



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**EL EFECTO DEL ESTABLECIMIENTO DE LÍMITES
EN LOS CONTRATOS DE REASEGURO SOBRE LA
RESERVA DE RIESGOS EN CURSO**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

A C T U A R I O

P R E S E N T A:

ROBERTO AURELIO SOLIS CASTILLO



**DIRECTOR DE TESIS:
ACT. JORGE OTILIO AVENDAÑO ESTRADA
2010**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de Datos del Jurado

<p>1. Datos del alumno Apellido paterno Apellido materno Nombre(s) Teléfono Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Carrera Número de cuenta</p>	<p>1. Datos del alumno Solís Castillo Roberto Aurelio 56 45 06 19 Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Actuaría 302246467</p>
<p>2. Datos del tutor Grado Nombre(s) Apellido paterno Apellido materno</p>	<p>2. Datos del tutor Act. Jorge Otilio Avendaño Estrada</p>
<p>3. Datos del sinodal 1 Grado Nombre(s) Apellido paterno Apellido materno</p>	<p>3. Datos del sinodal 1 Act. Gabriel Omar Cabello León</p>
<p>4. Datos del sinodal 2 Grado Nombre(s) Apellido paterno Apellido materno</p>	<p>4. Datos del sinodal 2 Act. Arturo Roldán López</p>
<p>5. Datos del sinodal 3 Grado Nombre(s) Apellido paterno Apellido materno</p>	<p>5. Datos del sinodal 3 Act. Agustín Peralta Cuellar</p>
<p>6. Datos del sinodal 4 Grado Nombre(s) Apellido paterno Apellido materno</p>	<p>6. Datos del sinodal 4 Act Ronnie Flores Bazán</p>
<p>7. Datos del trabajo escrito. Título Número de páginas Año</p>	<p>7. Datos del trabajo escrito El efecto del establecimiento de límites en los contratos de reaseguro sobre la reserva de riesgos en curso. 95 p 2010</p>

AGRADECIMIENTOS

A MIS PADRES

Gracias a Dios por haberme dado la vida, una vida dichosa y llena de amor. Gracias a ti mamá por el inmenso amor que me tienes y tu más que nadie sabe que eres bien correspondida. Gracias a ti papá por todos los valores y enseñanzas que me has transmitido, por “borrar de mi diccionario” la palabra no puedo y enseñarme a salir adelante; eres mi ejemplo a seguir. Gracias por todo. LOS AMO.

A MI FAMILIA

Por todo el apoyo que siempre me han brindado. Bety, por torturarme desde niño, exigiéndome obtener una calificación arriba de 9 por que para ti 8 no era una calificación, gracias por creer en mí. Clau y Güera por su motivación y consejos que siempre me ayudaron a salir adelante. En fin, no tengo palabras para describir lo agradecido que estoy con ustedes. Dios no pudo mandarme mejores hermanas. Ari, Pam, Regis y Santi le doy gracias a Dios por permitirme ser su tío, pues forman una parte importante en mi vida, nunca olviden que cuentan conmigo para lo que sea. LOS QUIERO MUCHO. A ti Fany por ser mi amiga, mi amante, mi confidente; por tu energía para vivir, tú me enseñaste a disfrutar la vida segundo a segundo, pues nada nos garantiza que le día de mañana estaremos aquí. TE AMO.

A MIS AMIGOS

Gracias a todos ustedes que han estado conmigo en las buenas y en las malas. Todos esos momentos siempre estarán presentes en mi vida. En especial, gracias Octavio y Eric, más que mis amigos, mis hermanos; ya tenemos más de 8 años de conocernos y durante este tiempo hemos pasado inolvidables momentos y me han demostrado que puedo contar con ustedes bajo cualquier circunstancia. GRACIAS.

A MIS MAESTROS

Gracias a todos y cada uno de ustedes que de corazón han transmitido sus conocimientos y experiencias. Hoy en día me he dado cuenta que al exigirnos más y mas no lo hacían para torturarnos, lo hacían por que creían en nosotros y sabían a que nos íbamos a enfrentar en nuestra vida laboral. Les agradezco infinitamente por brindarme las armas necesarias para enfrentarme a los obstáculos que se presentan día a día.

A MIS SINODALES

Por formar parte de este logro. Con sus consejos y apoyo enriquecieron, no solo este trabajo también mis conocimientos. Gracias, por el tiempo que me brindaron.



Índice	Página
Introducción.....	I
1. Reaseguro	
1.1. Antecedentes históricos del reaseguro.....	1
1.1.1. Daños.....	1
1.1.2. Vida.....	2
1.1.3. Accidentes.....	3
1.2. Naturaleza del reaseguro	3
1.3. Funciones del reaseguro.....	4
1.4. Mercado del reaseguro.....	5
1.5. Clasificación del reaseguro.....	6
1.5.1. Reaseguro facultativo	7
1.5.2. Reaseguro automático (u obligatorio).....	9
1.5.3. Reaseguro proporcional.....	10
1.5.3.1. Contrato cuota parte.....	12
1.5.3.2. Reaseguro con base a excedentes.....	15
1.5.3.3. Contrato facultativo obligatorio.....	17
1.5.3.4. Contrato open cover.....	19
1.5.3.5. Contrato de reaseguro de pool.....	20
1.5.3.6. Diferencias entre contrato cuota parte y contrato por excedentes.....	24
1.5.4. Como se distribuye la siniestralidad entre cedente y reasegurador.....	24
1.5.4.1. Contrato cuota parte	24
1.5.4.2. Contrato de excedente.....	25
1.5.4.3. Reaseguro pool.....	25
1.5.4.3.1. Bajo la operación cuota parte.....	25
1.5.4.3.2. Bajo la operación de excedentes.....	26
1.5.5. Reaseguro no proporcional.....	26



1.5.5.1.	WXL. Working cover ó cobertura por riesgo.....	27
1.5.5.2.	XL catastrófico ó cobertura por evento.....	30
1.5.5.3.	WXL y XL catastrófico ó cobertura por riesgo y por evento.....	32
1.5.5.4.	Stop loss ó cobertura de exceso de pérdida anual	33
1.5.6.	Contratos de reaseguro no tradicional.....	35
1.5.6.1.	Reaseguro de las grandes reclamaciones (LCR)..	37
1.5.6.2.	Reaseguro del excedente del costo medio Relativo (ECOMOR)	38
2.	Elementos de la teoria colectiva del riesgo	
2.1.	Antecedentes históricos de la teoría del riesgo.....	39
2.2.	Modelo individual de riesgo.....	40
2.3.	Modelo colectivo de riesgo	43
2.3.1.	Modelo binomial compuesto.....	46
2.3.2.	Modelo binomial negativo compuesto.....	47
2.3.3.	Modelo poisson compuesto.....	47
2.4.	Contratos de reaseguro.....	49
2.4.1.	Contratos de tipo caminata aleatoria.....	49
2.4.1.1.	Reaseguro proporcional.....	49
2.4.1.1.1.	Cuota parte.....	50
2.4.1.1.2.	Contrato de excedentes.....	50
2.4.1.2.	Reaseguro Stop Loss.....	50
2.4.1.3.	Reaseguro de exceso de pérdida.....	51
2.4.2.	Contrato de tipo valor extremo.....	51
2.4.2.1.	Reaseguro de las grandes reclamaciones (LCR).	52
2.4.2.2.	Reaseguro del excedente del costo medio relativo (ECOMOR).....	52
3.	Modelo de cálculo	
3.1.	Procedimiento técnico.....	58
3.2.	Cálculo del valor esperado de la siniestralidad a cargo de la cedente para algunos tipos de contratos de reaseguro	62



3.2.1. Contrato cuota parte con límite ℓ	63
3.2.2. Contrato LCR con límite ℓ	64
3.2.3. Contrato ECOMOR con límite ℓ	66
3.3. Ejemplo de aplicación en el seguro de automóviles.....	70
4. Calculo del riesgo retenido mediante simulación aleatoria	
4.1. Contrato cuota parte.....	72
4.2. Contrato LCR.....	75
4.3. Contrato ECOMOR	78
4.4. Análisis cuantitativo del factor de retención en función de los parámetros.....	80
4.4.1. Contrato proporcional.....	80
4.4.2. Contrato LCR.....	85
4.4.3. Contrato ECOMOR.....	90
Conclusiones	93
Bibliografía	94



Introducción

Debido al incremento del deseo de previsión y seguridad del hombre, el seguro a lo largo de los años ha adquirido mayor importancia dentro de la población. Así mismo, se ha incrementado el número de pólizas cedidas al reaseguro. Actualmente los contratos de reaseguro han sufrido modificaciones, surgiendo esquemas, los cuales rompieron la forma tradicional con la que operaban dichos contratos. En particular, en los contratos de reaseguro proporcional, la cedente y el reasegurador se hacían responsables de cubrir una determinada proporción de la siniestralidad, cualquiera que fuera, sin que existieran otros límites. Hoy en día, se observa el establecimiento de condiciones que limitan la participación proporcional del reasegurador, hasta determinado monto de la siniestralidad anual, haciendo responsable a la cedente, del pago de siniestros en exceso a dicho monto. Estas condiciones, surgieron debido a que a finales del siglo XX y a inicios de este siglo, se presentaron varios siniestros catastróficos (terremoto, huracán, inundaciones, etc.), donde los reaseguradores vieron que sus pérdidas fueron muy superiores a las esperadas según los cúmulos catastróficos que les habían reportado las compañías de seguros. Debido a lo anterior, los reaseguradores hicieron un análisis y llegaron a la conclusión de que la problemática era precisamente esa falta de control de cúmulos catastróficos, por lo tanto el establecimiento de límites fue una medida que tomaron los reaseguradores para seguir otorgando coberturas proporcionales, pero trasladando el riesgo de ese descontrol de cúmulos a las compañías de seguros.

El objetivo de la presente tesis, es analizar el comportamiento del reaseguro proporcional con límite establecido por parte del reasegurador, en contraste con la forma tradicional de este contrato (sin límite). Adicional, se analizara el comportamiento de los contratos de tipo valor extremo, Reaseguro de las Reclamaciones más Grandes ó LCR por sus siglas en inglés (Largest Claims Reinsurance) y Reaseguro de Excedente del Costo Medio Relativo ó ECOMOR por sus siglas en francés (Excédent du Coût Moyen Relatif), de igual manera que el contrato proporcional (con y sin límite).

En el capítulo 1 se expondrán aspectos generales del reaseguro: orígenes, clasificación, etc., así como, la forma de operar de algunos de los tipos de contratos de reaseguro.

En el capítulo 2 se muestra como ha influido, desde su nacimiento, la teoría del riesgo en los seguros.

En el capítulo 3 se define el valor esperado de la siniestralidad a cargo de la cedente, tanto para el contrato proporcional cuota parte, como para los contratos de tipo valor



extremo, LCR y ECOMOR, suponiendo que existiera un límite que deslindara la participación del reasegurador.

En el capítulo 4 se ejemplificara el análisis de los riesgos retenidos, de los contratos antes mencionados, mediante simulación aleatoria. Analizando como se ve afectada la Reserva de Riesgos en Curso (RRC), tanto para el contrato proporcional Cuota Parte, en donde la regulación permite que la cedente solo constituya la proporción que tiene a retención de la RRC bruta, así como para los contratos de tipo valor extremo, LCR y ECOMOR, si la regulación aplicara también para estos.



Capítulo 1 REASEGURO

1.1. Antecedentes históricos del reaseguro

El deseo de seguridad y previsión del hombre es tan antiguo como la humanidad misma. En un principio esta tendencia se expresaba en la pura autoayuda, mas tarde en la comunidad de la familia, del clan y de las colectividades. La idea de comunidad, “uno para todos, todos para uno” es en realidad la idea de seguro. En un mundo de división del trabajo con crecientes concentraciones de valores, el seguro comenzó a adquirir cada vez mayor importancia en el curso de la historia.

1.1.1. Daños

El conocido reasegurador italiano, el prof. Bruno de Morí, en su libro “El contrato de reaseguro” expresa que en sus orígenes, el reaseguro fue considerado como una especulación y un método para remediar un acto imprudente en el momento de suscribir un riesgo.

El primer contrato de reaseguro fue marítimo al igual que la primera póliza de seguro, en esa época no existían todavía verdaderas compañías de seguros, sino aseguradores particulares también llamados suscriptores. El asegurador directo, un cierto Giuliano Grillo, había aceptado cubrir el riesgo de un transporte por medio de buque entre Génova y Sluys (Brujas) pero como el mismo señor Grillo tenía miedo de que el tramo Cádiz-Brujas ofreciera riesgos desconocidos (piratería) pensó en desligarse de su compromiso en ese trayecto y firmó un contrato con otros aseguradores llamados Goffredo Benavia y Martino Sacco, estos dos aseguradores aceptaron el compromiso previo pago por parte del señor Grillo de una cierta cantidad (prima de reaseguro) menor de la que el asegurador directo había cobrado al asegurado. Así pues en Génova fue firmado en 1370 el primer contrato de reaseguro.¹

En Inglaterra, cuando se originó en 1666 el Gran incendio de Londres, el cual destruyó gran parte de la ciudad, se reconoció la necesidad de que el caso de grandes siniestros de carácter catastrófico, no era suficiente un solo asegurador, sino la concurrencia de varios.

En 1868, aparece la Coffee House Lloyd’s en la Tower Street de la ciudad de Londres, cuyo dueño era el señor Edward Lloyd. En esa época la coffee houses eran también centros de reuniones de armadores, de personas dedicadas a la actividad marítima; aprovechando dichas reuniones el señor Edward Lloyd estableció una gran red de corresponsables entre los puertos de la isla y también del continente,

¹ Anzures Arechiga, Diana. “El reaseguro en su historia, cálculo de retenciones, modalidades y contratos”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2004



de esta manera logró tener una amplia cadena de información de cómo se movían los barcos de los diferentes armadores.

Sin embargo, la práctica del reaseguro no se desarrolló tan rápido, probablemente se debió a la práctica del coaseguro, con la creación de Bolsas de seguros en el Mar del Norte. Por medio del coaseguro cada asegurador tomaba la parte del riesgo que realmente estaba a su alcance en lo referente a sus posibilidades financieras.

Además en 1746 en Inglaterra el reaseguro fue prohibido por decreto del rey George III a menos que el asegurador se volviera insolvente o cayera en la bancarrota; dicha prohibición duró hasta 1864.

En agosto de 1813, en Estados Unidos de América se da la primera noticia de reaseguro de incendio en un contrato de la Eagle Fire Insurance Company de Nueva York asumiendo todos los riesgos (pendientes o en vigor) de la Union Insurance Co.

En 1819 en Estados Unidos de América la compañía Aetna de Hartford reaseguró contra incendio a la Middletown-Fire Insurance Company.

En 1820 se da el primer caso plenamente documentado de un contrato de reaseguro entre Compagnie de Nationale d' Assurances de Paris y la Compagnie de Proprétaires Reunís de Bruselas.

1.1.2. Vida

Existe un documento, el más antiguo en su género, del 18 de junio de 1583 el cual habla de un seguro de vida emitido a favor del señor William Gybbsons, ciudadano de Londres, contratado por Richard Martin, Regidor de Londres, quien recibiría 400 libras esterlinas si Gybbsons falleciera dentro del plazo fijado de 12 meses. El contrato fue escrito por 16 personas como aseguradores, la prima ascendía al 8% del capital asegurado.

Con el crecimiento de las operaciones y la demanda de pólizas por mayores sumas aseguradas, el reaseguro se fue haciendo común en la primera mitad del siglo XIX con signos precisos del reaseguro vida. En aquellos tiempos las propuestas del reaseguro eran vistas con cierto recelo por cuanto parecía que no siempre el reasegurador original retenía una proporción del riesgo en su propia cuenta además surgieron problemas a causa de la variedad de tipos de primas y condiciones que aplicaban las distintas compañías.

En 1849 se firmo un arreglo entre 17 oficinas escocesas que operaban en vida, en 1973 se perfecciono el contrato.

Se encuentra una nota de reaseguro vida en 1858 con la Frankfurter Insurance Company y otro en 1865 con la Swiss Reinsurance Company.



En 1900 las oficinas inglesas que operaban en esta modalidad suscribieron un convenio denominado Reassurance Agreement por medio del cual se estableció un procedimiento completo para reaseguro vida, se fijaron comisiones de reaseguro; 10% el primer año, 5% los siguientes sobre la prima cedida.²

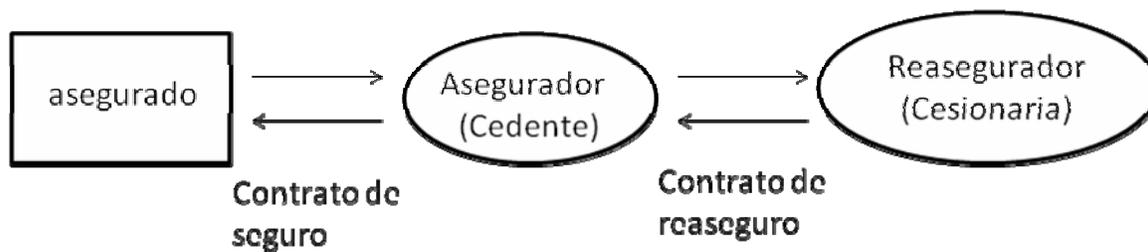
1.1.3. Accidentes

Se conoce un reaseguro en el ramo de accidentes fechado en octubre de 1872, el cual aseguraba en exceso de libras esterlinas -2,000- al conjunto de responsabilidades asumidas por la Railway Passengers con relación a emigrantes que iban a Nueva Zelanda.

Existe otro documento de 1888 donde se reasegura la Scottish Insurance Company en la Scottish Life Assurance y en forma facultativa la mitad de una póliza de accidentes personales a favor de George Wilson, por 1,000 libras esterlinas.

1.2. Naturaleza del reaseguro

Reaseguro es la operación por medio de la cual una Institución de seguro toma a su cargo, parcial o totalmente a) un riesgo cubierto por otra o, b) el remanente de daños que exceda de la suma asegurada por el reasegurador directo.³



Así como el seguro directo también el reaseguro tiene sus propios principios, y son:

- Debe existir un interés asegurable.
- El contrato de reaseguro es de máxima buena fe (ubérrima fides) mientras que el contrato de seguro es de buena fe.

² Anzures Arechiga, Diana. "El reaseguro en su historia, cálculo de retenciones, modalidades y contratos", Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2004

³ Minzoni Consorti, Antonio. "Reaseguro", 1995



- El contrato es indemnizatorio y la materia del mismo debe de existir en el momento de estipularlo.

El concepto de máxima buena fe (*ubérrima fides*) es un aspecto fundamental del reaseguro en el sentido de que hay contratos que operan a ciegas, donde el reasegurador no tiene la posibilidad de conocer los riesgos que está respaldando y lo hace a partir del mismo momento en que el asegurador directo lo acepta. La cedente debe informar detalladamente sobre su cartera tanto en las negociaciones que preceden a la conclusión del contrato como durante la vigencia del mismo.

Este voto de confianza se extiende a la selección de los riesgos, a la liquidación de los siniestros, a la determinación de las retenciones y de las cesiones. Se sobreentiende también que el asegurador no modificara sin aviso previo su política de suscripción y respetara las tarifas establecidas.

La operación del reaseguro se realiza a través del llamado contrato de reaseguro, este contiene distintas cláusulas de carácter técnico, comercial y legal con el fin de regular toda situación entre cedente y cesionaria.

1.3. Funciones del reaseguro

La función principal del reaseguro es de naturaleza técnica porque partiendo de la limitación de los riesgos, tiene como objetivo equilibrar la cartera de una institución de seguro al nivelar las exposiciones de la misma, además contribuye a reducir la aleatoriedad financiera de aquella.⁴

- Reduce la probabilidad ruina del asegurador directo mediante la suscripción de riesgos catastróficos.
- Estabiliza el balance del asegurador directo, asumiendo en parte riesgos fortuitos, riesgo de cambio y riesgos de error.
- El asegurador directo puede homogenizar la cartera, reasegurando los riesgos de grandes sumas o de un elevado grado de exposición.
- Aumenta la capacidad de suscripción del asegurador directo, asumiendo proporciones y poniendo a disposición parte de las reservas necesarias.
- Incrementa el capital propio disponible del asegurador directo, liberando capital propio ligado al riesgo.
- Eleva la eficiencia de la actividad empresarial del asegurador directo, asistiéndole con servicios como, por ejemplo:

⁴ Anzures Arechiga, Diana. “El reaseguro en su historia, cálculo de retenciones, modalidades y contratos”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2004



- Informaciones técnicas procedentes de todo el mundo.
- Análisis y evaluación de riesgos especiales.
- Asesoramiento en la prevención de riesgos.
- Asistencia en la prevención de siniestros.
- Realización de tareas actuariales.
- Capacitación profesional de colaboradores.
- Ayudas en las inversiones de capital y en la búsqueda de directivos, así como de socios cooperadores o de posibilidades de fusiones.

Además, el reaseguro, sirve a la economía de un país en virtud de que ofreciendo la cobertura de bienes que están dedicados al bienestar económico de la comunidad, mismos que no podrán existir si no se contara con el respaldo del seguro.

Para que la operación del reaseguro tenga éxito será necesario que el reasegurador conozca la siguiente información:

- a) Situación financiera y reputación de la compañía aseguradora.
- b) Experiencia y política de suscripción de los riesgos.
- c) Límites de responsabilidades del asegurador.
- d) Áreas en las cuales de originan los riesgos (distribución geográfica de los riesgos).
- e) Calidad en la dirección de la compañía aseguradora.

1.4. Mercado del reaseguro

Existen tres tipos de reaseguradores que trabajan en los mercados mundiales.

1. *El reasegurador profesional.* Es la institución que se estableció como tal, para ejercer solamente la actividad reaseguradora con la mentalidad de atender las necesidades del mercado asegurador en cualquier parte del mundo.
2. *El reasegurador-asegurador.* Es la institución que se creó como asegurador y que por diferentes motivos quiso explorar, dentro o fuera de las fronteras de su país de origen la actividad de reaseguradora.
3. Pools de reaseguro. Se trata de organizaciones que tienen objetivos generalmente regionales y a veces internacionales. Se establece un pool de reaseguro en un país cuando varias instituciones aseguradoras que operan en el mismo, deciden ampliar la capacidad de retención del mercado de su país estableciendo una reaseguradora de la cual dichas instituciones son las accionistas (en partes iguales o no), obligándose a ceder parte de los riesgos que reciben directamente del mercado a la reaseguradora, de tal suerte, que al fin



de un ciclo de operación, el resultado de la reaseguradora-pool será el fiel reflejo del comportamiento de sus socios.

La forma de que las compañías aseguradoras pueden acercarse al reaseguro internacional y contratar sus servicios se puede realizar de dos maneras diferentes:

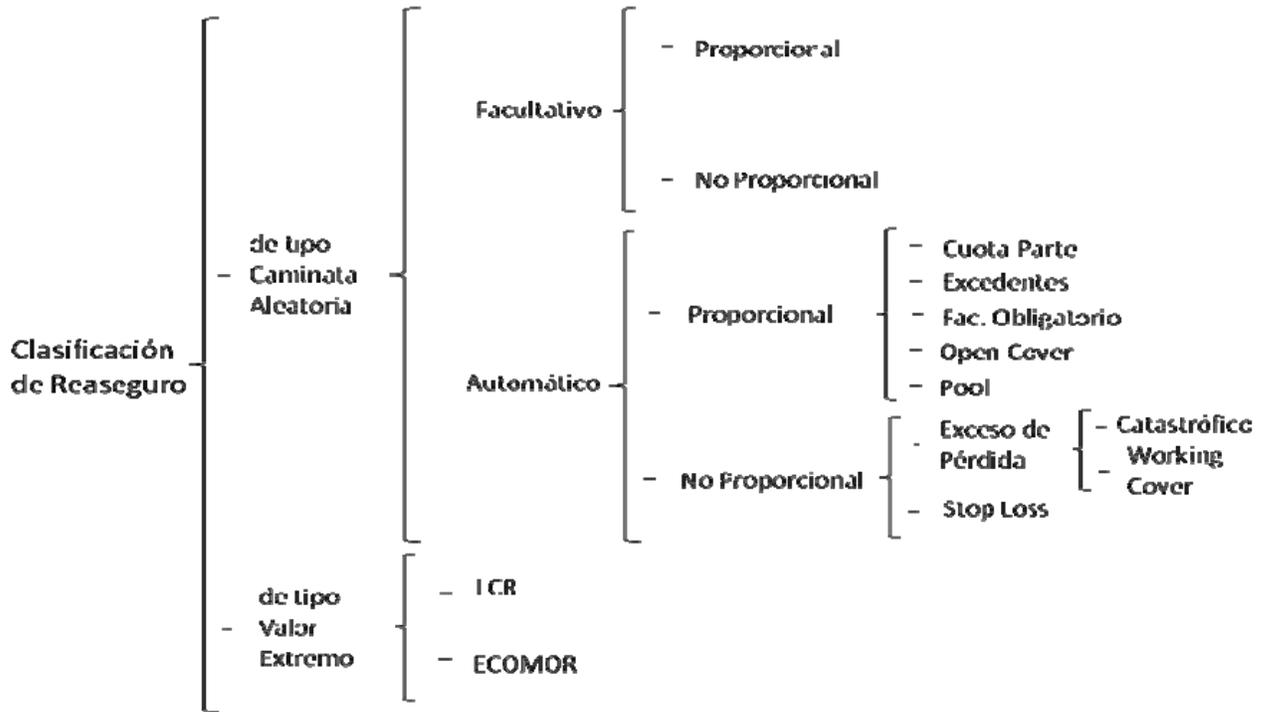
- a. Directo: El reasegurador opera directamente en los mercados escogidos, mediante oficinas de servicio, con personal propio (suscriptores, actuarios, especialistas en ajuste de siniestros, técnicos en estadísticas y en tarifas de los riesgos) y en caso de no tener oficinas, dispondrá de funcionarios que visitaran rutinariamente a las empresas de seguros con las que operan.
- b. Intermediarios (corredores o brokers): Estos representan a una o varias reaseguradoras y su labor es de gran relevancia en los mercados, ya que su función es la de poner en contacto al asegurador con el reasegurador, ofreciendo una amplia gama de coberturas, pero no es responsable de los riesgos que propone al reasegurador hasta que este lo confirme, sin embargo, una vez concluida la operación, el intermediario por medio de su oficina sigue la labor administrativa requerida por la misma operación y sirve de enlace entre cedente y cesionaria. Hay corredores a los cuales el reasegurador concede facultades de aceptación dentro de ciertos límites.

Para que un reasegurador pueda operar en un mercado diferente a su país de origen, tendrá la necesidad de obtener la autorización de la autoridad correspondiente de ese país.⁵

1.5. Clasificación del reaseguro

La forma en que se clasifica el reaseguro se muestra en el siguiente cuadro sinóptico.

⁵ Anzures Arechiga, Diana. “El reaseguro en su historia, cálculo de retenciones, modalidades y contratos”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2004



1.5.1. Reaseguro facultativo

Es un sistema mediante el cual la compañía de seguros (cedente) ofrece parcialmente un riesgo, a una reaseguradora, y el reasegurador tiene la facultad de aceptar o declinar la cantidad que le sea ofrecida. Para que el reasegurador tenga una mejor visión sobre el riesgo, y pueda decidir rápidamente si acepta o no tomar parte del riesgo, la información debe de ser lo más completa posible (nombre del asegurado, dirección, riesgos cubiertos, exclusiones, deducibles, suma asegurada, vigencia, comisiones y prima).

La responsabilidad del reasegurador principia desde el momento en que éste acepta su participación en el riesgo.

Esta es la forma más primitiva del reaseguro, data de la época en que se fundaron las primeras compañías aseguradoras. Sin embargo, al paso de los años se fueron incrementando el número de pólizas cedidas al reaseguro, aumentando un enorme trabajo administrativo, el cual fue solucionado mediante contratos de reaseguro automáticos. Pero esto no quiere decir que en la actualidad no se utilice el método facultativo, la verdad es que hoy en día se sigue utilizando en todos los ramos y principalmente en los siguientes casos:

1. Existe una gran variedad de riesgos especiales, desde un riesgo preferente hasta un crédito hipotecario cuyo volumen individual es superior a las capacidades de los contratos de reaseguro automático.
2. Las grandes empresas que solicitan la cobertura de seguro de grupo requieren que a sus directivos se les otorgue el 100% de la suma asegurada sin mayores



pruebas de asegurabilidad, en este caso la compañías deben ceder, porque de otra forma perderían este negocio, no solamente en la parte de vida sino también en todos los demás ramos asegurables. Motivo por el cual se requiere de reaseguro Facultativo, ya que estas condiciones están fuera de las condiciones establecidas en los contratos Automáticos.

3. Por otra parte existen los llamados riesgos “sub-normales” cuya experiencia en siniestralidad los califica con toda propiedad como riegos malos.⁶

La mayor parte de los reaseguros facultativos son colocados en reaseguro proporcional, sin embargo, los facultativos pueden ser colocados a base de excesos de pérdida. En los negocios facultativos, cada riesgo aceptado, cada transacción es un contrato individual de reaseguro. La aceptación, salvo indicación, indicación contraria, vale por la duración de la póliza, por lo regular un año y se renueva automáticamente.

Ventajas

Las principales ventajas para la cedente son:

- El reaseguro facultativo le permite suscribir negocios sin desequilibrar los contratos Automáticos, así como la posibilidad de encontrar un mercado para riesgos que le parecen indeseables o de carácter especulativo.
- Obtiene una diversificación en su respaldo al tiempo de recibir asesorías y experiencias de una gran cantidad de reaseguradores.

Para el reasegurador son:

- Apreciación individual del riesgo, el reasegurador puede rechazar o aceptar un riesgo de acuerdo a sus políticas.
- Poder de ejercer cierta influencia sobre la suscripción de la cedente, proponiendo mejoras en los riegos que le han sido ofrecidos y advirtiéndole sobre coberturas que en otras partes han producido pérdidas.
- Posibilidad de obtener primas adecuadas, bien sea pidiendo un aumento de la tasa o reduciendo la comisión de reaseguro*, o fijando sencillamente una prima de riesgo, es decir, la prima neta de gastos.
- Obtener una posición más favorable para determinar, los compromisos asumidos y los cúmulos eventuales.

⁶ Anzures Arechiga Diana. “El reaseguro en su historia, cálculo de retenciones, modalidades y contratos”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2004



- Conocer los métodos de suscripción y de selección de sus clientes.

Desventajas

- El proceso administrativo para cada una de las partes, llámese compañía cedente o reasegurador, se hace más costoso al enviar la información mínima necesaria (vía teléfono, télex o telefax y en razón de negociar riesgo por riesgo, al tener que enviar copia de las pólizas de los riesgos ofrecidos.
- El asegurador pierde eventualmente parte de su libertad para fijar condiciones.
- Las pólizas no pueden ser modificadas sin previo acuerdo del asegurador.
- El retraso ocasionado en la emisión de una póliza puede crear problemas con los agentes y clientes.
- En los casos de difícil colocación, la cedente no logra cubrir sus gastos de adquisición.

1.5.2. Reaseguro automático (u obligatorio)

El reaseguro automático surge, durante la segunda mitad del siglo XVIII, de la necesidad de ahorrar el costo administrativo del enorme papeleo y trabajo de ofrecer 20 mil o 30 mil riesgos en forma individual durante un año. Esto quiere decir que cuando una compañía aseguradora cuenta con un enorme volumen de riesgos en un solo ramo, negocia la obtención de un contrato de reaseguro automático, bajo el cual canalizara todos los riesgos cuyas características se apeguen a las condiciones de dicho convenio.⁷

Mediante el reaseguro obligatorio o automático, la cedente, por una parte, se compromete a ceder una participación determinada de sus negocios de un ramo y el reasegurador por la otra, se obliga a aceptarla.

Si la participación de la cedente y del reasegurador es calculada en base a la suma asegurada, se habla de reaseguro proporcional. Si, en cambio, la repartición del reaseguro se efectúa sobre la base del siniestro se tiene un reaseguro no proporcional o en exceso de pérdida.

* Retribución económica pagada por el reasegurador a la compañía reasegurada sobre el volumen de primas cedidas. Incluye la comisión original más otras comisiones adicionales, y tiene como finalidad compensar a la cedente de los gastos que ha soportado para captar y administrar los seguros cedidos.

⁷ Anzures Arechiga, Diana. “El reaseguro en su historia, cálculo de retenciones, modalidades y contratos”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2004.



El reaseguro automático o de contratos ha venido a ser un instrumento importante del seguro moderno, de tal suerte que hoy en día las compañías de seguros manejan programas contractuales sumamente sofisticados para atender las necesidades del mercado.

Ventajas

- Se reduce notablemente el trabajo administrativo.
- Se agiliza la emisión de las pólizas, ya que puede dar cobertura de inmediato al contar con el respaldo de reaseguro.
- La compañía aseguradora tiene la plena libertad de criterio para la selección y aceptación de negocios que no rebasen el límite contractual.

Desventajas

- El reasegurador no puede rechazar ningún riesgo que este dentro del límite contractual aunque a su juicio juzgue que este mal cotizado o este no sea asegurable.
- Los resultados de la cedente pueden ser muy diferentes a los del reasegurador, ya que existe una selección indiscriminada de riesgos en contra del reasegurador.

Los requisitos de un contrato automático de reaseguro son:

1. Debe existir un considerable volumen de riesgos similares en un mismo ramo.
2. La compañía aseguradora debe contar con una experiencia previa de su cartera, cuya siniestralidad no sea muy elevada.
3. La cartera del ramo que se trate, debe ser cualitativamente homogénea, para evitar desviaciones en la siniestralidad.
4. Las cesiones se llevan a cabo bajo la base de términos y condiciones originales, siguiendo el reasegurador en todo momento la suerte de la cedente.⁸

1.5.3. Reaseguro proporcional

El reaseguro proporcional se denomina así, porque existe una proporcionalidad directa entre primas y riesgos cedidos; se denomina también reaseguro de Riesgo porque limita la responsabilidad de la cedente sobre cada riesgo. De lo anterior se

⁸ Anzures Arechiga, Diana. “El reaseguro en su historia, cálculo de retenciones, modalidades y contratos”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2004



desprende que este método involucra primas discretas y cantidades en riesgo de la cedente, por lo que en forma indirecta, también los costos directos de adquisición de la aseguradora.⁹

Los sistemas de reaseguro proporcional tienen en común la repartición de suma asegurada, prima y siniestros entre cedente y reasegurador, según un porcentaje uniforme, convenio de antemano.

La compañía se compromete a ceder al Reasegurador y este se compromete a aceptar en reaseguro, una participación en todos los seguros suscritos directamente por la compañía o aceptados por ella en coaseguro o reaseguro facultativo de compañías locales, en los ramos, términos, condiciones y límites de negocio territoriales indicados en el contrato.

La compañía retendrá por cuenta propia la parte indicada en las condiciones particulares y notificara al Reasegurador todo reaseguro que proteja esta retención.

El tipo y los límites de este contrato se indican en las condiciones particulares.

Características:

1. Se da el equilibrio proporcional entre derechos y obligaciones tanto de la cedente como del reasegurador.
2. Hay manejo de cuentas trimestrales.
3. El costo de reaseguro no es un factor determinado de antemano, que permita a la cedente establecer un presupuesto de gastos.
4. Existe una participación de las utilidades que recompensan a la cedente por la buena marcha del negocio en un año determinado.
5. Los contratos proporcionales se aplican a los riesgos específicos.
6. La cedente determina el monto de retención en cada riesgo y el excedente se lo envía al reasegurador.¹⁰

Existen varias formas en que puede desarrollarse este método de reaseguro proporcional, estas se utilizan según la finalidad que se quiera alcanzar.

⁹ Minzoni Consorti, Antonio, “Reaseguro”, 1995

¹⁰ Anzures Arechiga, Diana. “El reaseguro en su historia, cálculo de retenciones, modalidades y contratos”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2004



1.5.3.1. Quota share treaty ó contrato cuota parte

En este sistema, la cedente se compromete a retener y a ceder proporciones fijas de todos los riesgos suscritos en un cierto ramo.

Ventajas

- El reasegurador comparte completamente los resultados de la suscripción de la cedente, lo cual fomenta la confianza entre ambas partes.
- La administración es sumamente simple.
- Resulta fácil estimar las consecuencias de un aumento o una disminución de la retención de la cedente.
- La comisión de reaseguro, para este contrato, resulta muy atractiva.
- Se obtiene un alto nivel de servicios y apoyo.

Desventajas

- La cedente transfiere una proporción importante de sus ingresos de primas.
- Es un método antiselectivo, es decir, la cedente no tiene la posibilidad de variar su retención dependiendo de la calidad de los riesgos.
- En algunas ocasiones, el riesgo que cede, al reasegurador, podría normalmente retenerlo en su propia cuenta y por lo tanto pierde parte de la prima.

El límite de responsabilidad que se puede manejar es considerablemente más pequeño que un siniestro de excedentes.

La nomenclatura normal de un contrato de Cuota Parte es la siguiente

$$C.P(X - Y); X + Y = 1$$

donde $\left\{ \begin{array}{l} X = \text{es el porcentaje de la cuota parte a cargo de la aseguradora en sumas aseguradas, primas, comisiones y siniestros.} \\ Y = \text{es el porcentaje del o los reaseguradores en sumas aseguradas, primas, comisiones y siniestros} \end{array} \right.$



Ejemplo:

Supóngase que una compañía de seguros retiene el 10% en su cartera de incendio y el resto lo cede al reaseguro (puede tratarse de varios reaseguradores) de la siguiente manera 40% al reasegurador A, 30% al reasegurador B y 20% al reasegurador C.

Distribución de la Suma Aseguradora					
Póliza	Suma Asegurada	Cedente	Reas. A	Reas. B	Reas. C
1	1,000	100	400	300	200
2	2,500	250	1,000	750	500
3	3,000	300	1,200	900	600
4	600	60	240	180	120
5	2,000	200	800	600	400

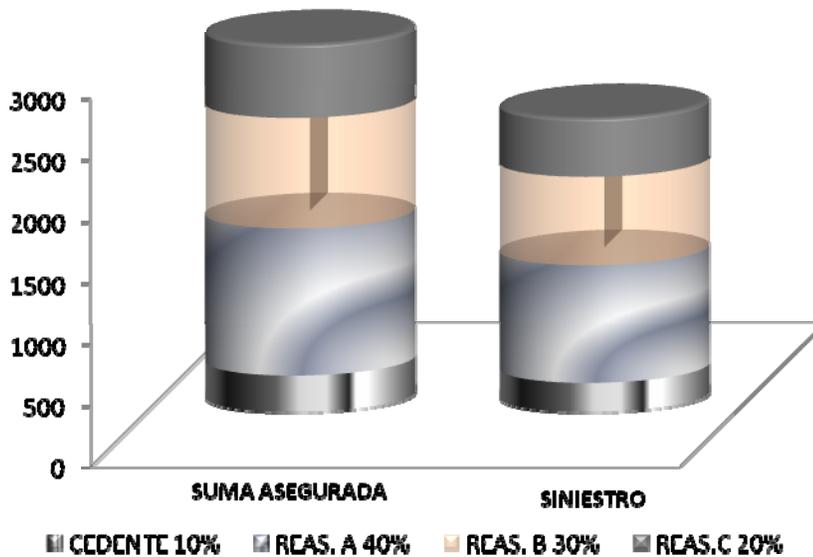
*cifras en miles

Distribución de las Primas					
Póliza	Prima	Cedente	Reas. A	Reas. B	Reas. C
1	40	4	16	12	8
2	100	10	40	30	20
3	120	12	48	36	24
4	24	2	10	7	5
5	80	8	32	24	16

*cifras en miles

Distribución del Siniestro					
Póliza	Siniestro	Cedente	Reas. A	Reas. B	Reas. C
1	80	8	32	24	16
2	200	20	80	60	40
3	240	24	96	72	48
4	48	5	19	14	10
5	160	16	64	48	32

*cifras en miles

CONTRATO CUOTA PARTE

Distribución de la suma asegurada y la siniestralidad, entre la cedente y los reaseguradores, en función de la responsabilidad que tienen a cargo.

Este tipo de contrato resulta particularmente recomendable en los siguientes casos:

- Cuando una compañía empieza a trabajar un ramo para el cual no existen estadísticas en el mercado; de este modo el reasegurador lo acompaña en la suscripción de todas las pólizas, pequeñas y grandes, y comparte su suerte.
- Para simplificar los trabajos administrativos y de esta forma reducir gastos en los ramos que tienen un gran volumen con sumas aseguradas relativamente uniformes.
- La cartera de la cedente esta apenas desarrollándose y su capacidad de retención es pequeña.
- Cuando necesita una ayuda financiera, por ejemplo, para hacer frente a un fuerte aumento de la producción (financiamiento de los gastos y de las reservas para riesgos en curso).
- Cuando la cedente ha perdido el control de la siniestralidad y no le es posible proceder a un saneamiento de la situación sin poner en peligro las relaciones con su organización de venta y con sus clientes, se convendrá entonces una cuota parte de reaseguro, cuyo porcentaje disminuye cada año.



- En los ramos sujetos a variaciones bruscas de siniestralidad de un año a otro con montos asegurados modestos.¹¹

1.5.3.2. Surplus o contrato con base a excedentes

Llamado también contrato de excedente de pleno. Este contrato tiene por objeto la cobertura de todos los compromisos que superan el pleno o excedente, dentro de un límite determinado de exposición. Consecuentemente dicha cobertura dejaría a cargo de la cedente los riesgos inferiores al pleno, determinando el porcentaje solo de aquellos riesgos de cantidad superior al pleno cuyos excedentes pasarían a la cesionaria.

En este caso tanto primas como siniestros se distribuirán entre las dos partes en proporción a los riesgos asumidos por cada empresa.

El mecanismo técnico del excedente requiere la fijación preliminar de un pleno K y la fijación de un límite de retención o cobertura M .

Si la capacidad del contrato por excedentes es relativamente baja, un reasegurador podría aceptar la totalidad del contrato, pero por regla general, el contrato de excedentes se reparte entre varios reaseguradores, llamándose a este programa “cédula de participantes”.

Como la cesión es variable, la proporción reasegurada es diferente en cada póliza.

Ventajas

- Permite a la cedente variar su retención, dependiendo de las características de cada riesgo.
- Es posible optimizar el límite de su retención homogeneizando los riesgos que absorbe por su propia cuenta.

Desventajas

- Administración más complicada, ya que el determinar la retención de cada riesgo es una labor que requiere habilidad y consume demasiado tiempo.
- No existe un equilibrio en la participación del reasegurador.
- No es posible aplicar la prima promedio.

¹¹ Anzures Arechiga, Diana. “El reaseguro en su historia, cálculo de retenciones, modalidades y contratos”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2004



Ejemplo:

Supóngase que una compañía de seguros adquiere un contrato por excedentes, el cual consta de un límite de retención de \$200,000.00; cuenta con un primer excedente de 9 líneas y un segundo excedente de 2 líneas.

Distribución de la Suma Aseguradora					
Póliza	Suma Asegurada	Retención	1° Excedente	2° Excedente	Facultativo
1	200	200	-	-	-
2	2,400	200	1,800	400	-
3	150	150	-	-	-
4	3,200	200	1,800	400	800
5	500	200	300	-	-

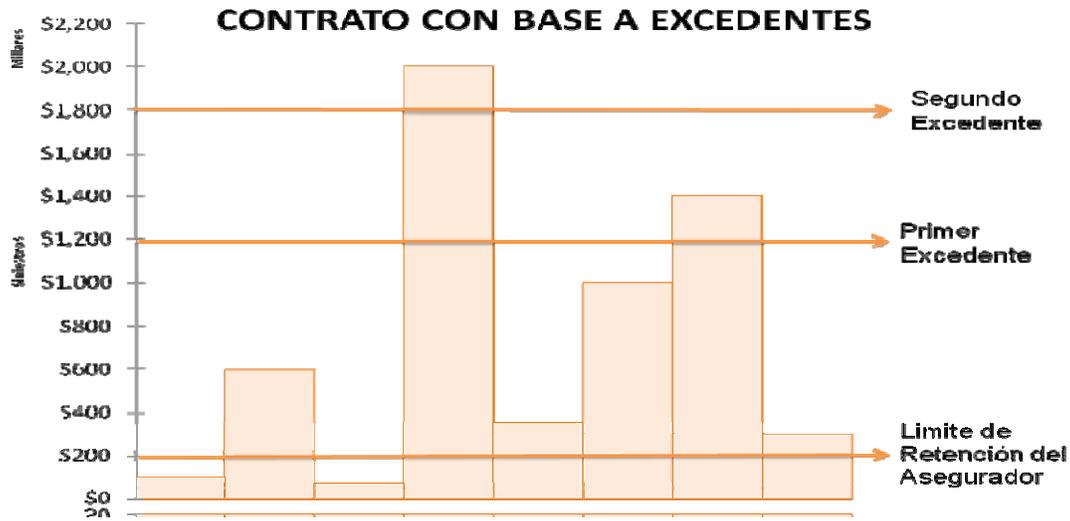
***cifras en miles**

Distribución de las Primas					
Póliza	Prima	Retención	1° Excedente	2° Excedente	Facultativo
1	45	45	-	-	-
2	150	13	113	25	-
3	30	30	-	-	-
4	240	15	135	30	60
5	95	38	57	-	-

***cifras en miles**

Distribución del Siniestro					
Póliza	Siniestro	Retención	1° Excedente	2° Excedente	Facultativo
1	100	100	-	-	-
2	600	50	450	100	-
3	75	75	-	-	-
4	2,000	125	1,125	250	500
5	350	140	210	-	-

***cifras en miles**



Gráfica en la cual, se muestra la participación de responsabilidad tanto de la cedente como del reasegurador, en un contrato con base a excedentes.

1.5.3.3. Contrato facultativo obligatorio

Por definición, es el que más flexibilidad concede a la cedente. Se distingue por el hecho de que la cedente no tiene la obligación de ceder al contrato automático, si no que tiene total libertad de decidir que negocios y en que amplitud desea reasegurar. El reasegurador, en cambio, se obliga aceptar todas las cesiones, dentro de los límites fijados por un número de plenos o líneas de retención y por el límite máximo.

Este contrato no solo es utilizado para ser alimentado por los excedentes que se le originan a la cedente, después de haber llenado todos sus contratos de reaseguro automáticos con que se cuenta, si no para riesgos expuestos a una alta siniestralidad, los llamados “riesgos punta”, es decir los riesgos industriales de mayores suma aseguradas y casi siempre los de mayor exposición al riesgo. Estas coberturas tienen bajo alimento de primas, por lo tanto, suelen tener fuertes desequilibrios y ser vulnerables ante un siniestro de gran magnitud o a cualquier desviación imprevista de la siniestralidad. Por tal motivo la mayoría de los reaseguradores se mantienen evasivos a participar en estos contratos.

Solo estarán inclinados a participar en estas coberturas aquellos reaseguradores que bien tienen extrema confianza en la cedente o que tienen numerosos facultativos aceptados y que los pueden perder al no participar en una cobertura de este tipo o que desean comenzar a participar de esta forma en la cobertura de la cedente.



En ocasiones los contratos proporcionales de cuota parte o de excedente, se complementan con un reaseguro facultativo obligatorio. Se puede utilizar en aquellos casos en que el mercado tiene mucha capacidad facultativa, así como para riesgos en los que pueden darse siniestros punta de gran valor (grandes riesgos industriales con alta exposición al riesgo).¹²

A diferencia de los demás tipos de reaseguro, los contratos de reaseguro facultativo obligatorio rigen durante un periodo de tiempo ilimitado, pero contienen una cláusula de rescisión. Si éste es cancelado por alguna de las dos partes contratantes, los reaseguros que han sido cedidos al contrato, permanecerán en vigor hasta su expiración natural.¹³

Características:

1. Es una cobertura que tiene tanto aspectos de reaseguro automático como de facultativo, ya que mediante este convenio la cedente no está obligada a ceder, pero el reasegurador se obliga aceptar.
2. Es un contrato que también se maneja con base a líneas o plenos de retención.
3. Poco usual en vida, se suele ofrecer por razones comerciales para retrocesiones con montos muy elevados por la capacidad del reasegurador.

Ventajas

- La compañía cedente obtiene un ahorro en el trabajo administrativo, al no tener que estar ofertando un número considerable de riesgos, que sobrepasan la capacidad de sus contratos excedentes en forma facultativa pura, riesgo por riesgo.
- La compañía podría obtener mejores condiciones de reaseguro que en un convenio de reaseguro facultativo puro.

Desventajas

Los inconvenientes, se podría decir que son para el reasegurador, ya que se considera que es un convenio desbalanceado, pues mientras el límite de responsabilidad puede ser muy grande, el alimento de primas es bajo.

Ejemplo:

¹² Anzures Arechiga, Diana. “El reaseguro en su historia, cálculo de retenciones, modalidades y contratos”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2004

¹³ Quiroz Lima, Carlos. “Principios y Práctica del reaseguro”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 1998



Una compañía aseguradora adquiere un contrato de reaseguro facultativo obligatorio con las siguientes características:

Límite máximo de Retención		200,000
1° Excedente	10 líneas	2,000,000
2° Excedente	20 líneas	4,000,000
Facultativo-Obligatorio	20 líneas	4,000,000

Distribución de la Suma Aseguradora

Póliza	Suma Asegurada	Retención	1° Excedente	2° Excedente	Facultativo Obligatorio	Facultativo
1	150	150	-	-	-	-
2	3,000	200	2,000	800	-	-
3	12,000	200	2,000	4,000	4,000	1,800
4	8,000	200	2,000	4,000	1,800	-
5	500	200	300	-	-	-

*cifras en miles

Distribución de las Primas

Póliza	Prima	Retención	1° Excedente	2° Excedente	Facultativo Obligatorio	Facultativo
1	35	35	0	0	0	0
2	900	60	600	240	0	0
3	4,500	75	750	1,500	1,500	675
4	2,500	63	675	1,250	563	0
5	150	60	90	0	0	0

*cifras en miles

Distribución del Siniestro

Póliza	Siniestro	Retención	1° Excedente	2° Excedente	Facultativo Obligatorio	Facultativo
1	70	70	-	-	-	-
2	600	40	400	160	-	-
3	7,500	125	1,250	2,500	2,500	1,125
4	2,000	50	500	1,000	450	-
5	150	60	90	-	-	-

*cifras en miles

1.5.3.4. Contrato open cover (cobertura abierta)

Se trata de una variante del contrato facultativo obligatorio también se le denomina, cubierta abierta, ya que no tienen limitaciones precisas. Sus características básicas son las siguientes:



1. Su límite de responsabilidad es muy elevado y su desequilibrio (dada por la razón primas / responsabilidad) tiende a ser marcado.
2. El límite de responsabilidad no se establece con base en múltiplos de retención de la cedente (no tiene líneas) de tal forma que la cedente puede retener \$1.00 y llenar el contrato con su máxima capacidad.
3. El tipo de negocios que alimentan a este contrato esta generalmente compuesto de negocios de alta peligrosidad y no necesariamente tuvieron que haber sido canalizados precisamente por un programa de excedentes.

Dadas las características tan abiertas de este contrato, los Reaseguradores profesionales no fácilmente lo otorgan a las compañías aseguradoras salvo cuando se trata de una cedente que por la magnitud de la cartera, se le puede presentar un volumen de casos que justifiquen la creación de este contrato apoyados también en el conocimiento del buen manejo de la suscripción y administración de esa empresa.¹⁴

1.5.3.5. Contrato de reaseguro de pool (consorcios)

El primer contrato de reaseguro de pool se originó en Gran Bretaña en el año de 1949, el cual tenía como objeto ampliar el alcance de los seguros de vida para aquellas personas que eran diabéticas.

Este tipo de reaseguro tiene como objeto unificar las condiciones y tarifas, o bien, para aquellos ramos y/o subramos que por su experiencia mostrada son difíciles de obtener colocación de reaseguro.

Los consorcios son formados con base a la integración en un contrato de una serie de retenciones de aseguradores y/o reaseguradores, que permitan en la actualidad ampliar sus capacidades de suscripción y sobre todo permiten una mayor retención de primas a nivel nacional o regional.¹⁵

El pool puede operar bajo el esquema de cuota-parte, excedentes, facultativo obligatorio u open cover. En la práctica se utiliza con mayor frecuencia en este tipo de reaseguro la modalidad de excedentes.

La capacidad del contrato de reaseguro pool se compone de la suma de retenciones de las compañías miembros, es decir, unificando cada uno de los

¹⁴ Muñoz del Valle, Marilyn. “Conocimientos básicos y ejemplos prácticos de reaseguro proporcional y no proporcional dentro de los seguros de vida individual y de vida grupo”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2004

¹⁵ Quiroz Lima, Carlos. “Principios y Práctica del reaseguro”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 1998



límites de retención de las compañías participantes de un determinado mercado.

La capacidad de retención en el reaseguro pool se puede calcular de la siguiente manera:

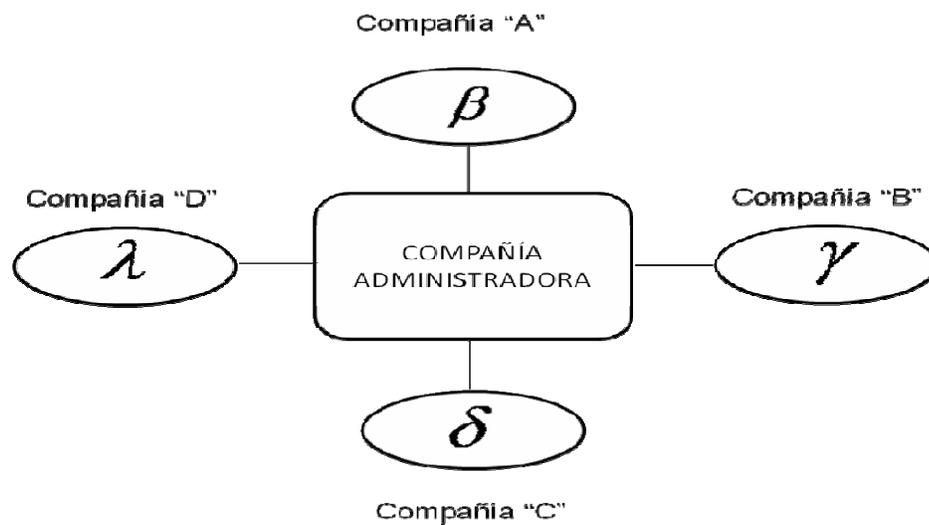
$$\sum_{i=1}^n cx_i$$

donde:

C = la capacidad del pool,

x_i = el porcentaje de participación de la compañía i , y

n = el número de compañías dentro del pool.¹⁶



Ventajas

- Para obtener la capacidad de reaseguro cuando los mercados internacionales se encuentran cerrados.
- Para corregir un ramo específico. Cuando dicho ramo da pérdidas constantes, se unifican entonces tarifas y condiciones al participar el mercado en todos los riesgos.

¹⁶ Esteva Fisher, Eduardo. “Guía básica de reaseguro”, documento de trabajo # 38, 1993



- Para aprovechar la retención nacional evitando así la salida de divisas del país.¹⁷

Ejemplo:

Supóngase que se tiene cuatro compañías participantes en el reaseguro pool, las cuales pueden suscribir negocios hasta por \$1'000,000.00. Las compañías participan en el pool con las siguientes retenciones:

Compañía	Retención	% de Participación
A	250,000	25
B	100,000	10
C	200,000	20
D	450,000	45
capacidad	1,000,000	100

- a) En el caso en el que el pool opere por medio del contrato Cuota-Parte. Si la compañía "A" suscribe un riesgo por la cantidad de \$800,000.00 entonces la responsabilidad de cada una de ellas será de la siguiente manera:

Compañía	% de Participación	Responsabilidad
A	25	200,000
B	10	80,000
C	20	160,000
D	45	360,000
	100	800,000

- b) En el caso en el que el pool opere por bajo el contrato de excedentes. Con una capacidad de \$1'000,000.00. En este caso las compañías primero tienen que retener y después ceder al pool, siempre y cuando la suma de su retención mas la cantidad que ceden al pool no exceda de la capacidad del pool. Suponiendo las mismas cuatro compañías del ejemplo anterior.

¹⁷ Quiroz Lima, Carlos. "Principios y Práctica del reaseguro", Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 1998



Compañía	Retención	Pool
A	250,000	750,000
B	100,000	900,000
C	200,000	800,000
D	450,000	550,000
Total	1,000,000	

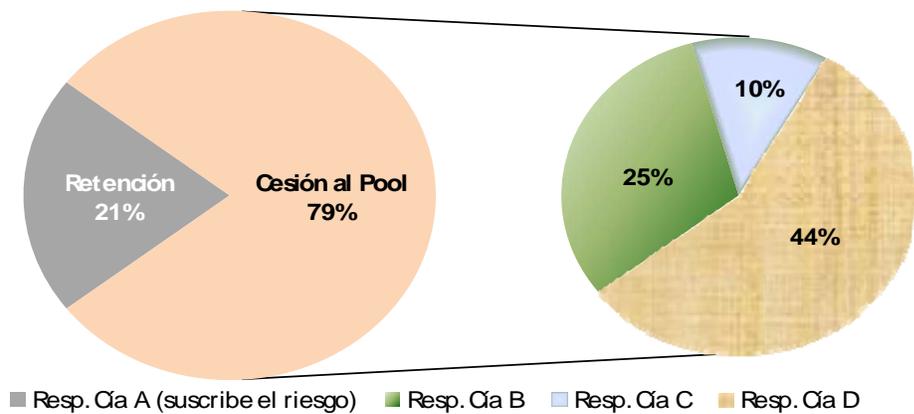
Si la compañía “C” suscribe un riesgo por \$950,000.00;

Compañía	Retención	Cesion
A		
B		
C	200,000	750,000
D		

La responsabilidad de cada una de ellas es la siguiente:

Compañía	% de Participación	Responsabilidad
A	31.25%	234,375
B	12.50%	93,750
C	-	-
D	56.25%	421,875

POOL BAJO EL CONTRATO DE EXCEDENTES



En esta gráfica, se muestra la participación de responsabilidad de las compañías que conforman el pool.



1.5.3.6. Diferencias entre el contrato Cuota Parte y el contrato por excedentes

Por una parte el contrato Cuota Parte se limita la retención de la cedente en todos los casos a un porcentaje establecido bajo dicho convenio, mientras que en el contrato por excedentes, la cedente se reserva la libertad de retener la cantidad que guste en cada riesgo, cediendo el resto a través del contrato.

Otra diferencia entre estos contratos es que en el contrato por excedentes se establecen dos límites, en lugar de uno como en el contrato Cuota Parte, y estos son por un lado el límite máximo de responsabilidad del reasegurador” y por el otro el “límite máximo de plenos que la cedente podrá canalizar bajo dicho contrato.¹⁸

1.5.4. Como se distribuye la siniestralidad entre cedente y reasegurador

Supongamos que la compañía de seguros “CCCC” adquiere un contrato de reaseguro con el reasegurador “RRRR”.

Sean

- X** El monto de un siniestro.
- Y** El monto, a pagar, que le corresponde a la cedente para solventar el siniestro *X*
- Z** El monto, a pagar, que le corresponde al reasegurador para solventar el siniestro *X*

1.5.4.1. Contrato cuota parte

Para un contrato Cuota Parte ($CP(\alpha, 1-\alpha)$), $\alpha = \%$ de retención y $(1-\alpha) = \%$ de cesión, tenemos:

$$Y = \alpha X$$

$$Z = (1-\alpha)X$$

1.5.4.2. Contrato de excedentes

¹⁸ Muñoz del Valle, Marilyn. “Conocimientos básicos y ejemplos prácticos de reaseguro proporcional y no proporcional dentro de los seguros de vida individual y de vida grupo”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2004



Para un contrato de excedentes con un límite de retención ℓ y una suma asegurada S.A., tenemos:

$$Y = \begin{cases} X & \text{si } X \leq \ell \\ pX & \text{si } X > \ell \end{cases} = \min(1, p)X$$

$$Z = \begin{cases} 0 & \text{si } X \leq \ell \\ (1-p)X & \text{si } X > \ell \end{cases} = \max(0, 1-p)X$$

$$\text{donde } p = \frac{\ell}{S.A.}$$

1.5.4.3. Reaseguro pool

Agrupación de aseguradoras o reaseguradoras formadas para suscribir un tipo de riesgo determinado

1.5.4.3.1. Bajo la operación cuota parte

Supongamos que 4 compañías aseguradoras forman un reaseguro pool bajo la operación Cuota Parte, con una capacidad del pool de R. Los porcentajes de participación de las compañías son los siguientes:

Compañía	% de Participación	Retención
A	β	βR
B	γ	γR
C	δ	δR
D	λ	λR
	100	R

Si la compañía "A" suscribe un riesgo por una cantidad $S_1, S_2 \leq R$, entonces la compañía "A" pasa a ser cedente y las compañías "B", "C" y "D" pasan a ser cesionarias por lo tanto en este caso tenemos. La responsabilidad de cada una de ellas se muestra a continuación:

Compañía	% de Participación	Responsabilidad
A	βR	βS_1
B	γR	γS_1
C	δR	δS_1
D	λR	λS_1
	100	S_1

donde $\gamma + \delta + \lambda = 1$

1.5.4.4. Bajo la Operación de excedentes



Supongamos que las mismas 4 compañías ahora forman un reaseguro pool bajo la operación de excedentes con una capacidad, del pool de L.

En este caso la compañías primero tienen que retener y después ceder al pool, siempre y cuando la suma de su retención mas la cantidad que ceden al pool no exceda la capacidad del pool.

Compañía	Retención	Pool
A	βL	$(1 - \beta)L$
B	γL	$(1 - \gamma)L$
C	δL	$(1 - \delta)L$
D	λL	$(1 - \lambda)L$
L		

Si la compañía "C" suscribe un riesgo por una cantidad $S_2; \delta L \leq S_2 \leq R$, entonces la compañía "C" como en el ejercicio anterior, pasa a ser cedente y las compañías A, B y D pasan a ser cesionarias, la responsabilidad de cada una de ellas:

Compañía	Retención	Cesion
A	-	-
B	-	-
C	δL	$S_2 - \delta L$
D	-	-

Compañía	% de Participación	Responsabilidad
A	$\beta / (1 - \delta)$	$\beta / (1 - \delta) * (S_2 - \delta L)$
B	$\gamma / (1 - \delta)$	$\gamma / (1 - \delta) * (S_2 - \delta L)$
C	-	-
D	$\lambda / (1 - \delta)$	$\lambda / (1 - \delta) * (S_2 - \delta L)$

1.5.5. Reaseguro no proporcional

A diferencia del reaseguro proporcional, que se basa en la responsabilidad original y en la cesión proporcional, en el reaseguro no proporcional se establece una repartición de las responsabilidades, entre la cedente y el reasegurador en base al siniestro. Esta repartición de prioridades se formaliza fijando la prioridad y cobertura, siendo la prioridad el monto máximo de pérdida que corre a cargo de la cedente y el remanente de la pérdida correrá a cargo del reasegurador hasta por la cantidad fijada como límite de cobertura.



Características:

1. Se consigue una disminución de los gastos de administración.
2. La prima que paga la compañía cedente la calcula el reasegurador con independencia de la prima que paga el asegurado.
3. El costo de reaseguro puede variar sustancialmente de un año a otro de acuerdo con la evolución de la siniestralidad.
4. Normalmente no existe participación de las utilidades que recompensen a la cedente por la buena marcha del negocio en un año determinado.
5. Los contratos no proporcionales no se aplican a los riesgos específicos sino a los siniestros, limitando el monto a cargo de la cedente en un determinado evento.

La cedente decide anticipadamente el monto máximo que desea absorber en un siniestro y el reasegurador asume las cantidades por arriba de dicho monto en cada siniestro de acuerdo a un límite negociado.

1.5.5.1. Working cover excess of loss (WXL) ó cobertura por riesgo

Este tipo de contratos tiene como finalidad principal limitar la responsabilidad de la compañía cedente cuando se presente un siniestro el cual dañe en forma relevante algún riesgo.

Mediante este tipo de contratos la cedente busca básicamente incrementar el volumen de primas retenidas, sin exceder una suma asegurada por cuenta propia en cada siniestro.

En este caso por cada riesgo el asegurador pagará la totalidad de las reclamaciones que se presenten durante un cierto período (un año calendario, por ejemplo) y hasta un cierta cantidad (prioridad) y el excedente, de haberlo, lo solventara el reasegurador (hasta un cierto límite).¹⁹

La cobertura por riesgo tiene la filosofía de que lo importante es la medida actual de una pérdida y no la mera posibilidad de que la pérdida ocurra, por esto lo que se toma como principio es el factor de riesgo expresado como la pérdida máxima probable.

La pérdida máxima probable (probable maximum loss ó PML) de un riesgo dado se puede definir como la mayor pérdida probable estimada surgida de un evento y tomando en cuenta todos los elementos de un riesgo relacionados al evento.

¹⁹ Minzoni Consorti, Antonio. "Reaseguro", 1995



Dicha pérdida es expresada en porcentaje del total de la suma asegurada o en sumas absolutas.²⁰

El cálculo de la cuota a ser cobrada por la protección en un contrato working cover generalmente se hace con base en un ajuste al final de la vigencia y el cual involucra la cantidad de primas en el periodo y la siniestralidad, el método utilizado se denomina “burning cost” (costo de siniestralidad). El procedimiento es el siguiente:

- a. Se considera el total de las primas protegidas, cuyo comportamiento se considera estable y se establece anualmente una cuota mínima y una máxima.
- b. De la distribución de los siniestros se determina el total de aquellos que hayan afectado al reasegurador.
- c. Se compara el monto de estos últimos con las primas sujetas obteniéndose un porcentaje denominado burning cost (B.C.) ó también pure burning cost (P.B.C) cuando se requiere diferenciarlo del que se considera enseguida.
- d. Se multiplica este porcentaje por el factor de ajuste y al nuevo porcentaje se le llama loaded burning cost (burning cost con recargo).²¹

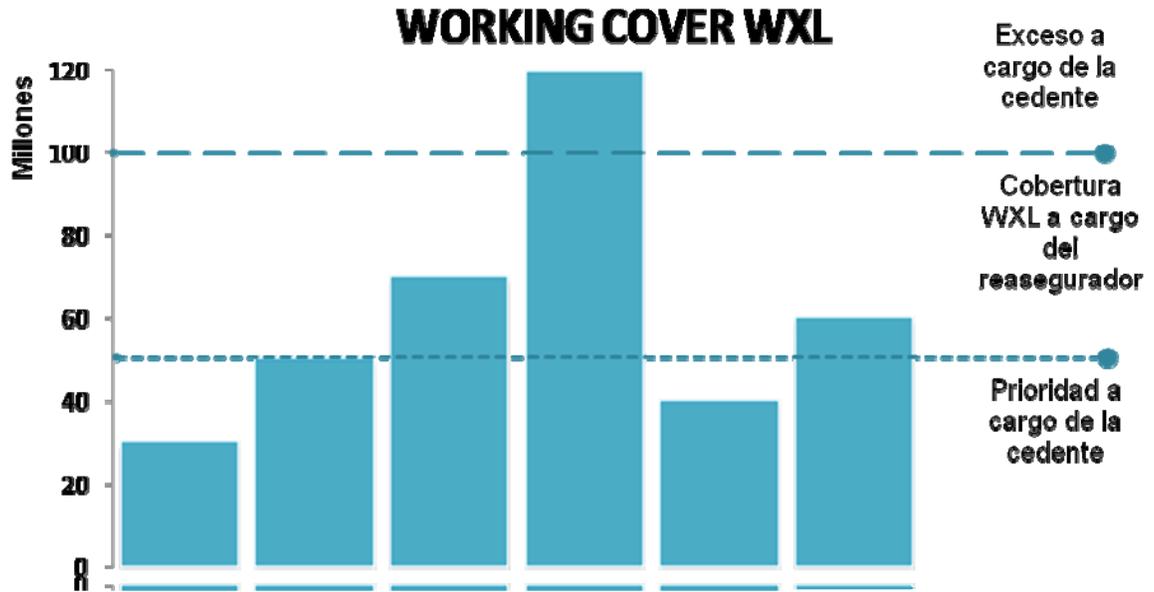
Características:

1. La cobertura puede ser afectada por la simple ocurrencia de un siniestro individual.
2. La suma de la prioridad más la cobertura es igual a la retención.
3. Protege riesgo por riesgo.

Puede pactarse que la suma cubierta por el reasegurador se considerará automáticamente restablecida a su valor original cada vez que se reduzca por el pago de un siniestro, un determinado número de veces, mediante el pago de una prima adicional.

²⁰ Muñoz del Valle, Marilyn. “Conocimientos básicos y ejemplos prácticos de reaseguro proporcional y no proporcional dentro de los seguros de vida individual y de vida grupo”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2004

²¹ Minzoni Consorti, Antonio. “Reaseguro”, 1995



Gráfica en la cual se muestra la participación de responsabilidad a cargo de la cedente y del reasegurador, en un contrato working cover.

Ejemplo:

Una compañía aseguradora adquiere un contrato de reaseguro proporcional cuota parte (CP), y uno no proporcional working cover (WXL) con las siguientes características:

C.P(80,20) con un límite 3,000
WXL 1,600 xs 800 (1,600 en exceso de 800)

*cifras en miles

Distribución de la Suma Aseguradora				
Póliza	Suma Asegurada	Retención	C.P	Facultativo
1	1,000	800	200	-
2	3,000	2,400	600	-
3	1,600	1,280	320	-
4	5,000	2,400	600	2,000
5	2,500	2,000	500	-

*cifras en miles



Distribución del Siniestro				
Póliza	Siniestro	Retención	C.P	Facultativo
1	700	560	140	-
2	2,400	1,920	480	-
3	900	720	80	-
4	3,500	1,680	420	1,400
5	1,500	1,200	300	-

*cifras en miles

Pago del Siniestro				
Póliza	Prioridad	WXL	C.P	Facultativo
1	560	-	140	-
2	800	1,120	480	-
3	720	180	200	-
4	800	880	420	1,400
5	800	700	300	-

*cifras en miles

1.5.5.2. XL catastrófico ó cobertura por evento

El reaseguro catastrófico es un medio de protección al asegurador contra una reducción significativa en sus recursos financieros debido a la acumulación de pérdidas por un solo evento y al mismo tiempo apto a reducir el potencial de la pérdida de una manera controlable.

Esta modalidad de reaseguro permite a la aseguradora protegerse contra lo que suele denominarse “cúmulos”, es decir, eventos siniéstrales en los que se ven implicados varios riesgos individuales asegurados con la misma compañía generando una suma de pagos que acaba construyendo un siniestro de gran tamaño.²²

La determinación de su costo juega un papel importante en la operación. Cada reasegurador tiene sus propios sistemas para determinar cuotas y primas, sin embargo hay factores de carácter general que se toman en cuenta, como por ejemplo: el grado de exposición y acumulación de los riesgos que se pretende cubrir investigando si la cobertura solicitada está apoyada por otros reaseguros.

²² Anzures Arechiga, Diana. “El reaseguro en su historia, cálculo de retenciones, modalidades y contratos”, tesis de licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2004

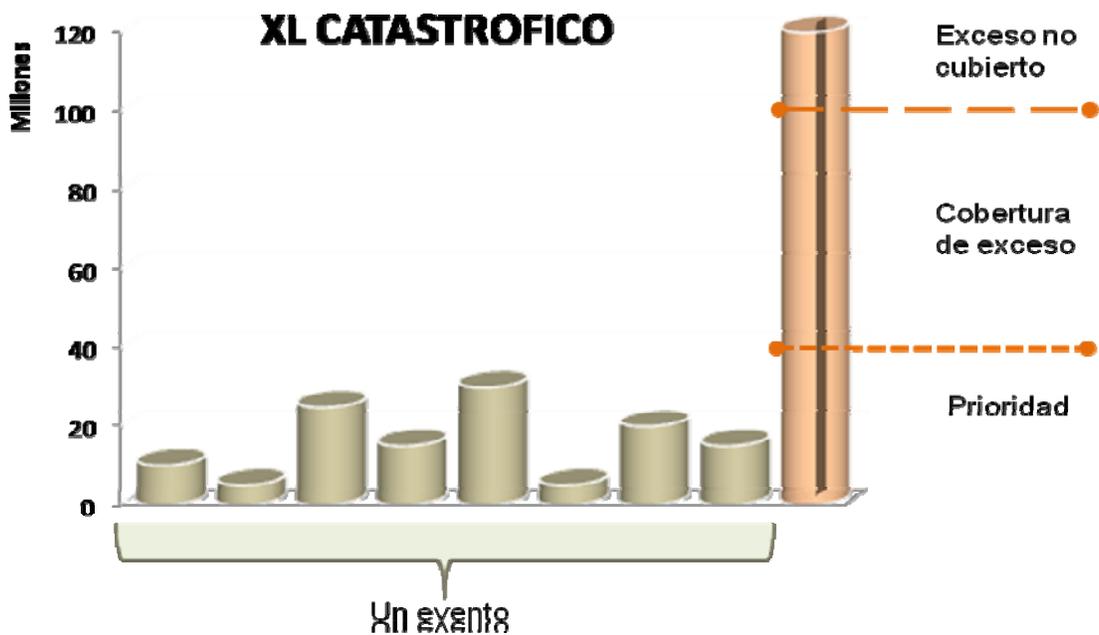


El contrato de exceso de pérdida por evento se basa en el mismo espíritu que el contrato de exceso de pérdida por riesgo. Se establece una prioridad por parte de la cedente por encima de la cual el reasegurador se compromete a asumir el siniestro. La novedad radica en que aquí el límite es por evento y no por riesgo.

Características:

1. Solo puede ser afectado cuando la suma de todas las pérdidas individuales a consecuencia de un mismo evento o causa producen una pérdida superior al monto establecido como prioridad.
2. La prioridad no está fija por riesgo sino por evento.

Por evento se suele establecer que cualquier parte de la suma cubierta que quede absorbida por el pago de siniestros se considerará automáticamente restablecida al partir del momento en que comienza cualquier siniestro cubierto, hasta la finalización del contrato, hasta un determinado número de veces (número de pérdidas totales) (cláusula “reinstalación de cobertura”).



Gráfica en la cual se muestra la participación de responsabilidad, en un contrato XL catastrófico, tanto de la cedente (prioridad), como del reasegurador (cobertura de exceso) y la no cubierta por el reasegurador, que es responsabilidad de la cedente.

Ejemplo:

Después de considerar todas las coberturas de reaseguro proporcional, al asegurador directo le queda una retención máxima de \$8'000,000. Para seguir protegiendo su retención contra grandes siniestros, el asegurador directo



adquiere una cobertura de exceso de pérdida por riesgo WC 6'000,000 xs 2'000,000. Como protección adicional contra siniestros catastróficos (por ejemplo terremoto), el asegurador directo compra una cobertura de exceso de cúmulos por evento con los límites de 9'000,000 en exceso de 4'000,000.

Ejemplo 1. Un incendio le produce al asegurador directo un siniestro de 1'000,000 en su retención.

Asegurador directo	Reasegurador WC	Reasegurador catastrófico
1,000,000	-	-

Ejemplo 2. Un incendio grande deja al asegurador directo un siniestro de 7'000,000 en su retención.

Asegurador directo	Reasegurador WC	Reasegurador catastrófico
2,000,000	5,000,000	-

Ejemplo 3. Un terremoto causa al reasegurador directo los siguientes siniestros en la retención a) 1'000,000 b) 1'000,000 c) 1'000,000 d) 2'000,000 e) 3'000,000 f) 4'000,000 total 12'000,000

	Siniestro	Asegurador directo	Reasegurador WC
a)	1,000,000	1,000,000	-
b)	1,000,000	1,000,000	-
c)	1,000,000	1,000,000	-
d)	2,000,000	2,000,000	-
e)	3,000,000	2,000,000	1,000,000
f)	4,000,000	2,000,000	2,000,000
		9,000,000	3,000,000

Pero por el contrato XL catastrófico se tiene la siguiente distribución del pago de la siniestralidad:

Asegurador directo	Reasegurador WC	Reasegurador catastrófico
4,000,000	3,000,000	5,000,000

1.5.3.3. WXL y XL catastrófico ó cobertura por riesgo y por evento

Cada cobertura sirve para un diferente propósito, ambas coberturas, tanto por riesgo como por evento, se complementan entre ellas y se pueden combinar. El concepto es sencillo, en estos contratos las compañías de seguros pueden ser afectadas por un solo siniestro (obviamente el siniestro tiene que rebasar la prioridad establecida en el contrato) o por una serie de siniestros que ocurren a



consecuencia de un evento como podría ser una inundación, un terremoto o cualquier evento catastrófico cubierto por el contrato de reaseguro.

El motivo de las aseguradoras por adquirir este tipo de contrato es para ahorrar en los costos y en la administración ya que solo se maneja un contrato en lugar de dos.

1.1.1.1. Stop loss ó cobertura de exceso de pérdida anual

Esta forma de reaseguro no proporcional se puede definir como el conjunto de riesgos asegurados en un cierto ramo, en el cual la compañía aseguradora pagará el total de la reclamaciones durante un periodo determinado (año calendario o año de suscripción), cualquiera que sea el monto hasta una cierta cantidad determinada de antemano y el reasegurador el excedente, de haberlo, a partir de cierto monto hasta un límite fijado, es decir, el reasegurador no es responsable del pago de ningún siniestro hasta que la tasa de siniestralidad exceda un porcentaje convenido de las primas. A partir de este punto, paga todos los siniestros, grandes o pequeños, pero sin rebasar el límite de responsabilidad establecido en el contrato.

Por medio de esta forma de reaseguro, se protegen las fluctuaciones de la carga anual de siniestros de la cedente en un determinado tipo de cobertura. Abarca tanto las fluctuaciones originadas por grandes siniestros individuales como las debidas a la acumulación de muchos siniestros menores (no catastróficos). Se denomina reaseguro “stop loss” en virtud de que limita la pérdida de la cedente sobre el total de la cartera en un cierto ramo.²³

La prioridad y la cobertura, en el stop loss, están establecidas por año, normalmente en porcentaje de las primas suscritas a retención; por ejemplo, la cobertura podría ser del 20% de las primas suscritas a retención en un cierto ramo durante un determinado periodo, en exceso del 40% de las mismas; debido a varios factores, principalmente a la inflación, las primas de la cedente y los siniestros correspondientes pueden crecer rápidamente, por lo cual al límite del contrato se le puede agregar otro fijo, donde el excedente que cubre el contrato nunca rebasará este último límite.

Comparada con otros productos de reaseguro no proporcional, la cobertura stop loss le ofrece al reasegurador directo la protección más completa para el negocio en su retención pero no puede representar una garantía de ganancia para el asegurador directo del riesgo empresarial, si no proteger los riesgos anuales de la compañía en una ramo contra una desviación negativa debida a una incidencia de siniestros alta, ya sea por el número o por la severidad.

La diferencia entre este tipo de reaseguro y el de exceso de pérdida, es que mientras en este último el reasegurador indemniza a la cedente, por los

²³ Anzures Arechiga, Diana. “El reaseguro en su historia, cálculo de retenciones, modalidades y contratos”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2004



siniestros que excedan de la prioridad de un solo riesgo (working cover) y en más de un riesgo bajo el contrato catastrófico, en el contrato stop loss, el reasegurador se compromete a indemnizar a la cedente por la proporción de siniestralidad que exceda al final de un ejercicio en un porcentaje determinado, incluyéndose todos los siniestros en el cálculo sin importar si son grandes o pequeños.²⁴

Características:

1. Se utiliza para proteger los resultados finales en un ejercicio.
2. Provee protección contra el aumento excesivo, por cualquier causa, de la tasa de siniestralidad.
3. Desde un punto de vista técnico protege los efectos de una insuficiencia de la prima pura, contenida en la tarifa aplicada por la compañía, a causa de desvíos de la siniestralidad esperada.
4. En el contrato se debe expresar la forma de calcular la siniestralidad, esto es los factores a comparar para determinarla.
5. El reasegurador se compromete a indemnizar a la cedente por hasta el total del % de siniestralidad establecido que exceda al final de un ejercicio de un % de siniestralidad también establecido.
6. Límites:
 - prioridad, % de siniestralidad que soportara la cedente.
 - % siniestralidad que protege el reasegurador.

²⁴ Muñoz del Valle, Marilyn. “Conocimientos básicos y ejemplos prácticos de reaseguro proporcional y no proporcional dentro de los seguros de vida individual y de vida grupo”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2004



Gráfica en la cual se muestra la participación de responsabilidad en un contrato stop loss, tanto de la cedente (prioridad), como del reasegurador (cobertura).

Ejemplo:

Una compañía dispone de un contrato, stop loss, de una cobertura 25% en exceso de 60% (25% xs 60%), con un límite 700,000

Ejemplo	Siniestros *	Primas	Siniestralidad	Cedente	Reaseguro Stop Loss	Cedente
1	1,200	3,000	40%	1,200	-	-
2	1,500	3,000	50%	1,500	-	-
3	2,400	3,000	80%	1,800	600	-
4	2,550	3,000	85%	1,800	700	50
5	2,700	3,000	90%	1,800	700	200

* monto de los siniestros ocurridos durante un año

**cifras en miles

1.5.6. Contratos de reaseguro no tradicionales

La nueva normativa sobre solvencia, **solvencia II**^{**}, establece tres componentes del riesgo que deben afrontar las compañías de seguros: volatilidad, incertidumbre y eventos extremos. Dichos componentes en especial los dos primeros, son la base de

^{**} Es un proyecto iniciado en el seno de la Unión Europea para que las compañías aseguradoras operen dentro de sus ámbitos de responsabilidad con un nivel de viabilidad (solvencia) adecuado. El objetivo principal consiste en mejorar el control y medición de los riesgos (de mercado, operacionales, de crédito y de liquidez) a los que están expuestas las aseguradoras. Se estructura en tres pilares o principios: I: Medida de activos, pasivos y capital. II: Proceso de Supervisión. III: Requerimientos de transparencia.



toda investigación actuarial interesada en calcular la prima pura de la siniestralidad total de una cartera de pólizas y en estimar, en función de la volatilidad y la incertidumbre de los riesgos asegurados, los recargos de seguridad que le son aplicables. Este proceso de la tarificación clásico de la siniestralidad, se fundamenta en la distribución central de los datos y en la ley de los grandes números. Pero los acontecimientos extremos, caracterizados por tener una baja probabilidad de ocurrencia y una elevada severidad, sobre todo en lo que a consecuencias económicas se refieren, provienen de distribuciones de cola gruesa, que muestran una mayor masa de probabilidad en la cola que las distribuciones tradicionalmente utilizadas como la normal. En estos casos suponer normalidad en la distribución del fenómeno aleatorio, minimiza el efecto derivado de la ocurrencia de uno o más sucesos extremos que puede incrementar las fluctuaciones derivadas de siniestros de elevada cuantía muy por encima de las que cabría esperar como consecuencia de la volatilidad y la incertidumbre.²⁵

La teoría del valor extremo es una disciplina estadística que desarrolla un conjunto de modelos y métodos tanto paramétricos como no paramétricos con el objeto de describir, cuantificar y modelizar los casos raros los cuales se distribuyen, no bajo la “ley de los grandes números”, sino bajo la ley de los pequeños números (“law of the small numbers”). Es decir, consiste en un conjunto de técnicas estadísticas para la identificación y modelización de los máximos o mínimos de una variable aleatoria.²⁶

La *teoría del valor extremo* proporciona a las aseguradas un útil instrumento de gestión del riesgo, ya que les permite inferir estadísticamente sobre los valores extremos de una población o proceso aleatorio y, con ello, estimar la probabilidad de que ocurran sucesos más extremos que los producidos hasta el momento del análisis. Mediante esta teoría se pueden predecir valores elevados en las colas y situaciones que superen todos los niveles históricos observados modelando los extremos separadamente de la muestra global, sin recurrir a la distribución del conjunto de datos observados. A través del estudio de eventos extremos es posible asegurar la estabilidad y la solvencia de las entidades aseguradoras, a pesar de la ocurrencia de pérdidas extremas, aplicando modelos estadísticos que midan los riesgos y permitan establecer óptimamente, el volumen de capital necesario, el nivel adecuado de provisiones, la correcta tarificación, o las posibilidades de cesión al reaseguro.

Los contratos tipo valor extremo tienen como propósito cubrir las reclamaciones más grandes de un portafolio.

²⁵ Fructuoso Pérez, María José. García Pérez Almudena, “Análisis de la frecuencia de ocurrencia de valores extremos: una aplicación al ramo de automóviles en España”, Instituto de Actuarios Españoles, 2006, en <http://www.actuarios.org/espa/anales/2006/ART%20121-154.PDF>

²⁶ García Pérez, Almudena. “La teoría del valor extremo: una aplicación al sector asegurador”, 2004, en <http://www.actuarios.org/espa/anales/2004/art%2027-53.pdf>



Considérese las variables $X_1, X_2, \dots, X_{N(t)}$, los montos de las reclamaciones ocurridas al tiempo t y sean $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(N(t))}$ sus respectivos estadísticos de orden entonces

$$X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(N(t))}$$

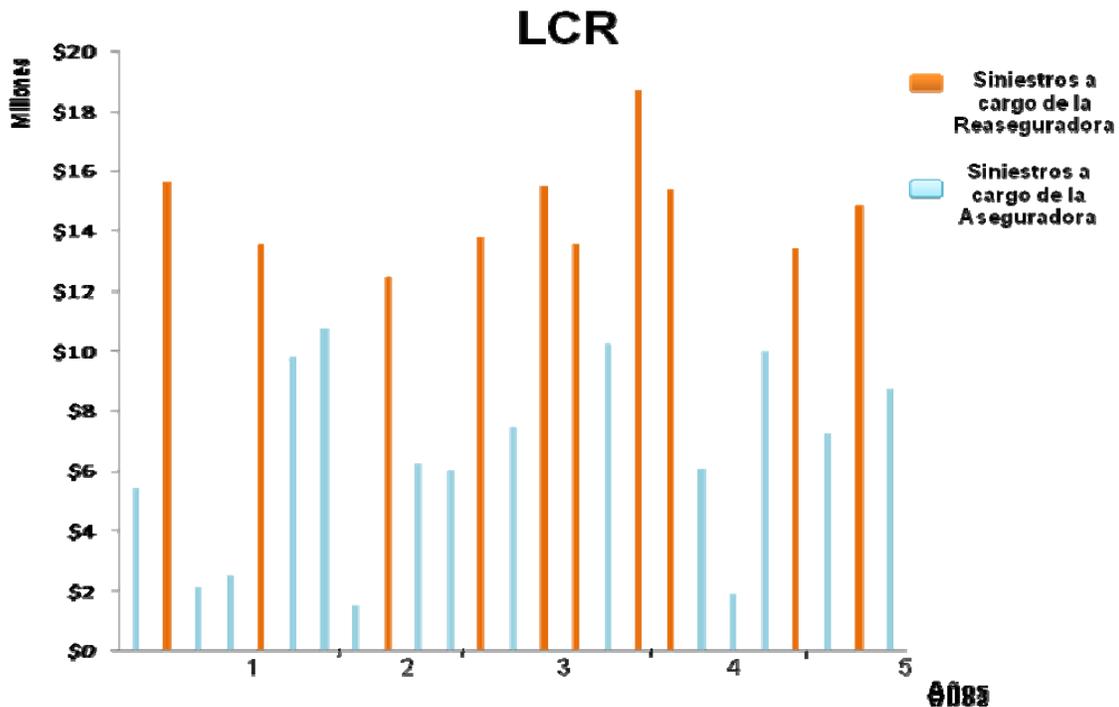
1.5.6.1. Largest Claims Reinsurance (LCR) (reaseguro de las reclamaciones más grandes)

Desde el momento en el que el contrato es suscrito (i.e., en $t = 0$) la compañía reaseguradora garantiza que los K siniestros más grandes que ocurran durante el intervalo $[0, t]$ serán cubiertos. Por ejemplo, la compañía reaseguradora cubrirá los 10 siniestros anuales más grandes de un portafolio de seguros durante un periodo de 5 años.

Así,

$$R_{LC}(t) = \sum_{j=1}^k X_{(N(t)-j+1)}$$

Para K fijo o inclusive para un K variable el cual crece lentamente lo suficiente respecto a t .



Gráfica en la cual se muestra la participación de responsabilidad a cargo tanto de la cedente como del reasegurador.

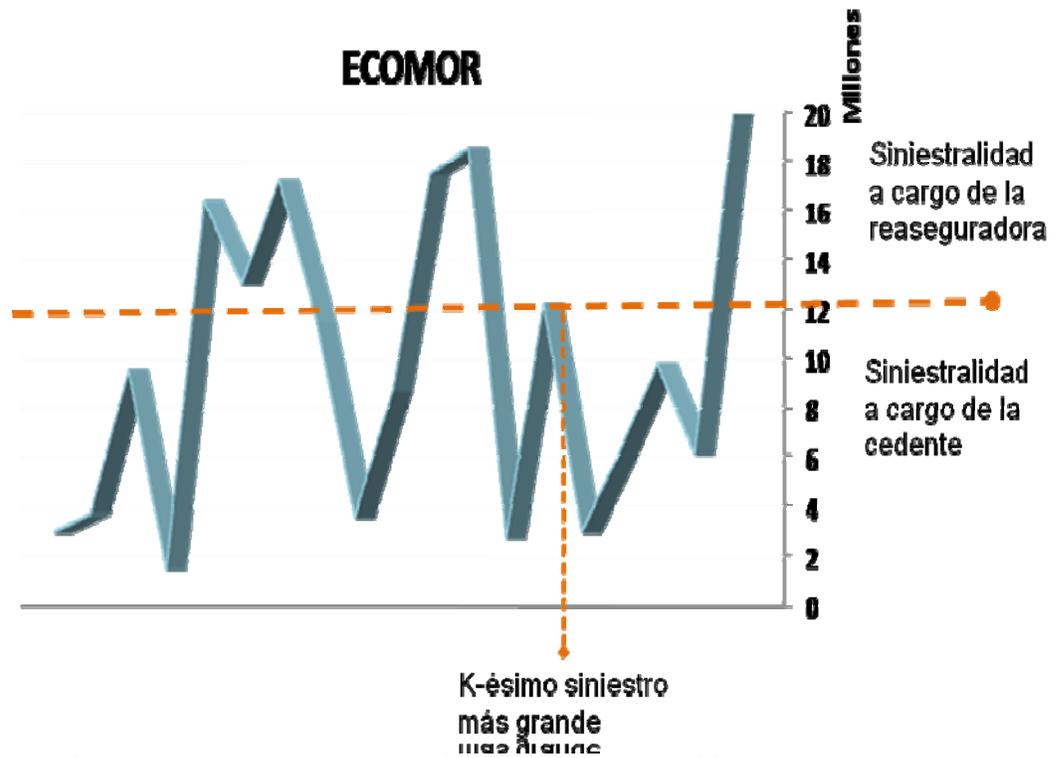
**1.5.6.2. ECOMOR reaseguro (excédent du coût moyen relatif)
(excedente del costo medio relativo)**

Puede ser considerado como un reaseguro de exceso de pérdida (excess of loss) con un deducible variable, el cual es determinado por el K -ésimo siniestro más grande de un portafolio.²⁷

Así,

$$R_{ECOMOR}(t) = \sum_{j=1}^{N(t)} \left(X_{(N(t)-j+1)} - X_{(N(t)-k+1)} \right)_+ \\ = \sum_{j=1}^{k-1} X_{(N(t)-j+1)} - (k-1) X_{(N(t)-k+1)}$$

para un número fijo $k \geq 2$



Gráfica en la cual se muestra la participación de responsabilidad en un ECOMOR, tanto de la cedente, como del reasegurador.

²⁷ Mikosch, Thomas. “Non-Life Insurance Mathematics. An Introduction with Stochastic Processes”. Springer-Verlag, Berlin, Alemania, 2004,



Capítulo 2 ELEMENTOS DE LA TEORÍA COLECTIVA DEL RIESGO

2.1. Antecedentes históricos de la teoría del riesgo

Las matemáticas actuariales clásicas se basaban en aproximaciones determinísticas, como la tabla de decrementos, en la cual se muestra el valor esperado de ocurrencias, tales como la probabilidad de muerte o de supervivencia. Sin embargo, la incertidumbre ha jugado un papel importante en el mundo de los seguros, ya que la frecuencia y la severidad de los reclamos frecuentemente aparecen de manera aleatoria, por lo que el comportamiento de los pagos se presenta de forma variable, así como el impacto que causa la inflación.

Fue hasta el siglo XIX, cuando la necesidad de ayudar a las técnicas determinísticas clásicas de la variabilidad dio origen al nacimiento de la “teoría del riesgo”, que a grandes rasgos puede definirse como el estudio de las fluctuaciones o características estocásticas en los negocios.

Primeramente, la teoría del riesgo fue asociada con el seguro de vida y se basaba en las consideraciones del riesgo individual (personas aseguradas). Debido a esto, el comportamiento de todo el portafolio fue definido como la suma de todos los siniestros individuales. Una primera revisión fue hecha por Bohlmann (1909).

Una nueva fase en el desarrollo de la teoría del riesgo comenzó con los estudios de Lundberg (1909, 1919), quien, gracias a Cramér (1926,1930) y otros autores suecos desarrollaron la **teoría del riesgo colectiva**. La ocurrencia de los reclamos fue tomada en cuenta de forma colectiva sin hacer referencia a las pólizas individuales. Tanto como el modelo individual como el modelo colectivo de riesgo conducen a la teoría de los procesos estocásticos, la cual ha llegado a ser una disciplina muy desarrollada desde los tiempos de Lundberg. Indudablemente, los adelantos en esta teoría, han beneficiado a los recientes desarrollos de la teoría del riesgo.

A través del tiempo, el campo de la teoría del riesgo ha crecido rápidamente. En estos días, existen muchos libros y notas que estudian los fundamentos de los procesos de riesgo en forma teórica. Por lo que, existe la necesidad de desarrollar teorías convenientes para propuestas prácticas y así poder demostrar sus aplicaciones.²⁸

²⁸Daykin, C.D., Pentikäinen, T. y M. Pesonen. “Practical Risk Theory for Actuaries”, Chapman & Hall, London, 1994



2.2. Modelo individual de riesgo

En este modelo, la variable aleatoria de interés, es el total de siniestros de una cartera o portafolio de contratos de seguros. Los siniestros totales se modelan como la suma de todos los siniestros individuales, X_j que se suponen independientes.

Supóngase que se tiene un portafolio de n pólizas individuales de seguros validadas por un año.

Sea p_j la probabilidad de que el j -ésimo asegurado no efectúe ninguna reclamación durante el tiempo de vigencia del seguro y sea q_j la probabilidad de que se observe exactamente una reclamación por parte del asegurado j .

Supóngase la igualdad $p_j + q_j = 1$, ello inhibe el hecho de que haya más de una reclamación por cada asegurado.

Se define la variable aleatoria

$$D_j = \begin{cases} 1 & \text{si hay reclamación en la póliza } j \\ 0 & \text{si no hay reclamación en la póliza } j \end{cases}$$

Claramente D_j tiene una distribución Bernoulli con parámetro q_j . Supóngase ahora artificialmente que cada póliza efectúa una reclamación y sea la variable aleatoria $C_j > 0$ el monto de la reclamación efectuada por la póliza j .

La verdadera reclamación de la póliza j está dada por el producto

$$X_j = D_j C_j = \begin{cases} C_j & \text{si } D_j = 1 \\ 0 & \text{si } D_j = 0 \end{cases}$$

De esta forma se considera como datos en este modelo los vectores aleatorios

$$(D_1, C_1), (D_2, C_2), \dots, (D_n, C_n),$$

que se asumen independientes entre sí y consideramos también que las variables D_j y C_j son independientes. El monto de reclamaciones agregadas o agregado de reclamaciones es la variable

$$S = \sum_{j=1}^n X_j = \sum_{j=1}^n D_j C_j$$



Esta variable representa entonces el monto que afronta la compañía aseguradora por concepto de reclamaciones durante el periodo completo del seguro.²⁹

Ahora, como los siniestros individuales son independientes, la distribución del monto de reclamaciones agregadas es, en términos de convoluciones:

$$F_S(s) = F_{X_1} * F_{X_2} * \dots * F_{X_n}(s)$$

Si además los montos de las reclamaciones son idénticamente distribuidos:

$$F_S(s) = F_X^{*n}(s)$$

donde $F_X^{*n}(s)$ denota la n-ésima convolución de la distribución de montos.

Como $S = \sum_{j=1}^n X_j = \sum_{j=1}^n D_j C_j$, entonces

$$\begin{aligned} E(S) &= E\left(\sum_{j=1}^n X_j\right) = E\left(\sum_{j=1}^n D_j C_j\right) \\ &= \sum_{j=1}^n E(D_j C_j) = \sum_{j=1}^n E(D_j)E(C_j) \\ &= \sum_{j=1}^n q_j E(C_j) \end{aligned}$$

además,

$$\begin{aligned} V(S) &= V\left(\sum_{j=1}^n X_j\right) = V\left(\sum_{j=1}^n D_j C_j\right) \\ &= \sum_{j=1}^n V(D_j C_j) = \sum_{j=1}^n [E((D_j C_j)^2) - [E(D_j C_j)]^2] \\ &= \sum_{j=1}^n [E(D_j C_j^2) - [E(D_j C_j)]^2] = \sum_{j=1}^n [q_j E(C_j^2) - q_j^2 [E(C_j)]^2] \\ &= \sum_{j=1}^n [q_j [V(C_j) + [E(C_j)]^2] - q_j^2 [E(C_j)]^2] \\ &= \sum_{j=1}^n [q_j [V(C_j) + [E(C_j)]^2 [q_j(1 - q_j)]] \\ &= \sum_{j=1}^n [q_j [V(C_j) + [E(C_j)]^2 [q_j p_j]] \\ &= \sum_{j=1}^n [q_j [V(C_j) + [E(C_j)]^2 [V(D_j)]] \end{aligned}$$

²⁹ Rincón Solís, Luis. "Introducción a la teoría del riesgo" (Notas preliminares), Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias UNAM, 2006



Con esta información, se puede aproximar la distribución del monto de reclamaciones agregadas, S , con el teorema central del límite (TCL), si $E(S)$ es grande.

$$F_S(x) \approx \Phi\left(\frac{S - E(S)}{\sigma(S)}\right)$$

donde $\Phi(x)$ es la distribución normal estándar, y $\sigma(S)$ es la desviación estándar de S .

El modelo individual representa perfectamente a los seguros de vida. La diferencia con las matemáticas actuariales tradicionales estriba en que el modelo individual no traduce las fluctuaciones por valores constantes, llamados valores presentes actuariales, sino que reconoce la incertidumbre propia del negocio de seguro y permite modelar la solvencia* del sistema. En otras palabras, el cálculo actuarial tradicional es insuficiente para analizar el problema de solvencia y es la teoría de riesgo el instrumento apropiado para complementarlo.³⁰

El modelo individual de riesgo se caracteriza por que asume la hipótesis de que cada póliza, en el portafolio, puede tener a lo más una reclamación. En general se puede decir que, para cada póliza puede o no ocurrir un reclamo y además todos los montos reclamados, de un riesgo en particular, son fusionados y tratados como un reclamo individual. La primera característica es apropiada para el seguro de vida, el cual cubre un grupo cerrado de vidas, en donde solo una reclamación puede ocurrir por cada asegurado. De acuerdo a la segunda, puede ser aplicable en algunos tipos de seguros. Por ejemplo, en el seguro dental, un asegurado puede visitar a un dentista varias veces durante la vigencia del seguro. En cambio, otro asegurado puede realizar solo una o dos visitas, al dentista, y tener los mismos servicios que el primero. Es conveniente tratar esas pólizas idénticamente, por la siguiente razón, el método en el cual el riesgo es modelado no debería depender del trabajo que realiza un dentista para atender a sus pacientes, ya que un dentista que realiza más trabajo, de curación, por cada visita, de sus pacientes, pero recibe la misma cantidad de pacientes durante un periodo de observación de un año no se diferencia (al menos desde el punto de vista de los seguros) de un dentista quien realiza menos trabajo por visita. El factor crítico es si el riesgo asegurado hace o no una reclamación durante el año. Todos los costos de los reclamos deberían ser fusionados y tratados como un reclamo individual.³¹

*Una empresa de seguros es solvente si posee suficientes activos para hacer frente a sus pasivos.

³⁰ Hernández Rancel, Diego. “Modelos de la teoría del riesgo para la solvencia del sector asegurador”, Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, 1997

³¹ Panjer, H. and G. E. Willmot. “Insurance risk models”, Society of Actuaries, 1992



Ejemplo

Considere un portafolio de 31 pólizas individuales de seguros de vida validadas por un año como se indica en la siguiente tabla.

Tasa de mortalidad q_j	Suma Asegurada \$				
	1	2	3	4	5
0.03	2	3	1	2	0
0.04	0	1	2	2	1
0.05	0	2	4	2	2
0.06	0	2	2	2	1
totales	0.06	0.35	0.43	0.36	0.2

$$\begin{aligned}
E(S) &= \sum_{j=1}^5 q_j E(C_j) \\
&= 1(0.06) + 2(0.35) + 3(0.43) + 4(0.36) + 5(0.2) \\
&= 4.49
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V(S) &= \sum_{j=1}^n [q_j [V(C_j)] + [E(C_j)]^2 [V(D_j)]] \\
&= 1^2(0.06)(0.94) + 2^2(0.35)(0.65) + 3^2(0.43)(0.57) \\
&\quad + 4^2(0.36)(0.64) + 5^2(0.2)(0.8) \\
&= 15.3003
\end{aligned}$$

2.3. Modelo colectivo de riesgo

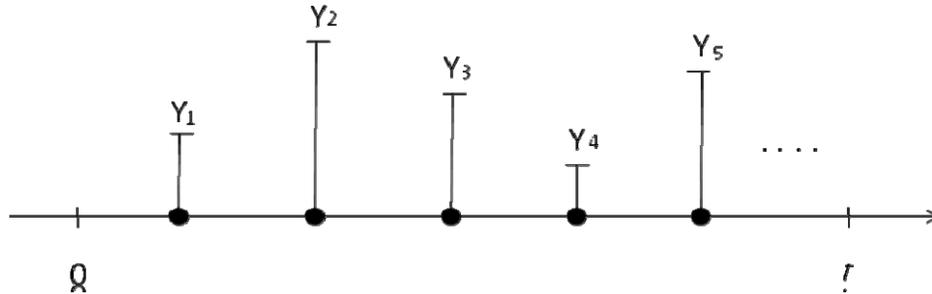
En este modelo, un portafolio de seguros es visto como un proceso que produce reclamaciones en el tiempo. Los montos de estas reclamaciones se consideran variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, independientes también del número de siniestros generados.³²

Considere un conjunto de contratos de seguros sobre un periodo de tiempo (0,t], este periodo puede corresponder a un año por ejemplo. Sea la variable aleatoria N el número de reclamaciones ocurridas en este intervalo, y sean las variables Y_1, Y_2, \dots, Y_N los montos de estas reclamaciones, es decir, Y_j representa la j-ésima reclamación.

³² Kass Rob, Goovaerts Marc, Dhaene Jan, Denuit Michel, "Modern actuarial risk theory", Kluwer Academic Publishers, 2001



Gráficamente una posible realización de tal esquema se muestra en la siguiente figura.



El monto agregado o acumulado de todas las reclamaciones recibidas es la variable aleatoria S, llamada riesgo, y definida como sigue³³

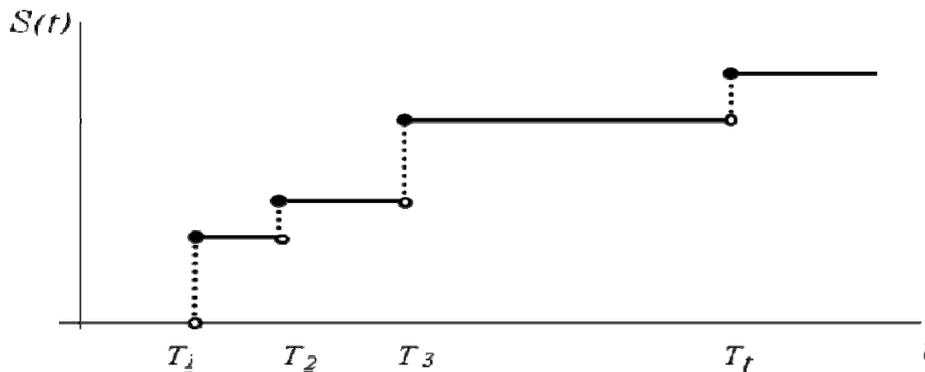
$$S = \sum_{j=1}^N Y_j$$

Más en general, y debido a la necesidad de analizar periodos de tiempo más largos, se define S(t) como el proceso estocástico de la siniestralidad agregada, siendo

$$S(t) = \sum_{j=1}^{N(t)} Y_j$$

Donde N(t) es el proceso que indica el número de siniestros hasta el momento t. Por convención, si N(t) = 0 entonces S(t) = 0.

S(t) puede ser representado gráficamente de la siguiente forma



³³ Rincón Solís, Luis. "Introducción a la teoría del riesgo" (notas preliminares), departamento de matemáticas, Facultad de Ciencias UNAM, 2006



Cada ocurrencia de un siniestro en los momentos $T_j, j=1, 2, 3, \dots$ queda representada por un salto vertical, siendo la altura del salto la cuantía individual de cada uno de los siniestros. El tiempo está representado en abscisas, y la altura $S(t)$ en cada momento indica la siniestralidad agregada en el intervalo $(0, t]$. El proceso es un proceso estocástico compuesto, ya que tanto el momento de ocurrencia como el número de siniestros son fenómenos aleatorios, siendo la cuantía individual de cada siniestro una variable aleatoria.³⁴

En los modelos colectivos, parte de la información de la póliza es ignorada. Si el portafolio contiene solo una póliza que podría generar una gran reclamación, en relación al monto, esta tendría que ocurrir a lo mas una vez en el modelo individual. En cambio, en el modelo colectivo podría ocurrir muchas veces.

La principal ventaja del modelo de riesgo colectivo es que es un modelo computacionalmente eficiente, el cual es el que mejor se acerca a la realidad.³⁵

A la función de distribución acumulada del reclamo agregado se denotara como $G(s)$, es decir $G(s) = P(S \leq s)$. Se asume naturalmente que $G(0) = 0$, ello equivale a decir que la variable Y es no negativa. Adicionalmente se denotara como $P_n = P(N = n)$ y $\mu_n = E(Y^n)$, en particular se escribe μ en lugar de $\mu_1 = E(Y)$

Entonces, la función de distribución del riesgo S en el modelo colectivo es

$$\begin{aligned} F_S(s) &= \sum_{n=0}^{\infty} P(S \leq s / N = n) P(N = n) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} P(Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n \leq s) P_n \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} G^{*n}(s) P_n \end{aligned}$$

De esta forma, el riesgo S en el modelo colectivo cumple las siguientes propiedades

³⁴ Mármol, Maite. Claramunt, Mercè. Catañer, Anna. “Aplicaciones de las transformadas de Laplace a la teoría del riesgo”, departamento de economía matemática, financiera y actuarial. Universidad de Barcelona, 2007, en <http://www.actuarios.org/espa/anales/2007/art%209-36.pdf>.

³⁵ Kass, Rob. Goovaerts, Marc. Dhaene, Jan. Denuit, Michel. Modern actuarial risk theory, Kluwer Academic Publishers, 2001



1. $E(S) = E(N)E(Y)$
2. $E(S^2) = E(N)E(Y^2) + E(N(N-1)E^2(Y))$
3. $V(S) = V(N)E^2(Y) + V(Y)E(N)$
4. $M_S(r) = M_N(\ln(M_Y(r)))$

Considérese ahora algunos casos particulares del modelo colectivo.

2.3.1. Modelo binomial compuesto

Considérese el modelo individual de riesgo $S=X_1+X_2+\dots+X_n$ (con n constante) y reexpresese la suma, colocando al principio las N pólizas que presentaron reclamación (con montos C_1, C_2, \dots, C_N) y dejando al final las $n-N$ pólizas que generaron ninguna reclamación

$$S = Y_1+Y_2+\dots+Y_N + O_{N+1}+O_{N+2}+\dots+O_n$$

Obviamente $O_{N+1}+O_{N+2}+\dots+O_n = 0$ así que obtenemos la suma aleatoria

$$S=Y_1+Y_2+\dots+Y_N$$

Para indicar los siniestros agregados al tiempo $t > 0$

$$S(t)=Y_1+Y_2+\dots+Y_{N(t)}$$

Donde la variable aleatoria $N(t)$ tiene distribución binomial con parámetros n y p . Por consiguiente la distribución de esta suma aleatoria es³⁶

$$F_S(s) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} G^{*k}(s)$$

Cuando el número de reclamaciones $N(t)$ tiene una distribución binomial, **bin** (n, p), se dice que el riesgo $S(t)$ tiene una distribución binomial compuesta. Con las siguientes características

1. $E(S) = np\mu$
2. $V(S) = np(\mu_2 - p\mu^2)$
3. $M_S(r) = (1-p + pM_Y(r))^n$
4. $E\left([S - E(S)]^3\right) = n(p\mu_3 - 3p^2\mu_2\mu + 2p^3\mu^3)$

³⁶ Hernández Rangel, Diego. “Modelos de la teoría del riesgo para la solvencia del sector asegurador”, Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, 1997



2.3.2. Modelo binomial negativo compuesto

Cuando el número de reclamaciones $N(t)$ tiene una distribución binomial negativa, *bin neg* (α, p) , se dice que el riesgo $S(t)$ tiene una distribución *binomial negativa compuesta*. Con las siguientes características³⁷

$$1. E(S) = \frac{\alpha(1-p)}{p} \mu$$

$$2. V(S) = \frac{\alpha(1-p)}{p^2} \mu^2 + \frac{\alpha(1-p)}{p} (\mu_2 - \mu^2)$$

$$3. M_S(r) = \left[\frac{p}{1 - (1-p)M_Y(r)} \right]^\alpha$$

$$4. E\left[S - E(S)^3 \right] = \alpha \left(\frac{1}{p} - 1 \right) \mu_3 + 3\alpha \left(\frac{1}{p} - 1 \right)^2 \mu_2 \mu + 2\alpha \left(\frac{1}{p} - 1 \right)^3 \mu^3$$

2.3.3. Modelo poisson compuesto

La distribución Poisson es utilizada cuando el número de reclamaciones satisface las siguientes condiciones:

- Independencia de incrementos. Los eventos que ocurren en intervalos disjuntos de tiempo son independientes.
- Estacionariedad de los incrementos. El número de eventos en un intervalo de tiempo dependen únicamente de la longitud de dicho intervalo.
- Exclusión de eventos múltiples. La probabilidad de que en un mismo instante en el tiempo ocurran dos o más eventos y la probabilidad de que en un intervalo finito ocurra un número infinito de eventos es cero.
- Exclusión de tiempo específico. La probabilidad de que un siniestro ocurra en un momento específico del tiempo es cero.³⁸

Cuando el número de reclamaciones $N(t)$ tiene una distribución Poisson, *Poisson* (λ) , se dice que el riesgo $S(t)$ tiene una distribución *Poisson compuesta*. Con las siguientes características³⁹

³⁷ Rincón Solís, Luis. “Introducción a la teoría del riesgo” (notas preliminares). Departamento de matemáticas, Facultad de Ciencias UNAM, 2006

³⁸ Hernández Rancel, Diego. “Modelos de la teoría del riesgo para la solvencia del sector asegurador”, Comisión Nacional de seguros y Fianzas, 1997



1. $E(S) = \lambda \mu$
2. $V(S) = \lambda \mu_2$
3. $M_S(r) = \exp(\lambda[M_Y(r) - 1])$
4. $E\left[\left(S - E(S)\right)^3\right] = \lambda \mu_3$
5. $\alpha_3 = \frac{\mu_3}{\sqrt{\lambda \mu_2^3}} > 0$

Además

$$F_S(s) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!} G^{*n}(s)$$

El valor de λ representa el número promedio de siniestros que ocurren durante el periodo en consideración, en otras palabras es la tasa a la cual ocurren los siniestros referida al intervalo de tiempo bajo análisis.

En caso de que dicha tasa varíe durante el año de forma determinística, se puede modelar como una función del tiempo, $\lambda(t)$, que nos indica la tasa instantánea a la cual ocurren las reclamaciones. Fácilmente se puede obtener la tasa del periodo mediante la siguiente integral

$$\lambda = \int_{t_1}^{t_2} \lambda(u) du$$

donde $(t_1, t_2]$ es el intervalo de interés.

Esta situación se presenta cuando el negocio de seguro depende de los ciclos económicos, variables macroeconómicas, número de asegurados o estados de la naturaleza que afecten la siniestralidad. En estos casos se puede encontrar el patrón que obedece la siniestralidad en función del tiempo mediante procedimientos estadísticos (regresión, series de tiempo,...), o mediante modelos provenientes de ciencias auxiliares a la actuarial, como la economía, geología, meteorología, etc.⁴⁰

³⁹ Rincón Solís, Luis. “Introducción a la teoría del riesgo” (notas preliminares). Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias UNAM, 2006

⁴⁰ Hernández Rancel, Diego. “Modelos de la teoría del riesgo para la solvencia del sector asegurador”, Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, 1997



2.4. Contratos de reaseguro

Los contratos de reaseguro son acuerdos mutuos entre diferentes compañías de seguros con el propósito de reducir el riesgo, compartiendo tanto los siniestros ocurridos como las primas, de un portafolio de seguro en particular. En este sentido, el reaseguro puede verse como el seguro de los seguros.

El reaseguro es una necesidad para portafolios que tienen suscritos riesgos catastróficos, tales como, temblores, falla de las centrales nucleares, tormentas, fuego industrial, accidentes petroleros, inundaciones, guerras, disturbios ocasionados por manifestaciones, etc.

Es conveniente distinguir entre dos tipos de contratos de reaseguro⁴¹

- Contratos de tipo caminata aleatoria.
- Contratos de tipo valor extremo.

Esos nombres se refieren a la forma en cómo, los contratos, fueron construidos

Sean:

- $N(t)$ número de reclamaciones ocurridas al momento t
- X_j monto de la j -ésima reclamación.
- X_j^{ret} monto de la j -ésima reclamación, a cargo de la aseguradora.
- X_j^{ces} monto de la j -ésima reclamación, a cargo de la reaseguradora.
- $S(t)$ monto agregado de todas las reclamaciones recibidas, al momento t .
- $S_{ret}(t)$ monto agregado, a cargo de la aseguradora, de todas las reclamaciones recibidas, al momento t .
- $S_{ces}(t)$ monto agregado, a cargo de la reaseguradora, de todas las reclamaciones recibidas, al momento t .
- $S.A$ suma asegurada

2.4.1. Contratos de tipo caminata aleatoria

2.4.1.1. Reaseguro proporcional

Esta es una forma común de reaseguro para siniestros de tamaños “moderados”. Aquí simplemente una fracción $p \in (0,1)$, de cada siniestro (la

⁴¹ Mikosch, Thomas. “Non-Life Insurance Mathematics. An Introduction with Stochastic Processes”. Springer-Verlag, Berlin, Alemania, 2004.



p -ésima fracción de todo el portafolio) es cubierta por el reaseguro. De esta forma, el reasegurador paga el monto $R_{Pr_{op}}(t) = pS(t)$ cual sea el tamaño del siniestro.

2.4.1.1.1. Cuota Parte ($p, 1-p$)

$$X_j^{ces} = pX_j$$

$$X_j^{ret} = (1-p)X_j$$

$$S_{ces}(t) = \sum_{j=1}^{N(t)} X_j^r = p \sum_{j=1}^{N(t)} X_j = pS(t)$$

$$S_{ret}(t) = \sum_{j=1}^{N(t)} X_j^a = (1-p) \sum_{j=1}^{N(t)} X_j = (1-p)S(t)$$

2.4.1.1.2. Contrato de excedentes con un límite de retención ℓ

$$X_j^{ces} = \begin{cases} 0 & \text{si } X_j \leq \ell \\ (1-\alpha)X_j & \text{si } X_j > \ell \end{cases} = \max(0, 1-\alpha)X_j$$

$$X_j^{ret} = \begin{cases} X_j & \text{si } X_j \leq \ell \\ \alpha X_j & \text{si } X_j > \ell \end{cases} = \min(1, \alpha)X_j$$

$$S_{ces}(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } X_j \leq \ell \\ (1-\alpha)S(t) & \text{si } X_j > \ell \end{cases} \quad \forall j = 1, 2, \dots, N(t) \Big\} = \max(0, 1-\alpha)S(t)$$

$$S_{ret}(t) = \begin{cases} S(t) & \text{si } X_j \leq \ell \\ \alpha S(t) & \text{si } X_j > \ell \end{cases} \quad \forall j = 1, 2, \dots, N(t) \Big\} = \min(1, \alpha)S(t)$$

$$\text{donde } \alpha = \frac{\ell}{S.A.}$$

2.4.1.2. Reaseguro Stop Loss

El reasegurador cubre las pérdidas, en el portafolio, que exceden un límite bien definido K , el llamado nivel de retención de la compañía. Esto significa que el reasegurador paga $R_{SL}(t) = (S(t) - K)_+$, donde $x_+ = \max(x, 0)$. Este tipo de reaseguro es muy útil para proteger a la compañía contra insolvencia ocasionada por los reclamos excesivos cubiertos.



$$S_{ces}(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } S(t) \leq K \\ S(t) - K & \text{si } S(t) > K \end{cases} \text{ es decir } \max(0, S(t) - K)$$

$$S_{ret}(t) = \begin{cases} S(t) & \text{si } S(t) \leq K \\ K & \text{si } S(t) > K \end{cases} \text{ es decir } \min(S(t), K)$$

2.4.1.3. Reaseguro de exceso de pérdida (excess of loss)

En este caso, la reaseguradora paga por todas las pérdidas individuales que excedan un límite D , es decir, cubre $R_{ExL}(t) = \sum_{j=1}^{N(t)} (X_j - D)_+$. El límite D tiene varios nombres dependiendo del tipo de seguro. En el seguro de vida, es llamado el nivel de retención cedido de la compañía. En el seguro de no vida, donde el tamaño de la pérdida es desconocido, hasta el momento en que ocurra el siniestro, el límite D es llamado deducible.

$$X_j^{ces} = \begin{cases} 0 & \text{si } X_j \leq D \\ X_j - D & \text{si } X_j > D \end{cases} \text{ es decir } \max(0, X_j - D)$$

$$X_j^{ret} = \begin{cases} X_j & \text{si } X_j \leq D \\ D & \text{si } X_j > D \end{cases} \text{ es decir } \min(X_j, D)$$

$$S_{ces}(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } X_j \leq D \\ S(t) - N(t)D & \text{si } X_j > D \end{cases} \quad \forall j = 1, 2, \dots, N(t)$$

$$S_{ret}(t) = \begin{cases} S(t) & \text{si } X_j \leq D \\ N(t)D & \text{si } X_j > D \end{cases} \quad \forall j = 1, 2, \dots, N(t)$$

2.4.2. Contratos de tipo valor extremo

Estos tipos de contratos tienen como objetivo cubrir las reclamaciones más grandes de un portafolio

Considérese las variables $X_1, X_2, \dots, X_{N(t)}$, los montos de las reclamaciones ocurridas al tiempo t y sean $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(N(t))}$ sus respectivos estadísticos de orden entonces

$$X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(N(t))}$$



2.4.2.1. Large claims reinsurance (LCR) (reaseguro de las reclamaciones más grandes)

Desde el momento en el que el contrato es suscrito (es decir en $t=0$) la reaseguradora garantiza que los K siniestros más grandes que ocurran durante el intervalo $[0, t]$ serán cubiertos. Es decir, $R_{LC}(t) = \sum_{j=1}^k X_{(N(t)-j+1)}$

$$X_j^{ces} = \begin{cases} X_j & \text{si } X_j \in A \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases}$$

$$X_j^{ret} = \begin{cases} X_j & \text{si } X_j \notin A \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases}$$

$$S_{ces}(t) = S_{(k)}(t) \quad \text{donde} \quad S_{(k)}(t) = \sum_{j=1}^k X_{(N(t)-j+1)}$$

$$S_{ret}(t) = \sum_{j=1}^{N(t)-k} X_{(j)} = S(t) - S^r(t)$$

$$\text{donde } A = \{X_{(N(t))}, X_{(N(t)-1)}, \dots, X_{(N(t)-K+1)}\}$$

2.4.2.2. ECOMOR reaseguro (excédent du coût moyen relatif) (excedente del costo medio relativo)

Puede ser considerado como un reaseguro de exceso de pérdida (*excess of loss*) con un deducible variable, el cual es determinado por el K -ésimo siniestro más grande de un portafolio. Entonces,

$$R_{ECOMOR}(t) = \sum_{j=1}^{N(t)} (X_{(N(t)-j+1)} - X_{(N(t)-k+1)})_+ = \sum_{j=1}^{k-1} X_{(N(t)-j+1)} - (k-1) X_{(N(t)-k+1)}$$

$$X_j^{ces} = \begin{cases} X_j - X_{(N(t)-k+1)} & \text{si } X_j > X_{(N(t)-k+1)} \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases} = \max(0, X_j - X_{(N(t)-k+1)})$$

$$X_j^{ret} = \begin{cases} X_j & \text{si } X_j \leq X_{(N(t)-k+1)} \\ X_{(N(t)-k+1)} & \text{si } X_j > X_{(N(t)-k+1)} \end{cases} = \min(X_j, X_{(N(t)-k+1)})$$

$$S_{ces}(t) = S_{(k-1)}(t) - (k-1)X_{(N(t)-k+1)} \quad \text{donde} \quad S_{(k-1)}(t) = \sum_{j=1}^{k-1} X_{(N(t)-j+1)}$$

$$S_{ret}(t) = \sum_{j=1}^{N(t)-k+1} X_{(j)} + (k-1)X_{(N(t)-k+1)} = S(t) - S^r(t)$$

para un numero fijo $k \geq 2$



Capítulo 3 MODELO DE CÁLCULO

A lo largo de los años, los contratos de reaseguro han sufrido modificaciones, debido al incremento en el número de pólizas cedidas al reaseguro. Actualmente, han surgido esquemas los cuales rompieron la forma tradicional con la que operaban dichos contratos. Estos cambios se han reflejado en los contratos de reaseguro proporcional, donde la cedente y el reasegurador se hacían responsables de cubrir una determinada proporción de la siniestralidad, cualquiera que fuera, sin que existieran otros límites.

El cambio que comúnmente se ha observado, es el establecimiento de condiciones que limitan la participación proporcional del reasegurador, hasta determinado monto de la siniestralidad anual, haciendo responsable a la institución cedente, del pago de siniestros en exceso a dicho monto.

Estas condiciones que limitan la participación proporcional del reasegurador tuvieron origen, debido a que a finales del siglo XX y a inicios de este siglo se presentaron varios siniestros catastróficos, tales como, el temblor del 19 de septiembre de 1985 en la ciudad de México, el cual fue de 8.1 grados de magnitud, teniendo pérdidas económicas, las cuales ascendieron a USD4 billones de dólares, y pérdidas aseguradas de USD400 millones, el huracán Paulina, en octubre de 1997, el cual causo pérdidas económicas aseguradas por USD40 millones, pero sin duda alguna uno de los peores años de la catástrofe en la historia de México, fue en 2005 cuando tres huracanes, Emily, Stan y Wilma, golpearon sus costas, afectando principalmente la península de Yucatán y el estado de Chiapas, el costo de las pérdidas aseguradas fue más de USD2 billones, lo que se reflejo claramente en las renovaciones de contratos del 2006. Los reaseguradores al ver que sus pérdidas fueron muy superiores a las esperadas según los cúmulos catastróficos que les habían reportado las compañías de seguros, hicieron un análisis y llegaron a la conclusión de que la problemática era precisamente la falta de control de cúmulos catastróficos, por lo tanto el establecimiento de límites fue una medida desesperada que tomaron los reaseguradores para seguir otorgando coberturas proporcionales, pero trasladando el riesgo de ese descontrol de cúmulos a la compañías de seguros.

Este tipo de contratos de “reaseguro proporcional”, con límite, claramente implican una mayor exposición al riesgo de la cedente, por lo que debe reflejarse en las reservas y en el margen de solvencia⁴².

⁴² Aguilar, Pedro y Avendaño, Jorge. “El efecto sobre la reserva de riesgos en curso que produce el establecimiento de límites de responsabilidad en contratos de reaseguro proporcional”. Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.



De acuerdo con el Artículo 46 de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, las instituciones de seguros deben constituir las siguientes reservas técnicas:

- Reserva de riesgos en curso.
- Reservas para obligaciones pendientes de cumplir.
- Las demás previstas en la ley

En el Artículo 47, fracción III. Las reservas de riesgos en curso que deberán constituir las instituciones, por los seguros o reaseguros que practiquen, serán:

Para las operaciones de accidentes y enfermedades y de daños, a excepción de los seguros de naturaleza catastrófica que cuentan con reservas especiales⁴³:

- a) En el seguro directo, el monto de recursos suficientes para cubrir los siniestros esperados derivados de la cartera de riesgos retenidos en vigor de la institución, así como los gastos de administración derivados del manejo de la cartera, calculado con métodos actuariales basados en la aplicación de estándares generalmente aceptados. Las instituciones de seguros deberán registrar dichos métodos ante la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, de acuerdo a las disposiciones de carácter general que al efecto emita la propia Comisión, y
- b) En el caso de del reaseguro tanto cedido como tomado, esta reserva se constituirá de conformidad con las reglas de carácter general que al efecto emita la Secretaria de Hacienda y Crédito Público y que tomarán en cuenta, entre otros elementos, la calidad de las reaseguradoras empleadas.

De acuerdo con la Circular S-10.1.2, disposición Tercera y Cuarta. El método actuarial para la valuación de la reserva de riesgos en curso con base en la cual se llevo a cabo la proyección de las obligaciones futuras por concepto de reclamaciones y beneficios deberá apegarse a los siguientes principios:⁴⁴

1. La reserva de riesgos en curso debe corresponder al valor esperado de la obligaciones futuras de la institución o sociedad mutualista de seguros por concepto de pago de beneficios y reclamaciones que se deriven de su cartera de pólizas en vigor durante el tiempo que falta por transcurrir, desde el momento

⁴³ Art. 47 de la Ley de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros

⁴⁴ Circular S-10.1.2 mediante la cual se dan a conocer a las instituciones y sociedades mutualistas de seguros, las disposiciones de carácter general para el registro de métodos actuariales de valuación y suficiencia de la reserva de riesgos en curso de los seguros de daños y accidentes y enfermedades.



en que se realiza la valuación hasta el vencimiento de cada uno de los contratos.

2. El método deberá consistir en un modelo de proyección de obligaciones futuras, basado en las reclamaciones y beneficios que se deriven de las pólizas en vigor de la cartera de la institución o sociedad mutualista de seguros, en cada uno de los ramos o, en su caso, de los tipos de seguro que opere.
3. El valor esperado de las obligaciones futuras de la institución o sociedad mutualista de seguros por concepto de reclamaciones y beneficios, deberá basarse en la proyección de las pólizas en vigor de la cartera al momento de la valuación, considerando para tales efectos únicamente los pagos por siniestros y el vencimiento de la vigencia de los contratos.
4. El valor esperado de las obligaciones futuras por concepto de reclamaciones y beneficios, debe ser congruente cuantitativamente con los patrones de pagos de la institución o sociedad mutualista de seguros observados en su experiencia propia durante un periodo que, a juicio del actuario responsable, refleje de manera apropiada el comportamiento de pago de beneficios y reclamaciones de la cartera.
5. Como parte del método de valuación, se deberá determinar la suficiencia de la prima de riesgo con base en las reclamaciones ocurridas en un determinado periodo y la prima de riesgo devengada de las pólizas emitidas en ese mismo periodo.
6. Las tasas de interés técnico que, en su caso, se utilicen para la valuación de la reserva de riesgos en curso, deberán determinarse basándose en criterios prudenciales que permitan que las hipótesis sobre tasas de interés adoptadas para el cálculo tengan un grado razonable de confiabilidad, considerando las políticas y portafolios de inversión de la compañía, los riesgos asociados al mismo y tomando como referencia la tasa libre de riesgo del mercado, así como las expectativas macroeconómicas de tasas de rendimiento futuras.
7. Los parámetros de frecuencia y severidad que se utilicen para la valuación de la reserva de riesgos en curso, deberán determinarse con el importe bruto del pago de beneficios y reclamaciones. En el caso de carteras de riesgos que por su naturaleza tengan baja frecuencia y alta severidad, el método de valuación deberá considerar información de un periodo suficientemente amplio que permita estimar de manera apropiada los referidos parámetros.
8. La reserva de riesgos en curso se determinará tomando como base el importe bruto de las obligaciones futuras derivadas de las pólizas en vigor. Asimismo, se reconocerá la parte cedida en reaseguro (participación por reaseguro cedido),



conforme a las disposiciones aplicables. Para efectos de la valuación de la reserva de riesgos en curso póliza por póliza, se deberá calcular y mantener la información relativa a la parte cedida y retenida de la reserva de cada póliza, correspondiente a contratos de reaseguro.

La reserva de riesgos en curso deberá calcularse y valuarse conforme a lo siguiente:

1. Una vez determinada la proyección del valor esperado de las obligaciones futuras por concepto de pago de reclamaciones y beneficios, conforme al método de valuación registrado, se deberá comparar dicho valor con la prima de riesgo no devengada de las pólizas en vigor, con el objeto de obtener el factor de suficiencia que se aplicará para el cálculo de la reserva en cada uno de los ramos o, en su caso, de los tipos de seguros que opere la institución o sociedad mutualista de seguros.
2. En ningún caso el factor de suficiencia que se aplique para estos efectos podrá ser inferior a uno, y deberá revisarse y actualizarse, cuando menos, en forma trimestral, con la experiencia de la institución o sociedad mutualista de seguros.
3. La parte relativa al componente de riesgo de la reserva de riesgos en curso en cada uno de los ramos o, en su caso, de los tipos de seguros que opere la institución o sociedad mutualista de seguros, será la que se obtenga de multiplicar la prima de riesgo no devengada de las pólizas en vigor, por el factor de suficiencia correspondiente. Por lo tanto, el ajuste de la reserva de riesgos en curso por insuficiencia será el que resulte de multiplicar la prima de riesgo no devengada por el factor de suficiencia correspondiente menos uno.
4. Adicionalmente, se deberá sumar a la parte relativa al componente de riesgo de la reserva de riesgos en curso, la parte no devengada de gastos de administración, la cual se deberá calcular como la parte no devengada correspondiente a la porción de prima de tarifa anual de cada una de las pólizas en vigor al momento de la valuación. Esto es, la reserva de riesgos en curso será la que se obtenga de sumar la prima de riesgo no devengada de las pólizas en vigor, más el ajuste por insuficiencia de la reserva y la parte no devengada de los gastos de administración.
5. La reserva de riesgos en curso obtenida conforme a las presentes disposiciones para cada póliza, no podrá ser inferior, en ningún caso, a la prima de tarifa no devengada, previa disminución de la porción del costo de adquisición correspondiente, que conforme a las condiciones contractuales la institución o



sociedad mutualista de seguros esté obligada a devolver al asegurado en caso de cancelación del contrato⁴⁵.

Desde siempre las reservas, en el contexto de la regulación mexicana y tratándose solo de los contratos proporcionales, ya que en los no proporcionales no se reconoce la participación del reaseguro, se han calculado dando por hecho que la cedente cubrirá la proporción de la siniestralidad fijada en el contrato de reaseguro, sin duda alguna que dicha proporcionalidad no se cumpla. Así, si una compañía tiene un contrato proporcional con una participación en un determinado riesgo α , su correspondiente reserva de riesgos en cursos, RRC_{ret} , debe calcularse multiplicando dicha proporción α , por la reserva de riesgos en curso del riesgo bruto, es decir:

$$RRC_{ret} = \alpha * RRC$$

En términos actuariales,

$$E(S_{ret}) = E(\alpha * S) = \alpha * E(S)$$

donde:

- S_{ret} siniestralidad retenida
- S : siniestralidad bruta

Por esta propiedad, el porcentaje de retención que debe aplicarse para cada póliza en el cálculo de la reserva de riesgos en curso puede ser el mismo porcentaje de retención proporcional señalado en el contrato debido a que:

$$FR = \frac{E(S_{ret})}{E(S)} = \frac{\alpha * E(S)}{E(S)} = \alpha$$

De esta manera, la reserva de riesgos en curso de retención se puede calcular en términos de la siniestralidad bruta como:

$$RRC_{ret} = \alpha * RRC = \alpha * PR * FD_t$$

donde

- PR : prima retenida bruta
- FD_t : porcentaje de prima no devengada en el momento t (factor de devengamiento)

⁴⁵ Circular S-10.1.2 mediante la cual se dan a conocer a las instituciones y sociedades mutualistas de seguros, las disposiciones de carácter general para el registro de métodos actuariales de valuación y suficiencia de la reserva de riesgos en curso de los seguros de daños y accidentes y enfermedades.



Debido al establecimiento de límites en contratos de reaseguro proporcional, la reserva de riesgos en curso no puede ser calculada dando por hecho la participación proporcional de la cedente, ya que:

$$FR \neq \frac{E(S_{ret})}{E(S)} \neq \frac{\alpha * E(S)}{E(S)} \neq \alpha$$

El límite impuesto por el reasegurador hace que el valor esperado de la siniestralidad retenida, en términos porcentuales, sea superior al porcentaje de retención proporcional (α), mencionado en el contrato de reaseguro.

$$FR = \frac{E(S_{ret})}{E(S)} = \beta \geq \alpha$$

Las cuestiones que deben resolverse son, entonces: ¿cuál es el valor de β ?, ¿cómo calcular este valor?

Resolver estos cuestionamientos permitirá calcular el valor que deben tener las reservas de riesgos en curso de contratos de reaseguro con límites, como⁴⁶:

$$RRC_{ret} = \beta * RRC = \beta * PR * FD_t$$

En el presente trabajo, se extenderá esta forma de calcular las reservas, también, para los contratos de tipo valor extremo, LCR y ECOMOR solo a manera de ejemplo, para medir el impacto que causaría, en la reserva de riesgos en curso retenida, si la regulación aplicara para estos contratos.

3.1. Procedimiento técnico

Para poder medir el efecto de los límites mencionados, es necesario contar con la función de probabilidad de la siniestralidad. Contar con dicha función de probabilidad permite hacer mediciones del nivel de riesgo retenido o cedido por la institución.

La construcción de la función de probabilidad se puede realizar, utilizando la estadística de siniestralidad medida en términos de índices. Además, se ha observado frecuentemente que la siniestralidad y los límites de responsabilidad establecidos por el reasegurador en contratos de reaseguro proporcional, se expresan o se pueden

⁴⁶ Aguilar, Pedro y Avendaño, Jorge. “El efecto sobre la reserva de riesgos en curso que produce el establecimiento de límites de responsabilidad en contratos de reaseguro proporcional”. Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.



expresar en términos de la prima emitida de la cartera de pólizas cubiertas por el contrato.

Denotaremos como X el porcentaje de siniestralidad bruta respecto de la prima emitida anual, de la cartera de pólizas incluidas en el contrato de reaseguro.

$$X = \frac{S}{\Pi}$$

donde

- S : costo bruto de siniestralidad anual, de la cartera de pólizas
- Π : prima emitida anual de la cartera de pólizas.

El referido índice puede tener diversos valores no negativos, dependiendo del valor de la siniestralidad observada, en términos de la prima emitida. Dichos valores pueden ser representados por una variable aleatoria que corresponde al porcentaje de la siniestralidad respecto de la prima emitida anual.

Para construir la función de probabilidad del índice de siniestralidad de un determinado tipo de seguro, es necesario contar con la estadística de los índices de siniestralidad del mercado y construir, a partir de estos, la función mencionada mediante el análisis estadístico de los datos y sustentando la elección de ésta mediante pruebas de bondad de ajuste⁴⁷.

Sean:

- S monto bruto de siniestralidad anual,
- S_{ret} monto de siniestros a cargo del asegurador directo,
- S_{ces} monto de siniestros a cargo del reasegurador,
- Π prima emitida anual,
- X índice de siniestralidad.

Las relaciones entre estas variables son:

$$\begin{aligned} S &= X \Pi \\ S_{ret} &= f_{ret}(S) \\ S_{ces} &= S - S_{ret} \end{aligned}$$

En la segunda expresión se ha denotado con $f_{ret}(S)$ la función de retención, es decir, la “regla” de correspondencia que asocia a un determinado monto bruto de siniestros S , el

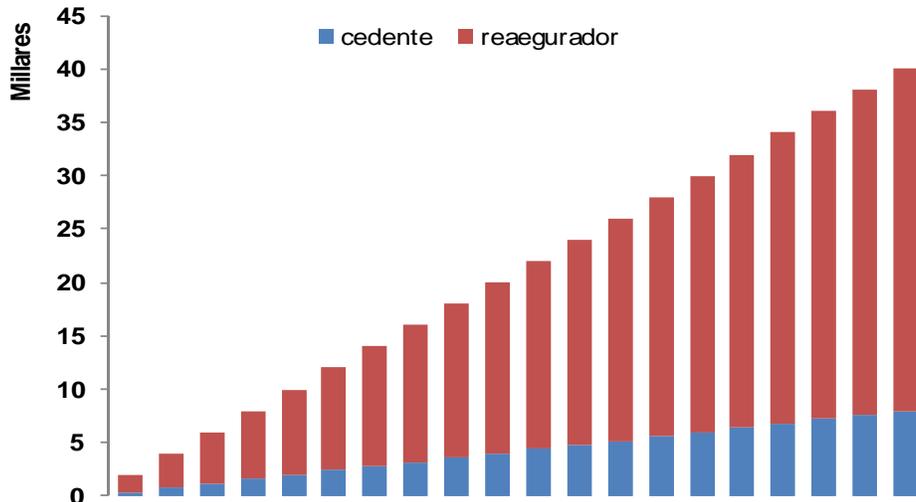
⁴⁷ Aguilar, Pedro. y Avendaño, Jorge. “El efecto sobre la reserva de riesgos en curso que produce el establecimiento de límites de responsabilidad en contratos de reaseguro proporcional”. Comisión Nacional de Seguros y Finazas.



monto que corre a cargo de la compañía que hace el negocio directo (S_{ret}). Algunas funciones de retención conocidas son:

a. Reaseguro proporcional

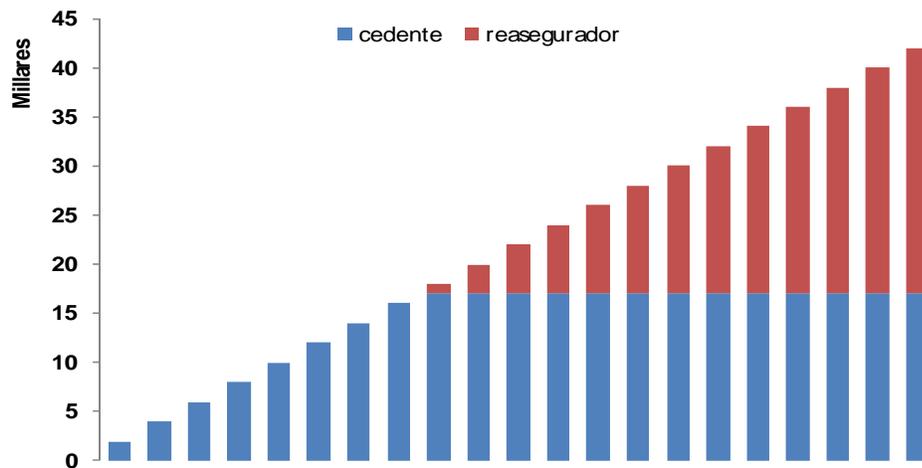
$$S_{ret} = f_{ret}(S) = \alpha S, \quad \alpha \in (0,1)$$



Ordenando de menor a mayor los siniestros, se muestra la participación, de responsabilidad, proporcional tanto de la cedente como del reasegurador, en un contrato cuota parte.

b. Reaseguro exceso de pérdida

$$S_{ret} = f_{ret}(S) = \min\{S, \ell\}, \quad \ell > 0$$

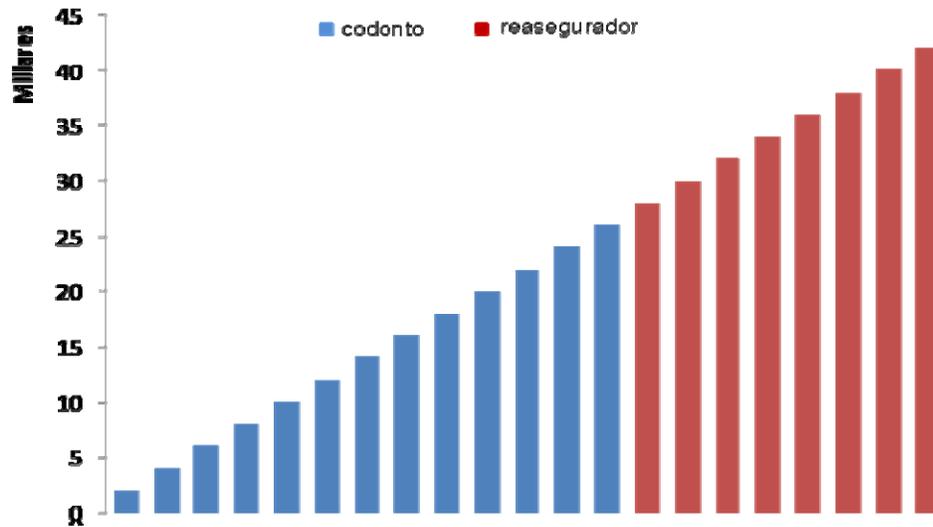


Ordenando de menor a mayor los siniestros, se muestra la participación, de responsabilidad, a cargo tanto de la cedente como del reasegurador, en un contrato de exceso de pérdida.



c. Reaseguro de las reclamaciones más grandes (LCR)

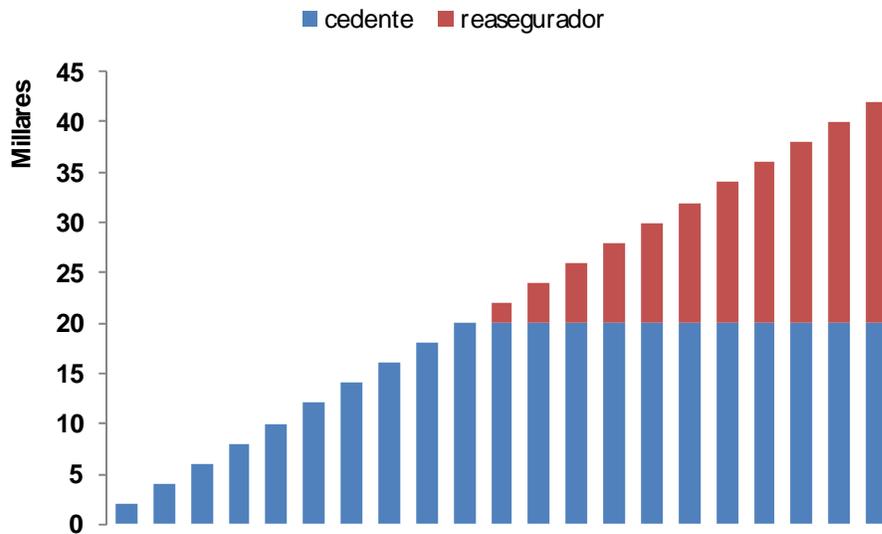
$$S_{ret} = f_{ret}(X_{(j)}) = \sum_{j=1}^{N-k} X_{(j)} \quad j \in (1, 2, \dots, N)$$



Ordenando de menor a mayor los siniestros, se muestra la participacion, de responsabilidad, a cargo tanto de la cedente como del reasegurador, en un contrato LCR.

d. Reaseguro del excedente del costo medio relativo (ECOMOR)

$$S_{ret} = f_{ret}(X_{(j)}) = \sum_{j=1}^{N-k+1} X_{(j)} + (k-1)X_{(N-k+1)}$$



Ordenando de menor a mayor los siniestros, se muestra la participacion, de responsabilidad, a cargo tanto de la cedente como del reasegurador, en un contrato ECOMOR.



Para estimar la reserva de riesgos en curso que debe mantener el asegurador directo, se debe calcular

$$\begin{aligned}
E[S_{ret}] &= E[f_{ret}(S)] \\
&= E[f_{ret}(X\Pi)] \\
&= E[(f_{ret} \circ g)(X)]
\end{aligned}$$

donde

$$g(X) = X\Pi$$

Dada la gran diversidad de contratos de reaseguro que pueden surgir en la práctica, el monto de siniestros de retención, puede derivar en una variable aleatoria continua, discreta o mixta. Lo anterior deberá tomarse en cuenta, ya que el cálculo de la esperanza de esta variable aleatoria dependerá del tipo de seguro de que se trate.

De manera muy general, la esperanza de una v.a. X se define como

$$E[X] = \int_0^{\infty} [1 - F_X(x)] dx - \int_{-\infty}^0 F_X(x) dx$$

3.2. Cálculo del valor esperado de la siniestralidad a cargo de la cedente para algunos tipos de contratos de reaseguro

A continuación se define el valor esperado de la siniestralidad a cargo de la cedente con un límite, de responsabilidad máxima, establecido por el reasegurador directo, para los siguientes tipos de contratos de reaseguro, Cuota Parte, LCR y ECOMOR.

Sean:

- S monto bruto de siniestralidad anual,
- S_{ret} monto a cargo del asegurador directo,
- S_{ces} monto a cargo del reasegurador,
- ℓ límite establecido por el reasegurador, por debajo del cual opera el contrato proporcional,
- α factor de retención proporcional, $0 < \alpha < 1$.
- S_j monto de la j -ésima reclamación,
- $S_{(j)}$ monto de la j -ésima reclamación más grande,
- N número de reclamaciones ocurridas durante un año.

Además

$$S = \sum_{j=1}^N S_j$$

$$N \approx Poisson(\lambda)$$



3.2.1. Cuota parte $(\alpha, 1-\alpha)$ con límite ℓ

Supóngase que una compañía adquiere un contrato de reaseguro, en el cual la aseguradora se hará responsable por un porcentaje α , hasta un monto ℓ , y del 100% por encima de dicho límite, por lo tanto la siniestralidad a cargo del asegurador directo, S_{ret} , y la del reasegurador, S_{ces} , pueden expresarse como:

$$S_{ret} = \alpha \min\{S, \ell\} + \max\{0, S - \ell\}$$

$$S_{ces} = S - S_{ret}$$

Dividiendo la identidad anterior por la prima Π se tiene

$$\frac{S_{ret}}{\Pi} = \frac{\alpha \min\{S, \ell\} + \max\{0, S - \ell\}}{\Pi}$$

Ahora, como $\Pi > 0$,

$$\begin{aligned} \frac{\min\{S, \ell\}}{\Pi} &= \frac{S + \ell - |S - \ell|}{2\Pi} \\ &= \frac{\frac{S + \ell}{\Pi} - \left| \frac{S - \ell}{\Pi} \right|}{2} \\ &= \min\left\{ \frac{S}{\Pi}, \frac{\ell}{\Pi} \right\} \end{aligned}$$

y, análogamente,

$$\frac{\max\{0, S - \ell\}}{\Pi} = \max\left\{ 0, \frac{S - \ell}{\Pi} \right\}$$

Por lo anterior, la siniestralidad esperada a cargo de la compañía en relación a la prima Π es la esperanza de la siguiente función

$$\begin{aligned} \frac{S_{ret}}{\Pi} &= \alpha \min\left\{ \frac{S}{\Pi}, \frac{\ell}{\Pi} \right\} + \max\left\{ 0, \frac{S - \ell}{\Pi} \right\} \\ &= \alpha \min\left\{ X, \frac{\ell}{\Pi} \right\} + \max\left\{ 0, X - \frac{\ell}{\Pi} \right\} \end{aligned}$$



Entonces,

$$\begin{aligned} E\left[\frac{S_{ret}}{\Pi}\right] &= E\left[\text{cmín}\left\{x, \frac{\ell}{\Pi}\right\} + \text{máx}\left\{0, x - \frac{\ell}{\Pi}\right\}\right] \\ &= \int_0^{\infty} \left(\text{cmín}\left\{x, \frac{\ell}{\Pi}\right\} + \text{máx}\left\{0, x - \frac{\ell}{\Pi}\right\}\right) f_X(x) dx \end{aligned}$$

3.2.2. LCR con límite ℓ

Considere un contrato, en el cual la compañía reaseguradora garantiza que los K siniestros más grandes que ocurran durante un año serán cubiertos, hasta un monto ℓ , por lo que la siniestralidad a cargo del asegurador directo, S_{ret} , y la del reasegurador, S_{ces} , pueden expresarse como

$$\begin{aligned} S_{ces} &= \text{mín}\left\{\sum_{j=1}^k S_{(N-j+1)}, \ell\right\} \\ S_{ret} &= \text{mín}\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell\right\} + \text{máx}\left\{0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \ell - \text{mín}\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell\right\}\right\} = S - S_{ces} \end{aligned}$$

Como

$$S_{ces} = \text{mín}\left\{\sum_{j=1}^k S_{(N-j+1)}, \ell\right\} = \text{mín}\left\{\sum_{j=N-k+1}^N S_{(j)}, \ell\right\}$$

Entonces

$$\begin{aligned} S_{ces} &= \text{mín}\left\{\sum_{j=N-k+1}^N S_{(j)}, \ell\right\} \\ S_{ret} &= \text{mín}\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell\right\} + \text{máx}\left\{0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \ell - \text{mín}\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell\right\}\right\} = S - S_{ces} \end{aligned}$$

Por lo anterior, la siniestralidad esperada a cargo de la compañía es la esperanza de la siguiente función

$$S_{ret} = \text{mín}\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell\right\} + \text{máx}\left\{0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \ell - \text{mín}\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell\right\}\right\}$$

Entonces,

$$\begin{aligned} E[S_{ret}] &= E\left[\text{mín}\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell\right\} + \text{máx}\left\{0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \ell - \text{mín}\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell\right\}\right\}\right] \\ &= E\left[E\left[\text{mín}\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \frac{\ell}{\Pi}\right\} / N = n\right] + \right. \\ &\quad \left. E\left[E\left[\text{máx}\left\{0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \ell - \text{mín}\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell\right\}\right\} / N = n\right]\right] \right] \end{aligned}$$



Ahora,

$$\begin{aligned} E\left[E\left[\min\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell\right\} / N = n\right]\right] &= E\left[E\left[\frac{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)} + \ell - \left|\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)} - \ell\right|}{2} / N = n\right]\right] \\ &= E\left[E\left[\frac{(N-k)S_{(j)} + \ell}{2} - \frac{|(N-k)S_{(j)} - \ell|}{2}\right]\right] \\ &= E\left[E\left[\frac{(N-k)S_{(j)} + \ell}{2}\right] - E\left[\frac{|(N-k)S_{(j)} - \ell|}{2}\right]\right] \\ &= E\left[\min\{E[N-k]S_{(j)}, \ell\}\right] \\ &= E\left[\min\{(E[N] - k)S_{(j)}, \ell\}\right] \end{aligned}$$

Por otra parte,

$$\begin{aligned} E\left[E\left[\max\left\{0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \ell - \min\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell\right\}\right\} / N = n\right]\right] \\ &= E\left[E\left[\frac{0 + \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \ell - \min\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell\right\} + \left|\sum_{j=1}^N S_{(j)} - \ell - \min\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell\right\} - 0\right|}{2} / N = n\right]\right] \\ &= E\left[E\left[\frac{0 + \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \ell - \frac{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)} + \ell - \left|\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)} - \ell\right|}{2} + \left|\sum_{j=1}^N S_{(j)} - \ell - \frac{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)} + \ell - \left|\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)} - \ell\right|}{2} - 0\right|}{2} / N = n\right]\right] \\ &= E\left[E\left[\frac{N * S_{(j)} - \ell - \left(\frac{(N-k)S_{(j)} + \ell - \left|(N-k)S_{(j)} - \ell\right|}{2}\right) + \left|N * S_{(j)} - \ell - \left(\frac{(N-k)S_{(j)} + \ell - \left|(N-k)S_{(j)} - \ell\right|}{2}\right)\right|}{2}\right]\right] \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &= E \left[\frac{E \left[N * S_{(j)} - \ell - \frac{(N-k)S_{(j)} + \ell - |(N-k)S_{(j)} - \ell|}{2} \right] + E \left[N * S_{(j)} - \ell - \frac{(N-k)S_{(j)} + \ell - |(N-k)S_{(j)} - \ell|}{2} \right]}{2} \right] \\
 &= E \left[\max \{ 0, E[N * S_{(j)} - \ell - \min \{ (N-k)S_{(j)}, \ell \}] \} \right] = E \left[\max \{ 0, E[N]S_{(j)} - \ell - E[\min \{ (N-k)S_{(j)}, \ell \}] \} \right] \\
 &= E \left[\max \left\{ 0, E[N]S_{(j)} - \ell - \frac{E[(N-k)S_{(j)} + \ell] - E[(N-k)S_{(j)} - \ell]}{2} \right\} \right] \\
 &= E \left[\max \{ 0, E[N]S_{(j)} - \ell - \min \{ E[N-k]S_{(j)}, \ell \} \} \right] = E \left[\max \{ 0, E[N]S_{(j)} - \ell - \min \{ E[N-k]S_{(j)}, \ell \} \} \right] \\
 &= E \left[\max \{ 0, E[N]S_{(j)} - \ell - \min \{ (E[N] - k)S_{(j)}, \ell \} \} \right]
 \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned}
 E[S_{ret}] &= E[\min \{ E[N-k]S_{(j)}, \ell \}] + E[\max \{ 0, E[N]S_{(j)} - \ell - \min \{ E[N-k]S_{(j)}, \ell \} \}] \\
 &= \int_0^{\infty} \min \{ (E[N] - k)s_{(j)}, \ell \} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \\
 &\quad + \int_0^{\infty} [\max \{ E[N]s_{(j)} - \ell - \min \{ (E[N] - k)s_{(j)}, \ell \} \}] f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)}
 \end{aligned}$$

3.2.3. ECOMOR con límite ℓ

Supóngase que una compañía adquiere un contrato de reaseguro, en el cual la reaseguradora se hará responsable por las pérdidas que excedan un determinado limite, el cual, es determinado por el K -ésimo siniestro más grande, hasta un monto ℓ , y del 100% del excedente por encima de dicho monto, por lo tanto la siniestralidad a cargo del asegurador directo, S_{ret} , y la del reasegurador, S_{ces} , pueden expresarse como:

$$\begin{aligned}
 S_{ces} &= \min \left\{ \sum_{j=1}^{k-1} S_{(N-j+1)} - (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} \\
 S_{ret} &= \min \left\{ \sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} \\
 &\quad + \max \left\{ 0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \min \left\{ \sum_{j=1}^{k-1} S_{(N-j+1)} - (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} - \min \left\{ \sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} \right\}
 \end{aligned}$$

Como



$$S_{ces} = \min \left\{ \sum_{j=1}^{k-1} S_{(N-j+1)} - (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} = \min \left\{ \sum_{j=N-k+2}^N S_{(j)} - (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\}$$

Entonces

$$S_{ces} = \min \left\{ \sum_{j=N-k+2}^N S_{(j)} - (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\}$$
$$S_{ret} = \min \left\{ \sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\}$$
$$+ \max \left\{ 0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \min \left\{ \sum_{j=N-k+2}^N S_{(j)} - (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} - \min \left\{ \sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} \right\}$$

Por lo anterior, la siniestralidad esperada a cargo de la compañía es la esperanza de la siguiente función

$$S_{ret} = \min \left\{ \sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\}$$
$$+ \max \left\{ 0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \min \left\{ \sum_{j=N-k+2}^N S_{(j)} - (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} - \min \left\{ \sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} \right\}$$

Entonces,

$$E[S_{ret}] = E \left[\min \left\{ \sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} + \right. \\ \left. + \max \left\{ 0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \min \left\{ \sum_{j=N-k+2}^N S_{(j)} - (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} - \min \left\{ \sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} \right\} \right]$$
$$= E \left[E \left[\min \left\{ \sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} / N = n \right] + \right. \\ \left. + E \left[E \left[\max \left\{ 0, \sum_{j=1}^N X_{(j)} - \min \left\{ \sum_{j=N-k+2}^N S_{(j)} - (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} - \min \left\{ \sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} \right\} / N = n \right] \right] \right]$$

Ahora,

$$E \left[E \left[\min \left\{ \sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} / N = n \right] \right]$$
$$= E \left[E \left[\frac{\sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)} + \ell - \left| \sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)} - \ell \right|}{2} / N = n \right] \right]$$



$$\begin{aligned}
 &= E \left[E \left[\frac{(N-k+1)S_{(j)} + (k-1)S_{(n-k+1)} + \ell - |(N-k+1)S_{(j)} + (k-1)S_{(n-k+1)} - \ell|}{2} \right] \right] \\
 &= E \left[\frac{E[(N-k+1)S_{(j)} + (k-1)S_{(n-k+1)} + \ell] - E[|(N-k+1)S_{(j)} + (k-1)S_{(n-k+1)} - \ell|]}{2} \right] \\
 &= E \left[\text{mín} \{ E[N-k+1]S_{(j)} + (k-1)S_{(n-k+1)}, \ell \} \right] \\
 &= E \left[\text{mín} \{ (E[N] - k + 1)S_{(j)} + (k-1)S_{(n-k+1)}, \ell \} \right]
 \end{aligned}$$

Por otra parte,

$$\begin{aligned}
 &E \left[E \left[\text{máx} \left\{ 0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \text{mín} \left\{ \sum_{j=N-k+2}^N S_{(j)} - (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} - \text{mín} \left\{ \sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} \right\} / N = n \right] \right] \\
 &= E \left[E \left[\left[\sum_{j=1}^N S_{(j)} - \text{mín} \left\{ \sum_{j=N-k+2}^N S_{(j)} - (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} - \text{mín} \left\{ \sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} + \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. + \left| \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \text{mín} \left\{ \sum_{j=N-k+2}^N S_{(j)} - (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} - \text{mín} \left\{ \sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell \right\} \right| \right] / N = n \right] \right] \\
 &= E \left[E \left[\left[\frac{\sum_{j=1}^N S_{(j)}}{2} - \left(\frac{\sum_{j=N-k+2}^N S_{(j)} - (k-1)S_{(N-k+1)} + \ell - \left| \sum_{j=N-k+2}^N S_{(j)} - (k-1)S_{(N-k+1)} + \ell \right|}{4} \right) - \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. \frac{\left(\sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)} + \ell - \left| \sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)} - \ell \right| \right)}{4} + \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. \frac{\sum_{j=1}^N S_{(j)}}{2} - \frac{\left(\sum_{j=N-k+2}^N S_{(j)} - (k-1)S_{(N-k+1)} + \ell - \left| \sum_{j=N-k+2}^N S_{(j)} - (k-1)S_{(N-k+1)} + \ell \right| \right)}{4} - \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. \frac{\left(\sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)} + \ell - \left| \sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)} - \ell \right| \right)}{4} \right] \right] \right] \quad N = n
 \end{aligned}$$



Una vez obtenido el valor estimado de las obligaciones de la compañía considerando los límites de responsabilidad del contrato de reaseguro, dicho valor podrá ser comparado con el valor esperado de las obligaciones sin contrato de reaseguro. Obteniendo, con esto, el porcentaje de retención, F_{ret} de la compañía cedente, respecto de las obligaciones brutas, considerando el efecto de los límites establecidos por el reasegurador.

$$F_{ret} = \frac{E(S_{ret})}{E(S)}$$

Este porcentaje, aplicado a la prima de riesgo, servirá como base para la constitución de la reserva de riesgos en curso retenida, es decir, para cada póliza la reserva de riesgos en curso en el momento t será igual al producto del factor de retención F_{ret} , la prima de riesgo bruta PRB , el factor de devengamiento FD_t , y el factor de suficiencia FS , agregando los gastos de administración no devengados $GAND_t$:

$$RRC_t = F_{ret} * PRB * FD_t * FS + GAND_t$$

Para el caso específico de un contrato proporcional, si se quiere expresar el efecto de los límites como un recargo a la reserva de riesgos en curso que ha sido calculada con el factor de retención proporcional α , sin considerar los límites, entonces el factor de recargo por el límite ℓ , (FR_ℓ) a la reserva retenida debe calcularse como:

$$FR_\ell = \frac{F_{ret}}{\alpha}$$

En tal caso la reserva de riesgos en curso debe calcularse aplicando el factor de recargo a la prima de riesgo retenida PR_{ret} , es decir:

$$RRC_t = PR_{ret} * FR_\ell * FD_t * FS + GAND_t$$

En este caso la prima de riesgo retenida se calculará como:

$$PR_{ret} = PRB * \alpha$$

3.3. Ejemplo de Aplicación en el seguro de Automóviles

Debido a que no se cuenta con una estadística para modelar el comportamiento de la siniestralidad, entonces asumiremos que el índice de siniestralidad, para el caso específico del seguro de Automóviles, tiene la siguiente distribución.



$$f_x(x | p_0, \alpha, \beta) = \frac{[1 - p_0] \alpha \beta^\alpha}{x^{\alpha+1}} \quad x \geq \beta \quad \alpha > 0 \quad \beta > 0$$

Distribución Pareto con $\alpha = 1.05987458$ y $\beta = 0.15269857$

Entonces,

$$\begin{aligned} F_x(x | \alpha, \beta) &= P[X > 0] F_x(x) \\ &= \int_0^x \frac{\alpha \beta^\alpha}{x+1} dx \end{aligned}$$



Capítulo 4 CÁLCULO DEL RIESGO RETENIDO MEDIANTE SIMULACIÓN ALEATORIA

En el presente capítulo, se realizará el análisis de los riesgos retenidos de los contratos anteriormente definidos; utilizando, para el índice de siniestralidad, la distribución Pareto (1.05987458, 0.15269857).

Debido a la complejidad en las funciones de los factores de retención, estos cálculos se realizarán mediante simulación aleatoria.

4.1. Contrato cuota parte

Contrato **cuota parte (20,80)**, donde el límite establecido por el reasegurador es de US 4'000,000. Extendiéndose en este caso, que si la siniestralidad global de la cartera de pólizas alcanza el valor señalado, el reasegurador solo responderá en el 80% de la siniestralidad ocurrida de los primeros US 4'000,000 y el exceso será cubierto por la aseguradora cedente al 100%.

Si se realiza el análisis para el caso particular del citado contrato con porcentajes de participación proporcional **20-80**, ($\alpha = 0.20$) y límite $\ell = 4,000,000$ tenemos lo siguiente:

De acuerdo con las condiciones del contrato, la aseguradora se hará responsable por el 20% de los primeros US 4 millones y del 100% del excedente. En este caso,

$$S_{ret} = 0.2 \min\{S, 4,000,000\} + \max\{0, S - 4,000,000\}$$

La expresión para la estimación será:

$$\begin{aligned} E\left[\frac{S_{ret}}{\Pi}\right] &= E\left[0.2 \min\left\{X, \frac{4,000,000}{\Pi}\right\} + \max\left\{0, X - \frac{4,000,000}{\Pi}\right\}\right] \\ &= \int_0^{\infty} \left[0.2 \min\left\{x, \frac{4,000,000}{\Pi}\right\} + \max\left\{0, x - \frac{4,000,000}{\Pi}\right\}\right] f_X(x) dx \end{aligned}$$

Debido a que esta última integral no puede expresarse en términos elementales, se estimó su valor mediante un método de aproximación numérica, consistente en un proceso de simulación de 50,000 iteraciones, realizando la siguiente metodología:

1. Para cada iteración, se calculó el índice de siniestralidad mediante una distribución Pareto de parámetros 1.05987458 y 0.15269857.



- 2. Se realizó el análisis del riesgo retenido con y sin límite, de acuerdo a lo planteado anteriormente.

Obteniéndose los resultados siguientes:

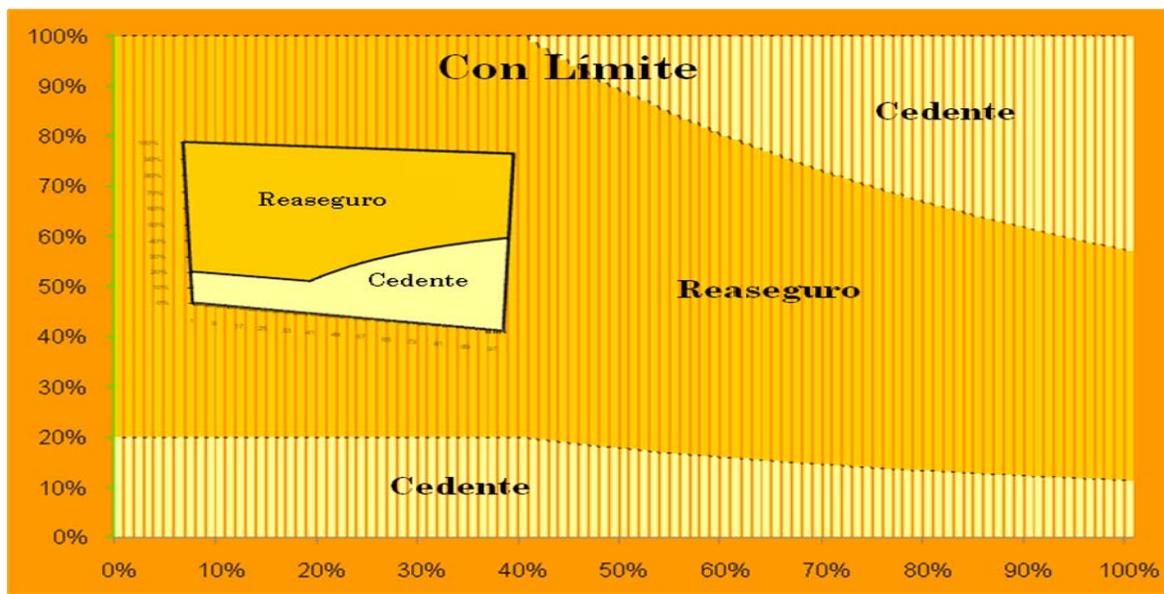
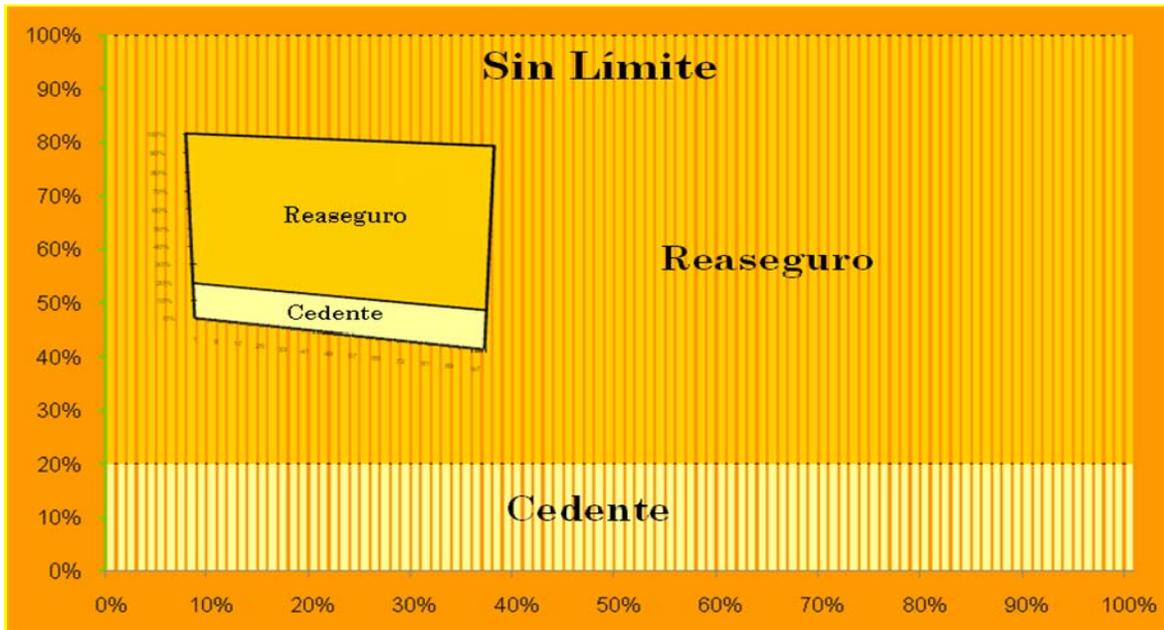
Concepto	Símbolo	Valor con límite	Valor sin límite
Valor esperado de siniestralidad bruta	$E[X]$	61.38%	61.38%
Valor esperado de siniestralidad de la cedente	$E[S_{ret}/\Pi]$	32.49%	12.28%
Varianza de siniestralidad de la cedente	$Var[S_{ret}/\Pi]$	2.90%	0.23%
Desviación de la siniestralidad de la cedente	$Desv[S_{ret}/\Pi]$	17.21%	4.78%

Conforme a los resultados obtenidos, el valor esperado de las obligaciones de la compañía sobre la siniestralidad bruta es del 61.38%, en términos porcentuales de la prima emitida anual. De no establecerse el límite de responsabilidad referido, el valor esperado de las obligaciones de la compañía resultaría del 12.28% respecto de la prima emitida anual, lo cual significa que si el contrato de reaseguro proporcional no tuviera límites de responsabilidad, habría una reducción del 80% del valor esperado de las obligaciones.

Debido al límite de responsabilidad establecido en el contrato, el valor esperado de las obligaciones que debe asumir la compañía resulta del 32.49%, lo que significa que en lugar de una reducción del 80% en el valor esperado de las obligaciones, el establecimiento del límite de responsabilidad de 4'000,000 millones implica que el valor esperado de obligaciones sólo se reduzca en un 47.06%.

$$F_{ret} = \frac{E[S_{ret}]}{E[S]} = \frac{E\left[\frac{S_{ret}}{\Pi}\right]}{E\left[\frac{S}{\Pi}\right]} = \frac{32.49\%}{61.38\%} = 52.94\%$$

También significa que el límite de responsabilidad implica un incremento en el valor esperado de obligaciones bajo el contrato proporcional puro que pasa de 12.28% a 32.49%, es decir aumenta el valor esperado del contrato proporcional puro en un 165%.



Comparación del contrato Cuota Parte con y sin limite de responsabilidad. En donde, el eje de las abcisas muestra el porcentaje del número de siniestros ordenados, respecto a su monto, de menor a mayor. Mientras que el eje de las ordenadas, muestra la participación porcentual, de la cedente y el Resegurador, en función de los montos de los siniestros.

Dado que la reserva de riesgos en curso representa el valor esperado de las obligaciones futuras de la compañía, entonces, el valor de la reserva debe reducirse debido a la protección dada en un contrato de reaseguro, en la misma proporción que dicho contrato disminuya el valor esperado de las obligaciones. En este caso la



reducción observada al valor esperado de las obligaciones fue del 47.06%, por lo que se concluye que bajo el esquema de reaseguro planteado por la compañía, la reserva de riesgos en curso debe reducirse en dicho porcentaje, es decir la compañía debe reservar sobre el 52.94% de la prima de riesgo, es decir,

$$RRC_t = 52.94\% * PRB * FD_t * FS + GAND_t$$

4.2. Contrato LCR

La reaseguradora garantiza que las 5 reclamaciones más grandes serán cubiertas. El límite establecido por el reasegurador es de US 4'000,000. Extendiéndose en este caso, que si la siniestralidad global de la cartera de pólizas alcanza el valor señalado, el reasegurador solo responderá por las 5 reclamaciones mas grandes ocurridas de los primeros US 4'000,000 y el exceso debe cubrir la aseguradora cedente al 100%.

De acuerdo con las condiciones del contrato la aseguradora se hará responsable por los N-5 montos de siniestros más pequeños. Entonces,

$$S_{ret} = \min\left\{\sum_{j=1}^{N-5} S_{(j)}, 4,000,000\right\} + \max\left\{0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - 4,000,000 - \min\left\{\sum_{j=1}^{N-5} S_{(j)}, 4,000,000\right\}\right\}$$

La expresión para la estimación será:

$$\begin{aligned} E[S_{ret}] &= E\left[\min\left\{\sum_{j=1}^{N-5} S_{(j)}, 4,000,000\right\} + \max\left\{0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - 4,000,000 - \min\left\{\sum_{j=1}^{N-5} S_{(j)}, 4,000,000\right\}\right\}\right] \\ &= \int_0^{\infty} \min\left\{(E[N]-5)s_{(j)}, 4,000,000\right\} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} + \\ &\quad + \int_0^{\infty} \left[\max\left\{E[N]s_{(j)} - 4,000,000 - \min\left\{(E[N]-5)s_{(j)}, 4,000,000\right\}\right\}\right] f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \end{aligned}$$

Se realizó un proceso de simulación mediante la siguiente metodología:

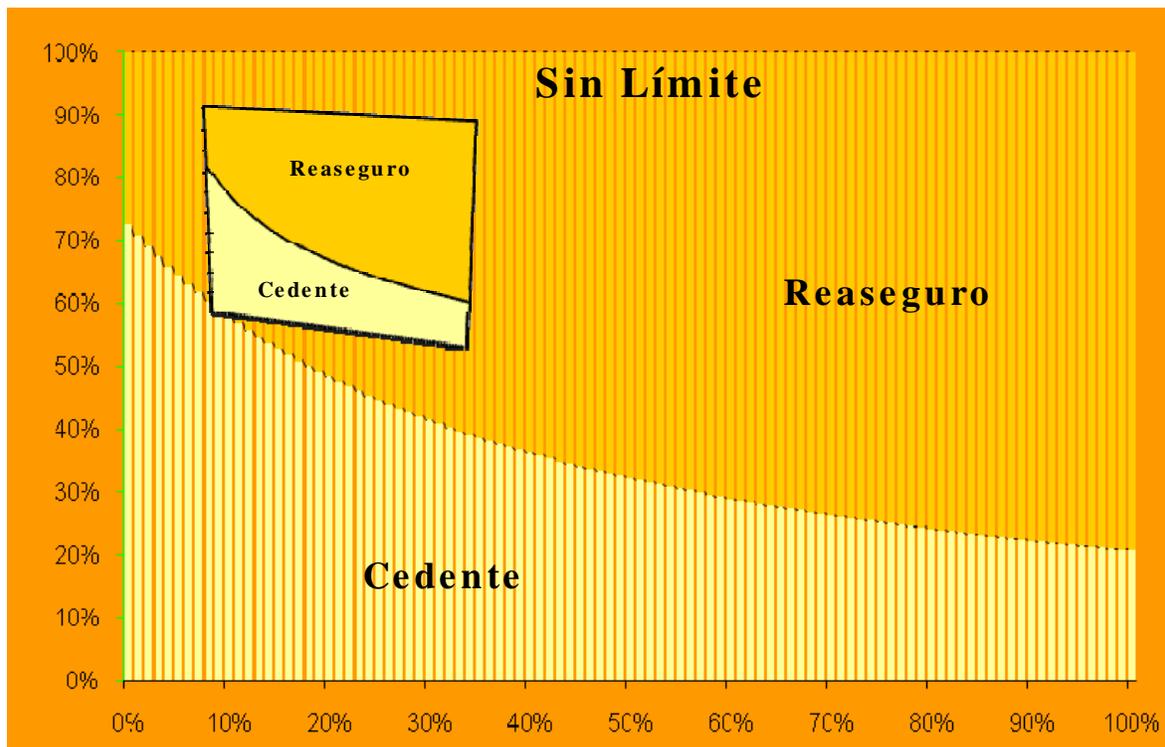
1. Para cada iteración, se calcularon siniestros mediante una distribución Poisson de parámetro 1.5.
2. Considerando los siniestros obtenidos en el paso anterior, se obtuvieron sus montos mediante una distribución gamma de parámetros 0.8 y 800,000.
3. Los montos de siniestros se ordenaron de menor a mayor.
4. Se realizó el análisis del riesgo retenido, con y sin límite, de acuerdo a las características planteadas anteriormente.

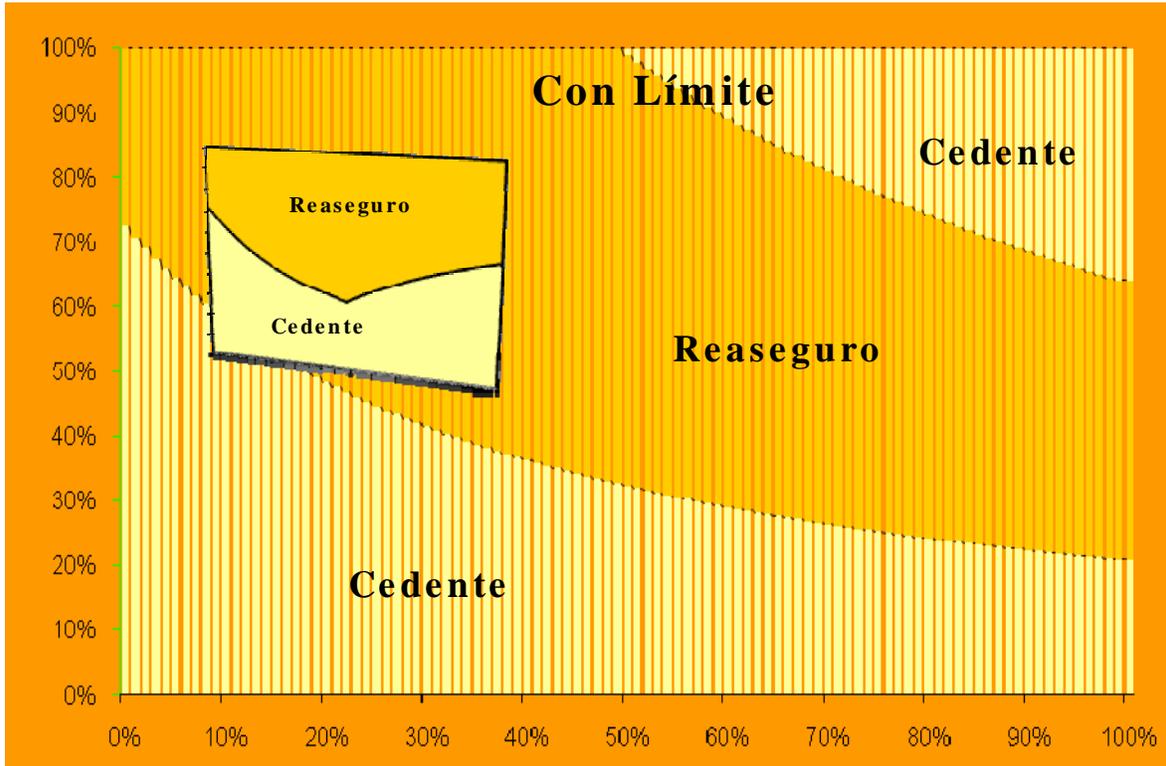


Concepto	Símbolo	Valor con límite	Valor sin límite
Valor esperado de siniestralidad bruta	$E[X]$	9,576,538	9,576,538
Valor esperado de siniestralidad de la cedente	$E[Sret]$	5,658,338	2,861,878
Desviación de la siniestralidad de la cedente	$Desv[Sret]$	3,936,224	1,897,108

De no establecerse límite de responsabilidad, en el contrato de reaseguro LCR, habría una reducción, para la compañía cedente, del 70.12% del valor esperado de las obligaciones.

Debido al límite establecido en el contrato, el valor esperado de las obligaciones, para la compañía cedente, sólo se reduce en un 40.91%. Por lo que, el valor esperado del contrato LCR puro aumenta en un 98%





Comparación del contrato LCR con y sin limite de responsabilidad. En donde, el eje de las abcisas muestra el porcentaje del número de siniestros ordenados, respecto a su monto, de menor a mayor. Mientras que el eje de las ordenadas, muestra la participación porcentual, de la cedente y el Resegurador, en función de los montos de los siniestros.

$$F_{ret} = \frac{E[S_{ret}]}{E[S]} = \frac{9,576,538}{5,658,338} = 59.09\%$$

En caso de que la regulación aplicara, también, para este contrato, la compañía debería reservar sobre el 59.09% de la prima de riesgo, es decir,

$$RRC_i = 59.09\% * PRB * FD_i * FS + GAND_i$$

Debido a que la regulación no aplica en los contratos no proporcionales, entonces la compañía debe reservar sobre el 100% de la prima de riesgo

$$RRC_i = 100.\% * PRB * FD_i * FS + GAND_i$$



4.3. Contrato ECOMOR

La reaseguradora garantiza cubrir aquellos montos que excedan el monto de la novena reclamación más grande, hasta un límite de US 4'000,000. Extendiéndose en este caso, que si la siniestralidad global de la cartera de pólizas alcanza el valor señalado, el reasegurador solo responderá el excedente establecido de la siniestralidad ocurrida de los primeros US 4'000,000 y el exceso debe cubrir la aseguradora cedente al 100%.

De acuerdo a las condiciones del contrato

$$S_{ret} = \min\left\{\sum_{j=1}^{N-9+1} S_{(j)} + (9-1)S_{(N-k+1)}, 4,000,000\right\} + \max\left\{0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \min\left\{\sum_{j=N-9+2}^N S_{(j)} - (9-1)S_{(N-9+1)}, 4,000,000\right\} - \min\left\{\sum_{j=1}^{N-9+1} S_{(j)} + (9-1)S_{(N-9+1)}, 4,000,000\right\}\right\}$$

La expresión para la estimación será

$$E\left[\frac{S_{ret}}{\Pi}\right] = \min\left\{\sum_{j=1}^{N-10} S_{(j)} + 8*S_{(N-10)}, 4,000,000\right\} + \max\left\{0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \min\left\{\sum_{j=N-11}^N S_{(j)} - 8*S_{(N-10)}, 4,000,000\right\} - \min\left\{\sum_{j=1}^{N-10} S_{(j)} + 8*S_{(N-10)}, 4,000,000\right\}\right\} = \int_0^{\infty} \min\left\{(E[N]-10)s_{(j)} + 8*s_{(n-10)}, 4,000,000\right\} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} + \int_0^{\infty} \left[\max\left\{0, E[N]*s_{(j)} - \min\left\{7*s_{(j)} - 8*s_{(n-10)}, 4,000,000\right\} - \right\} - \min\left\{(E[N]-10)s_{(j)} + 8*s_{(n-10)}, 4,000,000\right\} \right] f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)}$$

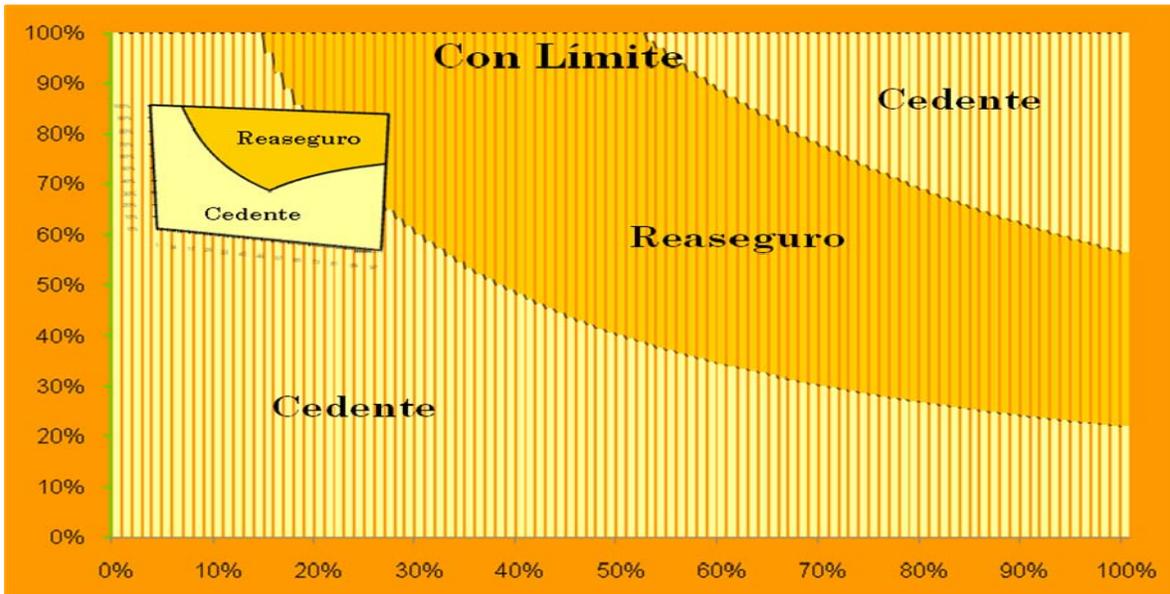
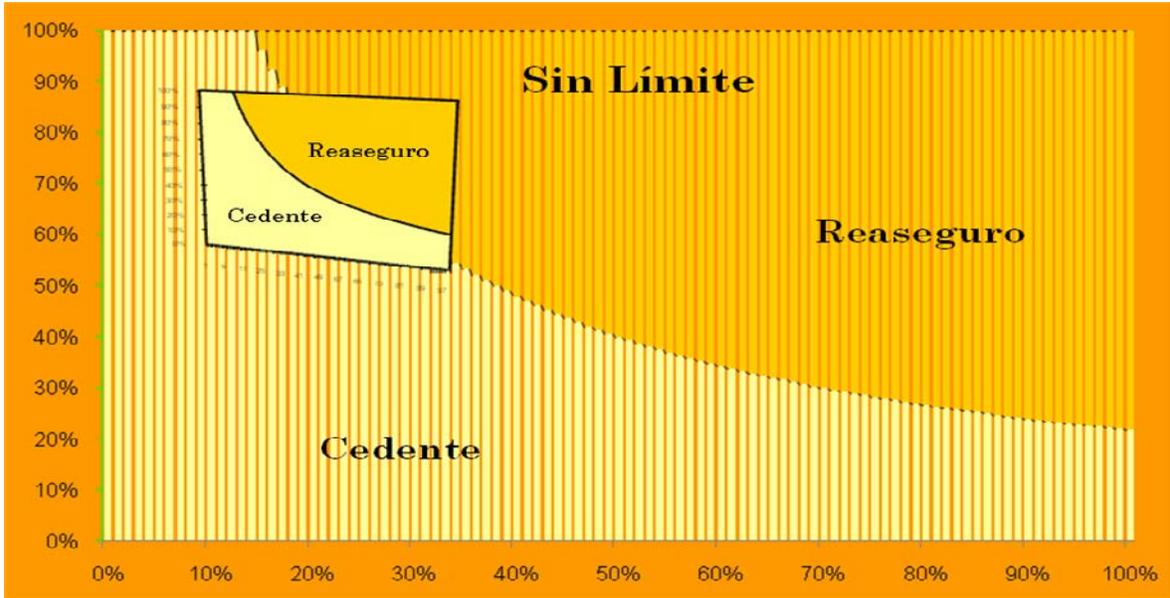
Realizando la misma metodología del caso anterior, el proceso de simulación arrojo los siguientes resultados:

Concepto	Símbolo	Valor con límite	Valor sin límite
Valor esperado de siniestralidad bruta	E[X]	9,576,538	9,576,538
Valor esperado de siniestralidad de la cedente	E[Sret]	5,896,470	1,859,349
Desviación de la siniestralidad de la cedente	Desv[Sret]	4,481,265	1,220,929



Sin límite de responsabilidad habría una reducción del 80.58% del valor esperado de la obligaciones.

Debido al límite establecido en el contrato, el valor esperado de las obligaciones, para la compañía cedente, sólo se reduce en un 38.43%. Por lo que, el valor esperado del contrato ECOMOR puro aumenta en un 217%



Comparación del contrato ECOMOR con y sin limite de responsabilidad. En donde, el eje de las abcisas muestra el porcentaje del número de siniestros ordenados, respecto a su monto, de menor a mayor. Mientras que el eje de las ordenadas, muestra la participacion porcentual, de la cedente y el Resegurador, en funcion de los montos de los siniestros.



$$F_{ret} = \frac{E[S_{ret}]}{E[S]} = \frac{5,896,470}{9,576,538} = 61.58\%$$

En caso de que la regulación aplicara, también, para este contrato, la compañía debería reservar sobre el 61.57% de la prima de riesgo, es decir

$$RRC_t = 61.57\% * PRB * FD_t * FS + GAND_t$$

Debido a que la regulación no aplica en los contratos no proporcionales, entonces la compañía debe reservar sobre el 100% de la prima de riesgo

$$RRC_t = 100\% * PRB * FD_t * FS + GAND_t$$

A continuación se presentan unas graficas, que tienen como propósito el análisis del factor de retención en función del límite ℓ y el valor k .

4.4. Análisis Cuantitativo del Factor de Retención en función de los parámetros

En esta sección se pretende analizar el comportamiento del *factor de retención*, F_{ret} , en función del límite de responsabilidad, el factor de proporcionalidad y el valor k

Recordemos que

$$F_{ret} = \frac{E[S_{ret}]}{E[S]}$$

4.4.1. Contrato proporcional

En un contrato proporcional con límite, se tiene lo siguiente

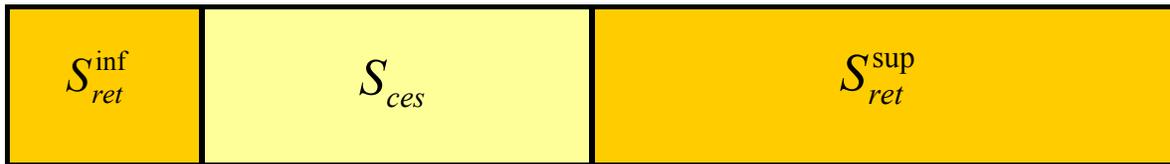
$$\begin{aligned} S &= XII \\ S_{ret} &= \alpha \min\{S, \ell\} + \max\{0, S - \ell\} \\ S_{ces} &= (1 - \alpha) \min\{S, \ell\} \end{aligned}$$

donde Π , α y ℓ representan la prima directa, el *factor de participación proporcional* o *factor de proporcionalidad* y el *límite del contrato*, respectivamente.



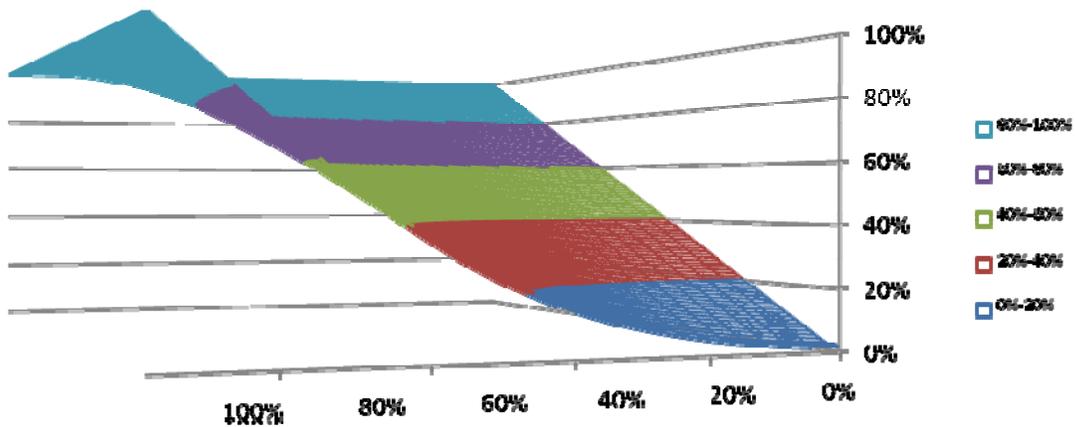
De esta manera, el siniestro S puede escindirse en tres componentes, representando el primero y el tercero de ellos, las obligaciones a cargo de la cedente y el segundo a cuenta de la reaseguradora

$$\begin{aligned}
S &= S_{ret} + S_{ces} \\
&= S_{ret}^{inf} + S_{ces} + S_{ret}^{sup} \\
&= [\alpha \min\{S, \ell\}] + [(1 - \alpha) \min\{S, \ell\}] + [\max\{0, S - \ell\}]
\end{aligned}$$



Dado que el factor de retención depende de los valores α y ℓ , entonces podemos representarlo como una función de dos variables.

$$F_{ret}(\alpha, \ell) = \frac{E[\alpha \min\{S, \ell\} + \max\{0, S - \ell\}]}{E[S]}$$



En esta gráfica se exhiben algunas curvas de nivel, $F_{ret}(\alpha_0, \ell)$ y $F_{ret}(\alpha, \ell_0)$, para distintos valores de α_0 y ℓ_0 , la cual nos permite analizar el comportamiento del factor de retención en función del límite de responsabilidad (participación proporcional), dado un nivel de participación proporcional (límite de responsabilidad).

El comportamiento de las curvas que se han exhibido se puede predecir si analizamos las *derivadas parciales* de F_{ret} . Como en el cociente que define el factor de retención, el



denominador $E[S]$ es independiente de las variables α y ℓ , es suficiente con estudiar el comportamiento de

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} E[\alpha \min\{S, \ell\} + \max\{0, S - \ell\}]$$

y

$$\frac{\partial}{\partial \ell} E[\alpha \min\{S, \ell\} + \max\{0, S - \ell\}]$$

Obsérvese que

$$\begin{aligned} & E[\alpha \min\{S, \ell\} + \max\{0, S - \ell\}] \\ &= \alpha E[\min\{S, \ell\}] + E[\max\{0, S - \ell\}] \end{aligned}$$

De manera que F_{ret} visto como función de α , está representado por una línea recta

$$F_{ret}(\alpha) = m\alpha + b$$

con pendiente

$$m = \frac{E[\min\{S, \ell\}]}{E[S]}$$

y ordenada al origen

$$b = \frac{E[\max\{0, S - \ell\}]}{E[S]}$$

es decir,

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} F_{ret}(\alpha, \ell) = \frac{E[\min\{S, \ell\}]}{E[S]}$$

Ahora, como

$$E[\min\{S, \ell\}] = \int_0^\ell sf_s(s)ds + \int_\ell^\infty \ell f_s(s)ds$$

Entonces



$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial \ell} E[\min\{S, \ell\}] &= \frac{\partial}{\partial \ell} \left[\int_0^{\ell} sf_s(s)ds + \int_{\ell}^{\infty} \ell f_s(s)ds \right] \\
 &= \frac{\partial}{\partial \ell} \left[\int_0^{\ell} sf_s(s)ds + \ell \left\{ \int_0^{\infty} f_s(s)ds - \int_0^{\ell} f_s(s)ds \right\} \right] \\
 &= \ell f_s(\ell) + \int_0^{\infty} f_s(s)ds - \ell f_s(\ell) - \int_0^{\ell} f_s(s)ds \\
 &= \int_{\ell}^{\infty} f_s(s)ds > 0
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, la pendiente m se incrementa a medida que el valor de ℓ aumenta. Además, si $\ell \rightarrow \infty$, $m \rightarrow 1$, ya que $E[\min\{S, \ell\}] \rightarrow E[S]$.

Por otro lado,

$$\begin{aligned}
 &E[\alpha \min\{S, \ell\} + \max\{0, S - \ell\}] \\
 &= \alpha E[\min\{S, \ell\}] + E[\max\{0, S - \ell\}] \\
 &= \alpha \left[\int_0^{\ell} sf_s(s)ds + \ell \int_{\ell}^{\infty} f_s(s)ds \right] + \left[\int_{\ell}^{\infty} (s - \ell) f_s(s)ds \right] \\
 &= \alpha \left[\int_0^{\ell} sf_s(s)ds + \ell \left[\int_0^{\infty} f_s(s)ds - \int_0^{\ell} f_s(s)ds \right] \right] + \left[\int_{\ell}^{\infty} sf_s(s)ds - \ell \int_{\ell}^{\infty} f_s(s)ds \right] \\
 &= \alpha \left[\int_0^{\ell} sf_s(s)ds + \ell \left[1 - \int_0^{\ell} f_s(s)ds \right] \right] + \left[\left[E[S] - \int_0^{\ell} sf_s(s)ds \right] - \ell \left[1 - \int_0^{\ell} f_s(s)ds \right] \right] \\
 &= \alpha \int_0^{\ell} sf_s(s)ds + \alpha \ell - \alpha \ell \int_0^{\ell} f_s(s)ds + E[S] - \int_0^{\ell} sf_s(s)ds - \ell + \ell \int_0^{\ell} f_s(s)ds \\
 &= \int_0^{\ell} sf_s(s)ds [\alpha - 1] + \ell [\alpha - 1] + \int_0^{\ell} f_s(s)ds [\ell - \alpha \ell] + E[S]
 \end{aligned}$$

De las condiciones

$$0 < \alpha < 1$$

y

$$0 < \int_0^{\ell} f_s(s)ds < 1,$$



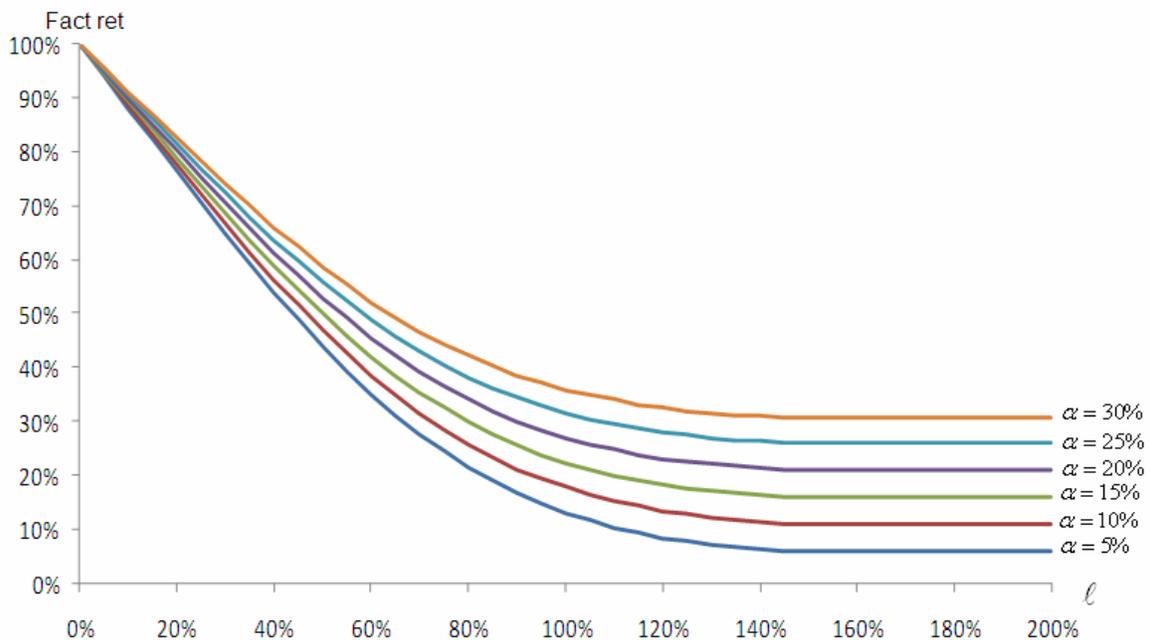
se deduce que la derivada es siempre negativa, por lo que el factor de retención será una función decreciente de ℓ .

También,

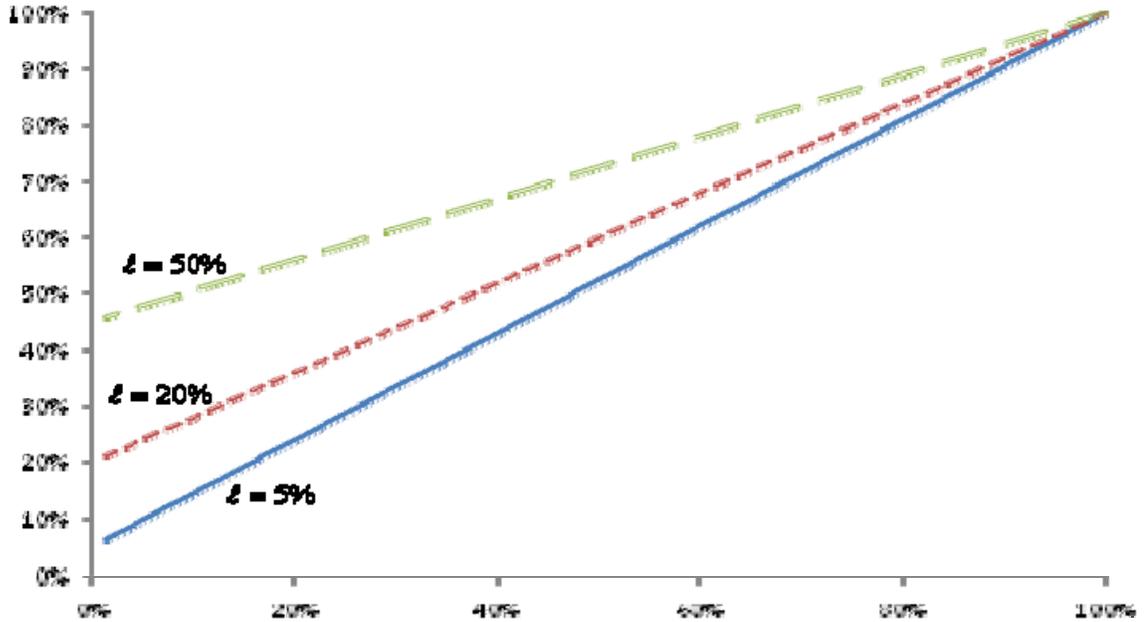
$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial \ell^2} E[\alpha \min\{S, \ell\} + \max\{0, S - \ell\}] \\ &= \frac{\partial}{\partial \ell} \left[\alpha - 1 \right] \left[1 - \int_0^\ell f_s(s) ds \right] \\ &= [1 - \alpha] f_s(\ell) \end{aligned}$$

Cantidad que siempre es positiva, si $0 < \alpha < 1$ por lo que la gráfica de $F'_{ces}(\ell)$ debe ser convexa (cóncava hacia arriba).

A continuación se presentan unas graficas, que tienen como propósito el análisis del factor de retención en función del límite ℓ y del factor de retención α .



Factor de retención en función de ℓ para distintos valores de α .



Factor de retención en función de α para distintos valores de ℓ .

4.4.2. Contrato LCR

En un contrato LCR con límite, se tiene lo siguiente

$$S_{ces} = \min\left\{\sum_{j=N-k+1}^N S_{(j)}, \ell\right\}$$

$$S_{ret} = \min\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell\right\} + \max\left\{0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \ell - \min\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell\right\}\right\} = S - S_{ces}$$

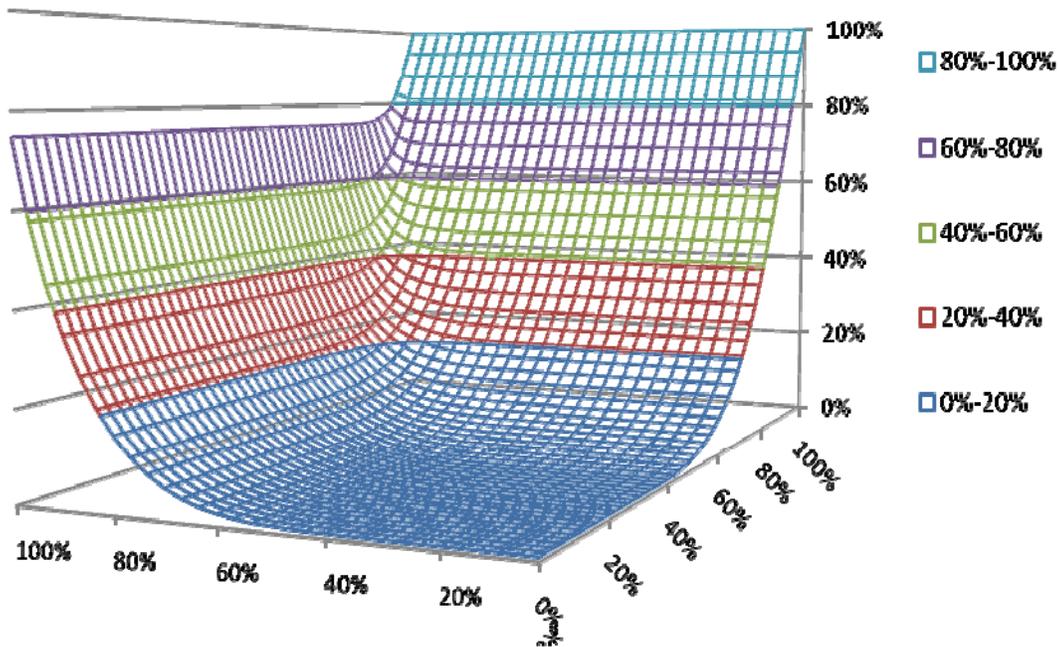
donde k y ℓ representan el número de siniestros a cargo del reasegurador y el límite del contrato, respectivamente.

De esta manera,

$$\begin{aligned} S &= S_{ret} + S_{ces} \\ &= S_{ret}^{inf} + S_{ces} + S_{ret}^{sup} \\ &= \min\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell\right\} + \min\left\{\sum_{j=N-k+1}^N S_{(j)}, \ell\right\} + \max\left\{0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \ell - \min\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell\right\}\right\} \end{aligned}$$

Dado que el factor de retención depende de los valores k y ℓ , entonces podemos representarlo como una función de dos variables.

$$F_{ret}(k, \ell) = \frac{E\left[\min\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell\right\} + \max\left\{0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \ell - \min\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell\right\}\right\}\right]}{E[S]}$$



En esta gráfica se exhiben algunas curvas de nivel, $F_{ret}(k_0, l)$ y $F_{ret}(\kappa, l_0)$, para distintos valores de k_0 y l_0 , las cuales nos permiten analizar el comportamiento del factor de retención en función del límite de responsabilidad y el valor k .

Al igual que en el contrato proporcional, el denominador es independiente de las variables k y l , entonces es suficiente con estudiar el comportamiento de

$$\frac{\partial}{\partial l} E \left[\min \left\{ \sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell \right\} + \max \left\{ 0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \ell - \min \left\{ \sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell \right\} \right\} \right]$$

Ahora,



$$\begin{aligned} & E\left[\min\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell\right\} + \max\left\{0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \ell - \min\left\{\sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell\right\}\right\}\right] \\ &= \int_0^\ell (\mathbb{E}[N] - k) s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} + \int_\ell^\infty \ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} + \\ & \quad + \int_\ell^\infty \left[\mathbb{E}[N] s_{(j)} - \ell - \left[\int_0^\ell (\mathbb{E}[N] - k) s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} + \int_\ell^\infty \ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right] \right] f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \\ &= (\mathbb{E}[N] - k) \int_0^\ell s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} + \ell \left\{ \int_0^\infty f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} - \int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right\} + \\ & \quad + \mathbb{E}[N] \int_\ell^\infty s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} - \ell \int_\ell^\infty f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} - \int_\ell^\infty (\mathbb{E}[N] - k) f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \int_0^\ell s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} - \\ & \quad \quad \quad - \int_\ell^\infty f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \ell \int_\ell^\infty f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \\ &= (\mathbb{E}[N] - k) \int_0^\ell s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} + \ell \left\{ 1 - \int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right\} + \mathbb{E}[N] \int_\ell^\infty s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} - \\ & \quad - \ell \int_\ell^\infty f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} - \int_\ell^\infty (\mathbb{E}[N] - k) f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \int_0^\ell s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} - \int_\ell^\infty f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \ell \int_\ell^\infty f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \\ &= (\mathbb{E}[N] - k) \left[\int_0^\ell s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} - \int_\ell^\infty f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \int_0^\ell s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right] + \mathbb{E}[N] \int_\ell^\infty s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} + \\ & \quad + \ell \left\{ 1 - \int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} - \int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} - \int_\ell^\infty f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \int_\ell^\infty f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right\} \\ &= (\mathbb{E}[N] - k) \left[\int_0^\ell s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \left[1 - \int_\ell^\infty f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right] \right] + \mathbb{E}[N] \int_\ell^\infty s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} + \\ & \quad + \ell \left\{ 1 - \int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} - 1 - \left[\int_0^\infty f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} - \int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right]^2 \right\} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &= (\mathbb{E}[N] - k) \left[\int_0^\ell s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \left[1 - \left[1 - \int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right] \right] \right] + \mathbb{E}[N] \int_\ell^\infty s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} + \\
 &\quad + \ell \left\{ - \int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} - \left[1 - \int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right]^2 \right\} \\
 &= (\mathbb{E}[N] - k) \left[\int_0^\ell s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \left[\int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right] \right] + \mathbb{E}[N] \left[\int_0^\infty s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} - \int_0^\ell s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right] + \\
 &\quad + \ell \left\{ - \int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} - \left[1 - 2 \int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} + \int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right] \right\}
 \end{aligned}$$

Una aplicación directa del primer teorema fundamental del cálculo y de la regla de la cadena⁴⁸, nos muestra que

$$\begin{aligned}
 &\frac{\partial}{\partial \ell} E \left[\min \left\{ \sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell \right\} + \max \left\{ 0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \ell - \min \left\{ \sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell \right\} \right\} \right] = \\
 &= (\mathbb{E}[N] - k) \left[\ell f_{S_{(j)}}(\ell) \left[\int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right] + f_{S_{(j)}}(\ell) \left[\int_0^\ell s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right] \right] + \mathbb{E}[N] \left[- f_{S_{(j)}}(\ell) \right] \\
 &\quad + \left[- \int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} - \left[1 - \int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right]^2 \right] + \ell \left[- f_{S_{(j)}}(\ell) + 2 f_{S_{(j)}}(\ell) - 2 \int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right] \\
 &= (\mathbb{E}[N] - k) \left[\ell f_{S_{(j)}}(\ell) \left[\int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right] + f_{S_{(j)}}(\ell) \left[\int_0^\ell s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right] \right] - \mathbb{E}[N] \left[f_{S_{(j)}}(\ell) \right] \\
 &\quad - \int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} - \left[1 - \int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right]^2 + \ell \left[f_{S_{(j)}}(\ell) - 2 \int_0^\ell f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right]
 \end{aligned}$$

De las condiciones

$$K > 2, f_{S_{(j)}}(\ell) > 0$$

y

⁴⁸ Spivak, Michael. "Calculus", Reverté S.A., New Cork, 1992.



$$0 < \int_0^{\ell} f_s(s) ds < 1,$$

se deduce que la derivada es siempre negativa, por lo que el factor de retención será una función decreciente de ℓ .

Para

$$\frac{\partial}{\partial k} E \left\{ \min \left\{ \sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell \right\} + \max \left\{ 0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \ell - \min \left\{ \sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell \right\} \right\} \right\}$$

Se demostrara que $F_{ret}(k, \ell) > F_{ret}(k+1, \ell)$ es decir, que el factor de retención es una función decreciente de k .

Entonces,

$$\begin{aligned} F_{ret}(k, \ell) &= E \left\{ \min \left\{ \sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell \right\} + \max \left\{ 0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \ell - \min \left\{ \sum_{j=1}^{N-k} S_{(j)}, \ell \right\} \right\} \right\} \\ &= (E[N] - k) \left[\int_0^{\ell} s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \left[\int_0^{\ell} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right] \right] + E[N] \left[\int_0^{\infty} s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} - \int_0^{\ell} s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right] + \\ &\quad + \ell \left\{ - \int_0^{\ell} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} - \left[1 - 2 \int_0^{\ell} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} + \int_0^{\ell} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \int_0^{\ell} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right] \right\} \end{aligned}$$

por otra parte,

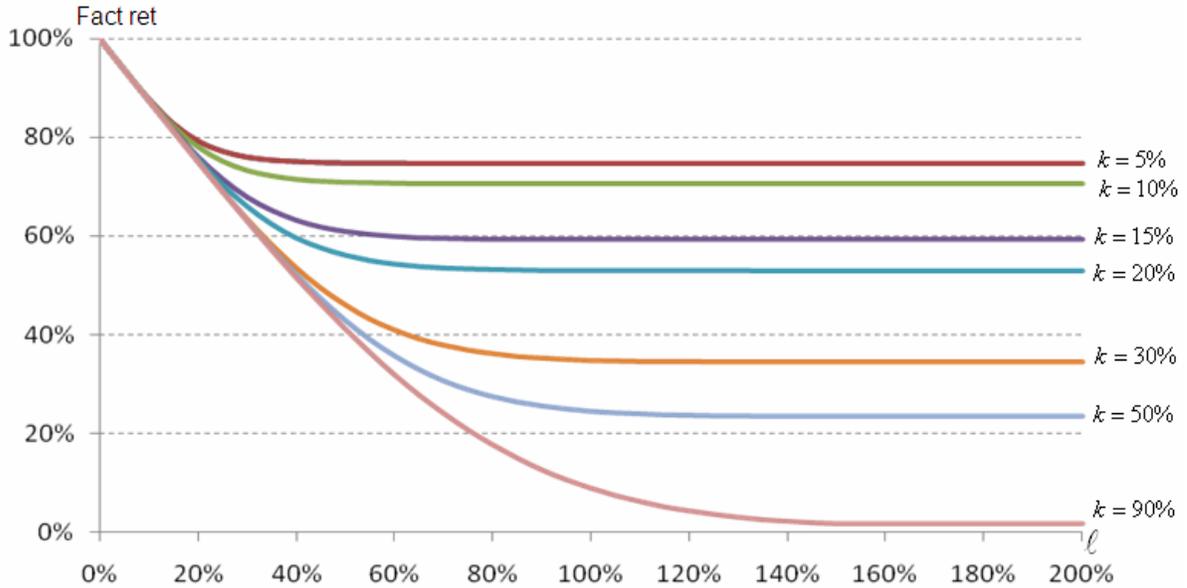
$$\begin{aligned} F_{ret}(k+1, \ell) &= E \left\{ \min \left\{ \sum_{j=1}^{N-k-1} S_{(j)}, \ell \right\} + \max \left\{ 0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \ell - \min \left\{ \sum_{j=1}^{N-k-1} S_{(j)}, \ell \right\} \right\} \right\} \\ &= (E[N] - k - 1) \left[\int_0^{\ell} s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \left[\int_0^{\ell} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right] \right] + E[N] \left[\int_0^{\infty} s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} - \int_0^{\ell} s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right] + \\ &\quad + \ell \left\{ - \int_0^{\ell} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} - \left[1 - 2 \int_0^{\ell} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} + \int_0^{\ell} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \int_0^{\ell} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right] \right\} \end{aligned}$$

Claramente

$$(E[N] - k - 1) \left[\int_0^{\ell} s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \left[\int_0^{\ell} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right] \right] < (E[N] - k) \left[\int_0^{\ell} s_{(j)} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \left[\int_0^{\ell} f_{S_{(j)}}(s_{(j)}) ds_{(j)} \right] \right]$$



Por lo tanto, el factor de retención es una función decreciente de k . A continuación se presenta una gráfica, que tiene como propósito el análisis del factor de retención en función del límite ℓ y el valor k .



Factor de retención en función de ℓ para distintos valores de k .

Analizando la gráfica, se puede deducir que con un valor de k mayor o igual al 50% del total del número de siniestros, el factor de retención tiende a cero conforme el límite ℓ tiende a infinito. Por lo que, se puede inferir que el factor de retención es una función decreciente de ℓ .

4.4.3. Contrato ECOMOR

En un contrato proporcional con límite, se tiene lo siguiente

$$S_{ces} = \min\left\{\sum_{j=N-k+2}^N S_{(j)} - (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell\right\}$$

$$S_{ret} = \min\left\{\sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell\right\}$$

$$+ \max\left\{0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \min\left\{\sum_{j=N-k+2}^N S_{(j)} - (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell\right\} - \min\left\{\sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell\right\}\right\}$$

donde k y ℓ representan el siniestro a partir del cual se hará cargo el reasegurador y el límite del contrato, respectivamente.

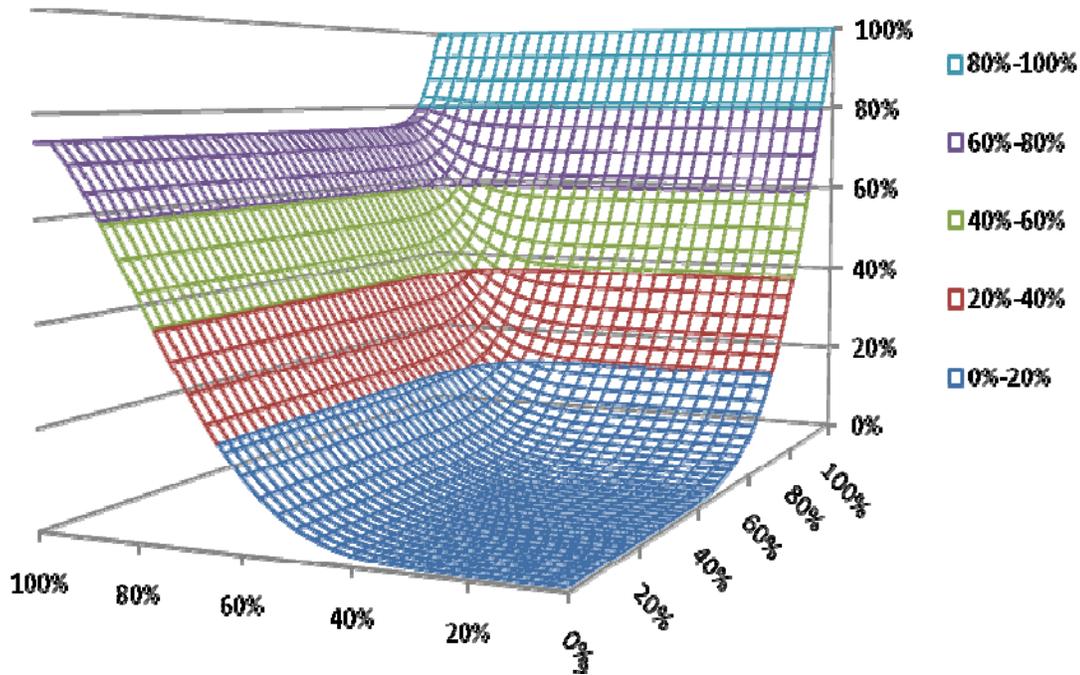
De esta manera,



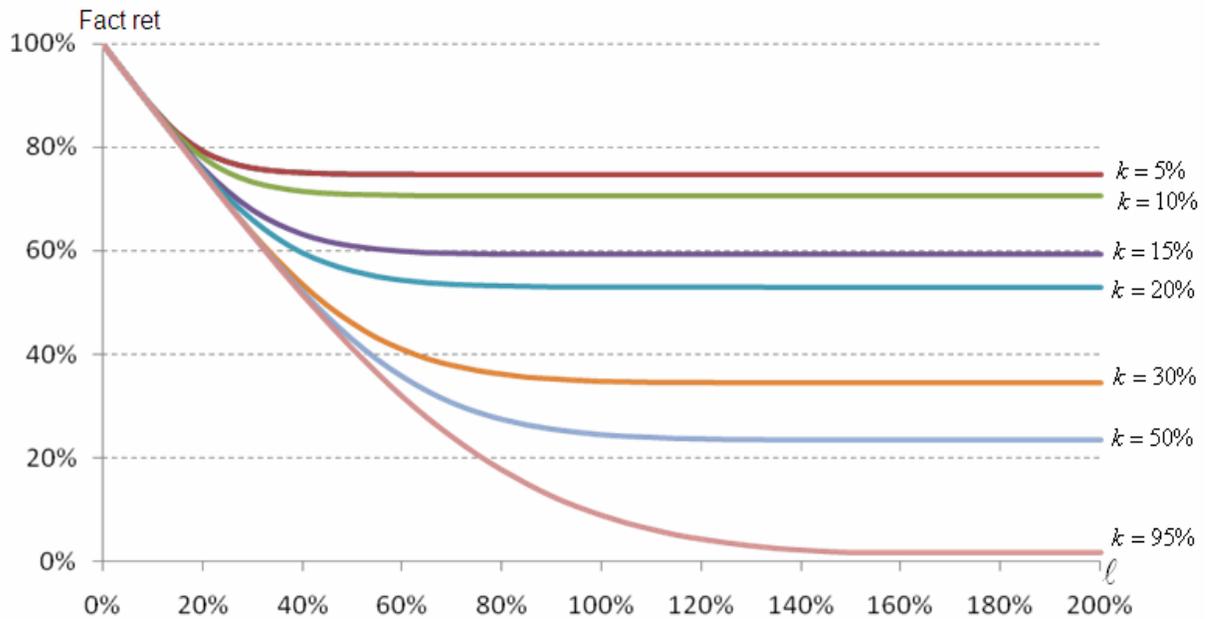
$$\begin{aligned}
 S &= S_{ret} + S_{ces} \\
 &= S_{ret}^{inf} + S_{ces} + S_{ret}^{sup} \\
 &= \min\left\{\sum_{j=N-k+2}^N S_{(j)} - (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell\right\} \min\left\{\sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell\right\} \\
 &\quad + \max\left\{0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \min\left\{\sum_{j=N-k+2}^N S_{(j)} - (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell\right\} - \min\left\{\sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell\right\}\right\}
 \end{aligned}$$

Además,

$$F_{ret}(k, \ell) = \frac{E\left[\min\left\{\sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell\right\} + \max\left\{0, \sum_{j=1}^N S_{(j)} - \min\left\{\sum_{j=N-k+2}^N S_{(j)} - (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell\right\} - \min\left\{\sum_{j=1}^{N-k+1} S_{(j)} + (k-1)S_{(N-k+1)}, \ell\right\}\right\}\right]}{E[S]}$$



En esta gráfica se exhiben algunas curvas de nivel, $F_{ret}(k_0, \ell)$ y $F_{ret}(k, \ell_0)$, para distintos valores de k_0 y ℓ_0 , las cuales nos permiten analizar el comportamiento del factor de retención en función del límite de retención y el valor k .



Factor de retención en función de ℓ para distintos valores de k .

Analizando la gráfica, se puede deducir que con un valor de k mayor o igual al 90% del total del número de siniestros, el factor de retención tiende a cero conforme el límite ℓ tiende a infinito. Por lo que, se puede inferir que el factor de retención es una función decreciente de ℓ .



CONCLUSIONES

En la actualidad, el acrecentamiento de las pólizas cedidas al reaseguro, ha ocasionado que los contratos de reaseguro hayan sufrido modificaciones; surgiendo esquemas los cuales rompieron la forma tradicional con la que operaban dichos contratos. En este trabajo nos enfocamos en hacer un comparativo de la reserva de riesgos en curso, entre la forma tradicional y la forma que limita la participación del reasegurador de algunos contratos de reaseguro, tales como, cuota parte, LCR, ECOMOR. Llegando a la siguiente conclusión, en particular, para el contrato proporcional cuota parte, donde la regulación mexicana permite a la cedente calcular la reserva de riesgos en curso retenida multiplicando la proporción de la siniestralidad fijada en el contrato de reaseguro por la reserva de riesgos en curso del riesgo bruto; no así, para los contratos que limitan la participación porcentual del reasegurador, ya que, para estos se debería constituir un porcentaje de retención adicional del 165% de la reserva de riesgos en curso retenida. Es importante señalar que esta conclusión no es general, corresponde a los ejemplos que se han examinado y a los conjunto de parámetros que se ha hecho variar.

En la vida real, existen muchas combinaciones diferentes de supuestos, cada uno con diferente impacto, es por eso que las aseguradoras que están bajo esta situación tienen que hacer el análisis del impacto que le puede causar, ya que, en algunas circunstancias puede ser relevante.

De acuerdo a la forma de operar de dichos contratos, el desarrollo analítico fue distinto, incluso en algunos contratos la complejidad para obtener el factor de retención fue demasiada. Al final, para los tres contratos, el factor de retención no se pudo expresar en términos elementales por lo que se tuvo que estimar su valor mediante un método de aproximación numérica.

Es importante reiterar que en el presente trabajo solo nos enfocamos en analizar el efecto del reaseguro a nivel cartera, por lo que sería conveniente, en investigaciones futuras, que se analizara el efecto del reaseguro a nivel póliza, para conocer cuál es el efecto, en la reserva de riesgos en curso, y compararlo con los resultados obtenidos a nivel cartera. Cabe señalar la complejidad del desarrollo analítico a nivel póliza, debido a que las condiciones contractuales, tales como deducible, coaseguro, franquicias sin es que hay, etc., que se tienen en cada contrato son distintas.



BIBLIOGRAFÍA

- Aguilar Pedro, Avendaño Jorge. “El efecto sobre la reserva de riesgos en curso que produce el establecimiento de límites de responsabilidad en contratos de reaseguro proporcional”.
- Anzures Arechiga Diana, “El reaseguro en su historia, cálculo de retenciones, modalidades y contratos”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2004.
- Daykin C.D., Pentikäinen, T. and M. Pesonen. “Practical Risk Theory for Actuaries”, Chapman & Hall, London, 1994.
- Esteva Fisher Eduardo, “Guía básica de reaseguro”, documento de trabajo # 38, 1993.
- Fructuoso Pérez María José, García Pérez Almudena, “Análisis de la frecuencia de ocurrencia de valores extremos: una aplicación al ramo de automóviles en España”, Instituto de Actuarios Españoles, 2006, en <http://www.actuarios.org/espa/anales/2006/ART%20121-154.PDF>.
- García Pérez Almudena, “La teoría del valor extremo: una aplicación al sector asegurador”, 2004, en <http://www.actuarios.org/espa/anales/2004/art%2027-53.pdf>.
- Hernández Rangel Diego, “modelos de la teoría del riesgo para la solvencia del Sector asegurador”, Comisión Nacional de seguros y Fianzas, 1997.
- Kass Rob, Goovaerts Marc, Dhaene Jan, Denuit Michel, “Modern Actuarial Risk Theory”, Kluwer Academic Publishers, 2001.
- Mármol Maite, Claramunt Mercè, Catañer Anna, “Aplicaciones de las transformadas de Laplace a la teoría del riesgo”, Departamento de Economía Matemática, Financiera y Actuarial. Universidad de Barcelona, 2007, en <http://www.actuarios.org/espa/anales/2007/art%209-36.pdf>.
- Mikosch, Thomas. “Non-Life Insurance Mathematics. An Introduction with Stochastic Processes”. Springer-Verlag, Berlin, Alemania, 2004,
- Minzoni Consorti Antonio, “reaseguro”, 1995.



- Muñoz del Valle Marilyn, “Conocimientos básicos y ejemplos prácticos de reaseguro proporcional y no proporcional dentro de los seguros de vida individual y de vida grupo”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2004.
- Panjer H. and G. E. Willmot. “Insurance Risk Models”, Society of Actuaries, 1992.
- Quiroz Lima Carlos, “Principios y Práctica del reaseguro”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 1998.
- Rincón Solís Luis, “Introducción a la teoría del riesgo” (Notas preliminares), Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias UNAM, 2006.
- Spivak Michael, “Calculus”, Reverté S.A, New Cork, 1992.