



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

DESARROLLO DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA EL DISEÑO DE  
ANTENAS DE ARREGLOS DE FASE RADANT CON CONMUTADORES  
MEMS

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**DOCTOR EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA ELÉCTRICA - TELECOMUNICACIONES

P R E S E N T A:

LUIS ALEJANDRO ITURRI HINOJOSA

TUTOR:

Dr. OLEKSANDR MARTYNYUK



2010



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Kolokoltsev Filatov Oleg Viktorovich

Secretario: Dr. Ortega Martínez Roberto

1<sup>er.</sup> Vocal: Dr. Martynyuk Oleksandr

1<sup>er.</sup> Suplente: Dr. Rodríguez Cuevas Jorge

2<sup>do.</sup> Suplente: Dr. Sandoval Romero Gabriel Eduardo

Lugar donde se realizó la tesis:

CIUDAD UNIVERSITARIA UNAM, MÉXICO, D.F.

**TUTOR DE TESIS:**

Dr. Oleksandr Martynyuk

---

**FIRMA**

## **Agradecimientos**

*Quiero agradecer a Dios por su bendición en cada meta que me he propuesto. A mis padres y hermano por su amor, cariño y buenos consejos que siempre me han brindado. Agradezco a mi esposa Gabriela y mi hija Evelyn por permitirme tomar tiempo de su atención. Ellos son la fuente principal de mis objetivos. Agradezco a mis amigos por sus buenos deseos hacia mi superación.*

*Agradezco la capacitación y la formación profesional recibidas de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Mayor de San Andrés, La Paz, Bolivia. En especial al profesor Msc Giovanni Gismondi Glave.*

*Agradezco a mi director de tesis, Dr. Alexander Martynyuk, porque sin su dirección, conocimiento y experiencia no hubiese podido cumplir con mi objetivo de incrementar mi preparación con este trabajo de tesis.*

*Quedo muy agradecido a CONACYT México por su apoyo económico durante el desarrollo del presente estudio e investigación.*

## **Dedicatoria**

*Dedico el presente trabajo de tesis a mi familia.*

# Contenido

<b>Agradecimientos</b>	<b>iii</b>
<b>Dedicatoria</b>	<b>iv</b>
<b>Justificación</b>	<b>xiv</b>
<b>Resumen</b>	<b>xv</b>
<b>Abstract</b>	<b>xvi</b>
<b>Objetivos</b>	<b>xvii</b>
<b>Capítulo 1 Estado del Arte de Antenas en Arreglos de Fase</b>	<b>18</b>
1.1 Algunas aplicaciones de las antenas en arreglos de fase	19
1.2 Principio de Funcionamiento de las antenas en arreglos de fase	21
1.2.1 Arreglos de fase lineales	21
1.2.2 Arreglos de Fase Planares	24
1.2.3 Principio de escaneo electrónico de la lente RADANT	26
1.2.3.1 Configuraciones de antenas con lentes RADANT	29
1.3 Sistemas micro-electromecánicos MEMS	32
1.3.1 Desplazadores de fase MEMS	32
1.3.2 Conmutadores MEMS de radio frecuencia	33
1.3.3 Tiempo de vida de los conmutadores MEMS de radiofrecuencia	34
1.3.4 Ventajas y desventajas de los conmutadores MEMS de RF sobre los conmutadores con base en diodos p-i-n y FET	35
1.3.5 Aspectos electromecánicos de los conmutadores MEMS	36
1.4 Arreglos de fase como problemas de valor de frontera	39
1.4.1 Aproximación de impedancia mutua	39
1.4.2 Aproximación a una estructura de arreglo infinito	40
1.4.2.1 Simulador de guía de onda	40
1.5 Conclusiones	41
Bibliografía	41

## **Capítulo 2 Modelo matemático para arreglo de aberturas periódicas con carga** **43**

2.1 Arreglo de cintas periódicas infinitamente largas impresas sobre sustrato dieléctrico	44
2.1.1 Ecuación integral para la corriente inducida por una onda plana incidente a un arreglo de cintas periódicas	45
2.1.2 Solución de la ecuación integral para la densidad superficial	50
2.1.3 Funciones base para la distribución de corriente en las cintas de metal	52
2.1.4 Verificación del desarrollo matemático para el arreglo de cintas infinitamente largas	52
2.2 Arreglo de cintas periódicas e infinitamente largas con carga	53
2.2.1 Ecuación integral para la densidad de corriente	54
2.2.2 Solución de la ecuación integral para el arreglo de cintas con carga	57
2.2.3 Funciones base para la distribución de corriente en las cintas de metal	60
2.3 Arreglo de aberturas periódicas infinita	61
2.3.1 Ecuación integral para el arreglo de aberturas sin carga	61
2.3.2 Solución de la ecuación integral para el arreglo de aberturas sin carga	63
2.4 Arreglo de aberturas con cargas periódicas e infinitas	65
2.4.1 Ecuación integral para la densidad de corriente	66
2.4.2 Solución de la ecuación integral	67
2.5 Modelo matemático para el arreglo multicapa de aberturas periódicas con carga	70
2.5.1 Modelo matemático para una rejilla y procedimiento en cascada	71
2.6 Conclusiones	75
Bibliografía	75

## **Capítulo 3 Desplazadores de fase con pares de rejillas periódicas con carga** **77**

3.1 Arreglos de aberturas con diodos p-i-n como carga reactiva	78
3.1.1 Optimización de parámetros eléctricos	79
3.1.2 Dimensiones de celda pequeña para los desplazamientos de fase de 22.5, 45 y 90 grados	81
3.1.3 Diseño de un par de rejillas para desplazamientos de fase de 22.5, 45 y 90 grados	82
3.1.3.1 Par de rejillas para desplazamiento de fase de 90 grados	82
3.1.3.2 Diseño de un par de rejillas para desplazamiento de fase de 45 grados	83
3.1.3.3 Diseño para el par de rejillas con desplazamiento de fase de 22.5 grados	84
3.1.4 Configuraciones de pares de rejillas en cascada	85
3.1.4.1 Configuraciones con tres pares de rejillas	86
3.1.4.2 Configuraciones con siete pares de rejillas	86
3.1.4.3 Configuraciones de quince pares de rejillas	87

3.2 Conmutadores MEMS como carga en las aberturas	88
3.2.1 Dimensiones de celda pequeña para los desplazamientos de fase de 22.5, 45 y 90 grados	89
3.2.2 Diseño de un par de rejillas para los desplazamientos de fase de 22.5, 45 y 90 grados	89
3.2.2.1 Diseño de un par de rejillas para desplazamiento de fase de 90 grados	90
3.2.2.2 Diseño de un par de rejillas para desplazamiento de fase de 45 grados	91
3.2.2.3 Diseño para el par de rejillas para desplazamiento de fase de 22.5 grados	92
3.2.3 Configuraciones de pares de rejillas en cascada	92
3.2.3.1 Configuración de tres pares de rejillas	93
3.2.3.2 Configuración de siete pares de rejillas	94
3.2.3.3 Configuración de quince pares de rejillas	95
3.3 Conclusiones	96
Bibliografía	97
<b>Capítulo 4 Resultados de escaneo en planos E y H</b>	<b>98</b>
4.1 Escaneo de la lente con conmutadores diodo p-i-n en la frecuencia de 30 GHz	99
4.1.1 Respuestas de desempeño de un par de rejillas de la lente RADANT de 3 bits	99
4.1.2 Resultados de escaneo del haz incidente en los plano E y H	101
4.2 Escaneo con conmutadores diodo p-i-n en la banda de frecuencias de 10 GHz	104
4.2.1 Geometría de celda pequeña de la lente RADANT de 3 bits	104
4.2.2 Respuesta de desplazamiento de fase de 45 grados con un par de rejillas	106
4.2.3 Configuraciones de rejillas en cascada para distintos desplazamientos de fase	107
4.2.4 Resultados de escaneo del haz incidente en el plano H	108
4.2.5 Resultados de escaneo del haz incidente en el plano E	109
4.3 Escaneo con conmutadores MEMS en la banda de frecuencias de 10 GHz	109
4.4 Conclusiones	112
<b>Capítulo 5 Mejora del escaneo en plano H</b>	<b>114</b>
5.1 Valores objetivos de coeficiente de reflexión del arreglo periódico de aberturas diodo-alambre	114
5.2 Optimización de parámetros eléctricos	116
5.3 Geometría de celdas para un desplazamiento de fase de 45 grados en la onda transmitida	116
5.3.1 Configuraciones de rejillas <i>diodo - alambre</i>	117
5.3.2 Escaneo de onda con el arreglo multicapa <i>diodo-alambre</i> de 3 bits	119
5.4 Conclusiones	120



<b>Capítulo 6 Verificación del modelo matemático desarrollado</b>	<b>122</b>
6.1 Diseño de la antena de bocina tipo sectorial E	122
6.1.1 Expresión para el campo eléctrico en la apertura de la antena de bocina	124
6.1.1.1 Amplitud de armónicos Floquet en la apertura de la antena de bocina	125
6.1.1.2 Componentes de campo a la entrada de la lente	127
6.1.2 Patrón de radiación teórico y experimental de la antena de bocina sectorial de plano E	128
6.2 Lente de 2 bits	130
6.2.1 Diseño de la lente de 2 bits	130
6.2.2 Separadores de rejillas para la lente Radant	131
6.3 Diseños de la lente de 2 bits y la antena de bocina sectorial de plano E	132
6.4 Resultados obtenidos para la comprobación del modelo matemático	134
6.4.1 Distribución de amplitud y fase del campo eléctrico	134
6.4.2 Patrones de radiación en plano E	135
6.5 Conclusiones	137
Bibliografía	138
<b>CONCLUSIONES</b>	<b>139</b>
APÉNDICE A	142
A.1 El Teorema Floquet	142
A.1.1 Representación del campo, Teorema de Floquet	143
A.1.2 Modos del vector Floquet y sus admitancias.	146
A.1.3 Modos Transversal Eléctrico, TE	146
A.1.4 Modo Transversal Magnético.	148
Bibliografía	149
<b>PUBLICACIONES Y CONGRESOS</b>	<b>139</b>

# Indice de Figuras

## CAPÍTULO 1

---

1	<i>Arreglos de fase (a) pasivos y (b) activos</i>	23
2	<i>Patrón de radiación para de 15 elementos</i>	23
3	<i>Arreglo planar rectangular [1].</i>	25
4	<i>Patrón de radiación para 15x11 elementos [1].</i>	25
5	<i>Rejilla conformada por segmentos de alambre interconectados con diodos</i>	27
6	<i>Rejilla conformada por segmentos de alambre</i>	27
7	<i>Gradiente de fase introducido por un par de rejillas con polarización distinta en los diodos de las filas</i>	28
8	<i>Cambio del ángulo de escaneo a través de la lente RADANT</i>	29
9	<i>Lente RADANT básico</i>	30
10	<i>Configuración de dos lentes Radant en paralelo para escaneo bidimensional</i>	30
11	<i>Configuración de antena de arreglo de fase híbrido</i>	31
12	<i>Conmutadores seriales MEMS de línea</i>	37

## CAPÍTULO 2

---

1	<i>Lente RADANT</i>	44
2	<i>Arreglo de cintas infinitamente largas</i>	45
3	<i>Circuito equivalente de la región <math>z &lt; 0</math></i>	47
4	<i>Coefficiente de reflexión para distintas geometrías de arreglos</i>	53
5	<i>Arreglo periódico de cintas con carga</i>	54
6	<i>Arreglo de aberturas periódicas infinita (a) celda pequeña, (b) rejilla de aberturas</i>	61
7	<i>Arreglo de aberturas con carga periódica e infinita, (a) celda pequeña, (b) rejilla de aberturas con conmutadores diodos</i>	66
8	<i>Geometría de una rejilla</i>	72

### CAPÍTULO 3

---

1	<i>Celda pequeña de abertura con carga</i>	78
2	<i>Circuito equivalente para un par de rejillas de aberturas con diodos en estados de (a) baja impedancia y (b) alta impedancia</i>	79
3	<i>Circuito equivalente para una rejilla con el diodo p-i-n en estado (a) de conducción y (b) en estado abierto</i>	81
4	<i>Resultados de un par de rejillas para diferencias de fase de 90 grados</i>	83
5	<i>Resultados de un par de rejillas para diferencias de fase de 45 grados</i>	84
6	<i>Resultados de un par de rejillas para diferencias de fase de 22.5 grados</i>	85
7	<i>Resultados obtenidos para la configuración de tres pares de rejillas de desplazamiento 90 grados</i>	86
8	<i>Resultados obtenidos para la configuración de siete pares de rejillas de desplazamiento 45 grados</i>	87
9	<i>Resultados obtenidos para la configuración de quince pares de rejillas de desplazamiento 22.5 grados</i>	88
10	<i>Resultados de un par de rejillas con conmutadores MEMS para 90 grados de desplazamiento de fase</i>	90
11	<i>Resultados de un par de rejillas para diferencias de fase de 45 grados con conmutadores MEMS</i>	91
12	<i>Resultados de un par de rejillas para diferencias de fase de 22.5 grados con conmutadores MEMS</i>	92
13	<i>Resultados obtenidos para la configuración de tres pares de rejillas 90 con conmutadores MEMS</i>	93
14	<i>Resultados obtenidos para la configuración de siete pares de rejillas de 45 grados con conmutadores MEMS</i>	94
15	<i>Resultados obtenidos para la configuración de quince pares de rejillas de 22.5 grados con conmutadores MEMS</i>	95

### CAPÍTULO 4

---

1	<i>Gradiente de fase introducido en la abertura de una lente RADANT</i>	98
2	<i>Resultados de (a) desplazamiento de fase, (b) coeficiente de reflexión, (c) coeficiente de transmisión, y (d) pérdida de inserción de un par de rejillas</i>	100
3	<i>Coefficientes de conversión y ángulos de transmisión del escaneo en el plano E para la lente de 3 bits</i>	101
4	<i>Coefficientes de conversión y ángulos de transmisión del escaneo en el plano H para la lente de 3 bits</i>	102
5	<i>Coefficientes de conversión y ángulos de transmisión del escaneo en plano E con distancias entre las rejillas optimizadas</i>	103
6	<i>Coefficientes de conversión y ángulos de transmisión del escaneo en plano H para la lente de 3 bits</i>	104
7	<i>Geometría de "celda pequeña" para la lente de 3 bits</i>	105

8	<i>Respuestas de coeficiente de reflexión para una rejilla de un par de rejillas desplazadoras de fase de 45 grados en la banda de frecuencias de 10 GHz. (a) circuito equivalente, (b) modelo matemático desarrollado</i>	105
9	<i>Respuestas de (a) desplazamiento de fase, (b) coeficiente de reflexión, (c) coeficiente de transmisión y (d) pérdida de inserción de un par de rejillas</i>	106
10	<i>Respuestas de (a) desplazamiento de fase, (b) coeficiente de transmisión, (c) coeficiente de reflexión y (d) pérdida de inserción para algunas configuraciones de arreglos de rejillas</i>	107
11	<i>Resultados de (a) coeficiente de conversión y (b) dirección de propagación del escaneo en plano H para la lente de 3 bits con conmutador diodo p-i-n</i>	108
12	<i>Resultados de escaneo en plano E para tamaños de “celda grande” de 8, 10, 12, 16 y 32 “celdas pequeñas”</i>	109
13	<i>Coefficiente de conversión del escaneo en plano E de la lente de 3-bits con conmutadores MEMS</i>	110
14	<i>Dirección de propagación en plano E de la lente de 3-bits con conmutadores MEMS</i>	110
15	<i>Respuesta de escaneo en plano H de la lente de 3-bits con conmutadores MEMS</i>	111
16	<i>Dirección de propagación en plano H de la lente de 3-bits con conmutadores MEMS</i>	111

## CAPÍTULO 5

---

1	<i>Tres pares de celdas diodo - alambre</i>	114
2	<i>Circuito equivalente para un par de rejillas diodo–alambre com: (a) diodos en conducción y (b) diodos en corte</i>	115
3	<i>Parámetros de celdas diodo - alambre</i>	116
4	<i>Respuestas de desplazamientos de fase, coeficientes de transmisión y reflexión, y pérdida de inserción para un par de rejillas diodo – alambre</i>	117
5	<i>Resultados de optimización para los desplazamientos de fase de 0, 90, 180 y 270 grados del Arreglo multicapa de 7 pares de rejillas</i>	118
6	<i>Coefficientes de conversión y dirección de propagación para el escaneo en el plano H</i>	119
7	<i>Coefficientes de conversión y dirección de propagación para el escaneo en el plano E</i>	120

## CAPÍTULO 6

---

1	<i>Antena de Bocina tipo Sectorial E</i>	123
2	<i>Antena de bocina tipo sectorial E</i>	123
3	<i>Patrón de Radiación de la Antena de Bocina</i>	129
4	<i>“Celda pequeña” de la lente de 2 bits diseñada para prueba experimental</i>	130
5	<i>Disposición de las cargas en las rejillas de cada par de la lente de 3 bits</i>	131
6	<i>Separadores para las rejillas de la lente de 2 bits</i>	132
7	<i>Lente de 2 bits conectada a la antena de bocina. (a) dimensiones, (b) fotografía</i>	133
8	<i>Distribución del campo eléctrico en la apertura de la antena de bocina</i>	134
9	<i>Distribución del campo en la apertura de la lente de 2 bits</i>	135
10	<i>Patrones de plano E obtenidos en la apertura de la lente de 2 bits</i>	137

# Indice de Tablas

## CAPÍTULO 1

---

1	<i>Pérdidas para distintos dispositivos desplazadores de fase [7]</i>	34
---	---	----

## CAPÍTULO 3

---

1	<i>Diodos p-i-n evaluados para la lente RADANT</i>	78
2	<i>Parámetros de optimización del circuito equivalente para un par de rejillas</i>	80
3	<i>Valores óptimos de magnitud de coeficiente de reflexión y pérdida de inserción del circuito equivalente de una rejilla de aberturas con carga</i>	81
4	<i>Dimensiones óptimas de aberturas para desplazamientos de fase de 22.5, 45 y 90 grados</i>	82
5	<i>Distancias óptimas entre las rejillas de un par para desplazamiento de fase de 90 grados</i>	82
6	<i>Dimensiones de “celda pequeña” con conmutadores MEMS de un par de rejillas para los desplazamientos de fase de 22.5, 45 y 90 grados</i>	89
7	<i>Distancias óptimas entre rejillas de un par para los desplazamientos de fase de 90, 45 y 22.5 grados</i>	90

## CAPÍTULO 5

---

1	<i>Parámetros de las celdas diodo-alambre para un par de rejillas desplazadoras de 45 grados de fase</i>	116
---	--	-----

## CAPÍTULO 6

---

1	<i>Comparación de respuestas de pérdidas de inserción y errores de fase para el par de rejillas optimizada para la frecuencia central de 10 GHz</i>	140
2	<i>Resumen de respuestas óptimas de escaneo de onda en los planos E y H para lentes de 3 bits</i>	140

## Justificación

El principio de funcionamiento para arreglos multicapa RADANT de escaneo electrónico de haz, lo hicieron público Chekroun Claude y Herrick D. en 1981, y les siguieron muchos otros investigadores del campo de antenas en arreglos de fase. La lente está conformada por rejillas en paralelo, y cada rejilla contiene en sus nodos una “celda pequeña” de abertura con dispositivo conmutador actuando como carga reactiva, y pertenece al grupo de las antenas en arreglos de fase. Se pueden utilizar diodos p-i-n o dispositivos MEMS como carga.

Las antenas en arreglos de fase tecnológicamente bien diseñadas pueden ser utilizadas en los sistemas de comunicaciones para mejorar su desempeño, explotando su característica principal de escaneo electrónico de haz. El escaneo electrónico de haz presenta ciertas ventajas como son rápido escaneo de haz y la posibilidad de radiación del haz en determinadas direcciones. De esta manera, la ausencia de partes mecánicas elimina los problemas de inercia, reduce el peso y el consumo de potencia de la antena. En contraparte, se presenta desventajas que hay que considerar, el más importante es el elevado costo del arreglo de antenas con control electrónico de haz. Es vital una propuesta de minimización de costos de fabricación de los arreglos de fase a funcionar en los sistemas de comunicaciones comerciales.

Existen varios métodos para la fabricación de antenas en arreglos de fase utilizando estructuras óptimas de radiación que proporcionan formas muy finas de patrones de radiación. Estas se obtienen con la maximización de la ganancia del arreglo en una porción delimitada de la zona de cobertura utilizando un número mínimo de elementos controladores. Para este propósito existen métodos como son las redes pasivas multipuerto, guías de onda con acoplamiento en modo dual, elementos con dieléctrico a la vista, estructuras corrugadas, y redes cuasi ópticas que reciben la excitación de subarreglos sobrepuestos. El diseño de estas antenas en arreglos de fase se ha venido realizando de manera empírica, y los costos de fabricación de las antenas dependen de los requerimientos de desempeño impuestos para los arreglos. El nivel de estos requerimientos está de acuerdo a las aplicaciones, cada vez más exigentes en aspectos de anchos de banda, principalmente por los sistemas de comunicaciones comerciales inalámbricos actuales. Igualmente, es muy difícil crear métodos que permitan conocer con precisión el costo del arreglo en sentido general.

El trabajo de tesis presenta una propuesta de diseño de lentes RADANT con base en conmutadores a diodos p-i-n y dispositivos MEMS, capaz de atender aspectos de los arreglos de antenas como son: elevado costo, peso considerable, diseños complicados, sector de escaneo limitado, notables pérdidas de inserción, complicados sistemas de alimentación y complejidad en el escaneo simultáneo de la onda en los planos de elevación y azimuth. Se propone un modelo matemático para el diseño de este tipo de arreglos multicapa, con la propiedad de controlar la interacción electromagnética entre elementos para el direccionamiento de una onda transmitida en un determinado ángulo en cualquiera de los planos, E o H. El modelo matemático desarrollado considera condiciones de frontera para los campos eléctrico y magnético en el plano del arreglo, y de esta manera se obtiene un sistema integral de ecuaciones para el campo eléctrico, cuya solución se obtiene aplicando el método de momentos.

## Resumen

El trabajo de Tesis presenta el desarrollo de un modelo matemático a partir de teoría electromagnética para el diseño de antenas de arreglos de fase tipo lente RADANT utilizando conmutadores diodos p-i-n y dispositivos MEMS.

Con base en modelo matemático desarrollado, se diseñó una lente RADANT de 3 bits con diodos p-i-n para la banda  $X$ . Para la lente diseñada en la banda de frecuencias de 2GHz el sector de escaneo es 62 grados en el plano  $E$  y 16 grados en el plano  $H$  con coeficientes de conversión mejores a -2.3dB y -4dB, respectivamente.

La lente de 3 bits diseñada para la banda  $Ka$  demostró los sectores de escaneo teóricos de 62 grados en el plano  $E$  y de 12.6 grados en el plano  $H$  con coeficientes de conversión superiores a -2dB y -3.4dB, respectivamente, en un ancho de banda de 4GHz.

Sustitución de los diodos p-i-n por conmutadores MEMS resultó en aumento de coeficiente de conversión teórico en 0.43dB para la lente operando en la banda  $X$ .

Para mejorar las características de escaneo en el plano  $H$  modificamos el diseño de lente RADANT en la banda  $X$ . Como resultado, el sector de escaneo de la lente modificada aumentó 1.75 veces.

El modelo matemático fue verificado experimentalmente. Se diseñó y se fabricó una lente correctiva de 2 bits para mejorar las características de una corneta sectorial  $E$  en frecuencia de 30GHz. Los resultados experimentales concuerdan bien con las estimaciones teóricas basadas en el modelo matemático desarrollado.



## Abstract

The Thesis presents the development of a mathematical model based on electromagnetic theory for the design of RADANT lens phased array antennas using p-i-n diode switches and MEMS devices. Based on the developed mathematical model a 3-bit RADANT lens for the  $X$  band was designed using p-i-n diodes. For the lens designed in the 2GHz frequency band the scanning sector is 62 degrees in the  $E$  plane and 16 degrees in the  $H$ -plane with conversion coefficients better than -2.3dB and -4dB, respectively.

The 3-bit lens designed for the  $Ka$  band demonstrated the theoretical scanning sectors of 62 degrees in the  $E$ -plane and 12.6 degrees in the  $H$  plane with conversion coefficients greater than -2dB and -3.4dB, respectively, in a bandwidth of 4GHz.

Replacing the p-i-n diodes for MEMS switches resulted in increase theoretical conversion coefficient 0.43dB for the lens operating in the  $X$  band.

To improve the characteristics of the  $H$ -plane scanning we modified the design of the Radant lens in the  $X$  band. As a result, the scanning sector of the modified lens increased 1.75 times.

The mathematical model was verified experimentally. A 2-bit corrective lens was designed and fabricated to improve the characteristics of an E-sectoral horn in the frequency of 30GHz. The experimental results agree well with theoretical estimations based on the mathematical model developed.

# Objetivos

Desarrollar un modelo matemático para el diseño de la lente RADANT con base en conmutadores de microondas diodo p-i-n y dispositivos microelectromecánicos MEMS.

Utilizar el teorema Floquet y la teoría electromagnética para el desarrollo del modelo matemático.

Analizar las respuestas obtenidas con el modelo matemático desarrollado, respecto a:

- 1 desplazamientos de fase de ondas electromagnéticas que atraviesan pares de rejillas periódicas infinitas de aberturas con conmutadores como carga,
- 2 configuraciones de pares de rejillas desplazadoras de fase dispuestas en cascada,
- 3 escaneos de ondas electromagnéticas en los planos E y H de lentes RADANT de 3 bits diseñados con celdas de aberturas con conmutadores diodo p-i-n y dispositivos MEMS,
- 4 las respuestas de escaneo en plano H de lentes RADANT de 3 bits intercalando celdas de aberturas con alambre entre las celdas con diodo p-i-n de la lente,
- 5 verificar el modelo matemático desarrollado.

# Capítulo 1 Estado del Arte de Antenas en Arreglos de Fase

Las antenas en arreglos de fase (AAF) ganaron enorme interés en las décadas de 50's y 60's del siglo pasado. Así mismo, esta tecnología ha continuado creciendo tecnológicamente desde entonces. Los arreglos de fase se consideran como las antenas de mayor uso en los sistemas de radar con escaneo electrónico y en los sistemas de comunicaciones de banda ancha, cumpliendo sus más exigentes requerimientos. Las antenas en arreglos de fase pueden direccionar el haz sin tener los problemas inerciales y mecánicos al girar el arreglo entero. Con la red de alimentación adecuada, el control de la dirección del haz de la antena es inmediato, todos los haces pueden formarse simultáneamente. Un ancho de haz de  $1^\circ$  de un arreglo de fase típico, requiere mínimo de una apertura de  $50\lambda_0 \times 50\lambda_0$  con 10 mil conmutadores de fase y elementos radiadores. De esta manera, las dimensiones del arreglo de fase determinan el grado de complejidad de la red de alimentación [1].

Las AAF con escaneo electrónico de haz proporcionan significativas ventajas para los sistemas, de ahí que estos arreglos han recibido considerable atención por los militares y por la industria aeronáutica, espacial y por aplicaciones terrestres.

Existen dos tipos de antenas en arreglos de fase, los pasivos y los activos. Los arreglos pasivos utilizan un transmisor y un receptor central al arreglo, pero poseen la habilidad de desplazamiento de fase de la señal en cada elemento o subarreglo.

Un par de décadas atrás, la mayoría de las aplicaciones de arreglos de fase utilizaron arreglos pasivos debido a que la tecnología de los arreglos activos era muy costosa y aun no había madurado. En los arreglos pasivos no existe un control de amplitud en los elementos del arreglo. En cada elemento solo se utilizan conmutadores de fase bilaterales para proporcionar el desplazamiento de fase necesario para escaneo. En el diseño de un arreglo pasivo el principal desafío es minimizar las pérdidas en la red de alimentación y en los conmutadores de fase con la finalidad de incrementar la eficiencia y la sensibilidad del sistema. Este requerimiento limita el tipo de la red de alimentación de RF a guía de onda, lo cual puede llegar a incrementar apreciablemente el peso del arreglo.

En los arreglos activos, la generación de alta potencia para transmisión y la amplificación de bajo ruido están distribuidas, como lo está el control de fase en cada elemento. Una ventaja importante de un arreglo activo es que la sensibilidad del sistema aumenta, debido a que la figura de ruido del sistema permanece fijo y la potencia de RF se genera en la apertura. Los módulos transmisor – receptor (MTR) proporcionan completa flexibilidad en control de amplitud y fase para ambos estados, transmisión y recepción. Así, la red de alimentación no necesita optimización para pérdidas bajas. Esto permite flexibilidad en el diseño y

la habilidad de minimizar tamaño (volumen) y peso. Los arreglos activos proporcionan al sistema capacidad y confiabilidad. Pero no recibieron considerable atención por ser muy complejos y costosos [1]. En aplicaciones prácticas, las AAF han sido limitadas principalmente por sus elevados costos de fabricación, sus pérdidas, al igual que por su peso [2].

El componente principal de un arreglo con escaneo electrónico de haz (EEH), es el conmutador de fase. Este componente con sus circuitos de control en conjunto con el número de elementos del arreglo, la red de alimentación y los módulos transmisor-receptor definen el costo de implementación del arreglo [2][3]. Antes de 1980, el crecimiento de la tecnología de las AAF fue lento, principalmente debido a sus costos de implementación. El costo estimado de los arreglos, de acuerdo a tecnologías existentes en la época, era de cientos de dólares por elemento. Fue necesario expandir la investigación, el desarrollo y la producción de las AAF debido a percibirse un aumento considerable (por los 80's) en la demanda de los sistemas para alcanzar un mayor desempeño [1].

### **1.1 Algunas aplicaciones de las antenas en arreglos de fase**

Las antenas en arreglos de fase pasivos fueron las primeras en fabricarse, le siguieron los arreglos activos con base en transistores bipolares, posteriormente los arreglos activos con base en circuitos integrados monolíticos para microondas (CIMM), y después distintas propuestas como son las lentes RADANT o arreglos fila – columna, enfocadas a mejorar ciertas características.

Todos estos tipos de AAF han sido ampliamente utilizados en diversos sistemas, por ejemplo: PATRIOT, COBRA DANE, AEGIS, ARTHUR, con antenas en arreglos de fase pasivos; ERIEYE, PHALCON, y el sistema de defensa contra misiles PAVE PAWS con arreglos de fase activos de estado sólido; Sistema celular satelital IRIDIUM, ASEA (sueco), FSX (japonés), COBRA, APAR, AMSAR, MESAR-2 y SAMPSON (británicos), MEADS, F-22, F-18, JSF, THAAD, SPY-3 (estadounidenses) e IRIDIUM con arreglos de fase activos con base en circuitos integrados monolíticos de estado sólido [4]. Siguió algunos desarrollos en AAF, como son arreglos de fase con Procesamiento Adaptivo de Tiempo y Espacio (STAP) para hacer frente a efectos no deseados en aviones, los Arreglos de Banda Dual y Arreglos CIMM con Programa de Apertura Compartida Avanzada multiusuario para brindar distintas funciones y servicios de banda ancha en un rango de frecuencias desde la banda C a la banda Ku, y, entre otros desarrollos, los arreglos de control fila columna para el control de desplazamiento de haz en azimut y elevación, conocidas como lentes RADANT.

Las aplicaciones militares y algunos sistemas de comunicaciones terrestres, aéreas y espaciales, se han interesado en la tecnología de las antenas en arreglos de fase, principalmente por su característica de escaneo electrónico de haz. Por las décadas de 1950 y 1960, las AAF adquieren considerable interés. Algunos sistemas de comunicaciones descritos en el párrafo anterior utilizan AAF pasivos y otro grupo

activos. Ambos tipos de arreglos tienen conmutadores de fase conectados a cada uno de sus elementos. Los arreglos pasivos tienen al módulo transmisor – receptor, MTR, central a todos los elementos de arreglo. En cambio, en los arreglos activos, cada elemento del arreglo tiene su propio MTR [1].

Los arreglos de fase activos son los preferidos por los sistemas de radar y por los sistemas de comunicaciones que requieren de rápido escaneo electrónico. Aunque estos presentan algunas desventajas, principalmente la complejidad y costo. Estas características fueron mejoradas con el advenimiento de los dispositivos CIMM, con el ensamblaje automatizado de componentes de microondas y con los arreglos activos con procesamiento digital de alto desempeño y alta velocidad.

Los CIMM permiten la construcción de arreglos con escaneo electrónico de haz (AEEH) para aplicaciones no realizables anteriormente. Esta integración permite actualmente fabricar arreglos de fase de 35GHz a bajo precio, para rastreo de misiles con un costo de hasta 40 dólares por elemento, es decir, el costo total del arreglo con toda la electrónica dividido por el número de elementos [5].

Los circuitos integrados CIMM con base en el semiconductor Arseniuro de Galio, GaAs, hacen posible construir arreglos activos con EEH de peso ligero, pequeño volumen, elevada confiabilidad y elevado costo. De la misma manera, investigaciones muestran que dispositivos CIMM fabricados con material semiconductor de mayor banda prohibida como son Nitruro de Galio, GaN, y Carburo de Silicio, SiC, permiten aumentar la potencia de los módulos MTR al doble. Esta tecnología permitirá actualizar las antenas AEEH reemplazando los MTR de GaAs por MTR de GaN o SiC, incrementando hasta 10 veces la potencia de trabajo. De igual manera, proporcionará un aumento de hasta 10 veces en el volumen de rastreo o el incremento del 78 por ciento en el alcance [5] [6].

Otra alternativa para alcanzar un bajo costo es utilizando material SiGe con Si como sustrato. En un solo chip de esta tecnología, es posible tener muchas funciones integradas. Además de poder contar con amplificadores de potencia para microondas y receptores con bajo figura de ruido, se podrá tener conversores analógico a digital, A/D, y circuitos digitales. Aunque, SiGe no competirá con la potencia de salida o figura de ruido de la tecnología GaAs, ofrece el potencial de alto desempeño a bajo costo. La estructura semiconductor-óxido-metal complementarias (CMOS, por sus siglas en inglés *complementary metal-oxide-semiconductor*) operando a frecuencias de microondas tiene destacables características. Esta tecnología promete bajo costo y baja potencia para las partes receptoras de los MTR. De igual manera, el semiconductor SiGe, tiene la ventaja de permitir la integración de muchas funciones en un solo chip. Un chip podrá contar con circuitos de RF, IF, banda base, microprocesador, memoria, filtros sintonizados y conversores analógico a digital (ADC, por sus siglas en inglés *analog to digital converter*). Puede combinarse con los semiconductores GaAs o GaN para los diseños de amplificadores de potencia de microondas y así alcanzar niveles altos de figura de ruido en el receptor.

Los Sistemas Micro Electro Mecánicos, MEMS, son una alternativa para reducir los costos de una AAF con escaneo electrónico de haz hasta un factor de 10. Así mismo, perciben baja pérdida de inserción, bajo consumo de potencia (1mW), elevada confiabilidad y mejoramiento en empaquetamiento [7][8]. Las áreas de aplicación de los conmutadores MEMS son las antenas arreglos de fase, aperturas reconfiguradas en sistemas de telecomunicaciones, conmutación de redes en comunicaciones satélites, conmutadores de un solo polo con N salidas, para comunicaciones inalámbricas [8].

La confiabilidad de los conmutadores MEMS mejoró con nuevos diseños en 3 órdenes de magnitud frente a lo reportado en [5]. Aunque aún se espera un mejoramiento en pérdidas de inserción. Por ejemplo, la pérdida a través de un conmutador de fase de 4 bits utilizado en una antena de lente RADANT con escaneo en una dimensión es aproximadamente 1.25 dB. La pérdida introducida por un arreglo RADANT con escaneo en dos dimensiones será de aproximadamente 5 dB, pero aún se espera mejoramiento en estos aspectos [5].

Por otro lado, los laboratorios de investigación naval de los Estados Unidos, desarrollaron dos técnicas para dirigir el haz. Una técnica utiliza dos arreglos, uno detrás de otro. El primer arreglo controla al haz en azimut y el segundo arreglo en elevación. La segunda técnica consiste en un arreglo de lentes RADANT que contiene pares de láminas metálicas paralelas entre si. Entre las láminas están presentes diodos actuando como carga. De igual manera es posible utilizar dos lentes RADANT uno detrás de otro, para el escaneo en ambos planos. El grupo aéreo espacial Thomson CSF ha desarrollado y fabricado este tipo de antena [1].

Son necesarias nuevas propuestas de diseño para las antenas en arreglos de fase con control electrónico de haz principalmente para disminuir costos de fabricación, mejorar el desempeño del arreglo en transmisión y recepción y disminuir la pérdida introducida por los elementos conmutadores del arreglo. El presente trabajo de tesis presenta una propuesta para el diseño de un tipo de antena de arreglos de fase, la lente RADANT, que contiene todas estas características.

## **1.2 Principio de Funcionamiento de las antenas en arreglos de fase**

A continuación se describen las características principales de dos tipos de antenas en arreglos de fase: los arreglos lineales y planares, y los arreglos fila – columna.

### **1.2.1 Arreglos de fase lineales**

Los arreglos de antenas con escaneo electrónico de haz, se clasifican en arreglos pasivos y arreglos activos. En los arreglos activos, la generación de potencia de RF por parte de los amplificadores de alta potencia (HPA, por sus siglas en inglés *high power amplifier*), y la amplificación de la potencia recibida

por los amplificadores de bajo ruido (LNA, por sus siglas en ingles *low noise amplifier*) están distribuidos en los elementos de la antena. Así se reduce la pérdida de potencia de RF en la red de alimentación y distribuye el calor generado. Los arreglos pasivos utilizan un solo HPA para generar toda la potencia de RF, y esta potencia de RF es distribuida en los elementos de la antena por la red que forma el haz. La ventaja de los arreglos pasivos es el decremento en el número de componentes en el arreglo y el ahorro en el costo. Un arreglo con EEH híbrido utiliza un pequeño arreglo pasivo como sub-arreglo de un arreglo activo. Con esto, se combinan el bajo costo y la complejidad de sistema de los arreglos pasivos con el mejor desempeño de sistema de los arreglos activos [1].

Eli Brookner en [9] describe más a detalle este tipo de escaneo electrónico de haz y proporciona el cálculo de los patrones de radiación de las antenas de arreglo de fase lineal y planar. A continuación resumimos este análisis.

Las antenas en arreglos de fase introducen un desplazamiento de fase lineal a lo largo del arreglo para poder recibir o transmitir una onda electromagnética en determinada dirección. Los arreglos pasivos y activos funcionan de esta manera, tal como se muestra en la figura 1.1.

Los elementos radiadores del arreglo lineal, están igualmente espaciados a distancia “ $d$ ”. La dirección del haz es función del arco seno del desplazamiento de fase diferencial entre elementos. Es decir:

$$\theta = \arcsin\left(\frac{\gamma\lambda}{2\pi d}\right) \quad (1.1)$$

Donde:  $\gamma = \phi_1 - \phi_2 = \phi_2 - \phi_3 = \dots$  es el desplazamiento de fase diferencial entre elementos,  $d$  es el espacio entre elementos y  $\lambda$  es la longitud de onda de la señal. Para ambos casos, considerando a elementos radiadores isotrópicos con alimentación uniforme, el factor de arreglo está representado por:

$$E_a(\theta) = \sum_{n=-M}^M I_n e^{j\left[n\gamma - n\frac{2\pi}{\lambda}d \sin\theta\right]} \quad (1.2)$$

Tal que para  $I_n = 1$ , y  $n=-M$  a  $M$  se obtiene:

$$E_a(\theta) = \frac{\sin\left[(2M+1)\frac{\pi d}{\lambda}(\sin\theta - \sin\theta_0)\right]}{\sin\left[\frac{\pi d}{\lambda}(\sin\theta - \sin\theta_0)\right]} \quad (1.3)$$

Donde:  $\theta_0$  es el ángulo que forma el eje del lóbulo principal de radiación con la normal del arreglo.

$2M+1$  es el número de elementos en el arreglo.

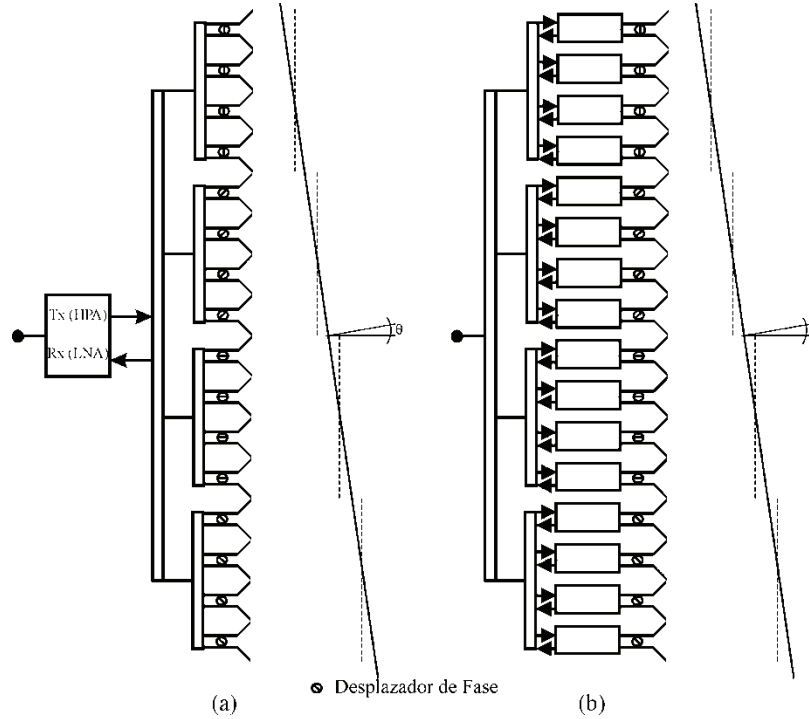


Fig. 1.1 Arreglos de fase (a) pasivos y (b) activos

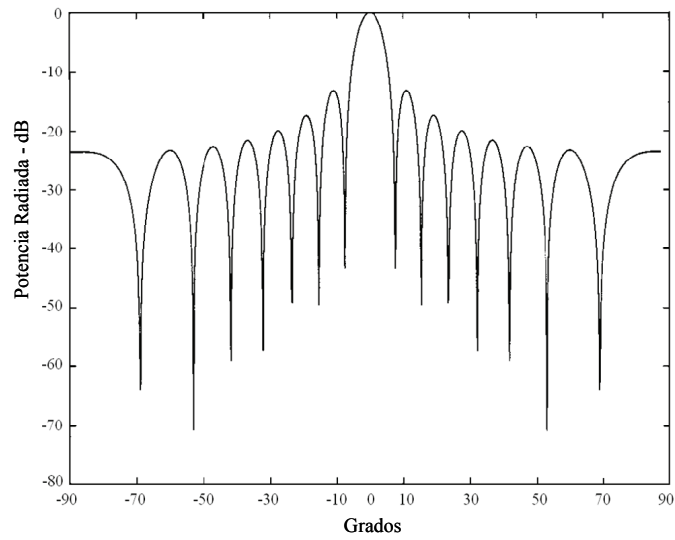


Fig. 1.2 Patrón de radiación para de 15 elementos



El interés en la mayoría de los casos es un arreglo grande,  $L \gg \lambda$ , con espacio entre elementos menor a una longitud de onda,  $d < \lambda$ . En este caso se obtiene radiación longitudinal. Por ejemplo, para  $N=15$  elementos y  $d$  igual a media longitud de onda, obtenemos el factor de arreglo que se muestra en la figura 1.2. Es posible escanear la onda en una dirección determinada, asumiendo que la corriente en los elementos es constante de igual amplitud con desplazamiento de fase uniforme encontrado con:

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta \quad (1.4)$$

Por ejemplo, para direccionar la onda un ángulo de  $30^\circ$  considerando  $d/\lambda = 0.5$ , el desplazamiento progresivo y uniforme en fase será  $\alpha = 90^\circ$ .

En los arreglos lineales la desviación del rayo es únicamente posible en un solo plano. Para lograr desviar el rayo en dos planos, es necesaria la disposición rectangular.

### 1.2.2 Arreglos de Fase Planares

Los arreglos planares tienen gran importancia en radares y en sistemas de comunicaciones. Consideramos al arreglo de la figura 1.3 [1], la cual contiene  $2M_x+1$  elementos en dirección “x” y  $2M_y+1$  elementos en dirección “y”. Todas las filas del arreglo tienen la misma distribución de corriente  $I_n$ ,  $n = -M_x$  a  $M_x$  y lo mismo para todas las columnas con  $I_m$ ,  $m = -M_y$  a  $M_y$ , el factor de arreglo estará dado por  $E_a(\theta, \phi) = E_x(\theta, \phi)E_y(\theta, \phi)$ .

Donde:

$$E_x(\theta, \phi) = \sum_{m=-M_x}^{m=M_x} I_m e^{jm \frac{2\pi}{\lambda} d_x \sin \theta \cos \phi} ; E_y(\theta, \phi) = \sum_{n=-M_y}^{n=M_y} I_n e^{jn \frac{2\pi}{\lambda} d_y \sin \theta \sin \phi} \quad (1.5)$$

Asumiendo a las corrientes  $I_m = I_{mn}/I_{on} = I_{mo}/I_{oo}$  e  $I_n = I_{mn}/I_{mo} = I_{on}/I_{oo}$ . Si estas distribuciones de corrientes tienen un desplazamiento en fase progresivo y uniforme de:

en dirección X:

$$\alpha_x = \frac{2\pi}{\lambda} d_x \sin \theta_o \cos \phi_o \quad (1.6a)$$

y en la dirección Y:

$$\alpha_y = \frac{2\pi}{\lambda} d_y \sin \theta_o \sin \phi_o \quad (1.6b)$$

El factor del arreglo será:

$$E_a(\theta, \phi) = \sum_{m=-M_x}^{m=M_x} I_m e^{jm(\frac{2\pi}{\lambda} d_x \sin \theta \cos \phi - \alpha_x)} \times \sum_{n=-M_y}^{n=M_y} I_n e^{jn(\frac{2\pi}{\lambda} d_y \sin \theta \sin \phi - \alpha_y)} \quad (1.7)$$

La figura 1.4 muestra el patrón de radiación de un arreglo planar 15x11 en dirección  $\theta_o = 30^\circ, \phi_o = 90^\circ$ .

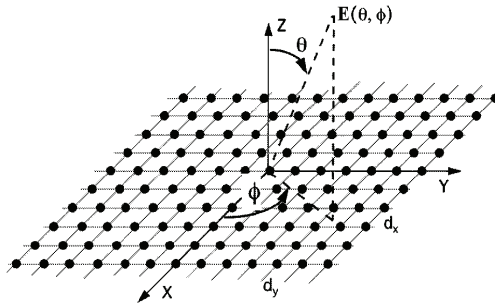


Fig. 1.3 Arreglo planar rectangular [1].

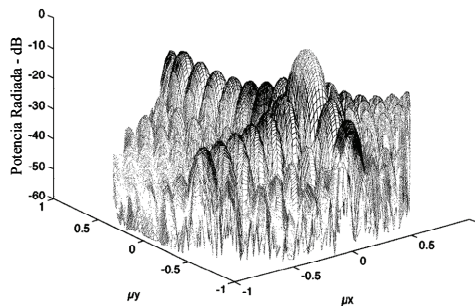


Fig. 1.4 Patrón de radiación para 15x11 elementos [1].

En cualquiera de los dos tipos de arreglos, cuando los desplazamientos  $\alpha$  se realiza electrónicamente, se dice que se trata de un arreglo con escaneo electrónico de haz, ESA.

La única restricción que se puede tener en la apertura de un arreglo planar es que los espaciamientos  $d_x$  y  $d_y$  deben ser suficientemente pequeños para poder eliminar los lóbulos de difracción interferentes. Esta limitante indica que para cualquier ángulo de escaneo  $(\theta, \phi)$  existirán estos lóbulos indeseables a ángulos dados por las direcciones  $u_m = \sin \theta \cos \phi + \frac{md_x}{\lambda}$ ,  $v_n = \sin \theta \sin \phi + \frac{nd_y}{\lambda}$ . En un arreglo rectangular se utiliza un criterio para confinar los lóbulos no deseados. Este indica que los lóbulos que se encuentren dentro del círculo unitario  $u_m^2 + v_n^2 = 1$  serán emitidos, no así aquellos que estén fuera [16].

La desventaja de los arreglos planares es que la disposición de los elementos es complicada y se requiere mayor control electrónico sobre los desplazamientos de fase. Una propuesta para mejorar este problema de control electrónico son los arreglos multicapa fila-columna. El diseño de estos arreglos mejora sustancialmente muchos problemas de fabricación que incrementan los costos y las pérdidas de transmisión de los arreglos convencionales. Se elimina el uso de conectores y líneas de transmisión hacia los desplazadores de fase, y se mejora sustancialmente la complejidad de la red de alimentación, el peso del arreglo y el costo. Un tipo de antena multicapa fila-columna es la lente RADANT, desarrollada por los laboratorios de investigación naval de los Estados Unidos de América.

### 1.2.3 Principio de escaneo electrónico de la lente RADANT

Chekroun Claude y Herrick D. [10] en 1981 exponen el método de escaneo electrónico RADANT. Este método se describe a continuación. El proceso de escaneo electrónico de la antena RADANT se basa en el principio de modificar el índice de refracción de una lente fabricada con un dieléctrico artificial. Con esta técnica, se descarta utilizar conmutadores de fase discretos, y el control de fase ciertamente se distribuye dentro de la apertura de la lente. La lente contiene un dieléctrico artificial con un control de su índice de refracción por medio de diodos. Este dieléctrico artificial consiste principalmente de rejillas con alambres, aberturas metálicas, o cintas metálicas de determinadas dimensiones, con diodos interconectando cada uno de ellas. Ver figura 1.5. Conmutando los diodos entre estados de alta y baja impedancia se consigue el cambio deseado en el índice de refracción.

La lente con dieléctrico artificial está conformada por rejillas en paralelo, que son superficies en las cuales se encuentran los elementos de control. Cada rejilla puede ser representada por una admitancia de la forma  $Y = G + jB$ . Si asumimos que esta admitancia es sin pérdidas, se tiene  $Y = jB$ . Si consideramos una rejilla con alambres continuos paralelos al campo eléctrico  $E$  de la onda incidente, su reactancia  $X = 1/Y = 1/B$  será inductiva, y su valor dependerá de la longitud de onda, del diámetro de los alambres y del ángulo de incidencia de la onda plana.

En un principio, considerando segmentos de alambre como los elementos de las rejillas (figura 1.6), la susceptancia equivalente  $B$  va a depender de: las distancias entre alambres paralelos, del diámetro de los

alambres y de la distancia colineal de los dipolos. La rejilla de alambres puede tener comportamiento capacitivo o inductivo dependiendo si la longitud de los alambres es menor o mayor a media longitud de onda, respectivamente. La estructura alcanza resonancia si esta dimensión está cerca de media longitud de onda.

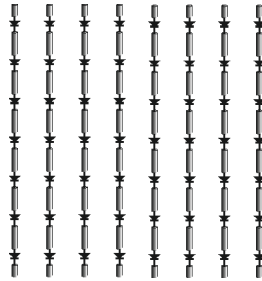


Fig. 1.5 Rejilla conformada por segmentos de alambre interconectados con diodos

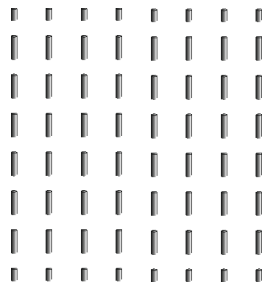


Fig. 1.6 Rejilla conformada por segmentos de alambre

Si ahora conectamos con diodos p-i-n estos segmentos de alambre, obtenemos una estructura cuya admitancia puede oscilar entre dos valores de susceptancia, despreciando pérdidas. Si la polarización es inversa de los diodos, la rejilla es equivalente a una red de alambres con susceptancia  $B_1$ , y con los valores adecuados de diámetro de alambres, distancias y parámetros de diodo esta susceptancia tendrá comportamiento capacitivo. Con polarización directa en los diodos, la rejilla es equivalente a una red de alambres con susceptancia  $B_2$ . Conmutando el estado de los diodos entre alta y baja impedancia, el valor de susceptancia es diferente. Este cambio de estado en la susceptancia, ocasiona un desplazamiento en la fase de transmisión de la onda incidente cuando esta atraviesa el plano de la lente.

De cualquier manera, con el desplazamiento de fase se presenta un cambio en el coeficiente de reflexión. Es deseable la adaptación de la onda incidente al espacio libre, es decir, prevenir reflexiones (con relación de onda estacionaria igual a la unidad). Para lograr esto, se utilizan dos paneles de rejillas paralelas con

polarización idéntica de diodos. Es posible definir la distancia entre las rejillas del par para la cual las susceptancias equivalentes se acoplen una con la otra, y lograr así un valor de reflexión aproximado a cero. Considerando un valor de susceptancia equivalente  $B_1$  en las rejillas del par, cuando los diodos de las rejillas se encuentren en uno de sus dos estados, se tendrá una diferencia de fase de transmisión  $\phi_1$  en la onda incidente. Y con el otro estado de los diodos, las rejillas del par tendrán un valor de susceptancia equivalente  $B_2$ , originando una diferencia de fase  $\phi_2$ . De esta manera, el desplazamiento de fase, con mínima reflexión en ambos estados de los diodos, estará dado por  $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$ .

Ahora, considerando que los diodos de los elementos de una sección filas están conduciendo y la otra mitad no conducen, se presenta una discontinuidad en la fase de la onda transmitida. Ver figura 1.7.

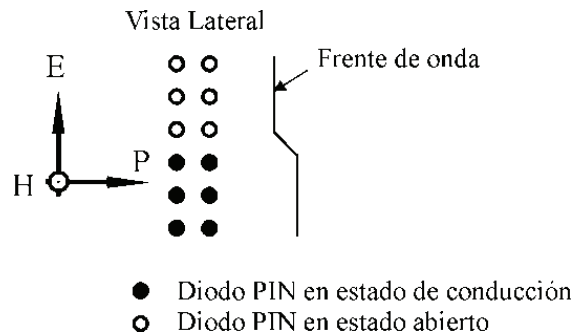


Fig. 1.7 Gradiente de fase introducido por un par de rejillas con polarización distinta en los diodos de las filas

El retardo de propagación que experimentan los dos segmentos del frente de la onda transmitida es:

$$\tau = \frac{\Delta\phi \lambda}{2\pi} \quad (1.8)$$

La lente RADANT se construye utilizando  $N$  paneles idénticos al de la figura 1.6. Si todos los paneles (dos rejillas) son idénticos,  $\Delta\phi$  será elegido como un múltiplo de  $2\pi$ . Y es igual a:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{N+1} \quad (1.9)$$

De esta manera, es posible incrementar la fase desde  $0$  a  $2\pi$ , en  $\Delta\phi$  veces.

Si de una sección a otra, dentro de los paneles, el desplazamiento de fase varía por  $\Delta\phi$  el frente de la onda dejará de ser paralela al plano de la onda incidente. La onda resultante, será emitida en una dirección definida por un ángulo  $\theta$ , tal como se aprecia en la figura 1.8.

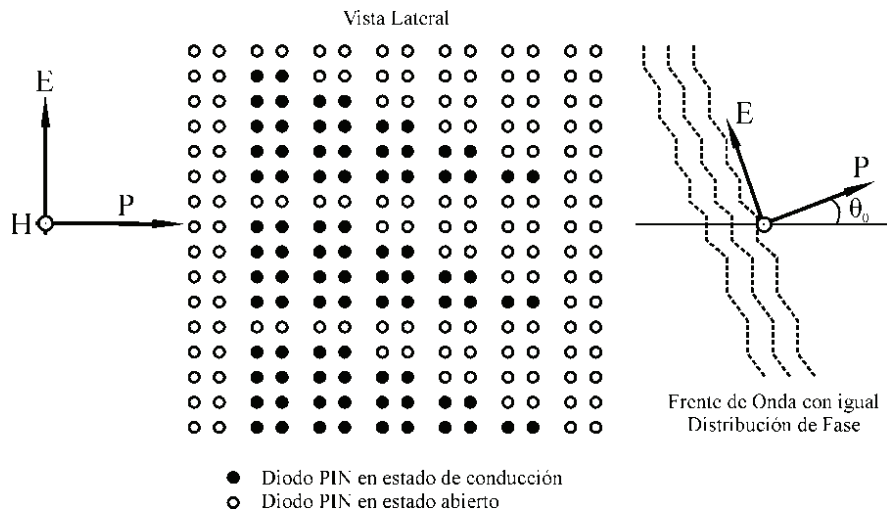


Fig. 1.8 Cambio del ángulo de escaneo a través de la lente RADANT

### 1.2.3.1 Configuraciones de antenas con lentes RADANT

Existen distintas configuraciones de arreglos multicapa RADANT. La lente RADANT básica fue demostrada con anterioridad por Tecnologías Radant, Inc. [11] bajo un contrato con los laboratorios de Roma. La lente Radant que se construyó, se basó en diodos instalados entre cintas de metal y sostenidos por una capa de dieléctrico. Las cintas con diodos fueron instaladas entre placas de metal. Tal como se muestra en la figura 1.9.

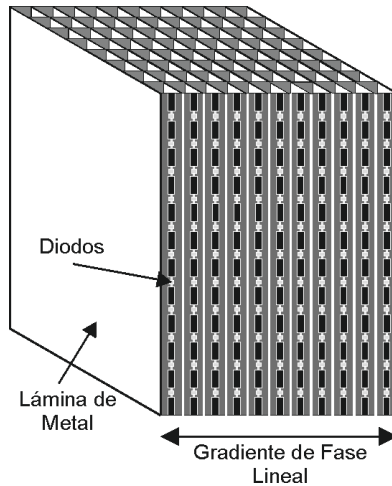


Fig. 1.9 Lente RADANT básico

El desplazamiento de fase a lo largo del medio se modifica cuando los diodos de una cinta conmutaban entre los estados de conducción y abierto. El desplazamiento de fase resultaba de la conmutación selectiva entre los dos estados de los diodos por medio de una circuitería de control. Una sola lente Radant de este tipo proporciona escaneo electrónico de haz en una sola dimensión. En este caso de escaneo unidimensional, el control de los diodos se facilita enormemente. Se puede lograr escaneo bidimensional colocando en cascada dos lentes Radant o utilizando una lente en configuración híbrida. La figura 1.10 muestra a esta configuración.

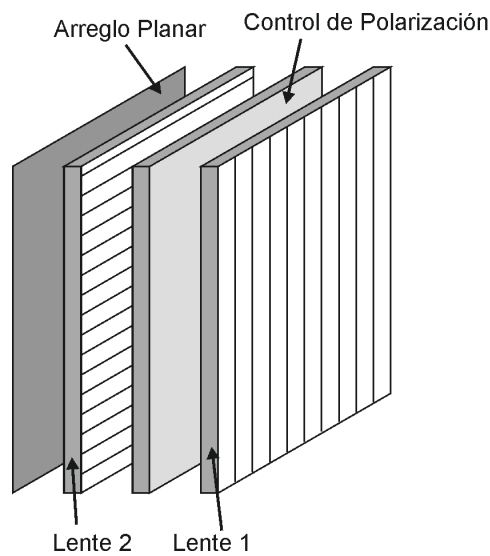


Fig. 1.10 Configuración de dos lentes Radant en paralelo para escaneo bidimensional

La primera lente Radant proporciona escaneo en elevación y la segunda en azimut. El arreglo planar que se aprecia actúa como alimentador para ambas lentes. Para la configuración de la figura 1.10 se puede utilizar alimentación espacial, como se observa en la figura 1.11. Para esta configuración se pueden utilizar controladores de fase fila-columna, para corregir los errores esféricos que puedan presentarse debidas a la alimentación espacial.

De igual manera, la antena de arreglo de fase híbrida logra un escaneo de onda en dos dimensiones. Esta técnica híbrida consiste de un arreglo lineal y discreto de conmutadores de fase y de una lente Radant. La primera escanea la onda en un plano y la segunda en el otro plano. El Laboratorio de Investigación Naval, NRL, de los Estados Unidos de América propone una antena de arreglos de fase híbrida de bajo costo que cumple con sus requerimientos de defensa. Esta antena consiste de un arreglo de guías de onda con aberturas en una de las paredes de la guía como iluminador con lente Radant. Cada guía de onda es alimentada en su entrada a través de los desplazadores de fase. Por medio de estos desplazadores de fase se logra el escaneo de la onda en una dimensión. Y el escaneo en el otro plano se obtiene colocando la lente Radant en frente del arreglo de guía de onda. Ver figura 1.11.

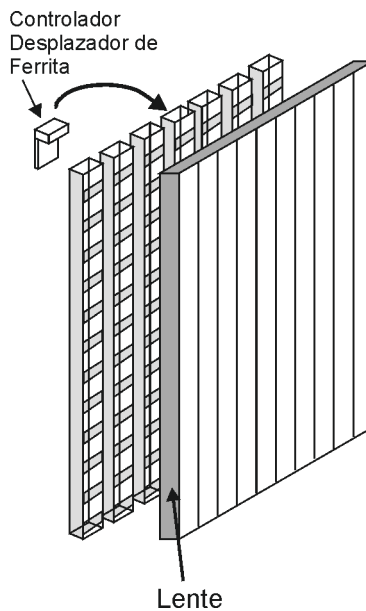


Fig. 1.11 Configuración de antena de arreglo de fase híbrido

El costo de fabricación de una lente Radant de este tipo es de 3 millones de dólares. De cualquier manera, se estima que redujeron a 1 millón de dólares. Combinándolo con el arreglo transmisor de guías de onda, llegaría a un costo de 3 millones de dólares. Por otro lado, el arreglo de fase de las mismas dimensiones requeriría 1200 desplazadores de fase y módulos transreceptores (MTR) con un costo de hasta 14 Millones



de dólares. Por ello, esta antena híbrida con lente Radant se considera como una antena de arreglos de fase de bajo costo.

Otra configuración de antena con lente Radant es utilizar materiales dieléctricos ferroeléctricos modificando su permitividad aplicando un voltaje de corriente directa (DC, por sus siglas en inglés *direct current*). Con esta base de funcionamiento, hay dos tipos: el tipo de onda viajera y la antena tipo lente.

Todos ellos tienen el mismo principio de funcionamiento descrito en la sección anterior, y se diferencian en aspectos como son: la simplificación de la red de alimentación de la antena, la conmutación de fase y los circuitos de control de dispersión de haz apuntando a disminuir los costos de los arreglos de fase [11].

Una propuesta para lograr cubrir estas características, es sustituir los conmutadores con base en diodos p-i-n por conmutadores que utilicen Sistemas Microelectro-Mecánicos (MEMS).

### **1.3 Sistemas micro-electromecánicos MEMS**

Los MEMS de RF son micro sistemas para aplicaciones que operan con ondas milimétricas o de radio frecuencia [14]. En los últimos años, los dispositivos MEMS han sido estudiados y analizados en diferentes aplicaciones, destacándose en implementaciones como son las antenas reconfigurables, antenas capacitivas y antenas en arreglos de fase.

Las antenas diseñadas con base en dispositivos MEMS se caracterizan principalmente por su respuesta altamente lineal y muy baja distorsión de señal, en comparación con los dispositivos semiconductores. Los MEMS pueden emplearse de varias maneras para lograr reconfigurabilidad del sistema de antenas, como son: la modificación del patrón o frecuencia de operación, el cambio de estructura radiadora, modificación de la impedancia de la antena para cambiar de frecuencia de resonancia, desplazamientos de fase y conmutadores MEMS. Los conmutadores MEMS son dispositivos muy prometedores por sus características de pérdidas, aislación, linealidad, consumo de potencia y compatibilidad con circuitos integrados [15].

#### **1.3.1 Desplazadores de fase MEMS**

Los componentes esenciales en las antenas en arreglos de fase de los sistemas de telecomunicaciones y sistemas radares son los desplazadores de fase. Actualmente las antenas en arreglos de fase se basan en conmutadores de materiales de ferrita, diodos p-i-n y en transistores de efecto de campo. Los desplazadores de fase de estado sólido proporcionan una buena solución a frecuencias de microondas y han sido ampliamente utilizados en sistemas de arreglos de fase modernos. Los desplazadores de fase con base en diodos p-i-n llegan a consumir una cantidad moderada de potencia DC entre 3 a 10 mW por diodo, lo cual resulta en diseños con baja pérdida, especialmente a frecuencias de la banda X. Los desplazadores

de fase basados en transistores FET virtualmente no consumen potencia DC y pueden integrarse con amplificadores de mediana potencia o de bajo ruido en el mismo chip, ocasionando un costo reducido de ensamblaje en los sistemas de arreglos de fase. De cualquier manera, introducen una significativa pérdida en su frente, de alrededor de 4-6 dB a 12-18GHz y entre 8-9dB a 35GHz en diseños de 4bits [8].

Muchos de los desplazadores de fase con base en sistemas micro-electromecánicos desarrollados actualmente, se basan en diseños establecidos, en donde el conmutador de estado sólido es reemplazado por un conmutador MEMS.

### **1.3.2 Conmutadores MEMS de radio frecuencia**

Los conmutadores MEMS son dispositivos que utilizan movimiento mecánico para lograr cerrar o abrir un circuito de una línea de transmisión de radiofrecuencia. Los conmutadores MEMS de RF son los conmutadores microelectromecánicos diseñados específicamente para funcionar en frecuencias de RF a milimétricas (0.1 a 100 GHz). Las fuerzas requeridas para el movimiento mecánico, pueden obtenerse utilizando diseños térmicos, piezo eléctricos, magnetostáticos, y electrostáticos. Los que se han probado en un comienzo, han sido los conmutadores electrostáticos en las frecuencias 0.1 a 100 GHz con elevada confiabilidad, entre 100 millones y 10 billones de ciclos.

Gabriel M. Rebeiz [7] reporta que los conmutadores MEMS utilizados en desplazadores de fase producen de baja pérdida a cualquier frecuencia, especialmente entre 8-120 GHz. La pérdida promedio que se conoce en desplazadores de fase de 3bits con base en MEMS es -0.9dB para 10-14 GHz, lo cual es un mejoramiento de unos 3-4 dB sobre los diseños con conmutadores FET. Esto se traduce en mejoramientos de 6-8 dB en sistemas de telecomunicaciones de dos vías y radares. La tabla 1-1 muestra los valores promedios de las pérdidas de los desplazadores de fase de 3bits con base en MEMS y a transistores FET de arseniuro de galio (GaAs).

Se hace presente una mejora significativa en los sistemas que operan en las bandas Ka, V y W. Esto significa que es factible eliminar una etapa del amplificador en la cadena transmisor-receptor, resultando una reducción de potencia *dc* de 20-100 mW por elemento en frecuencias de las bandas X a V. Este ahorro de potencia *dc* es significativo en sistemas de telecomunicaciones aéreos, espaciales y portátiles.

De igual manera, en los arreglos de fase grandes, al utilizar los desplazadores de fase con conmutadores MEMS el número de MTR disminuye entre un 50 a 75%. En los sistemas de comunicaciones esta disminución depende de la exigencia sobre la relación de ganancia a ruido en el receptor, y en los sistemas de radares depende de la potencia de transmisión y del alcance requerido.

Con estos desplazadores de fase de baja pérdida es posible alimentar con un solo MTR a dos o cuatro elementos del arreglo, reduciendo la complejidad del sistema. Los sub arreglos de 8 elementos llegan a tener una pérdida de potencia significativa.

Los conmutadores MEMS tienen muy baja capacitancia en estado abierto y tienen un buen desempeño comparado con los diseños que utilizan dispositivos de estado sólido. Los conmutadores MEMS pueden ser fabricados directamente con el elemento de la antena en sustratos cerámicos o vidrio, lográndose antenas en arreglos de fase más económicos.

Tabla 1.1 Pérdidas para distintos dispositivos desplazadores de fase [7]

Frecuencia (GHz)	Pérdida de MEMS RF (dB)	Pérdida de FET de GaAs (dB)
Banda X – 10	-0.9 a -1.0	-3 a -4
Banda Ka – 35	-1.7 a -2.0	-6 a -7
Banda V – 60	-2.3 a -2.6	-8 a -9
Banda W – 94	-2.6 a -3.0	-9 a -10

### 1.3.3 Tiempo de vida de los conmutadores MEMS de radiofrecuencia

El tiempo de conmutación de los conmutadores MEMS está en el orden de 1-20  $\mu\text{s}$ , lo cual permite que sean utilizados en la mayoría de los sistemas, exceptuadas aplicaciones aéreas. Los conmutadores MEMS trabajan sosteniendo potencia entre 10 a 50mW con elevada confiabilidad, lo cual limita su aplicación a arreglos que requieren relativamente baja potencia de radiación por elemento. Pueden, alternativamente ser instalados antes del amplificador de potencia en el MTR. El tiempo de vida de los conmutadores MEMS es de billones de ciclos por segundo, lo cual permite su utilización en una gama amplia de aplicaciones. Para que sean utilizados en aplicaciones aéreas y satelitales, el tiempo de vida debe de mejorarse a 100 billones de ciclos.

Rebeiz y Muldavin [8] reportan el tiempo requerido para los conmutadores MEMS para la mayoría de las aplicaciones. Las aplicaciones de los conmutadores MEMS incluyen los siguientes ámbitos:

*Sistemas de radares de defensa.* De 20 billones de ciclos a frecuencias de 5 a 94 GHz como son: radares satelitales, de 0.1 a 1 billón de ciclos en sistemas de misiles, de 20 a 200 billones de ciclos en radares de elevado alcance.

*Radares de automotores.* De 1 a 4 billones de ciclos a frecuencias 24, 60 y 77 GHz.

*Sistemas de comunicaciones satelitales.* De 0.1 millones de ciclos a frecuencias de 12 a 35 GHz, como son: redes conmutadoras utilizando configuraciones 4x4 y 8x8 y matrices Butler reconfigurables para

implementación en antenas, sistemas de comunicaciones satelitales de haz conmutado (de 1 a 20 billones de ciclos).

*Sistemas de comunicaciones inalámbricas.* A frecuencias de 0.8 a 6: de 0.1 a 1 millones de ciclos GHz los bancos de filtros conmutados para unidades portátiles, de 0.1 a 10 billones de ciclos los bancos de filtros conmutados para estaciones base, de 0.1 a 10 billones de ciclos conmutadores generales SP2T a SP4T, de 2 a 4 billones de ciclos y tiempos de conmutación de 5 a 20  $\mu\text{s}$  conmutadores transmisor/receptor, y de 10 a 100 millones de ciclos conmutadores SP2T en antenas con diversidad.

*Sistemas de instrumentación.* A frecuencias de 0.01 a 50 GHz: de 20 a 40 billones de ciclos y 10 años de operación los conmutadores de alto desempeño, atenuadores variables, redes SPNT, y de conmutadores de fase con capacidad.

Existen dos tipos de conmutadores MEMS de radiofrecuencia: los de corriente directa (DC) y los capacitivos. Los conmutadores DC tienen contactos metal a metal (típicamente oro) capaces de operar entre 0 y 6 GHz, y son utilizados para aplicaciones de baja corriente (300mA). Los mecanismos de fallas incluyen adhesión, metalización y aumento inexplicable de la resistencia de los contactos.

Los conmutadores capacitivos con contactos metal – dieléctrico (típicamente oro en nitruro de silicio) son utilizados a frecuencias de 10 GHz y más. Las fallas más comunes son adhesión, trabajo intencional, carga del dieléctrico, etc.

Los conmutadores MEMS han sido fabricados utilizando varias tecnologías como bulk micromachining, surface micromachining, y LIGA. Los materiales utilizados incluyen silicio, GaAs, cuarzo, dióxido de silicio, nitruro de silicio y varios metales. Para los contactos verticales, el cantilever y air bridge son muy similares [13].

#### **1.3.4 Ventajas y desventajas de los conmutadores MEMS de RF sobre los conmutadores con base en diodos p-i-n y FET**

Se listan a continuación las ventajas más importantes de los conmutadores MEMS sobre otros dispositivos de diodos p-i-n y FET [8]:

*Muy bajo consumo de potencia.* La acción electrostática requiere de 20 a 80 Volts, pero no consume ninguna corriente, lo cual lleva a un consumo de potencia muy bajo.

*Muy alto aislamiento.* Los MEMS de RF se fabrican con aberturas de aire, y por lo mismo tienen muy baja capacitancia de estado abierto (2-4 fF) resultando en excelente aislamiento (superior a -30 dB) a frecuencias entre 0.1 a 40 GHz.

*Baja pérdida de inserción.* Los conmutadores MEMS de RF serie y paralelo tienen pérdida de inserción de -0.1 dB hasta la frecuencia de 40 GHz.

*Muy bajo costo.* Los conmutadores MEMS de RF se fabrican utilizando técnicas de micromaquinado de superficie y pueden construirse sobre: cuarzo, Pyrex, impresiones de cerámica a baja temperatura, silicio de alta resistividad en grado mecánico, o substratos de GaAs.

Las desventajas más destacables de los conmutadores MEMS de RF son las siguientes [8]:

*Relativamente baja velocidad.* La velocidad de conmutación de la mayoría de los conmutadores MEMS está entre 2 y 40  $\mu\text{s}$ .

*Sostenimiento de potencia.* La mayoría de los conmutadores MEMS no pueden mantener más de 20 a 50 mW. Los conmutadores MEMS que puedan sostener 0.2 – 10 W con buena confiabilidad, simplemente no existen en la actualidad.

*Elevado voltaje de operación.* Los conmutadores MEMS electrostáticos, requieren entre 20 y 80 voltios para operar, lo cual implica la necesidad de chips de conversión de voltaje ascendente en sistemas de telecomunicaciones portátiles.

*Confiabilidad.* La confiabilidad de operación de conmutadores MEMS maduros es de 0.1 a 10 billones de ciclos. De cualquier manera, muchos sistemas requieren conmutadores con 20 a 200 billones de ciclos. Del cual, depende los años de operación del dispositivo.

*Empaquetamiento.* Los conmutadores MEMS necesitan ser empaquetados en atmósferas inertes (nitrógeno, argón, etc.) de muy baja humedad, y en precintos sellados.

*Costos.* Aunque el costo de fabricación de los conmutadores MEMS es muy bajo, uno debe añadir el costo de empaquetamiento y el del chip de conversión de voltaje ascendente.

### **1.3.5 Aspectos electromecánicos de los conmutadores MEMS**

Los conmutadores, como se mencionó anteriormente, son fabricados ya sea utilizando membranas fijas entre si o un cantilever flotante conocido como diseño de trampolín y son modelados como elásticos mecánicos con una constante elástica equivalente  $k[\text{N} / \text{m}]$ . La figura 1-12 muestra este diseño [8].

La constante elástica depende de las dimensiones geométricas de la membrana o cantilever y de los módulos de Young del material utilizado, como pueden ser oro, aluminio, nitrato, etc., y es de 5 a 40 N/m para la mayoría de los conmutadores MEMS de RF.

Los conmutadores tienen masa muy baja, de entre  $10^{-10}$  a  $10^{-11}$  kg, y por lo mismo son muy sensibles a fuerzas de aceleración.

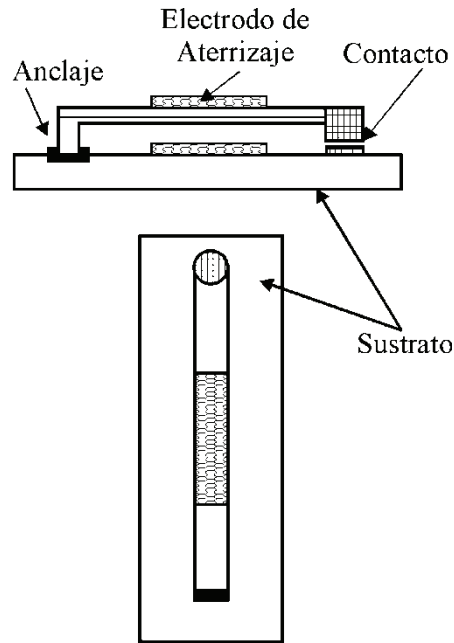


Fig. 1.12 Conmutadores seriales MEMS de línea

Actualmente, el desplazamiento del contacto es en el orden de nanómetros para constantes elásticas de 10 N/m con una aceleración de  $100 \text{ m/s}^2$ . Esto es insignificante ya que los conmutadores están suspendidos de 1.5 a 4  $\mu\text{m}$  por encima de línea de transmisión. El mecanismo de acción se logra utilizando una fuerza electrostática entre el electrodo superior e inferior, dado por:

$$F = \frac{QE}{2} = \frac{CVE}{2} = \frac{CV^2}{2\left(g + \frac{t_d}{\epsilon_r}\right)} = \frac{\epsilon AV^2}{2\left(g + \frac{t_d}{\epsilon_r}\right)^2} \quad (1.10)$$

Donde  $V$ , es el voltaje aplicado,  $g$  es el espaciamiento, y  $C$  la capacitancia, todos ellos entre el electrodo superior y el inferior.  $A$  es el área del electrodo. El electrodo inferior es normalmente cubierto por una capa de dieléctrico con espesor  $t_d$  entre 100 y 200 nm con constante dieléctrica  $\epsilon_r$  entre 3 y 8 para prevenir corto circuito entre las placas superior e inferior. La acción electrostática resulta con fuerzas muy bajas, pero son suficientes para el funcionamiento del conmutador MEMS. La razón es que, como el conmutador es proyectado para abajo hacia el electrodo inferior, el espaciamiento se reduce, y la fuerza de acción para abajo aumenta en el conmutador. Por otro lado, existe una fuerza de acción para arriba debida a la constante dieléctrica del conmutador. El equilibrio se alcanza cuando ambas fuerzas son igualadas, y

$$F = \frac{\varepsilon A V^2}{2 \left( g + \frac{t_d}{\varepsilon_r} \right)^2} = k(g - g_0) \quad (1.11)$$

Donde  $g_0$  es la altura inicial del puente. La solución de la ecuación cúbica en  $g$  resulta en una posición estable hasta aproximadamente  $g_0/3$  y después un colapso completo hacia el estado inferior del conmutador. El voltaje que ocasiona este colapso se denomina voltaje de efecto descendente y esta dado por

$$V_p \cong \sqrt{\frac{8kg_0^3}{27\varepsilon A}} \quad (1.12)$$

El voltaje de efecto descendente es típicamente de 23 Voltios. Y para lograr rápida operación del conmutador se considera 1.2 y 1.4  $V_p$ . Una vez que el conmutador está en estado cerrado con  $g$  reducido a 0  $\mu\text{m}$  (conmutadores capacitivos) y 0.3 a 0.5  $\mu\text{m}$  (en la mayoría de los conmutadores de contacto serial), el voltaje electrostático puede reducirse de 8 a 15 V mientras se mantiene el conmutador en posición de estado cerrado. Esto se realiza para reducir el campo eléctrico en el dieléctrico y evitar ruptura e inyección de carga en el dieléctrico. La constante de fuerza en la mayoría de los conmutadores de contactos metálicos puede encontrarse entre los 50 y 200  $\mu\text{N}$ . Esto se necesita para lograr alcanzar una resistencia de contacto muy baja, entre 0.1 y 0.3  $\Omega$ . Por ejemplo, un conmutador con área de  $100 \times 100 \mu\text{m}^2$ , con voltaje aplicado de 40 V, y espaciamiento de 2.5  $\mu\text{m}$ , tendrá una fuerza de acción inicial de solamente 11  $\mu\text{N}$ . Pero, si el conmutador tuviera espaciamiento 0.4  $\mu\text{m}$ , estado cerrado en la mayoría de los conmutadores, con el mismo voltaje, la fuerza aumentaría a 400  $\mu\text{N}$ . La fuerza se ejerce en el electrodo que cierra y debe ser transferida al punto de contacto utilizando la rigidez del cantilever o puente. Para conmutadores capacitivos donde el espaciamiento es cero y donde se debe de alcanzar un excelente contacto entre el puente y la capa dieléctrica, la constante de fuerza es de 1.5 mN en dieléctricos de nitruro de silicio con espesor de 1500 amtrongs y  $\varepsilon_r = 7.6$  con voltaje de acción descendente de 10V. Esta fuerza de contacto es distribuida sobre el área de contacto, que es de unos  $100 \mu\text{m}^2$ . Una vez que se quita el voltaje de polarización, la fuerza de acción ascendente es aproximadamente  $F = kg_0$  ya que el

desplazamiento del puente es  $g_0$ . Esto resulta en una fuerza de acción ascendente entre 30 y 60  $\mu\text{N}$  para la mayoría de los conmutadores y es ciertamente pequeña. Es por esta razón que los conmutadores MEMS de RF son muy sensibles a variaciones superficiales, humedad, contaminantes y debe de ser empaquetado en ambientes óptimos.

Los MEMS pueden utilizarse como conmutadores en las celdas pequeñas que conforman las rejillas de la lente RADANT.

#### **1.4 Arreglos de fase como problemas de valor de frontera**

Se presentará una interconexión mutua entre las celdas adyacentes de las rejillas, más cuando el espaciado entre ellas es de media longitud de onda. La interconexión mutua entre elementos ocasiona que la impedancia de radiación de un elemento en el arreglo sea diferente al valor de impedancia del elemento en el espacio libre, y depende directamente de la distribución de fase en la abertura del arreglo. Se puede producir una modificación en el patrón de radiación y una degradación de la característica de polarización [12].

La variación de la impedancia de radiación produce un desacoplo entre las impedancias de alimentador y arreglo, lo cual reduce la eficiencia de la antena y la aparición de lóbulos interferentes no deseables [12].

La teoría clásica de análisis de arreglos de antenas no predice los efectos de interconexión mutua mencionados. Se requiere de un modelo matemático que considere los efectos de interconexión mutua entre los elementos de los arreglos multicapa, para obtener sus características de radiación con buena aproximación a resultados reales.

A continuación se describen los métodos matemáticos adecuados para la evaluación de los efectos de interconexión mutua entre los elementos que conforman un arreglo multicapa.

Amitay y Galindo [12] describen los siguientes métodos para tomar en cuenta la interconexión mutua entre elementos: aproximación de impedancia mutua y la aproximación a una estructura de arreglo infinito.

El método de aproximación a una superficie infinita ignora la difracción producida por los bordes en un arreglo real.

##### **1.4.1 Aproximación de impedancia mutua**

La impedancia mutua entre dos antenas se define como el voltaje en circuito abierto inducido en las terminales de una antena cuando la otra antena es excitada por una corriente de amplitud unitaria. Muchos métodos analíticos se han desarrollado para encontrar la impedancia mutua. Estas aproximaciones consideran que la corriente en la terminal de una antena determina completamente la distribución (o



campo) en la antena y por lo tanto su patrón de radiación. Aplicando la aproximación de impedancia mutua a problemas de arreglos de fase, la relación terminal de cada elemento es relacionado a los de los otros elementos por la impedancia mutua (o admitancia). Esto lleva a la formulación del problema en términos de un problema de circuito multipuerto. De esta manera, las corrientes terminales se las calcula para voltajes terminales específicos o viceversa. La aproximación es válida para arreglos finitos. La aplicabilidad del método de aproximación de impedancia mutua está limitada a elementos pequeños en términos de la longitud de onda.

### **1.4.2 Aproximación a una estructura de arreglo infinito**

Un arreglo infinito puede ser considerado como una estructura periódica. Varios métodos analíticos están disponibles para el análisis de estructuras periódicas. El campo (o la corriente) en la apertura del elemento activo, debido a la periodicidad de la rejilla, puede solamente ser evaluado en una celda periódica cuando el arreglo es excitado uniformemente. Las características activas de reflexión (impedancia) y radiación (ganancia, razón axial y ángulo de inclinación) están directamente relacionadas con el campo (o corriente) en la apertura. En esta aproximación se consideran los efectos de acoplamiento mutuo.

El método de consideración de distribución de campo en la apertura está dentro de esta categoría. Es un método de aproximación para el análisis del campo incidente al arreglo de fase que se basa en la combinación de las propiedades periódicas del arreglo, con la consideración de distribución de campo (o corriente) en la apertura de los elementos del arreglo. Se pueden obtener resultados muy aproximados en ciertas cantidades físicas, como impedancia, si son proyectados de forma variacional.

Debido a la característica de estructura periódica de la lente RADANT es que consideramos este método en el desarrollo del modelo matemático descrito en el siguiente capítulo.

#### **1.4.2.1 Simulador de guía de onda**

El simulador de guía de onda es una idea interesante desarrollada en parte, del análisis anterior. La periodicidad de un arreglo, combinado con ciertos requerimientos de simetrías en la rejilla, elementos y modos de alimentación, lleva a la derivación de una transición equivalente de guía de onda utilizando los principios de imágenes. Esta transición de guía de onda simula el desempeño del arreglo bajo ciertas condiciones de escaneo del haz. Las paredes de la guía de onda actúan como pares de planos de imágenes que simulan un ambiente periódico e infinito para la estructura encerrada contenida en la guía de onda.

## 1.5 Conclusiones

1. Las antenas en arreglos de fase son muy importantes por su característica propia de escaneo electrónico de haz.
2. En un principio, las antenas en arreglos de fase fueron ampliamente utilizadas por los militares, en los sistemas de radares, limitado su aplicación en comunicaciones comerciales, principalmente por su elevado costo de fabricación.
3. El advenimiento de los conmutadores con base en diodos p-i-n, Circuitos Integrados Monolíticos para Microondas (CIMM) y, en la actualidad, los dispositivos micro-electromecánicos MEMS han permitido mejorar ampliamente sus características de escaneo y costo de fabricación.
4. Existen buenas propuestas para mejorar los costos fabricación, el desempeño y las pérdidas de inserción en las antenas en arreglos de fase, como es el uso de otros materiales semiconductores diferentes al silicio y arseniuro de galio, principalmente en los dispositivos desplazadores de fase y módulos transmisor-receptor.
5. Una propuesta capaz de reducir costos de fabricación y mejorar las pérdidas de inserción, es la lente RADANT. Se requiere de un modelo matemático para el diseño de la lente.
6. El modelo matemático de diseño puede considerar la interacción mutua entre elementos, pues la lente RADANT es una estructura abierta. Así mismo, el modelo matemático puede considerar diferentes geometrías de los elementos del arreglo para mejorar las respuestas de escaneo.

## Bibliografía

- [1] Don Parker, and D.C. Zimmermann, "Phased Arrays – Part I, Theory and Architectures", IEEE Transactions On Microwave Theory And Techniques, Vol. 50, No. 3, March 2002, pp. 678-686.
- [2] H. R. Phelan, "Spiraphase-a New, Low Cost, Lightweight Phased Array, Part I Theory and concept", *Microwave Journal*, Vol. 19, No 12. pp. 41-44, Dec. 1976.
- [3] Don Parker, and D.C. Zimmermann, "Phased Arrays – Part II, Implementations, Applications, and Future Trends", IEEE Transactions On Microwave Theory And Techniques, Vol. 50, No. 3, March 2002, pp. 688-698.
- [4] Eli Brookner, "Phased Arrays for the New Millennium", 2000 IEEE International Conference on Phased Array Systems & Technology, May. 21-25, 2000, Dana Point, CA, USA, pp. 3-19.
- [5] E. Brookner, "Phased-Array and Radar Breakthroughs", IEEE Radar Conference, 2007 17-20 April 2007 Page(s):37 – 42.
- [6] Eli Brookner, "Phased-array Radars: Past, Astounding Breakthroughs and Future Trends", *Microwave Journal*, Vol. 51, No. 1, January 2008, pp. 30-35.

- [7] Gabriel M. Rebeiz, Guan-Leng Tan, Joseph S. Hayden, "RF MEMS Phase Shifters: Design and Applications", IEEE microwave magazine 73, June 2002.
- [8] Gabriel M. Rebeiz and Jeremy B. Muldavin, "RF MEMS Switches and Switch Circuits", IEEE microwave magazine, December 2001.
- [9] E. Brookner, "Antenna Array Fundamentals, Part I", Lecture 2, pgs. 2.1-2.53.
- [10] C. Chekroun, D. Herric, Y. Michel, R. Pauchard and P. Vidal, "RADANT: new method of electronic scanning", Microwave J., v. 24, Feb. 1981, pp. 45-53.
- [11] J.B.L. Rao, G.V. Trunk and D.P. Patel, "Two Low Cost Phased Arrays", Proceedings of the 1996 IEEE International Symposium on Phasedarray Systems and Tech., October 15-18, 1996, Boston, MA, pp. 119-124.
- [12] N. Amitay, V. Galindo and C. P. Wu, Theory and Analysis of Phased Array Antennas. New York: Wiley-Interscience, 1972.
- [13] S.T. Patton and J.S. Zabinski, "Fundamental Studies of Au contacts in MEMS RF switches", Tribology Letters, Vol. 18, No.2, February 2005, pp. 215-230.
- [14] Jérémie Bouchaud, Dr. Henning Wicht, "RF MEMS Analysis, Forecasts and Technology Review, Compound Semi&Microtechnology.
- [15] Nakul Haridas, Ahmet T. Erdogan, Tughrul Arslan, Anthony J. Walton, Steward Smith, Tom Stevenson, Camelia Dunare, Alan Gundlach, Jon Terry, Petros Argyrakis, Kevin Tierney, Alan Ross and Tony O'Hara, "Reconfigurable MEMS Antennas", NASA/ESA Conference on Adaptive Hardware and Systems, 2008.
- [16] Robert J. Mailloux, "Phased Array Theory and Technology", Proceedings of the IEEE, Vol. 70, No. 3, March 1982.

## Capítulo 2 Modelo matemático para arreglo de aberturas periódicas con carga

Actualmente se busca que los arreglos de fase se caractericen por un buen desempeño y bajo costo de fabricación. Los más adecuados para cumplir con estas exigencias son los arreglos con base en superficies periódicas de parches o aberturas de láminas metálicas impresas sobre sustrato dieléctrico, las cuales exhiben, respectivamente, total reflexión o transmisión de una onda electromagnética en el espacio. Estos arreglos se conocen como superficies selectivas en frecuencia (SSF), y para predecir la banda de reflexión o transmisión de la onda se han venido desarrollando técnicas de análisis eficientes capaces de modelar una gama amplia de configuraciones.

La geometría de cada elemento, sea parche o abertura, así como el espaciamiento, contribuyen a la forma de los campos emitidos por el arreglo, sean reflejados o transmitidos. Por lo mismo, debido a la naturaleza finita del elemento, los campos exhiben resonancias con la variación de la longitud de onda de la señal de alimentación. Es decir que los campos son totalmente transmitidos (aberturas) o reflejados (parches) a una longitud de onda específica. Estas resonancias ocurrirán cuando el tamaño del elemento sea un número entero de media longitud de onda, y la respuesta en frecuencia será modificada por el arreglo infinito de elementos [1][9].

Los arreglos periódicos de parches o aberturas actúan como superficies que reflejan o transmiten las ondas, y tienen la característica de un filtro supresor de banda y pasa banda, respectivamente. La frecuencia de resonancia y el ancho de banda de estos arreglos pueden controlarse variando la longitud, el espaciamiento y la impedancia de la carga de los dipolos [2].

Se considera una lente conformada por un conjunto de rejillas en paralelo, tal como se muestra en la figura 2.1. En este ejemplo, cada rejilla de la lente está conformada por aberturas rectangulares con diodos p-i-n como carga. Las aberturas están dispuestas de manera periódica y son en lámina metálica, la cual está impresa sobre sustrato dieléctrico.

En primera instancia, se analiza el campo electromagnético que incide sobre una rejilla con cintas de metales verticales, impresos sobre sustrato dieléctrico, periódicas y de longitud infinita. Posteriormente, aplicamos el método de dualidad para obtener la representación del campo electromagnético que incide a un arreglo de aberturas rectangulares con carga, periódicas y de longitud infinita.

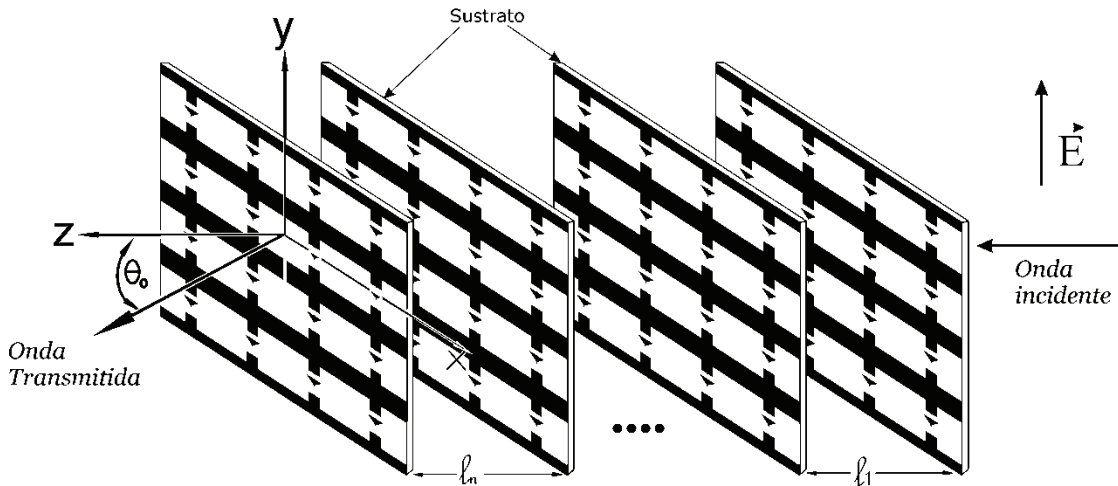


Fig. 2.1 Lente RADANT

Las celdas unitarias, regularmente espaciadas a lo largo del arreglo, las denominaremos como “celdas pequeñas”. Una vez caracterizado el campo electromagnético para el arreglo con aberturas metálicas con carga, se verifica el sistema lineal de ecuaciones obtenido con los valores de coeficiente de reflexión para distintas dimensiones de “celda pequeña” del arreglo. Los resultados obtenidos con el modelo matemático son comparados con los resultados obtenidos con otros modelos matemáticos desarrollados para estructuras similares.

Posteriormente, extendemos el modelo matemático para un arreglo de rejillas que conforman la lente RADANT para escaneo del haz en una dirección deseada.

### 2.1 Arreglo de cintas periódicas infinitamente largas impresas sobre sustrato dieléctrico

El problema de dispersión de ondas por arreglos periódicos, sean de láminas rectangulares o de aberturas sobre placa conductora, fue analizado anteriormente por diferentes métodos. Kieburz e Ishimaru [6] estudiaron el problema de dispersión por lámina conductora perforada periódicamente utilizando el método variacional generalizado. Otro método adicional para analizar este tipo de estructuras periódicas infinitas, es aquel desarrollado por Chao C. Chen [3], donde la distribución de campo electromagnético cerca del arreglo puede ser expandido en funciones de modos Floquet. Los modos vectoriales Floquet constituyen un conjunto ortonormal completo de eigenfunciones sobre las celdas periódicas del arreglo. Físicamente, los modos Floquet son ondas planas transversal eléctrica (TE) y transversal magnética (TM) que se propagan desde y hacia el plano del arreglo. Acoplando diferentes modos en el plano del arreglo en

sus celdas pequeñas y aplicando las condiciones de frontera se obtiene la ecuación integral para la corriente inducida en cada lámina de la lente. El trabajo de tesis se basa en este método.

Inicialmente, se considera para análisis el arreglo de cintas periódicas infinitamente largas. Ver figura 2.2.

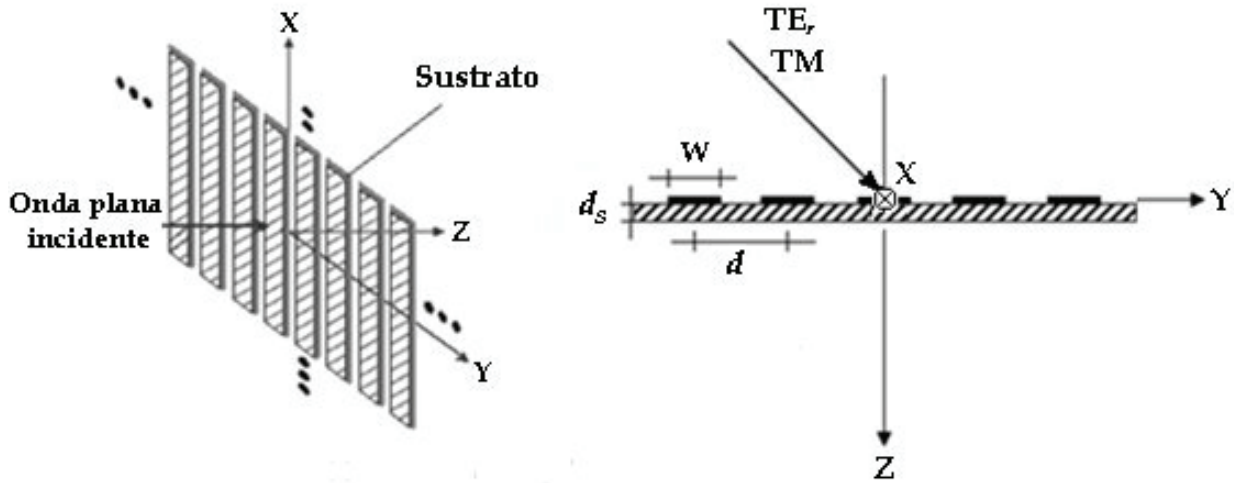


Fig. 2.2 Arreglo de cintas infinitamente largas

El arreglo consiste de cintas de metal verticales infinitamente largas e impresas sobre un sustrato dieléctrico de permitividad  $\epsilon^s$  y un ancho " $d_s$ ", el cual sirve de soporte para las cintas. Las cintas tienen ancho " $w$ " y se encuentran periódicamente espaciadas una distancia " $d$ ".

### 2.1.1 Ecuación integral para la corriente inducida por una onda plana incidente a un arreglo de cintas periódicas

La componente transversal del campo eléctrico de polarización lineal que incide al arreglo puede expandirse en un conjunto ortogonal de modos Floquet correspondientes a la región  $z < 0$ :

$$\vec{E}_\tau^i = \sum_{l=1}^2 A_{l00} \vec{\psi}_{l00}(x, y) e^{-jk_{00}^z z} \quad (2.1)$$

Donde  $A_{l00}$  es la magnitud de la onda incidente,  $\vec{\psi}_{l00}(x, y)$  es el modo Floquet incidente,  $k_{00}^z$  es el número de onda del modo Floquet incidente y el subíndice  $l$  denota el modo transversal eléctrico  $TE$  ( $l = 1$ ) o magnético  $TM$  ( $l = 2$ ).

De la misma manera, la componente transversal del campo eléctrico reflejado puede expandirse en otro conjunto ortogonal de modos Floquet en la misma región  $z < 0$ :

$$\vec{E}_\tau^r = \sum_{l=1}^2 \sum_m \sum_n \Gamma_{lmn} \vec{\psi}_{lmn}(x, y) e^{jk_{mn}^z z} \quad (2.2)$$

Donde  $m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  y  $\Gamma_{lmn}$  son los coeficientes de reflexión de los correspondientes modos Floquet del sistema ortogonal de vectores normalizados  $\vec{\psi}_{lmn}(x, y)$ . (Ver apéndice A)

Las componentes transversales del campo eléctrico transmitido se expresan como suma de modos Floquet en la región  $z > 0$  como:

$$\vec{E}_\tau^t = \sum_{l=1}^2 \sum_m \sum_n T_{lmn} \vec{\psi}_{lmn}(x, y) e^{-jk_{mn}^z z} \quad (2.3)$$

Donde  $T_{lmn}$  son los coeficientes de transmisión de los correspondientes modos Floquet  $\vec{\psi}_{lmn}(x, y)$ .

Aplicando la condición de frontera para el campo eléctrico tangencial en el punto  $z=0$ , se obtiene:

Para la onda incidente ( $m = 0, n = 0$ ):

$$A_{l00} + \Gamma_{l00} = T_{l00} \quad (2.4)$$

Para los demás modos ( $m > 1, n > 1$ ):

$$\Gamma_{lmn} = T_{lmn} \quad (2.5)$$

El campo tangencial magnético en el plano del arreglo se expresa como:

$z = 0^-$  :

$$\vec{z} \times \vec{H}_\tau^- = - \sum_{l=1}^2 Y_{l00} \vec{\Psi}_{l00}(x, y) + \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \Gamma_{lmn} Y_{lmn} \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) \quad (2.6)$$

$z = 0^+ :$

$$\vec{z} \times \vec{H}_t^+ = - \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N T_{lmn} Y_{lmn}^s \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) \quad (2.7)$$

donde  $Y_{lmn}$  son las admitancias modales de los modos Floquet en la región  $z < 0$ . El dieléctrico sirve de soporte a la superficie y es modelado con una línea de transmisión de longitud  $d_s$  terminada en una carga de admitancia  $\bar{Y}_{lmn}^s$ ; y el espacio libre es modelado por el circuito equivalente de línea de transmisión con carga  $Y_{lmn}$ .  $\vec{z}$  es el vector unitario en dirección del eje  $Z$ .

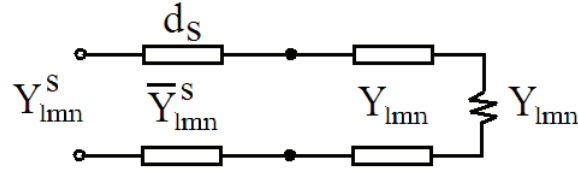


Fig. 2.3 Circuito equivalente de la región  $z < 0$

Entonces, la admitancia modal en la región  $z > 0$  queda representada por:

$$Y_{lmn}^s = \bar{Y}_{lmn}^s \frac{Y_{lmn} + j\bar{Y}_{lmn}^s \tan(k_{mn}^{zs} d_s)}{\bar{Y}_{lmn}^s + jY_{lmn} \tan(k_{mn}^{zs} d_s)} \quad (2.8)$$

Los campos transversales eléctrico y magnético, denotados por los subíndices 1 y 2 respectivamente, en el espacio libre y en el dieléctrico, se relacionan por las impedancias modales siguientes:

$$Y_{1mn} = \frac{k_{mn}^z}{k} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \quad \bar{Y}_{1mn}^s = \frac{k_{mn}^{zs}}{k^s} \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\mu_0}} \quad (2.9)$$

$$Y_{2mn} = \frac{k}{k_{mn}^z} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \quad \bar{Y}_{2mn}^s = \frac{k^s}{k_{mn}^{zs}} \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\mu_0}} \quad (2.10)$$

Siendo  $k_{mn}^{zs}$  la constante de propagación modal en el dieléctrico a lo largo del eje  $z$ , dada por:

$$k_{mn}^{zs} = \sqrt{k^2 - k_{rnm}^2} \quad (2.11)$$



donde:  $k_{rnm}^2 = k_{xm}^2 + k_{yn}^2$ .  $k_{xm} = \frac{2\pi m - \varphi_x}{b}$ ,  $k_{yn} = \frac{2\pi n - \varphi_y}{d}$ , siendo  $\varphi_x = k \sin \theta \cos \phi$ ,  $\varphi_y = k \sin \theta \sin \phi$ ,  $k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$  es el número de onda y  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$  son las constantes eléctrica y magnética del espacio libre, respectivamente.

Considerando la condición de frontera para componentes transversales del campo magnético en el punto  $z = 0$ :

$$\vec{z} \times (\vec{H}^+ - \vec{H}^-) = \vec{J}_s(x, y)$$

es decir:

$$(\vec{z} \times \vec{H}^+) - (\vec{z} \times \vec{H}^-) = \vec{J}_s(x, y) \quad (2.12)$$

donde  $\vec{J}_s(x, y)$  es la densidad superficial de corriente inducida en las cintas debida al campo eléctrico incidente,  $\vec{H}^+$  y  $\vec{H}^-$  son los vectores de intensidad de campo magnético en las regiones  $z > 0$  y  $z < 0$ , y  $\vec{z}$  es el vector unitario del eje Z.

Reemplazando las expresiones (2.5) y (2.6) en (2.12), y realizando algunas operaciones se obtiene:

$$\vec{J}_s(x, y) = -(Y_{lmn}^s - Y_{lmn}) \vec{\Psi}_{l00}(x, y) - \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \Gamma_{lmn} (Y_{lmn}^s - Y_{lmn}) \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) \quad (2.13)$$

La densidad de corriente inducida en las cintas puede estar representada por un conjunto de funciones base ortonormales de la siguiente forma:

$$\vec{J}_s(x, y) = \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N a_{lmn} \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) \quad (2.14)$$

Las constantes  $a_{lmn}$  por despeje resultan:

$$a_{lmn} = \int_S \vec{J}_s(x, y) \cdot \vec{\Psi}_{lmn}^*(x, y) ds \quad (2.15)$$

Para la onda incidente ( $m = 0, n = 0$ ) el coeficiente está dado por:

$$a_{l00} = -Y_{l00}^s + Y_{l00} - \Gamma_{l00} Y_{l00}^s - \Gamma_{l00} Y_{l00} \quad (2.16)$$

donde:

$$\Gamma_{l00} = -\frac{a_{l00} + Y_{l00}^s - Y_{l00}}{Y_{l00}^s + Y_{l00}} \quad (2.17)$$

Para los demás modos:

$$a_{lmn} = -\Gamma_{lmn}(Y_{lmn}^s + Y_{lmn}) \quad (2.18)$$

En la práctica son de interés los campos en la zona lejana al arreglo, en la cual solamente existe un modo TE y TM, pues los modos de alto orden son generalmente evanescentes.

El coeficiente de reflexión de la onda plana incidente está expresado por:

$$\Gamma_{l00} = -\frac{1}{Y_{l00}^s + Y_{l00}} \left( \int_S \vec{J}_s(x, y) \cdot \vec{\Psi}_{l00}^*(x, y) ds + Y_{l00}^s - Y_{l00} \right) \quad (2.19)$$

Y para los demás modos:

$$\Gamma_{lmn} = -\frac{1}{Y_{lmn}^s + Y_{lmn}} \left( \int_S \vec{J}_s(x, y) \cdot \vec{\Psi}_{lmn}^*(x, y) ds \right) \quad (2.20)$$

Por otro lado, en las regiones definidas por el plano del arreglo ( $z = 0$ ), el campo eléctrico tangencial está definido por:

$z = 0^-$  :

$$\vec{E}_\tau(x, y) = \vec{\Psi}_{l00}(x, y) + \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \Gamma_{lmn} \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) \quad (2.21)$$

$z = 0^+$ :

$$\vec{E}_\tau(x, y) = \vec{\Psi}_{l00}(x, y) + \Gamma_{l00} \vec{\Psi}_{l00}(x, y) + \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \Gamma_{lmn} \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) \quad (2.22)$$

Las expresiones de coeficiente de reflexión (2.19) y (2.20) son reemplazadas en (2.22), y se encuentra la ecuación integral para la densidad superficial de corriente inducida en las cintas:

$$\frac{2Y_{l00}\bar{\Psi}_{l00}(x,y)}{Y_{l00}^s + Y_{l00}} = \iint_{S'} \left\{ \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \frac{1}{Y_{lmn}^s + Y_{lmn}} \bar{\Psi}_{lmn}(x,y) \bar{\Psi}_{lmn}^*(x',y') \right\} \cdot \vec{J}_s(x',y') dx' dy' \quad (2.23)$$

### 2.1.2 Solución de la ecuación integral para la densidad superficial

El vector de densidad superficial de corriente se puede expresar como una combinación lineal de funciones vectoriales  $\vec{f}_p(x,y)$ , conocidas como funciones base. Estas funciones ortonormales son elegidas para satisfacer las condiciones de frontera en las cintas metálicas.

$$\vec{J}_s(x,y) = \sum_{p=1}^P a_p \vec{f}_p(x,y) \quad (2.24)$$

donde  $a_p$  son coeficientes desconocidos. Al considerar la expresión (2.24) para (2.23), la igualdad de la ecuación integral se cumple de manera aproximada, quedando un residuo que se puede representar como  $\vec{\delta}(x,y)$ , es decir:

$$\frac{2Y_{l00}\bar{\Psi}_{l00}(x,y)}{Y_{l00}^s + Y_{l00}} - \sum_{p=1}^P a_p \iint_{S'} \left\{ \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \frac{1}{Y_{lmn}^s + Y_{lmn}} \bar{\Psi}_{lmn}(x,y) \bar{\Psi}_{lmn}^*(x',y') \right\} \cdot \vec{f}_p(x',y') dx' dy' = \vec{\delta}(x,y) \quad (2.25)$$

El residuo  $\vec{\delta}(x,y)$  puede expresarse como una combinación lineal de funciones ortonormales, denominadas funciones de peso o de prueba,  $\vec{g}_q(x,y)$ :

$$\vec{\delta}(x,y) = \sum_{q=1}^Q b_q \vec{g}_q(x,y)$$

Para minimizar la función de error  $\vec{\delta}(x,y)$ , se impone que los coeficientes  $b_q$  sean iguales a cero, es decir:

$$b_q = \iint_s \vec{\delta}(x, y) \cdot \vec{g}_q(x, y) dx dy = 0 \quad (2.26)$$

donde  $q = 1, 2, 3, \dots, P$ . Reemplazando (2.25) en (2.26) y aplicando el método de Galerkin, es decir, utilizando las mismas funciones de base y peso, se obtiene el siguiente sistema lineal de ecuaciones de orden  $P$ :

$$\sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \frac{1}{Y_{lmn}^s + Y_{lmn}} \sum_{p=1}^P a_p C_{lmn}^{p*} C_{lmn}^q = \frac{2Y_{100}}{Y_{100}^s + Y_{100}} \iint_s \vec{f}_q(x, y) \cdot \vec{\Psi}_{100}^*(x, y) ds \quad q=1, 2, 3, \dots, P \quad (2.27)$$

donde  $C_{lmn}^{p*}$  son los coeficientes de acoplamiento entre los modos Floquet  $\vec{\Psi}_{lmn}(x, y)$  y la función  $\vec{f}_p(x, y)$ , y están dados por:

$$C_{lmn}^{p*} = \int_s \vec{f}_p(x, y) \cdot \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) ds \quad (2.28)$$

donde \* indica la operación conjugado. El sistema lineal de ecuaciones (2.27) puede escribirse matricialmente como:

$$[C][A] = [F] \quad (2.29)$$

donde  $[C]$  es la matriz de orden  $P \times P$ , cuyos coeficientes  $C_{pq}$  se puede calcular de la siguiente forma:

$$C_{pq} = \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \frac{1}{Y_{lmn}^s + Y_{lmn}} \sum_{p=1}^P C_{lmn}^{p*} C_{lmn}^q \quad q=1, 2, 3, \dots, P \quad (2.30a)$$

y  $[F]$  es el vector de orden  $P \times 1$  cuyos elementos  $F_q$  son:

$$F_q = \frac{2Y_{100}}{Y_{100}^s + Y_{100}} \iint_s \vec{f}_q(x, y) \cdot \vec{\Psi}_{100}^*(x, y) dx dy \quad (2.30b)$$

Los elementos de la matriz  $[A]$  de orden  $P \times 1$  son los coeficientes  $a_p$  desconocidos de la distribución de corriente  $\vec{J}_s(x, y)$  (2.14). Resolviendo (2.29) se obtienen los coeficientes  $a_p$ . Reemplazando los coeficientes obtenidos en (2.19) es posible evaluar el coeficiente de reflexión de la onda incidente y calcular la densidad de corriente en la cinta.

### 2.1.3 Funciones base para la distribución de corriente en las cintas de metal

Las funciones base que mejor representan la singularidad de la corriente sobre las cintas de conductor perfecto en direcciones "x" y "y" son las funciones ortogonales de Chebyshev de primer y segundo orden. Es decir:

$$\vec{f}_p(y) = \begin{cases} \frac{T_{2p}(2y/w)}{\sqrt{1-(2y/w)^2}} \vec{x} \\ U_p(2y/w) \sqrt{1-(2y/w)^2} \vec{y} \end{cases} \quad (2.31)$$

donde  $\vec{x}$  y  $\vec{y}$  son los vectores unitarios en dirección "x" y "y" respectivamente.

### 2.1.4 Verificación del desarrollo matemático para el arreglo de cintas infinitamente largas

El sistema lineal de ecuaciones (2.27) fue programado en MATLAB. Utilizando (2.29) se calculan los coeficientes  $a_p$  de la distribución de corriente en las láminas de conductor perfecto. Los coeficientes encontrados se sustituyen en la expresión (2.14) para obtener la distribución de corriente, y utilizando (2.19) se obtiene el coeficiente de reflexión del campo eléctrico reflejado.

Las expresiones matemáticas encontradas se verificaron comparando los resultados obtenidos de coeficiente de reflexión con los calculados por Richmond [4], para una onda incidente a un arreglo planar periódico de cintas perfectamente conductoras, delgadas, de longitud infinita y espesor infinitesimal. Cada cinta del arreglo tiene un ancho "w" y el espaciamiento entre las cintas es "d".

La figura 2.2 muestra los resultados de coeficiente de reflexión obtenidos. Así mismo, en la figura se muestra los resultados conseguidos por [4], siguiendo otro procedimiento de cálculo.

Ancho de las cintas	Resultados obtenidos
$w=0.01d$	◆◆◆
$w=0.2d$	-*-*-
$w=0.4d$	-x-x-
$w=0.6d$	-○-○-
$w=0.8d$	-+ +-
Richmond [4]	—

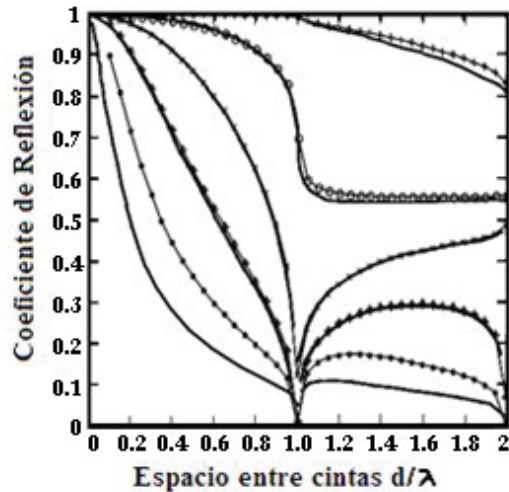


Fig. 2.4 Coeficiente de reflexión para distintas geometrías de arreglos

Se puede observar una buena aproximación entre los resultados obtenidos con Richmond [4], siendo recomendable un separamiento de una longitud de onda como máximo entre las cintas del arreglo.

## 2.2 Arreglo de cintas periódicas e infinitamente largas con carga

En esta sección, extendemos el modelo matemático para un arreglo infinito de dipolos metálicos con determinadas impedancias de carga representadas por diodos p-i-n, ver figura 2.5. Como se comentó en el capítulo 1, la conmutación de los diodos entre los estados de baja y alta impedancia, de cada par de rejillas de la lente permite introducir un desplazamiento de fase discreto en la onda transmitida. Un adecuado control de la inserción de estos desplazamientos de fase permite introducir un gradiente de fase en la onda que atraviese lente.

El procedimiento, similar al utilizado en la sección anterior, se basa en expandir el campo electromagnético que incide en el arreglo de dipolos en un conjunto de modos Floquet.

Un arreglo periódico de dipolos con carga idénticos fue analizado por [5]. En el, se calculó el campo transmitido y reflejado y la dependencia del coeficiente de reflexión para una gama amplia de geometrías del arreglo, con diferentes ángulos de incidencia de una onda plana. Este estudio sirvió como referencia para corroborar la eficiencia y funcionalidad de nuestro modelo matemático. Otro estudio realizado fue por Kieburz y Ishimaru en [6], considerando la transmisión a través de las ranuras rectangulares de una lámina muy delgada, el cual es el problema complementario de nuestro estudio.

La figura 2.5 muestra el arreglo de cintas periódicas con carga. Los dipolos tienen ancho " $w$ ", largo " $b$ ", longitud de carga " $l$ " y espaciamiento horizontal entre dipolos es " $d$ ". El campo eléctrico tangencial  $\vec{E}_\tau(x, y)$ , puede ser presentado como suma de dos componentes:

$$\vec{E}_\tau(x, y) = \vec{E}_\tau^{met}(x, y) + \vec{E}_\tau^v(x, y)$$

donde  $\vec{E}_\tau^{met}(x, y)$  es campo eléctrico tangencial para el caso de excitación de las cintas infinitas metálicas por la onda incidente y  $\vec{E}_\tau^v(x, y)$  es campo eléctrico tangencial que aparece debido a los voltajes inducidos en las aberturas de las cintas. Desarrollamos la ecuación integral para las densidades de corriente inducidas en los segmentos de los dipolos, para ambas situaciones de los diodos.

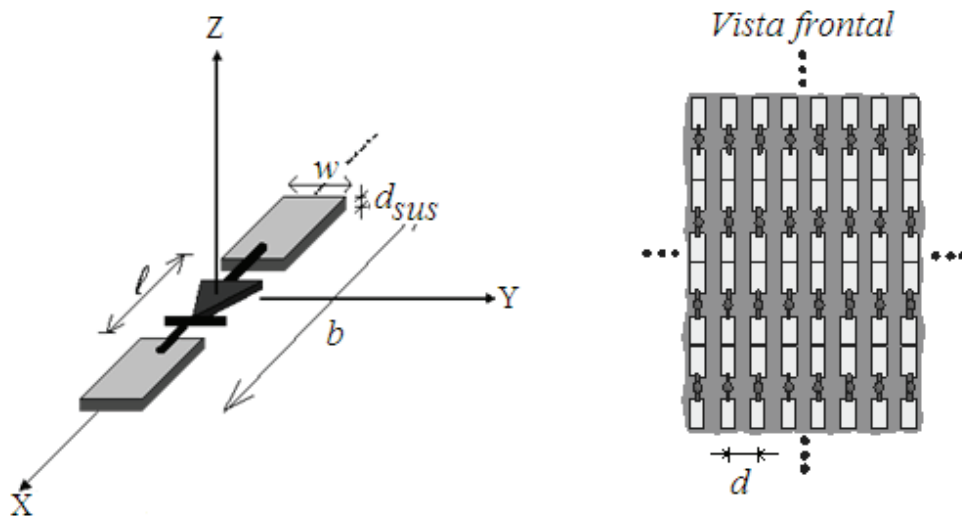


Fig. 2.5 Arreglo periódico de cintas con carga

### 2.2.1 Ecuación integral para la densidad de corriente

Las componentes tangenciales del campo eléctrico  $\vec{E}_\tau^v(x, y)$  para las regiones  $z > 0$  y  $z < 0$ , correspondientes al voltaje entre los segmentos de los dipolos, están expresados como:

Para  $z > 0$ :

$$\vec{E}_\tau^{v+}(x, y) = \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N R_{lmn} \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) e^{-i\beta z}$$

Para  $z < 0$ :

$$\vec{E}_\tau^{v-}(x, y) = \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N R_{lmn} \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) e^{j\beta z} \quad (2.32)$$

donde:

$R_{lmn}$  es el coeficiente de reflexión,  $\vec{\Psi}_{lmn}(x, y)$  es el modo Floquet vector de la onda incidente,  $\beta$  es el número de onda en el espacio libre.

El campo magnético será en el plano de dipolos  $z=0$  puede ser presentado como sigue:

$$\vec{z} \times \vec{H}_\tau^{v+} = - \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N Y_{lmn} R_{lmn} \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) \quad (2.33a)$$

$$\vec{z} \times \vec{H}_\tau^{v-} = - \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N Y_{lmn}^d R_{lmn} \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) \quad (2.33b)$$

donde  $Y_{lmn}$  la admitancia modal que relaciona a los campos transversales eléctrico y magnético, en un modo Floquet en el espacio libre;  $Y_{lmn}^d$  es la admitancia modal que relaciona a los campos transversales eléctrico y magnético tomando en cuenta influencia del sustrato dieléctrico.

Se considera la condición de continuidad del campo tangencial magnético en el plano del arreglo:

$$\vec{z} \times [\vec{H}_\tau^{v+} - \vec{H}_\tau^{v-}] = \vec{j}_s^v(x, y) \quad (2.34)$$

donde  $\vec{j}_s^v(x, y)$  es la densidad superficial de corriente debido al voltaje inducido en los extremos de la carga. Reemplazando (2.33) en (2.34) se obtiene:

$$\vec{j}_s^v(x, y) = - \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N (Y_{lmn} + Y_{lmn}^d) R_{lmn} \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) \quad (2.35)$$

Consideramos que la densidad de corriente puede expresarse como función de los coeficientes  $B_{lmn}$ :



$$\vec{J}_s^v(x, y) = \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N B_{lmn} \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) \quad (2.36)$$

De la cual:

$$B_{lmn} = \int_S \vec{J}_s^v(x, y) \cdot \vec{\Psi}_{lmn}^*(x, y) ds \quad (2.37)$$

De (2.35) y (2.36) se puede encontrar la relación:

$$B_{lmn} = -(Y_{lmn} + Y_{lmn}^d) R_{lmn} \quad (2.38)$$

Utilizando (2.37) se obtiene:

$$R_{lmn} = -\frac{1}{(Y_{lmn} + Y_{lmn}^d)} \int_S \vec{J}_s^v \cdot \vec{\Psi}_{lmn}^*(x, y) ds \quad (2.39)$$

Reemplazando (2.39) en (2.32) y considerando que en el plano del arreglo ( $z=0$ ) la componente tangencial del campo eléctrico es igual a cero en la superficie de las cintas y es proporcional a la caída de potencial entre los dos segmentos del dipolo separados una distancia “ $l$ ”, obtenemos la ecuación integral para la densidad de corriente inducida en los segmentos del dipolo:

$$\sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \frac{1}{(Y_{lmn} + Y_{lmn}^d)} \left[ \int_S \vec{J}_s^v \cdot \vec{\Psi}_{lmn}^*(x', y') dx dy \right] \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) = -\frac{V}{l} \vec{x} \quad (2.40)$$

Siendo  $V$  la caída de potencial entre los segmentos de los dipolo. Se cumple la ley de Ohm en los diodos de los dipolos del arreglo, siendo la corriente proporcional al ancho de las cintas metálicas y a la caída de potencia en los diodos, es decir:

$$\int_{-w/2}^{w/2} (\vec{J}_s^{met} + \vec{J}_s^v) dl = VY \quad (2.41)$$

donde  $Y$  es la admitancia del diodo.

### 2.2.2 Solución de la ecuación integral para el arreglo de cintas con carga

La densidad de corriente inducida en los conductores de los dipolos puede expresarse como una combinación lineal de funciones base  $\vec{f}_p^v(x, y)$ . Se eligen estas funciones de tal manera que satisfagan las condiciones de frontera. Se tiene:

$$\vec{J}_s^v(x, y) = \sum_{p=1}^P a_p^v \vec{f}_p^v(x, y) \quad (2.42)$$

De donde:

$$a_p^v = \int_s \vec{J}_s^v(x, y) \cdot \vec{f}_p^v(x, y) ds \quad (2.43)$$

La ecuación integral (2.40) se resuelve de forma similar al desarrollo presentado en la sección 2.1.2 para el arreglo de cintas sin carga. De la misma manera, si consideramos la expresión (2.42) para la densidad de la corriente, la ecuación integral (2.40) se cumple de forma aproximada, quedando un residuo  $\vec{\delta}(x, y)$ , es decir:

$$\sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \frac{1}{(Y_{lmn} + Y_{lmn}^d)} \left[ \int_s \vec{J}_s^v \cdot \vec{\Psi}_{lmn}^*(x, y) ds \right] \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) + \frac{V}{l} \vec{x} = \vec{\delta}(x, y) \quad (2.44)$$

el residuo  $\vec{\delta}(x, y)$  puede expresarse como una combinación lineal de funciones ortonormales, denominadas funciones de peso  $\vec{g}_q^v(x, y)$ :

$$\vec{\delta}(x, y) = \sum_{q=1}^Q b_q^v \vec{g}_q^v(x, y) \quad (2.45)$$

Para minimizar la función de error  $\vec{\delta}(x, y)$  se impone que los coeficientes  $b_q^v$  son iguales a cero, es decir:

$$b_q^v = \int_s \vec{g}_q^v(x, y) \cdot \vec{\delta}(x, y) ds = 0 \quad q=1,2,3,\dots,Q \quad (2.46)$$

Reemplazando (2.42) en (2.44) se obtiene:

$$\sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \frac{1}{(Y_{lmn} + Y_{lmn}^d)} \sum_{p=1}^P a_p^v \int \vec{f}_p^v \cdot \vec{\Psi}_{lmn}^*(x, y) ds \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) + \frac{V}{l} \vec{x} = \vec{\delta}(x, y) \quad (2.47)$$

Si:

$$C_{lmn}^{pv*} = \int_s \vec{f}_p^v \cdot \vec{\Psi}_{lmn}^*(x, y) ds$$

siendo \* la operación conjugado, la expresión (2.47) se reduce a:

$$\sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \frac{1}{(Y_{lmn} + Y_{lmn}^d)} \sum_{p=1}^P a_p^v C_p^{v*} \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) + \frac{V}{l} \vec{x} = \vec{\delta}(x, y) \quad (2.48)$$

Aplicando el método de Galerkin, es decir, considerando las mismas funciones de base y peso, y reemplazando (2.48) en (2.46) se obtiene:

$$\sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \frac{1}{(Y_{lmn} + Y_{lmn}^d)} \sum_{p=1}^P a_p^v C_p^{v*} \int_s \vec{f}_q^v(x, y) \cdot \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) ds + \frac{V}{l} \int_s \vec{f}_q^v(x, y) \cdot \vec{x} ds = 0$$

$$q=1,2,3,\dots,P \quad (2.49)$$

Si:

$$C_{lmn}^{qv} = \int_S \vec{f}_q^v(x, y) \cdot \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) ds$$

se obtiene:

$$\sum_{p=1}^P a_p^v \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \frac{1}{(Y_{lmn} + Y_{lmn}^d)} C_p^{v*} C_q^v + \frac{V}{l} \int_S \vec{f}_q^v(x, y) \cdot \vec{x} ds = 0$$

$$q=1,2,3,\dots,P \quad (2.50)$$

Sustituyendo las corrientes (2.42) y (2.24) en (2.41), obtenemos:

$$V = \frac{1}{Y} \sum_{p=1}^P a_p \int_{-w/2}^{w/2} \vec{f}_p(x, y) \cdot \vec{dl} + \frac{1}{Y} \sum_{p=1}^P a_p^v \int_{-w/2}^{w/2} \vec{f}_p^v(x, y) \cdot \vec{dl}$$

$$(2.51)$$

Reemplazando la expresión (2.51) en (2.50), con algunas operaciones se obtiene el siguiente sistema lineal de ecuaciones:

$$\sum_{p=1}^P a_p^v \left[ \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \frac{1}{(Y_{lmn} + Y_{lmn}^d)} C_p^{v*} C_q^v + \frac{1}{lY} \int_S \vec{f}_{qx}^v(x, y) ds \int_{-w/2}^{w/2} \vec{f}_p(x, y) \cdot \vec{dl} \right] =$$

$$- \frac{1}{lY} \int_S \vec{f}_p^v(x, y) \cdot \vec{ds} \sum_{p=1}^P a_p \int_{-w/2}^{w/2} \vec{f}_p^v(x, y) \cdot \vec{dl}$$

$$q=1,2,3,\dots,P \quad (2.52)$$

### 2.2.3 Funciones base para la distribución de corriente en las cintas de metal

Las funciones base  $\vec{f}_p^v(x, y)$  que se consideran para la distribución de corriente inducida en las superficies de los segmentos de los dipolos pueden representarse como las funciones ortogonales de Chebyshev de primer y segundo orden:

$$\vec{f}_p^v(x, y) = \begin{cases} \frac{T_p(2y/w)}{\sqrt{1-(2y/w)^2}} \times \begin{cases} \sin\left(\frac{2\pi s}{b}x\right) \vec{x} \\ \cos\left(\frac{2\pi s}{b}x\right) \vec{x} \end{cases} \\ U_p(2y/w) \sqrt{1-(2y/w)^2} \times \begin{cases} \sin\left(\frac{2\pi s}{b}x\right) \vec{y} \\ \cos\left(\frac{2\pi s}{b}x\right) \vec{y} \end{cases} \end{cases} \quad (2.53)$$

donde  $p=1,2,3,\dots,Q$  y  $s=1,2,3,\dots,S$ .

El sistema lineal de ecuaciones (2.52) puede escribirse matricialmente como:

$$[C][A] = [F] \quad (2.54)$$

donde los elementos de la matriz  $C$  de orden  $P \times P$  son:

$$C_{lmn}^{pqv} = \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \frac{1}{(Y_{lmn} + Y_{lmn}^d)} C_p^{v*} C_q^v + \frac{1}{lY} \int_S \vec{f}_{qx}^v(x, y) d\vec{s} \int_{-w/2}^{w/2} \vec{f}_p(x, y) \cdot \vec{dl} \quad (2.55)$$

el vector  $A$  de orden  $P \times 1$  contiene a los coeficientes  $a_p^v$  de la distribución de corriente  $\vec{j}_p^v$ . Y el vector  $F$  de orden  $P \times 1$  está dado por:

$$F_p^v = -\frac{1}{lY} \int_S \vec{f}_p^v \cdot d\vec{s} \sum_{p=1}^P a_p \int_{-w/2}^{w/2} \vec{f}_p^v(x, y) \cdot \vec{dl} \quad (2.56)$$

Del sistema lineal de ecuaciones (2.54) se obtienen los coeficientes  $a_p^v$ . Una vez encontrados los coeficientes  $a_p^v$  de la distribución de corriente  $\vec{j}_p^v(x, y)$ , se calcula el coeficiente de reflexión para la onda incidente de primer orden  $\Gamma_{100}$ :

$$\Gamma_{l00} = -\frac{1}{Y_{l00}^s + Y_{l00}} \left[ \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N a_p^T \int_s \vec{f}_p(x, y) \cdot \vec{\Psi}_{l00}^*(x, y) ds + Y_{l00}^d - Y_{l00} \right] \quad (2.57)$$

donde  $a_p^T$  es la suma del coeficiente ( $a_p$ ) de la distribución de corriente en las cintas de metal y del coeficiente ( $a_p^v$ ) de la distribución de corriente en los segmentos del dipolo con carga.  $\vec{\Psi}_{l00}(x, y)$  es el modo Floquet ortonormal de primer orden ( $m=0$  y  $n=0$ ).

### 2.3 Arreglo de aberturas periódicas infinita

Extendemos el modelo matemático a un arreglo de aberturas con carga periódicamente distribuidas y de longitud infinita. La figura 2.6a muestra la geometría de las celdas de aberturas diseñadas sobre conductor perfecto ensamblado sobre sustrato dieléctrico. La figura 2.6b muestra el arreglo de aberturas conformando una rejilla.

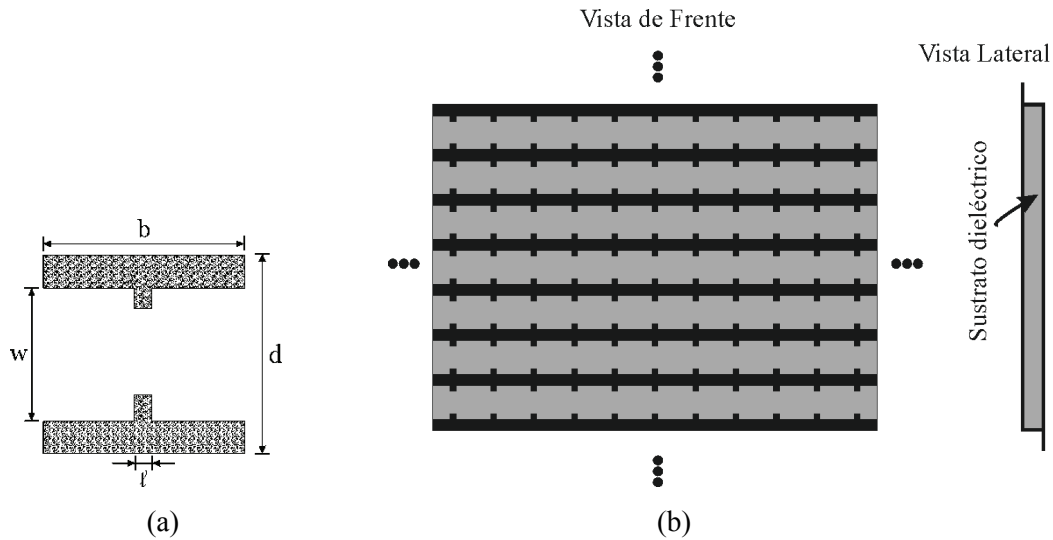


Fig. 2.6 Arreglo de aberturas periódicas infinita (a) celda pequeña, (b) rejilla de aberturas

#### 2.3.1 Ecuación integral para el arreglo de aberturas sin carga

De la misma manera, el campo eléctrico tangencial puede expresarse como una suma de modos ortogonales Floquet.

En la región  $z < 0$ :

$$\vec{E}_\tau(x, y) = \sum_{l=1}^2 \left( \vec{\Psi}_{l00}(x, y) e^{-jk_{l00}^z z} + \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \Gamma_{lmn} \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) e^{jk_{lmn}^z z} \right) \quad (2.58)$$

Y en la región  $z > 0$ :

$$\vec{E}_\tau(x, y) = \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N T_{lmn} \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) e^{-jk_{lmn}^z z} \quad (2.59)$$

donde  $\Gamma_{lmn}$  y  $T_{lmn}$  son los coeficientes de reflexión. Considerando la condición de frontera en el plano del arreglo:

$$(\vec{z} \times \vec{H}^+) - (\vec{z} \times \vec{H}^-) = 0 \quad (2.60)$$

Siendo el campo magnético:

$z = 0^-$  :

$$\vec{z} \times \vec{H}^- = \sum_{l=1}^2 \left( -Y_{l00} \vec{\Psi}_{l00}(x, y) + \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \Gamma_{lmn} Y_{lmn} \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) \right) \quad (2.61a)$$

$z = 0^+$  :

$$\vec{z} \times \vec{H}^+ = - \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N T_{lmn} Y_{lmn}^s \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) \quad (2.61b)$$

Reemplazando (2.61) en (2.60), con algunas operaciones se obtiene:

$$\begin{aligned} & -Y_{l00} \vec{\Psi}_{l00}(x, y) + (T_{l00} - 1) Y_{l00} \vec{\Psi}_{l00}(x, y) + \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \Gamma_{lmn} Y_{lmn} \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) = \\ & -T_{l00} Y_{l00}^s \vec{\Psi}_{l00}(x, y) - \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N T_{lmn} Y_{lmn}^s \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) \end{aligned} \quad (2.62)$$

Utilizando la condición de continuidad para la onda incidente:

$$T_{l00} = 1 + \Gamma_{l00} \quad (2.63a)$$

$$T_{lmn} = \Gamma_{lmn} \quad (2.63b)$$

en (2.62) se obtiene:

$$\sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \Gamma_{lmn} (Y_{lmn}^s + Y_{lmn}) \bar{\Psi}_{lmn}(x, y) = 2Y_{l00} \bar{\Psi}_{l00}(x, y) \quad (2.64)$$

Considerando que el coeficiente de reflexión está dado por:

$$\Gamma_{lmn} = \int_s \vec{E}_\tau(x, y) \cdot \bar{\Psi}_{lmn}^*(x, y) ds \quad (2.65)$$

Encontramos la siguiente ecuación integral del tipo Fredholm de primer orden:

$$\iint_{s'} \left[ \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N (Y_{lmn}^s + Y_{lmn}) \bar{\Psi}_{lmn}(x, y) \bar{\Psi}_{mn}^*(x', y') \right] \cdot \vec{E}_\tau(x', y') dx' dy' = 2Y_{l00} \bar{\Psi}_{l00}(x, y) \quad (2.66)$$

### 2.3.2 Solución de la ecuación integral para el arreglo de aberturas sin carga

Se resuelve la ecuación integral (2.66) siguiendo el mismo procedimiento aplicado en la sección 2.1.2. La componente tangencial del campo eléctrico puede expresarse como una combinación lineal de funciones ortonormales  $\vec{f}_p(x, y)$  elegidas para satisfacer la condición de frontera en la apertura:

$$\vec{E}_\tau(x, y) = \sum_{p=1}^P a_p [\vec{z} \times \vec{f}_p(x, y)] \quad (2.67)$$



Si consideramos la expresión (2.67) en la ecuación integral (2.66), se hará presente un residuo  $\vec{\delta}(x, y)$  pues la igualdad de la ecuación no será total, será aproximada. Se obtiene:

$$\iint_{S'} \left[ \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N (Y_{lmn}^S + Y_{lmn}) \bar{\Psi}_{lmn}(x, y) \bar{\Psi}_{lmn}^*(x', y') \right] \cdot \vec{E}_\tau(x', y') dx' dy' - 2Y_{l00} \bar{\Psi}_{l00}(x, y) = \vec{\delta}(x, y) \quad (2.68)$$

El residuo  $\vec{\delta}(x, y)$  puede expresarse como una combinación lineal de funciones de peso  $\vec{g}_q(x, y)$ , es decir:

$$\vec{\delta}(x, y) = \sum_{q=1}^Q b_q \vec{g}_q(x, y) \quad (2.69)$$

En la cual, se impone que los coeficientes  $b_q$  sean iguales a cero para minimizar el error. Es decir:

$$b_q = \int_s [\vec{z} \times \vec{g}_q(x, y)] \cdot \vec{\delta}(x, y) ds = 0 \quad (2.70)$$

Reemplazando (2.67) en (2.68) se obtiene:

$$\sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N (Y_{lmn}^S + Y_{lmn}) \sum_{p=1}^P a_p \iint_{S'} [\vec{z} \times \vec{f}_p(x, y)] \cdot \bar{\Psi}_{lmn}^*(x', y') dx' dy' - 2Y_{l00} \bar{\Psi}_{l00}(x, y) = \vec{\delta}(x, y) \quad (2.71)$$

Esta expresión la reemplazamos en (2.70) considerando las mismas funciones de base y peso (método de Galerkin), y se obtiene:

$$\sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N (Y_{lmn}^S + Y_{lmn}) \sum_{p=1}^P a_p C_{lmn}^{p*} C_{lmn}^q = 2Y_{l00} \int_{S'} \vec{f}_q(x, y) \cdot [\bar{\Psi}_{l00}(x, y) \times \vec{z}] ds' \quad (2.72)$$

donde:

$$C_{lmn}^{p*} = \iint_{S'} \vec{f}_p(x, y) \cdot [\vec{\Psi}_{lmn}^*(x', y') \times \vec{z}] dx' dy'$$

$$C_{lmn}^q = \iint_{S'} \vec{f}_q(x, y) \cdot [\vec{\Psi}_{lmn}(x', y') \times \vec{z}] dx' dy'$$

Con \* indicando complejo conjugado. Considerando (2.67), (2.65), (2.64) y (2.63) se obtiene el coeficiente de reflexión para el modo Floquet incidente:

$$\Gamma_{100} = \iint_{S'} \sum_{p=1}^P a_p \vec{f}_p(x, y) \cdot [\vec{\Psi}_{lmn}^*(x', y') \times \vec{z}] dx' dy' - 1 \quad (2.73)$$

Las funciones  $\vec{f}_p(x, y)$  que utilizamos son las mismas a las del arreglo de cintas con carga (2.53).

## 2.4 Arreglo de aberturas con cargas periódicas e infinitas

Para tener un mecanismo de control sobre la frecuencia y la fase de la onda transmitida, así alcanzar las propiedades de las antenas en arreglos de fase, introducimos conmutadores, sean diodos p-i-n o MEMS, en las aberturas del arreglo. Ver figura 2.7. Los conmutadores diodos p-i-n con la polarización adecuada, conmutarán entre los estados de alta y baja impedancia. El alambre pequeño conectado en serie con el conmutador mejora las características de respuesta del arreglo.

El campo eléctrico tangencial desconocido en el plano del arreglo ( $\vec{E}_\tau(x, y)$ ) es expresado como la suma de dos componentes: el campo eléctrico tangencial que aparece sin la presencia de los conmutadores en las aberturas ( $\vec{E}_\tau^{sd}(x, y)$ ), y el campo eléctrico tangencial debido al voltaje inducido en los diodos ( $\vec{E}_\tau^{cd}(x, y)$ ), es decir:

$$\vec{E}_\tau(x, y) = \vec{E}_\tau^{sd}(x, y) + \vec{E}_\tau^{cd}(x, y) \quad (2.74)$$

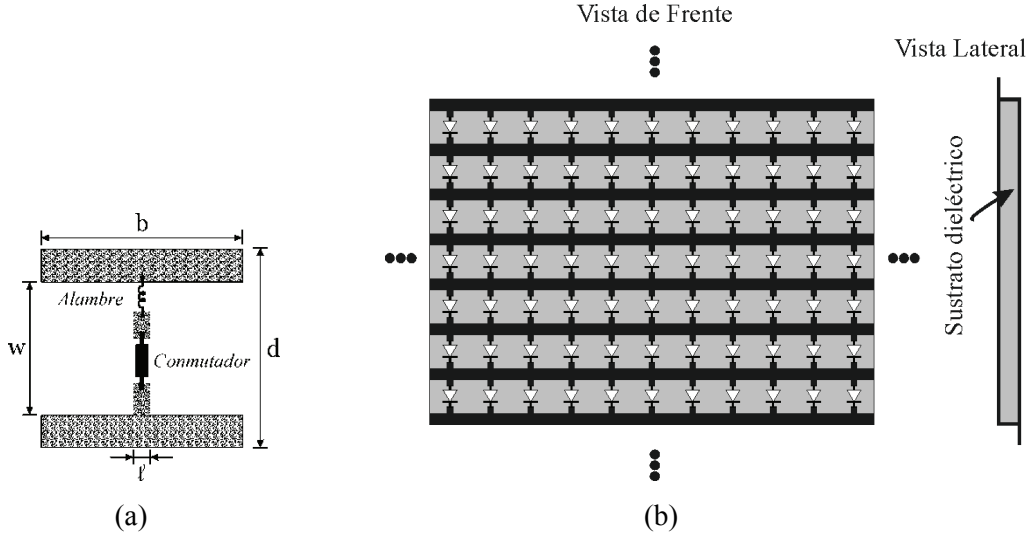


Fig. 2.7 Arreglo de aberturas con carga periódica e infinita, (a) celda pequeña, (b) rejilla de aberturas con conmutadores diodos

#### 2.4.1 Ecuación integral para la densidad de corriente

Las componentes tangenciales del campo eléctrico  $\vec{E}_\tau^{cd}(x, y)$  en el plano del arreglo ( $z=0$ ), está expresado como:

$$\vec{E}_\tau^{cd}(x, y) = \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \Gamma_{lmn} \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) \quad (2.75)$$

donde  $\Gamma_{lmn}$  es el coeficiente de reflexión,  $\vec{\Psi}_{lmn}(x, y)$  es el modo Floquet vector de la onda incidente.

La condición de frontera está dada por:

$$(\vec{z} \times \vec{H}_\tau^+) - (\vec{z} \times \vec{H}_\tau^-) = \vec{J}_s^{cd}(x, y) \quad (2.76)$$

donde:

$$\begin{aligned} \vec{z} \times \vec{H}_\tau^+ &= - \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N T_{lmn} Y_{lmn}^s \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) \\ \vec{z} \times \vec{H}_\tau^- &= \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \Gamma_{lmn} Y_{lmn} \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) \end{aligned} \quad (2.77)$$

Reemplazando (2.77) en (2.76) se obtiene:

$$\sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \Gamma_{lmn} (Y_{lmn}^s + Y_{lmn}) \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) = -\vec{j}_s^{cd}(x, y) \quad (2.78)$$

De la expresión (2.75) se puede obtener el coeficiente de reflexión:

$$\Gamma_{lmn} = \int_s \vec{E}_\tau^{cd}(x, y) \cdot \vec{\Psi}_{lmn}^*(x, y) ds \quad (2.79)$$

Reemplazando (2.79) en (2.78), y considerando la Ley de Ohm:

$$\sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N (Y_{lmn}^s + Y_{lmn}) \int_s \vec{E}_\tau^{cd}(x, y) \cdot \vec{\Psi}_{lmn}^*(x, y) ds \cdot \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) = -\frac{VY}{l} \vec{y} \quad (2.80)$$

donde:

$$V = \int_{-w/2}^{w/2} (\vec{E}_\tau^{cd}(x, y) + \vec{E}_\tau^{sd}(x, y)) dy = \frac{I}{Y} \quad (2.81)$$

Reorganizando la ecuación (2.80) obtenemos la ecuación integral para el campo eléctrico tangencial  $\vec{E}_\tau^{cd}(x, y)$  de la forma:

$$\iint_{S'} \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N [(Y_{lmn}^s + Y_{lmn}) \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) \cdot \vec{\Psi}_{lmn}^*(x, y)] \cdot \vec{E}_\tau^{cd}(x', y') dx' dy' = -\frac{VY}{l} \vec{y} \quad (2.82)$$

## 2.4.2 Solución de la ecuación integral

La ecuación integral (2.82) se puede resolver siguiendo el mismo procedimiento aplicado en la sección 2.3.2. Las intensidades de campo eléctrico tangencial de (2.74) se pueden expresar como una combinación lineal de funciones vectoriales  $\vec{f}_p^{sd}(x, y)$  y  $\vec{f}_p^{cd}(x, y)$ , conocidas como funciones base, elegidas para satisfacer la condición de frontera. Esto es:

$$\vec{E}_\tau^{sd}(x, y) = \sum_{p=1}^P a_p^{sd} [\vec{z} \times \vec{f}_p^{sd}(x, y)] \quad (2.83a)$$

$$\vec{E}_\tau^{cd}(x, y) = \sum_{p=1}^P a_p^{cd} [\vec{z} \times \vec{f}_p^{cd}(x, y)] \quad (2.83b)$$

Si consideramos la expresión (2.83) en la ecuación integral (2.82) se presentará un residuo  $\vec{\delta}(x, y)$ , pues la igualdad no se cumplirá, será aproximada. Es decir:

$$\iint_{S'} \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N (Y_{lmn}^s + Y_{lmn}) \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) \cdot \vec{\Psi}_{lmn}^*(x, y) \vec{E}_\tau^{cd}(x', y') dx' dy' + \frac{VY}{l} \vec{y} = \vec{\delta}(x, y) \quad (2.84)$$

El residuo  $\vec{\delta}(x, y)$  puede expresarse como una suma simple de funciones ortonormales, denominadas funciones de peso o de prueba,  $\vec{g}_q(x, y)$ :

$$\vec{\delta}(x, y) = \sum_{q=1}^Q \vec{b}_q^{cd} \cdot \vec{g}_q(x, y) \quad (2.85)$$

Se impone que los coeficientes  $\vec{b}_q^{cd}$  sean iguales a cero, para minimizar el error. Son calculados con:

$$\vec{b}_q^{cd} = \int_s [\vec{z} \times \vec{g}_q^{cd}(x, y)] \cdot \vec{\delta}(x, y) ds = 0 \quad (2.86)$$

Considerando las mismas funciones base y peso (método de Galerkin) y reemplazando (2.84) en (2.86) se obtiene:

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N (Y_{lmn}^s + Y_{lmn}) \int_s [\vec{z} \times \vec{f}_q^{cd}(x, y)] \cdot \vec{\Psi}_{lmn}(x, y) ds \cdot \\
& \cdot \int_s \vec{E}_\tau^{cd}(x, y) \cdot \vec{\Psi}_{lmn}^*(x, y) ds + \frac{VY}{l} \int_s [\vec{z} \times \vec{f}_q^{cd}(x, y)] \cdot \vec{y} ds = 0
\end{aligned} \tag{2.87}$$

Utilizando (2.83) se tiene:

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N (Y_{lmn}^s + Y_{lmn}) \int_s \vec{f}_q^{cd}(x, y) \cdot [\vec{\Psi}_{lmn}(x, y) \times \vec{z}] ds \cdot \\
& \cdot \sum_{p=1}^P a_p^{cd} \int_s [\vec{z} \times \vec{f}_p^{cd}(x, y)] \cdot \vec{\Psi}_{lmn}^*(x, y) ds + \frac{VY}{l} \int_s \vec{f}_q^{cd}(x, y) \times \vec{x} ds = 0
\end{aligned} \tag{2.88}$$

q=1,2,3,..., P

Por otro lado, si reemplazamos (2.83) en (2.81) obtenemos la expresión para el potencial V dado por:

$$V = \sum_{p=1}^P a_p^{cd} \int_{-w/2}^{w/2} [\vec{z} \times \vec{f}_p^{cd}(x, y)] dy + \sum_{p=1}^P a_p^{sd} \int_{-w/2}^{w/2} [\vec{z} \times \vec{f}_p^{sd}(x, y)] dy \tag{2.89}$$

Reemplazando en (2.88) se encuentra el sistema lineal de ecuaciones para el campo electromagnético que incide en el arreglo de aberturas periódicas con carga.

$$\begin{aligned}
& \sum_{p=1}^P a_p^{cd} \left[ \sum_{l=1}^2 \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N (Y_{lmn}^s + Y_{lmn}) \int_{s'} \vec{f}_p^{cd}(x', y') \cdot [\vec{\Psi}_{lmn}(x', y') \times \vec{z}] ds' \int_{s'} \vec{f}_p^{cd}(x', y') \right. \\
& \cdot [\vec{\Psi}_{lmn}^*(x', y') \times \vec{z}] ds' + \frac{Y}{l} \int_{-w/2}^{w/2} [\vec{z} \times \vec{f}_p^{cd}(x, y)] dy \int_s \vec{f}_{qx}^{cd}(x, y) ds \left. \right] \\
& = -\frac{Y}{l} \sum_{p=1}^P a_p \int_{-w/2}^{w/2} [\vec{z} \times \vec{f}_p^v(x, y)] dy \int_s \vec{f}_{qx}^v(x, y) ds
\end{aligned} \tag{2.90}$$

q=1,2,3,...,P

## 2.5 Modelo matemático para el arreglo multicapa de aberturas periódicas con carga

Es necesario que el arreglo multicapa introduzca un desplazamiento de fase sobre la onda transmitida para direccionar el haz emitido hacia una determinada dirección. Por lo tanto, para asegurar la inserción de desplazamientos de fase linealmente distribuidos sobre la onda transmitida se requiere de un control apropiado en la polarización de los elementos conmutadores, sean diodos p-i-n o dispositivos MEMS.

Consecuentemente, el frente de la onda dejará de ser paralela al plano de la onda incidente. Por lo contrario, el haz resultante será emitido en dirección “y” determinada por el ángulo de elevación  $\theta_0$  y ángulo acimutal  $\phi_0$ . De esta manera, se puede considerar una lente de plano E o H de  $N$  bits, como  $2^N - 1$  pares de rejillas metálicas idénticas con elementos conmutadores. La geometría de cada par de rejillas es sintonizada para proporcionar un desplazamiento de fase igual a  $2\pi/2^N$ .

Para redireccionar la onda transmitida un ángulo  $\theta_0$  en el plano YOZ o un ángulo  $\phi_0$  en el plano XOZ (ver figura 2.1), deben existir incrementos de fase lineal en las direcciones “y” y “x”; estos incrementos de fase,  $\psi_{ym}$  y  $\psi_{xm}$  respectivamente, se consiguen controlando los estados de los conmutadores de las rejillas en celdas pequeñas adyacentes en las correspondientes direcciones. Distinta polarización de los conmutadores en las celdas adyacentes destruyen la periodicidad inicial del arreglo. Por lo tanto, la celda pequeña ya no puede ser considerada como celda periódica unitaria del arreglo de la rejilla. De cualquier manera, para ciertos valores de  $\psi_{ym}$  y  $\psi_{xm}$  aparece una nueva estructura periódica con una celda unitaria grande. La celda grande tendrá una celda pequeña en dirección “x” y  $N_y$  celdas pequeñas adyacentes en dirección “y”, para el caso de escaneo en plano E. La celda grande tendrá una celda pequeña en dirección “y” y  $N_x$  celdas pequeñas adyacentes en dirección “x”, para el caso de escaneo en plano H.

Los incrementos de fase  $\psi_{xm}$  y  $\psi_{ym}$  entre celdas adyacentes deben de sujetarse a:

$$\begin{aligned}\psi_{xm} &= 2\pi M_x / N_x \\ \psi_{ym} &= 2\pi M_y / N_y\end{aligned}\tag{2.91}$$

donde  $M_x$  y  $M_y$  son el número total de desplazamientos de fase en  $2\pi$  introducidos por la correspondiente “celda grande”.

De hecho, todo posible valor de  $\psi_{xm}$  y  $\psi_{ym}$  puede aproximarse de buena manera con (2.91), y no es posible alcanzar un valor preciso de  $\psi_{xm}$  y  $\psi_{ym}$  debido a los valores discretos de fase que los conmutadores de fase digitales introducen en la onda transmitida. De esta manera, el desplazamiento de fase, linealmente distribuido en la onda transmitida, es aproximado por la función escalón.

Por lo tanto, el teorema Floquet puede ser aplicado para analizar lentes de estructura infinita conformada por celda grande periódica, que contiene  $N_x$  elementos en dirección “x” o  $N_y$  elementos en dirección “y”. De acuerdo con el teorema Floquet, los campos electromagnéticos del frente y de la parte posterior de la lente pueden representarse como una suma de modos Floquet u ondas planas. Muchos modos Floquet se propagan debido al tamaño de las celdas que el arreglo multicapa. Uno de los modos es onda plana incidente, y uno de los modos Floquet es onda plana que se propaga en la dirección deseada, definida por los ángulos  $\theta_0$  y  $\phi_0$ . La lente multicapa es un transformador que convierte una onda incidente a una onda transmitida propagándose en la dirección deseada.

Los incrementos de fase  $\psi_{xm}$  y  $\psi_{ym}$  pueden ser calculados a partir de la dirección deseada de transmisión, dados por  $\theta_0$  y  $\phi_0$  según:

$$\psi_{xm} = kb \sin \theta_0 \cos \phi_0$$

$$\psi_{ym} = kd \sin \theta_0 \sin \phi_0$$

De esta manera, se desarrolló el modelo matemático para calcular la eficiencia de conversión de la onda incidente en la onda plana propagándose en dirección deseada. El modelo matemático de la lente multicapa fue desarrollado con la ayuda de la caracterización de cada rejilla por la Matriz de Dispersión Generalizada (GSM) [1] y posteriormente, un procedimiento en cascada resultando en una GSM total para toda la lente [8]. Después, esta GSM total es utilizada para obtener características de toda la lente.

### 2.5.1 Modelo matemático para una rejilla y procedimiento en cascada

Cada rejilla de la lente puede ser considerada como un arreglo infinito que contiene “celdas pequeñas” ubicadas en los nodos de una rejilla rectangular periódica e impresos sobre un sustrato dieléctrico. En la figura 2.4 se han definido dos planos de referencia para calcular la GSM de una sola rejilla.

El orden  $N_s$  de la GSM es igual al número de modos Floquet incluidos en el proceso en cascada. Entonces, para obtener la GSM de una sola rejilla, se analiza la dispersión de cada modo Floquet considerado. Formulamos un sistema de ecuaciones integrales para analizar la dispersión de los modos Floquet por la rejilla. Asumimos que una onda plana correspondiente a cierto modo Floquet incidente de magnitud unitaria, es dispersado por una rejilla de la lente.

El campo eléctrico tangencial desconocido  $\vec{E}_\tau(x, y)$  en el plano del arreglo de rejillas puede ser presentado como una suma de dos componentes:

$$\vec{E}_\tau(x, y) = \vec{E}_\tau^u(x, y) + \vec{E}_\tau^l(x, y) \tag{2.92}$$



Donde  $\vec{E}_\tau^u(x, y)$  es el campo eléctrico que aparece considerando que la onda incidente excita la rejilla sin diodos y  $\vec{E}_\tau^l(x, y)$  es el campo eléctrico que existe debido a corrientes eléctricas  $I_m$  que fluyen a través de los conmutadores en la rejilla.

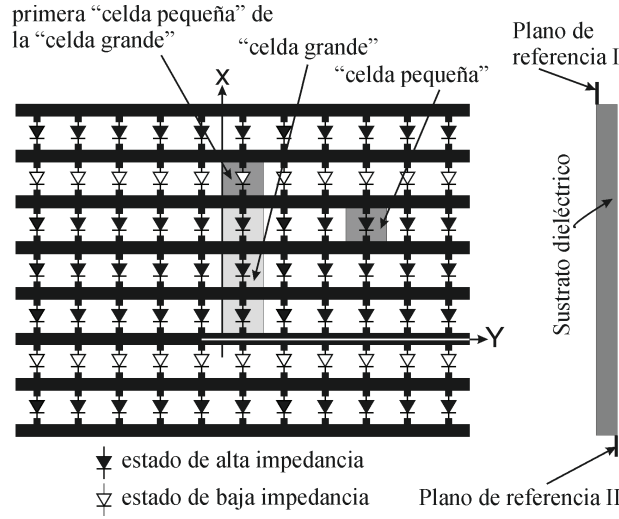


Fig. 2.8 Geometría de una rejilla

El campo eléctrico tangencial  $\vec{E}_\tau^u(x, y)$  se encontró siguiendo el procedimiento descrito en [7]. La “celda pequeña” del arreglo de rejillas es la primera de la “celda grande”. Por lo mismo, se encuentra la solución solo para la “celda pequeña” y después se la expande para las otras celdas de la “celda grande” utilizando el teorema Floquet.

Aplicando las condiciones de frontera para el campo eléctrico tangencial sobre la “celda pequeña” y la condición de continuidad para el campo magnético tangencial sobre la abertura se obtiene la ecuación integral de Fredholm de primer orden (2.66).

Posteriormente, la ecuación integral con respecto al campo eléctrico desconocido  $\vec{E}_\tau^l(x, y)$  fue obtenida como resultado de la aplicación de la condición de continuidad del campo magnético tangencial a través de todas las aberturas contenidas en la “celda grande”. Una importante consideración, es que el campo magnético tangencial no es continuo en las regiones donde las corrientes eléctricas fluyen a través de los conmutadores. De esta manera, se obtiene la siguiente ecuación integral para la “celda grande”:

$$\iint_{A'} \sum_{m=1}^{\infty} [(Y_m^L + Y_m^{Ld}) \bar{\Psi}_m^L(x, y) \bar{\Psi}_m^{L*}(x', y')] \cdot \vec{E}_\tau^l(x', y') dx' dy' = - \sum_{n=1}^{N_y} I_n \vec{F}_n(x, y) \quad (2.93)$$

Donde  $\vec{\Psi}_m^L(x, y)$  es el sistema completo de modos Floquet correspondientes a la “celda grande”;  $Y_m^L$  es la admitancia del modo Floquet  $\vec{\Psi}_m^L(x, y)$ ;  $Y_m^{Ld}$  es la admitancia modificada del modo Floquet  $\vec{\Psi}_m^L(x, y)$  que toma en cuenta las propiedades del sustrato dieléctrico;  $A'$  es el área total de todas las aberturas contenidas en una “celda grande”,  $I_n$  es la corriente eléctrica inducida a través del elemento conmutador en la  $n$ -ésima “celda pequeña” de la “celda grande” y  $\vec{F}_n(x, y)$  es la función vectorial que convierte la corriente eléctrica  $I_n$  en la correspondiente densidad de corriente eléctrica  $\vec{J}_n(x, y)$ . La ecuación (2.93) es solamente válida sobre la superficie de todas las aberturas que contiene la “celda grande”.

Cuando las dimensiones de los conmutadores son insignificantes respecto a la longitud de onda  $\lambda$  y cada elemento conmutador tiene la forma de un rectángulo de ancho “ $l$ ” y longitud “ $w$ ”, la función  $\vec{F}_n(x, y)$  puede expresarse de la siguiente manera:

$$\vec{F}_n(x, y) = \vec{a}_y [l(y_n + w/2) - l(y_n - w/2)][l(x_n + l/2) - l(x_n - l/2)]/l \quad (2.94)$$

Donde  $x_n$  y  $y_n$  son las coordenadas cartesianas locales con el origen en el centro de la  $n$ -ésima “celda pequeña”,  $\vec{a}_y$  es el vector unitario en dirección “ $y$ ” y  $l(x)$  es la función de conmutación.

El lado derecho de la ecuación integral (2.94) contiene a las corrientes desconocidas  $I_n$ . Por lo tanto, se requieren de ecuaciones adicionales para resolver (2.94) en este caso cuando el tamaño del elemento conmutador es insignificante respecto a la longitud de onda  $\lambda$ , puede aplicarse la ley de Ohm a cada elemento para obtener las ecuaciones adicionales siguientes:

$$\int_{P_n} \vec{E}_{\tau n}(x, y) \cdot d\vec{l} = \int_{P_n} (\vec{E}_\tau^u(x, y) + \vec{E}_\tau^l(x, y)) \cdot d\vec{l} = I_n \bar{Z}_n, \quad n = 1, \dots, N_y \quad (2.95)$$

Donde  $\vec{E}_{\tau n}(x, y)$  es el campo eléctrico tangencial total en la  $n$ -ésima “celda pequeña”,  $P_n$  es la línea de trayectoria donde  $I_n$  existe y  $\bar{Z}_n$  es la impedancia del elemento de conmutador instalado en la  $n$ -ésima “celda pequeña”. Las ecuaciones integrales (2.82) y (2.93) y el sistema de ecuaciones (2.95) se resolvieron simultáneamente de manera similar al sistema de ecuaciones integrales para los resonadores de abertura de anillo con carga en [7] utilizando el método de Galerkin.

Utilizamos las funciones especiales (2.53) dadas por:

$$\vec{f}_p^v(x, y) = \begin{cases} \frac{T_p(2y/w)}{\sqrt{1-(2y/w)^2}} \times \begin{pmatrix} \sin\left(\frac{2\pi s}{b}x\right) \\ \cos\left(\frac{2\pi s}{b}x\right) \end{pmatrix} \vec{x} \\ U_p(2y/w) \sqrt{1-(2y/w)^2} \times \begin{pmatrix} \sin\left(\frac{2\pi s}{b}x\right) \\ \cos\left(\frac{2\pi s}{b}x\right) \end{pmatrix} \vec{y} \end{cases}$$

$$p=1,2,\dots,Q \text{ y } s=1,2,\dots,S \quad (2.96)$$

Las cuales consideran la singularidad del campo eléctrico en el conductor perfecto de los extremos, y se utilizaron como funciones base y ponderadas para aproximar el campo eléctrico en la abertura.

Como resultado, se pueden calcular los elementos de la GSM para una rejilla. De acuerdo a la notación utilizada en [14], la GSM de la rejilla se ha presentado como:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \quad (2.97)$$

donde los elementos de  $[S]$  son matrices cuadradas de orden  $N_s$ .

El procedimiento anterior se repite  $N_s$  veces para obtener la GSM de la rejilla. Cuando las GSM de todas las rejillas son conocidas, se utiliza la conexión en cascada de los parámetros generalizados de dispersión para obtener la GSM total de toda la lente utilizando el procedimiento descrito en [8]. Cuando la GSM total de los lentes es conocida, es posible introducir el coeficiente de conversión para evaluar la eficiencia del modo de conversión. Este coeficiente de conversión  $L_c$  se lo encuentra por la relación entre la densidad de potencia del modo Floquet transmitido (onda plana polarizada linealmente) viajando en la dirección deseada con la densidad de potencia del modo Floquet incidente que forma la onda incidente polarizada linealmente [7]:

$$L_c = \frac{Y_{m1}^L |S_{21}^{m1,n1}|}{Y_{n1}^L} \quad (2.98)$$

Donde  $n_1$  es el índice correspondiente al modo Floquet incidente y  $m_1$  es el índice correspondiente al modo Floquet transmitido viajando en una dirección deseada.

## 2.6 Conclusiones

1. Se presentó la formulación generalizada del problema matemático de dispersión de la onda electromagnética de un arreglo periódico de aberturas con carga.
2. Se encontró la ecuación integral del campo eléctrico transmitido por una rejilla de aberturas con carga reactiva. Se presenta la solución de la ecuación integral por medio del Método de Momentos y Galerkin.
3. Se presenta la ecuación integral para la intensidad de campo eléctrico tangencial debida a la corriente que fluye por los conmutadores, considerando la celda grande en las rejillas que conforman el arreglo para fines de escaneo de la onda electromagnética.
4. Así mismo, se presentan las expresiones de coeficiente de reflexión y coeficiente de conversión para la onda plana transmitida por la lente.

## Bibliografía

- [1] Raj Mittra, Chi H. Chan and Tom Cwik, “Techniques for Analyzing Frequency Selective Surfaces – A Review”, Proceedings of the IEEE, Vol. 76, NO. 12, December 1988.
- [2] Benedikt A. Munk, Robert G. Kouyoujian, and Leon Peters, “Reflection Properties of Periodic Surfaces of Loaded Dipoles”, IEEE Trans. On Antennas and Propagation, Vol. AP-19, NO. 5, September 1971.
- [3] Chao – Chun Chen, “Scattering by a Two-Dimensional Periodic Array of Conducting Plates”, IEEE Trans. On Antennas and Propagation, Vol. 18, Issue 5, September 1970.
- [4] “On the Edge Mode in the Theory of TM Scattering by a Strip or Strip Grating, Jack Richmond, IEEE Transactions On Antennas and Propagation, Vol. AP-28, No. 6, November 1980.
- [5] Te-Kao Wu, “Fast Convergent Integral Equation Solution of Strip Gratings on Dielectric Substrate”, IEEE Trans. On Antennas and Propagation, Vol. AP-35, No. 2, February 1987.
- [6] R.B. Kieburz, and A. Ishimaru, “Scattering by a Periodically Apertured Conducting Screen”, IRE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP-9, November 1961, pp. 506-514.
- [7] Alexander E. Martynyuk, Jose I. Martinez Lopez, and Ninel A. Martynyuk, “Spiraphase-Type Reflectarrays Based on Loaded Ring Slot Resonators”, IEEE Transactions On Antennas and Propagation, Vol. 52, No. 1, January 2004.

[8] C. Wan and J. A. Encinar, "Efficient computation of generalized scattering matrix for analyzing multilayered periodic structures", IEEE Trans. Antennas Propag., Vol. 43, pp. 1233-1242, Nov. 1995.

[9] R. Kastner and R. Mittra, "Iterative analysis of finite sized planar frequency selective surfaces with rectangular patches of perforations", IEEE Trans. Antennas Propag. Vol. 35, pp. 372-377, 1987.

## Capítulo 3 Desplazadores de fase con pares de rejillas periódicas con carga

Actualmente, las antenas en arreglos de fase continúan siendo las más adecuadas para lograr haces radiados en direcciones específicas de manera simultánea. Esto se debe a los requerimientos impuestos a los sistemas de radiocomunicaciones modernos para varias aplicaciones, los cuales pueden ser únicamente cubiertos por los arreglos de fase. Los elementos más importantes de las antenas en arreglos de fase, son los dispositivos desplazadores de fase. Estos dispositivos introducen desplazamientos de fase en la señal de microondas de cada elemento. Los dispositivos desplazadores de fase son ampliamente utilizados en los sistemas de comunicaciones que requieren control electrónico de la dirección del haz [1].

Este capítulo trata de la aplicación del modelo matemático desarrollado para el diseño de los desplazadores de fase para la lente RADANT conformada por rejillas en paralelo, cada una con celdas pequeñas de aberturas con carga en sus nodos.

Un par de rejillas puede considerarse como un elemento desplazador de fase en línea con carga (Loaded Line Phase Shifter, LL-PS). Frecuentemente, la sección del LL-PS es ajustado para proporcionar un desplazamiento de fase de  $2\pi/2^N$  radianes en la onda plana transmitida, donde  $N$  es el número de bits del desplazador de fase. De esta manera, la conexión en cascada de  $2^N - 1$  secciones o pares de rejillas idénticas conforma un desplazador de fase completo de  $N$  bits [2].

En la parte inicial del capítulo, se presenta el cálculo de la geometría de las celdas con abertura de un par de rejillas para ciertos valores de desplazamiento de fase. Para ello, realizamos la simulación del circuito equivalente de un par de rejillas de aberturas con diodos p-i-n como carga. A partir del circuito equivalente, se encontraron los parámetros eléctricos de la onda electromagnética transmitida por un par de rejillas. Así mismo, el sistema lineal de ecuaciones del par de rejillas fue programado en MATLAB. Los parámetros eléctricos se tradujeron en dimensiones físicas de las celdas con abertura con carga, encontrando una correspondencia de los parámetros obtenidos el circuito equivalente con los parámetros obtenidos con el modelo matemático desarrollado para determinados desplazamientos de fase.

Una vez diseñados los pares de rejillas para los desplazamientos de fase de 22.5, 45 y 90 grados, se simularon algunos desplazadores de fase completos de  $N$  bits.

### 3.1 Arreglos de aberturas con diodos p-i-n como carga reactiva

Un conjunto de celdas pequeñas periódicamente espaciadas conforman cada rejilla de la lente RADANT. Cada celda pequeña tiene una abertura con diodo p-i-n como carga reactiva tal como se muestra en la figura 3.1.

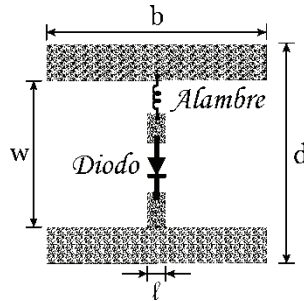


Fig. 3.1 Celda pequeña de apertura con carga

La geometría de la celda pequeña tiene los parámetros “b” y “d” correspondientes al ancho y alto de la celda, respectivamente. La abertura en lámina metálica de la celda pequeña tiene un alto “w”. El ancho del diodo se representa por “ $l$ ”. Se evaluó el uso de los diodos presentes en la siguiente tabla, con el fin de elegir el mejor diodo para la aplicación.

Tabla 3.1 Diodos p-i-n evaluados para la lente RADANT

Diodo p-i-n	Situación de Polarización directa	Situación de Polarización Inversa	
	$R_s$ ( $\Omega$ )	$C_{off}$ (pF)	$R_{off}$ ( $\Omega$ )
HPND4038	1.5	0.052	4000
HPND4028	2.3	0.035	6120
HPND4005	4.7	0.0185	12520

HPND4038, HPND4028 y HPND4005 con resistencia serie (situación de polarización directa) de 1.5, 2.3 y 4.7 Ohms, respectivamente, y capacitancia de unión (situación de polarización inversa) característico de los diodos: 0.052, 0.035 y 0.0185 pico faradios, respectivamente.

### 3.1.1 Optimización de parámetros eléctricos

Se optimizaron ciertos parámetros eléctricos del circuito equivalente de un par de rejillas de aberturas con diodos p-i-n como carga para determinados desplazamientos de fase introducidos en la onda transmitida. De esta optimización se obtienen las características de los coeficientes de reflexión de una onda que incide a una de las rejillas del par con los diodos en estado de baja y alta impedancia. Utilizamos estas características de coeficientes de reflexión como objetivos de diseño para encontrar la geometría de la celda pequeña (ver figura 3.1) de cada rejilla del par desplazador de fase utilizando el modelo matemático desarrollado en la sección 2.4.

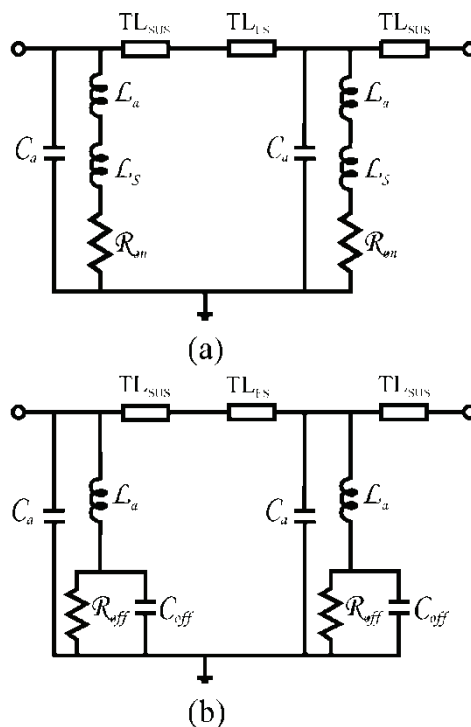


Fig. 3.2 Circuito equivalente para un par de rejillas de aberturas con diodos en estados de (a) baja impedancia y (b) alta impedancia

La figura 3.2 muestra el circuito equivalente del par de rejillas con sus diodos en estados de baja impedancia (encendido “on”) y alta impedancia (apagado “off”). El espaciamiento entre las rejillas de un par está representado por la línea de transmisión  $TL_{FS}$  y tiene una longitud  $L_{V1}$  milímetros. La inductancia parásita de los contactos del diodo, las resistencias equivalentes del diodo en situación de polarización directa e inversa y la capacitancia equivalente en situación de polarización inversa están representadas por  $L_s$ ,  $R_{on}$ ,  $R_{off}$  y  $C_{off}$ , respectivamente. La capacitancia  $C_a$  es la que representa a la apertura



formada por las dos láminas metálicas. La línea de transmisión  $TL_{sus}$  representa al sustrato utilizado como soporte de cada rejilla.  $L_a$  es la inductancia (nH) de un alambre pequeño y delgado conectado en serie con el diodo, utilizado para mejorar las respuestas de desplazamiento de fase en un ancho de banda amplio de frecuencias.

Los objetivos de optimización del circuito equivalente fueron mínimo coeficiente de reflexión y en lo posible un desplazamiento de fase constante de la onda transmitida en un amplio ancho de banda de operación, con la frecuencia central de 10 GHz.

Los parámetros  $L_a$ ,  $C_a$ ,  $L_{v1}$  y  $Z_0$  del circuito equivalente fueron optimizados para determinados desplazamientos discretos de fase, encontrando los parámetros S del par de rejillas. La tabla 3.2 presenta los valores de estos parámetros optimizados.

Tabla 3.2 Parámetros de optimización del circuito equivalente para un par de rejillas

<b>Desplazamiento de Fase</b>	<b><math>L_a</math>(nH)</b>	<b><math>C_a</math>(pF)</b>	<b><math>L_{v1}</math>(mm)</b>	<b><math>Z_0</math>(<math>\Omega</math>)</b>
<b>22.5°</b>	3.23	0.068	6.48	61.83
<b>45°</b>	3	0.080	5.5	122
<b>90°</b>	3.04	0.081	3.63	299.38

La geometría de las celdas con abertura con carga fue calculada buscando la mejor correspondencia de los parámetros S del circuito equivalente con los parámetros S del modelo matemático programado en MATLAB.

Del circuito equivalente de un par de rejillas, con parámetros optimizados, se registraron los respectivos coeficientes de reflexión para los desplazamientos de fase mencionados. Este valor de coeficiente de reflexión de la onda electromagnética que atraviesa el par de rejillas fue la meta para el diseño de la geometría de las rejillas. El modelo matemático desarrollado y programado en MATLAB fue utilizado para encontrar la geometría de las celdas, apuntando a alcanzar los objetivos de coeficientes de reflexión. Los circuitos equivalentes para una rejilla con el diodo en estado de alta y baja impedancia se muestran en la figura 3.3.

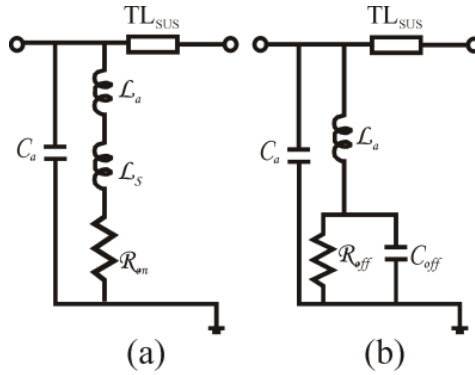


Fig. 3.3 Circuito equivalente para una rejilla con el diodo p-i-n en estado (a) de conducción y (b) en estado abierto

Realizamos distintas optimizaciones utilizando cada uno de los tres diodos p-i-n de la tabla 3.1 como carga en las aberturas de las rejillas. Encontramos que utilizando el diodo HPND4005 como carga, se logra mejores resultados de coeficiente de reflexión y pérdida de inserción para un desplazamiento de fase constante en una banda amplia de frecuencia de operación.

En la tabla 3.3 se muestran los valores estimados de coeficiente de reflexión y pérdida de inserción obtenidos del circuito equivalente para un par de rejillas de aberturas con carga. Estos valores los consideramos como objetivos de diseño. El diodo HPND4005 fue el más adecuado para los desplazamientos de fase de 22.5, 45 y 90 grados.

Tabla 3.3 Valores óptimos de magnitud de coeficiente de reflexión y pérdida de inserción del circuito equivalente de una rejilla de aberturas con carga

<i>Desplazamiento de Fase (Grados)</i>	<i>Coefficiente de Reflexión</i>		<i>Pérdida de Inserción (dB)</i>	
	<b>Diodo en polarización directa</b>	<b>Diodo en polarización inversa</b>	<b>Diodo en polarización directa</b>	<b>Diodo en polarización inversa</b>
90	0.019	0.701	-0.326	-0.336
45	0.0084	0.379	-0.14	-0.139
22.5	0.0054	0.191	-0.061	-0.0736

### 3.1.2 Dimensiones de celda pequeña para los desplazamientos de fase de 22.5, 45 y 90 grados

Se encontraron las dimensiones de las celdas para cada par de rejillas utilizando el modelo matemático programado en MATLAB. Se logró buena aproximación a los objetivos de diseño de la Tabla 3.2 para una

onda incidente al par de rejillas, con diodos en estado de conducción y en estado de corte de manera independiente.

Las dimensiones óptimas de las aberturas de un par de rejillas para alcanzar los desplazamientos de fase mencionados se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 3.4 Dimensiones óptimas de aberturas para desplazamientos de fase de 22.5, 45 y 90 grados

<i>Diferencia de Fase</i>	<i>Dimensiones de las aberturas de arreglo (mm)</i>				<i>L<sub>a</sub> (nH)</i>
	<i>ℓ</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>w</i>	
90	0.3	15	11.91	2.8	0.2
45	0.3	15	4.9	0.89	1.75
22.5	0.3	15	2.5	0.265	2.57

### 3.1.3 Diseño de un par de rejillas para desplazamientos de fase de 22.5, 45 y 90 grados

Se encontró la distancia óptima entre las rejillas del par para los desplazamientos de fase de 22.5, 45 y 90 grados de la onda transmitida, con mínima pérdida de inserción y mínimo coeficiente de reflexión. Estas características del par desplazador de fase fueron obtenidas con el modelo matemático desarrollado en la sección 2.4 del capítulo 2.

Las distancias óptimas entre las rejillas del par encontradas para los desplazamientos de fase mencionados se muestran en la Tabla 3.5.

Tabla 3.5 Distancias óptimas entre las rejillas de un par para desplazamiento de fase de 90 grados

<i>Diferencia de Fase (°)</i>	<i>Distancia óptima (mm)</i>
90	3.64
45	5.75
22.5	6.42

#### 3.1.3.1 Par de rejillas para desplazamiento de fase de 90 grados

El par de rejillas diseñado para el desplazamiento de fase de 90 grados tiene las respuestas satisfactorias de coeficiente de reflexión, coeficientes de transmisión y pérdida de inserción en un ancho de banda de 600MHz. Se puede observar que el desplazamiento de fase en este ancho de banda tiene variación de

aproximadamente 7 grados. Un coeficiente de reflexión menor a 0.11 y un coeficiente de transmisión mayor a 0.955. La máxima diferencia entre las pérdidas de inserción del par de rejillas en estados de baja y alta impedancia es menor a -0.07dB, siendo la pérdida de inserción mejor a -0.36dB en la frecuencia central de 10 GHz. La figura 3.4 muestra las respuestas del par desplazador de fase de 90 grados.

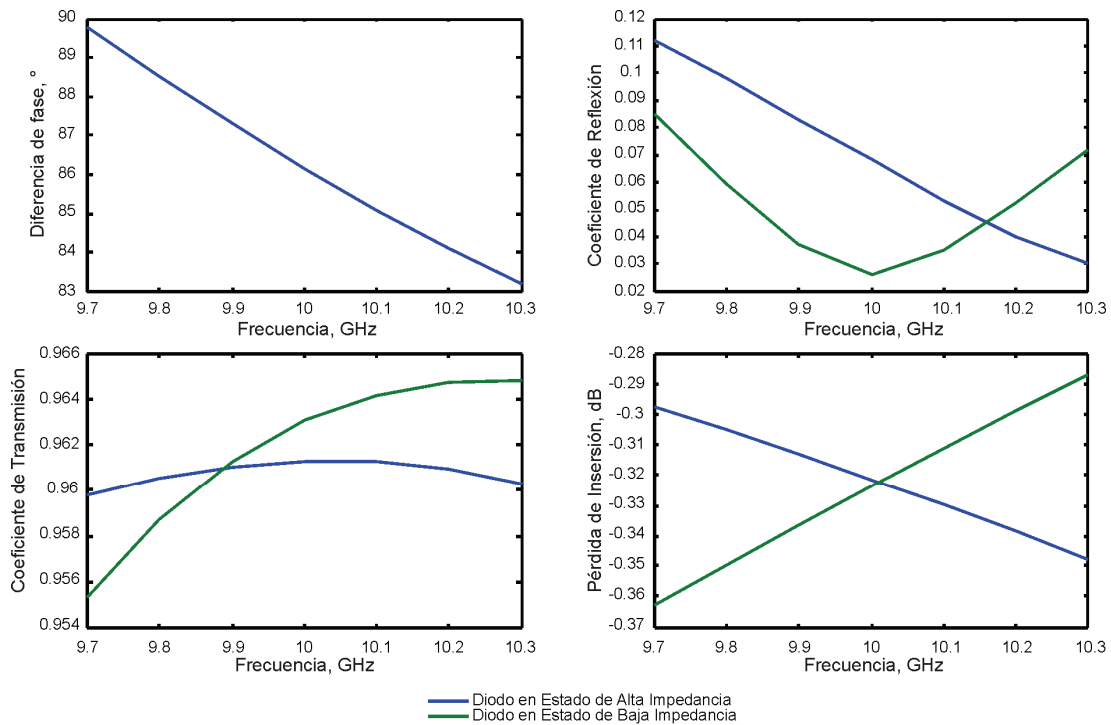


Fig. 3.4 Resultados de un par de rejillas para diferencias de fase de 90 grados

### 3.1.3.2 Diseño de un par de rejillas para desplazamiento de fase de 45 grados

Los resultados de desplazamiento de fase, coeficiente de reflexión, coeficientes de transmisión y pérdida de inserción en un ancho de banda de 600MHz para el par de rejillas que producen 45 grados de desplazamiento de fase se muestran en la figura 3.5. Se puede observar que el desplazamiento de fase en este ancho de banda no es constante, presenta una variación de aproximadamente 6 grados, la magnitud de coeficiente de reflexión es menor a 0.022, la magnitud de coeficiente de transmisión es mayor a 0.98 y la pérdida de inserción mejor a -0.15dB.

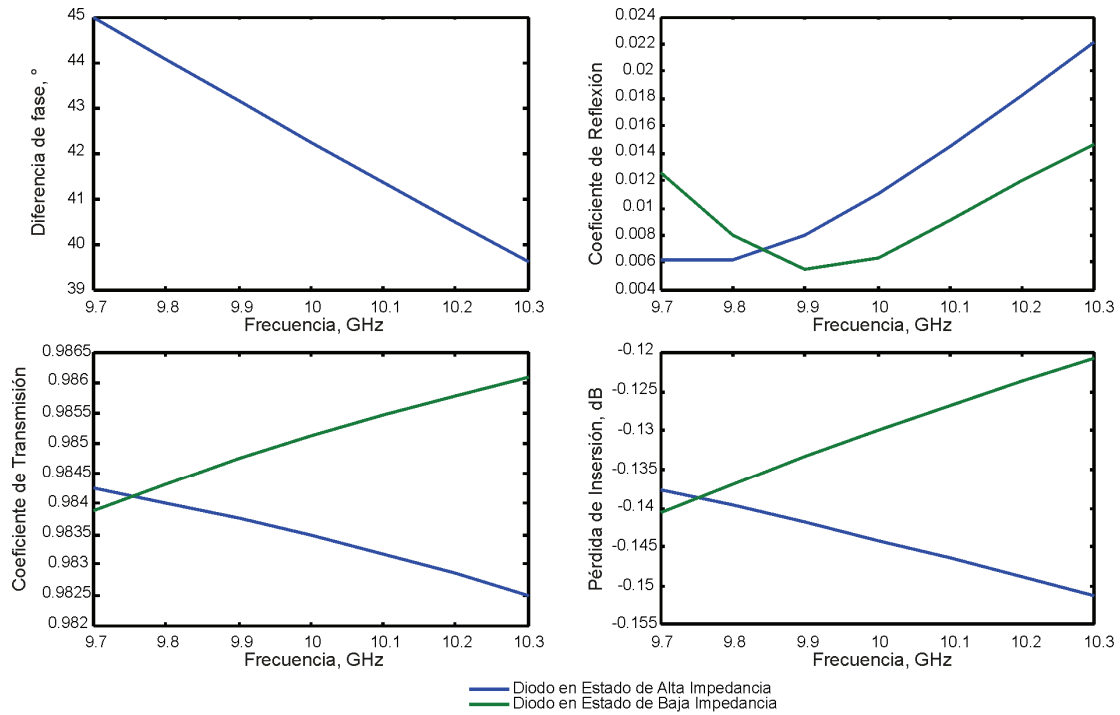


Fig. 3.5 Resultados de un par de rejillas para diferencias de fase de 45 grados

### 3.1.3.3 Diseño para el par de rejillas con desplazamiento de fase de 22.5 grados

Los resultados de desplazamiento de fase, coeficiente de reflexión, coeficientes de transmisión y pérdida de inserción en un ancho de banda de 600MHz para el par de rejillas que producen 22.5 grados de desplazamiento de fase se muestran en la figura 3.6. Se puede observar que el desplazamiento de fase en este ancho de banda no es constante, tiene una variación de aproximadamente 6 grados. Se obtiene un coeficiente de reflexión menor a 0.024 y un coeficiente de transmisión mayor a 0.99. La pérdida de inserción mejor a -0.08dB en la frecuencia central de 10 GHz.

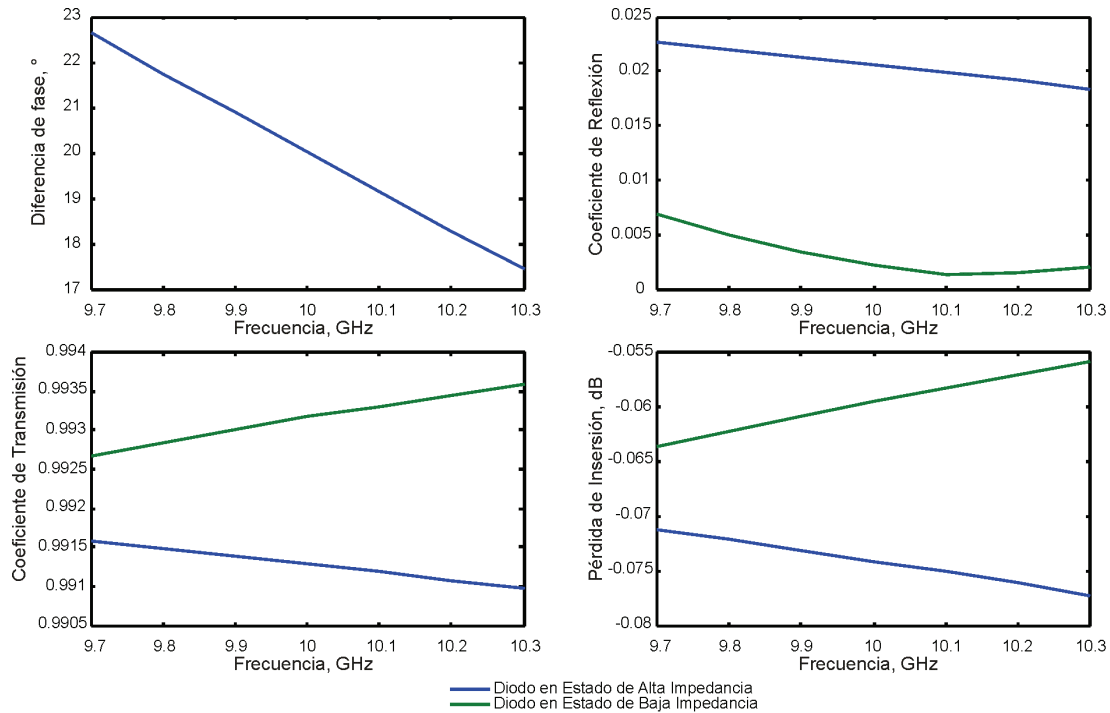


Fig. 3.6 Resultados de un par de rejillas para diferencias de fase de 22.5 grados

### 3.1.4 Configuraciones de pares de rejillas en cascada

Se optimizaron las distancias entre pares de rejillas para diferentes configuraciones de pares de rejillas en cascada hasta alcanzar 360 grados de desplazamiento de fase. Específicamente, se encontraron las distancias óptimas entre rejillas de un par y entre pares de rejillas en las siguientes configuraciones: tres pares de rejillas de 90 grados, siete pares de rejillas de 45 grados y 15 pares de rejillas de 22.5 grados de desplazamientos de fase.

Se optimizaron todas las distancias entre las rejillas de cada configuración buscando cumplir con los objetivos de mínimo coeficiente de reflexión y desplazamiento de fase constante en una amplia banda de frecuencias. Una configuración óptima de pares de rejillas desplazadoras de fase en cascada es aquella que presenta mínima variación de desplazamientos de fase en un amplio ancho de banda. Esta variación se obtiene de la diferencia de fase máxima y mínima en la frecuencia inferior con la correspondiente a la frecuencia superior de la banda analizada, y se la puede nombrar como la *variación de desplazamiento de fase de la configuración*. En todas las configuraciones, un cero “0” indica un par de rejillas con diodos en estado de alta impedancia, y un uno “1” indica un par de rejillas con diodos en estado de baja impedancia.

### 3.1.4.1 Configuraciones con tres pares de rejillas

Con tres pares de rejillas se pueden alcanzar los desplazamientos de fase en la onda transmitida de 90, 180 y 270 grados. Se encontraron las distancias óptimas entre rejillas del par y entre pares de rejillas siguientes: 3.63 mm y 13 mm.

Los resultados obtenidos para esta configuración respecto a diferencias de fase, coeficiente de reflexión, coeficiente de transmisión y pérdida de inserción en una banda de 600 MHz se muestran en la figura 3.7.

La diferencia de fase de las configuraciones “000” y “111” en la frecuencia inferior de la banda es de 266°, y en la frecuencia superior de la banda es de 247 grados. Resultando en una variación de fase entre estas configuraciones de aproximadamente 19 grados. La magnitud del coeficiente de reflexión es menor a 0.25 y la pérdida de inserción de cada una de las configuraciones es mejor a -1.1 dB.

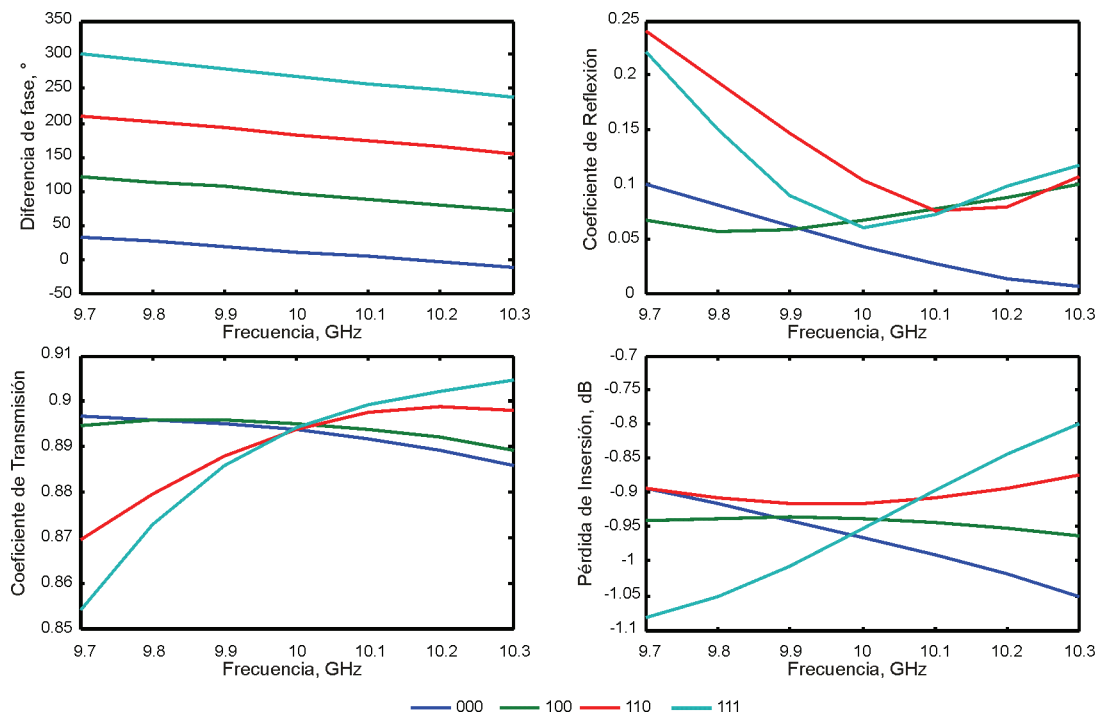


Fig. 3.7 Resultados obtenidos para la configuración de tres pares de rejillas de desplazamiento 90 grados

### 3.1.4.2 Configuraciones con siete pares de rejillas

Con siete pares de rejillas se pueden alcanzar los desplazamientos de fase en la onda transmitida de 45, 90, 135, 180, 225, 270 y 315 grados. Se encontró la distancia óptima de 5.7mm entre las rejillas del par utilizado en las configuraciones. La distancia óptima entre los siete pares de rejillas son: 5.1 mm, 3 mm, 2.1 mm, 5.7 mm, 2 mm y 4.3 mm.

Los resultados obtenidos de desplazamientos de fase, magnitud de los coeficientes de reflexión y transmisión y pérdida de inserción en la banda de 600 MHz para las configuraciones mencionadas se muestran en la figura 3.8.

La diferencia de fase de las configuraciones “0000000” y “1111111” en la frecuencia inferior de la banda es de  $310^\circ$ , y en la frecuencia superior de la banda es de  $280^\circ$  grados. Resultando en una variación de fase entre estas configuraciones de aproximadamente  $30^\circ$  grados. La magnitud del coeficiente de reflexión es menor a 0.05 y la pérdida de inserción de cada una de las configuraciones es mejor a  $-1.05$  dB.

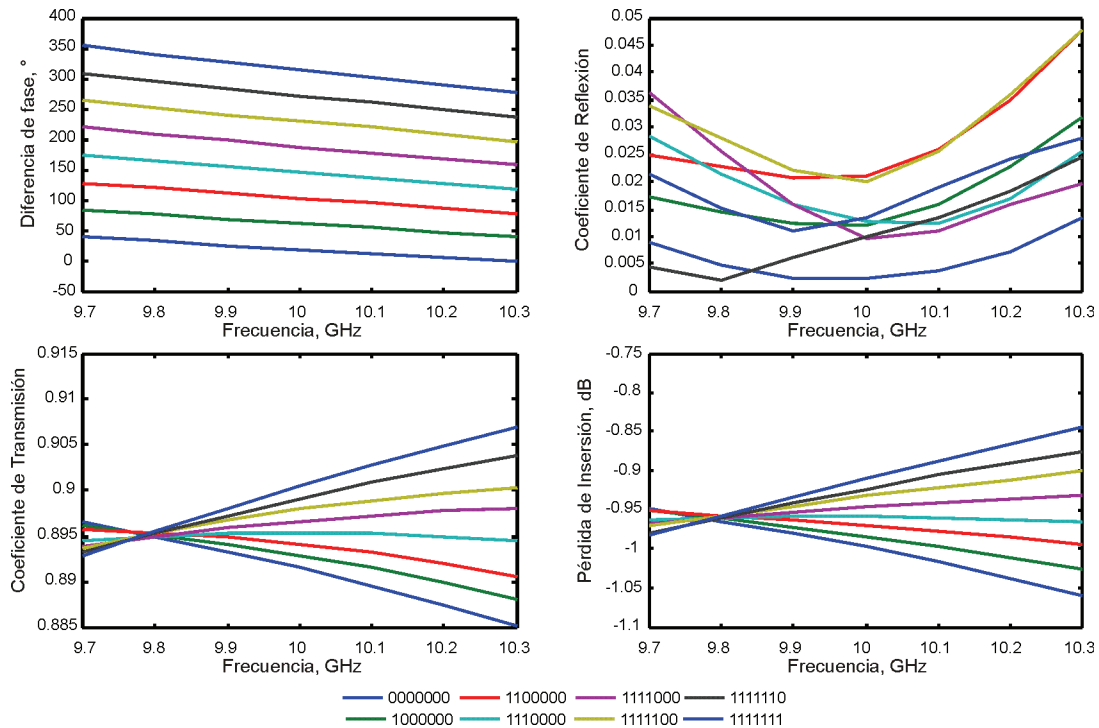


Fig. 3.8 Resultados obtenidos para la configuración de siete pares de rejillas de desplazamiento 45 grados

### 3.1.4.3 Configuraciones de quince pares de rejillas

Con quince pares de rejillas se pueden alcanzar los desplazamientos de fase en la onda transmitida de 22.5, 45, 67.5, 90, 112.5, 135, 157.5, 180, 202.5, 225, 257.5, 270, 292.5, 315, 337.5, 360 grados. Se encontró la distancia óptima de 6.8 mm entre las rejillas del par utilizado en las configuraciones. La distancia encontrada entre los pares de rejillas son: 2 mm, 2.4 mm, 2.7 mm, 5 mm, 8.5 mm, 2.1 mm, 2.4 mm, 2 mm, 3.3 mm, 2.0 mm, 2.3 mm, 2.4 mm, 2 mm y 7.6 mm.



Los resultados obtenidos de desplazamiento de fase, magnitud de coeficientes de reflexión y transmisión y pérdida de inserción en una banda de frecuencias de 600 MHz de las configuraciones mencionadas se muestran en la figura 3.9.

La diferencia de fase de las configuraciones “000000000000000” y “111111111111111” en la frecuencia inferior de la banda es de 350°, y en la frecuencia superior de la banda es de 270 grados. Resultando en una variación de fase entre estas configuraciones de aproximadamente 80 grados. La magnitud del coeficiente de reflexión es menor a 0.06 y la pérdida de inserción de cada una de las configuraciones es mejor a -1.2 dB.

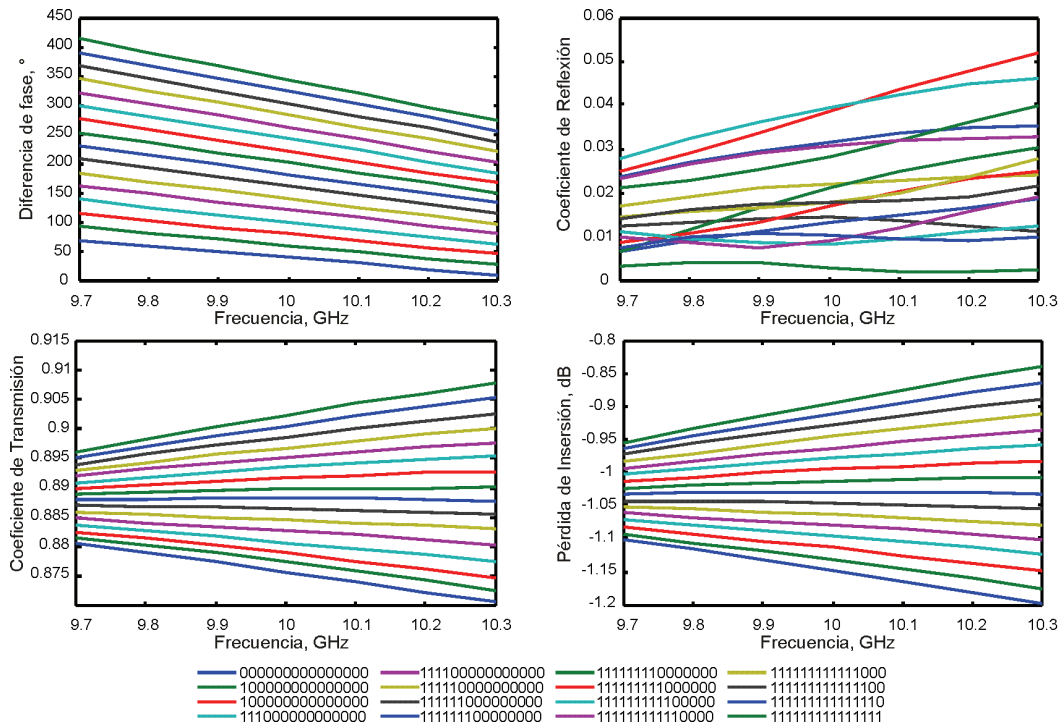


Fig. 3.9 Resultados obtenidos para la configuración de quince pares de rejillas de desplazamiento 22.5 grados

### 3.2 Conmutadores MEMS como carga en las aberturas

En esta sección se presentan los resultados obtenidos al utilizar los conmutadores MEMS como carga en las aberturas de las rejillas de la lente. De la igual manera al procedimiento con diodos p-i-n, se optimizaron los mismos parámetros eléctricos del circuito equivalente para un par de rejillas de la figura 3.2. El valor de impedancia serie considerado para un conmutador MEMS en estado de conducción fue de 0.1 Ohms en el modelo matemático. Y el valor en estado de alta impedancia de 60 KOhms en paralelo con una capacitancia de 0.0185pF.

Presentamos a continuación los resultados obtenidos de desplazamientos de fase de 22.5°, 45° y 90° obtenidos con un par de rejillas de aberturas con conmutadores MEMS como carga. Igualmente, se presentan algunas configuraciones de pares de rejillas en cascada para alcanzar determinados desplazamientos de fase en la onda transmitida.

### 3.2.1 Dimensiones de celda pequeña para los desplazamientos de fase de 22.5, 45 y 90 grados

A partir de la simulación del circuito equivalente para un par de rejillas, se encontraron los valores de coeficiente de reflexión de una rejilla con el conmutador en los estados de baja y alta impedancia. Estos valores de coeficientes de reflexión los utilizamos para encontrar la geometría de “celda pequeña” que conforman las rejillas con el modelo matemático desarrollado. La siguiente tabla muestra las geometrías de celda pequeña encontradas para ciertos desplazamientos de fase, de acuerdo a la figura 3.1.

Tabla 3.6 Dimensiones de “celda pequeña” con conmutadores MEMS de un par de rejillas para los desplazamientos de fase de 22.5, 45 y 90 grados

<i>Desplazamiento de Fase</i>	<i>Dimensiones de las Aberturas de un par de rejillas</i>					<i>Objetivos de Magnitud de Coef. Ref. (Circ. Equivalente)</i>	
	<b><i>ℓ(mm)</i></b>	<b><i>b(mm)</i></b>	<b><i>d(mm)</i></b>	<b><i>w(mm)</i></b>	<b><i>La(nF)</i></b>	<b>ON</b>	<b>OFF</b>
22.5°	0.3	15	2.8	1.5	2.5	0.1	0.1
45°	0.3	15	4.5	2.4	0.7	0.19	0.19
90°	1.8	15	11.1	3	1.1	0.064	0.64

### 3.2.2 Diseño de un par de rejillas para los desplazamientos de fase de 22.5, 45 y 90 grados

Un par de rejillas de aberturas con conmutadores MEMS como carga puede producir un desplazamiento de fase en la onda transmitida. Se realizó un programa en MATLAB para la optimización de la distancia entre las rejillas de un par para los desplazamientos de fase de 22.5, 45 y 90 grados con los objetivos de mínimo coeficiente de reflexión y mínima pérdida de inserción. La tabla 3.7 muestra las distancias obtenidas entre las rejillas del par.

Tabla 3.7 Distancias óptimas entre rejillas de un par para los desplazamientos de fase de 90, 45 y 22.5 grados

Diferencia de Fase (°)	Distancia óptima (mm)
90	4.3
45	7.8
22.5	7.3

### 3.2.2.1 Diseño de un par de rejillas para desplazamiento de fase de 90 grados

Utilizamos el modelo matemático para encontrar las respuestas de desplazamiento de fase, coeficiente de reflexión, coeficiente de transmisión y pérdida de inserción correspondientes a la geometría del par de rejillas para 90° indicados en la tabla 3.4, con espaciamiento de 4.3 mm entre las rejillas del par. En la figura 3.10 se muestran estos resultados.

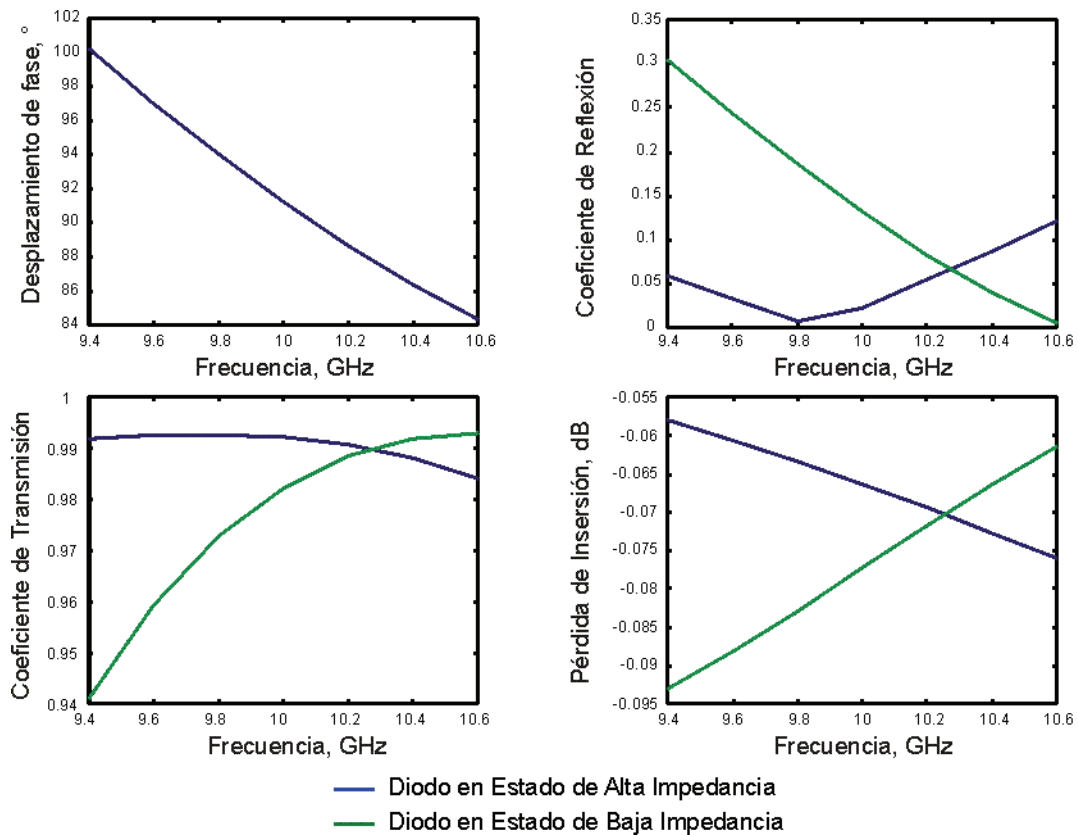


Fig. 3.10 Resultados de un par de rejillas con conmutadores MEMS para 90 grados de desplazamiento de fase

La diferencia de fase entre los desplazamientos máximo y mínimo en la banda de 800 MHz es de 16 grados aproximadamente. Se puede observar que la magnitud del coeficiente de reflexión es inferior a 0.3, con una aceptable respuesta de pérdida de inserción mejor a -0.095 dB.

### 3.2.2.2 Diseño de un par de rejillas para desplazamiento de fase de 45 grados

Se presentan las respuestas de desplazamiento de fase, magnitudes de coeficiente de reflexión y transmisión y pérdida de inserción de un par de rejillas diseñadas para el desplazamiento de fase de 45 grados en la onda transmitida. Las dimensiones de “celda pequeña” consideradas fueron las correspondientes a la tabla 3.4. Una mínima variación de fase en la banda de frecuencias de 1.6 GHz y mínimo coeficiente de reflexión fueron los objetivos de optimización. Se encontró un espaciamiento de 8 mm entre las rejillas del par desplazador de fase. La figura 3.11 muestra los resultados obtenidos.

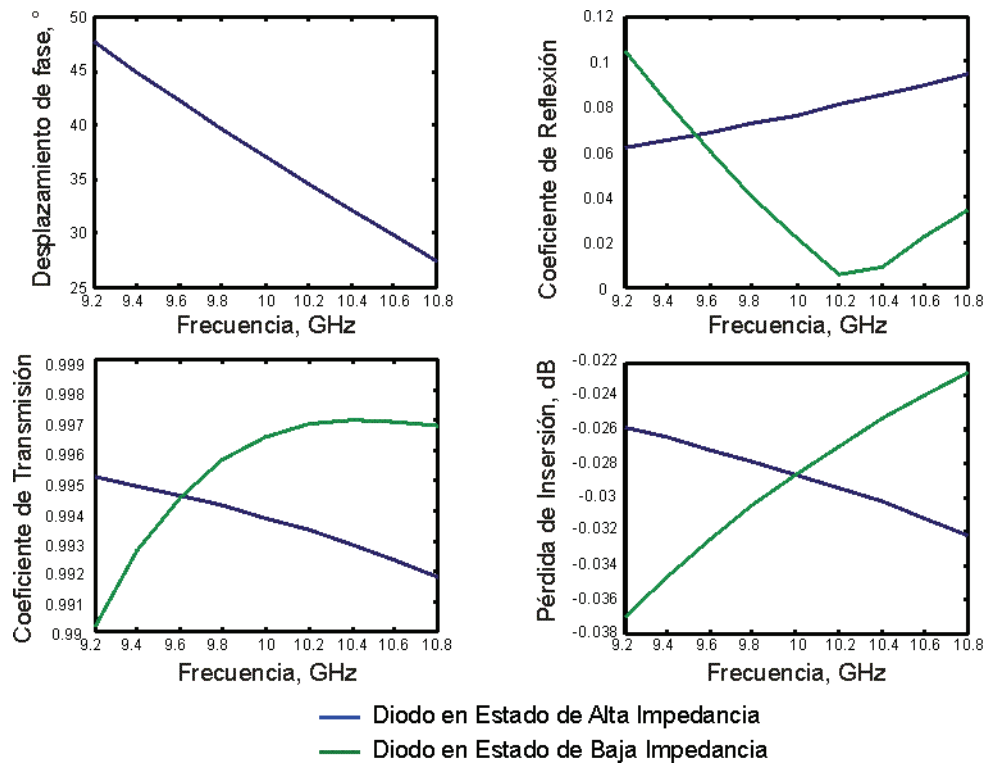


Fig. 3.11 Resultados de un par de rejillas para diferencias de fase de 45 grados con conmutadores MEMS

La variación del desplazamiento de fase es de 20° y la magnitud de coeficiente de reflexión es menor a 0.1 en un ancho de banda de 1.6GHz. Así mismo, la magnitud del coeficiente de transmisión es superior a 0.99 y la pérdida de inserción mayor a -0.037dB.

### 3.2.2.3 Diseño para el par de rejillas para desplazamiento de fase de 22.5 grados

De la misma manera, encontramos las respuestas de desplazamiento de fase, magnitudes de coeficiente de reflexión y transmisión y pérdida de inserción de un par de rejillas diseñadas para introducir un desplazamiento de fase de 22.5 grados en la onda transmitida. La figura 3.12 muestra los resultados obtenidos.

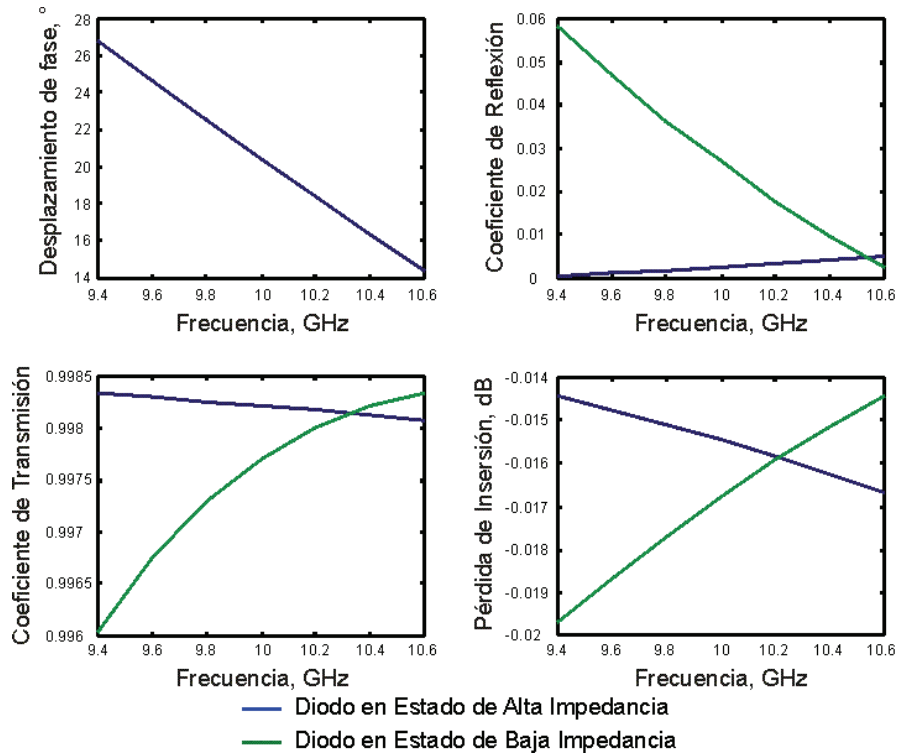


Fig. 3.12 Resultados de un par de rejillas para diferencias de fase de 22.5 grados con conmutadores MEMS

La diferencia de fase entre los desplazamientos de fase a frecuencia máxima y mínima en el ancho de banda de 1.6 GHz es de 12 grados aproximadamente. La magnitud del coeficiente de reflexión es menor a 0.06, y la pérdida de inserción mejor a -0.02 dB.

### 3.2.3 Configuraciones de pares de rejillas en cascada

En esta sección, presentamos los resultados obtenidos de diferentes configuraciones de pares de rejillas con conmutadores MEMS, para alcanzar distintos desplazamientos de fase hasta los 360 grados. De igual manera, se encontraron las distancias óptimas entre los pares de rejillas y entre las rejillas de un par, para

las siguientes configuraciones: 3 pares de rejillas de 90 grados, 7 pares de rejillas de 45 grados y 15 pares de rejillas de 22.5 grados de desplazamientos de fase.

### 3.2.3.1 Configuración de tres pares de rejillas

Realizamos un programa en Matlab que permitió optimizar las distancias entre las 6 rejillas de un arreglo conformado por 3 pares de rejillas de 90° de desplazamiento de fase. Se encontraron las distancias entre las rejillas de cada par, iguales a: 4.2mm, 1.5mm y 4.2mm; y las distancias entre los pares de rejillas, iguales a: 1.5mm y 7.1mm.

Los resultados obtenidos de desplazamientos de fase, magnitudes de coeficiente de reflexión y transmisión y pérdida de inserción en una banda de frecuencias de 800 MHz se muestran en la figura 3.13.

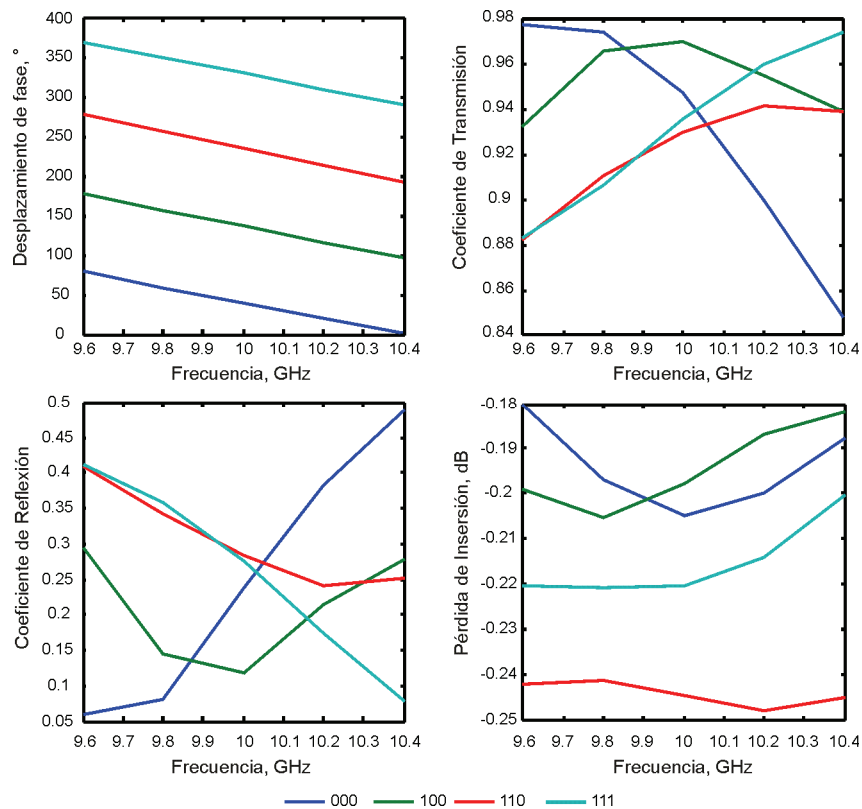


Fig. 3.13 Resultados obtenidos para la configuración de tres pares de rejillas 90 con conmutadores MEMS

La diferencia de fase de los desplazamientos de fase de las configuraciones “000” y “111” en el ancho de banda de 800 MHz es de 292°. Resultando en una variación de fase entre estas configuraciones de aproximadamente 2 grados. La magnitud del coeficiente de reflexión es menor a 0.5 y la pérdida de inserción de cada configuración es mejor a -0.25 dB.

### 3.2.3.2 Configuración de siete pares de rejillas

Para este arreglo de 14 rejillas, la distancia óptima obtenida entre las rejillas de un par es de 7.5mm, y entre los pares de rejillas son: 8.6, 2, 4, 2, 2 y 2.9 milímetros respectivamente. Los resultados obtenidos respecto a desplazamientos de fase, coeficiente de reflexión, coeficiente de transmisión y pérdida de inserción en la banda de 400 MHz se muestran en la figura 3.14.

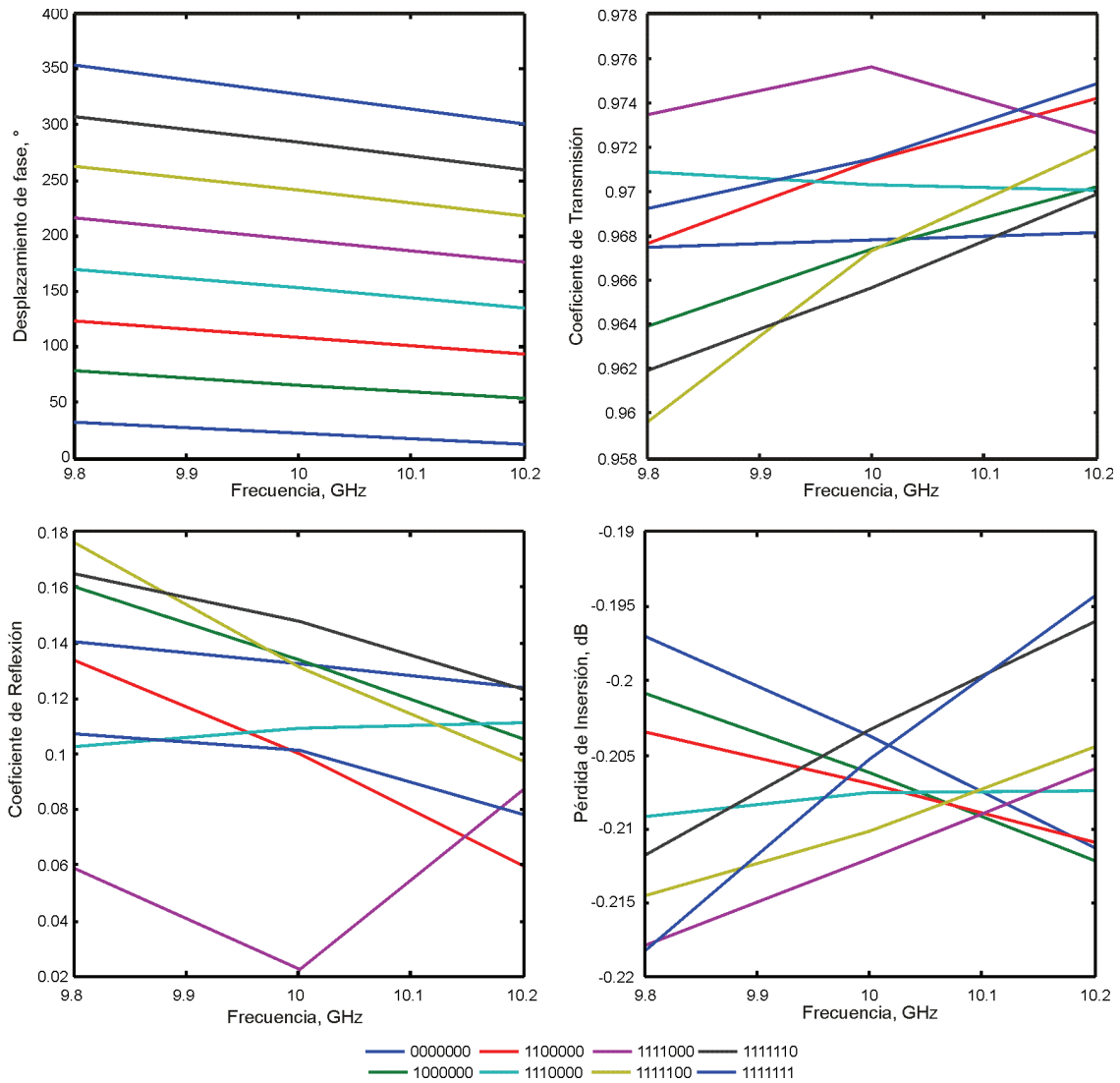


Fig. 3.14 Resultados obtenidos para la configuración de siete pares de rejillas de 45 grados con conmutadores MEMS

La diferencia de fase de las configuraciones “0000000” y “1111111” en la frecuencia inferior de la banda es de 320°, y en la frecuencia superior de la banda es de 285 grados. Resultando en una variación de fase

entre estas configuraciones de aproximadamente 35 grados. La magnitud del coeficiente de reflexión es menor a 0.18 y la pérdida de inserción de cada una de las configuraciones es mejor a -0.22 dB.

### 3.2.3.3 Configuración de quince pares de rejillas

Para este arreglo de quince pares de rejillas, la distancia óptima encontrada entre las rejillas de cada par fue de: 7.9mm; y la distancia entre los pares de rejillas fue: 2.9, 4, 2.4, 2.1, 2.4, 3.5, 2.7, 4.1, 2, 3.6, 4, 2, 3.3 y 3 milímetros, iniciando del par de rejillas que recibe a la onda plana incidente. Los resultados obtenidos para esta configuración respecto a diferencias de fase, coeficiente de reflexión, coeficiente de transmisión y pérdida de inserción en la banda de frecuencias de 9.8 a 10.2 GHz, se muestran en la figura 3.6.

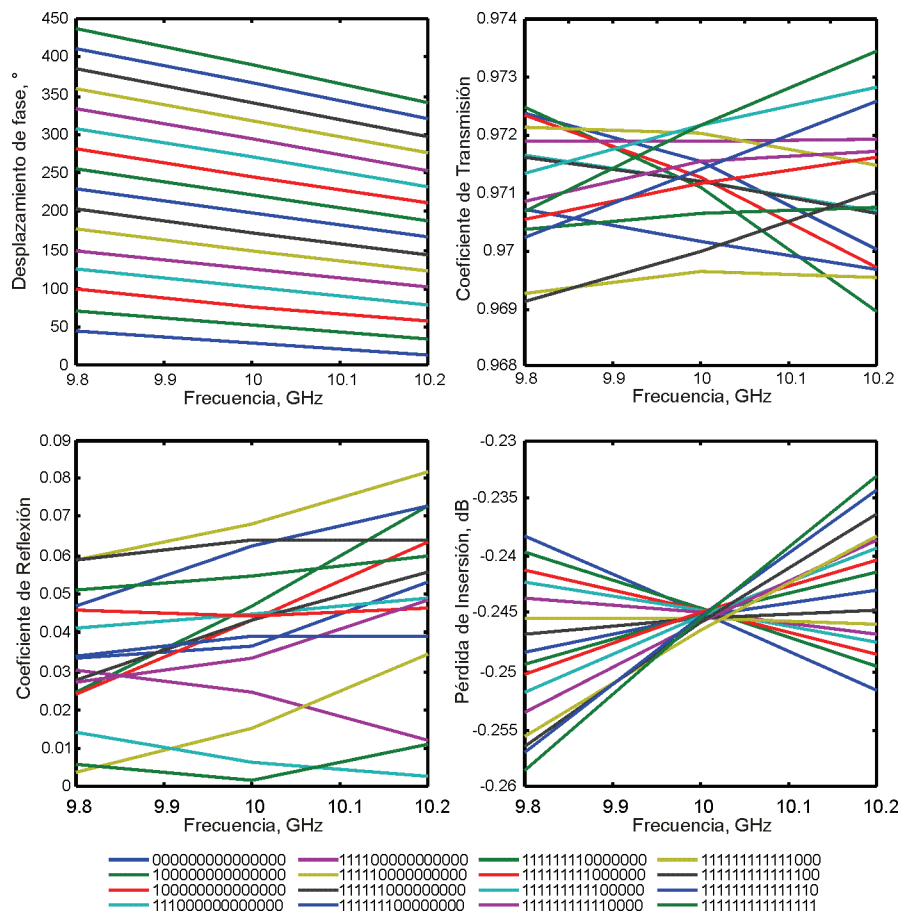


Fig. 3.15 Resultados obtenidos para la configuración de quince pares de rejillas de 22.5 grados con conmutadores MEMS



La diferencia de fase de las configuraciones “0000000000000000” y “1111111111111111” en la frecuencia inferior de la banda es de  $380^\circ$ , y en la frecuencia superior de la banda es de  $330$  grados. Resultando en una variación de fase entre estas configuraciones de aproximadamente  $50$  grados. La magnitud del coeficiente de reflexión es menor a  $0.09$  y la pérdida de inserción de cada una de las configuraciones es mejor a  $-0.26$  dB.

### 3.3 Conclusiones

1. Los diseños de desplazadores de fase de  $22.5^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $90^\circ$  con pares de rejillas de aberturas con conmutadores MEMS presentan menor pérdida de inserción respecto a los diseños utilizando rejillas de aberturas con conmutadores diodo p-i-n.
2. Se encontraron geometrías adecuadas de pares de rejillas de los pares desplazadores de fase de  $22.5$ ,  $45$  y  $90$  grados. Esto se logró buscando una correspondencia entre el coeficiente de reflexión obtenido con el modelo matemático desarrollado con el coeficiente de reflexión obtenido del modelo de circuito equivalente, para los estados de conducción y corte de los conmutadores.
3. Las respuestas de magnitud de coeficiente de reflexión de una rejilla cuando sus diodos se encuentran en estado de alta impedancia tienen característica capacitiva. Y cuando los diodos se encuentran en estado de baja impedancia, tienen característica inductiva.
4. La pérdida de inserción en los desplazadores de fase de  $22.5$  grados con diodos p-i-n en las aberturas de las rejillas, es  $0.25$  dB menor a la pérdida de inserción del par desplazador de fase de  $90$  grados, y  $0.07$  dB menor respecto al desplazador de fase de  $45$  grados en un ancho de banda de  $600$  MHz.
5. Los pares de rejillas desplazadoras de fase de  $45$  y  $22.5$  grados utilizando diodos p-i-n como carga, tienen magnitud de coeficiente de reflexión menor a  $0.023$ . El par desplazador de fase de  $90$  grados tiene magnitud de coeficiente de reflexión menor de  $0.11$ .
6. Se observó que la distancia entre las rejillas de un par desplazador de fase, es un parámetro de optimización importante para alcanzar respuestas de coeficientes de conversión, transmisión y pérdidas de inserción satisfactorias. Se optimizó este parámetro para mejorar las respuestas mencionadas.
7. Las distintas configuraciones de pares de rejillas en cascada utilizando diodos p-i-n en las aberturas, tienen respuestas similares de pérdidas de inserción. Inferiores a  $-1.1$  dB aproximadamente.
8. Los pares de rejillas desplazadoras de fase de  $22.5$ ,  $45$  y  $90$  grados con conmutadores MEMS en las aberturas, se caracterizan por una respuesta de pérdida de inserción de  $0.06$ ,  $0.11$  y  $0.27$  decibelios por debajo de las magnitudes de coeficiente de reflexión de los pares de rejillas con conmutadores diodo p-i-n en las aberturas.

9. Las magnitudes de coeficiente de reflexión de las configuraciones con pares de rejillas desplazadoras de fase de 22.5 grados, con conmutadores MEMS en las aberturas, son menores a 0.08 dB respecto a las magnitudes de coeficiente de reflexión obtenidas con los pares de rejillas de 45 (menores a 0.18 dB) y 90 (menores a 0.5 dB) grados. Sin embargo, las pérdidas de inserción en las configuraciones utilizando pares de rejillas desplazadoras de fase de 22.5 grados son mayores a las otras configuraciones, de -0.24dB en la frecuencia central de 10 GHz.
10. La variación de desplazamiento de fase de configuración es de 6 grados en las configuraciones con pares de rejillas con conmutadores MEMS de desplazamiento de fase de 90 grados. Ciertamente la más baja respecto a las variaciones de fase de 25° y 50° correspondientes a las configuraciones con pares de rejillas de 22.5 y 90 grados, respectivamente.

### **Bibliografía**

- [1] Harry A. Atwater, "Circuit Design of the Loaded-Line Phase Shifter", IEEE Transactions On Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-33, No. 7, July 1985.
- [2] A. Martynyuk, A. Iturri, N. Martynyuk, "Beam Steering Grids With Scanning in Two Planes", The Second European Conference on Antennas and Propagation, EuCAP 2007.

## Capítulo 4 Resultados de escaneo en planos E y H

Para poder transmitir el haz en una determinada dirección, es necesario tener una distribución de fase lineal a lo largo de la abertura de la lente. Se requiere polarizar de alguna manera los diodos de las celdas de cada rejilla que conforman la lente, para introducir desplazamientos lineales de fase en la abertura de la lente. Esto se consigue, polarizando los diodos de un conjunto de “celdas pequeñas” conformado por  $N$  celdas en dirección “ $x$ ” o “ $y$ ”, según el plano de escaneo. A este conjunto de  $N$  celdas se denomina “celda grande”. La figura 4.1 muestra el gradiente de fase introducido por un arreglo multicapa conformado por 7 pares de rejillas que utiliza un tamaño de celda grande de 64 elementos. La onda electromagnética será transmitida un ángulo  $\theta$  sobre el plano E, debido a la posición periódica en dirección vertical de la celda grande en el arreglo.

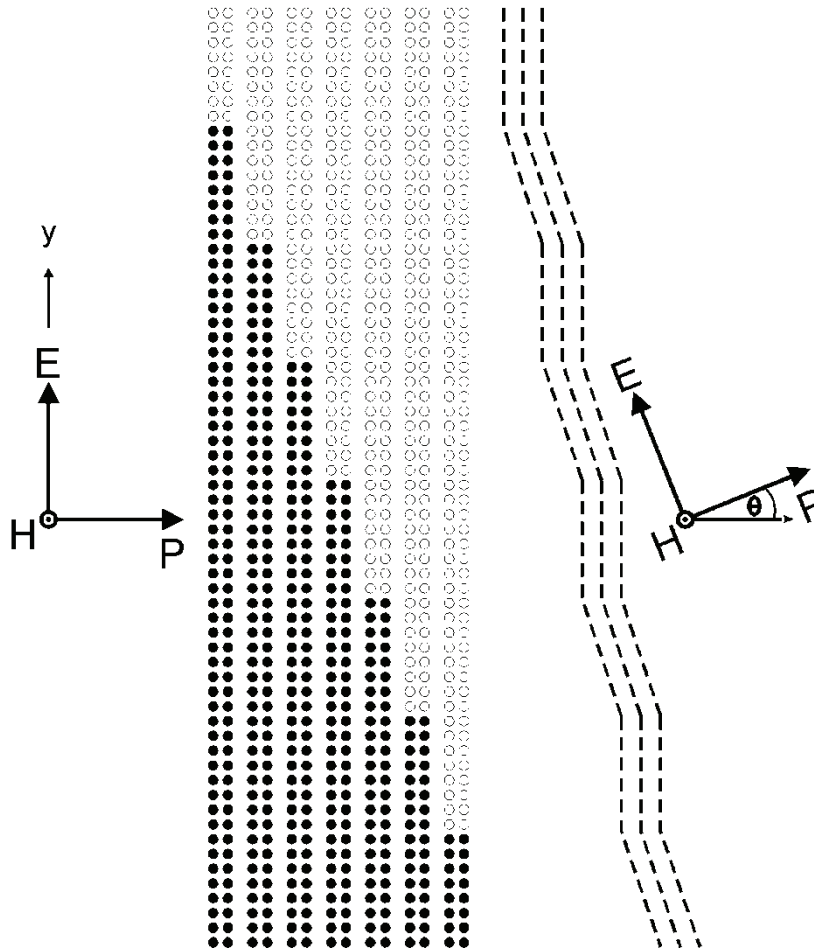


Fig. 4.1 Gradiente de fase introducido en la abertura de una lente RADANT

Al mismo tiempo, si logramos la adaptación de la onda electromagnética incidente con el espacio libre, evitando reflexión, se puede tener control sobre la dirección de la onda transmitida. Esta adaptación se logra encontrando las distancias óptimas entre las rejillas que conforman la lente, siendo los objetivos de optimización mínimos coeficientes de reflexión y pérdidas de inserción.

Elaboramos un programa en MATLAB que optimiza el escaneo de la onda electromagnética incidente a la lente RADANT hacia diferentes direcciones, encontrando la distancia adecuada entre las rejillas de pares y las distancias entre los pares de rejillas de la lente. Los objetivos de optimización del escaneo fueron máximo coeficiente de conversión y mínimas pérdidas de inserción. Se define el coeficiente de conversión como la relación entre la densidad de potencia de la onda electromagnética transmitida en la dirección deseada y la densidad de potencia de la onda electromagnética incidente.

Presentamos escaneos satisfactorios en los planos E y H, de onda incidente a una lente RADANT de 3 bits.

#### **4.1 Escaneo de la lente con conmutadores diodo p-i-n en la frecuencia de 30 GHz**

Para poder observar el comportamiento de escaneo en los planos E y H, diseñamos una lente RADANT de 3 bits para la frecuencia de operación de 30GHz.

De igual manera, utilizamos el modelo matemático y el método del circuito equivalente para determinar la geometría de la “celda pequeña” para la lente RADANT de 3 bits. Posteriormente, optimizamos la geometría de un par de rejillas para obtener un desplazamiento de fase de 45 grados en la onda transmitida, con valores bajos de pérdidas de inserción y coeficiente de reflexión en una banda de frecuencias de 30 GHz.

Como resultado de la optimización de parámetros eléctricos y utilizando el modelo matemático, encontramos la geometría de “celda pequeña”:  $b=5\text{mm}$ ,  $d=0.87\text{mm}$ ,  $w=0.27\text{mm}$  y  $l=0.2\text{mm}$ , de acuerdo a la figura 4.2. La inductancia encontrada del alambre conectado en serie con el diodo fue de 0.27nH. El diodo p-i-n utilizado como carga en las aberturas de las celdas fue el HPND4005, cuyas características de circuito equivalente son:  $R_{on}=3\text{ Ohm}$ ,  $R_{off}=25\text{KOhm}$  y  $C_{off}=18.5\text{ fF}$ . De igual manera, se consideró que las rejillas serán impresas sobre sustrato dieléctrico con espesor de 0.102 mm con constante dieléctrica de 2.4.

##### **4.1.1 Respuestas de desempeño de un par de rejillas de la lente RADANT de 3 bits**

Por optimización se encontró una distancia de 1.7 mm entre las rejillas de un par, para el desplazamiento de fase de 45° en la onda transmitida. Las respuestas de desplazamiento de fase, coeficientes de

transmisión y reflexión y pérdidas de inserción para el par de rejillas en función de la frecuencia, se muestran en la figura 4.2.

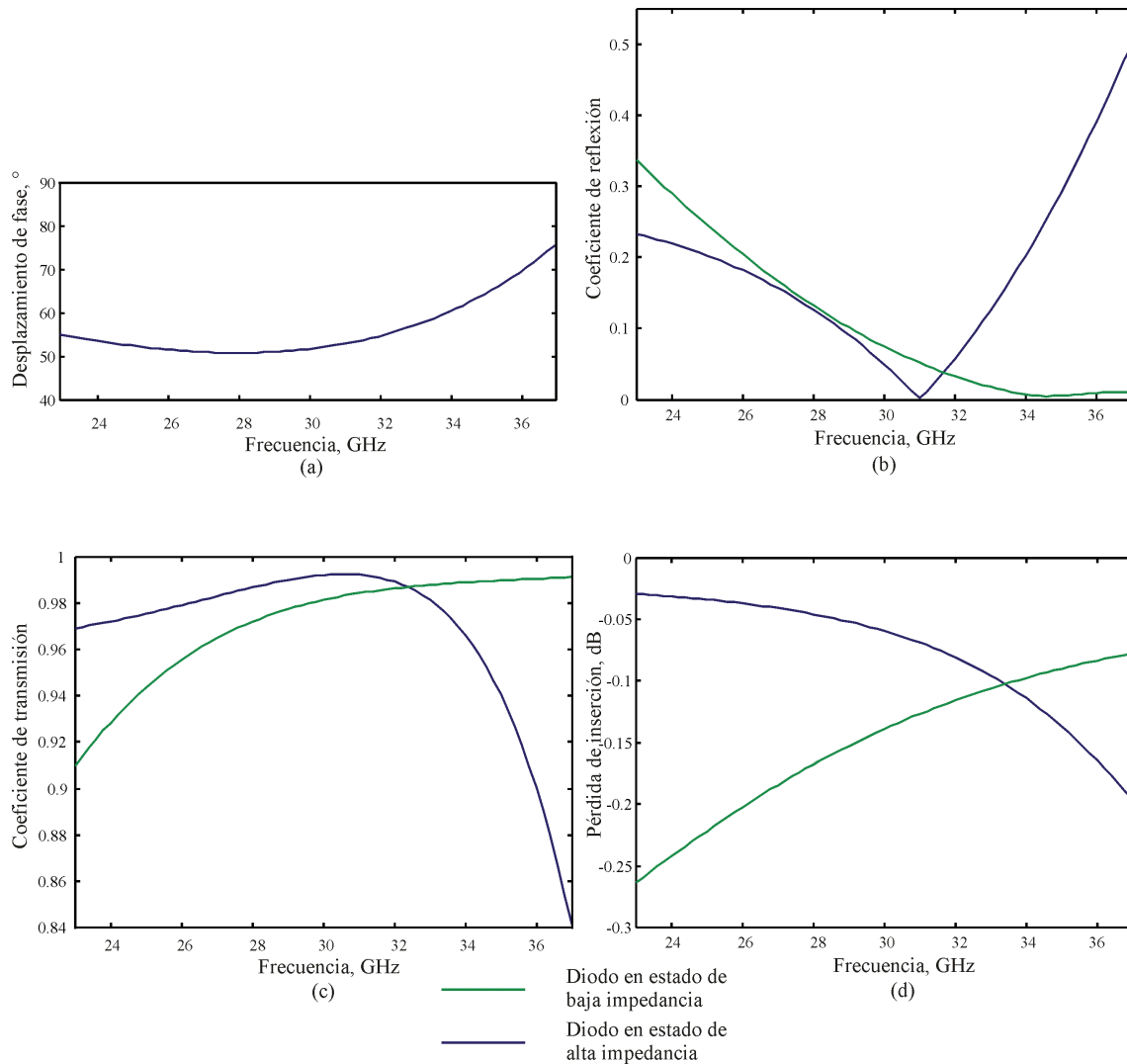


Fig. 4.2 Resultados de (a) desplazamiento de fase, (b) coeficiente de reflexión, (c) coeficiente de transmisión, y (d) pérdida de inserción de un par de rejillas

Como se puede observar, el valor de desplazamiento de fase en la frecuencia de 30 GHz, es de 51°. Son 26 grados de variación de desplazamiento de fase, coeficiente de reflexión menor a 0.5 y pérdida de inserción mayor a -0.25 dB. En el proceso de optimización no fue posible alcanzar los 45° de desplazamiento de fase manteniendo niveles bajos de coeficiente de reflexión.

#### 4.1.2 Resultados de escaneo del haz incidente en los plano E y H

Utilizamos el arreglo de dos rejillas optimizadas como base para la construcción de la lente de escaneo de haz de 3-bits. Utilizando el modelo matemático desarrollado obtuvimos características de escaneo para el arreglo multicapa que contiene 14 rejillas idénticas. Inicialmente, las distancias entre las rejillas del arreglo se fijaron a 1.7mm. Los resultados de la simulación para diferentes ángulos de transmisión se muestran en la figura 4.3.

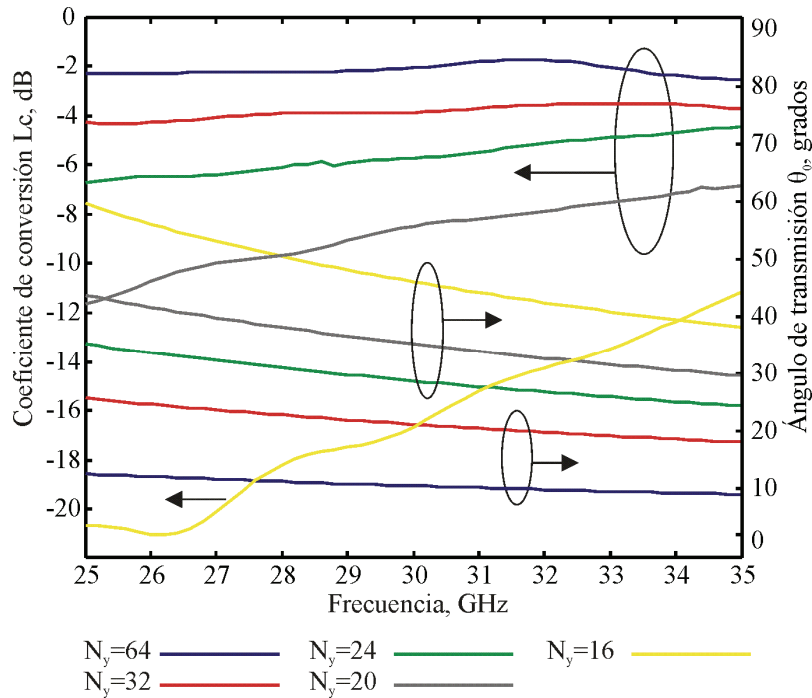


Fig. 4.3 Coeficientes de conversión y ángulos de transmisión del escaneo en el plano E para la lente de 3 bits

En un principio, la lente fue configurada para asegurar un ángulo de transmisión en elevación de  $10^\circ$  en la frecuencia de 30 GHz. Para este caso, la “celda grande” de la lente de 3 bits contiene 64 “celdas pequeñas” en dirección “y”. En la simulación, se dispusieron las polarizaciones de los  $14 \times 16$  (896) diodos de tal manera de alcanzar una distribución lineal de desplazamiento de la fase de la onda transmitida. El coeficiente de conversión para esta configuración es mejor a -3dB en la banda de frecuencias de 25 a 35 GHz. También se configuró la lente de 3 bits para lograr los ángulos de transmisión de  $47^\circ$ ,  $36^\circ$ ,  $29^\circ$  y  $22^\circ$  en la frecuencia de 30 GHz con 16, 20, 24 y 32 “celdas pequeñas” en la “celda grande”, respectivamente. De cualquier manera, el coeficiente de conversión alcanzado para estas configuraciones es muy baja, menor a -3.5 dB.

Como se menciona en [13], una de las razones de la degradación del coeficiente de conversión es el intercambio de potencia entre los diferentes modos Floquet propagantes de alto orden en las rejillas de la lente. Así mismo, para ángulos de transmisión grandes, las velocidades de fase de los modos Floquet propagantes son significativamente diferentes de la velocidad de fase de la onda incidente. De esta manera, la optimización de la geometría antes mencionada, ayuda solo a ángulos de transmisión pequeños. La figura 4.4 muestra los resultados de escaneo en el plano H de una onda que incide a la lente, con rejillas distanciadas entre sí 1.7 mm.

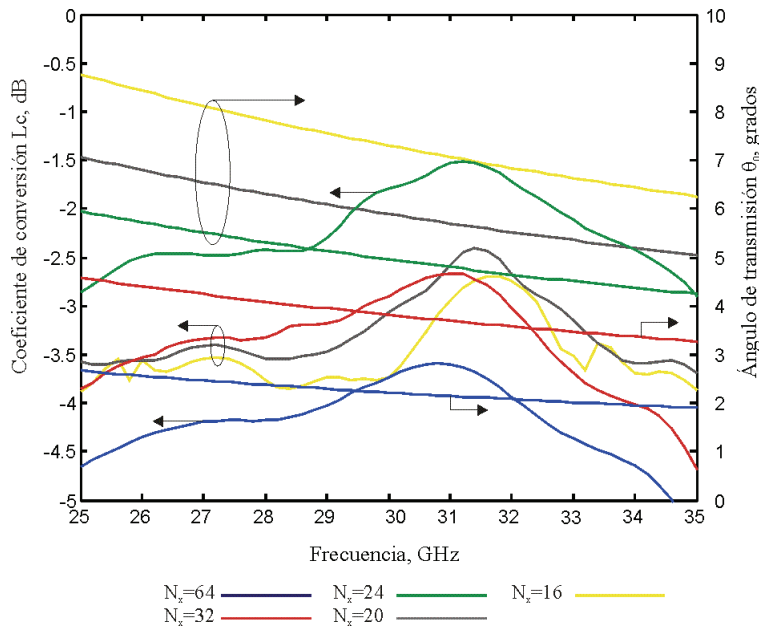


Fig. 4.4 Coeficientes de conversión y ángulos de transmisión del escaneo en el plano H para la lente de 3 bits

Se realizó una optimización adicional para obtener mejores valores de conversión para ángulos de transmisión mayores en el plano de elevación. Los parámetros de optimización para alcanzar mejores valores de coeficiente de conversión y mayores ángulos de transmisión, fueron las distancias  $l_i$  presentes entre las rejillas de la lente. Después del proceso de optimización, se obtuvieron las siguientes distancias  $l_i$  entre las rejillas del arreglo, iniciando de la primera rejilla que recibe a la onda electromagnética: 2, 2.9, 1.8, 3.1, 2, 3, 2.4, 2.7, 2.1, 2.5, 1.6, 3 y 1.7 mm, respectivamente. La figura 4.5 muestra los resultados de coeficiente de conversión y ángulo de transmisión para esta lente de 3 bits optimizada.

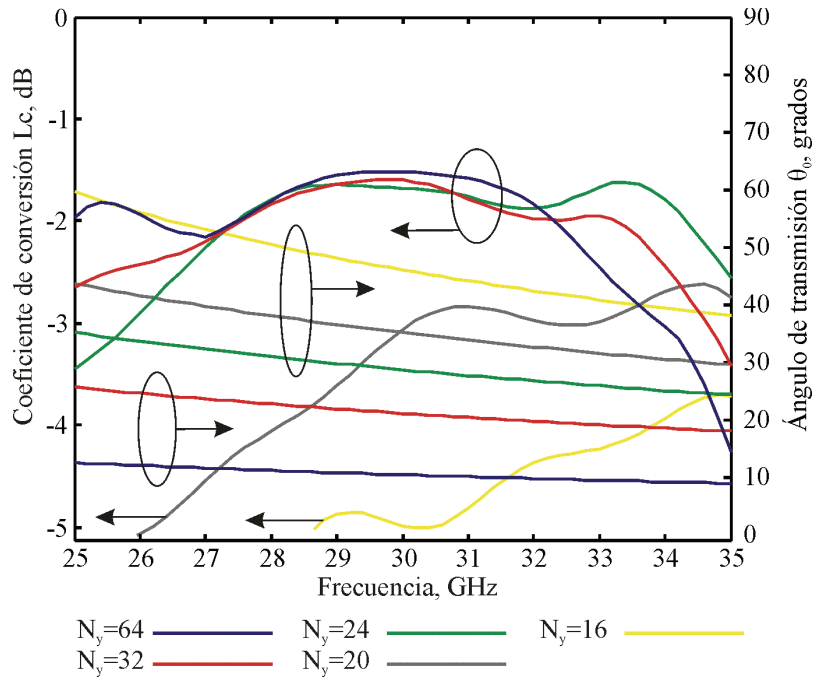


Fig. 4.5 Coeficientes de conversión y ángulos de transmisión del escaneo en plano E con distancias entre las rejillas optimizadas

Se puede observar, que se obtuvo una mejora considerable del coeficiente de conversión para grandes ángulos de transmisión. En la banda de frecuencias de 27.5 a 32.5 GHz se obtuvieron ángulos de transmisión en elevación de hasta 28° con valores de coeficiente de conversión mayores de -2.1dB.

Considerando las mismas distancias entre rejillas de la optimización en plano E, se encontraron las respuestas de coeficientes de conversión y ángulo de transmisión del escaneo de onda en el plano H. La figura 4.6 muestra estos resultados.



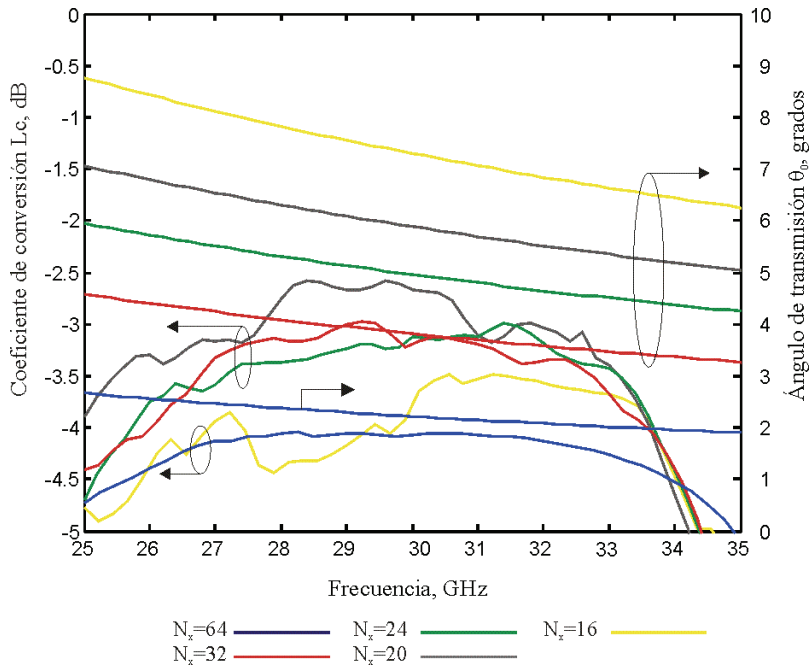


Fig. 4.6 Coeficientes de conversión y ángulos de transmisión del escaneo en plano H para la lente de 3 bits

Se puede observar que en un ancho de banda de 3.4 GHz, la onda dirigida 5.7 grados tiene coeficiente de conversión superior a -3dB. En un ancho de banda de 5.5 GHz, las ondas emitidas con ángulos entre 3.5° y 6.5°, tienen coeficiente de conversión superior a -3.5 dB.

## 4.2 Escaneo con conmutadores diodo p-i-n en la banda de frecuencias de 10 GHz

Inicialmente, se obtuvo la geometría de celda pequeña para un par de rejillas desplazadoras de fase de 45 grados. Siete pares de rejillas de este tipo forman la lente RADANT de 3 bits. Se presenta la optimización para adaptar la onda electromagnética al espacio libre y la optimización para lograr distintas direcciones del haz transmitido.

### 4.2.1 Geometría de celda pequeña de la lente RADANT de 3 bits

Siguiendo el procedimiento descrito en el capítulo anterior, se encontró la geometría de celda pequeña de las rejillas que conforman cada par desplazador de 45 grados de fase de la lente, disminuyendo el tamaño del alambre en serie con el conmutador de la geometría de la tabla 3.4.

Igualmente, de acuerdo a los resultados del capítulo anterior se eligió el diodo HPND4005 como carga reactiva de las celdas pequeñas.

Se encontró la geometría de celda pequeña cumpliendo con la aproximación de los valores de coeficiente de reflexión del modelo matemático con los del circuito equivalente de un par de rejillas. La celda pequeña encontrada se presenta en la figura 4.7.

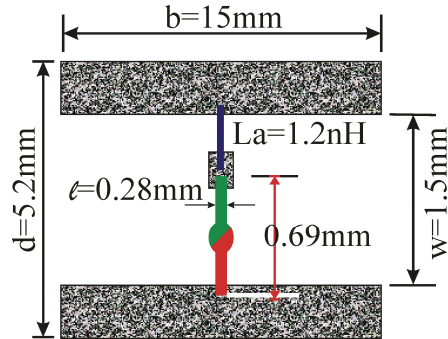


Fig. 4.7 Geometría de “celda pequeña” para la lente de 3 bits

Un par de rejillas diseñada con la geometría de la celda pequeña de la figura 4.7 introduce un desplazamiento de fase de  $45^\circ$  en la onda transmitida. Utilizando el modelo matemático, se encontró las respuestas de coeficiente de reflexión para una rejilla con los estados de los diodos en alta y baja impedancia. Estas respuestas tienen gran aproximación a las respuestas obtenidas con el modelo de circuito equivalente para la rejilla. Tales respuestas se muestran en la figura 4.8.

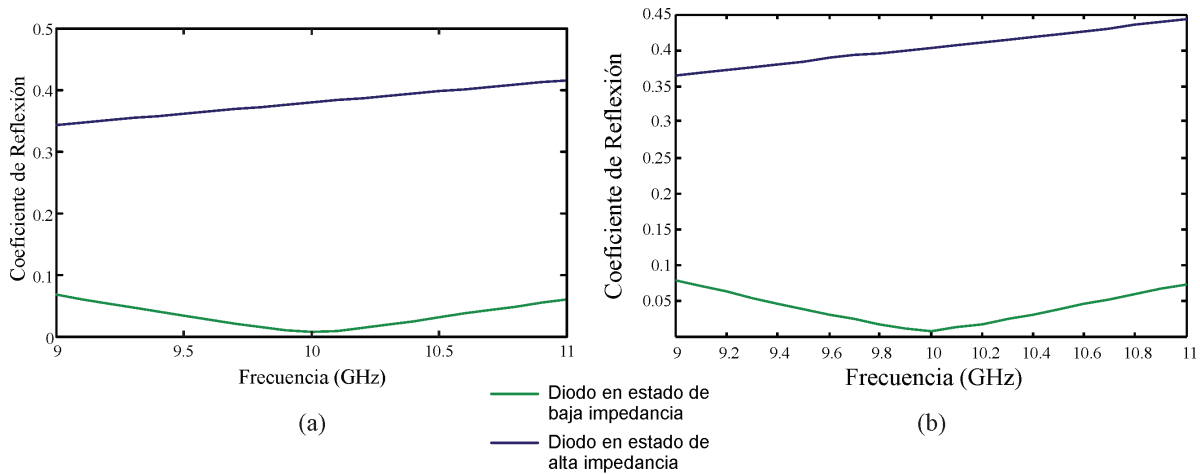


Fig. 4.8 Respuestas de coeficiente de reflexión para una rejilla de un par de rejillas desplazadoras de fase de  $45^\circ$  en la banda de frecuencias de 10 GHz. (a) circuito equivalente, (b) modelo matemático desarrollado

#### 4.2.2 Respuesta de desplazamiento de fase de 45 grados con un par de rejillas

En la figura 4.9 presentamos las respuestas de coeficiente de reflexión, transmisión y pérdidas de inserción del par de rejillas. El parámetro de optimización fue la distancia entre las rejillas buscando una mínima variación de desplazamiento de fase en la banda de frecuencias de 9.8 a 10.2 GHz. Se encontró la distancia de 5.6 mm entre las rejillas del par.

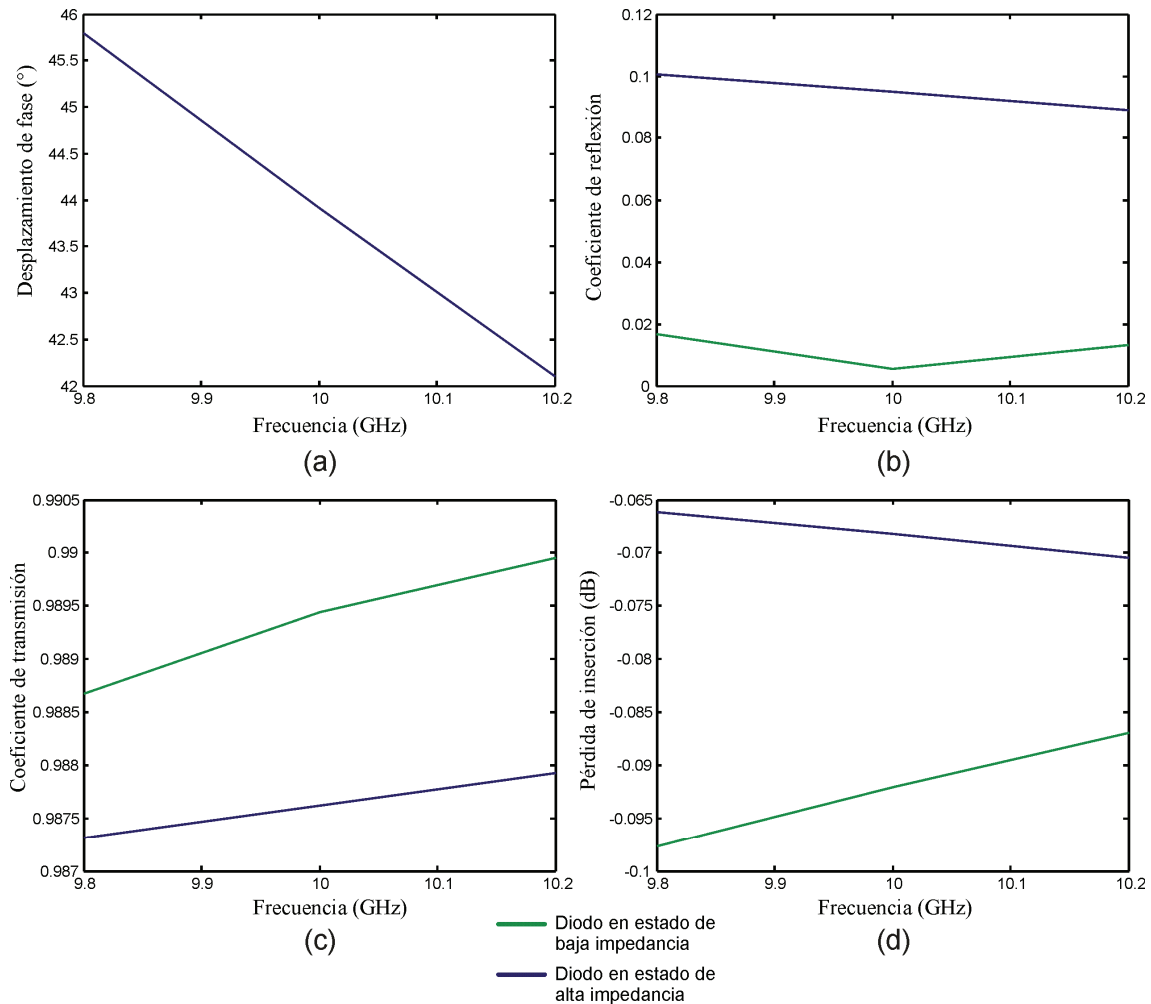


Fig. 4.9 Respuestas de (a) desplazamiento de fase, (b) coeficiente de reflexión, (c) coeficiente de transmisión y (d) pérdida de inserción de un par de rejillas

Como se puede observar, hay una variación del desplazamiento de fase de la onda de  $3.5^\circ$  en el ancho de banda de 400 MHz. La magnitud de coeficiente de reflexión obtenido fue menor a 0.1 y la pérdida de inserción resultó mejor a -0.1dB.

### 4.2.3 Configuraciones de rejillas en cascada para distintos desplazamientos de fase

Una vez diseñado el par de rejillas de desplazamiento de fase de  $45^\circ$ , se encontraron respuestas de desplazamientos de fase de determinadas configuraciones de pares de rejillas en cascada. En la figura 4.10 presentamos las características para los desplazamientos de fase de  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  y  $270^\circ$ . En el diagrama un “0” indica que los diodos de las celdas de un par de rejillas se encuentran en estado de alta impedancia, y un “1” indica que los diodos se encuentran en estado de baja impedancia. Las distancias obtenidas entre las rejillas, de acuerdo a la figura 2.1, habiendo optimizado la variación de fase y el coeficiente de reflexión de la onda transmitida en la frecuencia de 10 GHz, son: 5.04, 2, 9.31, 7.1, 4.6, 6, 4.7, 4.5, 6.3, 3.5, 3.5, 2.2 y 6 milímetros.

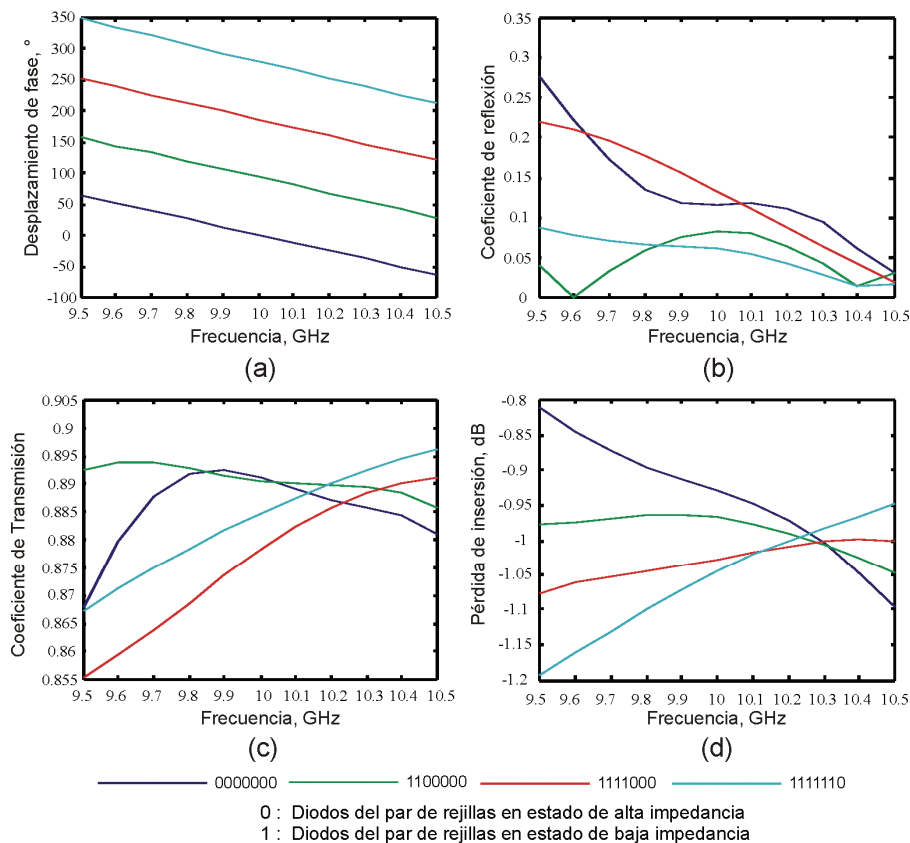


Fig. 4.10 Respuestas de (a) desplazamiento de fase, (b) coeficiente de transmisión, (c) coeficiente de reflexión y (d) pérdida de inserción para algunas configuraciones de arreglos de rejillas

Los valores de magnitud de coeficientes de reflexión de las 4 configuraciones están por debajo de 0.3 en la banda de 9.5 a 10.5 GHz. Así mismo, sus respectivas pérdidas de inserción son mejores a -1.2 dB. Estas

respuestas de pérdida de inserción y coeficientes de reflexión permiten que exista una variación de de fase de configuración de aproximadamente  $20^\circ$  en el ancho de banda de 1 GHz.

#### 4.2.4 Resultados de escaneo del haz incidente en el plano H

Como se mencionó anteriormente, con la polarización de los diodos de un conjunto de celdas pequeñas (celda grande) se puede introducir un gradiente de fase con distribución uniforme a lo largo de la abertura de la lente, y así direccionar el lóbulo principal de la onda transmitida un ángulo determinado. La celda grande contiene  $N_x$  celdas dispuestas horizontalmente ó  $N_y$  celdas dispuestas verticalmente para el escaneo de la onda en el plano H o en el plano E, respectivamente.

Las distancias entre las rejillas de la lente fueron optimizadas buscando valores elevados de coeficientes de conversión con mínimos coeficientes de reflexión, correspondientes a ciertas configuraciones de celda grande. En este caso de escaneo de onda en el plano H, las distancias encontradas entre las rejillas de cada par y entre los pares de rejillas de la lente son 5.286 mm y 5.366 mm, respectivamente. La figura 4.11 muestra los resultados de escaneo de onda efectuada por la lente de 3 bits.

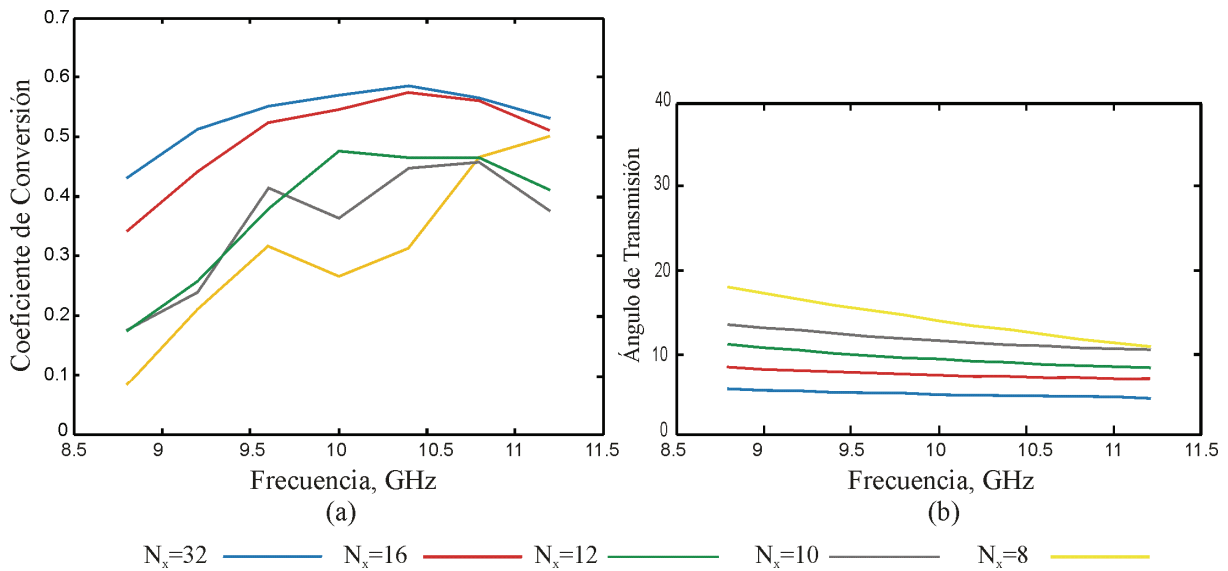


Fig. 4.11 Resultados de (a) coeficiente de conversión y (b) dirección de propagación del escaneo en plano H para la lente de 3 bits con conmutador diodo p-i-n

En un ancho de banda de 1 GHz, las ondas emitadas hasta unos  $8^\circ$  tienen coeficientes de conversión superiores a 0.5, es decir mayor a los -3dB.

#### 4.2.5 Resultados de escaneo del haz incidente en el plano E

Se encontraron las características de escaneo en el plano E de la lente de 3 bits con las distancias entre rejillas especificadas en la sección anterior. Los resultados de coeficiente de conversión y ángulo de transmisión obtenidos se muestran en la figura 4.12.

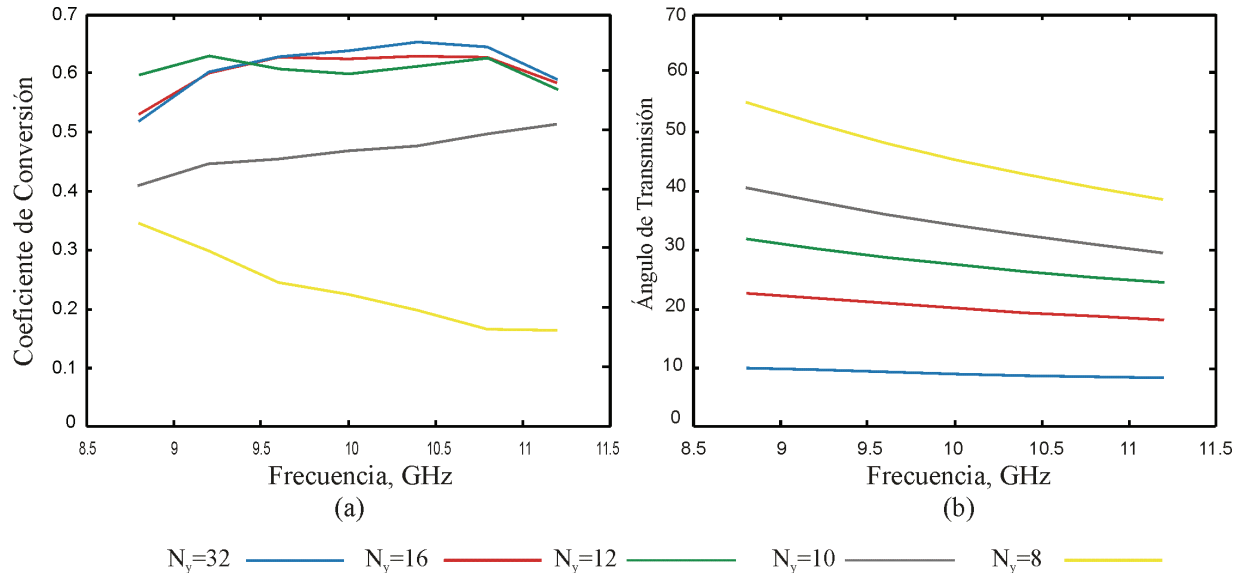


Fig. 4.12 Resultados de escaneo en plano E para tamaños de “celda grande” de 8, 10, 12, 16 y 32 “celdas pequeñas”

Las ondas que se transmiten hacia direcciones con ángulos pequeños tienen coeficientes de conversión elevados. Por ejemplo, las lentes con celda grande de 32 y 16 elementos, direccionan la onda a ángulos de  $9^\circ$  y  $20^\circ$ , y tienen coeficiente de conversión de 0.64 y 0.62, respectivamente.

Se puede observar que tamaños pequeños de celda grande introducen gradientes de fase mayores, lo cual origina que la onda se transmita con ángulos mayores. Por ejemplo, las lentes con celda grande de 8 y 10 elementos transmiten la onda hacia direcciones de 47 y 35 grados, respectivamente. Aunque su característica de coeficiente de conversión es muy baja, como de 0.23 y 0.45, respectivamente.

#### 4.3 Escaneo con conmutadores MEMS en la banda de frecuencias de 10 GHz

Las respuestas de escaneo que presentamos en esta sección, corresponden a la geometría de “celda pequeña” presente en la tabla 3.5 del par desplazador de fase de  $45^\circ$ . Optimizamos las distancias entre las rejillas de la lente de 3 bits, para obtener máximas respuestas de coeficiente de conversión.

La figura 4.13 muestra los resultados obtenidos para el escaneo de la onda transmitida en direcciones sobre el plano E.

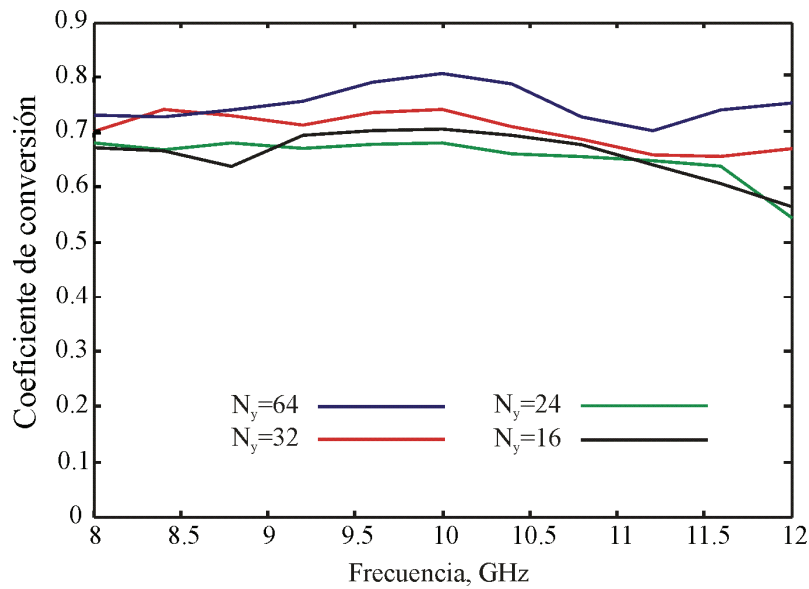


Fig. 4.13 Coeficiente de conversión del escaneo en plano E de la lente de 3-bits con conmutadores MEMS

En la figura 4.14 se muestran los ángulos de propagación en el plano E para la lente.

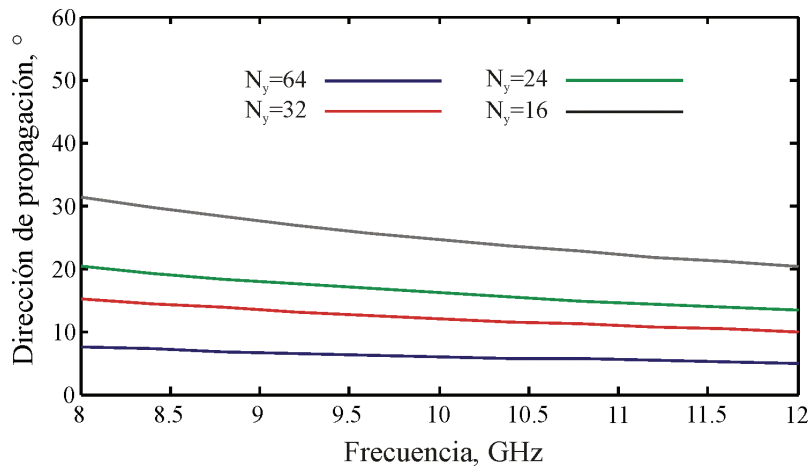


Fig. 4.14 Dirección de propagación en plano E de la lente de 3-bits con conmutadores MEMS

Se puede observar que en la frecuencia central de los 10 GHz las ondas con ángulos de dirección de transmisión de 8, 13, 17 y 25 grados tienen coeficientes de conversión de 0.8, 0.75, 0.68 y 0.69

respectivamente, todas mayores a -1.6 dB. En un ancho de banda de 2 GHz las cuatro ondas se caracterizan por un coeficiente de conversión superior a 0.64, es decir mayor a -1.94dB.

De la misma manera, encontramos las respuestas de escaneo en el plano H para la lente de 3 bits con conmutadores MEMS como carga.

La figura 4.17 muestra la respuesta de conversión obtenida del escaneo en plano H.

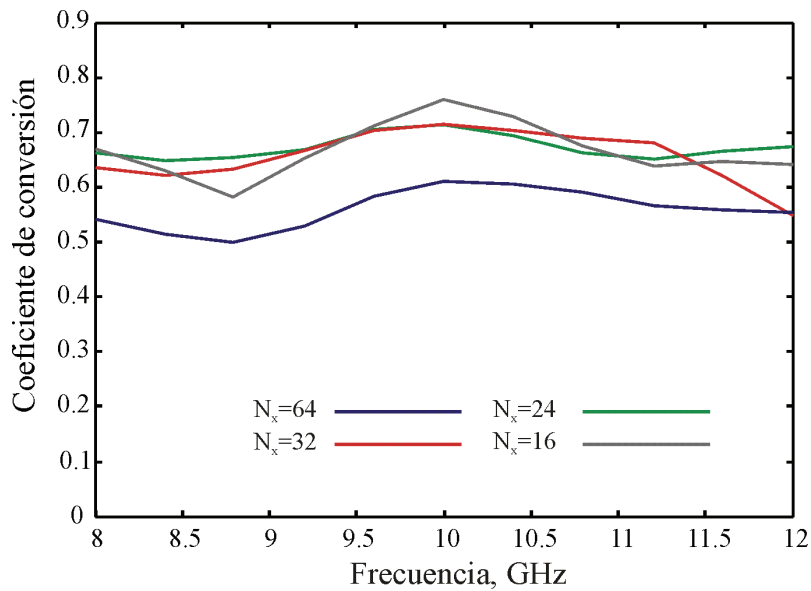


Fig. 4.15 Respuesta de escaneo en plano H de la lente de 3-bits con conmutadores MEMS

La figura 4.16 muestra la respuesta de dirección de propagación en el plano H obtenida para la lente.

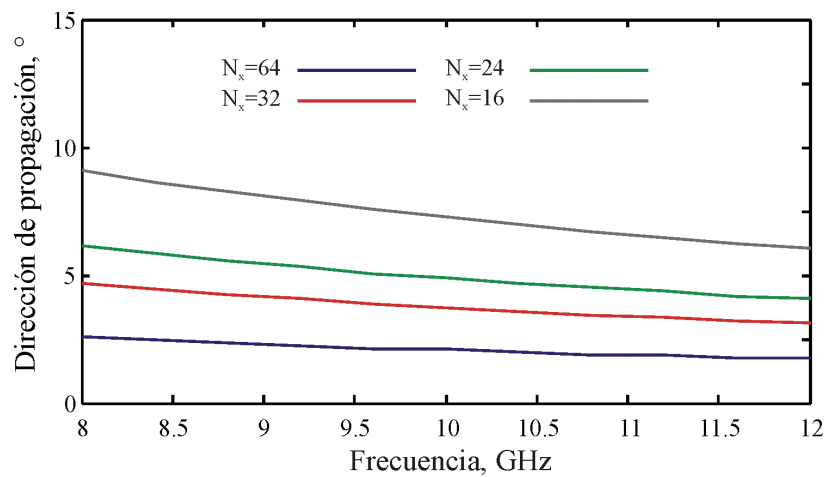


Fig. 4.16 Dirección de propagación en plano H de la lente de 3-bits con conmutadores MEMS



Se puede observar que en la frecuencia central de 10 GHz las ondas con ángulos de dirección de transmisión de 2, 4, 5 y 7 grados tienen coeficientes de conversión de 0.6, 0.7, 0.7 y 0.76 respectivamente, todas mayores a -2.2 dB. En un ancho de banda de 2 GHz las ondas que se transmiten entre 3.5° y 8° tienen coeficiente de conversión superior a 0.62, es decir mayor a -2.08dB. La onda dirigida 2° tiene coeficiente de conversión superior a 0.52 (-2.84dB) en 2 GHz de ancho de banda.

#### 4.4 Conclusiones

1. Las lentes RADANT de 3 bits diseñadas con diodos p-i-n como carga, presentan mejores respuestas de coeficiente de conversión en el plano E que en el plano H. Por ejemplo, la lente diseñada para la frecuencia de 30 GHz dirige la onda 10 grados en el plano E (utilizando 64 celdas pequeñas en celda grande) con un coeficiente de conversión de -1.5dB. Este valor es mayor al coeficiente de conversión de -3.8 dB de la onda dirigida 7.5° (utilizando 16 celdas pequeñas en celda grande) en el plano H.
2. Optimizando las distancias entre las rejillas que conforman la lente RADANT de 3 bits con diodos p-i-n, se logra mejorar las respuestas de coeficiente de conversión. Por ejemplo, sin optimizar las distancias, entre 28 GHz y 32 GHz, las ondas dirigidas hasta 23° en el plano E alcanzan coeficiente de conversión superior a -4dB. Optimizando las distancias entre rejillas, las ondas son dirigidas hasta 31° en plano E en el mismo ancho de banda.
3. Se puede observar que al optimizar las distancias entre las rejillas de la lente, las respuestas de escaneo en el plano H no sufren cambios significativos. Por ejemplo, sin optimizar las distancias se consigue direccionar la onda hasta 4° en el plano H en un ancho de banda entre 28 a 32 GHz, con coeficientes de conversión superiores a -3.3 dB. Con las distancias optimizadas, se consiguen ondas dirigidas entre 3.6° a 6.3° en el plano H en el mismo ancho de banda, con coeficientes de conversión superiores a -3.4 dB.
4. De igual manera, la onda dirigida 9° en plano E (utilizando 32 celdas pequeñas en celda grande) por la lente RADANT diseñada para la 10 GHz, tiene coeficiente de conversión igual a -1.93dB (0.64). Este valor es mayor al coeficiente de conversión de -3.19dB (0.48) de la onda dirigida igualmente 9° (utilizando 12 celdas pequeñas en celda grande) en el plano H.
5. Los ángulos de transmisión de las ondas son mayores en el plano E que en el plano H. Esto se debe al menor acoplamiento entre elementos presente en dirección vertical, comparado con el que se presenta en dirección horizontal.
6. Las respuestas de coeficiente de conversión de las ondas transmitidas por la lente diseñada con conmutadores MEMS son superiores a las respuestas de coeficiente de conversión de la lente con conmutadores diodo p-i-n, en la frecuencia de 10 GHz. Por ejemplo, la onda dirigida 7° en el plano H por la lente con conmutadores MEMS tiene un coeficiente de conversión de 0.72, que son 0.2 superior

a la respuesta de conversión de la lente con conmutadores diodo p-i-n, para el mismo ángulo de dirección. La onda dirigida  $7^\circ$  en el plano E por la lente con conmutadores MEMS tiene un coeficiente de conversión de 0.8, que son unos 0.16 superior a la respuesta de conversión de la lente con conmutadores diodo p-i-n, para el mismo ángulo de dirección y la misma frecuencia.

7. Así mismo, con la lente RADANT de 3 bits con conmutadores MEMS en la banda de frecuencias entre 9 a 11 GHz, las onda transmitidas hasta  $28^\circ$  en el plano E presentan coeficientes de conversión superiores a -1.87 dB (0.65). La lente con conmutadores diodo p-i-n de 3 bits transmite ondas hasta  $31^\circ$  en el mismo ancho de banda, con respuestas de coeficiente de conversión de -2.37 dB (0.58).

## Capítulo 5 Mejora del escaneo en plano H

Como se mencionó en el capítulo anterior, las ondas transmitidas en el plano H tienen coeficientes de conversión de 1.25 dB a 2.3 dB por debajo de los coeficientes de conversión de las ondas dirigidas en el plano E. Igualmente, se constató que la interacción electromagnética entre elementos es mayor en dirección horizontal que en dirección vertical, lo cual motiva a que las respuestas de coeficiente de conversión en plano E sean mayores. Por ello, es necesario disminuir la interacción mutua entre elementos del arreglo en dirección horizontal.

Claramente, investigaciones teóricas y experimentales, indican que no se puede ignorar la interacción electromagnética entre los elementos de un arreglo multicapa. La interacción mutua entre elementos afecta de gran manera a las características de reflexión y transmisión de las ondas electromagnéticas emitidas [1].

Para mejorar las respuestas de escaneo en el plano H y considerar la interacción mutua entre elementos, intercalamos las celdas de aberturas con diodos p-i-n del arreglo con celdas de aberturas de geometría similar con un alambre delgado instalado sustituyendo al conmutador. De esta manera, se puede disminuir la interacción mutua entre los elementos en el plano H.

### 5.1 Valores objetivos de coeficiente de reflexión del arreglo periódico de aberturas diodo-alambre

La figura 5.1 muestra a tres pares de celdas de aberturas *diodo-alambre* de una rejilla periódica e infinita. La celda de abertura con alambre es utilizada para disminuir la interacción mutua entre elementos que existe entre dos celdas adyacentes de aberturas con diodos en el plano H.

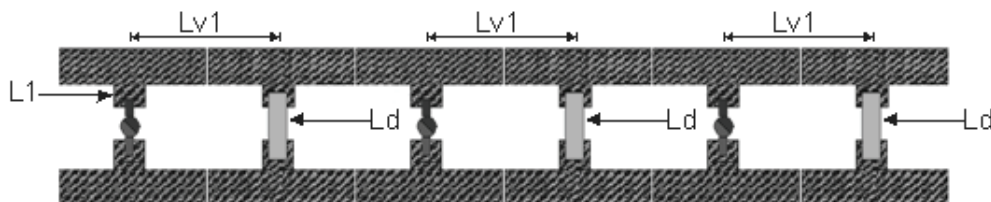


Fig. 5.1 Tres pares de celdas *diodo - alambre*

El circuito equivalente de un par de rejillas se muestra en la figura 5.2.

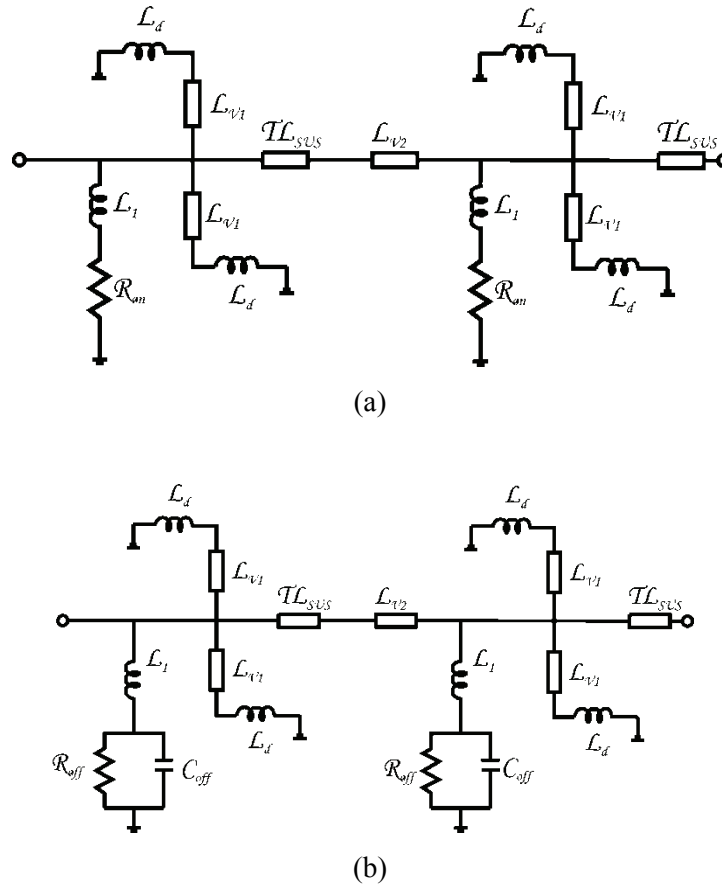


Fig. 5.2 Circuito equivalente para un par de rejillas diodo–alambre con: (a) diodos en conducción y (b) diodos en corte

En los circuitos equivalentes de la figura 5.2, el diodo en estado de baja impedancia está representado por la resistencia  $R_{on}$ , ver figura 5.2a, y en estado de alta impedancia por el paralelo de la resistencia  $R_{off}$  y la capacitancia  $C_{off}$ , ver figura 5.2b. La línea de transmisión de longitud  $L_{v1}$  representa la distancia entre el diodo y el alambre. La línea de transmisión de longitud  $L_{v2}$  representa la distancia entre un par de rejillas *diodo – alambre*. El substrato dieléctrico está representado con la línea de transmisión  $TL_{SUS}$  y el alambre con la inductancia  $L_d$ . La inductancia  $L_1$  representa la porción de la abertura que sujeta al diodo. El diodo utilizado como carga en las celdas pequeñas de las rejillas es el diodo p-i-n HPND4005, cuyos parámetros se presentan en la tabla 3.1.

Simulando el circuito equivalente de un par de rejillas *diodo – alambre*, se obtienen los objetivos de coeficiente de reflexión correspondientes a una rejilla con diodos en los estados de baja y alta impedancia para el diseño del par de rejillas desplazador de fase.

## 5.2 Optimización de parámetros eléctricos

Se optimizaron los parámetros del modelo de circuito equivalente simulado, tales como las distancias  $L_{v1}$  y  $L_{v2}$ , las inductancias  $L_d$  y  $L_l$  y la inductancia del alambre  $L_d$  para alcanzar resultado óptimo de un desplazamiento de fase de  $45^\circ$  en la onda transmitida por el par de rejillas.

Los valores de los coeficientes de reflexión obtenidos con la simulación del par de rejillas *diodo-alambre* son 0.0437 (-0.00982+0.0426i), para el caso de diodos en estado de baja impedancia, y de 0.331 (-0.117-0.31i) para el caso de diodos en estado de alta impedancia.

Los parámetros eléctricos optimizados fueron traducidos a dimensiones físicas utilizando el modelo matemático desarrollado en el capítulo 2, siguiendo el procedimiento descrito en el capítulo 3. De esta manera se obtuvo la geometría del par de rejillas *diodo-alambre* que introduce un desplazamiento de fase de 45 grados. Los parámetros que definen la geometría de celdas *diodo-alambre* se muestran en la figura 5.3.

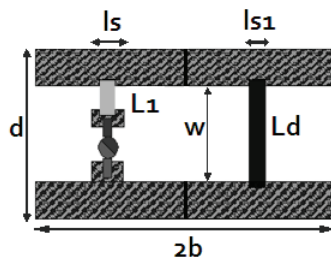


Fig. 5.3 Parámetros de celdas diodo - alambre

## 5.3 Geometría de celdas para un desplazamiento de fase de 45 grados en la onda transmitida

Los parámetros de la celda optimizada *diodo-alambre* se muestran en la tabla 5.1.

Tabla 5.1 Parámetros de las celdas *diodo-alambre* para un par de rejillas desplazadoras de 45 grados de fase

$L_s$ (mm)	$L_{s1}$ (mm)	$b$ (mm)	$d$ (mm)	$w$ (mm)	$L_a$ (nH)
0.3	2.3	7.5	3.4	0.4	2.5

Donde " $L_s$ " es el grosor del alambre en serie con el diodo de una abertura, " $L_{s1}$ " es el grosor del alambre de la segunda abertura, respectivamente, " $L_l$ " es la inductancia del alambre conectado al diodo de la primera celda y " $L_d$ " la inductancia del alambre en la segunda celda (ver figura 5.3). Estos parámetros

hacen posible que la onda transmitida tenga un desplazamiento de fase de  $45^\circ$  al atravesar un par de rejillas. Las respuestas de diferencia de fase, coeficientes de transmisión y reflexión y pérdidas de inserción en un ancho de banda de 2 GHz para un par de rejillas *diodo – alambre* con geometría de la tabla 5.1, se presentan en la figura 5.4.

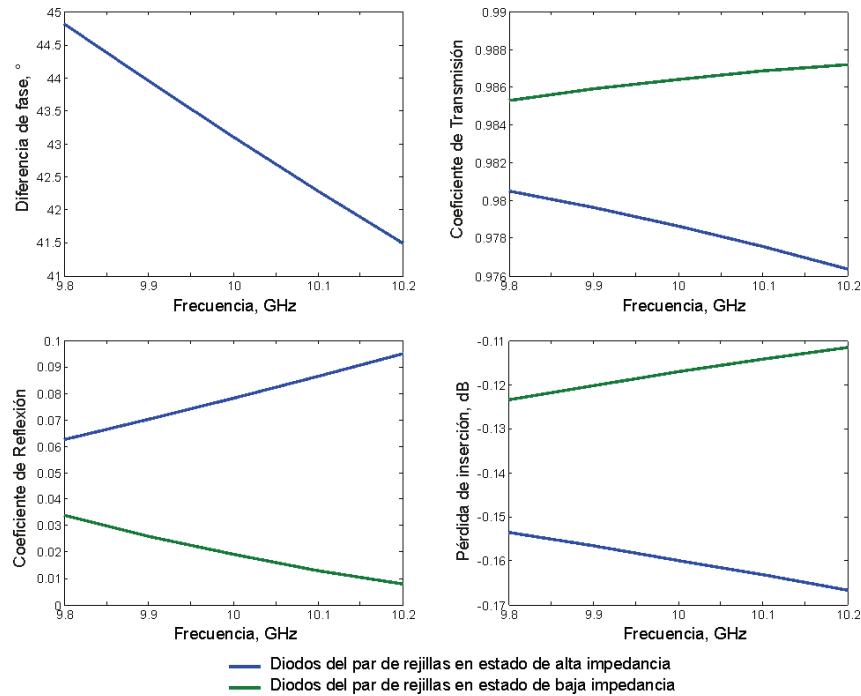


Fig. 5.4 Respuestas de desplazamientos de fase, coeficientes de transmisión y reflexión, y pérdida de inserción para un par de rejillas *diodo – alambre*

Con optimización se encontró la distancia de 6.43 mm entre las rejillas que conforman el par desplazador de fase. Los objetivos de optimización fueron una respuesta de desplazamiento de fase constante y mínima magnitud de coeficiente de reflexión en el ancho de banda de 400 MHz. La variación del desplazamiento de fase encontrada es de  $3.4^\circ$  aproximadamente. Las magnitudes de coeficiente de reflexión y transmisión son inferior a 0.1 y superior a 0.976, respectivamente. La pérdida de inserción es mejor a -0.17dB.

### 5.3.1 Configuraciones de rejillas *diodo - alambre*

A continuación se muestra la optimización de las distancias entre pares de rejillas y la distancia entre las rejillas de un par, para cuatro configuraciones de estados de diodos, correspondientes a los desplazamientos de fase de 90, 180, 270 y 360 grados. Los resultados de desplazamiento de fase,

coeficiente de reflexión, coeficiente de transmisión y pérdidas de inserción, de esta optimización se muestran en la figura 5.5.

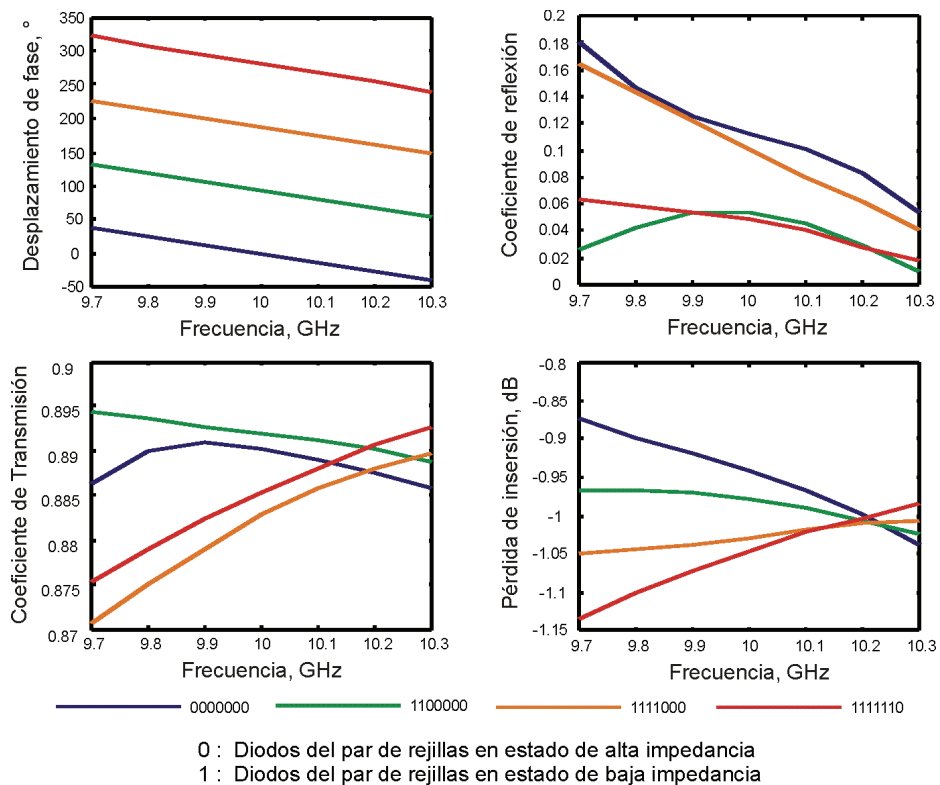


Fig. 5.5 Resultados de optimización para los desplazamientos de fase de 0, 90, 180 y 270 grados del Arreglo multicapa de 7 pares de rejillas

La diferencia de fase de las configuraciones “0000000” y “1111111” en la frecuencia inferior de la banda es de  $285^\circ$ , y en la frecuencia superior de la banda es de  $280^\circ$  grados. Resultando una variación de fase entre estas configuraciones de aproximadamente 5 grados. La magnitud del coeficiente de reflexión es menor a 0.2, y la pérdida de inserción es mejor a -1.15 dB en el ancho de banda de 600 MHz.

Las distancias obtenidas entre pares de rejillas y la distancia entre las rejillas de un par, designadas como “ $L_v$ ” y “ $L_r$ ” respectivamente, son:  $L_r1=5.11\text{mm}$ ,  $L_v1=5.28\text{mm}$ ,  $L_r2=4.05\text{mm}$ ,  $L_v2=6.56\text{mm}$ ,  $L_r3=10.2\text{mm}$ ,  $L_v3=3.53\text{mm}$ ,  $L_r4=3.8\text{mm}$ ,  $L_v4=3\text{mm}$ ,  $L_r5=5.24\text{mm}$ ,  $L_v5=3.05\text{mm}$ ,  $L_r6=8.65\text{mm}$ ,  $L_v6=4.07\text{mm}$ ,  $L_r7=3.11\text{mm}$ .

A continuación se presentan los resultados de escaneo de onda en los planos E y H para el arreglo multicapa diseñado de 7 pares de rejillas *diodo–alambre*. Se optimizaron las distancias entre las rejillas de la lente para obtener máximos ángulos de transmisión con elevadas respuestas de coeficiente de

conversión del escaneo de onda electromagnética en el plano H. Se simuló la lente RADANT de tres bits para obtener respuestas de escaneo en el plano E.

### 5.3.2 Escaneo de onda con el arreglo multicapa *diodo-alambre* de 3 bits

Un número de celdas *diodo-alambre* (ver figura 5.3) con posición vertical en el arreglo es definido como una “celda grande” la cual es distribuida a lo largo del arreglo. De esta manera, una polarización similar de los diodos en esta “celda grande” de dimensión  $N_x \times N_y$  mantiene la periodicidad de celdas en el arreglo, y permite introducir una distribución de fase lineal (en dirección vertical) en la abertura. Para el escaneo de la onda en el plano H, la “celda grande” con cierto número de celdas *diodo-alambre* está en una disposición horizontal.

El arreglo multicapa conformado por 7 pares de rejillas, con la geometría de celdas *diodo-alambre* y las distancias entre las rejillas de un par y entre pares de rejillas son 5.75mm y 3mm, respectivamente. Se presentan los resultados de escaneo de onda en los planos E y H, para diferentes dimensiones de “celda grande”.

Se encontró el valor de coeficiente de conversión de la onda transmitida y el ángulo de dirección en la banda de frecuencias de 10 GHz para los tamaños de “celda grande” siguientes: 12, 16, 20, 24, 32 y 64 elementos. La figura 5.6 muestra los resultados obtenidos de coeficiente de conversión y ángulo de propagación para el escaneo en plano H para los cuatro tamaños de “celda grande”.

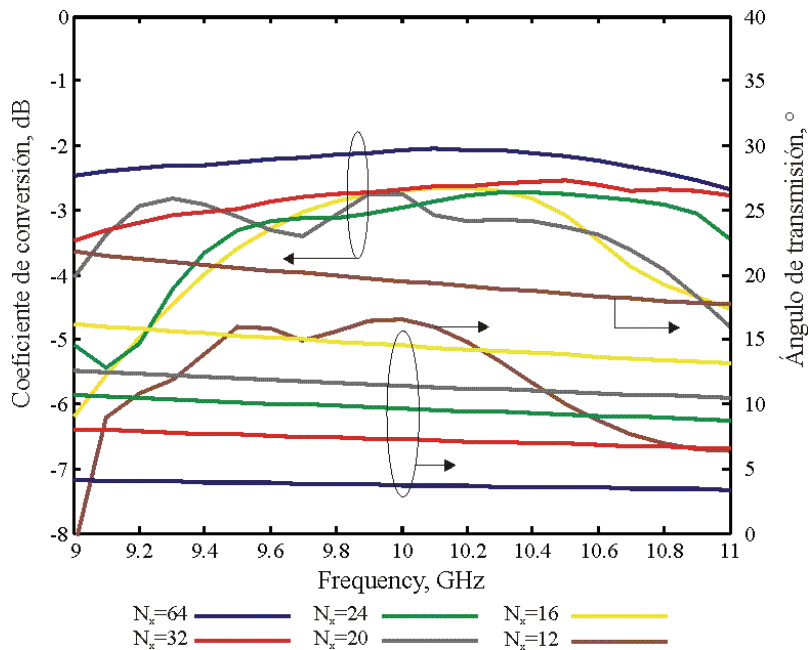


Fig. 5.6 Coeficientes de conversión y dirección de propagación para el escaneo en el plano H



En un ancho de banda de 1GHz, las ondas con ángulos de transmisión, en el plano H, hasta 15° tienen coeficiente de conversión superior a -3.5dB.

Los resultados de escaneo en el plano E con las mismas características de la lente se muestran en la figura 5.7.

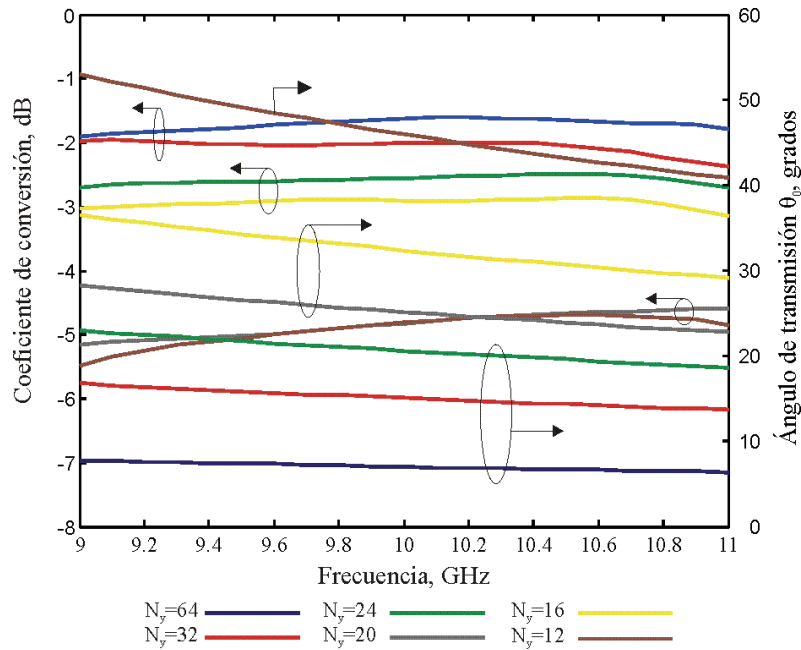


Fig. 5.7 Coeficientes de conversión y dirección de propagación para el escaneo en el plano E

En un ancho de banda de 1GHz, las ondas con ángulos de transmisión, en el plano E, hasta 23° tienen coeficiente de conversión superior a -2.5dB.

## 5.4 Conclusiones

1. Se optimizaron las distancias entre las rejillas de la lente de 3 bits con objeto de alcanzar las mejores respuestas de coeficiente de conversión y mayores ángulos de transmisión de ondas emitidas por la lente RADANT con configuración *diodo – alambre*. Por ejemplo, la onda dirigida 14° en el plano H con la lente de 3 bits con conmutadores diodo p-i-n sin introducir celdas de abertura con alambre, descrito en el capítulo anterior, alcanzó un coeficiente de conversión de 0.28 (-5.53dB). La onda dirigida el mismo ángulo y en el mismo plano, con la lente de 3 bits con celdas *diodo – alambre*, tiene un coeficiente de conversión a 0.53 (-2.75dB), 2.78dB superior al coeficiente de conversión anterior.
2. La onda dirigida 7° en el plano H por la lente de 3 bits con conmutadores diodo p-i-n con configuración *diodo – alambre* tiene un coeficiente de conversión de 0.57 (-2.7dB). Superior al

coeficiente de conversión obtenido con la lente con solo aberturas con diodo p-i-n del capítulo anterior, igual a 0.5 (-3dB), en la frecuencia central de 10 GHz.

3. La onda dirigida  $7^\circ$  en el plano H con la lente de 3 bits con conmutadores MEMS (capítulo anterior) tiene un coeficiente de conversión de 0.72 (-1.43dB). Superior al coeficiente de conversión de 0.52 (-2.84dB) obtenido utilizando la celda *diodo – alambre* en la lente de 3 bits.
4. Una onda dirigida  $32^\circ$  en el plano E con la lente de 3 bits con configuración *diodo – alambre*, con 16 elementos en celda grande, tiene un coeficiente de conversión de 0.51 (-2.9dB), a la frecuencia de 10GHz. Una onda dirigida el mismo ángulo en el mismo plano con la lente de 3 bits con solo aberturas con diodo p-i-n del capítulo anterior tiene un coeficiente de conversión de 0.47 (-3.28dB) a la frecuencia de 10.4GHz. Ciertamente, son superiores los valores de coeficiente de conversión de las ondas transmitidas en los planos E y H por la lente RADANT de 3 bits con configuración *diodo – alambre*, respecto a los obtenidos con la lente de aberturas con diodo p-i-n del capítulo anterior.

## Capítulo 6 Verificación del modelo matemático desarrollado

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos de la verificación del modelo matemático desarrollado para la antena de arreglos de fase tipo lente Radant. Para la verificación, se decidió utilizar una configuración de antena de bocina tipo Sectorial E con un arreglo multicapa RADANT instalada en su abertura. Se diseñó la antena de bocina de tal manera de tener en su abertura una distribución de fase no lineal del campo eléctrico. De esta manera, la antena de bocina diseñada tiene, teóricamente, un campo de radiación de baja directividad [1], resultado de la distribución de fase no lineal del campo en su abertura.

El objetivo de la lente Radant instalada en la abertura de la antena, es lograr que el campo eléctrico tenga, en la abertura de la lente, una distribución de fase lineal. De esta manera, la lente logra modificar el patrón de radiación de la antena, mejorando la directividad del haz transmitido.

Las características de radiación de la antena de bocina tipo sectorial E fueron calculadas a partir de expresiones matemáticas disponibles en la literatura de la teoría de antenas [1]. El patrón de radiación de salida de la configuración bocina-lente fue calculado a partir de los modos Floquet propagantes, encontrando los coeficientes de campo electromagnético y utilizando las ecuaciones de campo lejano de la antena de bocina sectorial E.

La lente de 2 bits diseñada para esta verificación, está compuesta de 3 pares de rejillas, cada par diseñado para un desplazamiento de fase de  $90^\circ$  en la onda electromagnética transmitida. Cada rejilla contiene a 16 celdas unitarias, en una configuración fila – columna de  $16 \times 1$ . La lente instalada en la antena de bocina fue diseñada con un gradiente de fase tal que logra aproximar a la linealidad la distribución de fase en la abertura de la lente, mejorando así la directividad del patrón de radiación significativamente.

Tanto la configuración de los diodos (estados de baja y alta impedancia) de las celdas en las rejillas como las distancias entre las rejillas del arreglo fueron optimizadas utilizando el modelo matemático para la lente de 2 bits.

### 6.1 Diseño de la antena de bocina tipo sectorial E

La antena de bocina adecuada para nuestro análisis es la que se muestra en la figura 6.1.

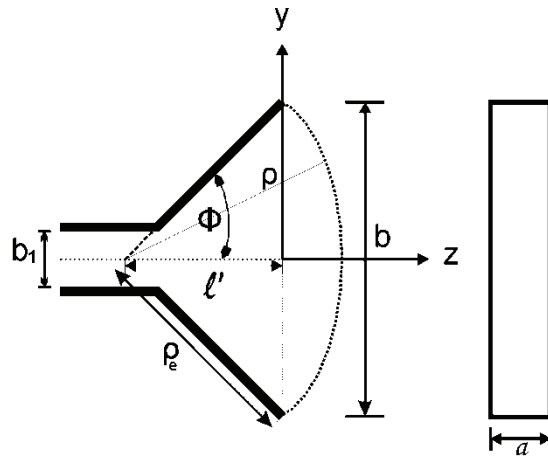


Fig. 6.1 Antena de Bocina tipo Sectorial E

Las dimensiones de la antena se detallan en la figura 6.2. Las dimensiones están en milímetros.

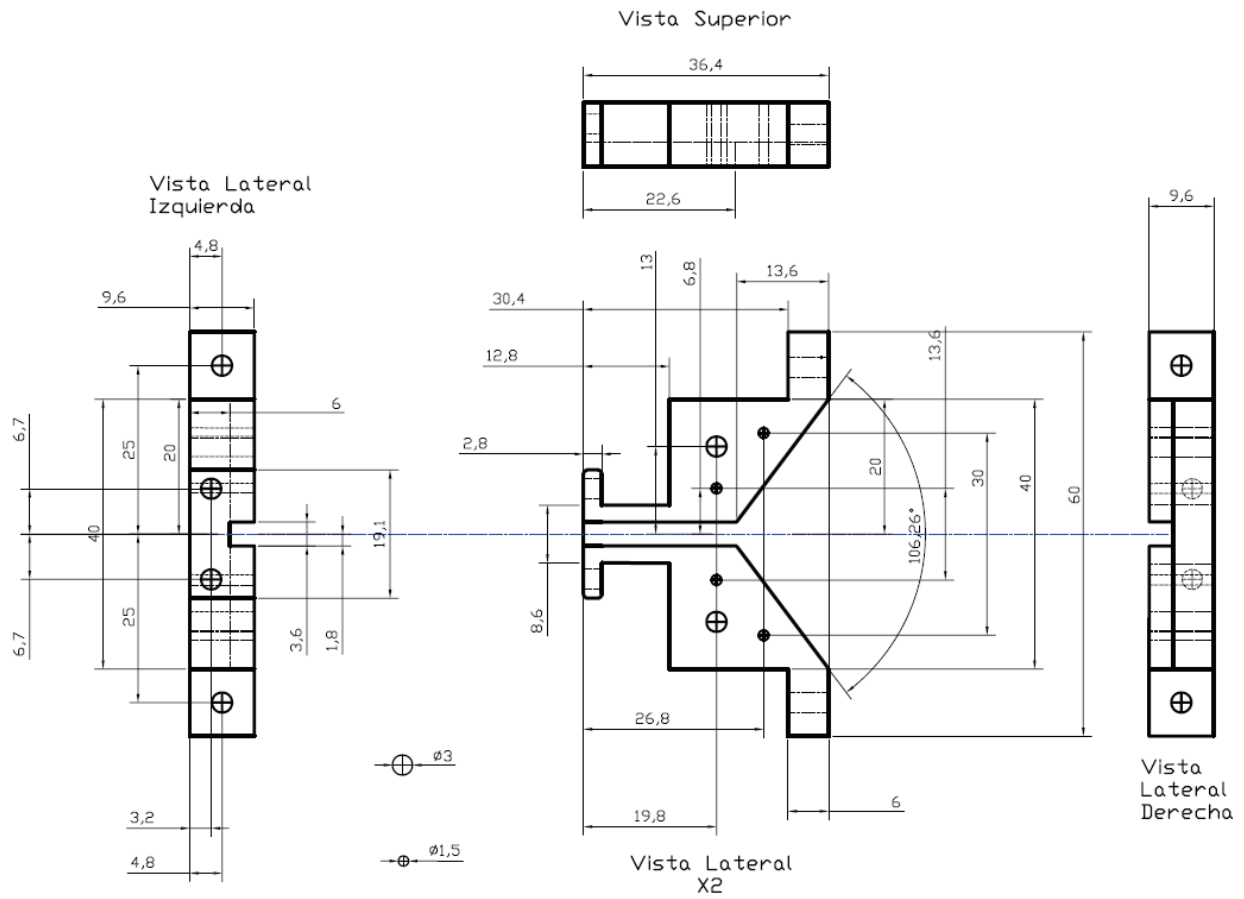


Fig. 6.2 Antena de bocina tipo sectorial E

### 6.1.1 Expresión para el campo eléctrico en la apertura de la antena de bocina

Para encontrar el diagrama de radiación de la antena de bocina, iniciamos encontrando los modos de intensidad de campo eléctrico transversales dominantes presentes en la antena. De acuerdo con Jull [3] los modos transversales dominantes del campo en la antena de bocina tipo sectorial E, están dados por la siguiente expresión:

$$E_{\phi}^i = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \exp\left(-j\frac{3\pi}{4}\right) H_1^{(2)}(\beta\rho) \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \quad (6.1)$$

donde:

$H_1^{(2)}(\beta\rho)$ , es la función de Hankel de primer orden,

$\beta = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2}$ , es la constante de propagación del modo dominante,

$\rho = \sqrt{l'^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$ , es la coordenada radial desde el origen y  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ .

Los demás parámetros están de acuerdo a la figura 6.1.

De acuerdo con la teoría del vector de difracción de Kirchhoff, la intensidad de campo eléctrico lejos de la apertura, en función de los campos  $\vec{E}_A$ ,  $\vec{H}_A$  de la apertura se lo encuentra con:

$$\vec{E} = \frac{-je^{-jkr}}{2\lambda r} \hat{R} \times \int_S [\hat{n} \times \vec{E}_A - Z_0 \hat{R} \times (\hat{n} \times \vec{H}_A)] \exp(-jk\hat{\rho}' \cdot \hat{R}) ds \quad (6.2)$$

donde  $Z_0 = \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}$  es la impedancia de la onda en el espacio libre, con las coordenadas de acuerdo a la figura 6.1.

La integración es en la apertura descrita por  $A$ , donde los campos del modo TE son:

$$\vec{E}_A = (\hat{y} \cos \phi - \hat{z} \sin \phi) E_{\phi}, \quad \vec{H}_A = \hat{x} H_x + (\hat{y} \sin \phi + \hat{z} \cos \phi) H_{\rho} \quad (6.3)$$

Siendo  $\rho, \phi, x$  las coordenadas cilíndricas en el eje de la antena de bocina. Considerando que en el eje del haz  $\hat{R} = \hat{n} = \hat{z}$  y  $\hat{\rho}' \cdot \hat{R} = l \cos \phi_0 = l'$  y como  $r = R - l' \cong R$  en amplitud, se llega a la siguiente expresión:

$$\vec{E} = \frac{-j \exp(-jkr)}{2\lambda r} \iint_{a,b} [\hat{y}(E_\phi \cos \phi + Z_0 H_x) + \hat{x} Z_0 H_\rho \sin \phi] \cdot \exp(jk \cos \phi' \sin \theta' \hat{x}) \exp(jk \sin \phi' \sin \theta' \hat{y}) dx dy \quad (6.4)$$

### 6.1.1.1 Amplitud de armónicos Floquet en la apertura de la antena de bocina

En la apertura de la antena de bocina, los campos iluminantes  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$ , relacionados por la impedancia  $Z_0$ , están definidos por [2]:

Para la polarización "x":

$$\vec{E} = E_x \hat{x}, \vec{H} = H_y \hat{y} = \frac{E_x}{Z_0} \hat{y} \quad (6.5)$$

Y para la polarización en "y":

$$\vec{E} = E_y \hat{y}, \vec{H} = -\frac{E_y}{Z_0} \hat{x} \quad (6.6)$$

Las respectivas componentes de campo eléctrico en direcciones  $\theta$  y  $\phi$  para ambas polarizaciones, en función de  $E_x$  y  $E_y$  es:

Polarización en "x":

$$E_\theta = \frac{j e^{-jkr}}{2\lambda r} \left(1 + \frac{\eta}{Z_0} \cos \theta\right) \cos \phi \iint_S E_x e^{jk'_x x} e^{jk'_y y} dx dy \quad (6.7a)$$

$$E_\phi = -\frac{j e^{-jkr}}{2\lambda r} \left(\frac{\eta}{Z_0} + \cos \theta\right) \sin \phi \iint_S E_x e^{jk'_x x} e^{jk'_y y} dx dy \quad (6.7b)$$

Polarización en "y":

$$E_\theta = \frac{j e^{-jkr}}{2\lambda r} \left(1 + \frac{\eta}{Z_0} \cos \theta\right) \sin \phi \iint_S E_y e^{jk'_x x} e^{jk'_y y} dx dy \quad (6.8a)$$

$$E_\phi = \frac{je^{-jkr}}{2\lambda r} \left( \frac{\eta}{Z_0} + \cos\theta \right) \cos\phi \iint_S E_y e^{jk'_x x} e^{jk'_y y} dx dy \quad (6.8b)$$

Recordemos que las componentes de campo eléctrico  $E_x$  y  $E_y$  de (6.7) y (6.8) están en función de los modos Floquet, es decir:

$$E_x = \sum_n A_n \bar{\Psi}_{nx}, E_y = \sum_n A_n \bar{\Psi}_{ny} \quad (6.9)$$

De igual manera, podemos reescribir los modos Floquet de entrada a la lente de 2 bits:

Para modo TE:

$$\bar{\Psi}_n^i = \sqrt{\frac{1}{bd}} \left( \frac{k_{yn}^i}{k_{rn}^i} e^{j(k_{xn}^i x + k_{yn}^i y)} \hat{x} - \frac{k_{xn}^i}{k_{rn}^i} e^{j(k_{xn}^i x + k_{yn}^i y)} \hat{y} \right) \quad (6.10a)$$

Para modo TM:

$$\bar{\Psi}_n^i = \sqrt{\frac{1}{bd}} \left( \frac{k_{xn}^i}{k_{rn}^i} e^{j(k_{xn}^i x + k_{yn}^i y)} \hat{x} + \frac{k_{yn}^i}{k_{rn}^i} e^{j(k_{xn}^i x + k_{yn}^i y)} \hat{y} \right) \quad (6.10b)$$

donde  $b = N \cdot 7.2 \text{ mm}$  y  $d = M \cdot 2.5 \text{ mm}$ .  $N=1$  y  $M=16$  son el número de celdas de las rejillas de la lente, en direcciones "x" y "y", respectivamente.

Reemplazando (6.1) en (6.3) encontramos las amplitudes de los modos Floquet  $A_n$  presentes en (6.9) en la abertura de la antena de bocina, en dirección "y":

Para el modo TE:

$$A_n = -\frac{1}{\sqrt{ab}} \frac{k_{xn}^i}{k_{rn}^i} \sqrt{\pi/2} e^{-j3\pi/4} I_{che} I_{cek} \quad (6.11a)$$

Para el modo TM:

$$A_n = \frac{1}{\sqrt{ab}} \frac{k_{yn}^i}{k_{rn}^i} \sqrt{\pi/2} e^{-j3\pi/4} I_{che} I_{cek} \quad (6.11b)$$

donde:

$$I_{che} = \int_{-b/2}^{b/2} \cos\left(\tan^{-1} \frac{y}{\nu}\right) H_1^{(2)}(\beta\rho) e^{jk_y y} dy, \text{ la cual se resuelve numéricamente en Matlab.}$$

Y

$$I_{cek} = \int_{-a/2}^{a/2} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{jk_x x} dx = \begin{cases} a/2 & \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 = k_x^2 \\ \frac{2\pi}{a} \cos\left(k_x \frac{a}{2}\right) & \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \neq k_x^2 \\ \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 - k_x^2 & \end{cases}$$

### 6.1.1.2 Componentes de campo a la entrada de la lente

Para el cálculo de las componentes del campo  $E_\theta$  y  $E_\phi$  a la entrada de la lente, reemplazamos las amplitudes de los modos Floquet de (6.11) en (6.7) y (6.8), resultando:

Para el modo TE:

$$E_\theta = C_{\theta 1} I_{e1} I_{e2} \frac{1}{\sqrt{bdM}} \frac{k_y}{k_r} A^{TE} + C_{\theta 2} I_{e1} I_{e2} \frac{1}{\sqrt{bdM}} \left(-\frac{k_x}{k_r}\right) A^{TE} \quad (6.12a)$$

$$E_\phi = C_{\phi 1} I_{e1} I_{e2} \frac{1}{\sqrt{bdM}} \frac{k_y}{k_r} A^{TE} + C_{\phi 2} I_{e1} I_{e2} \frac{1}{\sqrt{bdM}} \left(-\frac{k_x}{k_r}\right) A^{TE} \quad (6.12b)$$

Para el modo TM:

$$E_\theta = C_{\theta 1} I_{e1} I_{e2} \frac{1}{\sqrt{bdM}} \frac{k_x}{k_r} A^{TM} + C_{\theta 2} I_{e1} I_{e2} \frac{1}{\sqrt{bdM}} \frac{k_y}{k_r} A^{TM} \quad (6.12c)$$

$$E_\phi = C_{\phi 1} I_{e1} I_{e2} \frac{1}{\sqrt{bdM}} \frac{k_x}{k_r} A^{TM} + C_{\phi 2} I_{e1} I_{e2} \frac{1}{\sqrt{bdM}} \frac{k_y}{k_r} A^{TM} \quad (6.12d)$$

donde:

$$C_{\theta 1} = j \frac{e^{-jkr}}{2\lambda r} \left(1 + \frac{120\pi}{Z_0} \cos \theta\right) \cos \phi \quad C_{\phi 1} = -j \frac{e^{-jkr}}{2\lambda r} \left(\frac{120\pi}{Z_0} + \cos \theta\right) \sin \phi$$

$$C_{\theta 2} = j \frac{e^{-jkr}}{2\lambda r} \left(1 + \frac{120\pi}{Z_0} \cos \theta\right) \sin \phi \quad C_{\phi 2} = j \frac{e^{-jkr}}{2\lambda r} \left(\frac{120\pi}{Z_0} + \cos \theta\right) \cos \phi$$

$$Z_0^{TE} = \frac{\omega \mu}{\Gamma} \quad Z_0^{TM} = \frac{\Gamma}{\omega \varepsilon}$$

Las integrales de 6.12 resultan:

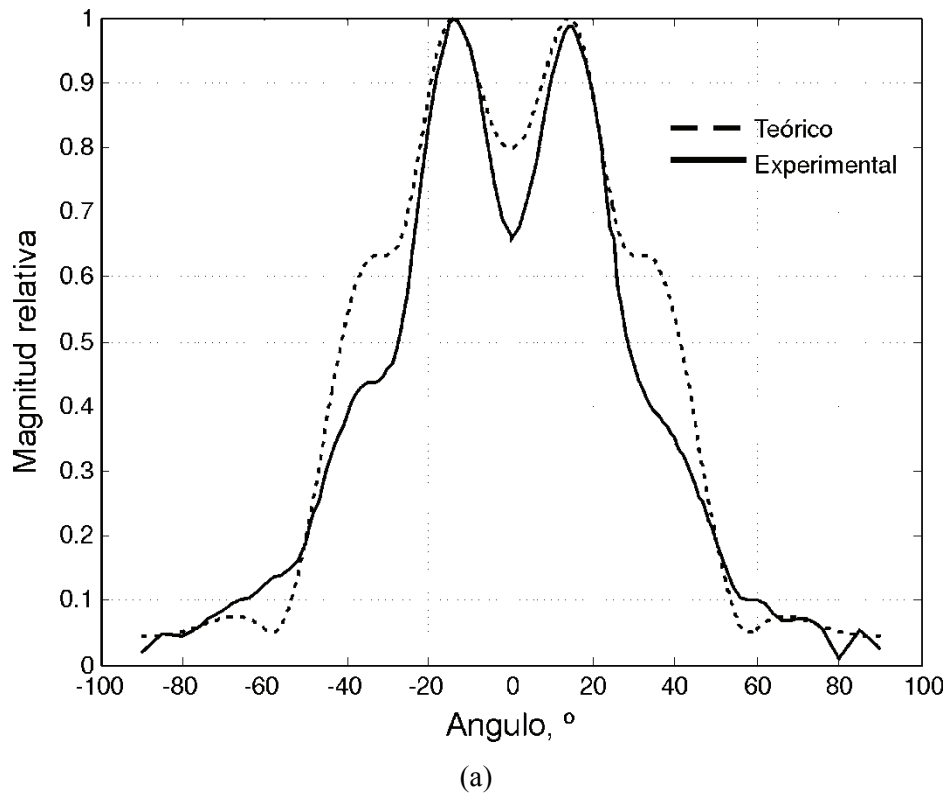


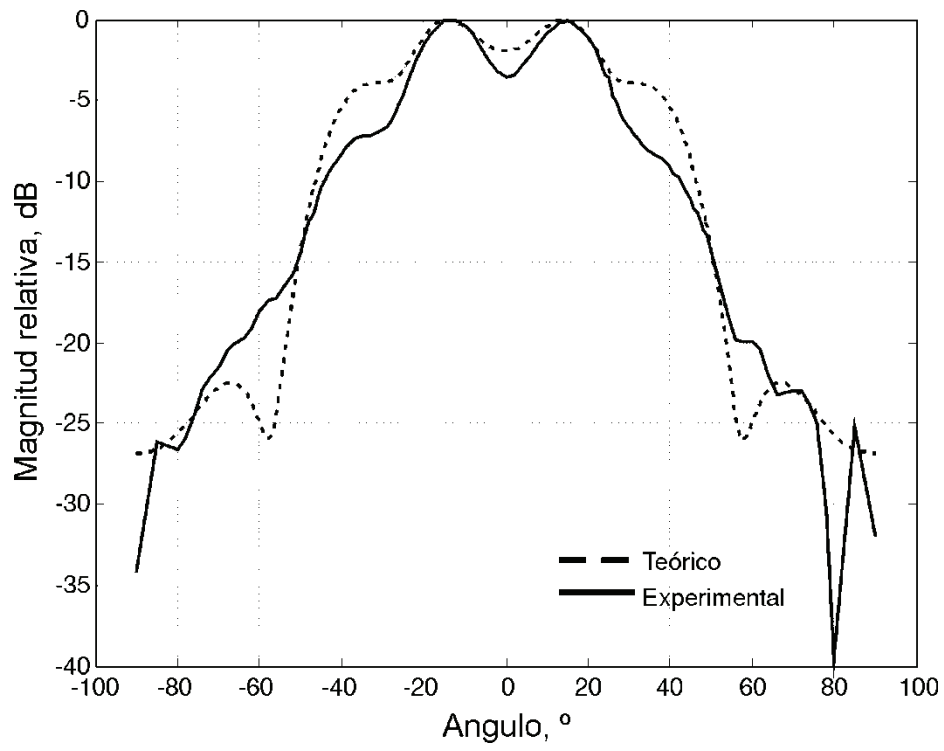
$$I_{e1} = \int_{-b/2}^{b/2} e^{j(k_x + k \sin \theta \cos \phi)x} dx = \frac{2 \sin[(k_x + k \sin \theta \cos \phi) b/2]}{k_x + k \sin \theta \cos \phi}$$

$$I_{e2} = \int_{-Md/2}^{Md/2} e^{j(k_y + k \sin \theta \sin \phi)x} dx = \frac{2 \sin[(k_y + k \sin \theta \sin \phi) Md/2]}{k_y + k \sin \theta \sin \phi}$$

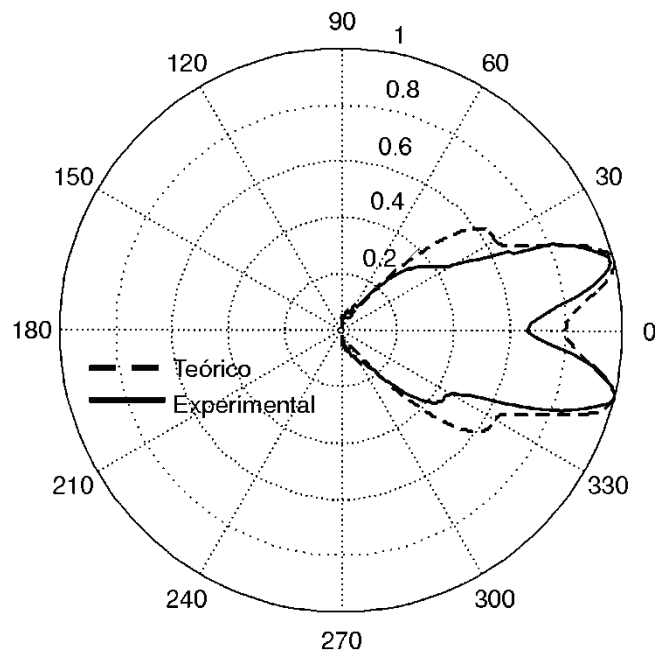
### 6.1.2 Patrón de radiación teórico y experimental de la antena de bocina sectorial de plano E

El patrón de radiación de la antena de bocina sin tener la lente conectada en su abertura, fue calculado teóricamente con la expresión (6.12), y obtenido experimentalmente con mediciones de intensidad de campo eléctrico en laboratorio. Los resultados se muestran en la figura 6.3.





(b)



(c)

Fig. 6.3 Patrón de Radiación de la Antena de Bocina

Se puede observar gran aproximación entre los resultados teóricos y experimentales obtenidos.

## 6.2 Lente de 2 bits

Utilizando el modelo matemático desarrollado, optimizamos las dimensiones de “celda pequeña” y los parámetros de la lente de 2 bits, con el objetivo de alcanzar una característica de fase lineal del campo eléctrico en la abertura de la lente conectada a la antena de bocina. Se alcanzó la máxima linealidad de la distribución de fase del campo eléctrico en la abertura de la lente.

Se encontró que el arreglo multicapa adecuado para instalarse en la abertura de la antena de bocina, consiste de 6 rejillas, cada una con 16 “celdas pequeñas” con sus respectivos diodos en configuración  $16 \times 1$ . Se encontraron las dimensiones de “celda pequeña” que permiten introducir un desplazamiento de fase progresivo en la onda transmitida, con incrementos de 90 grados, introducidos por cada par de rejillas. La siguiente figura muestra las dimensiones de “celda pequeña”.

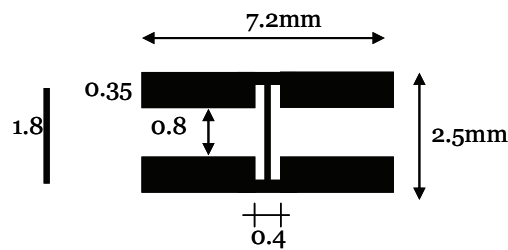


Fig. 6.4 “Celda pequeña” de la lente de 2 bits diseñada para prueba experimental

Como se presenta en la figura 6.4, un alambre fue instalado en la abertura simulando a un diodo p-i-n en estado de baja impedancia.

### 6.2.1 Diseño de la lente de 2 bits

Una vez encontradas las dimensiones de la “celda pequeña” para la lente de 2 bits, se diseñaron tres diferentes pares de rejillas, de acuerdo a los resultados obtenidos por optimización. Cada rejilla con 16 “celdas pequeñas” en la configuración  $16 \times 1$ .

El primer par de rejillas con dos celdas con alambre. El segundo par de rejillas con seis celdas con alambre y el tercer par de rejillas con diez celdas con alambre. La ubicación de las “celdas pequeñas” con alambre para estas tres configuraciones se muestra en la figura 6.5.

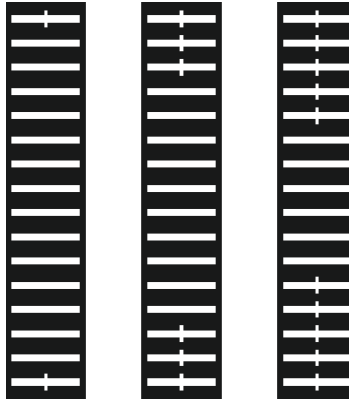


Fig. 6.5 Disposición de las cargas en las rejillas de cada par de la lente de 3 bits

### 6.2.2 Separadores de rejillas para la lente Radant

Los separadores que se mandaron a fabricar para la lente de 2 bits son de aluminio, y mantienen a 2.6 mm de distancia a las rejillas de cada par, y a 1.5 mm de distancia a los pares de rejillas de la lente. La siguiente figura muestra los dos tipos de separadores utilizados en el sistema de prueba. Las dimensiones están en milímetros.

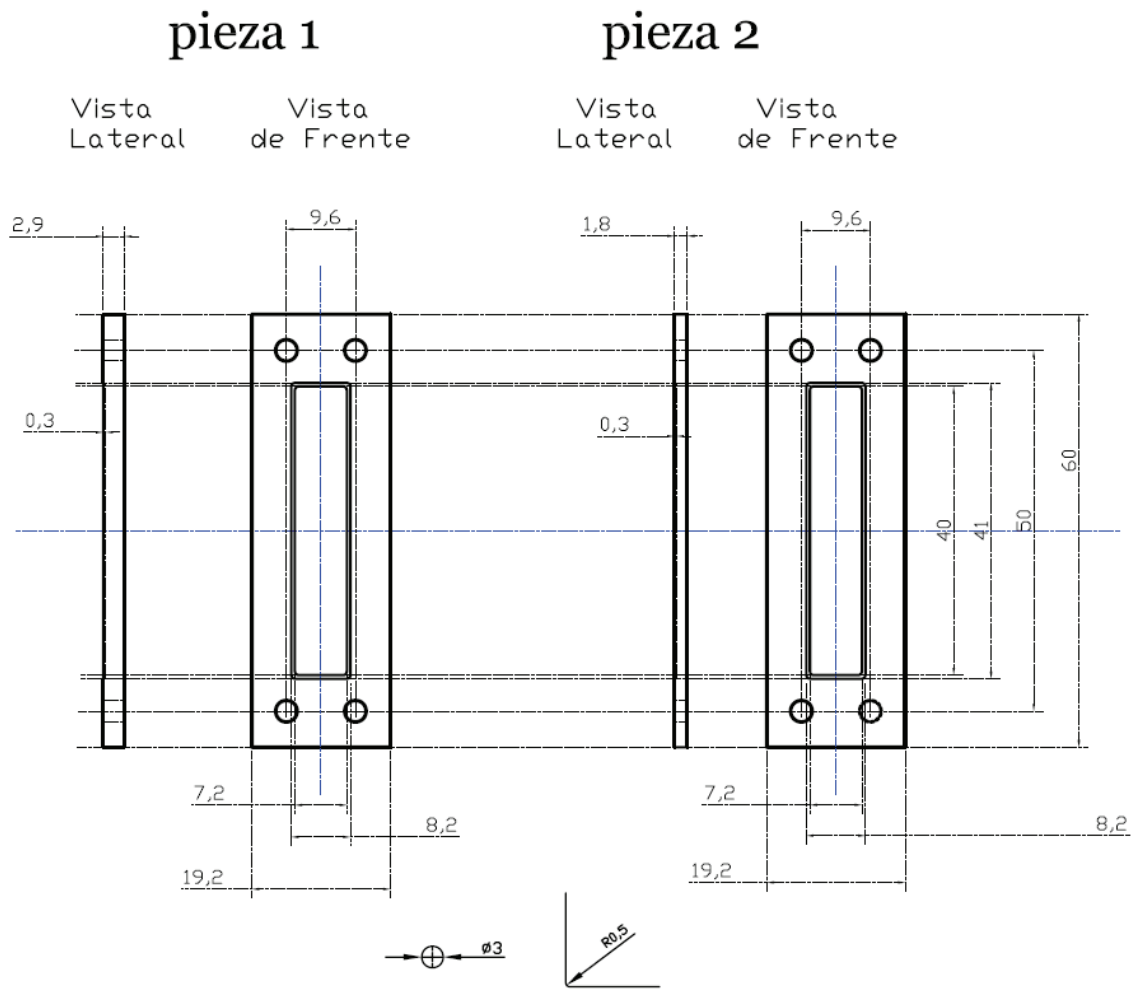
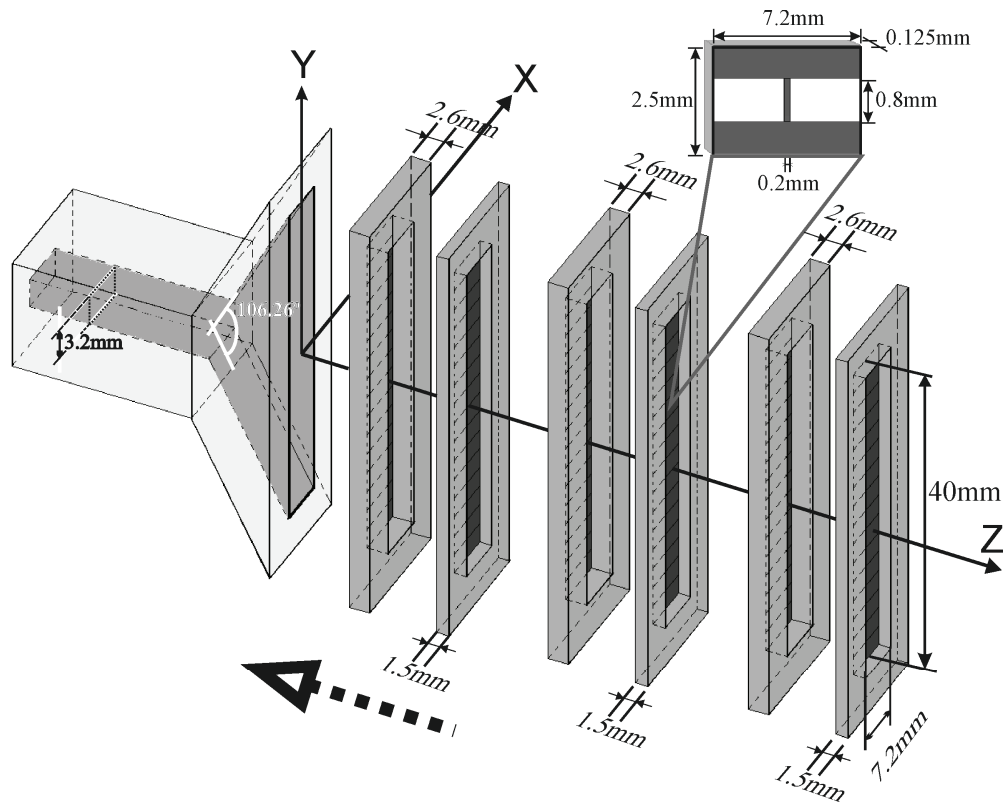


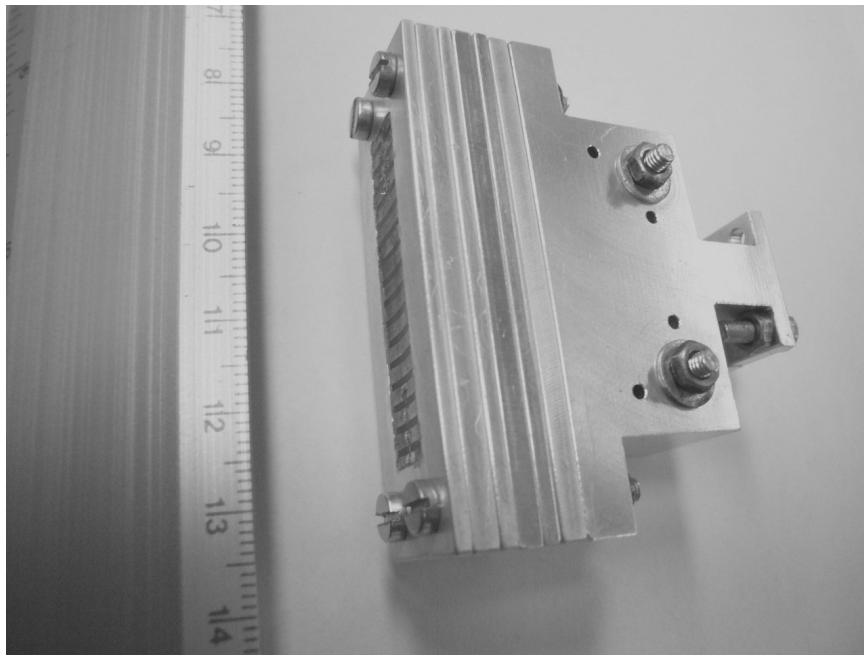
Fig. 6.6 Separadores para las rejillas de la lente de 2 bits

### 6.3 Diseños de la lente de 2 bits y la antena de bocina sectorial de plano E

En la figura 6.7 se muestran los prototipos de la lente de 2 bits y la antena de bocina sectorial de plano E. En la figura 6.7a se muestran los parámetros, y en la figura 6.7b, la fotografía de la lente fabricada.



(a)



(b)

Fig. 6.7 Lente de 2 bits conectada a la antena de bocina. (a) dimensiones, (b) fotografia

## 6.4 Resultados obtenidos para la comprobación del modelo matemático

En esta sección se presentan los resultados de distribución del campo eléctrico en la abertura de la antena de bocina y en la abertura de la lente instalada en la antena de bocina. Al mismo tiempo de presentar los resultados experimentales obtenidos de patrones de radiación, se los compara con los resultados teóricos esperados.

La desviación de fase del campo en la abertura determina el patrón de radiación de campo lejano, y su nivel de directividad.

### 6.4.1 Distribución de amplitud y fase del campo eléctrico

En la figura 6.8 están presentes las distribuciones de amplitud y fase del campo eléctrico obtenidos en la apertura de la antena de bocina de plano E. Se puede observar una desviación de fase significativa de 240 grados en la abertura de la antena de bocina.

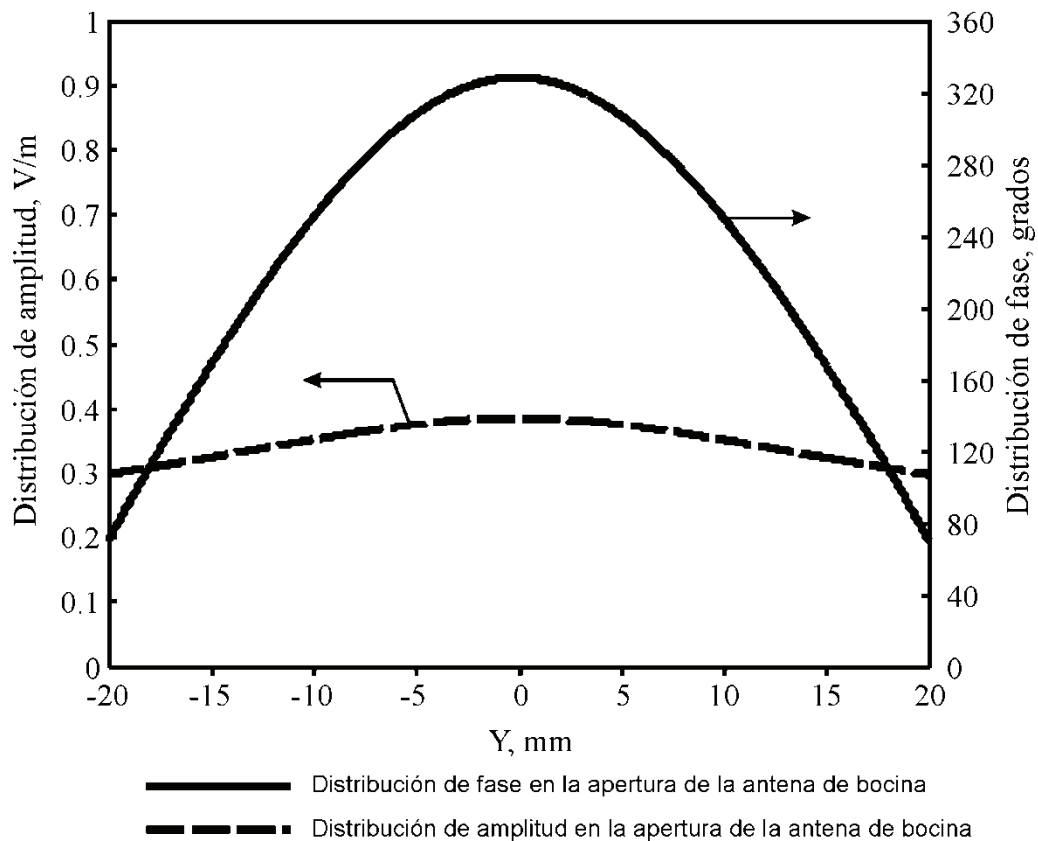


Fig. 6.8 Distribución del campo eléctrico en la apertura de la antena de bocina

Los resultados de distribución de amplitud y fase del campo en la abertura de la lente de 2 bits se muestra en la figura 6.9.

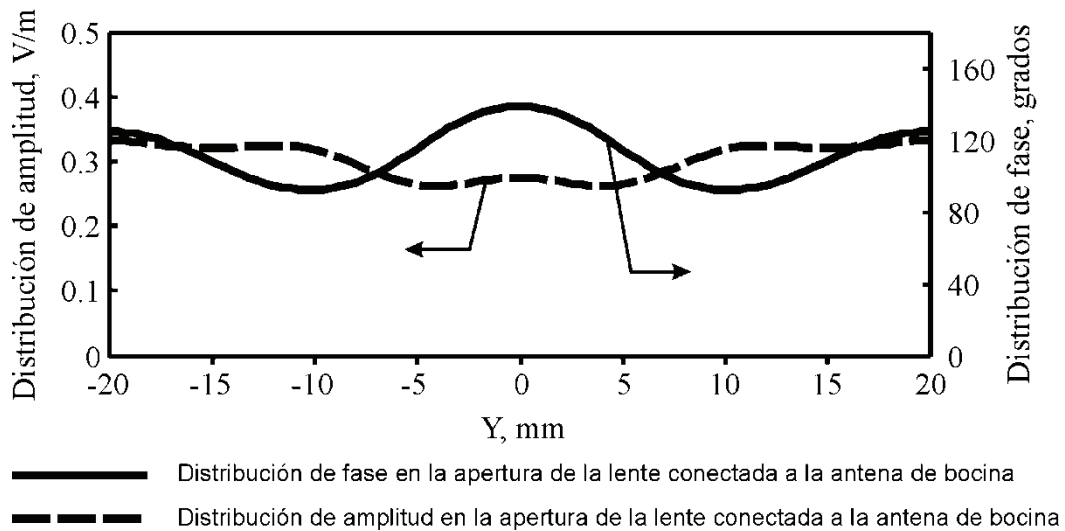


Fig. 6.9 Distribución del campo en la abertura de la lente de 2 bits

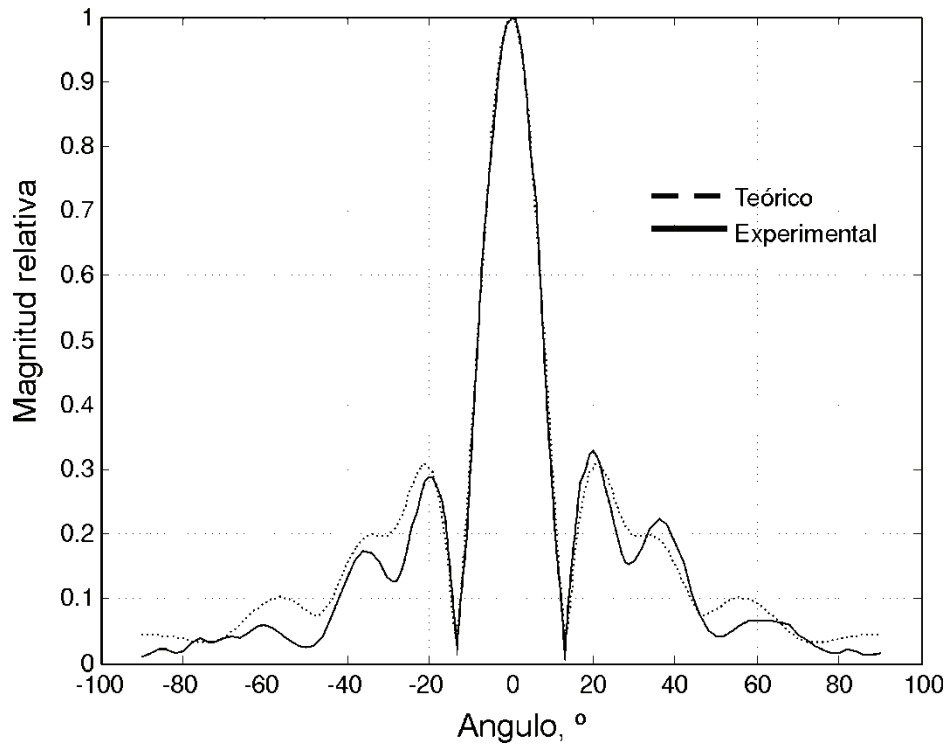
La lente de 2 bits instalada en la abertura de la antena de bocina mejoró la desviación de fase unos 47 grados aproximadamente.

#### 6.4.2 Patrones de radiación en plano E

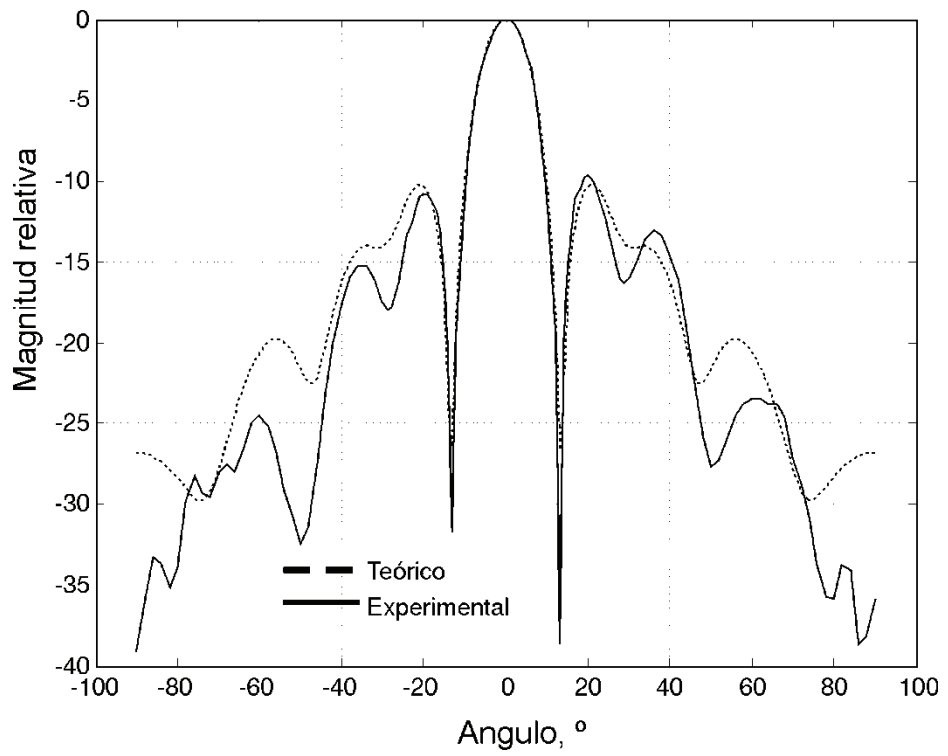
En esta sección se presentan los resultados de patrones de radiación teóricos y experimentales, obtenidos por la antena conformada por la lente instalada en la abertura de la bocina tipo sectorial E.

La figura 6.10 muestra los patrones de plano E teórico y experimental del campo transmitido por la abertura de la lente de 2 bits.





(a)



(b)

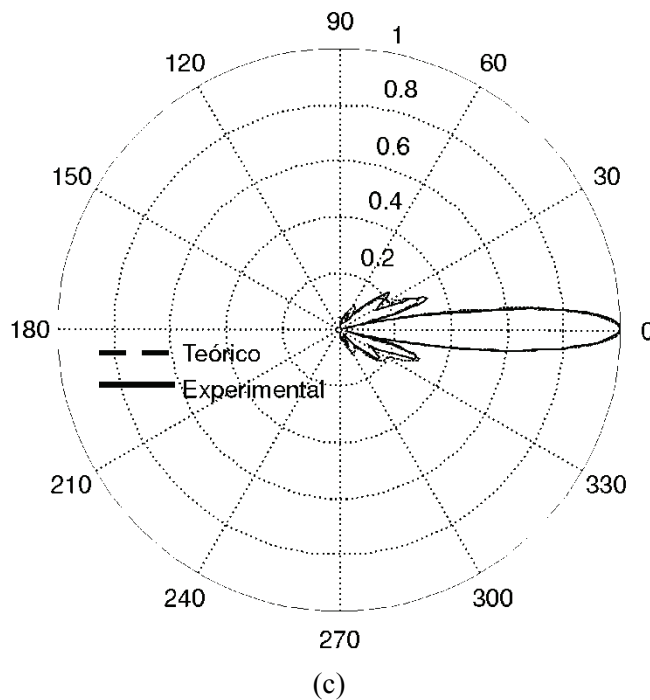


Fig. 6.10 Patrones de plano E obtenidos en la apertura de la lente de 2 bits

Comparando los resultados obtenidos de patrones de radiación de las figuras 6.9 y 6.10, podemos concluir que el mejoramiento de la directividad en el eje de la antena es de 7.5 dB, cuando la lente de 2 bits es instalada en la antena de bocina. De igual manera, se observa una similitud en los patrones teórica y experimental, obtenidos. La lente logra mejorar la distribución de fase en la abertura de la antena de bocina. Con ello, verificamos satisfactoriamente el modelo matemático desarrollado.

## 6.5 Conclusiones

1. Se diseñó una lente de 2 bits para la verificación del modelo matemático desarrollado.
2. El sistema de prueba consistió en conectar la lente de 2 bits en la abertura de una antena de bocina tipo sectorial E.
3. Se fabricaron los elementos de la lente de 2 bits y la antena de bocina sectorial E.
4. La distribución de fase en la abertura de la lente (instalada en la antena de bocina), tiene una desviación de 47 grados menor a la desviación de fase presente en la abertura de la antena de bocina (sin la lente instalada en su abertura). De esta manera se verifica que la lente de 2 bits mejora la distribución del campo en la abertura.

5. De igual manera, se hicieron mediciones de patrón de radiación con y sin la instalación de la lente de 2 bits en la abertura de la antena de bocina. Se constató que la directividad del campo radiado fue 7.5 dB mayor con la lente instalada, efecto logrado al mejorar sustancialmente la distribución de campo en la apertura.
6. Se verificó satisfactoriamente el modelo matemático desarrollado para el arreglo multicapa RADANT. Los patrones de radiación experimentales para la configuración antena de bocina sectorial E, concuerdan con los obtenidos teóricamente. Igualmente se obtiene similitud en los patrones de radiación teórico y experimental, instalando en su apertura de la antena de bocina los pares de rejillas de la lente RADANT de 2 bits.

### **Bibliografía**

- [1] C.A. Balanis. Antenna Theory – Analysis and Design. Wiley, 1982.
- [2] Angel Cardama A., Lluís Jofre Roca, Juan M. Rius Casals, Jordi Romeu Robert y Sebastián Blanch Boris, Antenas. Alfaomega, 2000.
- [3] E. V. Jull and L. E. Allan, “Gain of an E-Plane Sectoral Horn – A Failure of the Kirchhoff Theory and a New Proposal”, IEEE Trans. Antennas Propag., Vol. 22, No. 2, pp. 221-226, Marzo 1974.

## CONCLUSIONES

1. En un principio, las antenas en arreglos de fase han tenido aplicación en los sistemas de radares militares, y posteriormente en sistemas de radares comerciales.
2. En las últimas décadas, los investigadores han visto a las antenas en arreglos de fase como una alternativa interesante para los modernos sistemas de comunicaciones inalámbricos por su característica de control electrónico de la dirección del haz. Los principales requerimientos de estos sistemas de comunicaciones sobre los arreglos de antenas son: peso ligero, bajo costo, bajo volumen, alta confiabilidad, manejo de elevadas potencias y consumo bajo de energía. La lente RADANT reconfigurable cumple con estas exigencias.
3. Antes de este trabajo de tesis no existía un modelo matemático que tome en cuenta la interacción mutua entre los elementos de diferente configuración en la antena RADANT. Por lo tanto, el diseño de la antena requiere varias iteraciones.
4. Se desarrolló un modelo matemático para el diseño de la antena en arreglos de fase tipo lente RADANT. El modelo matemático toma en cuenta la interacción mutua entre elementos de diferente configuración y puede predecir con tolerancia el comportamiento de la lente RADANT.
5. Para el desarrollo del modelo matemático se aplicaron las condiciones de frontera para el campo magnético y eléctrico en el plano del arreglo, lo que resultó en el sistema de ecuaciones integrales para el campo eléctrico tangencial en el plano del arreglo.
6. Se utilizó el método de Galerkin y se redujo el sistema de ecuaciones integrales a un sistema lineal de ecuaciones, facilitando el cálculo del campo electromagnético dispersado por el arreglo.
7. El modelo matemático desarrollado permitió predecir las características de escaneo de la lente RADANT.
8. Se evaluó la eficiencia de la lente introduciendo el coeficiente de conversión. El coeficiente de conversión ( $L_c$ ) fue definido como la relación entre la densidad de potencia del modo Floquet transmitido viajando en la dirección deseada con la densidad de potencia del modo Floquet incidente al arreglo.
9. El modelo matemático permitió encontrar la adecuada geometría de las rejillas que conforman los pares desplazadores de fase de 90, 45 y 22.5 grados, utilizando diodos p-i-n y dispositivos MEMS como conmutadores en las aberturas de las rejillas. Se observó que los desplazamientos de fase de los pares de rejillas con dispositivos MEMS destacan menores pérdidas de inserción en comparación con los pares de rejillas con diodos p-i-n. La tabla 6.1 resume los valores obtenidos de pérdidas de inserción y errores de fase.

Tabla C.1 Comparación de respuestas de pérdidas de inserción y errores de fase para el par de rejillas optimizada para la frecuencia central de 10 GHz

<b>Rejillas con celdas de abertura con conmutador a diodo p-i-n</b>			
<b>Ancho de banda (MHz)</b>	<b>Desplazamiento de fase del par de rejillas para:</b>	<b>Pérdida de Inserción (dB) mejor a:</b>	<b>Error de fase</b>
600	90°	-0.36	7°
600	45°	-0.15	5.4°
600	22.5°	-0.08	5°
<b>Rejillas con celdas de abertura con conmutador dispositivo MEMS</b>			
1600	90°	-0.095	16°
1600	45°	-0.037	20°
1600	22.5°	-0.02	12°

10. La siguiente tabla resume las respuestas de escaneo de onda en los planos E y H de las lentes RADANT de 3 bits diseñadas.

Tabla C.2 Resumen de respuestas óptimas de escaneo de onda en los planos E y H para lentes de 3 bits

<b>Escaneo en el plano E</b>			
<b>Conmutadores Utilizados</b>	<b>Ancho de Banda</b>	<b>Onda Transmitida hasta un ángulo de elevación de:</b>	<b>Coefficiente de Conversión Superior a:</b>
diodo p-i-n	28 GHz a 32 GHz	31°	-2dB (0.63)
diodo p-i-n	9 GHz a 11 GHz	31°	-2.36dB (0.58)
MEMS	9 GHz a 11 GHz	28°	-1.87dB (0.65)
<b>Escaneo en el plano H</b>			
<b>Conmutadores Utilizados</b>	<b>Ancho de Banda</b>	<b>Onda Transmitida hasta un ángulo de:</b>	<b>Coefficiente de Conversión Superior a:</b>
diodo p-i-n	28 GHz a 32 GHz	6.3°	-3.4dB (0.46)
diodo p-i-n	9 GHz a 11 GHz	8°	-4dB (0.4)
MEMS	9 GHz a 11 GHz	8°	-2.84dB (0.52)

11. Los ángulos máximos de escaneo en el plano H resultaron ser mucho menores a los ángulos máximos de escaneo en el plano E, como se observa en la tabla 6.2. Por ejemplo, la onda dirigida 31° en el plano E con coeficiente de conversión -2.36dB, y la onda dirigida 8° en el plano H con

coeficiente de conversión -4dB. Esto es consecuencia de la fuerte interacción mutua entre los elementos que existe del arreglo en dirección horizontal.

12. Se logró mejorar las respuestas de escaneo en el plano H intercalando las celdas pequeñas con celdas de aberturas con alambre, en lugar de conmutador. Se utilizó el modelo matemático desarrollado para el diseño de una lente RADANT de 3 bits con estructura *diodo-alambre*.
13. Con la configuración *diodo – alambre*, se alcanzaron ángulos máximos de escaneo hasta 14 grados en el plano H, con coeficientes de conversión superiores a -2.75dB, en la frecuencia central de 10 GHz.
14. Los ángulos máximos de escaneo en el plano H, conseguidos con la lente RADANT con configuración *diodo-alambre*, resultaron ser 15° con un coeficiente de conversión superior a -3.5dB, en un ancho de banda de 1GHz. El ángulo máximo de escaneo de la lente en el plano E fué 23°, con coeficientes de conversión superior a -2.5dB, en el mismo ancho de banda.
15. El modelo matemático desarrollado fué verificado experimentalmente, con la construcción de un sistema de medición, conformado por una antena de bocina tipo sectorial E y una lente RADANT de 2 bits instalada en su abertura. La lente corrigió los errores de fase cuadráticos en la abertura de la antena de bocina.
16. La lente RADANT instalada en la abertura de la antena de bocina mejoró la directividad de la antena en 6.7 dB, de 7.5 dB a 14.2 dB.
17. La respuesta experimental de la magnitud del campo transmitido por antena de bocina sin tener la lente conectada, destacó un nivel de -7 dB en el primer lóbulo secundario.
18. La respuesta experimental de la magnitud del campo transmitido por el sistema *bocina – lente* destacó un nivel de -10 dB en el primer lóbulo secundario.

Los resultados principales del trabajo de tesis fueron resumidos en el artículo titulado: “Analysis and Design of E-plane Scanning Grid Arrays”. Enviado y aceptado para publicación en la revista internacional: *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*.

Así mismo, el trabajo realizado fue presentado en los siguientes congresos:

- “Mathematical Model for RADANT – type Beam Steering Grids”, International Conference on Applied Analysis, Cinvestav Queretaro, México. Mayo 2007.
- “Beam Steering Grids With Scanning in Two Planes”, 2nd European Conference on Antenas and Propagation, 11-16 November 2007.
- “Enhancement of H-plane Scanning Characteristics in Beam-Steering Grids”, 4<sup>th</sup> European Conference on Antennas and Propagation 12-16 April 2010. Barcelona, España. Artículo Aceptado.

## APÉNDICE A

### A.1 El Teorema Floquet

Noach Amitay, Victor Galindo y Chen Pang Wu, en su clásico libro “Teoría y Análisis de Antenas de Arreglos de Fase” [1], exponen el Teorema de Floquet a detalle, que a continuación presentamos un resumen del mismo. El teorema Floquet permite describir los campos en la región exterior a los elementos del arreglo en términos de un conjunto ortogonal completo de modos. Estos modos floquet y el empleo de los modos naturales de las guías de onda permiten formular el problema de valor de frontera para el arreglo de fase en función de varios tipos diferentes de ecuaciones integrales. Estas ecuaciones integrales vectoriales de dos dimensiones son generalmente aplicables a una amplia variedad de antenas en arreglos de fase, incluyendo los arreglos con dipolos o alambres como elementos y también a guías de onda como elementos.

El teorema de Floquet es esencialmente una extensión del teorema de serie de Fourier para funciones periódicas. La extensión permite la descripción modal de cualquier campo o función que se repite periódicamente, por un factor multiplicativo exponencial. La función periódica es una descripción apropiada del campo en los alrededores del arreglo de fase infinito y periódico que está excitado uniformemente en la amplitud, pero con variación lineal de fase.

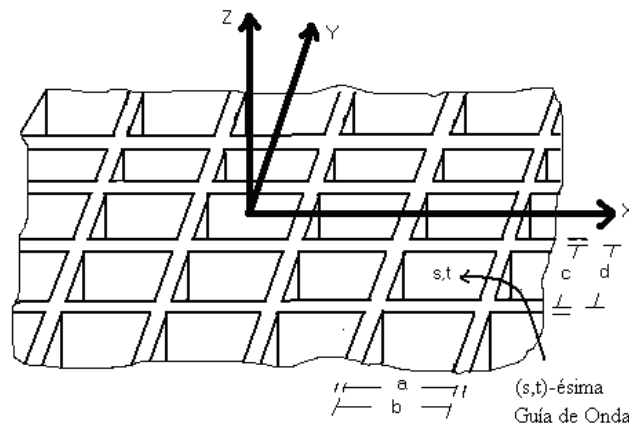


Fig. A.1 Arreglo infinito de guías de onda

Por ejemplo, para la rejilla rectangular de guías de onda (donde los elementos pueden ser rectangulares como el que se muestra en la figura A.1, o de cualquier sección transversal) de la figura A.1, si el elemento (s, t) es alimentado por uno de sus modos con coeficiente:

$$V_{00}e^{-j(s\varphi_x+t\varphi_y)} \quad (\text{A.1})$$

donde  $\varphi_x$  y  $\varphi_y$  son desplazamientos de fase entre elementos fijos en la dirección  $x$  y  $y$  respectivamente, estas mismas que excitarán el haz radiado en la dirección  $(\theta, \phi)$  dado por:

$$\varphi_x = kb \sin \theta \cos \phi \quad (\text{A.2})$$

$$\varphi_y = kb \sin \theta \sin \phi \quad (\text{A.3})$$

donde  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  es la longitud de onda en el espacio libre.

Es posible extender el análisis del teorema de Floquet, pues no solo es útil para rejillas con guías de onda como elementos, sino también es posible considerar cintas metálicas, dipolos, o cualquier tipo de elemento y ser tratado de la misma forma si su excitación tiene acoplamiento lineal en fase.

### A.1.1 Representación del campo, Teorema de Floquet

Si el arreglo de guías de onda (u otro tipo de arreglo) es excitado por modos con coeficientes dados por:

$$V_{00}e^{-j(s\varphi_x+t\varphi_y)} \quad (\text{A.4})$$

es posible utilizar el teorema de Floquet para la representación adecuada del campo en la región  $z \geq 0$ .

En esta región la solución de la ecuación de Helmholtz escalar homogénea para cualquier componente de campo rectangular esta dada por:

$$(\nabla^2 + k^2)\xi(x, y, z) = 0 \quad (\text{A.5})$$

donde:  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  es el Laplaciano.

Para guías de ondas generalmente  $\xi$  representa a  $E_z$  o  $H_z$ .

Frecuentemente asumimos que las variaciones del campo son respecto a  $z$ , que es la dirección de propagación, dadas por:



$$\xi(x, y, z) = e^{-j\Gamma_z} \xi(x, y) \quad (\text{A.6})$$

y aquellas en el perímetro de la guía de onda, a cualquiera de:

$$E_z = \xi = 0 \quad \text{ó} \quad \frac{\partial H_z}{\partial n} = \frac{\partial \xi}{\partial n} = 0 \quad (\text{A.7})$$

donde  $n$  es la normal.

Ahora con la excitación dada por (A.1) y considerando que se trata de una estructura periódica, todas las componentes del campo, o  $\xi$  deben comportarse como:

$$\xi(x + b, y + d, z) = \xi(x, y, z) e^{-j(\varphi_x + \varphi_y)} \quad (\text{A.8})$$

Este es el comportamiento requerido para los campos en cualquier plano transversal ( $z$  es constante). Se asume propagación en la dirección  $z$ , tal que:

$$\xi(x, y, z) = \xi(x, y) e^{-j\Gamma_z} \quad (\text{A.9})$$

Así la ecuación A.5 resulta:

$$[\nabla_{\text{t}}^2 + (k^2 + \Gamma^2)] \xi(x, y) = 0 \quad (\text{A.10})$$

donde:

$$\nabla_{\text{t}}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (\text{A.11})$$

Cumpliendo con la condición de frontera de fase periódica y acoplada (A.8).

Si aplicamos la técnica de separación de variables a (A.9), para la dependencia de  $x$  encontramos:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_x^2 \right) f(x) = 0 \quad (\text{A.12})$$

y para la dependencia con  $y$  :

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_y^2 \right) g(y) = 0 \quad (\text{A.13})$$

donde  $k_x$  y  $k_y$  son constantes de separación, tal que:

$$\Gamma^2 = k^2 - k_x^2 - k_y^2 \quad (\text{A.14})$$

Primero, considerando solo la dependencia  $x$ , si:

$$f(x + b) = f(x)e^{-j\varphi_x} \quad (\text{A.15})$$

entonces:

$$F(z) = f(x)e^{j(\varphi_x/b)x} \quad (\text{A.16})$$

es una función periódica desde:

$$F(x + b) = f(x + b)e^{j(\varphi_x/b)x}e^{-j\varphi_x} = F(x) \quad (\text{A.17})$$

Por lo tanto  $F(x)$  puede ser representada por las siguientes series de Fourier:

$$F(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m e^{j(2\pi m/b)x} \quad (\text{A.18})$$

y

$$f(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m e^{j[(2\pi m - \varphi_x)/b]x} \quad (\text{A.19})$$

Cada término de esta serie satisface (A.12), así que de forma general tenemos:

$$k_x = k_{xm} \frac{2\pi m - \varphi_x}{b} \quad (\text{A.20})$$

De manera similar para la dependencia  $y$ :

$$k_y = k_{ym} = \frac{2\pi n - \varphi_y}{d} \quad (\text{A.21})$$

Resulta:

$$\Gamma_{mn}^2 = k^2 - \left(\frac{2\pi m - \varphi_x}{b}\right)^2 - \left(\frac{2\pi n - \varphi_y}{d}\right)^2 \quad (\text{A.22})$$

y

$$\xi_{mn}(x, y) = \sqrt{\frac{1}{bd}} e^{jk_{xm}x} e^{jk_{yn}y} e^{-j\Gamma_{mn}z} \quad (\text{A.23})$$

Esta solución periódica de (A.10) sujeto a las condiciones de frontera (A.8) es esencialmente el postulado del teorema Floquet.

### A.1.2 Modos del vector Floquet y sus admitancias.

La parte de dependencia transversal de  $\Psi$  puede ser orto-normalizada tal que:

$$\xi_{mn}(x, y) = \sqrt{\frac{1}{bd}} e^{jk_{xm}x} e^{jk_{yn}y} \quad (\text{A.24})$$

Y:

$$\iint_{A_p} \xi_{mn} \xi_{m'n'}^* dx dy = \delta_{mm'} \delta_{nn'} \quad (\text{A.25})$$

Con la delta de Kronecker,  $\delta_{mm'}$ , igual a 1 para  $m = m'$  y 0 para  $m \neq m'$ ,  $A_p$  denota el área de cualquier celda unitaria periódica en la cara frontal del arreglo. La ecuación (A.24) representa un conjunto ortonormal de modos Floquet escalares. Un conjunto completo ortonormal de modos Floquet vectoriales puede derivarse de los modos escalares de manera similar a la obtención de los modos vector TE y TM partiendo del potencial escalar Herziano en la teoría modal de guías de onda. El conjunto completo de modos Floquet vector TE y TM se derivan a partir de los modos Floquet escalar.

### A.1.3 Modos Transversal Eléctrico, TE

Si  $\xi_{mn}(x, y) = H_{z_{mn}}(x, y)$  y  $E_z = 0$ , entonces los campos transversales correspondientes son derivados de  $H_{z_{mn}}$  por:

$$E_{t_{mn}} = \frac{j\omega\mu}{k_{r_{mn}}^2} \hat{z} \times \nabla_t H_{z_{mn}} \quad (\text{A.26})$$

$$H_{t_{mn}} = \frac{j\Gamma_{mn}}{k_{r_{mn}}^2} \nabla_t H_{z_{mn}} \quad (\text{A.27})$$

donde

$$k_{r_{mn}}^2 = k_{x_m}^2 + k_{y_n}^2 \quad (\text{A.28})$$

y

$$\nabla_t = \hat{x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y} = j(\hat{x}k_{x_m} + \hat{y}k_{y_n}) \quad (\text{A.29})$$

Estas funciones modales vector son ortogonales pero no normalizadas.

Para obtener un modo vector ortonormalizado, definimos

$$E_{t_{mn}} = \frac{\omega\mu}{k_{r_{mn}}} \Psi_{1_{mn}}(x, y) \quad (\text{A.30})$$

Y obtenemos un modo ortonormal:

$$\Psi_{1_{mn}} = \sqrt{\frac{1}{bd}} \left( \frac{k_{y_n}\hat{x} - k_{x_m}\hat{y}}{k_{r_{mn}}} \right) e^{j(k_{x_m}x + k_{y_n}y)} \quad (\text{A.31})$$

donde el subíndice 1 que precede a los subíndices “mn” denota un modo transversal TE. Estos modos tienen la siguiente propiedad:

$$\iint_{A_p} \Psi_{1_{mn}} \cdot \Psi_{1_{m'n'}}^* dx dy = \delta_{mm'} \delta_{nn'} \quad (\text{A.32})$$

Notamos que  $E_{t_{mn}}$  y  $H_{t_{mn}}$  están relacionados por:

$$\hat{z} \times H_{t_{mn}} = \left( \frac{\Gamma_{mn}}{\omega\mu} \right) E_{t_{mn}} \quad (\text{A.33})$$

y el factor entre paréntesis denota la admitancia modal en modo trasversal eléctrico:

$$Y_{1_{mn}} = \frac{\Gamma_{mn}}{\omega\mu} \quad (\text{A.34})$$

#### A.1.4 Modo Transversal Magnético.

Para el caso del modo TM, consideramos  $\xi_{mn}(x, y) = E_{z_{mn}}(x, y)$  y  $H_z = 0$ ; entonces los campos transversales son derivados de:

$$E_{t_{mn}} = \frac{-j\Gamma_{mn}}{k_{r_{mn}}^2} \nabla_t E_{z_{mn}} \quad (\text{A.35})$$

Y

$$H_{t_{mn}} = \frac{-j\omega\varepsilon}{k_{r_{mn}}^2} \hat{z} \times \nabla_t E_{z_{mn}} \quad (\text{A.36})$$

Definimos el modo TM orto-normal considerando:

$$E_t = \frac{\Gamma_{mn}}{k_{mn}} \Psi_{2_{mn}} \quad (\text{A.37})$$

Donde:

$$\Psi_{2_{mn}} = \sqrt{\frac{1}{bd}} \left( \frac{k_{x_m} \hat{x} + k_{y_n} \hat{y}}{k_{r_{mn}}} \right) e^{j(k_{x_m} x + k_{y_n} y)} \quad (\text{A.38})$$

El subíndice 2 denota un modo TM. El conjunto de modos TE y TM en el espacio libre tienen la siguiente característica:

$$\iint_{A_p} \Psi_{p_{mn}} \cdot \Psi_{p'_{m'n'}}^* dx dy = \delta_{pp'} \delta_{mm'} \delta_{nn'} \quad (\text{A.39})$$

Donde la delta de Kronecker,  $\delta_{pp'}$ , indica que el vector del modo TE y TM son mutuamente ortogonales.

La admitancia modal TM se encuentra por medio de:

$$\hat{z} \times H_{t_{mn}} = \frac{\omega\varepsilon}{\Gamma_{mn}} E_{t_{mn}} \quad (\text{A.40})$$

$$Y_{2_{mn}} = \frac{\omega\varepsilon}{\Gamma_{mn}} \quad (\text{A.41})$$

Físicamente, las funciones vectoriales modales  $\Psi_{p_{mn}}$ , son las ondas planas TE o TM que se propagan lejos del plano de la abertura ( $z = 0$ ). La constante de propagación en dirección  $z$ ,  $\Gamma_{mn}$  es real para ondas propagantes, mientras un valor imaginario de  $\Gamma_{mn}$  corresponde a una onda que se desvanece.

## **Bibliografía**

[1] N. Amitay, V. Galindo and C.P. Wu, Theory and Analysis of Phased Array Antennas. New York: Wiley – Interscience, 1972.

## **Publicaciones y congresos**

En las siguientes páginas se presentan los trabajos de publicaciones y congresos en extenso.

# Analysis and Design of $E$ -plane Scanning Grid Arrays

Alejandro Iturri-Hinojosa, Jose I. Martinez-Lopez, and Alexander E. Martynyuk

**Abstract**—A quasi-optical beam steering multilayer lens with scanning in  $E$ -plane is analyzed. A full-wave mathematical model is developed to predict the scanning characteristics of the lens. The model is used to optimize the performance of a three-bit beam steering lens. It is demonstrated that the calculated conversion coefficients for the optimized lens are better than -2.1 dB in the frequency band from 27.5 to 32.5 GHz for transmission elevation angles up to 28°.

A two-bit lens that corrects the phase front at the aperture of a short  $E$ -plane sectoral horn has been designed, fabricated and tested to verify the model. Measured radiation pattern of the  $E$ -plane sectoral horn with correcting lens agrees well with the predictions based on the model.

**Index Terms**—Antenna arrays, phased arrays, antenna array mutual coupling, beam steering.

## I. INTRODUCTION

NOWADAYS we can observe a growing interest in electronically scanning phased array antennas operating at microwave frequencies for radar and telecommunication applications. One of the problems that delays the commercial application of phased arrays is the elevated cost of these antennas [1]. Many promising designs have been developed to reduce cost and weight of the antenna. One of the methods that potentially results in a low-cost low-weight beam-steering array is the usage of quasi-optical structures at microwave frequencies. These structures avoid limitations such as high insertion loss and expensive fabrication costs of conventional microwave and millimeter-wave combining circuits when the frequency of operation increases [2]. Several types of quasi-optical arrays have been designed and fabricated [3]-[5].

One of the approaches that offers low-cost, low-weight and simple design is the *RADANT* technique proposed by Chekroun [6]. This technique uses a diode-loaded controlled medium for providing phase shifting (Fig. 1). Thus, a *RADANT* lens can be seen as an artificial dielectric with a controlled refractive index that ensures electronic scanning of the transmitted wavefront. To control this refractive index, switching diodes are placed one behind the other in the direction of propagation. The propagation velocity of the signal transmitted through the lens depends on the states of the diodes. The design of the classic  $E$ -plane scanning *RADANT* lens contains horizontal metal strips with diodes. This configuration ensures the same diode biasing in the row. By varying the states of the

diodes from row to row it is possible to steer the beam in one plane. On the other hand, the  $H$ -plane scanning lens contains vertical wires loaded with diodes. Then, the cascading of one  $E$ -plane and one  $H$ -plane *RADANT* lens leads to the complete two plane scanning [7].

Thus, the *RADANT* technique can be considered a mature technology for use in real systems. Therefore, the need for a model that aids the design of quasi-optical structures is of primary importance to reduce time and cost. Different models of quasi-optical systems have been developed [8], [9]. These models treat the quasi-optical array as an infinite periodic structure with the unit cell containing only one element. However, in real scanning quasi-optical arrays the neighboring elements have different configurations to allow the beam steering. So, the non uniform configuration of the elements along the array destroys the original periodicity and changes significantly the mutual coupling between the elements. On the other hand, mathematical models for finite quasi-optical arrays have been developed [10], [11]. Nevertheless, these models are based on a complete formulation of the electromagnetic problem for all the elements, demanding considerable computation resources in the case of large arrays and multilayered structures. Thus, in this work we have developed a full-wave electromagnetic model for an infinite periodic multilayered array with differently-configured elements. This mathematical model permits us to obtain the scanning characteristics of the multilayered quasi-optical *RADANT*-type arrays.

Our model was used to design and optimize the performance of a three-bit beam steering quasi-optical array with p-i-n diode switches. To verify this mathematical model, an  $E$ -plane sectoral horn with a two-bit correcting lens that improves the phase distribution at the horn aperture has been designed, fabricated and tested. The measured radiation pattern of the  $E$ -plane sectoral horn with correcting lens is similar to the radiation characteristics predicted by the mathematical model.

## II. PRINCIPLE OF OPERATION

Consider the classic quasi-optical beam steering lens based on p-i-n diode switches shown in Fig. 1. The incident  $y$ -polarized plane wave travels in the positive  $z$ -direction. After passing through several grid layers (or grid arrays) in cascade, this wave is converted into a transmitted wave traveling in a desired direction determined by proper p-i-n diode biasing.

Each grid array contains cells loaded with p-i-n diodes. These cells are situated at the nodes of a periodic rectangular grid with  $x$ -dimension equal to  $b$  and  $y$ -dimension equal to

Manuscript received February 7, 2009. This work was supported in part by CONACYT 79832 and PAPIIT IN1042063 projects.

A. Iturri-Hinojosa, J. I. Martinez-Lopez, and A. E. Martynyuk are with the Faculty of Engineering, National Autonomous University of Mexico (UNAM), Cd Universitaria, Coyoacan, Mexico D.F., C.P. 04510, Mexico (e-mail: alxmart@yahoo.com; ismartz@servidor.unam.mx).

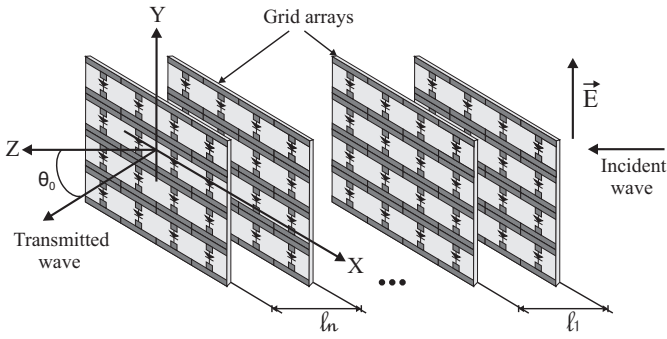


Fig. 1. Classic RADANT lens with one-dimensional scanning in  $E$ -plane.

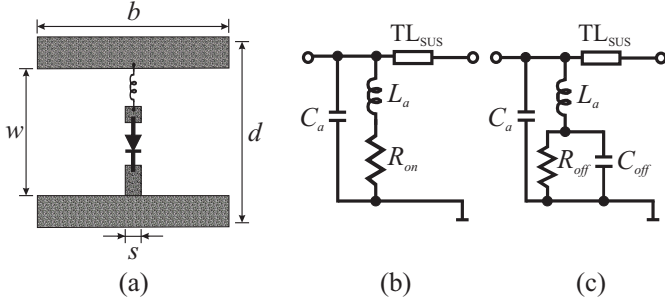


Fig. 2. (a) Cell of the grid array, (b) equivalent circuit for the grid array with p-i-n diodes in the forward states and (c) in the reverse states.

$d$ . The cell geometry is shown in Fig. 2(a). This cell can be considered as capacitive horizontal metal strips separated by a distance  $w$  and loaded with a p-i-n diode switch. Additional strip conductors are used to solder the beam-lead p-i-n diode. All cells are printed on a dielectric substrate with relative permittivity  $\epsilon_r$  and dielectric thickness of  $h$ .

According to [12], the single grid array represents a shunt reactance for the incident  $y$ -polarized plane wave. This reactance can be set to inductive or capacitive depending on the state of the p-i-n diode switches. When all p-i-n diodes in the grid array are in the low-impedance state (or on-state), the reactance is inductive, and when all these diodes are in the high-impedance state (or off-state) the reactance becomes capacitive.

The equivalent circuits of the grid array with p-i-n diodes in low-impedance and high-impedance states are shown in Fig. 2(b) and Fig. 2(c), respectively. The capacitance  $C_a$  is determined by the geometry of the metal strips. The inductance  $L_a$  is an additional lumped inductance to tune the circuit. This inductance also takes into account the effect of additional metal strips. Resistances  $R_{on}$  and  $R_{off}$  are intrinsic resistances of the p-i-n diode in the on- and off-state, respectively. The capacitance  $C_{off}$  is the capacitance of the diode in the off-state.

The equivalent circuit also contains a transmission line  $TL_{SUS}$  that takes into account the dielectric substrate. The characteristic impedance of the transmission line is equal to the intrinsic impedance of the dielectric medium and the length is equal to the thickness of the dielectric substrate.

An elementary section of a loaded-line phase shifter can be built from a pair of grid arrays with the same diode biasing separated by a distance  $l$ . Frequently, the section of the loaded-

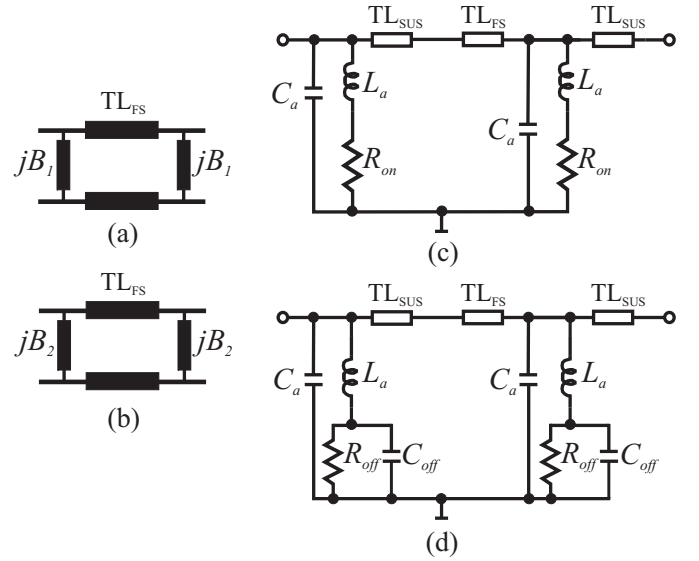


Fig. 3. Pair of grid arrays separated by air gap as a section of loaded-line phase shifter for the case of (a) forward and (b) reverse diode states and equivalent circuits for the case of (c) forward and (d) reverse diode states.

line phase shifter is tuned to provide the differential phase shift of  $2\pi/2^N$  radians, where  $N$  is the number of bits in the digital phase shifter. Thus, a cascade connection of  $2^N - 1$  identical sections provides a complete  $N$ -bit phase shifter.

The equivalent circuits for a pair of grid arrays are shown in Fig. 3(a) and Fig. 3(b).  $B_1$  and  $B_2$  are the grid array susceptances for the case of forward and reverse diode states, respectively. The transmission line  $TL_{FS}$  represents the air gap between the pair of grid arrays. Fig. 3(c) and Fig. 3(d) show the equivalent circuits for the pair of grid arrays considering that all p-i-n diodes are in the forward and reverse states, respectively.

Therefore, for steering a beam in a desired direction, a phase variation across the transmitting aperture is needed. Thus, by stacking several above-mentioned pairs of grid arrays, the linearly progressive phase shifts can be provided [12]. Consequently, a proper biasing of the p-i-n diodes is needed to obtain the required linear phase taper to redirect the transmitted wave as it is shown in Fig. 4. Then, the phase front of the transmitted wave will no longer be parallel to the plane of the incident wave. Instead, the resulting beam will be steered at a transmission elevation angle  $\theta_0$ . Thus,  $2^N - 1$  pairs of grid arrays can be considered as an  $N$ -bit beam steering  $E$ -plane lens.

### III. MATHEMATICAL MODEL

#### A. General Considerations

A full-wave mathematical model has been built to predict the performance and optimize the parameters of the RADANT-type lens. The approach used was similar to the one described in [13]. Three constraints related to the geometry of the lens are considered to simplify the analysis:

- 1) The “small” cell that contains one switching element has the same size in all the layers of the lens; however, its internal geometry may change from layer to layer.



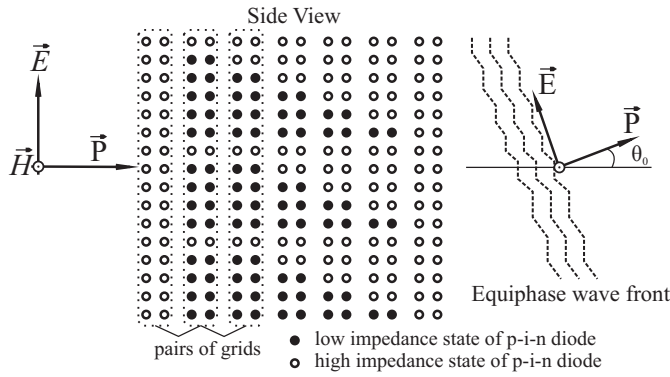


Fig. 4. Beam steering  $E$ -plane lens based on pairs of grid arrays

2) The same rectangular grid in the  $x$ - $y$  plane is employed in all the layers.

3) “Small” cells of different layers are perfectly aligned with respect to their centers.

If the biases across all p-i-n diodes in one grid array are the same, this layer can be analyzed as a periodic structure with a unit cell equal to the “small” cell. In this case, when the size of the “small” cell is limited to avoid the appearance of grating lobes, the transmitted wave would have the same direction of propagation as the incident wave.

Now consider a normally-incident  $y$ -polarized plane wave as an excitation source and assume that it travels toward the lens in the positive  $z$ -direction (Fig. 1). To redirect the transmitted wave in a direction determined by  $\theta_0$  (scanning in the  $YOZ$  plane is assumed), a linear phase taper must be applied. The incremental phase  $\psi_{ym}$  is ensured by controlling the states of the p-i-n diodes in the adjacent “small” cells in the  $y$ -direction.

The different p-i-n diode states in adjacent “small” cells in  $y$ -direction destroy the initial periodicity of the array. Thus, the “small” cell can no longer be considered as the unit periodic cell of the grid array. However, for certain values of  $\psi_{ym}$ , a new periodic structure appears with a “large” unit cell containing one “small” cell in the  $x$ -direction and  $N_y$  adjacent “small” cells in the  $y$ -direction (Fig. 5).

To achieve this new periodicity, the incremental phase shift  $\psi_{ym}$  between any two adjacent cells in the  $y$ -direction must be set to:

$$\psi_{ym} = 2\pi M_y / N_y, \quad (1)$$

where  $M_y$  is the total number of  $2\pi$  phase shifts introduced by the “large” cell along the  $y$ -direction.

In fact, all possible  $\psi_{ym}$  can be approximated with a desired tolerance by (1). However, for almost all  $\psi_{ym}$ , it is impossible to achieve a precise value due to the discrete phase values introduced by digital phase shifters. Thus, the required linear phase taper is approximated by step functions.

Therefore, Floquet’s theorem can be applied to analyze the periodic infinite grid array. According to Floquet’s theorem, the electromagnetic field in front of and behind the infinite grid array is presented as a sum of Floquet modes or plane waves. The condition (1) ensures that two Floquet modes are linearly-polarized plane waves propagating in the desired direction determined by  $\theta_0$ .

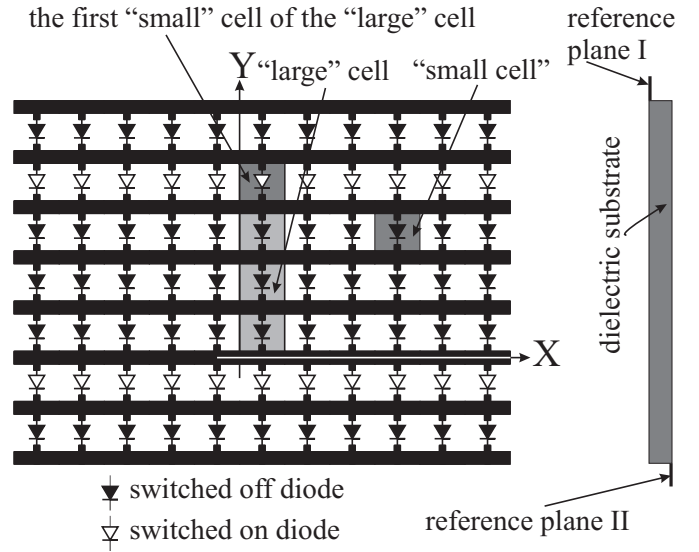


Fig. 5. Geometry of the grid array (or grid layer). The “large” cell of this grid array contains four “small” cells.

Thus, the mathematical model has been developed to calculate the conversion efficiency of the incident  $y$ -polarized wave to the plane wave traveling in the desired direction. The mathematical model of the multilayer lens has been built by characterizing each layer using a generalized scattering matrix (GSM) approach [14], [15] and a posterior cascading procedure resulting in the total GSM of the whole lens. Then this total GSM can be used to obtain the characteristics of the entire lens. The efficient computational method presented in [16] has been used to accelerate the cascading procedure.

### B. Mathematical Model of a Single Layer and Cascading Procedure

Each single layer (or grid layer) of the lens can be considered as an infinite array that contains “small” cells printed on a dielectric substrate. Two reference planes were defined as it is shown in Fig. 5 to calculate the GSM of a single layer. The order  $N_S$  of the GSM is equal to the number of Floquet modes included in the cascading process. So, to obtain the GSM of a single layer, the scattering of every Floquet mode taken into account needs to be analyzed. Then, a system of integral equations was formulated to analyze the scattering of the Floquet modes by the single layer.

Assume that a plane wave corresponding to a certain incident Floquet mode of unit magnitude is scattered by the single layer of the lens. The unknown tangential electric field  $\vec{E}_\tau$  in the plane of the grid can be presented as a sum of two components:

$$\vec{E}_\tau = \vec{E}_\tau^u + \vec{E}_\tau^I, \quad (2)$$

where  $\vec{E}_\tau^u$  is the electric field that appears considering that the incident wave excites the single layer without switching elements and  $\vec{E}_\tau^I$  is the electric field that exists due to the electric currents  $I_n$  that flow across the switching elements in the single layer. The switching element contains one p-i-n diode and one tuning inductance  $L_a$ .

At first, the tangential electric field  $\vec{E}_\tau^u$  is calculated following the same approach presented in [13]. The unit cell of the grid array is the first “small” cell of the “large” cell. So, the solution is found only for this “small” cell and then is expanded to the other cells of the “large” cell using Floquet’s theorem. Application of the boundary conditions for the tangential electric field over the “small” cell and application of the continuity condition for the tangential magnetic field over the slot lead to the first equation in the system of integral equations. This equation is the Fredholm integral equation similar to the one obtained in [17]:

$$2Y_m^s \vec{\Psi}_{m'}^s(x_s, y_s) = \iint_{S'} \left[ \sum_{m=1}^{\infty} (Y_m^s + Y_m^{sd}) \vec{\Psi}_m^s(x_s, y_s) \vec{\Psi}_m^{s*}(x'_s, y'_s) \right] \cdot \vec{E}_{\tau 1}^u(x'_s, y'_s) dx'_s dy'_s, \quad (3)$$

where  $\vec{E}_{\tau 1}^u$  is the tangential electric field that appears in the first “small” cell of the “large” cell of the single layer without switching elements;  $\vec{\Psi}_m^s$  is the complete system of Floquet modes corresponding to the “small” cell;  $\vec{\Psi}_{m'}^s$  is the incident Floquet mode;  $Y_m^s$  is the admittance of the Floquet mode  $\vec{\Psi}_m^s$ ;  $Y_m^{sd}$  is the modified admittance of the Floquet mode  $\vec{\Psi}_m^s$  that takes into account the properties of the dielectric substrate;  $S'$  is the aperture area of the first “small” cell,  $(x_s, y_s)$  are the local Cartesian coordinates with origin at the center of the first “small” cell and \* denotes the complex conjugation.

Then, the integral equation with respect to the unknown electric field  $\vec{E}_\tau^I$  was obtained as a result of the application of the continuity condition for the tangential magnetic field across all slots contained in the “large” cell. An important consideration is that the tangential magnetic field is not continuous in the regions where electric currents flow across the switching elements. As a result of this discontinuity, the second integral equation of the system contains the electric currents  $I_n$ :

$$-\sum_{n=1}^{N_y} I_n \vec{F}_n(x, y) = \iint_{A'} \left[ \sum_{m=1}^{\infty} (Y_m^L + Y_m^{Ld}) \vec{\Psi}_m^L(x, y) \vec{\Psi}_m^{L*}(x', y') \right] \cdot \vec{E}_\tau^I(x', y') dx' dy', \quad (4)$$

where  $\vec{\Psi}_m^L$  is the complete system of the Floquet modes corresponding to the large cell;  $Y_m^L$  is the admittance of the Floquet mode  $\vec{\Psi}_m^L$ ;  $Y_m^{Ld}$  is the modified admittance of the Floquet mode  $\vec{\Psi}_m^L$  that takes into account the dielectric substrate;  $A'$  is the total area of all slots contained in the “large” cell,  $I_n$  is the induced electric current across the switching element in the  $n$ -th “small” cell of the “large” cell and  $\vec{F}_n$  is the vector function that converts the electric current  $I_n$  into the corresponding electric current density  $\vec{J}_n$ .

Equation (4) is valid only over the surface of all the slots that the “large” cell contains.

When the dimensions of the switching elements are negligible with respect to the wavelength  $\lambda$  and each switching element has the form of a rectangle of width  $s$  and length equal to the distance between metal strips  $w$ , the function  $\vec{F}_n$  can be expressed in the following form:

$$\vec{F}_n = \vec{a}_y [1(y_n + w/2) - 1(y_n - w/2)] \times [1(x_n + s/2) - 1(x_n - s/2)]/s, \quad (5)$$

where  $x_n$  and  $y_n$  are the local Cartesian coordinates with origin at the center of the  $n$ -th “small” cell,  $\vec{a}_y$  is the unit vector in  $y$ -direction and  $1(x)$  is the Heaviside unit step function.

The left side of the integral equation (4) contains the unknown induced currents  $I_n$ . Therefore, additional equations are needed in order to resolve (4). In the case when the size of the switching elements is negligible with respect to the wavelength  $\lambda$ , Ohm’s law can be applied to each switching element to obtain these additional equations:

$$\int_{P_n} \vec{E}_{\tau n} \cdot d\vec{l} = \int_{P_n} (\vec{E}_{\tau n}^u + \vec{E}_{\tau n}^I) \cdot d\vec{l} = I_n \bar{Z}_n, \quad n = 1 \dots N_y \quad (6)$$

where  $\vec{E}_{\tau n}$  is the total tangential electric field in the  $n$ -th “small” cell,  $P_n$  is the line path where  $I_n$  exists and  $\bar{Z}_n$  is the impedance of the switching element installed at the  $n$ -th “small” cell.

The integral equations (3), (4) and the system of equations (6) were resolved simultaneously in the same manner as the system of the integral equations for the loaded ring slot resonators in [13] using the method of Galerkin.

Special functions that take into account the singularity of electric field at the perfect conductor edge were used as the basis and weighting functions to approximate the electric field at the slot [18]. The  $y$  and  $x$ -directed vector basis functions  $f_{k,m}^y(x, y)$  and  $f_{k,m}^x(x, y)$  are the Chebyshev polynomials of the first  $T_k(2y/w)$  and second  $U_k(2y/w)$  kind, respectively, which are divided and multiplied by  $\sqrt{1 - (2y/w)^2}$ , respectively. The resulting expressions are in turn multiplied by a sine or a cosine with argument  $2\pi m/b$ , where  $m = 0, 1, 2, 3 \dots$ . This system of basis functions allows us to approximate the standing-wave-like electric field that appears in the slot line due to the p-i-n diodes connected in parallel. The special transversal wave number  $\sigma_{k,m} = \sqrt{(2\pi m/b)^2 + (2\pi k/w)^2}$  was calculated for each basis function in order to arrange these functions according to their spatial frequency.

The number of basis functions necessary to approximate the electric field in the “small” cell was determined according to the minimal characteristic dimension  $\Delta$  of the “small” cell. This dimension corresponds to the width of the switching element  $s$ . Then the maximum wavenumber  $k_{rmax} = \pi/\Delta$  was calculated and all basis functions with  $\sigma_{k,m}$  less than  $k_{rmax}$  were taken into account.

The above-mentioned procedure is repeated for any of the  $N_s$  incident Floquet modes taking into account in the cascading process to obtain the GSM of the single layer. When the GSMs of all layers are known, the cascade connection of

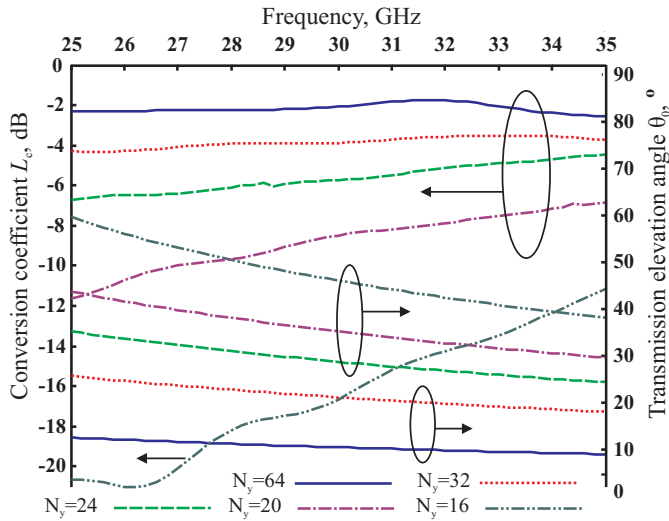


Fig. 6. Conversion coefficient  $L_c$  and transmission elevation angle  $\theta_0$  calculated for different configurations of the 3-bit beam steering lens.

generalized scattering parameters is used to obtain the total GSM of the whole lens using the procedure described in [16].

When the total GSM of the lens is known, it is possible to introduce the conversion coefficient  $L_c$  to evaluate the efficiency of the mode conversion. This conversion coefficient can be calculated as a ratio between the power density of the transmitted Floquet mode (or transmitted linearly-polarized plane wave) traveling in the desired direction and the power density of the incident Floquet mode that represents the incident linearly-polarized wave [13]:

$$L_c = \frac{Y_{m1}^L |S_{21}^{m1,n1}|^2}{Y_{n1}^L}, \quad (7)$$

where  $n1$  is the index corresponding to the incident Floquet mode,  $m1$  is the index corresponding to the transmitted Floquet mode traveling in the desired direction and  $S_{21}^{m1,n1}$  is the correspondent element of the GSM.

#### IV. RESULTS OF NUMERICAL SIMULATIONS

A three-bit beam steering lens containing fourteen equal grid arrays has been designed and optimized at 30 GHz using the developed mathematical model. This three-bit lens can be considered as a cascade connection of seven identical 45-degree phase shifters. The pair of grid arrays is equivalent to a 45-degree loaded line spatial phase shifter.

##### A. Optimization of a Pair of Grid Arrays

First, our mathematical model and the method of equivalent circuits (similar to the one described in [12]) were used to determine the internal geometry of the “small” cell of the grid array. Therefore, the geometry of the pair of grid arrays was optimized to obtain the 45-degree matched loaded line phase shifter with minimized levels of return and insertion loss and reduced level of the parasitic amplitude modulation near the frequency of 30 GHz.

As a result of the parametric optimization, the geometry of the “small” cell is given by:  $b=5$  mm,  $d=0.87$  mm,

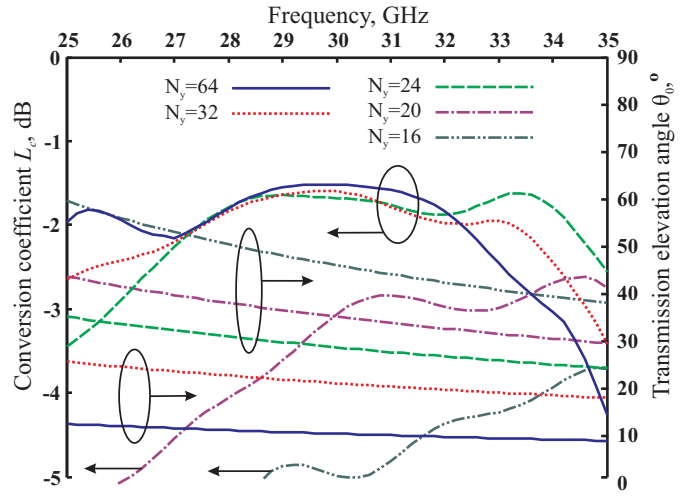


Fig. 7. Conversion coefficient  $L_c$  and transmission elevation angle  $\theta_0$  calculated for the different configurations of the 3-bit beam steering lens with optimized distances between layers.

$w=0.27$  mm and  $s=0.2$  mm. The tuning inductance  $L_a$  was set to 0.27 nH. Parameters of the HPND 4005 p-i-n diode  $R_{on}=3$  Ohm,  $R_{off}=25$  kOhm and  $C_{off}=18.5$  fF are considered in the calculation. It is assumed that grids are printed on a substrate with a thickness of 0.102 mm and a relative permittivity of 2.4. The optimized distance of 1.7 mm between the grid arrays in the pair was obtained.

##### B. Scanning Characteristics of the Optimized 3-bit Beam Steering Lens

The optimized pair of grid arrays was used as the basic building block of the 3-bit beam steering lens. With the use of the developed mathematical model, the scanning characteristics of the multilayer array containing 14 identical grid arrays were obtained. Initially, the distances  $l_i$  between the grid arrays in the multilayer array were set to 1.7 mm.

The results of the numerical simulation for different transmission elevation angles are shown in Fig. 6. First, the lens was configured to ensure  $\theta_0$  of  $10^\circ$  at 30 GHz. For this case the “large” cell of the 3-bit lens contains 64 adjacent “small” cells in the  $y$ -direction. The required biases for all 896 (14x64) diodes in the simulated structure were set in order to introduce the desired linear phase taper. The conversion coefficient  $L_c$  for this configuration is better than -3 dB in the frequency band from 25 to 35 GHz.

The 3-bit beam steering lens was also configured to ensure  $\theta_0$  of  $47^\circ$ ,  $36^\circ$ ,  $29^\circ$  and  $22^\circ$  at 30 GHz with  $N_y$  of 16, 20, 24 and 32, respectively. However, the conversion coefficients obtained for these configurations are worse than -3.5 dB (Fig. 6).

As indicated in [13], one of the reasons for the degradation of the conversion coefficient is the power interchange between the different propagating high-order Floquet modes on the layers of the lens. Also, for large transmission elevation angles, the phase velocities of the propagating Floquet modes are significantly different from the phase velocity of the normally incident wave. Thus, the previously-mentioned optimization of the geometry is helpful only for small transmission angles.

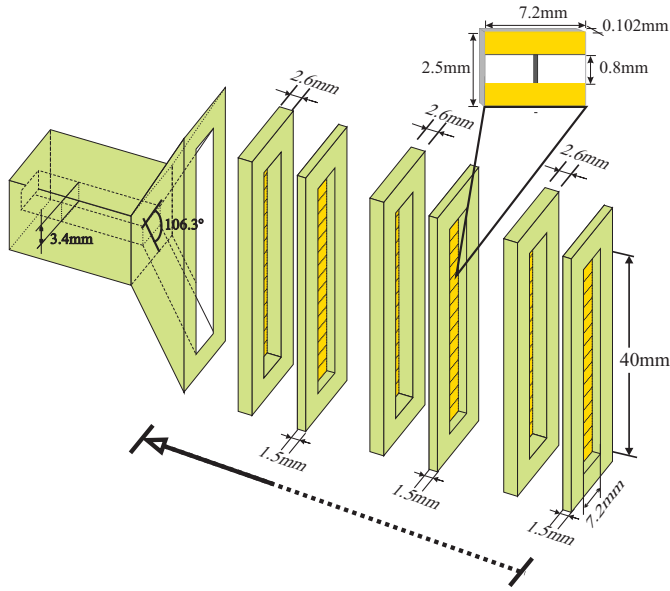


Fig. 8.  $E$ -plane sectoral horn with the disassembled quasi-optical correcting lens.

Therefore, an additional optimization was performed to obtain better conversion coefficients for large transmission angles. The distances between grid arrays  $l_i$  were used as the optimization parameters in order to achieve improved values of conversion coefficients for different large cell configurations. After this new optimization, the distances  $l_i$  (starting from the first layer that receives the electromagnetic wave) were set to 2, 2.9, 1.8, 3.1, 2, 3, 2.4, 2.7, 2.1, 2.5, 1.6, 3 and 1.7 mm, respectively.

As a result, a considerable improvement of conversion coefficients was obtained for large transmission angles. Calculated conversion coefficients are better than -2.1 dB in the frequency band from 27.5 to 32.5 GHz for the case of transmission angles up to  $28^\circ$  (Fig. 7).

A total of fourteen basis functions were used to approximate the electric field in each “small” cell, including one function  $f_{0,0}^x(x,y)$  (cosine) and thirteen functions  $f_{0,m}^y(x,y)$  ( $m = 0, 1, \dots, 6$ , sine and cosine).

During the calculations the number of Floquet modes  $N_s$  taken into account in the cascading procedure was increased in increments of 25 until convergence was achieved. It was found that  $N_s=100$  ensures the reasonable accuracy of the calculated results. Six propagating and 94 evanescent Floquet modes of the “large” cell were considered in the cascading procedure for the case of  $N_y=16$ , while 26 propagating and 74 evanescent Floquet modes were taken into account for the case of  $N_y=64$ . The contribution of an evanescent Floquet mode to the interaction between closely-spaced grid arrays is mainly determined by the magnitude of its transmission coefficient through the air gap between the grid arrays. It was found, that all Floquet modes with transmission coefficient magnitudes greater than -17 dB were taken into account during the cascading procedure. The magnitudes of the transmission coefficients were calculated for the smallest air gap of 1.6 mm at the highest frequency of 35 GHz.

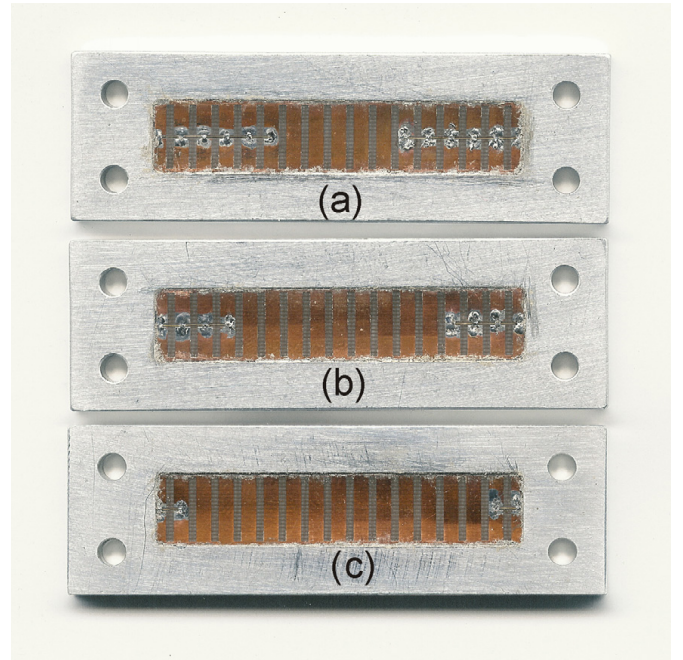


Fig. 9. Fabricated panels for (a) the first pair of grid arrays, (b) the second pair of grid arrays and (c) the third pair of grid arrays.

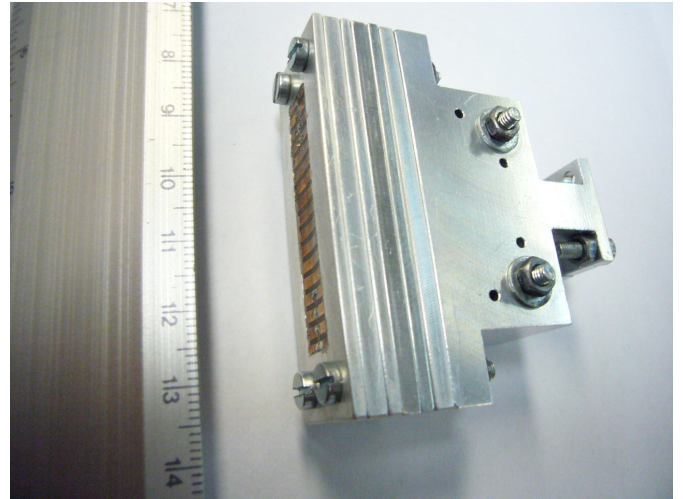


Fig. 10. The fabricated horn with 2-bit correcting lens.

## V. EXPERIMENTAL VERIFICATION

A waveguide simulator was used to verify the developed mathematical model. A two-bit lens was designed and installed at the cross-section of an overmoded rectangular waveguide to correct the phase distribution at the aperture of the  $E$ -plane sectoral horn.

It is a well-known fact [19], [20] that the quadratic phase distribution with a significant phase deviation is typical for the short  $E$ -plane sectoral horns with a large flare angle  $2\Psi_E$ . When maximum phase deviation increases, the pattern widens and becomes flatter around the main lobe. For severe phase deviations, the main maximum does not occur on the axis of the horn.

Therefore, a two-bit  $E$ -plane correcting lens formed with six

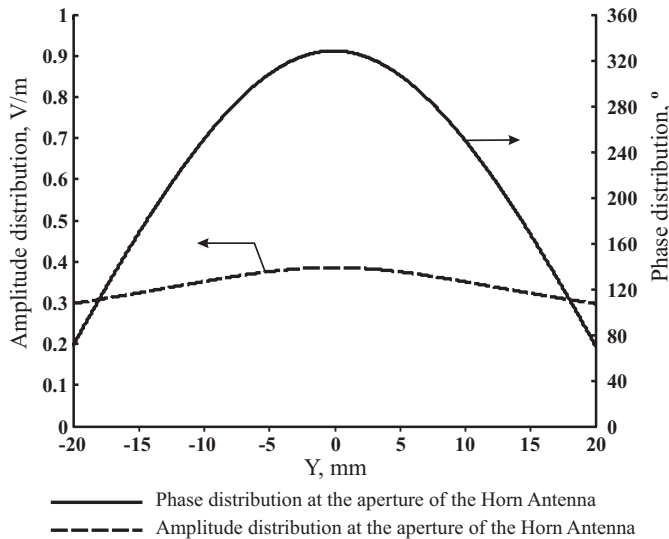


Fig. 11. Calculated magnitude and phase of the electric field at the aperture of the horn antenna at 30 GHz.

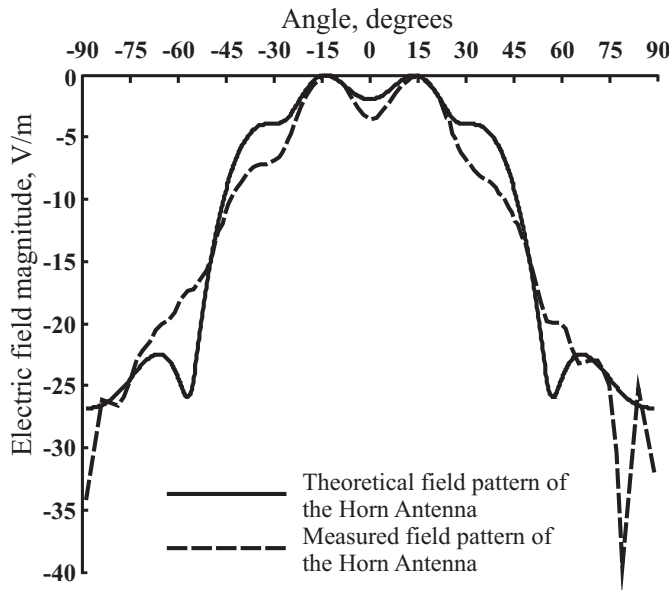


Fig. 12. Calculated and measured  $E$ -plane patterns of the horn antenna at 30 GHz.

grid arrays was designed, fabricated and installed at the cross section of the overmoded rectangular waveguide with width  $a_w=7.2$  mm and height  $b_w=40$  mm. Printed grid arrays were installed at the cross-section of specially fabricated support structures with thicknesses equal to the optimized distances  $l_i$ . The disassembled view of the lens is shown in Fig. 8. Each grid array consists of 16 “small” cells with identical internal geometry and arranged along the  $y$ -axis. The pair of grid arrays forms sixteen 90-degree fixed phase shifters arranged along the  $y$ -axis. The cross-section of the overmoded rectangular waveguide has the same size as the “large” unit cell of the equivalent infinite periodic structure optimized during the design process.

The operation of the lens was optimized at 30 GHz to correct the quadratic phase distribution at the aperture of

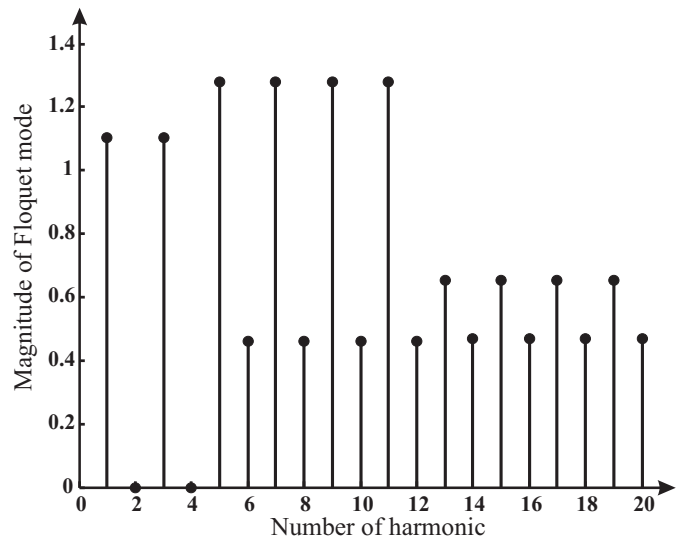


Fig. 13. Calculated magnitudes of the propagating Floquet modes at the aperture of the horn antenna at 30 GHz.

the short  $E$ -plane sectoral horn with an aperture width  $a_1$  and height  $b_1$  equal to  $a_w$  and  $b_w$ , respectively, and a total flare angle  $2\Psi_E$  of  $106.3^\circ$ . As a result of the optimization procedure, similar to the one described above, the geometry of the “small” cell has been defined as follows:  $b=7.2$  mm,  $d=2.5$  mm and  $w=0.8$  mm. The grid arrays of the lens were fabricated on a dielectric substrate with relative permittivity of 2.4 and thickness of 0.102 mm.

The distance between layers in the pair of grid arrays was set to 2.6 mm to form a 90-degree fixed phase shifters. The distance between pairs of grid arrays was set to 1.5 mm. Two cascaded “small” cells without loading were used to delay the phase of the transmitted wave with respect to the one transmitted through two cascaded “small” cells loaded with inductors. These inductors were fabricated from  $25\mu\text{m}$  diameter gold wire with length of 1.4 mm.

The loaded and unloaded “small” cells were arranged along the lens in order to correct the phase deviation at the aperture of the  $E$ -plane sectoral horn. As a result, the first pair of grid arrays (the nearest to the feeding short  $E$ -plane sectoral horn) contains 10 “small” cells in each grid array loaded with inductors. Two blocks of five loaded cells are situated at the ends of each grid array to compensate the maximum phase delay near the upper and bottom wall of the horn as it is shown in Fig. 9(a). The second pair of grid arrays contains two blocks of three loaded “small” cells at the ends of each grid array (Fig. 9(b)), while the third pair contains only one loaded “small” cell at the ends of each grid array (Fig. 9(c)).

The fabricated horn with correcting lens is shown in Fig. 10. The amplitude and phase distributions at the aperture of the  $E$ -plane sectoral horn used in the experiments as well as the radiation pattern has been calculated at 30 GHz according to the method described in [20]. The calculated amplitude and phase distributions at the horn aperture are presented in Fig. 11. A significant phase deviation of  $240^\circ$  can be observed at the aperture of the horn. The calculated radiation pattern of the horn is presented in Fig. 12. The severe degradation of the

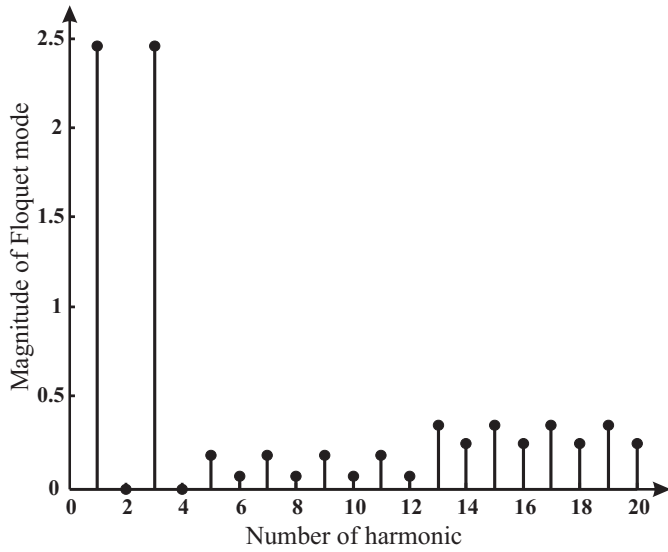


Fig. 14. Calculated magnitudes of the propagating Floquet modes at the aperture of the lens at 30 GHz.

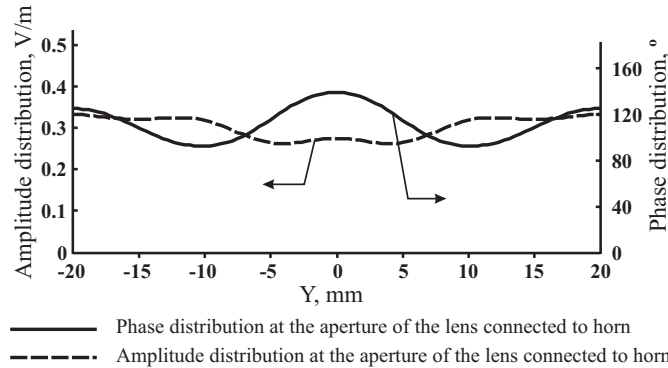


Fig. 15. Calculated magnitude and phase of the electric field at the aperture of the 2-bit correcting lens at 30 GHz.

pattern including the destruction of the main lobe can be explained from the huge phase deviation at the aperture. The calculated directivity in the horn axis direction was 7.5 dB. On the same Fig. 12 the measured radiation pattern of the fabricated horn is presented.

When the  $E$ -plane sectoral horn is connected to the overmoded rectangular waveguide with installed lens, many propagating and non-propagating waveguide modes are excited at the input of the waveguide due to the complex field distribution at the aperture of the horn. Thus, many incident Floquet modes appear at the input of the equivalent infinite periodic structure. As a result, the incident tangential electric field  $\vec{E}_\tau^h$  can be represented as:

$$\vec{E}_\tau^h(x, y, z) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m^h \vec{\Psi}_m^L(x, y) e^{-jk_m^z z}, \quad (8)$$

where  $A_m^h$  are the magnitudes of the incident Floquet modes and  $k_m^z$  is the propagation constant of the corresponding Floquet mode.

The magnitudes of the modes  $A_m^h$  can be calculated using the orthonormality properties of the Floquet modes over the

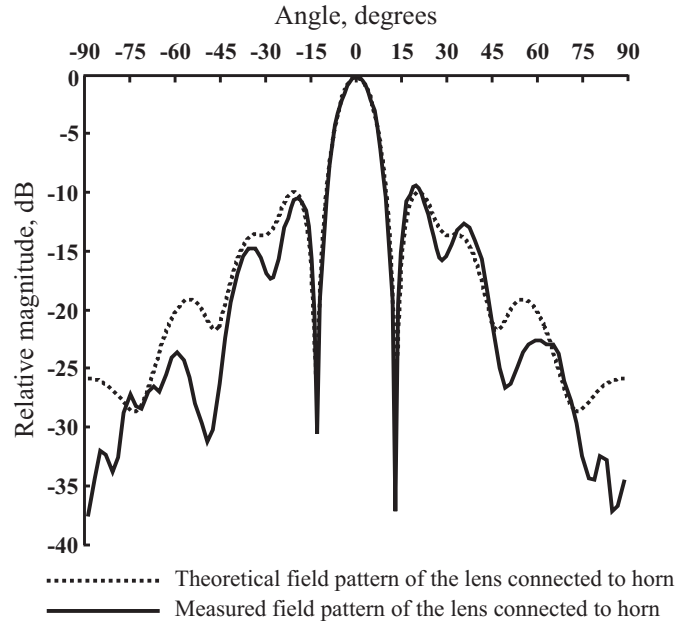


Fig. 16. Calculated and measured  $E$ -plane patterns of the horn with 2-bit correcting lens at 30 GHz.

“large” unit cell of the structure:

$$A_m^h = \int_{A'} \vec{E}_\tau^h(x, y, 0) \cdot (\vec{\Psi}_m^L(x, y))^* dS, \quad (9)$$

where  $\vec{E}_\tau^h(x, y, 0)$  is the tangential electric field at the aperture of the horn.

The calculated magnitudes of the first twenty propagating Floquet modes arranged according to their tangential wavenumbers  $k_r$  at the input of the lens are presented in Fig. 13. The sum of the first and the third Floquet modes forms the incident  $TE_{10}$  mode of the overmoded rectangular waveguide with uniform amplitude-phase distribution along the  $y$ -axis. The other Floquet modes form the high-order  $TE$  and  $TM$  propagating modes of significant magnitudes that cause large phase deviation at the horn aperture.

Our model was used to calculate the transmission of the incident Floquet modes through the lens. The calculated magnitudes of the transmitted Floquet modes are shown in Fig. 14. The magnitude of the first and third Floquet modes (corresponding to the  $TE_{10}$  mode) increase significantly, while the magnitudes of the undesired high-order modes are effectively suppressed. Thus, this lens is equivalent to a multimode converter that pumps up the power of the undesired high-order  $TE$ ,  $TM$  modes into the  $TE_{10}$  mode with uniform amplitude-phase distribution along  $y$ -axis.

The calculated amplitude-phase distribution at the output aperture of the lens is shown in Fig. 15. Note that at the output of the lens the phase deviation at the aperture was reduced to  $47^\circ$ . The improvement in the amplitude and phase distributions leads to the correction of the radiation pattern. The calculated radiation pattern of the horn with correcting lens is presented in Fig. 16. A half power beamwidth of  $12^\circ$  was obtained for the field pattern. A directivity of 14.2 dB was calculated. In the same figure the measured radiation pattern of the fabricated

horn-lens system is presented. Good agreement is observed between the calculated and measured radiation patterns.

## VI. CONCLUSION

A full-wave mathematical model for the quasi-optical beam steering lens with scanning in  $E$ -plane was developed. This model was used to design a three-bit beam steering lens containing 14 identical grid arrays. Different configurations of grid arrays for the  $E$ -plane lens were simulated. Transmission elevation angles up to  $28^\circ$  for the transmitted linearly-polarized wave were achieved with conversion coefficients better than  $-2.1$  dB. Furthermore, the model was verified using a six-layer correcting lens. This fabricated 2-bit lens installed at the aperture of an  $E$ -plane sectoral horn improves the amplitude and phase distribution of the field at the aperture, making possible a field pattern with better directivity. The measured radiation pattern agrees well with the theoretical calculations performed using the developed mathematical model.

## ACKNOWLEDGMENT

The authors would like to thank Dr. J. Rodriguez-Cuevas and M. Eng. D. Mendoza-Rosales for assistance in fabrication of correcting lens.

## REFERENCES

- [1] E. Brookner, "Phased arrays around the world," in *Proc. IEEE Int. Symp. Phased Arrays Syst. Tech. (PAST'03)*, Boston, MA, Oct. 2003, pp. 1–8.
- [2] T. K. Wu, *Frequency Selective Surface and Grid Array*. Wiley-Interscience, 1995.
- [3] H. R. Phelan, "Spiraphase—a new, low cost, lightweight phased array," *Microw. J.*, vol. 19, no. 12, pp. 41–46, Dec. 1976.
- [4] J. B. L. Rao, G. V. Trunk, and D. P. Patel, "Two low cost phased arrays," in *Proc. IEEE Int. Symp. Phased Array Syst. Tech. (PAST'96)*, Boston, MA, Oct. 15–18, 1996, pp. 119–124.
- [5] J. R. Mathew, R. A. Meger, J. A. Gregor, D. P. Murphy, R. E. Pechacek, R. F. Fernsler, and W. M. Manheimer, "Electronically steerable plasma mirror," in *Proc. IEEE Int. Symp. Phased Array Syst. Tech. (PAST'96)*, Boston, MA, Oct. 15–18, 1996, pp. 58–62.
- [6] C. Chekroun, D. Herric, Y. Michel, R. Pauchard, and P. Vidal, "Radant: New method of electronic scanning," *Microw. J.*, vol. 24, no. 2, pp. 45–53, Feb. 1981.
- [7] E. Brookner, "Major advances in phased arrays: Part II," *Microw. J.*, vol. 40, no. 6, pp. 84–92, Jun. 1997.
- [8] C. Chen, "Transmission of microwaves through perforated flat plates," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 21, no. 1, pp. 1–6, Jan. 1973.
- [9] J. P. Montgomery, "Scattering by an infinite periodic array of thin conductors on a dielectric sheet," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 23, no. 1, pp. 70–75, Jan. 1975.
- [10] R. Kastner and R. Mittra, "Iterative analysis of finite sized planar frequency selective surfaces with rectangular patches or perforations," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 35, no. 4, pp. 372–377, Apr. 1987.
- [11] T. W. Nuteson, M. B. Steer, K. Naishadham, W. Mink, and J. Harvey, "Electromagnetic modeling of finite grid structures in quasi-optical systems," in *IEEE MTT-S Int. Microw. Symp. Dig.*, vol. 3, San Francisco, CA, Jun. 1996, pp. 1251–1254.
- [12] J. Mazotta, M. DeLisio, and J. C. Chiao, "Quasi-optical discrete beam steering grids," in *IEEE MTT-S Int. Microw. Symp. Dig.*, vol. 4, Anaheim, CA, Jun. 1999, pp. 1825–1828.
- [13] A. E. Martynyuk, J. I. Martinez-Lopez, and N. A. Martynyuk, "Spiraphase-type reflectarrays based on loaded ring slot resonators," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 52, no. 1, pp. 142–153, Jan. 2004.
- [14] R. C. Hall, R. Mittra, and K. M. Mitzner, "Analysis of multilayered periodic structures using generalized scattering matrix theory," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 36, no. 4, pp. 511–517, Apr. 1988.
- [15] R. Mittra, C. H. Chan, and T. Cwik, "Techniques for analyzing frequency selective surfaces—a review," *Proc. IEEE*, vol. 76, no. 12, pp. 1593–1615, Dec. 1988.
- [16] C. Wan and J. A. Encinar, "Efficient computation of generalized scattering matrix for analyzing multilayered periodic structures," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 43, no. 11, pp. 1233–1242, Nov. 1995.
- [17] N. Amitay, V. Galindo, and C. P. Wu, *Theory and Analysis of Phased Array Antennas*. New York: Wiley-Interscience, 1972.
- [18] A. Frenkel, "On entire-domain basis functions with square-root edge singularity," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 37, no. 9, pp. 1211–1214, Sep. 1989.
- [19] C. A. Balanis, *Antenna Theory - Analysis and Design*. Wiley, 1982.
- [20] E. V. Jull and L. E. Allan, "Gain of an  $E$ -plane sectoral horn—a failure of the Kirchhoff theory and a new proposal," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 22, no. 2, pp. 221–226, Mar. 1974.

PLACE  
PHOTO  
HERE

**Alejandro Iturri-Hinojosa** was born in La Paz, Bolivia, on January 20, 1973. He received the degree in electronic engineering from Universidad Mayor de San Andres, La Paz, Bolivia, in 2000, the M. Sc. Degree from the Polytechnic Institute of Mexico (IPN), Mexico City, in 2003, and is currently working toward the Ph.D. degree at the National Autonomous University of Mexico (UNAM), Mexico City, Mexico. His research interests include phased arrays antennas and microwave communication systems.

PLACE  
PHOTO  
HERE

**Jose I. Martinez-Lopez** was born in Mexico City, Mexico. He received the B.S., M. Eng., and Ph.D. degrees in electrical engineering from the National Autonomous University of Mexico (UNAM), Mexico City, Mexico, in 1994, 1998, and 2005, respectively. He is currently a Professor of electrical engineering at UNAM. In 2006, he was with Schlumberger Technology Center, Sugar Land, TX, developing antennas for deep induction array tools for oil industry. Starting September 2009 he joined the ElectroScience Laboratory at the Ohio State University, Columbus, OH, as a visiting scholar. His current research interests are antenna arrays, and microwave and millimeter-wave circuits.

PLACE  
PHOTO  
HERE

**Alexander E. Martynyuk** was born in Kiev, Ukraine. He received the M.Sc. degree in radio engineering in 1988 from the Kiev Polytechnic Institute, Ukraine, and the Ph.D. degree in 1993 from the same institute for his work on millimeter-wave devices and subsystems.

From 1988 to 1995, he was with the Faculty of Radio Engineering of the Kiev Polytechnic Institute. From 1995 he is with the National Autonomous University of Mexico (UNAM), Mexico City. He is currently a Professor of the Faculty of Engineering of UNAM. His current research interests include microwave and millimeter-wave devices, antenna arrays and millimeter-wave communications.

# Mathematical Model for RADANT-type Beam Steering Grids

Luis Alejandro Iturri Hinojosa and Alexander E. Martynyuk  
Universidad Nacional Autónoma de México

A full-wave mathematical model for multilayer antenna array based on loaded rectangular apertures had been developed. Numerical results are presented for the E-plane scanning.

The operation of the multilayer array is based on the well-known RADANT principle. Each layer consists of small cells arranged at the nodes of the rectangular periodic grid. The small cell is a rectangular capacitive aperture loaded with p-i-n diodes. The equivalent reactance of the layer can be changed by proper commutation of the diodes within the cells. The different reactances of the layer assure the different phase shifts introduced in the plane wave transmitted through the layer. Thus, it is possible to add a linearly-distributed phase shift across the incident plane wave and to redirect it in a desired direction.

To predict the effect of the strong mutual coupling between the cells, a full-wave mathematical model had been developed. The normally-incident linearly polarized wave had been considered as an excitation source.

If the biases across all p-i-n diodes are the same for all the cells in the layer, this layer can be analyzed as a periodic structure using the theorem of Floquet. The small cell is considered as a unit cell of this periodic structure. However, in this case a constant phase shift is introduced across the transmitted wave and this wave is not redirected. Thus, the different biases applied across the diodes are required for scanning.

The different biases across the diodes destroy the periodicity of the layer. However, the layer can be treated as a periodic structure with a large unit cell that contains  $M$  adjacent small cells in the x-direction per  $N$  adjacent small cells in the y-direction when this large unit cell is repeated periodically along the layer. Thus, the layer can be analyzed as infinite periodic structure with the help of Floquet's theorem.

Application of the boundary condition for the magnetic intensity vector together with the Ohm's law on the diodes within a large unit cell leads to the system of integral equations with respect to the unknown tangential electric intensity vector. This system of integral equations had been resolved using the method of moments. As a result, the electromagnetic field in the unit cell had been presented as a sum of Floquet modes or plane waves and the Generalized Scattering Matrix (GSM) of a single layer was calculated.

Seven pairs of grids in the array were considered to form 3-bit special phase shifter. The cascade connections of GSM parameters were used to obtain the total GSM of the whole periodic array.

Then the conversion coefficient had been introduced to measure the efficiency of the antenna array. This conversion coefficient can be calculated as the ratio between the power density of the transmitted plane wave traveling in the direction determined by the diode biasing and the power density of the incident plane wave.

The optimization of the X-band array parameters had been performed using the developed mathematical model. As a result, the simulated array demonstrated a conversion coefficient better than 2 dB for the E-plane scanning angles up to 45 degrees at the central frequency of 10GHz.





Browse > Conferences> Antennas and Propagation, 200

## Beam Steering Grids with Scanning in Two Planes

Martynyuk, A.E. Iturri-Hinojosa, A. Martynyuk, N.A.  
Mexico Dept. de Ing. en Telecomun., Univ. Nac. Autonoma de Mexico, Mexico City

This paper appears in: Antennas and Propagation, 2007. EuCAP 2007. The Second European Conference on

**Publication Date** : 11-16 Nov. 2007

**On page(s)**: 1 - 6

**Location**: Edinburgh

**Print ISBN**: 978-0-86341-842-6

**INSPEC Accession Number**: 10322710

**Current Version Published** : 26 febrero 2008

### ABSTRACT

Modifications are proposed to RADANT-type lens in order to obtain the simultaneous scanning in two planes with one lens. The full-wave mathematical model is developed to optimize and predict the behaviour of the lens. The performance of the three-bit lens is simulated using the developed mathematical model. It is proved that the calculated conversion coefficient is better than 3.5 dB for the elevation angles up to 30deg in E plane and up to 9deg in H plane.

### INDEX TERMS

Available to subscribers and IEEE members.

### REFERENCES

Available to subscribers and IEEE members.

### CITING DOCUMENTS

Available to subscribers and IEEE members.

© Copyright 2010 IEEE – All Rights Reserved

Indexed by  
 Inspect

# BEAM STEERING GRIDS WITH SCANNING IN TWO PLANES

A.E. Martynyuk\*, A. Iturri-Hinojosa\*\*, and N.A. Martynyuk

\*Universidad Nacional Autonoma de Mexico, Mexico

Departamento de Ingenieria en Telecomunicaciones, Division de Ingenieria Electrica, Facultad de Ingenieria, Universidad Nacional Autonoma de Mexico (UNAM), Cd Universitaria, Coyoacan, C.P. 04510, Mexico, D.F., Mexico,  
Email: [alxmart@yahoo.com](mailto:alxmart@yahoo.com), Fax 52 55 56161855, Tel 52 55 56223140

\*\*Instituto Politecnico Nacional, Mexico

**Keywords:** phased array, lens, phase shifter

## Abstract

Modifications are proposed to RADANT-type lens in order to obtain the simultaneous scanning in two planes with one lens. The full-wave mathematical model is developed to optimize and predict the behaviour of the lens. The performance of the three-bit lens is simulated using the developed mathematical model. It is proved that the calculated conversion coefficient is better than 3.5 dB for the elevation angles up to 30° in E plane and up to 9° in H plane

## 1 Introduction

Now we can observe a growing interest on phased array antennas operating at microwave frequencies. Different techniques had been proposed to obtain efficient antennas with the electronic beam steering. One of the approaches that permits to build a low-cost reflective phased array is a quasi-optical RADANT lens proposed by Checkroun [1]. According to Checkroun, RADANT lens has such advantages as simple design, low cost and lower loss.

Later, different modifications of the RADANT lens had been considered. Metal grids with varactor diodes situated over a metal plate demonstrated the electronic beam steering at millimetre waves [2,3]. Also, RADANT-type antennas with MEMS switches had been proposed to reduce the insertion loss level [4].

The conventional RADANT lens is a system of stacked metal grids loaded with p-i-n diodes (Fig. 1). Each pair of grids operates as a spatial binary loaded-line phase shifter. The commutation of the diodes permits to change the reactance across the aperture of the metal grid. As a result, a linearly-distributed phase shift appears into a transmitted wave.

Unfortunately, a single RADANT lens provides only one-plane scanning due to the same bias applied to the diodes in a row. Thus, two RADANT lenses are needed to ensure a two-dimensional scanning.

In this work we propose to modify the bias circuits in the RADANT lens in order to obtain two-dimensional scanning with a single lens. A strong mutual coupling exists between the elements in the grid. Thus, a full-wave mathematical model also had been developed to predict the performance of the modified lens.

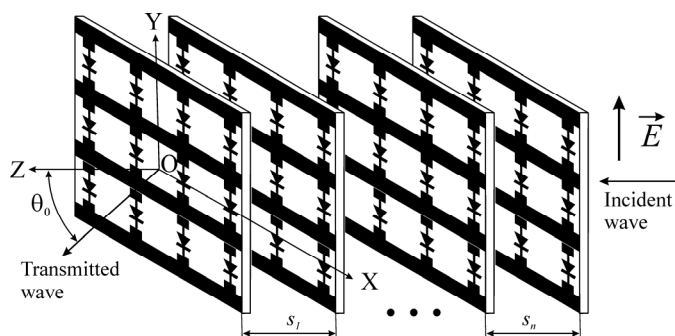


Fig. 1. Classic RADANT lens with one-dimensional scanning in E-plane

## 2 Modified RADANT cell

Single RADANT lens permits only one-dimensional scanning due to the same bias applied to all switching elements in a row. So, it is necessary to modify bias circuits in order to ensure the individual bias to each switching element.

The individual biasing of the parallel switching elements in a slot structure is relatively difficult. However, Skachko had proposed [5] an effective technology that permits to build low-loss bias circuits without affecting microwave performance of the slotted structure.

This technology employs a thick metal plate as a substrate and thin SiO<sub>2</sub>-Cu dielectric-metal layers to form bias circuits. Initially, this approach had been used to build millimetre wave low noise amplifiers. Later, millimetre-wave phase shifters, amplitude-phase modulators and Ka-band phased array module had been built using the same technology. However, high-precision mechanical processing of thick metal substrates, such as electroerosion technique, is needed

to obtain the necessary slotted geometry. As a result, the fabrication costs are high.

Recently, we had modified the above-described technology in order to reduce fabrication costs [6]. Now we are using a standard Rogers PTFE substrate instead of a thick metal plate to eliminate the mechanical processing and benzocyclobutene (BCB) photo-definable resin as a dielectric to form bias circuits. The proposed technology does not require a mechanical processing step, and permits the drastic reduction of fabrication costs while ensuring low-loss operation.

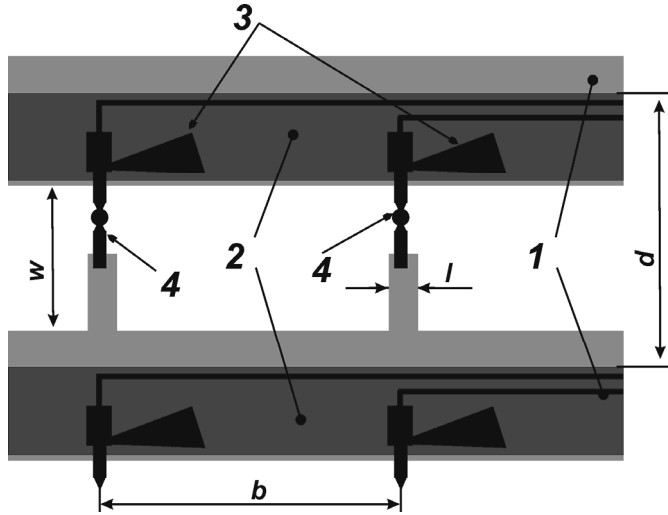


Fig. 2 Modified RADANT cell

The proposed modified elements of the RADANT lens are shown in Fig. 2. Two metal strips  $l$  are printed on the dielectric substrate. Then special bias circuits are formed on the surface of the strips. The bias circuits consist of a thin ( $5 \mu\text{m}$ ) BCB dielectric layer  $2$  formed above the metal strips and a thin ( $1 \mu\text{m}$ ) metal layer  $3$  deposited and patterned above the dielectric. The metal-dielectric-metal structure is used to form the microstrip lines with extremely-low ( $2 \dots 4 \Omega$ ) characteristic impedance. The low-pass filter based on low-impedance microstrip lines effectively suppresses microwave currents in the bias circuits and ensures a virtual short-circuit at the microwave frequencies between the upper metal layer and the metal strips at the point  $A$ . Thus, the switching elements  $4$  are virtually connected at the gap between two strips. Therefore, it is possible to apply an individual bias to each diode in the metal grids. As a result, a single lens can scan in two planes.

### 3 Mathematical Model

#### 3.1 General considerations

A full-wave mathematical model had been built to predict and optimize parameters of the X-band lens. The approach used was similar to described in [7].

To simplify the analysis, the following restrictions were imposed on the geometry of the lens:

- 1) the “small” cell that contains one switching element has the same dimensions in all grids. However, the geometry of the “small” cell may change from grid to grid;
- 2) “small” cells of different grids are perfectly stacked

Now assume that a normally-incident  $y$ -polarized wave travels toward the lens as it is shown in Fig. 1 and we need to redirect the transmitted wave in the direction determined by the transmission elevation angle  $\theta_0$  and the transmission elevation angle  $\varphi_0$ . To do this, two “small” adjacent cells must provide the incremental phase shifts of  $\psi_{xm}$  and  $\psi_{ym}$  to the reflected wave in the  $x$  and  $y$  directions, respectively. These incremental phase shifts can be calculated as follows:

$$\begin{aligned} \psi_{xm} &= -kb \sin \theta_0 \cos \varphi_0, \\ \psi_{ym} &= -kb \sin \theta_0 \sin \varphi_0 \end{aligned} \quad (1)$$

where  $k$  is a free-space wavenumber,  $b$  and  $d$  are the  $x$  and the  $y$  dimension of the small cell, respectively.

Therefore, one needs to bias properly the switching elements (p-i-n diodes) in the grids to ensure the insertion of the linearly-distributed phase shift into the transmitted wave. Thus, the state of the switching elements must change from element to element.

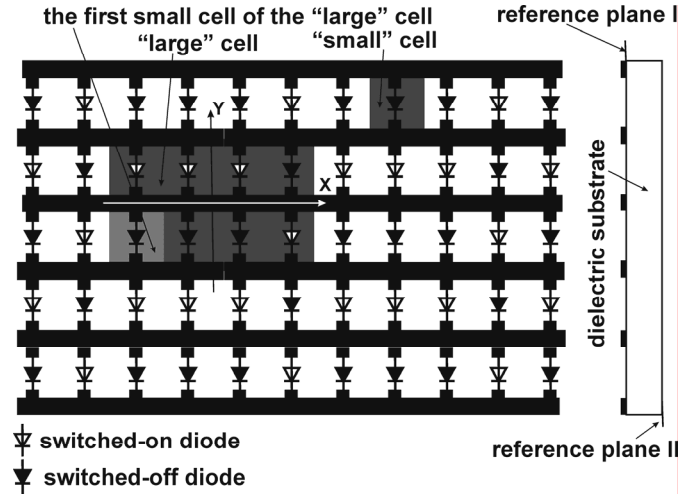


Fig. 3 Geometry of the “large” cell of the grid for  $N_x=4$  and  $N_y=2$ . For this case the “large” cell contains eight “small” cells

The different states of the switching elements within the grid destroy the periodicity of this grid. Thus, the “small” cell can not be considered as a unit periodic cell of the grid. However, in the case when the incident wave is a plane wave and we need to introduce the linearly-distributed phase shift into the transmitted wave, the infinite in the  $x$  and  $y$ - directions lens can be converted into a periodic structure with a “large” rectangular periodic cell that contains  $N_x$  adjacent “small” cells in the  $x$  direction and  $N_y$  adjacent small cells in the  $y$

direction (Fig. 3). To achieve this, the incremental phase shifts  $\psi_{xm}$  and  $\psi_{ym}$  must be set to:

$$\begin{aligned}\psi_{xm} &= 2\pi M_x / N_x, \\ \psi_{ym} &= 2\pi M_y / N_y,\end{aligned}\quad (2)$$

where  $M_x$  and  $M_y$  are the total number of  $2\pi$  for phase shifts introduced by the large cell into the transmitted wave along the  $x$  and  $y$  directions, respectively.

In fact, all possible  $\psi_{xm}$  and  $\psi_{ym}$  can be approximated with desired accuracy by (3). Therefore, the infinite lens can be analyzed as a periodic structure using Floquet's theorem.

According to the Floquet's theorem, the electromagnetic field in front of and behind the infinite lens is presented as a sum of Floquet modes or plane waves. The condition (2) ensures that two of the Floquet modes (one  $TE$  and one  $TM$  mode) are plane waves propagating into desired direction determined by the transmission angles  $\theta_0$  and  $\varphi_0$ .

Thus, one can consider the lens as a modal converter that converts an incident  $y$ -polarized wave into a plane wave travelling in the desired direction.

The mathematical model of the multilayer lens had been built with the help of characterization of each layer by a generalized scattering matrix (GSM) and a posterior cascading procedure resulting in the total GSM of the whole lens. Then this total GSM can be used to obtain the characteristics of the entire lens.

### 3.2 Mathematical Model of a Single Layer

Each layer of the lens can be considered as infinite periodic structure. To calculate the GSM of a single layer, two reference planes were defined as it is shown in Fig. 3. The order  $N_s$  of the GSM is equal to the number of Floquet modes included in the cascading procedure. So, one needs to analyze the scattering of every Floquet mode into account to obtain the GSM of a single layer.

A system of integral equations was formulated to analyze the scattering of the Floquet modes by the single layer. Assume that the plane wave corresponding to a certain incident mode of unit magnitude is scattered by the single layer of the lens. The unknown tangential electric field  $\vec{E}_\tau$  in the plane of the grid can be presented as the sum of two components:

$$\vec{E}_\tau = \vec{E}_\tau^u + \vec{E}_\tau^l, \quad (4)$$

where  $\vec{E}_\tau^u$  is the electric field that appears in the metal grid without switching elements and  $\vec{E}_\tau^l$  is the electric field that exists due to the electric currents  $I_m$  that flow across the switching elements.

The tangential electric field  $\vec{E}_\tau^u$  is calculated using the well-known approach presented in [8]. The unit cell of the grid is the "small" cell. So, the solution is found only for the first cell (Fig. 3) of the "small" cell and then is expanded to the other cells of the "large" cell using Floquet's theorem.

Application of the boundary conditions for the tangential electric field over the "small" cell and application of the boundary condition for the tangential magnetic field over the slot leads to the following integral equation:

$$\iint_A \left[ \sum_{m=1}^{\infty} (Y_m^s + Y_m^{sd}) \bar{\Psi}_m^s(x_s, y_s) \bar{\Psi}_m^{s*}(x_s', y_s') \right] \cdot \vec{E}_{\tau 1}^u(x_s', y_s') dS =, \quad (5)$$

$$2C_0 Y_m^s \bar{\Psi}_m^s(x_s, y_s)$$

where  $\vec{E}_{\tau 1}^u$  is the tangential electric field that appears in the first "small" cell when the incident wave excites the periodic structure with metal strips without diodes;  $\bar{\Psi}_m^s$  is the complete system of Floquet modes corresponding to the "small" cell;  $Y_m^s$  is admittance of the Floquet mode  $\bar{\Psi}_m^s$ ;  $Y_m^{sd}$  is modified admittance of  $\bar{\Psi}_m^s$  that takes into account the properties of the dielectric substrate [9];  $\bar{\Psi}_m^s$  is the incident Floquet mode;  $Y_m^s$  is the modal admittance of the incident Floquet mode;  $C_0$  is the magnitude of the incident wave and  $A$  is the surface of the slot in the first "small" cell;  $(x_s, y_s)$  are the local Cartesian coordinates with origin at the center of the first "small" cell;  $j = \sqrt{-1}$  and  $*$  is the symbol of the complex conjugation.

The integral equation with respect to the unknown electric surface current density  $\vec{E}_\tau^l$  was obtained in the same manner as the integral equation (3). The difference is that the boundary conditions were applied across all the slots contained in the "large" cell. An important consideration is that the tangential magnetic field is not continuous in the regions, where electric currents flow across the switching elements. Thus, the following integral equation was obtained:

$$\iint_{A'} \left[ \sum_{m=1}^{\infty} (Y_m^L + Y_m^{Ld}) \bar{\Psi}_m^L(x, y) \bar{\Psi}_m^{L*}(x', y') \right] \cdot \vec{E}_\tau^l(x', y') dS =, \quad (6)$$

$$- \sum_{n=1}^{N_x N_y} I_n \vec{F}_n$$

where  $\bar{\Psi}_m^L$  is the complete system of the Floquet modes corresponding to the "large" cell;  $Y_m^L$  is the wave admittance of the Floquet mode  $\bar{\Psi}_m^L$ ;  $Y_m^{Ld}$  is the modified admittance of the Floquet mode  $\bar{\Psi}_m^L$  that takes into account the properties of the dielectric substrate;  $A'$  is the total area of all slots contained in the "large" cell,  $I_n$  is the induced electric current across the switching element in the  $n$ -th "small" cell and  $\vec{F}_n$  is the vector function that converts the electric current  $I_n$  into the corresponding electric current density  $\vec{J}_n$ .

Equation (6) is valid only over the surface of all the slots that the “large” cell contains.

When the dimensions of the switching elements are negligible with respect to the wavelength  $\lambda$  and each switching element has the form of the rectangular strip of width  $l$ , the function  $\bar{F}_n$  can be expressed in the following form:

$$\bar{F}_n = \bar{a}_y [1(w/2) - 1(-w/2)] [1(l/2) - 1(-l/2)] / l \quad (7)$$

where  $1(x)$  is the switch function.

The right side of the integral equation (6) contains the unknown induced currents  $I_n$ . Therefore, additional equations are needed in order to resolve (6). In the case when the size of the switching elements is negligible with respect to the wavelength  $\lambda$ , Ohm’s law can be applied for each reactive load to obtain these additional equations:

$$\int_{P_n} \bar{E}_{\tau n} \cdot d\bar{\ell} = \int_{P_n} (\bar{E}_{\tau n}^u + \bar{E}_{\tau n}^l) \cdot d\bar{\ell} = I_n \bar{z}_n, \quad n = 1 \dots N_x N_y \quad (8)$$

where  $\bar{E}_{\tau n}$  is the total electric field in the  $n$ -th “small” cell,  $P_n$  is the path across the slot and  $\bar{z}_n$  is the impedance of the switching element.

The integral equations (5), (6) and the system of equations (8) were resolved simultaneously in the same manner as the system of the integral equations for the loaded ring slot resonators in [7]. The solution is based on the method of Galerkin.

Special functions that take into account the singularity of electric field at the perfect conductor edge were used as the basis and weighting functions:

$$\bar{\Phi}_i = \begin{cases} \frac{T_k(2y/w)}{\sqrt{1-(2y/w)^2}} \left( \sin\left(\frac{2\pi m}{b}x\right) \right) \bar{a}_y \\ \frac{T_k(2y/w)}{\sqrt{1-(2y/w)^2}} \left( \cos\left(\frac{2\pi m}{b}x\right) \right) \bar{a}_y \\ U_k(2y/w) \cdot \sqrt{1-(2y/w)^2} \left( \sin\left(\frac{2\pi m}{b}x\right) \right) \bar{a}_x \\ U_k(2y/w) \cdot \sqrt{1-(2y/w)^2} \left( \cos\left(\frac{2\pi m}{b}x\right) \right) \bar{a}_x \end{cases}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

where  $T_k(x)$  are Chebyshev polynomials of the first kind and  $U_k(x)$  are Chebyshev polynomials of the second kind.

As a result, the tangential electric field  $\bar{E}_\tau$  at the surface of the metal grid in the “large” cell was expressed as:

$$\bar{E}_\tau = \sum_{n=1}^{N_x N_y} \bar{E}_{\tau n} = \sum_{n=1}^{N_x N_y} \sum_{l=1}^M A_{n,l} \bar{\Phi}_l(x - x_n, y - y_n), \quad (10)$$

where  $A_{n,l}$  is the calculated magnitude of the  $l$ -th basis function in the  $n$ -th “small” cell,  $x_n$  and  $y_n$  are the coordinates of the center of the  $n$ -th “small” cell and  $M$  is the total number of the basis function taken into account in each slot.

Now it is possible to express the tangential electric field  $\bar{E}_\tau$  above the metal grid (Fig. 3) as a sum of Floquet modes:

$$\bar{E}_\tau = \bar{\Psi}_m^L(x, y) e^{jk_m^z z} + \sum_{m=1}^{\infty} \Gamma_m \bar{\Psi}_m^L(x, y) e^{-jk_m^z z}, \quad (11)$$

where  $\bar{\Psi}_m^L(x, y)$  is the incident Floquet mode that forms the incident linearly-polarized wave,  $\Gamma_m$  is the magnitude of the reflected  $m$ -th Floquet mode, and  $k_m^z$  is the propagation constant for the  $m$ -th Floquet mode in the  $z$  direction.

With tangential electric field known, the magnitudes of the scattered Floquet modes  $\Gamma_m$  can be calculated as:

$$\Gamma_m = \begin{cases} \int_{A'} \bar{E}_\tau(x, y) \cdot \bar{\Psi}_m^{L*}(x, y) dS, \text{ for } m \neq m' \\ \int_{A'} \bar{E}_\tau(x, y) \cdot \bar{\Psi}_m^{L*}(x, y) dS - 1, \text{ for } m = m' \end{cases} \quad (12)$$

Therefore, the elements of the GSM of the single layer can be calculated. According to the notation used in [10], the GSM of a single layer was presented as:

$$[S] = \begin{bmatrix} [S_{11}] & [S_{12}] \\ [S_{21}] & [S_{22}] \end{bmatrix}, \quad (13)$$

where  $[S_{11}]$ ,  $[S_{12}]$ ,  $[S_{21}]$  and  $[S_{22}]$  are square matrices of the order  $N_s$ .

Now the elements of the  $m'$ -th column of the submatrix  $[S_{11}]$  will be obtained as follows:

$$S_{1,1}^{m,m'} = \Gamma_m \quad (14)$$

Then the elements of the  $m'$ -th column of the submatrices  $[S_{12}]$ ,  $[S_{21}]$  and  $[S_{22}]$  are calculated taking into account the properties of the dielectric substrate.

The above-mentioned procedure is repeated  $N_s$  times to obtain the GSM of the single layer. When the GSMs of all layers are known, the cascade connection of generalized scattering parameters is used to obtain the total GSM of the whole lens.

With total GSM of the lens known, it is possible to introduce the conversion coefficient to evaluate the efficiency of the

mode conversion. This conversion coefficient  $L_c$  can be calculated as a ratio between the power density of the transmitted Floquet mode of the corresponding polarization travelling in the desired direction and the power density of the incident Floquet mode that forms an incident linearly-polarized wave:

$$L_c = \frac{Y_{m_l}^L |S_{21}^{m_l, n_l}|}{Y_{n_l}^L}, \quad (15)$$

where  $n_l$  is the index corresponding to the incident Floquet mode and  $m_l$  is the index corresponding to the transmitted Floquet mode travelling in the desired direction.

#### 4 Results of numerical simulation

RADANT lens is a system of spatial digital loaded-line phase shifters. The incident wave transmits through these phase shifters. As a result, at the output of the RADANT lens a transmitted wave with linearly-distributed phase is formed. Thus, the transmitted wave propagates in the direction determined by the state of spatial phase shifters.

The section of the loaded-line phase shifter can be considered as a pair of commutated shunt reactances spaced in approximately quarter wavelength to minimize the reflexion. The switching elements change the sign of the shunt reactances causing the different phase shifts in the transmitted wave. In the most cases the section of the loaded-line phase shifter is tuned to provide the phase shift of  $2\pi/2^N$  radians, where  $N$  is a number of bits in the digital phase shifter. Thus, a cascade connection of the  $2^N-1$  identical sections is needed to build a complete  $N$ -bit phase shifter.

Thus, a  $N$ -bit RADANT lens can be considered as a  $2^N-1$  pairs of identical metal grids with switching elements. The geometry of each pair is tuned to provide a  $2\pi/2^N$  phase shift. The commutation of the switching elements provides a phase variation across the transmitting aperture.

The developed mathematical model together with the method of equivalent circuit similar to described in [4,7] had been used for the synthesis of the three-bit RADANT lens containing 14 identical metal grids. Thus, the geometry of the grid pair had been optimized to obtain the 45 degree phase shift, minimal return loss and minimal insertion loss at the frequency of 10GHz for the uniformly-loaded metal grids.

As a result of the parametric optimization, the  $x$ -dimension of the "small" cell  $b$  was set to 15mm, the  $y$ -dimension of the "small" cell  $d$  was set to 5.2 mm, the width of the slot  $w$  was set to 1.5 mm and the width of the printed conductor  $l$  was set to 0.5 mm. A dielectric substrate of relative permittivity 2.4 and thickness 0.102mm is considered in the simulations.

The distance between the grids in a pair was set to 6.9 mm and the distance between the pairs of grids was set to 6.5 mm.

The resistance 4.7 Ohm was used as equivalent impedance for the switched-on diode, meanwhile a parallel connection of capacitance (0.0185pF) and resistance (12500Ohm) was used to simulate the behaviour of the switched-off diode. These parameters correspond to the HPND 4005 p-i-n diode. Additionally, the series inductance  $L_a$  of 1.2nH was connected to the diode to improve the lens operation.

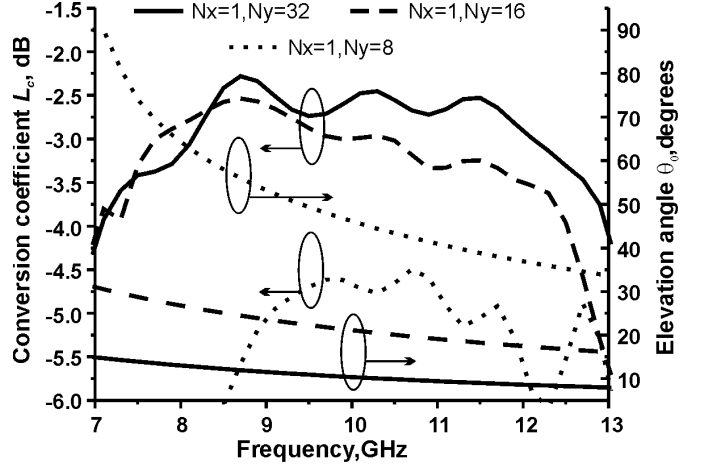


Fig.4. Calculated conversion coefficient  $L_c$  and elevation transmission angle  $\theta_0$  for the case of E-plane scanning

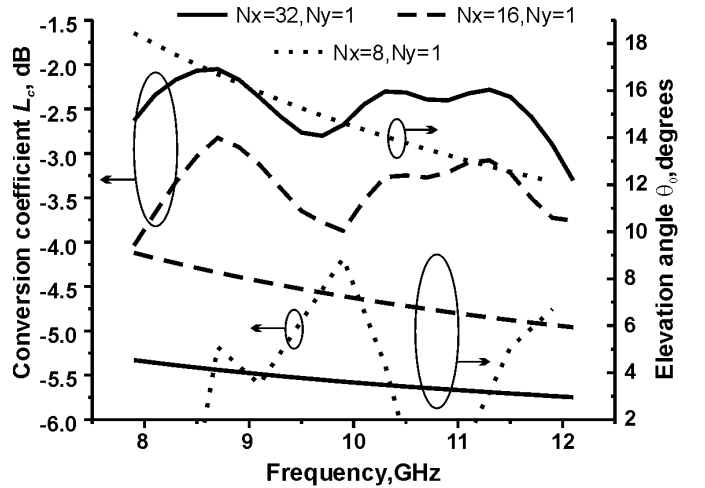


Fig.5. Calculated conversion coefficient  $L_c$  and elevation transmission angle  $\theta_0$  for the case of H-plane scanning

The calculated conversion coefficient  $L_c$  for the case of E-plane scanning is shown in Fig.4. This conversion coefficient is better than 3.5dB for the elevation angles up to 30 degrees. The degradation of the conversion coefficient can be explained from the dissipative loss in the switching diodes (approximately 1.3dB). Also, the incident wave is not converted only to the transmitted wave travelling in the desired direction, but it is partially converted to the reflected Floquet modes and to the transmitted Floquet modes that travel in the undesired directions. Note, that the transmission elevation angle  $\theta_0$  is a function of frequency.

The calculated conversion coefficient  $L_c$  for the case of H-plane scanning is shown in Fig.5. We can observe the drastic degradation of the scanning characteristics. This conversion coefficient is better than 3.5dB for the elevation angles up to 9 degrees. The degradation of the scanning characteristics in the H-plane can be explained from the stronger mutual coupling between the elements of the grid in the H-plane.

## 5 Conclusions

The modified RADANT lens provides simultaneous scanning in two planes with the single lens. The developed full-wave mathematical model had been used to design a three-bit RADANT lens that contains 14 identical metal grids. The calculated conversion coefficient is better than 3.5 dB for the transmission elevation angles up to 30 degrees in the E-plane and up to 9 degrees in the H-plane. The degradation of the scanning characteristics in the H-plane can be explained from the strong mutual coupling between the elements in the H-plane.

## Acknowledgements

This work had been partially supported by DGAPA PAPIIT grant IN1042063.

## References

- [1] C. Chekroun, D. Herric, Y. Michel, R. Pauchard and P. Vidal, "RADANT: new method of electronic scanning", *Microwave J.*, v. **24**, pp. 45-53, Feb. 1981.
- [2] W. Lam, C. Jou, H. Chen, K. Stolt, N. Luhmann and D. Rutledge, "Millimeter-wave diode-grid phase shifters", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. **36**, pp. 902-907, May 1988.
- [3] L. Sjorgen, H. Liu, F. Wang, T. Liu, X. Qin, W. Wu, E. Chung, C. Domier and N. Luhmann, "A monolithic diode array millimeter-wave beam transmittance controller", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. **41**, pp. 1782-1790, Oct. 1993.
- [4] J. Mazotta, M. DeLisio, J-C. Chao, "Quasi-optical discrete beam steering grids", in *Proc. IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, Anaheim, TZ, June 1999, pp.
- [5] A. Chenakin, A. Martynyuk, V. Skachko, "A new hybrid technology for millimeter wave integrated circuits", in *Proc. IEEE-MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, Vol. 2, p. 921-924, Denver, Colorado, June 1997.
- [6] A.E. Martynyuk, A.G. Martinez Lopez, J.I. Martinez Lopez, "Two bit X-band reflective waveguide phase shifter with BCB bias circuits", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. **54**, pp. 4056-4061, Dec. 2006.
- [7] A.E. Martynyuk, J.I. Martinez Lopez, N.A. Martynyuk, "Spiraphase-type reflectarrays based on loaded ring slot resonators", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. **52**, pp. 142-152, Jan. 1994
- [8] A. Roberts and R.C. McPhedran, "Bandpass grids with annular apertures", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. **36**, pp. 607-611, May 1988
- [9] C.-C. Chen, "Transmission through a conducting screen perforated periodically with apertures," *IEEE Trans Microwave Theory Tech.*, vol. **18**, pp. 627-632, Sept 1970
- [10] C. Wan and J.A. Encinar, "Efficient computation of generalized scattering matrix for analyzing multilayered periodic structures," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. **43**, pp.1233-1242, Nov. 1995.

# Enhancement of H-plane Scanning Characteristics in Beam-Steering Grids

Alexander E. Martynyuk\*, Alejandro Iturri-Hinojosa\*, Ninel A. Martynyuk

<sup>#</sup>*Division de Ingenieria Electrica, Facultad de Ingenieria, Universidad Nacional Autonoma de Mexico DIT,DIE, Facultad de Ingenieria, UNAM, Cd Universitaria, Coyoacan, Mexico D.F., C.P. 04510,Mexico alxmart@yahoo.com*

**Abstract**— Scanning characteristics of *RADANT*-type lens are improved in H-plane with introducing additional shunts that suppress a mutual influence between the lens elements. Numerical simulations reveal that three-bit *RADANT*-type lens can ensure the scanning sector in *H*-plane up to 30° and in *E*-plane up to 90° with conversion coefficient better than -3.5dB in the frequency range from 9.5 to 10.5GHz.

## I. INTRODUCTION

*RADANT* antenna based on cascaded diode-loaded grids is considered a mature technology that has been resulted in real operating antenna systems [1,2,3]. The classic *RADANT* lens ensures the scanning only in one plane. Thus, two cascaded lenses are needed to obtain two-dimensional scanning.

In recent work [4] we have investigated a possibility to obtain two-dimensional scanning within a single lens. The proposed improvement was based on the original technology of fabrication developed for microwave hybrid integrated circuits [5]. However, the results of simulation revealed that acceptable scanning characteristics in the wide angular sector can be obtained in the *E*-plane, while in the *H*-plane the efficient beam steering is possible only for scanning angles less than 9°. The main reason for the degradation of the scanning characteristics in the *H*-plane is a strong mutual influence between differently-configured adjacent cells in the grid.

In this work we investigate the possibility to improve scanning characteristics in *H*-plane. The mutual coupling between differently-configured adjacent elements is taken into account with the help of full-wave mathematical model and the mutual influence between the adjacent cells in the grid is reduced with specially introduced shunting elements.

## II. DESIGN OF IMPROVED BEAM-STEERING GRID

The classic *RADANT* lens (Fig. 1) is a system of cascaded grid layers loaded with p-i-n diodes. Each grid layer with uniformly-biased diodes in the high-impedance state represents a certain susceptance  $B1$  for the incident wave of vertical polarisation. Simultaneous switching of all the diodes in the layer changes the value of the susceptance to  $B2$ . Therefore, a single grid layer can be treated as a switchable susceptance connected in parallel to the transmission line.

It is a well known fact that a section of loaded-line phase shifter can be built with two switchable susceptances separated by a distance  $l_1$ . Thus, a pair of grid layers can be

considered as a elementary section of spatial phase shifter for the incident wave of vertical polarisation. Cascading of the elementary phase shifter sections leads to the complete digital phase shifter that provides a required phase shift into the incident wave. For example, in Fig. 1 each pair of grids is calculated to provide a 90° phase shift. A two-bit spatial phase shifter can be built with the help of cascade connection of three identical pairs separated by distances  $l_2$  as it is shown in Fig. 1.

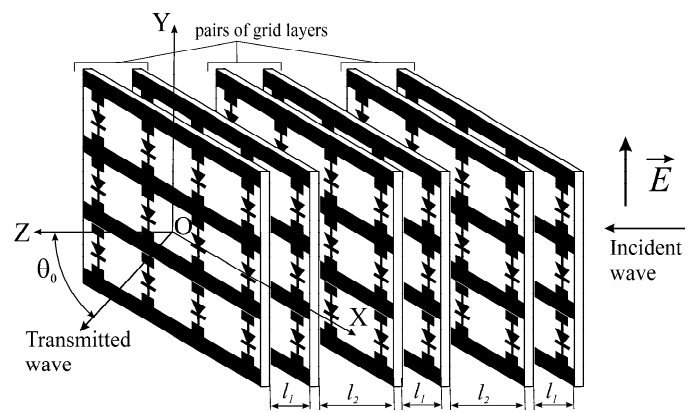


Fig. 1 Two-bit *RADANT*-type lens that consists from three identical 90° spatial phase shifters.

Thus, a multilayered *RADANT* lens can be considered as a spatial digital phase shifter that introduces a required phase taper in the transmitted wave redirecting it in the desired direction.

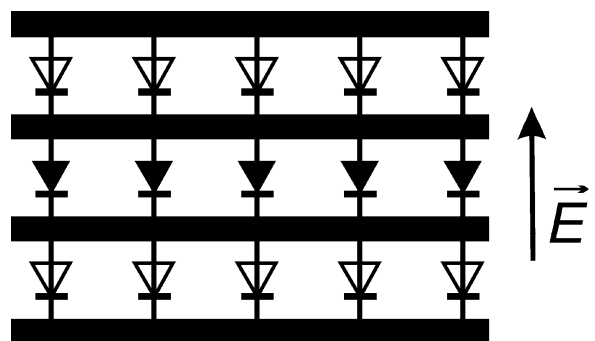


Fig. 2 Single layer of unmodified *RADANT*-type lens.

The single layer of the classic lens is presented in Fig. 2. The switching diodes are situated at the nodes of the



rectangular periodic grid with  $x$ -period equal to  $b$  and  $y$ -period equal to  $d$ . Unfortunately, the same biasing is applied for all the diodes in the row and the scanning in  $H$ -plane becomes impossible. The modified design of the single layer is shown in Fig. 3. Specially designed bias circuits [5] permit to apply different biasing to the  $p$ - $i$ - $n$  diodes in a row ensuring the possibility to scan in  $H$ -plane.

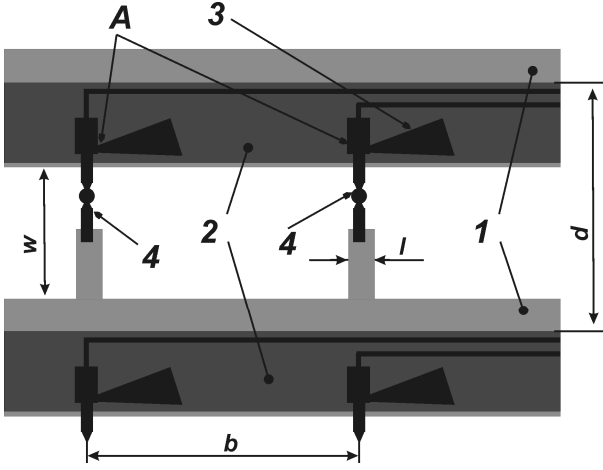


Fig. 3 Modified single layer. Modifications was done in order to apply the different biases across the diodes in the same row.

The modified row of the single layer (Fig. 3) contains a slot line formed by two parallel horizontal metal strips  $l$  printed on the dielectric substrate. Thin-film bias circuits are fabricated on the surface of the strips. The bias circuits consist of a thin ( $5 \mu\text{m}$ ) BCB dielectric film  $2$  and a thin ( $1 \mu\text{m}$ ) copper film  $3$  deposited and patterned above the metal strips. As a result, microstrip lines with extremely-low characteristic impedance can be printed above the metal strips. The resonant filter based on low-impedance microstrip lines effectively suppresses microwave currents in the bias circuits and ensures a virtual short-circuit at the microwave frequencies between the upper metal layer and the metal strips at the point  $A$ . Thus, the switching  $p$ - $i$ - $n$  diodes  $4$  are virtually connected in parallel to the gap between two strips. Therefore, it is possible to apply an individual bias to each diode in the lens. As a result, two-dimensional scanning is obtained.

However, the simulation of the scanning characteristics of the modified RADANT lens revealed [4] that scanning in the angular sector of  $60^\circ$  is possible in the  $E$ -plane, meanwhile in the  $H$ -plane the angular sector of efficient scanning is reduced to  $18^\circ$ . This effect can be explained from the mutual influence between adjacent cells.

Assume that geometry of the grid layer have been optimized to provide susceptance  $B1$  when all the diodes are in the high-impedance state and susceptance is  $B2$  when all diodes are in the low-impedance state as it is shown in fig 4a and fig 4b, respectively. For this case the whole lens introduces the uniform phase shift across the wave, so, the beam scanning is impossible.

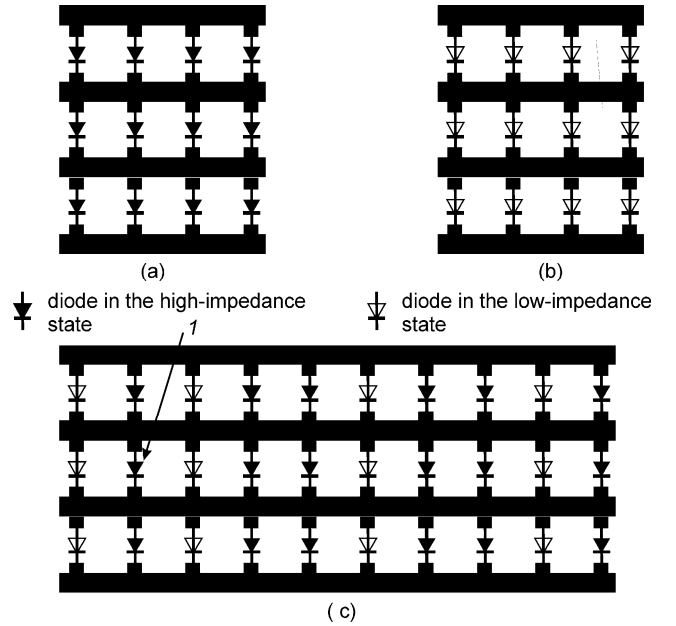


Fig. 4 Single layer of the lens (a) with all diodes in the high-impedance state (b) with all diodes in the low-impedance state (c) scanning in the  $H$ -plane.

To redirect the transmitted wave in the desired direction in  $H$ -plane one needs to introduce a linear phase taper into this wave. Thus, different biases must be applied to the diodes situated in the elements arranged along the  $X$ -axis as it is shown in Fig. 4,c. Now diode  $1$  in the high-impedance state is surrounded by two diodes in the low impedance state and this situation is very different from the situation in Fig. 4 a, where all the diodes were in the high-impedance state. Mutual influence between the adjacent elements leads to the change in the susceptance value and this value is different from  $B1$  now. As a result, the optimized performance of the spatial phase shifter degrades and scanning characteristics become poor in the  $H$ -plane.

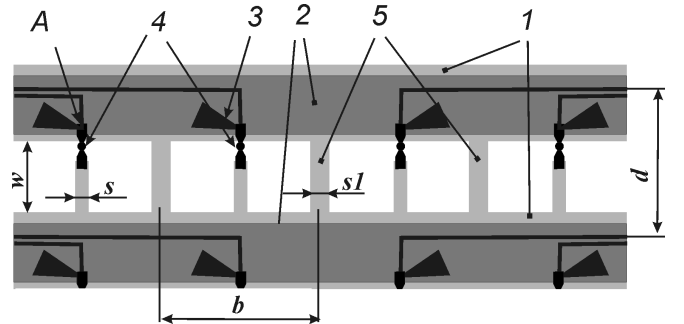


Fig. 5 Modified single layer with shunts.

To improve scanning characteristics we ensure the stable surrounding for each diode. Special shunts  $5$  are used to reduce the mutual influence between the adjacent elements (Fig. 5).

### III. SIMULATION RESULTS

To verify the efficiency of described enhancement, a three-bit grid lens was designed. This lens contains seven

identical pairs of grid layers. Each pair forms a  $45^\circ$  loaded-line phase shifter and  $p$ - $i$ - $n$  diodes are used to change the sign of reactance of the single grid layer. The geometry of the pair was optimized to obtain a  $45^\circ$  phase shift in the frequency band from 9.5GHz to 10.5GHz, while minimizing insertion loss, return loss and accompanying amplitude modulation. As a result, the  $x$ -period of the grid  $b$ , the  $y$ -period of the grid  $d$ , the width of the slot line  $w$ , the width of the diode conductor  $s$  and the width of the short  $sl$  were set to 15 mm, 3.4 mm, 0.4 mm, 0.3 mm and 2.3 mm, respectively. The optimized distance between the grids in the pair was 5.75mm and the distance between pairs was set to 3mm. The following parameters of the HPND-4005 diodes were taken into account during the simulation process: forward-biased diode was presented as a resistance  $rd$  of 4.7  $\Omega$ , while inverse-biased diode was presented as a parallel connection of the resistance  $Rd$  of 12.5  $K\Omega$  and capacitance  $Cd$  of 0.0185  $pF$ . It was assumed that all grid layers were printed on the dielectric substrate with dielectric permittivity of 2.4 and dielectric thickness of 0.102 mm. Also the inductance of 2.5  $nH$  was connected in series to the  $p$ - $i$ - $n$  diodes to improve scanning characteristics.

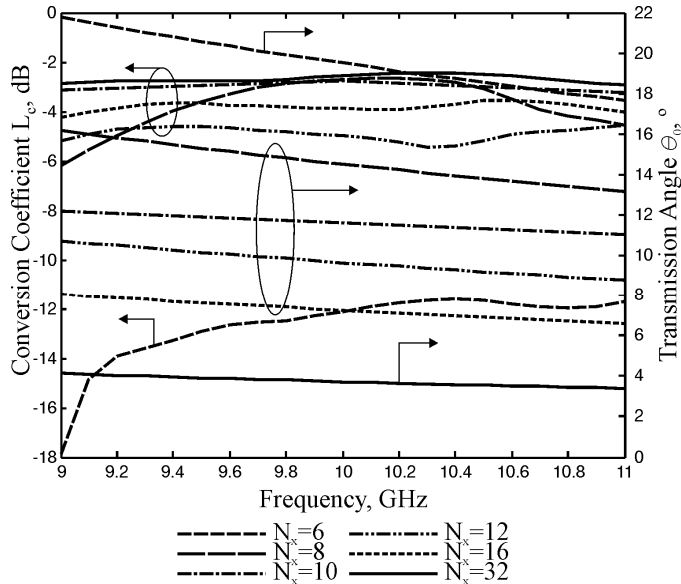


Fig. 6 Calculated conversion coefficient  $L_c$  and transmission elevation angle  $\theta_0$  for the case of  $H$ -plane scanning.

The specially-developed mathematical model similar to described in [4] was used to simulate the characteristics of the array. This model takes into account the different states of the diodes in the adjacent elements. These different states are necessary to introduce a linear phase taper along  $x$ - and  $y$ -directions into a normally-incident plane wave and to ensure the beam scanning. The linear phase taper is always a periodic function with respect to  $x$  and  $y$  coordinates.

Thus, the multilayered lens is analysed as an infinite periodic structure with a large periodic rectangular cell that contains  $N_x$  differently-configured adjacent small cells in  $x$ -

direction and  $N_y$  small cells in  $y$ -direction. The states of the diodes within large periodic cell that contains  $N_x N_y$  elements are determined properly to ensure a required linear phase taper introduced into the transmitted wave for scanning.

For example, we need to redirect the normally-incident plane wave in the direction determined by the transmission elevation angle  $\theta_0$  and transmission azimuth angle  $\varphi_0$ . For this case two adjacent elements of the lens must provide the following incremental phase shifts  $\psi_x$  and  $\psi_y$  in the  $x$ - and  $y$ -direction, respectively:

$$\begin{aligned}\psi_x &= -kb \sin \theta_0 \cos \varphi_0, \\ \psi_y &= -kd \sin \theta_0 \sin \varphi_0\end{aligned}\quad (1)$$

where  $k$  is a wavenumber.

Then, the numbers  $N_x$  and  $N_y$  can be calculated as follows:

$$\begin{aligned}N_x &= 2M_x \pi / \psi_x, \\ N_y &= 2M_y \pi / \psi_y\end{aligned}\quad (2)$$

where  $M_x$  and  $M_y$  are integer numbers;  $2\pi M_x$  and  $2\pi M_y$  are the total phase differences introduced by the large cell along the  $x$  and  $y$  directions, respectively. Note, that  $M_x$  and  $M_y$  are used in order to obtain  $N_x$  and  $N_y$  in (2) as close to integer numbers as desired.

According to the Floquet's theorem the scattered and transmitted electromagnetic fields in the infinite periodic structure can be presented as a sum of Floquet modes or plane waves. A considerable number of Floquet modes in this system are propagating plane waves due to the considerable dimensions of the large rectangular periodic cell.

Therefore, the fourteen-layer lens is treated as a multimode converter that converts the normally-incident wave into the transmitted plane wave travelling in the desired direction. The conversion coefficient  $L_c$  can be defined [4] to estimate the efficiency of this conversion. This conversion coefficient  $L_c$  is defined as a ratio between the power density of the transmitted wave travelling in the desired direction and the power density of the incident wave.

This conversion coefficient was calculated for various configurations of the lens in order to predict behaviour of the lens for different scanning angles in  $H$ -plane. Thus, the behaviour of a periodic lens with a large periodic cell that contains  $N_x$  elements in  $x$ -direction and one element in  $y$ -direction was simulated. The result of the simulations of the conversion coefficient  $L_c$  for the case of  $H$ -plane scanning is presented in Fig. 6. The transmission elevation angles  $\theta_0$  for all calculated configurations are also shown in Fig. 6. The conversion coefficient  $L_c$  is better than -3.5dB in the frequency band from 9.5 to 10.5 GHz for the transmission elevation angles less than  $15^\circ$ .

The result of the simulations of the conversion coefficient  $L_c$  for the case of  $E$ -plane scanning is presented in Fig. 7. The transmission elevation angles  $\theta_0$  for all calculated

configurations are also shown in Fig. 7. The conversion coefficient  $L_c$  is better than -3.0dB in the frequency band from 9.0 to 10.0 GHz for the transmission elevation angles less than  $43^\circ$ .

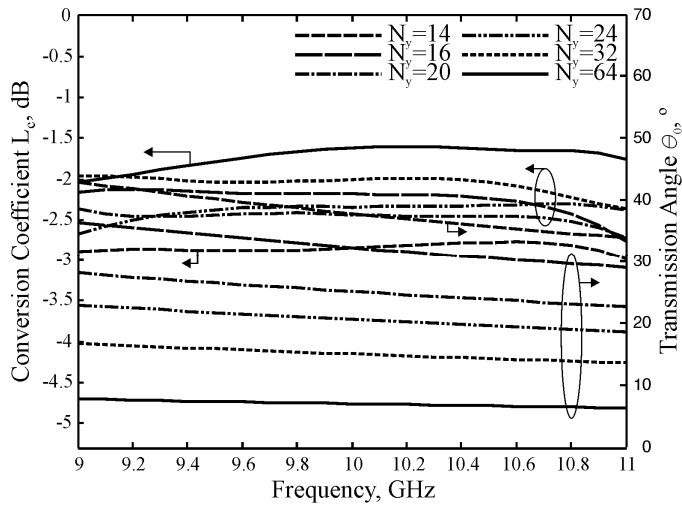


Fig. 7 Calculated conversion coefficient  $L_c$  and transmission elevation angle  $\theta_0$  for the case of  $E$ -plane scanning.

#### IV. CONCLUSIONS

The method of improving of  $H$ -plane scanning characteristics of the  $RADANT$ -type lens is presented. Additional shunts connected between the metal strips reduce the mutual influence between the adjacent cells in the

multilayered lens. As a result, in the  $H$ -plane the three-bit multilayered lens demonstrated the scanning sector up to  $30^\circ$  with conversion coefficient better than -3.5 dB in the frequency range from 9.5 to 10.5 GHz. Scanning characteristics in the  $E$ -plane were also improved. The scanning sector of  $86^\circ$  was achieved in the  $H$ -plane with conversion coefficient better than -3dB in the frequency band from 9.0 to 11.0 GHz.

#### ACKNOWLEDGMENT

This work was partially supported within CONACYT 79832 project.

#### REFERENCES

- [1] C. Chekroun, D. Heric, Y. Michel, R. Pauchard and P. Vidal, "RADANT: new method of electronic scanning", *Microwave J.*, vol. 24, pp. 45-53, Feb. 1981.
- [2] Eli Brookner, "Major Advances in Phased Arrays: Part II", Special Report, *Microwave J.*, pp. 84-92, June 1997.
- [3] J. Mazotta, M. DeLisio, and J.C. Chiao, "Quasi-Optical Discrete Beam Steering Grids", *IEEE MTT-S Microwave Symposium Digest*, vol. 4 pp. 1825-1828 Anaheim. CA. 1999.
- [4] A.E. Martynyuk, A. Iturri Hinojosa, N.A. Martynyuk, "Beam Steering Grids with Scanning in Two Planes," European Conference on Antennas and Propagation, *EuCAP-2007*, Edinburgh, 11-16 November 2007.
- [5] A.E. Martynyuk, A.G. Martinez-Lopez, J.I. Martínez López, "2-bit X-Band Reflective Waveguide Phase Shifter With BCB-Based Bias Circuits", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, vol. 54, Issue:12, Part 1, pp.4056-4061, Dec. 2006.