 [\%] \quad c_t=25 \times 10^{-6} [\text{lb}_f/\text{pg}^2]^{-1}$$

Calcular el área de drene.

Solución:

Paso 1) Calcular el gasto expresado en bl_{o @ c. y} /día:

$$q = Q_o B_o = (120)(1.3) = 156 \left[\frac{\text{bl}_{o@ \text{c. y.}}}{\text{día}} \right]$$

Paso 2) Con la **Ec. 2.196**, obtener A:

$$A = - \frac{0.23396q}{h\phi \left(\frac{dp}{dt} \right)} = \frac{0.23396(156)}{(25 \times 10^{-6})(72)(0.25)(0.04656)} = \frac{1741970}{43560} = 40 [\text{acres}]$$

Cuando en un yacimiento produce bajo condiciones de flujo en estado pseudoestacionario, cada pozo deberá drenar fluido más allá de su propia área de drene, independientemente de los demás pozos existentes en el yacimiento. Para esta condición, la declinación del ritmo de la presión en todo el yacimiento $\frac{dp}{dt}$ deberá ser aproximadamente constante.

La presión promedio en el yacimiento, para casos prácticos, se considera como la presión volumétrica promedio del yacimiento \bar{p}_r . La presión promedio \bar{p}_r se calcula con la **Ec. 2.196** en un área de drene A, reemplazando el ritmo de declinación de la presión $\frac{dp}{dt}$ por $\frac{p_i - \bar{p}_r}{t}$:

$$\frac{p_i - \bar{p}_r}{t} = \frac{0.23396q}{c_t A h \phi} \dots \dots \dots [2.198]$$

despejando \bar{p}_r :

$$\bar{p}_r = p_i - \frac{0.23396q}{c_t A h \phi} t \dots \dots \dots [2.199]$$

La **Ec. 2.199** describe una línea recta con $m = -\frac{0.23396q}{c_t Ah\phi}$ y $b = p_i$ e indica que la presión promedio de yacimiento \bar{p} , a cierta producción acumulada de aceite $N_p[B_o @ c.s.]$, está dada por:

$$\bar{p} = p_i - \frac{0.23396B_o N_p}{c_t Ah\phi} \dots \dots \dots [2.200]$$

Para cálculos de balance de materia, las propiedades de los fluidos son evaluadas a la presión volumétrica total del yacimiento, la cual puede calcularse con el gasto de cada pozo productor existente en el yacimiento y su presión volumétrica promedio respectiva:

$$\bar{p}_r = \frac{\sum_j (\bar{p}q)_j}{\sum_j V_j} \dots \dots \dots [2.201]$$

La **Fig. 24** representa el concepto de la presión volumétrica promedio:

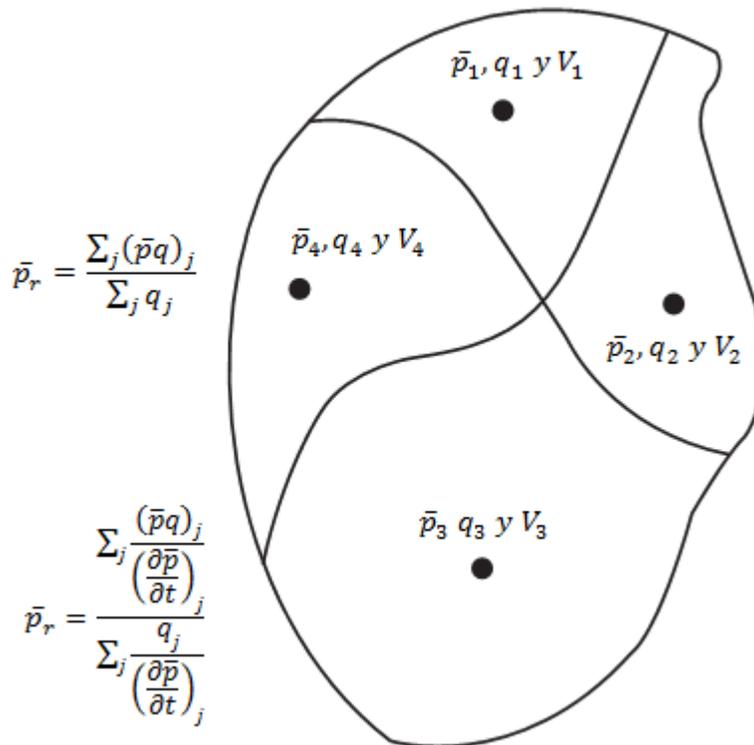


Fig. 24 Presión volumétrica promedio de cada pozo en el yacimiento (AHMED, 2005).

Una alternativa para el cálculo de la presión volumétrica promedio del yacimiento, es que se puede expresar en función del ritmo de declinación de la presión volumétrica promedio del área de drenaje de cada pozo y su gasto.

$$\bar{p}_r = \frac{\sum_j \frac{(\bar{p}q)_j}{\left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial t}\right)_j}}{\sum_j \frac{q_j}{\left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial t}\right)_j}} \dots \dots \dots [2.202]$$

La ecuación de balance de materia es aplicada a intervalos regulares de tiempo, que van de tres a seis meses ($\Delta t = 3 - 6$ meses). Para la vida productiva de un yacimiento, la presión promedio puede ser obtenida en términos del volumen de fluidos extraídos a condiciones de yacimiento, a un intervalo de tiempo determinado Δt ; ésto se expresa en función del cambio de volumen debido a la extracción del fluido del yacimiento $\Delta(F)$ y de las presiones volumétricas promedio del área de drene de cada pozo:

$$\bar{p}_r = \frac{\sum_j \frac{\bar{p}_j \Delta(F)_j}{\Delta \bar{p}_j}}{\sum_j \frac{\Delta(F)_j}{\Delta \bar{p}_j}} \dots \dots \dots [2.203]$$

donde el fluido total extraído del yacimiento de un tiempo t , a un incremento de tiempo $t + \Delta t$, es:

$$F_t = \int_0^t (Q_o B_o + Q_w B_w + (Q_g - Q_o R_s - Q_w R_{sw}) B_g) dt. \dots \dots \dots [2.204]$$

y:

$$F_{t+\Delta t} = \int_0^{t+\Delta t} (Q_o B_o + Q_w B_w + (Q_g - Q_o R_s - Q_w R_{sw}) B_g) dt. \dots \dots \dots [2.205]$$

con:

$$\Delta(F) = F_{t+\Delta t} - F_t. \dots \dots \dots [2.206]$$

2.4.1.-Flujo de Fluidos Ligeramente Compresibles en Geometría Radial

La ecuación de difusión para flujo en estado pseudoestacionario para geometría de flujo radial para fluidos ligeramente compresibles, puede expresarse con la sustitución de la **Ec. 2.197** en la **Ec. 2.120**:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_t}{0.0002637k} \left(- \frac{0.23396q}{c_t A h \phi} \right) \dots \dots \dots [2.207]$$

reordenando y operando las constantes:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = - \frac{887.22q\mu}{Ahk} \dots \dots \dots [2.208]$$

esta ecuación puede ser expresada en función del área de drene $A = \pi r_e^2$:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = - \frac{887.22 q \mu}{(\pi r_e^2) h k} \dots \dots \dots [2.209]$$

simplificando:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = - \frac{887.22 q \mu}{(\pi r_e^2) h k} \dots \dots \dots [2.210]$$

separando variables e integrando:

$$r \frac{\partial p}{\partial r} = - \frac{282.41 q \mu r^2}{r_e^2 h k} + C_1 \dots \dots \dots [2.211]$$

donde C_1 es la constante de integración que será evaluada para la condición de que no existe flujo externo en el yacimiento $\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r=r_e} = 0$:

$$(0) = - \frac{282.41 q \mu r_e^2}{r_e^2 h k} + C_1 \dots \dots \dots [2.212]$$

despejando C_1 :

$$C_1 = \frac{141.2 q \mu}{h k} \dots \dots \dots [2.213]$$

con el valor de C_1 , la **Ec. 2.11** integrada es:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{141.2 q \mu}{h k} \left(\frac{1}{r} - \frac{r}{r_e^2} \right) \dots \dots \dots [2.214]$$

separando variables e integrando otra vez, ahora en el intervalo $[r, r_e]$:

$$p_i - p_{wf} = \frac{141.2 q \mu}{h k} \left(\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{r_w^2}{r_e^2} \right) \right) \dots \dots \dots [2.215]$$

El término $\frac{r_w^2}{r_e^2}$ es despreciable, debido a la gran diferencia que existe entre la magnitud del radio del pozo y el radio del yacimiento; aún más, es un cociente cuadrático:

$$p_i - p_{wf} = \frac{141.2 q \mu}{h k} \left(\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{1}{2} \right) \dots \dots \dots [2.216]$$

despejar q y expresarlo en $bl_o @ c. s./día$:

$$Q = \frac{0.0070821 h k (p_i - p_{wf})}{\mu B \left(\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{1}{2} \right)} \dots \dots \dots [2.217]$$

La **Ec. 2.217** en función de la presión volumétrica promedio \bar{p} es:

$$Q = \frac{0.0070821hk(\bar{p} - p_{wf})}{\mu B \left(\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right)} \dots \dots \dots [2.218]$$

ó:

$$Q = \frac{0.0070821hk(\bar{p} - p_{wf})}{\mu B \ln \left(\frac{0.4723r_e}{r_w} \right)} \dots \dots \dots [2.219]$$

El régimen de flujo en estado pseudoestacionario ocurrirá independiente de la geometría del yacimiento; los yacimientos con geometrías irregulares, llegaran a este estado de flujo cuando el tiempo de producción sea suficiente para que el disturbio de presión pueda afectar a toda el área de drene del yacimiento.

El factor geométrico del área de drene C_A , contabiliza la desviación de la forma del área de drene referente a una área de drene circular idealizada. El factor geométrico se muestra tabulado en la **Tabla 15**, se considera la localización del pozo dentro del área de drene.

Geometría del Área de Drene.	C_A	$\ln(C_A)$	$\frac{1}{2} \ln \left(\frac{22458}{C_A} \right)$	Exacto para $t_{DA} >$	Menor a 1% Error para $t_{DA} >$	Sistema Infinito 1% Error para $t_{DA} >$
	31.62	3.4538	-1.3224	0.1	0.06	0.10
	31.6	3.4532	-1.3220	0.1	0.06	0.10
	27.6	3.3178	-1.2544	0.2	0.07	0.09
	27.1	3.2995	-1.2452	0.2	0.07	0.09
	21.9	3.0865	-1.1387	0.4	0.12	0.08
	0.098	-2.3227	+1.5659	0.9	0.60	0.015
	30.8828	3.4302	-1.3106	0.1	0.05	0.09
	12.9851	2.5638	-0.8774	0.7	0.25	0.03
	10132	1.5070	-0.3490	0.6	0.30	0.025
	3.3351	1.2045	-0.1977	0.7	0.25	0.01
	21.8369	3.0836	-1.1373	0.3	0.15	0.025

Tabla 15 Factor geométrico para diferentes áreas de drene (AHMED, 2005).

Introduciendo C_A en la **Ec. 2.218** y despejando p_{wf} , resultan las siguientes dos soluciones:

En términos de la presión volumétrica promedio:

$$p_{wf} = \bar{p} - \frac{162.6Q\mu B}{kh} \log\left(\frac{2.3458A}{C_A r_w^2}\right) \dots \dots \dots [2.220]$$

combinando la **Ec. 2.199** con la **Ec. 2.220**:

$$p_{wf} = p_i - \frac{0.23396QBt}{c_t Ah\phi} - \frac{162.6Q\mu B}{kh} \log\left(\frac{2.3458A}{C_A r_w^2}\right) \dots \dots \dots [2.221]$$

La **Ec. 2.221** puede ser modelada de forma lineal como:

$$p_{wf} = a_{pss} + m_{pss}t. \dots \dots \dots [2.222]$$

con:

$$a_{pss} = p_i - \frac{162.6Q\mu B}{kh} \log\left(\frac{2.3458A}{C_A r_w^2}\right) \dots \dots \dots [2.223]$$

y

$$m_{pss} = -\frac{0.23396QB}{c_t Ah\phi} \dots \dots \dots [2.224]$$

Ahora despejando el gasto Q de la **Ec. 2.220**:

$$Q = \frac{hk(\bar{p} - p_{wf})}{162.6\mu B \log\left(\frac{2.3458A}{C_A r_w^2}\right)} \dots \dots \dots [2.225]$$

se obtiene una forma generalizada de la ecuación de Darcy.

Aplicando la **Ec. 2.225** a un yacimiento circular de radio r_e , con $C_A = 31.02$ (**Tabla 4**):

$$Q = \frac{0.00708hk(\bar{p} - p_{wf})}{\mu B \left(\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{3}{4}\right)} \dots \dots \dots [2.226]$$

Ejemplo 17 El Pozo “**Monzo**”, productor de aceite, se localiza en el centro de un área de drene cuadrangular, produce con un gasto de 100 bl_o @ c. s./día, bajo condiciones de flujo en estado pseudoestacionario, la compresibilidad total de la formación es $25 \times 10^{-6} [lb_f/pg^2]^{-1}$. El yacimiento tiene las siguientes características

- | | | | |
|---------------|--------------------------------------|-----------------------|-----------------|
| $\phi=15[\%]$ | $B_o=1.2[bl_o @ c. y./bl_o @ c. s.]$ | $p_i=4500[lb_f/pg^2]$ | $r_w=0.25[pie]$ |
| $h=30[pie]$ | $A=40[acres]$ | $k=20[mD]$ | $\mu=1.5[cp]$ |

- a) Calcular y graficar la presión de fondo fluyendo como una función del tiempo $p_{wf}(t)$.
- b) Calcular el ritmo de declinación de la presión. ¿Cuál es la declinación de la presión promedio del yacimiento desde $t=10$ horas a $t=200$ horas?

Solución:

a) Calcular p_{wf} :

Paso 1) De la **Tabla 15**, $C_A = 31.02$.

Paso 2) Expresar A en acres:

$$A = (40)(43560) = 1742400[\text{pie}^2]$$

Paso 3) Con la **Ec. 2.221**, expresar la p_{wf} en función del tiempo t:

$$\begin{aligned}
 p_{wf} &= p_i - \frac{0.23396QBt}{c_tAh\phi} - \frac{162.6QB\mu}{kh} \log\left(\frac{2.3458A}{C_Ar_w^2}\right) = \\
 &= 4500 - \frac{0.23396(100)(1.2)t}{(25 \times 10^{-6})(1742400)(30)(0.15)} - \frac{162.6(100)(1.2)(1.5)}{(20)(30)} \log\left(\frac{2.3458(1742400)}{(31.02)(0.25)^2}\right) \\
 p_{wf} &= 4192 - 0.143t
 \end{aligned}$$

Paso 4) Calcular p_{wf} para diferentes tiempos, **Tabla 16**:

t[hr]	$P_{wf} \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$
10	4190.57
20	4189.14
50	4184.85
100	4177.7
200	4163.4

Tabla 16 p_{wf} vs. t, ej. 17.

Paso 5) Graficar los valores de la **Tabla 16**.

b) de la **Fig. 25** determinar $\frac{dp}{dt}$:

$$\frac{dp}{dt} = -0.143 \left[\frac{\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2}}{\text{hr}} \right]$$

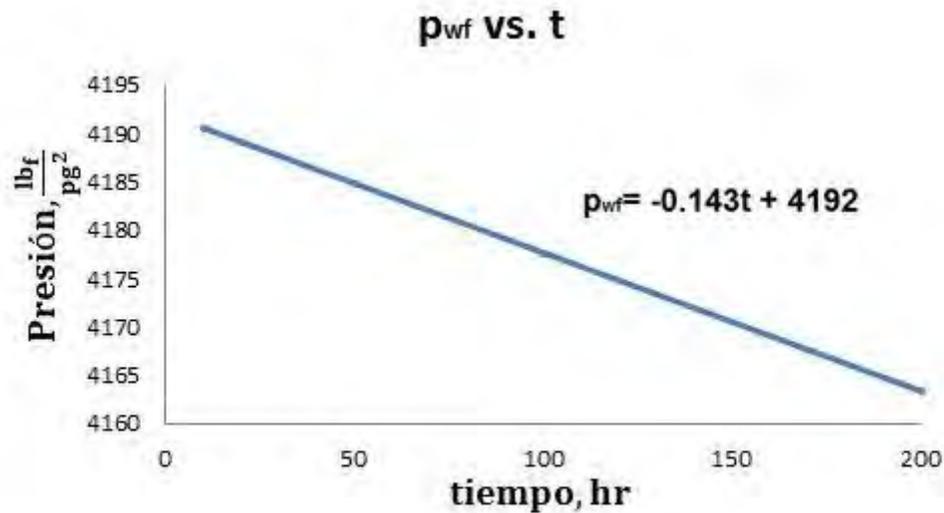


Fig. 25 Gráfica p_{wf} vs. t, para flujo en estado pseudoestacionario.

El significado de que del ritmo de la declinación de la presión de fondo fluyendo sea constante, es que en toda el área de drene para flujo en estado pseudoestacionario, la caída de presión con respecto al tiempo, será la misma. Esto significa que la presión promedio de yacimiento \bar{p} , declinará al mismo ritmo de $0.143 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2 \cdot \text{hr}} \right]$.

Para el cambio de presión promedio de yacimiento \bar{p}_r de 10 a 200 horas:

$$\Delta \bar{p}_r = \frac{dp}{dt} \Delta t = (-0.143)(200 - 10) = 27.17 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$$

Ejemplo 18 El Pozo “Prietillo”, productor de aceite, tiene una presión de fondo fluyendo constante de 1500 lb_f/pg², la presión promedio del yacimiento \bar{p}_r es de 3200 lb_f/pg². El Pozo está localizado en el centro de un área de drene cuadrangular de 40 acres, se cuenta con la siguiente información:

$$\phi=16[\%] \quad r_w=0.25[\text{pie}] \quad h=15[\text{pie}] \quad c_t=10 \times 10^{-6}[\text{lb}_f/\text{pg}^2]^{-1} \quad k=50[\text{mD}]$$

$$p_i=4500[\text{lb}_f/\text{pg}^2] \quad B_o=1.15[\text{bl}_o @ \text{c. y.} / \text{bl}_o @ \text{c. s.}] \quad \mu=2.6[\text{cp}]$$

Calcular el gasto de aceite que aporta el Pozo.

Solución:

Paso 1) Con la Ec. 2. 225, determinar el gasto de aceite Q:

$$Q = \frac{hk(\bar{p}-p_{wf})}{162.6\mu B \log\left(\frac{2.2458A}{C_A r_w^2}\right)} = \frac{(15)(50)(3200-1500)}{162.6(2.6)(1.15) \log\left(\frac{2.3458(40)(43560)}{(30.8828)(0.25)^2}\right)} = 416 \left[\frac{\text{bl}_o @ \text{c.s.}}{\text{día}} \right]$$

Expresando la **Ec. 2.221** de forma adimensional e introduciendo p_D :

$$p_D = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2.3458A}{C_A r_w^2} \right) + s \dots \dots \dots [2.227]$$

Considerar el tiempo adimensional t_D en función del área de drene, dado por la **Ec. 2.140**:

$$t_{DA} = \frac{0.0002637kt}{\phi \mu c_t A} = t_D \left(\frac{r_w^2}{A} \right) \dots \dots \dots [2.228]$$

Al graficar, p_D vs. t_{DA} de la **Ec. 2.227**, en escala cartesiana; se proyecta una tendencia lineal con pendiente 2π :

$$\frac{\partial p_D}{\partial t_{DA}} = 2\pi \dots \dots \dots [2.229]$$

Para un pozo localizado en un área de drene circular y sin daño a la formación $s = 0$ y aplicando logaritmos a la **Ec. 2.125**:

$$\log(p_D) = \log(2\pi) + \log(t_{DA}) \dots \dots \dots [2.230]$$

2.4.2.-Flujo de Fluidos Compresibles en Geometría de Flujo Radial

La ecuación de difusión para flujo radial, **Ec. 2.94**, fue desarrollada para describir el comportamiento de fluidos compresibles en condiciones de flujo en estado transitorio; para condiciones de flujo en estado pseudoestacionario, el cambio de ritmo de la pseudopresión del gas con respecto al tiempo es constante:

$$\frac{\partial m(p)}{\partial t} = cte \dots \dots \dots [2.231]$$

Procediendo de la misma forma, como se hizo para fluidos ligeramente compresibles, se obtiene una solución a la ecuación de difusión para fluidos compresibles:

$$Q_g = \frac{hk(m(\bar{p}) - m(p_{wf}))}{1422T \left(\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right)} \dots \dots \dots [2.232]$$

Las aproximaciones a la solución de la **Ec. 2.232** son: la aproximación de la presión cuadrática y la aproximación de la presión promedio lineal.

2.4.2.1.-Aproximación de la presión cuadrática p^2

Esta aproximación da buenos resultados para un rango de aplicación de presiones menores a 2000 lb_f/pg^2 . Dicha solución tiene la siguiente forma:

$$Q_g = \frac{hk(\bar{p}_r^2 - p_{wf}^2)}{1422T\bar{\mu}\bar{Z} \left(\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right)} \dots \dots \dots [2.233]$$

Las propiedades del gas \bar{Z} y $\bar{\mu}$ son evaluadas a una presión cuadrática promedio:

$$\bar{p} = \sqrt{\frac{\bar{p}_r^2 + p_{wf}^2}{2}} \dots \dots \dots [2.234]$$

2.4.2.2.-Aproximación de la presión lineal promedio p

Es aplicable para presiones mayores a 3000 lb_f/pg², teniendo la siguiente forma:

$$Q_g = \frac{hk(\bar{p}_r - p_{wf})}{1422T\bar{\mu}\bar{B}_g \left(\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right)} \dots \dots \dots [2.235]$$

Las propiedades del gas \bar{Z} y $\bar{\mu}$ son evaluadas a una presión promedio:

$$\bar{p} = \frac{\bar{p}_r + p_{wf}}{2} \dots \dots \dots [2.236]$$

Para la deducción de las ecuaciones de flujo, se asumen dos principales condiciones: permeabilidad uniforme a través de toda la formación y flujo laminar. Las soluciones para las ecuaciones de flujo, deberán modificarse para corregir la desviación que ocasiona cualquiera de las dos condiciones anteriores, introduciendo los siguientes dos factores de corrección en las soluciones: factor de daño a la formación y factor de turbulencia.

2.5.-Factor de Daño a la Formación s

El factor de daño a la formación, es el resultado de la alteración de la permeabilidad en la vecindad del pozo. Es referido comúnmente como un daño que afecta la producción del pozo; la zona que es afectada puede extenderse desde unas cuantas pulgadas hasta varios pies desde el pozo hacia adentro de la formación. Para mejorar el paso de los fluidos en la cercanía del pozo; varios pozos son estimulados, acidificados o fracturados hidráulicamente; ya que es común que el daño a la formación sea perjudicial para el flujo de los fluidos en la cercanía del pozo. La permeabilidad con daño en la formación, es común, que sea diferente a la permeabilidad original de la formación y será muy diferente a la permeabilidad por alguna estimulación, acidificación o fracturamiento hidráulico. La representación del factor de daño a la formación es presentada en la **Fig. 26**.

El factor de daño a la formación es debido a la alteración del disturbio de presión al rededor del pozo; causando una pérdida adicional de presión por la obstrucción del paso de los fluidos a través de la formación; existiendo también el caso en que el daño sea favorable para que los fluidos atraviesen la formación y se reduzca la caída de presión en la zona dañada; a la caída de presión en la zona dañada se refiere como $\Delta p_{daño}$.

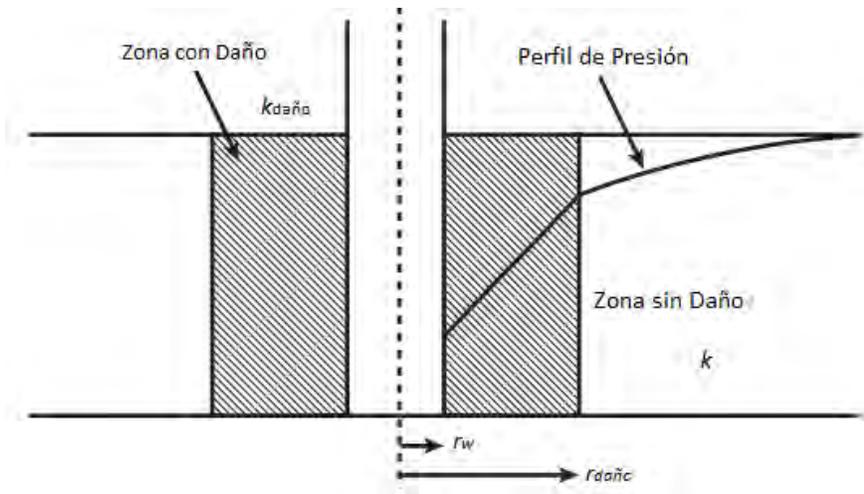


Fig. 26 Daño a la formación en la cercanía del pozo (AHMED,2005).

La Fig. 27 muestra el daño a la formación y analizando los casos presentados:

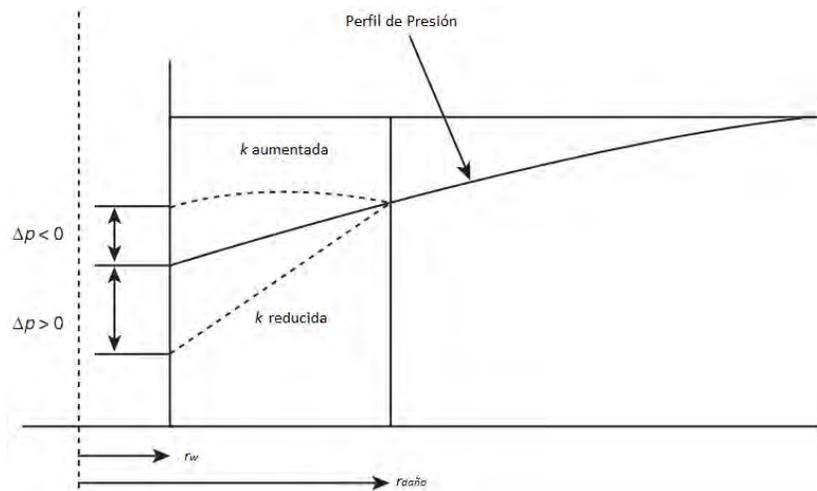


Fig. 27 Representación del daño a la formación (AHMED,2005).

Caso 1.- Cuando $\Delta p_{daño} > 0$, indica que existe una pérdida adicional de presión por el daño a la formación; por lo tanto, $k_{daño} < k$.

Caso 2.- Cuando $\Delta p_{daño} < 0$, indica que la pérdida de presión es menor a la que se tuviera sin daño; por lo tanto, $k_{daño} > k$.

Caso 3.- Cuando $\Delta p_{daño} = 0$, indica que no hay pérdida de presión, se restauró la permeabilidad original de la formación; por lo tanto, $k_{daño} = k$.

Se considera que la permeabilidad en la zona dañada $k_{daño}$ es uniforme; por lo tanto, la pérdida de presión en ésta zona puede ser estimada por la ecuación de Darcy:

$$\Delta p_{\text{daño}} = \left[\frac{\Delta p \text{ en la zona}}{k_{\text{daño}}} \right] - \left[\frac{\Delta p \text{ en la zona}}{k} \right] \dots \dots \dots [2.237]$$

Aplicando la ecuación de Darcy en cada término:

$$\Delta p_{\text{daño}} = \left(\frac{Q_o \mu_o B_o}{0.00708 h k_{\text{daño}}} \right) \ln \left(\frac{r_{\text{daño}}}{r_w} \right) - \left(\frac{Q_o \mu_o B_o}{0.00708 h k} \right) \ln \left(\frac{r_{\text{daño}}}{r_w} \right) \dots \dots \dots [2.238]$$

simplificando y reordenando términos:

$$\Delta p_{\text{daño}} = \left(\frac{Q_o \mu_o B_o}{0.00708 h k} \right) \left(\frac{k}{k_{\text{daño}}} - 1 \right) \ln \left(\frac{r_{\text{daño}}}{r_w} \right) \dots \dots \dots [2.239]$$

ó:

$$\Delta p_{\text{daño}} = 142.1 \frac{Q_o \mu_o B_o}{h k} s \dots \dots \dots [2.240]$$

dondes es llamado el factor de daño a la formación y es definido por:

$$s = \left(\frac{k}{k_{\text{daño}}} - 1 \right) \ln \left(\frac{r_{\text{daño}}}{r_w} \right) \dots \dots \dots [2.241]$$

Analizando la relación de permeabilidades $\frac{k}{k_{\text{skin}}}$ y el logaritmo natural del cociente de los radios $\ln \left(\frac{r_{\text{skin}}}{r_w} \right)$, que siempre será positivo, hay tres posibilidades para evaluar s:

1.- $s > 0$, se tiene cuando existe obstrucción al paso de los fluidos en la formación, debido a que k es menor que $k_{\text{daño}}$, el factor de daño s incrementa con la reducción de $k_{\text{daño}}$ y con el incremento de $r_{\text{daño}}$.

2.- $s < 0$, sucede cuando la permeabilidad en la zona con daño $k_{\text{daño}}$ es mayor que la permeabilidad original de la formación k , el factor de daño es negativo e indica que existen mejores condiciones para el flujo de los fluidos en la zona dañada.

3.- $s = 0$, esta condición es importante de comprender, ya que sucede cuando la permeabilidad de la zona dañada $k_{\text{daño}}$ es igual a la permeabilidad original k ; no quiere decir que existan las mismas condiciones físicas, químicas o petrofísicas en el seno de la roca; sino que solamente se igualaron las condiciones de flujo de la propia formación.

En la **Ec. 2.241**, si el factor de daño a la formación s es negativo, la caída de presión debida al factor de daño a la formación $\Delta p_{\text{daño}}$, también será negativa, implica que un pozo estimulado requerirá menor caída de presión para producir un gasto q , que otro pozo al que no se le realizado dicha estimulación.

La modificación en las ecuaciones de flujo anteriores se basan en que la caída de presión adicional por el daño a la formación, deberán incrementar o disminuir en una cantidad $\Delta p_{\text{daño}}$, asumiendo que $(\Delta p)_{\text{ideal}}$ representa la pérdida de presión para un área de drene con permeabilidad uniforme k , expresado por:

$$(\Delta p)_{\text{actual}} = (\Delta p)_{\text{ideal}} + (\Delta p)_{\text{daño}} \dots \dots \dots [2.242]$$

ó:

$$(p_i - p_{wf})_{\text{actual}} = (p_i - p_{wf})_{\text{ideal}} + (\Delta p)_{\text{daño}} \dots \dots \dots [2.243]$$

La modificación a la **Ec. 2.243**, para cuantificar la caída de presión debida al daño a la formación, puede ser aplicada para los tres regímenes de flujo definidos con anterioridad.

2.5.1.-Flujo de fluidos en estado estacionario, geometría de flujo radial y considerando s

Se sustituyen las **Ecs. 2.33 y 2.240** en la **Ec. 2.243**:

$$(p_i - p_{wf})_{\text{actual}} = \frac{Q_o \mu_o B_o}{0.00708kh} \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) + 142.1 \frac{Q_o \mu_o B_o}{hk} s \dots \dots \dots [2.244]$$

despejando Q_o :

$$Q_o = \frac{0.00708kh(p_i - p_{wf})}{\mu_o B_o \left(\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) + s \right)} \dots \dots \dots [2.245]$$

donde Q_o es el gasto de aceite, $bl_o @ c. s./\text{día}$.

2.5.2.-Flujo de fluidos en estado transitorio, geometría radial considerando s

-Para fluidos ligeramente compresibles:

Combinando las **Ecs. 2.131 y 2.240** con la **Ec. 2.243** y simplificando:

$$p_i - p_{wf} = \frac{162.6Q_o B_o \mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{kt}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) \dots \dots \dots [2.246]$$

-Para fluidos compresibles:

$$m(p_i) - m(p_{wf}) = \frac{1637Q_g T}{kh} \left(\log \left(\frac{kt}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) \dots \dots \dots [2.247]$$

los términos de la pseudopresión $m(p_i) - m(p_{wf})$, son reemplazados por

$$p_i^2 - p_{wf}^2 = \frac{1637Q_g T \bar{\mu} \bar{Z}}{kh} \left(\log \left(\frac{kt}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) \dots \dots \dots [2.248]$$

2.5.3.-Flujo de fluidos en estado pseudoestacionario, geometría de flujo radial y considerando s

-Para fluidos ligeramente compresibles:

Introduciendo el factor de daño a la formación s en la **Ec. 2.218**:

$$Q = \frac{0.0070821hk(\bar{p}_r - p_{wf})}{\mu B \left(\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} + s \right)} \dots \dots \dots [2.249]$$

-Para fluidos compresibles:

Introduciendo el factor de daño a la formación en la **Ec. 2.232**:

$$Q_g = \frac{hk(m(\bar{p}_r) - m(p_{wf}))}{1422T \left(\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} + s \right)} \dots \dots \dots [2.250]$$

en términos de la aproximación de la presión cuadrática \bar{p}^2 :

$$Q_g = \frac{hk(\bar{p}_r^2 - p_{wf}^2)}{1422T\bar{\mu}_g\bar{Z} \left(\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} + s \right)} \dots \dots \dots [2.251]$$

Ejemplo 19 Para el Pozo “Perlita”, calcular el factor de daño a la formación ocasionado por el filtrado de un fluido de perforación al interior de la formación, a un radio de 2 pie, la permeabilidad de la zona dañada es de 20 mD y la permeabilidad original de la formación es de 60 mD; el radio del Pozo es de 0.25 pie.

Solución:

Paso 1) Con la **Ec. 2.241**, calcular el factor de daño:

$$s = \left(\frac{k}{k_{daño}} - 1 \right) \ln \left(\frac{r_{daño}}{r_w} \right) = \left(\frac{60}{20} - 1 \right) \ln \left(\frac{2}{0.25} \right) = 4.1588$$

El radio aparente del pozo r_{wa} , contabiliza las caídas de presión por efectos del daño a la formación y es expresado de la siguiente forma:

$$r_{wa} = r_w e^{-s} \dots \dots \dots [2.252]$$

Se sustituye el radio del pozo r_w por el radio aparente r_{wa} ; por ejemplo: en la **Ec. 2.246**:

$$p_i - p_{wf} = \frac{162.6Q_o B_o \mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{kt}{\phi \mu c_t r_{wa}^2} \right) - 3.23 \right) \dots \dots \dots [2.253]$$

2.6.-Factor de Turbulencia

Se ha establecido que el flujo de los fluidos es laminar; para flujo de fluidos en geometría radial, la velocidad de flujo incrementa conforme el fluido se va acercando al pozo; este efecto, es aún más notorio cuando fluye gas en el yacimiento, causando una caída de presión adicional similar a la originada por el daño a la formación. El término “flujo no-Darciano” fue adoptado por la industria para describir la caída de presión adicional debida al flujo turbulento.

La pérdida de pseudopotencial, debida a la turbulencia y al daño a la formación, es:

$$(\Delta\psi)_{\text{actual}} = (\Delta\psi)_{\text{ideal}} + (\Delta\psi)_{\text{daño}} + (\Delta\psi)_{\text{no darciano}} \dots \dots \dots [2.254]$$

La pérdida de pseudopotencial debida a la turbulencia $(\Delta\psi)_{\text{no darciano}}$ se calcula con:

$$(\Delta\psi)_{\text{no darciano}} = 3.161 \times 10^{-12} \left(\frac{\beta T \gamma_g}{\mu_{gw} h^2 r_w} \right) Q_g^2 \dots \dots \dots [2.255]$$

La **Ec. 2.255** se puede expresar como:

$$(\Delta\psi)_{\text{no darciano}} = F Q_g^2 \dots \dots \dots [2.256]$$

Donde F es el coeficiente de flujo turbulento, definido por:

$$F = 3.161 \times 10^{-12} \left(\frac{\beta T \gamma_g}{\mu_{gw} h^2 r_w} \right) \dots \dots \dots [2.257]$$

El parámetro de turbulencia de la formación β es calculado con:

$$\beta = 1.88(10^{-10})(k^{-1.47})(\phi)^{-0.53} \dots \dots \dots [2.258]$$

El término FQ_g^2 puede incluirse en todas las ecuaciones de flujo para fluidos compresibles de la misma forma que el factor de daño a la formación. El factor de turbulencia es interpretado como un daño que depende del gasto y la modificación a las ecuaciones de flujo para contabilizarlo será en los tres regímenes de flujo descritos.

2.6.1.-Flujo de fluidos en estado transitorio considerando efecto de turbulencia D

La **Ec. 2.135**, describe el flujo de fluidos compresibles en estado transitorio y puede modificarse para incluir el factor de turbulencia, al contabilizar la caída de pseudopotencial:

$$m(p_i) - m(p_{wf}) = \frac{1637Q_g T}{kh} \left(\log \left(\frac{kt}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) + FQ_g^2 \dots \dots \dots [2.259]$$

simplificando:

$$m(p_i) - m(p_{wf}) = \frac{1637Q_g T}{kh} \left(\log \left(\frac{kt}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s + DQ_g \right) \dots \dots \dots [2.260]$$

donde DQ_g es el factor de daño dependiente del gasto y D es el factor de flujo turbulento dado por:

$$D = \frac{Fkh}{1422T} \dots \dots \dots [2.261]$$

El factor de daño total o aparente \bar{s} , es la combinación del factor de daño a la formación s y el factor de daño dependiente del gasto DQ_g :

$$\bar{s} = s + DQ_g \dots \dots \dots [2.262]$$

sustituyendo la **Ec. 2.262** en la **Ec. 2.260**:

$$m(p_i) - m(p_{wf}) = \frac{1637Q_g T}{kh} \left(\log \left(\frac{kt}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87\bar{s} \right) \dots \dots \dots [2.263]$$

La **Ec.2.263** puede expresarse en función de la aproximación de la presión cuadrática \bar{p}^2 :

$$\bar{p}_r^2 - p_{wf}^2 = \frac{1637Q_g T \bar{\mu}_g \bar{Z}}{kh} \left(\log \left(\frac{kt}{\phi \mu_i c_{ti} r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87\bar{s} \right) \dots \dots \dots [2.264]$$

2.11.2.-Flujo de fluidos en estado pseudoestacionario considerando efecto de turbulencia D

Las **Ecs. 2.250 y 2.251** pueden modificarse para introducir el factor de flujo no-Darciano:

$$Q_g = \frac{hk(m(\bar{p}_r) - m(p_{wf}))}{1422T \left(\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} + s + DQ_g \right)} \dots \dots \dots [2.265]$$

En términos de la aproximación de la presión cuadrática \bar{p}^2 :

$$Q_g = \frac{hk(\bar{p}_r^2 - p_{wf}^2)}{1422T \bar{\mu}_g \bar{Z} \left(\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} + s + DQ_g \right)} \dots \dots \dots [2.266]$$

donde:

$$D = \frac{Fkh}{1422T} \dots \dots \dots [2.267]$$

2.6.3.-Flujo de fluidos en estado estacionario, considerando efecto de turbulencia D

Las **Ecs. 2.62 y 2.63** pueden expresar con el factor de turbulencia D , como:

$$Q_g = \frac{kh(\psi_e - \psi_w)}{1422T \left(\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - 0.5 + s + DQ_g \right)} \dots \dots \dots [2.268]$$

y

$$Q_g = \frac{kh(p_e^2 - p_{wf}^2)}{1422T(\mu_g Z)_{avg} \left(\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - 0.5 + s + DQ_g \right)} \dots \dots \dots [2.269]$$

Ejemplo 20 El Pozo “Capulin”, productor de gas, tiene un daño de formación de 2 pie de longitud y la permeabilidad de la zona dañada es de 30 mD; la permeabilidad y la porosidad de la formación son: 55 mD y 12 %, respectivamente; el pozo produce a un gasto constante de 20 millones pie³/día, con una densidad relativa del gas de 0.6. Se tienen los siguientes datos:

$r_w=0.25$ [pie] $h=20$ [pie] $T=140$ [°F] $\mu_{gw}=0.013$ [cp]

Calcular el factor de daño aparente a la formación.

Solución:

Paso 1) Con la Ec. 2.241, calcular el efecto de daño a la formación s:

$$s = \left(\frac{k}{k_{daño}} - 1 \right) \ln \left(\frac{r_{daño}}{r_w} \right) = \left(\frac{55}{30} - 1 \right) \ln \left(\frac{2}{0.25} \right) = 1.732$$

Paso 2) Con la Ec. 2.258, calcular el factor de turbulencia β:

$$\beta = 1.88(10^{-10})(k^{-1.47})(\phi)^{-0.53} = 1.88(10)^{-10}(55)^{-1.47}(0.12)^{-0.53}$$

$$\beta = 159903745$$

Paso 3) Con la Ec. 2.257, calcular el coeficiente de flujo no-Darciano F:

$$F = 3.161 \times 10^{-12} \left(\frac{\beta T \gamma_g}{\mu_{gw} h^2 r_w} \right) = 3.161 \times 10^{-12} \left(\frac{159903745(600)(0.6)}{(0.013)(20)^2(0.25)} \right)$$

$$F = 0.13997$$

Paso 4) Con la Ec. 2.261, calcular el coeficiente de turbulencia D:

$$D = \frac{Fkh}{1422T} = \frac{0.13997(55)(20)}{1422(600)} = 0.00018046$$

Paso 5) Con la Ec. 2.262, calcular el factor de daño aparente \bar{s} :

$$\bar{s} = s + DQ_g = 1.732 + 0.00018046(20000) = 5.3412$$

2.7.-Principio de Superposición

La solución a la ecuación de difusión para geometría radial, es aplicable sólo para describir la distribución de la presión en el yacimiento para flujo en estado transitorio, causado por la producción a gasto constante de un solo pozo. En la realidad, en un yacimiento, existen

varios pozos con gastos de producción diferentes; por lo tanto, necesitamos una aproximación generalizada para el estudio del comportamiento de los fluidos para esta condición.

El principio de superposición es un concepto poderoso, que puede ayudar a eliminar las restricciones que pueden ser impuestas a varias soluciones de la ecuación de difusión en estado transitorio. El teorema de superposición dice que cualquier suma de las soluciones individuales a la ecuación de difusión, es también una solución. Este concepto deberá ser aplicado para contabilizar en la solución a la ecuación de difusión en estado transitorio por efectos de producción de varios pozos, cambio de gasto de producción, frontera y cambio de presión.

2.7.1.-Efecto de producción de varios pozos

El principio de superposición indica que la pérdida total de presión en cualquier punto en el yacimiento, es la suma de los efectos causados por la producción de cada pozo fluyente.

La **Fig. 28** presenta tres pozos que producen a diferentes gastos en un yacimiento para flujo en estado transitorio. El principio de superposición dice que la pérdida total de presión observada en cualquier punto, es la suma de las caídas de presión ocasionada por todos los pozos fluyentes; por ejemplo: para el pozo 1, es:

$$(\Delta p)_{\text{total en el pozo 1}} = (\Delta p)_{\text{debida al pozo 1}} + (\Delta p)_{\text{debida al pozo 2}} + (\Delta p)_{\text{debida al pozo 3}} \dots \dots \dots [2.270]$$

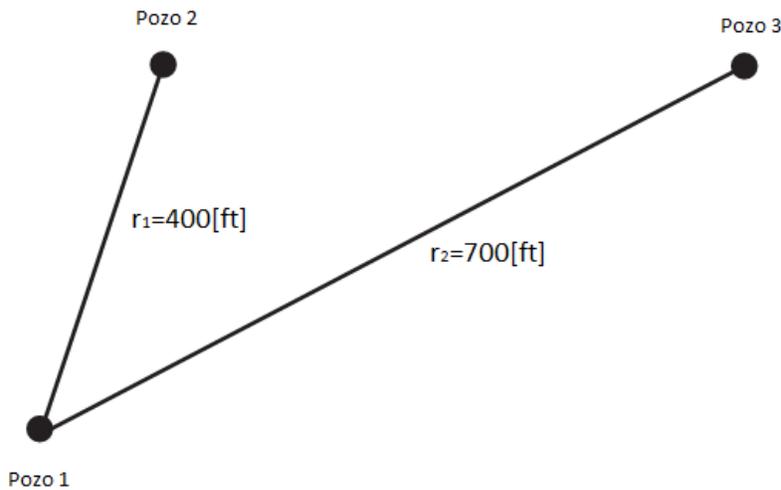


Fig. 28 Esquema de tres pozos productores en un yacimiento para flujo en estado transitorio (AHMED, 2005).

La pérdida de presión debida a la producción del pozo 1, está dada por la aproximación logarítmica de la función solución E_i , **Ec. 2.246**:

$$p_i - p_{wf} = \frac{162.6Q_{o1}B_o\mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{kt}{\phi\mu_c r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) \dots \dots \dots [2.246]$$

La pérdida de presión adicional, en el pozo 1, debida a la producción del pozo 2 y 3, deberá ser escrita en términos de la función solución E_i , **Ec. 2.125**:

$$p(r, t) = p_i + \frac{70.6Q_{oi}B_o\mu_o}{kh} E_i \left(\frac{-948\phi\mu_o c_t r^2}{kt} \right) \dots \dots \dots [2.125]$$

para valores donde $x < 0.1$, aplicar la **Ec. 2.130**:

$$p(r, t) = p_i + \frac{162.6Q_o B_o \mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{kt}{\phi\mu_o c_t r^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) \dots \dots \dots [2.130]$$

Calculando la pérdida de presión para los pozos 2 y 3, con la **Ec. 2.130**:

$$(\Delta p)_{\text{debida al pozo 2}} = p_i - p(r_1, t) = -\frac{70.6Q_{o2}B_o\mu_o}{kh} E_i \left(\frac{-948\phi\mu_o c_t r_1^2}{kt} \right) \dots \dots \dots [2.271]$$

$$(\Delta p)_{\text{debida al pozo 3}} = p_i - p(r_2, t) = -\frac{70.6Q_{o3}B_o\mu_o}{kh} E_i \left(\frac{-948\phi\mu_o c_t r_2^2}{kt} \right) \dots \dots \dots [2.272]$$

La pérdida total de presión en el pozo 1 es:

$$(p_i - p_{wf})_{\text{total en el pozo 1}} = \frac{162.6Q_{o1}B_o\mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{kt}{\phi\mu_o c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) - \frac{70.6Q_{o2}B_o\mu_o}{kh} E_i \left(\frac{-948\phi\mu_o c_t r_1^2}{kt} \right) - \frac{70.6Q_{o3}B_o\mu_o}{kh} E_i \left(\frac{-948\phi\mu_o c_t r_2^2}{kt} \right) \dots \dots \dots [2.273]$$

donde Q_{o1} , Q_{o2} y Q_{o3} se refieren a la producción de los pozos 1, 2 y 3; respectivamente.

La aproximación anterior puede utilizarse para cualquier cantidad de pozos fluentes en un yacimiento bajo condiciones de flujo en estado transitorio; para un pozo en específico, sólo se considera su daño a la formación.

Ejemplo 21 Los pozos de la **Fig. 28**, producen bajo condiciones de flujo en estado transitorio, durante 15 horas y se cuenta con los siguientes datos:

$Q_{o1}=100[\text{bl}_o @ \text{c. s./día}]$	$Q_{o2}=160[\text{bl}_o @ \text{c. s./día}]$	$Q_{o3}=200[\text{bl}_o @ \text{c. s./día}]$
$r_w=0.25[\text{pie}]$	$r_1=400[\text{pie}]$	$r_2=700[\text{pie}]$
$p_i=4500[\text{lb}_f/\text{pg}^2]$	$h=20[\text{pie}]$	$B_o=1.2[\text{bl}_o @ \text{c. y.} / \text{bl}_o @ \text{c. s.}]$
$\phi=15[\%]$	$\mu_o=2.0[\text{cp}]$	$c_t=20 \times 10^{-6}[\text{lb}_f/\text{in}^2]^{-1}$
$k=40[\text{mD}]$	$s_{\text{well}}=-0.5$	

Los tres pozos producen a un gasto constante. Calcular p_{wf} en el pozo 1.

Solución:

Paso 1) Con la **Ec. 2.246**, calcular la pérdida de presión en el pozo 1, causada por su propia producción:

$$\begin{aligned}
 (\Delta p)_{\text{debida al pozo 1}} &= p_i - p_{wf} = \frac{162.6Q_{o1}B_o\mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{kt}{\phi\mu_o c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) = \\
 &= \frac{162.6(100)(1.2)(2.0)}{(40)(20)} \left(\log \left(\frac{(40)(15)}{(0.15)(2.0)(20 \times 10^{-6})(0.25)^2} \right) - 3.23 + 0.87(-0.5) \right) \\
 (\Delta p)_{\text{debida al pozo 1}} &= 270 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]
 \end{aligned}$$

Paso 2) Calcular la pérdida de presión en el pozo 1, debido a la producción del pozo 2:

$$\begin{aligned}
 (\Delta p)_{\text{debida al pozo 2}} &= p_i - p(r_1, t) = -\frac{70.6Q_{o2}B_o\mu_o}{kh} E_i \left(\frac{-948\phi\mu_o c_t r_1^2}{kt} \right) = \\
 &= -\frac{70.6(160)(1.2)(2.0)}{(40)(20)} E_i \left(\frac{-948(0.15)(2.0)(20 \times 10^{-6})(400)^2}{(40)(15)} \right) \\
 (\Delta p)_{\text{debida al pozo 2}} &= 33.88(-E_i(-1.5168)) = 33.88(0.13) \\
 (\Delta p)_{\text{debida al pozo 2}} &= 4.41 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]
 \end{aligned}$$

Paso 3) Calcular la pérdida de presión en el pozo 1, debido a la producción del pozo 3:

$$\begin{aligned}
 (\Delta p)_{\text{debida al pozo 3}} &= p_i - p(r_2, t) = -\frac{70.6Q_{o3}B_o\mu_o}{kh} E_i \left(\frac{-948\phi\mu_o c_t r_2^2}{kt} \right) = \\
 &= -\frac{70.6(200)(1.2)(2.0)}{(40)(20)} E_i \left(\frac{-948(0.15)(2.0)(20 \times 10^{-6})(700)^2}{(40)(15)} \right) = \\
 (\Delta p)_{\text{debida al pozo 3}} &= 42.36(-E_i(-4.645))33.88(0.00183) \\
 (\Delta p)_{\text{debida al pozo 3}} &= 0.08 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]
 \end{aligned}$$

Paso 4) Calcular la pérdida de presión total en el pozo 1:

$$(\Delta p)_{\text{total en el pozo 1}} = (\Delta p)_{\text{debida al pozo 1}} + (\Delta p)_{\text{debida al pozo 2}} + (\Delta p)_{\text{debida al pozo 3}}$$

$$(\Delta p)_{\text{total en el pozo 1}} = 270 + 4.41 + 0.08 = 274.69 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$$

$$(p_i - p_{wf})_{\text{total en el pozo 1}} = 274.69 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$$

Paso 5) Calcular p_{wf} en el pozo 1:

$$(p_{wf})_{\text{en el pozo 1}} = p_i - (\Delta p)_{\text{total en el pozo 1}} = 4500 - 274.69 = 4225.3 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$$

$$p_{wf} = 4225.3 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$$

2.7.2.-Efecto de variación de gasto de producción

Hasta ahora en todas las expresiones matemáticas que se han presentado en este capítulo, se ha considerado que los pozos están produciendo a un gasto constante en el periodo de flujo en estado transitorio. En la realidad, todos los pozos producen a gastos variables, de allí la importancia de ser capaces de predecir el comportamiento de la presión con respecto a los cambios de gasto en los pozos productores. El principio de superposición indica: que el cambio de gasto en un pozo, deberá de tener una respuesta de presión, la cual será independiente a la respuesta de presión causada por el gasto anterior; la pérdida total de presión a cualquier tiempo, es la suma de cambios de presión causados por cada cambio de gasto.

Considerar un pozo cerrado $Q = 0$, que se puso a producir a una serie de gastos constantes durante diferentes periodos de tiempo, la **Fig. 29** presenta la historia de producción:

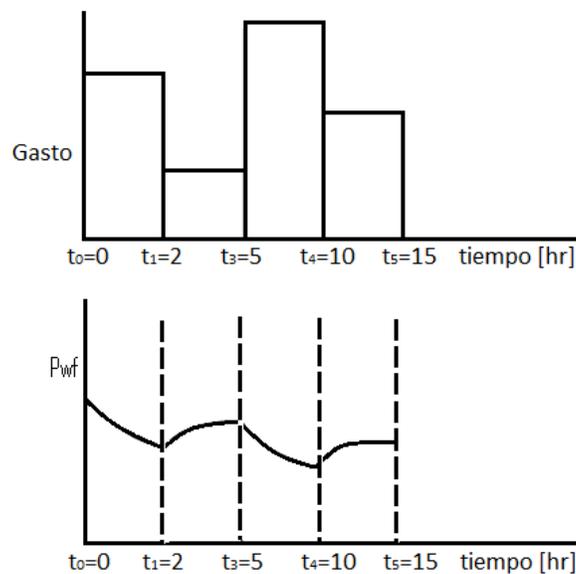


Fig. 29 Historia de producción de un pozo (AHMED, 2005).

Para calcular la pérdida de presión total en el fondo del pozo a un tiempo t_4 , la solución se obtendrá sumando las soluciones individuales a cada gasto para cada periodo de tiempo respectivo:

$$(\Delta p)_{total} = (\Delta p)_{por (Q_{01}-0)} - (\Delta p)_{por (Q_{02}-Q_{01})} - (\Delta p)_{por (Q_{03}-Q_{02})} - (\Delta p)_{por (Q_{04}-Q_{03})} \dots \dots \dots [2.274]$$

La expresión anterior indica que existen cuatro contribuciones a la pérdida total de presión, causadas por cuatro gastos individuales. La primera contribución a la pérdida total de presión resulta del incremento de gasto de 0 a Q_{01} , en el intervalo de tiempo de 0 a t_4 :

$$(\Delta p)_{\text{por } (Q_{01}-0)} = \frac{162.6(Q_{01} - 0)B_o\mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{kt_4}{\phi\mu_o c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) \dots \dots \dots [2.275]$$

La segunda contribución para la pérdida de presión, es por el cambio del gasto Q_{01} a Q_{02} al tiempo t_1 :

$$(\Delta p)_{\text{dedido a } (Q_{02}-Q_{01})} = \frac{162.6(Q_{02} - Q_{01})B_o\mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{k(t_4 - t_1)}{\phi\mu_o c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) \dots [2.278]$$

Procediendo de la misma forma para obtener las otras dos contribuciones de pérdida de presión debido a los cambios en los gastos de Q_2 a Q_3 y de Q_3 a Q_4 :

$$(\Delta p)_{\text{dedido a } (Q_{03}-Q_{02})} = \frac{162.6(Q_{03} - Q_{02})B_o\mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{k(t_4 - t_2)}{\phi\mu_o c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) \dots \dots [2.279]$$

y:

$$(\Delta p)_{\text{dedido a } (Q_{04}-Q_{03})} = \frac{162.6(Q_{04} - Q_{03})B_o\mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{k(t_4 - t_3)}{\phi\mu_o c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) \dots \dots [2.280]$$

La aproximación anterior puede aplicarse para un pozo el cual ha tenido diferentes gastos de producción, pero solamente será válida para condiciones de flujo en estado transitorio, para intervalos de tiempo desde el comienzo de su producción.

Ejemplo 22 La Fig. 29 muestra la historia del Pozo “Box”, productor de aceite, está produciendo bajo condiciones de flujo en estado transitorio durante 15 horas. Se cuenta con los siguientes datos:

- $Q_{01}=100[\text{bl}_o @ \text{c. s./día}]$ $Q_{02} =70[\text{bl}_o @ \text{c. s./día}]$ $s=0$ $h=20[\text{pie}]$
- $Q_{04} =85[\text{bl}_o @ \text{c. s./día}]$ $Q_{03} =150[\text{bl}_o @ \text{c. s./día}]$ $k=40[\text{mD}]$ $r_w=0.3[\text{pie}]$
- $c_t=20 \times 10^{-6} [\text{lb}_f/\text{pg}^2]^{-1}$ $p_i=5000[\text{lb}_f/\text{pg}^2]$ $\phi=15[\%]$ $\mu_o=2.5[\text{cp}]$
- $B_o=1.1[\text{bl}_o @ \text{c. y./ bl}_o @ \text{c. s.}]$

Calcular la p_{wf} para las 15 horas de producción.

Solución:

Paso 1) Calcular la pérdida de presión debido al primer cambio de gasto:

$$(\Delta p)_{\text{debido a } (Q_{01}-0)} = \frac{162.6(Q_{01} - 0)B_o\mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{kt_4}{\phi\mu_o c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) =$$

$$= \frac{162.6(100 - 0)(1.1)(2.5)}{(40)(20)} \left(\log \left(\frac{(40)(15)}{(0.15)(2.5)(20 \times 10^{-6})(0.3)^2} \right) - 3.23 + 0 \right) = 320 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$$

Paso 2) Calcular la pérdida de presión debido al cambio de gasto de 100 a 70 bl_o @ c.
s./día:

$$(\Delta p)_{\text{debido a } (Q_{02}-Q_{01})} = \frac{162.6(Q_{02} - Q_{01})B_o\mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{k(t_4 - t_1)}{\phi\mu_o c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) =$$

$$= \frac{162.6(70 - 100)(1.1)(2.5)}{(40)(20)} \left(\log \left(\frac{(40)(15 - 2)}{(0.15)(2.5)(20 \times 10^{-6})(0.3)^2} \right) - 3.23 \right) = -95 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$$

Paso 3) Calcular la pérdida de presión debido al cambio de gasto de 70 a 150 bl_o @ c.
s./día:

$$(\Delta p)_{\text{debido a } (Q_{03}-Q_{02})} = \frac{162.6(Q_{03}-Q_{02})B_o\mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{k(t_4-t_2)}{\phi\mu_o c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) =$$

$$= \frac{162.6(150 - 70)(1.1)(2.5)}{(40)(20)} \left(\log \left(\frac{(40)(15 - 5)}{(0.15)(2.5)(20 \times 10^{-6})(0.3)^2} \right) - 3.23 \right) = 250 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$$

Paso 4) Calcular la pérdida de presión debido al cambio de gasto de 150 a 85 bl_o @ c.
s./día:

$$(\Delta p)_{\text{debido a } (Q_{04}-Q_{03})} = \frac{162.6(Q_{04} - Q_{03})B_o\mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{k(t_4 - t_3)}{\phi\mu_o c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) =$$

$$= \frac{162.6(85 - 150)(1.1)(2.5)}{(40)(20)} \left(\log \left(\frac{(40)(15 - 10)}{(0.15)(2.5)(20 \times 10^{-6})(0.3)^2} \right) - 3.23 \right) = -190 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$$

Paso 5) Calcular la pérdida de presión total:

$$(\Delta p)_{\text{total}} = (\Delta p)_{\text{debido a } (Q_{01}-0)} - (\Delta p)_{\text{debido a } (Q_{02}-Q_{01})} - (\Delta p)_{\text{debido a } (Q_{03}-Q_{02})} - (\Delta p)_{\text{debido a } (Q_{04}-Q_{03})}$$

$$(\Delta p)_{\text{total}} = 320 + (-95) + 250 + (-190) = 285 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$$

Paso 6) Calcular la p_{wf} después de 15 horas de producción:

$$p_{wf} = p_i - (\Delta p)_{\text{total}} = 5000 - 285 = 4715 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$$

2.7.3.-Efectos de fronteras de yacimiento

El teorema de superposición puede aplicarse para predecir el comportamiento de la presión en un yacimiento, el cual esté limitado por fronteras externas. La Fig. 30 presenta un pozo que está localizado a una distancia L, de una falla sello, la ausencia de flujo en la falla puede expresarse por el siguiente gradiente de presión:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial L} \right)_{\text{Frontera externa}} = 0 \dots \dots \dots [2.279]$$

La condición de frontera anterior puede atenderse agregando un pozo al otro lado de la falla sello a una distancia L, idéntico al pozo actual, dicho pozo es llamado pozo imagen. Los

efectos del pozo imagen localizado a una distancia 2L del pozo real, serán los mismos para la frontera que los que ocasione el pozo actual.

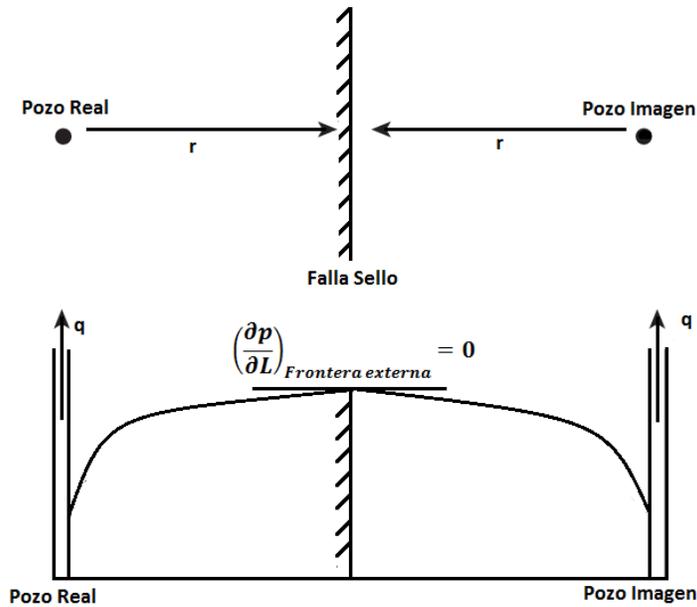


Fig. 30 Método de las imágenes para resolver problemas de efectos de frontera (AHMED, 2005).

$$(\Delta p)_{total} = (\Delta p)_{pozo\ real} + (\Delta p)_{pozo\ imagen} \dots \dots \dots [2.280]$$

ó:

$$(\Delta p)_{total} = \frac{162.6Q_o B_o \mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{kt}{\phi \mu_o c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) - \frac{70.6Q_o B_o \mu_o}{kh} E_i \left(\frac{-948\phi \mu_o c_t (2L)^2}{kt} \right) \dots \dots \dots [2.281]$$

La **Ec. 2.281** considera el yacimiento es de tamaño infinito, excepto por las condiciones de frontera. El efecto de las fronteras causará mayor pérdida de presión a comparación con aquellos yacimientos que no tienen efecto de frontera.

Ejemplo 23 La **Fig. 31** presenta el Pozo “**Tribu**”, localizado en un yacimiento con dos fallas sello, a 100 y 200 pie de las fallas 1 y 2, respectivamente. El Pozo está produciendo bajo un flujo en estado transitorio con un gasto de 200 bl_o @ c. s./día. Se cuenta con los siguientes datos:

- $p_i=5000$ [lb_f/pg²] $\phi=17$ [%] $c_t=20 \times 10^{-6}$ [lb_f/pg²]⁻¹ $h=25$ [pie] $k=600$ [mD]
- $\mu_o=2.0$ [cp] $s=0$ $B_o=1.1$ [bl_o@ c. y./bl_o@ c. s.] $r_w=0.3$ [pie]

Calcular la p_{wf} después de 10 horas de producción.

Solución:

Paso 1) Calcular la pérdida de presión, debida a la producción del pozo:

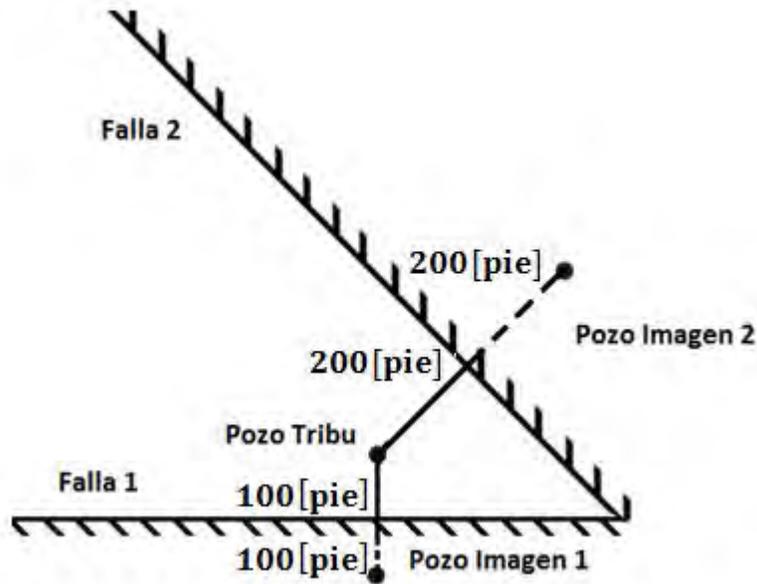


Fig. 31 PozoTribu, ej. 23 (AHMED, 2005).

$$\begin{aligned}
 (\Delta p)_{\text{pozo real}} &= p_i - p_{wf} = \frac{162.6Q_o B_o \mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{kt}{\phi \mu_o c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) = \\
 &= \frac{162.6(200)(1.1)(2.0)}{(60)(25)} \left(\log \left(\frac{(60)(10)}{(0.17)(2.0)(25 \times 10^{-6})(0.3)^2} \right) - 3.23 + 0 \right) = 270 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]
 \end{aligned}$$

Paso 2) Calcular la pérdida de presión debida a la primera falla (pozo imagen 1):

$$\begin{aligned}
 (\Delta p)_{\text{pozo imagen 1}} &= p_i - p(2L_1, t) = \frac{70.6Q_{o1} B_o \mu_o}{kh} E_i \left(\frac{-948 \phi \mu_o c_t (2L_1)^2}{kt} \right) = \\
 &= \frac{70.6(200)(1.1)(2.0)}{(60)(25)} E_i \left(\frac{-948(0.17)(2.0)(25 \times 10^{-6})(2(100))^2}{(60)(10)} \right) = 20.5(-E(-0.537)) \\
 (\Delta p)_{\text{pozo imagen 1}} &= 10.53 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]
 \end{aligned}$$

Paso 3) Calcular la pérdida de presión debida a la segunda falla (pozo imagen 2):

$$\begin{aligned}
 (\Delta p)_{\text{pozo imagen 2}} &= p_i - p(2L_2, t) = \frac{70.6Q_{o2} B_o \mu_o}{kh} E_i \left(\frac{-948 \phi \mu_o c_t (2L_2)^2}{kt} \right) = \\
 &= \frac{70.6(200)(1.1)(2.0)}{(60)(25)} E_i \left(\frac{-948(0.17)(2.0)(25 \times 10^{-6})(2(200))^2}{(60)(10)} \right) = 20.5(-E(-2.15)) \\
 (\Delta p)_{\text{pozo imagen 2}} &= 1.0 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]
 \end{aligned}$$

Paso 5) Calcular la pérdida de presión total:

$$(\Delta p)_{\text{total}} = (\Delta p)_{\text{pozo real}} + (\Delta p)_{\text{pozo imagen 1 y 2}} = (\Delta p)_{\text{pozo real}} + (\Delta p)_{\text{pozo imagen 1 y 2}}$$

$$(\Delta p)_{\text{total}} = 270 + 10.53 + 1.0 = 281.53$$

$$(\Delta p)_{\text{total}} = 281.53 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$$

Paso 6) Calcular p_{wff} :

$$p_{\text{wff}} = p_i - (\Delta p)_{\text{total}} = 5000 - 281.53 = 4718.2$$

$$p_{\text{wff}} = 4718.2 \left[\frac{\text{lb}}{\text{in}^2} \right]$$

CAPÍTULO 3

PRUEBAS DE PRESIÓN EN ESTADO TRANSITORIO

Las pruebas de presión aportan valiosos datos cuantitativos de las propiedades del yacimiento. Una prueba de presión, es en esencia, un disturbio de presión generado en un pozo, en función del tiempo, y que es registrado en el mismo pozo o en otros,.

En una prueba de presión, cuando se realiza un disturbio de presión en un pozo y se registra la respuesta en el mismo, la prueba se llamara una prueba simple; cuando el disturbio de presión es registrado en otro pozo, la prueba es llamada prueba de pozos múltiples.

El cambio de la presión en un yacimiento debido al cambio en los gastos de producción, refleja directamente la geometría y las propiedades del yacimiento. Alguna de la información que se puede obtener de las pruebas de presión son: permeabilidad, daño a la formación, presión de yacimiento, perfiles de presión, longitud de fracturas, límites de yacimiento, entre otras.

3.1.-Pruebas de Decremento de Presión

Una prueba de decremento de presión, es una serie de mediciones de presiones de fondo fluyendo, en un pozo que produce, comúnmente, a gasto constante, durante un periodo de tiempo determinado; usualmente, el pozo al cual se le realiza la prueba de presión es cerrado durante un periodo de tiempo considerable, para que la presión en la formación se estabilice (alcance una presión aproximada a la presión estática de yacimiento), para posteriormente ponerlo a producir y la presión de fondo fluyendo disminuya. La **Fig. 32** muestra un esquema idealizado de la historia de gasto y presión de una prueba de decremento de presión.

El objetivo de una prueba de decremento de presión es obtener la permeabilidad promedio de la formación; por otra parte, se puede cuantificar el daño a la formación que existe en la vecindad del pozo. Otros objetivos de ésta prueba son: determinar el volumen de poro y detectar heterogeneidades en el área de drene.

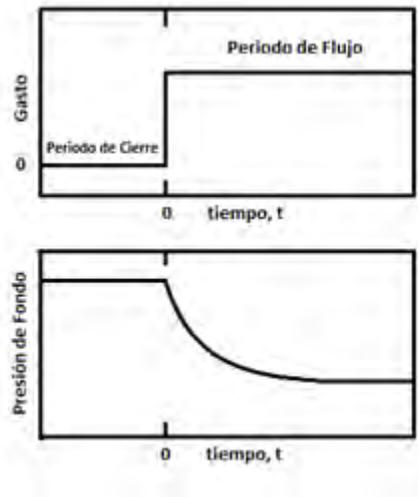


Fig. 32 Idealización del comportamiento de una prueba de decremento de presión (AHMED, 2005).

Cuando un pozo está produciendo a un gasto constante Q_o , bajo condiciones de flujo en estado transitorio, el comportamiento de la presión puede ser descrito por la Ec. 2.246 que puede ser expresada como:

$$p_{wf} = p_i - \frac{162.6Q_o B_o \mu_o}{kh} \left(\log(t) + \log\left(\frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2}\right) - 3.23 + 0.87s \right) \dots \dots \dots [3.1]$$

Al graficar la relación p_{wf} vs. $\log(t)$ de la Ec. 3.1; se proyectará una línea recta, Fig. 33:

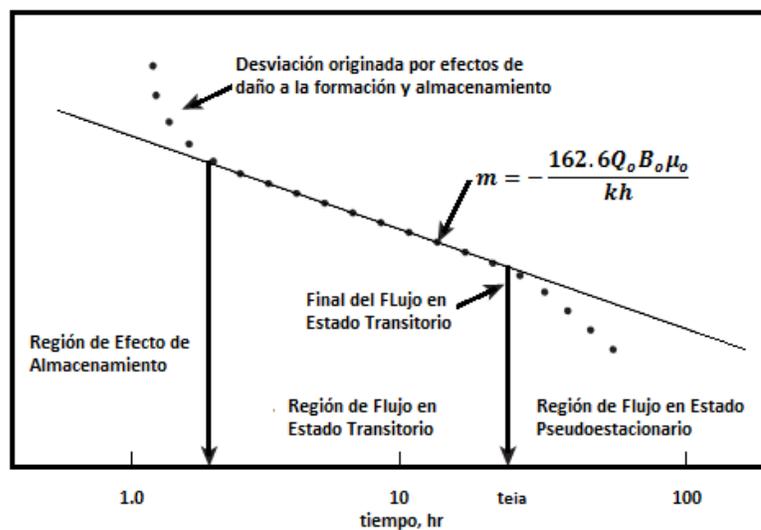


Fig. 33 p_{wf} vs. $\log(t)$

La recta proyectada, en la Fig. 33, tendrá una pendiente m y término independiente b , dados por:

$$m = - \frac{162.6Q_o B_o \mu_o}{kh} \dots \dots \dots [3.2]$$

y

$$b = p_i - \frac{162.6Q_o B_o \mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) \dots \dots \dots [3.3]$$

La pendiente m, puede expresarse de esta otra forma:

$$m = \frac{p_{wf} - p_{1hr}}{\log(t) - \log 1} = \frac{p_{wf} - p_{1hr}}{\log(t) - 0} \dots \dots \dots [3.4]$$

para $p_{wf}(t = 1[\text{hr}])$.

para encontrar la permeabilidad k:

$$k = - \frac{162.6Q_o B_o \mu_o}{mh} \dots \dots \dots [3.5]$$

Reordenando la **Ec. 3.1** se puede encontrar el factor de daño a la formación s:

$$s = 1.151 \left(\frac{p_i - p_{wf}}{|m|} - \log(t) - \log \left(\frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 3.23 \right) \dots \dots \dots [3.6]$$

Se selecciona $p_{wf} = p_{1hr}$, que se encuentre en la tendencia lineal de p_{wf} vs. $\log(t)$, para no tener error en el cálculo de s:

$$s = 1.151 \left(\frac{p_i - p_{1hr}}{|m|} - \log \left(\frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 3.23 \right) \dots \dots \dots [3.7]$$

La pérdida de presión debido al daño a la formación $\Delta p_{\text{daño}}$, se expresa por la **Ec. 2.240** y expresando la **Ec. 2.130** en función de la **Ec. 3.6**:

$$\Delta p_{\text{daño}} = 0.87 |m| s \dots \dots \dots [3.8]$$

Otro uso para el factor de daño a la formación es el coeficiente de flujo E, que se define como la relación de la productividad observada en un pozo J_{actual} , sobre la productividad que debería de tener para las características y condiciones ideales J_{ideal} :

$$E = \frac{J_{\text{actual}}}{J_{\text{ideal}}} = \frac{\bar{p} - p_{wf} - \Delta p_{\text{skin}}}{\bar{p} - p_{wf}} \dots \dots \dots [3.9]$$

Si existe flujo en estado pseudoestacionario, la p_{wf} se describirá por:

$$\frac{dp_{wf}}{dt} = m^* = - \frac{0.23396q}{c_t Ah \phi} \dots \dots \dots [3.10]$$

Al graficar p_{wf} vs. t en escala cartesiana para flujo en estado pseudoestacionario, se generará una línea recta con pendiente negativa $m^* = - \frac{0.23396q}{c_t Ah \phi}$.

Ejemplo 24 Al Pozo “Pintillo” se le realizó una prueba de decremento de presión, los datos obtenidos del registro de presión, en función del tiempo, se presentan en la **Tabla 17**:

$t[\text{hr}]$	$p_{wf} \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$
1	964
2	954
3	946
4	942
5	939
6	937
7	935.5
8	934
9	933
10	932
11	931
12	929
15	926
20	923
30	911
40	895

Tabla 17 Tabla de $p_{wf} \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$ vs. $t[\text{hr}]$, ej. 24.

Se disponen de los siguientes datos del yacimiento:

$$Q_o=348 [\text{bl}_o @ \text{c. s.}/\text{día}] \quad p_i=1154[\text{lb}_f/\text{pg}^2] \quad \phi=20 [\%] \quad c_t=8.74 \times 10^{-6} [\text{lb}_f/\text{pg}^2]^{-1}$$

$$m=-22[(\text{lb}_f/\text{pg}^2)/\text{ciclo}] \quad h=130 [\text{pie}] \quad \mu_o=3.93[\text{cp}] \quad r_w=0.25[\text{pie}]$$

$$B_o=1.14 [\text{bl}_o @ \text{c. y.}/\text{bl}_o @ \text{c. s.}]$$

Calcular la permeabilidad k , el factor de daño a la formación s y la pérdida de presión causada por el daño a la formación $\Delta p_{\text{daño}}$.

Solución:

Paso 1) Graficar los datos de la **Tabla 17** de forma semilogarítmica, **Fig. 24**.

Paso 2) Obtener la tendencia de la gráfica, **Fig. 24**, para obtener la $p_{1 \text{ hr}}$:

$$p_{1 \text{ hr}} = 958.61 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$$

Paso 2) Calcular el valor de la pendiente m de la tendencia p_{wf} vs. $\log(t)$:

$$m = \frac{p_{1 \text{ hr}} - p_{10 \text{ hr}}}{1[\text{Ciclo}]} = \frac{958.61 - 932}{1} = -26.61 \left[\frac{\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2}}{\text{ciclo}} \right]$$

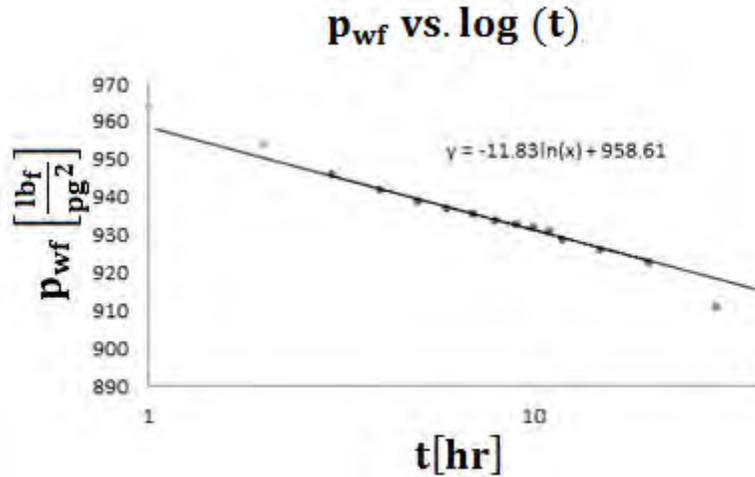


Fig. 34 Gráfica p_{wf} vs. $\log(t)$, ej. 24.

Paso 3) Con la Ec. 3.5, calcular la permeabilidad k :

$$k = - \frac{162.6Q_o B_o \mu_o}{mh} = - \frac{162.6(348)(1.14)(3.93)}{(-26.61)(130)} = 73.28[\text{mD}]$$

Paso 4) Con la Ec. 3.7, calcular el factor de daño a la formación s :

$$s = 1.151 \left(\frac{p_i - p_{1hr}}{|m|} - \log \left(\frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 3.23 \right) =$$

$$= 1.151 \left(\frac{1154 - 958.61}{26.61} - \log \left(\frac{73.28}{(0.2)(3.93)(8.74 \times 10^{-6})(0.25)^2} \right) + 3.23 \right) = 2.6962$$

Paso 5) Con la Ec. 3.8, calcular la pérdida de presión debida al daño a la formación $\Delta p_{\text{daño}}$:

$$\Delta p_{\text{daño}} = 0.87 |m| s = 0.87(26.61)(2.6962) = 62.42 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$$

Si existen diferentes fases de fluidos en movimiento en el yacimiento, se usará el término de movilidad total de los fluidos λ_t , y las Ecs. 3.1 y 3.7 tendrán la siguiente forma:

$$p_{wf} = p_i - \frac{162.6q_t}{kh} \left(\log(t) + \log \left(\frac{\lambda_t}{\phi c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) \dots \dots \dots [3.11]$$

y

$$s = 1.151 \left(\frac{p_i - p_{1hr}}{|m|} - \log \left(\frac{\lambda_t}{\phi c_t r_w^2} \right) + 3.23 \right) \dots \dots \dots [3.12]$$

Para obtener la movilidad total de los fluidos λ_t , se grafica la relación p_{wf} vs. $\log(t)$, de la **Ec. 3.11**, que proyectará una línea recta con pendiente negativa $m = -\frac{162.6q_t}{\lambda_t h}$, que se utiliza para calcular λ_t :

$$\lambda_t = -\frac{162.6q_t}{mh} \dots \dots \dots [3.13]$$

Las permeabilidades efectivas a cada fase k_o , k_w y k_g , pueden ser determinadas para:

fase aceite:

$$k_o = -\frac{162.6Q_o \mu_o B_o}{mh} \dots \dots \dots [3.14]$$

fase agua:

$$k_w = -\frac{162.6Q_w \mu_w B_w}{mh} \dots \dots \dots [3.15]$$

y fase gas:

$$k_g = -\frac{162.6Q_o (Q_g - Q_o R_s) B_g \mu_g}{mh} \dots \dots \dots [3.16]$$

Si se dispone de datos de la caída de presión en condiciones de flujo en estado transitorio y en estado pseudoestacionario, se puede determinar el factor geométrico C_A con:

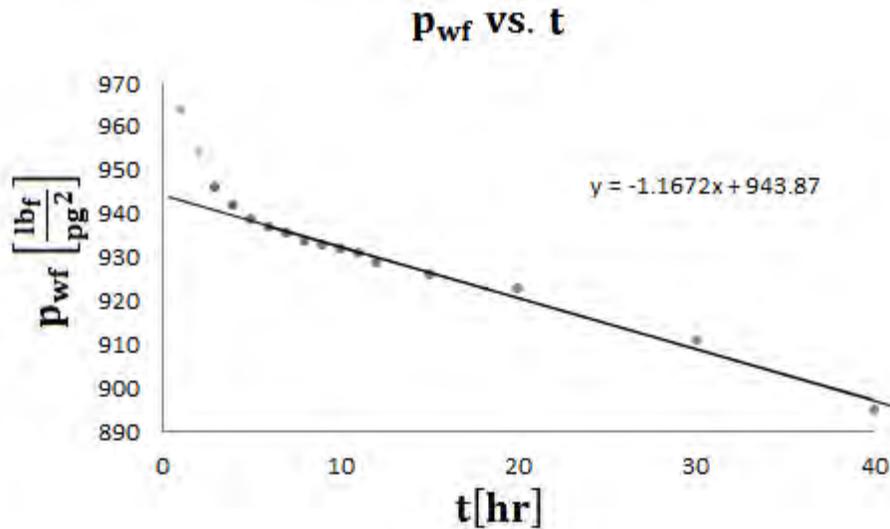
$$C_A = 5.456 \left(\frac{m}{m^*} \right) e^{\left(\frac{2.303(p_{1hr} - p_{int})}{m} \right)} \dots \dots \dots [3.17]$$

Los cálculos que se obtienen con la **Ec. 3.17**, pueden ser comparados con los valores presentados en la **Tabla 15**, para la selección de la geometría del área de drene del pozo. Cuando la prueba de decremento de presión se extiende hasta que el disturbio de presión alcanza las fronteras externas del yacimiento, la prueba es llamada “prueba de límite de yacimiento”.

Ejemplo 25 Usar los datos del **ej. 24** y graficar en un sistema cartesiano la p_{wf} vs. t , para el periodo de flujo en estado pseudoestacionario, determinar la geometría y la magnitud del área de drene del pozo.

Solución:

Paso 1) Graficar los datos de la **Tabla 17**, en escala cartesiana, **Fig 35:**

Fig. 35 Gráfica p_{wf} vs. t , ej. 25.

Paso 2) De la gráfica de la Fig. 35, determinar la pendiente m^* y la presión inicial p_{int} :

$$m^* = -1.1672 \left[\frac{\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2}}{\text{hr}} \right]$$

y

$$p_{int} = 943.87 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$$

Paso 2) Del ej. 24:

$$m = -26.61 \left[\frac{\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2}}{\text{ciclo}} \right]$$

y

$$p_{1hr} = 958.61 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$$

Paso 3) Con la Ec. 3.17, calcular el factor geométrico C_A :

$$C_A = 5.456 \left(\frac{m}{m^*} \right) e^{\left(\frac{2.303(p_{1hr} - p_{int})}{m} \right)} = 5.456 \left(\frac{-26.61}{-1.1672} \right) \exp \left(\frac{2.303(958.61 - 943.87)}{-26.61} \right) = 33.58$$

Paso 4) En la Tabla 15, C_A se acerca a los valores correspondientes a un área de drenaje circular, cuadrada o hexagonal:

Para un área de drenaje circular: $C_A = 34.62$.

Para un área de drenaje cuadrangular: $C_A = 30.88$.

Para un área de drene hexagonal: $C_A = 31.60$

Paso 5) Con la **Ec. 2.197**, calcular el volumen de poro y el área de drene:

$$Ah\phi = -\frac{0.23396Q_oB_o}{c_t\left(\frac{dp}{dt}\right)} = -\frac{0.23396Q_oB_o}{c_t} = -\frac{0.23396(348)(1.14)}{(8.74 \times 10^{-6})(-1.1672)} = 9.1 [\text{millones bl}]$$

el área de drene será:

$$A = \frac{-\frac{0.23396Q_oB_o}{c_t m}}{h\phi} = \frac{9.1}{(43560)(130)(0.2)} = 8 [\text{acres}]$$

El factor de daño que se obtiene de las pruebas de presión en estado de flujo transitorio, representara un daño global a la formación, que incluye: daño a la formación debido a obstrucción o favorecimiento del flujo s_d , daño debido a una penetración parcial en la zona productora o una restricción en el intervalo disparado s_r , daño debido a penetración parcial, a la zona productora, de la tubería de producción s_p , daño causado por turbulencia en el flujo s_t y daño debido a la desviación del pozo con respecto a la vertical s_{dw} . El factor de daño total a la formación, se puede expresar como:

$$s = s_d + s_r + s_p + s_t + s_{dw} \dots \dots \dots [3.18]$$

donde s es el factor de daño que se obtendrá del análisis de presión en estado de flujo transitorio. Sin embargo, para determinar si la formación está dañada o estimulada, el factor de daño se cuantificará del análisis de los datos de las pruebas de presión; los componentes individuales del factor de daño de la **Ec. 3.18** deben de conocerse, para obtener s_d :

$$s_d = s - s_r - s_p - s_t - s_{dw} \dots \dots \dots [3.19]$$

Existen correlaciones que sirven para cuantificar, individualmente, los diferentes factores de daño a la formación.

3.1.1.-Efecto de almacenamiento

Para realizar una prueba de presión, se analiza la respuesta de presión debida al cambio del gasto de producción; desafortunadamente, el gasto de producción es controlado en la superficie y no en el fondo del pozo, que es donde suceden varios de los principales fenómenos al flujo de los fluidos aportados por la formación productora.

En una prueba de presión, no se asegura que todo el fluido producido en superficie, sea, el que al mismo tiempo aporta la formación; ya que existe la acumulación de los fluidos en el fondo del pozo, la cual afectará el comportamiento de la presión; dicho fenómeno es llamado “efecto de almacenamiento en el fondo del pozo”. En una prueba de decremento de presión, después de un tiempo de cierre, el pozo es abierto a producción; teniendo como consecuencia, una disminución en la presión de fondo fluyendo p_{wf} , dicha caída de presión es ocasionada por dos efectos de almacenamiento: debido a la expansión de los fluidos existentes en el pozo y por la disminución del nivel de fluidos en el espacio anular.

Debido a la pérdida de presión en el fondo del pozo, los fluidos que están almacenados,

tienen una expansión; la producción que primero sale a la superficie, es principalmente de los fluidos que están estancados en el fondo del pozo y no del aporte de la formación. Este fenómeno es conocido como “almacenamiento de los fluidos” debido a su expansión.

El segundo tipo de almacenamiento, en el fondo del pozo, es debido al cambio de nivel de fluidos existentes en el espacio anular; durante una prueba de decremento de presión, el nivel de los fluidos estancados disminuye y para una prueba de incremento de presión, el nivel de fluidos estancados incrementa con respecto al tiempo.

Para el caso de una prueba de decremento de presión, el nivel de líquidos en el espacio anular disminuirá después de que se abra el pozo a producción y se tendrá, al principio, la mayor parte de la producción en superficie de líquido, el cual estaba almacenado; también se producirá líquido que aporta la formación, siendo cada vez mayor, a la producción, el aporte de fluidos de la formación conforme pasa el tiempo.

La definición del fenómeno de almacenamiento en el fondo del pozo sugiere que una parte del fluido producido en superficie es proveniente del pozo y no todo de la formación:

$$q = q_f + q_a \dots \dots \dots [3.20]$$

Para el periodo de tiempo en el cual el gasto es afectado por el almacenamiento, la gráfica p_{wf} vs. $\log(t)$ no tendrá un comportamiento lineal, como el esperado, para el flujo en estado transitorio; conforme el tiempo de producción aumente, el efecto de almacenamiento se atenuara y el gasto que aporte la formación irá incrementando hasta que termine el efecto de almacenamiento, y el gasto que aporte la formación, será igual al gasto de producción en superficie $q_f = q$, indicando que el efecto de almacenamiento ha terminado.

Los efectos de expansión y de disminución de nivel de fluidos en el espacio anular debidos al almacenamiento de fluidos en el fondo del pozo, pueden cuantificarse en términos del factor de almacenamiento C:

$$C = \frac{\Delta V_{wb}}{\Delta p} \dots \dots \dots [3.21]$$

se analiza individualmente cada efecto debido al almacenamiento.

Almacenamiento debido a la expansión de los fluidos en el espacio anular:

$$C_{FE} = V_{wb} C_{wb} \dots \dots \dots [3.22]$$

Almacenamiento debido a la variación del nivel de los fluidos en el espacio anular:

$$C_{FL} = \frac{144 A_a}{5.615 \rho} \dots \dots \dots [3.23]$$

con:

$$A_a = \frac{\pi((ID_C)^2 - (OD_T)^2)}{4(144)} \dots \dots \dots [3.24]$$

El coeficiente de almacenamiento total es la suma de los dos coeficientes anteriores:

$$C = C_{FE} + C_{FL} \dots \dots \dots [3.25]$$

Para un pozo productor de aceite, el efecto de expansión de los fluidos es insignificante, debido a la poca compresibilidad del aceite; para un pozo productor de gas, será de mucha consideración, debido a la alta compresibilidad de los ligeros almacenados en el fondo del pozo.

Para determinar la duración del efecto de almacenamiento, es necesario expresarlo de forma adimensional:

$$C_D = \frac{5.615C}{2\pi h \phi c_t r_w^2} = \frac{0.8936C}{\phi h c_t r_w^2} \dots \dots \dots [3.26]$$

La presión de fondo fluyendo en el pozo p_{wf} , es directamente proporcional al tiempo t , mientras el fenómeno de almacenamiento se manifieste en la prueba de presión:

$$p_D = \frac{t_D}{C_D} \dots \dots \dots [3.27]$$

aplicando logaritmos en la **Ec. 3.27**:

$$\log(p_D) = \log(t_D) - \log(C_D) \dots \dots \dots [3.28]$$

La **Ec. 3.28** caracteriza el efecto de almacenamiento e indica que la gráfica $\log(p_D)$ vs. $\log(t_D)$, proyectará una línea recta con pendiente unitaria, durante el periodo de influencia del almacenamiento.

p_D es directamente proporcional a la pérdida de presión Δp y t_D es directamente proporcional al tiempo t ; es conveniente graficar $\log(p_i - p_{wf})$ vs. $\log(t)$ y observar donde la gráfica tiene la pendiente de 1 ciclo en presión por 1 ciclo en tiempo; dicha pendiente unitaria es de un gran interés en las pruebas de presión, ya que ayuda a determinar el periodo de tiempo en el cual tiene influencia el efecto de almacenamiento en una pruebas de presión en el periodo de flujo en estado transitorio, para tiempos tempranos.

Se recomienda que el periodo de tiempo para el cual el efecto de almacenamiento afecta la presión, sea parte del análisis del estado de flujo transitorio.

Los efecto de almacenamiento se van atenuando conforme pasa el tiempo y la formación tiene mayor influencia en la presión de fondo fluyendo; los puntos que se proyectan en la gráfica $\log(p_i - p_{wf})$ vs. $\log(t)$ y que caen por debajo de la tendencia con pendiente unitaria, indican que ha terminado el efecto de almacenamiento. La duración del efecto de almacenamiento puede determinarse de la siguiente manera:

$$t_D > (60 + 3.5s)C_D \dots \dots \dots [3.29]$$

ó:

$$t > \frac{(200000 + 12000s)C}{\frac{kh}{\mu}} \dots \dots \dots [3.30]$$

El coeficiente de almacenamiento C es determinado tomando un punto (t, p_{wf}) en la tendencia de log(p_i – p_{wf}) vs. log(t) en términos de t y Δp:

$$C = \frac{qt}{24\Delta p} = \frac{QBt}{24\Delta p} \dots \dots \dots [3.31]$$

Los pozos con gran profundidad, tienden a presentar gran cantidad de fluidos almacenados en su interior.

Ejemplo 26 El Pozo “Tigridia”, productor de aceite, se le realizará una prueba de decremento de presión, el Pozo tiene las siguientes características: volumen de fluido almacenado en el fondo=180[bl_o @ c. y.], diámetro externo de la tubería de producción=2.0[pg], diámetro interno de la tubería de revestimiento=7.675[pg], densidad promedio del fluido almacenado en el fondo del pozo=45[lb_f/pie³] y producción a gasto constante, se cuenta con la demás información:

- h=50[pie] r_w=0.25[pie] k=30[mD] c_t=20x10⁻⁶[lb_f/pg²]⁻¹
- φ=15[%] μ_o=2.0[cp] s=0 c_o=10x10⁻⁶[lb_f/pg²]⁻¹

¿Cuánto tiempo tardará para que termine el efecto de almacenamiento en la prueba de presión?

Solución:

Paso 1) Con la **Ec. 3.22**, calcular el área de sección transversal del espacio anular:

$$A_a = \frac{\pi((ID_C)^2 - (OD_T)^2)}{4(144)} = \frac{\pi((7.675)^2 - (2.0)^2)}{4(144)} = 2.995[\text{pie}^2]$$

Paso 2) Con la **Ec. 3.20**, calcular el factor de almacenamiento causado por la expansión del fluido C_{FE}:

$$C_{FE} = V_{wb}c_{wb} = (180)(10 \times 10^{-6}) = 1800 \times 10^{-6} \left[\frac{\text{bl}_o @ \text{c.y.}}{\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2}} \right]$$

Paso 3) Con la **Ec. 3.21**, calcular el factor de almacenamiento debido a la disminución de fluidos en el espacio anular C_{FL}:

$$C_{FL} = \frac{144A_a}{5.615\rho} = \frac{144(2.995)}{5.615(45)} = 0.1707 \left[\frac{\text{bl}_o @ \text{c.y.}}{\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2}} \right]$$

Paso 4) Con la **Ec. 3.23**, calcular el coeficiente de almacenamiento total C:

$$C = C_{FE} + C_{FL} = (1800 \times 10^{-6}) + (0.1707) = 0.1725 \left[\frac{bl_o @ c.y.}{\frac{lb_f}{pg^2}} \right]$$

El factor de almacenamiento debido a la expansión de los fluidos C_{FE} puede ser despreciado para sistemas de producción de aceite.

Paso 5) Con la **Ec. 3.26**, calcular el coeficiente de almacenamiento adimensional C_D :

$$C_D = \frac{5.615C}{2\pi h \phi c_t r_w^2} = \frac{0.8936C}{\phi h c_t r_w^2} = \frac{0.8936(0.1725)}{(0.15)(50[ft])(20 \times 10^{-6})(0.25)^2} = 16271$$

Paso 6) Con la **Ec. 3.31**, aproximar el tiempo que se requiere para que el periodo de influencia del efecto de almacenamiento llegue a su fin:

$$t = \frac{(200000 + 12000s)C\mu}{kh} = \frac{(200000 + 12000(0))(0.1725)(2.0)}{(30)(50)} = 46[hr]$$

La relación que expresa la **Ec. 3.1** es sólo válida para condiciones de flujo en estado transitorio. Obviamente, el yacimiento está limitado a su extensión y el periodo de flujo en estado transitorio llegará en algún momento a su fin, dando paso a que los límites del yacimiento tengan efecto sobre la distribución de presión en su interior. La duración del flujo en estado transitorio t_{eia} (end of infinite-acting period), está dada por:

$$t_{eia} = \left(\frac{\phi \mu c_t A}{0.0002637k} \right) (t_{DA})_{eia} \dots \dots \dots [3.32]$$

La **Ec. 3.32** es diseñada para obtener el tiempo para el cual termina el flujo en estado transitorio, con una determinada geometría del área de drene. Los valores de t_{DA} se obtienen de la **Tabla 15**, las últimas tres columnas de la **Tabla 15** proporcionan valores de t_{DA} que permiten calcular: el tiempo máximo para el flujo en estado transitorio y el tiempo para el cual la ecuación solución sea aplicable para predecir el comportamiento de la caída de presión en estado pseudoestacionario.

Como ejemplo, para obtener el tiempo máximo para el flujo en estado transitorio de un pozo localizado al centro de un yacimiento circular, se utiliza la última columna de la **Tabla 15**, de la siguiente forma:

Como $(t_{DA})_{eia} = 0.1$:

$$t_{eia} = \left(\frac{\phi \mu c_t A}{0.0002637k} \right) (t_{DA})_{eia} = \left(\frac{\phi \mu c_t A}{0.0002637k} \right) (0.1) = \frac{380 \phi \mu c_t A}{k}$$

Para un pozo que se localiza en el centro de un área de drene circular de 40 acres, con las siguientes propiedades:

$$k=60[mD] \quad c_t=6 \times 10^{-6} [lb_f/pg^2]^{-1} \quad \mu=1.5[cp] \quad \phi=12[\%].$$

El tiempo máximo para el estado de flujo transitorio es:

$$t_{eia} = \frac{380\phi\mu c_t A}{k} = \frac{380(0.12)(1.5 \text{ [cp]})(6 \times 10^{-6})(40)(43560)}{(60)} = 11.1 \text{ [hr]}$$

La solución para el flujo en estado pseudoestacionario puede ser aplicada después del término del flujo en estado transitorio; para ésto, se obtiene el tiempo para el comportamiento de flujo en estado pseudoestacionario (pseudosteady-state):

$$t_{pss} = \left(\frac{\phi\mu c_t A}{0.0002637k} \right) (t_{DA})_{pss} \dots \dots \dots [3.33]$$

donde $(t_{DA})_{pss}$ puede ser encontrada en la quinta columna de la **Tabla 15**.

3.1.2.-Radio de investigación

El radio de investigación, es la distancia radial efectiva que ha viajado la onda de disturbio de presión, desde el pozo hacia el interior del yacimiento. El radio de investigación r_{inv} depende de la velocidad a la cual la onda de presión se propaga en el yacimiento; por lo tanto, dependerá de las propiedades de la roca y de los fluidos, tales como: porosidad, permeabilidad, viscosidad de los fluidos y de la compresibilidad total del sistema.

Conforme el tiempo incrementa, la distancia del radio de investigación también lo hace, el incremento del radio de investigación está dado por.

$$r_{inv} = 0.0325 \sqrt{\frac{kt}{\phi\mu c_t}} \dots \dots \dots [3.34]$$

3.2.-Pruebas de Incremento de Presión

En una prueba de incremento de presión, se registra el incremento de la presión en un pozo que es cerrado a su producción; para analizar, posteriormente, el comportamiento de la presión con relación al tiempo después del cierre; la **Fig. 36** idealiza la historia de una prueba de incremento de presión. Uno de los principales objetivos, de una prueba de incremento de presión, es el determinar la presión estática del yacimiento sin tener que esperar semanas o meses para que la presión en el yacimiento se estabilice; el incremento de presión deberá seguir una tendencia, la cual podrá extrapolarse para poder determinar: la permeabilidad, la extensión del daño a la formación, la existencia de fallas en el yacimiento y su localización, efectos entre pozos productores, los límites del yacimiento y si existe un acuífero activo.

Para el análisis de pruebas de incremento y de decremento de presión se hacen las siguientes consideraciones: el yacimiento es horizontal, homogéneo, isótropo y de espesor constante; el fluido está fluyendo en una sola fase, es ligeramente compresible, la viscosidad y el factor de volumen son constantes; el flujo es laminar y se desprecian los efectos gravitacionales.

Para realizar una prueba de incremento de presión, se requiere cerrar el pozo productor y registrar la respuesta a la presión como una función del tiempo de cierre. La prueba de incremento de presión, más simple y común, requiere que el pozo productor tenga un gasto

constante estabilizado hasta el tiempo de cierre del pozo t_p ; el tiempo después del cierre es denotado por Δt .

La **Fig. 36** presenta la idealización de una prueba de incremento de presión:

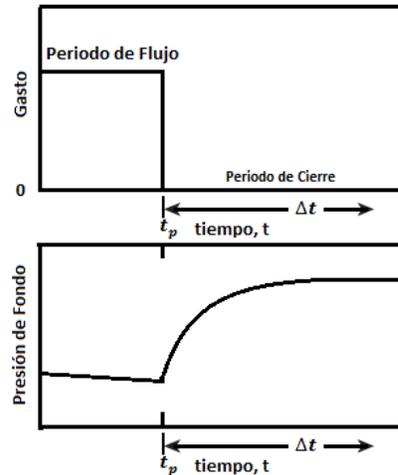


Fig. 36 Prueba de incremento de presión idealizada (AHMED, 2005).

El estabilizar el gasto de producción del pozo antes de su cierre, es una parte importante en la prueba de incremento de presión, ya que si no se logra la estabilización del gasto de producción, las técnicas de análisis arrojarán información errónea.

A continuación se presentan dos métodos ampliamente usados en las pruebas de incremento de presión, los cuales son: el método gráfico de Horner y el método de Miller-Dyes-Hutchinson (MDH).

3.2.1.-Método gráfico de Horner

Una prueba de incremento de presión es descrita matemáticamente usando el principio de superposición. Inmediatamente después del cierre del pozo se tiene un gasto constante y estabilizado Q_o a un tiempo de producción t_p . Para el final del tiempo de producción, el pozo se cerró, teniendo el siguiente análisis de gastos: del gasto de producción $Q^{uno} = Q_o$, al gasto de cierre $Q^{dos} = 0$, donde $Q^{dos} - Q^{uno} = -Q_o$.

Para calcular los cambios de presión en el fondo del pozo debido a los cambios en el gasto, después de un determinado tiempo después del cierre del pozo, será la suma de los cambios de presión debidos a:

El flujo estabilizado por el gasto Q^{uno} ya que tendrá una influencia sobre la presión a un tiempo total $t_p + \Delta t$.

El cambio neto en el gasto Q_o a 0 ($Q_o = Q^{uno} - Q^{dos}$) que afectara el periodo de tiempo Δt .

donde Δt es el tiempo después del cierre del pozo.

El efecto total sobre la presión, es obtenido sumando las soluciones individuales de los gastos constantes a una secuencia determinada de tiempo:

$$p_i - p_{ws} = (\Delta p)_{total} = (\Delta p)_{debido\ a\ (Q_o-0)} + (\Delta p)_{debido\ a\ (0-Q_o)} \dots \dots \dots [3.35]$$

La expresión anterior indica que hay dos contribuciones al cambio total de presión, en el pozo, que resulta de dos gastos individuales:

La primera contribución resulta del cambio de gasto de 0 a Q_o , que es cuando comienza el pozo su producción y que tendrá repercusión en el intervalo de tiempo total $t_p + \Delta t$:

$$(\Delta p)_{debido\ a\ (Q_o-0)} = \frac{162.6(Q_o - 0)B_o\mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{k(t_p + \Delta t)}{\phi\mu_o c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) \dots \dots \dots [3.36]$$

La segunda contribución resulta del decremento en el gasto de Q_o a 0 a un tiempo t_p en el periodo de tiempo Δt :

$$(\Delta p)_{debido\ a\ (0-Q_o)} = \frac{162.6(0 - Q_o)B_o\mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{k\Delta t}{\phi\mu_o c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) \dots \dots \dots [3.37]$$

y el comportamiento de la presión en el periodo de cierre está dado por:

$$p_i - p_{ws} = \frac{162.6Q_o B_o\mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{k(t_p + \Delta t)}{\phi\mu_o c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) - \frac{162.6Q_o B_o\mu_o}{kh} \left(\log \left(\frac{k\Delta t}{\phi\mu_o c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s \right) \dots [3.38]$$

expandiendo la **Ec. 3.38** y simplificando:

$$p_{ws} = p_i - \frac{162.6Q_o B_o\mu_o}{kh} \log \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right) \dots \dots \dots [3.39]$$

La **Ec. 3.6** que describe el comportamiento de la presión, en una prueba de incremento de presión en estado de flujo transitorio, fue introducida por **Horner (1951)** y es referenciada como la ecuación de Horner y puede modelarse de forma lineal:

$$p_{ws} = p_i - m \log \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right) \dots \dots \dots [3.40]$$

La **Ec. 3.40** sugiere que la gráfica p_{ws} vs. $\log \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right)$ producirá una línea recta con intercepción en el eje de las ordenadas en p_i y con pendiente m definida por:

$$m = \frac{162.6Q_o B_o\mu_o}{kh} \dots \dots \dots [3.41]$$

La gráfica p_{ws} vs. $\log \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right)$ es llamada la gráfica de Horner y se presenta en la **Fig. 37**:

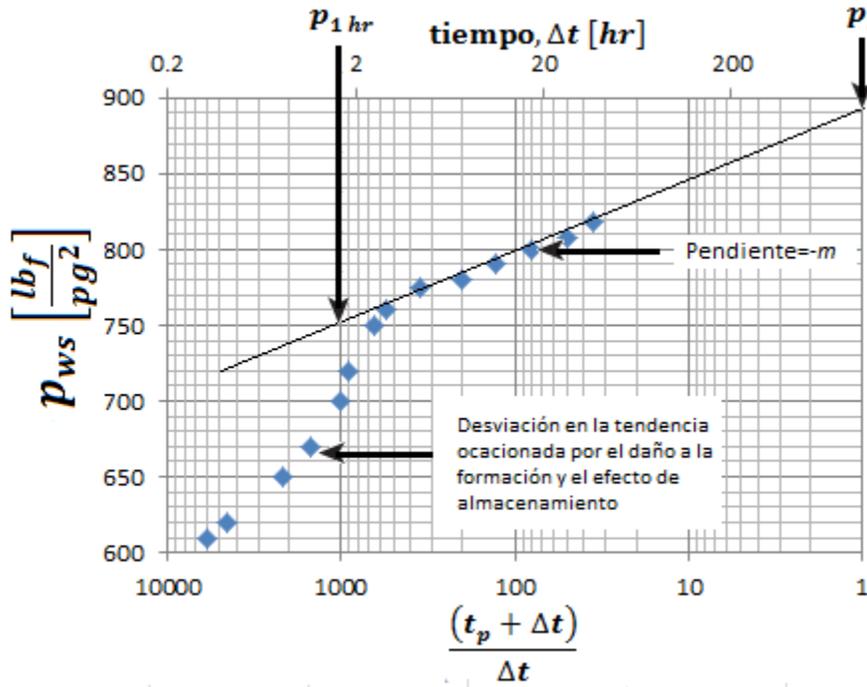


Figura 37 Grafica de Horner.

En la gráfica de Horner, la escala de relación de tiempo $\log\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}\right)$ incrementa de derecha a izquierda y se observa en la **Ec. 3.39** que $p_{ws} = p_i$ cuando la relación de tiempo es la unidad; gráficamente esto significa que la presión de yacimiento inicial p_i , puede ser obtenida extrapolando la línea recta en la gráfica de Horner hasta $\frac{(t_p + \Delta t)}{\Delta t} = 1$.

El tiempo de cierre t_p , puede ser estimado por:

$$t_p = \frac{24N_p}{Q_o} \dots \dots \dots [3.32]$$

El factor de daño a la formación s , no afecta la ecuación de Horner, lo que significa que la pendiente de la gráfica de Horner no es afectada por el daño a la formación, siendo que el daño a la formación afecta los datos registrados de incremento presión. Para tiempos tempranos, después del cierre del pozo, se tiene una desviación en la tendencia lineal que es originada por el efecto de daño a la formación y por el efecto de almacenamiento; como lo presenta la **Fig. 37**, dicha desviación puede ser muy pronunciada para daños a la formación severos.

El factor de daño a la formación afecta los datos de presión obtenidos antes del cierre del pozo y puede ser evaluado con estos datos:

$$s = 1.151 \left(\frac{p_{1hr} - p_{wf \text{ para } \Delta t=0}}{|m|} - \log\left(\frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2}\right) + 3.23 \right) \dots \dots \dots [3.43]$$

con una pérdida de presión adicional en la zona dañada dada por.

$$\Delta p_{\text{daño}} = 0.87|m|s \dots\dots\dots [3.44]$$

El valor de p_{1hr} deberá ser tomado de la gráfica de Horner, frecuentemente, p_{1hr} no cae en la tendencia lineal y se debe extrapolar la tendencia para p_{1hr} .

Si existe flujo con diferentes fases de fluidos las Ecs. 3.39 y 3.43 se convierten en:

$$p_{ws} = p_i - \frac{162.6q_t}{\lambda_t h} \log\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}\right) \dots\dots\dots [3.45]$$

$$s = 1.151 \left(\frac{p_{1hr} - p_{wf \text{ para } \Delta t=0}}{|m|} - \log\left(\frac{\lambda_t}{\phi c_t r_w^2}\right) + 3.23 \right) \dots\dots\dots [3.46]$$

La gráfica de Horner deberá de proyectar una línea recta con pendiente m que puede ser utilizada para determinar la movilidad total de los fluidos λ_t , dada por:

$$\lambda_t = \frac{162.6q_t}{mh} \dots\dots\dots [3.47]$$

Para sistemas de gas, una gráfica de $m(p_{ws})$ vs. $\log\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}\right)$ ó p_{ws}^2 vs. $\log\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}\right)$ deberá proyectar una línea recta, con pendiente m y un factor de daño aparente a la formación definidos por:

En función de la aproximación de la pseudopresión:

$$m = \frac{1637Q_g T}{kh} \dots\dots\dots [3.48]$$

$$\bar{s} = 1.151 \left(\frac{m(p_{1hr}) - m(p_{wf \text{ para } \Delta t=0})}{|m|} - \log\left(\frac{k}{\phi \mu_i c_{ti} r_w^2}\right) + 3.23 \right) \dots\dots\dots [3.49]$$

En función de la diferencia de las presiones cuadráticas:

$$m = \frac{1637Q_g \bar{z} \bar{\mu}_g}{kh} \dots\dots\dots [3.50]$$

$$\bar{s} = 1.151 \left(\frac{p_{1hr}^2 - p_{wf \text{ para } \Delta t=0}^2}{|m|} - \log\left(\frac{k}{\phi \bar{\mu} \bar{c}_t r_w^2}\right) + 3.23 \right) \dots\dots\dots [3.51]$$

Al realizarse una prueba de incremento de presión, se lleva a cabo el fenómeno de almacenamiento, que afecta el comportamiento de la presión; cuando se cierra el pozo a la producción y en la superficie no hay flujo de fluidos, pero en el fondo del pozo aún sigue llegando fluido de la formación y como no se produce, se estanca, hasta que la cantidad de fluido estancado tiene la capacidad de transmitir el efecto de cierre a la formación; teniendo así, una influencia considerable en el comportamiento de la presión.

Durante el periodo de almacenamiento, los datos de presión trazados en la gráfica

p_{ws} vs. $\log\left(\frac{t_p+\Delta t}{\Delta t}\right)$ caen por debajo de la tendencia. La duración de dichos efectos puede obtenerse con la gráfica $\log(p_{ws} - p_{wf})$ vs. $\log(t)$ donde p_{wf} es la presión de fondo fluyendo inmediatamente antes del cierre del pozo; cuando el efecto de almacenamiento domina, la gráfica anterior deberá tener una pendiente unitaria y los datos que forman la tendencia de la gráfica p_{ws} vs. $\log\left(\frac{t_p+\Delta t}{\Delta t}\right)$ tienen una pendiente menor a la unidad, como lo muestra la **Fig. 38**:

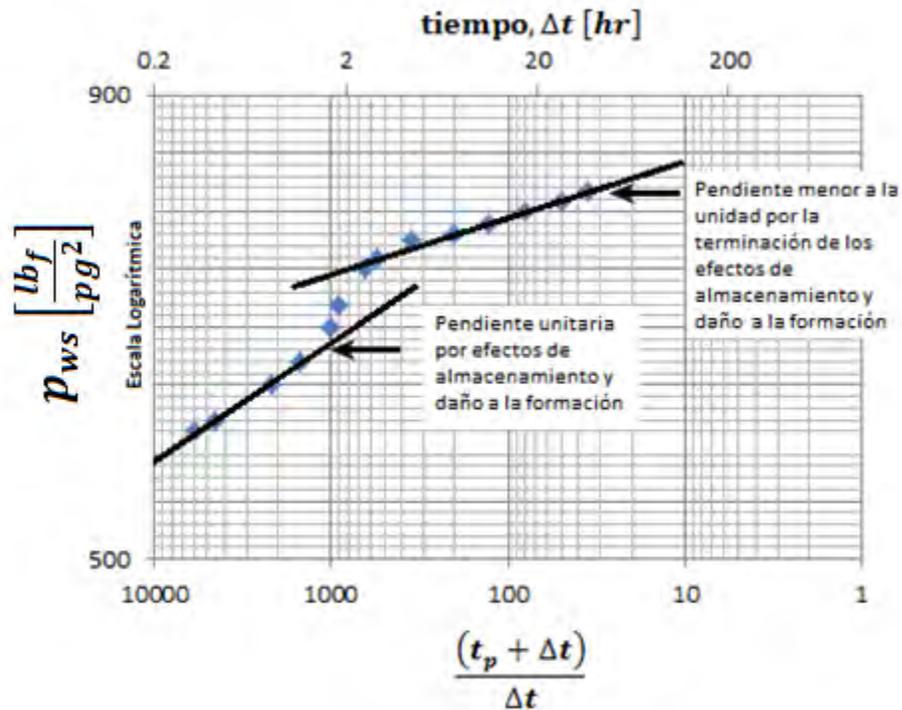


Fig. 38 Gráfica $\log(p_{ws})$ vs. $\log(\Delta t)$

El coeficiente de almacenamiento C se obtendrá de la pendiente unitaria, de la gráfica logarítmica, leyendo un punto de la tendencia con pendiente unitaria ($\Delta t, p_{ws}$):

$$C = \frac{q\Delta t}{24p_{ws}} = \frac{QB\Delta t}{24p_{ws}} \dots \dots \dots [3.52]$$

con un coeficiente de almacenamiento adimensional dado por la **Ec. 3.26**.

En todos los análisis de pruebas de incremento de presión, deberá realizarse primero la gráfica $\log(p_{ws})$ vs. $\log(t)$ y después la gráfica p_{ws} vs. $\log(\Delta t)$, ya que el comienzo de la segunda será cuando la primera cambie su tendencia a la de la tendencia con pendiente unitaria, una alternativa para calcular el comienzo de la gráfica p_{ws} vs. $\log(\Delta t)$ es calcular Δt de la siguiente forma:

$$\Delta t > \frac{170000Ce^{0.14s}}{\left(\frac{kh}{\mu}\right)} \dots \dots \dots [3.53]$$

Ejemplo 27 Al Pozo “Dril”, productor de aceite, se le realizó una prueba de incremento de presión, la **Tabla 18** muestra los datos que se obtuvieron; el radio del Pozo y el radio de drene tienen 0.345 pie y 2640 pie, respectivamente. Antes del cierre, el pozo producía a un gasto constante y estabilizado de 4900 bl_o@ c. s./día durante un tiempo de 310 hr.

Δt [hr]	$P_{sw} \left[\frac{lb_f}{pg^2} \right]$	Δt [hr]	$P_{sw} \left[\frac{lb_f}{pg^2} \right]$
0	2761	3.46	3286
0.1	3057	4.08	3289
0.21	3153	5.03	3293
0.31	3234	5.97	3297
0.52	3249	6.07	3297
0.63	3256	7.01	3300
0.73	3260	8.06	3303
0.84	3263	9	3305
0.94	3266	10.05	3306
1.05	3267	13.09	3310
1.15	3268	16.02	3313
1.36	3271	20	3317
1.68	3274	26.07	3320
1.99	3276	31.03	3322
2.51	3280	34.98	3323
3.04	3283	37.54	3323

Tabla 18 Datos de una prueba de incremento de presión, ej. 27.

Las propiedades del yacimiento y del aceite son:

$$\begin{aligned} \mu_o &= 0.20[\text{cp}] & B_o &= 1.55[\text{bl}_o @ \text{c. c. y.} / \text{bl}_o @ \text{c. c. y.}] & h &= 482[\text{pie}] \\ \phi &= 0.09 & c_t &= 22.6 \times 10^{-6} [(\text{lb}_f / \text{pg}^2)^{-1}] \end{aligned}$$

La profundidad del pozo es de 10476[pie] y tiene una presión de fondo fluyendo al tiempo de cierre de p_{wf} para $\Delta t=0=2761[\text{lb}_f / \text{pg}^2]$

Calcular la permeabilidad promedio k , el factor de daño a la formación s y la pérdida adicional de presión debida al daño a la formación.

Solución:

Paso 1) Calcular $\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}$, **Tabla 19:**

Δt [hr]	$\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}\right)$	$P_{ws} \left[\frac{lb_f}{pg^2}\right]$
0	-	2761
0.1	3101.00	3057
0.21	1477.19	3153
0.31	1001.00	3234
0.52	597.15	3249
0.63	493.06	3256
0.73	425.66	3260
0.84	370.05	3263
0.94	330.79	3266
1.05	296.24	3267
1.15	270.57	3268
1.36	228.94	3271
1.68	185.52	3274
1.99	156.78	3276
2.51	124.51	3280
3.04	102.97	3283

Δt [hr]	$\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}\right)$	$P_{ws} \left[\frac{lb_f}{pg^2}\right]$
3.46	90.60	3286
4.08	76.98	3289
5.03	62.63	3293
5.97	52.93	3297
6.07	52.07	3297
7.01	45.22	3300
8.06	39.46	3303
9	35.44	3305
10.05	31.85	3306
13.09	24.68	3310
16.02	20.35	3313
20	16.50	3317
26.07	12.89	3320
31.03	10.99	3322
34.98	9.86	3323
37.54	9.26	3323

Tabla 19 Cálculo de $\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}$.

Paso 2) Graficar p_{ws} vs. $\log\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}\right)$, Fig. 39.

Paso 3) Identificar la porción de la curva proyectada con tendencia lineal y obtener su pendiente m:

$$m = 44 \left[\frac{\frac{lb_f}{pg^2}}{\text{ciclo}} \right]$$

Paso 4) Con la Ec. 3.41, calcular la permeabilidad promedio k:

$$k = \frac{162.6Q_o B_o \mu_o}{mh} = \frac{162.6(4900)(1.55)(0.20)}{(44)(482)} = 11.6[\text{mD}]$$

Paso 5) Determinar $p_{1\text{hr}}$ para la tendencia lineal de la Fig. 39.

$$p_{1\text{hr}} = 3263 \left[\frac{lb_f}{pg^2} \right]$$

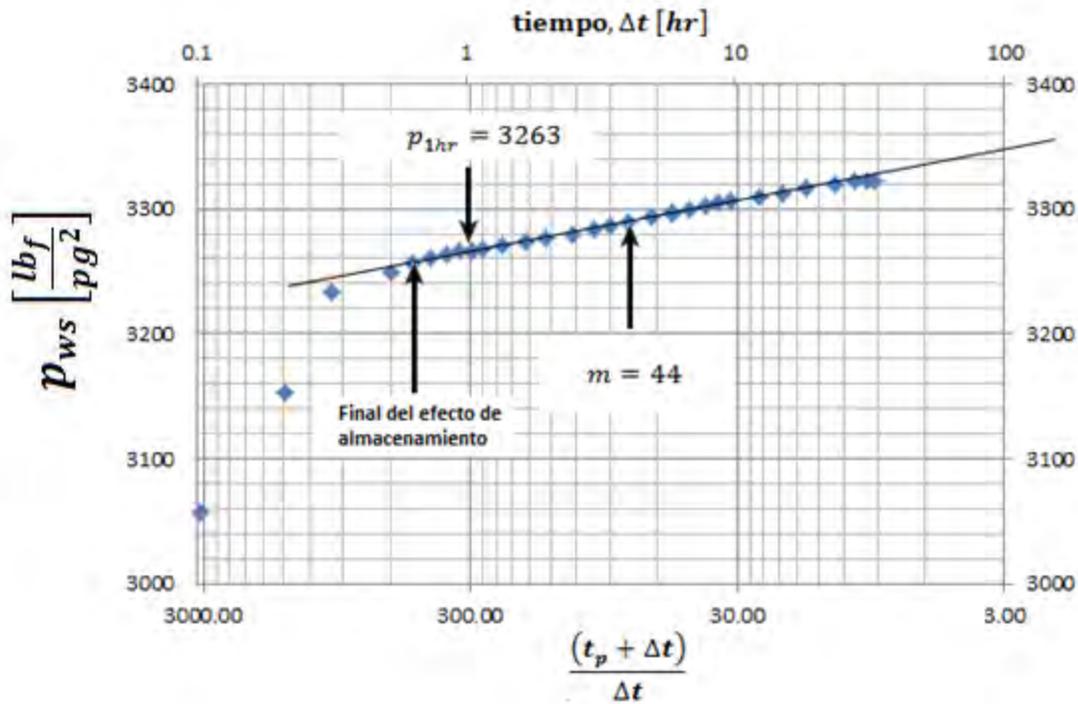


Fig. 39 Gráfica p_{ws} vs. $\log\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}\right)$, ej. 27.

Paso 6) Con la Ec. 3.43, calcular el factor de daño a la formación s:

$$s = 1.151 \left(\frac{p_{1hr} - p_{wf \text{ para } \Delta t=0}}{|m|} - \log\left(\frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2}\right) + 3.23 \right) =$$

$$s = 1.151 \left(\frac{3263 - 2761}{44} - \log\left(\frac{11.6}{(0.09)(0.20)(222.6 \times 10^{-6})(0.354)^2}\right) + 3.23 \right) = 8.0$$

Paso 7) Calcular la pérdida de presión adicional debida al daño a la formación:

$$\Delta p_{\text{daño}} = 0.87 |m| s = 0.87 |44| (8.0) = 306.24 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$$

La Ec. 3.39 asume que las condiciones de flujo son en estado transitorio ($r_e \rightarrow \infty$), lo cual implica que en algunos puntos del yacimiento la presión deberá ser igual a la presión inicial (puntos en los cuales el disturbio de presión no ha llegado), debiendo siempre extrapolar el valor para p_i en la gráfica de Horner; sin embargo, los yacimientos son finitos y comenzando su producción, pronto deberá de haber una caída de presión en todo el sistema y no se deberá de hacerse la extrapolación para p_i , pero se obtendrá otra presión que se denomina “presión falsa” y se denota por p^* y no tiene ningún significado físico, pero se usa para obtener la presión promedio del yacimiento \bar{p} ; la presión falsa se presenta en la Fig. 40:

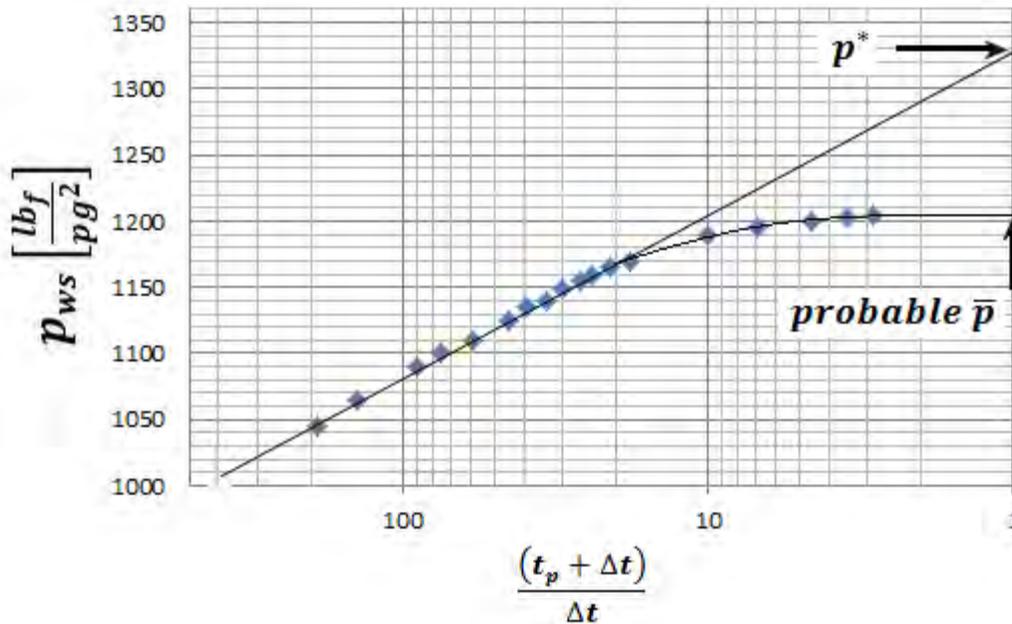


Fig. 40 Comportamiento típico de la presión en una prueba de incremento de presión para un pozo con radio finito.

La presión falsa p^* , será igual a la presión inicial de yacimiento p_i , si la prueba de incremento de presión es realizada a pozos de un yacimiento recién descubierto. Introduciendo el concepto de presión falsa a la ecuación de Horner y sustituyendo p^* por p_i :

$$p_{ws} = p^* - \frac{162.6Q_o B_o \mu_o}{kh} \log\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}\right) \dots \dots \dots [3.54]$$

ó:

$$p_{ws} = p^* - m \log\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}\right) \dots \dots \dots [3.55]$$

El área de drenaje de un pozo puede obtenerse de la gráfica de Horner o de la gráfica MDH (se presentará más adelante), tomando tres puntos cualesquiera de dichas gráficas localizados en la tendencia proyectada para determinar la pendiente para flujo en estado pseudoestacionario m_{pss} ; las coordenadas de los tres puntos son diseñadas de la siguiente forma: tiempo de cierre Δt_1 con su respectiva presión de cierre p_{ws1} , tiempo de cierre Δt_2 con su respectiva presión de cierre p_{ws2} y -tiempo de cierre Δt_3 con su respectiva presión de cierre p_{ws3} ; los tiempos de cierre seleccionados deben de satisfacer $\Delta t_1 < \Delta t_2 < \Delta t_3$ y la pendiente para la tendencia para flujo en estado estacionario m_{pss} es aproximada por:

$$m_{pss} = \frac{(p_{ws2} - p_{ws1}) \log\left(\frac{\Delta t_3}{\Delta t_1}\right) - (p_{ws3} - p_{ws1}) \log\left(\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}\right)}{(\Delta t_3 - \Delta t_1) \log\left(\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}\right) - (\Delta t_2 - \Delta t_1) \log\left(\frac{\Delta t_3}{\Delta t_1}\right)} \dots \dots \dots [3.56]$$

el área de drene puede calcularse con la **Ec. 2.195**:

$$m \setminus = m_{pss} = \frac{0.23396Q_oB_o}{c_tAh\phi} \dots \dots \dots [3.57]$$

de la **Ec. 3.57** despejar A:

$$A = \frac{0.23396Q_oB_o}{c_tm_{pss}h\phi} \dots \dots \dots [3.58]$$

3.2.2.-Método de Miller-Dyez-Hutchinson (MDH)

La gráfica de Horner puede ser simplificada si el pozo ha estado produciendo durante un tiempo para el cual se ha logrado el flujo en estado pseudoestacionario. Se asume que el tiempo de producción t_p es mucho mayor que el tiempo de cierre total Δt , $t_p \gg \Delta t$; por lo tanto, el término $t_p + \Delta t \cong t_p$ y

$$\log\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}\right) \cong \log\left(\frac{t_p}{\Delta t}\right) = \log(t_p) - \log(\Delta t) \dots \dots \dots [3.59]$$

aplicando la suposición anterior a la **Ec. 3.55**:

$$p_{ws} = p^* - m(\log(t_p) - \log(\Delta t)) \dots \dots \dots [3.60]$$

ó:

$$p_{ws} = (p^* - m \log(t_p)) + m \log(\Delta t) \dots \dots \dots [3.61]$$

Al graficar p_{ws} vs. $\log(\Delta t)$ se proyectará una línea con tendencia lineal con pendiente positiva m y que es idéntica a la que obtiene en la gráfica de Horner, que se define como:

$$m = \frac{162.6Q_oB_o\mu_o}{kh} \dots \dots \dots [3.62]$$

La pendiente obtenida tiene los mismos valores que la pendiente de la gráfica de Horner y la gráfica de la cual se obtuvo es la gráfica de Miller-Dyez-Hutchinson (MDH). La presión falsa p^* se obtiene de la gráfica MDH, por:

$$p^* = p_{1hr} - m \log(t_p + 1) \dots \dots \dots [3.63]$$

donde p_{1hr} es leída de la gráfica p_{ws} vs. $\log(\Delta t)$ para $\Delta t = 1$ hr.

Se grafica p_{ws} vs. $\log(\Delta t)$ de la gráfica MDH, **Tabla 18** y **ej. 27, Fig. 41**:

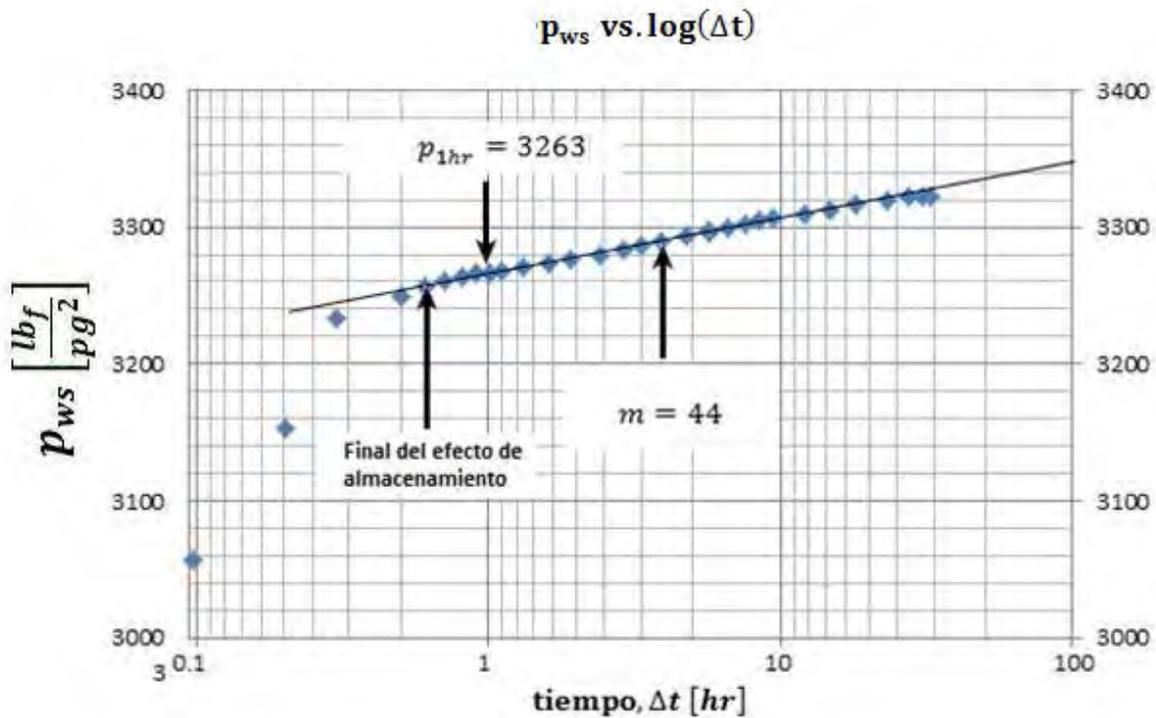


Figura 41 Gráfica Miller-Dyes-Hutchinson p_{ws} vs. $\log(\Delta t)$,

La **Fig. 41** presenta una línea recta con pendiente $m = 44 \left[\frac{lb_f}{pg^2} \right]$ que es idéntica a la obtenida en el **ej. 27** con un valor de $p_{1hr} = 3263 \left[\frac{lb_f}{pg^2} \right]$.

Como en la gráfica de Horner, el tiempo que marca el comienzo de la tendencia para la gráfica MDH, puede tomarse de la gráfica $\log(p_{ws} - p_{wf})$ vs. $\log(\Delta t)$ y observar cuando los puntos se desvían de la tendencia con pendiente unitaria. El tiempo exacto es determinado cambiando los ciclos en la escala de tiempo de 1 a $1 \frac{1}{5}$ y observando la desviación a la tendencia.

El comportamiento de la presión del pozo, después del final del flujo en estado transitorio, dependerá de la geometría del área de drenaje del pozo al cual se le realiza la prueba de incremento de presión, la posición del pozo con respecto a las fronteras del área de drenaje y del intervalo de tiempo de producción antes del cierre del pozo t_p .

Si el pozo se localiza en un yacimiento en el cual no existe interacción con otros pozos productores, la presión de cierre se hará eventualmente constante, **Fig. 40**, e igual a la presión volumétrica promedio del yacimiento \bar{p} . La presión volumétrica promedio del yacimiento \bar{p} es requerida en muchos cálculos en ingeniería de yacimientos, tales como: estudio de balance de materia, inyección de agua, proyectos de mantenimiento de presión y grado de conectividad del yacimiento.

Haciendo predicciones en función de la presión promedio de yacimiento \bar{p} , es obligado medir la presión promedio a través de la vida productiva del yacimiento y compararla con la pronosticada, para realizar el ajuste necesario. Una forma para obtener la \bar{p} es cerrar el pozo y esperar un periodo de tiempo para el cual la presión en el yacimiento se estabilice. Obviamente, este procedimiento no es práctico.

Se presentan los pasos para estimar \bar{p} en un área de drene circular o cuadrangular, de un pozo en condiciones de flujo en estado pseudoestacionario antes de su cierre, para una prueba de incremento de presión:

Paso 1) Seleccionamos un tiempo de cierre adimensional conveniente Δt_{DA} con su respectiva presión de cierre p_{ws} .

Paso 2) Calcular el tiempo Δt_{DA} basado en el área de drene A:

$$\Delta t_{DA} = \frac{0.0002637k\Delta t}{\mu\phi c_t A} \dots \dots \dots [3.64]$$

Paso 3) Entrar a la gráfica de la **Fig. 42** con el tiempo adimensional Δt_{DA} y determinar la presión MDH adimensional p_{DMDH} :

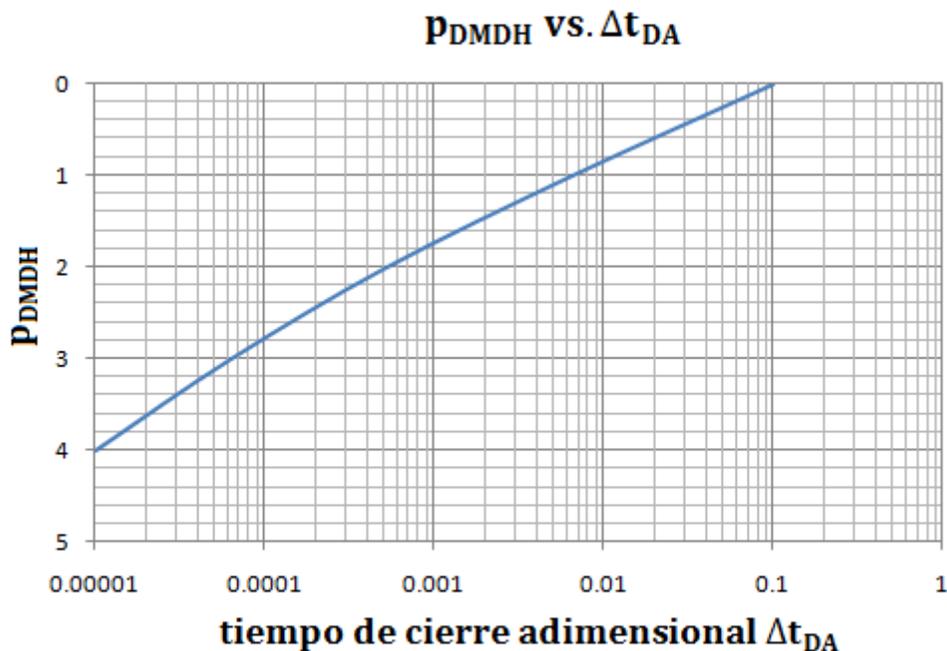


Fig. 42 Gráfica p_{DMDH} vs. Δt_{DA} para áreas de drene circulares o cuadrangulares.

Paso 4) Estimar la presión promedio del yacimiento \bar{p} en el área de drene del pozo A:

$$\bar{p} = p_{ws} + \frac{m p_{DMDH}}{1.1513} \dots \dots \dots [3.65]$$

donde m es la pendiente de la gráfica semilogarítmica MDH.

CAPÍTULO 4

Cálculo de potencial para pozos de gas

Este capítulo muestra la aplicación de dos métodos para determinar el potencial de un pozo de gas y algunas de las particularidades que se pueden presentar al realizar una prueba de presión. El primer método es empírico: el cual es muy práctico y económico en su uso; el segundo método es analítico, que requiere de las propiedades del gas y un algoritmo de programación para su aplicación; por último, se mencionarán algunos de los problemas que se presentan cuando se realiza una prueba de presión a pozos de gas.

Las propiedades del gas (μ_g y Z) son funciones fuertes de la presión, de aquí que las soluciones a la ecuación de difusión, **Ec. 2.87**, aplicada para flujo de gas, son complicadas en su utilización, debido a la alta dependencia de la compresibilidad y de la viscosidad del gas con respecto de la presión. A continuación es presentado el método empírico.

4.1.-Cálculo del Potencial para Pozos de Gas (Método Empírico)

La obtención de datos, para el cálculo del potencial de un pozo de gas, es difícil y costosa, debido a esto, los modelos empíricos son atractivos y ampliamente utilizados en las aplicaciones de campo en la industria petrolera.

Rawlins y Schellhardt (1936) presentan la siguiente expresión para el cálculo del gasto de producción de un pozo de gas:

$$Q_g = C(\bar{p}^2 - p_{wf}^2) \dots \dots \dots [4.1]$$

La **Ec. 4.1** es la representación de la ley de Darcy para flujo de fluidos compresibles; la constante C involucra términos como la viscosidad del gas μ_g , la permeabilidad del medio poroso al flujo de gas k_g , espesor neto de la formación h , temperatura de la formación T , etc. La **Ec. 4.1** no considera los efectos de turbulencia, que comúnmente se presentan en la vecindad de los pozos productores de gas, debido a la reducción del área de flujo transversal y el incremento de la velocidad de flujo; para corregir el efecto de turbulencia, se introduce el factor

n como una potencia de la diferencia del cuadrado de las presiones en la **Ec. 4.1**:

$$Q_g = C(\bar{p}^2 - p_{wf}^2)^n \dots\dots\dots [4.2]$$

Para valores de n en el intervalo: $\frac{1}{2} \leq n \leq 1.0$, si $n = 1$ el flujo es completamente laminar y si $n = \frac{1}{2}$ el flujo es completamente turbulento.

La **Ec. 4.2** puede escribirse de la siguiente manera:

$$\log(\bar{p}^2 - p_{wf}^2) = \frac{1}{n} (\log(Q_g) - \log(C)) \dots\dots\dots [4.3]$$

Al graficar la **Ec. 4.3** se proyectará una línea recta con pendiente $m = \frac{1}{n}$ y C se calcula con algunos puntos de presión y gastos estabilizados, como lo muestra la **Fig.44**:

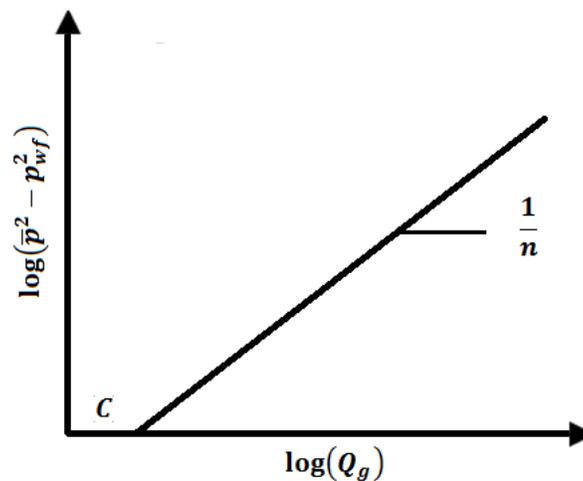


Fig. 44 Gráfico $\log(\bar{p}^2 - p_{wf}^2) = \frac{1}{n} (\log(Q_g) - \log(C))$.

C y n deben de ser calculados periódicamente, ya que no prevalece una condición estática a grandes intervalos de tiempo. Las variables que afectan C son: el factor de compresibilidad del gas, la viscosidad del gas, la permeabilidad del medio poroso al flujo de gas, factor de daño, radio de drenaje y posiblemente el radio del pozo.

Para la aplicación de este método, se toma en cuenta las siguientes consideraciones: condiciones isotérmicas en todo el yacimiento, los efectos gravitacionales se desprecian, el flujo de fluidos se lleva a cabo en una sola fase (gas), el medio es homogéneo e isótropo, la compresibilidad y la viscosidad del gas son constantes y los gradientes de presión y compresibilidad son pequeños y se desprecian.

El potencial absoluto de un pozo se define como el gasto correspondiente a una presión de fondo fluyendo igual a la atmosférica. En la gráfica de la **Fig. 44** se extrapola para obtener el potencial absoluto o algún otro dato de potencial que se requiera. A continuación se presenta un ejercicio con la aplicación del método empírico.

Ejemplo 28 La **Tabla 20** presenta los datos de gasto y presión de fondo fluyendo estabilizados de una prueba de decremento de presión con presión de fondo estática estabilizada=408.2 [lb_f/pg² abs]:

p_{wf} [$\frac{lb_f}{pg^2}$]	Q_g [$\frac{miles\ pie^3}{día}$]
403.1	4.288
394	9.265
378.5	15.552
362.6	20.177

Tabla 20 Datos p_{wf} vs. Q_g , ej. 28.

Calcular el potencial absoluto del pozo.

Solución:

Paso 1) Determinar la diferencia de presiones ($\bar{p}^2 - p_{wf}^2$) y agregar a la **Tabla 20** los datos de la presión de fondo estática estabilizada y de la presión atmosférica, **Tabla 21:**

p_{wf} [$\frac{lb_f}{pg^2}$]	Q_g [$\frac{miles\ pie^3}{día}$]	$(\bar{p}^2 - p_{wf}^2)$ [$\frac{lb_f}{pg^2}$] ²
408.2	0	0
403.1	4.288	4137.63
394	9.265	11391.24
378.5	15.552	23364.99
362.6	20.177	35148.48
14.7	p. a.	166411.15

p. a.: potencial absoluto

Tabla 21 Datos p_{wf} , $(\bar{p}^2 - p_{wf}^2)$ y Q_g , ej. 28.

Paso 2) Trazar la gráfica $\log(\bar{p}^2 - p_{wf}^2)$ vs. $\log(Q_g)$, **Fig. 45.**

Paso 3) Determinar la pendiente $\frac{1}{n}$ con dos puntos de la tendencia de la **Fig. 45.**

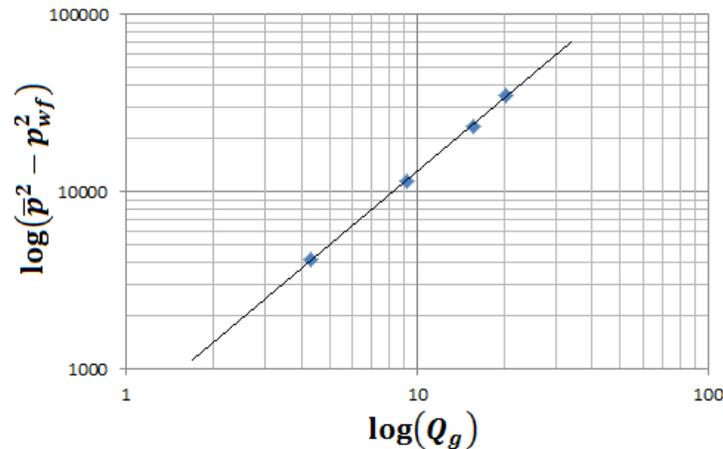


Figura 45 Gráfica $\log(\bar{p}^2 - p_{wf}^2)$ vs. $\log(Q_g)$, ej. 27.

$$\frac{1}{n} = \frac{\log(\bar{p}^2 - p_{wf}^2)_2 - \log(\bar{p}^2 - p_{wf}^2)_1}{\log(Q_g)_2 - \log(Q_g)_1} = \frac{\log(4137.63) - \log(35148.48)}{\log(4.288) - \log(20.177)} = \frac{-0.92915}{-0.6726} = 1.3814$$

$$n = 0.7238$$

Paso 4) Determinar C con el valor de n ya calculado:

$$C = \frac{Q_g}{(\bar{p}^2 - p_{wf}^2)^n} = \frac{4.288}{(4137.63)^{0.7238}} = 0.010338 \left[\frac{\text{miles pie}^3}{\text{día} - \left(\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \text{ abs}\right)^2} \right]$$

$$C = 0.010338$$

Paso 5) La ecuación para determinar el potencial de flujo es:

$$q_g = 0.010338((408.2)^2 - (p_{wf})^2)^{0.7238}$$

Paso 6) Calcular el potencial absoluto:

$$q_g = 0.010338((408.2)^2 - (p_{wf})^2)^{0.7238} = 0.010338((408.2)^2 - (14.7)^2)^{0.7238} = 62.162$$

$$q_g = 62.162 \left[\frac{\text{miles pie}^3}{\text{día}} \right]$$

Que es la máxima producción que el pozo arrojaría en condiciones óptimas de flujo.

4.2.-Cálculo del Potencial para Pozos de Gas (Método Analítico o $m(p)$)

El método de pseudopotencial es una solución a la ecuación de difusión para fluidos compresibles; la propone **Al-Husainy et. al (1966)**; el método del pseudopotencial está en función de la viscosidad del gas, el factor de compresibilidad del gas y las presiones a las cuales se expone el gas en el proceso de producción en el yacimiento.

Se resolverá a detalle el **ej. 7** para la presentación del método de pseudopotencial.

Ejemplo 7 El Pozo “217” del Campo de Gas “F. I.” tiene un radio de 0.3 pie y produce con una presión de fondo fluyendo estabilizada de 3600 lb_f/pg². Se disponen de los siguientes datos:

$$k=65[\text{mD}] \quad p_e=4400[\text{lb}_f/\text{pg}^2] \quad h=15[\text{pie}] \quad r_e=1000[\text{pie}] \quad T=600[^\circ\text{R}]$$

Calcular el gasto de gas en miles pie³/día.

Los datos PVT de μ_g y Z se presentan a continuación:

$p \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$	$\mu[\text{cp}]$	Z
0	0.0127	1
400	0.01286	0.937
800	0.0139	0.882
1200	0.0153	0.832
1600	0.0168	0.794
2000	0.0184	0.77
2400	0.0201	0.763
2800	0.0217	0.775
3200	0.0234	0.797
3600	0.025	0.827
4000	0.0266	0.86
4400	0.02831	0.896

Tabla 3 Propiedades del gas en función de la presión, ej. 7.

Solución:

Paso 1) Graficar el comportamiento de las propiedades del gas μ_g y Z , **Fig. 47**.

Paso 2) Determinar la tendencia lineal de las propiedades del gas μ_g y Z a cada intervalo de presiones; cada intervalo de presión se denotará por $[p_n, p_{n+1}]$ siendo p_n el valor inferior del intervalo de presión y p_{n+1} es el valor superior a dicho intervalo; conociendo los valores de las propiedades del gas en los extremos de los intervalos de presión, se calculará μ_g y Z a cada unidad de presión, dicho procedimiento se ejemplifica gráficamente en la **Fig. 48**.

Paso3) Calcular el término $\frac{2p}{\mu_g Z}$, para cada valor unitario de p , **Tabla 4**.

Paso 4) Con los datos de las propiedades del gas a cada valor unitario de presión, graficar el cociente $\frac{2p}{\mu_g Z}$ vs. p , **Fig. 49**.

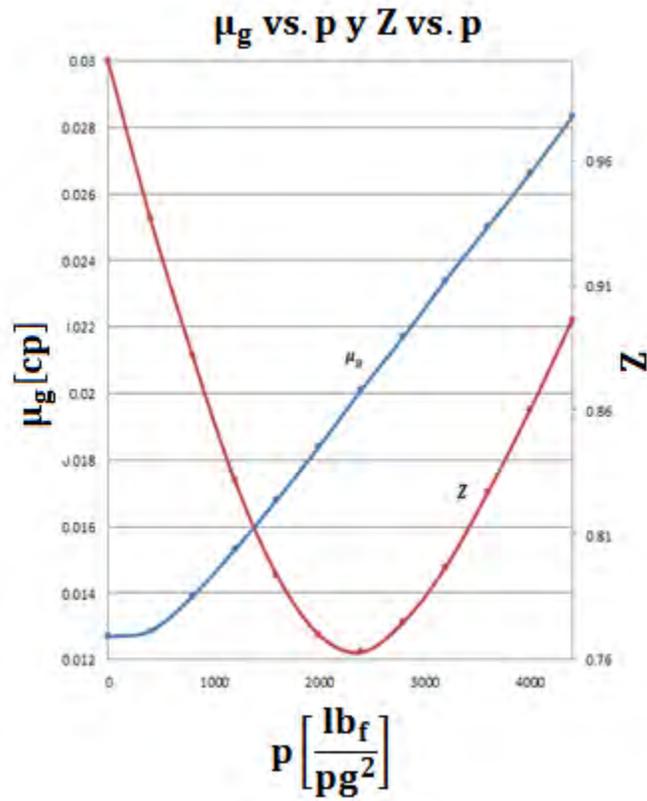


Fig. 47 Gráfica de μ_g vs. p y Z vs. p , ej. 7.

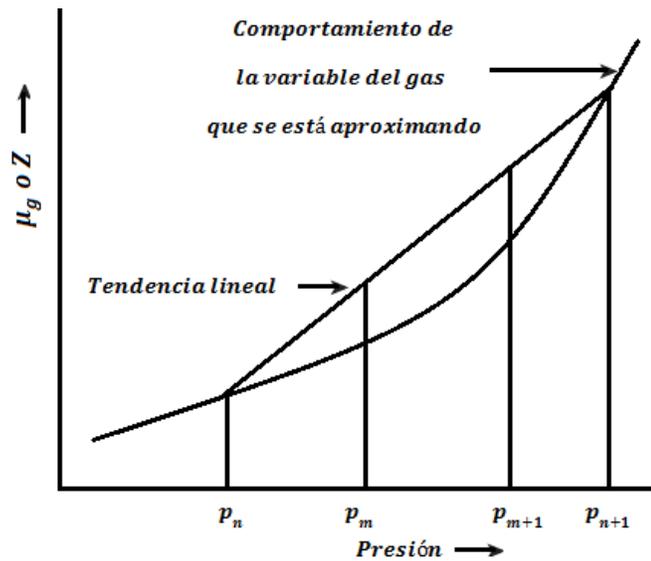


Fig. 48 Ejemplificación de la obtención de los valores de μ_g y Z a cada intervalo de presión $[p_n, p_{n+1}]$.

$p \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$	$\mu [\text{cp}]$	Z	$\frac{2p}{\mu Z} \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} / \text{cp} \right]$
0	0.0127	1	0
400	0.01286	0.937	66391.0332
800	0.0139	0.882	130507.839
1200	0.0153	0.832	188536.953
1600	0.0168	0.794	239894.446
2000	0.0184	0.77	282326.369
2400	0.0201	0.763	312989.23
2800	0.0217	0.775	332986.472
3200	0.0234	0.797	343167.219
3600	0.025	0.827	348246.675
4000	0.0266	0.86	349711.488
4400	0.02831	0.896	346924.358

Tabla 4 Cálculo de $\frac{2p}{\mu_g Z}$, ej. 7.

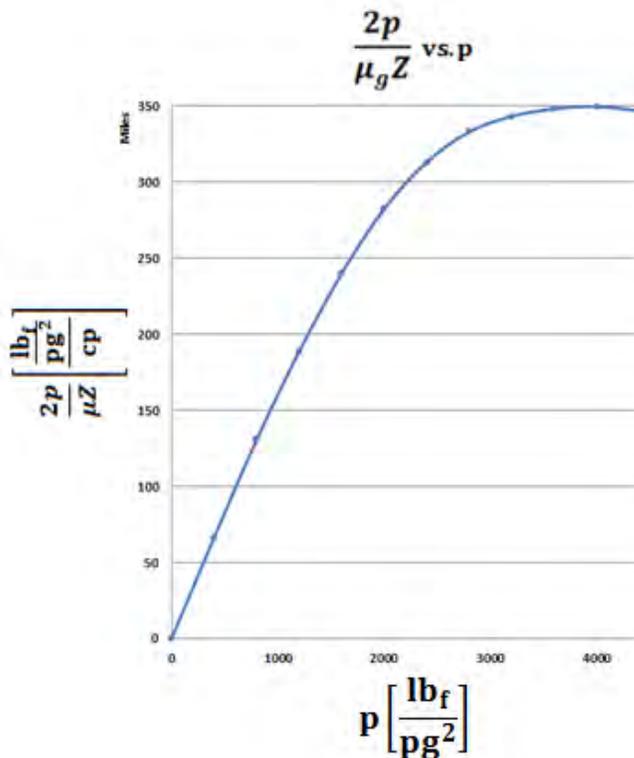


Fig. 49 Gráfica $\frac{2p}{\mu_g Z}$ vs. p, ej. 7.

Paso 5) Calcular numéricamente el área bajo la curva de la gráfica de la Fig. 49, Tabla 5:

Pof [psi]	Mu [cp]	Z	Pseudopotencial [psi ² /cp]
399	0.0128796	0.9372	12963846.0
799	0.0138974	0.8821	52295432.0
1199	0.0152965	0.8321	116131824.0
1599	0.0167962	0.7941	201864032.0
1999	0.0183960	0.7701	306387264.0
2399	0.0200957	0.7630	425564032.0
2799	0.0216960	0.7750	554886336.0
3199	0.0233957	0.7969	690224384.0
3599	0.0249960	0.8269	828593152.0
3999	0.0265960	0.8599	968249472.0
4020	0.0266812	0.8617	968249472.0
4399	0.0283057	0.8959	1107619328.0

Press any key to continue

Tabla 5 Cálculo del pseudopotencial, ej. 7.

Para cada valor de p, el área bajo la curva $\frac{2p}{\mu_g Z}$ vs. p pertenecen al valor de la pseudopresión del gas $m(p) = \psi = \int_0^p \left(\frac{2p}{\mu_g Z}\right) dp$ a su respectiva presión p.

Paso 6) Graficar los valores de $\int_0^p \left(\frac{2p}{\mu_g Z}\right) dp$ Fig. 16:

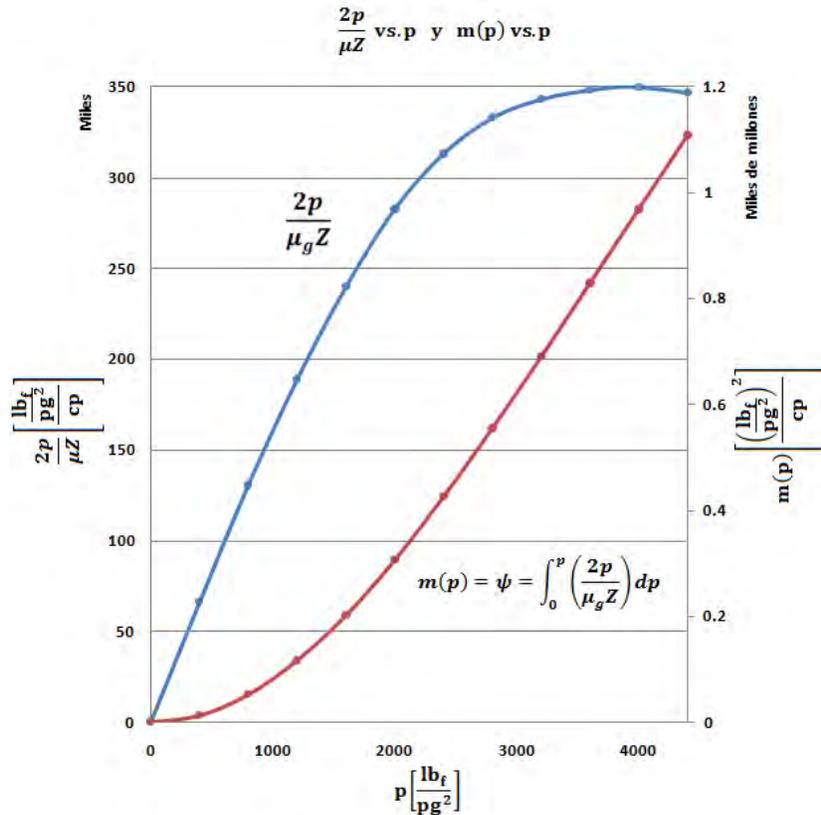


Fig. 16 Datos de Pseudopresión, ej. 7.

Paso 7) Con la **Ec. 2.60**, calcular el gasto de gas para la diferencia de pseudopotenciales ($\psi_e - \psi_w$):

$$Q_g = \frac{0.703kh(\psi_e - \psi_w)}{T \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} \dots \dots \dots [2.60]$$

para:

$$p_w = 3600 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right] \text{ el pseudopotencial } \psi_w = 828 \times 10^6 \left[\frac{\left(\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2}\right)^2}{\text{cp}} \right]$$

$$p_w = 4400 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right] \text{ el pseudopotencial } \psi_e = 1107 \times 10^6 \left[\frac{\left(\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2}\right)^2}{\text{cp}} \right]$$

$$Q_g = \frac{0.703kh(\psi_e - \psi_w)}{T \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} = \frac{0.703(65)(15)(1107 \times 10^6 - 828 \times 10^6)}{(600[^\circ\text{R}]) \ln\left(\frac{1000}{0.25}\right)} = 38.4278$$

$$Q_g = 38.4278 \left[\frac{\text{millones pie}^3}{\text{día}} \right]$$

de esta forma se calcula el potencial de un pozo de gas con el método $m(p)$ a una presión de interés.

4.3.-PARTICULARIDADES DE UNA PRUEBA DE PRESIÓN

Se presentará brevemente algunos tipos de problemas a los cuales se enfrenta en la realización de una prueba de presión a pozos de gas y que pueden arrojar errores considerables en los datos que se obtengan en dicha prueba:

Formación de Hidratos

Este problema ocurre principalmente en pozos que tienen alta presión, se origina por la temperatura a la cual se expone el gas en algún punto del sistema de producción es menor que la temperatura de formación de hidratos del gas a una presión específica. Para evitar este problema se debe de determinar el intervalo en el cual se presentará la formación de hidratos y mantener la temperatura de flujo mayor a temperatura de formación de hidratos del gas, lo común es que se implanten resistencias (calefactores) alrededor de la tubería de producción.

Colgamiento de Líquido

Se presenta en las pruebas de presión que se caracterizan por el bajo índice de productividad del pozo y alta relación gas-líquido (GOR), una variación considerable de presiones en superficie indican que existe colgamiento, una forma de evitarlo es aplicar un sistema artificial de producción.

Ácido Sulfúrico, H₂S

El ácido sulfúrico es una sustancia peligrosa y altamente tóxica, es más densa que el aire y que a determinadas concentraciones causa malestares y llega a provocar la muerte. Se deberán tomar precauciones específicas cuando se realice una prueba de presión a un pozo que produzca ácido sulfúrico, tales como evitar la exposición excesiva en las jornadas laborales, el evitar cualquier escape de gas a la atmósfera, especialmente en áreas con poblaciones cercanas, probar el equipo que se vaya a utilizar en la realización de la prueba de presión tal como los separadores, medidores de presión, tuberías, etc. Deberán probarse a fondo para asegurar su seguro desempeño.

Gas Húmedo

Para medir la corriente de gas que produce un pozo, puede utilizarse la siguiente ecuación:

$$\gamma_{\text{gas}} = \frac{\gamma_g + \frac{4584\gamma_o}{R}}{1 + \frac{V_o}{R}} \dots \dots \dots [4.4]$$

Ya que si solamente se mide la densidad de la corriente de gas corriente debajo de la placa de orificio, instalada en la superficie, no será una medición confiable.

Estas son algunas particularidades que se pueden presentar en una prueba de presión a pozos productores de gas.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La presentación de este material facilita la introducción al análisis de pruebas de presión, asegura el entendimiento de los conceptos necesarios para temas afines en esta área, la cual requiere de bases matemáticas sólidas y una comprensión de los conceptos que se manejan.

La aplicación de pruebas de presión es una parte importante de la caracterización de un yacimiento, ya que detecta y evalúa los elementos que afectan el flujo de los fluidos en su interior.

Para realizar una recuperación de hidrocarburos aceptable, se debe de contar con información precisa de las características del yacimiento, de aquí la importancia de los datos que se obtengan al realizar una prueba de presión; dichos datos determinaran la cuantificación de parámetros de gran importancia para la explotación correcta de un yacimiento.

Se presentan los principales fenómenos que afectan el flujo de los fluidos al interior del yacimiento y en la vecindad del pozo, así como su influencia en las ecuaciones de flujo. Se hace énfasis en los diferentes periodos de producción que están en función del tiempo, sus características, efectos e identificación.

El fenómeno de almacenamiento tiene gran influencia en el comportamiento de la presión para pruebas de presión, se debe de implantar un empacador, que disminuya este fenómeno, lo más cerca de la zona productora.

El uso de la función $m(p)$ o pseudopotencial del gas, permite linealizar la ecuación de flujo para gases, por lo que se puede aplicar reglas válidas para flujo de fluidos ligeramente compresibles.

Para la aplicación del método de pseudopotencial se deben de analizar las tendencias de las propiedades del gas y aplicar la mejor tendencia a cada intervalo de presiones, para determinar una función $\frac{2p}{\mu Z}$ aceptable, para aproximar de mejor forma el área que se proyecte desde la curva de la función $\frac{2p}{\mu Z}$ hasta el eje de las abscisas (eje de presión).

El uso del método del pseudopotencial no tiene restricción para intervalos de presión.

Para presiones mayores de 3000 [lb_f/pg²] las propiedades del gas son consideradas constantes, pudiéndose evaluar las propiedades del gas a condiciones iniciales.

APÉNDICE A

A.1.-PERMEABILIDAD. DIMENSIONES Y UNIDADES.

La ecuación de Darcy que define el flujo de un fluido en un sistema de flujo horizontal, permite definir la permeabilidad para el flujo en estado estacionario, horizontal y de viscosidad constante a través de un medio poroso de sección también constante; en este caso, la permeabilidad es el cociente de proporcionalidad entre el gasto volumétrico por unidad de área transversal y el gradiente de presión por unidad de viscosidad del fluido circulante.

$$v = \frac{q}{A} = - \frac{k dp}{\mu dx} \dots \dots \dots [2.1]$$

En la industria petrolera la unidad de permeabilidad es el Darcy. La roca tiene la permeabilidad de 1 Darcy si un fluido de 1 cp de viscosidad se mueve a un gasto volumétrico constante de 1 cm/seg a través de una sección transversal de 1 cm, cuando se aplica un gradiente de presión de 1 atm/cm:

$$1 \text{ [Darcy]} = \frac{1 \left[\frac{\text{cm}}{\text{s}} \right] \times 0.01 [\text{cp}] \times 1 [\text{cm}]}{1 [\text{atm}]} = \frac{1 \left[\frac{\text{cm}}{\text{seg}} \right] \times 0.01 \left[\frac{\text{g}}{\text{cm-seg}} \right] \times 1 [\text{cm}]}{1 [\text{atm}]} \dots \dots \dots [A. 1]$$

En el sistema internacional:

$$1 \text{ [Darcy]} = \frac{0.01 \left[\frac{\text{m}}{\text{seg}} \right] \times 0.001 \left[\frac{\text{Kg}}{\text{m-seg}} \right] \times 0.01 [\text{m}]}{1.0133 \times 10^5 \left[\frac{\text{Kg}}{\text{m-seg}^2} \right]} = 10^{-12} [\text{m}^2] = 1 [\mu\text{m}^2] \dots \dots \dots [A. 2]$$

La permeabilidad tiene dimensiones de L².

$$1 \text{ [Darcy]} = 1 [\mu\text{m}^2] \dots \dots \dots [A. 3]$$

El Darcy es una unidad muy grande para tener un uso práctico, por lo que se utiliza el milidarcy [mD].

A.2.-RESTRICCIONES A LA ECUACIÓN DE DARCY. EFECTO KLINKENBERG.

La metodología del experimento de Darcy implica que la Ec. 2.1 sólo es válida para flujo laminar, incompresible, newtoniano (viscosidad constante) e isotérmico; por eso, no es siempre aplicable al flujo de gases.

El flujo de gas, en el yacimiento, se produce a alta velocidad (debido a su baja viscosidad); entonces aparecen efectos de turbulencia, especialmente, alrededor del pozo donde los gradientes de presión son altos. En el laboratorio hay otra restricción en la aplicabilidad de la ecuación de Darcy al flujo de gases, el “Efecto Klinkenberg”: que a muy bajas presiones, el camino libre medio de las moléculas de gas se aproxima al orden del diámetro de los poros y se produce el deslizamiento de las moléculas de gas a lo largo de las paredes del medio sólido; en consecuencia, la permeabilidad de la roca al gas, varía con la presión. La permeabilidad se mide en el laboratorio haciendo pasar nitrógeno o aire a gasto constante a través de un núcleo. Se mide la caída de presión que debe ser pequeña para evitar turbulencias. Se aplica la ecuación de Darcy y se estima la permeabilidad conociendo los otros términos.

Klinkenberg encontró que la permeabilidad al gas, así medida, debe ser corregida para hallar la permeabilidad absoluta por:

$$k_g = k_l \left(1 + \frac{b}{p_m} \right) \dots \dots \dots [A. 4]$$

Donde k_g es la permeabilidad al gas k_l es la permeabilidad al líquido y p_m la medida aritmética entre la presión a la entrada del núcleo y la presión a la salida y b se halla experimentalmente y es una constante que depende del gas.

En la práctica, se realizan ensayos a varias presiones. Se grafica la permeabilidad al gas en función de la inversa de la presión media k_g vs. $\frac{1}{p_m}$.

La extrapolación de la recta hasta donde $\frac{1}{p_m} = 0$ es la permeabilidad al líquido, como se muestra en la Fig A1:

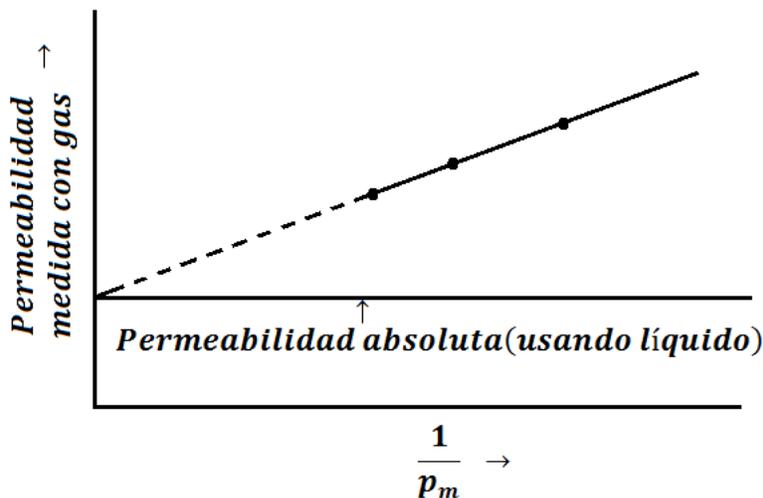


Fig. A1 obtención de la permeabilidad absoluta con gas, “Efecto Klinkenber”.

APÉNDICE B

ALGORITMO PARA CALCULAR EL PSEUDOPOTENCIAL PARA POZOS PRODUCTORES DE GAS, MÉTODO $m(p)$

B.1.-DESCRIPCIÓN DE ALTO NIVEL

Calcular numéricamente el área bajo la curva de la función $\frac{2p}{\mu_g Z}$ que es proyectada en función de la presión p , en el rango de presiones de $0 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right] - 4400 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$, se proporcionan datos de las propiedades del gas (viscosidad μ_g y factor de compresibilidad Z) a intervalos constantes de $400 \left[\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right]$.

B.2.-DESCRIPCIÓN FORMAL (PSEUDOCÓDIGO)

ALGORITMO:

Encontrar el área bajo la curva de la gráfica $\frac{2p}{\mu_g Z}$ vs. p en el intervalo de presiones $[0, 4400] \text{ lb}_f/\text{pg}^2$

Programa Ejercipio 7

Leer datos r_w , p_e , r_e , T , h y k .

Leer n ternas de datos p , μ_g y Z .

Imprime tabla p , μ_g y Z .

para $i \leftarrow 1$ **hasta** n **hacer**

Calcula la tendencia lineal para μ_g y Z :

$$m_{\mu_{g_i}} = \frac{\mu_{g_i} - \mu_{g_{i-1}}}{p_i - p_{i-1}} \dots \dots \dots [B. 1]$$

y

$$m_{Z_i} = \frac{Z_i - Z_{i-1}}{p_i - p_{i-1}} \dots \dots \dots [B. 2]$$

con el punto $(\mu_{g_{i-1}}, p_{i-1})$ obtén $b_{\mu_{g_i}}$ y b_{Z_i}

$$b_{\mu_{g_i}} = \mu_{g_{i-1}} - m_{\mu_{g_i}} p_{i-1} \dots \dots \dots [B. 3]$$

y

$$b_{Z_i} = Z_{i-1} - m_{Z_i} p_{i-1} \dots \dots \dots [B. 4]$$

Devolver:

$$\mu_{g_i} = m_{\mu_{g_i}} p_i + b_{\mu_{g_i}} \dots \dots \dots [B. 5]$$

y

$$Z_i = m_{Z_i} p_i + b_{Z_i} \dots \dots \dots [B. 6]$$

Para $j \leftarrow 1$ hasta m hacer

Calcular $\frac{2p_j}{\mu_{g_j} Z_j}$ con:

$$p_j = p_i + j p_{i-1} \dots \dots \dots [B. 7]$$

Calcular

$$m(p)_j = \frac{\frac{2p_j}{\mu_{g_j} Z_j} - \frac{2p_{j-1}}{\mu_{g_{j-1}} Z_{j-1}}}{2} \dots \dots \dots [B. 8]$$

y

$$t = m(p)_j + t \dots \dots \dots [B. 9]$$

donde el pseudopotencial $m(p)$ a la presión j -ésima es t :

$$t = \sum_{j=1}^n m(p)_j \dots \dots \dots [B. 10]$$

devolver t .

$$m(p)_{\text{acumulado}} \leftarrow t$$

si $j = m$

imprime $p_j, \mu_{g_j}, Z_j, m(p)_{\text{acumulado}}$

terminar si

terminar

terminar

pregunta ¿a qué valor de presión se calculará el potencial de gas?

Lee valor de presión a calcular el potencial de gas.

Calcular el potencial del gas:

$$Q_g = \frac{0.703kh(m(p_e) - m(p_{wf}))}{T \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} \dots \dots \dots [B.11]$$

con:

$m(p_e)$ =pseudopotencial del gas a presión inisial de yacimiento

y

$m(p_{wf})$ =pseudopotencial del gas a la presión que se calculará el potencial de gas

Imprime Q_g

terminar Programa

B.3.-IMPLEMENTACIÓN

Lenguaje FORTRAN 90:

```

program ejercicio7

  implicit none

  integer:: m, n, p, q, r, j, i, s, t, y, b, Ser
  real,dimension(:)::pwf, mug, z, pwfu, mugu, zu, twopmugz,
    pseudopotencialacumulado
  real::mmu, mz, bmu,bz,pseudopotential, w, Qg, Pe,re, rw, k, h, Tem,
    radios
  allocatablepwf, mug, z, pwfu, mugu, zu, twopmugz,
    pseudopotencialacumulado

  write(*,*)"Calculo de Potencial para Pozo de Gas "
  write(*,*)" "
  write(*,*)"Ingresa:"
  write(*,*)" "
  write(*,*)"Presión del yacimiento [psia]="
  read(*,*)Pe
  write(*,*)"Radio del yacimiento[ft]="

```

```

read(*,*)re
write(*,*)"Radio del pozo[ft]="
read(*,*)rw
write(*,*)"Permeabilidad de la roca[mD]="
read(*,*)k
write(*,*)"Espesor de la formacion[ft]"
read(*,*)h
write(*,*)"Temperatura del yacimiento[ R]"
read(*,*)Tem

write(*,*)"      Introduce los valores en ternas de:"
write(*,*)" presion , viscosidad y factor de compresibilidad"
write(*,*)"      Pwf      Mu      Z"
write(*,*)" [psia]      [cp]  "
write(*,*)" "
write(*,*)" "
write(*,*)"introduce el numero de ternas:"
read(*,*)m

allocate(pwf(m), mug(m), z(m), pseudopotentialacumulado(m))
write(*,*)" "
write(*,*)" "
write(*,*)"introduce los valores de:"

do i=1, m
write(*,*)"pwf",i,"="
read(*,*)pwf(i)
write(*,*)"viscosidadmu",i,"="
read(*,*)mug(i)
write(*,*)"factor de compresibilidadZ",i,"="
read(*,*)z(i)
write(*,*)" "
write(*,*)" "
write(*,*)"tabla de valores de Pwf, Mu y Z"
write(*,*)" ""
write(*,47)" Pwf      Mu      Z"
47 format (a27)
write(*,48)"[psia]      [cp]"
48 format(a17)
49 format (i4, a5, f9.7, f12.4)
      b=real(pwf(i))
      write(*,49)b,"      ",mug(i),z(i)
end do

      write(*,*)" ""
      write(*,*)" ""
      write(*,50)" Punto      Pwf      Mu      Z      Pseudopotencial"
50 format(a58)
      write(*,51)"      [psia]      [cp]      [psia^2/cp]"
51 format(a55)

do i=1, m-1

      if(i.eq.1)then

```

```

        n=real(pwf(i+1)-pwf(i))
        allocate(pwfu(n), mugu(n), zu(n), twopmugz(n))
end if

if(s.eq.0) then
    pwfu(i)=s
else
    pwfu(i)=s
end if

mmu=(mug(i+1)-mug(i))/(pwf(i+1)-pwf(i))
mz=(z(i+1)-z(i))/(pwf(i+1)-pwf(i))
bmu=mug(i)-mmu*pwf(i)
bz=z(i)-mz*pwf(i)

do j=1, n
    pwfu(j)=s
    mugu(j)=mmu*pwfu(j)+bmu
    zu(j)=mz*pwfu(j)+bz
    twopmugz(j)=2*pwfu(j)/(mugu(j)*zu(j))
    s=s+1

    if (j.gt.1) then
        pseodopotential=(twopmugz(j)+twopmugz(j-1))/2
    end if

    t=pseodopotential+t

    if(j.eq.n) then
        y=real(pwfu(j))
        w=t
        write(*,80) i, " ", y, " ", mugu(j), " ", zu(j), " ", w
80 format (i4, a4, i4, a5, f9.7, a6, f6.4, a5, f13.1)
    end if

end do
    pseodopotentialacumulado(i)=w

end do
write(*,*)
write(*,*) "A que Punto se calculara el Potencial del Pozo?:"
read(*,*) Ser
radios=re/rw
Qg=k*h*(pseodopotentialacumulado(m-1)-
pseodopotentialacumulado(Ser))/(1422*Tem*log(radios))
write(*,*)
write(*,*)

write(*,83) "Potencial del Pozo: Qg=", Qg, "[Mscf/day]"
write(*,*)
write(*,*)
83 format (a23, f10.3, a11)
endprogram

```

B.4 DIAGRAMA DE FLUJO

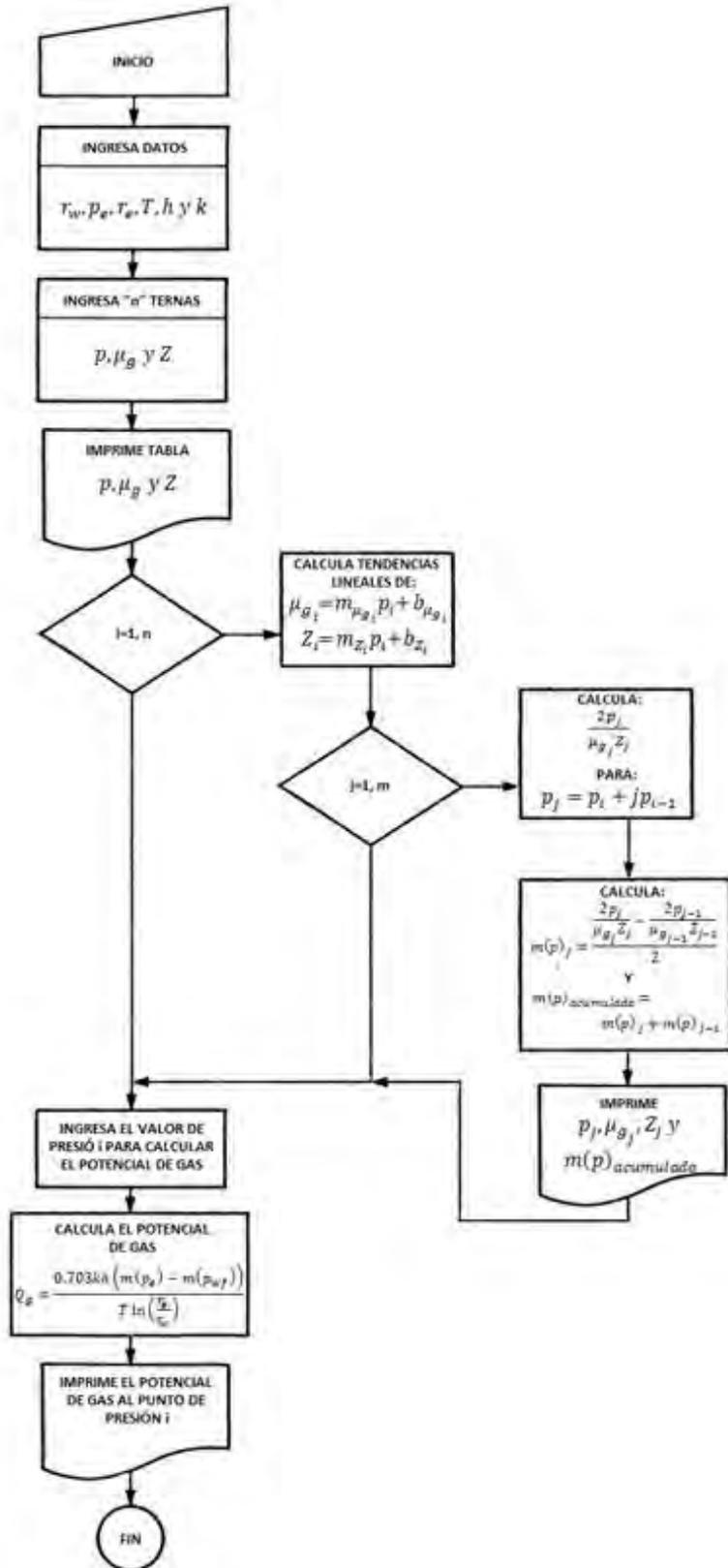


Fig. B1 Diagrama de flujo para cálculo del potencial para pozo de gas.

APÉNDICE C

GEOLOGÍA DE YACIMIENTOS PETROLEROS DEFINICIONES

Ing. Carlos Castillo Tejero

Petróleo: Se acepta como término general a todas las mezclas naturales con predominio de hidrocarburos.

Petróleo Crudo: Es la parte del petróleo que existe en fase líquida en los yacimientos y que permanece líquida en condiciones atmosféricas de presión y temperatura, las diferentes clases de petróleo crudo se reportan de acuerdo con su densidad expresada en grados API (Escala estandarizada por el Instituto Norteamericano del petróleo). Los términos “pesado” “mediano” y “ligero” cada uno con un significado local específico. Están establecidos y aceptados en el comercio mundial.

Gas Natural: Es la parte del petróleo que existe en fase gaseosa en condiciones atmosféricas de presión y temperatura o que esta en solución en el petróleo crudo en los yacimiento. Existen varias clasificaciones.

Gas Natural Crudo: Es el gas tal como se produce en los yacimientos. No adecuado para la utilización directa de los consumidores. Se clasifica en “dulce” (no contiene azufre) y “amargo” (requiere tratamiento).

Gas Natural Comercializable: Es el gas disponible para venta, consumo directo como combustible doméstico, comercial o industrial o como materia prima industrial.

Gas Húmedo (Rico): Gas que contiene algo de porcentaje de hidrocarburos más pesados que el metano,

Gas Seco (Pobre): Gas que contiene cantidades de hidrocarburos más pesados que el metano pero insuficientes para su extracción comercial.

Gas No Asociado: Gas que se encuentra en los yacimientos, no en contacto con el petróleo crudo.

Gas Asociado: Gas que se encuentra en los yacimientos en contacto o asociado con el petróleo crudo. Puede clasificarse en gas libre o de casquete y en gas disuelto.

Gas Convencional: Se refiere al gas que puede producirse mediante prácticas de producción normales.

Gas No Convencional: Se refiere al gas que requiere estimulación masiva y antieconómica para su producción.

Asfalto Natural: Es la parte del petróleo crudo que existe en fase semisólida en los depósitos naturales, generalmente contiene azufre, metales y otras sustancias a las que se alude como no hidrocarburos, se le denomina como petróleo de arenas petrolíferas “Betunes”, “Petróleo de Arenas Asfálticas” o simplemente “Alquitran” o “Asfalto”.

Petróleo Sintético: Es una mezcla de hidrocarburos que se obtiene mejorando el grado de los asfaltos naturales y puede contener azufre y otros compuestos. Tiene semejanzas con el petróleo crudo y a menudo se usa como materia prima para la refinación y otras operaciones de procesamiento químico.

Reservas Petroleras(Clasificación y Nomenclatura):

Consideraciones Generales.

Las reservas de petróleo se han vuelto interesantes para muchas personas ajenas a la industria petrolera, son parte recuperable de los yacimientos petroleros. Se necesitan científicos y tecnólogos petroleros.

Se recomienda evitar el mal uso del término “Recursos” como sinónimo de “Reservas” debido a la posible confusión resultante del uso del término empleado normalmente para referirse a todo el volumen del petróleo “In situ” (Cantidad total de petróleo que se estima originalmente existente en los yacimientos).

Consideraciones Físicas:

Los principales aspectos físicos que se reflejan en la evaluación de las reservas son: el grado de conocimiento geológico de la naturaleza y tamaño de los yacimientos petroleros y la cantidad técnica disponible para extraer económicamente los hidrocarburos de los yacimientos petroleros.

Consideraciones Económicas:

La distinción en cuanto a viabilidad no es práctica más allá de los precios del petróleo y los costos de extracción conocidos en el momento de la estimación.

Sistema de Nomenclatura Recomendado para las Reservas Petroleras:

Reservas Probadas: Son las cantidades calculadas en una fecha específica, que el análisis de los datos geológicos y de ingeniería han demostrado, con certidumbre razonable, como recuperables de los yacimientos, en el futuro,. Bajo condiciones económicas y operacionales de esa misma fecha.

Reservas Probadas no Desarrolladas: Son las reservas probadas que pueden preverse, serán recuperadas utilizando pozos e instalaciones futuras incluyendo los proyectos de recuperación mejorada que tengan un alto grado de certidumbre.

Reservas no Probadas: Son las cantidades de petróleo estimadas, en una fecha específica, económicamente recuperables de yacimientos ya descubiertos, de acuerdo con el análisis de los datos geológicos y de ingeniería y con un grado suficiente de certidumbre para sugerir la probabilidad o posibilidad de su existencia, **pueden clasificarse adicionalmente como reservas probables o posibles.**

Reservas Especulativas: Son las cantidades de petróleo estimadas en una fecha específica, que todavía no han sido descubiertas, pero que los criterios generales geológicos y de ingeniería sugieren que eventualmente serían económicamente recuperables.

Recuperación Potencial Futura: En una fecha específica, es la suma de las reservas probadas, no probadas y especulativas. Debido a las grandes incertidumbres en la estimación de algunos de los componentes, estas deberán expresarse dentro de un rango.

Recuperación Potencial Final: En una fecha específica es la suma de la producción acumulada y de la recuperación potencial futura.

Recuperación Primaria: Es la producción de petróleo obtenido de los yacimientos utilizando la energía natural disponible de los mismos, para mover los fluidos a través de las rocas hasta la boca del pozo y otros puntos de recuperación.

Recuperación Mejorada: Es la producción del petróleo obtenida de los yacimientos mediante el incremento o alteración de la energía natural del yacimiento.

Definiciones Relacionadas con el Proceso de Exploración.

Cuenca Sedimentaria: “Es una sección de rocas sedimentarias, involucradas en una fase depósito-deformación tectónica, bien definida en tiempo espacio, cuyos límites inferior estén normalmente representados por discordancias”

Proyecto Exploratorio: Es una unidad de planeación relacionada normalmente con un espacio geográfico delimitado por una provincia geológica, una cuenca o elemento paleogeográfico, al cual se vinculan actividades, resultados y costos susceptibles de ser medidos. El proyecto es parte del plan integral de Zona y Nacional, cuyo costo y rendimiento deben conocerse con precisión.

Área Exploratoria: Es una superficie geográfica dentro de una cuenca sedimentaria que reúne las mismas condiciones geológicas y económicas normalmente delimitada por una tendencia estratigráfica y/o estructural.

Prospecto Exploratorio: Es una porción geográfica dentro de un área exploratoria delimitada por condiciones estratigráficas y/o estructurales bien definidas susceptible de tener producción comercial de hidrocarburos. Cada prospecto de un grupo perteneciente a una misma área tiene rentabilidad diferente.

Trampa Petrolífera: Es toda anomalía geológica de origen tectónico, estratigráfico y/o litológico, indispensable para la acumulación de hidrocarburos; puede ser productiva o estéril.

Yacimiento Petrolífero: Es la unidad de acumulación de hidrocarburos representada por un volumen continuo de roca impregnada.

Provincia Geológica: Es una región que presenta condiciones petrográficas y estructurales análogas.

Provincia Fisiográfica: Es una región en la que por la analogía de su construcción geológica, hidrografía, clima, etc., las formas del terreno adoptan un carácter semejante.

Provincia Distributiva: Es una región referida al medio ambiente que abarca todas las rocas que contribuyen a la formación de un depósito sedimentario contemporáneo, incluyendo los agentes responsables de la distribución.

Proceso Exploratorio: Es un conjunto de actividades vinculadas integradas integral y cronológicamente a fin de alcanzar un objetivo exploratorio fundamental.

NOMENCLATURA

A = área de sección transversal, pie²

A = área de drene, pie²

A_a = sección transversal del espacio anular, pie²

A_r = área transversal al flujo a un radio r , cm²

A_r = área transversal al flujo a un radio r , pie²

A_w = área de drene de un pozo

A_T = área de drene del yacimiento

B = factor de volumen del fluido de formación, $bl_{\text{fluido @ c. y.}} / bl_{\text{fluido @ c. s.}}$

B_o = factor de volumen de formación del aceite, $bl_o @ c. y. / bl_o @ c. s.$

B_g = factor de volumen de formación del gas, $bl_g @ c. y. / \text{pie}^3_{g @ c. s.}$

B_w = factor de volumen de formación del agua, $bl_w @ c. y. / bl_w @ c. s.$

\bar{B}_g = Factor de volumen de formación del gas a la presión promedio \bar{p} , $bl_g @ c. y. / \text{pie}^3_{g @ c. s.}$

El factor de volumen de formación del gas está dado por la siguiente ecuación:

$$\bar{B}_g = 0.00504 \frac{\bar{Z}T}{\bar{p}}$$

B_w = factor de volumen de formación del agua, $bl_w @ c. y. / bl_w @ c. s.$

C = coeficiente de almacenamiento

C_A = factor geométrico del área de drene

C_D = coeficiente de almacenamiento adimensional

c_o =compresibilidad del aceite, $(lb_f/pg^2)^{-1}$

C_{FL} = coeficiente de almacenamiento debido al incremento o disminución del nivel de los fluidos en el espacio anular, $bl_{líquido @ c. y.}/(lb_f/pg^2)$

C_{FE} = coeficiente de almacenamiento debido a la expansión de los fluidos, $bl_{líquido @ c. y.}/(lb_f/pg^2)$

c_{wb} = compresibilidad promedio del fluido almacenado en el fonde del pozo, $(lb_f/pg^2)^{-1}$

c_g =compresibilidad del gas, $(lb_f/pg^2)^{-1}$

c_w =compresibilidad del agua, $(lb_f/pg^2)^{-1}$

c_t =compresibilidad total del sistema, $(lb_f/pg^2)^{-1}$

c_{ti} =compresibilidad del sistema roca-fluido@ presión inicial p_i , $(lb_f/pg^2)^{-1}$

$\frac{dp}{dt}$ =ritmo de declinación de la presión, $(lb_f/pg^2)/hr$

F =coeficiente de flujo turbulento, $((lb_f/pg^2)^2/cp)/(miles\ pie^3/día)^2$

GOR =relación gas-aceite instantánea, $pie^3/bl_o @ c. s.$

h =espesor de la formación, pie

ID_C = diámetro interno de la tubería de revestimiento, pg

k =permeabilidad absoluta de la formación, mD

$k_{daño}$ =- permeabilidad de la zona dañada, mD

k_o =permeabilidad efectiva al aceite, mD

k_g =permeabilidad efectiva al gas, mD

k_w =permeabilidad efectiva al agua, mD

m = pendiente de la línea trazada de la gráfica semilogarítmica p_{ws} vs. $\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}$, $(lb_f/pg^2)/ciclo$

$|m|$ = valor absoluto de la pendiente m de la gráfica p_{wf} vs. $\log(t)$ o valor absoluto de la pendiente de la línea trazada en la gráfica de Horner, $(lb_f/pg^2)/ciclo$

m = pendiente de la línea recta semilogarítmica de $\frac{dp_{wf}}{dt}$ para flujo en estado transitorio, $(lb_f/pg^2)/hr$

m^* = pendiente de la línea recta de $\frac{dp_{wf}}{dt}$ para flujo en estado pseudoestacionario, $(lb_f/pg^2)/hr$

OD_T = diámetro exterior de la tubería de producción, pg

p =presión, lb_f/pg^2

$p(r, t)$ =presión a un radio r .y tiempo t , lb_f/pg^2

$p_D(r_D, t_D)$ =presión adimensional en función del radio y tiempo adimensionales r_D y t_D

p_D =presión adimensional o presión adimensional durante el periodo de tiempo queafecta el efecto de almacenamiento

p_{fi} =presión en el punto del nivel de referencia i , lb_f/pg^2

p_{Fi} =presión en el punto del nivel de referencia i , Pa

p_i =presión inicial del yacimiento, lb_f/pg^2

p_{int} = presión inicial para $t = 0$ hr para la gráfica de p_{wf} vs. t para flujo en estado pseudoestacionario, lb_f/pg^2

\bar{p} =presión promedio en el área de drene del pozo, lb_f/pg^2

$(\bar{p})_j$ =presión volumétrica promedio en el área de drene del j -ésimo pozo en el yacimiento

p_{ref} = presión inicial o de referencia (antes de un cambio de presión), $[\text{lb}_f/\text{pg}^2]^{-1}$

p_{sc} =presión a condición estándar, lb_f/pg^2 abs

p_{wf} =presión de fondo fluyendo del pozo, lb_f/pg^2

$p_{wf \text{ para } \Delta t=0}$ = presión de fondo fluyendo inmediatamente antes del cierre del pozo, lb_f/pg^2

p_{ws} = presión en el fondo del pozo durante el periodo de cierre del pozo, lb_f/pg^2

p_{1hr} =presión para $t = 1$ hr para la gráfica de p_{wf} vs. t para flujo en estado transitorio, lb_f/pg^2

Q_g =gasto de gas, miles $\text{pie}^3/\text{día}$

Q =gasto de fluido, $\text{bl}_o @ \text{c. s.}/\text{día}$

q =gasto volumétrico, $\text{bl}_o @ \text{c. y.}/\text{día}$

q = gasto producido en superficie, $\text{bl}_o @ \text{c. s.}/\text{día}$

q_f =gasto que aporta la formación, $\text{bl}_o @ \text{c. y.}/\text{día}$

q_a = gasto que proviene del almacenamiento de los fluidos en el fondo del pozo, $\text{bl}_o @ \text{c. y.}/\text{día}$

q_{sc} =gasto volumétrico del gas @ c. s., $\text{pie}^3/\text{día}$

Q_o =gasto de aceite @ c. s. o flujo estabilizado antes del cierre en prueba de incremento de presión, $\text{bl}_o @ \text{c. s.}/\text{día}$

Q_g =gasto de gas @ c. s., bl_{g@c. s.}/día

Q_g =gasto de gas@ c. s., miles pie³/día

Q_w =gasto de agua@ c. s., bl_{w@c. s.}/día

Q_{o1} =gasto de aceite del pozo 1, bl_{o@c. s.}/día

q_g =gasto de gas, bl_{g@c. y.}/día

q_{gr} =gasto de gas a un radio r , bl_{g@c. y.}/día

q_o =gasto de aceite, bl_{o@c. s.}/día

q_r =flujo volumétrico a un radio r , cm³/seg

q_{ref} =gasto volumétrico a una presión de referencia p_{ref}

q_T =gasto total de producción del yacimiento

q_w =gasto de agua, bl_{w@c. y.}/día

q_w =gasto de un pozo

r =distancia del radio al centro del pozo, pie

R = relación gas-condensados

r_e =radio del yacimiento, pie

r_{eD} =radio adimensional del yacimiento

r_D =radio adimensional

R_s =relación de solubilidad del gas en el aceite, pie³/ bl_{o@c. s.}

R_{sw} =relación de solubilidad del gas en el agua, pie³/ bl_{o@c. s.}

r_w =radio del pozo, pie

s =factor de daño a la formación

S_o =saturación fraccional del aceite, %

S_g =saturación fraccional del gas, %

S_w =saturación fraccional del agua, %

T =temperatura, °R

T_{sc} =temperatura a condición estándar, °R

t = tiempo, día

t_D = tiempo adimensional referente al radio del pozo

t_{DA} = tiempo adimensional en función del área de drene A del pozo

t_{eia} = tiempo de duración de flujo en estado transitorio, hr

$(t_{DA})_{eia}$ = tiempo adimensional para el periodo de comportamiento infinito del yacimiento

t_D = tiempo adimensional

t = tiempo de duración del efecto de almacenamiento, hr

t = tiempo, hr

t_p = tiempo de producción inmediatamente antes del cierre del pozo, para prueba de incremento de presión, hr

V = volumen del fluido a la presión p , pie³

V = volumen de poro, bl

v = velocidad aparente a un radio r , cm/seg

v = velocidad aparente del fluido, bbl/día-pie²

V_o = volumen de los condensados en fase gaseosa, pie³/bl

V_{ref} = volumen inicial o de referencia (antes de un cambio de presión), pie³

V_{wb} = volumen total de fluidos almacenados en el fondo del pozo, bl

WOR = relación agua-aceite instantánea, bl_{o@c. s.} / bl_{w@c. s.}

Z = factor de compresibilidad del gas @ p y T , comúnmente c. y.

Z_{sc} = factor de compresibilidad del gas @ p_{sc} y T_{sc}

\bar{Z} = factor de compresibilidad del gas @ presión \bar{p}

0.001127 = factor de conversión de unidades para expresar la ecuación en unidades de campo.

LITERALES GRIEGAS:

ρ = densidad del fluido o densidad del fluido almacenado en el fondo del pozo, lb_f/pie³

β = parámetro de turbulencia de la formación

γ_g = densidad relativa del gas

γ_{gas} = densidad relativa de la mezcla gas-condensado (aire=1.0)

γ_g = densidad del gas en el separador

γ_o = densidad de los condensados

μ =viscosidad del fluido, cp

$\bar{\mu}_g$ =viscosidad promedio del gas valuada a la presión \bar{p} , cp

μ_{gwf} = viscosidad del gas @ p_{wf} , cp

μ_i =viscosidad del gas @ presión inicial p_i , cp

μ_g =viscosidad del aceite, cp

μ_o =viscosidad del aceite, cp

μ_w =viscosidad del aceite, cp

ϕ = porosidad de la formación, fracción

Φ_{fi} =potencial del fluido en un punto i, lb_f/pg^2

ρ_f =densidad del fluido analizado, lb_m/pie^3

ΔV_{wb} = cambio de volumen de fluidos en el fondo del pozo, bl

Δp = diferencia de presión ($p_i - p_{wf}$), lb_f/pg^2

Δt = tiempo transcurrido desde el cierre del pozo, hr

z_{fi} =distancia vertical entre el nivel de referencia y el punto i, pie

Φ_{Fi} =potencial del fluido en un punto i, Pa

ρ_F =densidad del fluido analizado, Kg/m^3

$\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_r$ =gradiente de presión a un radio r, atm/cm

Δz_{Fi} =distancia vertical entre el nivel de referencia y el punto i, m

Δt - intervalo de tiempo, día

ψ_e =pseudopresión del gas valuada de 0 a p_e , $(\text{lb}_f/\text{pg}^2)^2/\text{cp}$

ψ_w =pseudopresión valuada en el radio del pozo 0 a p_{wf} , $(\text{lb}_f/\text{pg}^2)^2/\text{cp}$

BIBLIOGRAFÍA

Ahmed, Tarek and McKinney, Paul; **ADVANCED RESERVOIR ENGINEERING**; Gulf Professional Publishing, ELSEVIER; 2005.

Alvarado, Douglas, **ANÁLISIS DE PRUEBAS DE PRESIÓN**, International Training Group, TechnicalAssistances, Maracaibo, Venezuela, septiembre 2004.

Guo, Boyun and Ghalambor, Ali; **NATURAL GAS ENGINEERING HANDBOOK**; Gulf Publishing Company; 2005.

Chaudhry, Amanat U.; **GAS WELL TESTING HANDBOOK**; Gulf Professional Publishing, ELSEVIER, 2003.

M. C. Rodríguez Nieto, Rafael; **MATEMÁTICAS APLICADAS A LA INGENIERÍA DE YACIMIENTOS**; Instituto Mexicano del Petróleo, Subdirección de Explotación, División de Yacimientos, Noviembre de 1975, Publicación No. 7g BH/195-A.

Mejía Díaz, Agustín V., Gómez Saavedra, Ricardo, Osorno Manzo, Jorge A., Rodríguez Nieto, Rafael; **APUNTES DE FLUJO DE FLUIDOS EN MEDIOS POROSOS**; División de Ingeniería en Ciencias de la Tierra, Departamento de Explotación del Petróleo, Facultad de Ingeniería, UNAM.

Bidner, M.S., **PROPIEDADES DE LA ROCA Y LOS FLUIDOS EN RESERVIORIOS DE PETRÓLEO**, Eudeba (Editorial de la Universidad de Buenos Aires), 2001.

Raghavan, Rajagopal; **WELL TEST ANALYSIS**; Prentice Hall Petroleum Engineering Series, 1993.

Streltsova, Tatiana D.; **WELL TESTING IN HETEROGENEOUS FORMATIONS**. Exxon Monograph, John Wiley&Sons, 1988.

Leithold, Louis. **EL CÁLCULO CON GEOMETRÍA ANALÍTICA**; ECCGA, Harla, México 1992.