



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y  
DOCTORADO EN INGENIERÍA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**COMPENSACIÓN DE POTENCIA  
REACTIVA EN SISTEMAS ELÉCTRICOS  
DE POTENCIA**

**T E S I S**

**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTOR EN INGENIERÍA ELÉCTRICA  
CAMPO DE CONTROL AUTOMÁTICO**

**P R E S E N T A:  
GONZALO SANDOVAL RODRÍGUEZ**

**DIRECTORES DE TESIS:  
DR. GERARDO R. ESPINOSA PÉREZ  
DR. VÍCTOR M. CÁRDENAS GALINDO**

**CIUDAD UNIVERSITARIA**

**2010**





Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# Agradecimientos

Los primeros tres años de este trabajo fueron apoyados por la Dirección General de Estudios de Posgrado (DGEPE) de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), mientras que en los últimos dos años se tuvo el apoyo de la Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA) de la Universidad Nacional Autónoma de México y del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT). A estas dependencias e instituciones quiero expresarles mi más grande agradecimiento por su apoyo para realizar este proyecto de investigación.

Quiero también expresar mi agradecimiento a la Universidad Nacional Autónoma de México, que ha sido la institución en donde he cursado mis estudios de bachillerato (Colegio de Ciencias y Humanidades, plantel Vallejo), mis estudios de licenciatura en Ingeniería Mecánica Eléctrica (Facultad de Ingeniería), de Maestría en Ingeniería Eléctrica (Posgrado de Ingeniería) y me ha dado la oportunidad de hacer y concluir mis estudios de Doctorado en Ingeniería Eléctrica, así como por darme el privilegio de trabajar para ella durante 13 años impartiendo clases en la Facultad de Ingeniería.

Deseo también agradecer ampliamente a los miembros del jurado, Dr. Luis Álvarez Icaza, Dr. Jaime Moreno, Dr. Jaime Arau, Dr. Víctor Cárdenas y Dr. Gerardo Espinosa, por sus observaciones que me han permitido mejorar este trabajo. De forma especial quiero manifestar mi agradecimiento al Dr. Gerardo Espinosa, mi tutor de doctorado, no solamente por haber dirigido mis pasos durante todo este tiempo, sino además por haber despertado mi interés en los estudios de doctorado, por hacer que me esforzara en aprender una disciplina que resultó completamente nueva para mí, por haber creído que a pesar de mis carencias de conocimientos y falta de antecedentes en control automático tenía la capacidad para poder emprender un proyecto de esta magnitud, por haberme aconsejado en muchas ocasiones, no solamente como tutor, sino también como amigo, porque haber tenido la oportunidad de trabajar y aprender de él para mí ha sido un verdadero privilegio y el cual espero se pueda prolongar por muchos años más.

A mis compañeros del posgrado, quienes no solamente me alentaron sino que hicieron mucho más agradable la convivencia. A los patrones: Iván Martínez (patrón máximo, jefe supremo, big boss, great chief, top banana), Irvin López (patrón de la UAM y heredero del laboratorio) y Francisco Bañuelos (patrón del Instituto de Ingeniería y señor de los anillos de Zacatecas). A todos ustedes muchas gracias por el privilegio de su amistad durante todos estos años.

Finalmente, quiero expresar mi más profundo agradecimiento a mi familia, quien ha estado a mi lado durante todo este tiempo. A mis hermanas, Belem y Meyer les agradezco mucho su comprensión y consejos durante todo este tiempo. Finalmente, mi mayor agradecimiento es para mis padres, Horacio Sandoval y Delia Rodríguez, por todo el apoyo que me han dado, tanto en los momentos buenos como en las situaciones más difíciles, porque gracias a ustedes he podido emprender los más diversos proyectos de mi vida y por ustedes he llegado hasta donde actualmente me encuentro. Sin el apoyo de ustedes difícilmente habría podido llegar tan lejos. Muchas gracias por sus consejos, por sus palabras de aliento, por su ayuda, por su comprensión y por todos los momentos tan gratos de que han llenado toda mi vida. La conclusión de este proyecto, que para mí es un logro de cinco años de esfuerzo, para mis padres es el logro de toda una vida de esfuerzo, de dedicación y de sacrificio. No tengo palabras para agradecerles todo lo que han hecho por mí. El resultado de todo este esfuerzo está dedicado especialmente a ustedes con mi más grande y eterno agradecimiento.

Ciudad Universitaria, México, Mayo de 2010.

# Índice general

<b>Índice de cuadros</b>	<b>8</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>13</b>
<b>Abreviaturas</b>	<b>14</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>15</b>
1.1. Motivación . . . . .	15
1.1.1. Compensación de la potencia reactiva . . . . .	15
1.1.2. Inversores multinivel para compensar potencia reactiva . . . . .	19
1.2. Antecedentes . . . . .	26
1.2.1. Uso de técnicas de control no lineal para convertidores estáticos . . . . .	26
1.2.2. Problemas de control de convertidores estáticos resueltos mediante control basado en pasividad . . . . .	27
1.2.3. Control basado en pasividad . . . . .	31
1.2.4. Objetivo de la investigación . . . . .	35
1.3. Planteamiento y formulación del problema . . . . .	36
1.3.1. Problema de compensación de potencia reactiva . . . . .	36
1.3.2. Hipótesis de la investigación . . . . .	37
1.4. Contribuciones . . . . .	37

	5
1.5. Organización de la tesis . . . . .	38
1.6. Retos asociados al problema de control . . . . .	39
<b>2. Modelado del inversor multinivel híbrido asimétrico</b>	<b>40</b>
2.1. Circuito completo del inversor . . . . .	40
2.2. Modelo discontinuo del inversor . . . . .	41
2.2.1. Modelado del puente H . . . . .	42
2.2.2. Modelado en el lado de corriente directa . . . . .	44
2.2.3. Modelado en el lado de corriente alterna . . . . .	45
2.2.4. Modelo en variables de estado . . . . .	46
2.3. Modelo continuo del inversor . . . . .	47
2.3.1. Modulación por ancho de pulso . . . . .	47
2.3.2. Modelo promediado del inversor . . . . .	52
2.4. Conclusiones sobre el modelado del inversor . . . . .	59
<b>3. Análisis de resolubilidad del esquema de control no lineal</b>	<b>60</b>
3.1. Objetivos de control del inversor . . . . .	60
3.2. Propiedades de los valores deseados y suposiciones preliminares . . . . .	61
3.3. Análisis de resolubilidad . . . . .	62
3.4. Conclusiones sobre el análisis de resolubilidad del inversor . . . . .	67
<b>4. Diseño del controlador</b>	<b>69</b>
4.1. Diseño del control basado en pasividad . . . . .	70
4.1.1. Análisis de pasividad y moldeo energía . . . . .	70
4.1.2. Inyección de amortiguamiento y análisis de estabilidad . . . . .	72

4.2.	Consideraciones para el diseño de las leyes de control . . . . .	73
4.3.	Esquemas de control para un solo inversor . . . . .	74
4.3.1.	Control de la componente fundamental de la corriente . . . . .	74
4.3.2.	Seguimiento de una armónica de corriente . . . . .	77
4.3.3.	Seguimiento de varias armónicas de corriente . . . . .	79
4.3.4.	Seguimiento de varias armónicas de corriente con ángulo de fase . . .	81
4.4.	Esquemas de control para el inversor multinivel . . . . .	84
4.4.1.	Control del inversor multinivel simétrico . . . . .	85
4.4.2.	Control del inversor multinivel híbrido asimétrico . . . . .	88
4.5.	Sintonización del controlador . . . . .	95
4.6.	Consideraciones adicionales para el diseño del controlador . . . . .	96
<b>5.</b>	<b>Resultados de simulaciones</b>	<b>97</b>
5.1.	Un solo convertidor . . . . .	98
5.1.1.	Con la componente fundamental de la corriente . . . . .	99
5.1.2.	Seguimiento de una armónica de corriente . . . . .	100
5.1.3.	Seguimiento de varias armónicas de corriente . . . . .	103
5.1.4.	Comentarios respecto al control para un convertidor . . . . .	104
5.2.	Inversor multinivel híbrido asimétrico de nueve niveles . . . . .	105
5.2.1.	Estabilidad en estado estacionario . . . . .	106
5.2.2.	Cambio de parámetros (incremento) en el inversor . . . . .	108
5.2.3.	Cambio de parámetros (decremento) en el inversor . . . . .	112
5.2.4.	Cambio en la corriente deseada . . . . .	115
5.2.5.	Ruido en la retroalimentación . . . . .	116

5.2.6. Comentarios respecto al control del inversor multinivel . . . . .	119
5.3. Simulaciones en PSIM . . . . .	120
5.3.1. Aspectos relativos a la implementación del controlador . . . . .	120
<b>6. Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>128</b>
6.1. Conclusiones . . . . .	128
6.2. Trabajo futuro . . . . .	130
<b>A. Consideraciones sobre el factor de potencia</b>	<b>132</b>
<b>B. Modelo promediado del inversor</b>	<b>136</b>
B.1. Pierna $B$ del convertidor de alta frecuencia . . . . .	136
B.2. Pierna $C$ del convertidor de baja frecuencia . . . . .	138
B.3. Pierna $D$ del convertidor de baja frecuencia . . . . .	140
<b>C. Funciones de excitación y valor promedio de la tensión en el capacitor</b>	<b>142</b>
C.1. Función de excitación $fx_{1d}$ . . . . .	142
C.2. Función de excitación $\mu x_{1d}$ . . . . .	148
C.3. Valor promedio de la tensión en el capacitor . . . . .	149
<b>Bibliografía</b>	<b>150</b>

# Índice de cuadros

1.1. Comparación de inversores multinivel . . . . .	26
2.1. Tensiones y corrientes de acuerdo las posiciones posibles de los interruptores de un puente H . . . . .	43
2.2. Tensiones y corrientes de acuerdo las posiciones de los interruptores del circuito equivalente del puente H . . . . .	44
2.3. Apertura y cierre de los interruptores de un puente H en modulación por ancho de pulso senoidal bipolar. . . . .	48
2.4. Apertura y cierre de los interruptores de un puente H en modulación por ancho de pulso senoidal unipolar . . . . .	51
2.5. Descomposición de las funciones de conmutación $sw_1$ y $sw_2$ . . . . .	54
2.6. Intervalos de tiempo para las funciones de conmutación $sw_A$ , $sw_B$ , $sw_C$ y $sw_D$ . . . . .	56
5.1. Valores de simulación para un convertidor . . . . .	99
5.2. Valores de simulación para dos convertidores. . . . .	106
5.3. Incremento del 50 % en los parámetros. . . . .	109
5.4. Decremento del 50 % en los parámetros. . . . .	112
5.5. Valores de simulación para dos convertidores en PSIM. . . . .	123

# Índice de figuras

1.1. Esquema para compensación de corriente con distorsión armónica mediante un filtro activo . . . . .	19
1.2. Inversor de medio puente . . . . .	20
1.3. Inversores de dos niveles y multinivel . . . . .	21
1.4. Forma de onda de once niveles . . . . .	22
1.5. Inversor multinivel con diodo fijador de $m$ niveles . . . . .	23
1.6. Inversor multinivel con capacitores flotantes de $m$ niveles . . . . .	23
1.7. Inversor multinivel en puente H en cascada de $2m + 1$ niveles . . . . .	24
1.8. Inversor multinivel híbrido en puente H en cascada de $2^{m+1} - 1$ niveles . . . . .	24
1.9. Sistema pasivo y relación entrada-salida . . . . .	32
1.10. Compensación de factor de potencia de distorsión mediante un inversor multinivel híbrido asimétrico en derivación . . . . .	36
2.1. Circuito completo del inversor multinivel híbrido asimétrico de nueve niveles para compensar factor de potencia de distorsión . . . . .	41
2.2. Puente H de un convertidor . . . . .	42
2.3. Circuito equivalente del puente H de un convertidor . . . . .	43
2.4. Circuito en el lado de directa de un convertidor . . . . .	45
2.5. Circuito en el lado de alterna del inversor multinivel híbrido asimétrico . . . . .	46
2.6. Puente H completo para modulación por ancho de pulso senoidal . . . . .	48

ÍNDICE DE CUADROS	10
2.7. Tensión de salida de modulación por ancho de pulso senoidal bipolar y ondas portadora y moduladora . . . . .	49
2.8. Tensión de salida de modulación por ancho de pulso senoidal unipolar y ondas portadoras y moduladora . . . . .	50
2.9. Periodo de modulación $T_{PWM}$ , tiempo de encendido $t_{ON}$ y tiempo de apagado $t_{OFF}$ para modulación por ancho de pulso senoidal unipolar . . . . .	51
2.10. Esquema para modulación por ancho de pulso senoidal con doble portadora y una moduladora . . . . .	53
2.11. Piernas $A$ y $B$ para el convertidor de alta frecuencia y piernas $C$ y $D$ para el convertidor de baja frecuencia . . . . .	54
2.12. Tiempos de encendido $t_{ON}$ , apagado $t_{OFF}$ y periodos $T_{LF}$ y $T_{HF}$ para los convertidores del inversor multinivel híbrido asimétrico . . . . .	55
5.1. Estructura general del control para un convertidor . . . . .	99
5.2. Corriente $x_1$ . . . . .	100
5.3. Tensión $x_2$ . . . . .	100
5.4. Corriente $x_{1d}$ . . . . .	100
5.5. Tensión $x_{2d}$ . . . . .	100
5.6. Error de corriente $\tilde{x}_1$ . . . . .	101
5.7. Error de tensión $\tilde{x}_2$ . . . . .	101
5.8. Ley de control $\mu$ . . . . .	101
5.9. Corriente $x_1$ . . . . .	101
5.10. Tensión $x_2$ . . . . .	101
5.11. Corriente $x_{1d}$ . . . . .	102
5.12. Tensión $x_{2d}$ . . . . .	102
5.13. Error de corriente $\tilde{x}_1$ . . . . .	102
5.14. Error de tensión $\tilde{x}_2$ . . . . .	102

5.15. Ley de control $\mu$ . . . . .	102
5.16. Corriente $x_1$ . . . . .	103
5.17. Tensión $x_2$ . . . . .	103
5.18. Corriente $x_{1d}$ . . . . .	104
5.19. Tensión $x_{2d}$ . . . . .	104
5.20. Error de corriente $\tilde{x}_1$ . . . . .	104
5.21. Error de tensión $\tilde{x}_2$ . . . . .	104
5.22. Ley de control $\mu$ . . . . .	104
5.23. Estructura general del control para dos convertidores . . . . .	106
5.24. Corriente $x_1$ . . . . .	107
5.25. Tensión $x_2$ . . . . .	107
5.26. Tensión $x_3$ . . . . .	107
5.27. Ley de control $\mu_1$ . . . . .	107
5.28. Ley de control $\mu_2$ del inversor. . . . .	107
5.29. Error $\tilde{x}_1$ . . . . .	108
5.30. Error $\tilde{x}_2$ . . . . .	108
5.31. Error $\tilde{x}_3$ . . . . .	108
5.32. Corriente $x_1$ . . . . .	109
5.33. Tensión $x_2$ . . . . .	109
5.34. Tensión $x_3$ . . . . .	109
5.35. Ley de control $\mu_1$ . . . . .	109
5.36. Ley de control $\mu_2$ . . . . .	110
5.37. Error de corriente $\tilde{x}_1$ . . . . .	112

5.38. Error de tensión $\tilde{x}_2$ .	112
5.39. Error de tensión $\tilde{x}_3$ .	112
5.40. Corriente $x_1$ .	113
5.41. Tensión $x_2$ .	113
5.42. Tensión $x_3$ .	113
5.43. Ley de control $\mu_1$ .	113
5.44. Ley de control $\mu_2$ .	113
5.45. Error de corriente $\tilde{x}_1$ .	114
5.46. Error de tensión $\tilde{x}_2$ .	114
5.47. Error de tensión $\tilde{x}_3$ .	115
5.48. Corriente $x_1$ .	115
5.49. Tensión $x_2$ .	115
5.50. Tensión $x_3$ .	116
5.51. Ley de control $\mu_1$ .	116
5.52. Ley de control $\mu_2$ .	116
5.53. Error de corriente $\tilde{x}_1$ .	117
5.54. Error de tensión $\tilde{x}_2$ .	117
5.55. Error de tensión $\tilde{x}_3$ .	117
5.56. Corriente $x_1$ .	117
5.57. Tensión $x_2$ .	117
5.58. Tensión $x_3$ .	118
5.59. Ley de control $\mu_1$ .	118
5.60. Ley de control $\mu_2$ .	118

5.61. Error de corriente  $\tilde{x}_1$ . . . . . 118

5.62. Error de tensión  $\tilde{x}_2$ . . . . . 118

5.63. Error de tensión  $\tilde{x}_3$ . . . . . 119

5.64. Obtención del contenido armónico de  $i_{NL}$ . . . . . 122

5.65. Diagrama del circuito simulado en PSIM. . . . . 124

5.66. Corriente del dispositivo no lineal, de compensación y del suministro . . . . 125

5.67. Tensiones  $x_2$  y  $x_3$  del inversor para 20 s de simulación . . . . . 126

5.68. Tensiones  $x_2$ ,  $x_{2d}$ ,  $x_3$  y  $x_3$  del inversor para 1.15 s de simulación . . . . . 126

5.69. Leyes de control  $\mu_1$  y  $\mu_2$  del inversor para 1.15 s de simulación . . . . . 127

5.70. Corriente del dispositivo no lineal (Inl) y del suministro (Igrid) . . . . . 127

# Abreviaturas

CA	Corriente Alterna
CD	Corriente Directa
HF	High Frequency (Alta Frecuencia)
IDA-PBC	Interconnection and Damping Assignment (Control Basado en Pasividad por Interconexión y Asignación de Amortiguamiento)
LF	Low Frequency (Baja Frecuencia)
PBC	Passivity Based Control (Control Basado en Pasividad)
PCC	Point of Common Coupling (Punto de Acoplamiento Común)
PWM	Pulse Width Modulation (Modulación por Ancho de Pulso)
$THD_i$	Total Harmonic Distortion of Current (Distorsión armónica total de la corriente)
$THD_v$	Total Harmonic Distortion of Voltage (Distorsión armónica total del voltaje)

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivación

#### 1.1.1. Compensación de la potencia reactiva

El factor de potencia  $fp$  se define como la relación de la potencia activa  $P$  a la potencia aparente  $S$ , la cual expresa la razón de la potencia transformada en trabajo (potencia activa) a la potencia total suministrada (potencia aparente)

$$fp = \frac{P}{S} \quad (1.1)$$

Cuando  $fp = 1$ , toda la potencia suministrada se transforma en trabajo, mientras que cuando  $fp = 0$  toda la potencia suministrada se transforma en potencia reactiva  $Q$  y, por lo tanto, no hay transformación de potencia en trabajo. Es evidente que entre más cercano a la unidad esté el factor de potencia, más eficiente será el uso de la energía eléctrica.

Si la tensión es  $v = \sqrt{2}V \sin(\omega t)$  y la corriente es  $i = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \phi)$ , entonces el factor de potencia recibe el nombre de *factor de potencia de desplazamiento* [1] y se calcula mediante la expresión

$$fp = \cos(\phi) \quad (1.2)$$

En caso de que la tensión sea una función periódica senoidal y la corriente sea una función periódica no senoidal, siendo la última expresada mediante su serie trigonométrica de Fourier  $i = \sum_{n=1}^N \sqrt{2}I_n \sin(n\omega t + \phi_n)$ , donde  $N$  es el número de componentes armónicas consideradas en la serie trigonométrica de Fourier,  $I_n$  es el valor eficaz de la armónica de orden  $n$  de corriente y  $\phi_n$  su ángulo de fase. El factor de potencia para la estructura

descrita para la corriente recibe el nombre de *factor de potencia verdadero* [1] o *factor de potencia total* y se calcula como

$$fp = \cos(\phi_1) \frac{1}{\sqrt{1 + THD_i^2}} \quad (1.3)$$

donde  $\phi_1$  es el ángulo de fase entre la componente fundamental de la corriente y la tensión y  $THD_i$  es la distorsión armónica total de la corriente<sup>1</sup>.

La ecuación (1.3) suele expresarse como el producto de dos factores de potencia; uno de ellos recibe el nombre de *factor de potencia de desplazamiento* y el otro recibe el nombre de *factor de potencia de distorsión* [2]. De acuerdo a lo anterior, la ecuación (1.3) se puede escribir de la siguiente forma

$$fp = fp_{desp} fp_{dist}$$

donde  $fp_{desp} = \cos(\phi_1)$  y  $fp_{dist} = \frac{1}{\sqrt{1 + THD_i^2}}$ .

Si la corriente y la tensión son funciones periódicas no senoidales<sup>2</sup> y la última es expresada mediante su serie trigonométrica de Fourier  $v = \sum_{m=1}^N \sqrt{2} V_m \sin(m\omega t + \theta_m)$ , entonces el factor de potencia calculado también suele denominarse *factor de potencia total* [2] y se determina a partir de la siguiente expresión

$$fp = \frac{P}{S_1} \frac{1}{\sqrt{1 + THD_i^2}} \frac{1}{\sqrt{1 + THD_v^2}} \quad (1.4)$$

donde  $THD_v$  es la distorsión armónica total de la tensión<sup>3</sup>, donde  $V_m$  es el valor eficaz de la armónica de orden  $n$  de tensión,  $\theta_m$  es el ángulo de fase de la armónica.  $S_1$  es la potencia aparente generada por las componentes fundamentales de la tensión y la corriente y  $P$  es la potencia promedio [2] a partir de la siguiente ecuación

$$P = \sum_{\substack{n=1 \\ n=m}}^N I_n V_n \cos(\phi_n - \theta_n) \quad (1.5)$$

---

<sup>1</sup>La distorsión armónica total de la corriente se calcula como  $THD_i = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^N I_n^2}}{I_1}$  [2]

<sup>2</sup>Casos en donde se pueden presentar tensiones no senoidales son sistemas con baja potencia de corto circuito como puntos terminales de sistemas radiales o de alimentadores de gran longitud, sistemas motor-generador o sistemas de autogeneración.

<sup>3</sup>La distorsión armónica total de la tensión se calcula como  $THD_v = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^N V_n^2}}{V_1}$  [2]

Un bajo factor de potencia implica un flujo de potencia reactiva circulando en el sistema eléctrico, el cual por ser bidireccional no es transformado en trabajo <sup>4</sup>, pero sí produce una serie de efectos colaterales que son indeseados.

Los efectos provocados por un bajo factor de potencia de desplazamiento son bien conocidos [3]:

- Aumento de pérdidas eléctricas en conductores.
- Incremento de caídas de tensión.
- Aumento del porcentaje de regulación de tensión<sup>5</sup>.
- Instalaciones sobredimensionadas para permitir el flujo de potencia aparente (potencia activa más potencia reactiva).

Por otra parte, los efectos provocados por un bajo factor de potencia de distorsión, aunque son mucho más variados que en el caso del factor de potencia de desplazamiento también son ampliamente conocidos [2, 4, 5]:

- Aumento de esfuerzos térmicos en equipo en general.
- Incremento de la resistencia a la corriente alterna.
- Caídas de tensión no senoidales.
- Sobrecorrientes en el conductor neutro en sistemas en estrella de tres fases cuatro hilos.
- Aumento en las pérdidas en el cobre y en el hierro en transformadores e incremento en el ruido de operación.
- Pares pulsantes y de secuencia negativa en máquinas eléctricas rotatorias.
- Interferencia telefónica.
- Operación incorrecta de equipo de medición.
- Disparo anticipado de equipo de protección.
- Resonancia serie y paralelo en sistemas eléctricos.

---

<sup>4</sup>Aunque dicho flujo sí produce pérdidas en el sistema eléctrico cuantificables en Watts, las cuales deben ser aportadas por el suministro.

<sup>5</sup>En sistemas eléctricos en donde el flujo de potencia es variante en el tiempo.

En el caso de un sistema eléctrico con tensión y corriente periódicas senoidales, el flujo de potencia reactiva depende del ángulo de fase entre la tensión y la corriente. La amplitud del flujo de potencia reactiva se determina como  $Q = VI \sin(\phi)$ , mientras que el valor promedio de la potencia instantánea (potencia activa) se calcula como  $P = VI \cos(\phi)$ . La compensación de la potencia reactiva en este caso se realiza aportando potencia reactiva de compensación  $Q_{comp}$  de signo opuesto a la potencia reactiva generada por la carga.

Si se considera que la corriente eficaz puede descomponerse en una componente activa y una reactiva, entonces el dispositivo compensador aporta una corriente reactiva de compensación de signo opuesto a la componente reactiva de la corriente, generando una mejora en el factor de potencia.

Si hay presencia de distorsión armónica en el sistema eléctrico, el flujo de potencia reactiva depende de las componentes armónicas presentes en la tensión y la corriente. Si se disminuye el contenido armónico entonces la distorsión armónica total disminuye lo que ocasiona una disminución en el flujo de potencia reactiva en el sistema, mejorándose el factor de potencia.

La compensación de las componentes de la corriente causantes del flujo de potencia reactiva da como resultado una mejora en el factor de potencia. Los dispositivos de compensación de potencia reactiva se basan precisamente en el principio de mitigar las componentes de corriente causantes del flujo de potencia reactiva, con el propósito de hacer que  $fp \rightarrow 1$ , reduciendo los efectos descritos anteriormente.

La compensación del factor de potencia de desplazamiento (asumiendo tensión y corriente periódicas senoidales) puede llevarse a cabo mediante el uso de bancos automáticos de capacitores. En situaciones en donde existe distorsión armónica de corriente se pueden utilizar filtros pasivos<sup>6</sup> para compensar tanto el factor de potencia de desplazamiento como el de distorsión, sin embargo este tipo de dispositivo presenta las siguientes desventajas:

- Posibilidad de generar resonancias en el sistema eléctrico [1].
- Requieren de tantas secciones como armónicas se quieran compensar [2].
- La compensación se realiza sobre el ángulo de fase (factor de potencia de desplazamiento).
- No hay seguimiento de la compensación de la distorsión armónica (factor de potencia de distorsión).

Una forma más eficiente de realizar la mitigación de la potencia reactiva generada por componentes armónicas es mediante el uso de filtros activos basados en electrónica de potencia, los cuales tienen como ventajas principales:

---

<sup>6</sup>El filtro pasivo es un dispositivo a base de elementos pasivos, siendo la configuración más utilizada un arreglo serie de un inductor y un capacitor (aunque existen otras configuraciones de filtros pasivos), el cual se conecta en derivación con la carga que se desea compensar y el filtro puede ser de tipo automático, fijo o semiautomático.

- No generan resonancias en el sistema eléctrico [1].
- Pueden compensar simultáneamente varias componentes armónicas [1, 2].

Aunque se pueden mitigar tanto armónicas en tensión como en corriente, las armónicas en tensión en los sistemas eléctricos son generalmente el resultado de la interacción de las armónicas de corriente (generadas por dispositivos no lineales) con la impedancia distribuida a lo largo del sistema<sup>7</sup>. Por dicho motivo, el principal interés para este trabajo de investigación lo constituye la mitigación de las armónicas de corriente mediante el uso de un inversor basado en electrónica de potencia.

### 1.1.2. Inversores multinivel para compensar potencia reactiva

Si se considera que un dispositivo no lineal demanda una corriente de línea la cual se expresa como la suma de una componente fundamental más una corriente con componentes armónicas  $i_{carga} = i_1 + i_h$ , como se muestra en la figura 1.1, entonces el dispositivo compensador que está conectado en derivación en el sistema eléctrico mide la corriente de la carga, la cual a su vez es filtrada para producir la corriente  $i_h$  que se desea compensar [6].

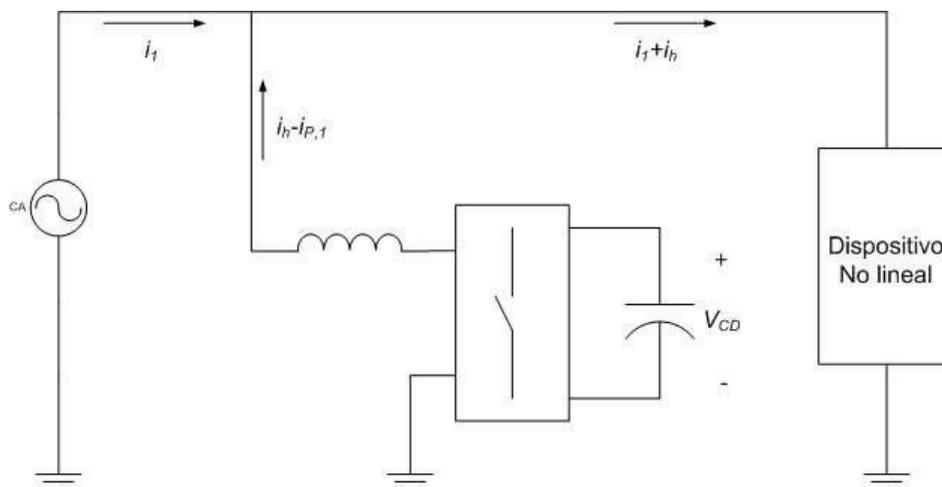


Figura 1.1: Esquema para compensación de corriente con distorsión armónica mediante un filtro activo.

El dispositivo compensador consta de un inversor (también denominado convertidor) que utiliza un control de corriente para conmutar los interruptores del inversor y generar una corriente  $i_h$ . El compensador aporta la corriente  $i_h$  requerida por la carga, en el punto en donde ambos dispositivos se conectan o punto de acoplamiento común. De dicho punto

<sup>7</sup>Es posible que exista distorsión armónica de tensión en transformaciones trifásicas mediante unidades monofásicas sin necesidad de interacción entre la corriente y la impedancia del sistema.

hacia el suministro la corriente únicamente tiene una componente a la frecuencia del sistema eléctrico  $i_1$ .

En el lado de corriente directa del inversor únicamente se requiere de un capacitor de almacenamiento mínimo de energía, cuya tensión es mantenida constante mediante las conmutaciones de los interruptores del inversor, el cual demanda potencia activa (corriente de componente fundamental) de la red para compensar sus propias pérdidas, así como para mantener la tensión del capacitor [6].

Considérese ahora un inversor como el mostrado en la figura 1.2 el cual consiste en dos interruptores  $Q1$  y  $Q2$  y dos diodos  $D1$  y  $D2$ . Cada interruptor se enciende durante un periodo de tiempo  $T/2$ , mientras el otro permanece apagado, de forma que la tensión de salida  $v_{A0} = V_{CD}$  cuando  $t \in [0, \frac{T}{2})$  y  $v_{A0} = -V_{CD}$  cuando  $t \in [\frac{T}{2}, T)$ .

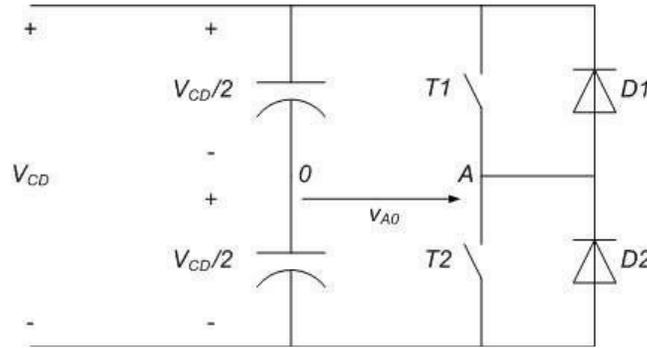


Figura 1.2: Inversor de medio puente.

La tensión instantánea de salida del inversor se puede expresar mediante su serie de Fourier

$$v_{A0} = \sum_{n=1,3,5,\dots}^N \frac{2V_{CD}}{n\pi} \sin(n\omega t) \quad (1.6)$$

cuya distorsión armónica total<sup>8</sup> es  $THD_v = 0,4783$  para las primeras 50 componentes armónicas ( $N = 101$ ).

Este tipo de inversor se denomina de dos niveles [7] debido a que su tensión toma únicamente dos valores posibles  $\{-\frac{V_{CD}}{2}, \frac{V_{CD}}{2}\}$  y por tal motivo su nivel de distorsión armónica total en tensión es muy elevado.

Además de un elevado  $THD_v$ , este tipo de inversores tienen algunas limitaciones para operación en alta potencia y alta tensión debido a pérdidas en conmutación en los interruptores, lo que limita su uso en aplicaciones donde se requiera una alta frecuencia

<sup>8</sup>Para una forma de onda cuya serie de Fourier está dada por (1.6) la distorsión armónica total se determina como  $THD_v = \sqrt{\sum_{n=3,5,7,\dots}^N \frac{1}{n^2}}$

de operación [7]. Un aspecto a tomar en consideración para un inversor de tensión con modulación por ancho de pulso de onda cuadrada es que al aumentar la frecuencia de conmutación de los interruptores las armónicas en la tensión de salida son de orden mucho mayor que las armónicas de la forma de onda cuadrada de dos niveles, esto permite controlar el contenido armónico de la tensión de salida en función de la frecuencia de modulación, lo cual facilita el poder filtrar dichas componentes y reducir el nivel de distorsión armónica en tensión a la salida [8]. El uso del patrón de modulación por ancho de pulsos permite mejorar el desempeño del inversor al aprovechar la capacidad de eliminación selectiva de armónicas.

Una forma de obtener una tensión con un menor nivel de  $THD_v$  es generando una forma de onda con varios niveles de tensión o escalonada. Esto se logra con los inversores multinivel, donde concepto multinivel se refiere a tres o más niveles en la forma de onda generada [9].

Un inversor multinivel consta de un arreglo de interruptores y capacitores operando como fuentes de tensión, cuya salida es una forma de onda escalonada [10]. Al incrementar el número de niveles la forma de onda se aproxima más a una senoidal y la distorsión armónica en tensión disminuye [9].

En la figura 1.3 se muestran tres inversores. La figura 1.3a) muestra un inversor de dos niveles cuya tensión de salida  $v_{A0} \in \{0, V_{CD}\}$ . Por otra parte, la figura 1.3b) muestra un inversor multinivel de tres niveles donde la tensión de salida  $v_{A0} \in \{0, V_{CD}, 2V_{CD}\}$  y finalmente la figura 1.3c) muestra un inversor multinivel de  $n$  niveles cuya tensión de salida es  $v_{A0} \in \{0, V_{CD}, 2V_{CD}, \dots, nV_{CD}\}$ .

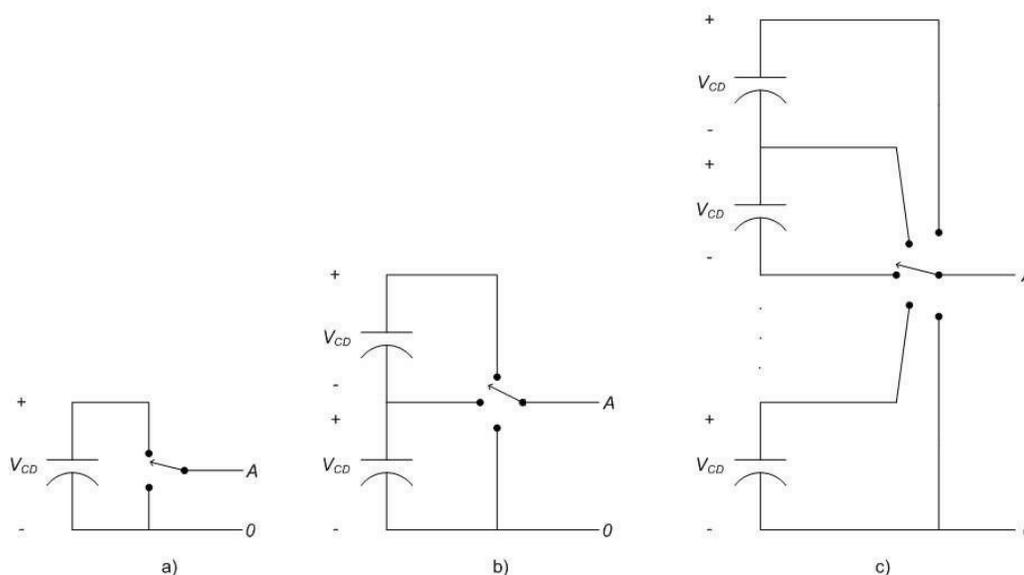


Figura 1.3: Inversores de dos niveles y multinivel.

La figura 1.4 muestra una forma de onda de once niveles. Es evidente que esta forma de

onda tiene una mejor aproximación a una senoidal que una forma de onda cuadrada de dos niveles únicamente. Idealmente se alcanzaría una distorsión armónica total de tensión igual a cero si el número de niveles fuera infinito [9].

Un mayor número de niveles implica que la tensión se reparte entre los elementos conectados en serie [9], lo que permite también alcanzar mayores tensiones a la salida del inversor haciendo que los interruptores sean sometidos a tensiones menores [10].

Una de las desventajas de los inversores multinivel está precisamente en que a mayor número de niveles el control del inversor se vuelve más complicado [10] y aparecen algunos problemas como desbalance de tensiones [9, 10].

A pesar de las desventajas anteriores, los inversores multinivel tienen las siguientes ventajas [10]:

- Pueden generar tensiones con muy bajos niveles de distorsión armónica total y bajas variaciones de la tensión respecto al tiempo.
- Pueden operar a menores frecuencias de conmutación.
- Su corriente puede tener muy baja distorsión armónica total.
- Generan una muy baja tensión de modo común.

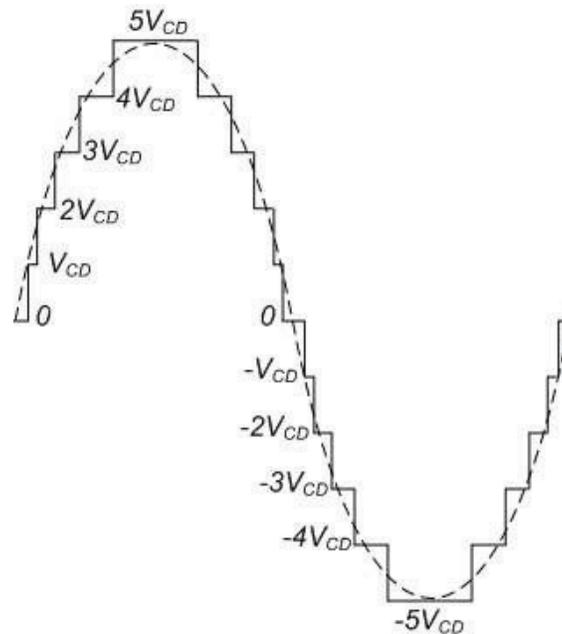


Figura 1.4: Forma de onda de once niveles.

Varias topologías han sido propuestas para la construcción de inversores multinivel. Algunas topologías se basan en el uso de inversores en puente H, otras tienen elementos fijos, sin embargo todas tienen como ventajas reducir los valores nominales de potencia de los interruptores y reducir costos [11]. Las diversas topologías propuestas son:

- De diodo fijador (diode-clamped) o también llamado de neutro fijo (neutral-clamped) [10, 11].
- De capacitores flotantes (capacitor-clamped) [11, 10].
- De puente H en cascada [10, 11].
- De puente H híbrido [11].
- Cuasilineal [11].

Debido a que algunas topologías de inversores multinivel están basadas en el uso de varios inversores en puente H conectados en serie o (en cascada), a fin de evitar confusiones a partir de este punto el término inversor se utiliza para designar al tipo de topología multinivel y el término convertidor para designar a cada uno de los inversores en puente H.

El inversor multinivel con diodo fijador de  $m$  niveles como el mostrado en la figura 1.5 genera una tensión  $m$  niveles en una rama a partir  $m - 1$  capacitores en el lado de corriente directa; requiere de  $2(m - 1)$  interruptores [7] y  $(m - 1)(m - 2)$  diodos fijadores [7, 10]. Un problema que presenta este tipo de inversor es el incremento cuadrático del número de diodos fijadores para valores elevados de  $m$ , lo que hace muy problemática la construcción del inversor [10].

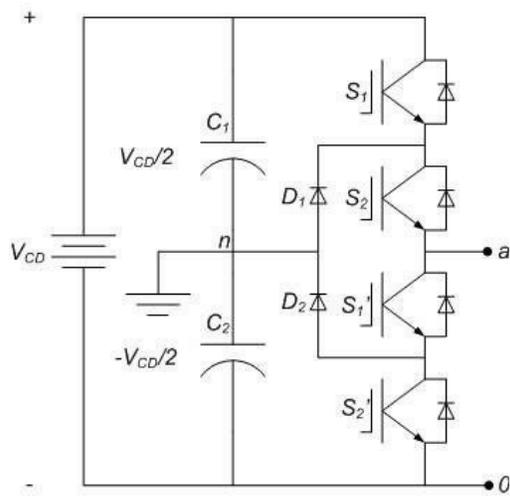


Figura 1.5: Inversor multinivel con diodo fijador de  $m$  niveles.

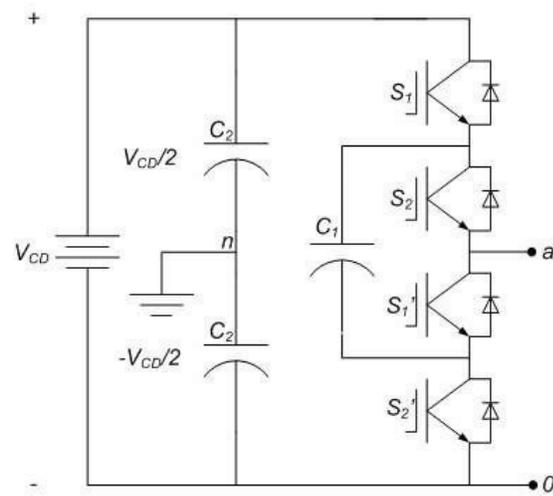


Figura 1.6: Inversor multinivel con capacitores flotantes de  $m$  niveles.

El inversor multinivel de capacitores flotantes de  $m$  niveles como el mostrado en la figura 1.6 genera una tensión de  $m$  niveles en una rama del inversor y una tensión entre ramas de  $2m - 1$  niveles [7]. Si la tensión en cada capacitor es la misma que en el interruptor, entonces el inversor multinivel de  $m$  niveles requiere de  $m - 1$  capacitores en el lado de corriente directa y de  $\frac{(m-1)(m-2)}{2}$  capacitores flotantes [10].

El inversor multinivel en puente H en cascada como el mostrado en la figura 1.7 genera una tensión de  $2m + 1$  niveles a partir de la conexión en serie de  $m$  convertidores en puente H [11]. Cada puente H tiene una fuente separada de corriente directa [10], siendo imposible conectar las fuentes de corriente directa en serie entre convertidores, ya que ocurriría un corto circuito al haber una conmutación no sincronizada entre dos convertidores consecutivos [7]. Si se compara esta topología con las dos anteriores, ésta tiene la ventaja de que se pueden obtener más niveles en la tensión de salida con el mismo número de elementos [11].

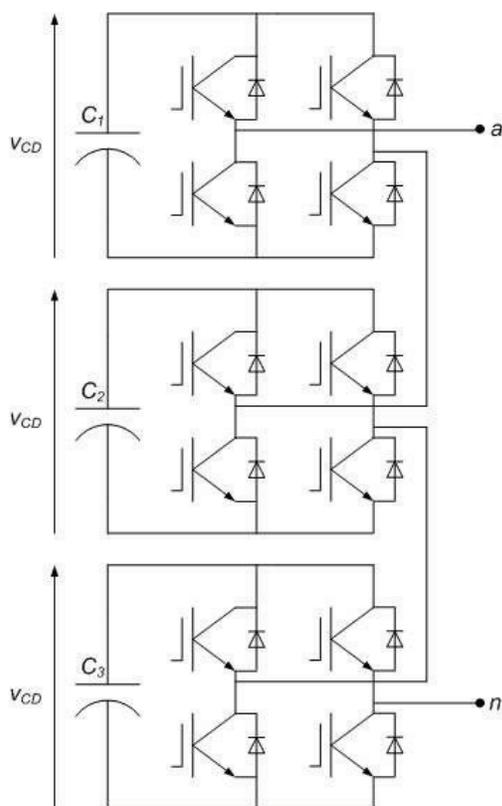


Figura 1.7: Inversor multinivel en puente H en cascada de  $2m + 1$  niveles.

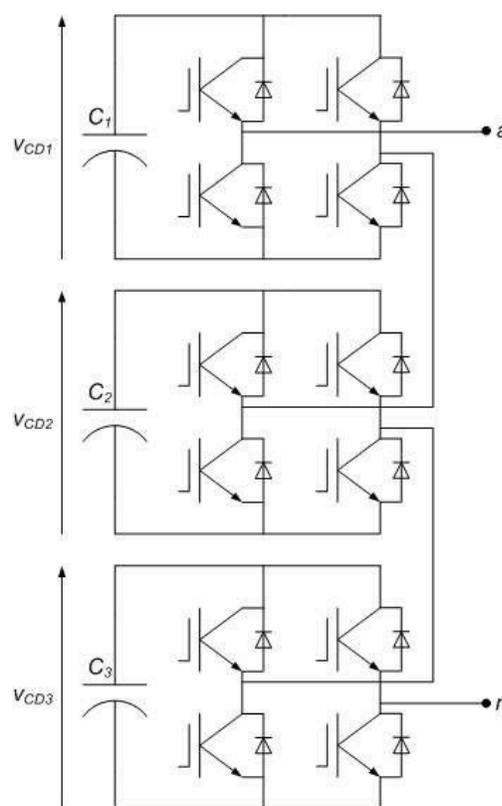


Figura 1.8: Inversor multinivel híbrido en puente H en cascada de  $2^{m+1} - 1$  niveles.

El inversor multinivel de puente H híbrido como el mostrado en la figura 1.8 entrega una tensión de salida de  $2^{m+1} - 1$  niveles utilizando  $m$  convertidores, lo cual es posible mediante niveles diferentes de tensión en cada uno de los puentes H del inversor multinivel, siendo las tensiones generadas por los convertidores, en orden ascendente  $\{2^0 V_{CD}, 2^1 V_{CD}, \dots, 2^{m-2} V_{CD}, 2^{m-1} V_{CD}\}$  [11].

El inversor multinivel cuasilineal tiene la misma topología de los inversores multinivel en puente H en cascada y en puente H en cascada híbrido, pero genera una tensión de salida de  $2 \times 3^{m-1} + 1$  niveles utilizando  $m$  convertidores, siendo las tensiones en cada convertidor, en orden ascendente  $\{V_{CD}, 2 \times 3^0 V_{CD}, 2 \times 3^1 V_{CD}, \dots, 2 \times 3^{m-3} V_{CD}, 2 \times 3^{m-2} V_{CD}\}$  [11].

Existe una configuración muy parecida a la del inversor multinivel cuasilineal (con la misma topología de los inversores en puente H híbrido e híbrido asimétrico) la cual genera una tensión de salida de  $3^m$  niveles a partir de  $m$  convertidores, siendo las tensiones en cada convertidor, en orden ascendente  $\{3^0 V_{CD}, 3^1 V_{CD}, \dots, 3^{m-2} V_{CD}, 3^{m-1} V_{CD}\}$  [11].

Las configuraciones de inversores multinivel de puente H híbrido y cuasilineal aunque también utilizan inversores en puente H como la configuración en cascada tienen como diferencia principal la frecuencia de conmutación de los convertidores. Mientras que en el inversor multinivel en cascada todos los convertidores conmutan a la misma frecuencia, en la topología de puente H híbrido y cuasilineal los convertidores tienen distintas frecuencias de conmutación. El convertidor con la tensión más elevada de corriente directa tiene menor frecuencia de conmutación y los subsecuentes convertidores tienen frecuencias de conmutación mayores [11, 12].

Las topologías de inversores multinivel basadas en puente H cuyos niveles de tensión en sus convertidores son distintos entre sí reciben el nombre de inversores híbridos asimétricos [12]. La designación como inversores multinivel híbridos o asimétricos también es utilizada [13, 14].

Cada convertidor de un inversor multinivel híbrido asimétrico opera a diferente tensión de corriente directa y distinta frecuencia de conmutación con el objetivo de mejorar la eficiencia del convertidor y las características de compensación [12]. Aunque los inversores multinivel híbridos asimétricos utilizan mayores niveles de tensión en el lado de corriente directa de los convertidores, incrementando la capacidad de los interruptores, éstos tienen menores pérdidas por conmutación [11].

Una de las mayores ventajas del uso de los inversores multinivel híbridos asimétricos radica en el uso de distintas tensiones en los convertidores. Los interruptores para tensiones elevadas tienen pérdidas por conducción relativamente bajas, mientras que los interruptores para tensiones bajas tienen un tiempo de conmutación relativamente bajo [13].

Una de las mayores desventajas asociadas a las configuraciones asimétricas se refiere a que algunos niveles en la tensión de salida se consiguen mediante la suma de tensiones de signos opuestos, lo cual genera un flujo de energía desde algunos convertidores hacia la carga y en otros convertidores el flujo de energía tiene sentido opuesto, lo cual provoca pérdidas adicionales [13].

Debido a las características de los inversores multinivel y a las ventajas inherentes a la configuración híbrida asimétrica, estos inversores pueden ser una solución estándar en aplicaciones en media tensión [12], incluso han tenido uso en aplicaciones en baja tensión [11].

En el cuadro 1.1 se resumen las siguientes características de los inversores multinivel: la tensión más grande alcanzada por uno de los convertidores de un inversor multinivel, la tensión máxima de salida y el número de niveles en la tensión de salida de cada topología.

Cuadro 1.1: Comparación de inversores multinivel.

	Tensión mayor en un convertidor	Niveles
Cascada	$V_{CD}$	$2m + 1$
Híbrido	$2^{m-1}V_{CD}$	$2^{m+1} - 1$
Cuasilineal	$2 \times 3^{m-2}V_{CD}$	$2 \times 3^{m-1} + 1$
Asimétrico	$3^{m-1}V_{CD}$	$3^m$

## 1.2. Antecedentes

### 1.2.1. Uso de técnicas de control no lineal para convertidores estáticos

Un aspecto muy importante respecto a los inversores multinivel híbridos asimétricos radica en el número de niveles que se pueden obtener a partir de un número reducido de convertidores. Para obtener la forma de onda escalonada en la tensión generada por el inversor es necesario que las tensiones de los convertidores se mantengan constantes y que además observen el factor de proporción entre ellas, dependiendo de la asimetría del inversor.

Por otra parte, para utilizar a un inversor multinivel híbrido asimétrico como dispositivo compensador de factor de potencia de distorsión se requiere que la corriente generada por los convertidores del inversor tenga un espectro idéntico al de la corriente cuyo factor de potencia de distorsión se desea compensar, de forma que la mitigación se lleve a cabo mediante cancelación al sumarse las armónicas del inversor y la carga en el punto de acoplamiento común.

La operación a base de conmutaciones de los interruptores de los convertidores del inversor multinivel híbrido asimétrico hacen de él un sistema no lineal y, por este motivo, se considera el uso de técnicas de control no lineal para este inversor.

Aunque el modelo del inversor multinivel híbrido asimétrico se podría linealizar en torno a un punto de equilibrio, la linealización constituye una aproximación del modelo en la vecindad del punto de equilibrio, lo cual implica que únicamente se puede conocer el comportamiento local cercano al punto de equilibrio; además, el comportamiento de un sistema no lineal lejos del punto de operación en torno al cual fue linealizado no puede ser anticipado por el modelo lineal y mucho menos el comportamiento global en todo el espacio de estados [15].

Por otra parte, en la versión linealizada de un sistema no lineal se presupone que el rango de operación del sistema es pequeño en torno al punto de equilibrio; sin embargo, si el rango de operación real es grande, entonces el control basado en la versión linealizada del sistema puede volverse inestable o bien puede tener un bajo rendimiento [16].

Existen diversas técnicas de control para sistemas no lineales como linealización por retroalimentación de entrada-salida, modos deslizantes, control difuso, rediseño de Lyapunov, backstepping y control basado en pasividad. Varias de estas técnicas han sido utilizadas exitosamente para el diseño de técnicas de control no lineal para convertidores estáticos de potencia.

Por citar tan sólo algunos ejemplos, la linealización entrada-salida se ha utilizado para el control de rectificadores trifásicos [17], el control difuso se ha usado para el control de rectificadores con control de fase [18] y para variadores de velocidad para motores de corriente directa [19], el control por modos deslizantes se ha utilizado en rectificadores con diodo volante [20] y el control basado en pasividad para rectificadores con factor de potencia unitario de entrada [21].

### **1.2.2. Problemas de control de convertidores estáticos resueltos mediante control basado en pasividad**

Aunque muchas técnicas de control no lineal se han utilizado exitosamente para el control de convertidores estáticos de potencia, la técnica de control basado en pasividad es la que ha sido seleccionada para este trabajo de investigación por los siguientes motivos:

- La interpretación física del concepto de pasividad [22].
- Diseño de esquemas de control de fácil interpretación y fácil sintonización [22].
- Relación entre el concepto de pasividad y la estabilidad de Lyapunov [15].

El control basado en pasividad aplicado a convertidores estáticos de potencia se ha venido utilizando desde 1997. En [24] se hace alusión al uso de la técnica de control basado en pasividad para convertidores de corriente directa-corriente directa, los cuales tienen una estructura para el modelo de estado similar a la de los convertidores corriente alterna-corriente directa y corriente directa-corriente alterna y se menciona que el diseño de la ley de control para que el sistema tenga estabilidad interna requiere considerar, además de su no linealidad, que éste es de fase no mínima respecto a la tensión. Este aspecto es ampliamente mencionado en diversas referencias sucesivas.

El problema del diseño de una ley de control para un rectificador considerando la estabilización de la tensión en torno a un valor constante y el seguimiento de una referencia senoidal para la corriente se aborda en las referencias [25] y [21] considerando al rectificador como un precompensador de factor de potencia.

En [25] se diseña una ley de control basada en pasividad y modos deslizantes sobre una política de conmutación en torno al valor deseado de la corriente con la tensión del bus de corriente directa evolucionando libremente, mientras que en [21] se diseña una ley de control basada en pasividad que controla indirectamente a la tensión en el bus de corriente directa por medio de la corriente en el lado de alterna. En ambas referencias se considera que la tensión constituye un sistema de fase no mínima de acuerdo a lo demostrado en [23].

En [26] se diseña una ley de control, a partir del modelo promediado, para un inversor de medio puente cuya aplicación es un sistema de energía ininterrumpida. Aunque en esta referencia el propósito no es la compensación de potencia reactiva, sino el seguimiento de una referencia para la tensión en el lado de alterna con una corriente acotada, se tiene una aplicación del método de control basado en pasividad para inversores.

El desarrollo de leyes de control para un inversor en medio puente como compensador en derivación y para un inversor de puente completo como compensador en serie es realizado en [27]. El caso del inversor en medio puente resulta de mayor interés por su orientación al filtrado de armónicas de corriente, por lo cual la ley de control es diseñada para realizar seguimiento de una referencia de corriente y el amortiguamiento fue inyectado en la tensión para mejorar la tarea de seguimiento del controlador. Aunque no se menciona en forma explícita, la tensión se dejó evolucionar libremente.

La ley de control para un rectificador trifásico es determinada en [28] utilizando un esquema de control basado en pasividad para compensar el factor de potencia de un rectificador junto con un esquema de control por modos deslizantes con el objetivo de eliminar una componente de corriente directa que aparecía en las corrientes del lado de alterna.

En [29] se abordó el problema de la compensación de potencia reactiva mediante la cancelación armónica con filtros activos para cargas que pueden tener dinámicas desconocidas. Mediante una estrategia de control adaptable se aseguró la estabilidad de la operación del convertidor incluso ante variaciones en los parámetros de la red o de la carga.

El modelado de circuitos de electrónica de potencia mediante el método clásico Lagrangiano y la propuesta de una ley de control basada en pasividad para un sistema con dicha estructura son presentados en [30]. El algoritmo presentado de control basado en pasividad no requiere sensores de corriente, solamente mediciones de las tensiones de los capacitores.

Una ley de control basado en pasividad para precompensadores de factor de potencia es diseñada [31] utilizando además una ley de control adaptable ya que la carga fue considerada como desconocida. La ley de control fue desarrollada considerando un factor de potencia unitario en la corriente de entrada.

Bajo la consideración de obtener un factor de potencia unitario en el lado de corriente alterna y nivelando las tensiones en el lado de corriente directa, una ley de control basada en pasividad para un rectificador multinivel es propuesta en [32].

En [33] es presentada y discutida la implementación práctica de una ley de control basada en pasividad para un inversor tipo *Boost* mediante seguimiento de la tensión de salida del inversor de una trayectoria de tipo senoidal.

Una comparación experimental entre varios controladores basados en modulación por ancho de pulso para un precompensador de factor de potencia es presentada en [34], donde primero se demuestra la imposibilidad de alcanzar un valor constante en la tensión del bus de corriente directa debido principalmente a una segunda armónica, que constituye el rizo de la tensión. Los controladores comparados comprendieron el caso de todos los parámetros conocidos y el caso de algún parámetro desconocido.

Continuando con el desarrollo de leyes de control basadas en pasividad para rectificadores multinivel, en [35] se desarrollan dos leyes de control para un convertidor de este estilo, la primera consideró el convertidor multinivel como un conjunto único, mientras que para la segunda, el convertidor fue considerado como un conjunto dividido en varios sistemas y cada uno fue controlado en forma independiente. En ambas leyes, la tensión en el lado de corriente directa es controlada en forma indirecta. Este mismo tópico es abordado también en [36].

El desarrollo de un control basado en pasividad para un convertidor trifásico de corriente alterna a corriente directa, utilizando una transformación  $d - q$  es presentado en [37], donde primero se modeló el convertidor en un sistema  $a - b - c$  demostrándose que es un sistema Euler-Lagrange y el control basado en pasividad es diseñado dentro del marco de referencia  $d - q$ .

En [38] se plantea el problema de la sintonización de controladores basados en pasividad para convertidores conmutados de potencia y se presenta una solución basada en las ecuaciones de Brayton-Moser de funciones de potencial mixto. La inyección de amortiguamiento en serie y paralelo son estrategias utilizadas para el desarrollo y sintonización de los controladores.

El uso de controladores proporcional-integral para convertidores conmutados es investigado en [39] en donde se demuestra que dicho control es posible si el sistema puede ser convertido en pasivo mediante acciones de control constantes, las cuales no necesariamente deben ser conocidas.

Mediante el uso del método de modelado de promediado del espacio de estado generalizado para un rectificador en puente H completo con base a una estructura Hamiltoniana en [40], el problema de control de seguimiento se transforma en un problema de regulación. Los objetivos son, al igual que en otras referencias, llevar la tensión del bus de corriente directa a un valor constante y un factor de potencia unitario a la entrada del convertidor. Un control basado en pasividad por interconexión y asignación de amortiguamiento es utilizado para alcanzar estos objetivos.

En [41] se abordó el diseño de un controlador basado en pasividad para un compensador estático de potencia reactiva, el cual es modelado dentro de un marco de referencia Euler-

Lagrange. La regulación de las tensiones en los lados de corriente alterna y corriente directa constituyen los objetivos de control los cuales fueron alcanzados mediante la regulación de las corrientes de entrada, para lo cual se utiliza una transformación a un marco de referencia  $d - q$  y la ley de control es diseñada dentro de dicho marco de referencia.

Un modelo generalizado para convertidores de potencia conmutados es obtenido en [42], en donde además se muestra que controladores lineales con ciertas características pueden estabilizar globalmente el error de seguimiento a cero. Además del planteamiento de un modelo general para los convertidores, se diseñan controladores para un convertidor de corriente directa a corriente directa y un rectificador trifásico.

Haciendo uso de la transformación de Park del modelo matemático de un rectificador trifásico, en [43] se obtiene una representación en forma Hamiltoniana y un control fue diseñado mediante la técnica de control basado en pasividad por interconexión y asignación de amortiguamiento, asignando a la dinámica de lazo cerrado una cierta función de energía deseada. El factor de potencia a la entrada del rectificador es compensado hasta la unidad mediante la ley de control presentada.

Una ley de control basada en pasividad para inversores en configuración maestro-esclavo es diseñada en [44], considerando la operación de un sistema energía ininterrumpida en paralelo y evitando una distribución no uniforme en la carga de los equipos operando en paralelo. Se diseñaron leyes de control independientes para los convertidores maestro y esclavo, en donde el primero entrega una tensión que alimenta la carga, mientras que el segundo inyecta una parte de la corriente de carga.

El control de inversores multinivel en configuración tipo Buck con el objetivo de disminuir la distorsión armónica total mediante control basado en pasividad se presenta en [45], en donde la tensión y la corriente siguen trayectorias asociadas a valores deseados senoidales.

Un esquema de control basado en pasividad junto con un esquema de control por modos deslizantes se utilizó en [46] para realizar un control robusto para un convertidor de corriente directa a corriente directa.

En [47] se diseñó un controlador mediante técnicas de pasividad de puertos Hamiltonianos para transformar un problema de valor promedio en el bus de corriente directa y factor de potencia unitario en el lado de alterna de un convertidor de potencia en un problema de regulación.

Un rectificador en puente H es controlado mediante amortiguamiento serie y paralelo utilizando control armónico basado en pasividad, como se muestra en [48] teniendo como restricciones una corriente de tipo senoidal, factor de potencia unitario y regulación de tensión de corriente directa.

El método de control basado en pasividad por interconexión e inyección de amortiguamiento es utilizado en [49] con el propósito de controlar fuentes híbridas de potencia utilizando celdas de combustible, supercapacitores y baterías en el enlace de corriente

directa de un sistema de tracción de energía.

En [50] se comparan tres métodos para controlar un convertidor de corriente directa a corriente directa, de tres niveles y tres celdas, siendo uno de ellos la técnica de control basado en pasividad.

Un esquema de control basado en pasividad para un inversor multinivel en cascada, tipo buck, es presentado en [51] con el propósito de generar una forma de onda en la tensión de salida con baja distorsión armónica total bajo una condición de una frecuencia de operación reducida.

Una ley de control basada en pasividad es aplicada a un convertidor tipo buck, como se muestra en [52] para operarlo como un corrector de factor de potencia.

Un puente completo alimentado por corriente es controlado mediante un esquema de control basado en pasividad, como se demuestra en [53], para regular la salida de tensión del convertidor y los resultados obtenidos para el rango dinámico fueron comparados con el modo clásico de control de corriente en cascada.

Una ley de control basada en pasividad mediante el método de interconexión e inyección de amortiguamiento es diseñada en [54] para controlar un convertidor monofásico back-to-back, tomando en cuenta para que la ley de control requiere de resolver un problema de regulación de tensión en el enlace de corriente directa y uno de seguimiento para la corriente de entrada y de carga, así como en la tensión de salida, utilizando una técnica de representación promediada del sistema en términos de los coeficientes de la serie de Fourier.

Puede observarse que la técnica de control basado en pasividad se ha utilizado en una muy amplia variedad de problemas relativos al control de convertidores estáticos de potencia, los cuales van desde el control de un rectificador hasta el control de inversores multinivel en cascada, lo cual demuestra la versatilidad de la técnica para implementar leyes de control automático para convertidores basados en electrónica de potencia.

### 1.2.3. Control basado en pasividad

Considérese un sistema que no almacena energía, como el mostrado en la figura 1.9a) en donde  $u$  es la entrada del sistema y  $y$  es la salida y ambas variables están relacionadas por la expresión

$$y = h(t, u) \tag{1.7}$$

La potencia suministrada a dicho sistema está dada por el producto de la entrada por la salida,  $uy$ . Si se tiene que  $uy \geq 0$  entonces el sistema es pasivo para cualquier  $u$ .

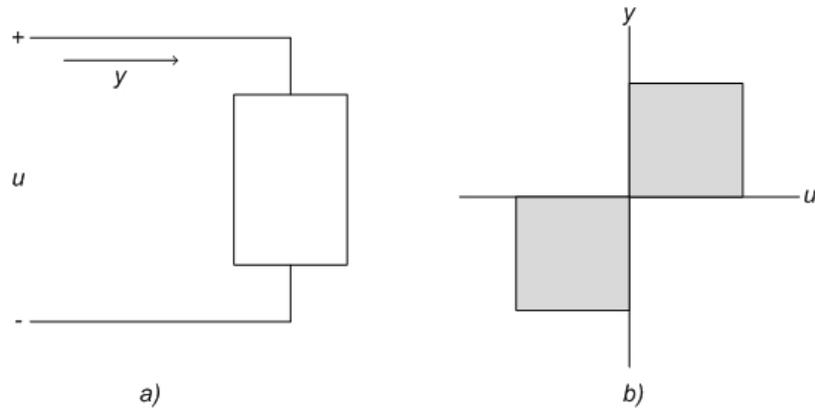


Figura 1.9: Sistema pasivo y relación entrada-salida.

La figura 1.9b) muestra la relación entrada-salida del sistema, donde se observa que para un sistema pasivo dicha relación debe de estar comprendida en el primero y tercer cuadrantes [15], donde  $uy \geq 0$ .

Si se considera un sistema multipuertos en donde  $u$  es un vector de entradas y  $y$  es un vector de salidas, entonces la potencia suministrada está dada por el producto interno de ambos vectores  $y$ , para que el sistema sea pasivo, se debe de satisfacer la relación  $u^T y \geq 0$ .

Es evidente el rol que juega la potencia suministrada en un sistema pasivo, el cual también puede ser expresado en términos de la energía suministrada.

Ahora considérese un sistema dinámico representado por el siguiente sistema de ecuaciones

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (1.8)$$

$$y = h(x, u) \quad (1.9)$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ ,  $y \in \mathbb{R}^m$ ,  $f(0, 0) = 0$  y  $h(0, 0) = 0$  y  $f$  es una función continua localmente Lipschitz y  $h$  es una función continua y el sistema tiene el mismo número de entradas y salidas.

Si  $V(x)$  es la energía almacenada por el sistema durante un periodo de tiempo  $[0, t]$ , entonces el sistema es pasivo si se satisface la siguiente desigualdad

$$\int_0^t u(s)y(s)ds \geq V(x(t)) - V(x(0)) \quad (1.10)$$

La expresión (1.10) implica que el sistema es pasivo si la energía suministrada es mayor o igual que la energía almacenada durante el intervalo de tiempo  $[0, t]$  y si se mantiene una

estricta desigualdad, entonces la diferencia entre la energía suministrada y el incremento en la energía almacenada es la energía suministrada.

Debido a que (1.10) debe ser cierta  $\forall t \geq 0$ , entonces la potencia instantánea debe satisfacer la siguiente desigualdad

$$u(t)y(t) \geq \dot{V}(x(t), u(t)) \quad (1.11)$$

que implica que la potencia instantánea suministrada al sistema debe ser mayor o igual que la tasa de cambio de la energía almacenada.

**Definición 1.1** *Un sistema dinámico representado por las ecuaciones (1.8)-(1.9) es pasivo si existe una función de almacenamiento  $V(x)$  diferenciable semidefinida positiva tal que*

$$u^T y \geq \dot{V} = \frac{\partial V}{\partial t} f(x, u) \quad (1.12)$$

Además, el sistema es [15]:

- sin pérdidas, si  $u^T y = 0$
- pasivo con prealimentación de entrada, si  $u^T y \geq \dot{V} + u^T \varphi(u)$  para alguna función  $\varphi$ .
- estrictamente pasivo a la entrada, si  $u^T y \geq \dot{V} + u^T \varphi(u)$  y  $u^T \varphi(u) > 0, \forall u \neq 0$ .
- pasivo con retroalimentación de salida si  $u^T y \geq \dot{V} + y^T \rho(y)$  para alguna función  $\rho$ .
- estrictamente pasivo a la salida, si  $u^T y \geq \dot{V} + y^T \rho(y)$  y  $y^T \rho(y) > 0, \forall y \neq 0$ .
- estrictamente pasivo, si  $u^T y \geq \dot{V} + \psi(x)$  para alguna función  $\psi$  definida positiva.

Una propiedad importante de los sistemas pasivos lineales invariantes en el tiempo es que son de fase mínima y su grado relativo no es mayor a uno [23].

Además de las propiedades anteriores, también son de gran importancia y utilidad otras definiciones referentes a los sistemas pasivos.

**Lema 1.1** *Si el sistema (1.8)-(1.9) es pasivo con una función de almacenamiento  $V(x)$  positiva definida, entonces el origen de  $\dot{x} = f(x, 0)$  es estable en el sentido de Lyapunov.*

**Definición 1.2** *El sistema (1.8)- (1.9) es observable de estado cero si la única solución de  $\dot{x} = f(x, 0)$  que puede permanecer en  $S = \{x \in \mathbb{R}^n | h(x, 0) = 0\}$  es la solución trivial  $x(t) \equiv 0$ .*

**Lema 1.2** *Para el sistema (1.8) -(1.9), el origen de  $\dot{x} = f(x, 0)$  es asintóticamente estable si el sistema es:*

- *estrictamente pasivo o*
- *estrictamente pasivo a la salida y observable de estado cero.*

*Además, si la función de almacenamiento de energía es radialmente no acotada, el origen será global y asintóticamente estable.*

El control basado en pasividad proporciona una metodología de diseño de controladores cuyo objetivo es hacer que el sistema en lazo cerrado sea pasivo, mediante el moldeo de energía e inyección de amortiguamiento [23].

Un sistema pasivo es estable en el sentido de Lyapunov, de acuerdo al lema 1.1, y para estabilizar su origen en forma asintótica es necesario inyectar amortiguamiento en el sistema de forma tal que la energía se disipe cuando el estado sea distinto de cero.

Considérese el sistema

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{1.13}$$

$$y = h(x) \tag{1.14}$$

donde  $x \in \mathfrak{R}^n$ ,  $u \in \mathfrak{R}^m$ ,  $y \in \mathfrak{R}^m$ ,  $f(0, 0) = 0$  de forma que el origen es un punto de equilibrio en lazo abierto y  $h(0) = 0$  y  $f$  es una función continua localmente Lipschitz y  $h$  es una función continua y el sistema tiene el mismo número de entradas y salidas.

El sistema (1.13)-(1.14) es pasivo si existe una función de almacenamiento  $V(x)$  diferenciable continua semidefinida positiva tal que

$$u^T y \geq \dot{V} = \frac{\partial V}{\partial x} f(x, u), \quad \forall (x, u) \in \mathfrak{R}^n, \times \mathfrak{R}^m \tag{1.15}$$

El sistema (1.13)-(1.14) es observable de estado cero, si la única solución de  $\dot{x} = f(x, 0)$  que puede permanecer en el conjunto  $\{h(x) = 0\}$  es la solución trivial  $x(t) \equiv 0$ .

**Teorema 1.1** *Si el sistema (1.13)- (1.14) es*

- *pasivo con una función de almacenamiento  $V(x)$  definida positiva radialmente no acotada y*

- *observable de estado cero*

entonces el origen  $x = 0$  puede ser estabilizado globalmente mediante  $u = -\phi(y)$ , donde  $\phi$  es una función localmente Lipschitz tal que  $\phi(0) = 0$  con  $y^T \phi(y) > 0, \forall y \neq 0$ .

#### 1.2.4. Objetivo de la investigación

En la sección 1.2.2 se presentaron los problemas resueltos mediante el control basado en pasividad para el control de convertidores estáticos de potencia. La técnica se ha aplicado en forma exitosa para el control de convertidores de corriente directa-corriente directa, rectificadores operando como precompensadores de factor de potencia, inversores de medio puente siguiendo una referencia de tensión y como compensadores en derivación, rectificadores trifásicos con capacidad de compensar factor de potencia, compensación de potencia reactiva mediante cancelación armónica, control de la tensión en el lado de corriente directa de un rectificador multinivel, regulación de tensión de corriente directa y compensación de potencia reactiva en un rectificador en puente H, generación de tensión con baja distorsión armónica en un inversor multinivel en cascada, regulación de tensión y seguimiento de corriente de entrada y de carga en un convertidor back-to-back.

Aunque el problema de control de convertidores multinivel ha sido abordado tanto para el caso de rectificadores como inversores, así como la compensación de potencia reactiva, el desarrollo de leyes de control basado en pasividad para un inversor multinivel híbrido asimétrico, que compense potencia reactiva mediante cancelación armónica haciendo seguimiento de corriente y regulación de tensión en los convertidores del inversor no ha sido reportado.

Tomando en cuenta los resultados ya reportados, para este trabajo de investigación se consideró el siguiente objetivo:

**Objetivo General.** Diseñar esquemas de control no lineal mediante la técnica de control basado en pasividad para un inversor multinivel híbrido asimétrico que compense factor de potencia de distorsión mediante cancelación armónica haciendo seguimiento de corriente y regulación de tensión en los convertidores del inversor.

El objetivo general obedece a que la presencia de distorsión armónica en la corriente es un problema de actualidad en los sistemas eléctricos, especialmente los de tipo industrial, en donde las acciones correctivas son necesarias para disminuir la propagación de las armónicas de corriente en la red eléctrica. Al cumplirse el objetivo se espera contribuir al desarrollo de esquemas de control confiables para este tipo de inversores.

## 1.3. Planteamiento y formulación del problema

### 1.3.1. Problema de compensación de potencia reactiva

Para cumplir con el objetivo general del tema de investigación se presenta un esquema general del problema a resolver. La figura 1.10 muestra un inversor multinivel híbrido asimétrico con dos convertidores. El inversor se encuentra conectado en paralelo con una carga no lineal y la fuente de suministro. El objetivo es que el inversor compense el factor de potencia de distorsión de la carga suministrando la corriente armónica  $i_h$  que ésta requiere mientras la tensión en el lado de corriente directa de los convertidores se mantiene en los valores  $V_{CD1}$  y  $V_{CD2}$ .

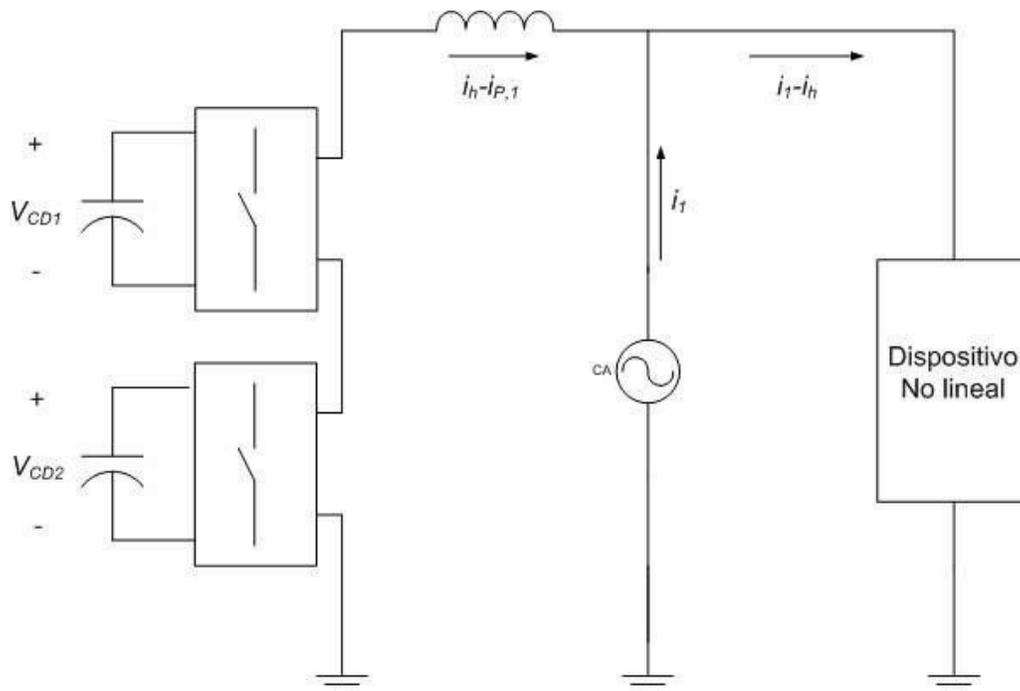


Figura 1.10: Compensación de factor de potencia de distorsión mediante un inversor multinivel híbrido asimétrico en derivación.

Al ser compensado el factor de potencia de distorsión de la carga, la corriente que circula hacia el suministro consiste únicamente de la componente fundamental provocada por la carga más la componente de pérdidas del inversor multinivel híbrido asimétrico.

Para lograr la compensación del factor de potencia de distorsión y mantener la tensión en los niveles deseados en el lado de corriente directa de los convertidores se requiere del diseño de un esquema de control tal que los interruptores de los convertidores generen la corriente  $i_h$  mientras que mantienen las tensiones en  $V_{CD1}$  y  $V_{CD2}$ .

Se consideró una topología a base de dos convertidores en cascada porque para un inversor multinivel híbrido asimétrico con una relación de tensiones  $3V_{CD1} = V_{CD2}$  se pueden obtener hasta nueve niveles en la tensión de salida del inversor, lo cual reduce considerablemente el valor de  $THD_v$ .

### 1.3.2. Hipótesis de la investigación

Para este trabajo de investigación se consideró una única hipótesis, la cual se presenta a continuación:

**Hipótesis.** Los dos voltajes de corriente directa y la corriente alterna de compensación de un inversor multinivel híbrido asimétrico de nueve niveles son controlables mediante dos entradas de control.

## 1.4. Contribuciones

Este trabajo tiene varias contribuciones, pero la principal de ellas es una metodología de control basado en pasividad para el inversor multinivel híbrido asimétrico ternario, de manera que éste pueda realizar seguimiento de corriente y regulación de tensiones para compensar potencia reactiva al mitigar corrientes armónicas mediante cancelación.

Otra contribución es la obtención de un modelo promediado para inversor que tiene dos convertidores conmutando a frecuencias distintas. Se puede incluso considerar como una mayor contribución la metodología seguida para la obtención del modelo promediado del inversor multinivel híbrido asimétrico que el mismo modelo del inversor en sí.

Una contribución adicional es el análisis de resolubilidad del inversor donde se demuestra que los objetivos de control son incompatibles entre sí para las dos entradas de control consideradas en el modelo del inversor. Se demuestra que si las leyes de control tienen el mismo contenido armónico de la corriente de compensación no es posible tener tensiones constantes en el lado de corriente directa de los convertidores, también se demuestra que si el objetivo de regulación de tensión se alcanza en valor promedio, entonces no es posible alcanzar el objetivo de seguimiento de corriente. Otro hecho demostrado es que si se alcanza el objetivo de seguimiento de corriente y de regulación de tensión en valor promedio de la tensión en un convertidor no es posible alcanzar el objetivo de regulación de tensión en el convertidor restante. Finalmente se demuestra que únicamente asumiendo que se tiene de un grado de libertad adicional para controlar la amplitud de la componente fundamental de la corriente de compensación es posible alcanzar en forma simultánea el objetivo de seguimiento de corriente y de regulación de las tensiones en valores promedio en ambos convertidores.

## 1.5. Organización de la tesis

La tesis se encuentra organizada en diversos capítulos en donde se van abordando los distintos aspectos que se consideraron para el desarrollo del proyecto de investigación.

En el primer capítulo se presenta la motivación del tema que es básicamente la compensación de potencia reactiva, posteriormente se presentan los antecedentes en donde se hace un repaso de la técnica de control basado en pasividad y se presentan los problemas resueltos mediante esta técnica. Posteriormente se hace el planteamiento y la formulación del problema de investigación estableciendo el objetivo de la investigación, cuál es el problema de compensación de potencia reactiva a resolver y se plantea la hipótesis de la investigación. Finalmente se presentan las contribuciones de este trabajo.

El capítulo dos contempla el modelado del inversor multinivel híbrido asimétrico ternario, en donde a partir del model discontinuo del inversor se obtiene un modelo promediado que tiene la característica de ser continuo.

El tercer capítulo constituye una sección de análisis en donde se presentan las propiedades de los valores deseados y se hacen ciertas suposiciones preliminares. El análisis de la dinámica cero del inversor es presentado tomando en cuenta las suposiciones presentadas. Finalmente se presenta un análisis de las tensiones en el lado de corriente directa de los convertidores, el cual da paso a la siguiente etapa de diseño.

En el capítulo cuatro se presenta el diseño del control basado en pasividad, en donde se aborda el análisis de pasividad, el moldeo de energía, la inyección de amortiguamiento y el análisis de estabilidad del sistema. Posteriormente se presentan algunas consideraciones preliminares al diseño de las leyes de control. Diversos esquemas de control son presentados en donde se va incrementando el grado de complejidad y de aspectos a tomar en cuenta para el diseño del controlador, iniciando desde el control de la componente fundamental de la corriente, pasando por el control de un inversor híbrido simétrico hasta llegar al control del inversor multinivel híbrido asimétrico ternario.

El quinto capítulo contiene los resultados de las simulaciones en Matlab, en donde se presentan las simulaciones de algunas configuraciones del caso de un inversor a base de un convertidor en lazo abierto. Las simulaciones son para control de la componente fundamental de la corriente, seguimiento de una armónica y seguimiento de varias armónicas. Las simulaciones del caso de un inversor multinivel híbrido asimétrico de nueve niveles se realizaron en lazo cerrado sin y con variación de parámetros, así como una prueba de cambio en la corriente de carga. Finalmente se presentan los resultados de unas simulaciones realizadas en PSIM para evaluar la operación en estado estacionario y con cambio en la corriente deseada.

El capítulo sexto presenta las conclusiones obtenidas de la realización del presente trabajo de tesis, así como las propuestas de trabajo futuro para realizar a partir de este proyecto de investigación.

El apéndice A presenta algunos aspectos sobre el factor de potencia. En el apéndice B se presenta el proceso de obtención del modelo promediado del inversor multinivel híbrido asimétrico ternario. Finalmente, en el apéndice C se presenta la obtención de algunas funciones de excitación y la obtención del valor promedio de la tensión en el capacitor en el lado de corriente directa de un convertidor.

## 1.6. Retos asociados al problema de control

Como se ha visto a lo largo de este capítulo existen una serie de retos asociados al uso de la técnica de control basado en pasividad para resolver el problema de control del inversor multinivel híbrido asimétrico.

El primer reto radica en que el modelo matemático del inversor es un modelo no continuo, sino que es un modelo discreto, del cual se tuvo que obtener un modelo promediado para poder utilizar las herramientas de control aplicables a modelos continuos. De hecho una complejidad asociada a la obtención del modelo promediado del inversor radica en el uso de dos convertidores para obtener la salida de tensión multinivel.

Otro reto asociado radica en la topología del circuito. Se han reportado resultados de control lineal y no lineal para otro tipo de topología de rectificadores e inversores, pero para este tipo de inversor hasta donde se tiene conocimiento no se han reportado resultados tanto de técnicas de control lineal como no lineal.

El siguiente reto encontrado es la incompatibilidad de los objetivos de control a partir de utilizar únicamente dos señales de control. Aunque el control de la componente fundamental de la corriente para regular la tensión en corriente directa de los capacitores de los convertidores, no se tiene conocimiento hasta el momento de algún planteamiento formal para llevar a cabo la regulación de las tensiones.

Aunque el control de la componente fundamental de la corriente ya es ampliamente conocido en la comunidad de electrónica de potencia, demostrar la incompatibilidad de los objetivos de control atacando el problema desde diferentes ángulos representó una labor ardua hasta finalmente llegar a la conclusión de que el método para hacerlo era mediante un grado de libertad adicional, el cual es formalmente presentado y demostrado de forma que los objetivos de control no solamente son alcanzables sino que además son compatibles entre sí.

Finalmente, el último reto fue el diseño de las leyes de control basado en pasividad tomando en consideración el uso de tres leyes de control en vez de las dos leyes de control asociadas al modelo matemático del inversor multinivel híbrido asimétrico.

# Capítulo 2

## Modelado del inversor multinivel híbrido asimétrico

### 2.1. Circuito completo del inversor

En el circuito de la figura 1.10 se muestra el inversor multinivel híbrido asimétrico en conexión en derivación con la carga y la fuente de tensión, para resolver el problema de compensación de potencia reactiva. En este circuito no se consideraron algunos aspectos que deben ser tomados en cuenta para el modelado del inversor.

En la figura 2.1 se muestra el circuito completo de un inversor híbrido asimétrico de nueve niveles para compensar factor de potencia de distorsión. En este circuito se considera una resistencia  $R_s$ , la cual representa la resistencia eléctrica del inductor  $L$  y las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  representan las pérdidas por conmutación [55] de los convertidores 1 y 2 respectivamente.

Cada convertidor tiene un puente H completo con cuatro interruptores ( $T_{1-1}$ ,  $T_{2-1}$ ,  $T_{3-1}$  y  $T_{4-1}$  para el convertidor 1 y  $T_{1-2}$ ,  $T_{2-2}$ ,  $T_{3-2}$  y  $T_{4-2}$  para el convertidor 2),  $v_{C1}$  y  $v_{C2}$  son las tensiones en los capacitores  $C_1$  y  $C_2$ , las cuales son convertidas a las tensiones  $v_{CA1}$  y  $v_{CA2}$  mediante la apertura y cierre de los interruptores de cada convertidor. La relación de las tensiones en los capacitores de los convertidores es de 3 : 1, lo cual implica que  $3v_{C1} = v_{C2}$ .

El inversor multinivel híbrido asimétrico genera una corriente  $i_L$ , la cual tiene el mismo contenido armónico de la corriente  $i_h$  y la mitigación de las armónicas se produce por cancelación en el punto en donde la carga y el inversor se conectan a la fuente o punto de acoplamiento común. Para la fuente de tensión  $v$  se ha supuesto una potencia de corto circuito infinita y, por lo tanto, su impedancia es despreciable.

La frecuencia de conmutación del convertidor 1 se considera mayor a la frecuencia de conmutación del convertidor 2, con una relación de 3:1, lo cual implica que  $3f_2 = f_1$ .

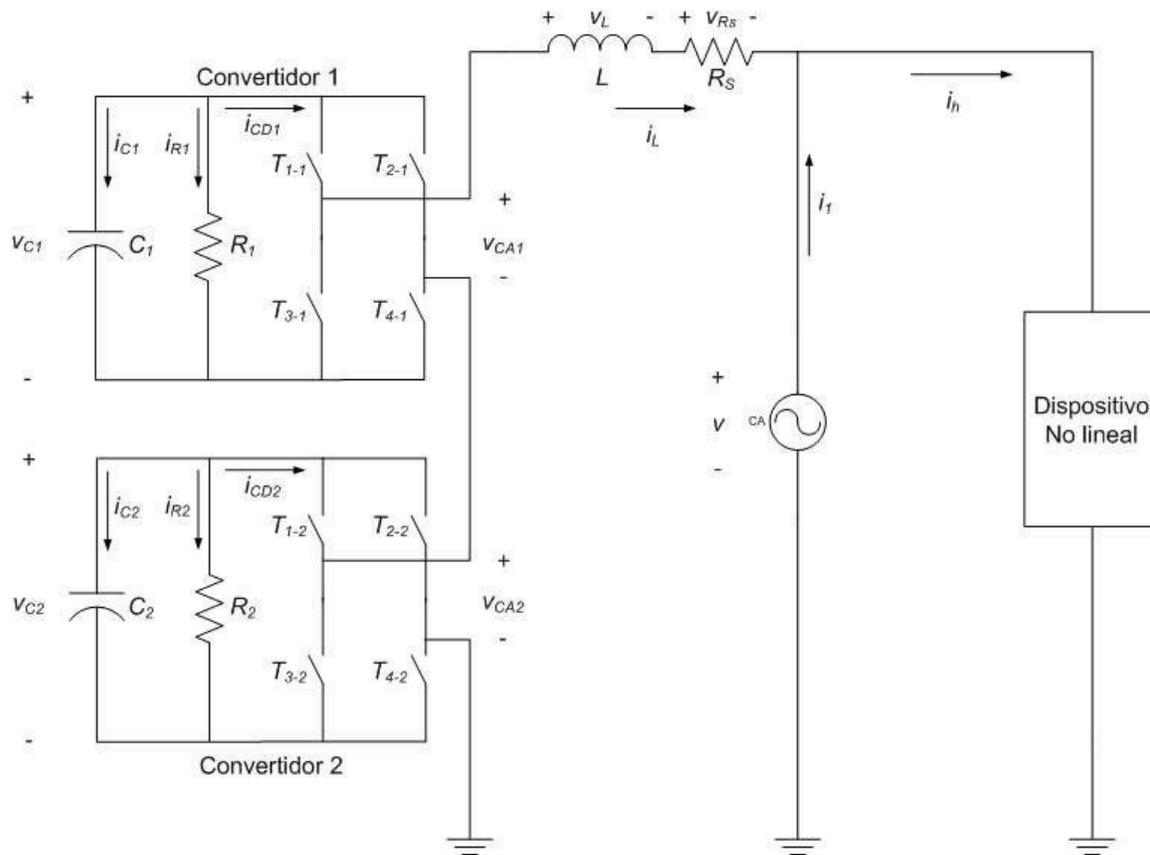


Figura 2.1: Circuito completo del inversor multinivel híbrido asimétrico de nueve niveles para compensar factor de potencia de distorsión.

La frecuencia de conmutación del convertidor de alta frecuencia puede tener una relación distinta respecto a la frecuencia del convertidor de baja frecuencia, sin embargo, debe considerarse que una relación mayor de frecuencias implica un aumento en las pérdidas de conmutación para el convertidor de mayor frecuencia, lo que constituye una limitante para la operación del convertidor.

## 2.2. Modelo discontinuo del inversor

Debido a la presencia de los interruptores, los cuales en primera instancia se suponen ideales, el modelo matemático del inversor es de naturaleza discontinua. Las conmutaciones de los interruptores tienen como resultado cambios en la topología del circuito del inversor, los cuales son considerados en la obtención del modelo matemático.

### 2.2.1. Modelado del puente H

En la figura 2.2 se muestra un puente H de un convertidor del inversor multinivel híbrido asimétrico. Las variables eléctricas en el puente H son la tensión en el lado de directa  $v_C$ , la tensión en el lado de alterna  $v_{CA}$ , la corriente en el lado de directa  $i_{CD}$  y la corriente en el lado de alterna  $i_L$ .

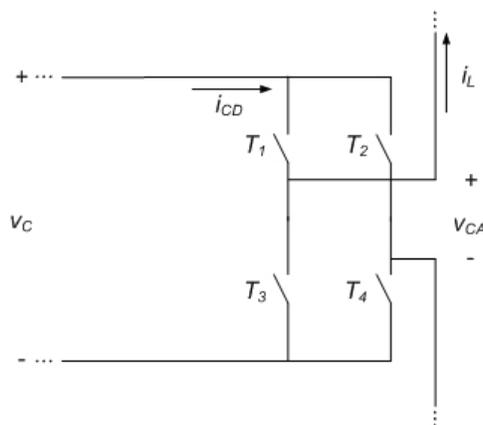


Figura 2.2: Puente H de un convertidor.

Un interruptor puede tener dos posiciones posibles: apagado y encendido. La posición de apagado se representa mediante 0, mientras que la posición de encendido se representa mediante 1; por lo tanto, la posición de cualquier interruptor toma valores en  $\{0, 1\}$  y se considera una operación complementaria de los interruptores de una misma pierna del convertidor, entonces  $T_1 = 0 \Rightarrow T_3 = 1$  y  $T_1 = 1 \Rightarrow T_3 = 0$ . Por otra parte, también se considera que las conmutaciones de las dos piernas del inversor son independientes, es decir, que cuando  $T_1 = 0$  entonces  $T_2$  puede ser cero o uno y lo mismo sucede cuando  $T_1 = 1$ .

Tomando en cuenta lo anterior, entonces se tienen cuatro combinaciones posibles para las posiciones de los interruptores del convertidor. La tensión en el lado de corriente alterna  $v_{CA}$  es generada mediante las conmutaciones del convertidor a partir de la tensión  $v_C$ , la cual es una tensión de corriente directa, mientras que la corriente en el lado de corriente alterna  $i_L$  debe seguir al contenido espectral de  $i_h$  y, por lo tanto, ésta debe generar a la corriente en el lado de corriente directa  $i_{CD}$  también mediante las conmutaciones del convertidor. Tomando en cuenta lo anterior, en el cuadro 2.1 se muestran las combinaciones posibles de los interruptores, la tensión de alterna como una función de la tensión de directa y la corriente de directa como una función de la de alterna.

La operación complementaria de los interruptores de una misma pierna del convertidor permite simplificar la información del cuadro 2.1. Dado que cuando un interruptor de una pierna está abierto el otro está cerrado<sup>1</sup>, entonces se puede considerar que la posición de

<sup>1</sup>Si los dos interruptores de una misma pierna estuvieran cerrados en forma simultánea se tendría un

Cuadro 2.1: Tensiones y corrientes de acuerdo las posiciones posibles de los interruptores de un puente H.

$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$v_{CA}$	$i_{CD}$
0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	$-v_C$	$-i_L$
1	0	0	1	$v_C$	$i_L$
1	1	0	0	0	0

encendido del interruptor superior es 1 y la posición de encendido del interruptor inferior es 0. Si se agrupan  $T_1$  y  $T_3$  como  $T_A$  y  $T_2$  y  $T_4$  como  $T_B$  entonces se tiene

$$T_A = \begin{cases} 0 & \text{si } T_1 = 0 \text{ y } T_3 = 1 \\ 1 & \text{si } T_1 = 1 \text{ y } T_3 = 0 \end{cases}$$

$$T_B = \begin{cases} 0 & \text{si } T_2 = 0 \text{ y } T_4 = 1 \\ 1 & \text{si } T_2 = 1 \text{ y } T_4 = 0 \end{cases}$$

Las definiciones anteriores dan lugar al circuito equivalente para el puente H mostrado en la figura 2.3. Los interruptores  $T_1, T_2, T_3$  y  $T_4$  han sido sustituidos por dos interruptores equivalentes,  $T_A$  y  $T_B$ , de un polo dos tiros. En la tabla 2.2 se resumen los resultados obtenidos para las corrientes y tensiones a partir de las posiciones de los interruptores equivalentes  $T_A$  y  $T_B$ .

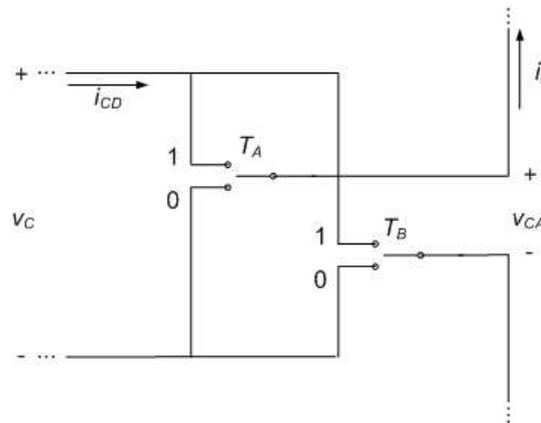


Figura 2.3: Circuito equivalente del puente H de un convertidor.

A partir de los resultados del cuadro 2.2 se obtiene una función de conmutación  $sw$  la cual se define como la diferencia entre los valores de los interruptores

corto circuito a través de la pierna del inversor.

Cuadro 2.2: Tensiones y corrientes de acuerdo las posiciones de los interruptores del circuito equivalente del puente H.

$T_A$	$T_B$	$v_{CA}$	$i_{CD}$
0	0	0	0
0	1	$-v_C$	$-i_L$
1	0	$v_C$	$i_L$
1	1	0	0

$$sw = T_A - T_B \quad (2.1)$$

Del cuadro 2.2 y de la expresión (2.1) se tiene que  $sw \in \{-1, 0, 1\}$ .

Aplicando la función de conmutación se obtienen dos expresiones que relacionan las tensiones y las corrientes en el circuito equivalente del puente H

$$v_{CA} = swv_C \quad (2.2)$$

$$i_{CD} = swi_L \quad (2.3)$$

Entonces, para los dos convertidores del inversor híbrido asimétrico se tienen las siguientes expresiones que relacionan las corrientes y las tensiones de directa con las de alterna

$$v_{CA1} = sw_1v_{C1} \quad (2.4)$$

$$v_{CA2} = sw_2v_{C2} \quad (2.5)$$

$$i_{CD1} = sw_1i_L \quad (2.6)$$

$$i_{CD2} = sw_2i_L \quad (2.7)$$

### 2.2.2. Modelado en el lado de corriente directa

En la figura 2.4 se muestra el lado de corriente directa de un convertidor del inversor multinivel híbrido asimétrico. Las corrientes  $i_C$ ,  $i_R$  y  $i_{CD}$  tienen el sentido asignado en la figura, de forma que la suma de corrientes en el nodo superior del convertidor es

$$i_C + i_R + i_{CD} = 0 \quad (2.8)$$

pero sustituyendo (2.3) en (2.8) se tiene la expresión

$$i_C + i_R + swi_L = 0 \quad (2.9)$$

y considerando que  $i_C = C \frac{dv_C}{dt}$  y  $v_C = Ri_R$ , entonces se tiene que la suma de corrientes en el nodo superior es

$$C \frac{dv_C}{dt} + R^{-1}v_C + swi_L = 0 \quad (2.10)$$

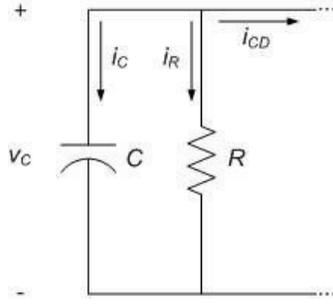


Figura 2.4: Circuito en el lado de directa de un convertidor.

Aplicando el resultado anterior a los dos convertidores del inversor multinivel híbrido asimétrico se tienen las siguientes ecuaciones de nodo

$$C_1 \frac{dv_{C_1}}{dt} + R_1^{-1}v_{C_1} + sw_1i_L = 0 \quad (2.11)$$

$$C_2 \frac{dv_{C_2}}{dt} + R_2^{-1}v_{C_2} + sw_2i_L = 0 \quad (2.12)$$

### 2.2.3. Modelado en el lado de corriente alterna

La figura 2.5 muestra el inversor multinivel híbrido asimétrico en el lado de corriente alterna. La tensión de salida de los convertidores forma una malla con la fuente de alimentación  $v$ , la resistencia  $R_s$  y el inductor  $L$ . La ecuación de tensiones en la malla es

$$-v_{CA1} - v_{CA2} + v_L + v_{R_s} + v = 0 \quad (2.13)$$

y sustituyendo (2.4) y (2.5) en (2.13) y acomodando términos se obtiene

$$v_L + v_{R_s} + v = sw_1v_{C_1} + sw_2v_{C_2} \quad (2.14)$$

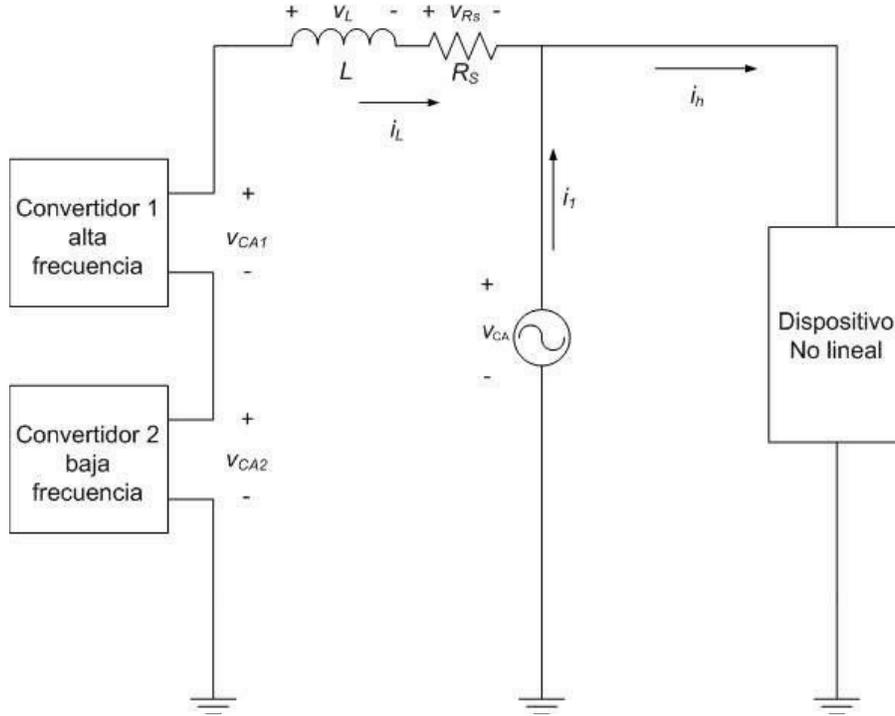


Figura 2.5: Circuito en el lado de alterna del inversor multinivel híbrido asimétrico.

Finalmente, considerando que  $v_L = L \frac{di_L}{dt}$  y  $v_{R_s} = R_s i_L$ , la ecuación de tensiones de malla se expresa como

$$L \frac{di_L}{dt} + R_s i_L + v = sw_1 v_{C1} + sw_2 v_{C2} \quad (2.15)$$

#### 2.2.4. Modelo en variables de estado

Si se define  $x_1 = i_L$ ,  $x_2 = v_{C1}$  y  $x_3 = v_{C2}$  y reordenando nuevamente los términos de las ecuaciones (2.11), (2.12) y (2.15) se obtiene el modelo en variables de estado del inversor multinivel híbrido asimétrico

$$L \dot{x}_1 + R_s x_1 - sw_1 x_2 - sw_2 x_3 = -v \quad (2.16)$$

$$C_1 \dot{x}_2 + R_1^{-1} x_2 + sw_1 x_1 = 0 \quad (2.17)$$

$$C_2 \dot{x}_3 + R_2^{-1} x_3 + sw_2 x_1 = 0 \quad (2.18)$$

Las ecuaciones (2.16)-(2.18) pueden expresarse en forma matricial como

$$D\dot{x} + Cx + sw_1M_1 + sw_2M_2 = \varepsilon \quad (2.19)$$

donde

$$D = \begin{bmatrix} L & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_1^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & R_2^{-1} \end{bmatrix}, M_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, M_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} -v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ y } x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

## 2.3. Modelo continuo del inversor

### 2.3.1. Modulación por ancho de pulso

Los interruptores de los convertidores del inversor multinivel híbrido asimétrico requieren de un control en su apertura y cierre para que las tensiones en el lado de corriente directa lleguen a sus valores deseados mientras que la corriente en el lado de alterna sigue a la referencia deseada. Una forma de satisfacer estos requisitos de control es mediante la modulación por ancho de pulso.

Con la modulación por ancho de pulso se puede controlar la tensión de salida del inversor recurriendo a la comparación de una onda moduladora con una onda portadora. En el caso de un inversor de dos niveles, la tensión de salida de un inversor con modulación por ancho de pulso tiene una mayor  $THD_v$  que un inversor de onda cuadrada, sin embargo este esquema tiene la ventaja de que las armónicas de tensión son de orden mayor y, por lo tanto, su filtrado es relativamente más sencillo [8].

La modulación por ancho de pulso requiere dos tipos distintos de señales: una señal moduladora que funciona como señal de control y una señal portadora cuyo propósito es controlar la frecuencia de conmutación. La modulación en ancho de pulso de la tensión de salida se realiza al comparar la señal portadora con la señal moduladora y, dependiendo del resultado de la comparación, ciertos interruptores en un puente H, como el mostrado en la figura 2.6, son abiertos mientras que otros son cerrados.

Aunque existen muchas técnicas de modulación por ancho de pulso, debido a que se espera que la tensión de salida se aproxime a una senoide, este trabajo se centra en la técnica de modulación por ancho de pulso senoidal (ver [7] para consultar otras técnicas).

El propósito de la modulación por ancho de pulso senoidal es variar el ancho de los pulsos

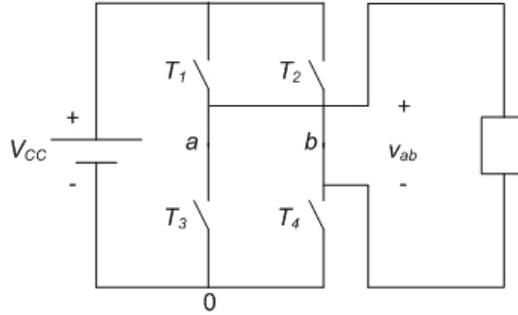


Figura 2.6: Puente H completo para modulación por ancho de pulso senoidal.

en proporción a la amplitud de una señal moduladora de tipo senoidal. Existen básicamente dos esquemas de conmutación para este tipo de modulación: bipolar y unipolar.

La modulación por ancho de pulsos bipolar senoidal consiste en comparar una señal moduladora senoidal  $v_{mod}$  con una señal portadora triangular  $v_{port}$ . Cuando  $v_{mod} > v_{port}$  entonces  $v_{ab} = +V_{cc}$  y cuando  $v_{mod} < v_{port}$  entonces  $v_{ab} = -V_{cc}$  como se muestra en las figuras 2.7a) y 2.7b).

Para el puente H de la figura 2.6 la conmutación de los interruptores para la modulación por ancho de pulso senoidal bipolar es como se muestra en el cuadro 2.3

Cuadro 2.3: Apertura y cierre de los interruptores de un puente H en modulación por ancho de pulso senoidal bipolar.

Condición	Interruptores Cerrados	Interruptores Abiertos	Tensión salida
$v_{mod} > v_{port}$	$T_1$ y $T_4$	$T_2$ y $T_3$	$V_{cc}$
$v_{mod} < v_{port}$	$T_2$ y $T_3$	$T_1$ y $T_4$	$-V_{cc}$

La modulación por ancho de pulsos unipolar senoidal consiste en comparar dos señales moduladoras senoidales  $v_{mod}$  y  $-v_{mod}$ , desfasadas entre sí  $\pi$  radianes, con una señal portadora triangular  $v_{port}$ . Cuando  $v_{mod} > v_{port}$  entonces  $v_{a0} = +V_{cc}$  y cuando  $v_{mod} < v_{port}$  entonces  $v_{a0} = 0$ . Cuando  $-v_{mod} > v_{port}$  entonces  $v_{b0} = +V_{cc}$  y cuando  $-v_{mod} < v_{port}$  entonces  $v_{b0} = 0$ . La diferencia entre estas dos tensiones da como resultado la tensión de salida del inversor,  $v_{ab} = v_{a0} - v_{b0}$ . Las figuras 2.8a) y 2.8b) muestran la tensión modulada por ancho de pulso senoidal unipolar, así como las ondas portadora y moduladoras.

Para el puente H de la figura 2.6 la conmutación de los interruptores por ancho de pulso senoidal unipolar es como se muestra en el cuadro 2.4

En la figura 2.9 se muestran las formas de onda de la tensión modulada por ancho de pulso senoidal unipolar, la portadora  $v_{port}$  y la moduladora  $v_{mod}$ . El intervalo de tiempo  $T_{PWM}$  corresponde a un periodo de  $v_{port}$  y puede apreciarse que en cada periodo existe un intervalo de tiempo en donde un juego de interruptores están cerrados  $t_{ON}$  y otros lapsos

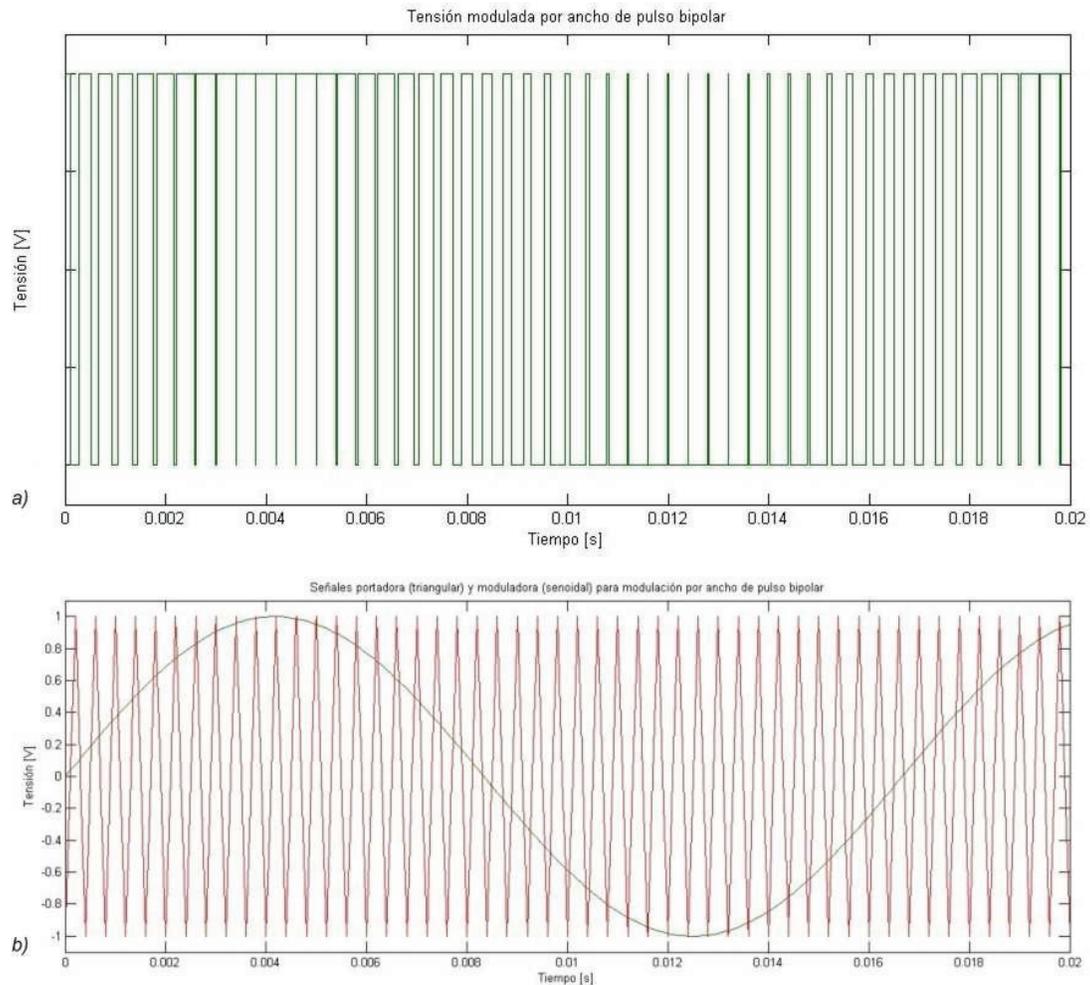


Figura 2.7: Tensión de salida de modulación por ancho de pulso senoidal bipolar y ondas portadora y moduladora.

de tiempo  $t_{OFF1}$  y  $t_{OFF2}$  en donde el mismo juego de interruptores están cerrados.

La figura 2.9 muestra que para diferentes periodos  $T_{PWM}$  los tiempos de encendido  $t_{ON}$  y de apagado  $t_{OFF1}$  y  $t_{OFF2}$  toman valores diferentes. La suma del tiempo total de encendido  $t_{ON}$  y el tiempo total de apagado  $t_{OFF}$  es el periodo  $T_{PWM}$ . Durante el tiempo de encendido  $t_{ON}$  el interruptor  $T_1$  del puente H de la figura 2.6 está cerrado mientras que  $T_3$  está abierto. Durante el tiempo de apagado  $T_1$  está abierto, mientras que  $T_3$  está cerrado. Esto implica que durante  $t_{ON}$  el circuito tiene una topología y durante  $t_{OFF}$  el circuito tiene otra, por lo tanto, el circuito durante un periodo  $T_{PWM}$  está cambiando de topologías<sup>2</sup> y el tiempo de duración de cada topología es distinto para cada periodo  $T_{PWM}$ .

<sup>2</sup>Para el esquema de conmutación unipolar senoidal de la figura 2.9 en realidad se tienen más cambios de topologías durante un periodo  $T_{PWM}$  debido a que cada pierna del puente H está controlada por su propia señal moduladora

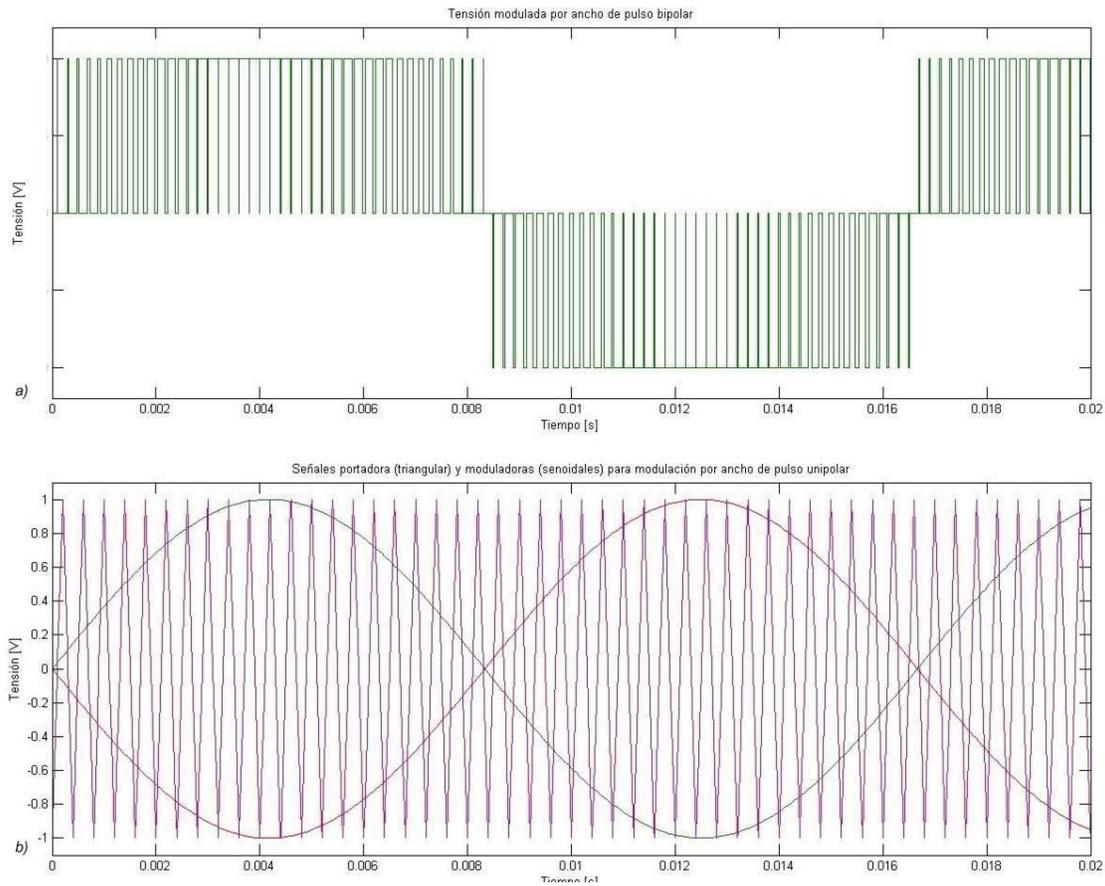


Figura 2.8: Tensión de salida de modulación por ancho de pulso senoidal unipolar y ondas portadoras y moduladora.

La característica principal asociada a estos cambios de topología durante un periodo  $T_{PWM}$  radica en que los modelos obtenidos son discontinuos. Uno de los problemas principales asociados a los modelos discontinuos es que no se les pueden aplicar las herramientas analíticas que se utilizan para los modelos continuos.

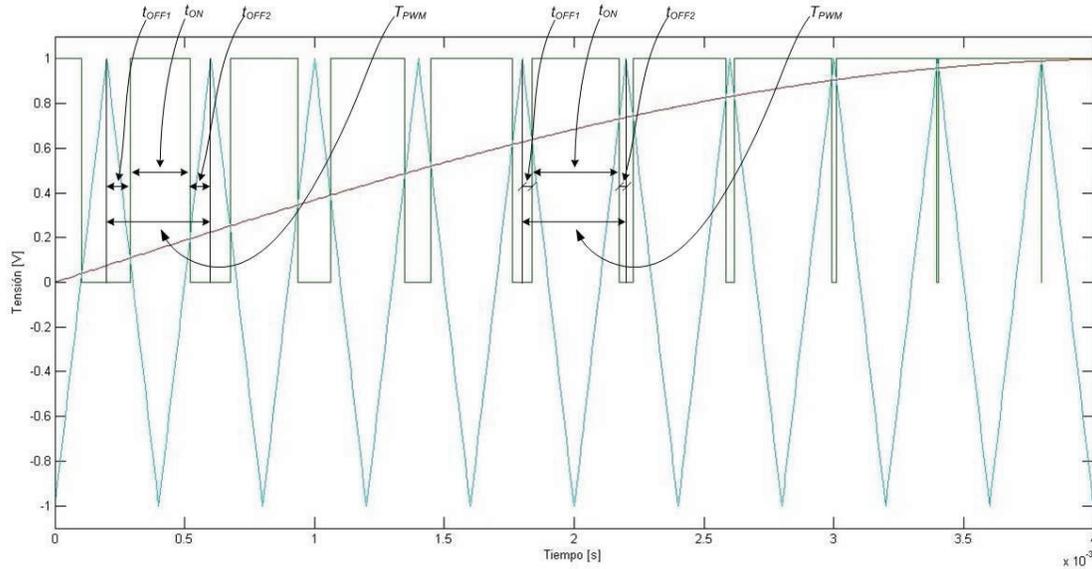
Una solución al problema asociado a los modelos discontinuos para convertidores con modulación por ancho de pulso es recurrir a la obtención de un modelo promediado. Esta aproximación del modelo discontinuo permite analizar el comportamiento promedio de las variables del circuito incluso durante condiciones transitorias no periódicas [56].

El modelo promediado se basa en la idea de obtener un modelo aproximado continuo del modelo exacto discreto al considerar que el periodo  $T_{PWM}$  de la señal portadora tiende a cero, de forma que las variables de estado del modelo obtenido sean funciones continuas con variaciones suaves respecto al periodo  $T_{PWM}$  original.

Para un convertidor con modulación por ancho de pulso con un modelo de la forma

Cuadro 2.4: Apertura y cierre de los interruptores de un puente H en modulación por ancho de pulso senoidal unipolar.

Condición	Interruptores Cerrados	Interruptores Abiertos	$v_{a0}$	$v_{b0}$
$v_{mod} > v_{port}$	$T_1$	$T_3$	$V_{cc}$	
$v_{mod} < v_{port}$	$T_3$	$T_1$	0	
$-v_{mod} > v_{port}$	$T_2$	$T_4$		$V_{cc}$
$-v_{mod} < v_{port}$	$T_4$	$T_2$		0


 Figura 2.9: Periodo de modulación  $T_{PWM}$ , tiempo de encendido  $t_{ON}$  y tiempo de apagado  $t_{OFF}$  para modulación por ancho de pulso senoidal unipolar.

$\dot{x} = f(x) + g(x)\delta$ , en donde  $\delta$  es la entrada discreta de control tal que  $\delta \in \{0, 1\}$  y  $T_{PWM}$  es el intervalo de tiempo correspondiente a un ciclo de la portadora, se puede definir que  $t_{ON} = t_1 - t_0$  para  $\delta = 1$  y  $t_{OFF} = t_2 - t_1$  para  $\delta = 0$  y, además  $t_0 + T_{PWM} = t_2$ . El ciclo de trabajo, que es la relación del tiempo de encendido al periodo de la portadora, se determina como  $\mu = \frac{t_{ON}}{T_{PWM}}$  y la entrada de control se puede definir de la siguiente forma

$$\delta = \begin{cases} 1 & \text{para } t_0 < t \leq t_0 + \mu T_{PWM} \\ 0 & \text{para } t_0 + \mu T_{PWM} < t \leq t_0 + T_{PWM} \end{cases}$$

La ecuación del sistema puede ser escrita en forma integral considerando los intervalos para los cuales está definido  $\delta$  de la siguiente forma

$$x(t_0 + \mu T_{PWM}) - x(t_0) = \int_{t_0}^{t_0 + \mu T_{PWM}} [f(x) + g(x)] dt$$

$$x(t_0 + T_{PWM}) - x(t_0 + \mu T_{PWM}) = \int_{t_0 + \mu T_{PWM}}^{t_0 + T_{PWM}} f(x) dt$$

Despejando  $x(t_0 + \mu T_{PWM})$  de la primera ecuación integral y sustituyendo en la segunda se tiene

$$x(t_0 + T_{PWM}) - x(t_0) = \int_{t_0}^{t_0 + \mu T_{PWM}} [f(x) + g(x)] dt + \int_{t_0 + \mu T_{PWM}}^{t_0 + T_{PWM}} f(x) dt$$

Considerando que  $f(x)$  es integrable en todo  $T_{PWM}$ , la expresión anterior puede reescribirse como

$$x(t_0 + T_{PWM}) - x(t_0) = \int_{t_0}^{t_0 + T_{PWM}} f(x) dt + \int_{t_0}^{t_0 + \mu T_{PWM}} g(x) dt$$

Dividiendo la expresión anterior entre el periodo  $T_{PWM}$

$$\frac{x(t_0 + T_{PWM}) - x(t_0)}{T_{PWM}} = \frac{\int_{t_0}^{t_0 + T_{PWM}} f(x) dt}{T_{PWM}} + \frac{\int_{t_0}^{t_0 + \mu T_{PWM}} g(x) dt}{T_{PWM}}$$

Tomando límites cuando  $T_{PWM} \rightarrow 0$

$$\lim_{T_{PWM} \rightarrow 0} \frac{x(t_0 + T_{PWM}) - x(t_0)}{T_{PWM}} = \lim_{T_{PWM} \rightarrow 0} \frac{\int_{t_0}^{t_0 + T_{PWM}} f(x) dt}{T_{PWM}} + \lim_{T_{PWM} \rightarrow 0} \frac{\int_{t_0}^{t_0 + \mu T_{PWM}} g(x) dt}{T_{PWM}}$$

Finalmente se obtiene

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\mu \quad (2.20)$$

en donde (2.20) es el modelo promediado del modelo discreto  $\dot{x} = f(x) + g(x)\delta$  y  $\mu$  es una función continua tal que  $\mu \in \{0, 1\}$ .

### 2.3.2. Modelo promediado del inversor

Para la obtención del modelo promediado, la ecuación (2.19) se reescribe de la siguiente forma matricial

$$\dot{x} = A(sw)x + Bu \quad (2.21)$$

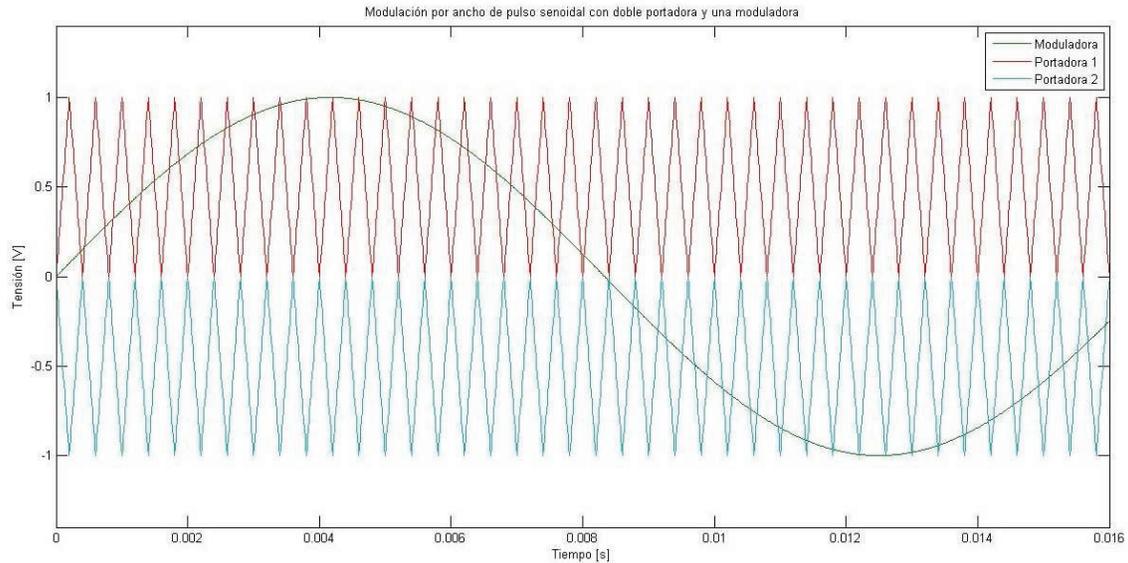


Figura 2.10: Esquema para modulación por ancho de pulso senoidal con doble portadora y una moduladora.

donde

$$A(sw) = -D^{-1}(C + sw_1M_1 + sw_2M_2), \quad B = D^{-1} \quad \text{y} \quad u = \varepsilon$$

La obtención del modelo promediado requiere de tomar en cuenta los siguientes aspectos relevantes:

- Se tienen dos convertidores en puente H, cada uno con dos señales portadoras (de la misma frecuencia) y una señal moduladora (ver la figura 2.10 para un esquema de modulación por ancho de pulso senoidal con doble portadora).
- El convertidor 1 tiene portadoras de alta frecuencia, mientras que el convertidor 2 tiene portadoras de baja frecuencia (la relación es  $f_1 = 3f_2$ ), lo cual implica que existen dos periodos  $T_{PWM}$  distintos.
- Las portadoras de alta frecuencia son independientes de las portadoras de baja frecuencia.

La obtención del modelo promediado del inversor multinivel híbrido asimétrico requiere que las funciones de conmutación pertenezcan al conjunto discreto  $\{0, 1\}$  para poder definir el ciclo de trabajo, sin embargo las funciones de conmutación del inversor pertenecen al conjunto discreto  $\{-1, 0, 1\}$  y el ciclo de trabajo no puede ser definido bajo estas condiciones. Una forma de resolver este problema es descomponiendo las funciones de conmutación en dos funciones, cada una de ellas asignada a una pierna diferente de un convertidor del inversor multinivel híbrido asimétrico, como se resume en el cuadro 2.5.

Cuadro 2.5: Descomposición de las funciones de conmutación  $sw_1$  y  $sw_2$

$sw_1$	$sw_A$	$sw_B$	$sw_2$	$sw_C$	$sw_D$
1	1	0	1	1	0
-1	0	1	-1	0	1
0	1	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0

La descomposición de las funciones de conmutación, de acuerdo a los datos del cuadro 2.5, puede ser expresada como

$$sw_1 = sw_A - sw_B \tag{2.22}$$

$$sw_2 = sw_C - sw_D \tag{2.23}$$

donde  $sw_A$ ,  $sw_B$ ,  $sw_C$  y  $sw_D$  son funciones discretas que pertenecen al conjunto  $\{0, 1\}$ .

En la figura 2.11 se muestra la asignación de las nuevas funciones de conmutación para cada una de las piernas de los convertidores del inversor multinivel híbrido asimétrico.

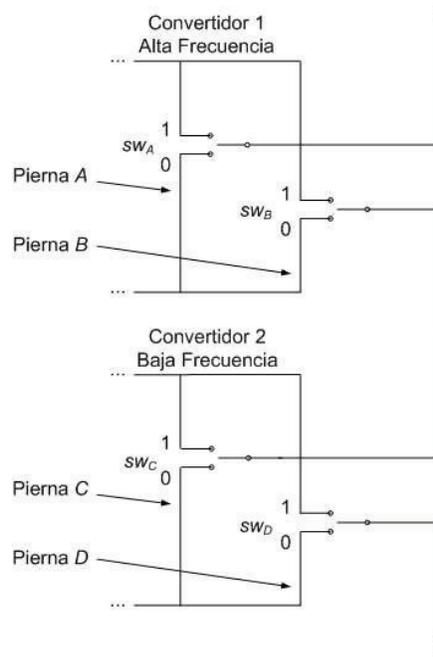


Figura 2.11: Piernas  $A$  y  $B$  para el convertidor de alta frecuencia y piernas  $C$  y  $D$  para el convertidor de baja frecuencia.

Debido al esquema de doble portadora por convertidor se tienen cuatro ondas portadoras, lo cual implica que se tienen cuatro periodos de modulación por ancho de pulso senoidal

para estas ondas: dos para las piernas izquierda y derecha del convertidor de alta frecuencia ( $T_{HF_A}$  y  $T_{HF_B}$  respectivamente) y dos para las piernas izquierda y derecha del convertidor de baja frecuencia ( $T_{LF_C}$  y  $T_{LF_D}$  respectivamente). Aunque los periodos  $T_{HF_A}$  y  $T_{HF_B}$  son iguales entre sí (así como lo son entre sí  $T_{LF_C}$  y  $T_{LF_D}$ ) es necesaria su distinción debido a que el esquema de doble portadora (ver la figura 2.10) hace los interruptores de una pierna de un convertidor estén conmutando, mientras los interruptores de la otra pierna permanecen en la misma posición.

Lo anterior permite establecer entonces los ciclos de trabajo para las piernas de los convertidores de la siguiente forma

$$\mu_A = \frac{t_{ON_A}}{T_{HF_A}}, \quad \mu_B = \frac{t_{ON_B}}{T_{HF_B}}, \quad \mu_C = \frac{t_{ON_C}}{T_{LF_C}} \quad \text{y} \quad \mu_D = \frac{t_{ON_D}}{T_{LF_D}}$$

La figura 2.12 muestra los tiempos de encendido  $t_{ON}$ , apagado  $t_{OFF}$  y los periodos de las portadoras para las cuatro piernas de los convertidores de alta y baja frecuencia. A partir de esta figura se pueden definir los siguientes intervalos de tiempo para las funciones de conmutación, como se muestra en el cuadro 2.6.

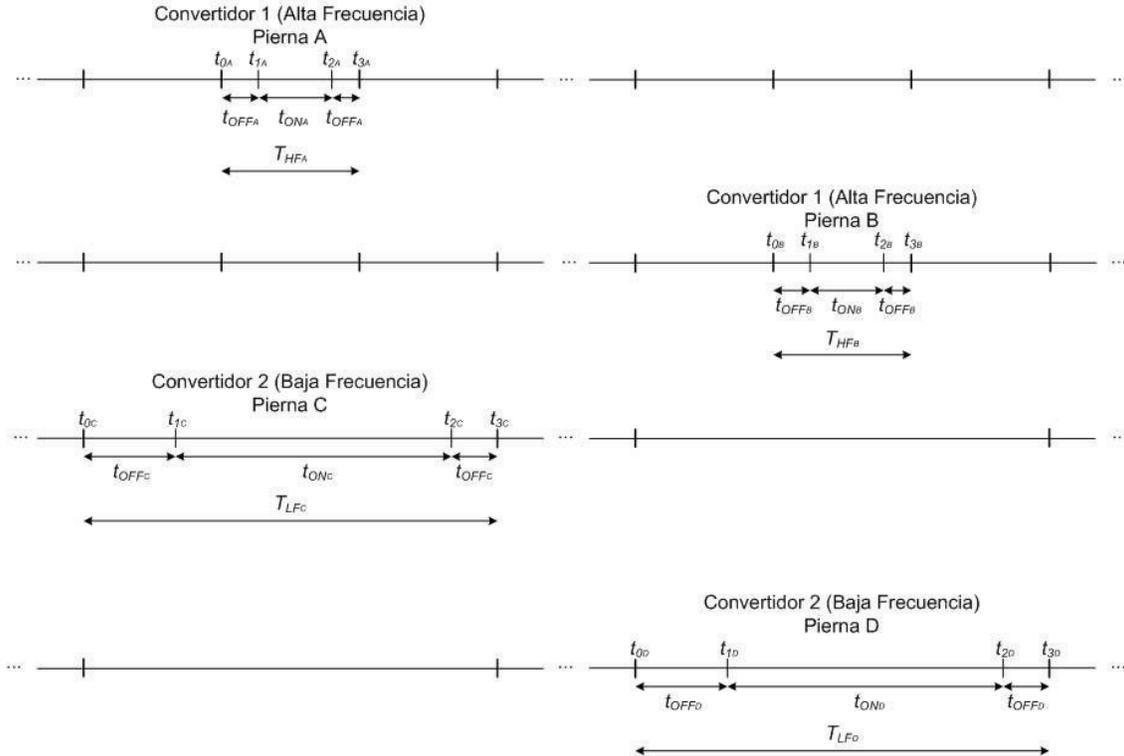


Figura 2.12: Tiempos de encendido  $t_{ON}$ , apagado  $t_{OFF}$  y periodos  $T_{LF}$  y  $T_{HF}$  para los convertidores del inversor multinivel híbrido asimétrico.

La ecuación integral en forma general de la expresión (2.21) es

Cuadro 2.6: Intervalos de tiempo para las funciones de conmutación

$sw_A, sw_B, sw_C$ y $sw_D$ .					
Intervalo	Función	Valor	Intervalo	Función	Valor
$t_{1A} - t_{0A}$	$sw_A$	0	$t_{1C} - t_{0C}$	$sw_C$	0
$t_{2A} - t_{1A}$	$sw_A$	1	$t_{2C} - t_{1C}$	$sw_C$	1
$t_{3A} - t_{2A}$	$sw_A$	0	$t_{3C} - t_{2C}$	$sw_C$	0
$t_{1B} - t_{0B}$	$sw_B$	0	$t_{1D} - t_{0D}$	$sw_D$	0
$t_{2B} - t_{1B}$	$sw_B$	1	$t_{2D} - t_{1D}$	$sw_D$	1
$t_{3B} - t_{2B}$	$sw_B$	0	$t_{3D} - t_{2D}$	$sw_D$	0

$$x(\tau_1) - x(\tau_0) = \int_{\tau_0}^{\tau_1} [A(sw)x + Bu]d\tau \quad (2.24)$$

y para obtener el modelo promediado se requiere considerar que se tienen cuatro ondas portadoras, de forma que la obtención del modelo se realiza por etapas, primero para la función de conmutación  $sw_A$ , luego para la función de conmutación  $sw_B$ , después para la función de conmutación  $sw_C$  y finalmente para la función de conmutación  $sw_D$ .

Utilizando los intervalos de tiempo de la portadora de la pierna A (ver cuadro 2.6) en (2.24) se tienen las siguientes integrales

$$\begin{aligned} x_{t_{1A}} - x_{t_{0A}} &= \int_{t_{0A}}^{t_{1A}} [-D^{-1}(C - sw_B M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon]dt \\ x_{t_{2A}} - x_{t_{1A}} &= \int_{t_{1A}}^{t_{2A}} [-D^{-1}(C + M_1 - sw_B M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon]dt \\ x_{t_{3A}} - x_{t_{2A}} &= \int_{t_{2A}}^{t_{3A}} [-D^{-1}(C - sw_B M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon]dt \end{aligned}$$

Agrupando los términos que pueden integrarse en el intervalo  $[t_{0A}, t_{3A}]$  y reacomodando se tiene

$$x(t_{3A}) - x(t_{0A}) = \int_{t_{0A}}^{t_{3A}} [-D^{-1}(C - sw_B M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon]dt + \int_{t_{1A}}^{t_{2A}} [-D^{-1}M_1 x]dt$$

Dividiendo entre el periodo  $T_{HFA}$  se obtiene la expresión

$$\begin{aligned} \frac{x(t_{3A}) - x(t_{0A})}{T_{HFA}} &= \frac{1}{T_{HFA}} \int_{t_{0A}}^{t_{3A}} [-D^{-1}(C - sw_B M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon] dt \\ &\quad + \frac{1}{T_{HFA}} \int_{t_{1A}}^{t_{2A}} [-D^{-1}M_1 x] dt \end{aligned}$$

Tomando límites cuando  $T_{HFA} \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} \lim_{T_{HFA} \rightarrow 0} \frac{x(t_{3A}) - x(t_{0A})}{T_{HFA}} &= \lim_{T_{HFA} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{HFA}} \int_{t_{0A}}^{t_{3A}} [-D^{-1}(C - sw_B M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon] dt \\ &\quad + \lim_{T_{HFA} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{HFA}} \int_{t_{1A}}^{t_{2A}} [-D^{-1}M_1 x] dt \end{aligned}$$

Esto da como resultado

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \lim_{T_{HFA} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{HFA}} [-D^{-1}(C - sw_B M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon](t_{3A} - t_{0A}) \\ &\quad + \lim_{T_{HFA} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{HFA}} [-D^{-1}M_1 x](t_{2A} - t_{1A}) \end{aligned}$$

pero  $t_{2A} - t_{1A} = \mu_A T_{HFA}$  y  $t_{3A} - t_{0A} = T_{HFA}$ , entonces se tiene

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \lim_{T_{HFA} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{HFA}} [-D^{-1}(C - sw_B M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon] T_{HFA} \\ &\quad + \lim_{T_{HFA} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{HFA}} [-D^{-1}M_1 x] \mu_A T_{HFA} \end{aligned}$$

Finalmente, se llega a la expresión que constituye el modelo promediado respecto al esquema de conmutación para la pierna A del convertidor de alta frecuencia

$$\dot{x} = -D^{-1}(C + \mu_A M_1 - sw_B M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon \quad (2.25)$$

donde  $\mu_A$  es una función continua tal que  $\mu_A \in \{0, 1\}$ .

Utilizando ahora la expresión (2.25), para hallar el modelo promediado respecto al esquema de conmutación de la pierna  $B$  del convertidor de alta frecuencia, se obtiene la siguiente expresión

$$\dot{x} = -D^{-1}(C + \mu_A M_1 - \mu_B M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon \quad (2.26)$$

siendo  $\mu_B$  una función continua tal que  $\mu_B \in \{0, 1\}$ .

La función  $\mu_A$  constituye la versión continua de la función discreta de conmutación  $sw_A$ , la cual rige el esquema de conmutación de la pierna  $A$  del convertidor de alta frecuencia. Lo mismo ocurre con la función  $\mu_B$  respecto a  $sw_B$  para la pierna  $B$  del mismo convertidor. Si se define  $\mu_1 = \mu_A - \mu_B$  entonces se obtiene la versión continua de la función discreta de conmutación dada por la expresión (2.22), por lo que finalmente se tiene

$$\dot{x} = -D^{-1}(C + \mu_1 M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon \quad (2.27)$$

Un procedimiento similar se lleva a cabo para obtener las siguientes expresiones respecto a los esquemas de conmutación para las piernas  $C$  y  $D$  del convertidor de baja frecuencia

$$\dot{x} = -D^{-1}(C + \mu_1 M_1 + \mu_C M_2 - sw_D M_2)x + D^{-1}\varepsilon \quad (2.28)$$

$$\dot{x} = -D^{-1}(C + \mu_1 M_1 + \mu_C M_2 - \mu_D M_2)x + D^{-1}\varepsilon \quad (2.29)$$

Definiendo  $\mu_2 = \mu_C - \mu_D$  se obtiene la versión continua de la función discreta de conmutación dada por la expresión (2.23), entonces se tiene

$$\dot{x} = -D^{-1}(C + \mu_1 M_1 + \mu_2 M_2)x + D^{-1}\varepsilon \quad (2.30)$$

la cual se puede reescribir de la siguiente forma

$$\dot{x} = A(\mu)x + Bu \quad (2.31)$$

donde

$$A(\mu) = -D^{-1}(C + \mu_1 M_1 + \mu_2 M_2), \quad B = D^{-1} \quad \text{y} \quad u = \varepsilon$$

siendo (2.31) el modelo promediado del modelo discreto (2.21).

Finalmente, el modelo promediado del inversor multinivel híbrido asimétrico de nueve niveles es

$$D\dot{x} + Cx + \mu_1 M_1 + \mu_2 M_2 = \varepsilon \quad (2.32)$$

**Proposición 2.1** *Un inversor híbrido multinivel asimétrico de dos convertidores cuyo modelo discreto es*

$$\dot{x} = A(sw)x + Bu$$

con

$$A(sw) = -D^{-1}(C + sw_1 M_1 + sw_2 M_2), \quad B = D^{-1} \quad \text{y} \quad u = \varepsilon$$

y cuyo esquema de conmutación está dado por

$$sw_1 = sw_A - sw_B$$

$$sw_2 = sw_C - sw_D$$

tales que  $sw_A \in \{0, 1\}$  y  $sw_B \in \{0, 1\} \Rightarrow sw_1 \in \{-1, 0, 1\}$  y  $sw_C \in \{0, 1\}$  y  $sw_D \in \{0, 1\} \Rightarrow sw_2 \in \{-1, 0, 1\}$  tiene un modelo promediado dado por

$$\dot{x} = A(\mu)x + Bv$$

con

$$A(\mu) = -D^{-1}(C + \mu_1 M_1 + \mu_2 M_2)$$

□

## 2.4. Conclusiones sobre el modelado del inversor

Debido a la naturaleza conmutada del inversor multinivel híbrido asimétrico, su modelo matemático consiste en una ecuación diferencial matricial no lineal de primer orden, en donde se tiene dos términos discontinuos que son  $sw_1$  y  $sw_2$ .

Con el propósito de poder aplicar las herramientas desarrolladas para sistemas continuos, se obtuvo un modelo promediado del inversor considerando una modulación por ancho de pulso en donde el periodo de la modulación se hace tender a cero obteniéndose en el límite un modelo continuo del inversor.

La existencia de dos funciones de conmutación discretas  $sw_1$  y  $sw_2$  a diferentes frecuencias de conmutación requirió de obtener el modelo promediado del inversor, primero considerando el promediado para una función de conmutación y luego considerando el promediado para la función restante.

Debe de tomarse en consideración que este modelo es por un lado una aproximación del modelo discreto y, por otro lado, físicamente el periodo de la modulación por ancho de pulso no puede tender a cero porque esto implicaría que la frecuencia de conmutación tiende a infinito. Por el motivo anterior, el modelo promediado es únicamente una aproximación del modelo discreto del inversor.

# Capítulo 3

## Análisis de resolubilidad del esquema de control no lineal

### 3.1. Objetivos de control del inversor

La operación deseada para el inversor consiste en compensar el contenido armónico de la corriente del dispositivo no lineal conectado a la red en el punto de acoplamiento común, alcanzando en forma simultánea valores constantes de tensión en el lado de corriente directa en cada uno de los convertidores con el propósito de tener una tensión de nueve niveles a la salida del inversor.

De lo anterior se puede decir que el inversor debe satisfacer un objetivo de seguimiento de corriente, para compensar las armónicas de la corriente del dispositivo no lineal, así como un doble objetivo de regulación, para mantener reguladas las tensiones en los capacitores del lado de corriente directa de los convertidores.

Por otra parte, el convertidor con menor tensión tiene una mayor frecuencia de conmutación de los interruptores, mientras que el convertidor de mayor tensión tiene una menor frecuencia de conmutación, lo cual impone también un objetivo de frecuencias de conmutación para los convertidores.

Como consecuencia de los puntos anteriores, se observa que se tienen únicamente dos entradas de control para alcanzar un triple objetivo de control para el inversor.

### 3.2. Propiedades de los valores deseados y suposiciones preliminares

Se desea alcanzar una condición en estado estable definida mediante el sistema de ecuaciones

$$L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} - \mu_1 x_{2d} - \mu_2 x_{3d} = -v \quad (3.1)$$

$$C_1 \dot{x}_{2d} + R_1^{-1} x_{2d} + \mu_1 x_{1d} = 0 \quad (3.2)$$

$$C_2 \dot{x}_{3d} + R_2^{-1} x_{3d} + \mu_2 x_{1d} = 0 \quad (3.3)$$

donde  $x_{1d}$  es la referencia de corriente o corriente deseada,  $x_{2d}$  es la tensión deseada para el convertidor de alta frecuencia y  $x_{3d}$  es la tensión deseada para el convertidor de baja frecuencia.

La corriente deseada  $x_{1d}$  es una función continua tal que  $x_{1d} = x_{1d}(t)$  y además debe de satisfacer las siguientes condiciones:

- $x_{1d}(t) = x_{1d}(t + T)$
- $x_{1d}(t) = -x_{1d}(t + \frac{T}{2})$

La primera condición establece que  $x_{1d}$  es una función periódica con un periodo  $T$ , mientras que la segunda condición establece que  $x_{1d}$  tiene simetría de media onda lo que implica que  $x_{1d}$  tiene semiciclos positivos y negativos idénticos.

Se asume que la corriente  $x_{1d}$  se puede descomponer en su serie de Fourier como

$$x_{1d} = \sum_{n=1}^N I_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \quad (3.4)$$

en donde  $N$  es el número total de armónicas que se desean compensar de la corriente inyectada por la carga no lineal conectada en la red.

Aunque por motivos bien conocidos el objetivo sea compensar  $N$  armónicas sin tomar en consideración la componente fundamental, la cual no representa un problema para la operación normal del sistema eléctrico, por generalidad se incluyó dicha componente en la serie de Fourier de la corriente  $x_{1d}$ .

Cada convertidor tiene una resistencia de pérdidas, la cual requiere de un flujo de potencia activa desde la red hacia el convertidor con el propósito de compensar las pérdidas

asociadas a la resistencia y poder mantener regulada la tensión en cada uno de los convertidores.

Las tensiones deseadas  $x_{2d}$  y  $x_{3d}$  son constantes y deben de cumplir la siguiente restricción

$$3x_{2d} = x_{3d} \quad (3.5)$$

El vector de error se define en función de los vectores de estado y de valores deseados como  $\tilde{x} = x - x_d$  y, por lo tanto, el objetivo de control se define como el diseño de las leyes de control para las variables continuas  $\mu_1$  y  $\mu_2$  tales que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_1 - x_{1d} = 0 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} x_2 - x_{2d} = 0 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} x_3 - x_{3d} = 0$$

Además del objetivo de control existen otras suposiciones que deben de tomarse en consideración:

- La modulación es por medio de ancho de pulso senoidal.
- El estado  $x$  es medible.
- La tensión de alimentación  $v = V \sin(\omega t)$  es medible.
- Los parámetros del inversor son conocidos.

La modulación por medio de ancho de pulso senoidal es una técnica ampliamente utilizada para controlar convertidores estáticos, por dicho motivo esta técnica fue considerada. El estado se asumió medible ya que la corriente y la tensión son variables eléctricas que fácilmente se pueden medir. La tensión de alimentación se asumió medible y de tipo senoidal debido a que se espera que la tensión tenga esta forma de onda.

Los parámetros del inversor se asumen conocidos, lo cual constituye una suposición aceptable para la inductancia  $L$ , la resistencia  $R_s$  y las capacitancias  $C_1$  y  $C_2$ , sin embargo, esta suposición debe tomarse con reserva para las resistencias  $R_1$  y  $R_2$ , ya que estos valores que modelan las pérdidas de los convertidores no corresponden a elementos discretos y la variación en estos parámetros, entre el valor asumido y el valor real puede ser considerable.

### 3.3. Análisis de resolubilidad

El análisis de resolubilidad consiste en determinar si los tres objetivos de control son alcanzables a partir de los dos grados de libertad disponibles para el diseño de las leyes

de control. El análisis se realizó en diversas etapas, dando como resultado una serie de hechos que se presentan a continuación.

**Hecho 3.1** *La regulación de las tensiones en los capacitores alcanzando valores constantes no es posible.*

**Prueba 3.1** *Si las tensiones  $x_{2d}$  y  $x_{3d}$  alcanzan valores constantes en estado estacionario, entonces de la ecuación (3.1) se tiene que  $\mu_1$  y  $\mu_2$  deben contener las mismas armónicas de  $x_{1d}$ , así como una componente fundamental motivada por  $v$  para que la ecuación se satisfaga.*

De las ecuaciones (3.2) y (3.3) para  $x_{2d}$  y  $x_{3d}$  constantes éstas se escriben como

$$\begin{aligned} R_1^{-1}x_{2d} + \mu_1x_{1d} &= 0 \\ R_2^{-1}x_{3d} + \mu_2x_{1d} &= 0 \end{aligned}$$

Considerando la función  $\mu_1$  cuya serie de Fourier es

$$\mu_1 = \sum_{m=1}^N M_m \sin(m\omega t + \psi_m)$$

el producto  $\mu_1x_{1d}$ , con  $x_{1d}$  definida de acuerdo a (3.4) es

$$\begin{aligned} \mu_1x_{1d} = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N I_n M_m [ &-\cos(\varphi_n + \psi_m) \cos((n+m)\omega t) + \cos(\varphi_n - \psi_m) \cos((n-m)\omega t) \\ &+ \sin(\varphi_n + \psi_m) \sin((n+m)\omega t) - \sin(\varphi_n - \psi_m) \sin((n-m)\omega t)] \end{aligned}$$

de donde se observa fácilmente que el producto  $\mu_1x_{1d}$  no es una constante, sino que son funciones senoidales y cosenoidales, pero cuando  $m = n$  el producto  $\mu_1x_{1d}$  es

$$\mu_1x_{1d} = \sum_{\substack{n=1 \\ n=m}}^N I_n M_n [\cos(\varphi_n - \psi_n) - \cos(2n\omega t + \varphi_n + \psi_n)] \quad (3.6)$$

y tiene un valor promedio dado por

$$\overline{\mu_1 x_{1d}} = \sum_{\substack{n=1 \\ n=m}}^N I_n M_n \cos(\alpha_n - \beta_n)$$

Del resultado anterior fácilmente puede verse que  $\nexists \mu_1$  y  $\mu_2$  tales que  $\mu_1 x_{1d}$  y  $\mu_2 x_{1d}$  den como resultado los valores constantes  $R_1^{-1} x_{2d}$  y  $R_2^{-1} x_{3d}$  respectivamente para  $x_{1d}(t) = x_{1d}(t + T)$ .

□

**Hecho 3.2** *Asumiendo que el objetivo de regulación puede ser alcanzando únicamente en valor promedio, si el objetivo de regulación de tensiones de los capacitores se alcanza primero, entonces no es posible alcanzar el objetivo de seguimiento de corriente*

**Prueba 3.2** *Considérese que ambas leyes control  $\mu_1$  y  $\mu_2$  incluyen al menos una componente armónica del mismo orden de las de la corriente  $x_{1d}$ , entonces, de acuerdo a la prueba anterior los productos  $\mu_1 x_{1d}$  y  $\mu_2 x_{1d}$  pueden asignar un valor de corriente directa (promedio) a las tensiones de los capacitores, sin embargo las tensiones tienen componentes armónicas que no aparecen en  $x_{1d}$ .*

*Bajo las condiciones anteriores no es posible cumplir la ecuación de tensiones*

$$L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v = \mu_1 x_{2d} + \mu_2 x_{3d}$$

*debido a que las componentes armónicas del lado izquierdo de la expresión son distintas a las armónicas del lado derecho.*

□

**Hecho 3.3** *Asumiendo que se alcanza el objetivo de seguimiento de corriente y de regulación en valor promedio de la tensión en un convertidor, no es posible alcanzar el objetivo de regulación de tensión en el convertidor restante.*

**Prueba 3.3** *Considerando que se alcanza el objetivo de regulación de tensión en el convertidor de baja frecuencia mediante la ley de control  $\mu_2$ , para que  $\overline{x_{3d}} > 0$  y además  $\overline{x_{3d}}$  sea una constante se necesita que  $\overline{\mu_2 x_{1d}} < 0$ .*

*Si el seguimiento de corriente se alcanza mediante la ley de control  $\mu_1$ , entonces se tiene que*

$$\mu_1 = x_{2d}^{-1}[L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} - \mu_2 x_{3d} + v]$$

Multiplicando la ecuación anterior por  $x_{1d}x_{2d}$  se obtiene la expresión

$$\mu_1 x_{1d}x_{2d} = x_{1d}[L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} - \mu_2 x_{3d} + v]$$

y multiplicando la ecuación del convertidor de alta frecuencia por  $x_{2d}$  se tiene la siguiente ecuación diferencial no lineal de primer orden

$$C_1 \dot{x}_{2d}x_{2d} + R_1^{-1}x_{2d}^2 + \mu_1 x_{1d}x_{2d} = 0$$

la cual se puede expresar como

$$C_1 \dot{x}_{2d}x_{2d} + R_1^{-1}x_{2d}^2 = x_{1d}[L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} - \mu_2 x_{3d} + v]$$

Haciendo el cambio de variable  $z = x_{2d}^2$ , se tiene la ecuación diferencial lineal de primer orden

$$2^{-1}C_1 \dot{z} + R_1^{-1}z = x_{1d}[L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} - \mu_2 x_{3d} + v]$$

Tomando el valor promedio para todos los términos de la ecuación se tiene

$$2^{-1}C_1 \dot{\bar{z}} + R_1^{-1}\bar{z} = -\overline{L\dot{x}_{1d}x_{1d}} - \overline{R_s x_{1d}^2} + \overline{\mu_2 x_{1d}x_{3d}} - \overline{v x_{1d}}$$

De la ecuación anterior se puede observar fácilmente que:

- No hay forma de controlar a la tensión  $z$ , ya que en la expresión anterior no se cuentan con grados de libertad disponibles para llevar a cabo el control, por lo tanto  $z$  tiende de manera natural a un valor determinado por el término derecho de la ecuación y directamente proporcional a  $R_1$ .
- $z$  debe tender a un valor promedio positivo, para lo cual se requiere que cada uno de los términos del lado derecho de la ecuación diferencial lineal sean negativos a excepción de  $\mu_2 x_{1d}x_{3d}$  el cual es positivo.
- El valor promedio del término  $L\dot{x}_{1d}x_{1d}$  es igual a cero.
- El valor promedio del término  $R_s x_{1d}^2$  es positivo.

- El valor promedio del término  $\mu_2 x_{1d} x_{3d}$  es negativo porque  $\overline{\mu_2 x_{1d}} < 0$  y  $\overline{x_{3d}} > 0$ .
- El valor promedio del término  $v x_{1d}$  es positivo.
- El término derecho de la ecuación diferencial lineal tiene un valor promedio negativo, por lo tanto  $z$  no tiende a un valor promedio positivo.

□

**Hecho 3.4** *Asumiendo que se tiene un grado de libertad adicional  $\mu_3$ , que constituye la amplitud de la componente fundamental de la corriente de compensación, entonces es posible alcanzar de forma simultánea el objetivo de seguimiento de corriente y de regulación de tensiones en valores promedio en ambos convertidores.*

**Prueba 3.4** *Dando prioridad al objetivo de seguimiento de corriente se tiene la expresión*

$$\mu_1 = x_{2d}^{-1} [L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} - \mu_2 x_{3d} + v]$$

en donde  $x_{2d} \neq 0$  y  $x_{1d}$  se puede expresar en términos de una componente fundamental y el contenido armónico  $i_{NLh}$  que se desea compensar

$$x_{1d} = \mu_3 \sin(\omega t) + i_{NLh}$$

en donde  $\mu_3$  constituye un parámetro libre.

Definiendo  $\mu_2 = M \sin(\omega t)$ , entonces para el convertidor de baja frecuencia se tiene que la ecuación de corrientes en valores promedio es

$$C_2 \dot{\overline{x_{3d}}} + R_2^{-1} \overline{x_{3d}} = -\overline{\mu_2 x_{1d}}$$

Tomando en consideración que  $\overline{x_{3d}}$  es un valor conocido, entonces

$$M = -2\overline{x_{3d}}(R_2\mu_3)^{-1}$$

Multiplicando la ecuación de corrientes del convertidor de alta frecuencia por  $x_{2d}$  se tiene

$$C_1 \dot{x}_{2d} x_{2d} + R_1^{-1} x_{2d}^2 = -x_{1d} [L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v - \mu_2 x_{3d}]$$

Llevando a cabo un procedimiento similar a la prueba anterior se tiene la siguiente ecuación diferencial lineal de primer orden

$$2^{-1}C_1\dot{\bar{z}} + R_1^{-1}\bar{z} = -\overline{L\dot{x}_{1d}x_{1d}} - \overline{R_s x_{1d}^2} + \overline{\mu_2 x_{1d}x_{3d}} - \overline{v x_{1d}}$$

De la ecuación anterior se puede observar fácilmente que

- $z$  tiende a un valor determinado por el término derecho de la ecuación y directamente proporcional a  $R_1$ .
- Para que  $z$  tienda a un valor promedio positivo se requiere que cada uno de los términos del lado derecho de la ecuación diferencial lineal sean negativos a excepción de  $\mu_2 x_{1d}x_{3d}$  el cual es positivo.
- El valor promedio del término  $L\dot{x}_{1d}x_{1d}$  es igual a cero.
- El valor promedio del término  $R_s x_{1d}^2$  es positivo.
- El valor promedio del término  $\mu_3 x_{1d}x_{3d}$  puede asignarse con libertad mediante la amplitud  $\mu_2$  de la componente fundamental de la corriente  $x_{1d}$ .
- El valor promedio del término  $v x_{1d}$  es positivo.
- El término derecho de la ecuación diferencial lineal puede tener un valor promedio positivo siempre que  $\mu_3$  se diseñe de forma tal que  $\overline{\mu_2 x_{1d}x_{3d}} > \overline{R_s x_{1d}^2} + \overline{v x_{1d}}$ .

□

### 3.4. Conclusiones sobre el análisis de resolubilidad del inversor

El análisis de resolubilidad realizado para el esquema de control del inversor multinivel híbrido asimétrico demuestra que los objetivos de control de seguimiento de corriente y de regulación de dos tensiones son incompatibles entre sí si únicamente se consideran dos grados de libertad, es decir, dos entradas de control, ya que no es posible obtener valores constantes en las tensiones, porque no es posible regular las tensiones mientras se hace seguimiento de corriente ya que las tensiones no son exclusivamente constantes y porque cuando se logra que una de ellas tienda a un valor promedio constante, la otra invierte su polaridad.

Si se considera un grado de libertad adicional, que en este caso es la amplitud de la corriente de componente fundamental que circula hacia el inversor, entonces puede verse

### CAPÍTULO - 3. ANÁLISIS DE RESOLUBILIDAD DEL ESQUEMA DE CONTROL NO LINEAL68

fácilmente que los objetivos de control son compatibles entre sí, ya que con una ley de control se logra el seguimiento de corriente, con la ley de control adicional (amplitud de la componente fundamental) se regula la tensión en el convertidor de baja frecuencia, mientras que con la ley de control restante se realiza la regulación de la tensión en el convertidor de alta frecuencia.

# Capítulo 4

## Diseño del controlador

El modelo promediado del inversor multinivel híbrido asimétrico, expresado en forma matricial es

$$D\dot{x} + Cx + \mu_1 M_1 x + \mu_2 M_2 x = \varepsilon \quad (4.1)$$

teniéndose como objetivos de control una acción de seguimiento para la corriente,  $x_1 \rightarrow x_{1d}$  y dos acciones de regulación  $x_2 \rightarrow x_{2d}$  y  $x_3 \rightarrow x_{3d}$  para las tensiones en los capacitores, los cuales son expresados en forma general como

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_i - x_{id} = 0 \quad \forall i = 1, 2, 3 \quad (4.2)$$

A partir de los objetivos de control, se define el error como  $\tilde{x}_i = x_i - x_{id}$ , de donde  $x_i = \tilde{x}_i + x_{id}$ , entonces la ecuación (4.2) se expresa como

$$D\dot{\tilde{x}} + C\tilde{x} + \mu_1 M_1 \tilde{x} + \mu_2 M_2 \tilde{x} = \varepsilon - \{D\dot{x}_d + Cx_d + \mu_1 M_1 x_d + \mu_2 M_2 x_d\} \quad (4.3)$$

A partir de la ecuación (4.3) se obtienen las siguientes expresiones

$$D\dot{\tilde{x}} + C\tilde{x} + \mu_1 M_1 \tilde{x} + \mu_2 M_2 \tilde{x} = \phi \quad (4.4)$$

$$\phi = \varepsilon - \{D\dot{x}_d + Cx_d + \mu_1 M_1 x_d + \mu_2 M_2 x_d\} \quad (4.5)$$

donde (4.4) es denominada como *dinámica del error* y (4.5) es la dinámica asociada a los valores deseados del sistema, la cual es una copia de la dinámica del sistema.

La metodología de diseño de un esquema de control basado en pasividad (PBC) tiene dos etapas; la primera se refiere al *moldeo de energía* y la segunda consiste en la *inyección de amortiguamiento* [24]. El moldeo de energía se refiere a modificar la energía almacenada del sistema mediante la obtención de una nueva función de tipo *energía deseada* para el sistema, la cual tiene un mínimo único y global en el punto de equilibrio deseado para el sistema. La inyección de amortiguamiento se refiere a la alteración de la disipación de energía del sistema con el propósito asegurar estabilidad asintótica.

## 4.1. Diseño del control basado en pasividad

### 4.1.1. Análisis de pasividad y moldeo de energía

El primer paso para el diseño del control basado en pasividad (PBC), es el análisis de pasividad del sistema (4.4) con el propósito de verificar que éste cumpla con la propiedad de pasividad (la tasa de cambio de la energía almacenada es menor que la tasa de cambio de la energía que fluye hacia el sistema), de forma tal que al inyectar amortiguamiento el sistema pueda estabilizarse en forma asintótica en torno al punto de equilibrio  $\tilde{x} = 0$ , disipando energía siempre que  $\tilde{x} \neq 0$ .

Considérese una función de almacenamiento de energía dada por

$$V = 2^{-1}x^T D x \quad (4.6)$$

La derivada de la función  $V$  a lo largo de las trayectorias del sistema dado por (4.1) es

$$\dot{V} = x^T \varepsilon - x^T C x - \mu_1 x^T M_1 x - \mu_2 x^T M_2 x$$

Recordando las definiciones para la ecuación matricial del inversor multinivel híbrido asimétrico

$$D = \begin{bmatrix} L & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_1^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & R_2^{-1} \end{bmatrix}, \quad M_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad M_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} -v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

puede verse que las matrices  $M_1$  y  $M_2$  son antisimétricas.

Una matriz  $M$  de tipo antisimétrica se define como  $M = -M^T$  y una función cuadrática que involucra a la matriz antisimétrica  $M$  se expresa como  $x^T M x$ . Aplicando la definición de antisimetría se tiene que  $x^T M x = -(x^T M x)^T$ , pero  $-(x^T M x)^T = -x^T M^T x$ . Dado que  $x^T M^T x$  es un escalar  $x^T M^T x = (x^T M^T x)^T$  y por lo tanto  $x^T M^T x = x^T M x$ . Finalmente se tiene que  $x^T M x = -x^T M x$  lo cual implica que  $x^T M x = 0$  para toda  $x$ , entonces para una matriz  $M$  antisimétrica se tiene que  $M + M^T = 0$ .

Debido a que  $M_1 + M_1^T = 0$  y  $M_2 + M_2^T = 0$ , entonces se tiene

$$\dot{V} = x^T \varepsilon - x^T C x \quad (4.7)$$

Considerando como entrada  $u = \varepsilon$  y como salida  $y = x$ , entonces se tiene que se satisface la desigualdad  $\dot{V} \leq u^T y$  y, por lo tanto, se tiene que el sistema es pasivo desde la entrada  $\varepsilon$  hasta la salida  $x$ . Debido a que  $\varepsilon = [-v \ 0 \ 0]$  y  $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$  entonces se tiene que el sistema es pasivo desde la entrada  $-v$  hasta la salida  $x_1$ .

Una vez demostrado el cumplimiento de la propiedad de pasividad para el sistema dado por (4.1), entonces se procede a aplicar la metodología de control basado en pasividad.

Si se tiene un sistema dado por las ecuaciones (4.4)-(4.5), entonces para realizar el paso correspondiente al *moldeo de energía* se considera una función de *tipo energía* para el sistema dado por (4.4). Dicha función se expresa como

$$V_d = 2^{-1} \tilde{x}^T D \tilde{x} \quad (4.8)$$

la cual tiene un mínimo global en  $\tilde{x} = 0$  debido a que  $D = D^T > 0$ .

Para probar ahora si (4.4) es un sistema pasivo, se determina la derivada de  $V_d$  a lo largo de las trayectorias del sistema obteniéndose

$$\dot{V}_d = \tilde{x}^T \phi - \tilde{x}^T C \tilde{x} - \mu_1 \tilde{x}^T M_1 \tilde{x} - \mu_2 \tilde{x}^T M_2 \tilde{x}$$

pero dado que  $M_1 + M_1^T = 0$  y  $M_2 + M_2^T = 0$ , entonces se tiene

$$\dot{V}_d = \tilde{x}^T \phi - \tilde{x}^T C \tilde{x} \quad (4.9)$$

Considerando como entrada  $u = \phi$  y como salida  $y = \tilde{x}$  se satisface la desigualdad  $\dot{V}_d \leq u^T y$ , por lo tanto el sistema es pasivo de  $\phi \rightarrow \tilde{x}$ .

Un hecho bien conocido es que si  $\phi = 0$ , entonces el punto de energía mínima  $\tilde{x} = 0$  es estable en el sentido de Lyapunov [57].

### 4.1.2. Inyección de amortiguamiento y análisis de estabilidad

El siguiente paso en el proceso de diseño consiste en mejorar las propiedades de estabilidad del sistema al realizar *inyección de amortiguamiento* al sistema dado por (4.4) haciendo que  $\phi = -K\tilde{x}$  donde

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Sustituyendo  $\phi$  en la ecuación (4.9) se tiene

$$\dot{V}_d = -\tilde{x}^T(K + C)\tilde{x} \quad (4.11)$$

Para asegurar estabilidad asintótica en torno al punto de equilibrio  $\tilde{x} = 0$  se requiere que  $(K + C) = (K + C)^T > 0$ . En la definición de la matriz  $(K + C)$  se observa que ésta es simétrica  $\forall k_i$  con  $i = 1, 2, 3$ .

$$(K + C) = \begin{bmatrix} R_s + k_1 & 0 & 0 \\ 0 & R_1^{-1} + k_2 & 0 \\ 0 & 0 & R_2^{-1} + k_3 \end{bmatrix}$$

Para que  $(K + C)$  sea positiva definida se deben satisfacer dos condiciones: a) que los elementos de la diagonal principal sean estrictamente positivos (condición necesaria, mas no suficiente) y b) que los valores propios de la matriz sean estrictamente positivos (condición necesaria y de suficiencia) [16].

La condición necesaria se satisface considerando  $R_s + k_1 > 0$ ,  $R_1^{-1} + k_2 > 0$  y  $R_2^{-1} + k_3 > 0$ . Por una parte, todos los valores de las resistencias son positivos y, por otra parte, se requiere que  $k_i > 0$  con  $i = 1, 2, 3$  para considerar la inyección de amortiguamiento, ya que la condición  $k_i < 0$  sería equivalente a desamortiguar el sistema.

La condición necesaria y de suficiencia se satisface si se cumple que  $\lambda_i > 0$  con  $i = 1, 2, 3$  para el polinomio dado por  $\det(\lambda I - (K + C)) = 0$ , siendo  $I$  la matriz identidad. Para la matriz  $(K + C)$  el polinomio característico se obtiene a partir de

$$(\lambda - (R_s + k_1))(\lambda - (R_1^{-1} + k_2))(\lambda - (R_2^{-1} + k_3)) = 0$$

de donde se observa que debido a la condición de suficiencia, los valores característicos de  $(K + C)$  son estrictamente positivos.

Debido a que las condiciones establecidas anteriormente se satisfacen, la matriz  $(K+C)$  es simétrica y positiva definida, lo cual es expresado como  $(K+C) = (K+C)^T > 0$ , entonces esto implica que  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x} = 0$ , por lo tanto, la dinámica del error es asintóticamente estable en torno al punto de equilibrio  $\tilde{x} = 0$ .

## 4.2. Consideraciones para el diseño de las leyes de control

El diseño del controlador requiere resolver en primera instancia la dinámica asociada a los valores deseados para encontrar  $\mu_1$  y  $\mu_2$  tales que (4.5) se satisfaga para  $\phi = 0$ , lo cual es una condición similar a resolver el sistema en lazo abierto. Una vez resuelta esta condición, se diseña el esquema de control basado en pasividad (PBC) para  $\phi = -K\tilde{x}$ .

La obtención de las leyes de control  $\mu_1$  y  $\mu_2$  se dificulta por tres aspectos a tomar en cuenta:

- El sistema es subactuado, por tener tres variables a controlar (una corriente y dos tensiones), mediante únicamente dos grados de libertad (dos leyes de control).
- El control de las tensiones constituye un objetivo de control de regulación, mientras que el control de la corriente constituye un objetivo de control de seguimiento de trayectorias.
- El sistema es no lineal.

Debido a las dificultades mencionadas anteriormente, las leyes de control  $\mu_1$  y  $\mu_2$  para  $\phi = 0$  fueron obtenidas incrementando de forma gradual la complejidad en el diseño del controlador.

Primero se obtuvo la ley de control para un convertidor basado en un sólo inversor. El primer caso fue controlar la tensión en el capacitor haciendo uso de la componente fundamental de la corriente en el inductor. Después se determinó la ley de control para un convertidor haciendo seguimiento de una armónica de corriente y controlando la tensión mediante la componente fundamental de la corriente.

El siguiente caso fue la obtención de una ley de control para un convertidor haciendo seguimiento de varias armónicas de corriente y controlando la tensión mediante la fundamental de la corriente en el inductor y, finalmente, el último caso abordado para un sólo inversor fue el diseño de una ley de control haciendo seguimiento de varias armónicas de la corriente de carga, controlando la tensión del capacitor mediante la componente fundamental de la corriente, considerando que ésta se desea poner en fase con la tensión del sistema.

Después se obtuvieron las leyes de control del inversor multinivel considerando primero el caso simétrico. Finalmente se obtuvieron las leyes de control para el inversor multinivel híbrido asimétrico para  $\phi = 0$  y  $\phi = -K\tilde{x}$  mediante control basado en pasividad (PBC).

Todos los esquemas de control se basaron en el control de la amplitud de la componente fundamental de la corriente deseada,  $x_{1d}$  para compensar las pérdidas en los convertidores y obtener tensiones reguladas.

### 4.3. Esquemas de control para un solo inversor

El caso de un convertidor basado en un solo inversor tiene como modelo matemático el siguiente par de ecuaciones

$$L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} - \mu_1 x_{2d} = -v \quad (4.12)$$

$$C\dot{x}_{2d} + R^{-1}x_{2d} + \mu_1 x_{1d} = 0 \quad (4.13)$$

En las ecuaciones (4.12) y (4.13) se observa que se tienen dos variables de control  $x_{1d}$  y  $x_{2d}$  con un solo grado de libertad  $\mu_1$ , para satisfacer dos objetivos de control: a) seguimiento de corriente y b) regulación de tensión.

#### 4.3.1. Control de la componente fundamental de la corriente

Considérese que  $x_{1d}$  se define de acuerdo a la expresión

$$x_{1d} = \mu_3 \sin(\omega t) \quad (4.14)$$

Multiplicando (4.12) por  $x_{1d}$  y (4.13) por  $x_{2d}$  obteniéndose

$$(L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} - \mu_1 x_{2d})x_{1d} = -v x_{1d} \quad (4.15)$$

$$C\dot{x}_{2d}x_{2d} + R^{-1}x_{2d}^2 + \mu_1 x_{1d}x_{2d} = 0 \quad (4.16)$$

De (4.15) se tiene que

$$\mu_1 x_{1d}x_{2d} = (L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)x_{1d} \quad (4.17)$$

Al sustituir la corriente  $x_{1d}$  y la tensión  $v$  en la ecuación (4.17) se tiene

$$(L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)x_{1d} = (L\omega\mu_3 \cos(\omega t) + R_s\mu_3 \sin(\omega t) + V \sin(\omega t))\mu_3 \sin(\omega t)$$

En la ecuación (4.16) se conoce por completo la función de excitación, ya que la tensión  $v$  es conocida completamente mediante la expresión  $v = V \sin(\omega t)$  y la corriente  $x_{1d}$  tiene una estructura conocida, en donde  $\mu_3$  debe calcularse de forma tal que  $\bar{x}_{2d}$  tienda al valor deseado de tensión de corriente directa.

Desarrollando el producto  $(L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)x_{1d}$  se obtiene como resultado la siguiente expresión

$$\mu_1 x_{1d} x_{2d} = \omega L \mu_3^2 \sin(\omega t) \cos(\omega t) + R_s \mu_3^2 \sin^2(\omega t) + V \mu_3 \sin^2(\omega t) \quad (4.18)$$

Sin embargo, debido a que (4.16) es una ecuación diferencial no lineal de primer orden, se considera que  $z = x_{2d}^2$ , entonces se tiene que  $\dot{z} = 2x_{2d}\dot{x}_{2d}$ , haciendo el cambio de variable anterior, y sustituyendo la expresión (4.17) en la ecuación (4.16), ésta se transforma en la ecuación diferencial lineal de primer orden

$$2^{-1}C\dot{z} + Rz + (L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)x_{1d} = 0 \quad (4.19)$$

Cuyo valor promedio de su función de excitación es

$$\overline{(L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)x_{1d}} = 2^{-1}(R_s \mu_3^2 + V \mu_3) \quad (4.20)$$

La solución a (4.20) puede obtenerse fácilmente y está dada por la expresión

$$\bar{z} = -2^{-1}(R_s \mu_3^2 + V \mu_3)R \quad (4.21)$$

De la expresión (4.21), considerando que  $\bar{z} = \overline{x_{2d}^2}$ , entonces se obtiene la siguiente ecuación de segundo grado

$$\mu_3^2 + R_s^{-1}V\mu_3 + 2(RR_s)^{-1}\overline{x_{2d}^2} = 0 \quad (4.22)$$

Las raíces de la ecuación (4.22) se obtienen mediante la siguiente expresión

$$\mu_3 = \frac{-R_s^{-1}V \pm \sqrt{(R_s^{-1}V)^2 - 8(RR_s)^{-1}\overline{x_{2d}^2}}}{2} \quad (4.23)$$

en donde  $(R_s^{-1}V)^2 > 8(RR_s)^{-1}\overline{x_{2d}^2}$  para que las raíces sean reales.

De las dos raíces se selecciona aquella que tiene el menor valor absoluto de forma tal que la amplitud de la corriente tenga la menor amplitud posible y, por lo tanto las pérdidas en el convertidor sean las menores posibles.

Los valores de  $\mu_3$  obtenidos con la ecuación (4.23) son los necesarios para hacer que  $\bar{x}_{2d}$  tienda al valor tensión de corriente directa deseado para  $x_{2d}$ .

La ley de control  $\mu_1$  se obtiene a partir de (4.12) quedando como

$$\mu_1 = x_{2d}^{-1}(L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v) \quad (4.24)$$

La conclusión que se obtiene del diseño de esta ley de control para  $\phi = 0$  es que es posible controlar el valor promedio de la tensión en el capacitor (componente de tensión de corriente directa) controlando la amplitud de la componente fundamental de la corriente en el inversor.

**Proposición 4.1** *Un inversor basado en un solo convertidor cuya dinámica asociada a los valores deseados está dada por las ecuaciones*

$$\begin{aligned} L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} - \mu_1 x_{2d} &= -v \\ C\dot{x}_{2d} + R^{-1}x_{2d} + \mu_1 x_{1d} &= 0 \end{aligned}$$

*tiene una tensión  $x_{2d}$  cuyo valor promedio o componente de corriente directa puede controlarse a partir de una corriente alterna de componente fundamental con la siguiente estructura*

$$x_{1d} = \mu_3 \sin(\omega t)$$

*y una ley de control*

$$\mu_1 = x_{2d}^{-1}(L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)$$

*que garantiza que la corriente  $x_{1d}$  sigue a la estructura asignada, determinando  $\mu_3$  como*

$$\mu_3 = \frac{-R_s^{-1}V \pm \sqrt{(R_s^{-1}V)^2 - 8(RR_s)^{-1}\overline{x_{2d}^2}}}{2}$$

*con  $(R_s^{-1}V)^2 > 8(RR_s)^{-1}\overline{x_{2d}^2}$  para que las raíces sean reales, siendo  $\mu_3$  la raíz con el menor valor absoluto.*

□

### 4.3.2. Seguimiento de una armónica de corriente

Las ecuaciones que definen la dinámica asociada a los valores deseados siguen siendo para este caso (4.12) y (4.13), sin embargo, dado que ahora se desea hacer seguimiento de una componente armónica de corriente, además de controlar la tensión  $x_{2d}$  con una componente fundamental de corriente, entonces la corriente  $x_{1d}$  tiene la estructura mostrada a continuación

$$x_{1d} = \mu_3 \sin(\omega t) + I_n \sin(n\omega t) \quad (4.25)$$

y su derivada es

$$\dot{x}_{1d} = \omega \mu_3 \cos(\omega t) + n\omega I_n \cos(n\omega t) \quad (4.26)$$

La ecuación diferencial lineal de primer orden

$$2^{-1}C\dot{z} + Rz + (L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)x_{1d} = 0 \quad (4.27)$$

tiene una función de excitación dada por  $(L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)x_{1d}$ , la cual es equivalente a

$$\begin{aligned} (L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)x_{1d} &= (L(\omega \mu_3 \cos(\omega t) + n\omega I_n \cos(n\omega t)) \\ &+ R_s(\mu_3 \sin(\omega t) + I_n \sin(n\omega t)) + V \sin(\omega t))(\mu_3 \sin(\omega t) + I_n \sin(n\omega t)) \end{aligned}$$

El valor promedio de la función de excitación es

$$\overline{(L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)x_{1d}} = 2^{-1}(R_s \mu_3^2 + V \mu_3 + R_s I_n^2) \quad (4.28)$$

La ecuación diferencial de primer orden (4.27) tiene como solución al valor promedio de la función de excitación la siguiente expresión

$$\bar{z} = -2^{-1}R(R_s \mu_3^2 + V \mu_3 + R_s I_n^2) \quad (4.29)$$

y, considerando  $\bar{z} = \overline{x_{2d}^2}$ , se obtiene la siguiente ecuación de segundo grado para  $\mu_3$

$$\mu_3^2 + R_s^{-1}V \mu_3 + I_n^2 + 2\overline{x_{2d}^2}(RR_s)^{-1} = 0 \quad (4.30)$$

cuyas raíces son determinadas como

$$\mu_3 = \frac{-R_s^{-1}V \pm \sqrt{(R_s^{-1}V)^2 - 4I_n^2 - 8(RR_s)^{-1}\overline{x_{2d}^2}}}{2} \quad (4.31)$$

en donde se deben de cumplir las siguientes condiciones para que las raíces sean reales:

Condición 1:

$$VR_s^{-1} > 2I_n \quad (4.32)$$

Condición 2:

$$\frac{(-VR_s^{-1})^2 - 4I_n^2}{8R_s^{-1}\overline{x_{2d}^2}} > R^{-1} > 0 \quad (4.33)$$

Al igual que en el caso anterior, de las dos raíces se selecciona aquella cuyo valor absoluto sea el menor de forma tal que la amplitud de la corriente sea mínima, y, por lo tanto las pérdidas en el convertidor sean las menores posibles.

Del diseño de esta ley de control para  $\phi = 0$  se concluye que es posible realizar el seguimiento de una armónica de corriente, además de regular el valor promedio de la tensión en el capacitor controlando la amplitud de la componente fundamental de la corriente en el inversor.

**Proposición 4.2** *Un inversor basado en un solo convertidor cuya dinámica asociada a los valores deseados está dada por las ecuaciones*

$$\begin{aligned} L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} - \mu_1 x_{2d} &= -v \\ C\dot{x}_{2d} + R^{-1}x_{2d} + \mu_1 x_{1d} &= 0 \end{aligned}$$

*tiene una tensión  $x_{2d}$  cuyo valor promedio puede controlarse a partir de una corriente alterna con la siguiente estructura*

$$x_{1d} = \mu_3 \sin(\omega t) + I_n \sin(n\omega t)$$

*y una ley de control*

$$\mu_1 = x_{2d}^{-1}(L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)$$

*que garantiza que la corriente  $x_{1d}$  sigue a la estructura asignada, determinando  $\mu_3$  como*

$$\mu_3 = \frac{-R_s^{-1}V \pm \sqrt{(R_s^{-1}V)^2 - 4I_n^2 - 8(RR_s)^{-1}\overline{x_{2d}^2}}}{2}$$

*satisfaciendo las condiciones*

$$VR_s^{-1} > 2I_n$$

y

$$\frac{(-VR_s^{-1})^2 - 4I_n^2}{8R_s^{-1}x_{2d}^2} > R^{-1} > 0$$

para que las raíces sean reales, siendo  $\mu_3$  la raíz de menor valor absoluto.

□

### 4.3.3. Seguimiento de varias armónicas de corriente

El modelo para la dinámica asociada a los valores deseados sigue estando dado por (4.12) y (4.13) para este caso. El cambio respecto al caso anterior consiste en que ahora, además de hacer la regulación de la tensión  $x_{2d}$ , se desea hacer el seguimiento de una corriente  $x_{1d}$  con varias componentes armónicas, mientras se regula la tensión  $x_{2d}$  mediante la amplitud de la fundamental de la corriente  $x_{1d}$ .

Para este caso de diseño, la corriente  $x_{1d}$  tiene la siguiente estructura

$$x_{1d} = \mu_3 \sin(\omega t) + \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t) \quad (4.34)$$

mientras que la derivada es

$$\dot{x}_{1d} = \omega\mu_3 \cos(\omega t) + \omega \sum_{n=2}^N nI_n \cos(n\omega t) \quad (4.35)$$

La ecuación diferencial lineal de primer orden

$$2^{-1}C\dot{z} + Rz + (L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)x_{1d} = 0 \quad (4.36)$$

tiene una función de excitación  $(L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)x_{1d}$  que es igual a

$$\begin{aligned} (L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)x_{1d} &= (L(\omega\mu_3 \cos(\omega t) + \omega \sum_{n=2}^N nI_n \cos(n\omega t)) \\ &+ R_s(\mu_3 \sin(\omega t) + \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t)) + V \sin(\omega t))(\mu_3 \sin(\omega t) + \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t)) \end{aligned}$$

cuyo valor promedio está dado por

$$\overline{(L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)x_{1d}} = 2^{-1} \left( R_s \mu_3^2 + V \mu_3 + \sum_{n=2}^N R_s I_n^2 \right) \quad (4.37)$$

y la solución de (4.36) al valor promedio de la función de excitación está dada por la siguiente expresión

$$\bar{z} = -2^{-1} R \left( R_s \mu_3^2 + V \mu_3 + R_s \sum_{n=2}^N I_n^2 \right) \quad (4.38)$$

Con  $\bar{z} = \overline{x_{2d}^2}$ , se obtiene la siguiente ecuación de segundo grado para  $\mu_3$

$$\mu_3^2 + R_s^{-1} V \mu_3 + \sum_{n=2}^N I_n^2 + 2 \overline{x_{2d}^2} (R R_s)^{-1} = 0 \quad (4.39)$$

y sus raíces son

$$\mu_3 = \frac{-R_s^{-1} V \pm \sqrt{(R_s^{-1} V)^2 - 4 \sum_{n=2}^N I_n^2 - 8 (R R_s)^{-1} \overline{x_{2d}^2}}}{2} \quad (4.40)$$

en donde se deben de satisfacer las siguientes condiciones para que las raíces sean reales:

Condición 1:

$$V R_s^{-1} > 2 \sqrt{\sum_{n=2}^N I_n^2} \quad (4.41)$$

Condición 2:

$$\frac{(-V R_s^{-1})^2 - 4 \sum_{n=2}^N I_n^2}{8 R_s^{-1} \overline{x_{2d}^2}} > R^{-1} > 0 \quad (4.42)$$

Nuevamente, de las dos raíces se selecciona aquella cuyo valor absoluto sea el menor de forma tal que la amplitud de la corriente sea mínima, y, por lo tanto las pérdidas en el convertidor sean las menores posibles.

A partir de este esquema de control para  $\phi = 0$  se concluye que es posible realizar el seguimiento de varias armónicas de corriente, además de regular el valor promedio de la tensión en el capacitor controlando la amplitud de la componente fundamental de la corriente en el inversor.

**Proposición 4.3** *Un inversor basado en un solo convertidor cuya dinámica asociada a los valores deseados está dada por las ecuaciones*

$$\begin{aligned} L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} - \mu_1 x_{2d} &= -v \\ C\dot{x}_{2d} + R^{-1} x_{2d} + \mu_1 x_{1d} &= 0 \end{aligned}$$

*tiene una tensión  $x_{2d}$  cuyo valor promedio puede controlarse a partir de una corriente alterna con la siguiente estructura*

$$x_{1d} = \mu_3 \sin(\omega t) + \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t)$$

*y una ley de control*

$$\mu_1 = x_{2d}^{-1} (L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)$$

*que garantiza que la corriente  $x_{1d}$  sigue a la estructura asignada, determinando  $\mu_3$  como*

$$\mu_3 = \frac{-R_s^{-1}V \pm \sqrt{(R_s^{-1}V)^2 - 4 \sum_{n=2}^N I_n^2 - 8(RR_s)^{-1}x_{2d}^2}}{2}$$

*satisfaciendo las condiciones*

$$VR_s^{-1} \cos(\alpha) > 2 \sqrt{\sum_{n=2}^N I_n^2}$$

*y*

$$\frac{(-VR_s^{-1} \cos(\alpha))^2 - 4 \sum_{n=2}^N I_n^2}{8R_s^{-1}x_{2d}^2} > R^{-1} > 0$$

*para que las raíces sean reales, siendo  $\mu_3$  la raíz de menor valor absoluto.*

□

#### 4.3.4. Seguimiento de varias armónicas de corriente con ángulo de fase

Para este caso se tienen las mismas ecuaciones, (4.12) y (4.13), para la dinámica asociada a los valores deseados, pero ahora se considera que las armónicas de la corriente  $x_{1d}$  tienen ángulos de fase distintos a cero, lo cual es una situación más realista que el caso anterior. También se considera un ángulo de fase para la componente fundamental de la corriente de forma que se pueda realizar compensación de factor de potencia de desplazamiento, mientras se cumple el objetivo de regulación para  $x_{2d}$  y de seguimiento para  $x_{1d}$ .

La corriente  $x_{1d}$  tiene la estructura mostrada a continuación

$$x_{1d} = \mu_3 \sin(\omega t + \alpha) + \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \quad (4.43)$$

y la derivada de  $x_{1d}$  es

$$\dot{x}_{1d} = \omega \mu_3 \cos(\omega t + \alpha) + \omega \sum_{n=2}^N n I_n \cos(n\omega t + \varphi_n) \quad (4.44)$$

La ecuación diferencial lineal de primer orden

$$2^{-1}C\dot{z} + Rz + (L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)x_{1d} = 0 \quad (4.45)$$

tiene una función de excitación  $(L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)x_{1d}$  la cual puede expresarse como

$$\begin{aligned} (L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)x_{1d} &= (L(\omega \mu_3 \cos(\omega t + \alpha) + \omega \sum_{n=2}^N n I_n \cos(n\omega t + \varphi_n)) \\ &+ R_s(\mu_3 \sin(\omega t + \alpha) + \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t + \varphi_n)) + V \sin(\omega t)(\mu_3 \sin(\omega t + \alpha) + \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t + \varphi_n))) \end{aligned}$$

cuyo valor promedio está dado por

$$\overline{(L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)x_{1d}} = 2^{-1} \left( R_s \mu_3^2 + V \cos(\alpha) \mu_3 + \sum_{n=2}^N R_s I_n^2 \right) \quad (4.46)$$

La solución de (4.45) al valor promedio de la función de excitación es

$$\bar{z} = -2^{-1}R \left( R_s \mu_3^2 + V \cos(\alpha) \mu_3 + R_s \sum_{n=2}^N I_n^2 \right) \quad (4.47)$$

Como  $\bar{z} = \overline{x_{2d}^2}$ , entonces la siguiente ecuación de segundo grado es obtenida para  $\mu_3$

$$\mu_3^2 + R_s^{-1}V \cos(\alpha) \mu_3 + \sum_{n=2}^N I_n^2 + 2\overline{x_{2d}^2}(RR_s)^{-1} = 0 \quad (4.48)$$

cuyas raíces son

$$\mu_3 = \frac{-R_s^{-1}V \cos(\alpha) \pm \sqrt{(R_s^{-1}V \cos(\alpha))^2 - 4 \sum_{n=2}^N I_n^2 - 8(RR_s)^{-1}x_{2d}^2}}{2} \quad (4.49)$$

en donde deben de satisfacerse las siguientes condiciones para que las raíces sean reales:

Condición 1:

$$VR_s^{-1} \cos(\alpha) > 2\sqrt{\sum_{n=2}^N I_n^2} \quad (4.50)$$

Condición 2:

$$\frac{(-VR_s^{-1} \cos(\alpha))^2 - 4 \sum_{n=2}^N I_n^2}{8R_s^{-1}x_{2d}^2} > R^{-1} > 0 \quad (4.51)$$

Como en los casos anteriores, de las dos raíces se selecciona aquella cuyo valor absoluto sea el menor de forma tal que la amplitud de la corriente sea mínima, y, por lo tanto las pérdidas en el convertidor sean las menores posibles.

De este esquema de control para  $\phi = 0$  se concluye que es posible realizar el seguimiento de varias armónicas de corriente considerando su ángulo de fase, además de regular el valor promedio de la tensión en el capacitor controlando la amplitud de la componente fundamental de la corriente en el inversor, tomando también en cuenta la modificación de su ángulo de fase.

**Proposición 4.4** *Un inversor basado en un solo convertidor cuya dinámica asociada a los valores deseados está dada por las ecuaciones*

$$\begin{aligned} L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} - \mu_1 x_{2d} &= -v \\ C\dot{x}_{2d} + R^{-1} x_{2d} + \mu_1 x_{1d} &= 0 \end{aligned}$$

*tiene una tensión  $x_{2d}$  cuyo valor promedio puede controlarse a partir de una corriente alterna con la siguiente estructura*

$$x_{1d} = \mu_3 \sin(\omega t + \alpha) + \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t + \varphi_n)$$

*y una ley de control*

$$\mu_1 = x_{2d}^{-1}(L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)$$

*que garantiza que la corriente  $x_{1d}$  sigue a la estructura asignada, determinando  $\mu_3$  como*

$$\mu_3 = \frac{-R_s^{-1}V \cos(\alpha) \pm \sqrt{(R_s^{-1}V \cos(\alpha))^2 - 4 \sum_{n=2}^N I_n^2 - 8(RR_s)^{-1}x_{2d}^2}}{2}$$

satisfaciendo las condiciones

$$VR_s^{-1} \cos(\alpha) > 2\sqrt{\sum_{n=2}^N I_n^2}$$

y

$$\frac{(-VR_s^{-1} \cos(\alpha))^2 - 4\sum_{n=2}^N I_n^2}{8R_s^{-1}x_{2d}^2} > R^{-1} > 0$$

para que las raíces sean reales, siendo  $\mu_3$  la raíz de menor valor absoluto.

□

## 4.4. Esquemas de control para el inversor multinivel

Los casos de esta sección corresponden a un inversor multinivel a base de dos convertidores. La topología simétrica lleva por nombre inversor multinivel simétrico y su principal característica es que las tensiones de corriente directa en los dos convertidores son de igual magnitud, mientras que la topología asimétrica se denomina inversor multinivel híbrido asimétrico ternario y se caracteriza porque las tensiones de corriente directa en los dos convertidores tienen una relación de tensiones 1:3, además, los interruptores de los convertidores conmutan a diferentes frecuencias.

A partir de la ecuación (4.5) con  $\phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3]^T$ , se obtienen las ecuaciones que definen la dinámica asociada a los valores deseados para las dos topologías

$$L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} - \mu_1 x_{2d} - \mu_2 x_{3d} + v = \phi_1 \quad (4.52)$$

$$C_1 \dot{x}_{2d} + R_1^{-1} x_{2d} + \mu_1 x_{1d} = \phi_2 \quad (4.53)$$

$$C_2 \dot{x}_{3d} + R_2^{-1} x_{3d} + \mu_2 x_{1d} = \phi_3 \quad (4.54)$$

En las ecuaciones (4.52)-(4.54) se puede ver que se tienen dos grados de libertad únicamente,  $\mu_1$  y  $\mu_2$ , para las tres variables de control de interés,  $x_{1d}$ ,  $x_{2d}$  y  $x_{3d}$ , los cuales deben satisfacer los objetivos de control de a) seguimiento de corriente y b) regulación de tensiones.

Para solucionar el problema relativo a los dos grados de libertad que se tienen exclusivamente para controlar las tres variables de interés  $x_{1d}$ ,  $x_{2d}$  y  $x_{3d}$  se considera un grado de libertad adicional como en el caso relativo a un único convertidor, el cual consiste en controlar la amplitud de la componente fundamental de la corriente que demanda el inversor a la fuente de tensión.

La corriente  $x_{1d}$  se define mediante la expresión mostrada a continuación

$$x_{1d} = \mu_3 \sin(\omega t + \alpha) + \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \quad (4.55)$$

y la derivada de (4.55) es

$$\dot{x}_{1d} = \omega \mu_3 \cos(\omega t + \alpha) + \omega \sum_{n=2}^N n I_n \cos(n\omega t + \varphi_n) \quad (4.56)$$

Esta definición es común para el caso del inversor multinivel simétrico y para el inversor multinivel híbrido asimétrico ternario.

#### 4.4.1. Control del inversor multinivel simétrico

La condición de simetría en las tensiones  $x_{2d}$  y  $x_{3d}$  de los dos convertidores del inversor implica que

$$x_{3d} = x_{2d} = x_d$$

y al considerar iguales las tensiones en los dos convertidores, las acciones de control pueden ser idénticas para ambos, por lo cual también se hace la consideración

$$\mu_2 = \mu_1 = \mu$$

Tomando en cuenta las consideraciones anteriores, la ecuación (4.52) se expresa de la siguiente forma

$$2\mu x_d = L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v \quad (4.57)$$

multiplicando (4.57) por  $x_{1d}$  se tiene

$$2\mu x_{1d} x_d = (L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v) x_{1d} \quad (4.58)$$

y multiplicando (4.53) por  $x_{2d}$  se obtiene la siguiente ecuación

$$C_1 \dot{x}_{2d} x_{2d} + R_1^{-1} x_{2d}^2 + \mu_1 x_{1d} x_{2d} = 0 \quad (4.59)$$

la cual es equivalente a la expresión

$$C_2 \dot{x}_{3d} x_{3d} + R_2^{-1} x_{3d}^2 + \mu_2 x_{1d} x_{3d} = 0 \quad (4.60)$$

si además de que  $x_{2d} = x_{3d} = x_d$ ,  $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ , se considera que  $C_1 = C_2 = C$  y  $R_1 = R_2 = R$ .

Finalmente, de las ecuaciones (4.57)-(4.60) se obtiene una ecuación única

$$C \dot{x}_d x_d + R^{-1} x_d^2 + \frac{1}{2} (L \dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v) x_{1d} = 0 \quad (4.61)$$

Haciendo  $z = x_{2d}^2$  se tiene la siguiente ecuación diferencial lineal de primer orden

$$\frac{1}{2} \dot{z} + Rz + \frac{1}{2} (L \dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v) x_{1d} = 0 \quad (4.62)$$

cuya función de excitación  $\frac{1}{2} (L \dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v) x_{1d}$  es similar a la del caso anterior multiplicada por  $\frac{1}{2}$  y tiene un valor promedio dado por

$$\overline{\frac{1}{2} (L \dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v) x_{1d}} = 2^{-2} \left( R_s \mu_3^2 + V \cos(\alpha) \mu_3 + R_s \sum_{n=2}^N I_n^2 \right) \quad (4.63)$$

El valor promedio de  $z$  como respuesta al valor promedio de la función de excitación es

$$\bar{z} = -2^{-2} R \left( R_s \mu_3^2 + V \cos(\alpha) \mu_3 + R_s \sum_{n=2}^N I_n^2 \right) \quad (4.64)$$

Tomando en cuenta que  $\bar{z} = \overline{x_{2d}^2}$ , la expresión anterior se convierte en la siguiente ecuación cuadrática en términos de  $\mu_3$

$$\mu_3^2 + R_s^{-1} V \cos(\alpha) \mu_3 + \sum_{n=2}^N I_n^2 + 2^2 \overline{x_{2d}^2} (R R_s)^{-1} = 0 \quad (4.65)$$

y, finalmente, las raíces de (4.65) son

$$\mu_3 = \frac{-R_s^{-1}V \cos(\alpha) \pm \sqrt{(R_s^{-1}V \cos(\alpha))^2 - 4 \sum_{n=2}^N I_n^2 - 2^4 x_{2d}^2 (RR_s)^{-1}}}{2} \quad (4.66)$$

donde se deben de cumplir las siguientes condiciones para que las raíces sean reales:

Condición 1:

$$\frac{(R_s^{-1}V \cos(\alpha))^2 - 4 \sum_{n=1}^N I_n^2}{2^4 x_{2d}^2 (R_s^{-1})} > R^{-1} > 0 \quad (4.67)$$

Condición 2:

$$R_s^{-1}V \cos(\alpha) > 2 \sqrt{\sum_{n=2}^N I_n^2} \quad (4.68)$$

En este caso también de las dos raíces se selecciona aquella cuyo valor absoluto sea el menor de forma tal que la amplitud de la corriente sea mínima, y, por lo tanto las pérdidas en el convertidor sean las menores posibles.

La ley de control para  $\mu$ , considerando que  $\mu = \mu_1 = \mu_2$ , se obtiene de la ecuación (4.57) como

$$\mu = (2x_d^{-1})(L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v) \quad (4.69)$$

Una vez que se conoce  $\mu$  se determinan  $x_{2d}$  y  $x_{3d}$  a partir de las ecuaciones

$$C\dot{x}_d x_d + R^{-1}x_d^2 + \mu x_{1d} x_d = 0 \quad (4.70)$$

$$C\dot{x}_d + R^{-1}x_d + \mu x_{1d} = 0 \quad (4.71)$$

De la ecuación (4.70) se obtiene  $x_{2d}$ , mientras que de la ecuación (4.71) se determina  $x_{3d}$ .

**Proposición 4.5** *Un inversor multinivel simétrico basado en dos convertidores cuya dinámica asociada a los valores deseados está dada por las ecuaciones*

$$\begin{aligned} L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} - \mu_1 x_{2d} - \mu_2 x_{3d} &= -v \\ C_1 \dot{x}_{2d} + R_1^{-1} x_{2d} + \mu_1 x_{1d} &= 0 \\ C_2 \dot{x}_{3d} + R_2^{-1} x_{3d} + \mu_2 x_{1d} &= 0 \end{aligned}$$

y considerando que  $C_1 = C_2 = C$ ,  $R_1 = R_2 = R$ ,  $\mu_1 = \mu_2 = \mu$  y  $x_{2d} = x_{3d} = x_d$ , tiene una tensión  $x_d$  cuyo valor promedio puede controlarse a partir de una corriente alterna con la siguiente estructura

$$x_{1d} = \mu_3 \sin(\omega t + \alpha) + \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t + \varphi_n)$$

y una ley de control

$$\mu = (2x_d^{-1})(L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)$$

que garantiza que la corriente  $x_{1d}$  sigue a la estructura asignada, determinando  $\mu_3$  como

$$\mu = \frac{-R_s^{-1}V \cos(\alpha) \pm \sqrt{(R_s^{-1}V \cos(\alpha))^2 - 4 \sum_{n=2}^N I_n^2 - 2^4 \overline{x_{2d}^2} (RR_s)^{-1}}}{2}$$

satisfaciendo las condiciones

$$\frac{(R_s^{-1}V \cos(\alpha))^2 - 4 \sum_{n=1}^N I_n^2}{2^4 \overline{x_{2d}^2} (R_s^{-1})} > R^{-1} > 0$$

y

$$R_s^{-1}V \cos(\alpha) > 2 \sqrt{\sum_{n=2}^N I_n^2}$$

para que las raíces sean reales, siendo  $\mu$  la raíz de menor valor absoluto.

□

#### 4.4.2. Control del inversor multinivel híbrido asimétrico

El diseño del control para el inversor multinivel híbrido asimétrico se abordó primero para el caso  $\phi = 0$  y posteriormente para el caso  $\phi = -K\tilde{x}$ .

##### Control para $\phi = 0$

Para el diseño de la ley de control  $\mu_1$  se parte de la ecuación (4.52), de la cual se obtiene

$$\mu_1 = x_{2d}^{-1}(L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v - \mu_2 x_{3d}) \quad (4.72)$$

El diseño de la ley de control  $\mu_1$ , dado por la ecuación (4.72), requiere de conocer de la ley de control  $\mu_2$ , la cual se define de la siguiente forma

$$\mu_2 = M \sin(\omega t) \quad (4.73)$$

Considerando que  $x_{1d}$  y  $\dot{x}_{1d}$  tienen la estructura dada por las ecuaciones (4.55) y (4.56), entonces de acuerdo a (4.72) y (4.73), la ley de control  $\mu_1$  es la encargada de compensar principalmente las armónicas de  $x_{1d}$ , mientras que la ley de control  $\mu_2$  se encarga, junto

con  $\mu_1$ , de generar la componente fundamental necesaria en la corriente para llevar las tensiones  $x_{2d}$  y  $x_{3d}$ , en los capacitores  $C_1$  y  $C_2$  respectivamente, hasta los valores promedios que se desean.

El control de la tensión  $x_{2d}$  no puede realizarse directamente a partir de la ecuación (4.53) porque el producto  $\mu_1 x_{1d}$ , que constituye la función de excitación de (4.53) requiere de conocer la tensión  $x_{2d}$  como lo requiere la ecuación (4.72). Multiplicando (4.72) por  $x_{1d}x_{2d}$  se obtiene

$$\mu_1 x_{1d} x_{2d} = (L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v - \mu_2 x_{3d}) x_{1d} \quad (4.74)$$

Si (4.53) se multiplica por  $x_{2d}$  y en la expresión resultante se sustituye (4.74) entonces se obtiene la siguiente ecuación diferencial no lineal de primer orden

$$C_1 \dot{x}_{2d} x_{2d} + R_1^{-1} x_{2d}^2 + (L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v - \mu_2 x_{3d}) x_{1d} = 0 \quad (4.75)$$

Definiendo  $z = x_{2d}^2$ , se tiene que  $\dot{z} = 2\dot{x}_{2d}x_{2d}$ , obteniéndose la siguiente ecuación diferencial lineal de primer orden

$$2^{-1} C_1 \dot{z} + R_1^{-1} z + (L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v - \mu_2 x_{3d}) x_{1d} = 0 \quad (4.76)$$

La función de excitación  $(L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v - \mu_2 x_{3d}) x_{1d}$  se puede expresar como

$$\begin{aligned} (L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v - \mu_2 x_{3d}) x_{1d} &= (L(\omega\mu_3 \cos(\omega t + \alpha) + \omega \sum_{n=2}^N n I_n \cos(n\omega t + \varphi_n)) \\ &+ R_s(\mu_3 \sin(\omega t + \alpha) + \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t + \varphi_n)) + V \sin(\omega t) \\ &- x_{3d} M \sin(\omega t)) (\mu_3 \sin(\omega t + \alpha) + \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t + \varphi_n)) \end{aligned}$$

Desarrollando los productos de la expresión anterior, el resultado de  $(L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v - \mu_2 x_{3d}) x_{1d}$  está dado por

$$\begin{aligned}
(L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v - \mu_2 x_{3d})x_{1d} &= L\omega\mu_3^2 \sin(\omega t + \alpha) \cos(\omega t + \alpha) \\
&+ L\omega\mu_3 \sin(\omega t + \alpha) \sum_{n=2}^N nI_n \cos(n\omega t + \theta_n) + R_s\mu_3^2 \sin^2(\omega t + \alpha) \\
&+ R_s\mu_3 \sin(\omega t + \alpha) \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t + \theta) + V\mu_3 \sin(\omega t) \sin(\omega t + \alpha) \\
&- Mx_{3d}\mu_3 \sin(\omega t) \sin(\omega t + \alpha) + L\omega\mu_3 \cos(\omega t + \alpha) \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t + \theta_n) \\
&+ L\omega \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t + \theta_n) \sum_{n=2}^N nI_n \cos(n\omega t + \theta_n) + R_s\mu_3 \sin(\omega t + \alpha) \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t + \theta_n) \\
&+ R_s \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t + \theta_n) \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t + \theta_n) + V \sin(\omega t) \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t + \theta_n) \\
&- Mx_{3d} \sin(\omega t) \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t + \theta_n) \quad (4.77)
\end{aligned}$$

Sin embargo, es de interés que el valor promedio de  $z$  tienda al valor promedio del cuadrado del valor deseado para  $x_{2d}$ , es decir,  $\bar{z} = \overline{x_{2d}^2}$ . El valor promedio de la función de excitación (4.77) es

$$2^{-1}C_1\dot{\bar{z}} + R_1^{-1}\bar{z} = \overline{\mu_1 x_{1d} x_{2d}} \quad (4.78)$$

donde el lado derecho de la igualdad se determina como el valor promedio de (4.77), el cual es

$$\overline{\mu_1 x_{1d} x_{2d}} = 2^{-1} \left( R_s\mu_3^3 + \mu_3 \cos(\alpha)(V - M\overline{x_{3d}}) + R_s \sum_{n=2}^N I_n^2 \right) \quad (4.79)$$

Entonces, la solución de (4.78) a la función de excitación definida por (4.79) es

$$\bar{z} = -2R_1 \left( R_s\mu_3^3 + \mu_3 \cos(\alpha)(V - M\overline{x_{3d}}) + R_s \sum_{n=2}^N I_n^2 \right) \quad (4.80)$$

Expresando (4.80) como una ecuación de segundo grado normalizada, siendo  $\mu_3$  la variable independiente y tomando en cuenta que  $\bar{z} = \overline{x_{2d}^2}$  se tiene entonces

$$\mu_3^2 + R_s^{-1} \cos(\alpha)(V - M\overline{x_{3d}})\mu_3 + \sum_{n=2}^N I_n^2 + 2(R_1 R_s)^{-1} \overline{x_{2d}^2} = 0 \quad (4.81)$$

La amplitud  $M$  de la ley de control  $\mu_2 = M \sin(\omega t)$  se determina al obtener la respuesta en valor promedio de  $x_{3d}$  al valor promedio de la excitación  $\mu_2 x_{1d}$  para la ecuación diferencial (4.54), es decir

$$C_2 \overline{\dot{x}_{3d}} + R_2^{-1} \overline{x_{3d}} + \overline{\mu_2 x_{1d}} = 0 \quad (4.82)$$

El producto  $\mu_2 x_{1d}$  da como resultado

$$\mu_2 x_{1d} = M \mu_3 \sin(\omega t) \sin(\omega t + \alpha) + M \sin(\omega t) \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t) \quad (4.83)$$

La solución de (4.82) para la función de excitación dada por (4.83) es

$$\overline{x_{3d}} = -2^{-1} R_2 M \mu_3 \cos(\alpha) \quad (4.84)$$

y de (4.84) se tiene que la amplitud  $M$  se determina como

$$M = -2\overline{x_{3d}}(R_2 \mu_3 \cos(\alpha))^{-1} \quad (4.85)$$

Sustituyendo (4.85) en (4.81) se tiene la siguiente ecuación de segundo grado para  $\mu_3$

$$\mu_3^2 + V R_s^{-1} \cos(\alpha) \mu_3 + 2R_s^{-1} \left( R_1^{-1} \overline{x_{2d}^2} + R_2^{-1} \overline{x_{3d}^2} \right) + \sum_{n=2}^N I_n^2 = 0 \quad (4.86)$$

y, finalmente, se tiene que las raíces para  $\mu_3$  son

$$\mu_3 = \frac{-V R_s^{-1} \cos(\alpha) \pm \sqrt{(-V R_s^{-1} \cos(\alpha))^2 - 8R_s^{-1} \left( R_1^{-1} \overline{x_{2d}^2} + R_2^{-1} \overline{x_{3d}^2} \right) - 4 \sum_{n=2}^N I_n^2}}{2} \quad (4.87)$$

en donde se deben de cumplir las siguientes condiciones:

Condición 1:

$$VR_s^{-1} \cos(\alpha) > 2\sqrt{\sum_{n=2}^N I_n^2} \quad (4.88)$$

Condición 2:

$$\frac{(VR_s^{-1} \cos(\alpha))^2 - 4\sum_{n=2}^N I_n^2}{8(\overline{x_{2d}^2} + \overline{x_{3d}^2})} > R^{-1} > 0 \quad (4.89)$$

con  $R = R_1 = R_2$ .

Para el caso con  $\phi = 0$  nuevamente de las dos raíces se selecciona aquella cuyo valor absoluto sea el menor de forma tal que la amplitud de la corriente sea mínima, y, por lo tanto las pérdidas en el convertidor sean las menores posibles.

**Control para  $\phi = -K\tilde{x}$**

Para  $\phi = -K\tilde{x}$  las leyes de control se determinan a partir del sistema de ecuaciones

$$L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} - \mu_1 x_{2d} - \mu_2 x_{3d} + v = -k_1 \tilde{x}_1 \quad (4.90)$$

$$C_1 \dot{x}_{2d} + R_1^{-1} x_{2d} + \mu_1 x_{1d} = -k_2 \tilde{x}_2 \quad (4.91)$$

$$C_2 \dot{x}_{3d} + R_2^{-1} x_{3d} + \mu_2 x_{1d} = -k_3 \tilde{x}_3 \quad (4.92)$$

Cualquier solución que satisfaga el conjunto de ecuaciones de la dinámica asociada a los valores deseados

$$L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} - \mu_1 x_{2d} - \mu_2 x_{3d} + v = 0 \quad (4.93)$$

$$C_1 \dot{x}_{2d} + R_1^{-1} x_{2d} + \mu_1 x_{1d} = 0 \quad (4.94)$$

$$C_2 \dot{x}_{3d} + R_2^{-1} x_{3d} + \mu_2 x_{1d} = 0 \quad (4.95)$$

será alcanzada bajo el esquema de control propuesto, ya que se garantiza que  $\tilde{x} \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$  y, por lo tanto, en estado estable se tiene el comportamiento deseado, cuyo análisis ha sido presentado para el caso para  $\phi = 0$ .

Considérese la función  $f$  que depende del error, es decir  $f(\tilde{x}) = [-k_1 \tilde{x}_1 \quad -k_2 \tilde{x}_2 \quad -k_3 \tilde{x}_3]^T$  y sea el conjunto  $S \in \mathfrak{R}^3$  tal que  $S = \{\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3\}$ .

El análisis de estabilidad demostró que  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x} = 0$ , lo cual implica que el conjunto  $S$  es un conjunto cerrado debido a que cualquier secuencia convergente de vectores en  $S$  tiende a un punto en el conjunto  $S$ . Ahora considérese que  $\exists r > 0$  tal que  $\|\tilde{x}\| < r$ , entonces el

conjunto  $S$  es acotado. Debido a que el conjunto  $S$  es cerrado y acotado es un conjunto compacto.

Sea  $\tilde{x}_L$  un vector límite para  $S$ , el cual por conveniencia se define como  $\tilde{x}_L = 0$  de acuerdo al resultado de la prueba de estabilidad asintótica. Para la función  $f(\tilde{x})$  se observa que  $f(\tilde{x}) \rightarrow f(\tilde{x}_L)$  siempre que  $\tilde{x} \rightarrow \tilde{x}_L$ , por lo tanto  $f(\tilde{x})$  es continua en el punto  $\tilde{x}_L = 0$ .

Sean ahora dos puntos cualesquiera para el error definidos como  $\tilde{u}, \tilde{v} \in S$ , entonces dado que  $S$  es un conjunto compacto se tiene que  $\exists \delta > 0$  tal que  $\|\tilde{u} - \tilde{v}\| < \delta$ . Por otra parte se sabe que  $f(\tilde{x}) \rightarrow f(\tilde{x}_L)$  lo cual implica que  $\exists \varepsilon > 0$  tal que  $\|f(\tilde{u}) - f(\tilde{v})\| < \varepsilon$ . Dado que  $\|\tilde{u} - \tilde{v}\| < \delta \Rightarrow \|f(\tilde{u}) - f(\tilde{v})\| < \varepsilon, \forall \tilde{u}, \tilde{v} \in S$ , entonces  $f(\tilde{x})$  es uniformemente continua en el conjunto  $S$ .

Debido a que en estado estable  $\tilde{x} = 0$  por ser uniformemente continua, entonces el sistema de ecuaciones (4.90)-(4.92) se convierte en

$$L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} - \mu_1 x_{2d} - \mu_2 x_{3d} + v = 0 \quad (4.96)$$

$$C_1 \dot{x}_{2d} + R_1^{-1} x_{2d} + \mu_1 x_{1d} = 0 \quad (4.97)$$

$$C_2 \dot{x}_{3d} + R_2^{-1} x_{3d} + \mu_2 x_{1d} = 0 \quad (4.98)$$

Este sistema de ecuaciones es idéntico para el caso donde  $\phi = 0$ , lo cual es correcto, ya que mediante la prueba de estabilidad se demostró que el error tiende asintóticamente a cero para el estado estable.

Siguiendo un procedimiento idéntico al caso anterior, se tiene que las leyes de control son

$$\mu_1 = x_{2d}^{-1} (L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v - \mu_2 x_{3d}) \quad (4.99)$$

$$\mu_2 = -2\overline{x_{3d}} (R_2 \mu_3 \cos(\alpha))^{-1} \sin(\omega t) \quad (4.100)$$

$$\mu_3 = \frac{-V R_s^{-1} \cos(\alpha) \pm \sqrt{(-V R_s^{-1} \cos(\alpha))^2 - 8 R_s^{-1} (R_1^{-1} \overline{x_{2d}^2} + R_2^{-1} \overline{x_{3d}^2}) - 4 \sum_{n=2}^N I_n^2}}{2} \quad (4.101)$$

En este caso, al igual que en todos los casos anteriores, de las dos raíces se selecciona aquella cuyo valor absoluto sea el menor de forma tal que la amplitud de la corriente sea mínima, y, por lo tanto las pérdidas en el convertidor sean las menores posibles.

Además, para que la ley de control  $\mu_3$  sea factible de ser calculada se deben de cumplir dos condiciones:

Condición 1:

$$VR_s^{-1} \cos(\alpha) > 2\sqrt{\sum_{n=2}^N I_n^2} \quad (4.102)$$

Condición 2:

$$\frac{(VR_s^{-1} \cos(\alpha))^2 - 4\sum_{n=2}^N I_n^2}{8(\overline{x_{2d}^2} + \overline{x_{3d}^2})} > R^{-1} > 0 \quad (4.103)$$

con  $R = R_1 = R_2$ .

**Proposición 4.6** *Un inversor multinivel híbrido asimétrico ternario basado en dos convertidores cuya dinámica asociada a los valores deseados está dada por las ecuaciones*

$$\begin{aligned} L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} - \mu_1 x_{2d} - \mu_2 x_{3d} + v &= \phi_1 \\ C_1 \dot{x}_{2d} + R_1^{-1} x_{2d} + \mu_1 x_{1d} &= \phi_2 \\ C_2 \dot{x}_{3d} + R_2^{-1} x_{3d} + \mu_2 x_{1d} &= \phi_3 \end{aligned}$$

tiene tensiones  $x_{2d}$  y  $x_{3d}$  cuyo valor promedio puede controlarse a partir de una corriente alterna con la siguiente estructura

$$x_{1d} = \mu_3 \sin(\omega t + \alpha) + \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t + \varphi_n)$$

y leyes de control  $\mu_1$  y  $\mu_2$

$$\begin{aligned} \mu_1 &= x_{2d}^{-1} (L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v - \mu_2 x_{3d}) \\ \mu_2 &= -2\overline{x_{3d}} (R_2 \mu_3 \cos(\alpha))^{-1} \sin(\omega t) \end{aligned}$$

que garantizan que la corriente  $x_{1d}$  sigue a la estructura asignada, determinando  $\mu_3$  como

$$\mu_3 = \frac{-VR_s^{-1} \cos(\alpha) \pm \sqrt{(-VR_s^{-1} \cos(\alpha))^2 - 8R_s^{-1} \left( R_1^{-1} \overline{x_{2d}^2} + R_2^{-1} \overline{x_{3d}^2} \right) - 4\sum_{n=2}^N I_n^2}}{2}$$

satisfaciendo las siguientes condiciones con  $R = R_1 = R_2$

$$VR_s^{-1} \cos(\alpha) > 2\sqrt{\sum_{n=2}^N I_n^2}$$

y

$$\frac{(VR_s^{-1} \cos(\alpha))^2 - 4\sum_{n=2}^N I_n^2}{8(\overline{x_{2d}^2} + \overline{x_{3d}^2})} > R^{-1} > 0$$

para que las raíces sean reales, seleccionando como  $\mu_3$  la de menor valor absoluto y con  $x_{2d}$  y  $x_{3d}$  determinadas a partir de las ecuaciones

$$\begin{aligned} C_1 \dot{x}_{2d} x_{2d} + R_1^{-1} x_{2d}^2 + \mu_1 x_{1d} x_{2d} &= -k_2 \tilde{x}_2 x_{2d} \\ C_2 \dot{x}_{3d} + R_2^{-1} x_{3d} + \mu_2 x_{1d} &= -k_3 \tilde{x}_3 \end{aligned}$$

□

## 4.5. Sintonización del controlador

Del análisis de estabilidad se obtuvieron las condiciones para que la matriz  $(K + C)$  sea positiva definida. Dichas condiciones requieren que  $R_s + k_1 > 0$ ,  $R_1^{-1} + k_2 > 0$  y  $R_2^{-1} + k_3 > 0$ . A partir de dichas condiciones es fácil ver que

$$\begin{aligned} k_1 &> -R_s \\ k_2 &> -R_1^{-1} \\ k_3 &> -R_2^{-1} \end{aligned}$$

lo cual implica que todos los valores de inyección de amortiguamiento tienen una cota inferior (la cual incluso puede tomar valores negativos), cuyas magnitudes dependen de los valores de las resistencias del inductor y de las resistencias de pérdidas en los convertidores.

Sin embargo, los valores de  $k_2$  y  $k_3$  también tienen una cota superior. Considérense las expresiones a partir de las cuales se calculan  $x_{2d}$  y  $x_{3d}$

$$\begin{aligned} C_1 \dot{x}_{2d} x_{2d} + R_1^{-1} x_{2d}^2 + \mu_1 x_{1d} x_{2d} &= -k_2 \tilde{x}_2 x_{2d} \\ C_2 \dot{x}_{3d} + R_2^{-1} x_{3d} + \mu_2 x_{1d} &= -k_3 \tilde{x}_3 \end{aligned}$$

Ambas ecuaciones pueden expresarse de la siguiente forma

$$C_1 \dot{x}_{2d} + (R_1^{-1} - k_2) x_{2d} = -\mu_1 x_{1d} - k_2 x_2 \quad (4.104)$$

$$C_2 \dot{x}_{3d} + (R_2^{-1} - k_3) x_{3d} = -\mu_2 x_{1d} - k_3 x_3 \quad (4.105)$$

de donde se observa que para que  $x_{2d}$  y  $x_{3d}$  no tiendan a valores infinitos se debe de cumplir que

$$\begin{aligned} R_1^{-1} &> k_2 \\ R_2^{-1} &> k_3 \end{aligned}$$

de forma que los valores para la inyección de amortiguamiento deben de cumplir que

$$\begin{aligned} k_1 &> -R_s \\ R_1^{-1} &> k_2 > -R_1^{-1} \\ R_2^{-1} &> k_3 > -R_2^{-1} \end{aligned}$$

y los valores de  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$  deben ser seleccionados de forma tal que cumplan con las restricciones anteriores.

A partir de las ecuaciones diferenciales lineales de primer orden (4.104) y (4.105) se puede observar fácilmente que valores negativos de  $k_2$  y  $k_3$  dentro del intervalo de restricción dan mejores resultados que valores positivos con la misma magnitud. Con valores negativos de  $k_2$  y  $k_3$  las raíces de ambas ecuaciones características se ubican en el semiplano izquierdo alejándose del eje imaginario, mientras que con valores positivos de  $k_2$  y  $k_3$  las raíces también se ubican en el semiplano izquierdo, pero más cerca del eje imaginario.

## 4.6. Consideraciones adicionales para el diseño del controlador

Del sistema de ecuaciones (4.90)-(4.92), así como de la estructura para la corriente  $x_{1d}$  dada por (4.55) se obtienen las siguientes consideraciones adicionales a tomar en cuenta para realizar el diseño del controlador:

- Todos los parámetros del inversor ( $L$ ,  $R_s$ ,  $C_1$ ,  $R_1$ ,  $C_2$  y  $R_2$ ) deben ser conocidos.
- Las resistencias de pérdidas se asumen conocidas, sin embargo éstas no constituyen elementos discretos y su valor suele estar en el orden de las decenas de miles de ohms.
- Con el propósito de que la carga de los capacitores de los convertidores sea más rápida se asumió que se puede colocar en paralelo con los capacitores una resistencia física con un valor de  $100 \Omega$ , de forma que el equivalente en paralelo de la resistencia de pérdidas y la resistencia discreta de pueden ser aproximados por una resistencia de  $100 \Omega$ .
- La tensión  $v$  debe ser conocida y debe tener la estructura  $v = V \sin(\omega t)$ .
- La corriente de la carga debe ser medible y deben de conocerse las amplitudes y los ángulos de fase de sus componentes armónicas para que tenga la estructura dada por  $x_{1d}$ .
- Las tensiones  $x_2$  y  $x_3$  deben ser medibles.
- La tensión  $x_{2d}$  debe ser tal que  $x_{2d} \neq 0 \forall t$ .
- El ángulo de fase  $\alpha$  debe ser conocido si se desea compensar factor de potencia de desplazamiento de la carga, en cuyo caso  $\alpha = -\varphi_1$ , siendo  $\varphi_1$  el ángulo de fase de la componente fundamental de la corriente de carga.

Todos los puntos mencionados anteriormente deben de considerarse para efectos de que el controlador sea realizable.

# Capítulo 5

## Resultados de simulaciones

Con el propósito de evaluar la operación de los diversos casos para los cuales se diseñaron leyes de control, se llevaron a cabo simulaciones en Matlab para cada uno de los casos haciendo uso del modelo promediado del inversor para cada uno de los casos. Para demostrar los resultados obtenidos, se muestran algunas de las simulaciones realizadas, las cuales se consideraron como los casos más ilustrativos.

Para el control en lazo abierto de un solo convertidor se consideraron los casos del control de la componente fundamental de la corriente, control de la fundamental de corriente y seguimiento de una armónica y control de la fundamental de corriente y seguimiento de varias armónicas. El primer caso se consideró para mostrar cómo se logró alcanzar el objetivo de control de regulación de tensión en el lado de CD del convertidor controlando la amplitud de la corriente. El segundo caso fue considerado para mostrar que una vez alcanzado el objetivo de control de regulación de tensión, es posible realizar el seguimiento de una armónica de corriente. El tercer caso muestra que se puede realizar el objetivo de regulación de tensión así como el seguimiento de varias armónicas de corriente.

Los casos no considerados para un solo convertidor fueron el control de la fundamental de corriente y seguimiento de varias armónicas con ángulo de fase diferente de cero y el control de la fundamental de corriente considerando el ángulo de fase para compensar factor de potencia de desplazamiento y seguimiento de varias armónicas con ángulo de fase diferente de cero. El primer caso no fue considerado en el reporte de simulaciones, porque los ángulos de fase no intervienen en la ley de control que se obtiene para la amplitud de la corriente del convertidor. El segundo caso no fue incluido porque aunque el ángulo de fase de la fundamental sí interviene en la ley de control para la amplitud de la corriente del convertidor, el coseno del ángulo únicamente interviene como un factor de escala para algunos términos de la ley de control.

Para el control en lazo cerrado del inversor multinivel se consideraron los casos de control del inversor multinivel híbrido asimétrico de nueve niveles sin cambios y con cambios en los parámetros del sistema, así como con cambio en la corriente deseada. Con el primer caso se pretende mostrar la estabilidad de las leyes de control en operación en lazo cerrado del

inversor. El segundo caso pretende demostrar el desempeño de la operación del inversor ante cambios en los parámetros del sistema, mientras que el tercer caso pretende demostrar la robustez de las leyes de control ante cambios en las armónicas de la corriente deseada.

Para el control del inversor multinivel híbrido asimétrico de nueve niveles no se consideró el caso en lazo abierto, porque los resultados de la metodología que llevaron al diseño de las leyes de control de este inversor en lazo abierto son mostrados en las simulaciones para el caso de un solo convertidor.

El caso del inversor multinivel simétrico no fue considerado en el reporte de simulaciones porque es en realidad una extensión del caso de un solo convertidor, al considerarse que las leyes de control son idénticas, así como los parámetros que intervienen en el lado de corriente directa de los convertidores del inversor.

Finalmente, como parte de este capítulo se presentan simulaciones realizadas en PSIM para el inversor multinivel híbrido asimétrico de nueve niveles en configuración en lazo cerrado en donde se muestra la estabilidad de las leyes de control para el inversor, mientras que en el segundo caso presentado se muestra el desempeño del sistema ante variaciones en las armónicas de la corriente deseada.

Los valores de los elementos que forman parte del inversor fueron seleccionados tomando como base los puntos tratados en la sección 3.2 del capítulo 3 sobre el análisis de resolubilidad del inversor, en donde se considera que los parámetros del inversor son conocidos.

Los capacitores  $C_1$  y  $C_2$  fueron seleccionados con un valor elevado de capacitancia con el objetivo de poder compensar una mayor cantidad de potencia reactiva requerida por las armónicas de corriente. El inductor  $L$  y su resistencia serie asociada  $R_s$  fueron seleccionados con valores tales que la constante de tiempo en el lado de corriente alterna del inversor fuera mucho menor que la constante de tiempo en el lado de corriente directa, con el objetivo de poder realizar la compensación de corriente con un tiempo de respuesta menor.

Los valores de las resistencias de pérdidas  $R_1$  y  $R_2$ , aunque tienen una gran incertidumbre, fueron seleccionados con un valor pequeño (equivalente a pérdidas elevadas) porque se consideró factible colocar un elemento discreto en paralelo con cada capacitor y porque el equivalente paralelo de la resistencia de pérdidas con el elemento resistivo discreto de valor pequeño reduce la constante de tiempo en el lado de corriente directa con el propósito de cargar los capacitores en un tiempo corto.

## 5.1. Un solo convertidor

Para todos los casos presentados en esta sección las simulaciones se realizaron en lazo abierto, con un tiempo de simulación de 2 segundos, mostrándose los últimos ciclos para la corriente  $x_1$  por ser una señal periódica y todo el tiempo de simulación para la tensión

$x_2$  en el capacitor.

En la figura 5.1 se muestra el diagrama con la estructura general del control para todas las simulaciones para un solo convertidor. La única diferencia radica en que  $i_h = 0$  en el caso en donde se realiza únicamente control de la componente fundamental de la corriente.

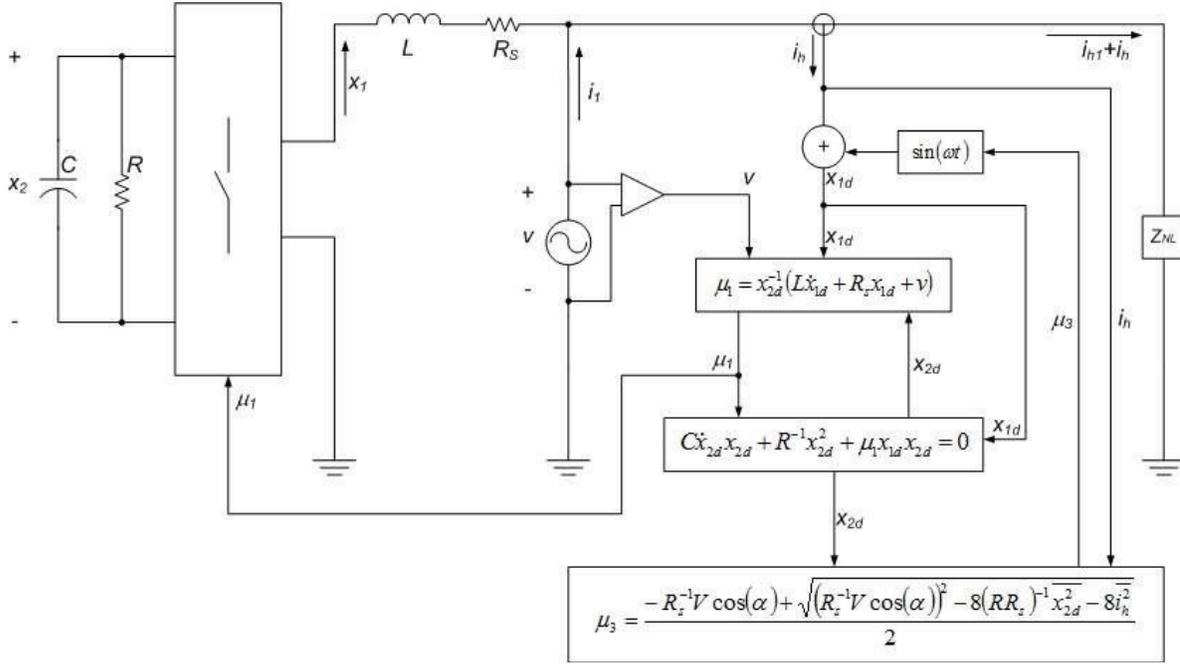


Figura 5.1: Estructura general del control para un convertidor.

### 5.1.1. Con la componente fundamental de la corriente

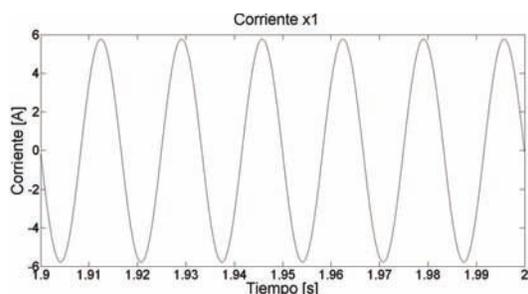
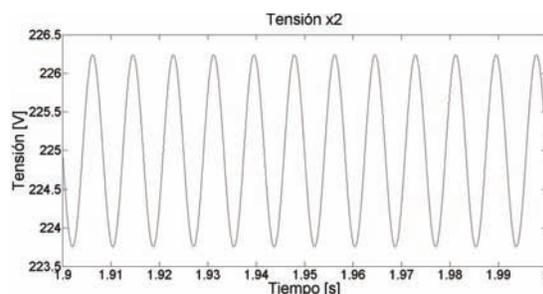
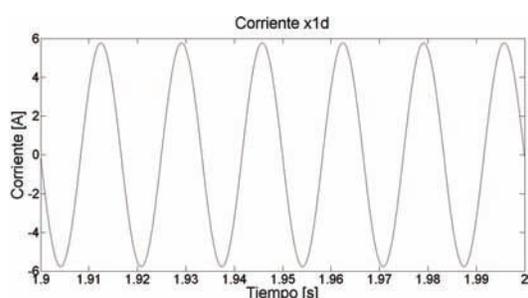
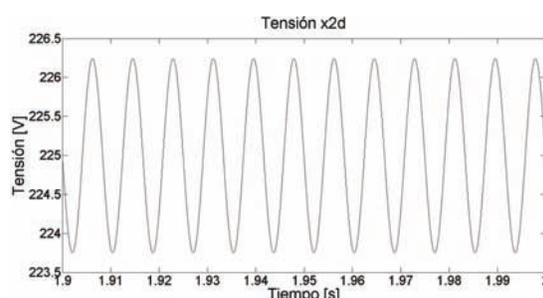
Este caso corresponde a la regulación de la tensión de corriente directa mediante la componente fundamental de la corriente y la ley de control para un solo convertidor.

Los valores utilizados para la simulación de este caso se presentan en el cuadro 5.1

Cuadro 5.1: Valores de simulación para un convertidor

$V$	$L$	$R_s$	$C$	$R$	$\bar{x}_{2d}$	$f$
180 V	2 mH	0.8 $\Omega$	2400 $\mu$ F	100 $\Omega$	225 V	60 Hz

En la figura 5.2 se muestran los últimos 0.1 s de la corriente  $x_1$  que consiste exclusivamente de una componente fundamental con amplitud de 5.7 A y una frecuencia de 60 Hz. La figura 5.3 muestra los últimos 0.1 s de la tensión de corriente directa, donde se aprecia que su valor promedio es de 225 V, con un rizo de 2.49 V de pico a pico.

Figura 5.2: Corriente  $x_1$ Figura 5.3: Tensión  $x_2$ Figura 5.4: Corriente  $x_{1d}$ Figura 5.5: Tensión  $x_{2d}$ 

La figura 5.4 muestra los últimos 0.1 s de la corriente deseada  $x_{1d}$ , la cual es una componente fundamental con valores iguales a los descritos para la corriente  $x_1$ . La figura 5.5 muestra de igual forma los últimos 0.1 s de la tensión deseada  $x_{2d}$ , con valores iguales a los de  $x_2$

El error de corriente es mostrado en la figura 5.6, en donde se aprecia que el valor de pico no excede de  $0,1 \times 10^{-11}$  A. El error de tensión es mostrado en la figura 5.7, en donde se aprecia éste no excede de  $0,05 \times 10^{-11}$  V.

Finalmente, la figura 5.8 muestra la forma de onda de la ley de control para los últimos 0.1 s, donde se aprecia que es una señal periódica senoidal con un valor de pico de 0.78 y una frecuencia de 60 Hz.

### 5.1.2. Seguimiento de una armónica de corriente

Este caso corresponde a la regulación de la tensión de corriente directa mediante la componente fundamental de la corriente y la ley de control para un solo convertidor, así como el seguimiento de una armónica de corriente. Los valores utilizados para la simulación de este caso son los presentados en el cuadro 5.1.

Considérese la condición 4.32 para el seguimiento de una armónica de corriente, entonces el valor máximo de la armónica a compensar está dado por la expresión

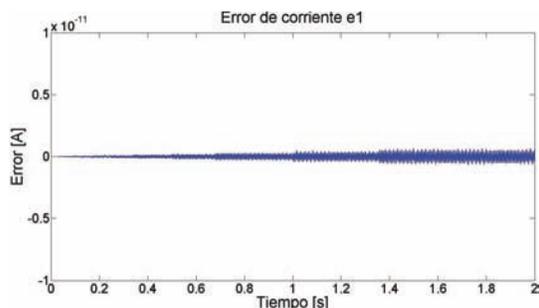


Figura 5.6: Error de corriente  $\tilde{x}_1$

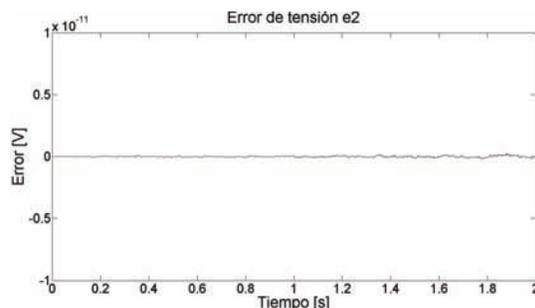


Figura 5.7: Error de tensión  $\tilde{x}_2$

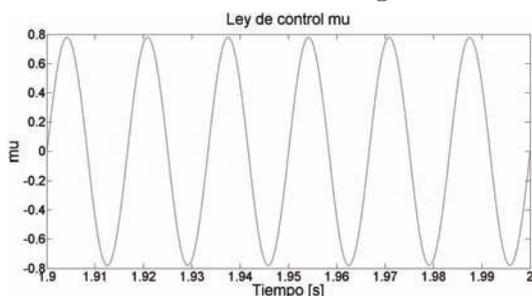


Figura 5.8: Ley de control  $\mu$

$$I_n < \frac{VR_s^{-1}}{2} \tag{5.1}$$

A partir de los valores dados en el cuadro 5.1 se tiene que  $I_3 < \frac{180 \times 0,8^{-1}}{2} = 112,5$  A. El valor de la tercera armónica de corriente para este caso se seleccionó como  $I_3 = 10$  A.

En la figura 5.9 se muestran los últimos ciclos de la corriente  $x_1$  que consiste en una función periódica no senoidal con un valor de pico de 16.24 A y frecuencia de 60 Hz, a base de una componente fundamental más una tercera armónica. La figura 5.10 muestra los últimos 0.1 s de la tensión de corriente directa, donde se aprecia que su valor promedio es de 225 V, con un rizo de 7.84 V de pico a pico.

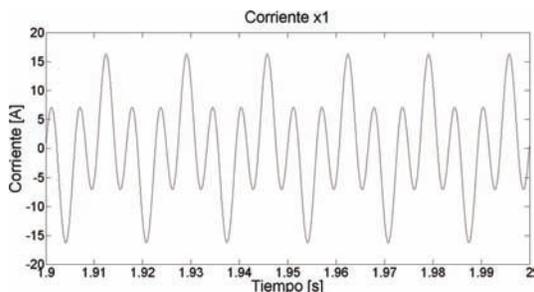


Figura 5.9: Corriente  $x_1$

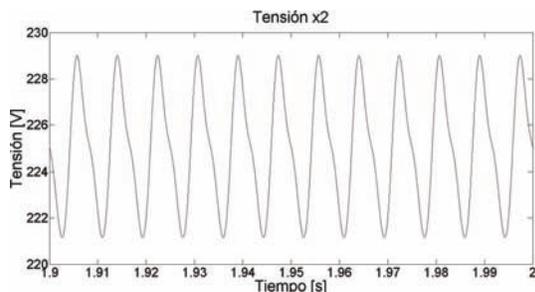


Figura 5.10: Tensión  $x_2$

La figura 5.11 muestra los últimos 0.1 s de la corriente deseada  $x_{1d}$ , la cual consiste en

una componente fundamental más una tercera armónica con valores iguales a los descritos para la corriente  $x_1$ . La figura 5.12 muestra los últimos 0.1 s de la tensión deseada  $x_{2d}$ , con valores iguales a los de  $x_2$ .

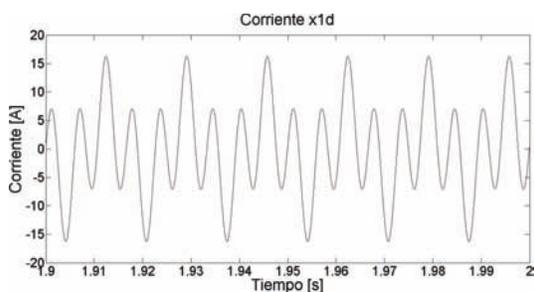


Figura 5.11: Corriente  $x_{1d}$

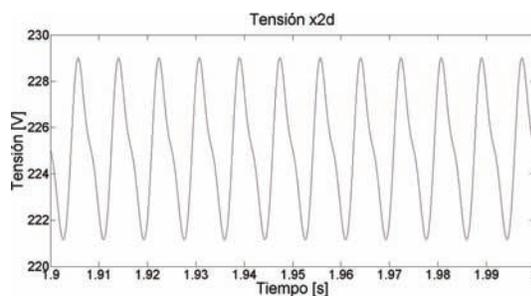


Figura 5.12: Tensión  $x_{2d}$

El error de corriente es mostrado en la figura 5.13, en donde se aprecia que el valor de pico no excede de  $0,1 \times 10^{-10}$  A. El error de tensión es mostrado en la figura 5.14, en donde se aprecia éste no excede de  $0,1 \times 10^{-11}$  V.

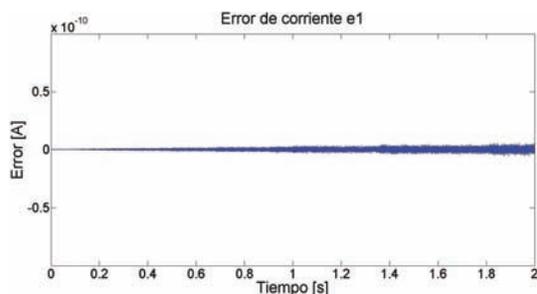


Figura 5.13: Error de corriente  $\tilde{x}_1$

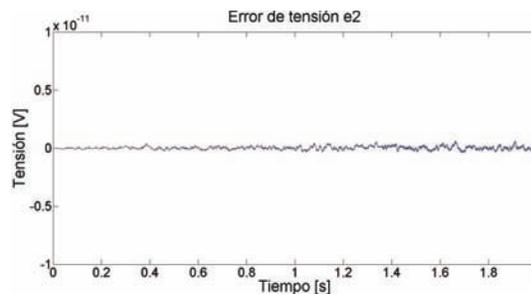


Figura 5.14: Error de tensión  $\tilde{x}_2$

Finalmente, la figura 5.15 muestra la forma de onda de la ley de control para los últimos 0.1 s, donde se aprecia que es una señal periódica no senoidal con un valor de pico de 0.79 y una frecuencia de 60 Hz.

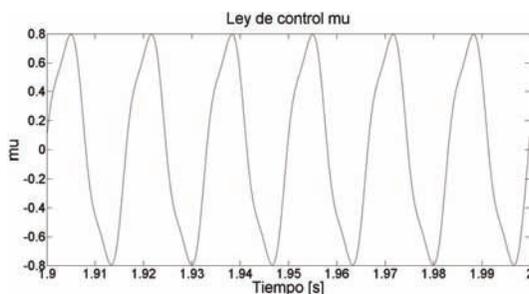


Figura 5.15: Ley de control  $\mu$

### 5.1.3. Seguimiento de varias armónicas de corriente

Este caso consiste en la regulación de la tensión de corriente directa mediante la componente fundamental de la corriente y la ley de control para un solo convertidor, así como el seguimiento de varias armónicas de corriente. Los valores utilizados para la simulación de este caso se presentan en el cuadro 5.1.

Considérese la condición 4.41 para el seguimiento de varias armónicas de corriente, el valor máximo de las armónicas a compensar está dado por la expresión

$$\sqrt{\sum_{n=2}^N I_n^2} < \frac{V R_s^{-1}}{2} \quad (5.2)$$

A partir de los valores dados en el cuadro 5.1 se tiene que  $\sqrt{\sum_{n=2}^N I_n^2} < \frac{180 \times 0,8^{-1}}{2} = 112,5$  A. El valor de la tercera armónica de corriente para este caso se seleccionó como  $I_3 = 10$  A, la quinta armónica se seleccionó como la mitad de la tercera armónica,  $I_5 = 5$  A, la séptima armónica se seleccionó como la mitad de la quinta armónica,  $I_7 = 2,5$  A y, finalmente, la novena armónica se seleccionó como la mitad de la séptima armónica,  $I_9 = 1,25$  A.

En la figura 5.16 se muestran los últimos 0.1 s de la corriente  $x_1$  que consiste en una función periódica no senoidal con valor de pico de 13.6 A y frecuencia de 60 Hz, a base de una componente fundamental más tercera, quinta, séptima y novena armónicas. La figura 5.17 muestra los últimos 0.1 s de la tensión de corriente directa, donde se aprecia que su valor promedio es de 225 V, con un rizo de 7.55 V de pico a pico.

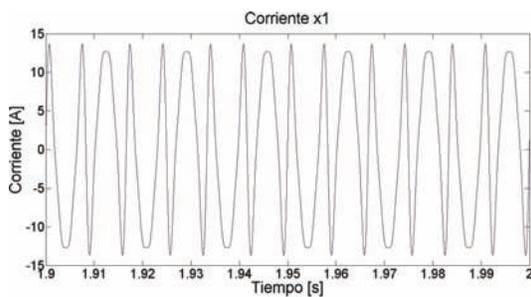


Figura 5.16: Corriente  $x_1$

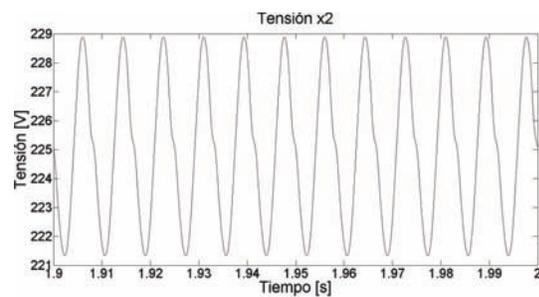


Figura 5.17: Tensión  $x_2$

La figura 5.18 muestra los últimos 0.1 s de la corriente deseada  $x_{1d}$ , la cual consiste en una componente fundamental más tercera, quinta, séptima y novena armónicas con valores iguales a los descritos para la corriente  $x_1$ . La figura 5.19 muestra los últimos 0.1 s de la tensión deseada  $x_{2d}$ , con valores iguales a los de  $x_2$ .

El error de corriente es mostrado en la figura 5.20, en donde se aprecia que el valor de

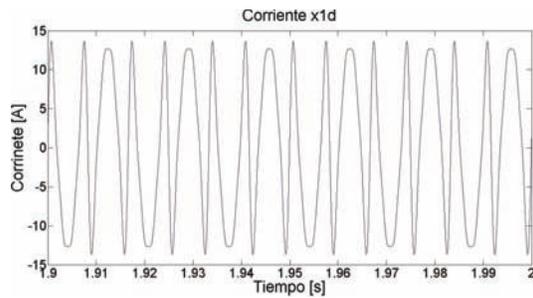


Figura 5.18: Corriente  $x_{1d}$

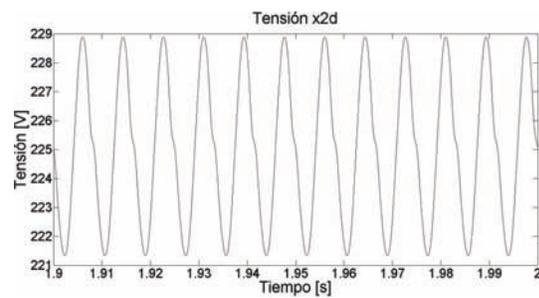


Figura 5.19: Tensión  $x_{2d}$

pico no excede de  $0,1 \times 10^{-10}$  A. El error de tensión es mostrado en la figura 5.21, en donde se aprecia éste no excede de  $1 \times 10^{-12}$  V.

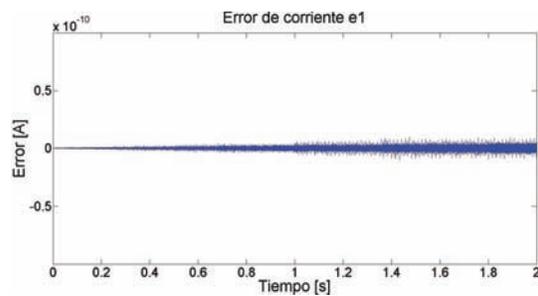


Figura 5.20: Error de corriente  $\tilde{x}_1$

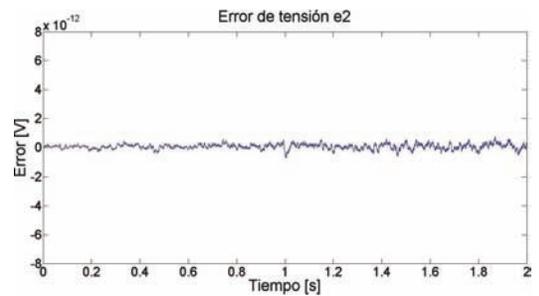


Figura 5.21: Error de tensión  $\tilde{x}_2$

Finalmente, la figura 5.22 muestra la forma de onda de la ley de control para los últimos 0.1 s, donde se aprecia que es una señal periódica no senoidal con un valor de pico de 0.75 y una frecuencia de 60 Hz.

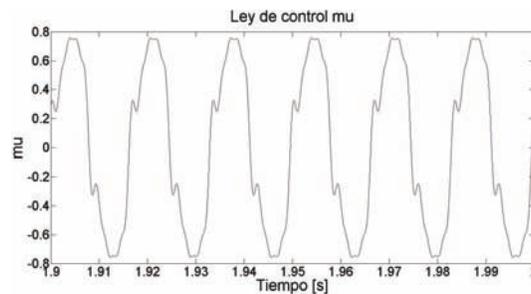


Figura 5.22: Ley de control  $\mu$

#### 5.1.4. Comentarios respecto al control para un convertidor

En los tres casos presentados anteriormente, siempre se logró alcanzar el objetivo de regulación de tensión, llevando el valor promedio de la tensión de corriente directa en el

capacitor a su valor deseado de 225 V. La regulación de tensión de corriente directa en el capacitor fue lograda mediante el control de la amplitud de la componente fundamental de la corriente.

La inclusión del objetivo de seguimiento de las armónicas de corriente no creó dificultad en el alcance del objetivo de regulación de tensión de corriente directa, tanto para el caso de seguimiento de una armónica de corriente como para el caso de seguimiento de varias armónicas de corriente.

La única dificultad radica en que las expresiones para las leyes de control, especialmente el caso específico de la ley para la amplitud de la fundamental de la corriente, van incrementando su complejidad en función del objetivo de seguimiento de corriente, sin embargo, las simulaciones mostraron en todos los casos que los objetivos establecidos para regulación y seguimiento pudieron ser alcanzados en forma simultánea.

El valor máximo para el contenido armónico que puede ser compensado por el inversor está dado por la expresión general

$$\sqrt{\sum_{n=2}^N I_n^2} < \frac{V R_s^{-1}}{2}$$

y dependiendo del contenido armónico a compensar, se seleccionarán los valores individuales para cada armónica, cuidando de que se satisfaga la desigualdad anterior.

## 5.2. Inversor multinivel híbrido asimétrico de nueve niveles

En esta sección se presentan cinco casos que corresponden a diversas condiciones de operación del inversor multinivel híbrido asimétrico de nueve niveles. El primero se refiere a la operación en estado estacionario. El segundo evalúa la operación del inversor ante un cambio en los parámetros. El cambio considerado es un incremento en sus valores. El tercero evalúa la operación del inversor ante otro cambio en los parámetros, ahora considerando una disminución en sus valores. El cuarto considera un cambio en la corriente deseada. El quinto caso considera la incorporación de ruido en la señal de retroalimentación. En todos los casos se consideró el modelo promediado del inversor para las simulaciones.

En la figura 5.23 se muestra el diagrama con la estructura general del control para todas las simulaciones para dos convertidores. La única diferencia radica en que  $ruido = 0$  en los primeros cuatro casos, mientras que en el quinto sí se considera ruido en la retroalimentación.

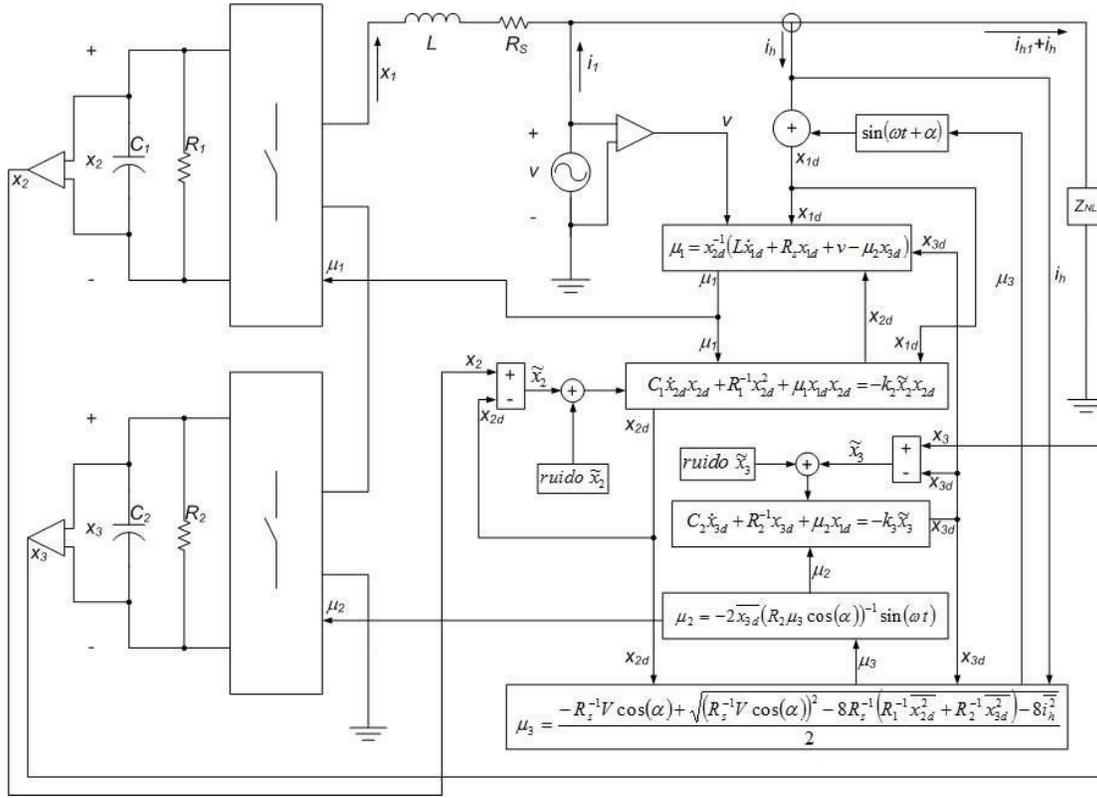


Figura 5.23: Estructura general del control para dos convertidores.

### 5.2.1. Estabilidad en estado estacionario

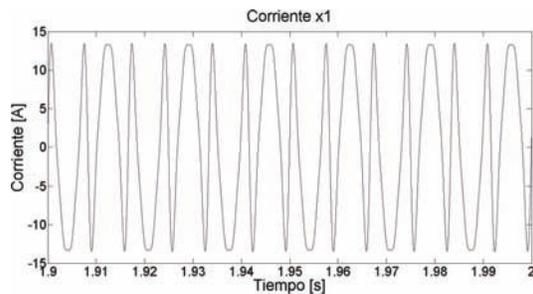
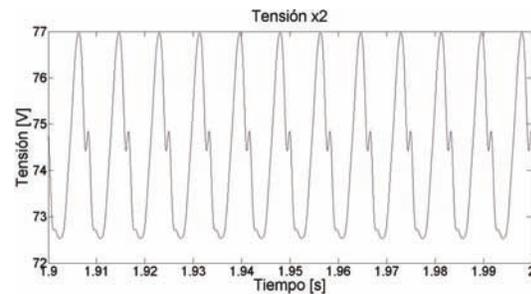
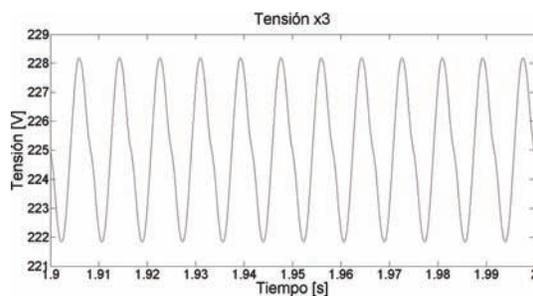
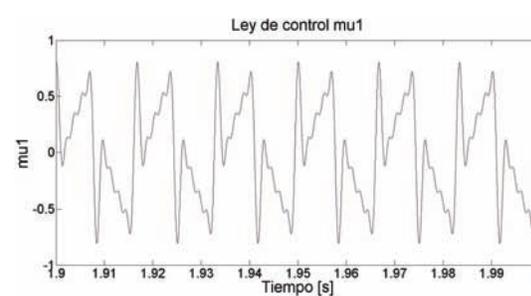
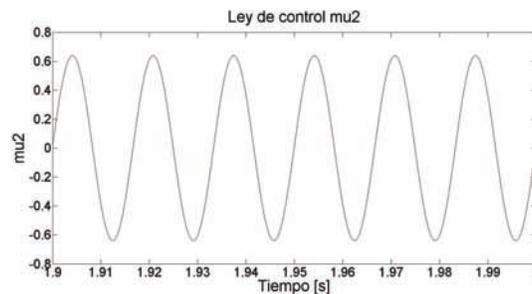
Este caso evalúa que la operación del inversor es estable en estado estacionario, por tal motivo se considera un conjunto inicial de valores para los parámetros, bajo los cuales se diseñaron las leyes de control para el inversor y la corriente deseada no tiene cambios en su estructura durante la simulación.

Los valores utilizados para la simulación de este caso se presentan en el cuadro 5.2 y el tiempo total de simulación fue de 5 segundos.

Cuadro 5.2: Valores de simulación para dos convertidores.

$V$	$L$	$R_s$	$C_1$	$R_1$	$C_2$	$R_2$	$\bar{x}_{2d}$	$\bar{x}_{3d}$
180 V	2 mH	0.8 $\Omega$	2400 $\mu$ F	100 $\Omega$	2400 $\mu$ F	100 $\Omega$	75 V	225 V
$I_3$	$I_5$	$I_7$	$I_9$	$\alpha$	$\varphi_3$	$\varphi_5$	$\varphi_7$	$\varphi_9$
10 A	5 A	2.5 A	1.25 A	0	0	0	0	0
		$f$	$k_1$	$k_2$	$k_3$			
		60 Hz	0.01	0.00008	0.008			

En la figura 5.24 se muestran los últimos 0.1 s de la corriente del inversor, la cual tiene una forma de onda periódica con un valor pico de 13.46 A y con una frecuencia de 60 Hz. Dicha forma de onda consiste en una componente fundamental más tercera, quinta, séptima y novena armónicas, con las amplitudes mostradas en el cuadro 5.2. En la figura se aprecia que la amplitud se mantiene constante, así como la frecuencia de la corriente.

Figura 5.24: Corriente  $x_1$ .Figura 5.25: Tensión  $x_2$ .Figura 5.26: Tensión  $x_3$ .Figura 5.27: Ley de control  $\mu_1$ .Figura 5.28: Ley de control  $\mu_2$  del inversor.

El mismo intervalo de tiempo se muestra para las tensiones  $x_2$  y  $x_3$  de corriente directa para los capacitores  $C_1$  y  $C_2$  en la figura 5.25. La tensión  $x_2$  en donde el valor promedio de la tensión es de 74.38 V. El rizo de la tensión  $x_2$  es de 4.47 V de pico a pico. La figura 5.26 muestra la tensión  $x_3$  en donde el valor promedio de la tensión es de 225 V. El rizo de la tensión  $x_3$  es de 6.35 V de pico a pico.

En la figura 5.27 se muestran los últimos 0.1 s de la forma de onda para la ley de control  $\mu_1$ , la cual es una señal periódica con un valor de pico de aproximadamente 0.8 y una

frecuencia de 60 Hz. En la figura se observa que la amplitud y la frecuencia de la forma de onda se mantienen constantes.

El oscilograma de la figura 5.28 presenta los últimos 0.1 s de la forma de onda para la ley de control  $\mu_2$ , la cual es una señal periódica senoidal con un valor de pico de aproximadamente 0.63 y una frecuencia de 60 Hz. Al igual que en el caso de  $\mu_1$ , se observa que la amplitud y la frecuencia de la forma de onda se mantienen constantes.

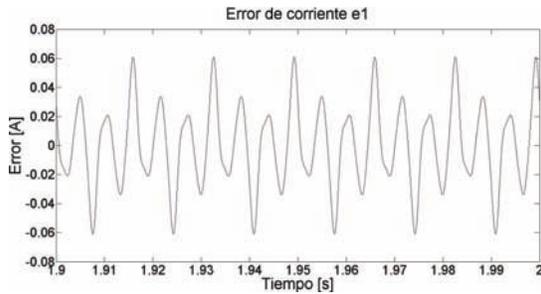


Figura 5.29: Error  $\tilde{x}_1$ .

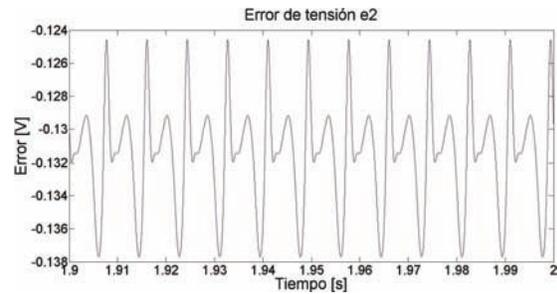


Figura 5.30: Error  $\tilde{x}_2$ .

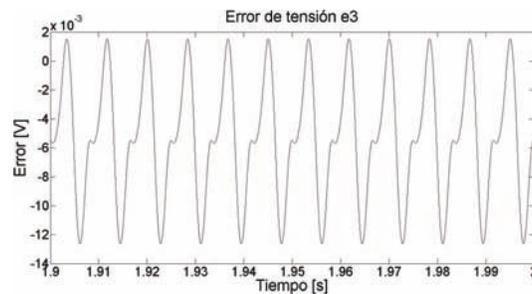


Figura 5.31: Error  $\tilde{x}_3$ .

En la figura 5.29 se muestran los últimos 0.1 s de la forma de onda de la señal del error de la corriente  $\tilde{x}_1$ , la cual es una forma de onda periódica no senoidal con un valor de pico de 0.06 A. La figura 5.30 muestra los últimos 0.1 s del error de tensión  $\tilde{x}_2$ , el cual tiene un valor promedio de -0.13 V, con una componente ondulatoria oscilando entre -0.12 V y -0.13 V. Finalmente, en la figura 5.31 se muestran también los últimos 0.1 s del error de tensión  $\tilde{x}_3$ , el cual tiene un valor promedio de -6 mV, con una componente ondulatoria oscilando entre 2 mV y -13 mV.

### 5.2.2. Cambio de parámetros (incremento) en el inversor

Este caso considera incrementos en los valores de los parámetros del inversor con el propósito de evaluar el desempeño del sistema y de las leyes de control.

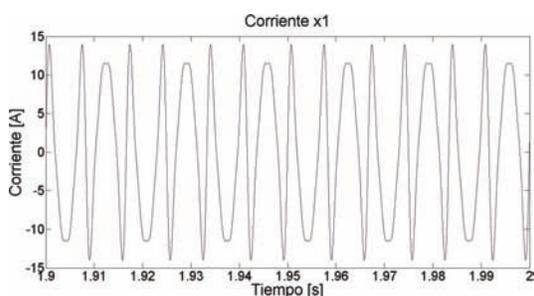
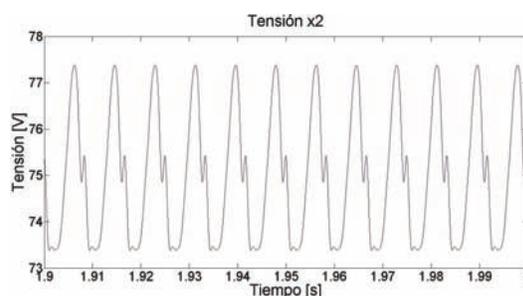
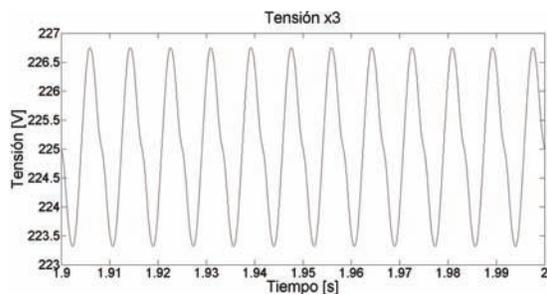
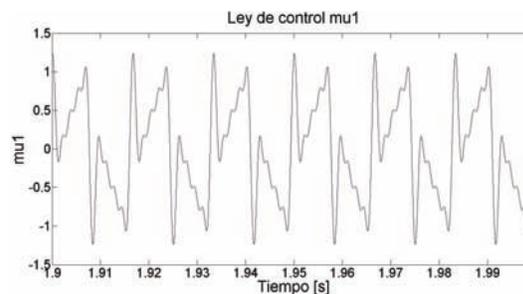
Los valores utilizados para esta simulación se muestran en el cuadro 5.3. Todos los parámetros del sistema fueron incrementados en un 50 % respecto a sus valores originales, mien-

tras que los valores de amortiguamiento, las amplitudes de las armónicas de corriente, la amplitud de la tensión y los valores deseados de las tensiones de corriente directa conservaron sus valores originales.

Cuadro 5.3: Incremento del 50% en los parámetros.

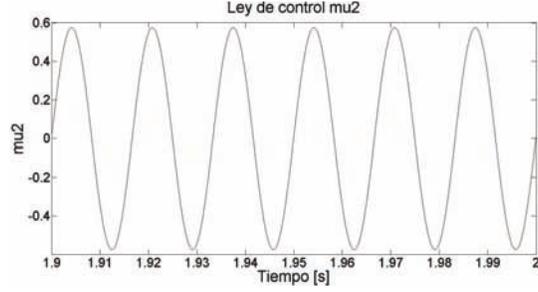
$L$	$R_s$	$C_1$	$R_1$	$C_2$	$R_2$
3 mH	1.2 $\Omega$	3600 $\mu\text{F}$	150 $\Omega$	3600 $\mu\text{F}$	150 $\Omega$

La figura 5.32 muestra los últimos 0.1 s de la forma de onda de la corriente  $x_1$ , donde se observa que ésta es una señal periódica no senoidal, con una frecuencia de 60 Hz y un valor de pico de 13.98 A. En la figura 5.33 se presentan los últimos 0.1 s de la tensión  $x_2$ , la cual tiene un valor promedio de 74.18 V, con un rizo de 4 V de pico a pico. La figura 5.34 muestra los últimos 0.1 s de la tensión  $x_3$ , la cual tiene un valor promedio de 225.03 V y un rizo de 3.43 V de pico a pico.

Figura 5.32: Corriente  $x_1$ .Figura 5.33: Tensión  $x_2$ .Figura 5.34: Tensión  $x_3$ .Figura 5.35: Ley de control  $\mu_1$ .

En la figura 5.35 se observan los últimos 0.1 s de la ley de control  $\mu_1$ , la cual es una señal periódica no senoidal con frecuencia de 60 Hz y tiene un valor de pico de 1.23. La figura 5.36 muestra el mismo tiempo para la ley de control  $\mu_2$ , la cual tiene una forma de onda senoidal con frecuencia de 60 Hz y un valor de pico de 0.57. Se observa que el incremento en los parámetros del inversor trajo como consecuencia un aumento en la amplitud de la ley de control  $\mu_1$  y una disminución en la amplitud de la ley de control  $\mu_2$ .

Si la ecuación 4.87 para la raíz con menor valor absoluto es expresada de la forma siguiente

Figura 5.36: Ley de control  $\mu_2$ .

$$\mu_3 = \frac{-VR_s^{-1} \cos(\alpha) + \sqrt{(-VR_s^{-1} \cos(\alpha))^2 - 8R_s^{-1} \left( R_1^{-1} \overline{x_{2d}^2} + R_2^{-1} \overline{x_{3d}^2} \right) - 4 \sum_{n=2}^N I_n^2}}{2} \quad (5.3)$$

y ahora se considera una función  $\mu'_3$  expresada como

$$\mu'_3 = \frac{-VR_s'^{-1} \cos(\alpha) + \sqrt{(-VR_s'^{-1} \cos(\alpha))^2 - 8R_s'^{-1} \left( R_1'^{-1} \overline{x_{2d}^2} + R_2'^{-1} \overline{x_{3d}^2} \right) - 4 \sum_{n=2}^N I_n^2}}{2} \quad (5.4)$$

en donde  $R'_s = \gamma R_s$ ,  $R'_1 = \gamma R_1$ ,  $R'_2 = \gamma R_2$  y  $\gamma$  es un factor de proporción entre las variables originales y las variables nuevas, fácilmente puede verse que la expresión 5.4 puede reescribirse de la siguiente manera

$$\mu'_3 = \frac{-VR_s^{-1} \cos(\alpha) + \sqrt{(-VR_s^{-1} \cos(\alpha))^2 - 8R_s^{-1} \left( R_1^{-1} \overline{x_{2d}^2} + R_2^{-1} \overline{x_{3d}^2} \right) - 4\gamma^2 \sum_{n=2}^N I_n^2}}{2\gamma} \quad (5.5)$$

Sea  $\gamma = 1,5$ , que corresponde al factor de aumento de los parámetros del inversor, entonces puede observarse fácilmente para este caso que

$$\begin{aligned} & -VR_s^{-1} \cos(\alpha) + \sqrt{(-VR_s^{-1} \cos(\alpha))^2 - 8R_s^{-1} \left( R_1^{-1} \overline{x_{2d}^2} + R_2^{-1} \overline{x_{3d}^2} \right) - 4\gamma^2 \sum_{n=2}^N I_n^2} \\ & < -VR_s^{-1} \cos(\alpha) + \sqrt{(-VR_s^{-1} \cos(\alpha))^2 - 8R_s^{-1} \left( R_1^{-1} \overline{x_{2d}^2} + R_2^{-1} \overline{x_{3d}^2} \right) - 4 \sum_{n=2}^N I_n^2} \end{aligned}$$

y

$$2 < 2\gamma$$

de lo cual se concluye que  $\mu_3 > \mu'_3$ , entonces un aumento del 50 % en los parámetros del inversor trae como consecuencia una disminución en  $\mu_3$ .

Ahora considérese la expresión para el cálculo de  $\mu_2$

$$\mu_2 = -2\overline{x_{3d}}(R_2\mu_3 \cos(\alpha))^{-1} \sin(\omega t) \quad (5.6)$$

en la cual, para evaluar el comportamiento de esta variable se debe de tomar en consideración que  $R_2$  aumenta mientras que  $\mu_3$  disminuye, entonces, sustituyendo  $R_2 = 150 \Omega$  y  $\mu_3 = -7,06$  en (5.6) se tiene que la amplitud de  $\mu_2$  es igual a 0.57, lo cual se traduce en una disminución en  $\mu_2$  cuando los parámetros del inversor aumentan en un 50 %.

Para la ecuación de la ley de control de  $\mu_1$

$$\mu_1 = x_{2d}^{-1}(L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v - \mu_2 x_{3d}) \quad (5.7)$$

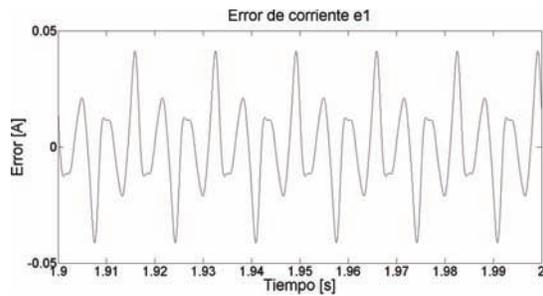
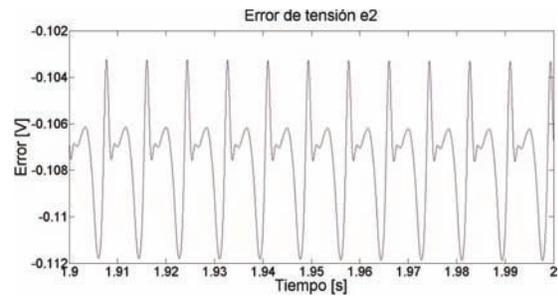
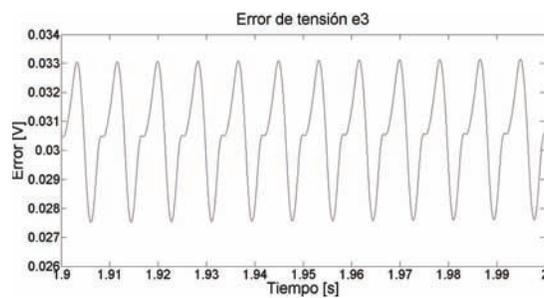
se realizó el análisis fasorial para la componente fundamental únicamente, ya que al considerarse que las armónicas son constantes en amplitud, entonces únicamente los cambios en la fundamental de  $x_{x1d}$  impactan en la amplitud de  $\mu_1$ .

La ecuación (5.7) puede escribirse de la siguiente forma

$$\mu_1 = x_{2d}^{-1}(L\mu_3\omega \cos(\omega t) + R_s\mu_3 \sin(\omega t) + V \sin(\omega t) - \mu_2 x_{3d} \sin(\omega t)) \quad (5.8)$$

y asumiendo que  $x_{2d}$  y  $x_{3d}$  toman los valores deseados de 75 V y 225 V respectivamente y sustituyendo los valores nominales de los parámetros se tiene que  $\mu_1 = 0,44|9,26^\circ$ , mientras que incrementando en un 50 % los valores como se muestra en el cuadro 5.3 se tiene que  $\mu_1 = 1,20|3,74^\circ$ , entonces al aumentar un 50 % los parámetros del inversor la ley de control aumenta su amplitud.

En la figura 5.37 se muestran los últimos 0.1 s de la señal de error  $\tilde{x}_1$ , en donde se observa que ésta es una señal periódica no senoidal, con una frecuencia de 60 Hz y un valor de pico de 4.12 mA. La figura 5.38 muestra los últimos 0.1 s de la señal de error  $\tilde{x}_2$  cuyo valor promedio es de -0.1 V y una componente ondulatoria que oscila entre -0.1 V y -0.11 V. Finalmente, en la figura 5.39 se muestran los últimos 0.1 s de la señal de error  $\tilde{x}_3$ , la cual tiene un valor promedio de 0.03 V con una componente ondulatoria que oscila entre 0.03 V y 0.02 V.

Figura 5.37: Error de corriente  $\tilde{x}_1$ .Figura 5.38: Error de tensión  $\tilde{x}_2$ .Figura 5.39: Error de tensión  $\tilde{x}_3$ .

### 5.2.3. Cambio de parámetros (decremento) en el inversor

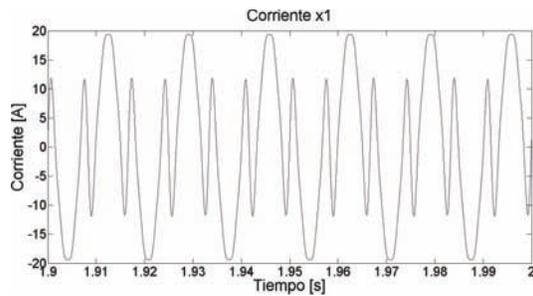
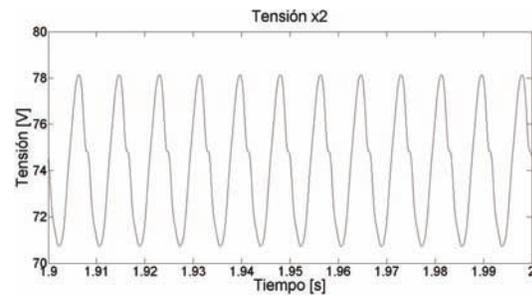
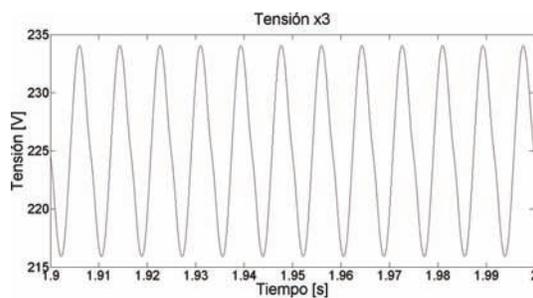
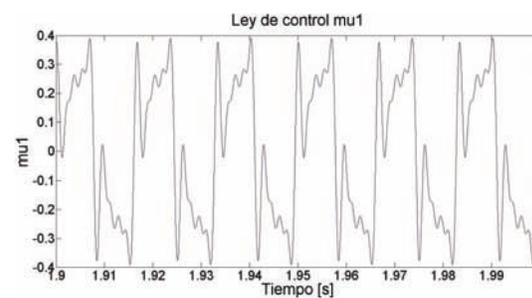
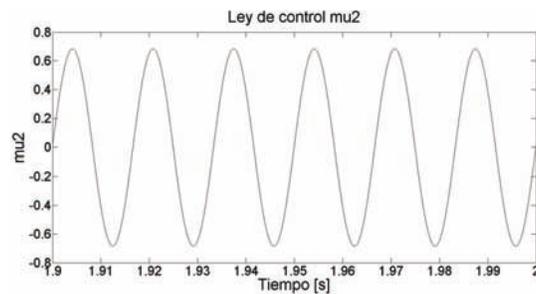
Este caso considera disminuciones en los valores de los parámetros del inversor con el propósito de volver a evaluar el desempeño del sistema y de las leyes de control ante este tipo de variaciones en los parámetros.

Los valores utilizados para este caso se muestran en el cuadro 5.4 y el tiempo total de simulación también fue de 2 segundos. Todos los parámetros del sistema fueron reducidos en un 50 % respecto a sus valores originales, dejando con sus valores originales los relativos al amortiguamiento, amplitudes de las armónicas de corriente, amplitud de la tensión y valores deseados de las tensiones de corriente directa.

Cuadro 5.4: Decremento del 50 % en los parámetros.

$L$	$R_s$	$C_1$	$R_1$	$C_2$	$R_2$
1 mH	0.4 $\Omega$	1200 $\mu\text{F}$	50 $\Omega$	1200 $\mu\text{F}$	50 $\Omega$

En la figura 5.40 se muestran los últimos 0.1 s de la forma de onda de la corriente  $x_1$ , donde se observa que ésta es una señal periódica no senoidal, con una frecuencia de 60 Hz y un valor de pico de 19.377 A. En la figura 5.41 se presentan los últimos 0.1 s de la tensión  $x_2$ , la cual tiene un valor promedio de 74.21 V, con un rizo de 7.88 V de pico a pico. La figura 5.42 muestra los últimos 0.1 s de la tensión  $x_3$ , la cual tiene un valor promedio de 224.96 V y un rizo de 18.11 V de pico a pico.

Figura 5.40: Corriente  $x_1$ .Figura 5.41: Tensión  $x_2$ .Figura 5.42: Tensión  $x_3$ .Figura 5.43: Ley de control  $\mu_1$ .Figura 5.44: Ley de control  $\mu_2$ .

En la figura 5.43 se observan los últimos 0.1 s de la ley de control  $\mu_1$ , la cual es una señal periódica no senoidal con frecuencia de 60 Hz y tiene un valor de pico de 0.39. La figura 5.36 muestra el mismo tiempo para la ley de control  $\mu_2$ , la cual tiene una forma de onda senoidal con frecuencia de 60 Hz y un valor de pico de 0.68. Se observa que el decremento en los parámetros del inversor trajo como consecuencia un decremento en la amplitud de la ley de control  $\mu_1$  y un incremento en la amplitud de la ley de control  $\mu_2$ .

Considérese la ecuación (5.5) para  $\gamma = 0,5$  que es el nuevo factor de escala, entonces puede verse fácilmente que

$$\begin{aligned}
& -VR_s^{-1}\cos(\alpha) + \sqrt{(-VR_s^{-1}\cos(\alpha))^2 - 8R_s^{-1}\left(R_1^{-1}\overline{x_{2d}^2} + R_2^{-1}\overline{x_{3d}^2}\right) - 4\gamma^2\sum_{n=2}^N I_n^2} \\
& > -VR_s^{-1}\cos(\alpha) + \sqrt{(-VR_s^{-1}\cos(\alpha))^2 - 8R_s^{-1}\left(R_1^{-1}\overline{x_{2d}^2} + R_2^{-1}\overline{x_{3d}^2}\right) - 4\sum_{n=2}^N I_n^2}
\end{aligned}$$

y

$$2 > 2\gamma$$

de lo cual se concluye que  $\mu_3 < \mu'_3$ , entonces una disminución del 50% en los parámetros del inversor trae como consecuencia un incremento en  $\mu_3$ .

Tomando en consideración la expresión 5.6 y sustituyendo los valores  $R_2 = 50 \Omega$ ,  $\mu_3 = -13,18$ , entonces se tiene que la amplitud de  $\mu_2$  es igual a 0.68, lo cual se traduce en un incremento en la amplitud de  $\mu_2$  al disminuir los parámetros del inversor en un 50%.

Para la ecuación de la ley de control  $\mu_1$  se hizo el análisis de la componente fundamental para la forma expresada en (5.8) sustituyendo los parámetros dados en el cuadro 5.4 se tiene que  $\mu_1 = 0,29|12,85^\circ$ , lo cual implica que un decremento del 50% en los parámetros del inversor trae como consecuencia que la ley de control  $\mu_1$  disminuya su amplitud.

En la figura 5.45 se muestran los últimos 0.1 s de la señal de error  $\tilde{x}_1$ , en donde se observa que ésta es una señal periódica no senoidal, con una frecuencia de 60 Hz y un valor de pico de 0.11725 A. La figura 5.46 muestra los últimos 0.1 s de la señal de error  $\tilde{x}_2$  cuyo valor promedio es de -0.11 V y una componente ondulatoria que oscila entre -0.096 V y -0.12142 V. Finalmente, en la figura 5.47 se muestran los últimos 0.1 s de la señal de error  $\tilde{x}_3$ , la cual tiene un valor promedio de 0.07 V con una componente ondulatoria que oscila entre -0.0375 V y -0.11355 V.

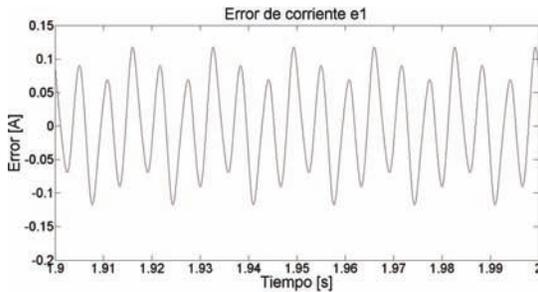


Figura 5.45: Error de corriente  $\tilde{x}_1$ .

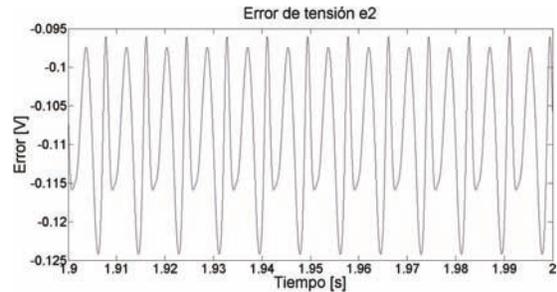
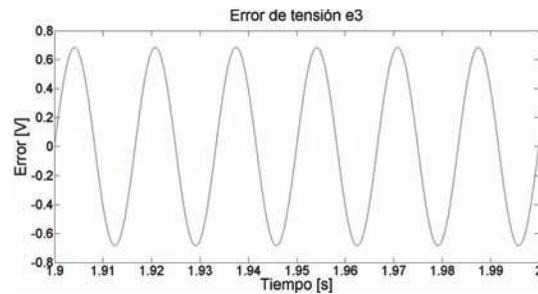


Figura 5.46: Error de tensión  $\tilde{x}_2$ .

Figura 5.47: Error de tensión  $\tilde{x}_3$ .

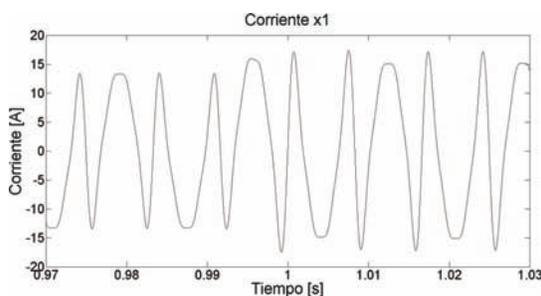
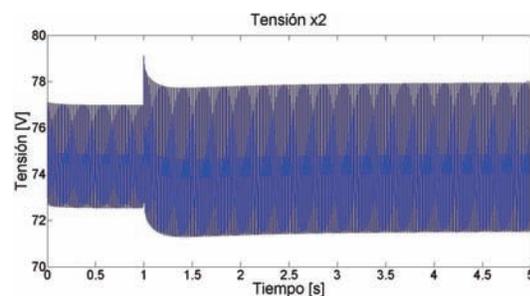
#### 5.2.4. Cambio en la corriente deseada

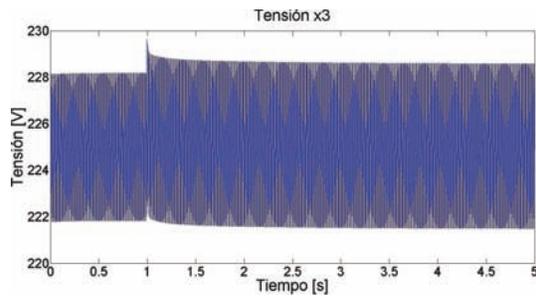
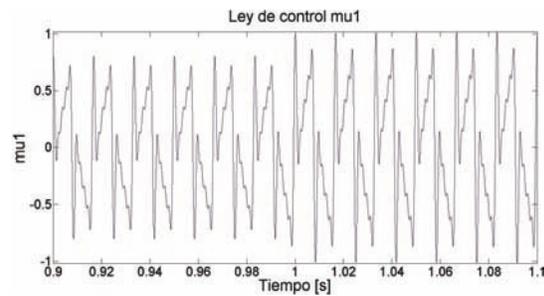
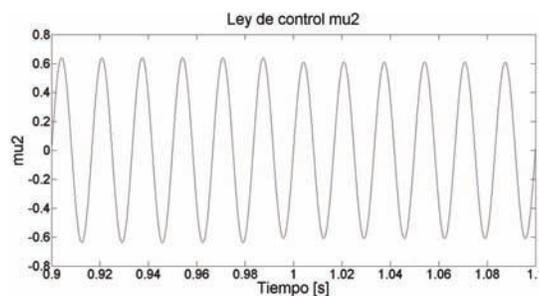
El séptimo caso muestra una simulación considerando un cambio en la corriente de carga, es decir, una variación en la corriente deseada para evaluar la robustez del controlador ante cambios en la señal de referencia de la corriente y el impacto en el objetivo de regulación de tensiones de corriente directa.

Los parámetros utilizados para esta simulación corresponden a los mostrados en el cuadro 5.2. El cambio consiste en un incremento del 25 % en la amplitud de todas las armónicas una vez transcurridos 1 s de simulación con el propósito de observar la respuesta transitoria en el estado y las leyes de control y las señales de error, así como la respuesta en estado estable.

El tiempo total de simulación fue de 5 segundos, pero en este caso, no todas las gráficas se muestran para los mismos valores de tiempo.

En la figura 5.48 se muestra la corriente  $x_1$  desde 0.975 s hasta 1.025 s, en donde se aprecia el cambio en la corriente de compensación del inversor y la rapidez en la dinámica de la corriente ante el cambio en la corriente deseada. Las figuras 5.49 y 5.50 muestran el tiempo completo de 5 s de la simulación en donde se aprecia cómo la respuesta dinámica de las dos tensiones de corriente directa  $x_2$  y  $x_3$  es mucho más lenta que la respuesta dinámica de la corriente  $x_1$ . El valor promedio de  $x_2$  cae de 74.38 V a 74.117 V, mientras que el valor promedio de  $x_3$  tiene una ligera elevación de 225.0055 V a 225.0411 V.

Figura 5.48: Corriente  $x_1$ .Figura 5.49: Tensión  $x_2$ .

Figura 5.50: Tensión  $x_3$ .Figura 5.51: Ley de control  $\mu_1$ .Figura 5.52: Ley de control  $\mu_2$ .

La figura 5.51 muestra la forma de onda de la ley de control  $\mu_1$  desde 0.9 s hasta 1.1 s, en donde se aprecia el aumento en su amplitud al momento de que aumenta la corriente deseada. Se aprecia que la ley de control  $\mu_1$  llega a una amplitud 1.01 en estado estacionario. La figura 5.52 muestra la ley de control  $\mu_2$  desde 0.9 s hasta 1.1 s, en donde se observa que con el aumento en la corriente deseada se produce una reducción en la amplitud de  $\mu_2$ , la cual llega a 0.6083.

En la figura 5.53 se muestra el error de corriente  $\tilde{x}_1$  para un lapso de tiempo que va de 0.8 s a 2.0 s, en donde se observa un transitorio unipolar en la señal de error, el cual alcanza un valor de pico de 2.56 A y se amortigua en 0.05 segundos. La figura 5.54 muestra el error de tensión  $\tilde{x}_2$  el cual experimenta un transitorio bipolar, en donde la parte positiva alcanza un valor de pico de 0.122 V y la parte negativa de -0.387 V, mientras que el tiempo de amortiguamiento del transitorio es de 0.8 s. Finalmente, en la figura ?? muestra el error de tensión  $\tilde{x}_3$  para un intervalo de tiempo de 0.8 s a 2.0 s, el cual tiene un transitorio de tipo unipolar el cual alcanza un valor de pico de 0.857 V y se amortigua en 0.8 s.

### 5.2.5. Ruido en la retroalimentación

En el octavo caso se consideró la adición de una señal de ruido en la simulación. La señal de ruido se incorporó en la retroalimentación del sistema y el ruido utilizado consistió en una señal a la frecuencia del sistema, algo que es muy común en los sistemas eléctricos en donde se tiene acoplamiento de la señal de potencia de 60 Hz en los conductores que

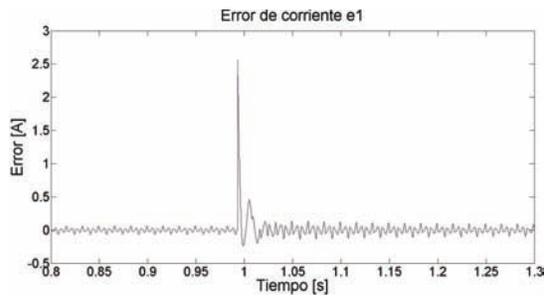


Figura 5.53: Error de corriente  $\tilde{x}_1$ .

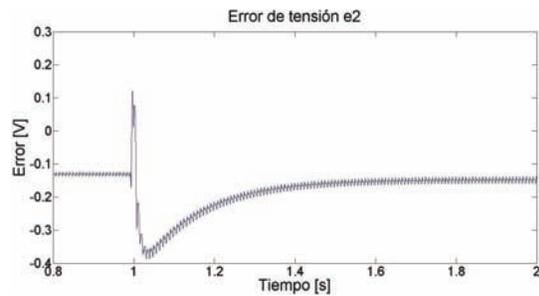


Figura 5.54: Error de tensión  $\tilde{x}_2$ .

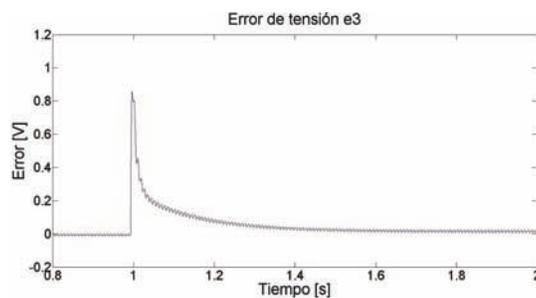


Figura 5.55: Error de tensión  $\tilde{x}_3$ .

transportan señales pequeñas al llevar una ruta paralela a los conductores de potencia. Esta señal se consideró con una amplitud del 0.5% de la amplitud de la tensión de la red, es decir 0.9 V de pico. El tiempo de simulación considerado es de 2 segundos.

En la figura 5.56 se muestra los últimos 0.1 s de la corriente de compensación  $x_1$  del inversor, la cual tiene un valor de pico de 13.4 A y ésta es una señal periódica con una frecuencia de 60 Hz. La figura 5.57 muestra los últimos 0.1 s de la tensión  $x_2$  la cual tiene un valor promedio de 74.3712 V con un rizo de 4.4465 V de pico a pico. La figura 5.58 muestra los últimos 0.1 s de la tensión, la cual tiene un valor promedio de 224.9927 V con un rizo de 6.3444 V de pico a pico.

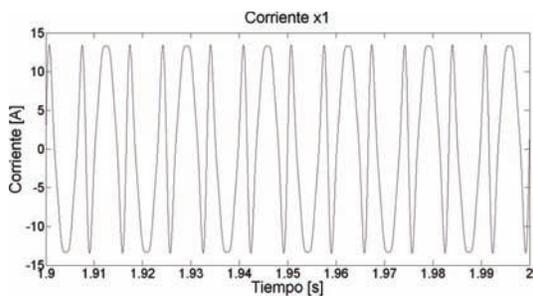


Figura 5.56: Corriente  $x_1$ .

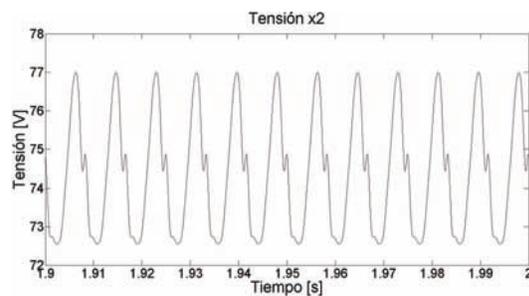


Figura 5.57: Tensión  $x_2$ .

La figura 5.59 muestra los 0.1 s de la forma de onda de la ley de control  $\mu_1$ , la cual es una señal periódica con un valor de pico de 0.804. En la figura 5.60 se muestra la forma

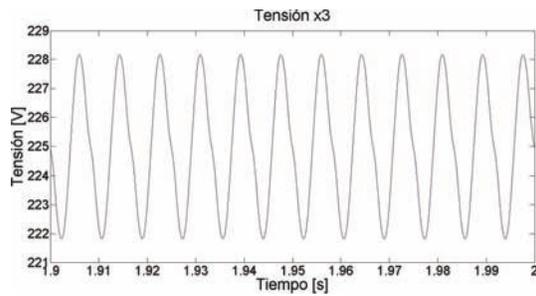


Figura 5.58: Tensión  $x_3$ .

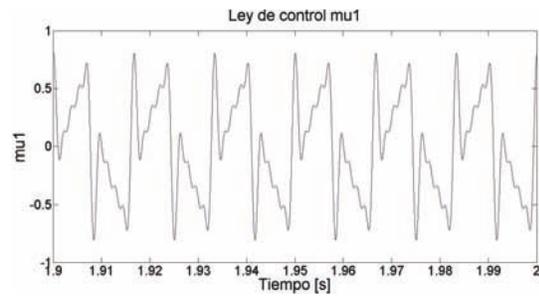


Figura 5.59: Ley de control  $\mu_1$ .

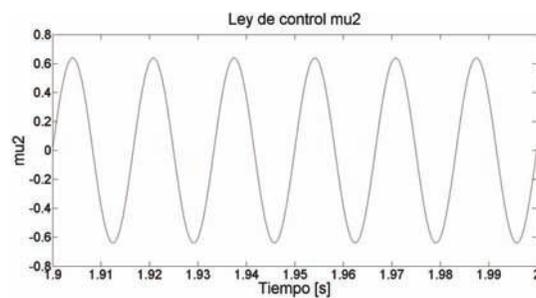


Figura 5.60: Ley de control  $\mu_2$ .

de onda de la ley de control  $\mu_2$ , la cual tiene una forma de onda periódica con un valor de pico de 0.6384.

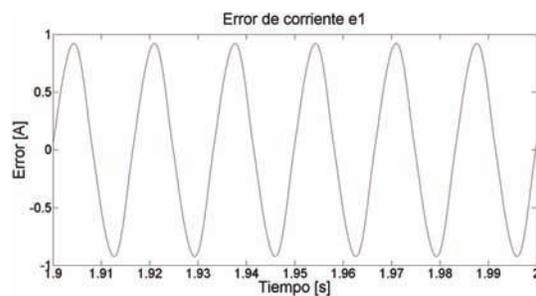


Figura 5.61: Error de corriente  $\tilde{x}_1$ .

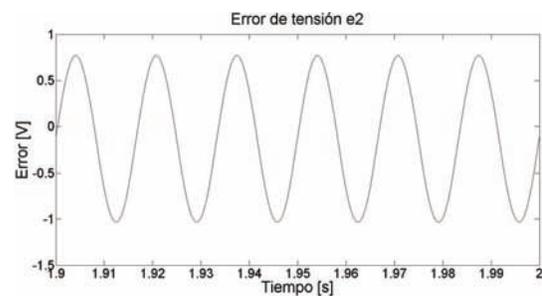
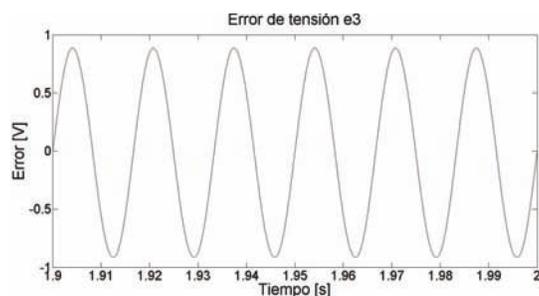


Figura 5.62: Error de tensión  $\tilde{x}_2$ .

En la figura 5.61 se muestran los 0.1 s de la forma de onda de la señal del error de corriente  $\tilde{x}_1$ , la cual tiene una amplitud de 0.9214 A. La figura 5.62 muestra los últimos 0.1 s del error de tensión  $\tilde{x}_2$ , la cual tiene un valor promedio de -0.2 V con una componente ondulatoria que oscila entre los 0.77 V y -1.031 V. Finalmente, la figura 5.63 muestra los últimos 0.1 s del error de tensión  $\tilde{x}_3$ , cuyo valor promedio es de -0.1405 V y con una componente ondulatoria que oscila entre 0.8865 V y -0.9146 V.

Figura 5.63: Error de tensión  $\tilde{x}_3$ .

### 5.2.6. Comentarios respecto al control del inversor multinivel

Las pruebas correspondientes al caso 4 tuvieron el propósito de evaluar que el inversor alcanza estabilidad en estado estacionario bajo las condiciones establecidas por los valores mostrados en el cuadro 5.2. Los resultados de dichas pruebas muestran que no se presentan condiciones de inestabilidad en estado estacionario tanto para la corriente  $x_1$  como para las tensiones de corriente directa  $x_2$  y  $x_3$ , las cuales presentan valores pequeños de error respecto a sus valores deseados, siendo el error de tensión  $\tilde{x}_2$  la variable que tuvo el error mayor en magnitud. Se observa que la ley de control  $\mu_1$  mantiene sus valores positivos y negativos dentro del intervalo  $(-1, 1)$ . De acuerdo al diseño para esta ley de control se esperaba que su forma de onda fuese una señal periódica no senoidal, lo cual se confirmó con la simulación correspondiente. Para la ley de control  $\mu_2$  también se puede ver que sus valores positivos y negativos de pico quedan dentro del intervalo  $(-1, 1)$ . El diseño de esta ley de control debe de producir una forma de onda periódica senoidal, lo cual también fue corroborado en la simulación del caso.

El caso de incremento del 50% en los parámetros del inversor tuvo como consecuencias una disminución en la amplitud de la componente fundamental de la corriente  $x_{1d}$  determinada por  $\mu_3$ , la amplitud de la ley de control  $\mu_2$  disminuye también, mientras que la amplitud de la ley de control  $\mu_1$  aumenta. Como conclusión para este caso, el aumento del 50% en los valores de los parámetros del inversor no representó un incremento significativo en las variables, salvo la ley de control  $\mu_1$ . Para evitar este problema se requeriría aumentar el nivel de tensión del convertidor de alta frecuencia y, por consiguiente, también aumentar la tensión del convertidor de baja frecuencia.

En el caso de decremento del 50% en los parámetros del inversor tuvo como consecuencias un aumento en la amplitud de la componente fundamental de la corriente  $x_1$  determinada por  $\mu_3$ , la amplitud de la ley de control  $\mu_2$  aumenta también, mientras que la amplitud de la ley de control  $\mu_1$  disminuye. Como conclusión para este caso, la disminución del 50% en los valores de los parámetros del inversor tuvo un impacto notable en las variables, especialmente en el valor de pico de la corriente de compensación, la cual incrementó su amplitud. El nivel de rizo en las dos tensiones  $x_2$  y  $x_3$  se incrementó con la reducción de los valores de los parámetros y los errores se incrementaron, especialmente el error de

corriente  $\tilde{x}_1$ .

El caso del cambio en la corriente de carga consistió en un aumento del 50 % en la amplitud de todas las armónicas consideradas en el caso nominal. La corriente  $x_1$  cambió rápidamente su amplitud (aproximadamente en un ciclo) al presentarse el aumento de la corriente, lo cual lleva a la conclusión de que la dinámica de la corriente es muy rápida. Las tensiones se caracterizaron por tener dinámicas mucho más lentas requiriendo de aproximadamente unos 4 segundos para alcanzar nuevamente su estado estable (en donde el valor promedio de la tensión se mantiene constante). La ley de control  $\mu_1$  aumentó su valor de amplitud hasta 1.01, lo cual se traduciría en que el convertidor de alta frecuencia operaría con una pequeña saturación, mientras que la ley de control  $\mu_2$  tuvo una amplitud de 0.6083, lo cual no presenta problema alguno en la operación del convertidor de baja frecuencia. Como conclusión del caso de cambio de carga, las leyes de control del inversor multinivel híbrido de nueve niveles demostraron ser robustas ante el cambio en la corriente deseada. Aunque se presentaron fenómenos transitorios, las variables controladas tuvieron un comportamiento estable en estado estacionario.

El caso de incorporación de ruido en la retroalimentación consiste en inyectar ruido de 60 Hz con un amplitud de 0.9 V de pico. La simulación muestra que a pesar de la presencia del ruido, las variables eléctricas del inversor cambiaron ligeramente, el rizo se incrementó también en el caso de ambas tensiones de corriente directa y, por supuesto, el error en todos los casos aumentó por la presencia del ruido, sin embargo, las señales de control se mantuvieron dentro de sus límites operativos y el sistema observó ser estable en estado estacionario en la presencia de ruido en la retroalimentación.

## 5.3. Simulaciones en PSIM

### 5.3.1. Aspectos relativos a la implementación del controlador

#### Obtención del contenido armónico de $x_{1d}$

La corriente deseada  $x_{1d}$  cuya estructura está dada por la siguiente ecuación

$$x_{1d} = \mu_3 \sin(\omega t + \alpha) + \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \quad (5.9)$$

requiere que se conozca la corriente inyectada en la red por el dispositivo no lineal, la cual tiene la siguiente estructura

$$i_{NL} = \sum_{n=1}^N I_{NLn} \sin(n\omega t + \varphi_n) = I_{NL1} \sin(\omega t + \varphi_1) + \sum_{n=2}^N I_{NLn} \sin(n\omega t + \varphi_n) \quad (5.10)$$

El contenido armónico  $i_h$  de la corriente inyectada en la red por el dispositivo no lineal, ecuación (5.9), es el mismo contenido armónico de la ecuación (5.10), es decir

$$i_h = \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t + \varphi_n) = \sum_{n=2}^N I_{NLn} \sin(n\omega t + \varphi_n)$$

La amplitud  $\mu_3$  de la componente fundamental de la corriente deseada  $x_{1d}$  constituye el grado de libertad adicional creado para controlar la tensión en el lado de corriente directa de los convertidores del inversor, es decir, el término  $\mu_3 \sin(\omega t + \alpha)$  no es la componente fundamental de la corriente inyectada en la red por el dispositivo no lineal.

Para obtener el contenido armónico de la corriente  $i_{NL}$  se recurrió a una transformación  $dq$  monofásica, la cual consiste en un marco de referencia ortogonal rotatorio en donde el eje  $d$  representa una variable eléctrica real, mientras que el eje  $q$  representa una variable eléctrica ficticia con un ángulo de fase de  $90^\circ$  respecto a la variable real [58].

El marco de referencia rotatorio de la transformación  $dq$  gira a una velocidad  $\theta = \omega t$ , la cual corresponde a la frecuencia de la componente fundamental. Al aplicar la transformación  $dq$  a la corriente  $i_{NL}$  la componente fundamental de dicha corriente se convierte en una constante, mientras que el contenido armónico de  $i_{NL}$  son funciones periódicas.

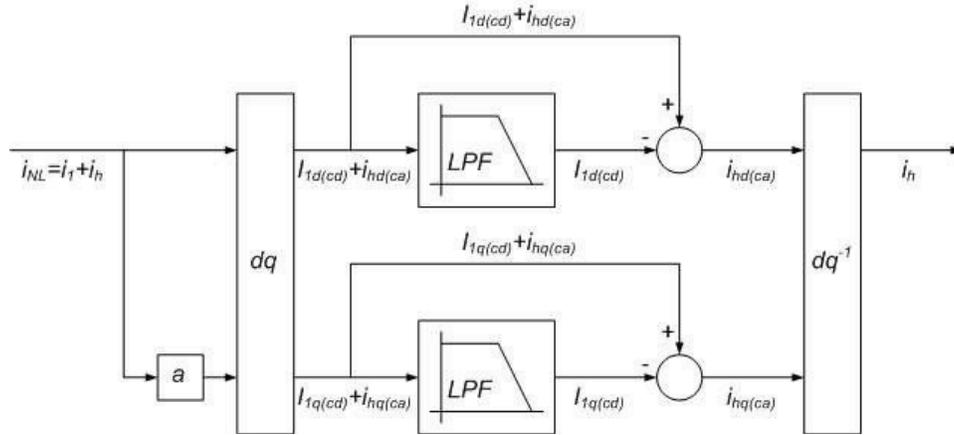
La variable eléctrica real  $i_r$  es la corriente  $i_{NL}$ , mientras que la variable eléctrica ficticia  $i_f$  es la corriente  $i_{NL}$  desplazada  $-90^\circ$ . Las variables en el marco de referencia  $dq$  se obtienen a partir de las variables real y ficticias mediante la expresión

$$i_{dq} = T i_{rf} \quad (5.11)$$

en donde

$$i_{dq} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}, i_{rf} = \begin{bmatrix} i_r \\ i_f \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} \sin(\theta) & -\cos(\theta) \\ \cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix}$$

El esquema utilizado para separar el contenido armónico de la corriente  $i_{NL}$  de la componente fundamental se muestra en la figura 5.64. Una vez que se obtienen las componentes  $i_d$  e  $i_q$  de la corriente  $i_{NL}$  éstas son filtradas mediante un filtro paso bajas y las señales obtenidas del proceso de filtrado son restadas de las señales originales para obtener el contenido armónico de  $i_d$  e  $i_q$ ; finalmente se aplica una transformación inversa  $dq^{-1}$  para obtener la corriente  $i_{NL}$  sin la componente fundamental [59].


 Figura 5.64: Obtención del contenido armónico de  $i_{NL}$ .

Debe observarse que aunque se requiere que  $x_{1d}$  tenga una estructura de acuerdo a la expresión (5.9), en donde la serie de Fourier de la corriente  $x_{1d}$  se asume conocida, para la obtención del contenido armónico de  $x_{1d}$  en realidad no se requirió del cálculo de los coeficientes de la serie de Fourier.

### Cálculo de la ley de control $\mu_3$

La ley de control  $\mu_3$  para el control de las tensiones de corriente directa de los convertidores del inversor, dada por la siguiente ecuación

$$\mu_3 = \frac{-VR_s^{-1} \cos(\alpha) \pm \sqrt{(-VR_s^{-1} \cos(\alpha))^2 - 8R_s^{-1} \left( R_1^{-1}x_{2d}^2 + R_2^{-1}x_{3d}^2 \right) - 4 \sum_{n=2}^N I_n^2}}{2}$$

requiere de conocer el contenido armónico de la corriente  $x_{1d}$  obtenido mediante la transformación  $dq$ . Debido a que es necesario calcular una sumatoria del cuadrado de las amplitudes de las armónicas de corriente que se requiere para el cálculo de  $\mu_3$ , entonces en primera instancia es necesario el conocer los coeficientes de la serie de Fourier, mediante el cálculo de la transformada discreta de Fourier o la transformada rápida de Fourier, asumiendo que  $x_{1d}$  es una función muestreada [5].

Para evitar el cálculo de la transformada rápida de Fourier se asumió que siendo conocidos los coeficientes de la serie de Fourier del contenido armónico de  $x_{1d}$  se tiene que

$$i_h = \sum_{n=2}^N I_n \sin(n\omega t + \varphi_n)$$

y, elevando al cuadrado el contenido armónico se tiene

$$2i_h^2 = \sum_{n=2}^N I_n^2 [1 - \cos(2n\omega t + 2\varphi_n)]$$

Obteniendo el valor promedio para ambos lados de la igualdad anterior

$$2\overline{i_h^2} = \sum_{n=2}^N I_n^2 \tag{5.12}$$

De la ecuación (5.12) se concluye que no es necesario calcular los coeficientes de la serie de Fourier del contenido armónico de la corriente  $x_{1d}$ , sino que basta con elevar al cuadrado el contenido armónico, obtener el valor promedio del cuadrado y multiplicar por dos para calcular la sumatoria del cuadrado de las amplitudes de los términos de la serie de Fourier de  $x_{1d}$ , entonces la ley de control  $\mu_3$  se puede implementar como

$$\mu_3 = \frac{-VR_s^{-1} \cos(\alpha) \pm \sqrt{(-VR_s^{-1} \cos(\alpha))^2 - 8R_s^{-1} (R_1^{-1}\overline{x_{2d}^2} + R_2^{-1}\overline{x_{3d}^2}) - 8\overline{i_h^2}}}{2}$$

donde  $i_h$  es el contenido armónico que el dispositivo no lineal le inyecta a la red.

Se llevaron a cabo simulaciones en PSIM con el propósito de evaluar que la operación ante un cambio de carga del inversor multinivel híbrido asimétrico de nueve niveles sea estable. Los parámetros utilizados son los mostrados en el cuadro 5.5.

Cuadro 5.5: Valores de simulación para dos convertidores en PSIM.

$V$	$L$	$R_s$	$C_1$	$R_1$	$C_2$	$R_2$	$\overline{x_{2d}}$	$\overline{x_{3d}}$
3396 V	10.5 mH	0.8 $\Omega$	1333 $\mu\text{F}$	19900 $\Omega$	2653 $\mu\text{F}$	10000 $\Omega$	1750 V	5250 V
		$f$	$k_1$	$k_2$	$k_3$			
		60 Hz	128.0	-0.5	-0.9			

La figura 5.65 muestra el diagrama del circuito como se simuló en PSIM. El tiempo total de simulación es de 20 segundos, aunque en algunas gráficas se presentan con tiempos menores con el propósito de tener mayor detalle en las formas de onda presentadas.

En la figura 5.66 se muestran los primeros 50 ms de las formas de onda de la corriente del dispositivo no lineal (gráfica superior), la corriente de compensación inyectada por el filtro activo en el punto de acoplamiento común (gráfica central) y la corriente en el

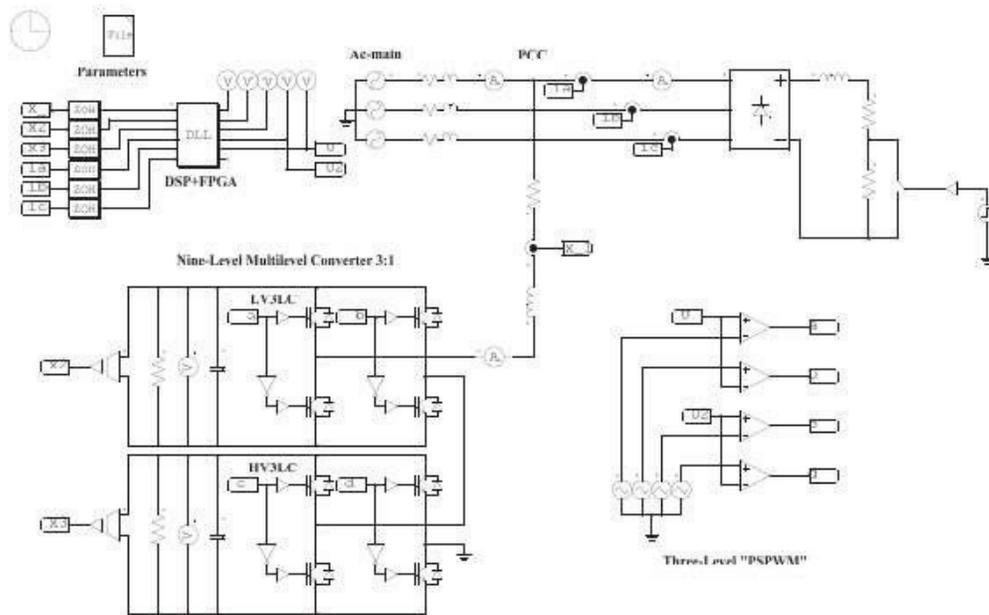


Figura 5.65: Diagrama del circuito simulado en PSIM.

suministro (gráfica inferior). Se observa que la corriente del suministro prácticamente es una forma de onda senoidal, con una muy ligera distorsión armónica.

La figura 5.67 muestra las tensiones en los capacitores del inversor. El intervalo de tiempo mostrado es de 20 segundos, en donde se observa que ocurre un cambio en la resistencia de carga a los 10 segundos de simulación. La forma de onda superior corresponde al convertidor de alta frecuencia (menor tensión), mientras que la forma de onda inferior corresponde al convertidor de baja frecuencia (mayor tensión). Se observa que la tensión del convertidor de tensión alta tiene una mejor regulación que la tensión del convertidor de tensión baja, ya que en este último se observan unas pequeñas oscilaciones en el valor promedio, motivadas por las armónicas en la ley de control.

En la figura 5.68 se muestra un acercamiento de las tensiones medidas y deseadas, cuyas gráficas son mostradas para un intervalo de tiempo de 1.15 s. La gráfica superior corresponde al convertidor de alta frecuencia, mientras que la inferior corresponde al convertidor de baja frecuencia. Se observa que las tensiones  $x_2$  y  $x_{2d}$  del convertidor de alta frecuencia alcanzan un valor máximo de 1.9 kV al mismo tiempo. Incluso se observa que ambas formas de onda son idénticas. Por otra parte, para el convertidor de baja frecuencia, las tensiones  $x_3$  y  $x_{3d}$  alcanzan un valor mínimo de 5.05 kV, el cual se presenta en forma simultánea. También se observa que ambas formas de onda son idénticas.

En la figura 5.69 se muestran las gráficas de las leyes de control  $\mu_1$  del convertidor de alta (gráfica superior) frecuencia y  $\mu_2$  del convertidor de baja frecuencia (gráfica inferior). En la gráfica para  $\mu_2$  se observa que esta ley de control consiste en una señal periódica

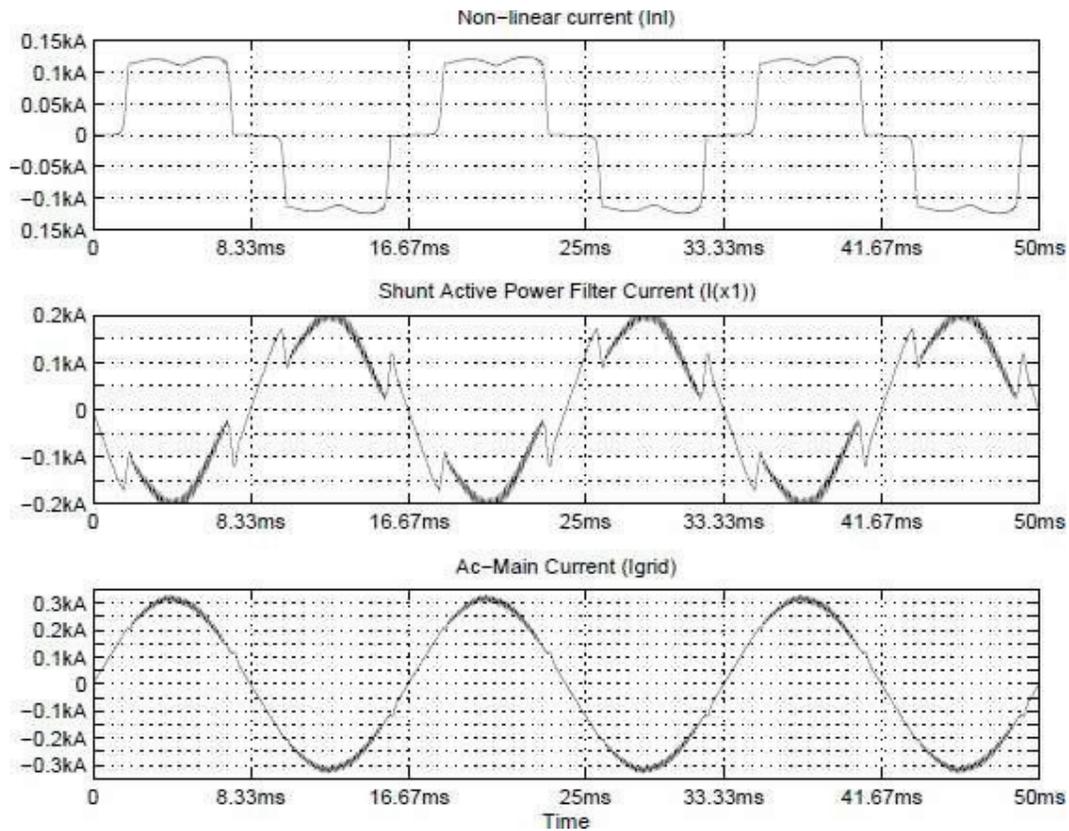


Figura 5.66: Corriente del dispositivo no lineal (superior), de compensación (centro) y del suministro (inferior).

senoidal de baja frecuencia (60 Hz), cuyo valor de pico es aproximadamente 0.6, mientras que la gráfica para  $\mu_1$  muestra que ésta es una señal que contiene componentes de alta frecuencia, las cuales se encargan de compensar a las armónicas de la corriente; además, se observa que el valor de pico de la ley de control supera el límite de 1.0, a partir del cual se presenta saturación en la amplitud de la tensión de salida.

Finalmente, en la figura 5.70 se muestran las formas de onda para la corriente del dispositivo no lineal  $I_{nl}$  (gráfica superior) y del suministro  $I_{grid}$  (gráfica inferior) al momento del cambio en la carga. Puede observarse que la corriente del suministro presenta un transitorio de tipo exponencial, el cual afecta el crecimiento de la amplitud de la onda de corriente del suministro. Este transitorio tiene una duración aproximada de 0.3 s.

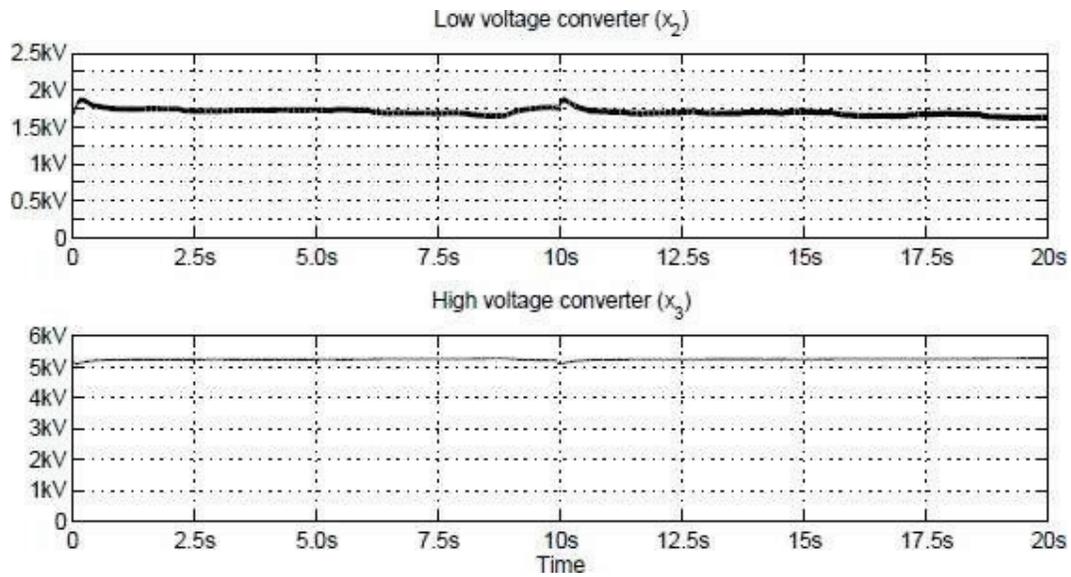


Figura 5.67: Tensiones  $x_2$  (superior) y  $x_3$  (inferior) para 20 s de simulación.

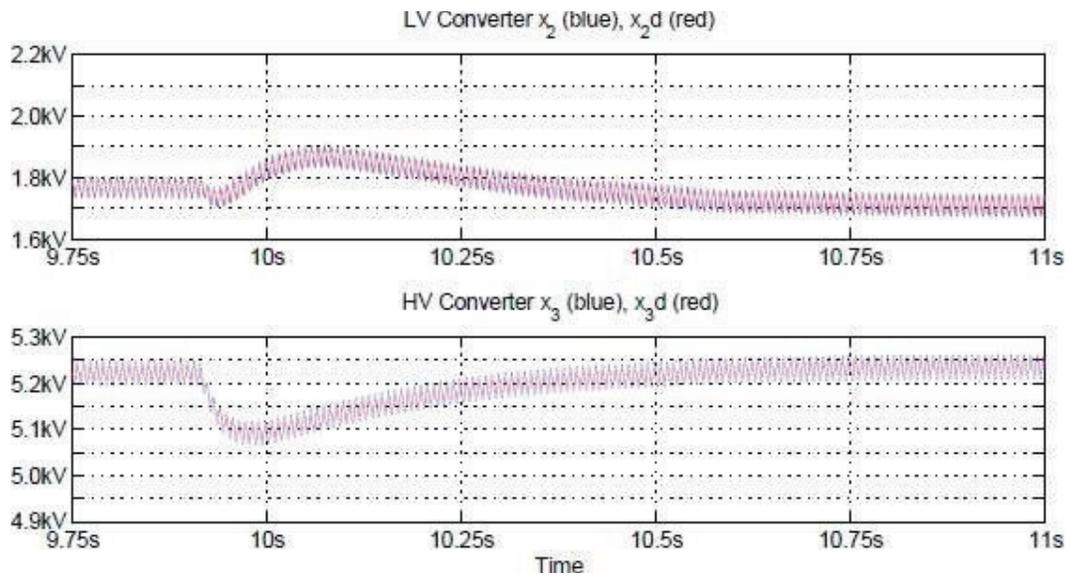


Figura 5.68: Tensiones  $x_2$  y  $x_{2d}$  (superior) y  $x_3$  y  $x_{3d}$  (inferior) para 1.25 s de simulación.

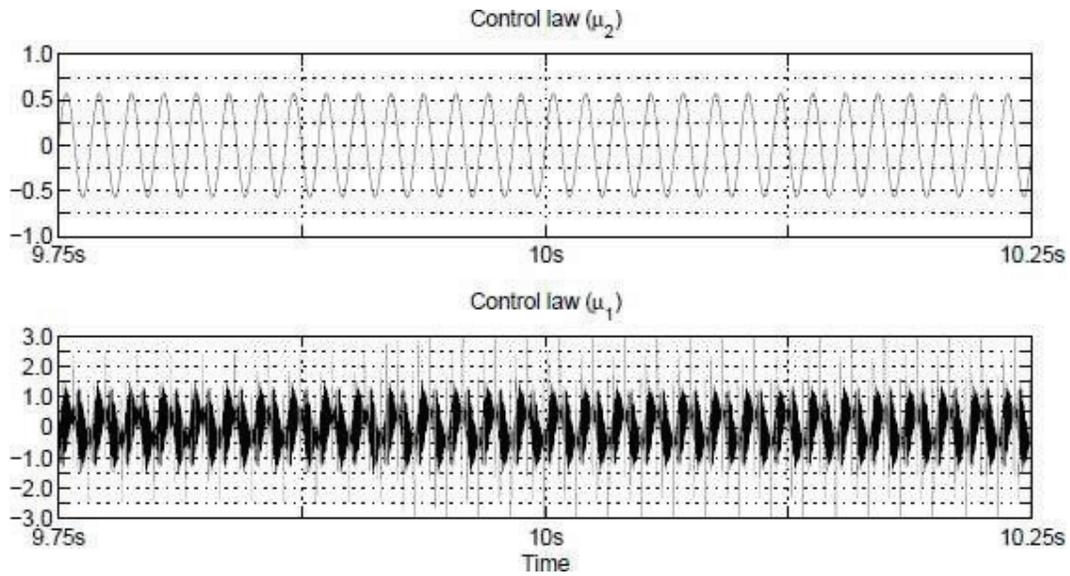


Figura 5.69: Leyes de control  $\mu_1$  (superior) y  $\mu_2$  (inferior) para 0.5 s de simulación.

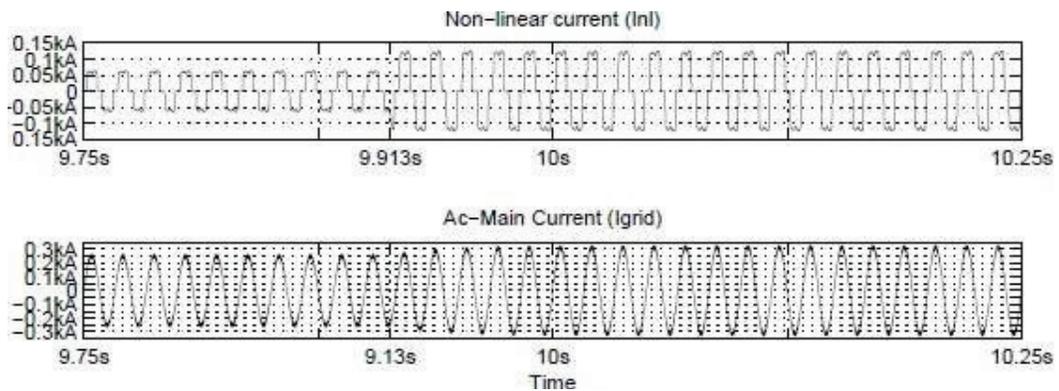


Figura 5.70: Corriente del dispositivo no lineal (Inl) y del suministro (Igrid).

# Capítulo 6

## Conclusiones y trabajo futuro

### 6.1. Conclusiones

El desarrollo de un esquema de control no lineal basado en pasividad permitió realizar los objetivos de control planeados, que consistían en realizar seguimiento de corriente y regulación de tensiones para el inversor multinivel híbrido asimétrico ternario.

El control basado en pasividad, que es una técnica de control no lineal, ofrece varias ventajas respecto a un esquema de control *tradicional* basado en control lineal. En un esquema de control lineal únicamente se puede conocer el comportamiento local del inversor cercano al punto de equilibrio, mientras que para una técnica de control no lineal, como el control basado en pasividad, es posible conocer el comportamiento global. Por otra parte el uso de controladores lineales presupone que el rango de operación del sistema es pequeño en torno al punto de equilibrio, lo cual implica que si por algún motivo el rango de operación se hace más grande, es muy probable que el sistema se vuelva inestable o que su rendimiento sea muy bajo.

La obtención de un modelo promediado para un sistema que tiene dos subsistemas conmutando a distintas frecuencias requiere llevar a cabo un procedimiento iterativo, en donde primero se obtiene el modelo promediado para el subsistema de alta frecuencia, para posteriormente obtener el modelo promediado para el subsistema de baja frecuencia. Este procedimiento de obtención del modelo promediado es posible gracias a que las políticas de conmutación para los sistemas de baja frecuencia y alta frecuencia son independientes y, por lo tanto, es posible obtener un modelo continuo primero para una frecuencia y posteriormente para otra.

El conocimiento preciso del comportamiento y funcionamiento del sistema a controlar, en este caso el inversor multinivel híbrido asimétrico ternario, es indispensable para poder llevar a cabo el diseño de las leyes de control. El análisis de la dinámica cero del inversor demostró que los objetivos de control son incompatibles entre sí, ya que si por una parte se alcanza el objetivo de regulación de las tensiones no existe una corriente periódica no

senoidal capaz de llevar a cabo dicho objetivo. Por otra parte, si se alcanza el objetivo de seguimiento de corriente, no es posible llevar a cabo los objetivos de regulación ya que las tensiones deseadas no son alcanzables.

Un aspecto muy importante obtenido en el análisis de resolubilidad del inversor es que el valor promedio de la tensión de corriente directa en un convertidor del inversor multinivel híbrido asimétrico ternario puede ser controlada mediante el producto de las amplitudes de las armónicas de la ley de control y de la corriente deseada y por la diferencia angular entre las armónicas de la ley de control y de la corriente deseada. Debido a que las armónicas de la corriente deseada están dadas por la carga, entonces la conclusión es que se puede utilizar la amplitud de la componente fundamental como una tercera variable de control, de forma tal que el valor promedio de la tensión de corriente directa en un convertidor tienda al valor deseado.

La conclusión obtenida del análisis de resolubilidad fue que en un sistema subactuado con tres estados a controlar y dos leyes de control los objetivos de control son inalcanzables, por ser incompatibles entre sí, pero si se considera una variable adicional de control entonces es posible llevar a cabo esta tarea.

El diseño del control basado en pasividad para realizar las tareas de seguimiento de corriente y regulación de tensiones para el inversor multinivel híbrido asimétrico ternario requirió de un diseño por etapas en donde el procedimiento de diseño de las etapas menos complejas sirvió como referencia para las etapas más complicadas, de forma que incluso éste se puede llevar a cabo en forma sistemática.

El control basado en pasividad diseñado requiere que la corriente deseada no solamente tenga la estructura dada por la corriente de la carga que se desea compensar, sino que además debe de incluir una componente fundamental, cuya amplitud constituye una variable adicional de control (el ángulo de fase se toma en cuenta con el signo de la amplitud). El convertidor de alta frecuencia se encarga de compensar el contenido armónico principalmente, mientras que el convertidor de baja frecuencia tiene como tarea principal generar el valor necesario de corriente fundamental para cargar los capacitores.

Por la estructura de las leyes de control, todos los parámetros del inversor multinivel híbrido asimétrico ternario deben ser conocidos, la tensión de alimentación y la corriente de la carga a compensar deben ser medibles y conocidas, las tensiones de corriente directa de los convertidores deben ser medibles y, además, la tensión en el convertidor de alta frecuencia nunca debe ser igual a cero.

Un aspecto de interés es que la ley de control demostró ser robusta ante variaciones en la corriente deseada, manteniendo el seguimiento de corriente y la regulación en las tensiones en los capacitores. En las pruebas en simulación de cambio en los parámetros, el cambio que demostró tener mayor impacto en la operación del inversor multinivel híbrido asimétrico ternario fue la disminución del 25 % en los valores de los elementos, ya que todas las variables contempladas (corriente, tensiones y leyes de control) sufrieron alteraciones significativas, mientras que con el incremento del 25 % en los valores de los elementos los

cambios en las variables fueron poco notables.

Los valores de la resistencia de pérdidas, los cuales presentan una incertidumbre muy elevada respecto a los valores sugeridos porque como se ha comentado anteriormente, dichas resistencias no son elementos discretos, sino son valores asociados a las pérdidas en los convertidores. El uso de resistores discretos en paralelo con los capacitores debe tomarse con reserva porque esto no es una práctica común.

Finalmente, una característica del esquema de control propuesto es que los lazos de tensión y de corriente del controlador no se separan, como es la práctica común en los controladores convencionales diseñados para convertidores estáticos de potencia.

## 6.2. Trabajo futuro

A partir de la experiencia adquirida sobre el diseño del control basado en pasividad del inversor multinivel híbrido asimétrico ternario se reconocen las siguientes limitaciones respecto al trabajo realizado:

- Hasta este momento aún no se han realizado pruebas experimentales del controlador.
- El controlador no es de fácil implementación debido a la programación de la ecuación de segundo orden para obtener el valor de  $\mu_3$ , así como la programación asociada a resolver en línea la ecuación diferencial no lineal para  $x_2$ .
- El controlador se ha diseñado considerando un sistema continuo, el cual deberá de implantarse en un sistema discreto.

Por otra parte, también tomando como base la experiencia adquirida en el diseño del control basado en pasividad para el inversor, se establecen las siguientes líneas para la realización de trabajo futuro:

- Diseño de leyes de control para un inversor multinivel híbrido asimétrico de más de dos convertidores y obtener una metodología que pueda aplicarse a un número  $n$  de convertidores.
- Realizar simulaciones y pruebas en prototipo experimental considerando fenómenos de mayor frecuencia en la corriente deseada, como transitorios, para evaluar la robustez y el desempeño del controlador.
- Realizar simulaciones y pruebas en prototipo experimental considerando disturbios en la tensión eléctrica (como distorsión armónica y transitorios) para evaluar la robustez y el desempeño del controlador.

- Extender el diseño del controlador a un inversor trifásico basado en dos convertidores y, posteriormente, hacer el diseño del controlador para un número  $n$  de convertidores
- Evaluar la factibilidad de aplicar la metodología desarrollada, ya sea en forma total o parcial, en otras topologías de inversores.

El trabajo futuro listado anteriormente constituye el punto básico de la investigación a desarrollar, con el propósito de extender la metodología desarrollada para el inversor multinivel híbrido asimétrico, sin embargo, durante el desarrollo de las mismas, pueden surgir otras derivaciones de interés que contribuyan a enriquecer el trabajo realizado como consecuencia del proyecto de investigación presentado.

# Apéndice A

## Consideraciones sobre el factor de potencia

En los sistemas de corriente alterna se consideran tres tipos de potencia, la activa  $P$  que es aquella que se transforma en trabajo, la reactiva  $Q$  que es la que genera campos magnéticos y campos eléctricos y la aparente  $S$  que es la potencia total consumida o generada.

El índice conocido como factor de potencia es la relación de la potencia activa  $P$  a la potencia aparente  $S$  y permite establecer qué tanto de la energía consumida o generada se transforma en trabajo

$$fp = \frac{P}{S} \quad (\text{A.1})$$

Bajo condiciones de tensión y corrientes senoidales monofásicas  $v = \sqrt{2}V \sin(\omega t)$  y  $i = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \phi)$  se tiene que la potencia instantánea es

$$p(t) = VI \cos(\phi)[1 - \cos(2\omega t)] + VI \sin(\phi) \sin(2\omega t)$$

y el factor de potencia es el coseno del ángulo  $\phi$  entre la tensión y la corriente

$$fp = \cos(\phi) \quad (\text{A.2})$$

El término  $VI \cos(\phi)(1 - \cos(2\omega t))$  corresponde a la componente resistiva de la potencia cuyo valor promedio o potencia activa es  $VI \cos(\phi)$ .

Cuando la corriente no es senoidal, siendo su serie de Fourier  $i = \sum_{n=1}^N \sqrt{2}I_n \sin(n\omega t + \phi_n)$ ,

y la tensión es  $v = \sqrt{2}V \sin(\omega t)$  la potencia instantánea monofásica tiene la siguiente expresión

$$p(t) = V \sum_{n=1}^N I_n \cos(\phi_n) [\cos((n-1)\omega t) - \cos((n+1)\omega t)] \\ + V \sum_{n=1}^N I_n \sin(\phi_n) [\sin((1+n)\omega t) - \sin((n-1)\omega t)]$$

La potencia activa en este caso es

$$P = VI_1 \cos(\phi_1) \quad (\text{A.3})$$

La potencia activa se produce únicamente por el producto de dos armónicas de la misma frecuencia en cuyo caso es factible que la media sea no nula, lo cual implica un flujo unidireccional de potencia.

Sustituyendo (A.3) en (A.1) y considerando que la potencia aparente es  $S = VI$ , la definición del factor de potencia se puede reescribir como

$$fp = \frac{VI_1 \cos(\phi_1)}{VI}$$

pero  $I = I_1 \sqrt{1 + THD_i^2}$ , entonces el factor de potencia es

$$fp = \cos(\phi_1) \frac{1}{\sqrt{1 + THD_i^2}} \quad (\text{A.4})$$

donde el término que comprende al coseno de  $\phi_1$  es conocido como factor de potencia de desplazamiento  $fp_{desp} = \cos(\phi_1)$ , el término que comprende a la distorsión armónica en corriente es conocido como factor de potencia de distorsión  $fp_{dist} = \frac{1}{\sqrt{1 + THD_i^2}}$  y el factor de potencia calculado como  $fp = fp_{desp} fp_{dist}$  es conocido como factor de potencia total.

De (A.4) se observa que la compensación de las componentes armónicas de corriente equivale a compensar el factor de potencia de distorsión, lo cual implica mejorar el factor de potencia total.

Cuando la corriente y la tensión no son senoidales, siendo sus series de Fourier  $i = \sum_{n=1}^N \sqrt{2}I_n \sin(n\omega t + \phi_n)$  y  $v = \sum_{m=1}^N \sqrt{2}V_m \sin(m\omega t + \theta_m)$ , la potencia instantánea se expresa como

$$\begin{aligned}
 p(t) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N I_n V_m [ & -\cos(\phi_n) \cos(\theta_m) \{ \cos((n+m)\omega t) - \cos((n-m)\omega t) \} \\
 & + \cos(\phi_n) \sin(\theta_m) \{ \sin((n+m)\omega t) + \sin((n-m)\omega t) \} \\
 & + \sin(\phi_n) \cos(\theta_m) \{ \sin((n+m)\omega t) - \sin((n-m)\omega t) \} \\
 & + \sin(\phi_n) \sin(\theta_m) \{ \cos((n+m)\omega t) + \cos((n-m)\omega t) \} ]
 \end{aligned}$$

Tomando en cuenta el hecho de que la potencia activa es generada a partir del producto de dos armónicas del mismo orden, entonces para  $n = m$  la potencia instantánea es

$$p(t) = \sum_{\substack{n=1 \\ n=m}}^N V_n I_n [\cos(\phi_n) \cos(\theta_n) + \sin(\phi_n) \sin(\theta_n)] \cos(2n\omega t) \quad (\text{A.5})$$

La potencia activa en este caso es

$$P = \sum_{\substack{n=1 \\ n=m}}^N V_n I_n [\cos(\phi_n) \cos(\theta_n) + \sin(\phi_n) \sin(\theta_n)] = \sum_{\substack{n=1 \\ n=m}}^N V_n I_n \cos(\phi_n - \theta_n) \quad (\text{A.6})$$

Sustituyendo (A.6) en (A.1) y considerando que la potencia aparente se calcula como  $S = VI$ , entonces se tiene

$$fp = \frac{\sum_{\substack{n=1 \\ n=m}}^N V_n I_n \cos(\phi_n - \theta_n)}{VI}$$

pero  $I = I_1 \sqrt{1 + THD_i^2}$  y  $V = V_1 \sqrt{1 + THD_v^2}$ , entonces el factor de potencia es

$$fp = \sum_{\substack{n=1 \\ n=m}}^N V_n I_n \cos(\phi_n - \theta_n) \frac{1}{I_1 \sqrt{1 + THD_i^2}} \frac{1}{V_1 \sqrt{1 + THD_v^2}}$$

pero  $V_1 I_1$  es la potencia aparente  $S_1$  provocada por las componentes fundamentales de la tensión y la corriente, por lo tanto

$$fp = \frac{\sum_{\substack{n=1 \\ n=m}}^N V_n I_n \cos(\phi_n - \theta_n)}{S_1} \frac{1}{\sqrt{1 + THD_i^2}} \frac{1}{\sqrt{1 + THD_v^2}} \quad (\text{A.7})$$

En (A.7) se observa que la compensación de las armónicas de corriente implica mejorar el factor de potencia hacer que  $THD_i \rightarrow 0$ . Si las armónicas de tensión son producto de la interacción de las armónicas de corriente con la impedancia del sistema, entonces la reducción de  $THD_i$  trae como resultado una reducción en  $THD_v$  y se tiene una compensación en las armónicas de tensión, mejorando aún más el factor de potencia.

# Apéndice B

## Modelo promediado del inversor

En este apéndice se presenta el resto del desarrollo de la obtención del modelo promediado del inversor multinivel híbrido asimétrico.

### B.1. Pierna $B$ del convertidor de alta frecuencia

La ecuación del modelo promediado del inversor respecto a la política de conmutación de la pierna  $A$  del convertidor de alta frecuencia es

$$\dot{x} = -D^{-1}(C + \mu_A M_1 - sw_B M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon \quad (\text{B.1})$$

donde  $\mu_A$  es una función continua tal que  $\mu_A \in \{0, 1\}$ .

Utilizando los intervalos de tiempo de la portadora de la pierna  $B$  del convertidor de alta frecuencia (ver cuadro 2.6) se tienen las siguientes integrales

$$\begin{aligned} x_{t_{1B}} - x_{t_{0B}} &= \int_{t_{0B}}^{t_{1B}} [-D^{-1}(C + \mu_A M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon] dt \\ x_{t_{2B}} - x_{t_{1B}} &= \int_{t_{1B}}^{t_{2B}} [-D^{-1}(C + \mu_A M_1 - M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon] dt \\ x_{t_{3B}} - x_{t_{2B}} &= \int_{t_{2B}}^{t_{3B}} [-D^{-1}(C + \mu_A M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon] dt \end{aligned}$$

Agrupando los términos que pueden integrarse en el intervalo  $[t_{0B}, t_{3B}]$  y reacomodando se tiene

$$x(t_{3B}) - x(t_{0B}) = \int_{t_{0B}}^{t_{3B}} [-D^{-1}(C + \mu_A M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon] dt + \int_{t_{1B}}^{t_{2B}} [D^{-1}M_1 x] dt$$

Dividiendo entre el periodo  $T_{HF_B}$  se obtiene la expresión

$$\begin{aligned} \frac{x(t_{3B}) - x(t_{0B})}{T_{HF_B}} &= \frac{1}{T_{HF_B}} \int_{t_{0B}}^{t_{3B}} [-D^{-1}(C + \mu_A M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon] dt \\ &\quad + \frac{1}{T_{HF_B}} \int_{t_{1B}}^{t_{2B}} [D^{-1}M_1 x] dt \end{aligned}$$

Tomando límites cuando  $T_{HF_B} \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} \lim_{T_{HF_B} \rightarrow 0} \frac{x(t_{3B}) - x(t_{0B})}{T_{HF_B}} &= \lim_{T_{HF_B} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{HF_B}} \int_{t_{0B}}^{t_{3B}} [-D^{-1}(C + \mu_A M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon] dt \\ &\quad + \lim_{T_{HF_B} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{HF_B}} \int_{t_{1B}}^{t_{2B}} [D^{-1}M_1 x] dt \end{aligned}$$

Esto da como resultado

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \lim_{T_{HF_B} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{HF_B}} [-D^{-1}(C + \mu_A M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon] (t_{3B} - t_{0B}) \\ &\quad + \lim_{T_{HF_B} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{HF_B}} [D^{-1}M_1 x] (t_{2B} - t_{1B}) \end{aligned}$$

pero  $t_{2B} - t_{1B} = \mu_B T_{HF_B}$  y  $t_{3B} - t_{0B} = T_{HF_B}$ , entonces se tiene

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \lim_{T_{HF_B} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{HF_B}} [-D^{-1}(C + \mu_A M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon] T_{HF_B} \\ &\quad + \lim_{T_{HF_B} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{HF_B}} [D^{-1}M_1 x] \mu_B T_{HF_B} \end{aligned}$$

Finalmente, se llega a la expresión que constituye el modelo promediado respecto a la política de conmutación para la pierna  $B$  del convertidor de alta frecuencia

$$\dot{x} = -D^{-1}(C + \mu_A M_1 - \mu_B M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon \quad (\text{B.2})$$

donde  $\mu_B$  es una función continua tal que  $\mu_B \in \{0, 1\}$ .

La versión continua de la función discreta de conmutación  $sw_1$  es  $\mu_1 = \mu_A - \mu_B$  y entonces se tiene

$$\dot{x} = -D^{-1}(C + \mu_1 M_1 + (sw_C - sw_D)M_2)x + D^{-1}\varepsilon \quad (\text{B.3})$$

## B.2. Pierna $C$ del convertidor de baja frecuencia

Utilizando los intervalos de tiempo de la portadora de la pierna  $C$  (ver cuadro 2.6) del convertidor de baja frecuencia se tienen las siguientes integrales

$$\begin{aligned} x_{t_{1C}} - x_{t_{0C}} &= \int_{t_{0C}}^{t_{1C}} [-D^{-1}(C + \mu_1 M_1 - sw_D M_2)x + D^{-1}\varepsilon] dt \\ x_{t_{2C}} - x_{t_{1C}} &= \int_{t_{1C}}^{t_{2C}} [-D^{-1}(C + \mu_1 M_1 + M_2 - sw_D M_2)x + D^{-1}\varepsilon] dt \\ x_{t_{3C}} - x_{t_{2C}} &= \int_{t_{2C}}^{t_{3C}} [-D^{-1}(C + \mu_1 M_1 - sw_D M_2)x + D^{-1}\varepsilon] dt \end{aligned}$$

Agrupando los términos que pueden integrarse en el intervalo  $[t_{0C}, t_{3C}]$  y acomodando se tiene

$$x(t_{3C}) - x(t_{0C}) = \int_{t_{0C}}^{t_{3C}} [-D^{-1}(C + \mu_1 M_1 - sw_D M_2)x + D^{-1}\varepsilon] dt + \int_{t_{1C}}^{t_{2C}} [-D^{-1}M_2 x] dt$$

Dividiendo entre el periodo  $T_{LFC}$  se obtiene la expresión

$$\begin{aligned} \frac{x(t_{3C}) - x(t_{0C})}{T_{LFC}} &= \frac{1}{T_{LFC}} \int_{t_{0C}}^{t_{3C}} -D^{-1}(C + \mu_1 M_1 - sw_D M_2)x + D^{-1}\varepsilon] dt \\ &\quad + \frac{1}{T_{LFC}} \int_{t_{1C}}^{t_{2C}} [-D^{-1}M_2x] dt \end{aligned}$$

Tomando límites cuando  $T_{LFC} \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} \lim_{T_{LFC} \rightarrow 0} \frac{x(t_{3C}) - x(t_{0C})}{T_{LFC}} &= \lim_{T_{LFC} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{LFC}} \int_{t_{0C}}^{t_{3C}} [-D^{-1}(C + \mu_1 M_1 - sw_D M_2)x + D^{-1}\varepsilon] dt \\ &\quad + \lim_{T_{LFC} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{LFC}} \int_{t_{1C}}^{t_{2C}} [-D^{-1}M_2x] dt \end{aligned}$$

Esto da como resultado

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \lim_{T_{LFC} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{LFC}} [-D^{-1}(C + \mu_1 M_1 - sw_D M_2)x + D^{-1}\varepsilon](t_{3C} - t_{0C}) \\ &\quad + \lim_{T_{LFC} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{LFC}} [-D^{-1}M_2x](t_{2C} - t_{1C}) \end{aligned}$$

pero  $t_{2C} - t_{1C} = \mu_C T_{LFC}$  y  $t_{3C} - t_{0C} = T_{LFC}$ , entonces se tiene

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \lim_{T_{LFC} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{LFC}} [-D^{-1}(C + \mu_1 M_1 - sw_D M_2)x + D^{-1}\varepsilon] T_{LFC} \\ &\quad + \lim_{T_{LFC} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{LFC}} [D^{-1}M_2x] \mu_C T_{LFC} \end{aligned}$$

Finalmente, se llega a la expresión que constituye el modelo promediado respecto a la política de conmutación para la pierna  $C$  del convertidor de baja frecuencia

$$\dot{x} = -D^{-1}(C + \mu_1 M_1 + \mu_C M_2 - sw_D M_2)x + D^{-1}\varepsilon \quad (\text{B.4})$$

donde  $\mu_C$  es una función continua tal que  $\mu_C \in \{0, 1\}$ .

### B.3. Pierna $D$ del convertidor de baja frecuencia

Utilizando los intervalos de tiempo de la portadora de la pierna  $D$  (ver cuadro 2.6) del convertidor de baja frecuencia se tienen las siguientes integrales

$$\begin{aligned} x_{t_{1D}} - x_{t_{0D}} &= \int_{t_{0D}}^{t_{1D}} [-D^{-1}(C + \mu_1 M_1 + \mu_C M_2)x + D^{-1}\varepsilon] dt \\ x_{t_{2D}} - x_{t_{1D}} &= \int_{t_{1D}}^{t_{2D}} [-D^{-1}(C + \mu_1 M_1 + \mu_C M_2 - M_2)x + D^{-1}\varepsilon] dt \\ x_{t_{3D}} - x_{t_{2D}} &= \int_{t_{0D}}^{t_{1D}} [-D^{-1}(C + \mu_1 M_1 + \mu_C M_2)x + D^{-1}\varepsilon] dt \end{aligned}$$

Agrupando los términos que pueden integrarse en el intervalo  $[t_{0D}, t_{3D}]$  y reacomodando se tiene

$$x(t_{3D}) - x(t_{0D}) = \int_{t_{0D}}^{t_{3D}} [-D^{-1}(C + \mu_1 M_1 + \mu_C M_2)x + D^{-1}\varepsilon] dt + \int_{t_{1D}}^{t_{2D}} [D^{-1}M_2x] dt$$

Dividiendo entre el periodo  $T_{LF_D}$  se obtiene la expresión

$$\begin{aligned} \frac{x(t_{3D}) - x(t_{0D})}{T_{LF_D}} &= \frac{1}{T_{LF_D}} \int_{t_{0D}}^{t_{3D}} [-D^{-1}(C + \mu_1 M_1 + \mu_C M_2)x + D^{-1}\varepsilon] dt \\ &\quad + \frac{1}{T_{LF_D}} \int_{t_{1D}}^{t_{2D}} [D^{-1}M_2x] dt \end{aligned}$$

Tomando límites cuando  $T_{LF_D} \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} \lim_{T_{LF_D} \rightarrow 0} \frac{x(t_{3D}) - x(t_{0D})}{T_{LF_D}} &= \lim_{T_{LF_D} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{LF_D}} \int_{t_{0D}}^{t_{3D}} [-D^{-1}(C + \mu_1 M_1 + \mu_C M_2)x + D^{-1}\varepsilon] dt \\ &\quad + \lim_{T_{LF_D} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{LF_D}} \int_{t_{1D}}^{t_{2D}} [D^{-1}M_2x] dt \end{aligned}$$

Esto da como resultado

$$\begin{aligned} \dot{x} = & \lim_{T_{LF_D} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{LF_D}} [-D^{-1}(C + \mu_1 M_1 + \mu_C M_2)x + D^{-1}\varepsilon](t_{3_D} - t_{0_D}) \\ & + \lim_{T_{LF_D} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{LF_D}} [D^{-1}M_2x](t_{2_D} - t_{1_D}) \end{aligned}$$

pero  $t_{2_D} - t_{1_D} = \mu_D T_{LF_D}$  y  $t_{3_D} - t_{0_D} = T_{LF_D}$ , entonces se tiene

$$\begin{aligned} \dot{x} = & \lim_{T_{LF_D} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{LF_D}} [-D^{-1}(C + \mu_1 M_1 + \mu_C M_2)x + D^{-1}\varepsilon]T_{LF_D} \\ & + \lim_{T_{LF_D} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{LF_D}} [D^{-1}M_2x]\mu_D T_{LF_D} \end{aligned}$$

Finalmente, se llega a la expresión que constituye el modelo promediado respecto a la política de conmutación para la pierna  $D$  del convertidor de baja frecuencia

$$\dot{x} = -D^{-1}(C + \mu_1 M_1 + \mu_C M_2 - \mu_D M_2)x + D^{-1}\varepsilon \quad (\text{B.5})$$

donde  $\mu_D$  es una función continua tal que  $\mu_D \in \{0, 1\}$ .

La versión continua de la función discreta de conmutación  $sw_2$  es  $\mu_2 = \mu_C - \mu_D$  y entonces se tiene

$$\dot{x} = -D^{-1}(C + \mu_1 M_1 + \mu_2 M_2)x + D^{-1}\varepsilon \quad (\text{B.6})$$

donde (B.6) es el modelo promediado del inversor híbrido asimétrico.

# Apéndice C

## Funciones de excitación y valor promedio de la tensión en el capacitor

### C.1. Función de excitación $f x_{1d}$

Se asume que  $v = V \sin(\omega t)$  y la corriente  $x_{1d}$  es de la forma

$$x_{1d} = \sum_{n=1}^N I_n \sin(n\omega t + \alpha_n) \quad (\text{C.1})$$

entonces la derivada de  $x_{1d}$  con  $n = m$  es

$$\dot{x}_{1d} = \omega \sum_{m=1}^N m I_m \cos(m\omega t + \alpha_m) \quad (\text{C.2})$$

Sea la función  $f = L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v$ , el producto  $f x_{1d}$  se expresa como

$$\begin{aligned} (L\dot{x}_{1d} + R_s x_{1d} + v)x_{1d} &= \left( L\omega \sum_{n=1}^N I_n \sin(n\omega t + \alpha_n) \right) \left( \sum_{m=1}^N m I_m \cos(m\omega t + \alpha_m) \right) \\ &+ R_s \left( \sum_{n=1}^N I_n \sin(n\omega t + \alpha_n) \right)^2 + V \sin(\omega t) \sum_{n=1}^N I_n \sin(n\omega t + \alpha_n) \end{aligned}$$

Por simplicidad, se detalla la obtención de la función de excitación  $f_{x_{1d}}$  para cada uno de los términos y posteriormente se presenta el resultado final

Término  $x_{1d}L\dot{x}_{1d}$

$$x_{1d}L\dot{x}_{1d} = L\omega \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N mI_n I_m \sin(n\omega t + \alpha_n) \cos(m\omega t + \alpha_m)$$

$$x_{1d}L\dot{x}_{1d} = L\omega \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N mI_n I_m [\sin(n\omega t) \cos(\alpha_n) + \cos(n\omega t) \sin(\alpha_n)] \times \\ [\cos(m\omega t) \cos(\alpha_m) - \sin(m\omega t) \sin(\alpha_m)]$$

$$x_{1d}L\dot{x}_{1d} = L\omega \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N mI_n I_m [\cos(\alpha_n) \cos(\alpha_m) \sin(n\omega t) \cos(m\omega t) \\ - \cos(\alpha_n) \sin(\alpha_m) \sin(n\omega t) \sin(m\omega t) + \sin(\alpha_n) \cos(\alpha_m) \cos(n\omega t) \cos(m\omega t) \\ - \sin(\alpha_n) \sin(\alpha_m) \cos(n\omega t) \sin(m\omega t)]$$

Aplicando las siguientes identidades

$$\sin(A + B) - \sin(A - B) = 2 \cos(A) \sin(B) \quad (\text{C.3})$$

$$\sin(A + B) + \sin(A - B) = 2 \sin(A) \cos(B) \quad (\text{C.4})$$

$$\cos(A + B) - \cos(A - B) = -2 \sin(A) \sin(B) \quad (\text{C.5})$$

$$\cos(A + B) + \cos(A - B) = 2 \cos(A) \cos(B) \quad (\text{C.6})$$

se tiene

$$x_{1d}L\dot{x}_{1d} = 2^{-1}L\omega \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N mI_n I_m [\cos(\alpha_n) \cos(\alpha_m) (\sin((n+m)\omega t) + \sin((n-m)\omega t)) \\ - \cos(\alpha_n) \sin(\alpha_m) (\cos((n+m)\omega t) - \cos((n-m)\omega t)) \\ + \sin(\alpha_n) \cos(\alpha_m) (\cos((n+m)\omega t) + \cos((n-m)\omega t)) \\ - \sin(\alpha_n) \sin(\alpha_m) (\sin((n+m)\omega t) - \sin((n-m)\omega t))]$$

$$\begin{aligned}
 x_{1d}L\dot{x}_{1d} = & \\
 & 2^{-1}L\omega \sum_{\substack{n=1 \\ n < m}}^N \sum_{m=1}^N mI_n I_m [\cos(\alpha_n + \alpha_m) \sin((n+m)\omega t) - \cos(\alpha_n - \alpha_m) \sin((m-n)\omega t) \\
 & \quad + \sin(\alpha_n + \alpha_m) \cos((n+m)\omega t) + \sin(\alpha_n - \alpha_m) \cos((m-n)\omega t)] \\
 & \quad + 2^{-1}L\omega \sum_{\substack{n=1 \\ n=m}}^N \sum_{m=1}^N nI_n^2 [\cos(2\alpha_n) \sin(2n\omega t) + \sin(2\alpha_n) \cos(2n\omega t)] \\
 & + 2^{-1}L\omega \sum_{\substack{n=1 \\ n > m}}^N \sum_{m=1}^N mI_n I_m [\cos(\alpha_n + \alpha_m) \sin((n+m)\omega t)] + \cos(\alpha_n - \alpha_m) \sin((n-m)\omega t) \\
 & \quad + \sin(\alpha_n + \alpha_m) \cos((n+m)\omega t) + \sin(\alpha_n - \alpha_m) \cos((n-m)\omega t)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_{1d}L\dot{x}_{1d} = & \\
 & L\omega \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^N \sum_{m=1}^N mI_n I_m [\cos(\alpha_n + \alpha_m) \sin((n+m)\omega t) + \sin(\alpha_n + \alpha_m) \cos((n+m)\omega t)] \\
 & + 2^{-1}L\omega \sum_{\substack{n=1 \\ n < m}}^N \sum_{m=1}^N mI_n I_m [-\cos(\alpha_n - \alpha_m) \sin((m-n)\omega t) + \sin(\alpha_n - \alpha_m) \cos((m-n)\omega t)] \\
 & + 2^{-1}L\omega \sum_{\substack{n=1 \\ n > m}}^N \sum_{m=1}^N mI_n I_m [\cos(\alpha_n - \alpha_m) \sin((n-m)\omega t) + \sin(\alpha_n - \alpha_m) \cos((n-m)\omega t)] \\
 & \quad + 2^{-1}L\omega \sum_{\substack{n=1 \\ n=m}}^N nI_n^2 [\cos(2\alpha_n) \sin(2n\omega t) + \sin(2\alpha_n) \cos(2n\omega t)]
 \end{aligned}$$

Claramente se observa que el término  $x_{1d}L\dot{x}_{1d}$  es generador de potencia reactiva.

Término  $x_{1d}R_s x_{1d}$

$$\begin{aligned}
 x_{1d}R_s x_{1d} = R_s \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N I_n I_m \sin(n\omega t + \alpha_n) \sin(m\omega t + \alpha_m) \\
 x_{1d}R_s x_{1d} = R_s \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N I_n I_m [\sin(n\omega t) \cos(\alpha_n) + \cos(n\omega t) \sin(\alpha_n)] \times \\
 \quad [\sin(m\omega t) \cos(\alpha_m) + \cos(m\omega t) \sin(\alpha_m)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_{1d}R_s x_{1d} &= R_s \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N I_n I_m [\cos(\alpha_n) \cos(\alpha_m) \sin(n\omega t) \sin(m\omega t) \\
 &\quad + \cos(\alpha_n) \sin(\alpha_m) \sin(n\omega t) \cos(m\omega t) + \sin(\alpha_n) \cos(\alpha_m) \cos(n\omega t) \sin(m\omega t) \\
 &\quad + \sin(\alpha_n) \sin(\alpha_m) \cos(n\omega t) \cos(m\omega t)]
 \end{aligned}$$

Aplicando las identidades (C.3)-(C.6) se tiene

$$\begin{aligned}
 x_{1d}R_s x_{1d} &= \\
 &2^{-1}R_s \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N I_n I_m [-\cos(\alpha_n) \cos(\alpha_m) (\cos((n+m)\omega t) - \cos((n-m)\omega t)) \\
 &\quad + \cos(\alpha_n) \sin(\alpha_m) (\sin((n+m)\omega t) + \sin((n-m)\omega t)) \\
 &\quad + \sin(\alpha_n) \cos(\alpha_m) (\sin((n+m)\omega t) - \sin((n-m)\omega t)) \\
 &\quad + \sin(\alpha_n) \sin(\alpha_m) (\cos((n+m)\omega t) + \cos((n-m)\omega t))]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_{1d}R_s x_{1d} &= \\
 &2^{-1}R_s \sum_{\substack{n=1 \\ n < m}}^N \sum_{m=1}^N I_n I_m [-\cos(\alpha_n + \alpha_m) \cos((n+m)\omega t) + \cos(\alpha_n + \alpha_m) \cos((m-n)\omega t) \\
 &\quad + \sin(\alpha_n + \alpha_m) \sin((n+m)\omega t) + \sin(\alpha_n - \alpha_m) \sin((m-n)\omega t)] \\
 &\quad + 2^{-1}R_s \sum_{\substack{n=1 \\ n=m}}^N I_n^2 [1 + \cos(2\alpha_n) \cos(2n\omega t) + \sin(2\alpha_n) \sin(2n\omega t)] \\
 &+ 2^{-1}R_s \sum_{\substack{n=1 \\ n > m}}^N \sum_{m=1}^N I_n I_m [-\cos(\alpha_n + \alpha_m) \cos((n+m)\omega t) + \cos(\alpha_n - \alpha_m) \cos((n-m)\omega t) \\
 &\quad + \sin(\alpha_n + \alpha_m) \sin((n+m)\omega t) - \sin(\alpha_n - \alpha_m) \sin((n-m)\omega t)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_{1d}R_s x_{1d} = & \\
 & R_s \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^N \sum_{m=1}^N I_n I_m [-\cos(\alpha_n + \alpha_m) \cos((n+m)\omega t) + \sin(\alpha_n + \alpha_m) \sin((n+m)\omega t)] \\
 & + 2^{-1} R_s \sum_{\substack{n=1 \\ n < m}}^N \sum_{m=1}^N I_n I_m [\cos(\alpha_n + \alpha_m) \cos((m-n)\omega t) + \sin(\alpha_n - \alpha_m) \sin((m-n)\omega t)] \\
 & + 2^{-1} R_s \sum_{\substack{n=1 \\ n > m}}^N \sum_{m=1}^N I_n I_m [\cos(\alpha_n - \alpha_m) \cos((n-m)\omega t) - \sin(\alpha_n - \alpha_m) \sin((n-m)\omega t)] \\
 & + 2^{-1} R_s \sum_{\substack{n=1 \\ n=m}}^N I_n^2 [1 + \cos(2\alpha_n) \cos(2n\omega t) + \sin(2\alpha_n) \sin(2n\omega t)]
 \end{aligned}$$

Claramente se observa que el término  $x_{1d}R_s x_{1d}$  es generador de potencia activa y de potencia reactiva.

Término  $vx_{1d}$

$$\begin{aligned}
 vx_{1d} &= V \sin \omega t \sum_{n=1}^N I_n \sin(n\omega t + \alpha_n) \\
 vx_{1d} &= V \sin \omega t \sum_{n=1}^N I_n [\sin(n\omega t) \cos(\alpha_n) + \cos(n\omega t) \sin(\alpha_n)] \\
 vx_{1d} &= V \sum_{n=1}^N I_n [\sin(\omega t) \sin(n\omega t) \cos(\alpha_n) + \sin(\omega t) \cos(n\omega t) \sin(\alpha_n)]
 \end{aligned}$$

Aplicando las identidades (C.4) y (C.5) se tiene

$$\begin{aligned}
 vx_{1d} = 2^{-1} V \sum_{n=1}^N [-\cos(\alpha_n) (\cos((1+n)\omega t) - \cos((1-n)\omega t)) \\
 + \sin(\alpha_n) (\sin((1+n)\omega t) + \sin((1-n)\omega t))]
 \end{aligned}$$

pero  $\cos((1-n)\omega t) = \cos((n-1)\omega t)$  y  $\sin((1-n)\omega t) = -\sin((n-1)\omega t)$ , entonces

$$\begin{aligned}
 vx_{1d} = & 2^{-1}VI_1[\cos(\alpha_1)(1 - \cos(2\omega t)) + \sin(\alpha_1) \sin(2\omega t)] \\
 & + 2^{-1}V \sum_{n>1}^N I_n[-\cos(\alpha_n)(\cos((1+n)\omega t) - \cos((n-1)\omega t)) \\
 & + \sin(\alpha_n)(\sin((1+n)\omega t) - \sin((n-1)\omega t))]
 \end{aligned}$$

Claramente se observa que el término  $vx_{1d}$  es generador de potencia activa y potencia reactiva.

Finalmente se tiene

$$\begin{aligned}
 fx_{1d} = & L\omega \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^N \sum_{m=1}^N mI_nI_m[\cos(\alpha_n + \alpha_m) \sin((n+m)\omega t) + \sin(\alpha_n + \alpha_m) \cos((n+m)\omega t)] \\
 & + 2^{-1}L\omega \sum_{\substack{n=1 \\ n < m}}^N \sum_{m=1}^N mI_nI_m[-\cos(\alpha_n - \alpha_m) \sin((m-n)\omega t) + \sin(\alpha_n - \alpha_m) \cos((m-n)\omega t)] \\
 & + 2^{-1}L\omega \sum_{\substack{n=1 \\ n > m}}^N \sum_{m=1}^N mI_nI_m[\cos(\alpha_n - \alpha_m) \sin((n-m)\omega t) + \sin(\alpha_n - \alpha_m) \cos((n-m)\omega t)] \\
 & + 2^{-1}L\omega \sum_{\substack{n=1 \\ n=m}}^N nI_n^2[\cos(2\alpha_n) \sin(2n\omega t) + \sin(2\alpha_n) \cos(2n\omega t)] \\
 & + R_s \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^N \sum_{m=1}^N I_nI_m[-\cos(\alpha_n + \alpha_m) \cos((n+m)\omega t) + \sin(\alpha_n + \alpha_m) \sin((n+m)\omega t)] \\
 & + 2^{-1}R_s \sum_{\substack{n=1 \\ n < m}}^N \sum_{m=1}^N I_nI_m[\cos(\alpha_n + \alpha_m) \cos((m-n)\omega t) + \sin(\alpha_n - \alpha_m) \sin((m-n)\omega t)] \\
 & + 2^{-1}R_s \sum_{\substack{n=1 \\ n > m}}^N \sum_{m=1}^N I_nI_m[\cos(\alpha_n - \alpha_m) \cos((n-m)\omega t) - \sin(\alpha_n - \alpha_m) \sin((n-m)\omega t)] \\
 & + 2^{-1}R_s \sum_{\substack{n=1 \\ n=m}}^N I_n^2[1 + \cos(2\alpha_n) \cos(2n\omega t) + \sin(2\alpha_n) \sin(2n\omega t)] \\
 & + 2^{-1}VI_1[\cos(\alpha_1)(1 - \cos(2\omega t)) + \sin(\alpha_1) \sin(2\omega t)] \\
 & + 2^{-1}V \sum_{n>1}^N I_n[-\cos(\alpha_n)(\cos((1+n)\omega t) - \cos((n-1)\omega t)) \\
 & + \sin(\alpha_n)(\sin((1+n)\omega t) - \sin((n-1)\omega t))] \quad (C.7)
 \end{aligned}$$

## C.2. Función de excitación $\mu x_{1d}$

Sean

$$\mu = \sum_{m=1}^N M_m \sin(m\omega t + \beta_m) \quad (\text{C.8})$$

y

$$x_{1d} = \sum_{n=1}^N I_n \sin(n\omega t + \alpha_n) \quad (\text{C.9})$$

La función de excitación  $\mu x_{1d}$  es definida como

$$\mu x_{1d} = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N I_n M_m \sin(n\omega t + \alpha_n) \sin(m\omega t + \beta_m) \quad (\text{C.10})$$

Desarrollando los productos

$$\begin{aligned} \mu x_{1d} = \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^N I_n M_m (\sin(n\omega t) \cos(\alpha_n) + \cos(n\omega t) \sin(\alpha_n)) \times \\ (\sin(m\omega t) \cos(\beta_m) + \cos(m\omega t) \sin(\beta_m)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu x_{1d} = \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^N I_n M_m [\cos(\alpha_n) \cos(\beta_m) \sin(n\omega t) \sin(m\omega t) \\ + \cos(\alpha_n) \sin(\beta_m) \sin(n\omega t) \cos(m\omega t) \\ + \sin(\alpha_n) \cos(\beta_m) \cos(n\omega t) \sin(m\omega t) \\ + \sin(\alpha_n) \sin(\beta_m) \cos(n\omega t) \cos(m\omega t)] \end{aligned}$$

Aplicando las identidades (C.3)-(C.6) la función de excitación se escribe de la siguiente forma

$$\begin{aligned}
 \mu x_{1d} = 2^{-1} \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^N I_n M_m [ & -\cos(\alpha_n) \cos(\beta_m) \{ \cos((n+m)\omega t) - \cos((n-m)\omega t) \} \\
 & + \cos(\alpha_n) \sin(\beta_m) \{ \sin((n+m)\omega t) + \sin((n-m)\omega t) \} \\
 & + \sin(\alpha_n) \cos(\beta_m) \{ \sin((n+m)\omega t) - \sin((n-m)\omega t) \} \\
 & + \sin(\alpha_n) \sin(\beta_m) \{ \cos((n+m)\omega t) + \cos((n-m)\omega t) \}] \quad (C.11)
 \end{aligned}$$

La expresión anterior puede reescribirse como

$$\begin{aligned}
 \mu x_{1d} = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N I_n M_m [ & -\cos(\alpha_n + \beta_m) \cos((n+m)\omega t) + \cos(\alpha_n - \beta_m) \cos((n-m)\omega t) \\
 & + \sin(\alpha_n + \beta_m) \sin((n+m)\omega t) - \sin(\alpha_n - \beta_m) \sin((n-m)\omega t)] \quad (C.12)
 \end{aligned}$$

Para  $m = n$ , el producto  $\mu x_{1d}$  es

$$\overline{\mu x_{1d}} = \sum_{\substack{n=1 \\ n=m}}^N I_n M_n [\cos(\alpha_n - \beta_n) - \cos(2n\omega t + \alpha_n + \beta_n)] \quad (C.13)$$

y su valor promedio está dado por

$$\overline{\mu x_{1d}} = \sum_{\substack{n=1 \\ n=m}}^N I_n M_n \cos(\alpha_n - \beta_n) \quad (C.14)$$

### C.3. Valor promedio de la tensión en el capacitor

Para un convertidor cuya ecuación de corrientes es  $C\dot{x} + R^{-1}x + \mu x_{1d} = 0$  considerando el valor promedio de la función de excitación  $\mu x_{1d}$ , la tensión  $x$  que es solución de la ecuación de corrientes es

$$x_{\overline{\mu x_{1d}}} = -2^{-1} R \sum_{\substack{n=1 \\ n=m}}^N I_n M_n \cos(\alpha_n - \beta_n) \quad (C.15)$$

# Bibliografía

- [1] Roger C. Dugan, Mark F. McGranaghan, Surya Santoso & H. Wayne Beaty. *Electrical Power Systems Quality*. McGraw-Hill, second edition, 2002.
- [2] George J. Wakileh. *Power Systems Harmonics. Fundamentals, Analysis and Filter Design*. Springer-Verlag, first edition, 2001.
- [3] Gonzalo Sandoval, César Chávez & John A. Houdek. *A Primer on Power Factor Correction*. Electrical & Construction Magazine, June 2004.
- [4] Gonzalo Sandoval. *Componentes Armónicas en Sistemas Eléctricos de Potencia. Generación, Efectos y Medidas Correctivas*. Tesis de Maestría. Universidad Nacional Autónoma de México, 2004.
- [5] Jos Arrillaga & Neville R. Watson. *Power System Harmonics*. John Wiley & Sons, Inc., second edition, 2004.
- [6] Ned Mohan, Tore M. Undeland & William P. Robbins. *Power Electronics. Converters, Applications and Design*. John Wiley & Sons, Inc., third edition, 2003.
- [7] Muhammad H. Rashid. *Electrónica de Potencia. Circuitos, Dispositivos y Aplicaciones*. Pearson Prentice-Hall, tercera edición, 2004.
- [8] Daniel W. Hart. *Electrónica de Potencia*. Pearson Educación, primera edición, 2001.
- [9] Jih-Sheng Lai & Fang Zheng Peng *Multilevel Converters-A New Breed of Power Converters*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 32, No. 3, May/June 1996.
- [10] José Rodríguez, Jih-Sheng Lai & Fang Zheng Peng. *Multilevel Inverters: A Survey of Topologies, Controls, and Applications*. IEEE Transactions on Industrial Applications, Vol. 49, No. 4, August 2002.
- [11] Y. S. Lai & F. S. Shyu *Topology For Hybrid Multilevel Inverter*. IEE Proc.-Electr. Power Applications, Vol. 149, No. 6, November 2002.
- [12] Miguel López G., Luis Morán T., José Espinoza C. & Juan Dixon R. *Performance Analysis of a Hybrid Asymmetric Multilevel Inverter for High Voltage Active Power Filter Applications*. Industrial Electronics Society, Vol. 2, Issue 2-6, November 2003.

- [13] S. Mariethoz & A. Rufer. *New Configurations for the Three-Phase Asymmetrical Multilevel Inverter*. Industry Applications Conference, Vol. 2, Issue 3-7, October 2004.
- [14] M. N. Abdul Kadir & Z. F. Hussien. *Asymmetrical Multilevel Inverter Using Ratio-Three Based Sources*. National Power & Energy Conference, pp. 137-142, November 2004.
- [15] Hassan K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Prentice-Hall, third edition, 2002.
- [16] Jean-Jacques E. Slotine & Weiping Li. *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall, first edition, 1991.
- [17] H. Kanaan, K. Al-Haddad, R. Chaffai, L Duguay & F. Fnaiech. *Input/Output Feedback Linearization Technique Applied to a CITPR*. Power Electronics Specialists Conference, pp. 1321-1326, Vol. 3, 2001.
- [18] Dorin O. Neacsu & Adrian Stoica. *Fuzzy Control for Output Current of a Phase-Controlled Rectifier*. Power Conversion Conference, pp. 683-688, 1993.
- [19] Hussein F. Soliman, A. M. Sharaf, M. M. Mansour, S. A. Kandil & M. H. El-Shafii. *An Incremental Fuzzy Logic Controller for a Separately Excited DC Motor-Rectifier Fed Drive System*. Canadian Conference of Electrical and Computer Engineering, pp. 81-84, Vol. 1, 1994.
- [20] V. Ferao Pires, J. Fernando Silva & G. D. Marques. *Space-Vector  $\alpha - \beta$  Modulator and Sliding Mode Control of the Three-Phase Buck Type Rectifier with Freewheeling Diode*. IEEE 2002, 28th Annual Conference of the Industrial Electronics Society, pp. 341-346, Vol. 1, 2002.
- [21] G. Escobar, D. Chevreau, R. Ortega & E. Mendes. *A Passivity-Based Controller for the Regulation of a Unity Power Factor Rectifier Using a Full Bridge Boost Circuit: Stability Analysis and Experimental Results*. Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics, pp. 451-456, Vol. 2, 1999.
- [22] Gerardo Espinosa-Pérez. *Control basado en pasividad*, Notas de curso de maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, 2005.
- [23] Romeo Ortega, Antonio Loría, Per J. Nicklasson & Hebertt Sira-Ramírez. *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications*. Springer-Verlag, second edition, 1998.
- [24] R. Ortega, Zhong P. Jiang & David J. Hill. *Passivity-based control of nonlinear systems: a tutorial*. American Control Conference, pp. 2633-2637, Vol 5, 1997.
- [25] G. Escobar & H. Sira-Ramírez. *A passivity based-sliding mode control approach for the regulation of power factor precompensators*. 37<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control, pp. 2423-2424, Vol. 3, 1998.
- [26] I. Campos-Canton & G. Espinosa-Perez. *Nonlinear control of a half-bridge DC-AC converter: application to UPS*. Proceedings of the 38<sup>th</sup> IEEE Conference of Decision and Control, pp. 2617-2622, Vol. 3, 1999.

- [27] S. Ramírez, N. Visairo, M. Oliver, C. Nuñez, V. Cárdenas & H. Sira-Ramírez. *Harmonic Compensation in the AC Mains by the Use of Current and Voltage Active Filters Controlled by a Passivity-Based Law*. VII IEEE International Power Electronics Congress, pp. 87-92, 2000.
- [28] J. M. Carrasco, E. Galván, G. Escobar, A. M. Stankovic & R. Ortega. *Passivity-Based Controller for a Three Phase Synchronous Rectifier*. 26<sup>th</sup> Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, pp. 2629-2634, Vol. 4, 2000.
- [29] A.M. Stankovic, G. Escobar & P. Mattavell. *Passivity-Based Controller for Harmonic Compensation in Distribution Lines with Nonlinear Loads*. IEEE 31<sup>st</sup> Power Electronics Specialists Conference, pp. 1143-1148, Vol. 3, 2000.
- [30] Dimitri Jeltsema, Jacquélien M.A. Scherpen & J. Ben Klaassens. *Energy Control of Multi-Switch Power Supplies; An Application to the Three-Phase Buck Type Rectifier with Input Filter*. IEEE 32<sup>nd</sup> Annual Power Electronics Specialists Conference, pp. 1831-1836, Vol. 4, 2001.
- [31] G. Escobar, D. Chevreau, R. Ortega & E. Mendes. *An Adaptive Passivity-Based Controller For A Unity Power Factor Rectifier*, IEEE Transactions on Control Systems, pp. 637-644, Vol. 9, 2001.
- [32] Antonio Dell'Aquila, Marco Liserre, Vito G. Monopoli & Carlo Cecati. *Passivity-Based Control of a Single-Phase H-Bridge Multilevel Active Rectifier*. IEEE 28<sup>th</sup> Annual Conference of the Industrial Electronics Society, pp. 3117-3122, Vol. 4, 2002.
- [33] C. Hernández, N. Vázquez, J. Álvarez & J. Arau. *Modified Passive-Based Control Law for the Boost Inverter*. IEEE International Symposium on Industrial Electronics, pp. 764-768, Vol. 2, 2003.
- [34] Dimitrios Karagiannis, Eduardo Mendes, Alessandro Astolfi & Romeo Ortega. *An Experimental Comparison of Several PWM Controllers for a Single-Phase AC-DC Converter*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, pp. 940-947, Vol. 11, 2003.
- [35] Antonio Dell'Aquila, Marco Liserre, Vito G. Monopoli & Paola Rotondo. *Two Passivity-Based Approaches to the Control of the H-Bridge-Based Multilevel Rectifier*. 29<sup>th</sup> Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, pp. 1191-1196, Vol. 2, 2003.
- [36] Antonio Dell'Aquila, Marco Liserre, Vito Giuseppe Monopoli & Paola Rotondo. *An Energy-Based Control for an n-H-Bridges Multilevel Active Rectifier*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, pp. 670-678, Vol. 52, 2005.
- [37] Tzann-Shin Lee. *Lagrangian Modeling and Passivity-Based Control of Three-Phase AC-DC Voltage-Source Converters*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, pp. 892-902, Vol. 51, 2004.
- [38] Dimitri Jeltsema & Jacquélien M.A. Scherpen. *Tuning of Passivity-Preserving Controllers for Switched-Mode Power Converters*. IEEE Transactions on Automatic Control, pp. 1333-1344, Vol. 49, 2004.

- [39] Marcelo Pérez, Romeo Ortega & José R. Espinoza. *Passivity-Based PI Control of Switched Power Converters*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, pp. 881-890, Vol. 12, 2004.
- [40] Carlos Gaviria, Enric Fossas & Robert Griñó. *Robust Controller for a Full-Bridge Rectifier Using the IDA Approach and GSSA Modeling*. IEEE transactions on Circuits and Systems, pp. 609-616, Vol. 52, 2005.
- [41] Hung-Chi Tsai, Chia-Chi Chu, & Sheng-Hui Lee. *Passivity-Based Nonlinear STAT-COM Controller Design for Improving Transient Stability of Power Systems*. IEEE/PES Transmission and Distribution Conference, pp. 1-5, 2005.
- [42] H. Sira-Ramírez. *Are Nonlinear Controllers Really Necessary in Power Electronics Devices*. European Conference on Power Electronics and Applications, 2005.
- [43] J. Méndez, Y. García & M. T. Mata. *Three-Phase Power Converter Stabilization Via Total Energy-Shaping*. 1<sup>st</sup> IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, pp. 1-6, 2006.
- [44] Gustavo Pérez-Ladrón, Víctor Cárdenas & Gerardo Espinosa. *Analysis and Implementation of a Master-Slave Control Based on a Passivity Approach for Parallel Inverters Operation*. 10<sup>th</sup> IEEE International Power Electronics Congress, pp. 1-5, 2006.
- [45] D. Noriega-Pineda, G. Espinosa-Pérez, V. Cárdenas & H. Miranda. *On the Passivity-Based Control for Multilevel Inverters* 10<sup>th</sup> IEEE International Power Electronics Congress, pp. 1-6, 2006.
- [46] Min-Chan Kim, Seung-Kyu Park, Ho-Gyun Ahn & Seong-Sik Yoon. *Robust Passivity Based Control with Sliding Mode for DC-to-DC Converters*. IEEE International Conference on Industrial Technology, 2006, pp. 1690-1693.
- [47] Carles Batle, Arnau Doria-Cerezo & Enric Fossas. *Bidirectional power flow control of a power converter using passive Hamiltonian techniques*. IEEE 14<sup>th</sup> Conference on Decision and Control, 2005.
- [48] Martjin M. J. de Vries, Marco J. Kramers, Marco Liserre, Vito G. Monopoli & Jacques M. A. Scherpen. *Passivity-Based Harmonic Control through Series/Parallel Damping of an H-Bridge Rectifier*. IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 2007, ISIE. pp. 3385-3390.
- [49] M. Y. Ayad, M. Becherif, A. Djerdir & A. Miraoui. *Passivity-Based Control of a Hybrid Power Sources using Fuel Cell, Supercapacitors and Batteries on the DC link for Energy Traction System*. IEEE International Electric Machines & Drives Conference, 2007, IEMDC. pp. 453-458.
- [50] M. Baja, D. Patino, H. Cormerais, P. Riedinger & J. Buisson. *Hybrid control of a three-level three-cell dc-dc converter*. Proceedings of the American Control Conference, 2007, ACC. pp. 5458-5463.

- [51] Daniel Noriega-Pineda & Gerardo Espinosa-Pérez. *Passivity-based Control of Multi-level Cascade Inverters: High Performance with Reduced Switching Frequency*. IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 2007, ISIE. pp. 3403-3408.
- [52] E. A. Oliveira, L. M. F. Morais, S. I. Seleme Júnior, P. F. Donoso-Garcia, P. C. Cortizo & B. Cougo. *Power Factor Correction via Passivity-Based Adaptive Controller Using Buck Converter Operating in Continuous Mode*. 11<sup>th</sup> Workshop on Control and Modeling for Power Electronics, 2008, COMPEL. pp. 1-8.
- [53] Haihua Zhou, Ashwin M. Khambadkone & Xing King. *A Passivity based control with augmented integration for and Interleaved Current Fed Full Bridge converter as a front end for fuel cell source*. IEEE International Electric Machines & Drives Conference, 2008, IEMDC. pp. 453-458.
- [54] I. Martínez-Pérez, G. Espinosa Pérez, G. Sandoval-Rodríguez & A. Dòria-Cerezo. *IDA Passivity-based Control of Single Phase Back-to-Back Converters*. IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 2008, ISIE. pp. 74-79.
- [55] Homero Miranda Vidales. *Estudio de Inversores Multinivel con Funciones Ampliadas*. Tesis de Doctorado, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, 2007.
- [56] John G. Kassakian, Martin F. Schlecht & George C. Verghese. *Principles of Power Electronics*. Addison-Wesley Publishing Company, first edition, 1991.
- [57] A. van der Schaft.  *$L_2$ -Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control*. Springer-Verlag, second edition, 2000.
- [58] Mario González, Víctor Cárdenas & Felipe Pazos. *DQ Transformation Development for Single-Phase Systems to Compensate Harmonic Distortion and Reactive Power*. 9<sup>th</sup> IEEE International Power Electronics Congress, 2004, CIEP, pp. 177-182.
- [59] Homero Miranda, Víctor Cárdenas, Gonzalo Sandoval & Gerardo Espinoza-Pérez. *Hybrid Control Scheme for a Single-Phase Shunt Active Power Filter Based on Multilevel Cascaded Inverter*. Power Electronics Specialists Conference, 2007, pp. 1176-1181.