



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA

*SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL FLUJO  
ALREDEDOR DE UN ARREGLO  
CRUZADO DE TUBOS*

**TESIS**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
**MAESTRO EN INGENIERIA**  
MECÁNICA — AREA DE TERMOFLUIDOS

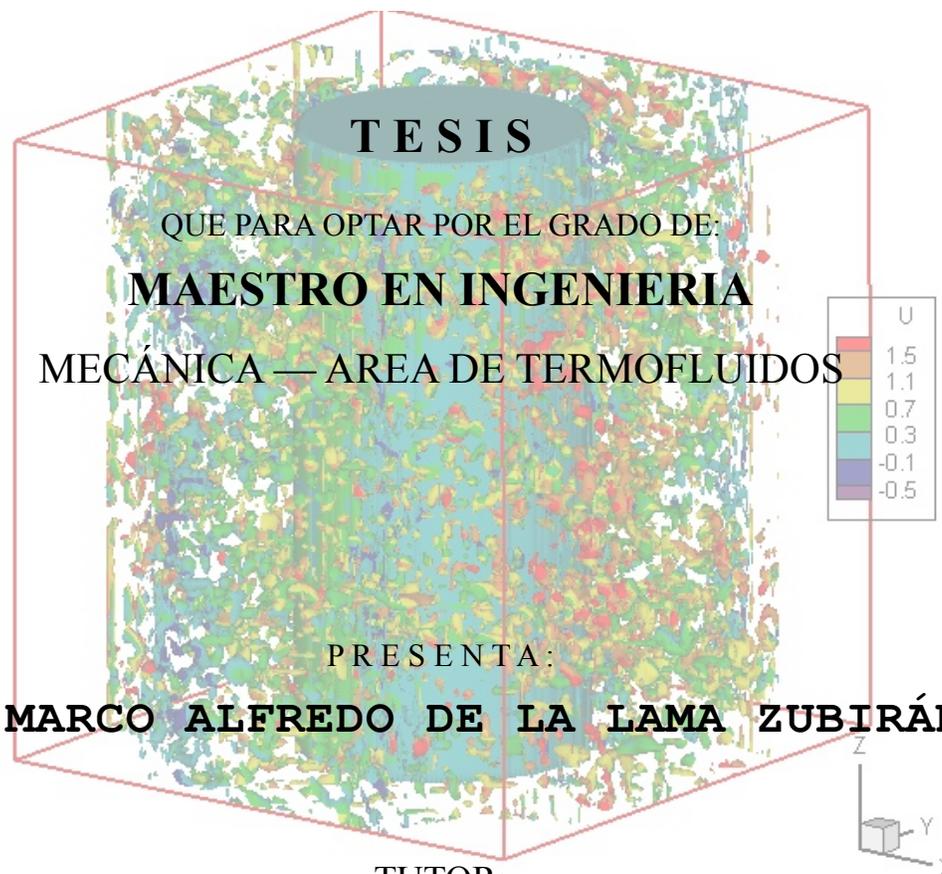
PRESENTA:

**ING. MARCO ALFREDO DE LA LAMA ZUBIRÁN**

TUTOR:

**DR. MARTÍN SALINAS VÁZQUEZ**

Ciudad Universitaria, 2010





Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



**JURADO ASIGNADO:**

**Presidente:** DR. FRANCISCO JAVIER SOLORIO ORDAZ

**Secretario:** DR. WILLIAM VICENTE Y RODRÍGUEZ

**Vocal:** DR. MARTÍN SALINAS VÁZQUEZ

**1<sup>er.</sup> Suplente:** DRA. CATALINA ELIZABETH STERN FORGACH

**2<sup>do.</sup> Suplente:** ING. AUGUSTO SÁNCHEZ CIFUENTES

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

C.U. UNAM, MÉXICO D.F.

**TUTOR DE TESIS:**

DR. MARTÍN SALINAS VÁZQUEZ



---

**FIRMA**



Le dedico esta investigación al  
Ingeniero R. Zubirán R. ...

Por toda una vida plena con el  
ingenio que lo caracterizó.

Agradezco:

Al Dr. Martín por mostrar una brecha  
de interesantes retos.

A Norma y a Alfredo por sus consejos  
para culminar esta etapa.

A Paula ya que turnamos la cordada  
para lograr esta cima.

Especialmente a Aline que, a mi lado,  
me acompaña en el camino.



ÍNDICE	página
RESUMEN.....	9
ABSTRACT.....	10
INTRODUCCIÓN.....	13
OBJETIVOS.....	23
HIPÓTESIS.....	23
ESTADO DEL ARTE.....	25
1.1.- MODELOS EXPERIMENTALES.....	26
1.1.1.- EXPERIMENTO BÁSICO.....	33
1.2.- SIMULACIONES NUMÉRICAS.....	35
1.2.1.- SIMULACIÓN DE GRANDES ESCALAS (LES).....	39
1.3.- FRECUENCIAS CARACTERÍSTICAS.....	46
ECUACIONES DE GOBIERNO.....	49
2.1.- ECUACIONES DE GOBIERNO DEL FENÓMENO.....	49
2.2.- ESQUÉMA NUMÉRICO Y MODELO DE TURBULENCIA.....	51
2.2.1.- SIMULACIÓN DE GRANDES ESCALAS.....	51
2.2.2.- ESQUÉMA NUMÉRICO.....	58
2.3.- MÉTODO DE ACELERACIÓN DEL CÁLCULO.....	60
CONDICIONES INICIALES Y DE FRONTERA.....	61
3.1.- CONDICIONES INICIALES.....	61
3.2.- CONDICIONES DE FRONTERA.....	64
3.3.- MÉTODO DE FRONTERAS INMERSAS.....	67
3.4.- CARACTERÍSTICAS DEL DOMINIO COMPUTACIONAL.....	76
RESULTADOS DEL FLUJO.....	79
4.1.- PARÁMETROS INSTANTÁNEOS.....	85
4.2.- PARÁMETROS PROMEDIADOS.....	95
4.3.- ANÁLISIS ESTADÍSTICO.....	103
4.4.- VALIDACIÓN DE LA INTERPOLACIÓN.....	117
4.5.- ANÁLISIS DE FUERZAS.....	122
CONCLUSIONES.....	129
BIBLIOGRAFÍA.....	133



## RESUMEN

El estudio de flujos perpendiculares a un arreglo de tubos es de suma importancia en la comprensión de la transferencia de energía en intercambiadores de calor. Se debe conocer correctamente el embate turbulento y sus vibraciones, ya que la mezcla del flujo aumenta la eficiencia en la transferencia de calor por convección debido a la turbulencia, pero genera frecuencias que podrían ser nocivas.

La interacción de fluido y estructura sólidas es vital para entender la dinámica del flujo externo; sin embargo, su estudio experimental ha resultado muy costoso. La utilización de esquemas numéricos de alto orden que simulan las grandes escalas del flujo, resueltas en una malla cartesiana que contiene fronteras fijas inmersas para imitar cuerpos rígidos dentro del prototipo, permite conocer el comportamiento dinámico y energético del flujo alrededor del arreglo escalonado de tubos con sección circular. Este estudio se basa en diferencias finitas para la ecuación filtrada de Navier-Stokes compresible, resuelta con la Simulación de Grandes Escalas en una zona del dominio donde las paredes que contienen al banco no afectan el desarrollo del flujo. Gracias a este modelo se puede implementar la condición periódica en las fronteras del dominio computacional.

La novedad de este estudio es el bloqueo de la malla para lograr la geometría los elementos sólidos. Para satisfacer las condiciones

de frontera en la interface inmersa arbitrariamente, el campo de velocidad en los puntos de la interface es reconstruido a través de la interpolación lineal de puntos vecinos.

Los resultados son validados con datos experimentales. Con estos resultados será posible conocer el efecto de la turbulencia sobre el arreglo sólido y así conocer las frecuencias características del fenómeno y la acústica producto de esta interacción.

**Palabras clave** : Simulación numérica, arreglo escalonado de tubos, interpolación de puntos fantasma, turbulencia, aire, frecuencias características.

## **ABSTRACT**

The study of flows perpendicular to a bundle of tubes is of extreme importance in the understanding of the energy transfer once in heat exchangers. The turbulent behaviour of the flow and its vibrations must be known correctly, since the mixing of the flow increases the efficiency in the transference of heat by convection due to the turbulence, but are frequencies that may cause generated damage.

The interaction of fluid with solid structures is vital to the understanding of dynamics about the external flow; however, its

experimental study has been very expensive. The use of numerical schemes of high order that simulate the large scales of the flow, solved in a cartesian mesh which contains immersed fixed boundaries to imitate rigid bodies within the prototype, gives insight into the dynamic behaviour and power of the flow around the staggered arrangement of tubes with circular section. This study uses finite differences for the filtered compressible equation of Navier-Stokes, solved with the Large-eddy Simulation in a domain zone where the walls containing the bank do not affect the development of the flow. So a periodic boundary condition is implemented into the computer domain.

The main contribution of this study is the blockage of the mesh to obtain the required geometry of the solid bodies. In order to arbitrarily satisfy the boundary conditions in the immersed interface, the velocity field in the interface points is reconstructed, interpolating the neighbour points linearly.

The results are validated with experimental data. With this results it will be possible to know the effect of turbulent flow on the solid array, the frequencies of the phenomenon and the acoustic characteristics are product of this interaction.

**Key words:** Numerical simulation, staggered bundled tubes, ghost-points interpolation, turbulence, air, characteristic frequencies.

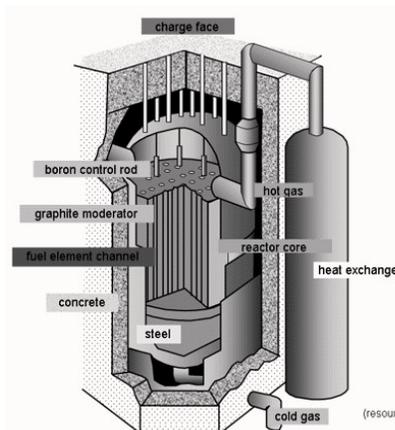


## INTRODUCCIÓN

Es frecuente encontrar en los procesos industriales flujos que interactúan con grupos de cilindros para intercambiar calor. Estos procesos se observan tanto dentro de las calderas como en los reactores nucleares. El intercambio energético se realiza entre el cuerpo y el flujo que lo rodea; es decir, el flujo y el sólido son componentes imprescindibles de los sistemas de generación de potencia. Por tanto, el tema de este trabajo, el flujo alrededor de los cilindros, es de interés particular en la industria de la producción de potencia. Según Butterworth *et al.* (1996) el 85% de los nuevos intercambiadores de calor, basados en el flujo cruzado, se fabrican con coraza y tubos. Este proceso se utiliza en refinерías de aceite, en industrias químicas, en petroquímicas y en generadoras de potencia de todas partes del mundo. De ahí que el diseño y operación eficiente de estos intercambiadores energéticos sea de vital importancia para lograr un ahorro energético a gran escala.



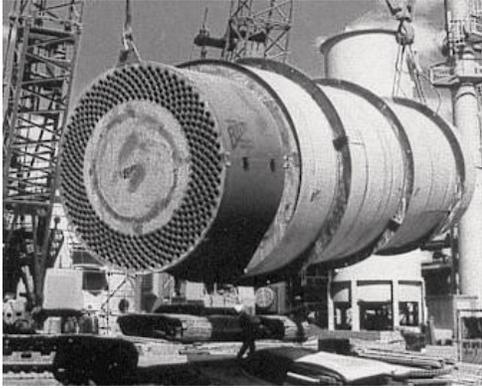
a)



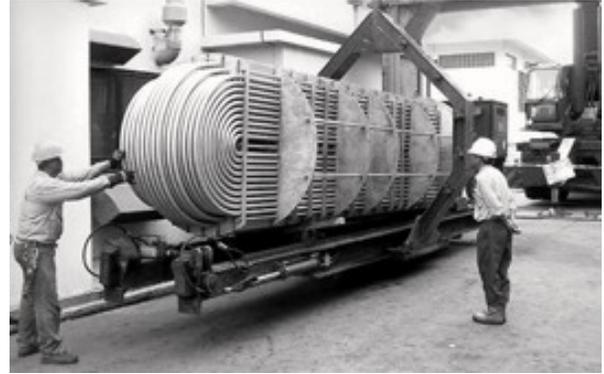
b)



c)



d)



e)

**Figura 1.- Diseños industriales con bancos de tubos; a)Planta Criogénica. En: [www.fotosearch.com](http://www.fotosearch.com); b)Diagrama de un reactor Nuclear. En: [www.iop.org](http://www.iop.org); c)Caldera-bobina China de Níquel cobre. En: [njzhulijiang.en.made-in-china.com](http://njzhulijiang.en.made-in-china.com); d)Intercambiador de flujo radial. En: [www.sulphuric-acid.com](http://www.sulphuric-acid.com); e)banco de remplazo UTOC. En: [www.utoc.com.sg](http://www.utoc.com.sg).**

De la figura 1 podemos observar distintos diseños industriales que utilizan los bancos de tubos para realizar intercambio energético. El banco puede estar a la intemperie (figura 1a) y el aire circundante intercambia calor con los tubos; o pudiera estar el banco resguardado por concreto como sucede en un reactor nuclear (figura 1b) donde es indispensable que no se irradie al ambiente, la energía que genera el combustible; la caldera (figura 1c) es el ejemplo más común de intercambiador de calor. Por la configuración de los bancos de tubos, éstos son elementos que suelen ser robustos (figura 1d) y de complejo mantenimiento (figura 1e), por tanto, el diseño de ellos también debe contemplar su manipulación.

En el caso de los intercambiadores de calor, un fluido se mueve alrededor de los tubos mientras que un segundo fluido, a una temperatura diferente, corre dentro de los tubos. Este proceso industrial presenta muchos problemas que no se entienden al detalle impidiendo su optimización. Tampoco se entiende completamente lo que sucede con el flujo que envuelve las barras de combustible sólido en

los reactores nucleares. En ellos suceden fenómenos físicos tales como el aumento de la transferencia de calor, el acoplamiento de estructuras fluidicas y flujo bifásico; en contraste, aparecen las pérdidas principales como puntos calientes, vibraciones y el depósito de polvo, entre otros, Zhukauskas (1987).

Las problemáticas de este proceso concluyen en el costoso cierre de plantas y esto es la motivación de numerosos esfuerzos en la búsqueda e investigación de diseños que reduzcan los problemas presentes en el intercambio energético. El trato general que se da a los diseños de intercambiadores de calor se dirige a lograr una mayor área de contacto, con mejores transferencias energéticas entre las superficies y el flujo, además de buscar reducir el ensucie y controlar las vibraciones. El eficiente mezclado del fluido en su materia y su energía es primordial para un óptimo proceso de transferencia de calor por convección. La turbulencia es un arma muy poderosa para lograr esta optimización buscada, si se saben los efectos que ella provoca, como son los esfuerzos que transfiere al sólido, es decir al tubo.

Para un diseño más eficiente hay que tomar en cuenta los mecanismos de excitación del flujo como son: la formación de estelas irregulares, la inestabilidad de las capa cortante y, no menos importante, la generación de vórtices producidos por las grandes escalas; estos mecanismos aumentan la turbulencia del flujo que además tiene gran incidencia sobre la transferencia de calor por

convección. Adicionalmente, existe el intercambio de chorro, definido como: el acoplar y desacoplar de los chorros del fluido detrás del arreglo de tubos. Todos los mecanismos de excitación resultan factores probables en la generación de vibraciones con gran amplitud o resonancia estructural en el arreglo y propician serias fallas estructurales. Es generalmente aceptado que los mecanismos de excitación en un banco de tubos sumergido en un flujo, se producen por cuatro factores:

- 1) El embate de la turbulencia,
- 2) La excitación por vorticidad,
- 3) La excitación elástica del fluido,
- 4) La resonancia acústica.

En la industria estos factores provocan pérdidas recurrentes y altos costos de reparación.

Khushnood (2003) investigó las vibraciones inducidas por flujos, dada su importancia en las fallas de los equipos termohidráulicos y probó que los daños en los intercambiadores de calor, así como en los generadores de vapor, es debida principalmente a la excesiva vibración inducida por el flujo.

Muchos flujos de interés en ingeniería envuelven geometrías complicadas o interaccionan con características complejas del sólido y frecuentemente, las dos se encuentran en combinación. Además, se

acrecienta la complejidad del problema si se considera que el flujo también incluye alguna mezcla de subdominios -incompresible vs compresible- en el flujo, como sería el camino transónico de un gas primario y el aire circundante esencialmente incompresible, como se observa en los casos de turbomaquinarias donde los pasos internos son refrigerados.

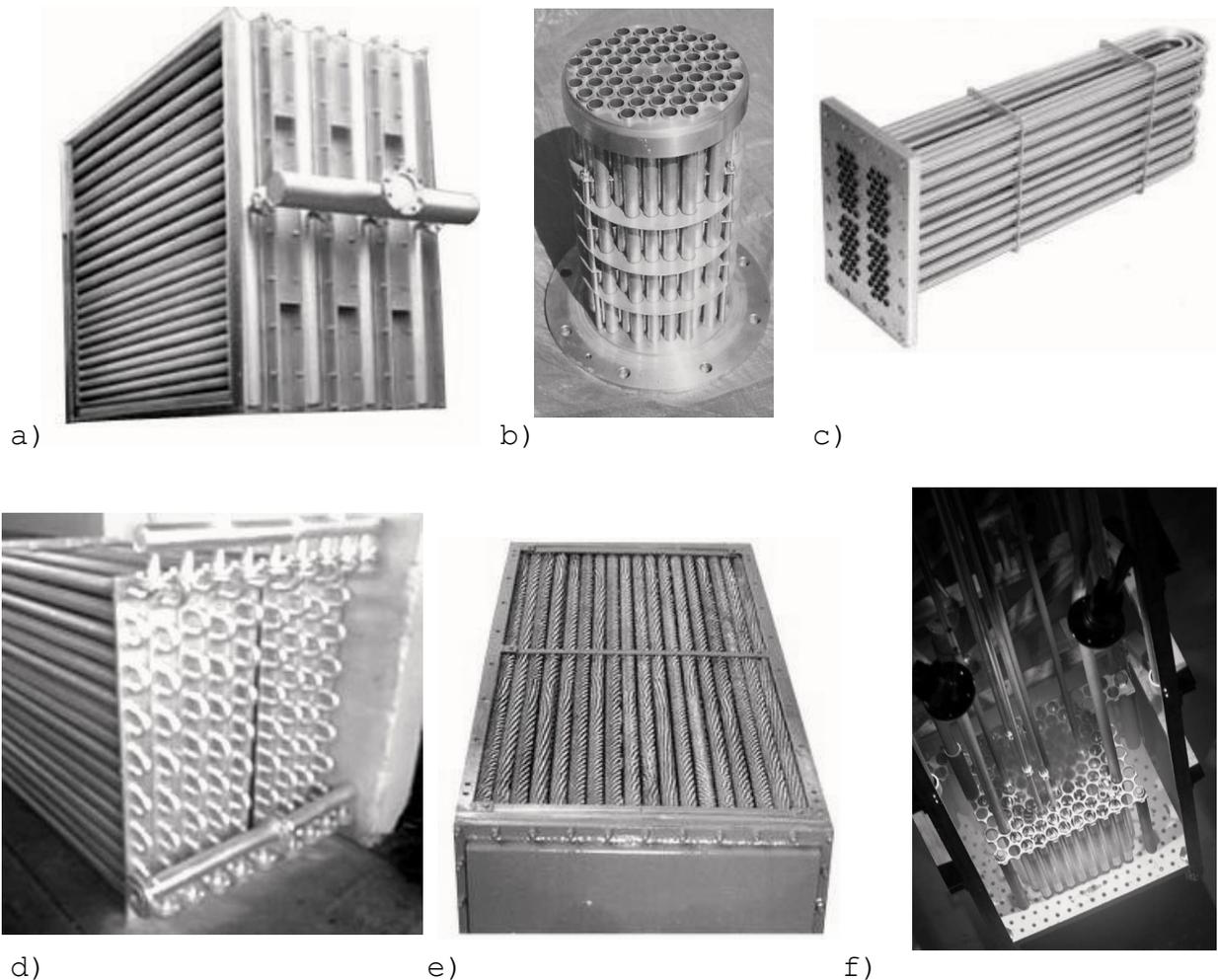


Figura 2.- Diseños básicos de bancos de tubos; a) Intercambiador de calor de aire. En: [www.indiamart.com](http://www.indiamart.com); b) Banco Removible Stak. En: [www.counterflow.net](http://www.counterflow.net); c) HeutB250. En: [www.appliedcool.com](http://www.appliedcool.com); d) bobina de vapor. En: [www.indiamart.com](http://www.indiamart.com); e) enfriador de aceite. En: [www.indiamart.com](http://www.indiamart.com); f) Arreglo de Combustible Nuclear. En: [www.solcomhouse.com](http://www.solcomhouse.com).

Estas complicaciones llevan a una consideración primordial para evitar fallas prematuras: el diseño tiene que considerar a los esfuerzos y las frecuencias naturales de vibración en los elementos

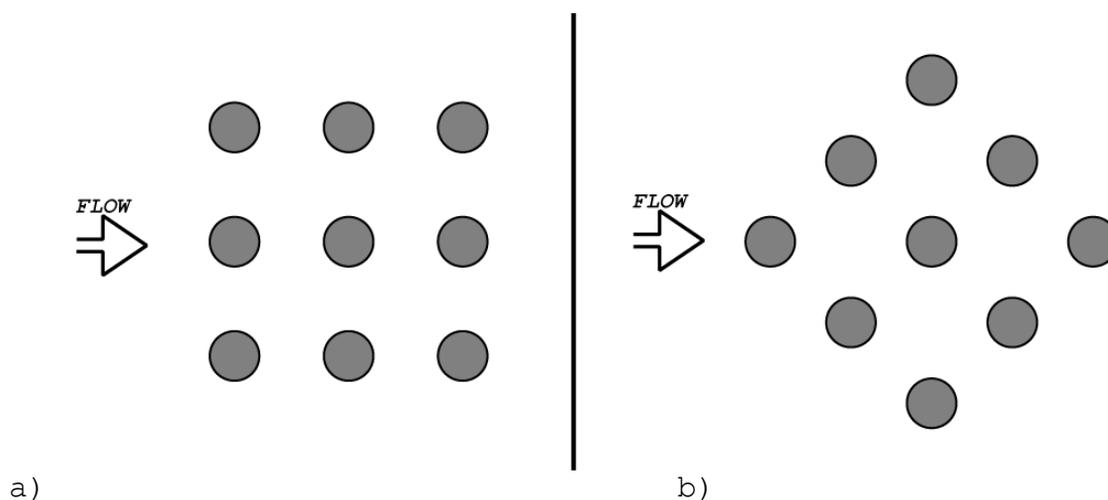
que compongan el sistema, aun cuando los efectos de humedad y de las masas adheridas necesiten atención extra. Por tanto, en el diseño de los intercambiadores de calor se debe estudiar la dinámica del flujo, sin menospreciar que existen riesgos por las vibraciones inducidas debidas a las interacciones de estructuras dentro del flujo, así como, por los esfuerzos térmicos dados por las fluctuaciones de temperatura. Todos estos factores generan envejecimiento prematuro de los componentes. Por ello, en principio, los diseños buscan facilitar la manipulación de los bancos de tubos para su remplazo, como se muestra con los ejemplos de la figura 2.

Para el diseño óptimo de un sistema que intercambia energía y la determinación de sus parámetros operacionales debe ser bien conocido el desarrollo de la turbulencia, la transferencia de calor dentro del flujo, así como los esfuerzos o el desgaste que los materiales presentan.

El complejo fenómeno del flujo entre los cilindros es de lo más rico en la dinámica de fluidos. Summer *et al.* (2000) identificaron nueve diferentes patrones de flujo, los cuales dependen del ángulo de incidencia del flujo y del espaciado entre los tubos. La dinámica del flujo es resultado de la interacción entre fluido y estructura. Además es necesario conocer correctamente el comportamiento de la turbulencia, ya que su efecto en la convección, es responsable de la mayor parte de la transferencia de calor.

Estos conceptos en la dinámica de los fluido hace al flujo

dentro de corazas, con un arreglo de cilindros, un área activa de investigación. Además de que hay una amplia aplicación práctica del intercambio energético con banco de tubos, como es en los flujos a través de cables y en los sistemas de refrigeración para plantas nucleares de potencia, etcétera.



**Figura 3.- Diagrama de sección de un banco de tubos por donde atraviesa un flujo; a)Izquierda, banco en línea; b)Derecha, banco intercalado**

Existen dos grandes tipos de configuración del banco de tubos de los que se han hecho investigaciones detalladas: los dispuestos "en línea" (figura 3a). Se trata de cuando la posición de cada hilera de tubos con respecto a la dirección del flujo está exactamente detrás de la siguiente, sin desplazamiento de ellos en la dirección transversal del flujo. El otro tipo de configuración es el diseño de "tubos intercalados", donde cada segunda hilera de tubos se desplaza, resultando en varias configuraciones, Aiba et al. (1982b); un ejemplo de tan sólo rotación del banco se aprecia en la figura 3b.

La configuración de los bancos de tubos se caracteriza por el diámetro del tubo " $D$ " y por las separaciones -transversal " $S_t$ " y

longitudinal " $s_L$ "- medidas entre los centros de los tubos. En la figura 4 se muestran estos parámetros para un banco escalonado como el que aquí estudiaremos. Existe una razón entre diámetros con la que se comparan todas las investigaciones del tema y está definida como  $s_T/s_L$  mientras que cada medida de separación entre tubos se da a razón del diámetro,  $s_L/D$ .

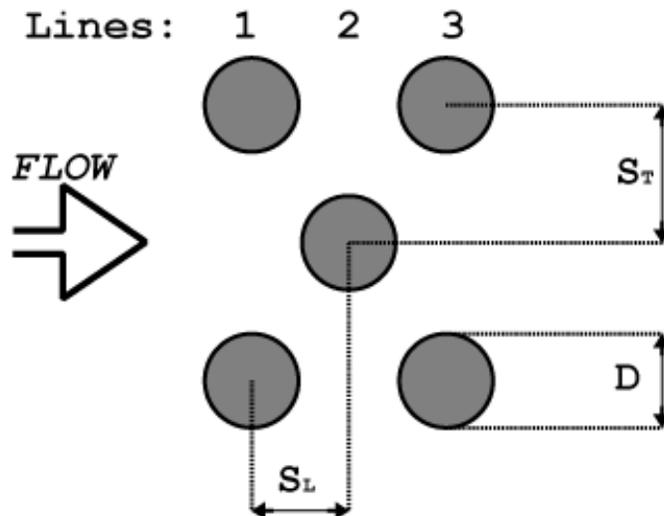


Figura 4.- Parámetros geométricos del banco de tubos.

La mayoría de los primeros estudios con flujos en bancos de tubos, ya fueran intercalados o en línea, fueron experimentales y se enfocaron en la medición de la transferencia del calor y la caída de la presión. Por ejemplo, PIERSON (1937), HUGE (1937) y GRIMSON (1937) hicieron varias investigaciones para diversas configuraciones de los arreglos con flujo cruzado de gases. Observaron que las condiciones del flujo dentro del banco de tubos están dominadas por los efectos de separación de la capa límite y por las interacciones de estelas, que a su vez influyen en la transferencia de calor por convección.

El coeficiente de transferencia de calor asociado a un tubo dado, está determinado por su posición en el banco. Los tubos del

banco que están alineados más allá de la primera hilera se encuentran inmersos entre estelas turbulentas. Normalmente, el coeficiente de convección de cada hilera se incrementa desde la primera hasta aproximadamente la quinta hilera, después de la cual hay poco cambio en la turbulencia y, por lo tanto, en el coeficiente de convección.

Este fenómeno dan una ventaja a los arreglos de tubos escalonados, porque según Sumner *et al.* (2005) la trayectoria principal del fluido es más tortuosa y cada banda del flujo (los chorros que pasan a cada lado del cilindro) se mantiene más tiempo en contacto con una gran parte del área superficial de los tubos, permitiendo que aumente la transferencia de calor. Lo anterior optimiza los procesos industriales gracias a utilizar la máxima energía disponible siendo posible reducir la geometría (volumen) de los equipos, Kays (1998).

El estudio de estos fenómenos de manera experimental acarrea complicaciones ya que son grandes consumidores de tiempo y recursos. Por ello, no es el mejor método para analizar una amplia diversidad de prototipos. Esto ha llevado a complementar los trabajos experimentales con diferentes métodos numéricos que incrementan las aproximaciones empleadas al analizar los intercambiadores de calor.

Consecuentemente, en nuestra investigación dentro del laboratorio de simulación computacional del Instituto de Ingeniería de la UNAM, con el fin de validar la utilización de nuestro modelo para estudios de ingeniería posteriores, se simuló numéricamente el

trabajo experimental de Simonin & Barcouda (1988). En esta dinámica de fluidos computacional utilizamos esquemas de alto orden para resolver las ecuaciones de flujo compresibles de Navier-Stokes, Stokes (1893), con una malla estructurada en forma cartesiana, semejante a un tamiz en tres dimensiones; dentro del cual fijamos los cuerpos sólidos e impusimos una condición periódica para las fronteras del dominio.

La utilización de esquemas numéricos que simulan las grandes escalas del flujo (LES, por sus siglas en ingles), aunado con fronteras fijas inmersas para lograr imitar cuerpos rígidos dentro del prototipo permite conocer el comportamiento dinámico y energético del flujo alrededor de un banco de tubos de sección circular. Este estudio se basa en la simulación de una zona donde las paredes que contienen al banco no afectan el desarrollo del flujo, por eso implementamos una condición periódica en las fronteras del dominio.

En el presente trabajo sólo se estudió la dinámica del flujo, considerando una condición isotérmica y estática de los sólidos inmersos. Implementamos diferentes condiciones de fronteras inmersas, desde bloquear los nodos en la malla dentro del supuesto cuerpo rígido, hasta utilizar diversas interpolaciones en dos dimensiones, dada la naturaleza del problema cuasi-bidimensional. De esta manera encontramos las variables en los -puntos fantasmas- nodos de la frontera entre el cuerpo rígido y el espacio libre.

## **OBJETIVOS**

Predecir la turbulencia del flujo al atravesar zonas con cuerpos rígidos. Validar el modelo para flujo compresible LES con la herramienta de interpolación para las fronteras de los cuerpos complejos inmersos en el flujo; comparar los resultados numéricos con el experimento; analizar y reportar diferentes variables intrínsecas del fenómeno. Obtener valores de los coeficientes principales en la generación de vibraciones mecánicas en los cuerpos rígidos inmersos.

## **HIPÓTESIS**

Si se conoce la naturaleza y topología de la turbulencia, se podrá obtener el comportamiento general de la transferencia de calor y la distribución de esfuerzos entre el cuerpo sólido y el fluido a su alrededor.



## ESTADO DEL ARTE

"Hari Seldon sabía que su psicohistoria sólo podía predecir probabilidades, no certezas. Había siempre un margen de error, y, a medida que pasa el tiempo, este margen aumenta en progresión geométrica..."

Isaac Asimov  
*Fundación e Imperio*

El estudio de la *dinámica de un flujo externo*, que sucede en cualquier intercambiador de calor de flujo cruzado, empieza con el desarrollo de *modelos experimentales* desde 1937. Es en el año de 1993 cuando un acuerdo entre los investigadores nos permitió utilizar una *configuración básica*, donde se presenta este fenómeno, sirviendo así como parámetro de validación de los subsecuentes análisis. Esta configuración se le denominó caso de estudio #78 (Segundo Congreso de Trabajos ERCOFTAC-IAHR "taller de estudio de modelos en flujos refinados", que se llevó acabo en UMIST, Manchester, UK en junio).

Las primeras propuestas para *simular numéricamente* el flujo cruzado se contemplan desde 1989, pero no es sino hasta 1997 que se desarrolló la *simulación de grandes escalas* y sería hasta 1999 cuando se diseñó un modelo de tres dimensiones (LES) para el caso #78.

Desde entonces la simulación se ha robustecido para asemejarse cada vez mejor al fenómeno natural en estudio. Estos avances permitieron mejorar el análisis de la interacción del flujo con los

objetos sólidos, que se complicaba en el fenómeno de intercambio energético, debido a las vibraciones de los objetos o -visto desde el flujo- las *frecuencias* que generan y alteran la dinámica del flujo.

Los conceptos mencionados son desarrollados en los siguientes apartados empezando con los modelos experimentales, continuando con las simulaciones numéricas y finalizando con las formas de extracción de energía mediante las frecuencias características.

### **1.1.- MODELOS EXPERIMENTALES**

PIERSON (1937), HUGE (1937) y GRIMSON (1937) empiezan las investigaciones del fenómeno "flujo externo" para arreglos para flujo cruzado de gases, identificando capas límite y estelas.

Wallis (1939) se encuentra entre los pioneros en el estudio de las visualizaciones del fenómeno, al reportar que los remolinos atados se forman alternadamente detrás cada cilindro en cualquier lado; estos remolinos ocasionalmente fueron arrastrados hacia la corriente principal y se observó que un incremento de las ondas transversales reduce la velocidad de la corriente principal y de la estela. Owen (1965) realizó uno de los primeros análisis sistemáticos del fenómeno de producción de vórtices que hacen vibrar al tubo. Él encontró que la frecuencia de vibración dominante en un banco de tubos, para un dominio cuasi bidimensional, es igual a la velocidad del gas "intersticial" dividida por el doble de la distancia entre

hileras sucesivas de tubos, en la dirección principal de la corriente.

Chen (1987) realizó la síntesis del fenómeno de vibraciones inducidas en un flujo que ocurre dentro de un banco de tubos cilíndricos. A su vez, Weaver & Fitzpatrick (1988) revisaron la literatura pertinente, referida a las vibraciones inducidas por el flujo cruzado en un arreglo de tubos, sin embargo, esos estudios no finalizaron en una categorización de los flujos dentro de un banco de tubos. Entonces, Moretti (1993) presentó una clasificación de la interacción flujo/sólido a través de vibraciones inducidas en la estructura del banco de tubos. Finalmente, el caso de Simonin & Barcouda (1988) fue propuesto, en el Segundo Congreso de Trabajos ERCOFTAC-IAHR (1993), como un modelo básico, denominado caso #78.

En forma paralela, Ziada & Oengören (1993) encontraron, en una razón entre diámetros  $s_T/s_L < 2.7$  de espaciado, que el fenómeno de producción de vórtices se genera debido a la inestable geometría del chorro proveniente de las bandas del flujo entre las hileras de los tubos adyacentes; lo llamaron "modo global de inestabilidad". Para relaciones entre diámetros mayores la producción de vórtices puede ocurrir tanto por el "modo global del chorro" o en el "modo local de la estela". En este último modo, la producción en cada línea es independiente a la producción por líneas adyacentes, como se espera para arreglos con gran espaciado transversal.

Para valores moderados de  $s_T/s_L$  los coeficientes de convección

asociados con las líneas de corriente aumentan por la turbulencia del flujo. Por esta razón, según diversos estudios experimentales, la operación de los bancos de tubos alineados a valores  $s_T/s_L < 0.7$  resultan inconvenientes.

Por otra parte, Stanescu et al. (1996) muestran que para los valores pequeños de  $s_L/D$  el coeficiente de convección se ve afectado adversamente debido a la trayectoria preferida del flujo, que es en bandas entre los tubos, por lo que gran parte de la superficie del tubo no se expone a buena parte del flujo principal. Los valores de óptima transferencia de calor varían según el número de Reynolds, es decir, la eficiencia de la turbulencia dado el mezclado de las bandas del flujo. Para valores altos ( $Re=10,000 - 20,000$ ) Umeda & Yang (1999) encontraron que los coeficientes de transferencia de calor más altos se dan entre los valores  $0.7 < s_T/s_L \leq 1$ , o sea, cuando se forma un ángulo entre los tubos de la primera y de la siguiente hilera es de entre  $30^\circ$  y  $45^\circ$  aproximadamente, como se muestra en la figura 5.

El estudio de Nakai et al. (1996) se enfocó en el flujo a través de un banco de tubos para poder clarificar el mecanismo de la generación de vibraciones y ruido dentro de una caldera con banco de tubos. Además, Umeda & Yang (1996b) descubrieron que en el caso del arreglo intercalado de los tubos, se presenta la existencia de familias de vórtices interceptados de la forma "X", provenientes de una repetición de flujos convergentes-divergentes. Ésta situación es

francamente diferente a los casos con flujos dentro de un arreglo de tubos en línea.

Más tarde, Konstantinidis *et al.* (2000) en una visualización de flujo observaron que cuando existe sincronía de la producción de vórtices, la capa cortante en un cilindro se enrollará hacia un lado mientras que la capa cortante del cilindro aguas abajo se dirigirá hacia el lado opuesto y por tanto existe una razón para encontrar una frecuencia bien definida en el banco de tubos.

Algunos trabajos sobresalientes en los arreglos de banco de tubos por arreglo lineal son los de: Ziada & Oengören (1992,1993) y Konstantinidis *et al.* (2000). O en tubos intercalados, donde existen varias configuraciones como: arreglos simétricos, de Balabani & Yianneskis (1996, 1997); el arreglo escalonado -rotando el cuadro del arreglo lineal- de Simonin & Barcouda (1986, 1988), Weaver *et al.* (1993) y Price *et al.* (1995); el arreglo de triángulos normales, de Polak & Weaver (1995) y Oengören & Ziada (1998); el arreglo de triángulos paralelos, de Price *et al.* (1995) y Ziada & Oengören (2000), etc.

El alto nivel de turbulencia y las regiones con características de reflujo a través del banco de tubos sólo permiten utilizar algunos instrumentos para su medición. Entre éstos está el anemómetro de láser Doppler (LDA, por sus siglas en inglés), la velocimetría de imagen de partículas (PVI, por sus siglas en inglés), o como precursor a los métodos en boga, la caída de presión podía ser medida

con un piezómetro.

Simonin & Barcouda (1986) concibieron mediciones LDA en un banco de tubos intercalados; observaron una pequeña zona de recirculación en la estela de los tubos con valores altos de intensidad en la turbulencia. Dos años después (1988), con el mismo arreglo de tubos realizaron otras mediciones y observaron que la longitud de la recirculación es la zona más grande detrás de la primera hilera de tubos pero decrece en las subsecuentes hileras, de aguas abajo.

Ese año, con mediciones de LDA dentro de un banco de tubos intercalados y dentro de otro con tubos en línea, Halim (1988) encontró una media mayor en la velocidad transversal para el primer arreglo, aún que los niveles de turbulencia en ambas geometrías fueron similares.

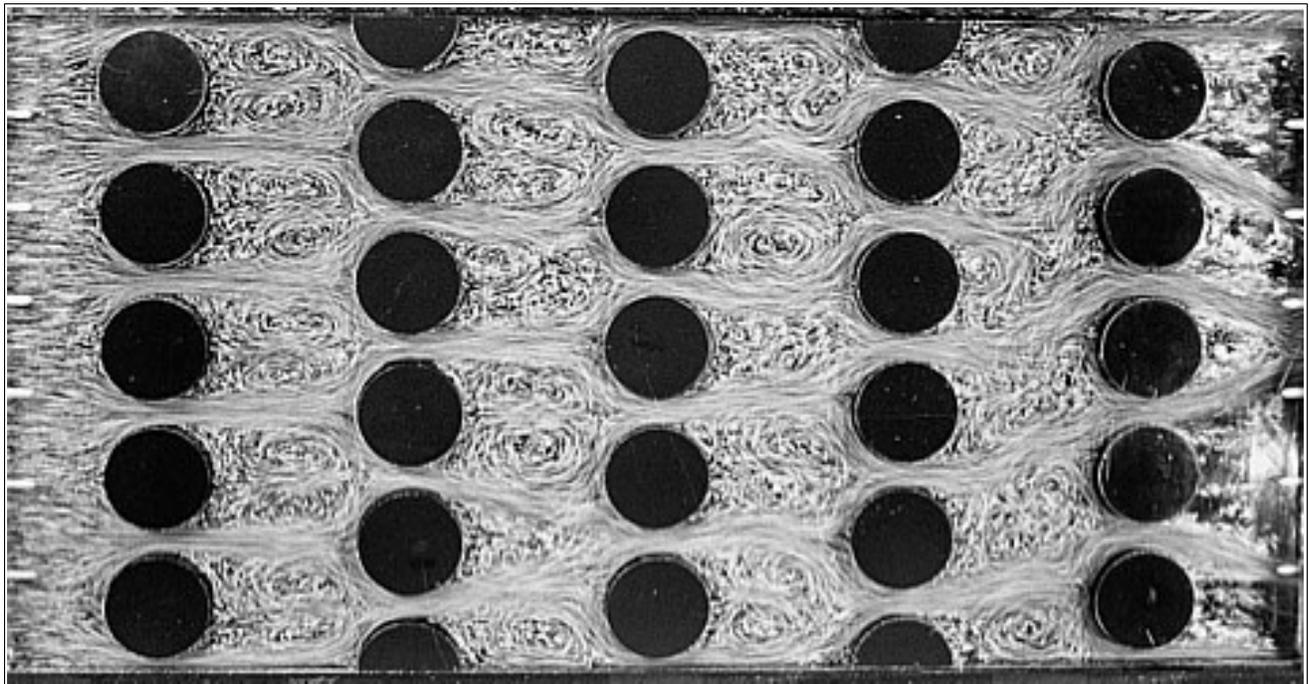


Figura 5.- Visualización de un banco de tubos Experimental tipo 30-3, por Umeda & Yang (1999); patrones de flujo con  $Re_s=15,750$ .

Más tarde, Meyer (1994) empleó LDA para medir velocidades y esfuerzos de Reynolds en dos hileras sucesivas en medio de un banco de tubos. Esas medidas las comparó con predicciones de dos modelos: el  $\kappa$ - $\epsilon$  y el de cerradura por el segundo momento propuesto por Launder *et al.* (1975). Ambos modelos presentaron predicciones pobres en cuanto al esfuerzo de Reynolds. Recientemente Iwaki *et al.* (2004) utilizaron el método PIV para sus análisis del campo de flujo dentro de un arreglo de tubos, como el visualizado en la figura 5.

Con cilindros múltiples o arreglos con muchas hileras, dada la interacción de varias estelas, los patrones del flujo son aún más complicados y difíciles de caracterizar. Entonces, no sorprende encontrar múltiples frecuencias generadas por la velocidad desorientada del flujo, la configuración del arreglo y la zona examinada dentro del banco.

Oengören & Ziada (1998) investigaron las frecuencias en la generación de vórtices, como resultado la frecuencia alta fue asociada con los cilindros localizados en las primeras hileras, la frecuencia baja se asoció con las hileras aguas abajo, y una tercera frecuencia fue el resultado de la interacción no lineal entre esas dos, siendo exactamente igual a la diferencia de las primeras. También demostraron que la múltiple frecuencia natural de generación de vórtices en las primeras hileras de cilindros dependen fuertemente del número de Reynolds, siendo éste la razón de las fuerzas inerciales entre las fuerzas viscosas. Polak & Weaver (1995) en un

estudio similar, encontraron que la generación de vórtices debida a la segunda hilera ocurría a una frecuencia menor que en la primera.

Con LDA, PIV y con un piezómetro Umeda & Yang(1999) estudiaron, dentro de un banco de tubos intercalados, las interacciones entre los vórtices llamados de von Kármán y las intersecciones presentes en la corriente principal. Lograron concluir que las características del flujo dentro de ese arreglo de tubos están determinadas dada la interacción entre los caminos de vórtices de von Kármán y las figuras de forma X que interactúan en la corriente principal.

Sumner *et al.* (2000) revelaron que las frecuencias están asociadas individualmente con cada capa cortante (más que con cada cilindro) y encontró que las dos capas cortantes del cilindro aguas abajo generalmente produce vórtices a diferentes frecuencias. Además identificó nueve patrones diferentes dependientes de la distancia entre los centros de los cilindros ( $S_L/D$ ) y el ángulo de incidencia del flujo ( $S_T/S_L$ ). Reveló de esta manera, una reconexión de las capas cortantes, separación inducida, sincronización y choque de vórtices o vórtices que se aparean, parten y envuelven.

Paul *et al.* (2007), realizaron mediciones PIV y les aplicaron el Promedio de Reynolds en las ecuaciones de Navier-Stokes (RANS, por sus siglas en ingles). En base a la velocidad de entrada para el número de Reynolds obtuvieron un esquema preciso del fenómeno.

Estos últimos trabajos fueron experimentales y han revelado

características muy complicadas del flujo. Es importante proseguir la investigación de la relación que existe entre flujos y vórtices generados por cuerpos de esta geometría, dado que, el arreglo de los cilindros intercalados produce los vortices con formas-X, y también el flujo en intersección. Ellos le dan a la turbulencia muy alta eficiencia en el mezclado.

### 1.1.1.- EXPERIMENTO BÁSICO

El caso #78, ideado por Simonin & Barcouda (1988), está diseñado para estudiar el flujo a través de la geometría de un banco de tubos intercalados. Los valores obtenidos por los autores, en la actualidad, son la guía de validación en los estudios numéricos de esta índole.

La descripción de este caso es la de un flujo isotérmico, nominalmente en dos dimensiones, que atraviesa un arreglo de tubos intercalados. Las Mediciones de las velocidades se realizaron usando un LDA (Anemómetro de láser doppler).

La prueba experimental consistió en siete filas de barras cilíndricas con diámetros de  $D_0 = 21.7$  mm, en posición intercalada horizontalmente, cruzadas por un flujo de agua con una velocidad promedio estable que en la entrada cuenta con un valor aproximado a  $V_0 = 1.06$  m/s y el número de Reynolds, a según ese diámetro y la velocidad del flujo, es de  $Re = 18,000$ .

El diagrama del experimento se observa en la figura 6. La figura 6a representa las zonas en las que se realizaron las mediciones. Los resultados indicaron que el flujo se vuelve periódico alrededor de la cuarta línea desde la base inferior del banco de tubos, donde entra el fluido. Los datos relevantes se obtuvieron de un subdominio que rodea un tubo en la quinta hilera, donde el flujo aparentó haber alcanzado el estado periódico buscado. La figura 6b representa la medición a lo largo del plano central.

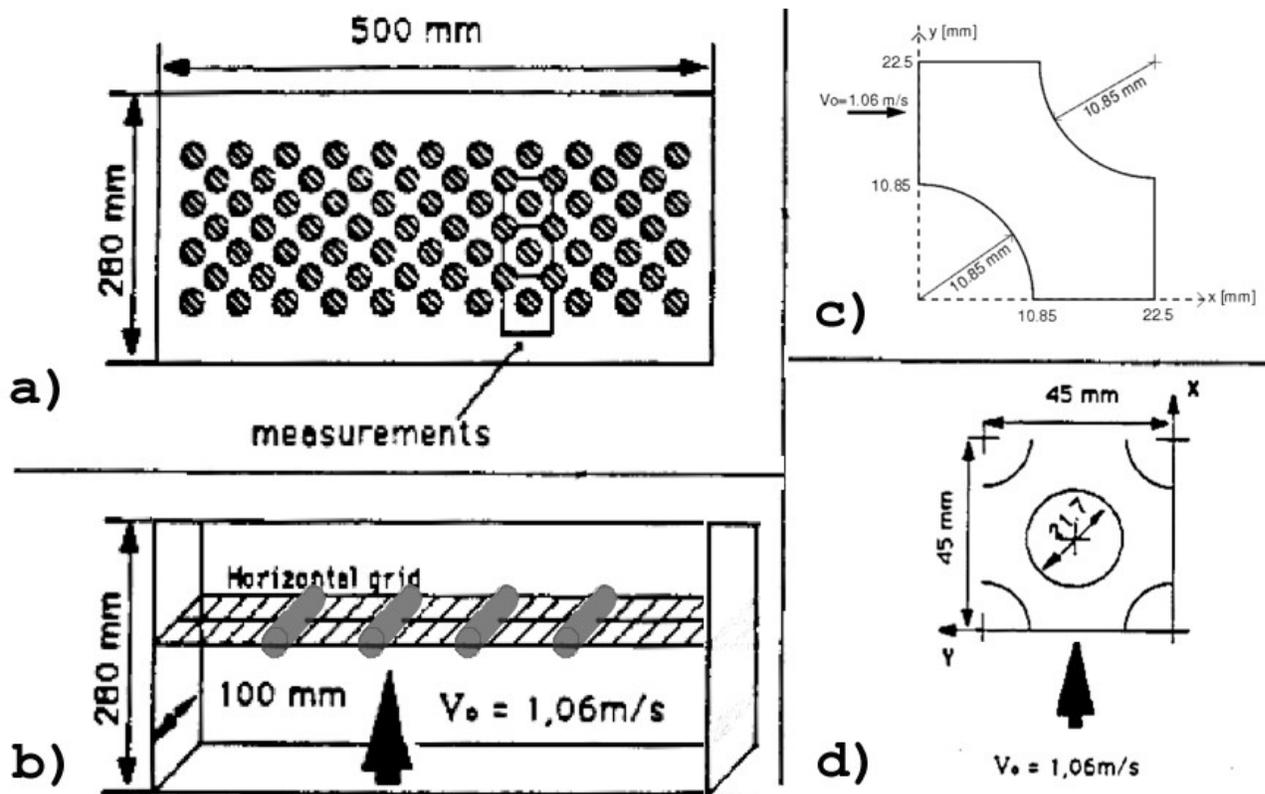


Figura 6.- Diagrama del experimento de Simionin & Barcouda (1988): a) Zona de medición; b) Dirección del flujo; c) Celda para estadísticas; d) Celda periódica computacional.

Una vez que la turbulencia del flujo está completamente desarrollada y es periódicamente estable, el dominio computacional puede ser restringido a la celda de la figura 6c, siendo la mínima reducción de la zona de medición y por tanto, es la base de la comparación estadística sobre los promedios de las velocidades que

validan nuestro estudio. Para la simulación numérica de este trabajo se utiliza la celda de la figura 6d, ya que las velocidades instantáneas del flujo varían alternando los vórtices de un lado y del otro de los tubos.

Los datos registrados en el experimento representan las velocidades medias  $\mathbf{U}$  y  $\mathbf{V}$  además de los esfuerzos de Reynolds  $\mathbf{u}'^2$ ,  $\mathbf{v}'^2$  y  $\mathbf{u}'\mathbf{v}'$  a lo largo de tres líneas horizontales en  $\mathbf{x}=0$ , 11 y 16.5 mm así como dos líneas verticales  $\mathbf{y}=0$  y 22.5 mm.

## 1.2.- SIMULACIONES NUMÉRICAS

Los métodos numéricos confiables, para la caracterización de diseños existentes o el desarrollo de los nuevos, son de urgente necesidad para disminuir el número de costosas y extensas experimentaciones. El reto de los métodos computacionales aplicados a la simulación de estos flujos, es que deben contar con mallas suficientemente finas. En cada nodo del tamiz resolverá las ecuaciones de los fluidos, basando sus cálculos en los datos obtenidos por sus nodos vecinos. Además las técnicas computacionales pueden requerir simular un amplio rango en número Mach, con un riesgo de discontinuidades en la solución del cálculo.

Para proveer soporte necesario en las estructuras computacionales del tamizado se particulariza el método propuesto por Thomas et al. (1989), que utiliza "parches" en los algoritmos de cada

partícula sólida dentro de las mallas. Si se quiere extender el rango de aplicación, para mallas no estructuradas de volumen finito en flujos complejos incompresibles, existe un método de presión base desarrollado por Watterson (1994). Si la simulación involucra un amplio rango del número de Mach en flujo aun incompresible, entonces, se puede utilizar el algoritmo "de presión base para multimalla" desarrollado por Shyy *et al.* (1992). Estos métodos son generalmente restrictivos a números de Mach aproximados a 0.3.

Los trabajos presentados en ERCOFTAC sobre modelos refinados de flujos de los años 1993 y 1994, como Watterson (1994) y varios trabajos subsecuentes, concluyeron que aun modelos avanzados (no-lineales) de turbulencia resueltos con RANS, subestiman los altos niveles de energía cinética turbulenta observada en los densos paquetes de los bancos de tubos. Lo mismo sucede con los modelos de transporte del esfuerzo de Reynolds, aunque sea menos severa la subestimación. Estas discrepancias llevaron a Hassan & Ibrahim (1997) y a Bouris & Bergeles (1999) a practicar Simulaciones de Grandes Escalas (LES) en dos dimensiones, logrando obtener predicciones para los niveles de turbulencia. Gracias a LES se encontraron mejores resultados para las velocidades medias y la energía cinética turbulenta que en los modelos de turbulencia RANS. LES permitió un análisis del estrés de carga, de la transferencia de calor y de los índices de depósitos que son muy dependientes de la intensidad en la turbulencia.

Las principales técnicas computacionales que se han utilizado para predecir flujos en los bancos de tubos, donde la turbulencia es significativa, son: el promediado de Reynolds en las ecuaciones de Navier-Stokes (modelo de turbulencia RANS) y la simulación de grandes escalas (LES). Por ejemplo, Rollet-Miet *et al.* (1999) utilizaron LES y también el modelo  $\mathbf{k}-\mathbf{\epsilon}$  para predecir los experimentos de Simonin y Barcoude (1988); ambos modelos representan razonablemente bien los perfiles de velocidad principal. Sin embargo, se obtuvo una pobre representación del esfuerzo cortante de Reynolds en el modelo  $\mathbf{k}-\mathbf{\epsilon}$ , sobre todo en la región de la estela. La deficiencia de este modelo puede explicarse parcialmente, por la diferencia entre el campo de flujo en el banco de tubos y los flujos genéricos usados para calibrar el modelo de turbulencia.

La vasta mayoría de las simulaciones numéricas asumen una o más simplificaciones, como son: bidimensionalidad, flujo laminar, flujo estadísticamente en turbulencia estacionaria o flujo periódico completamente desarrollado en la dirección principal y en la dirección transversal. Para números de Reynolds elevados se emplean predominantemente las aproximaciones en la solución de las ecuaciones RANS con una variedad del modelo de turbulencia. Watterson *et al.* (1999) avanzaron un poco más al calcular la turbulencia en un flujo alrededor de un arreglo de tubos escalonado, con un algoritmo de volumen finito para RANS con malla tetraédrica.

Recientemente Moulinec *et al.* (2004b) realizaron la primera

simulación numérica directa (DNS, por sus siglas en inglés) para flujos en banco de tubos. Aquí el dominio computacional se compone de sólo una celda periódica elemental y asumen un flujo completamente desarrollado en las direcciones principal y transversal. Esta predicción compara bien con los experimentos de Simonin & Barcouda (1988) para las velocidades medias y las r.m.s., muestra resultados interesantes en la disolución de la estela, que son comparados con los límites de la teoría asintótica entre flujo laminar y en turbulencia para flujos estrangulados. Sin embargo, no hay resultados sobre la generación de vórtices. La DNS aplicada en el flujo de los fluido y su transferencia de calor es en extremo demandante, sin importar el rápido progreso en el desarrollo computacional.

A pesar de ello, se han desarrollado modelos simplificados; los más usuales son aproximaciones del modelo de turbulencia. Una alternativa estudiada por Horvat & Mavko (2005) es un modelo en jerarquías (dos niveles). El primero ofrece una detallada simulación numérica tridimensional y temporal de un flujo de fluido y su transferencia de calor; añade una geometría similar a un segmento del intercambiador, para estudiar el comportamiento termo-hidráulico local. El segundo nivel se refiere a un sencillo modelo integral, generado por el promedio de las variables del flujo; así, se aplica la simulación en todo el intercambiador de calor.

La exactitud del modelo integral y su aplicabilidad dependen crucialmente de la precisión en el uso de las funciones para los

coeficientes de arrastre y transferencia de calor. También dependen del rango en la geometría del intercambiador además de los parámetros del flujo, que están inmersos en dichas funciones. Hovart *et al.* (2006) generalizaron la eficiencia y estabilidad del proceso de transferencia del calor en el arreglo de tubos, basados en promedios de las variables del flujo de todo el intercambiador de calor.

La técnica LES se sitúa entre los modelos RANS y DNS, en el sentido de que las grandes escalas son calculadas directamente, mientras las pequeñas escalas son aproximadas. El hecho de que el momento y la transferencia de calor en un banco de tubos sean controladas por los vórtices producidos detrás de los cilindros, de escala mayor a la malla, hace a esta técnica bastante atractiva.

### **1.2.1.- SIMULACIÓN DE GRANDES ESCALAS (LES)**

En la mayoría de los estudios realizados sobre esta simulación, se utilizan métodos de elementos o volúmenes finitos, con mallas que se acomodan a la geometría. El uso de modelados con el método de elemento finito (FEM, por sus siglas en inglés) en la dinámica de fluidos computacional (CFD, por sus siglas en inglés) a través de la simulación de grandes escalas (LES) ha probado ser útil al analizar vibraciones inducidas por flujos en bancos de tubos. En estos casos, LES tiene que ser tridimensional y temporal porque el objetivo es predecir la turbulencia por sí misma en lugar del modelado de sus

propiedades estadísticamente, como sucede con RANS. Además, LES requiere relativamente más precisión en sus esquemas numéricos comparado con el modelo RANS, de otro modo la disipación numérica degrada la turbulencia resultando en una inexactitud que causa errores numéricos.

Afortunadamente para la simulación, éste es además uno de los pocos flujos industriales donde las condiciones de frontera periódicas no son cuestionables. LES normalmente se enfoca en un bloque sencillo del flujo (homogéneo o sección de canal del flujo), mientras que la simulación RANS comúnmente se aplica a flujos en geometrías complejas. Algunos dominios complejos se han simulado con LES, por ejemplo, flujos alrededor de diversos prismas, Rodi *et al.* (1997). Sin embargo, LES requiere un severo refinamiento del tamiz cerca del cuerpo, lo que aumenta el requerimiento computacional por el aumento de puntos en la malla.

Ya que LES cuenta con un modelo energético para las escalas menores a la malla, la distancia entre los nodos del tamizado es relativamente independiente a las escalas de la turbulencia del flujo. Esta independencia entre la distancia de los nodos y las estructuras del flujo proporciona una ventaja sobre la DNS. En la simulación directa, la cantidad de nodos de la malla tiene dependencia con el número de Reynolds, es decir, todas las estructuras de vorticidad, incluyendo -la escala kolmogorov- a los remolinos más pequeños antes de su disipación, deberán registrarse

entre algún par de nodos del tamiz, por tanto la distancia entre los nodos estará restringida a esa escala y nos encontraríamos con un tamizado aun más refinado.

Las primeras simulaciones numéricas de grandes escalas fueron bidimensionales: Hassan & Ibrahim (1997), Barsamian & Hassan (1997), Bouris & Bergeles (1999) y Hassan & Barsamian (1999). Sin embargo, el problema de estos cálculos es que procesos importantes están influenciados por la tercera dirección como sucede con los vórtices estrangulados que no se pueden reproducir.

Los pioneros en el cálculo tridimensional para LES de un banco de tubos intercalados, como el del estudio experimental de Simonin & Barcouda (1988), fueron Rollet-Miet *et al.* (1999) y Benhamadouche & Laurence (2003). Usaron el método de elemento finito y volumen finito respectivamente. En ambos estudios, el flujo se simuló a través de una celda elemental asumiendo una periodicidad en las tres direcciones. La simulación de esta investigación presenta una zona lejos de las fronteras del arreglo, donde el flujo se considera homogéneo. Dado lo anterior, se consideran las tres direcciones cartesianas como homogéneas. Numéricamente esto significa, imponer condiciones periódicas en las tres direcciones. De esta manera, se logra mejorar las predicciones de la aproximación RANS para las cantidades reportadas de los promedios y de la turbulencia.

La técnica de simulación de grandes escalas es la forma relativamente nueva de acercarse a la solución de las ecuaciones de

Navier-Stokes. LES es una buena alternativa a la solución del promedio de Reynolds en las ecuaciones de Navier-Stokes, RANS. El propósito principal del LES es capturar el desarrollo espacial y temporal de lo más energético del fenómeno. Esto es "las grandes escalas" correspondientes a los remolinos -estructuras de vorticidad en el flujo- de mayor tamaño que el tamizado; ésta es la clave para calcular su influencia sobre los parámetros de interés del flujo, como es el coeficiente de arrastre y la razón de transferencia del calor.

Las grandes escalas son segregadas de las pequeñas escalas al utilizar una operación de filtrado. Las escalas relativamente pequeñas y sin resolver, aun requieren ser modeladas usando los modelos de "escala menor que la malla" (SGS, por sus siglas en inglés). Este modelado no es tan crítico como en RANS porque usualmente en la ausencia de paredes, la contribución de estos pequeños remolinos disminuye cuando el tamaño de la malla numérica decrece, ya que existirá una mayor cantidad de vórtices simulados en vez de sólo modelar sus efectos y es lo que se busca al refinar el tamiz cuando se acerca a los cuerpos inmersos. Aunque existen ventajas al utilizar mallas no estructuradas en el refinamiento local del tamiz, de acuerdo con Jansen (1993), el esquema de alta precisión utilizado por LES (pseudo espectral o esquema Padé) sólo debe aplicarse a mallas estructuradas.

Rollet-Miet *et al.* (1999) desarrollan un código LES con

elementos finitos para un flujo incompresible cuando requieren evaluar un flujo cruzado en un banco de tubos, en contraste con RANS, el modelo LES rinde un buen resultado porque incluye el resultado de los esfuerzos de Reynolds, en acuerdo con los datos experimentales de Simonin y Barcouda (1988).

Benhamadouche & Laurence (2003) Muestran que los resultados de LES en una malla fina son comparables con el modelo DNS y con experimentos y aun con mallas gruesas se alcanza una razonable validación. Ellos observaron el poco efecto en los resultados del modelo de la escala submalla, el modelo estándar de Smagorinsky (1963) de coeficientes constantes en su versión dinámica.

También Hassan & Barsamian (2004) estudiaron el mismo arreglo experimental con LES y observaron sorpresivamente que el modelo submalla tiene efectos muy pequeños. Complementaron su estudio con el desarrollo del flujo a lo largo de múltiples hileras. Los resultados mostraron que la generación de vórtices no es muy fuerte debido a el corto espacio entre los tubos. Liang & Papadakis (2007a) al utilizar una relación mayor entre los diámetros de los tubos encontraron una fuerte vorticidad.

Dado a estos resultados, Liang *et al.* (2008) simularon los efectos del espacio entre los tubos y su relación con la producción de vórtices. Las fluctuaciones, con relación a su razón de espacio entre diámetros (de 2.1 a 4). El menor espaciamiento examinado presentó cinco zonas simétricas de recirculación, con una actividad

débil en la producción de vórtices, que ocurre solo detrás del último cilindro. En cuanto aumenta el espacio entre los tubos se va perdiendo la simetría de las zonas de recirculación, y deja el proceso de la producción de vórtices progresivos aguas arriba. Es claro que con el máximo del espaciamiento ( $s=4$ ) la producción mencionada aparece claramente en cada una de las hileras de tubos.

Por tanto, para cualquier espacio dado, la frecuencia de producción de vórtices detrás de cada cilindro es la misma. A mayores aumentos del espacio entre los tubos conlleva un fuerte decremento en las características estadísticas y el aumento del número Strouhal. Siendo éste la proporcionalidad constante del producto con la frecuencia predominante de la formación de vórtices  $f_v$ , es decir, la frecuencia óptima cuando el espectro de potencia alcanza el valor pico; y con el ancho del cilindro  $h_D$ , es decir, la longitud característica del fenómeno, también usada en el cálculo del número Reynolds; dividida entre la velocidad de la corriente libre  $U_0$ .

$St = h_D U_c / 2S_L U_0 = f_v h_D / U_0$ . Donde también  $U_c$  es la velocidad de convección del vórtice; y  $S_L$  es la distancia en dirección longitudinal entre los centros de los cilindros.

El pionero de la formulación sobre fronteras inmersas fue Peskin (1972). Él representó una familia de métodos donde se utiliza una aplicación de fuerzas de cuerpo para representar los efectos de un objeto en el flujo, aplicado a problemas de circulación

cardiovascular, Peskin & McQueen (1980, 1992).

La investigación, que a continuación se presenta, se basa en la técnica LES con un solucionador fundado en las diferencias finitas de cuarto orden en el espacio para las ecuaciones filtradas de Navier-Stokes compresibles, con un método de segundo orden en el tiempo de paso fraccionado en una malla espacial. La novedad de este estudio es la utilización de mallas estructuradas de forma cartesiana, acompañadas de fronteras inmersas. Estas fronteras forman, dentro del dominio de cómputo, la geometría del banco de tubos. En modelos de flujos incompresibles ya demostraron Ye et al. (1999) que al imponer velocidades nulas en los nodos de las zonas bloqueadas, o sea, las zonas dentro del cuerpo sólido, se consigue una adecuada convergencia de la simulación.

El método que se usó en este trabajo tiene un requerimiento menos complicado para representar a las fronteras inmersas. Se introducen los efectos del sólido por medio de nodos bloqueados en la malla. La ventaja básica de esta formulación es la simplificación del generador de malla, ya que la necesidad de regenerar o deformar la malla es eliminada, especialmente en casos de fronteras en movimiento.

El único inconveniente que se encontró en el método usado fue la interacción en la frontera entre un cuerpo de geometría compleja y el fluido que se realiza a través del tamiz cartesiano. Es probable que la geometría del cuerpo inmerso no coincida con los nodos del

tamiz y por ello se generen zonas ficticias -de forma escalonada- en la interface, ya sean sólidas o de fluido, que alteran el resultado.

Para resolver el inconveniente descrito y satisfacer las condiciones de frontera en la interface, en este estudio se desarrolló un estencil bidimensional que reconstruye las variables de los nodos más próximos a la interface -nodos fantasmas- mediante la interpolación lineal de los nodos colindantes.

Gracias al modelo LES con las contribuciones mencionadas anteriormente ahora es posible conocer con mayor precisión los efectos del flujo sobre el sólido y así medir la transferencia de calor, las frecuencias características del fenómeno sobre el cuerpo y la acústica producto de esta interacción.

### **1.3.- FRECUENCIAS CARACTERÍSTICAS**

Existen tres mecanismos que permiten a cada cilindro extraer energía del flujo, según las ondas generadas por éstos al presentar movimientos, los cuales son: 1) el que requiere una diferencia en fase entre el desplazamiento del cilindro y las fuerzas generadas por el fluido; 2) el que se realiza ahí mismo, generando al menos dos grados de libertad con una diferencia en fase entre ellos y; 3) el que por causas de no-linealidad, la fuerza del fluido presenta histéresis y su magnitud depende de la dirección de movimiento del cilindro. El desplazamiento de los cilindros correspondería a una

redistribución de los nodos bloqueados en la malla y como esto no sucede en nuestra simulación -cuerpo rígido- estos tres mecanismos de extracción de energía no están considerados para el cálculo en la transferencia de energía entre el flujo y el sólido.

Los tubos adheridos al banco son usualmente los componentes del ensamblaje con la mayor flexibilidad y por ello, además del fenómeno de flujo cruzado, los tubos del banco vibran con variada intensidad.

La vibración del tubo, inducida por la frecuencia de los vórtices de un flujo puede llevar a fallas porque la resonancia del tubo presentará alto desgaste o fatiga. Lo anterior provoca fisuras y hasta fracturas en el material del tubo. Existen cuatro procesos que producen las vibraciones o excitación mecánica, generadas por efecto de un flujo, éstas son: el embate de la turbulencia, la producción de vórtices, la inestabilidad en la elasticidad del fluido y la resonancia acústica.

Las vibraciones cercanas a la producción de frecuencias de resonancia están involucradas muy a menudo con la estela. Sin embargo, el embate de la turbulencia que genera la estela no puede ser evitado en ningún intercambiador, además es necesario que esté presente un nivel significativo de ella para una buena eficiencia.

La vorticidad o la generación de vórtices por la producción periódica de estelas es una constante que modificará discretamente el número de Strouhal, Xu & Zhou (2004).

La inestabilidad elástica del fluido es por mucho la más peligrosa excitación mecánica y la causa más común de falla en los tubos. Esta inestabilidad se debe típicamente a vibraciones auto-excitadas que resultan por la interacción entre el flujo y el movimiento del tubo. De acuerdo con Price (1995) la naturaleza de la inestabilidad elástica del fluido puede ser ilustrado como un mecanismo de retroalimentación positiva entre el ajetreo estructural y las fuerzas resultantes del fluido. Un pequeño desplazamiento estructural debido a la turbulencia o a cualquier otra perturbación, altera el patrón de flujo, induciendo cambios en las fuerzas del fluido. Esto a su vez, conlleva a desplazamientos estructurales futuros y así continúa; si el desplazamiento aumenta -retroalimentación positiva- entonces ocurre la inestabilidad fluidoelástica.

La resonancia acústica es causada por alguna excitación del flujo (posiblemente la formación de vórtices) produciendo frecuencias que coinciden con la frecuencia natural de cavitación del intercambiador.

## ECUACIONES DE GOBIERNO

Seldon y Dors discutiendo sobre la necesidad del minimalismo en la psichistoria.

"-en el arte de convertir un desarrollo no deseado en uno deseado o, por lo menos, en uno que no resulte tan indeseable... ha de aplicarse un cambio lo más diminuto y mínimo posible..., cada cambio, sea cual sea, tiene una miríada de efectos colaterales no siempre tolerables... -Es la esencia de un efecto caótico. El problema estriba en si hay algún cambio lo bastante pequeño para que las consecuencias resulten razonablemente predecibles... -La cuestión a debatir... [es la de] si cualquier cambio superior al mínimo es caótico... y encontrar algún cambio lo bastante pequeño y, aun así, significativamente mayor que cero sería un auténtico problema..."

Isaac Asimov  
*Hacia la Fundación*

### 2.1.- ECUACIONES DE GOBIERNO DEL FENÓMENO.

En un marco de referencia cartesiano ( $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{z}$ ) las ecuaciones de flujo compresible de Navier - Stokes pueden ser escritas, en acuerdo con Salinas-Vázquez *et al.* (2007), de la forma:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x_i} = S \quad (2.1)$$

donde  $\mathbf{U}$  es un vector de cinco componentes definido por:

$$U = {}^T(\rho, \rho u_1, \rho u_2, \rho u_3, \rho e) \quad (2.2)$$

Se considera además que  $\mathbf{u}=(u_1, u_2, u_3)$  es el vector velocidad,  $\rho$  es la densidad. Solamente en las visualizaciones y las comparaciones estadísticas, que se presentan en los resultados, el vector velocidad se considera como  $\mathbf{u}=(u, v, w)$  .

La ecuación (2.1) representa la evolución de la densidad (ecuación de continuidad), de la cantidad de movimiento y de la energía total. Esta última está definida para un gas ideal como:

$$\rho e = \rho C_v T + \frac{\rho}{2} (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) \quad (2.3)$$

$F_i$  son flujos donde  $\forall i \in \{1,2,3\}$  y para un fluido Newtoniano se da por:

$$F_i = \begin{pmatrix} \rho u_i \\ \rho u_i u_x + P \delta_{ix} - \mu S_{ix} \\ \rho u_i u_y + P \delta_{iy} - \mu S_{iy} \\ \rho u_i u_z + P \delta_{iz} - \mu S_{iz} \\ (\rho e + P) u_i - \mu u_j S_{ij} - k \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

$k = \rho C_p \kappa$  es la conductividad térmica y  $\kappa$  la difusividad térmica.  $\delta_{ij}$  es el índice de Kronecker y  $S_{ij}$  es la componente debida a la divergencia del tensor deformación. Despreciando la viscosidad,  $S_{ij}$  se escribe:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot u) \delta_{ij} \right) \quad (2.5)$$

La viscosidad molecular la establece Fletcher (1998) a través de la ley empírica Sutherland,

$$\mu(T) = \mu(T_{ref}) \left( \frac{T}{T_{ref}} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{1 + \frac{S}{T_{ref}}}{1 + \frac{S}{T}} \right] \quad (2.6)$$

donde  $S$ ,  $T_{ref}$  y  $\mu(T_{ref})$  son funciones del gas. La conductividad  $k(T)$  se obtiene asumiendo que el número molecular de Prandtl es:

$$Pr = \frac{\nu}{k} = \frac{C_p \mu(T)}{k(T)} \quad (2.7)$$

La ecuación clásica de estado para gas ideal referente a la presión estática  $P$ , la temperatura  $T$ , y la densidad  $\rho$ , es:

$$P = \rho RT \quad (2.8)$$

y se cierra el sistema, con  $R = C_p - C_v$ . También se debe recordar que  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  es constante.

Debe observarse que el término forzado es equivalente a la imposición de un gradiente de presión de un flujo medio y constituye un camino conveniente y convencional para alcanzar de manera numérica la homogeneidad en la dirección del flujo.

## 2.2.- ESQUEMA NUMÉRICO Y MODELO DE TURBULENCIA.

### 2.2.1.- Simulación de Grandes Escalas (LES)

La técnica LES (Large-eddy simulation) consiste en hacer pruebas para simular únicamente las grandes escalas del flujo; las pequeñas escalas son filtradas hacia afuera, pero estadísticamente influye en el movimiento de la escala grande. Las ecuaciones de LES son encontradas por la aplicación de un filtro espacial de bajo transcurso  $G_\Delta(x)$  de tamaño  $\Delta$  en las ecuaciones de Navier-Stokes. Esto elimina las escalas más pequeñas que el filtro de tamaño  $\Delta$  llamadas escalas submalla. Matemáticamente, la operación de filtrado corresponde a la integral de convolución de alguna cantidad  $f(x,t)$  del flujo por la función de filtro  $G_\Delta(x)$ , en la forma:

$$\bar{f}(x,t) = \int f(y,t) G_\Delta(x-y) dy \quad (2.9)$$

La parte submalla es la desviación del flujo actual con respecto al campo filtrado.

$$f = \bar{f} + f' \quad (2.10)$$

La aplicación del filtro a las ecuaciones compresibles de Navier-Stokes produce,

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{F}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{F}_3}{\partial x_3} = 0 \quad (2.11)$$

con

$$\bar{\rho e} = \bar{\rho} C_V \bar{T} + \frac{1}{2} \overline{\rho(u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)} \quad (2.12)$$

y

$$\bar{P} = \bar{\rho} R \bar{T} \quad (2.13)$$

Para derivar un formalismo tan cercano como sea posible al formalismo incompresible, es común en modelos de turbulencia estadística y en LES introducir el promedio de Favre. Se denota por  $\tilde{f}$  el peso - densidad filtrado de  $f$ , definido como:

$$\tilde{f} = \frac{\overline{\rho f}}{f} \quad (2.14)$$

entonces se tiene que,

$$U = {}^T(\bar{\rho}, \bar{\rho} \tilde{u}_1, \bar{\rho} \tilde{u}_2, \bar{\rho} \tilde{u}_3, \bar{\rho} \tilde{e}) \quad (2.15)$$

y la energía total resuelta se escribe,

$$\bar{\rho e} = \bar{\rho} \tilde{e} = \bar{\rho} C_V \tilde{T} + \frac{1}{2} \overline{\rho(u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)} \quad (2.16)$$

Los flujos resueltos son:

$$\bar{F}_i = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \tilde{u}_i \\ \overline{\rho u_i u_1} + \bar{P} \delta_{i1} - \overline{\nabla \mu S_{i1}} \\ \overline{\rho u_i u_2} + \bar{P} \delta_{i2} - \overline{2 \mu S_{i2}} \\ \overline{\rho u_i u_3} + \bar{P} \delta_{i3} - \overline{\nabla \mu S_{i3}} \\ \overline{(\rho e + P) u_i} - \overline{2 \mu u_j S_{ij}} - k \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

con la ecuación filtrada de estado,

$$\bar{P} = \bar{\rho} R \tilde{T} \quad (2.18)$$

Se puede introducir el tensor esfuerzo-submalla  $\bar{T}$  con componentes,

$$T_{ij} = -\overline{\rho u_i u_j} + \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j \quad (2.19)$$

el cual se puede dividir en sus partes isotrópica y desviador, la siguiente ecuación lo denota:

$$T_{i,j} = \underbrace{T_{ij} - \frac{1}{3} T_{ll} \delta_{ij}}_{\tau_{i,j}} + \frac{1}{3} T_{ll} \delta_{ij} \quad (2.20)$$

Entonces, las ecuaciones (2.17) y (2.18) pueden ser leídas como:

$$\bar{F}_i = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \tilde{u}_i \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_1 + (\bar{P} - \frac{1}{3} T_{ll}) \delta_{i1} - \tau_{i1} - \overline{2\mu S_{i1}} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_2 + (\bar{P} - \frac{1}{3} T_{ll}) \delta_{i2} - \tau_{i2} - \overline{2\mu S_{i2}} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_3 + (\bar{P} - \frac{1}{3} T_{ll}) \delta_{i3} - \tau_{i3} - \overline{2\mu S_{i3}} \\ (\overline{\rho e + P}) u_i - \overline{2\mu u_j S_{ij}} - k \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

y

$$\bar{\rho} \tilde{e} = \bar{\rho} C_v \tilde{T} + \frac{1}{2} \bar{\rho} (\tilde{u}_1^2 + \tilde{u}_2^2 + \tilde{u}_3^2) - \frac{1}{2} T_{ll} \quad (2.22)$$

Una formulación elegante fue propuesta por Lesieur & Comte (1997), a través de la introducción de una macro-presión definida como:

$$\omega = \bar{P} - \frac{1}{\bar{\rho}} T_{ll} \quad (2.23)$$

y una macro-temperatura definida como;

$$\Theta = \tilde{T} - \frac{1}{2C_v \bar{\rho}} T_{ll} \quad (2.24)$$

La ecuación filtrada de estado (2.18) puede ser escrita como:

$$\omega = \bar{\rho} R \Theta + \frac{3\gamma - 5}{6} T_{11} \quad (2.25)$$

La ventaja principal de esta ecuación es que podemos derivar un sistema cerrado de ecuaciones en las cuales el desconocido  $T_{11}$  del tensor submalla no aparece explícitamente. De hecho, puede ser demostrado que la energía total resuelta se escribe,

$$\bar{\rho} \tilde{e} = \bar{\rho} C_v \Theta + \frac{1}{2} \bar{\rho} (\tilde{u}_1^2 + \tilde{u}_2^2 + \tilde{u}_3^2) \quad (2.26)$$

Además, para  $\gamma = 1.4$ , fue demostrado por Lesieur & Comte (1997) que se justifica completamente despreciar el segundo término del lado derecho de la ecuación (2.25). Podemos entonces escribir:

$$\omega = \bar{\rho} R \Theta, \quad (2.27)$$

esto hace que  $\omega$  sea calculable si  $\bar{\rho}$  y  $\Theta$  son conocidas.

Necesitamos introducir después el vector de flujo de calor, denotado por  $Q$ , con componentes:

$$Q_i = -(\overline{\rho e + P}) u_i + (\bar{\rho} \tilde{e} + \omega) u_i \quad (2.28)$$

La expresión exacta para los flujos filtrados entonces se convierte en:

$$\overline{F}_i = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \tilde{u}_i \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_1 + \omega \delta_{i1} - \tau_{i1} - \overline{\nabla \mu S_{i1}} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_2 + \omega \delta_{i2} - \tau_{i2} - \overline{2\mu S_{i2}} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_3 + \omega \delta_{i3} - \tau_{i3} - \overline{\nabla \mu S_{i3}} \\ (\bar{\rho} \tilde{e} + \omega) \tilde{u}_i - Q_i - \overline{\nabla \mu u_j S_{ij}} - k \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

El sistema descrito arriba se puede cerrar haciendo uso de los modelos submalla comunes basados en una *viscosidad turbulenta*,

$$\tau_{ij} \approx \bar{\rho} \nu_t \tilde{S}_{ij} \quad (2.30)$$

$$Q_i \approx \bar{\rho} C_p \frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial \Theta}{\partial x_i} \quad (2.31)$$

Los términos restantes no calculables son los términos de viscosidad molecular y difusivo, que se pueden considerar de menor importancia cuando el número de Reynolds es suficientemente grande. Por lo tanto simplemente reemplazamos (2.29) por:

$$\bar{F}_i \approx \begin{pmatrix} \bar{\rho} \tilde{u}_i \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j + \omega \delta_{ij} - \gamma (\bar{\mu} + \bar{\rho} \nu_t) \tilde{S}_{ij} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j + \omega \delta_{ij} - \gamma (\bar{\mu} + \bar{\rho} \nu_t) \tilde{S}_{ij} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j + \omega \delta_{ij} - \gamma (\bar{\mu} + \bar{\rho} \nu_t) \tilde{S}_{ij} \\ (\bar{\rho} \tilde{e} + \omega) \tilde{u}_i - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho} \nu_t) \tilde{S}_{ij} \tilde{u}_j - \left[ \bar{k} + \bar{\rho} C_p \frac{\nu_t}{Pr_t} \right] \frac{\partial \Theta}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

en donde  $\bar{\mu}$  y  $\bar{k}$  están ligadas con  $\Theta$  a través de la relación de Sutherland (2.6) y el número de Prandtl molecular (2.7) respectivamente. Para este análisis el número Prandtl se considera de valor constante de acuerdo al aire en las condiciones de referencia:

$$Pr = C_p \frac{\bar{\mu}(\Theta)}{\bar{k}(\Theta)} = \text{const.}$$

Obsérvese que uno de los aspectos notables de esta formulación es que el sistema LES se puede deducir fácilmente de las ecuaciones compresibles de Navier-Stokes originales con los siguientes cambios:

$$u_i \rightarrow \tilde{u}_i, \rho \rightarrow \bar{\rho}, T \rightarrow \Theta, P \rightarrow \omega, e \rightarrow \tilde{e}, \mu \rightarrow \bar{\mu} + \bar{\rho} \nu_t, k \rightarrow \bar{k} + \bar{\rho} C_p \frac{\nu_t}{Pr_t}$$

Esto proporciona al código numérico un uso fácil para el LES sin modificaciones severas.

Las expresiones para la viscosidad turbulenta "  $\nu_t$  " y el Prandtl turbulento "  $Pr_t$  " utilizadas en las siguientes simulaciones compresibles corresponden a los modelos incompresibles descritos en Lesieur & Métais (1996), la única diferencia es que aquí se utiliza un promedio de Favre, antes descrito. Nuestro modelo submalla es el modelo selectivo de la función de la estructura propuesto por David (1993), la viscosidad local del remolino, ésta dado por:

$$\nu_t(x, \Delta, t) = C_{ssf} \Delta \sqrt{\tilde{F}_2(x, \Delta, t)} \quad (2.33)$$

donde  $C_{ssf}$  puede ser expresado como función de la constante de Kolmogorov  $C_K$ :  $C_{ssf} = f(C_K^{-\frac{3}{2}})$ .  $C_{ssf}$  toma el valor de 0.104 para  $C_K = 1.4$ .  $\Delta$  se toma igual a  $(\Delta x \Delta y \Delta z)^{\frac{1}{3}}$ , donde  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  y  $\Delta z$ , son los tamaños de la malla locales en las tres direcciones espaciales.  $\tilde{F}_2(x, \Delta, t)$  es la función de estructura de segundo orden de la velocidad construida con el campo  $\tilde{u}$ .  $\tilde{F}_2$  es calculado en el punto  $\mathbf{x}$  con un promedio estadístico local de las diferencias de la velocidad de cuadro de los seis puntos más cercanos que rodean al punto  $\mathbf{x}$  en la malla computacional. La interpolación se basó sobre la ley de  $\frac{2}{3}$  de Kolmogorov que se usa para la función estructura de la velocidad.

Según lo propuesto por David (1993), la viscosidad turbulenta se

apaga cuando la turbulencia no es lo suficientemente tridimensional. El criterio para tres dimensiones es definido como sigue: considérese en un momento dado al ángulo entre el vector de vorticidad en un punto dado de la malla y su media aritmético de los seis puntos vecinos más cercanos. La viscosidad turbulenta se cancela en los puntos donde este ángulo es menor que  $20^\circ$ . Finalmente, el número de Prandtl turbulento se estima en 0.6 a partir del estudio de turbulencia homogénea e isotrópica de Lesieur & Métais (1996). Con estas dos últimas expresiones se logra el cierre de la ecuación de energía.

El código numérico usa coordenadas generalizadas. La adaptación a las coordenadas generalizadas se realiza introduciendo una matriz Jacobiana que transforma una geometría compleja de malla no uniforme o geometría curvilínea, en un sistema de coordenadas Cartesiano  $(x,y,z)$ , dentro de una geometría ortogonal simple con malla uniforme en el sistema de coordenadas generalizadas  $(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$  de Fletcher (1998) donde las ecuaciones se pueden resolver más fácilmente. Para este caso, simplemente consiste en una transformación de una malla no uniforme en el espacio físico  $(x,y,z)$  dentro de una malla uniforme en el espacio computacional  $(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ . Cada término en la matriz Jacobiana inversa ( $J^{-1}$ ) se expresa como función analítica de las medidas  $\partial x_i / \partial \xi_j$ . Las medidas son introducidas y calculadas por el esquema interno de primer orden, en consecuencia la matriz ( $J$ ) se calcula directamente de ( $J^{-1}$ ).

La ecuación (2.1) se puede volver a escribir como:

$$\frac{\partial \hat{U}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \xi_1} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \xi_2} + \frac{\partial \hat{H}}{\partial \xi_3} = \hat{S} \quad (2.34)$$

con:

$$\begin{aligned} \hat{U} &= \frac{U}{J}, \\ \hat{F} &= \frac{1}{J} \left[ \left( \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} F \right) + \left( \frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} G \right) + \left( \frac{\partial \xi_1}{\partial x_3} H \right) \right], \\ \hat{G} &= \frac{1}{J} \left[ \left( \frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} F \right) + \left( \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} G \right) + \left( \frac{\partial \xi_2}{\partial x_3} H \right) \right], \\ \hat{H} &= \frac{1}{J} \left[ \left( \frac{\partial \xi_3}{\partial x_1} F \right) + \left( \frac{\partial \xi_3}{\partial x_2} G \right) + \left( \frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} H \right) \right], \\ \hat{S} &= \frac{1}{J} S. \end{aligned} \quad (2.35)$$

$J$  es el determinante de la matriz ( $J$ ) y es función de las coordenadas cartesianas y del tiempo.

### 2.2.2.- Esquema Numérico

El sistema en coordenadas generalizadas se resuelve por medio de una extensión del esquema explícito completo McCormack, de segundo orden en el tiempo y cuarto orden en el espacio, desarrollado por Gottlieb & Turkel (1976). En De la Lama-Zubirán (2005) se observó que cuando se usa  $U$  tiende a ser reemplazada por  $\bar{U}$  definida por la ecuación (2.16) cuando la técnica LES es considerada. El esquema numérico es un esquema corrector - predictor en una dimensión por:

Predictor:

$$U_j^{(1)} = U_j^{(n)} + \frac{1}{6} \lambda \left( -f_{j+2}^{(n)} + 8f_{j+1}^{(n)} - 7f_j^{(n)} \right) + (\delta t) S_j^{(n)}, \quad (2.36)$$

Corrector:

$$U_j^{(n+1)} = \frac{1}{2}(U_j^{(n)} + U_j(1)) + \frac{1}{12}\lambda(7f_{j-2}^{(1)} - 8f_{j-1}^{(1)} + f_j^{(1)}) + \frac{1}{2}(\delta t)S_j^{(1)}. \quad (2.37)$$

Los índices  $(n+1), (n)$  y  $(1)$  simbolizan respectivamente para los valores de la función al tiempo  $t$ , tiempo  $t+\delta t$  y al paso subtiempo. Obsérvese que las discretizaciones espaciales intermedias son esquemas no centrados de primer orden con un predictor adelantado (*upwind*) y un corrector atrasado (*downwind*). Como se especifica arriba el esquema resultante es de cuarto orden en el espacio.

La formulación generalizada en tres dimensiones se escribe,

Predictor:

$$U_{i,j,k}^1 = U_{i,j,k}^n - J_{i,j,k}^P \left[ \frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[ \frac{7}{6}(\hat{F}_{i+1,j,k}^n - \hat{F}_{i,j,k}^n) - \frac{1}{6}(\hat{F}_{i+2,j,k}^n - \hat{F}_{i+1,j,k}^n) \right] + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[ \frac{7}{6}(\hat{G}_{i+1,j,k}^n - \hat{G}_{i,j,k}^n) - \frac{1}{6}(\hat{G}_{i+2,j,k}^n - \hat{G}_{i+1,j,k}^n) \right] + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_3} \left[ \frac{7}{6}(\hat{H}_{i+1,j,k}^n - \hat{H}_{i,j,k}^n) - \frac{1}{6}(\hat{H}_{i+2,j,k}^n - \hat{H}_{i+1,j,k}^n) \right] \right] \quad (2.38)$$

Corrector:

$$U_{i,j,k}^{n+1} = \frac{1}{2}[U_{i,j,k}^1 + U_{i,j,k}^n] - \frac{1}{2}J_{i,j,k}^C \left[ \frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[ \frac{7}{6}(\hat{F}_{i,j,k}^1 - \hat{F}_{i-1,j,k}^1) - \frac{1}{6}(\hat{F}_{i-1,j,k}^1 - \hat{F}_{i-2,j,k}^1) \right] + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[ \frac{7}{6}(\hat{G}_{i,j,k}^1 - \hat{G}_{i-1,j,k}^1) - \frac{1}{6}(\hat{G}_{i-1,j,k}^1 - \hat{G}_{i-2,j,k}^1) \right] + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_3} \left[ \frac{7}{6}(\hat{H}_{i,j,k}^1 - \hat{H}_{i-1,j,k}^1) - \frac{1}{6}(\hat{H}_{i-1,j,k}^1 - \hat{H}_{i-2,j,k}^1) \right] \right] \quad (2.39)$$

### 2.3.- MÉTODO DE ACELERACIÓN DEL CÁLCULO

Debido a que, para el estudio de flujos con modelos de Simulación de Grandes Escalas, se necesita que la discretización temporal sea explícita, debemos acarrear importantes restricciones en el valor del paso de tiempo.

Con el fin de evitar pasos de tiempo pequeños, como consecuencia de la simulación correcta en la acústica del problema, se utilizó el método de Wang & Trouvé (2004). Éste consiste en agregar la parte acústica de la dilatación solamente en la ecuación de energía:

$$D_{ac} = \frac{1}{C^2} \left[ \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt} \right] \quad (2.40)$$

de la forma siguiente:

$$\left( 1 - \frac{1}{\alpha^2} \right) \frac{\gamma P}{\gamma - 1} D_{ac} \quad (2.41)$$

donde  $\alpha$  es un número real mayor que 1, y su valor máximo dependerá del flujo y del tratamiento de las condiciones de frontera. Para este caso se utilizaron valores máximos de  $\alpha=10$ . Con esta modificación, la velocidad del sonido del problema se transforma en  $c'=c/\alpha$ . Esto permite simular flujos a número de Mach por debajo de  $Ma=0.1$  con pasos de tiempo hasta 10 veces mayores.

## CONDICIONES INICIALES Y DE FRONTERA

*Hari Seldon comenta con el Emperador, Cleon I, las bases de la psichistoria.*  
"En muchos sistemas... se desarrollan acontecimientos caóticos... pero cuanto más complejo sea el sistema, más probabilidades hay de que se vuelva caótico... por tanto, es impredecible... se puede elegir un punto de partida y llevar a cabo los supuestos apropiados para suprimir el caos. Esto haría posible predecir el futuro, no con todo detalle, desde luego, pero con un amplio alcance; sin excesiva certeza, mas con probabilidades calculables..., tendríamos que elegir realmente un punto de partida correcto, hacer suposiciones correctas y encontrar el modo correcto de llevar a cabo los cálculos en un tiempo finito... obtendríamos, como mucho, una evolución de las probabilidades. Y eso no significa predecir el futuro; únicamente, adivinar lo que puede ocurrir."

Isaac Asimov  
*Preludio a la Fundación*

Antes de iniciar la simulación numérica, con el fin de resolver adecuadamente las ecuaciones de gobierno, es necesario definir las características del fenómeno estableciendo: las condiciones iniciales y de frontera.

### **3.1.- CONDICIONES INICIALES.**

Para simular la zona contenida dentro del banco de tubos a estudiar, hay que considerar ciertos valores de referencia en las variables involucradas. Estos valores son conocidos ya que se está reproduciendo el experimento de Simonin & Barcouda (1988).

Principalmente se establecen las características del fluido en reposo o estático, con la temperatura ambiente y la presión atmosférica, ambas normalizadas. Además, como la densidad se considera:

$$\rho = \frac{P}{RT_{ref}} \quad (3.1)$$

y la velocidad de propagación de las ondas está dado por

$$c_{ref} = (\gamma RT_{ref})^{\frac{1}{2}} \quad (3.2)$$

se espera que el tiempo de reacción en el fluido debido a las fuerzas que interactúan, como son las concernientes a la presión, afecte la estabilidad del cálculo. Por tanto, para evitar la explosión del cálculo numérico al inicio de la simulación, establecemos un límite máximo y uno mínimo de la variación de la densidad hasta que el flujo encuentra estabilidad en su desarrollo. Para luego dejar que la densidad encuentre su variación natural, sin olvidar que estamos tratando a un modelo de flujo compresible con las características de un flujo con bajo número Mach,

$$Ma = (\gamma P_c / \rho_0)^{\frac{1}{2}} \approx 0.1 \quad (3.3)$$

-efectos compresibles prácticamente nulos-, para así asemejarlo al experimento. Para finalizar las características iniciales el número Prandtl se considera como el de aire:

$$Pr = \frac{C_p \mu(T_{ref})}{k(T_{ref})} = 0.7 \quad (3.4)$$

El fluido comienza su desarrollo dinámico al adicionarle la velocidad longitudinal media de entrada al banco de tubos  $\mathbf{u}_{ref} = 1.4[\text{m/s}]$ , las componentes  $(u, v, w)$  se establecen para las condiciones iniciales como:  $\mathbf{u}_0 = \mathbf{u}_{ref}$ ;  $\mathbf{v}_0 = \mathbf{w}_0 = 0$ .

La longitud característica que se utiliza para establecer el número de Reynolds es el diámetro del tubo. Entonces:

$$Re = \frac{u D_{ref} \rho}{\mu T_{ref}} = 18,000 \quad (3.5)$$

donde:  $D_{ref} = 21.7[\text{mm}] \quad (3.6)$

La velocidad del flujo  $\mathbf{u}_0$ , la presión  $\mathbf{P}_0$  y la temperatura  $\mathbf{T}_0$  son consideradas las referencias para adimensionalizar todo el dominio. De esta manera las variables son  $\mathbf{u}/\mathbf{u}_0$ ,  $\mathbf{P}/\mathbf{P}_0$ ,  $\mathbf{T}/\mathbf{T}_0$ .

Los números adimensionales anteriores se basan en los valores de referencia: las condiciones iniciales y las propiedades del fluido (aire).

Conforme transcurra el tiempo de cómputo los valores de tales variables serán modificados en cada iteración, hasta que converjan a un valor y se estabilicen. De esta manera se puede considerar en CFD (dinámica del fluido computacional, por sus siglas en inglés) que el flujo es temporalmente desarrollado.

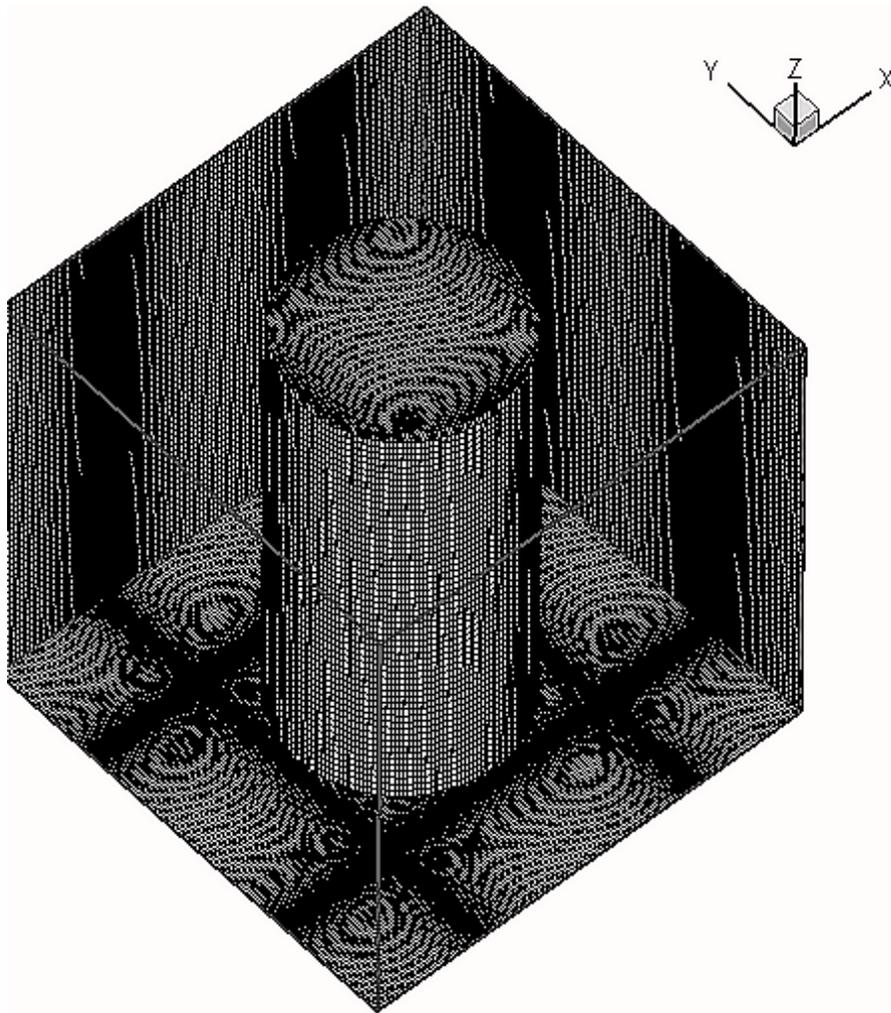
**3.2.- CONDICIONES DE FRONTERA.**

Para tratar un fluido como un flujo que se desarrolla en el tiempo y dentro de un dominio espacial, como sucede con esta simulación numérica del flujo alrededor de un arreglo cruzado de tubos, se requiere analizar el fenómeno en los puntos estratégicos de dicho dominio. Para la selección de dichos puntos se escoge una zona donde el fluido atraviesa una sección del banco que se encuentre suficientemente alejada de cualquier influencia de las fronteras de éste y también alejada de la entrada del flujo.

La zona seleccionada del dominio (figura 7) es geoméricamente un cubo con la dimensión mínima que respeta la simetría entre cada par de caras paralelas. Esta característica del cubo nos permite considerar a la zona seleccionada como homogénea en sus tres direcciones (longitudinal, transversal y normal). Una vez analizada una de las secciones del banco se pueden generalizar los resultados para las otras zonas similares dentro del dominio total. De esta manera, se facilita el análisis del fenómeno.

El cubo con direcciones homogéneas es la base de este cálculo computacional (figura 7) y es una sección que se encuentra inmersa dentro del dominio del problema —en el banco de tubos— donde no alcanzan a influir las fronteras, es decir, lejos de las paredes que delimitan al banco de tubos. Además a este cubo se le considera situado por lo menos a cinco tubos de distancia longitudinal de la entrada del flujo. Con esto se garantiza que la influencia del banco

en el desarrollo de la velocidad está dado sólo por la distribución de los tubos de dicho banco.



**Figura 7.- Malla cartesiana del dominio computacional delimitado por las fronteras periódicas**

El cubo es la malla cartesiana tridimensional conformada por *nodos libres*, que representan al fluido, y por *nodos bloqueados* en representación de los cuerpos rígidos. En el centro de la malla y atravesada de manera transversal se encuentra (un cuerpo rígido) una sección del tubo central cortada a media altura del banco. En cada una de las cuatro aristas transversales del cubo se encuentran más nodos bloqueados que representan la cuarta parte colindante de las secciones de los tubos aledaños.

Para el dominio computacional o cubo de análisis se establecen en cada dirección fronteras periódicas, dado el tienen comportamiento homogéneo de la sección analizada. A groso modo, las fronteras se establecen en el código como un cálculo cíclico y continuo entre las fronteras pares de un cubo, es decir, en los planos paralelos y extremos del dominio, de norte y sur, de este y oeste, como también los planos superior e inferior. Como ejemplo, analizamos la dirección longitudinal, donde el eje empieza con un valor  $x_0$  y al final del dominio, a una distancia  $L$ , nos encontramos en  $x_0 + L$ . Por tanto cualquier variable, como es el caso de la velocidad longitudinal se comportará de la siguiente manera:

$$u(x+L)=u(x) \quad (3.7)$$

y en viceversa. Ahora cualquier cálculo que requiera los valores aguas arriba del nodo  $1$  o aguas abajo del nodo  $1+n$  serán obtenidos automáticamente del extremo opuesto del dominio. Como los vértices del cubo representan, cada uno, el centro de un tubo dentro del dominio, no acarrear mayor problema de programación.

Este estilo de análisis considera un dominio continuo en toda dirección debido a las fronteras periódicas. Éstas generan un estado de homogeneidad en las variables a calcular, tal y como se plantea para la estadística del experimento base.

La herramienta de periodicidad ayuda a converger de manera más rápida y sencilla al cálculo, que si se considerara la influencia de las paredes del dominio total. Además, como en este experimento numérico se adicionan fronteras inmersas, cualquier falla de éstas no

podrá achacarsele a las paredes del dominio, ya que no presentarán ninguna influencia en el desarrollo de la simulación y quedan absueltas de cualquier error.

### **3.3.- MÉTODO DE FRONTERAS INMERSAS.**

La aproximación a las ecuaciones de gobierno se realiza al discretizarlas en cada nodo de la malla cartesiana. La imposición de las condiciones de frontera es en gran medida simple, es un diseño sencillo que mantiene precisión adecuada y conservación de las propiedades en las zonas de interés.

Para simular flujos con fronteras inmersas complejas, es común usar una malla curvilínea que confinaría a las fronteras. Sin embargo, la regeneración de la malla y la calidad de la misma para cada iteración estará condicionada a la complejidad geométrica de esas fronteras inmersas y se complica su simulación, aumentando en gran medida el tiempo de cálculo.

Una aproximación diferente consiste en utilizar mallas cartesianas de estructura simple en esquemas de alto orden, principalmente basados en las diferencias finitas. Para el cuerpo sólido se agregan términos fuente a las ecuaciones de transporte en los nodos donde se situaría éste, conocido como frontera inmersa. Esta aproximación facilitará, en gran medida, la generación de la malla, teniendo grandes ventajas en simulación de flujos con

fronteras en movimiento, formas complicadas o cambios topológicos. Además, dada esta aproximación, las fronteras inmersas pueden ser contenidas al realizar cortes a través de la malla de una manera arbitraria.

El principal desafío es tratar a la frontera inmersa en una forma que no impacte desfavorablemente en la precisión del cálculo, la conservación de propiedades o la solución fundamental. Esto es especialmente crítico para flujos viscosos donde una inadecuada resolución de las capas límite puede reducir la fidelidad de la solución numérica.

El método de fronteras inmersas (Immersed boundaries method, IBM) recientemente ha ganado popularidad para simulación de flujos con geometrías complejas y está diseñado para simular una gran variedad de flujos. Este método consiste en representar, a los cuerpos complejos inmersos en el dominio, por medio del bloqueo de las celdas dentro de la sección "sólida" del mallado cartesiano. El bloqueo se realiza con la adición de términos fuente en los nodos involucrados para que así la solución de las ecuaciones contemple las características del sólido, como son en este caso de estudio, la condición isotérmica del cuerpo y la condición de no deslizamiento en la pared de los tubos.

En la primera etapa, para representar a los cuerpos sólidos, se crea en la malla una máscara de condición dura que permite identificar los nodos de las zonas sólidas con cero y los nodos de

las zonas libres con uno. La figura 8 esquematiza una sección de un plano  $(x,y)$  de la máscara. Las siguientes etapas, descritas a continuación, se refieren a la aplicación de términos fuente:

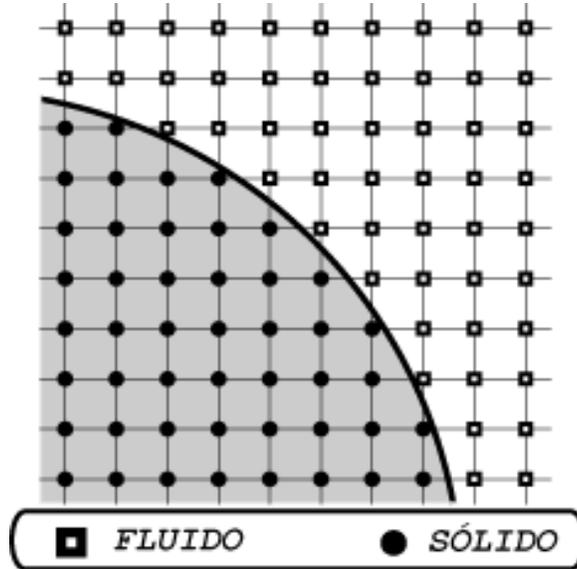


Figura 8.- Diagrama bidimensional de la malla cartesiana en una zona del dominio computacional donde se observa parte de la frontera inmersa.

- Dentro del cuerpo sólido se imponen condiciones duras a la velocidad y a la temperatura, al mantenerlas en todo tiempo igual a cero e igual a su valor de referencia respectivamente. Así se representan a las condiciones de no deslizamiento e isotérmica de los sólidos. Esto se logra imponiendo el término fuente  $S\varphi$ , el cual anula el movimiento natural del fluido en la zona requerida. Este término es del tipo:

$$S\varphi = C_{\varphi} dt (\varphi^* - \varphi_0) \quad (3.8)$$

donde  $\varphi^*$  es el valor -de la variable- calculado en el paso de tiempo;  $\varphi_0$  es un valor fijo, de cero para las velocidades y  $T_0$  para la temperatura;  $dt$  el paso de tiempo;  $C_{\varphi}$  una constante "dura" que además depende del subpaso de tiempo, debido al segundo orden del esquema de integración temporal.

- Las ondas acústicas generadas por esta "imposición" se deben absorber dentro del cuerpo, haciendo que la presión tienda a su valor de referencia en el centro geométrico del mismo. Para ello se agrega un término fuente, similar al anterior, que mantiene atado el valor de presión a su valor de referencia pero sin imponérselo, al contrario de la condición dura. El cuerpo absorberá las ondas espurias -esto es debido a su geometría y no a su densidad- con una transición lineal de cero a uno desde su centro. Este término es del tipo:

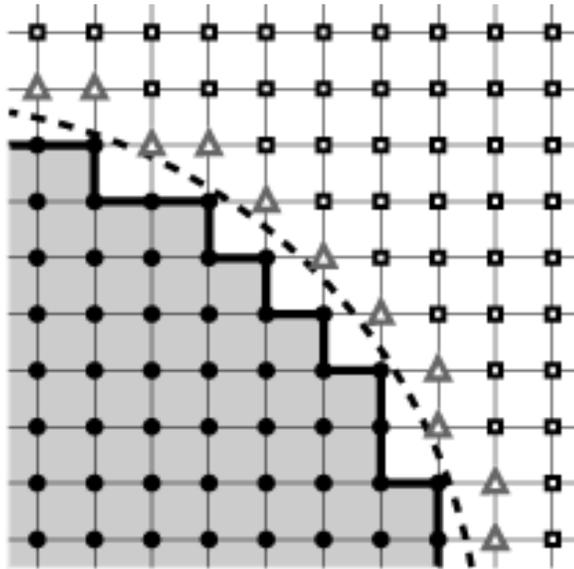
$$S\varphi = C_{press} C_{\varphi} dt(\varphi^* - \varphi_0) \quad (3.9)$$

donde todas las variables son similares a las del punto anterior ( $\varphi^*, \varphi_0 = P.$ ) y  $C_{press}$  es una función de la forma del cuerpo, valiendo cero tanto en las fronteras como fuera del cuerpo y uno en su centro geométrico.

La densidad, debido a su relación con la presión y la temperatura, según la ecuación de los gases ideales, se amolda con cada iteración.

En este trabajo, la geometría de las fronteras inmersas estarán delimitadas por unos puntos marcadores, observados con la línea punteada en la figura 9. La mayoría de las celdas cuyo centro se encuentra en el fluido se tratan normalmente con la solución dada por el cálculo de las ecuaciones discretizadas de Navier-Stokes para flujos compresibles. Aquellas celdas cuyo centro yace fuera del

cuerpo sólido inmerso pero tiene al menos una celda adyacente cuyo centro se encuentra dentro de dicho cuerpo sólido, es clasificada como "celda fantasma" según Tseng & Ferziger (2003) y se tratan diferente. El resto de las celdas con centros dentro del cuerpo, no adyacentes a la frontera inmersa, son marcadas como celdas "sólidas" y son resueltas con el apoyo de los términos fuente antes mencionados.



□ FLUIDO

△ PUNTO FANTASMA

● SOLIDO

Figura 9.- Se muestran en una malla cartesiana bidimensional los puntos marcadores, los nodos de flujo, los nodos fantasma y los nodos sólidos.

Una de las ideas básicas de este modelo consiste en calcular de manera computacional las variables del flujo para las celdas fantasma, tales que las condiciones de frontera en las inmediaciones de los puntos marcadores sean satisfechas.

Para calcular el valor en el centro de las celdas fantasma se aprovecha la bidimensionalidad del fenómeno y se utilizan dos estenciles similares, de tres puntos cada uno. Por tanto, para las

variables de velocidad del flujo se utiliza el primer estencil (figura 10a) que se extiende desde un punto llamado punto "frontera-interceptada" (éste está entre los puntos marcadores de la frontera inmersa y es tangente al nodo fantasma, el mismo plano  $(x,y)$ ) y se lleva hacia los dos nodos del fluido de ese plano, que sean vecinos al nodo fantasma en cuestión. El segundo estencil (figura 10b) se utiliza para el cálculo de la densidad, donde el primer punto son las propiedades de algún nodo sólido adyacente al nodo fantasma y los otros dos son, de la misma forma que el estencil anterior, dos nodos vecinos al nodo fantasma con los valores de las variables del flujo en cuestión.

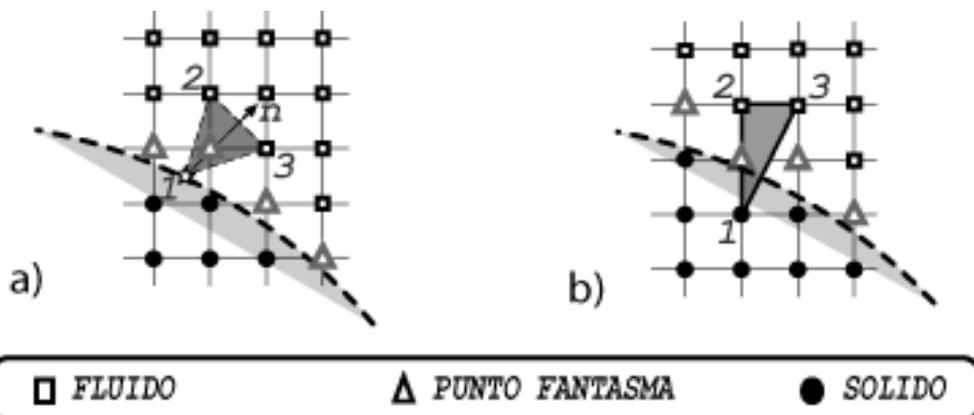


Figura 10.- Se muestran una malla cartesiana bidimensional con los estenciles utilizados para interpolar: a) estencil para velocidades; b) estencil para densidad.

De tal manera, se deben identificar dos centros de celdas del fluido, que rodeen al nodo fantasma, con sus valores respectivos a las variables del flujo. El tercer punto se encarga de satisfacer las propiedades dadas para las condiciones de la frontera inmersa. Se emplea subsecuentemente una interpolación bilineal en el dominio computacional que logra aproximar los valores buscados, los de los nodos fantasma.

En este trabajo se compara el experimento de Simonin & Barcouda (1988) con tres variantes del método aquí propuesto, para evaluar los nodos fantasma resultantes de las celdas parcialmente bloqueadas, (figura 11a). Las tres variantes son:

1. Las celdas completas dentro del cuerpo sólido son a las únicas que se les aplica la técnica de adición de términos fuente. Ésta es la forma más simple de considerar al cuerpo rígido de fronteras curvas, dentro de una malla cartesiana aunque requiere fuerte resolución en esta zona; la zona de mayor esfuerzo cortante. La superficie del cuerpo tendrá una forma de escalones que, aunque pequeños -por el refinamiento de la malla- generan ciertas imperfecciones en el flujo (figura 11b)
2. En la siguiente variante, los puntos interiores al cuerpo sólido se tratan de la misma forma que en el punto anterior. Solamente las variables de velocidad en los puntos adyacentes a la frontera desde el espacio libre hacia el cuerpo sólido -en puntos fantasma- no se calculan por el modelo numérico, sino que se obtienen interpolando con tres puntos -el estencil- que forman un triángulo donde se contiene al punto buscado. La reconstrucción se realiza mediante una interpolación lineal a lo largo de una "bien definida" línea normal a la frontera (figura 11c). En este último paso, hay que cerciorarse de que en el área del estencil no contiene otro punto fantasma. Consecuentemente, el procedimiento de interpolación es ahora un proceso de un solo

paso que involucra dos puntos del fluido y uno más sobre la interface.

3. Se realizan los mismos procedimientos que en los puntos anteriores. Otro estencil más calcula de manera directa la densidad. Con dos puntos en el fluido y con un punto dentro del sólido, que es un nodo de la malla el cual emplea los términos fuentes antes mencionados, (figura 11d). Así se evita que la presión en los puntos fantasma pueda ser alterada por las irregularidades en la geometría de las superficies inmersas.

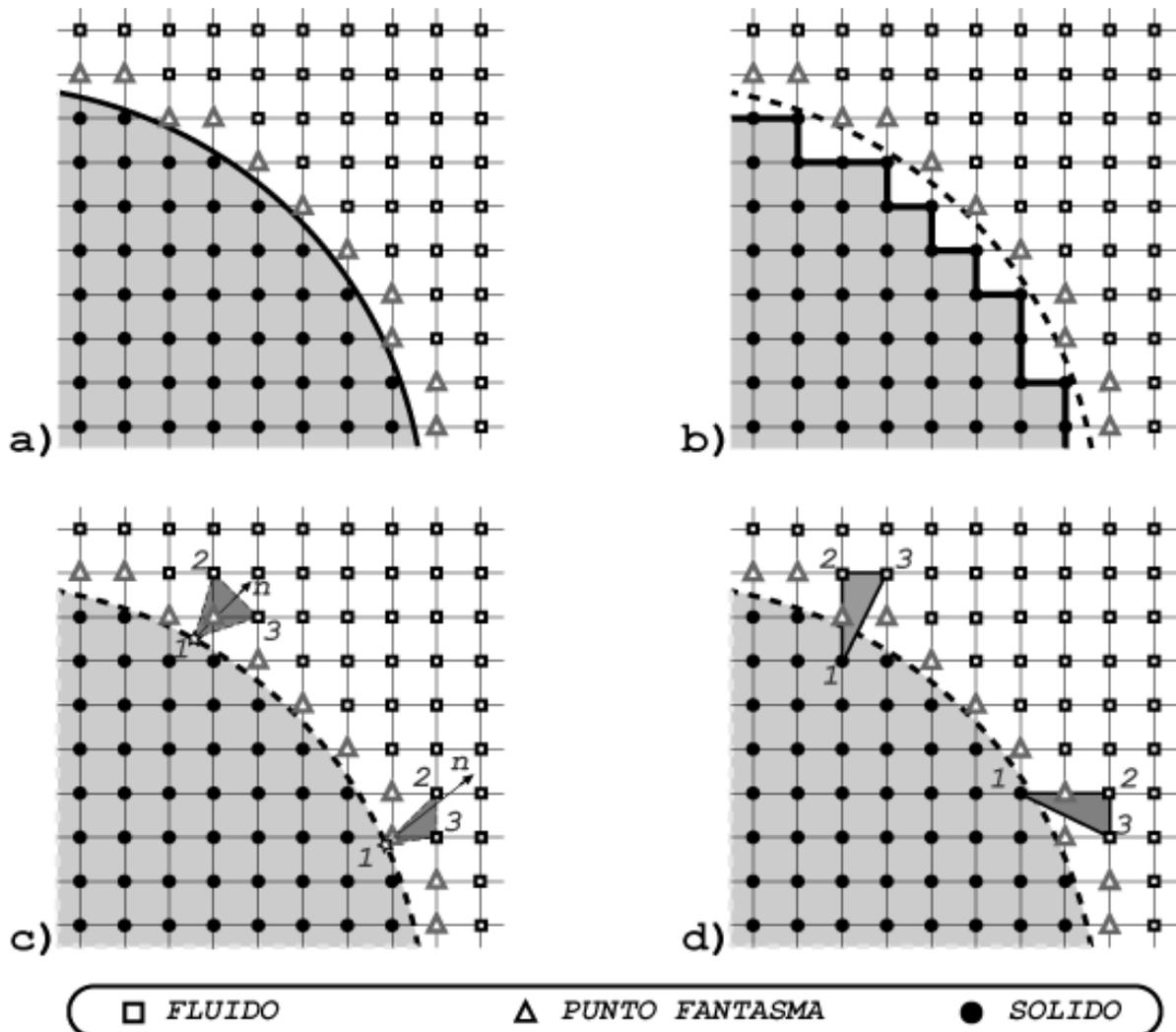


Figura 11.- Se muestran en la malla cartesiana bidimensional: a) representación teórica de la frontera inmersa; b) representación numérica de la frontera inmersa; c) diversos estenciles para velocidades; d) diversos estenciles para densidad .

En cada caso, los términos fuente incorporados deben ser calculados en los puntos sólidos de la malla junto -y no exactamente sobre- la interface. Las variables en cuestión son desconocidas y deben ser reconstruida usando información de la interface y los campos que rodean a dicha variable.

Para reconstruir los valores en los puntos fantasma se realiza la interpolación bidimensional por medio de un arreglo matricial propuesto por Yang & Balaras (2006). Cada variable queda en relación de tres coeficientes  $(b_1, b_2, b_3)$  y la posición en el plano  $(x, y)$  de cada punto fantasma.

$$\phi = b_1 + b_2 x + b_3 y \quad (3.10)$$

los coeficientes se obtienen,

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Donde  $(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1)$ ,  $(\mathbf{x}_2, \mathbf{y}_2)$  y  $(\mathbf{x}_3, \mathbf{y}_3)$  en la matriz  $\mathbf{A}$  de 3x3 son las coordenadas de los tres puntos en el estencil de interpolación; para el caso de cuerpos estacionarios, la inversión de la matriz  $\mathbf{A}$ , en cada punto fantasma está ejecutada desde el principio de la simulación y por ende guardado en la memoria. La extensión para procedimientos de interpolación en tres dimensiones es explícita (sólo se requiere sumar un término de la forma  $\mathbf{b}_4 \mathbf{z}$ , en la ecuación polinomial, para reflejar la dependencia de la solución cerca de la

interface en una dimensión espacial adicional). También se puede aumentar el orden de la reconstrucción usando el mismo proceso.

Si no se toman precauciones, estos métodos pueden generar inestabilidades numéricas en tiempos muy cercanos a la inicialización por los fuertes gradientes, principalmente de velocidad. A pesar de que para el presente trabajo no se tuvieron problemas, se observó que para números de Reynolds más altos, los cálculos llegan a divergir. La solución para prevenir estos problemas fue impedir que ciertas variables, principalmente la densidad, sobrepasara o disminuyera de un cierto valor en un corto tiempo  $-\tau$  de reacción- después de la inicialización y hasta que el flujo tomara su estado estacionario. Otra forma encontrada, sería imponer una inicialización más real a partir de la imposición de perfiles medios de estelas turbulentas. Sin embargo, este último método muchas veces no es posible por la dificultad de encontrar tales perfiles.

### **3.4.- CARACTERÍSTICAS DEL DOMINIO COMPUTACIONAL.**

Los cuerpos sólido que representan a los tubos del banco usado en este trabajo serán de geometría cilíndrica y tendrán una unidad de longitud característica en base a su diámetro "**D=21.7 [mm]**". Los tubos seccionados atraviesan el cubo de la malla cartesiana en su totalidad, a lo largo de los planos normales, como se observa en la figura 12.

Desde el origen de un dominio rectangular, el centro del tubo principal está localizado a  $1.037 D$ , diámetros de longitud, en  $x$ , la dirección longitudinal y de la misma forma sucede para la dirección transversal, en  $y$ . También, el dominio abarca un cuarto de los cuatro tubos adyacentes al tubo central. Éstos se localizan en los vértices de dicho rectángulo. Es decir, en la dirección  $z$  de la malla cartesiana, cada plano normal  $(x, y)$  ubica un círculo en el centro y un arco en cada orilla. Además, la sección de cada tubo posee  $2.2 D$  de longitud en la dirección normal.

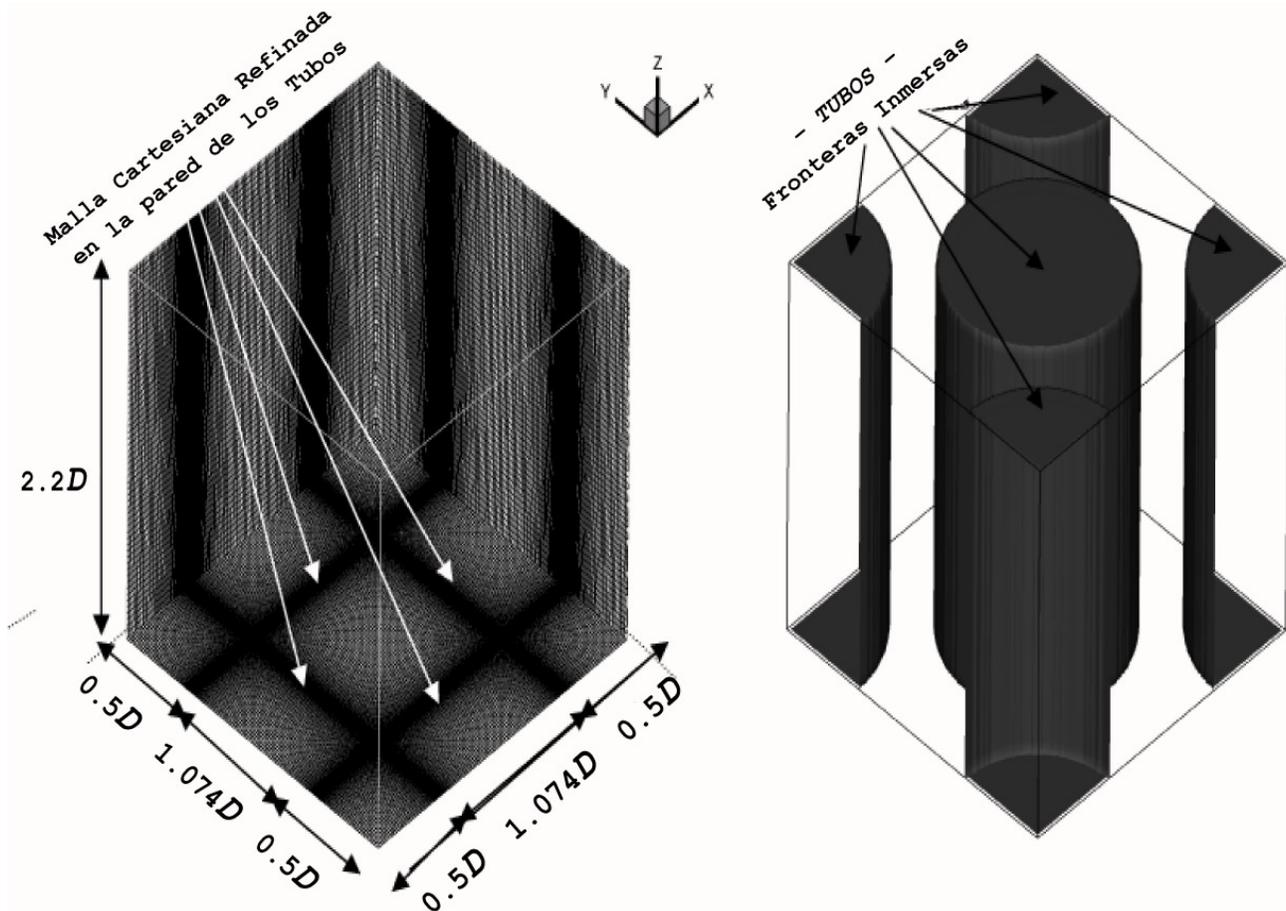


Figura 12.- Malla cartesiana del dominio computacional; a) Se muestra la célula o cubo del dominio con nodos en el fluido; b) Se verifican las distancias entre el centro de las zonas de la malla con refinamiento; también se muestra a las fronteras inmersas dentro del mismo dominio.

Los planos normales de la malla cartesiana, tanto en la dirección  $x$  como en la dirección  $y$ , se refinan con un perfil de tangente hiperbólica, generado por Salinas & Métais (2002) para la zona más importante de los esfuerzos cortantes, siendo ésta la región adyacente a la pared de cada tubo.

El dominio del cálculo es una zona similar a la estudiada experimentalmente por Simonin & Barcouda (1988). Las longitudes adimensionales son  $2.074 D \cdot 2.074 D \cdot 2.2 D$  en  $x$ ,  $y$  y  $z$ , respectivamente. La resolución utilizada es de  $173 \cdot 173 \cdot 60$  nodos en cada dirección ( $x$ ,  $y$  y  $z$ ), lo que hace un total de  $\approx 1.8$  millones de nodos de cálculo computacional.

Las características del servidor donde realizamos la simulación son: un servidor "Integrity HP4046" con doble procesador Itanium II. El tiempo utilizado por cada 10 unidades de tiempo adimensional fue de alrededor de 60 a 66 horas en un solo procesador.

## RESULTADOS DEL FLUJO

"...los sucesivos órdenes que iríamos obteniendo, siempre dejando atrás un caos ordenado, siempre avanzando hacia el interior de un caos por ordenar, ...la idea de un orden contenido en el caos y que puede ser descifrado en su interior..."

José Saramago  
*El hombre duplicado*

El flujo dentro de un banco de tubos es el resultado de la interacción de diversos fenómenos relacionados con la geometría por donde debe atravesar el fluido.

Primero analizamos las zonas de importancia para un flujo libre que golpea un cilindro. Para ello, realizamos una analogía del flujo laminar alrededor de una esfera.

En la fotografía de la figura 13 podemos observar, gracias a las líneas impresas por la trayectoria de "algunas partículas pintadas", un punto de estancamiento del flujo en donde las partículas golpean el objeto -en el punto 1-. El resto de las líneas de trayectoria se estrechan entre si y cada una adelgaza mientras comienzan a rodear el objeto -fenómeno que indica un aumento de la velocidad para mantener la conservación de materia-.

En seguida, en la misma figura 13, rodeando el objeto nos encontramos -en el punto 2- con que las líneas de trayectoria dibujan las zonas de desprendimiento de la capa límite. El flujo no puede seguir en contacto con el objeto por mantener su inercia, compensado

en la superficie del objeto por una disminución en la presión. Mientras tanto, las líneas de trayectoria vecinas intentan recuperar su velocidad como también su espesor inicial.



Figura 13.- Visualización de líneas de trayectoria en aire alrededor de una esfera en flujo laminar. Foto tomada del Laboratorio de Termo fluidos, FI UNAM, a cargo del Dr. Francisco Solorio.

En la zona posterior del objeto -en 3-, existe el punto con la menor presión y genera succión, del flujo de aguas abajo hacia el cuerpo, resultando en los vórtices que se observan en la figura 13.

En el caso de un objeto con eje de simetría en la dirección longitudinal del flujo, se presentan efectos geoméricamente iguales mientras se trata de un flujo laminar, pero cuando un flujo excede el valor adimensional del número de Reynolds crítico, la inestabilidad

se hace presente y nos hará variar algunos grados, relativos al eje de simetría, la zona del desprendimiento de la capa límite. Ésta variación mueve los vórtices, formados al desprenderse cada capa límite, alternadamente dentro de la estela, sobre la superficie del objeto y hacia el eje de simetría antes mencionado. Por tanto, el perfil de velocidad generado por la estela no será simétrico.

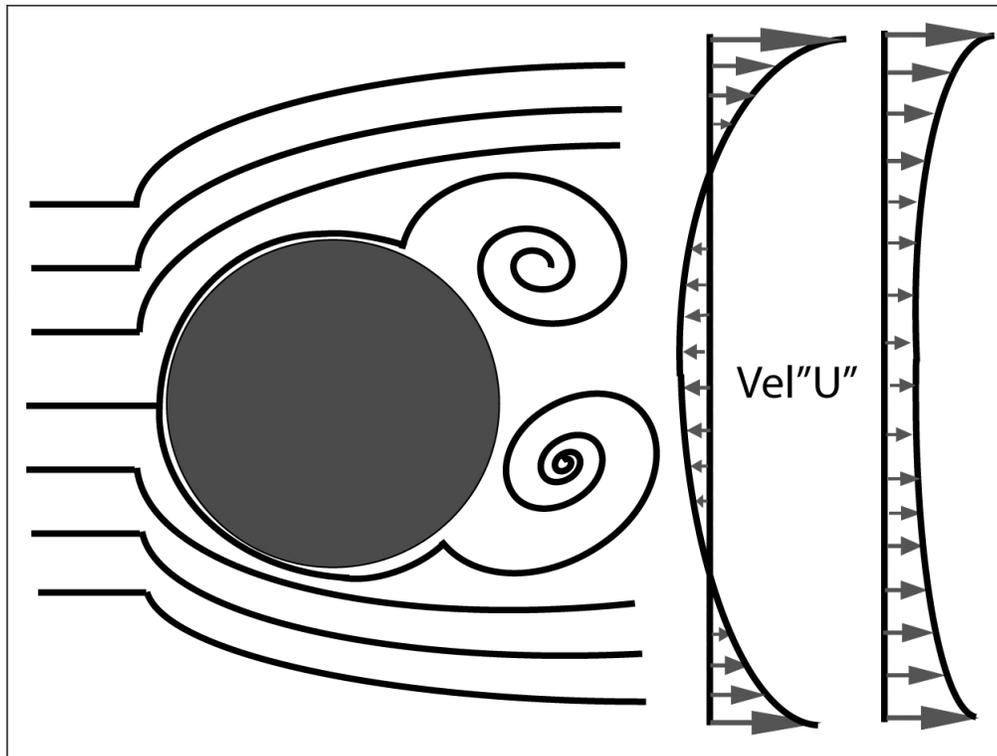


Figura 14.- Esquema del flujo alrededor del cilindro, seguido del perfil de velocidad propio del flujo libre "estela".

El perfil de velocidad que se observa aguas abajo del obstáculo es el del flujo libre denominado estela. Este perfil, figura 14, se caracteriza porque en el centro del mismo existe una disminución de velocidad y cercano al objeto llegan a observarse velocidades negativas debido a la dirección del flujo donde se presentan los vórtices. El perfil tiende a atenuarse a considerable distancia aguas abajo del objeto que interactuó con el flujo, recuperando la forma de un perfil de velocidad uniforme.

Cuando el objeto no es esférico, sino un cilindro "infinito a lo largo", es de resaltar la anisotropía de la estela, figura 15.

El fenómeno es similar a la esfera, sólo que aquí el flujo no choca en un punto, mas bien se presenta una línea de estancamiento. De ahí en fuera el fenómeno se mantiene, hasta que observamos la zona de recirculación. Esta zona ha perdido su coherencia, ahora existe una línea preferencial para la mínima presión. Como consecuencia existen fluctuaciones de velocidad en la dirección transversal mayores que a lo largo del cilindro, esto nos genera vórtices menos definidos y más irregulares.

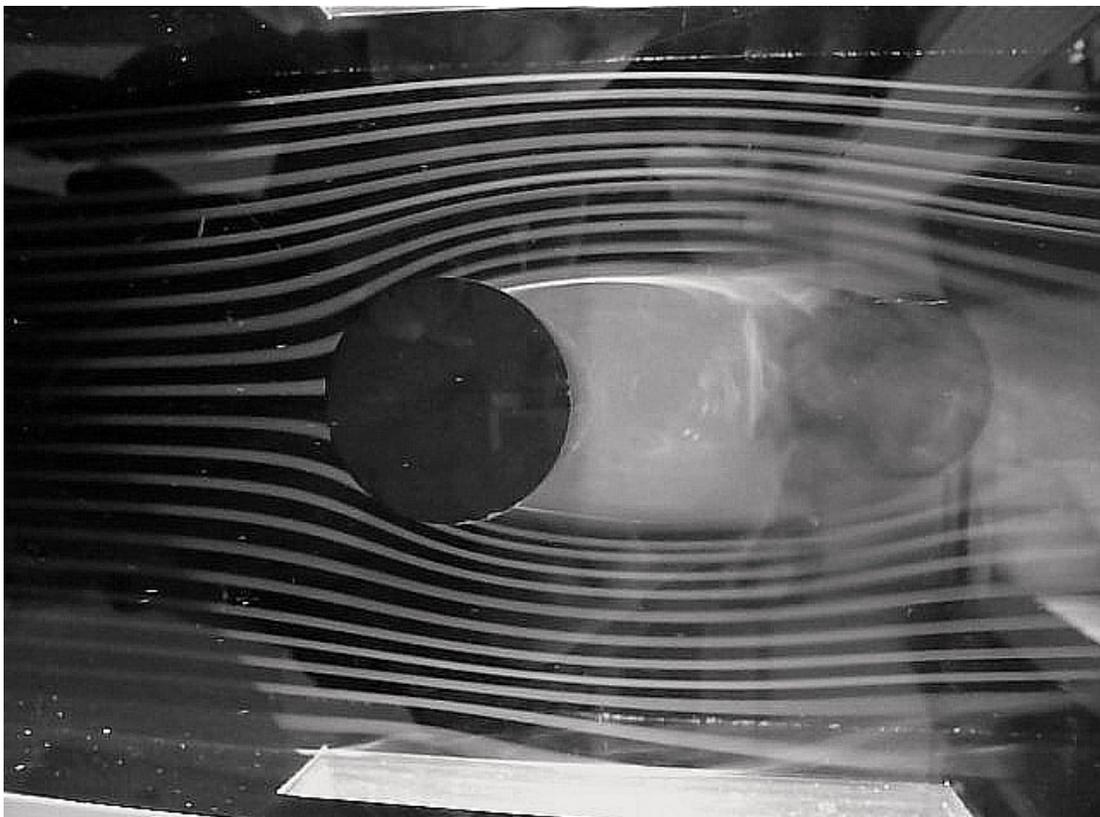


Figura 15.- Visualización de líneas de trayectoria en aire alrededor de un cilindro en flujo laminar. Foto tomada del Laboratorio de Termo fluidos, FI UNAM, a cargo del Dr. Francisco Solorio.

En tanto que las líneas de trayectoria aledañas al cilindro nos muestran como se reduce su grosor cuando se estrechan entre ellas y

para compensar la conservación de materia se acelera el flujo, para que aguas abajo de la zona de recirculación se estabilice el perfil de velocidad.

Existen fenómenos de convergencia y divergencia cuando el flujo pasa entre dos de los tubos del banco. La analogía que presentamos en la figura 16 son las líneas de trayectoria en dos difusores, uno convergente y el otro divergente.

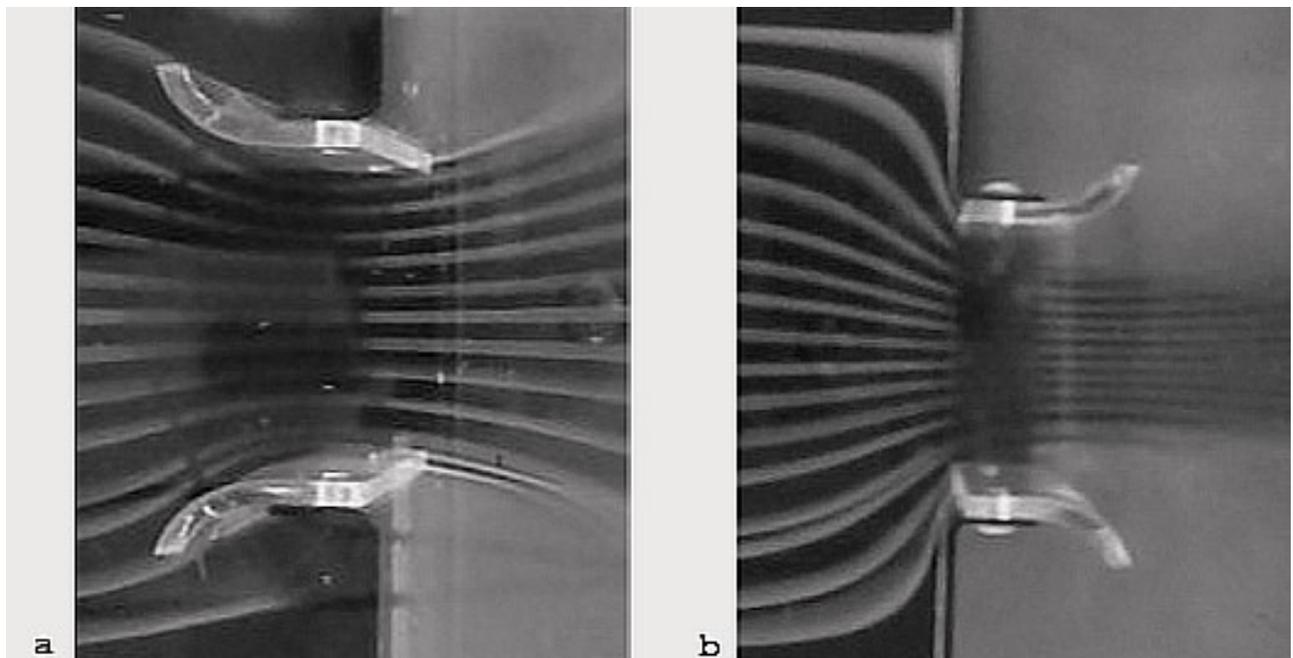


Figura 16.- Visualización de líneas de trayectoria en aire que atraviesan un difusor: a) Difusor Convergente; b) Difusor Divergente. Fotos tomadas del Laboratorio de Termodinámica, FI UNAM, a cargo del Dr. Francisco Solorio.

Para el difusor convergente, la zona de importancia es aguas arriba y hasta la salida del difusor. Podemos observar que, las líneas de trayectoria se pegan bien a las paredes como en la primera mitad del cilindro. El fenómeno de estrechamiento, entre las líneas, es más pronunciado que el analizado en el "cilindro infinito", ya que el fenómeno se repite para cada "cilindro" superior e inferior -en este caso las paredes del difusor-.

Ahora en el difusor divergente, la zona de interés está delimitada desde la entrada del flujo al difusor y hacia aguas debajo de éste. Al igual que en el "cilindro infinito", en las paredes se genera el desprendimiento de la capa límite y las líneas de trayectoria continúan su curso en dirección longitudinal, mientras que un flujo de aguas abajo regresa para ser contenido en las zonas donde hay baja presión, que figuran en las paredes de los "cilindros" -analogía del difusor-.

A una menor área transversal del flujo, mayor será la velocidad del mismo para mantener en la salida el gasto másico de entrada.

Esos fenómenos se presentan a todo lo ancho de la entrada del flujo al banco de tubos, sin embargo, las siguientes hileras de tubos se encuentran escalonadas. El escalonamiento de los tubos nos resulta en un flujo muy tortuoso, ya que cada ráfaga acelerada del flujo -estilo difusor divergente- topará con un cilindro que la frena, mientras que para la estela de cada cilindro el flujo encuentra una salida -estilo difusor convergente- y se acelera en ráfagas y así sucesivamente, figura 17.

En un arreglo del banco de tubos escalonados, atravesado por un flujo turbulento, se busca que las partículas del fluido tengan la mayor interacción con la superficie del sólido inmerso. Así se consigue una minimización de la entropía del sistema, dando el mejor intercambio energético entre los tubos y el flujo a su alrededor, Bejan (1995). En este intrincado diseño existen complicaciones en las

mediciones empíricas muy cercanas a la pared, son generalmente difíciles de realizar y muchas veces inconsistentes.

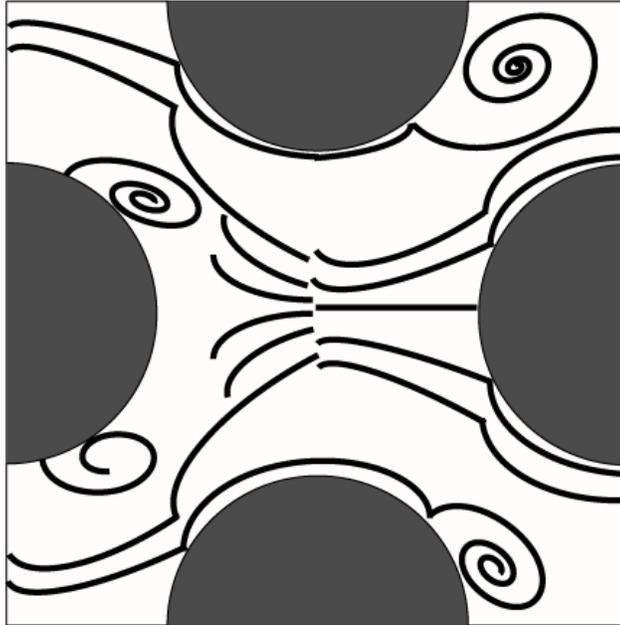


Figura 17.- Esquema de la combinación de los fenómenos del flujo.

Además, el fenómeno es transitorio a lo largo de las primeras cuatro hileras de tubos desde la entrada del flujo al banco, lo que hace aun más complicado el análisis. Pasando esa distancia, el flujo se comporta en régimen completamente desarrollado y resulta homogéneo para cualquier celda de simetría lejana a las fronteras del banco de tubos.

#### 4.1.- PARÁMETROS INSTANTÁNEOS.

Para obtener un análisis a detalle de la turbulencia que está presente en cualquier celda de simetría, resolvimos utilizar el código numérico, de la simulación de grandes escalas -LES- dentro de una malla cartesiana. Así modelamos un cubo que representa la celda de simetría dentro del banco de tubos. Este último funcionaría

hipotéticamente como intercambiador de calor, explicado a detalle en los capítulos anteriores.

Los datos obtenidos por la simulación de grandes escalas -LES- representan el comportamiento termodinámico y temporal del fluido que atraviesa el dominio computacional, por lo que, los resultados que entrega cada uno de los 1.8 millones de nodos, son los cálculos de las variables instantáneas. Éstas son las tres velocidades ( $u, v, w$ ), la temperatura ( $T$ ) y la presión ( $P$ ) en aproximadamente cada  $5 \times 10^{-4}$  [D/U] instantes del tiempo adimensional.

Debido a la naturaleza compresible del model se espera que, al interactuar éste con los sólidos inmersos, existan fenómenos de reflexión de ondas de información debidas a los nodos bloqueados. Sin embargo, las ondas de presión son amortiguadas hacia adentro de los cuerpos, según su geometría, buscando que ellas reaccionen de modo apropiado con los objetos sólidos presentes en su trayectoria.

En la figura 18 observamos la interacción de las ondas de presión del flujo sobre los cilindros. En rojo las zonas, en la celda de análisis, con mayor presión cuando el flujo golpea los tubos; así como la absorción de las ondas de presión dentro de los tubos hacia el azul -menor presión- hasta encontrar en el centro de cada tubo la presión de referencia. Las zonas de más baja presión en azul marino están ligadas a zonas de alta velocidad del flujo, muy cerca de la superficie del cilindro y pasando los  $45^\circ$  en su perímetro desde que fue golpeado por el flujo.

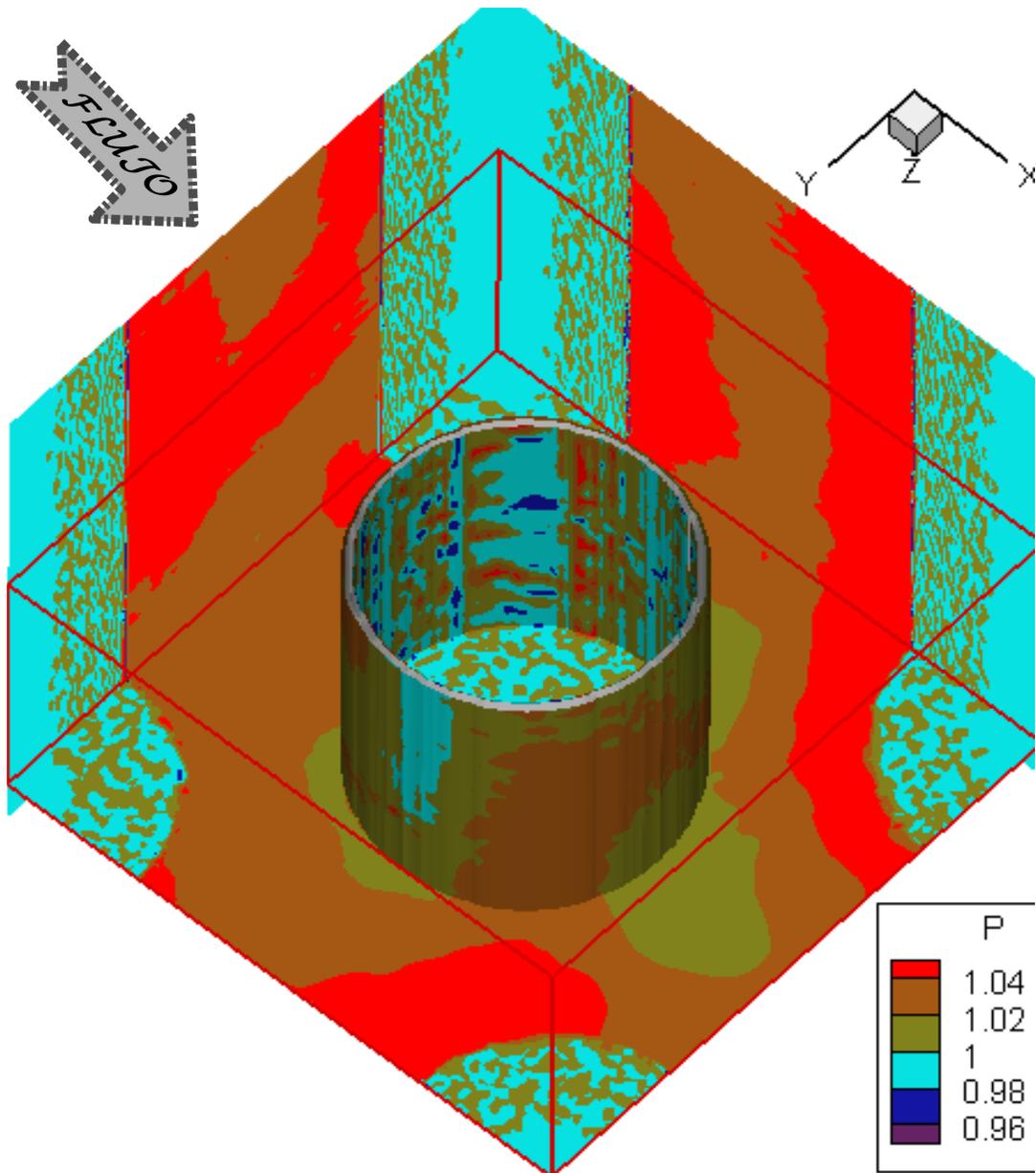


Figura 18.- Celda del estudio numérico, visualización de contornos de la presión instantáneos y un corte del tubo.

Una forma de visualizar las zonas de baja presión dentro del flujo es con isosuperficies de los valores negativos a la velocidad longitudinal instantánea, figura 19. La baja presión en las zonas de velocidad longitudinal instantánea negativa del flujo dentro de la celda de análisis reacciona correctamente, al presentar los fenómenos esperados de un flujo que atraviesa al menos la quinta hilera del banco de tubos.

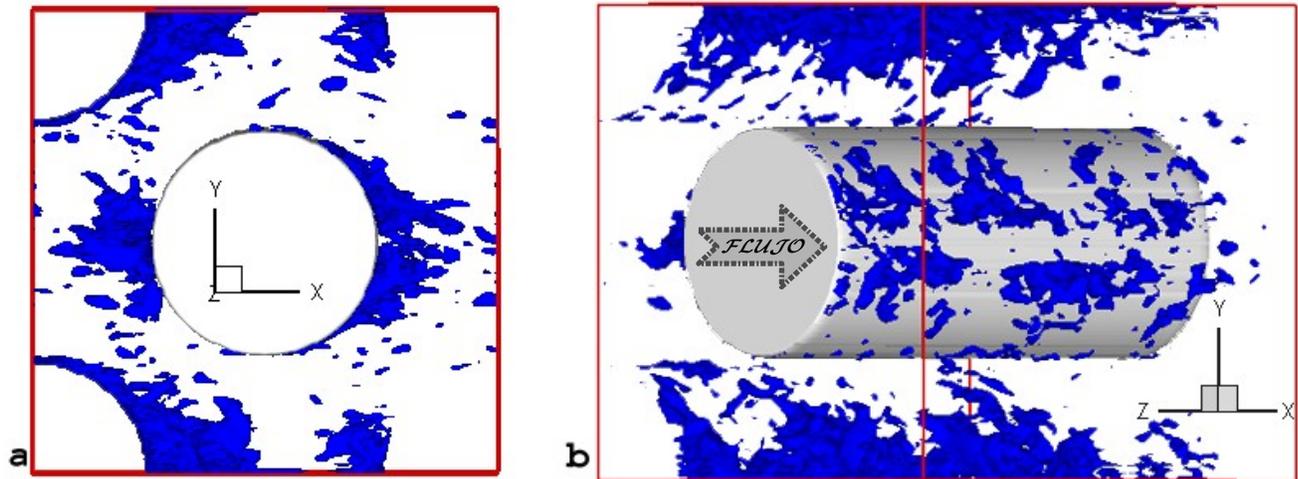


Figura 19.- Visualización en iso-superficie del valor negativo de velocidad longitudinal instantánea ( $U = -0.7$ )

Observamos en la figura 19 que el flujo choca con los cuerpo inmerso en líneas de estancamiento irregular que se demuestra con la recirculación del flujo. El flujo alrededor del banco de tubos consiste en la interacción de dos fenómenos esenciales: las capas límite, formadas sobre las paredes de los tubos desde que choca el flujo con el cuerpo y hasta que se desprende de esta superficie gracias a la caída de presión con recirculación en la zona posterior de cada tubo; el segundo fenómeno esencial es el de las estelas que se forman detrás de ellos generando buena parte de la mezcla de las bandas del flujo.

Las capas límite tienden a separarse de los cuerpos formando vórtices que generan zonas de baja presión en sus centros. Este fenómeno se presenta de forma muy irregular debido a la naturaleza turbulenta del flujo aguas arriba, lo que genera estelas no uniformes detrás de esos cuerpos, resultando en poca sincronización y choque de vórtices o vórtices que se aparean, parten y envuelven. Cualquier

isosuperficie alejada de los cuerpos sólidos representa un acoplamiento de vórtices que logra sumar velocidad negativa dentro de la corriente libre y se asocia explícitamente a la alta turbulencia.

La figura 20 nos muestra el campo de velocidad longitudinal instantánea "U". El flujo tiene esta dirección preferencial (la longitudinal) dada la velocidad de entrada en el banco de tubos, mientras en su recorrido rodea a los tubos -nodos bloqueados- los fenómenos antes mencionados le dan forma a la turbulencia y ésta a su vez se demuestra en una alta variación de la velocidad principalmente en esta dirección.

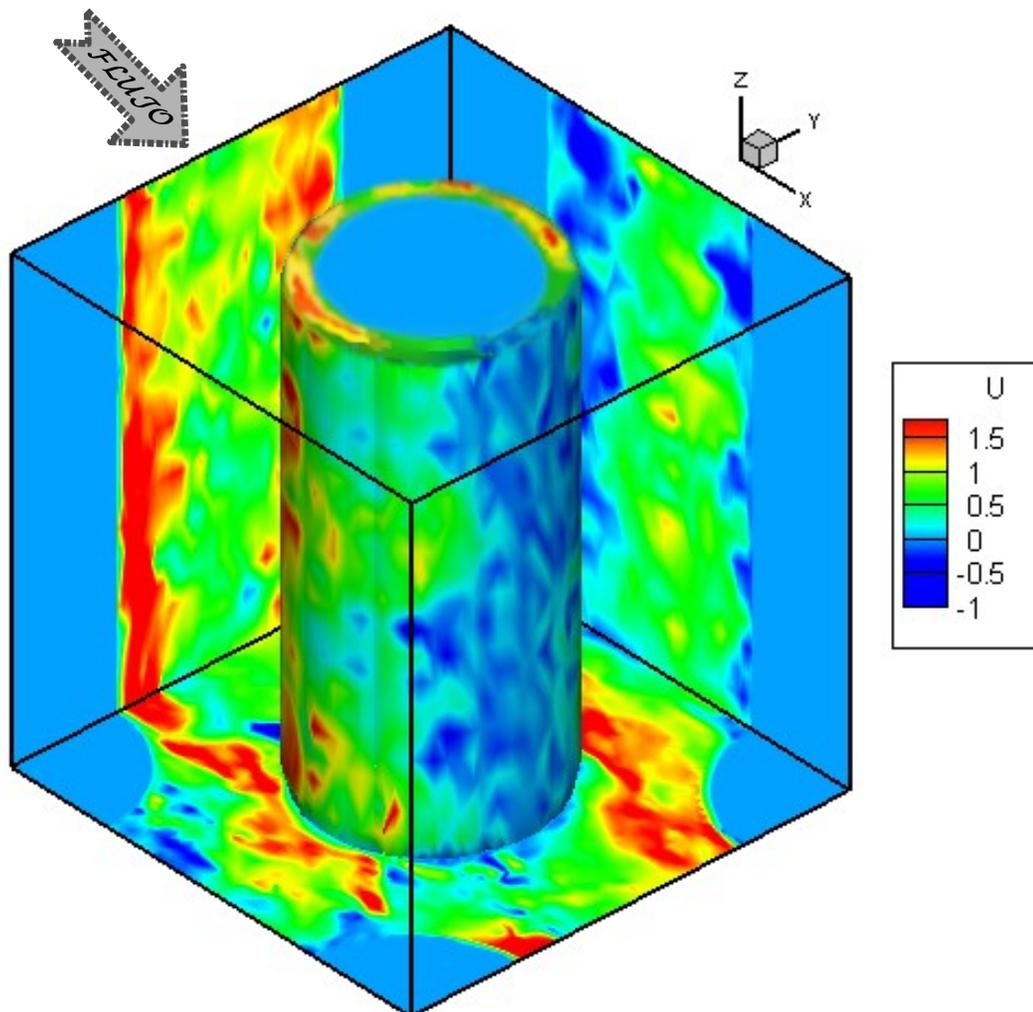


Figura 20.- Celda de estudio numérico. Visualización del Campo de velocidad longitudinal instantáneo "U", en el dominio y alrededor del tubo central (a 0.1 de Diámetro)

En esta figura 20 se encuentra coloreada la componente longitudinal de la velocidad, De color azul observamos las velocidades negativas ( $u/u_0 < 0$ ) presentes en el fenómeno, discutida anteriormente con las isosuperficies de la figura anterior. Ya sean detrás del cuerpo debido a la estela, como por delante de los tubos con el choque del flujo y su pequeña recirculación, dada la irregularidad del mismo como consecuencia de la estela de aguas arriba (del tubo de enfrente) acrecentando o al menos manteniendo la turbulencia del flujo.

En la la figura 20 la corriente con mayor velocidad -en rojo- representan ráfagas en distintos planos en las zonas laterales de los tubos, para luego continuar en la corriente libre al desprenderse de las capas límite. La aparición de las ráfagas de velocidad máxima son alternadas entre un lado del tubo y el otro. Esto es debido al aleteo aleatorio de los vórtices desprendidos desde las capas límite de cada tubo. En ciertos instantes se presenta primero el desprendimiento de la capa límite posterior del tubo y en otros instantes el fenómeno da preferencia a la capa límite en el otro extremo del mismo tubo.

A partir de estos contornos (figura 20) se puede apreciar la zona de desprendimiento de la capa límite y la formación de la estela detrás del cuerpo. El ángulo entre el punto de estancamiento y el comienzo del desprendimiento es aproximada a  $\theta=140^\circ$  debido a que la posición de la separación puede moverse en respuesta a los gradientes de presión impuestos por las características del flujo inestable en

la estela. Al desprenderse la capa límite del tubo forma la estela, con las características inestables por el confinamiento y la interacción de ésta con los otros tubos.

Posiblemente el parámetro más interesante que podemos obtener con la simulación de grandes escalas es la identificación topológica de las estructuras turbulentas del flujo. Estas estructuras son bastante irregulares y poco estables durante el desarrollo temporal del flujo, es decir, son cambiantes para cada zona del dominio e interaccionan entre ellas a cada instante.

Una forma práctica de identificar estructuras turbulentas es la utilización en iso-superficies del "criterio  $Q$ ", probado por Dubief & Delcayre (2000) -segundo invariante del gradiente de velocidades-  $Q = (\Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij})^{1/2}$ ,  $\Omega_{ij}$  parte antisimétrica y  $S_{ij}$  parte simétrica del tensor de velocidad. A partir de los valores positivos, se desprecia el efecto de los términos cortantes del tensor y se observa la topología de las estructuras de la turbulencia.

En la figura 21, se observan estructuras turbulentas alargadas y gruesas en la dirección transversal  $y$ , así como en la dirección longitudinal  $x$ . Las primeras estructuras se encuentran dentro de la estela y son relacionadas con las características de flujos cortantes libres, mientras que las segundas se presentan en el límite de la estela cuando el flujo de la capa límite en el cilindro más cercano está más acelerado (en rojo). Esas mismas estructuras son de menor

intensidad -más pequeñas- cuando la velocidad del flujo, en la capa límite, es intermedia (en amarillo) y por tanto existe turbulencia con mayor isotropía.

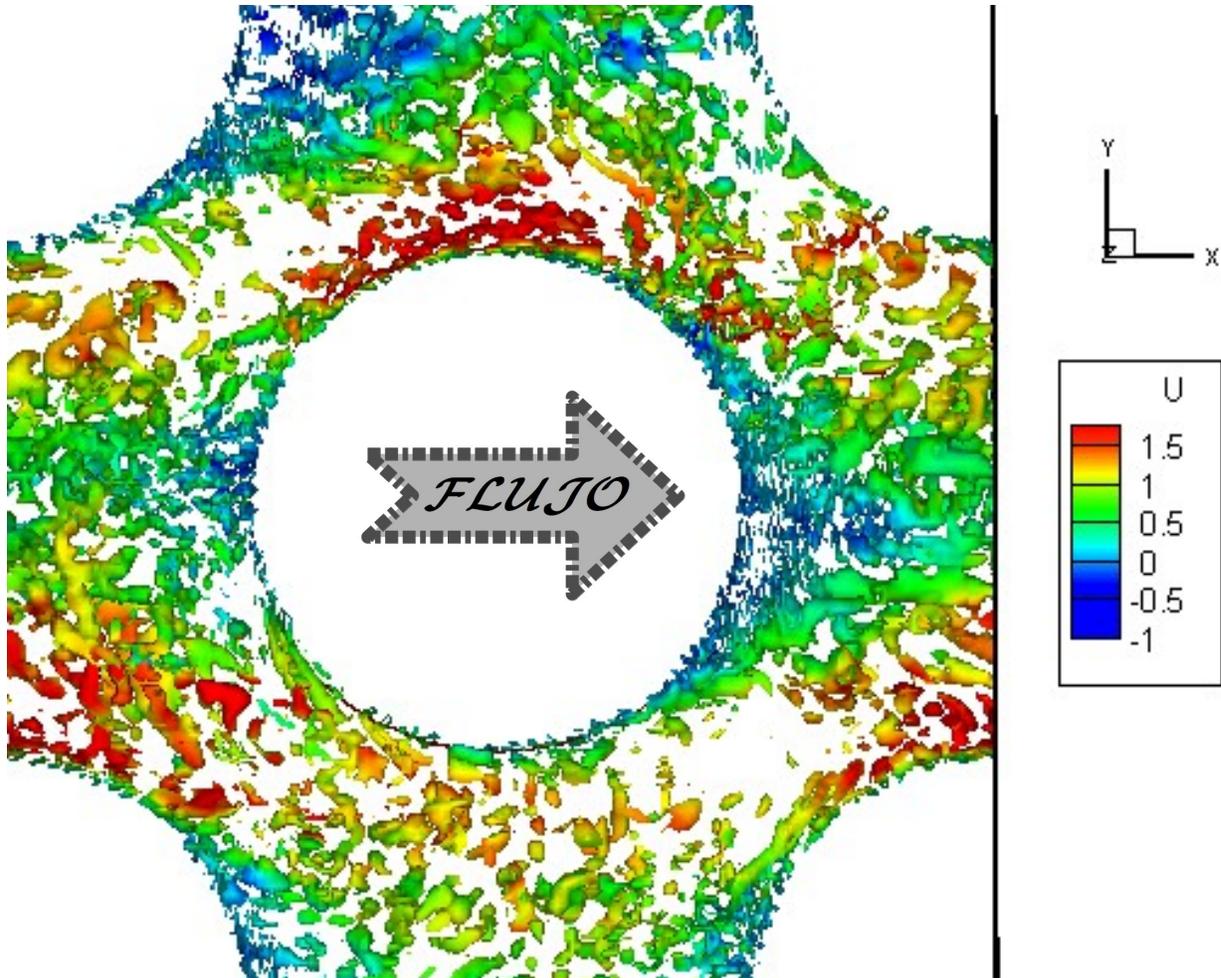


Figura 21.- Visualización del valor positivo (500) del criterio "Q", pintado con valores de la velocidad longitudinal "U"

Observamos también estructuras alargadas en forma diagonal, junto a cada cilindro, en concordancia con lo que se sabe de la turbulencia de pared. Sin embargo, estas estructuras sólo se presentan en algunas zonas de la longitud total del tubo, como lo apreciamos de color amarillo y verde en la figura 22. Las estructuras de pared más representativas de este fenómeno se encuentran a los  $45^\circ$  del perímetro del cilindro contando de donde el flujo choca con él - la línea de estancamiento-.

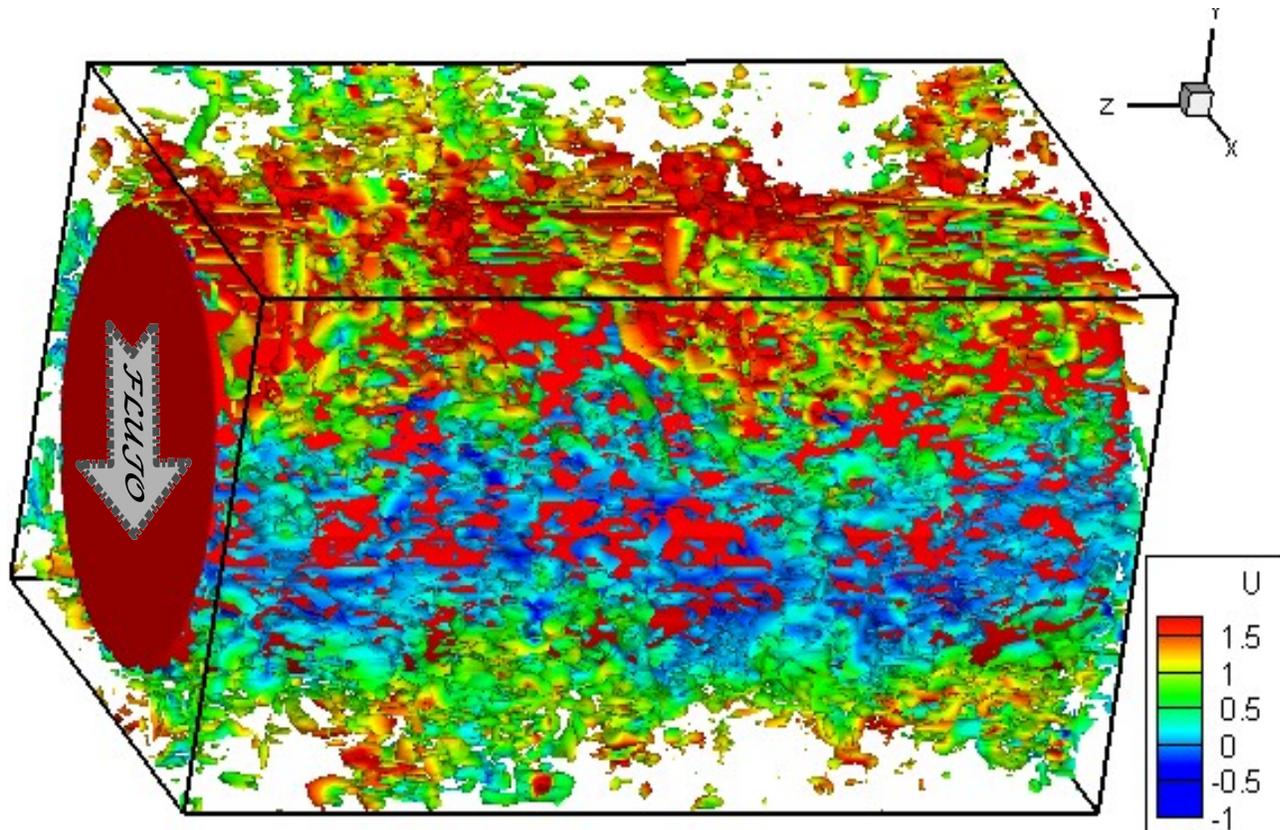


Figura 22.- Visualización, en la sección central del dominio, del valor positivo (500) del criterio "Q", pintado con valores de la velocidad longitudinal "U". (el flujo golpea al tubo en la parte superior del diagrama)

En la zona de estancamiento ( $0^\circ$ ), con baja velocidad por provenir de la estela aguas arriba, las estructuras que abundan son vórtices longitudinales y tienen como orientación la dirección normal  $z$ , perpendiculares al flujo, en acuerdo con la dirección de las fluctuaciones de mayor intensidad en esta zona (como lo muestra el siguiente acápite). De ellas se desprenden en diferente altura, como ruta de escape del flujo, las estructuras de pared antes mencionadas.

Las estructuras de pared se rompen en su mayoría al alcanzar los  $90^\circ$ , probablemente por la influencia de los vórtices generados en la estela del cilindro contiguo. Como se observó en la figura 21.

La capa límite desprendida y su interacción con la estela vecina

genera las estructuras en forma de X a los  $135^\circ$  del perímetro del tubo visualizado en la figura 23. Proviene del apareo de vórtices, revelando de esta manera una reconexión de las capas cortantes. La baja presión, en la parte posterior del cilindro, absorbe al flujo circundante y rompe con las estructuras en forma de X. Aquí se presentan las estructuras de menor escala y con baja velocidad, resultando en alta eficiencia de mezclado además de generarse la siguiente estela dada la separación del flujo inducida por reflujos.

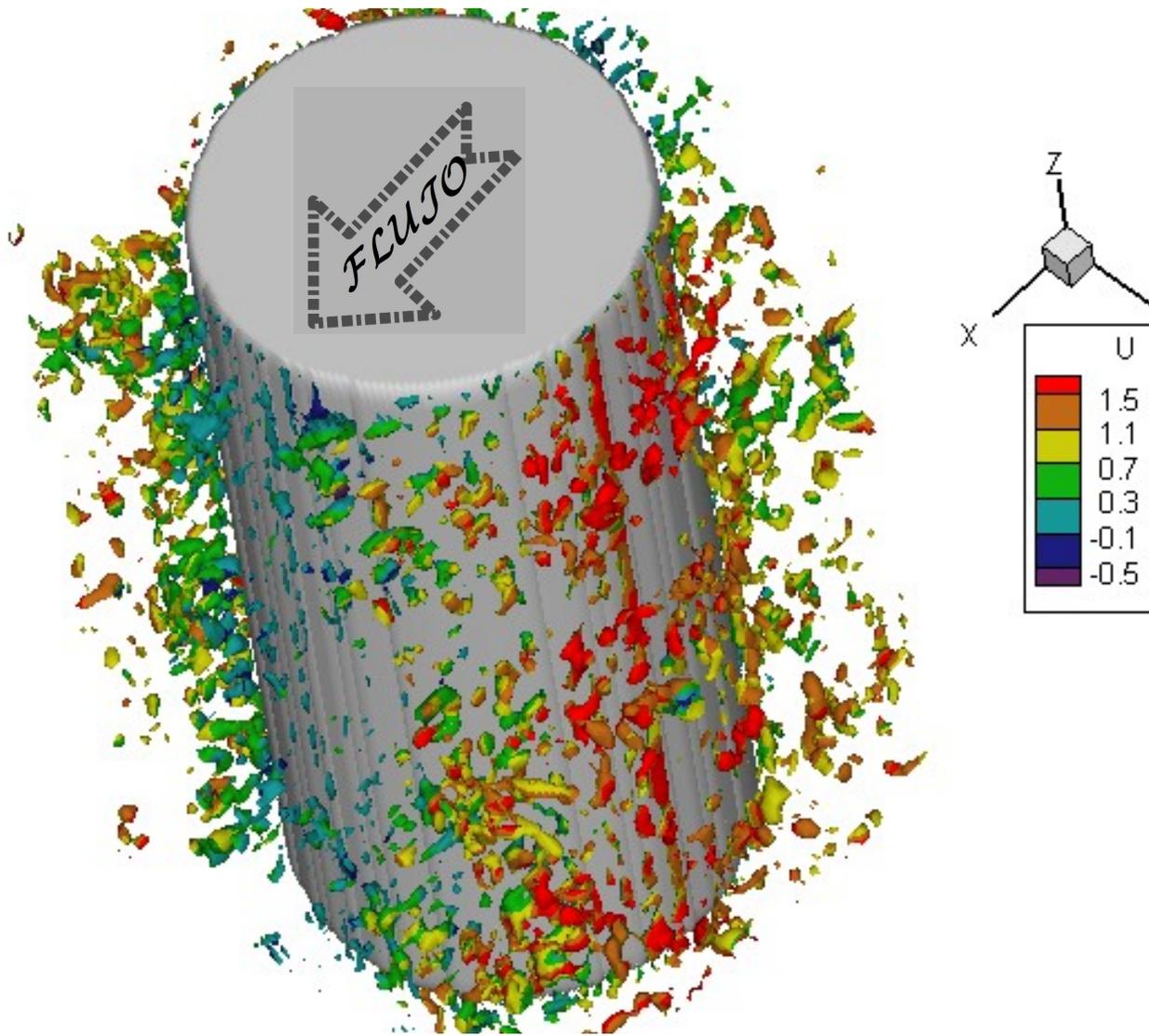


Figura 23.- Visualización, en la sección central del dominio, del valor positivo (1000) del criterio "Q", pintado con valores de la velocidad longitudinal "U". (el flujo golpea al tubo en la parte posterior del diagrama)

#### 4.2.- PARÁMETROS EN PROMEDIO

Para un buen análisis y comprensión del fenómeno debemos de recurrir al promedio de las variables en la simulación, aun y cuando los fenómenos instantáneos sean menospreciados. El promedio se realiza en cada una de las variables, primero entre los tiempos simulados y después con los planos similares en todo lo largo de los tubos. La forma en que validamos el comportamiento de la dinámica computacional del fluido (CFD), dada la semejanza que alcanza con la simulación RANS, es principalmente con la velocidad del flujo y las variaciones de las respectivas componentes.

Los vectores, de la figura 24, representan el promedio de la velocidad total del flujo, es decir, la suma de las tres componentes direccionales de la velocidad ( $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{W}$ ). Además, las flechas que representan a los vectores están delimitadas con líneas de contorno que a su vez, encierran un color específico del rango de velocidad que representan. El color azul claro contiene desde el fluido estático, hasta 0.5 de la velocidad de entrada al dominio  $U_0$ . En el verde se sitúan los valores que siguen hasta el valor de  $U_0$ . En amarillo observamos un incremento de velocidad hasta alcanzar un máximo de 1.5 sobre  $U_0$ . Mientras en rojo vemos las zonas que llegan a exceder esos valores en la velocidad. Por consiguiente en blanco representamos los tubos vistos desde arriba del dominio como un simple círculo y en su caso un cuarto de círculo.

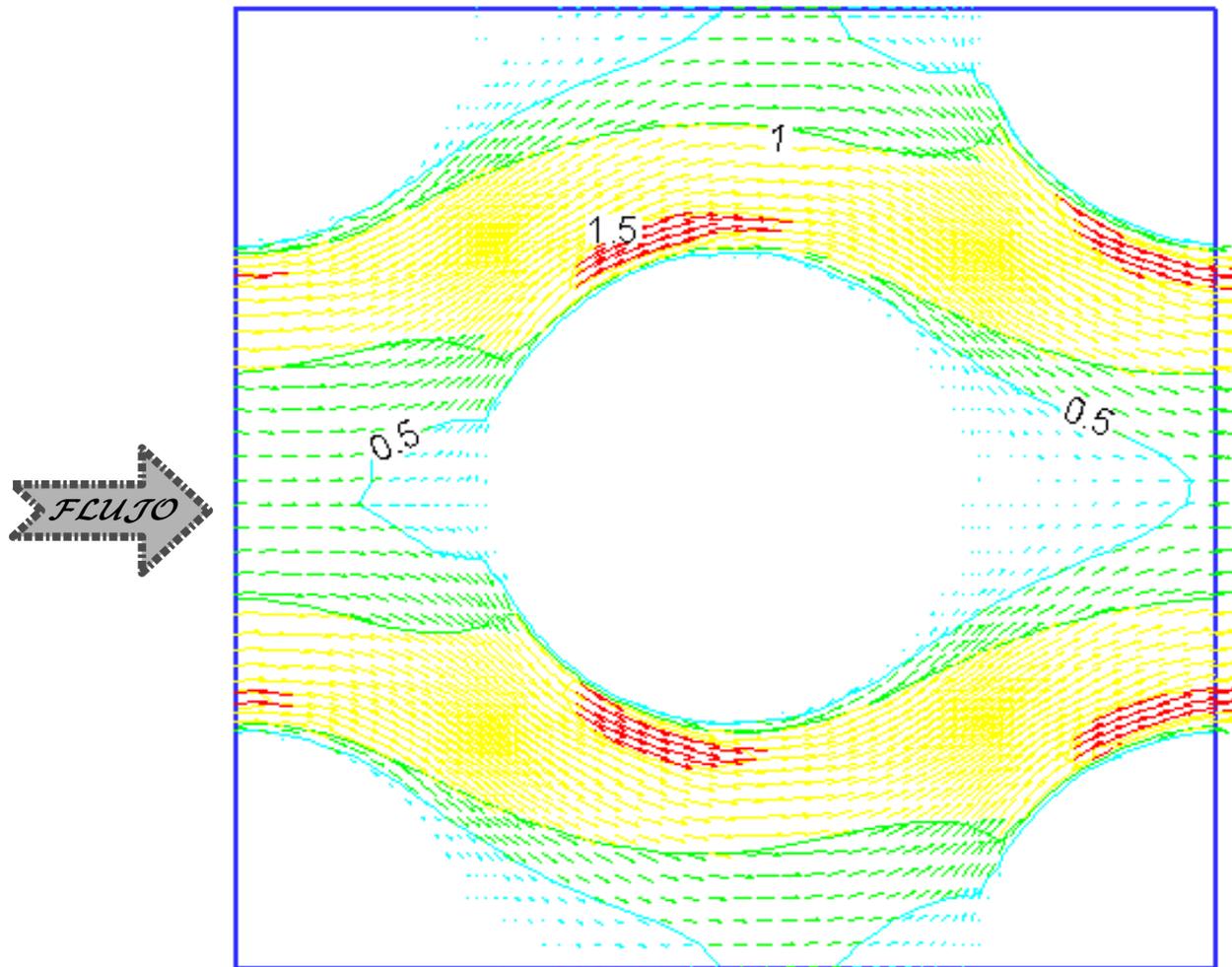


Figura 24.- Visualización de Vectores de velocidad promedio, en uno de cada tres nodos del dominio promediado.

Los vectores más pequeños en la figura 24, de color azul claro, se encuentran rodeando cada cilindro y decrecen hasta convertirse en un punto sobre la superficie de cada cilindro, en acuerdo con la condición de no deslizamiento. También vemos en este color la zona de estancamiento, cuando el flujo enfrenta cada cilindro, con un espacio de menor velocidad en el eje central del flujo en dirección a cada cilindro, congruente con lo esperado por el promedio realizado. Además en la zona posterior del cilindro según la dirección del flujo, se entiende que el valor promedio de la velocidad es mínimo, esto acota la zona de recirculación del fluido. No obstante, el flujo

mantiene su tendencia al continuar aguas abajo. Con el color verde vemos las zonas que mantienen la dirección preferencial y aproximadamente la velocidad media del flujo —coherencia del flujo—, mientras que en amarillo se muestran zonas opacas donde convergen las resultantes de los vectores, dando la idea de un generador de vórtices, justo aguas arriba de cada zona donde se alcanza la aceleración máxima del flujo. Es claro que la visualización concuerda con el flujo experimental.

El comportamiento promedio de la raíz cuadrada del valor cuadrático medio de cada uno de los componentes de la velocidad es indicativo de una simulación exitosa. Estos parámetros representan, en promedio, la fluctuación de la velocidad alrededor de su valor medio en cada una de las tres direcciones principales. Los valores obtenidos se pueden comparar con los experimentales o con los obtenidos por RANS.

Las visualizaciones de fluctuaciones promedio de cada componente de velocidad ( $u'$ ,  $v'$ ,  $w'$ ) presentan sus valores en colores, de menor (0 de  $U_0$ ) a mayor (0.6 de  $U_0$ ) desde el rojo hasta el morado respectivamente.

En rojo observamos los tubos (en las figuras que representan las medias de los esfuerzos normales, en este acápite) donde no existe flujo y por tanto, tampoco fluctuación de su velocidad. Las fluctuaciones empiezan a incrementarse desde la superficie de cada cilindro y hacia la corriente libre. La componente de velocidad más

importante es la longitudinal, por lo que el análisis de sus fluctuaciones es esencial en este estudio.

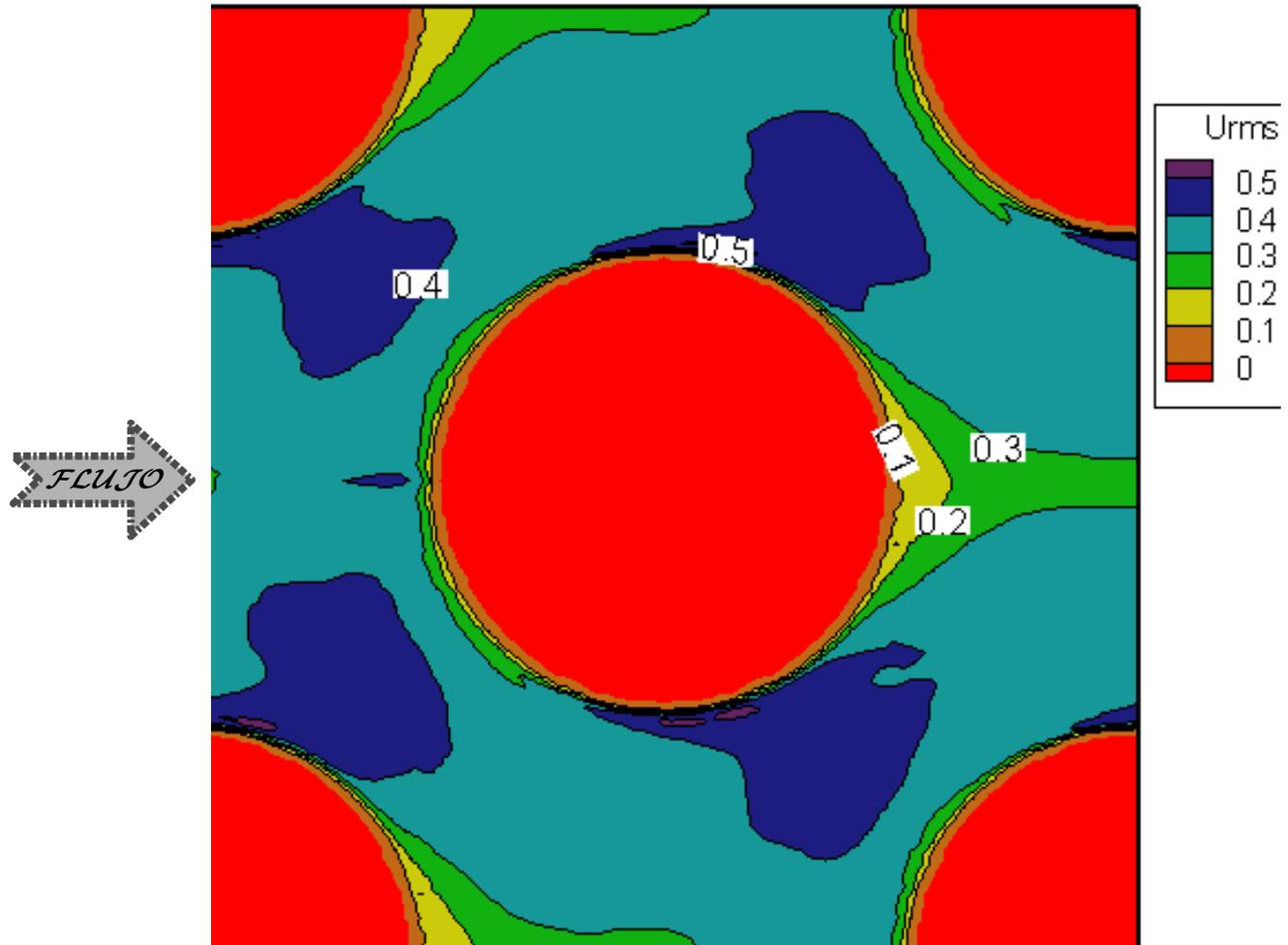


Figura 25.- Visualización del Campo promedio de fluctuación de la velocidad longitudinal  $u'$ .

Las fluctuaciones de la velocidad " $U$ ", observadas en la figura 25, aumentan de forma paulatina en el eje central de cada estela, detrás de cada tubo. Sin embargo, existe un cambio brusco hasta alcanzar el color azul, con fluctuación promedio de 0.5 sobre la velocidad de entrada, encontramos que el cambio más brusco se presenta desde las paredes laterales del cilindro hasta alcanzar la capa límite separada y mantiene la alta variación de la velocidad, con forma de hongo, en las zonas que se presumen como generadores de vórtices. No menos interesante y con un valor mayor de fluctuación

(0.6) encontramos zonas donde se presume la separación de las capas límite entre la superficie del sólido y el flujo. Además con el mismo color nos encontramos, con fluctuaciones altas, una pequeña zona en el eje central del flujo hacia el cilindro, que nos representa la variación en la zona de estancamiento.

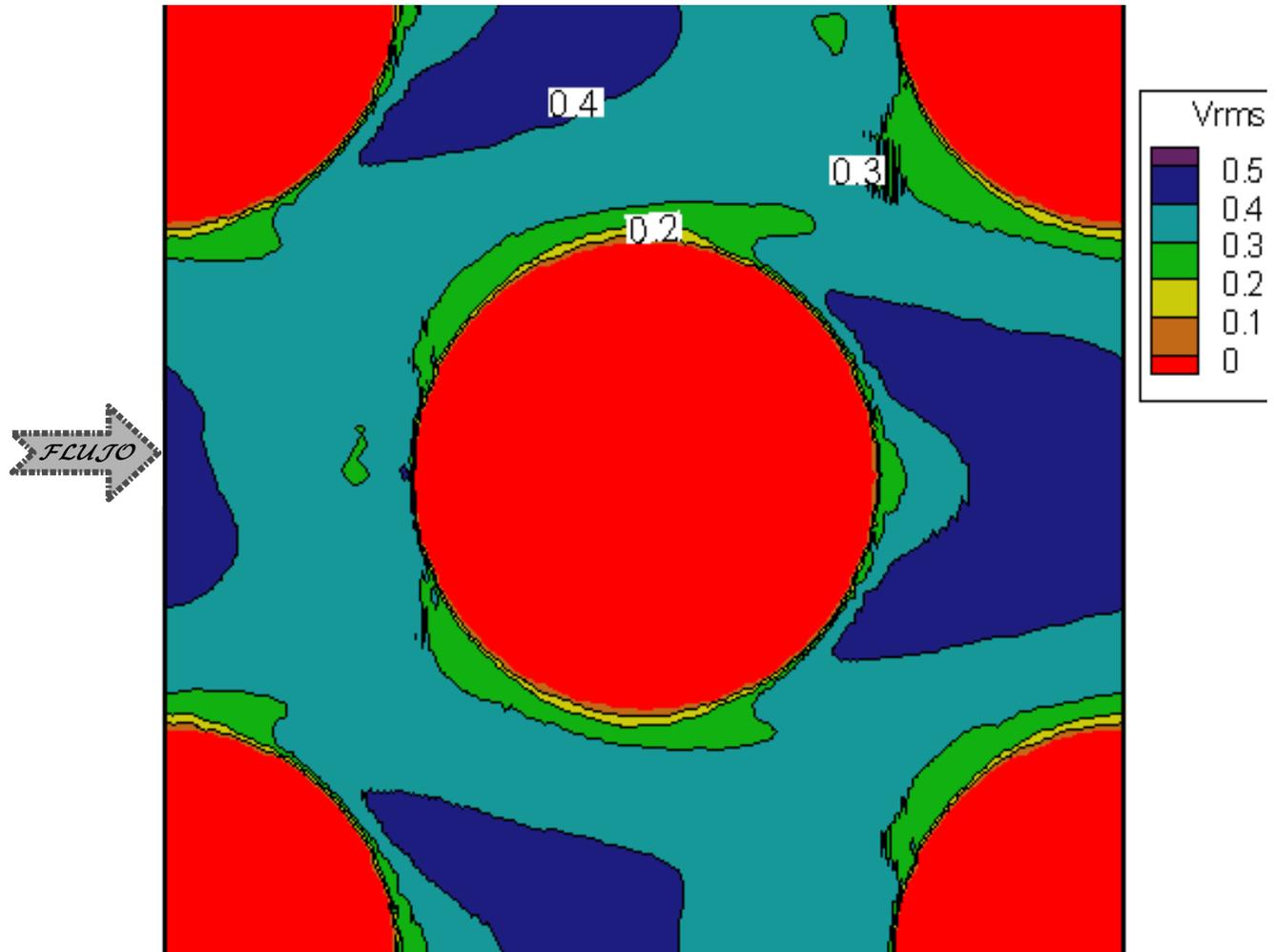


Figura 26.- Visualización del Campo promedio de fluctuación de la velocidad transversal  $v'$

Para las fluctuaciones en la velocidad transversal " $v'$ ", observamos, en la figura 26, que la zona de mayor variación de esta velocidad se da en promedio sobre la línea de estancamiento -en morado- y le sigue la zona de la estela, como era de esperarse, por la baja velocidad longitudinal y el intento del flujo por recuperar el perfil de la zona libre. Es interesante resaltar que la zona con

valor alrededor de 0.2 es la parte lateral del cilindro a la que le corresponde la capa límite, con un grosor aproximadamente constante. Este contorno indica la poca mezcla entre bandas del flujo en esta zona, es decir, con mínima turbulencia.

Frente al tubo, antes del choque del flujo con éste, aparece una disminución de  $v'$  donde ya observamos aumento de  $u'$ . Esto corresponde al lugar donde termina la división de las líneas de corriente del flujo que chocan con el centro del cilindro. Aquí, en la figura 26, sí se observa el fenómeno en uno de los cilindros posteriores.

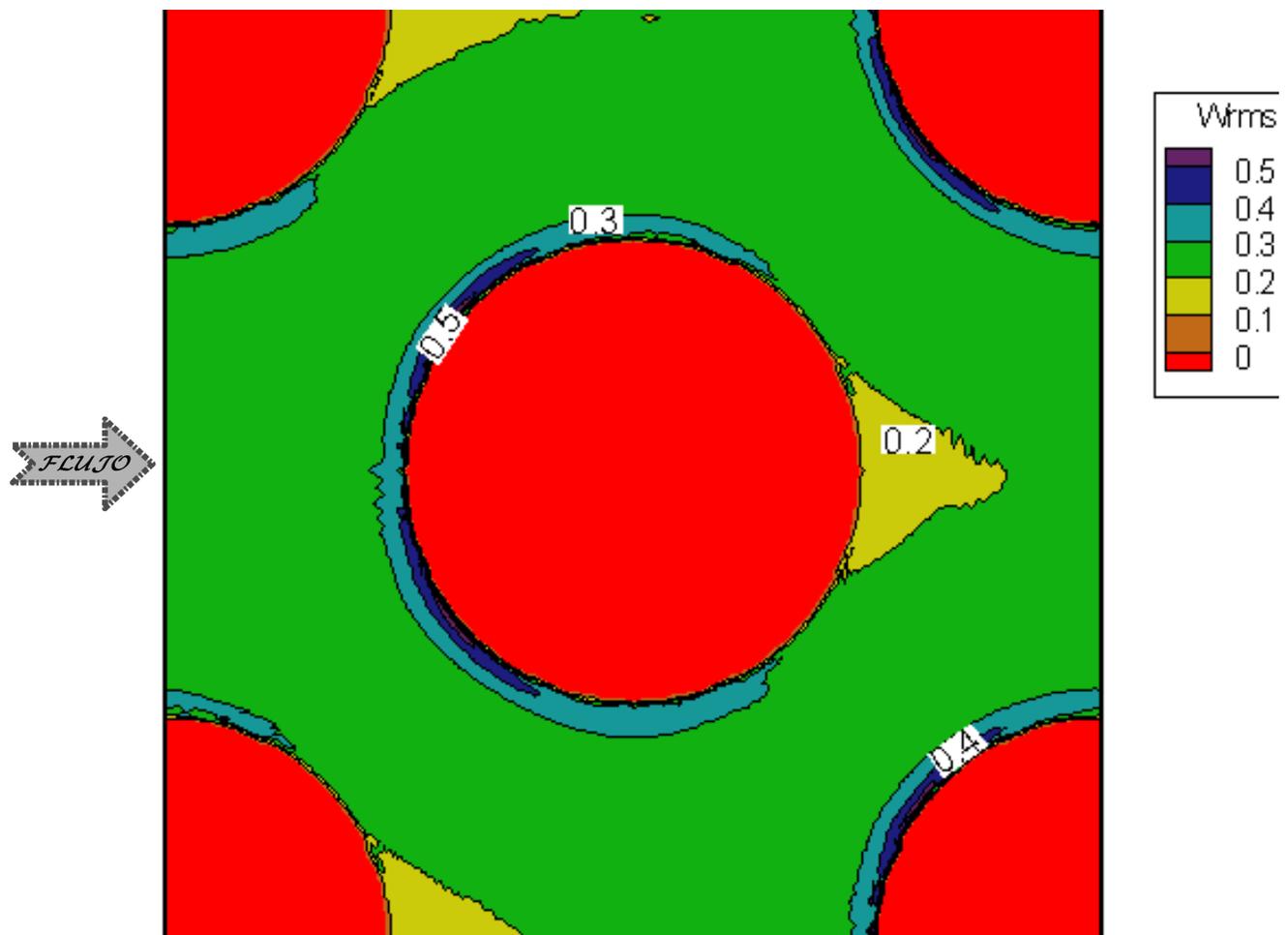


Figura 27.- Visualización del Campo promedio de fluctuación de la velocidad normal  $w'$ -a lo largo de los tubos-

Las fluctuaciones en la velocidad normal " $w$ " son las más bajas de las fluctuaciones medias en la velocidad del dominio, como observamos en la figura 27. Además, existe disminución de la variación de velocidad  $w'$  en la zona de recirculación, detrás de cada cilindro, mostrando aquí que hay un prisma cuya base es la superficie a lo largo del cilindro, donde existe mínima mezcla entre las capas normales.

Dentro de las capas límite de cada cilindro existe una alta fluctuación de esta velocidad, es decir, sobre la parte frontal de la superficie del cilindro existe la mayor interacción entre los planos normales. Como se observa en la figura 27. Además, con forma de herradura, se mantiene un espesor aproximadamente constante de la alta fluctuación en todo el frente del cilindro hasta la separación de ambas capas límite formadas en cada cilindro.

El último parámetro de interés en la comparación de la simulación LES con respecto a RANS es el esfuerzo cortante o también conocido como esfuerzo de Reynolds tangencial. Este esfuerzo proviene de la interacción de cualesquiera dos componentes ortogonales de la fluctuación de velocidad y representa la perturbación principal para la obtención de la turbulencia.

En nuestro reporte solamente nos enfocamos en el esfuerzo cortante principal  $(u'v')$ , que es debido a la combinación de la pareja de componentes de velocidad de mayor intensidad, la velocidad longitudinal y a la velocidad transversal. Pero, aun así, en la

figura 28 existen zonas en el flujo que promedian cero (en color verde) al igual que sucede dentro de los tubos.

En los contornos del Campo del esfuerzo de Reynolds tangencial, de la figura 28, observamos una buena simetría del fenómeno en ambos lados de cada cilindro según el eje central que forman la dirección principal del flujo y su encuentro con cada cilindro. Estos esfuerzos son de la misma intensidad y de sentido contrario, para cada lado de cada cilindro, por la dirección de la velocidad transversal media. La magnitud máxima en el esfuerzo cortante principal tiene un valor de 40% del valor máximo en los esfuerzos normales ( $u'^2$ ,  $v'^2$  y  $w'^2$ ).

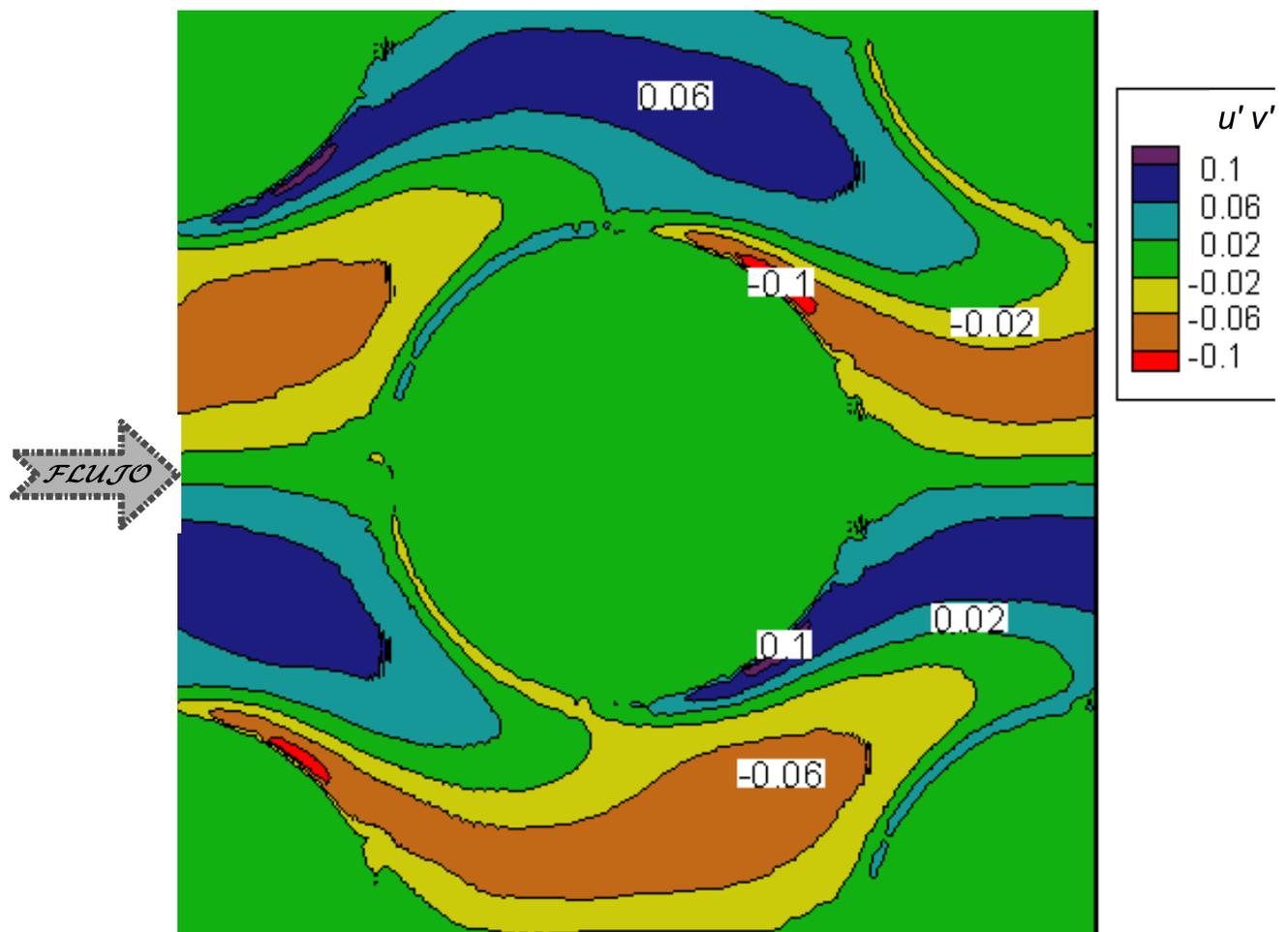


Figura 28.- Visualización del Campo promedio del esfuerzo cortante principal  $u'v'$

En términos absolutos el valor máximo, observado en la figura 28, se genera en una pequeña zona junto a la superficie del cilindro, inmediatamente después de que ocurre la separación de la capa límite. Ésta es la perturbación en el flujo indispensable para la generación de turbulencia. De estas zonas, de los mayores esfuerzos, se desprende una atenuación en el esfuerzo de Reynolds tangencial en forma de lenguas que se desplaza dentro de la estela y buscan rodear al siguiente cilindro, hasta que se cancelan al encontrarse con la siguiente lengua de valores opuestos.

#### **4.3.- ANÁLISIS ESTADÍSTICO**

Para una correcta validación de cada simulación, en este trabajo, es necesario realizar un análisis estadístico en los resultados sobre la velocidad longitudinal y la velocidad transversal de las tres simulaciones, además de una comparación apropiada con los resultados experimentales del prototipo en que basamos las simulaciones. El experimento únicamente reporta las velocidades antes mencionadas y los esfuerzos del flujo, tanto normales como cortantes, que involucran estas mismas velocidades.

Debido a que el fenómeno se encuentra en el estado estacionario de la turbulencia desarrollada, realizamos en el dominio un promedio del tiempo simulado. Además, por ser un fenómeno cuasi bidimensional se logra un promedio de las velocidades a lo largo del eje z. Lo que

nos entrega un solo plano promediado en el tiempo y en el espacio, como los mostrados en las figuras del acápite anterior. En seguida, doblamos el plano en sus ejes de simetría y realizamos un último promediado con los pares de puntos en simetría.

Los dominios resultantes, de cada simulación, son similares al dominio utilizado en la estadística del modelo experimental realizada por Simonin & Barcouda (1988), de aquí la comparación de los primeros con el último.

Para realizar la comparación estadística requerimos que los resultados estén adimensionalizados. El dominio se divide entre la longitud característica y las velocidades entre la velocidad de referencia. Dado que las simulaciones se realizaron con  $Re=10,000$ , un Reynolds menor que el experimental, también decidimos normalizar cada medición. Este proceso lo realizamos al dividir las velocidades y sus fluctuaciones entre los valores de velocidad longitudinal  $U_0$  obtenidos en la entrada al dominio de análisis y para las varianzas con el denominador al cuadrado.

La mejor manera de considerar la velocidad de entrada al dominio es la integración de la velocidad longitudinal a lo largo de la línea de entrada en  $x_0$ . Este cálculo se discretiza con la sumatoria del producto de la velocidad por la distancia entre nodos y el total dividido con la distancia total, para el experimento se consideró  $U_0=1.56$  [m/s].

$$\frac{\sum_{i=1}^{ny} \Delta y_i u_i}{\Delta Y} ; \text{ Donde, } \Delta y_j = y_j - y_{j-1} \text{ además, } \Delta Y = y_{ny} - Y_1$$

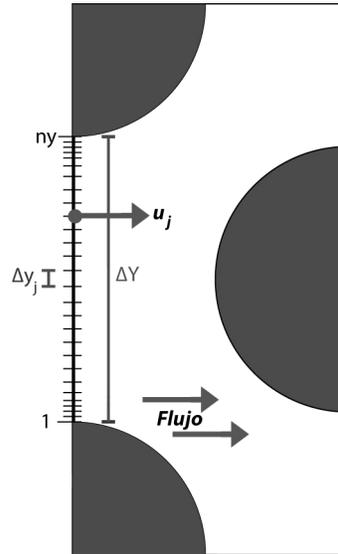


Figura 29.- Representación de la zona de influencia para la integral que normaliza los diferentes flujos: el experimental y las tres simulaciones.

El valor encontrado correspondiente a la velocidad de referencia, es decir, la de entrada al dominio para cada una de las simulaciones es: 1) en la simulación en la que no se efectúa la interpolación de los puntos fantasma  $U_0=0.944$  [m/s]; 2) el siguiente cálculo numérico, el de la interpolación sólo en las variables de velocidad  $U_0=0.985$  [m/s]; 3) la ultima serie de datos encontramos a  $U_0=0.957$  [m/s] y contempla a la interpolación también en la variable de la densidad.

Los parámetros comparados son los siguientes: la media de la velocidad longitudinal y la media de la velocidad transversal (" $U$ " y " $V$ ") que se obtienen directamente de cada simulación; las fluctuaciones de las mismas velocidades son las "rms", la raíz cuadrada del cuadrado de sus medias (" $u'$ " y " $v'$ ") y además la

varianza de cada velocidad ( $\mathbf{u}'\mathbf{u}'$ ) representa a un esfuerzos normales del flujo; a su vez la covarianza de estas velocidades es el esfuerzo de Reynolds tangencial (" $\mathbf{u}'\mathbf{v}'$ "), conocido también como el esfuerzo cortante principal del flujo.

Estas variables son los registros de cinco líneas diferentes del dominio previamente promediado, en  $\mathbf{X}$  (0, 11, 16.5 cm), en  $\mathbf{Y}$  (0, 22.5 cm), en acuerdo con las zonas donde midieron y registraron los datos adentro del banco experimental, como se esquematiza en las figuras de este acápite.

En las gráficas de la figura 30, observamos el comportamiento de la velocidad a lo largo de  $\mathbf{x}_0$ . Al normalizar las velocidades longitudinales medias de entrada al dominio, entendemos lo bien que resulta la elección de la integral para auto ajuste de cada serie de datos. Los resultados experimentales de la velocidad transversal media confirman una alta fluctuación de ésta, que aun y cuando existe cierto grado alto de turbulencia nos confirman imprecisión en esa medición.

Para los resultados rms de ambas velocidades experimentales la gráfica correspondiente, en la figura 30, nos muestra que la variación es menos energética que para los datos numéricos en la zona comparada, cercana al cuerpo. Sin embargo, el resultado es geoméricamente similar en ambos casos y los resultados se igualan hacia el centro del dominio medido.

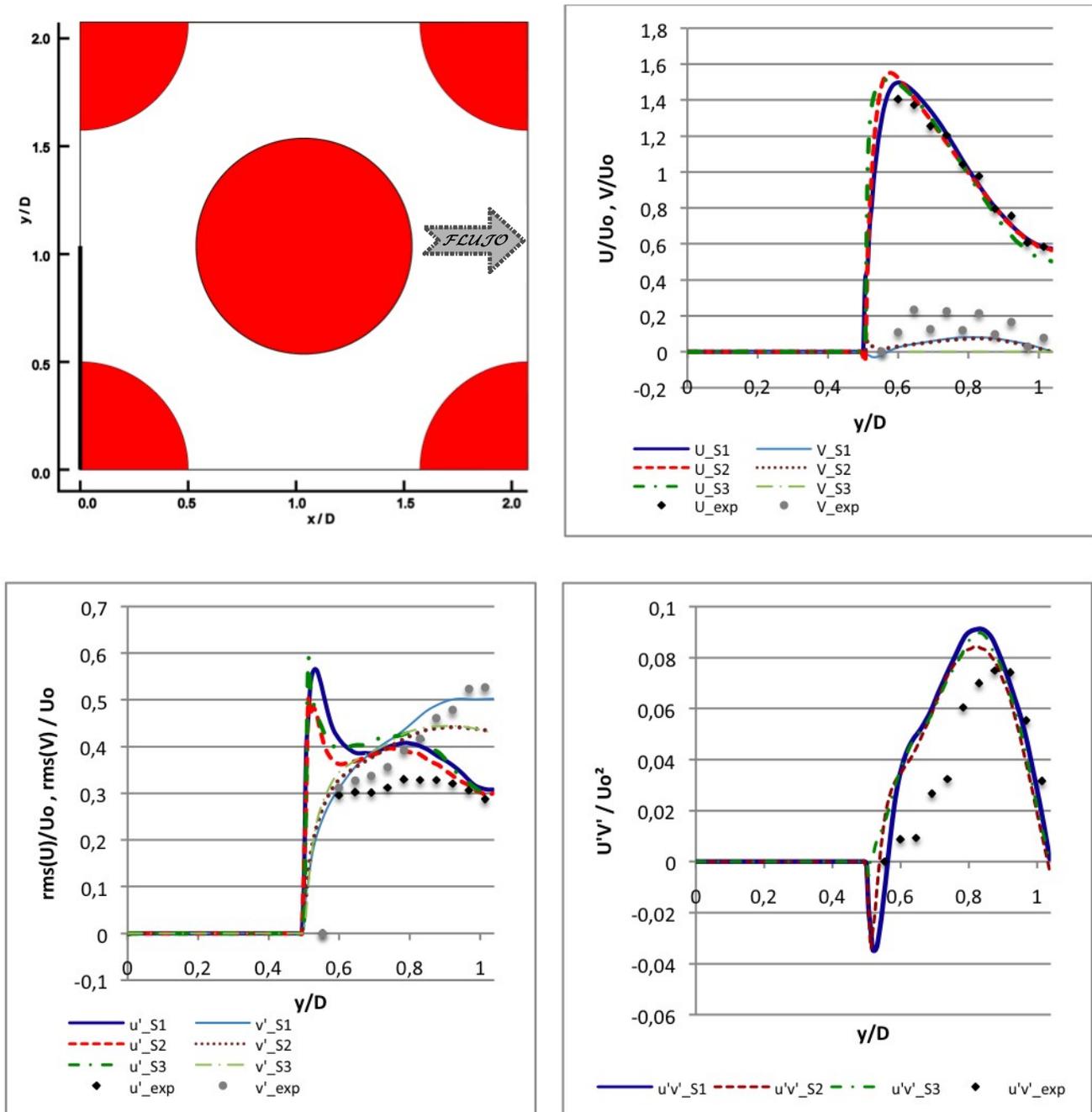


Figura 30.- Registra la estadística, en "X<sub>0</sub>" dirección transversal al flujo, de cada LES comparadas con datos experimentales de Simonin & Barcouda (1988); Izquierda superior, diagrama; Derecha superior, "U, V";Izquierda inferior, "u', v'"; Derecha inferior, "u'v'".

En el caso del esfuerzo de Reynolds tangencial ( $u'v'$ ), también de la figura 30, se encuentra mayor energía para el caso numérico aunque se mantiene la geometría del comportamiento de estas variables a la vez que se empalman los resultados hacia el centro del dominio.

Es interesante observar que, en la figura 30, la interpolación sólo efectuada en las variables de velocidad coincide mejor con los primeros puntos de los datos experimentales.

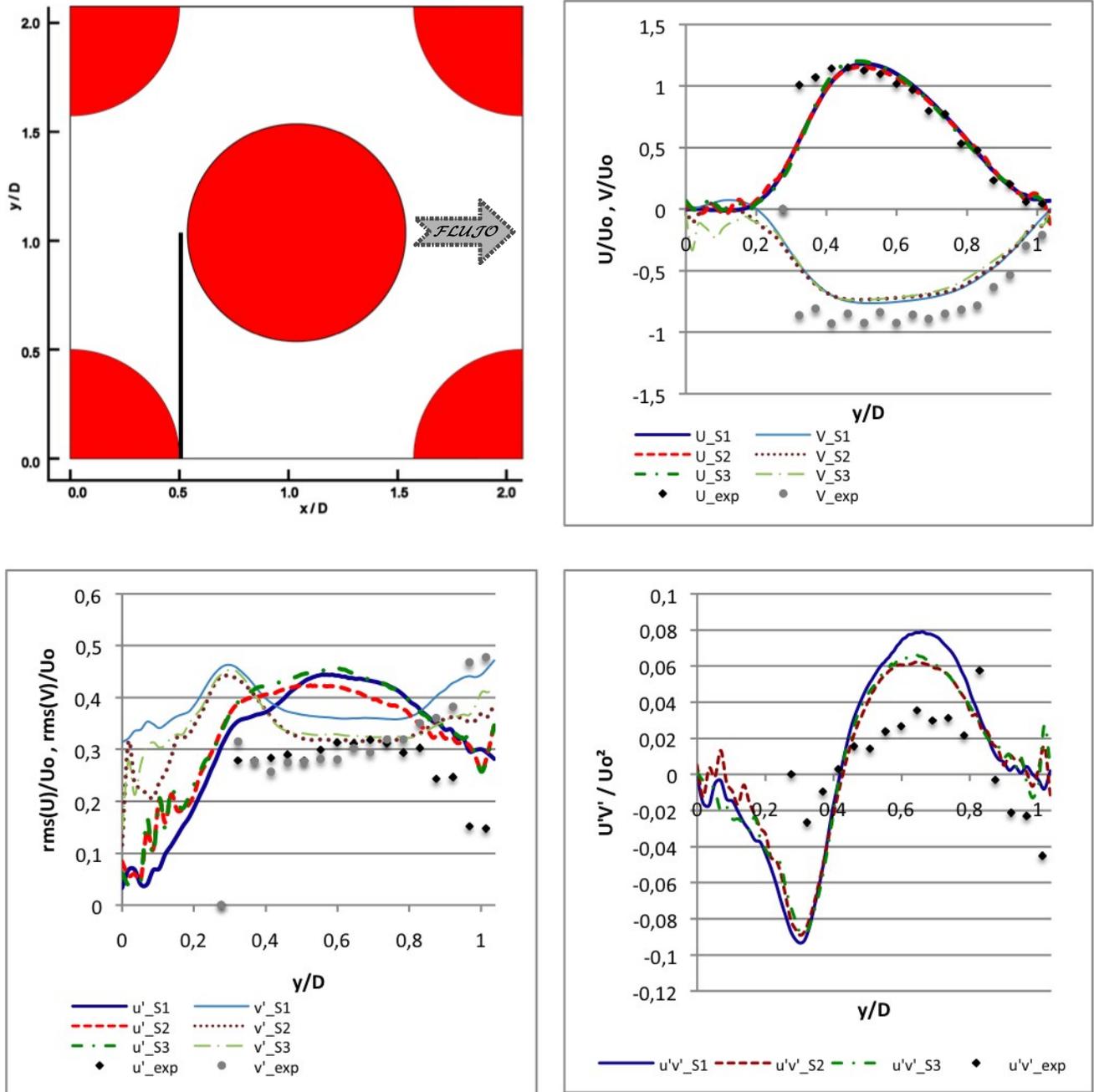


Figura 31.- Registra la estadística, en "X<sub>11</sub>" dirección transversal al flujo, de cada LES comparadas con datos experimentales de Simonin & Barcouda (1988); Izquierda superior, diagrama; Derecha superior, "U, V"; Izquierda inferior, "u', v'"; Derecha inferior, "u'v'".

En la figura 31, el conjunto de gráficas de X<sub>11</sub> coinciden relativamente bien las velocidades medias, aunque la estela detrás

del cilindro nos genera variaciones para los primeros datos, mostrando por ejemplo, que para los resultados experimentales alrededor de  $y/D=0.3$ , aun no registraron velocidades del flujo (aspecto irreal). Mientras, el siguiente punto de medición registra valores absolutos mayores que los entregados por la simulación.

En las mediciones tanto en las rms como en el esfuerzo de Reynolds tangencial, de la figura 31, nos volvemos a encontrar con que las simulaciones son un poco más energéticas pero de geometría similar, como sucedió al analizar los datos tomados en  $X_0$ .

Hay que resaltar, de la figura 31, que la interpolación de sólo las velocidades vuelve a ser la más certera por ser la de menor energía, representado en las rms. Es importante resaltar el comportamiento de las gráficas de los datos numéricos anteriores a  $y/D=0.3$  ya que en el experimento les fue imposible obtener resultados en esa zona.

Para las gráficas de la línea  $X_{16.5}$ , en la figura 32, observamos muy buena similitud entre las velocidades medias y también con el esfuerzo de Reynolds tangencial, cabe resaltar la excelente simetría de ese esfuerzo. Aunque para las rms nos volvemos a encontrar con mayor energía para las simulaciones a 0.3 de diámetro antes del cilindro y con que la interpolación únicamente de la velocidad es la menos energética y mas apegada a lo experimental.

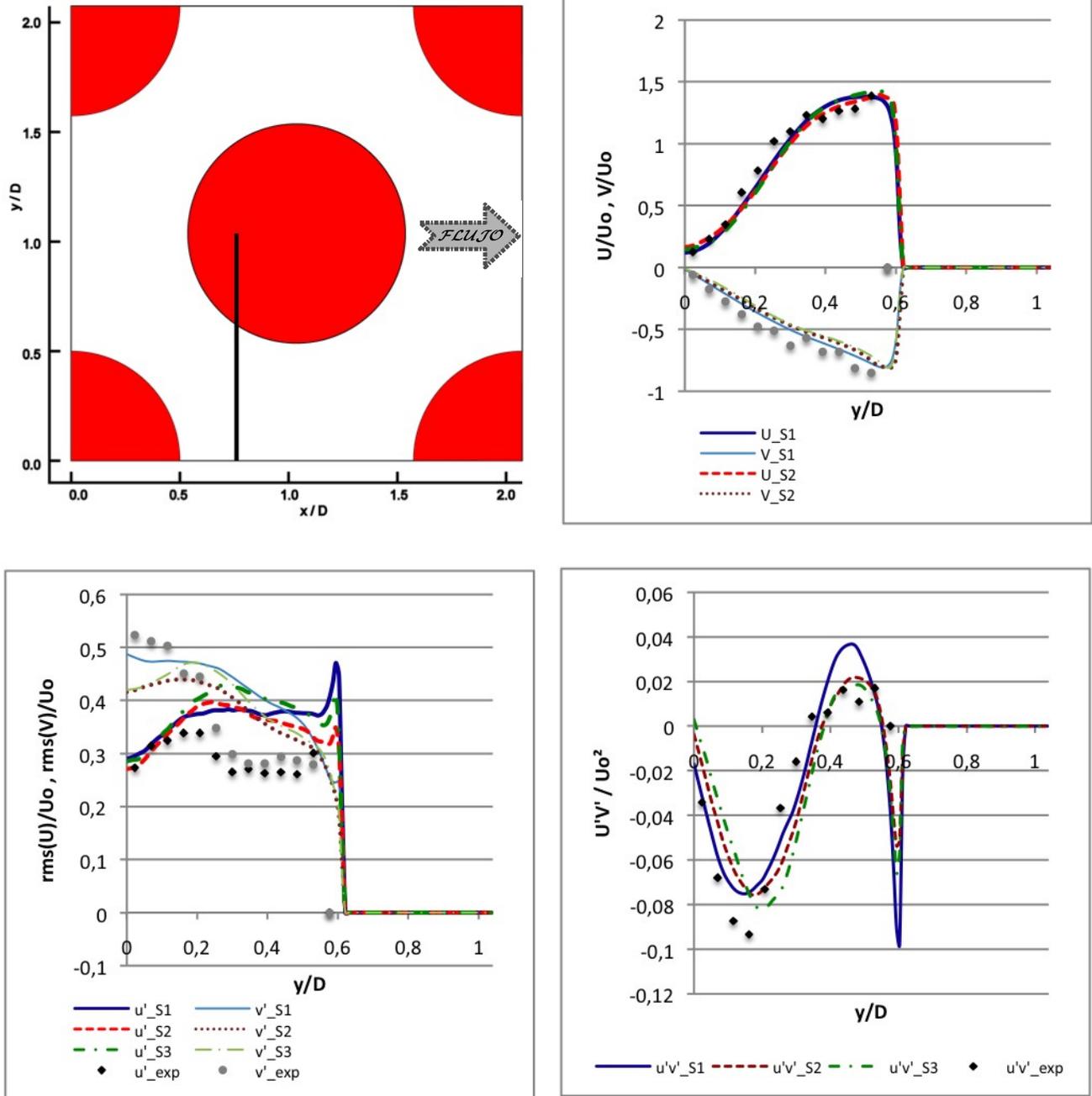


Figura 32.- Registra la estadística, en "X<sub>16.5</sub>" dirección transversal al flujo, de cada LES comparadas con datos experimentales de Simonin & Barcouda (1988); Izquierda superior, diagrama; Derecha superior, "U, V"; Izquierda inferior, "u', v'"; Derecha inferior, "u'v'".

La comparación en el dominio longitudinal se realiza en dos líneas, para la figura 33, a la orilla del plano ( $Y_0$ ) y la figura 34, al centro del mismo ( $Y_{22.5}$ ), refiriéndonos antes del promediado por

simetría. Las primeras mediciones corresponden a la zona de donde se genera el mayor gradiente de la estela, es decir, detrás de la mitad del cuerpo; mientras las segundas mediciones se realizan en la dirección donde se encontraría el punto de estancamiento, es decir, a 180° de la medición anterior.

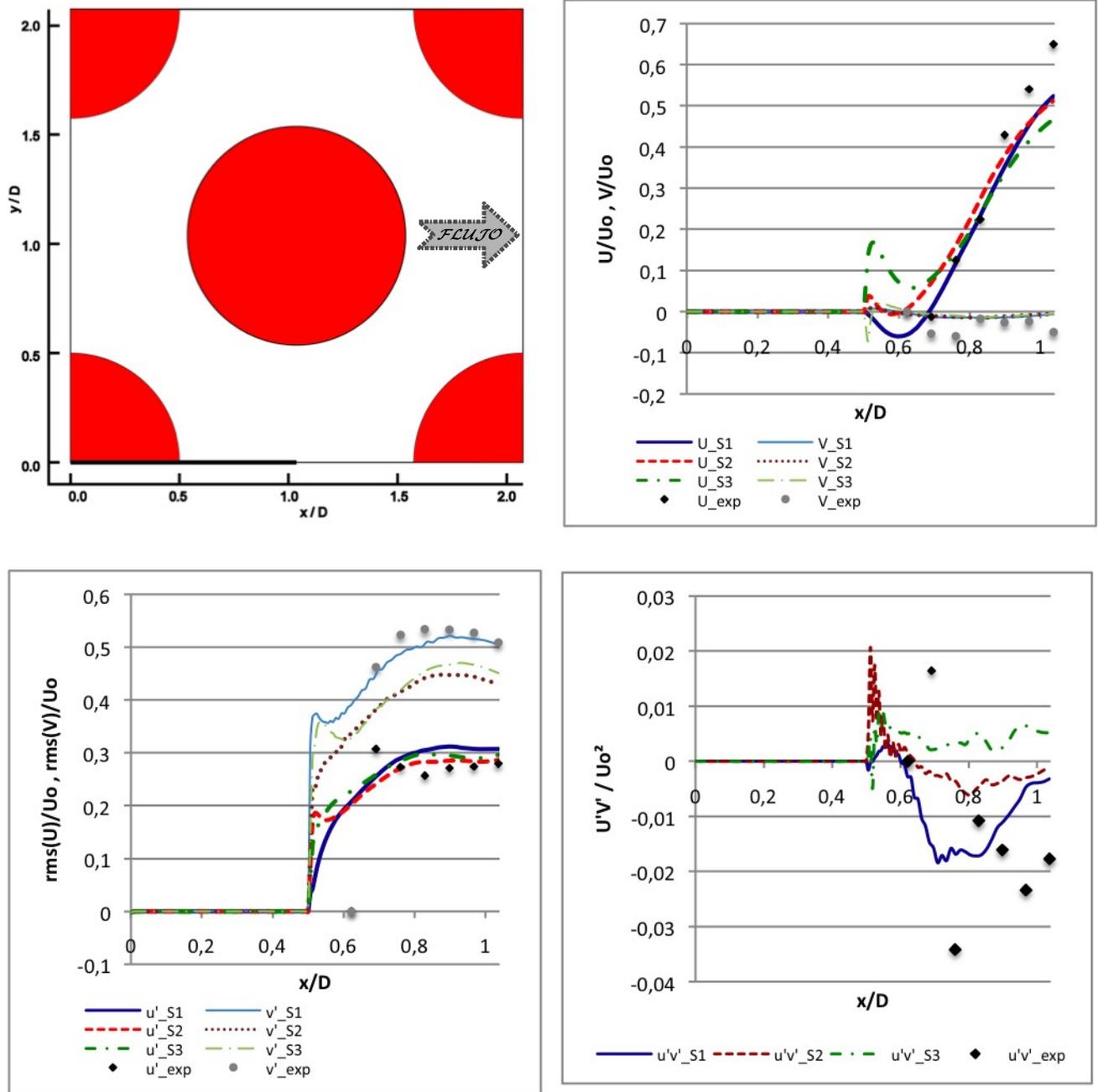


Figura 33.- Registra la estadística, en " $y_0$ " dirección transversal al flujo, de cada LES comparadas con datos experimentales de Simonin & Barcouda (1988); Izquierda superior, diagrama; Derecha superior, " $U, V$ "; Izquierda inferior, " $u', v'$ "; Derecha inferior, " $u'v'$ ".

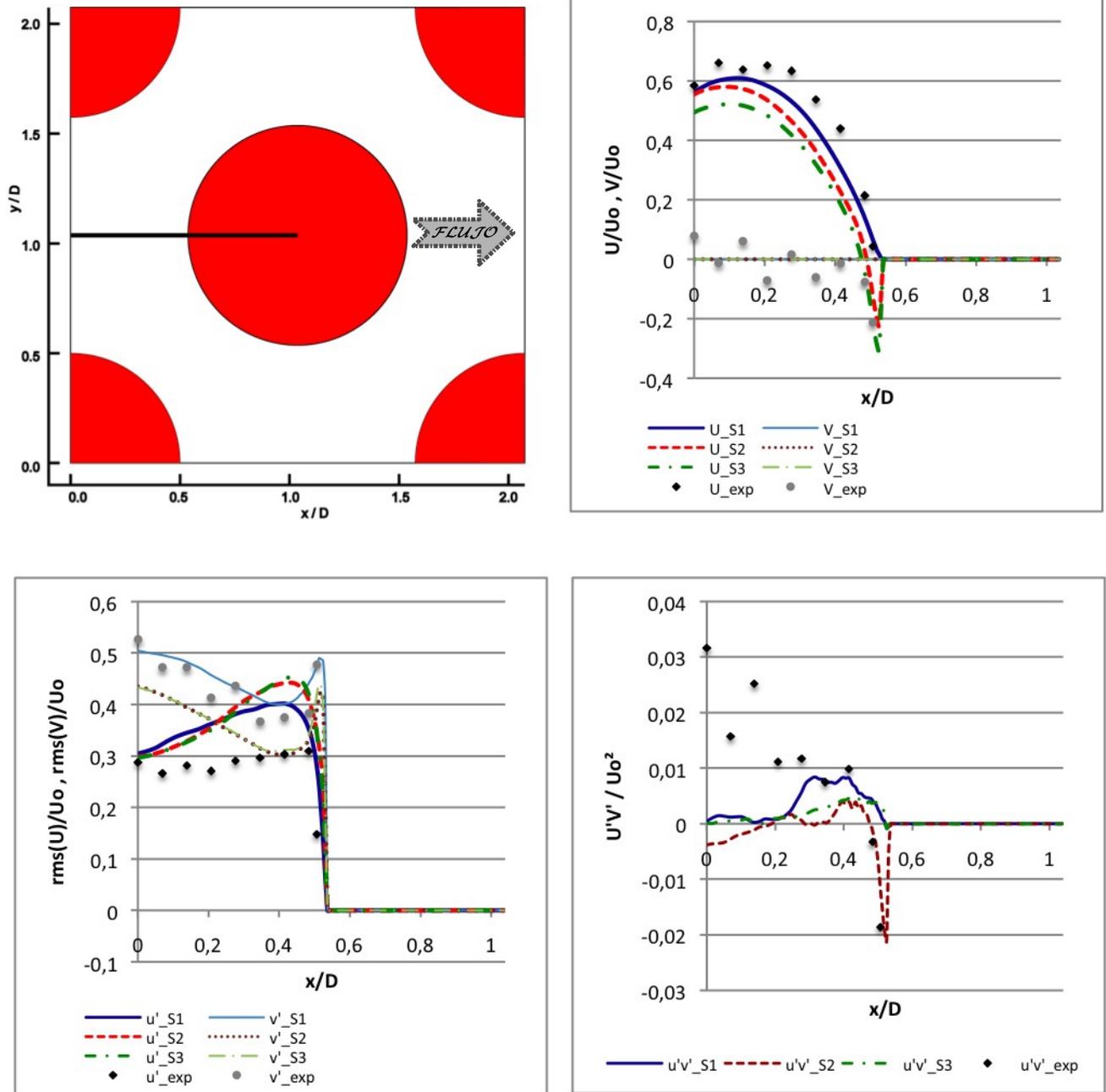


Figura 34.- Registra la estadística, en "Y<sub>22.5</sub>" dirección longitudinal del flujo, cada LES comparadas con datos experimentales de Simonin & Barcouda (1988); Izquierda superior, diagrama; Derecha superior, "U, V"; Izquierda inferior, "u', v'"; Derecha inferior, "u'v'".

En la comparación de las mediciones, en ambas figuras (33 y 34), encontramos que el perfil de velocidad longitudinal de las simulaciones es geoméricamente idéntico al del experimento, aunque este último presenta valores un poco más elevado. La velocidad transversal experimental presenta mediciones demasiado fluctuantes,

en las zonas que en promedio son nulas (posible deficiencia de calibración en el experimento), pero siempre alrededor de los valores de las simulaciones. Hay que resaltar el comportamiento de las rms en la velocidad transversal ( $\mathbf{v}'$ ) de las simulaciones, la que no interpola los puntos fantasma tiene valores muy por encima de las otras dos simulaciones. Éstas son las únicas mediciones de fluctuación de la velocidad con comportamiento menos energético que en el experimento, posiblemente porque la fluctuación experimental está sobrevalorada dada la falta de precisión en los datos de su velocidad media. Mientras que, las rms de la velocidad longitudinal ( $\mathbf{u}'$ ) tienen un comportamiento similar a los datos de  $\mathbf{u}'$  comparados en las figuras anteriores (30, 31 y 32).

Es posible que la diferencia energética entre el experimento y las simulaciones, observada principalmente en la fluctuación de velocidad longitudinal, sea debida a la variación del número de Reynolds a lo largo del dominio, dada por el modelo compresible y el cambio del fluido de trabajo (en vez de agua se simula aire).

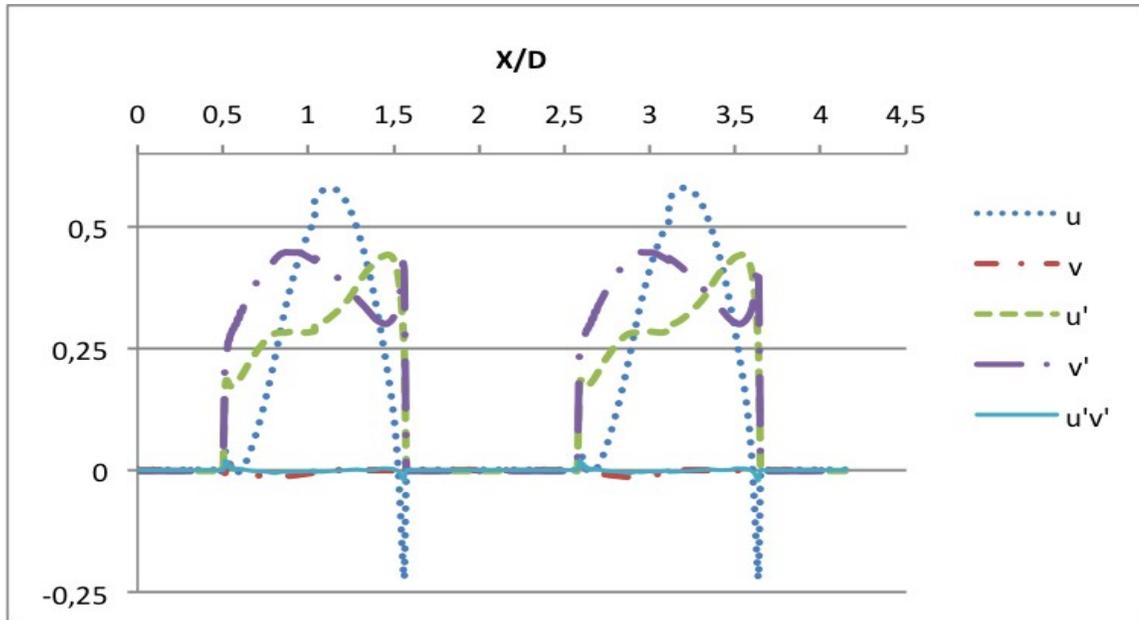
Al acercarse a la pared de los tubos, las simulaciones presentan un pico en el esfuerzo normal que es tangente a la superficie y por consiguiente, en el esfuerzo de Reynolds tangencial, resultó imposible medirlo en el experimento. No obstante, la simulación sin interpolación lo presenta más pronunciado, mientras que, en la simulación donde solamente se interpola a las componentes de velocidad tiene un pico más atenuado, además de tener el valor

energético más apegado al experimento de Simonin & Barcouda (1988).

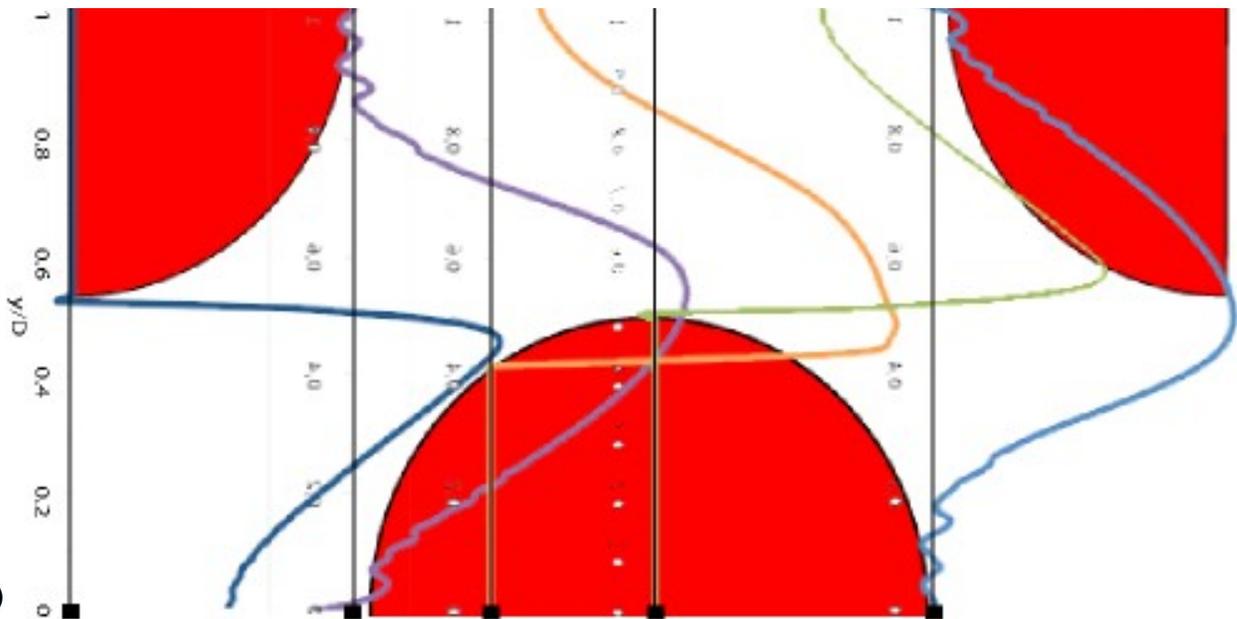
Las ventajas que presenta la simulación # 2, la que interpola únicamente la velocidad con un punto del estencil sobre la superficie inmersa y dos puntos más del fluido para dejar a las otras variables que convergen con el método de cálculo, son la razón de su elección para utilizar sus resultados en las visualizaciones y en el cálculo de las fuerzas que imprime el flujo sobre cada tubo.

La gráfica de la figura 35a, muestra los resultados a lo largo del eje  $x$  entre tres tubos consecutivos, de la simulación escogida. En ella se observa el peso ponderado de cada velocidad (longitudinal y transversal) y sus respectivas fluctuaciones ( $\mathbf{u}'$  y  $\mathbf{v}'$ ), así como la pequeña variación de los esfuerzos cortantes. En concepto, las gráficas obtenidas para el dominio longitudinal se interpretan: la primera seguida de la segunda; o sea, donde termina la medición de  $Y_0$  queda referido el inicio de las mediciones de  $Y_{22.5}$ . Así se entiende que los esfuerzos de Reynolds (esfuerzos cortantes), de un orden menor que los esfuerzos normales, son fluctuantes pero responden principalmente al aleteo alternado de los vórtices apareados característicos de la estela.

El diagrama en la figura 35b, muestran el perfil de velocidad longitudinal en las zonas medidas en la dirección transversal  $y$ . Podemos observar el comportamiento de la interpolación lineal sobre el perfil de esta velocidad al acercarse a la pared de los sólidos.



a)



b)

Figura 35.- Valores de LES interpolado en las tres variables de velocidad; a) Superior, Gráfica en la línea central en dirección longitudinal de tres cilindros consecutivos; b) Inferior, diagrama del perfil de velocidad longitudinal en las líneas transversales ( $X_0, 11, 16.5, 22.5, 33.5$ ) para el diámetro del tubo de 21.7

En resumen, se puede observar que las velocidades medias comparan muy bien, con diferencias muy pequeñas, menores al 3%. Algunas diferencias, observadas en la mayoría de las variables, se deben a fluctuaciones en los resultados experimentales, como se ve en el perfil de la velocidad transversal medida en  $X_{11}$ , figura 31. El

resto de las variables indican el nivel de turbulencia del flujo. Las *rms* de las velocidades comparan bien en forma, sin embargo, en el flujo libre, las fluctuaciones en la velocidad longitudinal están evaluadas en hasta 20% menos energéticas que las fluctuaciones de la misma velocidad en las simulaciones.

Se debe resaltar que solamente hay datos experimentales de las estelas, esto es, de las zonas lejanas a las paredes inmersas. Es decir, no hay datos experimentales que se puedan comparar con los picos en los perfiles numéricos asociados a la turbulencia de la pared. Sin embargo, consideramos que el perfil obtenido numéricamente es razonable de acuerdo con las condiciones de las fronteras inmersas.

El mismo efecto se observa para el esfuerzo de Reynolds tangencial, con variaciones mucho más fuertes, sobre todo para las mediciones en dirección de **y**, figuras 33 y 34. Esta comparación es un indicador de la calidad de la simulación de grandes escalas, la cual muestra el mismo comportamiento observado experimentalmente.

Dada la similitud de los resultados experimentales con las simulaciones, consideramos que el perfil de velocidad que obtenemos numéricamente es adecuado aún en la zona cercana a las paredes. Es decir que, de las tres simulaciones, la simulación en la que se interpolan sólo las velocidades se asemeja al comportamiento real cerca de las fronteras, mostrado en el esquema anterior, figura 35b.

**4.4.- VALIDACIÓN DE LA INTERPOLACIÓN**

Las tres simulaciones alcanzan un comportamiento similar al experimental en zonas suficientemente alejadas de las fronteras. El gran refinamiento de la malla junto a los tubos permite que los cálculos submalla tengan errores mínimos hacia el flujo libre. Por ello la comparación, cercana a la frontera, se hace entre las mismas simulaciones.

Las tres diferentes simulaciones, realizadas en este trabajo y conceptualizadas en la tabla 1, son el resultado del proceso de cálculo de cada una de las cinco variables ( $\rho, \rho_u, \rho_v, \rho_w, \rho_e$ ) en cada nodo del tamiz para cada instante de tiempo, incluyendo a los nodos bloqueados.

# Simulación	Nodos Fantasma:	Resultado del Cálculo
@ Re=10,000	Partículas del fluido con al menos un vecino en el sólido.	En la superficie del sólido
S1.- SIN INTERPOLAR	Se calculan como parte del fluido.	Existe reflujo numérico
S2.- SE INTERPOLAN LAS VELOCIDADES	Se interpolan las tres componentes de velocidad hasta la superficie del sólido.	Cumple con no deslizamiento en la superficie del sólido
S3.- SE INTERPOLAN LAS 5 VARIABLES	Se interpolan todas las variables hasta los valores del primer nodo dentro del sólido.	Cumple con las propiedades; indefinición del límite de la frontera inmersa

Tabla 1: Herramienta utilizada en la superficie de los sólidos, en cada simulación numérica de esta investigación.

La primera simulación se realiza sin interpolar el valor de los nodos fantasmas, donde los escalones generados en la malla cartesiana por las fronteras de los objetos sólidos proporcionan errores de cálculo. El tamiz refinado, junto al sólido, realiza gran cantidad de cálculos y logra disipar los errores de los puntos fantasmas hacia el flujo. Aun así, los esfuerzos cortantes que se deben generar en el cuerpo, no se pueden calcular numéricamente.

La siguiente simulación realiza la interpolación lineal de la velocidad del flujo, para el espacio de los puntos fantasmas, desde el fluido hacia el cuerpo. Se logra la coincidencia de los datos con la condición de no deslizamiento en las paredes de los sólidos. Esperamos que en esta pequeña zona, de nodos fantasma, tanto la presión como la densidad se acomoden al converger cada iteración.

La última simulación realiza lo mismo que la anterior, pero la densidad del fluido en los nodos fantasma también es interpolada. El cálculo se realiza hacia el valor del nodo más cercano dentro del cuerpo, en vez del cálculo sobre su pared. Este proceso genera una zona de incertidumbre del estado de la materia, entre las celdas de la malla, dentro de la región del estencil de la densidad. Tal vez, la indefinición en la frontera, entre el sólido y el fluido, se pudiera confundir con un cambio de fase de una misma sustancia.

En el grueso de los datos, obtenidos de la estadística sobre la simulación sin interpolar, resulta un flujo más energético que las otras simulaciones: mayor fluctuación en la velocidad, esfuerzos

cortantes mas pronunciados, etcétera. Las dos simulaciones con interpolación se comportan en su mayoría muy similares en el aspecto energético y son más aproximadas al modelo experimental, en acuerdo con los resultados estadísticos.

Sin embargo, al comparar las simulaciones entre sí, cerca de las paredes inmersas, donde no podemos compararlas con los valores estadísticos del experimento, encontramos: para la simulación #2, cuando solamente se interpolan los valores de las velocidades, cumpliendo con la condición de no deslizamiento del flujo justo en la superficie de la pared del cilindro, que existe un desarrollo más armónico de los perfiles de velocidad en el área de contacto con el sólido; que cuando se interpola también a la densidad, simulación #3, los picos del perfil son más pronunciados, casi como reacciona la simulación sin interpolación.

En la figura 36 se muestran los vectores de velocidad de las simulaciones **S1** y **S2**. En la figura 36a -sin interpolación- existen valores de velocidad contrarios a lo esperado en la vecindad de las superficies y es debido al golpe directo del flujo en cada uno de los escalones que conforman las circunferencias, inherentes a la geometría curva dentro de la malla cartesiana. En cambio, con la simulación que interpola los valores de velocidad de los nodos fantasma, figura 36b, el flujo presenta un suave deslizamiento sobre los tubos.

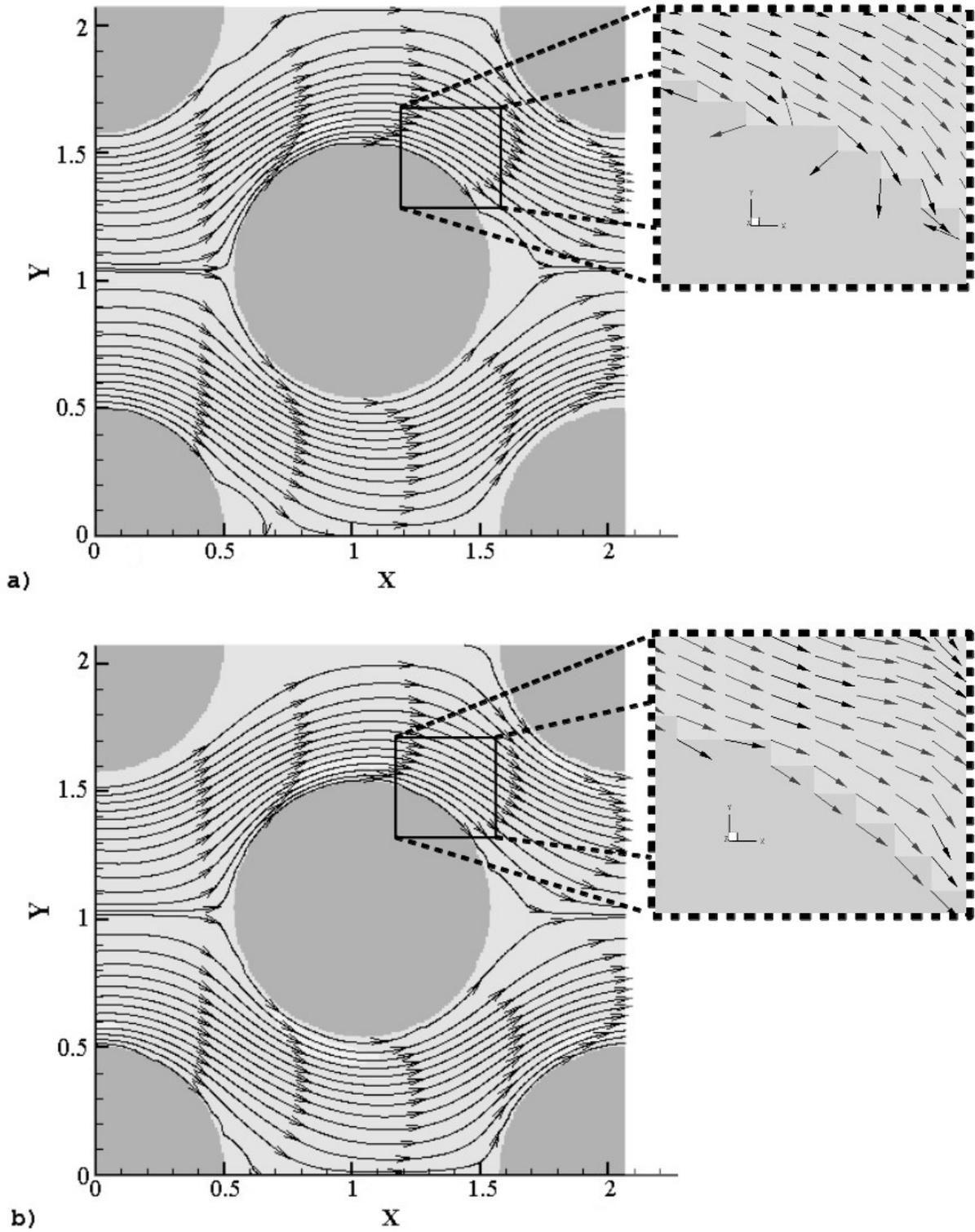


Figura 36.- visualización de líneas de trayectorias medias y ampliación de la dirección en vectores instantáneos de velocidad sobre el plano  $Z=30$ ; a) LES sin interpolar con ampliación; b) LES Interpolando en las variables de velocidad con ampliación.

En la ampliación de la figura 36a, Se puede apreciar la dirección de los vectores. Las partículas en los nodos adyacentes al sólido incumplen con la condición de no deslizamiento, del flujo sobre la superficie del sólido. Además, en esta imagen observamos como, al no interpolar se generan cambios en la dirección de la velocidad en las celdas contiguas, a los puntos fantasmas, ondas que no pertenecen al caso experimental. Cabe resaltar que estos fenómenos se disipan hacia el grueso del flujo, gracias a que este error sólo sucede dentro de cada celda adyacente a la pared del sólido y estas celdas pertenecen a la zona con tamiz refinado. Pero nos han costado tiempo del cálculo debido al incremento en el número de nodos y en el número de iteraciones para lograr la estabilidad.

Estos pequeños defectos quedan saldados al interpolar los puntos fantasma, como se verifica en la ampliación de la figura 36b. Ahora, el fluido fluye suavemente sobre la superficie sólida y no existen cambios bruscos inexistentes en la dirección del flujo. Las inestabilidades, que generan y mantienen a la turbulencia, dejan de ser afectadas por una geometría inverosímil —los escalones en las paredes inmersas— para sólo corresponder a la naturaleza del fenómeno

Cuando se simula con un modelo compresible, la interpolación en las fronteras de los sólidos nos da la idea de una pared lisa donde podremos realizar con mayor precisión y veracidad los análisis de los esfuerzos, éstos que se generen sobre los sólidos al interactuar con la dinámica de un fluido.

#### 4.5.- ANÁLISIS DE FUERZAS

Un análisis temporal del coeficiente de arrastre y sustentación para el tubo inmerso en el centro del dominio nos demuestra la importancia de las fuerzas que actúan sobre los cuerpos sólidos inmersos en los flujos. Las fuerzas ejercidas por el flujo se dividen entre las de presión ejercidas tan solo por la presencia del fluido que además varían por la dinámica del mismo y las de los esfuerzos cortantes " $\tau$ " que sufre la superficie del objeto en cuestión, al roce del flujo.

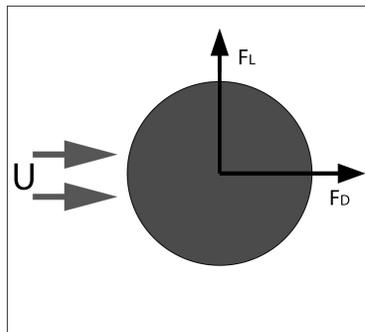
Como la presión es una de las variables calculadas en la simulación numérica, solamente requiere ser integrada en la superficie del cilindro, es decir, la suma de las integrales a lo largo del perímetro de cada un de los 60 planos normales " $n_z$ " de la altura del dominio. La fuerza ejercida por el esfuerzo cortante se calcula con una integral de superficie semejante a la anterior, sin embargo, primero se debe obtener este esfuerzo.

El esfuerzo cortante, lo calculamos para cada punto fantasma. Se compone por el producto de la velocidad tangencial a la superficie " $U_{Tan}$ " y la viscosidad " $\mu$ " del fluido en el punto en cuestión, dividiendo con la distancia normal de éste a la superficie " $y_n$ ".

$$F_{Press} = \oint P ds ; F_{\tau} = \oint \tau ds ; \text{ donde } 2\pi(n_z)ds = d\theta \cdot dz , \text{ además } \tau = \mu \frac{U_{tan}}{y_n} .$$

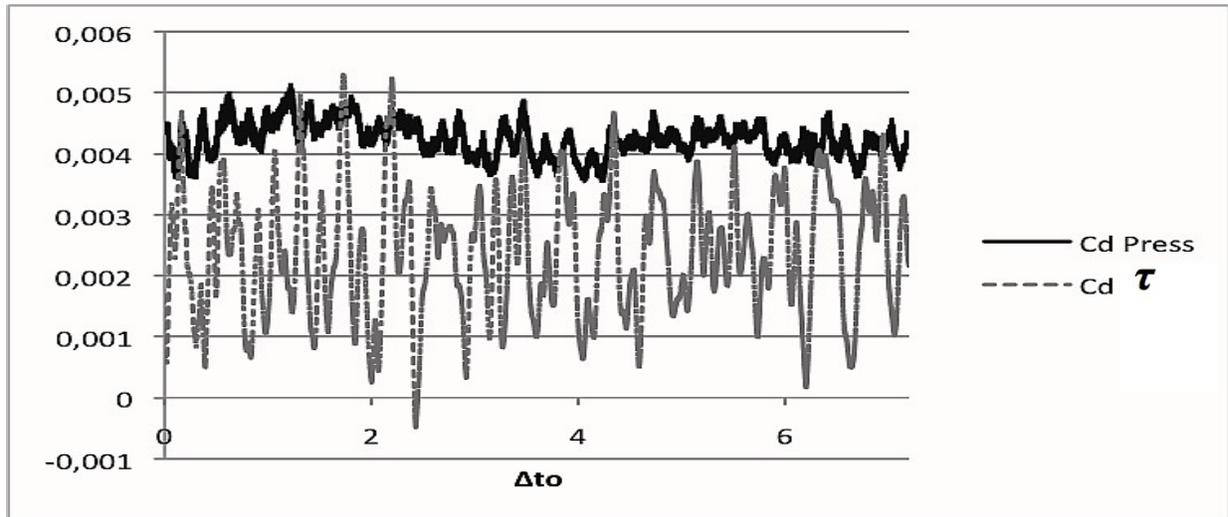
Hay que tener presente que cada una de las fuerzas se debe descomponer, en el arrastre en la dirección longitudinal y la sustentación en la dirección transversal, como muestra la figura 37.

Estas fuerzas, en especial la variación de ellas en tiempos cortos, son las principales causantes de la vibración de cada cilindro y por consecuencia del banco de tubos en general.

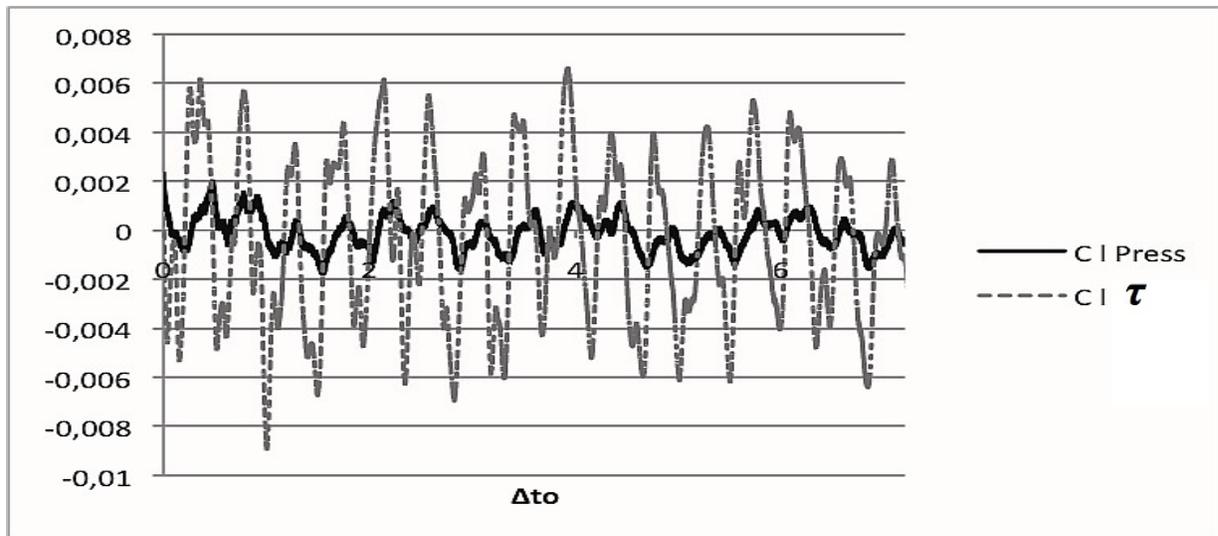


**Figura 37.- Fuerzas que afectan al cuerpo inmerso en un flujo**

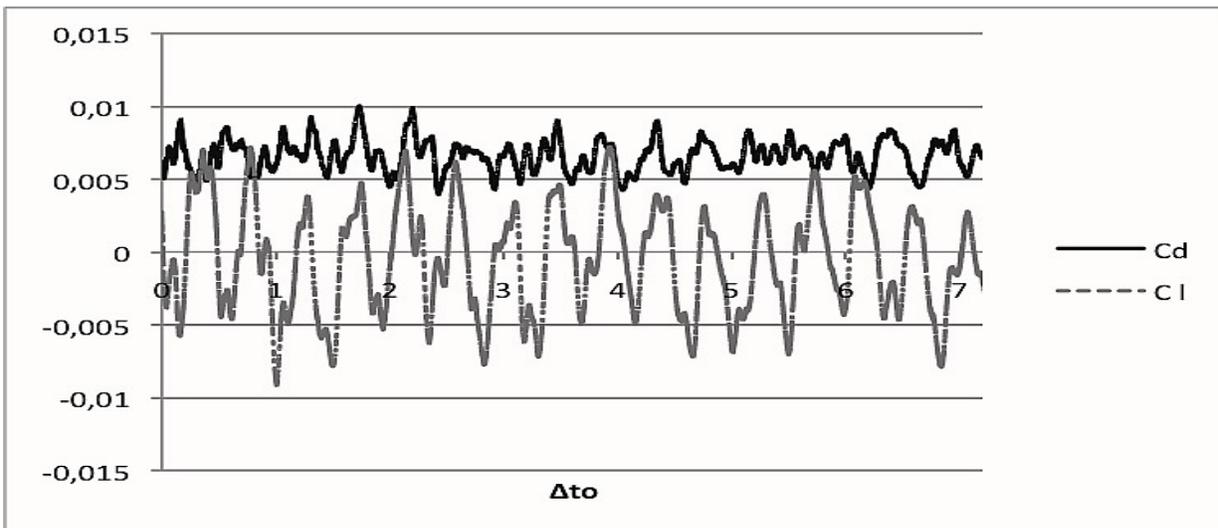
En las señales de la figura 38a observamos al coeficiente de arrastre, generado sobre el tubo por las dos fuerzas del flujo: la de la presión y la de los esfuerzos cortantes. La presión tiene un efecto de mayor fuerza ejercida sobre el cuerpo, pero la amplitud de la señal en los esfuerzos cortantes es mucho mayor. Un efecto similar sucede con la señal del coeficiente de sustentación, en figura 38b, donde las dos señales muestran diferente amplitud, aunque ahora tienen una media cercana a cero. Por tanto, en la figura 38c se aprecia la suma de las fuerzas descompuestas en ambos coeficientes. Aunque la presión es una fuerza con menor intensidad en su fluctuación, es la más influyente en el coeficiente de arrastre. Mientras que la otra fuerza, debida al esfuerzo cortante, genera alta fluctuación en la intensidad de la señal de sustentación, por ende existe alta vibración transversal de los tubos.



a)



b)



c)

Figura 38.- Gráficas de Componentes de la Fuerza adimensional ejercida en el cilindro central, en 7.22 tiempos adimensionales; a) Coeficiente de Arrastre; b) Coeficiente de sustentación; c) Suma de las componentes de cada coeficiente.

Las gráficas de la figura 38 se analizan estadísticamente en la tabla 2. Se demuestra, gracias al modelo de flujo compresible, que las fuerzas de la dinámica del fluido aunque sean pequeñas sí existen y es amplia la variación de las mismas.

$\Delta t_o$	Cd Press	Cl Press	Cd $\tau$	Cl $\tau$	Cd Total	Cl Total	
3.57000	0.00423	-0.00012	0.00238	-0.00038	0.00661	-0.00049	Media "M"
2.09470	0.00027	0.00069	0.00105	0.00337	0.00109	0.00368	Des. Est. " $\sigma$ "
7.22560	0.00516	0.00238	0.00531	0.00665	0.01004	0.00730	MAX
0.00000	0.00353	-0.00183	-0.00050	-0.00895	0.00391	0.00919	min
14226	14226	14226	14226	14226	14226	14226	# iteración

Tabla 2: Estadística del tubo central: coeficientes de arrastre y sustentación.

En la fuerza de arrastre sobre el sólido, la componente principal, es debida al esfuerzo normal ejercido por la presión del fluido sobre éste, con el 64.05% de responsabilidad sobre la media del fenómeno. Sin embargo, no debemos menospreciar las variaciones del arrastre que produce el esfuerzo cortante. El coeficiente de variación estadística  $CV = \sigma/M$  de la componente de arrastre que proviene del cortante " $\tau$ " es 6.24 veces mayor a la variación en la presión.

En el flujo alrededor de un cilindro el coeficiente de sustentación es nulo. Pero en este análisis, donde varias estelas interactúan y están limitadas por los tubos, encontramos que la fuerza fluctúa alrededor del punto neutro. La desviación estándar del coeficiente de sustentación es provocada al 77.55% por la componente

del esfuerzo  $\tau$  y es ésta la componente con mayor fluctuación en la amplitud de su señal. Cuando el coeficiente de sustentación suma ambas fuerzas hacia la misma dirección alcanza el 91.5% del máximo del coeficiente de arrastre, excediendo a la media de este coeficiente hasta en 40%.

Para la obtención de la frecuencia característica del fenómeno, que se presenta en la figura 39, requerimos aplicar la transformada de Fourier a los valores del coeficiente de sustentación, generado en el cilindro en estudio durante el tiempos de la simulación. Interpretamos el resultado como frecuencia de producción de vórtices, que es proporcional al número de Strouhal  $St=f_v D/U_0$  comparando a éste con respecto a la variación de energía entre cada frecuencia.

El valor experimental del número de Strouhal en un tubo aislado, que encuentra Williamson (1989), es 0.18 pero al aumentar el número de tubos de entrada (transversales a la dirección del flujo) el número de Strouhal aumenta paulatinamente y se estabiliza entre  $St=0.27$  y hasta  $St=0.31$  según lo reportado por Van der Hoogt (1987), posiblemente debido a un aumento de la velocidad media dado el fenómeno convergente-divergente de entre los tubos. Esto también lo observaron Kevalhan & Wadsley (2005), quienes lo compararon con el mapa de Fitz-Hugh (1973), referente al número de Strouhal para un arreglo escalonado de tubos, como se presenta el banco de tubos de este trabajo. Para esa comparación, ellos usaron aquella definición de un número de Strouhal equivalente que se basa en diámetro del tubo

" $D$ " y la velocidad del flujo media en la sección representativa del mínimo -entre los tubos-  $St_{eq} = St(1 - D/P)$ ; donde  $P$  es la distancia entre tubos de la misma hilera, para este caso es  $P = 2S_T$ .

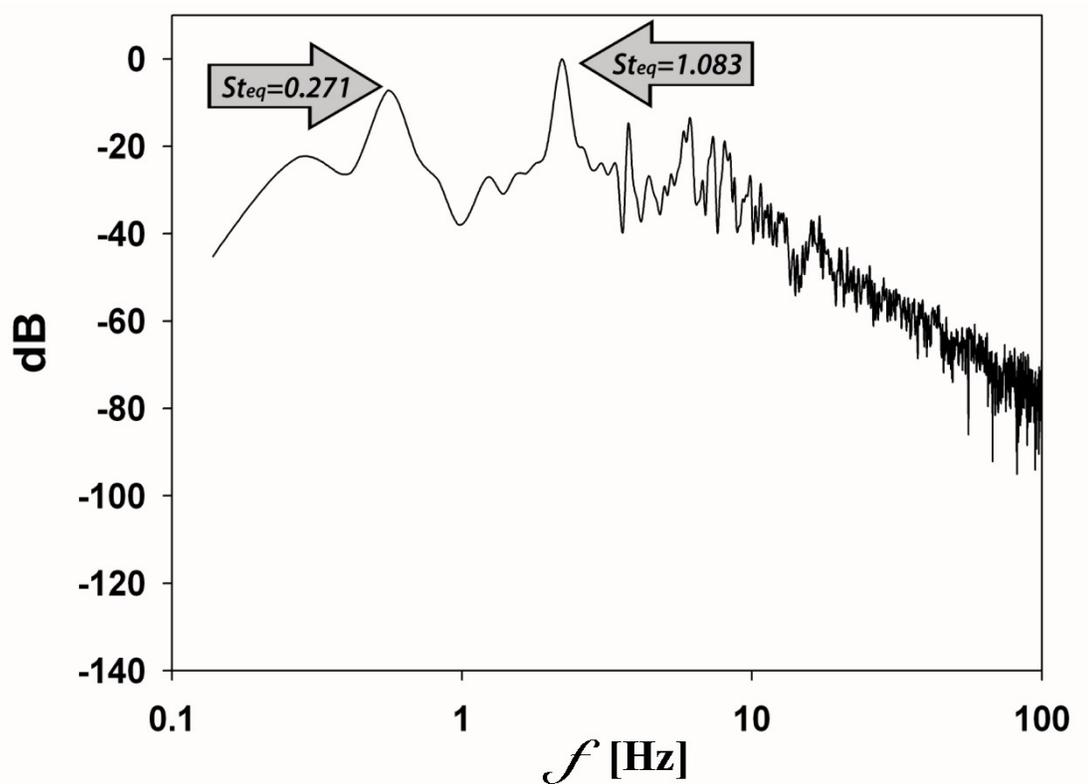


Figura 39.- Gráfica de la frecuencia natural en la superficie de los tubos relacionada con sus coeficientes de sustentación

Los valores obtenidos con la transformada de Fourier de la señal del coeficiente de sustentación visualizada en la figura 39, muestra los valores más energéticos, con la velocidad media de la simulación ( $S_2$ ), para obtener los números de Strouhal equivalentes para comparar nuestra zona homogénea de banco de tubos ( $St_{eq}=0.271$  y  $St_{eq}=1.083$ ) con el reporte de Van der Hoogt (1987). Estas dos frecuencias coexisten alrededor de cada cilindro y se manifiestan en el bamboleo de las estelas, en acuerdo a los vórtices alternados en cada hilera, mostrando que:

1. la frecuencia baja de 0.554 [Hz] corresponde a un  $St=0.56$  y se atribuye a la inestabilidad de las grandes escalas en la estela, resultas independiente del número de Reynolds y absorbidas desde el vórtice grande de la capa límite desprendida.

2. la frecuencia alta es de 2.214 [Hz], con  $St=2.24$  , y la causa las inestabilidades de las pequeñas escalas de la capa límite con los remolinos menores, como lo demuestran Kim & Durbin, (1988), así como Sakamoto & Haniu, (1990).

Los espectros de la velocidad para todos los modelos de flujos con estelas siguen un patrón similar. Las dos frecuencias, al alejarse del cilindro aproximadamente a  $1/3$  del diámetro, aguas abajo, convergen en una intermedia, como lo demuestra Bearman (1997). De acuerdo a Hiramoto & Higuchi (2003), el lado ancho de la estela acarrea el espectro energético más amplios con pico más bajo que el lado estrecho de la estela. Por esto, la intermitencia de los vórtices se ve reflejada en la frecuencia baja.

## **CONCLUSIONES**

Gracias a nuestro código LES, fue posible reproducir la turbulencia del flujo y sus efectos sobre los cuerpos sólidos inmersos con bastante buena aproximación al fenómeno estudiado experimentalmente. Se evaluó esta aproximación con un análisis estadístico y a partir de los resultados aquí presentados, se comprobó que utilizar fronteras inmersas en mallas estructuradas, donde se resuelven esquemas numéricos de alto orden para la Simulación de Grandes Escalas, es una herramienta con gran potencial para el estudio de flujos industriales que tienen características complejas y se relacionan con geometrías complicadas.

Con el estudio de las variables promediadas en el tiempo y en el espacio, aprovechando la homogeneidad del fenómeno, es posible comprender al flujo en su totalidad desde una sección del dominio. Este análisis ofrece el panorama de cómo se comporta dinámicamente el fluido dentro del banco de tubos; además será capaz de mapear la transferencia de calor que se suscite dentro del mismo, al introducir alguna diferencia en temperatura entre los sólidos y el fluido.

El refinamiento de la malla cerca de las paredes es un punto muy importante en el común de las Simulaciones de Grandes Escalas. En esta investigación, los cálculos fueron realizados en una malla cuya resolución se sustentó entre un compromiso con la calidad de los

resultados y los requerimientos numéricos, gracias a esto existen suficientes escalas de la turbulencia resueltas directamente. Debido a ello, los resultados mostraron un excelente desarrollo del flujo, permitiendo hacer una buena comparación con los datos experimentales.

Además, la interpolación de los puntos fantasma nos demuestra que el código LES es capaz de resolver el flujo utilizando menos resolución cerca de las paredes inmersas, sin llegar a recargar el modelo submalla. Y que, debido al auto-ajuste de la densidad con la presión y la temperatura, solamente se requiere utilizar esta herramienta en las componentes de la variable de velocidad. Es posible que el método de interpolación de la tercera simulación usada tenga utilidad en procesos que incluyan cambios de fase del fluido de trabajo, pero se deberá ahondar más, en investigaciones posteriores, para validar esta hipótesis.

Al asegurar que las partículas del fluido cumplen con la condición de no deslizamiento es posible realizar el análisis de esfuerzos que resultan de la interacción entre el flujo y los cilindros (lisos y rígidos), al desplazarse el primero entre los segundos. De este resultado se identifican la fuerzas que produce el fenómeno en las paredes de los tubos. Estas fuerzas se usan para encontrar los coeficientes de sustentación y de arrastre, los cuales ayudan a cuantificar las vibraciones mecánicas que sufrirá el diseño del banco de tubos sobre la superficie de éstos.

Por añadidura, el artificio matemático aplicado al coeficiente

de sustentación nos permitió estudiar las frecuencias principales que se generan en las paredes de los cilindros por la dirección principal del flujo. En particular en este fenómeno, la inestabilidad de la estela se debe a la interacción de dos estelas simultáneas. Una de las estelas interactúa con los vórtices intermitentes y la otra absorbe las pequeñas escalas del resto del flujo. La evidencia muestra la doble frecuencia del fenómeno.

Además, en este tipo de simulaciones se tiene la ventaja de obtener el perfil instantáneo de velocidad y la topografía de la turbulencia; también se pueden simular flujos no-estacionarios, conocer fenómenos transitorios extremos, así como, las frecuencias características del proceso que modelos tipo RANS no pueden mostrar. La LES tiene la gran ventaja de resolver fenómenos marcadamente anisotrópicos como los descritos en este párrafo, y que eventualmente se pueden observar gracias a que el modelo identifica con claridad los diferentes valores que se producen en las variables del flujo, cuando se exploran las visualizaciones de, por ejemplo, las fluctuaciones de velocidad.

Debido a la calidad de la simulación, con respecto a la anisotropía que presenta el fenómeno, se puede apreciar que la producción de vórtices es debida al *modo global de inestabilidad* conformado por dos procesos presentes en nuestras visualizaciones:

El primer proceso se debe a la inestable geometría y a la variada ubicación de las ráfagas de flujo acelerado a lo largo de la

pared del tubo, en la zona de mínima distancia entre éste y los tubos adyacentes de aguas arriba y en congruencia con los vórtices de pared, visualizados en la topología de la turbulencia instantánea. Además, estos fenómenos provienen de una mezcla intensa entre las bandas de los planos normales del flujo, que se prueba con las máximas fluctuaciones  $w'$ , que toman forma de herradura.

El segundo proceso comienza con la formación del vórtice, ubicándose al extremo opuesto del cilindro, es decir, enfrente de los fenómenos del proceso anterior. Lo observamos en las fluctuaciones más altas de la velocidad  $u'$ , que toman forma de hongo. Además, este aspecto concuerda con los puntos del máximo esfuerzo cortante (donde se separan las capas límite) y estos esfuerzos de  $u'v'$  se atenúan en forma de lengua y toman la dirección del grueso del flujo. Ahí donde existe una mezcla intensa del fluido debida al acople de los vórtices en forma de X y a su posterior desacople, próximos a disiparse. Sin embargo, este último fenómeno no se concreta ya que el flujo, en ese punto, ha alcanzado a la siguiente hilera de tubos y por tanto, retro alimenta al modo global de inestabilidad.

Nuestro prototipo numérico también puede ser utilizado para analizar cualquier flujo libre que encuentre -o no- a su paso algún obstáculo sólido y rígido. Así mismo, seguirá siendo capaz de resolver las ecuaciones de Navier-Stokes compresibles con aproximaciones aceptables, aún cuando se reduzca el número de nodos cercanos a las paredes inmersas, gracias a la herramienta numérica del estencil de interpolación.

## BIBLIOGRAFÍA

Balabani, S., Yianneskis, M. (1996) *An experimental study of the mean flow and turbulence structure of cross-flow over tube bundles*. Proceedings of IMechE, Part C, Journal of Mechanical Engineering Science 210: 317-331.

Bejan, A., (1995). *Convection Heat Transfer*, second ed., John Wiley & Sons Inc., New York.

David E. (1993). *Modélisation des écoulements compressibles et hypersoniques: Une approche instationnaire*. PhD Thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, France.

De la Lama Zubirán M. A., (2005). *Simulación de Grandes Escalas de un Chorro Plano Compresible*. Tesis Facultad Ingeniería UNAM.

Fletcher C. A. J., (1988). *Computational techniques for fluid dynamics 2*. Springer.

Halim, M.S., (1988). Detailed velocity measurement of flow through staggered and in-line tube banks in cross-flow using laser Doppler anemometry. Ph.D.Thesis, University of Manchester.

Iwaki, C., Cheong, K.H., Monji, H., Matsui, G., (2004). *PIV measurement of the vertical cross-flow structure over tube bundles*. *Exp. Fluids* 1.37, 350-363.

Kays, W.S. London, A.L., (1998). *Compact Heat Exchangers*, third ed., Krieger Publishing Company, Malabar, Florida.

Konstantinidis, E., Castiglia, D., Balabani, S., Yianneskis, M., (2000). *On the flow and vortex shedding characteristics of an inline tube bundle in steady and pulsating crossflow*. *Transactions of IChemE, Part A, Chemical Engineering Research and Design* 78(8): 1129-1138.

Meyer, K.E., (1994). *Experimental and numerical investigation of turbulent flow and heat transfer in staggered tube Bundles*. Ph.D. Thesis, AFM 94-03, Technical University of Denmark.

Stokes, G.G., (1843). *On some cases of fluid motion*, Proceedings, Cambridge Philosophical Society, Vol. 8, pp. 105-137.

## HEMEROGRAFÍA

Aiba, S., Tsuchida, H., Ota, T., (1982b). "Heat transfer around tubes in staggered tube banks. Bull." *JSME* 25, 527-533.

Balabani, S., Yianneskis, M. (1997) "Vortex shedding and turbulence scales in staggered tube bundle flows". *Canadian Journal of Chemical Engineering* 75 (5): 823-831.

Barsamian, H.R., Hassan, Y.A., (1997). "Large eddy simulation of turbulent crossflow in tube bundles". *Nuclear Engineering and Design Journal* 172, 103-122.

Benhamadouche, S., Laurence D. (2003). "LES, coarse LES, and transient RANS comparisons on the flow across a tube bundle" *International Journal of Heat and Fluid Flow* 24 pp470-479.

Bouris, D., Bergeles, G., (1999). "Two dimensional time dependent simulation of the subcritical flow in a staggered tube bundle using a subgrid scale model". *Int. J. Heat Fluid Flow* 20 (2), 105-114.

Butterworth, D., Guy, A.R., Welkey, J.J., (1996). "Design and applications of twisted tube exchangers". Berryman, R.J. (Ed.), *European Research Meeting on the Future Needs and Developments in Heat Exchanger Technology—Advances in Industrial Heat Transfer, IChemE*, pp. 87-95.

Chen, S.S., (1987). "A general theory for the dynamic instability of tube arrays in cross-flow", *Journal of Fluids and Structures*, 1, pp.35-53.

Dubief, Y. & Delcayre, F., (2000). "On coherent-vortex identification in turbulence". *Journal of Turbulence*, Ed. Taylor & Francis Grupe vol. 1, pp. 001.

Fitz-hugh, J.S., (1973). *Flow induced vibration in Heat Exchangers*. Oxford University report, RS57.

Grimson, E., (1937). "Correlation and utilization of new data on flow resistance and heat transfer for cross-flow over tube banks". *ASME Trans.* 59, 583.

Gottlieb, D. & Turkel, E., (1976). "Dissipative to four methods for time-dependent problems". *Mathematics of Computation*, Ed. American Mathematical Society. Vol. 30, pp. 703-723.

Hassan, Y. A., Ibrahim, W. A. (1997). "Turbulence prediction in two-dimensional bundle flows using large eddy simulation". *Nuclear Technology Journal* 119: 11-28.

Hassan, Y.A., Barsamian, H.R., (1999). "Turbulence simulation in tube bundle geometries using the dynamic subgrid-scale model". *Nuclear Technology Journal* 128, 58-74.

Hassan, Y.A., Barsamian, H.R., (2004). "Tube bundle flows with the

large eddy simulation technique in curvilinear coordinates". *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47, 3057-3071.

Hiramoto, R., Higuchi, H., (2003). "Vortex shedding behind a nonparallel pair of circular cylinders". *Journal of Fluids and Structures* 18 pp. 131-143.

Horvat, A. Mavko, B., (2005). "Hierarchic modeling of heat transfer processes in heat exchangers". *Int. J. Heat Mass Transfer* 48 pp. 361-371.

Horvat, A. Leskovar, M. Mavko, B., (2006). "Comparison of heat transfer conditions in tube bundle cross-flow for different tube shapes". *Int. J of Heat and Mass Transfer* 49 pp. 1027-1038.

Huge, E., (1937). "Experimental investigation on the effect of equipment size of heat transfer and flow resistance in cross-flow of gas over tube bank". *ASME Trans.* 59, 573-582.

Jansen, K., (1993). "Unstructured grid large eddy simulation of wall bounded flow". *Ann. Res. Briefs CTR, Stanford*.

Kevalhan, N. K. R., Wadsley J., (2005). "Suppression of three-dimensional flow instabilities in tube bundles". *journal of fluids and structures* 20 pp. 611-620.

Khushnood, S., Khan, Z.M, Koreshi, Z U., (2003). "Cross-flow induced vibrations in tube bundles: a review" Final Paper, *11th International conference on nuclear engineering, Tokyo, japan*.

Kim, H.J., Durbin, P.A., (1988). "Investigation of the flow between a pair of circular cylinders in the flopping regime". *Journal of Fluid Mechanics* 196, 431-448.

Launder, B.E., Reece, G.J., Rodi, W., (1975). "Progress in the development of a Reynolds Stress turbulence closure". *J. Fluid Mech.* 68, 231-566.

Lesieur M., & Compte P., (1997). "Large-eddy simulation of compressible turbulent flows". *Turbulence in Compressible Flows, AGARD/VKI Course, AGARD Rep.* 819.

Lesieur. M. & Métais. O., (1996). "New trends in large eddy simulations of turbulence". *Annu. Rev. Fluid Mech.* Vol. 28. pp. 45-82.

Liang, C., Papadakis, G., (2007a). "Large Eddy Simulation of flow over a staggered tube bundle at subcritical Reynolds number". *Journal of Fluids and Structures* 23: 1215-1230.

Liang, C., Papadakis, G., Luo, X., (2008). "Effect of tube spacing on the vortex shedding characteristics of laminar flow past an inline tube array; a numerical study" Preprint submitted to *Computers and Fluids*.

Moretti, P.M., (1993). "Flow-induced vibrations in arrays of cylinders", *Annual Review of Fluid Mechanics*, 25, pp. 99-114.

Moulinec, C., Pourquié, M.J.B., Boersma, B.J., Buchal, T., Nieuwstadt, F.T.M., (2004b). "Direct numerical simulation on a Cartesian mesh of the flow through a tube bundle". *International Journal of Computational Fluid Dynamics* 18, 1-14.

Nakai T., Ayukawa K., Inoue T., (1996). "Flow through dense tube bundles, Part 1: pressure distribution on tube surface and velocity variation inside tube bundles". *Trans Japan Soc Mech Eng Series B.62*: 65-71

Oengören, A., Ziada, S., (1998). "An in-depth study of vortex shedding, acoustic resonance and turbulent forces in normal triangle tube arrays". *Journal of Fluids and Structures* 12: 717-758.

Owen, P., (1965). "Buffeting excitation of boiler tube vibration". *Journal of Mechanical Engineering Science* 7: 431-439.

Paul, S., Tachie, M., Ormiston, S., (2007). "Experimental study of turbulent cross-flow in a staggered tube bundle using particle image velocimetry" *Int. J of Heat and Mass Transfer* 28 pp. 441-453.

Peskin, C.S., (1972). "Flow patterns around heart valves: a numerical method". *J. Comput. Phys.* 10 pp. 252-271.

Peskin, C.S. & McQueen, D.M., (1980). "Numerical análisis of blood flow in the heart". *J. Comput. Phys.* 25 pp. 220-252.

Peskin, C.S. & McQueen, D.M., (1992). "Cardiac fluid dynamics". *Crit. Rev. Biomed. Eng.* 20 pp. 451-459.

Pierson, O., (1937). "Investigation of influence of tube arrangement on convection heat transfer and flow resistance in cross-flow of gases in tube banks". *ASME Trans.* 59, 563-572.

Polak, D. R., Weaver, D. S., (1995). "Vortex shedding in normal triangular tube arrays". *Journal of Fluids and Structures* 9: 1-17.

Price, S.J., (1995). "A review of theoretical models for fluid-elastic instability of cylinder arrays in cross-flow", *Journal of Fluids and Structures*, 9, pp. 463-518.

Price, S.J. Paidoussis, M. P. Mark, B., (1995). "Flow visulisation of the interstitial cross-flow through parallel triangular and rotated square arrays of cylinders". *Journal of Sound and Vibration* 181: 85-98.

Rodi, W., Ferziger, J.H., Breuer, M., Pourqui\_e, M., (1997). "Status of large eddy simulation: results of a workshop". *Journal of Fluids Engineering*.

Rollet-Miet, P., Laurence, D., Ferziger, J., (1999). "LES and RANS of turbulent flow in tube bundles". *International Journal of Heat and Fluid Flow* vol 20, pp. 241-254.

Sakamoto H y Haniu H, (1990). "Aerodynamic forces acting on two square prisms placed vertically in a turbulent boundary layer". *J Wind Eng ind Aerodyn* 31:41-66.

Salinas Vázquez M. and Métais. O. (2002). "Large-eddy simulation of the turbulent flow through a heated square duct" *J. Fluid Mech.* 453, 202-208

Salinas Vázquez M., Vicente Rodríguez W., De la Lama Zubirán M. A., Carrizosa Elizondo E., Espinosa Gayosso H.A., (2007). "Simulación de Grandes Escalas (large eddy simulation) de un flujo de aire que pasa perpendicularmente alrededor de un arreglo de tubos de sección circular". *Octavo Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica*.

Shyy, W., Chen, M.H., Sun, C.S., (1992). "Pressure-based multigrid algorithm for flow at all speeds". *AIAA J.* 30 (11), 2660-2669.

Simonin, O., Barcouda, M., (1986). "Measurement of fully developed turbulent flow across tube bundle". *Proceedings of the Third International Symposium on Applications of Laser Anemometry to Fluid Mechanics*, Lisbon, Portugal.

Simonin, O., Barcouda, M., (1988). "Measurement and prediction of turbulent flow entering a staggered tube bundle". *Proceedings of the Fourth International Symposium on Applications of Laser Anemometry to Fluid Mechanics*, Lisbon, Portugal. paper number 5.23.

Smagorinsky, J., (1963). "General circulation experiments with the primitive equations. i. The basic experiment". *Monthly Weather Review* 91, 99-164.

Stanescu, G. Fowler, A.J. Bejan, A., (1996). "The optimal spacing of cilindres in free-stream cross-flow forced convection". *Int. J. Heat Fluid Flow* 39 (2) pp. 311-317.

Sumner, D., Price, S.J., Païdoussis, M. P., (2000). "Flow-pattern identification for 2 staggered circular cylinders in cross-flow". *Journal of Fluid Mechanics* 411: 263-303.

Sumner, D., Richards, M. D., Akosile, O. O., (2005). "Two staggered circular cylinders of equal diameter in cross-flow". *Journal of Fluids and Structures* 20: 255-276.

Thomas, J.L., Walters, R.W., Reu, T., GhaÅari, F., Weston, R.P., Luckring, J.M., (1989). "A patched-grid algorithm for complex congurations directed towards the F-18 Aircraft". *AIAA 27th Aerospace Science Meeting Paper* 89-0121.

Tseng, Y.H. Ferziger, J.H., (2003). "A ghost-cell immersed Boundary method for flow in complex geometru". *J. Comput. Phys.* 192 pp. 593-623.

Umeda S., Yang Wen-Jei, (1996b). "Flow visualization in intersecting ducts with different converging-diverging angles". *Journal of Visualization Society*, Japan 16: 19-27.

Umeda, S., Yang, W., (1999). "Interaction of von Kármán vortices and intersecting main streams in staggered" *Experiments in fluids* 26.

Wallis, R.P., (1939). "A photographic study of fluid flow between bank of tubes". *Proc. IMechE* 142, 379-387.

Wang, Y., Trouvé, A., (2004). "Artificial acoustic stiffness reduction in fully compressible, direct numerical simulation of combustion". *Combustion Theory and Modelling* 8 (3), pp. 633-660.

Watterson, J.K., (1994). "A pressure-based flow solver for the threedimensional Navier-Stokes equations on unstructured and adaptive meshes". *25th AIAA Fluid Dynamics Conference*, Paper 94-2358.

Watterson, J.K., Dawes, W.N., Savill, A.M., White, A.J., (1994). "Turbulent flow in a staggered bundle of cylinders without heat transfer". *3rd ERCOFTAC- IAHR Workshop on Rened Flow Modelling*, Lisbon.

Watterson, J., Dawes, W., Savill, A., White, A., (1999). "Predicting turbulent Flow in a staggered tube bundle". *International Journal of Heat and Fluid Flow* 20 pp. 581-591.

Weaver, D.S. & FitzPatrick, J.A., (1988). "A review of cross-flow induced vibrations in heat exchanger tube arrays", *Journal of Fluids and Structures*, 2, pp. 73-93.

Weaver, D. S., Lian, H. Y., Huang, X. Y., (1993). "Vortex shedding in rotated square arrays". *Journal of Fluids and Structures* 7: 107-121.

Williamson, C.H.K., (1989). "Oblique and parallel modes of vortex shedding in the wake of a circular cylinder at low reynolds numbers". *Journal of Fluid Mechanics* 206, 579-627.

Yang, J. Balaras, E., (2006). "An embedded-boundary formulation for large-eddy simulation of turbulent flows interacting with moving boundaries". *J. Comput. Phys.* 215 pp. 12-40.

Ye, T. Mittal, R. Udaykumar, H.S. Shyy, W., (1999). "An accurate Cartesian grid method for viscous incompressible flows with complex immersed boundaries". *J. Comput. Phys.* 156 pp. 209-240.

Zhukauskas, A., (1987). "Convective heat transfer in cross flow, Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer". *Wiley & Sons*, New York.

Ziada, S., Öngören, A., (1992). "Vorticity shedding and acoustic resonance in an inline tube bundle". Part I: vorticity shedding. *Journal of Fluids and Structures* 6: 271-292.

Ziada, S., Öngören, A., (1993). "Vortex shedding in an inline tube bundle with large tube spacings". *J. of Fluids and Structures* 7 661-687.

Ziada, S., Öngören, A., (2000). "Flow Periodicity and acoustic resonance in parallel triangle tube bundles". *Journal of Fluids and structures* 14 (2) pp. 197-219.

## MULTIMEDIA

Bearman (1997). "Bluff Body Hydrodynamics" *XXI Symposium on Naval Hydrodynamics*, Commission on Physical Sciences, Mathematics, and Applications 561-579 En: [books.nap.edu/openbook.php?record\\_id=5870&page=561](http://books.nap.edu/openbook.php?record_id=5870&page=561) (Agosto 2009)

Simonin O. & Barcouda M., "Flow through staggered tube bundle Case 78, ERCOFTAC classic database". <http://cfcd.me.umist.ac.uk/ercoftac>. (mayo 2007)

Xu G. & Zhou Y., (2004). "Strouhal numbers in the wake of two inline cylinders", *Experiments in Fluids* 37:248-256 En:[www.springerlink.com/content/r5503b3lpdpv615h](http://www.springerlink.com/content/r5503b3lpdpv615h) (Agosto 2009)

Van der Hoogt, P. J. M., "Pressure Distribution and vortex Shedding at Staggered tube bundles". *Twente University of Technology*, Enschede, The Netherlands; [www.iasmirt.org/iasmirt-3/SMiRT10/DC\\_250525](http://www.iasmirt.org/iasmirt-3/SMiRT10/DC_250525). (Agosto 2009)

Figura 1.- "Diseños industriales con bancos de tubos"; (Sep. 2009)

a) *Planta Criogénica*. En: [www.fotosearch.com/BDX105/bxp25536](http://www.fotosearch.com/BDX105/bxp25536);

b) *Diagrama de un reactor Nuclear*. En: [www.iop.org/activity/education/Teaching\\_Resources/Teaching%20Advanced%20Physics/Atomic%20and%20Nuclei/Nuclear%20fission/page\\_5434.html](http://www.iop.org/activity/education/Teaching_Resources/Teaching%20Advanced%20Physics/Atomic%20and%20Nuclei/Nuclear%20fission/page_5434.html);

c) *Caldera-bobina China de Níquel cobre*. En: [njzhulijiang.en.made-in-china.com/product/SbwmQDBHZArF/China-Copper-Nickel-Alloy-Heat-Exchanger.html](http://njzhulijiang.en.made-in-china.com/product/SbwmQDBHZArF/China-Copper-Nickel-Alloy-Heat-Exchanger.html);

d) *Intercambiador de flujo radial*. En: [www.sulphuric-acid.com/TechManual/Contact/contact\\_gashx.htm](http://www.sulphuric-acid.com/TechManual/Contact/contact_gashx.htm);

e) *Banco de remplazo UTOC*. En: [www.utoc.com.sg/services.asp?Id=10](http://www.utoc.com.sg/services.asp?Id=10).

Figura 2.- "Diseños básicos de bancos de tubos"; (Sep. 2009)

a) *Intercambiador de calor de aire*. En: [www.indiamart.com/badrin-industries/heat-transfer-equipment.html](http://www.indiamart.com/badrin-industries/heat-transfer-equipment.html);

b) *Banco Remobile Stak*. En: [www.counterflow.net/heat.htm](http://www.counterflow.net/heat.htm);

c) *HeutB250*. En: [www.appliedcool.com/products/heat\\_exchangers/utube\\_bundles.htm](http://www.appliedcool.com/products/heat_exchangers/utube_bundles.htm);

d) *Bobina de vapor*. En: [www.indiamart.com/badrin-industries/heat-transfer-equipment.html](http://www.indiamart.com/badrin-industries/heat-transfer-equipment.html);

e) *Enfriador de aceite*. En: [www.indiamart.com/badrin-industries/heat-transfer-equipment.html](http://www.indiamart.com/badrin-industries/heat-transfer-equipment.html);

f) *Arreglo de Combustible Nuclear*. En: [www.solcomhouse.com/nuclear.htm](http://www.solcomhouse.com/nuclear.htm).