



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

AUTOMATIZACIÓN PARA EL CÁLCULO DE LA
LONGITUD ASTRONÓMICA MEDIANTE EL MÉTODO DE
ALTURAS IGUALES.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

INGENIERA GEOMÁTICA

P R E S E N T A

TONANTZIN CAMACHO SANDOVAL



MÉXICO, D.F.

2010



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

Señorita
TONANTZIN CAMACHO SANDOVAL
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor ING. ADOLFO REYES PIZANO, que aprobó este Comité, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO GEOMÁTICO.

"AUTOMATIZACIÓN PARA EL CÁLCULO DE LA LONGITUD ASTRONÓMICA MEDIANTE EL MÉTODO DE ALTURAS IGUALES"

- INTRODUCCIÓN
- I. DEFINICIONES FUNDAMENTALES
- II. SISTEMAS DE TIEMPOS
- III. DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS AUXILIARES
- IV. CÁLCULO DE LA LONGITUD POR EL MÉTODO DE ALTURAS IGUALES
- V. SOFTWARE
- VI. CONCLUSIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"
Cd. Universitaria a 24 de Noviembre del 2009.
EL PRESIDENTE


ING. RODOLFO SOLÍS UBALDO

RSU/MTH*gar.

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Nacional Autónoma de México, por permitirme ser parte de su gran comunidad desde la Preparatoria, por dejarme crecer y tomar clases en sus aulas, de aprender día a día de sus profesores, así como de la vida dentro de sus instalaciones, Gracias por ser mi Alma Mater.

A la Facultad de Ingeniería y a todos los profesores que compartieron sus enseñanzas, experiencias y conocimientos, los cuales son la base de mi formación académica, y un gran aliciente para seguir adelante.

Al Ing. Adolfo Reyes Pizano, por todo su interés, apoyo y asesoría en la realización de este proyecto, así como por sus consejos, conocimientos y experiencias dadas.

A Jorge y Miguel, por todos sus conocimientos, su paciencia, apoyo y consejos durante el desarrollo del Programa, ya que sin ello, no se hubiera logrado este trabajo.

A Uri por todo el apoyo y tiempo, que me brindaste en la elaboración de algunos trabajos, en particular con éste.

A mis sinodales por asistirme en la mejora de este trabajo.

DEDICATORIAS

Antes que a nadie, a mis padres Erasmo y Rosa, por darme la vida, por guiarme y enseñarme a caminar en ella, por su cariño, dedicación, apoyo e interés en mí, por hacer de mí lo que ahora soy. Gracias papás por apoyarme, alentarme y aconsejarme todos los días, y finalmente por creer en mí y darme la oportunidad de lograr mis metas. Los quiero.

A mis hermanos, cuñados y sobrinos, por su cariño y apoyo que me han brindado incondicionalmente, por toda su paciencia y comprensión que me tuvieron mientras estaba en la facultad.

A Andrés, por estar conmigo en los buenos y los malos momentos, por apoyarme, escucharme, tratar de comprenderme y soportarme durante mi estancia en la facultad, ya que se que fue bastante complicado. Gracias por compartir conmigo tantas cosas, pero sobre todo por no dejarme caer en los peores momentos.

A Nasheli, por ser una amiga incondicional durante tantos años.

A todas las personas que me brindaron su amistad, cariño y apoyo, con las cuales compartí grandes momentos en la prepa 1, y muchos otros en la Facultad de Ingeniería, el nombrar a cada una seria muy largo y no terminaría, simplemente gracias a todos.

A mis tíos, primos y a todas aquellas personas, que han estado conmigo durante mi formación académica y personal, que me han apoyado, escuchado y he compartido con ellos buenos y malos momentos, los cuales me han hecho crecer.

**"El éxito no se logra con la suerte,
es el resultado de un esfuerzo constante."**

Josue Romero

INDICE

	Pág.
INTRODUCCIÓN	1
I. DEFINICIONES FUNDAMENTALES	3
I.1. ESFERA CELESTE	3
I.1.1. DEFINICIÓN	3
I.1.2. ELEMENTOS DE LA ESFERA CELESTE	5
I.2. TRIÁNGULO ASTRONÓMICO	12
I.2.1. ELEMENTOS DEL TRIÁNGULO ASTRONÓMICO	13
I.2.2. ECUACIONES FUNDAMENTALES	14
II. SISTEMAS DE TIEMPOS	16
II.1. TIEMPO MEDIO	17
II.2. TIEMPO VERDADERO	17
II.3. TIEMPO SIDEREEO	18
II.4. ECUACIÓN DEL TIEMPO	19
II.5. RELACIÓN ENTRE SISTEMAS DE TIEMPO	20
II.6. TRANSFORMACIÓN ENTRE TIEMPO MEDIO Y TIEMPO SIDEREEO	22
II.7. RELACIÓN ENTRE LONGITUD Y TIEMPO	25
II.8. DETERMINACIÓN DEL DELTA DE TIEMPO	26
II.9. CALCULO DE LA MARCHA DEL RELOJ	27
II.10. DETERMINACIÓN DEL DELTA DE ÁNGULO HORARIO	29
III. DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS AUXILIARES	31
III.1. DETERMINACIÓN DE LA MERIDIANA ASTRONÓMICA	31
III.2. DETERMINACIÓN DE LA LATITUD	41
IV. CALCULO DE LA LONGITUD POR EL MÉTODO DE ALTURAS IGUALES	45
IV.1. CATALOGOS DE ESTRELLAS	46
IV.2. PREPARACIÓN DE PARES DE ESTRELLAS PARA EL MÉTODO DE ALTURAS IGUALES	54
IV.2.1. CONDICIONES PARA FORMAR PARES DE ESTRELLAS	58
IV.2.2. CALCULO DE LA HORA SIDEREA DE OBSERVACIÓN	59
IV.2.3. CALCULO DE LA HORA SIDEREA DE IGUAL ALTURA	61
IV.2.4. CALCULO DE LAS HORAS DE OBSERVACIÓN DE LA ESTRELLA AL ESTE Y LA DEL OESTE	61
IV.2.5. CALCULO DE LOS ÁNGULOS HORARIOS	62
IV.2.6. CALCULO DE LA DISTANCIA ZENITAL	62
IV.2.7. CALCULO DE LOS AZIMUTS	63
IV.2.8. FORMATO DE PARES DE ESTRELLAS CALCULADOS	64
IV.3. OBSERVACIONES DE CAMPO	67
IV.4. CALCULO DE LA LONGITUD DEL LUGAR	70
V. SOFTWARE	74
V.1. DIAGRAMA DE FLUJO	74
V.2. VISUALIZACION DE FUNCIONAMIENTO	81
VI. CONCLUSIONES	87
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.	89

INDICE DE FIGURAS

	Pág.
Fig. 1. Planos y ejes fundamentales de la esfera celeste	4
Fig. 2. Primeros componentes de la esfera celeste	5
Fig. 3. Círculo vertical y horizonte de la esfera celeste	6
Fig. 4. Meridiano de la esfera celeste	7
Fig. 5. Latitud y Longitud de la esfera celeste	8
Fig. 6. Plano de la Eclíptica	9
Fig. 7. Círculos horarios	10
Fig. 8. Línea Meridiana	11
Fig. 9. Línea de los Equinoccios	12
Fig. 10. Triángulo Astronómico	14
Fig. 11. Sistema de husos horarios	27
Fig. 12. Variación de horas	29
Fig. 13 Formula de Díaz Covarrubias	55

INTRODUCCIÓN

Desde hace mucho tiempo, el hombre ha tenido una cierta curiosidad por observar los elementos que ve en el cielo; por ello, aprendió a conocer los astros y ubicar su posición, esto le sirvió para orientarse, medir el tiempo y finalmente localizar puntos sobre la superficie terrestre. Los egipcios, 400 A.C., habían determinado que la duración del año era de 365 días, contaron los días transcurridos entre dos pasos consecutivos, por un mismo punto de la Estrella “Sirio” de la constelación del Can Mayor.

La historia antigua registra a Euxodio, como el científico que contribuyó con la invención del Astrolabio y del cuadrante solar horizontal para observaciones celestes. Eratóstenes, determinó la diferencia de latitud entre Syena y Alejandria; conociendo por referencias que ambas ciudades se ubicaban sobre el mismo meridiano aproximadamente, a través de un sistema de sombras a cierta hora en ambas ciudades, logro saber la diferencia de latitud entre las ciudades.

De ésta manera podemos seguir mencionando científicos que a lo largo de la historia, han logrado obtener datos significativos para el conocimiento general de la astronomía, uno de los más importantes es Tolomeo, quien escribió una Geografía en la que por primera vez se representan las posiciones terrestres por latitudes y longitudes.

Así mismo a través del tiempo, se han ido inventando y creando aparatos para poder realizar las observaciones celestes, y de esta manera poder obtener las direcciones de líneas base mediante sus azimuts, posición de puntos a través del cálculo de sus coordenadas geográficas, etc; utilizando los procedimientos que implican la Astronomía de Posición, ciencia que se estudia en la carrera de Geomática dentro del programa de asignatura denominada Fundamentos de Geodesia.

En el presente trabajo, se pretende retomar algunos de los conceptos científicos de fundamentos de geodesia, en los cuales a través de las observaciones a los astros podemos obtener las coordenadas geográficas de cualquier lugar; considerando el avance tecnológico que se tiene actualmente en los sistemas computacionales y apoyándonos en ellos, podemos obtener la automatización de los procedimientos que se utilizan para obtener el valor de la longitud geográfica con mayor eficacia.

En este trabajo, vamos a poder conocer los elementos que conforman y describen a la esfera celeste, y que también se retoman para conocer los círculos y líneas que conforman la Tierra, los cuales nos

sirven para identificar los diferentes puntos establecidos como referencias universales. Así mismo, identificaremos los elementos principales de la astronomía de posición y su base matemática.

Una parte importante que se toma, es el conocimiento de los sistemas de tiempo utilizados en la astronomía de posición, ya que sabemos que las estrellas y nosotros nos movemos en sistemas de tiempo diferentes, pero también sabemos que existe manera de relacionar ambos sistemas de tiempo; y ésta es la base para poder realizar las observaciones celestes.

Con las observaciones celestes, realizadas en diferentes horas del día, podemos determinar elementos que nos ayudan a poder ubicar nuestra posición, elementos como el azimut, la línea meridiana y la latitud geográfica, se pueden obtener por observaciones diurnas o nocturnas, dependiendo el método que se emplee para su obtención.

Finalmente y como punto central del presente trabajo, está el desarrollo del método para obtener la longitud geográfica, por medio del método denominado de alturas iguales de dos estrellas. Se presenta todo el desarrollo científico del método elaborado por el Ingeniero mexicano Francisco Díaz Covarrubias, y la unión con la parte tecnológica de la programación en sistemas de cómputo, para poder optimizar los procedimientos del cálculo de los pares de estrellas a observar y del cálculo final de la obtención de la longitud geográfica.

Sabiendo que este trabajo se enfoca principalmente en la parte de automatizar los procesos, no se realizaron trabajos de campo para la comprobación de su funcionalidad, pero se realizaron diferentes ejemplos con datos obtenidos anteriormente, siendo satisfactoria la funcionalidad del programa.

I. DEFINICIONES FUNDAMENTALES

I.1. ESFERA CELESTE

La denominación de esfera celeste, es muy conocido pero, muchas veces no se sabe realmente cual es la definición mayormente aceptada, por ello es que, en la realización de este trabajo se trata de explicar dicho concepto; ya que también, es una de las bases para el desarrollo del mismo.

Sabemos que para localizar un objeto celeste no necesitamos saber a qué distancia se encuentra, sino únicamente conocer la dirección hacia la que hemos de observar. Por este motivo, podemos introducir el concepto de esfera celeste

I.1.1. DEFINICIÓN

En una noche de cielo limpio, se puede observar la bóveda celeste como una gran esfera que cubre la Tierra. Dicha esfera imaginaria de radio infinito, se denomina esfera celeste, definida como “esfera ideal de radio arbitrario con centro coincidente con el ojo del observador y sobre la superficie de la cual suponemos proyectados todos los astros”. Para fines de cálculo la esfera celeste a semejanza de la esfera trigonométrica se considera de radio unitario.

A causa del movimiento de rotación de la Tierra se observa a todos los astros ascender por el oriente, moviéndose hacia el poniente, en donde desaparecen después de haber llegado a su mayor altura. Este es un movimiento aparente en que parece que los astros describen una orbita circular alrededor de la Tierra en 24 horas.

Los principales elementos que se deben considerar en la esfera celeste para simplificar cálculos y definiciones son:

- El centro de la esfera celeste coincide con el ojo del observador.
- Las estrellas se proyectan, dentro de la esfera celeste según rectas que van desde el ojo del observador hasta la superficie de dicha esfera.
- Un mismo punto de la esfera celeste se ve desde dos puntos de la superficie de la Tierra bajo direcciones paralelas.

- La velocidad de rotación de la esfera celeste con respecto al Sol es constante, y su valor puede considerarse de $360^{\circ} 59' 08'' .33$ en 24 horas.
- La velocidad de rotación de la esfera celeste con respecto a las estrellas es constante y su valor es de 360° en 24 horas.
- La esfera celeste gira con respecto a la Tierra de Este a Oeste, alrededor de un eje coincidente con el de la Tierra, por tanto, los planos y ejes fundamentales de la esfera celeste son una prolongación de los planos y ejes terrestres.

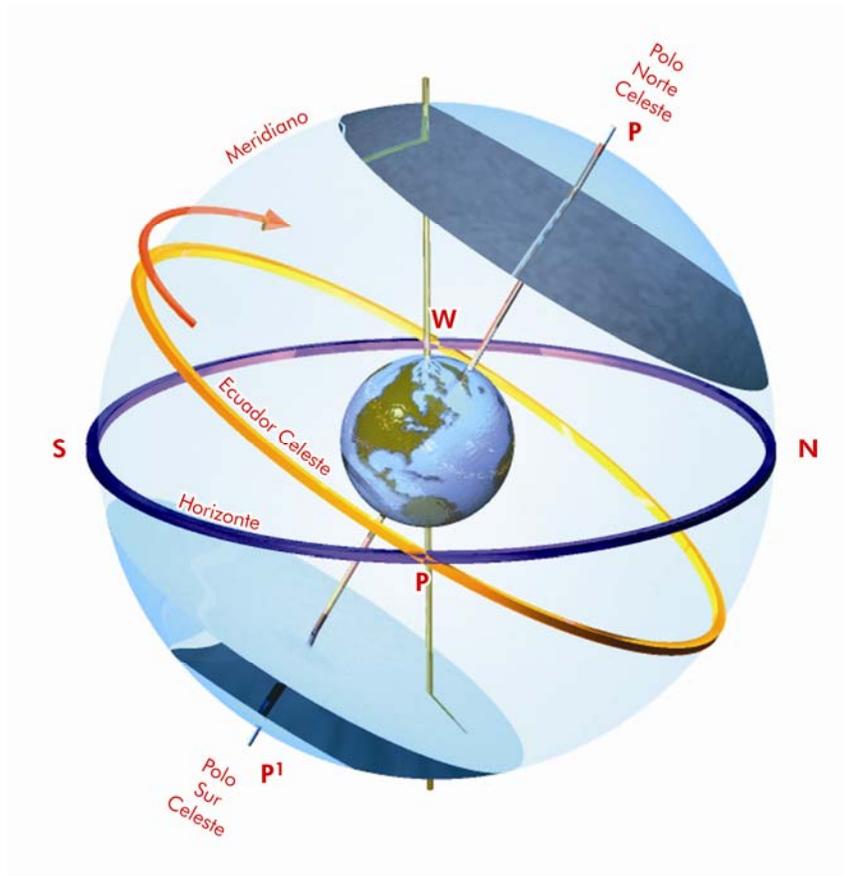


Fig. 1 Planos y ejes fundamentales de la esfera celeste

I.1.2. ELEMENTOS DE LA ESFERA CELESTE

Círculos máximos: son todo aquel que contiene al diámetro de la esfera celeste, dicho de otra manera, es la traza formada por la esfera celeste y un plano que contiene al diámetro de la misma, o mejor dicho, un plano que contiene al centro de la esfera celeste.

Eje del mundo. Es la línea imaginaria de la prolongación del eje de rotación de la Tierra, en torno a la cual tiene lugar el movimiento aparente de la esfera celeste de este a oeste (dirección retrógrada).

Polos celestes. Son dos puntos en la superficie esférica, diametralmente opuestos resultantes de la intersección de la prolongación en ambas direcciones del eje del mundo con la esfera celeste, estos son llamados Polo Sur (Austral o Antártico) y Polo Norte (Boreal o Ártico).

Ecuador. Intersección un círculo máximo perpendicular al eje del mundo con la esfera celeste.

Plano del ecuador celeste. Se encuentra contenido en un círculo máximo que está en la proyección del ecuador terrestre, es perpendicular al eje del mundo y divide a la esfera celeste en dos partes iguales o hemisferios.

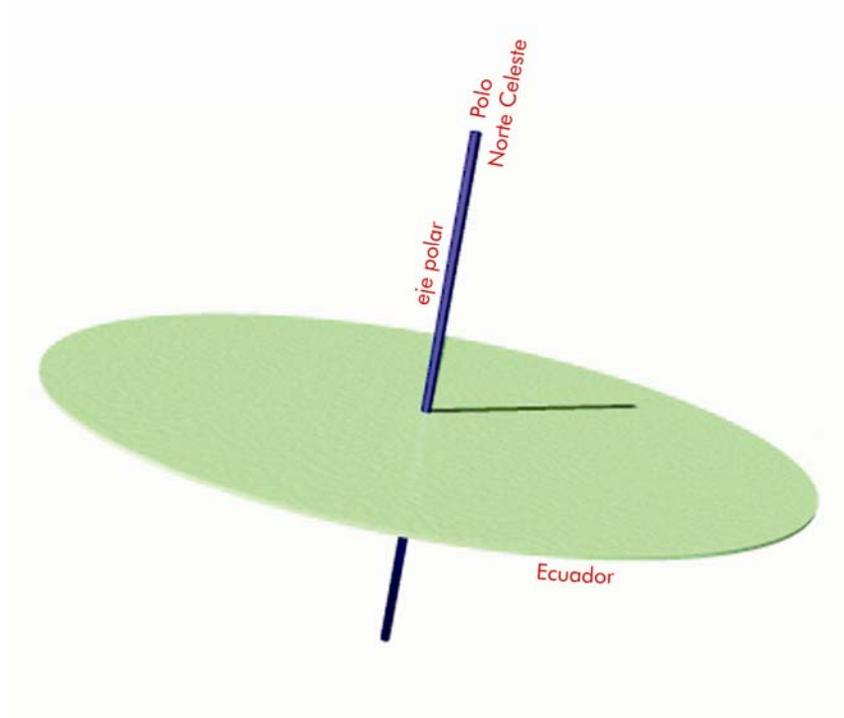


Fig. 2 Eje polar y Ecuador de la esfera celeste

Vertical del lugar. Se denomina vertical de un lugar terrestre a la dirección que en el punto del observador toma la plomada, o bien a la dirección de la gravedad; dicho con otras palabras, se entiende como vertical del observador un vector de gravedad que pasa por el observador y es materializado por el hilo de una plomada.

Zenit y nadir. Están formados por la intersección de la prolongación en ambas direcciones de la vertical del lugar con la bóveda celeste, donde el “Zenit” está encima del observador y el “Nadir” se encuentra debajo del mismo.

Plano vertical. Es un círculo máximo que contiene una línea vertical o sea que pasa por los puntos zenit y nadir. Por cada punto de la Tierra pueden pasar varios planos verticales.

Plano del horizonte. Es el círculo máximo que pasa por el centro, es perpendicular a la vertical del lugar y divide la esfera celeste en dos partes iguales o hemisferios, y que para el observador, uno es visible que contiene al Zenit, y el otro invisible que contiene al Nadir.

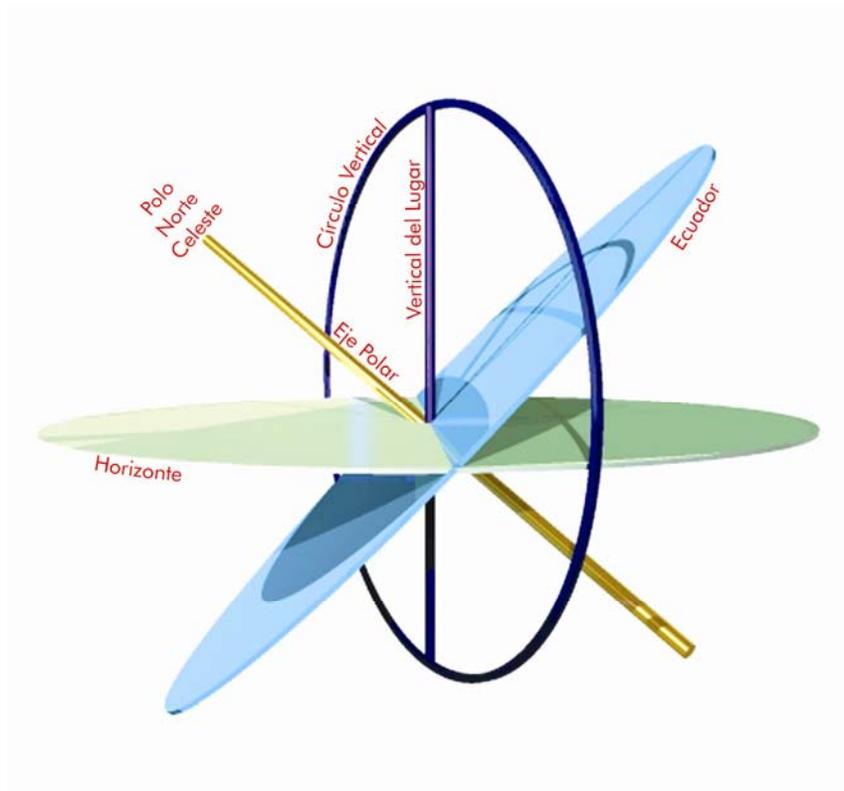


Fig. 3 Círculo vertical y horizonte de la esfera celeste

Círculo horizontal. Es el círculo máximo formado por la traza de la esfera celeste y por el plano tangente a la Tierra, situado en el lugar donde se encuentre el observador.

Meridiano. Es el círculo que pasa por el zenit y nadir, además pasa por los polos Norte y Sur; es denominado generalmente meridiano del lugar. Su proyección sobre el plano del horizonte determina la dirección norte-sur y se le llama línea meridiana.

Plano meridiano. Es un plano vertical y a la vez es un círculo horario, que contiene a la línea de los Polos o eje del mundo y a la vertical del lugar.

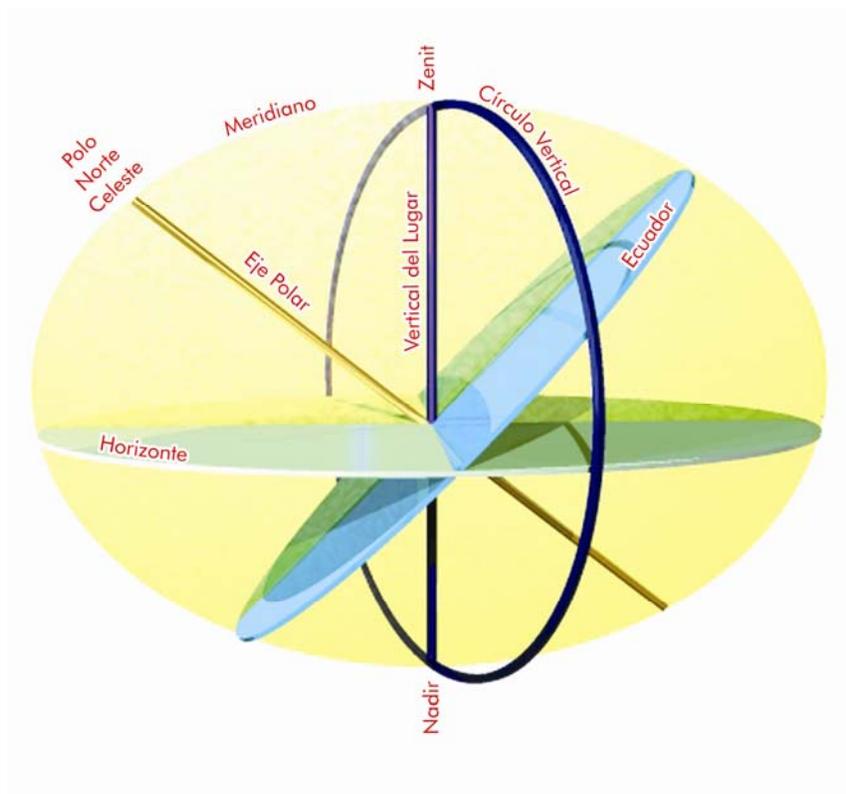


Fig. 4 Meridiano de la esfera celeste

Primer vertical. Es el plano vertical que forma un ángulo de 90° con el plano del meridiano.

Longitud Geográfica. Es el ángulo diedro formado entre el círculo horario origen (Meridiano de Greenwich) y el meridiano del lugar, medido sobre el plano del ecuador de 0° a 360° .

Latitud Geográfica. Es el ángulo medido a partir del ecuador hasta el zenit y se mide de 0° a 90° , y este puede ser positivo (+) o negativo (-), según se mida hacia el hemisferio norte o hacia el hemisferio sur respectivamente.

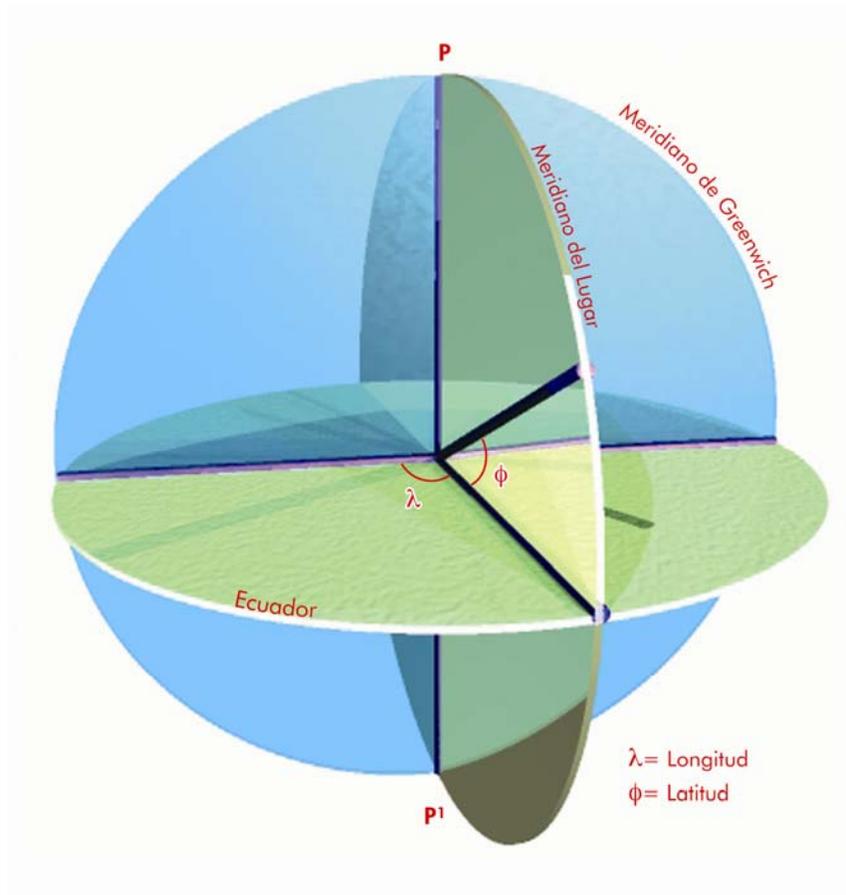


Fig. 5 Latitud y Longitud de la esfera celeste

Eclíptica. Es la proyección de la órbita terrestre en la esfera celeste. Forma un ángulo con el ecuador de $23^\circ 27'$. También es el círculo aparente que recorre el Sol visto desde la Tierra.

Eje eclíptico. Es la línea que pasa por el centro de la esfera celeste perpendicular al plano de la Eclíptica. Con el eje de rotación de la Tierra forma un ángulo de $23^\circ 27'$; mismo que forman el ecuador celeste y la eclíptica

Plano de la eclíptica. Es el que contiene la órbita terrestre en su movimiento traslativo anual alrededor del Sol, y forma con el plano del Ecuador un ángulo de $23^{\circ} 27'$.

Punto gamma: Es el punto en donde la eclíptica cruza el ecuador celeste de Sur a Norte, además es el origen de la ascensión recta en el sistema de coordenadas ecuatoriales celestes; también es conocido como punto primaveral, punto de Aries o punto vernal.

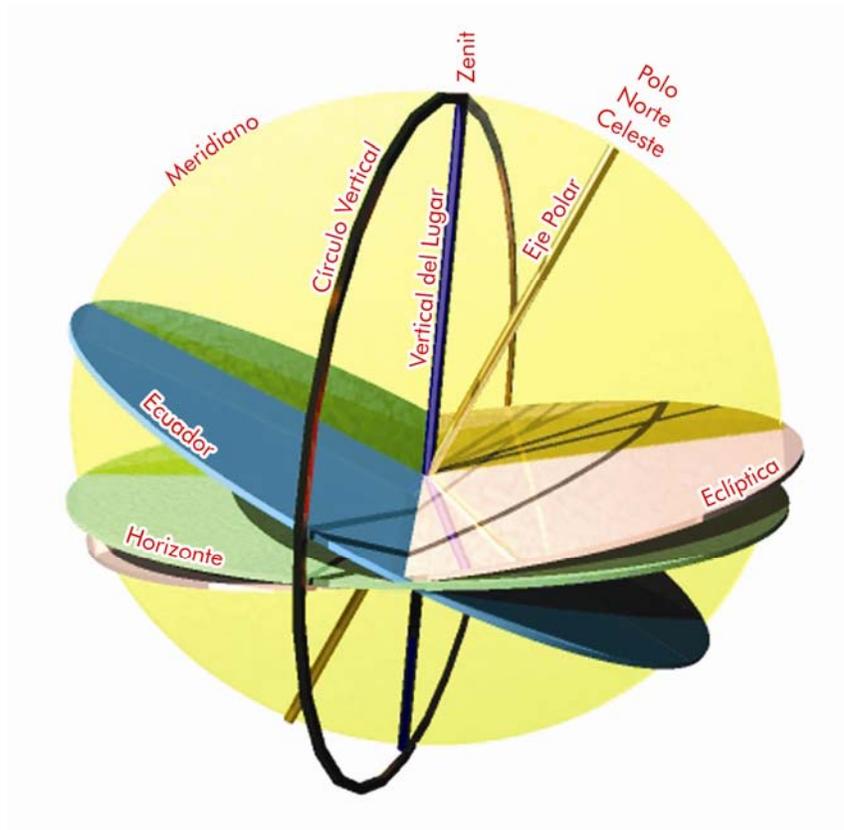


Fig. 6 Plano de la Eclíptica

Latitud eclíptica. Es la distancia angular medida desde el plano de la eclíptica, a lo largo del círculo de latitud, hasta la posición del astro. Varía de 0 a $+90^{\circ}$ al Norte, y de 0 a -90 grados al Sur.

Longitud eclíptica. Es la distancia angular medida desde el punto vernal (γ), a lo largo de la eclíptica, hasta la intersección del círculo de latitud. Varía de 0 a 360° en sentido antihorario, es decir, sentido retrogrado o de mano derecha.

Círculos verticales: Son Círculo máximos que pasan por el zenit y el nadir en toda la esfera celeste. Todos los círculos verticales quedan divididos en dos semicírculos llamados: semicírculo vertical del astro o punto, cuando lo contiene y semicírculo vertical opuesto en el caso contrario.

Círculos horarios. Son los círculos máximos de la esfera celeste que pasan por el Polo y contienen al eje del mundo.

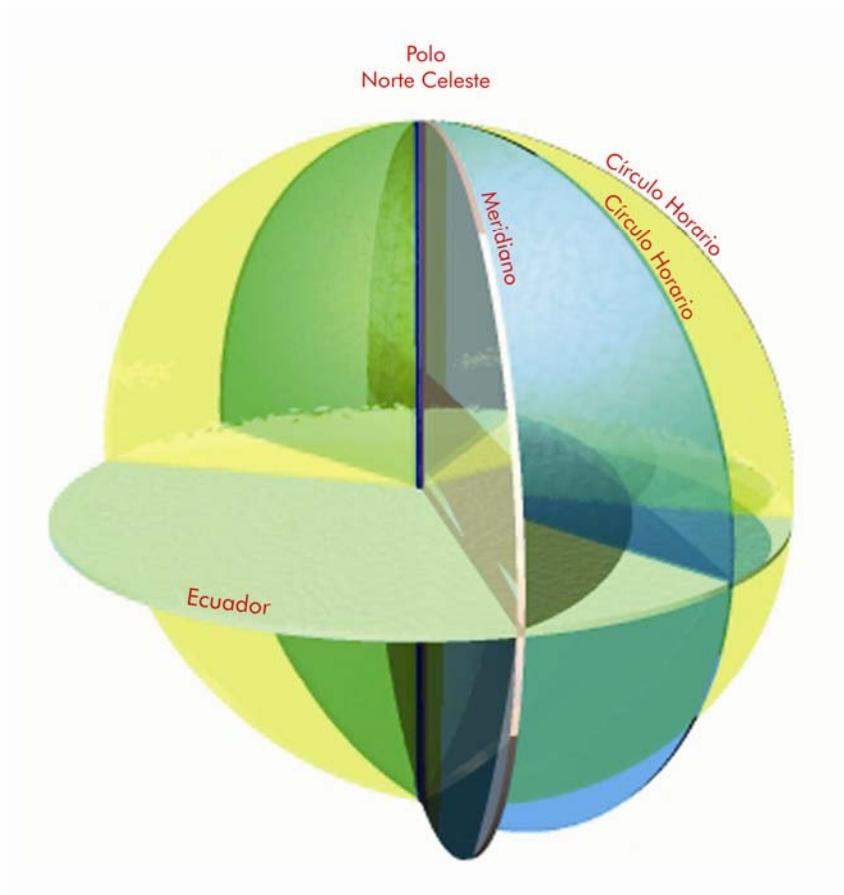


Fig. 7 Círculos horarios

Círculos menores o de declinación. Son los planos en los que están contenidas las trayectorias aparentes de las estrellas y son paralelos al ecuador.

Almicantaras. Es cualquier círculo menor paralelo al plano del horizonte y perpendicular a la línea zenit-nadir.

Meridiana. Es la línea definida por la intersección del plano meridiano con el plano del horizonte y corta a la esfera celeste en los puntos cardinales Norte y Sur (N-S).

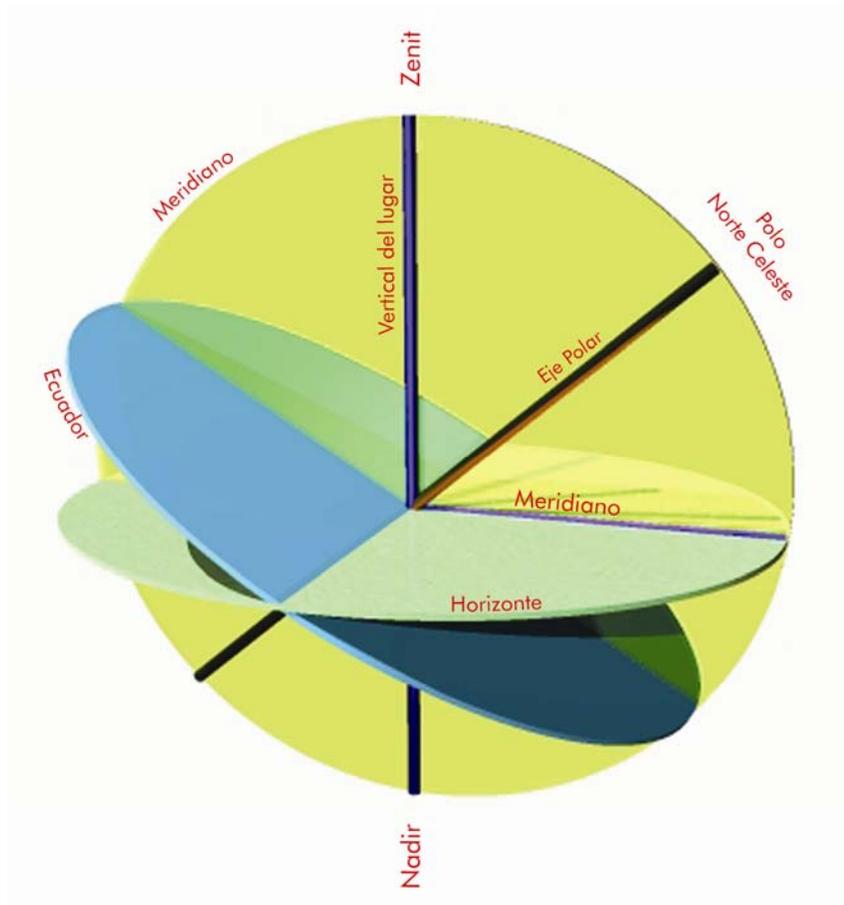


Fig. 8 Línea Meridiana

Línea de los equinoccios. Es la intersección del plano del Ecuador con el plano de la eclíptica, donde uno de sus extremos es el “Punto Vernal” (γ) o equinoccio de primavera y el otro es el “Punto Otoñal” (ω) o equinoccio de otoño.

Coluro de los equinoccios. Círculo horario que pasa por los puntos equinociales y los polos celestes.

Coluro de los solsticios. Círculo horario que pasa por los puntos solsticiales y atraviesa los polos celestes.

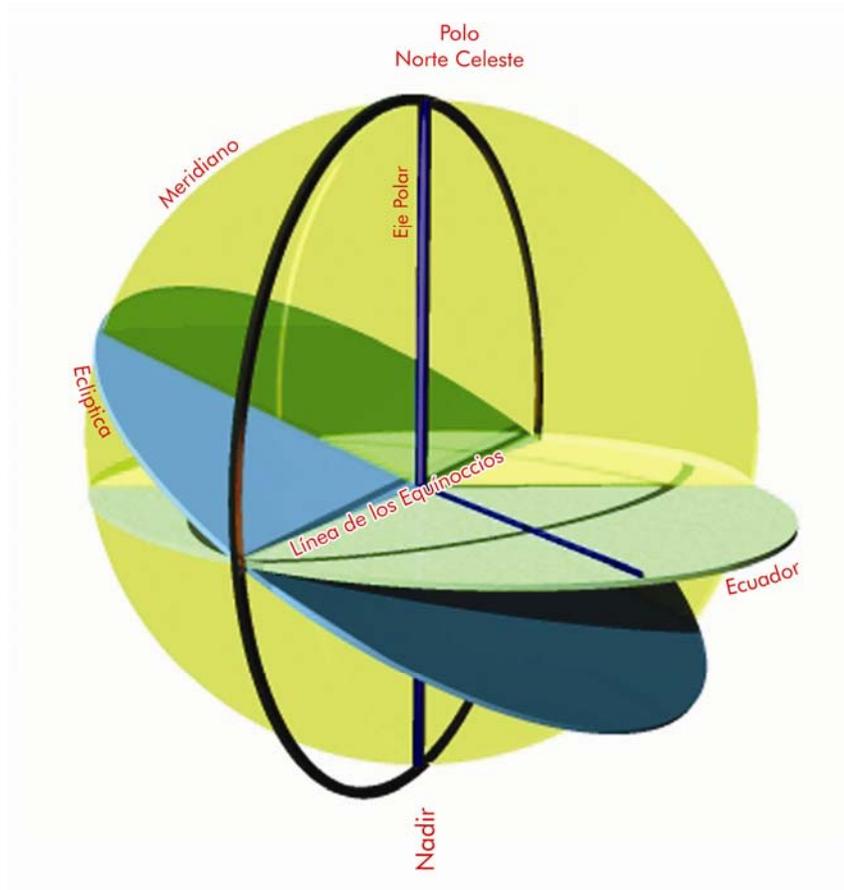


Fig. 9 Línea de los Equinoccios

I.2. TRIÁNGULO ASTRONÓMICO

Como se sabe, existen diferentes sistemas de coordenadas para determinar la posición de los elementos dentro de la esfera celeste, algunos de estos sistemas son:

- * Sistema de coordenadas Horizontales
- * Sistema de coordenadas Ecuatoriales
- * Sistema de coordenadas Eclípticas

La relación existente entre los sistemas de coordenadas horizontales y ecuatoriales, se ve representada por un triángulo esférico, formado sobre la esfera celeste por los círculos máximos: el

meridiano del lugar, el círculo vertical y el círculo de declinación de la estrella, a éste se lo denomina triángulo astronómico o triángulo de posición.

Debido al movimiento de las estrellas, recurrente al movimiento aparente de la esfera celeste, el triángulo astronómico está continuamente "Deformándose", y un arco se degenera dos veces en su movimiento del día.

I.2.1. ELEMENTOS DEL TRIÁNGULO ASTRONÓMICO

El triángulo astronómico viene siendo la piedra angular de la astronomía de posición, ya que puede decirse que su resolución es el objeto de todas las aplicaciones usuales de esta ciencia, entre ellas se encuentran la latitud y la longitud, ésta última indirectamente a través del ángulo horario del astro observado.

El triángulo astronómico está formado en sus vértices por el polo norte celeste (P), el zenit (Z) y el astro (E), y los lados son círculos máximos, los cuales se describen a continuación.

Lado PZ: Es llamado "Colatitud" del lugar de observación, su valor es de $90^\circ - \phi$, y es un elemento fijo para cada lugar de la Tierra, donde ϕ es la latitud del lugar.

Lado PE: Es el ángulo complementario de la declinación, conocido como "Distancia polar" o "Codeclinación" del astro, su valor es de $90^\circ - \delta$, y dentro de ciertas condiciones es un elemento fijo para cada estrella, donde δ es la declinación del astro.

Lado ZE: Es denominada como la "Distancia Zenital", se representa con la letra z , y es la distancia angular del zenit al astro, y el elemento complementario de la altura de la estrella.

Ángulo ZPE: es un ángulo diedro formado por el plano meridiano del lugar y el círculo horario que pasa por el astro; se representa con la letra H y se denomina como "Ángulo Horario" del astro; se mide sobre el ecuador a partir del meridiano hasta el círculo horario que contiene al astro y en el sentido de las manecillas del reloj, de 0° a 360° .

Ángulo PZE: es un ángulo derecho que se mide sobre el horizonte a partir del meridiano del lado del polo celeste y se denomina Azimut, cuyo valor varía entre 0° y 360° .

Angulo PEZ: ángulo diedro generado por los círculos vertical y horario que pasan por el astro; se representa por la letra Q y se llama “Ángulo paraláctico”.

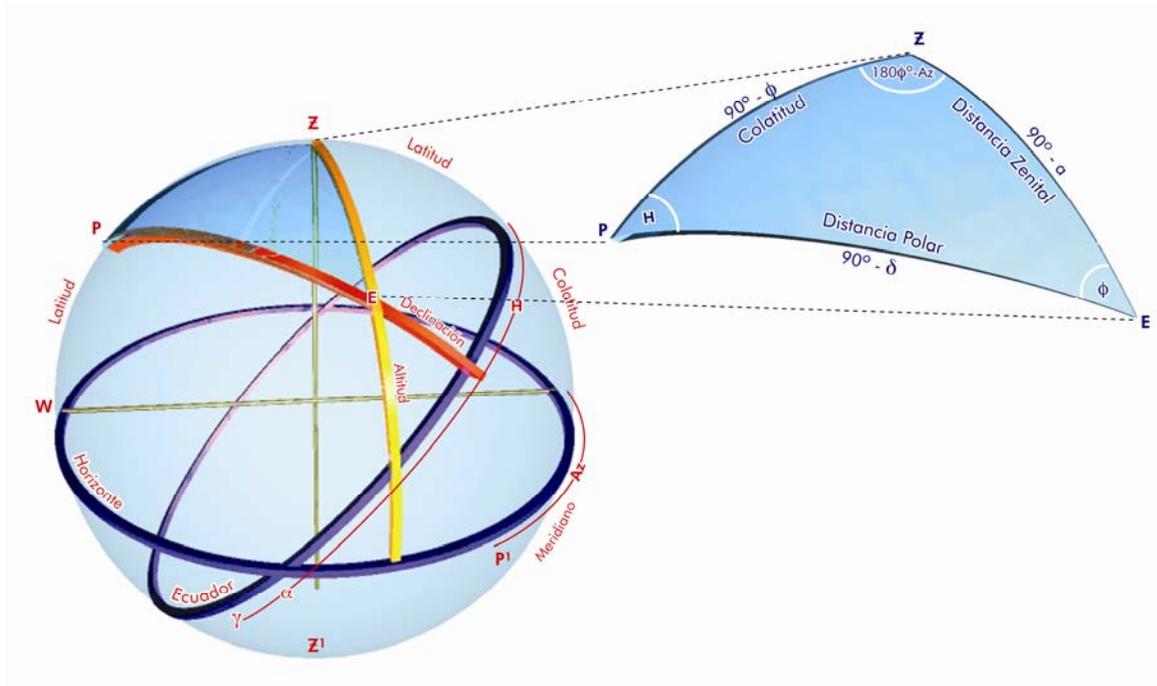


Fig. 10 Triángulo Astronómico

I.2.2. ECUACIONES FUNDAMENTALES

Las formulas fundamentales que se utilizan en Trigonometría Esférica, son aplicables a la Astronomía de Posición, por ello, a continuación se harán las deducciones generales de las mismas, así como de otras formulas, conceptos y propiedades correspondientes a los triángulos esféricos.

Se conoce como triangulo esférico a la región de la superficie de una esfera limitada por los arcos de tres círculos máximos. Los arcos son los lados del triangulo esférico y en sus vértices se forman los tres ángulos esféricos son los vértices del triangulo, resolver un triangulo esférico es determinar tres de sus elementos cuando son conocidos los otros tres elementos.

Para la astronomía de posición, se concederán solamente los triángulos esféricos en los que cualquier lado y cualquier ángulo sea menor a 180° . Para considerar lo anterior, se tienen las siguientes propiedades:

- i) La suma de dos lados cualesquiera es mayor que el tercer lado y la diferencia entre ambos es menor, al mismo tercer lado.

$$a < b + c \quad a > b - c$$

- ii) La suma de los tres lados es menor que 360° .

$$a + b + c < 360^\circ$$

- iii) A lados iguales, se le oponen ángulos iguales.

- iv) Si los lados son desiguales, los ángulos opuestos son desiguales.

- v) La suma de los tres ángulos del triángulo esférico esta comprendido entre 180° y 540° .

$$180^\circ < A + B + C < 540^\circ$$

Si un triángulo esférico donde A, B y C son los ángulos del triángulo esférico, tal que uno de sus ángulos es igual a 90° , estamos hablando de un triángulo esférico rectángulo.

Un triángulo esférico Oblicuángulo es tal que ninguno de sus ángulos es recto. En astronomía de posición éste tipo de triángulos es el más común.

Las ecuaciones fundamentales de la trigonometría esférica y validas en astronomía de posición para cualquier tipo de triángulo esférico, se encuentran basadas en las leyes generales de senos y cósenos.

La ley de senos nos dice que: En un triángulo esférico los senos de los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos.

$$\frac{\text{sen}a}{\text{sen}A} = \frac{\text{sen}b}{\text{sen}B} = \frac{\text{sen}c}{\text{sen}C}$$

La ley de los cósenos menciona: En un triángulo esférico al coseno de cualquier lado, es igual al producto de los cósenos de los otros dos lados, más el producto de los senos de esos mismos lados, por el coseno del ángulo formado por esos lados.

$$\text{Cos } a = \text{Cos}b \text{ Cos}c + \text{Sen}b \text{ Sen}c \text{ Cos}A$$

$$\text{Cos}b = \text{Cosa} \text{ Cos}c + \text{Sena} \text{ Sen}c \text{ Cos}B$$

$$\text{Cos}c = \text{Cosa} \text{ Cos}b + \text{Cosa} \text{ Cos}b \text{ Cos}C$$

Combinando las leyes trigonométricas anteriores, tenemos la resolución de cualquier tipo de triángulo astronómico.

II. SISTEMAS DE TIEMPOS

En el Capítulo I, se conocieron los elementos que pertenecen a la esfera celeste, en este apartado se verá la relación existente entre el movimiento de los cuerpos celestes y el lugar de observación, en donde para relacionarse se requiere la determinación del concepto de tiempo, esto debido a que los cuerpos celestes cambian su posición como lo podemos determinar en astronomía de posición.

Para realizar observaciones astronómicas, registrarlas y comunicarlas es necesario medir tiempos uniformes, por lo cual, el tiempo en las medidas astronómicas se vuelve un aspecto indispensable para la precisión de los resultados.

La medida de tiempo está directamente ligada al movimiento de rotación y traslación de la Tierra. El movimiento de rotación nos determina el día, y el movimiento de traslación nos proporciona el año.

El tiempo, es medido por el ángulo horario que parte desde un punto tomado como referencia hasta el meridiano del lugar. El origen del tiempo es el instante en que el punto de referencia pasa por la parte posterior del meridiano del lugar de observación; por ello, la unidad de tiempo es el día, y éste entonces se define como, el intervalo entre dos pasos consecutivos de un cierto punto de la esfera celeste por el meridiano, en consecuencia todo lo anterior nos genera un “Sistema de Tiempo”.

Hay tres tipos de tiempo astronómico rotacionales, esto es, no se basan en el movimiento de rotación de la Tierra, sus definiciones dependen del “Astro” que sirve de referencia y origen de su movimiento rotatorio.

- Tiempo MEDIO su astro de rotación es el Sol Medio.
- Tiempo VERDADERO tiene como astro de referencia al Sol
- Tiempo SIDERAL su astro de referencia es una estrella.

La diferencia entre los tres sistemas está en su punto de referencia, a continuación se explican los sistemas de Tiempo más claramente.

II.1. TIEMPO MEDIO

Con la finalidad de sanar los inconvenientes recurrentes de la variabilidad del día verdadero, los astrónomos concibieron el Sol Medio; el cual supone un Sol ficticio que recorre la órbita del ecuador celeste, y tiene como origen el punto vernal.

Se define tiempo solar medio como el tiempo regulado por el movimiento diurno del Sol Medio; y el día solar medio es definido como, el intervalo de tiempo que transcurre entre dos pasos consecutivos del Sol medio por el mismo meridiano.

Este tiempo es la base para el tiempo común de los relojes y lo que se conoce como día civil de 24 horas; tiene un aparente movimiento a velocidad uniforme del Sol Medio sobre el plano del Ecuador.

El ángulo horario del Sol Medio en Greenwich es conocido como GMAT (Greenwich Mean Astronomical Time). Cuando el Sol medio está pasando por el meridiano inferior de Greenwich, su ángulo horario es 12 horas, media noche en aquel lugar, en ese momento un nuevo día civil está naciendo, El tiempo medio, contado a partir del meridiano inferior de Greenwich, es llamado de GMT (Greenwich Mean Time) actualmente designado por UT (Tiempo Universal). Entonces, el tiempo Solar medio es igual al ángulo horario del Sol Medio más 12 horas.

$$M = H_{\text{Sol Medio}} + 12 \text{ [h]}$$

II.2. TIEMPO VERDADERO

El tiempo Solar verdadero es regulado por el movimiento diurno del Sol. Así, se define un día solar verdadero, como el intervalo de tiempo que transcurre entre dos pasos consecutivos del Sol por el mismo meridiano. El día solar verdadero tiene su inicio a partir del meridiano inferior del lugar. En virtud del movimiento anual aparente del Sol, en el sentido directo (contrario al del movimiento diurno), el día verdadero es más largo que el día sideral.

Por el hecho de que la velocidad lineal del Sol no es constante, el día solar verdadero no se presta al papel de “unidad” de intervalo de tiempo porque su duración varía a lo largo del año. Esto se debe a que el Sol se mueve sobre el plano de la eclíptica y no sobre el del ecuador, haciendo que su

velocidad tangencial sea variable, de acuerdo a la segunda Ley de Kepler (la Tierra recorre áreas iguales en tiempos iguales), por lo tanto, la variación de su ángulo horario no es uniforme.

II.3. TIEMPO SIDEREO

Si extendemos el plano del ecuador hacia la esfera celeste, se tiene lo que se conoce como plano del ecuador celeste, si éste se interseca con el plano de la eclíptica, se define la línea equinoccial que une el equinoccio de primavera, punto Aries o punto vernal (γ) con el equinoccio de otoño o punto Libra.

El día sidéreo es definido como, el intervalo de tiempo transcurrido entre dos pasos consecutivos del meridiano superior del lugar por el punto vernal, ya que dicho punto, es considerado el adecuado para medir el movimiento de las estrellas. Este día tiene la duración de 24 horas siderales y comienza a la $00^{\text{h}} 00^{\text{m}} 00^{\text{s}}$, en el instante del paso del meridiano superior del lugar por el punto vernal. El tiempo sidéreo es el que se utiliza para las observaciones astronómicas, ya que la hora sidérea se puede considerar uniforme o constante, aún cuando estrictamente no sea así, debido a los pequeños movimientos de Nutación y Presesión terrestre.

Con el paso del meridiano superior del lugar de observación por el punto vernal se da comienzo el día sideral local. Así, en un momento el tiempo sideral local es igual al ángulo horario del punto vernal en ese instante. Denominando S al tiempo sideral local, se tiene para un instante del lugar:

$$S = \alpha + H$$

Donde:

α = ascensión recta

H = ángulo horario

Esta es la ecuación fundamental de la Astronomía de Posición. Así, el tiempo sideral local puede ser calculado a partir de conocer la ascensión recta (α) y el ángulo horario (H) de un astro, como se determina en la ecuación, si la analizamos se puede concluir que: “la hora sideral local es el ángulo horario del punto vernal”

Cuando el punto vernal alcanza el meridiano superior de un lugar, su ángulo horario se anula y un reloj sideral en ese lugar debe marcar $0^h 00^m 00^s$, de ahí en adelante a todo instante el punto vernal tendrá un ángulo horario diferente que medirá la hora sideral local.

II.4.ECUACIÓN DEL TIEMPO

Sabemos que el tiempo Solar puede ser verdadero o medio, según se tome como referencia el Sol verdadero que recorre la eclíptica, o el Sol medio que recorre al ecuador, ambos planos forman un ángulo de $23^\circ 27'$ entre sí, y en tiempos iguales no tienen recorridos iguales ambos soles, a ésta diferencia se le conoce como “ecuación del tiempo”.

El valor de la ecuación del tiempo es variable, y también es variable su signo según la época del año, teniendo un valor de cero (0) en los equinoccios y en los solsticios. La ecuación del tiempo tiene la siguiente forma:

$$ET = T_m - T_v$$

Donde:

ET= Ecuación del tiempo

T_m= Tiempo medio

T_v= Tiempo verdadero

Esta ecuación, nos da la facilidad de realizar la conversión entre el sistema de tiempo verdadero y el tiempo medio, ya que el valor de ET es obtenido a partir de la hora que se realice la observación de los objetos celestes.

El tiempo medio de paso por el meridiano se obtiene de los anuarios astronómicos, en el apartado de las efemérides del Sol; y éste depende del meridiano que se considere como referencia. En éste trabajo se considerará al meridiano 90° al Oeste del meridiano de Greenwich como referencia (M 90° W.G.).

II.5.RELACIÓN ENTRE SISTEMAS DE TIEMPO

Ya que sabemos cuáles son los puntos de referencia para cada sistema de tiempo, podemos ver que existe una relación entre ellos, esto es, poder pasar de un sistema de tiempo a otro.

Un año trópico es el tiempo transcurrido entre dos pasos consecutivos del Sol por el equinoccio de primavera y la duración de este año es de 365.2442215 días, por lo tanto el recorrido diario del Sol por su órbita es de:

$$\frac{360}{365.2442215} = 0^{\circ} 59' 08'' .33$$

$$S' = S + 0^{\circ} 59' 08'' .33$$

Si un día la Tierra ocupa la posición S en su órbita por el momento de su paso por el meridiano, al siguiente día, al pasar por el meridiano ocupará la posición S', entonces para que el meridiano considerado vuelva a coincidir con el Sol, la Tierra tiene que girar en torno a su eje $360^{\circ} 59' 08'' .33$.

Como el día solar medio se divide en 24 horas, y el intervalo entre estos dos tránsitos constituye el día medio, entonces cada hora corresponderá a un arco de:

$$\frac{360^{\circ} 59' 08'' .33}{24h} = 15^{\circ} 02' 27'' .847$$

Como las estrellas se consideran fijas, la Tierra tiene que girar 360° para que un meridiano vuelva a coincidir con una estrella, siendo el intervalo entre dos pasos consecutivos de una estrella por el meridiano el día sidereal y cada hora sidereal corresponde a un arco de 15° .

El tiempo que la Tierra tarda en recorrer el arco de $0^{\circ} 59' 08'' .33$, representa el exceso del día medio sobre el sidéreo.

Para evaluar dicho arco en tiempo medio se tiene que:

$$\frac{1h}{15^{\circ} 02' 27''.847} = \frac{X}{0^{\circ} 59' 08''.33}$$

$$X = \frac{(1h * 0^{\circ} 59' 08''.33)}{15^{\circ} 02' 27''.847}$$

$$X = 0^h 03^m 55^s.909$$

Para evaluar el exceso en tiempo sidéreo es:

$$\frac{1h}{15^{\circ}} = \frac{X}{0^{\circ} 59' 08''.33}$$

$$X = \frac{(1h * 0^{\circ} 59' 08''.33)}{15^{\circ}}$$

$$X = 0^h 03^m 56^s.555$$

Esta diferencia entre el día solar medio y el día sidéreo es llamada “aceleración de las estrellas fijas”, y de sus valores en tiempo medio y sidéreo, se puede obtener una relación entre ambos tiempos. Denominados como intervalo de tiempo medio (Im) y su correspondiente intervalo en tiempo sidéreo (Is), entonces, esto se determina:

$$\frac{Im}{Is} = \frac{0^h 03^m 55^s.909}{0^h 03^m 56^s.555} = 0.9972696$$

Donde:

$$\frac{Is}{Im} = \frac{1}{0.9972696} = 1.0027379$$

Por lo tanto, con lo anterior la relación entre un día sidéreo y un día medio es:

$$\begin{array}{rcl} & h & m & s \\ 24 T_s & = & 23 & 56 & 04.09 T_m \\ 24 T_m & = & 24 & 03 & 56.55 T_s \end{array}$$

Esto quiere decir que:

$$1 \text{ día en tiempo Sidéreo} = 0.99726956633 \text{ días en tiempo medio}$$

1 día en tiempo solar medio = 1.00273790935 días en tiempo sidéreo

Ahora, si se considera un adelanto en un día de $0^{\circ} 03' 56''.555$, por hora se tendrá:

h	m	S
24	= 03	56.555
1	= 00	9.856458

Los valores anteriores nos dan pauta para llevar a cabo las transformaciones entre el sistema de tiempo solar medio y el sistema de tiempo sidéreo.

II.6. TRANSFORMACIÓN ENTRE TIEMPO MEDIO Y TIEMPO SIDEREO

Pasar de un sistema de tiempo a otro no es problema, ya que fácilmente podemos tener los datos necesarios para realizar la transformación, dichos datos son el día, la hora que se quiere saber, y un valor aproximado de la longitud del lugar de ubicación, la transformación de tiempo medio a tiempo sidéreo se utiliza principalmente cuando se realizan observaciones a las estrellas, para obtener la meridiana astronómica, la latitud astronómica, la longitud astronómica, el azimut de alguna línea base o algún otro elemento que se requiera.

El Anuario del Observatorio Astronómico Nacional, elaborado por el Instituto de Astronomía de la UNAM; nos proporciona la hora sidérea para las 0h del meridiano 90° al Oeste de Greenwich (W.G.) para todos los días del año, el cual es el meridiano de referencia para la mayor parte del país.

Para comprender mejor el procedimiento de la transformación de la hora de observación en tiempo sidéreo, realizaremos un ejemplo: condiciones de observación son el día 30 de mayo de 2009, a las 20h tiempo medio, y el lugar de observación será la Facultad de Ingeniería. Los datos necesarios se obtendrán del Anuario del Observatorio Astronómico Nacional.

La Facultad de Ingeniería tiene como coordenadas aproximadas:

$$\phi = 19^{\circ} 19' 50'' \quad \lambda = 99^{\circ} 11' 03''$$

la coordenada que utilizamos en este procedimiento es la longitud en tiempo, para ello el valor de la longitud se divide entre 15, por lo que el valor en tiempo es:

$$\lambda^h = \frac{991103'}{15}$$

$$\lambda^h = 6^h 36^m 44.21^s$$

Tomaremos como T_0 el tiempo sidéreo para las 0h del meridiano 90° W. G., éste valor lo tomamos del anuario de astronomía, la hora para nuestro día es:

$$T_0 = 16^h 31^m 31.8^s$$

Se requiere obtener la hora sidérea para las 20^h , pero estos tiempos no están homogenizados, ya que uno se encuentra en tiempo sidéreo y otro en tiempo solar medio. Como se mencionó anteriormente, se requiere hacer una corrección para la hora de interés en tiempo medio, y agregarle dicha corrección al mismo tiempo medio, para poder obtener su equivalencia en tiempo sidéreo. Anteriormente ya se tiene la relación existente entre ambos tiempos:

$$1 \text{ día en tiempo solar medio} = 1.00273790935 \text{ días en tiempo sidéreo}$$

Ahora, si consideramos la relación anterior como una relación de intervalos de tiempo tenemos que:

$$1 \text{ intervalo en tiempo solar medio} = 1.00273790935 \text{ intervalo en tiempo sidéreo}$$

Entonces, como la relación se cumple para cualquier intervalo de tiempo, sólo hay que multiplicar por 1.00273790935, para tener un intervalo de tiempo sidéreo cuando se tiene en tiempo medio. Para nuestra hora de interés tenemos:

$$20^h * 1.00273790935 = 20^h 03^m 17.13^s$$

Este valor se suma a la hora que nos proporcionó el Anuario y se obtiene el tiempo sidéreo para las 20^h , en el meridiano 90° W. G. Entonces, determinamos que la corrección por intervalo de tiempo medio es simplemente, multiplicar el factor 0.00273790935 por el intervalo de tiempo medio requerido.

Para obtener el tiempo sidéreo en nuestro lugar de observación, podemos considerar que el tiempo se relaciona con la longitud, de tal manera sabemos que:

$$15^\circ \text{ de arco} = 1 \text{ hora de tiempo medio.}$$

Tomando en consideración lo anterior y sabiendo la longitud del lugar, se le puede sumar o restar al tiempo sidéreo, dependiendo si nos encontramos al Oeste o al este del meridiano de origen. Como sabemos que nuestro lugar de observación se localiza al Oeste, se hace la diferencia entre el meridiano 90° W. G. y nuestro meridiano local.

Si el meridiano 90° tiene una equivalencia en horas de 6^h y nuestra longitud en el punto de observación es de 6^h 36^m 44.21^s, tenemos una diferencia de 36^m 44.21^s, el cual es el valor que se debe restar para la obtención del tiempo sidéreo del meridiano de observación.

La ecuación que nos da la transformación del tiempo medio en tiempo sidéreo es:

$$T_{sl} = T_0 + T_m + CI \pm \Delta\lambda$$

Donde:

TSL = Tiempo Sidéreo en el meridiano local o de observación.

T₀ = Tiempo Sidéreo origen en el Meridiano estándar.

T_m = Tiempo medio del meridiano estándar.

CI = Corrección para el intervalo de tiempo medio.

Δλ = Diferencia de longitudes.

La sustitución de valores en la ecuación general se muestra a continuación, tomando en cuenta que si al realizar las sumas de tiempo nos excedemos de las 24 horas, estas se restaran al resultado.

16 ^h 31 ^m 31.80 ^s	Tiempo sidéreo a las 0 ^h en el meridiano 90° W.G. del 30/mayo/2009
+20 ^h 00 ^m 00.00 ^s	Tiempo medio en el lugar de observación (hora de observación).
+00 ^h 03 ^m 17.13 ^s	Corrección del intervalo de tiempo medio
36 ^h 34 ^m 48.93 ^s	
-24 ^h 00 ^m 00.00 ^s	
12 ^h 34 ^m 48.93 ^s	Tiempo sidéreo en el meridiano 90°W.G. a las 20h del 30/mayo/2009
-00 ^h 36 ^m 44.21 ^s	Diferencia de longitudes
11 ^h 58 ^m 04.72 ^s	Tiempo sidéreo en el lugar de observación.

Des esta manera podemos obtener, la hora sidérea de cualquier lugar y a cualquier hora media que necesitemos.

II.7.RELACIÓN ENTRE LONGITUD Y TIEMPO

En la Tierra, las líneas de longitud que se extienden de polo a polo son también llamadas “meridianos”. Cada meridiano cruza el Ecuador, formando un ángulo de 90° con éste. El Ecuador podemos dividirlo en unidades de grados sexagesimales o en horas, y la longitud (λ) de un punto es, entonces, el valor señalado de la división por donde ese meridiano se cruza con el ecuador.

Por tanto, el ángulo diedro formado por dos meridianos, es lo que se denomina como, la diferencia de longitudes de los lugares por donde pasan los meridianos considerados.

La rotación de la Tierra se efectúa con movimiento uniforme y su duración es de 24 horas siderales, debido a ello, la distancia angular de un meridiano a otro puede calcularse también en función del tiempo y expresar la longitud en horas, minutos y segundos. Por lo tanto, se puede saber a cuanto equivale una hora en grados:

$$\frac{360^\circ}{24hr} \Leftrightarrow \frac{X^\circ}{1hr} \Rightarrow \frac{1hr * 360^\circ}{24hr} = 15^\circ$$

Entonces podemos decir que, una hora equivale a 15°.

Por convención mundial, el meridiano de origen, es aquel que pasa por el Real Observatorio Astronómico de Greenwich (Inglaterra), y es denominado como longitud cero o meridiano cero; y este es el que divide las longitudes al Este y al Oeste, por ello, las longitudes se miden desde 0° a 180° Este y de 0° a 180° Oeste (0° a -180°), las longitudes de 180° se encuentran en la misma línea en medio del Océano Pacífico. De esta manera podemos definir entonces, la longitud de un lugar como el ángulo que forma el meridiano local con el meridiano de Greenwich o bien, la diferencia de horas entre Greenwich y el lugar local. Las horas pueden ser solares o siderales, pero su diferencia en ambos casos es la longitud.

La diferencia de longitudes entre dos lugares equivale a la sustracción de los valores de ellas, esto quiere decir que si una de ellas aumenta, la diferencia puede aumentar o disminuir según se encuentre el lugar considerado; para calcular de Este a Oeste la longitud o variación de longitud ($\Delta\lambda$) se obtiene restando, y si el calculo es de Oeste a Este para encontrar la longitud o la variación de longitud ($\Delta\lambda$) se hace una suma, esto queda:

$$\begin{array}{cc} \text{Este} & \text{Oeste} \\ \lambda_0 + \lambda_L & \lambda_0 - \lambda_L \end{array}$$

Considerando lo anterior si λ_0 es el valor de la longitud del meridiano de Greenwich en horas o en grados, entonces, λ_L corresponderá al valor de la longitud local considerada en grados o en unidades de tiempo.

II.8.DETERMINACIÓN DEL DELTA DE TIEMPO

Como se vio anteriormente, en la práctica podemos adoptar un tiempo medio, verdadero o sideral, siempre y cuando estemos referidos a una misma longitud o mejor dicho a un mismo origen, por ello, los relojes situados en un mismo meridiano darían la misma hora.

Si imaginamos que una persona que viaja se desplaza en longitudes y coloca su reloj a la hora de una cierta longitud, estaría a todo instante adelantado o atrasado, conforme se fuera desplazando hacia el Este o el Oeste respectivamente. Dicha situación traería consigo varios inconvenientes y causaría muchas confusiones.

Para solucionar ese inconveniente, se implanto un sistema de husos horarios. Como ya se sabe, la Tierra está dividida en 24 husos de 15° cada uno, por lo que cada uno corresponde a una hora. Los husos horarios fueron numerados de 0 a +12 para los localizados al Este de Greenwich, y de 0 a -12 a los que se ubican al Oeste. El huso cero está ubicado en el meridiano astronómico medio que pasa por el Observatorio de Greenwich

Así mismo, surgió el concepto de hora legal, la cual se denomina como la hora media correspondiente al meridiano central del huso al que pertenece cierto lugar. La hora media de Greenwich, por ser el meridiano de origen, es la misma hora legal y es llamada Tiempo Universal. Por esa convención adoptada, todos los relojes del mundo marcan los mismos minutos y segundos, siendo diferentes únicamente en horas.

La hora legal, en un algún punto, en un determinado instante es igual al tiempo medio de Greenwich en ese instante menos el huso del lugar, esto es:

$$HL = HMG - H$$

Siendo

HL = la hora del lugar.

HMG = la hora media en Greenwich

H = el huso horario del lugar

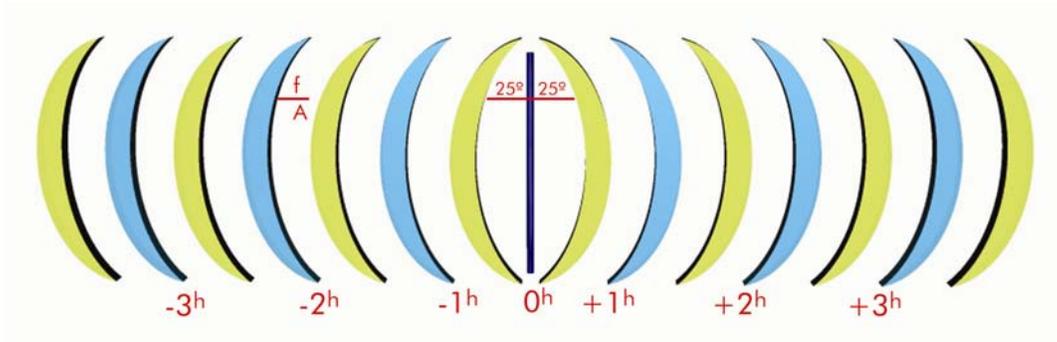


Fig. 11 Sistema de husos horarios

Para el cálculo del valor de la corrección del huso horario (f), se debe conocer la longitud (λ) del lugar y el huso horario (H) al que pertenece dicho lugar. La suma algebraica de longitud como de huso determinará el valor de f .

$$f = \lambda + H$$

Conociendo el valor de la corrección del huso (f) y la hora local (H_L), se puede calcular la hora media (M) de un lugar, usando la ecuación:

$$M = H_L + f$$

De las dos ecuaciones planteadas se puede deducir:

$$M - H_L = \lambda + f \quad \text{y} \quad H_L + f = M - \lambda$$

Las ecuaciones anteriores, posibilitan la transformación de lo que se conoce como hora legal a hora media y viceversa, denominado comúnmente como intervalo de tiempo.

II.9. CALCULO DE LA MARCHA DEL RELOJ

Los instrumentos que registran las horas son los cronómetros, los cuales en astronomía de campo son instrumentos de precisión, aunque sean precisos los cronómetros se adelantan o atrasan en relación a un marcador de tiempo de referencia. Así, cuando se utiliza un cronómetro en la Astronomía de Campo, se necesita de la corrección cronométrica que permite la obtención del tiempo correcto.

El estado del cronómetro (ΔT) es la cantidad de tiempo que el cronómetro está adelantado o atrasado en relación a un sistema de tiempo de referencia.

$$\Delta T = H - T$$

Donde,

ΔT – Estado del Cronómetro.

H – Hora de referencia de un sistema de tiempo.

T – Instante cronométrico.

El estado del cronómetro puede ser determinado con relación a la hora de Greenwich o con relación a la hora local.

Se entiende por marcha de reloj a la cantidad de tiempo que un reloj se adelanta o se atrasa por unidad de tiempo, el cual es el segundo (s), puede calcularse mediante dos determinaciones de la hora, independientemente una de la otra, con ello es posible verificar el avance o retardo de dicho reloj, la cual se denomina como (M) y se expresa:

$$M = \frac{\Delta T' - \Delta T}{T' - T}$$

Donde:

$\Delta T'$ y ΔT son la diferencia que existe entre lo que marca el reloj y la hora real, esta última siendo de un cronómetro patrón o de las señales emitidas por radio o por varias observaciones astronómicas.

T' y T son las horas que señala el reloj.

La hora cronométrica corregida será:

$$H = T + \Delta T + M (T' - T)$$

Las variaciones de los cronómetros pueden obtenerse mediante los Receptores de señales horarias, éstas utilizan diferentes esquemas para su emisión:

- Esquema americano moderno. La última señal se da en el segundo 60 de cada minuto y la señal tiene una duración mayor

- Esquema internacional. La estación emite una serie de pulso durante 5 minutos, cada pulso marcando un segundo y teniendo la duración de $\frac{11}{10}$ s; con excepción del punto

inicial de cada minuto que tiene una duración de $\frac{1}{4}$ s. La emisión comienza en el inicio de los minutos múltiples de 5.

- Esquema da estación WWV. Las señales son continuas, los periodos de transmisión son de 5 minutos, siendo los dos últimos sólo de señales horarias. En el minuto final de cada periodo el locutor informa la hora legal.

II.10. DETERMINACIÓN DEL DELTA DE ÁNGULO HORARIO

El ángulo horario es una coordenada correspondiente al sistema de coordenadas ecuatoriales, por ello podemos definir al ángulo horario como el ángulo medido como la separación angular entre el meridiano del observador y el círculo horario que une al Polo Norte celeste, el Astro y el Polo Sur Celeste. Esta última línea se conoce como “el meridiano polar del astro”, ó simplemente el círculo horario del astro. El ángulo horario se mide desde el meridiano, sobre el Ecuador Celeste en sentido horario si se observa desde el polo norte celeste (o sea que crece en la dirección en que se ven mover las estrellas durante una noche) y toma valores entre 0 y 24 horas; cada hora corresponde a 15 minutos de separación angular en la visual del observador.

Para verlo de manera mas fácil; supongamos que tenemos una estrella cuya Ascensión Recta (AR), es de 18 h 00m 00s, pero que nuestro reloj sidéreo marca las 10h 00m 00s. Esto significa dos cosas (ver la Figura).

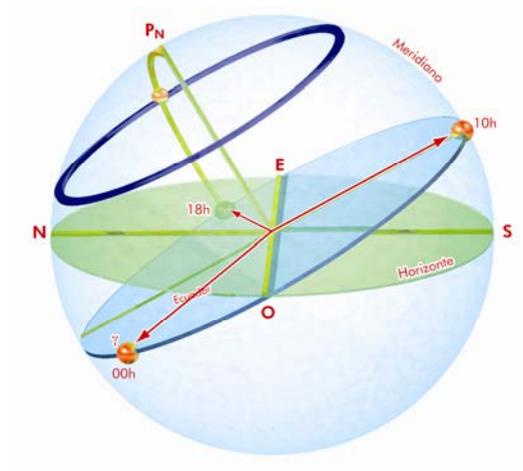


Fig. 12 Variación de horas

1. Que la estrella se encuentra a 18h = 270° hacia el este del punto vernal.
2. Como el reloj sidéreo marca las 10h, ello implica que el punto vernal, ya hace 10 horas que pasó por el meridiano, es decir, que se encuentra 150° hacia el Oeste.

Por tanto, a la estrella le faltan todavía 8h para llegar al meridiano, es decir, se encuentra a 120° hacia el este. Esta diferencia entre la ascensión recta (AR) de la estrella y la hora sidérea es el ángulo horario (AH_{obj}).

Con este análisis, se puede obtener el ángulo horario de un objeto como la diferencia entre el tiempo sidéreo local actual y la ascensión recta del objeto:

$$AH_{obj} = T_{SL} - AR_{obj}$$

Entonces, un ángulo horario de cero significa que el objeto está en ese momento en el meridiano local. Si el ángulo horario es negativo, significa que la estrella no ha llegado todavía al meridiano y se encuentra hacia el Este. Si es positivo, la estrella ya ha rebasado el meridiano y se encuentra hacia el Oeste. En ambos casos, tantos grados como indique el ángulo horario.

III.DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS AUXILIARES

Llamamos parámetros auxiliares a aquellos, que nos servirán como base para la observación de los pares de estrellas por el método de alturas iguales.

Los elementos denominados auxiliares son:

- * Meridiana astronómica
- * Latitud del lugar.

Estos elementos se pueden obtener a través de procedimientos de astronomía de posición, ya sea por observaciones al Sol en posiciones ascendentes (por la mañana) o en posiciones descendentes (por la tarde), y por observaciones a la estrella polar. Ambos elementos pueden obtenerse al mismo tiempo, por lo que se relacionan entre si.

III.1. DETERMINACIÓN DE LA MERIDIANA ASTRONÓMICA

La determinación de la línea meridiana o dicho de otra manera, el azimut de una línea base, es uno de los conceptos más utilizados en astronomía de posición y en topografía.

Antes de iniciar los procesos para el cálculo del azimut, es necesario recordar el concepto básico, para comprender mejor bajo que parámetros estableceremos dicho azimut.

Como se vio en el Capítulo I, el meridiano de un observador es el círculo máximo que pasa a través de ambos polos de la esfera celeste y el zenit del observador. Por ello, el azimut astronómico de una dirección se define como el ángulo diedro formado por el plano meridiano que pasa por el zenit astronómico del observador, el plano vertical que contiene al observador y al punto que define la dirección dada. Se mide a partir del Norte, en unidades sexagesimales de 0° a 360° y en el sentido de las manecillas del reloj.

Existen dos métodos generales par poder determinar el azimut de una línea base, los cuales son los que se describirán a continuación.

ALTURAS ABSOLUTAS AL SOL

Este método consiste en la observación del Sol, estas se recomienda que se hagan de preferencia antes de las 10 de la mañana o después de las 3 de la tarde.

Observaciones en campo.

Para las observaciones al Sol, se requiere de un equipo que pueda dar lecturas de datos tanto horizontales como verticales, por lo tanto se puede utilizar cualquier goniómetro, como puede ser un teodolito del tipo T2 o un teodolito electrónico (Estación Total).

El instrumento debe estar ajustado correctamente y contar con una base estable, este es básicamente el trípode del equipo, éste debe estar colocado correctamente para que no exista algún error o se pueda caer el equipo. El punto que es la estación de observación debe estar completamente establecido, para que la ubicación e instalación del equipo de observación sea lo más exacta.

Una vez teniendo el equipo centrado y nivelado, y sabiendo cual es nuestra señal a observar, se procede con las observaciones, considerando que para realizarlas no se puede hacer directamente, por lo que se necesita recibir la imagen del sol sobre una tarjeta blanca o sobre una hoja de papel de color azul o amarillo, o en determinado caso, contar con los accesorios del equipo que sirven para la observación directa al Sol, como son los filtros o el prisma Rolof.

También debemos considerar los factores ambientales a la hora de la observación, estos son la presión atmosférica y la temperatura del ambiente, por lo que se necesita conocer su valor antes y después de las observaciones, tomadas con su respectivo instrumental.

Registro de campo

En la hoja del registro de campo, se incluyen tanto datos de información como la fecha, el nombre de la estación de observación, el nombre del observador y el anotador, y el instrumento utilizado; así como datos necesarios para el calculo del azimut como son el valor de la presión, la temperatura, la latitud y longitud aproximada del lugar, las efemérides del Sol en el meridiano 90° W.G., incluyendo las anotaciones resultantes de las observaciones, estas últimas se distribuyen en cinco

columnas, y el resto de la hoja se deja para los cálculos posteriores. Un ejemplo de registro de campo es el siguiente.

Método de Alturas Absolutas al Sol

Lugar:		Anotó :		
Fecha :		Observó :		
Temperatura =		Efemérides a las 0h, M90°WG		
Presión =		$\delta =$		
Delta del Reloj =		vh =		
Instrumento Utilizado :		E.T. = (TV-TM)		
Estación	P.V.	Tiempo Medio	θ	ϕ
A	B			
	B			
		prom_AB =		
			Ángulos Derechos	
Serie 1	Sol			
	prom_ext =			
	prom_med =			
	promedio =			
			Refracción =	
			Paralaje =	
Serie 2	Sol			
	prom_ext =			
	prom_med =			
	promedio =			
			Refracción =	
			Paralaje =	
Serie 3	Sol			
	prom_ext =			
	prom_med =			
	promedio =			
			Refracción =	
			Paralaje =	
A	B			
	B			
		Prom_AB =		
		Prom_AB's =		

Procedimiento de campo para observaciones al Sol.

1. Para observar al Sol es conveniente tener el reloj en tiempo medio, y que las observaciones se realicen por la mañana entre las 8:00 y las 10:00 horas, o en su defecto por las tardes entre las 15:00 y las 17:00 horas, esto por la posición que tiene el sol a dichas horas.

2. Se observa la señal, una vez teniéndola en enfoque se centra y biseca, se hace doble coincidencia con el micrómetro para poder determinar la lectura del ángulo correspondiente. En algunos casos, en este punto se colocan los valores del círculo horizontal en cero (0), pero esto hace que el observador forcé a que el valor sea el deseado, por ello se recomienda colocar un ángulo cualquiera.

3. Una vez hecha la primera lectura en un ángulo cualquiera, se invierte la posición del equipo, es decir, se le da vuelta de campana y se vuelve a observar la señal, y nuevamente se realiza el procedimiento anterior, teniendo así, dos mediciones de la señal, una en sentido directo y otra en inverso, es decir, aproximadamente el valor del ángulo directo más 180° .

4. En la posición que quedo el aparato se visa al Sol, a finando el enfoque y mediante los movimientos tangencial, horizontal y vertical se a fina la puntería, llevando la imagen del astro al cuadrante inferior izquierdo que se forma en el ocular del equipo, cuando el Sol se encuentre cerca de la tangencia con los hilos de dicho cuadrante se da una instrucción para que el anotador ese prepare, cuando se logra la tangencia se da una instrucción corta y concisa, se recomienda que sea “op”, el anotador toma la lectura del tiempo y se le dictan los datos del círculo horizontal, se calibran los meniscos del aparato para poder dar lectura al valor del círculo vertical, quedando así registrados todos los datos de una observación. En seguida se vuelve a colocar al Sol en la misma posición, y se realizar el proceso anterior de tangencia y anotación de los valores en su respectivo lugar en el registro. Después de haber realizado dos observaciones en la posición anterior, se coloca el aparato en sentido inverso, es decir, se da vuelta de campana, y se procede a realizar la metodología anterior, pero en este caso se utilizara el cuadrante superior derecho para realizar las tangencias. Se realizaran dos observaciones en la posición inversa del equipo, con lo que se tendrán en total cuatro observaciones al Sol.

5. Esta secuencia se repite otras dos veces, iniciando cada una en la posición en la cual se quedo el equipo, sea ésta directa o inversa; al finalizar se vuelve a visar la señal nuevamente en la posición en que el equipo se encuentra, anotando únicamente la lectura del círculo horizontal, se invierte el equipo y se visa a la señal nuevamente, otra vez anotando únicamente la lectura horizontal.

Con la metodología anterior se tiene una serie de observación al Sol, pero se recomienda que se hagan varias series para poder tener mas valores de comparación. Ya que el intervalo de tiempo entre las observaciones del Sol, debe ser lo mas corto posible. El error es inapreciable si las observaciones distan dos o tres minutos una de la otra.

Calculo del Azimut.

Una vez se hayan realizado las observaciones al Sol en campo, se tengan los valores de la presión y la temperatura, se puede proceder a obtener el valor del azimut.

Como se vio en el registro de campo, se dejan los espacios para realizar los promedios de las observaciones de medios y de extremos, y después el promedio de los promedios, tanto de los círculos verticales y horizontales, como del tiempo de observación.

Teniendo los promedios finales de las observaciones, primero se obtiene la distancia Zenital corregida por refracción y paralaje, la distancia zenital (Z) no es otra cosa que el valor promedio del ángulo vertical, las correcciones se obtienen de la siguiente manera:

La corrección por paralaje se realiza a través de la ecuación:

$$\text{Paralaje Solar} = (8.8'') * (\text{Sen } Z)$$

La corrección por refracción es por medio de la ecuación:

$$\text{Refracción} = \rho * \beta * \tau$$

Donde:

$$\rho = \frac{60.6'' \text{Tan} Z}{P}$$

$$\beta = \frac{P}{762} \quad ; P = \text{presión en mm Hg}$$

$$\tau = \frac{1}{1 + 0.004T} \quad ; T = \text{temperatura en } ^\circ\text{C}$$

Para finalmente tener la distancia Zenital corregida (Zc) de la siguiente manera:

$$Z_c = Z + \text{Refracción} - \text{Paralaje}$$

Teniendo la distancia zenital corregida se obtiene el valor de la declinación del Sol a la hora de observación.

Sabemos que del anuario astronómico podemos obtener el valor de la declinación del Sol (δ) y la variación por hora (vh) del día correspondiente, esto nos servirá primero para obtener una corrección por hora, para la cual utilizamos la siguiente expresión:

$$\text{Corrección por hora } (\delta_c) = \text{hora de observación} * \text{vh}$$

Obteniendo la corrección por hora, la cual se puede considerar como una corrección de declinación, se le suma a la declinación del Sol (δ), que se obtiene del anuario astronómico y es considerada a las 0 horas del meridiano 90° W. G. Por lo tanto, la declinación del Sol a la hora de observación es:

$$\delta_0 = \delta + \delta_c$$

Finalmente obtenemos el valor del azimut del Sol a la hora de observación, utilizando la ecuación:

$$Az_{sol} = 360^\circ - \text{Cos}^{-1} \left(\frac{\text{Sen} \delta_0 - \text{Sen} \varphi \text{Cos} Zc}{\text{Cos} \varphi \text{Sen} Zc} \right)$$

Sabiendo el valor del azimut del Sol, se calcula el azimut cero:

$$Az \text{ cero} = Az \text{ Sol} - (\theta \text{ promedio})$$

Finalmente se obtiene el azimut de la línea que nos interesa, por medio de la expresión

$$Az \text{ A-B} = Az \text{ cero} + (\text{promedio AB})$$

Donde AB corresponde al valor tomado al visar la señal.

Con el valor del azimut de la línea base, se puede determinar la meridiana astronómica del lugar.

ALTURAS ABSOLUTAS A LA ESTRELLA POLAR

Este método consiste en la observación de la estrella circumpolar de mayor magnitud, la cual le corresponde a la estrella polar.

Observaciones en campo.

Para las observaciones a la estrella polar, se requiere de un equipo que cumpla con ciertas especificaciones, estas son en general, que puedan dar lectura de datos tanto horizontales como verticales, por lo tanto se puede utilizar cualquier goniómetro, como puede ser un teodolito del tipo T2, T3 o T4, o un teodolito electrónico (Estación Total).

El instrumento se debe ajustar correctamente y descansar sobre una base estable, este es básicamente el trípode del equipo ya que colocándolo adecuadamente es estable y seguro. El punto que sea la estación de observación debe estar completamente establecido, para que la ubicación e instalación del equipo de observación sea lo más exacta y estable.

Una vez teniendo el equipo nivelado, y bien definida la señal que nos dará la dirección del azimut que se necesita, se debe contar con los elementos adicionales los cuales son el radio reloj, el cronometro o reloj digital, el termómetro y el barómetro, éstos últimos nos darán los valores de la temperatura ambiente y de la presión atmosférica, a la hora de observación, datos que nos servirán posteriormente en las correcciones del calculo del azimut.

Registro de campo

En la hoja del registro de campo, se incluyen datos de información como la fecha, el nombre de la estación de observación, el nombre del observador y el anotador, y el instrumento utilizado, además de los datos que servirán para el calculo del azimut, como las efemérides de la estrella en el meridiano 90° W.G., las anotaciones se establecen en cinco columnas que son el punto estación, el punto visado, círculo horizontal, círculo vertical y el tiempo de observación, también se anotan los valores de la presión atmosférica y la temperatura ambiente, ya que estas últimas nos servirán para obtener la corrección por refracción. Un ejemplo de registro de campo es el siguiente.

Método de Observaciones a la Estrella Polar

Obtención del Azimut y Latitud Astronómicas de la línea A-B.				
Lugar :		Anotó:		
Fecha :		Observó:		
Temperatura =		Instrumento Utilizado :		
Presión =		Efemérides, hora de Paso ,M90°WG		
Delta del Reloj =		φ aplicada =		
		Δλ = , M90°WG		
Estación	P.V.	Tiempo Sidéreo	θ	φ
A	B			
	B			
		prom_AB =		
			Ángulos Derechos	
Serie 1	Polar			
	prom_ext =			
	prom_med =			
	promedio =			
			Refracción =	
Serie 2	Polar			
	prom_ext =			
	prom_med =			
	promedio =			
			Refracción =	
Serie 3	Polar			
	prom_ext =			
	prom_med =			
	promedio =			
			Refracción =	
A	B			
	B			
		prom_AB =		
		prom_AB's =		

Procedimiento de campo para observaciones a la estrella polar

1. Para observar la estrella polar es conveniente tener el reloj en tiempo sidéreo, para esto se realiza la transformación correspondiente, y arrancamos el reloj en la hora sidérea calculada para determinado tiempo medio; después de poner el reloj en tiempo sidéreo se determina el Δt del reloj antes y después de las observaciones, con el fin de poder determinar el Δt a la hora de la observación.

2. Se observa la señal, una vez teniéndola en enfoque se centra y biseca, se hace doble coincidencia con el micrómetro para poder determinar la lectura del ángulo correspondiente. En algunos casos, en este punto se colocan los valores del círculo horizontal en cero (0), pero esto hace que el observador forcé a que el valor sea el deseado, por ello se recomienda colocar un ángulo cualquiera.

3. Una vez hecha la primera lectura en un ángulo cualquiera, se invierte la posición del equipo, es decir, se le da vuelta de campana y se vuelve a observar la señal, y nuevamente se realiza el procedimiento anterior, teniendo así, dos mediciones de la señal, una en sentido directo y otra en inverso, es decir, aproximadamente el valor del ángulo directo más 180° .

4. En la última posición del aparato se visa la estrella polar, llevando la estrella a la intersección de los hilos, a finando el enfoque y mediante los movimientos tangencial, horizontal y vertical se afina la puntería, en ese momento se da una instrucción corta y concisa, para que el anotador tome lectura del tiempo y anote en el registro correspondiente, se lee el círculo horizontal y antes de dictar la lectura del círculo vertical se calibran los meniscos, quedando estas lecturas registradas en sus correspondiente columna del registro de campo, inmediatamente se vuelve a visar a la polar afinando puntería y se repite el proceso anterior, para posteriormente poner en posición inversa el equipo, visando a la estrella polar repitiendo dos veces más la metodología señalada. En otras palabras, se visara la estrella polar en dos ocasiones en posición directa y dos ocasiones en posición inversa.

Esta secuencia se repite otras dos veces, iniciando cada una en la posición en la cual se quedo el equipo, sea ésta directa o inversa; al finalizar se vuelve a visar la señal nuevamente en la posición en que el equipo se encuentra, anotando únicamente la lectura del círculo horizontal, se invierte el equipo y se visa a la señal nuevamente, otra vez anotando únicamente la lectura horizontal.

Con la metodología anterior, se logra obtener una serie de observaciones a la estrella polar, con esto se puede llegar a obtener el azimut, pero se recomiendan hacer más series para poder obtener mayor precisión.

Calculo del Azimut

Realizadas las observaciones en campo de la estrella polar, teniendo los valores de la temperatura y de la presión atmosférica, y los valores de las efemérides de la estrella polar para el meridiano 90° W.G., se puede realizar el cálculo del azimut de la estrella polar.

Primero se realizan los promedios de las observaciones, promedio de medios, promedio de extremos y los promedios finales de todos los datos registrados. Con los últimos promedios son con los que se trabajaran.

Primero se tiene que realizar la corrección de la distancia zenital, la cual es el valor de las observaciones verticales, la corrección que se hace para las observaciones de la estrella polar es de refracción, en esta corrección es donde se utilizaran los valores obtenidos de la presión atmosférica y la temperatura ambiente a la hora de observación, la corrección se obtiene de la siguiente fórmula:

$$\text{Refracción} = \rho * \beta * \tau$$

Donde:

$$\rho = 60.6'' \tan Z$$

$$\beta = \frac{P}{762} ; P = \text{presión en mmHg}$$

$$\tau = \frac{1}{1 + 0.004T} ; T = \text{temperatura en } ^\circ\text{C}$$

Por último se obtiene la distancia zenital corregida la cual queda de la siguiente forma:

$$Z_c = Z + \text{Refracción}$$

Del anuario astronómico podemos obtener el valor de las efemérides de la declinación de la polar (δ) y la ascensión recta (α), con ello, se tienen todos los elementos para calcular el azimut de la estrella polar, utilizando la ecuación:

$$Az_{Polar} = 360^\circ - \text{Cos}^{-1} \left(\frac{\text{Sen} \delta_0 - \text{Sen} \varphi \text{Cos} Zc}{\text{Cos} \varphi \text{Sen} Zc} \right)$$

Sabiendo el valor del azimut de la estrella Polar, se calcula el azimut cero:

$$Az \text{ cero} = Az \text{ Polar} - (\theta \text{ promedio})$$

Finalmente se obtiene el azimut de la línea que nos interesa, la cual es la dirección de la marca medida desde la estrella polar, es decir, el ángulo desde la polar hasta la señal, medido en el sentido de las manecillas del reloj, a esta dirección se le suma el azimut cero de la estrella polar y el resultado final es el azimut de la línea base medido a partir del norte, lo anterior es obtenido por medio de la expresión

$$Az \text{ A-B} = Az \text{ cero} + (\text{promedio AB})$$

Donde AB corresponde al valor tomado al visar la señal.

Con el valor del azimut de la línea base, se puede determinar la meridiana astronómica del lugar.

III.2. DETERMINACIÓN DE LA LATITUD

La latitud (ϕ) es medida por el arco de meridiano, comprendido entre el Ecuador y el lugar observación, su valor es el de la altura del polo sobre el horizonte, según la figura siguiente.

Esto es verdad, si suponemos que la Tierra tiene una forma esférica, pero si suponemos que tiene una forma elipsoidal o su forma geoidal, se definen tres tipos de latitud:

- Latitud Astronómica: Es el ángulo que forma la vertical del lugar o normal al geoide con el plano del Ecuador terrestre.
- Latitud Geocéntrica: Es el ángulo entre el radio central y el Ecuador.
- Latitud Geodésica: Es el ángulo que forma la normal al elipsoide con el Ecuador. Esta es la latitud astronómica reducida a un punto origen, en el que se eliminan las desviaciones de la vertical debidas a la atracción de la masa terrestre.

Si la Tierra tuviera una forma elipsoidal la latitud astronómica y la geodésica serían la misma; pero si la Tierra tuviera forma de una esfera, coincidirían los tres tipos de latitudes.

En astronomía de posición únicamente se determina la latitud astronómica, y la geodesia proporciona los elementos para determinar las latitudes geodésicas y geocéntricas.

A la diferencia entre la latitud astronómica y la geodésica, se le conoce como “Desviación de la Vertical”, y en un gran número de lugares su determinación contribuye a la localización del geoide, por lo que es de gran importancia en la investigación geodésica.

El método más empleado en la determinación de la Latitud, es el método de “Mr. Litrow”, director del Observatorio de Viena; éste método da precisiones de segundo orden en el cálculo y observación de la latitud; la precisión del método tiene influencias principalmente por la refracción ya que requiere de la observación de la altura o distancia zenital.

Formula de Litrow

El método se basa en la observación de la estrella polar, cuya orbita es muy aproximada al polo. Se debe a “Mr. Litrow”, director del observatorio de Viena; y es uno de los mejores procedimientos para determinar la latitud por observaciones a la Estrella Polar (Alfa Ursae Minoris), así mismo la deducción en particular de la formula se debe al Ing. Ruiz Galindo, ex profesor de la Facultad de Ingeniería de la UNAM

Este método consiste en medir la distancia zenital de una estrella circunpolar (estrella polar) en cualquier punto de su órbita; Z (distancia zenital), la cual diferirá de la colatitud un valor muy pequeño, llamada distancia polar (P), mientras más pequeña sea P, más pequeña será la diferencia entre Z y la colatitud (90-f).

La formula de litrow, para su aplicación tiene la siguiente forma:

$$\phi = A - (P * \text{Cos}H) + \left(\frac{1}{2} * P^2 * \text{Sen}^2 H * \text{Tan}A * \text{Sen}1'' \right)$$

Considerando:

$$A = 90^\circ - Z$$

$$P = 90^\circ - \delta$$

Además sabiendo que:

P = Es la distancia polar.

H = Es el ángulo horario de la estrella polar en el instante de la observación.

δ = Es la declinación de la estrella, tomada del Anuario Astronómico.

Z = Es el promedio de la altura zenital de las observaciones a la estrella polar.

Observaciones de campo y cálculo de la latitud.

Las observaciones de campo que se realizan para el cálculo de la latitud, son exactamente las mismas que se necesitan para el cálculo del azimut por medio de las observaciones de la estrella polar, por ello, no es necesario repetir todo el procedimiento nuevamente, ya que ambos cálculos (azimut y latitud) se pueden realizar con las mismas series de observación.

Una vez habiendo finalizado las observaciones en campo, se procede al cálculo de la latitud. Primero se deben considerar las efemérides de la estrella polar en el día y hora de observación, posteriormente se obtiene el promedio de las lecturas del círculo vertical, es decir, se realiza el promedio de las lecturas verticales obtenidas en campo.

Se obtienen los promedios del tiempo de las observaciones, para poder calcular la marcha del cronometro, y el ΔT del cronometro; las lecturas de la presión atmosférica y de la temperatura ambiente se utilizan en el calculo de la corrección por refracción, vista anteriormente en el cálculo del Azimut, teniendo dicha corrección se tiene el valor de la altura vertical corregida (Z_c).

Podemos obtener del anuario astronómico el valor de las efemérides de la estrella polar, las cuales corresponden a la declinación (δ) y la ascensión recta (α). Una vez teniendo el valor de las efemérides de la estrella polar, se puede obtener el ángulo horario (H). Dicho ángulo se puede obtener de una manera muy fácil, recordando que:

$$T_{S.L.} = \alpha + H$$

Donde:

α : Ascensión recta

$T_{S.L.}$: Tiempo sidéreo local

H: Angulo Horario.

Si despejamos el H de la ecuación anterior nos queda:

$$H = T_{S.L.} - \alpha$$

Una vez teniendo el valor del ángulo horario, contamos con todos los elementos para el cálculo de la latitud utilizando la formula de Litrow, la cual para que nos de en unidades sexagesimales tenemos que multiplicar y dividir por 3600, quedando la formula de la siguiente manera:

$$\phi = \frac{3600A - (P \cos H) + \left(\frac{1}{2} P^2 \sin^2 H \tan A \sin 1''\right)}{3600}$$

Donde

$$A = 90^\circ - Z_c$$

$$P = 3600(90^\circ - \delta)$$

Obteniendo de esta manera el valor de la latitud del lugar de observación.

IV. CALCULO DE LA LONGITUD POR EL MÉTODO DE ALTURAS IGUALES

La longitud es una de las coordenadas fundamentales que determinan la localización de un punto en un sistema de coordenadas polares. Una línea de longitud, también es llamada meridiano; existen varios tipos de longitud, entre los más conocidos y utilizados están:

- * Longitud celeste: Se denomina como la distancia angular sobre la eclíptica, medida hacia el Este desde el punto de Aries hasta el círculo máximo que pasa a través de los polos de la eclíptica y un cuerpo celeste.
- * La longitud geodésica: Esta definida por el ángulo diedro formado por el plano del meridiano de Greenwich y el plano del meridiano que contiene al punto.
- * Longitud terrestre: Es la distancia angular medida sobre el ecuador terrestre, desde el Origen Terrestre Intermedio hasta el meridiano de un lugar.
- * Longitud geográfica: Es el ángulo diedro formado por dos meridianos terrestres y medidos en grados de circunferencia, partiendo del meridiano de origen. Todos los puntos ubicados sobre el mismo meridiano tienen la misma longitud.

Hasta bien avanzado el siglo XIX cada nación tenía su meridiano origen de longitudes, el problema fue resuelto en 1884 cuando una comisión internacional designó como meridiano 0° aquel que pasa por el London's Greenwich Observatory, en reconocimiento a su labor de investigación, por ello que al meridiano de Greenwich le corresponde la longitud de 0°.

La longitud se expresa en grados sexagesimales, y se mide únicamente de 0° a 180°, por convención, aquellos meridianos que se encuentran al oriente del meridiano de Greenwich (meridiano 0°) reciben la denominación Este y se miden en grados positivos (+), por consiguiente, aquellos que se encuentran al occidente reciben la denominación Oeste (O), y se miden en grados negativos (-); debido a que las líneas de longitud o meridianos van de polo Norte a polo Sur, o viceversa, los polos no tienen longitud.

La diferencia de longitud entre dos lugares es el arco de Ecuador comprendido entre el meridiano del punto de llegada y el meridiano del punto de partida, matemáticamente estará dada por la resta algebraica de los valores numéricos de sus longitudes.

La Tierra tiene un movimiento de rotación casi uniforme de oeste a este, por ello es que el Sol y las estrellas parecen girar de este a oeste. Al hacerlo, las estrellas conservan sus posiciones norte-sur respecto al ecuador, mas no, sus posiciones este-oeste, las cuales van variando a lo largo del día. El tiempo que tarda la Tierra en dar una vuelta son 24 horas sidéreas, de modo que la distancia angular de un meridiano a otro puede ser calculada también en unidades de tiempo (horas, minutos, segundos), por lo que, una hora de tiempo equivale a una rotación de 15° , un minuto equivale a 15 minutos de circunferencia, y un segundo representa quince segundos de arco, en la dirección este-oeste.

De modo que el problema de determinar la longitud geográfica se reduce, a la comparación de los tiempos locales en un mismo instante físico, entre el meridiano de Greenwich y el meridiano del lugar de observación.

El método utilizado en este trabajo, para determinar la longitud de un lugar, es el llamado Método de Alturas Iguales, el desarrollo de la formula de Covarrubias, así como el procedimiento de los cálculos para las observaciones de los pares de estrellas, se obtuvo en el Capítulo IV. Por lo tanto, en este Capítulo solo nos enfocaremos a las observaciones de campo y a la obtención de la longitud.

IV.1. CATALOGOS DE ESTRELLAS

El término “catalogo de estrellas” es un significado simple a lo que se describe como “catalogo de la posición exactas de las estrellas”. Es decir, un conjunto completo de coordenadas que definen correctamente la posición en el que un objeto se encuentra, el término “posición” hace referencia a un conjunto de datos que definen únicamente la dirección de un objeto desde un cierto punto.

Para varias listas de estrellas, un catalogo completo debe contener la ascensión recta y la declinación; sus tiempos derivados de un sistema inmóvil, los movimientos propios y finalmente la época en que se tomaron los datos. Además, esto es necesario para conocer la época del sistema de coordenadas y la constante de precesión empleada en el cálculo de los movimientos. En términos de completo, los catálogos usualmente contienen datos adicionales, los cuales no tienen nada que ver con la posición de la información, como el número actual, la magnitud, el espectro, las referencias respecto a otros catálogos, etc. Con el fin de utilidad en Geodesia, un catálogo también debe contener un número suficiente de estrellas para que sirva con cualquier fin que se requiera.

El catálogo más antiguo que es conocido se remonta al año 130 a.C., y se debe a Hiparco de Nicea. En él se hacía referencia a unas 850 estrellas de las más luminosas y por primera vez se introdujo la subdivisión en clases de magnitudes estelares según la luminosidad aparente. Lamentablemente esta obra se ha perdido y sólo tenemos testimonios indirectos de ella, pero se considera que un sucesivo catálogo de Tolomeo, publicado alrededor del 150 d. C. en el Almagesto, retoma el trabajo de Hiparco.

Más adelante, en los siglos XIX y XX, se compilaron numerosos catálogos de estrellas en los que cada astro recibía un número para diferenciarlo de los demás, junto al que se hacía constar toda la información disponible sobre ella. Algunos de los catálogos más importantes son:

- Bonner Durchmusterung, abreviado BD en su parte boreal, CoD en la austral y con frecuencia DM en su conjunto. Publicado entre 1862 y 1883 por Friedrich Wilhelm August Argelander, recoge la posición de 324 189 estrellas junto con un atlas que consta de 40 cartas. Cada estrella se identifica por el intervalo de declinación en que cae y por un número de orden.
- Henry Draper Catalogue of Stellar Spectra, abreviado HD. Publicado entre 1918 y 1924, contiene la posición de y el espectro de 225 300 estrellas hasta la magnitud 9.5. A cada estrella del catalogo le corresponde un número.
- Smithsonian Astrophysical Observatory Catalogue, abreviado SAO. Publicado en 1960, contiene información sobre 258 997 estrellas, cada una identificada mediante un número.

- Position and Proper Motions Catalogue, abreviado PPM. Publicado entre 1991 y 1993, gracias a su elevado número de datos (378 910 estrellas) y que dispone de información sobre movimientos propios, se convirtió en una de las referencias imprescindibles para trabajos astronómicos.
- The Hipparcos and Tycho Catalogues. La misión espacial astronómica y fotométrica Hipparcos de la Agencia Espacial Europea permitió confeccionar dos catálogos estelares que contribuyen en la actualidad a referencias imprescindibles: Hipparcos y Tycho. Se publicaron en 1997 acompañados de un atlas estelar que sintetiza la información de manera gráfica, el Millennium Star Atlas. El catálogo Hipparcos contiene información astrométrica de una precisión sin precedentes, así como datos fotométricos, sobre 118 218 estrellas, cada una de ellas identificada con un número. El catálogo Tycho ofrece datos fotogramétricos y astrométricos de menor precisión sobre 1 058 332 estrellas.

Actualmente, existen numerosos tipos de catálogos de estrellas, así como anuarios astronómicos, los cuales contienen la información básica de las estrellas brillantes.

Tipos de catálogos

Al establecer la posición de una estrella para su observación, se debe saber la dirección que tienen los ejes del sistema de coordenadas, y se debe medir con precaución la dirección definida por la posición de la estrella con respecto a éste sistema de coordenadas.

Catálogos absolutos. Este catálogo se basa en la determinación de la orientación del sistema de coordenadas de forma directa, y que están referidos directamente a los ejes de coordenadas, cuya determinación es una parte integral del proceso de observación, denominándose de posición "absoluta".

Catálogos relativos. Este catálogo se basa en el cálculo de la posición de algunas estrellas respecto a la posición de un conjunto de estrellas relativamente cercanas y cuyas posiciones respecto al sistema en cuestión se sabe. Las posiciones obtenidas de esta manera se denominan posiciones "relativas"

Existen también catálogos de los movimientos de las estrellas, pero los movimientos propios de las estrellas no se pueden determinar de inmediato como las posiciones. De hecho, no se puede determinar en absoluto por la observación directa en el sentido estricto del término, sino que debe calcularse a partir de observaciones que se hicieron en épocas diferentes. Ya que las posiciones observadas directamente se refieren generalmente al sistema de ascensión recta de la época de las observaciones y en consecuencia el cambio de una época a otra, no sólo por el movimiento propio, sino también debido a la procesión o la nutación, todas las observaciones que se utilizan para la derivación de un movimiento propio se debe reducir al mismo sistema de coordenadas. Una vez que se ha eliminado la influencia del movimiento del sistema de coordenadas en las distintas épocas, el movimiento propio de las estrellas se puede calcular. Para este propósito, se necesita observar las posiciones por lo menos dos épocas diferentes las cuales difieran entre sí, porque de lo contrario la estrella no podría haber avanzado lo suficiente para producir un movimiento propio mensurable, y las diferencias en las posiciones medidas serán inevitables debido a errores de medición en lugar de movimiento propio.

Los catálogos que contienen las posiciones que no son el resultado directo de observaciones independientes, sino que se obtuvieron mediante la combinación de información de varios catálogos, se llaman catálogos de compilación. Estos varían ampliamente en su alcance. Para la elaboración de algunos, se requieren todos los catálogos absolutos disponibles y las mejores observaciones independientes de catálogos relativos, estos se utilizan para la determinación de las posiciones y movimientos propios de un determinado número de estrellas, estos son los denominados catálogos fundamentales. Algunos catálogos contienen, además de las posiciones, movimientos propios que se determinan mediante la comparación de estas posiciones con las determinadas en otra época y que figuran en otro catálogo. Los catálogos no son considerados como catálogos de compilación, ya que la información primaria contenida en ellos, es decir, las posiciones, se observó de forma independiente, la determinación de movimientos propios siempre deben incluir los datos de al menos dos fuentes diferentes, y por tanto un proceso de compilación.

En este trabajo, utilizaremos el catálogo fundamental, que publica el Astronomisch Rechen-Institut, de la Universidad de Heidelberg, Alemania. Este catálogo es la versión seis, y es conocido como el sexto catálogo Fundamental (FK6).

Existen versiones anteriores del Catálogo Fundamental, las cuales se explicaran brevemente:

Catálogo Fundamental (FK): Apareció en Alemania en 1879 y tenía la intención de obtener las posiciones de referencia del cielo del norte conteniendo las posiciones y movimientos propios de 539 estrellas fundamentales, éste fue destinado a proporcionar al sistema de referencia para los catálogos.

Nuevo Catálogo Fundamental (NFK): Es el resultado de la revisión que se hizo al FK. La densidad de estrellas en el NFK aumenta notablemente hacia los polos, contiene el número, los nombres y las magnitudes de 925 estrellas fundamentales de todo el cielo. El sistema y los valores individuales de las posiciones y movimientos propios se basan en observaciones desde 1745 hasta 1900, y en la precesión de Newcomb. Este es publicado entre 1889 y 1905.

Tercer Catálogo Fundamental (FK3). En los años 1919 y 1920, se resolvió determinar de nuevo las posiciones que se tenían para el hemisferio norte por medios fotográficos. Fue necesario el establecimiento de un sistema revisado de posiciones de las estrellas fundamentales, el catálogo obtenido fue el catálogo fundamental tres, abreviado FK3. Con el fin de proporcionar una densidad de estrellas más uniforme por todo el cielo, se seleccionaron alrededor de 600 estrellas adicionales. Sus posiciones y movimientos propios fueron calculados sólo después de los catálogos en que se producen, y se unen al FK3, por lo tanto, no contribuyen a la revisión del sistema de NFK. Finalmente el FK3 esta constituido por 1535 estrellas, distribuidas en dos partes.

Cuarto Catálogo Fundamental (FK4): Fue publicado en 1963 por el Astronomisches Rechen-Institut en Heidelberg. Al igual que en situaciones análogas antes, el estímulo inmediato para la revisión de la FK3, o más bien su sustitución por el FK4, fue el plan para el establecimiento de una mejora. Las observaciones de posiciones de las estrellas relativas y absolutas que se había acumulado anteriormente, y las actualizaciones de

otros catálogos, se redujeron en el mejor sistema disponible que ya no era el de la FK3. La revisión sistemática e individual del FK3 se ha limitado a las 1535 estrellas del catálogo, generando el FK4, y un catálogo de suplemento de 1987 estrellas, distribuidos por todo el cielo y la reducción en el sistema de FK3, creando el suplemento del catálogo fundamental cuatro (FK4S).

Quinto Catálogo Fundamental (FK5): El Quinto Catálogo Fundamental (FK5) consta de dos partes, que se dan en publicaciones independientes. La primera parte es conocida por la abreviatura FK5 y fue publicado en 1988, siendo el sucesor del FK4 y proporciona posiciones medias y movimientos propios de 1535 estrellas fundamentales, además cuenta con la introducción del sistema de constantes astronómicas de la Unión Internacional de Astronomía (IAU). Alrededor de 300 catálogos de estrellas obtenidos de todo el mundo están incluidos en el FK5, y es generado para la época media de 1900.

La segunda parte del FK5 fue publicado en 1991, y fue llamado FK5 Extensión (FK5E), da las posiciones medias y movimientos propios para 3117 nuevas estrellas fundamentales, con un rango de magnitud entre 5,5 a aproximadamente 9,7, seleccionadas entre el Suplemento FK4 y de la lista de Estrellas de la Referencia Internacional (IRS), esencialmente sobre la base de su historia de la observación. Estas estrellas se dan en una publicación separada, principalmente debido a que la exactitud de sus posiciones y movimientos propios es significativamente inferior a los de las estrellas fundamentales básicas.

El Sexto Catálogo Fundamental (FK6): es la combinación de los resultados del satélite astrométrico Hipparcos con los datos del Quinto Catálogo Fundamental (FK5). El resultado contiene, en particular, mejorías estadísticamente significativas de los datos de Hipparcos, el cual, representa un sistema de precisión sin precedentes para 4150 estrellas fundamentales.

El catálogo de Hipparcos se basa en las mediciones obtenidas por el satélite Hipparcos de la Agencia Espacial Europea (ESA) durante los años de 1989 hasta 1993. Los resultados de las estrellas FK5 básico, se derivan de observaciones terrestres llevadas a cabo durante un período de más de 200 años. Los datos combinados de las estrellas que

están en el FK6 deben ser más precisos que los datos directos del Hipparcos y los resultados del FK5.

El objetivo principal del FK6 es presentar una muestra de estrellas con movimientos propios y las posiciones de la más alta precisión que puede lograrse en la actualidad. El catálogo fundamental tiene dos objetivos principales:

1. Definir el sistema fundamental de las posiciones estelares y movimientos propios, y
2. Proporcionar una lista de estrellas individuales con datos astrométricos más precisos.

La primer tarea es la de definir un marco de referencia celeste, el cual es asumido por el catálogo Hipparcos en longitudes de onda ópticas. Sin embargo, la exactitud de los movimientos propios y las posiciones de muchas estrellas brillantes obtenidas por Hipparcos, puede mejorarse significativamente mediante la combinación de dichos datos con las mediciones de las estrellas del FK5.

Hay dos razones principales por las que los datos terrestres, siguen siendo capaces de mejorar los datos de Hipparcos, referentes a los movimientos propios de las estrellas brillantes:

(a) La gran dispersión en las épocas de observaciones, que es de más de dos siglos, y la precisión suficiente en muchas de las observaciones a las estrellas brillantes, nos permiten derivar movimientos propios que a menudo son más exactos que los movimientos de Hipparcos. Estos movimientos son especialmente adecuados para, precisar los movimientos propios que se encuentran en el FK5 y los movimientos propios derivados del Hipparcos.

(b) Los movimientos de Hipparcos se obtienen de las posiciones observadas durante un corto intervalo de tiempo (alrededor de 3 años). Que representan por lo tanto, mediciones de movimientos casi instantáneamente. El motivo basado en los movimientos propios que figuran en el FK5 es, en contraste con los movimientos de Hipparcos, obtenidos a partir de las posiciones observadas en general, en más de 200 años. De ahí que los movimientos propios en el FK5 son movimientos propios medidos con mayor precisión, establecido como promedio durante un largo intervalo de tiempo.

Para generar el FK6, en un principio se quisieron combinar todos los catálogos terrestres, con el catálogo Hipparcos. Se observaron muchas de las estrellas fundamentales en varios catálogos de observación, esta tarea se llevó mucho tiempo, porque los errores sistemáticos en cada catálogo de observación han de determinarse por separado mediante una comparación de cada catálogo con los datos de Hipparcos. Por ello, se determinó el FK5 como un «resumen» de los catálogos individuales de observación de las estrellas fundamentales. Esto nos permitió la producción del FK6 dentro de un plazo razonable.

La combinación de los datos de Hipparcos y el FK5 se realiza principalmente utilizando sólo estrellas únicas, y se publicaron dos partes:

La parte I del FK6, fue publicado en 1999 con solo 878 estrellas u objetos que puedan ser tratados como tales; y el FK6 en la parte III, el cual fue publicado en 2000, consta de 3272 estrellas u objetos que puedan ser tratados como estrellas.

La parte I del FK6 (abreviado: FK6 (I)) contiene las 878 estrellas, con una "solución directa" de la combinación con los datos de Hipparcos. Una solución directa es básicamente apropiada para las estrellas individuales, pero en general no para archivos binarios. En una solución directa, se utilizan los datos de Hipparcos y los datos de FK5 sin cambios individuales, llamados «correcciones». El único cambio en los valores de catálogo del FK5, se debe a las desviaciones sistemáticas del sistema con Hipparcos.

La parte III contiene un total de 3272 estrellas. Sus datos terrestres derivan de la extensión de las 735 estrellas brillantes del FK5, de las 732 estrellas del catálogo de las estrellas restantes Sup (RSup.), y de la extensión de las 1805 estrellas débil del FK5. La Parte III del FK6 (abreviado FK6 (III)) es esencialmente una continuación de la primera parte del FK6; ya que los procedimientos aplicados en la construcción del FK6 (III) fueron esencialmente los mismos que los utilizados para la FK6 (I). Las estrellas que figuran en la Parte III del FK6 se seleccionan de una muestra más grande de estrellas adicionales fundamentales, llamados Estrellas AF.

El catalogo FK6 tanto en su parte I como en la parte III, consta de columnas con información comparativa entre los catálogos Hipparcos y FK5, como nombres, errores medios, los movimientos propios, etc., Para la realización del presente trabajo nos interesan únicamente ciertas columnas las cuales son:

- Columna 3. Proporciona el nombre de la estrella, el cual hace una fácil identificación de los objetos en el catalogo.
- Columna 4. Contiene la ascensión recta de las estrellas para la época y el equinocio J2000.0; se encuentra en unidades sexagesimales de horas, minutos y segundos de tiempo.
- Columna 5: Muestra la declinación de las estrellas para la época y el equinocio J2000.0; esta en unidades sexagesimales de grados, minutos y segundos de arco.
- Columna 18: Tiene como dato la magnitud visual aparente de las estrellas.

Con esto consideramos las columnas anteriores del catalogo FK6 en sus dos versiones como nuestra base de datos, para el presente trabajo.

IV.2. PREPARACIÓN DE PARES DE ESTRELLAS PARA EL MÉTODO DE ALTURAS IGUALES

El método de alturas iguales de dos estrellas, utiliza la formula de Covarrubias, la cual fue obtenida por el ingeniero mexicano Francisco Díaz Covarrubias.

La formula de Covarrubias considera teóricamente alturas iguales de dos estrellas con declinación diferente, la cual se encuentra entre 15° y 20° de diferencia entre ellas; en la practica se pueden elegir estrellas con declinación muy parecida, es decir, hasta 2° de diferencia, para que se no se vea afectada la precisión de las observaciones.

Se denominan pares de estrellas cuando se observa una estrella al Este y otra al Oeste del meridiano, y que en el momento de hacer la observación ambas tienen la misma altura.

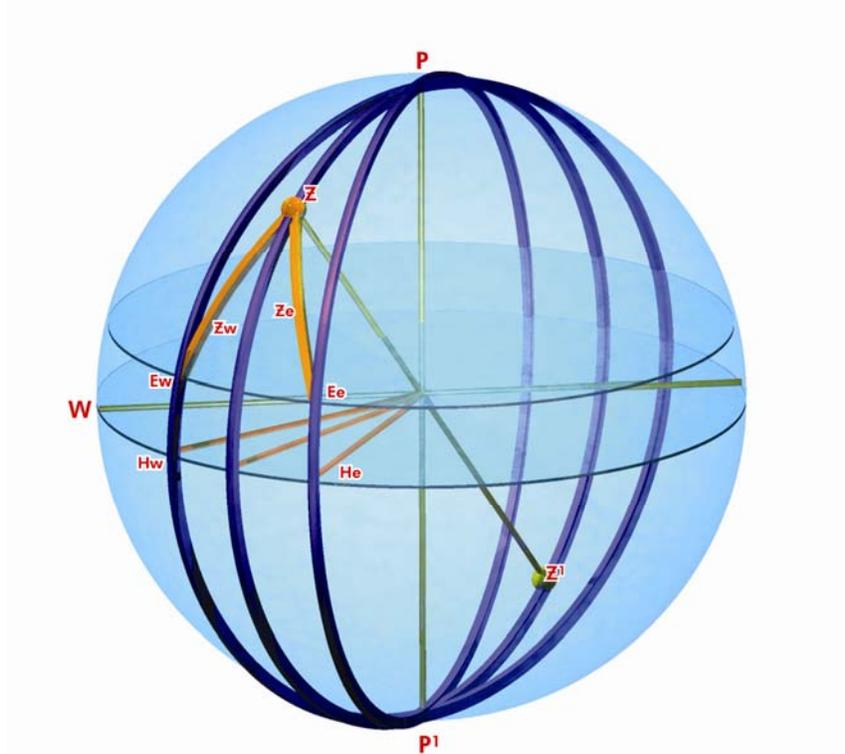


Fig. 13 Formula de Díaz Covarrubias

Partiendo de la trigonometría esférica, se tienen las siguientes ecuaciones, las cuales son la base para la formula de Covarrubias, y de éstas obtienen la distancia zenital (Z) de las estrellas que forman el par.

Para la estrella al Este se considera:

$$\cos Z_E = \text{Sen} \phi \text{ Sen} \delta_E + \text{Cos} \phi \text{ Cos} \delta_E \text{ Cos} \Delta H_E \dots\dots\dots(a)$$

Para la estrella al Oeste se considera:

$$\cos Z_W = \text{Sen} \phi \text{ Sen} \delta_W + \text{Cos} \phi \text{ Cos} \delta_W \text{ Cos} \Delta H_W \dots\dots\dots(b)$$

Si tomamos en consideración las siguientes condiciones auxiliares

$$\begin{aligned} Z - B &= Z_E & \delta - D &= \delta_E & \Delta H - \Delta \Delta H &= \Delta H_E \\ Z + B &= Z_W & \delta - D &= \delta_W & \Delta H - \Delta \Delta H &= \Delta H_W \end{aligned}$$

Sabiendo que D y B son: $D = \frac{\delta_w - \delta_E}{2}$ $B = \frac{Z_E - Z_w}{2}$

Si sustituimos los valores de D y B en las ecuaciones (a) y (b), se obtienen las ecuaciones (c) y (d):

$$\text{Cos}(Z - B) = \text{Sen}\phi \text{ Sen}(\delta - D) + \text{Cos}\phi \text{ Cos}(\delta - D) \text{ Cos}(AH - \Delta AH) \dots\dots\dots(c)$$

$$\text{Cos}(Z + B) = \text{Sen}\phi \text{ Sen}(\delta + D) + \text{Cos}\phi \text{ Cos}(\delta + D) \text{ Cos}(AH + \Delta AH) \dots\dots\dots(d)$$

Si desarrollamos las ecuaciones, y hacemos las operaciones trigonométricas y algebraicas necesarias obtenemos:

$$\text{Cos}Z\text{Cos}B + \text{Sen}Z\text{Sen}B = \text{Sen}\phi(\text{Sen}\delta\text{Cos}D - \text{Cos}\delta\text{Sen}D) + \text{Cos}\phi(\text{Cos}\delta\text{Cos}D + \text{Sen}\delta\text{Sen}D)\text{Cos}(AH + \Delta AH)$$

$$\text{Cos}Z\text{Cos}B - \text{Sen}Z\text{Sen}B = \text{Sen}\phi(\text{Sen}\delta\text{Cos}D + \text{Cos}\delta\text{Sen}D) + \text{Cos}\phi(\text{Cos}\delta\text{Cos}D - \text{Sen}\delta\text{Sen}D)\text{Cos}(AH + \Delta AH)$$

$$\text{Cos}Z\text{Cos}B + \text{Sen}Z\text{Sen}B = \text{Sen}\phi\text{Sen}\delta\text{Cos}D - \text{Sen}\phi\text{Cos}\delta\text{Sen}D + (\text{Cos}\phi\text{Cos}\delta\text{Cos}D + \text{Cos}\phi\text{Sen}\delta\text{Sen}D)$$

$$*(\text{Cos}AH\text{Cos}\Delta AH + \text{Sen}H \text{ Sen}\Delta AH)$$

$$\text{Cos}Z\text{Cos}B - \text{Sen}Z\text{Sen}B = \text{Sen}\phi\text{Sen}\delta\text{Cos}D + \text{Sen}\phi\text{Cos}\delta\text{Sen}D + (\text{Cos}\phi\text{Cos}\delta\text{Cos}D - \text{Cos}\phi\text{Sen}\delta\text{Sen}D)$$

$$*(\text{Cos}AH\text{Cos}\Delta AH - \text{Sen}H \text{ Sen}\Delta AH)$$

Desarrollando las multiplicaciones y restando a la primera, la segunda ecuación nos queda:

$$2\text{Sen}Z\text{Sen}B = -2\text{Sen}\phi\text{Cos}\delta\text{Sen}D + 2\text{Cos}\phi\text{Sen}\delta\text{Sen}D\text{Cos}AH\text{Cos}\Delta AH + 2\text{Cos}\phi\text{Cos}\delta\text{Cos}D\text{Sen}AH\text{Sen}\Delta AH$$

Dividiendo la ecuación (e) entre 2, y sí, se sustituyen los arcos pequeños del seno por su valor, y también el coseno por la unidad, obtenemos:

$$\text{Sen}Z * B = -\text{Sen}\phi \text{ Cos}\delta D + \text{Cos}\phi \text{ Sen}\delta D \text{ Cos}AH + \text{Cos}\phi \text{ Cos}\delta \text{ Sen}AH \Delta AH \dots\dots(f)$$

Teniendo que:

$$\frac{\text{Sen}Z}{\text{Cos}\delta \text{ Sen}AH} = \frac{1}{\text{Sen}Az}$$

Y despejando a ΔAH , queda:

$$AH = \text{Sen}Z B + \text{Sen}\phi \text{Cos}\delta D - \text{Cos}\phi \text{Sen}\delta \frac{D \text{Cos}AH}{\text{Cos}\phi \text{Cos}\delta \text{Sen}AH}$$

$$\Delta AH = \frac{B \text{Sen}Z}{\text{Cos}\phi \text{Cos}\delta \text{Sen}AH} + \frac{\text{Sen}\phi \text{Cos}\delta D}{\text{Cos}\phi \text{Cos}\delta \text{Sen}AH} - \frac{\text{Cos}\phi \text{Sen}\delta D \text{Cos}AH}{\text{Cos}\phi \text{Cos}\delta \text{Sen}AH}$$

Reduciendo términos:

$$\Delta AH = \frac{B}{\text{Cos}\phi \text{Sen}Az} + \frac{D \text{Tan}\phi}{\text{Sen}AH} - \frac{D \text{Tan}\delta}{\text{Tan}AH}$$

$$\Delta AH = \left[\frac{\text{Tan}\phi}{\text{Sen}AH} - \frac{\text{Tan}\delta}{\text{Tan}AH} \right] D + \frac{B}{\text{Cos}\phi \text{Sen}Az} \dots\dots\dots(g)$$

Si sustituimos los valores de B y D

$$\Delta AH = \left[\frac{\text{Tan}\phi}{\text{Sen}AH} - \frac{\text{Tan}\delta}{\text{Tan}AH} \right] \frac{\delta_w - \delta_E}{2} + \frac{Z_w - Z_E}{2 \text{Cos}\phi \text{Sen}Az} \dots\dots\dots(h)$$

Si dividimos el segundo miembro de la ecuación entre 15, la expresión nos quedara en términos de segundos de tiempo, esto es:

$$\Delta AH = \left[\frac{\text{Tan}\phi}{\text{Sen}AH} - \frac{\text{Tan}\delta}{\text{Tan}AH} \right] \frac{\delta_w - \delta_E}{30} + \frac{Z_w - Z_E}{30 \text{Cos}\phi \text{Sen}Az} \dots\dots\dots(i)$$

Entonces, éste es el valor de corrección del ángulo horario (ΔAH), el cual se sustituye en la formula de Covarrubias:

$$\Delta t = \frac{\alpha_w - \alpha_E}{2} + \Delta AH - \frac{T_w - T_E}{2}$$

En el último término de la fórmula del ΔAH , el numerador ($Z_W - Z_E$), se obtiene por medio de las indicaciones del nivel paralelo al círculo vertical del instrumento. La desviación de las distancias genitales de las dos estrellas es la diferencia de lecturas entre una y otras observaciones; esto en unidad de arco.

La fórmula por la que se encuentra dicha corrección es:

$$\pm [(O_E + E_E) - (O_W + E_W)] v \frac{1}{60 \cos \phi \operatorname{Sen} Az}$$

Teniendo en consideración que:

- OE y EE son las lecturas en los dos extremos de la burbuja en la observación de la estrella al Este.
- OW y EW son las lecturas en los dos extremos de la burbuja en la observación de la estrella al Oeste.
- v es el valor angular de una división del nivel
- O es la lectura del nivel del lado del objetivo del anteojo
- E es la lectura del nivel del lado del ocular
- Az es el promedio de los azimutes del par de estrellas.

IV.2.1. CONDICIONES PARA FORMAR PARES DE ESTRELLAS

Una vez teniendo el catálogo del cual se obtendrán los pares de estrellas a observar, se realiza una lista de las mismas. Es indispensable saber inicialmente los datos previos de la fecha, hora y lugar donde se realizarán las observaciones, además de las coordenadas geográficas (latitud y longitud) aproximadas del lugar donde se realizarán las observaciones, estas pueden ser obtenidas mediante observaciones al Sol o tomadas de alguna carta topográfica y/o anuario astronómico.

Para poder realizar la selección de los pares de estrellas a observar, estos deben satisfacer ciertas condiciones:

1. Las declinaciones de las 2 estrellas no deben diferir más de 2° .
2. La ascensiones rectas deben de satisfacer la siguiente desigualdad.

$$4^h < |\alpha_E - \alpha_W| < 8^h$$

Siendo:

α_E ascensión recta de la estrella al este del meridiano.

α_W ascensión recta de la estrella al oeste del meridiano.

3. Las estrellas deben observarse de preferencia a $\pm 5^\circ$ del primer vertical, es decir, que las declinaciones para ambas estrellas será semejante a la latitud astronómica en $\pm 5^\circ$.
4. La magnitud aparente de las estrellas a observar es preferentemente menor a 5.

Sabiendo las condiciones necesarias para obtener los pares de estrellas, se debe iniciar calculando la hora sidérea a la que se realizaran las observaciones.

IV.2.2. CALCULO DE LA HORA SIDEREA DE OBSERVACIÓN

Para poder realizar las observaciones de pares de estrellas, es necesario saber el día, la hora y el lugar de observación. Debido a que el sistema de tiempo que utilizan las estrellas es el sidéreo, es necesario manejar éste sistema de tiempo a la hora de observación, por ello se debe realizar una transformación de tiempo medio a tiempo sidéreo.

Este procedimiento ya se describió en el Capítulo II, por lo que en este apartado únicamente, se mencionares la ecuación general, sin olvidar que las horas son únicamente de 0 a 24, si nos pasamos de estas horas se le tiene que restar 24 al resultado obtenido, como se vio en el desarrollo del Capítulo mencionado.

$$T_{sl} = T_0 + T_m + Cl \pm \Delta\lambda$$

Así se puede obtener la hora sidérea de cualquier lugar que se requiera y de cualquier hora de observación

Para entender mejor algunos procedimientos y cálculos, se hara la ejemplificación de los mismos, continuando con el ejemplo del Capítulo II.

Teniendo ya la hora de observación en tiempo sidéreo, se procede a verificar las condiciones para el cálculo de los pares de estrellas, para ello, primero se debe de obtener la diferencia existente entre cada una de las estrellas, según la ascensión recta, esto implica que de la hora obtenida para la observación, se restaran 4 horas para la estrella al Oeste y se sumaran 4 horas para la estrella al Este, y ese valor será el máximo buscado en las ascensiones rectas. Tomando el valor de la hora sidérea obtenida en el capítulo II, obtenemos las estrellas al Este y al Oeste, para nuestro valor ejemplo nos quedara:

Estrella al Oeste	Estrella al Este
$TSLO = 11^h 58^m 04.72^s$	$TSLO = 11^h 58^m 04.72^s$
$Diferencia = -4^h 00^m 00.00^s$	$Diferencia = +4^h 00^m 00.00^s$
$TSLOW = 7^h 58^m 04.72^s$	$TSLOE = 15^h 58^m 04.72^s$

Ahora se revisa del catalogo, a las estrellas que se encuentren entre los parámetros establecidos para la ascensión recta y que tengan las declinaciones, similares para que se cumplan la condición, para el ejemplo tenemos:

Estrella al Oeste	Estrella al Este
ϕ Gem	α CrB
$\alpha = 7^h 54^m 04.60^s$	$\alpha = 15^h 35^m 05.40^s$
$\delta = 26^\circ 44' 25.90''$	$\delta = 26^\circ 40' 59.40''$

Revisando condiciones tenemos:

$\alpha_E = 15^h 35^m 05.40^s$	$\delta_E = 26^\circ 40' 59.40''$
<u>$\alpha_W = -7^h 54^m 04.60^s$</u>	<u>$\delta_W = 26^\circ 44' 25.90''$</u>
$\Delta\alpha = 7^\circ 41' 00.80''$	$\Delta\delta = -0^\circ 04' 00.50''$

Con esto ya, comprobamos que las dos estrellas elegidas cumplen con las condiciones establecidas para generar pares de estrellas, por ello continuamos con el procedimiento.

IV.2.3. CALCULO DE LA HORA SIDEREA DE IGUAL ALTURA

Conociendo la ascensión recta y la declinación, de cada una de las estrellas que forman el par de observación, procedemos a calcular la hora sidérea de igual altura, con la expresión matemática siguiente:

$$H_s = \frac{\alpha_E + \alpha_W}{2}$$

Esto con los datos de ejemplo, nos queda de la siguiente manera:

$$H_s = \frac{15^h 35^m 05^s .40 + 7^h 54^m 04^s .60}{2}$$

$$H_s = 11^h 44^m 35.0^s$$

IV.2.4. CALCULO DE LAS HORAS DE OBSERVACIÓN DE LA ESTRELLA AL ESTE Y LA DEL OESTE

El cálculo de la hora de observación a las estrellas se obtiene por medio de las siguientes expresiones.

Para el cálculo de la estrella al Este tenemos:

$$E = T_{SLE} = H_s - 4^m$$

Para el cálculo de la estrella al Oeste se tiene:

$$W = T_{SLW} = H_s + 4^m$$

Esto se hace para que las estrellas sean observadas a la misma altura pero con una diferencia de tiempos pequeña, para que dé tiempo al observador de preparar cada observación.

Si tomamos los datos ejemplo, las horas de observación de las estrellas al este y al oeste, son:

$$T_{SLW} = 11^h 44^m 35.0^s + 4^m$$

$$T_{SLE} = 11^h 44^m 35.0^s - 4^m$$

$$T_{SLW} = 11^h 48^m 35.0^s$$

$$T_{SLE} = 11^h 40^m 35.0^s$$

Con esto sabemos a qué hora se visara cada una de las estrellas.

IV.2.5. CALCULO DE LOS ÁNGULOS HORARIOS

El ángulo horario de cada una de las estrellas se calcula mediante las siguientes expresiones:

$$AH_W = T_{SLW} - \alpha_W$$

$$AH_E = \alpha_E - T_{SLE}$$

Verificando los datos ejemplo nos quedan los siguientes valores de para el ángulo horario correspondiente a cada estrella:

$$\begin{array}{rcl} AH_W = T_{SLW} - \alpha_W & & AH_E = \alpha_E - T_{SLE} \\ T_{SLW} = 11^h 48^m 35.00^s & & \alpha_E = 15^h 35^m 05.40^s \\ \underline{\alpha_W = -7^h 54^m 04.60^s} & & \underline{T_{SLE} = -11^h 40^m 35.00^s} \\ AH_W = 3^h 54^m 30.40^s & & AH_E = 03^h 54^m 30.40^s \end{array}$$

Los ángulos de ambas estrellas deben ser iguales, para que esto sea un indicativo de que el procedimiento es correcto hasta este punto.

IV.2.6. CALCULO DE LA DISTANCIA ZENITAL

El cálculo del ángulo de las distancias zenitales, se realiza por medio de las siguientes expresiones matemáticas:

$$Z_E = \cos^{-1}(\text{Sen} \delta_E \text{Sen} \phi + \text{Cos} \delta_E \text{Cos} \phi \text{Cos} AH_E)$$

$$Z_W = \cos^{-1}(\text{Sen} \delta_W \text{Sen} \phi + \text{Cos} \delta_W \text{Cos} \phi \text{Cos} AH_W)$$

El cálculo de la distancia zenital de observación para el par de estrellas, se resuelve por medio de la ecuación:

$$Z_m = \frac{Z_E + Z_W}{2}$$

Si, utilizamos los datos de nuestro ejemplo para obtener estos valores tenemos que cambiar los valores del ángulo horario de horas a sistema angular, es decir, multiplicar el valor de las horas por 15° , para tener todo en sistema angular esto nos queda:

$$\begin{aligned} AH_W &= 3^h 54^m 30.40^s \times 15^\circ & AH_E &= 3^h 54^m 30.40^s \times 15^\circ \\ AH_W &= 58^\circ 37' 36.00'' & AH_E &= 58^\circ 37' 36.00'' \end{aligned}$$

$$Z_E = \cos^{-1}(\text{Sen}(26^\circ 40' 59.40'')\text{Sen}(99^\circ 11' 03'') + \text{Cos}(26^\circ 40' 59.40'')\text{Cos}(99^\circ 11' 03'')\text{Cos}(60^\circ 15' 15.30''))$$

$$Z_E = 68^\circ 37' 46.96''$$

$$Z_W = \cos^{-1}(\text{Sen}(26^\circ 44' 25.90'')\text{Sen}(99^\circ 11' 03'') + \text{Cos}(26^\circ 44' 25.90'')\text{Cos}(99^\circ 11' 03'')\text{Cos}(52^\circ 13' 09.55''))$$

$$Z_W = 69^\circ 35' 01.17''$$

Ahora teniendo los valores de la distancia zenital de cada estrella, se hace el calculo de la distancia zenital media:

$$\begin{aligned} Z_m &= \frac{Z_E + Z_W}{2} \\ Z_m &= \frac{68^\circ 37' 46''.96 + 69^\circ 35' 01''.17}{2} \\ Z_m &= 68^\circ 51' 44.66'' \end{aligned}$$

Teniendo la distancia zenital media podemos calcular los acimuts de cada estrella que genera el par.

IV.2.7. CALCULO DE LOS AZIMUTS

Las expresiones matemáticas que se utilizan para determinar los valores de los azimuts de observación para el par de estrellas son.

Para la estrella al Este es:

$$AZ_E = \text{Cos}^{-1}\left(\frac{\text{Sen}\delta_E - \text{Sen}\phi \text{Cos}Z_m}{\text{Cos}\phi \text{Sen}Z_m}\right)$$

$$AZ_W = \text{Cos}^{-1}\left(\frac{\text{Sen}\delta_W - \text{Sen}\phi \text{Cos}Z_m}{\text{Cos}\phi \text{Sen}Z_m}\right)$$

Hay que considerar que para la estrella al Este el valor del azimut se toma del resultado que se obtenga de la formula, pero para la estrella al Oeste el valor del azimut tiene una consideración más que es la siguiente:

$$AZ_{W'} = 360^\circ - AZ_W$$

Sabiendo que AZ_W es el que se considero en la primera ecuación.

Los valores de los azimuts de cada estrella, para nuestro ejemplo es:

$$AZ_E = \text{Cos}^{-1}\left(\frac{\text{Sen}(26^\circ 44' 25.90'') - \text{Sen}(99^\circ 11' 03'') * \text{Cos}(68^\circ 51' 44.66'')}{\text{Cos}(99^\circ 11' 03'') * \text{Sen}(68^\circ 51' 44.66'')}\right)$$

$$AZ_E = 55.241216$$

$$AZ_W = \text{Cos}^{-1}\left(\frac{\text{Sen}(26^\circ 40' 59.40'') - \text{Sen}(99^\circ 11' 03'') * \text{Cos}(68^\circ 51' 44.66'')}{\text{Cos}(99^\circ 11' 03'') * \text{Sen}(68^\circ 51' 44.66'')}\right)$$

$$AZ_W = 304.193518$$

Con esto ya tenemos todos los datos necesarios para poder hacer las observaciones de los pares de estrellas.

IV.2.8. FORMATO DE PARES DE ESTRELLAS CALCULADOS

El formato del registro que se debe hacer para poder realizar las observaciones a las estrellas, debe de contener como datos generales: la fecha de observación, el aparato con el que se realizaran las observaciones, nombre del observador y del anotador que

realizaran las observaciones, el lugar de observación, la latitud y longitud aproximadas de la estación de observación.

Además de los datos generales, el registro que se debe tener preparado para las observaciones de las estrellas, debe contener los datos correspondientes a cada par de estrellas, organizadas en 11 columnas, las cuales son:

1. Catalogo
2. Numero de par
3. Nombre de la estrella al Este
4. Magnitud de la estrella al Este
5. Hora de paso de la estrella al Este. (Estimada hasta el minuto)
6. Azimut de la estrella al Este
7. Distancia Zenital
8. Nombre de la estrella al Oeste
9. Magnitud de la estrella al Oeste
10. Hora de paso de la estrella al Oeste. (Estimada hasta el minuto)
11. Azimut de la estrella al Oeste

IV.3. OBSERVACIONES DE CAMPO

Contando una vez con el registro de preparación de pares de estrellas, el cual se realizó en gabinete, se puede ir a campo a realizar las observaciones. En campo se debe iniciar colocando una línea base, que nos servirá para la determinación de la meridiana astronómica, la cual es necesaria para poder ubicar con el aparato el valor de los azimutes calculados para cada par de estrellas, y se pueda llevar a cabo la observación de los astros.

La determinación del azimut de nuestra línea base, se calcula por cualquier método astronómico, de preferencia se recomienda el de observación a la estrella Polar, el cual fue descrito en el Capítulo III.

Las observaciones de las estrellas deben seguir la siguiente metodología:

Las observaciones pueden realizarse con cualquier goniometro, para iniciar se debe centrar y nivelar el aparato correctamente en el punto de observación. Primero se debe de colocar el círculo horizontal del aparato en ceros ($0^{\circ} 0' 0''$.0) en dirección norte del meridiano, para poder ubicar correctamente los azimuts de las estrellas correspondientes.

Con los datos que se tienen preparados en la lista de pares de estrellas, cinco o siete minutos antes de la hora de paso de la estrella al Este que es la primera a observar se marca en los círculos vertical y horizontal del aparatosos valores correspondientes de la distancia zenital y del azimut de dicha estrella. Por lo general, la estrella al oeste aparece en el campo visual del anteojo por arriba del hilo horizontal de la retícula, y por el contrario, la estrella al este se observa por debajo; pero también hay que tener cuidado con los aparatos que tienen la mira inversa, puesto que las estrellas se observaran en las posiciones contrarias.

Una vez que la estrella correspondiente este cerca de los hilos de la retícula, se avisa al anotador, ya que el tiempo de transito por los hilos, se toma a partir del momento que el observador da la indicación de “op”, cada vez que la estrella cruza uno de los hilos de la retícula. Al terminar de hacer las observaciones de la estrella al Este, se gira azimutalmente el círculo horizontal del aparato, hasta llegar a obtener el azimut de la estrella que se ubica al Oeste, procurando no hacer variar la inclinación del anteojo, lo menos posible, ya que este ya tiene establecido la distancia

zenital correspondiente al par. Una vez colocado el azimut de la estrella al oeste, se espera la entrada de la estrella en el campo visual del anteojo, procurando que cuando el astro se encuentre cerca, el anotador esté listo para tomar nota de la hora en que la estrella pase por cada uno de los hilos de la retícula.

El procedimiento de observación, se hace para cada par de estrellas, procurando que el aparato este correctamente centrado, nivelado y en la posición correcta para la observación de cada astro.

El registro que se debe llevar en campo es sencillo, ya que únicamente, se debe ir anotando la hora de paso de la estrella por cada uno de los hilos de la retícula del anteojo, y la distancia zenital que tiene el aparato al observar cada estrella. El formato del registro de campo, debe de contener los datos del lugar de observación, la fecha, la temperatura, la presión atmosférica, además de los nombres del observador y del anotador. Las anotaciones se realizan en forma de U, como se muestra en el siguiente ejemplo del registro de campo.

REGISTRO DE CAMPO PARA LA OBSERVACIÓN DE PARES DE ESTRELLAS					
Lugar de observación:		Presión:		[mmHg]	
Fecha:		Temperatura:		[°C]	
Observador:					
Anotador:					
No. Par	Estrella Este	Diferencia	Estrella Oeste	Diferencia	Comparación de Reloj
	Hs.		Hi.		
	Hm.	Hm.-Hs.	Hm.	Hi - Hm.	
	Hi.	Hi-Hm.	Hs.	Hm. - Hs	
	Prom. Ext.		Prom. Ext.		
	Promedio		Promedio		
	distancia zenital.		distancia zenital.		
	Hs.		Hi.		
	Hm.	Hm.-Hs.	Hm.	Hi - Hm.	
	Hi.	Hi-Hm.	Hs.	Hm. - Hs	
	Prom. Ext.		Prom. Ext.		
	Promedio		Promedio		
	distancia zenital.		distancia zenital.		
	Hs.		Hi.		
	Hm.	Hm.-Hs.	Hm.	Hi - Hm.	
	Hi.	Hi-Hm.	Hs.	Hm. - Hs	
	Prom. Ext.		Prom. Ext.		
	Promedio		Promedio		
	Distancia zenital.		Distancia zenital.		
	Hs.		Hi.		
	Hm.	Hm.-Hs.	Hm.	Hi - Hm.	
	Hi.	Hi-Hm.	Hs.	Hm. - Hs	
	Prom. Ext.		Prom. Ext.		
	Promedio		Promedio		
	Distancia zenital.		Distancia zenital.		

IV.4. CALCULO DE LA LONGITUD DEL LUGAR

Una vez realizadas las observaciones de los pares de estrellas en campo, se procede al cálculo de la longitud. Para poder realizar los primeros cálculos nos podemos ayudar de un formato como el siguiente:

Calculo de tiempo por el método de alturas iguales.					
Lugar de Observación: _____		φ: _____		Fecha: _____	
Calculo: _____		Cronometro: _____			
$H = \frac{1}{2}(\alpha_E - \alpha_W) + \frac{1}{2}(t_W - t_E)$ $\Delta H = \frac{\delta_W - \delta_E}{30} \left[\frac{\text{Tan} \phi}{\text{Sen} H} - \frac{\text{Tan} \delta_{prom}}{\text{Tan} H} \right] + \frac{Z_W - Z_E}{30 \text{Cos} \phi \text{Sen} Az}$ $\Delta t = \Delta H + \frac{1}{2}(\alpha_E + \alpha_W) - \frac{1}{2}(t_W - t_E)$					
No. Par					
Nombre de Estrellas	E W	E W	E W	E W	E W
t_E					
t_W					
$t_W - t_E$					
$\frac{1}{2} (t_W - t_E)$					
$t_W + t_E$					
$\frac{1}{2} (t_W + t_E)$					
α_E					
α_W					
$\alpha_E - \alpha_W$					
$\frac{1}{2} (\alpha_E - \alpha_W)$					
$\alpha_E + \alpha_W$					
$\frac{1}{2} (\alpha_E + \alpha_W)$					
H					
H°					
δ_E					
δ_W					
$\delta_W + \delta_E$					
$\frac{1}{2} (\delta_W + \delta_E)$					
$\delta_W - \delta_E$					
Z_E					
Z_W					
AZ					
ΔH					
$\frac{1}{2} (\alpha_E + \alpha_W)$					
Prom.t de obs.					
Δt					

En donde:

Las formulas se utilizan para los cálculos del formato, y corresponden a la formula de Díaz Covarrubias.

ϕ : Es el valor de la latitud del lugar de observación, obtenida por algún método astronómico.

t_E : Promedio del tiempo de observación de la estrella al este.

t_W : Promedio del tiempo de observación de la estrella al oeste.

α_E : Ascensión recta de la estrella al este, obtenida del formato de preparación de los pares de estrellas.

α_W : Ascensión recta de la estrella al oeste, obtenida del formato de preparación de los pares de estrellas.

δ_E : Declinación de la estrella al este, obtenida del formato de preparación de los pares de estrellas.

δ_W : Declinación de la estrella al oeste, obtenida del formato de preparación de los pares de estrellas.

H: Parámetro de medición de arco, entre los círculos horarios que contienen las estrellas al Este y al Oeste.

ΔH : la diferencia del ángulo horario, obtenido con la formula de Díaz Covarrubias.

Δt : Es la diferencia de tiempo entre las ascensiones rectas y el tiempo de observación.

Z_E : Azimut de la estrella al este, obtenida del formato de preparación de los pares de estrellas.

Z_W : Azimut de la estrella al oeste, obtenida del formato de preparación de los pares de estrellas.

Az: Azimut medio de las estrellas, se obtiene $Az = \frac{Az_E + (360^\circ - Az_W)}{2}$

Una vez teniendo los datos anteriores, podemos proceder al cálculo final de la longitud del lugar de observación. Para poder hacer mas clara la explicación se realizará un ejemplo, suponiendo que se realizaron las observaciones.

Primero se obtiene el promedio de tiempo de todas las observaciones realizadas, en tiempo sidéreo local, así como, de las diferencias de tiempo (Δt) que se obtuvieron anteriormente.

Promedio del Tiempo sidéreo local de las observaciones (T_p): $12^h 07^m 00^s.00$

Promedio de la variación del tiempo (ΔT_p): $-1^s.1$

De las comparaciones del reloj con el radio de onda corta, se obtiene la marcha del reloj; y además, se convierte la hora de comparación del cronometro en hora sidérea, como se vio en el Capítulo II, para tener nuestro reloj en tiempo sidéreo.

Comparación del reloj

	Radio Tm	Cronometro Ts	ΔT
t	20h 24m	11h 55m 12s.0	-1s.2
t'	02h 59m	18h 31m 16s.5	-0s.9

$$m = \frac{\Delta t' - \Delta t}{t' - t} = 0.045446$$

Se toma una de las horas de comparación del reloj (T_c), para poder obtener una variación de tiempo en relación a la variación obtenida por medio de las estrellas; esta se obtiene al multiplicar la marcha del reloj (m) obtenida, y la diferencia de la hora promedio de observación (T_p) y la hora de comparación seleccionada, teniendo dicho valor, se suma algebraicamente al promedio de la variación de tiempo obtenido de las observaciones, para finalmente obtener una corrección de la hora de comparación al sumarle a ésta algebraicamente la variación de tiempo obtenida. La hora corregida se convertirá en nuestro tiempo sidéreo local; lo anterior se ve mas claramente en el ejemplo siguiente.

Hora de comparación (T_c)	$18^h 31^m 16^s.5$	ΔT_c que se busca: X
Promedio de hora de observación (T_p):	$12^h 07^m 00^s.00$	ΔT_p de observaciones: $-1^s.1$
$(T_c) =$	$18^h 31^m 16^s.5$	$\Delta T_c = X$
$(T_p) =$	$-12^h 07^m 00^s.00$	$\Delta T_p = -1s.1$
	$6^h 24^m 16^s.5$	
	$X = (T_c - T_p) * m$	
	$0^s.256^h = 24^m 16^s.5 * 0.045446$	
	$\Delta T_c = \Delta T_p + X$	
	$-0^s.85 = -1^s.1 + 0^s.25$	
	$T_{SL} = T_c + \Delta T_c$	
	$18^h 31^m 15^s.65 = 18^h 31^m 16^s.5 + (-0^s.85)$	
	$T_{SL} = 18^h 31^m 15^s.65$	

Sabiendo el valor de la hora sidérea a la hora de observación en el meridiano de referencia (M. 90° W. G.), y teniendo el valor de la hora sidérea local, se hace una diferencia de estas:

$$\begin{array}{r}
T_{SM90^{\circ}W.G.} - T_{SL} \\
19^h 15^m 50^s.71 \\
\underline{-18^h 31^m 15^s.65} \\
00^h 44^m 35^s.06
\end{array}$$

Esta diferencia nos da una variación de longitud en tiempo sidéreo, pero la longitud se necesita en tiempo medio, por lo tanto, se hace la transformación de intervalos de tiempo sidéreo a tiempo medio, para esto se utiliza la siguiente ecuación, vista en el Capítulo II:

$$\begin{aligned}
I_m &= I_s - (0.0027304 * I_s) \\
I_m &= 00^h 44^m 35^s.06 - (0.0027304 * 00^h 44^m 35^s.06) \\
I_m &= 00^h 44^m 42^s.36
\end{aligned}$$

Teniendo la diferencia en tiempo medio, se puede finalmente obtener la longitud, esto es, al intervalo medio (I_m) que se tiene se le suma la diferencia en horas que existe entre el meridiano de referencia y el meridiano de origen, en este trabajo se considera como meridiano de referencia el meridiano 90° W. G., por lo tanto, la diferencia en horas entre los meridianos mencionados es de 6 horas.

Finalmente, el valor de la longitud se obtiene con la siguiente ecuación general:

$$\lambda = Mr^h \pm I_m.$$

Siendo Mr^h la longitud del meridiano de referencia en horas y I_m el intervalo de tiempo medio.

Para la mayor parte del país, el meridiano de referencia es el 90° al Oeste de Greenwich, y su valor en horas es de 6h.

Por lo que como se vio anteriormente, el cálculo de la longitud se resume a la diferencia de horas existentes entre el meridiano de referencia y el meridiano del lugar, pero por medio de las observaciones a las estrellas se obtienen valores corregidos.

Siguiendo toda esta metodología, tanto para la obtención de la lista de los pares de estrellas a observar como para el cálculo de la longitud, podemos proceder a realizar el programa que nos ayudara a automatizar estos procesos, el cual está descrito en el capítulo V de este trabajo.

V. SOFTWARE

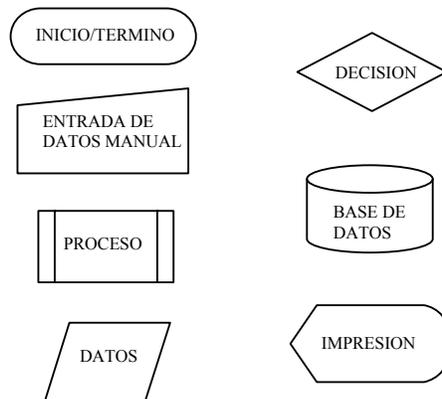
El elemento principal en la realización de este proyecto es precisamente, el programa que llevara a cabo la automatización del cálculo de la longitud por el método de alturas iguales. El programa está elaborado con el lenguaje de programación Visual Basic, utilizando el software correspondiente llamado Visual Basic 6.0.

El programa tiene un diseño amigable, para que el usuario sólo establezca los datos mínimos, éste esta consta de dos partes, la primera corresponde al cálculo de la lista de los pares de estrellas a observar, y la segunda corresponde al cálculo de la longitud del lugar.

En los siguientes apartados, se describirán detalle las dos partes que componen el programa, así como una visualización del mismo,

V.1.DIAGRAMA DE FLUJO

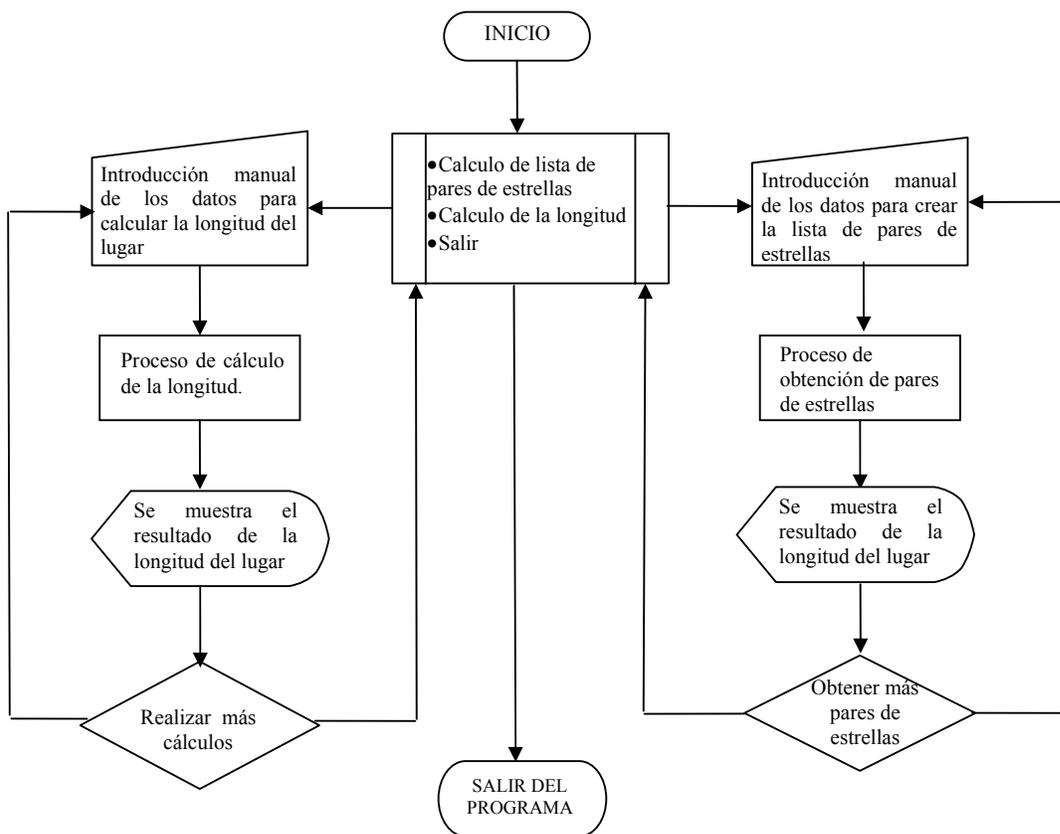
Un diagrama de flujo nos sirve para comprender mejor, lo que el programa realizara, los elementos que se utilizan en un diagrama de flujo, son los que se muestran a continuación.



El programa realizado en este trabajo, como ya se menciona anteriormente, consta de dos partes, las cuales pueden ser representadas por diagramas de flujo diferentes.

Otra manera de describir el proceso que se lleva a cabo dentro del programa, es la realización de un algoritmo, el cual es la descripción paso a paso de los cálculos, decisiones, y procedimientos que forman parte del programa.

A continuación se mostrara el diagrama de flujo general del programa, en el cual solo se mostraran las partes principales de éste, y en seguida el algoritmo de cada una de las dos partes que conforman el programa.



Algoritmo para Obtener Pares de Estrellas

Solicitar datos necesarios para obtener hora sidérea y la lista de pares de estrellas, estos se ingresan manualmente.

- Día de observación
- Hora de observación
- Lugar de observación
- Coordenadas del lugar
- Meridiano de referencia
- Hora cero en el meridiano de referencia

Después de a ver ingresado los datos, todos los procedimientos se realizan internamente. Los datos que se ingresen se transforman a decimales, y se hace obtiene la hora sidérea local, con los cálculos vistos en el capítulo II.

Hora de observación (T_m)
Hora cero en meridiano (T_0)
Corrección (Cl)
Meridiano de referencia (Mr)
Longitud aproximada del lugar de observación (λ_g)

$$T_{sl} = T_m + T_0 + (T_m * 0.00273790935) + (Mr - \lambda_g)$$

Identificar que T_{sl} sea menor a 24:

- Si cumple se queda el valor T_{sl}
- Si no cumple al valor T_{sl} se le restan 24.

Con el valor T_{sl} , se buscan valores -4 horas y valores +4 horas, para obtener las estrellas al Este y las estrellas al Oeste.

$$T_{slw} = T_{sl} - 4$$
$$T_{sle} = T_{sl} + 4$$

Las horas T_{slw} y T_{sle} tienen que ser menor a 24:

- Si cumplen se queda el valor
- Si no cumplen se les resta 24

Teniendo los valores T_{slw} y T_{sle} , se busca en el catálogo de estrellas que se tiene, los valores que cumplan con las horas correspondientes, y solo nos debe traer los datos que estén próximos a los valores (T_{slw} y T_{sle}).

Los valores que se seleccionaron, deben de tener toda la información correspondiente a cada estrella como:

Nombre
Ascensión (a)
Declinación (d)
Magnitud (m)

Teniendo los valores se tienen separados en dos tablas temporales, con los cuales se tiene que cumplir la primera condición donde la diferencia de la ascensión recta de las estrellas que formaran el par cumpla: $4 < \square < 8$, este procedimiento se realiza con una linealidad de todos contra todos.

$$DA = \text{abs}(\text{valoraw} - \text{valorae})$$

En las diferencia se tiene que cumplir la condicional de

$$4 < DA < 8$$

- Si la diferencia cumple se guarda el valor en alguna tabla temporal, también se seleccionan todos los elementos.
- Si la diferencia no cumple se deja el valor y se buscan otros.

Una vez terminado con todos los registros de ambas tablas y teniendo los valores que cumplen, con esos registros pero con valores valordw y valorde , se vuelve ha hacer una diferencia de valores, con linealidad 1-1,

$$DD = \text{abs}(\text{valorde} - \text{valordw})$$

Debe cumplir que:

$$-2 < DD < 2$$

- Si cumplen se guardan los valores en alguna tabla con todos sus elementos de fila.
- Si no cumple se pierde el registro y se sigue con otro par de datos.

A partir de aquí, se trabajara con los datos por pares que cumplieron con las condiciones, y se obtendrán los valores correspondientes.

Se obtiene el valor de la hora sidérea de observación:

$$HS = \frac{(\text{valora} + \text{valorw})}{2}$$

Hora sidérea para cada estrella minutos antes de observación, la diferencia son 4 minutos

$$\begin{aligned} \text{TSLE} &= \text{HS} - 4\text{min.} \\ \text{TSLW} &= \text{HS} + 4\text{min.} \end{aligned}$$

Se calcula la Ascensión recta de cada estrella

$$\begin{aligned} \text{AHW} &= \text{TSLW} - \text{valoraw} \\ \text{AHE} &= \text{valora e} - \text{TSLE} \end{aligned}$$

Se obtiene Distancia zenital de las estrellas

$$\begin{aligned} \text{ZE} &= \text{Cos}^{-1}((\text{Sen}(\text{de}) * \text{Sen}(\text{Long})) + (\text{Cos}(\text{de}) * \text{Cos}(\text{Long}) * \text{Cos}(\text{AHE}))) \\ \text{ZW} &= \text{Cos}^{-1}((\text{Sen}(\text{dw}) * \text{Sen}(\text{Long})) + (\text{Cos}(\text{dw}) * \text{Cos}(\text{Long}) * \text{Cos}(\text{AHW}))) \end{aligned}$$

El cálculo de la distancia zenital de observación para el par de estrellas

$$\text{Zm} = (\text{ZE} + \text{ZW}) / 2$$

Calculo de los azimuts de cada estrella,

$$\begin{aligned} \text{AZE} &= \text{Cos}^{-1}((\text{Sen}(\text{de}) - (\text{Sen}(\text{Long}) * \text{CosZm})) / (\text{Cos}(\text{Lon}) * \text{SenZm})) \\ \text{AZW} &= \text{Cos}^{-1}((\text{Sen}(\text{dw}) - (\text{Sen}(\text{Long}) * \text{CosZm})) / (\text{Cos}(\text{Lon}) * \text{SenZm})) \\ \text{AZW1} &= 360 - \text{AZW} \end{aligned}$$

Estos valores AzE y AzW se imprimen en la hoja resultado

Realizando todos los cálculos necesarios, aparece la hoja de resultados donde los datos son: Lugar de observación, día de observación, meridiano de referencia, coordenadas aproximadas del lugar de observación y el listado de pares de estrellas con los siguientes datos:

El nombre de la estrella al este
La magnitud de la estrella al este
La hora TSLE
El AZE
La Zm
El nombre de la estrella al oeste
La magnitud de la estrella al oeste
La hora TSLW
El AZW
Finalmente se hace una elección:
Evaluar otra hora de observación
Salir de esta parte del programa ir al menú principal

Algoritmo para Calcular la longitud del lugar

Esta parte del programa está dividida en tres secciones, una es la introducción manual de las observaciones de los pares de estrellas en campo, otra corresponde a las comparaciones de reloj realizadas, y otra finalmente es el calculo de la longitud, por ello es que los datos se deben de ir almacenando por separado.

Introducir manualmente los datos de las observaciones:

Lugar de observación.

Coordenadas aproximadas del lugar.

Fecha de observación

Hora sidérea en el meridiano de referencia a las 0 horas.

Número de series de observación a 3 hilos

Numero de comparaciones del reloj

En la parte que corresponde a los datos de las observaciones en campo, aparece una tabla como la siguiente, donde al tenerla llena con los datos correspondientes se da click al botón de registrar que aparecerá, de esta manera tantas veces como sea el numero de pares de estrellas observadas.

No. Par	Estrella Este	Estrella Oeste
	α_E	α_W
	δ_E	δ_W
	AZ_E	AZ_W
	$H_s.$	$H_i.$
	$H_m.$	$H_m.$
	$H_i.$	$H_s.$
	Altura zenital	Altura zenital

La parte correspondiente a las comparaciones del reloj (cronometro) con el sistema que tengamos como referencia (radio de onda corta), también se van a registrar en celdas como las siguientes, donde una vez llenas con los datos necesarios se apretara un botón que automáticamente guarde el registro.

Radio T_m Cronometro T_s ΔT

Una vez que se van guardando los registros, internamente se van realizando las operaciones necesarias, como los promedios entre las observaciones, la marcha del reloj y los cálculos para obtener el DH

$$\text{Prom Ext.} = (H_s + H_i) / 2$$

$$\text{Prom fin} = (\text{Prom. Ext.} + H_m) / 2$$

$$m = \frac{\Delta t' - \Delta t}{t' - t}$$

$$H = \frac{1}{2}(\alpha_E - \alpha_W) + \frac{1}{2}(t_W - t_E)$$

$$H^o = H * 15$$

$$Az = \frac{Az_E + (360^o - Az_W)}{2}$$

$$\Delta H = \frac{\delta_W - \delta_E}{30} \left[\frac{\text{Tan} \phi}{\text{Sen} H^o} - \frac{\text{Tan} \delta_{prom}}{\text{Tan} H^o} \right] + \frac{Z_W - Z_E}{30 \text{Cos} \phi \text{Sen} Az}$$

$$\Delta Tc = \Delta H + \frac{1}{2}(\alpha_E + \alpha_W) - \frac{1}{2}(t_W - t_E)$$

Se obtiene el tiempo sidéreo local, de la siguiente manera:

$$X = (Tc - Tp) * m$$

$$\Delta Tc = \Delta Tp + X$$

$$T_{SL} = Tc + \Delta Tc$$

Con los datos que el usuario proporciona acerca del meridiano de referencia se calcula el intervalo de tiempo sidéreo.

$$Is = T_{SM90^oW.G.} - T_{SL}$$

Esta diferencia nos da una variación de longitud en tiempo sidéreo, pero la longitud se necesita en tiempo medio, por lo tanto, se hace la transformación de intervalos de tiempo sidéreo a tiempo medio, para esto se utiliza la siguiente ecuación, vista en el capítulo II:

$$Im = Is - (0.0027304 * Is)$$

Finalmente, se obtiene la longitud del lugar en horas y posteriormente se transforma a grados minutos y segundos:

$$\lambda = (\text{meridiano de referencia} / 15) + Im.$$

En la pantalla de resultados aparecerán:

- Lugar de Observación
- Día de Observación
- Coordenadas del lugar

Finalmente se hace una elección:

- Evaluar otra hora de observación
- Salir de esta parte del programa ir al menú principal

V.2. VISUALIZACION DE FUNCIONAMIENTO

El funcionamiento del software es muy amigable ya que únicamente consta de 3 pantallas, para cualquiera de los dos cálculos que se requieran. A continuación se vera un ejemplo de la funcionalidad del programa que nos sirve para la automatización de obtener la lista de pares de estrellas a observar y para el calculo de la longitud del lugar.

Al abrir el programa, aparece el índice de procesos a realizar, como se muestra a continuación.



Dando click en el botón que dice “Obtención de pares de estrellas”, aparece una pantalla que nos muestra los datos que se requieren para poder obtener la lista de pares de estrellas, ésta pantalla se muestra a continuación.

LISTA DE PARES DE ESTRELLAS

Pares de Estrellas

Datos Geográficos

Lugar de Observación:

Día de Observación:

Mes de Observación:

Año de Observación:

Hora de Observación:

Coordenadas Geograficas del Lugar de Observación

Latitud

Longitud

Tiempo de Referencia

Meridiano de Referencia: Deste Este

Hora Sideral a las 0h del Meridiano de referencia

RESULTADOS

Sabiendo cuales son los datos que se requieren, se procede a llenar los campos, en este caso utilizaremos los datos que se utilizaron para ejemplificar en el Capitulo II:

LISTA DE PARES DE ESTRELLAS

Pares de Estrellas

Datos Geográficos

Lugar de Observación:

Día de Observación:

Mes de Observación:

Año de Observación:

Hora de Observación:

Coordenadas Geograficas del Lugar de Observación

Latitud

Longitud

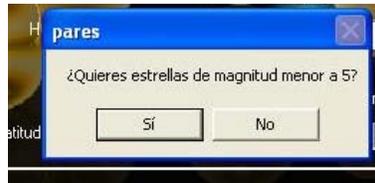
Tiempo de Referencia

Meridiano de Referencia: Deste Este

Hora Sideral a las 0h del Meridiano de referencia

RESULTADOS

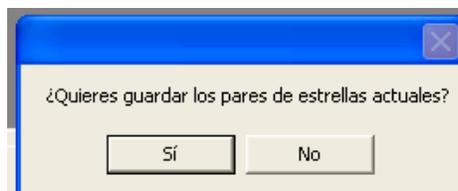
Una vez que se llenaron todos los campos, se da click en el botón de Resultados y nos aparecerá una caja de dialogo, donde nos pregunta el valor de la magnitud de las estrellas, ya que no hay que olvidar que para el procedimiento de pares de estrellas únicamente se pueden visualizar estrellas con magnitud igual o menor a 5, la caja de dialogo es la siguiente:



automáticamente se calculan los pares de estrellas, y como resultado nos da el listado como se muestra en la siguiente imagen.



Con esto tenemos ya una lista de pares de estrellas, si queremos calcular más podemos dar clic en el botón “Buscar más pares”, donde nos aparecerá una caja de dialogo que se muestra a continuación:



Si aceptamos guardar la lista de pares de estrellas que ya tenemos, y buscamos otros pares, la lista aumentara automáticamente, si no aceptamos se borrara la lista de pares que se tenga; en ambos casos nos regresa a la pagina de datos para el calculo de los pares de estrellas.

Si damos click en el botón de “Excel” este nos enviara el listado a una hoja de Excel para que pueda ser impreso.

Si damos click en el botón de “SALIR” este cerrara la lista de pares de estrellas y nos llevara a la página de inicio, donde podemos elegir “Calculo de la longitud”.

Seleccionando el botón “Calculo de la Longitud”, nos enviara a la página que nos solicita los datos de las observaciones de las estrellas realizadas previamente, ésta pagina es la que se muestra a continuación:

Sabiendo los datos que necesitamos, procedemos a llenar todos los campos de la página, tomando en cuenta que cada que llenemos los registros de la parte llamada “Datos de Observación” tenemos que dar click en el botón “REGISTRO”, para que se almacenen dichos datos, esto hasta completar el numero de observaciones realizadas. De la misma forma se llenan los campos correspondientes a las comparaciones del reloj, guardando los datos tantas veces como hayan sido las comparaciones realizadas, como se muestra en la siguiente imagen:

CALCULO DE LA LONGITUD

Lugar de observación: Facultad de Ingeniería

Día de Observación: 30 mayo 2009

Latitud del Lugar: 19° 19' 50"

Meridiano de Referencia: 90°

Estrella al Este: Este

Estrella al Oeste: Oeste

Hora Sideral en el meridiano de referencia: 16 h 31 m 31.8 s

Número de Pares: 2

Número de comparaciones: 2

Datos de Observación

No. Par: 112

	Estrella al Este			Estrella al Oeste		
Ascension Recta	15	35	5.40	7	54	4.60
Declinación	26	44	25.9	26	40	59.4
Azmut	95	31	20	265	29	45
	h	m	s	h	m	s
Hilo Superior	11	24	23.2	11	58	08.4
Hilo Medio	11	25	32.1	11	59	35.8
Hilo Inferior	11	26	43.5	12	1	23.4
Distancia Zenital	79	46	00	79	46	12

Comparaciones del Reloj

Radio (Tm)	Reloj (Ts)	Variación de tiempo
h m s	h m s	m s
23 15 00	7 12 56	0 -0.9

GUARDAR COMPARACION

REGISTRO

Longitud

Finalmente ya que se llenaron ambas partes con el número correspondiente de datos, se da clic en el botón de “Calcular Longitud”, y automáticamente nos llevara a la página que nos muestra el resultado del cálculo de la longitud.

CALCULO DE LA LONGITUD

Lugar de Observación: Facultad de Ingeniería

Día de Observación: 26-Enero-2006

Longitud Geográfica

Coordenadas Geográficas:

LATITUD	LONGITUD
20° 08' 35.90"	6h 44m 29.57s
	101° 7' 23.58"

REGRESAR

SALIR

Con esto tenemos ya el valor de la longitud de cierto lugar, teniendo dos opciones nuevamente, por un lado el Botón de “REGRESAR”, nos llevara nuevamente a la página de datos y automáticamente la longitud que había sido calculada se borrara. Dando clic en el botón de “SALIR”, nos enviara nuevamente al menú principal, En donde si seleccionamos el botón de “SALIR” se cerrara nuestro programa.

De esta manera podemos ver que el programa de automatización es sencillo y amigable para el usuario, ya que solo se solicitan datos fáciles de proporcionar.

CONCLUSIONES

Actualmente la obtención de coordenadas geográficas por métodos astronómicos se han ido dejando de lado, ya que han ido apareciendo aparatos que nos proporcionan de manera automática estos datos, uno de ellos es el GPS; pero no hay que olvidar que ambos están en diferentes sistemas de coordenadas por lo que uno no sustituye a otro, es más, las coordenadas astronómicas sirven de base para hacer transformaciones entre Sistemas Geocéntricos y Topocéntricos, además de considerar a la Astronomía de Posición como una ciencia pura, que nunca dejara de ser útil. También se debe considerar que, éstos procedimientos son la base de conocimientos que avalan los aparatos tecnológicos. Por ello, la relación entre la ciencia y la tecnología es muy estrecha, ya que la tecnología va renovándose día a día, mientras que la ciencia va teniendo sus avances cada vez de mayor alcance, siendo ambas parte fundamental en la ingeniería, por ello en el presente trabajo, se busco unir ambos ramos de la ingeniería, la tecnología de crear un software en el que la base sea la ciencia de la astronomía de posición.

El método para calcular la longitud del lugar, es el llamado Método de Alturas Iguales, éste se eligió puesto que es un método que nos enseñan dentro de la carrera y además es de uno de los más utilizados. Del mismo modo, la plataforma de lenguaje utilizado en el desarrollo del programa, es uno de los lenguajes de programación más sencillos y amigables. El Catalogo Fundamental 6 (FK6) que genera la base de datos del programa, se encuentra en línea dentro de la pagina del Observatorio de Astronomía de la universidad de Alemania, y del mismo modo se pueden encontrar los catálogos anteriores.

El objetivo principal de ése proyecto esta cubierto, ya que se cuenta con el programa que nos proporciona el cálculo de la longitud de cualquier lugar que se requiera. Además, el programa también cuenta con la parte inicial para dicho procedimiento, la obtención de los pares de estrellas. El trabajo pretende reforzar los conocimientos fundamentales de la astronomía de posición, en el cual, también si no se cuenta con el programa realizado, se pueden basar para elaborar el procedimiento manualmente.

El programa pretende ser una herramienta para que los alumnos de la carrera de Geomática, una vez teniendo el conocimiento teórico del proceso del método de alturas iguales, puedan ahorrar tiempo al obtener de una manera sencilla su lista de estrellas a observar y obtener el valor de la longitud, en primera instancia en las practicas de fundamentos de geodesia, y posteriormente en trabajos profesionales cuando así lo requieran.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bibliografía

BOMFORD. Guy, Geodesy, Cuarta Edición. Gran Bretaña.
Editorial: Oxford University Press, 1980.

MEDINA Peralta, Manuel. Elementos de Astronomía de Posición;
Primera edición, México; Editorial: Limusa 1978.

TOSCANO, Ricardo, Métodos Topográficos, Decimotercera Edición,
Editorial Porrúa, 1970.

ALLER, Ramón M., Introducción a la Astronomía. Segunda Edición.
Editorial C.S.I.A. 1957.

Anuario

U.N.A.M. Instituto de Astronomía, Anuario del Observatorio Astronómico Nacional; Edición Año
2009.

Zentrum für Astronomie, Catalogue of fundamental stars FK6, University of Heidelberg.
Alemania.
<http://www.ari.uni-heidelberg.de/datenbanken/fk6/index.php.en>

Tesis

HIGUERA Moreno José Luis, “Determinación de Latitud y Longitud Geográficas por Medio de
Estrellas”, México, D.F., 1983.

LEYVA Suarez Claudia, DE VALLE Salgado Erik, “Observaciones Astro-geodésicas para
establecer una Estación Laplace”, México, D.F., 2003.

Artículos Publicados de Internet

Astronomía de Posición: notas de aula, por José Milton Arana.

Sistemas de Coordenadas Astronómicas por Irene Vega.

Astronomía por Rubén H. Verandi

Sistemas de coordenadas en la esfera celeste por Carlos Amengual.

Otros

Apuntes de Fundamentos de Geodesia., Ing Adolfo Reyes Pizano.