UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONÓMA DE MÉXICO.

FACULTAD DE CIENCIAS

"FUTUROS, OPCIONES Y SWAPS: DESCRIPCIÓN, VALUACIÓN Y RIESGOS FINANCIEROS QUE IMPLICAN SU USO"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

ACTUARIA

P R E S E N T A :

GRACIELA MARTÍNEZ PANIAGUA.

NOMBRE DEL A L U M N O.

ACT. MARÍA AURORA VALDÉS MICHELL.

TUTORA.

2 0 1 0

Universidad Nacional Autónoma de México
UNAM
Biblioteca Central
Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Pensamientos

"Vive como si fueras a morir mañana. Aprende como si fueras a vivir siempre"

Mohandas Gandhi

"Haz lo necesario para lograr tu más grande sueño, y acabarás lográndolo"

Ludwig Van Beethoven

Agradecimientos

A mis padres: *Gracias por hacer siempre todo lo que estuvo a su alcance y darnos la herramienta más importante para salir adelante en la vida, la educación.*

A Ramón: *Gracias por ser el mejor maestro, amigo, novio y esposo, y gracias por apoyarme incondicionalmente en cualquier aspecto y darme confianza para realizar cualquier sueño. La universidad no sólo me dio la satisfacción de ser Actuaria, sino también de conocerte.*

A mis hermanos: *Elizabeth, Rodolfo, Rosalba y Alejandro, gracias por todo el apoyo, de ustedes he aprendido mucho.*

A la maestra Aurora Valdés Michell: *Gracias por su compromiso y entrega como maestra y por todo el tiempo dedicado en la revisión y dirección del presente trabajo.*

Hoja de datos del jurado

1. Datos del alumno Apellido paterno Apellido materno Nombre Teléfono Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Carrera Número de cuenta	1. Datos del alumno Martínez Paniagua Graciela 5630-3177 Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Actuaría 095225151
2. Datos del tutor Grado Nombre Apellido paterno Apellido materno	2. Datos del tutor Actuaria María Aurora Valdés Michell
3. Datos del sinodal 1 Grado Nombre Apellido paterno Apellido materno	3. Datos del sinodal 1 Actuario Fernando Alonso Pérez Tejada López
4. Datos del sinodal 2 Grado Nombre Apellido paterno Apellido materno	4. Datos del sinodal 2 M. en C. Jorge Humberto Del Castillo Spíndola
5. Datos del sinodal 3 Grado Nombre Apellido paterno Apellido materno	5. Datos del sinodal 3 M. en I. José Antonio Climent Hernández
6. Datos del sinodal 4 Grado Nombre Apellido paterno Apellido materno	6. Datos del sinodal 4 Actuario Enrique Maturano Rodríguez
7. Datos del trabajo escrito Título Subtítulo Número de páginas Año	7. Datos del trabajo escrito Futuros, opciones y swaps Descripción, valuación y riesgos 145 p 2010

Índice

Introducción

Algunos de los productos financieros derivados como futuros y opciones tienen una historia muy antigua que data de más de 4,000 años. Estos instrumentos surgieron de la necesidad de asegurar cosechas, la calidad de éstas y posteriormente contar con liquidez antes de la entrega física de la misma. Pero fue hasta mediados del siglo XIX cuando apareció el primer mercado organizado de productos financieros derivados ya con características similares a las que se tienen hoy día.

Es por ello que el presente trabajo, se enfoca en dar a conocer las características de los productos financieros derivados básicos, como son los futuros, las opciones y los swaps. Se explica la forma en que éstos se evalúan y los riesgos financieros que implican su utilización.

Se exponen los antecedentes históricos de los productos financieros derivados; de cómo estos productos han estado presentes, aunque de forma rudimentaria varios años antes de Cristo y como han evolucionado a lo largo de la historia. También se habla de los antecedentes en el mercado mexicano y de como estos productos en la actualidad han llegado a ser instrumentos tan complejos que incluso contribuyeron a la actual crisis económica global.

Los productos financieros derivados más antiguos que existen actualmente son los futuros. Se exponen las principales características de los contratos futuros, y su diferencia con los contratos forward. Se explica lo que son los futuros financieros y los principales tipos de futuros financieros comos son: los futuros sobre índices accionaros, los futuros sobre divisas y futuros sobre tasas de interés. Asimismo, para cada tipo de futuro se explica su valuación y cobertura de riesgos.

Además, se describen de las principales características de las opciones. Al ser instrumentos que se mueven de acuerdo a las posiciones del mercado, se analizan las posiciones básicas y los diversos factores que afectan su precio. Al igual que en los futuros se describe lo que es una opción financiera y se explica la valuación de sus principales tipos, como son: opciones sobre divisas o tipo de cambio, opciones sobre acciones, opciones sobre índices accionarios, opciones sobre tasas de interés y opciones sobre futuros. También se habla brevemente de los modelos de valuación más conocidos, como son los modelos de Black & Scholes y el modelo binomial.

El instrumento financiero creado más recientemente es el swaps. Se detallan las principales características de los contratos swaps y de dos de los principales tipos existentes, que son: swaps de tasa de interés y swaps de divisas. Además, se expone la valuación de estos tipos de swaps.

Como último tema, se analizan los diferentes tipos de riesgos financieros a los que se exponen las empresas, los gobiernos, los inversionistas, etc., al utilizar los productos financieros derivados. Se explica lo que son los riesgos financieros y que existen diferentes tipos como son: el riesgo de mercado, que es el más común en la utilización de derivados, el riesgo de crédito, el riesgo operacional, el riesgo legal y el riesgo sistemático.

Capítulo 1

Historia de los productos financieros derivados

1.1 Antecedentes históricos

Diversos eruditos de la historia financiera afirman que algunos de los productos financieros derivados, como los futuros y las opciones datan de más de 4,000 años de antigüedad, registrándose negociaciones de futuros en la India en una época tan remota como 2,000 años antes de Cristo.

Estos mercados desaparecieron súbitamente y no reaparecieron sino hasta la época Grecorromana. En los siglos VII y VI antes de Cristo, Tales de Mileto negociaba contratos de opciones de uso de prensas de aceituna en invierno, para después ser utilizadas en primavera.

Posteriormente, en los siglos IV y III antes de Cristo, los emperadores romanos realizaban contratos forward para promover a las masas de granos Egipcios.

1.1.1 Antes del siglo XX

En los siglos XVII y XVIII, se encuentran registros que han podido confirmar la existencia de mercados organizados de futuros en Europa y Japón. El primer uso de forward en

Europa fue posiblemente en Francia, en las ferias regionales auspiciadas por los condes de Champagne. Al mismo tiempo, en Japón se realizaron las primeras operaciones a futuro agropecuarias de un lote de arroz. Las aportaciones de éste último fueron de gran relevancia, por ello se describen a continuación:

> Los señores feudales del Japón percibían las rentas de sus propiedades por medio de la dación de una fracción de la cosecha, pero éstas se encontraban sujetas a las fluctuaciones climáticas y desastres naturales propios de cada una de las estaciones del año, así como del precio de mercado del arroz. Las necesidades de vida de la corte imperial obligaba a los señores feudales a tener dinero líquido en todo momento, por ello fue necesario enviar a los almacenes de las ciudades los sobrantes de cosecha, logrando así resolver las necesidades de liquidez en el corto plazo.
>
> El siguiente adelanto consistió en emitir bonos para representar el arroz depositado tanto en almacenes de las ciudades como en almacenes rurales, logrando así liquidez en las reservas de arroz. Con el paso del tiempo estos bonos ganaron aceptación como forma de divisa.
>
> Para el año 1730, el mercado de arroz del Japón fue llamado Cho-ai-mai que significa "Mercado de arroz a plazo", y ya presentaba las características de un mercado de futuros moderno:
>
> 1. Contratos de duración limitada.
> 2. Contratos estandarizados de la misma duración.
> 3. La calidad del arroz se acordaba previamente.
> 4. Se permitía cerrar una posición hasta el contrato del siguiente periodo.
> 5. Las transacciones debían ser liquidadas a través de una cámara de compensación.
> 6. Los participantes del mercado estaban obligados a establecer líneas de crédito con la cámara de compensación de su elección.
>
> En los últimos años de vida de este mercado, algunas irregularidades causadas principalmente por la especulación de las fluctuaciones entre el precio del arroz

físico y el precio de mercado de futuros obligaron al Cho-ai-mai a cerrar. Durante el tiempo que funcionó este mercado, fue muy efectivo para estabilizar el precio del arroz, de tal forma que el día en que cerró, las fluctuaciones en el precio del arroz fueron tan violentas que fue necesario reabrirlo. La novedad en ese momento fue la entrega de arroz físico contra las posiciones de futuros. Lo anterior permitió la conexión esencial entre el mercado físico y los futuros.

A mediados del siglo XIX aparece el mercado de granos de Chicago. Los contratos se pactaban entre agricultores y comerciantes de este producto. La producción de las granjas a orillas del lago Michigan, estaban expuestas a bruscas fluctuaciones de precios, por lo cual los productores y comerciantes comenzaron a celebrar acuerdos de entrega a fecha futura, en un precio determinado. La estructura moderna del mercado de futuros debe su origen al mercado de granos de Chicago.

En 1848 se fundó el Chicago Board of Trade (CBOT). Originalmente este mercado se especializó en la comercialización de productos agrícolas y posteriormente evolucionó hacia la negociación de contratos Forward sobre dichos productos. Su objetivo fue estandarizar la cantidad y calidad de los granos de referencia. En 1865, se establecieron las reglas generales para le negociación de Futuros, tal como se conocen los rasgos esenciales de hoy en día.

Después de la aparición del CBOT, surgió el New York Cotton Exchange y poco después, emergieron varias bolsas de Futuros en Chicago. En 1874 se fundó el Chicago Product Exchange para la negociación a futuro de productos perecederos, y en 1898 surgió el Chicago Butter and Egg Board. Ambas instituciones dieron origen al Chicago Mercantil Exchange (CME) que se constituyó como bolsa de futuros sobre diversos productos agroindustriales.

1.1.2 Siglo XX

En 1922 el Grain Furores, oficializó en términos jurídicos y regulatorios la existencia de mercados de futuros. Asociada a dicha acta, se constituyó un consejo regulatorio bajo la Secretaría de Agricultura de Estados Unidos. La regulación abarcó a operadores, traders, y firmas de correduría bajo la Commodity Exchange Act en 1936. Dicha regulación prevaleció con ligeras modificaciones hasta principios de los años 70's.

Gracias al auge en el mercado de futuros, se estableció un cuerpo regulatorio público especializado llamado "Commodity Futures Trading Comission" (CFTC) y posteriormente surgieron entidades regulatorias privadas. Como consecuencia, las bolsas y cámaras de compensación tuvieron que asumir obligaciones autorregulatorias.

El mercado de futuros financieros surgió formalmente en 1972, cuando el CME, creo el Internacional Monetary Market (IMM), una división destinada a operar futuros sobre divisas. Con su creación, inició una revolución de los mercados financieros, dando como resultado la realización de grandes volúmenes de negociación de contratos futuros; apareciendo con ellos productos más sofisticados como: Opciones, Swaps, etc.

Otro importante avance se produjo en 1982, cuando se comenzaron a negociar contratos de futuros sobre el índice de Standard & Poor's y otros índices bursátiles, casi simultáneamente en Kansas City, Nueva York y Chicago.

1.1.3 Opciones

Una de las primeras evidencias de la existencia de opciones fue el libro llamado "Confusión de Confusiones" encontrado en Ámsterdam. Este libro fue escrito por un judío español llamado José de la Vega en 1688. En éste se describe a detalle el funcionamiento del mercado a plazo y en particular se describe el primer testimonio sobre el uso de las opciones sobre acciones. Muchas de las costumbres y prácticas descritas en este libro aún se encuentran vigentes en Ámsterdam.

El mercado de opciones se inició a principios del siglo XX y tomó forma en la Put and Call Brokers and Dealers Assotiation, pero no logró desarrollar un mercado secundario ni contar con mecanismos que asegurarán el cumplimiento de la contraparte. El mercado formal de opciones se originó en Abril de 1973, cuando el CBOT creó una bolsa especializada en este tipo de opciones, el Chicago Board Options Exchange (CBOE). Dos años más tarde, se comenzaron a negociar opciones en The American Stock Exchange

(AMEX) y The Philadelphia Stock Exchange (PHLX). En 1976 se incorporó The Pacifc Stock Exchange (PSE).

1.2 Antecedentes en el mercado mexicano

Los productos financieros derivados tienen relativamente poco tiempo en México. A inicios de los años 90's se planteó la posibilidad de crear un mercado mexicano de futuros y opciones. El proyecto tiene como antecedente la revolución financiera internacional, que tuvo como eje, la negociación de los productos financieros derivados e innovadores mecanismos para bursatilizar a través del mercado de capitales, créditos hipotecarios, arrendamientos y diversas clases de activos financieros.

Con la apertura de la economía mexicana y su inserción en el mercado internacional, cuya culminación se dio en 1993 con la firma del Tratado de Libre Comercio de América del Norte (México, Estados Unidos y Canadá) y la incorporación del mercado nacional de los desarrollos de tecnología financiera, trajeron consigo la necesidad de la modernización del sistema financiero. De esta forma, el proyecto de mercado de derivados en México adquiere una especial relevancia.

1.2.1 Negociación de futuros en la Bolsa Mexicana de Valores

A principios de 1978 se comenzaron a cotizar contratos a futuro sobre el tipo de cambio peso/dólar, pero tuvieron que ser suspendidos debido a un control de cambios decretado en 1982. Para 1983 la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) listó futuros sobre acciones individuales y petrobonos, los cuales registraron operaciones hasta 1986. En 1987 se suspendió esta negociación debido a problemas de índole prudencial.

1.2.2 Instrumentos híbridos

El gobierno federal ha emitido diversos instrumentos híbridos de deuda que incorporan contratos forward para la valuación de cupones y principal, lo cuál permite indizar los valores nominales a distintas bases. Estos instrumentos han sido base para la constitución de carteras, auque no han tenido liquidez en los mercados secundarios con excepción de los reportos. Los principales son:

1. Petrobonos (1977 a 1991), indizados al petróleo calidad Istmo.
2. Pagarés (1986 a 1991), indizados al tipo de cambio controlado.
3. Tesobonos (1989 a la fecha), indizados al tipo de cambio libre.
4. En el sector privado, se emitieron obligaciones y pagarés indizados.

A principios de 1987 se reinició la operación de contratos diferidos sobre el tipo de cambio peso/dólar, por medio de contratos de cobertura cambiaría de corto plazo registrados ante Banco de México.

En 1989, los bonos Bandy, resultantes de la negociación de la deuda externa del sector público, incorporan una cláusula de recompra, que es una opción ligada al precio del petróleo Istmo.

1.2.3 Forwards

Los contratos forwards OTC (over the counter) sobre tasas de interés de títulos gubernamentales, iniciaron su comercialización en México a principios de los noventas. Fueron pactados de forma interinstitucional, sin un marco operativo formal y fueron suspendidos a mediados de 1992.

A finales de 1994, entraron en vigor nuevas normas de Banco de México para la operación de contratos forward sobre tasas de interés interbancarias promedio (TIIP) y sobre el índice de precios al consumidor (INPC), sujetos a registro ante el banco central y cumpliendo las normas del grupo de los treinta, para garantizar el control administrativo y de riesgo.

1.2.4 Warrants

Desde octubre de 1992 comenzaron a operar en la Bolsa Mexicana de Valores los títulos opcionales (warrants) sobre acciones individuales, canastas e índices accionarios.

Entre 1992 y 1994 se listaron en la Bolsa de Luxemburgo y en la Bolsa de Londres, diversos warrants sobre acciones e índices accionarios mexicanos.

1.2.5 Derivados sobre subyacentes mexicanos

A finales de 1992 se inició la negociación de las opciones sobre ADR's de Telmex *L* en The Chicago Board Options Exchange. En 1994 se operaban diversas opciones sobre acciones mexicanas en CBOE, AMEX, New York Options Exchange (NYOE), NYSE y PLHX, además de las bolsas de Londres y Luxemburgo.

Al mismo tiempo, se celebraban contratos forward y swaps sobre tipos de cambio, tasas de interés y commodities, entre intermediarios extranjeros y entidades nacionales, sin reconocimiento ni protección jurídica.

El contrato de Telmex *L* fue uno de los más exitosos de los últimos años. En 1993, en el CBOE, se operan más de 30 millones en opciones Telmex, importe cercano a 50% de la operación total de la Bolsa Mexicana de Valores durante ese año.

1.2.6 Mercado Mexicano de Derivados (MexDer)

Para el año 1997, en México sólo existían los títulos opcionales mejor conocidos como warrants. Sin embargo, es evidente que la existencia de mercados de derivados contribuye a la disminución de la volatilidad de los mercados de contado. Es por ello que los participantes del mercado financiero se esforzaron por implementar un mercado Mexicano de productos financieros derivados.

El 15 de diciembre de 1998 se creó el Mercado Mexicano de derivados (MexDer). El avance se debió a que las Bolsas de futuros de Chicago incorporaron exitosamente el "trading" de futuros, valores mexicanos tales como: el peso, los bonos Brady y los CETES, la tasa TIIE a 28 y 91 días y el IPC. El plan a futuro fue incorporar paulatinamente otros productos. Los avances en la negociación con productos derivados sobre activos subyacentes nacionales, tanto en el mercado nacional como en el internacional permitieron la inserción de arbitrajes, los cuales contribuyen al impacto positivo en la eficiencia del sistema financiero mexicano.

MexDer fue constituido como sociedad anónima de capital variable, autorizada por la Secretaría de Hacienda y Crédito Publico (SHCP). Con su creación se dio lugar a uno de los avances más significativos en el proceso de desarrollo e internacionalización del Sistema Financiero Mexicano.

MexDer y su Cámara de Compensación (Asigna) son entidades autorreguladas que funcionan bajo la supervisión de las autoridades Financieras (SHCP, Banco de México y la Comisión Nacional Bancaria y de Valores)

MexDer fue fundado esencialmente para crear herramientas que permitan el eficiente manejo de portafolios de inversión y al mismo tiempo una adecuada administración de riesgos, buscando en todo momento cubrir las necesidades de las empresas. Por ello, la misión de MexDer es proveer la igualdad de oportunidades de todos los participantes de este mercado. De esta forma se favorece el sano equilibrio de las operaciones de derivados, contribuyendo así a su crecimiento.

1.3 Panorama actual

En los años recientes ha surgido un creciente interés, tanto en la comunidad empresarial como en la financiera, por el uso de los productos financieros derivados. Estas entidades han logrado evitar los efectos de las variaciones en tipos de cambio, en tasas de interés, en cotizaciones bursátiles y otros bienes, gracias a la aparición de los productos financieros derivados.

Con el paso del tiempo, las necesidades en los negocios han cambiado. Los administradores de cualquier empresa buscan constantemente oportunidades que les permitan permanecer vigentes en un mercado tan globalizado y competitivo como el actual, pero al mismo tiempo obtener los mayores beneficios con el menor riesgo posible. El flujo de enormes cantidades de dinero de un país a otro es cada vez más común gracias a los avances tecnológicos en telecomunicaciones y en sistemas de información automatizados. Los inversionistas se encuentran deseosos de obtener los mejores rendimientos y evitar que su capital se vea afectado por las fluctuaciones en el mercado.

Además de lo anterior, el asombroso crecimiento del mercado de productos financieros derivados, se debió también a lo siguiente:

- Las fluctuaciones de los precios de las materias primas, tasas de interés, tipos de cambio, y títulos accionarios, se incrementaron sustancialmente en la década de los 80's, una de las más volátiles de la historia. Esa volatilidad es la que obligó a los agentes económicos a reducir sus riesgos mediante la participación de los mercados de derivados.

- *"Los avances tecnológicos en las telecomunicaciones y los sistemas de información automatizados, han permitido la globalización de los mercados financieros. En la actualidad, billones de dólares se mueven de un país a otro en cuestión de segundos, no sólo para obtener mejores rendimientos de los recursos invertidos, sino para cubrir el riesgo inherente a la inversión de dichos recursos*."[1]

- La gente de negocios contemporánea se encuentra cada vez más conciente de que para lograr ser competitivo e integrarse a las oportunidades de un mundo globalizado, es necesario medir y administrar sus riesgos, fijando las variables que impactan su flujo de efectivo.

1.3.1 Ingeniería Financiera

La globalización que vive el mundo en la actualidad, y sus manifestaciones de carácter liberador en control de cambios y la irreversible exteriorización de la economía, llevaron consigo el creciente uso de determinadas técnicas que permitieron la combinación de los productos derivados básicos para crear nuevos productos a la medida de las necesidades

[1] Alfonso de Lara Haro, Medición y control de riesgos financieros, Página 104

empresariales y financieras (principalmente de los bancos). Este conjunto de técnicas reciben el nombre de "Ingeniería Financiera".

La Ingeniería Financiera apareció en el ámbito internacional a finales del siglo XX, y en México cobra un auge inusitado a partir del año 1982 por las crisis recurrentes que se padecieron en esa década.

En la actualidad, los bancos son las instituciones más interesadas en manejar las operaciones con ingeniería financiera, ya que contribuye a la alta captación de clientes. Prestar este servicio es menos costoso para los bancos porque les brinda la facilidad de comunicarse con otras instituciones financieras y poder realizar gran número de operaciones al mismo tiempo.

Gracias a la ingeniería financiera, actualmente existe una gran variedad de productos financieros derivados capaces de adaptarse a cualquier necesidad. Sin embargo, aunque estos nuevos productos son positivos al cubrir las necesidades específicas de una empresa o individuo, también algunos resultan tan complicados que su valuación en términos técnicos es casi imposible. Incluso, algunos expertos consideran que se ha rebasado la capacidad de llevar a cabo un buen análisis (valuación y riesgo) por parte de los administradores de riesgos y de sus reguladores.

No obstante, mientras sigan existiendo la volatilidad, la inflación, las variaciones de tasas de interés, etc., la Ingeniería Financiera permanece vigente para hacer frente a estas situaciones.

1.3.2 Crisis Financiera Global

Como ya se mencionó, los productos financieros derivados han cobrado una importancia sin igual en la vida financiera del mundo actual; contribuyendo a minimizar los riesgos a empresas e inversionistas. No obstante, se debe tener cuidado al utilizarlos, ya que algunas empresas han llegado a la banca rota debido a la falta de control y supervisión de estos instrumentos. Actualmente, los Productos Financieros Derivados también han sido protagonistas de una de las crisis financieras más severas que Estados Unidos y el mundo hayan vivido. A continuación se exponen las causas por las que se originó la “Crisis Financiera Global” y su relación con los productos financieros derivados.

Una crisis de origen principalmente financiero, inicialmente localizada en Estados Unidos de América, se ha ido convirtiendo en la más profunda que el mundo haya conocido desde 1929, afectando de forma intensa al conjunto de la economía mundial y propagándose rápidamente en todos los sectores productivos.

Las raíces de la crisis se remontan a la década de los 90’s debido al auge de acciones tecnológicas las cuales crearon una burbuja que reventó en el año 2000, ocasionando fuertes caídas en el mercado accionario y llevando a los Estados Unidos a una recesión.

Para hacer frente a la contracción económica, la reserva federal de este país redujo la tasa de interés de referencia. De 6.24% en el año 2000, la tasa bajó progresivamente hasta alcanzar un mínimo de 1.35% en el 2004.

De esta forma, se registró un notable incremento en la demanda de inmuebles y créditos al consumo para la compra de viviendas. La competencia entre prestamistas por capturar la mayor parte del mercado, los llevo a desarrollar opciones crediticias que mantuvieran bajas las tasas del mercado (por lo menos los primeros años del crédito).

Así, se ofrecieron créditos a tasa variable con tasas iniciales reducidas o hipotecas que exigían sólo un pago inicial y cero pagos a capital en los primeros años. Gracias a estas facilidades, millones de estadounidenses compraron su primer inmueble o refinanciaron sus hipotecas.

A medida que la industria aceleraba su crecimiento, la calidad de las hipotecas comenzaba a deteriorarse. Para capturar mayores cuotas del mercado, muchas instituciones otorgaron préstamos a individuos con elevados indicadores de riesgo de crédito, bajos ingresos o con falta de documentación adecuada.

Lo anterior llevó a la toma de una decisión que resultó muy costosa, y tiempo después los prestamistas “garantizaron” las hipotecas. Se debieron crear bonos hipotecarios cuyo pago al tenedor dependió de que los deudores hipotecarios tuvieran que abonar sus cuotas. Con esta acción, los bancos consiguieron más dinero para otorgar más hipotecas.

Así, se crearon las colaterizaciones de obligaciones de adeudos (por sus siglas en inglés CDOs, Collateralized debt obligatios) que son un instrumento financiero cuyo subyacente era una variedad de activos, incluyendo los títulos garantizados de hipotecas.

Las instituciones financieras que compraron los títulos garantizados de hipotecas emitidos por los bancos hipotecarios comenzaron a emitir CDOs respaldados en ellos. De hecho, los CDOs al no estar regulados se podían crear casi libremente.

Los bancos estadounidenses colocaron millones de estos títulos en el mercado, los cuales fueron adquiridos por bancos e inversores de todos los países. En el mercado hubo una fuerte confianza por la calidad de estos productos financieros, algunos de los CDOs basados en títulos garantizados por hipotecas sup-prime eran considerados como “libres de riesgo” por las más prestigiosas calificadoras.

De esta forma, los CDOs se convirtieron en los instrumentos financieros de mayor crecimiento y rápidamente se incorporaron a los portafolios de compañías de seguros, fondos de inversión, bancos comerciales, bancos de inversión, fondos de retiro y otras instituciones financieras e individuos.

Así, los bancos convirtieron los títulos hipotecarios en un impresionante y complejo casino financiero internacional, el cuál se comenzó a desinflar con la subida de las tasa de interés causando principalmente dos efectos. Por un lado, se redujo el precio de los inmuebles al haber menos crédito para su compra; y por el otro, se incrementaron las cuotas porque algunos de los contratos fueron pactados a tasa variable y creciente a medida que avanzaba la vida del préstamo.

Al bajar el precio de las propiedades, el valor de la garantía disminuye por debajo de la deuda especialmente para las personas que compraron con un alto coeficiente préstamo / valor de la vivienda y aplazando los pagos de capital. En este contexto, resultó más conveniente para algunos no pagar la hipoteca y ceder la propiedad.

Durante el 2007, muchos bancos comienzan a observar que sus créditos se han vuelto "tóxicos ". Es decir, aquellos títulos fueron valuados por arriba de lo que se podía obtener por ellos en el mercado. Por ellos, los activos de las instituciones se comenzaron a pulverizar.

Una gran preocupación fue externada por el presidente de los Estados Unidos de America, George Bush, el 1 de septiembre de 2007. Habló de la urgente necesidad de ayudar a las familias que estaban teniendo problemas en el pago de su hipoteca.

En marzo de 2008, la Reserva Federal de Estados Unidos (FED) evita la quiebra de Bear Stearns asumiendo pasivos por 30 millones de dólares y arreglando su venta a JP Morgan Chase. A partir de éste momento el mercado entra a una espiral donde los tenedores de activos hipotecarios ven reducir su patrimonio. En definitiva, desde septiembre de 2008, el pánico se apoderó del sistema financiero mundial y las principales bolsas del mundo sufrieron fuertes derrumbes, conduciendo así hacia la crisis financiera global.

Gran parte de los expertos en finanzas están concientes de que el dominio de instrumentos como los productos derivados significa una gran ayuda para controlar mejor los riesgos financieros de cualquier actividad económica; sin embargo, ante el panorama de crisis que afecta al mundo entero, resulta muy útil concluir esta sección con la frase siguiente:

"Al usar los productos financieros derivados sabiamente para crear coberturas, se hace lo correcto, sin embargo al especular con éstos, quizá se pueda ganar demasiado, pero el riesgo de perder cantidades enormes es catastrófico"[2].

[2] La crisis financiera actual desde el panorama de finanzas cuantitativas; Visión Anáhuac; Autor: Wojciech Szatzschneider. Página 2.

Capítulo 2

Futuros y Forwards

2.1 Características de los contratos futuros

Un contrato futuro se define como: *"un acuerdo entre dos partes, el cual consiste en vender o comprar un bien en un determinado tiempo en el futuro y a un determinado precio. La característica de los contratos futuros es que sólo se puede negociar en una bolsa o mercado de derivados."*[1] La Bolsa especifica cierta estandarización del contrato o ciertas reglas que se deben seguir como son: fecha de vencimiento del contrato, la cantidad de bienes a negociar, y el bien a negociar.

En este tipo de contratos, comprador y vendedor no se necesitan conocer, la Bolsa preveé la infraestructura y garantiza que las operaciones realizadas entre ambas partes se cumplan de la forma pactada. Una de las partes del contrato asume la posición larga (long position) y está de acuerdo en comprar (buy) el bien a cierto precio y a una fecha futura; la otra parte asume la posición corta (short position) y está de acuerdo en vender (sell) el bien a un determinado precio y fecha futura. El precio acordado en el piso de remates de la bolsa es el actual precio futuro, este precio se encuentra determinado por la ley de la oferta y la demanda.

El valor final de las posiciones larga y corta, se determina de la siguiente manera: suponga un contrato futuro sobre una acción de vencimiento T, llegada la fecha de

[1] Arturo García Santillán, "Sistema financiero Mexicano y el mercado de derivados". Página 107

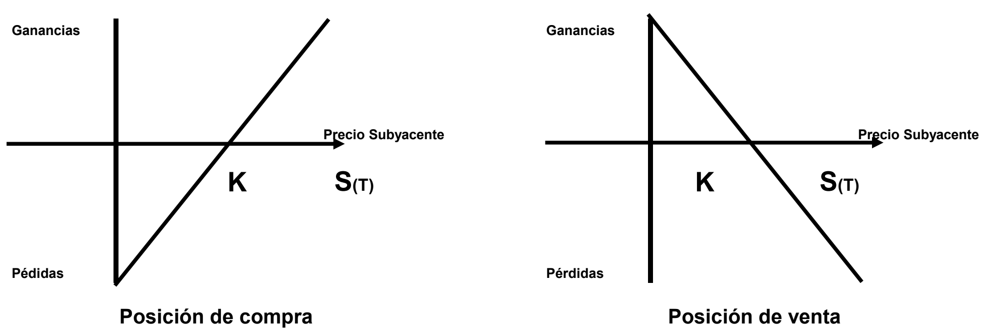
vencimiento la posición larga paga K, y recibe una acción con valor de mercado $S_{(T)}$. El valor final o perfil de pagos de la posición larga en el vencimiento está dada por:

$$S_{(T)} - K \qquad (2.1a)$$

Asimismo, el valor final de la posición corta en el vencimiento está dado por:

$$K - S_{(T)} \qquad (2.1b)$$

Si el valor final de la posición larga resulta positivo se genera una ganancia, pero en caso de ser negativo se genera una pérdida. Lo anterior significa que si se pacta un precio K que resulta ser menor que el precio de la acción en el mercado, $S_{(T)}$, entonces genera una ganancia $S_{(T)} - K$ la situación contraria produce una pérdida de magnitud $K - S_{(T)}$. Un análisis semejante se aplica para la posición corta.



Las pérdidas y ganancias que obtienen cada uno de los participantes en el mercado, se van realizando diariamente, de acuerdo a los movimientos en el precio del valor subyacente, y por consecuencia el precio del futuro. De acuerdo a los flujos que se generan, las operaciones con futuros resultan un juego con suma cero, es decir, lo que pierde un participante lo gana el otro, como resultado la suma de las pérdidas y las ganancias es nula.

2.2 Diferencia entre futuros y forwards

"La diferencia entre un futuro y un forward consiste en que el futuro es un contrato estandarizado que se cotiza en una bolsa organizada en el cual se especifican la calidad, la cantidad y la entrega del producto, así como la vigencia del acuerdo (el precio del contrato se determina en función de las fuerzas del mercado)"[2]*.* Por su parte los forwards son un pacto bilateral fuera de la bolsa (extrabursátil) y, por ello, las características de la operación se determinan únicamente entre comprador y vendedor.

Por lo general, los contratos forward se adaptan a las necesidades de la contraparte y requieren de garantías como líneas de crédito o colateral para reducir el riesgo de crédito entre las partes.

El realizar operaciones con forwards tiene como ventaja la flexibilidad para negociar las características del contrato, ya que se adaptan a las necesidades tanto del comprador como del vendedor. Por consecuencia, su principal desventaja es el riesgo por incumplimiento de alguna de las partes.

En el caso de México, se han emitido reglas por parte del Banco de México para que los bancos puedan realizar operaciones con forwards.

En el caso de los contratos futuros, las operaciones deben de realizarse a través de una cámara de compensación para evitar el riesgo de la contraparte. Los participantes deben realizar un depósito, el cuál se denomina "margen" o "aportación inicial mínima" para garantizar que la transacción se cumpla. En ocasiones, los movimientos adversos del mercado ocasionan que el margen depositado originalmente sea insuficiente, en estos casos, la cámara de compensación hace una "llamada de margen" para solicitar al tenedor del futuro un depósito adicional que cubre los montos mínimos establecidos por la cámara. Si la "llamada de margen" se incumple, la cámara ordena al socio liquidador que cierre todas las posiciones en el mercado perteneciente al cliente incumplido.

Es importante mencionar, que en los mercados de futuros siempre se encuentra el riesgo inherente a las fluctuaciones de los precios; sólo que éste se transfiere a los agentes económicos que buscan la cobertura como son los inversionistas o especuladores. Éstos

[2] Alfonso de Lara Haro, "Medición y control de riesgos financieros". Página 106.

esperan ganancias extraordinarias en función del riesgo, ya que proporcionan la liquidez necesaria para realizar operaciones fluidas en el mercado.

Otra diferencia es que los contratos forwards se liquidan hasta el vencimiento, mientras que los contratos futuros se liquidan todos los días.

2.3 Riesgo base

El riesgo base se define como el riesgo asociado a la diferencia entre el precio de contado y el precio futuro. Cuando el precio futuro y el precio de contado al vencimiento son iguales, la base es cero. La base puede resultar positiva o negativa, lo cual depende de si el precio de contado se incrementa más que el del futuro, en este caso dice que se está "fortaleciendo la base"; caso contrario cuando el precio del futuro se incrementa más que el de contado se dice que se está "debilitando la base".

Esencialmente, un inversionista interesado en cubrir alguna posición, le interesa cambiar los riesgos asociados a los movimientos de los precios por el riesgo de la base. Para explica un poco más, al suponer a un inversionista quien tiene una posición corta o larga sobre un activo, se tiene lo siguiente: Sea S_0 el precio de contado de un activo, y S'_1 el precio futuro al que el activo está expuesto a cambiar. Entonces, el riesgo al que se encuentra propenso el inversionista es el cambio en el precio del activo, ésto es:

$$S_1' - S_0 = \Delta S' \qquad (2.3a)$$

Para cubrir el riesgo, el inversionista puede usar un futuro sobre un subyacente correlacionado positivamente con el precio del activo que desea cubrir, por lo que el riesgo se convierte en la diferencia entre el cambio del precio del activo que mantiene en su poder y la diferencia del precio futuro con el cuál se está cubriendo, esto es:

$$\left(S_1' - S_0\right) - \left(F_1' - F_0\right) \qquad (2.3b)$$

La diferencia entre ambas cantidades puede ser usada por el hecho que el inversionista toma una posición contraria en el futuro a la que tiene el activo. Al agrupar términos en la expresión (2.3a) se tiene:

$$\left(S_1^{'} - F_1^{'}\right) - \left(S_0 - F_0\right) \tag{2.3c}$$

Por la definición de base se tiene la expresión siguiente:

$$Base_1^{'} - Base_0 \tag{2.3d}$$

La $Base_0$ es conocida, mientras que la $Base_1$ es desconocida en la actualidad y con valor aleatorio.

Un inversionista que no se cubre, se encuentra expuesto al riesgo asociado a los cambios en el precio de su activo. Por el contrario, un inversionista que cubre su posición contra movimientos en el precio de su activo, enfrenta solamente el riesgo de la base, ésto es que el valor de ésta pueda cambiar.

Como ejemplo, al suponer que un inversionista entra con un contrato de venta del peso mexicano al Chicago Mercantil Exchange (CME) en el tiempo t_0, y decide cancelar la operación al tiempo t_1, el precio de contado y del futuro al inicio de la cobertura son \$10.40 y \$10.60 respectivamente. Al tiempo en que la cobertura es cancelada los valores respectivos son \$10.25 y \$10.45. Así pues, se tienen los valores siguientes:

S_0 = 10.40, F_0 = 10.60 y S'_1 = 10.25, F'_1 = 10.55

Por la definición de base se obtiene:

$$\begin{aligned} B_0 &= \left(S_0 - F_0\right) = 10.40 - 10.60 = -0.20 \\ B_1^{'} &= \left(S_1^{'} - F_1^{'}\right) = 10.25 - 10.55 = -0.30 \end{aligned} \tag{2.3e}$$

El inversionista que entró al mercado de futuros para cubrir el riesgo de cambio en un tiempo t_0 y después vender el contrato en un tiempo t_1 obtiene una utilidad de F_0 menos F'_1 y el precio al cual fue vendido fue S'_1, entonces el precio del bien con cobertura es:

$$S_1^{'} + F_0 - F_1^{'} = F_0 + B_1^{'} = 10.25 + 10.60 - 10.55 = 10.60 - 0.30 = 10.30$$

En este ejemplo, el precio de $10.30 indica la cobertura perfecta, de conocer el valor de B_1', ésta resulta en una cobertura de eliminación de la incertidumbre acerca del precio obtenido. El riesgo de cobertura es la incertidumbre asociada con B_1' y ésto es lo que se conoce como riesgo base.

2.4 Futuros financieros

Un futuro financiero es un contrato o acuerdo vinculante entre dos partes por medio del cual se comprometen a intercambiar un activo, que puede ser un instrumento de interés fijo o un tipo de cambio entre dos divisas, a un precio determinado y a una fecha futura preestablecida.

Este tipo de instrumento surge como respuesta a la volatilidad excesiva en los precios de las materias primas, de los tipos de interés, de los tipos de cambio, etc. El propio crecimiento de la actividad económica ha impulsado en gran medida a los mercados a plazo, los cuales van necesitando mayores volúmenes de financiación exponiendo a los participantes a riesgos crecientes, derivados de las fluctuaciones de los precios y haciendo que dichos participantes exijan el pago de una prima de riesgo.

El pago de esta prima provoca aumento en los costos que llegan a hacerse intolerables por los miembros actuantes. Así los mercados de futuros nacen como una solución a este problema.

2.4.1 Futuro sobre índices accionarios

Los futuros sobre índices accionarios son contratos estandarizados, a través de los cuales se pueden aprovechar las tendencias del mercado accionario y efectuarse coberturas sobre portafolios o canastas sobre acciones, sin necesidad de realizar la entrega física del producto.

La ventaja de este tipo de futuros es que ofrecen enorme liquidez y son de fácil ejecución, sus costos de transacción son bajos con respecto a las transacciones con acciones.

Los propósitos principales de este instrumento derivado son: Proteger de las bajas en las acciones en el corto plazo, invertir rápidamente en un mercado y en su caso, cambiar rápidamente de mercado.

Los contratos futuros sobre índices accionarios iniciaron su operación en el mercado de Kansas (Kansas City Board of Trade) en 1982. En estos contratos, las contrapartes que participan en la operación se comprometen a comprar (posición larga) o vender (posición corta) X veces el valor de un índice en cuestión medido en pesos. En general, el valor de los índices sobre mercados accionarios es medido de dos formas: por su propio valor y por su peso. Por su valor significa que cada acción del índice afecta el precio de éste en proporción al precio del mercado de acciones que lo componen. Por el peso que representa, significa que cada acción tiene un ponderador, dependiendo de su precio y del total de acciones que componen al índice.

El Índice Nacional de Precios y Cotizaciones (INPC), es el principal indicador del comportamiento del mercado accionario de la Bolsa Mexicana de Valores S.A de C.V. (BMV). El cual expresa el rendimiento de este mercado haciendo referencia a las variaciones de los precios de una muestra balanceada, ponderada y representativa del total de los títulos accionarios cotizados en la BMV

El INPC es tomado como base para el cálculo de un índice de precios que pondera la participación de cada una de las acciones que componen la muestra, con aproximadamente 35 emisoras, por su valor de capitalización. Para su cálculo, el INPC relaciona su valor actual con el del día anterior, ajustando en su caso los precios por ejercicio de derechos. Es actualizado en tiempo real como consecuencia de las operaciones registradas en los títulos accionarios que forman la muestra durante la sesión de remates del mercado de capitales de la BMV.

Para explicar un poco más en que consiste este tipo de futuro, suponga que se realiza un contrato sobre el INPC de la BMV, y que a cada punto del índice se le asigna un peso, sí el día de compra o venta del futuro el índice es de 2,630 puntos, entonces el valor del índice como subyacente del futuro sería de $2,630.

Sobre este valor, los inversionistas acuerdan, a través de un futuro, comprar y/o vender el índice cuyo valor asignado hoy es de $2,630, a un precio mayor, supongamos de $2,700. Al vencimiento del contrato, la ganancia (o pérdida) del comprador (o vendedor) sería la diferencia entre el valor del índice que exista fecha de vencimiento y el acordado en el contrato, es decir $2,700.

2.4.2 Valuación de un futuro sobre índices accionarios

Para calcular el precio a futuro de un índice accionario, se puede considerar la notación siguiente:

- I_t: Valor del índice de referencia en el momento actual, t.
- I_T: Valor del índice al vencimiento del contrato.
- $F_{t,T}$: Precio actual en t, de un contrato a futuro pactado en t con vencimiento en T, es decir, el precio de futuro pactado en $T - t$.
- Q_m: Es el monto de dividendos pagados por el portafolio adquirido en t y vendido en T.
- $R_{t,T}$: Es la tasa de interés libre de riesgo pactada de t a T.

Para obtener la fórmula de valuación de este futuro, es necesario suponer que no es posible realizar alguna estrategia de arbitraje. Las estrategias de arbitraje tratan de explotar las discrepancias de precios entre valores que se encuentran relacionados. Lo anterior significa que los inversionistas cuentan con la misma información; es decir, el supuesto asume que una inversión o portafolio no puede realizar beneficios positivos libres de riesgo.

De no cumplirse el supuesto, se abre la posibilidad de realizar una estrategia de arbitraje, lo que es incompatible con toda situación de equilibrio.

Para determinar el precio del futuro sobre un índice accionario, se debe suponer que se realiza la estrategia siguiente:

	Mercado Spot	Mercado de futuros
A la fecha	Contrata la compra de mercancías por USD $300,000 para pagar en 30 días. El tipo de cambio existente es $13.12 por dólar.	Entra con una posición larga sobre 6 contratos de futuros, a un tipo de cambio pactado a 30 días de $13.35 por dólar
30 días después	Compra 300 mil dólares a un tipo de cambio existente de $13.46 pesos por dólar	Realiza los contratos a un tipo de cambio de $13.35 por dólar
Pérdidas y ganancias	$300,000 (13.46 - 13.12) = 102,000	$300,000 (13.46 - 13.35) = 33,000

Para cumplir con la condición de no arbitraje se debe de observar que los flujos al vencimiento, en T sean iguales a cero, es decir:

$$I_T - I_t + Q_m - I_t\left(1 + R_{t,T}\right) + F_{t,T} - I_T = 0 \tag{2.4.2a}$$

Al despejar F_t de la ecuación (2.4.2a), se obtiene el precio de un futuro emitido en t con vencimiento en T, es decir, un futuro con periodo de vigencia $(T - t)$. El precio es:

$$F_{t,T} = I_t\left(1 + R_{t,T}\right) - Q_m + I_t \tag{2.4.2b}$$

Si se expresan los dividendos como una tasa o porcentaje de índice, el precio de un futuro pactado en t con vencimiento en T, es:

$$F_{t,T} = I_t\left(1 + R_{t,T} - d_m\right) \tag{2.4.2c}$$

Donde:

d_m: Es la tasa de dividendos pagada por el índice en cuestión durante la vigencia del contrato.

Como se puede observar, el precio futuro del índice bursátil debe ser igual al valor inicial del índice (I_t) capitalizado a una de tasa de interés libre de riesgo en el periodo $(T – t)$, menos la tasa de dividendos pagados por las acciones que conforman el índice durante la vigencia del contrato.

La deducción anterior para la fórmula de valuación de un futuro sobre un índice accionario se realizó bajo la base de una tasa de capitalización discreta. La tasa de dividendos fue considerada de la misma forma. No obstante, también se puede calcular el precio de un futuro de índice accionario, considerando una tasa de interés que se capitaliza de forma instantánea. De esta forma, el precio del futuro se puede expresar como:

$$F_{t,T} = I_t e^{(R_{t,T} - d_m)(T-t)} \tag{2.4.2d}$$

Donde *"e"* es la base del logaritmo natural.

En esta fórmula, se observa que el precio del futuro sobre un índice es exactamente el mismo que para tasas discretas, sólo que ahora considerando una tasa instantáneamente capitalizable, así como una tasa de dividendos descontada en forma continua. Para una mejor explicación, se puede considerar el ejemplo siguiente:

Sea un futuro que se pacta a tres meses sobre el INPC. Además, que el índice paga en promedio una de tasa de dividendos de 3.0% al año y que la tasa de interés libre de riesgo es de 8.0% anual. El nivel del índice al momento de ser pactado es de 2,600 y se le asigna el valor de un peso por cada punto. De lo anterior se tiene que:

$$\begin{aligned}
&I_t = 2{,}600 \\
&R_{t,T} = 0.15 \\
&d_m = 0.03 \\
&(T-t) = 90 \Rightarrow \left(\frac{T-t}{360}\right) = 0.25
\end{aligned}$$

Donde 0.25 es la tasa de interés equivalente a 90 días. Con lo anterior, al sustituir los valores en (2.4.2d) el precio del futuro es:

$$F_{t,T} = 2{,}600e^{(0.15-0.03)(0.25)} = 2{,}679.18$$

Dado que la tasa de interés y la tasa de dividendos son anuales, fue necesario utilizar la tasa de interés trimestral, y dado que los pagos de dividendo varían con el tiempo, es necesario que la tasa sea considerada como un promedio que paga el índice a lo largo de un año. Con lo anterior, se tiene que el precio teórico de un futuro sobre el IPC a tres meses es de $2,679.18.

2.4.3 Cobertura de riesgos asociados a futuros sobre índices accionarios.

Una de las principales funciones de los futuros es servir como instrumento de cobertura de riesgos ante movimientos en el precio o valor de los portafolios de inversión. Para ser explicada la forma en que se puede utilizar un futuro sobre índices accionarios para cubrir los riesgos de mercado de un portafolio, se realiza un desarrollo basado en el modelo Capital Asset Price Model (CAPM).

El modelo CAPM, también conocido como el modelo de las Betas, es usado para determinar la tasa de rendimiento de un determinado activo como una función del riesgo sistemático del mismo activo. El riesgo sistemático es medido a través del coeficiente beta (β), el cual se estima por medio de una regresión en la que se corre el exceso de rendimiento sobre la tasa de interés libre de riesgo, considera el activo en cuestión contra el exceso de rendimiento del índice sobre la tasa de interés libre de riesgo. El rendimiento que se considera para la estimación del coeficiente beta incluye tanto las ganancias propias de mantener un activo como los dividendos que paga el mismo, es decir $r = g + d$.

De acuerdo al CAPM, la beta del portafolio y del futuro que se utiliza como medio de cobertura, se estima corriendo la regresión siguiente:

$$\Delta P = \alpha + \beta \Delta F \qquad (2.4.3a)$$

Donde:

ΔP: Es el cambio en el valor del portafolio que se desea cubrir.

ΔF: Es el cambio del valor de un futuro.

El valor de β indica el porcentaje de cambio en el valor del portafolio a ser cubierto ante un cambio del 1.0% en el valor del futuro. Los datos para estimar la regresión se obtienen de series de valores del portafolio y del precio del futuro. Esas series se transforman en porcentajes de cambio, a través de la primera diferencia y al dividir entre el valor de los periodos anteriores. Esos porcentajes se obtienen de la manera siguiente:

$$\Delta P(t) = \frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}} \tag{2.4.3b}$$

$$\Delta F(t) = \frac{F_t - F_{t-1}}{F_{t-1}} \tag{2.4.3c}$$

Donde:

$P(t)$: Es el valor del portafolio en el periodo t.

$F(t)$: Es el valor del futuro en el periodo t.

Una vez que se estima el valor del coeficiente β, éste se usa como la tasa de cobertura, la cual determina el número de contratos necesarios para cubrir un portafolio. Para entender lo anterior, sea N el número de contratos de futuros sobre índices accionarios necesarios para cubrir un portafolio accionario y $P(t)$ y $F(t)$ el valor de mercado del portafolio en t y el precio en el mercado del futuro en t, respectivamente. De esta forma, N se puede calcular de la manera siguiente:

$$N = \beta \frac{P_t}{F_t} \tag{2.4.3d}$$

Un indicador estadístico importante que indica que tan bueno puede ser un futuro sobre índices accionarios para cubrir un portafolio es el estadístico R^2 de la regresión anterior. Este estadístico es un indicador de que tan bien se ajustan los datos usados en la estimación de la beta y toma valores entre cero y uno. Mientras más se acerque a 1 el valor de R^2, mejor es el futuro en cuestión para cubrir el portafolio de interés.

Para ilustrar mejor el uso de β, se tiene el ejemplo siguiente:

El 25 de junio un inversionista observa que a precios de mercado, el portafolio que tiene en su poder es de \$87,566,100, y que existe un futuro sobre el IPC con vencimiento en septiembre cuyo precio es de \$107,650.00. El inversionista se encuentra interesado en cubrir su postura ante una posible caída de los precios de las acciones que componen el portafolio debido a la alta incertidumbre política que vive el país. El inversionista entonces obtiene datos históricos sobre el valor del futuro y de su portafolio, con ellos estima el valor de la β y obtiene que $\beta =$ 0.75. Entonces, de acuerdo a la formula (2.4.3d) se determina que para cubrir su portafolio necesita entrar en una posición corta sobre la cantidad de futuros siguiente:

$$N = (0.75)\left(\frac{87{,}566{,}100}{107{,}650}\right) = 610.075 \approx 610$$

De acuerdo a lo anterior, el inversionista debe entrar en una posición corta sobre 610 contratos de futuros. Es importante mencionar que el inversionista debe calcular el número de contratos necesarios para mantener en la posición corta, conforme los precios en el mercado cambien.

2.4.4 Futuros sobre divisas

Los futuros sobre divisas o futuros sobre tipos de cambio, iniciaron operaciones en Chicago Mercantil Exchange (CME) en el año de 1972. Desde la segunda guerra mundial y hasta agosto de 1971, el acuerdo Bretón Woods, fijó el tipo de cambio de las monedas más importantes. En este año, la mayoría de los países desarrollados implementaron un sistema de tipos de cambio flotante limitado, el cual permitió que la moneda local fluctuara dentro de un cierto rango. Para 1973, se permitió que las monedas locales flotaran libremente acuerdo a la oferta y la demanda. Desde entonces, son precisamente las fuerzas del mercado las que determinan el tipo de cambio de la moneda local.

Cuando los precios fluctúan, los agentes se exponen a riesgos de pérdida en sus posiciones. En particular con las fluctuaciones de tipo de cambio, los inversionistas que mantienen posiciones con moneda extranjera se enfrentan al riesgo de una pérdida potencial en su riqueza producto de esos movimientos.

Pese a lo anterior, el éxito de este tipo de contratos es relativo ya que desde mucho tiempo atrás existen mercados forward que se utilizan de manera dinámica, de acuerdo a necesidades específicas y son fácilmente accesibles a nivel mundial.

En este tipo de contratos aparecen dos tipos de precios durante su operación, el precio *cash* y el precio *spot*. El precio *cash*, es aquel que cotizan las instituciones financieras basado en la oferta y la demanda inmediata que se tiene en el mercado. Este tipo de precio es cotizado en el momento en el que el comprador y el vendedor se ponen de acuerdo. Este precio no presenta fluctuaciones en el tiempo. Por su parte, los precios *spot*, son divisas que serán entregadas en un plazo de 48 horas, su cotización es determinada por la oferta y la demanda del mercado interbancario, en este mercado participan todas las instituciones que se dedican a la compra y venta de divisas.

Los principales contratos sobre tipo de cambio existentes en la actualidad, y negociados principalmente en los mercados más grandes de los Estados Unidos son para realizar compra o venta de dólares americanos, dólares canadienses, libras esterlinas, yenes japoneses y euros.

Los márgenes requeridos en la operación de estos contratos dependen de la volatilidad de la moneda en cuestión. En la mayor parte de los contratos futuros, los vencimientos son trimestrales, además del vencimiento del mes corriente.

2.4.5 Valuación de futuros sobre divisas

Para determinar el valor de un futuro sobre divisas, suponga que un inversionista compra un cierto monto de una moneda extranjera, por ejemplo dólares, en el tiempo t para posteriormente venderlos en el periodo T. Suponga también que realiza la estrategia siguiente se tiene:

En el periodo t, con Q_{tp} pesos compramos Q_{tus} dólares a un tipo de cambio S_t existente en el tiempo t. Es decir, en el periodo t, se adquiere la cantidad de dólares siguiente:

$$Q_{tus} = Q_{tp}\left(\frac{1}{S_t}\right) \tag{2.4.5a}$$

Esta cantidad de dólares se invierte en un instrumento libre de riesgo denominado en dólares durante el periodo t a T, a una tasa de interés anual R_{us} pagada por esa moneda. Al vencimiento de la inversión en el tiempo $T,$ el inversionista va recibir Q_{Tus} dólares, esto es:

$$Q_{Tus} = Q_{tus}\left(1 + R_{us}\left(\frac{T-t}{360}\right)\right) \tag{2.4.5b}$$

En el tiempo t, se entra con una posición corta en un futuro sobre dólares estadounidenses con vencimiento en T, por un monto de Q_{Tus} dólares. En esta situación, el tipo de cambio que está pactando es $F_{t,T}$, con lo cual al vencimiento del contrato se reciben Q_{tp} pesos ya que:

$$Q_{Tp} = Q_{Tus} F_{t,T} \tag{2.4.5c}$$

El tipo de cambio para liquidar el futuro en el tiempo T, es $F_{t,T}$, ésto significa, que el tipo de cambio peso-dólar, es el precio del futuro, y es exactamente el que se desea conocer. Realizando las sustituciones en las fórmulas anteriores se tiene:

$$Q_{Tp} = Q_{tus}\left(1 + R_{us}\left(\frac{T-t}{360}\right)\right)F_{t,T} \tag{2.4.5d}$$

$$= Q_{tp}\left(\frac{F_{t,T}}{S_t}\right)\left(1 + R_{us}\left(\frac{T-t}{360}\right)\right) \tag{2.4.5e}$$

El rendimiento de la inversión original en pesos es:

$$\left(\frac{Q_{Tp}}{Q_{tp}}\right) = \left(\frac{F_{t,T}}{S_t}\right)\left(1 + R_{us}\left(\frac{T-t}{360}\right)\right) \tag{2.4.5f}$$

En condiciones donde no existe la posibilidad de realizar una estrategia de arbitraje libre de riesgo, el rendimiento de la inversión realizada en pesos es:

$$1 + R_p\left(\frac{T-t}{360}\right) \tag{2.4.5g}$$

Lo anterior debe ser igual al rendimiento libre de riesgo que se tendría con una inversión equivalente realizada en dólares. Es decir, el rendimiento anterior, debe ser igual a la expresión que representa el rendimiento de la inversión original en pesos. Esta igualdad de rendimiento queda representada de la forma siguiente:

$$1 + R_p\left(\frac{T-t}{360}\right) = \left(\frac{F_{t.T}}{S_t}\right) = \left(1 + R_{us}\left(\frac{T-t}{360}\right)\right) \tag{2.4.5h}$$

La expresión anterior representa la condición de no arbitraje libre de riesgo entre dos mercados. De ahí, se puede obtener una expresión para $F_{t,T}$ de la forma siguiente:

$$F_{t,T} = S_t \left(\frac{1 + R_p \dfrac{T-t}{360}}{1 + R_{us} \dfrac{T-t}{360}} \right) \tag{2.4.5i}$$

Finalmente, la ecuación anterior representa el precio teórico de un futuro sobre tipo de cambio, bajo condiciones de equilibrio. Esto demuestra que el precio teórico de un futuro es una función del precio spot de la moneda en cuestión, es decir, el tipo de cambio corriente y la tasa de interés relativa entre la moneda nacional y la extranjera en cuestión.

Para explicar mejor lo anterior, se considera el ejemplo siguiente:

Suponga que el 3 de julio de 2009, la tasa de interés anual en el mercado mexicano fue de 38.0%, la tasa de interés en el mercado estadounidense fue de 8.0% y el tipo de cambio en la misma fecha fue de \$13.2 por dólar. Además, al suponer que en esa fecha se emitió un futuro sobre dólares que tenía como vigencia 90 días, si se sustituyen los valores en (2.4.5i) el precio de dicho futuro es:

$$F_{t,T} = 13.2 \left(\frac{1 + 0.38 \dfrac{90}{360}}{1 + 0.08 \dfrac{90}{360}} \right) = 13.2(1.0735) = 14.17$$

El resultado muestra que el precio del futuro a 90 días del dólar es de \$14.17 por dólar. Lo anterior sugiere que la expectativa del mercado es que el peso se deprecie y el dólar se aprecie.

Hasta el momento, el precio del futuro se ha determinado por medio de una tasa de interés simple; sin embargo, también es posible hacer el cálculo cuando la tasa de interés es instantánea. El precio del futuro sobre tipo de cambio se puede calcular de forma siguiente:

$$F_{t,T} = S_t e^{(R_p - R_{us})\left(\frac{T-t}{360}\right)} \tag{2.4.5j}$$

Utilizando los datos del ejemplo anterior, pero ahora suponga que la tasa de interés es una tasa anual continuamente capitalizable, sustituyendo en (2.4.4j) se tiene:

$$F_{t,T} = 13.2^{(0.38-0.08)\left(\frac{90}{360}\right)} = 13.2(1.0779) = 14.22$$

Se observa que al suponer una tasa de interés instantánea, el tipo de cambio a 90 días se cotiza más alto que cuando se considera tasa de interés simple.

2.4.6 Cobertura de riesgos con el uso de futuros sobre divisas

La volatilidad en el tipo de cambio es un riesgo al cual se enfrentan los inversionistas que realizan operaciones en las que se involucran liquidaciones con monedas extranjeras. A continuación se muestra como se puede cubrir el riesgo asociado a movimientos del tipo de cambio por medio de la utilización de futuros sobre tipos de cambio.

Suponga que una empresa mexicana exportadora de cierta mercancía, la cual debe recibir al cabo de 3 meses una cantidad X de dólares en una fecha futura, por concepto de cobro de sus exportaciones. Si esta empresa deja descubierta su posición larga en dólares, corre el riesgo de que el dólar se deprecie frente al peso durante los tres meses que deben de transcurrir antes de recibir sus dólares, lo cuál produce una pérdida por tipo de cambio. Para ilustrar lo anterior hay que considerar las variables siguientes:

S_t: El tipo de cambio peso/dólar existente en la actualidad.

S_T: El tipo de cambio existente en la fecha de entrega de los dólares.

X: La cantidad de dólares a recibir.

Si $S_T > S_t$, entonces el peso se deprecia respecto al dólar, el exportador tiene una ganancia de:

$$X(S_T - S_t) \qquad (2.4.6a)$$

Si por el contrario, $S_T < S_t$, entonces el peso se aprecia con respecto al dólar, entonces el exportador, dado que no tiene cubierta su posición tiene una pérdida de:

$$X(S_t - S_T) \qquad (2.4.6b)$$

Es importante mencionar, que de cualquier forma una empresa importadora que no se cubre, si el peso se depreciara pierde el monto señalado en (2.4.6a), pero si el peso se aprecia, entonces ganaría lo señalado en (2.4.6b).

Ambas empresas pueden mitigar el riesgo al que se encuentran expuestas por medio de la compra o venta de futuros y conocer por anticipado la diferencia entre el tipo de cambio actual y el que se va a adquirir en la fecha futura deseada. En el ejemplo, el exportador puede mitigar el riesgo al que se enfrenta utilizando una cobertura corta, es decir entrado con una posición de venta en el mercado de futuros. Por su parte, el importador puede mitigar el riesgo con una posición larga; ésto significa comprar dólares a través del mercado de futuros.

Un exportador que entra con una posición corta a un futuro para vender X cantidad de dólares, a un precio F_T especificado al momento de entrar al mercado en el tiempo T, tendrá los siguientes flujos:

Diferencia entre el tipo de cambio vigente en *t* y el observado en *T*	$X(S_T - S_t)$	(> 0 ó < 0)
Resultado del futuro	$X(F_T - S_T)$	
Resultado global	$X(F_T - S_t)$	

El importe de pérdida o ganancia depende de la apreciación o depreciación del peso, sin embargo la magnitud de ella es conocida de antemano, es decir al momento t. Ésto significa que el beneficio cuando $F_T > S_t$ o la perdida ($F_t < S_t$) son ambas conocidas a priori.

El importador por su parte, para cubrir su riesgo entra con una posición larga sobre un futuro, es decir comprando dólares, también a un precio F. El importador tendrá el flujo siguiente:

Resultado de un deslizamiento del tipo de cambio	$-X(S_T - S_t)$	(> 0 ó < 0)
Resultado del futuro	$X(S_T - F_T)$	
Resultado global	$X(S_t - F_T)$	

De esta forma, también el importador puede conocer de antemano cuál es su pérdida o ganancia originada por el emplazamiento del pago de sus importaciones, sin tener que correr riesgos adicionales.

La forma en como ambos inversionistas pueden asegurar la pérdida o ganancia es por medio de la compra de un futuro que cancela toda la exposición a riesgos de tipo de cambio de la moneda en cuestión.

Para ilustrar la estrategia de cobertura larga, se puede suponer que un importador mexicano, que debe liquidar su mercancía importada dentro de treinta días. El monto que debe pagar asciende a $300,000 USD. En el mercado de futuros existen contratos sobre el dólar de un monto de $50,000 USD por lo que el importador decide entrar con una posición de compra sobre 6 contratos. El tipo de cambio a futuro de 30 días es de $13.35 por dólar, y el tipo de cambio *spot* es de $13.12 por dólar.

Treinta días después, el precio *spot* del dólar es de $13.46 pesos por dólar, lo que significa que en el transcurso de 30 días, el peso tuvo una devaluación ó depreciación de $0.34. Las pérdidas o ganancias del importador se observan en el cuadro siguiente:

	Mercado Spot	**Mercado de futuros**
A la fecha	Contrata la compra de mercancías por USD $300,000 para pagar en 30 días. El tipo de cambio existente es $13.12 por dólar.	Entra con una posición larga sobre 6 contratos de futuros, a un tipo de cambio pactado a 30 días de $13.35 por dólar
30 días después	Compra 300 mil dólares a un tipo de cambio existente de $13.46 pesos por dólar	Realiza los contratos a un tipo de cambio de $13.35 por dólar
Pérdidas y ganancias	$300,000 (13.46 - 13.12) = 102,000	$300,000 (13.46 - 13.35) = 33,000

Como se puede observar, el importado que no cubre sus requerimientos de dólares y espera comprar estos hasta 30 días después tiene una pérdida de $102,000 debido a la devaluación en el periodo mencionado. Por su parte, si el inversionista recurre a una cobertura larga, es decir, si compra dólares utilizando futuros, la pérdida debido a la devaluación es de sólo $33,000.

2.4.7 Futuros sobre tasas de interés

Un contrato a futuro sobre tasas de interés es un contrato de cobertura sobre un activo cuyo precio depende únicamente del nivel de las tasas de interés. En la actualidad, el uso de este tipo de contratos cobra importancia debido a que más de la mitad del volumen de contratos de futuros en la industria son con instrumentos financieros. *"El propósito de este mercado es que los participantes puedan contar con un mecanismo que les permita fijar de manera anticipada las tasas de interés reales y cubrirse ante la volatilización de éstas a causa de la inflación"*[3].

Existen diferentes tipos de tasas con las cuales se puede realizar alguna negociación, dependiendo de lo que cada inversionista requiere al momento de realizarla. La tasa de interés *spot*, es la que se paga a una inversión al final del plazo junto con el capital y el principal.

Para explicar este tipo de contratos, sólo se hace mención de los futuros sobre tipo de cambio de corto plazo. Esto es, futuros referidos a instrumentos de corto plazo, que son instrumentos de deuda que solamente pagan interés y capital y que son negociados a descuento. En México, el caso más claro de estos instrumentos son los Cetes (Certificados de tesorería de los Estados Unidos Mexicanos).

Con un futuro sobre tasas de interés el vendedor del mismo (la posición corta) se compromete a entregar una cierta cantidad de títulos de deuda, que tengan un cierto periodo de vigencia (90 días por ejemplo) a un determinado precio al momento de entrar en el futuro, es decir al vencimiento del contrato. Por su parte el comprador (la posición larga) se compromete a recibir los títulos y pagar el precio pactado. Las ganancias de ambos al vencimiento, son el resultado de la diferencia que existe entre las tasas de interés, la pactada y la que ocurre al vencimiento del contrato.

---

[3] Arturo García Santillán, "Sistema financiero Mexicano y el mercado de derivados", Serie de libros y manuales: Finanzas. Página 114.

2.4.8 Valuación de futuros sobre tasas de interés

Como ejemplo, suponga que las partes entran a un futuro de un mes sobre una tasa de interés de 28 días. La tasa pactada es del 20.0%, al vencimiento del futuro, un mes después, la tasa Cete a 28 días es de 40.0%, entonces el vendedor entrega el Cete a una tasa de 20.0% y el comprador lo paga a ese precio. En este ejemplo, el vendedor resulta ser el ganador, ya que está vendiendo un Cete a 28 días (o con 28 días de vigencia) a un precio mayor al que se está negociando ese Cete en el mercado. El comprador por su parte pierde, ya que ese mismo Cete de 28 días, lo puede comprar a un precio menor que el que tiene que pagar.

Para realizar la valuación, es necesario distinguir dos periodos importantes:

T: Fecha de vencimiento del futuro.

T^*: Fecha de vencimiento del instrumento de deuda, por ejemplo del Cete.

Evidentemente, la diferencia entre la segunda y la primera debe ser positiva, en otras palabras, $T^* - T > 0$. La diferencia es precisamente el plazo de la tasa que se está negociando. Por ejemplo, si $T^* - T = 28$ significa que el futuro es sobre una tasa de interés a 28 días (o sobre un instrumento de deuda con vigencia de 28 días) y lo que se está comprando y vendiendo al vencimiento del contrato, son Cetes con 28 días de vigencia. Pensar que la vigencia del valor que se está negociando a través del futuro es menor a la vigencia del contrato no tiene ningún sentido.

Por su parte, suponga también que r y r^* son tasas de interés *spot* existentes para el periodo T y T^* respectivamente. Además, se sabe que el valor de un Cete es \$10.00, y al suponer una tasa instantánea el precio del Cete es igual a:

$$P_t = 10e^{-r^*(T^*-t)} \qquad (2.4.8a)$$

Dado que el valor subyacente considerado no paga ningún cupón y no tiene costos de mantenimiento, se considera solamente el valor del subyacente llevado a valor futuro (es decir, lo opuesto a traer a valor presente). En este caso, el precio al que se pacta el futuro es el siguiente:

$$F_t = P_t e^{r(T-t)} \qquad (2.4.8b)$$

Donde:

- F_t: Es el precio del futuro.
- P_t: Es el precio actual al que se está negociando el valor del subyacente.
- r: Es la tasa de interés *spot* libre de riesgo para el período $T - t$, $(T - t)$ es el periodo de vigencia del futuro.

Dado que el valor de P_t es conocido, al sustituir en la expresión (2.4v), se tiene:

$$F_t = 10e^{-r*(T*-t)}e^{r(T-t)} \qquad (2.4.8c)$$

Simplificando (2.4w), el precio del futuro es:

$$F_t = 10e^{rT-r*T*} \qquad (2.4.8d)$$

Al reagrupar, se tiene que:

$$F_t = 10e^{-\tilde{r}(T*-T)} \qquad (2.4.8e)$$

Donde $\tilde{r}$ es la tasa forward de T^* a T

De esta forma, el precio del futuro expresa solamente el precio que tiene un Cete con ciertos días de vigencia en la fecha de vencimiento del contrato. Si la tasa forward resulta ser igual a la que tiene en el mercado para el mismo plazo, al vencimiento del futuro ninguna de las dos partes involucradas en la negociación del futuro resulta con pérdidas o ganancias.

Para explicar mejor los futuros sobre tasa de interés, se considera el ejemplo siguiente:

Suponga que existe un futuro con vencimiento a un mes (30 días) sobre Cetes a 28 Días y que analizando la curva temporal de tasa que publica la Bolsa Mexicana de Valores, al calcular la tasa forward implícita entre la tasa spot a 30 días y 56 días, es de 41.6%. Con esto, el precio futuro obtenido al sustituir en la formula (2.4.8e) debe ser igual a:

$$F_t = 10e^{-o.416\left(\frac{58-30}{360}\right)} = 10e^{-0.416\left(\frac{28}{360}\right)}$$

$$F_t = 10e^{(-0416(0.0778))} = 10e^{-0.0324} = 9.28$$

El resultado indica, que de acuerdo a la curva intertemporal de la tasa de Cetes, el precio al que se debe de comprar un Cete a 28 días dentro de un mes es a $9.28.

2.4.9 Cobertura de riesgos asociados a la tasa de interés

Las decisiones que una empresa debe tomar en relación a la evolución futura de las tasas de interés son las de adquirir deuda a corto o a largo plazo y la de invertir (financiar) los excesos (necesidades) temporales de su tesorería.

La decisión de adquirir deuda a corto o a largo plazo se toma básicamente, comparando los costos financieros asociados a cada una de las alternativas. En el caso de que la empresa decida endeudarse a largo plazo, la empresa conoce con certeza los costos asociados a esa estrategia, sin embargo si durante ese periodo largo se observan bajas en las tasas de interés la empresa incurre en altos costos de oportunidad.

Por otra parte, si la empresa decide emitir deuda a corto plazo, no sabe los costos financieros a los que tiene que incurrir al vencimiento y tiene que hacer nuevas emisiones. En este caso, el riesgo para la empresa es que las tasas de interés se pueden incrementar, lo que se refleja en el costo de oportunidad si se decidido emitir deuda a largo plazo.

Se observa regularmente, que los intereses que la empresa paga a sus acreedores, se encuentran directamente relacionados con los rendimientos que paga un instrumento de deuda pública. Normalmente, las empresas emisoras de deuda pagan los rendimientos que se tienen con instrumentos de deuda pública más una prima adicional, de acuerdo con la calificación de riesgo de la empresa. Dado que existe esta relación entre los pagos que la empresa tiene que hacer a sus acreedores y los rendimientos de la deuda pública, es posible que la empresa pueda cubrir los riesgos asociados a movimientos en las tasas de interés mediante la utilización de futuros sobre instrumentos de deuda pública, además de que éstos son los más comúnmente emitidos.

De esta forma, las empresas que desean financiar sus necesidades financieras de mediano y largo plazo por medio de emisiones sucesivas de deuda a corto plazo, pueden conocer de antemano los costos financieros que una estrategia de este tipo puede significar. Esto lo puede lograr, tomando posiciones cortas en el mercado de futuros, mediante la venta de futuros con fechas de vencimiento iguales a las fechas de negociación de su deuda (siempre que la estrategia de la empresa sea realizar emisiones sucesivas a corto plazo).

Para ilustrar lo anterior, suponga que una empresa necesita fondos a corto plazo por un monto denotado por M unidades monetarias dentro de 6 meses. Lo que la empresa desea es asegurar es la tasa de interés dentro de este periodo de tiempo. Para lograrlo, contrata una posición corta en el mercado de futuros con $\frac{M}{C}$ contratos sobre Cetes a 6 meses. Siendo C el valor nominal amparado en cada contrato (en este caso consideraremos \$10, por el número de Cetes que ampara el futuro). Se sabe que el precio del futuro a 6 meses es:

$$F_0^6 = 10e^{-\tilde{r}(T^* - T)} \qquad (2.4.9a)$$

Es decir, la fórmula anterior representa el precio de los Cetes a corto plazo dentro de 6 meses.

Para facilitar el manejo y mejorar la explicación, la expresión alternativa del precio del futuro es:

$$F_0^6 = 10 - I_0^6 \qquad (2.4.9b)$$

Donde, I_0^6 es el descuento con tasa forward implícita en el futuro.

I_6^6

Suponga que dentro de 6 meses, el descuento de la tasa existente a corto plazo es I_6^6 y además se observa que:

$$I_6^6 > I_0^6 \tag{2.4.9c}$$

Con esta tasa, dentro de 6 meses la empresa incurre en unos costos financieros de

$$M\left(I_6^6\right) \tag{2.4.9d}$$

Por lo que el precio de los futuros al vencimiento es de:

$$CF_6^6 = C\left(10 - I_6^6\right) < CF_0^6 = C\left(10 - I_0^6\right) \tag{2.4.9e}$$

Con lo que las ganancias acumuladas de $\frac{M}{C}$, los futuros con posición corta son:

$$MC\left(CF_0^6 - CF_6^6\right) = M\left(F_0^6 - F_6^6\right) \tag{2.4.9f}$$

Con esto, los costos de la empresa son:

$$\textit{Costos en intereses} - \textit{Ganancia de la posición de futuros} =$$

$$MF_6^6 - M\left(F_0^6 - F_6^6\right) = MF_0^6 \tag{2.4.9g}$$

El cual es conocido de antemano, en el momento de tomar la posición corta sobre futuros, e independiente de cualquiera que sea la tasa de interés a corto plazo vigente en el momento de renovar la deuda de corto plazo. Lo anterior significa que la empresa elimina todo riesgo de incurrir en costos financieros mayores a los ya conocidos.

Un segundo aspecto muy importante y sensible a las fluctuaciones de las tasas de interés, es la planeación de los flujos de efectivo en la tesorería de la empresa.

Al diseñar el plan de flujos de la tesorería, aparecen de forma periódica excesos o necesidades de recursos de corto plazo importantes para el equilibrio de la tesorería. Si los encargados de ésta, no consideran los costos asociados a cubrir los requerimientos de corto plazo, o bien, no se consideran los costos extraordinarios que se pueden generar con los excesos a largo plazo, se tiene una pérdida potencial.

Tanto los costos, como los ingresos financieros de los aspectos señalados, dependen de las fluctuaciones de las tasas de interés a corto plazo vigentes en el momento en el que se presente alguna de las posibilidades referidas.

Para los periodos en los que se prevean necesidades de fondos, el costo financiero de los mismos puede fijarse mediante la venta de futuros, de igual forma como se realizó anteriormente para el caso de negociaciones de deuda de corto plazo.

Capítulo 3

Opciones

Una opción es un contrato entre dos partes por medio del cual, una de ellas adquiere derecho sobre la otra, pero no la obligación de comprarle o venderle una cantidad determinada de un activo a un cierto precio y en un momento futuro.

Existen dos modalidades de opciones, las opciones Europeas y las opciones Americanas. La opción Europea es aquella cuyo ejercicio se ha de realizar específicamente en la fecha de vencimiento; mientras que la opción Americana puede realizar su ejercicio cualquier día, desde la fecha de contratación hasta la fecha de vencimiento.

Al igual que los futuros, las opciones son contratos estandarizados con fecha de vencimiento. El precio, las primas y los valores de la opción también se negocian en bolsas de comercio organizadas. El principal objetivo de las opciones es proteger a los inversionistas contra las subidas o bajadas de precios en el activo subyacente.

Las opciones se negociaron por primera vez en un comercio establecido en el año de 1973, al fundarse el Chicago Board Options Exchange. Desde su fundación, el mercado de derivados ha sufrido cambios importantes. Actualmente, prácticamente en todo el mundo se realizan este tipo de transacciones, además de que infinidad de instituciones bancarias ofrecen servicios de cobertura de riesgos "*over the counter*".

3.1 Posiciones básicas

Los contratos de opciones tienen como objetivo que el comprador de la opción se beneficie con los movimientos del mercado en una dirección, pero no sufra las consecuencias de los movimientos del mercado en la dirección contraria. Mediante el pago de una prima se pueden prevenir las pérdidas, sin embargo, las ganancias son limitadas. Existen dos tipos básicos de opciones, de compra (*call option*) y de venta (*put option*).

> ***Opción de compra call:*** Es un contrato por medio del cual se adquiere el derecho, pero no la obligación de ***comprar*** en una fecha futura, una cantidad determinada de un bien llamado subyacente, a un precio previamente determinado (precio de ejercicio) durante la vigencia del contrato o en la fecha de vencimiento.
>
> ***Opción de venta put:*** Es un contrato por medio del cual se adquiere el derecho, pero no la obligación de ***vender*** a una fecha futura, una cantidad determinada de un bien denominado subyacente a un precio previamente determinado (precio del ejercicio) durante la vigencia del contrato o en la fecha de vencimiento.

En una opción de compra, si el precio del bien subyacente en el mercado es lo suficientemente alto (por arriba del precio del ejercicio), el precio es ejercido, y la ganancia para el comprador es la diferencia entre el precio del bien subyacente y el precio del ejercicio.

Asimismo, el comprador de una opción de venta adquiere el derecho de vender el bien subyacente. Este derecho es ejercido, si el precio del bien subyacente en el mercado es lo suficientemente bajo (por debajo del precio del ejercicio) y la ganancia para el tenedor de la opción es la diferencia entre el precio del ejercicio y el bien subyacente.

A diferencia de los contratos futuros, los tenedores adquieren sólo el derecho, pero no la obligación de realizar la operación en el futuro. En este sentido, se puede afirmar que los contratos de opciones tienen más flexibilidad que los futuros y por tanto son mejores.

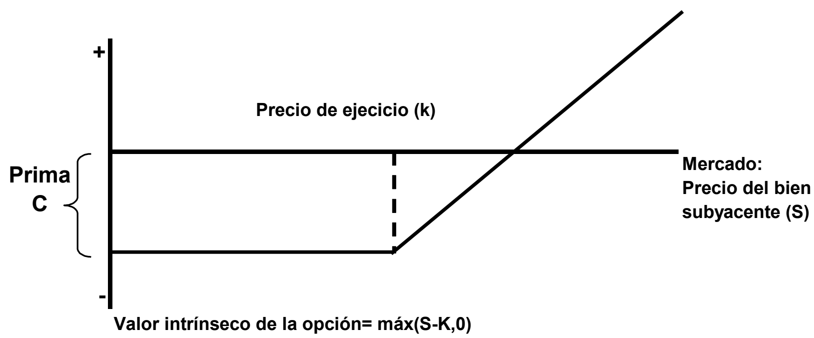
Los contratos de opciones examinan el precio del ejercicio del subyacente, el periodo de expiración para ejercer los derechos del contrato y a su precio se le denomina prima. Dicha prima está en función del periodo de expiración del contrato, de la volatilidad de los rendimientos del subyacente, de la relación entre el subyacente y el precio de ejercicio y de la tasa de interés libre de riesgo, principalmente.

Para adquirir una opción, el tenedor debe pagar una prima al vendedor, cuyo valor es inferior al monto nocional. El vendedor, por su parte, recibe la prima y no la devuelve al comprador en ningún caso. Si el comprador no ejerce su derecho, pierde la prima.

Existen cuatro diferentes perfiles de pérdidas o ganancias que se presentan en las opciones de compra y venta:

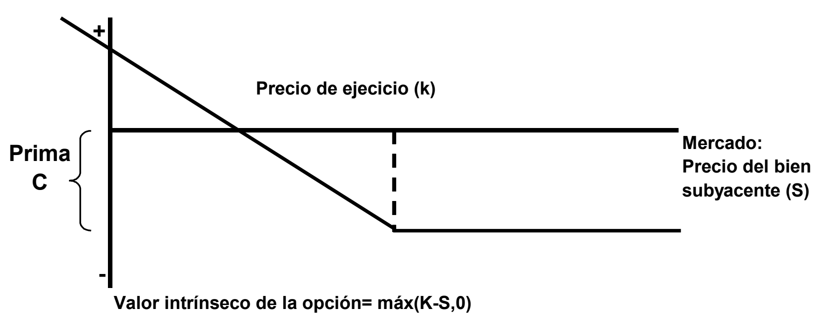
Comprador de una opción de compra, *call option*

Posición larga



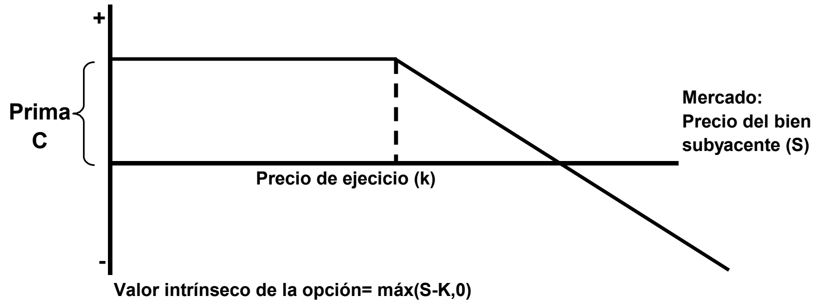
Comprador de una opción de venta, *put option*

Posición larga



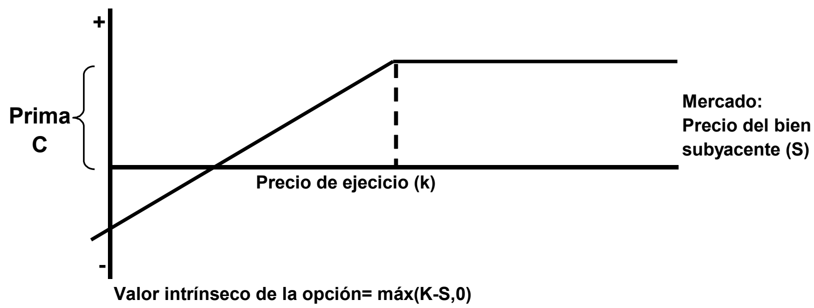
Vendedor de una opción de compra, *call option*

Posición corta



Vendedor de una opción de venta, *put option*

Posición corta



Se puede observar que la compra de una opción de venta es una posición corta, porque a pesar de haber realizado una compra, el perfil de pérdidas y ganancias del bien subyacente es de posición corta. En el caso de la venta de una opción de venta, se trata de una posición larga, debido a que el bien subyacente tiene ese perfil.

3.2 Factores que afectan el precio

En los contratos de opciones no existe simetría entre derechos y obligaciones como lo es en los futuros, al llegar la fecha de vencimiento, los compradores de la opción tienen el derecho, pero no la obligación de comprar (*call*) o vender (*put*), mientras los vendedores de la opción solamente van a tener la obligación de vender (*call*) o de comprar (*put*).

La diferencia entre derechos y obligaciones genera la existencia de una prima, que es el importe que abona el comprador de la opción al vendedor de la misma. La prima refleja el valor de la opción cotizada en el mercado y éste depende de los factores siguientes:

- Cotización del activo subyacente.
- Precio de ejercicio de la opción.
- Volatilidad.
- Tipo de interés del mercado monetario.
- Tiempo restante hasta el vencimiento.
- Dividendos (opciones sobre acciones).

El precio de ejercicio es al que se puede comprar o vender el activo subyacente de la opción, si el comprador decide ejercer el derecho otorgado por el contrato al comprador del mismo.

Las opciones tienen cinco características fundamentales que las definen, éstas son el tipo de opción (*put/call*), el activo subyacente o de referencia, la cantidad de subyacente pactado en el contrato de la opción, la fecha de vencimiento y el precio de ejercicio de la opción.

Para determinar el precio de la opción es necesario comparar el precio de ejercicio con la cotización del activo subyacente (*in the, at the or out of the money*), con ello deriva su conveniencia por ejercer o dejar expirar sin ejercer el derecho otorgado por la compra de la opción. Ejemplos:

- Se dice que una opción *call* está "*in the money*" si el precio del ejercicio es inferior a la cotización del subyacente.

- Se dice que una opción put está "*in the money*" cuando el precio de ejercicio es superior a la cotización del subyacente.

- Cuando el precio de ejercicio y el precio del subyacente coinciden se dice que la opción está "*at the money*".

3.3 Opciones financieras

Las opciones financieras, son los productos financieros que suponen un derecho a comprar o vender un valor, materia prima o divisa, a un precio de ejercicio predeterminado antes de una fecha. Entre las principales opciones financieras se encuentran las opciones sobre divisas, tasas de interés, índices accionarios y acciones.

3.3.1 Opciones sobre divisas o tipo de cambio

Las opciones sobre divisas o tipo de cambio, otorgan a su comprador el derecho pero no la obligación, de comprar o vender un determinado importe de divisas en un momento futuro y a un tipo de cambio predeterminado mediante una prima. Normalmente, una empresa compra el derecho (desea cubrir el riesgo cambiario), mientras que una entidad financiera lo vende (desea especular o vender los servicios financieros). Esto se debe a que los riesgos del comprador de la opción están limitados al importe de la prima, mientras los riesgos del vendedor de la opción no están limitados (Nota: en el caso de las opciones de venta, las pérdidas están limitadas ya que $S > 0$).

En este tipo de contratos, la opción tipo *call* da derecho a su comprador, de comprar una determinada cantidad de divisas a un tipo de cambio predeterminado, se trata de una opción comúnmente utilizada por importadores que compran divisas para atender el pago de una importación, mientras la opción tipo *put*, da derecho a su comprador a vender una determinada cantidad de divisas a un tipo de cambio prefijado. Esta es la opción utilizada por los exportadores.

La ventaja de este instrumento financiero es que permite a su comprador fijar un precio para la adquisición o venta de divisas. Como se trata de un derecho y no un compromiso hace que el comprador pueda optar por ejercer dicho derecho. Esto es, durante el periodo de cobertura de la opción o a su vencimiento, dependiendo de la modalidad el comprador puede utilizar su derecho, o en su defecto acudir al mercado de contado.

Ejemplos:

Compra de una opción Call (posición larga)

Suponga que una empresa debe pagar $100 USD a un proveedor dentro de tres meses para asegurar el tipo de cambio y el coste de la operación, pero al mismo tiempo mantener una puerta abierta ante la posible evolución favorable del tipo de cambio, se tiene lo siguiente:

Decide comprar una opción de compra sobre divisas, siendo los datos de compra:

- Divisa: Dólares Americanos.
- Importe: $100.00.
- Plazo: 3 meses.
- Tipo de cambio de contado: $0.88 USD/Euro.
- Prima opción Europea, Importe: 0.0167 Euro/Dólar.

De esta forma, la empresa se tiene que hacer cargo del pago de la prima, que es de:

$$\text{Prima} = (100.00)\ (0.0167) = 1.670\ €$$

Así, la empresa tiene beneficios al ejercer la opción, cuando el tipo de cambio del dólar se sitúe por encima de las $0.89167 USD/Euro.

Por el contrario, tiene beneficios al renunciar a su derecho, cuando el tipo de cambio esté por debajo de las $ 0.8633 USA/Euros.

Compra de una opción put

En la compra de una opción put, la necesidad de la empresa es cubrir el tipo de cambio de una venta en divisas, de tal modo que desea fijar el tipo de cambio mínimo de las divisas que recibirá como consecuencia de la realización de una determinada venta.

Al utilizar los mismos datos que en el caso anterior y al suponer que la Prima de una opción Europea Export es de 0.0123 Euros/Dólar se tiene que:

Prima = (100,000) (0.0123) = 1.230 €

De esta forma, la empresa tiene beneficios al ejercer la opción comprada cuando el tipo de cambio de contado del dólar este por debajo de $0.8677 USD/ Euro.

Por el contrario a la empresa le es más benéfico vender sus divisas en el mercado sin utilizar la opción adquirida cuando el tipo de cambio se encuentre en: $0.8923 USD / Euro.

3.3.2 Opciones sobre acciones

Las opciones sobre acciones se caracterizan porque el subyacente son títulos que se cotizan en el mercado de valores, de tal forma que permiten cubrir carteras de su exposición al riesgo; es decir, al tener acciones compradas se pueden proteger de las posibles bajas en su cotización ó si se desea comprar los títulos, protegen de subidas en su precio.

Estos contratos transfieren a su poseedor el derecho pero no la obligación de comprar o vender una determinada cantidad de acciones a un precio específico y a una fecha predeterminada o antes de la misma. El derecho lo concibe el emisor de la opción quien recibe una cantidad pagada (prima) por el comprador. Los dos tipos de opciones sobre acciones existentes son:

- Opciones de compra (*calls*).
- Opciones de venta (*puts*).

Tanto en las opciones de compra como las de venta, el comprador de la opción tiene derecho a ejercer, mientras que el emisor de la opción está obligado a responder si alguien ejerce su opción. El comprador de la opción paga por adelantado un cargo llamado prima al vendedor de la opción, a cambio del derecho de ejercicio. Se sabe que el comprador de la opción corre un riesgo de inversión: si la opción vence sin ejercicio, el comprador asume la prima pagada como pérdida. A la inversa, el vendedor de la opción corre un riesgo de mercado potencialmente ilimitado a cambio de la prima recibida.

La mayor ventaja de este tipo de opciones es que además de cubrir al inversionista de las posibles fluctuaciones del mercado en la cotización, es la realización de operaciones de inversión o de especulación pura y dura. Dado que los contratos se realizan sobre un número elevado de títulos a un precio concreto y con un desembolso inicial mucho menor que el precio de cotización de los títulos, con un mínimo de capital se pueden obtener grandes beneficios. Asimismo, se debe tener en cuenta que dichos contratos se encuentran estandarizados, lo que significa que diariamente la cámara de compensación abona o carga en nuestra cuenta de garantías los beneficios o pérdidas generados por el contrato.

Liquidación de contratos

Los contratos de opciones sobre acciones se liquidan por diferencias entre el precio de contado, esto es, la diferencia entre la cotización oficial y el precio de ejercicio de la opción. Si se trata de un producto estandarizado y con modalidad americana, las diferencias son liquidadas diariamente.

Ejemplos

a) Opción de compra (*call*).

Al suponer que un determinado valor bursátil va a tener alzas en su cotización, se desea poder comprar a un precio inferior al de su cotización en un futuro cercano. Ante esta situación, se desea adquirir un derecho de compra de dicha acción a un precio preferente.

Datos

- Fecha de contratación: Octubre 2009.
- Subyacente: acciones de Amadeus.
- Cotización de contado en la fecha de contratación: € 6.12
- Fecha de vencimiento: Diciembre de 2009.

- Nominal del contrato: 100 títulos.
- Precio de ejercicio, strike: € 6.65
- Prima: 0.30 Euros/acción.
- Número de contratos adquiridos: 10.

Liquidación

- Adquisición de las acciones: (10) (100) (6.12) = € 6,120
- Fecha de contratación: Octubre 2009.
- Prima:(10) (100) (0.3) = € 300.
- Fecha de liquidación, Diciembre de 2009.
- La cotización de Amadeus se sitúa en € 7.15.
- La cámara de compensación debe liquidar la diferencia entre el precio de contado y el precio de ejercicio: (10) (100) (7.15 – 6.65) = € 500.

En este ejemplo se observa que si el inversionista hubiera comprado 1,000 acciones en el mercado, el costo habría sido de € 6,120. Aquí la ventaja es que el comprador sólo paga inicialmente una prima de € 300.

Como se puede ver los rendimientos no son muy elevados en términos absolutos, pero si comparan dichos rendimientos con la inversión real se puede apreciar el denominado efecto palanca que tienen los derivados.

Inversión al comprar acciones en el mercado

- Adquisición de las acciones: (1,000) (6.12) = € 6,120.
- Venta de las acciones: (1,000) (7.15) = € 7,150.
- Plusvalía generada: (7,150) – (6,120) = € 1,030, que representa un 16.83% respecto a los € 6,120.

Inversión a través de la opción

- Adquisición de los contratos: € 300.
- Liquidación de los contratos: € 500.

- Plusvalía generada: 500 – 300 = € 200, que representa un 66.66 % respecto a los 300 Euros.

Así mismo en el caso de que la cotización de la acción cayera por debajo de 5.82% Euros en el caso de la adquisición real la pérdida es superior a la prima satisfecha para comprar las opciones.

3.3.3 Opciones sobre índices accionarios

En las opciones sobre índices accionarios, el inversionista tiene el derecho de comparar (opciones *call*) o de vender (opciones *put*) el valor de un índice en particular a un precio predefinido y en tiempo preestablecido. El comprador adquiere derechos y el vendedor obligaciones.

La idea básica de las opciones sobre índices es la misma que las anteriores, pero permiten tomar decisiones de inversión en un sector industrial o en el mercado en general. Las estrategias de inversión de opciones sobre índices pueden ser similares a las que se hicieron con las opciones sobre acciones individuales.

Existen dos tipos de opciones sobre índices:

- Opción índice *call*: Otorga al comprador el derecho de participar en los ascensos del índice subyacente por encima de un precio de ejercicio predefinido hasta la fecha de vencimiento del contrato. El comprador de la opción índice *call* tiene una ganancia ilimitada potencial ligada a las ventajas de los aumentos del índice.

- Opción índice *put*: Otorga al comprador el derecho a participar en los descensos del índice subyacente por debajo de un precio de ejercicio predefinido hasta el vencimiento del contrato. El comprador de una opción índice put tiene una considerable ganancia potencial en el evento de una caída. A cambio de estos derechos el comprador le paga al vendedor un precio conocido como “la prima de la opción”.

Las opciones sobre índices son negociadas y cotizadas en puntos y fracciones. Por ejemplo:

> Si una opción es negociada en (5) – (1/8) (5.125), el comprador debe pagar $100 multiplicado por la cotización de la prima ó $512.50 por opción.

El riesgo del comprador está limitado al monto de la prima. El vendedor de la opción recibe la prima por parte del comprador. Esta prima es la ganancia máxima que el vendedor de la opción realiza por la venta de la opción. La posibilidad de pérdidas al vender opciones es generalmente ilimitada, cualquier inversionista que desee vender opciones debe saber que existen involucrados riesgos significativos.

Las opciones sobre índices tienen precios de ejercicios que se fijan en intervalos de uno a diez puntos. La relación del índice con el precio de ejercicio de la opción determina si se le denomina como *in-the-money* (dentro del dinero), *at-the-money* (en el dinero) ó *out-at-the-money* (fuera del dinero).

Las opciones *call* son *in-the-money* cuando el nivel del índice se encuentra por arriba del precio de ejercicio. Es *at-the-money* cuando el nivel del índice es igual al precio de ejercicio y es *out-at-the-money* cuando el nivel del índice se encuentra por debajo del precio de ejercicio. En cuanto a un índice put, es *in-the-money* cuando nivel del índice se encuentra por debajo del precio de ejercicio, es *at-the-money* cuando el nivel del índice se encuentra al mismo nivel que el precio de ejercicio, finalmente *out-at-the-money* cuando el nivel del índice se encuentra por arriba del precio del ejercicio.

3.3.4 Opciones sobre tasas de interés

Existen dos tipos principales de opciones sobre tasas de interés: swaptions (opciones sobre el precio del swap o bonos) y caps o floors (opciones sobre las tasas de interés a corto plazo).

En los mercados organizados existen también dos tipos de opciones según cuál sea el futuro subyacente: opciones sobre futuros de bonos y opciones sobre futuros de LIBOR u otra tasa de interés a corto plazo (PIBOR en París, MIBOR en Madrid, por ejemplo).

Las opciones anteriores son conocidas como “opciones con existencia independiente”, pero existen muchas otras que se encuentran implícitas en instrumentos corrientes en el mercado. Por ejemplo los bonos del estado en Inglaterra (“gilts”) frecuentemente no tienen plazo fijo; el gobierno tiene derecho a redimirlos a su antojo en cualquier momento entre dos fechas determinadas, con lo que los bonos tienen una opción “*call*” implícita.

Swaptions

Los swaptions son opciones sobre un swap determinado (a una tasa fija y a un plazo establecido anticipadamente en los términos de la opción) con el vendedor. Los términos de una swaption típica pueden ser:

Opción

- Tipo de opción: *call* (su poseedor tiene derecho a recibir la tasa fija y pagar la variable en el swap subyacente).
- Ejercicio: Europeo (únicamente al vencimiento).
- Vencimiento: Seis meses.

Swap subyacente

- Nominal: 100 mil millones de Euros.
- Comienzo: Al vencimiento de la opción.
- Vencimiento del swap: Cinco años después de su comienzo.
- Tasa fija: 7.0% anual (30/360).
- Tasa variable: Cada seis meses.

Es frecuente en la práctica que los participantes en el mercado de swaptions no deseen incurrir en los riesgos de crédito que conlleva el ejercicio de muchas opciones sobre swaps a largo plazo y su consiguiente conversión en swaps, por lo que se utiliza incluir una cláusula “cash settlement” para los swaps resultantes. Esta cláusula es una liquidación inmediata del swap resultante del ejercicio de una opción. Por ejemplo, si una opción sobre un swap a cinco años acaba in the money por 2.5% (250 puntos base), el comprador recibirá del vendedor al vencer la opción el valor presente de 2.5% cada año durante 5 años exactamente igual que si hubiese hecho el swap y lo hubiese cancelado inmediatamente en el mercado.

Dado que los swaps no se negocian en un mercado organizado existe incertidumbre sobre lo que constituye el precio de mercado de un swap. Debido a esto, la mayoría de los swap options con “cash settlement” exigen que al vencimiento de la opción se realicen cotizaciones de varios bancos (normalmente cinco o más) de reconocido prestigio en el mercado para swaps equivalentes y realicen comparaciones. La base para el cálculo del valor del swap, es la media que se obtenga de las cotizaciones mencionadas.

Los swaptions se pueden utilizar para proteger las carteras contra movimientos adversos o se pueden vender para generar primas. Otro uso frecuente es en financiamiento de proyectos a mediano o largo plazo (fábricas, proyectos de infraestructura, etc.) implica un fuerte riesgo de tasas de interés y cierta incertidumbre acerca del costo y plazos finales, es frecuente utilizar swaptions junto con swaps durante los primeros cinco años para cubrir el riesgo de tasas y un swaptions que de el derecho de extender el swap durante tres años más para cubrir cualquier implicación, retraso o costo adicional del proyecto.

Caps y Floors

Los casps y floors se cotizan para cubrir los riesgos en los movimientos de tasas de interés a corto plazo durante periodos de tiempo largos. Un cap protege contra los aumentos de las tasas a corto plazo, mientras que un floor protege contra las bajas. Los términos de un cap típico pueden ser los siguientes:

Cap sobre LIBOR trimestral en dólares

- Comienzo: Dentro de dos días laborales.
- Final: Dentro de cinco años.
- Fechas de fixing: Trimestral, la primera fecha de fixing es dentro de dos días y las siguientes fechas, dentro de 3 meses, dentro de 6 meses, dentro de 9 meses, etc.
- Tasa de interés subyacente LIBOR USD a tres meses Strike: 5.0%

Mecanismo del cap: En cada fecha de fixing se compra el valor del fixing al mediodía en Londres para la tasa de interés subyacente, con el strike del cap y si el valor del fixing es mayor que el strike el vendedor de la opción paga al comprador una suma en UDS calculada como sigue:

Suma a pagar = (Valor nominal) (fixing de la fecha en cuestión - strike) (número de día/360)

Por ejemplo:

Al suponer que el fixing en una fecha es del 7.0%, y el número de días hasta la siguiente fecha de fixing es 90, la suma a pagar debe ser igual a:

$$(\text{Valor nominal})(7\% - 5\%)\ (90/360) = \text{Nominal}\ (0.50\%)$$

Dado que las tasas de interés se mueven de forma aleatoria, en el caso de un cap trimestral que tiene como subyacente una tasa de interés LIBOR a tres meses, en todas las ocasiones en que la tasa de interés en la fecha de la opción exceda el nivel del cap, la opción paga una cantidad suficiente para compensar al poseedor por el moviendo adverso en las tasas. Cuando las tasas están por debajo del nivel de cap en una fecha de opción, la opción en cuestión no paga nada. Como resultado, la tasa de interés pagada por la empresa no sobrepasa jamás el nivel del cap.

Para un floor sucede lo contrario, las opciones pagan solamente si las tasas de interés están por debajo de un nivel determinado, y el floor asegura que la empresa recibe como mínimo una tasa de interés dada en sus inversiones.

Utilización de caps y floors

Los caps y floors son más caros que los swaptions pero ofrecen al tenedor mayor protección. Tanto los caps como los floors suelen encontrar aplicación en el problema del financiamiento, es decir, suelen ser instrumentos de gestión de pasivos (aunque no necesariamente). Los caps y los floors se pueden utilizar para cubrir el riesgo de tasas de interés en financiamientos donde un swap no es apropiado porque es probable que el movimiento de la tasa no vaya a ser adverso.

Diferencias entre caps, floors y swaptions

Un cap es una colección de pequeñas opciones ("caplets") sobre flujos (tasas de interés), mientras que un swaption es una única opción que cubre una colección de flujos (distintas tasas de interés y plazos).

Como resultado de esta diferencia los caps y los floors son bastante más caros que las opciones swaptions, ya que al comprar un cap se están comprando muchas más opciones que cuando compramos un swaption.

3.3.5 Opciones sobre futuros

"Una opción sobre futuros es el derecho, pero no la obligación de participar en un contrato de futuros a cierto precio de futuros en una determinada fecha. Específicamente, una opción de compra sobre futuros es el derecho a tomar una posición larga en un contrato de futuros a un precio determinado; en una opción de venta sobre futuros es el derecho a tomar una posición corta en un contrato de futuros a un precio determinado. La mayoría de opciones sobre futuros son americanas, es decir, pueden ejercerse en cualquier momento durante la vida del contrato".[1]

Las opciones sobre futuros se denominan de acuerdo al mes en el que vence el contrato de futuros subyacente, no según el mes de vencimiento de la opción. La fecha de vencimiento de un contrato de opciones sobre futuros ocurre usualmente en la fecha de entrega más temprana del contrato de futuros subyacente o algunos días antes.

Las opciones sobre futuros han llegado a ser muy populares debido a que las personas prefieren negociar opciones sobre futuros en lugar de opciones sobre el activo subyacente. Al parecer, un contrato de futuro es más líquido y fácil de negociar que el propio activo subyacente. Otra ventaja es que el precio del futuro se conoce

[1] John C. Hull; "Introducción a los mercados de futuros y opciones". Página 311.

inmediatamente a partir de las negociaciones en las bolsas de futuros, mientras que el precio spot del activo subyacente no se encuentra disponible con tanta facilidad.

Una característica importante de las opciones sobre futuros es que su ejercicio no da lugar a la entrega del activo subyacente, en la mayoría de los casos, el contrato de futuros subyacente se cierra antes de la entrega. Por ello, las opciones sobre futuros pocas veces se liquidan en efectivo. Esto resulta atractivo para muchos inversionistas, en particular para aquellos que no cuentan con capital suficiente y les resulta difícil reunir los fondos necesarios para comprar el activo subyacente cuando se ejerce una opción.

Ejemplos:

Opciones de compra sobre futuros

Suponga que un inversionista adquiere un contrato de opciones de compra sobre futuros de oro en julio. El tamaño del contrato es de 100 onzas y el precio de ejercicio es de $600.

El inversionista decide ejercer la opción cuando el precio de futuros de oro en julio es de $640 y el precio de liquidación más reciente es de $638.

Entonces; el inversionista recibe un monto en efectivo igual a (638 – 600)(100) = $3,800
Es decir el inversionista recibe una posición larga en un contrato de futuros.
Después, el inversionista cierra la posición larga del contrato de futuros para obtener una ganancia de (640 – 638) (100) =$200.

Por lo tanto, el beneficio total del inversionista es de $4,000. Esto corresponde al precio de futuros en julio en la fecha de ejercicio menos el precio de ejercicio.

El inversionista que vende una opción de compra sobre futuros recibe la prima de la opción, pero corre el riesgo de que el contrato sea ejercido. Si el contrato se ejerce, el inversionista asume la posición corta en el contrato de futuros. Se deduce un monto igual a $F - K$ de la cuenta de margen del inversionista, donde F es el precio de liquidación más reciente. La cámara de compensación de la bolsa dispone que esta suma se transfiera al inversionista del otro lado de la transacción, quien decide ejercer la opción.

Opciones de venta sobre futuros

Las opciones de venta de futuros funcionan similares a las opciones de compra. Suponga que un inversionista decide comprar un contrato de opciones de venta sobre futuros de maíz en el mes de septiembre. El tamaño del contrato es de 5,000 bushels y el precio de ejercicio es de $3.00.

El inversionista decide ejercer la opción cuando el precio futuro de maíz de septiembre es de $2.80 y el precio de liquidación más reciente es de $2.79.

El resultado obtenido es el siguiente: El inversionista recibe un monto en efectivo de (3.00 – 2.80)(5,000) = $1,050, es decir, el inversionista recibe una posición corta en un contrato de futuros. Posteriormente, el inversionista cierra la posición corta en el contrato de futuros y experimenta una pérdida de (2.80 - 2.79)(5,00) = $50. Sumando la cuenta de margen del inversionista, el beneficio total obtenido por ejercer el contrato es de $1,000.

3.4 Modelos de valuación de opciones

Los modelos de valuación de opciones constituyen uno de los aspectos más importantes en la teoría financiera. Existen diversos modelos para la valuación de opciones; sin embargo, en la presente tesis se analiza la aplicación de dos de los más importantes: el modelo de Black & Scholes y el modelo Binomial. Estos modelos se utilizan para la valuación de opciones europeas y americanas respectivamente.

3.4.1 Modelo de valuación Black & Scholes

"*En 1973, Fischer Black y Myron Scholes, bajo el supuesto de equilibrio general, desarrollaron un modelo para valuación sobre una opción europea que no paga dividendos, cuyo precio es conducido por un movimiento geométrico Browniano*"[2] Para este desarrollo, la contribución de Robert Merton fue fundamental, ya que formalizó y

[2] Riesgos financieros y económicos. Francisco Venegas Martínez, página 201

extendió en una serie de artículos seminales, la metodología de Black & Scholes. Las contribuciones de Fischer Black, Myron Scholes y Robert Merton fueron tan importantes que establecieron los fundamentos de lo que hoy se conoce como matemáticas financieras modernas. Myron Scholes y Robert Merton se hicieron acreedores al premio Nobel en 1997, desafortunadamente para entonces Fischer Black había fallecido un par de años atrás.

La ecuación diferencial parcial de Black & Scholes determina el precio de una opción europea cuando su condición final es el valor intrínseco del instrumento. Esta ecuación es muy popular y representa la base para valuar diversos productos derivados, ya que para diferentes condiciones de frontera sus soluciones representan los precios de los distintos derivados financieros que se encuentran disponibles en el mercado.

Los supuestos básicos del modelo Black &Scholes son:

- El activo subyacente es una acción que no paga dividendos durante la vida del contrato.
- El precio del activo subyacente es conducido por el movimiento geométrico. Browniano, es decir, el precio es lognormal y los rendimientos son normales.
- La volatilidad del precio del activo subyacente se mantiene constante a través del tiempo.
- Las ventas en corto del subyacente en cuestión son permitidas.
- El mercado del subyacente es líquido y divisible, es decir, el subyacente se puede comprar y vender en cualquier fracción de unidad.
- No hay costos de transacción.
- El mercado opera de forma continua, no hay fines de semana ni días festivos.
- Existe en el mercado de crédito, un sistema bancario en el que los agentes. pueden prestar y pedir prestado a una tasa de interés constante a todos los plazos y libre de riesgo de incumplimiento.
- Los mercados están en equilibrio, es decir no existen oportunidades de arbitraje.

Para desarrollar la ecuación de Black & Scholes es necesario introducir algunos temas relacionados que se presentan a continuación:

Procesos estocásticos

Un proceso estocástico es un conjunto de variables aleatorias que evolucionan en función de otra variable, generalmente el tiempo. Es decir:

$\{x(t): t \in T\}$ en donde para cada $t \in T$ se tiene una variable aleatoria $x(t)$

Según los valores que pueda tomar se clasifica en:

- De tiempo discreto: aquel en que las variables pueden cambiar de valor únicamente en instantes concretos de tiempo.
- De tiempo continuo: aquel en el que la variable puede cambiar de valor en cualquier instante de tiempo.
- De variable discreta: aquel en el que la variable sólo puede tomar ciertos valores discretos.
- De variable continua: aquel en el que la variable puede tomar cualquier valor de la recta real.

En el caso particular de las variables económico financieras como son; precios de acciones, rendimientos de activos tipos de interés, etc. se comportan de acuerdo a un proceso estocástico de variable continua y en tiempo continuo.

En los procesos estocásticos, el comportamiento de la variable aleatoria varia en el tiempo, por lo que la función de probabilidad utilizada para describirla también puede variar. Cuando se trata de modelar un fenómeno real, es difícil establecer cual será la distribución de probabilidad adecuada, así como determinar como van a variar sus parámetros en el tiempo.

Debido a lo anterior, es frecuente que los procesos estocásticos vengan dados por medio de ecuaciones en las que se relaciona el valor de la variable aleatoria $x(t)$ en el instante t, con su valor en el instante anterior $x(t-1)$.

Para que una ecuación con éstas características sea estocástica, es necesario que en su expresión intervenga una variable aleatoria estándar $\varepsilon(t)$. De este modo, el valor de $x(t)$ no se deduce de forma determinista a partir del valor de $x(t\text{-}1)$, sino que también dependerá del valor de la variable aleatoria $\varepsilon(t)$.

$\varepsilon(t)$ inducirá en $x(t)$ una distribución de probabilidad variable en el tiempo. Es decir $x(t)$ seguirá un proceso estocástico.

Ejemplo:
Sea $x(t) = x(t-1) + \varepsilon(t)$, con $x(0)$ conocido. En este caso $\varepsilon(t)$ sigue una distribución dada por:

$$P(\varepsilon = 1) = P(\varepsilon = -1) = \frac{1}{2}$$

La distribución de probabilidad $x(t)$ vendrá inducida a partir de la distribución binomial que sigue $\varepsilon(t)$. Este ejemplo se puede ilustrar mediante el experimento del lanzamiento de una moneda.

Procesos de Markov

Un proceso de Markov es un tipo particular de proceso estocástico en el que únicamente el estado actual del proceso es relevante a la hora de predecir el estado futuro. Es decir, la historia pasada del proceso y la forma en la que en el presente ha emergido del pasado son irrelevantes.

Formalmente, un proceso de Markov o cadena de Markov es un proceso estocástico de parámetro discreto.

$\{x(n)$: $n \in N\}$ con $N \in \{0, 1, 2, \ldots n\}$ con espacio de estados $S \subset Z$ que cumple con:

$$P\left[x_{m+n} \mid x_{m0} = i, x_{m1} = i_1, \ldots, x_{mk} = i_k, \ldots, x_{mn} = i_n\right]$$

$$= P\left[x_{m+n} = j \mid x_m = i\right] = P_{ij}$$

Procesos de Wiener

Un proceso de Wiener es un caso especial de un proceso estocástico de Markov. Se dice que una variable aleatoria $x(t)$ sigue un proceso de Wiener cuando sus cambios Δx en un pequeño intervalo de tiempo Δt cumple con la siguiente ecuación:

$$x(t) = x(t-1) + \varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

1.- $x(0)$ conocido.

2.- $t = t - 1 + \Delta t$.

3.- $\varepsilon(t)$ sigue una distribución de probabilidad $N(0,1)$.

4.- $\varepsilon(t)$ es independiente de $\varepsilon(s)$ para todo $t \neq s$

Para un intervalo de tiempo Δt dado, el incremento de la variable aleatoria $x(t)$, se distribuye de acuerdo a una normal de para metros $\mu = 0$ y $\sigma^2 = \Delta t$:

$$x(t) = x(t-1) + \varepsilon\sqrt{\Delta t} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta x = x(t) - x(t-1) = \varepsilon\sqrt{\Delta t} \qquad \Rightarrow \Delta x = \varepsilon\sqrt{\Delta t} \tag{3.4.1a}$$

Como $\varepsilon(t)$ sigue una distribución de probabilidad normal, entonces $\varepsilon\sqrt{\Delta t}$ sigue también una distribución normal, donde su media y su varianza son:

$$\mu = E[\Delta x] = E[\varepsilon(t)\Delta t] = \Delta t * E[\varepsilon(t)] = \Delta t * 0 = 0$$

$$Var = E\left[(\Delta x - \mu)^2\right] = E\left[(\Delta x - 0)^2\right] = E\left[(\Delta x)^2\right] = E\left[(\varepsilon(t))^2 \Delta t\right] = \Delta t * E\left[(\varepsilon(t))^2\right] = \Delta t * 1 = \Delta t$$

Aún cundo se considere un intervalo de tiempo más grande que Δt, es también posible calcular la varianza y la desviación estándar, ya que todo intervalo de tiempo $t_T - t_0$ puede ser descompuesto en n intervalos menores Δt, ésto es:

$$x(T) - x(T-1) = \varepsilon(n-1)\sqrt{\Delta t}$$
$$x(T-1) - x(T-2) = \varepsilon(n-2)\sqrt{\Delta t}$$

-
-
-

$$x(2) - x(1) = \varepsilon(1)\sqrt{\Delta t}$$
$$\underline{x(1) - x(0) = \varepsilon(0)\sqrt{\Delta t}}$$
$$x(T) - x(0) = \left(\sum_{i=0}^{n-1} \varepsilon(i)\right)\sqrt{\Delta t}$$

Como las variables aleatorias $\varepsilon(i)$ son independientes y se distribuyen $N(0,1)$, entonces $\sum \varepsilon(i)$ se distribuye normal con media igual a la suma de las medias y varianza igual a la suma de las varianzas. Por lo tanto, por lo tanto $x(T) - x(0)$ sigue una distribución normal, con media y varianza:

$$E[x(T)-x(0)] = E\left[(\sum_{i=0}^{n-1}\varepsilon(i))\sqrt{\Delta t}\right] = \sqrt{\Delta t} * E\left[(\sum_{i=0}^{n-1}\varepsilon(i))\right] = \sqrt{\Delta t} * 0 = 0$$

$$=$$

$$Var[x(T)-x(0)] = Var\left[(\sum_{i=0}^{n-1}\varepsilon(i))\sqrt{\Delta t}\right] = \Delta t * Var\left[(\sum_{i=0}^{n-1}\varepsilon(i))\right] = \Delta t\sum_{i=0}^{n-1} 1 = \Delta t * n = T$$

El resultado anterior es valido debido a la propiedad de la distribución normal, según la cual, toda variable aleatoria que es a su vez la suma de n variables aleatorias que se distribuyen normal e independientes, su media es la suma de todas las medias y su varianza es la suma de todas las varianzas.

Posteriormente, al calcular el límite $\Delta t \rightarrow 0$ en la ecuación (3.4.1a), se obtiene:

$$dz = \varepsilon\sqrt{dt}$$

Que a su vez, esta ecuación puede ser generalizada incluyendo un término que es una función determinística del tiempo transcurrido y una varianza por unidad de tiempo que no sea necesariamente 1. El proceso resultante para una variable x es:

$$dx = adt + bdz \qquad (3.4.1b)$$

Donde a y b son dos constantes. El término adt representa la parte determinística de la evolución de x, lo que es conocido como “drift” (deriva, al igual que un barco) en inglés, que corresponde a la tendencia general del movimiento de x. El otro término bdz representa la aparte aleatoria y por lo tanto impredecible del movimiento de x, metafóricamente podría decirse que es el “ruido presente en una señal”. La constante b es la desviación estándar del término aleatorio.

Distribución normal

La función de densidad de probabilidad de una variable de Wiener es una distribución normal, con media at y desviación estándar b. La fórmula general es:

$$\phi\left(x, \sigma\sqrt{t}\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{t}\sqrt{2\pi}} e^{\frac{x^2}{2\sigma^2 t}}$$

Por su parte, la función anulativa $N(x, \sigma\sqrt{t}\,)$ es simplemente su integral:

$$\phi\left(x, \sigma\sqrt{t}\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{t}\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{\frac{x^2}{2\sigma^2 t}}$$

Proceso de Ito

Los procesos de Ito son una generalización del proceso de Wiener en el que a y b pueden a su vez ser funciones determinísticas del valor de x y del tiempo transcurrido t:

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz$$

Lema de Ito

En el proceso de Ito dz es un proceso de Wiener con “drift” de a y varianza de b^2. El lema de Ito afirma cualquier función $f(x,t)$ de x y t sigue a su vez el proceso:

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial x} a + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} b^2 + \frac{\partial f}{\partial t} \right) dt + \frac{\partial f}{\partial x} b dz$$

En este nuevo proceso df es también un proceso de Ito. Su “drift” es:

$$\frac{\partial f}{\partial x} a + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} b^2 + \frac{\partial f}{\partial x}$$

Y su varianza es:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 b^2$$

Prueba del lema de Ito

El lema de Ito se obtiene al hacer una expansión cuidadosa de primer grado en series de Taylor de la función $f(x,t)$. La expansión de primer orden de una función general $f(x,t)$ normalmente es:

$$\Delta f = \frac{df}{dx}\Delta x + \frac{df}{dt}\Delta t$$

La expresión anterior cundo f sigue un proceso de Ito resulta incorrecta. Dado que Δx es a su vez una función de Δt, con un término en Δt de grado más bajo que lineal. Para obtener la expansión correcta se deben tomar todos los términos hasta segundo grado, simplificar y reducir la serie a una de primer grado. Tomando términos hasta segundo orden se tiene:

$$\Delta f = \frac{df}{dx}\Delta x + \frac{df}{dt}\Delta t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\Delta x^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}\Delta t^2 + \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial t}\Delta x \Delta t$$

Dado que $dx = a(x,t)dt = b(x,t)dz$, se tiene:

$$\Delta x = a(x,t)\Delta t + b(x,t)\Delta z = a\Delta t + b\varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

Por lo tanto un término que aparentemente es de segundo orden en realidad no lo es, ya que tiene un término en Δt:

$$\Delta x^2 = \left(a\Delta t + b\varepsilon\sqrt{\Delta t}\right)^2 = a^2\Delta t^2 + b^2\varepsilon^2\Delta t + 2ab\varepsilon\Delta t\sqrt{\Delta t} \approx b^2\varepsilon^2\Delta t$$

Tomando términos en Δt hasta sólo primer orden.

La varianza de ε es 1 y su media es cero, con lo que es posible simplificar:

$$E(\varepsilon^2) - [E(\varepsilon)]^2 = 1$$

$$(\mathrm{var}(\varepsilon) = 1) \quad y \quad \bar{\varepsilon} = 0$$

$$\Rightarrow E(\varepsilon^2) = 1$$
$$\Rightarrow \Delta x^2 \cong b^2\Delta t$$

Al sustituir el resultado anterior en la expresión $f(x,t)$ de segundo grado y tomando únicamente términos hasta primer orden se obtiene el lema de Ito:

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial x} a + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} b^2 + \frac{\partial f}{\partial x} \right) dt + \frac{\partial f}{\partial x} b dz$$

Aplicación del lema de Ito a variables lognormales

Se dice que una variable tiene una distribución lognormal cuando, su logaritmo tiene una distribución normal. El lema de Ito se puede utilizar para obtener el proceso seguido por una función de x, por ejemplo: $f(x) = \ln x$, al calcular las parciales se tiene lo siguiente:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = 0, \qquad \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{x}, \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -\frac{1}{x^2}$$

Aplicando el lema de Ito:

$$\Rightarrow df = \left(\mu x \frac{1}{x} + \frac{1}{2} \sigma^2 x^2 \left(-\frac{1}{x^2} \right) \right) dt + \frac{1}{x} \sigma x dz = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dz$$

Por lo tanto, se dice que $f(x)$ se distribuye lognormal con media $\mu - \frac{\sigma^2}{2}$ y desviación estándar σ.

Proceso seguido por una acción

Algunos aspectos importantes relacionados con el precio de las acciones y de las divisas son:

- El precio de una acción o de una divisa jamás puede ser negativo, por ello, el proceso que describe su evolución debe de ser tal que impida la aparición de valores negativos.

- El movimiento en el precio de una acción es aproximadamente proporcional a su valor, es decir, que si el valor de la acción al día de hoy es de \$100, éste puede variar, por ejemplo entre \$90 y \$110 en un mes.

Un proceso sencillo como el proceso de Wiener en la ecuación (3.4.1b) no sirve, ya que admite valores negativos de x. Si se comienza con valores ligeramente positivos, con unos cuantos dz negativos, pronto se tendrán x negativos. Además, la varianza de b es independiente de x, por lo que conserva su valor cuando x es casi igual a cero que cuando x es muy grande.

Un proceso de Ito un poco más avanzado en el que conviene sustituir a S en lugar de x satisface las condiciones antes mencionadas:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \qquad ó \qquad \frac{dS}{S} \mu dt + \sigma dz$$

Al disminuir S, también disminuye su desviación estándar σS por lo que la magnitud de las fluctuaciones estocásticas siempre es proporcional al valor de S, y al disminuir S disminuyen sus fluctuaciones de tal forma que nunca alcanzará valores negativos.

Este proceso es llamado Movimiento Geométrico Browniano, y es el proceso más utilizado para describir la evolución del precio de una acción o de una divisa.

El término σ es la volatilidad de S, es decir, la desviación estándar de sus rendimientos, mientras que el término μ corresponde al rendimiento esperado no diversificable de S si S es una acción, o al diferencial de tasas de interés si S es una divisa.

Ecuación diferencial de Black & Scholes

Como ya se vio anteriormente, el precio de la acción se comporta de acuerdo al Movimiento Geométrico Browniano:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

Suponga también que f es el precio actual de la opción, y según el lema de Ito, éste obedece a la ecuación:

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S dz$$

Al formar una cartera X de valores que contenga lo siguiente:

- 1 una opción de valor f

- $-\frac{\partial f}{\partial S}$ Acciones con valor S

El valor de la cartera es:

$$X = f - \frac{\partial f}{\partial S} = S$$

Suponiendo que en un pequeño intervalo de tiempo Δt el precio de S se mueve una pequeña cantidad $\Delta S,$ el valor de la cartera puede ser de diferentes formas:

Si la cartera contiene únicamente una acción de valor S, entonces sensibilidad del valor de la cartera al ocurrir movimiento en el precio es de 1:

$$\frac{\partial S}{\partial S} = 1$$

En otro caso, si la cantidad de acciones es $\frac{\partial f}{\partial S}$, la sensibilidad de la del valor de la cartera será de 1 multiplicado por la cantidad de acciones, es decir $\frac{\partial f}{\partial S}$.

En caso de que la cartera X, donde además se tiene un el precio de la opción f, la variación ΔX en el valor es de:

$$\Delta X = \Delta f - \frac{\partial f}{\partial S}\Delta S = \left(\frac{\partial f}{\partial S}\mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right)\Delta t + \frac{\partial f}{\partial S}\sigma S \Delta z - \frac{\partial f}{\partial S}\left(\mu S \Delta t + \sigma S \Delta z\right)$$

Tanto los términos en Δz como los términos en $\mu\Delta t$ se cancelan mutuamente, por lo que la posición corta en acciones ha neutralizado la variación en el valor de f al cambiar S de precio, con lo que se obtiene:

$$\Delta X = \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right)\Delta t$$

La ecuación anterior no contiene ningún término Δz, por lo que el valor de la cartera X es independiente durante el instante de tiempo Δt, del riesgo del movimiento aleatorio en el valor de S. Durante el pequeño instante Δt la cartera de X no tiene el menor riesgo, por lo que su rendimiento ha de ser r, la tasa libre de riesgo del mercado:

$$\Delta X = rX\Delta t$$

Por lo tanto

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right)\Delta t = r\left(f - \frac{\partial f}{\partial S}S\right)\Delta t$$

Simplificando se obtiene la ecuación diferencial parcial de Black & Scholes

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS\frac{\partial f}{\partial S} + \sigma^2 S^2 \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2} - rf = 0 \qquad (3.4.1c)$$

La ecuación anterior también es conocida como la ecuación de difusión, o ecuación de conducción del calor de una dimensión.

Solución a la ecuación diferencial parcial de Black & Scholes

La solución a la ecuación (3.4.1c) caracteriza el precio de una opción europea de compra sobre S. Inicialmente considere lo siguiente:

$$f(S,t) = g(t)h(u_1,u_2), \qquad u_1 = u_1(S,t), \qquad u_2 = u_2(S,t)$$

Donde $g(t)$ y $h(u_1,u_2)$ son funciones por determinar. De esta forma se tiene:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = g'(t)h(u_1,u_2) + g(t)\left[\left(\frac{\partial h}{\partial u_1}\right)\left(\frac{\partial u_1}{\partial t}\right) + \left(\frac{\partial h}{\partial u_2}\right)\left(\frac{\partial u_2}{\partial t}\right)\right],$$

$$\frac{\partial f}{\partial S} = g(t)\left[\left(\frac{\partial h}{\partial u_1}\right)\left(\frac{\partial u_1}{\partial S}\right) + \left(\frac{\partial h}{\partial u_2}\right)\left(\frac{\partial u_2}{\partial S}\right)\right], \qquad y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}=g(t)\left[\left(\frac{\partial^2 h}{\partial u_1^2}\right)\left(\frac{\partial u_1}{\partial S}\right)^2+\left(\frac{\partial h}{\partial u_2}\right)\left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial S^2}\right)+\left(\frac{\partial^2 h}{\partial u_2^2}\right)\left(\frac{\partial u_2}{\partial S}\right)^2+\left(\frac{\partial h}{\partial u_2}\right)\left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial S^2}\right)+2\left(\frac{\partial^2 h}{\partial u_1 \partial u_2}\right)\left(\frac{\partial u_1}{\partial S}\right)\left(\frac{\partial u_2}{\partial S}\right)\right]$$

Las cantidades entre paréntesis cuadrados de las dos primeras derivadas parciales representan las derivadas totales de h con respecto de t y S respectivamente. Después, al sustituir las derivadas parciales en la ecuación diferencial parcial de Black & Scholes, se tiene lo siguiente:

$$g'(t)h(u_1,u_2)+g(t)\left[\left(\frac{\partial h}{\partial u_1}\right)\left(\frac{\partial u_1}{\partial t}\right)+\left(\frac{\partial h}{\partial u_2}\right)\left(\frac{\partial u_2}{\partial t}\right)\right]+\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 g(t)\left[\left(\frac{\partial^2 h}{\partial u_1^2}\right)\left(\frac{\partial u_1}{\partial S}\right)^2+2\left(\frac{\partial^2 h}{\partial u_1 \partial u_2}\right)\left(\frac{\partial u_1}{\partial S}\right)\left(\frac{\partial u_2}{\partial S}\right)\right]$$

$$+\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 g(t)\left[\left(\frac{\partial h}{\partial u_1}\right)\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial S^2}\right)+\left(\frac{\partial^2 h}{\partial u_2^2}\right)\left(\frac{\partial u_2}{\partial S}\right)^2+\left(\frac{\partial h}{\partial u_2}\right)\left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial S^2}\right)\right]+rSg(t)\left[\left(\frac{\partial h}{\partial u_1}\right)\left(\frac{\partial u_1}{\partial S}\right)+\left(\frac{\partial h}{\partial u_2}\right)\left(\frac{\partial u_2}{\partial S}\right)\right]$$

$$-rg(t)h(u_1,u_2)=0 \qquad (3.4.1d)$$

Si se supone $g \neq 0$, se puede escribir que:

$$\left(\frac{g'(t)}{g(x)}-r\right)h(u_1,u_2)+g(t)\left[\left(\frac{\partial h}{\partial u_1}\right)\left(\frac{\partial u_1}{\partial t}\right)+\left(\frac{\partial h}{\partial u_2}\right)\left(\frac{\partial u_2}{\partial t}\right)\right]$$

$$+\frac{1}{2}\sigma^2 S^2\left[\left(\frac{\partial^2 h}{\partial u_1^2}\right)\left(\frac{\partial u_1}{\partial S}\right)^2+2\left(\frac{\partial^2 h}{\partial u_1 \partial u_2}\right)\left(\frac{\partial u_1}{\partial S}\right)\left(\frac{\partial u_2}{\partial S}\right)\right]$$

$$+\frac{1}{2}\sigma^2 S^2\left[\left(\frac{\partial h}{\partial u_1}\right)\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial S^2}\right)+\left(\frac{\partial^2 h}{\partial u_2^2}\right)\left(\frac{\partial u_2}{\partial S}\right)^2+\left(\frac{\partial h}{\partial u_2}\right)\left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial S^2}\right)\right]$$

$$+rS\left[\left(\frac{\partial h}{\partial u_1}\right)\left(\frac{\partial u_1}{\partial S}\right)+\left(\frac{\partial h}{\partial u_2}\right)\left(\frac{\partial u_2}{\partial S}\right)\right]=0 \qquad (3.4.1e)$$

Lo que implica que:

$$g'(t)=rg(t) \qquad \text{ó} \qquad g(t)=e^{-rt}, \qquad g(T)=1, \qquad \textit{donde } T \textit{ es la fecha de vencimiento}$$

De esta forma, la función $g(t)$ representa el valor presente, en t, de una unidad monetaria en T. Considere la siguiente propuesta para u_2, la cual simplifica significativamente la ecuación (3.4.1e):

$$u_2(S,t) = u_2(t) = B(T-t), \qquad u\ (T) = 0 \tag{3.4.1f}$$

Donde B es la constante por determinar. Al observar que u_2 es una variable que depende sólo del tiempo, se tiene que:

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = -B \qquad y \qquad \frac{\partial u_2}{\partial S} = \frac{\partial^2 u_2}{\partial S^2} = 0$$

En este caso:

$$0 = \left(\frac{\partial h}{\partial u_1}\right)\left(\frac{\partial u_1}{\partial t}\right) - \left(\frac{\partial h}{\partial u_2}\right)B + \frac{1}{2}\sigma^2 S_t^2\left[\left(\frac{\partial^2 h}{\partial u_1^2}\right)\left(\frac{\partial u_1}{\partial S}\right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial u_1}\right)\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial S^2}\right)\right] + rS\left(\frac{\partial h}{\partial u_1}\right)\left(\frac{\partial u_1}{\partial S}\right)$$

Suponga también que:

$$\frac{\partial h}{\partial u_2} = \frac{\partial^2 h}{\partial u_1^2}$$

Entonces se tiene:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial u_1^2}\left[\frac{1}{2}\sigma^2 S^2\left(\frac{\partial u_1}{\partial S}\right)^2 - B\right] + \frac{\partial h}{\partial u_1}\left[\frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 u_1}{\partial S^2} + \frac{\partial u_1}{\partial S} rS\right] = 0 \tag{3.4.1g}$$

Para anular el primer paréntesis de la ecuación anterior, se puede suponer que:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2\left(\frac{\partial u_1}{\partial S}\right)^2 = B, \tag{3.4.1h}$$

De esta forma se logrará que el lado izquierdo de la ecuación (3.4.1g) se mantenga constante y positivo, por lo que es conveniente escribir $B = A^2$. Por lo tanto, u_2 mide el tiempo hacia atrás, es decir, comienza en T y termina en cero. De esta manera la ecuación (3.4.1g) queda de la forma siguiente:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 u_1}{\partial S^2}\sigma^2 S^2 + \frac{\partial u_1}{\partial S} rS = 0 \tag{3.4.1i}$$

Observe que la ecuación anterior difiere de la ecuación diferencial parcial de Black & Scholes, (3.4.1c) por el término que contiene al producto del precio de la opción por la tasa de interés libre de riesgo. A partir de (3.4.1h), se tiene:

$$\frac{\partial u_1}{\partial S} = \frac{A\sqrt{2}}{\sigma S}$$

De esta forma:

$$\int du_1 = \frac{A\sqrt{2}}{\sigma}\int \frac{dS}{S} = \frac{A\sqrt{2}}{\sigma}(\ln(S) - \ln(k)) + D(t)$$

Donde k es el precio de ejercicio y $-ln(k)$ es la constante de integración y $D(t)$. Por lo tanto:

$$u_1 = \frac{A\sqrt{2}}{\sigma}\ln\left(\frac{S}{k}\right) + D(t) \qquad \text{(3.4.1j)}$$

Para determinar a la función, se sustituye (3.4.1j) en (3.4.1i). Se tiene:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2\left(-\frac{1}{S}\right)^2 \frac{A\sqrt{2}}{\sigma} + rS\frac{A\sqrt{2}}{\sigma}\left(\frac{1}{S}\right) + D'(t) = 0 \qquad ó \qquad -\frac{1}{2}A\sigma\sqrt{2} + r\frac{A\sqrt{2}}{\sigma} + D'(t) = 0$$

La solución de la ecuación diferencial es:

$$D(t) = \frac{A\sqrt{2}}{\sigma}\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T - t), \qquad D(t) = 0$$

Por lo tanto, la ecuación (3.4.1j) se convierte en:

$$u_1(S,T) = \frac{A\sqrt{2}}{\sigma}\left[\ln\left(\frac{S}{k}\right) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2(T-t)\right)\right], \qquad u_1(S,T) = \frac{A\sqrt{2}}{\sigma}\ln\left(\frac{S}{k}\right) \qquad \text{(3.4.1k)}$$

Por otra parte, como $g(T)$ = 1 y $u_2(T)$ = 0, se tiene que

$$f(S,T) = g(T)h(u_1(S,T), u_2(T)) = h(u_1(S,T), 0) = h\left(\frac{A\sqrt{2}}{\sigma}\ln\left(\frac{S}{k}\right), 0\right)$$

Dado que:

$$h(u_1(S,T),0) = f(S,T) = máx(S-k,0)$$

Se cumple que:

$$S = ke^{\left(\frac{u_{iT}\sigma}{A\sqrt{2}}\right)}$$

Donde, por simplicidad se denota que $u_{1T} = u_1(S,T)$, de lo anterior se obtiene que:

$$f(S,T) = máx(S-k,0) = \begin{cases} k\left(e^{\left(\frac{u_{iT}\sigma}{A\sqrt{2}}\right)} - 1\right) & si \quad u_{1T} \geq 0 \\ 0 & si \quad u_{1T} < 0 \end{cases}$$

Ya que $S > k$ equivale a decir que:

$$e^{\left(\frac{u_{iT}\sigma}{A\sqrt{2}}\right)} > 1$$

Lo que a su vez implica que $u_{IT} > 0$. Así $f(S,T)$ representa el valor intrínseco de la opción, es decir, el pago de la opción en la fecha de vencimiento. Ahora, la ecuación diferencial parcial:

$$\frac{\partial h}{\partial u_2} = \frac{\partial^2 h}{\partial u_1^2} \tag{3.4.1l}$$

Donde $h = h(u_1,u_2),\ -\infty < u_1 < \infty,\ u_2 > 0\ y$

$$h_0(u_1) := \left\{\begin{matrix} k\left(e^{\left(\frac{u_1\sigma}{A\sqrt{2}}\right)} - 1\right) & si\ u_1 \geq 0 \\ 0 & si\ u_1 < 0 \end{matrix}\right\}$$

Que tiene como solución:

$$h(u_1,u_2) = \frac{1}{2\sqrt{\pi u_2}} \int_{-\infty}^{\infty} h_0(x) e^{\left(-\frac{(x-u_1)^2}{4u_2}\right)} dx \tag{3.4.1m}$$

Esta ecuación se encuentra ligada al fenómeno de difusión de calor. Posteriormente, al considerar el siguiente cambio de variable, se podrá eliminar la variable temporal u_2 en (3.4.1m):

$$y = \frac{x - u_1}{\sqrt{2u_2}}$$

En este caso se cumple que:

$$dx = \sqrt{2u_2}\, dy$$

En consecuencia, como $h_0(x) \equiv 0$ para $x \leq 0$,

$$h(u_1, u_2) = \frac{1}{2\sqrt{\pi u_2}} \int_0^{\infty} h_0(x) e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-u_1}{\sqrt{2u_2}}\right)^2} dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\left(\frac{-u}{\sqrt{2u_2}}\right)}^{\infty} h_0\left(u_1 + y\sqrt{2u_2}\right) e^{-\frac{1}{2}y^2} dy$$

De esta forma, y tomando en cuenta (3.4.1k), la ecuación queda de cómo:

$$h(u_1, u_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\left(\frac{-u}{\sqrt{2u_2}}\right)}^{\infty} k e^{\left(\frac{\sigma}{A\sqrt{2}}\left(u_1 + y\sqrt{2u_2}\right) - 1\right) e^{-\frac{1}{2}y^2}} dy \tag{3.4.1m}$$

Después, al utilizar las ecuaciones (3.4.1f) y (3.4.1k), se tiene que el límite inferior de integración de (3.4.1m) satisface:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\sigma}{A\sqrt{2}}\right)\left\lfloor\left(\frac{A\sqrt{2}}{\sigma}\right)\left(\ln\left(\frac{S}{K}\right)\right) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t) + Ay\sqrt{2(T-t)}\right\rfloor \\ &= \ln\left(\frac{S}{k}\right) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t) + \sigma y\sqrt{T-t} \end{aligned} \tag{3.4.1n}$$

Si se sustituye este valor en (3.4.1m), se tiene:

$$\begin{aligned} h(u_1, u_2) &= \frac{k}{\sqrt{2\pi}} \int_{\psi} e^{\left(\left(\ln\left(\frac{S}{k}\right) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t) + \sigma y\sqrt{T-t}\right) - 1\right) e^{-\frac{1}{2}y^2}} dy \\ &= \frac{S}{\sqrt{2\pi}} \int_{\psi} e^{\left(\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t) + \sigma y\sqrt{T-t}\right) e^{-\frac{1}{2}y^2}} dy - \frac{k}{\sqrt{2\pi}} \int_{\psi} e^{-\frac{1}{2}y^2} dy, \end{aligned} \tag{3.4.1o}$$

Donde

$$\psi := \left\{ y \mid y > -\frac{u_1}{\sqrt{2u_2}} \right\}$$

$$= \left\{ y \mid y > -\frac{\ln\left(\frac{S}{k}\right) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \right\}$$

$$= \left\{ y \mid -\infty < y < \frac{\ln\left(\frac{S}{k}\right) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \right\}$$

Ahora bien, dado que $f(S,t) = g(t)h(u_1,u_2) = e^{-r(T-t)}h(u_1,u_2)$, se tiene de (3.4.1o) que:

$$f(S,t) = \frac{S}{\sqrt{2\pi}} \int_{\psi} e^{\left(-\frac{1}{2}\sigma^2(T-t)+\sigma y\sqrt{T-t}\right)} e^{-\frac{1}{2}y^2} dy - \frac{ke^{-r(T-t)}}{\sqrt{2\pi}} \int_{\psi} e^{-\frac{1}{2}y^2} dy \qquad (3.4.1p)$$

$$= \frac{S}{\sqrt{2\pi}} \int_{\psi} e^{\left(-\frac{1}{2}\left(y-\sigma\sqrt{T-t}\right)^2\right)} dy - \frac{ke^{-r(T-t)}}{\sqrt{2\pi}} \int_{\psi} e^{-\frac{1}{2}y^2} dy,$$

Si se hace el cambio de variable $\in = y - \sigma\sqrt{T-t}$ en (3.4.1p), se obtiene que:

$$f(S,t) = \frac{S}{\sqrt{2\pi}} \int_{\Lambda} e^{-\frac{1}{2}\in^2} d\in - \frac{ke^{-r(T-t)}}{\sqrt{2\pi}} \int_{\psi} e^{-\frac{1}{2}y^2} dy,$$

Donde:

$$\Lambda := \left\{ y - \sigma\sqrt{T-t} > -\frac{u_1}{\sqrt{2u_2}} - \sigma\sqrt{T-t} \right\}$$

$$= \left\{ \in \mid \in > -\frac{\ln\left(\frac{S}{k}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \right\}$$

$$= \left\{ \in \middle| -\infty < \in < \frac{\ln\left(\frac{S}{k}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \right\}$$

Si se denota

$$\Phi(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{d} e^{-\frac{1}{2}y^2} dy,$$

Finalmente se obtiene la fórmula de valuación para una opción de compra:

$$\boxed{f_c(S,t) = S\Phi(d_1) - ke^{-r(T-t)}\Phi(d_2),} \qquad (3.4.1q)$$

Donde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{k}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{k}\right) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

De forma análoga, se puede calcular la formula de valuación para una opción de venta, el cual es:

$$\boxed{f_p(S,t) = ke^{-r(T-t)}\Phi(-d_2) - S\Phi(-d_1),}$$

Ejemplo del uso de la fórmula Black & Scholes para valuación de opciones de compra:

$$f_c(S,t) = S\Phi(d_1) - ke^{-r(T-t)}\Phi(d_2),$$

Donde:

S = valor de la acción.

k = precio de ejercicio de la opción.

r = tasa libre de riesgo.

T - t = periodo de la opción.

σ = Volatilidad del bien subyacente.

$\Phi(d_1)$, $\Phi(d_2)$ = valores que corresponden a la curva de distribución normal acumulada (el área bajo la curva).

Ejemplo:

Valuación de una opción *call* utilizando la fórmula de Black & Sholes:

Suponga que una opción con un precio de ejercicio de \$35.00, a un plazo de 3 meses y la volatilidad de los rendimientos del subyacente sea de 10.0% anual. La tasa de interés libre de riesgo es de 15.0% y el valor de mercado del bien subyacente es de \$38.00.

Solución: Calculado los valores de d_1 y d_2 al sustituir en las formulas (3.4.1b) y (3.4.1c), se tiene:

$$d_1 = \frac{Ln\left(\frac{38}{35}\right) + \left[0.15 + \frac{0.10^2}{2}\right](0.25)}{(0.10)\sqrt{0.25}} = 2.4198$$

$$d_2 = \frac{Ln\left(\frac{38}{35}\right) + \left[0.15 - \frac{0.10^2}{2}\right](0.25)}{(0.10)\sqrt{0.25}} = 2.3698$$

Posteriormente, los valores de d_1 y d_2 son buscados en tablas de distribución normal estándar, se tienen lo siguiente:

$\Phi(d_1)$ =0.9920

$\Phi(d_2)$ =0.9909

Con lo anterior, se obtiene que el valor de la opción *call* es de:

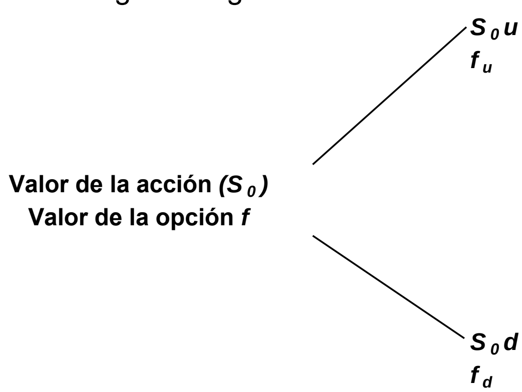
$f(S,t)$ = (0.9920)(38) – 35(0.9909)$e^{-(0.25)(0.015)}$ = 4.29

3.4.2 Modelo de valuación binomial

El modelo binomial es una técnica muy útil para valuación de opciones e implica la construcción de un árbol binomial, el cual consiste en un diagrama que representa las diferentes trayectorias que puede seguir el valor del bien subyacente durante la vida de una opción. Es decir, asume que el valor de la acción se comporta bajo un proceso multiplicativo binomial en periodos discretos. Se utiliza el supuesto de que la tasa de interés es libre de riesgo, constante y positiva durante los periodos de estudio, y que no existen pagos de impuestos ni costos de transacción.

Modelo binomial de un paso

Suponga que el precio inicial la acción es S_0 y el precio actual de la opción sobre la acción es f. En un tiempo de vida T el precio de la opción puede subir de S_0 a un nuevo nivel, S_0u o bajar a S_0d (u>1, d<1). Cuando existe una variación a la alza, el aumento proporcional en el precio de la acción es (u – 1) y la disminución proporcional cuando la variación es a la baja es de (1 – d). Si el precio de la acción sube a S_0u, se puede suponer que el beneficio obtenido de la opción es f_u = $máx(S_0u - k,0)$; si el precio de opción baja a S_0d el beneficio obtenido de la opción es f_d. = $máx(S_0d - k,0)$, donde k es el precio de ejercicio de la opción. Lo anterior se muestra en el diagrama siguiente:



Al suponer una cartera que consiste en una posición larga en Δ acciones y una posición corta en una opción, se puede calcular el valor de Δ que hace a la cartera libre de riesgo. Si el precio de la acción sube, el valor de la cartera al final de la vida de la opción es:

$$S_0u\Delta - f_u$$

Por su parte, si el precio de la acción baja, el valor de la cartera es:

$$S_0 d\Delta - f_d$$

Para despejar a Δ, podemos suponer que el precio de la cartera en ambos casos es el mismo de la forma siguiente:

$$S_0 u\Delta - f_u = S_0 d\Delta - f_d$$

Donde Δ es igual a

$$\Delta = \frac{f_u - f_d}{S_0 u - S_0 d} \qquad (3.4.2a)$$

La ecuación anterior muestra que Δ es la relación entre el cambio en el precio de la opción y el cambio en el precio de la acción en el tiempo T.

Es importante mencionar que como se está suponiendo una cartera libre de riesgo, ésta debe de ganar una tasa de interés libre de riesgo. Si definimos a r como una tasa de interés instantánea libre de riesgo, el valor presente de la cartera, si el precio de la acción sube es:

$$(S_0 u\Delta - f_u)e^{-rT}$$

Por su parte, el costo de la cartera en el momento inicial es de:

$$S_0\Delta - f$$

Entonces, se puede deducir que le precio inicial es igual al precio al final del tiempo T, traído a valor presente; esto es:

$$S_0\Delta - f = (S_0 u\Delta - f_u)e^{-rT}$$

Poniendo la ecuación en términos del precio de la opción, f se tiene:

$$f = S_0\Delta\left(1 - ue^{-rT}\right) + f_u e^{-rT}$$

Al sustituir el valor de Δ obtenido en (3.4.2a) dentro de la ecuación anterior y desarrollando, se tiene:

$$f = S_0\left(\frac{f_u - f_d}{S_0 u - S_0 d}\right)\left(1 - ue^{-rT}\right) + f_u e^{-rT} \Rightarrow$$

$$f = \frac{f_u - f_d}{u - d}\left(\frac{e^{rT} - u}{e^{rT}}\right) + \frac{f_u}{e^{rT}} \Rightarrow$$

$$f = e^{-rT}\left(\frac{f_u e^{rT} - uf_u}{u - d} - \frac{f_d e^{rT} + uf_d}{u - d} + fu\right) \Rightarrow$$

$$f = e^{-rT}\left(\frac{f_u e^{rT} - uf_u}{u - d} - \frac{f_d e^{rT} + uf_d + f_u(u - d)}{u - d}\right) \Rightarrow$$

$$f = e^{-rT}\left(\frac{f_u e^{rT} - df_u - f_d e^{rT} + uf_d}{u - d}\right) \Rightarrow$$

$$f = e^{-rT}\left(\frac{f_u\left(e^{rT} - d\right)}{u - d} + \frac{f_d\left(-e^{rT} + u\right)}{u - d}\right) \Rightarrow$$

$$f = e^{-rT}\left(\frac{f_u\left(e^{rT} - d\right)}{u - d} + \frac{f_d\left(-e^{rT} + u - d + d\right)}{u - d}\right)$$

Finalmente se obtiene:

$$f = e^{-rt}\left(\left(\frac{e^{rT} - d}{u - d}\right)f_u + \left(1 - \left(\frac{e^{rT} - d}{u - d}\right)\right)f_d\right) \Rightarrow$$

$$\boxed{f = e^{-rt}\left(pf_u + (1 - p)f_d\right)} \qquad (3.4.2b)$$

Donde:

$$p = \left(\frac{e^{rT} - d}{u - d}\right) \qquad (3.4.2c)$$

La variable *p* de la ecuación es interpretada como la probabilidad de aumento en el precio de la acción, y ($1 - p$) es la probabilidad de que el precio disminuya. Por su parte, el beneficio esperado de la opción es la expresión:

$$pf_u + (1 - p)f_d$$

La interpretación de *p* en la ecuación (3.4.2b), establece que el valor de la opción el día de hoy es su beneficio futuro esperado descontando la tasa de interés libre de riesgo.

Por su parte, si se asume que la probabilidad de aumento en el precio de la acción es p; el precio esperado de la acción en el tiempo T, $E(S_T)$, se obtiene de la siguiente forma:

$$E(S_T) = pS_0u + (1 - p)S_0d \Rightarrow$$

$$E(S_T) = pS_0(u - d) + S_0d$$

Al sustituir el valor de *p* en la ecuación anterior, se tiene:

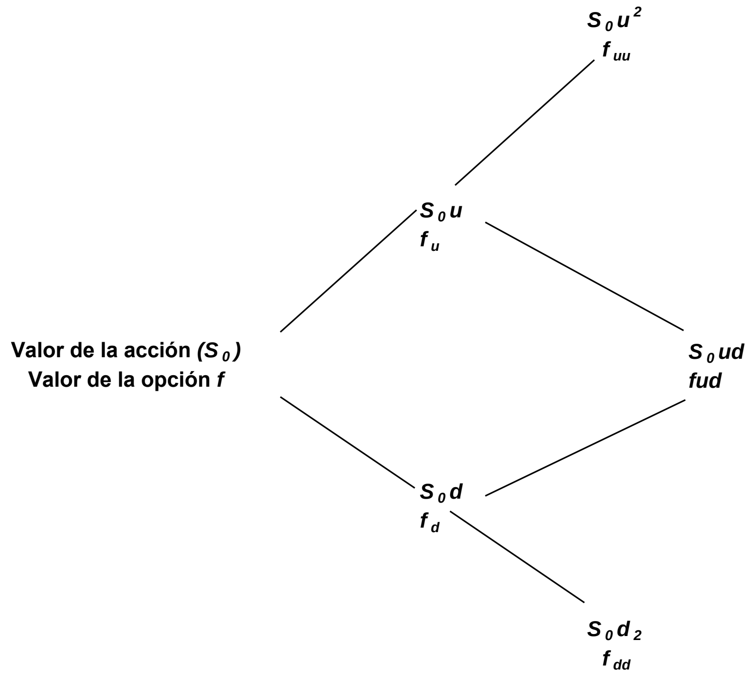
$$E(S_T) = \left(\frac{e^{rT} - d}{u - d}\right)S_0(u - d) + S_0d \Rightarrow$$

$$E(S_T) = S_0e^{rT} \tag{3.4.2d}$$

Lo anterior muestra que el precio de la acción crece en promedio a la tasa libre de riesgo.

Modelo binomial de dos pasos.

El modelo binomial puede ser extendido a dos periodos, para ello es necesario considerar el precio inicial de la acción, que es S_0. Durante cada intervalo de tiempo, el valor inicial aumentará u veces o disminuirá d veces. En el diagrama siguiente se ilustra lo anterior:



Suponiendo que la tasa de interés libre de riesgo es r y la duración del intervalo de tiempo es ahora Δt, las ecuaciones (3.4.2b) y (3.4.2c) quedan de la forma siguiente:

$$f = e^{-r\Delta t}\left(pf_u + (1-p)f_d\right) \tag{3.4.2e}$$

$$p = \left(\frac{e^{r\Delta T} - d}{u - d}\right) \tag{3.4.2f}$$

Después de dos periodos, el valor de la opción si ocurre un incremento, de acuerdo a la ecuación (3.4.2e) es:

$$f_u = e^{-r\Delta t}\left(pf_{uu} + (1-p)f_{ud}\right)$$

De la misma forma, el valor de la opción después de dos periodos, si ocurre decremento es:

$$f_d = e^{-r\Delta t}\left(pf_{ud} + (1-p)f_{dd}\right)$$

Al sustituir los valores de f_u y f_d en la ecuación (3.4.2e), finalmente se obtiene:

$$f = e^{-r\Delta t}\left(p\left(e^{-r\Delta t}\left(pf_{uu} + (1-p)f_{ud}\right)\right) + (1-p)\left(e^{-r\Delta t}\left(pf_{ud} + (1-p)f_{dd}\right)\right)\right) \Rightarrow$$

$$f = e^{-r\Delta t}e^{-r\Delta t}\left(p^2 f_{uu} + p(1-p)f_{ud} + (1-p)pf_{ud} + (1-p)^2 f_{dd}\right) \Rightarrow$$

$$\boxed{f = e^{-2r\Delta t}\left(p^2 f_{uu} + 2p(1-p)f_{ud} + (1-p)^2 f_{dd}\right)} \quad (3.4.2g)$$

El resultado obtenido es congruente con el principio de valuación neutral al riesgo mencionado inicialmente. Las variables p^2, $2p(1-p)$ y $(1-p)^2$ representan la probabilidad de que ocurran los nodos finales (superior, medio e inferior respectivamente).

Modelo binomial de n pasos

Como se mencionó inicialmente, el modelo binomial asume que el valor de la acción se comporta bajo un proceso multiplicativo binomial en periodos discretos. El análisis efectuado para 1 y 2 periodos puede ser extendido a n periodos, de tal forma que el precio de la opción en un tiempo *t*, esta dado por:

$$f = e^{-rt}\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}\max(S_0u^kd^{n-k}-k,0) \quad (3.4.2h)$$

Mediante inducción matemática se puede demostrar que la formula es valida para n periodos, para toda n en los Naturales:

Primero se demuestra para n = 1.

$$f = e^{-rt}\left(\binom{1}{0}p^0(1-p)^1\right)máx(S_0u^0d^{0-1}-k,0) + \left(\binom{1}{1}p^1(1-p)^0\right)máx(S_0u^1d^d-k,0) \Rightarrow$$

$$f = e^{-rt}\left((1-p)\max(S_0d-k,0) + (p)máx(S_0u-k,0)\right) \Rightarrow$$

$$f = e^{-rt}\left(pf_u + (1-p)f_d\right)$$

Después, al suponer que la formula es valida para *n−1* periodos, se tiene lo siguiente:

$$f = e^{-rt}\left[p\sum_{k=0}^{n-1}\binom{n-1}{k}p^k(1-p)^{n-1-k}máx\left(S_0u^{k+1}d^{n-1-k}-k,0\right) + (1-p)\sum_{k=0}^{n-1}\binom{n-1}{k}p^k(1-p)^{n-1-k}máx\left(S_0u^kd^{n-k}-k,0\right)\right]$$

$$= e^{-rt}\left[\sum_{k=0}^{n-1}\binom{n-1}{k}p^{k+1}(1-p)^{n-1-k}máx\left(S_0u^{k+1}d^{n-1-k}-k,0\right) + \sum_{k=0}^{n-1}\binom{n-1}{k}p^k(1-p)^{n-k}máx\left(S_0u^kd^{n-k}-k,0\right)\right]$$

$$= e^{-rt}\left[\sum_{k=1}^{n-1}\binom{n-1}{k-1}p^k(1-p)^{n-k} máx\left(S_0u^kd^{n-k}-k,0\right)+\sum_{k=0}^{n-1}\binom{n-1}{k}p^k(1-p)^{n-k} máx\left(S_0u^kd^{n-k}-k,0\right)\right]$$

$$= e^{-rt}\left[p^n máx\left(S_0u^n-k,0\right)+\sum_{k=1}^{n-1}\binom{n-1}{k-1}p^k(1-p)^{n-k} máx\left(S_0u^kd^{n-k}-k,0\right)\right]$$

$$+ e^{-rt}\left[+\sum_{K=1}^{n-1}\binom{n-1}{k}p^k(1-p)^{n-k} máx\left(S_0u^kd^{n-k}-k,0\right)(1-p)^n + máx\left(S_0d^n-k,0\right)\right]$$

Dado que:

$$=\binom{n-1}{k-1}+\binom{n-1}{k}=\left(\frac{(n-1)!}{((n-1)-(k-1))!(k-1)!}\right)+\left(\frac{(n-1)!}{((n-1)-k)!k!}\right)=\left(\frac{(n-1)!}{((n-k)!(k-1)!)}\right)+\left(\frac{(n-1)!}{(n-k-1)!k!}\right)$$

$$=\frac{k}{k}\left(\frac{(n-1)!}{((n-k)!(k-1)!)}\right)+\frac{(n-k)}{(n-k)}\left(\frac{(n-1)!}{(n-k-1)!k!}\right)=\left(\frac{k(n-1)!}{((n-k)!(k)!)}\right)+\left(\frac{(n-k)(n-1)!}{(n-k)!k!}\right)=\left(\frac{n!}{(n-k)!k!}\right)=\binom{n}{k}$$

Finalmente se obtiene:

$$= e^{-rt}\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k} máx\left(S_0u^kd^{n-k}-k,0\right) \qquad (3.4.2h)$$

Capítulo 4

Swaps

Los contratos swaps tuvieron origen a principios de la década de los 80's. Desde entonces, este mercado ha experimentado un enorme crecimiento. En la actualidad, los swaps ocupan una posición muy importante en los mercados OTC (over the counter).

Un contrato swap, también conocidos como permutas financieras, son un acuerdo entre dos compañías para intercambiar flujos de efectivo en el futuro. El acuerdo especifica la fecha de liquidación de los flujos de efectivo y a que tasa están referenciados. Este tipo de contrato es negociado sobre el mostrador en una institución bancaria la cual actúa como intermediario entre dos partes a cambio de una ganancia o porcentaje por su participación. En algunos casos y con clientes especiales, el banco actúa como contraparte cuando no existe alguien interesado en participar en el swap con alguna empresa.

El contrato swap tiene similitud a los contratos futuros, con la diferencia de que en el futuro, el intercambio de flujo de efectivo sucede una vez al final del contrato, mientras que en el swap el intercambio de flujos se realiza varias veces. Existen diferentes tipos de swaps, siendo los más comunes los swaps de tasas de interés y los swaps de divisas.

4.1 Swaps de tasa de interés

"*El tipo más común de swap es el que se denomina genérico o "swap de vainilla" de tasa de interés. En este tipo de swap, una empresa acuerda pagar tipos de efectivo iguales a una tasa de interés fija predeterminada sobre un principal nocional (o ficticio) durante cierto número de años. A cambio recibe intereses a una tasa variable sobre el mismo principal nocional durante el mismo periodo*."[1]

A las contrapartes participantes se les conoce como el "pagador" de la tasa fija y el "receptor" de la tasa fija. Este tipo de swap es similar a un préstamo y a un depósito nocional en la misma moneda, mismo capital y mismo vencimiento.

En la mayoría de los contratos swaps, la tasa variable de referencia es la Tasa Interbancaria de Oferta del Mercado de Londres (LIBOR). Esta tasa cotiza a uno, tres, seis y 12 meses en todas las divisas importantes. Para entender como se usa la tasa LIBOR se puede considerar el ejemplo siguiente:

Suponga un swap mensual a tres años que inició el 5 de marzo de 2009 entre la empresa A y una empresa B. La empresa A acuerda pagar a la empresa B una tasa de interés de 5.0% anual sobre un principal de $100 millones y a cambio, la empresa B acuerda pagar a la empresa A una tasa LIBOR a seis meses sobre el mismo principal. El acuerdo especifica que los pagos se intercambiaran cada seis meses y la tasa de interés de 5.0% se cotiza convertible semestralmente.

El primer intercambio de pagos sucede el 5 de septiembre de 2009, seis meses después del inicio del acuerdo. La empresa A paga a la B $2.5 millones, que es el interés de $100 millones durante 6 meses al 5.0%. Asimismo, la empresa B paga a A intereses sobre el principal de $100 millones a la tasa LIBOR a seis meses vigente seis meses antes del 5 de septiembre de 2009, es decir el 5 de marzo de 2009. Suponga que en esta fecha la tasa LIBOR es de 4.2%; la empresa B paga (0.50)(0.048)($100) = $2.1 millones a la empresa A.

[1] John C. Hull; Introducción a los mercados de futuros y opciones. Editorial Pearson. Página 153.

El segundo intercambio de pagos es el 5 de marzo de 2010. La empresa A paga \$2.5 millones a la empresa B y a su vez, esta empresa paga a A intereses sobre el principal de \$100 millones a la tasa LIBOR a seis meses vigente seis meses antes del 5 de marzo de 2010, es decir el 5 de septiembre de 2009. Suponiendo que la tasa LIBOR a seis meses en esta fecha es de 4.8%. La empresa B paga (0.5)(0.48)(\$100) = \$2.4 millones a la empresa A.

En total se deben realizar seis intercambios de pago en el swap. Los pagos fijos son siempre de \$2.5 millones. Los pagos en tasa variable en una fecha de pago se calculan usando la tasa LIBOR a seis meses, vigente seis meses entes de la fecha de pago. En general, los swaps de tasa de interés se estructuran de tal forma que una parte remite a la otra la diferencia entre los pagos.

El ejemplo completo de la tasa LIBOR a seis meses es de la forma siguiente:

La empresa A paga a la empresa B \$0.4 millones (esto es \$2.5 millones – \$2.1 millones) el 5 de septiembre de 2009 y \$0.1 millones (es decir \$2.5 millones – 2.4 millones) el 5 de marzo de 2010. Calculando el ejercicio completo se tiene la tabla siguiente:

Flujos de efectivo (en millones de dólares) para la empresa *A* en un swap de tasa de interés a 3 años sobre \$100 millones cuando se paga una tasa fija de 5.0% y se recibe una tasa LIBOR

Fecha	Tasa LIBOR a 6 meses (%)	Flujo de efectivo variable recibido	Flujo se efectivo fijo pagado	Flujo de efectivo neto
5 de marzo de 2009.	4.20			
5 de septiembre de 2009.	4.80	2.10	2.50	-0.40
5 de marzo de 2010.	5.30	2.40	2.50	-0.10
5 de septiembre de 2010.	5.50	2.65	2.50	0.15
5 de marzo de 2011.	5.60	2.75	2.50	0.25
5 de septiembre de 2011.	5.90	2.80	2.50	0.30
5 de marzo de 2012.		2.95	2.50	0.45

La tabla muestra los flujos de efectivo de swap desde la perspectiva de la empresa A. El principal de \$100 millones se usa solamente para realizar el cálculo de los intereses. El principal mismo no se intercambia, por esta razón es que a este monto se le llama principal nocional o sólo nocional.

4.1.1 Valuación de swaps de tasa de interés

La finalidad de valuar un swap es establecer su precio teórico y determinar el valor actual neto de los flujos de efectivo. En muchos aspectos es más fácil tratar a los swaps como bonos, con la diferencia de que no hay intercambio de capital en ningún momento.

Un swap de tasa de interés cuando inicia por primera vez tiene un valor de cero, o muy cercano a cero. Después de algún tiempo éste puede adquirir un valor positivo o negativo. Existen dos formas de valuación. El primero considera al swap como la diferencia entre dos bonos, y el segundo lo considera como una cartera de FRAs.

Valuación en términos de precios de bonos:

Los pagos del principal no se intercambian en un swap de tasa de interés, sin embargo, asumimos que los pagos del principal se reciben y pagan al término del swap sin que cambie el valor de éste. Lo anterior permite que un swap en el que se reciben flujos de efectivo fijos y se pagan flujos de efectivo variables se considere como una posición larga de un bono de tasa fija y una posición corta de un bono de tasa variable, de tal forma que:

$$V_{swap} = B_{fij} - B_{\mathrm{var}} \qquad (4.1.1a)$$

Donde V_{swap} es el valor del swap, B_{var} es el valor del bono de tasa variable subyacente al swap y B_{fij} es el valor del bono de la tasa fija subyacente al swap. Asimismo, un swap en el que se reciben flujos de efectivo variables y se pagan flujos de efectivo fijos se considera como una posición larga de un bono de tasa fija y a una posición corta de un bono de tasa variable. De esta forma el valor del swap es:

$$V_{swap} = B_{\mathrm{var}} - B_{fij} \qquad (4.1.1b)$$

El valor de un bono de tasa fija se calcula de la forma siguiente:

La mayoría de los bonos proporciona cupones periódicamente. El valor del bono se calcula como el valor presente de todos los flujos de efectivo que se reciben. En ocasiones se utiliza la misma tasa de descuento para todos los flujos de efectivo subyacentes a un bono, pero un método más exacto es usar la tasa cero para cada flujo de efectivo. Estas tasas cero se obtienen de la curva de rendimientos actuales del mercado de swaps. La tasa de interés cupón cero a n años se denomina en ocasiones tasa spot a n años, tasa cero a n ó simplemente tasa cero (*Ver Anexo 2*).

Al calcular el valor nominal del bono de tasa variable, se puede suponer que éste es L, después de un pago de intereses. Esto se debe a que en ese momento, el bono es un trato justo en el que el prestatario paga la tasa LIBOR para cada periodo de acumulación subsiguiente.

Con lo anterior, se puede suponer que el intercambio siguiente de pagos se realiza en la fecha t^* y que el pago variable que efectúa en esta fecha es k^*. Inmediatamente después del pago, $B_{var} = L$, donde L es el principal, como ya se explicó. Se puede deducir que inmediatamente antes del pago, $B_{var} = L + k^*$. Por lo tanto, el bono de tasa variable se considera como un instrumento que proporciona un flujo de efectivo único de $L + k^*$ en la fecha t^*. Al considerar ésto, el valor del bono de tasa variable de hoy es de:

$$(L + k^*)e^{-r^* t^*} \qquad (4.1.1c)$$

Donde r^* es la tasa LIBOR/Swap cero para un vencimiento de t^*.

Ejemplo:

Suponga que cierta institución financiera acordó pagar una tasa LIBOR a seis meses y recibir una tasa del 8.0% anual convertible semestralmente, sobre un principal nocional de \$100 millones. El swap tiene una vida restante de 1.25 años. La tasa LIBOR con una composición continua para vencimientos a 3, 9 y 15 meses son de 10.0%, 10.5% y 11.0% respectivamente. La tasa LIBOR a seis meses en la última fecha de pago fue de 10.2% convertible semestralmente. Los cálculos para valuar el swap en término de bonos son los siguientes:

Tiempo	**Flujo de efectivo B_{fij}**	**Flujo de efectivo B_{var}**	**Factor de descuento**	**Valor presente del flujo de efectivo B_{fij}**	**Valor presente del flujo de efectivo B_{var}**
0.25	4.00	105.10	0.98	3.90	102.51
0.75	4.00		0.92	3.70	
1.25	104.00		0.87	90.64	
Total				98.24	102.51

Los flujos de efectivo del bono de tasa fija son 4, 4 y 104 en las tres diferentes fechas de pago. Los factores de descuento para los flujos de efectivo son respectivamente:

$$e^{-(0.1)(0.25)}, e^{-(0.105)(0.75)}, e^{-(0.11)(1.25)}$$

Estos valores son los que contiene la columna de la tabla llamada "Factores de descuento". La tabla muestra que el valor del bono de tasa fija es de (98.24 millones).

En este ejemplo, L = 100 millones, k^* = (0.5)(0.102)(100) = \$5.1 millones y t^* = 0.25, de tal manera que el bono de tasa variable se valúa como si produjera un flujo de efectivo de \$105.1 millones en tres meses. En la tabla se muestra que el valor del bono variable es de: (105.100)(0.9753) = 102.505

El valor del swap es la diferencia entre el precio de los dos bonos:

$$V_{swap} = 98.238 - 102.505 = -4.267$$

Lo que significa que su valor es de \$-4.267 millones.

Si la institución financiera ha estado en posición contraria de pagar una tasa fija y recibir una tasa variable, el valor de swap debe ser de \$4.267 millones.

Valuación en términos de FRAs:

Un FRA es un acuerdo de interés futuro (por sus siglas en inglés, forward rate agreement) es un acuerdo OTC (over-the counter) donde se establece que se debe aplicar cierta tasa de interés al adquirir un préstamo o prestar determinado principal durante un periodo futuro específico.

En este sentido, un swap puede ser descrito como una cartera de acuerdos de interés futuro. Si consideramos en ejemplo anterior donde se establece un contrato swap entre la empresa A y la empresa B. Este swap es un acuerdo a tres años iniciando el 5 de marzo de 2009 con pagos semestrales. El primer intercambio de pagos se conoce al momento de negociar el swap; mientras que los restantes cinco intercambios pueden considerarse como FRAs.

Un FRAs se valúa asumiendo que se obtienen tasa de interés a plazo de la misma forma que se hace para un swap plan vainilla de tasa de interés. El procedimiento para su valuación es el siguiente:

- Se utiliza una curva LIBOR/swap cero para calcular tasas a plazo en cada una de las tasa LIBOR que determinan los flujos de efectivo de swap.
- Los flujos de efectivo del swap se deben calcular bajo el supuesto de que las tasas LIBOR son iguales a las tasas a plazo.
- Se deben descontar estos flujos de efectivo del swap (usando la curva LIBOR/swap cero) para obtener el valor del swap.

"*La tasa fija de un swap de tasa de interés se elige de modo que el swap tiene inicialmente un valor de cero. Esto significa que, al inicio del swap, la suma de valores de los FRAs subyacentes al swap es igual a cero, aunque no quiere decir que el valor de cada FRA individual es cero. En general, algunos FRAs tienen valores positivos, en tanto los valores de otros son negativos*." [2]

Ejemplo. Suponga nuevamente a una institución que acordó pagar la tasa LIBOR a seis meses y recibir 8.0% anual capitalizable semestralmente sobre un capital nocional de $100 millones. El swap tiene una vida restante de 1.25 años. La tasa LIBOR con una composición continua para vencimientos a 3, 9 y 15 meses son de 10.0%, 10.5% y 11.0% respectivamente. La tasa LIBOR a seis meses, en la última fecha de pago fue de 10.2% convertible semestralmente. Los resultados se resumen en la tabla siguiente:

Tiempo	**Flujo de efectivo**	**Flujo de efectivo variable**	**Flujo de efectivo neto**	**Factor de descuento**	**Valor presente del fujo de efectivo neto**
0.25	4.00	-5.10	-1.10	0.98	-1.073
0.75	4.00	-5.52	-5.52	0.92	-1.407
1.25	4.00	-6.05	-2.05	0.87	-1.787
Total					**-4.267**

[2] John C. Hull; Introducción a los mercados de futuros y opciones. Sexta edición año 2009. Página 168.

Cada renglón de la tabla muestra los flujos de efectivo que se intercambiarán en el tiempo (a los 3, 9 y 15 meses). La tasa fija del 8.0% genera flujos efectivo de (100)(0.08)(0.5)=$4 millones, tal como se muestra en la columna 2. La tasa variable de 10.2% (que se estableció tres meses antes) genera una salida de efectivo de (100)(0.102)(0.5) = $5.1 millones. Para calcular el flujo de efectivo variable en cada una de las filas primero se debe de calcular la tasa variable correspondiente al periodo de la forma siguiente:

$$R_F = \frac{R_2T_2 - R_1T_1}{T_2 - T_1} \qquad (4.1.1d)$$

Donde

R_2 = 10.5%

T_2 = 0.75

R_1 = 10%

T_2 = 0.25

Se tiene lo siguiente:

$$R_F = \frac{(0.105)(0.75) - (0.10)(0.25)}{0.5} = 0.1075$$

La tasa variable es de 10.75% de composición instantánea. Para convertir la tasa en una capitalizable semestral se usa la formula siguiente:

$$R_m = m(e^{R_c/m} - 1)$$

$$R_2 = 2(e^{\left(\frac{0.1075}{2}\right)} - 1) = 11.044\%$$

Por lo tanto, la salida de efectivo es de (100)(0.1144)(0.5%) = $5.522 millones. La tercera fila de flujos de efectivo variables se intercambia dentro de 15 meses asumiendo que se obtienen tasas a plazo. Los factores de descuento para las tres fechas son respectivamente:

$$e^{-(0.1)(0.25)}, e^{-(0.105)(0.75)}, e^{-(0.11)(1.25)}$$

Después, se debe calcular el valor presente del intercambio dentro de 3 meses, que es igual a −$1.073 millones. Los valores de los FRAs correspondientes a los intercambios dentro de 9 y 15 meses son −$1.407 millones y −$1.787 millones, respectivamente. El valor del swap es de −$4.267 millones (se llega a la misma valuación obtenida con el método en términos de bonos).

4.2 Swaps de divisas

Uno de los más populares tipos de swaps es el swap de divisas o también llamado currency swaps. En su forma más sencilla consiste en intercambiar el principal (el pago inicial) y los pagos de intereses de una determinada moneda por el principal y los pagos de intereses en otra moneda. En un acuerdo de swap de divisas se requiere que el principal se especifique en cada una de las dos monedas implicadas. Por lo general, los montos del principal se intercambian al inicio y al final de la vida del swap. Comúnmente, los montos del principal se eligen de tal forma que son equivalentes usando la tasa de intercambio al inicio del swap.

El swap de divisas es utilizado comúnmente por empresas que desean invertir en el extranjero y utilizan divisas del país donde desean invertir. Por ejemplo, suponga que una empresa mexicana desea iniciar una planta farmacéutica en los Estados Unidos, en ese país necesita dólares. Si pide un crédito a un banco americano por $100 millones de dólares, al ser poco conocido en el mercado y el alto riesgo de crédito que esto implica, la tasa de interés del crédito es más alta, por ejemplo del 11% anual en un plazo de 10 años. Por el contrario, si emite un bono en el mercado de deuda mexicano donde la empresa ya es ampliamente conocida, la cantidad equivalente a los $100 millones de dólares se puede conseguir con una tasa de interés más baja, por ejemplo del 8% anual al mismo plazo.

Por otra parte, suponga también que existe una compañía americana que desea invertir en México la cantidad de $900 millones de pesos, pero al igual que a la empresa mexicana, le resulta más barato conseguir el crédito en su país y a su equivalente en su moneda. Aquí se presenta un escenario ideal para realiza un swap de divisas. Consiste en lo siguiente: por un lado, la empresa mexicana solicita un crédito en México por $900 millones de pesos a una tasa fija del 8.0% anual y, por su parte la compañía americana solicita un préstamo en Estados Unidos por $100 millones de dólares a una tasa fija del 7.0% anual, ambas empresas se ponen de acuerdo a través de un intermediario bancario el cuál recibe una comisión por ponerlos en contacto. De esta forma se intercambia la cantidad principal y al finalizar el primer año, la compañía americana tiene que pagar $72 millones de pesos correspondientes al 8.0% de interés de los $900 millones de pesos y la compañía mexicana tendrá que pagar $7 millones de dólares por los intereses de los $100 millones de dólares.

A diferencia del swap de tasa de interés, al finalizar el contrato swap se vuelven a intercambiar las cantidades principales y cada empresa liquida su crédito. Auque el riesgo de crédito es alto, al existir la posibilidad de falta de pago por alguna de las partes.

A los contratos swaps en donde ambas partes pagan una tasa de interés fija durante la vida del swap (es el caso del ejemplo anterior) les denomina “fijo por fijo”, otro tipo es el “fijo por flotante” y también existe el “flotante por flotante”.

4.2.1 Valuación de swaps de divisas

Al igual que los swaps de tasa de interés los swaps de divisas fijo por fijo se pueden descomponer en la diferencia entre dos bonos o en una cartera de contratos a plazo.

Valuación en términos de bonos

Sea V_{swap} el valor en dólares Estadounidenses de un swap vigente en el que se reciben dólares y se paga en moneda extranjera, entonces:

$$V_{swap} = B_D - S_0 B_F \qquad (4.2.1a)$$

Donde B_F es el valor del bono definido por los flujos de efectivo medido en moneda extranjera sobre el swap, B_D es el valor del bono definido por los flujos de efectivo en moneda domestica sobre el swap y S_0 es el tipo de cambio spot (expresado como un número de dólares en una moneda extranjera). Por lo tanto el valor de un swap puede determinar a partir de la tasa LIBOR en las dos monedas, la estructura temporal de tasa de interés en la moneda domestica y el tipo de cambio spot.

Asimismo, el valor del swap en el que se recibe la moneda extranjera y se paga en dólares es:

$$V_{swap} = S_0 B_F - B_D \qquad (4.2.1b)$$

Ejemplo:

Suponga que la estructura temporal de la tasa de interés LIBOR/swap es plana tanto en Japón como en Estados Unidos de América. La tasa Japonesa es de 4.0% anual, mientras la tasa estadounidense es de 9.0% anual (ambas tasas de interés son de composición instantánea). Una institución financiera contrató un swap de divisas que en el que recibe 5.0% anual en yenes y paga 8.0% anual en dólares una vez al año. Los principales son de $10 millones de dólares y 1,200 millones de yenes. El swap tiene una duración de tres años más y el tipo de cambio actual es de 110 yenes por dólar. Los cálculos se resumen a continuación:

Tiempo	**Flujos de efectivo sobre el bono en dólares ($)**	**Valor presente ($)**	**Flujos de efectivo sobre el bono en yenes**	**Valor presente (*Yen*)**
1	0.80	0.73	60.00	57.65
2	0.80	0.67	60.00	55.39
3	0.80	0.61	60.00	53.22
3	10.00	7.63	1200.00	1,064.30
Total		**9.64**		**1,230.56**

En este ejemplo, los flujos de efectivo en dólares subyacentes al swap se muestran en la segunda columna. El valor presente de los flujos de efectivo usando la tasa de descuento en dólares de 9% son los resultados de la tercera columna. Los flujos de efectivo del bono en yenes subyacentes al swap se muestran en la cuarta columna de la tabla. Y finalmente, el valor presente de los flujos de efectivo utilizando una tasa de 4% se muestra en la última columna de la tabla.

El valor del bono en dólares, B_D es de 9.6439 millones de dólares. El valor del bono en yenes es de 1,230.55 millones de yenes. Por lo tanto el valor del swap en dólares es de:

$$\frac{1{,}230.55}{110} - 9.6439 = \$1{,}543{,}000{,}000$$

Valuación de swaps de divisas en términos de una cartera de contratos a plazo

Los intercambios de pagos en un swap de divisas fijo por fijo, es un contrato de tipo de cambio a plazo. Los contratos de tipo de cambio a plazo, valúan asumiendo que se obtienen tasas a plazo. Los tipos de cambio a plazo se calculan de acuerdo a la ecuación siguiente:

$$F_0 = S_0 e^{(r - r_f)T} \tag{4.2.1c}$$

Donde, S_0 el precio spot actual en dólares de una unidad de divisa, F_0 el precio a plazo o futuros en dólares de una unidad de la divisa, r_f es el valor de la tasa libre de riesgo en moneda extranjera cuando el dinero se invierte durante un tiempo T. La variable r es la tasa libre de riesgo en dólares estadounidenses cuando el dinero se invierte durante ese periodo.

Cuando se negocia por primera vez, el valor de un swap de divisas es normalmente cero. Si ambos principales valen exactamente lo mismo usando el tipo de cambio al inicio del swap, el valor del swap es también cero inmediatamente después del intercambio del principal. Sin embargo, al igual que los swaps de tasa de interés, no significa que cada uno de los contratos individuales subyacentes al swap tenga un valor de cero.

En algunos casos sucede que cuando las tasas de interés entre dos monedas son significativamente diferentes, el pagador de la moneda con tasa de interés más alta está en situación en la que los contratos a plazo correspondientes a los intercambios iniciales de flujos de efectivo tienen valores negativos .y el contrato a plazo correspondiente al intercambio final de los principales tiene valor positivo.

También, existe la posibilidad de que el pagador de la moneda con tasa de interés más baja este en la situación contraria; de decir, que los intercambios iniciales de flujos de efectivo tengan valores positivos y que el intercambio final tenga un valor negativo.

En el caso del pagador de la moneda con tasa de interés más baja, la tendencia del swap es hacia un valor negativo durante la mayor parte de su vida. Los contratos a plazo correspondientes a los intercambios iniciales de pagos tienen valores positivos y una vez que se han realizado estos intercambios, hay una tendencia a que los plazos restantes tengan, en total un valor negativo. En el caso del pagador de moneda con tasa de interés más alta, ocurre lo contrario. El valor del swap tiende a ser positivo durante la mayor parte de su vida.

Ejemplo:

A continuación se resuelve el ejemplo anterior, pero ahora utilizando el método de valuación de carteras de contratos a plazo:

Suponga que la estructura temporal de tasa de interés LIBOR /swap es plana tanto en Japón como en Estados Unidos de América. La tasa de interés japonesa es de 4.0% anual y la estadounidense de 9.0% anual (ambas tasa son continuas). Una institución financiera ingresa a un swap de divisas en el que obtiene 5.0% anual en yenes y paga 8.0% anual en dólares una vez al año. Los principales en las dos monedas son 10 millones de dólares y 1,200 millones de yenes. El swap dura tres años más y el tipo de cambio actual es de 110 yenes por dólar. A continuación se resumen los resultados obtenidos:

Tiempo	**Flujos de efectivo en dólares ($)**	**Flujos de efectivo en yenes (yen)**	**Tipo de cambio a plazo**	**Valor en dólares del flujo de efectivo en yenes**	**Flujo de efectivo neto (dólares)**	**Valor presente**
1	-0.80	60.00	0.01	0.57	-0.23	-0.21
2	-0.80	60.00	0.01	0.60	-0.20	-0.16
3	-0.80	60.00	0.01	0.63	-0.17	-0.13
3	-10.00	1,200.00	0.01	12.67	2.67	2.04
Total						**1.54**

Lo anterior es, la institución financiera paga (0.08)(10) = \$0.8 millones y recibe (1,200)(0.5) = 60 millones de yenes cada año. Además se paga el principal en dólares de \$10 millones y se recibe el principal de 1,200 yenes al final del año tres. El tipo de cambio spot actual es de 0.009091 dólares por yen. En este caso, los valores de r son r = 4.0% y r = 9.0%, así que la tasa a plazo a un año es de $(0.009091)e^{(0.09-0.04)(1)}$=0.009557. De la misma forma fueron calculadas las tasas a plazo a dos y tres años de la tabla. Los contratos a plazo subyacentes al swap se valúan asumiendo que se tienen tasas a plazo. Si se obtiene la tasa a plazo a un año, el valor del flujo de efectivo en yenes al final del año 1 es de: (60)(0.009557) = \$0.5734 millones y el flujo de efectivo neto al final del año 1 es de:

0.8 – 0.5734 = -\$0.2266 millones. Ésto tiene un valor presente de:

$$(-0.2266)e^{-(0.09)(1)} = -\$0.2071 \text{ millones.}$$

Este es el valor del contrato a plazo correspondiente al intercambio de flujos de efectivo al final del primer año. El valor de los otros contratos a plazo se calcula de la misma forma. La tabla muestra que el valor del swap es de \$1.5430 millones, que es el mismo valor obtenido por la valuación en términos de bonos.

Capítulo 5

Riesgos financieros asociados a los productos derivados

Los productos financieros derivados son una herramienta muy útil para la administración de riesgos, estos pueden reducir los costos, mejorar los rendimientos y permitir a los inversionistas manejar los riesgos con mayor certidumbre y precisión; sin embargo, utilizarlos con fines especulativos, pueden resultar instrumentos muy riesgosos. Los productos financieros derivados tienen un alto grado de apalancamiento y con frecuencia son más volátiles que el instrumento subyacente. Esto significa que, a medida que los mercados en activos subyacentes se mueven, las posiciones en los derivados especulativos pueden moverse en mayor medida, lo que resulta en grandes fluctuaciones en las ganancias y las pérdidas, implicando altos riesgos financieros.

"La palabra riesgo proviene del latín risicare, que significa atreverse o transitar por un sendero peligroso. En realidad tiene un significado negativo, relacionado con peligro, daño siniestro o perdida."[1]

En finanzas, el riesgo financiero se refiere a la probabilidad de ocurrencia de un evento que tenga consecuencias financieras para una organización. Este concepto incluye la posibilidad de que los resultados financieros sean mayores o menores a los esperados.

[1] Alfonso de Lara Haro, "Medición y control de riesgos financieros", Página 13.

De hecho, permite que los inversionistas realicen apuestas en contra del mercado, los movimientos de éste pueden generar tanto ganancias como pérdidas en función de la estrategia de inversión.

La efectiva identificación de los riesgos financieros previene pérdidas inesperadas que pueden resultar significativas para una empresa. Para lograrlo, es necesario considerar las diferentes naturalezas de riesgos que se presentan en una transacción y como interactúan entre ellos. Por ejemplo, comprar una opción en el mercado de derivados fuera de bolsa (Over the Counter: OTC), implica un riesgo de mercado, pero también de crédito y operacional.

Los principales riesgos financieros, de acuerdo al comité de Basilea II[2] son cinco: Riesgo de Mercado, de Crédito, de Liquidez, Operativo y Legal, los cuales se presentan a continuación.

5.1 Riesgo de mercado

El riesgo de mercado se define como la pérdida potencial que puede presentar un portafolio, un activo o un título en particular, originada por cambios y/o movimientos adversos en los factores de riesgo que afectan su precio o valor final; lo que puede representar una disminución del patrimonio y afectar la viabilidad financiera de individuos, empresas, gobiernos, etc.

Existen muchos factores de riesgo de mercado que pueden afectar el valor de un portafolio. Cuatro de los más importantes son los siguientes:

- Tasa de interés.
- Tipo de cambio.
- Precio de títulos de valores (renta fija / renta variable).
- Precios en materias primas.

[2] El 15 de julio de 1988 se llegó a un acuerdo concerniente a buscar puntos de convergencia entre las diferentes regulaciones que regían los requerimientos de capital de garantía de los bancos internacionales entre los banqueros centrales del llamado Grupo de los Diez lo que dio origen al Comité de Basilea. El propósito de este comité ha sido proporcionar a los bancos internacionales un campo de acción equitativo a través del establecimiento de un estándar mínimo de requerimientos de capital, aplicables a los países miembros.

Las principales métricas para cuantificar el riesgo de mercado son: Valor en Riesgo (VaR), sensibilidades y pruebas de stress.

5.1.1 Valor en riesgo

"El valor en riesgo es una medida estadística de riesgo de mercado que estima la pérdida máxima que puede registrar un portafolio en un intervalo de tiempo y con cierto nivel de probabilidad o confianza."[3]

Al considerar un portafolio de inversión W, cuya inversión inicial es W_0 y su tasa de rendimiento R; el valor del portafolio al final de un horizonte de tiempo determinado es de:

$$W = W_0(1+R)$$

Asimismo, denótese el rendimiento esperado del portafolio a μ y la volatilidad de dicho rendimiento a σ. Por último, considérese que de todos los posibles valores que puede asumir el mencionado portafolio, aquel a partir del cual se considera inaceptable para el inversionista está denotado como:

$$W^* = W_0(1+R^*)$$

En estos términos, el Valor en Riesgo puede ser definido como la pérdida en unidades monetarias relativa al valor esperado del portafolio, lo que supone que la estimación del mismo consiste en identificar el valor de W^* y el nivel crítico de R^* correspondiente:

$$VaR = E(W) - W^* = -W_0(r^* - \mu)$$

El VaR puede denotarse como la probabilidad de que el valor del portafolio sea inferior a W^* y su derivación puede partir de la distribución de probabilidad del valor futuro del portafolio $g(w)$. Al establecer un nivel de confianza c, se busca obtener la peor realización

[3] Alfonso de Lara Haro, "Medición y control de riesgos financieros". Página 59.

posible del portafolio (W^*) tal que la probabilidad de exceder dicho valor sea igual al propio nivel de confianza (c), se tiene que:

$$c = \int_{W^*}^{\infty} g(w)dw$$

O bien, la probabilidad de que un valor sea inferior a W^* igual a la unidad menos el nivel de confianza (c):

$$p = P\left(w \leq W^*\right) = 1 - c = \int_{\infty}^{W^*} g(w)dw$$

Dicho de otra forma, de manera genérica, el VaR es el percentil muestral de la distribución que va desde $-\infty$ a el valor del portafolio W^*. Esta definición sirve para cualquier tipo de distribución probabilística que se pudiese suponer para el comportamiento esperado de un portafolio de inversión. No obstante, existe una razón, por la cual los principales métodos de estimación del VaR, asumen que éste puede realizarse utilizando un tipo específico de distribución probabilística, tal como se muestra a continuación.

Teorema del límite central

Hasta este punto, es necesario recordar el *Teorema de Límite Central* el cual postula que la suma de un número determinado de eventos iguales e independientes entre sí tiende a una distribución de probabilidad de ocurrencia de tipo Normal, la cual se caracteriza por la agrupación de la mayor parte de los datos en torno a la media, a razón de que aumenta el número de observaciones y responde a la siguiente expresión algebraica:

$$f(x) = \phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2\right)}$$

La distribución Normal es caracterizada por sus dos primeros momentos, la media y la varianza, donde el primero representa la ubicación y el segundo la dispersión. Se denota como:

$$N\left(\mu, \sigma^2\right)$$

Si todos los valores que puede adoptar la distribución Normal se grafican, debido a sus propiedades, adopta una forma conocida como Campana de Gaus *(ver anexo 1)*.

Gracias a las nociones anteriores, se puede saber que el cálculo del VaR se simplifica de manera notable si se asume que el comportamiento del valor esperado de un portafolios se distribuye de acuerdo a una Normal con media μ y varianza σ^2; de ahí que en las principales metodologías de estimación del VaR que actualmente se utilizan, se asume ese supuesto, quedando al criterio de quien los realiza el establecimiento del intervalo de confianza y el horizonte de tiempo, mismo que refleja en lo fundamental el grado de aversión al riesgo y consecuentemente, el costo de una pérdida por exceder el límite que implica el Valor en Riesgo.

5.1.2 Estimación del VaR método paramétrico

La suposición del comportamiento esperado de un portafolio de inversión de acuerdo a una función de distribución de tipo Normal con media μ y varianza σ^2, permite que teóricamente el VaR pueda ser derivado a partir de la desviación estándar (σ^2) de dicho portafolio, utilizando un factor multiplicativo que depende del nivel de confianza; dicho en otros términos, en este método, quien lo realiza se encarga de imponer a un fenómeno aleatorio un parámetro de regularidad.

Sea el parámetro de confianza α y Z la distribución normal $N(\mu, \sigma^2)$. La fórmula general del VaR bajo estas condiciones se expresa como el último precio conocido del portafolio que multiplica al producto valor que asume el parámetro de confianza en la distribución dada por la volatilidad del portafolio, por la raíz cuadrada del horizonte de tiempo (Δt) menos la media aplicada al horizonte de tiempo. Esto es:

$$VaR = W_0\left(Z\alpha\sigma\sqrt{\Delta t} - \mu\Delta t\right)$$

Dado que la media es igual a cero, se tiene:

$$VaR = W_0\left(Z\alpha\sigma\sqrt{\Delta t} - \Delta t\right)$$

Este enfoque es sencillo, ya que el valor que asumen los parámetros escogidos (1%, 5%, etc.) son conocidos en función a la aceptación del supuesto de normalidad en la distribución del comportamiento esperado del portafolio.

No obstante, su estimación implica algunos problemas metodológicos que están en función del tamaño del portafolio, ya que calcular el VaR del mismo, será tan difícil como calcular su volatilidad (σ), misma que por definición se denota como el producto de la correlación entre las variables y la volatilidad de las mismas variables.

$$\sigma_{xy} = \rho_{xy}\sigma_x\sigma_y$$

Teniendo en cuenta que en esos términos la estimación de la correlación y de la covarianza es:

$$\rho_{xy} = \frac{\operatorname{cov}(x,y)}{\sigma x \sigma y} \qquad y \qquad \operatorname{cov}(x,y) = \rho_{xy}\sigma_x\sigma_y$$

Conforme el portafolio crece la estimación del VaR paramétrico se hace más compleja. Si se considera el rendimiento de un portafolio como la combinación lineal de los rendimientos de sus activos subyacentes, donde las ponderaciones de éstos (w) se determinan por la proporción de los montos invertidos en cada uno de ellos al inicio del período de análisis, se tiene:

$$R_p = [W_1, W_2 \ldots W_n]\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ . \\ . \\ . \\ R_n \end{bmatrix}$$

La esperanza del rendimiento del portafolio será igual a suma de las esperazas de cada uno de los rendimientos multiplicado por la ponderación de cada uno de ellos.

$$E[R_p] = \mu_p = \sum_{i=1}^{n} W_i \mu_i$$

Asimismo, la varianza del rendimiento del portafolio puede ser expresada por el producto de la matriz de varianzas y covarianzas de los rendimientos de los diferentes instrumentos que lo componen, multiplicada por el vector de las ponderaciones (w) y por el transpuesto del mismo vector.

$$\sigma_p^2 = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & \ldots & W_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \ldots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22}^2 & \ldots & \sigma_{2n} \\ & & & . \\ & & \ldots & . \\ & & & . \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \ldots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} = W^T \sum W$$

Donde Σ denota la matriz de varianzas y covarianzas.

Todo lo visto anteriormente sirve para abordar la estimación del VaR de un portafolio mediante el método paramétrico. Para efectos de simplificación, considere que la raíz del tiempo es igual a 1, donde el último precio observado es igual a la suma de los precios de cada uno de los componentes del portafolio. Consecuentemente los ponderadores son la participación de cada uno de esos precios respecto al precio total del portafolio:

$$M = M_1 + M_2 + M_3 + \ldots + M_n = W_i = \frac{M_i}{M}$$

Por lo tanto el VaR puede ser planteado como:

$$VaR_P = M_i \sigma_P \alpha Z$$

$$VaR_P = M \sqrt{W^T \sum W \alpha Z}$$

Si se factoriza Mi se tiene:

$$VaR_P = M \sqrt{\frac{1}{M} \begin{pmatrix} M_1 & \ldots & M_n \end{pmatrix} \sum \begin{pmatrix} M_1 \\ . \\ . \\ . \\ M_n \end{pmatrix} \frac{1}{M} \alpha Z}$$

A su vez, factorizando M y αZ, se tiene:

$$VaR_P = \sqrt{M^2} \sqrt{\frac{1}{M}\begin{pmatrix} M_1 & ... & M_n \end{pmatrix}\sum \begin{pmatrix} M_1 \\ . \\ . \\ . \\ M_n \end{pmatrix}\frac{1}{M}} \quad \sqrt{(\alpha Z)^2}$$

$$VaR_P = \sqrt{M^2 \frac{1}{M}\begin{pmatrix} M_1 & ... & M_n \end{pmatrix}\sum \begin{pmatrix} M_1 \\ . \\ . \\ . \\ M_n \end{pmatrix}\frac{1}{M}} \quad \sqrt{(\alpha Z)^2}$$

Lo anterior simplifica la fórmula al eliminar M^2 y $\frac{1}{M}$, inmediatamente se elimina $(\alpha Z)^2$ metiendo cada uno de los parámetros de confianza que lo componen en los vectores de precios.

$$VaR_P = \sqrt{\begin{pmatrix} \alpha Z M_1 & ... & \alpha Z M_n \end{pmatrix}\sum \begin{pmatrix} \alpha Z M_1 \\ . \\ . \\ . \\ \alpha Z M_n \end{pmatrix}}$$

Por otro lado, si se factoriza la matriz de varianzas y covarianzas Σ

$$\sum = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & ... & \sigma_{1n} \\ & . & \\ & . & \\ & . & \\ \sigma_{n1} & .. & \sigma_n^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 \sigma_1 & ... & \rho_{1n} \\ & . & \\ & . & \\ & . & \\ \rho_{n1} & .. & \sigma_n \sigma_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & ... & 0 \\ & . & \\ & . & \\ & . & \\ 0 & .. & \sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1_1 & ... & \rho_{1n} \\ & . & \\ & . & \\ & . & \\ \rho_{1n} & .. & 1_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 & ... & 0 \\ & . & \\ & . & \\ & . & \\ 0 & .. & \sigma_n \end{bmatrix}$$

Si se sustituye lo anterior dentro de la formula del VaR

$$VaR_P = \sqrt{(\alpha ZM_1 \ldots \alpha ZM_n)\begin{bmatrix}\sigma_1 & \ldots & 0\\ & . & \\ & . & \\ & . & \\ 0 & .. & \sigma_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1_1 & \ldots & \rho_{1n}\\ & . & \\ & . & \\ & . & \\ \rho_{1n} & .. & 1_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sigma_1 & \ldots & 0\\ & . & \\ & . & \\ & . & \\ 0 & .. & \sigma_n\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\alpha ZM_1\\ .\\ .\\ .\\ \alpha ZM_n\end{pmatrix}}$$

$$VaR_P = \sqrt{(\alpha ZM_1 \ldots \alpha ZM_n)\begin{bmatrix}1_1 & \ldots & \rho_{1n}\\ & . & \\ & . & \\ & . & \\ \rho_{1n} & .. & 1_n\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\alpha ZM_1\sigma_1\\ .\\ .\\ .\\ \alpha ZM_n\sigma_n\end{pmatrix}}$$

Si se considera la formula VaR para cada uno de los diferentes componentes del portafolio, se obtiene:

$$VaR_i = M_i \sigma_i \alpha Z$$

Finalmente, es valido considerar que el VaR del portafolio se exprese como:

$$VaR_P = \sqrt{(VaR_1 \; \ldots \; VaR_n)\begin{bmatrix}Matriz\ de\\ correlación\end{bmatrix}\begin{pmatrix}VaR_1\\ .\\ .\\ .\\ VaR_n\end{pmatrix}}$$

$$VaR_P = \sqrt{(VaR)^T\begin{bmatrix}Matriz\ de\\ correlación\end{bmatrix}(VaR)}$$

5.1.3 Simulación de Montecarlo

Este método consiste en la generar números aleatorios para calcular el valor del portafolio generando diferentes escenarios. Cada número aleatorio sirve para generar un valor nuevo del portafolio con la misma probabilidad de ocurrencia que los demás y determinar la pérdida o ganancia en los mismos. El proceso debe ser repetido un gran número de veces (10,000 escenarios distintos) y los resultados de ordenan de forma que pueda ser determinado un nivel de confianza especifico.

En el modelo de Montecarlo, debido a que los precios de un activo en el mercado se comportan de acuerdo a un proceso estocástico (movimiento Browniano geométrico), este proceso se representa por medio del modelo de Wiener:

$$\frac{ds}{s} = \mu dt + \sigma dz \tag{5.1.2a}$$

Donde

$$dz = \varepsilon_t \sqrt{dt} \tag{5.1.2b}$$

Por tanto, sustituyendo (5.1.2b) en (5.1.2a) se tiene:

$$\frac{ds}{s} = \mu dt + \varepsilon_t \sqrt{dt} \tag{5.1.2c}$$

Donde μ es la media de los rendimientos y σ la desviación estándar de los mismos.

El proceso de Wiener muestra que los rendimientos de un activo *(ds/s)* se establecen por medio de un componente determinista (μdt) y un componente estocástico ($\sigma\varepsilon_t(dt)^{1/2}$) que contiene un choque aleatorio ε_t. El modelo puede ser expresado también en términos discretos de la forma siguiente:

$$\frac{s_t - s_{t-1}}{s_{t-1}} = \left(\mu\Delta t + \sigma\varepsilon_t \sqrt{\Delta t}\right) \tag{5.1.2d}$$

Si se despeja el precio del activo en el tiempo se tiene:

$$s_t = s_t + s_{t-1}\left(\mu\Delta t + \sigma\varepsilon_t \sqrt{\Delta t}\right) \tag{5.1.2e}$$

Para generar escenarios a partir de la ecuación anterior, vasta con generar números aleatorios (alrededor de 10,000). Para determinar el nuevo valor del activo, éste depende del valor obtenido en el periodo anterior de manera sucesiva. El valor de la media y de la sigma permanecen constantes. Como ejemplo, suponga una simulación con 5 días de plazo, se tiene:

Media de rendimientos =	0.06%
Desviación estándar de rendimientos	1.43%
Valor del portafolio =	54,498.00

Día	Valor del portafolio	Random	Diferencia valor del portafolio
0	54,498.00	-0.73	-533.86
1	53,964.14	0.12	125.52
2	54,089.65	-0.16	-88.90
3	54,000.76	0.10	108.89
4	54,109.64	-1.08	-802.89
5	53,306.76	0.68	549.66

5.1.4 Simulación de histórica

Consiste en utilizar una serie histórica de precios de la posición de riesgo (portafolio) para construir una serie de tiempo de precios y/o rendimientos simulados o hipotéticos, bajo el supuesto de que se ha conservado el portafolio durante el periodo de tiempo de la serie histórica.

Al utilizar esta metodología, deben ser previamente identificados los componentes de los activos del portafolio y reunir los datos de los precios diarios históricos considerando un periodo que oscila entre 250 y 500 datos. A partir de los rendimientos simulados se construye un histograma de frecuencias para calcular el cuantil correspondiente de dicho histograma (si el nivel de confianza es de 99%, es el primer percentil).

Existen tres tipos de simulación histórica: crecimientos absolutos, crecimientos logarítmicos y crecimientos relativos. Los pasos a seguir en cada uno de los métodos son los siguientes:

Simulación histórica con crecimientos absolutos

Se debe obtener una serie de tiempo con los datos de los precios de la posición en riesgo y calcular las pérdidas y ganancias diarias de dichas series de tiempo por medio de la fórmula:

$$\Delta P_t = P_t - P_{t-1} \qquad (5.1.3a)$$

Posteriormente, se debe determinar una serie de tiempo de precios simulados sumando el valor de ΔP al precio más reciente o actual, de la forma siguiente:

$$\Delta P_i^* = P_0 - \Delta P_i \tag{5.1.3b}$$

Donde P_0 es fijo para toda la serie de tiempo.

Después se debe determinar una serie de tiempo para simular los rendimientos a partir de los precios hipotéticos y referirlos a la observación más reciente.

$$R_i^* = \frac{P_i^* - P_0}{P_0} \tag{5.1.3c}$$

Finalmente, el valor en riesgo se debe calcular tomando el percentil que este de acuerdo con el nivel de significancia deseado (0.01 si el nivel de confianza es de 99%), del histograma de rendimientos simulado. El valor en riesgo en este caso, esta dado como rendimiento en porcentaje, por lo que es necesario multiplicar el valor del portafolio vigente para obtener dicho valor en riesgo en pesos.

Simulación histórica con crecimientos logarítmicos

Se debe obtener una serie de tiempo de los precios de la posición en riesgo y calcular los rendimientos de los precios de la forma siguiente:

$$\mathrm{Re}\,nd = Ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \tag{5.1.3d}$$

Y posteriormente determinar una serie de tiempo simulada de crecimientos con lo siguiente:

$$P = P_0(1 + rend) \tag{5.1.3e}$$

Es necesario también obtener una serie de tiempo de pérdidas o ganancias simulada:

$$P_0 - P_1 \tag{5.1.3f}$$

Finalmente, se debe tomar el valor en riesgo tomando el percentil que sea más adecuado al nivel de significancia deseado (0.01 si el nivel de confianza es 99%), del histograma de pérdidas o ganancias deseado.

Simulación histórica con crecimientos relativos

Este método es semejante al de crecimientos logarítmicos, pero en lugar de obtener los rendimientos con el logaritmo del cociente de precios, se obtiene con la expresión siguiente:

$$\mathrm{Re}nd = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_t} \qquad (5.1.3g)$$

Este método tiene muchas ventajas, entre ellas se encuentran:

- Es más fácil de entender por parte de los ejecutivos que no son expertos en estadística.
- Es realista ya que se basa sólo en la serie de tiempo con datos reales.
- No se basa en supuestos de correlaciones y volatilidades, ya que estos sólo funcionan en condiciones normales de mercado y se encuentran implícitas en el cálculo del VaR.
- No incluye supuesto alguno (inclusive de la distribución normal).
- Es aplicable a instrumentos no lineales como las opciones.

5.1.5 Pruebas de Stress

Los modelos para medir el riesgo de mercado tiene muy buena aceptación, pero algunos presentan limitaciones como, insuficiencia o calidad deficiente de información al desarrollarlos o calibrarlos. Por ello, se considera que muchos modelos son una buena medida de riesgos bajo condiciones normales de comportamiento de los mercados, pero fallan significativamente en condiciones de crisis. Las pruebas de valores extremos, buscan subsanar las deficiencias de los modelos y consisten en evaluar el portafolio considerando impactos de gran magnitud en el nivel de los factores de riesgo. Se consideran un complemento a los modelos, debido a que se estima el valor de un portafolio bajo condiciones de mercado que no se consideran normales estándar.

Las pruebas de valores extremos consisten en crear escenarios simulando diferentes condiciones adversas. Dependiendo de la situación que se considere, los escenarios de valores extremos se pueden clasificar de la forma siguiente:

- Escenarios extremos estilizados: Cambios Moderados o extremos en los diversos factores de riesgo, tales como: Tasas de interés, tipos de cambio y precios accionarios.

- Escenarios extremos históricos: Consiste en evaluar los portafolios considerando los factores de riesgo que se presentaron en situaciones históricas de crisis.

- Escenarios extremos hipotéticos: Consiste en realizar supuestos sobre los valores que pueden tomar los factores de riesgo en los casos en que se presentara una situación inesperada, sobre la cual no se tienen antecedentes; por ejemplo, un terremoto de proporciones catastróficas, un ataque terrorista o determinada situación política.

Estos escenarios ayudan a los administradores de riesgos a predecir pérdidas en condiciones de desastre financiero o de crisis provocadas por problemas políticos o desequilibrio de la economía de algún país con el que se tiene relación comercial o financiera.

Uno de los supuesto más importantes en algunos de los modelos de valuación, es que los rendimientos de los activos se distribuyen normal, con parámetros α = momentos y β= volatilidad (media y desviación estándar respectivamente). Los modelos Black & Scholes, Montecarlo y Valor en riesgo paramétrico incorporan este supuesto.

Un ejemplo utilizando valor en riesgo puede ser el siguiente: El valor en riesgo consiste en calcular el monto máximo que un portafolio puede perder en el tiempo con una probabilidad elevada. Para fines de determinar el valor en riesgo se toma el valor extremo izquierdo de la curva normal de rendimientos extremos, los niveles de confianza comúnmente utilizados son 95.0% ó 99.0%. Esto significa que si el nivel de confianza es de 99.0% y el valor en riesgo de un día es de dos millones de pesos, un día de cada 100 de operación, se espera un perdida de más de dos millones de pesos.

Sin embargo, el valor en riesgo no define el monto que se puede perder en el 1.0% de las veces y, debido a que las curvas normales presentan sesgos o kurtosis, la pérdida del 1.0% de las veces puede ser muy alta, de tal suerte que puede llevar a la empresa a la quiebra.

5.2 Riesgo de crédito

El riesgo de crédito o contraparte se define como la posibilidad de que una de las partes de un contrato financiero sea incapaz de cumplir con las obligaciones financieras contraídas, haciendo que la otra parte del contrato incurra en una pérdida. Recientemente, también se han incorporado al riesgo de crédito eventos que afectan el valor de un crédito, sin que necesariamente se trate de incumplimiento del deudor. Esto ocurre por cambios en la calidad del crédito, cuando una calificadora lo degrada. Cuando ésto ocurre, significa que la calificadora considera que ha aumentado la probabilidad de incumplimiento de la deuda, y por lo tanto el crédito vale menos, ya que se reserva un mayor porcentaje en caso de incumplimiento.

De acuerdo al comité de supervisión bancaria de Basilea (1999), se determina que existen dos tipos de riesgos de crédito: El riesgo de incumplimiento que se refiere a la pérdida potencial derivada de que la contraparte no pueda cumplir con sus obligaciones financieras en las condiciones definidas en el contrato; y el riesgo de portafolio, que se refiere como la pérdida potencial que puede sufrir el tenedor de un portafolio de préstamos, instrumentos financieros o derivados, como consecuencia de que el valor de mercado de éstos diminuya. Esta última definición plantea exposición al riesgo de crédito aún en el caso de que la contraparte no sufra ningún quebranto.

Lo anterior sugiere que el riesgo de crédito puede llevarse a cabo de dos formas, el riesgo individual y el riesgo de portafolio.

5.2.1 El riesgo individual

En el riesgo individual, el incumplimiento es analizado a nivel de acreditado o deudor, es decir a nivel individual. Los elementos que deben ser tomados en cuenta son los siguientes:

- *"La probabilidad de incumplimiento, es la medida de que tan probable es que un acreditado deje de cumplir con sus obligaciones contractuales. Su mínimo valor es cero, lo cual indica que no es posible que incumpla con sus obligaciones, su máximo valor es uno, cuando es seguro que incumpla. Por tipo de crédito, normalmente se estima a partir de la tasa de incumplimiento observada para cada tipo de crédito, que es la porción de deudores o créditos que dejan de pagar en un periodo de tiempo dado, respecto a los que estaban vigentes en el periodo anterior".*[4]

- La tasa de recuperación, que se refiere a la porción de la deuda que puede ser recuperada una vez que la contraparte ha caído en incumplimiento.

- La migración del crédito, que es el grado con que la calidad o calificación del crédito puede mejorar o deteriorarse.

5.2.2 Riesgo de portafolio

El riesgo de portafolio considera el análisis desde el punto de vista de un conjunto de créditos y éste depende de la composición y naturaleza de cada cartera. La estimación de la pérdida en este caso debe considerar tanto la composición como la concentración de los créditos que componen cada cartera, y tomar en cuenta las correlaciones que puedan existir entre las fuentes de riesgo de los mismos.

Normalmente, en las carteras de crédito de una institución financiera existen acreditados que poseen características similares, esta situación se debe tomar en cuenta al momento

[4] Banco de México, "Definiciones básicas de riesgos". Noviembre de 2005. Página 7.

de realizar el análisis, ya que en ocasiones permite simplificarlo. Por ejemplo, si dos acreditados poseen características similares, tales como ubicación geográfica, pertenencia al mismo sector o bien tamaños similares, se espera que ante un escenario adverso, el deterioro de la calidad crediticia sea similar. Este hecho se ve reflejado en la correlación existente entre ellos.

El objetivo principal del análisis de riesgo de crédito de un portafolio es identificar la concentración existente en una cartera crediticia, ya sea por actividad económica o por región geográfica, por medio de las correlaciones de los acreditados que conforman una cartera. Con este tipo de análisis se puede promover que las instituciones busquen una mejor diversificación de su cartera de créditos.

Los aspectos más importantes que deben ser considerados en el riesgo de portafolio son:

- La correlación entre la probabilidad de incumplimiento y la calidad del crédito, hace referencia al grado de asociación que puede existir entre la calidad de un crédito y la probabilidad de incumplimiento de otro crédito.

- La concentración de riesgo, la cual se refiere a la contribución marginal de un activo crediticio en el riesgo total del portafolio.

- El riesgo de incumplimiento hace énfasis en la incertidumbre asociada a la capacidad de una institución, empresa o individuo de cumplir sus obligaciones, una vez que ha asumido una deuda.

"La estimación de las correlaciones entre los acreditados se convierte entonces en una herramienta básica para el análisis de portafolios. En este sentido, el modelo Credit Metrics™ (JP Morgan, 1997) plantea la posibilidad de estimar una matriz de correlaciones considerando las características individuales de los créditos. Sin embargo, la falta de información se presenta como uno de los principales problemas para la elaboración de este tipo de análisis."[5]

[5] Medición Integral de Riesgo de Crédito, Alan Elizondo. Página 49.

5.2.3 Riesgo de Crédito en derivados

Teóricamente, cuando se valúa un producto derivado (futuro, forward, opción, bono, etc.) se asume que cada una de las partes cumplirá con las obligaciones del contrato cabal y puntualmente. Lo anterior no sucede en la vida real, principalmente en los mercados sobre mostrador (Over the counter). En los últimos años, este mercado ha crecido considerablemente y con ello la necesidad de controlar el riesgo de crédito

En los mercados de derivados, la cámara de compensación y liquidación, reduce considerablemente el riesgo de crédito debido a los depósitos de garantía (márgenes) que se exigen a las partes y/o contrapartes de los contratos negociados. Por el momento, ninguna cámara de compensación ha quebrado, no obstante es importante destacar que la probabilidad de quiebra existe, aunque sea muy pequeña.

Muchos de los bonos que se encuentran en el mercado son emitidos por empresas medianas con planes de expansión. Sin embargo, en muchos casos la ejecución de dichos planes depende de la evolución del entorno económico y de negocios en un país o en el ámbito mundial. En condiciones adversas algunas empresas pueden presentar dificultades de solvencia e incluso declararse en quiebra antes de cumplir con los compromisos financieros adquiridos con sus acreedores.

A continuación se presentan algunas de las metodologías útiles para la estimación de la probabilidad de incumplimiento de un bono corporativo:

Probabilidad de incumplimiento con tasa de recuperación nula

Los conceptos básicos para abordar la problemática del riesgo de crédito en un bono son su curva de rendimiento y su precio. El contar con una estimación de que se presente un evento de incumplimiento de obligación financiera es el primer paso en el control de riesgo de crédito. Lo que se presenta a continuación es la estimación de de la probabilidad de incumplimiento asociada a un bono corporativo en un mundo neutral al riesgo.

Sea $Q(t,T)$ la probabilidad de incumplimiento en T del bono corporativo calculada en t, donde:

T: Es la echa inicial

t: Es la fecha de valuación

Considere también:

$R_c(t;T)$: Es el rendimiento de un bono cupón cero emitido por un corporativo colocado en t y con vencimiento en T. Se supone que $R_c(t,T)$ tiene derivada parcial continua con respecto del argumento T.

$R_g(t,T)$: Rendimiento de un bono cupón cero gubernamental colocado en t y con vencimiento en T, el cual se supone libre de riesgo de crédito. Se supone que $R_g(t,T)$ tiene derivada parcial continua con respecto del argumento T

$B_c(t,T)$: Precio del bono corporativo cupón cero, con riesgo de crédito, colocado en t y con vencimiento en T.

$B_g(t,T)$: Precio del bono gubernamental cupón cero libre de riesgo de crédito, colocado en t y con vencimiento en T.

N: Valor nominal de los bonos.

Suponiendo que $R_c(t;T) - R_g(t,T) > 0$, esta diferencia recibe el nombre de sobretasa por riesgo de crédito, y será denotada como $H(t,T)$ se supone que:

$$\frac{\partial H}{\partial T} \geq 0$$

Es decir, $H(t,T)$ es una función no decreciente en el argumento T. Dado que $R_c(t;T)$ y $R_g(t,T)$, tienen derivadas parciales continuas en T, entonces $H(t,T)$ también tiene derivadas parciales continuas en T El diferencial de precios entre bonos gubernamentales y bonos corporativos en t esta dado por:

$$V(t,T) = N(e^{-R_g(t,T)(T,t)} - e^{-R_c(t,T)(T,t)}) = B_g(t,T) - B_c(t,T) \qquad (5.2.3a)$$

De esta forma, la porción $V(t,T)$ con respecto del bono gubernamental satisface:

$$V(t,T)=\frac{V(t,T)}{B_g(t,T)}=\frac{B_g(t,T)-B_c(t,T)}{B_g(t,T)}$$

Observe que la formula anterior puede ser escrita como:

$$V(t,T)=\frac{e^{-R_g(t,T)(T,t)}-e^{-R_c(t,T)(T,t)}}{e^{-R_g(t,T)(T,t)}}=1-e^{-H(t,T)(T,t)} \qquad (5.2.3b)$$

Lo anterior se conoce como diferencial de precios entre bonos gubernamentales y corporativos.

Ahora, suponiendo que no existe recuperación del nominal, ni siquiera parcial, se puede escribir N=0. Bajo el supuesto de que el valor esperado del nominal de un bono corporativo sea igual al valor futuro de su precio, calculado con la tasa libre de riesgo de crédito, la probabilidad de incumplimiento, $Q(t,T)$, satisface:

$$B_c(t,T)e^{R_g(t,T)(T-t)}=(1-Q(t,T))N+Q(t,T)0, \qquad (5.2.3c)$$

Lo cual implica:

$$B_{c(t,T)}=(1-Q(t,T))B_g(t,T)$$

Es decir:

$$Q(t,T)=\frac{B_g(t,T)-B_c(t,T)}{B_g(t,T)} \qquad (5.2.3d)$$

De esta manera V y Q son exactamente la misma función. La importancia de este resultado se encuentra en que para calcular $Q(t,T)$ sólo se requiere conocer los precios actuales de los bonos, o en forma equivalente, sus cuevas de rendimientos.

Tasa de recuperación y tiempo de incumplimiento vistos como variables aleatorias

La variable aleatoria asociada con la probabilidad de incumplimiento es la tasa de recuperación. De esta forma, a los posibles valores que la tasa de recuperación puede tomar se les asignan probabilidades. Específicamente, si se define la variable aleatoria $X_{t,T}$, del tipo Bernoulli, como:

$$P\{X_{t,T}=1\mid F_t\}=1-Q(t,T) \qquad y \qquad P\{X_{t,T}=0\mid F_t\}=Q(t,T)$$

Entonces la ecuación (5.2.3c) puede ser escrita como:

$$B_c(t,T)e^{R_g(t,T)(T-t)}=E\left[NX_{t,T}\right]=NE\left[X_{t,T}\right]=N\left[\left(1-Q(t,T)\right)+Q(t,T)0\right]$$

Se define la variable aleatoria continua τ como el momento en el que ocurre el evento de incumplimiento, entonces se verifica la relación:

$$X_{t,T}=0 \qquad \Leftrightarrow \ t\le\tau\le T$$

Por lo tanto, otra forma de escribir la probabilidad de incumplimiento es:

$$Q(t,T)=P\{t\le\tau\le T\}=F_\tau(T)=1-e^{-H(t,T)(T-t)}$$

Claramente se puede ver que:

$$F_\tau(T)=0 \qquad y \qquad F_\tau(\infty)=1$$

Y que $F_\tau(T)$ es continua en $T,\ T\ge t$. Por lo tanto $Q(t,T)$ es la distribución de probabilidad acumulada de la variable aleatoria τ. La probabilidad de que no se haya presentado el evento de incumplimiento hasta el tiempo T, en virtud de (5.2.3b), está dada por:

$$P\{\tau\ge T\}=1-F_\tau(T)=e^{-H(t,T)(T-t)}$$

De igual forma, la función de densidad τ satisface:

$$f_\tau(T)=\left(H(t,T)+\frac{\partial H}{\partial T}(T,t)\right)e^{-H(t,T)(T-t)}, \qquad con \qquad \tau>t$$

Cálculo de la probabilidad de incumplimiento en un intervalo de tiempo futuro

Al considerar N bonos emitidos por uno o varios corporativos de la misma calidad crediticia, con vencimientos en $T_1 < T_2 < ... < T_N$. Si la curva de rendimiento para dichos bonos se denota como $R_c(t;T)$ y la curva para un bono gubernamental, libre de riesgo de crédito, es $R_g(t;T)$, entonces:

$$Q(t,T_i) = P\{t \le \tau \le T_i\} = F_\tau(T) = 1 - e^{-H(t,T_i)(T_i - t)}$$

En este caso, la probabilidad de incumplimiento en el intervalo [j_i T_k], con $1 \le j \le k \le N$ está dada por:

$$Q(t,T_j,T_k) = Q(t,T_k) - Q(t,T_j)$$

Finalmente, la expresión anterior puede ser también escrita como:

$$P\{T_j \le \tau \le T_k\} = P\{t \le \tau \le T_k\} - P\{t \le \tau \le T_j\} = F_\tau(T_k) - F_\tau(T_j)$$

Probabilidad de incumplimiento con tasa de recuperación positiva

Ahora suponga que, en caso de incumplimiento, existe la posibilidad de recuperar parcialmente el nominal del bono corporativo $N\delta$, con 0 < δ <1. Entonces, la probabilidad de incumplimiento, neutral al riesgo $Q(t,T)$ satisface:

$$B_c(t,T)e^{R_g(t,T)(T-t)} = (1 - Q(t,T))N + Q(t,T)N\delta$$

De esta forma:

$$Q(t,T) = \left(\frac{1}{1-\delta}\right)\frac{B_g(t,T) - B_c(t,T)}{B_g(t,T)} \qquad ó \qquad Q(t,T) = \left(\frac{1e^{-H(t,T)(T-t)}}{1-\delta}\right) \qquad (5.2.3e)$$

En particular cuando δ =0, coincide con (5.2.3d).

De la misma forma, la ecuación (5.2.3e) puede obtenerse en términos de una variable aleatoria Bernoulli, $X_{t,T}$, definida como:

$$P\{X_{t,T} = 1|\} = 1 - Q(t,T) \qquad y \qquad P\{X_{t,T} = \delta\} = Q(t,T)$$

Con lo cual la probabilidad de incumplimiento esta determinada por:

$$B_c(t,T)e^{R_g(t,T)(T-t)} = E[NX_{t,T}] = (1 - Q(t,T))N + Q(t,T)N\delta$$

5.3 Riesgo Operativo

El riesgo operativo se define como la probabilidad de ocurrencia de pérdidas financieras como resultado de fallas en los procesos internos, personas y sistemas, así como de factores externos.

El riesgo operativo adquiere especial importancia en los años recientes debido a los desarrollos tecnológicos relacionados con la automatización de procesos, el crecimiento de los servicios bancarios a través de Internet, los procesos de fusiones y adquisiciones que implican la integración de sistemas y la tendencia mundial de outsourcing, sugieren que las pérdidas por riesgos operativos sean cada vez más frecuentes.

5.3.1 Clasificación de los riesgos operativos

Los riesgos operativos se dividen en dos grandes vertientes: aquellos generados por pérdidas derivadas de falla internas en el negocio, y los que se refieren a pérdidas por factores externos de la organización. Con ello, los riesgos operativos se clasifican de la forma siguiente:

1. Riesgos por fallas internas en el negocio:

    - *Personas:* Existe posibilidad de pérdidas financieras asociadas a la negligencia, error humano, sabotaje, fraude robo, paralizaciones, apropiación de información sensible , lavado de dinero, inapropiadas relaciones interpersonales, falta de especificaciones claras en la contratación del personal, entre otros factores. También se generan pérdidas que están asociadas a la insuficiencia de personal o personas con destrezas inadecuadas.

- *Procesos de operación:* Existen pérdidas financieras asociadas con el diseño inadecuado de procesos críticos, o con políticas y procedimientos inadecuados o inexistentes, que pueden traer como consecuencia desarrollo deficiente de las operaciones y servicios y en el peor de los casos la suspensión de los mismos. Entre estos riesgos se consideran las fallas en los modelos utilizados, los errores en transacciones, la evaluación inadecuada de contratos, etc.

- *Tecnología:* Existen posibles pérdidas originadas por el uso inadecuado de los sistemas de información y tecnología relacionada, que pueden afectar el desarrollo de las operaciones y servicios que realiza la institución, al atentar contra la confidencialidad, integridad, disponibilidad y oportunidad de la información. Otros riesgos incluyen las fallas o interrupción de sistemas y la recuperación inadecuada de información en caso de desastres.

2. Riesgos externos

Se refiere a las pérdidas derivadas de la ocurrencia de eventos ajenos al control de la empresa, que puede alterar el desarrollo de sus actividades, afectando los procesos internos, personas y tecnología de información. En los riesgos externos se pueden considerar los desastres naturales, fallas en los servicios públicos, atentados y actos delictivos, contingencias legales etc. Otros riesgos asociados a los eventos externos incluyen el rápido cambio de las leyes, regulaciones o guías, así como el riesgo político o del país.

5.3.2 Tipificación cualitativa de los riesgos operativos

Para lograr la adecuada identificación de los riesgos operativos, es necesario seguir los pasos que se mencionan a continuación:

- Identificar la totalidad de los procesos de la organización. Entendiéndose como proceso aquel que comprende una secuencia de tareas repetitivas o recurrentes en las cuales se puede presentar un riesgo operativo.

- Detallar las actividades específicas que se pueden desarrollar en cada uno de los procesos identificados.

- Identificar los riesgos operativos que se pueden presentar en cada etapa.

- Identificar los controles que existen o deben existir para eliminar los riesgos operativos detectados.

5.3.3 Cuantificación de los riesgos operativos

Para medir el riesgo operativo respecto al valor en riesgo VaR, es necesario modelar el grado de severidad de la pérdida esperada, asumiendo que los valores de riesgo son estables.

Es posible estimar algunos de los factores de riesgo operativo a partir de su histograma de frecuencias y, por lo tanto, su distribución de probabilidad.

Con base en datos históricos, los analistas de riesgos deben inferir cual es la curva de distribución más adecuada. Existen dos tipos de distribuciones de probabilidad, estos son:

Distribuciones empíricas: Utiliza la distribución de frecuencias con base en datos históricos reales. Este tipo de distribución no requiere asumir algún tipo de distribución de probabilidad específico.

- Distribuciones paramétricas: Utiliza una distribución de probabilidad ya establecida, tales como la distribución exponencial, de Poisson, Beta, Binomial o Weibull, las cuales contienen fuertes supuestos matemáticos en el comportamiento de los factores de riesgo. Esta distribución debe ser considerada únicamente si la distribución de los datos se aproxima a alguna de ellas. La propia experiencia debe sugerir la aplicación de alguna de ellas, de acuerdo al problema específico que se trate.

Se requieren cuatro pasos para seleccionar y parametrizar una distribución de probabilidad:

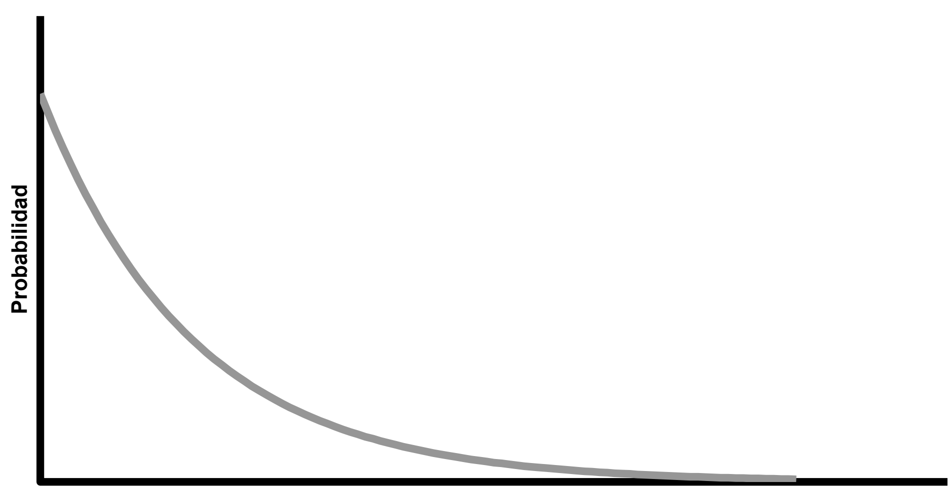
1. Se debe construir un histograma de frecuencias de los eventos o impactos que se han registrado en un proceso.
2. Identificar las diferentes distribuciones de probabilidad que más se aproximen, de acuerdo al histograma de frecuencias.
3. Estimar los parámetros de la distribución.
4. Aplicar algunas pruebas estadísticas de bondad de ajuste.

En riesgos operativos, existe la tendencia de sufrir una gran cantidad de pérdidas pequeñas, en lugar de una o dos grandes pérdidas importantes, por ello, la distribución exponencial y la Weibull son las que se utilizan con mayor frecuencia. A continuación se presentan ambas probabilidades:

Distribución exponencial:

$\lambda(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ donde $x > 0$ y $\lambda > 0$

media: $1/\lambda$ varianza: $1/\lambda^2$

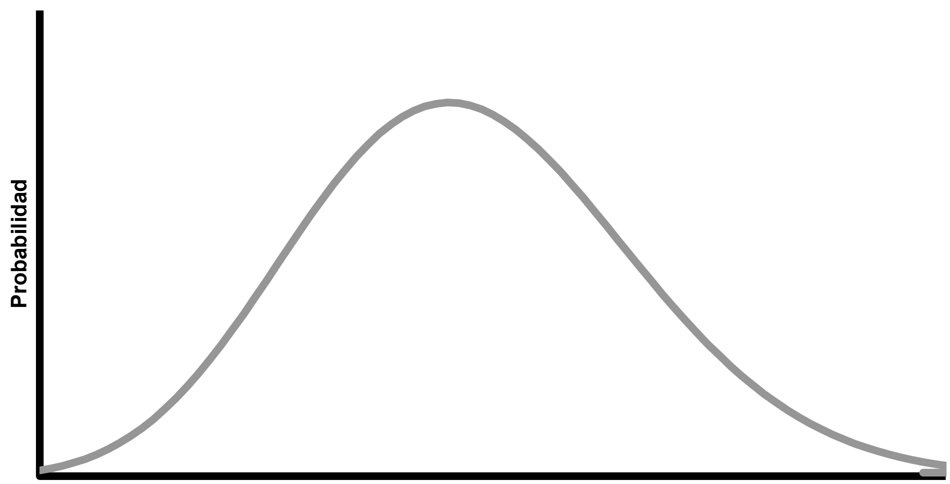


Donde el parámetro λ representa la tasa constante de fallas de un proceso, en un periodo determinado.

Distribución Weibull:

$W(\alpha,\beta) = \alpha\beta^{-\alpha}x^{\alpha-1}e^{-(x/\beta)^{\wedge}2}$ donde: $\alpha > 0$; $\beta > 0$

media: $(\beta/\alpha)\Gamma(1/\alpha)$ varianza: $(\beta^2/\alpha)[2\Gamma(1/\alpha) - 1/\alpha\Gamma(1/\alpha)^2]$



Esta distribución se utiliza cuando la tasa de fallas en el proceso no es constante en un intervalo de tiempo. El parámetro β de la curva, influye sobre la forma de la curva en la distribución de probabilidad. Esta curva se convierte en exponencial cuando β=1, y en normal cuando β=3.25.

5.4 Otros riesgos asociados

5.4.1 Riesgo legal

El riesgo legal es también llamado el riesgo de los efectos fiscales. Es el riesgo originado por la no exigibilidad de acuerdos estructurales, procesos legales o sentencias adversas.

Una vertiente del riesgo legal es el derivado de los cambios en la normatividad fiscal. El tratamiento fiscal de los rendimientos que pueda generar un activo es también una fuente de riesgo. El riesgo impositivo se produce por la posibilidad de que desaparezcan determinadas ventajas fiscales que gozan algunos activos.

Como consecuencia de la desaparición de dichas ventajas, también se le denomina riesgo político o riesgo legal.

5.4.2 Riesgo de liquidez

Es la posibilidad de que una sociedad no sea capaz de atender sus compromisos de pago a corto plazo.

En el caso de las entidades financieras, se debe resolver diariamente la estimación de la cantidad de dinero que se debe mantener en efectivo para cumplir con todas sus obligaciones a tiempo. Entre estas obligaciones se encuentran, la recuperación de la cartera de sus proveedores de fondos, al final del termino de un deposito a plazo o cuando el cliente de cuenta de ahorro o corriente los requiera. El riesgo de liquidez se produce cuando una entidad a corto plazo no tiene liquidez suficiente para atender este tipo de pagos.

La liquidez no debe ser confundida con la insolvencia. La primera es coyuntural y la segunda es estructural. Los problemas de liquidez se pueden resolver a través de la venta de inversiones o parte de la cartera de crédito para obtener efectivo rápidamente. No obstante, la liquidez mal administrada se puede convertir en un problema de insolvencia.

Para controlar el riesgo de liquidez se establecen tres categorías: liquidez de los instrumentos, liquidez del mercado y liquidez de los portafolios. En la primera se analiza la liquidez del subyacente en operaciones que se realicen en el mercado de valores, el indicador de liquidez de los instrumentos esta dado por el volumen de negociación del instrumento en particular y la participación del mismo dentro del total negociado para cada especie. En segunda, se analiza la liquidez del mercado dentro del que se negocia cada producto y en la última, se coordinan los flujos de caja según la porción variable y estable, con el fin de determinar estrategias de inversión de acuerdo con los requerimientos de liquidez.

Algunas de las medidas a considerar para gestionar el riesgo de liquidez son las siguientes:

- Elaboración de un plan de acción por parte de la alta dirección, en el que se determinen las medidas a tomar ante la falta repentina de liquidez en los mercados o ante una cancelación anticipada de los contratos de sus clientes.

- Mantenimiento de líneas de financiación abiertas no utilizadas.
- Establecimiento de una adecuada diversificación tanto en plazos como en fuentes de fondeo.

- Establecimiento de un límite máximo sobre el total de las posiciones abiertas

5.4.3 Riesgo sistemático

El riesgo sistemático es el que se presenta cuando una red de posiciones financieras repartidas entre miles de individuos, bancos, empresas, etc., dan lugar a que una conmoción en los mercados financieros que se origina con cualquiera de los miembros, bancos o compañías, se puede propagar de uno a otro hasta que los daños se extendieran de forma incontrolada por todo el sistema financiero.

En un portafolio, el riesgo sistemático no debe ser confundido con el riesgo de mercado, ya que éste último puede ser mitigado. Por ejemplo, Suponga un portafolio de inversión perfectamente balanceado o diversificado. En este caso se puede decir que el riesgo de mercado ha sido mitigado, sin embargo, si sucede una recesión económica y el mercado en general se hunde, la diversificación puede resultar de poca importancia. En este caso se tiene que hacer frente al riesgo sistemático.

La esencia del riesgo sistemático es la correlación entre las pérdidas. El problema con el riesgo sistemático es que es muy difícil de evaluar, ya que la información necesaria para ello es muy difícil de obtener, debido a que las interdependencias en un mercado financiero juegan un papel muy importante. Si un banco quiebra y debe de vender todos sus activos puede inducir en problemas de liquidez para otros bancos, creando así pánico en el sistema interbancario.

Por ello, una fuerte preocupación es la potencial fragilidad de algunos mercados financieros. Si los participantes transan en niveles sobre sus bases de capital, la falla de alguno de los participantes puede privar a los demás de liquidez, produciendo un efecto dominó que expone a todo el mercado a riesgo sistemático.

Conclusiones

En el mundo actual, prácticamente ningún individuo, empresa, gobierno o proyecto con enfoque de negocios escapa a los fuertes impactos que provocan las fluctuaciones de los tipos de cambio, tasas de interés y precios de materias primas entre otras variables. La aparición de los “productos financieros derivados” ha representado una opción con la que las empresas pueden protegerse de dichos riesgos.

Los productos financieros derivados son contratos que generan derechos y obligaciones para las partes involucradas, y que su principal objetivo es servir como herramienta para mitigar o reducir riesgos financieros que la administración de una compañía no puede controlar.

Los productos financieros básicos y de los cuales de derivan varios productos más complejos son: los futuros, las opciones y los swaps. Gracias a la ingeniería financiera hoy día se puede encontrar una gran variedad de mezclas entre los productos básicos y ser adaptados casi a cualquier necesidad.

Los futuros son un acuerdo entre dos partes, para vender o comprar un bien en un determinado tiempo en el futuro y a un precio predeterminado. Si se trata de un futuro financiero, el bien debe ser un instrumento de interés fijo o un tipo de cambio entre dos divisas.

Es por ello que dentro de los futuros financieros se encuentran clasificados los futuros sobre índices accionarios, los futuros sobre divisas y los futuros sobre tasas de interés. Al ser instrumentos cuyo subyacente se encuentra sujeto a las condiciones del mercado, la valuación y cobertura de riesgos es de gran relevancia cuando se desea tener control sobre el instrumento.

Los futuros y los forwards funcionan casi de la misma forma, pero su diferencia radica en que los futuros se negocian de forma estandarizada y en una bolsa organizada, mientras que los forwards son más libres, se adaptan a las necesidades de la contraparte y requieren de garantías como líneas de crédito o colateral.

Por su parte, las opciones a diferencia de los futuros, son también un contrato entre dos partes, sin embargo; una de ellas adquiere derecho sobre la otra, pero no la obligación de comprar o vender una cantidad determinada de un activo a un cierto precio y en un momento futuro.

Al igual que los futuros financieros, el bien subyacente puede ser un valor, materia prima o divisa a un precio de ejercicio. Entre las principales opciones financieras se encuentran las opciones sobre divisas, tasas de interés, índices accionarios y acciones.

El principal objetivo de las opciones es proteger a los inversionistas contra las subidas o bajadas en los precios del activo subyacente. Es por ello que es muy importante conocer los diferentes tipos de modelos para valuación de opciones. Los modelos más populares y relevantes son los modelos de Black & Sholes para opciones europeas y el modelo Binomial para opciones americanas.

Respecto a los contratos swap, éstos tienen similitud a los contratos futuros, pero con la diferencia de que en los futuros el intercambio de flujos se realiza una vez en el futuro, mientras que en el swap el intercambio de flujos se realiza varias veces. Los tipos más comunes de swaps son: el swap de tasa de interés y los swaps de divisas.

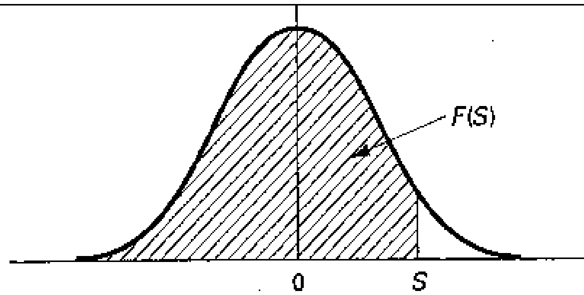
En el swap de tasa de interés, es normalmente una empresa la que acuerda pagar tipos de efectivo iguales a una tasa de interés fija predeterminada sobre un principal nocional (o ficticio) durante cierto número de años, mientras que en los swaps de divisas consisten en intercambiar un pago inicial e intereses de una determinada moneda por un pago inicial y e intereses en otra moneda. Ambos tipos de swaps se encuentran expuestos a fluctuaciones de mercado y por ello es importante saber valuarlos.

Finalmente, los productos financieros derivados son una herramienta muy útil para la administración de riesgos, estos pueden reducir los costos, mejorar los rendimientos y permitir a los inversionistas manejar los riesgos con mayor certidumbre. Sin embargo; al utilizarlos con fines de especulación se encuentran expuestos a diversos riesgos financieros como son:

- Riesgo de Mercado que es la pérdida potencial que puede presentar un portafolio, un activo o un título en particular, originada por cambios y/o movimientos adversos en los factores como volatilidad, tipo de cambio, tasas de interés, etc.
- Riesgo de crédito que es la posibilidad de que una de las partes de un contrato no quiera o no pueda cumplir con las obligaciones financieras contraídas.
- Riesgo operativo, que es la probabilidad de ocurrencia de pérdidas financieras como resultado de fallas en los procesos internos, personas y sistemas, así como de factores externos.
- Otros riesgos como sistemático, de liquidez y legal.

Gran parte de los expertos en finanzas están concientes de que la utilización de instrumentos como los productos derivados son de gran ayuda para la vida económica actual. Pero es muy importante conocer estos productos y saber como controlar sus riesgos.

Anexo1.- La función estandarizada de distribución normal



s	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	$0.9^{2}0097$	$0.9^{2}0358$	$0.9^{2}0613$	$0.9^{2}0863$	$0.9^{2}1106$	$0.9^{2}1344$	$0.9^{2}1576$
2.4	$0.9^{2}1802$	$0.9^{2}2024$	$0.9^{2}2240$	$0.9^{2}2451$	$0.9^{2}2656$	$0.9^{2}2857$	$0.9^{2}3053$	$0.9^{2}3244$	$0.9^{2}3431$	$0.9^{2}3613$
2.5	$0.9^{2}3790$	$0.9^{2}3963$	$0.9^{2}4132$	$0.9^{2}4297$	$0.9^{2}4457$	$0.9^{2}4614$	$0.9^{2}4766$	$0.9^{2}4915$	$0.9^{2}5060$	$0.9^{2}5201$
3.0	$0.9^{2}8650$	$0.9^{2}8649$	$0.9^{2}8736$	$0.9^{2}8777$	$0.9^{2}8817$	$0.9^{2}8856$	$0.9^{2}8893$	$0.9^{2}8930$	$0.9^{2}8965$	$0.9^{2}8999$
3.5	$0.9^{3}7674$	$0.9^{3}7759$	$0.9^{3}7842$	$0.9^{3}7922$	$0.9^{3}7999$	$0.9^{3}8074$	$0.9^{3}8146$	$0.9^{3}8215$	$0.9^{3}8282$	$0.9^{3}8347$
4.0	$0.9^{4}6833$	$0.9^{4}6964$	$0.9^{4}7090$	$0.9^{4}7211$	$0.9^{4}7327$	$0.9^{4}7439$	$0.9^{4}7546$	$0.9^{4}7649$	$0.9^{4}7748$	$0.9^{4}7843$

Por ejemplo: $F(2.41) = 0.9^{2}2024 = 0.992024$.

* Reimpresa de A. Hald, *Statistical Tables and Formulas.* (Nueva York: John Wiley & Sons, Inc., 1952), con autorización del editor.

[1] La función estandarizada de distribución normal. Canada, Jhon R; Sullivan, William G; White, Jhon A. "*Análisis de la Inversión de Capital para Ingeniería y Administración*". 2ª edición, edit. Prentice-Hall Hispanoamericana, México 1997.

Anexo 2.- Tasa Cero

"La tasa de interés cupón cero a *n* años es la tasa de interés que se obtiene sobre una inversión que inicia hoy y dura *n* años. Todo el interés y el principal se reciben al término de *n* años. No hay pagos intermedios. La tasa de interés cupón cero a *n* años se denomina en ocasiones tasa spot a *n* años, tasa cero a *n* años o sólo cero a *n* años.

Por ejemplo; suponga que una tasa cero a cinco años con una composición instantánea se cotiza al 5.0% anual. Esto significa que si se invierten $100 durante cinco años, éstos crecen a:

$$100(e)^{(0.05)(5)} = 128.40$$

Muchas de las tasa de interés que se observan directamente en el mercado no son tasas cero puras. Por ejemplo, un bono de gobierno a cinco años que proporciona un cupón de 6%. El precio del bono no determina por si mismo la tasa cero del Tesoro a cinco años porque parte del rendimiento sobre el bono se obtiene en forma de cupones antes del término del quinto año."[2]

[2] John C. Hull; "Introducción a los mercados de futuros y opciones". Página 77.

Anexo 3.- Valuación de bonos

“La mayoría de los bonos proporciona cupones periódicamente. El principal del bono (conocido también como su valor a la par o valor nominal) se recibe al final de su vida. El precio teórico de un bono, se calcula como el valor presente de todos los flujos de efectivo que recibe el propietario del bono. En ocasiones, los negociantes de bonos usan la misma tasa de descuento para todos los flujos de efectivo subyacentes a un bono, pero un método más exacto es usar la tasa cero adecuada para cada flujo de efectivo.

Por ejemplo, suponga una situación en la que las tasas cero del Tesoro, al ser medidas con una tasa de interés continua, tienen los valores siguientes:

Tasa cero del tesoro	
Vencimiento (años)	**Tasa cero (%) (comp. cont.)**
0.05	5.00
1.00	5.80
1.50	6.40
2.00	6.80

Suponga que un bono del tesoro a dos años, con un principal de $100, proporciona semestralmente cupones a una tasa de interés 6.0% anual. Para calcular el valor presente del primer cupón de $3, lo descontamos a 5.0% para seis meses; para calcular el valor presente del cupón de $3, se descuenta a 5.8% para un año, y así sucesivamente. Por lo tanto, el precio teórico del bono es:

$$3e^{-((0.05)(0.5))} + 3e^{-((0.058)(10))} + 3e^{-((0.064)(1.5))} + 103e^{-((0.068)(2.0))} = 98.39$$

Es decir su valor es de $98.39.”[3]

[3] John C. Hull; “Introducción a los mercados de futuros y opciones”. Página 78

Bibliografía

1. Arturo García Santillán, "**Sistema financiero Mexicano y el mercado de derivados"**, Serie de libros y manuales: Finanzas, Contaduría y Administración. Unidad Multidisciplinaria: CIEA, Año 2007

2. J. Rodríguez de Castro, **"Introducción al análisis de productos financieros derivados: Futuros Opciones, forwards swaps".** Segunda edición año 1997. Editorial LIMUSA

3. Alfonso de Lara Haro, **"Medición y control de riesgos financieros"**, 3ra. Edición, editorial LIMUSA, año 2005.

4. Francisco Venegas Martínez, **"Riesgos financieros y económicos: productos derivados y decisiones económicas bajo incertidumbre"**. Año 2007. Editorial Edamsa Impresiones S.A. de C.V.

5. Francisco Javier Vega Rodríguez **"El mercado mexicano de dinero, capitales y productos derivados: sus instrumentos y sus usos"**. Primera edición 1998. Grupo editorial Eón.

6. Díaz Tinoco y Hernández Trillo, **"Futuros y opciones financieras: una introducción"** Año 1996. Editorial LIMUSA. México DF.

7. John C. Hull; **"Introducción a los mercados de futuros y opciones"**. Sexta edición año 2009. Editorial Pearson

8. Sherre Decovny; **"Swaps"**. Primera edición año 1996, Editorial LIMUSA, S.A. de C.V.

9. Eduardo Martínez Abascal; **"Futuros y Opciones en la gestión de carteras**". Editorial Mc Graw – Hill, Primera edición año 1993.

10. Stephen Figlewski, William L.Silber and Marti G Subrahmanyam. New York University **“Financial Options”**. Year 1990 Printed in the United States of America.

11. John C. Hull; **“Options Futures and other derivatives”** Seventh edition. Editorial Pearson/Prentice Hall.

12. Alan Elizondo;”**Medición Integral de Riesgo de Crédito”**. Editorial Limusa. Año 2004.

Páginas web

1. http://www.anahuac.mx/economia/clases/121208_WOJCIECH_SZATZSCHNEIDER[1].pdf

2. http://www.mexder.com.mx/MEX/paginaprincipal.html

3. htp://www.amac.org.mx/pags/pdf/ProductosDerivadosFinancieros.pdf

4. http://www.argenpress.info/2008/10/las-crisis-del-sistema-capitalista.html

5. http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lcp/castro_p_ra/Capítulo2.pdf

6. http://www.banxico.gob.mx

7. http://www.materiabiz.com

8. http://www.abanfin.com

9. http://www.icesi.edu.co/ocw/finanzas/finanzas-internacionales/cobertura-con-opciones-sobre-divisas

10. http://www.lasfinanzas.blogspot.com/2007/06/el-arbitraje-en-finanzas.html

11. http://es.wikipedia.org/wiki/Riesgo_financiero

12. http://www.bankofengland.co.uk/education/ccbs/handbooks/pdf/ccbshb17_es.pdf

13. http://www.corredores.com.co/portal/eContent/library/documents/DocNewsNo114DocumentNo280.PDF

14. http://www.asbaweb.org

15. http://www.euroresidentes.com/empresa_empresas/diccionario_de_empresa/finanzas/r/riesgo-legal.htm

16. http://www.euroresidentes.com/empresa_empresas/diccionario_de_empresa/finanzas/r/riesgo-de-liquidez.htm