



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

LA MECÁNICA DE LEONARDO DA VINCI

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICA

P R E S E N T A:

EMMA CAROLINA ALFARO RAMÍREZ



**DIRECTOR DE TESIS:
M. EN C. JOSÉ RAFAEL MARTÍNEZ ENRIQUEZ
2010**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

HOJA DE DATOS DEL JURADO

1.	Datos del alumno Alfaro Ramírez Emma Carolina 53 34 93 51 Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Física 402059343
2.	Datos del tutor M. en C. José Rafael Martínez Enríquez
3.	Datos del sinodal 1 Fís. Andrés Valentín Porta Contreras
4.	Datos del sinodal 2 Dra. Gisela Tamhara Mateos González
5.	Datos del sinodal 3 Mat. Julio César Guevara Bravo
6.	Datos del sinodal 4 Dra. Susana Biro Mcnichol
7.	Datos del trabajo escrito La mecánica de Leonardo da Vinci 158 p 2010



FACULTAD DE CIENCIAS
Secretaría General
División de Estudios Profesionales

Votos Aprobatorios

ACT. MAURICIO AGUILAR GONZÁLEZ
Jefe de la División de Estudios Profesionales
Facultad de Ciencias
Presente

Por este medio hacemos de su conocimiento que hemos revisado el trabajo escrito titulado:

La mecánica de Leonardo da Vinci

realizado por **Alfaro Ramírez Emma Carolina** con número de cuenta **4-0205934-3** quien ha decidido titularse mediante la opción de tesis en la licenciatura en Física. Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Propietario Fís. Andrés Valentín Porta Contreras

Propietario Dra. Gisela Tamhara Mateos González

Propietario M. en C. José Rafael Martínez Enriquez
Tutor

Suplente Mat. Julio César Guevara Bravo

Suplente Dra. Susana Biro McNichol

Atentamente,

"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"

Ciudad Universitaria, D. F., a 24 de junio de 2010

EL COORDINADOR DEL COMITÉ ACADÉMICO DE LA LICENCIATURA EN FÍSICA



M. EN C. MIRNA VILLAVICENCIO TORRES
CONSEJO DEPARTAMENTAL DE FÍSICA

Señor sinodal: antes de firmar este documento, solicite al estudiante que le muestre la versión digital de su trabajo y verifique que la misma incluya todas las observaciones y correcciones que usted hizo sobre el mismo.

A mi madre y mis abuelos
Por toda su confianza, su amor, su apoyo
y por todo lo que me han dado en esta vida.

A Mauricio Aguilar,
Por ser parte de esta historia.

A Camilo,
Mi mayor alegría.

Con todo mi amor...

AGRADECIMIENTOS

En primera instancia quisiera agradecer a mi madre quien me ha apoyado a lo largo de este camino, por todo su amor y confianza.

A mis abuelos, mis tías Maru y Ana, a Dany, quienes han dedicado parte de su vida en formar a la persona que soy, por sus cuidados y su cariño. A mi hermana, por todo su apoyo, su cariño y su confianza... ¡¡si se pudo nena!!

A Mauricio Aguilar, por todo el apoyo, la confianza, el cariño, el tiempo, por ser mi cómplice en esta aventura, mi amigo, mi confidente, mi mentor, una de las personas más importantes en mi vida, por todos los momentos buenos y malos que vivimos, por estar ahí, por impulsar y ser parte de mi vuelo, por los logros y los fracasos, por enseñarme que creer es crear, por cada palabra, cada silencio, cada abrazo, cada momento, por todo lo que eres para mí y significas en mi vida... ¡Gracias!

A mis amigos: Dafne Arellano, Sally Acosta, Cristina Padilla, Sonia Izquierdo, Claudia Palacios, Gaby Casas, Jimena Balcázar, Antonieta Martínez, Ces Massardo, Arturo García, Marco Acevedo, Octavio San Martín, Ricardo Arredondo, Yaxkin Coronado, Heinrich Terborg, Alejandro Radillo, Roberto Romero y todos mis compañeros dentro y fuera de la facultad con quienes he compartido los mejores y peores momentos de mi vida, de quienes he aprendido y con quienes he crecido, muchas gracias por todo.

A mi tutor, el maestro Rafael Martínez por haberme apoyado en la realización de esta tesis. Gracias por su paciencia, su tiempo y dedicación a este trabajo; y sobre todo por sus enseñanzas.

A la memoria del Ing. Jaime Martínez, por sus enseñanzas en el área de la mecánica de máquinas, su apoyo y dedicación a este trabajo.

A mis sinodales: Dra. Susana Biro, Dra. Gisela Mateos, Mat. César Guevara y Fis. Andrés Porta por su tiempo y sus comentarios críticos y objetivos a este trabajo.

A mi facultad, por darme las herramientas necesarias y verme crecer, así como a todos mis maestros quienes me enseñaron que el aprendizaje no está solo en asistir a clases y de quienes aprendí todo lo que hoy sé.

A mi Alma Mater, la UNAM, por darme una oportunidad de realizarme como profesionalista y realizar uno de mis mayores sueños. A todos... ¡¡¡muchas gracias!!!

*He ofendido a Dios y a la humanidad porque mi trabajo no tuvo la
calidad que debía haber tenido.*

Leonardo da Vinci
(1452-1519)

ÍNDICE

	PÁG.
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1	
1. LOS ORÍGENES DEL PENSAMIENTO MECANICISTA	9
CAPÍTULO 2	
2. LAS CIENCIAS FÍSICAS EN EL PERIODO CLÁSICO	19
2.1 LA MECÁNICA EN LA ANTIGÜEDAD: ARISTÓTELES	20
2.1.1 SOBRE EL MOVIMIENTO	25
2.1.2 DE LAS MÁQUINAS SIMPLES	29
2.2 MECÁNICA E HIDRODINÁMICA GRIEGAS: ARQUÍMEDES	38
2.2.1 HIDRODINÁMICA	43
CAPÍTULO 3	
3. LA MECÁNICA EN LA EDAD MEDIA	48
3.1 SOBRE EL MOVIMIENTO DE LOS CUERPOS	50
3.1.1 MOVIMIENTO DE PROYECTILES	53
3.2 LA EDAD MEDIA Y EL PROBLEMA DEL MOVIMIENTO	62
3.3 SOBRE LA VELOCIDAD Y EL TEOREMA DE MERTON	69
3.4 LA CAÍDA LIBRE	70

	PÁG.
CAPÍTULO 4	
4. LA MECÁNICA DE LEONARDO DA VINCI	79
4.1 DINÁMICA	84
4.1.1 SOBRE LA FUERZA Y EL MOVIMIENTO	85
4.1.2 SOBRE LA CAÍDA DE LOS CUERPOS	92
4.1.3 LAS COMPONENTES DE FUERZAS Y VELOCIDADES	100
4.1.4 RESOLUCIÓN DE FUERZAS	102
4.1.5 MOVIMIENTO EN EL PLANO INCLINADO	104
4.1.6 PRINCIPIO DEL TRABAJO	107
4.1.7 MOVIMIENTO PERPETUO	109
4.1.8 FUERZAS IMPULSORAS	113
4.2 ESTÁTICA	114
4.2.1 CENTROS DE GRAVEDAD	115
4.2.2 EL PRINCIPIO DE LAS PALANCAS	117
4.2.3 LA CONCEPCIÓN DE LA POTENCIA EN LOS BRAZOS DE PALANCA	119
4.2.4 CONCEPCIÓN DE MOMENTOS	122
4.2.5 APLICACIÓN DEL PRINCIPIO DE LA PALANCA	125
4.2.6 PLANO INCLINADO	125
4.2.7 POLEAS	127
4.2.8 TRANSMISIÓN DE POTENCIA	132
4.3 LAS MÁQUINAS	133
4.3.1 EL ROBOT MECÁNICO	134
4.3.2 LA SIERRA MECÁNICA	136
CONCLUSIONES	139
REFERENCIAS	144

INTRODUCCIÓN

*La mecánica es el paraíso de las ciencias matemáticas,
porque con ella se alcanza el fruto matemático.
- Leonardo da Vinci -*

Normalmente cuando uno escucha hablar sobre Leonardo da Vinci, automáticamente piensa en sus obras más representativas como “La Gioconda” o “La última cena”, sin embargo, Leonardo da Vinci no era simplemente un artista; Leonardo era mucho más que eso. Pocas son las personas que conocen la extensa obra de da Vinci, las maravillas que van desde una simple receta de cocina hasta investigaciones minuciosas sobre el cuerpo humano y su funcionamiento, pasando por el mundo de la física, la ingeniería y, por si no bastara, mostrando la belleza del mundo en su arte.

A lo largo de esta tesis pretendo mostrar que Leonardo da Vinci fue un hombre capaz de desarrollar, analizar y estudiar un sinfín de elementos que, en cierta forma, contribuyeron al desarrollo moderno de la mecánica y del diseño de máquinas. No obstante, a pesar de que algunas de sus aportaciones no son correctas en sentido moderno, forman parte de su legado, un legado que en cierta manera coadyuvó al desarrollo científico al añadir lo que menos de un siglo después constituirían unos de los elementos más importantes de la nueva ciencia: la observación y la experimentación y, en la medida de sus posibilidades, el uso de las matemáticas para entender el mundo.

En el primer capítulo mencionaré brevemente los orígenes del pensamiento mecanicista, cuyo enfoque principal será cómo apreciaban en la Grecia clásica los mecanismos y máquinas dotándolos principalmente de algún tipo de dotes mágicas. Por ejemplo, se pensaba que los autómatas eran artefactos que se movían por sí mismos, o que provenían de una fuente divina y que, por lo tanto, su movimiento provenía de los dioses. A grandes rasgos, este capítulo expondrá la naturaleza de los autómatas en la

mitología griega y constituirá un antecedente para lo que siglos después, Leonardo, con su creatividad e inventiva, desarrollara en dos autómatas: el robot mecánico y el león.

En el segundo capítulo abordaré los principales elementos de la mecánica en el periodo clásico, analizando las aportaciones de dos grandes pensadores de la antigüedad, Aristóteles, por un lado, y Arquímedes por el otro. Comenzando con el problema del movimiento que, desde la perspectiva aristotélica, constituía una interrogante importante por resolver.

Dentro de este capítulo analizaré la concepción aristotélica del movimiento, donde primeramente hablaré de la distinción entre los dos tipos de cuerpos planteados por Aristóteles, es decir, los cuerpos pesados y los cuerpos livianos. Para esto, Aristóteles propuso una teoría acerca del lugar natural de los cuerpos y dependiendo de su naturaleza – ya sea que fueran cuerpos livianos o pesados –, les correspondía un lugar natural, por ende, cada tipo de cuerpo tendría un movimiento natural, ascendente para los cuerpos livianos y descendentes para los pesados.

Sobre la base de este tipo de movimientos naturales se genera el concepto de movimiento violento o contra natura que, como su nombre lo indica, es un tipo de movimiento que va en contra de la tendencia natural del cuerpo a moverse. Una vez entendidos ambos movimientos, procederé a la explicación del movimiento de proyectiles, el cual es un movimiento que presenta una composición de movimientos, es decir, están presentes tanto el movimiento natural como el movimiento violento.

Otro de los temas que estudiaré en este capítulo se refiere a las máquinas simples, una manera de referirse a los principales instrumentos mecánicos utilizados en la antigüedad; comenzando con el elemento que consideraban más sencillo, que es el

círculo, se buscaba analizar el funcionamiento de la balanza, la palanca y por último de las poleas.

La riqueza del pensamiento mecánico de la antigüedad no se puede entender ni apreciar si no se considera a uno de los grandes filósofos naturales de la antigüedad: Arquímedes. En un apartado de este capítulo expondré los postulados, cuya base axiomática se centra en la importancia de los centros de gravedad, o lo que hoy conocemos como centro de masa. Uno de los trabajos más importantes del genio del sitio de Siracusa fue plasmado en el texto *Sobre el equilibrio de los planos*, en donde habla principalmente de palancas y de balanzas en equilibrio o fuera de éste, dependiendo de la colocación de pesos sobre los brazos de las balanzas, como serían los casos de si los pesos están suspendidos a la misma distancia y son iguales en masa, o si las distancias a las que son colocados respecto del fulcro son diferentes, etc.

Brevemente, mostraré también que otra de las mayores contribuciones de Arquímedes al pensamiento mecánico fue su hidrodinámica, donde plantea su principio de la hidrostática, es decir, la ley de la naturaleza –aunque él no la llamara así– que explica el efecto del empuje de los cuerpos al estar sumergidos en agua. Este punto es importante pues muchos de los ingenieros y arquitectos de tiempos posteriores utilizaron los trabajos de hidrodinámica de Arquímedes y, aunque no es el tema fundamental de esta tesis, cabe mencionar que Leonardo da Vinci había conocido las ideas de este gran filósofo y que, debido a la fascinación que sobre él ejercía el tema del agua y de sus efectos al desplazarse, le llevó a realizar estudios con resultados pictóricos maravillosos y que están cargados de cuestiones teóricas que se pueden apreciar una vez que uno conoce los textos, muchos de ellos bajo la forma de máximas, que al respecto nos legó Leonardo. En particular es sorprendente la manera en que supo captar las formas de las corrientes acuáticas en ríos, canales y en situaciones de turbulencia.

Cabe mencionar también que tanto Arquímedes como Aristóteles elaboraron separadamente el principio de la palanca, principio que utilizaría Leonardo en sus estudios de mecánica, tanto los completamente teóricos como en los aplicados al diseño de máquinas.

En el capítulo tercero de esta tesis me enfocaré en el estudio de las concepciones del movimiento en el periodo medieval, partiendo de la base aristotélica del movimiento. En comparación con el periodo clásico, en la Edad Media el papel de la observación pasó a segundo plano, opacado por la contundencia de los tratados heredados desde la Grecia clásica y salpicados de elementos matemáticos elementales.

Avances importantes se gestaron durante este periodo debido a dos diferentes escuelas, la de París por un lado y la que se sustentaba en el nuevo enfoque gestado en el colegio Merton de Oxford y el grupo de los *calculatores*. Ambas escuelas conocieron los comentarios hechos a la obra de Aristóteles y a partir de ahí modificaron las teorías del movimiento.

Los principales comentaristas de la obra aristotélica, y que por lo tanto influyeron en el desarrollo de las nuevas teorías sobre el movimiento, fueron Avicena, Simplicio, Filopón, Avempace, Averroes, Buridan, Alberto de Sajonia, por mencionar algunos, y a su obra dedicaré algunos párrafos, esto con el fin de ubicar a Leonardo en el contexto de los adelantos y el *status quo* mecánico de la Edad Media. En este capítulo mostraré las teorías del movimiento planteados por estos filósofos, teorías que surgen a partir de dos problemas que resultarán paradigmáticos para el surgimiento de la nueva física del siglo XVII.

Estos problemas eran el del movimiento de proyectiles y —aunque es un caso particular del primero, por la importancia que tuvo lo consideraré aparte— el de la caída

libre. Para el primer problema lo importante era determinar cuál era la causa o qué era lo que mantenía al cuerpo en movimiento después de haber sido arrojado. Y en cuanto a la caída libre, el asunto estaba en el análisis del movimiento de cuerpos de distinto peso y sus respectivos cambios de velocidad conforme descendían sin estar sujetos a ninguna influencia excepto sus características intrínsecas.

Una de las primeras teorías que se desarrollaron en torno del movimiento de proyectiles fue la de Avicena, quien propone una teoría sobre el *mail*, la cual establece que el movimiento del proyectil continúa como el resultado de una inclinación o *mail* transferida por una fuerza del proyector al cuerpo proyectado. De aquí se inferirá que el *mail* es un instrumento de la fuerza que hace que el proyectil permanezca en movimiento. Cabe mencionar aquí que este *mail* tiene características especiales, por ejemplo, ser permanente, destruible y no sucesivo.

A lo largo de este capítulo encontraremos las diversas modificaciones que sufre el *mail* de Avicena hasta llegar a la concepción del ímpetu, propuesta por Buridan. Este ímpetu o fuerza impresa la concibe como algo dinámico, una especie de fuerza motriz, que permite que el cuerpo continúe en movimiento hasta que se vea afectado por la acción de fuerzas ajenas al movimiento. Por medio de esta teoría explicó los diferentes fenómenos del movimiento constante y acelerado; basándose en los principios de Aristóteles que dicen que todo movimiento requiere un motor y que, por lo tanto, la causa debe ser proporcional al efecto. Uno de los seguidores de esta teoría fue Alberto de Sajonia, quien propuso un modelo con base en etapas que permite ofrecer una explicación del movimiento de proyectiles, misma que es adoptada por Leonardo tiempo después.

En cuanto a la problemática planteada en el caso de la caída libre, el enfoque adoptado tomaba en cuenta dos cuestiones principales; la primera se ocupaba de las

causas de la aceleración y la segunda consistía en la descripción cinemática de la misma. Las respuestas correspondientes a cada una de las preguntas serán analizadas al final de este capítulo, partiendo de las ideas del ímpetu mecánico de Buridan. Con relación a la segunda cuestión, la respuesta estaría dada en términos de un incremento proporcional a la velocidad de caída con respecto al tiempo; esto supondría la acción continua de un ímpetu a lo largo del tiempo, por lo que si el ímpetu aumenta conforme el tiempo lo hace, la velocidad también incrementaría en la misma proporción.

Otra de las aportaciones que expondré en este capítulo es el teorema de la velocidad media del colegio Merton, que muestra ya una aproximación hacia la cuantificación del movimiento, sobre todo para el problema de la caída libre. Cabe resaltar que las aportaciones realizadas a lo largo de este periodo formaron, en conjunto, un precedente y las columnas sobre las cuales descansará la aparición de algunas de las características de un nuevo estilo de interrogar a la naturaleza, mismo que Leonardo da Vinci llegará a plasmar en su obra.

Después de haber desarrollado estos dos capítulos acerca del estado de la mecánica entraré al tema central de esta tesis, cuyo objetivo es presentar los elementos y concepciones mecánicas de Leonardo da Vinci. Partiré de las observaciones y acotaciones a los diferentes dibujos y esquemas relacionados con la mecánica, los cuales están incluidas en los diversos códices y manuscritos que en su mayoría hacen referencia a la construcción y funcionamiento de máquinas, así como al desarrollo de las dos grandes ramas de la mecánica: la dinámica y la cinemática.

El problema al que nos enfrentamos en el momento de analizar los textos de Leonardo radica en la falta de conceptualizaciones claras, aunado al reducido vocabulario de la época, lo cual nos hace suponer el manejo de ideas que no fueron formuladas por Leonardo tal y como ahora lo suponemos. La distancia que nos separa de Leonardo puede

incluso hacer que nos perdamos en los matices de nociones y conceptos que seguramente no existían en su mente. Es por ello que se nos dificulta entender con claridad lo que Leonardo pretendía comunicar o al menos plasmar a través de sus escritos, los que nos pueden resultar impenetrables dado que muchas de sus notas están llenas con frases imprecisas.

A lo largo de este capítulo, el Cuarto, mostraré cómo fue que Leonardo desarrolló un enfoque que, aunque difícilmente podríamos reclamar para él el calificativo de 'método', sí le permitió sistematizar muchas de sus observaciones y elucubrar acerca de los modos de actuar de la naturaleza. De Leonardo se dice que fue un empirista, ya que para él todo conocimiento debía provenir directamente de la experiencia, aunque él mismo no siempre realizara experimentos. Entre los aspectos que serían novedosos en cierto sentido está que llegaba a plantearse una serie de relaciones de tipo matemático a partir de sus observaciones, lo cual le permitía corroborar o poner en duda las reglas que en su época parecían regir los fenómenos naturales. A su vez, esta estrategia le permitía postular alguna otra de comportamiento más acorde con sus experiencias. Sin embargo, cabe remarcar que Leonardo no llegó a plantear una ley física a la manera como actualmente las conocemos debido, en gran medida, a la carencia de vocabulario y a la falta de un método de conceptualización de los fenómenos físicos.

Independientemente de esto, Leonardo también contribuyó al estudio y análisis del movimiento de los cuerpos y en esta labor se vio influenciado por los grandes filósofos y científicos que se ocuparon del tema y de cuestiones afines, como Aristóteles, Arquímedes, Euclides, Bacon, Buridan, Oresme, Avicenna, Jordano de Nemore, Blasio de Parma, Brunelleschi, Batista Alberti, Toscanelli, Luca Pacioli, Cardano, entre otros. Todo esto lo sabemos de propia mano del florentino pues sus comentarios y acotaciones con frecuencia señalan de dónde extrajo la información o las ideas.

A lo largo de las páginas que siguen encontraremos los diversos elementos o antecedentes que conformaron el entorno científico y cultural que Leonardo utilizó en sus estudios de fenómenos que caían bajo el manto de la nueva mecánica, y principalmente utilizó en el diseño de máquinas y mecanismos. Sin embargo, y a pesar de su formidable inteligencia y originalidad, hay que reconocer los muchos 'errores' que se encuentran en las notas de Leonardo. Es factible pensar que el ambiente científico de su época todavía no gozaba de la madurez necesaria, y que tampoco contaba con una serie de elementos o desarrollos matemáticos que le permitieran mirar desde los hombros de los gigantes a los que Newton hizo referencia casi dos siglos después. Aunque tal vez no estuviera consciente de su deuda, bien pudo suceder que el autor de los *Principia* tuviera en mente también a muchos gigantes cuya identidad en el siglo XVII permanecía en las sombras, y que el mismo Leonardo fuera uno de ellos.

Con todo esto lo que pretenderé es mostrar que Leonardo no fue simplemente un artista dedicado a la pintura y a las artes, sino brindar otra perspectiva, mostrar que Leonardo es también un científico, un hombre innovador para su tiempo, capaz de ver la belleza del mundo de una manera que solamente él podría apreciar y que, para nuestra fortuna, fue capaz de plasmar de manera tan sutil, a través de imágenes pictóricas, que su forma de ver el mundo y sus fenómenos han marcado un estilo que nos permite identificar su obra de inmediato y apreciarla como un legado extraordinario.

“Ninguna investigación humana es científica a menos que utilice las matemáticas para su exposición y demostración.”

Leonardo da Vinci

CAPÍTULO I

Llamaremos mecánico al conocimiento engendrado por la experiencia, científico al que empieza y termina en el espíritu, y, en fin, semi-mecánico al que nace de la ciencia y termina en operación manual.
- Leonardo da Vinci -

1. LOS ORÍGENES DEL PENSAMIENTO MECANICISTA

La palabra *mecánica* deriva del griego. Aparece bajo la siguiente forma *ta mēchanika* o *hē mēchanikē*, y se refiere al *arte mecánico*, derivando de una palabra utilizada para denominar “instrumentos”. Esto apunta hacia un cuerpo de ideas utilizadas en la tecnología de la construcción y los intentos teóricos de entender el poder o capacidad de provocar movimientos de instrumentos como palancas, poleas, artilugios balísticos o hidráulicos. Cuando el entendimiento que se tenía sobre la manera de funcionar de estas herramientas se utilizaba para hablar de una concepción mecánica de los organismos, significaba que se está recurriendo a los principios y las técnicas propias de las *artes mecánicas*.

Cuando escuchamos o leemos relatos de la antigüedad en los que una figura mítica construye, digamos, aves de madera que vuelan por sí mismas, no podemos recurrir a nuestros conocimientos actuales sobre ciencia y tecnología para intentar darle un sentido a lo que los pobladores de Minos o los personajes que desfilan por las páginas de la *Ilíada* imaginaban que ponía en movimiento al ave. Lo más adecuado sería suponer que el relator antiguo, para explicar algún tipo de propulsión interna que produjera el vuelo, recurriera a algún tipo de animación o de poderes divinos. Quizá por ello la mecánica griega sorprendiera a quienes contemplaban sus frutos.

El aura de lo mágico y lo maravilloso que rodea a los elementos tecnológicos de la época helénica son: poleas, sifones, catapultas, utensilios de viento como los fuelles o conductos de aire que imitaban ciertos sonidos, todos ellos eran la materia del asombro y del terror. Las fuentes antiguas afirman que sólo los inexpertos – los que no entienden las causas – sienten la presencia de lo maravilloso. Pero no es *a priori* obvio

qué es lo que los antiguos suponían o sabían que se podía lograr a través de medios mecánicos y por ende no sabemos en dónde marcaba el ciudadano común la línea divisoria entre lo mágico, lo divino y lo mecánico.

Relatos que unen lo tecnológico con la mitología griega muestran que los *autómatas* – artefactos autónomos o semovientes que semejan animales o seres humanos – aparecen desde los tiempos homéricos. Con frecuencia las descripciones de dispositivos que se mueven “por sí mismos” incluyen al dios Hefesto – el Vulcano de los romanos – y sus fuelles propios del oficio de herrero. Dichos fuelles, según encontramos en la *Ilíada*, funcionaban de manera autónoma, También se mencionan unas doncellas doradas que obedecían la voluntad de Hefesto y trípodos que por sí mismos ingresaban en las reuniones de los héroes. Sin embargo, sería un anacronismo suponer que Homero imaginaba la existencia de un mecánico genial que diseñaba y construía una máquina como las mencionadas en las epopeyas homéricas. Lo único que se dice es que Hefesto posee las herramientas de un herrero: martillo, yunque, tenazas y fuelles. Sus trípodos poseen ruedas, pero nada de lo ahí descrito corresponde a algún tipo de evidencia de partes movibles o dispositivos para poner en movimiento a los dispositivos, ni nada se dice acerca de mecanismos internos en las damas doradas. En breve, estas historias no deben ser interpretadas como concepciones mecanicistas del movimiento animal¹.

El relato anterior bien podría ser interpretado como una hipérbole para embellecer las virtudes del herrero del Olimpo. Esto no era algo fuera de lo usual dado que la mitología nos muestra otros ejemplos en los que las artesanías eran consideradas como de origen divino, como lo ilustran las leyendas sobre Prometeo donde la metalurgia aparecía con creencia ligada con la magia. Desde esta perspectiva los instrumentos insignia de Hefesto, más que apoyos técnicos, serían símbolos de su poder. Esta interpretación haría del relato homérico algo meramente metafórico y le quitaría peso a este discurso como evidencia de la existencia de una ‘concepción mecánica’ que inspiraría el contenido del relato.

¹ Morris S. (1992), pp. 10-11.

También es posible que las máquinas fueran consideradas como animadas por un poder exclusivo de lo divino, una concesión que otorgaba una divinidad.² En *Los Trabajos y los Días* de Hesíodo, una vez que Hefesto moldea en arcilla a Pandora, ésta queda en espera de recibir su dote de funciones vitales. Pandora no es *como* un ser viviente, realmente está viva, dotada de vida por un poder divino, el cual no forma parte del oficio de un herrero. No ocurre así en la *Ilíada*, donde los utensilios poseen vida propia: los fuelles responden a la voluntad del amo, las doncellas doradas – ¿metálicas? – poseen racionalidad y perciben la voluntad de su creador. Algo semejante ocurre con las naves que se conducen por sí mismas en la *Odisea*, de las que se decía poseían mentes en lugar de mecanismos internos que produjeran el movimiento.³ Al igual que Pigmalión, que insufla vida a su creación, Hefesto puede crear seres vivos y pensantes. Si el dios estuviera recurriendo para ello a la tecnología, su manera de proceder podría ser replicada por un artesano humano que poseyera la tecnología adecuada. En lugar de ello, Hefesto parece poseer el poder divino de la creación, la misteriosa e inasible capacidad de dotar de vida.

Otros candidatos para ser tenidos como autómatas son las estatuas fabricadas por Daédalo –mencionado en el *Menón* platónico– que deben ser atadas para que no huyan. Los logros de Daédalo con frecuencia podían ser considerados como algo al alcance de un artesano común y, por lo tanto, que sus capacidades no eran evidentemente sobrehumanas. Otros autores, por lo contrario, toman a Daédalo como símbolo de que todo logro artesanal constituye una especie de conocimiento inspirado por la divinidad.⁴ Algunos estudiosos creen que la historia de las estatuas vivientes no es sino un recurso para describir el asombro que provocaba la contemplación de las estatuas de Daédalo que parecían tener vida, y que lo único que les faltaba era comenzar a moverse. Y así lo describía Diódoro Sículo al señalar que “*las estatuas de Dédalo, con ojos abiertos y pies separados, generaban tal azoro entre sus contemporáneos que las generaciones posteriores afirmaban que sus estatuas poseían*

² *Ibid.*

³ Homero, *Odisea* 8 555-62.

⁴ Brambaugh (1996), p. 26.

vida.”⁵ Este ejemplo es importante pues en muchos textos que tratan de manera superficial el tema de los orígenes de la tecnología citan la historia de Daédalo para colocarlo como precursor de un arte mecánico que utiliza en sus estatuas. Sin embargo, para que esta afirmación tuviera validez haría falta que hubiera alguna mención a un ‘mecanismo’ interno que provocara los movimientos. Sin este mecanismo las estatuas sólo serían muestra del tipo de poder adscrito a Pigmalión. Algunas fuentes antiguas apuntan al mercurio como la sustancia maravillosa que al ser vertida sobre los labios de la estatua provocaba que ésta cobrara vida y pudiera correr.

Otra vertiente de historias sobre objetos que se mueven como si tuvieran vida propia es la de los *homúnculus*. Estas narraciones se ocupan de artefactos que semejan seres vivos moviéndose como tales, y que lo logran gracias a que en su interior hay seres vivos que les imprimen movimiento. Ejemplos de estos artilugios son el gusano que participa en el desfile en honor de Demetrio de Falero,⁶ o las marionetas o *thaumata* de las que habla Platón en sus *Leyes*,⁷ que evidentemente eran movidas por seres vivos que no podía observar el espectador. Y una vez que se mencionan estos artificios ideados por el hombre no podemos olvidarnos de la famosa paloma de madera construida por Arquitas de Tarento, el tirano que en una ocasión salvó la vida de Platón.⁸ Este último objeto posee un carácter un tanto diferente a los demás pues para muchos historiadores es un autómata mecánico que realmente fue construido. Tal hecho justifica que la paloma haya sido calificada como *mechanica*⁹ y que su constructor haya recibido el nombre de *mecánico*. Un intento de construir una paloma como la que supuestamente presentó Arquitas llevó a concluir que la paloma difícilmente sería un artefacto que trabajara de manera independiente, y que lo más seguro es que fuera una estructura ligada a un contrapeso que pasaba sobre una polea. Su movimiento iniciaba al liberarse aire comprimido almacenado dentro de la paloma. Esta reconstrucción se basa en otros artefactos mostrados más adelante,

⁵ Citado en Pollitt (1990), pp. 154-158.

⁶ Rehm (1937), pp. 317-330.

⁷ Platón *Leyes* 644e.

⁸ Aulus Gellius, *Noches Áticas* 10.12.8-10, Huffman (2005), pp. 572-577.

⁹ También se dice que funcionaba gracias a un sistema de pesos engarzados en una estructura y que aprovechaba las corrientes de aire.

durante lo tiempos de Herón de Alejandría, autor de un texto sobre la construcción de maquinaria y sistemas que funcionaban a la manera de robots (puertas automáticas, fuentes que lanzaban agua al acercarse a ellas, autómatas con figura de animales que emitían sonidos gracias a sistemas de fuelles y tuberías., etc.). Para despertar y mantener la sensación de asombro entre quienes veían a estos objetos moverse sin un agente que ejerciera una acción visible sobre ellos, Herón recomendaba construir estos artilugios en tamaños tan pequeños como para que fuera evidente que no había un ser vivo en su interior que provocara movimientos mediante ninguna acción directa o a través de un mecanismo –manivelas, poleas, palancas...– que transformara el movimiento del ser animado en movimiento del objeto que lo contenía.

El problema de qué es lo que movía a la “paloma” de Arquitas es sintomático de las complicaciones que pueden surgir cuando se analiza cuál es el sentido real de este relato. Sin entrar en mayores detalles sobre otras posibilidades traigo a colación una posible interpretación de lo que Aulo Gelio¹⁰ estaba dejando para la posteridad con su historia de la paloma de Arquitas.¹¹ Según algunos estudiosos el uso que da Gelio al vocablo “paloma” no es el literal sino que se refiere al nombre que le asignaron al artilugio en el mismo sentido en que a una catapulta o a cualquier otra máquina bélica se le podía asignar el nombre de un animal, como “carnero”, “escorpión”, “cuervo”. Arquitas era un general muy prestigiado, vinculado con el arsenal de Dionisio I, donde se construían instrumentos balísticos. Por ello cabe especular sobre si por “paloma” no se estarían refiriendo a un proyectil o a algún instrumento para lanzar proyectiles. Para apoyar esta propuesta se pueden traer a colación dos cosas. La primera es que según algunos el mismo caballo de Troya no era tal sino que el “caballo” era el nombre de un ariete que sirvió para abrir un acceso a la amurallada ciudad de Troya. La segunda es que, como es sabido, Arquitas fue un matemático genial a quien debemos una de las construcciones geométricas para obtener dos medidas proporcionales de dos magnitudes dadas, y cuyo valor radicaba

¹⁰ Autor romano del siglo II d.C.

¹¹ Para una discusión más amplia, donde se analizan otras posibilidades, ver Huffman (2005), p. 572-577.

en que permitía resolver el problema de la duplicación del cubo. Este mismo método se utilizaba en balística como parte de un proceso que recurría a una fórmula para calcular el brazo de palanca de una catapulta que debía lanzar un proyectil con un peso dado.¹² Interpretar de esta manera el relato sobre la “paloma” de arquitas resulta más plausible que aceptar que en el siglo IV a.C. se hubiera logrado construir un autómatas que pudiera volar de manera independiente. Esta historia y las de las marionetas que a la manera de autómatas maravillaban a quienes contemplaban sus movimientos lo que hacían era prefigurar los autómatas o mecanismos de la era helenística, y que muchos confunden en cuanto a su posible funcionamiento con los relatos mitológicos y fábulas sobre doncellas doradas y estatuas vivientes tan populares en los tiempos clásicos.

Lo que para efectos de esta tesis importa es la prehistoria de la idea de máquina y de las concepciones que a partir de ella se desarrollaron y que genéricamente son conocidas como pensamiento *mecanicista* y que pretende explicar el movimiento de los seres humanos, los animales y los planetas con base en artilugios tecnológicos. Es decir, las ideas *mecanicistas* buscan utilizar en la filosofía natural las técnicas de construcción de artificios o máquinas para entender las maneras de funcionar de los organismos. En un sentido fuerte utilizaré la palabra *mecanicista* para referirme a explicaciones en las que se utilizan exclusivamente ideas provenientes del funcionamiento de mecanismos para explicar el comportamiento de todo lo que integra el mundo, sin que en dichas explicaciones participen ninguna otra que provenga de la intromisión de seres sobrenaturales, magia, fuerzas ocultas o las antiguas ‘esencias’ que desde los tiempos pre-aristotélicos establecían las formas de comportarse de la materia.

Que se deben atender las sutilezas del pensamiento antiguo, y en particular abstenerse de usar ideas anacrónicas con las que se bordan explicaciones – la mayor parte de las veces debido a nuestra ignorancia – sobre las cosmovisiones del pasado, se puede ejemplificar acudiendo a la manera como con frecuencia se ha interpretado el pensamiento de Aristóteles, y en particular en lo que se refiere a las cuestiones del

¹² Ver Marsden (1969).

pensamiento mecanicista en la explicación de los movimientos de los seres vivos. Para ello veamos la forma como Aristóteles aborda la cuestión de los autómatas.

En el *De motu animalium* toca el tema de los autómatas, describiéndolos como una especie de títeres o muñecos u objetos inanimados, o como una figura animada por un titiritero o maestro conductor, y cuya presencia era un tanto usual en las representaciones teatrales en la Grecia clásica. Aristóteles se refiere a una especie de 'títere' con la capacidad de moverse por sí solo, es decir, capaz de continuar moviéndose aun en ausencia de un agente que lo controle a través del contacto directo, y más aún, responder a los estímulos que recibe según las pautas determinadas por la forma como fue construido o diseñado. Aristóteles compara las funciones animales con los movimientos de *ta automata tôn thaumatôn*, títeres automáticos, lo cual lleva a cabo en la sección en la que compara las características que definen a los organismos, a saber, el movimiento automático (provocado por el mismo objeto en movimiento) y la reproducción. Los animales, nos dice Aristóteles, a diferencia de las piedras o los artefactos, pueden provocar movimientos propios como respuesta a cambios no locales en el medio que les rodea y sin que nada los jale o empuje directamente.¹³

El autómata que describe Aristóteles no realiza exactamente estas funciones, pero sí parte de ellas: comparte con los semovientes la capacidad de transformar un estímulo, una acción de cierto tipo, en otra de tipo diferente. En los títeres o muñecos que refiere Aristóteles como análogos en su funcionamiento con los seres vivos, sucede que al desenrollarse una cuerda a la que se le ha aplicado una torsión, esta respuesta de la cuerda liberada se convierte en el movimiento de las extremidades del títere. La sucesión de movimientos se lleva a cabo sin que participe un agente externo y, a diferencia de lo que sucede con un proyectil – que simplemente se desliza con el movimiento que le fue impartido –, es la constitución o diseño del autómata lo que determina el movimiento resultante. Y esta forma de encadenar movimientos, a través de la estructura o acomodo de las partes de un ser u objeto es lo que para muchos

¹³ Aristóteles, *Física*, Libro 8.2 253 p. 14-18

muestra que Aristóteles establece una analogía entre los seres vivos y las máquinas, y si se toma una ciertas libertades, se llega a afirmar que los seres vivos actúan “como máquinas”.

Si se examina con atención la última idea, que los seres animados se mueven porque “actúan como máquinas” lo que encontramos es que su comparación no tiene el propósito de establecer dicha igualdad, sino de ilustrar una manera de explicar la transmisión de ciertas causas. Partiendo de la base de que la manera de enlazar las partes en los artilugios o máquinas es la que determina los movimientos, transformando, a la manera de un molino que, movidas sus aspas por el viento, a través de una sucesión de engranes, una rueda muele las semillas, una acción en otra de tipo diferente. Así sucede también en los animales, genéricamente los seres más sencillos que poseen movimiento ‘propio’, y en *De la generación de los animales* nos dice que la idea de que la ‘causa se transmite’: A mueve a B y B mueve a C. En concreto lo que señala es que el progenitor varón es responsable de los movimientos, aun cuando se pierda el contacto con el receptor de la causa: el progenitor actúa sobre la semilla y ésta a su vez imparte movimiento a la sangre materna.¹⁴ Esta capacidad de iniciar una sucesión de eventos que continúa sin que se mantenga el contacto original constituye la base de la comparación entre autómatas –títeres – y animales.

Pero a pesar de lo anterior no parece ser cierto que Aristóteles tomara a la letra el que los ‘animales u organismos *funcionan* como sus máquinas o artilugios’. Según el pensamiento aristotélico, y con él todas las concepciones dominantes desde entonces hasta por lo menos el siglo XX, existe algo más que se suma a la materia para dar lugar a la cualidad de ser vivo. En Aristóteles era una sustancia teórica a la que llamaban, genéricamente, *pneuma*, y cuya constitución y funcionamiento derivaban de las ideas de Anaxímenes.¹⁵ Como tal, el *pneuma* no es algo que provenga de las escuelas o

¹⁴ Aristóteles, *De la generación de los animales*, 2.1, 734b11; 2.5, 741b8.

¹⁵ Según Aecio para Anaxímenes el aire es dios y así refiere también a las fuerzas que penetran los elementos o los cuerpos. Por su parte, San Agustín, en su *Civ. Deis*, VIII 2, afirma que Anaxímenes “atribuyó las causas de las cosas todas al aire infinito”. Aecio declara que para el último de los grandes pensadores milesios “el principio de las cosas existentes es el aire, pues de éste nacen todas las cosas y en él se disuelven de nuevo”. Ver Kirk at al (2008), p. 204 y 214.

disciplinadas enfocadas en cuestiones tecnológicas. El *pneuma* es una sustancia teórica que permitía cubrir lagunas en las explicaciones de qué era lo que provocaba el movimiento animal y sin embargo no formaba parte de las estructuras amparadas bajo el nombre de ‘construcciones mecánicas’.

Con base en lo expresado en el párrafo anterior es evidente que Aristóteles no tiene por qué considerar una ‘hipótesis mecánica’ dado que para él lo artificial y lo orgánico son diferentes en su misma esencia. Mientras su explicación del movimiento animal puede ser de carácter físico e introducir en la discusión a la causa ‘eficiente’, y añadir la comparación con autómatas, esto no lleva a que deba ser considerada ‘mecanicista’. Cuando Aristóteles dice en su *Del movimiento de los animales* que las funciones orgánicas son automáticas o auto regulables, lo que hace es comparar el cuerpo no con una máquina sino con una ciudad gobernada correctamente, con el orden adecuado.¹⁶ Esto conduce a pensar, ante la falta de evidencia que descalifique esta posición, a que antes del periodo helenista las técnicas y los principios mecánicos de uso en la época no bastaban para dar cuenta de los quehaceres de las cosas naturales, y por lo tanto es un error pensar que los artilugios existentes podían servir para realmente dar cuenta de los funcionamientos internos de los organismos. Pero una vez que las máquinas diseñadas y puestas a funcionar en las épocas en que las culturas griega y romana se integraron, las ideas y las técnicas amparadas bajo el vocablo *mecánica* permitieron hacer más aceptable pensar que los organismos funcionaran de manera semejante a como lo hacían las máquinas. A ello se le puede añadir que la imaginación popular, ante la falta de conocimientos técnicos, hacía del creador de artilugios una especie de mago, con lo que su prestigio crecía a la vez que hacía de su construcción un ser que imitaba lo vivo, y por lo tanto merecedor de admiración. Esto explica la advertencia de Herón (10 – 70 d.C.) – famoso autor de un tratado sobre autómatas –, de que para provocar el azoro de un auditorio, el constructor de las máquinas debería mantener ocultos los mecanismos que las hacían desempeñarse cual si tuvieran vida o movimientos propios,¹⁷ y el mismo Aristóteles

¹⁶ Ver Lloyd (1992), pp. 285-292.

¹⁷ Herón, *Aut.* 9.5; 17.1; 30.6. Ver Marie Boas (1949), "Hero's Pneumatica p. 38 y supra.

reconocía que los títeres – autómatas – sólo parecían maravillosos en tanto que la gente no advirtiera las causas de sus movimientos.¹⁸ Y en cierto sentido ésta es una de las vertientes de la mecánica que cultiva Leonardo, al menos en sus diseños de dos robots¹⁹. Llevado a sus últimas consecuencias el pensamiento mecanicista hizo que algunos albergaran la idea de que el cosmos era una especie de máquina, construida por la divinidad a semejanza de cómo un ingeniero podía construir una máquina aquí en la tierra. El ejemplo típico de ello es Arquímedes, de quien se dice construyó un modelo de que imitaba las revoluciones de las esferas celestes, o Cicerón y su esfera armillar. Estas anécdotas condujeron a la aparición de la frase *machina mundi*, la cual resumía la idea del cosmos construido a la manera de una máquina.

Pero el pensamiento mecánico fue más rico que simplemente pensarlo como un cofre del que salen artilugios, diseños y autómatas. También incluyó el análisis de las causas de los movimientos, las máquinas que funcionaban gracias a otras máquinas más sencillas que las componían, a la manera de piezas que se ensamblaban de acuerdo con un diseño predeterminado. Las bases del funcionamiento de estas máquinas más simples fue parte de la búsqueda emprendida por lo menos desde el siglo IV a.C. y de esa época datan los *Problemas Mecánicos* del Pseudo-Aristóteles²⁰, un pequeño tratado que reduce el funcionamiento de algunas máquinas simples a otras más sencillas, jerarquizándolas y remitiendo todas al funcionamiento del círculo.²¹

¹⁸ Aristóteles, *Metafísica*, 1.2, 983a12.

¹⁹ Uno de ellos, el robot, tuvo una forma completamente humana, vestido con una armadura medieval, y que fue diseñado alrededor del año 1495, aunque nunca construido. El otro fue un león mecánico construido a petición de Francis I, Rey de Francia (1515), para facilitar las conversaciones de paz entre el rey francés y el papa León X. El animal, puesto en movimiento, anduvo de una habitación a otra donde se encontraba el monarca, abrió su pecho y todos pudieron comprobar que estaba lleno de lirios y otras flores, representado así un antiguo símbolo de Florencia (el león) y la flor de lis que Luis XII regaló a la ciudad como señal de amistad.

²⁰ Los Problemas Mecánicos se le atribuyeron originalmente a Aristóteles, sin embargo, tiempo después se reconoció que dicha obra no era del creador del Liceo. Por lo que al autor se le conoce como Pseudo-Aristóteles.

²¹ Ver, además de la bibliografía que se añadirá cuando más adelante se trate este tema, Winter (2007), *The Mechanical Problems in the Corpus of Aristotle*.

CAPÍTULO II

*El buen juicio nace de la buena inteligencia
y la buena inteligencia deriva de la razón,
sacada de las buenas reglas; y las buenas reglas son
hijas de la buena experiencia: madre común de
todas las ciencias y las artes.
- Leonardo da Vinci -*

2. LAS CIENCIAS FÍSICAS EN EL PERIODO CLÁSICO

El conocimiento *per se*, desde los tiempos clásicos, ha sido estudiado, clasificado y puesto en una forma conveniente de recordar. En nuestros días el llamado enfoque científico que se le da al conocimiento consiste en descubrir los principios básicos – algunos de ellos muy complejos – que son articulados mediante modelos; estos modelos simplifican tanto el estudio como las predicciones formuladas para un fenómeno.

Se puede decir que el progreso real o desarrollo de la ciencia radica en preguntarse el cómo ocurren las cosas, y no resulta tan relevante preguntarse el porqué. Sin embargo, para que dicho progreso tenga lugar es necesario contar con las observaciones e interpretaciones en términos de *causa – efecto* cuya secuencia definida de eventos siempre produzca el mismo resultado. Cuando esto ocurre, se dice que se han cubierto los pasos que conducen a la formulación de leyes fundamentales en un marco que concibe al proceso científico como un desarrollo inductivo.

El progreso de la ciencia ha ido en paralelo con el desarrollo histórico de la humanidad, y se dice que forma parte de él. En la antigüedad se diseñaron y construyeron grandes herramientas mecánicas durante el periodo asirio y egipcio; este tipo de conocimiento más cabría clasificarlo o denominarlo como tecnológico, en contraposición a uno que remita a los principios básicos de actuar de la naturaleza.

La mecánica y la hidrodinámica son dos viejas y amplias ramas de la física, estudiadas desde la antigüedad por mentes como las de Aristóteles, en mecánica, y Arquímedes en mecánica e hidrodinámica. Sin embargo, es sabido que desde el tiempo de los egipcios se desarrollaron mecanismos para la irrigación y el control del agua.

Se podría decir que esos esfuerzos marcan los inicios de la construcción de una ciencia racional que eventualmente aspiraría a realizar deducciones o predicciones basadas en el análisis matemático. Esto ocurriría en el siglo XVIII, con Euler, los Bernoulli y demás científicos de la Ilustración. Pero mucho antes que ellos hubo otros grandes pensadores que poco a poco sembraron la semilla de aquellos desarrollos.

2.1 LA MECÁNICA EN LA ANTIGÜEDAD: ARISTÓTELES

La mecánica es una disciplina cuyas raíces inician, por lo menos, desde los tiempos en que los griegos intentaban derrumbar las puertas y murallas de Troya. Es evidente que no era una mecánica como la que conocemos actualmente. Dicha mecánica, fundamentalmente práctica, y ya después de unos siglos de primitiva experiencia, y por ende cierta madurez, fue estudiada, entre otros, por Aristóteles y algunos discípulos. Como se podría esperar, se enfocaron en el entendimiento de lo que concebían como los principales problemas mecánicos, y que básicamente consistía en el estudio de algunas máquinas simples. Uno de los principales sucesores de Aristóteles en esta disciplina fue Arquímedes, considerado casi por unanimidad como el más grande mecánico de la antigüedad.

Hoy nos resulta claro que la naturaleza siempre actúa del mismo modo. Pero desde las primeras etapas del pensamiento griego se concibió la idea, derivada de la experiencia, de los beneficios de actuar 'en contra' de la naturaleza. Se decía que algo ocurre 'contra natura' cuando de alguna manera se violentaba el curso natural de un fenómeno. Lo que se vio fue que en ciertos casos hacerlo así podría derivar en beneficio de los humanos.

Para hacerlo es necesario emplear técnicas que suplen o aumentan las capacidades humanas. Llamaron **mecanismo** a la parte de la técnica que ayuda en esa falta de medios; en palabras de Antifonte: "*Mediante la técnica dominamos aquello en lo que somos vencidos por la naturaleza*".¹

El uso que en nuestros días se da a las palabras 'técnica' y 'tecnología' oculta el rico historial de ambas que se remonta a los tiempos en que aparecían vinculadas con la ideas de trabajo, artesanía o invención, o la forma como ciertas disciplinas como la pintura, la escultura o la arquitectura figuraban en las clasificaciones de las artes y las ciencias, o como se contrastaban las nociones de naturaleza y técnica entre los griegos.²

La clasificación de las artes técnicas posee un fondo conceptual muy rico, derivado de su posición como actividades que dependían tanto de la mente como de la materia. El pensamiento griego tendió a separar estos dos términos pero, por sus características propias, hubo una gran ambivalencia en el tratamiento de las artes mecánicas como una especie de conocimiento. Nuestra misma expresión 'artes técnicas' nos delata, pues en griego *τέχνη* (techné) significa *ars* en latín, y para el tiempo de los romanos se entendía por ella casi cualquier actividad humana que en cierto sentido fuera racional, incluyendo lo que ahora distinguimos como ciencia, bellas artes y tecnología.³ En contraste, las actividades irracionales no eran entendidas como artes. Así, la magia quedaba excluida. Y también la poesía, en tanto que no seguía reglas fijas y por ende no podría aportar una explicación racional de sus procedimientos y resultados. Aristóteles contrasta en la *Metafísica* (1.1, 981 a25 – 981 b9) la experiencia del trabajador manual con el arte del

¹ Aristóteles, *Mecánica*, ed. Gredos, España, 2000, p. 71

² Kristeller, Paul Oskar, "The modern system of the arts" en *Renaissance Thought II: Papers on Humanism and the Arts*. New York, Harper, 1965, p.p. 163-227. Tatkiewicz, W., "Classification of the Arts in Antiquity", *Journal of the History of Ideas*, Vol. 24, 1963, p. 231-240. Schadewaldt, Wolfgang, "The Concepts of Nature and Technique according to the Greeks", *Research in Philosophy and Technology*, 2, 1979, p. 159-171.

³ Kristeller (1965), p. 166-167.

maestro – trabajador; éste último conoce ‘el porqué’, la causa de todas las cosas, mientras que el otro actúa, al igual que los animales, sin entender lo que hace.

Cuando Demócrito compara a la arquitectura y a la actividad de tejer en la construcción de nidos por los pájaros, y de redes por las arañas, lo hace en términos que lo acercan a reducir la tecnología a un instinto que comparte con los animales.⁴ La labor del artesano con frecuencia era concebida como una especie de experiencia (εμπειρία) en la que no participaba el pensamiento racional; era tenida como una habilidad manual sustancialmente diferente de lo que podría resultar de un proceso del intelecto como los participantes en las artes liberales y en la producción de conocimiento científico. Bajo esta perspectiva la labor del artesano o lo que ocurría en las disciplinas técnicas no eran tenidos como lo que se consideraba conocimiento verdadero.

En contraposición a la postura anterior, la mayor parte de los pensadores de la antigüedad, Platón y Aristóteles entre ellos, consideraban que en los procesos artesanales la razón participaba de alguna forma, haciéndolas de aquéllos parte del conocimiento racional, tomado éste en un sentido amplio.

Estas aportaciones en la manera de concebir las labores manuales subyacen a muchas de las discusiones en los tiempos clásicos sobre la valía de la técnica. Los doctores hipocráticos, por ejemplo, defendían a la medicina sobre la base de que era un arte, es decir, que estaba basada en el conocimiento.⁵ En *La República*, el artesano aparece como el modelo del verdadero estadista, ya que es éste quien, al contrario del poeta, es el que puede dar cuenta clara de su trabajo, dirigido hacia un fin claro, con un resultado que puede ser juzgado con objetividad.⁶ En este sentido argumenta G.E.R. Lloyd al decir que la inducción del orden a partir del desorden, y la acción necesariamente habilidosa del

⁴ Citado por Plutarco, *De la inteligencia de los animales*, 974^a. Ver Barnes, *Early Greek Philosophy*, p. 222.

⁵ Hipócrates (1931), *The art*, p. 228.

⁶ Platón (1935), *República*, p. 488 a – 489.

artesano para construir un artefacto, proporcionaba poderosas analogías para describir acciones correctas y sustentadas en el conocimiento. Esto ocurría en los procesos que hoy se consideran propios del pensamiento griego⁷ y para sorpresa de quienes no son especialistas en el pensamiento platónico, también en el *Gorgias*. En dicha obra Calicles, defendiendo los méritos y los beneficios que le corresponden al hombre sabio, le reclama a Sócrates que éste no para de hablar acerca de quienes reparan sandalias, con cocineros y médicos, como si quisiera hablar de ellos y ponerles como merecedores de los mismos honores que los correspondientes a los que llevan a cabo su vida diaria sin necesidad de recurrir al trabajo manual. En contraste con esto, el mismo Platón, en los multitudinarios pasajes de la *República*, describe como degradante a las labores manuales.⁸ En el mundo platónico la cama construida por el carpintero está muy cercana a su imitación tal y como la plasma un pintor⁹. Pareciera ser que cuando Platón se ocupa de cuestiones didácticas, el trabajo artesanal es presentado como paradigma de lo que debería ser el conocimiento, mientras que en otros contextos, el trabajo manual no responde a lo que Platón considera conocimiento.

Una discusión similar aparece en las *Epístolas Morales* de Séneca, donde el autor pone en boca de Posidonio la idea de que fue un filósofo quien inventó la construcción de edificios, las herramientas y los utensilios para tejer. A ello Séneca le responde que la filosofía no tiene nada que ver con herramientas o cualquier cosa que lleve a doblar el cuerpo y mantener la mirada y la mente fijadas en el suelo o las cosas terrenales.¹⁰

Se puede abundar en la manera tan contradictoria como se concebían el trabajo manual y el intelectual en la antigüedad, lo que a su vez incidía en la forma como se valoraban las artes manuales y cómo aparecían éstas en las clasificaciones de las artes y

⁷ G.E.R Lloyd (1961), *Polarity and Analogy...*, p. 292-294.

⁸ Plato (1935), *República*, 495d, 522b, 590c.

⁹ *Ibíd.*

¹⁰ Séneca (1930), *Ad Luciliun epistulae morales*, 90.13.

de las ciencias. Cuando los autores desearon enfatizar el carácter material e inferior de las actividades manuales las calificaban o clasificaban como *banáusica* (βαναυσοζ), término peyorativo que separaba a las artes dignas de las artes despreciables. Esto no significaba, como ya se dijo, que todos los pensadores clásicos opinaran igual. Sin embargo, ha llevado a una simplificación excesiva, o tal vez por no convocar a una gama amplia de voces del pasado, algunos autores recientes hayan contribuido a plasmar una imagen un tanto sesgada de la percepción griega de las actividades humanas. Un ejemplo de esta situación la plantea Dijksterhuis, cuando en su ya clásico *The Mecanization of the World Picture* (1969), afirma que las disciplinas que convocaban un trabajo estrictamente mental, el que correspondía a las artes liberales, eran consideradas superiores a las que requerían del trabajo manual, fuera apoyado con máquinas o con instrumentos. Y lo mismo ocurría con el comercio y con las obras de ingeniería, todo lo cual quedaba inmerso en las *artes mechanicae* y a las que se añadían la pintura y la escultura.¹¹ Según esta visión la vida de un hombre libre estaba caracterizada por el σχολη (otium, ocio). Quien no era libre debía ganarse el sustento con el poder de su trabajo. Y era este hombre sujeto a la tierra y al trabajo, en ocasiones apoyándose en instrumentos, el que pondría en juego su capacidad de actuar en contra de la naturaleza para obtener beneficios para sí y para quienes trabajaban. Evidentemente desplazar de su lugar natural a un objeto era el primer paso para aprovechar las consecuencias derivadas de la tendencia de dicho objeto por retomar el sitio que su esencia le hace corresponder. Esto se manifiesta como movimiento y fue la razón para que las grandes mentes del pasado comenzaran a cavilar sobre el significado del movimiento y sobre sus características, lo cual llevaría a clasificarlo en términos de principios un tanto metafísicos. Esto será el tema de la siguiente sección.

¹¹ Dijksterhuis (1969), *The Mecanization...*, p. 74.

2.1.1 SOBRE EL MOVIMIENTO

Según Aristóteles existen varios tipos de cambio o movimiento: el movimiento en la categoría de lugar, o el desplazamiento de un objeto en el espacio, es el llamado movimiento local; el movimiento en la categoría de cualidad implica una alteración en, por ejemplo, lo caliente o lo frío; bajo la categoría de cantidad el movimiento se percibe meramente como un aumento o disminución en, digamos, el tamaño del cuerpo. En cuanto a sustancia, el movimiento tiene que ver con la generación o corrupción de un objeto. Sin embargo, este último tipo de movimiento no era aceptado por todos, pues lo veían no como algo que ocurre de manera continua sino como una sucesión de mutaciones.

Aristóteles fue uno de los primeros en estudiar el movimiento y lo hizo en la *Física* y en el *De caelo*. Para él los objetos en el universo se dividen en dos grupos: los objetos celestes que son cuerpos indestructibles, eternos e inmutables, que pasan por fases que se repiten indefinidamente con perfecta regularidad. A estos cuerpos Aristóteles les provee de movimiento uniforme y circular, como corresponde a lo que se consideraría movimiento perfecto. Por otro lado están los objetos terrestres para los cuales Aristóteles los dota de materia, es decir, son cuerpos que poseen sustancia y a los que a su vez clasifica según dos tipos: los cuerpos pesados y los cuerpos ligeros. Estos cuerpos se distinguen unos de otros debido a su composición, es decir, los cuerpos pesados son aquéllos que están constituidos por los elementos tierra y agua — los elementos ‘pesados’ —, mientras que los ligeros son aquéllos que en su mayoría están conformados por aire y fuego — los elementos ‘ligeros’ —, y todos ellos están sujetos a cambios. Dado que estos cuerpos tienen propiedades que los distinguen unos de otros, Aristóteles identifica una que resulta ser central en su doctrina sobre el movimiento: cada uno de estos elementos tiene un **lugar natural**. Es decir, cada uno está asociado con una región hacia la que se dirigirían si no están restringidos o si no actúa sobre ellos algo que los aleje de dicha

región. En concreto: los cuerpos pesados tienden a ir hacia abajo, hacia la tierra; en cambio los cuerpos livianos, como el fuego o el aire, tienden a ir hacia arriba. El ascenso de cuerpos livianos y el descenso de los cuerpos pesados es lo que Aristóteles llama el **movimiento natural**. Por lo contrario, habla del **movimiento violento** cuando el cuerpo efectúa un movimiento que va en contra de su movimiento natural, es decir, es el movimiento contrario al natural. Este tipo de movimiento no es perpetuo. Por diferentes que sean estos movimientos, ambos necesitan un agente motor, que siempre debe actuar sin intermediario. Para el caso del movimiento natural el motor está en el cuerpo mismo; en el movimiento forzado el motor es precedero y actúa sobre el cuerpo. Si algo es movido de su lugar natural, entonces, cuando deje de actuar la causa que lo separó de dicho sitio, regresará a él.

Otro movimiento estudiado por Aristóteles es el llamado movimiento oblicuo, mejor conocido como movimiento de proyectiles. Éste, según Aristóteles, está compuesto también por un movimiento natural y uno violento, la parte ascendente de la trayectoria corresponde a un movimiento violento, mientras que el descendente corresponde al movimiento natural (Fig. 2.1). Durante mucho tiempo, debido a la influencia del pensamiento aristotélico, se creyó que la trayectoria era la de un cuerpo en caída libre, pues al terminarse el movimiento violento y entrar el movimiento natural, la tendencia del cuerpo era ir hacia abajo. Pareciera como si nadie se hubiera puesto a observar cómo era la trayectoria de una pelota o la forma adoptada por el flujo de agua que salía de una fuente.

En el análisis del tiro vertical, los peripatéticos¹² reconocían la uniformidad de la aceleración, la cual es negativa cuando el cuerpo asciende y positiva cuando éste cae. La explicación más común de lo que sostenía al móvil desplazándose aun cuando ya no hubiera contacto con lo que causó el movimiento en primera instancia era la llamada

¹² La escuela peripatética fue un círculo filosófico de la Grecia antigua. Básicamente, seguía las enseñanzas de Aristóteles, su fundador, y peripatético (περιπατητικός) es el nombre dado a sus seguidores.

antiperístasis. Según ésta, desde el momento en que cesa el contacto del proyectil con el instrumento que lo lanzó, el aire se cierra detrás de éste y continúa moviéndolo, siendo éste el motor que actúa sobre el cuerpo.

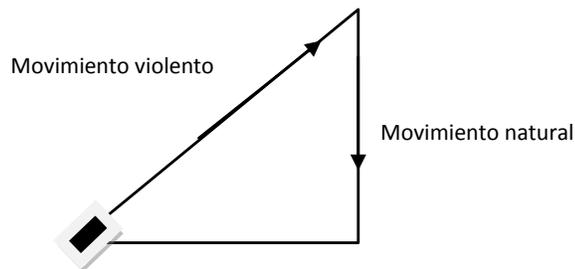


Fig. 2.1 Trayectoria aristotélica del movimiento de proyectil

Según Aristóteles, en el caso de dos cuerpos que caen, la relación entre los pesos de los cuerpos es inversa a la duración de su caída. Es decir, si un cuerpo de masa M cae en un tiempo t , entonces un cuerpo de masa $2M$ lo hará en la mitad del tiempo que el cuerpo de masa M . Sobre la resistencia del medio Aristóteles opinaba que la resistencia se incrementa en proporción directa a la densidad del medio.

Dos fueron los tipos de movimiento estudiados por Aristóteles. Uno era el movimiento rotatorio que se manifiesta principalmente en los cuerpos celestes; este movimiento se caracteriza por ser circular y, en esta región, éste es el movimiento natural. En cambio, en la región terrestre, como ya hemos visto, el movimiento se caracteriza por ser rectilíneo, tanto para cuerpos ligeros como para cuerpos pesados. El movimiento natural de los cuerpos ligeros es de forma ascendente, mientras que en los cuerpos pesados es descendente. Sambursky cita un pasaje de la Física de Aristóteles que al respecto dice lo siguiente:

“[...] Por lo que cada movimiento local es o rotatorio o rectilíneo, o un compuesto de ambos, y los dos primeros deben ser anteriores al último, ya que son los elementos que de éste consta. Además, el movimiento rotatorio es anterior al rectilíneo pues es más simple y completo, lo cual puede mostrarse como sigue: la línea recta recorrida en el movimiento rectilíneo no puede ser infinita, porque no existe cosa tal como una recta infinita, e incluso si la hubiera no podría ser recorrida por ningún cuerpo en movimiento, ya que lo imposible nunca ocurre y es imposible recorrer una distancia infinita. Por otra parte, el movimiento rectilíneo en una línea recta finita sería, si volviese atrás, un movimiento compuesto, dos movimientos de hecho, mientras que si no lo hiciese, sería incompleto y perecedero, y tanto en el orden de la naturaleza, por definición, como en el del tiempo, lo completo es anterior a lo incompleto y lo imperecedero a lo perecedero. Asimismo, un movimiento que admite ser eterno es anterior al que no lo hace. Ahora bien, el movimiento rotatorio puede ser eterno, pero ningún otro, sea de locomoción o de cualquier otro tipo, puede serlo, ya que en todos ellos puede haber reposo y con el reposo perece el movimiento. Además, el resultado al que hemos llegado, que el movimiento rotatorio es simple y continuo y el rectilíneo no, es razonable. En el rectilíneo tenemos un punto de partida, un punto de llegada y uno medio, definidos... por su parte, en el movimiento circular no hay tales puntos definidos, pues ¿Por qué habría de ser un cierto punto de la

*línea el límite y no cualquier otro? Todo punto es tanto como cualquier otro el de partida, fin o medio”.*¹³

Ahora, cuando ponemos a un cuerpo pesado en movimiento éste describirá una trayectoria vertical, y dependiendo de la posición en la que se encuentra el cuerpo podremos apreciar un aumento o disminución en la distancia hasta el centro. Como se ve en la descripción y análisis del movimiento a la Aristóteles, lo que constituye el meollo de su trabajo es clasificar los movimientos y discutir o justificar su clasificación en términos de la coherencia lógica de los términos o características elegidas. No se plantea la forma de las trayectorias ni cuestiones de sistemas de referencia como tampoco la influencia del tamaño y forma de los objetos.

2.1.2 DE LAS MÁQUINAS SIMPLES

Parte de la física aristotélica, o lo que podríamos considerar como fundamentos de la *cinemática aristotélica*, está planteada como una serie de observaciones e ideas metafísicas vinculadas con problemas de movimiento y con instrumentos mecánicos y su funcionamiento, como por ejemplo levantar grandes pesos por medio de máquinas simples.

Dentro de los problemas que podremos encontrar analizados en Aristóteles están el tiro vertical, el movimiento en sí, la palanca y la balanza, todas ellas presentes en las especulaciones mecánicas de los pensadores previos y posteriores a Aristóteles. Lo realmente importante era que en tiempos del estagirita ya había quienes habían establecido una liga entre el funcionamiento de varios instrumentos, reduciendo unos a otros, es decir, haciendo notar que existía una especie de jerarquía entre las diferentes máquinas en el sentido de que el funcionamiento de unas explicaba el de las que venían

¹³ Sambursky (1990), S. *El mundo físico de los griegos*, p. 111

debajo en la jerarquía. A la cabeza de todas ellas estaba el círculo. Esto ciertamente complacería a los platónicos.

Y así fue que inició una tradición mecánica en la que el principio de la causa de todos los fenómenos relacionados con problemas mecánicos radica en el círculo, ya que el círculo era la causa de todos los ingenios mecánicos, lo cual debe entenderse como que a partir de entender el movimiento del círculo se puede entender el movimientos de las máquinas e instrumentos. Y hubo un autor que recogió esta tradición y le dio la forma del tratado que hoy conocemos como las *Quaestiones Mechanicae*. Este autor por mucho tiempo fue tenido como el mismo Aristóteles, y después de haber sido casi desconocido durante la Edad Media, el texto resurgió durante el Renacimiento, no sin haber, aparentemente, ejercido una influencia en Jordano de Nemore y su libro *De ponderibus*, es decir, “*Acerca de los pesos*”.¹⁴ Con su reaparición en los siglos XV y XVI, las *Quaestiones Mechanicae* o *Problemas mecánicos* atrajo la atención de humanistas, filósofos, matemáticos e ingenieros, y de paso se llegó a la conclusión de que no era una obra de Aristóteles, sino posiblemente de Estratón, uno de sus discípulos, más conocido por sus trabajos sobre geografía.¹⁵ Por ello, por no tener certeza sobre quien lo escribió, es que la tradición vino a atribuirlo a un *Pseudo* Aristóteles.

Las *Quaestiones Mechanicae* se ocupan de problemas relacionados con el comportamiento de cuerpos – máquinas calificadas de simples casi todas ellas – como la balanza, la palanca, remos, cuñas, poleas, etc. En este texto los problemas se presentan las más de las veces bajo la forma “¿Por qué ocurre que...?” y pareciera ser una manera de responder a las preguntas que espíritus inquisitivos se plantearían acerca del funcionamiento de estos dispositivos aparentemente tan sencillos. Esto, ciertamente, era una especie de invitación para que se dieran discusiones y críticas que iluminarían la causa o modos de actuar de la naturaleza. Pero volvamos a lo que nos dicen en sus inicios las

¹⁴ Ver Moody & Clagett (1952). *The Medieval Science of Weights*, pp. 11-14.

¹⁵ Lair (2000), *The Unfinished Mechanics...*, p.7.

Quaestiones Mechanicae: El círculo está formado por la unión de los opuestos, "nace de lo que se mueve y lo que permanece",¹⁶ es decir, lo que se mueve es la circunferencia y lo que permanece es el centro de ésta. En primer lugar, la línea que contiene al círculo muestra en cierto modo a los contrarios, es decir, lo cóncavo y lo convexo; en segundo lugar, se mueve al mismo tiempo con movimientos contrarios, es decir, al mismo tiempo se mueve con movimientos hacia adelante y hacia atrás; esto quiere decir que una parte de la circunferencia se mueve hacia adelante mientras que el extremo contrario del mismo diámetro se mueve hacia atrás. (Fig. 2.2)

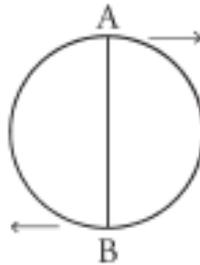


Figura 2.2 Movimiento de los contrarios en el círculo

Por otra parte, la balanza es un instrumento utilizado ya desde la antigüedad y evidentemente considerado en las *Quaestiones Mechanicae*. En este libro, como ya se dijo, se propone que el principio de este instrumento radica en el círculo. A su vez, la palanca se describe mediante el funcionamiento de la balanza y casi todos los demás problemas sobre el movimiento mecánico se explican mediante el estudio de la palanca. Dentro del estudio de la balanza la pregunta que presentó como problema es la siguiente: ¿por qué las balanzas grandes son más exactas que las pequeñas? La respuesta, por supuesto, está relacionada con el círculo, y señala que si suponemos el brazo de la balanza como el diámetro de la circunferencia, entonces un brazo mayor se mueve más rápido¹⁷

¹⁶ Citado en el libro *Sobre las líneas indivisibles* de Aristóteles.

¹⁷ "Más rápido" lo podemos interpretar de dos formas distintas: 1) Dados dos cuerpos en movimiento, se dice que uno va más rápido cuando atraviesa el mismo espacio que el otro en un tiempo menor que el que

que un brazo menor; entonces el radio mayor describe en el mismo tiempo un círculo mayor que el radio menor cuando ambos son movidos con la misma fuerza.

La razón de esto es que el radio que describe el círculo está determinado por dos movimientos. Estos movimientos son básicamente los que describen cada uno de los círculos; entonces, como el círculo mayor está más lejos del centro, su movimiento será más rápido que el del círculo menor, debido a que recorre un espacio mayor en el mismo tiempo. Cuando el cuerpo se mueve, lo hace mediante una razón fija, es decir, guardando la misma proporción a lo largo de su movimiento, por lo que necesariamente viajará sobre la línea recta y esta línea recta es la diagonal que se genera por la acción de ambos movimientos (Fig. 2.3 (a)).

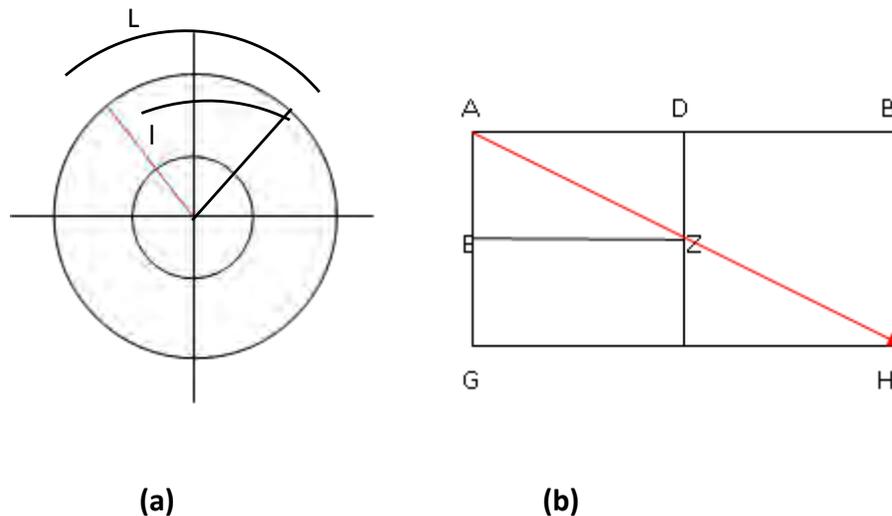


Fig. 2.3 (a) Movimiento de un cuerpo en una circunferencia y
(b) Movimiento sobre la diagonal

Como podemos observar en la figura 2.3 (b), el paralelogramo de menor tamaño guarda la misma proporción que el de mayor tamaño, de tal manera que ambos comparten la misma diagonal, y el cuerpo se moverá de A a Z. El movimiento resultante

le tomó al otro cuerpo cubrir el mismo espacio y 2) Cuando uno de los cuerpos – el más rápido – recorre en el mismo tiempo un espacio mayor.

del cuerpo sujeto a la combinación de estos dos movimientos está dado por la diagonal; en vista de que ambos paralelogramos guardan la misma proporción, podemos entender que el cuerpo viaja, en términos modernos, con la misma velocidad y que por lo tanto la trayectoria que sigue es una recta; en el caso de que los paralelogramos no guarden la misma proporción, las dos diagonales que los describen o la curva que describirá la resultante de la combinación de ambos movimientos, no formarán una línea recta. Éste es un modo geométrico de plantear el *paralelogramo de velocidades*.

Cuando Aristóteles nos habla sobre la composición del movimiento nos dice:

“...Un cuerpo en movimiento simultáneamente está accionado por dos movimientos que son tales que las distancias [respectivas] recorridas en el mismo tiempo están en una proporción constante. Luego [el cuerpo] se trasladará a lo largo de la diagonal de un paralelogramo que tiene como lados dos líneas cuyas longitudes se encuentran en esta relación constante entre sí.”¹⁸

Por otro lado, si la relación entre las dos distancias recorridas por cada componente del cuerpo en movimiento en el mismo tiempo varía de un instante a otro, el cuerpo no puede tener un movimiento rectilíneo.

“De tal forma una trayectoria curva se genera cuando el cuerpo en movimiento está animado por dos movimientos cuyas proporciones no permanecen constantes de un instante a otro.”¹⁹

¹⁸ DUGAS, René, *A History of Mechanics*, Ed. Dover, 1988, EE UU. 1a ed. p.21

¹⁹ *Ibíd.*

Estas proposiciones se relacionan con lo que ahora llamamos *cinemática*. Sin embargo, Aristóteles dedujo de ellas resultados dinámicos concernientes a la composición de fuerzas. No obstante, la conexión entre estas dos disciplinas – cinemática y dinámica – no era algo que hubiera sido determinada en tiempos previos al Renacimiento. Sin embargo, como Duhem señaló, se podría haber deducido fácilmente mediante el uso de la ley de fuerzas como un principio fundamental de la dinámica aristotélica.²⁰ Por lo que hoy se podría decir que en efecto, la dinámica aristotélica tiene como fundamento una ley de fuerzas.

Regresando a la cuestión de la balanza y su exactitud, y para darnos una idea del tipo de preguntas que se abordan en las *Quaestiones Mechanicae*, resulta que para el Pseudo Aristóteles una balanza mayor es más exacta que una menor debido a que la balanza mayor recorre una mayor longitud de arco que la menor, y por lo tanto en la mayor se puede asignar más subdivisiones que en la menor. Eso por un lado, por el otro, dado que la balanza mayor requiere tener brazos más largos, por lo tanto es más sensible al movimiento de éstos, es decir, es más notorio el cambio en la percepción del extremo libre.

En cuanto a la utilidad de la palanca, se observó que mediante la aplicación de pequeñas fuerzas es posible mover grandes pesos, la cual era una de las virtudes bien conocida desde los tiempos de Arquímedes. En el caso que se presenta aquí la palanca tiene un punto de apoyo que actúa como soporte y centro, y los brazos donde sostiene los pesos (el motor y lo que mueve) están en proporción inversa en cuanto a longitud con respecto a los pesos que respectivamente sostienen. (Fig. 2.4)

²⁰ *Ibíd.*

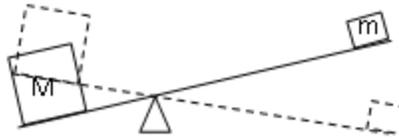


Fig. 2.4 Movimiento de una palanca

Dentro del estudio de los conjuntos de cuerpos en movimiento, define lo que uno calificaría de causa dinámica, y que suele traducirse como ‘fuerza’, como el producto de la masa (cantidad de materia) o el peso – en estos casos, ambos términos son empleados por Aristóteles y sus seguidores como sinónimos – del cuerpo y la velocidad que adquiere el cuerpo durante el movimiento; esta definición o ley hace posible la formulación de otras leyes mediante condiciones de equilibrio en las palancas rígidas con dos brazos desiguales, los cuales cargan pesos desiguales en sus extremos. Cuando una palanca rota la velocidad de los pesos que sostiene será proporcional a la longitud de sus brazos.

En las *Quaestiones Mechanicae* el Pseudo Aristóteles reduce el estudio de las máquinas simples al análisis de unas pocas, ligadas todas mediante un mismo principio:

“Las propiedades de las balanzas están relacionadas con aquéllas del círculo y las propiedades de las palancas con las de las balanzas. En última instancia, la mayoría de los movimientos en mecánica están relacionados con las propiedades de las palancas.”²¹

Otro problema interesante estudiado en la antigüedad por el Pseudo Aristóteles es el relacionado con poleas, donde una de ellas está fija y la otra no. Éste es un problema importante debido a que, al igual que la palanca, mediante el empleo de poleas es mucho más sencillo cargar grandes pesos; otra cosa que notó fue que al aumentar el número de poleas en el sistema, la fuerza que se requiere para levantar ese peso es menor; esta

²¹ Dugas (1988), p. 19.

observación la conocemos actualmente como *el principio de la ventaja mecánica*, que es el factor por el cual se multiplica la fuerza ejercida en el mecanismo (Fig. 2.5).

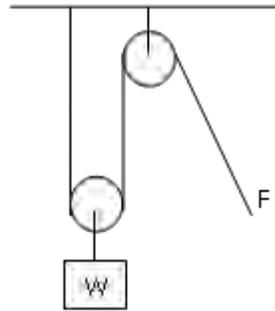


Fig. 2.5 Poleas

Tanto en el *Tratado del Cielo* como en la *Física*, algunos conceptos o vocablos pertenecientes a la mecánica no fueron diferenciados de los usos populares que se les daba a esas palabras y que usualmente tenían un significado más general. La noción de movimiento es un claro ejemplo de esto pues incluye tanto el cambio en la posición como otro tipo de cambios.

Aún hasta la Edad Media había cierta ambigüedad respecto a la realidad física subyacente al movimiento. ¿Era el movimiento local un ente o una cualidad que podía ser medida u observada, además de las cambiantes relaciones entre un cuerpo en movimiento respecto de otros cuerpos, o era solo el cuerpo y los lugares que sucesivamente ocupa?

El movimiento podría ser clasificado en tres o cuatro categorías: a) en la categoría de lugar o locomoción, b) en la categoría de cualidad, es decir, cuando se produce una alteración, como cuando un cuerpo se calienta o se enfría, c) movimiento en la categoría de cantidad, o aumento o disminución, como cuando un cuerpo aumenta o disminuye de tamaño. Según algunos teóricos había un cuarto tipo de movimiento, y éste era en la categoría de sustancia, refiriéndose a los procesos de generación o corrupción. En

ocasiones esta categoría parecía necesaria porque no hay un sujeto en acto que permanezca desde el inicio del movimiento hasta el fin.

Como se puede apreciar, en estas clasificaciones no intervienen cuestiones dinámicas, sino sólo cuestiones medibles o apreciables mediante la observación, como sería el caso del cambio en la categoría de sustancia. Esto no significa que Aristóteles únicamente considerara aspectos sujetos a la observación, dejando fuera los relacionados con la dinámica. Para constatar esto basta recordar que en la *Física* de Aristóteles encontramos, en el libro VII capítulo V, algo muy parecido a lo que es la ley de la fuerza, planteada de la siguiente forma:

*“Lo que mueve, mueve siempre algo y en algo hasta determinado punto (por “algo” me refiero a “en el tiempo” y “por hasta determinado punto” a que la longitud es determinada, pues {lo que mueve}, al mismo tiempo mueve y ha movido, así que habrá un tanto movido en un tanto de tiempo). Si A es lo que mueve y B lo que es movido, G la longitud en la que se ha dado el movimiento y D el tiempo del movimiento, entonces la misma fuerza A moverá en un tiempo igual a la mitad de B por (un tramo) doble de G, y por (la longitud) G en la mitad de D, pues habrá una proporción, y si la misma fuerza mueve el mismo objeto en este tiempo determinado a lo largo de determinado tramo y (si recorre) la mitad del tramo en la mitad de tiempo, también la mitad de la fuerza moverá la mitad (del objeto) en un tiempo igual a lo largo de un tramo igual [...]”.*²²

²² Aristóteles (2005) *Física*, p. 179

Una de las restricciones de esta ley establece que una pequeña fuerza no moverá un cuerpo muy pesado. Su aplicación a la estática es considerada como el origen del principio de la velocidad virtual; principio que posteriormente se verá reflejado en los estudios del movimiento durante el periodo medieval y que, conducirán a Leonardo al estudio de las velocidades virtuales y por lo tanto, al principio del trabajo.

2.2 MECÁNICA E HIDRODINÁMICA GRIEGAS: ARQUÍMEDES

La figura más eminente del periodo alejandrino es Arquímedes de Siracusa (287 – 212 A.C.), uno de los grandes matemáticos y, tal vez, el mecánico más destacado de la antigüedad. Hijo de una familia noble, pasó la mayor parte de su vida en su ciudad natal, aunque en estrecho contacto con algunos miembros de la escuela de Alejandría. Arquímedes, como Aristóteles, elaboró sus escritos de forma tal que cada paso se acomoda dentro de un orden lógico. Sin embargo, las explicaciones o aclaraciones respecto de los métodos de análisis y las razones de porqué procedió como lo hizo no están dadas. Es decir, durante siglos no se tuvo conocimiento de las rutas que siguieron Arquímedes y tantos otros científicos griegos para establecer los resultados que posteriormente demostrarían utilizando el método deductivo. No fue hasta principios del siglo XX que reapareció por poco tiempo un palimpsesto donde se detallaba el camino seguido por Arquímedes para obtener algunos de sus resultados más importantes, como que el volumen de una esfera es dos terceras partes del cilindro en el que queda inscrita.

En una carta dirigida a Eratóstenes, Arquímedes le informa cómo la estática le permitió encontrar la razón existente entre la esfera y el cilindro circunscrito. A la letra dice:

“Del examen de esta proporción me sirvió la idea de que la superficie de toda esfera vale cuatro círculos máximo de la esfera. Supuse que todo círculo equivale a un triángulo que

*tiene como base la circunferencia [se refiere a la longitud de la circunferencia] y por altura el radio; así, la esfera equivale a un cono que tiene como base la superficie de la esfera y como altura el radio.*²³

En la presentación de sus resultados Arquímedes trabajó a la manera euclidiana, es decir, presenta primero una serie de definiciones e hipótesis o postulados a partir de las cuales dedujo teoremas cada vez más elaborados. Evidentemente su lenguaje nos parecerá inevitablemente complicado, y se debe a que no cuenta con los beneficios de la notación algebraica. Veamos un ejemplo: *“La superficie de cualquier cilindro circular, excepto la de sus bases, es igual a un círculo cuyo radio es la proporción media entre el lado del cilindro y el diámetro de la base”*.²⁴ Veamos cómo al expresar un resultado sobre áreas o volúmenes era común hacerlo en términos de las áreas o volúmenes conocidos de otros cuerpos.

El resultado más importante para él fue, como ya se dijo, que el cilindro era una vez y media más grande que la esfera, tanto en área como en volumen. De ello da testimonio Plutarco, quien en sus *Vidas paralelas* nos dice que sus descubrimientos [los de Arquímedes].

“... fueron numerosos y admirables; se cuenta que le pidió a sus amigos y parientes que, cuando muriera, colocara sobre su tumba una esfera dentro de un cilindro, inscribiéndolo en la proporción del sólido continente respecto al contenido (esto es, la razón 3/2)”.²⁵

²³ Ver Dijksterhuis (1987), *Archimedes*, pp.323-324.

²⁴ *Ibíd.* 324.

²⁵ Ver Torija Herrera (2003), *Arquímedes*, pp. 86-90

Pero volvamos al palimpsesto del que veníamos hablando. El manuscrito desapareció una vez más – alrededor de 1906 – por unas décadas y volvió a la luz pública en 1998, en una subasta pública en los Estados Unidos, después de la cual su nuevo dueño – hasta hoy no identificado – lo puso a disposición de un equipo de expertos para que recurriendo a técnicas físicas (luz ultravioleta), restauradores, historiadores, tanto de la cultura griega y bizantina como de la matemática, se pudiera recuperar, hasta el límite de lo posible, la información que guarda éste texto conocido como *El Método*.²⁶ A partir de las obras aún disponibles de Arquímedes es fácil concluir que debió ser un hombre con una gran energía así como con una gran habilidad matemática. Entre los pocos escritos que se encuentran a nuestro alcance tenemos los siguientes:

- 1) *La esfera y el cilindro*
- 2) *La medida del círculo*
- 3) *Esferoides y conoides*
- 4) *Espirales*
- 5) *La parábola*
- 6) *El contador de arena*
- 7) *Una colección de 15 proposiciones de la geometría plana*
- 8) *La teoría de la estática y del centro de gravedad*
- 9) *Teoría de la flotabilidad y equilibrio de los cuerpos flotantes*

Los trabajos geométricos de Arquímedes tratan de superficies de figuras limitadas por contornos curvilíneos y volúmenes de sólidos limitados por superficies curvas.

En su monografía *Sobre el equilibrio de los planos*, Arquímedes formula principios de la estática en términos matemáticos y enuncia el principio de la palanca, ya conocido por Aristóteles, que establece que la fuerza que actúa a mayor distancia del fulcro mueve

²⁶ Ver Netz (2007), *El código de Arquímedes*.

el sistema más fácilmente. Dicha ley es deducida a partir de los postulados y proposiciones empleados en su estática.

La base axiomática de su estática se centra en la importancia del centro de gravedad. De dichos postulados surgen varias proposiciones referentes a la palanca. A continuación se presentan, de manera esquemática, los contenidos de la propuesta arquimediana para la estática. Vamos ahora en qué consistían estos postulados.

POSTULADOS

1. Pesos iguales suspendidos a distancias iguales (desde su punto de apoyo) están en equilibrio.
2. Pesos iguales suspendidos a distancias diferentes no pueden estar en equilibrio. Por lo tanto, la palanca será inclinada hacia donde se encuentran los pesos mayores.
3. Si pesos suspendidos a ciertas distancias están en equilibrio y algo es añadido a uno de ellos, el sistema no permanecerá en equilibrio. La palanca será inclinada hacia los pesos que han sido incrementados.
4. Si algo es tomado o quitado de los pesos entonces no estará más en equilibrio, sino que se inclinará hacia los pesos que no han sido disminuidos.
5. Si las figuras planas iguales o similares coinciden, sus centros de gravedad coincidirán también (aquí Arquímedes introduce el concepto de centro de masa).
6. El centro de gravedad de figuras similares, pero no iguales, está en lugares similares.

7. Si magnitudes suspendidas a ciertas distancias están en equilibrio, las magnitudes suspendidas equivalentes, a las mismas distancias, estarán también en equilibrio.

8. El centro de gravedad de una figura, que en ninguna parte es cóncava, está necesariamente dentro de la figura.²⁷

De estos postulados Arquímedes deriva las siguientes proposiciones:

PROPOSICIONES

1. Cuando pesos suspendidos a distancias iguales están en equilibrio, estos pesos son iguales unos con los otros.

2. Pesos desiguales suspendidos a distancias iguales no estarán en equilibrio, y el peso mayor caerá.

3. Pesos desiguales suspendidos a distancias desiguales podrían estar en equilibrio; en tal caso, el peso mayor deberá estar suspendido a una menor distancia [de acuerdo con una cierta regla].

4. Si dos magnitudes iguales no tienen el mismo centro de gravedad, el centro de gravedad compuesto de estas dos magnitudes está en el punto situado a la mitad de la línea que une los centros de gravedad.

5. Si el centro de gravedad de 3 magnitudes se encuentra en línea recta, y si las magnitudes son igualmente pesadas y las distancias entre sus centros de gravedad son iguales, el centro de gravedad de las magnitudes combinadas será el punto donde está el centro de gravedad de la magnitud central.

²⁷ Dugas (1988), *A History of Mechanics*, p. 25-31

6. Las magnitudes conmensurables están en equilibrio cuando son recíprocamente proporcionales a las distancias a las cuales están suspendidas.

En el texto sobre el equilibrio de cuerpos planos incluyó la determinación de centros de gravedad de figuras geométricas particulares, tales como triángulos, paralelogramos y trapecios. Pero no se limitó a figuras rectilíneas, y en un despliegue de ingenio determinó también el centro de gravedad de un segmento de parábola.

La ley de la palanca es enunciada bajo la forma de un teorema geométrico que justificaba con base en la experiencia. Tan orgulloso estaba de este resultado, y lo consideraba tan impactante que se le atribuye en haber dicho “dadme un punto de apoyo y levantaré el globo terráqueo”.²⁸

Íntimamente ligado con sus estudios sobre los principios de la estática está su proceder mecánico expuesto en el tratado *Sobre el método*, en el que, como ya se dijo, ilustró cómo encontrar áreas y volúmenes limitados por superficies curvas.²⁹

2.2.1 HIDRODINÁMICA

Mientras que en estática Arquímedes contó con precursores, en hidrodinámica bien puede decirse que se origina con él. En su tratado *Sobre los cuerpos flotantes* habla acerca de la naturaleza de los fluidos, y señala que “La naturaleza de un fluido es tal que si sus elementos se colocan de manera continua con los demás, por lo que el menos comprimido es conducido a lo largo del que está más comprimido, cada parte del fluido se comprime por el fluido que está por encima en una dirección vertical, si el fluido está cayendo en algún lugar o si es expulsado de un lugar a otro”.³⁰

²⁸ Pappo, D. (1961), *Historia de la física*, p.33., Dijkterhuis (1987), *Archimedes*, p. 14-15.

²⁹ *Ibíd.*

³⁰ Dugas (1988), *A history of...* p.28.

Dentro de este tratado argumenta que así como un cuerpo es más pesado que otro, y como un líquido es más pesado que otro, de la misma manera también podemos decir que un cuerpo es más pesado que un fluido cuando, después de tomar un volumen igual de cada uno de ellos, uno de ellos resulta más pesado que el otro. Pero si sus pesos son iguales, entonces, no se dice que uno sea más pesado que el otro. En este tratado Arquímedes también presenta sus resultados como una serie de proposiciones que a continuación presento:

PROPOSICIONES

1. Si una superficie es intersecada por un plano, el cual siempre pasa a través del mismo punto, y si la sección está en una circunferencia que tiene este punto fijo como su centro, la superficie es la de una esfera.
2. Si la superficie de algún fluido en reposo es esférica, el centro de esta superficie será equivalente al del centro de la Tierra.
3. Si un cuerpo cuyo peso es igual al mismo volumen de un fluido (α), y está inmerso en el fluido, el cuerpo se hundirá hasta que ninguna parte de él permanezca sobre la superficie, y no descenderá más.
4. Si un cuerpo es más ligero que un fluido, y es colocado en dicho fluido, una parte del cuerpo permanecerá sobre la superficie.
5. Si alguna magnitud sólida, la cual es más ligera que el fluido, está inmersa en él, la proporción del peso del sólido al peso de un volumen igual del fluido será la misma como la proporción del volumen de esa parte del sólido, la cual está sumergida, al volumen del total del sólido.
6. Si un cuerpo que es más ligero que un fluido está total y forzosamente inmerso en él, el cuerpo se verá empujado hacia arriba con una fuerza igual a la diferencia entre su peso y el de un volumen igual de fluido.

7. Si un cuerpo está colocado en un fluido el cual es más liviano que él, el cuerpo caerá hasta el fondo. En el fluido el cuerpo será más ligero en una cantidad que corresponde al peso del fluido que tiene el mismo volumen que el cuerpo mismo.³¹

Resumiendo sus postulados relacionados con el principio de flotación tenemos que:

a) Cuando un cuerpo pesado está completamente rodeado de líquido, éste es empujado hacia arriba o equilibrado por una fuerza igual al peso del líquido desplazado.

b) Cuando un cuerpo, el cual es más ligero que el fluido, está totalmente inmerso, se desplaza una cantidad de fluido superior a su peso, y así, si se deja libre, se ajustará la posición del cuerpo en el líquido de manera que el líquido desplazado sea suficiente para equilibrar al cuerpo en dicha posición.

c) Cuando un cuerpo sumergido desplaza un líquido lo suficiente para equilibrar sus pesos, permanecerá en cualquier nivel en el cual sea colocado.

Cuando en los siglos XV y XVI los ingenieros, arquitectos y filósofos naturales con espíritus visionarios analizan los trabajos de Arquímedes transmitidos por la tradición medieval, y los que una vez más estaban a disposición de Occidente gracias a que el éxodo de sabios bizantinos los llevaban, esta vez en griego, a Italia, una nueva manera de analizar a la naturaleza se puso a su disposición. La matemática árabe comenzaba a abrirse paso y una parte de ella a conformarse como el aparato algebraico que transformaría el estudio de los problemas que antes eran del ámbito estricto de la filosofía natural. Pronto las discusiones ya no serían si las cuestiones de movimiento que se trataban en las *Quaestiones Mechanicae* o en los tratados de Arquímedes sobre palancas, cuerpos flotantes o centros de gravedad, pertenecían al género de la *physica* o

³¹ Dugas (1988), p. 29-31.

al de la *mecánica*, entendida esta última como una ciencia de las máquinas. Ahora se trataría de dilucidar hasta qué punto este problema se podría reducir a expresiones del tipo que comenzaban a manejar los nuevos “algebristas” y, más aún, si las reglas que regían la naturaleza no serían, en sentido estricto, leyes matemáticas, mismas que tendrían una forma geométrica de ser visualizadas. Es entre autores como Leonardo, Francesco di Giorgio, Niccolò Leonico Tomeo, Alessandro Piccolomini, Tartaglia, Agostino Ramelli, Guidobaldo del Monte, y muchos más, que se abrió paso o se gestaba la tradición que llevaría al célebre *dictum* galileano acerca de una nueva metodología:

*“La filosofía está escrita en este gran libro, el universo, siempre abierto a nuestra vista. Pero es imposible comprenderlo sin aprender antes a entender el idioma y a leer los caracteres en que está escrito. Está escrito en lenguaje matemático y sus caracteres son triángulos, círculos, y otras figuras geométricas. Sin conocerlos es humanamente imposible comprender una sola palabra del libro...”*³²

Y fue así como, si volvemos nuestros ojos al Renacimiento, que los precursores de la ciencia moderna se beneficiaron o supieron aprovechar tanto los enfoques del Pseudo Aristóteles como de Arquímedes, y en especial su originalidad, suplementados con herramientas matemáticas para transformar el estudio de la naturaleza.

Desgraciadamente, en el caso de Arquímedes, no se conserva tanto material como en los casos de Euclides y de Aristóteles.

³² Galileo, *The Assayer (El ensayador)*, en *Discoveries and Opinions of Galileo* (1957), p. 237-238. Existe una versión en español: *El ensayador* (1984), p. 61.

Por otra parte, y como bien sabemos, Arquímedes no conocía ni estaba familiarizado³³ con la concepción actual del momento de una fuerza y tampoco tenía sentido para él vislumbrar algo así como nuestro principio del trabajo. Sin embargo, él fue el primero, aunque sus contribuciones a la mecánica fueron escasas, en tener una especie de comprensión lógica de los ahora aceptados principios básicos. Por esta razón muchos autores consideran a Arquímedes y no a Aristóteles como el verdadero fundador de la mecánica, ya que sin duda fue el primero en alcanzar un conocimiento parcialmente correcto de las leyes y hechos que rigen conceptos de la mecánica tales como palanca, presión hidrostática, centro de gravedad y densidad.

³³ Esperar tal cosa sería un anacronismo elemental. Para llegar a tal desarrollo conceptual fue necesario que convergieran varias cuestiones, tanto del orden teórico como del social.

CAPÍTULO III

Pero vanas y llenas de errores me parecen aquellas ciencias que no nacen de la experiencia, madre de toda certidumbre, ni terminan en una noción experimental; es decir, tales que, ni su origen ni su medio, ni su fin pasan por ninguno de los cinco sentidos.
- Leonardo da Vinci -

3 LA MECÁNICA EN LA EDAD MEDIA

En el periodo medieval, las ciencias mecánicas conformaron un sistema teórico con un alto grado de coherencia si se le compara con su estado en la antigüedad. Nuevas inquietudes y nuevos contextos propiciaron el desarrollo de ideas alternativas. Entre los elementos que propiciaron cambios en el enfoque de las disciplinas mecánicas estuvo el uso de las matemáticas tanto en lo que se refiere a la teoría de las proporciones como al de la geometría. Por otra parte, la cuestión de qué es lo que inicia el movimiento o qué lo mantiene llevó a revisar las posiciones que al respecto había mantenido la física aristotélica, el cuerpo de pensamiento que sobre este aspecto más éxito había alcanzado hasta entonces, y que a partir del siglo XII comenzó a ser conocido en las universidades europeas.

Durante la segunda mitad de la Edad Media el autor más estudiado fue Aristóteles. Cabe resaltar que en los primeros siglos de funcionamiento de las universidades medievales el principal objetivo era ejercitar las mentes a través de los campos puros del conocimiento, por lo que la observación no resultaba relevante y, por consiguiente, cuando se hablaba de física o de las artes mecánicas, lo que se tenía en mente eran cuestiones meramente teóricas que debían ser aprendidas y entendidas en los términos que aparecían en los textos de la *Física* y el *De Caelo* aristotélicos o en los de sus

comentaristas latinos y árabes, tales como Simplicio¹, Avicena² y Averroes³, por solo mencionar tres de ellos.

Antes de pasar a analizar con más detalle el desarrollo de las ideas sobre mecánica y movimiento en la Edad Media, mismos que constituyen los antecedentes de la obra de Leonardo sobre mecánica, cabe presentar, en forma breve, lo que aconteció sobre estas cuestiones entre los siglos XIII al XV. Revisar esta situación es importante pues, como lo apuntó Pierre Duhem en su monumental obra sobre el tema, Leonardo no elaboró sus ideas sobre movimiento a partir de un vacío, como hasta entonces muchos admiradores del genio renacentista afirmaban, sino que conoció, revisó y mejoró en muchos casos, la obra de sus antecesores. Para Duhem, Leonardo fue el último representante de una línea de pensamiento, la línea de los grandes escolásticos que elucubraron acerca de los secretos de la naturaleza.⁴

En el siglo XIII las escuelas de pensamiento que se ocupaban de la estática –las condiciones que determinan el equilibrio de cuerpos o sistemas de cuerpos sujetos a fuerzas o constricciones– se enfocaron a estudiar el comportamiento de cuerpos pesados, desarrollando el *principio de gravitas secundum situm* y el *principio del trabajo virtual*.⁵

¹ Simplicio (490 – 569 d.C.) fue un matemático y filósofo bizantino que estudió y comentó algunos de los escritos de Aristóteles como fueron: el *De Caelo*, la *Física* y las *Categorías*.

² Avicena (980 – 1037 d. C.), conocido así en Occidente al latinizar su nombre, que era Ibn Sīnā, fue un médico, filósofo y científico persa. Escribió cerca cuatrocientos cincuenta libros sobre diferentes temas, predominantemente filosofía y medicina. Al igual que Simplicio, fue uno de los comentaristas a la obra de Aristóteles.

³ Averroes (1126 – 1198 d.C.). Su nombre era Ibn Rushd. Nació en Córdoba, fue médico, matemático, jurisconsulto, teólogo y filósofo. Durante su vida escribió diversos comentarios a los escritos de Aristóteles, Platón, Avicena, Avempace, Ptolomeo y Galeno, entre otros.

⁴ Sobre el tema, Duhem publicó tres libros que de manera conjunta son conocidos como los *Études sur Léonard da Vinci: Les origines de la statique* (1905), *Études sur Léonard da Vinci. Ceux qu'il a lus et ceux qui l'ont lu* (1909), *Les précurseurs parisiens de Galilée* (1913).

⁵ Recordando que el trabajo virtual, entendido en términos modernos, es aquel trabajo imaginario realizado cuando un sistema es sometido a un desplazamiento hipotético infinitesimal. De acuerdo con el principio del trabajo virtual, el trabajo total realizado por todas las fuerzas que actúan sobre un sistema en equilibrio es cero.

Recordemos que este último principio fue desarrollado por Stevin y Galileo⁶ tiempo después. En este periodo también se generaron importantes y novedosas discusiones filosóficas en torno del movimiento. Dichas discusiones trascendieron hasta el siglo XIV, cuando la mayor atención se centró en una formulación geométrica y un tanto cuantitativa de las leyes del movimiento. Fue entonces que comenzaron a dejar de preguntarse “por qué se mueve” para ocuparse del “cómo se mueve”.

Durante el siglo XIV la llamada escuela de Oxford se dedicó dilucidar y a clasificar las leyes del movimiento, distinguiendo el uniforme, el diforme, uniformemente acelerado, etc., en el contexto de la cinemática, mientras que por otro lado Buridán formuló la primera teoría de la energía en el marco de lo que llamó *ímpetu*. Esta teoría parte explícitamente de las ideas peripatéticas, según las cuales mantener el movimiento requiere la constante intervención de un agente “movedor” en el caso del movimiento violento o *contra natura*.

3.1 SOBRE EL MOVIMIENTO DE LOS CUERPOS

Tanto Filopón⁷ como Avempace⁸ fueron seguidores de las doctrinas de Platón en el sentido de que proponían buscar las naturalezas reales y las causas⁹ de los fenómenos en factores abstraídos por la razón a partir de la experiencia. Ambos afirmaban que los

⁶ Galileo estudió el problema del equilibrio de los cuerpos pesados en un plano inclinado, problema que comenzó a estudiar Leonardo y que en el capítulo siguiente abarco.

⁷ Filopón (490 – 566 d. C.) fue un teólogo bizantino que se ocupó estudió además de filosofía, física, astronomía, aritmética y geografía. Hizo comentarios sobre algunas de las obras de Aristóteles y sobre la teoría del ímpetu, las cuales fueron muy populares en su tiempo y en la Edad Media a raíz de las traducciones que hiciera de él Jean Buridan.

⁸ Ibn Bayyah (1080 – 1139 d.C.), mejor conocido como Avempace, fue un filósofo nacido en Zaragoza; también tuvo intereses en la medicina, la poesía, la física, la botánica, la música y la astronomía. Su pensamiento tuvo gran influencia en Averroes y la mayoría de sus escritos no fueron terminados o no alcanzaron su forma definitiva debido a su muerte.

⁹ Establecer la naturaleza de un objeto significaba dilucidar sus propiedades y lugares naturales. Por *causa* se pretendía identificar, para el fenómeno o el objeto que se estuviera analizando las llamadas *causas material, formal, eficiente y la final o teleológica*.

cuerpos observados se movían a través de un medio, lo cual implicaba buscar leyes de movimiento que tomaran en cuenta la interacción medio – objeto, pero dado que no realizaban experimentos sus análisis dependían sólo de la observación y la abstracción de los hechos en función de supuestos que en su mayoría eran de carácter metafísico.

Averroes fue uno de los primeros en intentar establecer una ley del movimiento a partir de los datos de la experiencia; también planteó ciertas observaciones sobre la ley aristotélica que establece que la velocidad es proporcional a la fuerza e inversamente proporcional a la resistencia. Esto para el caso en que la fuerza es superior a la resistencia al movimiento.

Tomás Bradwardine (1290 – 1349 d.C.) también propuso una versión original de la ley de movimiento de Aristóteles expresando la proporcionalidad entre la velocidad, la fuerza y la resistencia.

Aristóteles, en el siglo IV a.C., había señalado en sus escritos que la "naturaleza" es "un principio de movimiento y cambio."¹⁰ Entender el significado de movimiento es importante para lograr entender también el significado de qué es lo natural, lo que es la esencia de la naturaleza. El Estagirita estableció que existen dos estados propios para los que existe en la naturaleza: el estado de reposo y el estado de movimiento.

Los filósofos naturales del siglo XIV comprendieron que para propósitos prácticos y para responder a muchas de las preguntas que el lanzamiento de proyectiles planteaba ya no era suficiente con recurrir simplemente a identificar las cuatro causas aristotélicas, de manera que comenzaron los intentos por describir y cuantificar el movimiento bajo otras perspectivas. Estos intentos por describir y cuantificar el movimiento fueron variados y

¹⁰ Martínez, Rafael, "El infinito y la geometría del movimiento según Oresme" en Benítez y Robles (Comps.) "El problema del infinito: filosofía de las matemáticas", México, UNAM, 1997, p. 42.

diferentes, y los más exitosos formaron parte del programa metodológico de dos escuelas diferentes: una identificada con el colegio Merton, en Oxford, y la otra conocida como la escuela de Paris. En este último grupo estuvieron Jean Buridán (1300 – 1358 d.C.) y Nicolás Oresme (1323 – 1382 d.C.). La fama de Oresme descansa en la novedad y la universalidad de su enfoque para la cuantificación del movimiento y en haber aceptado la existencia de velocidades infinitas, lo cual dio como resultado la congruencia entre el manejo del infinito de los aristotélicos y el discurso de Oresme sobre las "formas" y su representación geométrica. Cabe mencionar que los conceptos que sustentaron su planteamiento acerca de la descripción del movimiento fueron los de "intensidad de la cualidad", "latitud" y "cantidad de la cualidad", mismos que dieron paso a su estudio del movimiento en términos de lo que se conoció como la doctrina de la "figuración de las potencias o cualidades"¹¹ y que constituyó un medio para clasificar el movimiento.

La Edad Media fue un periodo de la historia en donde las ideas aristotélicas se consideraron como verdaderas, por lo que la explicación clásica – y ampliamente conocida para entonces – de dos problemas que resultaron determinantes para la instauración de la nueva física del siglo XVII, permanecía vigente. Estos problemas giraban en torno de qué era lo que mantenía del movimiento de proyectiles, aún después de que el cuerpo que los había arrojado había perdido contacto físico con el proyectil, y la caída libre de los cuerpos. Este último problema conllevaba el análisis del movimiento de cuerpos de distinto peso y sus respectivos cambios de velocidad conforme descendían. A continuación discutiremos con más detalle estos dos problemas.

¹¹ Ibíd. p. 44.

3.1.1 MOVIMIENTO DE PROYECTILES

Las explicaciones medievales del movimiento de un proyectil se dieron en el contexto de la dinámica Aristotélica. Dado que según Aristóteles el movimiento demanda la presencia de un motor en contacto con el objeto movido, supone entonces que la fuerza original – dado que el móvil deja de estar en contacto con aquello que lo lanzó – es comunicada o transmitida al medio, al aire en este caso, para continuar el movimiento del proyectil.

Desde los inicios del siglo XIII la *Física* de Aristóteles se empezó a enseñar en la Universidad de París, lo cual atrajo a muchos estudiantes en vista de que su lectura estaba prohibida en muchos otros centros universitarios. A los pocos años de esta primera etapa en la diseminación de las ideas aristotélicas contenidas en la *Física*, la enseñanza de este texto se extendió a otras universidades. En dicho escrito encontramos un pasaje que dice que los objetos arrojados continúan en movimiento a pesar de que lo que los impulsó no siga en contacto con ellos. Esto se debe al "reemplazamiento mutuo" o *antiperístasis*, que consiste en que el aire, cuando es desplazado por el proyectil, se mueve hacia atrás con un movimiento mucho más rápido que el del proyectil, para pasar a ocupar el lugar vacío que dejara el proyectil por su desplazamiento. De igual forma, en el libro VIII de la *Física* de Aristóteles encontramos un pasaje que dice que:

“Si todo lo que se mueve es movido por algo, por cuanto que no se mueve a sí mismo, ¿Cómo se mueven algunas cosas de modo continuo cuando ya no tocan lo que las pone en movimiento, como por ejemplo, los objetos lanzados? Si (se infiere) que el que pone en movimiento mueve al mismo tiempo otra cosa, por ejemplo el aire, que mueve a la vez lo que es movido, es igualmente imposible que se mueva si ya

no está en contacto con lo primero que lo tocó y lo puso en movimiento. En cambio, todo (debería) al mismo tiempo moverse y dejar de moverse cuando el primer motor deja de mover, y si lo hace, es como la piedra magnética capaz de mover lo que puso en movimiento. Es necesario decir esto: lo primero que pone en movimiento es capaz de mover, ya sea al aire, al agua o a cualquier otro (cuerpo) de esta índole que por naturaleza mueve y es movido; pero no al mismo tiempo cesa de poner en movimiento y ser movido, sino que cesa de ser movido al mismo tiempo que cuando el que mueve deja de mover, si bien sigue siendo un motor. Por ello pone en movimiento otra cosa que le sigue, y de ésta se puede decir lo mismo. (Este proceso) termina cuando la fuerza del movimiento hacia lo que sigue es cada vez menor. Cesa completamente cuando lo anterior ya no pone en movimiento, sino que sólo se mueve. Es necesario que todo deje de moverse al mismo tiempo, tanto lo que se mueve como lo movido, y el movimiento en su totalidad. Ahora bien, este movimiento se da en cosas que pueden a veces moverse, a veces estar en reposo, y no es continuo, sino tan sólo lo parece, pues consta de partes consecutivas o que se tocan; el motor no es uno, sino varios que se siguen uno al otro, por ello tal movimiento se produce en el aire y en el agua, movimiento que algunos llaman “cambio recíproco de lugar”. Es imposible resolver las dificultades (mencionadas) de manera distinta, excepto del modo dicho. El cambio recíproco de lugar hace que al mismo tiempo todo sea

movido y se mueva, así que (lo mismo vale también) para que cese el movimiento, pero ahora (resulta que) aparece determinado ente único movido de modo continuo; ¿movido en virtud de qué? Ciertamente no en virtud de sí mismo.”¹²

Dado lo anterior se puede afirmar que el ‘teorema de reemplazamiento mutuo’ afirma que una serie de objetos que se mueven y causan movimientos simultáneos deben también cesar su movimiento al dejar de actuar el que inició la cadena de movimientos. Para abundar sobre esto recordemos que dos teorías que formula Aristóteles involucran al aire como el motor continuo. La primera afirma que el aire es el agente que propicia la continuidad del movimiento del proyectil mediante algún tipo de reemplazamiento mutuo entre el aire y el proyectil, en forma tal que el aire lo rodea y desde atrás actúa como un agente movedor. Ésta es, como se había mencionado al inicio de este capítulo, pero ahora con más detalle, la teoría de la *antiperístasis*, la cual fue elaborada de alguna forma por Simplicio, quien nos dice en uno de sus comentarios con respecto a este tema que “*como un cuerpo es expulsado por otro, hay un intercambio de lugares, y el que expulsa toma el lugar del expulsado, el cual expulsa al siguiente y así sucesivamente hasta que el último toma el lugar del primero que expulsa.*”¹³ Y la segunda afirma que el aire no solo es movido directamente por el motor original sino, debido a la naturaleza especial del aire, éste simultáneamente recibe la potencia o fuerza para actuar como un agente que mueve. Debido a esta potencia adquirida por el proyectil, el aire junto a éste también se mueve. O bien, puede ser que el aire que está junto al motor original no sólo recibe la potencia, sino que se mueve al mismo tiempo que actúa como el que mueve, y así el proyectil es empujado sucesivamente en la dirección que le marcó el motor original.

¹² Aristóteles, *Física*, Libro VIII, 10 266b. 28 – 267a. 21, p. 235 – 236 en la edición de Schmidt de la bibliografía.

¹³ Clagett, Marshall, *The Science of Mechanics in the Middle Age*. p. 507 – 508. Madison: The University of Wisconsin Press, 1959.

La teoría de la *antiperístasis* o de reemplazamiento mutuo fue motivo de enmiendas o variaciones posteriores como por ejemplo la de Jean Buridan, quien dice: "*la primera (teoría), la cual llamamos 'antiperístasis', sostiene que el proyectil rápidamente abandona el lugar en el cual estaba, y la naturaleza, no permitiendo el vacío, rápidamente envía el aire detrás de éste para llenar el vacío. El aire movido rápidamente de este modo y afectando sobre el proyectil lo impulsa a llegar más lejos*"¹⁴.

Durante muchos siglos se tomaron las ideas de Aristóteles como verdaderas, aunque el desarrollo eventual de la dinámica aristotélica incluía proposiciones que fueron criticadas hacia el final de la Edad Media.

Para Aristóteles la velocidad era directamente proporcional a la fuerza motriz e inversamente proporcional a la resistencia del medio. En términos actuales, o por lo menos en términos que tuvieran sentido a partir de mediados del siglo XVII, esto se expresaría como:

$$V \propto \frac{\text{Fuerza (F)}}{\text{Resistencia (r)}} \quad (1)$$

Una limitación importante consistió en que Aristóteles no expresó su "ley" en la forma expresada anteriormente, ya que, según el concepto griego de proporción,¹⁵ una magnitud podía resultar solamente de una proporción "verdadera". Esto es, una razón en una relación entre cantidades "comparables", como por ejemplo, dos distancias o dos tiempos; en cambio una proporción "no comparable" sería una relación del tipo distancia y tiempo, la cual no era considerada como una magnitud por los griegos. Por esta razón

¹⁴ *Ibíd.* p.508

¹⁵ Euclides, en las definiciones que abren el libro V de sus "*Elementos*", establece que las magnitudes que tienen la misma razón se llaman proporcionales. Previamente, Euclides define como una razón a aquella relación entre dos magnitudes del mismo género según su cantidad.

los griegos no dieron una definición métrica de la velocidad como una razón entre la distancia y el tiempo, de tal modo que una definición de velocidad como se conoce actualmente no fue planteada. Dicha definición métrica fue uno de los logros y esfuerzos de los escolásticos del siglo XIV.

La ley de Aristóteles expresa su creencia de que cualquier incremento de la velocidad en un medio dado debería ser producido por un incremento de la fuerza motriz. La evidencia empírica apuntaba a que la fuerza motriz, en el caso de la caída libre, estaba ligada con el peso de los cuerpos y en ese sentido la doctrina aristotélica señalaba que los cuerpos de distinta materia, pero con igual forma y tamaño, caían con velocidades proporcionales a sus diferentes pesos.

Otro grupo de pensadores, seguidores del atomismo griego, se opusieron a las teorías de Aristóteles argumentando que todos los cuerpos de cualquier peso caerían en el vacío a la misma velocidad, y que las diferencias en la velocidad de los cuerpos en un medio determinado se debían a las diferencias en la proporción de la resistencia respecto de los pesos.

Filopón fue el primero en ‘demostrar’ o dar argumentos convincentes de que el medio no podía ser la causa del movimiento de un proyectil. Según él, el aire no produce el movimiento sino que opone resistencia a él. Propuso la idea original de que el instrumento de proyección impartía un poder motor al proyectil y no al aire. En el comentario que hace a la *Física* de Aristóteles dice que “una cierta fuerza motriz incorpórea debe ser transmitida al proyectil a través del acto de lanzar”.¹⁶ Esta fuerza o energía era solamente prestada y decrecía según las tendencias naturales del cuerpo y la resistencia del medio, de manera que el movimiento no natural del proyectil terminaba

¹⁶ Crombie (1974), p. 55

por cesar. Como ya se dijo, la teoría de que el movimiento no natural podía ser mantenido por una fuerza motriz impartida al mismo cuerpo – es decir, directamente – que se movía antinaturalmente era una innovación importante. Sostenía también que en todos los casos, en los cuerpos que caen y en los proyectiles, la velocidad era proporcional solamente a la fuerza motriz y que la resistencia del medio únicamente reducía ésta en una velocidad finita determinada. Esto significa que la resistencia no actuaba produciendo una desaceleración sino que sólo restaba a la magnitud de la velocidad resultante. En otro de los comentarios que Filopón hace a la *Física*, y sobre el tema de la *antiperístasis*, menciona que el aire tiene tres movimientos distintos, uno se genera cuando empuja al proyectil hacia adelante, el otro se da cuando regresa, y el último cuando vuelve a ir hacia adelante. Cuando el aire es empujado en primera instancia recibe un ímpetu al moverse y su movimiento tiende a ser más rápido que el natural. De la misma manera introduce en su explicación una fuerza cinética incorpórea que se imprime al cuerpo y no al medio, y esta fuerza impresa continúa el movimiento del cuerpo hasta que es gastado por la resistencia que presenta el peso del cuerpo al moverse, a lo que tal vez se suma la resistencia del aire.

Simplicio (490 – 560 d.C.) se opuso a la teoría de Filopón, argumentando que el proyectil y el medio actuaban alternadamente uno sobre el otro hasta que finalmente se extinguía la fuerza motriz. Lo que hizo fue proponer una explicación de la aceleración de los cuerpos que caen libremente, según la cual el peso de un cuerpo aumentaba en la medida en que se aproximaba al centro del mundo.

Avicena adopta la teoría de Filopón y definió a la fuerza impartida al proyectil como “una cualidad mediante la cual el cuerpo empuja lo que le impide moverse en cualquier dirección”¹⁷. También llamó a esto una “fuerza prestada”, una cualidad cedida al

¹⁷ Crombie (1974), p. 55.

proyectil por el proyector. Hizo dos modificaciones importantes de la teoría de Filopón. Una de ellas consiste en que a diferencia de Filopón, quien defendía la idea de que aun en el vacío, la fuerza prestada desaparecería progresivamente y por ende cesaría el movimiento forzado, Avicena defendía que en ausencia de obstáculos este poder, y el movimiento forzado que producía, persistía indefinidamente. La segunda modificación importante es que intentó expresar la fuerza motriz cuantitativamente, diciendo que los cuerpos movidos por una fuerza determinada se trasladarán con velocidades inversamente proporcionales a sus pesos, y que los cuerpos que se movían con una velocidad determinada recorrerían distancias directamente proporcionales a sus pesos.

Una de las principales aportaciones de Avicena fue la teoría del '*mail*',¹⁸ la cual establece que el movimiento del proyectil continúa como el resultado de una inclinación (*mail*)¹⁹ transferida por una fuerza del proyector original al proyectil. Otra de las apreciaciones que realiza Avicena en cuanto a esta teoría consiste en distinguir el *mail* de la fuerza motora y podría decirse que este *mail* es el instrumento de la fuerza. Cada fuerza comunica esta acción por medio del *mail*, por lo que se considera un instrumento de la fuerza, y puede continuar incluso después del esfuerzo inicial de ésta y también al finalizar el movimiento. Una de las características del *mail* está en que es algo permanente y destructible pero que no es sucesivo. Dado que el *mail* no era único, Avicena distinguió tres categorías diferentes, las cuales son:

¹⁸ Clagett (1959), p. 512.

¹⁹ El término árabe utilizado por Avicena se escribe *mayl*, para intentar explicar el mecanismo que mantenía el movimiento. Sin embargo, en la traducción que utiliza Clagett en su libro aparece escrito como *mail*. El *mail* es la inclinación, propensión o tendencia que dota al cuerpo de una especie de nueva "naturaleza" que hace del movimiento producido algo similar al movimiento de un cuerpo hacia su lugar natural, aunque en este caso equivaldría a decir que al cuerpo se le cambió su patrón de comportamiento, es decir, que ahora "posee" la inclinación de estar en movimiento según un cierto patrón, y se mueve "porque se está moviendo".

1. **Mail nafsani:** es un *mail* psíquico que está asociado con el movimiento iniciado por el alma.²⁰
2. **Mail tabi'i:** o *mail* natural, el cual está asociado con los movimientos ascendentes y descendentes del cuerpo.²¹
3. **Mail qasri:** que es un *mail* no natural o violento. A este *mail* lo utiliza también como fuerza impresa oscureciendo su distinción entre la inclinación y fuerza.

De las tres categorías del *mail*, las que son de mayor relevancia son los del tipo 2 y 3, ya que en el movimiento natural de la caída de los cuerpos el *mail* que actúa principalmente es el *mail* natural, y en este caso, este papel lo desempeña la gravedad. En cambio el *mail qasri* es impartido al proyectil con el fin de continuar su movimiento, la acción del *mail* difiere dependiendo del peso del cuerpo que lo recibe.

Avicena creía que sólo un *mail* podía residir en el cuerpo en un tiempo dado. Por lo tanto, en el caso del movimiento de un proyectil la fuerza propulsora comunica un *mail qasri* al cuerpo produciendo el movimiento. Como el proyectil tiene un movimiento ascendente, el *mail qasri* actúa como factor dominante mientras el *mail natural* se opone como resistencia a este movimiento. Cuando el *mail qasri* se disipa el *mail natural* permanece constante hasta que se vuelve dominante y el cuerpo tiende a descender entonces el cuerpo se acelera.

Abu'l Barakat (1080-1165 d.C.), sucesor de Avicena, propuso una explicación de la aceleración de los cuerpos que caen apelando a la acumulación de incrementos sucesivos de fuerza que producen incrementos sucesivos de velocidad. También modificó la naturaleza del *mail qasri* y lo concibió como algo de naturaleza permanente.

²⁰ Jon McGinnis (2002), pp. 70 – 71.

²¹ Ibid p. 70

Ibn Bagda, mejor conocido como Avempace (1070-1139 d.C.), también hizo modificaciones a la ley de movimiento, mismas que concibió como una alternativa a la de Aristóteles. Lo que hizo fue modificar la ley de movimiento de Aristóteles de una forma que en nuestro lenguaje matemático actual diría que:

$$\textit{Velocidad} = \textit{fuerza} - \textit{resistencia} \quad (2)$$

Argumentaba también que incluso en el vacío un cuerpo se movería con una velocidad finita porque, aunque no hubiera resistencia, el cuerpo tenía que atravesar una distancia y esto le llevaría un tiempo finito.

Averroes (1126-1198) ataca la teoría del movimiento de Avempace así como su doctrina de la naturaleza. Sostiene que el error de Avempace consistía en tratar a la naturaleza de un cuerpo pesado como si fuera una entidad distinta de la materia del cuerpo, es decir, como si la materia fuera movida por la “forma” que actuaba como causa eficiente, a la manera como la inteligencia inmaterial movía su esfera celeste. Argumenta también en contra de la hipótesis de que el medio era un impedimento para el movimiento natural, ya que esto implicaría que todos los cuerpos reales tienen un movimiento antinatural ya que los cuerpos se movían a través de medios corpóreos.

Por lo que hemos podido apreciar en cuanto a movimiento se refiere, es a raíz de las concepciones aristotélicas del movimiento que se fueron suscitando estudios y nuevas teorías que permitieron el desarrollo de nuevas formas de pensamiento, hasta cierto punto diferentes a las ideas aristotélicas, lo que permitió a los escolásticos generar nuevas visiones y modificaciones a dichas teorías. Por ello en el Medievo, uno de los principales exponentes en postular una teoría un poco más consistente con lo que es el movimiento de proyectiles fue Buridan, cuyo estudio abordaré en el siguiente apartado.

3.2 LA EDAD MEDIA Y EL PROBLEMA DEL MOVIMIENTO

Durante la Edad Media se gestó la llamada teoría del ímpetu, también conocida como teoría de la fuerza impresa. Esta teoría inicia su difusión durante el siglo XIII inmersa en las discusiones de los escolásticos, quienes consideraron y desecharon las teorías que sostienen la continuación de la fuerza del proyectil en el proyectil más que en el medio. Uno de los principales opositores de la vieja teoría de Aristóteles fue Roger Bacon²² (1214 – 1294 d.C.), quien refutó la continuación o influencia de la potencia del proyectil en el proyectil una vez que ambos se separaron, argumentando que en tal caso no habría un contacto sustancial entre el motor y lo movido, cosa que es necesaria en el movimiento.

Al igual que Bacon, Tomas de Aquino²³ (1224 – 1274 d.C.) desechó las teorías de Aristóteles y en particular la teoría de la continuación del movimiento del proyectil como efecto de una fuerza impresa en éste. La base que sustenta su objeción a la fuerza impresa radica en dos puntos principales: 1) la fuerza impresa colocaría a la fuente del movimiento dentro del proyectil, por lo que el movimiento violento se derivaría de una fuente intrínseca, lo cual parece contrario a la naturaleza del movimiento violento. 2) Tal teoría podría significar que el proyectil sufre alguna alteración al ser movido violentamente, pero es evidente que esto no sucede. A diferencia de lo que sucede con el proyectil, el aire no solo recibe el movimiento del proyectil, sino que también recibe un impulso o “impresión” de la fuerza de éste. Por lo tanto, esta impresión adyacente al aire es lo que pone al proyectil en movimiento.

²² Roger Bacon (1214 – 1294) fue un filósofo, científico y teólogo inglés que se dedicó al estudio de las lenguas, y a la aplicación de las matemáticas y de la ciencia experimental. Algunas de sus aportaciones a la mecánica consisten en temas relacionados con el movimiento de los cuerpos. También trabajó en ramas de la ciencia como la óptica, área en la que destacó gracias, en gran medida, por su *Opus Maius*, y bajo este rubro se le considera un precursor de Galileo y de Newton.

²³ Tomas de Aquino (1224 – 1274) fue un teólogo y filósofo cristiano, para muchos el más importante del periodo medieval. Es el principal exponente de la tradición escolástica y fundador de la escuela tomista de filosofía y teología.

Pierre Jean Olivi ²⁴(1245/1249 – 1298) propuso una teoría que encontramos en el texto *Quaestiones in secundum liberum sententiarum* y en la que habla de lo que llamó “impulsos violentos o inclinaciones transmitidas por el proyectil”, los cuales son comparados con los impulsos naturales de la pesantez y la ligereza. De esta manera sostiene que una fuerza motriz es producida por una similitud en la impresión, o es introducida en el cuerpo en movimiento (más que en el medio), y por tanto causa una inclinación en el cuerpo en movimiento hacia el término de su movimiento.

Francisco de Marchia (1290 – 1344) propuso una teoría de la fuerza impresa como una fuerza motriz o *vis motrix* aristotélica determinada por el agente motor. Rechaza la teoría de Aristóteles de que el movimiento de los proyectiles era provocado por el aire y argumenta que debió ser explicado "por el movimiento o impulso de una fuerza dejada atrás (*virtus direlecta*) en el cuerpo del motor primario". Esta fuerza, dice, no es innata ni permanente sino una cualidad accidental violenta y extrínseca, que al ser opuesta a las inclinaciones naturales del cuerpo era tolerada solamente durante un tiempo. La fuerza motriz del proyectil era una "forma" que no era permanente ni transitoria sino algo intermedio que duraba un tiempo limitado.

Guillermo de Ockham (1288 – 1348), quien fuera un filósofo y escolástico inglés, sostiene como explicación del movimiento de proyectil un tipo de acción a distancia que niega la existencia del movimiento como una entidad separada del cuerpo. Rechaza, además, la noción aristotélica del movimiento como la existencia sucesiva, sin reposo intermedio, de una identidad continua que existía en lugares diferentes, y concibe al movimiento como un concepto que no tenía realidad separada de los cuerpos en movimiento que podían ser percibidos. Todo lo que era necesario decir era que de

²⁴ Pierre Jean Olivi (1248 – 1298) fue un religioso de la orden franciscana que realizó importantes estudios en filosofía y teología, sin dejar fuera la ciencia y el movimiento de los cuerpos.

instante a instante el cuerpo en movimiento tenía una relación espacial diferente con respecto a otro cuerpo. Además, cada efecto nuevo requería una causa, pero el movimiento no era un efecto nuevo porque el cuerpo existía sucesivamente en lugares distintos.

Ockham rechazó las tres explicaciones usuales sobre la causa del movimiento de los proyectiles, a saber: el impulso del aire, la acción a distancia mediante las "especies", y la fuerza impresa. También se encuentra entre los primeros en vislumbrar un *principio de inercia* al afirmar la posibilidad del movimiento sin la participación de alguna fuerza motriz. Además se cuenta entre quienes influyeron en el cuerpo de ideas que llevaron a la definición de fuerza del siglo XVIII como aquello que altera el estado de reposo o de velocidad uniforme, es decir, de aquello que produce la aceleración. Distinguió también entre lo que ahora llamamos medida cinética de la velocidad y la medida dinámica de la fuerza motriz o fuerza, términos que se refieren al trabajo realizado.

Con todo, no fue él quien produjo la teoría dinámica más significativa e influyente del siglo XIV. Esta distinción le corresponde a Jean Buridan (1300 – 1358), filósofo escolástico que desde su cátedra en la universidad de París ejerció una gran influencia en el terreno de las ideas sobre el movimiento.

Para Buridan el ímpetu es algo dinámico, como una especie de fuerza motriz gracias a la cual el cuerpo continúa en movimiento hasta ser afectada por la acción de fuerzas independientes. Su teoría del ímpetu o teoría de la fuerza impresa sostiene que:

1. El ímpetu impartido del proyectil al proyectil varía por un lado como la velocidad del proyectil (introducida inicial e inmediatamente) y por otro lado como la cantidad de materia de un cuerpo en movimiento.

2. El ímpetu es una cosa de naturaleza permanente distinta del movimiento local bajo el cual el proyectil es movido. Es una cualidad natural presente y predispuesta para mover un cuerpo en el que ha sido impreso.²⁵

3. Dios le dio a los cielos el ímpetu para moverse.

4. La aceleración continua es producida porque la gravedad del cuerpo está continuamente imprimiendo más y más ímpetu al cuerpo; el ímpetu es proporcional a la velocidad.

La teoría del ímpetu de Buridan sostiene que no hay resistencia al *mail* cuando el movimiento violento actuante sobre un proyectil es producido por una fuerza, y si ésta opera en el vacío, entonces deberá persistir el movimiento sin aniquilación de algún tipo o interrupción.

Buridán estudió también los problemas clásicos del movimiento y analizó las críticas usuales de las teorías platónica y aristotélica del movimiento de los proyectiles. Añadió que el aire no podía explicar el movimiento rotatorio de una piedra de molino o de un disco, dado que el movimiento continuaba aun cuando se colocara una cubierta sobre los cuerpos, cortando así el flujo del aire. De igual forma, rechazó la explicación de la aceleración de los cuerpos en caída libre que recurría a la atracción del lugar natural, esto debido a que defendía que el motor debe acompañar al cuerpo en movimiento.

Por medio de la teoría del ímpetu logró explicar los diferentes fenómenos del movimiento constante y acelerado; para ello se basó en los principios de Aristóteles que dicen que todo movimiento requiere un motor y que, por lo tanto, la causa debe ser proporcional al efecto.

²⁵ Clagett (1959), p. 524.

En el caso del movimiento de proyectiles, el ímpetu es reducido por la resistencia del aire y por la gravedad natural (cuando el movimiento se realiza hacia arriba), es decir, en palabras de Aristóteles, por la tendencia de caer hacia su lugar natural. En la caída libre el ímpetu aumentaba gradualmente por la gravedad²⁶ natural, la cual actúa como una fuerza aceleradora que añade incrementos o ímpetus sucesivos o "gravedad accidental".

"Este ímpetu era una cosa duradera (res nature permantates) distinta del movimiento local por la cual el proyectil es movido [...]. Es una cualidad asignada por la naturaleza para mover el cuerpo sobre la cual es impresa, de la misma manera que se dice que una cualidad impresa por un imán sobre un pedazo de hierro mueve el hierro hacia el imán. Y es probable que de la misma forma que esta cualidad es impresa por el motor en el cuerpo en movimiento juntamente con el movimiento, también sea disminuida, corrompida y obstruida por la resistencia [del medio] o la tendencia [natural] contraria."²⁷

Hizo del ímpetu una fuerza motriz duradera que mantenía al cuerpo en movimiento y sin alteraciones en la medida en que no era afectado por fuerzas externas que lo aumentasen o disminuyesen.

La medida que propone Buridan del ímpetu es que éste resulta proporcional a la cantidad de materia y a la velocidad. Sin embargo, el ímpetu de Buridan, en ausencia de fuerzas independientes, podía continuar en círculo en los cuerpos celestes y en línea recta

²⁶ El término gravedad se utiliza en sentido aristotélico, donde grave significa pesado, por lo que la gravedad está dada en términos de la pesantez del cuerpo. En concreto, en este caso la gravedad no es una fuerza de atracción que un cuerpo ejerce sobre otro.

²⁷ Crombie (1974), p. 70.

en los cuerpos terrestres, a diferencia del *momento* de Newton que permanece solo en línea recta en todos los cuerpos y por lo que necesitaría una fuerza adicional que lo llevara a una trayectoria circular.

Buridan afirmó también que en los cuerpos celestes el ímpetu permanecería como acción constante por la ausencia de fuerzas opuestas. Ya que el movimiento de estos cuerpos es continuo y natural²⁸ en comparación con el de los cuerpos terrestres, para los cuales el ímpetu es impreso de forma violenta en el cuerpo, como sucede, por ejemplo, en el movimiento del proyectil. En este caso el ímpetu que se le imprimía al cuerpo para lanzarlo hacia arriba se encontraría en oposición a la tendencia natural del cuerpo de moverse hacia su lugar natural. Más aún, según la ley dinámica fundamental que Buridan aceptó, y que era acorde con la formulación de Bradwardine de que la velocidad era proporcional a la fuerza y a la resistencia, entonces, si no hubiera resistencia, la velocidad sería infinita.

La teoría del ímpetu de Buridan fue un intento por incluir en un único sistema mecánico tanto a los movimientos celestes como a los terrestres. En este intento le siguieron Alberto de Sajonia, Marsilio de Inghen y Nicolás de Oresme²⁹ (1323 – 1382). Éste último defendió la idea de que sólo en la región terrestre había movimientos acelerados y retardados, adaptando la teoría del ímpetu a esta hipótesis. Concibió al ímpetu como algo que duraba un determinado tiempo solamente, quitándole así su naturaleza de ser permanente.

²⁸ En sentido aristotélico, es decir, la tendencia que tiene el cuerpo de ir hacia su lugar natural.

²⁹ Nicolás de Oresme (1323 – 1382) fue un genio intelectual del siglo XIV. Economista, matemático, físico, filósofo, astrónomo, psicólogo y musicólogo, y además teólogo. Se le considera uno de los principales promotores y divulgadores de una nueva ciencia en la que su principal particularidad era que recurría a las matemáticas para la formulación de la teoría.

Por otro lado, Alberto de Sajonia³⁰ (1316 – 1390) utilizó la teoría de Buridan para explicar la teoría del movimiento de proyectiles por medio del ímpetu compuesto, idea que se remonta hasta el astrónomo griego Hiparco, cuya exposición fue conservada en el comentario de Simplicio al *De Caelo* aristotélico. Según los principios aristotélicos, un cuerpo elemental podía tener solamente un movimiento a la vez porque una sustancia no podía tener simultáneamente dos atributos contradictorios. Planteó también la hipótesis de que la trayectoria del movimiento de un proyectil era el resultado de lo que ocurría en tres periodos (fig. 3.1):

1. Un periodo inicial de movimiento puramente violento durante el cual el ímpetu aniquilaba el efecto de la gravedad natural.
2. Un periodo intermedio de ímpetu compuesto en el cual el movimiento era a la vez natural y violento.
3. Un periodo final de movimiento puramente natural hacia abajo, en el cual la gravedad natural y la resistencia superaban al *ímpetu impreso*.

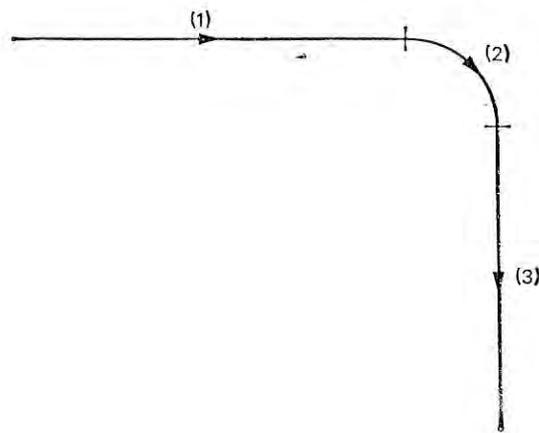


Fig. 3.1. Movimiento de proyectiles desde la perspectiva de Sajonia.

³⁰ Alberto de Sajonia (1316 – 1390) fue un filósofo y científico alemán, discípulo de Buridan. Las aportaciones al terreno de la cinemática en el caso del movimiento acelerado influyeron notablemente en Leonardo da Vinci.

Además, para darle coherencia a su teoría, creía que la resistencia del aire tenía un valor de fricción definido aun cuando el proyectil estuviera en reposo.

La descripción de lo que ocurría con el movimiento de un proyectil, según Alberto de Sajonia, iba como sigue: en un proyectil lanzado horizontalmente el movimiento durante el primer periodo era a lo largo de una línea recta horizontal hasta que ésta se tornaba curva en el segundo periodo, y luego caía verticalmente en el tercero. Esta teoría fue adoptada en sus aspectos básicos por Blassio de Parma, Nicolás de Cusa y Leonardo da Vinci. Posteriormente sería retomada y por Tartaglia y por Galileo.

3.3 SOBRE LA VELOCIDAD Y EL TEOREMA DE MERTON

Uno de los primeros autores que intentó hacer un análisis cinemático fue Gerardo de Bruselas, quien adoptó un enfoque cuyo objetivo principal era el análisis y la representación de las velocidades no uniformes (a las que llamaba *diformes*). El análisis que realizó recurría implícitamente el concepto de velocidad suponiendo que éste pudiese ser expresado por un número o una cantidad haciendo de ella una magnitud como el espacio o el tiempo.

Bradwardine llegó a argumentar que la ley de Aristóteles significaba que dada una relación ³¹ la podemos escribir como la razón $\frac{f}{r}$ que para nosotros produciría una velocidad v . La razón que haría doble esta velocidad no era $\frac{2f}{r}$ sino $\left(\frac{f}{r}\right)^2$ y, por tanto, la razón que reduciría la velocidad a la mitad sería $\left(\frac{f}{r}\right)^{\frac{1}{2}}$. De acuerdo con la matemática post newtoniana esto podría representar lo que se observa en términos cualitativos, refiriéndome con ello al comportamiento cualitativo y no tanto a los valores de las

³¹Para hacer más claro el argumento diríamos que concibió la ley de fuerza de Aristóteles de manera que para nosotros sería inmediato presentarla en términos algebraicos, aunque hay que remarcar Bradwardine no lo expresó en esta forma.

variables. Esto es, al presentar la expresión en forma exponencial, en términos modernos, es equivalente a $v = \log\left(\frac{f}{r}\right)$, ya que, cuando $f = r = 1$, el logaritmo es cero, por lo tanto la condición se cumple cuando $f = r$, y entonces no hay ningún movimiento. Por otra parte, la ecuación genera un cambio gradual a medida que tanto v como $\frac{f}{r}$ tienden a 1.

El autor del *De Ratione Ponderis*, Jordano de Nemore³², afirmaba que el aire provocaba tanto la velocidad continua como la supuesta aceleración inicial de los proyectiles. En el siglo XVI esta teoría era aceptada parcialmente por Leonardo da Vinci, Cardano y Tartaglia.

Uno de los principales y más importantes resultados sobre cinemática es el teorema que se ocupa del caso en que existe una aceleración uniforme y se presenta la medida de la velocidad promedio en términos de la velocidad media, i.e. la velocidad en el instante medio del periodo de aceleración. Este teorema es conocido como el teorema de Merton de la aceleración uniforme. Este teorema es relevante en el desarrollo de la historia de las leyes de mecánica ya que posteriormente a que se formulase en el seno de del Colegio Merton –siglo y medio después– fue utilizado para describir el movimiento de la caída libre de un cuerpo pues claramente representaba un caso particular del movimiento uniformemente acelerado.

3.4 LA CAÍDA LIBRE

El segundo problema en importancia que se estudió durante la Edad Media es el de la caída libre. El enfoque principal atendía a un intento de respuesta a dos cuestiones: la primera es “qué causa la aceleración” y la segunda es la “descripción cinemática de la aceleración”. Una respuesta a la primera interrogante está dada en términos del ímpetu

³² Jordano de Nemore vivió a finales del siglo XIII, fue un matemático y científico probablemente italiano, autor del *De Ratione Ponderis*. Escribió tratados de matemáticas en al menos 6 temas diferentes.

mecánico de Buridan, si bien esta idea generó muchas confusiones cuando se pretendía explicar la segunda cuestión.

Una respuesta correcta a la segunda cuestión estaría dada en términos del incremento proporcional en la velocidad de caída con respecto al tiempo. Esta respuesta supondría la introducción continua del ímpetu en el curso del tiempo de caída. La impresión o transmisión de una fuerza impresa era un acto que debía tener lugar conforme transcurría el tiempo, y cuanto mayor fuera el periodo, mayor sería el ímpetu y por lo tanto mayor la velocidad.

No es claro el punto de vista de Aristóteles sobre la causa o medida de la aceleración de los cuerpos en caída libre. Podría decirse que para él la aceleración dependía de la proximidad del cuerpo a su lugar natural, es decir, al centro del mundo; conforme aumentaba esta proximidad parecía producir un peso adicional.

Con relación a la caída de un cuerpo Simplicio nos dejó una interpretación muy a la manera de Aristóteles:

"Aristóteles sostiene que conforme los cuerpos se acercan a la masa total de su propio elemento, resulta que adquieren una mayor fuerza y recuperan su forma perfectamente; y es por esta razón que el incremento en el peso hace que la tierra se mueva más rápido cuando está cerca del centro."³³

Sin embargo esto no era tan evidente y resultó que en oposición a Aristóteles, Hiparco (c. 190 – 120 a.C.) señalaba que los cuerpos son más pesados cuando están más lejos de su lugar natural. Según este gran astrónomo la aceleración era el resultado de que

³³ Clagett (1959) p. 543.

el cuerpo se acercara a su lugar natural. Esto implicaba que el cuerpo pesado se hacía más pesado y el ligero más ligero.

Considerando las teorías de Avicena sobre la cuestión del *mail* resulta que cuando un cuerpo cae existe un *mail* violento que se opone al *mail* natural que genera un movimiento hacia abajo. Conforme avanza el proceso el *mail* violento se hace cada vez más débil. Por más lejano que esté el cuerpo de su lugar natural, su gravedad continúa imprimiendo un *mail* natural en él. Si el *mail*, el natural o el violento, se incrementa entonces la velocidad también lo hace.

La teoría de Jordano de Nemore (1225 – 1260 d.C.) Ofrece una descripción correcta de la aceleración de caída de los cuerpos, es decir que la aceleración, o cambio de la velocidad, es directamente proporcional al tiempo de caída. No hace mención a que la aceleración sea uniforme ni convoca al uso de elementos infinitesimales. En el *De Ratione Ponderis* habla sobre el impulso, el cual es posteriormente adoptado y manejado por Buridan como ímpetu. Entonces, el impulso es proporcional a la velocidad, ésta es proporcional al tiempo y de igual forma proporcional a la raíz cuadrada de la distancia recorrida en la caída.

Para Oresme el ímpetu surge de la aceleración y es el productor de movimiento, a diferencia de Buridan que sostiene la idea de un ímpetu permanente. Oresme lo concibe como algo auto extingible, lo que permite a Oresme aceptar como físicamente posible el movimiento en el vacío, cosa que Buridan rechaza. Dado que el ímpetu de Oresme tiene la característica de ser auto extingible, ningún movimiento puede resultar infinito aunque se realice en el vacío.

El ímpetu de Oresme difiere del de Buridán en dos aspectos:

1. No era tan sólo una causa de la velocidad sino de la aceleración también.

2. No era considerada de naturaleza permanente.

En el ímpetu producido por la aceleración del movimiento de proyectil, el propulsor introduce una aceleración inicial en el cuerpo causando un ímpetu que mueve al cuerpo a pesar de no estar en contacto con el propulsor. Genera una acción que acelera más allá el movimiento de proyectil hasta que, debido a la resistencia, es lo suficientemente débil y entonces el cuerpo se desacelera.

En su teoría del ímpetu, Oresme da la descripción correcta de la aceleración de los cuerpos en caída. En su comentario al *De Caelo* de Aristóteles nos dice que "algo es acelerado continuamente", y esto puede ser entendido en dos formas:

1. Un incremento a la velocidad toma lugar por partes iguales. De la misma manera, tal como el incremento fue hecho en partes proporcionales del tiempo. Y en esta forma, una velocidad infinita podría irse alcanzando si uno continúa hasta el infinito, porque cualquier velocidad dada podría ser excedida de este modo³⁴.

2. El incremento de la velocidad puede ser imaginado no como hecho por partes iguales sino por partes pequeñas y continuamente proporcionales, esto es, si ahora la velocidad fuera de 1 grado el siguiente sería de $1 + \frac{1}{2}$ de grado y el siguiente de $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, etcétera. De este modo una velocidad doble, (es decir, una velocidad de dos grados) nunca podrá ser excedida, aun cuando uno haya procedido infinitamente. La velocidad puede incrementarse continuamente en forma divergente o convergente. Un ejemplo del incremento divergente sería el incremento aritmético de la velocidad en periodos iguales de tiempo, y un segundo ejemplo sería cuando hay un incremento aritmético de velocidad en partes continuamente proporcionales de tiempo ($t/2$, $t/4$, $t/8$...). Un ejemplo del incremento convergente sería el incremento de velocidad de un movimiento donde dicha

³⁴ *Ibid.* p.554

velocidad aumenta en periodos iguales de tiempo, de manera que la sumatoria vaya como: v , $v + v/2$, $v + v/2 + v/4$, etcétera. El movimiento natural del cuerpo pesado era descrito por el primer método.³⁵

Alberto de Sajonia recibió la influencia de Buridan y probablemente de Oresme. En particular en lo que se refiere a la medida de la aceleración durante la caída de los cuerpos y a la manera de actuar del ímpetu. Alberto incorrectamente adopta la idea de que la velocidad aumenta en proporción directa a la distancia de caída y que este incremento es más aritmético que geométrico. No discute la posibilidad de que se incremente aritméticamente con el tiempo de caída, como Oresme lo suponía.

Para da Vinci, la confusión en cuanto a la manera como aumentaba la velocidad fue la misma de Alberto de Sajonia y Buridan, pues toma por igual el efecto del paso del tiempo o el aumento de la distancia de caída. De hecho Leonardo da ambos puntos de vista en un documento sobre la caída libre de los cuerpos, que se encuentra en el *Manuscrito M 44 v*.

En el siglo XIV se decía que el movimiento o cambio era 'uniforme' cuando se recorrían distancias iguales en intervalos sucesivos e iguales de tiempo; y 'disforme' o 'no uniforme' cuando el movimiento era acelerado o retardado, lo que significaba que se recorrerían distancias desiguales en intervalos de tiempo iguales. Se decía que un cambio 'disforme' era 'uniformemente disforme' cuando la aceleración o el retraso era uniforme; si no sucedía así se decía que era 'disformemente disforme'.³⁶

La relación entre intensidad y extensión dio origen a un segundo método de expresar las relaciones funcionales entre los elementos de una representación geométrica. Por ejemplo, si la magnitud de la velocidad (intensidad) fuera uniforme y se le

³⁵ *Ibid.* p.554.

³⁶ Crombie (1959) p. 87.

representaba conforme se manifestaba con el paso del tiempo (longitud), la velocidad estaría representada por una línea recta horizontal a una altura determinada correspondiente al valor de la velocidad. La velocidad 'uniformemente disforme' por una línea recta que formara un ángulo con la horizontal, y la velocidad 'disformemente disforme' lo sería por una curva.

El colegio Merton en Oxford contó a lo largo del tiempo con personajes como Heytesbury, Swineshead y Dumbleton, llamados los *calculatores*, quienes rechazan la teoría de la *virtus impressa*. El objetivo de los métodos desarrollados por los miembros de esta corriente era expresar los grados con que una cualidad o 'forma' aumentaban o disminuían numéricamente su magnitud con relación a una escala fijada de antemano. Una 'forma' era cualquier cantidad o cualidad variable en la naturaleza.

Como ya se mencionó páginas atrás, uno de los principales y más importantes resultados sobre estudios de cinemática es el teorema de la medida de la aceleración uniforme en términos de la velocidad media, es decir, la velocidad al instante medio del periodo de aceleración. Cabe mencionar que durante el periodo medieval lo que se entendía como aceleración estaba dado en términos del cambio en la velocidad simplemente.

Antes de 1335, en Oxford, se descubrió que un movimiento uniformemente acelerado o retardado es equivalente a un movimiento uniforme cuya velocidad es igual a la velocidad instantánea poseída por el movimiento uniformemente acelerado o retardado en el instante medio del tiempo en que se llevó a cabo el proceso. Este resultado o regla es mejor conocido como la regla de la velocidad media del Colegio Merton.

*"Toda cualidad uniformemente disforme posee la misma cantidad, como si informara uniformemente al mismo sujeto según el grado del punto medio, por 'grado del punto medio' entiendo: si la cualidad es lineal [...] para la cualidad de una superficie sería preciso decir 'según el grado de la línea media' [...] Sobre el tema de la velocidad se puede decir exactamente lo mismo que de una cualidad lineal, solamente que en vez de decir 'punto medio' sería preciso decir 'instante medio del tiempo de duración de la velocidad'."*³⁷

La ley correcta de la aceleración en la caída libre fue presentada, de manera un tanto confusa, por Leonardo da Vinci, más tarde por Domingo Soto y posteriormente por Galileo.³⁸

Domingo Soto consideró la velocidad de la caída libre como proporcional al tiempo y declaró que era 'uniformemente disforme', es decir, uniformemente acelerada. Lo mismo que sucede con el movimiento de proyectil, durante su etapa ascendente, pero en este caso es uniformemente retardado y aplicó a estos problemas la regla o teorema del Colegio Merton.

El teorema de Merton expresado a la usanza actual queda en términos de $S = \frac{1}{2}vt$ para la aceleración desde el reposo, o como $S = \left[v_0 + \left(\frac{v_f - v_0}{2} \right) \right] t$, donde en el primer caso $v_f = at$, de donde se deduce que $S = \frac{1}{2}at^2$. Para el segundo caso tenemos que de $v_f - v_0 = at$ se deduce que $S = v_0t + \frac{1}{2}at^2$. En estos casos S corresponde a la distancia, v a la velocidad, a a la aceleración y t al tiempo.

³⁷ Crombie (1959), p. 90.

³⁸ *Ibid.* p.92.

Aristóteles categoriza el movimiento en uniforme y no uniforme. Para este último tipo de movimiento considera que: a) la velocidad se incrementa o decrece o permanece constante, b) el movimiento finito no puede tomar un tiempo infinito y consecuentemente un movimiento infinito no puede tomar un tiempo finito.

Para Jordano de Nemore, en cambio, la aceleración ocurre cuando en periodos iguales de tiempo el espacio recorrido es cada vez mayor, lo que significa que la velocidad se incrementa.

Esta presentación, breve porque no se intentaba realizar un tratado sobre las ideas mecánicas de la antigüedad, esboza el panorama de las cuestiones relevantes que serían retomadas por Leonardo en el contexto de su búsqueda por entender el mundo natural, y que le condujeron a una serie de investigaciones y elucubraciones para elaborar un método que permitiera, de manera sistemática, dar cuenta de lo que sucedía bajo la esfera celeste.

A diferencia de la mecánica antigua o aristotélica, uno de los logros más importantes de la mecánica medieval radica en las nuevas concepciones y desarrollos teóricos obtenidos para dar solución a ciertos problemas ocasionados por las teorías aristotélicas, principalmente en torno al movimiento de los cuerpos. Filósofos como Avicena, Buridan, Oresme, y Alberto de Sajonia, entre otros, trataron de dar mejores explicaciones y estudiar, desde otra perspectiva, los diferentes problemas que, bajo la nueva óptica, resultaban de mayor importancia. Algunos de estos problemas fueron el movimiento de proyectiles y la caída libre. Esta labor, al replantear dichos problemas, llevó a la reestructuración de las ideas que permitieran dar una mejor explicación, o al menos más consistente, a los problemas del movimiento. De estas ideas surgieron nuevos conceptos y teorías importantes como la teoría del ímpetu de Buridan y la teoría del *mail* de Avicena, entre otras.

A diferencia de la mecánica aristotélica, la mecánica medieval condujo, en cierta forma, hacia nuevos objetivos, como lo fue la cuantificación del movimiento, ya que una explicación cualitativa no era del todo suficiente. Un ejemplo de esto es el teorema de la velocidad media o el teorema del Colegio Merton, el cual ya manifiesta una aproximación más clara hacia la cuantificación, aunque recordemos que en ese tiempo aún no se conocía en Europa el álgebra. Cabe resaltar que todas estas aportaciones, en conjunto, formaron parte del prisma de saberes que dieron paso al nacimiento de una nueva ciencia y que es precursora de la física que, influenciado por estos pensadores, posteriormente llegará a esbozar Leonardo da Vinci.

CAPÍTULO IV

La ciencia instrumental o de las máquinas, es nobilísima, y útil más que todas las otras; por su mediación todos los cuerpos animados, capaces de movimiento, realizan sus operaciones. Esos movimientos nacen del centro de gravedad colocado entre pesos desiguales, y estos cuerpos poseen pobreza o riqueza de músculos y palancas y contra-palancas.
- Leonardo da Vinci -

4. LA MECÁNICA DE LEONARDO DA VINCI

Los estudios de Leonardo en el terreno de la mecánica aparecen dispersos a lo largo de su extensa obra. Pero aunado a los pasajes, comentarios e indicaciones usuales hay otro elemento que considerar, y éste es el efecto producido sobre nuestro entendimiento por sus dibujos de máquinas, instrumentos, flujos, vórtices y, por supuesto, el vuelo de las aves, mismos que son ahora entendidos como una fusión entre su destreza artística y su capacidad de observación.

En los diversos códices, como el *Arundel*, *Madrid*, *Atlántico* y otros de sus manuscritos, podemos apreciar varias de las aportaciones de Leonardo al terreno científico. Algunos de los pasajes que nos dejó, muy breves en muchas ocasiones, han sido acompañados por bocetos y dibujos esquemáticos de diferentes arreglos (tanto propios como ajenos) y que, en su mayoría, hacen referencia a la construcción y funcionamiento de máquinas que apuntan hacia desarrollos futuros de dos grandes ramas de la mecánica: la dinámica y la cinemática.

Uno de los principales problemas que surgen al enfrentarnos a los textos de Leonardo está en extraer, ordenar y suponer la existencia de ideas o desarrollos teóricos. Por otro lado, la vaguedad o falta de precisión en los términos que utilizaba, aunada a la poca claridad acerca de cómo se realizan los procesos naturales, generan que los cuadernos de notas de Leonardo estén llenos de frases imprecisas. Las mismas carencias en su vocabulario 'científico' son las que nos dificultan entender con claridad los términos

que utilizaba tales como *fuerza, movimiento, inercia, masa, trabajo, momento*, entre otros. Resulta difícil entenderlos porque estos términos no corresponden en sentido estricto a los conceptos que actualmente utilizamos en la ciencia, ya que, en tiempos renacentistas, los significados que se le otorgaban a cada uno de dichos vocablos eran un tanto confusos.

Uno de los problemas que fue motivo de una renovada y fecunda discusión en el Medioevo es el de la concepción aristotélica del movimiento. El interés y el esfuerzo por responder a las nuevas problemáticas con explicaciones satisfactorias generaron nuevas visiones en torno de esta cuestión. A lo largo de la vida de Leonardo el problema del movimiento tuvo una gran relevancia en sus estudios y observaciones, mismos que estuvieron sujetos a varios tipos de influencias. De entre ellas cabe destacar las que encontramos descritas por la propia mano del florentino en el *Códice Madrid*, y que nos remontan a Aristóteles, Arquímedes, Euclides, Bacon, Buridan, Oresme, Avicena, Jordano de Nemore, Blasio de Parma, Brunelleschi, Batista Alberti, Toscanelli, Luca Pacioli y Fazio Cardano, entre otros.

El estudio de la mecánica consiste principalmente en el problema del reposo y del movimiento de los cuerpos, y lo encontramos profusamente discutido en las notas de Leonardo. Sus observaciones referentes al movimiento de los cuerpos de diferentes tipos, incluidos los cuerpos de agua,¹ fueron plasmadas en sus textos con una asombrosa precisión.

¹ El conocimiento para Leonardo surge de la observación, por lo que podríamos decir que este gran pensador renacentista adquiriría el conocimiento de la naturaleza a partir de observar el fenómeno. No obstante, de acuerdo con el análisis de Truesdell en su libro *“Ensayos sobre la mecánica”*, se deja entrever que Leonardo no siempre realizaba experimentos. Sin embargo, a partir de sus observaciones planteaba relaciones de tipo matemático que permitían corroborar dichas “leyes”, y lo escribo de esta manera pues Leonardo nunca llegó a plantear leyes físicas como tales debido, como se ha dicho, a su carencia de vocabulario y a la falta de conceptos físicos adecuados. Por otra parte, hablar de ley física es algo que sólo aparece en los albores del siglo XVII.

Pero, ¿Quién fue Leonardo da Vinci?... En el año de 1452, en la región de Toscana, nace Leonardo en el pueblo de Anciano, cerca de Vinci. Hijo de Antonio di Ser Pierro da Vinci y Caterina. Por su condición ilegítima de nacimiento, Leonardo estuvo imposibilitado para aprender griego y latín, sin embargo, en el año de 1469 ingresó al taller de Andrea Verrocchio, siendo su discípulo durante catorce años.

Durante su juventud, tuvo un gran interés en los filósofos del *Cinquecento* quienes se inclinaban en áreas como la aritmética, la geometría, la cosmografía y la perspectiva. No obstante, para la práctica ideal del arte incluyó elementos matemáticos para la proporción y desarrolló el conocimiento de la perspectiva por medio de la óptica. Las principales influencias personales durante la época de juventud de Leonardo fueron Leon Battista Alberti² (1404-1472) y Paolo dal'Pozzo Toscanelli³ (1389-1482).

En el año de 1482, a la edad de 30 años, Leonardo viajó a Milán, donde trabajó por encargo en la corte de Ludovico Sforza. A éste le escribe una carta en donde se pone a su disposición como artista e ingeniero. Permaneció bajo las órdenes del Duque Sforza cerca de 17 años, hasta 1499. Fue consultado con frecuencia como asesor técnico en los ámbitos de la arquitectura, fortificaciones, y los asuntos militares, y se desempeñó como ingeniero hidráulico y mecánico.

Fue hasta el año de 1494, da Vinci se trasladó a Padua donde aprendió latín finalmente para poder leer a los clásicos. Siguiendo las aportaciones de Hart y Truesdell, quienes mencionan, a su modo, un método científico que pudo haber seguido Leonardo

² Alberti nació en Venecia, fue pintor, poeta, músico, arquitecto y filósofo, sus intereses científicos le permitieron mejorar, lo que hasta entonces se concibió como cámara oscura, hasta la invención del higrómetro y la formulación de un medio para medir las profundidades de los fondos marinos. Sus escritos científicos incluyeron: *Il Trattato della Pittura*, *Opere Volgari*, *Ludi matematici* y *Liber navis*, entre otros.

³ Toscanelli, el más grande físico florentino del siglo quince, estudiante de medicina, matemáticas, astronomía y geografía. Sin embargo, en el *Codex Atlanticus*, Leonardo hace referencia a él mencionándolo como "Maestro pagholo medici".

en sus investigaciones donde, según sus manuscritos, podemos dilucidar los pasos que pudo haber seguido Leonardo para realizar sus investigaciones consistían en:

1. Observar el fenómeno en cuestión y anotar las magnitudes que posean un valor numérico y que parezcan influenciarlo.
2. Plantear tales relaciones lineales entre pares de estas magnitudes que no estén en contradicción evidente con la experiencia.
3. Sugerir la comprobación mediante experimentos de estas reglas de tres.⁴

Sin duda alguna, el paso más importante de todo planteamiento en la mente de Leonardo, era principalmente la observación; y sus mayores influencias a lo largo de su vida fueron: Aristóteles, Arquímedes, Euclides, Galeno, Jordano de Nemore, Brunelleschi, Pacioli, Vitruvio, Avicenna, Battista, Toscanelli, entre otros.

Uno de los primeros en intentar expresar la naturaleza en términos de la nueva matemática fue Leonardo da Vinci, seis concepciones físicas se inspiraron en autores escolásticos como Jordano de Nemore y Alberto de Sajonia, pero fue capaz de desarrollar sus ideas mecánicas gracias a su nuevo conocimiento de matemáticos griegos como Arquímedes cuyo "*Sobre el equilibrio de los planos*" conoció en forma manuscrita.

Entre lo que podremos encontrar a lo largo de este capítulo está que Leonardo llegó a reconocer que el brazo efectivo (o potencial) de una balanza era la línea que, pasando por el fulcro, formaba ángulos rectos con la perpendicular que pasaba por los pesos suspendidos; también observó que el movimiento de una esfera que cae por un plano inclinado era uniformemente acelerado. Aceptó la división de la trayectoria del movimiento del proyectil en 3 partes dadas por Sajonia, pero reconoció que el

⁴ Truesdell p. 49

movimiento efectivo de un cuerpo podía ser la resultante de dos o más fuerzas o velocidades diferentes.

De acuerdo con las observaciones de Leonardo en el estudio de la mecánica, llegó a reflejar el funcionamiento de la naturaleza en un cierto sentido. A lo largo de su vida fue un constructor de inventiva que entendió los principios de la mecánica de su época y contribuyó de muchas maneras para avanzar. Los dos cuadernos de Madrid tratan con amplitud su teoría de la mecánica, la primera fue escrita en la década de 1490, y la segunda entre 1503 y 1505. Su importancia radica en su uso de modelos de demostración para explicar la mecánica para explicar la mecánica, basados en principios y funciones básicas empleadas en maquinarias de construcción y no tanto en su descripción de máquinas específicas o herramientas de trabajo. Al igual que en sus dibujos anatómicos, Leonardo desarrolló los principios definidos de representación gráfica – estilización, patrones y esquemas, que ofrecen una demostración exacta del objeto en cuestión.

Leonardo estaba especialmente intrigado por los problemas de fricción y resistencia, y con cada uno de los elementos mecánicos que presentó, tales como roscas de los tornillos, engranajes, cilindros hidráulicos y dispositivos, entre otras cosas, cuyos diagramas suelen ser más significativos y relevantes con respecto a sus escritos. A lo largo de su carrera también estaba intrigado por las posibilidades mecánicas de movimiento, lo que lo llevó a diseñar una máquina con una transmisión diferencial, una fortaleza móvil que se asemeja a un moderno tanque, y una máquina voladora, entre otras cosas. Su "hélice helicoidal" (c. 1487) casi parece un prototipo para el helicóptero moderno, pero, al igual que los otros vehículos diseñados por da Vinci, presentó un singular problema: carecía de una fuente adecuada de energía para proporcionar la propulsión y el ascensor.

El vínculo entre cinemática, dinámica, fuerza y movimiento, entendido en términos modernos no podía ser establecido previamente por Leonardo, ya que los conceptos, o

mejor dicho, el aparato conceptual establecido en ese tiempo, no bastaba o no estaba lo suficientemente depurado, dado que faltaba establecer, entre otras cosas, nociones claras y precisiones lingüísticas que requerían más datos provenientes de la experiencia y de abstracciones que permitieran integrar tales elementos en una teoría coherente. Esta teoría, una vez formulada, permitiría dar respuesta a lo que la experiencia expresaba dentro de los límites instrumentales de su tiempo. Para que este tipo de ordenamientos del saber surgieran era necesaria la participación de mentes ordenadas y meticulosas, o simplemente que el orden fuera una prioridad más sistemática que diera pie a una nueva conformación del conocimiento. Sin embargo, ese tipo de pensamientos o ambiciones tan generales o totalizadoras no los tenía Leonardo. Como bien podemos apreciar en sus cuadernos de notas, el pensamiento de Leonardo era todo menos ordenado en comparación con otras mentes de su época; lo que hacía era observar el mundo, representar, acomodar, unir, reproducir todo lo que veía para posteriormente darle vida a través de sus ilustraciones y de sus anotaciones. Al resaltar los fenómenos a través de efectos pictóricos creaba una sensación de movimiento que hasta sus días nadie había sido capaz de producir y transmitir por medio de las artes plásticas.

Una vez realizadas estas aclaraciones paso a lo que es el núcleo de este capítulo, que consiste en esbozar una reconstrucción de la mecánica de Leonardo abordando su dinámica, su estática y un poco acerca del diseño de máquinas.

4.1 DINÁMICA

Leonardo defendió el valor que tenía la experiencia, ya que para él ésta nunca engaña, y es la razón aplicada sobre los datos de la experiencia la que conduce a errores. Dado que Leonardo era un empirista, utilizaba un método que fortalece la certidumbre respecto de lo observado y de la existencia real del vínculo causa – efecto (una de las características de las formas de procesamiento de información para él). Este método, en

palabras de Leonardo, consiste en: “*Antes de establecer este caso como una regla general, ponlo a prueba mediante el experimento dos o tres veces, y comprueba que la experiencia produce el mismo efecto.*”⁵

El movimiento fue uno de los principales campos de estudio de la naturaleza que interesó a Leonardo, y fue el movimiento en todas sus vertientes lo que lo condujo a realizar observaciones y plasmarlas en breves líneas y dibujos a lo largo de todos sus manuscritos.

Los estudios que realizó Leonardo en cuanto a este tema están relacionados con problemas de fuerzas, energía, planos inclinados, poleas y centros de gravedad, entre otros, y serán los que explícitamente ocuparán las líneas siguientes.

4.1.1 SOBRE LA FUERZA Y EL MOVIMIENTO

Uno de los principales conceptos estudiados por Leonardo es el de *fuerza*; sin embargo, el florentino fue poco claro respecto de la importancia fundamental que le podría haber atribuido a este concepto. En sus textos este término es vago, lo que apunta no sólo a problemas de carácter lingüístico sino también gnoseológico. No sabemos claramente qué era exactamente lo que él entendía por *fuerza*, ya que en numerosas notas en los diferentes códices da diferentes definiciones de lo que entiende por este término. Una de las tantas definiciones que plantea es la siguiente:

"Afirmo que la fuerza es una virtud espiritual, un poder invisible que está localizado e infundido en aquellos cuerpos que se ven desviados y arrancados de su (movimiento)

⁵ MS. A fol 47 r citado en Martínez E., J. Rafael. “Leonardo: mecánica e imágenes acuáticas”. En *Fuerzas y dinámica: de la metafísica a la física*. Laura Benítez et al (Coordinadores). México: Fac. de Est. Sup. De Acatlán, UNAM, 2007.

natural, que por una accidental violencia exterior causada por el movimiento,... restringe a todas las cosas creadas a un cambio de forma y lugar. La lentitud la engrandece, la rapidez la debilita, nace en la violencia y muere en la libertad, y cuanto más grande es, en la misma medida se consume a sí misma... nada se mueve sin ella, el cuerpo del cual nace no aumenta ni de peso ni de forma, ningún movimiento debido a ella es duradero, crece con los esfuerzos y decae con el descanso, el cuerpo al cual está limitada carece de libertad, y a menudo genera nuevas fuerzas por medio del movimiento".⁶

Esta definición extiende la noción de fuerza tanto al mundo orgánico como al inorgánico, es decir, se refiere a la fuerza que surge del alma, a la cual llama sensible, y también a las fuerzas inorgánicas – inanimadas – que existen en el mundo natural. De esta primera definición que da Leonardo podemos apreciar que la idea de fuerza que maneja no es del todo precisa dado que utiliza términos coloquiales. Esto muestra una vez más la importancia que adquieren los conceptos cuando se les define en términos precisos y más cuando tienen un correlato medible o cuantificable. Otra de las definiciones que exhibe poca claridad en cuanto a su noción de fuerza es la siguiente:

"La fuerza se genera a partir de la escasez y la abundancia; es hija del movimiento material, sobrina del movimiento espiritual, madre y origen del peso; y este peso es finito en el elemento del agua y de la tierra, y esta fuerza es infinita ya que mediante ella podrían moverse infinitos mundos si

⁶ MS.A 34 v, citado en Truesdell (1963), p. 34.

*podieran construirse los instrumentos capaces de generarla."*⁷

El problema en estas definiciones radica en la falta de claridad conceptual que se hace patente, ya que como vemos en la primera definición, la fuerza la concibe como algo de carácter espiritual e incluso podríamos reconocer que esta definición es un tanto poética en cuanto al lenguaje. La parte científica puede entrecerse en diversos pasajes a lo largo de sus manuscritos, por ejemplo, en estas líneas como algo que genera el movimiento y que tiene varias propiedades: la espiritualidad, la invisibilidad y su corta duración. Por otra parte, algunas de las observaciones que hizo en materia del movimiento son de apreciable valor y dejan entrever que parte de sus breves líneas son de corte aristotélico:

"Todos los movimientos violentos⁸ se van debilitando a medida que se alejan de sus causas".⁹

"Cuanto más se acerca el movimiento natural a su causa, en la misma medida se hace más rápido".¹⁰

Rara vez Leonardo escribió más de un párrafo seguido sobre cualquier tema, ya que a menudo no escribía más que unas pocas líneas y pasaba, en el mismo folio, o referirse a otros, mostrando, entre otras cosas, que sus escritos las más de las veces son apuntes que toma pensando, posiblemente, en un escrito más organizado, más profundo, y con la presentación típica de un texto de su tiempo. También hay que señalar que al comparar conjuntamente sus afirmaciones sobre alguna materia en particular, encontramos algunas repeticiones y contradicciones esporádicas.

⁷ *Arundel* 151 r, citado en Truesdell (1963), p. 34.

⁸ Entendido *movimiento violento* en sentido aristotélico, donde se dice que el objeto está en movimiento violento cuando va en contra de su movimiento natural.

⁹ *MS H(2) 77 [29] v*, citado en Truesdell (1963), p. 34.

¹⁰ *Ibid.*.

En materia de fuerza y movimiento encontramos la siguiente afirmación:

"La pesantez, la fuerza y la percusión, ya que son frutos del movimiento... son generatrices e hijas de este movimiento, pues si ellas no estuvieran entre nosotros, no podría ser creado el movimiento, y sin movimiento no pueden manifestarse tales poderes".¹¹

Una de las implicaciones de su vacilante noción de fuerza se refiere a la invariabilidad del "peso",¹² ya que de las deducciones hechas por Leonardo se sigue que el peso sigue siendo el mismo antes, durante y después de la aplicación de una fuerza, algo que no era tan claro entre algunos pensadores de la época.

Para Leonardo, la mecánica consiste en el estudio del movimiento y el reposo de los cuerpos, y siendo seguidor de las doctrinas de Alberto de Sajonia, define el movimiento como sigue:

"El movimiento es un accidente nacido de la desigualdad del peso o de la fuerza."¹³

"La pesantez, la fuerza, al igual que la percusión, deben considerarse tan generadoras del movimiento como engendradas por él."¹⁴

No obstante lo anterior, la fuerza que produce los cambios en el movimiento de un cuerpo es un elemento importante para su explicación de dicha cuestión, ya que afirma

¹¹ *Ibid.*

¹² Recordemos que la noción de peso utilizada por Aristóteles prevalecía hasta la época de Leonardo, y éste utilizaba el vocablo "peso" entendido como la masa de un cuerpo. La distinción entre peso y masa se hizo *a posteriori*.

¹³ *Ibid.* p. 34.

¹⁴ *Ibid.*

que *“Nada puede ser movido por sí mismo.”*¹⁵ Para esta afirmación Leonardo va mas allá planteando que el movimiento se genera por medio de alguna causa externa, y esta causa externa es lo que llama *forza* (fuerza) y afirma que *“La fuerza es la causa del movimiento, el movimiento es la causa de la fuerza.”*¹⁶ En estas líneas encontramos enunciado lo que sería el *Principio de Inercia* de Leonardo en donde claramente vemos que ningún cuerpo puede moverse por sí mismo si parte del reposo. Pero la parte importante radica en que Leonardo extendió este principio a cuerpos que están en movimiento. Esto lo hace Leonardo cuando escribe en su texto llamado *Sobre el vuelo de los pájaros* lo siguiente: *“y porque todo movimiento tiende a mantenerse, o más bien, todos los cuerpos en movimiento continúan en movimiento tanto como la impresión de la fuerza de sus motores permanece en ellos”*¹⁷. Esta afirmación de Leonardo puede verse como un antecedente del primer enunciado del principio de inercia de Galileo o, si se es menos exigente, de la primera ley del movimiento de Newton.

Independientemente de la fuerza, Leonardo toma en cuenta también la distancia como parámetro importante; esto puede ser apreciado en la siguiente nota:

*“Toda acción llevada a cabo por la naturaleza lo hace por el camino más corto.”*¹⁸

Por otro lado, y siguiendo las enseñanzas de Aristóteles, Leonardo sostiene que la intensidad de una acción mecánica (o de una fuerza) es proporcional a la velocidad

¹⁵ MS. A fol 21v, citado en *Leonardo...* (2007), de Rafael Martínez.

¹⁶ *Arundel* 34v. citado en Truesdell, (1963).

¹⁷ *Sul volo degli uccelli* fol 13 (12) r, citado en Hart, (1963), p. 80.

¹⁸ *Ibid.* p 34.

Esta afirmación de Leonardo se antojaría como un antecedente del teorema de Fermat en la óptica, o del principio de mínima acción de Maupertius en mecánica analítica. Recordando que el Teorema de Fermat sostiene que la trayectoria que sigue la luz al propagarse de un punto a otro es tal que el tiempo que ésta tarda en recorrer su trayectoria es mínimo. El otro principio, el de mínima acción de Maupertius, establece que para todos los fenómenos naturales la cantidad denominada “acción” tiende a minimizarse.

comunicada al cuerpo móvil. No sostiene que la aceleración sea el verdadero factor proporcional, ni que lo sea la distancia.

En torno al movimiento Leonardo escribió tres leyes, una de las cuales, la segunda, es conocida como la *Ley de Reacciones*, y se encuentra inmersa en sus notas, como si la asumiera como un hecho, pero sin jamás expresarla en un lugar específico. Entre los escritos perdidos de Leonardo podría encontrarse su enunciado o algún comentario que nos ilustrara al respecto. Se considera que alrededor de la mitad de lo escrito por Leonardo se ha perdido a lo largo del tiempo, pero qué había en ellos es mera especulación. Esta ley a la que se hacía referencia renglones arriba menciona que los efectos de la fuerza no son proporcionales a las magnitudes de la fuerza actuante sobre el cuerpo, o dicho en palabras de Leonardo abstraídas del *Códice Atlántico*, que “*Un objeto ofrece tanta resistencia al aire como el aire lo ejerce sobre el objeto*”.¹⁹ Esta expresión aparece como parte de un comentario acerca del vuelo de un águila. Sugiere observar cómo es que “*las ‘alas’ al golpear el aire sostienen a la pesada águila en el rarificado aire.*”²⁰ Y de esta observación pasa a mostrar su perfil práctico al señalar que “*demostrada estas cosas y así aceptadas uno debería saber cómo el hombre equipado con grandes alas que ejercen fuerza en contra del aire que ejercen una resistencia, al superarlo es capaz de superarlo colocándose por encima de él.*”²¹

El principio arriba mencionado es puesto en uso en la misma página, pues es ahí donde describe el “paracaídas”, y presenta un método para calcular el peso “que dicha ala [paracaídas] sostiene”, y lo hace mediante una balanza donde se sienta el usuario del ala y

¹⁹ Hart (1963), p. 81 y C.A., i.e.,. *Códice Atlántico* 381 v.

Podríamos aventurarnos a decir que, por la forma en la que está escrita esta frase, pudiese ser un antecedente o un caso particular de lo que posteriormente Newton formularía como su ley de acción-reacción (mejor conocida como tercera ley de Newton).

²⁰ *Ibid.*

²¹ *Ms B 88v.*

que al mismo tiempo se sujeta a una palanca que a su vez está ligada con un ala que al moverse con suficiente rapidez levantaría al cuerpo.

Otro ejemplo de una especie de ley de acción y reacción aparece en el *Códice Forster*²² donde, con motivo de su descripción del funcionamiento de los remos de una barca, afirma que “*la cantidad de movimiento*²³ *producido por un remo en contra del agua en reposo es igual a la cantidad de movimiento producido por el agua en contra del remo inmóvil.*” Es evidente que, según Leonardo, la acción es igual a la reacción, tanto en el aire como en el agua.

En el *Códice Forster* Leonardo dejó una serie de enunciados de claro corte aristotélico, en los que establece diversas relaciones que supone se sostienen entre fuerzas, velocidades, distancias y tiempos. A partir de esto se puede deducir que para él la intensidad de una acción mecánica era proporcional a la velocidad que imprimía el cuerpo en movimiento. No todas las afirmaciones son correctas, pero siempre responden a la curiosidad de Leonardo que le lleva a plantearse interrogantes, de retomar una experiencia o a inducir a la realización de un experimento y a partir de ello emitir conclusiones.

4.1.2 SOBRE LA CAÍDA DE LOS CUERPOS

Otro de los problemas clave que despertó el interés de Leonardo es el referente a la caída de los cuerpos. En sus notas podemos encontrar diversos pasajes acerca de este tema, y en sus líneas se destaca el carácter experimental de su estilo de interrogar a la naturaleza. Como ejemplo de ello tomo lo plasmado en las siguientes líneas:

²² MS *Foster* 37 v y CA 175r.

²³ Aquí no se está refiriendo de manera alguna a lo que posteriormente se denominará ‘cantidad de movimiento’ o ‘ímpetu’ (masa del cuerpo por su velocidad).

“Si un peso de 100 libras cae 10 veces desde la altura de 10 brazas a un sitio, y se hunde una braza. ¿Qué tanto podrá hundirse en caída desde la altura de 100 brazas?”²⁴

Y en otro de los manuscritos encontramos la siguiente nota:

“¿Por qué el peso ‘O’ no permanece en su sitio? Si no permanece es porque no tuvo resistencia. ¿Hacia dónde se moverá? Se moverá hacia el centro (de la tierra). Y ¿por qué no por otra línea? Porque un peso que no es sostenido [por algo], cae siguiendo la ruta más corta al punto más bajo, que es el centro del mundo. Y ¿cómo es que el peso sabe cómo encontrarlo [el centro] usando el recorrido más corto? Porque no es independiente y porque no se mueve en varias direcciones.”²⁵

En estas notas se refuerza la idea de que Leonardo combinaba la observación, la experimentación y una forma de abstracción del fenómeno, permitiéndole responder a cuestiones referentes al movimiento de los cuerpos, en especial cuando se desplazaban en caída libre. La curiosidad fue lo que condujo a Leonardo a hacerse este tipo de preguntas con el fin de entender el movimiento, aun a pesar de no estar consciente de lo que hoy calificaríamos como limitantes de su época.

El pensamiento filosófico de Leonardo, en este tema, se ve reflejado en su estudio experimental de la caída libre de los cuerpos bajo la acción de su propio peso, permitiéndole esbozar y analizar la idea de un movimiento uniformemente acelerado. En una nota del *Manuscrito M* encontramos lo siguiente: *“en el aire de densidad uniforme, el*

²⁴ Hart (1963), p 83.

²⁵ *Ibid.*

*cuerpo pesado que cae en adquiere cada intervalo de tiempo un grado de movimiento más que el grado (de movimiento) del tiempo precedente”.*²⁶ Este enunciado nos presenta una idea aproximada de lo que posteriormente sería denominado aceleración.

Más adelante, en el mismo manuscrito, podemos leer lo siguiente: *“Si después del descenso de una braza de una bola se deja caer otra, encontrarás que en cada etapa de la caída cambia la proporción de sus velocidades y potencias”*²⁷. En otro pasaje de este texto se hace notar que Leonardo ha tomado en consideración la influencia del aire.

Leonardo discute también la caída de dos pesos iguales, ambos cayendo uno detrás del otro siguiendo la misma vertical, y nota que la distancia entre ellos disminuye constantemente mientras caen; y así sucede, hasta que éstos se tocan. Su explicación de este fenómeno se basa en el efecto que el cuerpo de más abajo produce sobre el que está encima de él, protegiendo a éste último de la resistencia del aire, lo cual hace que se retarde el movimiento del peso anterior, pero no tanto el del último.

Leonardo definitivamente buscó la forma de descubrir la verdadera ley de la aceleración para la caída de los cuerpos.

*“Si un peso cae una distancia de 200 brazas, ¿Qué tanto más rápido podría caer en las segundas 100 brazas respecto de las primeras?”*²⁸

Desafortunadamente falló en dar la respuesta correcta ya que la ley de la caída de los cuerpos, tal y como eventualmente quedó establecida, indica que la distancia recorrida es proporcional al cuadrado del tiempo empleado en recorrerla. Sin embargo, Leonardo

²⁶ *Ibíd.*

²⁷ *Ibíd.* p. 84.

²⁸ *Ibíd.*

erróneamente concluyó que la distancia recorrida era lo que hoy llamamos una función lineal del tiempo; esto se puede apreciar mejor en la nota siguiente:

“En el aire de densidad uniforme, el cuerpo pesado que cae adquiere en cada intervalo de tiempo un grado de movimiento más que el grado (de movimiento) del tiempo precedente, y de igual manera un grado de velocidad más que el grado (de velocidad) del tiempo precedente. Entonces a cada cantidad duplicada de tiempo la longitud del descenso es también duplicada, y lo mismo ocurre con la velocidad del movimiento.”²⁹

De estas últimas líneas se infiere que da Vinci sostiene lo siguiente:

1) la velocidad es proporcional al tiempo (ésta es la ley correcta ya que la ecuación cinemática está dada por $v = g \cdot t$) y

2) la altura de caída también es proporcional al tiempo (esta perspectiva es incorrecta desde la perspectiva moderna porque es bien sabido que la altura obedece la ley de proporcionalidad siguiente: $h \propto t^2$). Además, junto a este pasaje encontramos también una representación gráfica de la velocidad *versus* tiempo, donde la escala horizontal representa al tiempo mientras que la escala vertical representa las velocidades.

²⁹ Hart (1963), p. 85.

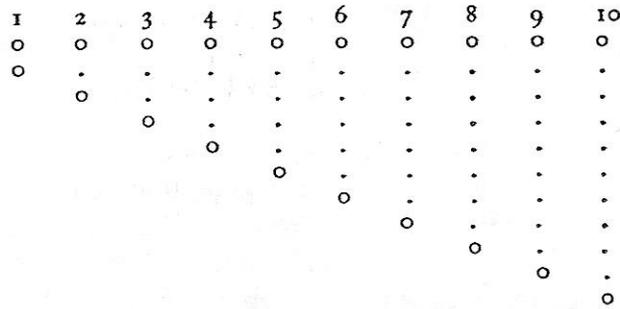


Fig. 4.1. Representación de la Caída Libre de los cuerpos según Leonardo.

En la nota junto a este esquema leemos: *“Aquí está representado cómo a cada proporción de una cantidad de tiempo respecto de otra le corresponde una cantidad de movimiento con respecto a otra, y una cantidad de velocidad con respecto a otra.”*³⁰ Y lo que quiere decir es que el cuerpo pesado, el cual desciende libremente, con cada grado de tiempo adquiere un grado de movimiento, y con cada grado de movimiento adquiere un grado de velocidad, por lo que una relación entre el tiempo, movimiento y rapidez del cuerpo en caída libre queda representada por una figura piramidal, lo que significa que para cada tiempo tenemos la siguiente relación:

$$\begin{aligned}
 t_1 &\rightarrow d \rightarrow v \\
 t_2 &\rightarrow 2d \rightarrow 2v \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 t_n &\rightarrow nd \rightarrow nv
 \end{aligned}$$

Con este diagrama Leonardo ilustra que la proporción que se guarda entre una cantidad de tiempo transcurrido respecto de otra es la misma que se guarda entre una

³⁰ *Ibid.*

cantidad de movimiento y la otra, y entre una medida de velocidad y la otra. Como ya se mencionó previamente, este razonamiento no es del todo correcto, pues a pesar de que a simple vista parece estar utilizando proporciones en triángulos semejantes, su deducción es el resultado de aplicar – inapropiadamente y sin corroborarlo con lo que sucede en la realidad – una ley que creyó haber descubierto y que pensaba era de aplicación universal: que las ‘causas’ se transmiten en el espacio siguiendo una ley piramidal. Esta ley tiene su origen en la óptica euclidiana y en el uso que se le dio en los inicios del Renacimiento con motivo de la introducción de técnicas geométricas que integraban la percepción del espacio y la forma de plasmarlo en un lienzo. Estos estudios han sido reunidos y ordenados de diversas maneras, por varios autores, y genéricamente los resultados de cada uno de ellos aparecen como *Trattato della Pittura*, señalando a Leonardo como su autor. Evidentemente, las observaciones, comentarios e ilustraciones son de la autoría del genio florentino, pero su recapitulación se debe a la interpretación de cada editor. Además, muchas de las ideas y comentarios que aparecen en los escritos de Leonardo no son sino apuntes de sus lecturas de otros autores, principalmente del texto de L. Battista Alberti titulado, precisamente, *De pictura*.³¹

Pero volviendo a lo que se encuentra en las notas de Leonardo, en el diagrama donde ilustra o justifica esta ley de aumento o disminución de la “potencia” de la causa, y con lo que establece la analogía con el cambio de tamaño aparente de una vara conforme se aparta o acerca al ojo, señala que (ver Fig. 4.2):

³¹ Alberti, *De pictura* [1435] (1995).

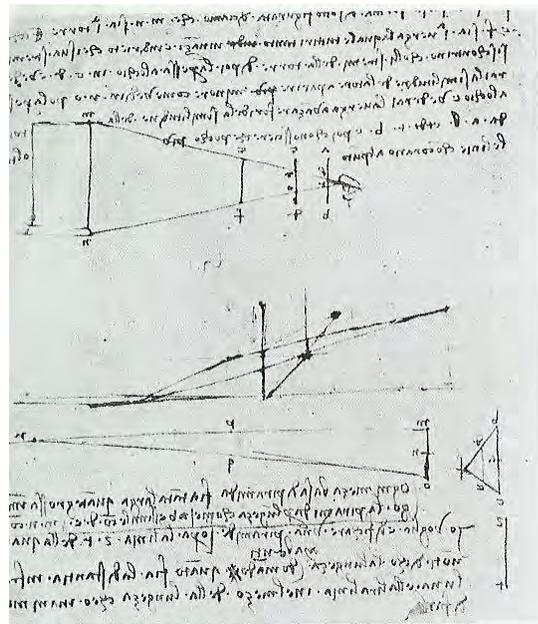


Fig. 4.2. Ley piramidal del aumento en el tamaño aparente del tamaño de un objeto que se aproxima al ojo.

“En todos los casos la mitad de la base de una pirámide tiene el mismo tamaño que el ancho a la mitad de la pirámide: observa cómo ‘ab’ es lo mismo [en tamaño] que ‘de’, y ‘mn’ es igual que ‘pq’.”

Ahora, si pasamos al *Códice Madrid I 88 v*, encontramos una página donde aparece, a la manera de cabezal, lo siguiente: *“Del movimiento local, que al ser [un movimiento] natural se sujetó a una potencia piramidal finita.”* Luego afirma que *“El peso que desciende mediante movimiento natural con cada grado de movimiento adquiere un grado de velocidad. Y siempre que ha duplicado su movimiento habrá doblado su velocidad; y así seguirán sucesivamente desplazándose hacia el centro del mundo”.* (Ver Fig. 4.3)

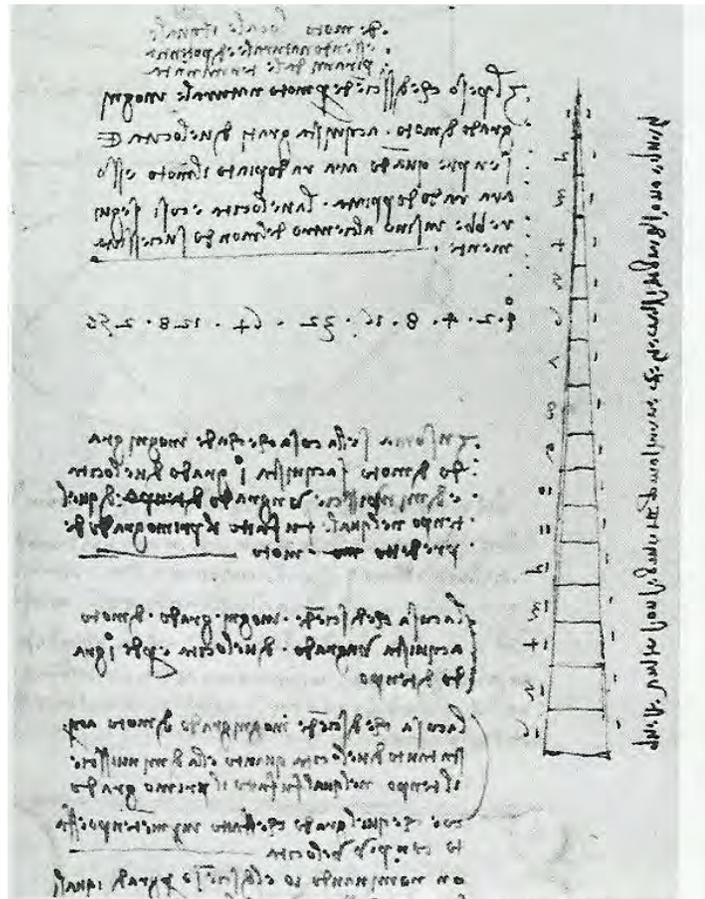


Fig. 4.3. La aceleración debido al peso.

En todo lo anterior, y a pesar de la forma tan imprecisa y vaga con la que enuncia las cosas, para nosotros es evidente que a cada lapso transcurrido le está asociando los correspondientes efectos, uno siendo una elaboración de carácter teórico, la velocidad, y el otro la distancia, una cantidad susceptible de ser medida con las consabidas limitantes de la época.

En el curso de su investigación de los cuerpos pesados que caen Leonardo generó un brillante ejemplo de sólida deducción científica: arrojó un número de pesos pesados desde lo alto de una torre y notó que éstos no llegaban al suelo siguiendo estrictamente la

línea vertical que pasa por el punto de partida. Notó una pequeña desviación, y la explicación que da de la causa de este fenómeno involucra al movimiento de las esferas circundantes alrededor de la Tierra. Esto parece ser imposible de detectar a partir de la relativamente pequeña – en cuanto a la altura – caída de un cuerpo desde lo alto de una torre. La desviación, en este caso, difícilmente sería observada.

En el *Manuscrito G* Leonardo escribe esta nota junto a un esquema – el que aparece en la fig. 4.4 – para ilustrar el movimiento de un cuerpo bajo el efecto de la rotación de la Tierra, mostrando así que dicho cuerpo se moverá siguiendo una espiral: “...dado un cuerpo A que cae desde el punto más alto de la esfera de fuego³² para llegar al punto medio de la Tierra M. Digo que este peso, descendiendo en una espiral, no abandonará la línea recta que sigue su camino hacia el punto medio de la Tierra, porque si el cuerpo va de ‘a’ para llegar a ‘b’, entonces se moverá hacia ‘b’ y llegará a la posición ‘c’. El punto ‘a’, al girar, llega a ‘d’. Si consideramos ahora la posición del cuerpo, vemos que siempre estará en la línea recta que, originalmente en ‘a’ y ahora en ‘d’, se unen en el punto medio de la tierra en ‘m’. Si el cuerpo va más allá hacia ‘f’, entonces el punto ‘d’ lo hará al mismo tiempo hacia ‘e’. Durante el descenso desde ‘f’ hasta ‘g’ la rotación de ‘e’ es llevada a la posición ‘h’. Entonces el cuerpo descende a la Tierra, siempre alejándose del punto de partida. Éste es un movimiento acumulativo. Una combinación de una línea recta y una curva. Es una línea recta porque el cuerpo siempre se encuentra en la línea más corta para unir el punto ‘a’ con el centro de la Tierra. Es una curva en sí misma y en todos los puntos del camino.³³ Por lo tanto una piedra arrojada desde el punto más alto de una torre no chocará contra la pared de la torre hasta que alcance la tierra”.³⁴

³² Esto es por la concepción medieval del universo según la cual se pensaba que el *globus mundi* estaba rodeado por esferas elementales (de agua, aire, fuego), más allá estaban las esferas planetarias seguidas por la esfera de las estrellas fijas y, finalmente, el primer motor (*primum mobile*).

³³ Nótese que aquí Leonardo está utilizando la idea de ‘composición de movimientos’, algo que no era común encontrar en la literatura ‘científica’ de la época. Si bien en la antigüedad de alguna manera se había

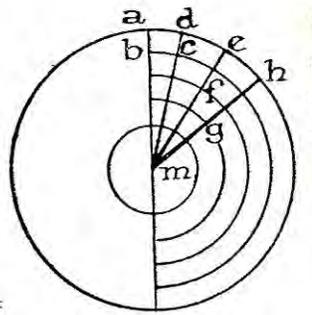


Fig. 4.4. Movimiento de un cuerpo debido al movimiento de las esferas.

4.1.3 LAS COMPONENTES DE FUERZAS Y VELOCIDADES

Otra de las aportaciones de Leonardo consiste en la idea de que varias fuerzas actuando sobre un cuerpo desde varias direcciones producen un efecto equivalente al de una fuerza actuando desde una cierta dirección. Recíprocamente, dado un efecto que uno supone es el producto de una fuerza también se puede explicar mediante la presencia de varias fuerzas que producen el efecto de una ‘fuerza resultante’. Esto significa que una fuerza dada se puede descomponer en componentes, y lo mismo sucede con la velocidad. Dichas componentes aparecen en sus manuscritos y sus múltiples ejemplos hacen mención a las componentes virtuales de dos velocidades o movimientos que se expresan en un movimiento resultante y diferente al que produciría cada una de las componentes.

Leonardo utilizaba lo que hoy en día se conoce como el ‘principio del paralelogramo de fuerzas’ o ‘de velocidades’; probablemente sea más correcto decir que conocía algo de este principio y que él fue, de hecho, uno de sus posibles descubridores. Esta postura la sostiene G. Seailles.³⁵ Por lo contrario, Pierre Duhem sostiene lo contrario,

recurrido a la composición de esfuerzos o fuerzas, sobretodo en arquitectura, esta idea no había trascendido a la cuestión de velocidades o desplazamientos.

³⁴ Hart p. 87.

³⁵ *Ibid*

y para ello invoca lo que Leonardo menciona en un pasaje, acompañado del diagrama mostrado en la fig. 4.5, y que consiste en lo siguiente:

“El peso suspendido en el ángulo dividirá este peso entre los dos lados del ángulo en la misma proporción como la de la oblicuidad de sus lados. O dicho peso se distribuirá a sí mismo entre estos soportes en la misma proporción como la que se da entre los dos ángulos formados a partir de la división del ángulo donde el peso está suspendido... Entonces, el ángulo ‘abd’, siendo cortado por la línea ‘eb’ y el ángulo ‘ebd’ siendo 9 – 11 del ángulo ‘abc’, el ángulo ‘abe’ es 2 – 11; ‘ab’ es 9 – 11 del peso y ‘bd’ 2 – 11”³⁶.

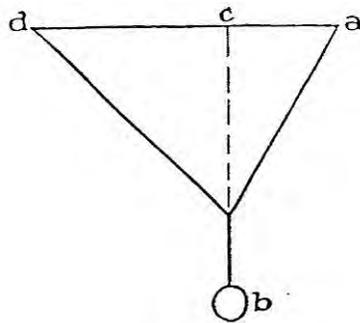


Fig. 4.5. Diagrama de tensiones producidas por un peso colgante

Esta, por supuesto, es una conclusión errónea, pero se debe más a problemas con las matemáticas que a deficiencias en la mecánica. El problema de la fig. 4.5 consiste esencialmente en un problema donde las tensiones son producidas en las dos cuerdas por el peso colgante, y es un ejemplo de la combinación de dos fuerzas en una única resultante equivalente. Ésta es fundamentalmente una deducción hecha a partir del

³⁶ *Ibid.* p.88.

recíproco del enunciado de la 'ley del paralelogramo de fuerzas' (esto, a simple vista, es quizás un caso específico del principio del triángulo de fuerzas).

Las dos fuerzas en juego son el peso (del pájaro) y la fuerza del aire. Pero además Leonardo no construye ni menciona un paralelogramo, aunque si definió el efecto resultante, el que se producía por mezclar fuerzas y velocidades libremente.

La desviación de la vertical en la caída libre de los cuerpos debida a la rotación de la Tierra sobre su eje es también exhibida como prueba de la percepción de da Vinci de que un cuerpo afectado por dos movimientos simultáneos toma un camino diferente, como resultante de los otros, del que seguiría cada movimiento por separado.

4.1.4 LA RESOLUCIÓN DE LAS FUERZAS

Sobre la resolución de una fuerza o una velocidad en dos componentes encontramos en el *Manuscrito G* la siguiente observación: *“El peso que desciende oblicuamente divide su peso en dos aspectos diferentes. Uno lo prueba de la siguiente manera: dejemos ab moverse de acuerdo con la oblicuidad 'abc'. Digo que el peso del cuerpo 'ab' divide su gravedad en dos aspectos, esto es, según la línea 'bc' y según la línea 'mn'. Por qué y qué tanto el peso es mucho mayor en una dirección que en la otra, y que oblicuidad es aquella que divide los dos pesos en partes iguales, sería algo que depende del peso del cuerpo.”*³⁷

³⁷ Hart p. 90. Ésta es la descripción de lo que representa la figura 4.6.

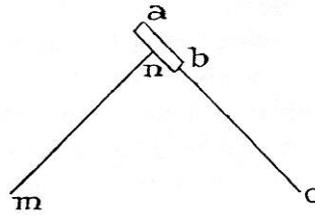


Fig. 4.6. La aceleración debido al peso.

Frente a este comentario es difícil negar que Leonardo posea una comprensión –o por lo menos un atisbo de ella– de la resolución de una fuerza en dos componentes en direcciones diferentes; pero otra vez estamos en posibilidad de decir que conocía en forma completa lo que hoy en día es el “*principio de resolución de fuerzas*”, como tal, o como un recíproco del “*principio del paralelogramo de fuerzas*”.

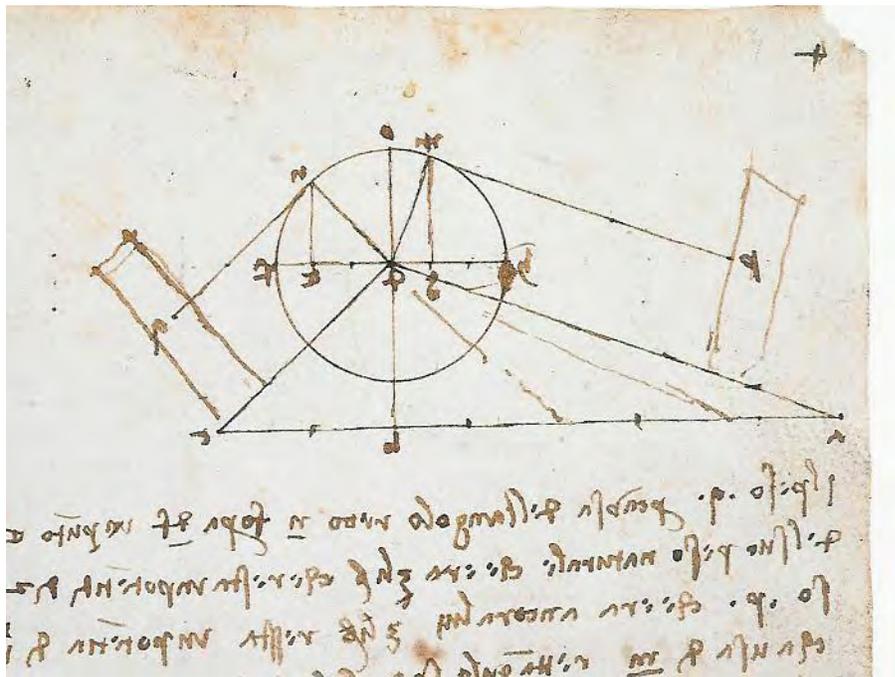


Fig. 4.7. Distribución del peso sobre el plano inclinado.

4.1.5 MOVIMIENTO EN EL PLANO INCLINADO

Acerca del movimiento de los cuerpos que se mueven de forma descendente a lo largo de un plano inclinado, Leonardo nos muestra, tanto en el *Códice Atlántico* como en el *Manuscrito A*, sus observaciones al respecto. Primero considera una esfera sobre un plano horizontal, y toma puntos fuera de la perpendicular que atraviesa el centro de gravedad que pasa por el punto de contacto. En este caso no hay un movimiento resultante.

Leonardo escribe: *“La esfera perfecta colocada sobre un plano perfecto no tendrá ningún movimiento a menos que se le imprima uno. Y la razón de esto es que todas las partes están a la misma distancia del centro; en consecuencia siempre permanecerá en equilibrio, y el balance de sus brazos, iguales en peso y en longitud, permanecen sin movimiento.”*³⁸

El siguiente paso para Leonardo es colocar la esfera sobre un plano inclinado, tal y como se muestra en la ilustración 4.8. En esta situación Leonardo nota que así como el ángulo de inclinación se incrementa, también aumentan:

1) la distancia entre el punto de contacto y la vertical a través del centro de gravedad (i.e. la distancia ‘ om ’) y,

2) la rapidez del movimiento es proporcional a ‘ om ’. Leonardo escribe que *“Mientras mayor es la distancia entre ‘ m ’ y ‘ p ’, mayor será su velocidad.”*³⁹ Leonardo se equivoca pues habla de velocidad, siendo que ésta es variable no sólo debido a este factor sino también por el tiempo que lleve la esfera en movimiento.

³⁸ Hart (1963), p. 91.

³⁹ *Ibid.*

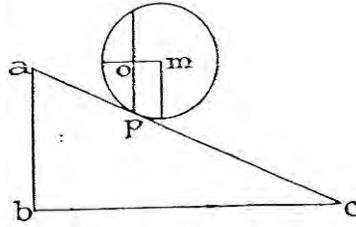


Fig. 4.8. Plano inclinado.

La conclusión de Leonardo es que *“el cuerpo esférico adoptará un movimiento que es más rápido conforme su contacto con el punto del plano donde éste corre esté más distante de la perpendicular que pasa por la línea central. Tanto como ‘ab’ es menor que ‘ac’, tanto el cuerpo esférico caerá más lentamente a lo largo de la línea ‘ac’.”*⁴⁰

Sin embargo, es poco probable que en la frase *“tanto como ‘ab’ es menor que ‘ac’”*⁴¹ haya tenido en mente la idea de una diferencia. Lo que es más probable es que Leonardo lo haya pensado como la razón de ‘ab’ respecto de ‘ac’. Según esto, lo más probable es que esté diciendo algo así como: *‘rapidez del movimiento descendiente de la esfera en el plano inclinado dividido entre la rapidez del movimiento de la esfera en caída libre es igual a la altura de caída ‘ab’ entre la longitud del plano ‘ac’.*

En otro pasaje del *Códice Atlántico* leemos: *“La caída del cuerpo ‘a’ sobre la línea ‘ac’ requiere un tiempo mayor respecto de la caída ‘ab’ como la proporción ‘ac’ es a ‘ab’.”*⁴²

⁴⁰ Hart (1963), p. 92.

⁴¹ *Ibid.*

⁴² *Ibid.*

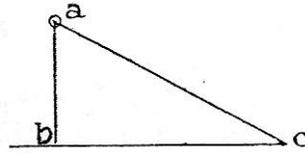


Fig. 4.9. Caída de un cuerpo sobre el plano inclinado

La comparación de los hechos relacionados con el movimiento de una esfera por un plano inclinado liso, tal y como lo conocemos hoy, refleja, por tanto, el mayor reconocimiento que se le debe otorgar a Leonardo por sus contribuciones al estudio del movimiento acelerado.

Su capacidad de integración de conocimientos provenientes de diversos campos se pone de manifiesto en la manera de relacionar sus estudios de perspectiva pictórica y el problema del plano inclinado. Para ilustrar el uso de la ley piramidal en el caso de la caída libre nos dejó, en el *MS M 42v*, un diagrama que acompaña a la frase: “... *el movimiento oblicuo exhibe, en todos sus grados, un crecimiento del movimiento y de su velocidad que obedece a la proporción aritmética*”.

Si en la figura 4.10⁴³ el plano inclinado está representado por el triángulo ‘*ebc*’, la caída vertical lo será por la pirámide en perspectiva ‘*abc*’. Dado que ambos estarán representadas – vistos desde la izquierda – de manera que tienen la base ‘*bc*’ en común, y están entre las mismas líneas ‘*ab*’, ‘*ac*’, ‘*eb*’, ‘*ec*’, que apreciadas desde el punto adecuado a la izquierda parecen superponerse de dos en dos por (‘*ab*’ con ‘*eb*’ y ‘*ac*’ con ‘*ec*’) y entonces ambos triángulos son “iguales”. Las líneas horizontalmente trazadas a la mitad, ‘*mn*’ y ‘*op*’, también son iguales. Tanto las velocidades y su base común ‘*bc*’ son, por consiguiente, iguales, pero los tiempos no lo son, pues se sujetan a una proporción relacionada con la inclinación del plano ‘*eopbc*’ respecto del plano vertical ‘*amnbc*’.

⁴³ Clagett en el *Dictionary of Scientific Biography*, 1973, *Leonardo da Vinci: Mechanics*, vol. 8 p. 215.

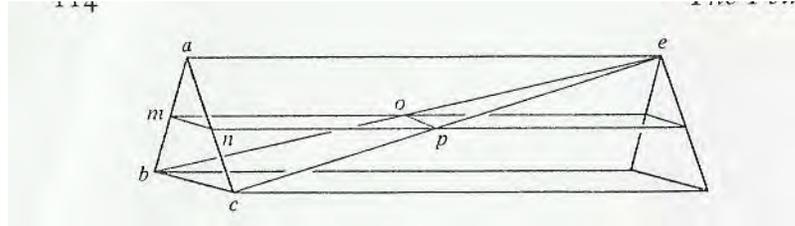


Fig. 4.10. Plano inclinado y ley piramidal

4.1.6 EL PRINCIPIO DEL TRABAJO

Otra de las aportaciones de Leonardo a la dinámica consiste en lo que hoy conocemos como el “*principio de las velocidades virtuales*”. Esto ha sido generalmente utilizado en sus textos como el punto de partida para el estudio de las fuerzas en equilibrio, lo que corresponde básicamente al terreno de la estática. No obstante, en las notas de Leonardo no encontramos una distinción entre lo que es la dinámica y lo que se entiende por estática.

Leonardo nunca utiliza el término “trabajo” en el sentido moderno, ya que no tenía una clara noción de la importancia del producto de la fuerza por la distancia ya que esto no cobró importancia sino hasta el siglo XVIII. Sin embargo, hizo una apreciación muy valiosa acerca de la fuerza, misma que encontramos en el *Manuscrito F*: “*Si una fuerza lleva un peso en un cierto tiempo a través de una distancia definida, la misma fuerza llevará la mitad del cuerpo a lo largo del doble de la distancia en el mismo tiempo*”.⁴⁴ Este enunciado no debe sorprendernos mucho dado que era algo ya establecido por Aristóteles, como lo hemos visto en los capítulos anteriores. Lo importante aquí es subrayar que Leonardo ha ido depurando lo que ha estudiado y se queda con lo que empíricamente lo convence. El enunciado de Leonardo es parte de una serie de razonamientos que conduciría, eventualmente, al ‘principio del trabajo’ o ‘principio de las

⁴⁴ Hart (1963), p. 93.

velocidades virtuales'. Este principio establece que hay, en efecto, un límite definido a los resultados de un esfuerzo determinado, y este esfuerzo no es sólo una cuestión de la magnitud de la fuerza, sino también de las distancias, del tiempo que dura, del proceso y de donde actúan las fuerzas. Si una se incrementa, sólo puede hacerlo a costa de la disminución de las otras.

En el *Códice Atlántico* nuevamente encontramos una nota de Leonardo referente al uso de una máquina para el movimiento de cuerpos pesados *“Cuando una parte en movimiento ejerce más movimiento en el mismo tiempo que el cuerpo movido, entonces ésta (i.e. la potencia) tiene más fuerza que el cuerpo en movimiento, y se moverá más rápidamente que el cuerpo mismo. Cuando la parte que está en movimiento tiene menor velocidad que la parte movida, entonces tendrá menos fuerza que el cuerpo movido.”*⁴⁵

La fuerza que está en equilibrio en una máquina está en proporción inversa a sus velocidades virtuales.⁴⁶ En el *Manuscrito E* encontramos una bella aplicación de esto, la máquina presentada en sus dibujos consiste en un sistema de poleas que sostienen un peso, como el mostrado en la fig. 4.11; con base en dicho esquema, Leonardo postula lo que hoy se entiende como la “ventaja mecánica de las poleas”,⁴⁷ siendo las poleas arcos utilizados comúnmente en ingeniería y por lo tanto de gran importancia para la construcción. Este principio permite calcular el factor por el cual se multiplica la fuerza puesta en juego en el mecanismo. En palabras de Leonardo: *“La potencia que las cuerdas interpuestas entre las poleas reciben de sus movimientos están entre ellas en la misma*

⁴⁵ *Ibíd.* p. 94

⁴⁶ Una velocidad virtual es un desplazamiento hipotético en un momento dado,. Es asumido en el análisis cinemático para facilitar la resolución en problemas de estática. Con respecto a cualquier fuerza dada de un número de fuerzas que sostiene un sistema en equilibrio, esto es la proyección, sobre la dirección de la fuerza, de una línea que se une con el punto de aplicación con una nueva posición de aquel punto indefinidamente cerca del primero, punto que es concebido para ser movido sin perturbar el equilibrio del sistema, o las conexiones de sus partes con los otros. En sentido estricto, esto no es una velocidad, sino una longitud.

⁴⁷ Ver capítulo 2 de esta tesis.

proporción como lo están las velocidades de sus movimientos. [Con respecto a] el movimiento efectuado por las cuerdas sobre las poleas, el movimiento de la última cuerda está en la misma proporción con la primera como con el número de cuerdas; esto es, si por ejemplo tenemos 5, y la primera cuerda se mueve una yarda, la última se moverá un quinto de yarda; y si fueran 6, el movimiento de la última cuerda sería de $1/6$ de yarda y así hasta el infinito. La proporción que el movimiento de la fuerza de las poleas tendrá respecto del movimiento de los pesos levantado por las poleas será como el de los pesos levantados por estas poleas con respecto al peso de la fuerza”.

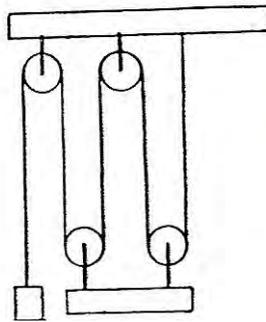


Fig. 4.11. Sistema de poleas y peso

4.1.7 MOVIMIENTO PERPETUO

Íntimamente ligado con el ‘principio del trabajo’ está el viejo mito del movimiento perpetuo. Sin embargo, si el principio del trabajo es correcto, entonces lograr el movimiento perpetuo es imposible.

Aunque en sus inicios Leonardo intentó diseñar una máquina de movimiento perpetuo, eventualmente se dio cuenta de la imposibilidad de hacerlo. En sus primeras notas, entre 1480 – 1489, planteó varios esquemas que utilizaban el principio del tonillo de Arquímedes para mantener el agua en movimiento perpetuo.

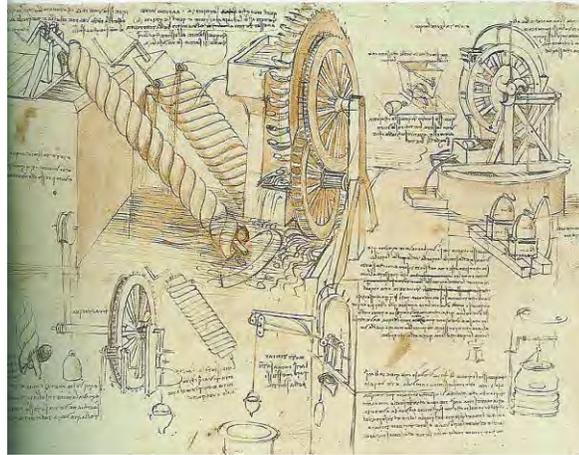


Fig. 4.12. Tornillos arquimedianos y bombas de agua (c. 1480), *Códice Atlántico* fo. 26v., Biblioteca Ambrosiana, Milán.

Usando el tornillo de Arquímedes Leonardo pensó que podría mantener el agua en movimiento perpetuo recogiendo agua que había caído, de manera que el circuito así establecido se mantendría al infinito. Pero tres años después se desdijo de estos esfuerzos: *“entre los múltiples engaños del hombre se cuenta la búsqueda del movimiento continuo [perpetuo], a lo que muchos se refieren como la rueda perpetua.”*⁴⁸ Durante siglos casi todos los que trabajaron en hidráulica y máquinas de guerra, y en algunos otros ingenios, dedicaron una parte de su tiempo a este problema. Pero a fin de cuentas, nos dice Leonardo, *“les ocurrió lo mismo que a los alquimistas, que por un pequeño detalle todo se perdió... recuerdo que durante muchos años la gente llevaba a sus hijos a Venecia para construir molinos sobre el agua quieta, pero después de muchos esfuerzos, e incapaces de poner la máquina en movimiento, deberían darse por vencidos.”* Esto nos lo cuenta en la portada del *Códice Madrid* para explicar que el agua en reposo *“no puede elevar el agua mediante instrumentos, y una vez elevada dejarla descender para que haga*

⁴⁸ Ms A 22v.

trabajo en los molinos, como si fuera el agua corriente.” Y añade “pobres tontos”, como si él mismo no lo hubiera intentado antes.⁴⁹

Para mediados de la década de 1490 ya había entendido claramente las limitaciones implicadas en el principio del trabajo y las plasmó en las siguientes líneas: “ningún objeto inanimado se mueve por sí mismo; por tanto, cuando se mueve, estará movido por un poder desigual, esto es, de tiempo y movimiento desiguales o de peso desigual, y cuando el deseo del primer impulsor cese, el segundo se parará de inmediato”.⁵⁰



Fig. 4.13. Ruedas de movimiento perpetuo (c. 1500), *Códice Forster II*, 90v-91r. Museo Victoria and Albert en Londres

⁴⁹ *Ibíd.*

⁵⁰ Truesdell (1968), p. 36.

En otras palabras, un gasto dado de potencia produce sólo un resultado finito, y si el resultado posterior es requerido, entonces un gasto requerido de potencia es necesario.

"Ningún objeto inanimado puede empujar o arrastrar sin desplazarse conjuntamente con aquello que impulsa. Y estos impulsores no pueden ser más que la fuerza o el peso, y si el peso empuja o tira del objeto, sólo realiza tal movimiento sobre el objeto por tender éste a mantenerse quieto, y cuando ningún objeto impulsado por su movimiento de caída sea capaz de volverse a elevar a su altura original, entonces el movimiento se acaba."⁵¹

"Y el objeto que mueve al otro objeto genera una fuerza; esta fuerza acompaña al objeto que mueve, consumiéndose a sí misma en la misma medida que lo mueve; siendo consumida, ningún objeto movido por ella puede ser capaz de volver a crearla. Luego ningún objeto movido puede tener una larga duración en su movimiento, pues cuando faltan las causas, faltan los efectos."⁵²

El problema, como se hace patente en esta cita, es que Leonardo todavía mezcla ideas aristotélicas con la física medieval. De cualquier manera este pasaje ya muestra la convicción de su parte de que el movimiento no se puede mantener por sí mismo.

⁵¹ Truesdell (1968), p. 36.

⁵² *Ibid.*

4.1.8 FUERZAS IMPULSORAS

Para concluir con el tema de la dinámica presento un comentario acerca de las fuerzas impulsoras. Las fuerzas de percusión, como Leonardo las llamaba, eran diferentes de las fuerzas en general. Esto es claro a partir de las referencias que a ellas hace en el *Códice Atlántico* y en otros lugares donde parece sugerir que realizó experimentos para analizar la colisión de cuerpos y el deslizamiento de cuerpos esféricos sobre superficies planas.

Sus dos principales conclusiones son acerca del impacto oblicuo de los cuerpos esféricos suaves sobre superficies planas, y sobre lo cual él concluye que:

1) Un golpe aplicado en dirección normal a la superficie tiene un mayor efecto sobre el plano que uno aplicado en ángulo; y de dos golpes inclinados, aquel cuyo ángulo de incidencia [medido contra la vertical] es más pequeño produce el mayor efecto.

“El golpe será menos poderoso que su impulso de acuerdo a como el ángulo de percusión sea más cercano al ángulo recto.”⁵³

2) Para un cuerpo que rebota, el ángulo de incidencia es igual al ángulo del rebote. Esto se aprecia en una nota sobre “percusiones” en la cual se lee lo siguiente:

“La línea de percusión (incidencia) y la de rebote (reflexión) están localizados en el medio de ángulos iguales.”⁵⁴

⁵³ Hart (1963), p.97.

⁵⁴ *Ibid.*

Dicho de otra forma, si se arroja una esfera contra una pared, la esfera rebotará en sentido opuesto formando un ángulo igual al de percusión. Esto se aprecia en la imagen 4.14. Aquí lo que hace Leonardo es simplemente generalizar la conocida ley de reflexión de la luz, muy difundida desde los tiempos previos a Euclides.

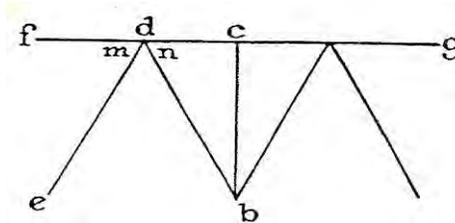


Fig. 4.14. "Percusiones"

4.2 ESTÁTICA

Como habíamos mencionado anteriormente, Leonardo en ningún momento hizo una distinción entre los problemas de la dinámica y los de estática. Cada uno de los problemas que estudió lo plasmó en una serie de líneas breves que hoy en día nos es posible separar como pertenecientes a alguna de las ramificaciones de la mecánica.

A lo largo de su vida, Leonardo estudió y plasmó en sus escritos problemas relacionados con palancas, poleas, planos inclinados, fricción, etc. Uno de los problemas que estudió en el terreno de la estática es el que comprende el 'principio de las palancas', problema que ha sido estudiado desde tiempos aristotélicos y sobre el cuál Arquímedes dejó extensos comentarios. Para entrar de lleno en el problema de las palancas, considero oportuno hablar previamente de los centros de gravedad.

4.2.1 CENTROS DE GRAVEDAD

Una de las más grandes contribuciones a la mecánica tiene que ver con las leyes de la palanca y entre sus principales elementos está la noción de centros de gravedad, cuestión que Leonardo abordó con bastante éxito.

La ley de la balanza, imperfectamente presentada por Aristóteles, o más bien, el Pseudo Aristóteles, en sus *Problemas Mecánicos*, recibió su estatus científico de manos del filósofo de Siracusa. Su demostración estaba basada en definiciones y axiomas que le conducían a declarar que cada cuerpo tiene un punto definido, al que por razones obvias se convino en llamar ‘centro de gravedad’, y en el que, para ciertos efectos, parece estar situado todo el peso del cuerpo.

Como ingeniero, Leonardo realizó una importante conexión entre la estabilidad de las estructuras y la de las máquinas, lo que él llamó mecanismo; como artista estaba constantemente consternado con las balanzas que participan en el armazón del cuerpo humano. El concepto de centro de gravedad surgió a lo largo de los años; sin embargo, consideró a éste concepto como algo fundamental para la mecánica. Sobre esto enfatiza que: *“La ciencia mecánica es muy noble y más útil que las otras, porque gracias a ella todos los cuerpos animados que tienen movimiento realizan sus operaciones; y este movimiento se lleva a cabo a partir de sus centros de gravedad. Éste está situado en el centro, excepto donde (las distribuciones de) los pesos son desiguales.”*⁵⁵

En el *Manuscrito B* se muestra un esquema de un peso suspendido, como el de la fig. 4.15, junto con la nota *“el centro de todos los pesos suspendidos está establecido bajo su soporte”*.⁵⁶

⁵⁵ Hart (1963), p. 101.

⁵⁶ *Ibid*

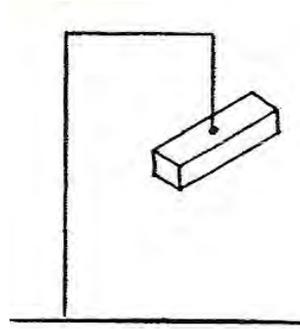


Fig. 4.15. Centro de gravedad de un cuerpo suspendido

En cuanto al cuerpo humano, basa su apreciación de la necesidad de una doble distribución de pesos sobre los ejes (i.e. la línea vertical a través del centro de gravedad) en sus estudios acerca de cada circunstancia variable como es el estar parado, sentado, hincado, subir o bajar colinas, subir escaleras, etc. Otra de sus notas sobre el centro de gravedad dice lo siguiente:

“Ocasionalmente el centro de gravedad se encuentra fuera del cuerpo, es decir, no está dentro del peso [volumen] de la materia, sino en el aire.”⁵⁷

Leonardo fue uno de los pioneros en la época moderna en ocuparse de encontrar el centro de gravedad de diversos tipos de cuerpos sólidos. Uno de sus resultados más originales, del todo nuevo pues el problema había permanecido sin solución desde la antigüedad, aparece en el Códice Arundel y señala que el centro de gravedad de una pirámide con base poligonal se encuentra por encima de la base, a un cuarto de la longitud de la línea que va desde el vértice superior de la pirámide hasta el centro de

⁵⁷ Hart (1963), p.102.

gravedad de la base poligonal. No dice cómo lo demuestra, lo encuentra o lo intuye, sólo lo enuncia.⁵⁸

4.2.2 EL PRINCIPIO DE LAS PALANCAS

Leonardo nos habla en su *Manuscrito A* sobre la longitud de los brazos de la palanca, y llama contrapalanca al brazo más corto, y palanca al brazo largo, y en una de sus notas se lee: “*el peso engarzado a los extremos de la palanca (hecha de cualquier material), levantará en el extremo de la contrapalanca un peso superior a sí mismo por la misma proporción como está la contrapalanca respecto de la palanca*”.⁵⁹

Esta manera de presentar la ley de la palanca nos debería poner a meditar sobre el camino que han recorrido los conceptos o conocimientos para ser presentados de manera entendible. Para ilustrar la utilidad del principio de la palanca, en el *Manuscrito A* Leonardo presenta un esquema que explica de la siguiente manera: “*10 libras al final de una palanca hará lo mismo que 20 libras en el punto medio, y que 40 libras en la cuarta parte*”⁶⁰. Como lo ilustra en la fig. 4.16.

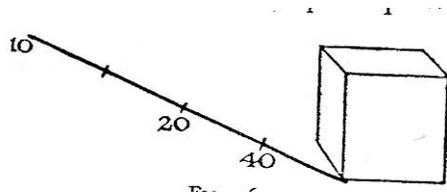


Fig. 4.16. Aplicación de la palanca

⁵⁸ Marcolongo (1937), p. 199-200.

⁵⁹ Hart (1963), p.104.

⁶⁰ *Ibid.* p.105.

Leonardo no solo fue influenciado por Arquímedes en el tratamiento de la balanza sino que también recibió información proveniente de otras fuentes. Por ejemplo, ahora se sabe que Leonardo conocía un trabajo árabe de origen griego donde se menciona una serie de axiomas que incorpora varias condiciones bajo las cuales la palanca de carga permanece horizontal. De éstas, dos son las que aparecen en sus escritos, una en el *Códice Atlántico*, se refiere al principio de la palanca en su forma más simple, mientras que la otra declara que en una barra cargada por un número de pesos que producen el equilibrio, si un peso sobre un lado del fulcro es movido hacia adentro, y el otro sobre el mismo lado del fulcro es movido hacia afuera por una cantidad conveniente, la barra permanece horizontal. Esto aparece plasmado en el *Manuscrito A* y en el *E*.

Es necesario notar que en varias de estas cuestiones el pensamiento de Leonardo ocasionalmente incurrió en diversos errores en cosas simples. En la ilustración 4.17, encontramos un brazo corto en cuyo extremo está colgando un peso; al otro lado del fulcro está un brazo de ocho veces la longitud del primero, con las divisiones marcadas. Se supone que la palanca es pesada, y el problema está en acertar qué peso debe suspender en el extremo del brazo corto para contrarrestar el efecto del brazo pesado, dado que cada sección de la palanca sostiene un peso de 1 lb. Un cálculo simple muestra que el resultado debe ser 31.5 lb. Y el error en su argumentación está en su desafortunada visión de que los pesos de cada sección actúan en el extremo exterior y no en el punto medio. Sobre esta base, en efecto, se dice que el peso sobre el brazo corto se ve anulado por la primera sección del brazo largo, de tal forma que el peso debe ser igual a 2 lb (la balanza de 1 lb de sección 2 tiene el doble de distancia, la de la sección 3 tiene el triple de distancia y así sucesivamente). Entonces, en la octava sección estará a 7 veces la distancia, i.e., de manera que $2+3+4+5+6+7+8=35$ lb.

Evidentemente el resultado al que llega Leonardo es incorrecto, algo de lo cual él mismo se da cuenta más adelante y señala que el peso debe considerarse como que actúa en el punto medio de cada sección.

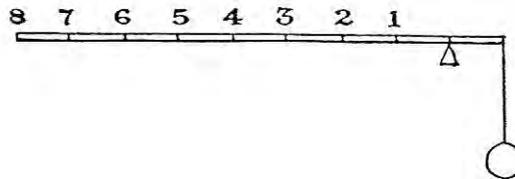


Fig. 4.17. Aplicación del principio de la palanca

4.2.3 LA CONCEPCIÓN DE LA POTENCIA EN LOS BRAZOS DE PALANCA

El siguiente paso en el estudio de la palanca dado por da Vinci, fue ocuparse de la inclinación del brazo de ésta. Hasta ahora nos hemos referido a la palanca o balanza recta y a un peso que actúa a lo largo de la perpendicular a ella. Lo que Leonardo se pregunta al respecto es ¿Qué pasa si uno de sus brazos está ahora inclinado respecto al otro de manera que el peso correspondiente actúa inclinándolo en un ángulo? Este problema fue atacado de forma experimental y aparece ilustrado en la fig. 4.18. En ella se muestra una barra que se puede pivotear en 'a', y tiene un peso 'o' suspendido de 't' en 'm'. Un segundo peso está también engarzado a 't' por medio de un cordón horizontal 'tn' que pasa sobre la polea 'n'. El problema consiste en encontrar la razón entre los pesos que están colgando de 't' y 'n' para que se dé el equilibrio de la varilla 'at'.

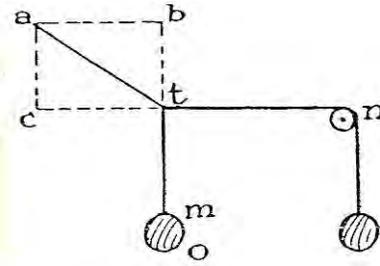


Fig. 4.18. Problema del equilibrio de una varilla

Leonardo sostiene que en efecto, éste es un problema de palanca pero en el cual el brazo de palanca para el peso 'o' no es 'at', sino lo que él llama *brazo potencial* o *palanca potencial* 'ab'. Y para el peso en 'n' el brazo de palanca es el brazo potencial 'ac'. También menciona que este brazo potencial es real en el sentido de ser el brazo 'efectivo', y a las líneas 'ctn' y 'btm' (líneas reales con extensiones de cuerdas) las llama semi reales. La conclusión de Leonardo es que en este caso la razón entre los dos pesos deberá ser inversamente proporcional a la razón entre los radios de sus brazos potenciales.

¿Cómo llegó Leonardo a este punto? Mach propuso lo siguiente: supongan que Leonardo imaginó una cuerda colocada alrededor de una polea A, y sujeta con igual tensión en ambos lados. La porción en contacto es BC; EF será una línea de simetría, y el sistema estará en equilibrio. Debe tomarse en cuenta que la única parte esencial de la polea está limitada por los dos radios rígidos AB y AC. Esto basta para determinar la forma del movimiento de los puntos de aplicación de las dos cuerdas, y el resto puede ser eliminado sin perturbar el equilibrio. El radio BA extendido cortará la cuerda en D, el brazo de palanca para el lado derecho de la fuerza no es AD, sino la palanca potencial AC. Los elementos de este razonamiento aparecen en la figura 4.19.

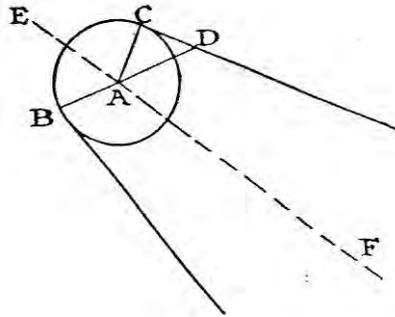


Fig. 4.19. Brazo potencial

Es muy probable que la concepción de “brazo potencial” haya surgido en el *Manuscrito E* en una nota que acompaña al diagrama de la fig. 4.20, y que dice: *“la unión de los apéndices de las balanzas con los brazos de estas balanzas siempre es un rectángulo potencial, y no es capaz de ser verdadera si estos brazos son oblicuos”*,⁶¹ y de nueva cuenta, *“los verdaderos brazos de la balanza son más largos que los brazos potenciales, tanto más si están más cerca del centro del mundo,”*⁶² (donde por centro del mundo se entiende más cerca de la vertical a través del fulcro). Finalmente, *“y siempre los brazos reales no incluirán en sí mismos a los brazos potenciales si no se encuentran en posición de igualdad.”*⁶³

Aquí seguramente podremos apreciar un enfoque más natural al importante concepto de Leonardo de los brazos potenciales. La oscilación del brazo de la balanza siempre ha sido algo familiar, y con la poderosa imaginación de da Vinci, es pertinente creer en su rápida capacidad de apreciar la importancia de la distancia perpendicular que disminuye entre los dos pesos suspendidos.

⁶¹ Hart p.108.

⁶² *Ibid*, 109.

⁶³ *Ibid*.

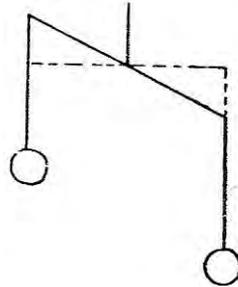


Fig. 4.20. Palanca potencial

4.2.4 LA CONCEPCIÓN DE MOMENTOS

La concepción o noción de brazo potencial involucra tanto al peso o factor de fuerza como a la distancia perpendicular desde su línea de acción hasta el punto de suspensión o fulcro. Cabe preguntarse si ¿conocía Leonardo, o tenía en mente la idea de momentos, tal y como la entendemos hoy en día? Pierre Duhem, al igual que Mach, favoreció el punto de vista de que Leonardo entendió y empleó la idea de momentos; Schuster⁶⁴ adoptó la visión opuesta. Después de analizar esta situación Hart opina que Leonardo no conocía ni intuía la idea del momento de una fuerza sobre un punto.

Duhem cita primeramente el pasaje del *Manuscrito I* que hace referencia a la ilustración 4.21 de una fuerza aplicada por una cuerda para alejar una masa de la vertical. Dice lo siguiente: “...conocer para cada grado del movimiento la magnitud de la fuerza de la potencia que mueve y de la causa de la cosa movida. Como se ve en MN (i.e. arrojar una perpendicular sobre la línea de la fuerza que mueve) con FH”.⁶⁵

⁶⁴ *Ibid*

⁶⁵ Hart (1963), p.111.

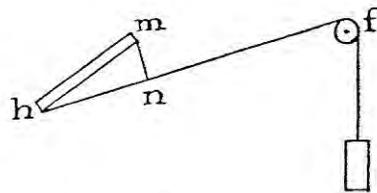


Fig. 4.21. Fuerzas sobre cuerdas

En el *Manuscrito M* encontramos en el diagrama 4.22 una palanca 'fm' sosteniendo un peso de 4 lb suspendido verticalmente desde 'm', y uno de 8 lb suspendido de 'p' con una dirección inclinada 'fp' a través del uso de la polea 'p'. Leonardo claramente indica su uso de la perpendicular a la línea de acción de la fuerza por el empleo del vocablo "Circumvoluble", con el que hace referencia al obstáculo que presenta el círculo.

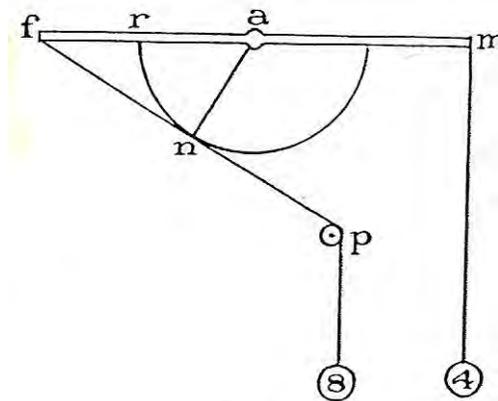


Fig. 4.22. Palancas y poleas

Esto lo enfatiza Leonardo para la figura 4.23 a través de una variedad de condiciones plasmadas en la siguiente nota: "en alguna parte, como lo sería, por ejemplo, la cuerda NC, no hace diferencia alguna, porque uno siempre emplea una línea que cae

perpendicularmente desde el centro de la balanza hacia la línea del cable, i.e., la línea MF.⁶⁶

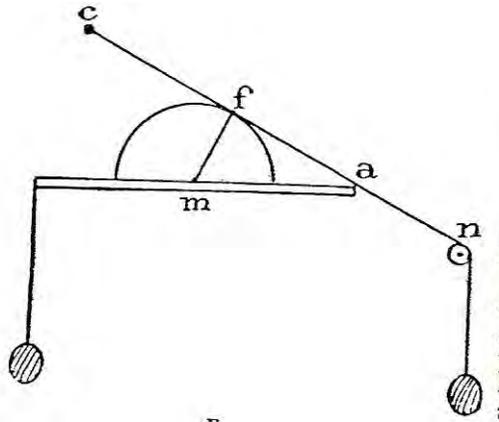


Fig. 4.23. Balanza

Es evidente que da Vinci apreciaba el valor de la perpendicular sobre la línea de acción de la fuerza.

Donde Hart no está de acuerdo con Duhem es en afirmar que de aquí se sigue que Leonardo usó dos cosas: el producto de la fuerza por la distancia y, además, que conectara este producto con la idea de ser una medida de la potencia giratoria de la fuerza sobre el fulcro. Las alternativas básicas que se le presentan a Leonardo son: o usar el factor de proporción o el producto de la fuerza por la distancia. El principio de la balanza se refería a que en equilibrio la razón de los pesos era inversamente proporcional a la longitud de los brazos, por lo que el principio de momentos aplicado a la balanza, podría expresar el hecho de que el producto del peso por la longitud de los brazos era el mismo en ambos lados. La duda de si Leonardo concibió la idea de los momentos ha girado en torno del hecho de que la mayor parte de las veces empleó el factor razón y no el factor producto.

⁶⁶ Hart (1963), p.111.

4.2.5 APLICACIÓN DEL PRINCIPIO DE LA PALANCA

En cuanto a la aplicación del principio de la palanca encontramos varios ejemplos en el estudio de los mecanismos en general. Primeramente podemos considerar la clase de problemas en donde el peso suspendido se desvía de la vertical a través de la acción de una fuerza perturbadora que inclina al peso hacia un ángulo respecto de la vertical. Cabe notar que da Vinci empleó la misma nomenclatura para los ángulos que la utilizada para líneas, es decir, se refería a los ángulos calificándolos de “real” o “potencial”.

4.2.6 PLANO INCLINADO

En la sección anterior ya se mencionó el movimiento de un cuerpo sobre un plano inclinado. En esta ocasión se tocará el tema pero partiendo del punto de vista de la estática, en donde ahora Leonardo muestra una aplicación del principio de la palanca⁶⁷.

Por otro lado, Leonardo mostró un poco más que unas simples notas y bosquejos y, sin duda, el estudio que hizo fue incompleto y carente de claridad. Por ejemplo, en el *Manuscrito G* (fig. 4.24) encontramos el esquema de un doble plano inclinado, al cual se le llamará “palanca simple equivalente”, donde los dos pesos son comunes a los dos sistemas. Leonardo sostiene que la razón de los pesos en equilibrio es igual a las razones de las bases.

⁶⁷ Ochenta años después de Leonardo, aproximadamente, Stevin se dedicó a estudiar y presentar el primer tratamiento completo sobre este tema, tratamiento por el cual la historia le concedió el mérito de ser el primero en aportar resultados interesantes sobre este particular. Es claro que desconocía los escritos y aportaciones de Leonardo sobre esta cuestión.

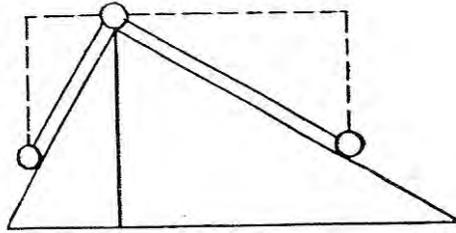


Fig. 4.24. Doble plano inclinado

Otro de los estudios de Leonardo en este tema está plasmado en su tratado sobre “*El vuelo de los pájaros*”, en donde muestra a un doble plano inclinado con dos pesos en los extremos. Junto al diagrama (fig. 4.25) encontramos la siguiente nota: “[dado] el peso q , y ya que el ángulo recto n sobre df en el punto e , pesa dos tercios (i.e. refiriéndose al jalón sobre la cuerda nq) de su peso natural, que era de 3 libras, y corresponde a una fuerza de 2 libras.”⁶⁸ Aquí se ve claramente la aplicación del principio de la palanca, donde d es el fulcro, el brazo potencial para jalar la cuerda nq es nd (igual a df) y el que corresponde al peso q (considerado en n) es de . Por consiguiente, la fuerza que jala al peso es respecto a dicho peso lo que 2 es a 3, y lo análogo ocurre para el otro lado de la figura.

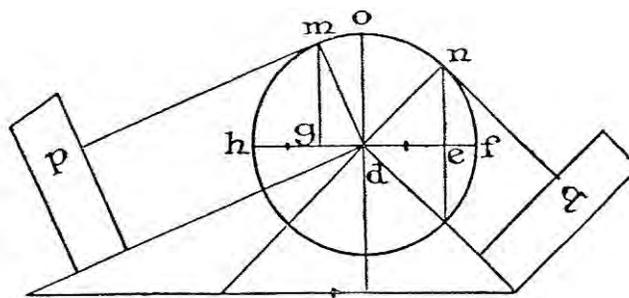


Fig. 4.25. Distribución de pesos sobre el doble plano inclinado

⁶⁸ Hart (1963), p 118.

4.2.7 POLEAS

Con relación al tema general del brazo de palanca potencial, los comentarios y observaciones aparecen en diversos manuscritos. Uno de ellos menciona que si tenemos una balanza graduada con los brazos horizontales y con el fulcro en el punto medio, y en cada caso encontramos en un extremo un peso colgado directamente hacia abajo, y en el centro un círculo “*circumvoluble*”, entonces lo que ocurre en el otro extremo es que la cuerda viene directamente desde éste formando algún ángulo, tangencialmente a un “*circumvoluble*”, y de ahí se pueden establecer distintas conexiones de poleas para colgar el segundo peso. Dos casos extremos son mostrados en las figuras 4.26 y 4.27. En la figura 4.26, el radio del “*circumvoluble*”, y por ende el brazo potencial, mide $1/8$ del brazo real, y por tanto, a pesar de la interposición de las dos poleas, los pesos están en proporción de 8 a 1 para el equilibrio.

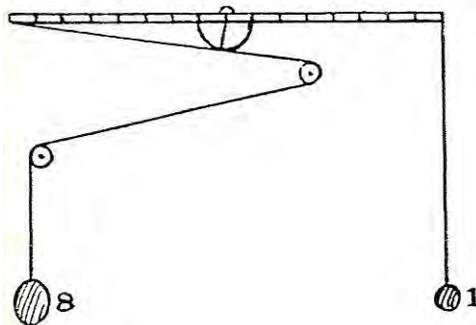


Fig. 4.26.Poleas

Por otro lado, en la figura 4.27 se muestra un sistema de seis poleas, con el brazo potencial de un cuarto del brazo real, y los pesos son de 8 a 2.

de la palanca y, 2) el principio de velocidades virtuales. La posición inicial aparece descrita con sencillez por Leonardo en una nota en el *Códice Atlántico*, junto a dos esquemas, mostrados en la fig. 4.28, y dice:

“La línea del movimiento es ab; la línea de la fuerza es da. La línea de movimiento en la balanza es la distancia desde el punto medio de las poleas desde sus circunferencias, especialmente en la dirección de la fuerza que actúa sobre las ruedas como una tangente, i.e. ‘ab’. En el punto de contacto de la cuerda desde donde los pesos actúan con la rueda surgen continuamente ángulos rectos entre esta cuerda y el radio de contacto.”⁷¹

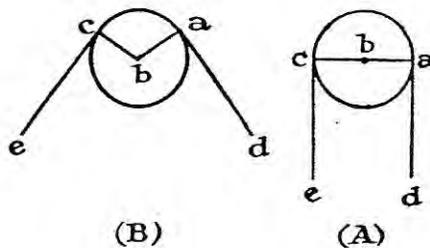


Fig. 4.28. A) Balanza simple y B) Balanza virtual

La polea simple es, por tanto, una balanza simple como la que se muestra en la fig. 4.28 (A), o una balanza virtual con brazos potenciales como se muestra en la figura 4.28 B. A continuación Leonardo muestra que la interposición de una polea fija no produce ningún cambio en la ventaja mecánica,⁷² como se puede apreciar en la fig. 4.29.

⁷⁰ *Ibid.* p. 121.

⁷¹ Hart (1963), p. 122.

⁷² El término de *ventaja mecánica* no fue utilizado por Leonardo; éste término fue empleado posteriormente.

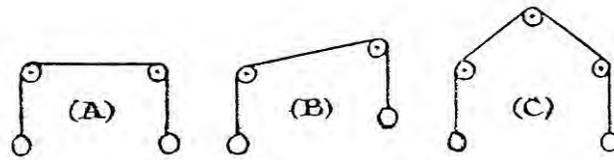


Fig. 4.29. Poleas fijas y ventaja mecánica

Por otro lado, la figura 4.30 muestra un error en su razonamiento. En dicho diagrama la tensión en la porción horizontal de la cuerda está dada por 8 libras, con una carga de 4 libras en cada polea. Por lo tanto no estamos en posibilidad de decir que da Vinci entendió correctamente la simple función de cambio de dirección de una fuerza que todas las poleas simples poseen. Aunado a este error por parte de Leonardo, encontramos una idea falsa en cuanto al esfuerzo o jalón ejercido por una polea sobre sus soportes. En la fig. 4.30 notamos que los sujetadores están inclinados en un ángulo de 45 grados, y por tanto reciben un jalón de $4\sqrt{2}$ libras, lo cual Leonardo calculó en 8 lb.

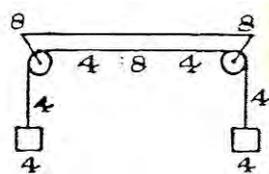


Fig. 4.30. Poleas fijas

Por otra parte, en el estudio de las poleas móviles, Leonardo presenta un esquema en el que anota lo siguiente: *“toma en consideración que g es la mitad del peso h , y que el camino de g es dos veces mayor que el de h ”*.⁷³ La ilustración que se muestra es la de una polea sujeta por un cable y en ella está sostenido un peso, como el que se muestra en la fig. 4.31. Nada puede ser más explícito, tanto desde el punto de vista de la ventaja mecánica como de la razón de velocidades.

⁷³ Hart (1963), p.124.

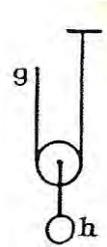


Fig. 4.32. Poleas móviles

La figura 4.33, por ejemplo, nos muestra un arreglo típico de poleas móviles, de las cuales Leonardo reduce su discusión al estudio de la tensión en una cuerda y nos dice: *“el peso se divide entre las ocho partes de la cuerda. El noveno opuesto a esto simplemente sostiene el equilibrio de los ocho.”*⁷⁴

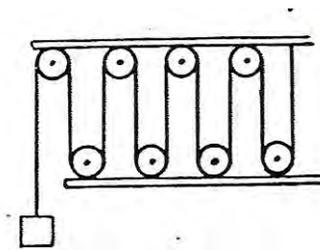


Fig. 4.33. Sistema de poleas

Otro de los ejemplos que plantea Leonardo es el que se muestra en la figura 4.34, en donde comenta, sobre la fuerza y el movimiento de poleas móviles, lo siguiente:

“Sobre movimiento y fuerza. Entre las causas mismas de los cuerpos movidos que reciben mayor velocidad, la mayor pérdida reproduce en el cuerpo en movimiento. Por ejemplo, en el caso de los bloques ‘ag’ y ‘bh’ hágase que el inferior sea levantado a la línea ‘mn’. Mantengo que necesariamente en

⁷⁴ Hart (1963), p.125.

*este caso el pedazo de cuerda 'hg' cae tanto que el punto 'g' llega a la posición de 'h'.*⁷⁵

Leonardo, entonces, pasa a indicar que para que el madero se mueva a mn , los pedazos de cuerda mbo , qpd , etc., deben todos pasar alrededor y bajo g , de manera que la potencia aplicada en h se mueva a través de una gran distancia. Aquí se refiere al movimiento que involucra a cualquier punto como la "fatiga", y además sostiene que la fatiga en h es mayor que en f , que en f es mayor que en d , etcétera. Sin embargo, no podemos decir que el término fatiga haya sido empleado como un término técnico para expresar el desplazamiento lineal, y debemos suponer que aquí Leonardo introducía consideraciones fisiológicas que deberían haber sido ajenas a la teoría abstracta del sistema de poleas bajo consideración.

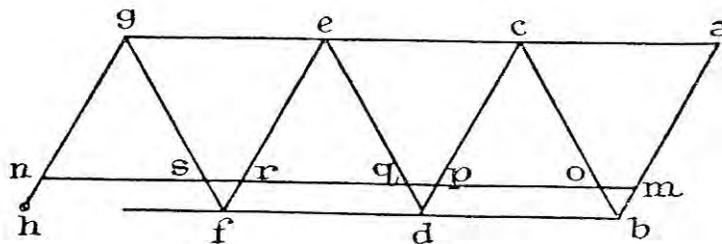


Fig. 4.34. Fuerza y movimiento de poleas

4.2.8 TRANSMISIÓN DE POTENCIA

El último tema a tratar en este capítulo se ocupa de la transmisión de la potencia. Para da Vinci la transmisión de potencia ocurre, por ejemplo, en el tipo ordinario de ruedas dentadas, los llamados engranes, mismos que tenían una larga historia que se remonta, al menos, a los problemas mecánicos del pseudo Aristóteles.⁷⁶ En el caso

⁷⁵ *Ibid.* p. 127.

⁷⁶ Ver Capítulo 2 de esta tesis

particular de Leonardo éste mostraba una gran parcialidad por el método de transmisión ilustrado en la fig. 4.35, en la cual una rueda 'A' es colocada para girar debido a un número de piezas que sobresalen de ella en intervalos iguales, y que son engarzadas entre los postes de un cilindro que gira a la manera de un huso rotatorio 'B'. Debido a este arreglo es que la potencia es transmitida en ángulo recto.

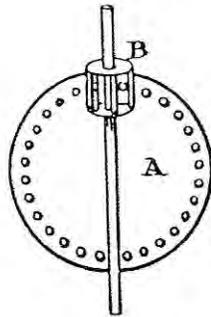


Fig. 4.35. Engranés

4.3 LAS MÁQUINAS

Todo lo mostrado anteriormente conduce a un fin, entender por separado los mecanismos de los diversos tipos de máquinas simples, como lo son las poleas, planos inclinados, balanzas, palancas, etc., y que resultaron de utilidad para el diseño de las diferentes máquinas creadas, inventadas o copiadas por da Vinci.

Todos estos estudios fueron puestos en práctica en sus numerosas máquinas y artefactos, los cuales podemos describir o clasificar más o menos como máquinas bélicas, máquinas para volar y máquinas acuáticas, entre otras. Las dos máquinas que presentaré a continuación, a manera de ilustración de lo hecho por Leonardo, son: el robot mecánico y la sierra mecánica.

4.3.1 EL ROBOT MECÁNICO

El robot mecánico es un modelo que da Vinci plasma con escalas acorde con las de un cuerpo humano. Este modelo está compuesto de sistemas de poleas y cuerdas, por lo que es evidente que Leonardo domina, aunque fuera de manera intuitiva, el funcionamiento de este tipo de sistemas. Parte del diseño del soldado robot, que encontramos en el *Códice Atlántico* en los folios 579r, 1021r, 1021v, y principalmente en el folio 579r, corresponde a las ilustraciones de los complejos sistemas de poleas que pudo haber utilizado para construir su autómatas, en éstas encontramos notas sueltas que poca relación tienen con el robot.



Fig. 4.36. Robot mecánico.

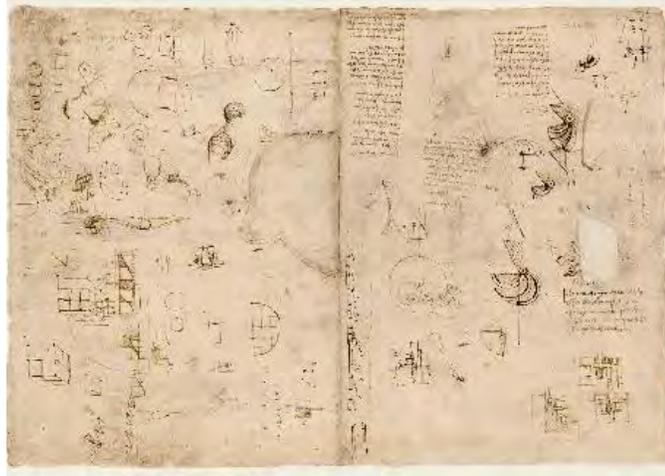


Fig. 4.37. Notas acerca del robot mecánico mostradas en el *Códice Atlántico*.



Fig. 4.37. Sistemas de poleas para el robot.

En este autómatas encontramos la aplicación, no solamente de la ley de las palancas, sino también de la ley de la ventaja mecánica y la transmisión de potencias.

Analizar este tipo de máquinas no es una labor simple y mucho menos sencilla, puesto que Leonardo nunca especificó las dimensiones de las piezas que conforman el robot ni sus máquinas en general. Esta situación dificulta el análisis cinemático de sus máquinas.

4.3.2 LA SIERRA MECÁNICA

Otra de las máquinas, la cual encontramos en el *Códice Atlántico*, es la *Sierra mecánica*. A partir de la ilustración en este texto podríamos suponer que no era invento suyo, sino que la copió de algún lugar; otra hipótesis consiste en que podría ser un borrador que no terminó. El sistema que utiliza la sierra consiste en un mecanismo que actualmente conocemos como mecanismo de *biela–corredera–manivela*; este sistema es un mecanismo sencillo que tiene tres puntos de aplicación; la biela, que tiene un movimiento circular y se mueve con velocidad angular constante; la manivela, que posee un movimiento de sube y baja, y la corredera, que como su nombre lo indica, describe un movimiento unidimensional, como el mostrado en la figura 4.38.

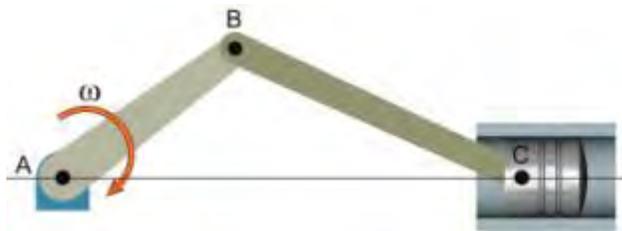


Fig. 4.38. Mecanismo biela – manivela - corredera

En el caso de la sierra mecánica de Leonardo, la biela está en la rueda dentada que se mueve con velocidad constante por medio de la acción del agua; la manivela es un

sistema un poco más complejo puesto que consiste en un sistema de poleas, engranes, cigüeñal y carro. Mientras que la corredera, en este caso en posición vertical, está constituida por el bastidor con la sierra.

El funcionamiento es relativamente simple: por medio de la acción del agua se activa la rueda dentada haciendo que el sistema de engranes y poleas muevan el carro donde se localiza un tronco, y por otro lado también acciona el bastidor, moviéndolo en forma ascendente y descendente.

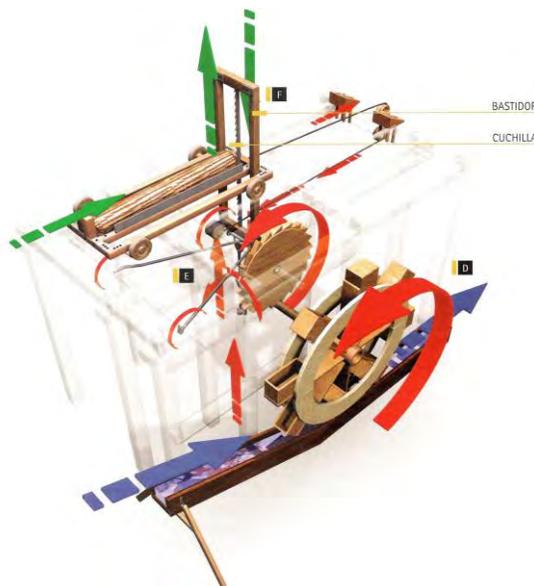


Fig. 4.39. Funcionamiento de la sierra mecánica⁷⁷.

Como podemos apreciar, Leonardo era un ingeniero que conocía bien su oficio. Sus máquinas bélicas, voladoras, hidráulicas, incluso los instrumentos musicales, son actualmente elementos de estudio para la ciencia y la ingeniería. El reto está en descubrir la magia que encierran cada una de ellas, y también, creo yo, en demostrar cuáles eran funcionales y cuáles no. Con base en esto cabe darle a Leonardo un reconocimiento

⁷⁷ Laurenza, Atlas Ilustrado de las máquinas de Leonardo da Vinci

mayor que el de sólo el 'artista', y ubicarlo como una de las grandes mentes maestras que de una u otra forma pudieron revolucionar las ciencias físicas de su tiempo, lo que, en cierta forma, lo hace precursor de otras grandes mentes como fueron las de Galileo, Bernoulli y Stevin, entre otros.

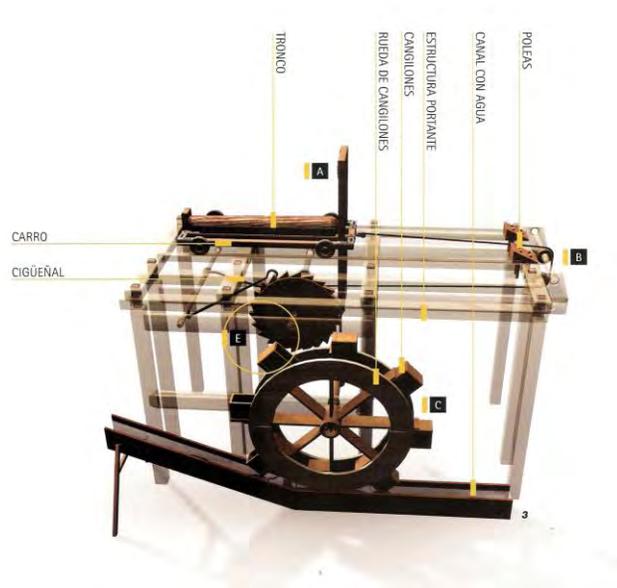


Fig. 4.40. Corte transversal de la sierra mecánica

Aunque cada máquina encierra su encanto debo mencionar que algunas de sus máquinas no son propiamente de su invención, ya que previo a Leonardo había una tradición mecánica que, en la Edad Media, había producido varios artefactos y máquinas. Por lo tanto es posible que muchas de ellas las haya observado, copiado de algún libro, o haya colaborado con alguien para realizarlas. Otras, sin embargo, son muestra de la gran creatividad que anidaba en nuestro prototípico hombre del Renacimiento.⁷⁸

⁷⁸ Ver capítulos 3 y 4 de Gille (1972), *Leonardo e gli ingegneri del Rinascimento* Gallo 33i et al (eds), (1992). *Avant Leonard*, Galluzzi, (1991) *Prima di Leonardo*. Este último es un texto maravilloso con múltiples ilustraciones, diagramas, etc., acompañados de comentarios y datos históricos.

CONCLUSIONES

El que se enamora de la práctica sin ciencia, es como el marino que sube al navío sin timón ni brújula, sin saber con certeza hacia dónde va.
- Leonardo da Vinci -

A lo largo de estas páginas he presentado un esbozo del desarrollo de la mecánica desde los tiempos antiguos, principalmente en los planteamientos propuestos por Aristóteles y Arquímedes. Cabe mencionar que tales ideas fueron plasmadas en diferentes textos, tales como las *Quaestiones Mechanicae* de Aristóteles y *Sobre el equilibrio de los planos* de Arquímedes, textos que, desde una cierta perspectiva, podría considerarse sólidos y que durante muchos siglos fueron considerados como el sustento de las disciplinas ‘mecánicas.’

Las nociones que en tiempos de la Grecia clásica se consideraban como pertenecientes al arte de la ‘mecánica, como se presentaron en el segundo capítulo de esta tesis, consistían principalmente en justificaciones y demostraciones del funcionamiento de diversos instrumentos mecánicos como palancas y poleas principalmente, además de cuestiones relacionadas con el movimiento de los cuerpos, y en particular con el movimiento de los proyectiles, atendiendo a sus causas al inicio y durante el transcurso del movimiento. Como se vio en dicho capítulo, la descripción de la trayectoria no despertaba interés especial, y sólo importaban el porqué del fenómeno.

A partir de las aportaciones hechas principalmente por Aristóteles, se generaron durante la Edad Media una serie de discusiones filosóficas en torno de dos problemas, uno subsidiario del otro, el movimiento de proyectiles y la caída libre. A diferencia de la ciencia física del periodo griego, los escolásticos medievales se interesaron en analizar los fenómenos con mayor profundidad y espíritu crítico, tomando en cuenta las incongruencias que habían sido soslayadas en la antigüedad. Como se vio en el Capítulo III, la mecánica aristotélica ya no era capaz de responder a las nuevas interrogantes. A mi

parecer fue la carencia de conceptos físicos bien definidos, así como el pobre desarrollo de métodos para recoger los datos de la experiencia bajo un marco interpretativo adecuado, que constituyeron unas de las principales características de las ciencias del Medievo, y fueron a la vez los obstáculos para superar las concepciones medievales. El desafío que esto planteaba no era menor y llevó poco más de tres siglos generar una base conceptual más sólida y unificada para la mecánica y en la que debieron participar muchos hombres de gran imaginación e ingenio, y gracias a lo cual Newton logró recoger los frutos y transformarlos en lo que sería la base de la nueva ciencia de la edad moderna.

A pesar de la complejidad y la envergadura del camino por seguir para los filósofos naturales del Medievo éstos se dedicaron a buscar nuevas soluciones a los problemas del movimiento, para lo cual debieron plantearse, por decirlo de alguna manera, nuevos objetivos, como lo sería la cuantificación del movimiento. Por ejemplo, los desarrollos conceptuales y el planteamiento del teorema de la velocidad media, mejor conocido como teorema del Colegio Merton, constituyó una aproximación más clara hacia la cuantificación, aunque, como bien sabemos que la postulación de este teorema no fue expresada en términos algebraicos dado que el álgebra simbólica que actualmente utilizamos se desarrolló posteriormente.

Con los años fueron presentándose nuevas nociones desarrolladas por las mentes maestras de personajes como Avicena, Buridan, Oresme, quienes dieron un paso importante en el dirigir a la mecánica hacia nuevos horizontes. Seguidores de ellos, como lo serían Alberto de Sajonia o Nicolás de Cusa, implementaron otro tipo de soluciones a los problemas planteados previamente. Soluciones que muy posiblemente Leonardo da Vinci llegó a conocer.

Finalmente, después de que el mundo vivió estos dos importantes periodos en la historia de la mecánica, en el año de 1452 nació uno de los científicos más grandes, desde

mi perspectiva, de la historia: Leonardo da Vinci. Fue la suya una de las mentes más privilegiadas que ha visto este mundo, que lo ha estudiado y observado para, posteriormente, plasmarlo en diversos dibujos y esquemas en los que parecía dotar de vida o de 'realidad' a lo que representaba. Sus dibujos en ocasiones eran acompañados de breves líneas escritas bajo un lenguaje sumamente poético. Y a pesar de estas maravillosas contribuciones a la humanidad que son sus códices y manuscritos, es difícil discernir con exactitud si las notas que acompañan a los esquemas están relacionadas o no de manera que constituyan imágenes de una realidad coherente en el espacio mental de Leonardo. Es muy conocido que por desgracia Leonardo no fechó sus escritos, y que mezclaba temas y elucubraba sin aclarar si lo escrito eran sus opiniones o las de otros, si lo planteado en un folio anulaba lo dicho sobre el tema en otro, situaciones éstas que hacen que la labor de quien estudia a Leonardo sea un tanto cuanto compleja.

Sobre Leonardo, y a manera de conclusión, creo que es importante retomar la idea de que su motivación principal era la curiosidad y por lo tanto, la aplicación de sus observaciones en diferentes rubros, esa ansia de conocimiento, de saber, de entender el mundo y sus fenómenos. Leonardo era un empirista, y podríamos suponer que con él comenzó la era de la experimentación, pues todo conocimiento verdadero proviene, lo enfatizó una y otra vez, de la experiencia, de la observación, de estar en contacto con el mundo, de ir al mundo y preguntarle acerca de cómo es, de cómo funciona, y entenderlo. Asimismo fue muy claro en expresar que sin las matemáticas poco se podría entender de este mundo. Y la ciencia mecánica, sin duda, para él era una ciencia matemática.

La mayoría de sus aportaciones a la mecánica están plasmadas en el desarrollo del diseño de máquinas y mecanismos. Y aunque su mecánica estaba basada en axiomas aristotélicos, conforme avanzó en sus análisis adoptó las ideas de pensadores como Nemore, Alberto de Sajonia y algo de Nicolás de Cusa, y logró algunos avances respecto de sus 'maestros' medievales, como los llamó Duhem en su ya clásico estudio sobre da Vinci.

A pesar de que sabemos que Leonardo hizo diversas contribuciones a la mecánica, hay que llamar la atención sobre el hecho, ampliamente reconocido y discutido, por Truesdell por ejemplo, que también muchas de sus conclusiones, que Leonardo toma como correctas, eran totalmente erróneas.

Por ejemplo, la dinámica de Leonardo se basaba en la teoría del ímpetu de Buridan, pero se adhirió a la opinión aristotélica de que la supuesta aceleración de un proyectil después de abandonar el proyector se debía al aire. Aceptó también la división de la trayectoria del movimiento del proyectil en tres partes, como lo presentó Alberto de Sajonia, pero por otra parte reconoció, correctamente, que el movimiento efectivo de un cuerpo podía ser el resultante de dos o más fuerzas actuando sobre el cuerpo y que le imprimirían velocidades diferentes que habría que sumar para obtener la velocidad correcta.

También existe otro peligro que hay que evitar cuando se estudia la obra de Leonardo. Como mencioné en el capítulo IV de esta tesis, podemos encontrar en la obra de Leonardo notas que, desde una visión post newtoniana, podría hacer a uno caer en el error de creer encontrar en estos escritos nociones que serían antecedentes de leyes y teorías como, por ejemplo, las leyes de la inercia de Newton. Sin embargo, hay que recordar que Leonardo carecía de conceptos físicos como los que actualmente se manejan. Pero esto no demerita el valor de cada una de las notas de Leonardo o de sus antecesores, puesto que éstas constituyen una joya invaluable para el desarrollo del conocimiento científico y para su estudio.

A lo largo de su vida Leonardo fue un constructor con una gran capacidad para la invención o el diseño de novedades a partir de lo realizado por otros. Su importancia radica más en su descripción de máquinas o herramientas de trabajo que en el uso de modelos de demostración para explicar principios y funciones básicas de la mecánica. Al

igual que en sus dibujos anatómicos, Leonardo desarrolló principios y estrategias bien definidos de representación gráfica, estilización de patrones y esquemas, los cuales permiten entender, cual si fuera una 'demostración' pictórica, a los objetos que se muestran en sus notas, mismas que se manera un tanto aleatoria han sido agrupadas en los llamados 'tratados' que se guardan en distintas instituciones académicas y colecciones privadas.

A lo largo de su carrera mostró un marcado interés por las posibilidades mecánicas del movimiento. Esto lo llevó a diseñar un sinnúmero de máquinas, entre ellas, una fortaleza móvil que se asemeja a un moderno tanque, una máquina voladora, el robot y la sierra mecánica mostrada en esta tesis. Sus dibujos pueden ser la base de los numerosos experimentos que realizó, y muestran una forma estilizada de representación que era completamente original. Un ejemplo extraordinario de esto son sus estudios sobre diluvios, remolinos y corrientes de agua, sobre todo en donde se presenta el fenómeno de la turbulencia. Se las arregló para desmenuzar un fenómeno en las partes que lo conforman, y a pesar de ello, al mismo tiempo preservar la imagen total y llena de vida del proceso.

El objetivo principal de esta tesis era mostrar que Leonardo no era simplemente un artista dedicado a la pintura y a las artes, sino brindar otra perspectiva, la de un Leonardo científico, un hombre que era un filósofo natural a su manera, un físico, diríamos nosotros, curioso, creativo e innovador para su tiempo. Un hombre que era capaz de ver la belleza del mundo no sólo a través del arte en la pintura, sino de hacer de la ciencia un arte y pintar al mundo como sólo él podía verlo. Representar sus matices bajo el lienzo científico para desnudar cada uno de los fenómenos, máquinas, o cualquier cosa que fuera causa de asombro para él, y así para poder explicarlo, entenderlo, estudiarlo, analizarlo y darle vida en una hoja de papel.

REFERENCIAS

- Alberti, Leon Battista *De Pictura. De la pintura*. Colección Mathema. Int. y notas de J. V. Field. Trad. y estudio introd. de J. Rafael Martínez E: México D.F.: Facultad de Ciencias, UNAM, 1995.
- Álvarez, Carlos y Martínez, Rafael, *Nicolo Tartaglia: La nueva ciencia*, FC UNAM, México, 1998.
- Aristóteles, *Sobre las líneas indivisibles; mecánica*. Int., trad, y notas de Paloma García Ortíz. Biblioteca Clásica Gredos, no. 277, 1a Ed. Madrid, 2000.
- Aristóteles, *Física*, versión de Ute Schimidt Osmanzik, UNAM, 2005.
- Aristóteles, *Metafísica*, Librerías Libertador, Argentina, 2007.
- Aristóteles, *Investigación sobre los animales*, Gredos, España, 2008.
- Barnes, Jonathan, *Early Greek Philosophy*, London: Penguin Books, 2001.
- Bedford, Anthony y Fowler, Wallace, *Mecánica para ingeniería: Dinámica*, Paerson Prentice Hall, México, 2008.
- Brambaugh, Robert, *Ancient Greek Gadgets and Machines*, New York: Thomas Y. Crowell Company, 1966.
- Chiang S, Luciano, *Análisis dinámico de sistemas mecánicos*, Alfaomega, México, 1999.

- Clagett, Marshal, *Science of Mechanics in the Middle Ages*, The University of Wisconsin Press, 1959.
- Crombie, A.C., *Historia de la Ciencia: De San Agustín a Galileo*, Alianza, Madrid, 1974.
- Dijksterhuis, E.J. *Archimedes, with a new bibliographic essay by Wilbur Knorr*. Princeton: Princeton University Press, 1987.
- Dijksterhuis, E.J., *The mechanization of the world picture*, Oxford, Clarendon Press, 1969.
- Dugas, Rene, *A History of Mechanics*, Dover, New York, 1988, p.p. 19 – 81.
- Euclides, *Elementos de Geometría III-V*, Versión de José Alvarez Laso, Universidad Nacional Autónoma de México, 1992.
- Galilei, Galileo, *Excerpts from the Assayer*, en *Discoveries and opinions of Galileo*. Trad. Al inglés y notas de Stillman Drake. New York, Anchor Book, Doubleday, 1957, p.p. 229-280.
- Galileo [1623], *El ensayador*, Madrid: Sarpe, 1984.
- Galluzzi, Paolo, *Avant Leonard a Le science des machines à Sienne à la Renaissance*, Aurgnon: Electa. 1992.
- Galluzzi, Paolo, *Prima di Leonardo. Cultura delle macchine a Siena nel Rinascimento*. Milano: Electa. 1991.
- Gille, Bertrand, *Leonardo e gli ingegneri del Rinascimento*. Milano: Feltrinelli. 1972.

- Grant, Edward, *La ciencia física en la Edad Media*, Fondo de Cultura Económica, 352, México, 1983.
- Guthrie, William K., *Los filósofos griegos*, Fondo de Cultura Económica, México, 1995.
- Hart, Ivor, *The mechanical investigations of Leonardo da Vinci*, Los Angeles, University of California Press, 1963.
- Herón de Alejandría "Pneumatica". En *The Mechanical Philosophy*, Marie Boas Hal. New York: Arno Press, 1981.
- Homero, *La Odisea*, Ediciones Cátedra, España, 2004.
- Kristeller, Paul Oskar, *Renaissance Thought II: Papers on Humanism and the Arts*. New York, Harper, 1965, p.p. 163-227.
- Hippocrates, *The Art*, Loeb Classical Library. London: Heinemann, 1931.
- Huffman, Carl A., *Archytas of Tarentum. Pythagorean Philosopher and Mathematician King*. Cambridge: Cambridge University Press, 2005.
- Jeans, Sir James, *Historia de la física*, Fondo de Cultura Económica, México, 1968, p.p. 124 – 148.
- Kemp, Martin, *Leonardo*, Fondo de Cultura Económica, 557, México, 2006.
- Kemp, Martin, *Leonardo da Vinci: The Marvellous Works of Nature and Man*, Oxford University Press, 2006.

- Kirk, G. S., J. E. Raven y M. Schofield., *Los filósofos presocráticos*, Madrid: Gredos, 2008.
- Laird, W.R. *The Unfinished mechanics of Giuseppe Moletti*. Edition and translation of his dialogue on mechanics, 1576. Toronto: University of Toronto Press, 2000.
- Laurenza, Domenico et al, *Historia ilustrada de Leonardo da Vinci*, Susaeta, Madrid.
- Laurenza, Domenico, Taddei, Mario y Zanon Edoardo, *Atlas ilustrado de las máquinas de Leonardo*, Susaeta, Madrid.
- Lindberg, David C. *Science in the Middle Ages*, The University of Chicago Press, Chicago, 1978, p. 52 – 90, 179 – 264.
- Lloyd, G. E. R., *Polarity and Analogy. Two Types of Argumentation in Early Greek Thought*. Indianapolis: Hacket Publishing Co., 1992.
- Lloyd, G.E.R., *Polarity and Analogy: two types of argumentation in early Greek thought*. Cambridge, Cambridge University Press, 1961.
- Marie Boas, *Hero's Pneumatica: A Study of Its Transmission and Influence*, *Isis*, Vol. 40, No. 1 (Feb., 1949), p. 38.
- Marcolongo, Roberto. *Memorie sulla geometria e la meccanica di Leonardo da Vinci*. Napoli: S.I.E.M., 1937.
- Marsden, E. W., *Greek and Roman Artillery: Historical Development.*, Oxford: Oxford University Press, 1969.

- Martínez E., J. Rafael. “Leonardo: mecánica e imágenes acuáticas”. En *Fuerzas y dinámica: de la metafísica a la física*. Laura Benítez et al (Coordinadores). México: Fac. de Est. Sup. De Acatlán, UNAM, 2007.
- Martínez, José Rafael, *El infinito y la geometría del movimiento según Oresme*, en Benitez y Robles (comps) “*El problema del infinito: Filosofía y matemáticas*”, IIF – UNAM, México, 1997. p. 41 – 61.
- McGinnis, Jon, *Interpreting Avicenna: Science and Philosophy in Medieval Islam*. Holanda: Brill Academic Publishers, 2002
- Moody, E. & Clagett M. (eds), *The Medieval Science of Weights*, Madison, University of Wisconsin Press, 1952.
- Morris, Sarah, *Daidalos and the Origins of Greek Art*. Princeton: Princeton University Press, 1992.
- Netz, Reviel y William Noel, *El código de Arquímedes*, Madrid, Ediciones Temas de hoy, Planeta, 2007.
- Papp, Desiderio, *Historia de la Física*, Ed. Espasa – Calpe S.A., Madrid, 1961.
- Payson Usher, Abbot, *Historia de las invenciones mecánicas*, Versión de Teodoro Ortíz, Fondo de Cultura Económica, México, 1941, p. 165 – 190.
- Plato, *Republic*, Loeb Classical Library. London: Heinemann, 1935.
- Platón, *Las Leyes*, Editorial Porrúa, México, 2008.

- Pollitt, J. J., *The Ancient View of Greek Art: Criticism, History and Terminology*. New Haven: Yale University Press [1974], 2009.
- Pseudo Aristóteles, “Mechanical problems”, ed. and tr. W.S. Hett, in *Aristotele, Minor Works*, Loeb Classical Library. London: Heinemann, 1936.
- Rehm, Albert, ‘Antique “Automobile”’, *Philologus* 92, (1937), p. 317-330.
- Sambursky, S., *El mundo físico de los griegos*, Alianza, Madrid, 1990, p. 104 – 129.
- Schadewaldt, Wolfgang, “The Concepts of Nature and Technique according to the Greeks”, *Research in Philosophy and Technology*, 2, 1979, p. 159-171.
- Seneca, *Ad Lucilium epistulae morales*, Loeb Classical Library. London: Heinemann, 1930.
- Tatkiewicz, W., “Classification of the Arts in Antiquity”, *Journal of the History of Ideas*, Vol. 24, 1963, p. 231-240.
- Torrija Herrera, R., *Arquímedes. Alrededor del círculo*, España, Nivola, 2003.
- Truesdell, C. “La mecánica de Leonardo da Vinci”, en *Ensayos de Historia de la mecánica*, Ed. Tecnos, Madrid, 1975, p. 17 – 88.
- Winter, Thomas N. *The Mechanical Problems in the Corpus of Aristotle*, 2007. http://digitalcommons.unl.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1067&context=classics_facpub
- <http://leonardo3.net/leonardo/machines.php>
- <http://www.bibliotecaleonardiana.it/bbl/home.shtml>
- <http://www.leonardodigitale.com/>

- <http://www.leonardo-da-vinci-biography.com>
- <http://www.leonardo-da-vinci-biography.com/da-vinci-robotic.html>
- <https://tecnoelpalo.wikispaces.com/file/view/maquinas.pdf>
- <http://www.thefreedictionary.com/Virtual+velocity>
- http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/ingenieria/2001734/lecciones/tem05/lec03_1_2.htm