



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

CENTRO DE CIENCIAS DE LA ATMÓSFERA
POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA

“SOBRE LA VARIABILIDAD DEL CICLO TÉRMICO-HIDROLÓGICO DE LA CUENCA LERMA-TOLUCA”

T E S I S
PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA TIERRA
P R E S E N T A :
FIS. GASTÓN SANTISTEBAN MARTÍNEZ



TUTOR:

DR. VICTOR MANUEL MENDOZA CASTRO

MÉXICO D.F.

JUNIO 2010



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

“Sobre la Variabilidad del Ciclo Térmico-Hidrológico de la Cuenca
Lerma-Toluca”

Gastón Santisteban Martínez
Marzo 2010

Agradecimientos.

Agradezco primero al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por la beca que recibí para llevar a cabo mis estudios de posgrado y a la UNAM por el apoyo para la titulación, sin estos recursos no hubiera sido posible la obtención del grado.

Quiero agradecer también al personal del Posgrado en Ciencias de la Tierra con los cuales tuve la suerte de convivir, desde mis compañeros de clase hasta los profesores y personal administrativo, todos me brindaron su apoyo y conocimiento.

Mi mas sincero agradecimiento al Dr. Víctor Manuel Mendoza Castro por su tiempo, dedicación y empeño en el asesoramiento de esta tesis, además de su interminable paciencia y su amistad.

Es importante agradecer a los profesores Dra. Laura Elena Maderey, Dr. Ernesto Dos Santos Caetano, Dr. Baldemar Méndez y al Dr. Guillermo Montero por sus comentarios y la revisión de esta tesis.

Por último me gustaría agradecer profundamente a mi madre por siempre creer en mi y a Merete por su apoyo total, por su amor, y por nuestro hijo Mateo.

INDICE

Capitulo 1.- INTRODUCCIÓN	4
Capitulo 2.- ZONA DE ESTUDIO	
2.1 Localización de la zona de estudio.	6
2.2 Climatología de la zona de estudio.	7
Capitulo 3.- DESCRIPCIÓN DEL MODELO	
3.1 – Ecuaciones Básicas	9
3.2 – Parametrización de los flujos de calor.	9
3.3 – Escorrentía.	13
3.4 – Método de integración.	15
Capitulo 4.- METODOLOGÍA	
4.1 – Base de Datos.	17
4.2 – Condiciones iniciales.	18
4.3 – Determinación de Q_{gmax} y D_{max} .	20
4.4 - Datos usados para la calibración.	21
4.5 – Evapotranspiración Potencial.	23
Capitulo 5.- VALIDACIÓN.	
5.1 - Validación del MTH.	25
5.2 - Estadísticos usados para la validación.	28
5.3 - Comparación con el Método del Número de Curva.	29
Capitulo 6.- RESULTADOS y DISCUSIÓN	
6.1- Climatología Anual.	31
6.2- Variabilidad inter-anual.	35

6.3- Variabilidad intra-anual.	41
6.4 - Climatología Mensual.	47
Capitulo 7.- CONCLUSIONES.	52
Capitulo 8.- BIBLIOGRAFÍA.	54
Capitulo 9.- APENDICES	
A.1 - Método del Número de Curva.	56
A.2 - Esquema de Budyko.	59
A.3 - Nivel de las Presas Antonio Alzate e Ignacio Ramírez.	65

RESUMEN.

La energía disponible (muchas veces expresada como la evapotranspiración potencial) y la precipitación determinan en gran parte las razones de evapotranspiración y escorrentía anuales en una región. La razón entre la evapotranspiración potencial anual y la precipitación anual definida como índice de aridez por Budyko, ha demostrado ser una buena herramienta para explicar la razón de evapotranspiración anual en cuencas con un amplio rango de regímenes climáticos. En este trabajo se plantea hacer un análisis de la variabilidad del ciclo termo-hidrológico en la cuenca Lerma-Toluca, a diferentes escalas temporales, con especial énfasis en la variabilidad a escala interanual e intra-anual. Para esto, se hace uso de los resultados de un modelo simple de balance de agua (MTH) y el esquema de Budyko.

1. INTRODUCCIÓN.

Por su ubicación geográfica, la cuenca Lerma-Toluca es una de las más importantes del país. Esta cuenca abastece de agua a gran parte de la población del país. Además de satisfacer las necesidades locales, se extraen de ella aproximadamente 6 m³/s para el abastecimiento de agua de la Ciudad de México. En esta tesis se hizo un esfuerzo para cuantificar su disponibilidad de agua y analizar su variabilidad, esto con el fin de darnos una idea general de las condiciones hidro-climáticas que dominan en esta cuenca.

La manera como una cuenca hidrológica separa la precipitación que recibe en escorrentía y evapotranspiración depende de los factores climáticos del lugar y de las características propias de la cuenca. El grado de influencia que tiene cada uno de estos factores varía con la escala temporal y espacial del proceso que se está modelando o analizando.

A escalas temporales mayores que un año y en cuencas con áreas del orden de miles de kilómetros cuadrados, el forzamiento atmosférico es el que controla en gran medida la manera en que una cuenca reparte la precipitación en evapotranspiración y escorrentía (Zhang et al., 2004). A escalas espaciales y temporales más pequeñas, factores como el almacenamiento de agua en el suelo, el uso de suelo, la vegetación, la pendiente del terreno y otras características físicas de la cuenca empiezan a tener mayor influencia en este proceso.

Para llevar a cabo el análisis de la variabilidad del ciclo hidrológico, se usaron los resultados de la simulación del ciclo térmico-hidrológico (1980 al 2002) con un modelo simple de balance de agua llamado Modelo Térmico-Hidrológico (MTH) desarrollado en el Centro de Ciencias de la Atmósfera, UNAM.

El MTH es un modelo no lineal que consiste en dos ecuaciones de balance, una ecuación de conservación de energía térmica o energía almacenada en el suelo y otra de balance de agua en el suelo, ambas ecuaciones están acopladas vía el déficit de humedad y la temperatura en la superficie del suelo. El forzamiento atmosférico necesario para la simulación consta de 7 variables: la humedad relativa y temperatura del aire en superficie,

el albedo y la radiación de onda corta en la superficie del suelo, la nubosidad, el viento en superficie y la precipitación.

La versión mensual del MTH ha sido utilizada en varios estudios con resultados bastante aceptables. Sin embargo, el uso de datos mensuales limita la habilidad del modelo para simular procesos que ocurren a escalas de tiempo menores, como los eventos de lluvia o tormentas. En esta tesis se desarrolló una versión diaria del MTH con el fin de evitar ese problema y mejorar la aproximación del modelo.

Aún cuando estos cambios mejoran significativamente la simulación, esta versión diaria del MTH no pretende simular los gastos diarios del río, para lo cual necesitaría considerar la infiltración y la topografía de la cuenca. La intención principal de esta versión es cuantificar, a primera aproximación, la disponibilidad anual de agua y su evapotranspiración, necesarias para llevar a cabo el análisis de variabilidad de este trabajo.

El capítulo 2 de este trabajo describe la zona de estudio, su ubicación, su hidroclimatología y las características geográficas de la cuenca.

En el capítulo 3 se lleva a cabo la descripción formal del modelo Térmico-Hidrológico (MTH), las ecuaciones básicas y las consideraciones hechas en el modelo, se describen brevemente las parametrizaciones de los flujos de calor y agua en la superficie del suelo y se explica el método de integración, y se discute sobre las condiciones iniciales.

En el capítulo 4 se abunda en la metodología aplicada para la generación de la base de datos y la calibración del modelo. Se explican los métodos de selección de estaciones climatológicas y de interpolación y se discute también sobre las condiciones iniciales y el número de integraciones que el modelo necesita para llegar a la convergencia. Además, se hace una demostración formal del método de calibración con el uso de la escorrentía base y se explican los datos utilizados para la calibración y las consideraciones hechas en esta parte de la tesis. Se lleva a cabo una discusión sobre la evapotranspiración potencial calculada con el modelo usando la ecuación de Penman-Monteith, comparando con valores observados de la evaporación potencial hechos con los tanques tipo A de las estaciones meteorológicas.

En el capítulo 5 se exponen los resultados de la validación del MTH. Se discute sobre el método empleado para incluir en los resultados la infiltración profunda o recarga de la cuenca con el fin de validar los resultados del modelo con los datos observados. Los estadísticos utilizados para medir el desempeño del MTH fueron el error cuadrático medio diario (DRMS), la desviación (BIAS) y el coeficiente de eficiencia. Con el fin de mostrar las bondades del MTH se compararon sus resultados con los del método del número de curva CN-SCS, los estadísticos muestran ventajas considerables del MTH al menos a escala diaria.

Por último en los capítulos 6 y 7 se exponen los resultados y las conclusiones respectivamente. De los resultados obtenidos de 23 años simulados se muestran sus valores climáticos anuales y mensuales, además, haciendo uso del índice de aridez se lleva a cabo un análisis de la variabilidad interanual e intra-anual de la evapotranspiración real y la escorrentía.

2. ZONA DE ESTUDIO.

2.1 Localización de la zona de estudio.

La Cuenca Lerma-Toluca se localiza al oeste y noroeste de la zona metropolitana de la ciudad de México. Es la cuenca más alta de la región hidrológica Lerma-Chapala y lugar de nacimiento del río Lerma, esta delimitada al este y noreste por la región hidrológica del río Panuco, al sur y suroeste por la región hidrológica Balsas y tiene un área de 8017 Km².

La zona de estudio comprende sólo la región que contiene a los acuíferos Valle de Toluca e Ixtlahuaca-Atlacomulco. Los límites de estos acuíferos coinciden a buena aproximación con los de la Cuenca Lerma-Toluca delimitada en su parte más baja con el límite estatal del Estado de México (cerca de Temascalcingo) y tiene un estimado de 4685.45 Km² (figura 2.1.1). En adelante nos referiremos a esta zona como Cuenca Lerma-Toluca por cuestiones prácticas.

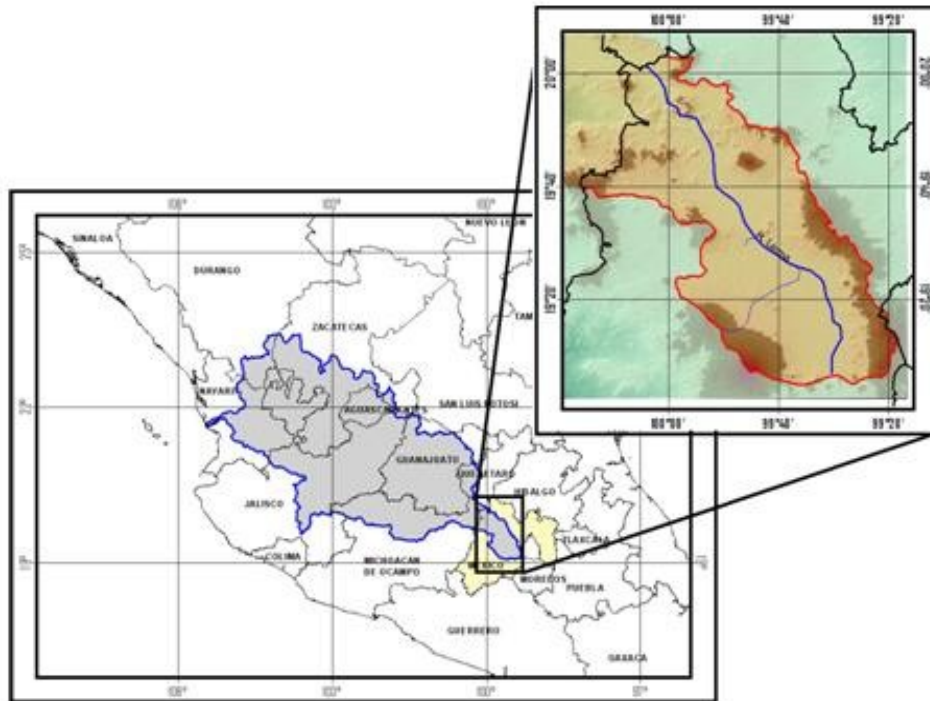


Figura 2.1.1 La zona de estudio es la parte que corresponde al Estado de México de la Región Hidrológica Lerma-Chapala.

En la cuenca están emplazados los municipios de Acambay, Almoloya de Juárez, Almoloya del Río, Atizapán, Atlacomulco, Calimaya, Chapultepec, Huixquilucan, Isidro Fabela, Ixtlahuaca, Xalatlaco, Juquipilco, Jocotitlan, Lerma, Metepec, Morelos, Ocoyoacac, El Oro, Oztolotepec, San Antonio la Isla, San Felipe del Progreso, San Mateo Atenco, Temascalcingo, Temoaya, Tenango del Valle, Texcalyacac, Tianguistengo, Timilpan, Toluca, Xonacatlan y Zinacantepec. La zona conurbana de la ciudad de Toluca es la quinta

más grande a nivel nacional, cuenta con alrededor de 1.6 millones de habitantes y un desarrollo industrial considerable.

2.2 Hidroclimatología de la zona de estudio.

La figura 2.2.1 muestra el valor mensual climático (1979-2002) de la temperatura máxima y mínima en grados centígrados.

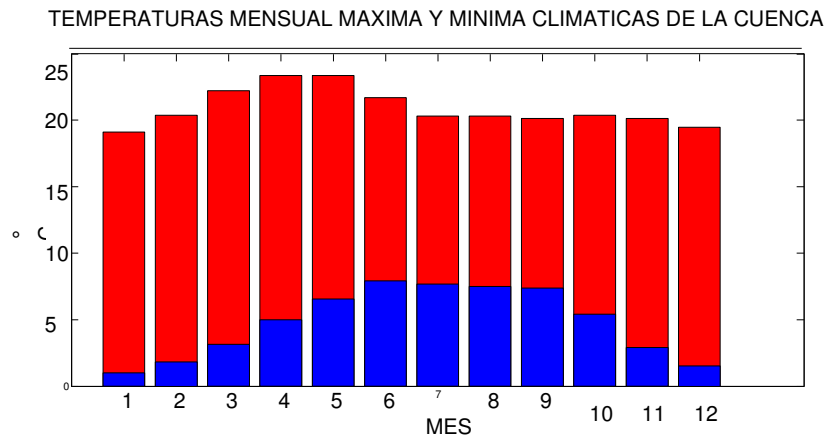


Figura 2.2.1. Temperatura máxima y mínima mensual climática (1979-2003) en la cuenca Lerma-Toluca.

La figura muestra que las temperaturas máximas más altas se alcanzan en los meses de marzo a mayo donde rebasan apenas los 20 °C, en el caso de las temperaturas mínimas esto sucede en los meses de verano de junio a agosto, la cuenca tiene una temperatura promedio de 12.8 °C. El clima que predomina en la cuenca Lerma-Toluca es templado sub-húmedo y semi-frío sub-húmedo con lluvias en verano (CNA, 2002).

La figura 2.2.2 muestra la precipitación acumulada mensual climática en mm. La temporada de lluvias se concentra en los meses de Mayo a Octubre, con un máximo de 178 mm en el mes julio. La precipitación anual climática durante el periodo 1979-2002 es de 839.2 mm

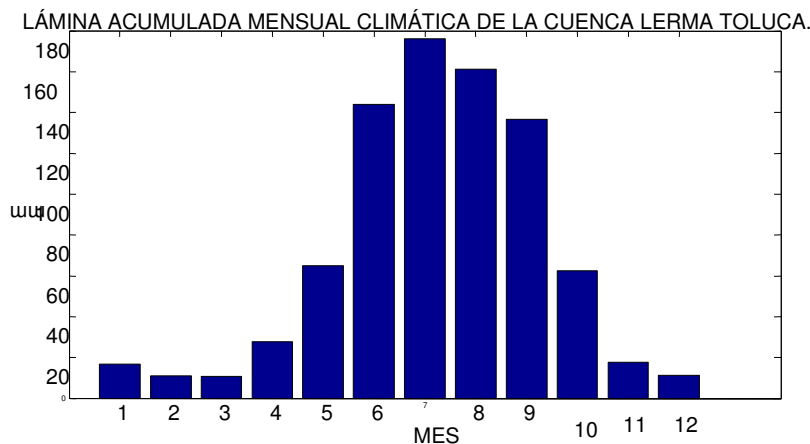


Figura 2.2.2. Lámina de precipitación acumulada mensual climática (1979-2002) en la cuenca Lerma-Toluca.

A medida que las necesidades de agua de la creciente conurbación que constituye la Ciudad de México se fueron incrementando, se pensó en las cuencas vecinas para satisfacerlas. El primer proyecto que se llevo a cabo para complementar la dotación de la ciudad de México con agua de otras cuencas fue el de la cuenca del río Lerma (Maderey, 2000).

En la figura 2.2.3 se muestran los límites de los acuíferos Valle de Toluca e Ixtlahuaca-Atzacomulco localizados en la cuenca Lerma-Toluca.

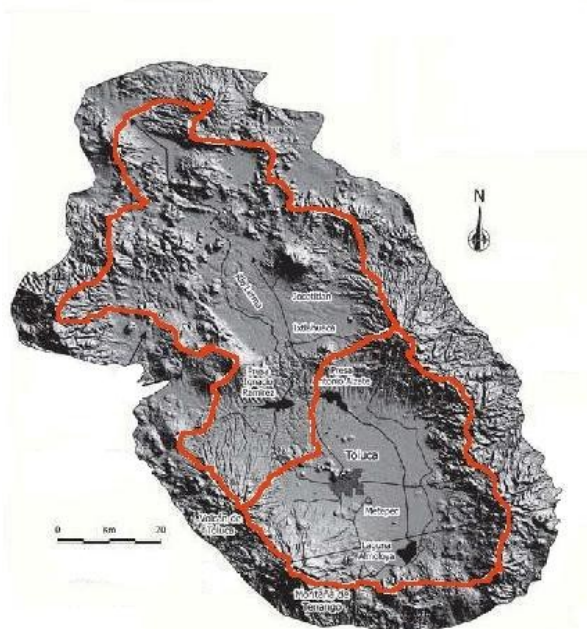


Figura 2.2.3 Límites de los acuíferos Valle de Toluca al sur e Ixtlahuaca-Atzacomulco al norte, (Imagen modificada de Gárfias, et al., 2008).

Los acuíferos del Valle de Toluca y de Ixtlahuaca-Atzacomulco son considerados como acuíferos sobre explotados (Semarnat, 2008). La explotación de los recursos hídricos del valle se inició en las décadas de los 40's y 50's con una serie de obras para captar las aguas de los manantiales que alimentaban las lagunas de Almoloya de Río y por tanto al río Lerma. Estas obras consistieron en la instalación de pozos en el margen oriental de las lagunas, los pozos entraron en operación en 1953 con un caudal de explotación de 3.5 y 4.0 m³ / s, desde entonces el agua obtenida se transporta a la Ciudad de México. Debido a la creciente demanda de agua para uso industrial y urbano tanto de la Ciudad de México como del mismo Valle de Toluca, en 1970 se concluyeron las obras de 230 pozos mas y 170 Km. de acueducto en los Valles de Toluca e Ixtlahuaca-Atzacomulco, en la actualidad se extraen de estos acuíferos la cantidad de 630 hm³ / año, y la recarga natural calculada es de 456 hm³ / año (Semarnat, 2008).

Acuífero	Volumen de Recarga Media	Volumen de Extracción	Índice de sobreexplotación
	en hectómetros cúbicos por año		
Valle de Toluca	337	422	1.25
Ixtlahuaca-Atzacomulco	119	208	1.75

Tabla 2.2.1. Fuente Estadísticas del Agua en la Republica Mexicana, CNA Semarnat 2008.

3. DESCRIPCIÓN DEL MODELO.

3.1 Ecuaciones básicas.

Las ecuaciones principales del modelo no-lineal de balance son la ecuación de balance de energía aplicada a una delgada capa de suelo y la ecuación de balance de agua. Estas dos ecuaciones están acopladas vía la temperatura superficial del suelo y el déficit de humedad del suelo.

La temperatura del suelo se calcula con la ecuación de balance de energía:

$$0 = E_s - G_2 - G_3 - G_s \dots\dots\dots(3.1.1)$$

donde E_s es la radiación neta; G_2 el flujo de calor sensible cedido a la atmósfera por el transporte vertical turbulento; G_3 el flujo de calor latente en la superficie del suelo y G_s el flujo de calor sensible por conducción dentro o fuera del la capa delgada de tierra superficial.

El cambio en el déficit de humedad es calculado de la ecuación de balance de agua:

$$\frac{\partial D}{\partial t} = E + Q - P \dots\dots\dots(3.1.2)$$

donde D es el déficit de humedad de esta capa de suelo, E es la evapotranspiración en la parte superficial del suelo, Q es la escorrentía y P es la precipitación.

3.2 Parametrizaciones de los flujos de calor.

La radiación neta a la altura de la superficie del suelo (en Wm^{-2}), aplicable a promedios climatológicos de las variables, se calcula usando la ecuación dada por Budyko (1974):

$$E_s = -\delta \sigma_a^4 [0.254 - 0.0049 U_a e_s(T_a)] (1 - c\varepsilon) - 4\delta \sigma_a^3 (T_s - T_a) + \alpha_1 I_1 \quad (3.2.1)$$

donde T_s es la temperatura superficial del suelo (en K), $\delta = 0.96$ es la emisividad del suelo, $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} Wm^{-2}K^{-4}$ es la constante de Stefan-Boltzmann, T_a (en K) y U_a (en fracciones de unidad) son la temperatura del aire y la humedad relativa del aire sobre la superficie respectivamente; $e_s(T_a)$ es la presión de saturación de vapor (en hPa) a la temperatura del aire, ε es la fracción de cantidad de nubes, $c = 0.65$ es el coeficiente de nubosidad y $\alpha_1 I_1$ es la radiación de onda corta (en $W m^{-2}$) absorbida por la capa superficial de suelo.

Para $\alpha_1 I_1$ se uso la formula:

$$\alpha_1 I_1 = R_0(1 - \alpha_s) \quad (3.2.2)$$

en la cual R_0 es la radiación total recibida por la superficie del suelo (en $W m^{-2}$), y α_s es el albedo de la superficie del suelo (en fracciones de unidad).

Para el flujo de calor sensible (en $W m^{-2}$), se uso la siguiente formula:

$$G_2 = \frac{\rho_a c_p}{r_a} (T_s - T_a), \dots\dots\dots (3.2.3)$$

donde r_a es la resistencia aerodinámica a el flujo de calor sensible en sm^{-1} ; $\rho_a = 1.225 kg m^{-3}$ es la densidad de aire superficial; $c_p = 1.004 J kg^{-1}K^{-1}$, el calor específico del aire a presión constante.

El valor de r_a se calculó con la fórmula:

$$r_a = \frac{1}{k^2 |V_a|} \left[\ln \left(\frac{Z_a - d}{Z_0} \right) \right] \dots\dots\dots (3.2.4)$$

donde $k = 0.41$ es la constante de von Kàrman, $|V_a|$ es la velocidad del viento en ms^{-1} al nivel $Z_a > Z_0 + d$, d es el desplazamiento del plano cero y Z_0 es el nivel de la superficie del suelo, ambos en metros. El valor de Z_0 y el correspondiente valor de d fueron tomados de Mendoza et. al. (2002).

Siguiendo a Mendoza (2002), el flujo de calor sensible hacia el sub-suelo (en Wm^{-1}) esta dado por:

$$G_s = -\Lambda(T_s - T_l) \dots\dots\dots (3.2.5)$$

donde $\Lambda = \lambda \sqrt{\frac{\pi}{k\tau}}$ es la conductividad aparente (en $W m^{-2}K^{-1}$) de la capa de suelo; T_l es la temperatura a una profundidad z_l , que es igual a λ / Λ ; λ es la conductividad térmica (en $W m^{-1}K^{-1}$), que depende de la conductividad de las partículas del suelo, de la porosidad y de la humedad del suelo; τ es el periodo (en s) de la variación de la temperatura del suelo, y k es la difusividad térmica del suelo (en m^2s^{-1}).

Valores típicos de k y λ para un suelo arcilloso no-saturado son $0.40 \times 10^{-6} m^2s^{-1}$ y $1.0 Wm^{-1}K^{-1}$, respectivamente. Tomando valores de $\tau = 3.15 \times 10^7 s$, $\Lambda = 0.5 Wm^{-2}K^{-1}$ y $z_l = 2m$ para un periodo anual, Mendoza et. al, (2001) estimó el valor máximo de $T_s - T_l$ para ciclos generalizados de la temperatura del suelo a varias profundidades para un periodo anual dando $7 K^0$ en Julio, por lo tanto $3.5 Wm^{-2}$ es el valor máximo representativo para G_s .

Jáuregui (1978) estimó la radiación neta E_s para la parte central de México, obteniendo valores de 100 y 137 Wm^{-2} para Enero y Julio respectivamente. Estos resultados muestran que, basándose en la aproximación anterior, para periodos anuales el flujo de calor sensible hacia el sub-suelo en la ecuación (3.1.1) es despreciable y la radiación neta es balanceada principalmente por los flujos de calor latente y sensible.

Para el flujo de calor latente (en $W m^{-2}$) se uso la siguiente formula:

$$G_3 = \rho_w LE, \dots\dots\dots (3.2.6)$$

donde $\rho_w = 1.0 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ es la densidad del agua y $L = 2.45 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}$ es el calor latente de vaporización de agua y E es la evapotranspiración.

Asumimos que la evapotranspiración es una fracción de la evaporación que tendría una superficie de agua (llamada evapotranspiración potencial ETP) cuya temperatura es igual a la temperatura superficial del suelo, esto es:

$$E = \left(\frac{D_{max} - D}{D_{max}} \right) ETP, \quad (3.2.7)$$

donde D_{max} es el valor máximo de D .

La evaporación E en cualquier día es una fracción de la evapotranspiración ETP que decrece de 1 cuando D es cero hasta cero cuando $D = D_{max}$. Cuando D es cero significa que el sistema esta saturado hasta su limite. El termino $(D_{max} - D) / D_{max}$ en la ecuación (3.2.7) es llamado *disponibilidad de humedad*.

Para calcular la evapotranspiración potencial ETP se aplica la ecuación de balance de energía (3.1.1) a una superficie de agua tomando $G_s = 0$ y suponiendo que la resistencia aerodinámica para el flujo de calor latente y sensible es igual y usando la siguiente aproximación:

$$e_s(T_s) = e_s(T_a) + \Delta(T_s - T_a), \quad (3.2.8)$$

donde $e_s(T_s)$ es la presión de saturación de vapor en hPa a la temperatura de la superficie del suelo y Δ es la pendiente de la curva de e_s contra la temperatura del aire.

Partiendo de las expresiones para los flujos de calor latente y sensible:

$$G_3 = \frac{\rho_a L}{r_a} (q_s - q_a), \quad \text{gradiente de humedad} \quad (3.2.9)$$

$$G_2 = \frac{\rho_a c_p}{r_a} (T_s - T_a), \quad \text{gradiente de temperatura} \quad (3.2.10)$$

donde q_s y q_a son la humedad del suelo y el aire respectivamente, y cuyas ecuaciones son:

$$q_s = \frac{0.622}{P_a} e_s(T_s) \quad \text{y} \quad q_a = \frac{0.622}{P_a} e_a, \quad (3.2.11)$$

con P_a la presión atmosférica y e_a la presión de vapor, por lo tanto:

$$(q_s - q_a) = \frac{0.622}{P_a} (e_s(T_s) - e_a), \quad (3.2.12)$$

Usando la aproximación de la ecuación (3.2.8) tenemos:

$$(q_s - q_a) = \frac{0.622}{P_a} (e_s(T_a) - e_a + \Delta(T_s - T_a)), \quad (3.2.13)$$

y dado que $e_a = U_a e_s(T_a)$, llegamos a la expresión para G_3 :

$$G_3 = \frac{0.622}{P_a} \frac{\rho_a L}{r_a} [e_s(T_a) - U_a e_s(T_a)] + \frac{0.622}{P_a} \frac{\rho_a L}{r_a} \Delta(T_s - T_a), \quad (3.2.14)$$

sustituyendo la ecuación (3.2.3) en esta última, tenemos que:

$$G_3 = \frac{\Delta L \times 0.622}{P_a c_p} G_2 + \frac{\rho_a L \times 0.622}{P_a r_a} (1 - U_a) * e_s(T_a), \quad (3.2.15)$$

Usando el hecho de que $G_2 = E_s - G_3$ dado que $G_s = 0$ (3.1.1), obtenemos:

$$G_3 \left(1 - \frac{L \times 0.622 \times \Delta}{P_a c_p} \right) = \frac{L \times 0.622 \times \Delta}{P_a c_p} E_s + \frac{\rho_a L \times 0.622}{P_a r_a} (1 - U_a) * e_s(T_a), \quad (3.2.16)$$

por ultimo, definimos $\gamma^{-1} = \frac{L \times 0.622}{P_a c_p}$ y despejamos para obtener:

$$G_3 = \frac{\Delta E_s + \rho_a c_p (1 - U_a) * e_s(T_a) / r_a}{\gamma + \Delta}, \quad (3.2.17)$$

y de la ecuación del flujo de calor latente (3.2.6) $G_3 = \rho_w L E_p$, obtenemos que:

$$ETP = \frac{1}{\rho_w L} \left\{ \frac{\Delta E_s + \rho_a C_p [e_s(T_a) - U_a e_a(T_a)] / r_a}{\Delta + \gamma} \right\}, \quad (3.2.18)$$

donde r_a es la resistencia aerodinámica ejercida por el aire que esta cercano a la superficie de agua, ésta se calcula con la formula (3.1.6) tomando $Z_a = 2$ m, $d = 0$ y $Z_0 = 1.0 \times 10^{-4}$ m, y γ la constante psicométrica.

En la formula (3.2.18), la radiación total E_s es calculada con la ecuación (3.2.1), suponiendo que la emisividad de onda corta de la superficie del agua es igual a la del suelo, y usando el albedo de una superficie de agua tomada como 0.08 en la ecuación (3.2.2).

3.3 La escorrentía.

La escorrentía (en mm/día) es la suma de las escorrentías directa Q_s y sub-superficial Q_g :

$$Q = Q_s + Q_g, \dots \dots \dots (3.3.1)$$

Suponemos que la escorrentía sub-superficial depende del déficit de humedad de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$Q_g = Q_{g \max} \left(1 - \frac{D}{S_{\max}} \right) \quad (3.3.2)$$

donde $Q_{g \max}$ es el máximo valor de Q_g cuando la capacidad del sistema esta saturada hasta el limite ($D = 0$) y S_{\max} (en mm) es un parámetro, tal que la razón $Q_{g \max} / S_{\max}$ es una medida de que tan rápido fluye el agua bajo tierra hacia las corrientes. Si D excede S_{\max} , Q_g es cero.

La escorrentía directa es calculada con una ecuación similar a la usada en el Soil Conservation Service con el método de número de curva (SCS, 1960) que supone que el agua retenida en el suelo satisface la siguiente ecuación:

$$I_r = P - I_a - Q_s \quad (3.3.3)$$

donde I_r es el agua retenida en el suelo, y I_a es la abstracción inicial que incluye las perdidas en la superficie del suelo antes de que la escorrentía pueda ocurrir. La ecuación anterior establece la escorrentía directa potencial que sucede cuando no hay retención en el suelo $I_r = 0$.

$$Q_{spot} = P - I_a \quad (3.3.4)$$

si Q_{spot} es positivo ($P > I_a$), entonces puede haber escorrentía.

Durante los meses de alta precipitación la retención en el suelo se aproxima a la capacidad máxima de retención o retención potencial I_c , entonces los valores de I_r e I_c tienden a ser iguales. Al mismo tiempo, la escorrentía directa tiende a la escorrentía potencial máxima.

Esta condición límite se satisface con la ecuación:

$$\frac{I_r}{I_c} = \frac{Q_s}{Q_{spot}} \quad (3.3.5)$$

de las ecuaciones (3.3.3), (3.3.4) y (3.3.5) tenemos que la escorrentía directa Q_s puede ser expresada como:

$$Q_s = \left(\frac{Q_{spot}}{Q_{spot} + I_c} \right) Q_{spot} \quad (3.3.6)$$

la cual es similar a la expresión empleada en el método de curva del Soil Conservation Service, SCS (1960).

De acuerdo con Schaake (1990) la abstracción inicial en la superficie del suelo I_a esta dada por:

$$I_a = \theta E + zI_c \quad (3.3.7)$$

donde $\theta \leq 1$ es la porción de E que debe satisfacer la precipitación P en el mes antes de que pueda haber escorrentía o retención y $z \leq 1$ es la porción de I_c que debe satisfacer la retención antes de cualquier escorrentía. En este trabajo solo tomamos en cuenta las pérdidas por abstracción inicial debidas a la retención y descartamos las pérdidas por evapotranspiración dado que esta cantidad la consideramos despreciable para cálculos con $\Delta t = 1$. De modo que la abstracción inicial se esta dada por:

$$I_a = zI_c \quad (3.3.8)$$

De las ecuaciones (3.3.4) y (3.3.8), la escorrentía potencial esta dada por:

$$Q_{spot} = P - zI_c \quad (3.3.9)$$

Siguiendo a Schaake (1996) suponemos que la capacidad máxima de retención es función del déficit de humedad:

$$I_c = \phi D \quad (3.3.10)$$

donde el valor de ϕ depende del paso de tiempo en la integración, para el caso de pasos de tiempo de un día toma el valor de $0.97/\text{día}^{-1}$

3.4 El Método de Integración.

Las ecuaciones (3.1.1) y (3.1.2) se aplican a variables promediadas temporalmente cada día, y para su integración aplicamos una malla regular de 399 puntos (21 x 19), de los cuales 162 puntos están distribuidos sobre la región de estudio Cuenca Lerma-Toluca como se muestra en la figura (3.4.1), las variables de entrada fueron obtenidas de las bases de datos del North American Regional Reanalysis NARR del Centro Nacional de Investigaciones Atmosféricas NCAR y CLICOM de la Comisión Nacional del Agua (estaciones meteorológicas del Servicio Meteorológico Nacional).

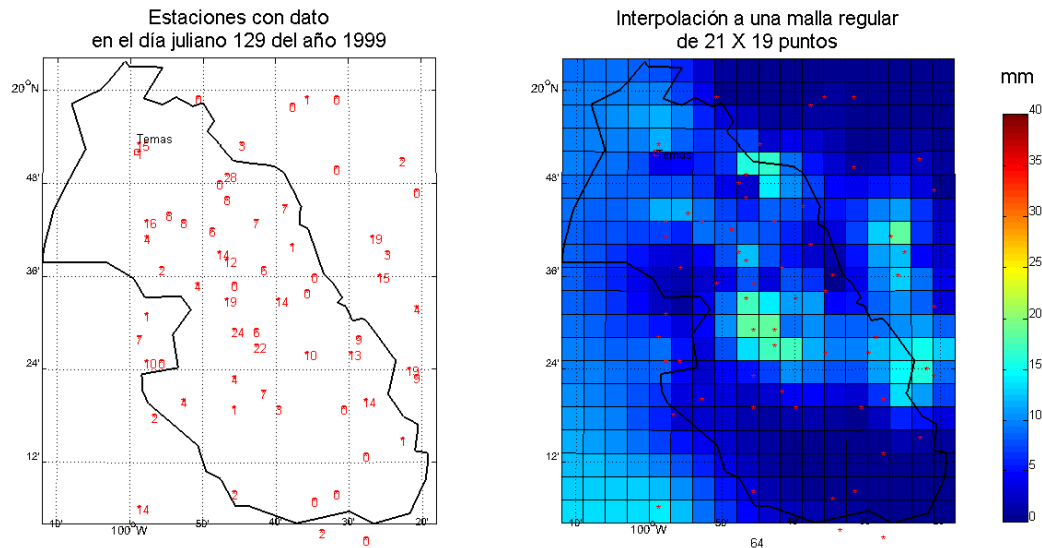


Figura 3.4.1 Malla regular de 21 x 19 puntos sobre la cuenca Lerma-Toluca con una resolución de 0.05 de grado.

La temperatura superficial del suelo se calcula de la ecuación (3.1.1) suponiendo que el flujo de calor sensible hacia el subsuelo es despreciable y considerando que la radiación total E_s , el flujo de calor sensible G_2 , y el flujo de calor latente G_3 dados por (3.2.1), (3.2.3) y (3.2.5) respectivamente, pueden expresarse como:

$$\begin{aligned}
E_s &= E_1^* + E_2^*(T_s - T_a) \\
G_2 &= E_3^*(T_s - T_a) \\
G_3 &= E_6^* + E_7^*(T_s - T_a),
\end{aligned} \tag{3.4.1}$$

donde

$$\begin{aligned}
E_1^* &= -\delta \bar{\theta}_a^4 [0.254 - 0.0066U_a e_s(T_a)](1 - c\epsilon) + \alpha_1 I \\
E_2^* &= -4\delta \bar{\theta}_a^3 \\
E_3^* &= \rho_a c_p C_H |V_a| \\
E_4^* &= \left(\frac{\rho_a c_p}{\gamma} \right) \frac{[1 - U_a]}{r_a} e_s(T_a) \\
E_6^* &= \left(\frac{D_{\max} - D}{D} \right) \left[\frac{\Delta}{\Delta + \gamma} E_{1w}^* + \frac{\gamma}{\Delta + \gamma} E_4^* \right] \\
E_7^* &= \left(\frac{D_{\max} - D}{D} \right) \frac{\Delta}{\Delta + \gamma} E_2^*
\end{aligned} \tag{3.4.2}$$

y donde E_{1w}^* es calculado como E_1^* pero usando para αI , el albedo de una superficie de agua el cual esta dado por la ecuación (3.2.2).

Usando las expresiones de (3.4.1) la ecuación (3.1.1) pasa a ser una ecuación lineal respecto a la temperatura de la superficie T_s , de la siguiente manera:

$$T_s = T_a + \frac{E_6^* - E_1^*}{E_2^* - E_3^* - E_7^*}. \tag{3.4.3}$$

De acuerdo con las ultimas dos ecuaciones de (3.4.2), la temperatura de la superficie del suelo en (3.4.3) es función del déficit de humedad del suelo D .

El termino $\partial D / \partial t$ en la ecuación (2) es remplazado por $(D - D_p) / \Delta t$, con $\Delta t = 1$ día, donde D_p es el valor de D en el día previo, ambos dados en mm; en este caso, la escorrentía (Q) y la precipitación (P) están dados en mm/día, y el factor $1 / \rho_w L$ en (3.2.18) es multiplicado por 0.864×10^8 para obtener la evapotranspiración potencial (ETP) y la

evapotranspiración (E), dada por (3.2.7) en mm/día. Hecho esto la ecuación (3.1.2) puede expresarse de la siguiente forma:

$$D = D_p + \Delta t(E + Q - P) \quad (3.4.4).$$

En la ecuación (3.4.4), la evaporación E y la escorrentía Q son función del déficit de humedad D y de la evaporación potencial ETP . Por lo tanto, si sustituimos la temperatura del suelo T_s dada por (3.4.3) en la formula (3.2.18), el problema se reduce a resolver la ecuación no-lineal (3.4.4) para el déficit de humedad D .

4. METODOLOGÍA

4.1 Base de Datos.

Para generar la temperatura superficial del suelo y el déficit de humedad diarios, así como los flujos de calor y agua para cada punto sobre la Cuenca Lerma-Toluca se resuelve la ecuación (3.4.4) por el método de Newton (Mendoza, et. al.2002), usando las variables climáticas observadas siguientes: la humedad relativa U_a , la radiación de onda corta R_0 , el albedo de la superficie del suelo α_s , la intensidad del viento en superficie $|V_a|$, la nubosidad ε , la temperatura en superficie T_a y la precipitación P .

La versión del MTH de este trabajo utilizó estos forzamientos a escala de tiempo diaria. La integración se llevo a cabo de forma consecutiva desde el año 1979 hasta el 2002, esto implicó la construcción de 8766 mallas de 399 puntos (21 X 19). Se utilizaron dos fuentes para obtención de todos los datos, el North American Regional Reanalysis NARR y la red de estaciones climatológicas del Servicio Meteorológico Nacional SMN (CLICOM). De los 7 forzamientos que necesita el MTH la temperatura y la precipitación son los de mayor importancia, los valores observados de estas variables fueron obtenidos de las estaciones climatológicas del SMN así como los de nubosidad, estos datos están a escala diaria.

La humedad relativa, el albedo, la radiación de onda corta y el viento fueron obtenidos de la base del NARR cuyos datos son de Reanalysis con resolución de 0.33 grado y su escala de tiempo es de 3 hr lo cual implica 8 valores diarios, de estos solo se usaron los 4 valores que corresponden a las horas de luz de cada día.

Para la construcción de las mallas se utilizaron dos métodos, los datos del NARR fueron promediados y remallados directamente con el software Grads a mallas con 0.05 grados de resolución espacial, los limites de las mallas van de -100.2 a -99.3 grados de longitud y 19.3 a 20.3 grados de latitud.

Los datos de las estaciones meteorológicas del SMN fueron interpolados usando el método Krigging, y un variograma lineal con nugget cero, para llevar a cabo las interpolaciones diarias de los 23 años comprendidos entre 1979-2002 se usó el paquete para MatLab GEOSTATISTICS desarrollado en el Centro de Investigación en Geografía y Geomática "Ing. Jorge L. Tamayo" de México D. F.

Se filtraron los datos usando todas las estaciones que tuvieran el valor del día en cuestión y que estuvieran dentro del rango de la malla, esto se hizo para no desechar estaciones con el año o el mes incompleto, de esta manera el número de estaciones disponibles de cada día cambia, pero asegura el mayor número de datos observados disponibles.

Un ejemplo de estas interpolaciones con el método kriging se muestra a continuación en la figura 4.1.1 siguiente:

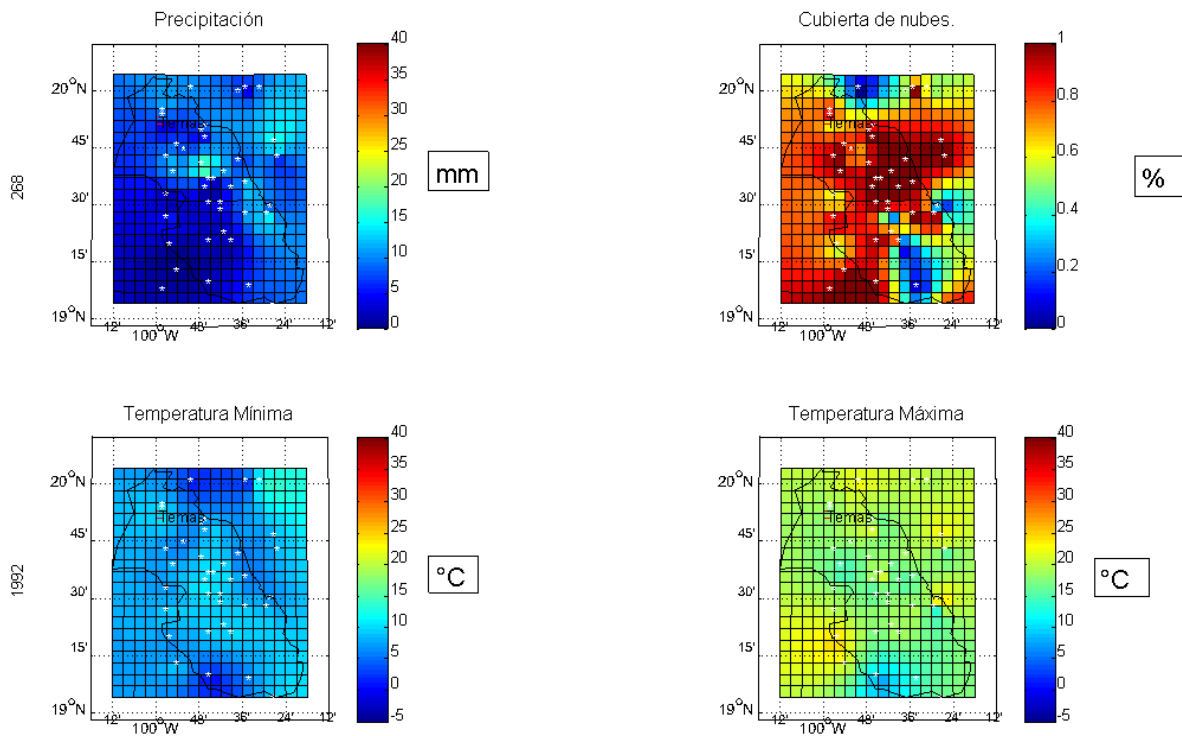


Figura 4.1.1. Interpolación de los datos de las estaciones climatológicas del SMN para el día juliano 268 del año 1992, para las variables observadas de precipitación, cubierta de nubes, temperatura mínima y temperatura máxima.

4.2 Condiciones Iniciales.

La versión anterior del modelo era usada para hacer cálculos climáticos mensuales de los elementos del ciclo térmico-hidrológico, para esto el modelo era forzado con los valores climáticos mensuales de las siete variables de entrada, este forzamiento era repetido hasta que el modelo converge, es decir, la diferencia entre los resultados del déficit de humedad de una integración y la siguiente era menor a 0.001 mm.

En estos casos, sólo se necesita que la condición inicial esté lo suficientemente cercana al valor buscado para asegurar la convergencia. Si la condición inicial tenía un valor extremo lejano a la solución, el modelo generalmente no converge.

En este trabajo se usó una versión del modelo con escala diaria y la integración es diferente, los datos no son climáticos sino observados diarios, en cada paso de tiempo el modelo toma como condición inicial los valores de temperatura y humedad del suelo del día anterior y calcula los nuevos valores que servirán para la siguiente integración. Debido a esto, la condición inicial de la primera integración, la cual siempre será propuesta, perturbará los resultados de las primeras integraciones consecutivas, consecuentemente la

perturbación desaparecerá después de un determinado número de integraciones, debido a que el forzamiento atmosférico termina dominando sobre la condición inicial.

Para determinar cuantas integraciones son necesarias para que una perturbación en la condición inicial desaparezca, se llevaron a cabo experimentos de integración usando los mismos datos de entrada pero cambiando las condiciones iniciales de humedad del suelo.

En particular se tomaron condiciones iniciales de suelo completamente saturado, medio saturado y completamente seco, los resultados se muestran en la figura (4.2.1):

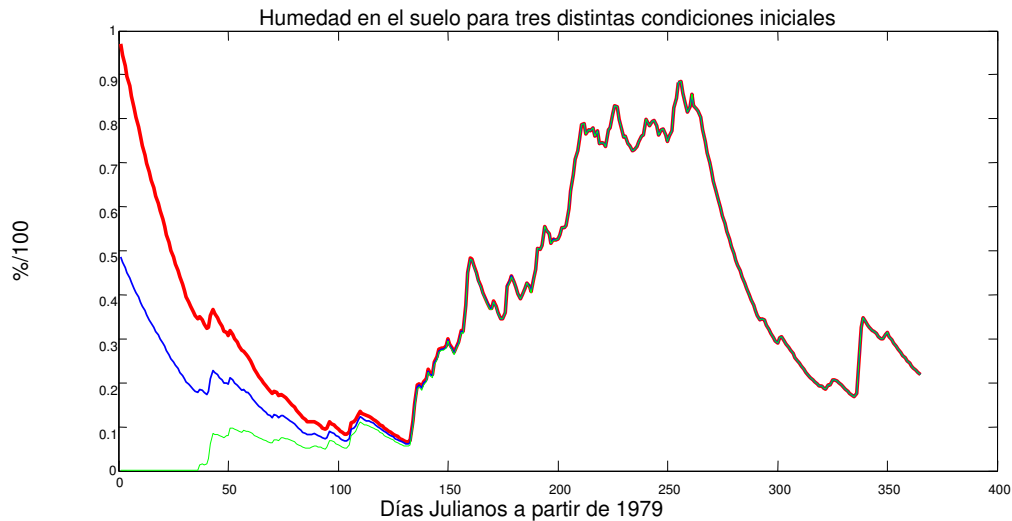


Figura 4.2.1 Resultados de la humedad disponible en el suelo en % con los forzamientos del año 1979 y tres distintas condiciones iniciales, saturado (100%), medio seco (50%) y seco (0%). El modelo converge a una única solución aproximadamente en 140 días de integración consecutiva, a partir de aquí la condición inicial no tiene señal en el resultado.

En la figura (4.2.1) se observa que se necesitan aproximadamente 140 días para alcanzar la convergencia del modelo, a partir de ahí los resultados tienen el mismo valor sin importar la condición inicial. A este proceso se le conoce como calentamiento (warm up), en este trabajo dejamos todo un año de calentamiento (1979) y utilizamos los resultados de 1980 a 2002.

4.3 Determinación de Q_{gmax} y D_{max}

Se considera que México tiene un clima monzónico con lluvias durante el verano y condiciones mayormente secas durante el invierno (Magaña, 1999). En la región donde se localiza la cuenca Lerma-Toluca la temporada de lluvias comienza en Mayo o Junio, alcanza su máximo entre los meses de Julio a Agosto y termina en Octubre.

En los meses secos (de diciembre a abril) las precipitaciones pueden ser tan pocas que la escorrentía potencial $Q_{spot} \leq 0$, y por consiguiente la escorrentía directa es nula. En este caso la ecuación de balance de agua (3.1.2) puede ser escrita como:

$$\frac{\partial D}{\partial t} = E + Q_g - P \quad (4.3.1)$$

Schaake et. al (1996) establece que S_{\max} es usualmente menor que D_{\max} . Para el caso de un río perenne como el río Lerma en la cuenca de estudio tenemos que considerar que $S_{\max} = D_{\max}$, lo cual también reduce el número de parámetros del modelo.

Usando las ecuaciones (3.2.7) y (3.3.2) en la ecuación (4.3.1) y suponiendo $S_{\max} = D_{\max}$ obtenemos la siguiente expresión:

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \left(1 - \frac{D}{D_{\max}}\right) (ETP + Q_{g \max}) - P \quad (4.3.2)$$

Tomando $x = \left(1 - \frac{D}{D_{\max}}\right)$, la ecuación (4.3.2) puede ser expresada como:

$$\frac{dx}{dt} + kx = l \quad (4.3.3)$$

donde

$$k = \frac{ETP + Q_{g \max}}{D_{\max}} \quad \text{y} \quad l = \frac{P}{D_{\max}} \quad (4.3.4)$$

Suponiendo que k y l dadas en (4.3.4) no dependen del tiempo, la solución de la ecuación (4.3.3) está dada por:

$$x = Ae^{-k^*t} + \frac{l}{k} \quad (4.3.5)$$

donde A es una constante determinada por las condiciones iniciales. Usando la solución (4.3.5) en la ecuación (3.3.2) tenemos que la escorrentía sub-superficial o base se puede expresar como:

$$Q_g = Q_{g \max} \left[Ae^{-kt} + \frac{l}{k} \right] \quad (4.3.6)$$

Tomando $Q_g(t_0 = 0) = Q_{g0}$ se determina el valor de la constante A , de manera que la ecuación (4.3.6) puede escribirse como:

$$Q_g = Q_{gc} + (Q_{g0} - Q_{gc})e^{-kt} \quad (4.3.7)$$

donde

$$Q_{gc} = \frac{l}{k} Q_{g \max} = \left(\frac{P}{ETP + Q_{g \max}} \right) Q_{g \max} \quad (4.3.8)$$

la ecuación (4.3.7) establece que la escorrentía sub superficial decrece exponencialmente con el tiempo, desde un valor inicial Q_{g0} que ocurre en el momento en que la precipitación es insuficiente para producir escurrimiento directo, por otro lado la ecuación (4.3.8) representa el valor asintótico que alcanza el escurrimiento sub superficial después de cierto tiempo (Mendoza et. al. 2009).

4.4 Datos usados para la calibración.

Para calibrar el modelo se usó un evento de tormenta a finales del mes de Enero del año 1980 (figura 4.4.1) es el más intenso que se registró durante los 23 años de datos que se utilizaron en este estudio, el evento duró poco más de 3 días, dos de ellos con lluvias intensas sobre toda la cuenca, en los días subsecuentes a la tormenta las precipitaciones fueron casi nulas e insuficientes para generar escorrentía directa.

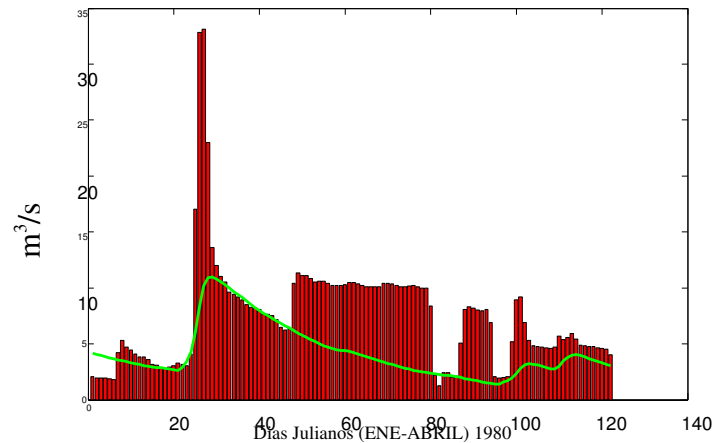


Figura 4.4.1 Curva de recesión del gasto medido en Temascalcingo en los meses de enero, febrero y marzo de 1980.

El gasto medido en Temascalcingo en el rango de tiempo que se usó para la calibración tiene inferencias de la presa Antonio Alzate que se encuentra sobre el cauce del río a la altura de Tlachaloya y la presa Ignacio Ramírez que surte al río por el lado izquierdo y se conecta al cauce sólo unos kilómetros abajo de la salida de la presa Alzate, ambas presas aportaron cantidades considerables de agua al cauce a razón de 10 m³/s durante 30 días la primera y 8 m³/s durante 7 días la segunda (Apéndice_3), estas cantidades fueron medidas río abajo en Temascalcingo y perturbaron la recesión natural del cauce, aun así, la curva de recesión es útil para la calibración (figura 4.4.1).

De los datos del gasto observado en Temascalcingo se tomaron los valores de los días 28 Enero ($Q_{g0} = 23 \text{ m}^3/\text{s}$) y 31 de Marzo ($Q_g = 1.96 \text{ m}^3/\text{s}$), con 68 días entre ambas

medidas. Estos datos determinan el valor de la constante de decaimiento k tomando $Q_{gc} = 0$ en la ecuación (4.3.3).

$$k = -\frac{\ln\left(\frac{Q_g}{Q_{g0}}\right)}{t} = 0.03621 \quad (4.4.1)$$

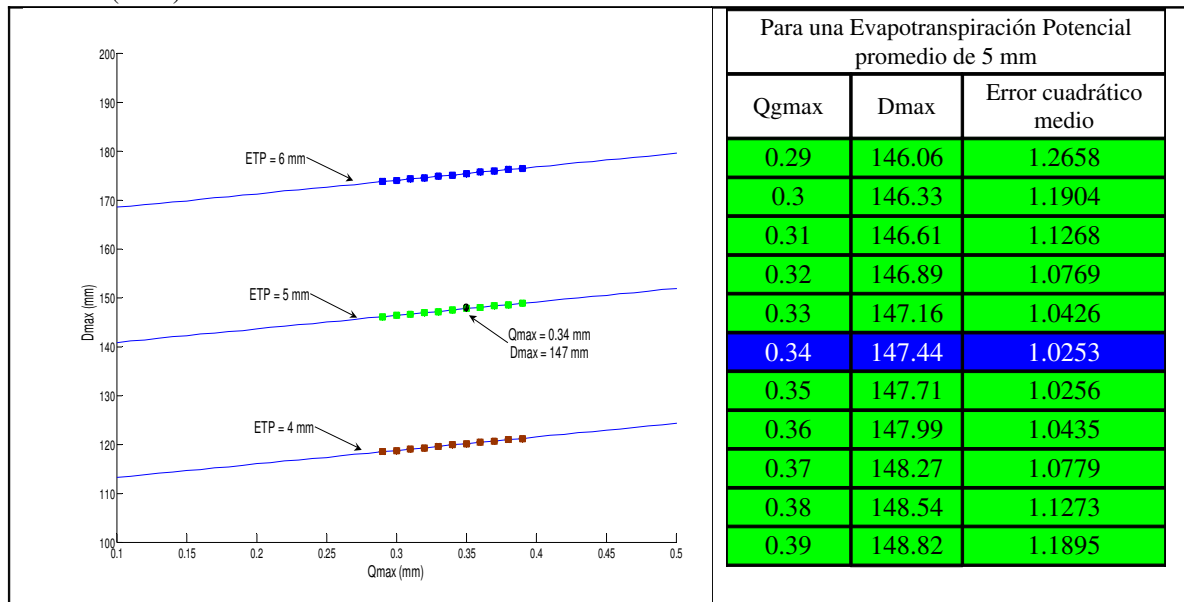
Dado un valor de la evapotranspiración potencial tenemos una infinidad de parejas de parámetros D_{max} y $Q_{g\ max}$ que satisfacen la ecuación (4.4.2) siguiente:

$$0.03621 = \frac{ETP + Q_{g\ max}}{D_{max}} \quad (4.4.2)$$

De los valores observados de evaporación de los tanques tipo A de las estaciones meteorológicas del SMN se calculó el promedio de la cuenca durante el periodo de calibración, el valor encontrado fue de 5 mm.

Para encontrar la pareja de parámetros que se ajusta mejor a los datos observados usamos como función objetivo el error medio cuadrático diario, los resultados cercanos al mínimo error se muestran a continuación en la tabla 4.4.1 los valores $Q_{g\ max} = 0.34$ mm. y $D_{max} = 147.44$ mm son los que muestran menor error.

Tabla 4.4.1 Error cuadrático medio del gasto simulado con 11 pares de parámetros $Q_{g\ max}$ y D_{max} con $ETP = 5$ mm, que están más cercanos al valor observado (der.), el valor con menor error cuadrático medio se muestra en el espacio fase de los parámetros D_{max} y $Q_{g\ max}$ (izq.). Las líneas rectas fueron calculadas con la ecuación (4.4.2).



Los resultados de la simulación del gasto usando los valores de los parámetros mostrados en la tabla anterior se muestran en la figura (4.4.2), los colores en la tabla (4.4.1) corresponden a los de la figura.

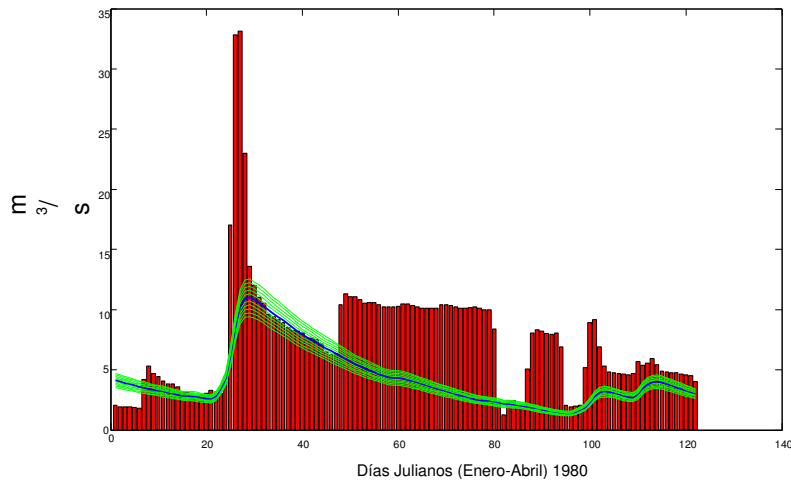


Figura 4.4.2 Curvas de recesión de la escorrentía sub superficial (escorrentía base) para distintos pares de parámetros comparadas con los datos observados del gasto.

4. *Evapotranspiración de Penman-Monteith*

En la figura (4.5.1) se muestran los promedios espaciales de la evapotranspiración potencial de Penman en la cuenca Lerma-Toluca calculados con la temperatura máxima y mínima de cada día comparados con los promedios de la evaporación de los tanques Tipo A en la cuenca Lerma-Toluca, en la gráfica de arriba los correspondientes valores promedio de la humedad relativa y el viento.

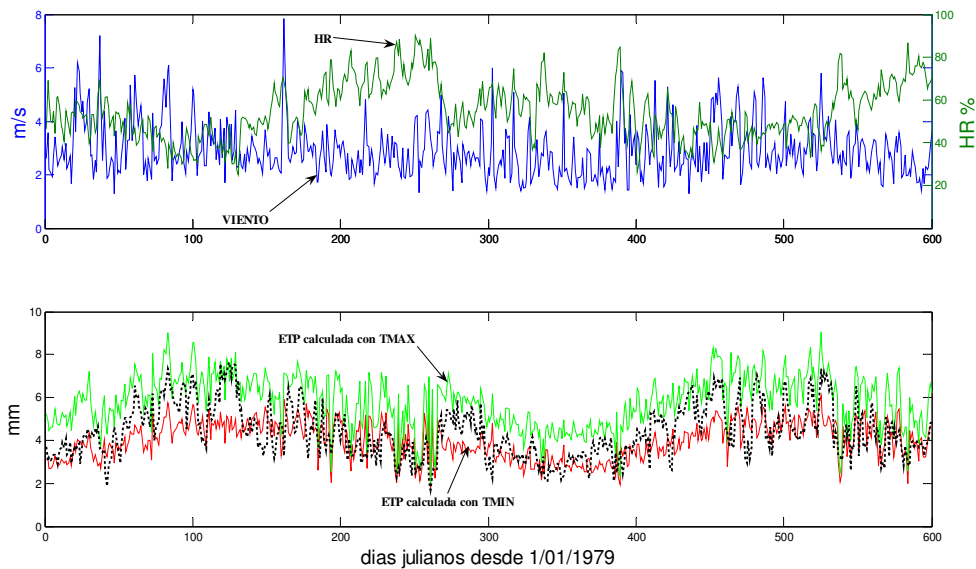


Figura 4.5.1 Valores promedio de la humedad relativa (magenta arriba) y el viento (verde arriba) y de la evapotranspiración potencial ETP_{Tmax} (verde abajo), ETP_{Tmin} (rojo abajo) y la evaporación de los tanques tipo A (negro abajo) en la cuenca Lerma-Toluca del 1 de enero de 1979 al 22 de septiembre de 1980.

La ecuación de Penman-Monteith para el cálculo de la evapotranspiración potencial se puede considerar constituida por dos partes, una parte que depende de la radiación neta y otra que depende de la humedad y temperatura del aire, así como del viento.

$$ETP = \underbrace{\frac{\Delta}{\rho_w L(\Delta + \gamma)} E_s}_A + \underbrace{\frac{\rho_a C_p}{\rho_w L(\Delta + \gamma)} \frac{[e_s(T_a) - U_a e_s(T_a)]}{r_a}}_B, \quad (3.2.18b)$$

La parte A de la ecuación (3.2.18b) se puede considerar como la energía radiativa que hay para la evapotranspiración y la parte B representa la cantidad de vapor que la atmósfera demanda. Se puede observar en la ecuación (3.2.18b) que cuando la atmósfera tiende a la saturación de humedad $U_a \rightarrow 100\%$ entonces $B \rightarrow 0$, el calculo de la evapotranspiración es menos sensible al valor de la temperatura del aire y

$$ETP \rightarrow \frac{\Delta}{\rho_w L(\Delta + \gamma)} E_s \quad (4.5.1)$$

La ecuación 4.5.1 es conocida como ecuación de Prestley-Taylor para la evapotranspiración potencial con el parámetro $\alpha = 1$. En la figura (4.5.1) observamos que los valores de los dos cálculos de la evapotranspiración potencial (rojo y verde) son mas cercanos entre si cuando el aire esta mas saturado de humedad, es decir, la sensibilidad a cambios de la temperatura es menor.

Dado que la evaporación promedio de los tanques tipo A esta por lo general acotado entre los valores de la evapotranspiración de Penman calculada con las temperaturas máxima y mínima, y de la misma manera lo está la evapotranspiración de Penman calculada con la temperatura promedio, se decidió usar ésta última para la calibración por ser la que mejor representa los valores observados en los tanques Tipo A de las estaciones meteorológicas.

5. VALIDACIÓN DEL MODELO.

5.1 Validación del MTH.

Para validar el Modelo Térmico-Hidrológico es necesario comparar sus resultados con los datos observados. El MTH calcula la evapotranspiración potencial usando la temperatura del suelo, también las escorrentías base y directa, además del cambio en el déficit de humedad. La infiltración profunda o recarga del acuífero no está considerada debido a que el modelo no toma en cuenta la sobre-explotación de la cuenca. En el caso de un acuífero sin explotación en donde no se hace uso de agua del manto por medio de bombeo la infiltración profunda se puede considerar despreciable o nula, y en su lugar esta cantidad de agua sería parte de la escorrentía directa una vez que se ha saturado el suelo.

La cuenca Lerma-Toluca, y en particular los acuíferos Valle de Toluca e Ixtlahuaca-Atlacomulco son considerados sobre explotados dado que se extrae más agua de la que se recarga naturalmente. La Secretaria del Medio Ambiente, en su informe Estadísticas del Agua en México 2008 (Semarnat 2008), hace una estimación de la recarga natural de los acuíferos mencionados, los valores se muestran en la tabla siguiente:

Tabla 5.1.1 Estimación de la recarga natural de los acuíferos el Estado de México según Semarnat 2008.

Cuenas sobre explotadas del estado de México		
Recarga natural del acuífero en hm ³ /año		
AÑO	Valle de Toluca	Ixtlahuaca-Atlacomulco
2001	337	119
2003	336.76	119
2005	336.76	119
2007	336.76	119

Para tomar en cuenta la cantidad de agua que se infiltra hacia el manto, usamos la estimación de la recarga total de los acuíferos de la cuenca Lerma-Toluca en los años 2001, 2003, 2005 y 2007 (Semarnat, 2008), con un valor de 456 hm³ el cual se considera constante.

Para poder comparar los resultados de la simulación con los datos observados hay que considerar sólo la escorrentía directa que resta después de satisfacer la infiltración hacia el acuífero, para esto multiplicamos la escorrentía directa simulada por un factor que determina el porcentaje de esta escorrentía que contribuye al gasto en el río definido como:

$$factor = \frac{(EscorrentíaDirectaMedia - RecargaTotal)}{EscorrentíaDirectaMedia} \quad (5.1.1)$$

donde la Escorrentía Directa Media es el valor climático (1980-2002) de la escorrentía directa anual simulada, de tal manera que el valor de la escorrentía directa que contribuye al gasto ó Escorrentía Directa Real esta dada por:

$$EscorrentíaDirectaReal = EscorrentíaDirecta * factor \quad (5.1.2)$$

la ecuación anterior supone que cuando no hay escorrentía directa la recarga es cero.

Los resultados diarios de la escorrentía total para los años 1980 al 1986 se muestran en las figuras (5.1.1) y (5.1.2) siguientes, en el cálculo de la escorrentía total se multiplica la escorrentía directa por el factor que determina la cantidad de agua que contribuye al gasto en el río.

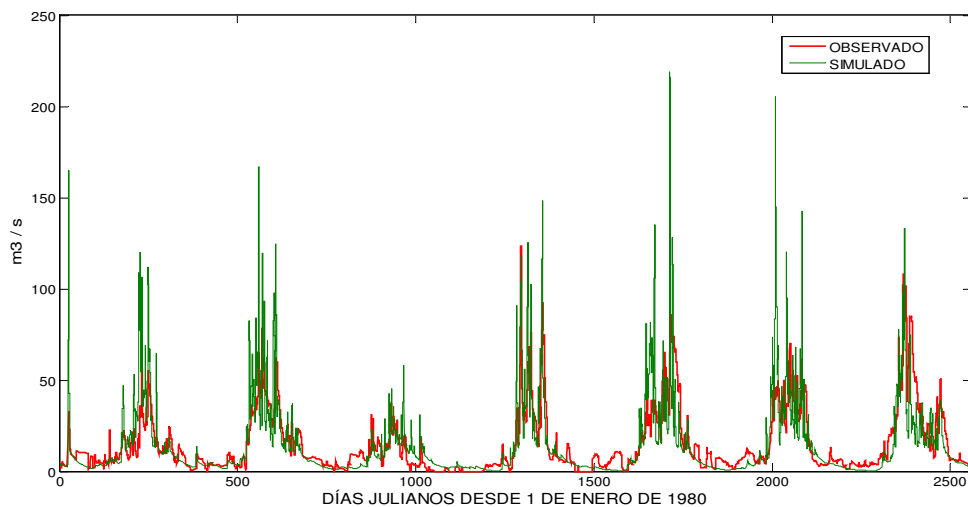


Figura 5.1.1 Gasto diario observado en Temascalcingo en rojo en los años 1980 al 1986 y simulado por el Modelo Térmico-Hidrológico en azul.

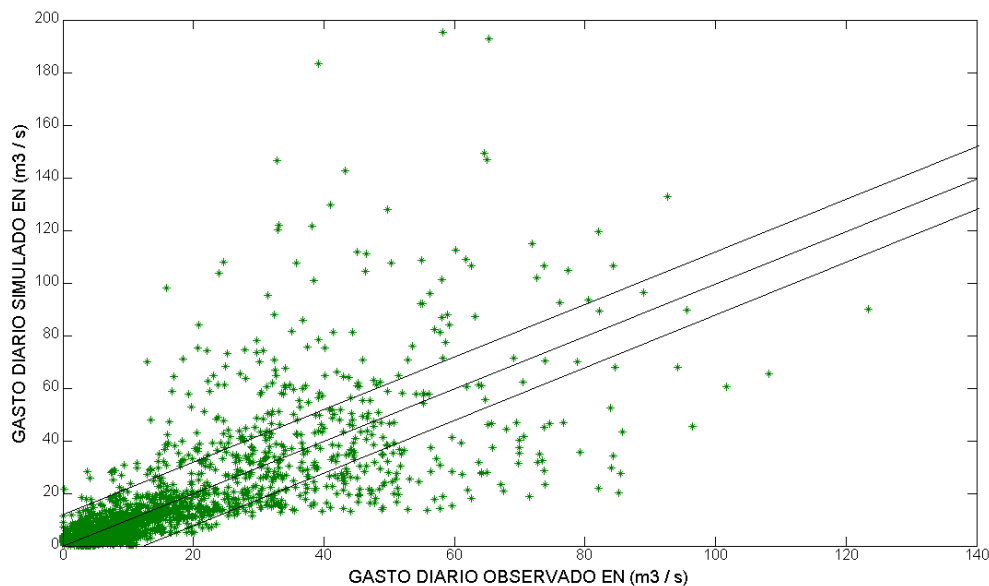


Figura 5.1.2 Grafica de dispersión del gasto diario observado vs. simulado por el MTH, las líneas externas marcan el error medio cuadrático diario de 1.1952 hm³.

En las figuras (5.1.3) y (5.1.4) se muestra lo mismo que en las figuras anteriores pero para el caso de los valores acumulados mensuales,

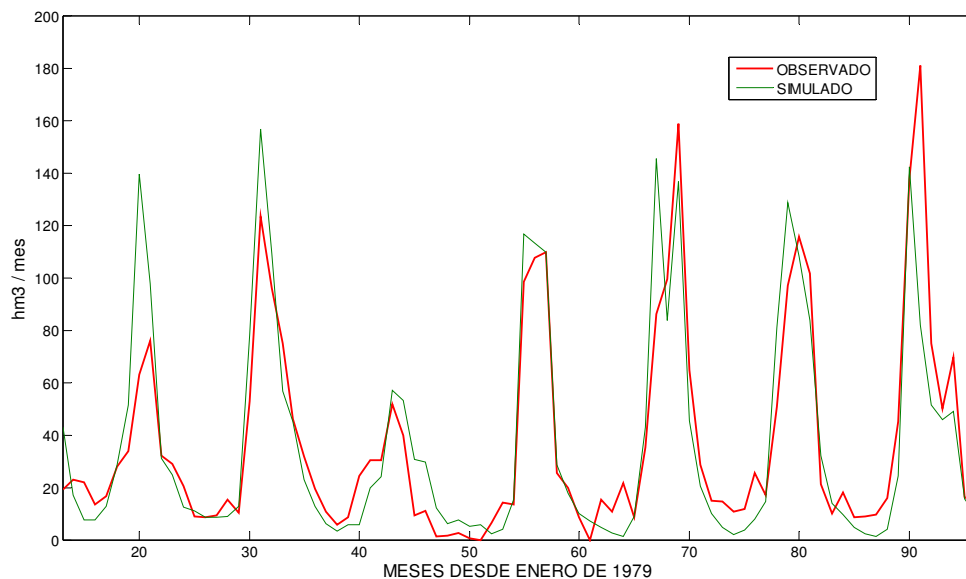


Figura 5.1.3 Gasto acumulado mensual observado en Temascalcingo en rojo en los años de 1980 al 1986 y simulado por el Modelo Térmico-Hidrológico en azul.

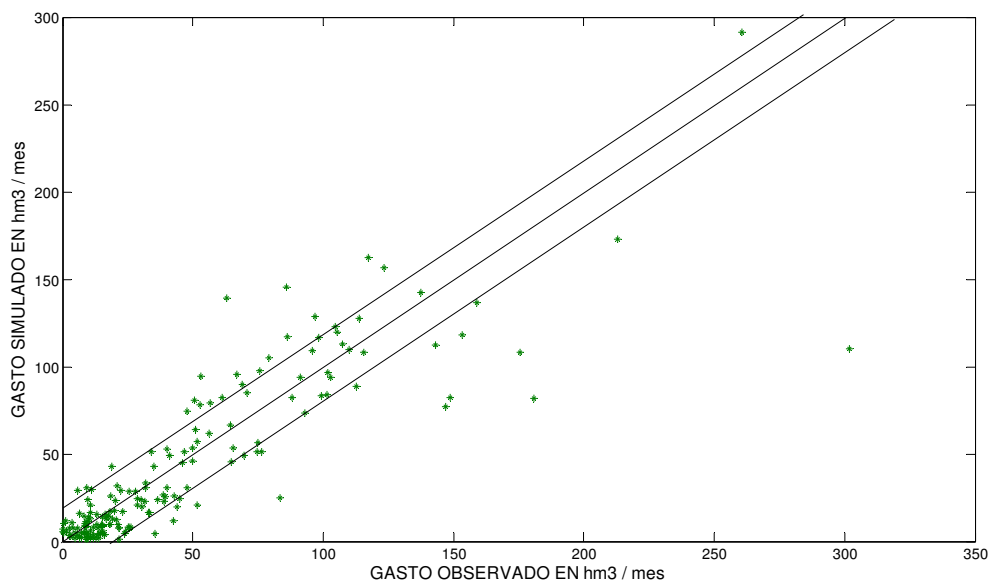


Figura 5.1.4 Grafica de dispersión del gasto mensual observado vs. simulado por el MTH, las líneas marcan el error medio cuadrático mensual de 19.5660 hm3.

5.2 Estadísticos para la validación

Para la validación se usaron cuatro medidas del desempeño: el error medio cuadrático diario DRMSE, el error medio cuadrático mensual MRMSE, el coeficiente de eficiencia E y el BIAS.

El DRMSE se uso para probar que tan bien simuladas fueron las fluctuaciones diarias del gasto y es calculado como:

$$DRMSE = \sqrt{\frac{\sum_1^n (q_{s,i} - q_{o,i})^2}{N}} \quad (5.2.1)$$

donde $q_{s,i}$ y $q_{o,i}$ son los valores del gasto diario simulado y observado respectivamente, y N es el número total de días en el periodo de validación.

El MRMSE calcula el error entre los volúmenes mensuales del gasto, este estadístico es útil para probar que tan bien es simulado el volumen del gasto a largo plazo y esta definido por:

$$MRMSE = \sqrt{\frac{\sum_1^M (y_{s,i} - y_{o,i})^2}{M}} \quad (5.2.2)$$

donde $y_{s,i}$ y $y_{o,i}$ son los valores acumulados mensuales del gasto simulado y observado respectivamente, M es el numero de meses en el periodo de validación.

El BIAS que calcula la desviación que hay entre los valores simulados y los observados, definido:

$$BIAS = \frac{\sum_1^N (q_{s,i} - q_{o,i})}{N} \quad (5.2.3)$$

que nos dice que tanto el modelo subestima o sobreestima los valores.

Por último, el coeficiente de eficiencia E, que indica el grado de asociación entre los valores simulados y observados del gasto diario, el coeficiente se define como:

$$E = \frac{\sum_1^N (q_{o,i} - \bar{q}_o)^2 - \sum_1^N (q_{s,i} - q_{o,i})^2}{\sum_1^N (q_{o,i} - \bar{q}_o)^2} \quad (5.2.4)$$

donde \bar{q}_o es el gasto diario promedio observado.

El coeficiente de eficiencia toma valores que van desde $-\infty$ hasta 1, E = 1 indica que el modelo simula perfectamente los valores observados, E = 0 indica que el modelo

simula tan bien como la media de los valores observados y $E < 0$ quiere decir que es mejor usar la media del valor observado para predecir que el modelo mismo.

Los estadísticos anteriores fueron calculados para el rango de 2557 días que hay entre el 1 de enero 1980 al 31 de diciembre de 1986 los resultados se muestran a continuación en la tabla 5.2.1

Tabla 5.2.1 Resultados de los estadísticos de error a escala diaria.

Error Cuadrático Medio en Hectómetros Cúbicos			
Diario (hm³)	Mensual (hm³)	COEF. EFICIENCIA	BIAS (hm³)
1.282	20.07	0.23	0.0798

Los resultados muestran un error en el valor mensual de 20.07 hm³ el cual corresponde a una lámina de 4.25 mm, el error diario de 1.282 hm³ es el equivalente a 0.27 mm de lámina de agua, el BIAS muestra una subestimación del valor acumulado en los 8 años de validación, estos valores son bastante aceptables dadas las aproximaciones hechas con la recarga de los acuíferos. El coeficiente de eficiencia es positivo lo cual indica que el modelo es mejor opción que el valor promedio para reproducir el gasto observado, su baja eficiencia se justifica cuando se toma en cuenta el error debido al manejo de las presas.

5.3 Comparación con el Método del Número de Curva

Con el fin de comparar el desempeño del Modelo Térmico Hidrológico también se calculó la escorrentía de la cuenca usando el método del número de curva (Apéndice_1) del servicio de conservación de suelos de los Estados Unidos (Soil Conservation Service).

En las figura (5.3.1) se muestran los resultados del Método del Número de Curva para un suelo tipo A con superficie de caminos sucios (Road Dirt) y tipo de suelo tipo C con suelo con superficie dura (Road Hard surface) que son los de menor desviación y menor error medio cuadrático respectivamente, en ambos casos se observa que el método trabaja bien en los meses de mayo y junio donde inicia la temporada de lluvia, pero tiene desventajas en los meses secos en donde la escorrentía base (la cual no toma en cuenta) es parte importante del gasto.

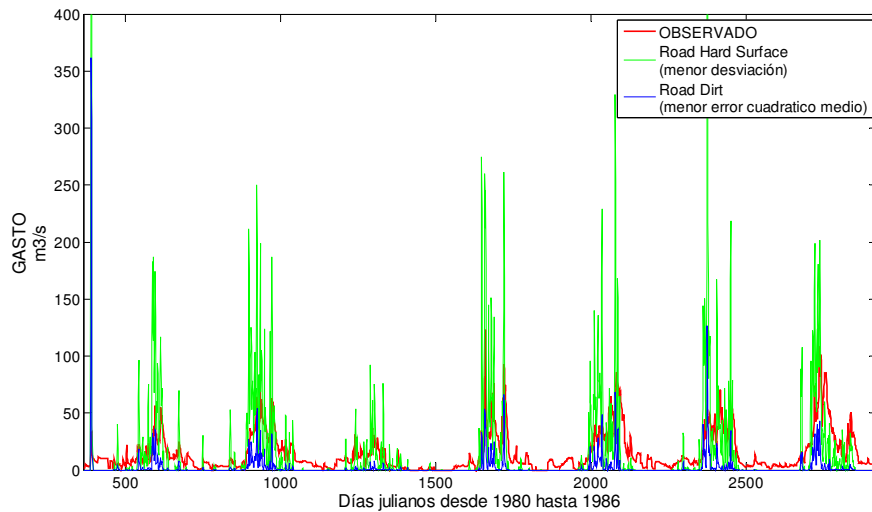


Figura 5.3.1. Gastos simulados por el método del número de curva con suelo tipo B y usos de suelo baldío y camino de superficie dura comparados con el gasto observado (rojo).

Los estadísticos de estos cálculos se muestran a continuación en la tabla (5.3.1), y pueden ser comparados con los estadísticos del Modelo Térmico-Hidrológico en la última columna de la misma tabla, todos los valores se muestran en hectómetros cúbicos.

Tabla 5.3.1. Estadísticos de los resultados del Método del Número de Curva para los cuatro tipos de suelo y cinco de los usos reportados por el Soil Conservation Service.

	TIPO DE SUELO	USO DE SUELO						
		Farmstead	Pasture	RoadDirt	RoadHS	Fallow	MTH	
DRME (hm ³)	A	1.844	1.794	1.789	1.876	1.869	1.282	
	B	1.846	1.950	2.072	2.250	2.504		
	C	2.042	2.407	2.704	3.352	3.439		
	D	2.249	2.934	3.072	3.994	4.777		
BIAS x1000 hm ³	A	-3.4785	-3.2006	-3.0276	-2.4408	-2.4728	0.0798	
	B	-2.9715	-2.3496	-1.9853	-1.4845	-1.0354		
	C	-2.5613	-1.5563	-0.9541	0.2951	0.3831		
	D	-2.2743	-0.8479	-0.4534	1.1956	2.1990		
COEFICIENTE DE EFICIENCIA	A	-0.6	-0.51	-0.5	-0.65	-0.64	0.23	
	B	-0.6	-0.79	-1.02	-1.38	-1.95		
	C	-0.96	-1.72	-2.44	-4.28	-4.56		
	D	-1.38	-3.04	-3.43	-6.49	-9.72		

Los casos simulados por el método de número de curva (CN SCS) con menor error cuadrático medio subestiman el gasto, mientras que los casos con menor desviación tienen

un error cuadrático medio significativo. Estos resultados estadísticos se deben primordialmente al hecho de que CN SCS esta hecho para simular eventos de tormenta, los cuales ocurren a escalas temporales menores que un día ($\Delta t < 1\text{día}$),. Cuando se utilizan escalas temporales mayores, hay que considerar la escorrentía base y la evapotranspiración, esto deja en desventaja al CN SCS.

De la tabla anterior se observa que los errores que tiene el método del número de curva respecto al gasto observado son mayores a los del MTH en todos los casos. El coeficiente de eficiencia del método del número de curva es negativo, lo cual indica que es menos eficiente que la media para describir el comportamiento del gasto a escala diaria. El BIAS indica que los suelos con mucha o moderada infiltración (tipo A y B) subestiman el gasto en los años de la validación (1980 al 1986).

Estos resultados muestran cierta ventaja del MTH sobre el Método del Número de Curva para llevar acabo cálculos a escalas de tiempo $\Delta t \geq 1\text{día}$, donde la evapotranspiración empieza a ser parte importante de las abstracciones.

6. RESULTADOS y DISCUSIÓN.

6.1 Valores Climáticos Anuales.

En la figura (6.1.1) se muestran los valores climáticos anuales (1980-2002) de la precipitación observada, y de la evapotranspiración potencial calculada por el modelo MTH, los valores máximos de precipitación se localizan al sur en las zonas altas de la cuenca en donde se alcanzan valores acumulados anuales por arriba de los 1000 mm/año, y los mínimos se localizan en la zona norte cerca de Atlacomulco donde sus valores apenas alcanzan laminas acumuladas de 500 mm/año. En el caso de la evapotranspiración potencial los valores máximos se localizan en la zona metropolitana de la ciudad de Toluca en donde se alcanzan valores cercanos a 2000 mm/año.

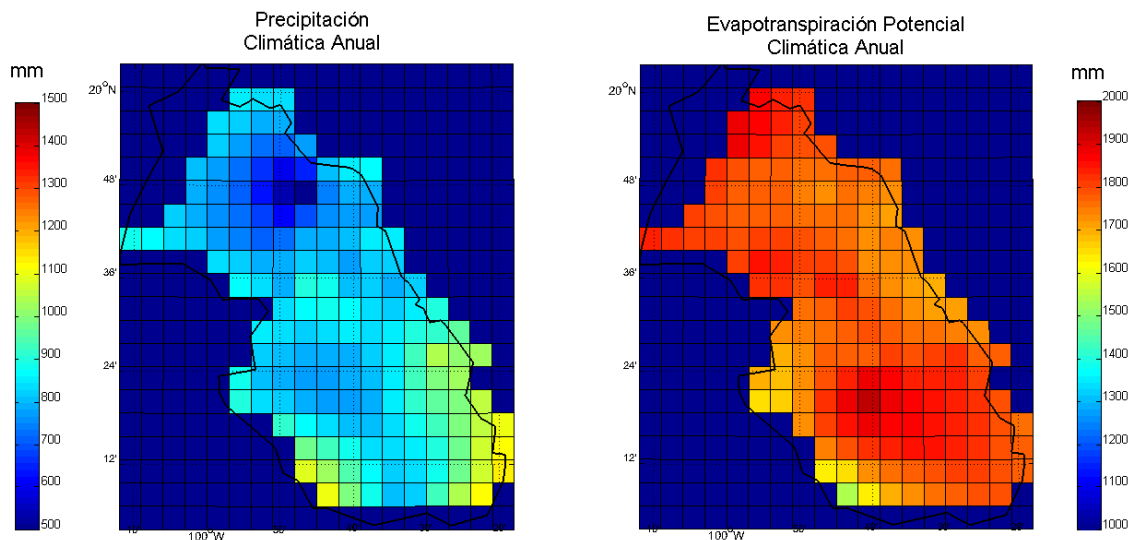


Figura 6.1.1. Valores medios anuales (1980-2002) en milímetros de la precipitación observada (izq.) y la evapotranspiración potencial (der.) calculada por el modelo MTH en la cuenca Lerma-Toluca.

En la figura anterior se observa que la energía disponible o demanda atmosférica representada en este caso por la evapotranspiración potencial de Penman tiene valores mucho mayores a los de la precipitación anual, esto indica que la evapotranspiración real anual en la cuenca Lerma-Toluca esta limitada principalmente por la disponibilidad de agua que a escalas anuales se puede aproximar con la precipitación. Estos dos forzamientos climáticos son determinantes en la repartición de la precipitación media anual en evapotranspiración real y escorrentía. El grado de control que la precipitación ejerce sobre la evapotranspiración real depende del índice de aridez, el cual esta definido como la razón de la evapotranspiración potencial y la precipitación anuales (Apéndice 2).

En la figura (6.1.2) se muestran los valores climáticos anuales (1980:2002) de la escorrentía y de la evapotranspiración real calculados por el MTH:

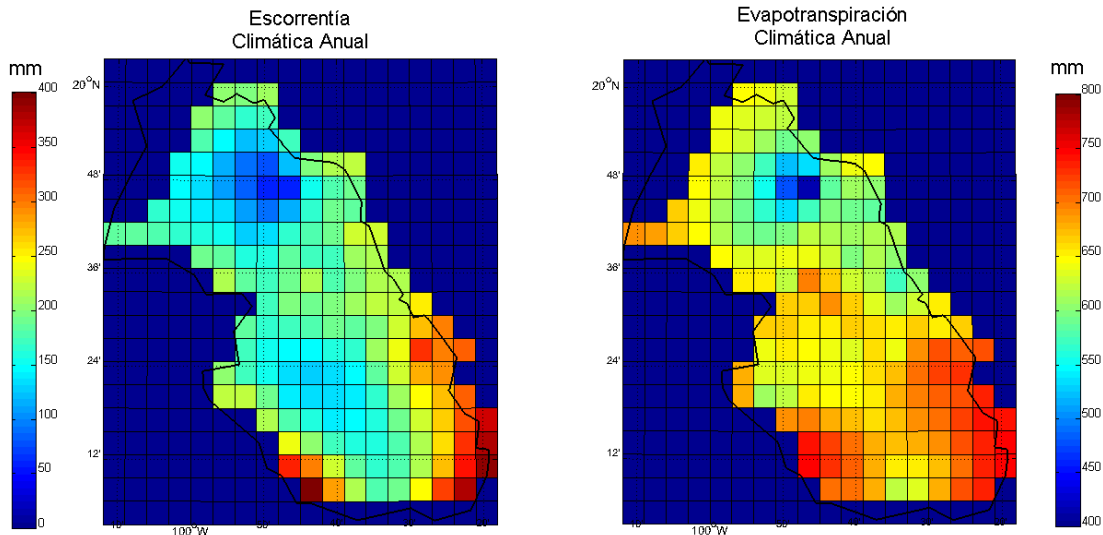


Figura 6.1.2. Valores medios anuales (1980-2002) en milímetros de la escorrentía total (izq.) y la evapotranspiración real (der.) calculadas por el MTH en la cuenca Lerma-Toluca. (las imágenes tienen diferente escala de colores).

En total, la cuenca Lerma-Toluca tiene una precipitación media anual observada de 845.3 mm, una evapotranspiración real media anual calculada de 650.1 mm, lo cual representa el 76.91% de la precipitación y una escorrentía ó disponibilidad de agua media anual calculada de 195.4 mm lo cual es equivalente al 23.12 % de la precipitación sobre la cuenca. Estos resultados representan el balance de agua en equilibrio, en donde los cambios en el déficit de humedad son despreciables y la ecuación (3.1.1) del balance de agua se puede expresar:

$$0 \approx \text{Evapotranspiración} + \text{Escorrentía} - \text{Precipitación}$$

los valores climáticos anuales de la escorrentía y la evaporación suman el 100.03 % de la precipitación, por lo que podemos asumir a muy buena aproximación que los valores son representativos de un balance en equilibrio y satisfacen la ecuación anterior, esta pequeña diferencia en el balance se debe a que la climatología se construyó con solo 23 años y se requiere de mas años para alcanzar el valor climático.

Usando el esquema de Budyko (Apéndice_2) se puede extender el análisis de los resultados climáticos anuales mostrados en los mapas anteriores. Budyko (1958) postuló que el promedio de largo plazo de la evapotranspiración real esta controlado principalmente por la precipitación y la energía disponible, y las características de la cuenca parecen tener un papel secundario en el proceso de partición de la precipitación en escorrentía y evapotranspiración real. Este postulado implica que la dispersión de los resultados climáticos del índice de aridez (ETP / P) y la razón de evapotranspiración real (E / P) deben ser prescrita por alguna de las formas funcionales propuestas en el Apéndice_2.

Usando los resultados de las figuras (6.1.1) y (6.1.2) se generaron los mapas con la distribución espacial del índice de aridez y de la razón de evapotranspiración los cuales se muestran a continuación en la figura (6.1.3).

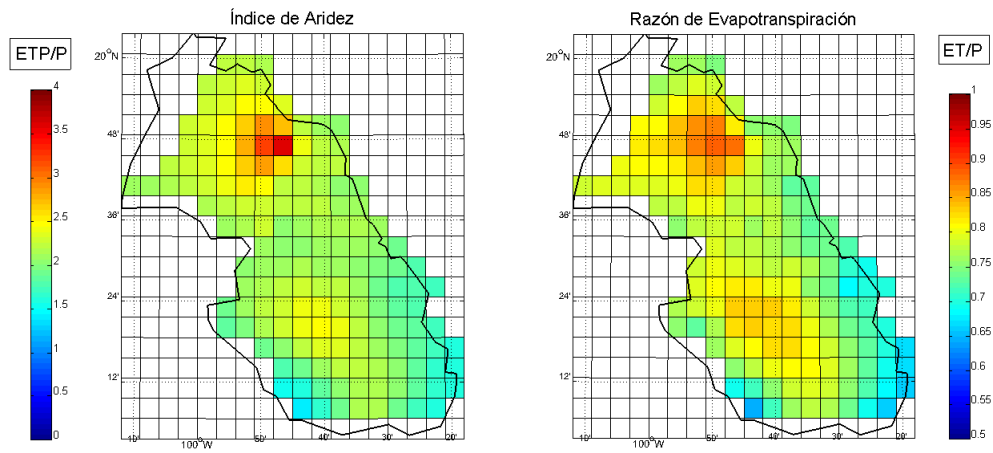


Figura 6.1.3. Distribución espacial de los valores climáticos del índice de aridez Φ (izq.) y de la razón de evapotranspiración (der.) en la cuenca Lerma-Toluca.

El índice de aridez tiene sus máximos en la parte norte de la cuenca donde alcanza valores superiores a 3. La razón de evapotranspiración tienen una distribución espacial similar al índice de aridez, sin embargo sus valores climáticos están limitados entre cero y uno.

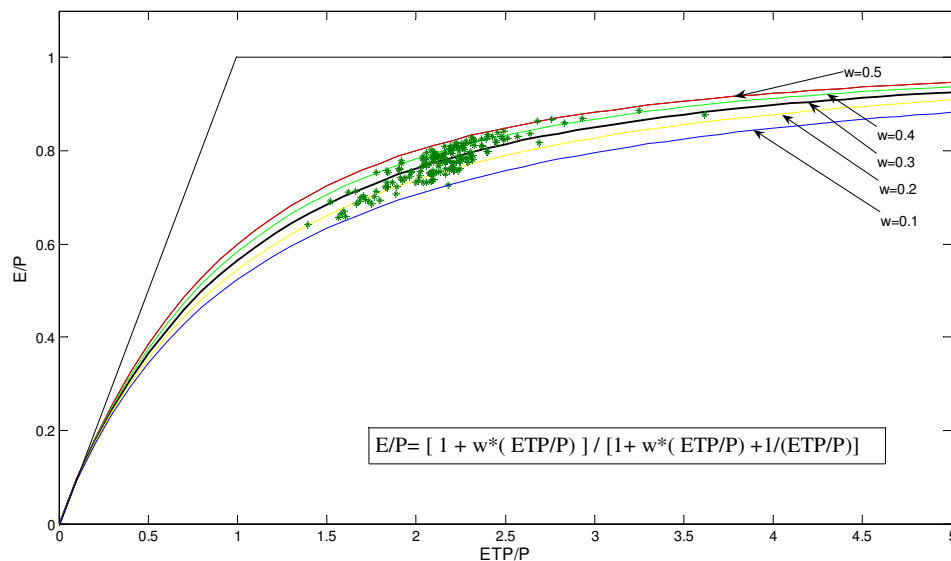


Figura 6.1.4. Forma funcional propuesta por Zhang (2001) con valores de w que van de 0.1 a 0.5, comparada con la dispersión de la razón de evapotranspiración (E/P) contra el índice de aridez (ETP/P) calculados con el MTH, cada punto representa un píxel de los mapas de las figuras (6.1.3).

Las curvas de la ecuación (A.2.10) propuesta por Zhang con valores de w que van de 0.1 a 0.5 se muestran en la figura (6.1.4). Se superpone también la dispersión de la razón de evapotranspiración contra el índice de aridez, cada punto representa un píxel de los mapas de la figura (6.1.3). Zhang (2001) encuentra valores de $w = 2$ en cuencas donde la vegetación dominante son los bosques y de $w = 0.5$ para cuencas con superficies de pastos cortos y con usos agrícolas, la dispersión de los datos esta comprendida entre la curva con valor $w = 0.1$ y la curva con $w = 0.5$, los valores de w son proporcionales a la profundidad de las raíces y de manera indirecta con la humedad disponible en la superficie del suelo. Usando los valores promedio de $\Phi = 2.1$ y de la humedad disponible $H = 0.37$ el valor de w calculado con la ecuación (A.2.12) es igual 0.31.

Las curvas propuestas por Zhang dependen del parámetro w que toma en cuenta el tipo de vegetación que en promedio tiene la cuenca. En el modelo MTH, el uso de suelo esta considerado solamente vía el albedo de la superficie el cual es determinante en el cálculo de la radiación neta (la vegetación es una característica que el modelo no toma en cuenta directamente). En el MTH este factor esta representado indirectamente con el parámetro D_{max} , representa la capacidad de campo la cual esta relacionada con la profundidad de las raíces.

Los valores climáticos anuales calculados con los resultados del modelo MTH parecen seguir el postulado de Budyko cuando se usa la ecuación (A.2.10) propuesta por Zhang. Esto más que validar los resultados del MTH corrobora el hecho de que el forzamiento atmosférico controla en gran medida la manera como la cuenca lleva a cabo la repartición de la precipitación media anual en escorrentía y evapotranspiración real.

En general se observa que la razón de evapotranspiración es mayor en las regiones más áridas de la cuenca. El rango del índice de aridez va desde 1.4 hasta 3.6 aproximadamente con un valor medio de 2.1. La mayor parte de las celdas de la cuenca tiene índices de aridez entre 2 y 2.5, estos indica que en la cuenca Lerma-Toluca hay zonas con climas que van de semi-áridos ($\Phi \geq 2$) en la mayor parte de la cuenca sobre todo en la parte norte, a sub-húmedos ($0.75 \leq \Phi < 2$) en las partes altas.

La razón de evapotranspiración tiene valores que van desde 0.64 en las partes altas del Nevado de Toluca, hasta 0.88 al norte alrededor de Atlacomulco con un valor medio en la cuenca de 0.77. Se observa también en la gráfica de la figura (6.1.4) que todas las celdas se localizan en la zona donde la evapotranspiración real esta limitada por la disponibilidad de agua ($\Phi > 1$), debido a esto se espera que su variabilidad tenga una fuerte relación con la variabilidad de la precipitación.

El análisis de estos resultados nos da una idea global de la relación que hay entre las condiciones hidrológicas y las climáticas en la cuenca Lerma-Toluca. El balance de agua en su valor climático anual muestra estar controlado en gran medida por el forzamiento atmosférico, el grado de control que ejerce la precipitación y la evapotranspiración potencial sobre los procesos de evapotranspiración disminuye con la escala espacial y temporal. A escalas espaciales pequeñas, las características de la cuenca como la pendiente y los usos de suelo empiezan a tener un papel importante en los procesos de evapotranspiración y escorrentía. A escalas de tiempo pequeñas, el almacenamiento de agua en el suelo empieza a ser significativo respecto a los valores de escorrentía y evapotranspiración real y tiene que ser tomado en cuenta.

El uso del esquema de Budyko (índice de aridez) para explicar las condiciones hidrológicas climáticas de la cuenca nos da la pauta para llevar a cabo un análisis de la variabilidad interanual de la evapotranspiración real y la escorrentía.

6.2 Variabilidad interanual

En la tabla (6.2.1) se muestran las láminas anuales observadas de la precipitación y las láminas anuales calculadas de la evapotranspiración potencial así como de la escorrentía y evapotranspiración real para cada año desde 1980 hasta 2002.

Tabla 6.2.1. Láminas acumuladas anuales de la precipitación, escorrentías, evapotranspiración potencial y evapotranspiración real (mm) en la cuenca Lerma-Toluca de 1980 hasta 2002.

AÑO	PRECIPITACIÓN PRE	ESCORRENTÍA			EVAPOTRANSPIRACIÓN	
		BASE (Qg)	DIRECTA (Qs)	TOTAL (Q)	REAL (E)	POTENCIAL (ETP)
1980	892.0	51.7	136.3	188.0	712.7	1762.8
1981	948.1	53.1	161.1	214.2	731.3	1729.6
1982	665.4	38.2	41.6	79.9	592.5	1843.1
1983	787.5	42.7	147.5	190.2	595.6	1843.8
1984	850.9	48.2	170.4	218.5	633.7	1738.4
1985	851.3	47.6	154.6	202.2	647.6	1699.2
1986	846.2	47.7	124.4	172.2	676.2	1778.6
1987	753.3	41.3	120.1	161.4	598.2	1820.2
1988	745.6	40.1	144.5	184.6	558.6	1770.2
1989	733.6	42.0	85.5	127.5	594.1	1792.5
1990	908.3	52.3	136.3	188.5	719.0	1748.3
1991	850.7	49.1	165.3	214.4	634.1	1726.6
1992	1043.6	60.7	192.5	253.2	789.7	1685.0
1993	824.5	44.9	201.1	246.0	593.7	1762.5
1994	834.7	45.3	91.1	136.4	698.7	1884.1
1995	989.9	49.9	214.4	264.3	675.7	1764.5
1996	804.2	48.0	154.8	202.9	639.1	1752.6
1997	841.0	46.8	102.5	149.3	696.0	1818.6
1998	958.3	45.9	282.3	328.1	632.2	1894.2
1999	746.7	38.7	156.3	195.0	557.8	1839.5
2000	848.1	44.4	130.7	175.0	667.0	1864.4
2001	883.3	49.0	161.9	211.0	676.3	1762.2
2002	833.6	49.7	141.5	191.2	633.2	1714.1
CLIMÁTICO	845.3	46.8	148.5	195.4	650.1	1782.4

A primera vista no se observa una relación directa entre las cantidades anuales de precipitación y su correspondiente evapotranspiración real y escorrentía. Por ejemplo, 1992 es el año de mayor precipitación (1043.6mm) y evapotranspiración real (789.7 mm) pero no es el de mayor escorrentía, 1982 fue el año mas seco (665.4 mm) y el de menor

escorrentía (79.9 mm) pero su evapotranspiración real fue mayor que la de los años 1988 y 1999 en los cuales hubo mayor cantidad de precipitación.

Koster y Suárez en 1998 (Apéndice_2) extendieron el uso del índice de aridez para predecir la variabilidad interanual de la evapotranspiración real y la escorrentía. Para esto asumieron que los cambios interanuales en el almacenamiento de agua en el suelo eran pequeños comparados con los flujos de precipitación, evapotranspiración real y escorrentía, ellos obtuvieron una expresión para la razón de desviación de la evapotranspiración (RDE), la cual está definida como la desviación estándar de la evapotranspiración real entre la desviación estándar de la precipitación, ecuación (A.2.15).

Suponiendo también que la variabilidad interanual de la evapotranspiración potencial es despreciable, Koster y Suárez propusieron una expresión simplificada de la ecuación para la RDE:

$$RDE = \frac{\sigma_E}{\sigma_P} = F(\Phi) - \Phi F'(\Phi) \quad (A.2.16)$$

Al despreciar la variabilidad de la evapotranspiración potencial y la variabilidad del almacenamiento de agua en el suelo, se está implicando que toda la variabilidad de la evapotranspiración real es debida a la variabilidad de la precipitación.

La RDE es una manera sencilla de caracterizar la variabilidad interanual de los flujos de humedad en la superficie del suelo. Valores altos de la RDE implican que una gran cantidad de variabilidad de la precipitación es traducida en una respectiva variabilidad de evapotranspiración real, y valores bajos (cerca de cero) significan que la evapotranspiración real es insensible a la variabilidad de la precipitación.

En la figura (6.2.1) se muestra la distribución espacial de la razón de desviación de evapotranspiración (σ_E/σ_P) calculada con los resultados del MTH mostrados en la tabla (6.2.1):

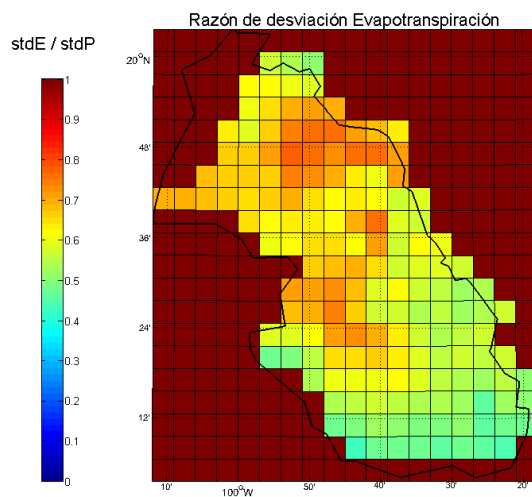


Figura 6.2.1 Distribución de la razón de desviación de la evapotranspiración RDE (σ_E/σ_P) en la cuenca Lerma-Toluca

En la figura (6.2.2) siguiente se muestran los valores de la razón de desviación de evapotranspiración RDE (σ_E/σ_P) contra el índice de aridez (ETP/P). Los puntos

representan los píxeles de la RDE de la figura (6.2.1). Se superponen las curvas que propone la implementación de Koster y Suárez en la ecuación (A.2.16) usando la misma forma funcional $F(\Phi)$ (A.2.10) del análisis anterior con los mismos valores de $w = 0.1, 0.3$ y 0.5 .

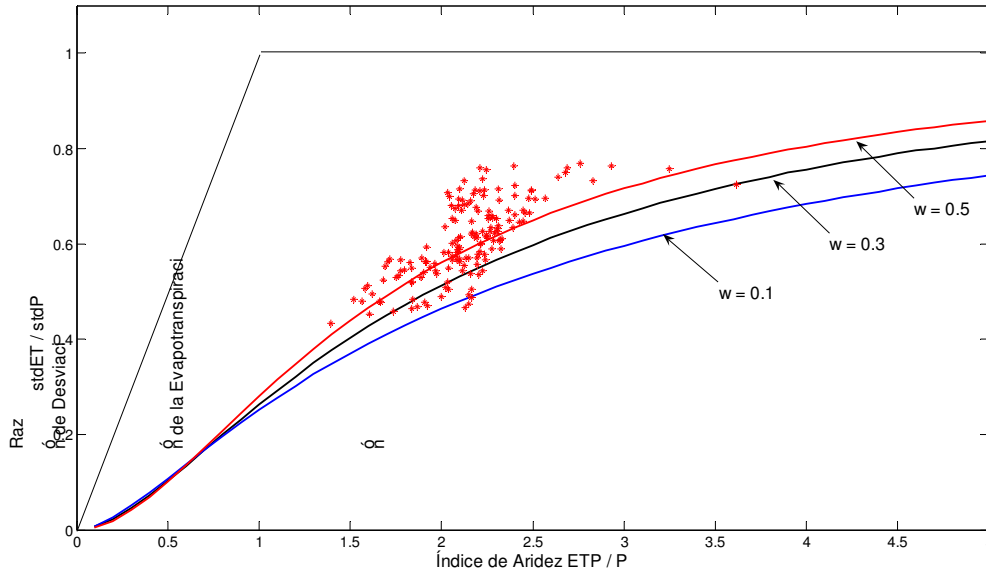


Figura 6.2.2. Valores medios anuales de la razón de desviación de la evapotranspiración RDE (puntos rojos), comparados con la función propuesta por (Koster y Suárez 1998) usando la ecuación (A.2.10) con valores de $w = 0.1, 0.3$ y 0.5 .

La RDE calculada con el MTH muestra una gran dispersión respecto a las curvas de Koster y Suárez, la mayor parte de los puntos se localizan por arriba de las curvas con $w = 0.3$. Si embargo, los datos muestran un comportamiento similar a los de la razón de evapotranspiración tomando valores más altos en las zonas más áridas.

La dispersión de estos datos se debe al hecho de considerar despreciables la variabilidad interanual que no proviene de la precipitación como la variabilidad debida a la evapotranspiración potencial.

Usando la ecuación de balance de agua (3.1.2) y despreciando la variabilidad del almacenamiento de agua en el suelo Koster y Suárez (1998) obtuvieron a una expresión que implica un equilibrio entre las razones de desviación de evapotranspiración y escorrentía:

$$\frac{\sigma_E}{\sigma_P} = 1 - \frac{\sigma_Q}{\sigma_P} \tag{A.2.17}$$

Esta ecuación supone que la variabilidad de la escorrentía y la evapotranspiración real es debida solamente a la variabilidad de la precipitación. Valores altos de la razón de desviación de evapotranspiración implican valores bajos de la razón de desviación de escorrentía y viceversa.

En la figura (6.2.3) se muestran los valores calculados de la razón de desviación de la evapotranspiración y la razón de desviación de escorrentía, la variabilidad de la escorrentía parece ser poco sensible a la variabilidad de la lluvia en las zonas áridas del norte de la cuenca y la zona metropolitana del Valle de Toluca, con valores altos en las zonas montañosas.

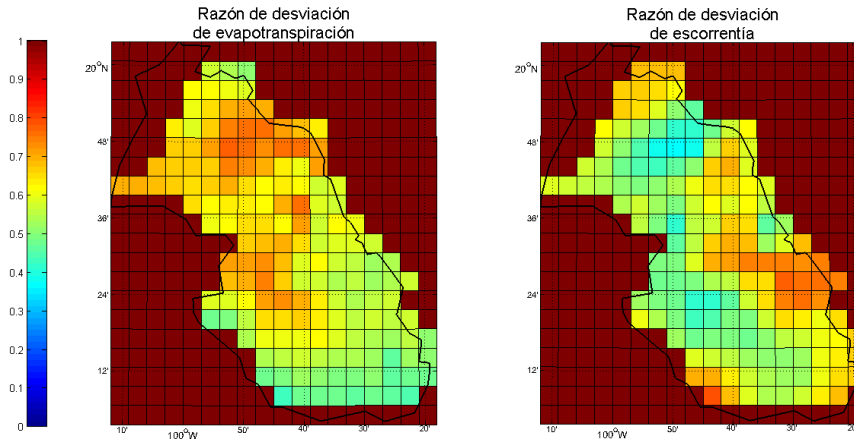


Figura 6.2.3. Razón de desviación de la evapotranspiración RDE (izq.) y de la escorrentía RDQ (der.) en la cuenca Lerma-Toluca.

A primera aproximación parecen obedecer el equilibrio que predice la ecuación (A.2.17), es decir, un mapa parece ser el complemento del otro. Sin embargo existen zonas en donde la suma de los valores de ambos mapas parece exceder la unidad.

Sumando los valores de la razón de desviación de evapotranspiración y escorrentía mostrados en los mapas de la figura anterior y restando uno al resultado podemos visualizar las regiones de la cuenca en donde las aproximaciones hechas por Koster y Suárez en la ecuación (A.2.17) no son aceptables. En la figura (6.2.4) siguiente mostramos el resultado de esta operación.

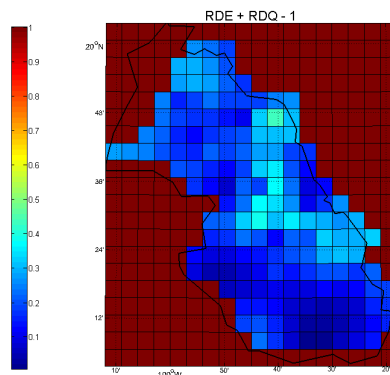


Figura 6.2.4. Distribución espacial de la desviación en el balance de la ecuación (A.2.17) valores distintos de cero en el mapa muestran las regiones de la cuenca donde la ecuación no se cumple.

La figura anterior muestra las zonas de la cuenca donde la ecuación (A.2.17) no se cumple a cabalidad, esto implica que existe variabilidad en la evapotranspiración real y la

escorrentía que proviene de factores distintos a la precipitación, como la variabilidad de la evapotranspiración potencial y la del almacenamiento de agua en el suelo.

En la figura siguiente se muestra la dispersión de las desviaciones estándar de los acumulados anuales de la precipitación (σ_P) y la evaporación potencial de Penman (σ_{ETP}) y la distribución espacial de la razón de desviación de la evapotranspiración potencial (σ_{ETP}/σ_P).

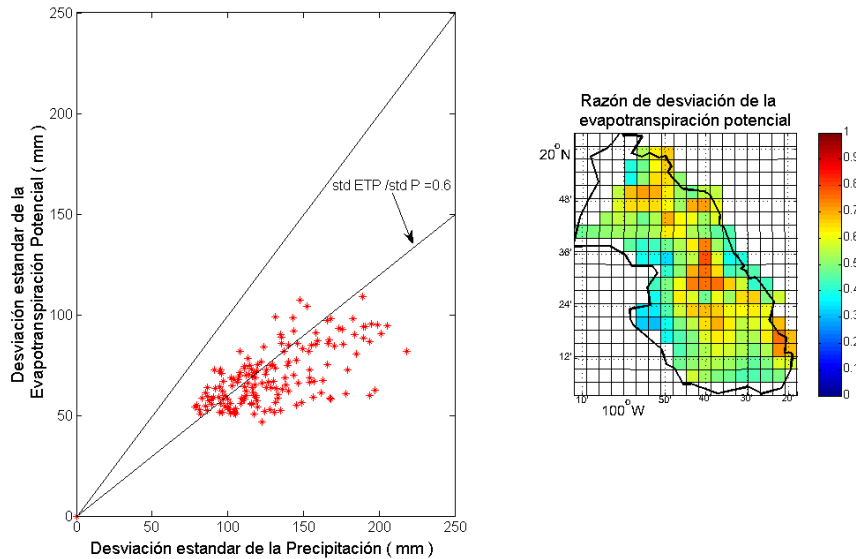


Figura 6.2.5. Dispersión de la desviación estándar de la precipitación media anual (σ_P) contra la desviación estándar de la evapotranspiración potencial media anual (σ_{ETP}), y la distribución espacial de la razón de desviación de la evapotranspiración potencial (σ_{ETP}/σ_P).

Aún cuando los valores se encuentran debajo de la línea de igualdad, algunas celdas muestran que la variabilidad interanual de la evapotranspiración potencial es significativa ($\sigma_{ETP}/\sigma_P > 0.6$) comparada con la de la precipitación, estos puntos no son una buena aproximación cuando se quiere usar la ecuación (A.2.17).

En la tabla (6.2.1) anterior se muestran los valores acumulados anuales del balance de agua, en ellos se observa que existen cambios en el almacenamiento de agua en el suelo (cambios en los cambios del déficit de humedad) dado que $E + Q - P \neq 0$.

La otra suposición que hace la implementación de Koster y Suárez (1998) es que el cambio interanual del almacenamiento de agua en el suelo es muy pequeño en comparación con los flujos anuales de precipitación, evapotranspiración real y escorrentía y, por lo tanto también se pueden despreciar.

En la figura (6.2.6) se muestran los almacenamientos anuales de agua en el suelo en la cuenca Lerma-Toluca:

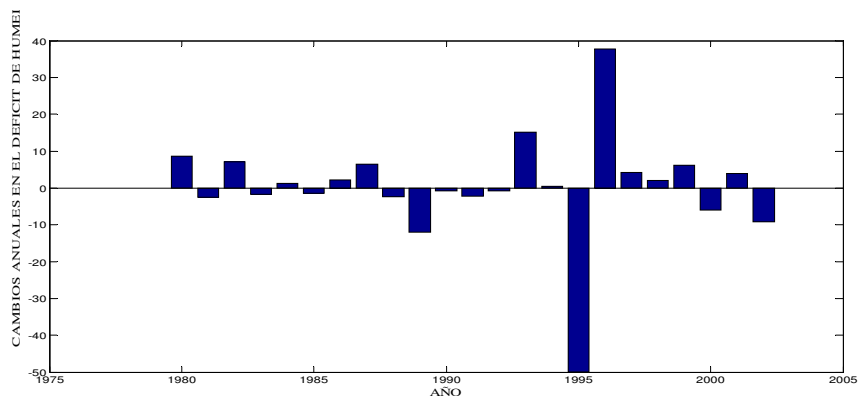


Figura 6.2.6. Almacenamientos anuales de agua en el suelo (cambios en el déficit de humedad) en la cuenca Lerma-Toluca.

La variabilidad interanual del almacenamiento de agua en el suelo se puede observar en la grafica anterior, los cambios son pequeños relativos a los flujos de agua en el suelo a excepción de los años 1989, 1993, y primordialmente 1995 y 1996. Estos años incrementan la variabilidad interanual del almacenamiento de agua en el suelo y esto también causa desviaciones respecto a las curvas en la figura (6.2.2)

La distribución de la razón de desviación de almacenamiento de agua en el suelo se muestra a continuación en la figura (6.2.7). La dispersión de la desviación estándar del almacenamiento de agua en el suelo respecto a la desviación estándar de la precipitación se muestra al lado izquierdo de la figura, sus valores son pequeños comparados con los de la precipitación ($\sigma_{AAS}/\sigma_P < 0.2$).

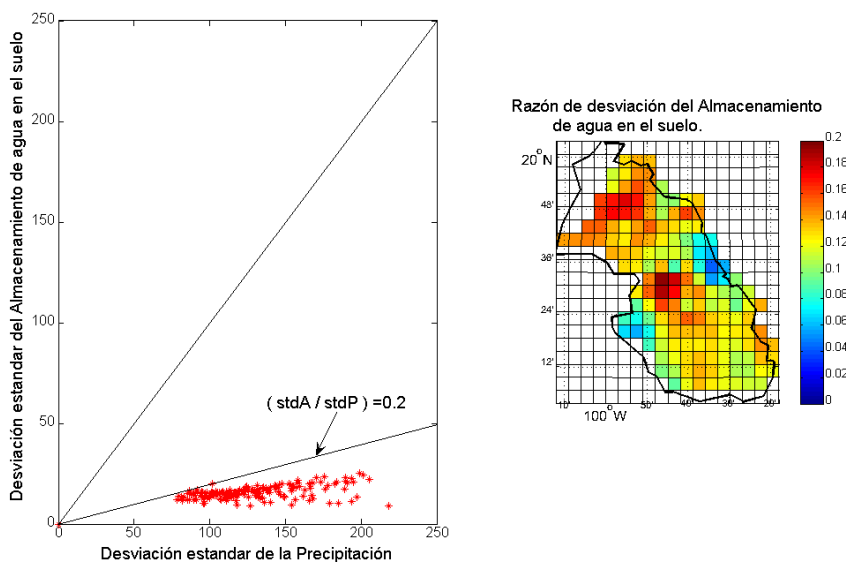


Figura 6.2.7. Dispersión de la desviación estándar de la precipitación media anual (σ_P) contra la desviación estándar del almacenamiento de agua en el suelo (σ_{AAS}), y la distribución espacial de la razón de desviación del almacenamiento de agua en el suelo (σ_{AAS}/σ_P).

6.3 Variabilidad intra anual.

En la figura (6.3.1) se muestra la dispersión de los valores anuales del índice de aridez con respecto a la razón de evapotranspiración, se superpone la curva de la función propuesta por Zhang (A.2.10) con un valor del parámetro $w = 0.3$.

Usando la curva de Zhang como indicador del comportamiento normal, podemos clasificar los años cuya evapotranspiración real estuvo por arriba o por abajo de lo esperado.

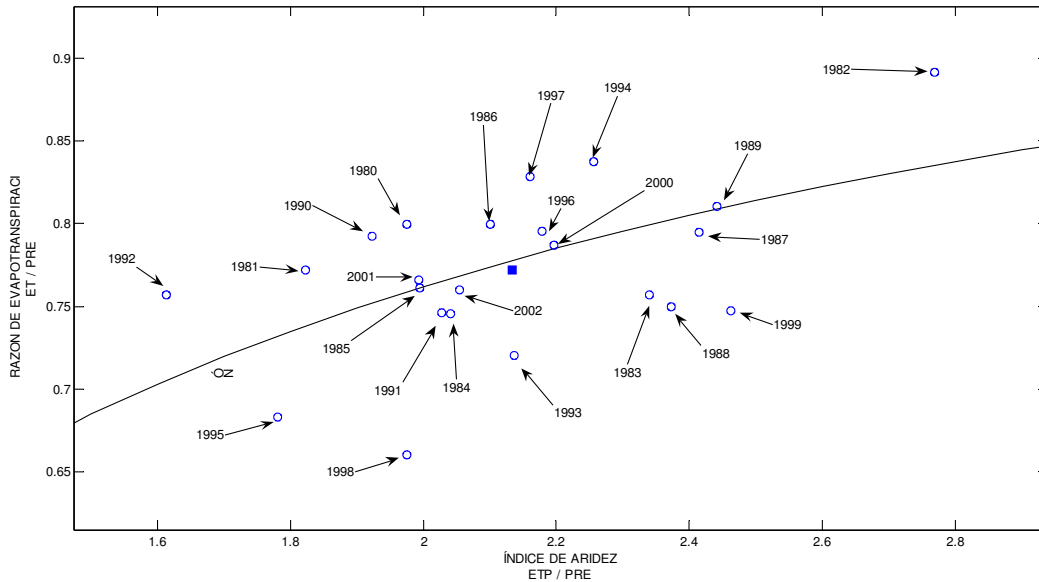


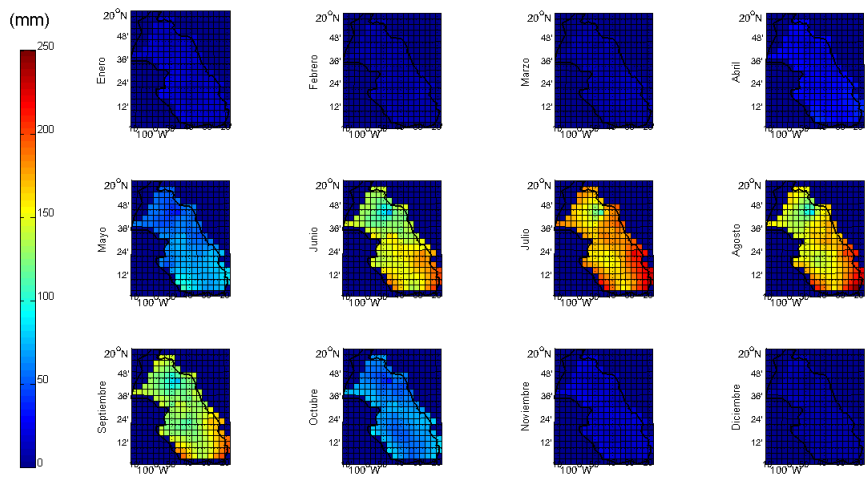
Figura 6.3.1. Dispersión que muestran los años entre 1980:2002 respecto a la curva de Zhang ($w = 0.3$), el valor promedio ($\Phi = 2.1$, $RDE = 0.77$) se muestra con un cuadro.

A buena aproximación, la mitad de los años tienen razones de evapotranspiración por arriba de lo esperado y la otra mitad por abajo, las razones de evapotranspiración simuladas por el MTH tienen un error medio de 0.05 (5 %) respecto a la curva de Zhang. El valor de $w = 0.3$ usado en la curva representa a una cuenca con suelos que evapotranspiran menos que superficies de pastos cortos ó de usos agrícolas (raíces poco profundas).

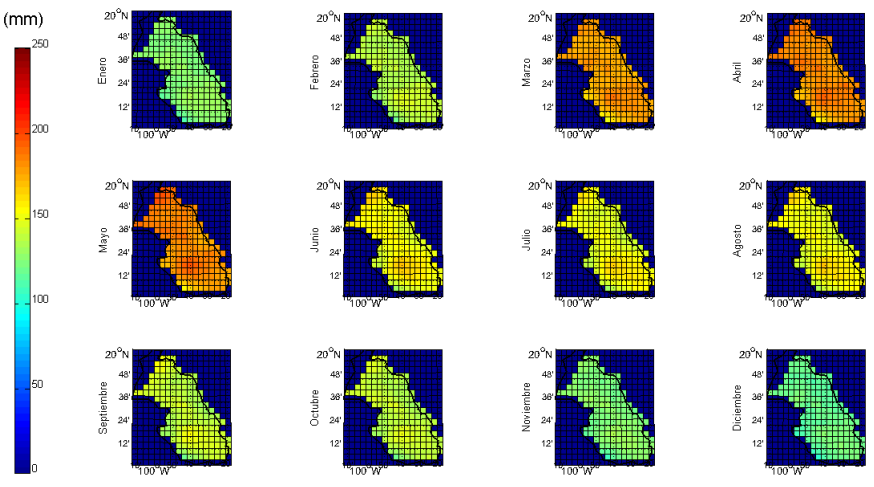
Es importante observar en los resultados de la grafica anterior que tanto el año más seco como el más húmedo tuvieron razones de evapotranspiración por arriba de lo esperado, esto indica que la cantidad de lluvia anual no determina cuando la razón de evapotranspiración esta por arriba o por debajo de lo esperado.

Milly (1994) encontró que las cuencas cuyos ciclos anuales de precipitación y evapotranspiración potencial están en fase tienen valores de evapotranspiración real que están más cerca de su valor límite y aquellas con ciclos anuales más desfasados tienen valores de evapotranspiración real más lejanos a sus límites (menores).

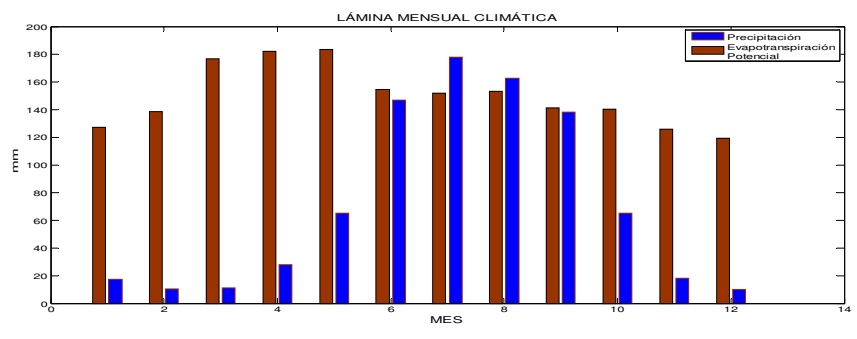
En la figura (6.3.2) se muestran los valores climáticos mensuales de la precipitación observada (A) y la evapotranspiración potencial (B), así como sus láminas totales sobre la cuenca Lerma-Toluca (C):



A



B



C

Figura 6.3.2. Distribución espacial de los valores climáticos (1980:2002) mensuales de la precipitación observada (A) y de la evapotranspiración potencial (B), así como las láminas totales mensuales (C) en la cuenca Lerma-Toluca

Las graficas de precipitación mensual muestran que la cuenca tiene un clima monzónico, con una temporada de lluvias bien definida entre los meses de mayo y octubre

con su máximo en el mes de julio y una temporada de secas en los meses que van de noviembre a abril alcanzando su mínimo en el mes de marzo.

Los valores climáticos mensuales de la precipitación tienen un desfase de 3 meses respecto a los de la evapotranspiración potencial. En la mayor parte del año se tienen condiciones de evapotranspiración real limitada por la disponibilidad de agua a excepción de los meses de julio y agosto en donde la precipitación excede a la evapotranspiración potencial, en estos meses la evapotranspiración real esta cerca de su valor potencial.

Usando la curva de Zhang en la figura (6.3.1) para separar los años que tienen una razón de evapotranspiración arriba o debajo de ella se construyeron los patrones compuestos de la precipitación y la evapotranspiración potencial mensual de cada uno de estos grupos, los resultados se muestran a continuación en la figura (6.3.3):

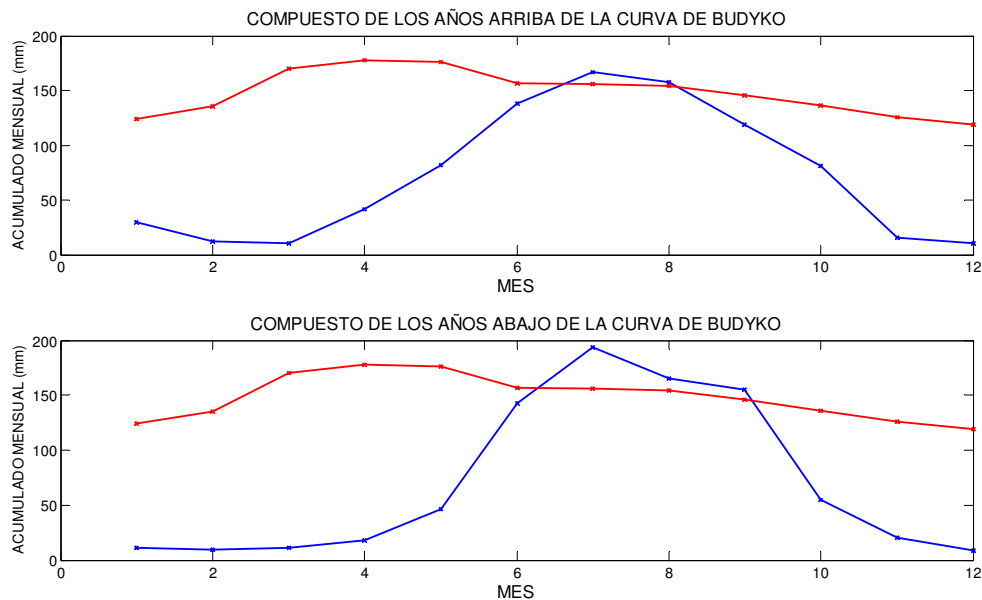


Figura 6.3.3. Compuestos de las láminas mensuales de evapotranspiración y precipitación de los años con razón de evapotranspiración arriba de lo esperado (arriba), y de los años por debajo de lo esperado (abajo).

En los resultados anteriores no se aprecia con claridad una diferencia en el desfase de los ciclos anuales, sin embargo los años con RDE arriba de lo esperado tienen una precipitación más distribuida a través de todo el año, mientras que los años con RDE debajo de lo esperado parecen tener precipitación primordialmente en los meses de verano.

Para aclarar esto, se calcularon las anomalías de los ciclos anuales de cada grupo respecto a los valores climáticos mensuales de la precipitación y la evapotranspiración real mostrados en las figuras (6.3.2), los resultados se muestran a continuación en la figura (6.3.4)

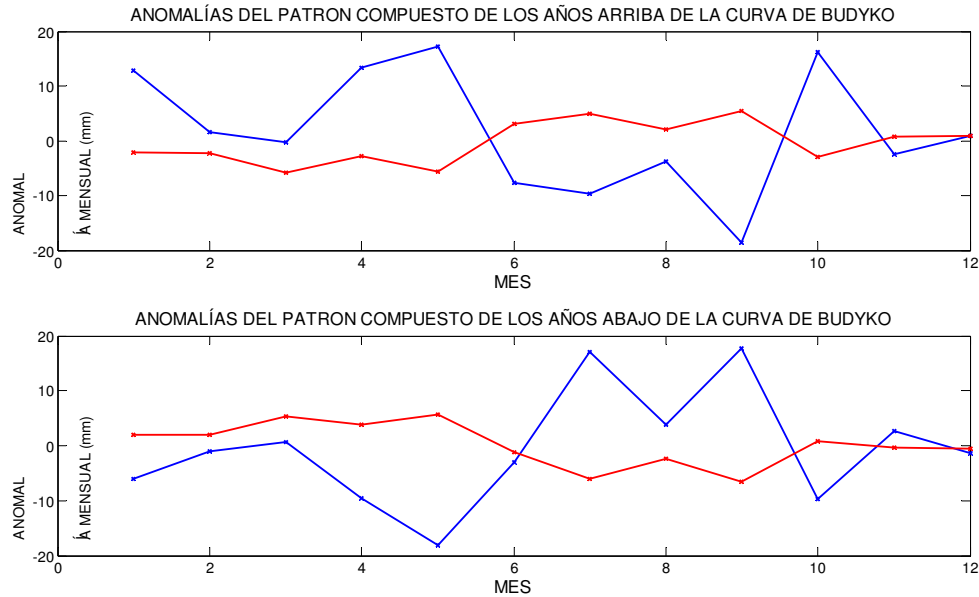


Figura 6.3.4. Anomalías respecto a los valores climáticos de las láminas mensuales de evapotranspiración real y precipitación de los años con razón de evapotranspiración arriba de lo esperado (arriba), y de los años por debajo de lo esperado (abajo).

Los gráficos de las anomalías mensuales muestran que el patrón compuesto de los años con razón de evapotranspiración arriba (abajo) de lo esperado tienen en promedio anomalías positivas (negativas) de precipitación en los meses de secas donde la evapotranspiración real esta limitada por la disponibilidad de agua y anomalías positivas (negativas) de evapotranspiración potencial en verano cuando se tienen condiciones de evapotranspiración real limitada por disponibilidad de energía, estas condiciones incrementan (disminuyen) la razón de evapotranspiración anual.

Los años con razón de evapotranspiración arriba de lo esperado muestran anomalías positivas de precipitación en los meses de invierno, en estos meses el déficit de humedad en el suelo alcanza sus valores máximos por lo que la mayor parte del agua que se precipita es retenida por el suelo y después evapotranspirada (un porcentaje pequeño de la precipitación escurre hacia el río). La evapotranspiración potencial muestra anomalías positivas en verano, en estos meses la evapotranspiración real alcanza sus valores potenciales dado que el suelo esta cerca de la saturación, la evapotranspiración real se incrementa con ambas situaciones.

Los años con evapotranspiración real por debajo de lo esperado muestran un comportamiento contrario: anomalías negativas de precipitación en invierno cuando la disponibilidad de agua es lo que limita la evapotranspiración real y anomalías negativas de evapotranspiración potencial en verano cuando lo que falta es energía para poder evapotranspirar más.

Los resultados anteriores muestran relación entre la razón de evapotranspiración y las lluvias en temporada de secas, el régimen de lluvia de un año (climático) normal distribuye las precipitaciones en 16.6 % en temporada seca (Dic-May) y 83.4 % en temporada de lluvias (Jun-Nov). El patrón compuesto de los años con razón de evapotranspiración arriba de lo esperado tiene un porcentaje de precipitación en temporada

de secas de 21.5% y 78.5% en lluvias y el de los años con razón de evapotranspiración debajo de lo esperado tienen un 12.5% y 87.5%, respectivamente.

En la figura siguiente se muestran las curvas de la razón de evapotranspiración anual y del porcentaje de lluvia en invierno

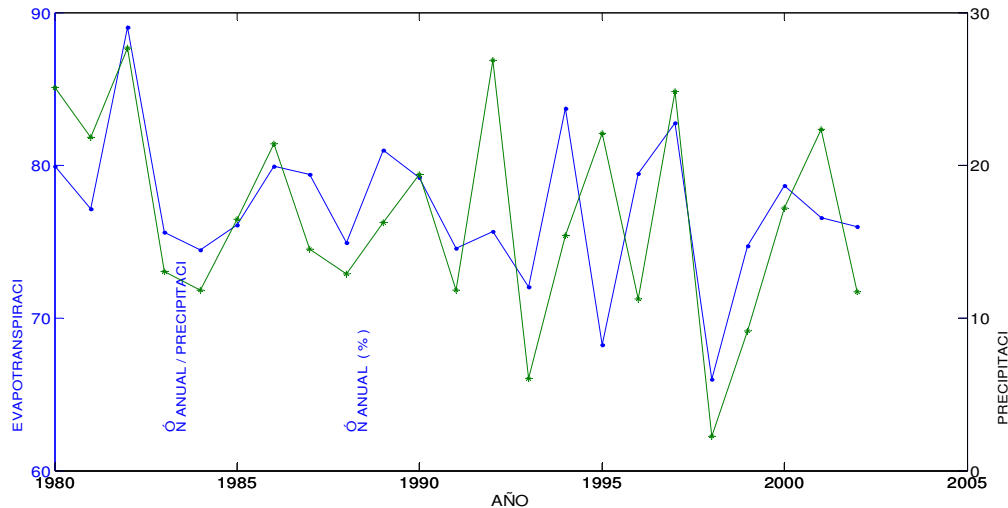


Figura 6.3.5. Valores anuales en porcentaje (1980-2002) de la razón de evapotranspiración (verde) y la lluvia (azul) en los meses de secas.

Las curvas muestran una tendencia negativa que implica años con veranos más lluviosos e inviernos más secos y razones de evapotranspiración mas bajas, las lluvias en invierno y la razón de evapotranspiración tienen un coeficiente de correlación de 0.56.

Otra situación que ocasiona un valor bajo en la razón de evapotranspiración es cuando las lluvias son torrenciales durante el año y precipitan una gran cantidad de agua en poco tiempo. Por ejemplo, el año de 1998 es el que tiene la razón de evapotranspiración mas baja, en ese año el 33.2 % de la lluvia se precipitó en el mes de septiembre. Por otro lado, la mayor razón de evapotranspiración la tuvo el año 1982, este año fue el más seco de la serie entre 1980-2002, con lluvias en invierno por arriba pero cercanas al valor normal y anomalías negativas de lluvia en verano.

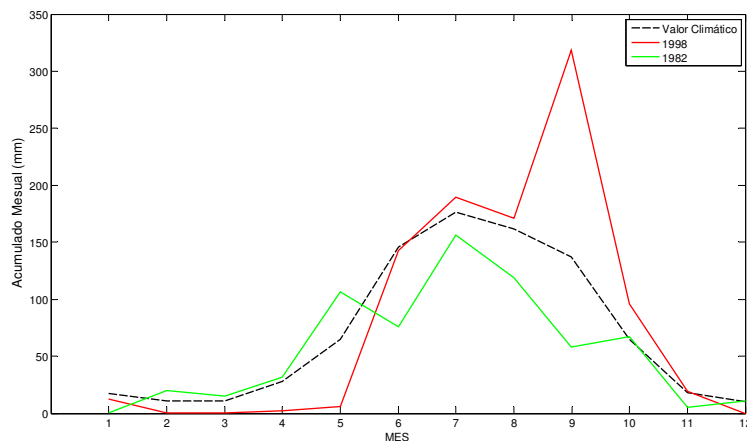


Figura 6.3.6. Distribución de la lluvia acumulada mensual de los años 1982 y 1998 comparada con los valores climáticos mensuales de la Cuenca Lerma-Toluca.

Esta situación se puede observar en el siguiente caso, los años 1984 y 1985 tuvieron aproximadamente la misma cantidad de lluvia anual (850.9 y 851.3 mm respectivamente), Sin embargo, el número de días con lluvia en el año fue de 180 y 204 respectivamente (figura 6.3.7), lo que implica que la lamina de agua promedio que se precipito (en los días de lluvia) fue de 4.7 mm/día en 1984 y de 4.2 mm/día en 1985. En la figura (6.3.8) se muestra la precipitación promedio diaria y la razón de evapotranspiración en ambos años.

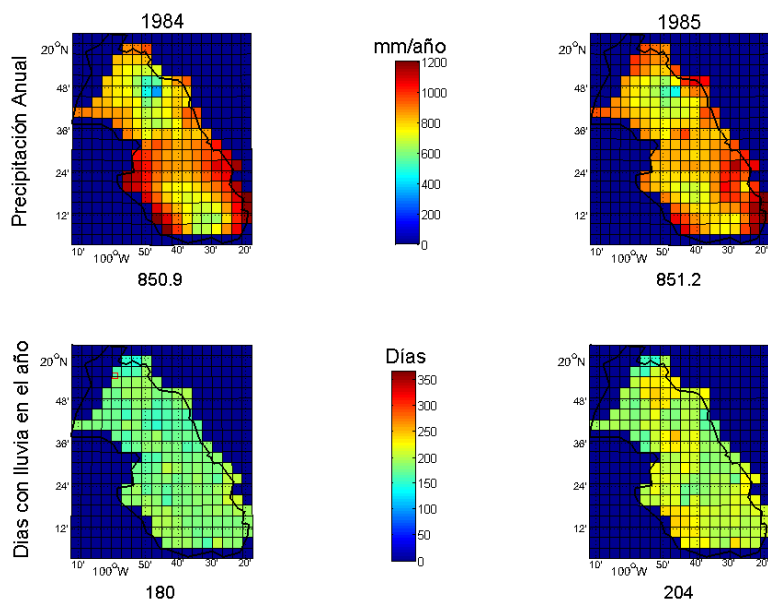


Figura 6.3.7 Lámina anual de precipitación (arriba) y número de días con lluvia en el año (abajo) para los años de 1984 (izq.) y 1985 (der.).

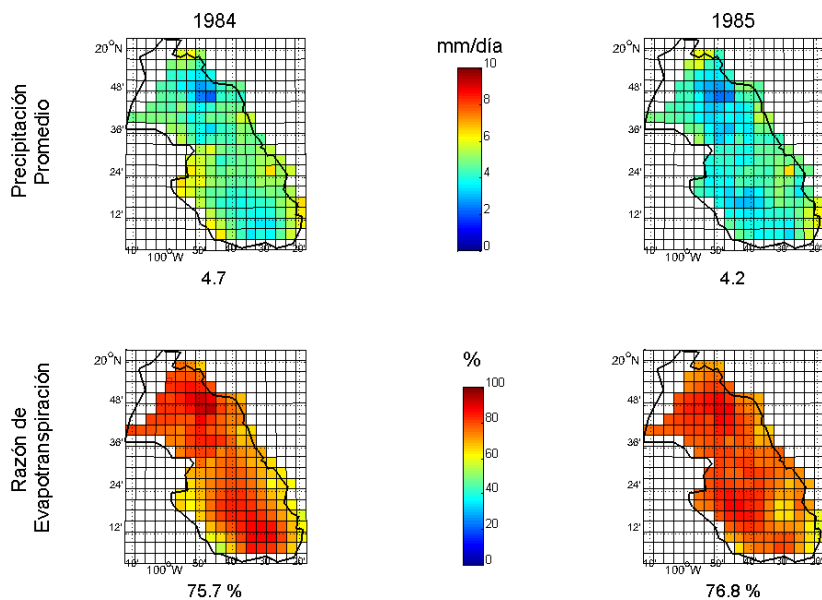


Figura 6.3.8 Lámina de precipitación promedio diaria (arriba) y razón de evapotranspiración en % (abajo) para los años de 1984 (izq.) y 1985 (der.).

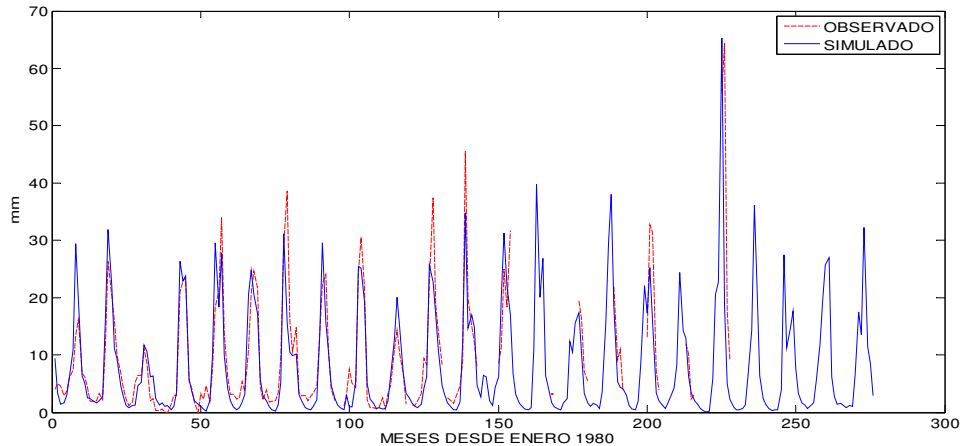


Figura 6.3.9. Escorrentía mensual calculada con el MTH para los años 1980-2002 en milímetros (azul) y lámina del gasto observado en el río Lerma a la altura de Temascalcingo (rojo).

En la figura anterior se muestran los resultados de la escorrentía simulada por el MTH comparado con el gasto observado mensual, la escorrentía en verano parece ir aumentando en estos años, en ambas series el valor extremo se presentó en septiembre de 1998, la correspondiente distribución mensual de precipitación se mostró en la figura (6.3.6).

6.4 Valores Climáticos Mensuales

En la tabla siguiente se muestran los valores climáticos mensuales de los elementos principales del ciclo hidrológico:

Tabla 6.4.1. Valores climáticos mensuales (1980-2002) de los elementos del ciclo hidrológico en la cuenca Lerma-Toluca.

Valores climáticos de los elementos del ciclo hidrológico (mm)					
Mes	Precipitación	Escorrentía Base	Escorrentía Directa	Escorrentía Total	Evapotranspiración real
enero	17.2	1.4	1.4	2.8	16.7
febrero	10.5	1.1	0.2	1.3	15.6
marzo	10.9	0.9	0.2	1.1	14.3
abril	27.9	1.0	0.2	1.2	16.9
mayo	64.8	2.2	1.5	3.7	36.4
junio	146.0	4.8	18.5	23.3	69.3
julio	176.6	7.9	41.3	49.2	112.4
agosto	161.8	8.1	37.5	45.6	116.0
septiembre	137.3	7.6	38.6	46.3	104.2
octubre	64.6	6.1	8.3	14.4	80.1
noviembre	18.0	3.7	0.6	4.3	44.9
diciembre	9.9	2.1	0.2	2.3	23.4
ANUAL	845.3	46.8	148.5	195.4	650.1

En los resultados de la tabla (6.4.1) se observa que las precipitaciones de los meses de abril a septiembre exceden la cantidad demandada para evapotranspiración real y escorrentía, en estos meses el suelo retiene la humedad excedente de la precipitación reduciendo el déficit.

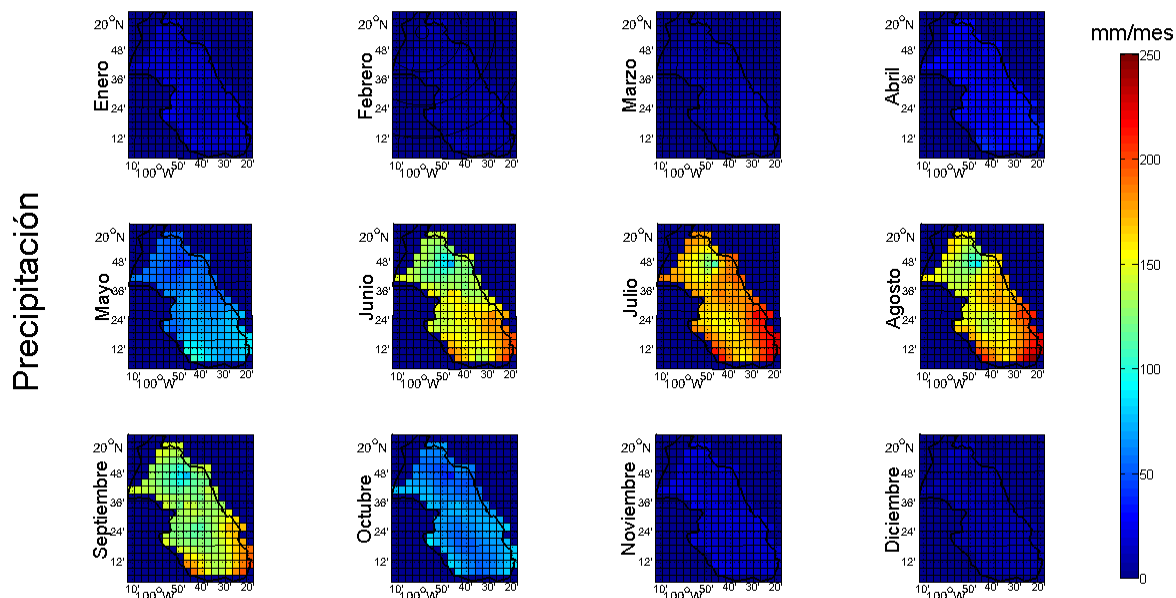


Figura 6.4.1 Distribución espacial mensual climática (1980-2002) de la precipitación observada en la cuenca Lerma-Toluca.

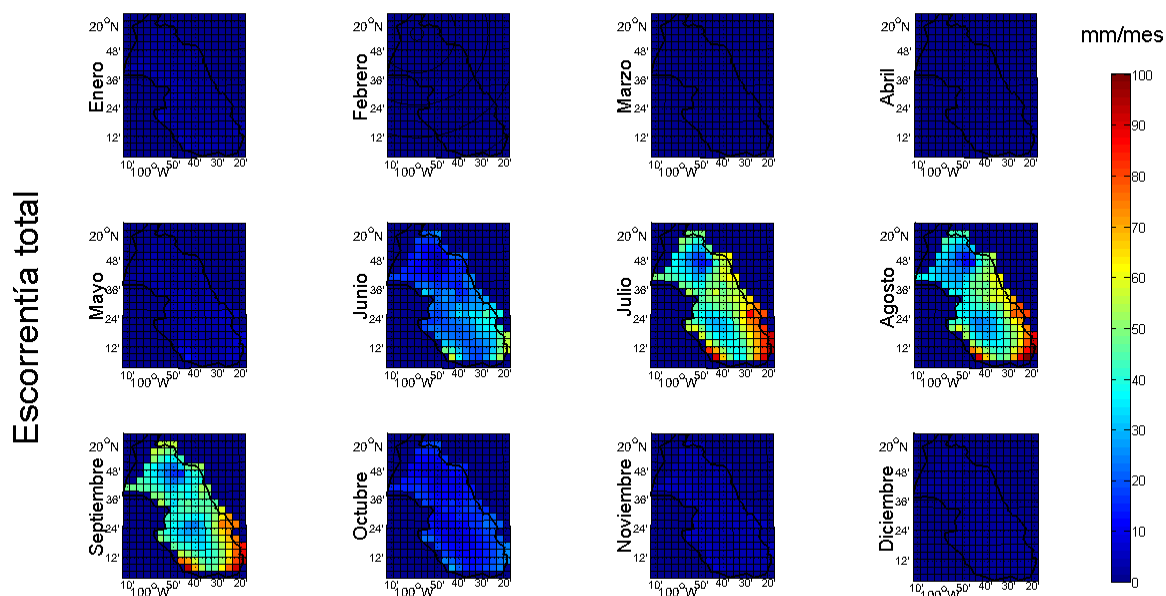


Figura 6.4.2. Distribución espacial mensual climática (1980-2002) de la escorrentía total calculada con el MTH en la cuenca Lerma-Toluca.

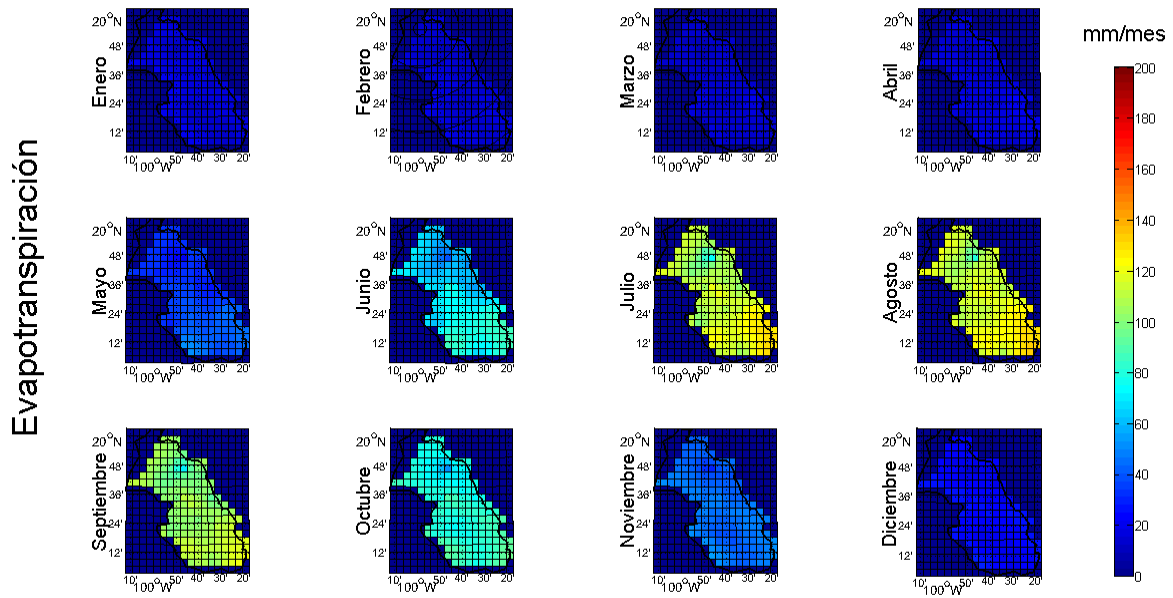


Figura 6.4.3. Distribución espacial mensual climática (1980-2002) de la evapotranspiración real calculada con el MTH en la cuenca Lerma-Toluca.

En las figuras (6.4.1), (6.4.2) y (6.4.3) se muestra la distribución espacial y temporal de la precipitación, la escorrentía y la evapotranspiración real respectivamente. La precipitación empieza a tener valores significativos desde el mes de junio hasta el mes de septiembre, la escorrentía los tiene desde el mes de Julio hasta el mes de Agosto y la evapotranspiración real los tiene desde Junio hasta Octubre. Estos desfases se deben al retraso que la humedad del suelo tiene con respecto a la precipitación, la poca cantidad de escorrentía en el mes de Junio indica que gran parte de las precipitaciones es retenida por el suelo. De la misma manera el exceso de evapotranspiración real en el mes de Octubre se debe a la humedad que persiste en el suelo después de la temporada de lluvias.

De los resultados mostrados en la tabla (6.4.1) podemos darnos una idea de la dinámica mensual que tiene el almacenamiento de agua en el suelo.

La humedad disponible en el suelo esta definida como:

$$H = \left(1 - \frac{D}{D_{\max}}\right) \quad (6.4.1)$$

de donde se obtiene que:

$$\Delta H = - \frac{\Delta D}{D_{\max}} \quad (6.4.2)$$

haciendo uso de la ecuación (3.4.4)

$$\Delta D = E + Q - P \quad (6.4.3)$$

en donde E , Q y P están dados en mm / mes, obtenemos una expresión para los cambios mensuales en la humedad disponible en el suelo:

$$\Delta H = -\frac{(E + Q - P)}{D_{\max}} \quad (6.4.4)$$

En la figura (6.4.4) se muestran los resultados de la ecuación (6.4.4) en porcentajes mensuales.

Los porcentajes negativos representan meses en donde las demandas de evapotranspiración real y escorrentía hacen uso de la humedad disponible en el suelo.

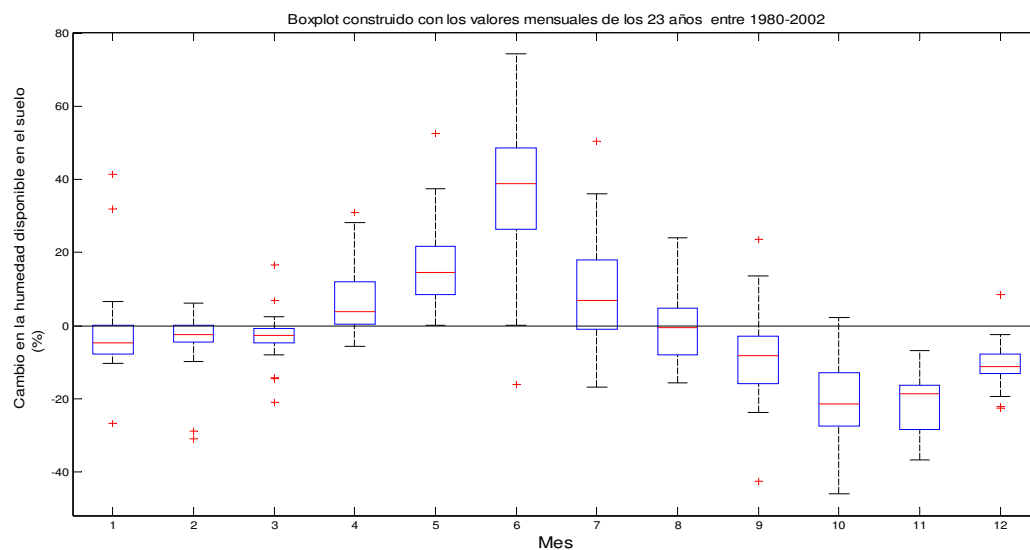
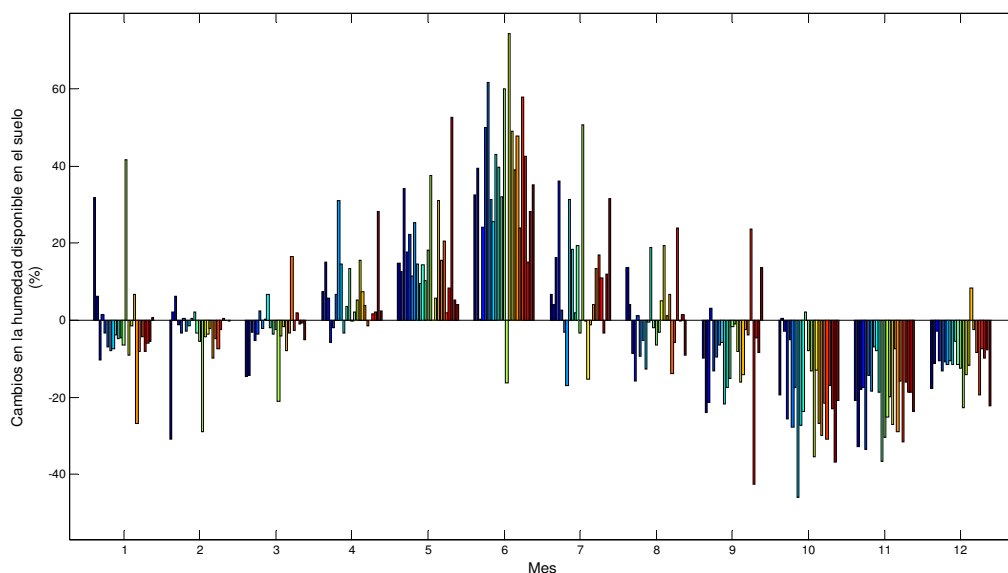


Figura 6.4.4 Cambios mensuales de la humedad del suelo (%) para cada año entre 1980-2002.

La retención de agua en el suelo se lleva a cabo en los meses de Abril a Julio con una máxima retención en el mes de Junio, por este motivo hay poca escorrentía en este mes según la figura (6.4.2) a pesar de que llueve significativamente (figura 6.4.1), en el mes de Agosto no hay cambios significativos, debido a que el suelo esta saturado y aun hay precipitaciones considerables para mantener esa saturación, y en los demás meses hay extracción de humedad para satisfacer las demandas de evapotranspiración real y escorrentía, las extracciones máximas ocurren en el mes de Octubre, esto es debido a que la precipitación disminuye y la evapotranspiración real usa gran cantidad de la humedad del suelo que persiste después de la temporada de lluvias (figura 6.4.3)

7. CONCLUSIONES

La versión diaria del Modelo Térmico-Hidrológico MTH desarrollada en este trabajo muestra tener un buen desempeño y ser una mejor opción que el método del número de curva cuando se requiere hacer cálculos a escalas de tiempo mayores o iguales a un día.

Aún cuando la infiltración profunda no esta tomada en cuenta directamente en el modelo, la calibración y validación es posible si se conoce la recarga natural de la cuenca. Los datos diarios del gasto observado utilizados para la calibración tienen inferencias antropogénicas por el manejo de las presas, esto aumentó el error en la validación del modelo, sin embargo, la calibración fue posible utilizando los días donde el gasto medido era de escurrimientos naturales durante la recesión. Los valores de los parámetros que mejor se ajustaron al gasto observado son $D_{max} = 147$ mm y $Q_{gmax} = 0.34$ mm.

Aunque el error cuadrático medio de los cálculos diarios es significativo, hay una mejoría considerable en los cálculos de los valores acumulados mensuales y anuales. Los valores climáticos anuales calculados por el MTH parecen estar prescritos por el esquema de Budyko usando la curva de Zhang (con $w = 0.3$). Los resultados muestran que la razón de evapotranspiración es mayor en las zonas más áridas, y que la evapotranspiración real en la cuenca Lerma-Toluca esta limitada por la disponibilidad de agua (es decir, $\Phi > 1$ en toda la cuenca). El valor del parámetro $w = 0.3$ indica raíces poco profundas y por lo tanto una capacidad de campo pequeña, lo que concuerda con el bajo valor del parámetro D_{max} (Déficit máximo) que resultado de la calibración.

A escalas climáticas anuales los forzamientos atmosféricos son, a muy buena aproximación, suficientes para calcular la evapotranspiración real y escorrentía en cuencas del tamaño de la cuenca Lerma-Toluca. Las características de la cuenca como el uso de suelo y la vegetación no parecen tener un papel determinante en este cálculo.

La razón de desviación de evapotranspiración RDE es una herramienta importante en la descripción de la variabilidad interanual de la escorrentía y la evapotranspiración real, la implementación de Koster y Suárez es simple y solo depende del índice de aridez. Sin embargo, al usar el índice de aridez calculado con el MTH esta curva no parece prescribir los resultados. La causa principal parece ser el uso de la evapotranspiración potencial de Penman-Monteith en lugar de la radiativa ($ETP_{rad} = E_s/L$), la evapotranspiración potencial de Penman tiene una mayor variabilidad que la radiativa, lo cual causa dispersión en los resultados.

La distribución espacial de la razón de desviación de la escorrentía RDQ, muestra las zonas que son más sensibles a los cambios en precipitación, valores altos de la RDQ implican vulnerabilidad ante un aumento en la variabilidad de la precipitación.

La clasificación de los años según sus anomalías respecto a la curva de Zhang mostró que la razón de evapotranspiración depende más del ¿cómo llueve? que del ¿cuánto llueve?. Años con veranos secos e inviernos lluviosos son años con razones de

evapotranspiración altas, los años con veranos lluviosos e inviernos secos son años con razones de evapotranspiración bajas. El índice de correlación entre la razón de evapotranspiración y las lluvias de invierno (Dic-May) es de 0.56, ambas variables muestran una tendencia negativa durante los 23 años de simulación. Esto indica que los años tienden a ser más secos durante el invierno y tener veranos más lluviosos, y por consiguiente, ser años con menor razón de evapotranspiración, esta tendencia implica una mayor disponibilidad de agua en la cuenca.

Otro resultado importante es que la razón de evapotranspiración es menor cuando las lluvias son más torrenciales, es decir, cuando se precipita mucha agua en poco tiempo, equivalentemente en los días que llueve en exceso ó los meses que tienen láminas promedio diarias más altas.

El agua disponible esta definida como la suma de la escorrentía directa, la escorrentía base, la infiltración profunda y la humedad disponible en el suelo. Los resultados muestran un aumento en la disponibilidad de agua. Este aumento parece estar acompañado por un aumento en la intensidad de las lluvias, esto implica que el aumento en la cantidad del agua disponible se debe en gran parte a un aumento en la escorrentía directa (figura 6.3.9). Debido a esto, el aprovechamiento del agua disponible es más difícil tanto para el ecosistema de la cuenca (menos agua para evapotranspirar) como para los usos humanos (riego de temporal).

Los resultados climáticos mensuales de la escorrentía y la evapotranspiración real ponen en claro la inercia que existe en la dinámica de la humedad del suelo. Esta inercia causa un retraso en la respuesta de la humedad en el suelo respecto de la temporada normal de lluvia, lo que a su vez retrasa la escorrentía y ocasiona una persistencia de la evapotranspiración real. Esta inercia o persistencia en la humedad del suelo, permite y puede ser usada para generar un pronóstico mensual de los elementos del ciclo hidrológico.

BIBLIOGRAFIA

- Arora V. K. ,2002, “The use of aridity index to assess climate change effect on annual runoff”, *Journal of Hydrology* 265 pp 164-177
- Budyko, M. I.,1974, “Climate and life”, Academic Press, New York.
- Donohue R. J., Roderick M. L. y McVicar T. R., 2006. “On the importance of including vegetation dynamics in Budyko’s hydrological model”. *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*, pp 1517-1551.
- Gárfias J., Bibiano L., Llanos H., 2008; “Uso racional y sostenible de los recursos hídricos del acuífero del Valle de Toluca”, *Ciencia Ergo Sum*, mar-jun, vol.15 número 1, Toluca, México. pp 61-72.
- Jáuregui E., et. al 1977. “Estimación de la evaporación y evapotranspiración potencial del centro de México” *Recursos Hidráulicos VOL VI*,1977 Num.1
- Koster R. D. and Suarez M. J., 1998. “A Simple Framework for Examining the Interannual Variability of Land Surface Moisture Fluxes”, *Journal of Climate*, Vol. 12, pp 1911-1917.
- Maderey L. E., Jiménez A. R. , 2000. “Alteración del ciclo hidrológico en la parte baja de la cuenca alta del río Lerma por la transferencia de agua a la Ciudad de México”, *Investigaciones Geográficas, Boletín del Instituto de Geografía, UNAM*.
- Magaña V., et. al. 1999, “El Niño y el clima. *Los impactos de El Niño en México*” *Cit.*, págs. 23-66.
- Mendoza V. M., E. E. Villanueva y J. Adem, 2002. “Simulation of the annual thermal and hydrological cycle in México”. *Geofísica Internacional*, 61, pp. 163-178.
- Mendoza V. M., et al. 2008. “Thermo-Hydrological modelling of the climate change effect on water availability in two hidrologic regions of Mexico”. *International Journal of Climatology* 29. pp 1131-1153
- Milly P. C. D., 1994. “Climate, soil water storage, and the average annual water balance”, *Water Resources Research*, Vol. 30, No.7, pp. 2143-2156.

- Ponce M. V., R.H. Hawkins,1996, “Runoff Curve Number: Has It Reached Maturity?”, Journal of Hydrology Engineering, Vol. 11
- Reporte de Gerencia de Aguas Subterráneas, CNA, 2002. “Determinación de la disponibilidad de agua en el acuífero de Ixtlahuaca-Atlacomulco, Estado de México”.
- Silveira L. et. al. ,2000, “The antecedent soil moisture condition of the curve number procedure”, Hydrological Sciences-Journal-des Sciences Hydrologiques, Vol. 45
- Schaake J. C., Koren V. I. y Qing-Yun Duan. “Simple water balance for estimating runoff at different spatial and temporal scales”. Journal of geophysical research, vol. 101, march 20, 1996.
- Willmott C. J., “On the validation of models”. Physical Geography, 1981, 2, 2, pp.184-194
- Zhang, L., W.R. Dawes, and G.R. Walker (2001). Response of mean annual evapotranspiration to vegetation changes at catchment scale. *Water Resources Research*, 37, pp 701-708.
- Zhang, L., K. Hinckel y Q. Shao (2008). “Water balance Modelling Over variable Time scales”. Journal of Hydrology, Vol. 360, pp 117-131.
- Semarnat, CNA., Estadísticas del Agua en México, Compendio 2008, http://app1.semarnat.gob.mx/dgeia/informe_2008/compendio_2008/compendio2008/10.100.8.236_8080/archivos/03_Dimension_ambiental/01_Agua/D3_AGUA02_02.pdf

Apéndice_1

Método del Número de Curva.

El método del número de curva del Soil Conservation Service es un método empírico que fue desarrollado para estimar el gasto en cuencas pequeñas donde no se tiene una estación de monitoreo. Este método calcula la escorrentía directa que produciría cierta cantidad de lluvia sobre la cuenca en cuestión, y depende de las condiciones mismas de la cuenca. En un principio se formuló para ser usado en cuencas de los Estados Unidos de Norte América con condiciones que prevalecen o prevalecían en aquellos lugares y con el tiempo se ha ido adaptando para ser usado en otras partes del mundo. Aunque algunos centros de investigación han desarrollado otros criterios, los conceptos básicos siguen siendo usados ampliamente.

Entre sus ventajas podemos mencionar que es un método simple, predecible, estable, depende solo de un parámetro y su tiempo de cómputo es menor. Por otro lado, los resultados son muy sensibles al número de curva (Ponce et al., 1996) y la calibración de este parámetro puede llegar a ser difícil, ya que se necesita tener experiencia con la calibración misma y un conocimiento amplio de la cuenca, su tipo de suelo, el uso del mismo, las condiciones de la superficie y la condición de humedad antecedente.

Una pieza central en la modelación del agua superficial es la conversión de la lluvia en escorrentía; una expresión elemental de conservación de masa es:

$$Q = P - L \quad (\text{A.1.1})$$

donde Q es la escorrentía; P la precipitación y L las pérdidas o abstracciones hidrológicas.

Entre estas abstracciones podemos mencionar la infiltración que reestablece la humedad del suelo y satisface la escorrentía sub-superficial ó base, la evaporación de los cuerpos de agua y la evapotranspiración de la vegetación existente. La cuantificación de las pérdidas no es una tarea fácil y de esto depende el éxito en la modelación de la escorrentía.

De estas abstracciones hidrológicas la infiltración es la más importante en el análisis de eventos de corto plazo como las tormentas, la evapotranspiración es más importante cuando se quiere cuantificar los valores anuales o estacionales (Ponce et al., 1996).

El método del número de curva es considerado como un modelo de pérdidas por infiltración, y esta limitado a simular eventos de corto plazo, en estos eventos se consideran despreciables las pérdidas por evapotranspiración y por lo tanto no se cuantifica, en su lugar, el método considera una abstracción inicial en donde se engloban todas las pérdidas la cual se debe satisfacer antes de que cualquier escurrimiento, esta abstracción inicial depende de la humedad del suelo antecedente al evento de lluvia.

El método del número de curva usa las mismas consideraciones descritas en la sección 3.3 en la parametrización de la escorrentía directa del Modelo Térmico-

Hidrológico, pero supone una abstracción inicial igual al 20% de la retención potencial I_c , de donde:

$$Q_{spot} = P - I_a = P - 0.2I_c \quad (\text{A.1.2})$$

sustituyendo (5.2.2) en la ecuación (3.3.6) obtenemos:

$$Q_s = \frac{(P - 0.2I_c)^2}{P + 0.8I_c} \quad (\text{A.1.3})$$

La ecuación (A.1.3) contiene un solo parámetro, la retención potencial I_c , la cual por conveniencia es mapeada en un parámetro adimensional CN que varía en un rango de $100 \geq CN \geq 0$ y cuya ecuación de mapeo es:

$$I_c = \frac{25400}{CN} - 254 \quad (\text{A.1.4})$$

donde 25400 y 254 son constantes arbitrarias con las mismas unidades que I_c (mm). Un valor de $CN = 100$ representa una condición de cero retención potencial, es decir, un suelo impermeable, y un valor de $CN = 0$ representa una condición con retención potencial infinita.

Para asignar un número de curva CN a determinada región hay que conocer las características del suelo en esa zona, es decir, el tipo de suelo, el uso que se le da y su condición de humedad antecedente. Debido a la poca experiencia que se tiene en la calibración de este parámetro y a la falta de datos que hay sobre el tipo de suelo y el uso que se le da, se llevo a cabo el calculo usando los números de curva de los cuatro diferentes tipos de suelo y algunos de los usos de suelo reportados en la tabla del Soil Conservation Service (SCS) 1972.

Según SCS los tipos de suelo se agrupan en 4 con distintas características hidráulicas:

- Tipo A- Suelo con alta infiltración aun cuando esta saturado y un alto grado de transmisión de agua, ejemplo arenas y gravas extra o bien drenadas.
- Tipo B- Suelo con infiltración moderada aun cuando esta saturado y un grado moderado de transmisión de agua.
- Tipo C- Suelo que tiene poca infiltración cuando se esta saturado y un grado moderado de transmisión de agua, ejemplo son los suelos con una capa que impide el movimiento hacia abajo o suelo con textura fina o muy fina.
- Tipo D- Suelo que tiene muy poca infiltración cuando esta saturado y muy bajo grado de transmisión de agua, ejemplos son el barro, suelo muy poco profundos o casi impermeables.

Para llevar a cabo la comparación de los resultados del método del número de curva con los del MTH, se usó la serie de datos de lluvia de las estaciones meteorológicas del Servicio Meteorológico Nacional misma que fue usada como forzamiento del MTH, se llevaron a cabo los cálculos usando los cuatro tipos de suelo y cinco de los usos de suelo reportados por el Soil Conservation Service los cuales se muestran en la tabla A.1.1.

Tabla A.1.1. Números de curva para una abstracción inicial $I_a = 0.2I_c$ para los distintos usos y tipos de suelo que se usaron para la comparación con el Modelo Térmico-Hidrológico.

Cubierta y uso de suelo	Trato del suelo	Condición Hidrológica	Tipo de Suelo			
			A	B	C	D
Fallow	Straight row	Poor	77	86	91	94
Pasture range		Poor	68	79	86	89
Farmstead			59	74	82	86
Road dirt			72	82	87	89
Road hard-surface			74	84	90	92

La condición de humedad antecedente (CHA) se deriva de la misma serie de datos de lluvia tomando el acumulado de los 15 días anteriores al evento (L. Silveira et al , 2000) y siguiendo las consideraciones de la tabla A.1.2 para meses con alta y baja evapotranspiración:

Tabla A.1.2. Condición de Humedad Antecedente total de 15 días para cuencas semi-húmedas según L. Silveira et al 2000.

CHA	Lluvia antecedente total de 15 días (mm)	
	Alta Evapotranspiración	Baja Evapotranspiración
I	Menos de 50 mm	Menos de 10 mm
II	50 a 100 mm	10 a 30 mm
III	Más de 100 mm	Más de 30 mm

Apéndice_2

Esquema de Budyko.

A mediados del siglo pasado, Budyko (1974) publicó un esquema que describe la partición de la precipitación promedio en escorrentía y evapotranspiración real basado en relaciones físicas muy básicas. Este esquema se conoce ahora como Curva de Budyko.

Al desarrollar su esquema, Budyko se aseguró de usar promedios de largo plazo para tener balance de agua en equilibrio, en donde el almacenamiento de agua se puede considerar despreciable, de esta manera se aseguró que la precipitación se repartiría en evapotranspiración real y escorrentía.

A escalas temporales suficientemente grandes la fuente dominante de agua es la precipitación P , y a muy buena aproximación la única fuente de energía relevante es la radiación neta E_s , Budyko razonó que:

$$\bar{E} \leq \min(\overline{ETP}, \bar{P}) \quad (\text{A.2.1})$$

las barras significan medias climáticas. Budyko estaba conciente de la existencia de otros factores que influyen en los procesos de evapotranspiración, pero en su esfuerzo por explicar las variaciones globales de la razón de evapotranspiración promedio usando el modelo más simple posible, considero que a muy buena aproximación la precipitación P y la radiación neta E_s son los controles dominantes de la evapotranspiración.

Se ha observado que la cantidad de evapotranspiración anual se aproxima a la de la precipitación anual en regiones donde la energía disponible es mayor que la precipitación. Por otro lado, en regiones donde la energía disponible es solo una fracción de lo necesario para evaporar la cantidad anual de precipitación, la evapotranspiración se acerca a su valor potencial (Arora, 2002).

La propuesta de Budyko se puede resumir en la siguiente expresión:

$$\frac{\bar{E}}{\bar{P}} = F(\Phi) \quad \text{donde} \quad \Phi = \frac{\overline{ETP}}{\bar{P}} \quad (\text{A.2.2})$$

Usando la ecuación de balance de energía (3.1.1) y considerando los flujos anuales de calor hacia el subsuelo despreciables en comparación con los de calor sensible y latente podemos expresar el balance de energía como:

$$E_s = G_2 + G_3 \quad (\text{A.2.3})$$

donde E_s , G_2 y G_3 son la radiación neta, el flujo de calor sensible y el flujo de calor latente respectivamente, dado que $G_3 = LE$ donde L es el calor latente de evaporación, tenemos que:

$$E = \frac{E_s}{L} - \frac{G_2}{L} \quad (\text{A.2.4})$$

lo cual implica que la evapotranspiración potencial es a lo más:

$$ETP = E_s / L \quad (\text{A.2.5})$$

usando este resultado podemos llegar a la siguiente expresión:

$$\frac{E}{P} = \frac{ETP}{P} - \frac{E * G2}{P * E * L} = \frac{ETP}{P} - \frac{E * \zeta}{P} \quad (\text{A.2.6})$$

donde $\zeta = \frac{G2}{LE}$, la razón de Bowen, reacomodando términos tenemos:

$$\frac{E}{P} = \frac{ETP/P}{1 + \zeta} \quad (\text{A.2.7})$$

, y dado que la razón de Bowen también depende del índice de aridez $\zeta = f(\Phi)$:

$$\frac{E}{P} = \frac{\Phi}{1 + f(\Phi)} = F(\Phi) \quad (\text{A.2.8})$$

las ecuaciones (A.2.7) y (A.2.8) forman la base física de todas las formas funcionales de $F(\Phi)$, que expresan a la razón de evapotranspiración en función del índice de aridez.

Arora (2002) hace un análisis de varias formas funcionales de $F(\Phi)$:

Schreiber	$\frac{E}{P} = 1 - e^{-\Phi};$	
Ol'dekop	$\frac{E}{P} = \Phi \tanh\left(\frac{1}{\Phi}\right);$	
Budyko	$\frac{E}{P} = \left[\Phi \tanh\left(\frac{1}{\Phi}\right) (1 - e^{-\Phi}) \right]^{1/2};$	
Turc	$\frac{E}{P} = \frac{1}{\sqrt{0.9 + \left(\frac{1}{\Phi}\right)^2}};$	(A.2.9)

concluye que estas cuatro formas funcionales se comportan numéricamente de manera similar y predicen que la razón de evapotranspiración se aproxima de manera asintótica a uno conforme crece el índice de aridez figura (A.2.1), las ecuaciones anteriores suponen que la razón de evapotranspiración es controlada principalmente por las condiciones

climáticas y el único efecto que el uso de suelo y la vegetación ejercen sobre la evapotranspiración es a través de su influencia en el albedo que determina la radiación neta.

Donohue et al (2006) sugiere que el tipo de vegetación y su dinámica anual tiene que ser incluida en el modelo de Budyko, por otro lado Zhang (2001) sugiere que la profundidad de las raíces tiene un papel importante en el balance de agua y propone una forma funcional que expresa la razón de evapotranspiración en función de el índice de aridez y un coeficiente de disponibilidad de agua para las plantas (w), el cual en esencia intenta tomar en cuenta el almacenamiento de agua en el suelo mediante la consideración de la profundidad de las raíces.

$$\text{Zhang} \quad \frac{\bar{E}}{\bar{P}} = \frac{1 + w\Phi}{1 + w\Phi + \frac{1}{\Phi}} \quad (\text{A.2.10})$$

Usando datos de cuencas con un amplio rango de climas y áreas, Zhang (2001) estimo un valor de $w = 2$ para cuencas dominadas por bosques y un valor $w = 0.5$ para cuencas con superficies de pastos cortos y con usos agrícolas.

En el modelo MTH la evapotranspiración esta considerada como una fracción de la evapotranspiración potencial, esta fracción es la humedad disponible en la superficie del suelo:

$$E = ETP * \left(1 - \frac{D}{D_{\max}} \right) \quad (\text{3.2.7})$$

de donde

$$\frac{\bar{E}}{\bar{P}} = \bar{\Phi} * \bar{H} \quad \text{con} \quad \bar{H} = \left(1 - \frac{\bar{D}}{D_{\max}} \right) \quad (\text{A.2.11})$$

H es la humedad disponible en la superficie del suelo en su valor promedio.

Igualando las ecuaciones (3.2.7) y (A.2.10) obtenemos una expresión para w en función de la humedad disponible y el índice de aridez promedio:

$$w = \frac{\bar{H} * (\bar{\Phi} + 1) - 1}{\bar{\Phi} - \bar{\Phi}^2 * \bar{H}} \quad ; \quad (\text{A.2.12})$$

$$\Phi > \frac{1}{H} - 1$$

la ecuación (A.2.12) relaciona el valor promedio de w con los respectivos del índice de aridez y la humedad disponible en el suelo la cual viene dada en fracción de la capacidad de campo D_{max} . El parámetro w es directamente proporcional al promedio de la humedad disponible en el suelo.

En la figura (A.2.1) se muestran las curvas de las formas funcionales mencionadas anteriormente:

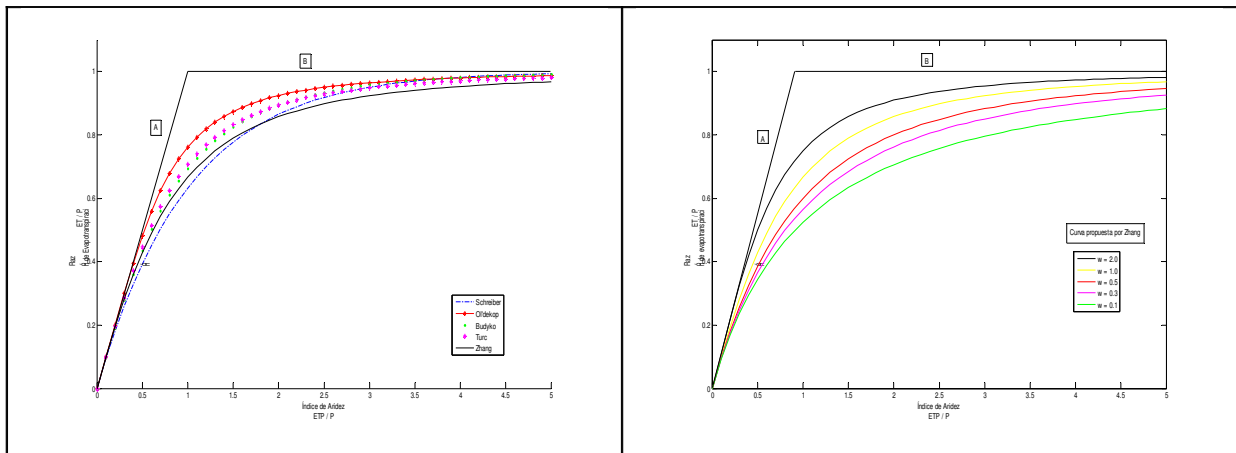


Figura A.2.1. Comparación de las curvas de las formas funcionales de Schreiber, Ol'dekop, Budyko, Turc y Zhang con $w=1.0$ (izq.), y las curvas de la función de Zhang para distintos valores del parámetro w (der.), las líneas B y A representan los límites por disponibilidad de agua y energía respectivamente.

Las líneas B y A definen los límites de agua y energía de la evapotranspiración, las curvas muestra un comportamiento asintótico respecto a esta líneas, y su valor mas lejano a estos límites ocurre en $\Phi \approx 1$ donde parece haber una transición entre la evapotranspiración limitada por agua disponible a evapotranspiración limitada por la energía disponible, las curvas se aproximan a sus límites de agua y energía conforme Φ se acerca a sus valores extremos. Milly (1994) investigo sobre la desviación que hay cuando $\Phi = 1$, y demostró analíticamente que es el ciclo anual del clima el que causa esta transición. En particular demostró que en ausencia de un ciclo anual, es decir, un clima constante, la evapotranspiración es igual al máximo entre la precipitación y la evapotranspiración potencial.

Budyko probó su esquema usando valores de 1200 cuencas de tamaño moderado (Area $> 1000 \text{ Km}^2$) y encontró que explicaba el 90% de la variación de los valores observados. Cuando se aplicó a cuencas de mayor tamaño (Areas $> 10000 \text{ Km}^2$) la relación fue aun mejor, esto mostró que entre mayor se el área de la cuenca mayor es el control que el clima ejerce sobre la evapotranspiración, cuando el área de la cuenca disminuye, la evapotranspiración varia apreciablemente bajo la influencia de las condiciones locales de carácter no climático como la topografía y la vegetación.

Otros estudios corroboran la fiabilidad del modelo comparándolo con resultados de modelos más complejos (Arora 2002, Koster y Suárez 1998, Donohue et al 2006, Zhang L. et al , 2004).

La derivación de Koster y Suárez para la razón de desviación de evapotranspiración.

A diferencia del balance de agua en equilibrio, se han hecho pocos esfuerzos para explicar la variabilidad interanual del balance de agua (Zhang, et. al., 2004). Haciendo la suposición de que los cambios interanuales en el déficit de humedad son despreciables comparados con la precipitación, la evapotranspiración y la escorrentía anuales, Koster y Suárez (1999) extendieron el uso del índice de aridez para predecir la variabilidad interanual de la evapotranspiración y la escorrentía, expresando la razón de evapotranspiración del i-esimo año en función del índice de aridez de ese año:

$$\frac{E_i}{P_i} = F(\Phi_i) \quad \text{con} \quad \Phi_i = \frac{ETP_i}{P_i} \quad (\text{A.2.13})$$

Usando las ecuaciones anteriores, las desviaciones de la evapotranspiración ΔE_i se pueden expresar entonces en función de las desviaciones de la precipitación ΔP_i y de las del índice de aridez $\Delta \Phi$.

$$\Delta E_i = F(\Phi_i)\Delta P_i + P_i F'(\Phi_i)\Delta \Phi \quad \text{con} \quad \Delta \Phi = \frac{\Delta ETP_i}{P_i} - \Phi \frac{\Delta P_i}{P_i} \quad (\text{A.2.14})$$

elevando al cuadrado, promediando en el tiempo y ordenando términos, se puede llegar a una expresión para la razón de desviación de la evapotranspiración (RDE):

$$\left(\frac{\sigma_E}{\sigma_P} \right)^2 = [F(\Phi) - \Phi F'(\Phi)]^2 + F'(\Phi)^2 \left(\frac{\sigma_{ETP}}{\sigma_P} \right)^2 + 2[F(\Phi) - \Phi F'(\Phi)]F'(\Phi) \frac{\text{cov}(P, ETP)}{\sigma_P^2} \quad (\text{A.2.15})$$

Donde σ_E , σ_{ETP} y σ_P son las desviaciones estándar de ET, ETP y P respectivamente. Suponiendo también que los cambios interanuales de la evapotranspiración potencial son despreciables, Koster y Suárez (1999) propusieron una expresión simplificada de la razón de desviación de evapotranspiración (RDE):

$$\frac{\sigma_E}{\sigma_P} = F(\Phi) - \Phi F'(\Phi) \quad (\text{A.2.16})$$

donde σ_e y σ_p son las desviaciones estándar de la evapotranspiración y la precipitación anual respectivamente.

Usando la ecuación de balance de agua (3.1.2) y suponiendo las aproximaciones anteriores se puede demostrar que el control ejercido por el forzamiento atmosférico sobre la evapotranspiración media anual se extiende a la escorrentía de la siguiente manera:

$$\frac{\sigma_E}{\sigma_P} = 1 - \frac{\sigma_Q}{\sigma_P} \quad (\text{A.2.17})$$

donde σ_Q es la desviación estándar de la escorrentía.

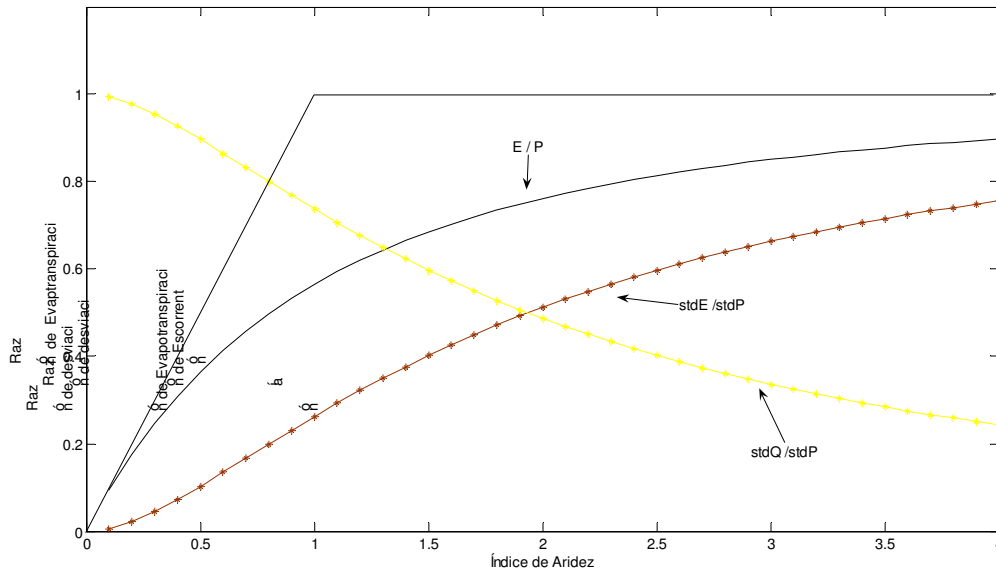


Figura A.2.2 Comparación de la curva de Zhang ($w = 3$) y las curvas de la ecuación (A.2.17) propuesta por Koster y Suárez para la razón de desviación de evapotranspiración y escorrentía.

Apéndice_3

Nivel de las Presas Antonio Alzate e Ignacio Ramírez.

Las graficas muestran el nivel de las presas Antonio Alzate e Ignacio Ramírez, los cambios de nivel indican acopio y aporte al cause del río Lerma, los descensos que marcan los niveles del 16 de febrero en la presa Antonio Alzate y 23 de Marzo en la presa Ignacio Ramírez son las aportaciones que se miden en el gasto observado durante la recesión que se utiliza en la calibración del modelo.

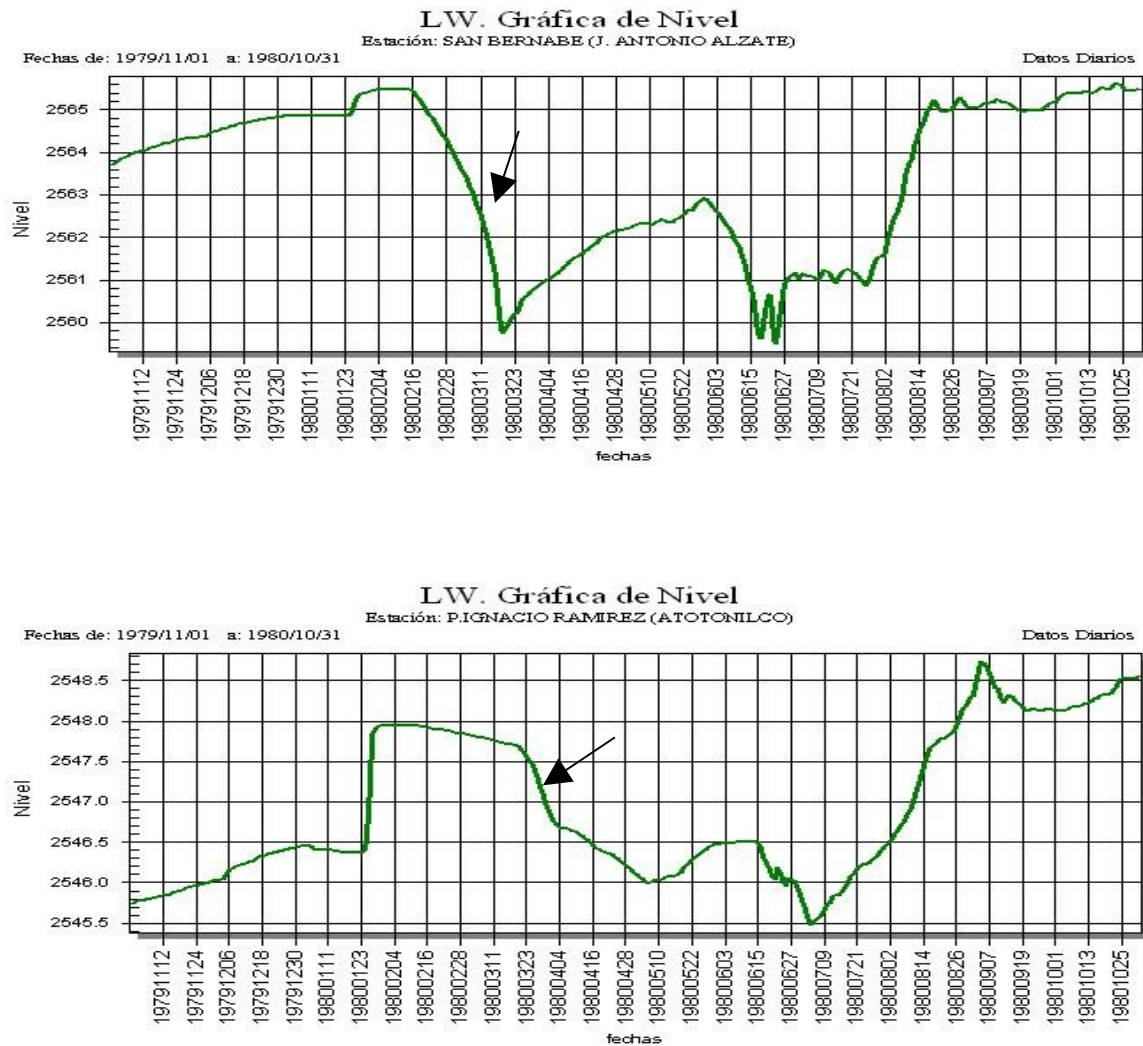


Figura A.2.1 Niveles de agua en las presas Antonio Alzate e Ignacio Ramírez , los cambios de nivel indican acopio y aporte de agua al río Lerma.