



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**VELOCIDAD DE CAÍDA DE ARENAS COSTERAS DE LA  
PENÍNSULA DE YUCATÁN, MÉXICO**

**T E S I S**

Que para obtener el título de:

**INGENIERO CIVIL**

**P R E S E N T A :**

**JAIR DEL VALLE MORALES**

DIRECTOR DE TESIS:

**Dr. RODOLFO SILVA CASARÍN**



MÉXICO, D.F.

MARZO DE 2010



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

DIVISIÓN DE INGENIERÍAS CIVIL Y GEOMÁTICA  
COMITÉ DE TITULACIÓN  
FING/DICyG/SEAC/UTIT/020/10



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

Señor  
JAIR DEL VALLE MORALES  
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor DR. RODOLFO SILVA CASARÍN, que aprobó este Comité, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

**"VELOCIDAD DE CAÍDA DE ARENAS COSTERAS DE LA PENÍNSULA DE YUCATÁN, MÉXICO"**

- INTRODUCCIÓN
- I. MARCO TEÓRICO
- II. CARACTERIZACIÓN MECÁNICA DE LAS ARENAS
- III. MEDICIÓN DE LA VELOCIDAD DE CAÍDA
- IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS
- V. CONCLUSIONES
- VI. ANEXOS

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"  
Cd. Universitaria a 19 de Febrero del 2010.  
EL PRESIDENTE

ING. RODOLFO SOLÍS UBALDO

RSU/MTH\*gar.

*A mi madre...*

*... por todo el apoyo y cariño que me  
ha brindado a lo largo de mi vida.*



## AGRADECIMIENTOS

A mi familia, por todo el apoyo incondicional y por todo su cariño y confianza que me han tenido.

Al Dr. Rodolfo Silva Casarín por el apoyo, las enseñanzas y particularmente el ánimo que me ha brindado en esta etapa de mi vida.

Al Dr. Edgar Gerardo Mendoza Baldwin por la ayuda y el compañerismo que me ha demostrado durante mi estancia en el Instituto de Ingeniería.

Al Dr. Gabriel Ruíz Martínez y al Ing. Juan Carlos Alcérreca Huerta por haber trabajado en equipo y haberme brindado valiosos consejos para elaborar el presente trabajo.

A mis amigos y compañeros de la Facultad de Ingeniería y del Instituto de Ingeniería con los cuales he convivido a lo largo de estos años en mi paso por la Universidad y en quienes he descubierto valores como la amistad, trabajo en equipo y respeto.

Gracias a todos ustedes, por haberme permitido llegar a este punto de mi vida, y que es solo el inicio de un camino que apenas comienza...

---



# VELOCIDAD DE CAÍDA DE ARENAS COSTERAS DE LA PENÍNSULA DE YUCATÁN, MÉXICO

<b>CONTENIDO</b> .....	<b>I</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b> .....	<b>III</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>V</b>
<b>LISTA DE TABLAS</b> .....	<b>VII</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>XI</b>
1.- IMPORTANCIA .....	XI
2.- ESTADO DEL ARTE .....	XI
2.1.- Ecuaciones de velocidad de caída .....	XII
2.1.1.- Cheng (1997) .....	XIII
2.1.2.- Ahrens (2000) .....	XV
2.1.3.- Jiménez – Madsen (2003) .....	XVII
2.1.4.- Camenen (2007) .....	XIX
3.- OBJETIVO .....	XXIII
4.- METODOLOGÍA .....	XXIV
5.- ORGANIZACIÓN DE LA TESIS .....	XXIV
<b>SECCIÓN I.- MARCO TEÓRICO</b> .....	<b>1</b>
I.1.- PLAYA .....	1
I.1.1.- Perfil de una playa .....	3
I.2.- DINÁMICA MARINA .....	4
I.2.1.- Oleaje .....	4
I.2.2.- Corrientes marinas .....	7
I.2.2.1.- Fuerza de Coriolis .....	8
I.2.2.2.- Temperatura, densidad y salinidad de las aguas oceánicas ....	9
I.2.3.- Viento .....	9
I.3.- MECANISMOS DE TRANSPORTE DE SEDIMENTOS .....	11
I.4.- VELOCIDAD DE CAÍDA .....	12
I.4.1.- Ley de Stokes .....	12
I.4.2.- Ecuaciones empíricas de velocidad de caída .....	14
<b>SECCIÓN II.- CARACTERIZACIÓN MECÁNICA DE LAS ARENAS</b> .....	<b>18</b>
II.1.- METODOLOGÍA .....	18
II.2.- RECOLECCIÓN DE MUESTRAS .....	19
II.3.- CARACTERIZACIÓN MECÁNICA DE LAS ARENAS EN LABORATORIO .....	22
II.3.1.- Análisis granulométrico .....	22
II.3.2.- Propiedades físicas básicas de la muestra .....	23
II.3.3.- Ángulo de reposo natural del material .....	25
II.3.4.- Propiedades del mezclado agua – sedimento .....	25
II.3.5.- Umbrales de movimiento de la partícula en el fondo marino .....	27
II.3.6.- Tamaño y forma de los granos .....	29
II.3.7.- Medición de la velocidad de caída .....	29



---

<b>SECCIÓN III.- MEDICIÓN DE LA VELOCIDAD DE CAÍDA.....</b>	<b>30</b>
III.1.- SELECCIÓN DE LAS MUESTRAS .....	30
III.2.- TRABAJO EXPERIMENTAL.....	31
III.2.1.- Descripción del método de trabajo.....	31
III.2.2.- Particularidades del método de trabajo.....	33
III.3.- VELOCIDAD DE CAÍDA EXPERIMENTAL ( $W_f$ ) .....	34
III.3.1.- Resultados del análisis fotográfico .....	34
III.3.2.- Resultados de las pruebas de velocidad de caída .....	39
<b>SECCIÓN IV.- ANÁLISIS DE RESULTADOS .....</b>	<b>42</b>
IV.1.- ANÁLISIS DE RESULTADOS DEL $d_{50}$ DE LAS PARTÍCULAS .....	42
IV.2.- ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA VELOCIDAD DE CAÍDA .....	44
IV.2.1.- Comparación con ecuaciones empíricas de velocidad de caída.....	44
IV.2.2.- Criterios de comparación .....	47
IV.2.2.1.- <i>Primer criterio de comparación</i> .....	47
IV.2.2.2.- <i>Segundo criterio de comparación</i> .....	50
IV.2.3.- Clasificación a partir de la velocidad de caída.....	55
IV.3.- DISCUSIÓN .....	56
<b>SECCIÓN V.- CONCLUSIONES .....</b>	<b>61</b>
<b>SECCIÓN VI.- ANEXOS.....</b>	<b>63</b>
VI.I.- PARÁMETROS ESTADÍSTICOS.....	63
VI.II.- ERRORES ABSOLUTOS Y RELATIVOS DE VELOCIDAD DE CAÍDA.....	66
REFERENCIAS.....	74
BIBLIOGRAFÍA.....	75
MESOGRAFÍA .....	75

---

**LISTA DE SÍMBOLOS**

$\bar{a}_c$	Aceleración de Coriolis
$g$	Aceleración de la gravedad
$C_D$	Coefficiente de arrastre
$C_c$	Coefficiente de curvatura
$cp$	Coefficiente de permeabilidad
$C_u$	Coefficiente de uniformidad
$CV$	Coefficiente de variación
$CL$	Coefficiente que toma en cuenta el flujo laminar (Ahrens)
$CT$	Coefficiente que toma en cuenta el flujo turbulento (Ahrens)
$P_b$	Criterio de suspensión de Bagnold
$k$	Curtosis
$\rho_{sus}$	Densidad de suspensión
$\rho_f$	Densidad de un fluido cualquiera
$\rho_e$	Densidad de una partícula cualquiera
$\rho_s$	Densidad de una partícula de arena
$\rho$	Densidad del agua
$\Delta$	Densidad relativa de la muestra dentro del agua
$S_s$	Densidad relativa de la partícula
$\sigma$	Desviación estándar
$\phi'$	Diámetro interno de la probeta
$d_{50}$	Diámetro nominal correspondiente al 50 percentil de la curva granulométrica
$d_n$	Diámetro nominal correspondiente al n-ésimo percentil de la curva granulométrica
$d_N$	Diámetro nominal que utiliza la expresión de Jiménez – Madsen
$E$	Empuje de Arquímedes
$EA$	Error absoluto
$ER$	Error relativo
$\tau_{cr}$	Esfuerzo cortante crítico
$CSF$	Factor de forma de la partícula de Corey
$F_R$	Factor de reducción
$FR^*$	Factor de reducción correspondiente a la expresión de velocidad de velocidad de caída que presentó el menor error relativo
$F_r$	Fuerza de fricción o de arrastre
$A$	Índice de flotación de Arquímedes
$P$	Índice de redondez
$L$	Longitud de onda
$\rho_{cas}$	Masa de concentración
$Re$	Número de Reynolds
$v_*$	Parámetro adimensional (Swamee y Ohja)



$\omega_*$	Velocidad adimensional de la partícula (Swamee y Ohja)
$z$	Parámetro adimensional (Zanke)
$d_*$	Parámetro adimensional de la partícula o factor de Yalin
$A_p$	Parámetro de escala
$\psi_{cr}$	Parámetro de Shields crítico
$S_*$	Parámetro fluido – sedimento
$T$	Período de onda
$kp$	Permeabilidad específica
$P$	Peso de una partícula o cuerpo
$\gamma_s$	Peso específico de las partículas
$\gamma_0$	Peso específico del agua destilada a 4°C
$P_{or}$	Porosidad
$r$	Radio de la partícula
$V_r$	Relación de vacíos
$a$	Sesgo
$\phi$	Unidad Phi
$\bar{\omega}$	Velocidad angular de un sistema de referencia rotatorio
$W_*$	Velocidad de caída adimensional (Jiménez –Madsen)
$W_{fc}$	Velocidad de caída corregida por efecto de $\phi'$
$v_c$	Velocidad de caída de la Ley de Stokes
$W_f$	Velocidad de caída de una partícula de arena
$W_{fr}$	Velocidad de caída reducida
$v$	Velocidad de una partícula en el seno de un fluido
$u_{*cr}$	Velocidad del esfuerzo cortante crítico
$\bar{v}_{p/o}$	Velocidad lineal de una partícula respecto a un sistema rotatorio
$W_{mf}$	Velocidad mínima del flujo
$\nu$	Viscosidad cinemática
$\mu$	Viscosidad dinámica
$C$	Volumen de concentración
$\left(\frac{dp}{dz}\right)_{wf}$	Gradiente de presión

**LISTA DE FIGURAS**

Figura 1 Número de Reynolds como función del parámetro adimensional de la partícula $d_*$ y el factor de Corey CSF acordes a la ecuación propuesta por Dietrich, Camenen (2007) .....	XX
Figura 2 Número de Reynolds como función de $d_*$ y de la redondez, acorde a la expresión empírica propuesta por Dietrich para partículas elípticas, Camenen (2007).....	XXI
Figura 3 Calibración de los coeficientes A, B y m como funciones del CSF y P utilizando los resultados de Dietrich (1982), representados con círculos para un $P = 6$ , diamantes para un $P = 3.5$ y cuadrados para un $P = 2$ . La ecuación (30) está representada por las tres líneas que se muestran, para la línea azul corresponde un $P = 6.0$ , para la línea de roja un $P = 3.5$ y para la línea verde un $P = 2.0$ .....	XXII
Figura I.1 Gravas y arenas en un mismo banco de material .....	2
Figura I.2 Playa en un río .....	2
Figura I.3 Zonas del perfil de una playa .....	4
Figura I.4 Trayectorias orbitales de las partículas de agua en una onda (Macdonel <i>et al.</i> , 1999).....	6
Figura I.5 La Quebrada, Acapulco México. Ejemplo de playa con un perfil que posee una pendiente muy pronunciada .....	7
Figura I.6 Distintas playas a lo largo de la línea de costa del Golfo de México .....	7
Figura I.7 Desviación de Coriolis .....	8
Figura I.8 Dirección de los vientos a lo largo del planeta, tomado del SENAMHI.....	10
Figura I.9 Diagrama de cuerpo libre de una partícula esférica moviéndose en el seno de un fluido .....	13
Figura II.1 Zonas del perfil de una playa .....	19
Figura II.2 Sitios muestreados en el estado de Quintana Roo, México. Imagen modificada (fuente: portal del INEGI) .....	21
Figura II.3 Sitios muestreados en el estado de Yucatán, México. Imagen modificada (fuente: portal del INEGI) .....	22
Figura II.4 Isla del Carmen, sitio muestreado en el estado de Campeche, México. Imagen satelital .....	22



Figura III.1 Arena del sitio Puerto Morelos 2, Quintana Roo, México (zona backshore)..... 35

Figura III.2 Arena del sitio Punto 5, Quintana Roo, México (zona offshore) ..... 36

Figura III.3 Arena del sitio Punto F, Quintana Roo, México (zona offshore, rompientes)..... 37

Figura III.4 Arena del sitio Punta Allen, Quintana Roo, México (zona offshore) ..... 38

Figura IV.1 Frecuencia de mejor ajuste vs ecuaciones empíricas de velocidad de caída para el estado de Quintana Roo, México ..... 53

Figura IV.2 Frecuencia de mejor ajuste vs ecuaciones empíricas de velocidad de caída para el estado de Yucatán, México ..... 54

Figura IV.3 Frecuencia de mejor ajuste vs ecuaciones empíricas de velocidad de caída para Cancún, Quintana Roo México ..... 54

Figura IV.4 Factor de reducción vs factor de forma de Corey (CSF) para el estado de Quintana Roo, México ..... 58

Figura IV.5 Factor de reducción vs factor de forma de Corey (CSF) para el estado de Yucatán, México ..... 58

Figura IV.6 Factor de reducción vs factor de forma de Corey (CSF) para el estado de Campeche, México..... 59

Figura IV.7 Factor de reducción vs factor de forma de Corey (CSF) para Cancún, Quintana Roo, México ..... 59

**LISTA DE TABLAS**

Tabla 1 Coeficientes de arrastre de partículas sedimentarias para valores extremos del número de Reynolds, Cheng (1997).....	XIV
Tabla 2 Valores observados y calculados de la viscosidad cinemática, Ahrens (2000) .....	XVII
Tabla 3 Coeficientes A, B y m involucradas en la ecuación (26), Camenen (2007) .....	XX
Tabla I.1 Diámetros de las partículas correspondientes al $d_{50}$ de los 6 sitios del Estado de Yucatán. Como se ve claramente en la tabla, las partículas pertenecientes a la zona de lavado (sección de playa foreshore) poseen un $d_{50}$ mayor que las partículas de las otras zonas.....	12
Tabla I.2 Ecuaciones empíricas de velocidad de caída .....	15
Tabla II.1 Coordenadas geográficas de los sitios de los cuales se extrajeron las muestras (~ No se realizaron pruebas de velocidad de caída;* Muestras provenientes de Cancún) .....	20
Tabla II.2 Tamices de acuerdo a la ASTM .....	23
Tabla II.3 Configuración del fondo marino a partir del número de Reynolds, Ruíz (2007) .....	28
Tabla II.4 Clasificación del flujo a partir del índice de flotación de Arquímedes, Ruíz (2007).....	28
Tabla II.5 Modo de transporte del material o sedimento a partir del número de Rouse, Ruíz (2007).....	28
Tabla III.1 Intervalos de diámetros.....	32
Tabla III.2 Diámetro de partícula y su correspondiente zoom de cámara.....	32
Tabla III.3 $d_{50}$ teórico y experimental del sitio Puerto Morelos 2 zona backshore .....	35
Tabla III.4 $d_{50}$ teórico y experimental del sitio Punto 5 zona offshore.....	36
Tabla III.5 $d_{50}$ teórico y experimental del sitio Punto F zona offshore (rompientes).....	37
Tabla III.6 $d_{50}$ teórico y experimental del sitio Punta Allen zona offshore.....	38
Tabla III.7 Velocidad de caída de las arenas del sitio Puerto Morelos Estación UNAM, zona foreshore, Quintana Roo .....	39



---

Tabla III.8 Velocidad de caída de las arenas del sitio Punto 9, zona foreshore, Quintana Roo.....	39
Tabla III.9 Velocidad de caída de las arenas del sitio Tulum A, zona foreshore, Quintana Roo.....	40
Tabla III.10 Velocidad de caída de las arenas del sitio Holbox, zona offshore, Quintana Roo.....	40
Tabla III.11 Velocidad de caída de las arenas del sitio UAY, zona offshore, Yucatán.....	40
Tabla III.12 Velocidad de caída de las arenas del sitio Isla del Carmen, zona backshore, Campeche .....	41
Tabla IV.1 Errores absolutos y relativos de las arenas de la península de Yucatán .....	42
Tabla IV.2 Valores máximos y mínimos de error absoluto y relativo para 28 muestras de las 143 .....	43
Tabla IV.3 Análisis de la media como parámetro de comparación.....	44
Tabla IV.4 Análisis de la moda como parámetro de comparación.....	45
Tabla IV.5 Resultados de velocidad de caída teórica para el sitio Akumal 1, zona backshore .....	46
Tabla IV.6 Factores de reducción para el sitio Holbox, zona backshore .....	49
Tabla IV.7 Factores de reducción para el sitio Holbox, zona foreshore .....	49
Tabla IV.8 Factores de reducción para el sitio Holbox, zona offshore .....	49
Tabla IV.9 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Quintana Roo, zona backshore.....	50
Tabla IV.10 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Quintana Roo, zona foreshore .....	50
Tabla IV.11 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Quintana Roo, zona offshore.....	51
Tabla IV.12 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Yucatán, zona backshore.....	51
Tabla IV.13 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Yucatán, zona foreshore .....	51
Tabla IV.14 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Yucatán, zona offshore .....	51

---



---

Tabla IV.15 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Campeche, zona backshore .....	51
Tabla IV.16 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Campeche, zona foreshore.....	51
Tabla IV.17 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Campeche, zona offshore.....	51
Tabla IV.18 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para la isla barrera de Cancún, Quintana Roo, zona backshore .....	52
Tabla IV.19 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para la isla barrera de Cancún, Quintana Roo, zona foreshore .....	52
Tabla IV.20 Clasificación de las ecuaciones de mejor comportamiento para la península de Yucatán .....	55
Tabla IV.21 Clasificación de las ecuaciones para Cancún, Quintana Roo .....	55
Tabla IV.22 Rangos del $d_{50}$ de las partículas de la península de Yucatán .....	56
Tabla IV.23 Velocidad de caída para el sitio Punto F, zona offshore .....	57
Tabla IV.24 Rangos de los factores de reducción asociados al CSF .....	60
Tabla VI.1 Escala Udden – Wentworth, Tripaldi (2000).....	65
Tabla VI.2 Errores absolutos y relativos para el sitio Boca Sur, zona foreshore.....	66
Tabla VI.3 Errores absolutos y relativos para el sitio Puerto Morelos Estación UNAM, zona offshore.....	66
Tabla VI.4 Errores absolutos y relativos para el sitio Puerto Morelos 3, zona foreshore.....	66
Tabla VI.5 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto 2, zona backshore .....	67
Tabla VI.6 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto 3, zona offshore .....	67
Tabla VI.7 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto 4A, zona foreshore .....	67
Tabla VI.8 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto 6, zona backshore .....	67
Tabla VI.9 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto 7, zona offshore .....	68
Tabla VI.10 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto 9, zona foreshore .....	68
Tabla VI.11 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto 10, zona offshore .....	68

---



---

Tabla VI.12 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto B, zona foreshore .....	68
Tabla VI.13 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto D, zona backshore .....	69
Tabla VI.14 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto E, zona offshore .....	69
Tabla VI.15 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto G, zona backshore .....	69
Tabla VI.16 Errores absolutos y relativos para el sitio Isla Mujeres, zona offshore .....	69
Tabla VI.17 Errores absolutos y relativos para el sitio Tulum B, zona foreshore.....	70
Tabla VI.18 Errores absolutos y relativos para el sitio Bahía Príncipe, zona backshore .....	70
Tabla VI.19 Errores absolutos y relativos para el sitio Akumal 1, zona offshore.....	70
Tabla VI.20 Errores absolutos y relativos para el sitio Playa del Carmen 2, zona foreshore .....	70
Tabla VI.21 Errores absolutos y relativos para el sitio Punta Allen, zona backshore .....	71
Tabla VI.22 Errores absolutos y relativos para el sitio Holbox, zona offshore .....	71
Tabla VI.23 Errores absolutos y relativos para el sitio Telchac, zona backshore .....	71
Tabla VI.24 Errores absolutos y relativos para el sitio UAY, zona foreshore.....	71
Tabla VI.25 Errores absolutos y relativos para el sitio ECCA, zona offshore .....	72
Tabla VI.26 Errores absolutos y relativos para el sitio Progreso, zona offshore.....	72
Tabla VI.27 Errores absolutos y relativos para el sitio Carissa Palma, zona backshore .....	72
Tabla VI.28 Errores absolutos y relativos para el sitio Hilton, zona foreshore.....	72
Tabla VI.29 Errores absolutos y relativos para el sitio Royal Solaris, zona foreshore.....	73
Tabla VI.30 Errores absolutos y relativos para el sitio Isla del Carmen, zona backshore .....	73
Tabla VI.31 Errores absolutos y relativos para el sitio Punta Xen, zona foreshore .....	73



## INTRODUCCIÓN

### 1.- IMPORTANCIA

La península de Yucatán es una región que posee una belleza natural sin igual, con ambientes variados, tales como manglares y humedales, zonas selváticas y arqueológicas muy importantes, que permiten desarrollos de gran interés económico, turístico o ambiental; ejemplo de ello es la isla barrera de Cancún y la zona de la Riviera Maya, por lo cual la península de Yucatán se está convirtiendo en la capital turística de la República Mexicana.

Por lo anterior, las actividades económicas que se llevan a cabo en esta región del país son de gran relevancia debido a que son la base del desarrollo de la zona, por lo cual mantener una línea de costa con las mejores condiciones es una prioridad. Para llevar a cabo lo antes mencionado, el estudio de la dinámica marina predominante de la zona, consecuencia de las fuerzas de la naturaleza y de las actividades humanas, requiere contar con elementos con los cuales los intereses económicos, que se traducen en proyectos de infraestructura, puedan decidir si es conveniente o no la inversión.

Para poder establecer la vulnerabilidad que tiene la costa de la Península de Yucatán es necesario, entre otros factores, determinar la velocidad de caída de las arenas que conforman las playas, dado que este parámetro tiene una participación muy importante en los procesos de la dinámica de sedimentos, ya que con base a éste se determina la capacidad de acumulación de material, el transporte del mismo longitudinal y/o transversalmente y la erosión, tales procesos como consecuencia de las fuerzas que tiene lugar en la línea de costa, como es el oleaje, las corrientes marinas existentes y el viento (condiciones ordinarias), además de las mareas de tormenta (condiciones extraordinarias).

Al final, lo que se busca es contar con elementos técnicos que garanticen que las playas tengan la calidad necesaria para el desarrollo de la región, es decir, tener las condiciones óptimas considerando en la medida de lo posible todos los factores que se ven involucrados dando como resultado la morfología que a la fecha posee la línea costera de la península de Yucatán.

### 2.- ESTADO DEL ARTE

En este apartado se expone el estado que guarda la práctica de la ingeniería de costas en el ámbito de la velocidad de caída como factor involucrado en la dinámica que se lleva a cabo en la línea de costa; es claro que la meta es alta y muy extensa, por lo cual seguramente lo expuesto a continuación resultará en la generación de nuevas líneas de investigación. Como un aspecto importante para el desarrollo de este trabajo, se describen los elementos que participan en la determinación de la velocidad de caída de partículas que para el caso son arenas, así como algunas de las expresiones que se utilizan para llevar a cabo dicho fin.



La velocidad de caída tiene una fuerte influencia en el transporte en suspensión, en perfiles de equilibrio (la forma que adquieren, así como su evolución), y la morfología que adquiere una playa.

Dean (1973) determinó que la velocidad de caída se ve involucrada en el siguiente parámetro  $H/W_f T$  el cual es utilizado para determinar modelos a escala con el fin de evaluar perfiles característicos en pruebas de laboratorio; además el siguiente parámetro  $\pi W_f / (gT)$  es usado para discriminar entre azolve y erosión de material, en donde  $H$  es la altura de ola,  $T$  es el periodo de ola,  $W_f$  la velocidad de caída del material y  $g$  la aceleración de la gravedad. Dalrymple y Thompson (1976) determinaron que la velocidad de caída es utilizada para predecir el ángulo de inclinación de un perfil de playa. Wright y Short (1984) desarrollaron una extensa clasificación de la morfología de playas en donde se ve involucrado tal parámetro. Kriebel et al. (1986) hizo un estudio con el cual amplió el trabajo de Dean (1973). Dicho trabajo mostró que la velocidad de caída es utilizada para relacionar la escala para la evolución de un perfil de playa bajo condiciones erosivas, pero no para condiciones de acreción. Los anteriores autores son algunos de varios que han desarrollado investigaciones en torno a la velocidad de caída.

La determinación de la velocidad de caída de sedimentos es un aspecto fundamental en el estudio de transporte de sedimentos, especialmente cuando la suspensión de material es un proceso dominante. Por ejemplo, un error en la estimación de la velocidad de caída puede ser ampliada por un factor de tres o más en el cálculo de la carga de transporte de material suspendido. A pesar de su importancia, resulta difícil obtener sus valores reales in situ, y en la mayoría de los casos son obtenidos de experimentos de laboratorio o estimados por fórmulas empíricas.

### **2.1.- Ecuaciones de velocidad de caída**

A menudo la velocidad de caída ha sido calculada para partículas redondas (Gibbs *et al.* 1971), siendo la Ley de Stokes la base del cálculo de la misma; no obstante, tiene ciertos límites para su utilización, pues su génesis surge de la idealización de considerar partículas con forma esférica. Sin embargo, al tener presente que las partículas difieren de esta forma, como consecuencia se tiene que la velocidad de caída será menor que la de una partícula con forma de esfera, por tal motivo, la expresión de Stokes resulta poca práctica para su aplicación y se hace necesario modificar esta ecuación para que los resultados que se obtengan de su aplicación sean los más parecidos posibles a las condiciones que se presentan en la naturaleza.

Debido a lo anterior, diversos autores han desarrollado expresiones empíricas ajustándolas de la mejor manera a sus resultados experimentales (por ejemplo, Graf 1971; Hallermeier 1981; Dietrich 1982; Van Rijn 1984; Cheng 1997; Ahrens 2000; entre otros). A continuación se presentan las relaciones empíricas más utilizadas para fines ingenieriles y que de una forma u otra han intentado integrar una serie de parámetros experimentales que tienen el propósito de solucionar tal limitación.

### 2.1.1.- Cheng (1997)

La ecuación de velocidad de caída propuesta por Cheng (1997) indica una explícita relación entre el número de Reynolds ( $Re$ ) y un parámetro adimensional de la partícula. La expresión es aplicable cuando el  $Re < 1$  y para altos valores del mismo.

Un prerrequisito para asegurarse de un análisis cualitativo en lo que se refiere a transporte de sedimentos es tener conocimiento de la velocidad de caída ( $W_f$ ) de partículas. Varios intentos han tenido lugar para calcular la misma, pero la mayoría de los resultados son consecuencia de considerar partículas esféricas. Básicamente hay dos formas de calcular tal parámetro, la primera de ellas es considerar los granos como esferas y con  $Re < 1$ , para lo cual la ley de Stokes resulta la mejor opción. El otro camino es considerar las partículas como tales, para lo cual la determinación de la velocidad de caída incluyen tabulaciones y diagramas que consisten en familias de curvas apoyadas en resultados experimentales, por ejemplo Schiller y Naumann (1933) y U.S. Inter – Agency Committee (1957). Este segundo camino es aplicable para un amplio rango del número de  $Re$ , sin embargo su aplicación no resulta nada práctica. El objetivo de Cheng fue determinar una expresión de velocidad de caída aplicable a un extenso rango de valores del número de  $Re$ , con lo cual se estaría evitando utilizar diagramas y tabulaciones. Por lo tanto, el camino que siguió el autor para desarrollar la expresión en cuestión se describe a continuación: Cheng partió de la solución que obtuvo Stokes (1851) de una partícula esférica desplazándose en un fluido en reposo:

$$W_f = \frac{1}{18} \frac{\Delta g d^2}{\nu} \quad (1)$$

en donde:

$\Delta = (\rho_s - \rho)/\rho$ , adimensional

$\rho_s$  = densidad de la partícula, en  $\text{kg/m}^3$

$\rho$  = densidad del fluido, en  $\text{kg/m}^3$

$g$  = aceleración de la gravedad,  $\text{m/s}^2$

Desafortunadamente, la ecuación (1) es válida para números de  $Re \leq 1$ . Ahora, al igualar la fuerza de peso efectiva con la fuerza de arrastre, resulta que:

$$(\rho_s - \rho)gd^3 \frac{\pi}{6} = C_D d^2 \frac{\pi}{4} \frac{\rho W_f^2}{2} \quad (2)$$

El coeficiente de arrastre puede ser expresado como:

$$C_D = \frac{4}{3} \frac{\Delta g d}{W_f^2} \quad (3)$$

Al sustituir (1) en (3), se obtiene la relación entre el número de Reynolds ( $Re$ ) y el coeficiente de arrastre ( $C_D$ ), a través del índice de flotación de Arquímedes ( $A$ ), éste último dependiente del factor de forma de la partícula:

$$C_D = \frac{A}{Re} \quad (4)$$

Para la solución de Stokes, “A” es igual a 24, que es el valor correspondiente a partículas esféricas. El efecto que tiene la forma de la partícula sobre el  $C_D$  no tiene una tendencia, es decir, para valores pequeños del número de Re tal efecto es bajo, mientras que para altos Re tal variación es más apreciable (Schulz *et al.* 1954). De acuerdo a Cheng, el factor de forma de partículas que se sedimentan son menores que la unidad, mientras que para arenas naturales, él estableció dicho factor cercano a 0.7. La tabla 1 muestra el valor de “A” el cual ronda alrededor de 32, basado en el trabajo de diversos investigadores.

Tabla 1 Coeficientes de arrastre de partículas sedimentarias para valores extremos del número de Reynolds, Cheng (1997)

Autor	$C_D$ (bajos Re)	$C_D$ (altos Re)
Sha (1956)	32/Re	1.0
Concharov (1962)	32/Re	1.2
Zhang (1989)	34/Re	1.2
Van Rijn (1989)	24/Re	1.1
Raudkivi (1990)	32/Re	1.2
Zhu y Cheng (1993)	32/Re	1.2

Para la condición de números de Re elevados ( $1000 - 10^5$ ), el  $C_D$  para esferas tiene un valor promedio igual a 0.4. Para partículas naturales, el  $C_D$  está entre 1.0 a 1.2, tal como muestra la tabla 1.

Como la ecuación de Stokes está limitada a  $Re \leq 1$ , los esfuerzos se han canalizado a desarrollar un método para ampliar la ecuación (4) con lo cual se pueda tomar un rango de valores más amplio del número de Re. Algunas correlaciones empíricas para determinar la velocidad de caída de partículas individuales pueden encontrarse en la literatura, por ejemplo Oseen (1927), Sha (1956), Zanke (1977) y Raudkivi (1990).

A la luz de todos estos resultados, la siguiente relación entre el  $C_D$  y el número de Re, se asume que para partículas sedimentarias naturales:

$$C_D = \left[ \left( \frac{A}{Re} \right)^{1/m} + B^{1/m} \right]^m \quad (5)$$

en donde A y B son constantes y m es un exponente. La ecuación (5) satisface simultáneamente las dos condiciones extremas, es decir, para Re bajos y altos. Tal y como puede apreciarse en (5), el  $C_D$  es inversamente proporcional al Re con valores pequeños y se convierte en una constante para elevados números de Re. De acuerdo a la tabla 1, A puede tomar un valor de 32 y B igual a 1 para la mayoría de las investigaciones.

Como la relación entre el  $C_D$  y el  $Re$  para valores extremos del número de Reynolds no se ve afectada sensiblemente por  $m$  en (5); este exponente puede ser estimado mediante el ajuste de la misma ecuación con resultados experimentales para valores intermedios en el rango del número de  $Re$ , esto es,  $1 < Re < 1000$ . Basado en datos experimentales de Concharov (Ibad – Zade 1992), Zegzda (1934), Arkhangel'skii (1935), y Sarkisyan (1958) para partículas de arena de cuarzo, el valor promedio de  $m$  fue de 1.5. Por tanto, con los valores anteriores propuestos para  $A$ ,  $B$  y  $m$ , la ecuación (5) puede ser reescrita como:

$$C_D = \left[ \left( \frac{32}{Re} \right)^{1/1.5} + 1 \right]^{1.5} \quad (6)$$

La ecuación anterior es la relación general entre el  $C_D$  y el número de  $Re$  para partículas sedimentarias naturales.

Utilizando un parámetro adimensional  $d_*$  definido como:

$$d_* = \left( \frac{\Delta g}{\nu^2} \right)^{1/3} d \quad (7)$$

Al hacer simultaneo (7) y (3), resulta:

$$C_D = \frac{4}{3} \frac{d_*^3}{Re^2} \quad (8)$$

Sustituyendo (8) en (6), se obtiene la ecuación (9), que puede ser utilizada para evaluar la velocidad de caída de partículas naturales, específicamente arenas.

$$\frac{W_f d}{\nu} = \left( \sqrt{25 + 1.2 d_*^2} - 5 \right)^{1.5} \quad (9)$$

### 2.1.2.- Ahrens (2000)

Durante varias décadas el estudio de la velocidad de caída de sedimentos costeros como parámetro para caracterizar a los mismos ha venido creciendo de manera importante. La ecuación desarrollada por el autor fue con la intención de contar con una expresión que fuera aplicable a un amplio rango de condiciones. Tal expresión fue calibrada para arenas de cuarzo en las dos condiciones extremas del número de  $Re$ , considerando la variación de la viscosidad cinemática, tanto para agua salada como para agua potable.

El desarrollo que hizo Ahrens para determinar su expresión de velocidad de caída fue la siguiente: partiendo de las sugerencias hechas por Hallermeier (1981), le fue posible proponer la siguiente igualdad:



$$Re = CLA + CT\sqrt{A} \quad (10)$$

donde:

A = índice de flotación de Arquímedes

CL y CT = coeficientes que dependen de A

El número de Reynolds está determinado por medio de la expresión (11), mientras que el índice de flotación de Arquímedes se define en (12):

$$Re = \frac{W_f d}{\nu} \quad (11)$$

$$A = \frac{\Delta g d^3}{\nu^2} \quad (12)$$

donde:

$W_f$  = velocidad de caída

d = diámetro de la partícula

$\nu$  = viscosidad cinemática del fluido

Resolviendo la ecuación (10) para la velocidad de caída:

$$W_f = \frac{CL \Delta g d^2}{\nu} + CT\sqrt{\Delta g d} \quad (13)$$

El primer término de la ecuación (13) está asociado al régimen de flujo laminar y el segundo al régimen de flujo turbulento. Los coeficientes CL y CT fueron determinados por error y ensayo para minimizar el error y comparando con los resultados experimentales de Hallermeier (1981) para el rango de valores de arenas de cuarzo,  $1.58 \leq \Delta \leq 1.67$ . Las siguientes relaciones fueron desarrolladas para determinar los coeficientes anteriores:

$$CL = 0.055 \tanh[12A^{-0.59} e^{-0.0004A}] \quad (14)$$

$$CT = 1.06 \tanh[0.016A^{0.50} e^{(-120/A)}] \quad (15)$$

Observaciones hechas a la ecuación de Ahrens.

- La ecuación de Ahrens está calibrada para arenas de cuarzo. Las arenas de la península de Yucatán son calcáreas (de roca caliza).
- Ahrens calcula la viscosidad cinemática del fluido de la siguiente manera:

$$\nu \text{ (cm}^2 \text{ / s)} = c_0 + c_1 F + c_2 F^2 \quad (16)$$

donde:

F = temperatura, en °C, para el rango de  $0^\circ \leq F \leq 30^\circ$

$c_0 = 0.0178$  (agua potable)

$$c_0 = 0.0182 \text{ (agua salada)}$$

$$c_1 = -0.000529$$

$$c_2 = 0.0000069$$

O también se puede obtener los valores de  $\nu$  de la siguiente tabla:

Tabla 2 Valores observados y calculados de la viscosidad cinemática, Ahrens (2000)

Temperatura °C	$\nu$ observada (agua potable) cm <sup>2</sup> /s	$\nu$ calculada (agua potable) cm <sup>2</sup> /s	$\nu$ observada (agua salada) cm <sup>2</sup> /s	$\nu$ calculada (agua salada) cm <sup>2</sup> /s
0	0.0179	0.0178	0.0183	0.0182
5	0.0152	0.0153	0.0156	0.0157
10	0.0131	0.0132	0.0135	0.0136
15	0.0114	0.0114	0.0119	0.0118
20	0.0100	0.0100	0.0105	0.0104
25	0.0089	0.0089	0.0094	0.0093
30	0.0080	0.0081	0.0085	0.0085

- c) Ahrens desarrolló la fórmula en cuestión con la finalidad de tener una ecuación continua en todo el rango para A, lo que no sucede con Hallermeier.

### 2.1.3.- Jiménez – Madsen (2003)

La fórmula que presentan los autores es una expresión para calcular la velocidad de caída para partículas con tamaños que oscilan entre 0.063 a 1 mm de diámetro. La ecuación ha sido desarrollada apoyándose en los trabajos previos de Dietrich (1982), la cual predice una velocidad de caída adimensional  $W_*$  como función de un parámetro igualmente adimensional fluido – sedimento ( $S_*$ ); el trabajo de Jiménez – Madsen recomienda utilizar la fórmula con un factor de forma de 0.7 y una redondez de 3.5 para partículas naturales.

El procedimiento desarrollado por los autores fue el siguiente: la velocidad de caída ( $W_f$ ) de una esfera en reposo puede ser estimada al considerar el equilibrio entre el peso efectivo y la fuerza de arrastre, tal y como se muestra en la ecuación (16).

$$\Delta\rho g d^3 \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \rho C_D \frac{\pi}{4} d^2 W_f^2 \quad (16)$$

Reacomodando (16), la velocidad de caída puede quedar como función de una velocidad de caída adimensional (17), en donde  $C_D$  es función del número de Reynolds (18):

$$W_* = \frac{W_f}{\sqrt{\Delta\rho g d}} = \sqrt{\frac{4}{3C_D}} \quad (17)$$

$$Re = \frac{W_f d}{\nu} = 4W_* S_* \quad (18)$$

donde  $S_*$  es el parámetro fluido – sedimento introducido por Madsen y Grant (1976), dado por:

$$S_* = \frac{d}{4\nu} (\sqrt{\Delta g d}) \quad (19)$$

La ley de Stokes es válida para valores pequeños del número de  $Re$  ( $Re < 1$ ), y  $C_D$  es igual a  $24/Re$ ; considerando  $C_D \cong \text{constante} \cong 0.4$  para  $10^3 \leq Re \leq Re_{\text{crit}} \cong 3 \times 10^5$  (Schlichting 1960). Tomando en cuenta lo anterior en (17) y (18) conduce a limitar valores para la  $W_*$  de partículas esféricas:

$$W_* = \begin{cases} \frac{S_*}{4.5} & S_* < 1 \\ 1.83 & 150 < S_* < 4 \times 10^4 \end{cases} \quad (20)$$

En el contexto de esferas de cuarzo en agua, los límites dados por (20) corresponden a diámetros  $d < 0.1$  mm ( $S_* < 1$ ) y para  $3$  mm  $< d < 12$  cm. Lo anterior corresponde a un amplio rango de transición de  $S_*$  ( $1 < S_* < 150$ ), por lo cual no es sencilla la solución analítica. Como ejemplo, Dietrich (1982) desarrolló una expresión para calcular la velocidad de caída de esferas para un amplio rango de valores del número de  $Re$  (equivalente a  $S_*$ ) ajustando tal expresión a un polinomio de cuarto grado con sus datos experimentales (252 resultados).

Siguiendo el comportamiento de (20), los autores adoptaron una expresión general para la  $W_f$  de partículas sedimentarias:

$$\frac{1}{W_*} = A + \frac{B}{S_*} \quad (21)$$

en donde  $A$  y  $B$  son constantes que pueden ser determinadas ajustando (21) a los datos experimentales de Jiménez - Madsen para asegurar estar dentro del rango de valores de  $S_*$ . Es posible obtener una expresión de  $C_D$  en términos de  $Re$  utilizando (21), además de expresar a  $W_*$  en términos de  $C_D$  empleando (17), y  $S_*$  en términos de  $Re$  usando (18):

$$C_D = \frac{1}{3} \left( A + \sqrt{A^2 + \frac{16B}{Re}} \right)^2 \quad (22)$$

Resumiendo, para calcular la  $W_f$  de partículas con densidad  $\rho_s$  y diámetro nominal  $d_N$ , en un fluido en reposo con densidad  $\rho$  y viscosidad cinemática  $\nu$ , Jiménez – Madsen desarrollaron una expresión ajustando de un mejor manera la fórmula de Dietrich (1982) y que se muestra en (23), donde  $S_*$  se define en (24):

$$W_* = \frac{W_f}{\sqrt{\Delta g d_N}} = \left( A + \frac{B}{S_*} \right)^{-1} \quad (23)$$

$$S_* = \frac{d_N}{4\nu} (\sqrt{\Delta g d_N}) \quad (24)$$

En varias aplicaciones, el diámetro del tamiz es utilizado para caracterizar el sedimento de arenas de cuarzo ( $d_s$ ). Para tales aplicaciones,  $d_N = d_s/0.9$  con  $A = 0.954$  y  $B = 5.12$ , que corresponde a un  $CSF = 0.7$  y  $P = 3.5$ . Al considerar esto, la ecuación (23) queda como se muestra en (25) y que es la empleada en esta tesis para el cálculo de la velocidad de caída teórica de este autor:

$$W_f = \left( 0.954 + \frac{5.12}{S_*} \right)^{-1} \sqrt{\Delta g d_N} \quad (25)$$

#### 2.1.4.- Camenen (2007)

La presente fórmula toma en cuenta de manera importante la forma y redondez de las partículas. Las relaciones que forman parte en el cálculo de la velocidad de caída son resultado de considerar varios tamaños, formas, redondeces y densidades de partículas; la fórmula, por tanto, podría ser aplicada a cualquier partícula.

Para partículas individuales, la velocidad de caída puede ser determinada como se ha mencionado en los apartados anteriores, es decir, con la solución de Stokes (1851) para  $Re \leq 1$ . Por otra parte, para  $Re > 10^5$ , el coeficiente de arrastre se comporta como una constante (Dallavalle 1948, Schlichting 1979). La mayoría de las fórmulas empíricas (Julien 1995; Soulsby 1997; Cheng 1997; Ahrens 2000; Guo 2002) están basadas para estas condiciones extremas del número de Reynolds. Además, tales fórmulas son solo función de un diámetro nominal medio y no toman en cuenta el efecto de manera directa de la forma y la redondez de las partículas. De esta manera el objetivo del autor fue el de proporcionar una fórmula general y simple para cualquier tamaño de grano considerando dos factores: el CSF (factor de forma de Corey) y P (redondez).

El desarrollo de su fórmula empírica toma como base a Cheng (1997), expresando la velocidad de caída como sigue:

$$W_f = \frac{\nu}{d} Re = \frac{\nu}{d} \left[ \sqrt{\frac{1}{4} \left( \frac{A}{B} \right)^{2/m} + \left( \frac{4}{3} \frac{d_*^3}{B} \right)^{1/m}} - \frac{1}{2} \left( \frac{A}{B} \right)^{1/m} \right]^m \quad (26)$$

donde los coeficientes A, B y m varían acorde al material que se trate y a los autores (ver tabla 3).

Tabla 3 Coeficientes A, B y m involucradas en la ecuación (26), Camenen (2007)

<i>Autor</i>	<i>Material</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>m</i>
<b>Dallavalle (1948)</b>	Partículas esféricas	24.00	0.40	2.00
<b>Julien (1995)</b>	Arenas naturales	24.00	1.50	1.00
<b>Soulsby (1997)</b>	Arenas naturales	26.40	1.27	1.00
<b>Cheng (1997)</b>	Arenas naturales	32.00	1.00	1.50

Además de Cheng (1997), el autor toma como referencia otras expresiones empíricas:

*Ahrens (2000)*

$$Re = CL A + CT \sqrt{A} \quad (27)$$

*Guo (2002)*

$$Re = \frac{d_*^3}{24 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) d_*^{3/2}} \quad (28)$$

Para partículas esféricas, Guo propuso una fórmula similar con factores de  $18$  y  $1/\sqrt{3}$  en vez de  $24$  y  $\sqrt{3}/2$ , respectivamente.

*Jiménez – Madsen (2003)*

$$Re = \frac{\sqrt{A}}{C_1 + \frac{C_2}{\sqrt{A}}} \quad (29)$$

donde:

A = índice de flotación de Arquímedes

CL = coeficiente para régimen laminar

CT = coeficiente para régimen turbulento

$C_1 = A$

$C_2 = 4B$ , (A y B son los coeficientes propios de Jiménez y Madsen)

Algunas otras relaciones fueron propuestas pero a menudo corresponden a un conjunto de ecuaciones que dependen del régimen del flujo. Y en algunos casos, ellas no son aplicables a todo el rango de valores (ver comparaciones en Cheng (1997); Jiménez – Madsen (2003); entre otras) que pueden inducir problemas numéricos.

El factor de forma de las partículas generalmente es cuantificado por el factor de Corey (1949), el cual está definido por  $CSF = \frac{c}{(ab)^{0.5}}$ , donde a, b y c son los ejes largo, intermedio y corto de una partícula con forma de elipsoide, respectivamente.

Entre más cercano a cero sea el CSF, más plana será la partícula o tenderá a una forma muy alargada y, por el contrario, entre más cercano a 1, la partícula se asemejará a una esfera. Dietrich (1982) realizó un estudio exhaustivo en torno a esto, mostrándose en la figura 1 tal esfuerzo.

Otro factor importante a considerar es la redondez ( $P$ ), que es usualmente considerada para analizar la forma natural esférica y aplanada de las partículas. Desde un punto de vista práctico,  $P$  puede ser estimada utilizando la escala de Briggs *et al.* (1962), variando de 0 (perfectamente angular) a 6 (perfectamente redondeada), en donde valores usuales de  $P = 2.0$  para granos aplanados y  $P = 3.5$  para arenas naturales.

En la figura 2, el  $Re$  está basado en las relaciones de Dietrich (1982) contra el  $d_*$  para partículas elípticas. Esto parece que  $P$  también afecta la velocidad de caída, afectándola sobremanera para  $Re$  altos. De las observaciones de Dietrich,  $P$  afecta más a partículas esféricas que a partículas elípticas.

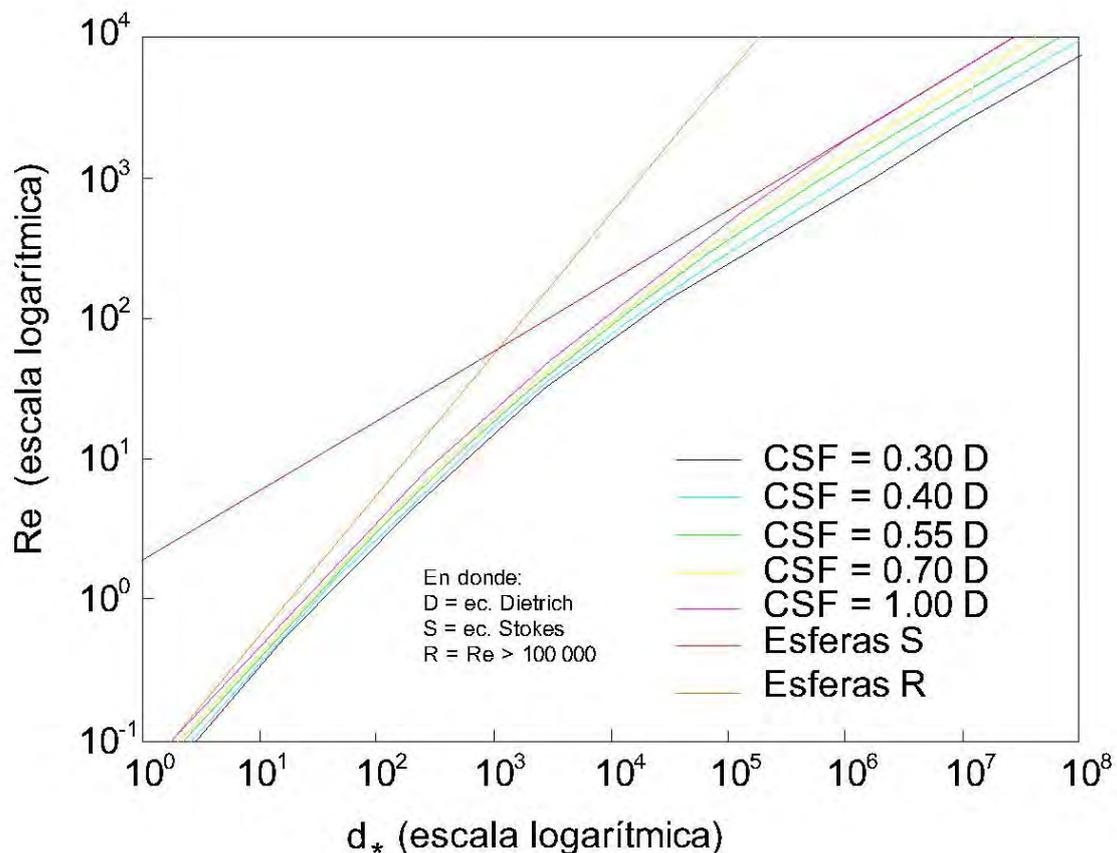


Figura 1 Número de Reynolds como funciones del parámetro adimensional de la partícula  $d_*$  y el factor de Corey CSF acordes a la ecuación propuesta por Dietrich, Camenen (2007)

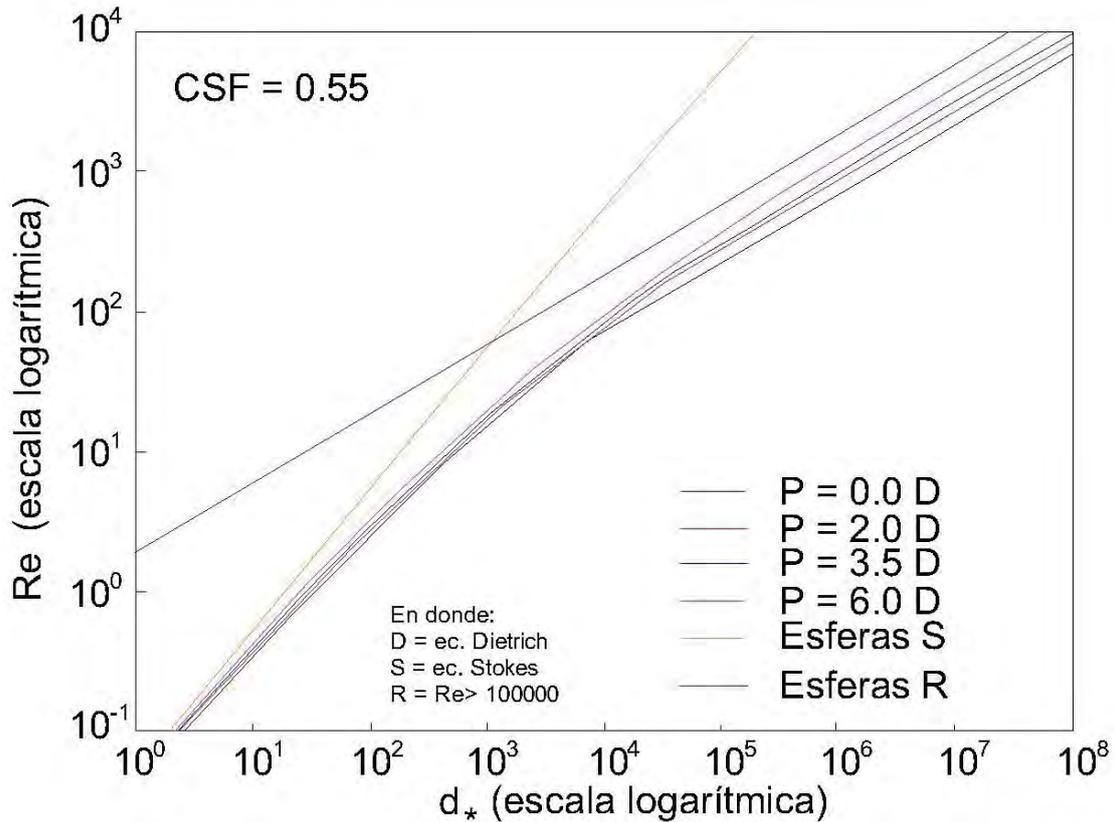


Figura 2 Número de Reynolds como función de  $d_*$  y de la redondez, acorde a la expresión empírica propuesta por Dietrich para partículas elípticas, Camenen (2007)

Utilizando los resultados de Dietrich, es posible calibrar las variables  $A$ ,  $B$  y  $m$  de la ecuación (26) como funciones del CSF y de  $P$  empleando funciones sinusoidales simples. Tales calibraciones fueron hechas con el conjunto de datos experimentales obtenidas en el trabajo de Dietrich. A continuación se presentan las relaciones que participan en el cálculo de la velocidad de caída, así como las curvas que les dieron origen.

$$\begin{aligned}
 A &= a_1 + a_2 \left[ 1 - \text{sen} \left( \frac{\pi}{2} CSF \right) \right]^{a_3} \\
 B &= b_1 + b_2 \left[ 1 - \text{sen} \left( \frac{\pi}{2} CSF \right) \right]^{b_3} \\
 m &= m_1 \text{sen}^{m_2} \left( \frac{\pi}{2} CSF \right)
 \end{aligned} \tag{30}$$

donde:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 24; \quad b_1 = 0.39 + 0.22(6 - P); \quad m_1 = 1.2 + 0.12P \\
 a_2 &= 100; \quad b_2 = 20; \quad m_2 = 0.47 \\
 a_3 &= 2.1 + 0.06P; \quad b_3 = 1.75 + 0.35P
 \end{aligned} \tag{31}$$

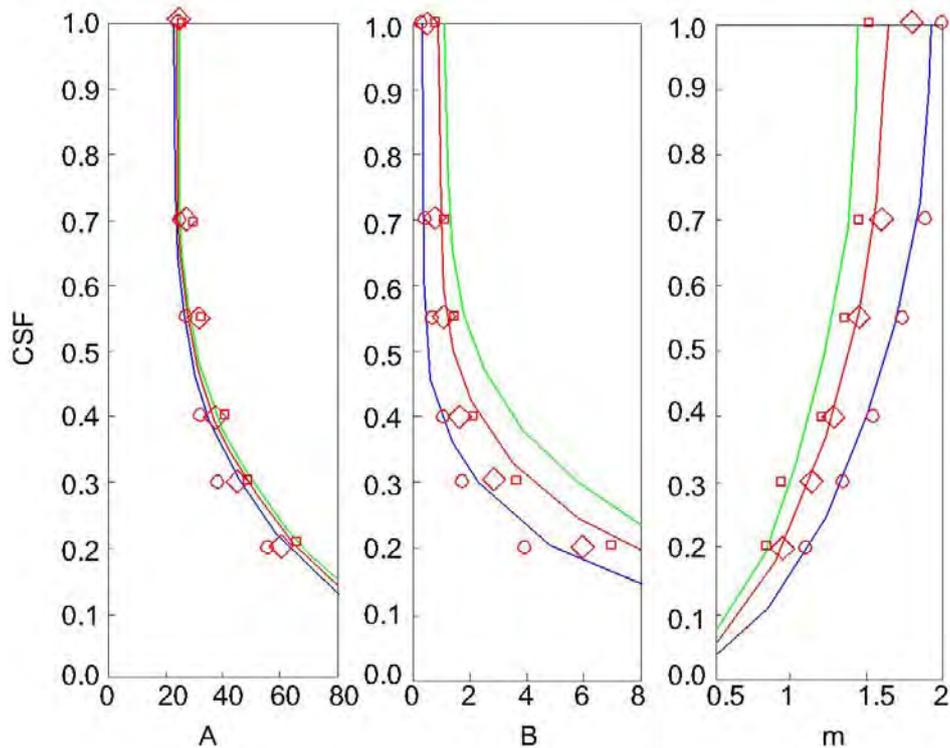


Figura 3 Calibración de los coeficientes A, B y m como funciones del CSF y P utilizando los resultados de Dietrich (1982), representados con círculos para un  $P = 6$ , diamantes para un  $P = 3.5$  y cuadrados para un  $P = 2$ . La ecuación (30) está representada por las tres líneas que se muestran, para la línea azul corresponde un  $P = 6.0$ , para la línea de roja un  $P = 3.5$  y para la línea verde un  $P = 2.0$

Por último, cabe señalar que para esferas ( $CSF = 1$  y  $P = 6$ ), A, B y m de (30) se reducen a valores propuestos por Dallavalle (1948). Asumiendo una arena típica ( $CSF = 0.7$  y  $P = 3.5$ ), los coeficientes antes mencionados se reducen a coeficientes dados por Cheng, excepto para A, cuyo valor sería 32.

### 3.- OBJETIVO

Como parte de la caracterización que se está realizando en la línea de costa de la península de Yucatán, la velocidad de caída del material que forma parte de las playas de tal región resulta indispensable. Por tal motivo, el objetivo de esta tesis es determinar la o las formulaciones empíricas que puede utilizarse para llevar a cabo la caracterización de la velocidad de caída en la línea costera de la península de Yucatán.

De esta manera, al contar con expresiones que representen la realidad de la velocidad de caída de la mejor manera posible, se tendrá una mejor precisión de los resultados, lo cual inducirá menores errores en la estimación de las tasas de transporte de sedimentos.

Con la determinación de las expresiones que mejor reproduzcan el comportamiento mecánico de las arenas, se estará en la posibilidad de categorizar a la región en estudio tanto por estado de la República Mexicana ( por el momento



Quintana Roo, Yucatán y Campeche), como por zona del perfil de playa (zona backshore, foreshore y offshore).

#### **4.- METODOLOGÍA**

La metodología que se llevó a cabo y tomando en cuenta la instrumentación empleada conllevaron a un modelo de medición sencillo, y aún cuando su naturaleza es simple, se cuidó que los resultados que se obtuvieran llevaran consigo un error mínimo inherente debido a la participación del ser humano y de las posibles imperfecciones que tuviera la instrumentación empleada.

Como se verá más adelante, la metodología empleada resulta conveniente para su uso, consolidándose de esta manera un método de trabajo para determinar este parámetro que, como se pudo apreciar en el estado del arte, resulta indispensable tener a la mano su valor numérico, el cual se ve involucrado en muchas aplicaciones.

#### **5.- ORGANIZACIÓN DE LA TESIS**

La presente tesis fue desarrollada de tal manera que se hace un recorrido por un marco teórico, en el cual se encuentran inmersos las fuerzas y procesos presentes en el ambiente costero, haciendo sentir lo anterior específicamente en el perfil de playa, para que de esta manera se esté aterrizando en uno de los parámetros que participa activamente en esta dinámica, que es la velocidad de caída del material en cuestión.

Siguiendo esta línea, se hace una revisión de los elementos integrados en el cálculo de la velocidad de caída, y al mismo tiempo tales elementos forman parte de la caracterización que se está realizando en las playas mexicanas, en particular de las playas de la península de Yucatán.

En una tercera parte o sección del presente trabajo, se describe la metodología empleada así como el modelo que se utilizó, con lo cual se pudo obtener las mediciones suficientes y necesarias para el cálculo de la velocidad de caída.

En un cuarto apartado se realizó el análisis de las mediciones hechas en el laboratorio, resultando a partir de ello las ecuaciones de velocidad de caída de mejor comportamiento o de mejor ajuste a los datos experimentales, permitiendo de esta manera una zonificación de la península de Yucatán por ecuación.

Finalmente, en una última sección que conforma el presente estudio, se abordan las conclusiones derivadas de este análisis, presentando de manera breve la interpretación de los resultados obtenidos, además de confirmar una metodología de laboratorio que resulta práctica para su aplicación, y adicionalmente tener a la mano resultados experimentales que avalen la aplicación de expresiones que permitan obtener este parámetro tan importante.

## SECCIÓN I.- MARCO TEÓRICO

Los fenómenos que tienen lugar en la interfaz entre el mar y la tierra al mismo tiempo son de naturaleza compleja, lo cual ha motivado la realización de estudios para poder explicar su dinámica. En buena medida, la principal motivación se debe a la gran concentración de poblaciones que se asientan a lo largo de la línea de costa. Uno de los principales objetivos de estas investigaciones es proveer soluciones a problemas reales que se presentan en esta zona (costa). Los esfuerzos se canalizan principalmente a la evaluación del transporte de sedimento (erosión y acumulación de material), pues es el factor más sobresaliente que hace notar sus efectos en la línea de costa. Dicho lo anterior, no se debe olvidar que existen otros temas de importancia similar, como puede ser el estudio de la calidad del agua y el sedimento, el estudio del ecosistema visto a un nivel más general que el tópico anterior, por mencionar algunos. Para abordar cualquiera de estos temas, la selección de las escalas temporal y espacial es un elemento que se utiliza para decidir sobre qué se van a canalizar los esfuerzos de investigación. En la escala espacial, el estudio puede considerar desde el análisis de la interacción de partículas de material, hasta una amplia extensión de terreno de cientos de kilómetros. En la escala temporal puede haber una variación parecida a la escala espacial, que puede ser, por ejemplo, desde el transporte de sedimento generado al paso de una ola (segundos), la incidencia de una tormenta (horas) y hasta la evolución climática a escala mundial (cientos o miles de años).

En el presente trabajo y haciendo uso de este criterio, se puede decir que el mismo cae, a nivel espacial, en el estudio de interacción de partículas que conforman la playa; mientras que, la velocidad de caída puede utilizarse como un elemento más que participa utilizando cualquier escala temporal, esto es, los resultados de la velocidad de caída pueden manejarse desde segundos hasta años.

Entonces, el transporte de sedimento, en el cual la velocidad de caída es un parámetro que participa, entendiéndose al transporte como la erosión, el desplazamiento de material de un lugar a otro y la sedimentación, a donde finalmente se enfoca este esfuerzo realizado.

Como se explicará más adelante, la velocidad de caída está íntimamente ligada con la forma de la partícula y de su densidad, principalmente. Por supuesto, no se dejará de lado otros factores como son las propiedades del agua; sin embargo, la experiencia en este trabajo deja en claro que la velocidad de caída en arenas costeras estará condicionada por las dos características del sedimento ya antes mencionadas.

### I.1.- PLAYA

Existen varias definiciones sobre playa y es debido a que la playa puede verse desde distintos puntos de vista. A continuación se presentan algunos enfoques sobre esto:

*Desde un punto de vista geográfico, una playa es un accidente geográfico formado por la acumulación de sedimento no consolidado por el efecto de la dinámica marina que predomine en el sitio. Factores como las mareas, el oleaje, las corrientes y los ciclones son los responsables de la fisonomía que adquiera la playa. Generalmente el material que conforma a la playa son arenas, aunque en algunos casos el material pueden ser gravas, pudiendo existir ambos sobre un mismo banco de sedimentos, como se muestra en la figura I.1, esto es posible debido a que en unos cuantos metros el tipo de rompiente puede cambiar con lo cual se genera tal variación. Como consecuencia de lo anterior, la playa se convierte en un accidente geográfico dinámico que se encuentra en constante cambio.*



Figura I.1.- Gravas y arenas en un mismo banco de material



Figura I.2.- Playa en un río

Desde un punto de vista de uso, la playa son los diferentes sitios planos, anchos y libres de obstáculos que se destinan a un uso específico; por ejemplo, turismo, comercio o extracción de materiales, entre otros.

Desde un punto de vista etimológico, la playa proviene del latín *plagia* que significa la ribera del mar, un río, laguna o algún otro cuerpo de agua de importantes dimensiones.

Aún cuando hay más definiciones sobre este tema, la playa se definirá en esta tesis de la siguiente manera:

La *playa* se puede definir como el conjunto de partículas no consolidadas en donde interactúan las fuerzas del mar y de la tierra. Para complementar esta definición, la playa se extiende desde la línea de bajamar y hasta un cambio notable fisiográfico como puede ser la capa vegetal permanente, un acantilado, etc. Aunque en esta zona se tiene al viento como principal fuerza responsable de la formación de dunas, la mayor parte de los fenómenos se llevan a cabo en la zona sumergida (erosión y azolvamiento de material), por lo que podemos usar otro término que abarque ambos ambientes (seco y sumergido) que es el de *litoral*.

Por último, de forma general, la *costa* es todo lo comprendido en la definición de litoral más los sistemas o zonas tierra adentro como lagunas litorales y sistemas que se forman entre el mar y tierra firme como son las flechas litorales. Sin embargo, es usual considerar litoral y playa como sinónimo y aunque no lo es, en este trabajo se considerará el término de playa como sinónimo de litoral.

### **I.1.1-Perfil de una playa.**

Las partes en que está enmarcado un perfil de playa y como se manejará en esta tesis es de la siguiente manera:

- *Backshore*: también conocida como berma o simplemente zona seca de la playa, esta parte del perfil comprende desde el cambio fisiográfico notable y hasta la línea imaginaria de altamar.
- *Foreshore*: esta parte del perfil comprende desde la línea de pleamar y hasta la línea de bajamar. Como puede notarse, esta parte del perfil corresponde exactamente a la zona de lavado o swash zone.
- *Inshore*: esta parte comprende desde la línea de bajamar y hasta la zona donde las olas empiezan a ser inestables.

Las partes foreshore e inshore forman parte de lo que se conoce como *nearshore* o playa cercana; a partir del nearshore y hacia mar adentro, es lo que se conoce como *offshore* o playa lejana, no encontrando límite alguno hacia mar adentro.

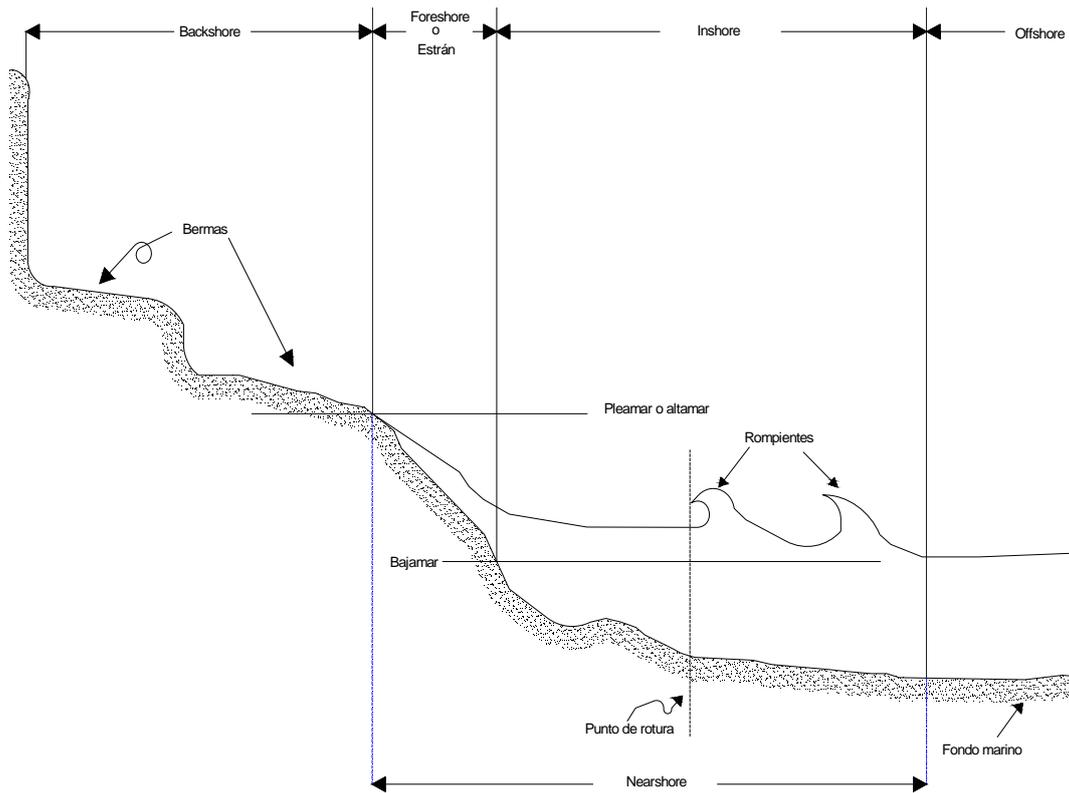


Figura I.3 Zonas del perfil de una playa

El perfil que tome la playa estará condicionado por la energía que le sea suministrada, así como por las propiedades que posea el sedimento. Con esto se puede inferir que, si el oleaje trae consigo demasiada energía, se tendrán playas con sedimento muy grande y por el contrario, si el oleaje proporciona poca energía a la playa, ésta poseerá sedimento pequeño y viceversa, dependiendo del tamaño de las partículas que haya en la playa, se podrá inferir de manera primera el tipo de oleaje que esté presente en la zona o región.

Por otra parte y aunado a lo anterior, la variabilidad temporal del sedimento es función de su tamaño y de su localización dentro del perfil de playa. Con ello, se tendrán elementos desde la formación de pequeños ripples ocasionados por el paso de una ola, hasta la formación de sistemas de gran tamaño como puede ser una flecha litoral.

## I.2.- DINÁMICA MARINA

En esta apartado se hará una descripción general de la dinámica marina de la península de Yucatán.

### I.2.1.- Oleaje.

El oleaje son ondas de agua que se forman en la superficie del mar. El proceso para que se formen estas olas consiste en la acción del viento sobre la superficie del agua y la resistencia que presenta la misma, formando olas forzadas. Precisamente la



caída de estas olas sobre el agua genera ondulaciones y es lo que a simple vista se le conoce como oleaje.

El principal proceso que actúa en las playas es el oleaje y responsable en gran medida de los elementos morfológicos que existan en la línea de costa. Este proceso se presenta de la siguiente manera: las olas que llegan de la zona offshore suelen ser caóticas y generalmente poseen distintas velocidades, pero después de viajar determinada distancia los movimientos ondulatorios se anulan o refuerzan originando trenes de ondas definidos que se propagan a grandes distancias con una longitud de onda ( $L$ ) y periodo ( $T$ ) definidos. Esta generación de oleaje consistente requiere una cierta extensión de agua sobre la cual pueda tener acción el viento. A dicha extensión de agua se le conoce como fetch (arrastre). El movimiento circular ocasionado por el paso del oleaje (ver figura I.4) en un punto dado decrece hacia abajo hasta anularse poco antes de tocar el fondo marino (como regla empírica, este movimiento se anula a una distancia de la superficie igual a la mitad de la longitud de onda, dejando la posibilidad de que esta distancia pueda ser un poco mayor o menor de este valor). Este movimiento está presente solo en aguas profundas. Conforme la profundidad decrece y a medida que las olas se acercan a la línea de costa, llega un momento en que este movimiento circular deja de serlo, modificándose a una trayectoria elíptica. En consecuencia, las trayectorias se van deformando progresivamente hasta llegar a un movimiento de vaivén sobre el fondo marino. De lo anterior se desprende lo siguiente: a) el levantamiento de la onda en la superficie y b) el frenado de la ola de contacto con el fondo marino con respecto al resto de las olas que se mueven con una velocidad mayor. Con esta sobre elevación y el frenado, se logra el desequilibrio de la ola, siendo visible el colapso de ésta. Donde ocurre esto, es en la zona de disipación o surf zone, en ella y como consecuencia de las olas rompiendo, se suspende el sedimento más fino que no es capaz de soportar los impactos constantes de las olas, el cual es arrastrado mar adentro. Hacia tierra y después de las rompientes las masas de agua que quedan posterior a la rotura de las olas se mueven hacia tierra llevando consigo material en suspensión. Esto es posible gracias a la modificación que sufren las trayectorias de las velocidades orbitales. Dicho lo anterior, se genera un transporte hacia tierra el cual se le conoce como “deriva de Stokes”. Este transporte es compensado por otro que proviene de la línea de costa el cual suele manifestarse en forma de chorro de agua de algunos metros de extensión y unos cuantos minutos de duración. A este flujo se le suele llamar “corriente de retorno”.

La masa de agua que llega a atravesar esta zona de disipación, entra en la zona de lavado o swash zone, la cual se extiende pendiente arriba en una película delgada hasta que finalmente agota su energía cinética, deteniéndose y depositando el sedimento que consigo llevaba. Entonces vuelve hacia mar adentro adquiriendo velocidad progresivamente y con ello arrastrando material del perfil de playa hasta que choca con olas que provienen de mar adentro, deteniéndose súbitamente y con lo cual dicha masa de agua pierde su capacidad de transporte, depositando el material en esta parte del perfil de playa. Es aquí donde se encuentra el sedimento de mayor tamaño pues es ésta zona donde hay un intercambio considerable de energía.

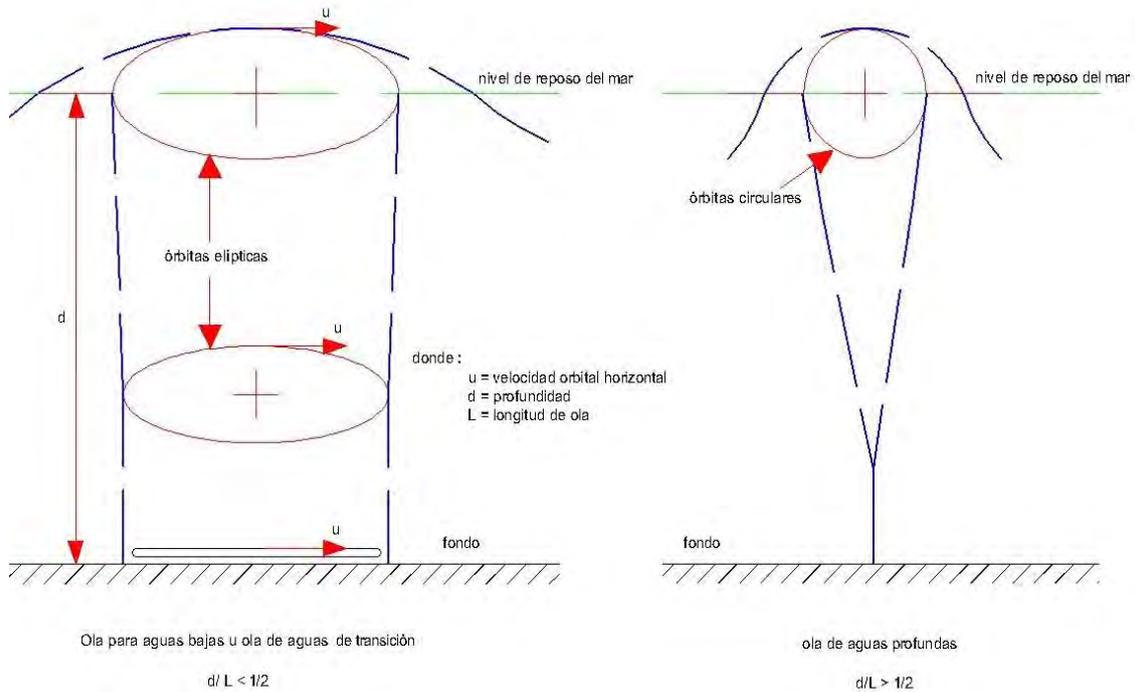


Figura I.4 Trayectorias orbitales de las partículas de agua en una onda (Macdonel *et al.*, 1999)

En resumen, el oleaje al propagarse sobre la superficie del mar, va sufriendo cambios por el efecto de someramiento o fondo, o porque encuentra obstáculos como puede ser una barrera de arrecifes, etc, lo que origina zonas de desarrollo del oleaje. A continuación se presentan dichas zonas y se enuncian sus definiciones:

- *Swash zone o zona de lavado*: es la zona comprendida desde la línea imaginaria de pleamar y hasta la línea imaginaria de bajamar. Es donde el agua cubre de manera alternada esta parte de la playa.
- *Surf zone o zona de disipación*: es la zona comprendida desde donde se las olas rompen por primera vez y hasta la línea imaginaria de bajamar. Esta zona se caracteriza por presentar una superficie espumosa y con olas rompiendo sobre su superficie.
- *Breaker zone o zona de rompientes*: es la zona comprendida desde donde las olas se vuelven inestables y hasta donde definitivamente empiezan a romper.

Las variaciones que puede haber de estas zonas de un lugar a otro ocasionará que se tengan playas con pendientes muy fuertes en algunos sitios y en otros lugares se tengan playas con pendientes muy tendidas, como es el caso de las playas mexicanas que, por ejemplo, en la costa del Pacífico mexicano las playas son de pendiente muy fuerte, se tienen acantilados y montañas muy cercanas al mar; en cambio, en la costa del Golfo de México, las playas son más tendidas y difícilmente se encuentren acantilados (incluyendo la península de Yucatán).



Figura 1.5 La Quebrada, Acapulco México. Ejemplo de playa con un perfil que posee una pendiente muy pronunciada



Figura 1.6 Distintas playas a lo largo de la línea de costa del Golfo de México

### I.2.2.- Corrientes marinas

En primera instancia, las corrientes son desplazamientos de masas del mar provocadas por la presencia de mareas distintas en dos sitios (diferencia en niveles), por diferencia de densidades o temperaturas. El viento puede producir también corrientes, sin embargo estas son superficiales generalmente (Macdonel *et al*, 1999).

En la superficie del océano siempre hay un movimiento constante y dinámico característico. Como en el oleaje, las corrientes reciben la influencia de los vientos, los cuales están sujetos por los efectos del Sol. Las corrientes marinas llevan consigo grandes cantidades de agua y energía a los lugares que se desplazan, condicionando entonces la distribución de temperatura y salinidad del océano. Es, pues, la corriente marina un movimiento de traslación continuo y permanente de una masa de agua determinada de los océanos.

Básicamente las corrientes marinas son de dos tipos: de superficie o de profundidad; las primeras son más cálidas y poseen una menor salinidad respecto de las segundas. La interacción entre ambas corrientes es la siguiente: las aguas más frías

o con mayor salinidad son más densas y por lo tanto tienden a hundirse; en cambio, las aguas más cálidas o con menor salinidad presentan un movimiento ascendente. Lo anterior genera un movimiento vertical de masas de agua acompañado por movimientos horizontales, esto por el simple hecho de reemplazar el agua desplazada.

La dirección en la cual se muevan las corrientes tanto superficiales como profundas se deberá por las influencias eólicas (corrientes superficiales), por los gradientes de presión, salinidad y temperatura, repercutiendo en la densidad, y por la fuerza de Coriolis (fuerza desviadora de la rotación de la Tierra). La fuerza de Coriolis es algo que merece una explicación si bien no extensa, si lo suficiente, ya que es un factor influyente tanto para corrientes marinas como para vientos.

### 1.2.2.1.- Fuerza de Coriolis

La fuerza de Coriolis influye en todos los fenómenos de traslación que se realizan sobre la superficie de la Tierra. Básicamente la fuerza de Coriolis provoca que algún objeto que se desplace en un sistema de referencia no inercial (rotatorio), desvíe su trayectoria inicial. Dicho de otro modo, un observador que no está situado dentro del sistema de referencia rotatorio, observaría un movimiento rectilíneo; en cambio, un observador situado en dicho sistema, observaría un movimiento desviado.

Sin atender la causa que produce este movimiento, es posible hablar de una aceleración, la cual se expresa de la siguiente manera:

$$\vec{a}_c = 2 \vec{\omega} \times \vec{v}_{p/o} \quad (1.1)$$

donde:

- $\vec{\omega}$  = velocidad angular con la que el sistema de referencia está rotando
- $\vec{v}_{p/o}$  = velocidad del cuerpo en estudio de masa con respecto al sistema de rotación.
- $\vec{a}_c$  = aceleración de Coriolis

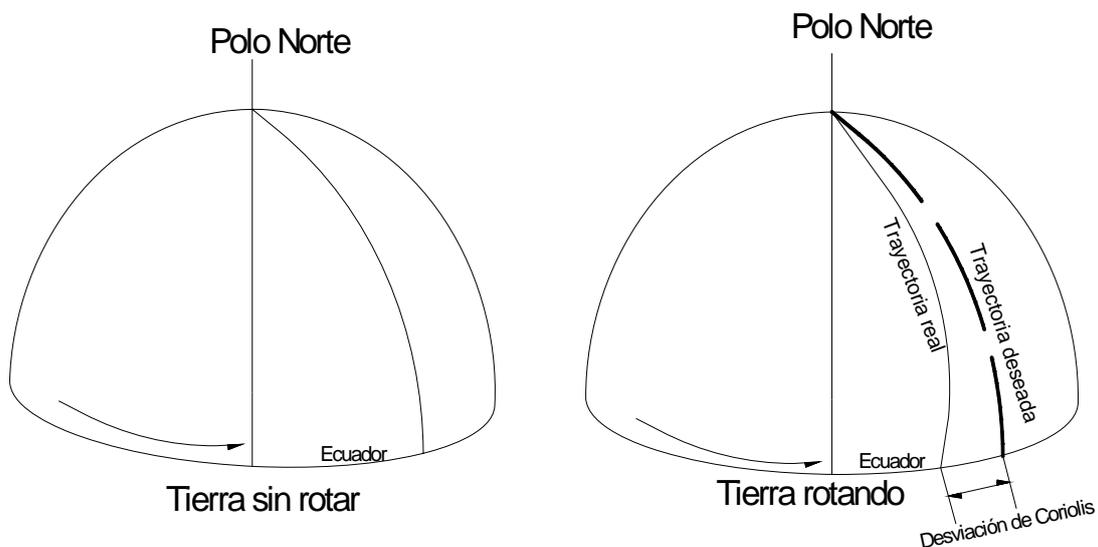


Figura I.7 Desviación de Coriolis

### ***1.2.2.2.- Temperatura, densidad y salinidad de las aguas oceánicas***

Entre las propiedades que destacan de las aguas oceánicas se tienen la temperatura, la salinidad y su densidad. Estas propiedades son las responsables en gran medida del origen de las corrientes marinas, tanto superficiales como profundas.

La distribución de la temperatura en el océano depende de la radiación solar incidente y de la mezcla de masas de agua que se lleven a cabo en el océano. Mientras las aguas superficiales transmiten el calor a las aguas que se encuentran por debajo de ellas, la temperatura va disminuyendo conforme la profundidad aumenta. Alrededor de los 2000 metros de profundidad, el agua se mantiene fría.

La salinidad de las aguas marinas varía en relación con factores climáticos (estaciones del año), espaciales (latitud), así como la profundidad.

Por último, la densidad del agua se ve afectada por la salinidad y por la temperatura del agua. Como consecuencia del calentamiento de las aguas superficiales, los valores de temperatura, salinidad y densidad varían a lo largo de la columna de agua. Lo anterior genera tres gradientes que cambian conforme varía la profundidad del océano, la latitud de la región y las estaciones del año. Al gradiente de densidad se le denomina “picnoclino”, al gradiente de salinidad se le conoce como “haloclino” y al gradiente de temperatura con el nombre de “termoclino”.

Entonces, estas tres propiedades que posee el agua del océano son las que determinan hacia donde y en qué medida se desplazan las corrientes marinas, haciendo ver sus efectos desde lo más profundo del océano hasta la superficie y desde mar adentro hasta la zona costera.

### **1.2.3.- Viento**

En meteorología, el viento se estudia como aire en movimiento tanto vertical, como horizontalmente. Los vientos que se desplazan verticalmente dan lugar a los fenómenos atmosféricos locales, como la formación de nubes de tormenta por ejemplo. Para hacer una distinción en ambos movimientos, a las masas de aire que se desplazan verticalmente se les conoce como “corrientes de convección” y “viento” a los desplazamientos de masa de aire horizontales.

El viento tiene su génesis por la diferencia de temperaturas existentes en la atmósfera. Esta diferencia de temperaturas existe por la sencilla razón de que en el ecuador se recibe mayor cantidad de energía solar y en los polos se recibe poca energía y a veces nula. Lo anterior se refleja en el siguiente proceso: la mayor parte de la luz solar atraviesa la atmósfera sin calentarla, así, cuando alcanza la superficie terrestre, dicha energía la calienta para que finalmente ésta acabe por transmitir el calor al aire atmosférico en contacto con ella. Con esto, este aire más caliente que está inmediatamente encima de él, se eleva por poseer una densidad menor, generando así una zona de baja presión, para suplir ese hueco dejado por este aire caliente, aire más

denso y frío ocupa dicho espacio, generando así un movimiento horizontal. Las masas de aire caliente se mueven hacia los polos y por encima de masas de aire frío, y éstas, a su vez, se mueven de los polos hacia los trópicos y ecuador, ganando así energía que posee la superficie del suelo, haciendo nuevamente que se eleve estas masas de aire, cerrando así este ciclo.

Resumiendo, en la línea costera tienen lugar diversas fuerzas, las cuales son el oleaje ocasionado por el viento principalmente, las corrientes marinas resultado de existir gradientes de temperatura, salinidad y densidad del agua oceánica. Al tener presente estos elementos, se está en la posibilidad de aterrizar en la dinámica marina que de manera particular predomina en la península de Yucatán.

Con la excepción del efecto de tormentas intensas muy puntuales, el oleaje reinante en la región es poco energético, resultado del efecto del fondo marino (Yucatán y Campeche) y de obstáculos como son los arrecifes de coral (Quintana Roo), Nolasco et al. (1987).

En lo que se refiere a las corrientes marinas, la corriente marina que roza la península de Yucatán es uno de los ramales en que se divide la Corriente del Atlántico Norte y que proviene del Mar de las Antillas, ésta bordea la línea de costa de la península de Yucatán, pasando por los litorales del Golfo de México y de la península de Florida, para que finalmente se une al otro ramal que rodea la línea costera oriental de Cuba de tal manera que ambas se dirijan al Atlántico Norte hacia las islas Británicas (Tamayo, 1974).

Por último, los vientos que dominan son los vientos alisios o vientos del norte. Los huracanes, que generalmente aparecen a fines de junio y predominan en agosto, son generados en la porción atlántica oriental, provocando vientos con trayectorias circulares que se levantan en forma de torbellinos adquiriendo de esta forma velocidad y potencia. En la siguiente figura se muestra de manera general los vientos y sus trayectorias a lo largo del planeta, observando los vientos que predominan en la península de Yucatán.

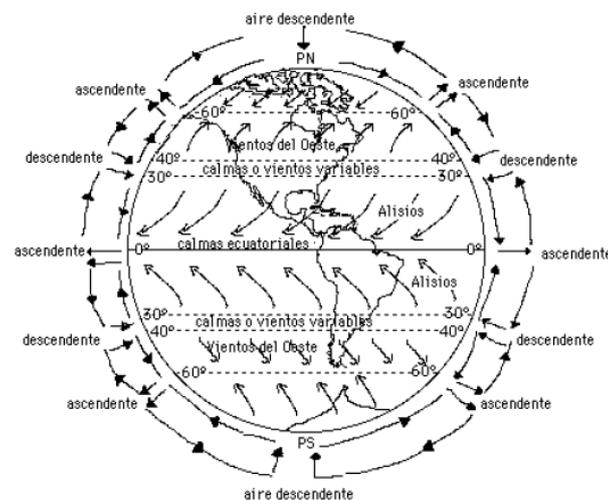


Figura 1.8 Dirección de los vientos a lo largo del planeta, tomado del SENAMHI

### I.3.- MECANISMOS DE TRANSPORTE DE SEDIMENTOS.

La distribución granulométrica del material que se halla en el perfil de playa contiene valiosa información sobre su origen y el mecanismo del transporte que lo ha originado. Esta información es de difícil manejo al momento de interpretarla, pues en ella se encuentran involucradas variables de evaluación complicada, además de incluir que en el área de estudio actúan diversos procesos de transporte simultáneamente. Aún cuando esta información que se pueda recabar sea de difícil manejo, es posible hacer ciertas generalidades. El material que está en el perfil de playa presenta variaciones espaciales y temporales en sentido transversal y longitudinal respecto a la línea de costa. A continuación se hará mención de esto.

El *transporte paralelo, longitudinal o tangencial* a la playa (*longshore transport*) es el transporte debido a la componente tangencial de la energía proveniente del oleaje.

El *transporte perpendicular o transversal* a la playa (*offshore transport*) es el transporte de material a lo largo del perfil de playa. Este proceso se asocia a un concepto denominado “perfil de equilibrio”, el cual indica que cada grano perteneciente a dicho perfil se moverá a lo largo del mismo hasta una posición en la cual la partícula estará en equilibrio con el oleaje y corrientes que actúen en ese punto.

Las *variaciones temporales* de material a lo largo de la línea de costa son las menos estudiadas, debido a que son más difíciles de conocer y posiblemente porque sus efectos se hacen sentir menos que las variaciones espaciales.

El material que se encuentra en el perfil de playa habitualmente presenta una disminución en su tamaño hacia mar adentro, es decir, los granos presentes en el perfil van disminuyendo su tamaño conforme se avanza hacia el fondo marino. Esto se debe a la disminución de la energía de los flujos de transporte hacia el fondo, aunque, como se mencionó antes, la incidencia de corrientes marinas profundas altere esta degradación de tamaños de las partículas. De igual manera, cuando en la zona de lavado del perfil, los procesos de ascenso y descenso del flujo de agua son dominantes respecto de las otras zonas, el material existente en esta zona presentará un mayor tamaño respecto del que se encuentra sumergido de manera permanente, en la tabla I.1 puede afirmarse esto.

Aunado a lo anterior, las tendencias generales del material también pueden ser modificadas por las diferentes morfologías existentes en la región (como puede ser una flecha litoral, una barrera de arrecifes o simplemente por la batimetría que exista).

En la zona de lavado se tiene el material más grueso, seguido de la zona de berma y por último la zona sumergida.

Tabla I.1 Diámetros de las partículas correspondientes al  $d_{50}$  de los 6 sitios del Estado de Yucatán. Como se ve claramente en la tabla, las partículas pertenecientes a la zona de lavado (sección de playa foreshore) poseen un  $d_{50}$  mayor que las partículas de las otras zonas.

Número	Sitio	Sección de playa	$d_{50}$ teórico (mm)
1	Chelem MC41	Backshore, A	0.34529
2		<b>Foreshore, B</b>	<b>0.66675</b>
3		offshore (0.5 m), C	0.25223
4		offshore (1.5 m), D	0.19013
5	ECCA	Backshore, A	0.31699
6		<b>Foreshore, B</b>	<b>0.54234</b>
7		offshore (0.5 m), C	0.22674
8		ofshore (1.5 m), D	0.24853
9	Progreso	Backshore, A	0.32116
10		<b>Foreshore, B</b>	<b>0.96083</b>
11		offshore (0.5 m), C	0.17309
12		ofshore (1.5 m), D	0.16023
13	Telchac	Backshore, A	0.43442
14		<b>Foreshore, B</b>	<b>0.51656</b>
15		offshore (0.5 m), C	0.1914
16		ofshore (1.5 m), D	0.15867
17	UAY	Backshore, A	0.33087
18		<b>Foreshore, B</b>	<b>0.57784</b>
19		offshore (0.5 m), C	0.20385
20		ofshore (1.5 m), D	0.17554
21	Dzilam	<b>Foreshore, B</b>	<b>0.37288</b>
22		offshore (0.5 m), C	0.33407
23		ofshore (1.5 m), D	0.43509

#### I.4.- VELOCIDAD DE CAÍDA.

Cuando una partícula cae con una velocidad inicial igual a cero desde la superficie libre del agua, la velocidad terminal que alcanza es lo que se le conoce como velocidad de caída de la partícula. Esta velocidad está determinada una vez que las fuerzas presentes en dicho movimiento alcancen el equilibrio.

Las fuerzas que actúan son: el peso de la partícula, el empuje de Arquímedes y una fuerza de fricción. A continuación se explica la interacción de estas fuerzas, así como la intervención de las características propias del sedimento en dicha interacción.

##### I.4.1.- Ley de Stokes

La Ley de Stokes hace referencia a la *fuerza de fricción o fuerza de arrastre* que se genera por una partícula esférica moviéndose en el seno de un fluido viscoso en un régimen laminar ( $Re < 1$ ). En general, la Ley de Stokes es válida para partículas pequeñas con forma de esfera lisa moviéndose a velocidades bajas. En base a lo anterior, la Ley de Stokes se expresa de la siguiente manera:

$$F_r = 6 \pi r \mu v \quad (I.2)$$

Esta ley establece que la fuerza de arrastre que se opone al movimiento de una partícula esférica a través de un fluido, siempre y cuando el número de Reynolds sea menor a 1, es proporcional a la viscosidad dinámica del fluido ( $\mu$ ), al radio de la partícula ( $r$ ) y a la velocidad de la misma en el seno del fluido ( $v$ ).

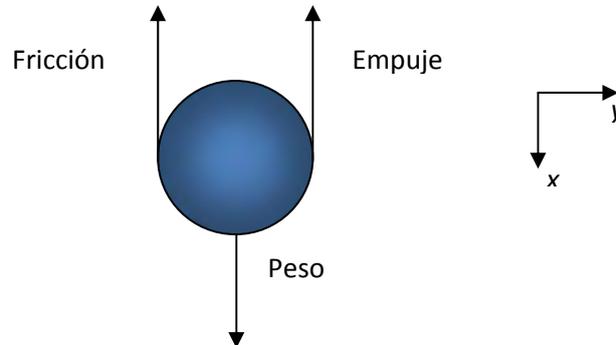


Figura I.9 Diagrama de cuerpo libre de una partícula esférica moviéndose en el seno de un fluido

La ecuación de movimiento está dada por la segunda Ley de Newton:

$$\sum f_x = ma \quad (1.3)$$

$$P - (Fr + E) = ma \quad (1.4)$$

donde:

P = Peso

Fr = fricción o fuerza de arrastre

E = empuje de Arquímedes

Entonces, cuando las tres fuerzas antes mencionadas alcanzan un equilibrio dinámico, la aceleración de la partícula desaparece. Sustituyendo las expresiones correspondientes de cada una de las fuerzas, la ecuación de equilibrio queda como:

$$mg = 6\pi r\mu v + E \quad (1.5)$$

El empuje de Arquímedes es igual al producto de la densidad del fluido  $\rho_f$ , por el volumen del cuerpo sumergido y por la aceleración de la gravedad, es decir:

$$E = \rho_f \frac{4}{3} \pi r^3 g \quad (1.6)$$

El peso de la partícula es el producto de la masa por la aceleración de la gravedad. A su vez, la masa es el producto de la densidad del material  $\rho_e$  por el volumen de la esfera de radio  $r$ . Entonces:

$$mg = \rho_e \frac{4}{3} \pi r^3 g \quad (1.7)$$

Realizando un poco de álgebra, se llega a la expresión para calcular la velocidad de caída de una partícula esférica moviéndose dentro de un fluido, la cual es:

$$v_c = \frac{2g(\rho_e - \rho_f)r^2}{9\mu} \quad (1.8)$$

Sin embargo, para ser congruente con las literales que se utilizaron en este trabajo, a continuación se expresará esta igualdad con las variables usadas. El radio de la esfera es igual al diámetro dividido entre dos ( $r = d/2$ ),  $\rho_e = \rho_s$  (densidad de la partícula),  $\rho_f = \rho_{\text{agua}} = \rho$ ,  $v_c = W_f$  y la viscosidad cinemática es igual a la viscosidad dinámica dividida entre la densidad del fluido ( $\nu = \mu/\rho$ ). Por lo tanto:

$$W_f = \frac{g(\rho_s - \rho)d^2}{18\nu\rho} \quad (1.9)$$

Con todo rigor, la expresión anterior solo es válida para calcular la velocidad de caída de una partícula lisa y esférica, en donde el número de Reynolds asociado al flujo alrededor de las esferas sea menor a la unidad. Además, la ecuación aplica para partículas esféricas que caen a través de un líquido de extensión infinita. Las pruebas de laboratorio no se realizaron con dichas condiciones, ya que, haciendo a un lado la forma irregular de las arenas, las partículas cayeron a través de agua contenida en una probeta de diámetro  $\phi'$  y, por lo tanto, que hay que hacer ciertas correcciones, reiterando nuevamente que se está haciendo caso omiso de la forma tan irregular de los granos:

- i) Corrección debida a la longitud finita de la probeta. Esto en el sentido de que la partícula esférica tiende asintóticamente al valor de la velocidad de caída. La experiencia en este trabajo deja de lado esta corrección, pues debido al tamaño de los granos, éstos alcanzan la velocidad de caída terminal ( $W_f$ ) de una manera rápida. Por tanto, esta corrección puede despreciarse.
- ii) Corrección de Ladenburg. La presencia de las paredes de la probeta da lugar a una disminución de la velocidad de caída. Si se le llama  $W_{fc}$  a la velocidad que considera este efecto, se tiene:

$$W_{fc} = \left(1 + 2.4 \frac{d_{50}}{\phi'}\right) W_f \quad (1.10)$$

donde  $\phi'$  es el diámetro interno de la probeta.

#### **1.4.2.- Ecuaciones Empíricas de velocidad de caída.**

Considerando las limitantes que se tiene al usar la ecuación de velocidad de caída deducida a partir de la Ley de Stokes, se han desarrollado ecuaciones empíricas que suplan dichas limitantes que presenta la expresión anterior.

Por lo tanto, se presentan en este trabajo 12 ecuaciones empíricas (Ruiz, 2007) que servirán de apoyo en el análisis que se hará más adelante en esta tesis. A continuación se muestran dichas ecuaciones (Ruiz, 2007), las cuales pertenecen a Chang y Liou (Jiménez y Madsen, 2003), Cheng (1997), Hallemier (Jiménez y Madsen, 2003), Van Rijn (1993), Soulsby (1997), Ahrens (2000), Jiménez-Madsen (2003), Rubey (Ahrens, 2003), Julien (1998), Swamee y Ojha (1991), Camenen (2007) y Zanke (Jiménez-Madsen, 2003). Las variables que intervienen en cada una de las expresiones se explicará en la siguiente sección.

Tabla I.2 Ecuaciones empíricas de velocidad de caída

<b>1.- Hallermeier</b>	
$W_f = \frac{v A}{18d_{50}} \quad A < 39$	
$W_f = v \left( \frac{d_*^{2.1}}{6d_{50}} \right) \quad 39 \leq A \leq 10\,000$	(I.11)
$W_f = \frac{(1.05 v d_*^{1.5})}{d_{50}} \quad A > 10\,000$	
<b>2.- Van Rijn</b>	
$W_f = \frac{vA}{18d_{50}} \quad A < 16.187$	
$W_f = \left( \frac{10v}{d_{50}} \right) (\sqrt{1+0.01A} - 1) \quad 16.187 \leq A \leq 16\,187$	(I.12)
$W_f = \frac{1.1v d_*^{1.1}}{d_{50}} \quad A > 16\,187$	
<b>3.- Soulsby</b>	
$W_f = \left( \frac{v}{d_{50}} \right) \sqrt{10.36^2 + 1.049A} - 10.36$	(I.13)
<b>4.- Ahrens</b>	
$CL = 0.055 \tanh \left\{ \left[ 12A^{-0.59} \right] \left[ e^{-0.0004A} \right] \right\}$	
$CT = 1.06 \tanh \left\{ \left[ 0.016A^{0.5} \right] \left[ e^{(-120/A)} \right] \right\}$	
$W_f = \frac{CL \Delta g (d_{50})^2}{v} + CT \sqrt{\Delta g d_{50}}$	(I.14)
<b>5.- Zanke</b>	
$z = \left( \frac{2.5}{S_*} \right) \left\{ \left[ 1 + 0.16S_*^2 \right]^{0.5} - 1 \right\}$	
$W_f = z \sqrt{\Delta g d_{50}}$	(I.15)
<b>6.- Julien</b>	
$W_f = \frac{8v}{d_{50}} (\sqrt{1+0.0139A} - 1)$	(I.16)

**7.- Cheng**

$$W_f = \frac{v}{d_{50}} \left( \sqrt{25 + 1.2d_*^2} - 5 \right)^{1.5} \quad (I.17)$$

**8.- Chang y Liou**

$$\text{Re} = \frac{24.6A^{0.477}}{17.9(1 + 24.6^{-0.528})}$$
$$W_f = \sqrt{\left[ \frac{\text{Re}^2}{A} \right] [\Delta g d_{50}]} \quad (I.18)$$

**9.- Jiménez y Madsen**

$$d_N = \frac{d_{50}}{0.9}$$
$$S_* = \frac{d_N}{4v} \sqrt{\Delta g d_N}$$
$$W_f = \left( 0.954 + \frac{5.12}{S_*} \right)^{-1} (\sqrt{\Delta g d_N}) \quad (I.19)$$

**10.- Rubey**

$$\text{Re} = \frac{A}{17.9} \quad \mathbf{A < 39}$$
$$\text{Re} = \frac{24.6A^{0.477}}{17.9[1 + 24.6A^{-0.533}]} \quad \mathbf{39 \leq A \leq 10\ 000}$$
$$\text{Re} = \frac{24.6A^{0.477}}{17.9} \quad \mathbf{A > 10\ 000}$$
$$W_f = \sqrt{\left[ \frac{\text{Re}^2}{4} \right] [\Delta g d_{50}]} \quad (I.20)$$

**11.- Camenen**

$$a_1 = 24$$
$$a_2 = 100$$
$$a_3 = 2.1 + 0.06P$$
$$b_1 = 0.39 + 0.22(6 - P)$$
$$b_2 = 20$$
$$b_3 = 1.75 + 0.35P$$
$$m_1 = 1.2 + 0.12P$$
$$m_2 = 0.47$$
$$A_{ca} = a_1 + \left\{ a_2 \left[ 1 - \text{sen} \left( \frac{CSF\pi}{2} \right) \right]^{a_3} \right\}$$

$$B_{ca} = b_1 + \left\{ b_2 \left[ 1 - \operatorname{sen} \left( \frac{CSF \pi}{2} \right) \right]^{b_3} \right\}$$
$$m_{ca} = m_1 \left[ \operatorname{sen} \left( \frac{CSF \pi}{2} \right) \right]^{m_2}$$
$$W_f = \frac{v}{d_{50}} \left[ \sqrt{ \frac{1}{4} \left( \frac{A_{ca}}{B_{ca}} \right)^{2/m_{ca}} + \left( \frac{4A_{ca}}{3B_{ca}} \right)^{1/m_{ca}} } - \frac{1}{2} \left( \frac{A_{ca}}{B_{ca}} \right)^{1/m_{ca}} \right]^{m_{ca}} \quad (I.21)$$

Si  $CSF = 0.7 \Rightarrow P = 3.5$ ;

$CFS = 0.4 \Rightarrow P = 5$

## 12. Swamee y Ohja

$$v_* = \frac{v}{d_{50} \sqrt{\Delta g d_{50}}}$$

Si  $v_* \geq 1.8 \times 10^{-4} (CSF)^{0.5} \Rightarrow$

$$\omega_* = \left\{ \frac{44.84 (v_*)^{0.667}}{(1 + 4.5 CSF^{0.35})^{0.833}} + \frac{0.794}{(CSF^4 + 20 CSF^{20} + (v_*)^{2.4} e^{18.6 CSF^{0.4}})^{0.125}} \right\}^{-1}$$

$$W_f = \omega_* \sqrt{\Delta g d_{50}} \quad (I.22)$$

## SECCIÓN II.- CARACTERIZACIÓN MECÁNICA DE LAS ARENAS

Como parte de los trabajos que se están realizando para determinar las características que poseen las playas del Caribe y golfo de México, es importante realizar un análisis sobre los materiales que las conforman, con el fin de contar con un elemento más para la determinación de los procesos que existen en las costas mexicanas.

La velocidad de caída es un parámetro importante ya que su participación en este análisis es fundamental. Sin embargo, el antecedente que hay detrás de este tema, es igual de importante y que, por tanto, es tema en esta sección.

### II.1.- METODOLOGÍA

Es importante destacar la labor previa al cálculo de la velocidad de caída de los sedimentos consistente en la caracterización mecánica de las arenas, de la cual se obtuvieron los resultados necesarios para la medición de la velocidad de caída. En tal caso para realizar las pruebas de laboratorio fue necesario contar con el  $d_{50}$ , diámetro nominal procedente del análisis granulométrico. Posteriormente, para el cálculo de la velocidad de caída, se necesitaba contar con la densidad relativa de cada una de las muestras, con el factor de Corey (CSF) y con el diámetro nominal experimental se estuvo en la posibilidad de realizar el cálculo correspondiente. En esta sección se describe la metodología previa a los ensayos de laboratorio para determinar la velocidad de caída.

La recolección de las muestras requirió una organización para elegir los sitios de los cuales se extraerían las muestras del material. Las zonas de extracción de las muestras fueron las siguientes (Ruiz, 2007):

- De la zona de la playa seca, berma o de dunas
- De la zona de estrán o de lavado de la playa
- Parte de la zona sumergida de la playa (profundidad de hasta 1.5 m)

El criterio para la extracción de las muestras en estas diferentes zonas (Figura II.1) se basó en el hecho de estudiar las características del sedimento que se ven sujetos a la asimetría del oleaje (propagación del oleaje).

La metodología empleada para la caracterización de los sedimentos consistió en los siguientes pasos (Ruiz, 2007):

- 1.- *Recolección del material.*
- 2.- *Realización del análisis granulométrico.*
- 3.- *Obtención de las propiedades físicas básicas de la muestra.*
- 4.- *Cálculo del valor del ángulo de reposo natural del material.*
- 5.- *Obtención de los umbrales (fronteras) de movimiento de la partícula en el fondo marino.*

### 6.- Tamaño y forma de los granos del sedimento.

Adicionalmente a los pasos anteriores, Alcérreca (2009) realizó la medición de la velocidad de caída para 7 muestras del universo de 143 con las se cuenta actualmente. Aún cuando fueron pocas mediciones, se cuidó que tales fueran representativas del conjunto.

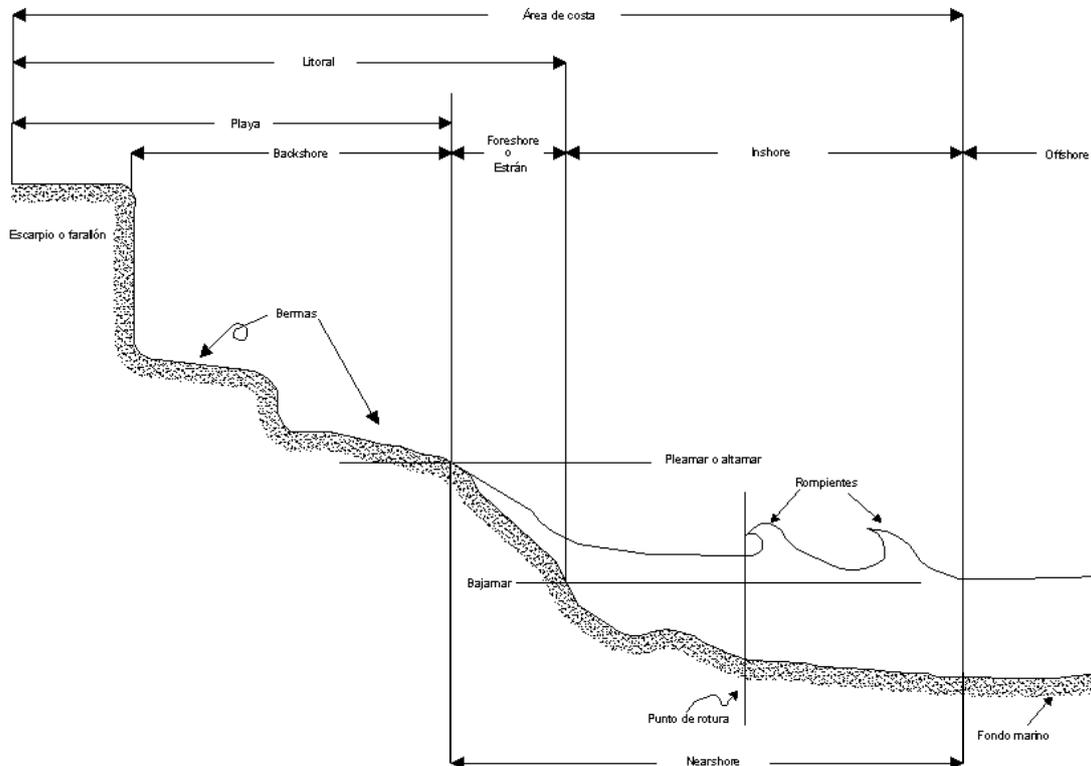


Figura II.1 Zonas del perfil de una playa

## II.2.- RECOLECCIÓN DE MUESTRAS

El total de muestras con las que se trabajó provienen de 59 sitios ubicados a lo largo de la línea de costa de la península de Yucatán (Quintana Roo, Yucatán y Campeche). De este total, 50 sitios se ubican en el estado de Quintana Roo, 6 están ubicados en el estado de Yucatán y 3 corresponden al estado de Campeche.

En cada sitio de muestreo se extrajeron alrededor de 2 kg de material, el cual fue obtenido de manera superficial sin realizar pozos de sondeo. En las campañas de campo se consideró de manera importante registrar las coordenadas reales de los sitios muestreados, indicándose en la siguiente tabla las coordenadas geográficas de los sitios seleccionados de la península de Yucatán.

Se extrajeron varias muestras correspondientes a las diferentes zonas del perfil en cada sitio. Comenzando con el estado de Quintana Roo, el sitio de Boca Sur se extrajeron muestras sólo de las zonas de foreshore y offshore; en el sitio Punto 10 se tomaron 4 muestras que corresponden a las tres diferentes zonas del perfil, pero con

la particularidad de que dos de ellas pertenecen a la zona offshore o sumergida, una se tomó a una profundidad de 0.5 m y la otra a una profundidad de 1.5 m; el sitio Punto F se tomaron 4 muestras al igual que en el punto 10; en los sitios Playa del Carmen 1 y Playa del Carmen 2 sólo se extrajo una muestra de la zona foreshore, respectivamente; mientras que en el sitio Punta Brava 1 se extrajeron dos muestras que pertenecen a la zona foreshore y offshore; en los sitios Punta Brava 2 y Punta Brava 3 se extrajo una muestra de la zona foreshore, respectivamente. Para el resto de los sitios se extrajeron una muestra por zona del perfil, tomando con ello 3 muestras por sitio. En la figura II.2 se puede apreciar de manera general los sitios muestreados para Quintana Roo.

**Tabla II.1** Coordenadas geográficas de los sitios de los cuales se extrajeron las muestras  
 ~ No se realizaron pruebas de velocidad de caída  
 \* Muestras provenientes de Cancún

	Sitio	Coordenadas geográficas	
		Longitud	Latitud
	Boca Sur	-86.795388	21.035788
	Puerto Morelos, UNAM	-86.867322	20.868030
	Puerto Morelos 2	-86.865947	20.870775
	Puerto Morelos 3	-86.868633	20.865994
	Punto 1	-86.745235	21.133473
	Punto 2	-86.748162	21.130360
	Punto 3	-86.749444	21.128680
	Punto 4	-86.749444	21.128680
	Punto 4A	-86.763100	21.103600
	Punto 5	-86.766819	21.094482
	Punto 6	-86.774186	21.074592
	Punto 7	-86.779072	21.060425
	Punto 8	-86.781969	21.047213
	Punto 9	-86.781857	21.042325
	Punto 10	-86.779979	21.036868
	Punta A	-86.751098	21.139611
	Punta B	-86.748748	21.139200
	Punta C	-86.774225	21.143897
	Punta D	-86.787015	21.143950
	Punta E	-86.785367	21.144652
	Punta F	-86.806042	21.176700
	Punta G	-86.802130	21.241116
	Isla Mujeres	-86.751200	21.260200
	Tulum A	-87.436390	20.197990
	Tulum B	-87.447720	20.173680
<b>Estado de Quintana Roo</b>	Sian Ka'an	-87.466400	20.119660
	Bahía Príncipe	-87.332060	20.364280
	Akumal 1	-87.315310	20.394660
	Akumal 2	-87.319100	20.391600
	Playa del Carmen 1	-87.071708	20.625217
	Playa del Carmen 2	-87.071708	20.625217
	Punta Brava 1	-86.911011	20.812072
	Punta Brava 2	-86.902331	20.815619
	Punta Brava 3	-86.898100	20.832100
	Punta Allen	-87.474300	19.797600
	Holbox	-87.382900	21.523200
	<b>Kanai~</b>		
	Beach Paraiso Yalma Kan*	-86.779100	21.036315
	Carissa Palma*	-86.747590	21.131288
	Club Regina*	-86.781680	21.039634
	F. A. Condesa*	-86.772200	21.080703
	Gran Caribe Real*	-86.754390	21.120601
	Gran Melia*	-86.771210	21.083382
	Hilton*	-86.777370	21.066047
	Hilton cerca de corral*	-86.776700	21.068025
	Hyatt Cancún Caribe*	-86.753500	21.122619
	Ritz Carlton*	-86.767450	21.093017
	Royal Sands*	-86.765620	21.097672
	Royal Solaris*	-86.781800	21.049700
	Sheraton*	-86.760610	21.109421
	<b>El Pueblito~</b>	-86.779890	21.057911
	Chelem MC41	-89.748100	21.255100
	Telchac	-89.279100	21.341900
<b>Estado de Yucatán</b>	UAY	-89.523100	21.311700
	ECCA	-89.817400	21.254000
	Progreso	-89.651100	21.288700
	Dzilam	-88.930900	21.386000
<b>Estado de Campeche</b>	Bahía de Tortugas		
	Isla del Carmen		
	Punta Xen		

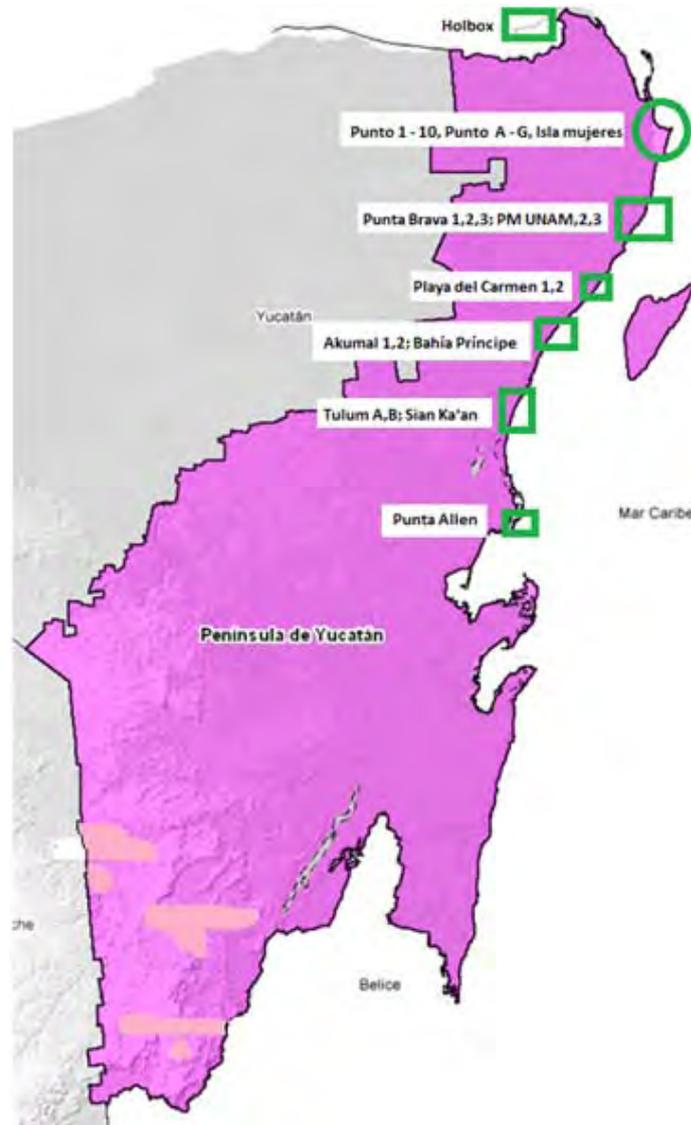


Figura II.2 Sitios muestreados en el estado de Quintana Roo, México. Imagen modificada (fuente: portal del INEGI)

En Cancún se extrajeron muestras de 14 sitios, una muestra por sitio correspondiente a la línea de playa, obteniendo granos de 0.2501 mm a 0.6318 mm de diámetro ( $D_{50}$  teórico) y comparando con otros sitios de la península, en esta región se tienen granos de diámetro relativamente grande.

En el estado de Yucatán, se extrajeron 4 muestras para cada uno de los 6 sitios que se muestrearon y que de igual forma corresponden a las diferentes zonas del perfil de playa, observándose en la figura II.3 su ubicación de manera general.

Por último, para el estado de Campeche, en el sitio de Isla del Carmen sólo se tomaron muestras de las zonas backshore y foreshore; en el sitio Punta Xen se tomó una muestra que corresponde a la zona backshore y en el sitio Bahía de Tortugas se recogieron tres muestras que pertenecen a las tres distintas zonas del perfil de playa, como se puede apreciar en la figura II.4.

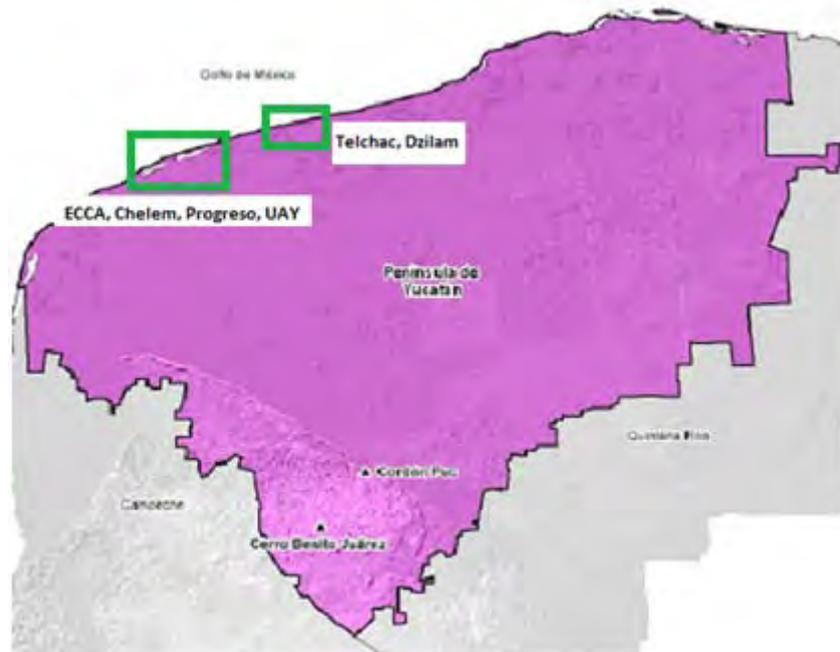


Figura II.3 Sitios muestreados en el estado de Yucatán, México. Imagen modificada (fuente: portal del INEGI)

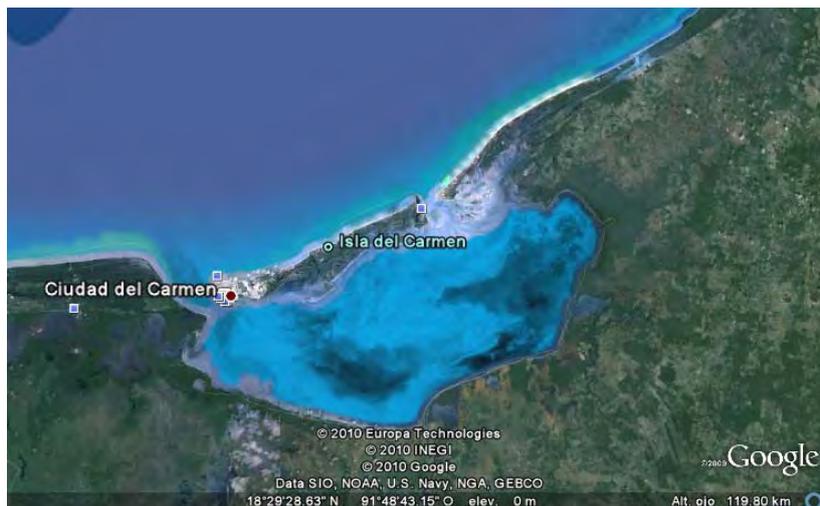


Figura II.4 Isla del Carmen, sitio muestreado en el estado de Campeche, México. Imagen satelital

### II.3.- CARACTERIZACIÓN MECÁNICA DE LAS ARENAS EN EL LABORATORIO

Esta caracterización se realizó siguiendo los pasos mencionados en el apartado II.1 de esta sección. A continuación se explica con mayor detalle cada uno de ellos.

#### II.3.1.- Análisis granulométrico

La finalidad de esto es obtener la distribución por tamaños de las partículas en una muestra de suelo. El ensayo es importante porque los criterios de aceptación de suelos para ser usados en diques o presas, en carreteras (bases o subbases), etc, dependen de este análisis.

Para obtener esta distribución es necesario tamizar el material y con ello obtener los porcentajes de pesos retenidos en cada una de las mallas (ver tabla II.2). Previo a esto hay una metodología que se puede encontrar en la literatura sin mayor problema. Se utilizaron polinomios de Hermite para determinar los valores correspondientes a los diámetros nominales ( $d_5$ ,  $d_{10}$ ,  $d_{16}$ ,  $d_{30}$ ,  $d_{50}$ ,  $d_{60}$ ,  $d_{75}$ ,  $d_{84}$ ,  $d_{95}$ ).

Tabla II.2 Tamices de acuerdo a la ASTM

Tamiz (ASTM)	Tamiz (mm)	Abertura real (mm)	Tipo de suelo	
3"	80	76.120	GRAVA	
2"	50	50.800		
1 1/2 "	40	38.100		
1"	25	25.400		
3/4 "	20	19.050		
3/8 "	10	9.520		
N° 4	5	4.760	ARENA	Arena gruesa
N° 10	2	2.000		Arena media
N° 20	0.90	0.840		
N° 40	0.50	0.420		
N° 60	0.30	0.250		
N° 140	0.10	0.105		
N° 200	0.08	0.074		Arena fina

Los parámetros estadísticos (tendencia central y de dispersión) y la distribución de tamaños fueron calculados con el fin de obtener el grado de clasificación y el posible mecanismo de depósito del material (Ruiz, 2007). El procedimiento y las ecuaciones que se utilizaron para realizar lo anterior se menciona en el anexo VI.I.

### II.3.2.- Propiedades físicas básicas de la muestra.

En esta etapa del análisis, el cálculo del valor de la densidad relativa de las muestras ( $S_s$ ) es lo primero que se determinó, pues las demás propiedades físicas (relación de vacíos, densidad relativa del material dentro del agua, peso específico de las partículas de la muestra en  $\text{kg/m}^3$  y densidad de las partículas en  $\text{kg/m}^3$ ) están condicionadas por el valor que éste posea.

La densidad relativa de las muestras  $S_s$  se determinó con la siguiente ecuación:

$$S_s = \frac{W_s}{W_s + W_{fw} - W_{fsw}} \quad (\text{II.1})$$

donde:

$W_s$  = peso del material (50 gr).

$W_{fw}$  = peso del matraz con una porción de la muestra y con agua destilada hasta la marca de aforo de éste.

$W_{fsw}$  = peso del matraz con la porción de la muestra y con el agua destilada después de haber sido expuesto a un calentamiento con glicerina



La porción de muestra con la que se trabajó para este cálculo es el que pasa a través del tamiz de 5x5" (4.00 mm).

La relación de vacíos se calculó con la siguiente expresión:

$$V_r = \frac{V_m S_s \gamma_0}{W_m} - 1 \quad (II.2)$$

donde:

$V_m$  = volumen del cristizador utilizado,  $\text{cm}^3$

$W_m$  = peso del volumen de la arena dentro del cristizador, g.

$S_s$  = densidad relativa del material, adimensional

$\gamma_0$  = peso específico del agua destilada a 4°C de temperatura,  $\text{kg}/\text{m}^3$ .

$V_r$  = relación de vacíos, adimensional.

En la expresión el volumen y peso de la arena tienen unidades de  $\text{m}^3$  y kg, respectivamente.

La densidad relativa de la muestra dentro del agua se determinó de manera sencilla y con la siguiente igualdad:

$$\Delta = S_s - 1 \quad (II.3)$$

donde:

$S_s$  = densidad relativa del material

$\Delta$  = densidad relativa del material dentro del agua, adimensional

El peso específico de las partículas del material se obtuvo de la relación siguiente:

$$\gamma_s = S_s \gamma_0 \quad (II.4)$$

en donde  $\gamma_s$  es el peso específico de las partículas, en  $\text{kg}/\text{m}^3$

La densidad de las partículas de la muestra se conoció aplicando la siguiente expresión:

$$\rho_s = \Delta \rho + \rho = (S_s - 1)\rho + \rho \quad (II.5)$$

donde:

$\rho_s$  = densidad de las partículas, en  $\text{kg}/\text{m}^3$ .

$\rho$  = densidad del agua, con un valor igual a  $1027 \text{ kg}/\text{m}^3$  (valor para agua salada).

### II.3.3.- Ángulo de reposo natural del material.

El ángulo de reposo natural es aquel formado por un plano horizontal – que en este caso es el fondo marino – y por aquel plano inclinado en el cual las partículas inician su rodamiento. Este ángulo puede verse disminuido por los siguientes factores: menor tamaño de la partícula, menor rugosidad de la superficie de la partícula, mayor esfericidad de la partícula, mayor homogeneidad entre las partículas, principalmente.

En el laboratorio este ángulo se determinó básicamente colocando arena en una caja de plástico transparente, la cual una de sus paredes era desprendible. A continuación se desprendía dicha pared para que de esta forma el sedimento por simple gravedad deslizará y de esta forma se obtuvo este ángulo.

### II.3.4.- Propiedades del mezclado agua – sedimento.

En esta etapa, se obtuvieron los siguientes datos de las muestras: volumen de la concentración, concentración de la masa, porosidad, densidad de suspensión, permeabilidad específica, coeficiente de permeabilidad, gradiente de presión para alcanzar la licuefacción y la velocidad mínima del flujo de agua para alcanzar el estado de licuefacción.

*El volumen de concentración se determinó con la siguiente expresión:*

$$C = \frac{1}{1 + V_r} \quad (II.6)$$

donde:

C = volumen de concentración, adimensional

$V_r$  = relación de vacíos, adimensional

*La masa de concentración se calculó como sigue:*

$$\rho_{cas} = \frac{\rho_s}{1 + V_r} \quad (II.7)$$

donde:

$\rho_{cas}$  = masa de concentración,  $\text{kg/m}^3$

$\rho_s$  = densidad de las partículas,  $\text{kg/m}^3$ .

*La porosidad se obtuvo con la siguiente relación:*

$$P_{or} = \frac{V_r}{1 + V_r} \quad (II.8)$$

*La densidad de suspensión se conoció utilizando la siguiente igualdad:*

$$\rho_{sus} = \frac{\rho V_r + \rho_s}{1 + V_r} \quad (II.9)$$

donde  $\rho_{sus}$  en  $\text{kg/m}^3$ .

La permeabilidad específica del material se consiguió a partir de la expresión:

$$kp = 0.011(d_{50})^2 \quad (II.10)$$

donde:

$k_p$  en  $\text{m}^2$

$d_{50}$  = diámetro nominal correspondiente al 50 percentil de la distribución de sedimentos, en m.

El coeficiente de permeabilidad (m/s) fue calculado con ayuda de la ecuación siguiente:

$$cp = \frac{g \times kp}{v} \quad (II.11)$$

El gradiente de presión se define como el valor en el cual la arena comience a comportarse como un fluido. Para calcular dicho valor, se utilizó la siguiente igualdad:

$$\left( \frac{dp}{dz} \right)_{wf} = g(\rho_s - \rho)(1 - P_{or}) \quad (II.12)$$

Donde:

$\left( \frac{dp}{dz} \right)_{wf}$  = gradiente de presión, en  $\text{N/m}^3$ .

$g$  = aceleración de la gravedad,  $\text{m/s}^2$ .

La velocidad mínima del flujo para alcanzar la licuefacción se determinó con la siguiente relación:

$$W_{mf} = \frac{v}{d_{50}} \left\{ \left[ 10.36^2 + 1.049 P_{or}^{4.7} d_*^3 \right]^{0.5} - 10.36 \right\} \quad (II.13)$$

La variable  $d_*$  es el factor de Yalin o parámetro adimensional de la partícula. Dicho valor se calculó con la igualdad:

$$d_* = \left[ \frac{g\Delta}{v^2} \right]^{1/3} d_{50} \quad (II.14)$$

donde  $v$  es la viscosidad cinemática del agua en  $\text{m}^2/\text{s}$ .

### II.3.5.- Umbrales de movimiento de la partícula en el fondo marino.

Los umbrales (fronteras) de movimiento se obtuvieron a partir de aplicar una metodología la cual es la siguiente:

1. Se calculó el parámetro sedimento – fluido ( $S_*$ )
2. Se determinó el factor de Shields crítico a partir del dato anterior.
3. Se obtuvo la magnitud de la velocidad del esfuerzo crítico como una función del parámetro de Shields crítico, en m/s.
4. Se determinó tomando en cuenta el dato del inciso 3 y la densidad del agua el esfuerzo cortante crítico al que se ven sujetas las partículas, en  $N/m^2$ .
5. Al final se evaluaron los números de Reynolds, de Rouse y el índice de flotación de Arquímedes (A).

El número de Reynolds se determinó con la finalidad de saber qué tipo de fondo teórico se puede llegar a formar con las características de las arenas en estudio. El índice de flotación de Arquímedes se calculó para inferir qué tipo de flujo influiría sobre el comportamiento de la movilidad del sedimento. El número de Rouse tiene el propósito de indicar el tipo de movimiento que puede presentar el material, tomando en cuenta las propiedades físicas de la partícula. Finalmente se calculó la velocidad de caída de las partículas con las 12 formulaciones empíricas vistas anteriormente en este trabajo, sólo que estas velocidades fueron calculadas con el  $d_{50}$  teórico correspondiente a cada muestra. Las expresiones para el cálculo de lo antes dicho fueron:

Parámetro fluido – sedimento:

$$S_* = \frac{d_{50}}{4\nu} \sqrt{\Delta g d_{50}} \quad (II.15)$$

Parámetro de Shields crítico:

$$x = \log_{10}(S_*) \quad (II.16)$$

$$\psi = 0.02235x^5 - 0.06043x^4 + 0.20307x^3 + 0.54252x^2 - 0.636397x - 1.03167 \quad (II.17)$$

$$\psi_{cr} = 10^\psi \quad (II.18)$$

Velocidad del esfuerzo cortante crítico:

$$u_{*cr} = \sqrt{\Delta g d_{50} \psi_{cr}} \quad (II.19)$$

Esfuerzo cortante crítico:

$$\tau_{cr} = \rho u_{*cr}^2 \quad (II.20)$$

Número de Reynolds:

$$Re = \frac{u_{*cr} d_{50}}{\nu} \quad (II.21)$$

Como se dijo antes, el número de Reynolds sirve para conocer de manera teórica la configuración del fondo marino. La siguiente tabla muestra la clasificación a

partir de este resultado que utiliza el CEM – Coastal Sediment Properties, U.S. Army Corps of Engineers:

Tabla II.3 Configuración del fondo marino a partir del número de Reynolds, Ruíz (2007)

Rango	Configuración del fondo
$Re < 10$	Fondo con ripples
$10 \leq Re \leq 100$	Fondo con dunas
$Re > 100$	Fondo plano

Índice de flotación de Arquímedes:

$$A = d_*^3 \quad (II.22)$$

La siguiente tabla indica el tipo de flujo que influye sobre el inicio de movimiento del sedimento:

Tabla II.4 Clasificación del flujo a partir del índice de flotación de Arquímedes, Ruíz (2007)

Rango	Tipo de flujo
$A < 39$	Flujo laminar
$10 \leq A \leq 10\,000$	Flujo transitorio
$A > 10\,000$	Flujo turbulento

Número de Rouse (modo de transporte de material):

$$Rouse = \frac{W_f}{\gamma_d u_{*cr} \kappa} \quad (II.23)$$

donde:

$\gamma_d$  = factor que describe la diferencia entre la difusión del fluido en el cual se encuentra la partícula y la partícula o sedimento ( $\cong 1$ ), en  $\text{kg/m}^3$ .

$\kappa$  = es la constante de Von Karman, adimensional.

$W_f$  = velocidad de caída de la partícula o sedimento, en m/s.

Tabla II.5 Modo de transporte del material o sedimento a partir del número de Rouse, Ruíz (2007)

Rango	Movimiento
$Rouse > 7.5$	Arrastre o rodamiento
$2.5 \leq Rouse \leq 7.5$	Saltación
$0.8 \leq Rouse < 2.5$	Suspensión
$Rouse < 0.8$	Suspensión sin transporte

Otros dos datos que se determinaron fueron el parámetro de escala del sedimento ( $A_p$ ) y el criterio de suspensión de Bagnold ( $P_b$ ).

El parámetro de escala del sedimento se utiliza para conocer el perfil de equilibrio que una playa puede llegar alcanzar. Para su cálculo se utilizó la siguiente igualdad:

$$A_p = 2.23 \exp\left(\frac{-1.24}{A^{1/3}}\right) (d_{50})^{1/3} \quad (II.24)$$

El criterio de suspensión de Bagnold determina cuando los sedimentos pueden considerarse como transporte en suspensión; para tal caso, se usó la siguiente expresión:

$$P_b = \frac{u_{*cr}}{W_f} \quad (II.25)$$

donde  $P_b$  es el criterio de suspensión de Bagnold, adimensional.

### II.3.6.- Tamaño y forma de los granos

Aunque existen diversas fórmulas para calcular el factor de forma del sedimento, la que más se utiliza es la de Corey. En esta etapa del análisis se hizo un análisis fotográfico de las muestras para que con ello se obtuviera las dimensiones de las partículas: largo (a), ancho (b) y espesor del sedimento (c). La fórmula utilizada fue la siguiente:

$$CSF = \frac{c}{\sqrt{ab}} \quad (II.26)$$

### II.3.7.- Medición de la velocidad de caída.

La medición de la velocidad de caída experimental es la etapa adicional que se incorporó a esta caracterización (Alcérreca, 2009).

El objetivo en este punto fue seleccionar granos con un  $d_{50}$  cercano al  $d_{50}$  teórico, proveniente del análisis granulométrico. Para esto se realizó un análisis fotográfico y de esta forma se supo cuales eran los granos adecuados. El número de granos seleccionados por ensayo se menciona en la siguiente sección.

Después de esto se dejaban caer en una probeta con agua uno por uno. La caída de los granos se grabó con una cámara de video. La distancia recorrida por los granos y la resolución de la cámara de video en cada ensayo estuvieron en función del tamaño de los granos.

Por último, se realizó un análisis de los videos con lo cual se obtuvieron los tiempos de recorrido de cada uno de los granos. Conociendo la distancia y este tiempo es como se calculó la velocidad de caída de cada uno de los granos seleccionados. Los resultados se muestran en la siguiente sección.

## SECCIÓN III.- MEDICIÓN DE LA VELOCIDAD DE CAÍDA

### III.1.- SELECCIÓN DE LAS MUESTRAS

El total de muestras utilizadas fueron 143 provenientes de los 59 sitios descritos anteriormente. En esta tesis se decidió trabajar con el total de las muestras, a diferencia de Alcérreca (2009), quien utilizó una selección de las mismas. Como parte de los resultados que se mostrarán más adelante en esta tesis, se confirman y se extienden a un rango más amplio los resultados obtenidos por Alcérreca (2009).

Los criterios utilizados en aquel trabajo y que se pretenden confirmar en esta tesis fueron los siguientes:

- Criterio estadístico
- Localización geográfica
- Zona del perfil al que pertenece la muestra
- Geología

#### *Criterio estadístico.*

Los parámetros que se utilizaron en esta primera parte para la selección de muestras fueron:  $d_{50}$ , densidad relativa de la muestra, promedio del tamaño de los granos, desviación estándar de los granos y modo de la curva de frecuencia (unimodal, bimodal, etc).

#### *Localización geográfica.*

En este paso lo que se buscó fue que las muestras seleccionadas abarcaran un área de influencia aceptable de tal manera que estas últimas fueran lo suficientemente representativas de la península de Yucatán (Solo estados de Yucatán y Quintana Roo).

#### *Zona del perfil al que pertenece la muestra.*

En este siguiente paso para la selección de muestras, se determinó aquellas muestras que fueran representativas, además de la localización geográfica, la zona del perfil de playa al cual pertenecen dichas muestras seleccionadas, es decir, que cubrieran las tres zonas del perfil de playa: zona seca o backshore, zona de lavado o foreshore y zona sumergida u offshore.

#### *Geología*

En esta última etapa se buscó considerar la geología de la región a fin de cubrir las unidades geológicas que afloran actualmente sobre la línea costera de la península de Yucatán. (Formación Carrillo Puerto, depósitos cuaternarios de arenisca poco consolidada, depósitos palustres y depósitos de litoral)

Como parte de los resultados que se mostrarán más adelante en esta tesis, es confirmar aquellos resultados obtenidos en ese trabajo. De ser así, se estaría contando con criterios sólidos con los cuales se obtendrían ventajas notables al aplicarlos. Una de tales ventajas sería no realizar todas las pruebas de velocidad de caída para una

región, con lo cual se tendrían ahorro de tiempo considerable al realizar los ensayos en laboratorio.

### III.2.- TRABAJO EXPERIMENTAL

#### III.2.1.- Descripción del método de trabajo

La naturaleza de la metodología empleada es sencilla, no obstante para ello se requirió de instrumentos y aparatos electrónicos para su ejecución. Los materiales empleados para determinar la velocidad de caída fueron los siguientes:

Instrumentos:

- Recipiente para colocar los granos seleccionados. En este caso se empleó una caja rectangular con fondo negro.
- Papel milimétrico.
- Instrumento con punta aguda para la selección de los granos.
- Lupa.
- Probeta graduada de plástico
- Probeta de cristal sin graduación
- Cinta con graduación
- Dos mamparas de color negro.
- Dos tripies

Aparatos:

- Cámara digital Nikon® D700 con microlentes de 105 mm y enfoque autoajustable.
- Cámara de video con una resolución de 30 cuadros por segundo (10.2 mega pixeles por cuadro).

Los pasos que se siguieron para obtener la velocidad de caída se resumen básicamente en:

- Análisis fotográfico.
- Medición de la velocidad de caída.
- Análisis de videos.

#### *Análisis fotográfico.*

Una vez que se contaba con los  $d_{50}$  de cada una de las muestras el experimento comienza con tomar al azar una pequeña parte de cada una de las muestra y colocarla sobre la hoja milimétrica. Puesta sobre la hoja el material se dispersaba éste lo suficiente de tal manera que no quedaran pequeños montículos, esto con el fin de facilitar la extracción de las partículas que poseyeran un  $d_{50}$  lo más cercano posible al  $d_{50}$  estimado con el análisis granulométrico. En seguida se tomó una fotografía del material, la cual fue analizada por medio de una rutina en el programa Matlab®, con la finalidad de estimar cuales partículas poseían un  $d_{50}$  similar al teórico.

El número esperado de granos o partículas que se puede obtener es función únicamente de fijar un rango de diámetro en el cual se encuentren precisamente los

diámetros de las partículas seleccionadas. Alcérreca (2009) trabajó con 9 granos por ensayo. Tomando como referencia esto, se realizaron una serie de pruebas previas para poder fijar el rango en el cual se trabajaría. Para fijarlo, se trabajó con 150 granos obteniéndose así tres intervalos, de los cuales se optó por utilizar aquel en el cual se esperaba obtener 12 partículas por ensayo.

Tabla III.1 Intervalos de diámetros

Rango o límites (píxeles)	Número de granos obtenidos con un $d_{50}$ (píxeles) parecido al teórico
$d_{50} \pm 0.2$	8
$d_{50} \pm 0.3$	10
$d_{50} \pm 0.6$	12

La justificación de poder extraer 12 partículas por ensayo fue por el tamaño de las partículas, pues al trabajar con partículas pequeñas, se trató de cubrir la posibilidad de que alguna(s) de las partículas no se pudiera observar en el análisis de los videos debido al efecto de amplificación que ocasiona el agua cuando se observan las fronteras del tubo.

#### *Medición de la velocidad de caída.*

La medición de la velocidad de caída se realizó de la siguiente manera: una vez seleccionados los granos, se tomó uno por uno colocándolos en una probeta con agua en reposo total. La probeta previamente se le había colocado una cinta métrica. La caída de los granos se grabó con una cámara de video con una resolución y calidad de las imágenes aceptables. Debido al color de los granos, se optó por colocar un fondo negro para que de esta manera se pudieran distinguir los granos en su recorrido.

A causa de trabajar con diferentes tamaños de partículas, fue necesario determinar el enfoque de la cámara y el intervalo de diámetros correspondiente. Este resultado también se obtuvo de los **150** granos ensayados previamente.

Tabla III.2 Diámetro de partícula y su correspondiente distancia recorrida

Diámetro de partícula (mm)	Distancia recorrida por las partículas
Menor – 0.15	10 cm
0.15 – 0.25	15 cm
0.25 – 0.50	20 cm
0.50 – 0.80	25 cm
0.80 – máximo valor	Abrir totalmente el zoom

#### *Análisis de videos.*

Una vez capturado la caída de las partículas de manera digital, fue posible el análisis de los videos cuadro por cuadro para que de esta forma se obtuviera el tiempo de cada una de las partículas, tiempo que le tomó a cada una de ellas recorrer la distancia enfocada.

De esta manera fue como se prosiguió para obtener la velocidad de caída de cada una de las partículas de todos los sitios que hasta el momento se han obtenido muestras de las arenas de sus playas.

### **III.2.2.- Particularidades del método de trabajo.**

El método presentó inconvenientes mínimos, sin embargo, requieren ser mencionados.

*El primer* inconveniente que se presenta es el tener que usar el ojo como herramienta principal de visión, pues al trabajar con partículas tan pequeñas (menores a 0.1 mm), la precisión en el manejo de éstas se complica.

Después de trabajar con 1711 granos (incluidos los 150 granos previos), es posible dar una referencia en la cual, aún utilizando una lupa como apoyo visual, el manejo de partículas tan pequeñas se vuelve un tanto difícil. En este trabajo y manejando dicha cantidad de granos, aquellos con diámetro mayor o igual a 0.15 mm, no presentan mayor reto para ser observados visualmente; sin embargo, aquellos granos con diámetro menor a 0.15 mm, implicaron un mayor esfuerzo visual, mayor paciencia y mucho cuidado en el manejo de los mismos.

En las 37 primeras pruebas se utilizó un tubo de acrílico de 5 cm de diámetro y 93 cm de altura. A partir de la prueba 38 se empleó una probeta de vidrio sin graduación de 6 cm de diámetro y 44 cm de altura. En ambos casos, la tensión superficial fue un reto que se superó con la práctica.

*El segundo* inconveniente o reto que se presentó en este trabajo de laboratorio fue el tema de la tensión superficial. Como se mencionó antes, las partículas con un  $d_{50}$  menores a 0.15 mm, presentaron cierta dificultad para su manipulación, y especialmente al tratar de romper la tensión superficial para que la partícula empezara su movimiento de caída a través del agua.

En las primeras pruebas la tensión superficial fue determinante para el inicio de movimiento de las partículas, pues aún no se contaba con la suficiente experiencia y práctica para lidiar con el problema. Desde luego este problema fue resuelto después de muchas repeticiones de la siguiente manera: independientemente de la forma que poseyera la partícula, la solución consistió en sumergir por debajo de la superficie de tensión superficial las partículas que así lo permitieron, cuidando que la partícula no se desprendiera del instrumento con el cual se tomaron los granos de manera individual. Posteriormente, lo que siguió fue sacar el instrumento fuera del agua, de tal manera que el contacto de la partícula con la tensión superficial, venciera la adherencia que existía entre el instrumento y la partícula, iniciando la caída de la misma.

Esta solución no aplicó a todos los granos, pues algunos en el instante que hubo contacto con la superficie del agua, se desprendían del instrumento, quedando atrapadas en la tensión superficial. Para dar solución a esto, hubo que imprimirles un

pequeño empuje de tal manera que fuera lo suficiente para romper la tensión superficial para no adicionarle a las partículas una velocidad inicial, alterando con ello las mediciones. Aún cuando suena algo sencillo, la naturaleza de esta solución es muy delicada, pues al depender de este empuje, y este, a su vez, del pulso de la persona, resulta una tarea un tanto complicada. Sin embargo, con el paso de las pruebas fue posible desarrollar la suficiente destreza para lidiar con el problema.

### **III.3.- VELOCIDAD DE CAÍDA EXPERIMENTAL ( $W_f$ ).**

#### **III.3.1.- Resultados del análisis fotográfico**

La importancia de este análisis radica en el hecho de haber seleccionado uno a uno los granos pues se tuvo control del manejo de los datos de diámetros y de velocidad de caída, es decir, al tener ordenadas las partículas y probar una a una se puede verificar la variación de la velocidad de caída dentro de una misma muestra. Este hecho viene desde luego asociado al cambio del diámetro que poseen cada uno de los granos. El control, por tanto, que se tiene de las partículas, así como de los datos que les corresponden, es exacto.

Aún cuando sale del alcance de este trabajo, cabe mencionar que las fotografías tomadas pueden servir para hacer un análisis de la forma de la partícula, pues como se mencionó antes, el factor de forma participa en algunas de las ecuaciones empíricas de velocidad de caída y no sólo el  $d_{50}$ , pues para realizar las pruebas el único dato utilizado fue éste último.

Sin embargo, se pudo realizar una caracterización visual a través del ojo de la forma de las partículas con las que se trabajó y además, al observar la caída de las partículas a través de la columna de agua, se determinó que la forma de los granos juegan un papel importante en la caída de las mismas porque al variar la forma de ésta, la velocidad de caída cambia, e inclusive, la trayectoria que se esperaría tuvieran los granos cambiaba. Por ejemplo, al tener partículas casi redondas, ya fuera con aristas agudas o redondeadas, la trayectoria de la caída generalmente era recta; por otro lado, la caída de partículas de forma alargada irregulares o cilíndricas era básicamente recta, pero con la particularidad de giraban alrededor de su centro de masa, por mencionar algunas. Esta caracterización visual se hizo sólo para aquellas partículas que así lo permitían, pues en general, partículas que poseían un  $d_{50}$  inferior a los 0.15 mm fue imposible observar la forma que poseían aún con ayuda de una lupa. Sin embargo, para estas partículas tan pequeñas, independientemente de la forma que tuviesen, es posible decir que la trayectoria de caída que seguían fue prácticamente recta. A continuación se muestran algunos ejemplos de ellos.

Tabla III.3  $d_{50}$  teórico y experimental del sitio Puerto Morelos 2 zona backshore

NUMERO GRANO	$d_{50}$ (mm) TEORICO	PIX FOT/mm	PIX TEORICO	PIXELES MEDIDOS	$d_{50}$ MEDIDO (mm)
1	0.17223	155.96	26.8609908	26.74	0.17145
2	0.17223	155.96	26.8609908	26.92	0.17261
3	0.17223	155.96	26.8609908	26.11	0.16741
4	0.17223	155.96	26.8609908	27.06	0.17351
5	0.17223	155.96	26.8609908	26.98	0.17299
6	0.17223	155.96	26.8609908	26.5	0.16992
7	0.17223	155.96	26.8609908	26.92	0.17261
8	0.17223	155.96	26.8609908	26.79	0.17177
9	0.17223	155.96	26.8609908	26.8	0.17184
10	0.17223	155.96	26.8609908	26.33	0.16883
11	0.17223	155.96	26.8609908	26.34	0.16889
12	0.17223	155.96	26.8609908	26.41	0.16934

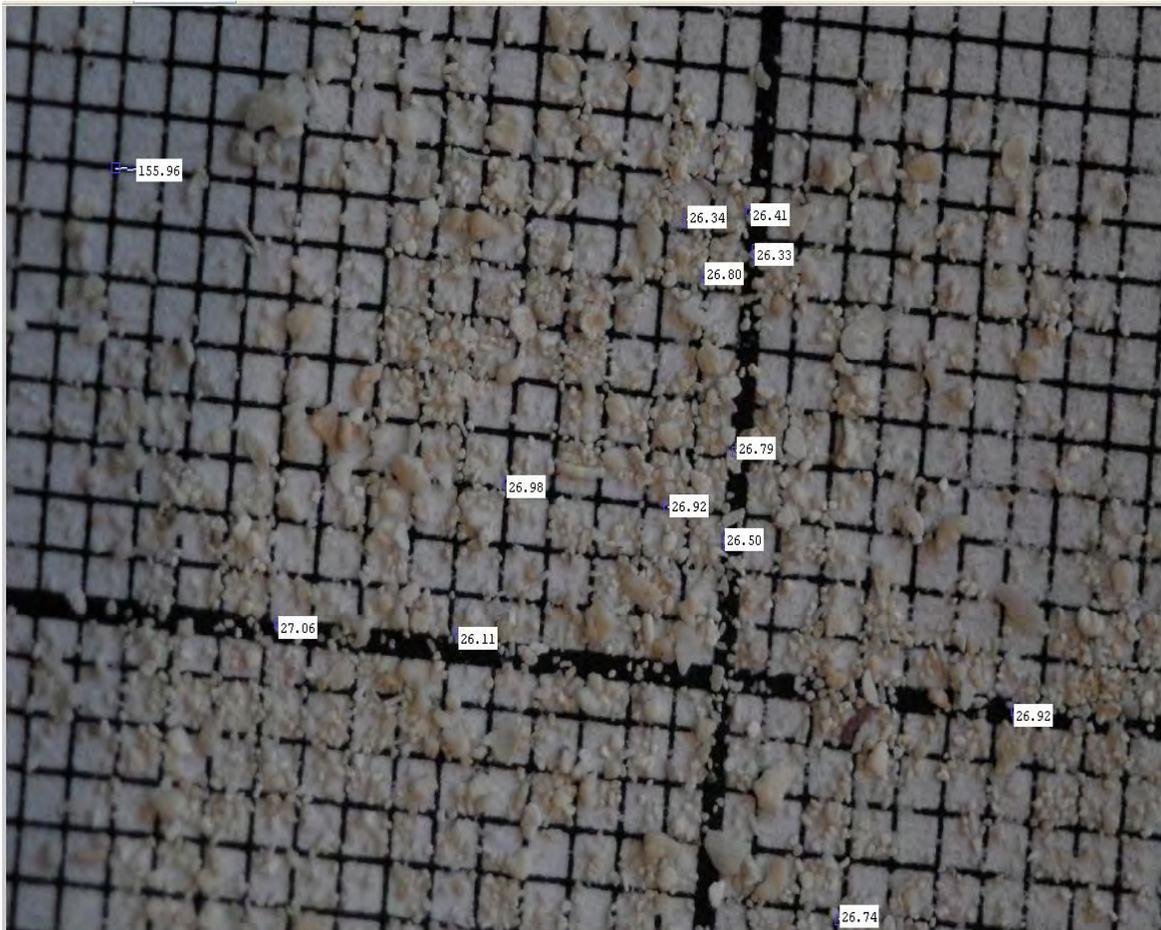


Figura III.1 Arena del sitio Puerto Morelos 2, Quintana Roo, México (zona backshore)

Tabla III.4  $d_{50}$  teórico y experimental del sitio Punto 5 zona offshore

NUMERO GRANO	$d_{50}$ (mm) TEORICO	PIX FOT/mm	PIX TEORICO	PIXELES MEDIDOS	$d_{50}$ MEDIDO (mm)
1	0.56421	146.38	82.5890598	82.73	0.56517
2	0.56421	146.38	82.5890598	82.7	0.56497
3	0.56421	146.38	82.5890598	82.8	0.56565
4	0.56421	146.38	82.5890598	82.86	0.56606
5	0.56421	146.38	82.5890598	82.7	0.56497
6	0.56421	146.38	82.5890598	82.56	0.56401
7	0.56421	146.38	82.5890598	82.46	0.56333
8	0.56421	146.38	82.5890598	82.2	0.56155
9	0.56421	146.38	82.5890598	82.55	0.56394
10	0.56421	146.38	82.5890598	82.6	0.56428
11	0.56421	146.38	82.5890598	82.63	0.56449
12	0.56421	146.38	82.5890598	82.89	0.56627

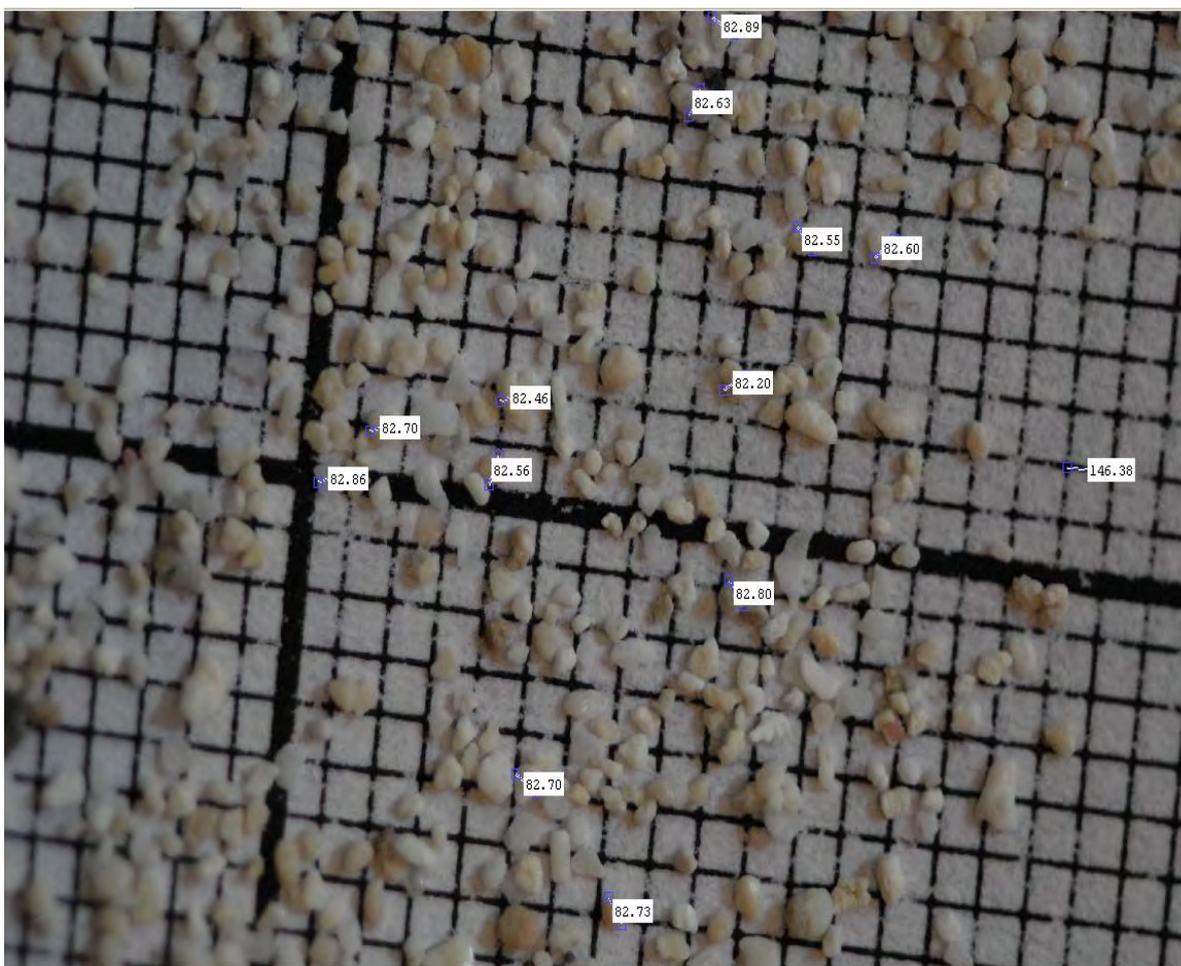


Figura III.2 Arena del sitio Punto 5, Quintana Roo, México (zona offshore)

Tabla III.5  $d_{50}$  teórico y experimental del sitio Punto F zona offshore (rompientes)

NUMERO GRANO	$d_{50}$ (mm) TEORICO	PIX FOT/mm	PIX TEORICO	PIXELES MEDIDOS	$d_{50}$ MEDIDO (mm)
1	2.0142	156.61	315.443862	315.02	2.01149
2	2.0142	156.61	315.443862	315.49	2.01449
3	2.0142	156.61	315.443862	315.37	2.01373
4	2.0142	156.61	315.443862	315.31	2.01335
5	2.0142	158.58	319.411836	319.23	2.01305
6	2.0142	158.58	319.411836	319.47	2.01457
7	2.0142	158.58	319.411836	319.23	2.01305
8	2.0142	156.89	316.007838	316.84	2.01950
9	2.0142	156.89	316.007838	316	2.01415
10	2.0142	156.89	316.007838	315.35	2.01001
11	2.0142	156.89	316.007838	316.31	2.01613
12	2.0142				

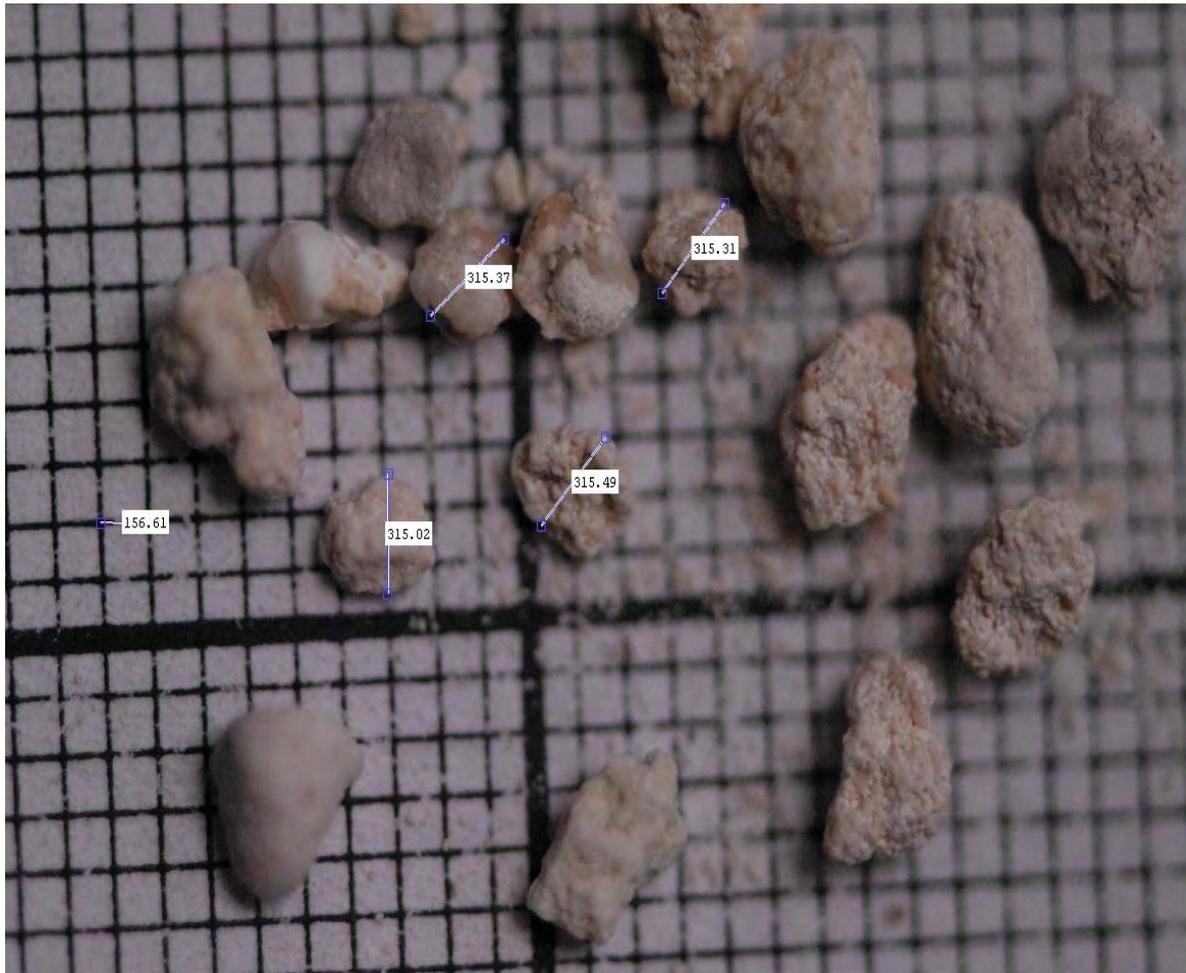


Figura III.3 Arena del sitio Punto F, Quintana Roo, México (zona offshore, rompientes)

Tabla III.6  $d_{50}$  teórico y experimental del sitio Punta Allen zona offshore

NUMERO GRANO	$d_{50}$ (mm) TEORICO	PIX FOT/mm	PIX TEORICO	PIXELES MEDIDOS	$d_{50}$ MEDIDO (mm)
1	0.078826	174.39	13.74646614	13.84	0.07936
2	0.078826	174.39	13.74646614	13.7	0.07856
3	0.078826	174.39	13.74646614	13.87	0.07953
4	0.078826	174.39	13.74646614	13.69	0.07850
5	0.078826	174.39	13.74646614	13.89	0.07965
6	0.078826	174.39	13.74646614	13.68	0.07844
7	0.078826	174.39	13.74646614	13.77	0.07896
8	0.078826	174.39	13.74646614	13.56	0.07776
9	0.078826	174.39	13.74646614	13.97	0.08011
10	0.078826	174.39	13.74646614	13.75	0.07885
11	0.078826	174.39	13.74646614	13.89	0.07965
12	0.078826	174.39	13.74646614	13.56	0.07776

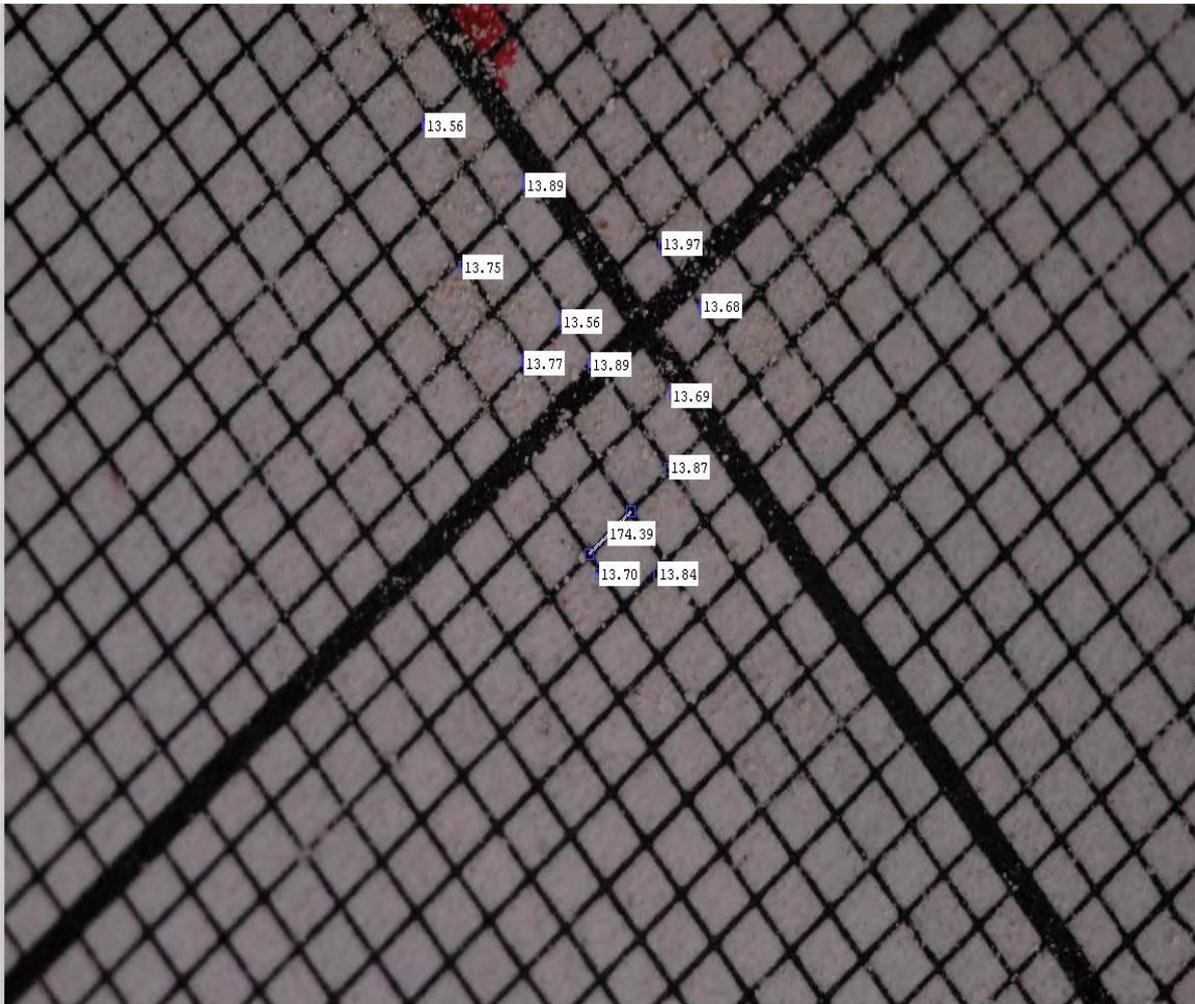


Figura III.4 Arena del sitio Punta Allen, Quintana Roo, México (zona offshore)

### III.3.2.- Resultados de las pruebas de velocidad de caída

A partir de los granos seleccionados en cada uno de los ensayos, se inició la prueba de velocidad de caída de éstos, como ya se mencionó en el apartado anterior. A continuación se presentan los resultados de velocidad de caída de algunas muestras que se obtuvieron después de haber analizado los videos.

Tabla III.7 Velocidad de caída de las arenas del sitio Puerto Morelos Estación UNAM, zona foreshore, Quintana Roo

Número grano	d <sub>50</sub> teórico(mm)	d <sub>50</sub> medido (mm)	Distancia (cm)	Tiempo (s)	Velocidad experimental (m/s)
1	0.37452	0.37951	20	3.833	0.05218
2	0.37452	0.37645	20	6.567	0.03046
3	0.37452	0.37713	20	4.133	0.04839
4	0.37452	0.37285	20	3.500	0.05714
5	0.37452	0.37414	20	---	---
6	0.37452	0.37727	20	5.100	0.03922
7	0.37452	0.37869	20	6.000	0.03333
8	0.37452	0.37713	20	4.900	0.04082
9	0.37452	0.37387	20	6.200	0.03226
10	0.37452	0.37672	20	4.400	0.04545
11	0.37452	0.37577	20	6.333	0.03158
12	0.37452	0.37278	20	6.100	0.03279

Tabla III.8 Velocidad de caída de las arenas del sitio Punto 9, zona foreshore, Quintana Roo

Número grano	d <sub>50</sub> teórico(mm)	d <sub>50</sub> medido (mm)	Distancia (cm)	Tiempo (s)	Velocidad experimental (m/s)
1	0.53931	0.53955	25	3.967	0.06302
2	0.53931	0.54032	25	4.200	0.05952
3	0.53931	0.54070	25	2.800	0.08929
4	0.53931	0.54192	25	3.533	0.07076
5	0.53931	0.53929	25	4.167	0.06000
6	0.53931	0.53961	25	3.200	0.07813
7	0.53931	0.53955	25	4.667	0.05357
8	0.53931	0.53993	25	4.367	0.05725
9	0.53931	0.54109	25	3.300	0.07576
10	0.53931	0.54192	25	4.200	0.05952
11	0.53931			---	---
12	0.53931			---	---

Tabla III.9 Velocidad de caída de las arenas del sitio Tulum A, zona foreshore, Quintana Roo

Número grano	$d_{50}$ teórico (mm)	$d_{50}$ medido (mm)	Distancia (cm)	Tiempo (s)	Velocidad experimental (m/s)
1	0.16206	0.16300	15	15.300	0.00980
2	0.16206	0.16159	15	8.700	0.01724
3	0.16206	0.16259	15	11.400	0.01316
4	0.16206	0.16200	15	11.600	0.01293
5	0.16206	0.16206	15	11.733	0.01278
6	0.16206	0.16141	15	---	---
7	0.16206	0.16323	15	13.233	0.01134
8	0.16206	0.16224	15	8.733	0.01718
9	0.16206	0.16212	15	10.467	0.01433
10	0.16206	0.16288	15	20.100	0.00746
11	0.16206	0.16335	15	7.533	0.01991
12	0.16206	0.16253	15	10.933	0.01372

Tabla III.10 Velocidad de caída de las arenas del sitio Holbox, zona offshore, Quintana Roo

Número grano	$d_{50}$ teórico (mm)	$d_{50}$ medido (mm)	Distancia (cm)	Tiempo (s)	Velocidad experimental (m/s)
1	0.13212	0.13223	10	9.333	0.01071
2	0.13212	0.13119	10	8.800	0.01136
3	0.13212	0.13206	10	9.200	0.01087
4	0.13212	0.13229	10	7.833	0.01277
5	0.13212	0.13223	10	11.700	0.00855
6	0.13212	0.13287	10	11.900	0.00840
7	0.13212	0.13200	10	7.300	0.01370
8	0.13212	0.13148	10	9.200	0.01087
9	0.13212	0.13101	10	11.333	0.00882
10	0.13212	0.13235	10	10.067	0.00993
11	0.13212	0.13124	10	10.667	0.00937
12	0.13212	0.13258	10	9.833	0.01017

Tabla III.11 Velocidad de caída de las arenas del sitio UAY, zona offshore, Yucatán

Número grano	$d_{50}$ teórico (mm)	$d_{50}$ medido (mm)	Distancia (cm)	Tiempo (s)	Velocidad experimental (m/s)
1	0.17554	0.17568	15	9.433	0.01590
2	0.17554	0.17691	15	9.100	0.01648
3	0.17554	0.17667	15	8.067	0.01859
4	0.17554	0.17556	15	9.333	0.01607
5	0.17554	0.17609	15	7.600	0.01974
6	0.17554	0.17591	15	19.833	0.00756
7	0.17554	0.17632	15	10.000	0.01500
8	0.17554	0.17667	15	6.533	0.02296
9	0.17554	0.17527	15	9.633	0.01557
10	0.17554	0.17661	15	9.726	0.01542
11	0.17554	0.17726	15	13.100	0.01145
12	0.17554	0.17533	15	8.233	0.01822



Tabla III.12 Velocidad de caída de las arenas del sitio Isla del Carmen, zona backshore, Campeche

Número grano	$d_{50}$ teórico (mm)	$d_{50}$ medido (mm)	Distancia (cm)	Tiempo (s)	Velocidad experimental (m/s)
1	<b>0.20672</b>	0.20582	15	6.033	<b>0.02486</b>
2	<b>0.20672</b>	0.20642	15	8.100	<b>0.01852</b>
3	<b>0.20672</b>	0.20612	15	6.100	<b>0.02459</b>
4	<b>0.20672</b>	0.20666	15	7.900	<b>0.01899</b>
5	<b>0.20672</b>	0.20612	15	9.500	<b>0.01579</b>
6	<b>0.20672</b>	0.20594	15	7.067	<b>0.02123</b>
7	<b>0.20672</b>	0.20757	15	6.133	<b>0.02446</b>
8	<b>0.20672</b>	0.20521	15	7.400	<b>0.02027</b>
9	<b>0.20672</b>	0.20811	15	5.400	<b>0.02778</b>
10	<b>0.20672</b>	0.20588	15	5.800	<b>0.02586</b>
11	<b>0.20672</b>	0.20745	15	5.533	<b>0.02711</b>
12	<b>0.20672</b>	0.20678	15	5.033	<b>0.02980</b>

## SECCIÓN IV.- ANÁLISIS DE RESULTADOS

### IV.1.- ANÁLISIS DE RESULTADOS DEL $d_{50}$ DE LAS PARTÍCULAS

Como resultado del análisis fotográfico, se obtuvieron  $d_{50}$  experimentales que desde luego no son iguales al  $d_{50}$  teórico calculado del análisis granulométrico. Debido a ello es necesario manejar los resultados de manera estadística, es decir, obtener un resultado que represente la información de cada una de las muestras. A continuación se enlistan para algunas muestras, el diámetro teórico, el diámetro experimental medio, así como la desviación estándar asociada a este último diámetro y los errores absolutos y relativos correspondientes, esto con la finalidad de verificar la variación que hay en los resultados al manejar partículas muy pequeñas.

Tabla IV.1 Errores absolutos y relativos de las arenas de la península de Yucatán

M	NS	ZP	$d_{50}$ T (mm)	$d_{50}$ EM (mm)	$\sigma$ (mm)	EA (mm)	ER (%)
5	PM Est UNAM	offshore	0.32537	0.32669	0.00226	0.00132	0.40602
10	Puerto Morelos 3	foreshore	0.22893	0.22937	0.00082	0.00044	0.19298
15	Punto 2	backshore	0.26592	0.26687	0.00115	0.00095	0.35689
20	Punto 3	offshore	0.53203	0.53229	0.00149	0.00026	0.04796
25	Punto 4A	foreshore	0.19863	0.19925	0.00144	0.00062	0.31426
30	Punto 6	backshore	0.47484	0.47413	0.00155	0.00071	0.14908
35	Punto 7	offshore	0.86964	0.86982	0.00109	0.00018	0.02100
40	Punto 9	foreshore	0.53931	0.54039	0.00093	0.00108	0.20008
45	Punto 10	offshore	0.21476	0.21467	0.00065	0.00009	0.04374
50	Punto B	foreshore	0.15964	0.15981	0.00161	0.00017	0.10409
55	Punto D	backshore	0.28456	0.28480	0.00101	0.00024	0.08481
60	Punto E	offshore	0.30352	0.30301	0.00128	0.00051	0.16863
65	Punto G	backshore	0.23033	0.23069	0.00197	0.00036	0.15581
70	Isla Mujeres	offshore	0.2487	0.24855	0.00074	0.00015	0.05992
75	Tulum B	foreshore	0.22089	0.22111	0.00089	0.00022	0.10106
80	Bahía Príncipe	backshore	0.49694	0.49706	0.00048	0.00012	0.02508
85	Akumal 1	offshore	0.14863	0.14889	0.00073	0.00026	0.17624
90	Playa del Carmen 2	foreshore	0.27936	0.27869	0.00072	0.00067	0.23846
95	Punta Allen	backshore	0.24579	0.24542	0.00065	0.00037	0.15236
100	Holbox	offshore	0.13212	0.13196	0.00057	0.00016	0.12034
105	Telchac	backshore	0.43442	0.43358	0.00055	0.00084	0.19322
110	UAY	foreshore	0.57784	0.57825	0.00111	0.00041	0.07128
115	ECCA	offshore	0.22674	0.22677	0.00065	0.00003	0.01453
120	Progreso	offshore	0.16023	0.16009	0.00058	0.00014	0.08705
125	Carissa Palma	backshore	0.37587	0.37603	0.00065	0.00016	0.04173
130	Hilton	foreshore	0.63184	0.63199	0.00032	0.00015	0.02451
135	Royal Solaris	foreshore	0.56224	0.56169	0.00058	0.00055	0.09699
140	Isla del Carmen	backshore	0.20672	0.20651	0.00081	0.00021	0.10278

donde:

M = número de muestra; NS = nombre de sitio; ZP = zona del perfil de playa;  $d_{50}$  T = diámetro teórico, en mm;  $d_{50}$  EM = diámetro experimental medio, en mm;  $\sigma$  = desviación estándar, en mm; EA = error absoluto, en mm; ER = error relativo, en porcentaje.

La tabla IV.1 se realizó utilizando un muestreo estadístico el cual fue un “muestreo sistemático”, tal muestra se obtiene cuando los elementos son seleccionados de una manera ordenada. La manera de la selección depende del número de elementos incluidos en la población y el tamaño de la muestras. El número de elementos de la población es dividido por el número deseado en la muestra. El cociente indicará si cada segundo, quinto, décimo, etc, de la población va a ser seleccionado, siendo el primer elemento de la muestra elegido al azar. Por lo tanto, una muestra sistemática puede dar la misma precisión de estimación acerca de la población, que una muestra aleatoria simple (m.a.s) cuando los elementos en la población están ordenados al azar. Lo anterior se hizo con la finalidad de no colocar todos los resultados para que de esta forma fuera más ágil la asimilación y comprensión de la información que representan los datos.

A partir de los resultados mostrados en la tabla IV.1, se puede observar que tanto el error absoluto como el relativo presentan valores por debajo del 1%, con lo cual se puede afirmar que la selección y medición del  $d_{50}$  correspondiente a cada muestra se realizaron con la suficiente precisión, es decir, los resultados reflejan una buena selección de granos. Aún cuando estos resultados pertenecen a 28 muestras de las 143 con las que se cuentan, no se descuidó que representasen a toda la península, pues, como se puede verificar, las muestras pertenecen tanto a la línea de costa como a la zona del perfil de playa del cual se extrajeron.

Por otra parte, al observar los resultados correspondientes al error absoluto (EA) y al error relativo (ER), se tienen valores de 0.00132 mm y 0.40602 % respectivamente que son muy aceptables debido a que, al trabajar con partículas muy pequeñas y aún con la resolución que posee el equipo utilizado, el observar una variación de 0.001 mm es prácticamente imposible. De igual manera, si se observa el valor máximo de error relativo igual a 0.40602 % se puede atribuir este hecho a que, para ese momento de realizar la prueba, aún no se contaba con la suficiente práctica para seleccionar de la mejor manera los granos y conforme se fueron realizando más y más pruebas, dicho error fue disminuyendo hasta tenerse, para estas 28 muestras, un valor mínimo igual a 0.01453%.

Tabla IV.2 Valores máximos y mínimos de error absoluto y relativo para 28 muestras de las 143 en donde: VM = valor máximo y VMI = valor mínimo

	VM	VMI
EA (mm)	0.00132	0.00003
ER (%)	0.40602	0.01453

## IV.2.- ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA VELOCIDAD DE CAÍDA

### IV.2.1.- Comparación con ecuaciones empíricas de velocidad de caída

Para realizar el estudio de qué ecuación empírica de velocidad de caída es la que mejor se ajusta o la que mejor se verifica con los resultados obtenidos, es necesario determinar la medida de tendencia central (media, moda o mediana) que represente a los datos de la mejor manera, por lo cual se realizó el siguiente análisis.

#### ***La media como medida de tendencia central de comparación.***

Para el cálculo de esta medida simplemente es el promedio de los resultados de velocidad de caída obtenidos en cada prueba. Al realizar este análisis, se obtuvo una base de datos muy extensa, por lo cual sólo se mostrarán los resultados finales de lo antes dicho.

El criterio que se optó para decidir si se utilizaría o no a la media como medida de comparación fue el siguiente: *si al menos el 50% de las pruebas tuvieran un coeficiente de variación (CV) menor o igual al 15%, se optaría por utilizar a la media como parámetro de comparación.* A continuación se muestran los resultados consecuencia de lo antes explicado.

Tabla IV.3 Análisis de la media como parámetro de comparación

<b>Número de muestras que cumplen el criterio</b>	<b>2</b>	<b>13</b>	<b>32</b>
<b>Con un CV =</b>	<b>10%</b>	<b>15%</b>	<b>20%</b>
<b>Porcentaje de pruebas que cumplen con el criterio</b>	<b>1.40%</b>	<b>9.09%</b>	<b>22.38%</b>

Al analizar los resultados de la velocidad de caída y con ayuda de la tabla IV.3, se verifica que la media no resulta ser un buen parámetro de comparación pues, aún cuando el coeficiente de variación se incrementa hasta un 20% y que de esta manera más muestras cumplieran con el criterio, no fue suficiente para alcanzar el 50% establecido, con lo cual la media queda descartada.

Por otra parte, dentro de los resultados de las 143 muestras, se observa un coeficiente de variación mínimo igual a 6.03%, que pertenece al sitio Hilton (Cancún) y de igual forma, se obtuvo un coeficiente máximo igual a 75.28%, que corresponde al sitio de Punta Allen (Quintana Roo). Cabe resaltar en este último resultado que, al trabajar con un tamaño de partícula demasiado pequeño ( $d_{50} = 0.078826$  mm), la velocidad de caída de las partículas por tanto son muy pequeñas ( $V_{media} = 0.00718$  m/s) y aún cuando la desviación estándar de la misma muestra es pequeña respecto de otras muestras ( $\sigma = 0.00541$  m/s), no lo es respecto de la velocidad de la misma muestra y al realizar el cociente de ambas medidas estadísticas se obtuvo como resultado un coeficiente muy elevado. Aún cuando la media es parámetro estadístico en el cual se encuentra la información de todos los datos, dicho parámetro se ve

afectado por valores extremos, como es este caso de Punta Allen, por lo cual se tendrá que hacer el análisis con la moda y con la mediana y determinar cuál de ellos utilizar para hacer las comparaciones con los resultados teóricos.

***La moda como medida de tendencia central de comparación.***

La **moda** es el valor con una mayor frecuencia en una distribución de datos. Se considerará de una distribución bimodal de los datos, cuando se encuentre dos modas, es decir, dos datos que tengan la misma frecuencia máxima. Una distribución trimodal de los datos es en la que se tengan tres modas, a así, sucesivamente. Si todos los datos tuvieran la misma frecuencia entonces no habrá moda.

Tabla IV.4 Análisis de la moda como parámetro de comparación

M	NS	ZP	moda (m/s) 4 decimales	moda (m/s) 3 decimales	moda (m/s) 2 decimales
5	PM Est. UNAM	offshore	---	0.027 y 0.032	
10	Puerto Morelos 3	foreshore	---	0.015, 0.017, 0.020	
15	Punto 2	backshore	0.0267		
20	Punto 3	offshore	---	---	0.05, 0.06
25	Punto 4A	foreshore	---	0.014,0.016,0.017	
30	Punto 6	backshore	0.0714		
35	Punto 7	offshore	---	---	0.09,0.10,0.11
40	Punto 9	foreshore	0.0595		
45	Punto 10	offshore	0.0184		
50	Punto B	foreshore	---	0.011,0.015,0.020	
55	Punto D	backshore	---	0.045,0.047	
60	Punto E	offshore	0.0333		
65	Punto G	backshore	0.0288		
70	Isla Mujeres	offshore	---	0.015,0.016	
75	Tulum B	foreshore	---	0.016,0.018,0.019,0.026	
80	Bahía Príncipe	backshore	---	0.051,0.052	
85	Akumal 1	offshore	---	0.007,0.010,0.012,0.013	
90	Playa del Carmen 2	foreshore	---	0.031,0.032,0.038	
95	Punta Allen	backshore	---	0.013,0.023	
100	Holbox	offshore	0.0109		
105	Telchac	backshore	0.0267		
110	UAY	foreshore	---	---	0.04,0.06,0.07
115	ECCA	offshore	---	0.025	
120	Progreso	offshore	---	0.020,0.029,0.030	
125	Carissa Palma	backshore	0.0509,0.0625		
130	Hilton	foreshore	0.0882		
135	Royal Solaris	foreshore	---	0.064,0.085	
140	Isla del Carmen	backshore	---	0.019,0.025	

Tomando en cuenta lo anterior y al realizar un muestreo similar al hecho en el análisis del diámetro teórico  $d_{50}$ , se obtuvieron en algunos sitios un comportamiento bimodal, en otros trimodal y en algunos casos se presentaron hasta cuatro modas. Al no existir un criterio para decidir cuál moda utilizar para hacer el análisis con las

ecuaciones empíricas, la moda queda descartada como medida de comparación. En la tabla IV.4 se presentan los resultados obtenidos.

### ***La mediana como medida de tendencia central de comparación***

Estadísticamente hablando, la mediana es el valor de la variable en estudio que deja el mismo número de datos antes y después que ésta, una vez ordenados los datos, es decir, el conjunto de datos menores o iguales que la mediana representarán el 50% de los datos, y los que sean mayores que la mediana representarán el otro 50% del total de datos de la muestra. Al revisar la definición anterior, la mediana resulta la medida de tendencia central de comparación más adecuada, pues a diferencia de la media y la moda, la mediana no se ve afectada por valores extremos, como es el caso de la media, y también al ser un valor único, lo que no sucede con la moda. Es, por tanto, la mediana la medida de tendencia central que se estaba buscando para poder realizar el análisis de los resultados.

La metodología que se siguió para realizar la comparación de los resultados experimentales de velocidad de caída con los resultados teóricos fue el siguiente:

- a) Una vez que se contaba con el  $d_{50}$  promedio, este dato, junto con la densidad relativa y el factor de Corey (CFS) respectivos, se calculó con cada una de las ecuaciones empíricas la velocidad de caída correspondiente al sitio en cuestión. De esta manera se obtuvieron los errores absolutos y relativos para cada una de las expresiones, tal y como se muestra en la siguiente tabla:

**Tabla IV.5 Resultados de velocidad de caída teórica para el sitio Akumal 1, zona backshore, en donde:  $W_f$  lab = velocidad de caída experimental, en m/s;  $W_f$  Cal = velocidad de caída teórica utilizando el  $d_{50}$  promedio experimental, en m/s; Eabs = error absoluto, en m/s; Erel = error relativo, en porcentaje.**

<b>Ecuacion</b>	<b><math>W_f</math>_lab</b>	<b><math>W_f</math>_Cal</b>	<b>Error</b>	<b>Eabs</b>	<b>Erel</b>
<b>Hal</b>	0.01429	0.01938	-0.00509	0.00509	26.25598
<b>Van</b>	0.01429	0.01763	-0.00334	0.00334	18.92378
<b>Sou</b>	0.01429	0.01789	-0.0036	0.0036	20.12242
<b>Ahr</b>	0.01429	0.018	-0.00371	0.00371	20.61613
<b>Zan</b>	0.01429	0.01763	-0.00334	0.00334	18.92378
<b>Jul</b>	0.01429	0.01884	-0.00455	0.00455	24.15984
<b>Che</b>	0.01429	0.01749	-0.0032	0.0032	18.30259
<b>Jim</b>	0.01429	0.0169	-0.00261	0.00261	15.4229
<b>Rub</b>	0.01429	0.01656	-0.00227	0.00227	13.68683
<b>Cha</b>	0.01429	0.01681	-0.00252	0.00252	14.99001
<b>Swa</b>	0.01429	0.01711	-0.00282	0.00282	16.48958
<b>Cam</b>	0.01429	0.01596	-0.00167	0.00167	10.45728
<b>D_50 (m)</b>	0.00015399				
<b>Ss (adim)</b>	2.721				
<b>CFS (adim)</b>	0.8347				

***El min error se presenta con Cam***

- b) Tal y como se muestra los resultados en la tabla IV.5, se obtuvieron los resultados de velocidad de caída con las expresiones para cada uno de los sitios. Lo que a continuación sigue es decidir a partir de qué porcentaje de error relativo y por consiguiente, cuáles ecuaciones son las más adecuadas para utilizar, teniendo la certeza de que dichas expresiones son las que menor error arrojan. No obstante, los resultados correspondientes al error relativo para cada sitio no presentan tendencia alguna (ver anexo VI.2), por lo cual fue necesario determinar dos criterios para poder decidir cuales expresiones son las que mejor se apegan a los resultados experimentales.

#### IV.2.2.- Criterios de comparación

Para determinar que expresiones de velocidad de caída son las que presentan resultados parecidos a los resultados experimentales, fue necesario fijar algún criterio o regla que permita por medio de su aplicación, decidir cuáles ecuaciones son las de mejor comportamiento. Al respecto, es conveniente resaltar que los resultados de velocidad de caída experimentales fueron en todas las pruebas menores a los resultados de velocidad de caída teóricos utilizando las doce expresiones.

Un primer criterio de comparación fue el fijar **un error relativo** con el cual los resultados producto de utilizar las ecuaciones que fueran iguales o inferiores a éste, serían las expresiones de mejor comportamiento. Para ello se aplicaron factores de reducción ( $F_R$ ) para lograr esta meta.

El segundo criterio de comparación fue utilizar **la frecuencia** con la cual las expresiones fueron aceptadas en el primer criterio, con la seguridad de que las mismas siempre presentarían los menores errores relativos respecto de otras ecuaciones. Es así como se determinó qué ecuaciones de velocidad de caída fueron las de mejor comportamiento.

##### IV.2.2.1.- Primer criterio de comparación

En este primer paso fue fijar un límite superior de error relativo en el cual las expresiones que arrojasen valores iguales o menores a esta frontera serían las de mejor comportamiento; sin embargo, debido a la variación de los valores de error relativo de una muestra a otra, y aunado a ello, los mismos en todas las muestras presentan valores muy grandes (errores por arriba del 10%), resulta complicado decidir qué límite fijar para realizar la selección de expresiones, es decir, para una muestra en donde los errores oscilan entre 15% y 35% y en aquellas en donde los mismos oscilan entre 30% y 50% resultaría erróneo establecer que las expresiones que estuviesen por debajo del 35% de error relativo calificaran como las ecuaciones de mejor ajuste, porque de ser así prácticamente todas las expresiones calificarían para el primer caso citado y solo unas pocas para el segundo. Esto es sólo para el caso de dos muestras, ahora si consideramos las 143 con las que se trabajó, no resulta práctico esto.

Para dar solución a ello, lo que se optó por realizar fue introducir el concepto de “factor de reducción”. Haciendo una analogía con lo que se hace en ingeniería estructural y que básicamente consiste en considerar las incertidumbres que se tienen en la resistencia de material. Aquí, *lo que sustenta este factor de reducción es la incertidumbre que se tiene en la trayectoria de las partículas.*

Uno de los resultados de los ensayos con las muestras fue que, no importando la forma de partícula (esféricas, cilíndricas, de media luna, forma de gota, combinación de éstas últimas o completamente irregulares), la trayectoria de las mismas no siguieron en ningún caso alguna tendencia o patrón, o sea, para una misma forma de partícula la trayectoria puede ser recta, en forma de hélice, en zigzag o combinación de lo antes dicho. Al tener presente lo anterior, es la razón por la cual los resultados experimentales de velocidad de caída resultan a simple vista ligeramente menores que los resultados utilizando las expresiones.

Por lo tanto, para solucionar el problema anterior de una manera práctica y desde luego tenga un sustento sólido, se optó por introducir el factor de reducción de la siguiente forma:

$$FR = \frac{W_{f \text{ lab}}}{W_{f \text{ cal}}} \quad (\text{IV.1})$$

donde:

$W_{f \text{ lab}}$  = velocidad de caída experimental, en m/s

FR = factor de reducción que toma en cuenta la incertidumbre de la trayectoria que puede seguir una partícula en su caída, adimensional

$W_{f \text{ cal}}$  = velocidad de caída teórica, en m/s

Al utilizar un factor de reducción, es posible disminuir los errores relativos generados por utilizar las ecuaciones, con lo cual ya es posible fijar un límite superior para poder discriminar de entre las ecuaciones cuáles son las de mejor ajuste. En este trabajo se optó por utilizar un valor del 5% de error relativo como frontera superior, porque al verificar los resultados después de aplicar los factores de reducción correspondientes se llegó a la conclusión de que un 5% de error relativo era un valor muy aceptable debido al manejo de valores pequeños (entre  $10^{-2}$ ). En las siguientes tablas se complementa lo antes explicado.

**Tabla IV.6 Factores de reducción para el sitio Holbox, zona backshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.01188	0.0162	-0.00432	0.00432	26.66956	0.73333333	0.015228	0.003348	21.99%	0
Van	0.01188	0.01353	-0.00165	0.00165	12.1985	0.87804878	0.0127182	0.0008382	6.59%	0
Sou	0.01188	0.01372	-0.00184	0.00184	13.44144	0.86588921	0.0128968	0.0010168	7.88%	0
Ahr	0.01188	0.01438	-0.0025	0.0025	17.39525	0.82614743	0.0135172	0.0016372	12.11%	0
Zan	0.01188	0.01353	-0.00165	0.00165	12.1985	0.87804878	0.0127182	0.0008382	6.59%	0
Jul	0.01188	0.01461	-0.00273	0.00273	18.68172	0.81314168	0.0137334	0.0018534	13.50%	0
Che	0.01188	0.01381	-0.00193	0.00193	13.97727	0.8602462	0.0129814	0.0011014	8.48%	0
Jim	0.01188	0.01322	-0.00134	0.00134	10.16587	0.89863843	0.0124268	0.0005468	4.40%	1
Rub	0.01188	0.01288	-0.001	0.001	7.79153	0.92236025	0.0121072	0.0002272	1.88%	1
Cha	0.01188	0.01307	-0.00119	0.00119	9.11261	0.9089518	0.0122858	0.0004058	3.30%	1
Swa	0.01188	0.01307	-0.00119	0.00119	9.12262	0.9089518	0.0122858	0.0004058	3.30%	1
Cam	0.01188	0.01256	-0.00068	0.00068	5.40978	0.94585987	0.0118064	7.36E-05	0.62%	1

**Tabla IV.7 Factores de reducción para el sitio Holbox, zona foreshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.04256	0.06398	-0.02142	0.02142	33.47677	0.66520788	0.0467054	0.0041454	8.88%	0
Van	0.04256	0.06801	-0.02545	0.02545	37.42548	0.62579032	0.0496473	0.0070873	14.28%	0
Sou	0.04256	0.06948	-0.02692	0.02692	38.74095	0.61255037	0.0507204	0.0081604	16.09%	0
Ahr	0.04256	0.06508	-0.02252	0.02252	34.60179	0.65396435	0.0475084	0.0049484	10.42%	0
Zan	0.04256	0.06801	-0.02545	0.02545	37.42548	0.62579032	0.0496473	0.0070873	14.28%	0
Jul	0.04256	0.06646	-0.0239	0.0239	35.96246	0.64038519	0.0485158	0.0059558	12.28%	0
Che	0.04256	0.06319	-0.02063	0.02063	32.64947	0.67352429	0.0461287	0.0035687	7.74%	0
Jim	0.04256	0.06623	-0.02367	0.02367	35.7356	0.64260909	0.0483479	0.0057879	11.97%	0
Rub	0.04256	0.06672	-0.02416	0.02416	36.21469	0.63788969	0.0487056	0.0061456	12.62%	0
Cha	0.04256	0.06754	-0.02498	0.02498	36.98841	0.6301451	0.0493042	0.0067442	13.68%	0
Swa	0.04256	0.07004	-0.02748	0.02748	39.23247	0.60765277	0.0511292	0.0085692	16.76%	0
Cam	0.04256	0.05822	-0.01566	0.01566	26.90054	0.73102027	0.0425006	5.94E-05	0.14%	1

**Tabla IV.8 Factores de reducción para el sitio Holbox, zona offshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.01044	0.01431	-0.00387	0.00387	27.05122	0.72955975	0.0133083	0.0028683	21.55%	0
Van	0.01044	0.01194	-0.0015	0.0015	12.56051	0.87437186	0.0111042	0.0006642	5.98%	0
Sou	0.01044	0.01211	-0.00167	0.00167	13.77735	0.86209744	0.0112623	0.0008223	7.30%	0
Ahr	0.01044	0.0129	-0.00246	0.00246	19.04259	0.80930233	0.011997	0.001557	12.98%	0
Zan	0.01044	0.01194	-0.0015	0.0015	12.56051	0.87437186	0.0111042	0.0006642	5.98%	0
Jul	0.01044	0.01294	-0.0025	0.0025	19.32954	0.80680062	0.0120342	0.0015942	13.25%	0
Che	0.01044	0.01234	-0.0019	0.0019	15.43039	0.84602917	0.0114762	0.0010362	9.03%	0
Jim	0.01044	0.01178	-0.00134	0.00134	11.38518	0.88624788	0.0109554	0.0005154	4.70%	1
Rub	0.01044	0.01439	-0.00395	0.00395	27.45649	0.72550382	0.0133827	0.0029427	21.99%	0
Cha	0.01044	0.01161	-0.00117	0.00117	10.07835	0.89922481	0.0107973	0.0003573	3.31%	1
Swa	0.01044	0.01191	-0.00147	0.00147	12.3121	0.87657431	0.0110763	0.0006363	5.74%	0
Cam	0.01044	0.01121	-0.00077	0.00077	6.88148	0.93131133	0.0104253	1.47E-05	0.14%	1

Al revisar las tablas anteriores, la columna en la cual está indicada con el título “Wf con FR” es la velocidad de caída calculada con las expresiones afectadas por el factor de reducción que corresponde a la ecuación que presentó el menor error relativo. El motivo de esto es para asegurar que al elegir qué ecuaciones son las de mejor ajuste, la expresión con el menor error relativo también está dentro de ésta,

porque al manejar algún otro valor, por ejemplo el promedio de un  $F_R$ , cambia la tendencia que presentan los valores de error relativo, además de que el menor error relativo, al ser un valor extremo, no clasificaría dentro de este criterio, razón por la cual es que se optó por manejar el  $F_R$  mayor.

#### IV.2.2.2.- Segundo criterio de comparación

Al tener la clasificación resultado de aplicar el primer criterio, se obtiene las ecuaciones de mejor ajuste a los datos experimentales para cada muestra. Sin embargo, al hacer el análisis por zona del perfil de playa (backshore, foreshore, offshore), no es posible aún decidir qué expresiones son las mejores para su utilización porque, al menos una vez, una expresión se ajustó a los datos experimentales con error relativo bajo. Por ejemplo, para el análisis en la zona backshore para el estado de Quintana Roo, se obtuvo que Camenen tiene una frecuencia de mejor ajuste de un 83%, mientras que Van Rijn tiene una frecuencia de sólo el 6%. Sería incorrecto afirmar que todas las expresiones se ajustan al menos una vez a los datos, pues lo que se pretende es determinar para todo el rango de diámetros la o las ecuaciones de mejor comportamiento, para lo cual se aplicó esta segunda etapa o criterio de clasificación.

Se debe de entender que, en esta segunda etapa de discriminación de expresiones, lo que se busca determinar cuáles igualdades de velocidad de caída tienen la mayor frecuencia con la cual se ajustan al rango de diámetros y por lo tanto a los resultados de velocidad de caída experimentales obtenidos. A continuación se muestran las frecuencias para los tres estados que conforman la península de Yucatán.

Cabe señalar que para el estado de Campeche sólo se trabajaron con apenas 7 muestras, sin embargo y como se verá más adelante al comparar con otros trabajos existentes, es posible inferir sin llegar a conclusiones erróneas que ecuaciones son las de mejor ajuste para este estado.

Tabla IV.9 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Quintana Roo, zona backshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	16	2	4	9	2	6	9	8	11	7	12	25
Por (%)	53.33	6.67	13.33	30.00	6.67	20.00	30.00	26.67	36.67	23.33	40.00	83.33

Tabla IV.10 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Quintana Roo, zona foreshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	15	1	0	9	1	5	15	4	9	5	16	35
Por (%)	42.90	2.90	0.00	2.57	2.90	14.30	42.90	11.40	25.70	14.30	45.70	100.00

Tabla IV.11 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Quintana Roo, zona offshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	10	3	2	4	4	10	15	3	6	4	8	26
Por (%)	30.30	9.10	6.10	12.10	12.10	30.30	45.50	9.10	18.20	12.10	24.20	78.80

Tabla IV.12 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Yucatán, zona backshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	5	0	0	4	0	0	5	0	0	0	0	5
Por (%)	100.00	0.00	0.00	80.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00

Tabla IV.13 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Yucatán, zona foreshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	2	1	0	1	1	3	6	0	0	0	0	6
Por (%)	33.33	16.67	0.00	16.67	16.67	50.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00

Tabla IV.14 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Yucatán, zona offshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	4	0	0	4	0	0	3	5	7	3	7	9
Por (%)	33.33	0.00	0.00	33.33	0.00	0.00	25.00	41.67	58.33	25.00	58.33	75.00

Tabla IV.15 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Campeche, zona backshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	1	1	1	1	1	0	2	1	1	1	1	2
Por (%)	33.33	33.33	33.33	33.33	33.33	0.00	66.70	33.33	33.33	33.33	33.33	66.70

Tabla IV.16 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Campeche, zona foreshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	3
Por (%)	0.00	33.33	0.00	0.00	33.33	33.33	33.33	0.00	33.33	0.00	33.33	100.00

Tabla IV.17 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Campeche, zona offshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Por (%)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00

Aún cuando la isla barrera de Cancún pertenece al estado de Quintana Roo y ya se realizó su análisis, se obtuvieron en una de las campañas de campo muestras para la

zona hotelera de esta importante zona turística, por lo cual, aunado a los resultados correspondientes al estado en cuestión, se presentan los resultados de esta zona.

Tabla IV.18 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para la isla barrera de Cancún, Quintana Roo, zona backshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	4	2	0	4	2	2	2	3	3	3	4	3
Por (%)	66.67	33.33	0.00	66.67	33.33	33.33	33.33	50.00	50.00	50.00	66.67	50.00

Tabla IV.19 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para la isla barrera de Cancún, Quintana Roo, zona foreshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	4	1	1	2	1	3	4	1	1	1	0	4
Por (%)	57.14	14.29	14.29	28.57	14.29	42.86	57.14	14.29	14.29	14.29	0.00	57.14

donde:

Frec = frecuencia con la cual determinada ecuación se ajustó al rango de valores de velocidad de caída

Por = frecuencia, en %

Hal = ecuación empírica de Hallermeier

Van = ecuación empírica de Van Rijn

Sou = ecuación empírica de Soulsby

Ahr = ecuación empírica de Ahrens

Zan = ecuación empírica de Zanke

Jul = ecuación empírica de Julien

Che = ecuación empírica de Cheng

Jim = ecuación empírica Jiménez y Madsen

Rub = ecuación empírica de Rubey

Cha = ecuación empírica de Chang y Liou

Swa = ecuación empírica de Swamee y Ohja

Cam = ecuación empírica de Camenen

De manera gráfica se puede observar los resultados de las tablas anteriores en las siguientes figuras para cada estado que conforman la península de Yucatán.

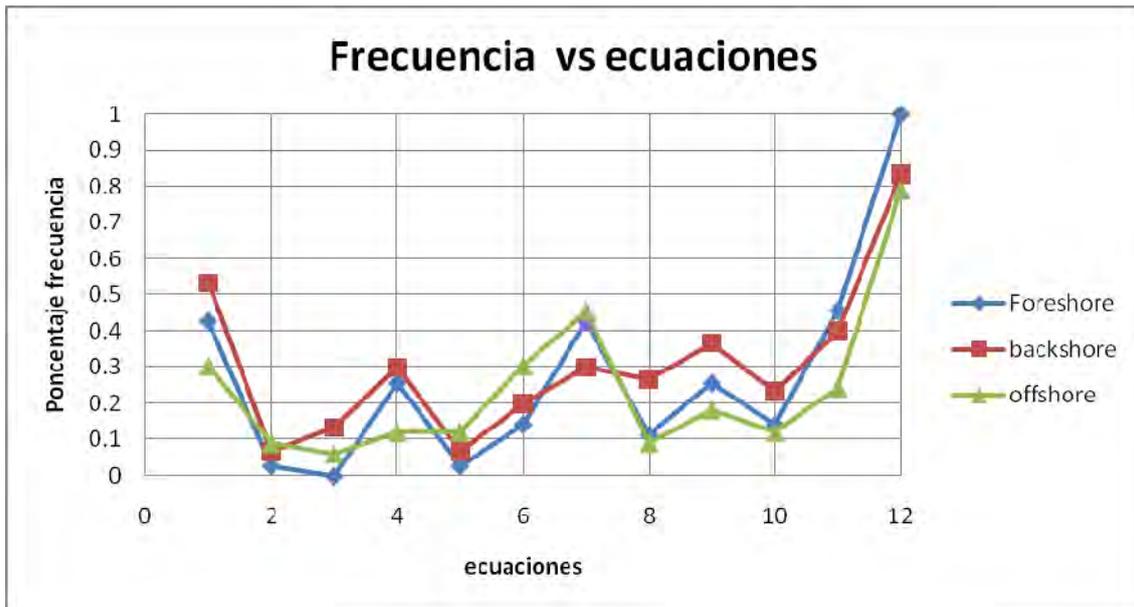


Figura IV.1 Frecuencia de mejor ajuste vs ecuaciones empíricas de velocidad de caída para el estado de Quintana Roo, México

en donde:

1 = Hal; 2 = Van; 3 = Sou; 4 = Ahr; 5 = Zan; 6 = Jul; 7 = Che; 8 = Jim; 9 = Rub; 10 = Cha; 11 = Swa; 12 = Cam.

En la figura IV.1 se observa que Camenen es la expresión de mejor ajuste respecto de las otras 11 ecuaciones. Sin embargo, aceptando cierta holgura, es decir, permitir que aparte de Camenen se pueda encontrar otra ecuación, con un adecuado ajuste para el rango de valores de velocidad de caída experimental. Al observar la figura IV.1, es posible determinar que, en orden de mejor comportamiento, Camenen, Swamee, Hallermeier y Cheng son las expresiones que mejor representan los resultados experimentales para las arenas de las tres zonas del perfil de playa pertenecientes al estado de Quintana Roo. De igual manera se presentan las figuras para Yucatán y la isla barrera de Cancún.

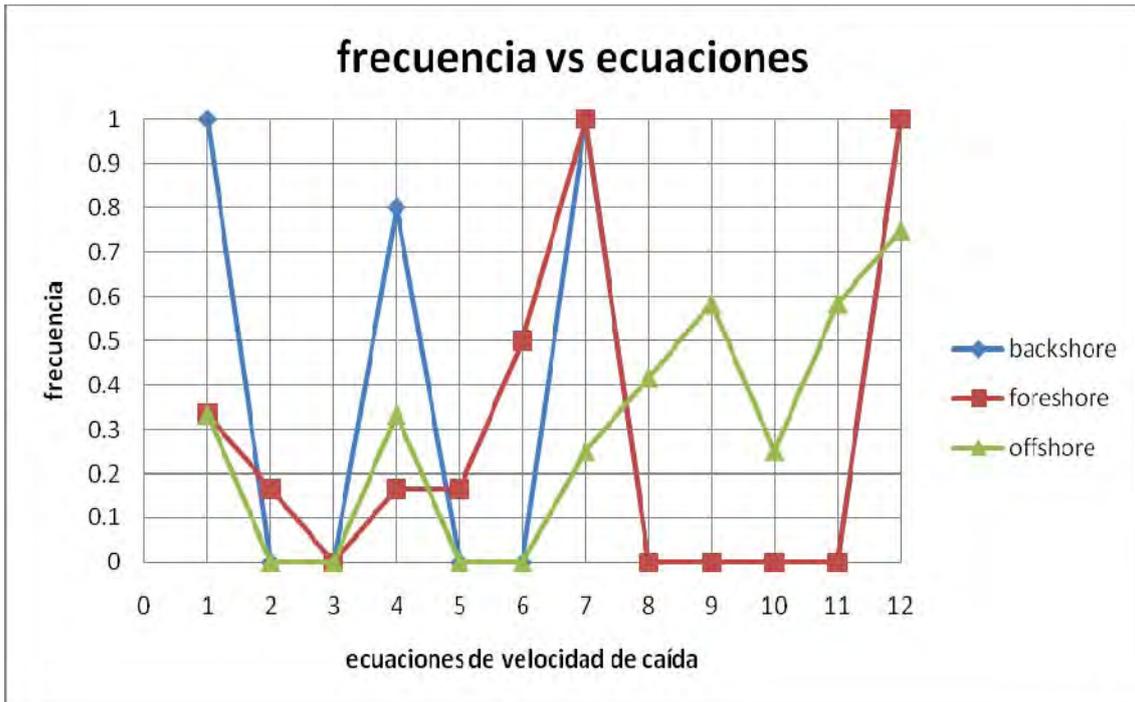


Figura IV.2 Frecuencia de mejor ajuste vs ecuaciones empíricas de velocidad de caída para el estado de Yucatán, México

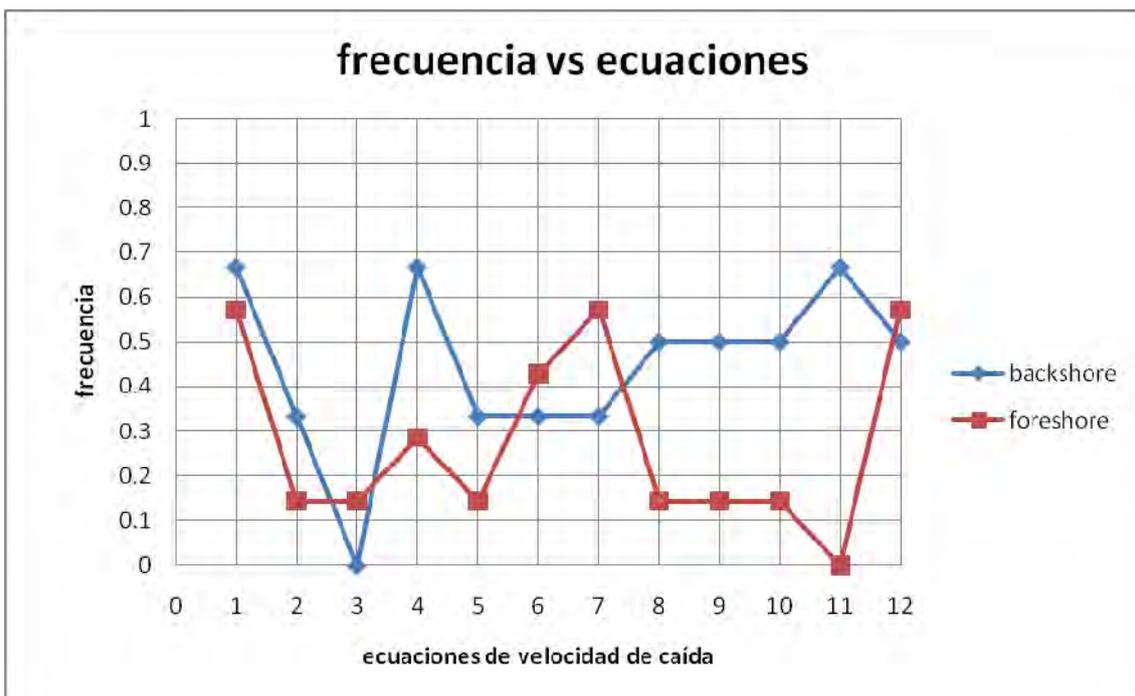


Figura IV.3 Frecuencia de mejor ajuste vs ecuaciones empíricas de velocidad de caída para Cancún, Quintana Roo México

1 = Hal; 2 = Van; 3 = Sou; 4 = Ahr; 5 = Zan; 6 = Jul; 7 = Che; 8 = Jim; 9 = Rub; 10 = Cha; 11 = Swa; 12 = Cam.

En la figura IV.2 se puede observar que para las tres zonas del perfil de playa Camenen se ajusta muy bien. Cheng se ajusta muy bien para las zonas backshore y foreshore; Hallermeier y Ahrens se comportan junto con Cheng y Camenen muy bien para la zona backshore.

En la figura IV.3 se puede apreciar que las formulaciones de Hallermeier, Ahrens y Swamee se ajustan muy bien a los resultados para la zona backshore; Hallermeier, Cheng y Camenen lo hacen para la zona foreshore.

**IV.2.3.- Clasificación a partir de la velocidad de caída**

A partir de la comparación de los resultados experimentales y teóricos, es posible determinar una clasificación por zonas del perfil de playa y por estado de la península. A continuación se muestra las ecuaciones de velocidad de caída por zona y por estado.

Tabla IV.20 Clasificación de las ecuaciones de mejor comportamiento para la península de Yucatán

		Zona del perfil de playa			
		backshore	foreshore	offshore	
Estado	Quintana Roo	Hallermeier	Hallermeier		Ecuaciones
			Cheng	Cheng	
		Swamee	Swamee		
		Camenen	Camenen	Camenen	
	Yucatán	Hallermeier			
		Ahrens	Julien	Rubey	
		Cheng	Cheng	Swamee	
		Camenen	Camenen	Camenen	
	Campeche	Cheng			
		Camenen	Camenen	Camenen	

De igual forma, para la isla barrera de Cancún se tiene una clasificación específica para esta importante zona turística.

Tabla IV.21 Clasificación de las ecuaciones para Cancún, Quintana Roo

		Zona del perfil de playa			
		backshore	foreshore	offshore	
Cancún	Ahrens	Camenen		Ecuaciones	
	Swamee				

Al no tener preferencia en la forma de la partícula, esto es, al tener todas las formas de las partículas, como resultado de esto último, es que se tiene para algunas zonas del perfil de playa y para el mismo estado formulaciones distintas que se ajustaron lo mejor posible para tal zona. A pesar de ello, es posible visualizar que Camenen y Cheng son las expresiones que se comportaron mejor para todas las zonas del perfil de playa de la península de Yucatán, mismos resultados obtenidos por Alcérreca (2009). Finalmente se presentan los rangos del  $d_{50}$  en los que se trabajaron.

Tabla IV.22 Rangos del  $d_{50}$  de las partículas de la península de Yucatán

Estado	Zona	Rango (mm)
QR	backshore	0.57 - 0.14
	foreshore	1.30 - 0.14
	offshore	2.01 - 0.07
Yucatán	backshore	0.43 - 0.31
	foreshore	0.75 - 0.37
	offshore	0.43 - 0.15
Campeche	backshore	0.43 - 0.19
	foreshore	0.98 - 0.16
	offshore	0.14 - 0.14
	<b>Zona</b>	<b>Rango (mm)</b>
Cancún	backshore	0.38 - 0.25
	foreshore	0.63 - 0.42

### IV.3.- DISCUSIÓN

Como parte del objetivo principal de esta tesis citado al principio de la misma, fue determinar que ecuaciones empíricas de velocidad de caída son las que se ajustan más a la realidad de la velocidad de caída de las arenas a lo largo de la línea de costa de la península de Yucatán. Al tener presente tal objetivo, se puede notar que nunca se buscó trabajar con una forma de la partícula en especial, es decir, siempre se tuvo en mente trabajar con todas las formas posibles obteniendo de esta forma resultados que representen la realidad de la velocidad de caída de una manera general, pues como se observó en la parte experimental, nunca hubo un predominio de una forma de partícula sobre otras formas. De esta manera, es posible decir que los resultados presentados en esta tesis tienen una visión general y no particular sobre la forma de las partículas que conforman las playas de la península de Yucatán.

En lo que se refiere a la gran variabilidad del error relativo obtenido en cada ensayo, se muestra que en cada una de las 12 formulaciones utilizadas en este trabajo tienen sus limitantes, pues los autores que les dieron origen fijaron una serie de fronteras en las cuales sus expresiones se comporten lo mejor posible y que representen la realidad para determinado sedimento y para cierta región, como puede verse en el estado del arte presentado en este trabajo.

Los resultados de velocidad de caída experimentales obtenidos en este trabajo confirman otros en lo que se refiere a que los mismos resultan ser menores que los datos teóricos. También se observa una diferencia en la cual la velocidad de caída medida resulta ser menor que la obtenida con las ecuaciones, teniendo como frontera superior la ley de Stokes. Por supuesto que con esto no se quiere ser imperativo pues puede resultar que en algunos ensayos posteriores se tenga lo opuesto, es decir, que se tengan velocidades de caída medidas mayores a las teóricas. En este trabajo se presentaron en 4 ensayos esta última situación, en las cuales para algunas expresiones

resultó ser la velocidad de laboratorio mayor a la velocidad de las expresiones. A continuación se presenta un ejemplo de esta situación.

**Tabla IV.23 Velocidad de caída para el sitio Punto F, zona offshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
<b>Hal</b>	<b>0.01143</b>	<b>0.01168</b>	<b>-0.00025</b>	<b>0.00025</b>	<b>2.14833</b>	<b>0.97859589</b>	<b>0.0114464</b>	<b>1.64E-05</b>	<b>0.14%</b>	<b>1</b>
Van	0.01143	0.00993	0.0015	0.0015	15.11038	1.1510574	0.0097314	0.0016986	17.45%	0
Sou	0.01143	0.01007	0.00136	0.00136	13.54842	1.13505462	0.0098686	0.0015614	15.82%	0
Ahr	0.01143	0.01096	0.00047	0.00047	4.3075	1.04288321	0.0107408	0.0006892	6.42%	0
Zan	0.01143	0.00993	0.0015	0.0015	15.11038	1.1510574	0.0097314	0.0016986	17.45%	0
Jul	0.01143	0.01083	0.00061	0.00061	5.5989	1.05540166	0.0106134	0.0008166	7.69%	0
Che	0.01143	0.01049	0.00094	0.00094	8.9484	1.08960915	0.0102802	0.0011498	11.18%	0
Jim	0.01143	0.00997	0.00147	0.00147	14.71879	1.14643932	0.0097706	0.0016594	16.98%	0
<b>Rub</b>	<b>0.01143</b>	<b>0.01175</b>	<b>-0.00032</b>	<b>0.00032</b>	<b>2.69195</b>	<b>0.97276596</b>	<b>0.011515</b>	<b>0.000085</b>	<b>0.74%</b>	<b>1</b>
Cha	0.01143	0.00977	0.00166	0.00166	16.99921	1.16990788	0.0095746	0.0018554	19.38%	0
Swa	0.01143	0.00996	0.00147	0.00147	14.7988	1.14759036	0.0097608	0.0016692	17.10%	0
Cam	0.01143	0.00934	0.00209	0.00209	22.41966	1.22376874	0.0091532	0.0022768	24.87%	0

Finalmente, en este trabajo se introdujo un concepto que se deja abierto al debate, el cual es el factor de reducción  $F_R$ . La trayectoria de las partículas que supone la ley de Stokes y las formulaciones empíricas de velocidad de caída es que la misma sea rectilínea. La trayectoria se ve modificada por la forma que posea una partícula y esto es debido a que los esfuerzos cortantes y normales que se desarrollan en la superficie del grano no son uniformes, por lo cual y asociando esfuerzos a fuerzas, es posible que se desarrolle un par y/o una fuerza desequilibrante modificando de esta manera la trayectoria de las partículas. El par desequilibrante se manifiesta al observar que algunas partículas giren alrededor de su centro de masa. En este trabajo se observó que para un mismo ensayo, algunos granos giraban alrededor de su centro, otras desviaban su trayectoria, otras más presentaron las dos situaciones antes descritas al mismo tiempo y algunas más presentaban una trayectoria recta. Sin embargo, aún para una misma forma de partícula o para formas aproximadas, las trayectorias pueden ser distintas, lo cual resulta ser un problema que se traduce en una incertidumbre en la trayectoria; cabe señalar que esto es lo observado en los experimentos y que se abre la discusión sobre esto. Aún cuando se cuenta con un factor de forma (CSF) y el cual participa en las expresiones de Camenen y Swamee, las mismas expresiones y las otras 10 restantes no toman en cuenta lo antes descrito. El factor de reducción lo que pretende es tomar la incertidumbre que se tiene en la trayectoria de las partículas, lo cual viene a solucionar de una manera práctica tal problema. Se presentan en seguida unas gráficas en las que se ven involucradas el factor de forma de Corey y el factor de reducción obtenidos en esta tesis.

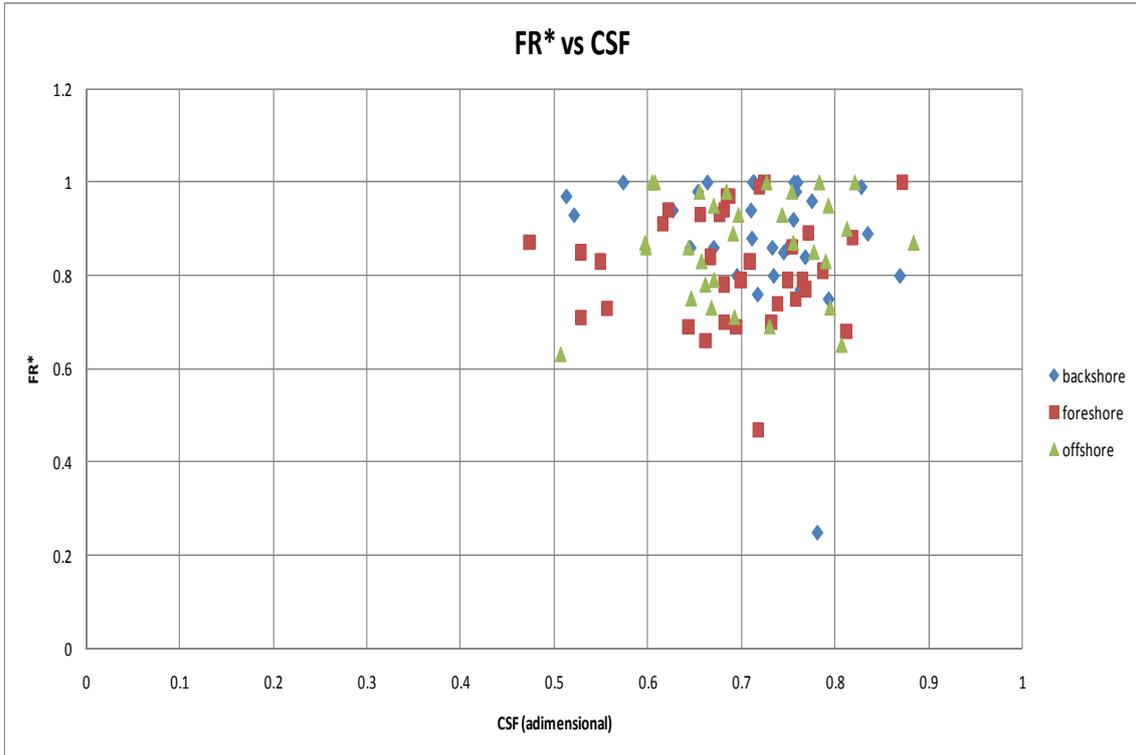


Figura IV.4 Factor de reducción vs factor de forma de Corey (CSF) para el estado de Quintana Roo, México

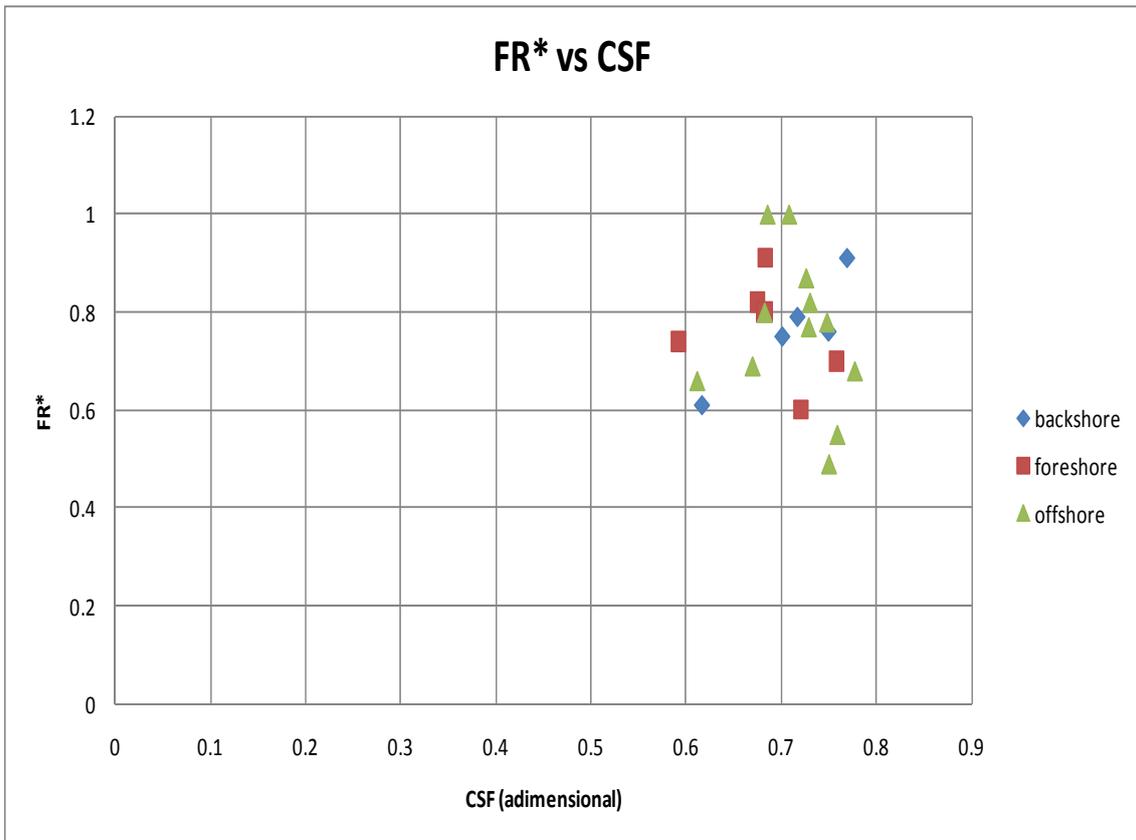


Figura IV.5 Factor de reducción vs factor de forma de Corey (CSF) para el estado de Yucatán, México

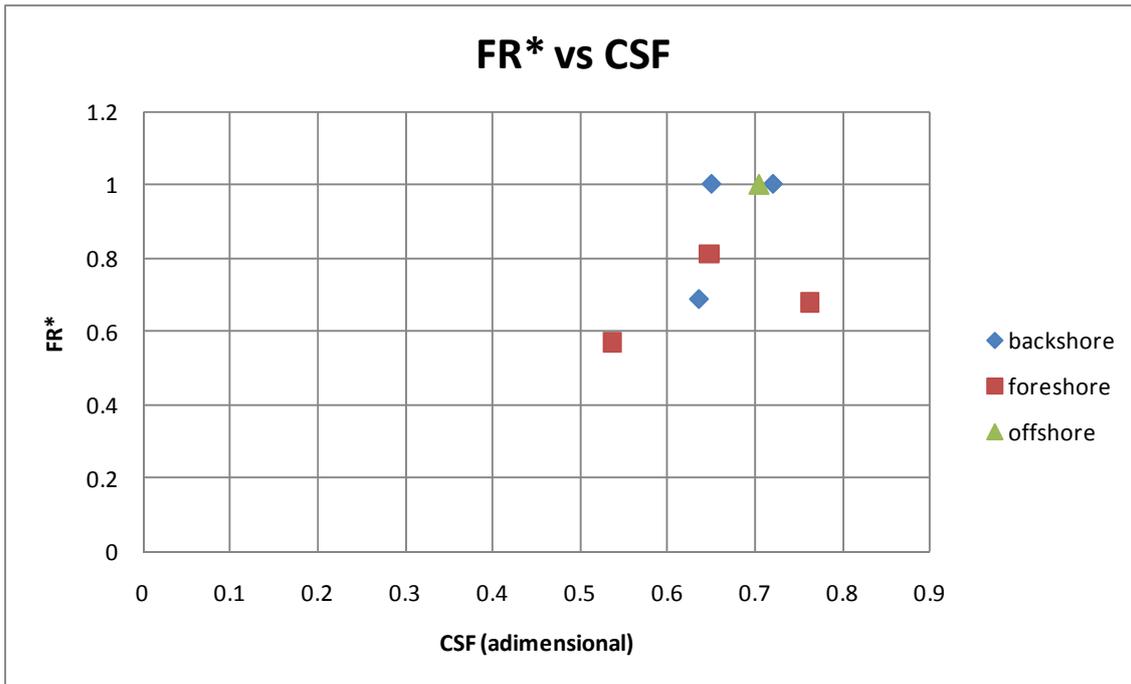


Figura IV.6 Factor de reducción vs factor de forma de Corey (CSF) para el estado de Campeche, México

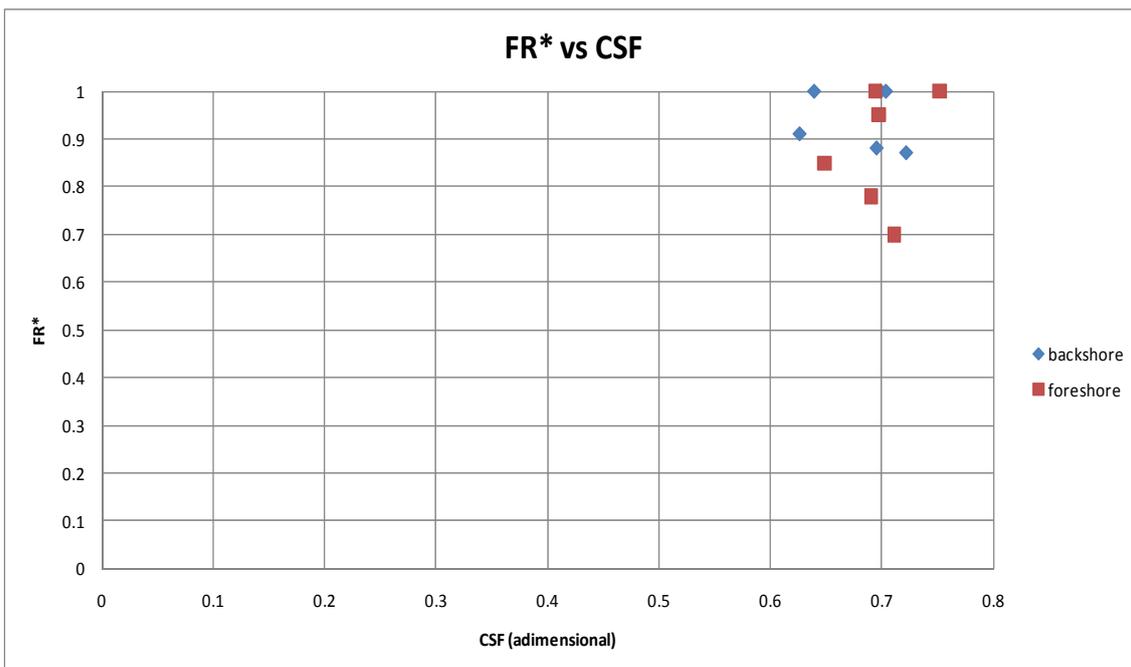


Figura IV.7 Factor de reducción vs factor de forma de Corey (CSF) para Cancún, Quintana Roo, México

Resumiendo las figuras IV.4, 5, 6 y 7 en una sola tabla, se presentan los rangos para ambos factores y como podrá notarse, se pretende que la relación en ambos sea lineal, lo cual puede justificarse de la siguiente manera: conforme el factor de Corey se acerca más a 1 (esfera), el factor de reducción tenderá a ser 1 pues los esfuerzos cortantes y normales tienden a ser más uniformes a lo largo de la superficie de la partícula. Anteriormente se dijo que para una misma forma, la trayectoria puede ser distinta, pero esto es para aquellas partículas que difieren de una esfera y tienen tanto una forma geométrica definida o irregular.



Tabla IV.24 Rangos de los factores de reducción de Corey

Estado	FR*	CSF
Quintana Roo	0.7 - 1.0	0.6 - 0.8
Yucatán	0.7 - 0.9	0.6 - 0.8
Campeche	0.6 - 0.8	0.6 - 0.8
Cancún	0.8 - 1.0	0.6 - 0.8

donde:

CSF = factor de forma de Corey, adimensional

FR\* = factor de reducción correspondiente a la expresión que presentó el menor error relativo en cada muestra, adimensional

## SECCIÓN V.- CONCLUSIONES

A partir de los resultados obtenidos a lo largo de este trabajo, es posible dar algunas conclusiones que resultan prácticas para la determinación de la velocidad de caída de las arenas costeras de la península de Yucatán. En primer lugar se tiene que se puede aplicar una metodología la cual puede reducir el trabajo de laboratorio y al mismo tiempo reducir el tiempo empleado para ello, tal metodología consiste en tomar una muestra aplicando criterios estadísticos, de localización, etc, que represente el universo de muestras de una región determinada, sin desviarse de la realidad. Lo anterior con el propósito de tener a la mano la velocidad de caída de una manera rápida si es que algún proyecto de infraestructura que se quiera llevar a cabo así lo requiera, realizando las pruebas incluso en el sitio sin tener la necesidad de contar con algún laboratorio, pues el modelo que se utilizó y que se puede aplicar resulta sencillo. Por lo tanto, queda demostrado que un muestreo basado en los criterios mencionados en el apartado III.1 de este trabajo (Alcérreca, 2009), resultan efectivos para su aplicación. Sin embargo, no queda exenta la posibilidad de realizar todas las pruebas para determinada región, si el proyecto así lo requiere y tener una información mucho más confiable.

Como una segunda conclusión, las ecuaciones de velocidad de caída que mejor se comportaron o se ajustaron a los resultados experimentales, las cuales fueron Cheng y Camenen, son las mejores expresiones para su aplicación con este tipo de arenas. Cabe señalar que con la formulación de Cheng el dato importante que se requiere es el diámetro nominal, sin dejar a un lado la viscosidad cinemática, la cual la hace una expresión sencilla en cuanto a su estructura y que se puede aplicar a cualquier zona de perfil de playa y para los rangos de diámetros presentados en este trabajo que, sin ser exagerados, resultan ser muy amplios. En la expresión de Camenen, resulta ser más compleja en su estructura que la de Cheng; sin embargo básicamente el resultado es función de parámetros los cuales son el factor de forma (CSF) y el índice de redondez (la redondez hace referencia a la aristas); el diámetro nominal también se ve involucrado y como se mostró en los resultados, Camenen es por excelencia la mejor ecuación para aplicar. Al revisar el trabajo del autor que le dio origen a esta expresión, se puede notar que el investigador trató que su expresión fuera aplicable a cualquier tamaño de grano y a cualquier tipo de forma, incluyendo la redondez de las partículas. En este trabajo se comprueba el esfuerzo realizado por el investigador.

Como tercera conclusión valiosa, en los resultados que conciernen al estado de Campeche, se puede notar que Camenen empieza a dominar sobre las otras expresiones de velocidad de caída y, sin caer en exageraciones, es posible inferir que tal ecuación podrá aplicarse para este estado y para las tres zonas del perfil de playa. Los resultados de más pruebas para este estado confirmarán esto mencionado.

Finalmente se llega a un último resultado, que compete al factor de reducción utilizado, concepto introducido en este trabajo y que se abre a la discusión sobre el mismo, así como la conveniencia de aplicar tal factor a los resultados que se obtengan



en futuras pruebas con partículas del mismo tipo (calcáreas), pues es posible que para otro tipo de material los factores sean distintos o que los mismos no sean requeridos. Los resultados muestran claramente que la velocidad de caída medida resulta ser, en un porcentaje muy alto, menor que la velocidad teórica obtenida de aplicar las expresiones empíricas, sin mencionar que el número de pruebas realizadas es elevada.

La visión del presente trabajo tuvo como objeto representar la realidad de la velocidad de caída de las arenas de la península de Yucatán de una manera general, lo cual se logró al obtener resultados que concuerdan con la gran variabilidad de tamaños y formas de partículas incluso para un mismo sitio. La velocidad de caída, como se ha visto en este trabajo, resulta ser un parámetro importantísimo que participa de manera activa en el proceso de transporte de sedimentos, y que es un dato útil para tomar decisiones sobre proyectos de infraestructura con fines económicos. Es posible decir que el objetivo del presente trabajo se ha cumplido.

***“Si tu intención es describir la verdad, hazlo con sencillez y la elegancia déjasela al sastré”. Albert Einstein (1879 – 1955)***

## SECCIÓN VI.- ANEXOS

### VI.I.- PARÁMETROS ESTADÍSTICOS

Ruíz (2007) utilizó la metodología empedada de Folk y Ward (1957) para determinar los parámetros estadísticos de las muestras empleadas. A partir de la curva granulométrica se obtuvieron los diámetros nominales de interés ( $d_5, d_{10}, d_{16}, d_{25}, d_{30}, d_{50}, d_{60}, d_{75}, d_{84}, d_{90}, d_{95}$ ), con unidades de milímetros a unidades Phi. Las ecuaciones para realizar tal transformación fueron:

$$\phi = -\log_2 d \quad (\text{VI.1})$$

$$d = 2^{-\phi} \quad (\text{VI.2})$$

donde:

$d$  = diámetro nominal en cuestión de las partículas, en mm

$\phi$  = son las unidades Phi

Para conocer el diámetro medio, la desviación estándar, el sesgo y la curtosis de la muestra, se aplicaron las siguientes ecuaciones:

$$d_{\text{medio}} = \frac{\phi_{16} + \phi_{50} + \phi_{84}}{3} \quad (\text{VI.3})$$

$$\sigma = \frac{\phi_{84} - \phi_{16}}{4} - \frac{\phi_{95} - \phi_5}{6.6} \quad (\text{VI.4})$$

$$a = \frac{\phi_{16} + \phi_{84} - 2\phi_{50}}{2(\phi_{84} - \phi_{16})} + \frac{\phi_5 + \phi_{95} - 2\phi_{50}}{2(\phi_{95} - \phi_5)} \quad (\text{VI.5})$$

$$k = \frac{\phi_{95} - \phi_5}{2.44(\phi_{75} - \phi_{25})} \quad (\text{VI.6})$$

en donde  $\phi_n$  representa el n-ésimo percentil en unidades Phi,  $a$  el sesgo y  $k$  la curtosis.

El objetivo de la estadística y distribución de tamaños fueron calculados para obtener el grado de clasificación y el posible mecanismo de depósito del material; por ejemplo, si la muestra presentara una forma leptocúrtica, el posible mecanismo de depositación es el oleaje (Serra, 1992). Finalmente se calcularon los coeficientes de uniformidad y de curvatura de la muestra con ayuda de las siguientes expresiones:

$$C_c = \frac{d_{30}^2}{d_{10} d_{60}} \quad (\text{VI.7})$$

$$C_u = \frac{d_{60}}{d_{10}} \quad (\text{VI.8})$$

en donde  $d_n$  representa el n-ésimo percentil, en mm

Con los valores proporcionados del análisis granulométrico, así como de la estadística y distribución de tamaños, las muestras de arena se clasificaron utilizando los tres criterios principales: la clasificación del A.S.T.M. (American Section of the International Association for the Testing Materials), la clasificación de Wentworth y el Sistema Unificado de Clasificación de los Suelos (S.U.C.S)

Para complementar esta parte se explicará en qué consisten las unidades Phi.

Las escalas granulométricas son subdivisiones arbitrarias de una sucesión continua de tamaños de granos. Esta subdivisión se hace por las siguientes razones: 1) estandarizar la terminología sedimentológica y 2) simplificar los análisis estadísticos de los sedimentos.

La escala granulométrica debe ser una escala regular para que sea útil en estadística, de tal manera que los términos mantengan una relación simple entre sí. Si, por ejemplo, se quisiera una relación lineal esta resultaría inadecuada, pues si se tomara el milímetro como unidad, la arcilla, el limo y casi toda la arena deberían colocarse en una clase y solo la arena gruesa y la grava serían subdivisibles. En cambio, una escala geométrica sería más apropiada, pues da origen a unidades más pequeñas para las partículas menores y grandes para las mayores. Además, al graficar lo antes explicado, se realiza sobre una escala logarítmica, de tal manera que todos los intervalos geométricos quedan espaciados de igual manera.

La escala granulométrica más utilizada actualmente es la de Udden, modificada por Wentworth (1922) y por el Comité Lane (1947), llamada Udden – Wentworth. Esta toma el milímetro como punto de partida y establece subdivisiones utilizando la razón 2 o  $\frac{1}{2}$  (la primera en orden creciente y la segunda en orden decreciente), así los límites de clases en esta escala quedan como: ..., 128 mm, 64 mm, 32 mm, 16 mm, 8 mm, 4 mm, 2 mm, 1 mm,  $\frac{1}{2}$  mm,  $\frac{1}{4}$  mm,  $\frac{1}{8}$  mm,  $\frac{1}{16}$  mm, etc.

Al trabajar con material bien seleccionados se hace necesario introducir un mayor número de grados en cada intervalo, por lo tanto se subdivide cada clase en 2 ó 4 subclases. Al hacerlo aparecen números irracionales pues la subdivisión debe ser geométrica y no aritmética (raíz cuadrada o cuarta del producto de los extremos).

Para solucionar esto, Krumbein ideó la escala Phi ( $\phi$ ). Esta se basa en que los límites de los intervalos de clase de la escala Udden – Wentworth son potencias de 2, y por lo tanto se pueden expresar como logaritmos enteros base 2. Al dividir cada intervalo en 2 o 4 subdivisiones (tabla VI.1), los nuevos límites se expresan en la escala Phi como números decimales. Finalmente, para evitar trabajar con números negativos al tratar las partículas más finas (menores de 1 mm), se toma el logaritmo negativo base 2, llegando a la expresión VI.1. Como ejercicio, se puede verificar que para un  $d = 8$  mm, corresponde un  $\phi = -3$ , y para un  $d = 1/16$  mm, corresponde un  $\phi = 4$ .

Tabla VI.1 Escala Udden – Wentworth, Tripaldi (2000)

	U. Wentworth (mm)	2 (mm)	4 (mm)	phi	tamiz
Bloque	1024,0000			-10,00	
	256,0000			-8,00	
Guijarro	128,0000			-7,00	
<b>G</b>	64,0000			-6,00	
<b>R</b>	32,0000			-5,00	
<b>A</b> Guija	16,0000			-4,00	
<b>V</b>	8,0000			-3,00	4
<b>A</b>	4,0000	4,00000	4,00000	-2,00	5
Sábulo o Gránulo			3,36000	-1,75	6
		2,83000	2,83000	-1,50	7
			2,38000	-1,25	8
	2,0000	2,00000	2,00000	-1,00	10
			1,68000	-0,75	12
Muy gruesa		1,41000	1,41000	-0,50	14
			1,19000	-0,25	16
	1,0000	1,00000	1,00000	0,00	18
			0,84000	0,25	20
Gruesa		0,70700	0,70700	0,50	25
<b>A</b>			0,59500	0,75	30
<b>R</b>	0,5000	0,50000	0,50000	1,00	35
<b>E</b>			0,42000	1,25	40
<b>N</b> Mediana		0,35400	0,35400	1,50	45
<b>A</b>			0,29700	1,75	50
	0,2500	0,25000	0,25000	2,00	60
			0,21000	2,25	70
Fina		0,17700	0,17700	2,50	80
			0,14900	2,75	100
	0,1250	0,12500	0,12500	3,00	120
			0,10500	3,25	140
Muy fina		0,08800	0,08800	3,50	170
			0,07400	3,75	200
	0,0625	0,06200	0,06200	4,00	230
			0,05300	4,25	
Grueso		0,04400	0,04400	4,50	
			0,03700	4,75	
	0,0313	0,03120	0,03120	5,00	
			0,02660	5,25	
<b>L</b> Mediano		0,02200	0,02200	5,50	
<b>I</b>			0,01880	5,75	
<b>M</b>	0,0156	0,01560	0,01560	6,00	
<b>O</b>			0,01330	6,25	
Fino		0,01100	0,01100	6,50	
			0,00940	6,75	
	0,0078	0,00780	0,00780	7,00	
			0,00660	7,25	
Muy fino		0,00550	0,00550	7,50	
			0,00470	7,75	
	0,0039	0,00390	0,00390	8,00	
			0,00330	8,25	
<b>A</b>		0,00276	0,00276	8,50	
<b>R</b>			0,00232	8,75	
<b>C</b>	0,0020	0,00195	0,00195	9,00	
<b>I</b>			0,00164	9,25	
<b>L</b>		0,00138	0,00138	9,50	
<b>L</b>			0,00116	9,75	
<b>A</b>	0,0010	0,00098	0,00098	10,00	
			0,00082	10,25	
		0,00069	0,00069	10,50	

**VI.II.- ERRORES ABSOLUTOS Y RELATIVOS DE VELOCIDAD DE CAÍDA**

A continuación se presentan parte de los resultados correspondientes a los errores absolutos y relativos de velocidad de caída.

**Tabla VI.2 Errores absolutos y relativos para el sitio Boca Sur, zona foreshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.02511	0.0388	-0.01369	0.01369	35.2887	0.64716495	0.025608	0.000498	<b>1.94%</b>	<b>1</b>
Van	0.02511	0.04347	-0.01836	0.01836	42.23471	0.57763975	0.0286902	0.0035802	<b>12.48%</b>	0
Sou	0.02511	0.0443	-0.01919	0.01919	43.31633	0.56681716	0.029238	0.004128	<b>14.12%</b>	0
Ahr	0.02511	0.03975	-0.01464	0.01464	36.83634	0.63169811	0.026235	0.001125	<b>4.29%</b>	<b>1</b>
Zan	0.02511	0.04347	-0.01836	0.01836	42.23471	0.57763975	0.0286902	0.0035802	<b>12.48%</b>	0
Jul	0.02511	0.04385	-0.01874	0.01874	42.73278	0.57263398	0.028941	0.003831	<b>13.24%</b>	0
Che	0.02511	0.03987	-0.01476	0.01476	37.01882	0.62979684	0.0263142	0.0012042	<b>4.58%</b>	<b>1</b>
Jim	0.02511	0.04059	-0.01548	0.01548	38.14002	0.61862528	0.0267894	0.0016794	<b>6.27%</b>	<b>0</b>
Rub	0.02511	0.04071	-0.0156	0.0156	38.32613	0.61680177	0.0268686	0.0017586	<b>6.55%</b>	<b>0</b>
Cha	0.02511	0.04134	-0.01623	0.01623	39.26241	0.60740203	0.0272844	0.0021744	<b>7.97%</b>	<b>0</b>
Swa	0.02511	0.03969	-0.01458	0.01458	36.73805	0.63265306	0.0261954	0.0010854	<b>4.14%</b>	<b>1</b>
<b>Cam</b>	<b>0.02511</b>	<b>0.03791</b>	<b>-0.0128</b>	<b>0.0128</b>	<b>33.76561</b>	<b>0.66235822</b>	<b>0.0250206</b>	<b>8.94E-05</b>	<b>0.36%</b>	<b>1</b>

**Tabla VI.3 Errores absolutos y relativos para el sitio Puerto Morelos Estación UNAM, zona offshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.03703	0.04432	-0.00729	0.00729	16.45112	0.83551444	0.037672	0.000642	1.70%	1
Van	0.03703	0.04972	-0.01269	0.01269	25.5189	0.74477072	0.042262	0.005232	12.38%	0
Sou	0.03703	0.0507	-0.01367	0.01367	26.95974	0.73037475	0.043095	0.006065	14.07%	0
Ahr	0.03703	0.04559	-0.00856	0.00856	18.78342	0.81223953	0.0387515	0.0017215	4.44%	1
Zan	0.03703	0.04972	-0.01269	0.01269	25.5189	0.74477072	0.042262	0.005232	12.38%	0
Jul	0.03703	0.04972	-0.01269	0.01269	25.51716	0.74477072	0.042262	0.005232	12.38%	0
Che	0.03703	0.04554	-0.00851	0.00851	18.68065	0.81313131	0.038709	0.001679	4.34%	1
Jim	0.03703	0.04674	-0.00971	0.00971	20.78204	0.79225503	0.039729	0.002699	6.79%	0
Rub	0.03703	0.04699	-0.00996	0.00996	21.2006	0.78804001	0.0399415	0.0029115	7.29%	0
Cha	0.03703	0.04769	-0.01066	0.01066	22.35518	0.77647306	0.0405365	0.0035065	8.65%	0
Swa	0.03703	0.04901	-0.01198	0.01198	24.44275	0.75556009	0.0416585	0.0046285	11.11%	0
<b>Cam</b>	<b>0.03703</b>	<b>0.04359</b>	<b>-0.00656</b>	<b>0.00656</b>	<b>15.05107</b>	<b>0.84950677</b>	<b>0.0370515</b>	<b>2.15E-05</b>	<b>0.06%</b>	<b>1</b>

**Tabla VI.4 Errores absolutos y relativos para el sitio Puerto Morelos 3, zona foreshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.01718	0.02792	-0.01074	0.01074	38.45629	0.61532951	0.0198232	0.0026432	<b>13.33%</b>	0
Van	0.01718	0.02981	-0.01263	0.01263	42.36512	0.57631667	0.0211651	0.0039851	<b>18.83%</b>	0
Sou	0.01718	0.03032	-0.01314	0.01314	43.34195	0.56662269	0.0215272	0.0043472	<b>20.19%</b>	0
Ahr	0.01718	0.02787	-0.01069	0.01069	38.35996	0.61643344	0.0197877	0.0026077	<b>13.18%</b>	0
Zan	0.01718	0.02981	-0.01263	0.01263	42.36512	0.57631667	0.0211651	0.0039851	<b>18.83%</b>	0
Jul	0.01718	0.03084	-0.01366	0.01366	44.29664	0.55706874	0.0218964	0.0047164	<b>21.54%</b>	0
Che	0.01718	0.02789	-0.01071	0.01071	38.39267	0.61599139	0.0198019	0.0026219	<b>13.24%</b>	0
Jim	0.01718	0.02773	-0.01055	0.01055	38.04586	0.61954562	0.0196883	0.0025083	<b>12.74%</b>	0
Rub	0.01718	0.02757	-0.01039	0.01039	37.69476	0.6231411	0.0195747	0.0023947	<b>12.23%</b>	0
Cha	0.01718	0.02802	-0.01084	0.01084	38.68363	0.61313348	0.0198942	0.0027142	<b>13.64%</b>	0
Swa	0.01718	0.02468	-0.0075	0.0075	30.39422	0.69611021	0.0175228	0.0003428	<b>1.96%</b>	1
<b>Cam</b>	<b>0.01718</b>	<b>0.02391</b>	<b>-0.00673</b>	<b>0.00673</b>	<b>28.15638</b>	<b>0.71852781</b>	<b>0.0169761</b>	<b>0.0002039</b>	<b>1.20%</b>	<b>1</b>

**Tabla VI.5 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto 2, zona backshore**

Ecuacion	Wf_Jab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.02667	0.03483	-0.00816	0.00816	23.42546	0.76571921	0.027864	0.001194	4.29%	1
Van	0.02667	0.03863	-0.01196	0.01196	30.96556	0.69039607	0.030904	0.004234	13.70%	0
Sou	0.02667	0.03934	-0.01267	0.01267	32.2145	0.67793594	0.031472	0.004802	15.26%	0
Ahr	0.02667	0.03544	-0.00877	0.00877	24.73965	0.7525395	0.028352	0.001682	5.93%	0
Zan	0.02667	0.03863	-0.01196	0.01196	30.96556	0.69039607	0.030904	0.004234	13.70%	0
Jul	0.02667	0.03932	-0.01265	0.01265	32.1705	0.67828077	0.031456	0.004786	15.21%	0
Che	0.02667	0.03559	-0.00892	0.00892	25.06522	0.7493678	0.028472	0.001802	6.33%	0
Jim	0.02667	0.03593	-0.00926	0.00926	25.77768	0.74227665	0.028744	0.002074	7.22%	0
Rub	0.02667	0.03594	-0.00927	0.00927	25.79571	0.74207012	0.028752	0.002082	7.24%	0
Cha	0.02667	0.03651	-0.00984	0.00984	26.95006	0.7304848	0.029208	0.002538	8.69%	0
Swa	0.02667	0.0373	-0.01063	0.01063	28.49813	0.7150134	0.02984	0.00317	10.62%	0
<b>Cam</b>	<b>0.02667</b>	<b>0.0333</b>	<b>-0.00663</b>	<b>0.00663</b>	<b>19.90417</b>	<b>0.8009009</b>	0.02664	<b>3E-05</b>	<b>0.11%</b>	1

**Tabla VI.6 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto 3, zona offshore**

Ecuacion	Wf_Jab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.05977	0.0761	-0.01633	0.01633	21.46364	0.78541393	0.063163	0.003393	5.37%	0
Van	0.05977	0.0781	-0.01833	0.01833	23.46765	0.7653009	0.064823	0.005053	7.80%	0
Sou	0.05977	0.07981	-0.02004	0.02004	25.10949	0.74890365	0.0662423	0.0064723	9.77%	0
Ahr	0.05977	0.07643	-0.01666	0.01666	21.79824	0.78202277	0.0634369	0.0036669	5.78%	0
Zan	0.05977	0.0781	-0.01833	0.01833	23.46765	0.7653009	0.064823	0.005053	7.80%	0
Jul	0.05977	0.07587	-0.0161	0.0161	21.21777	0.78779491	0.0629721	0.0032021	5.08%	0
<b>Che</b>	<b>0.05977</b>	<b>0.07325</b>	<b>-0.01348</b>	<b>0.01348</b>	<b>18.40007</b>	<b>0.8159727</b>	<b>0.0607975</b>	<b>0.0010275</b>	<b>1.69%</b>	1
Jim	0.05977	0.07709	-0.01732	0.01732	22.46583	0.77532754	0.0639847	0.0042147	6.59%	0
Rub	0.05977	0.07756	-0.01779	0.01779	22.94061	0.77062919	0.0643748	0.0046048	7.15%	0
Cha	0.05977	0.07843	-0.01866	0.01866	23.79674	0.76208084	0.0650969	0.0053269	8.18%	0
Swa	0.05977	0.09574	-0.03597	0.03597	37.57078	0.62429497	0.0794642	0.0196942	24.78%	0
<b>Cam</b>	<b>0.05977</b>	<b>0.07185</b>	<b>-0.01208</b>	<b>0.01208</b>	<b>16.81194</b>	<b>0.83187196</b>	0.0596355	<b>0.0001345</b>	<b>0.23%</b>	1

**Tabla VI.7 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto 4A, zona foreshore**

Ecuacion	Wf_Jab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.01645	0.02582	-0.00937	0.00937	36.29428	0.63710302	0.018074	0.001624	8.99%	0
Van	0.01645	0.02663	-0.01018	0.01018	38.21776	0.61772437	0.018641	0.002191	11.75%	0
Sou	0.01645	0.02707	-0.01062	0.01062	39.22358	0.60768378	0.018949	0.002499	13.19%	0
Ahr	0.01645	0.02538	-0.00893	0.00893	35.19666	0.64814815	0.017766	0.001316	7.41%	0
Zan	0.01645	0.02663	-0.01018	0.01018	38.21776	0.61772437	0.018641	0.002191	11.75%	0
Jul	0.01645	0.02782	-0.01137	0.01137	40.87427	0.59130122	0.019474	0.003024	15.53%	0
Che	0.01645	0.02525	-0.0088	0.0088	34.84719	0.65148515	0.017675	0.001225	6.93%	0
Jim	0.01645	0.02489	-0.00844	0.00844	33.8964	0.660908	0.017423	0.000973	5.58%	0
<b>Rub</b>	<b>0.01645</b>	<b>0.02465</b>	<b>-0.0082</b>	<b>0.0082</b>	<b>33.25812</b>	<b>0.6673428</b>	<b>0.017255</b>	<b>0.000805</b>	<b>4.67%</b>	1
Cha	0.01645	0.02504	-0.00859	0.00859	34.31576	0.65694888	0.017528	0.001078	6.15%	0
Swa	0.01645	0.02362	-0.00717	0.00717	30.36159	0.69644369	0.016534	8.4E-05	0.51%	1
<b>Cam</b>	<b>0.01645</b>	<b>0.02347</b>	<b>-0.00702</b>	<b>0.00702</b>	<b>29.9221</b>	<b>0.70089476</b>	<b>0.016429</b>	<b>2.1E-05</b>	<b>0.13%</b>	1

**Tabla VI.8 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto 6, zona backshore**

Ecuacion	Wf_Jab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.07143	0.06701	0.00442	0.00442	6.59679	1.0659603	0.06701	0.00442	6.60%	0
Van	0.07143	0.07106	0.00037	0.00037	0.52384	1.00520687	0.07106	0.00037	0.52%	1
Sou	0.07143	0.07259	-0.00116	0.00116	1.5931	0.98401984	0.07259	0.00116	1.60%	1
Ahr	0.07143	0.0681	0.00333	0.00333	4.8847	1.04889868	0.0681	0.00333	4.89%	1
<b>Zan</b>	<b>0.07143</b>	<b>0.07106</b>	<b>0.00037</b>	<b>0.00037</b>	<b>0.52384</b>	<b>1.00520687</b>	0.07106	<b>0.00037</b>	<b>0.52%</b>	1
Jul	0.07143	0.0694	0.00203	0.00203	2.92573	1.02925072	0.0694	0.00203	2.93%	1
Che	0.07143	0.06606	0.00537	0.00537	8.12175	1.08128974	0.06606	0.00537	8.13%	0
Jim	0.07143	0.06926	0.00217	0.00217	3.12712	1.03133122	0.06926	0.00217	3.13%	1
Rub	0.07143	0.06978	0.00165	0.00165	2.36519	1.02364574	0.06978	0.00165	2.36%	1
Cha	0.07143	0.07063	0.0008	0.0008	1.13162	1.01132663	0.07063	0.0008	1.13%	1
Swa	0.07143	0.08098	-0.00955	0.00955	11.79506	0.88206965	0.08098	0.00955	11.79%	0
Cam	0.07143	0.06466	0.00677	0.00677	10.4648	1.10470152	0.06466	0.00677	10.47%	0

**Tabla VI.9 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto 7, zona offshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.09575	0.12455	-0.0288	0.0288	23.12415	0.76876756	0.1158315	0.0200815	17.34%	0
Van	0.09575	0.10768	-0.01193	0.01193	11.07882	0.88920877	0.1001424	0.0043924	4.39%	1
Sou	0.09575	0.11016	-0.01441	0.01441	13.08398	0.86919027	0.1024488	0.0066988	6.54%	0
Ahr	0.09575	0.11696	-0.02121	0.02121	18.13689	0.81865595	0.1087728	0.0130228	11.97%	0
Zan	0.09575	0.10768	-0.01193	0.01193	11.07882	0.88920877	0.1001424	0.0043924	4.39%	1
Jul	<b>0.09575</b>	<b>0.10306</b>	<b>-0.00731</b>	<b>0.00731</b>	<b>7.09408</b>	<b>0.92907044</b>	0.0958458	<b>9.58E-05</b>	<b>0.10%</b>	<b>1</b>
Che	0.09575	0.10543	-0.00968	0.00968	9.17838	0.90818553	0.0980499	0.0022999	2.35%	1
Jim	0.09575	0.11129	-0.01554	0.01554	13.96725	0.86036481	0.1034997	0.0077497	7.49%	0
Rub	0.09575	0.13171	-0.03596	0.03596	27.30203	0.72697593	0.1224903	0.0267403	21.83%	0
Cha	0.09575	0.11125	-0.0155	0.0155	13.93277	0.86067416	0.1034625	0.0077125	7.45%	0
Swa	0.09575	0.16364	-0.06789	0.06789	41.48703	0.58512589	0.1521852	0.0564352	37.08%	0
Cam	0.09575	0.10566	-0.00991	0.00991	9.37841	0.90620859	0.0982638	0.0025138	2.56%	1

**Tabla VI.10 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto 9, zona foreshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.05999	0.07857	-0.01858	0.01858	23.64347	0.76352297	0.0636417	0.0036517	5.74%	0
Van	0.05999	0.08006	-0.02007	0.02007	25.06831	0.74931302	0.0648486	0.0048586	<b>7.49%</b>	0
Sou	0.05999	0.08182	-0.02183	0.02183	26.68102	0.73319482	0.0662742	0.0062842	<b>9.48%</b>	0
Ahr	0.05999	0.07869	-0.0187	0.0187	23.76625	0.76235862	0.0637389	0.0037489	<b>5.88%</b>	0
Zan	0.05999	0.08006	-0.02007	0.02007	25.06831	0.74931302	0.0648486	0.0048586	<b>7.49%</b>	0
Jul	0.05999	0.0777	-0.01771	0.01771	22.79271	0.77207207	0.062937	0.002947	<b>4.68%</b>	1
Che	0.05999	0.07522	-0.01523	0.01523	20.25231	0.79752725	0.0609282	0.0009382	<b>1.54%</b>	1
Jim	0.05999	0.07922	-0.01923	0.01923	24.27012	0.75725827	0.0641682	0.0041782	<b>6.51%</b>	0
Rub	0.05999	0.07968	-0.01969	0.01969	24.70756	0.75288655	0.0645408	0.0045508	<b>7.05%</b>	0
Cha	0.05999	0.08056	-0.02057	0.02057	25.53018	0.74466236	0.0652536	0.0052636	<b>8.07%</b>	0
Swa	0.05999	0.09915	-0.03916	0.03916	39.49593	0.60504286	0.0803115	0.0203215	<b>25.30%</b>	0
Cam	<b>0.05999</b>	<b>0.0739</b>	<b>-0.01391</b>	<b>0.01391</b>	<b>18.81743</b>	<b>0.81177267</b>	<b>0.059859</b>	<b>0.000131</b>	<b>0.22%</b>	<b>1</b>

**Tabla VI.11 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto 10, zona offshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.02009	0.02741	-0.00732	0.00732	26.71374	0.73294418	0.0216539	0.0015639	7.22%	0
Van	0.02009	0.02891	-0.00882	0.00882	30.51301	0.69491525	0.0228389	0.0027489	12.04%	0
Sou	0.02009	0.0294	-0.00931	0.00931	31.67266	0.68333333	0.023226	0.003136	13.50%	0
Ahr	0.02009	0.02722	-0.00713	0.00713	26.18872	0.73806025	0.0215038	0.0014138	6.57%	0
Zan	0.02009	0.02891	-0.00882	0.00882	30.51301	0.69491525	0.0228389	0.0027489	12.04%	0
Jul	0.02009	0.03003	-0.00994	0.00994	33.09733	0.66899767	0.0237237	0.0036337	15.32%	0
Che	0.02009	0.02718	-0.00709	0.00709	26.08235	0.73914643	0.0214722	0.0013822	6.44%	0
Jim	0.02009	0.02693	-0.00684	0.00684	25.40954	0.74600817	0.0212747	0.0011847	5.57%	0
Rub	0.02009	0.02674	-0.00665	0.00665	24.87485	0.7513089	0.0211246	0.0010346	4.90%	1
Cha	0.02009	0.02717	-0.00708	0.00708	26.06789	0.73941848	0.0214643	0.0013743	6.40%	0
Swa	0.02009	0.02551	-0.00542	0.00542	21.23356	0.7875343	0.0201529	6.29E-05	0.31%	1
Cam	<b>0.02009</b>	<b>0.02534</b>	<b>-0.00525</b>	<b>0.00525</b>	<b>20.72067</b>	<b>0.79281768</b>	0.0200186	<b>7.14E-05</b>	<b>0.36%</b>	<b>1</b>

**Tabla VI.12 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto B, zona foreshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.01259	0.01989	-0.0073	0.0073	36.69699	0.6329814	0.0149175	0.0023275	15.60%	0
Van	0.01259	0.0184	-0.00581	0.00581	31.58391	0.68423913	0.0138	0.00121	<b>8.77%</b>	0
Sou	0.01259	0.01868	-0.00609	0.00609	32.60597	0.67398287	0.01401	0.00142	<b>10.14%</b>	0
Ahr	0.01259	0.01863	-0.00604	0.00604	32.41245	0.67579173	0.0139725	0.0013825	<b>9.89%</b>	0
Zan	0.01259	0.0184	-0.00581	0.00581	31.58391	0.68423913	0.0138	0.00121	<b>8.77%</b>	0
Jul	0.01259	0.01963	-0.00704	0.00704	35.84772	0.64136526	0.0147225	0.0021325	<b>14.48%</b>	0
Che	0.01259	0.01815	-0.00556	0.00556	30.65036	0.69366391	0.0136125	0.0010225	<b>7.51%</b>	0
Jim	0.01259	0.01757	-0.00498	0.00498	28.35784	0.71656232	0.0131775	0.0005875	<b>4.46%</b>	1
Rub	0.01259	0.01724	-0.00465	0.00465	26.98008	0.73027842	0.01293	0.00034	<b>2.63%</b>	1
Cha	0.01259	0.01751	-0.00492	0.00492	28.09247	0.7190177	0.0131325	0.0005425	<b>4.13%</b>	1
Swa	0.01259	0.01731	-0.00472	0.00472	27.2694	0.72732525	0.0129825	0.0003925	<b>3.02%</b>	1
Cam	<b>0.01259</b>	<b>0.01668</b>	<b>-0.00409</b>	<b>0.00409</b>	<b>24.53543</b>	<b>0.75479616</b>	<b>0.01251</b>	<b>8E-05</b>	<b>0.64%</b>	<b>1</b>

**Tabla VI.13 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto D, zona backshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.04496	0.03868	0.00628	0.00628	16.22567	1.16235781	0.03868	0.00628	16.24%	0
Van	0.04496	0.04327	0.00169	0.00169	3.8944	1.03905708	0.04327	0.00169	3.91%	1
<b>Sou</b>	<b>0.04496</b>	<b>0.04409</b>	<b>0.00087</b>	<b>0.00087</b>	<b>1.96279</b>	<b>1.01973237</b>	0.04409	<b>0.00087</b>	<b>1.97%</b>	<b>1</b>
Ahr	0.04496	0.03958	0.00538	0.00538	13.58572	1.13592724	0.03958	0.00538	13.59%	0
Zan	0.04496	0.04327	0.00169	0.00169	3.8944	1.03905708	0.04327	0.00169	3.91%	1
Jul	0.04496	0.04373	0.00123	0.00123	2.80692	1.02812714	0.04373	0.00123	2.81%	1
Che	0.04496	0.03972	0.00524	0.00524	13.19814	1.13192346	0.03972	0.00524	13.19%	0
Jim	0.04496	0.04037	0.00459	0.00459	11.37861	1.11369829	0.04037	0.00459	11.37%	0
Rub	0.04496	0.04047	0.00449	0.00449	11.10421	1.11094638	0.04047	0.00449	11.09%	0
Cha	0.04496	0.04109	0.00387	0.00387	9.40738	1.0941835	0.04109	0.00387	9.42%	0
Swa	0.04496	0.03936	0.0056	0.0056	14.23828	1.14227642	0.03936	0.0056	14.23%	0
Cam	0.04496	0.03773	0.00723	0.00723	19.15684	1.1916247	0.03773	0.00723	19.16%	0

**Tabla VI.14 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto E, zona offshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.03619	0.03901	-0.00282	0.00282	7.22384	0.92771084	0.0370595	0.0008695	2.35%	1
Van	0.03619	0.04372	-0.00753	0.00753	17.22951	0.82776761	0.041534	0.005344	12.87%	0
Sou	0.03619	0.04456	-0.00837	0.00837	18.78497	0.81216338	0.042332	0.006142	14.51%	0
Ahr	0.03619	0.03999	-0.0038	0.0038	9.49593	0.90497624	0.0379905	0.0018005	4.74%	1
Zan	0.03619	0.04372	-0.00753	0.00753	17.22951	0.82776761	0.041534	0.005344	12.87%	0
Jul	0.03619	0.04406	-0.00787	0.00787	17.86454	0.82137994	0.041857	0.005667	13.54%	0
Che	0.03619	0.04009	-0.0039	0.0039	9.72868	0.90271888	0.0380855	0.0018955	4.98%	1
Jim	0.03619	0.04085	-0.00466	0.00466	11.41595	0.88592411	0.0388075	0.0026175	6.74%	0
Rub	0.03619	0.04099	-0.0048	0.0048	11.70666	0.88289827	0.0389405	0.0027505	7.06%	0
Cha	0.03619	0.04162	-0.00543	0.00543	13.04264	0.86953388	0.039539	0.003349	8.47%	0
Swa	0.03619	0.0402	-0.00401	0.00401	9.9662	0.90024876	0.03819	0.002	5.24%	0
<b>Cam</b>	<b>0.03619</b>	<b>0.03821</b>	<b>-0.00202</b>	<b>0.00202</b>	<b>5.28801</b>	<b>0.94713426</b>	0.0362995	<b>0.0001095</b>	<b>0.30%</b>	<b>1</b>

**Tabla VI.15 Errores absolutos y relativos para el sitio Punto G, zona backshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.025	0.02989	-0.00489	0.00489	16.37196	0.83640013	0.0263032	0.0013032	4.95%	1
Van	0.025	0.03223	-0.00723	0.00723	22.4427	0.77567484	0.0283624	0.0033624	11.86%	0
Sou	0.025	0.0328	-0.0078	0.0078	23.775	0.76219512	0.028864	0.003864	13.39%	0
Ahr	0.025	0.02998	-0.00498	0.00498	16.61657	0.83388926	0.0263824	0.0013824	5.24%	0
Zan	0.025	0.03223	-0.00723	0.00723	22.4427	0.77567484	0.0283624	0.0033624	11.86%	0
Jul	0.025	0.03324	-0.00824	0.00824	24.79067	0.7521059	0.0292512	0.0042512	14.53%	0
Che	0.025	0.03004	-0.00504	0.00504	16.77744	0.8322237	0.0264352	0.0014352	5.43%	0
Jim	0.025	0.02996	-0.00496	0.00496	16.56326	0.83444593	0.0263648	0.0013648	5.18%	0
Rub	0.025	0.02983	-0.00483	0.00483	16.1969	0.83808247	0.0262504	0.0012504	4.76%	1
Cha	0.025	0.03031	-0.00531	0.00531	17.52468	0.82481029	0.0266728	0.0016728	6.27%	0
Swa	0.025	0.02895	-0.00395	0.00395	13.63998	0.86355786	0.025476	0.000476	1.87%	1
<b>Cam</b>	<b>0.025</b>	<b>0.02825</b>	<b>-0.00325</b>	<b>0.00325</b>	<b>11.51827</b>	<b>0.88495575</b>	0.02486	<b>0.00014</b>	<b>0.56%</b>	<b>1</b>

**Tabla VI.16 Errores absolutos y relativos para el sitio Isla Mujeres, zona offshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.01832	0.02991	-0.01159	0.01159	38.75476	0.61250418	0.0194415	0.0011215	5.77%	0
Van	0.01832	0.03254	-0.01422	0.01422	43.69627	0.56299939	0.021151	0.002831	13.38%	0
Sou	0.01832	0.03311	-0.01479	0.01479	44.67655	0.55330716	0.0215215	0.0032015	14.88%	0
Ahr	0.01832	0.03013	-0.01181	0.01181	39.18803	0.60803186	0.0195845	0.0012645	6.46%	0
Zan	0.01832	0.03254	-0.01422	0.01422	43.69627	0.56299939	0.021151	0.002831	13.38%	0
Jul	0.01832	0.03344	-0.01512	0.01512	45.21667	0.54784689	0.021736	0.003416	15.72%	0
Che	0.01832	0.03022	-0.0119	0.0119	39.37171	0.60622105	0.019643	0.001323	6.74%	0
Jim	0.01832	0.03023	-0.01191	0.01191	39.40267	0.60602051	0.0196495	0.0013295	6.77%	0
Rub	0.01832	0.03014	-0.01182	0.01182	39.2121	0.60783013	0.019591	0.001271	6.49%	0
Cha	0.01832	0.03062	-0.0123	0.0123	40.17243	0.59830176	0.019903	0.001583	7.95%	0
Swa	0.01832	0.03034	-0.01202	0.01202	39.6154	0.60382334	0.019721	0.001401	7.10%	0
<b>Cam</b>	<b>0.01832</b>	<b>0.0283</b>	<b>-0.00998</b>	<b>0.00998</b>	<b>35.25838</b>	<b>0.64734982</b>	0.018395	<b>7.5E-05</b>	<b>0.41%</b>	<b>1</b>

**Tabla VI.17 Errores absolutos y relativos para el sitio Tulum B, zona foreshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.01931	0.02687	-0.00756	0.00756	28.14041	0.71864533	0.0228395	0.0035295	15.45%	0
Van	0.01931	0.02838	-0.00907	0.00907	31.96663	0.68040874	0.024123	0.004813	<b>19.95%</b>	0
Sou	0.01931	0.02887	-0.00956	0.00956	33.10403	0.66886041	0.0245395	0.0052295	<b>21.31%</b>	0
Ahr	0.01931	0.0267	-0.00739	0.00739	27.67344	0.72322097	0.022695	0.003385	<b>14.92%</b>	0
Zan	0.01931	0.02838	-0.00907	0.00907	31.96663	0.68040874	0.024123	0.004813	<b>19.95%</b>	0
Jul	0.01931	0.02947	-0.01016	0.01016	34.46841	0.65524262	0.0250495	0.0057395	<b>22.91%</b>	0
Che	0.01931	0.02667	-0.00736	0.00736	27.58693	0.7240345	0.0226695	0.0033595	<b>14.82%</b>	0
Jim	0.01931	0.02644	-0.00713	0.00713	26.95644	0.73033283	0.022474	0.003164	<b>14.08%</b>	0
Rub	0.01931	0.02625	-0.00694	0.00694	26.44553	0.73561905	0.0223125	0.0030025	<b>13.46%</b>	0
Cha	0.01931	0.02668	-0.00737	0.00737	27.61363	0.72376312	0.022678	0.003368	<b>14.85%</b>	0
Swa	0.01931	0.02349	-0.00418	0.00418	17.80724	0.82205194	0.0199665	0.0006565	<b>3.29%</b>	1
<b>Cam</b>	<b>0.01931</b>	<b>0.02279</b>	<b>-0.00348</b>	<b>0.00348</b>	<b>15.28211</b>	<b>0.84730145</b>	<b>0.0193715</b>	<b>6.15E-05</b>	<b>0.32%</b>	<b>1</b>

**Tabla VI.18 Errores absolutos y relativos para el sitio Bahía Príncipe, zona backshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.05358	0.06601	-0.01242	0.01242	18.81918	0.8116952	0.0613893	0.0078093	12.72%	0
Van	0.05358	0.06972	-0.01613	0.01613	23.13845	0.76850258	0.0648396	0.0112596	17.37%	0
Sou	0.05358	0.07122	-0.01763	0.01763	24.76136	0.75231676	0.0662346	0.0126546	19.11%	0
Ahr	0.05358	0.06699	-0.01341	0.01341	20.0127	0.79982087	0.0623007	0.0087207	14.00%	0
Zan	0.05358	0.06972	-0.01613	0.01613	23.13845	0.76850258	0.0648396	0.0112596	17.37%	0
Jul	0.05358	0.06804	-0.01445	0.01445	21.24235	0.78747795	0.0632772	0.0096972	15.32%	0
Che	0.05358	0.06489	-0.0113	0.0113	17.4183	0.82570504	0.0603477	0.0067677	11.21%	0
Jim	0.05358	0.06807	-0.01448	0.01448	21.27883	0.78713089	0.0633051	0.0097251	15.36%	0
Rub	0.05358	0.06857	-0.01498	0.01498	21.85136	0.78139128	0.0637701	0.0101901	15.98%	0
Cha	0.05358	0.06939	-0.01581	0.01581	22.78352	0.77215737	0.0645327	0.0109527	16.97%	0
Swa	0.05358	0.07116	-0.01758	0.01758	24.69951	0.7529511	0.0661788	0.0125988	19.04%	0
<b>Cam</b>	<b>0.05358</b>	<b>0.05751</b>	<b>-0.00393</b>	<b>0.00393</b>	<b>6.83416</b>	<b>0.93166406</b>	<b>0.0534843</b>	<b>9.57E-05</b>	<b>0.18%</b>	<b>1</b>

**Tabla VI.19 Errores absolutos y relativos para el sitio Akumal 1, zona offshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.01076	0.01578	-0.00502	0.00502	31.8078	0.68187579	0.0137286	0.0029686	21.62%	0
Van	0.01076	0.01338	-0.00262	0.00262	19.57707	0.80418535	0.0116406	0.0008806	7.56%	0
Sou	0.01076	0.01357	-0.00281	0.00281	20.72332	0.79292557	0.0118059	0.0010459	8.86%	0
Ahr	0.01076	0.01413	-0.00337	0.00337	23.84914	0.76150035	0.0122931	0.0015331	12.47%	0
Zan	0.01076	0.01338	-0.00262	0.00262	19.57707	0.80418535	0.0116406	0.0008806	7.56%	0
Jul	0.01076	0.01442	-0.00366	0.00366	25.40026	0.74618585	0.0125454	0.0017854	14.23%	0
Che	0.01076	0.01359	-0.00283	0.00283	20.82641	0.79175865	0.0118233	0.0010633	8.99%	0
Jim	0.01076	0.01303	-0.00227	0.00227	17.4301	0.82578665	0.0113361	0.0005761	5.08%	0
Rub	0.01076	0.01271	-0.00195	0.00195	15.32941	0.8465775	0.0110577	0.0002977	2.69%	1
Cha	0.01076	0.01289	-0.00213	0.00213	16.55491	0.83475562	0.0112143	0.0004543	4.05%	1
Swa	0.01076	0.01304	-0.00228	0.00228	17.5053	0.82515337	0.0113448	0.0005848	5.15%	0
<b>Cam</b>	<b>0.01076</b>	<b>0.0124</b>	<b>-0.00164</b>	<b>0.00164</b>	<b>13.1919</b>	<b>0.86774194</b>	<b>0.010788</b>	<b>2.8E-05</b>	<b>0.26%</b>	<b>1</b>

**Tabla VI.20 Errores absolutos y relativos para el sitio Playa del Carmen 2, zona foreshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.03234	0.03586	-0.00351	0.00351	9.79221	0.90184049	0.0337084	0.0013684	4.06%	1
Van	0.03234	0.03994	-0.0076	0.0076	19.02206	0.80971457	0.0375436	0.0052036	<b>13.86%</b>	0
Sou	0.03234	0.04069	-0.00834	0.00834	20.50454	0.79478987	0.0382486	0.0059086	<b>15.45%</b>	0
Ahr	0.03234	0.03658	-0.00423	0.00423	11.57344	0.88408967	0.0343852	0.0020452	<b>5.95%</b>	0
Zan	0.03234	0.03994	-0.0076	0.0076	19.02206	0.80971457	0.0375436	0.0052036	<b>13.86%</b>	0
Jul	0.03234	0.04053	-0.00818	0.00818	20.19155	0.79792746	0.0380982	0.0057582	<b>15.11%</b>	0
Che	0.03234	0.03673	-0.00439	0.00439	11.939	0.88047917	0.0345262	0.0021862	<b>6.33%</b>	0
Jim	0.03234	0.03719	-0.00484	0.00484	13.0258	0.8695886	0.0349586	0.0026186	<b>7.49%</b>	0
Rub	0.03234	0.03723	-0.00489	0.00489	13.13271	0.86865431	0.0349962	0.0026562	<b>7.59%</b>	0
Cha	0.03234	0.03782	-0.00547	0.00547	14.47443	0.85510312	0.0355508	0.0032108	<b>9.03%</b>	0
Swa	0.03234	0.03534	-0.00299	0.00299	8.46386	0.91511036	0.0332196	0.0008796	<b>2.65%</b>	1
<b>Cam</b>	<b>0.03234</b>	<b>0.03436</b>	<b>-0.00202</b>	<b>0.00202</b>	<b>5.87132</b>	<b>0.94121071</b>	<b>0.0322984</b>	<b>4.16E-05</b>	<b>0.13%</b>	<b>1</b>

**Tabla VI.21 Errores absolutos y relativos para el sitio Punta Allen, zona backshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.0206	0.02875	-0.00815	0.00815	28.36024	0.71652174	0.02185	0.00125	5.72%	0
Van	0.0206	0.03109	-0.01049	0.01049	33.74673	0.66259247	0.0236284	0.0030284	12.82%	0
Sou	0.0206	0.03164	-0.01104	0.01104	34.88957	0.65107459	0.0240464	0.0034464	14.33%	0
Ahr	0.0206	0.02888	-0.00828	0.00828	28.66388	0.7132964	0.0219488	0.0013488	6.15%	0
Zan	0.0206	0.03109	-0.01049	0.01049	33.74673	0.66259247	0.0236284	0.0030284	12.82%	0
Jul	0.0206	0.03203	-0.01143	0.01143	35.68598	0.64314705	0.0243428	0.0037428	15.38%	0
Che	0.0206	0.02894	-0.00834	0.00834	28.82785	0.71181755	0.0219944	0.0013944	6.34%	0
Jim	0.0206	0.0289	-0.0083	0.0083	28.71207	0.71280277	0.021964	0.001364	6.21%	0
Rub	0.0206	0.02878	-0.00818	0.00818	28.42665	0.71577484	0.0218728	0.0012728	5.82%	0
Cha	0.0206	0.02924	-0.00864	0.00864	29.55979	0.70451436	0.0222224	0.0016224	7.30%	0
<b>Swa</b>	<b>0.0206</b>	<b>0.02801</b>	<b>-0.00741</b>	<b>0.00741</b>	<b>26.44964</b>	<b>0.73545162</b>	<b>0.0212876</b>	<b>0.0006876</b>	<b>3.23%</b>	<b>1</b>
<b>Cam</b>	<b>0.0206</b>	<b>0.02724</b>	<b>-0.00664</b>	<b>0.00664</b>	<b>24.38936</b>	<b>0.75624082</b>	<b>0.0207024</b>	<b>0.0001024</b>	<b>0.49%</b>	<b>1</b>

**Tabla VI.22 Errores absolutos y relativos para el sitio Holbox, zona offshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.01044	0.01431	-0.00387	0.00387	27.05122	0.72955975	0.0133083	0.0028683	21.55%	0
Van	0.01044	0.01194	-0.0015	0.0015	12.56051	0.87437186	0.0111042	0.0006642	5.98%	0
Sou	0.01044	0.01211	-0.00167	0.00167	13.77735	0.86209744	0.0112623	0.0008223	7.30%	0
Ahr	0.01044	0.0129	-0.00246	0.00246	19.04259	0.80930233	0.011997	0.001557	12.98%	0
Zan	0.01044	0.01194	-0.0015	0.0015	12.56051	0.87437186	0.0111042	0.0006642	5.98%	0
Jul	0.01044	0.01294	-0.0025	0.0025	19.32954	0.80680062	0.0120342	0.0015942	13.25%	0
Che	0.01044	0.01234	-0.0019	0.0019	15.43039	0.84602917	0.0114762	0.0010362	9.03%	0
<b>Jim</b>	<b>0.01044</b>	<b>0.01178</b>	<b>-0.00134</b>	<b>0.00134</b>	<b>11.38518</b>	<b>0.88624788</b>	<b>0.0109554</b>	<b>0.0005154</b>	<b>4.70%</b>	<b>1</b>
Rub	0.01044	0.01439	-0.00395	0.00395	27.45649	0.72550382	0.0133827	0.0029427	21.99%	0
<b>Cha</b>	<b>0.01044</b>	<b>0.01161</b>	<b>-0.00117</b>	<b>0.00117</b>	<b>10.07835</b>	<b>0.89922481</b>	<b>0.0107973</b>	<b>0.0003573</b>	<b>3.31%</b>	<b>1</b>
Swa	0.01044	0.01191	-0.00147	0.00147	12.31121	0.87657431	0.0110763	0.0006363	5.74%	0
<b>Cam</b>	<b>0.01044</b>	<b>0.01121</b>	<b>-0.00077</b>	<b>0.00077</b>	<b>6.88148</b>	<b>0.93131133</b>	<b>0.0104253</b>	<b>1.47E-05</b>	<b>0.14%</b>	<b>1</b>

**Tabla VI.23 Errores absolutos y relativos para el sitio Telchac, zona backshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.03324	0.05676	-0.02352	0.02352	41.43625	0.58562368	0.0346236	0.0013836	<b>4.00%</b>	<b>1</b>
Van	0.03324	0.06186	-0.02862	0.02862	46.26623	0.53734239	0.0377346	0.0044946	<b>11.91%</b>	<b>0</b>
Sou	0.03324	0.06316	-0.02992	0.02992	47.37198	0.52628246	0.0385276	0.0052876	<b>13.72%</b>	<b>0</b>
Ahr	0.03324	0.05819	-0.02494	0.02494	42.86844	0.57123217	0.0354959	0.0022559	<b>6.36%</b>	<b>0</b>
Zan	0.03324	0.06186	-0.02862	0.02862	46.26623	0.53734239	0.0377346	0.0044946	<b>11.91%</b>	<b>0</b>
Jul	0.03324	0.06082	-0.02758	0.02758	45.34258	0.54653075	0.0371002	0.0038602	<b>10.40%</b>	<b>0</b>
<b>Che</b>	<b>0.03324</b>	<b>0.05709</b>	<b>-0.02384</b>	<b>0.02384</b>	<b>41.76763</b>	<b>0.58223857</b>	<b>0.0348249</b>	<b>0.0015849</b>	<b>4.55%</b>	<b>1</b>
Jim	0.03324	0.05953	-0.02628	0.02628	44.15493	0.55837393	0.0363133	0.0030733	<b>8.46%</b>	<b>0</b>
Rub	0.03324	0.05999	-0.02675	0.02675	44.58701	0.55409235	0.0365939	0.0033539	<b>9.17%</b>	<b>0</b>
Cha	0.03324	0.06078	-0.02754	0.02754	45.30699	0.54689042	0.0370758	0.0038358	<b>10.35%</b>	<b>0</b>
Swa	0.03324	0.06258	-0.02934	0.02934	46.88205	0.53116012	0.0381738	0.0049338	<b>12.92%</b>	<b>0</b>
<b>Cam</b>	<b>0.03324</b>	<b>0.05461</b>	<b>-0.02137</b>	<b>0.02137</b>	<b>39.13018</b>	<b>0.60867973</b>	<b>0.0333121</b>	<b>7.21E-05</b>	<b>0.22%</b>	<b>1</b>

**Tabla VI.24 Errores absolutos y relativos para el sitio UAY, zona foreshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.06003	0.07837	-0.01834	0.01834	23.40588	0.76598188	0.0642634	0.0042334	<b>6.59%</b>	<b>0</b>
Van	0.06003	0.07906	-0.01903	0.01903	24.07286	0.75929674	0.0648292	0.0047992	<b>7.40%</b>	<b>0</b>
Sou	0.06003	0.08081	-0.02078	0.02078	25.71406	0.74285361	0.0662642	0.0062342	<b>9.41%</b>	<b>0</b>
Ahr	0.06003	0.0782	-0.01817	0.01817	23.23291	0.76764706	0.064124	0.004094	<b>6.38%</b>	<b>0</b>
Zan	0.06003	0.07906	-0.01903	0.01903	24.07286	0.75929674	0.0648292	0.0047992	<b>7.40%</b>	<b>0</b>
<b>Jul</b>	<b>0.06003</b>	<b>0.07664</b>	<b>-0.01661</b>	<b>0.01661</b>	<b>21.66802</b>	<b>0.78327244</b>	<b>0.0628448</b>	<b>0.0028148</b>	<b>4.48%</b>	<b>1</b>
<b>Che</b>	<b>0.06003</b>	<b>0.07448</b>	<b>-0.01445</b>	<b>0.01445</b>	<b>19.40238</b>	<b>0.80598818</b>	<b>0.0610736</b>	<b>0.0010436</b>	<b>1.71%</b>	<b>1</b>
Jim	0.06003	0.07849	-0.01846	0.01846	23.51919	0.7648108	0.0643618	0.0043318	<b>6.73%</b>	<b>0</b>
Rub	0.06003	0.0789	-0.01887	0.01887	23.91986	0.7608365	0.064698	0.004668	<b>7.22%</b>	<b>0</b>
Cha	0.06003	0.07975	-0.01972	0.01972	24.73155	0.75272727	0.065395	0.005365	<b>8.20%</b>	<b>0</b>
Swa	0.06003	0.09455	-0.03452	0.03452	36.50847	0.63490217	0.077531	0.017501	<b>22.57%</b>	<b>0</b>
<b>Cam</b>	<b>0.06003</b>	<b>0.07338</b>	<b>-0.01335</b>	<b>0.01335</b>	<b>18.19839</b>	<b>0.81807032</b>	<b>0.0601716</b>	<b>0.0001416</b>	<b>0.24%</b>	<b>1</b>

**Tabla VI.25 Errores absolutos y relativos para el sitio ECCA, zona offshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.02349	0.02866	-0.00517	0.00517	18.03861	0.81960921	0.02866	0.00517	<b>18.04%</b>	0
Van	0.02349	0.03067	-0.00718	0.00718	23.4011	0.76589501	0.03067	0.00718	<b>23.41%</b>	0
Sou	0.02349	0.0312	-0.00771	0.00771	24.70288	0.75288462	0.0312	0.00771	<b>24.71%</b>	0
Ahr	0.02349	0.02864	-0.00515	0.00515	17.98696	0.82018156	0.02864	0.00515	<b>17.98%</b>	0
Zan	0.02349	0.03067	-0.00718	0.00718	23.4011	0.76589501	0.03067	0.00718	<b>23.41%</b>	0
Jul	0.02349	0.03171	-0.00822	0.00822	25.91826	0.74077578	0.03171	0.00822	<b>25.92%</b>	0
Che	0.02349	0.02867	-0.00518	0.00518	18.05563	0.81932333	0.02867	0.00518	<b>18.07%</b>	0
Jim	0.02349	0.02852	-0.00503	0.00503	17.64471	0.82363254	0.02852	0.00503	<b>17.64%</b>	0
Rub	0.02349	0.02837	-0.00488	0.00488	17.19942	0.82798731	0.02837	0.00488	<b>17.20%</b>	0
Cha	0.02349	0.02883	-0.00534	0.00534	18.51325	0.81477627	0.02883	0.00534	<b>18.52%</b>	0
<b>Sw</b>	<b>0.02349</b>	<b>0.02046</b>	<b>0.00303</b>	<b>0.00303</b>	<b>14.81587</b>	<b>1.14809384</b>	<b>0.02046</b>	<b>0.00303</b>	<b>14.81%</b>	<b>0</b>
Cam	0.02349	0.01365	0.00984	0.00984	<b>72.13209</b>	<b>1.72087912</b>	0.01365	0.00984	72.09%	0

**Tabla VI.26 Errores absolutos y relativos para el sitio Progreso, zona offshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
<b>Hal</b>	<b>0.02678</b>	<b>0.01925</b>	<b>0.00753</b>	<b>0.00753</b>	<b>39.11914</b>	<b>1.39116883</b>	<b>0.01925</b>	<b>0.00753</b>	<b>39.12%</b>	<b>0</b>
Van	0.02678	0.01767	0.00912	0.00912	51.6022	1.5155631	0.01767	0.00911	<b>51.56%</b>	0
Sou	0.02678	0.01793	0.00885	0.00885	49.34896	1.49358617	0.01793	0.00885	<b>49.36%</b>	0
Ahr	0.02678	0.01796	0.00882	0.00882	49.11964	1.49109131	0.01796	0.00882	<b>49.11%</b>	0
Zan	0.02678	0.01767	0.00912	0.00912	51.6022	1.5155631	0.01767	0.00911	<b>51.56%</b>	0
Jul	0.02678	0.01886	0.00792	0.00792	41.98583	1.41993637	0.01886	0.00792	<b>41.99%</b>	0
Che	0.02678	0.01748	0.0093	0.0093	53.23092	1.53203661	0.01748	0.0093	<b>53.20%</b>	0
Jim	0.02678	0.0169	0.00988	0.00988	58.46103	1.58461538	0.0169	0.00988	<b>58.46%</b>	0
Rub	0.02678	0.01657	0.01021	0.01021	61.60827	1.61617381	0.01657	0.01021	<b>61.62%</b>	0
Cha	0.02678	0.01683	0.00996	0.00996	59.15675	1.59120618	0.01683	0.00995	<b>59.12%</b>	0
Sw	0.02678	0.01638	0.01041	0.01041	63.5255	1.63492063	0.01638	0.0104	63.49%	0
Cam	0.02678	0.01604	0.01075	0.01075	67.00111	1.66957606	0.01604	0.01074	66.96%	0

**Tabla VI.27 Errores absolutos y relativos para el sitio Carissa Palma, zona backshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.05457	0.05096	0.00361	0.00361	7.09093	1.07083987	0.05096	0.00361	7.08%	0
<b>Van</b>	<b>0.05457</b>	<b>0.05659</b>	<b>-0.00202</b>	<b>0.00202</b>	<b>3.56683</b>	<b>0.96430465</b>	<b>0.05659</b>	<b>0.00202</b>	<b>3.57%</b>	<b>1</b>
Sou	0.05457	0.05775	-0.00318	0.00318	5.49899	0.94493506	0.05775	0.00318	<b>5.51%</b>	0
Ahr	0.05457	0.05245	0.00212	0.00212	4.04955	1.04041945	0.05245	0.00212	4.04%	1
Zan	0.05457	0.05659	-0.00202	0.00202	3.56683	0.96430465	0.05659	0.00202	<b>3.57%</b>	1
Jul	0.05457	0.05605	-0.00148	0.00148	2.63717	0.973595	0.05605	0.00148	<b>2.64%</b>	1
Che	0.05457	0.05195	0.00262	0.00262	5.04465	1.05043311	0.05195	0.00262	<b>5.04%</b>	0
Jim	0.05457	0.05381	0.00076	0.00076	1.41604	1.01412377	0.05381	0.00076	<b>1.41%</b>	1
<b>Rub</b>	<b>0.05457</b>	<b>0.05419</b>	<b>0.00038</b>	<b>0.00038</b>	<b>0.69571</b>	<b>1.00701236</b>	0.05419	<b>0.00038</b>	<b>0.70%</b>	1
Cha	0.05457	0.05495	-0.00038	0.00038	0.69773	0.99308462	0.05495	0.00038	<b>0.69%</b>	1
Sw	0.05457	0.05663	-0.00206	0.00206	3.63555	0.96362352	0.05663	0.00206	3.64%	1
Cam	0.05457	0.05031	0.00426	0.00426	8.46407	1.08467501	0.05031	0.00426	8.47%	0

**Tabla VI.28 Errores absolutos y relativos para el sitio Hilton, zona foreshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.08825	0.09057	-0.00232	0.00232	2.55741	0.97438445	0.09057	0.00232	2.56%	1
Van	0.08825	0.08786	0.00039	0.00039	0.4427	1.00443888	0.08786	0.00039	<b>0.44%</b>	1
Sou	0.08825	0.08983	-0.00158	0.00158	1.7588	0.98241122	0.08983	0.00158	<b>1.76%</b>	1
Ahr	0.08825	0.089	-0.00075	0.00075	0.84364	0.99157303	0.089	0.00075	0.84%	1
Zan	0.08825	0.08786	0.00039	0.00039	0.4427	1.00443888	0.08786	0.00039	<b>0.44%</b>	1
Jul	0.08825	0.08481	0.00344	0.00344	4.0501	1.04056125	0.08481	0.00344	<b>4.06%</b>	1
Che	0.08825	0.08358	0.00467	0.00467	5.58856	1.05587461	0.08358	0.00467	<b>5.59%</b>	0
<b>Jim</b>	<b>0.08825</b>	<b>0.08824</b>	<b>0.00001</b>	<b>0.00001</b>	<b>0.0064</b>	<b>1.00011333</b>	0.08824	<b>1E-05</b>	<b>0.01%</b>	<b>1</b>
Rub	0.08825	0.08849	-0.00024	0.00024	0.27479	0.99728783	0.08849	0.00024	<b>0.27%</b>	1
Cha	0.08825	0.08936	-0.00111	0.00111	1.2472	0.98757833	0.08936	0.00111	<b>1.24%</b>	1
Sw	0.08825	0.11566	-0.02741	0.02741	23.69692	0.76301228	0.11566	0.02741	23.70%	0
Cam	0.08825	0.08287	0.00538	0.00538	6.48907	1.06492096	0.08287	0.00538	6.49%	0

**Tabla VI.29 Errores absolutos y relativos para el sitio Royal Solaris, zona foreshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.0711	0.07953	-0.00843	0.00843	10.59819	0.89400226	0.0755535	0.0044535	5.89%	0
Van	0.0711	0.08041	-0.00931	0.00931	11.57715	0.88421838	0.0763895	0.0052895	<b>6.92%</b>	0
Sou	0.0711	0.08218	-0.01108	0.01108	13.48666	0.86517401	0.078071	0.006971	<b>8.93%</b>	0
Ahr	0.0711	0.07942	-0.00832	0.00832	10.47425	0.89524049	0.075449	0.004349	5.76%	0
Zan	0.0711	0.08041	-0.00931	0.00931	11.57715	0.88421838	0.0763895	0.0052895	<b>6.92%</b>	0
Jul	0.0711	0.07796	-0.00686	0.00686	8.80162	0.91200616	0.074062	0.002962	<b>4.00%</b>	1
Che	0.0711	0.07571	-0.00461	0.00461	6.08361	0.93910976	0.0719245	0.0008245	<b>1.15%</b>	1
Jim	0.0711	0.07977	-0.00867	0.00867	10.86696	0.89131252	0.0757815	0.0046815	6.18%	0
Rub	0.0711	0.0802	-0.0091	0.0091	11.34499	0.88653367	0.07619	0.00509	<b>6.68%</b>	0
Cha	0.0711	0.08107	-0.00997	0.00997	12.29588	0.87701986	0.0770165	0.0059165	<b>7.68%</b>	0
Swa	0.0711	0.09686	-0.02576	0.02576	26.59404	0.73404914	0.092017	0.020917	22.73%	0
Cam	<b>0.0711</b>	<b>0.07474</b>	<b>-0.00364</b>	<b>0.00364</b>	<b>4.87627</b>	<b>0.95129783</b>	0.071003	<b>9.7E-05</b>	<b>0.14%</b>	<b>1</b>

**Tabla VI.30 Errores absolutos y relativos para el sitio Isla del Carmen, zona backshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.02452	0.02664	-0.00212	0.00212	7.94616	0.92042042	0.02664	0.00212	7.96%	0
Van	0.02452	0.02779	-0.00327	0.00327	11.76379	0.88233177	0.02779	0.00327	<b>11.77%</b>	0
Sou	0.02452	0.02826	-0.00374	0.00374	13.21818	0.86765747	0.02826	0.00374	<b>13.23%</b>	0
Ahr	0.02452	0.02632	-0.0018	0.0018	6.8392	0.93161094	0.02632	0.0018	6.84%	0
Zan	0.02452	0.02779	-0.00327	0.00327	11.76379	0.88233177	0.02779	0.00327	<b>11.77%</b>	0
Jul	0.02452	0.02896	-0.00443	0.00443	15.30315	0.84668508	0.02896	0.00444	<b>15.33%</b>	0
Che	0.02452	0.02624	-0.00171	0.00171	6.53181	0.93445122	0.02624	0.00172	<b>6.55%</b>	0
Jim	0.02452	0.02593	-0.00141	0.00141	5.42303	0.94562283	0.02593	0.00141	<b>5.44%</b>	0
Rub	0.02452	0.02571	-0.00119	0.00119	4.6285	0.95371451	0.02571	0.00119	4.63%	1
Cha	0.02452	0.02613	-0.0016	0.0016	6.14216	0.938385	0.02613	0.00161	<b>6.16%</b>	0
Swa	<b>0.02452</b>	<b>0.02433</b>	<b>0.0002</b>	<b>0.0002</b>	<b>0.80594</b>	<b>1.00780929</b>	0.02433	<b>0.00019</b>	<b>0.78%</b>	<b>1</b>
Cam	0.02452	0.0243	0.00023	0.00023	0.93761	1.0090535	0.0243	0.00022	0.91%	1

**Tabla VI.31 Errores absolutos y relativos para el sitio Punta Xen, zona foreshore**

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.01411	0.0207	-0.00659	0.00659	31.82146	0.68164251	0.016767	0.002657	15.85%	0
Van	0.01411	0.01948	-0.00537	0.00537	27.58346	0.72433265	0.0157788	0.0016688	<b>10.58%</b>	0
Sou	0.01411	0.01978	-0.00567	0.00567	28.67754	0.71334681	0.0160218	0.0019118	<b>11.93%</b>	0
Ahr	0.01411	0.01954	-0.00543	0.00543	27.79444	0.7221085	0.0158274	0.0017174	10.85%	0
Zan	0.01411	0.01948	-0.00537	0.00537	27.58346	0.72433265	0.0157788	0.0016688	<b>10.58%</b>	0
Jul	0.01411	0.02073	-0.00662	0.00662	31.91803	0.68065605	0.0167913	0.0026813	15.97%	0
Che	0.01411	0.01911	-0.005	0.005	26.14597	0.73835688	0.0154791	0.0013691	<b>8.84%</b>	0
Jim	0.01411	0.01854	-0.00443	0.00443	23.88037	0.76105717	0.0150174	0.0009074	<b>6.04%</b>	0
Rub	0.01411	0.01821	-0.0041	0.0041	22.52015	0.77484898	0.0147501	0.0006401	4.34%	1
Cha	0.01411	0.0185	-0.00439	0.00439	23.71052	0.7627027	0.014985	0.000875	<b>5.84%</b>	0
Swa	0.01411	0.01748	-0.00337	0.00337	19.27847	0.80720824	0.0141588	4.88E-05	0.34%	1
Cam	<b>0.01411</b>	<b>0.01738</b>	<b>-0.00327</b>	<b>0.00327</b>	<b>18.81392</b>	<b>0.8118527</b>	0.0140778	<b>3.22E-05</b>	<b>0.23%</b>	<b>1</b>



## REFERENCIAS

Ahrens, John P (2000). "A Fall Velocity Equation". *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*. Pág. 99 – 102.

Alcérreca Huerta, Juan Carlos (2009). "Determinación de la Velocidad de Caída de Sedimentos Costeros de la Península de Yucatán, México". Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería, UNAM.

Camenen, Benoit (2007). "Simple and General Formula for the Settling Velocity of Particles". *Journal of Hydraulic Engineering*. Pág. 229 – 233.

Cheng, Nian – Sheng (1997). "Simplified Settling Formula for Sediment Particle". *Journal of Hydraulic Engineering*. Pág. 149 – 152.

Jiménez – Madsen (2003). "A simple Formula to Estimate Settling Velocity of Natural Sediments". *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*. Pág. 70 – 78.

Nolasco Montero, E. y Carranza Edwards, A. (1987). "Estudio Sedimentológico Regional de las Playas de Yucatán y Quintana Roo, México". Facultad de Ingeniería e Instituto de Ciencias del Mar y Limnología, UNAM.

Ruíz Martínez, Gabriel et al. (2007). "Caracterización de las muestras de arena, extraídas de las campañas de campo en Cancún, Quintana Roo". Instituto de Ingeniería, UNAM.

Ruíz Martínez, Gabriel et al. (2007). "Conclusiones del análisis de las muestras de arena, de septiembre 2007". Instituto de Ingeniería, UNAM.

Ruíz Martínez, Gabriel et al. (2009). "Análisis granulométrico de las muestras del estado de Campeche". Instituto de Ingeniería, UNAM.

Ruíz Martínez, Gabriel et al. (2009). "Caracterización de sedimentos (granulometrías, propiedades físicas e inicio de movimiento)". Instituto de Ingeniería, UNAM.

Silva Casarín, Rodolfo. (2001). "Hidráulica Marítima". Instituto de Ingeniería, UNAM.

Tripaldi, Alfonsina (2000). "Fundamentos de Sedimentología y Estratigrafía, Trabajo Práctico No 1, Análisis Mecánico de Sedimentos". Departamento de Ciencias Geológicas, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.

Vida Manzano, Jerónimo et al. (2009). "Bases Físicas del Medio Ambiente". Departamento de Física Aplicada. Facultad de Ciencias, Universidad de Granada.



## **BIBLIOGRAFÍA**

Macdonel Martínez, Guillermo et al. (1999). "Ingeniería Marítima y Portuaria". Alfaomega. México.

Sotelo Ávila, Gilberto (2005). "Hidráulica General I. Fundamentos". Editorial Limusa Noriega Editores. México.

## **MESOGRAFÍA**

Portal de la UNAM: <http://www.dgbiblio.unam.mx/>

Portal del INEGI: <http://www.inegi.gob.mx>

SENAMHI (Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología del Perú): <http://www.senamhi.gob.pe>