

Universidad Nacional Autónoma de México

Instituto de Investigaciones en Materiales

**Estudio del flujo pulsátil y su interacción con valvas
simples**

Tesis

que para obtener el grado de

Maestro en Ciencia e Ingeniería de Materiales

presenta

René Ledesma Alonso

Director de tesis: Dr. Roberto Zenit Camacho

México D.F., Mayo de 2010



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Resumen

Evitando la complejidad y el limitado entendimiento del flujo tridimensional pulsátil a través de válvulas cardiacas, se diseñó un circuito de generación de flujo cardiaco y un canal de pruebas, con el cual se estudió el desempeño de valvas rectangulares fabricadas con materiales hiperelásticos. Estudiamos un arreglo sencillo bidimensional para entender los mecanismos básicos de la interacción flujo-valva. Creando un gradiente de presiones periódico, se realizaron mediciones de la deflexión de las valvas para diferentes condiciones de flujo, geometrías y materiales. Empleando las técnicas PIV y Promediado en Fase, obtuvimos el movimiento de las valvas y los campos instantáneos de velocidad del flujo. Los resultados muestran que dos parámetros adimensionales son los que determinan el desempeño de una válvula simple bidimensional, de acuerdo con las condiciones de flujo aplicadas: $f^* = f\sqrt{td}\sqrt{\frac{E_s}{\rho_s}}$ and $V^* = \frac{V}{2hwt} \left(\frac{h}{d}\right)$. Así mismo, identificamos las condiciones para las cuales los esfuerzos en el fluido se pueden minimizar. Con estos resultados, proponemos un nuevo grupo de parámetros para mejorar el diseño de prótesis de válvulas cardiacas y, en consecuencia, reducir el daño sanguíneo.

Índice general

. Resumen	III
1. Introducción	1
1.1. Corazón, Válvulas y Flujo Cardíaco	1
1.2. Dinámica de Fluidos	3
1.3. Mecánica de Sólidos	5
1.4. Interacción Fluido-Estructura	9
1.5. Experimentos Previos	9
2. Arreglo Experimental	13
2.1. Sistema de Flujo Sanguíneo	13
2.2. Fluido	15
2.3. Válvulas	15
3. Métodos Experimentales y Procesamiento de Datos	19
3.1. Métodos Experimentales	19
3.1.1. Pruebas al Material de las Valvas	19
3.1.2. Sistema de Medición de Presión	20
3.1.3. Cámara de Alta Velocidad	21
3.1.4. Velocimetría por Imágenes de Partículas	21
3.1.5. Técnica de Promediado en Fase	23
3.2. Procesamiento de Datos con Matlab	23
3.2.1. Estadísticos	23
3.2.2. Cantidades Derivadas	24
4. Resultados	27
4.1. Valvas	27
4.1.1. Propiedades Elásticas	27
4.1.2. Deflexión	28

4.2. Movimiento del Fluido	34
4.2.1. Campos de Velocidades	34
4.2.2. Campos de Cantidades Derivadas	41
4.2.3. Magnitud de la Rapidez de Deformación	51
5. Discusión	55
5.1. Gasto Volumétrico	55
5.2. Desempeño de las válvulas	58
5.3. Rapidez de Deformación	63
6. Conclusiones y Comentarios Finales	69
A. Modelo simple de una valva elástica	73
B. Curvatura de una valva	77
Bibliografía	79

Capítulo 1

Introducción

1.1. Corazón, Válvulas y Flujo Cardíaco

El sistema circulatorio humano es un conjunto de órganos, conductos y vasos que irrigan el cuerpo humano con sangre. A su vez, la sangre es el mecanismo de transporte para la distribución de oxígeno, proteínas, vitaminas, minerales, anticuerpos, otras sustancias que necesitamos para sobrevivir, y otras sustancias que debemos desechar.

Por ejemplo, cuando la sangre pasa por los pulmones y los intestinos, se surte de oxígeno y nutrientes; cuando se encuentra en los vasos sanguíneos más pequeños, entrega el oxígeno y los nutrientes, y recoge los productos de desecho de las células del cuerpo; y cuando llega a los riñones, es filtrada y limpiada de las sustancias tóxicas. El corazón humano, el principal órgano del sistema circulatorio, es el dispositivo encargado de generar las condiciones de flujo necesarias para trasladar la sangre a través del cuerpo entero. Dicho órgano está formado por dos bombas de desplazamiento positivo independientes conectadas en serie dentro del circuito de flujo sanguíneo. Cada bomba es una cavidad formada por músculos, con un solo conducto de entrada y un único conducto de salida. El movimiento de los músculos provoca el llenado y drenado de la cavidad. Durante la fase de llenado (sístole) los músculos se relajan, causando el incremento en volumen de la cavidad y una caída de presión, lo cual provoca que la sangre pase por el ducto de entrada y llene la cavidad. En la fase de drenado (diástole) los músculos se tensan, incrementando la presión y, en consecuencia, reduciendo el volumen dentro del corazón, lo cual provoca que la sangre se desplace por el conducto de salida. Para asegurar que la sangre ingrese por el conducto de entrada y parta sólo por el ducto de salida, se encuentra una “válvula check” en la boca de cada conducto. La función de las valvas es muy importante porque el flujo debe moverse únicamente en una dirección, de lo contrario la sangre no correría a lo largo del cuerpo. Si las válvulas no estuvieran presentes en el corazón, la sangre oscilaría en una posición local, i.e. la sangre “nueva” cargada de oxígeno no se aprovecharía, y la sangre “utilizada” llena de desechos no se limpiaría. En otras palabras, si las válvulas no funcionan bien, habría complicaciones y

hasta la falla del sistema. El correcto mecanismo de apertura-cierre de las válvulas permite el flujo adecuado de la sangre a través del corazón. Una descripción detallada de la dinámica de las válvulas cardiacas desde el punto de vista ingenieril se puede encontrar en Schneck[23]. Si una válvula no funciona correctamente, podría causar estenosis -la obstrucción del flujo sanguíneo debido a la inadecuada apertura o cierre de las valvas-, o regurgitación - el flujo sanguíneo en la dirección incorrecta-. Dichas situaciones pueden causar enfermedades como: la hemólisis, que es la destrucción o deformación de células sanguíneas, y la trombosis, que es la formación de coágulos. Ambas enfermedades se deben principalmente al incremento de los esfuerzos de corte viscosos y turbulentos en el flujo.

De acuerdo con Yoganathan[32], cada año alrededor de 1/4 de millón de personas requieren un cirugía de reparación o reemplazo de válvulas cardiacas, debido al empobrecimiento del desempeño hemodinámico o a complicaciones clínicas de tipo mecánico o biológico. En 1952, la primera prótesis de válvula cardiaca fue injertada en un ser humano. Desde entonces, como menciona Jamieson[15], más de 50 diferentes diseños de prótesis han sido desarrollados. Colocar una prótesis de válvula cardiaca es la primera opción que los médicos toman cuando una enfermedad valvular pone en riesgo la salud de un paciente. Existen dos principales tipos de prótesis basadas en las propiedades de los materiales que las constituyen: mecánicas, fabricadas con metales y aleaciones, y biológicas, hechas con tejidos animales. Debido a las propiedades de sus materiales y sus diseños, las prótesis de válvulas mecánicas son capaces de superar a la fatiga mecánica y minimizar la regurgitación, con la ventaja de ser biocompatibles en la mayoría de los casos. Pero, cerca de sus pivotes y bisagras, suelen aparecer zonas de estancamiento, de formación de coágulos y de cavitación. Así mismo, el flujo no-natural, que es generado por este tipo de válvulas (múltiples chorros), provoca altos niveles de cortantes. Por su parte, las prótesis biológicas de válvulas cardiacas imitan el flujo humano original, ya que generan un chorro central. Su parecido con las válvulas originales reduce las complicaciones trombotogénicas y minimiza la caída de presión transvalvular. El origen biológico de sus componentes conlleva consecuencias como la estenosis debida al crecimiento de tejido, especialmente la calcificación. Eventualmente, este tipo de prótesis fallan debido a la fatiga mecánica.

Cualquier nuevo diseño de válvula cardiaca debe demostrar su durabilidad y buen desempeño de por vida, y al mismo tiempo generar un flujo muy parecido al natural. También deberá probar el mejoramiento de sus características hemodinámicas, i.e. reducción de zonas de estancamiento, inhibición de la cavitación, desaparición de zonas de separación de flujo, y disminución de los niveles de esfuerzos turbulentos y viscosos. Las mejoras, en dinámica de fluidos de las válvulas, se reflejarán como ventajas médicas importantes: la reducción significativa de hemólisis y trombosis, y la consiguiente disminución de la dependencia a los anticoagulantes. En la actualidad, la tendencia es que las prótesis de válvulas cardiacas sean fabricadas con materiales sintéticos y que sus diseños sean similares a los de las válvulas humanas originales. Los diseñadores de prótesis tienen gran experiencia, pero aún existen problemas debido a que sus diseños están basados en el conocimiento empírico y no en principios de la física. El paso a seguir es optimizar las dimensiones y propiedades de los materiales que una prótesis de válvula cardiaca debe presentar para cumplir con sus

objetivos con el mayor éxito posible.

Es muy importante señalar que debido a la forma en la que el corazón trabaja, el flujo generado es de naturaleza pulsátil. Como argumenta Sherwood[26], el principal parámetro de flujo es gasto sanguíneo, el cual es el volumen desplazado por cada ventrículo por unidad de tiempo. A su vez, el gasto sanguíneo promedio (flujo volumétrico promedio), $\langle \dot{G} \rangle$, está dado por la frecuencia cardiaca y el volumen por pulso o latido. La frecuencia cardiaca, f , es el número de pulsos por unidad de tiempo. El volumen por pulso, V , es el volumen de sangre desplazado por cada ventrículo cada pulso. Ambas cantidades dependen de la edad, peso, genero, condición de salud, actividad instantánea del paciente y el lado del corazón que se esté analizando (izquierdo o derecho). El gasto promedio está dado por

$$\langle \dot{G} \rangle = f \cdot V \quad (1.1)$$

En reposo, la frecuencia cardiaca promedio es de 70 latidos por minuto, mientras que el volumen promedio por pulso, de los dos ventrículos juntos, es de 70 ml por latido. En consecuencia, el gasto sanguíneo en reposo es de 4900 ml por minuto, alrededor de 5 litros por minuto. El volumen total de sangre que el cuerpo humano contiene es de 5 a 5.5 litros, de manera que cada minuto, cada ventrículo desplaza el equivalente a la mitad del volumen de sangre en el cuerpo. Al realizar ejercicio el gasto sanguíneo puede elevarse desde 20 hasta 25 litros por minuto.

1.2. Dinámica de Fluidos

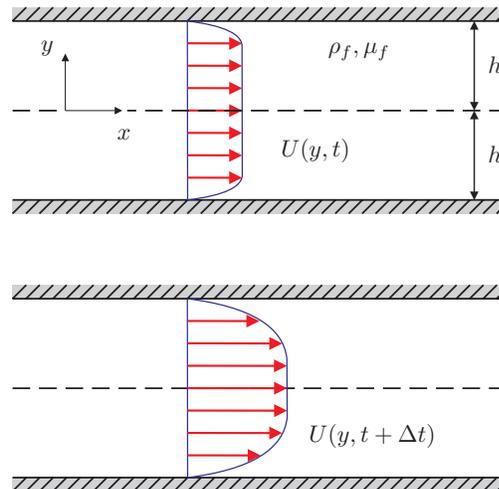


Figura 1.1: Simplificación del flujo a través de una válvula cardiaca como un flujo periódico en el cual las valvas no están presentes.

El flujo a través de válvulas cardiacas es completamente tridimensional, pero podemos empezar con una simplificación que tiene solución analítica. Para empezar, quitamos la válvula y estudiamos un flujo como el

que esta representado en la Figura 1.1. Si consideramos un canal rectangular con paredes rígidas y el flujo laminar de un fluido Newtoniano, tenemos la ecuaciones de continuidad y de Navier-Stokes [31]

$$\nabla \cdot \underline{v}_f = 0 \quad (1.2)$$

$$\rho_f \left[\frac{\partial \underline{v}_f}{\partial t} + \underline{v}_f \cdot \nabla \underline{v}_f \right] = -\nabla P + \mu_f \nabla^2 \underline{v}_f + \underline{B} \quad (1.3)$$

en las cuales ρ_f y μ_f son la densidad y viscosidad del fluido, respectivamente; P es el campo de presiones y \underline{B} es el vector de fuerzas de cuerpo. Para un flujo bidimensional, $\underline{v}_f = (u_f, v_f)$ es el campo de velocidades.

Ahora, si el fluido es incompresible y Newtoniano con viscosidad constante, despreciando las fuerzas de cuerpo $\underline{B} = \underline{0}$, considerando un flujo unidireccional $v_f = 0$ y asumiendo que el flujo está completamente desarrollado $\frac{\partial u_f}{\partial x} = 0$, tenemos las ecuaciones para un flujo unidireccional periódico. En la dirección x

$$\rho_f \left[\frac{\partial u_f}{\partial t} \right] = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu_f \left[\frac{\partial^2 u_f}{\partial y^2} \right] \quad (1.4)$$

en la dirección y

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad (1.5)$$

y las condiciones de frontera

$$\underline{v}_f(x, \pm h, t) = \underline{0} \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial u_f}{\partial y}(x, 0, t) = \underline{0} \quad (1.7)$$

De la ec.(1.5), sabemos que el gradiente de presiones es solamente función de x , y puede escribirse como una serie de Fourier de cosenos

$$P = P_0 + P(x) = P_0 + \sum_{i=1}^n P_i = P_0 + \sum_{i=1}^n a_i \text{Cos}(\omega t) \quad (1.8)$$

donde $\omega = 2\pi/T$ y T son la frecuencia y el periodo de pulsación, respectivamente. La ec.(1.4) es una ecuación lineal; por lo que podemos resolver independientemente para cada término de presión de la serie de Fourier. Este problema tiene solución exacta [34]. Resumiendo, el campo de velocidades es

$$u_f = \frac{1}{\rho\omega} \sum_{i=1}^n a_i \Re \left\{ -ie^{i\omega t} \left[1 - \frac{\text{Cosh}\left(\sqrt{\frac{i\rho\omega}{\mu}} y\right)}{\text{Cosh}\left(\sqrt{\frac{i\rho\omega}{\mu}} h\right)} \right] \right\} \quad (1.9)$$

$$v_f = 0 \quad (1.10)$$

Este resultado es importante porque con él se obtiene el campo de velocidades generado casi por cualquier tipo de gradiente de presiones periódico. Una restricción importante que surge de este análisis es que solamente es útil para flujo laminares. Para verificar la exactitud y la similitud con resultados experimentales, podemos calcular el volumen por pulso como

$$V = 2w \int_0^T \left[\int_0^h u_f(y, t) dy \right] dt \quad (1.11)$$

Obviamente, en esta tesis se estudia un caso más complejo. Para seguir con el análisis, consideramos el caso general de un flujo turbulento bidimensional. Debido a su naturaleza, podemos dividir el campo de velocidades, \underline{v}_f , en una parte promedio y otra fluctuante

$$\underline{v}_f = \overline{\underline{v}}_f + \underline{v}'_f$$

donde $\overline{\underline{v}}_f$ y \underline{v}'_f son los campos vectoriales de velocidad promedio y fluctuante para un flujo periódico, respectivamente. Además, cada campo vectorial tiene dos componentes, $\overline{\underline{v}}_f = (\overline{u}_f, \overline{v}_f)$ y $\underline{v}'_f = (u'_f, v'_f)$. También, el campo de presiones, P , se puede escribir como

$$P = \overline{P} + P'$$

donde \overline{P} y P' son los campos de presión promedio y fluctuante. Debido a la naturaleza pulsátil del fenómeno, el campo de presiones promedio es igual a cero.

Ahora, introducimos el operador Promediado-en-Fase el cual será descrito en la sección 3.2, que es similar al operador promedio-temporal ; sin embargo, es diferente porque incluye un procedimiento matemático de discretización. La aplicación de dicho operador nos permite obtener de la ec.(1.2) y las ecs.(1.3) en las direcciones x y y

$$\frac{\partial \overline{u}_f}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v}_f}{\partial y} = 0 \qquad \frac{\partial u'_f}{\partial x} + \frac{\partial v'_f}{\partial y} = 0 \qquad (1.12)$$

$$\rho \left[\frac{\partial \overline{u}_f}{\partial t} + \overline{u}_f \frac{\partial \overline{u}_f}{\partial x} + \overline{v}_f \frac{\partial \overline{u}_f}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \overline{(u'_f)^2} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{(u'_f v'_f)} \right] = -\frac{\partial P'}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial^2 \overline{u}_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{u}_f}{\partial y^2} \right] \qquad (1.13)$$

$$\rho \left[\frac{\partial \overline{v}_f}{\partial t} + \overline{u}_f \frac{\partial \overline{v}_f}{\partial x} + \overline{v}_f \frac{\partial \overline{v}_f}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \overline{(u'_f v'_f)} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{(v'_f)^2} \right] = -\frac{\partial P'}{\partial y} + \mu \left[\frac{\partial^2 \overline{v}_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{v}_f}{\partial y^2} \right] \qquad (1.14)$$

Este conjunto de ecuaciones corresponden a un problema de turbulencia bidimensional, para el cual la presión es la entrada para encontrar el campo de velocidades. La ec.(1.13) y la ec.(1.14) forman un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no-lineales y acopladas, el cual demuestra la complejidad del problema. Este modelo es útil tanto para describir un flujo periódico simple (sin válvula), como para estudiar el caso en el que se incluyen las valvas.

1.3. Mecánica de Sólidos

El movimiento de las valvas es otro problema complicado debido a que cada valva sufre grandes deformaciones. Primero, debemos considerar que el movimiento de una valva es independiente de la otra. Después, debemos desacoplar la valva del flujo y considerar que está sujeta a cargas externas. De esta manera, comenzaremos por estudiar el movimiento de una valva.

Es importante mencionar que los materiales hiperelásticos, como los estudiados en esta tesis (neopreno, hule silicón y latex), presentan un comportamiento esfuerzo-deformación no-lineal, el cual incrementa la

complejidad del fenómeno. En consecuencia, este problema involucra dos aspectos: deformaciones finitas y no-lineal. Como primer paso, consideraremos que el material es linealmente elástico para el rango de deformaciones alcanzado por la valva. Por consiguiente, usaremos el módulo secante de elasticidad, el cual es la razón entre los esfuerzos y deformaciones en cualquier punto de la curva esfuerzo-deformación. Se calcula como la pendiente de la línea que va desde el origen hasta el punto de interés en la curva esfuerzo-deformación [3].

Considerando deformaciones finitas y un comportamiento elástico general, el balance de cantidad de movimiento para un sólido está dado por las ecuaciones de Navier

$$\rho_s \left[\frac{\partial^2 \underline{u}_s}{\partial t^2} + \left(\frac{\partial \underline{u}_s}{\partial t} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \nabla \underline{u}_s \right) \right] = \nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \underline{B} \quad (1.15)$$

donde ρ_s es la densidad del sólido, $\underline{\underline{\sigma}}$ es el tensor de esfuerzos, \underline{B} es el vector de fuerzas de cuerpo y, para el caso bidimensional, $\underline{u}_s = (u_s, v_s)$ es el campo vectorial de desplazamientos del sólido. La ec.(1.15) es la base de la teoría no-lineal de deformaciones para cualquier material. Ahora, consideramos la ecuación constitutiva

$$\underline{\underline{\sigma}} = \lambda_s Tr [\underline{\underline{\varepsilon}}] \underline{I} + 2\mu_s \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (1.16)$$

donde $\underline{\underline{\varepsilon}}$ es el tensor de deformaciones, el cual puede describirse en términos del gradiente del campo de desplazamientos de la siguiente manera

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} (\nabla \underline{u}_s + \nabla \underline{u}_s^T)$$

en el cual λ_s y μ_s son las llamadas constantes de Lamé. Estos parámetros están relacionados con las conocidas constantes elásticas mediante

$$\lambda_s = \frac{E_s}{(1 + \nu_s)} \frac{\nu_s}{(1 - 2\nu_s)}$$

$$\mu_s = \frac{E_s}{2(1 + \nu_s)}$$

donde E_s es el módulo de elasticidad de Young y ν_s es el coeficiente de Poisson. Usando la ec.(1.16) en la ec.(1.15), obtenemos

$$\rho_s \left[\frac{\partial^2 \underline{u}_s}{\partial t^2} + \left(\frac{\partial \underline{u}_s}{\partial t} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \nabla \underline{u}_s \right) \right] = E_s [C_1 \nabla (\nabla \cdot \underline{u}_s) + C_2 \nabla \cdot (\nabla \underline{u}_s)] + \underline{B} \quad (1.17)$$

donde

$$C_1 = C_2 \left[\frac{2\nu_s}{1 - 2\nu_s} + 1 \right] \quad C_2 = \frac{1}{2(1 + \nu_s)}$$

Los valores típicos del coeficiente de Poisson para hules son $0,3 \leq \nu_s < 0,5$, y en consecuencia se tiene que $0,961 \leq C_1$ y $0,385 \geq C_2 > 0,333$. Si consideramos que el material es incompresible, i.e. $Tr [\underline{\underline{\varepsilon}}] = (\nabla \cdot \underline{u}) \approx 0$, y despreciamos las fuerzas de cuerpo $\underline{B} = \underline{0}$, la ec.(1.17) se reduce a

$$\rho_s \left[\frac{\partial^2 u_s}{\partial t^2} + \frac{\partial u_s}{\partial t} \frac{\partial^2 u_s}{\partial t \partial x} + \frac{\partial v_s}{\partial t} \frac{\partial^2 u_s}{\partial t \partial y} \right] = \frac{E_s}{2(1 + \nu_s)} \left[\frac{\partial^2 u_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_s}{\partial y^2} \right] \quad (1.18)$$

$$\rho_s \left[\frac{\partial^2 v_s}{\partial t^2} + \frac{\partial u_s}{\partial t} \frac{\partial^2 v_s}{\partial t \partial x} + \frac{\partial v_s}{\partial t} \frac{\partial^2 v_s}{\partial t \partial y} \right] = \frac{E_s}{2(1 + \nu_s)} \left[\frac{\partial^2 v_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_s}{\partial y^2} \right] \quad (1.19)$$

Este conjunto de ecuaciones describe el problema de un sólido elástico (tipo hule), incompresible, homogéneo, linealmente independiente, sujeto a deformaciones finitas. Nuevamente, la ec.(1.18) y la ec.(1.19) forman un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no-lineales acopladas sin solución analítica, las cuales deben resolverse para obtener el movimiento de las valvas. Ciertamente es una tarea difícil, cuya complejidad se incrementa con la naturaleza del flujo al cual se encuentran expuestas las valvas.

Otra manera de atacar el problema es mediante la teoría de aproximación de la deflexión de vigas delgadas. Considerando el sistema de referencia y la viga mostrados en la Figura 1.2b, la idea de viga delgada asume las siguientes suposiciones:

- la viga es inicialmente recta
- no se observan desplazamientos en la dirección horizontal, $u_s = 0$
- la viga es tan delgada que cualquier desplazamiento vertical es el mismo para todo el material en cualquier sección transversal, $v_s = v_s(x, t)$
- se esperan pequeños desplazamientos, $|v_s| < 1$ y $\left| \frac{\partial^m v_s}{\partial x_n^m} \right| \ll 1$ para $m > 1$ y $n = 1, 2, 3$

De acuerdo con Segel[25], después de analizar combinar los balances de cantidad de movimiento lineal y angular para cualquier sección de la viga, como la mostrada en la Figura 1.2a, encontramos la ecuación diferencial parcial que describe el desplazamiento vertical de la viga como función del tiempo y la posición horizontal

$$E_s I \frac{\partial^4 v_s}{\partial x^4} - \rho_s I \frac{\partial^4 v_s}{\partial t^2 \partial x^2} + \rho_s A \frac{\partial^2 v_s}{\partial t^2} = f \quad (1.20)$$

donde $I = \iint y^2 dA$ es el momento de inercia del área, $A = \iint dA$ es la área de la sección transversal de la viga y $f = f(x, t)$ es la carga distribuida por unidad de longitud. Nótese que la ec.(1.20) fue obtenida al considerar que la viga es delgada y que solamente se alcanzan pequeños desplazamientos.

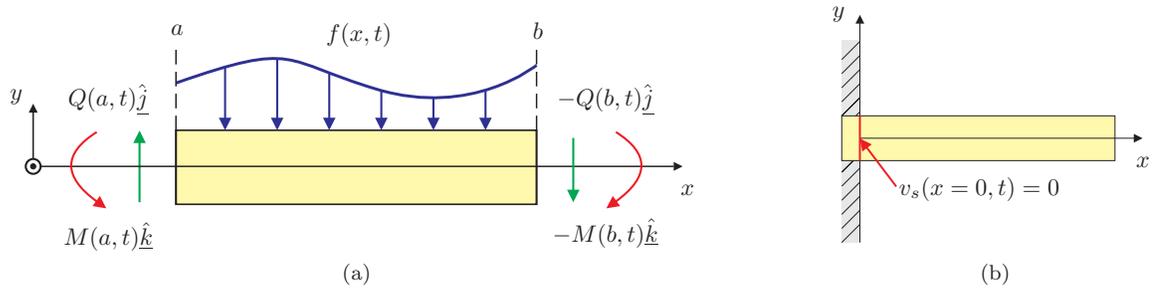


Figura 1.2: Deflexión de una viga: (a) muestra las reacciones y los momentos flexionantes en los extremos a y b de un segmento arbitrario de viga, y la carga distribuida f sobre la sección; (b) muestra una viga empotrada y las correspondientes condiciones de frontera.

Considerando el caso de una viga empotrada, como la mostrada en la Figura 1.2b, se deben considerar

cuatro condiciones de frontera. Primero, en $x = 0$ la deflexión nula y la pendiente despreciable

$$v_s(0, t) = 0 \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial v_s(0, t)}{\partial x} = 0 \quad (1.22)$$

mientras que el extremo libre $x = L$, el momento flexionante y el cortante son insignificantes, los cuales se expresan para pequeños desplazamientos y pendientes mediante

$$M(L, t) = E_s I \frac{\partial^2 v_s(L, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (1.23)$$

$$Q(L, t) = \rho_s I \frac{\partial^3 v_s(L, t)}{\partial t^2 \partial x} - E_s I \frac{\partial^3 v_s(L, t)}{\partial x^3} = 0 \quad (1.24)$$

Observamos, en la ec.(1.20) y sus condiciones de frontera (1.21), (1.22), (1.23) y (1.24), que, aún con las suposiciones que implica la teoría, el problema es complejo: debemos resolver una ecuación diferencial parcial de cuarto orden para una carga distribuida específica dada por f .

Para entender la naturaleza del problema, examinamos una solución clásica. Considerando $f = 0$ en la ec.(1.20), el caso homogéneo, obtenemos la función armónica de onda

$$v_s(x, t) = \Re \{ \exp [i2\pi\lambda^{-1}(x - ct)] \} \quad (1.25)$$

donde c es la velocidad de propagación longitudinal de una onda transversal y λ es la longitud de onda. Substituyendo la ec.(1.25) en la ec.(1.20), y resolviendo para c , encontramos que

$$c^2 = \frac{4\pi^2 E_s I}{\rho_s A \zeta^2} \quad (1.26)$$

$$\zeta^2 = \lambda^2 + 4\pi^2 \kappa^2 \quad \kappa^2 = \frac{I}{A} \quad (1.27)$$

y la velocidad de onda resulta

$$c = 2\pi \frac{\kappa}{\zeta} \sqrt{\frac{E_s}{\rho_s}} \quad (1.28)$$

donde ζ y κ son las longitud característica de la viga y la longitud de onda. $\sqrt{\frac{E_s}{\rho_s}}$ es la velocidad característica a la cual la onda viaja dentro de un material específico con módulo elástico y densidad, E_s y ρ_s respectivamente.

Es importante señalar que para el caso de grandes desplazamientos, también debemos considerar que el momento de inercia del área y el área de la sección transversal de la viga pueden ser funciones de la posición horizontal, i.e. $I(x)$ y $A(x)$. Además, si incluimos el efecto de una curvatura inicial de la viga, surgirá un incremento significativo en la complejidad matemática del problema. Algunas de las teorías desarrolladas que incluyen la aproximación de flexión de vigas curvas en coordenadas cilíndricas se pueden encontrar en Timoshenko[28]. Para el caso de una viga con una curvatura inicial, la cual se expresa como $\frac{1}{R} = -\frac{\partial^2 v_s}{\partial x^2}$, dicha curvatura se incluye en la elongación horizontal (despreciada en la teoría clásica de flexión) como $\varepsilon_x = -y \frac{1}{R}$. Las ecuaciones diferenciales resultantes tienen la misma forma de las que se detallan en este trabajo, y la naturaleza del fenómeno es similar.

1.4. Interacción Fluido-Estructura

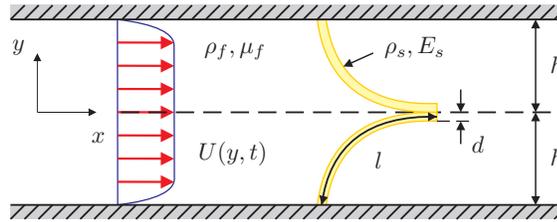


Figura 1.3: Representación esquemática de la interacción fluido-estructura y de los parámetros involucrados en el fenómeno. $U(y,t)$ es el perfil de velocidades completamente desarrollado que alcanza a las valvas, ρ_f y μ_f son las propiedades relevantes del fluido, mientras que ρ_s y E_s son las de las valvas, y l , d y h son las dimensiones importantes del problema.

El objetivo principal de este trabajo es analizar el movimiento (deflexión) de una estructura flexible (valva) en un flujo pulsátil y las consecuencias que conlleva la inmersión de la estructura en el flujo. Este fenómeno es resumido y presentado en la Figura 1.3. Para resolver analítica o numéricamente el problema debemos usar un modelo para el fluido, ecs.(1.12), (1.13) y (1.14), incluyendo la contribución de las valvas como fronteras dinámicas, para encontrar los campos del flujo; simultáneamente, calculamos las fuerzas ejercidas por el fluido sobre las valvas, incluyéndolas como condiciones de frontera de los esfuerzos en el modelo del sólido, ecs.(1.18) y (1.19) para el caso de elasticidad lineal, con lo que se obtiene el movimiento de la valva, para cada iteración temporal. Debido a la dificultad para acoplar directamente ambos modelos y resolver las ecuaciones de manera simultánea, debemos contar con experimentos que nos ayuden a comprender la naturaleza y la física del fenómeno.

1.5. Experimentos Previos

Hay mucha literatura que trata sobre el flujo a través de válvulas mediante técnicas experimentales y computacionales. La mayoría considera métodos recientemente desarrollados para medir o simular campos del flujo. El propósito de este trabajo no es desarrollar una técnica sino emplear alguna de las disponible para encontrar los parámetros que determinan el adecuado desempeño de las prótesis. Una breve descripción de la literatura relevante se presenta a continuación:

In-vivo

Este tipo de experimentos ha sido desarrollado para estimar el desempeño de las válvulas en su aplicación final, dentro de un ser vivo, comúnmente animales. Debido a las complicaciones que implica hacer estos experimentos, se requiere tanto equipo de laboratorio costoso como gran experiencia. Existen diversos métodos in-vivo como las mediciones con ultrasonido empleadas por Pop[21], o las técnicas de resonancia

magnética usadas por Walker[30]. La selección del método depende de los procedimientos para tratar con los animales debido a las controversias y discrepancias éticas que puede surgir.

In-vitro

Para observar el desempeño de las prótesis de válvulas en condiciones controladas, accesibles y reproducibles, se realizan mediciones in-vitro. Con este tipo de experimentos se obtienen datos de un fenómeno diferente al original, pero los resultados se pueden extrapolar hacia la aplicación final. Como desventajas se puede mencionar tanto el extensivo trabajo de laboratorio como el costoso equipo de laboratorio que se requiere. Así mismo tiene varias restricciones, especialmente debido a que no es fácil modificar la geometría del experimento; en la mayoría de los casos, cuando se requiere cambiar algún parámetro del experimento, éste tiene que ser reconstruido. La ventaja principal de este tipo de procedimientos es que existen numerosos métodos experimentales para encontrar los campos de velocidad y presión. Desde hace tres décadas, varios autores como Reul[22], Chandran[5] and Lim[17], han empleado técnicas de visualización in-vitro para estudiar el flujo a través de válvulas cardiacas. También se han aplicado varias técnicas experimentales para realizar mediciones del campo de velocidades a través de válvulas. Mediciones con ultrasonido Autores como Pop[21] y Garitey[11] han realizado mediciones con Ultrasonido, Chandran[5] y Gigrioni[12] han utilizado Anemometría con Laser Doppler (LDA), y Lim[17] ha empleado la técnica de Velocimetría por Imágenes de Partículas (PIV).

Dinámica de Fluidos Computacional

La Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) es una técnica con la que se puede resolver prácticamente cualquier problema de mecánica de fluidos. Existen varios métodos para estudiar la Interacción Fluido-Estructura (FSI), los cuales son una herramienta poderosa para estudiar el flujo a través de válvulas cardiacas. Los métodos computacionales presentan grandes ventajas sobre los experimentales: proveen de información que es difícil de medir experimentalmente; facilitan la modificación de la geometría del experimento; requieren de poco trabajo de laboratorio y de equipo con precios accesibles. La única desventaja, la cual no puede ser despreciada, no existen códigos de simulación para problemas particular, por lo cual estos deben ser desarrollados. Algunos métodos empleados comúnmente son:

Mallado Arbitrario de Lagrange-Euler (ALE), uno de los primeros métodos FSI desarrollados para resolver problemas de interacción en los cuales las fronteras se pueden mover. Con él, se pueden resolver regiones sólidas y de fluido simultáneamente. Este método se basa en la generación de un mallado en la región de fluido, el cual se adapta a la posición de las fronteras móviles, manteniendo la topología de la malla. La malla de la estructura cambia de acuerdo al movimiento de las fronteras, conservando los nodos de la malla. Aparecen complicaciones cuando las fronteras presentan grandes deformaciones, debido a los grandes desplazamientos que causan la degeneración de la calidad de la malla. Así mismo en las simulaciones,

para el estudio del flujo a través de válvulas, la naturaleza del método dificulta el cierre adecuado de las prótesis. Una solución es realizar un nuevo mallado, pero la interpolación de los valores de las propiedades, de la malla original a los nodos nuevos, acarrea errores. Obviamente, esta es una técnica computacional compleja. Ejemplos de su aplicación se pueden encontrar en los artículos de Horsten[14] y Vierendells[29].

Método de Dominio Imaginario (FDM) resuelve los dominios del fluido y del sólido por separado, acoplando las cantidades al final de cada iteración computacional. El método consiste en la generación de una malla independiente para la estructura, la cual se mueve arbitrariamente a través de la malla del fluido. Subsecuentemente, se proponen o calculan la posición y velocidad de las fronteras de la estructura, las cuales se encuentran acopladas a la malla del fluido. Este método normalmente es iterativo. Las dificultades de su uso aparecen cuando los sólidos se encuentran completamente inmersos en el fluido, lo cual se debe a que las propiedades elásticas afectan directamente la estabilidad de la solución. Este método ha sido utilizado por Hart[6, 7, 8], Baaijens[2] y Glowinsky[13].

Método de Frontera Sumergida (IBM), es uno de los modelos más avanzados desarrollados para el estudio de FSI. Considera a ambos medios (sólido y fluido) dentro de un solo dominio. Su característica principal es el uso de fuerzas de volumen local en el fluido para representar la interacción entre el fluido y las fronteras de la estructura. Con este método, no hay necesidad de modificar la malla del fluido, la cual puede ser tan simple como una rectangular. Algunas complicaciones surgen al tratar con bajas viscosidades, por lo cual se considera el uso de modelos modificados de viscosidad incrementada para garantizar la estabilidad de la técnica numérica. La implementación de métodos semi-implícito con ecuaciones de presión acopladas es un recurso, el cual asegura la estabilidad de la solución especialmente para condiciones de flujo fisiológicas. Sobre este tema se han publicado varios trabajos, entre los cuales se pueden mencionar los de Peskin[19, 20] y Yoganathan[33].

Capítulo 2

Arreglo Experimental

2.1. Sistema de Flujo Sanguíneo

Considerando el modelo de Windkessel [9] se construyó un circuito cerrado de flujo que imita el funcionamiento general del sistema circulatorio humano. Nuestro sistema de generación de flujo sanguíneo está formado por una bomba pulsátil, una cámara de complianza, un dispositivo que genera una caída de presión y un canal de pruebas. En la sección de pruebas, las válvulas por estudiar fueron colocadas; así mismo, una región de laminización fue integrada a la entrada de dicha sección. El sistema y la posición de sus componentes se muestran en la Figura 2.1. En Ledesma[16] y Zazueta[18] se encuentran más detalles acerca de este circuito de pruebas. Una breve descripción de los elementos que conforman el sistema se muestra a continuación.

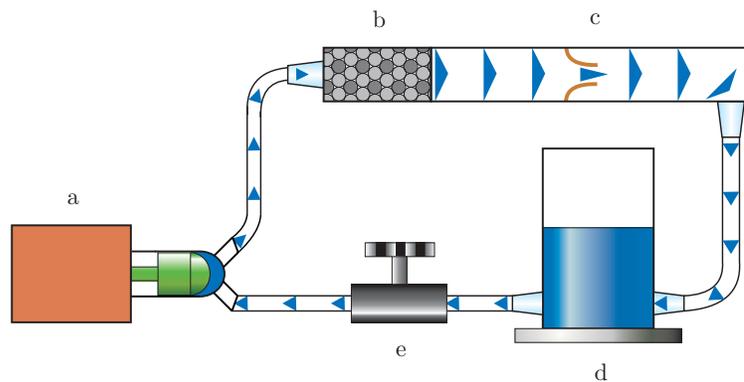


Figura 2.1: Sistema de generación de flujo sanguíneo: a) Bomba pulsátil -Harvard Apparatus 1423-, b) Sección de laminización, c) Canal de pruebas, d) Cámara de complianza, e) Válvula de aguja.

Volume por pulso, V $1 \times 10^{-5} m$	Frecuencia, f s^{-1}	Fracción sistólica, t_S
2.6	0.333	0.35
3.8	0.333	
	0.666	
5.1	0.333	
	0.666	

Cuadro 2.1: Condiciones de flujo empleadas en este trabajo.

Bomba Pulsátil

Para generar un flujo y establecer las condiciones experimentales, usamos una bomba pulsátil que trabaja mediante un mecanismo de pistón y 4 barras. Este dispositivo nos permitió variar la frecuencia desde 0 hasta 100 ciclos por minuto, el volumen por pulso desde 0 hasta $100cm^3$, y la razón sístole-diástole desde $\frac{25}{75}$ hasta $\frac{50}{50}$. En nuestros experimentos, esta última variable se fijó en $\frac{35}{65}$, lo cual implica que la duración de la fase sistólica fue del 35% del periodo. Ambos, volumen por pulso y frecuencia fueron modificados para cada experimento. Las condiciones de flujo de las pruebas realizadas en este estudio se encuentran resumidas en la Tabla 2.1.

Canal de Pruebas

Con el propósito de probar las válvulas, construimos un canal de visualización con paredes rígidas, el cual permite el acceso óptico necesario para realizar mediciones de PIV y obtener videos de alta velocidad. Este dispositivo de pruebas consiste en un canal de acrílico de las siguientes dimensiones: semi-ancho del canal de $h = 15mm$, longitud total de $20h$ y, para obtener un flujo cuasi-bidimensional en el centro del canal, una profundidad de $w = \frac{10}{3}h$. La colocación de las válvulas bidimensionales, fabricadas con valvas rectangulares, fue aproximadamente en la mitad del canal, con una sección aguas arriba de $10h$ y la misma longitud respecto al extremo del canal aguas abajo. Las valvas se sujetaron en paredes opuestas dentro del canal. Todas las posiciones y dimensiones se muestran en la Figura 2.2. También se colocaron dos transductores de presión en el centro del canal, el primero a una distancia de $5h$ aguas arriba y el segundo a la misma distancia pero aguas abajo, ambas posiciones respecto a la colocación de la válvula.

Sección de Laminarización

Para contrarrestar los efectos de las expansiones y contracciones súbitas de nuestro circuito de flujo, en particular el de la conexión entre la bomba y el canal de pruebas, se colocó una región de disipación (laminarización) en el canal de pruebas, aguas arriba de la válvula. Esta sección rompe los grandes vórtices y disipa la turbulencia, creando un flujo laminar y uniforme a la entrada del canal de pruebas. Consiste en un

volumen ($7h \times 2h \times w$) completamente lleno y empaquetado de esferas de vidrio de $5mm$ de diámetro.

Cámara de Complianza

Este dispositivo emula la elasticidad de los vasos en el sistema circulatorio humano y el consecuente mecanismo de almacenamiento de energía. Así mismo, incrementa el gradiente de presiones aguas abajo, ayudando al cerrado de la válvula durante la fase diastólica del ciclo. Consiste en un cilindro cerrado, hecho de acrílico, con un diámetro interior de $140mm$ y una altura de $230mm$. El cilindro se lleno parcialmente con agua, hasta una altura de $90mm$; mientras que el volumen remanente se lleno con aire, $140mm$ de altura. En este arreglo, la columna de aire funciona como un resorte que almacena energía cuando la presión aguas arriba se incrementa, y que la libera cuando la presión decrece.

Válvula de Aguja

De acuerdo con el modelo de Windkessel, se incluyó un dispositivo que genera una caída de presión, con el fin de simular la fricción interna del sistema circulatorio. Empleamos una válvula de aguja para controlar esta caída de presión. Para todos nuestros experimentos, la válvula se mantuvo semi-abierta.

2.2. Fluido

La sangre es un fluido formado por el plasma, alrededor del 55% del volumen total -el cual es agua en su mayoría-, y varios tipos de células -como los eritrocitos, los leucocitos y las plaquetas-. Debido a esta combinación, presenta un comportamiento peculiar: se considera como un fluido Newtoniano cuando fluye a través de grandes vasos sanguíneos; en contraste, muestra un comportamiento adelgazante cuando está fluye a través de pequeños capilares, en los que el tamaño de las células sanguíneas es comparable con el diámetro del conducto. Consideramos que en la escala del fenómeno estudiado (flujo a través del corazón y las grandes arterias), la sangre se comporta como un fluido Newtoniano; por tanto, las propiedades físicas del fluido de trabajo se consideraron como constantes. La densidad y viscosidad de la sangre toman valores alrededor de $1,05 \times 10^3 kg/m^3$ y $3,5 \times 10^{-3} kg/m \cdot s$, respectivamente, 1,05 y 3,5 veces las propiedades correspondientes del agua. El análisis dimensional nos permite usar agua en vez de sangre, evitando las complicaciones que conlleva el manejo de la sangre. El valor de la densidad del agua ρ_f fue considerado como $1 \times 10^3 kg/m^3$, mientras que el de la viscosidad μ_f fue de $1 \times 10^{-3} kg/m \cdot s$.

2.3. Válvulas

Las válvulas se armaron con dos valvas rectangulares de diversos materiales. Cada par de valvas posee una combinación única de dimensiones (espesor d y longitud l) y propiedades materiales (densidad ρ_s y módulo secante de elasticidad E_s). El parámetro de elasticidad E_s es una aproximación del comportamiento elástico

no-lineal de los materiales con los que se fabricaron las valvas. Tanto las dimensiones como la posición de las valvas dentro del canal de pruebas están representados en el esquema de la Figura 2.2.

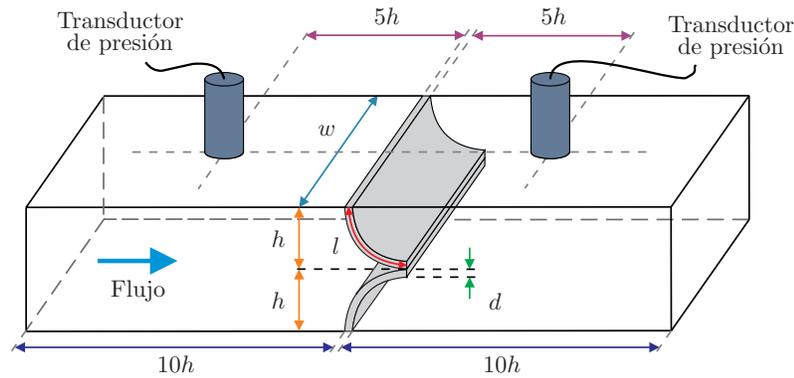


Figura 2.2: Geometría del experimento: h y w , semi-ancho y profundidad del canal de pruebas, l y d , longitud y espesor de las valvas.

Diversas valvas se estudiaron, considerando cuatro diferentes materiales: tres simples y un material compuesto. Todas las combinaciones están resumidas en la Tabla 2.2 y comparadas en la Figura 2.4. En la tabla se muestran los valores de la rigidez a flexión, cada uno de los cuales es el producto del módulo secante de elasticidad y el momento de inercia del área transversal, $E_s I$. En el caso de valvas de sección transversal rectangular, como las estudiadas, el momento de inercia del área es $I = \frac{1}{12} w d^3$. Las valvas fabricadas con materiales simples tienen una geometría diferente a la de las valvas de material compuesto. Cada geometría se describe en la Figura 2.3.

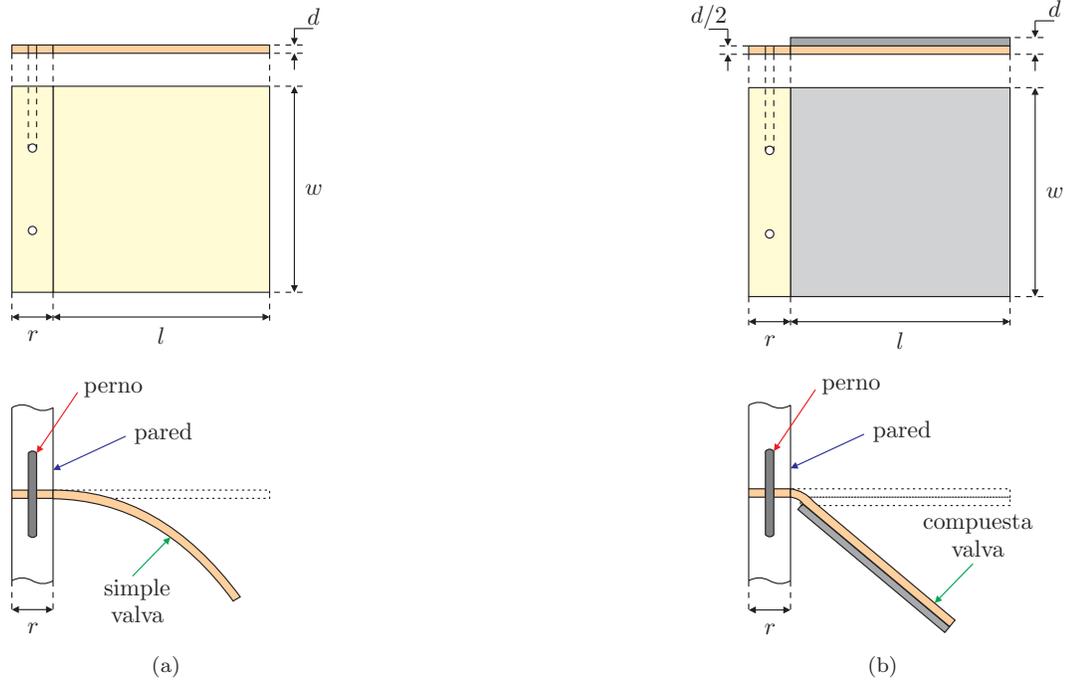


Figura 2.3: Geometría de las valvas: w, l y d , profundidad, longitud y espesor de las valvas, mientras que, con el fin de sujetar las valvas, $r = 12\text{mm}$ es la sección que se sujeta dentro de las paredes del canal de pruebas (superior e inferior) como se muestra en la figura correspondiente. La geometría mostrada en (a) se uso para las valvas de materiales simples (latex, hule silicón o neopreno), mientras que la geometría (b) se empleó para las valvas de materiales compuestos (aluminio y hule silicón).

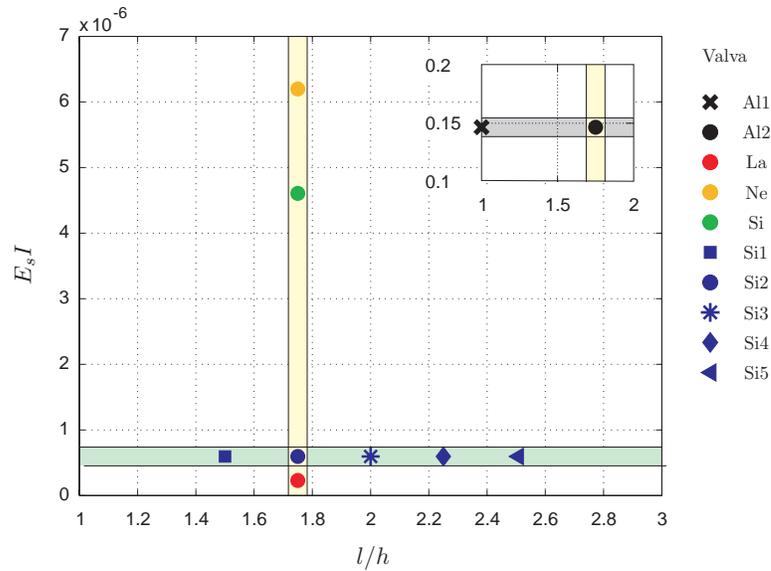


Figura 2.4: Diagrama que compara las propiedades de las valvas que se probaron en esta tesis. Nomenclatura de acuerdo a la Tabla 2.2.

Valva	Material	Espesor, d/h	Densidad, ρ_s kg/m^3	Módulo Secante de Elasticidad, E_s $1 \times 10^6 kg/m \cdot s^2$	Rigidez a Flexión $E_s I$ $1 \times 10^{-6} kg \cdot m^3/s^2$	Longitud, l/h
Al1	Aluminio & Silicón	0.053	1680	7×10^4	1.466×10^5	1.00
Al2						1.75
La	Latex	0.027	960	0.83	0.230	1.75
Ne	Neopreno	0.053	1140	2.96	6.197	1.75
Si1	Hule Silicón	0.027	1070	2.15	0.595	1.50
Si2						1.75
Si3						2.00
Si4						2.25
Si5						2.50
Si		0.053	1167	2.20	4.606	1.75

Cuadro 2.2: Dimensiones, propiedades físicas y nomenclatura de las valvas estudiadas. $h = 15mm$ es el semi-ancho del canal de pruebas. E_s se obtuvo de los ensayos de tracción, para una deformación de hasta 0.2

Capítulo 3

Métodos Experimentales y Procesamiento de Datos

3.1. Métodos Experimentales

3.1.1. Pruebas al Material de las Valvas

Para obtener las propiedades mecánicas de los materiales estudiados en este trabajo, se realizaron pruebas de tracción en el Laboratorio de Mecánica de Materiales del IIM-UNAM. Se utilizó un pistón hidráulico acoplado mecánicamente a las probetas. Las dimensiones típicas de una probeta se muestran en la Figura 3.1. El espesor de cada probeta depende de el espesor del material con el que se fabrican las valvas.

Un Transformador Lineal Diferencial (LVDT) que mide el desplazamiento axial del pistón y convierte dicha longitud en una señal de voltaje, la cual es recibida por un dispositivo de control. Tal aparato envía la información al Módulo de Adquisición de Datos PCI. Así mismo, usamos un arreglo de galgas exten-

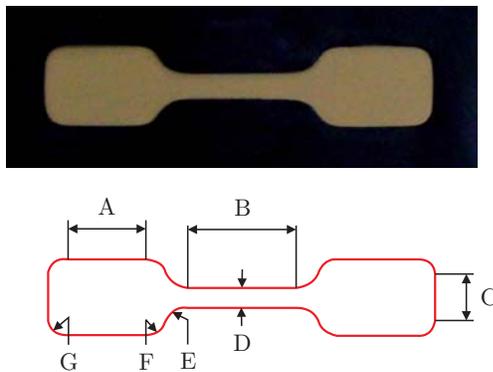


Figura 3.1: Dimensiones de las probetas a las que se les realizó ensayos de tracción: $A = 15mm$, $B = 22mm$, $C = 10mm$, $D = 5mm$ y $E = F = G = 2.5mm$.

siométricas que miden la fuerza aplicada sobre las probetas y, al igual que el LVDT, transforman dichas mediciones en una señal de voltaje, que también es transmitida a la PCI mediante el mismo controlador. Ambas señales de voltaje son adquiridas y convertidas en datos de fuerza y desplazamiento utilizando un VI (Virtual Instrument), programado en LabVIEW (Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench). Las probetas se someten a ciclos de carga: son elongadas hasta 45mm y, posteriormente, son liberadas de la carga. La elongación de las probetas ϵ se calcula mediante

$$\epsilon = \frac{\Delta m}{m_{eq}} \quad (3.1)$$

donde Δm es el desplazamiento axial instantáneo del pistón, el cual se observa directamente como el incremento de la longitud de la probeta, y m_{eq} es la longitud equivalente, la cual para la geometría y tamaño de probeta utilizado es $m_{eq} = 29.3\text{mm}$. Se construyeron las curvas de esfuerzo-deformación para los diferentes materiales, y se calculó el módulo secante de elasticidad mediante rutinas de Matlab. La configuración física del sistema con el que se realizaron los ensayos de tracción se muestra en la Figura 3.2

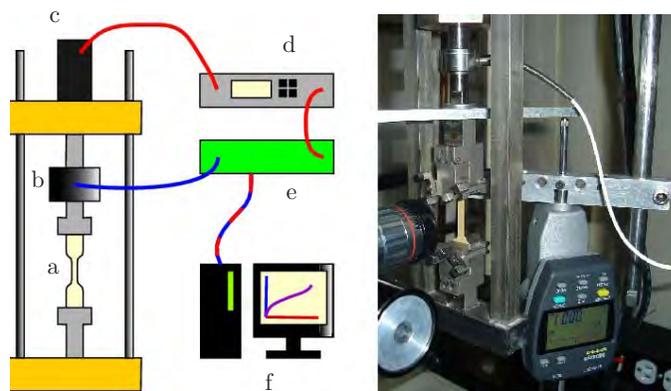


Figura 3.2: Sistema de pruebas mecánicas: (a)Probetas de los materiales con el que se fabricaron las valvas, (b)Arreglo de galgas extensiométricas, (c)LVDT, (d)Dispositivo de control, (e)DAQ-PCI, (f)Computadora con LabVIEW.

3.1.2. Sistema de Medición de Presión

En el canal de pruebas se colocaron dos transductores de presión, aguas arriba y aguas abajo respecto a la posición de las valvas. El transductor colocado aguas arriba puede medir hasta $\pm 1 \text{ bar}$, mientras que el transductor colocado aguas abajo hasta $\pm 0.7 \text{ bar}$. El arreglo de transductores se empleó para obtener la diferencia de presión transvalvular. Se implementó un interruptor mecánico dentro de la bomba pulsátil, el cual envía una señal escalón de voltaje cuando la fase sistólica del ciclo inicia. También se construyó un circuito eléctrico para alimentar, amplificar y filtrar (Circuito FAF) las señales provenientes del interruptor mecánico y los transductores de presión. Este circuito envía la señal a la Tarjeta de Adquisición de Datos (DAQ) instalada en una computadora. Mediante el VI desarrollado en LabVIEW, las señales son adquiridas,

y los datos de voltaje son transformados en datos de presión. El VI también convierte la señal del interruptor mecánico en un pulso TTL, el cual inicializa al sistema PIV. Una vez conocidas las presiones aguas arriba y abajo, se calcula y analiza la diferencia de presiones transvalvular con Matlab. El sistema de medición de presión esta representado en la Figura 3.3.

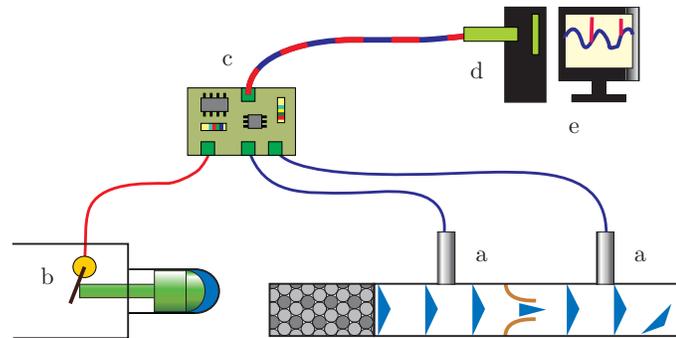


Figura 3.3: Sistema de Medición de Presión: (a)Transductores de presión -Druck PDCR810-, (b)Interruptor mecánico, (c)Circuito FAF, (d)Tarjeta de adquisición de datos -PCI-6035e-, (e)Computadora con LabVIEW.

3.1.3. Cámara de Alta Velocidad

Para observar el movimiento de las valvas y determinar su desempeño, se capturaron imágenes con Cámara de Alta Velocidad (HSC), a una tasa de 60 cuadros por segundo Se colocaron valvas de dimensiones y propiedades físicas conocidas dentro de un flujo con condiciones específicas. Con las imágenes se determinó si las valvas trabajaban de manera adecuada, i.e. abriendo y cerrando al cambiar el gradiente de presión. Un análisis posterior de las imágenes permitió identificar la posición, elongación y movimiento de las valvas.

3.1.4. Velocimetría por Imágenes de Partículas

Debido a las dificultades que se presentan para encontrar tanto una solución analítica de un flujo particular como una solución de un problema de interacción fluido-estructura (FSI), se emplean métodos experimentales. La Velocimetría por Imágenes de Partículas (PIV) es una técnica experimental, discreta y euleriana, creada para medir campos de velocidad en amplios planos de medición. En el caso estudiado en este trabajo, la simplificación bidimensional del flujo a través de valvas simples, usamos un arreglo PIV en dos dimensiones como el representado en la Figura 3.4. En el manual de referencia del fabricante [1] se puede encontrar más información sobre el sistema PIV. El equipo necesario para realizar mediciones PIV bidimensional consiste en:

Sembrado del flujo: Esferas de vidrio recubiertas por una película delgada de plata, con un diámetro en el rango de $10 - 150\mu m$ y una densidad de $\rho = 1010kg/m^3$, son utilizadas como partículas trazadoras del movimiento del flujo.

Iluminación: Un Laser Nd-YAG genera un haz pulsado de $5ns$ y $50mJ$, el cual es transformado en una hoja láser mediante un arreglo óptico. Este procedimiento se realiza con el fin de iluminar a las partículas trazadores contenidas en el plano.

Captura de imágenes: Se coloca una cámara CCD en una posición tal que su eje óptico sea perpendicular a la hoja láser. Un procesador, denominado FlowMap, sincroniza el pulso láser con la adquisición de imágenes de la cámara CCD. Mediante un filtro óptico, se capturan únicamente los reflejos de luz cuya frecuencia es la del haz láser. Las imágenes muestran la posición de los trazadores, ya que estas contienen los reflejos del láser sobre los trazadores.

Correlación: Un par de imágenes son tomadas con un Δt de diferencia temporal, la foto 1 tomada en el instante t , la foto 2 en el instante $t + \Delta t$. Ambas fotografías son procesadas con el Software FlowManager. Un factor de escala se obtiene de la medición de una distancia conocida en mm y su equivalente en pixeles en una imagen. Para cada área de interrogación (una región de la malla rectangular en la cual la imagen es dividida), se efectúa una correlación cruzada para obtener los vectores de desplazamiento. Se calcula un vector de desplazamiento promedio para cada área de interrogación. Finalmente, cada vector de desplazamiento se divide por Δt para obtener un vector de velocidad.

Procesamiento: Se realiza un procedimiento de validación y filtrado para descartar los vectores erróneos. Se determina las propiedades del flujo (velocidad promedio, velocidad fluctuante, vorticidad, etc...).

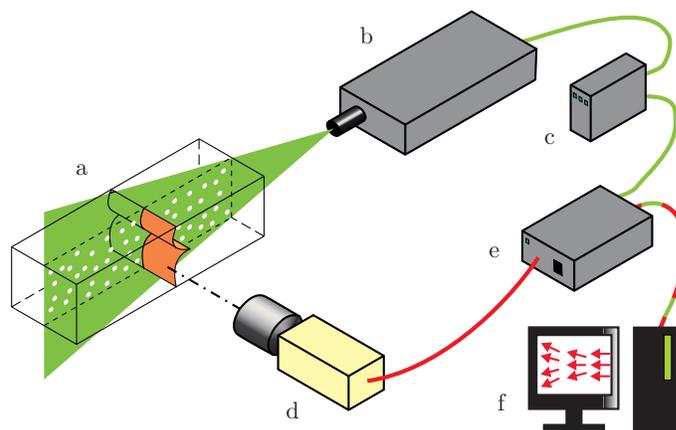


Figura 3.4: Sistema PIV: (a)Hoja láser con reflejos de las partículas trazadoras, (b)Sistema láser Nd-YAG y arreglo óptico, (c) Dispositivo de control del láser, (d)Cámara CCD -Kodak Megaplex ES1.0- con filtro verde, (e)Procesador FlowMap, (f)Computadora con el Software FlowManager.

3.1.5. Técnica de Promediado en Fase

Esta técnica es utilizada para sincronizar las mediciones de presión y PIV con la adquisición de imágenes de las HSC. Cuando comienza la fase sistólica del ciclo, el pistón de la bomba pulsátil inicia su trayectoria y activa el interruptor mecánico, colocado en su interior. Una señal escalón es generada, adquirida con la DAQ, enviada a la computadora y procesada con el VI. Una señal de disparo es enviada En ese instante desde la tarjeta DAQ hacia el procesador FlowMap y la HSC. De esta manera, las mediciones de PIV y las imágenes de HSC son obtenidas, al igual que los datos de presión, al comenzar el ciclo cardiaco. Para obtener mediciones de cualquier otro instante del ciclo, se añade un tiempo de retraso (delay). Se obtuvieron 250 mediciones para cada instante estudiado del ciclo, las cuales son analizadas para obtener los campos promedio y fluctuantes. Finalmente, cuando todos los instantes del ciclo ha sido analizados, se reconstruye el flujo promedio.

3.2. Procesamiento de Datos con Matlab

3.2.1. Estadísticos

En este tipo de flujos, la velocidad es una propiedad fluctuante que depende de la posición espacial y el tiempo. Para obtener el promedio de una cantidad fluctuante definimos el operador Promediado en Fase, el cual, aplicado a una componente de la velocidad, se puede escribir de la siguiente manera

$$\overline{v_k}(\underline{x}, \tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N v_k(\underline{x}, t) \quad (3.2)$$

en donde \underline{x} es la coordenada euleriana de la posición espacial, $t = \tau + iT$ es el tiempo (T es el periodo del ciclo, y τ es un variable temporal que varía en el rango $0 \leq \tau < T$) y N es el número de muestras adquiridas en el instante τ de cada ciclo. Cuando se utiliza este operador, la ventaja es que la variable promedio, en este caso, in this case $\overline{v_k}$, sólo depende del tiempo τ (de cada ciclo) y de la posición.

Empleando este concepto, es posible descomponer el campo de velocidades en dos partes: el parte promedio del ciclo, \overline{v} , la cual cambia en el espacio y con la variable temporal delimitada por $0 \leq \tau < T$, y la parte fluctuante, v' , la cual varía en el espacio y el tiempo t .

$$\underline{v}(\underline{x}, t) = \overline{v}(\underline{x}, \tau) + \underline{v}'(\underline{x}, t) \quad (3.3)$$

Aplicando el operador Promediado en Fase a las ecuaciones de continuidad y de Navier-Stokes, ecs.(1.2) y (1.3) respectivamente, encontramos que

$$\nabla \cdot \overline{v_f} = 0 \quad (3.4)$$

$$\nabla \cdot \underline{v}'_f = 0 \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial \overline{v_f}}{\partial t} + \overline{v_f} \cdot \nabla \overline{v_f} + \nabla \cdot \overline{v'_f v'_f} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \overline{v_f} \quad (3.6)$$

En consecuencia, el campo de velocidades obtenido experimentalmente en este estudio debe satisfacer estas ecuaciones.

Calculamos cada componente del campo de velocidad promedio, $\overline{v_k}$, la covarianza de los componentes, $\overline{v'_k v'_j}$, y la desviación estándar de cada uno de ellos, $\sigma_{[v_k]}$, como se muestra a continuación:

$$\overline{v_k}(\underline{x}, \tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N v_k(\underline{x}, \tau + iT) \quad (3.7)$$

$$\overline{v'_k v'_j}(\underline{x}, \tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N [v'_k(\underline{x}, \tau + iT)] [v'_j(\underline{x}, \tau + iT)] \quad (3.8)$$

$$\sigma_{[v_k]}(\underline{x}, \tau) = \sqrt{\overline{(v'_k v'_k)}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N [v'_k(\underline{x}, \tau + iT)]^2} \quad (3.9)$$

Mediante al calculo estadístico y rutinas de interpolación (en Matlab), se reconstruyó el campo promedio y periódico de velocidades, su covarianza y la desviación estándar, para cada una de las dos componentes de velocidad dentro del plano de mediciones. El comportamiento general que sigue el flujo cada ciclo está dado por el promedio. La desviación estándar es una medida de cuanto se desvía cada ciclo del comportamiento promedio. La covarianza es una medida representativa del acoplamiento que presentan las dos componentes fluctuantes del campo de velocidades.

3.2.2. Cantidades Derivadas

También se calcularon otras cantidades promedio importantes del flujo, las cuales describen la naturaleza del mismo y sus consecuencias sobre las partículas inmersas (células sanguíneas) Los campos de las cantidades derivadas, como el de la magnitud de la velocidad, la rapidez de deformación y la vorticidad, captan la morfología del flujo. Dentro del campo de velocidades no siempre se pueden observar claramente la extensión, compresión y rotación de flujo. Por tanto, las cantidades derivadas son necesarias para describir el flujo a profundidad.

Para fines prácticos, el subíndice f de las cantidades del flujo será omitido; mientras que el subíndice s de las variables del sólido se mantendrá para hacer distinción. La integración del campo de velocidades en el área de apertura de las válvulas arroja al gasto volumétrico del flujo

$$\dot{G} = \int_S \underline{v} \cdot d\underline{S} = \int_A (\underline{v} \cdot \underline{n}) dA \quad (3.10)$$

donde $d\underline{S}$ es el vector de la superficie, y \underline{n} es el vector unitario normal al elemento diferencial del área dA de la superficie S . El volumen de fluido que pasa a través de las valvas cada pulso se calcula al integrar el gasto a lo largo del ciclo. Dicho volumen se puede comparar con el volumen desplazado por la bomba.

La magnitud de la velocidad se calcula mediante

$$|\underline{v}| = \sqrt{\underline{v} \cdot \underline{v}} \quad (3.11)$$

Esta cantidad describe la morfología del movimiento de fluido.

El tensor gradiente de velocidad se puede descomponer, de acuerdo a Whitaker[31], en

$$\nabla \underline{v} = \underline{\underline{S}} + \underline{\underline{\Omega}} \quad (3.12)$$

donde el tensor rapidez de deformación está definido como

$$\underline{\underline{S}} = \frac{1}{2} \left[\nabla \underline{v} + (\nabla \underline{v})^T \right] \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.13)$$

La magnitud de $\underline{\underline{S}}$ se obtiene mediante

$$|\underline{\underline{S}}| = \sqrt{\underline{\underline{S}} : \underline{\underline{S}}^T} = \sqrt{S_{ij} S_{ij}} \quad (3.14)$$

Esta cantidad presenta grandes valores en donde dominan la deformación elongacional y la cortante.

El tensor de rotación está dado por

$$\underline{\underline{\Omega}} = \frac{1}{2} \left[\nabla \underline{v} - (\nabla \underline{v})^T \right] \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.15)$$

cuya magnitud es

$$|\underline{\underline{\Omega}}| = \sqrt{\underline{\underline{\Omega}} : \underline{\underline{\Omega}}^T} = \sqrt{\Omega_{ij} \Omega_{ij}} \quad (3.16)$$

Obviamente, esta cantidad indica las regiones donde el fluido tiende a girar. El tensor de rotación está relacionado con el vector de vorticidad mediante

$$\underline{\underline{\omega}} = \nabla \times \underline{v} \quad \omega_k = \epsilon_{kij} \Omega_{ij} \quad (3.17)$$

donde ϵ_{kij} es el símbolo de Levi-Civita.

El criterio Q, según Chakraborty[4], define un vórtice como una región espacial en donde

$$Q = \frac{1}{2} \left[|\underline{\underline{\Omega}}|^2 - |\underline{\underline{S}}|^2 \right] > 0 \quad (3.18)$$

i.e., la norma del tensor vorticidad domina sobre la norma del tensor rapidez de deformación. Dicha cantidad muestra la zonas del campo de medición donde la rotación es mas importante que las deformación de corte, que es donde los vórtices aparecen.

Capítulo 4

Resultados

4.1. Valvas

4.1.1. Propiedades Elásticas

En la Figura 4.1 se muestran las curvas de esfuerzo-deformación de los materiales con los que se fabricaron las válvulas. En el capítulo previo, se mencionó que cada probeta fue sometida a un ciclo de carga y descarga. En consecuencia, cada curva se compone de dos secciones: la línea superior muestra la elongación durante la fase de carga; la curva inferior muestra la elongación durante la liberación uniforme de la carga. Las pruebas se condujeron a cuatro rapidezces de deformación, las cuales se muestran como líneas de diferente tipo y color en la Figura 4.1. Dichas pruebas se realizaron para estudiar la relación existente entre el comportamiento elástico y la rapidez de deformación.

La tendencia de las curvas para todos los materiales es prácticamente independiente de la rapidez de deformación, sobretodo en el rango $0 \leq \epsilon \leq 0,2$. Para valores superiores a los mencionados, se puede observar que los materiales flexibles, como el latex, presentan un comportamiento independiente de la rapidez de deformación. Por el contrario, las curvas de los materiales rígidos, i.e. neopreno, muestran diferentes pendientes de acuerdo a la rapidez, en otras palabras, los materiales se vuelve más duros cuando se les prueba con mayores velocidades. Para cada material, el modulo secante de elasticidad se calcula en el rango cuyo límite es $\epsilon = 0,2$, el cual comprende la elongación experimentada por las valvas durante los experimentos (como se verá en la sección 4.1.2). Las propiedades elásticas de los materiales se muestran en la Tabla 2.2. Así mismo, es importante resaltar que en los ensayos de tracción se presentó histéresis. La diferencia entre las partes de carga y descarga de cada curva se incrementa con las rigidez y la velocidad de elongación. En este trabajo, se desprecia este comportamiento, ya que la máxima deformación de las valvas en el flujo es relativamente pequeño al compararla con el rango de deformación empleado en las pruebas mecánicas.

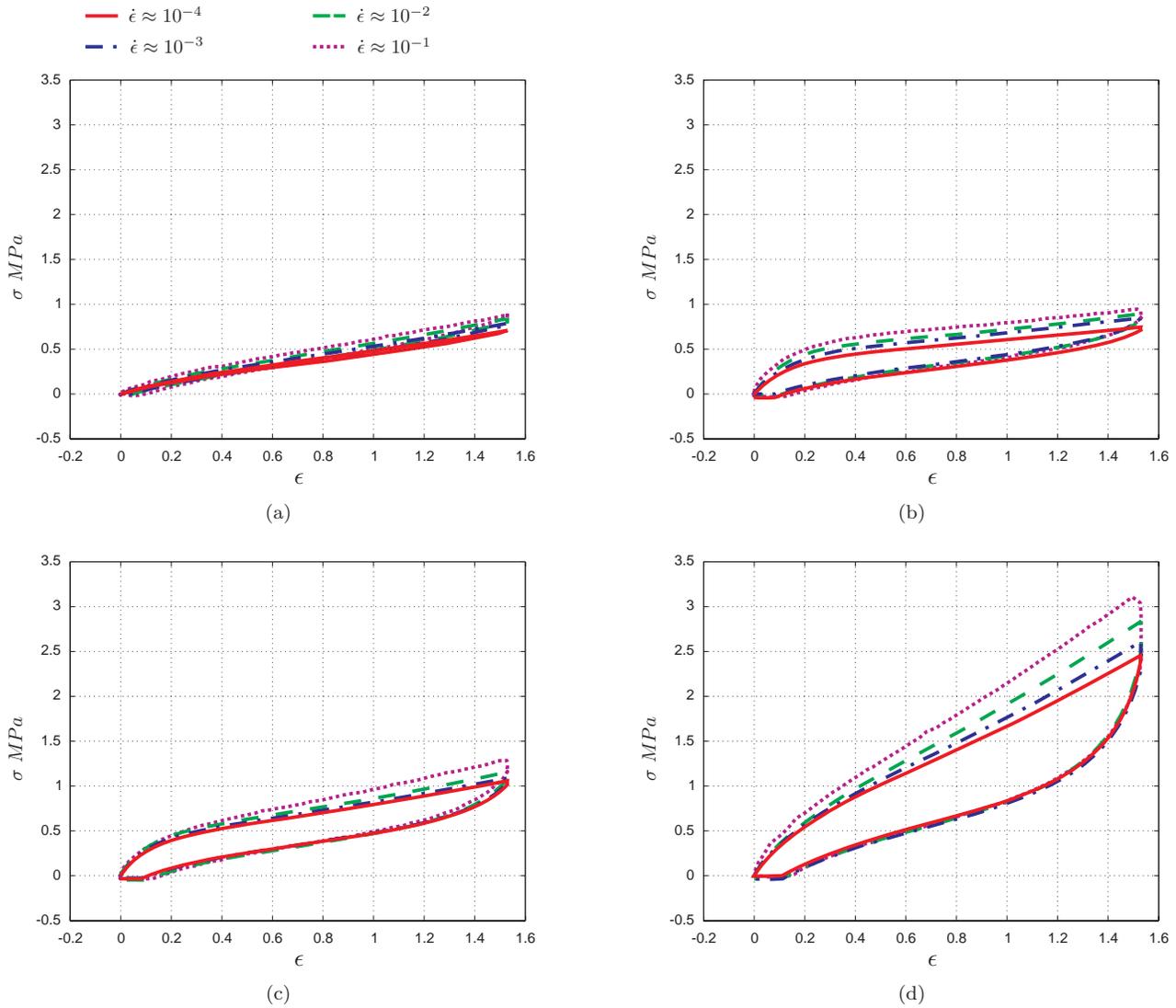
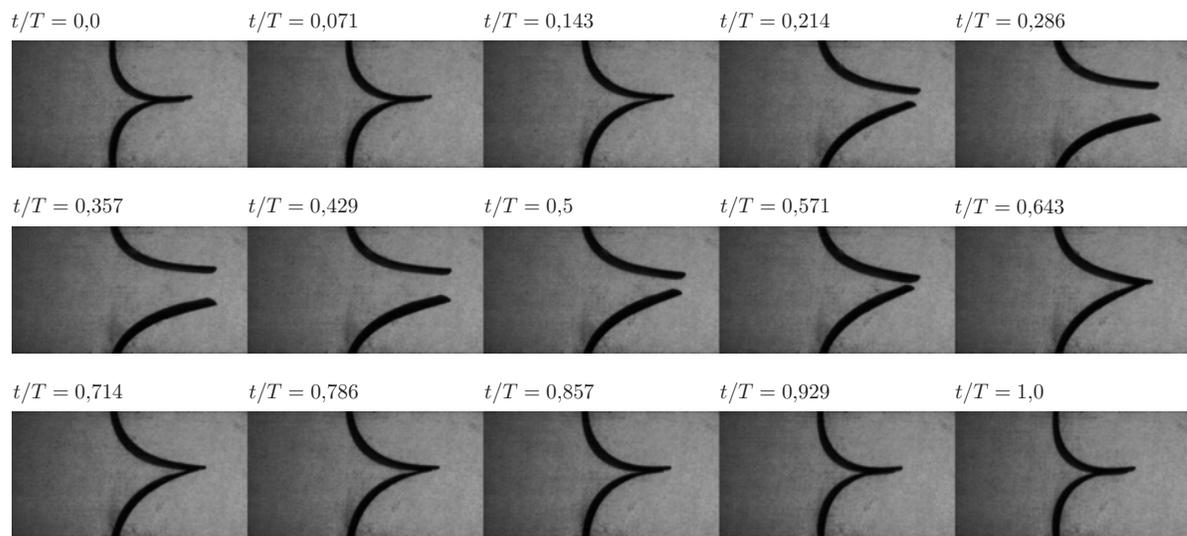


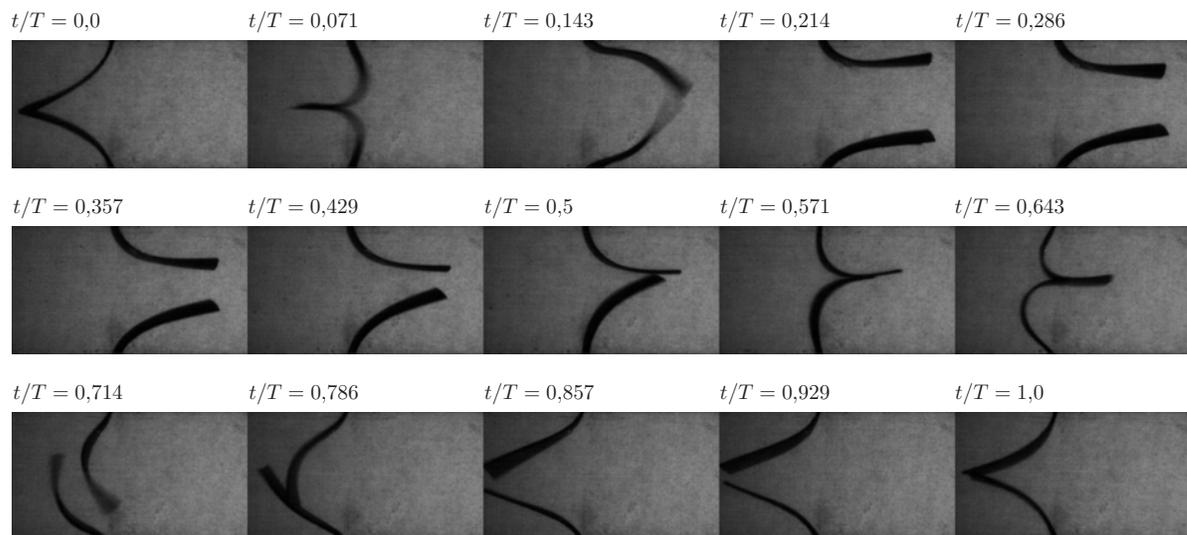
Figura 4.1: Curvas esfuerzo-deformación para probetas de: (a) Latex con espesor adimensional de $d/h = 0,027$, (b) Hule silicón con espesor adimensional de $d/h = 0,027$, (c) Hule silicón con espesor adimensional de $d/h = 0,053$, y (d) Neopreno con espesor adimensional de $d/h = 0,53$.

4.1.2. Deflexión

Las imágenes obtenidas con la cámara de alta velocidad (HSC) fueron procesadas para estudiar la deflexión de las valvas y su dependencia con las condiciones de flujo. Se obtuvieron tanto la posición instantánea como la elongación de cada valva. La Figura 4.2 contiene dos diferentes secuencias de movimiento para las mismas valvas. La primera muestra un caso en el cual el desempeño es adecuado, i.e. la válvula se abre y cierra cuando el gradiente de presiones se invierte. La válvula falla en el segunda caso, en otras palabras, cuando la válvula se cierra, ésta no es capaz de detener el flujo y las valvas se doblan al revés (inadecuado).



(a) Correct performance



(b) Malfunction

Figura 4.2: Capturas del movimiento de las valvas hechas de latex mediante el uso de la HSC. La longitud y el espesor adimensionales de las valvas fueron de $l/h = 1,75$ y $d/h = 0,027$, respectivamente, mientras que el volumen por pulso fue de $V = 6 \times 10^{-5} m^3$ y la frecuencia de: (a) $f = 0,167 s^{-1}$ para un movimiento que describe un desempeño adecuado, y (b) $f = 0,5 s^{-1}$ para el caso de desempeño fallido. En ambas secuencias, el flujo correcto va de izquierda a derecha.

En la Figura 4.2a, la secuencia de imágenes muestra el proceso de deflexión de las valvas durante un ciclo, para el cual la válvula opera correctamente. En este caso, el flujo va de izquierda a derecha y el contraflujo, en el sentido contrario, es detenido. Antes de $t/T = 0,214$, cuando el flujo comienza, la válvula inicia su apertura; ésta alcanza su máxima área de apertura y máximo desplazamiento horizontal alrededor del instante $t/T = 0,286$, cuando el máximo gasto volumétrico ocurre. Después de $t/T = 0,429$ la fase diastólica del ciclo inicia y las valvas se mueven hacia la posición de cierre. En el instante $t/T = 0,643$ las valvas hacen contacto, previniendo el contraflujo. En ese momento, las valvas se doblan un poco más incrementando su curvatura debido a la fuerza hidrodinámica que ejerce sobre ellas el gradiente de presión. Finalmente, las valvas recuperan su posición inicial cuando el ciclo ha concluido en $t/T = 1$.

Por su parte, la Figura 4.2b muestra una secuencia de movimiento en la cual las mismas valvas no funcionan como una válvula check. En este caso, el flujo va de izquierda a derecha (correcto) y de derecha a izquierda (indeseable), para diferentes instantes durante el ciclo. Es importante notar que la posición inicial de las valvas, en el instante $t/T = 0$, no es la misma que en el caso de desempeño adecuado. Lo anterior se debe, para el caso de falla, a que las valvas se encuentran dobladas al revés para el final del ciclo anterior. Fuera de este hecho, durante la sístole $0 \leq t/T \leq 0,357$, las valvas se mueven correctamente, realizando su movimiento de apertura y permitiendo el flujo de izquierda a derecha. Posteriormente la fase sistólica inicia, en los instantes alrededor de $t/T = 0,357$. Las valvas comienzan a moverse hacia la posición de cierre. En $t/T = 0,571$ las dos valvas hacen contacto; unos instantes después, en $t/T = 0,643$, las valvas continúan su movimiento hacia la región aguas arriba. Entre $0,643 \leq t/T \leq 0,714$, la fuerza ejercida por el fluido provoca que las valvas se doblen inadecuadamente (al revés) La válvula ya no funciona como una válvula check: el fluido se puede mover de derecha a izquierda. Entonces, cuando la fase diastólica termina, las valvas se cierran otra vez, pero no en la forma adecuada. Sin embargo, debido a la intensidad del flujo, las valvas se doblan nuevamente para regresar a su posición natural, al principio de la fase sistólica del ciclo consecutivo.

Los resultados, que corresponden a las condiciones de flujo para las cuales las valvas exponen un desempeño adecuado, se estudiarán a detalle. Esto se debe a que, para las válvulas que operan correctamente, se quiere encontrar la combinación de parámetros que minimizan el daño sanguíneo.

La elongación de las valvas pudo obtenerse de las secuencias de movimiento. Primero, la longitud de arco de las valvas fue medida mediante técnicas de procesamiento de imágenes (con Matlab). La elongación ϵ fue calculada usando

$$\epsilon = \frac{a - b}{b} \quad (4.1)$$

donde a es la longitud de arco instantánea y b es la longitud original de las valvas. La elongación de las valvas hechas con hule silicón durante un ciclo, las cuales trabajan correctamente, se muestra en la Figura 4.3. La elongación inicial de la valva, en el instante $t/T = 0$, es de aproximadamente $\epsilon_0 = 0,01$. Este valor cambia significativamente, después de $t/T = 0,15$, cuando la fase sistólica del ciclo comienza. La máxima elongación de las valvas sucede entre $0,25 < t/T < 0,3$. Durante este periodo, la válvula se encuentra completamente abierta. Después de $t/T = 0,45$ la fase diastólica inicia y la válvula comienza a cerrarse. Se

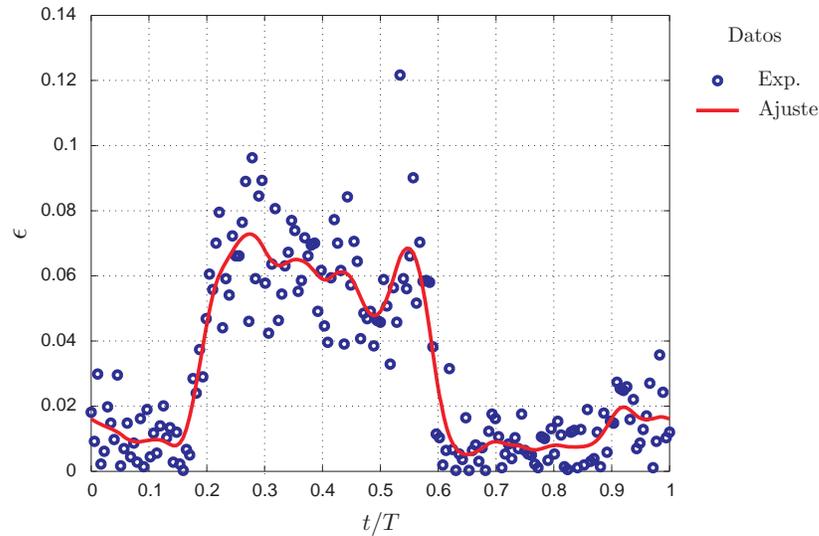


Figura 4.3: Ejemplo de la evolución de la elongación de una valva a lo largo de un ciclo promedio. Valvas hechas con hule silicón de longitud $l/h = 1,75$ y espesor $d/h = 0,027$ fueron estudiadas en un flujo con un volumen por pulso de $V = 3,8 \times 10^{-5} m^3$ y una frecuencia de $f = 0,333 s^{-1}$. Los círculos azules indican los datos experimentales, mientras que la línea roja muestra el ajuste de la elongación en función del tiempo.

observa un “rebote” alrededor de $t/T = 0,55$. Después, en $t/T \approx 0,65$, la elongación recupera su valor inicial indicando el cierre total de la válvula. La válvula permanece cerrada hasta el inicio del siguiente ciclo. Al estudiar la evolución de la elongación, se sabe que la válvula permanece abierta durante poco menos de la mitad del periodo del ciclo. El comportamiento general de todas las valvas estudiadas es similar. El valor de la elongación, posición de las valvas y los instantes de apertura y cierre cambian ligeramente de acuerdo con las propiedades materiales y las dimensiones de las valvas. Al aplicar la técnica de visualización en las pruebas realizadas a todas las valvas, nunca se registró una elongación máxima superior a $\epsilon = 0,2$ para todos los materiales, como se muestra en la Tabla 4.1. De esta manera, se comprueba que el módulo secante de elasticidad puede caracterizar correctamente a los materiales empleados en este trabajo.

También de las imágenes obtenidas con la HSC, fue calculado el mínimo radio de curvatura R y la máxima curvatura φ de las valvas. Cuando las valvas hicieron contacto (para ambos casos: operación adecuada y mal funcionamiento), se obtuvieron dichas cantidades. En todos los experimentos y en la posición de cierre, se encontró que los rangos de dichas variables eran: $2,5 \times 10^{-3} \leq R \leq 1,5 \times 10^{-2}$ para el mínimo radio de curvatura, y $6,5 \times 10^1 \leq \varphi \leq 4 \times 10^2$ para la máxima curvatura.

Por su parte, lo que sí cambia significativamente con las propiedades de la valva es el área de apertura. Para todas las válvulas en las condiciones de flujo propuestas, la evolución del área de apertura se muestra en la Figura 4.4. Todas las válvulas inician su apertura entre $0,1 \leq t/T \leq 0,2$. Alcanzan su máxima área dentro del rango $0,25 \leq t/T \leq 0,35$. Así mismo, el cierre ocurre entre $0,45 \leq t/T \leq 0,7$. Las valvas con mayor rigidez o espesor tienden a cerrarse tempranamente en el ciclo. De la Figura 4.4b, es claro que un

		Volumen por pulso, $V m^3$	$2,6 \times 10^{-5}$		$3,8 \times 10^{-5}$		$5,1 \times 10^{-5}$	
		Frecuencia, $f s^{-1}$	0.333	0.333	0.666	0.333	0.666	
Valva	La	0.0970	0.1147			0.0743		
	Ne		0.0501	0.0400	0.0671	0.0739		
	Si1	0.0371	0.0373	0.0436	0.0623			
	Si2	0.0747	0.0728	0.0918	0.0888			
	Si3	0.1051	0.1400	0.1520	0.1408			
	Si4	0.0796	0.1489		0.1633			
	Si5		0.1780	0.1949				
	Si		0.0711	0.1008	0.0667	0.0766		

Cuadro 4.1: Máxima elongación de las valvas calculada utilizando técnicas de procesamiento de imágenes. Todos los valores de elongación fueron inferiores a $\epsilon = 2$. Nomenclatura de acuerdo a la Tabla 2.2.

incremento en el espesor o rigidez de las valvas conduce a una reducción en el área de apertura, causando también una disminución en el tiempo en el que la válvula permanece abierta durante el ciclo. A diferencia de la rigidez y el espesor, parece que la longitud de las valvas no tiene una influencia relevante sobre el tiempo de apertura. Cuando se modifican las condiciones de flujo, como se muestra en las Figuras 4.4a, 4.4c, 4.4d y 4.4e, estas aseveraciones se mantienen. Otra característica importante se observa de las gráficas de la Figura 4.4, particularmente en el caso de las valvas compuestas de longitud $l/h = 1$: la válvula mantiene una pequeña área de apertura durante todo el ciclo. Este pequeña superficie, de alrededor de $\frac{A}{2hw} = 0,015$, se debe tanto a la constitución como a los materiales de las valvas. La válvula de aluminio-silicón presenta una severa desventaja: las valvas tienen una inercia considerable; por tanto, el flujo no es capaz de cerrar la válvula por completo, especialmente en los casos en los que el gasto volumétrico es pequeño.

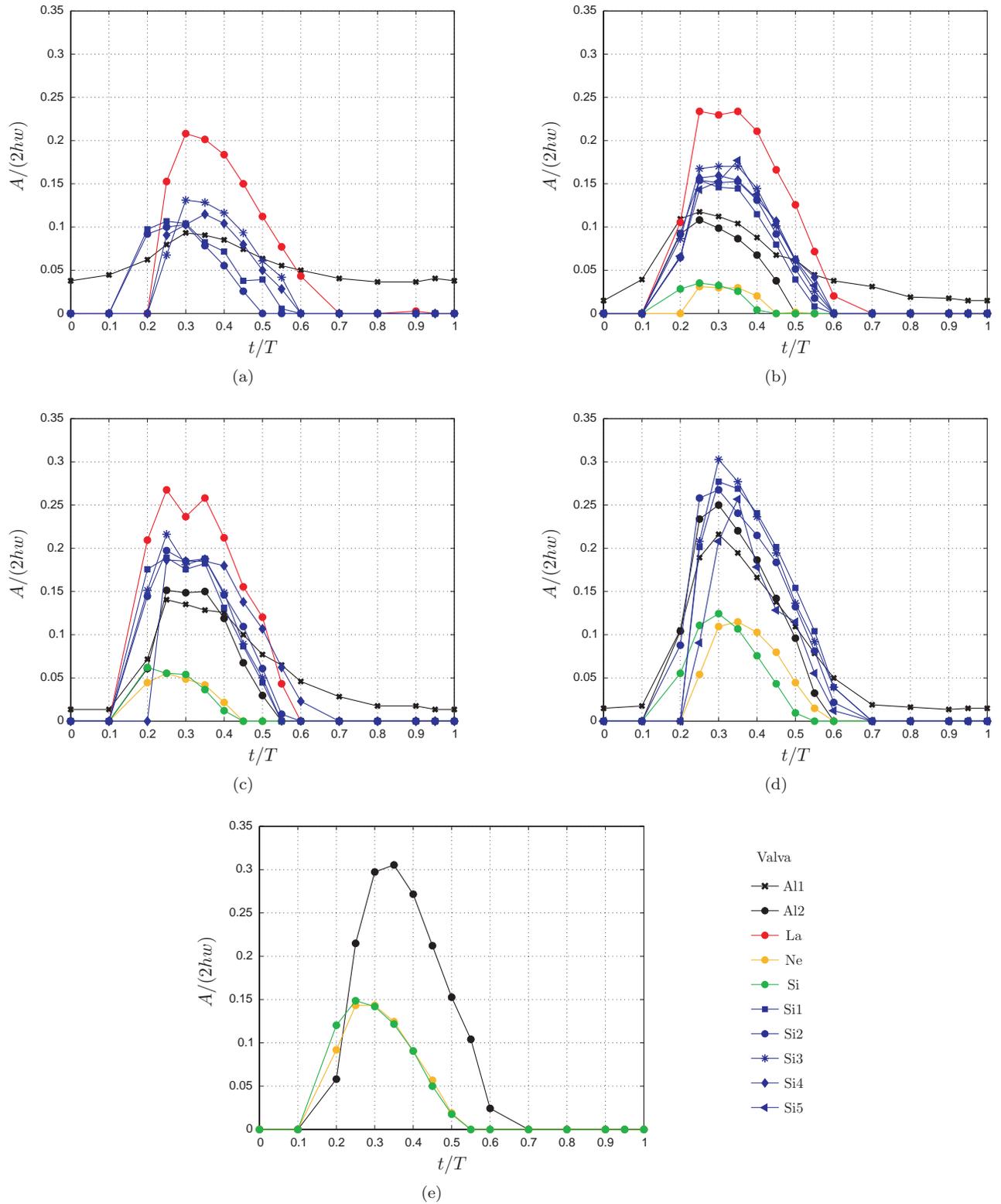


Figura 4.4: Evolución del área de apertura a lo largo de un ciclo promedio para todas las valvas, estudiadas en un flujo con volumen por pulso y frecuencia de: (a) $V = 2,6 \times 10^{-5} m^3$ y $f = 0,333 s^{-1}$, (b) $V = 3,8 \times 10^{-5} m^3$ y $f = 0,333 s^{-1}$, (c) $V = 5,1 \times 10^{-5} m^3$ y $f = 0,333 s^{-1}$, (d) $V = 3,8 \times 10^{-5} m^3$ y $f = 0,666 s^{-1}$, y (e) $V = 5,1 \times 10^{-5} m^3$ y $f = 0,666 s^{-1}$. Nomenclatura de acuerdo a la Tabla 2.2.

4.2. Movimiento del Fluido

4.2.1. Campos de Velocidades

Aplicando la técnica de Promediado en Fase, se reconstruyeron los campos de velocidades promedio para un ciclo completo. La Figura 4.5 y la Figure 4.6 muestran la evolución de los típicos campos de velocidad promedio.

El campo de velocidades del flujo a través de valvas hechas con lates está representado en la Figura 4.5. El ciclo comienza en $t/T = 0$, cuando el pistón de la bomba pulsátil inicia el drenado. El dispositivo crea una diferencia de presiones positiva dentro del canal de pruebas, y las valvas rectangulares inician su apertura. La diferencia de presiones esta definida como

$$\Delta P = \langle P_d \rangle - \langle P_u \rangle \quad (4.2)$$

donde $\langle P_d \rangle$ es la presión promedio aguas abajo, y $\langle P_u \rangle$ es la presión promedio aguas arriba. En $t/T = 0,25$ un chorro central emerge a través de las valvas, las cuales todavía no se encuentran completamente abiertas. En $t/T = 0,3$, la válvula alcanza su máxima área de apertura y el chorro su mayor espesor. Frente a cada valva el fluido tiende a rotar debido a la interacción entre la orilla del chorro y el fluido inmóvil (aguas abajo) alrededor del chorro. Se genera un vórtice enfrente de cada valva. Mientras que el fluido de mueve a través del área de apertura y el chorro se vuelve más intenso, entre los instantes $0,35 \leq t/T \leq 0,45$, el dipolo de vorticidad es transportado junto con el chorro a través del área de medición, de izquierda a derecha. El subsecuente movimiento del pistón provoca que la fase diastólica comience. La válvula se cierra, pero en $t/T = 0,55$ las valvas aún permiten que algo de fluido remanente se mueva hacia la región aguas abajo, como un chorro delgado entre ellas. Durante este tiempo se observa un poco de contraflujo. Finalmente, después de que la válvula se cierra completamente, esto es durante $0,7 \leq t/T \leq 0,9$, el fluido en la región aguas abajo recupera la calma y las valvas regresan a su posición inicial.

La Figura 4.6 muestra el desarrollo de otro campo de velocidad promedio, para el cual el fluido se mueve a través de valvas más rígidas. Esta valvas tienen la misma longitud y espesor que las que aparecen en la Figura 4.5. La descripción general del campo de velocidades es prácticamente la misma -tanto las fases de cierre y apertura como la eyección del chorro-, pero algunas diferencias se observan en la morfología de los campos.

En la Figura 4.6, la máxima área de apertura, la cual sucede en $t/T = 0,3$, no es tan grande como la del caso mostrado en la Figura 4.5. Este comportamiento es resultado del crecimiento en la resistencia que las valvas presentan al flexionarse debido a su mayor rigidez; en consecuencia, la velocidad del fluido que se mueve a través de las valvas presenta una mayor componente horizontal. Se observa una ligera deflexión del chorro central debido a la posición asimétrica de las valvas, lo cual es una consecuencia del fenómeno y no un resultado de la geometría del experimento, que se hizo lo más simétrica posible. La asimetría está también plasmada en el dipolo de vorticidad: el vórtice superior tiene una forma bien definida, mientras que el inferior

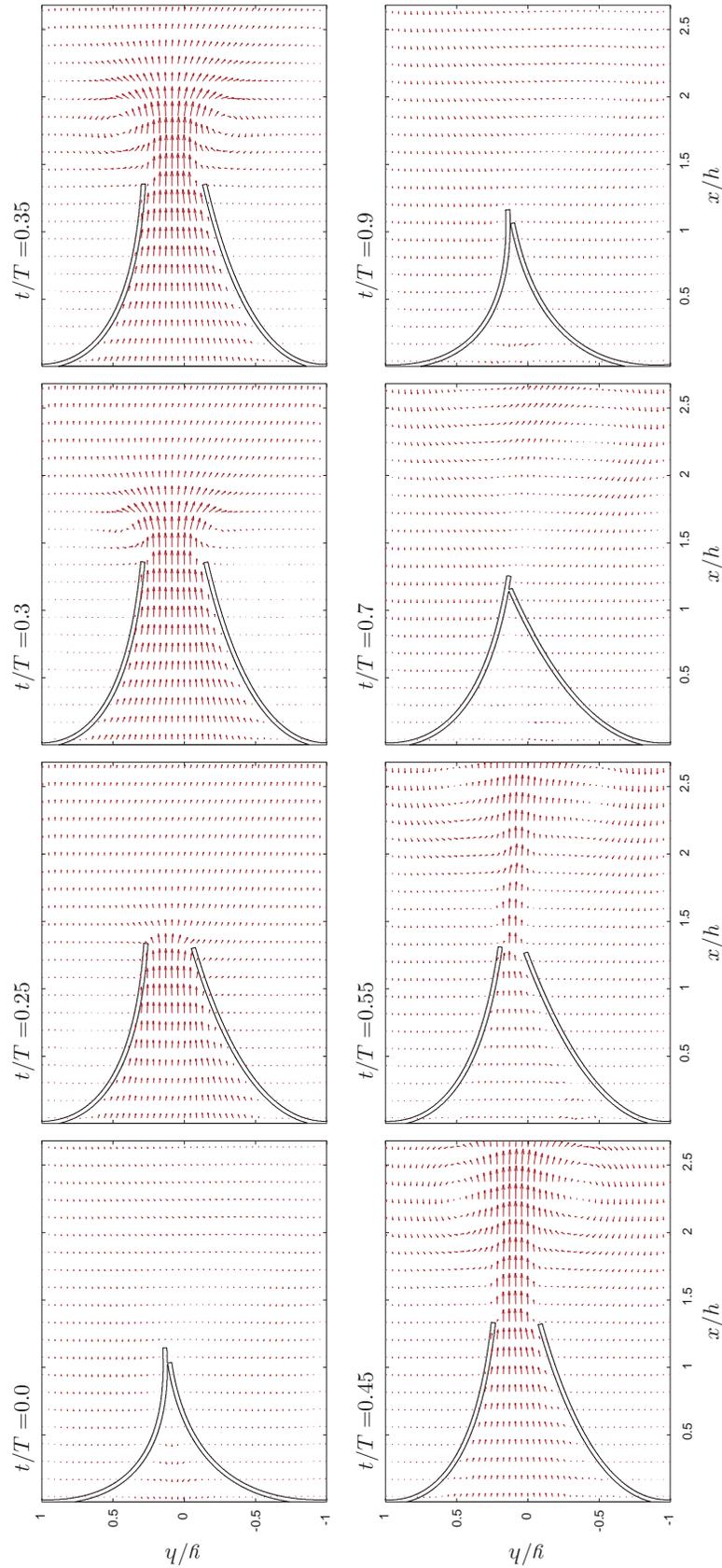


Figura 4.5: Campos de velocidades promedio obtenidos de las mediciones de PIV. La longitud y el espesor adimensionales de las valvas fueron $l/h = 1,75$ y $d/h = 0,027$, respectivamente, mientras que el volumen por pulso y la frecuencia fueron $V = 2,6 \times 10^{-5} m^3$ y $f = 0,333 s^{-1}$. Las valvas fueron hechas con latex. Los vectores de velocidad están representados con flechas cuyo tamaño es proporcional a su magnitud.

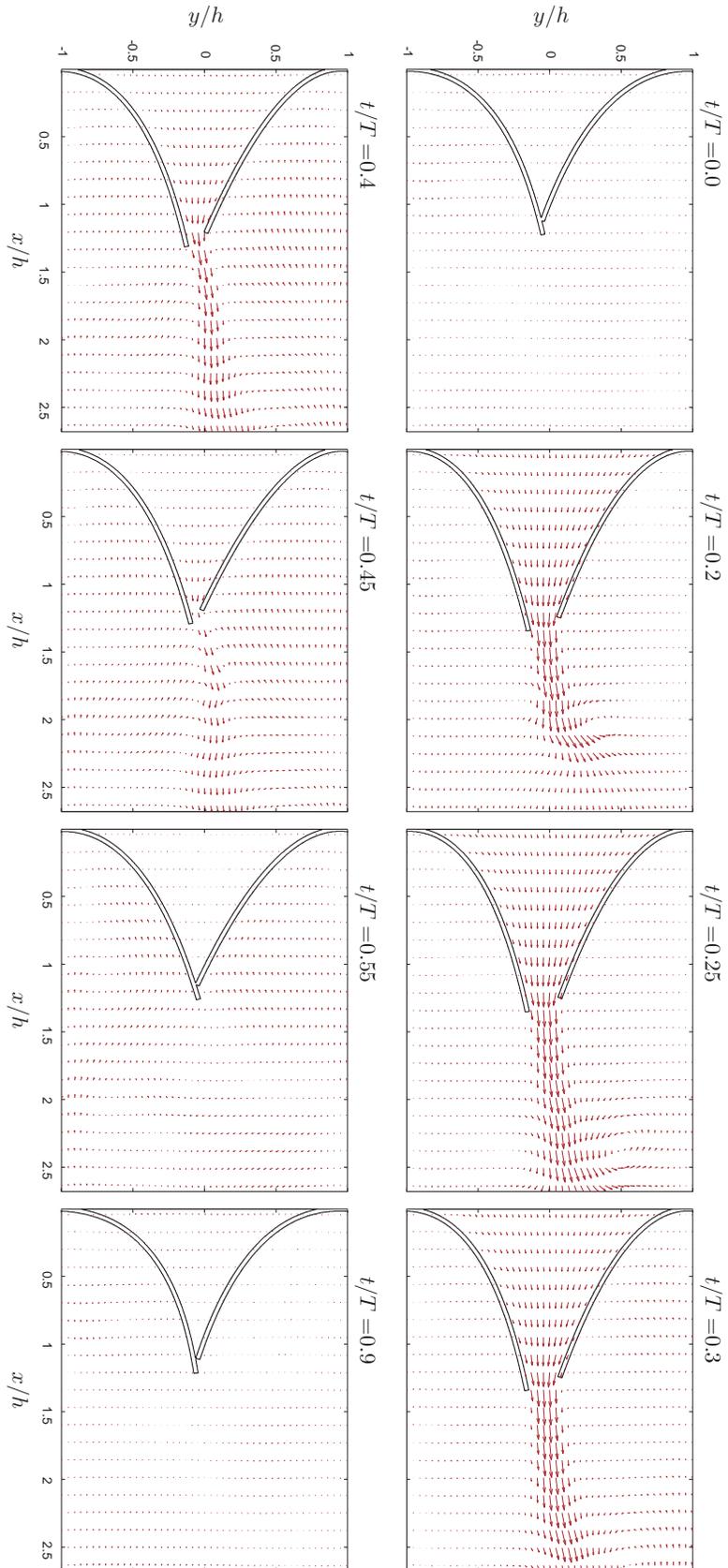


Figura 4.6: Campos de velocidades promedio obtenidos de las mediciones de PIV. Los parámetros son los mismos que los de la Figura 4.5 pero las valvas fueron hechas con hule silicón.

apenas se observa. También es importante tomar en cuenta que el cierre completo de las valvas se alcanza más temprano en el ciclo, lo cual es otra consecuencia de la gran rigidez del material: las valvas tratan de recuperar su posición inicial (sin flexión) mucho más rápido.

La secuencia mostrada en la Figura 4.5 y su descripción ilustran el típico campo de velocidades a través de un par de valvas. Sin embargo, como se observa en la Figura 4.6, existen diferencias significativas entre los casos estudiados. La sutil diferencia que aparece tanto en la magnitud como en la dirección de los vectores de velocidad se debe a las propiedades de los materiales y las dimensiones de las valvas, como puede percatarse en los demás experimentos de este estudio. Cuando las valvas son más gruesas o rígidas, el chorro central se adelgaza y la válvula permanece abierta durante menos tiempo, lo cual ocasiona un incremento en la rapidez del chorro. Si las valvas se hacen más largas, su movimiento se vuelve inestable y el chorro central ya no se encuentra centrado en el centro del canal. De acuerdo con la geometría del experimento, se espera que el movimiento de las valvas sea simétrico respecto al plano medio horizontal ($y/h = 0$). Esto casi nunca se observa, como se puede ver en ambas Figuras 4.5 y 4.6. Una consecuencia de la asimetría es la aparición de un dipolo de vorticidad que es mucho más intenso en uno de sus polos. El flujo y movimiento de las valvas se vuelve asimétrico debido a que el sistema -canal de pruebas y valvas- es inestable; en otras palabras, las pequeñas perturbaciones se amplifican.

Con el fin de tener un campo de visión general de la intensidad del flujo generado con cada par de valvas y para todas las condiciones en las que se probaron, se compararon las máximas velocidades para cada caso. La Figura 4.7 muestra la máxima magnitud de la velocidad a lo largo del ciclo promedio para cada válvula. La rapidez observada en el flujo a través de valvas gruesas, para todas las condiciones, es siempre mayor que la encontrada para valvas delgadas. En general, las valvas hechas con materiales flexibles generan bajas velocidades, excepto el caso de valvas gruesas, para las cuales esta propiedad no es importante. Se puede concluir que las valvas cortas, delgadas y más flexibles provocan un ancho chorro central de moderada velocidad (excluyendo el caso de valvas compuestas de aluminio-silicón). La máxima intensidad de flujo alcanzada con las valvas cortas de aluminio-silicón, $l/d = 1$, es siempre mayor que las intensidades generadas con las valvas largas del mismo material compuesto, $l/d = 1,75$.

De los campos de velocidades se puede obtener un parámetro importante, el gasto volumétrico, el cual se calcula mediante

$$\dot{G} = w \int_n^p u_f dy \quad (4.3)$$

donde n y p son las posiciones verticales de los extremos libres de las valvas inferior y superior, respectivamente. Se tiene que $n < p$, si hay un área de apertura finita entre las valvas. Las valvas se encuentran en contacto Cuando sus extremos libres no se pueden distinguir, lo que implica que $n = p$, i.e. la válvula se encuentra cerrada y no hay flujo.

Para todos los casos estudiados, el gasto volumétrico se muestra como función del tiempo en la Figura 4.8. En todos los casos es evidente que el área debajo de las curvas es la misma para todas las valvas del mismo espesor, independientemente de las condiciones del flujo. En la Figura 4.8b y la Figura 4.8c hay una

diferencia significativa entre el gasto volumétrico para valvas delgadas y gruesas (omitiendo el caso de valvas compuestas, el cual se comporta como si fueran delgadas), aunque en la Figura 4.8d and Figure 4.8e no existe tal discrepancia. Aunque la separación no es clara para todas las condiciones de flujo, si se comparan las curvas de la Figura 4.8, se pueden reconocer dos diferencias obvias: las curvas obtenidas con valvas delgadas siempre se encuentran debajo de las demás, y el área bajo ellas es notablemente más pequeña, en particular cuando las condiciones del flujo son moderadas.

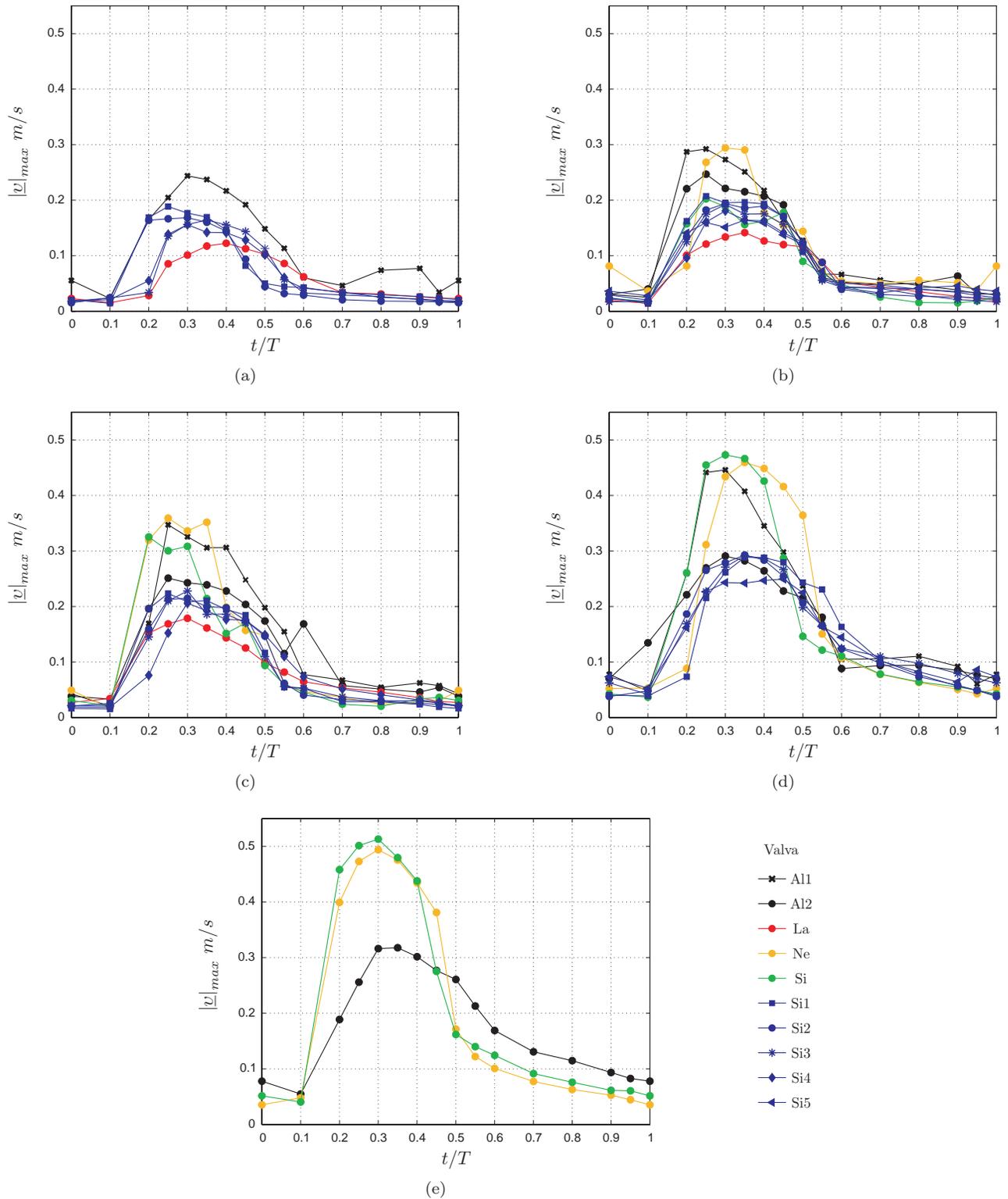


Figura 4.7: Máxima velocidad del flujo a lo largo del ciclo promedio para todas las valvas, probadas en un flujo con los siguientes volúmenes por pulso y frecuencias: (a) $V = 2,6 \times 10^{-5} m^3$ y $f = 0,333 s^{-1}$, (b) $V = 3,8 \times 10^{-5} m^3$ y $f = 0,333 s^{-1}$, (c) $V = 5,1 \times 10^{-5} m^3$ y $f = 0,333 s^{-1}$, (d) $V = 3,8 \times 10^{-5} m^3$ y $f = 0,666 s^{-1}$, y (e) $V = 5,1 \times 10^{-5} m^3$ y $f = 0,666 s^{-1}$. Nomenclatura de acuerdo a la Tabla 2.2.

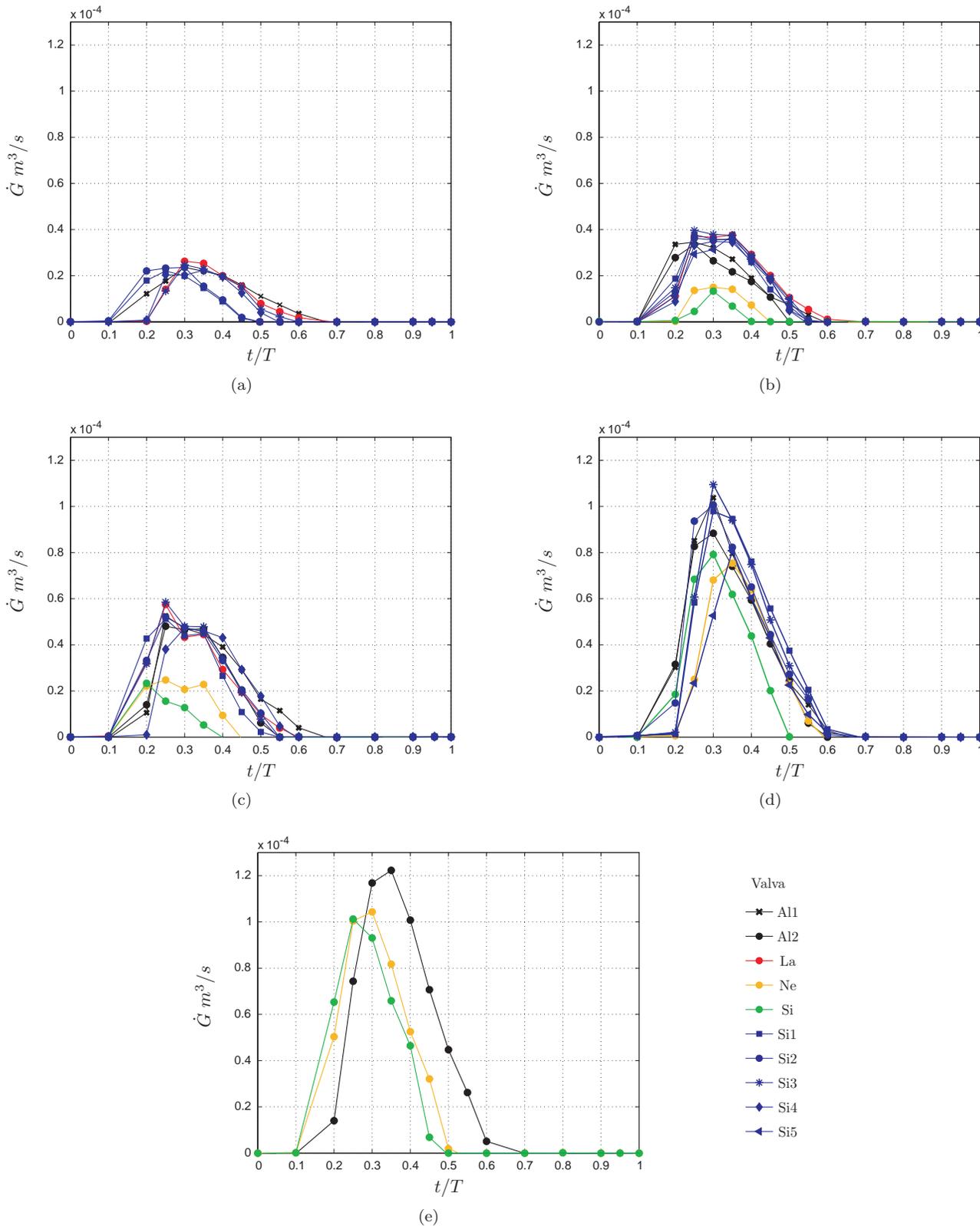


Figura 4.8: Gasto volumétrico a lo largo de un ciclo para todas las valvas, estudiadas en un flujo con un volumen por pulso y una frecuencia de: (a) $V = 2,6 \times 10^{-5} \text{m}^3$ y $f = 0,333 \text{s}^{-1}$, (b) $V = 3,8 \times 10^{-5} \text{m}^3$ y $f = 0,333 \text{s}^{-1}$, (c) $V = 5,1 \times 10^{-5} \text{m}^3$ y $f = 0,333 \text{s}^{-1}$, (d) $V = 3,8 \times 10^{-5} \text{m}^3$ y $f = 0,666 \text{s}^{-1}$, y (e) $V = 5,1 \times 10^{-5} \text{m}^3$ y $f = 0,666 \text{s}^{-1}$. Nomenclatura de acuerdo a la Tabla 2.2.

4.2.2. Campos de Cantidades Derivadas

Las propiedades del flujo derivadas a partir de los campos de velocidad, calculados como se menciona en la sección 3.2.2, proporcionan información útil para entender el comportamiento de las valvas. Además, dichos campos también nos ayudan a comprender el origen del daño sanguíneo. En esta sección, todos los campos presentados corresponden a las siguientes condiciones de flujo: un volumen por pulso de $V = 3,8 \times 10^{-5} m^3$ y una frecuencia de $f = 0,666 s^{-1}$.

La Figura 4.9 muestra el campo de la magnitud de la velocidad para diferentes instantes del ciclo. El caso mostrado corresponde a el flujo a través de valvas hechas con hule silicón con una longitud de $l/h = 1,75$ y un espesor de $d/h = 0,027$. Al principio del ciclo, $t/T = 0$, las valvas se encuentran cerradas y el movimiento del fluido es despreciable. La fase diastólica del ciclo inicia, y en $t/T = 0,2$ la diferencia de presiones provoca que las valvas se abran, mientras que el movimiento del fluido se da de izquierda a derecha. Subsecuentemente, cerca de $t/T = 0,25$, un chorro es lanzado (como un tapón) desde el centro del área de apertura, expandiéndose rápidamente hacia la región aguas abajo tan pronto como emerge de las valvas. En $t/T = 0,3$, la diferencia de velocidades entre el chorro y el líquido circundante provoca que el fluido rote, y se cree un vórtice a cada lado -arriba y abajo- del chorro. Cada vórtice puede ser identificado debido a que, en el centro de cada uno, existe una región circular de baja velocidad. Debido a la difusión de momento, la cabeza del chorro es redonda. Durante el resto de la sístole, $0,3 \leq t/T \leq 0,4$, el chorro se mueve hacia la derecha, trasladando junto con él al dipolo de vorticidad. En $t/T = 0,4$, el flujo continua, el espesor del chorro decrece gradualmente y el dipolo de vorticidad es estirado en la dirección horizontal. En este momento, las valvas inician su cierre, la fase diastólica ha comenzado. Durante esta fase, $0,5 \leq t/T \leq 0,7$, la intensidad y el espesor del chorro se reducen, y el dipolo se debilita y se difunde, hasta que la válvula cierra completamente el canal de pruebas. El movimiento general del fluido en la región aguas abajo cesa, mientras que un débil flujo remanente se mantiene hasta el inicio del siguiente ciclo.

En la Figura 4.10 se observa la componente z del vector de vorticidad $\underline{\omega}$ como un campo que evoluciona a lo largo del ciclo cardiaco promedio. Este campo de vorticidad se obtuvo del mismo flujo de referencia, Figura 4.9. Los colores cálidos indican la tendencia a rotar en el sentido antihorario, mientras que los colores fríos muestran la disposición a girar en el sentido horario. En $t/T = 0$ la válvula está cerrada y no hay regiones importantes de vorticidad. Cuando la sístole ha comenzado, $t/T = 0,2$, las valvas se abren y el fluido se mueve de izquierda a derecha, dos zonas con sentidos opuestos de rotación aparecen. Junto a la valva superior, como se esperaba, se encuentra una región de rotación antihoraria, mientras que cerca de la valva inferior se localiza una zona de rotación en el sentido horario. Cada región parece ser una capa límite de vorticidad adyacente a la superficie interior de cada valva, a la cual permanecen pegadas hasta que la válvula se cierra. En $t/T = 0,25$, estas capas se encuentra todavía presentes mientras que el chorro emerge de la válvula. Cerca del extremo libre de las valvas, se puede identificar el dipolo de vorticidad formándose a partir de las capas límite. Los dos centros del dipolo son zonas de vorticidad concentrada cuya intensidad crece. Después, antes de $t/T = 0,3$, el dipolo se desprende de las valvas y es transportado junto con el chorro.

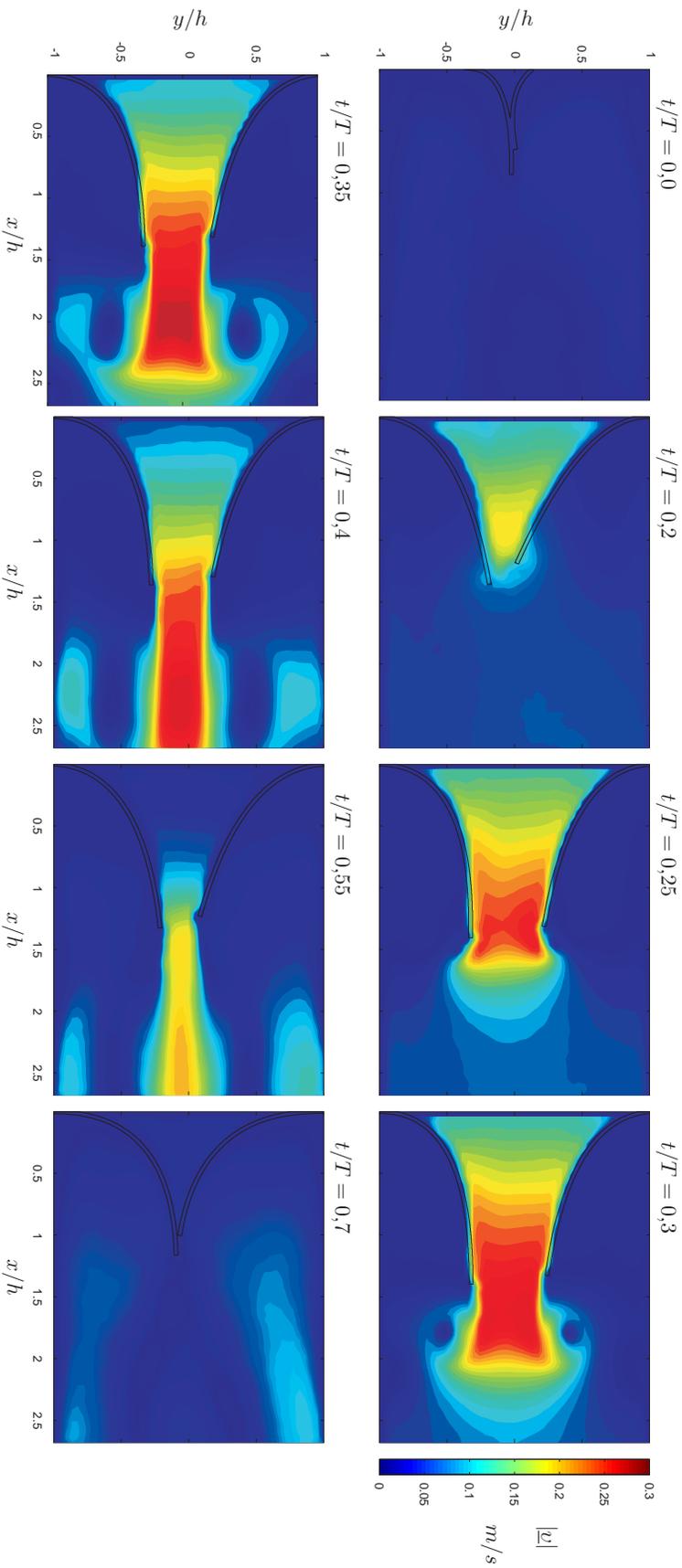


Figura 4.9: Campos promedio de la magnitud de la velocidad obtenidos de las mediciones de PIV del flujo a través de valvas hechas con hule silicón. La longitud y el espesor adimensionales de las valvas fueron $l/h = 1,75$ y $d/h = 0,027$, respectivamente, a la vez que el volumen por pulso y la frecuencia fueron $V = 3,8 \times 10^{-5} m^3$ y $f = 0,666s^{-1}$. Los colores cálidos representa altas magnitudes de velocidad del flujo mientras que los colores fríos representan valores pequeños.

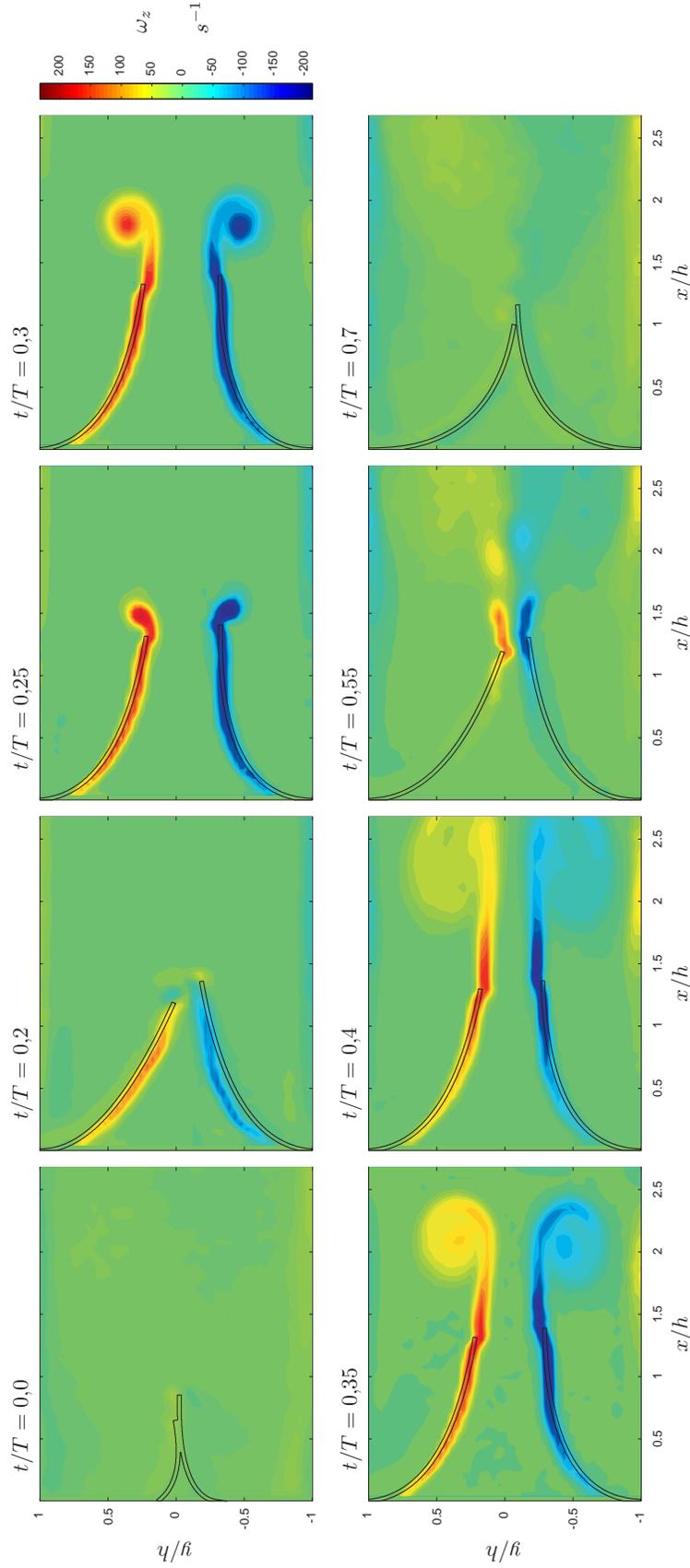


Figura 4.10: Campos de vorticidad promedio obtenidos de las mediciones de PIV del flujo a través de valvas hechas con hule silicón. Los parámetros son los mismos que los de la Figura 4.9. Los colores cálidos representan la tendencia del fluido a girar en el sentido antihorario mientras que los colores fríos representan tendencias a rotar en el sentido horario.

Mientras que el dipolo se mueve a través de la zona de mediciones, $0,3 \leq t/T < 0,5$, su vorticidad se difunde sobre la región aguas abajo de las valvas. Durante este periodo, las capas límite siguen alimentando al dipolo. La fase diastólica comienza cerca de $t/T = 0,4$, y las valvas inician el movimiento de cierre. En $t/T = 0,55$ la válvula está casi cerrada, pero la cola del chorro aún emerge de la válvula, generando vorticidad en la punta de las valvas. Posteriormente, las valvas obstruyen completamente el canal y lentamente la vorticidad se aleja de la zona de mediciones.

La evolución del campo de vorticidad mostrado en la Figura 4.10 es una clara representación del caso general. Un dipolo de vorticidad se forma cuando existe un flujo intenso, además de simetría tanto de las valvas como de su movimiento respecto al plano horizontal ($y/h = 0$). Este dipolo es transportado en el frente del chorro que sale de entre las valvas, siendo la rapidez con la que la vorticidad es desplazada función de la velocidad del chorro. Cuando el flujo es asimétrico, la vorticidad del dipolo no se distribuye de manera simétrica, i.e. uno de los vórtices es más intenso. La evolución de un dipolo asimétrico también depende de las características del chorro.

En la Figura 4.11 se pueden identificar vórtices mediante el criterio Q . Los campos del valor Q mostrados corresponden al mismo flujo ilustrado en la Figura 4.10. Los colores cálidos indican zonas donde Q es importante. Este método permite la localización del dipolo de vorticidad a los costados del chorro, el cual emerge de entre las valvas en $t/T = 0,25$. El dipolo crece y se aleja de las valvas unos instantes antes de $t/T = 0,3$, y se difunde entre $0,3 \leq t/T \leq 0,4$. En $t/T = 0,55$ se observa la creación de otros vórtices pequeños.

Con los valores de vorticidad y el valor de Q , se pueden localizar las dos diferentes regiones de vorticidad: las zonas de vorticidad pura en donde los valores de Q son significativos, i.e. posiciones en donde aparecen torbellinos; y otras áreas, en donde la rotación es importante pero no hay vórtices. En estas últimas regiones, la vorticidad es el mecanismo local que permite el deslizamiento de planos adyacentes de flujo laminar para que estos se puedan desplazar.

Los campos de la magnitud del tensor rapidez de deformación, obtenidos también del flujo de referencia, se muestran en la Figura 4.12. Los colores son proporcionales a la magnitud: los tonos cálidos muestran áreas donde la norma del tensor es grande, mientras que los fríos indican la regiones donde la rapidez de deformación es reducida. En $t/T = 0$ el ciclo comienza: la rapidez de deformación es pequeña en toda el área de mediciones. En el inicio de la sístole, $t/T = 0,2$, la válvula se abre y dos capas límites de rapidez de deformación se desarrollan entre el fluido y las valvas. Su magnitud es pequeña. En $t/T = 0,25$, las valvas alcanzan su máxima área de apertura y las capas límite se estiran a lo largo de las superficie interior de las valvas, creciendo en intensidad y grosor desde el extremo fijo de las valvas hasta su extremo libre. En frente de las puntas de las valvas y a la derecha del dipolo de vorticidad, aparecen otras regiones de rapidez de deformación de mediana intensidad. Durante el resto de la fase sistólica, $0,25 \leq t/T \leq 0,4$, las capas límite de rapidez de deformación se extienden hacia la región aguas abajo y las zonas de rapidez de deformación frente al dipolo se difunden. En $t/T = 0,35$, se observa una intensa rapidez de deformación en las capas límite,

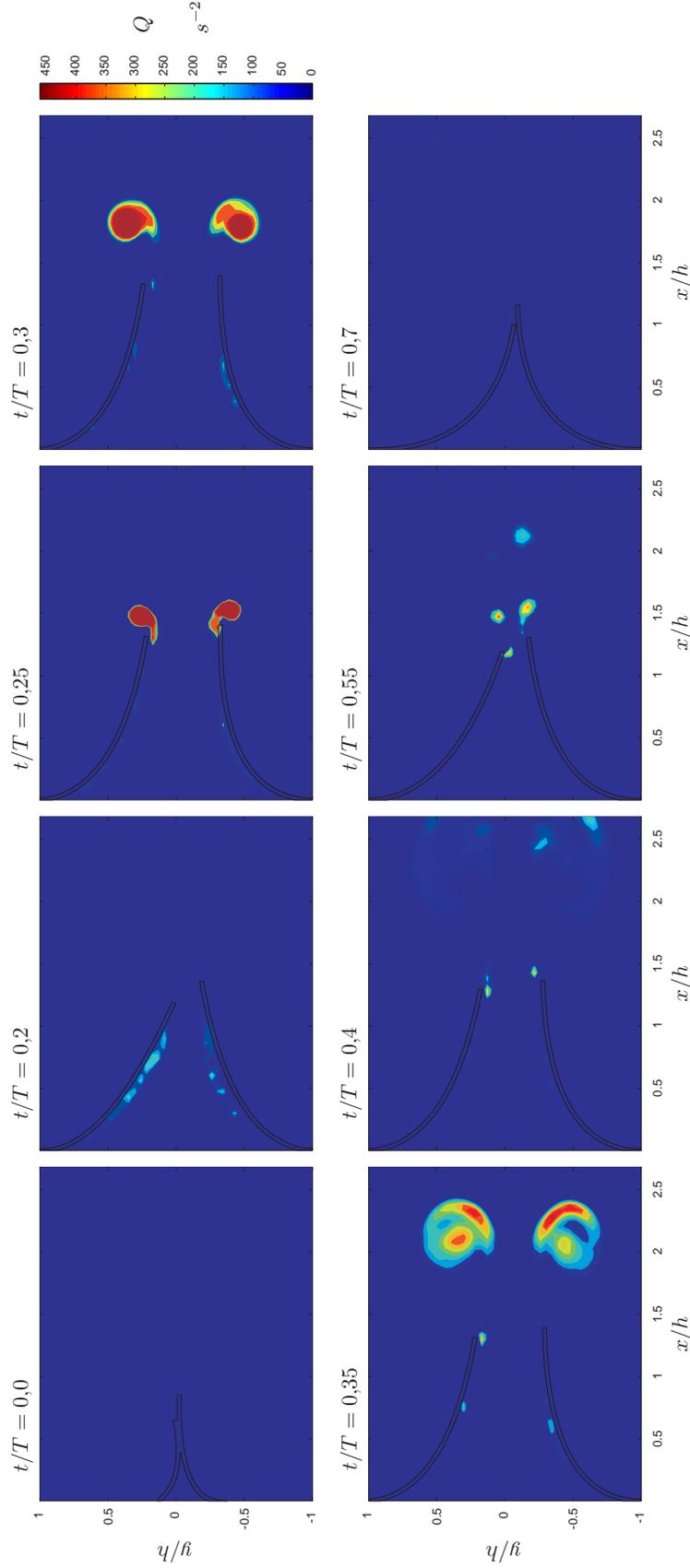


Figura 4.11: Campos del valor Q (criterio Q) obtenido de las mediciones de PIV del flujo a través de valvas hechas con hule silicón. Los parámetros son los mismos que los de la Figura 4.9. Las regiones claramente definidas donde Q muestra valores elevados representan las zonas donde existen vórtices.

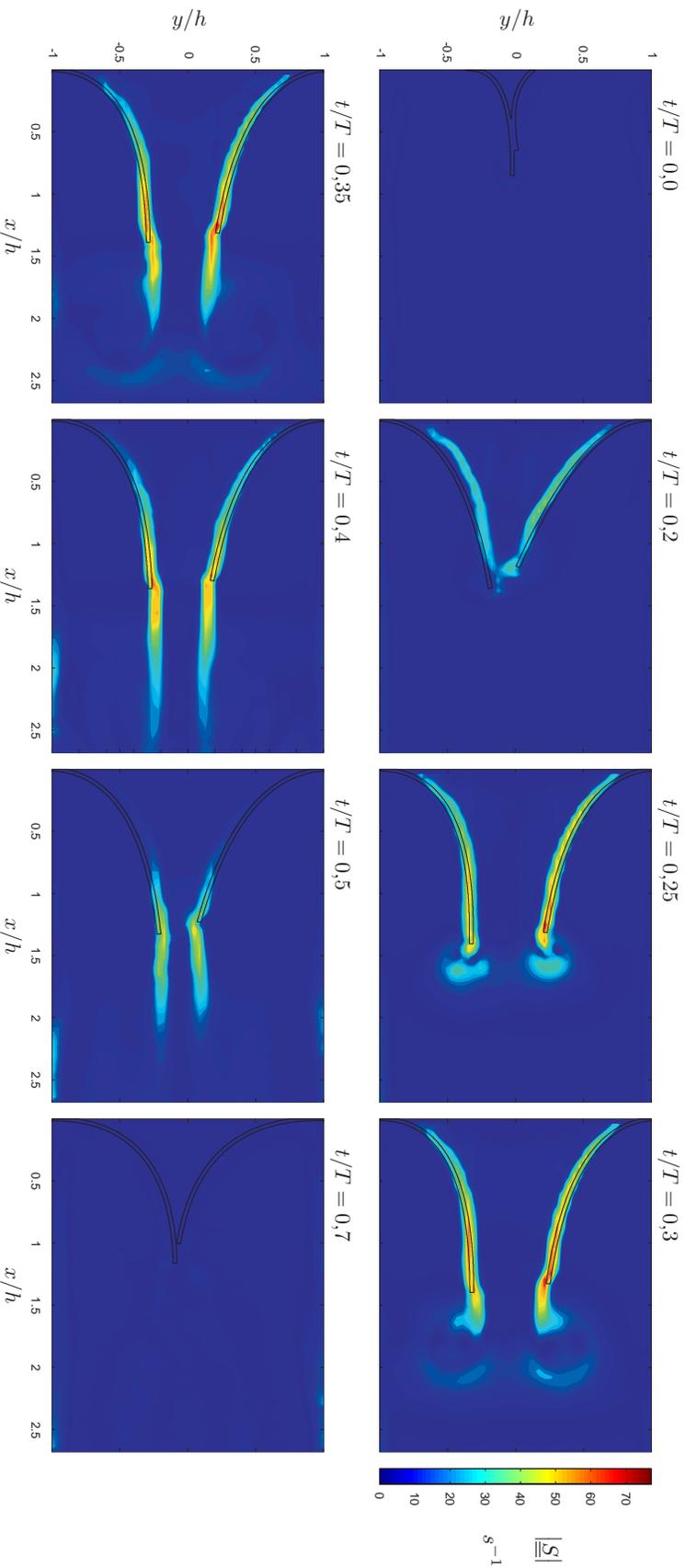


Figura 4.12: Campos promedio de la magnitud del tensor rapidez de deformación obtenidos de las mediciones de PIV del flujo a través de valvas hechas con hule silicón. La longitud y espesor adimensionales fueron $l/h = 1,75$ y $d/h = 0,027$, respectivamente, a la vez que el volumen por pulso y la frecuencia fueron $V = 3,8 \times 10^{-5} m^3$ y $f = 0,666s^{-1}$. Las regiones con altos niveles de rapidez de deformación se muestran en colores cálidos, mientras que las regiones donde dicha propiedad es moderada, son representados con colores fríos. Para este caso, la máxima magnitud de la rapidez de deformación fue ligeramente superior a $|\underline{S}|_{max} = 75s^{-1}$.

la cual forma dos bandas de gran magnitud en la interfaz entre el chorro y el fluido adyacente. Alrededor del instante $t/T = 0,4$, estas bandas se extienden sobre toda la longitud horizontal del área de mediciones, aunque los niveles más elevados de rapidez de deformación se localizan cerca de las valvas. Gradualmente, durante $0,4 \leq t/T \leq 0,7$ mientras la diástole continúa, el gasto volumétrico disminuye y las bandas de rapidez de deformación se reducen en tamaño e intensidad. Durante el resto del ciclo y hasta el comienzo del siguiente, $0,7 \leq t/T \leq 1$, las valvas permanecen cerradas y no se observa zona alguna con importantes niveles de rapidez de deformación.

Los campos de rapidez de deformación para cuatro diferentes experimentos realizados bajo las mismas condiciones de flujo pero con cuatro diferentes pares de valvas se muestran de la Figura 4.12 a la 4.15. La descripción de la secuencia de rapidez de deformación mostrada en la Figura 4.12 es representativa de todos los experimentos realizados. Durante la fase sistólica y el inicio de la diástole, las regiones en las que esta cantidad es importante se encuentran localizadas en una delgada capa límite a lo largo de la superficie interior de las valvas. Es en estas zonas, cercanas a los extremos libres de las valvas, en donde la rapidez de deformación domina y los valores máximos son alcanzados durante el final de la sístole. Otras regiones, en las cuales la rapidez de deformación adquiere relevancia, se localizan en el frente del chorro y el dipolo de vorticidad. Estas regiones se muestran donde la rapidez de deformación es dominante. En la mayoría de los casos, su magnitud es moderada, excepto para los experimentos realizados con valvas gruesas o rígidas en los que es despreciable.

A partir de la comparación de estos cuatro casos, se puede concluir lo siguiente:

- Tanto las valvas cortas como las largas generan los mismos niveles de rapidez de deformación, pero las largas crean zonas (capas límite) más grandes de niveles significativos.
- Cuando se prueban valvas gruesas o rígidas, normalmente el chorro no está centrado y el dipolo de vorticidad no es simétrico. Otro hecho importante es que, para estos casos, no existen regiones bien definidas de rapidez de deformación elongacional en el frente del chorro.
- Las valvas más rígidas (compuestas de aluminio-silicón) generan niveles de rapidez de deformación ligeramente superiores a los que producen las valvas más flexibles. La falta de elasticidad entre el flujo y el material de las valvas no es importante.
- Las valvas rígidas crean capas límites de rapidez de deformación más pequeñas comparadas con las producidas por las valvas más cortas y flexibles.
- Las valvas gruesas fabricadas con hule silicón y neopreno generan altos niveles de rapidez de deformación, casi el doble del valor que producen las valvas delgadas. Entre mayor sea el espesor de las valvas, mayor esfuerzo por parte del fluido se necesitan para mover las valvas, menor es el área de apertura y mayores son las magnitudes registradas de la rapidez de deformación.

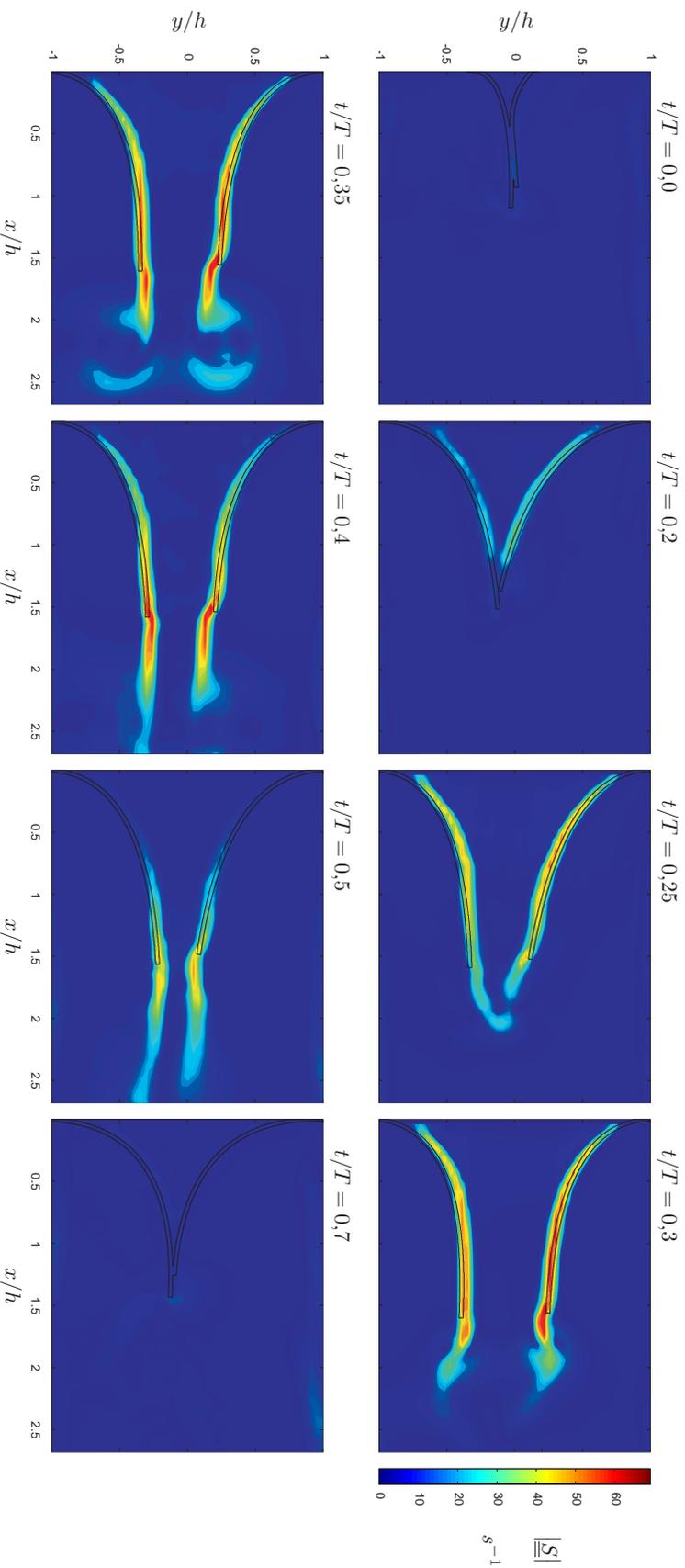


Figura 4.13: Campos promedio de la magnitud del tensor rapidez de deformación obtenidos de las mediciones de PIV del flujo a través de valvas hechas con hule silicón. Los parámetros del flujo y las dimensiones fueron los mismos que los de la Figura 4.12, excepto la longitud adimensional de las valvas, la cual en este caso es de $l/h = 2,00$. Las regiones con altos niveles de rapidez de deformación se muestran en colores cálidos, mientras que las regiones donde dicha propiedad es moderada, son representados con colores fríos. Para este caso, la máxima magnitud de la rapidez de deformación fue cercana a $|\underline{S}|_{max} = 70s^{-1}$.

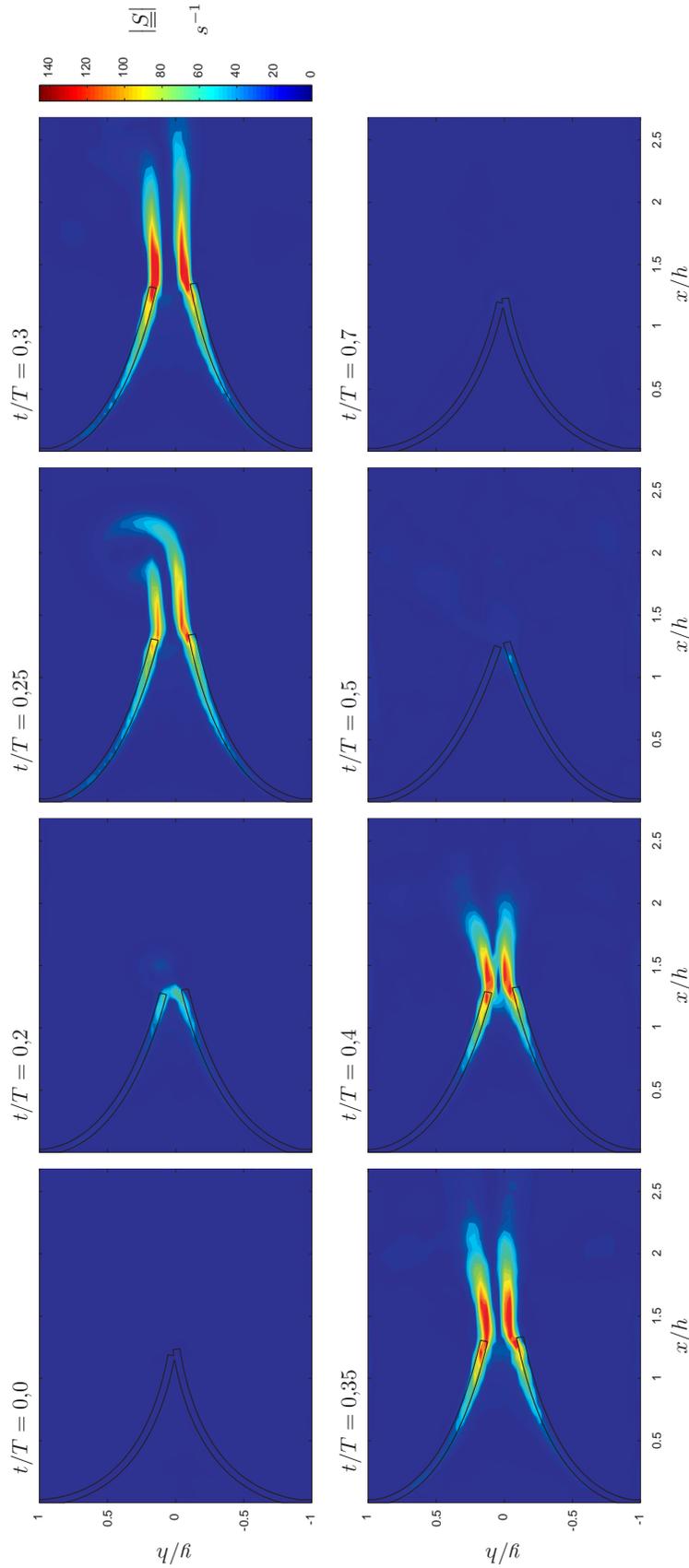


Figura 4.14: Campos promedio de la magnitud del tensor rapidez de deformación obtenidos de las mediciones de PIV del flujo a través de valvas hechas con hule silicón. Los parámetros del flujo y las dimensiones fueron los mismos que los de la Figura 4.12, excepto el espesor adimensional de las valvas, la cual en este caso es de $d/h = 0,053$. Las regiones con altos niveles de rapidez de deformación se muestran en colores cálidos, mientras que las regiones donde dicha propiedad es moderada, son representados con colores fríos. Para este caso, la máxima magnitud de la rapidez de deformación fue ligeramente superior a $|\underline{S}|_{max} = 140s^{-1}$.

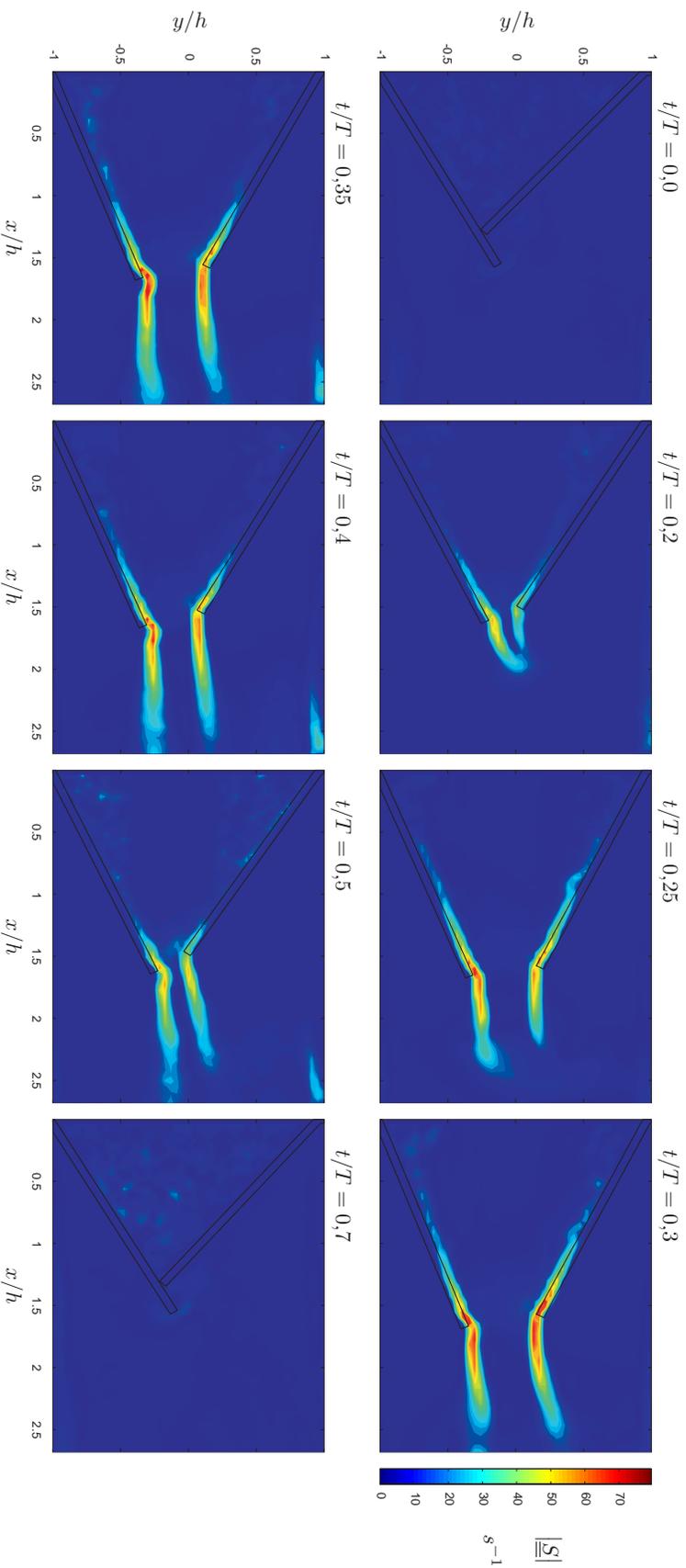


Figura 4.15: Campos promedio de la magnitud del tensor rapidez de deformación obtenidos de las mediciones de PIV del flujo a través de valvas hechas con aluminio y hule silicón. Los parámetros del flujo y las dimensiones fueron los mismos que los de la Figura 4.12, excepto el espesor adimensional de las valvas, la cual en este caso es de $d/h = 0,053$. Las regiones con altos niveles de rapidez de deformación se muestran en colores cálidos, mientras que las regiones donde dicha propiedad es moderada, son representados con colores fríos. Para este caso, la máxima magnitud de la rapidez de deformación fue ligeramente inferior a $|\underline{S}|_{max} = 80s^{-1}$.

La evolución de la máxima magnitud del tensor rapidez de deformación a lo largo del ciclo promedio para cada valva se muestra en la Figura 4.16. Aunque las valvas hechas de materiales con reducidos módulos de elasticidad producen bajas magnitudes de rapidez de deformación, esta propiedad material no es la más importante. La diferencia entre los niveles de rapidez de deformación está dada principalmente por el espesor de los materiales: las valvas gruesas producen hasta el doble de los niveles de rapidez de deformación que las valvas delgadas. Así mismo, está claro en las curvas de la Figura 4.16 que la longitud de las valvas tampoco es un factor determinante para los niveles o duración de la rapidez de deformación. Algunas conclusiones que surgen de la evolución de la rapidez de deformación en el ciclo, son: la duración de los altos niveles de rapidez de deformación son casi los mismo para todas las valvas; la rigidez a la flexión es la propiedad que afecta de manera más importante a los niveles de rapidez de deformación (esta propiedad también controla directamente el tamaño de las áreas de apertura).

4.2.3. Magnitud de la Rapidez de Deformación

La reducción del daño sanguíneo es la característica más importante de una buena prótesis de válvula cardíaca. De acuerdo con la hipótesis de Schneider[24], se piensa que esta cualidad se puede obtener al evitar altos niveles de rapidez de deformación. Una comparación de los máximos niveles de rapidez de deformación, a lo largo del ciclo cardíaco promedio y para todas las válvulas, se muestra en cada gráfica de la Figura 4.17. Cada curva está compuesta por los máximos locales del tensor rapidez de deformación para cada posición horizontal, en el instante de máxima rapidez de deformación global. La posición horizontal es $x - x_c$, donde x_c es la posición horizontal del extremo libre de la valva. Los valores negativos de dicha variable representan las posiciones aguas arriba con respecto al extremo de la valva, mientras que los valores positivos indican las correspondientes aguas abajo.

Las curvas obtenidas con las valvas de longitud $l/h = 1,5$ y $l/h = 1,75$ presentan un comportamiento Gaussiano debido a que su forma es parecida a una campana. Conforme la longitud de las valvas aumenta, la simetría de dicha campana se pierde; en las zonas cercanas a las valvas, los niveles de rapidez de deformación crecen en comparación con los de la región aguas abajo, en donde la longitud de las valvas no tiene repercusión alguna. En otras palabras, la longitud de las valvas tiene influencia, sobre la rapidez de deformación, únicamente en los valores negativos de la posición horizontal $x - x_c$. Así mismo, cuando la intensidad del flujo se incrementa (ya sea debido a un incremento en el volumen por pulso o en la frecuencia), los valores de la rapidez de deformación crecen.

En la Figura 4.17a, se nota claramente que las valvas delgadas de latex muestran valores ligeramente inferiores de rapidez de deformación en comparación con los observados con las valvas delgadas de hule silicón. También, de las Figuras 4.17d y 4.17e, se puede decir que las valvas gruesas de hule silicón y las de neopreno generan magnitudes de rapidez de deformación muy similares. De todos los datos mostrados en la Figura 4.17, el incremento más importante en los niveles de rapidez de deformación se deben al espesor de las valvas. Las valvas delgadas y flexibles (latex y hule silicón) provocan niveles relativamente bajos de rapidez

de deformación, mientras que las valvas gruesas (neopreno y hule silicón) general valores que son hasta cuatro veces superiores a los creados con valvas delgadas. Las valvas de materiales compuestos (aluminio-silicón) muestran niveles intermedios de rapidez de deformación Este comportamiento es resultado de la mezcla de propiedades que las valvas compuestas presentan: están hechos con los materiales más rígidos y tienen el mismo espesor que las valvas de neopreno, lo que les proporciona una gran rigidez a flexión; pero su construcción (mostrada en la Figura 2.3b) les permite abrirse fácilmente, al igual que las valvas delgadas de silicón -se puede decir que el mecanismo de apertura de las válvulas compuestas es como una bisagra elástica, el cual presenta una rigidez para abrirse prácticamente idéntica a la de las valvas delgadas de silicón-.

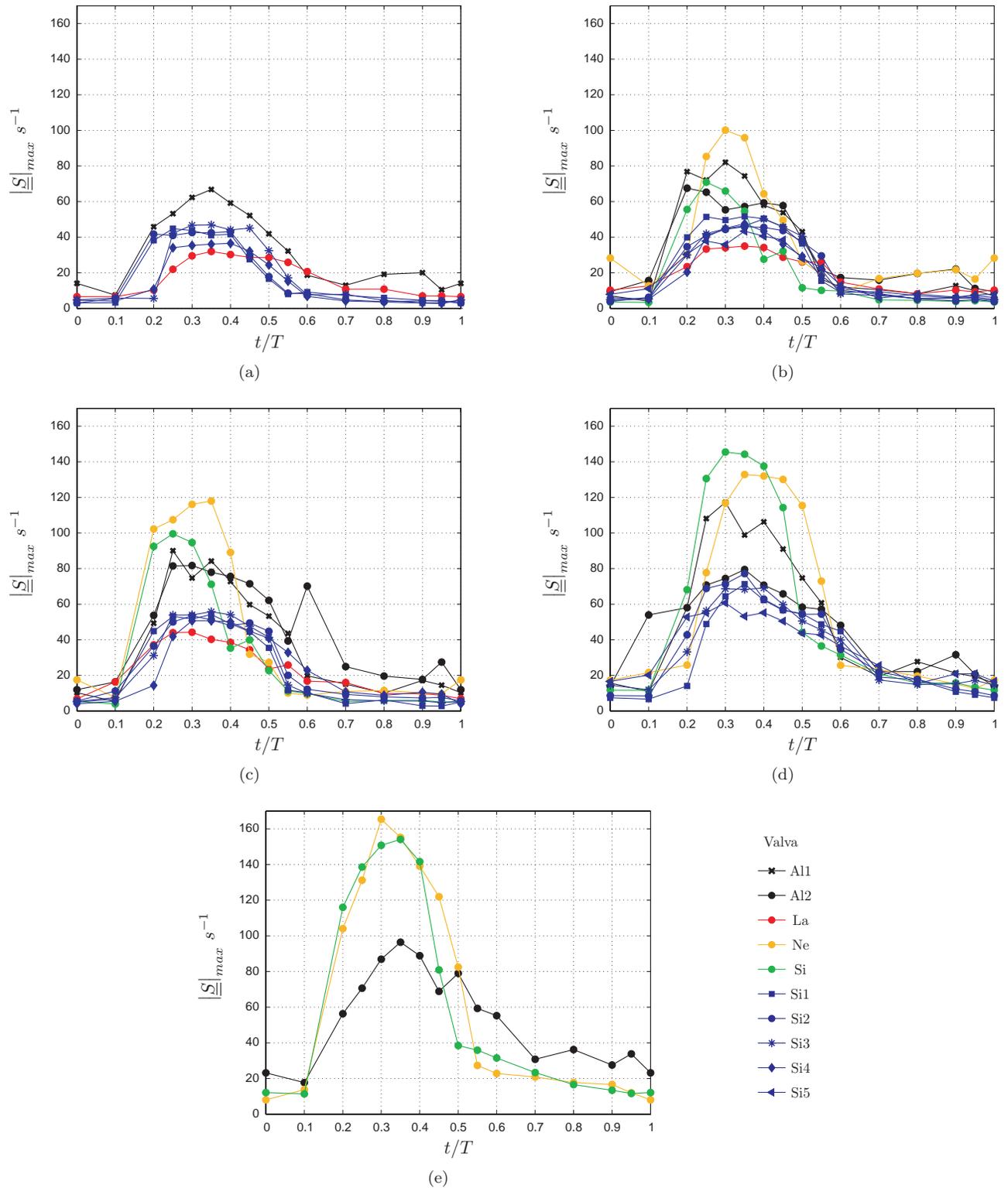


Figura 4.16: Evolución de la máxima magnitud del tensor rapidez de deformación a lo largo del ciclo promedio para todas las valvas, estudiadas en un flujo con un volumen por pulso y una frecuencia de: (a) $V = 2,6 \times 10^{-5} m^3$ y $f = 0,333 s^{-1}$, (b) $V = 3,8 \times 10^{-5} m^3$ y $f = 0,333 s^{-1}$, (c) $V = 5,1 \times 10^{-5} m^3$ y $f = 0,333 s^{-1}$, (d) $V = 3,8 \times 10^{-5} m^3$ and $f = 0,666 s^{-1}$, y (e) $V = 5,1 \times 10^{-5} m^3$ y $f = 0,666 s^{-1}$. Nomenclatura de acuerdo a la Tabla 2.2.

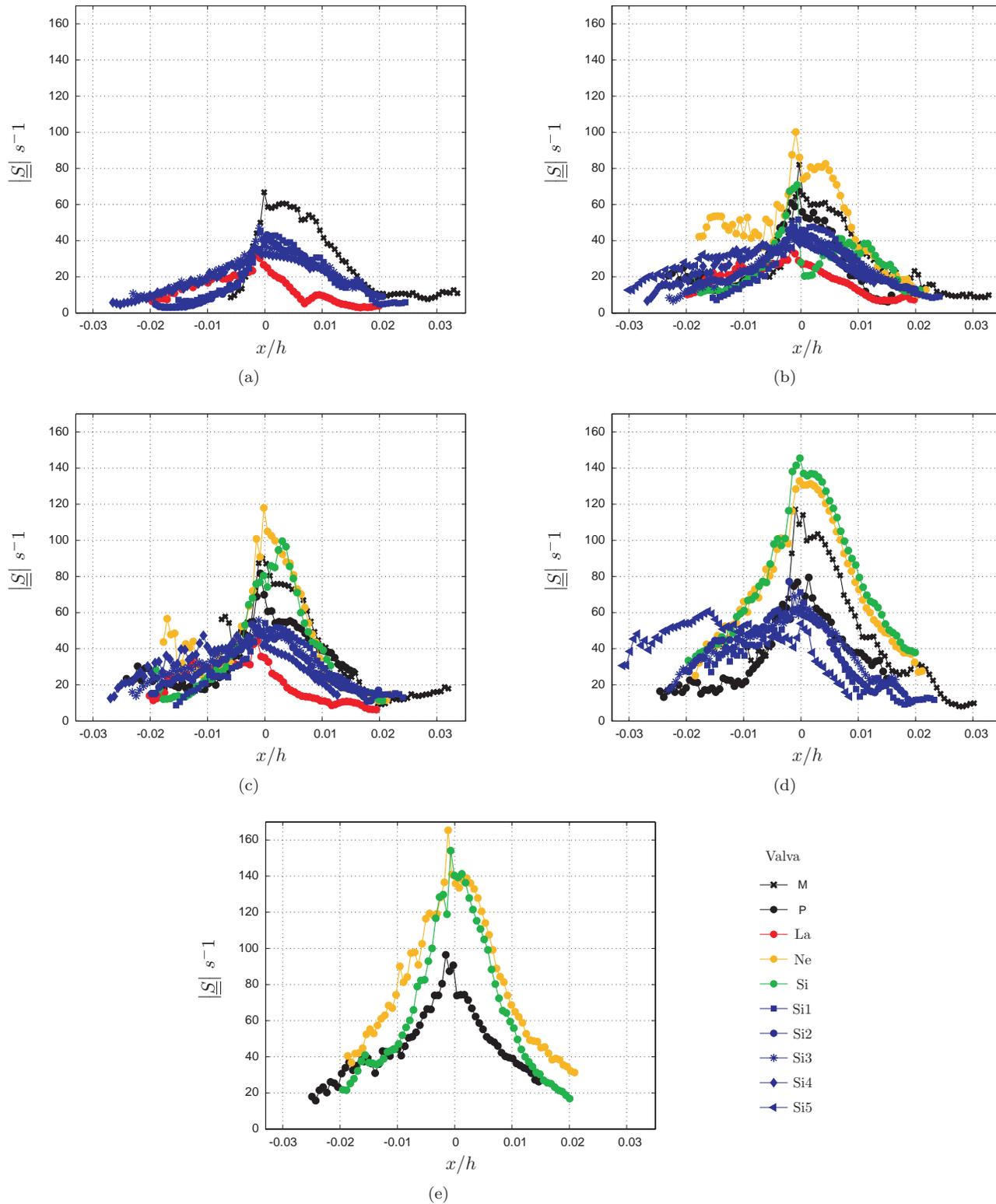


Figura 4.17: Máxima rapidez de deformación en cada posición horizontal $x - x_c$, donde x_c es la posición horizontal del extremo libre de cada valva. Para cada valva, en instante de máxima rapidez de deformación, se obtiene una curva. Los correspondientes volumen por pulso y frecuencia son: (a) $V = 2,6 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ y $f = 0,333 \text{ s}^{-1}$, (b) $V = 3,8 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ y $f = 0,333 \text{ s}^{-1}$, (c) $V = 5,1 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ y $f = 0,333 \text{ s}^{-1}$, (d) $V = 3,8 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ y $f = 0,666 \text{ s}^{-1}$, y (e) $V = 5,1 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ and $f = 0,666 \text{ s}^{-1}$. Nomenclatura de acuerdo a la Tabla 2.2.

Capítulo 5

Discusión

5.1. Gasto Volumétrico

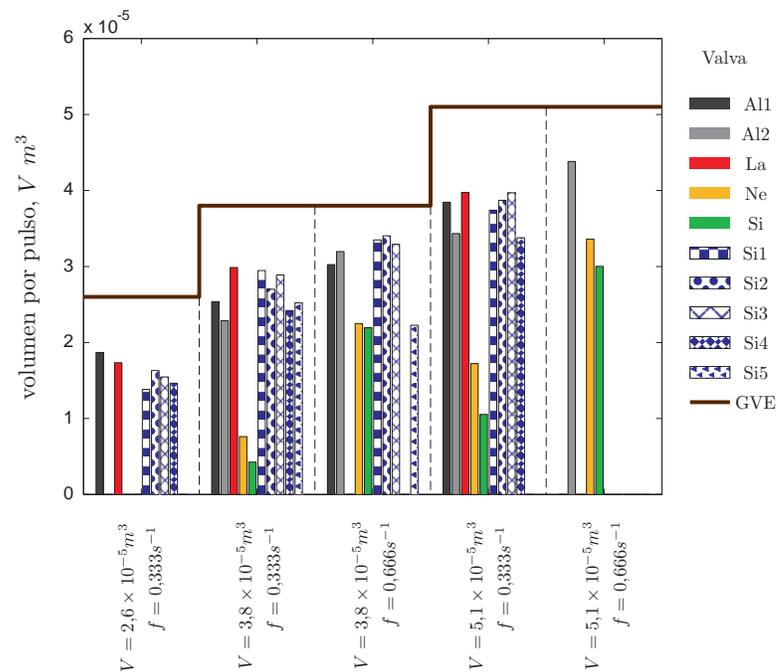


Figura 5.1: Gasto volumétrico experimental para cada válvula, en las condiciones de flujo específicas, comparada con el gasto volumétrico esperado GVE, o bien el volumen desplazado por la bomba, (la línea café). Nomenclatura de acuerdo a la Tabla 2.2.

Con el objeto de establecer una buena comparación, se estudiaron diversas valvas en uno de las condiciones de flujo. Dicha comparación se muestra en la Figura 5.1. Para cada condición de flujo, comparar la cantidad de fluido que se mueve a través de las válvulas fue el primer paso. Se esperaba que las mediciones arrojaran el mismo volumen por pulso para una condición particular, para cualquier combinación de dimensiones y

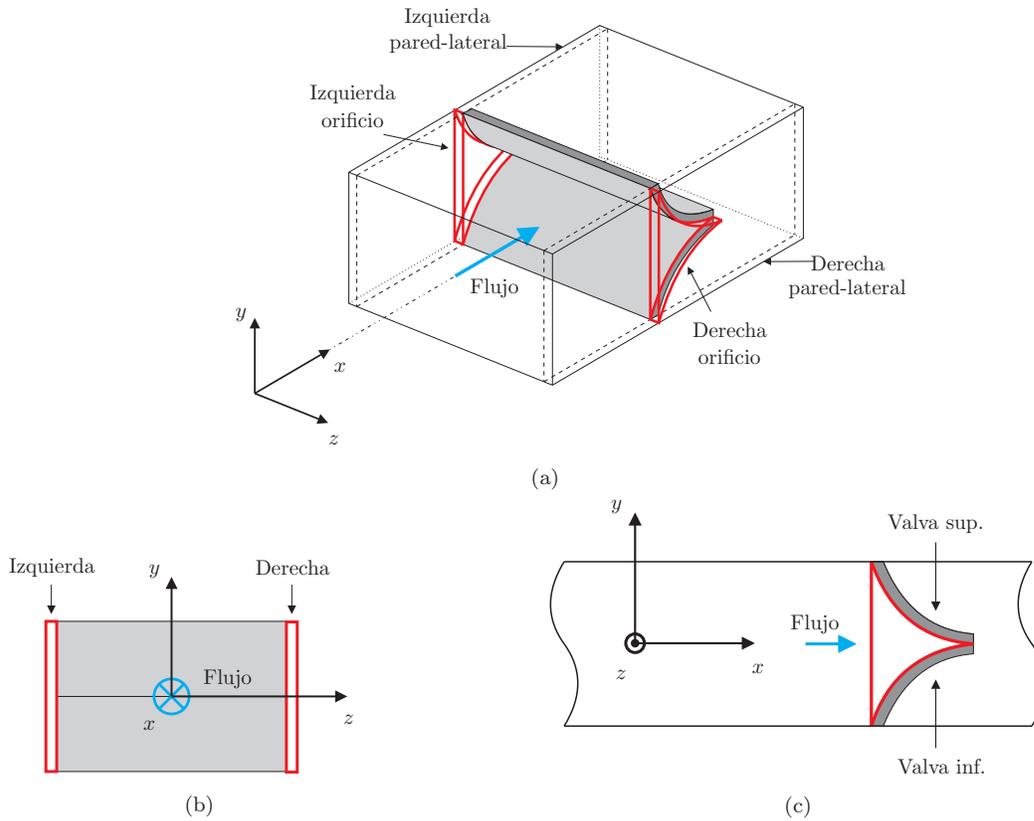


Figura 5.2: Representación esquemática de los orificios que existen entre las valvas y las paredes laterales del canal de pruebas. (a) muestra la vista isométrica, mientras que (b) muestra la vista frontal y (c) la lateral de las valvas y los orificios. Esta configuración minimiza la fricción entre las valvas y las paredes, pero el fluido es capaz de filtrarse a través de dichos orificios.

propiedades de los materiales de las valvas, lo cual no sucedió.

Al graficar el gasto volumétrico como función del tiempo, como en las gráficas de la Figura 4.8, el volumen por pulso es el área bajo cada curva

$$V = \int_0^T \dot{G} dt \quad (5.1)$$

Para las mismas condiciones de flujo, para cualquier par de valvas sin importar sus dimensiones o propiedades, el volumen por pulso experimental debería ser igual al volumen desplazado por la bomba. En ambos casos, valvas gruesas o delgadas, el volumen por pulso calculado a partir de las mediciones de PIV es diferente al enviado por la boba, como se muestra en la Figura 5.1. Tal discrepancia se puede explicar al considerar la existencia de dos pequeños orificios laterales localizados entre las valvas y las paredes laterales del canal de pruebas. Cada orificio es un rectángulo con el mismo ancho del canal de pruebas y con una profundidad en el rango de 0,5 a 1mm. Los orificios fueron contemplados en el diseño experimental para poder general un flujo bidimensional; la configuración empleada evita que las valvas toquen las paredes laterales del canal. Así mismo, permiten el acceso óptico a las valvas. Pero algunas complicaciones surgen cuando el fluido se

desplaza a través de dichos orificios cuando el flujo es poco intenso. Cuando la fuerza hidrodinámica generada por el flujo no es suficiente para abrir las valvas, pero el fluido debe ser desplazado, éste es forzado a pasar a través de los orificios. Los orificios están representados en la Figura 5.2.

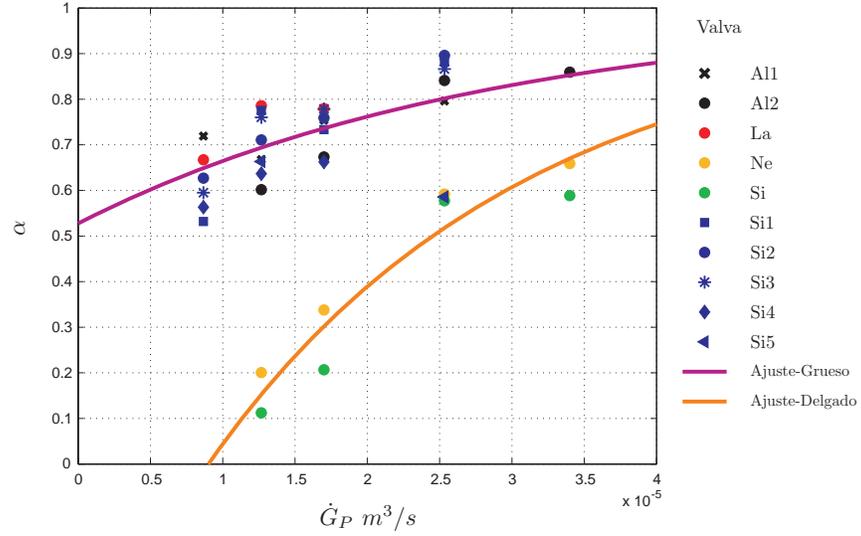


Figura 5.3: Factor de corrección del volumen por pulso para cada válvula. Se muestra un ajuste para valvas delgadas y gruesas, que corresponden a los modelos de la Tabla 5.1. Nomenclatura de acuerdo a la Tabla 2.2.

Tomando en cuenta ambos volúmenes, el que fluye entre las valvas y el que se mueve a través de los orificios, se puede realizar un balance del volumen total que corre en el circuito

$$V_P = V_L + V_F \quad (5.2)$$

donde V_P es el volumen desplazado por la bomba, V_L es el volumen que fluye a través de las válvulas (entre las valvas), y V_F es el volumen que se mueve a través de los orificios (escape). De los experimentos, se puede deducir que el escape es proporcional al volumen desplazado por la bomba, y que dicha proporcionalidad depende del gasto volumétrico, el cual, a su vez, es el volumen desplazado por la bomba multiplicado por la frecuencia, i.e. $V_F = \eta V_P$ and $\eta = \eta(\dot{G}_P) = \eta(V_P \times f)$. Introduciendo esta suposición en la ec.(5.2) se encuentra que

$$V_L = \alpha V_P \quad (5.3)$$

donde $\alpha = 1 - \eta$, lo cual también es función del gasto volumétrico, $\alpha = \alpha(\dot{G}_P)$. La relación entre el factor de corrección α y el gasto volumétrico (generado por la bomba) puede ser calculado para cada valva, como se muestra en la Figura 5.3. En el resumen presentado en la Tabla 5.1, los resultados muestran que el factor de corrección para las valvas delgadas es bastante diferente del correspondiente para las gruesas. El factor de correlación se puede ajustar a una función exponencial cuya asíntota es $\alpha = 1$. Para obtener el verdadero volumen de fluido que fluye a través de las valvas, para cada condición de flujo estudiada, se emplearon la ec.(5.3) y el modelo de la Tabla 5.1.

Ajuste	Valva	$\alpha(\dot{G}_P)$
Delgadas	Al1, Al2, La	$1 - 0,47 \exp(-3,43 \times 10^4 \dot{G}_P)$
	Si1, Si2, Si3	
	Si4, Si5	
Gruesas	Ne, Si	$1 - [0,69 \exp(-5,60 \times 10^4 \dot{G}_P) + 0,82 \exp(-3,77 \times 10^4 \dot{G}_P)]$

Cuadro 5.1: Factor de proporcionalidad α que describe la relación entre el volumen desplazado por la bomba y el volumen que fluye a través de las valvas, el cual aparece en la ec.(5.3). Nomenclatura de acuerdo a la Tabla 2.2.

5.2. Desempeño de las válvulas

Como se describe en la sección 4.1.2, se pudo visualizar el movimiento de las valvas mediante el uso de la HSC, con lo cual, el desempeño de las válvulas bidimensionales se pudo caracterizar. Se identificó un correcto desempeño, cuando la válvula funciona como una válvula “check”, i.e. el flujo sólo puede darse en un sentido. Por otra parte, cuando las valvas se doblan y, en consecuencia, permiten el flujo en ambos sentidos, se registra un mal funcionamiento. Los parámetros del flujo se modificaron en cada experimento, con una frecuencia de hasta 100 ciclos por minuto y un volumen por pulso de hasta 70 centímetros cúbicos. Se hizo un barrido en el rango de combinaciones de dichos parámetros, localizándose la transición de buen desempeño a funcionamiento defectuoso. Una curva de frecuencia como función del volumen por pulso, que define la zona de transición, se muestra en la Figura 5.4. La gráfica señala dos regiones importantes: debajo de cada curva, se observa un comportamiento adecuado; el mal funcionamiento sucede para las combinaciones que se encuentra sobre cada curva. Para cada válvula, la relación entre frecuencia y volumen por pulso es inversamente proporcional.

Se propusieron algunos parámetros adimensionales para determinar el desempeño de las válvulas, sin importar las propiedades de sus materiales o sus dimensiones. Tomando algunas ideas de [10] y [27], se hizo un análisis mecánico del torque en un estado de cuasi-equilibrio al instante de cierre de las valvas, como se muestra en la Figura 5.5a

$$M_E - F_E \Delta x = 0 \quad (5.4)$$

$$E_s I \frac{d^2 y}{dx^2} - F_E \Delta x = 0 \quad (5.5)$$

$$F_E = \frac{E_s I}{\Delta x} \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (5.6)$$

considerando que $\frac{d^2 y}{dx^2} \approx \frac{1}{h} \left(\frac{lh}{d^2} \right)$, como se explica en el Apéndice B y recordando que $I = \frac{1}{12} wd^3$, se puede

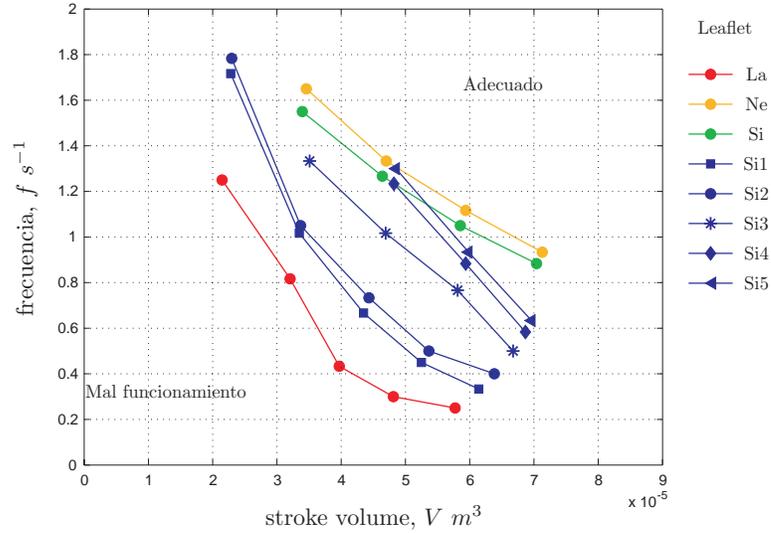


Figura 5.4: Desempeño de las valvas para todas las condiciones de flujo. Se muestra a la frecuencia como función del volumen por pulso. Nomenclatura de acuerdo a la Tabla 2.2.

calcular la fuerza elástica mediante

$$F_E = \frac{E_s w d^3 l}{12 \Delta x d^2} \quad (5.7)$$

Esta fuerza elástica F_E es la que se requiere para flexionar una valva, y al mismo tiempo es la reacción ejercida por la valva sobre el objeto que la distorsiona, el cual en este caso es la otra valva. Considerando la valva mostrada en la Figura 5.5b, se puede decir que la fuerza elástica generada por una valva es la fuerza de reacción que deforma a la otra, y viceversa.

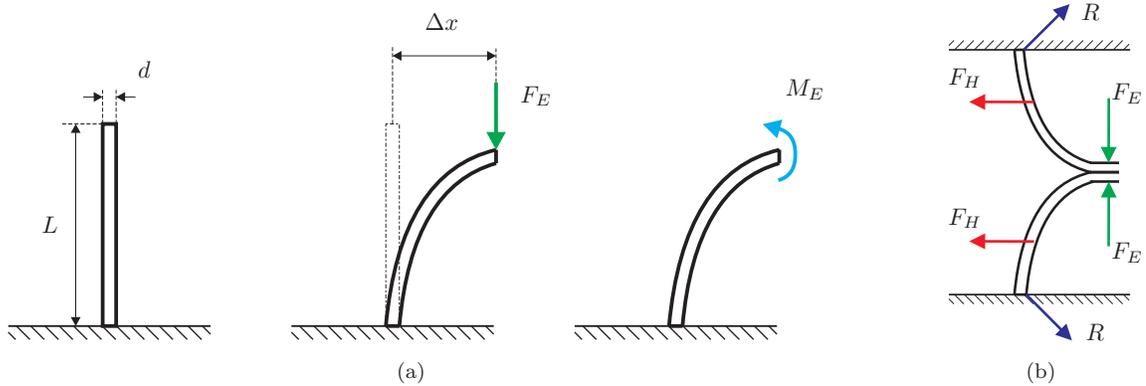


Figura 5.5: Esquema que describe la física del “estado de equilibrio”: (a) muestra la fuerza elástica generada por una viga delgada al ser doblada; (b) muestra las fuerzas aplicadas sobre o ejercidas por las valvas en el estado de equilibrio.

La fuerza hidrodinámica que provoca el cierre de las valvas es

$$F_H = \Delta P A_T \quad (5.8)$$

donde A_T es el área de la sección transversal de la mitad (superior o inferior) del canal de pruebas, y $\Delta P = P_d - P_u$ es la diferencia de presiones transvalvular, la cual es negativa durante el cierre de la válvula ya que la presión aguas abajo P_d (respecto a la posición de las valvas) es menor a la presión aguas arriba P_u . Por tanto, cuando las valvas se están cerrando, hay una batalla entre la fuerza hidrodinámica sobre la valva, la cual tiende a doblarlas para permitir el contraflujo, y la reacción elástica, la cual trata de mantener cerrada a la válvula. La fuerza hidrodinámica se puede expresar como

$$F_H = \frac{1}{2} \rho_f U_D^2 A_T \quad (5.9)$$

donde ρ_f es la densidad del fluido y U_D es la velocidad promedio del mismo durante la diástole. Considerando que

$$U_D = \frac{Vf}{t_D(2hw)} \quad (5.10)$$

donde el factor t_D es la fracción diastólica, calculada como $t_D = 1 - t_S$ ($t_D = 0,65$, ver Tabla 2.1), y $A_T = hw$, se tiene que

$$F_H = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t_D} \right)^2 \rho_f f^2 \left(\frac{V}{2hw} \right)^2 (hw) \quad (5.11)$$

En el balance de fuerzas también aparece la fuerza de reacción R , que mantiene el eje empotrado de cada valva en una posición horizontal fija, como se muestra en la Figura 5.5b.

Durante la diástole, se puede realizar un balance de torques para cada valva

$$\Pi' = \frac{M_H}{M_E} = \frac{F_H h}{F_E \Delta x} \quad (5.12)$$

de donde, Π' es un parámetro adimensional que determina la condición crítica, Π'_c , en la cual sucede la transición entre buen funcionamiento e inadecuado. Cuando $0 < \Pi' < \Pi'_c$ la fuerza elástica domina el fenómeno y las valvas permanecen cerradas durante la fase diastólica; si $\Pi'_c < \Pi'$ la fuerza hidrodinámica domina y las valvas se doblan, permitiendo el contraflujo. Usando las ecs.(5.11) y (5.7), la ec.(5.12) se reescribe como

$$\Pi' = \frac{6}{(t_D)^2} f^2 \frac{\rho_f}{E_s} \left[\frac{V}{2hw} \right]^2 \frac{h^2}{ld}$$

y, después de un tratamiento algebraico, se puede escribir

$$\Pi = \frac{f^*}{V^*} \quad (5.13)$$

donde

$$f^* = f \sqrt{ld} \sqrt{\frac{\rho_f}{E_s}} \quad (5.14)$$

y

$$V^* = \frac{V}{2hwl} \left(\frac{h}{d} \right) \quad (5.15)$$

son cantidades adimensionales, y

$$\Pi = \frac{t_D}{\sqrt{6}} \sqrt{\Pi'} \quad (5.16)$$

es una constante.

Ahora, considerando f^* y V^* , se puede dibujar nuevamente la Figura 5.4. Las variables re-escaladas se muestran en la Figura 5.6. Claramente, todas las curvas colapsan en una curva maestra. Por tanto, la adimensionalización propuesta es la adecuada.

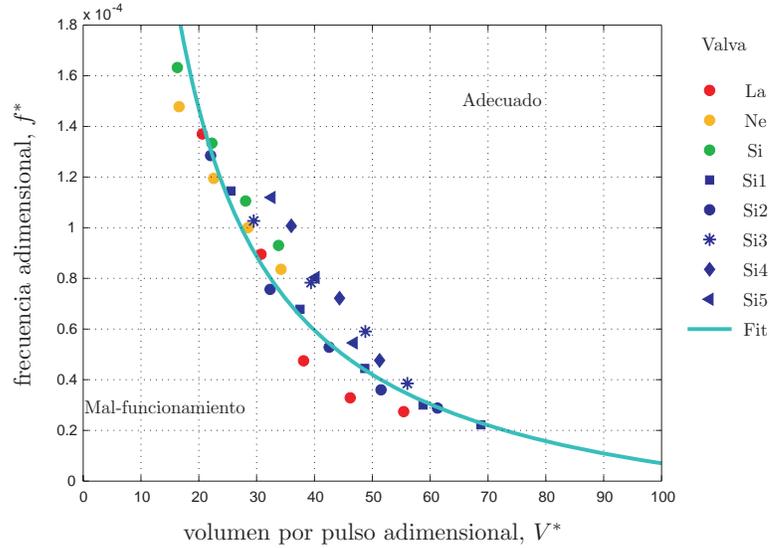


Figura 5.6: Datos del desempeño de las valvas en términos de las condiciones adimensionales del flujo. La frecuencia adimensional se muestra como función del volumen por pulso. La curva de ajuste corresponde a la expresión en la ec.(5.17). Nomenclatura de acuerdo a la Tabla 2.2.

El eje horizontal muestra el volumen por pulso adimensional $V^* = \frac{V}{2hwl} \left(\frac{h}{d}\right)$. Como se describe en la Figura 5.7a, el producto $2hwl$ es el máximo volumen de fluido que puede moverse entre las valvas de longitud l cuando se abren completamente, despreciando el espesor de las valvas $2d$. En los experimentos con valvas cuyo desempeño es adecuado, este volumen es el más grande que puede ir en contraflujo durante la fase diastólica. Un volumen mayor implica que las valvas se doblen y permitan el contraflujo. El parámetro d/h es la razón entre el espesor de la valva y el semi-ancho del canal de pruebas; aparece en la variable adimensional V^* para agregar la contribución del espesor de las valvas: valvas gruesas pueden resistir un contraflujo mayor que las valvas delgadas. En consecuencia, el parámetro adimensional V^* es una comparación directa entre el volumen succionado por la bomba durante la diástole, y el máximo volumen que las valvas pueden soportar sin llegar al mal funcionamiento.

El eje vertical representa a la frecuencia adimensional definida como $f^* = f \left(\frac{d_c}{U_c}\right)$, donde d_c es la longitud equivalente de las valvas $d_c = \sqrt{ld}$, y U_c es la velocidad de propagación de onda longitudinal en una viga delgada y elástica definida como $U_c = \sqrt{\frac{E_s}{\rho_s}}$. Por tanto, el parámetro adimensional f^* es una comparación entre la frecuencia del flujo f , i.e. la frecuencia cardiaca, y la frecuencia elástica característica $\frac{U_c}{d_c}$ de la valva. La primera es una frecuencia impuesta al sistema, mientras que la segunda es la frecuencia característica a la cual las valvas de longitud d_c reaccionan cuando se les aplica una carga externa, además de desarrollar

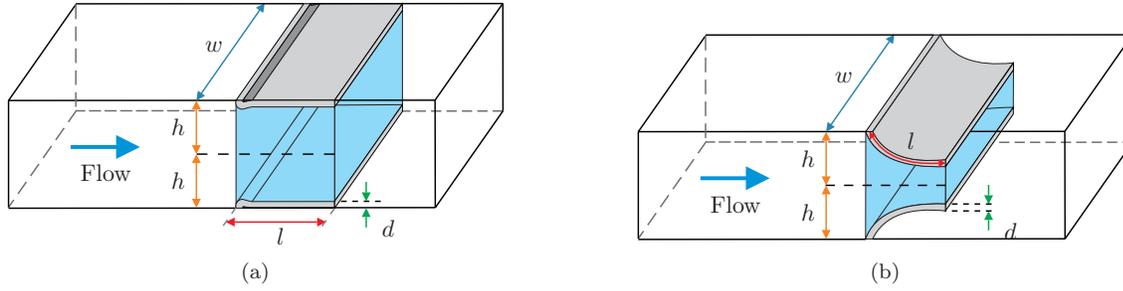


Figura 5.7: Volumen característico de los experimentos: (a) muestra el máximo volumen de fluido que puede encontrarse entre las valvas, mientras que (b) muestra el máximo volumen real que las valvas, que funcionan correctamente, pueden soportar.

esfuerzos internos que se oponen al movimiento. Cuando f^* presenta un valor muy grande, la valva tiene suficiente tiempo para reaccionar y generar esfuerzos internos, lo cual provoca su flexión en la dirección incorrecta y el mal funcionamiento. Por otro lado, si el valor de f^* es pequeño, las valvas ponen suficiente resistencia al flujo para detenerlo y sellar el canal. Es importante mencionar que el parámetro $\frac{U_c}{d_c}$ también puede ser interpretado como la máxima rapidez de deformación que las valvas pueden soportar antes de doblarse.

En la Figura 5.6, la tendencia de la curva indica proporcionalidad que presenta la frecuencia adimensional respecto al inverso del volumen adimensional. Para valores reducidos de V^* , la válvula funciona correctamente aún para valores altos de f^* . En contraste, para valores altos de V^* , f^* debe presentar valores pequeños para mantener el desempeño aceptable. La curva de comportamiento de las valvas puede ajustarse a

$$f^* = k_1 \frac{1}{V^*} + k_2 \quad (5.17)$$

donde $k_1 = 0,0035$ y $k_2 = -2,8 \times 10^{-5}$. En consecuencia, $\Pi_c = 3,5 \times 10^{-3}$ y $\Pi'_c = 1,74 \times 10^{-4}$.

En la Figura 5.8 se observa el gasto volumétrico adimensional como función del volumen por pulso adimensional, definido como $\dot{G}^* = V^* f^* = \frac{Vf}{G_c}$ donde $\dot{G}_c = 2w\sqrt{ld}\sqrt{\frac{E_s}{\rho_s}}$. El producto $2w\sqrt{ld}$ es el área equivalente de las valvas, expuesta al flujo, y en consecuencia \dot{G}_c es el impulso específico total aplicado a las valvas.

La tendencia de la curva de ajuste muestra que \dot{G}^* decae conforme V^* crece. La función que describe la dependencia de \dot{G}^* en V^* se define como

$$\dot{G}^* = k_1 + k_2 V^* \quad (5.18)$$

Nuevamente, la gráfica adimensional muestra el desempeño de las válvulas bidimensionales. La región debajo del ajuste indica el correcto funcionamiento de las valvas, mientras que la región superior representa el comportamiento defectuoso.

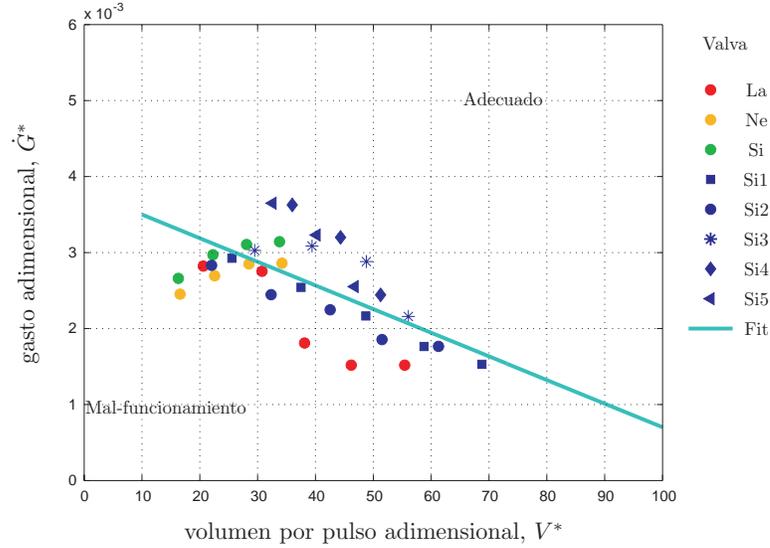


Figura 5.8: Gasto volumétrico adimensional como función del volumen por pulso adimensional. El curva de ajuste corresponde a la ec.(5.18). Nomenclatura de acuerdo a la Tabla 2.2.

5.3. Rapidez de Deformación

En adelante, de los resultados descritos en la sección 4.2.3, sólo se estudiarán los casos de válvulas hechas con materiales hiperelásticos (latex, hule silicón y neopreno). Al juntar todos los resultados mostrados en la Figura 4.17 en una sola gráfica, como en la Figura 5.9, se observa el comportamiento general: válvulas delgadas y suaves causen niveles menores de rapidez de deformación a los generados por válvulas gruesas y más rígidas. Así mismo, se puede concluir que las válvulas largas niveles importantes de rapidez de deformación en la zona donde la posición horizontal $x - x_c$ toma valores negativos. Tanto el espesor como la velocidad del chorro, que sale de las válvulas, son variables relevantes en la determinación de los niveles de rapidez de deformación. También, como ya se había discutido, el área de apertura muestra una relación inversa respecto a la rigidez a flexión de las válvulas.

Algunos parámetros y números adimensionales deben considerarse para analizar los datos de rapidez de deformación. Así mismo, se debe conocer el rango de valores que dichos parámetros toman en los experimentos realizados.

Primero, para la longitud equivalente de la sección longitudinal de una válvula, $d_c = \sqrt{ld}$, se tiene $2,99 \times 10^{-3} \leq d_c \leq 4,56 \times 10^{-3}$. La velocidad promedio del flujo durante la fase diastólica del ciclo, $U_S = \frac{Vf}{t_S(2hw)}$, toma valores entre $2,54 \times 10^{-3} \leq U_S \leq 4,31 \times 10^{-2}$. La máxima rapidez del flujo, U_{max} , observada a lo largo del ciclo está entre $1,2 \times 10^{-1} \leq U_{max} \leq 5,1 \times 10^{-1}$. En cuanto a los números adimensionales relevantes, se tiene al número de Reynolds, definido como $Re = \frac{\rho U_S h}{\mu}$, el cual varía entre $3,81 \times 10^1 \leq Re \leq 6,47 \times 10^2$. Este parámetro representa una comparación entre la inercia y la viscosidad del fluido. El número de Keulegan-Carpenter o número de periodo dado por $Kc = \frac{U_S h}{ldf}$, el cual toma valores entre $5,49 \times 10^0 \leq Kc \leq 1,10 \times 10^2$. Este indica la comparación entre la fuerza hidrodinámica ejercida sobre la válvula y su inercia. Finalmente, el

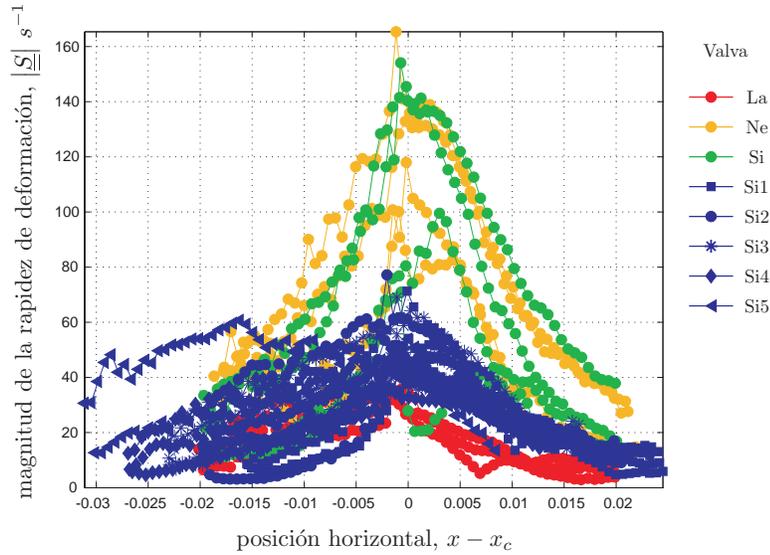


Figura 5.9: Magnitud de la rapidez de deformación como función de la posición horizontal, para todas las valvas y condiciones de flujo. Los valores negativos de la posición horizontal $x - x_c$ representan la región aguas arriba respecto al extremo libre de las valvas, mientras que la región aguas abajo está indicada por los valores positivos de $x - x_c$. Nomenclatura de acuerdo a la Tabla 2.2.

rango de valores de un pseudo-Weissenberg, definido como $Wi^* = \frac{\mu U_S}{E_s h}$, es $7,69 \times 10^{-11} \leq Wi^* \leq 2,04 \times 10^{-9}$. Este último parámetro adimensional se interpreta como la comparación entre los efectos inerciales y elásticos de las valvas. Se puede asegurar que, de acuerdo con el orden de magnitud de los números adimensionales, los experimentos están determinados por la fuerza hidrodinámica y la elasticidad de las valvas (suposición que se considera en la sección 5.2).

Para simplificar el fenómeno, basta considerar un campo de velocidades arbitrario en un instante arbitrario, como el mostrado en la Figura 5.10a. Debido a la simetría respecto al plano horizontal $y = 0$, el campo de flujo se puede dividir en dos regiones principales. Y aunque ambas regiones se encuentran físicamente acopladas y su representación proviene de las mismas ecuaciones, se pueden aislar las región aguas arriba y aguas abajo.

La región aguas arriba (mostrada en la Figura 5.10a como una región azul pálido) puede considerarse como un flujo plano a lo largo de una pared curva, descrita a grandes rasgos en la Figura 5.10b. La estructura del campo de velocidades sugiere el tratamiento de esta zona como un flujo de capa límite. Las propiedades del flujo en esta región dependen en gran medida de los parámetros de la valva, en particular, de sus dimensiones. Para esta región se propone la posición horizontal adimensional y la magnitud adimensional de la rapidez de deformación, de la siguiente manera

$$x_u = \frac{x - x_c}{l} \quad S_u^* = S^* \left(\frac{h^3}{l^2 d} \right)^{1/2} \left(\frac{Kc}{Re} \right)^{1/4} \quad (5.19)$$

donde

$$S^* = \frac{|\underline{S}| d_c}{U_{max}} \quad (5.20)$$

La elección de S_u^* se hizo a prueba y error. Claramente, como se muestra en la Figura 5.11a, las mediciones de rapidez de deformación colapsan en una banda de valores cuya dispersión es menor que la mostrada en la Figura 5.9 para todas las condiciones de flujo y propiedades de los materiales. El comportamiento general mostrado en la Figura 5.11a corresponde al ajuste dado por la siguiente ecuación

$$S_u^* = k_3 \cdot \exp(k_4 x_u) \quad (5.21)$$

donde $k_3 = 0,03$ y $k_4 = 1,56$. Con esta relación experimental, se tiene que

$$|\underline{S}| = k_3 \left(\frac{U_{max}}{d_c} \right) \left(\frac{l}{h} \right) \left(\frac{d}{h} \right)^{1/2} \left(\frac{Re}{Kc} \right)^{1/4} \exp(k_4 x_u) \quad (5.22)$$

De la ec.(5.22), se observa que la rapidez de deformación escala con la rapidez de deformación característica U_{max}/d_c (la cual es conveniente debido al comportamiento tipo capa límite), con la raíz cuadrada del espesor adimensional d/h y la raíz cuarta de la razón del número de Keulegan-Carpenter sobre el número de Reynolds $\frac{Kc}{Re}$. La rapidez de deformación también es proporcional a la longitud adimensional de las valvas l/h , lo cual implica que la longitud de las valvas es uno de los parámetros más importantes en la generación de altos niveles de rapidez de deformación en esta región del flujo.

Por otra parte, la zona aguas abajo (la región rojo pálido de la Figura 5.10a) se puede considerar como un chorro libre que se mueve en una región confinada (un canal), como se muestra en la Figura 5.10c. Este flujo bidimensional también parece comportarse como un problema de capa límite dependiente de la variable temporal. Así mismo, se debe tomar en cuenta la formación de vórtices y su desprendimiento de las valvas. En esta región, la relación entre las propiedades del flujo y los parámetros de las valvas es tan importante como para la otra región, pero en este caso, la elasticidad debe tomar un papel determinante en el fenómeno. Para la zona aguas abajo, se definen la posición horizontal y la magnitud de la rapidez de deformación, ambos adimensionales, como

$$x_p = \frac{x - x_c}{h} \quad S_p^* = S^* \left(\frac{h}{d} \right)^{1/2} \left(\frac{Kc \cdot Wi^*}{Re} \right)^{1/4} \quad (5.23)$$

donde

$$S^* = \frac{|\underline{S}| d_c}{U_{max}} \quad (5.24)$$

la nueva variable adimensional S_p^* fue encontrada de la misma manera que S_u^* . Nuevamente, tomando los datos de la Figura 5.9, los nuevos parámetros adimensionales se muestran en la Figura 5.11b. El comportamiento aguas abajo se ajusta a

$$S_p^* = k_5 \cdot \exp(k_6 x_p) \quad (5.25)$$

donde $k_5 = 0,02$ y $k_6 = -1,17$. En este caso, el comportamiento experimental permite expresar a la rapidez de deformación de la siguiente manera

$$|\underline{S}| = k_5 \left(\frac{U_{max}}{d_c} \right) \left(\frac{d}{h} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{Wi^*} \right)^{1/4} \left(\frac{Re}{Kc} \right)^{1/4} \exp(k_6 x_p) \quad (5.26)$$

De la ec.(5.26), se extraen los factores de las rapidez de deformación en esta región: la rapidez de deformación característica U_{max}/d_c , la raíz cuadrada del espesor adimensional d/h y la raíz cuarta de la razón del número de Keulegan-Carpenter sobre el Reynolds $\frac{Kc}{Re}$. La rapidez de deformación en esta región muestra la misma dependencia a las cantidades previas que en la región aguas arriba. Por lo tanto, la principal componente de la ec.(5.26) es el pseudo-Weissenberg Wi^* . En este caso, la rapidez de deformación es inversamente proporcional a la raíz cuarta del pseudo-Weissenberg, lo cual denota la gran influencia que tienen las propiedades elástica de las valvas en esta región del flujo.

Como se puede ver de las ecs.(5.22) y (5.26), aunque las dos regiones muestran características tipo capa límite, además de su dependencia al espesor de las valvas, en ellas se observan diferentes reacciones a la longitud y elasticidad de las valvas. En consecuencia, el proceso de adimensionalización lleva al colapso de los datos de rapidez de deformación, pero cada región presenta su propia tendencia. En este momento, no existe una interpretación física contundente. Obviamente, se requiere un análisis del flujo a profundidad, para poder justificar la dependencia funcional de la rapidez de deformación en las expresiones 5.19 y 5.23.

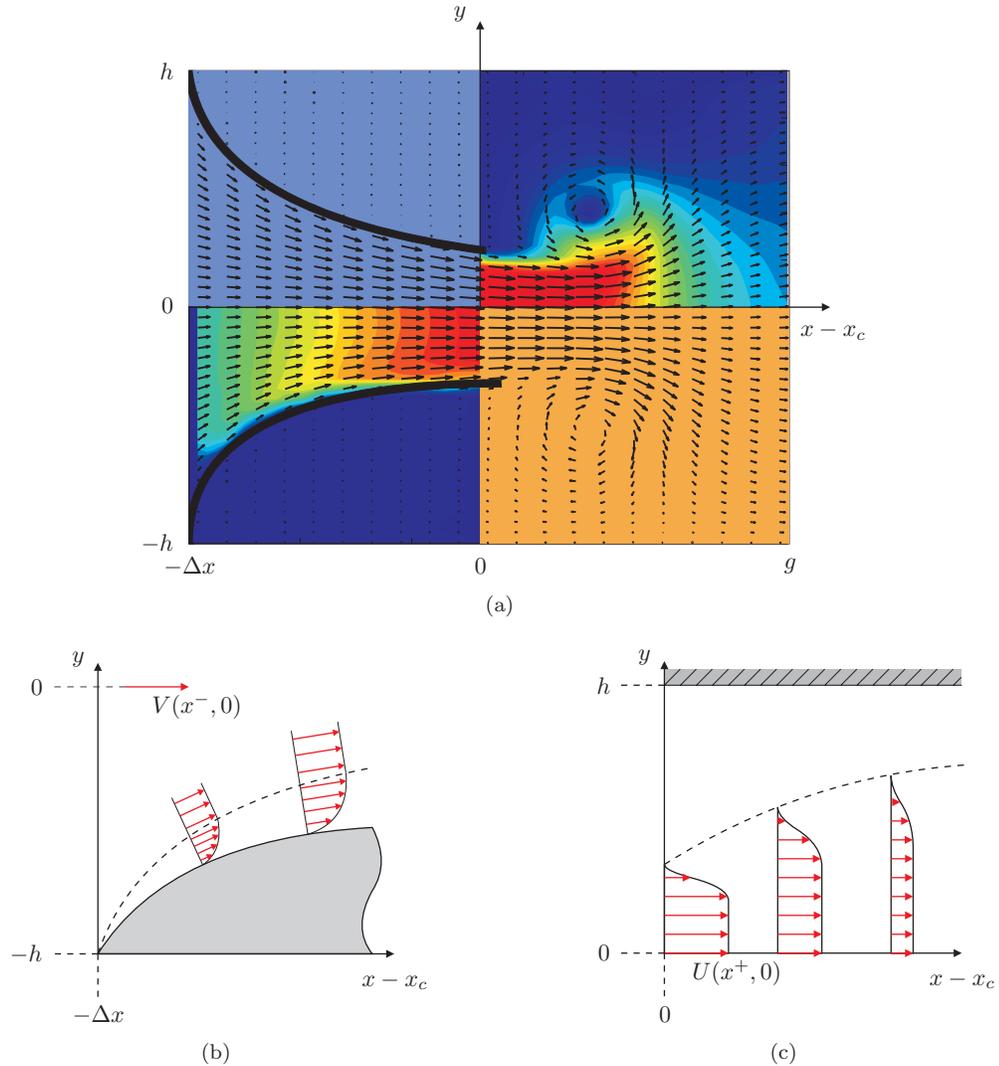


Figura 5.10: Simplificación del fenómeno y separación de las regiones de flujo. En (a) se puede observar el campo de velocidades en el instante $t/T = 0,3$ del flujo ilustrado en la Figura 4.9 el cual, debido a su simetría, puede separarse en dos regiones principales: (b) la zona aguas arriba respecto al extremo libre de las valvas, la cual se puede estudiar como un caso de flujo plano a lo largo de una pared curva; mientras que (c) la región aguas abajo se puede analizar como un chorro libre bidimensional.

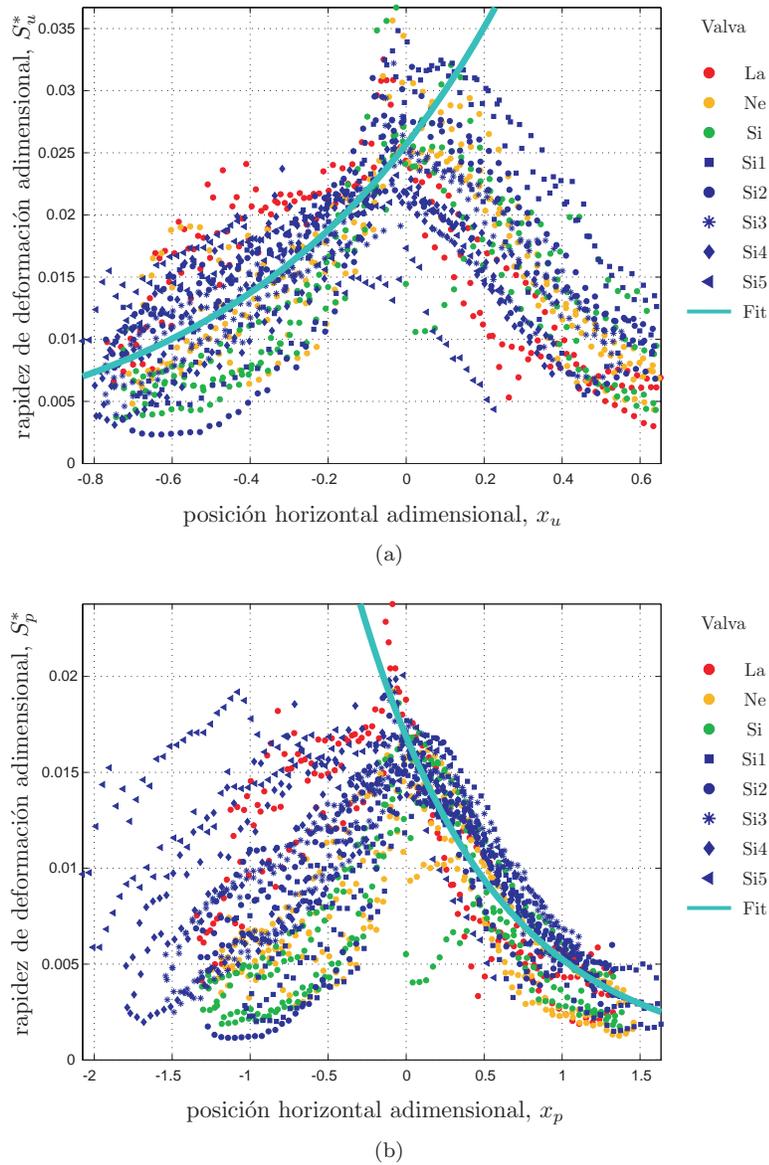


Figura 5.11: Rapidez de deformación adimensional: (a) en la región aguas arriba respecta al extremo libre de las valvas; (b) en la región aguas abajo. Nomenclatura de acuerdo a la Tabla 2.2.

Capítulo 6

Conclusiones y Comentarios Finales

El principal objetivo de esta trabajo era entender la relación entre las características de una valva bidimensional y su comportamiento. Se encontró una curva maestra que describe el desempeño de una valva hecha con un material hiperelástico, dentro del rango de parámetros:

$$\begin{aligned} 1,5 \leq \frac{l}{h} \leq 2,5 & & 0,027 \leq \frac{d}{h} \leq 0,053 \\ 8,3 \times 10^5 Pa \leq E_s \leq 2,96 \times 10^6 Pa & & t_s = 0,35 \\ 2 \times 10^{-5} m^3 \leq V \leq 7,5 \times 10^{-5} m^3 & & 0,2s^{-1} \leq f \leq 1,8s^{-1} \end{aligned}$$

Con los resultados, resumidos en la Figura 5.6, es posible determinar si una válvula, con determinada geometría y hecha de un material específico, trabajará de manera adecuada. La curva de desempeño, la cual relaciona el volumen desplazado por pulso -ec. 5.15)- con la frecuencia -ec. 5.14-, indica la existencia de dos regímenes de funcionamiento: la operación correcta y defectuosa de las válvulas. En esa curva se presentan dos parámetros adimensionales los cuales involucran a las dimensiones de las valvas, las propiedades de sus materiales y las condiciones de flujo. Una combinación de dimensiones y propiedades materiales se debe seleccionar de entre las múltiples opciones que presenta la curva de ajuste de la Figura 5.6, de manera que la válvula bidimensional presente un buen desempeño de acuerdo a las condiciones específicas de su operación. Además del correcto desempeño, el diseño de prótesis de válvula deberá considerar el conjunto de parámetros que minimize los niveles de rapidez de deformación en el flujo.

En este proyecto se evaluaron los niveles de rapidez de deformación causados por la interacción entre el flujo y diferentes tipos de valvas. Los experimentos comprobaron lo que la intuición nos hace pensar respecto a la relación entre condiciones de flujo y parámetros de las valvas. Se encontró que las valvas delgadas reducen los niveles de rapidez de deformación, pero en un rango de operación muy limitado. Por otra parte, las valvas gruesas muestran un buen desempeño en un amplio rango de condiciones de flujo, pero generan muy altos niveles de rapidez de deformación. El área de apertura de las valvas flexibles es amplia, lo cual reduce la rapidez de deformación, pero operan en un rango reducido. También, en condiciones intensas de flujo, este

tipo de valvas se comporta de manera inestable (movimiento caótico). Por el contrario, las valvas rígidas operan en un amplia gama de condiciones de flujo, pero su área de apertura es muy estrecha, lo cual genera altos niveles de rapidez de deformación. Las valvas largas soportan condiciones de flujo mucho más intensas, pero incrementan el tamaño de las regiones en donde la rapidez de deformación alcanza niveles importantes.

La intensidad de la rapidez de deformación esta relacionada con las condiciones del flujo de dos formas diferentes, cada una dependiendo de la región del flujo bajo estudio. En la región aguas arriba, el flujo presenta un comportamiento tipo capa límite a lo largo de una pared curva; mientras que en la zona aguas abajo, el flujo se puede tomar como un chorro libre bidimensional. Se encontró, para cada región (aguas arriba y abajo) una banda de valores de rapidez de deformación en función de la posición horizontal. En ambas regiones, varios parámetros adimensionales determinan la tendencia de la rapidez de deformación. Como se sabe a partir de las ecs.(5.22) y (5.26), el primer parámetro involucrado es la rapidez de deformación característica U_{max}/d_c , la cual es adecuada para ambas zonas debido a el comportamiento tipo capa límite presentado. La rapidez de deformación en ambas regiones escala con esta cantidad. El espesor adimensional d/h también en un factor de la rapidez de deformación en ambas zonas, y aparece como una raíz cuarta. Los números de Reynolds y de Keulegan-Carpenter están bastante involucrados en la física del fenómeno. En ambas regiones, la rapidez de deformación es función de la razón entre estos dos números adimensionales, $\frac{Kc}{Re}$. En ambos casos, este factor también aparece como una raíz cuarta. Existen dos importantes rasgos que marcan la diferencia entre las dos regiones:

- La longitud adimensional de las valvas l/h es únicamente relevante en la región aguas arriba, en donde la rapidez de deformación es función de su inverso. Las dimensiones de las valvas son parámetros que determinan la generación de altos niveles de rapidez de deformación en esta locación del flujo.
- En la región aguas abajo, la rapidez de deformación es inversamente proporcional a la raíz cuarta de número adimensional pseudo-Weissenberg, Wi^* . En esta zona, la rapidez de deformación se encuentra fuertemente influenciada por las propiedades elásticas de las valvas.

En ambas regiones, las curvas adimensionales, que describen la rapidez de deformación, presentan una dependencia tipo exponencial respecto a la posición horizontal. Además, de acuerdo con el rango de valores que toman los números adimensionales, se puede aseverar que los experimentos son controlados por la fuerza hidrodinámica, que genera el flujo sobre las valvas, y la elasticidad de las valvas. Se requiere de un estudio detallado del flujo en ambas regiones, para entender la relación existente entre las características de las valvas y del flujo. Dicho análisis se encuentra fuera de las expectativas de este trabajo.

Claramente, la geometría de las valvas estudiadas es una simplificación de las prótesis de válvulas cardiacas “reales”. Sin embargo, se considera que en esta tesis se han conservado las características fundamentales de la interacción valva-flujo. El trabajo a futuro en este tema deberá incluir geometrías más parecidas a las de las válvulas existentes. Se pueden mencionar, entre los efectos que deben ser estudiados:

- Incluir una segunda curvatura (una geometría valvular más compleja), lo cual se reflejará como un

cambio en la rigidez a flexión.

- Considerar un fluido con naturaleza no-Newtoniana (mayor viscosa y con un comportamiento elástico significativo), para emular las propiedades de la sangre

Estas consideraciones forman parte de los trabajos a futuro del grupo de Reología y Mecánica de Materiales del IIM-UNAM.

Apéndice A

Modelo simple de una valva elástica

En la Figura A.1 se muestra un modelo simple de una valva elástica. La idea de este modelo es concentrar la deformación elástica de la valva en un solo punto, en una posición arbitraria de la valva. Se considera que las dos secciones que se encuentran conectadas al punto elástico son vigas rígidas. Las condiciones de frontera de este modelo son similares a las observadas en los experimentos realizados. Algunos parámetros importantes, que aparecen en la Figura A.1a, están relacionados con las dimensiones del model de la siguiente manera

$$h = k \cos(\gamma + \theta) + g \cos(\gamma) \quad (\text{A.1})$$

$$\Delta x = g \sin(\gamma) + k \sin(\gamma + \theta) \quad (\text{A.2})$$

donde g y k son las longitudes de las dos secciones rígidas, h es el semi-ancho del canal y Δx es el alcance horizontal del modelo; γ y θ son las posiciones angulares de las secciones. Si se considera que el movimiento de las valvas es cuasi-estático, es decir, se puede analizar cada instante como un estado de equilibrio, se pueden encontrar las condiciones para las cuales el comportamiento cambia, por un lado el cierre adecuado de las valvas y por el otro el doblado de las valvas y contraflujo. Se analiza el estado de equilibrio en dos partes, cada una correspondiente a una sección del modelo. Primero, la viga rígida de longitud g mostrada en la Figura A.1b, para la cual se tiene el balance de fuerzas en la dirección horizontal

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ H_A - \sigma_H w g \cos(\gamma) - H_C &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

mientras que el balance de fuerzas en la dirección vertical es

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \\ V_A - V_C &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

El balance de momentos respecto al punto C resulta

$$\begin{aligned} \sum M_C &= 0 \\ M + \frac{1}{2}\sigma_H w g^2 \cos^2(\gamma) + V_A g \sin(\gamma) - H_A g \cos(\gamma) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Ahora, analizando el estado de equilibrio de la viga rígida de longitud k , mostrada en la Figura A.1c, en la dirección horizontal se tiene

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ H_C - \sigma_H w k \cos(\gamma + \theta) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

y el balance de fuerzas en la dirección vertical resulta en

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \\ V_C - V_B &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

El balance de momentos respecto al punto C es

$$\begin{aligned} \sum M_C &= 0 \\ -M - \frac{1}{2}\sigma_H w k^2 \cos^2(\gamma + \theta) + V_B k \sin(\gamma + \theta) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

A partir de las ecs.(A.3), (A.4), (A.5), (A.6), (A.7) y (A.8), y las relaciones expresadas en las ecs.(A.1) y (A.2), se tiene que

$$H_C = \sigma_H w k \cos(\gamma + \theta) \quad (\text{A.9})$$

$$H_A = \sigma_H w h \quad (\text{A.10})$$

$$M + \sigma_H w g \cos(\gamma) \left[\frac{1}{2}g \cos(\gamma) - h \right] + V_A g \sin(\gamma) = 0 \quad (\text{A.11})$$

$$M + \frac{1}{2}\sigma_H w k^2 \cos^2(\gamma + \theta) - V_A k \sin(\gamma + \theta) = 0 \quad (\text{A.12})$$

Despejando V_A de las ecs.(A.11) y (A.12), al igualarlas resulta

$$\frac{M}{\frac{1}{2}\sigma_H w h^2} = \frac{gk}{h^2 \Delta x} [h \cos(\gamma) \sin(\gamma + \theta) + k \sin(\theta) \cos(\gamma + \theta)] \quad (\text{A.13})$$

Ahora, si se considera que el valor del producto gk se puede aproximar mediante $gk \approx h(l/2)$, cuando $\theta \rightarrow \pi/2$ y $\gamma \rightarrow 0$, se puede considerar que $[h \cos(\gamma) \sin(\gamma + \theta) + k \sin(\theta) \cos(\gamma + \theta)] \rightarrow h$. Así, se llega a que la razón de los momentos debidos a la distribución hidrodinámica, $\frac{1}{2}\sigma_H w h^2$, y a la elasticidad, M , del sistema, es

$$\frac{\frac{1}{2}\sigma_H w h^2}{M} = \frac{2\Delta x}{l} \quad (\text{A.14})$$

la cual resulta una cantidad adimensional dado que, como se mostrará en B, se puede considerar a Δx como una función lineal de l . Por tanto, se ha comprobado que la razón de los mecanismos se puede expresar como

$$\frac{M_{Hydrodynamic}}{M_{Elastic}} = \Pi' \quad (\text{A.15})$$

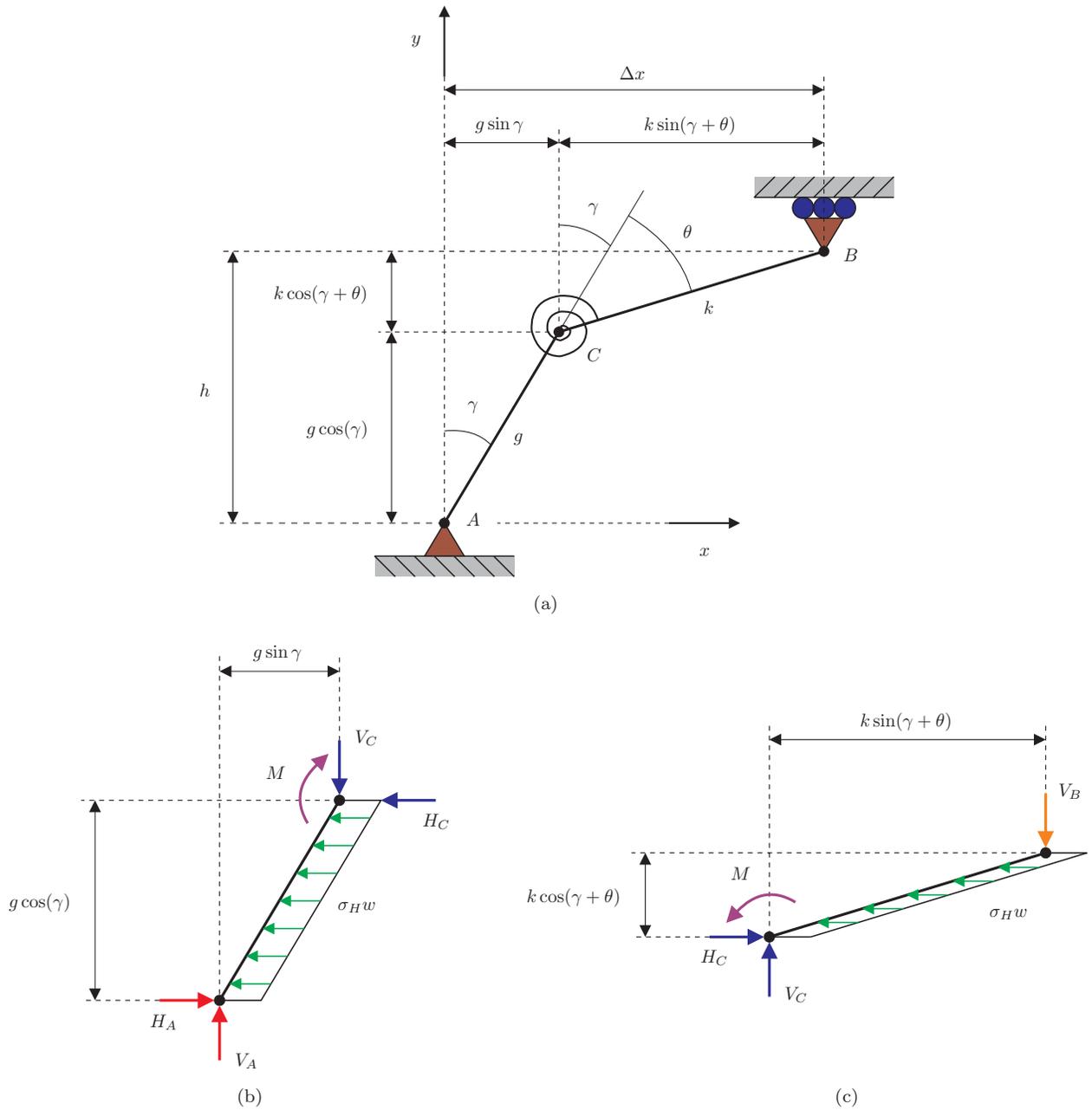


Figura A.1: Modelo simple de una valva elástica, en el cual las propiedades elásticas se concentran en un punto. (a) representación esquemática de la simplificación, (b) diagrama de cuerpo libre de la viga de longitud g , (c) diagrama de cuerpo libre de la viga de longitud k .

Apéndice B

Curvatura de una valva

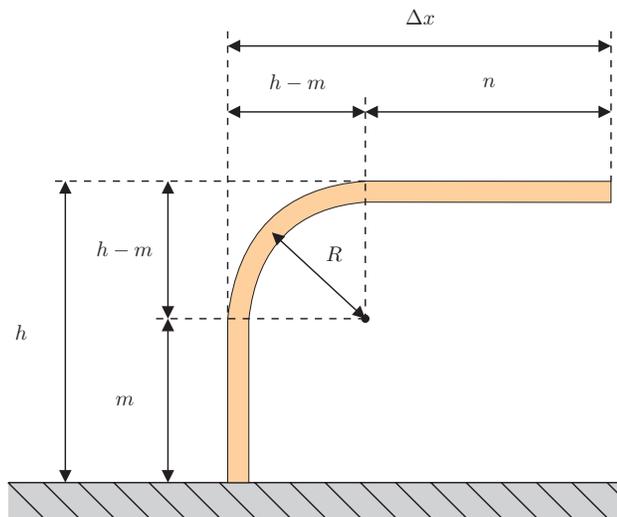


Figura B.1: Simplificación de la curvatura de una valva.

Para analizar la curvatura de la valva en la transición de desempeño, se pueden hacer varias suposiciones.

Estas ideas se muestran en la Figura B.1. La primera consideración consiste en pensar que sólo una sección de la viga (valva) se flexiona debido a las fuerzas aplicadas. En consecuencia, dicha sección es la que almacena la energía elástica. También se puede considerar que la curvatura se mantiene constante en dicha sección.

De la Figura B.1 se sabe que la posición horizontal del extremo libre de la valva es

$$\Delta x = (h - m) + n \quad (\text{B.1})$$

donde la longitud n está definida mediante

$$n = l - m - \frac{\pi}{2} (h - m) \quad (\text{B.2})$$

Substituyendo la ec.(B.2) en la ec.(B.1) se obtiene

$$\Delta x = l - h \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) - m \left(2 - \frac{\pi}{2} \right) \quad (\text{B.3})$$

Para el caso general, se puede considerar que

$$m = \xi h \quad (\text{B.4})$$

donde $0 \leq \xi \leq 1$. Si esto se sustituye en la ec.(B.3), se encuentra que

$$\Delta x = l - h \left(\left[\frac{\pi}{2} - 1 \right] [1 - \xi] + \xi \right) \quad (\text{B.5})$$

Para los casos extremos se tiene que

$$\begin{aligned} 0 &\leq \xi \leq 1 \\ l - h \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) &\leq \Delta x \leq l - h \end{aligned}$$

Por lo tanto, se sabe que

$$\frac{\pi}{2} - 1 \leq \left[\frac{\pi}{2} - 1 \right] [1 - \xi] + \xi \leq 1 \quad (\text{B.6})$$

Por su parte, el radio de curvatura en la Figura B.1 es $R = h - m$, y en consecuencia, la curvatura de la sección flexionada de la valva es

$$\varphi = \frac{1}{R} = \frac{1}{h - m}$$

Una vez más, considerando la ec.(B.4), se obtiene que

$$\varphi = \frac{1}{h(1 - \xi)} \quad (\text{B.7})$$

en donde, los casos extremos dan como resultado

$$\begin{aligned} 0 &\leq \xi \leq 1 \\ \frac{1}{h} &\leq \varphi \leq \infty \end{aligned}$$

En el caso general, se sabe que

$$1 - \xi = \Phi(d, l, h, M_E, \sigma_{HW}) \quad (\text{B.8})$$

donde Φ es una función desconocida. Las variables son las mismas descritas en la sección 1.3 y la sección 2.3. En términos adimensionales, se tiene

$$1 - \xi = \Phi \left(\frac{d^2}{lh}, \frac{M_E}{\sigma_{HW} h^2} \right) \quad (\text{B.9})$$

Ahora, considerando que la curvatura está determinada principalmente por el parámetro adimensional $\frac{d^2}{Lh}$, lo cual es una suposición razonable dado que el balance entre mecanismos elásticos e hidrodinámicos $\cos \frac{M}{\sigma_{HW} h^2}$ es un valor constante (ver el Apéndice A). Esta idea concuerda con los datos experimentales. Entonces,

$$1 - \xi = \Phi \left(\frac{d^2}{lh} \right) \quad (\text{B.10})$$

Y si consideramos el caso más sencillo, i.e. una función lineal, se tiene

$$1 - \xi = C \frac{d^2}{lh} \quad (\text{B.11})$$

donde C es una constante. A partir de esta idea, se puede establecer que

$$\varphi = \frac{C}{h} \left(\frac{lh}{d^2} \right) \quad (\text{B.12})$$

Reescribiendo la ec.(B.11)

$$C \frac{d^2}{lh} = C \left(\frac{d}{h} \right)^2 \left(\frac{h}{l} \right) \quad (\text{B.13})$$

y considerando la magnitud de ambas longitudes adimensionales, $\frac{d}{l} \approx O(10^{-2})$ y $\frac{l}{h} \approx O(10^0)$, con los datos de la Tabla 2.2, el orden de magnitud de la función adimensional $1 - \xi$ para las valvas es

$$1 - \xi = C \frac{d^2}{lh} \approx O(10^0) \quad (\text{B.14})$$

por lo tanto, la constante es $C \approx O(10^{-6})$. Como consecuencia, recordando que $h \approx O(10^{-2})$, el orden de magnitud de la curvatura es $\varphi \approx O(10^2)$, lo cual concuerda con los experimentos, especialmente en el condición crítica.

Ahora, si se hace la misma suposición para la longitud Δx , a partir de la ec.(B.5) se tiene que

$$\left[\frac{\pi}{2} - 1 \right] [1 - \xi] + \xi = \Gamma \left(\frac{d^2}{lh} \right) \quad (\text{B.15})$$

La función Γ se obtiene fácilmente al retomar la ec.(B.11). Por consiguiente,

$$\left[\frac{\pi}{2} - 1 \right] [1 - \xi] + \xi = 1 - C \left(2 - \frac{\pi}{2} \right) \frac{d^2}{lh} \quad (\text{B.16})$$

De acuerdo a los órdenes de magnitud de los parámetros en esta tesis, se tiene que

$$1 \gg C \left(2 - \frac{\pi}{2} \right) \frac{d^2}{lh} \quad \Gamma \left(\frac{d^2}{lh} \right) \approx 1$$

y, en consecuencia, de la ec.(B.5) se encuentra que la posición horizontal del extremo libre de la valva puede considerarse como

$$\Delta x = l - h \quad (\text{B.17})$$

cuyo orden de magnitud es $\Delta x \approx O(10^{-2})$, lo cual también concuerda con los resultados experimentales.

Bibliografía

- [1] *FlowMap PIV Installation & User's guide*. Dantec, Denmark, 5th edition, 2000.
- [2] F. Baaijens. A fictitious domain/mortar element method for fluid-structure interaction. *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, 35, 2001.
- [3] W. Callister Jr. *Materials science and engineering, an introduction*. John Wiley and Sons, USA, 7th edition, 2007.
- [4] P. Chakraborty, S. Balachandar, and R. Adrian. On the relationships between local vortex identification schemes. *Journal of Fluid Mechanics*, 535, 2005.
- [5] K. Chandran, R. Shoephoerster, and K. Dellsperger. Effect of prosthetic mitral valve geometry and orientation on flow dynamics in a model human left ventricle. *Journal of Biomechanics*, 22, 1989.
- [6] J. de Hart, G. Peters, P. Schreurs, and F. Baaijens. A two-dimensional fluid-structure interaction model of the aortic valve. *Journal of Biomechanics*, 33, 2000.
- [7] J. de Hart, G. Peters, P. Schreurs, and F. Baaijens. A computational fluid-structure interaction analysis in the aortic valve. *Journal of Biomechanics*, 36, 2003.
- [8] J. de Hart, G. Peters, P. Schreurs, and F. Baaijens. A computational fluid-structure interaction analysis of a fiber-reinforced stentless aortic valve. *Journal of Biomechanics*, 36, 2003.
- [9] B. Diourté, J. Siché, V. Comparat, J. Baguet, and J. Mallion. Study of arterial blood pressure by a windkessel-type model: influence of arterial functional properties. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 60, 1999.
- [10] W. Flugge. *Stresses in Shells*. Springer-Verlag OHG, Germany, 1st edition, 1960.
- [11] V. Garitey, T. Gandelheid, J. Fusezi, and R. Pelissier. Ventricular flow dynamic past bileaflet prosthetic heart valves. *International Journal of Artificial Organs*, 18, 1995.
- [12] M. Gigrioni, C. Daniele, G. D'Avenio, and V. Barbaro. The influence of the leaflets' curvature on the flow field in two bileaflet prosthetic heart valves. *Journal of Biomechanics*, 34, 2001.

- [13] P. Glowinsky, T. Pan, and J. Periaux. A fictitious domain method for dirichlet problem and applications. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 111, 1994.
- [14] J. Horsten. *On the analysis of moving heart valves: a numerical fluid-structure interaction model*. Eindhoven University of Technology, ph.d. thesis edition, 1990.
- [15] W. Jamieson. Current and advanced prostheses for cardiac valvular replacement and reconstruction surgery. *Surgery Technology International*, 10, 2002.
- [16] R. Ledesma-Alonso. *Análisis experimental del flujo a través de sustitutos de válvulas cardiacas*. FI-UNAM, Tesis de Licenciatura, México, 2007.
- [17] W. Lim, Y. Chew, T. Chew, and H. Low. Pulsatil flow studies of a porcine bioprosthetic aortic valve in vitro: Piv measurements and shear-induced blood damage. *Journal of Biomechanics*, 34, 2001.
- [18] A. López-Zazueta. *Comparación de los parámetros críticos del flujo a través de sustitutos de válvulas cardiacas*. FI-UNAM, Tesis de Licenciatura, México, 2009.
- [19] C. Peskin. Flow patterns around heart valvees: a numerical method. *Journal of Computational Physics*, 10, 1972.
- [20] C. Peskin and D. McQueen. A general method for the computer simulation of biological systems interacting with fluid. *Society of Experimental Biology*, 49, 1995.
- [21] G. Pop, G. Sutherland, J. Roelandt, W. Vletter, and E. Bos. What is the ideal orientation of a mitral discprosthesis? an in-vivo haemodynamic study based on colour flow imagining and continuous wave doppler. *European Heart Journal*, 10, 1989.
- [22] J. Reul, T.Ñ., and E. Muller. Fluid mechanics of the natural mitral valve. *Journal of Biomechanics*, 14, 1981.
- [23] D. Schneck and B. J.D. *Biomechanics, principles and applications*. CRC Press, USA, 1st edition, 2002.
- [24] S. Schneider, S.Ñuschele, A. Wixforth, C. Gorzelanny, A. Alexander-Katz, R.Ñetz, and M. Schneider. Shear-induced unfolding triggers adhesion of von willebrand factor fibers. *PNAS*, 104(19):7899–7903, 2007.
- [25] L. Segel. *Mathematics applied to continuum mechanics*. Dover publications, USA, 1st edition, 1987.
- [26] L. Sherwood. *Fundamentals of physiology: A human perspective*. McGraw Hill, USA, 3rd edition, 1997.
- [27] S. Timoshenko. *Mechanics of Materials*. PWS Publishing Company, USA, 4th edition, 1997.
- [28] S. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger. *Theory of Plates and Shells*. McGraw-Hill, USA, 2nd edition, 1968.

- [29] J. Vierendeels, K. Riemsdagh, E. Dick, and P. Verdonck. Computer simulation of intraventricular flow and pressure gradients during diastole. *ASME Journal of Biomechanical Engineering*, 122, 2000.
- [30] P. Walker, G. Cranney, R. Grimes, and J. Delatore. Three-dimensional reconstruction of the flow in a human left heart by using magnetic resonance phase velocity encoding. *Journal of Biomedical Engineering*, 24, 1996.
- [31] S. Whitaker. *Introduction to fluid mechanics*. Krieger Publishing Company, USA, 1st edition, 1981.
- [32] A. Yoganathan, Z. He, and S. Casey-Jones. Fluid mechanics of heart valves. *Annual Review of Biomedical Engineering*, 6, 2004.
- [33] A. Yoganathan and J. Lemmon. Three-dimensional computational model of left heart diastolic function with fluid-structure interaction. *ASME Journal of Biomechanical Engineering*, 122, 2000.
- [34] M. Zamir. *The physics of pulsatile flow*. Springer Verlag, USA, 1st edition, 2000.