



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ANÁLISIS ACTUARIAL DE SUFICIENCIA EN LA
EXPERIENCIA DEMOGRÁFICA PARA EL CÁLCULO
DEL MONTO CONSTITUTIVO DE LAS PENSIONES
DERIVADAS DE LA LEY DE SEGURIDAD SOCIAL

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

ACTUARIO

P R E S E N T A:

RENÉ GARCÍA ALONSO

DIRECTOR DE TESIS:

ACTUARIO ALFONSO PARRAO GUZMÁN

2010





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de datos del Jurado

<p>1. Datos del alumno García Alonso René 58 43 75 14 Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Actuaría 098239199</p>
<p>2. Datos del tutor Actuario Alfonso Parrao Guzmán</p>
<p>3. Datos del sinodal 1 M en D María Teresa Velázquez Uribe</p>
<p>4. Datos del sinodal 2 Actuario Érika Julieta Palacios Fuentes</p>
<p>5. Datos del sinodal 3 Actuario Francisco Sánchez Villarreal</p>
<p>6. Datos del sinodal 4 Actuario Fernando Pérez Márquez</p>
<p>7. Datos del trabajo escrito Análisis actuarial de suficiencia en la experiencia demográfica para el cálculo del Monto Constitutivo de las pensiones derivadas de la Ley de Seguridad Social 106p 2010</p>

*Gracias a Dios, a mis padres
y a las personas que han confiado en mi;
gracias por su apoyo.*

Bibliografía

- [1] CNSF. 2007. *Circular S-22.3*. SHCP Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.
- [2] CNSF. 1997. *Circular S-22.5*. SHCP Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.
- [3] Hosmer, David W. Jr. 2000. *Applied logistic Regression*, A Wiley-Interscience Publication, USA.
- [4] Mendenhall, William y Reinmuth, James E. 1998. *Estadística para Administración y Economía*, University of Oregon, EUA.
- [5] Microsoft. 1998. *Visual FoxPro 6.0. Manual del programador*, Mc Graw Hill, Interamericana de España, S. A. U.
- [6] Miranda Valenzuela, P. 1997. Noriega Granados J. *Entendiendo las AFORES*, Editorial SICCO.
- [7] Pérez López César. 2005. *Técnicas Estadísticas con SPSS 12*, Ed. Pearson Educación, S.A., Madrid.
- [8] Ruiz Moreno, Angel Guillermo. 2004. *Las Afore: el nuevo sistema de ahorro y pensiones*
- [9] Silva Ayçaguer, Luis Carlos. 1994. *Excursión a la regresión logística en ciencias de la salud*, Ed. Díaz de Santos, España.
- [10] Valdés Prieto, Salvador. 2002. *Políticas y mercado de pensiones. Un texto universitario para América Latina*, Santiago, Chile : Universidad Católica de Chile.

Contenido

Introducción	viii
1 Sistemas de pensiones	1
1.1 Planes de pensiones	1
1.1.1 Fórmula de beneficio	2
1.1.2 Método de financiamiento	2
1.1.3 Ajuste frente al riesgo agregado	3
1.1.4 Seguros y garantías en la vejez	4
1.1.5 Privatización de la oferta	4
1.2 El Instituto Mexicano del Seguro Social	4
1.2.1 Sistema de cuentas individuales	5
1.2.2 Pensiones otorgadas por el IMSS	7
1.3 Pensiones privadas	10
2 Fuentes de información demográfica y procesamiento	12
2.1 Importancia del análisis a la experiencia demográfica	12
2.2 Tablas de mortalidad	14
2.2.1 Procedimiento para la construcción de tablas de mortalidad adecuadas para el sector asegurador	14
2.3 Uso de las tablas de mortalidad activos e inactivos	15
2.4 Definición de variables	17

2.5	Validación de la información	18
2.6	Selección de la información	19
3	Análisis de la información	21
3.1	Análisis de hombres y mujeres activos	21
3.1.1	Pólizas y siniestros	21
3.1.2	Análisis por edad y año	24
3.1.3	Análisis por grupos familiares	29
3.2	Análisis de hombres y mujeres inválidos	41
3.2.1	Pólizas y siniestros	41
3.2.2	Análisis por edad y año	43
3.3	Conclusiones	48
4	El modelo de regresión logística	50
4.1	Coefficientes de la función logística y odds	52
4.2	Estimación de los coeficientes	55
4.3	Pruebas de significancia de los coeficientes	56
4.4	Intervalo de confianza para $\hat{\beta}_i$	57
4.5	Caso multivariado	58
4.6	Variables ficticias	59
5	Análisis del tiempo de supervivencia	61
5.1	Regresión de datos de supervivencia	61
5.2	Modificación de datos y estimación	62
5.3	Coefficientes estimados para la función $\hat{\pi}_k(x)$ y su relación con ${}_n q_x$	65
5.3.1	Regresión para hombres no inválidos	68
5.3.2	Regresión para mujeres no inválidas	69
5.3.3	Regresión para hombres inválidos	70

5.3.4	Regresión para mujeres inválidas	71
6	Resultados. Comparativa del modelo planteado	72
6.1	Diferencia porcentual	72
6.2	Cálculo del Monto Constitutivo	76
6.3	Impacto monetario	85
	Conclusiones y recomendaciones	87
	Apéndices	89
A	Tasas de fallecimiento estimadas para activos e inválidos	90
B	Tablas EMSSAH(M)-97, EMSSIH(M)-97 y EISS-97 (H y M)	101
C	Formato de información de la CNSF	105

Índice de tablas

3.1	Pólizas canceladas y expiradas	22
3.2	Pólizas canceladas y expiradas	41
5.1	Regresión para hombres no inválidos	66
5.2	Regresión para mujeres no inválidas	66
5.3	Regresión para hombres inválidos	67
5.4	Regresión para mujeres inválidas	67
6.1	Aportación anual que el IMSS haría si se aplican las tablas Propuestas	86
A.1	Tasas ajustadas de mortalidad para activos e inválidos (1)	91
A.2	Tasas ajustadas de mortalidad para activos e inválidos (2)	92
A.3	Probabilidad de fallecimiento estimada para hombres activos (1)	93
A.4	Probabilidad de fallecimiento estimada para hombres activos (2)	94
A.5	Probabilidad de fallecimiento estimada para mujeres activas (1)	95
A.6	Probabilidad de fallecimiento estimada para mujeres activas (2)	96
A.7	Probabilidad de fallecimiento estimada para hombres inválidos (1)	97
A.8	Probabilidad de fallecimiento estimada para hombres inválidos (2)	98
A.9	Probabilidad de fallecimiento estimada para mujeres inválidas (1)	99
A.10	Probabilidad de fallecimiento estimada para mujeres inválidas (2)	100
B.1	EMSSA-97 para hombres y mujeres	102

B.2	EMSSI-97 para hombres y mujeres	103
B.3	EISS-97 para hombres y mujeres	104
C.1	Base de datos 2007, CNSF	105

Índice de figuras

2.1	Elementos que inciden en los Costos del Pago de una Suma Asegurada	13
3.1	Expuestos y fallecimientos por año	23
3.2	Tasas brutas de mortalidad por año para hombres activos 1997-2002	25
3.3	Tasas brutas de mortalidad por año para hombres activos 2003-2007	26
3.4	Tasas brutas de mortalidad por año para mujeres activas 1997-2002	27
3.5	Tasas brutas de mortalidad por año para mujeres activas 2003-2007	28
3.6	Tasas brutas de mortalidad por año para el Grupo Familiar 01	30
3.7	Tasas brutas de mortalidad por año para el Grupo Familiar 02	31
3.8	Tasas brutas de mortalidad por año para el Grupo Familiar 03	32
3.9	Tasas brutas de mortalidad por año para el Grupo Familiar 04	33
3.10	Tasas brutas de mortalidad por año para el Grupo Familiar 05	34
3.11	Tasas brutas de mortalidad por año para el Grupo Familiar 01	35
3.12	Tasas brutas de mortalidad por año para el Grupo Familiar 02	36
3.13	Tasas brutas de mortalidad por año para el Grupo Familiar 03	38
3.14	Tasas brutas de mortalidad por año para el Grupo Familiar 04	39
3.15	Tasas brutas de mortalidad por año para el Grupo Familiar 05	40
3.16	Expuestos y fallecimientos por año	42
3.17	Tasa bruta de mortalidad por año para hombres inválidos 1997-2002	44
3.18	Tasa bruta de mortalidad por año para hombres inválidos 2003-2007	45
3.19	Tasas brutas de mortalidad por año para mujeres inválidas 1997-2002	46

3.20 Tasas brutas de mortalidad por año para mujeres inválidas 2002-2007	47
3.21 Relación fallecimientos contra pólizas en los grupos de activos	49
3.22 Relación fallecimientos contra pólizas en los grupos de inválidos	49
5.1 Probabilidad estimada ${}_n q_x$ para hombres no inválidos	68
5.2 Probabilidad estimada ${}_n q_x$ para mujeres no inválidas	69
5.3 Probabilidad estimada ${}_n q_x$ para hombres inválidos	70
5.4 Probabilidad estimada ${}_n q_x$ para mujeres inválidas	71
6.1 Tasas de mortalidad al millar EMSSIH vs Modelo para Hombres inválidos . .	73
6.2 Tasas de mortalidad al millar EMSSIM vs Modelo para Mujeres inválidas . .	73
6.3 EMSSAH vs Modelo para Hombres activos	74
6.4 EMSSAM vs Modelo para Mujeres activas	75
6.5 Diferencia porcentual en Activos por edad y sexo	76
6.6 Aportación <i>extra</i> en pesos mexicanos por grupo de edad que el IMSS implementa en el Monto Constitutivo al aplicar las tablas establecidas	86

Introducción

El buen funcionamiento de las sociedades en el mundo en general, se ha logrado mediante el bienestar de cada uno de los individuos que las integran. Este fin ha sido objeto de diferentes corrientes sociales que persiguen presentarse como la mejor opción para la convivencia humana, hecho que ha dado como consecuencia el estudio minucioso de diferentes aspectos en la economía, demografía y sociología entre otras disciplinas. Es claro que el principio del bienestar social, es el bienestar individual en las diferentes áreas en las que el ser humano interactúa; sin embargo, este objetivo no siempre es alcanzado ya que en un mundo donde el sistema económico tiende a la estratificación de clases sociales, es necesario procurar las condiciones óptimas para el desarrollo de cualquier individuo desde el nacimiento hasta la muerte. Este hecho, da pie a la búsqueda de un sistema de pensiones en el ámbito de la seguridad social, que proporcione las condiciones mínimas para mantener un cierto nivel de crecimiento en igualdad de condiciones en todas las etapas de la vida de un individuo, razón por la que es de gran importancia que los factores cuantitativos involucrados sean analizados con detenimiento, para que a partir de éstos, se mantengan justificados los incrementos o deficiencias, que dicho sistema pudiera presentar en la operación del pago de una pensión a un derechohabiente o a sus beneficiarios. A dicho pago, se le conoce como pensión y la institución en México encargada de realizarlo a los trabajadores de empresas privadas, es el Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS). La creación del IMSS ocurrió en el año de 1944, con la finalidad de proporcionar a los trabajadores y a sus dependientes, una cobertura para los riesgos que constantemente amenazan a las personas: enfermedad, accidentes, invalidez; o para apoyarlos económicamente en algunos procesos naturales como son la vejez, la maternidad o la cesantía laboral en edad avanzada. A partir de dicho año, el sistema pensionario comenzó a funcionar con un fondo económico con base en un sistema de reparto, en el que mediante la aportación fija que cada trabajador, patrón y gobierno realizan a un fondo único que permite solventar el pago de todas las pensiones en un momento dado; sin embargo, debido a los cambios generados en la estructura poblacional, el IMSS tuvo que rediseñar este mecanismo de aportación-pago, administrando el dinero de los trabajadores, patrones y gobierno en cuentas individuales, dinámica que inició en julio del año de 1997 y que actualmente opera en nuestro país como una opción de seguro, que vincula la carrera salarial con el fondo logrado al final de ésta, de manera personal y que aunado a una aportación económica patronal y por parte del gobierno, se consolida como el pago que recibe un trabajador periódicamente al contratar una renta vitalicia con una compañía aseguradora en caso de contingencia mismo que es administrado por compañías denominadas Administradoras de los Fondos de Ahorro para el Retiro (AFORE) y manejado por Sociedades de Inversión Especializadas en Fondos para el Retiro (SIEFORES)¹.

¹Para los trabajadores con menos de 5 años de antigüedad anterior a 1997, entran en este esquema y los de mayor antigüedad pueden decidir por este nuevo sistema o por el anterior.

Podría considerarse equilibrado este sistema de pago de pensiones, pues unifica tres aportaciones para un sólo fin: que la persona afiliada al Seguro Social reciba un pago suficiente para cubrir sus necesidades económicas como ser humano en caso de invalidez, incapacidad, retiro por edad avanzada y cesantía, sin embargo, en la actualidad, ha surgido un problema de actualización de experiencia para las tablas cuidando el concepto de suficiencia de la experiencia demográfica utilizada (tablas), para calcular el monto constitutivo como aportación del IMSS, mismo que detuvo (gracias a una cláusula en la Ley del Seguro Social) a mediados de 2001, todo 2002 y parte de 2003, el flujo de montos a las aseguradoras bajo la premisa de que las tablas utilizadas están excedidas, asimismo, también se tuvo un efecto negativo de las tasas de interés, que han estado por debajo del 3.5% real, que propicia una nueva reestructuración de la parte financiera y algunos aspectos técnicos que no serán abordados en este trabajo, debido a que a la fecha aún están siendo analizados. Igualmente, otros factores importantes como la descapitalización del instituto y la capacidad que la reforma de Ley le permitió de demorar hasta dos años el envío de pensiones si así lo estimaba conveniente.

Considerando la formación que se adquiere al ser estudiante de la carrera de Actuaría, creo importante realizar un análisis que muestre de manera contundente en qué consiste el déficit financiero que postula el IMSS en su aportación de las pensiones que las aseguradoras administrarán, pues dicho monto es el resultado de un análisis que involucra dos temas muy al alcance de la teoría actuarial y estadística: por una parte, el establecimiento de un Monto Constitutivo para la construcción de una Pensión (en caso de que no alcance el fondo para lograr una Mínima Garantizada, el gobierno federal aporta los recursos necesarios para alcanzarla) y que procure la sobrevivencia del individuo o de sus dependientes económicos, y por la otra parte, la probabilidad de ocurrencia señalada en las tablas adecuadas a cada miembro dependiente y con derecho a pensión del afiliado al Seguro Social.

Este último tema justifica la realización de este proyecto que tiene como objetivo, la consolidación y análisis de la información estadística de las Compañías de Seguros misma que publica la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas en el ramo de pensiones, particularmente la que se refiere a la experiencia demográfica, así como la comparación de esta información con la que muestran las tablas del apéndice: EMSSAH(M)-97, EMSSIH(M)-97 y EISS-97 (Hombres y Mujeres), utilizadas para el cálculo del monto constitutivo y reservas estatutarias de las pensiones derivadas de la Ley del Seguro Social. Para lograr este fin, se hace uso de modelos estadísticos para la evaluación de la suficiencia de la experiencia utilizada hoy en día.

Este proyecto se divide en seis capítulos. En el primer capítulo se describe el sistema de pensiones como una implementación para procurar el bienestar dentro de una comunidad; se plantea la cobertura que tiene el programa actual de seguridad social en México y su relación con el cálculo del Monto Constitutivo para el pago de las pensiones. También se presenta una breve descripción de los planes privados que ofrecen las empresas privadas.

En los capítulos 2 y 3 se plantea qué es el Monto Constitutivo y la importancia que tienen las tablas de mortalidad para estimar el valor monetario que inevitablemente repercuten en los estados financieros del Instituto Mexicano del Seguro Social. Posteriormente se plantea la construcción de nuevas tablas de mortalidad para sustentar ajustes a las tablas EMSSA-97 y EMSSI-97 que se emplean actualmente en el cálculo del Monto Constitutivo, por lo que en este capítulo se describe la información que la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas brinda y que se emplea para la adaptación de un modelo probabilístico que servirá como

parámetro de comparación de las tablas establecidas.

En el capítulo 5 se presenta el método de regresión logística como un medio para la predicción de fenómenos, en donde por su composición se pueden interpretar como una relación de una variable independiente vinculada a diferentes variables de respuesta. En nuestro contexto la variable independiente representa la edad x de un individuo registrado en alguna de las bases de datos descritas en el capítulo 3, y la variable de respuesta resultará ser la sobrevivencia o no de cada uno de estos. Sin embargo, el paso desde la presentación de la regresión logística y el análisis de supervivencia, no es directo y el esto se plantea en el capítulo 6.

Una vez estimadas nuevas probabilidades de muerte, en este capítulo se realiza la valoración de Monto Constitutivo con dichas probabilidades (tasas de mortalidad) y las establecidas por el Instituto Mexicano del Seguro Social. Técnicamente, las diferencias presentadas repercuten en los pagos de pensiones, por lo que su consideración resulta relevante en cuanto a la implementación de tablas que reflejen la experiencia demográfica actual y que conduzcan al manejo óptimo de los activos del instituto de seguridad social. Por último se presentan las conclusiones y recomendaciones.

En resumen; el proyecto inicia con la presentación de la información estadística utilizada en tablas que maneja el sector asegurador en México para el cálculo del Monto Constitutivo, y probabilidad de fallecimiento de los pensionados que la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas utiliza para publicar la información estadística de los ejercicios (1997-2007) de las compañías aseguradoras en el ramo de pensiones. Posteriormente, mediante un análisis exploratorio y de suficiencia, se podrá cuantificar el exceso o déficit de las tablas que actualmente se usan, con supuestos basados en modelos estadísticos para la comprobación de suficiencia, esperando que al final del proyecto quede claro si las tablas necesitan un ajuste, cambio de las mismas o su ratificación (en caso de desviaciones mínimas). Quedando la intención explícita que este trabajo, abrirá las puertas al mejoramiento de las pensiones en México siendo este un tema inherente al desarrollo social.

Capítulo 1

Sistemas de pensiones

1.1 Planes de pensiones

Es evidente la necesidad de buscar cómo solventar los gastos que genera todo individuo en el transcurso de su vida laboral. En la etapa en que una persona está capacitada para trabajar, la remuneración económica brinda una oportunidad para realizar la acumulación de diferentes tipos de activos que procuren solventar los gastos personales en el momento (que por causas naturales o no) sea incapacitada para seguir laborando. Aún cuando una persona es separada de su empleo, la Ley Federal del Trabajo en sus artículos 48, 49, 50 refiere a las indemnizaciones correspondientes a los trabajadores que fueron separados justificadamente o no de su trabajo, así mismo en el artículo 162 de la misma Ley, se hace referencia a la prima de antigüedad a la que tienen derecho los trabajadores de planta; sin embargo, esta compensación económica resulta no ser suficiente para que un individuo deje de percibir ingresos en su retiro, por tal motivo debe anticipar su futuro procurando un fondo monetario. Es decir, una persona puede prever su vejez o retiro ahorrando constantemente en el transcurso del tiempo en activo.

Se han logrado diseñar programas que administran esta etapa de desacumulación del capital logrado, distribuyéndolo en pagos pequeños que se realizan periódicamente. A esta serie de pagos se le llama pensión. Formalmente se puede definir de la siguiente manera:

Una pensión, es un monto de dinero pagado periódicamente; iniciando cuando el trabajador tiene edad relativamente avanzada, o queda inválido. En el caso de las pensiones de sobrevivencia, éstas se pagan a los miembros del hogar considerados dependientes económicos y con derecho a pensión por el plan, en caso de fallecimiento del pensionado.

Todos los parámetros que se toman en cuenta para efectuar estos pagos periódicos son señalados en un plan de pensiones que los empleadores, sindicatos o gobierno de cada nación implementan para alcanzar los objetivos sociales instituidos en su caso. Concretamente uno de éstos (en el caso de México), es ayudar a los trabajadores jóvenes a vencer su imprevisión obligándolos a ahorrar para su vejez. En la actualidad a lo anterior se le añaden incentivos fiscales que se pueden ofrecer, como por ejemplo, la deducción de impuestos si existe un ahorro adicional, pero que depende de las reformas fiscales que en el futuro se diseñen; sin

embargo, al día de hoy existen.

Cuando se diseña un plan de pensiones, se busca que sea el mejor adaptado a las necesidades del grupo a pensionar por lo que se pueden combinar diversas características que diferenciarían un proyecto de otro. A continuación se mencionan y posteriormente se define cada una de estas características:

- (i) Fórmula de beneficio.
- (ii) Método de financiamiento.
- (iii) Ajuste frente al riesgo agregado.
- (iv) Seguros y garantías en la vejez, retiro o invalidez/incapacidad.
- (v) Privatización de la oferta.

1.1.1 Fórmula de beneficio

Una fórmula de beneficio, se define como la relación entre el monto de las aportaciones que realiza un trabajador individual durante uno o más periodos y el valor presente esperado del incremento en los beneficios (pensiones y otros pagos) que logra ese individuo a cambio. Las fórmulas de beneficio se agrupan en dos familias: las fórmulas “por años de servicio” y las fórmulas “actuariales”.

Fórmulas de beneficio por años de servicio *“Los beneficios de cada individuo se determinan con una fórmula basada en dos datos: los años de servicio y uno de los dos siguientes: el salario promedio cotizado durante todos los años de servicio, o el salario final cotizado en el último año de servicio”* (Valdés Prieto, 2002).

Fórmulas de beneficio actuariales En este tipo de fórmulas, el beneficio individual va a depender de cuánto contribuyó cada individuo más los intereses acreditados en el tiempo, es decir, la pensión de una persona va a estar en función de la contribución y tasa de cotización aplicada en el tiempo de acumulación del fondo.

1.1.2 Método de financiamiento

Otra de las partes importantes en el diseño de un plan de pensiones, es la forma en que se van a cubrir los gastos al momento de iniciarse la pensión. En otras palabras; las cotizaciones que un trabajador haga en algún sistema de pensiones, se destinan a un fondo que proporcionará los pagos a los afiliados en su momento, así la institución provisional o plan de pensiones contará con la acumulación de dinero de sus afiliados como activos financieros y tomará como cuentas de pasivo a los derechos a cobrar una pensión. En este punto se pueden establecer dos

tipos de financiamiento de las pensiones: uno en donde se acumula un fondo (capitalización) y otro donde no (reparto).

*“...Llamamos “reparto” a la práctica de destinar el total de la recaudación de cotizaciones de un período al pago de pensiones en el mismo período, evitando acumular o desacumular activos o fondos de pensiones. Llamamos “capitalización” a la práctica de respaldar las promesas de pensión con activos protegidos por derechos de propiedad, como, por ejemplo, propiedades y títulos financieros endosables. Estas inversiones constituyen el **fondo de pensiones del plan**”.*(Valdés Prieto, 2002)

1.1.3 Ajuste frente al riesgo agregado

Con frecuencia, se suele admitir una relación equivocada entre las fórmulas de beneficio en un plan de pensiones, sugiriendo por ejemplo, que al usar la fórmula de beneficio por años de servicio se puede calificar al plan pensionario como de beneficio definido. Sin embargo, esta es una idea errónea, pues este último término es una característica del plan en la que se especifica cómo se ajustará frente al riesgo financiero agregado. Las fórmulas de beneficio son una relación individual y no colectiva, y por tanto, una misma fórmula es compatible con muchos arreglos diferentes a nivel colectivo y viceversa. Es decir, la fórmula de beneficio puede elegirse con independencia del método de financiamiento del plan, e igualmente en la forma de ajustarse al riesgo agregado que usa el plan.

¿A qué riesgo financiero agregado se debe ajustar un plan de pensiones? Considérese un movimiento demográfico o económico inesperado y un plan de pensiones como una persona jurídica. Entendiendo por persona jurídica a las entidades que, para la realización de determinados fines colectivos, las normas jurídicas les reconocen capacidad para obligarse y disfrutar de derechos. Por lo que en caso de materializarse un riesgo derivado de dichos movimientos surgiría una variación entre el activo y el pasivo del plan y éste, por ser una persona “ficticia”, debe transmitir el riesgo; quizá a los afiliados al plan, al empleador, a la compañía de seguros o al Estado. Esta forma de canalizar el riesgo se efectúa en dos formas: mediante los planes de contribución definida y los planes de beneficio definido.

Contribución definida. Este método consiste en transmitir plenamente el riesgo a los afiliados en la medida que poseen derechos ante el pago de su pensión ajustando el precio de la cotización (a excepción de las pensiones mínimas garantizadas).

Beneficio definido. Este método no transmite porción alguna del riesgo financiero a los pensionados del plan. Es decir, los afiliados no sufren ni pérdidas ni ganancias cuando varían los resultados de la inversión de su cotización ya que la parte obligada jurídicamente (gobierno, aseguradora, etc.) absorbe ese riesgo.

1.1.4 Seguros y garantías en la vejez

Las pensiones vitalicias se pueden otorgar de varias maneras; como el pago de un retiro programado o renta vitalicia con coberturas distintas que se especifican en el plan. También se puede elegir entre la opción de un pago único al terminar la edad activa, el pago de una pensión periódica o la combinación de ambos.

Renta vitalicia Una renta vitalicia es un contrato entre el asegurado y la parte aseguradora (generalmente instituciones de seguros), que otorga a su beneficiario el derecho a recibir un pago periódico a todo evento, durante la vida de éste.

Retiro programado El retiro programado es un mecanismo de ahorro simple, que no asegura contra el riesgo de agotar el capital antes de morir.

1.1.5 Privatización de la oferta

La privatización de la oferta se refiere a la opción que tienen los planes de capitalización de cómo asignar la cartera de inversiones a empresas privadas, encargarla a instituciones públicas o de ambas formas.

1.2 El Instituto Mexicano del Seguro Social

Una de las formas de asegurar los gastos individuales en el momento del retiro laboral de una persona se logra mediante el ahorro monetario en su vida activa para que posteriormente sea devengado en pagos. Sin embargo, existen muchos factores que intervienen en la creación de un fondo, por ejemplo, se debe tomar en cuenta que no todas las personas tienen la misma capacidad para lograr un ahorro suficiente que cubra las necesidades básicas al retirarse, mucho menos las de sus dependientes económicos. Por ello, en las últimas décadas, como medida de Seguridad Social en el mundo y como parte de un convenio que la Organización Internacional del Trabajo (OIT), propone como norma mínima de seguridad social (norma 102), que busca implementar programas por parte del Estado que unifiquen el ahorro de una persona económicamente activa con el apoyo gubernamental. En México existen cuatro instituciones gubernamentales principales encargadas de lograr este fin: El Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS), el Instituto de Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores del Estado (ISSSTE), el Instituto del Fondo Nacional de la Vivienda para los Trabajadores (INFONAVIT) y el Instituto de Seguridad Social para las Fuerzas Armadas Mexicanas (ISSFAM).

El IMSS es un organismo público descentralizado de carácter fiscal autónomo, encargado de administrar y organizar la Seguridad Social en México en acuerdo con lo establecido en el Apartado A del artículo 123 constitucional que establece los principios generales de protección al trabajador particular. Por su parte, esta institución se encarga de los trabajadores que prestan sus servicios a empresas privadas cubriendo las contingencias y proporcionando los

servicios señalados en la Ley del Seguro Social cuya última reforma fue publicada en el Diario Oficial de la Federación el 11 de agosto de 2006 continuando con el planteamiento radical del primero de julio de 1997 cuando México llevó a cabo una reforma al sistema de seguridad social, reemplazando el sistema público de pensiones para los trabajadores del sector privado con un sistema de cuentas individuales administrado por empresas privadas.

Este nuevo sistema de pensiones se caracteriza por tener planes con un nivel de acceso público y estar bajo un esquema de capitalización. En México, los planes de pensiones con nivel de acceso público, también conocidos como derivados de las leyes de seguridad social, son creados por el Estado, y en algunas ocasiones pueden ser administrados por el sector privado. El financiamiento de éstos se lleva a cabo a través de la participación del Estado, patrón y trabajador. A estos planes puede acceder cualquier trabajador de la economía formal.

Para llevar a cabo el funcionamiento de este sistema de pensiones de cuentas individuales, es necesaria la participación de los trabajadores, patrones, Estado e Institutos, así como de algunos elementos nuevos que no eran contemplados antes del año 1997, como son: la cuenta individual de cada uno de los trabajadores afiliados al IMSS, las Afores y Siefores encargadas de la administración e inversión de los recursos de las cuentas individuales y las compañías aseguradoras autorizadas para operar los nuevos seguros de pensiones.

1.2.1 Sistema de cuentas individuales

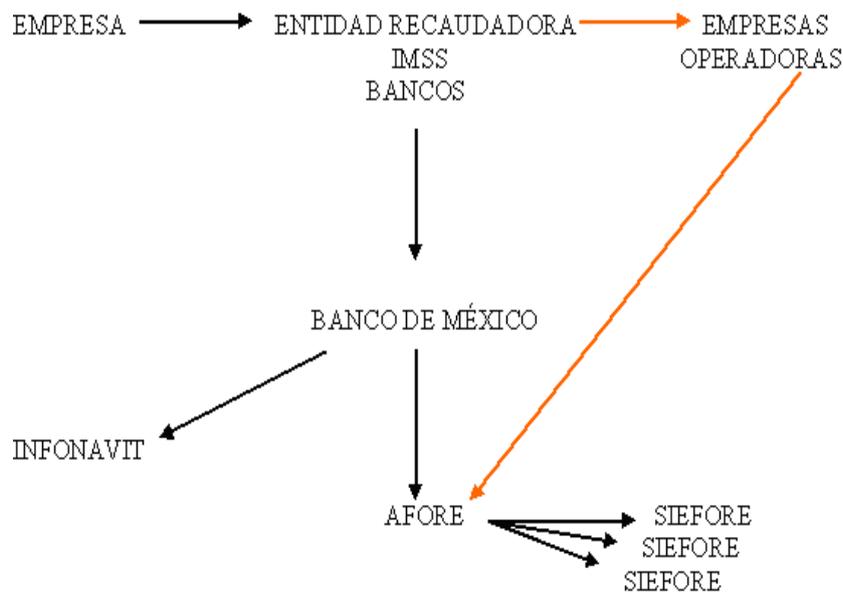
Como fue señalado en la sección de planes de pensiones, los que se encuentran financiados bajo un esquema de capitalización, crean una cuenta individual para cada trabajador, en la cual se realizan aportaciones que se capitalizan durante el tiempo que éste continúa en su etapa laboral, y de acuerdo a sus aportaciones y rendimientos se calcula el monto de los beneficios que le serán otorgados al momento de su retiro. A diferencia de los planes de pensiones bajo un esquema de reparto, éstos son considerados un elemento importante en el fortalecimiento del ahorro interno del país ya que durante la vida laboral, existe un periodo (generalmente superior a los treinta años) en el que los fondos acumulados permanecen invertidos. Y en el mismo tenor se fortalecen los mercados de capitales, pues el ahorro es invertido por medio de las Sociedades de Inversión Especializadas en Fondos para el Retiro (SIEFORES) en instrumentos emitidos y avalados por el gobierno federal, instrumentos de renta variable, instrumentos de deuda emitidos por empresas privadas o avalados por instituciones de banca múltiple o banca de desarrollo, títulos que preserven el valor adquisitivo conforme al INPC y también acciones de otras sociedades de inversión (exceptuando las sociedades especializadas de fondos para el retiro).

Así, en este sistema de pensiones cada trabajador afiliado al IMSS realiza contribuciones definidas a una cuenta individual cuyos recursos son capitalizados. A cambio de estas aportaciones el trabajador recibirá, al momento de su retiro, invalidez, incapacidad o muerte, una pensión mensual que corresponda al monto de sus contribuciones más los intereses generados. También se considera la protección del trabajador de menores ingresos al asegurarle el derecho a que la pensión que recibirá no podrá ser menor a la mínima garantizada, la cual corresponde a un mes del salario mínimo general vigente en el Distrito Federal al primero de julio de 1997 actualizada anualmente con base en el Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC).

AFORE Las Administradoras de Fondos para el Retiro (AFORE) son entidades financieras encargadas de abrir, administrar y operar las cuentas individuales en términos de la Ley de Seguridad Social, recibiendo de los Institutos de Seguridad Social, así como de los trabajadores y patrones, las aportaciones voluntarias para con posterioridad pagar los retiros programados, los retiros parciales con cargo a las cuentas individuales y entregar los recursos a la institución de seguros que el trabajador o sus beneficiarios hayan elegido, para la contratación de rentas vitalicias o del seguro de sobrevivencia.

SIEFORE Estas son sociedades de inversión encargadas de invertir los recursos generados por las cuentas individuales que administra la AFORE, cuidando su seguridad y procurando el mayor rendimiento. Las SIEFORE se constituyen con patrimonio de las AFORE siendo administradas y operadas por éstas.

Hasta este punto se ha indicado sobre el trabajador, las cotizaciones y un fondo. Para entender en qué momento y a quién se realizan las aportaciones, se presenta el siguiente esquema.



El patrón deposita las aportaciones de los trabajadores por medio de una entidad recaudadora (IMSS, bancos) que reciben los pagos junto con el detalle de las aportaciones y los transfieren agregando su participación económica a una cuenta creada por el Banco de México a nombre del IMSS. A la par, las empresas operadoras reciben la información detallada de la entidad recaudadora, concilian las cuotas y aportaciones e identifican la AFORE que corresponde a cada trabajador. Posteriormente las empresas operadoras transmiten la información de las subcuentas y ordenan la transferencia de los recursos correspondientes, exceptuando los de la subcuenta de vivienda. La AFORE recibe los recursos y los invierte en las SIEFORES según las preferencias definidas por el trabajador. Este ciclo continua hasta que el afiliado deja de serlo al momento de su retiro laboral, optando por contratar una renta vitalicia traspasando su fondo a una compañía de seguros, o al extinguirlo con la AFORE en la modalidad de retiro programado.

1.2.2 Pensiones otorgadas por el IMSS

En el artículo 6° de la LSS, se menciona que el Seguro Social comprende dos regímenes: el obligatorio y el voluntario. Por su parte, el régimen obligatorio hace sujetos de aseguramiento a:

(art. 12 LSS)

I.-Las personas que de conformidad con los artículos 20 y 21 de la Ley Federal del Trabajo, presten, en forma permanente o eventual, a otras de carácter físico o moral o unidades económicas sin personalidad jurídica, un servicio remunerado, personal y subordinado, cualquiera que sea el acto que le dé origen y cualquiera que sea la personalidad jurídica o la naturaleza económica del patrón aun cuando éste, en virtud de alguna ley especial, esté exento del pago de contribuciones;

II.-Los socios de sociedades cooperativas, y

III.-Las personas que determine el Ejecutivo Federal a través del Decreto respectivo, bajo los términos y condiciones que señala esta Ley y los reglamentos correspondientes.

(art. 13 LSS)

Voluntariamente podrán ser sujetos de aseguramiento al régimen obligatorio:

I.- Los trabajadores en industrias familiares y los independientes, como profesionales, comerciantes en pequeño, artesanos y demás trabajadores no asalariados;

II.- Los trabajadores domésticos;

III.- Los ejidatarios, comuneros, colonos y pequeños propietarios;

IV.- Los patronos personas físicas con trabajadores asegurados a su servicio, y

V.- Los trabajadores al servicio de las administraciones públicas de la Federación, entidades federativas y municipios que estén excluidas o no comprendidas en otras leyes o decretos como sujetos de seguridad social.

Las personas que son aseguradas bajo este régimen, adquieren la cobertura ante distintos eventos. En lo que a este proyecto concierne, se prestará atención a los seguros de riesgos de trabajo, invalidez y vida, así como al seguro de retiro, cesantía en edad avanzada y vejez, que posteriormente se describen. Se descartan de este documento el seguro de enfermedades y maternidad, el seguro de guarderías y prestaciones sociales ya que el uso de estos no involucra la esperanza de vida del trabajador y que a diferencia de los seguros anteriormente mencionados es de gran importancia, pues al efectuarse, se designan cantidades monetarias que los artículos 58, 64, 141, 170, 171 de la LSS, entre otros, mencionan como prestaciones en dinero al trabajador o a sus beneficiarios en el caso de presentarse el cese de sus labores a consecuencia de incapacidad, invalidez, muerte, cesantía en edad avanzada o vejez respectivamente, y que deben cubrir en forma de renta vitalicia las compañías aseguradoras. Dicha prestación se manifiesta mediante el pago de una pensión que en el momento de realizarse convierte al trabajador en pensionado y a sus dependientes económicos que en apego a la ley reciban estos pagos en beneficiarios, por lo que resulta indispensable tomar en cuenta

los cambios demográficos en el grupo elegible para el cálculo del monto constitutivo, que es la cantidad de dinero que se requiere para contratar los seguros de renta vitalicia y de sobrevivencia con una institución de seguros.

A continuación se describen los tipos de seguros que involucran dicho monto constitutivo.

Riesgos de trabajo

(art. 42, 43 LSS)

Son los accidentes y enfermedades a que están expuestos los trabajadores en ejercicio o con motivo del trabajo. También se considerará accidente de trabajo el que se produzca al trasladarse el trabajador, directamente de su domicilio al lugar del trabajo, o de éste a aquél. Enfermedad de trabajo es todo estado patológico derivado de la acción continuada de una causa que tenga su origen o motivo en el trabajo, o en el medio en que el trabajador se vea obligado a prestar sus servicios. En todo caso, serán enfermedades de trabajo las consignadas en la Ley Federal del Trabajo.

Los riesgos de trabajo pueden producir:

I.- Incapacidad temporal. En este caso el trabajador recibirá el cien por ciento de su salario en que estuviese cotizando al momento de ocurrir el riesgo.

II.- Incapacidad permanente parcial o incapacidad permanente total. Al declararse estos dos tipos de incapacidad, el asegurado recibirá una pensión mensual definitiva equivalente al setenta por ciento del salario en que estuviere cotizando en el momento de ocurrir el riesgo. En el caso de enfermedades de trabajo, se calculará con el promedio del salario base de cotización de las cincuenta y dos últimas semanas o las que tuviere si su aseguramiento fuese por un tiempo menor para determinar el monto de la pensión.

Igualmente, el incapacitado deberá contratar un seguro de sobrevivencia para el caso de su fallecimiento, que otorgue a sus beneficiarios las pensiones y demás prestaciones económicas a que tengan derecho en los términos de la Ley del Seguro Social.

III.- Muerte. En caso de fallecimiento del pensionado a consecuencia del riesgo de trabajo, el seguro de sobrevivencia cubrirá la pensión y demás prestaciones económicas, a sus beneficiarios; si al momento de producirse el riesgo de trabajo, el asegurado hubiere cotizado cuando menos ciento cincuenta semanas, el seguro de sobrevivencia también cubrirá el fallecimiento de éste por causas distintas a riesgos de trabajo o enfermedades profesionales.

Invalidez y vida

Los riesgos contra los que protege el seguro de invalidez y vida, son los accidentes o enfermedades no profesionales a los que está expuesto el trabajador durante su vida laboral activa, los cuales le impidan desempeñar su labor. Esto es, el seguro de invalidez y vida ofrece al trabajador contar con un ingreso similar al que tenía con anterioridad (dependiendo de su nivel de invalidez), así como con la debida protección de los beneficiarios en caso

de la muerte del asegurado. Para el caso del ramo de invalidez, se protege al asegurado con una pensión equivalente al 35% del promedio de los salarios de las últimas 500 semanas de cotización, además de asignaciones familiares y ayuda asistencial. Para ello, el trabajador deberá padecer de una invalidez a causa de un accidente o enfermedad no laboral, que no le permita recibir una remuneración superior al 50% de la habitual en el último año de trabajo. Asimismo, deberá contar con un mínimo de 250 semanas de cotización (5 años), o en caso de tener un porcentaje de invalidez del 75% o más, se requieren únicamente 150 semanas de cotización (3 años).

En caso de que el inválido permanente no cumpla con el número de semanas de cotización, podrá retirar el monto de su cuenta individual en una sola exhibición.

Por su parte, el ramo de vida cubre la muerte del asegurado o del pensionado por invalidez, por causas ajenas a un riesgo de trabajo, para ello, el trabajador debe contar con un mínimo de 150 semanas cotizadas en el IMSS (3 años), o que éste se encontrara recibiendo una pensión por invalidez. Los beneficios otorgados con este seguro son:

- Pensión de viudez correspondiente al 90% de la que hubiera recibido o estuviera recibiendo el trabajador por una pensión de invalidez.
- Pensión de orfandad sencilla del 20% de la que hubiera recibido o estuviera recibiendo el trabajador, a cada uno de los hijos menores de 16 años o de 25 años si es que se encuentran estudiando.
- Pensión de orfandad doble del 30% de la que hubiera recibido o estuviera recibiendo el trabajador, a cada uno de los hijos menores de 16 años o de 25 años si es que se encuentran estudiando.

En caso de no otorgar pensión de viudez ni orfandad se entrega una pensión del 20%, de la que hubiera recibido o estuviera recibiendo el trabajador, a cada uno de los ascendientes que dependían económicamente del trabajador.

Retiro, cesantía en edad avanzada y vejez

Dejando de lado las definiciones de estos conceptos por ser muy obvias, se puede decir que el seguro de retiro no es propiamente un seguro ya que se limita a ser una aportación adicional de los patrones del 2% sobre el salario base de cotización para incrementar los montos del retiro de la vida productiva del trabajador cuando se pensionen en algunos de los otros ramos de seguro.

Respecto al seguro de cesantía en edad avanzada, se dice que éste protege al asegurado cuando queda privado de trabajos remunerados a partir de los sesenta años de edad garantizando una pensión. En el caso del seguro de vejez, se requiere que el asegurado haya cumplido sesenta y cinco años de edad y tenga reconocidas, al igual que en el ramo de cesantía, un mínimo de 1,250 semanas de cotización al término de su vida laboral (60-65 años), para garantizar un cierto nivel de ingresos a través de una pensión de acuerdo al monto acumulado en la cuenta individual del trabajador y asegurar a los beneficiarios por la muerte del pensionado, además de asignaciones familiares y ayuda asistencial otorgada por el IMSS.

Los asegurados que reúnan los requisitos mencionados en esta sección podrán disponer de su cuenta individual con el objeto de disfrutar de una pensión de cesantía en edad avanzada. Para tal propósito podrá optar por alguna de las alternativas siguientes:

(art. 157 LSS)

I.- Contratar con la institución de seguros de su elección una renta vitalicia,

II.- Mantener el saldo de su cuenta individual en una Administradora de Fondos para el Retiro y efectuar con cargo a éste, retiros programados. El asegurado que opte por la alternativa prevista en el inciso II podrá, en cualquier momento, contratar una renta vitalicia de acuerdo a lo dispuesto en el inciso I. El asegurado no podrá optar por la alternativa señalada si la renta mensual vitalicia a convenirse fuera inferior a la pensión garantizada.

Las AFORES, como se ha mencionado, son las encargadas de administrar las cuentas individuales a favor de los afiliados al IMSS conforme a lo dispuesto en la Ley de Seguridad Social, bajo la supervisión de la Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro (CON SAR). Las instituciones de seguros encargadas exclusivamente de realizar el pago y administración de las pensiones provenientes de los tres seguros antes mencionados, son regidas por la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros (LGISMS), y supervisadas por la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF).

1.3 Pensiones privadas

Las políticas de pensiones tienen como eje fundamental el ofrecer protección a la población en edad avanzada o impedida para trabajar. El método consiste en el ahorro monetario durante el periodo activo, para gastarlo en el futuro. En este proceso se utilizan productos financieros para la distribución de los recursos acumulados, por lo que las empresas de servicios financieros, se ven en constante crecimiento al ofrecer servicios financieros a un gran número de individuos. En este punto cabe señalar que no siempre son clientes individuales los que requieren de otro ente para el manejo de sus recursos; en ocasiones son empleadores y sindicatos quienes actúan como *agregadores de demanda*; estos establecen planes para el ahorro, que una vez institucionalizados se determinan como un *plan de pensión privado*.

El sentido que tiene destinar un espacio en este trabajo a la estructura que tiene un plan privado de pensiones, nos conduce a hacer mención de tres pilares en la política que se maneja en el mercado de pensiones (Valdés Prieto, 2002):

- *Primer pilar. Está formado por todos los programas con financiamiento obtenido por el Estado cuyo objetivo es redistribuir ingreso hacia los ancianos pobres.*
- *Segundo pilar. Conjunto de programas que intenta aliviar la imprevisión, forzando a los trabajadores cubiertos por el plan a destinar una parte de su ingreso laboral a adquirir ahorros y seguros para la vejez.*
- *Conjunto de programas que intentan aliviar la imprevisión ofreciendo incentivos fiscales (extensiones tributarias o subsidios) a los individuos que adquieran voluntariamente*

ahorros y seguros para la vejez, siempre que esos incentivos fiscales que los ofrecidos al ahorro con fines generales distintos de cubrir la vejez.

En el primer y tercer pilar, la política de pensiones requiere plenamente de la participación del Estado en la construcción de planes de pensiones. Actualmente las medidas en general de la política de ahorro que se sigue en el país, en materia de seguridad social, se ubica en el segundo pilar. Asimismo muchas empresas (empleadores) ofrecen planes de pensiones privados como medida de deducción fiscal. Por su parte, los empleados son cubiertos por la seguridad social y por el mismo plan. La forma en que se unifican ambos planes, privado y el de la seguridad social, es mediante tres tipos de métodos llamados de integración: método de deducción, método de adición y método de exclusión. Dicho modo de unificar los beneficios, sirve como apoyo al Estado y como un beneficio adicional a los trabajadores, pues el monto constitutivo al retiro se compondrá de los beneficios de ambos planes.

La construcción de un plan privado de pensiones contiene cinco etapas principalmente:

1. Diseño. En esta etapa se definen las políticas de la empresa con respecto a la separación del personal: grupo elegible, requisitos de elegibilidad, servicio pensionables, salario pensionable, monto de beneficio, fechas y condiciones de retiro, formas y condiciones de pago, beneficio adicionales y finalmente financiamiento.
2. Valuación. Se determinan los costos derivados del plan de pensiones.
3. Implementación. Se elaboran los documentos y formas que regirán la forma de operación del plan.
4. Comunicación. Esta etapa señala el proceso de términos y usos del plan privado de pensiones dentro de la empresa.
5. Administración. En esta etapa se verifica el cumplimiento de objetivos y se realizan los trámites de jubilación.

Cabe señalar que los planes privados de pensiones en México, por lo regular utilizan para su financiamiento el método de crédito unitario proyectado y se complementan con los beneficios que otorga la seguridad social mediante el método de adición.

Capítulo 2

Fuentes de información demográfica y procesamiento

2.1 Importancia del análisis a la experiencia demográfica

Los cambios demográficos que una población tiene en el transcurso del tiempo, se pueden registrar para facilitar el estudio de los fenómenos de interés relacionados con dichos movimientos. En lo que a este proyecto concierne, el grupo de interés es el de las personas que reciben la cobertura de alguno de los seguros descritos anteriormente otorgados por la Seguridad Social en México, y los registros que se tomarán en cuenta, son los que muestran las defunciones ocurridas y expuestos en el periodo 1997 - 2007 como experiencia mexicana en el sector asegurador en el ramo de Pensiones, buscando construir tablas (experiencia demográfica) lo más cercanas a la ocurrencia real y compararlas contra las tablas hoy en día utilizadas para el cálculo del monto constitutivo.

Como se explica con la siguiente gráfica extraída del informe financiero y actuarial al 31 de diciembre de 2004 publicado por el IMSS:

“...las sumas aseguradas a cargo del IMSS dependen de una gran cantidad de factores, que a su vez influyen en los resultados de las valuaciones actuariales. En igualdad de circunstancias, mientras mayores sean los montos constitutivos (como consecuencia de modificaciones en las variables involucradas en su cálculo, como son la disminución de la tasa de interés técnico para la determinación de la prima y de la reserva matemática, o el aumento tanto de los márgenes de seguridad para desviaciones en la siniestralidad como del porcentaje cargado por las aseguradoras por concepto de administración o adquisición de las rentas vitalicias), mayor será el costo para el IMSS de otorgar una pensión definitiva. De la misma forma, mientras menores sean los montos acumulados en la cuenta individual del trabajador (porque aumentan las comisiones de las AFORE, bajan los rendimientos, o se acumulan pocos recursos en la subcuenta de 82 vivienda), mayores serán también los costos para el IMSS de una pensión definitiva, ya que éste

debe cubrir la diferencia entre el saldo en la cuenta individual y el monto constitutivo que se debe alcanzar para hacer frente a la pensión a la cual tiene derecho el trabajador. Lo anterior sin dejar de considerar que, como ya se mencionó, corresponde al Gobierno Federal pagar la diferencia en la suma asegurada que se deberá entregar a las aseguradoras para garantizar una pensión mínima (PMG). Lo anterior sólo destaca que el desempeño de las AFORE y el INFONAVIT pueden afectar la viabilidad financiera del Instituto y, a través del costo fiscal por las PMG, también impactar adversamente las finanzas del Gobierno Federal.”

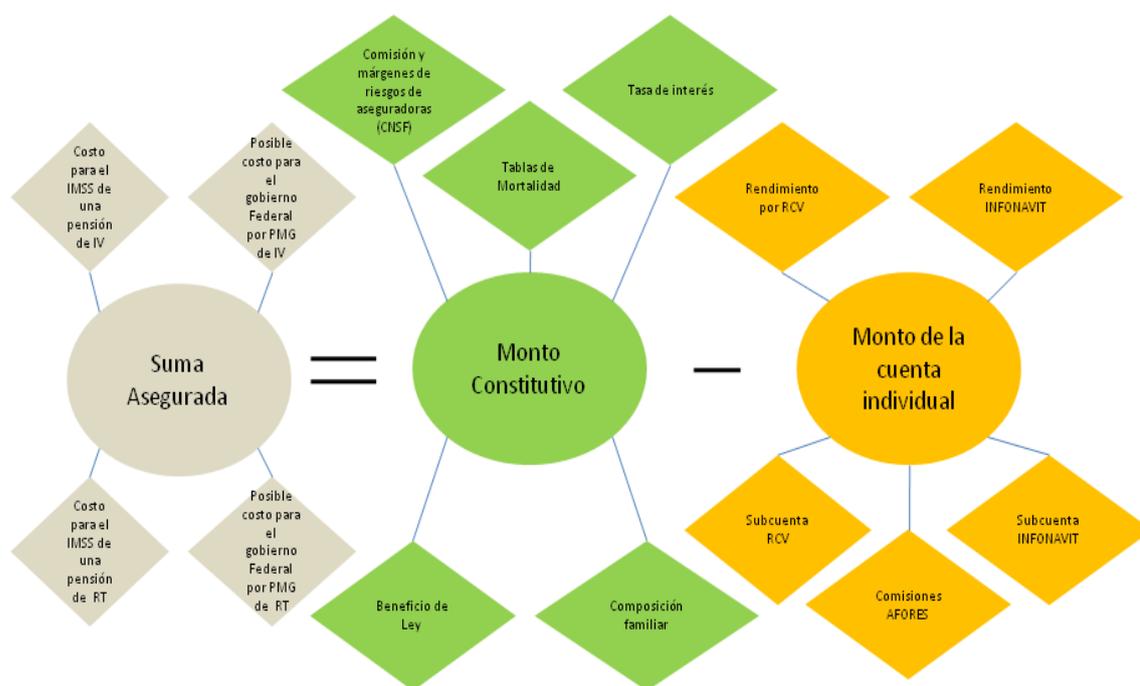


Figura 2.1: Elementos que inciden en los Costos del Pago de una Suma Asegurada

Las tablas de experiencia demográfica están recargadas como medida de protección financiera para las compañías aseguradoras; es decir, las tablas utilizadas relacionan el número de sobrevivientes de una determinada edad x , con la probabilidad de muerte “disminuida”, hecho que repercute en considerar un periodo de tiempo más largo de las personas que siguen viviendo a edad $x+n$ años. Esta particularidad la manifiesta el Instituto del Mexicano del Seguro Social en desacuerdo, pues dicen “considerar un grupo pensionable incrementado incurre en un pasivo mayor en las subcuentas del IMSS”. Dado que la capacidad que un ente económico posee para cubrir sus obligaciones, manifiesta la solvencia económica que tiene para dicho fin a un determinado tiempo; el concepto de suficiencia representa lo basto que puede ser un recurso en relación a la cobertura que se debe tener para evitar un daño cuantificable hacia sí mismo. En relación a las tablas de mortalidad que se desean construir, éstas deben presentar el ajuste necesario para eliminar, uno de los factores que constituyen el monto constitutivo; la sobre carga innecesaria que repercute en la insuficiencia monetaria del IMSS para solventar las pensiones otorgadas por la seguridad social. De ahí la importancia de adecuar las tablas “sobradas” que utiliza el sector asegurador de acuerdo con la CNSF

para la valuación del monto constitutivo, para establecer la prima de riesgo que la compañía de seguros cobrará en el momento de contratar una renta vitalicia y de sobrevivencia (*LSS art. 159, frac. VII*) evitando poner en tela de juicio la aportación que el IMSS realiza para su constitución.

2.2 Tablas de mortalidad

La tabla de mortalidad es una función biométrica cuya expresión muestra la relación que hay entre un conjunto de individuos y la persistencia biológica de este conjunto, midiendo la supervivencia o mortalidad de la población en estudio. Dicha población es cerrada ya que sólo se admiten salidas de individuos del grupo original en cada ejercicio y en este caso se tomarán los ejercicios 1997 a 2007.

Así, una tabla de mortalidad es el conjunto de funciones biométricas que explican la tasa bruta o razón de fallecimientos de una población. En este contexto, es inútil emplear encuestas y censos poblacionales porque en ellos es considerado como conjunto, a la población en general; sin embargo, nuestro interés se ubica en la población en condiciones de contratar un seguro de vida. Por lo que la información que se utiliza, es la que periódicamente envían las compañías aseguradoras a la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas referente al número de pólizas emitidas y al número de siniestros ocurridos por edad, en años recientes, ya que es probable que de esta información surjan cambios observables de valores en las estructuras poblacionales del grupo de interés. Debido a que la última estructura (tablas de mortalidad) fue creada con la información anterior al año 1997 tal vez ya no describan de manera consistente las tasas de fallecimiento al día de hoy. Se deben considerar los cambios demográficos de los últimos años ya que impiden una construcción permanente (es decir, para cualquier periodo futuro) de indicadores de mortalidad.

2.2.1 Procedimiento para la construcción de tablas de mortalidad adecuadas para el sector asegurador

El procedimiento a seguir en la construcción de tablas de mortalidad requiere de tres grandes pasos. Primeramente se recopila la información necesaria para cuantificar la ocurrencia de muertes entre el grupo de asegurados en el país. Ésta consta de las pólizas emitidas por cada compañía aseguradora en el ramo de Pensiones derivadas de la seguridad social, de 1997 al año 2007. Posteriormente se analizan estos datos, para ello existen diferentes formas de proceder, por ejemplo, clasificando la información por antigüedad, sexo, tabaquismo (si fuera el caso), compañía y las más importantes por edad y año.

Como segundo paso, se crea una base de datos con la información por edad de los asegurados por año, posterior a 1997 e incluyendo este año, asumiendo que se deben descartar o ajustar los datos que muestren irregularidades en la ocurrencia real de los siniestros, como información proporcionada por compañías relativamente pequeñas o que en apariencia presenten incongruencias en sus reportes. Al mismo tiempo que se realiza esta operación, se van agregando los datos a una base “general” que cuenta con toda la información, año con año. Como apoyo fundamental, sirve una gráfica construida en el eje adyacente, por las

edades de los asegurados y en el eje de las ordenadas la tasa bruta de siniestralidad (2.1), es decir, la relación de siniestros entre los expuestos de las pólizas emitidas que se había mencionado en principio, ya que al efectuar la relación: siniestralidad como casos favorables (eventos de nuestro interés), entre expuestos como casos totales (incluyendo los fallecimientos que también formaron parte de los expuestos), se obtiene una tasa que refleja un primer acercamiento a una tasa de mortalidad (ajustada en caso de colocar en esta nube de datos una línea de tendencia).

$$TBM = \frac{\textit{fallecimientos}}{\textit{expuestos}} \quad (2.1)$$

El tercer paso involucra esta última gráfica que se obtiene, ya que en ella se interpretan las tasas de siniestralidad de interés pero en forma global; sin embargo, el objetivo se enfoca en obtener un modelo de predicción adecuado, por lo que es preciso realizar un ajuste a esta gráfica mediante un proceso de regresión.

A partir de este punto, se podría pensar en la labor intermedia para hacer posteriormente la comparación contra las tablas de mortalidad establecidas en la actualidad y que a continuación se presentan.

2.3 Uso de las tablas de mortalidad activos e inactivos

Enseguida se hace mención de las tablas de mortalidad EMSSAH(M)-97, EMSSIH(M)-97 y EISS-97 (H y M) que son parte de las bases técnicas a considerar en la determinación de reservas, prima neta de riesgo y monto constitutivo para las pensiones derivadas de la seguridad social.

La valuación actuarial de seguros de pensiones derivados de las leyes de seguridad social toman, entre varios supuestos, las experiencias demográficas de mortalidad e invalidez 1997 de la circular S-22.3, emitidas por la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF) para la estimación de la prima neta de riesgo y de los niveles de reserva para hacer frente a las obligaciones que por Ley le corresponden cubrir a estos seguros. Estas experiencias se muestran en tablas, agrupando la información en dos columnas, las edades de la población y la probabilidad de muerte de una persona con la edad correspondiente hasta el momento de la valuación.

Con esta información se calcula el Monto Constitutivo del pensionado y/o de cada uno de los beneficiarios, que está formado por la prima neta, adicionando un margen de seguridad para prever desviaciones en la siniestralidad y un recargo para gastos de adquisición y administración. La prima neta es la parte del monto constitutivo que está destinada específicamente al cumplimiento de las obligaciones por concepto de pagos de pensiones.

De acuerdo con lo anterior y apegándose a lo señalado en la Circular S-22.3 que emite la CNSF (pág. 44).

“...el monto constitutivo está formado de la siguiente manera:

$$MC_{U(0)} = PN_{U(0)}(1 + \alpha + \beta)$$

Donde: $MC_{U(0)}$ es el monto constitutivo, $PN_{U(0)}$ es la prima neta, α es el recargo por margen de seguridad y β es el recargo por concepto de gastos. Donde $U(0)$ representa el estatus a la fecha de inicio de derechos, formado por los diferentes tipos de riesgos considerados en la Ley del Seguro Social, para cada uno de los miembros que integran el grupo familiar del pensionado en ese momento.

La prima neta será determinada utilizando las bases demográficas de mortalidad y morbilidad, la tasa actual de interés técnico que se dan a conocer en la presente circular, así como el Índice Nacional de Precios al Consumidor que publique el Banco de México”

Las bases demográficas que menciona esta circular son las que muestran la Experiencia Mexicana de Mortalidad de Activos (EMSSA) y la Experiencia de Mortalidad de inválidos de la Seguridad Social (EMSSI). Pensando en lo anterior, es oportuno plantear una comparación de cantidades en relación a las hipótesis actuariales empleadas actualmente y los resultados de este proyecto, por lo que al finalizar éste, se dedica una sección al cálculo de montos constitutivos hipotéticos empleando las experiencias demográficas que se han mencionado y las nuevas propuestas, variando únicamente las tablas de mortalidad. Otro factor de no menos importancia que involucra el uso de la experiencia demográfica, es la labor que realiza la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas como institución reguladora para las compañías que operan en el sector asegurador.

Tomando el sistema pensionario como una medida que proporciona un tipo de seguro para los trabajadores, la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros establece las medidas de exploración de operaciones de cada una de las compañías aseguradoras durante un periodo, en lo que refiere a las reglas para operar los seguros de pensiones derivados de las Leyes de Seguridad Social, las instituciones de seguros autorizadas deben especificar las tablas utilizadas de un catálogo de seis tablas (Circular S-22.5, CNSF, pág. 40) al proporcionar una renta vitalicia “. . . para cada una de las pólizas que se hayan estado en vigor o rehabilitadas del primero de enero a la fecha de reporte, independientemente de que la póliza no se encuentre en vigor en esta última fecha. Para los hijos o huérfanos del titular de la pensión, deberán capturarse las tablas correspondientes a la probabilidad de invalidarse, a la mortalidad de no inválidos y a la mortalidad de inválidos”. La utilidad de dichas tablas se describe en seguida y se muestran en el apéndice correspondiente.

EMSSAH(M)-97 Esta tabla refiere a la Experiencia Demográfica de Mortalidad para Activos que debe ser aplicada para reflejar las tasas de mortalidad de asegurados no inválidos, del sexo masculino y femenino respectivamente (ver apéndice B.1).

EMSSIH(M)-97 La Experiencia Demográfica de mortalidad para inválidos debe ser aplicada para reflejar las tasas de mortalidad de asegurados inválidos de sexo masculino y femenino respectivamente (ver apéndice B.2).

EISS-97 La tabla muestra la Experiencia Demográfica de Invalidez que se aplica para reflejar las tasas de invalidez de los asegurados si distinción de sexo (ver apéndice B.3).

La construcción de una tabla que mida la probabilidad que tiene un individuo de sufrir un evento que le defina como incapacitado para realizar sus actividades laborales requiere de otro universo ajeno al que se utiliza en la construcción de los modelos que se presentan en este proyecto por lo que se excluye la construcción de esta última tabla, así como la actualización periódica de la información, debido a que ninguna población es estática.

2.4 Definición de variables

Para construir las tablas de mortalidad se utilizó la información publicada en el anuario y los cuadros estadísticos de la página de internet de la CNSF referente a las pólizas emitidas del mercado en el periodo 1997-2007 desglosada por año. Esta información aparece capturada en bases de datos en correspondencia a las variables señaladas en la circular 22.5 de la CNSF para la captura de la información referente a los seguros de pensiones. Dicha información fue validada por la misma Comisión consolidando la información en cuadros estadísticos que son de utilidad para este proyecto, cuyos campos se listan enseguida y como ejemplo, en el apéndice C se muestra una sección de la base de datos correspondiente al año 2007.

AÑO. Corresponde a la fecha de reporte. Se utilizan los registros del año 1997 al año 2007.

TIPO DE PENSIÓN. Se determina si los beneficios otorgados son cubiertos por una pensión de incapacidad total, incapacidad parcial, invalidez, cesantía en edad avanzada, vejez o retiro, a la fecha de reporte del pensionado principal o por un Seguro de Sobrevivencia a partir del fallecimiento de éste.

GRUPO FAMILIAR. Se identifica al integrante del grupo familiar a quien corresponde el registro.

NÚMERO DE SEGURO SOCIAL. Se identifica el número de Seguridad Social del titular de la pensión, de cada una de las pólizas que hayan estado en vigor o rehabilitadas durante el periodo a la fecha de reporte.

FECHA DE NACIMIENTO. Se especifica la fecha de nacimiento del titular de la pensión y de cada uno de los beneficiarios lo que permite clasificar la información por edad.

SEXO. Se identifica el sexo del titular de la pensión y de cada uno de los beneficiarios.

FECHA DE INVALIDEZ O INCAPACIDAD. Se reporta la fecha en que ocurrió la incapacidad o la invalidez de quien tiene derecho a la pensión.

FECHA DE MUERTE. Se reporta la fecha en que en que ocurrió el deceso del titular de la pensión y/o de cada uno de los beneficiarios.

CAUSA DE BAJA. Se especifica si la causa de baja del titular y/o los beneficiarios, fue por muerte, nuevas nupcias, divorcio, dejar de estudiar, etc. para las pólizas que hayan estado en vigor o rehabilitadas.

ESTATUS DE LA PÓLIZA. Se reporta la situación en que se encuentra la póliza (en

vigor, expirada, cancelada o rehabilitada) a la fecha de reporte.

EXPERIENCIA DEMOGRÁFICA. En este campo se especifican las tablas utilizadas para el cálculo del monto constitutivo del pensionado principal y/o los beneficiarios.

2.5 Validación de la información

Para seleccionar la información se considera el año de reporte eliminando los registros que no refieren al campo *año* según la tabla que se analiza ya que se observó que estos registros también aparecen en la tabla que les corresponde lo que ocasiona una duplicación.

Posteriormente se crea una tabla general, la cual contiene todos los campos que se han descrito en la sección anterior y se deposita la información de las tablas originales. En este punto el programa ² ejecuta subrutinas por campo para normalizar los datos y eliminar inconsistencias en la información siguiendo los siguientes criterios.

Tipo de pensión El tipo de pensión se compone de seis dígitos ubicados en los campos *cve_siif* y *cve_inc* ³. Por la estructura del campo *cve_inc* que admite caracteres del conjunto [010, 020, . . . , 130] es posible encontrar en él claves que carecen del cero a la izquierda o a la derecha. Otra situación se presenta en las claves del campo *cve_siif* que pudieron presentar falta de algún dígito. Para solucionar ambas situaciones se aplicaron criterios dependiendo de la posibilidad de que una clave errada representara otra en correspondencia con el campo adjunto *cve_siif* o *cve_inc* según fuera el caso. Por ejemplo si el valor numérico de *cve_inc* era igual a 10, los dígitos que posiblemente se debieron depositar en ese registro son 100 ó 010 y para saberlo se condicionó en la subrutina de la siguiente forma:

Si el valor de *cve_siif* = 321 reemplaza *cve_inc* con 010

Si el valor de *cve_siif* = 341 reemplaza *cve_inc* con 100

No se presenta el resto de los criterios de validación para estos campos, sólo se presenta uno como ejemplo. Por otro lado, los registros con alguna combinación que no se indica en la circular S-22.5 se eliminaron de la base de datos.

Grupo familiar Se identifican cinco grupos en este campo: 01 titular, 02 cónyuge, 03 orfandad parcial, 04 orfandad total y 05 ascendencia. En cada caso se evaluó el valor numérico desde 1 hasta 5 y se colocó un cero a la izquierda.

Fecha de muerte La fecha de muerte tiene el formato año/mes/día, por lo que si algún registro presenta una fecha anterior a 18650101, la serie de caracteres se reemplazó por "00000000".

²El procesamiento de las bases de datos se realizó mediante programación en Visual FoxPro, permitiendo agrupar los datos con precisión.

³Las claves y combinaciones de los campos se muestran en la circular S-22.5

Fecha de nacimiento En el caso de la fecha de nacimiento se eliminaron los registros con una fecha anterior a 18500101.

Causa de baja En este campo se permiten dos caracteres alfanuméricos por lo que para valores menores de diez se agregó un cero a la izquierda en caso de que no lo tuvieran (01, 02, ..., 09).

Estatus de la póliza Sólo se permiten valores alfanuméricos, de modo que otro tipo de dato fue convertido a este formato.

Experiencia demográfica Para este campo se verifica que el dato alfanumérico se encuentre entre 01 y 06 con este formato; en caso contrario se asignó el correcto.

2.6 Selección de la información

Al relacionar los siniestros con el número de pólizas se toma en cuenta la estructura de las estadísticas ofrecidas por la CNSF. Dicha información se clasificó por año (ejercicio) desde 1997 a 2007, registrando los datos de las personas pensionadas en México cuyos recursos son administrados por alguna compañía de seguros. Cada base de datos que fue conformada a través de los cuadros publicados por la CNSF, contiene la información de los expuestos durante ese periodo y anteriores; que en el ejercicio se encuentran en vigor. Cada registro cuenta con un número que corresponde al titular de la pensión y beneficiarios, también posee información relacionada con las características del pensionado, como el tipo de pensión que recibe, fecha de nacimiento, fecha de muerte o causa de baja; es decir, información de las variables anteriormente descritas. Posteriormente se calcula la edad de muerte tomando como dato principal el registro de la fecha de muerte si es el caso; de otro modo la edad de muerte equivale a cero y se calcula la edad que posee el individuo con la de la fecha de nacimiento y el año del registro. En este paso se eliminan de la base de datos los individuos con edades inferiores a 14 años.

El proceso general se divide en dos, una parte para las personas activas (no inválidas) y otra para las personas inválidas. Del primer conjunto también se considera el lugar que ocupa un beneficiario en su grupo familiar por lo que los datos se cruzan por edad y año de reporte de la póliza que corresponde al cierre del ejercicio de que se trata. En el caso de los no activos no existe el análisis por grupo familiar.

Se presta atención especial a los datos registrados con algún carácter en los campos causa y fecha de baja pues la Circular S-22.5 muestra que la causa de baja o cese del pago de una pensión puede ser ocasionado por situaciones ajenas a la muerte del individuo tales como nuevas nupcias o entrar en concubinato por parte del viudo(a); divorcio del cónyuge; edad máxima cumplida, dejar de estudiar o ser sujeto de régimen obligatorio por parte de los hijos; cambio de renta vitalicia a seguro de sobrevivencia de cualquier beneficiario, o finalmente por un pago indebido. Con la misma consideración se analiza la condición en que se encuentra cada registro, es decir si la póliza en cuestión se encuentra en vigor o no,

para ello se verifica que el estatus de las pólizas en caso de cancelación o que hayan expirado sea a consecuencia de la muerte del individuo para contar como registro válido. Nótese la diferencia entre la causa de baja y el estatus de la póliza. Para los fines de este estudio, el número de expuestos de interés está dado por los registros en su totalidad menos las pólizas canceladas y expiradas por una situación diferente a la muerte del individuo; si no se realizara este filtro se consideraría a personas (expuestos) que no morirán en ningún momento, es decir se tendría un universo con elementos innecesarios. Por otro lado, considerar la causa de baja permite definir el número de siniestros únicamente por muerte.

En el caso de los siniestros ocurridos se reconocen los registros con la fecha de muerte específica de este modo se obtienen los datos por edad de la persona al momento de su muerte por año y sexo. Es preciso señalar que la información tanto del número de pólizas como de siniestros de los no inválidos se clasifican por grupo familiar, es decir considerando si cada registro corresponde al titular, cónyuge, hijo o ascendiente cuyos observaciones se señalan en la sección siguiente.

En el caso de la información correspondiente a las personas inválidas se filtran de la base original los registros de los hombres y las mujeres mediante la clave que identifica el tipo de pensión que recibe el individuo, es decir, pensiones otorgadas por riesgos de trabajo e invalidez. Siguiendo este criterio de selección sólo se considera al titular de la póliza (grupo familiar "01").

Cabe señalar que cada registro corresponde de manera unívoca a un individuo y que una misma póliza en vigor ampara el pago de un conjunto de personas, por lo que el total de pólizas emitidas no corresponde al total de personas, sin embargo en este proyecto se utiliza la relación siniestros-pólizas tomando en cuenta que los expuestos representan una póliza independiente aunque este hecho no ocurra necesariamente.

Capítulo 3

Análisis de la información

3.1 Análisis de hombres y mujeres activos

En esta sección se emplean únicamente los registros de los hombres y mujeres cuya condición laboral se reconoce como activa. Para poder identificar el comportamiento de ambos grupos se presentan los datos analizados por número de pólizas y siniestros ocurridos. Con base en estos datos es posible elaborar la *TBM* que se menciona en capítulos anteriores; posteriormente se agrupan las tasas por periodo y por grupo familiar para realizar un análisis de su comportamiento a través del tiempo y que refleje la mortalidad de determinados miembros de la familia, pues cada uno es un factor indispensable en el pago de una pensión.

3.1.1 Pólizas y siniestros

En cuanto a la agrupación de las personas no inválidas se obtuvieron 2,020,266 registros de personas (titulares y beneficiarios) que reciben un tipo de pensión ajena a la otorgada por invalidez o incapacidad por riesgos de trabajo. De la cifra anterior 1,146,277 son mujeres y 873,989 registros corresponden a hombres (Tabla 3.1).

La selección de expuestos o en su caso de siniestros excluyó a los registros dados de baja ajenos a la muerte del individuo. De modo que de 3,850 pólizas en esta situación de causa de baja 1,851 se consideraron como registros por muerte del asegurado. La distribución que se presentó entre hombres y mujeres se muestra en la Tabla 3.1 donde también se observa que el número de expuestos se incrementó considerablemente de 1995 a 2001 superando los cien mil expuestos para los siguientes años.

3.1. Análisis de hombres y mujeres activos

HOMBRES		Estatus de la póliza				MUJERES		Estatus de la póliza			
Año	Expuestos	Expiradas por muerte	Canceladas por muerte	Expiradas	Canceladas	Año	Expuestos	Expiradas por muerte	Canceladas por muerte	Expiradas	Canceladas
1997	2,742	0	0	0	0	1997	4,198	0	0	0	0
1998	18,329	5	27	6	37	1998	26,993	2	1	2	2
1999	35,497	124	96	201	148	1999	50,532	27	3	318	3
2000	54,696	35	51	63	101	2000	78,008	3	5	7	15
2001	74,395	19	54	82	81	2001	104,969	3	21	21	37
2002	96,404	48	85	153	162	2002	131,408	17	18	40	28
2003	100,369	43	66	139	135	2003	133,176	18	15	40	35
2004	108,662	42	73	204	155	2004	140,665	20	21	73	40
2005	118,545	42	80	272	168	2005	150,161	21	19	71	46
2006	129,475	192	69	334	142	2006	159,849	55	18	118	36
2007	136,482	245	69	275	214	2007	167,033	78	21	88	81
Subtotal	875,596	795	670	1,729	1,343	subtotal	1,146,992	244	142	778	323
Total	873,989					Total	1,146,277				

FUENTE: CNSF, Bases de datos 1997- 2007

Tabla 3.1: Pólizas canceladas y expiradas

En lo que respecta a los siniestros ocurridos en los once años referidos, se observó un número mayor de muertes ocurridas en el grupo de los hombres (286,228) que en el grupo de las mujeres (32,550); dicho incremento es observable en las Gráficas 3.1. Sin considerar que el número de expuestos del primer género es inferior al de las mujeres, obviamente existe una mayor siniestralidad en el grupo de hombres que en el de mujeres. Este hecho se ve con mayor claridad si se toma en cuenta la información por años, por ejemplo el año 2007, donde la tasa bruta de siniestralidad ⁴ para los hombres fue de 0.43 y para las mujeres de 0.04.

⁴Se considera la relación de proporcionalidad en un rango de 0 - 1 ya que el número de fallecimientos nunca es mayor que el de expuestos por razones obvias.

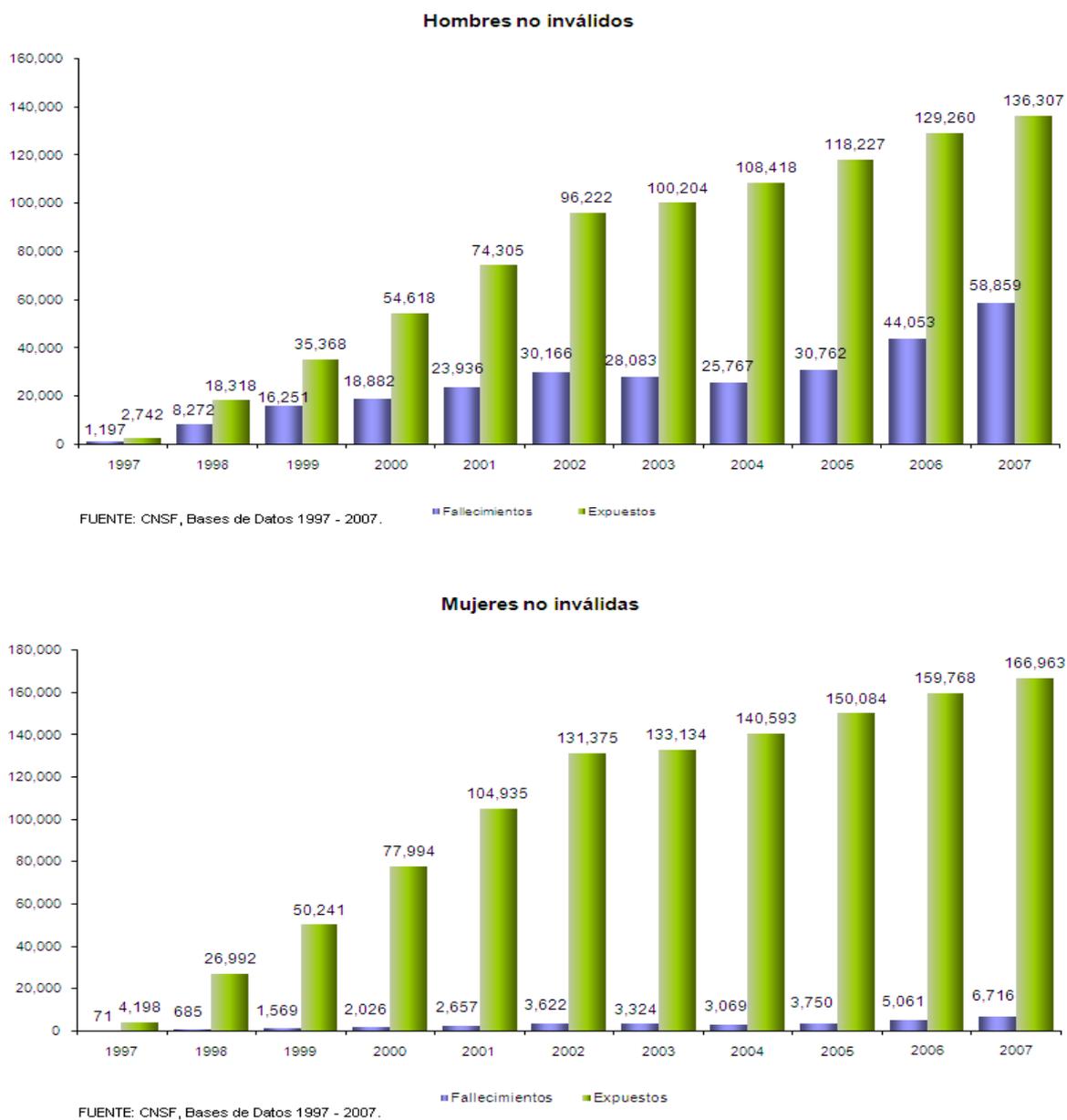


Figura 3.1: Expuestos y fallecimientos por año

3.1.2 Análisis por edad y año

El análisis de los datos por año permite desagregar la información para observar el comportamiento del grupo en un periodo específico. A continuación se observa el desarrollo del grupo de los hombres (Figs. 3.2, 3.3), en éste se muestra una concavidad similar en cada ejercicio aunque a partir del año 2002 la incidencia entre las edades cercanas a los 27 años es mucho mayor que en el resto de las edades. Por otro lado, la mayor parte de puntos en las gráficas de los años 2000-2004 se refieren a tasas inferiores a 0.6 disminuyendo considerablemente para las edades mayores. Para el año 2007 la tasa bruta de siniestralidad para edades 25, 26 y 27 años es cercana a 0.8.

En cuanto a la siniestralidad que presentan los expuestos por año del sexo femenino (Figs. 3.4, 3.5) se aglutina una serie de puntos por debajo de 0.07 en 1997. Este fenómeno indica un numero pequeño de muertes (71) en comparación con los expuestos (4,198) en el mismo año.

En conjunto, todas las gráficas por año y edad para las mujeres no inválidas presentan el mismo patrón; un ligero borde en el segundo decenio de vida con tasas que oscilan alrededor de 0.1, un decremento uniforme para los años siguientes y un incremento en las tasas de edades terminales con presencia de puntos lejanos arriba del resto. Se presentan un par de puntos atípicos en los años 1999 y 2000. Para los años 2006 y 2007 se observa una mayor siniestralidad con 5,061 fallecidos por 159,768 expuestos y 6,716 fallecimientos por 166,963 expuestos respectivamente.

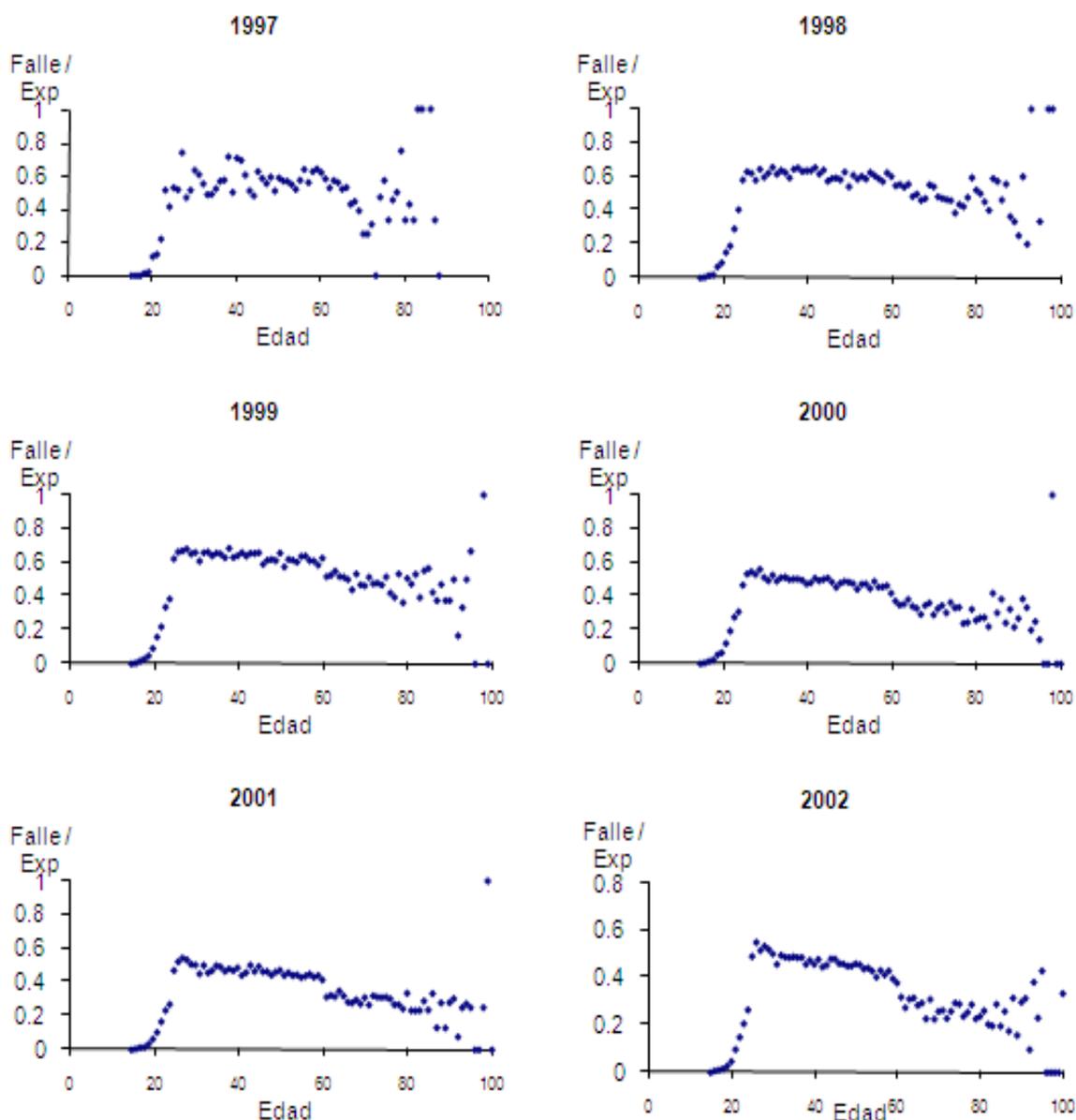


Figura 3.2: Tasas brutas de mortalidad por año para hombres activos 1997-2002

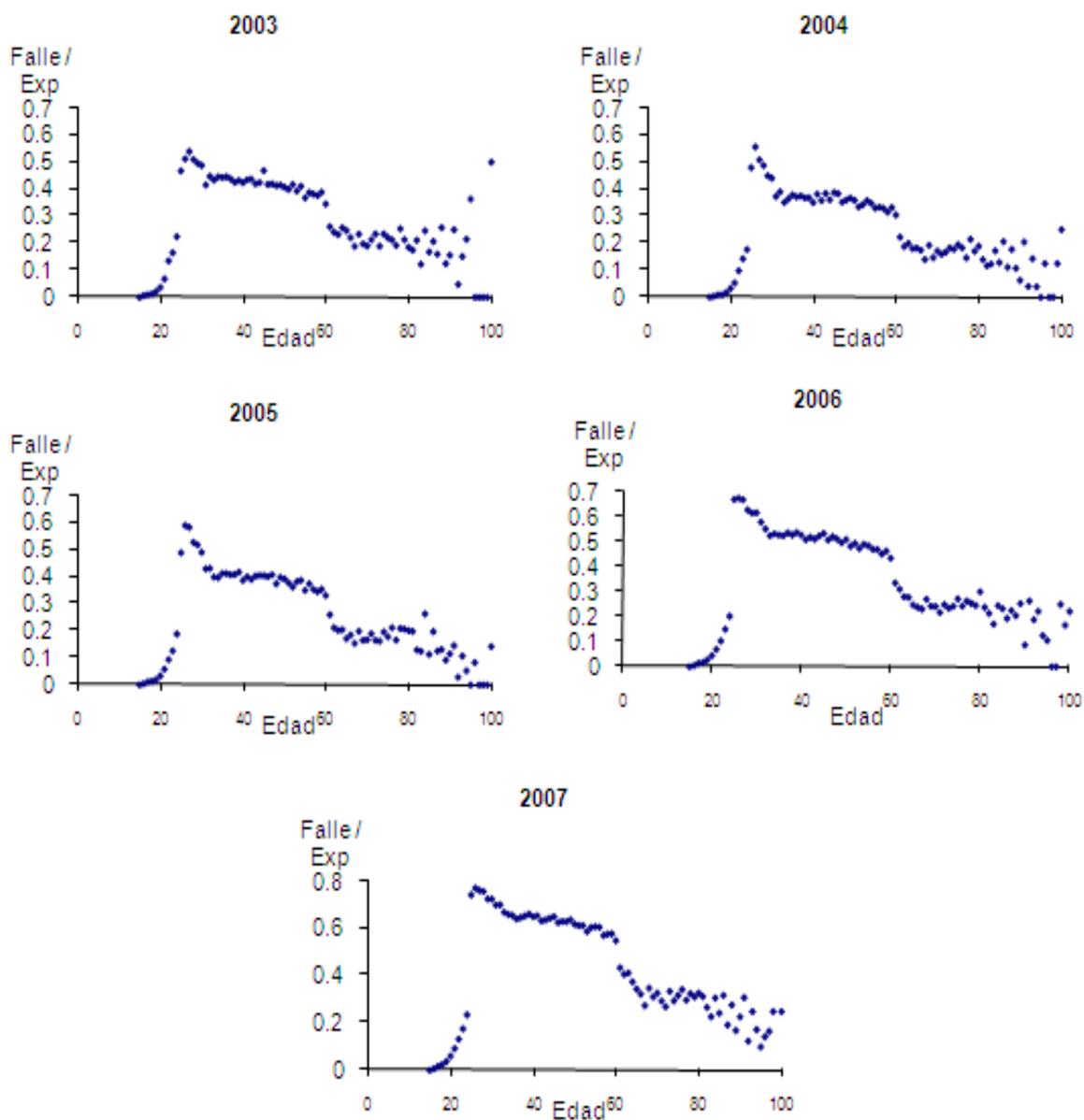


Figura 3.3: Tasas brutas de mortalidad por año para hombres activos 2003-2007

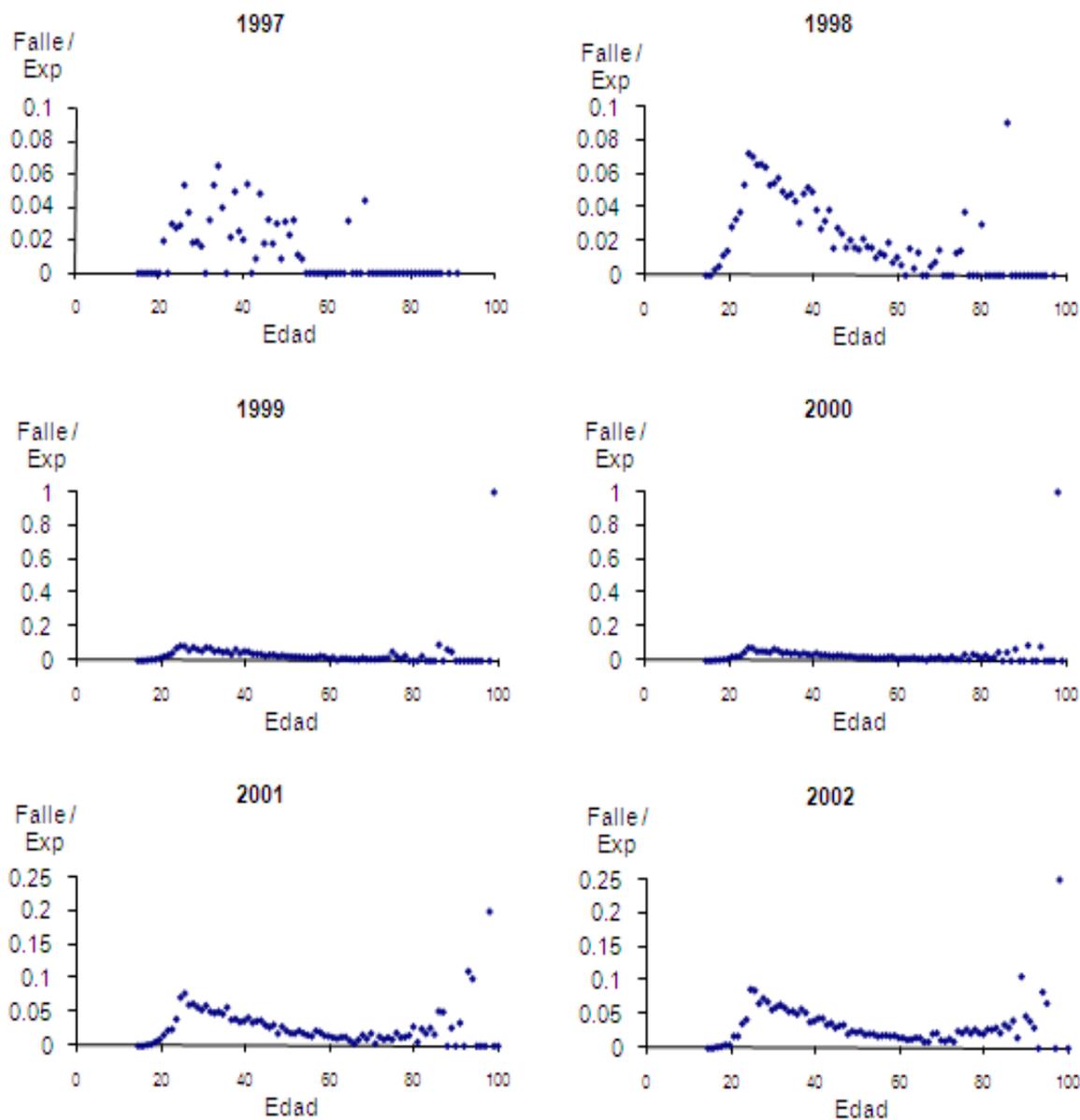


Figura 3.4: Tasas brutas de mortalidad por año para mujeres activas 1997-2002

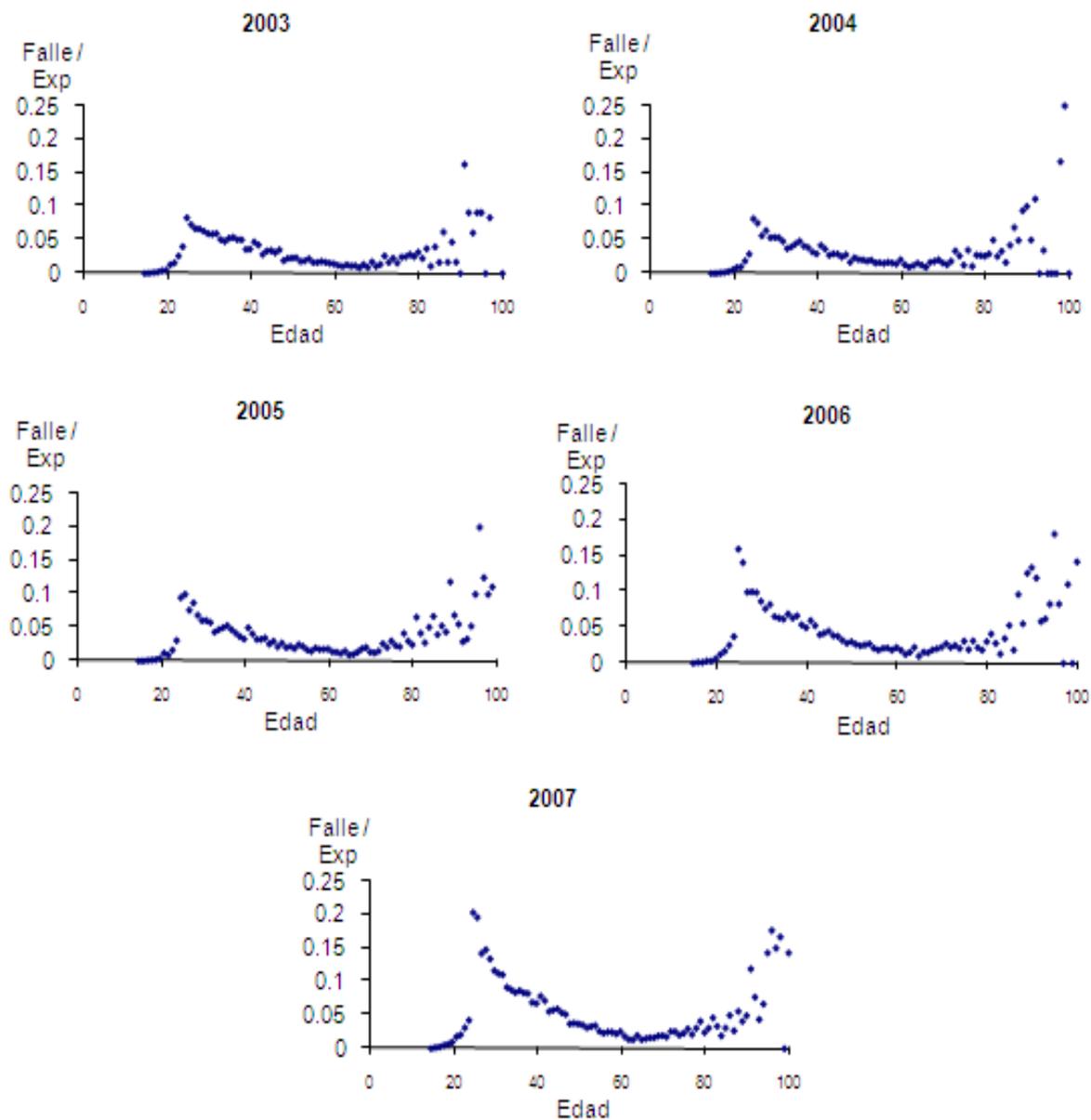


Figura 3.5: Tasas brutas de mortalidad por año para mujeres activas 2003-2007

3.1.3 Análisis por grupos familiares

Se define como integrante del grupo familiar al titular de la pensión o a cada uno de sus beneficiarios. Se concibe la integración de un individuo, como la ubicación de éste dentro de la estructura de la familia, por lo que se consideran cuatro grupos: esposo(a), conyuge, hijos y ascendientes. En los casos de orfandad se agrega un grupo familiar que diferencia entre orfandad parcial (sencilla) y orfandad total (doble).

Hombres no inválidos

Al seccionar la información por integrante del grupo familiar, se detallan las edades que tienen mayor movimiento en cada grupo familiar pensionable. De este análisis se puede decir que para los hombres activos, el grupo que presenta mayores cambios de un periodo a otro, es el correspondiente a los titulares de las pensiones. Se puede observar (Fig. 3.6) que para todos los ejercicios, la tendencia comienza a los 15 años de edad; situación lógica si se toma en cuenta la edad permitida de ingreso al mercado laboral formal independientemente de que la subrutina haya eliminado registros con edades inferiores, pues una situación contraria hace suponer que existió un error de captura en la base de datos.

Después de la edad mínima referida, se observa que las tasas disminuyen para todos los años sin embargo, para los primeros ejercicios (1997, 1998, 1999) la siniestralidad se mantiene estable en las edades medias (inferiores a 50 años), situación que contrasta para los periodos comprendidos entre 2000 y 2007 donde existe un decremento en las tasas de mortalidad; nótese por ejemplo que para 1998 las edades 79, 84 y 85 la mortalidad es de 0.826, 0.833 y 0.888 respectivamente, y para las mismas edades pero en 2005 corresponde a 0.301, 0.319 y 0.152. Esta diferencia entre los ejercicios iniciales y los últimos ejercicios, se observa en conjunto en las edades mayores a los 25 años cumplidos.

El segundo grupo familiar clasificado (clave 02) corresponde a los hombres pensionados por viudez, por su conformación este grupo es el que tiene el menor número de expuestos (20,721) grupo que se constituye de las personas de sexo masculino que reciben una pensión después de la muerte de su cónyuge lo que representa una pequeña proporción si se toma en cuenta que la esperanza de vida de los hombres es menor que la esperanza de vida en las mujeres ⁵, sin embargo, se presenta este grupo para observar que su mortalidad en éste incrementa para la mayoría de los periodos a partir de las edades superiores a los cuarenta años de edad, presentándose antes algunos puntos en la serie (Fig. 3.7).

⁵La esperanza de vida al 2006 para los hombres es de 72.4 años de edad y 77.2 años para las mujeres. INEGI, Dinámica de población, Esperanza de vida por entidad federativa según sexo, www.inegi.gob.mx

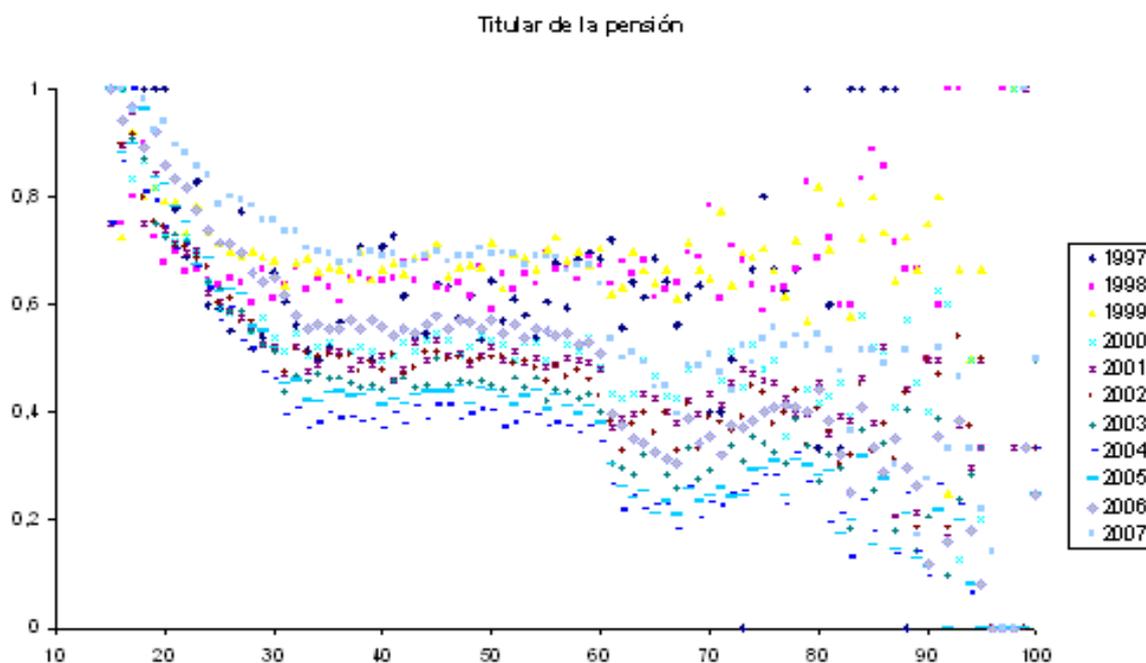


Figura 3.6: Tasas brutas de mortalidad por año para el Grupo Familiar 01

En cuanto al grupo de hombres activos con menor número de fallecimientos, el grupo familiar correspondiente a los hijos del titular posee una cifra de expuestos alta (249,333) en comparación con el número de fallecimientos ocurridos en general (37 en orfandad parcial y 26 en orfandad total).

Se entiende por orfandad parcial cuando sólo vive uno de los progenitores del huérfano, independientemente si este progenitor tiene o no derecho a pensión [2]. La gráfica correspondiente a este grupo (fig. 3.8) muestra que algunos de los hijos que han perdido a uno de sus progenitores y mueren, son individuos de dieciseis y más años cumplidos; existen elementos en edades superiores a los veinticinco años por lo que salen del rango estipulado por el régimen de seguridad social ⁶ que implica la baja del asegurado. El supuesto que explicaría la presencia de estas tasas en edades avanzadas es que el beneficiario se encuentra inválido o incapacitado para trabajar por lo que el seguro pensiona a mayores de veinticinco años. En general la siniestralidad en este grupo es baja, de hecho la tasa más alta es del 0.33 en 2005 a edad 46 resultado de dividir un siniestro entre tres pólizas, cifra que carece de consistencia pues en el supuesto de que el número de muertos fuera dos en vez de uno, la tasa se elevaría al doble aparentando un gran número de siniestros en el periodo, sin embargo esto no es así, lo que indica claramente la poca información disponible (falta de experiencia).

El grupo familiar 04 corresponde a los beneficiarios huérfanos de padre y madre. En el periodo de análisis se consideraron 6,033 expuestos de los cuales sólo ocurrieron 6 decesos; uno en 1999, cuatro en 2004 y 2006 y uno más en 2007. (Fig. 3.9) situación que originó la aparición de dos puntos atípicos en las edades 35 y 37

⁶Los artículos 64 y 134 de la Ley del Seguro Social condicionan a los mayores de dieciséis y veinticinco años cumplidos para cobrar por los Seguros de Riesgos de Trabajo, Invalidez y Vida

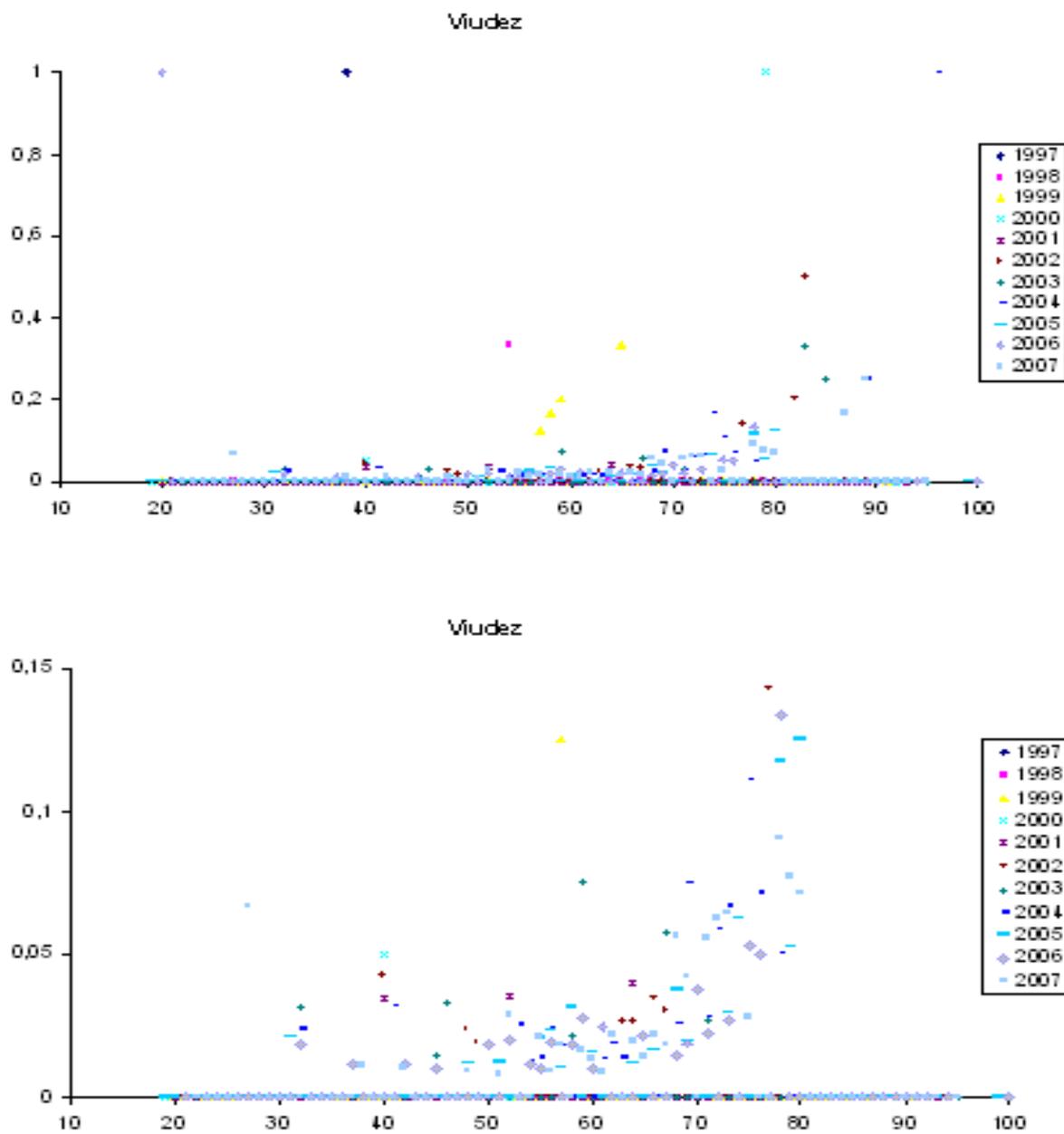


Figura 3.7: Tasas brutas de mortalidad por año para el Grupo Familiar 02

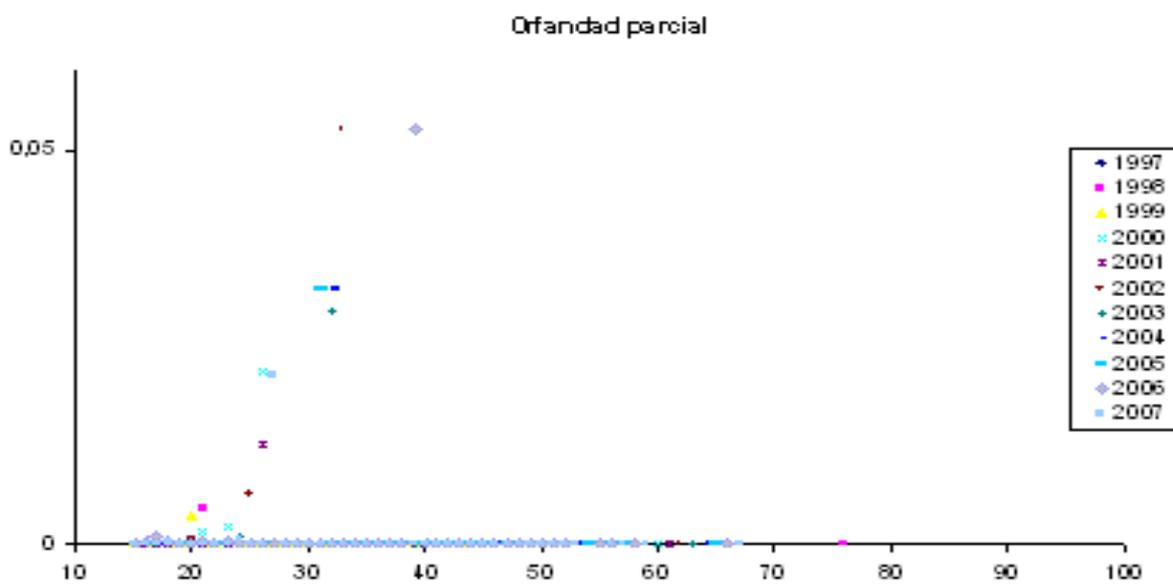
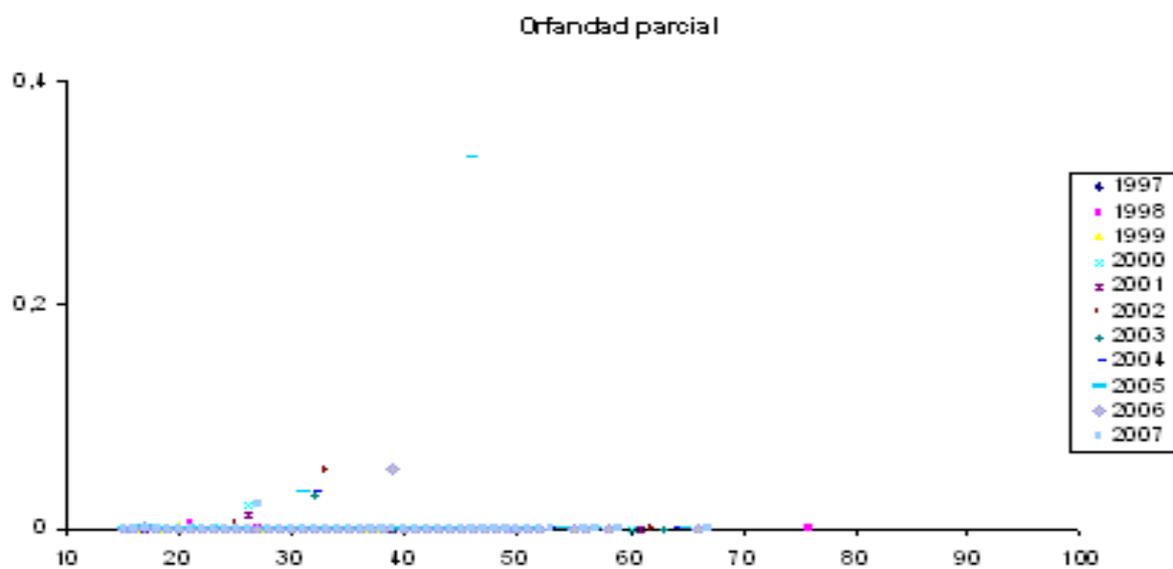


Figura 3.8: Tasas brutas de mortalidad por año para el Grupo Familiar 03

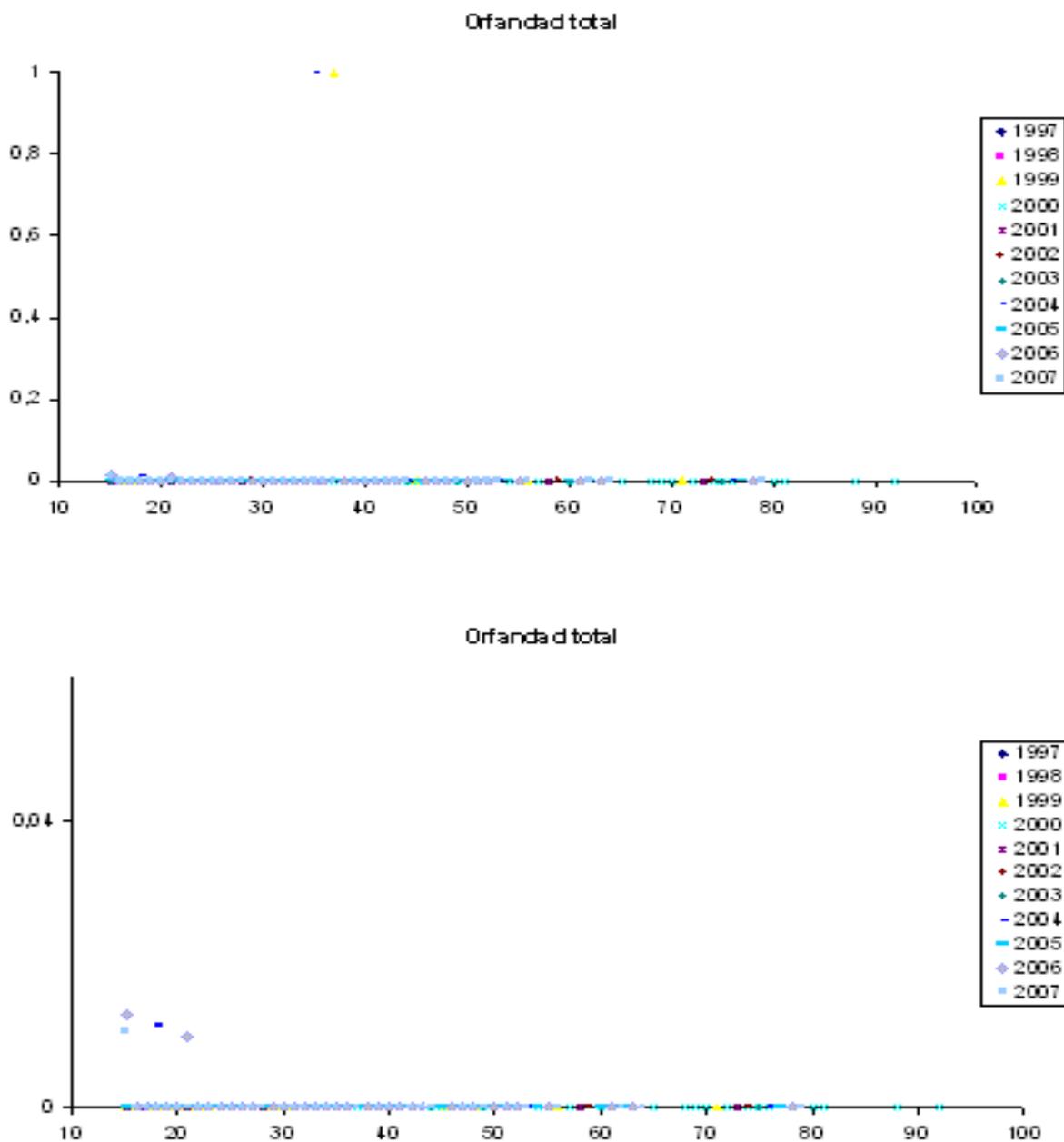


Figura 3.9: Tasas brutas de mortalidad por año para el Grupo Familiar 04

Otro sector interesante es el grupo de ascendientes como beneficiarios de la pensión. La figura 3.10 muestra una tendencia similar para todos los periodos en las edades superiores a los cuarenta y cinco años de edad, antes de ésta aparecen dos puntos que se alejan del resto: edad 40 en el año 2000 y 41 en 2005 ambas edades representan la muerte de un elemento en estos periodos.

Aproximadamente después de los sesenta y cuatro años de edad existe una mayor dispersión de los datos, a partir de aquí la siniestralidad comienza con un ascenso mayor en todos los periodos. Las tasas más altas de este grupo llegan a 0.50 en las edades 93 y 95 para los años 2000, 2003 y 2006. La tendencia en las tasas tiene una explicación lógica ya que los individuos que obtienen una pensión en este grupo familiar son personas adultas quedando excluidas las edades menores a los 32 años.

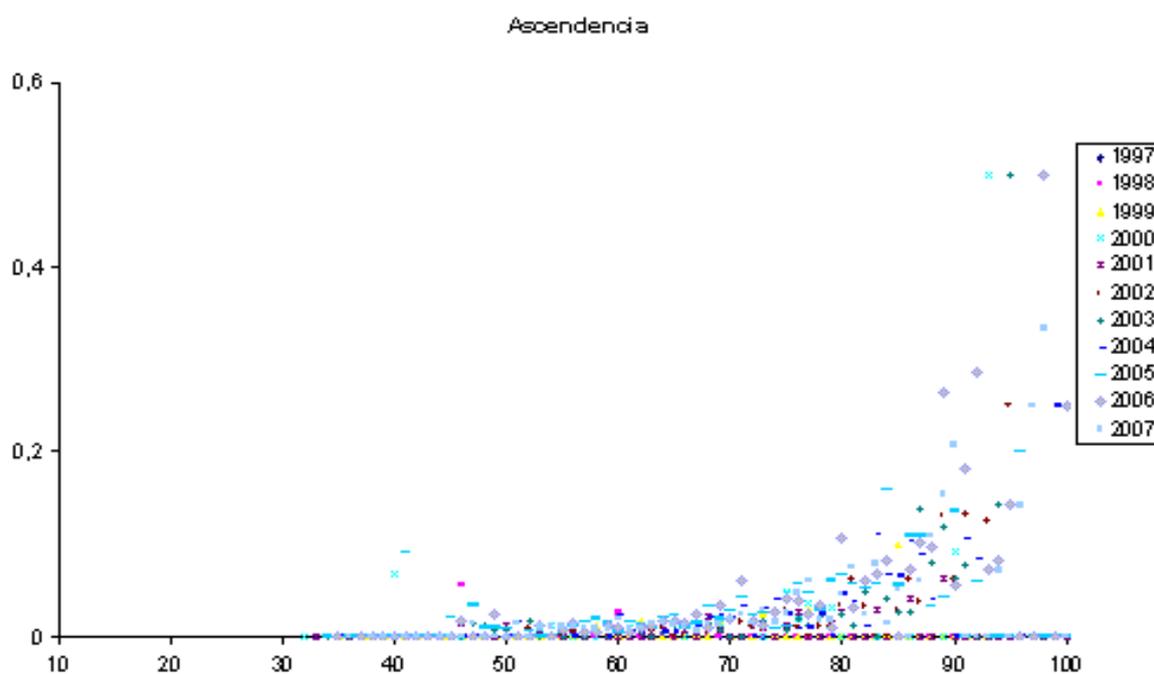


Figura 3.10: Tasas brutas de mortalidad por año para el Grupo Familiar 05

Mujeres no inválidas

La clasificación por grupo familiar de los titulares de la pensión en el grupo de mujeres activas muestra que existe una gran dispersión en cuanto a la relación fallecimientos y pólizas (fig. 3.11) si bien es cierto que la nube de puntos se localiza en las edades mayores a veinte años, en todos los ejercicios existen puntos distribuidos en diferentes edades cuyas tasas son iguales a la unidad; al revisar los descensos por año para estos periodos, no se muestra alguna irregularidad, esto es porque las tasas de mortalidad para este grupo familiar son muy altas y se compensan con la falta de fallecimientos en la misma edad en el resto de los grupos familiares.

La estructura de la gráfica muestra que las personas no inválidas de sexo femenino mueren en cualquier momento de su vida activa sin seguir un patrón claro de ocurrencia.

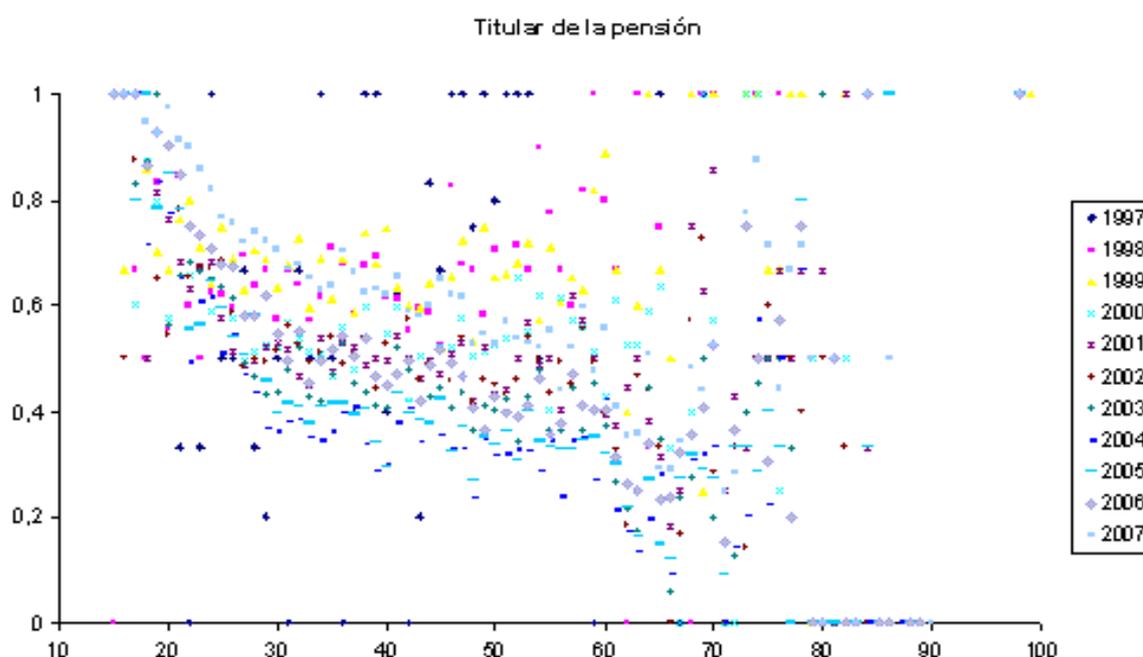


Figura 3.11: Tasas brutas de mortalidad por año para el Grupo Familiar 01

La viudez en las mujeres representa el 7.47% del total de siniestros en el grupo de mujeres activas. Durante los once años reportados ocurrieron 2,432 muertes para este grupo familiar, cuyo número de muertes incrementa en las personas de mayor edad; el incremento en las tasas de mortalidad comienzan aproximadamente desde los cuarenta y cinco años; el crecimiento es muy suave y uniforme. Después de los setenta y dos años existe una ligera dispersión de las tasas. En el año 2003 en las edades 97 y 98 y en el 2007 en la edad 95 se presenta una relación de siniestralidad del orden de 0.50 (Fig. 4.12).

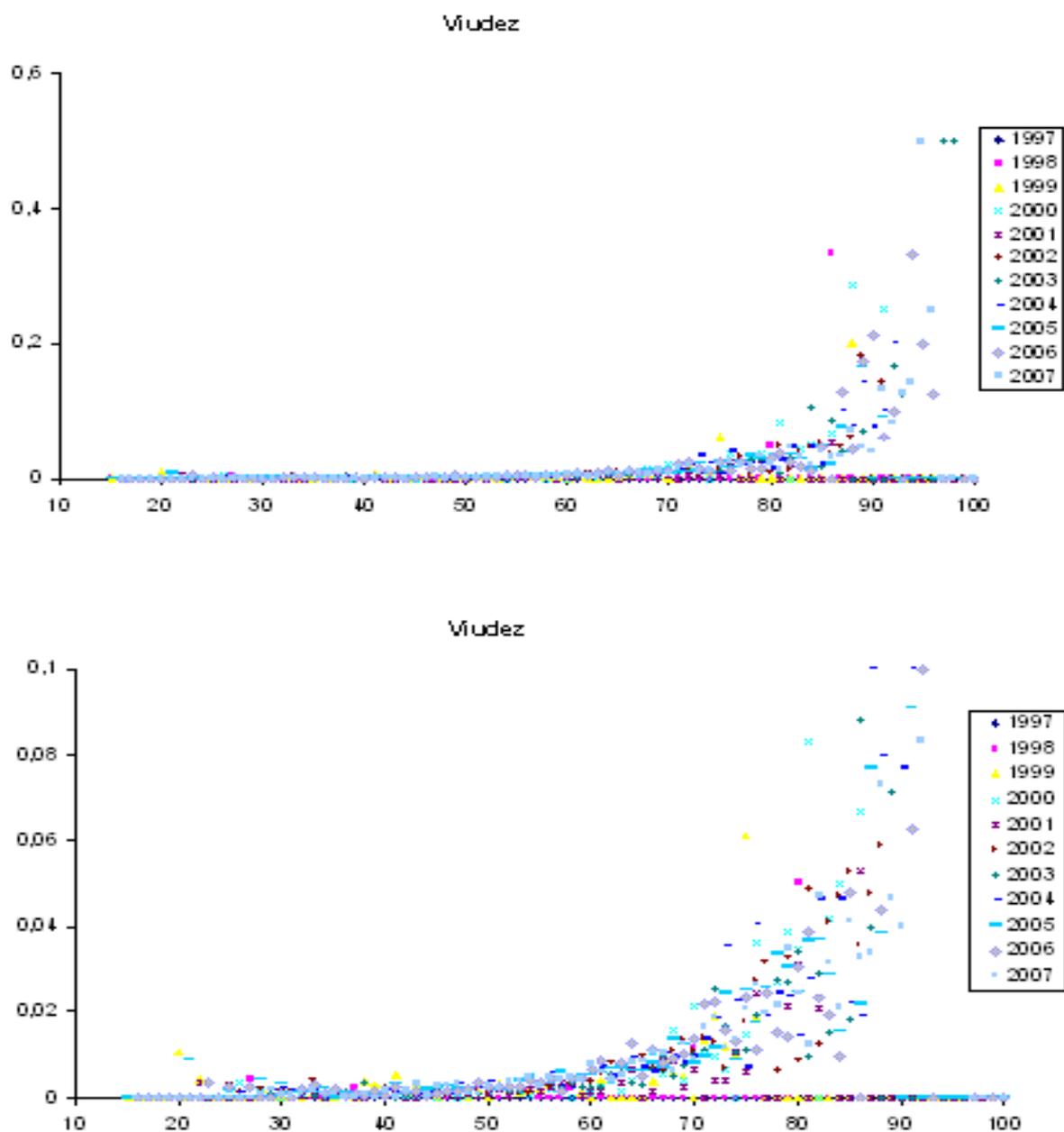


Figura 3.12: Tasas brutas de mortalidad por año para el Grupo Familiar 02

En cuanto a los pensionados por orfandad parcial y total el número de expuestos es grande respecto a las muertes ocurridas, asimismo las tasas de siniestralidad correspondientes no muestran una tendencia clara en ninguna edad. En el caso de la orfandad parcial, el número de fallecimientos representa apenas el 0.01% respecto del número de pólizas, todos ocurridos en edades inferiores a los veintinueve años, mientras que para los huérfanos de ambos progenitores sólo se tuvo la muerte de un individuo de edad veintiséis en 2005 que relacionada con los cinco expuestos de la misma categoría dio una relación de 0.25.

Para ambos grupos familiares los puntos se acumulan en las primeras edades; en el caso de la orfandad parcial, el grupo se extingue (no se tienen registrados individuos de edades mayores) a los ochenta y nueve años de edad, mientras que en la orfandad total, los últimos miembros registrados tienen edades inferiores a los noventa años en el año 2000 (Figs. 3.13 y 3.14).

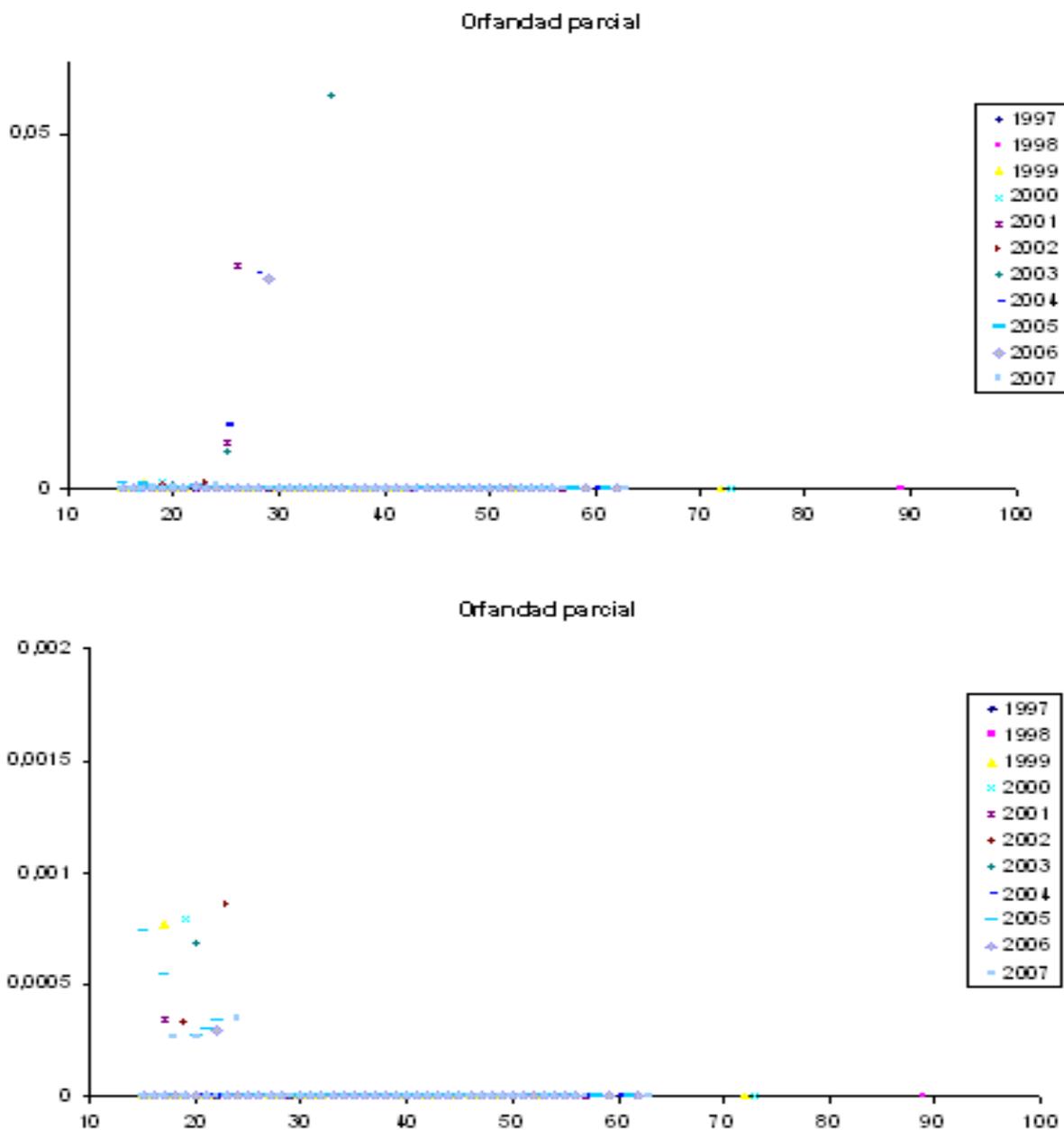


Figura 3.13: Tasas brutas de mortalidad por año para el Grupo Familiar 03

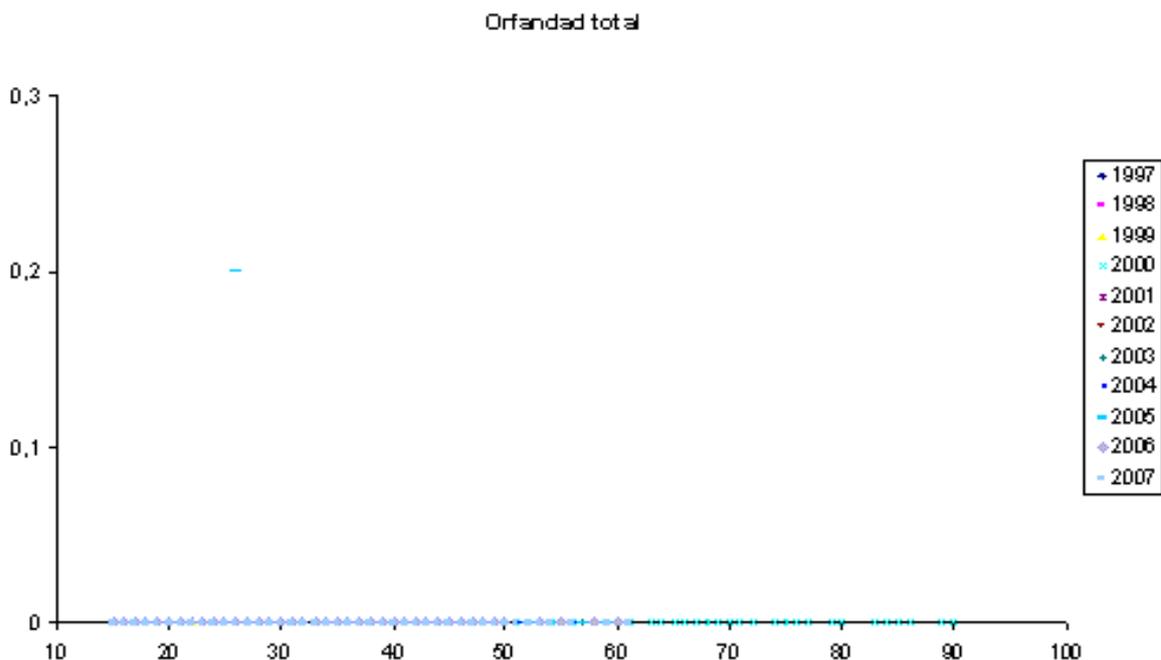


Figura 3.14: Tasas brutas de mortalidad por año para el Grupo Familiar 04

Las tasas correspondientes al grupo pensionado de ascendientes de sexo femenino (grupo familiar 05), representa una curva que acentúa el incremento en las últimas edades. La curva que dibuja, representa un comportamiento lógico en la mortalidad de los individuos ya que a partir de los sesenta años de edad aproximadamente, comienza a registrarse un mayor número de muertes. Existe un punto atípicos en la edad treinta y cuatro en el año 2005 que corresponde a un expuesto que muere en el periodo y por consiguiente tienen una relación de uno a uno. La tasa más grande corresponde a 0.66 que son personas de cien años que fallecen en el periodo 2005 (Fig. 3.15)

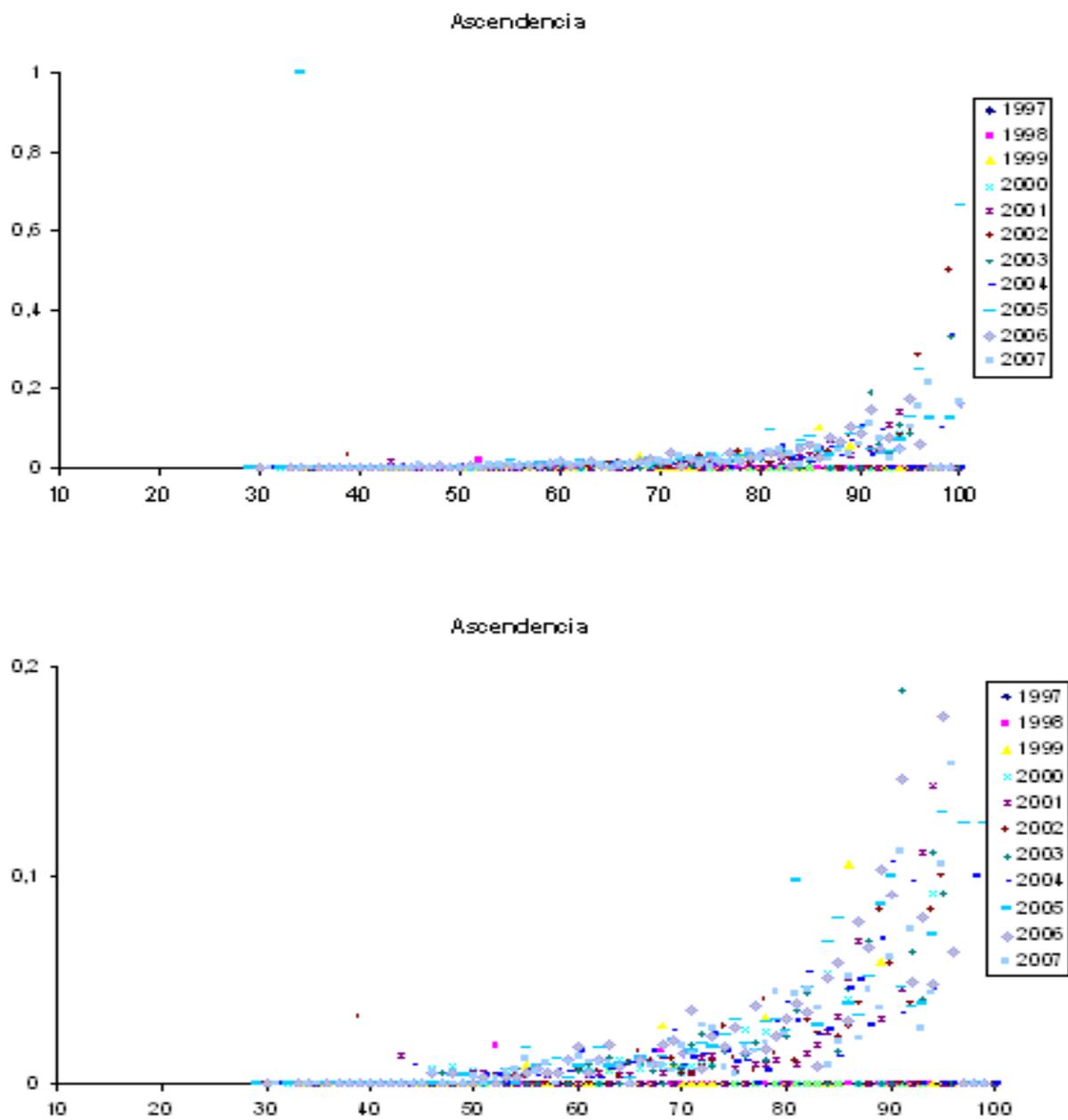


Figura 3.15: Tasas brutas de mortalidad por año para el Grupo Familiar 05

3.2 Análisis de hombres y mujeres inválidos

3.2.1 Pólizas y siniestros

La segunda clasificación de individuos pensionados corresponde a las personas no activas que sufrieron un accidente de trabajo o fuera de éste, que les impide desarrollar sus capacidades físicas en plenitud. Como se puede intuir, el conjunto de personas a considerar es el que comprende a los titulares de la pensión, esto implica que la edad mínima del grupo sea de catorce años cumplidos y que no sea realizado un análisis por grupo familiar pues los beneficiarios de una pensión por invalidez o incapacidad no necesariamente deben de contar con alguna discapacidad. Tomando en cuenta dichas consideraciones se obtuvieron los resultados que a continuación se presentan.

El número de expuestos acumulados que reciben una pensión por invalidez en alguno de los periodos comprendidos entre 1997 y 2007 representan el 20.47% del total de pólizas de activos e inactivos (2,540,170). La cifra obtenida al descontar las pólizas canceladas y expiradas del número de pensionados inválidos es de 519,904 personas; 96,015 de sexo femenino y 423,889 de sexo masculino. Se puede señalar que para ambos sexos el número de pólizas en todos los ejercicios aumentó considerablemente año tras año, de hecho, para 2007 la cifra de pólizas fue cuarenta veces mayor aproximadamente que las registradas en 1997 (inicio del sistema).

HOMBRES		Estatus de la póliza				MUJERES		Estatus de la póliza			
Año	Expuestos	Expiradas por muerte	Canceladas por muerte	Expiradas	Canceladas	Año	Expuestos	Expiradas por muerte	Canceladas por muerte	Expiradas	Canceladas
1997	1,749	1	0	1	0	1997	388	0	0	0	0
1998	11,736	185	8	188	42	1998	2,752	45	3	46	12
1999	22,159	380	37	578	83	1999	5,099	102	39	134	49
2000	33,419	400	142	413	175	2000	7,686	94	52	101	65
2001	46,886	549	7	591	135	2001	10,722	136	1	170	21
2002	54,650	591	56	787	149	2002	12,585	179	30	206	79
2003	51,184	460	118	479	157	2003	11,650	104	94	115	122
2004	50,605	447	70	501	124	2004	11,400	152	53	175	69
2005	50,978	502	95	549	139	2005	11,355	148	53	157	66
2006	50,071	489	77	568	104	2006	11,185	144	52	162	66
2007	51,692	432	104	493	144	2007	11,573	84	60	113	77
Subtotal	425,129	4,436	714	5,138	1,252	Subtotal	96,395	1,188	437	1,379	626
Total	423,889					Total	96,015				

FUENTE: CNSF, Bases de Datos 1997 - 2007.

Tabla 3.2: Pólizas canceladas y expiradas

En cuanto al número de muertes ocurridas en los once ejercicios de reporte se tuvieron 19,885 distribuidas como la gráfica 3.16 lo muestra. Hubo 16,477 fallecimientos de hombres inválidos; menos de quinientos en los dos primeros ejercicios y más de cinco mil en el último periodo; año en donde se reportó el mayor número de muertes (5,293).

Se cuantificaron 3,408 fallecimientos de mujeres inválidas en total, sólo una muerte en 1997 y 1,146 en 2007; ejercicio en el que se registró el mayor número de muertes de personas de sexo femenino.

Al obtener la proporción general de muertes frente a los expuestos de ambos sexos, se reconoce un mayor índice de fallecimientos en el grupo de hombres que en el de mujeres con

3.89% y 3.55% respectivamente.

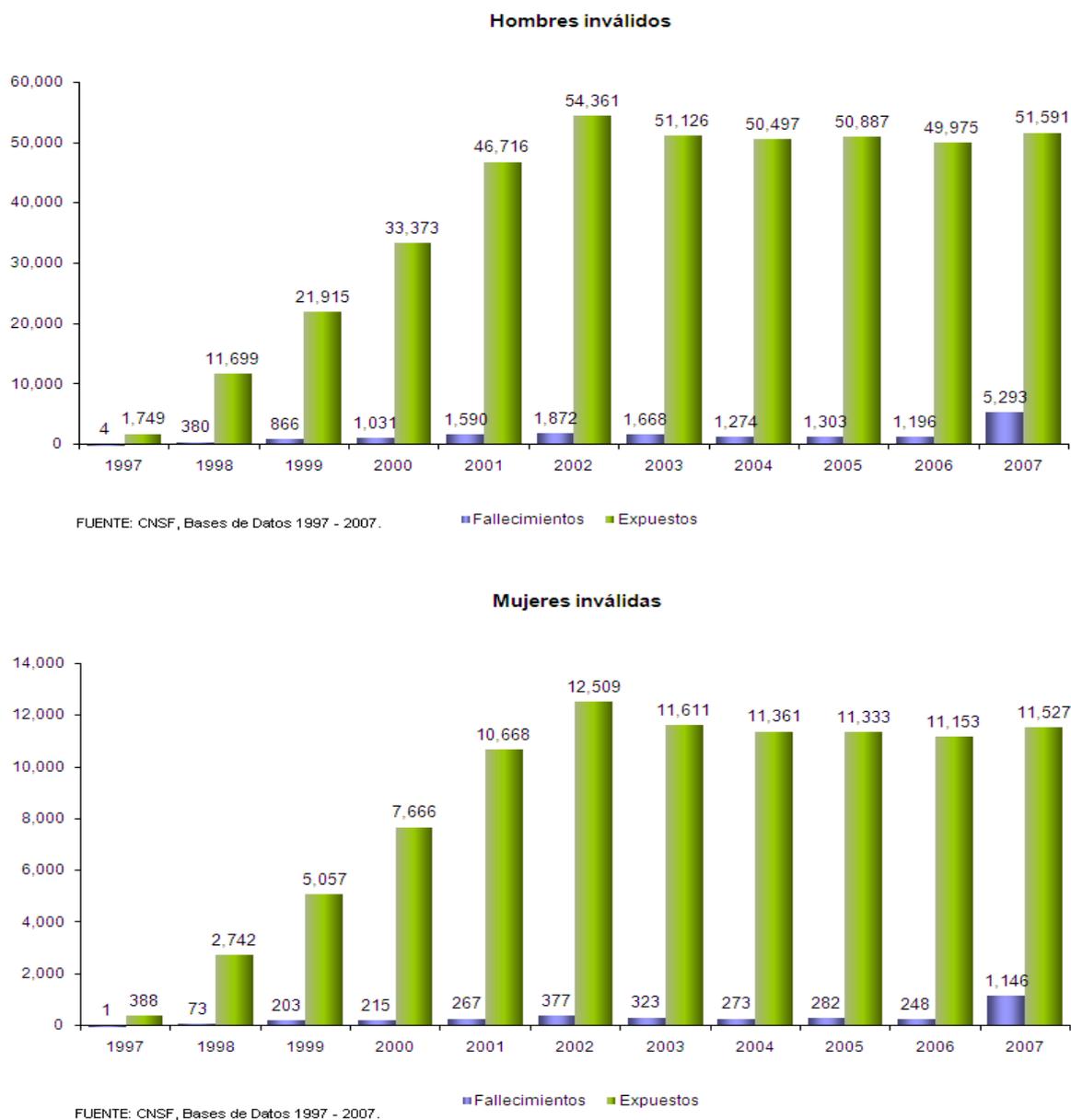


Figura 3.16: Expuestos y fallecimientos por año

3.2.2 Análisis por edad y año

Se obtuvieron tendencias lógicas en los datos para ambos sexos en todos los ejercicios, es decir, mayor proporción de muertes en relación al crecimiento de la edad, exceptuando el año 2007, en donde para edades inferiores a los 25 años las tasas brutas de siniestralidad fueron mayores que las del resto de las edades. A partir de la dicha edad, las tasas comienzan a decrecer desde 0.16 hasta prácticamente cero.

Al cruzar la información de fallecimientos contra expuestos por edad y desagregando por año de ocurrencia del registro y muerte de cada expuesto, se observa un incremento de la siniestralidad al paso del tiempo. En 1997 de los 1,749 pensionados hombres (fig. 3.17 y 3.18) sólo 4 elementos salieron del grupo por muerte. Para el año siguiente ocurrieron 380 siniestros de 11,699, en contraste para el último ejercicio 1,303 fallecimientos representaron el 10.2% del número de expuestos en ese año. En 1998 la tasa de mortalidad aumenta; sobresalen las edades entre los veinte y cuarenta años por contar con tasas altas comparadas con las mismas edades en el resto de los años. De 1999 hasta 2006 la tendencia es similar: se incrementa el número de muertes en función del aumento en la edad de los individuos; de hecho a partir del 2000, las tasas de mortalidad en edades avanzadas oscilan entre 0.15 y 0.2.

La serie de gráficas de las mujeres inválidas en ningún año presenta una tendencia marcada en función del cambio en las edades de los individuos (figs. 3.19 y 3.20), asimismo existe una mayor dispersión de las tasas; sólo en los años 1997 y 1999 se infiere una línea recta. En 2005 aparece un ligero crecimiento en las tasas brutas de edades mayores, sin embargo para los años posteriores la tendencia en las tasas brutas totalmente distinta. En otros periodos como 1998 y 2000 se muestran con más claridad nubes de puntos en las edades entre veinte y sesenta años aproximadamente. Para todos los años el mayor número de fallecimientos aparece en edades mayores de una forma más dispersa que en las edades medias o iniciales. Cabe señalar que las tasas brutas de mortalidad en este grupo, oscilan entre cero y 0.3, y se concentra el cúmulo de puntos por debajo del nivel 0.1 antes de las edades terminales en todos los ejercicios.

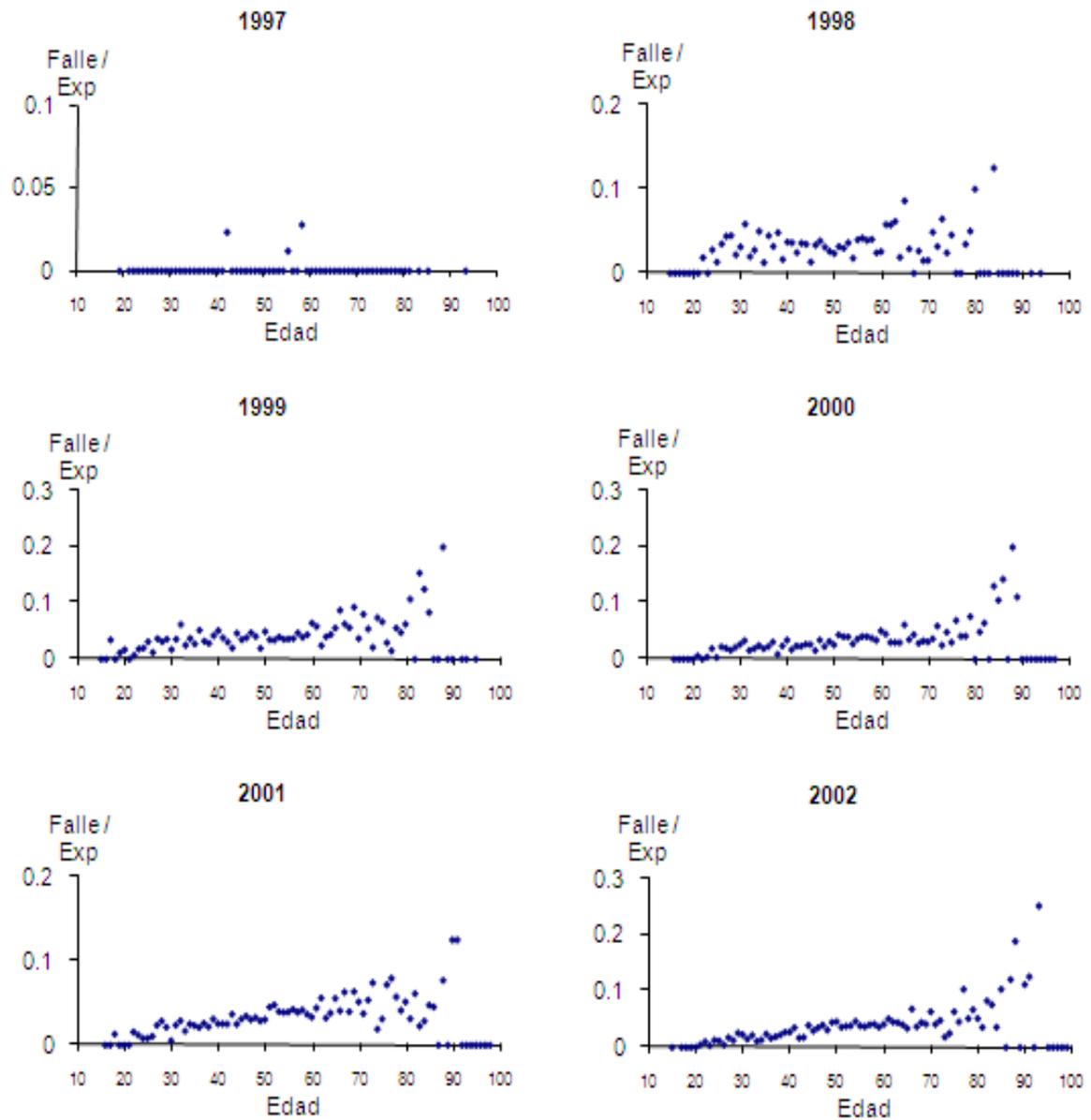


Figura 3.17: Tasa bruta de mortalidad por año para hombres inválidos 1997-2002

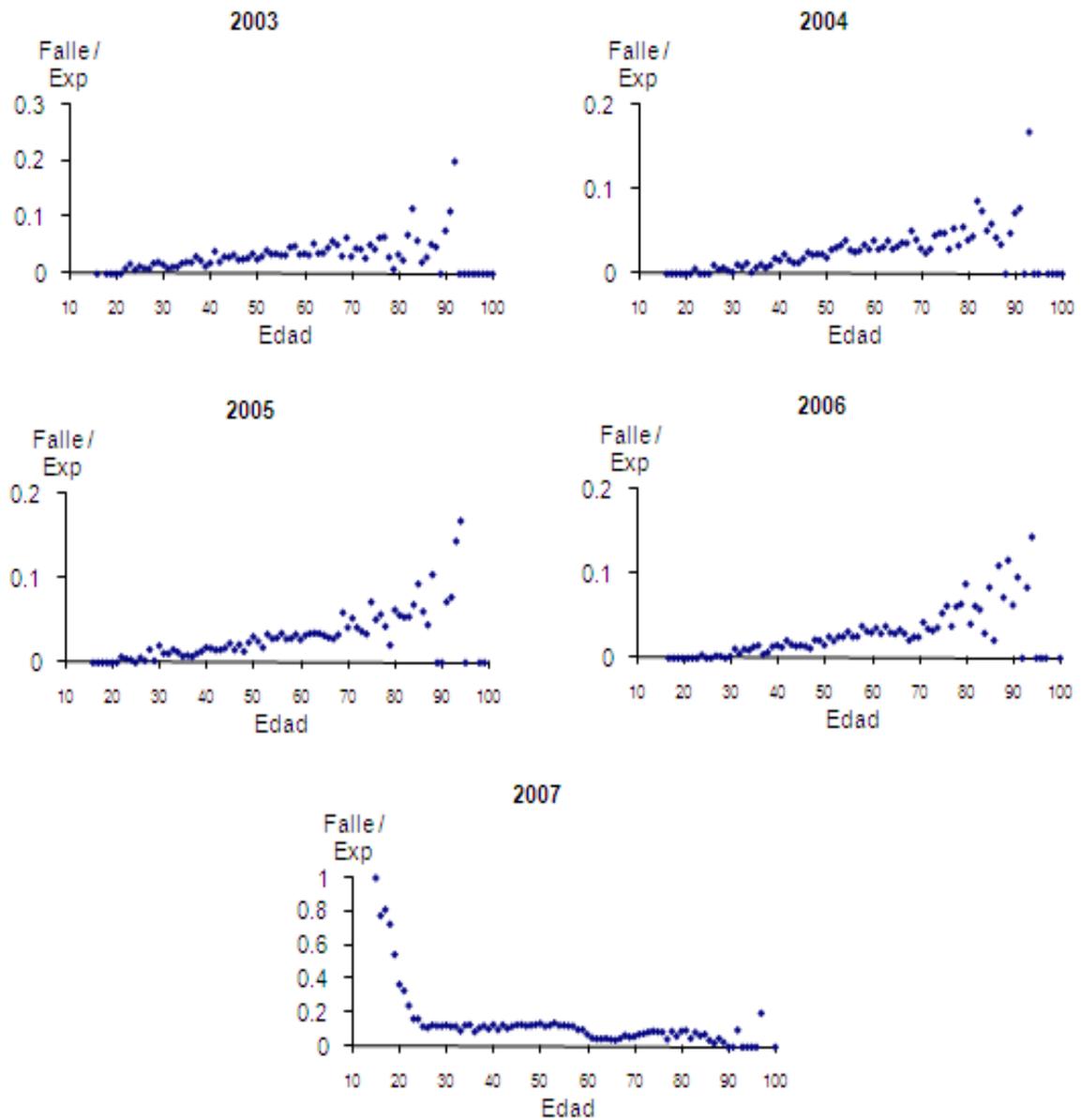


Figura 3.18: Tasa bruta de mortalidad por año para hombres inválidos 2003-2007

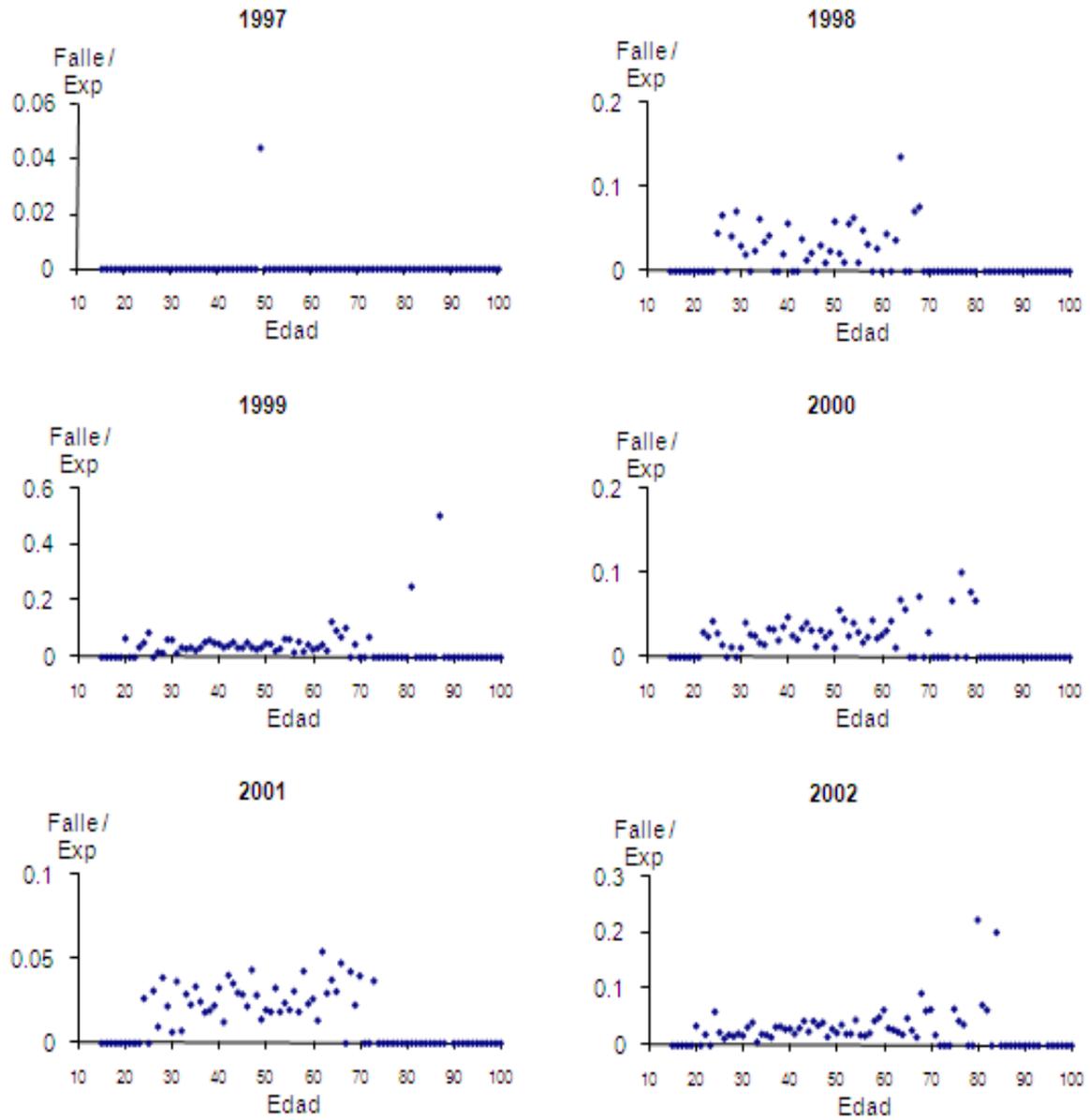


Figura 3.19: Tasas brutas de mortalidad por año para mujeres inválidas 1997-2002

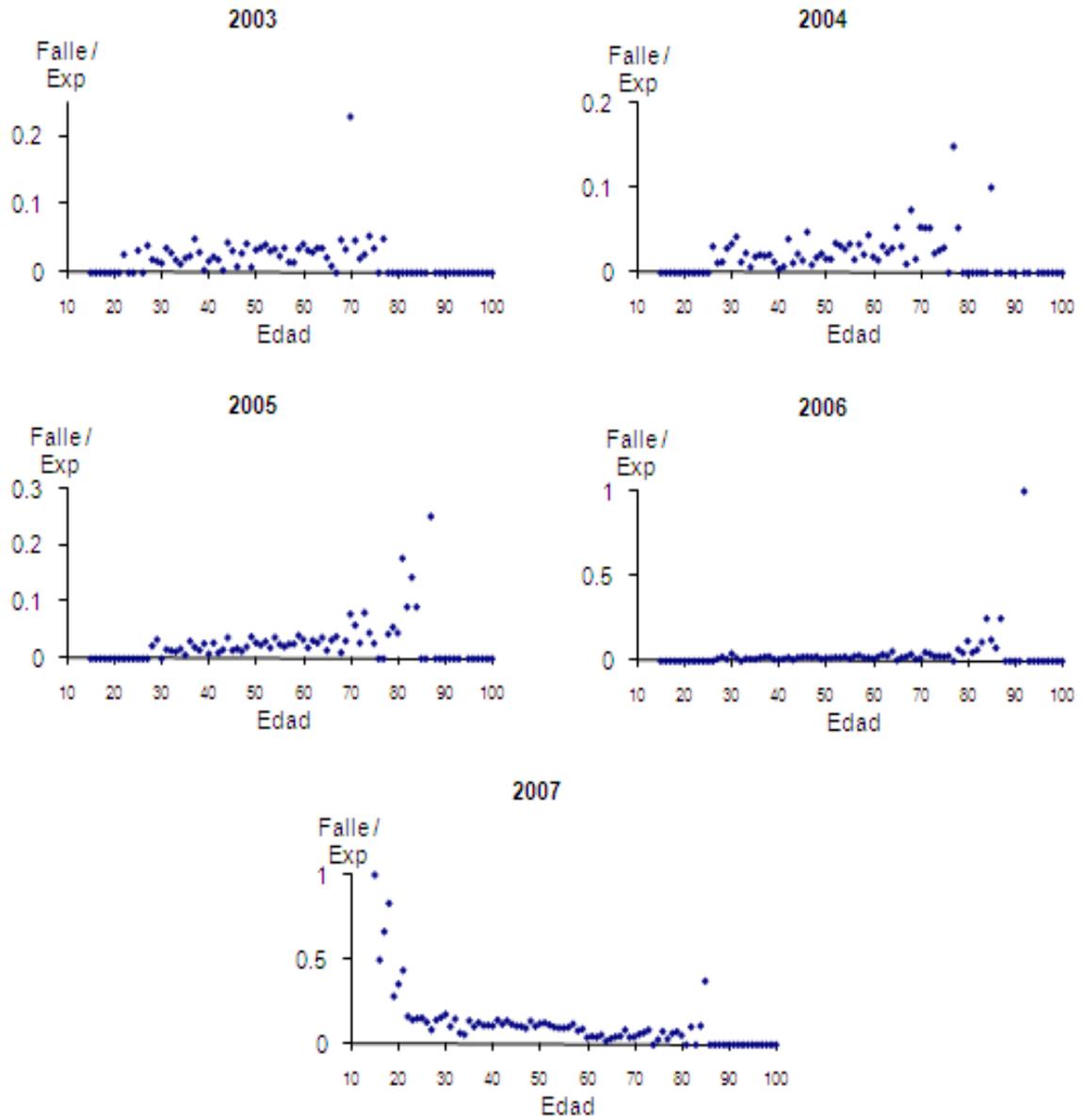


Figura 3.20: Tasas brutas de mortalidad por año para mujeres inválidas 2002-2007

3.3 Conclusiones

Para los fines de la construcción de tablas de la experiencia demográfica, sólo se presentan los datos con edades superiores o igual a los quince años para todos los individuos y que además no muestren datos incongruentes en correspondencia al grupo en el que se clasifican, por esta razón se verificó la información analizándola en grupos por sexo, edad, año y grupo familiar.

En secciones anteriores, la información se clasificó por año del ejercicio. Presentar los datos clasificados de este modo resulta útil si lo que se desea observar es el comportamiento de la población en un año establecido, sin embargo, considerar todo el universo de los expuestos y fallecidos en el lapso de once años en una sola gráfica, implicaría que un individuo de edad n con registro en el año p y cuya muerte ocurre a edad $n+k$, es registrado por la compañía aseguradora como fallecido en el periodo $p+k$, sin embargo por cuestiones de control, algunas veces el registro de dicho individuo también aparece en los años posteriores al periodo $p+k$. Esto implica que si se une la información de todos los años sin alguna modificación en los datos, posiblemente se consideraría el fallecimiento de un mismo individuo dos o más veces en el transcurso de los once años de estudio⁷.

Para la presentación de una *tasa bruta* de modo visual, se dividió la información de hombres y mujeres correspondiente a los individuos *activos* y *no-activos* en vivos y fallecidos. En el grupo de los fallecidos se eligieron todos los campos⁸ exceptuando el de *año* y posteriormente se eliminaron los registros duplicados. El resultado de esta operación sugiere que no se toma en cuenta el año de registro sino sólo la fecha en que se presentó el descenso para ese registro y su unicidad dentro de la base de datos. Por otra lado, la tabla que contempla a los elementos vivos se construye con todos los campos y de ésta también se eliminaron los registros duplicados.

Una vez que se tienen las tablas de vivos y fallecidos depuradas, se asoció el número total de vivos con el número total de fallecidos por sexo y por condición de actividad. Mediante el resultado de estos datos se obtiene una *tasa bruta de siniestralidad* general para todos los grupos cuya representación gráfica se presenta en las figuras 3.21 y 3.22.

En el grupo de inválidos (fig. 3.22) se muestran altas tasas de siniestralidad en las edades inferiores a los veinte años, en relación al conjunto total de puntos. Particularmente en la edad 15 para ambos sexos, se observa un punto que dista considerablemente del conjunto, en el caso de los hombres corresponde al valor de 0.83 y para las mujeres la tasa es de 0.66. Es preciso señalar que estos valores son altos a consecuencia de que los expuestos de esta edad no rebasan los seis y tres elementos respectivamente, por lo que su representatividad dentro del total de expuestos es baja.

En este punto es preciso señalar que las tablas empleadas para la construcción de estas gráficas finales (Figs. 3.21 y 3.22) no son las que se requieren para la construcción de un modelo predictivo. En la siguientes secciones se plantea la necesidad de analizar la información por periodo de ocurrencia del fallecimiento o en su caso la *censura* de los registros de los individuos que sobreviven en el periodo.

⁷En una sección posterior se introduce el concepto de *censura* para la modificación de los datos

⁸La lista de campos empleados en el proyecto se describe en la sección *Definición de variables*.

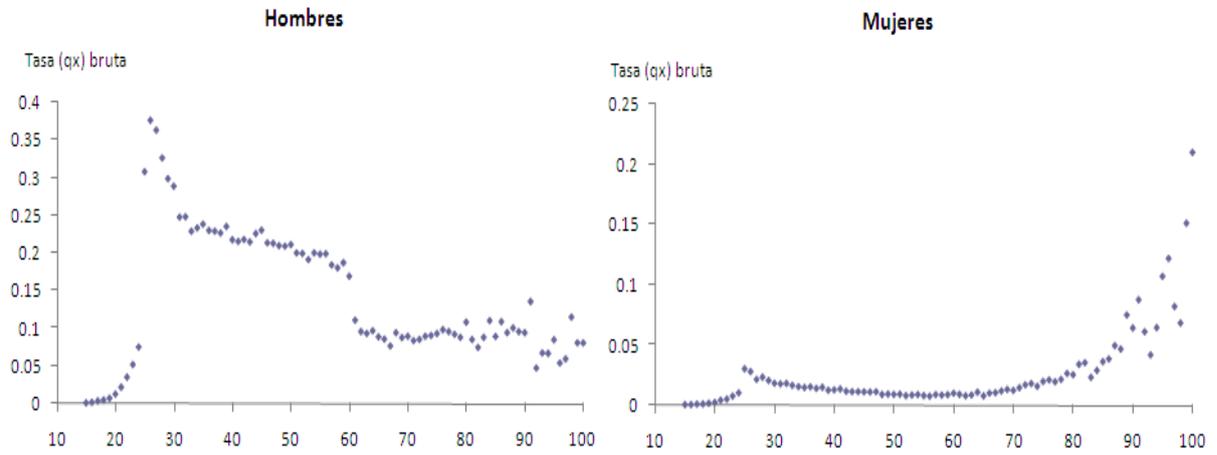


Figura 3.21: Relación fallecimientos contra pólizas en los grupos de activos

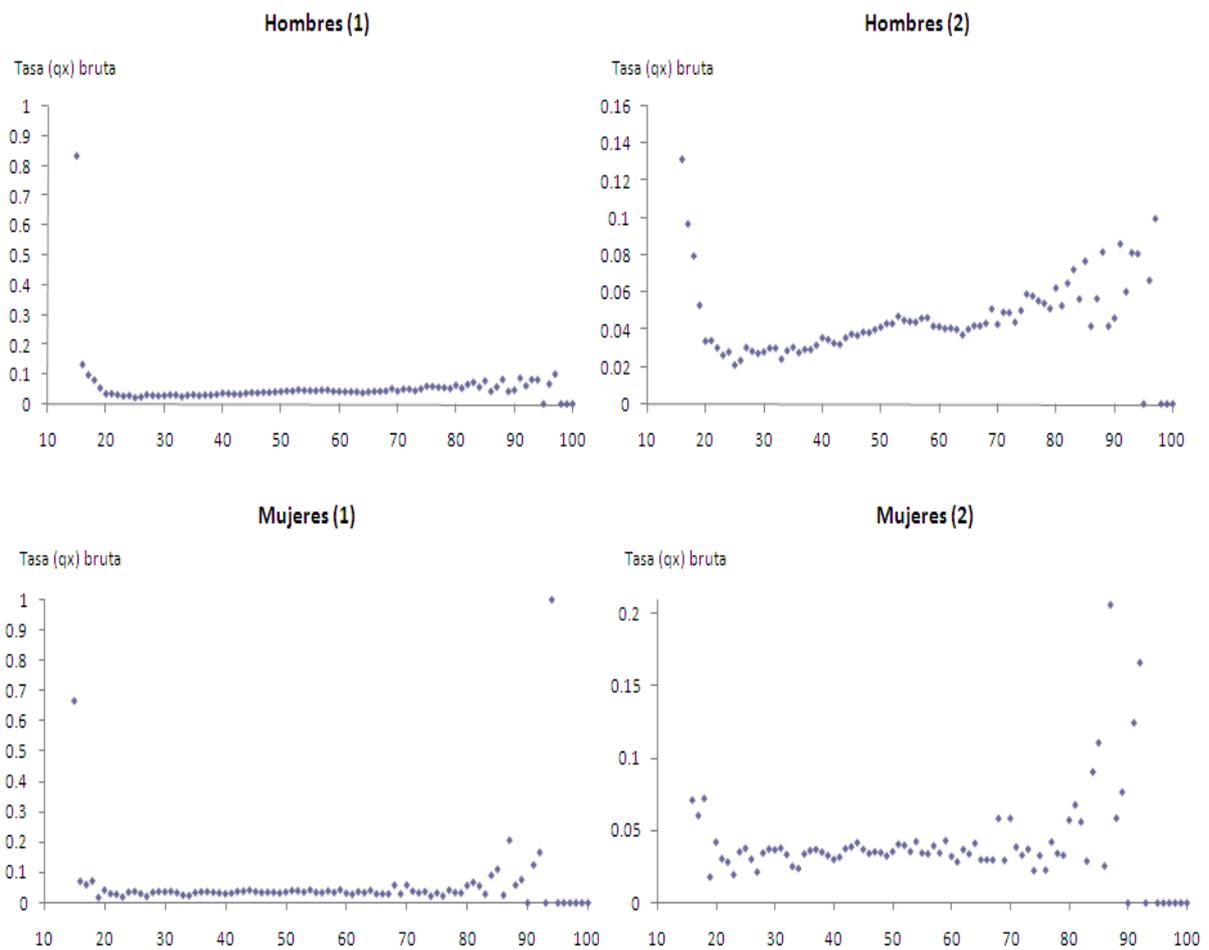


Figura 3.22: Relación fallecimientos contra pólizas en los grupos de inválidos

Capítulo 4

El modelo de regresión logística

Los capítulos anteriores, clasifican los datos para describir el fenómeno de mortalidad en la población mexicana de pensionados en un periodo de once años. Se había mencionado que el propósito de este proyecto consiste, no sólo en mostrar las estadísticas involucradas, sino en crear un modelo basado en la experiencia real de muertes que permita conocer la probabilidad de fallecimiento a edad x que un individuo posee; calculada tanto para hombres y mujeres activos como inactivos.

En este sentido, los métodos estadísticos de regresión ofrecen la posibilidad de interpretar los datos como una forma de predecir eventos basándose en variables relacionadas entre si. Dicha relación se puede interpretar como una función de una o más variables independientes. De este modo, el problema consiste en tratar de conocer una expresión que al evaluarla, se aproxime mayormente a los datos iniciales (datos reales) para que a partir de ésta se pueda inferir el comportamiento del fenómeno en cualquier punto de nuestro interés.

Un modelo determinístico nos permite predecir el comportamiento de un fenómeno, de tal suerte que se eliminan los errores de estimación al evaluar cualquier punto dentro de una función y . Lo que se busca en un modelo de regresión es desarrollar una función que logre la mayor aproximación entre un punto evaluado en y y la media del total de las observaciones. Se debe recordar que una observación de la variable de salida, puede ser expresada como $y = E(Y|x) + \epsilon$ donde ϵ es el error de estimación.⁹

El uso de la regresión logística implica un hecho que ha determinada altura del proceso pueda ocurrir o no, en las ciencias médicas por ejemplo, se puede analizar la presencia o ausencia de una enfermedad en un grupo de pacientes sometidos a cierto medicamento. De esta manera, si Y representa la ocurrencia del suceso y los factores son las variables independientes que intervienen para determinar el valor de una función, se puede interpretar este vínculo como la búsqueda del valor de la media de la variable de salida dados los valores de la variable independiente. Esta cantidad es conocida como media condicional y se expresa como $E(Y|x)$.¹⁰

⁹En la regresión logística a diferencia de la regresión lineal, la función de distribución binomial (no la normal) describe la distribución de los errores y será la distribución estadística sobre la que el análisis es basado (Hosmer David)

¹⁰En caso de considerar más de una variable independiente, x será representado por \mathbf{x} que indica un vector construido con los valores de las variables independientes.

En nuestro contexto Y es una variable dicotómica que representa el fallecimiento o sobrevivencia de un individuo con características determinadas, es decir:

$$Y = \begin{cases} 0 & \text{si no muere} \\ 1 & \text{si muere} \end{cases}$$

Se suele utilizar una regresión lineal cuando se quiere expresar una relación entre variables. Se crea una función de las variables X_1, \dots, X_n cuyo valor de cada una es independiente. La función que pretende interpretar el modelo, es dada por:

$$E(Y|\mathbf{x}) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n$$

Suponiendo que ésta fuese utilizada como una solución para modelar el fenómeno de mortalidad, comenzaríamos por estimar los valores para $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n$, encontrando que al sustituirlos en la función carecería de una interpretación lógica, debido a que serían estimaciones para las cuales $E(Y|\mathbf{x})$ toma valores fuera del rango $(0,1)$. Es decir, el número de personas que mueren con características x_1, \dots, x_n (para los cuales $Y = 1$) es menor o igual al total de personas observadas, por lo que la media condicional debe tomar valores entre 0 y 1. De manera que la regresión lineal no ofrece un modelo adecuado. Un modelo de regresión logística permite expresar la probabilidad de que ocurra el hecho en cuestión, como función de ciertas variables que se presumen relevantes o influyentes.

Para fines de comprensión, se puede plantear el caso univariado de regresión logística, donde la variable independiente es x y la variable dependiente o “de respuesta” es Y . Así, el valor esperado de la variable Y consiste en observar el número de las personas que mueren, por ejemplo, a edad x para crear y verificar la proporción que tienen dentro del grupo de individuos con esa edad. Cabe señalar que en la realidad los modelos suelen asociar a más de una variable independiente que influyen en la ocurrencia de un fenómeno.

Para realizar una regresión logística se utiliza la función:

$$E(Y|x) = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1(x)}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1(x)}}$$

Podemos multiplicar $E(Y|x)$ por:

$$\frac{e^{\beta_0 + \beta_1(x)}}{e^{\beta_0 + \beta_1(x)}}$$

del siguiente modo:

$$\begin{aligned} \frac{e^{\beta_0 + \beta_1(x)}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1(x)}} \left(\frac{e^{\beta_0 + \beta_1(x)}}{e^{\beta_0 + \beta_1(x)}} \right) &= \frac{e^{2(\beta_0 + \beta_1(x))}}{e^{\beta_0 + \beta_1} + e^{2(\beta_0 + \beta_1(x))}} \\ &= \frac{e^{2(\beta_0 + \beta_1(x))}}{e^{2(\beta_0 + \beta_1(x))} (1 + e^{-(\beta_0 + \beta_1(x))})} \\ &= \frac{1}{1 + e^{-\beta_0 - \beta_1(x)}} \end{aligned} \tag{4.1}$$

A la expresión (4.1) se le conoce como función logística, cuya principal característica consiste en que para cualquier valor de x se cumple que $0 < E(Y|x) < 1$ debido a las propiedades del número e .¹¹ Esto sugiere que esta función puede interpretarse como una probabilidad.

¹¹Se debe recordar que para cualquier número real exponente de e , el resultado es igual o mayor que cero.

La función logística siempre tiene la forma de una S estilizada. Si β_1 es positivo, entonces la función es creciente; en caso contrario es decreciente. Entre más grande sea el valor absoluto de β_1 más abrupta es la modificación de la curva. Por su parte, β_0 es tal que

$$\frac{1}{1 + e^{-\beta_0}}$$

representa el punto en el cual la curva corta al eje de las ordenadas.

La función logística, se puede manipular algebraicamente buscando despejar $\beta_0 + \beta_1(x)$ obteniendo una transformación que atribuye a cada valor de $E(Y|x)$, el valor de la expresión (4.2) llamada transformación *logit*:

Con fines de simplificar la notación, consideremos $\pi(x) = E(Y|x)$. Entonces se tiene que

$$\begin{aligned} \pi(x) &= \frac{1}{1 + e^{-\beta_0 - \beta_1(x)}} \\ 1 &= \pi(x)[1 + e^{-(\beta_0 + \beta_1(x))}] \\ 1 &= \pi(x) + \pi(x)e^{-(\beta_0 + \beta_1(x))} \\ \frac{1 - \pi(x)}{\pi(x)} &= e^{-(\beta_0 + \beta_1(x))} \\ \ln\left(\frac{\pi(x)}{1 - \pi(x)}\right) &= \beta_0 + \beta_1 x \\ g(x) &= \beta_0 + \beta_1 x \end{aligned} \tag{4.2}$$

4.1 Coeficientes de la función logística y odds

Los *odds* asociados a un evento E , representan la relación que existe entre la probabilidad de ocurrencia de E entre el complemento de dicha probabilidad:

$$odds = \frac{P(E)}{1 - P(E)}$$

Este cociente es otra forma utilizada para expresar qué tan probable es que ocurra un evento. Por lo que si conocemos los *odds* de un suceso podemos conocer la probabilidad de ocurrencia.

En párrafos anteriores, determinamos que el fallecimiento de un individuo sería dado por el valor 1 en la variable Y ; planteamos además, la probabilidad de muerte de una persona como el valor esperado dadas ciertas condiciones. Dicho fenómeno también se puede escribir como: $P(E) = P(Y = 1|x)$. De modo que se pueden expresar los *odds* asociados a la muerte de un individuo de la siguiente forma:

$$O(X) = \frac{P(Y = 1|x)}{P(Y \neq 1|x)}$$

Si consideramos la función logística (4.1) en versión multivariada, como la función que

se tiene para calcular la probabilidad de fallecimiento, tenemos que:

$$\begin{aligned}
 O(X) &= \frac{\frac{1}{1+e^{-\beta_0-\beta_1(x_1)-\dots-\beta_n(x_n)}}}{1-\frac{1}{1+e^{-\beta_0-\beta_1(x_1)-\dots-\beta_n(x_n)}}} \\
 \frac{\frac{1}{1+e^{-\beta_0-\beta_1(x_1)-\dots-\beta_n(x_n)}}}{\frac{e^{-\beta_0-\beta_1(x_1)-\dots-\beta_n(x_n)}}{1+e^{-\beta_0-\beta_1(x_1)-\dots-\beta_n(x_n)}}} &= \frac{1}{e^{-\beta_0-\beta_1(x_1)-\dots-\beta_n(x_n)}} \\
 &= e^{\beta_0+\sum_{i=1}^n(\beta_i x_i)}
 \end{aligned}$$

También podemos hablar de la probabilidad relativa de un suceso, es decir, se puede cuantificar qué tan probable es que acontezca un evento en el cual intervienen algunos factores en relación a la probabilidad de que ocurra el mismo evento en ausencia de esos factores. Ahora bien, si los *odds* son una manera equivalente de expresar la probabilidad de un acontecimiento, del mismo modo que la probabilidad relativa expresa la razón de probabilidades, tiene sentido considerar la razón de *odds* (Ψ).

$$\Psi = \frac{\frac{P_{fac}(E)}{1-P_{fac}(E)}}{\frac{P_{nofac}(E)}{1-P_{nofac}(E)}}$$

Cómo se puede deducir, la *razón de odds* representan el riesgo relativo de un evento en función de los factores que intervienen para su realización. Si tenemos dos perfiles, supóngase $(X_0^{[0]}, X_1^{[0]}, \dots, X_n^{[0]})$ y $(X_0^{[1]}, X_1^{[1]}, \dots, X_n^{[1]})$, se tiene una medida relativa del riesgo correspondiente a un perfil respecto de otro en términos de los parámetros de la regresión logística:

$$\begin{aligned}
 \frac{O(X^{[0]})}{O(X^{[1]})} &= \frac{e^{\sum_{i=1}^n \beta_i (X_i^{[0]})} e^{\beta_0}}{e^{\sum_{i=1}^n \beta_i (X_i^{[1]})} e^{\beta_0}} \\
 &= e^{\sum_{i=1}^n \beta_i (X_i^{[0]} - X_i^{[1]})}
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

El empleo de la expresión (4.3) permite responder preguntas como ¿cuánto más riesgo tiene de morir un individuo de 35 años, fumador, qué un individuo de 42 años que no fuma?

Aunque hasta este punto no se ha expuesto el modelo de regresión logística que nos interesa, se deduce que uno de los objetivos será estimar los parámetros $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n$ (factores de las variables independientes que intervienen en la función logística) y una vez establecidos estos, sustituirlos junto con los valores de los perfiles $X^{[0]}$ y $X^{[1]}$ para analizar las relaciones producidas con un valor específico en la *i-ésima* variable independiente. Este planteamiento nos conduce a dos objetivos particulares: 1. Determinar la *relación funcional* entre la variable dependiente y la variable independiente y 2. Definir adecuadamente la unidad de cambio para la variable independiente.

Para lograr el segundo objetivo que se señala en el párrafo anterior, se puede analizar la función suponiendo un cambio en el valor de la *i-ésima* variable cuando el resto de las variables permanecen inmóviles.

Es posible que coincidan los valores de las variables que componen cada perfil excepto en la i -ésima variable. De esta manera, en la expresión (4.3) los sumandos cuyos términos incluyen variables diferentes a $X_i^{[0]}$ y $X_i^{[1]}$ se anulan, obteniéndose la siguiente *razón de odds*:

$$\frac{O(X^{[0]})}{O(X^{[1]})} = e^{\beta_i(X_i^{[0]} - X_i^{[1]})} \quad (4.4)$$

Adicionalmente si $X_i^{[0]} = X_i^{[1]} + 1$, (4.4) se reduce a:

$$\frac{O(X^{[0]})}{O(X^{[1]})} = e^{(\beta_i)} \quad (4.5)$$

De la expresión (4.5) se puede concluir que los valores estimados para β_i se interpretan como la razón de cambio que se tiene en $\ln(odds)$ cuando una variable X_i cambia en una unidad y el resto de las variables del modelo conservan el mismo valor.

Otra forma equivalente de dar una interpretación a los coeficientes de la regresión, se obtiene mediante el uso de la transformación *logit*. Retomando la expresión (4.2) se tiene que:

$$g(x) = \ln \frac{\pi(x)}{1 - \pi(x)}$$

En la regresión lineal, β_1 muestra la pendiente de la recta graficada, esto es igual a la diferencia entre el valor de la variable dependiente en $x + 1$ y el valor en x , por lo que se tiene que $\beta_1 = y(x + 1) - y(x)$. Para la regresión logística el valor del coeficiente es similar: $\beta_1 = g(x + 1) - g(x)$. Si hemos definido, por ejemplo 0 y 1 como posibles valores de la variable x y reconocemos la función logística $\pi(x)$ y a los *logaritmos de odds* asociados a $x = 1$ y $x = 0$, se obtienen los *logitos* para $g(1)$ y $g(0)$ así:

$$g(1) = \ln \frac{\pi(1)}{1 - \pi(1)}$$

$$g(0) = \ln \frac{\pi(0)}{1 - \pi(0)}$$

Por otro lado se tiene que la *razón de odds* es:

$$\Psi = \frac{\pi(1)/(1 - \pi(1))}{\pi(0)/(1 - \pi(0))}$$

De modo que el logaritmo de la *razón de odds* nos produce la *diferencia de logitos*:

$$\begin{aligned} \ln(\Psi) &= \ln \left[\frac{\pi(1)/(1 - \pi(1))}{\pi(0)/(1 - \pi(0))} \right] \\ &= g(1) - g(0) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Ahora, si evaluamos Ψ para los valores 0 y 1 correspondientes en $\pi(x)$ se tiene que:

$$\begin{aligned} \Psi &= \frac{\left[\frac{e^{\beta_0 + \beta_1}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1}} \right] \left[\frac{1}{1 + e^{\beta_0}} \right]}{\left[\frac{e^{\beta_0}}{1 + e^{\beta_0}} \right] \left[\frac{1}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1}} \right]} \\ &= \frac{e^{\beta_0 + \beta_1}}{e^{\beta_0}} = e^{\beta_1} \end{aligned}$$

Al aplicar logaritmo para despejar el coeficiente de regresión y considerando la expresión (4.6), se concluye que β_1 es la *diferencia de logitos*, es decir:

$$\ln(\Psi) = \ln(e^{\beta_1}) = \beta_1 = g(1) - g(0)$$

Así pues, esta diferencia nos ofrece la proporción de cambio que tiene una función de la variable dependiente por unidad de cambio en la variable independiente.

4.2 Estimación de los coeficientes

En secciones anteriores se ha definido la función logística (4.1) como:

$$\pi(x) = \frac{1}{1 + e^{-\beta_0 - \beta_1(x)}}$$

de donde β_0 y β_1 son valores desconocidos cuya estimación permite conocer la media de las observaciones dado un valor de x .

El método de estimación empleado para hallar los valores de β_0 y β_1 , consiste en encontrar los valores que maximicen la probabilidad de obtener la serie de datos observados. De este modo, se plantea crear una función que exprese la probabilidad de los datos observados como una función de parámetros desconocidos. Los estimadores de máxima verosimilitud de esos parámetros, son elegidos al ser los valores que maximizan dicha función. A continuación se describe la metodología para encontrar los estimadores $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$.

Para la variable dicotómica Y que toma valores 1 y 0, se tiene que para alguna pareja de valores arbitrarios $\beta = (\beta_0, \beta_1)$, $\pi(x)$ proporciona una probabilidad condicional. Esto es si $Y = 1$ entonces $\pi(x)$ ofrece la probabilidad correspondiente: $P(Y = 1|x)$. En el caso en el que $Y = 0$ se tendrá que $1 - \pi(x)$ proporciona la probabilidad: $P(Y = 0|x)$. Por lo tanto, para la pareja de valores (x_i, y_i) en los que y_i es igual a uno se obtiene la probabilidad correspondiente en $\pi(x_i)$ y para las parejas en las que y_i es igual a cero la probabilidad correspondiente es dada por $1 - \pi(x_i)$. Ambos términos se pueden asociar mediante la función de distribución binomial puntual (cuando $m = 1$), de la siguiente manera:

$$\zeta(x_i) = \pi(x_i)^{y_i} (1 - \pi(x_i))^{1 - y_i}$$

Como las observaciones son independientes, se obtiene la función de probabilidad con el producto de $\zeta(x_i)$ para $i = 1 \dots n$

$$l(\beta) = \prod_{i=1}^n \zeta(x_i)$$

Para estimar los valores de β se debe maximizar $l(\beta)$, esto se logra derivando respecto a β_0 y a β_1 e igualando el resultado a cero.¹² Para facilitar el proceso se trabaja con el logaritmo natural de la función de probabilidad, como se muestra a continuación:

¹²Se debe recordar que $\pi(x_i)$ involucra a β .

$$L(\beta) = \ln[l(\beta)] = \sum_{i=1}^n [y_i \ln(\pi(x_i)) + (1 - y_i) \ln(1 - \pi(x_i))]$$

Las siguientes ecuaciones que resultan igualando a cero las derivadas de $L(\beta)$ con respecto a β_0 y a β_1 se conocen como *ecuaciones de probabilidad*, con ambas (4.7 y 4.8) se construye un sistema de ecuaciones cuya solución proporciona los estimadores de máxima verosimilitud.

$$\sum_{i=1}^n [y_i - \pi(x_i)] = 0 \quad (4.7)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i [y_i - \pi(x_i)] = 0 \quad (4.8)$$

Las ecuaciones anteriores son no lineales en β_0 y β_1 , por lo que su solución requiere de métodos computacionales que realizan un gran número de iteraciones hasta encontrar los valores adecuados para la solución al sistema.

Nuestro interés se fija en la obtención de los estimadores de los coeficientes de la función logística $(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)$ que se proporcionan mediante la aplicación del modelo en un paquete computacional, por lo que el alcance de este proyecto se limita sólo al planteamiento de las ecuaciones de probabilidad.

4.3 Pruebas de significancia de los coeficientes

Después de establecer el modelo y de estimar los coeficientes de regresión, es prudente realizar un análisis que permita conocer que tanta información produce una variable dentro del modelo; esto es, qué tanto difiere la regresión en presencia y ausencia de una variable independiente. Este proceso también se asocia con la explicación de la cifra estimada para el coeficiente β_i de la *i-ésima* variable independiente, es decir, precisar si β_i tiene un valor diferente de cero sólo por coincidencia o si en efecto, es a consecuencia de suficiente evidencia muestral para demostrar que el coeficiente que se ha estimado no es nulo.

Existen técnicas para probar la importancia que tiene una variable independiente dentro del modelo. Una de ellas consiste en realizar una prueba de hipótesis mediante la construcción de un estadístico G que representa la *razón de verosimilitudes*:

$$G = -2 \ln \frac{L_0}{L_1} \quad (4.9)$$

La expresión anterior indica: L_0 es el máximo de la función de verosimilitud bajo la hipótesis nula y L_1 es el máximo de la función de verosimilitud bajo la hipótesis alternativa. Esto es, el denominador integra k variables en la función de probabilidad y el numerador sólo

se consideran k^* integradas en la función. Al distribuirse como una $\chi_{k-k^*}^2$, el parámetro de comparación del estadístico (4.9) corresponde al valor de la distribución indicado en tablas.

El coeficiente de verosimilitudes (4.9) se puede desarrollar obteniéndose que:

$$G = [-2\ln(L_0)] - [-2\ln(L_1)]$$

De donde cada término se conoce como *log verosimilitud*. La importancia de expresar la función (4.9) de otra forma, radica en que por lo regular, los paquetes estadísticos ofrecen en el resumen de resultados la *log verosimilitud* y no la *razón de verosimilitudes*.

Para el caso específico de una sola variable independiente, G tiene la siguiente expresión:

$$G = -2\ln \left[\frac{\left(\frac{n_1}{n}\right)^{n_1} \left(\frac{n_0}{n}\right)^{n_0}}{\prod_{i=1}^n \hat{\pi}_i^{y_i} (1 - \hat{\pi}_i)^{(1-y_i)}} \right]$$

Donde $n_1 = \sum y_i$ y $n_0 = \sum (1 - y_i)$. Mediante operación algebraica se tiene que:

$$G = 2 \left[\sum_{i=1}^n [y_i \ln(\hat{\pi}_i) + (1 - y_i) \ln(1 - \hat{\pi}_i)] - [n_1 \ln(n_1) + n_0 \ln(n_0) - n \ln(n)] \right] \quad (4.10)$$

Bajo la hipótesis de que β_1 es igual a cero, el estadístico G sigue una distribución chi-cuadrada con un grado de libertad. Por lo que si el software empleado en la estimación de los coeficientes de regresión, brinda la *log verosimilitud* cuando el modelo cuenta con la variable x , entonces resta evaluar el segundo término de la ecuación 4.10. Posteriormente, calcular el valor p asociado a la prueba de hipótesis. De tal manera que si $p \leq \alpha$; H_0 se rechazaría; esto es equivalente a evaluar $P[\chi_{(1)}^2 > G]$ y comparar el resultado con el nivel de significancia, α . Si se rechaza H_0 se puede decir que existe suficiente evidencia estadística para mostrar que la variable x es *significativa* en la predicción de y .

Estadístico de Wald. Otro modo de probar la representatividad de un coeficiente estimado consiste en el empleo del estadístico de Wald para el contraste de la prueba. Éste se define como la razón del parámetro estimado $\hat{\beta}_1$, entre la estimación del error estandar para ese parámetro. Por lo que se tiene

$$W = \frac{\hat{\beta}}{SE(\hat{\beta}_1)}$$

El resultado, bajo la hipótesis de que $\beta_1 = 0$ seguirá una distribución normal estándar. Entonces W se asocia con el p-valor y se compara con el nivel de significancia α para considerar si la variable e cuestión es representativa o no.

4.4 Intervalo de confianza para $\hat{\beta}_i$

Se ha mostrado que la *razón de odds* es el parámetro de interés en la regresión logística. La estimación de (Ψ) presenta un sesgo en su distribución. Por lo que se crea un intervalo de

confianza que considere este hecho. Según el teorema central del límite, los estimadores por máxima verosimilitud de los parámetros del modelo logístico son asintóticamente normales [7]. Entonces un intervalo de $100 * (1 - \alpha)$ de confianza estimado para la *razón de odds* se construye con los puntos de un intervalo de confianza para el coeficiente β_1 exponenciando esos valores. De modo que el intervalo de confianza para $\hat{\beta}_1 = \ln(\hat{\Psi})$ será:

$$e^{[\hat{\beta}_1 \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} * \widehat{SE}(\hat{\beta}_1)]}$$

Donde $\widehat{SE}(\hat{\beta}_1)$ es el error estándar asociado al parámetro β_1 . Se debe recordar que un mismo estimador ofrece distintos valores para diferentes muestras del mismo tamaño extraídas de la misma población. Por lo tanto se debe tener una medida de la variabilidad del estimador respecto del parámetro que se trata de estimar. Esta variabilidad se mide en términos de la desviación estándar del estimador, la cual recibe el nombre de error estándar. Los paquetes computacionales también ofrecen este dato.

4.5 Caso multivariado

Se ha planteado el modelo de regresión logística en un contexto en donde la variable independiente x representa la edad de las personas en la muestra, es de tipo cuantitativa y por lo tanto la información que proporciona se mide en una escala numérica.

En el siguiente capítulo se presenta el empleo de la regresión logística en el *análisis de supervivencia* en donde se plantea la necesidad de introducir un número determinado de *variables ficticias* para la estimación de los coeficientes de la función logística, por lo cual es indispensable mostrar el caso multivariado del modelo.

Consideremos una colección de p variables independientes las cuales serán denotadas por el vector $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_p)$. Tenemos que la probabilidad condicional de que se presente una respuesta *favorable* está dada por $P(Y = 1 | \mathbf{x}) = \pi(\mathbf{x})$. Entonces el *logito* de la regresión logística múltiple está dado por:

$$g(\mathbf{x}) = \beta_0 + \beta_1(x_1) + \beta_2(x_2) + \dots + \beta_p(x_p)$$

De este modo se desea estimar los valores de los coeficientes $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_p$. El método de estimación usado en el caso multivariado es el mismo que se describió en secciones anteriores para el modelo de una sola variable independiente. La función de probabilidad es una modificación de la ecuación construida en la sección anterior:

$$l(\beta) = \prod_{i=1}^n (\zeta(x_i)) \quad (4.11)$$

Con la condición de que ahora $\pi(\mathbf{x})$ está definido como:

$$\pi(\mathbf{x}) = \frac{e^{g(\mathbf{x})}}{1 + e^{g(\mathbf{x})}}$$

Habr  $p + 1$ ecuaciones las cuales se obtienen derivando la funci3n 4.11 con respecto a los $p + 1$ coeficientes; estas son expresadas del siguiente modo:

$$\sum_{i=1}^n [y_i - \pi(\mathbf{x}_i)] = 0$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} [y_i - \pi(\mathbf{x}_i)] = 0$$

Como se asumi3 en el modelo univariado, la soluci3n de dichas ecuaciones requiere un software estadístico para su soluci3n.

4.6 Variables ficticias

Se ha mencionado que las variables involucradas en el resultado de un fen3meno son registros de datos que por el contexto pueden ser de tipo cuantitativo o cualitativo. Si son del primer tipo entrarán como variables independientes de forma directa en el modelo, sin embargo si el tipo de variables que se emplean son cualitativas (sexo, color, raza, etc.); que no representan una medida en si, sino más bien son identificadores de diferentes categorías que puede tener la variable; se deben manejar estos datos mediante el empleo de *variables ficticias* para introducir las en el modelo logístico multivariado.

Suponiendo que algún modelo logístico emplea como variable predictora la nacionalidad de los individuos y se han identificado las respuestas como mexicano, canadiense y otra nacionalidad. Se tendrán que diseñar dos variables ficticias D_1 y D_2 para señalar cada caso en una de las tres situaciones del siguiente modo:

Nacionalidad	D_1	D_2
Mexicano	0	0
Canadiense	1	0
Otra	0	1

Esto quiere decir que si por ejemplo, existiera un registro en los datos indicando una persona de nacionalidad canadiense, D_1 sería 1 y D_2 equivaldría a 0 para ese registro.

En este m3todo, la asignaci3n de los valores que toma el primer grupo (mexicanos) son ceros en D_1 y D_2 y se le llama *grupo de referencia*. Los siguientes grupos combinan unos y ceros en esas variables.

En general, si una variable tiene k posibles categorías, entonces se requiere diseñar $k - 1$ variables. Esto implica que si un modelo cuenta con la j -3sima variable independiente nominal, x_j con k_j *niveles* o categorías, será representada con D_{ju} variables ficticias donde

$u = 1, 2, \dots, k_j - 1$ y los coeficientes para estas variables dentro del modelo estarán denotados por β_{ju} . Así el modelo de regresión logística con p variables; siendo la j -ésima variable nominal será

$$g(\mathbf{x}) = \beta_0 + \beta_1(x_1) + \dots + \sum_{u=1}^{k_j-1} \beta_{ju}D_{ju} + \beta_p(x_p)$$

Y los estimadores para los coeficientes de esta ecuación se estiman como se ha descrito para el modelo multivariado. Actualmente los paquetes computacionales ofrecen como opción el diseño de variables ficticias, presentando entre sus opciones otros modos para codificarlas distinto al señalado, sin embargo para nuestro estudio omitiremos la presentación de esos métodos y se empleará este, que en la literatura se presenta como *reference cell coding*. [3]

Capítulo 5

Análisis del tiempo de supervivencia

5.1 Regresión de datos de supervivencia

La regresión logística ofrece una solución para modelar situaciones en las que se tiene la ocurrencia o no ocurrencia de un fenómeno. Adicionalmente, también se puede emplear el modelo de regresión logística para tratar datos de supervivencia, esto implica un enfoque encaminado, no a conocer la presencia de un suceso, sino al tiempo en que éste ocurre; en nuestro contexto, se aplica a los fallecimientos de los individuos pensionados en una edad x .

Para la aplicación de la regresión logística, suponemos que el *tiempo de supervivencia* es conocido por haber ocurrido o no, la muerte de los individuos en uno de K intervalos, también reconocemos que iniciamos el estudio con n sujetos que irán falleciendo en el transcurso del tiempo y de los cuales se registrará el intervalo en el que ocurre su muerte. Si el sujeto sobrevive en el período, se registra en este intervalo y se le conoce como registro *censurado*; es decir la supervivencia del individuo, es por lo menos igual al período observado pero no es igual a él. Este tipo de censura se conoce como *censura por la derecha*.

De este modo tenemos que la probabilidad de muerte de cualquier individuo del grupo estará dada por:

$$\pi_k(x) = P(Y_k = 1 | Y_{k'} = 0 \text{ para } k' < k, x)$$

donde:

x es la edad de un individuo.

Y_k representa la ocurrencia o no ocurrencia de muerte del individuo en el k -ésimo intervalo.

$\pi_k(x)$ es la probabilidad de que la muerte de un individuo de edad x ocurra en el k -ésimo intervalo condicionado a que la muerte no ocurra antes de este intervalo.

El modelo logístico asume que el *logito* de la probabilidad de muerte en un intervalo es una función lineal de las variables independientes \mathbf{x} , y un término constante específico para el intervalo, condicionando a que la muerte no ocurra en un intervalo anterior al establecido.

Por lo que se tendrá definida la función logística y el logito como:

$$\begin{aligned}\pi_k(\mathbf{x}) &= \frac{e^{\alpha_k + \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})}}{1 + e^{\alpha_k + \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})}} \\ g_k(\mathbf{x}) &= \ln \left[\frac{\pi_k(\mathbf{x})}{1 - \pi_k(\mathbf{x})} \right] \\ &= \alpha_k + \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})\end{aligned}\tag{5.1}$$

De la expresión anterior se puede observar que α_k corresponde al logito para un sujeto con $x = 0$ en el k -ésimo intervalo. Como se verá más adelante, para incluir el vector de parámetros intervalo - específicos, $\boldsymbol{\alpha}' = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k, \dots, \alpha_K)$ en la función de probabilidad conjunta, se requiere de una modificación en la serie de datos.

Se tiene que x_i corresponde a la edad del i -ésimo individuo, $i = 1, 2, \dots, n$. Entonces extendemos la definición de la variable Y_k para incluir observaciones de cada sujeto en cada periodo, interpretando estas con la variable y_{ik} denotando los valores observados como $y_{ik}=1$ si el i -ésimo individuo muere en el k -ésimo intervalo y $y_{ik}=0$ si sabemos que el i -ésimo individuo ha sobrevivido en el k -ésimo intervalo. De este modo la contribución de una persona a la función de probabilidad estará dada por:

$$l_i(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \pi_k(\mathbf{x}_i)^{y_{ik}} \prod_{k'=1}^{k-1} [1 - \pi_{k'}(\mathbf{x}_i)]^{1-y_{ik}'}$$

si el sujeto muere en el k -ésimo intervalo, $y_{ik}=1$ y

$$l_i(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \prod_{k'=1}^k [1 - \pi_{k'}(\mathbf{x}_i)]^{1-y_{ik}'}$$

si el sujeto está censurado en el k -ésimo intervalo, esto es $y_{ik'}=0$ para $k' = 1, 2, \dots, k$. En la función de probabilidad $\boldsymbol{\alpha}' = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_K)$ denota el vector de parámetros que interceptan en un intervalo específico. La probabilidad completa se obtiene como el producto de $l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ sobre n individuos y es:

$$L(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \prod_{i=1}^n l_i(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$$

5.2 Modificación de datos y estimación

Se debe modificar la tabla de registros para utilizar el software que nos permita conocer la máxima verosimilitud y los errores estandar de los parámetros estimados ¹³.

¹³Para procesar la información y obtener los estimadores se empleó SPSS, versión 17.0

Asumimos que por contar con información del periodo 1997 - 2007 de inválidos y activos, el número de intervalos de análisis K es 11. Para incluir el parámetro del intervalo específico, α , se crea una variable de intervalo k en una base de datos general cuyo valor depende del año en que se encuentre el registro; es decir si el año de registro es 1997, entonces $k = 1$, si es 1998, $k = 2$ y así sucesivamente.

Por ejemplo, un sujeto que muere en el tercer intervalo contribuiría con tres registros a la base de datos; en el primero el valor de la variable de intervalo k sería 1, el valor de la variable y sería 0 y x corresponderá a la edad que tiene el individuo en el último intervalo (1999), es decir la edad de muerte para esa persona.

En el segundo registro se tendría ($k = 2$), ($y = 0$) y el valor de x sería el mismo que en la línea anterior. Para el tercer registro, k sería igual a 2, x tendrá el mismo valor que los dos registros anteriores pero ahora el valor de la variable de salida será $y = 1$.

Si el sujeto se mantuvo con vida en un intervalo determinado, es decir es un elemento censurado, contribuirá con el número de registros equivalente al número del intervalo del siguiente modo.

En el caso de que un sujeto se mantenga con vida en el tercer intervalo, los valores correspondientes para las variables serán: ($k = 1, 2, 3$) para el primer, segundo y tercer registros; el valor de y en cada caso será igual a 0 y el valor de x será 0 para todos los intervalos.

Este patrón de contribución de registros de datos a una tabla es similar para las observaciones ocurridas en los otros intervalos.

Es preciso señalar que la información obtenida en este proceso se clasifica en cuatro tablas; dos para los elementos activos y dos tablas para los elementos inválidos, agrupando la información por sexo de los individuos.

Para el empleo del modelo de regresión logística las covariables pueden ser de tipo cuantitativas o cualitativas, en este caso x , que representa la edad de los individuos es de tipo cuantitativo, sin embargo k la definiremos como categórica, por lo que su introducción en el modelo requiere del diseño de *variables ficticias*.

La interpretación de una variable cualitativa mediante otras implica conocer el número de categorías que representa. En nuestro contexto k es categórica con 11 niveles por lo tanto se tendrá el diseño de 10 variables ficticias.

Para obtener la máxima probabilidad estimada del parámetro de intervalo específico, a_k , se debe declarar la variable k que hemos creado, como categórica e incluir entre las covariantes la constante $x_0 = 1$.

De este modo se estiman los coeficientes del modelo planteado en la ecuación 5.1 tomando en cuenta que debido a que definiremos el primer periodo (1997) como *grupo de referencia*, la estimación de β_0 corresponderá a la estimación del parámetro para el primer intervalo, $\hat{\alpha}_1 = \hat{\beta}_0$. La estimación del parámetro para el k -ésimo intervalo, $k > 1$, se obtendrá como la suma de la estimación de β_0 y la estimación del coeficiente de la $k - 1$ variable diseñada; es decir $\hat{\alpha}_k = \hat{\beta}_0 + \hat{\gamma}_{k-1}$.

La probabilidad condicional estimada de que un sujeto con edad x muera en el k -ésimo periodo dado que sobrevivió los $k - 1$ primeros periodos será:

$$\widehat{\pi}_k(x) = \frac{e^{\widehat{\alpha}_k + \widehat{\beta}x}}{1 + e^{\widehat{\alpha}_k + \widehat{\beta}x}}$$

En términos actuariales la probabilidad de que una persona de edad x fallezca entre las edades x y $x + n$ se denota por ${}_nq_x$.

La expresión para mostrar la probabilidad de que una persona de edad x sobreviva por n años y muera en el $(n + 1)$ año se denota por ${}_n|q_x$, y

$${}_n|q_x = \frac{d_{x+n}}{l_x}$$

Dado que las bases de datos originales cuentan con la fecha de nacimiento y de muerte de los individuos para cada periodo, y que la edad para cada uno de estos es calculada de manera independiente mediante la ejecución de un programa, que asigna la edad de vida o de muerte haciendo la diferencia en años, entre el año de nacimiento y el año de muerte, ó en el caso de que el individuo se encuentre con vida, la diferencia entre el año de registro y la fecha de nacimiento; se considera que todos los individuos nacen al iniciar el año. Por consiguiente cumplen un año de vida al comienzo del siguiente periodo. De éste modo los individuos que tienen edad x en el periodo k cumplirán $x + n$ años en el periodo $k + n$. Por lo tanto ${}_1|q_x$ corresponderá al valor del cálculo de $\widehat{\pi}_1(x)$.

Consecuentemente, para el resto de los intervalos ($k > 1$), las probabilidades de fallecimiento se conciben como la probabilidad de muerte diferida entre las edades $x + m$ y $x + n$ para un individuo de edad x cuando $x < m < n$; siendo que la diferencia entre el valor de m y de n es de un año.

La asignación de los valores de la función ${}_n|q_x$ por medio del cálculo de $\pi_k(x)$ es la siguiente:

$$\begin{aligned} {}_1|q_x &= \widehat{\pi}_2(x) \\ {}_2|q_x &= \widehat{\pi}_3(x) \\ {}_3|q_x &= \widehat{\pi}_4(x) \\ {}_4|q_x &= \widehat{\pi}_5(x) \\ &\vdots \\ {}_n|q_x &= \widehat{\pi}_k(x) \end{aligned}$$

Para la construcción de una tabla de mortalidad se emplean como datos: la edad de los individuos x , l_x , ${}_np_x$, ${}_nq_x$ y los valores conmutados.

Un modo lógico de operar consiste en tomar el valor de ${}_n|q_x$ como *probabilidad de muerte* sabiendo que el cálculo de ${}_nq_x$ a partir de ${}_n|q_x$ es posible si se tiene fija la edad y el periodo, pero se tiene el problema de que se debe tener todas las combinaciones de periodos y edades para después (sobre la *esperanza*) de las q 's, asignarla a la otra. Que al final, además de ser un procedimiento demasiado largo, desvirtúa el resultado de la tabla final. Por lo que se sugiere el empleo del cálculo de $\widehat{\pi}_k(x)$ como valor estimado de ${}_nq_x$.

5.3 Coeficientes estimados para la función $\hat{\pi}_k(x)$ y su relación con ${}_n|q_x$

Mediante el empleo del software estadístico SPSS se obtuvieron los resultados que se muestran en las siguientes tablas. A partir de ellos y bajo las consideraciones señaladas se construyeron los valores de $\hat{\pi}_k(x)$; éstos se colocaron en tablas en el Apéndice correspondiente con el nombre *Probabilidad de fallecimiento estimada para hombres (mujeres) activo(a)s* y *Probabilidad de fallecimiento estimada para hombres (mujeres) inválido(a)s*.

En cada una de las siguientes tablas se observan las estimaciones definitivas de los parámetros del modelo (columna *B*), así como su significatividad en la columna de los p-valores (columna *Sig.*). Como todos los p-valores son menores que 0.05, todos los coeficientes estimados son significativos al 95% de confianza.

También se muestran columnas con el Error típico de *B* (*S.E.*), Estadístico de *Wald*, los grados de libertad (*df*) asociados a la función de probabilidad χ^2 , razón de ventajas estimadas (*Exp(B)*) e Intervalo de confianza para *Exp(B)* al 95%.

5.3. Coeficientes estimados para la función $\hat{\pi}_k(x)$ y su relación con $n|q_x$

Variables in the Equation								
	B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)	95% C.I. for EXP(B)	
							Lower	Upper
Step 1 ^a edad_m	.066	.000	103689.042	1	.000	1.068	1.068	1.069
intervalo			23778.018	10	.000			
intervalo(1)	1.986	.032	3775.513	1	.000	7.287	6.840	7.764
intervalo(2)	2.278	.032	5025.343	1	.000	9.755	9.159	10.389
intervalo(3)	2.661	.032	6941.278	1	.000	14.307	13.439	15.232
intervalo(4)	2.977	.032	8649.623	1	.000	19.638	18.444	20.910
intervalo(5)	3.189	.032	9693.119	1	.000	24.270	22.777	25.861
intervalo(6)	2.342	.035	4387.819	1	.000	10.401	9.704	11.147
intervalo(7)	2.461	.036	4763.992	1	.000	11.721	10.930	12.570
intervalo(8)	3.282	.034	9257.358	1	.000	26.626	24.904	28.467
intervalo(9)	3.184	.036	7942.822	1	.000	24.134	22.502	25.884
intervalo(10)	4.292	.034	15673.190	1	.000	73.125	68.373	78.208
Constant	-7.426	.032	55140.273	1	.000	.001		

Tabla 5.1: Regresión para hombres no inválidos

Variables in the Equation								
	B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)	95% C.I. for EXP(B)	
							Lower	Upper
Step 1 ^a edad_m	.079	.000	48877.858	1	.000	1.082	1.082	1.083
intervalo			3159.933	10	.000			
intervalo(1)	2.335	.128	332.583	1	.000	10.324	8.033	13.269
intervalo(2)	2.810	.126	497.856	1	.000	16.612	12.978	21.263
intervalo(3)	3.114	.125	619.051	1	.000	22.500	17.606	28.754
intervalo(4)	3.329	.125	711.146	1	.000	27.909	21.852	35.645
intervalo(5)	3.568	.125	820.306	1	.000	35.445	27.766	45.248
intervalo(6)	2.992	.127	554.760	1	.000	19.919	15.529	25.550
intervalo(7)	3.271	.127	667.565	1	.000	26.327	20.543	33.741
intervalo(8)	3.900	.125	967.269	1	.000	49.415	38.647	63.184
intervalo(9)	4.037	.126	1025.169	1	.000	56.684	44.271	72.577
intervalo(10)	4.536	.126	1298.851	1	.000	93.300	72.904	119.402
Constant	-9.866	.122	6507.168	1	.000	.000		

Tabla 5.2: Regresión para mujeres no inválidas

El valor estimado para los coeficientes de la función logística se muestra en la columna B . La forma para obtener el valor de $\hat{\pi}_k(x)$ dado un valor de x , se obtiene encontrando los valores asociados a $\hat{\alpha}_k$ y el valor de $\hat{\beta}$ (éste último corresponde al valor $edad_m$ de la tabla).

Debemos tomar en cuenta que $\hat{\alpha}_k = \hat{\beta}_0 + \hat{\gamma}_{k-1}$

De donde $\hat{\beta}_0$ es el valor *Constant* y $\hat{\gamma}_k$ corresponde a los valores asociados a la variable $intervalo(k)$ de la tabla. A continuación, además de la regresión para los individuos inválidos también se presenta como ejemplo del cálculo, los valores de la función logística para un individuo de sexo masculino de edad 15 en todos los intervalos.

5.3. Coeficientes estimados para la función $\hat{\pi}_k(x)$ y su relación con ${}_n|q_x$

Variables in the Equation							95% C.I. for EXP(B)	
	B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)	Lower	Upper
Step 1 ^a edad_m	.084	.001	24198.441	1	.000	1.088	1.086	1.089
intervalo			16146.518	10	.000			
intervalo(1)	4.614	.503	84.161	1	.000	100.904	37.652	270.418
intervalo(2)	5.516	.502	120.996	1	.000	248.752	93.086	664.731
intervalo(3)	5.703	.501	129.361	1	.000	299.634	112.154	800.514
intervalo(4)	6.280	.501	157.086	1	.000	533.565	199.854	1424.502
intervalo(5)	6.583	.501	172.679	1	.000	722.676	270.724	1929.124
intervalo(6)	6.666	.501	177.014	1	.000	785.360	294.161	2096.781
intervalo(7)	6.602	.501	173.514	1	.000	736.859	275.892	1968.024
intervalo(8)	6.873	.501	188.007	1	.000	965.745	361.575	2579.444
intervalo(9)	7.090	.501	199.965	1	.000	1199.720	449.068	3205.145
intervalo(10)	10.205	.501	414.450	1	.000	27033.690	10121.035	72208.075
Constant	-13.280	.501	701.536	1	.000	.000		

Tabla 5.3: Regresión para hombres inválidos

Variables in the Equation							95% C.I. for EXP(B)	
	B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)	Lower	Upper
Step 1 ^a edad_m	.088	.001	5650.116	1	.000	1.092	1.089	1.094
intervalo			3470.556	10	.000			
intervalo(1)	4.367	1.008	18.770	1	.000	78.782	10.927	567.998
intervalo(2)	5.482	1.004	29.836	1	.000	240.238	33.606	1717.393
intervalo(3)	5.562	1.004	30.720	1	.000	260.360	36.423	1861.124
intervalo(4)	5.906	1.003	34.668	1	.000	367.150	51.413	2621.915
intervalo(5)	6.350	1.003	40.112	1	.000	572.317	80.214	4083.416
intervalo(6)	6.402	1.003	40.764	1	.000	603.291	84.520	4306.185
intervalo(7)	6.437	1.003	41.184	1	.000	624.625	87.459	4461.029
intervalo(8)	6.642	1.003	43.835	1	.000	766.528	107.303	5475.738
intervalo(9)	6.842	1.003	46.490	1	.000	936.279	130.998	6691.840
intervalo(10)	9.861	1.003	96.672	1	.000	19175.076	2685.393	136919.819
Constant	-13.072	1.003	169.765	1	.000	.000		

Tabla 5.4: Regresión para mujeres inválidas

k - Intervalo	Edad
1	0.00159
2	0.01152
3	0.01537
4	0.02238
5	0.03047
6	0.03738
7	0.01637
8	0.01841
9	0.04086
10	0.03718
11	0.10476

Cálculo de $\hat{\pi}_k(15)$, $k = 1, 2, \dots, 11$

Es preciso recordar que:

$$\hat{\pi}_k(x) = {}_n|q_x$$

Si calculamos todos los valores de $\hat{\pi}_1(x)$ para $x = 15, 16, \dots, 110$ se obtendrán los valores de ${}_n|q_x$, que es la probabilidad de fallecimiento promedio. Sin embargo las tablas de mortalidad no emplean promedios como un elemento para la interpretación de la mortalidad en una población, pues su aplicación mostraría la edad promedio en que una persona de edad x muere, y por consiguiente en el cálculo de la prima de un seguro, se estaría subestimando a los individuos que mueren por encima de la edad media.

Para soslayar este hecho, se deben ajustar las tablas construidas mediante la función $\hat{\pi}_1(x)$ interpretando la información que brindan, como la edad promedio en que una persona de edad x muere. De este modo, la probabilidad ${}_n|q_x$ se multiplica por un factor de $(1 + \text{cuantil de } 0.95 \text{ de una Normal Estándar})$ para trasladarla, a un punto extremo del intervalo en el que hipotéticamente oscilan las probabilidades para esa edad con un margen de error del 5%.

Consecuentemente se obtienen nuevas cifras con valores ajustados para evitar riesgos en cuanto a la insuficiencia del pago de un seguro de vida. La tabla que muestra las probabilidades de muerte ajustadas se incluye en el Apéndice A.

5.3.1 Regresión para hombres no inválidos

La gráfica construida para hombres no inválidos a partir de la estimación de dichas probabilidades de muerte es la siguiente (fig. 5.1) y los valores asociados se presentan en la tabla correspondiente del apéndice (A.1 y A.2).

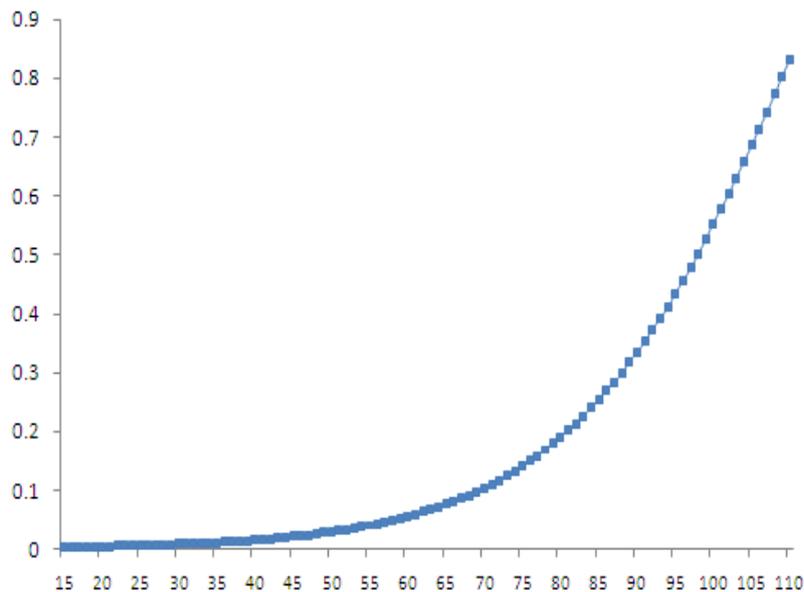


Figura 5.1: Probabilidad estimada ${}_n|q_x$ para hombres no inválidos

5.3.2 Regresión para mujeres no inválidas

El modo de proceder para calcular la probabilidad de fallecimiento de una persona de edad x dentro del grupo de mujeres no inválidas es análogo al descrito para el grupo de los hombres: primero se realiza la regresión en SPSS, posteriormente se calcula $\hat{\pi}_k(x)$ con los valores de los parámetros estimados en la regresión, se asocia el valor de la función π del primer intervalo con la probabilidad de fallecimiento ${}_n|q_x$ y finalmente se ajustan los valores.

La tabla que contiene el valor de q_x se localiza en el apéndice con los datos respectivos (A.1 y A.2), y la gráfica que representa dichas probabilidades se muestra a continuación.

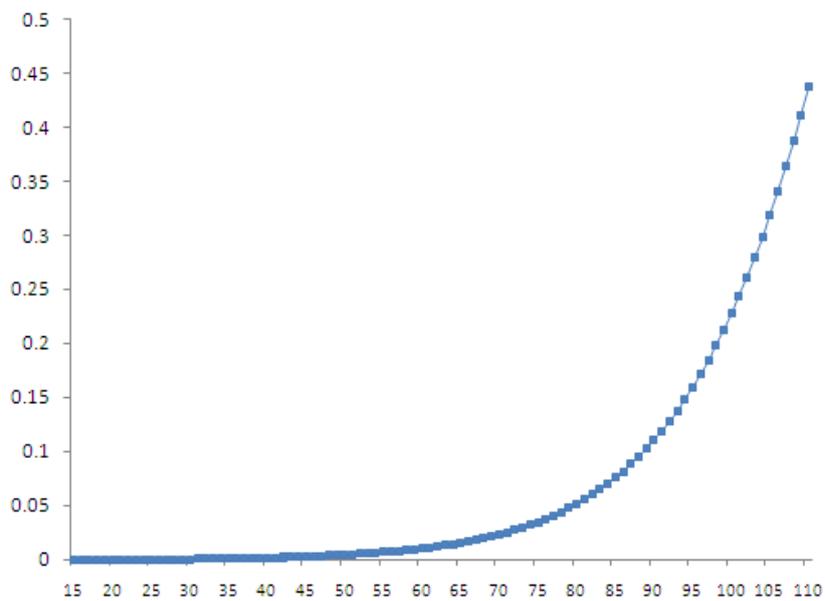


Figura 5.2: Probabilidad estimada ${}_n|q_x$ para mujeres no inválidas

5.3.3 Regresión para hombres inválidos

En el caso de los hombres inválidos la gráfica que muestra la probabilidad de fallecimiento a edad x es la siguiente (fig. 5.3). En este caso las probabilidades para todas las edades oscilan entre 0.00001 para la edad inicial 15 años e incrementan hasta 0.0136 para la edad 100.

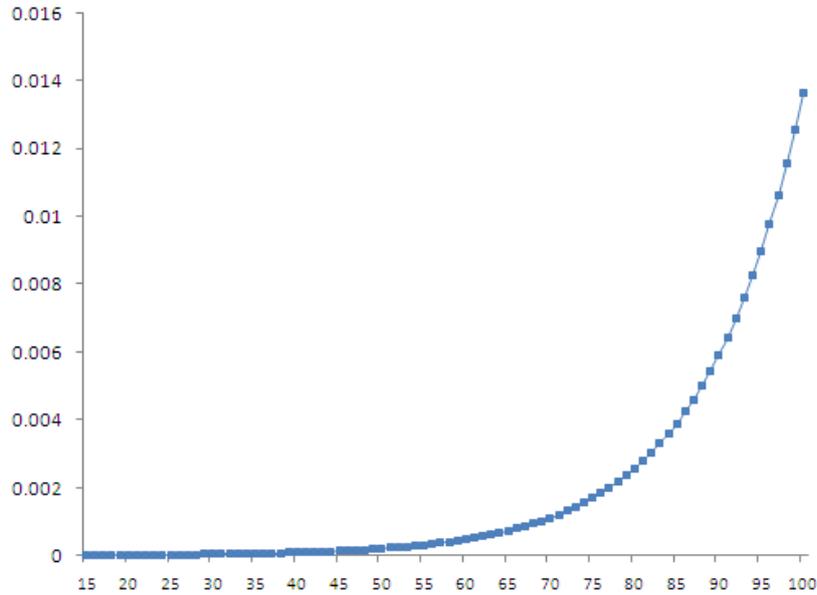


Figura 5.3: Probabilidad estimada ${}_n|q_x$ para hombres inválidos

5.3.4 Regresión para mujeres inválidas

En la gráfica para este grupo (fig. 5.4) se observan las probabilidades con un mayor leve incremento en proporción a los valores asociados de los hombres inválidos. Como en el resto de los casos las probabilidades ${}_n|q_x$ se presentan en el apéndice (A.9 y A.10).

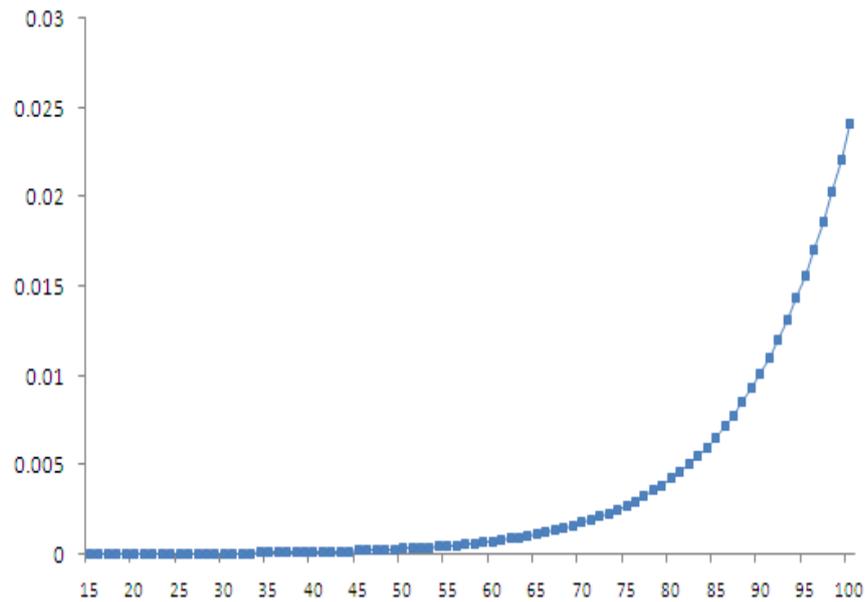


Figura 5.4: Probabilidad estimada ${}_n|q_x$ para mujeres inválidas

Capítulo 6

Resultados. Comparativa del modelo planteado

6.1 Diferencia porcentual

Para la integración del proyecto, es preciso comparar los datos obtenidos en el modelo de regresión logística. A continuación se muestran las diferencias porcentuales entre los valores de las tablas iniciales y los valores estimados.

De la sección anterior, se tiene que el número de registros en las bases de datos de hombres y mujeres inválido(a)s no permiten modelar la probabilidad de muerte mediante el modelo de regresión logística planteado en este proyecto. Como se observa en las siguientes gráficas (Figs. 6.1 y 6.2), en dónde se presentan los valores de las tablas EMSSIH-97 y EMSSIM-97 frente a los valores obtenidos mediante la regresión logística para los individuos pensionados inválidos; la relación que existe entre los valores propuestos y los establecidos es congruente, sin embargo para poder hallar una aproximación a la curva establecida, es necesario establecer un factor de 10,000 que al multiplicarlo por las tasas estimadas, aproxima la curva al modelo establecido. En contraparte en las tablas fijadas por el IMSS se emplea una proporción al millar, por consiguiente se puede inferir que la diferencia presentada surge a consecuencia del número de registros empleados.

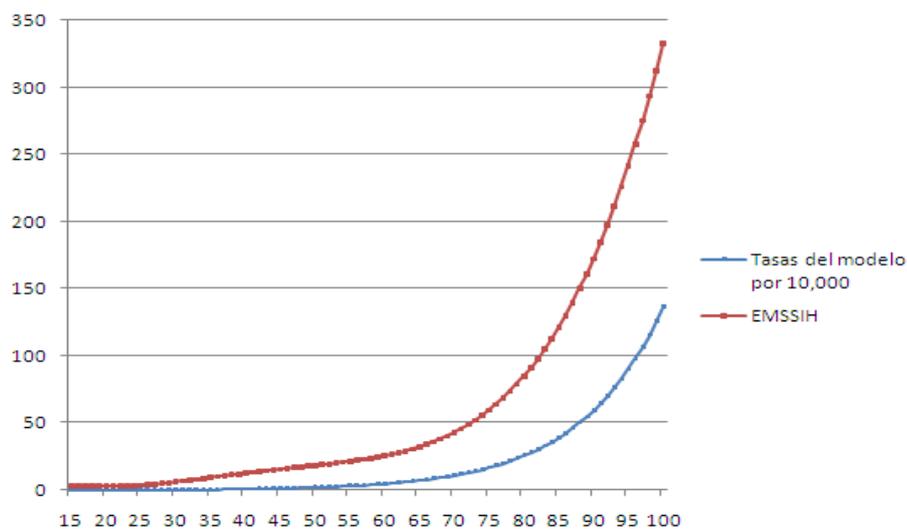


Figura 6.1: Tasas de mortalidad al millar EMSSIH vs Modelo para Hombres inválidos

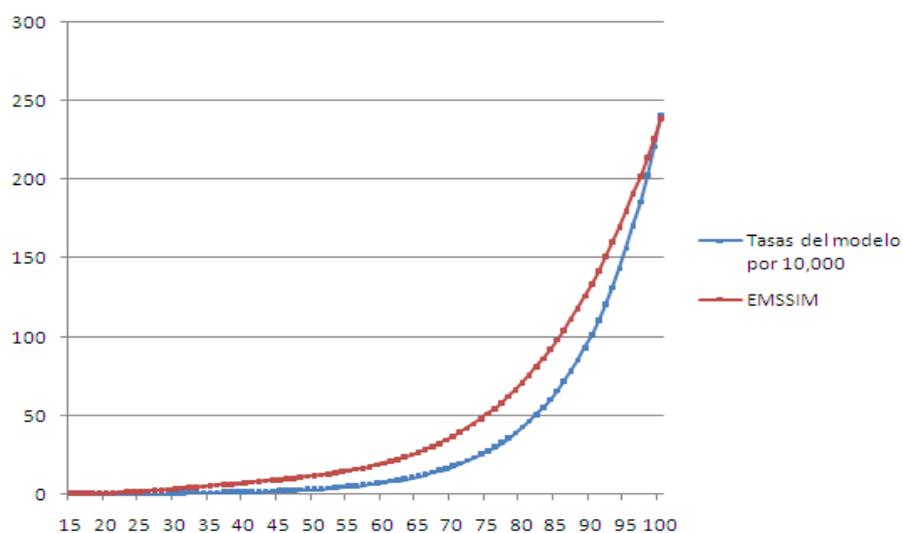


Figura 6.2: Tasas de mortalidad al millar EMSSIM vs Modelo para Mujeres inválidas

Por otro lado, la comparación entre los modelos para personas activas se muestra en las gráficas 6.3 y 6.4 para hombres y mujeres respectivamente. En el modelo de regresión logística para los hombres activos, las tasas estimadas son superiores a las que se presentan en la tabla EMSSAH para todas las edades, esto quiere decir que se obtuvo una probabilidad de muerte mayor, por lo que la gente vive menos de lo indicado en la tabla que emplea el IMSS para el cálculo del Monto Constitutivo, en este caso la Prima Neta que paga el titular deberá ser menor a lo establecido. Se debe observar que la probabilidad propuesta para la edad 110 no es 1¹⁴; se plantea que el valor unitario que presentan las tablas establecidas es una medida tomada para cumplir con el hecho de que la probabilidad de muerte en la edad máxima para una tabla de mortalidad sea 1.

Para el modelo de mujeres activas que se obtuvo, las diferencias porcentuales considerables se presentan a partir de las edades superiores a los 89 años, además de que para edades superiores, la probabilidad de muerte es menor a la planteada en la tabla EMSSAM. Este hecho repercute en el pago de una prima mayor que cubra riesgos para los beneficiarios de edades en este intervalo (edades superiores), y un pago semejante al que se realiza empleando la información de la EMSSAM para la cobertura de beneficiarios con edades inferiores a los 86 años. Al igual que en el caso de los hombres, en la edad 110 el incremento entre la tasa establecida y la estimada es mayor pero se argumenta una probabilidad equivalente a uno por cuestiones axiomáticas.

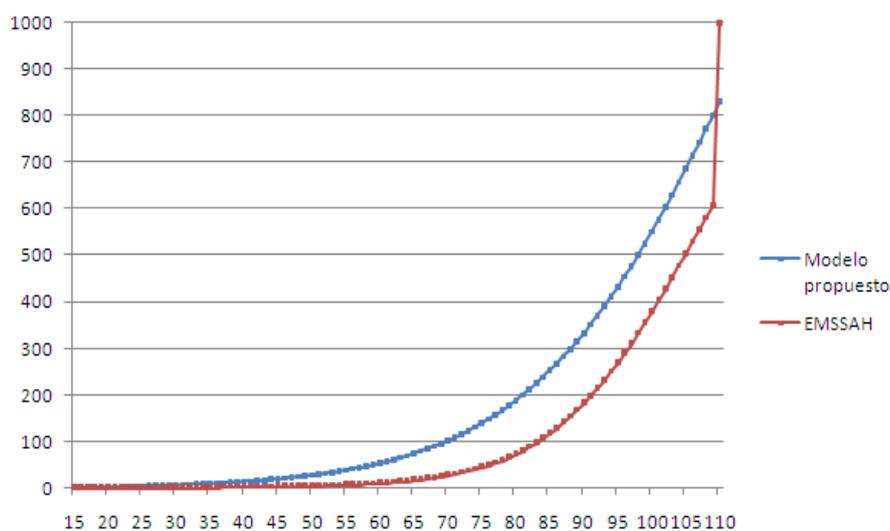


Figura 6.3: EMSSAH vs Modelo para Hombres activos

¹⁴Las tablas se presentan al millar, por lo que en las gráficas correspondientes los valores se muestran en un rango de 0 a 1,000

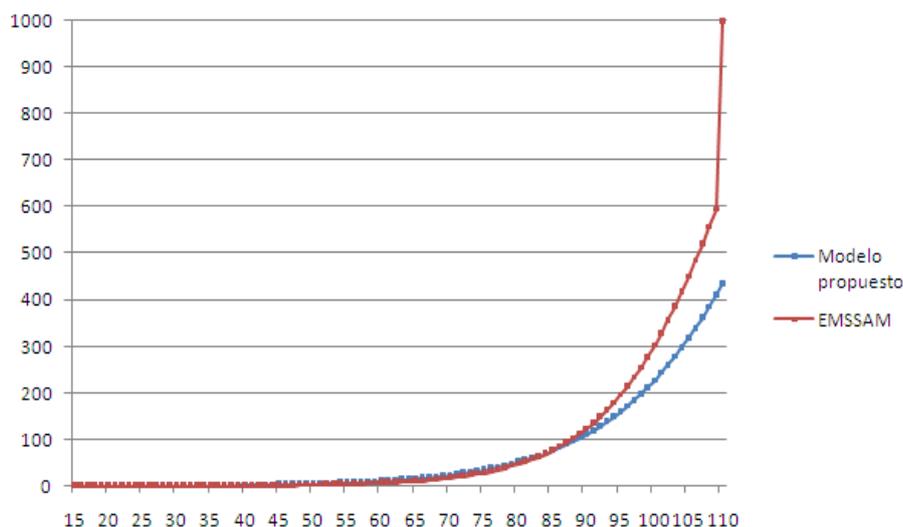


Figura 6.4: EMSSAM vs Modelo para Mujeres activas

Para precisar las diferencias entre las probabilidades establecidas y las propuestas se propone el siguiente criterio para obtener la *diferencia porcentual* por edad y poder apreciar en qué puntos esta es mayor. Así mismo se elabora la gráfica correspondiente para visulizar los valores que se obtienen de la ecuación.

$$ep_x = \frac{\sum_{15}^{x_{max}} |EMSS_x - TM_x|}{|EMSS_x - TM_x|} 100$$

donde:

$EMSS_x$ refiere a la tasa de mortalidad para la edad x de la tabla Experiencia Mexicana del Seguro Social para Activos o Inválidos según corresponda.

TM_x es la tasa de muerte estimada de una persona de edad x para Activos o Inválidos según corresponda y se obtiene mediante el producto: ${}_n|q_x * 1000$.

Mediante la figura 6.5 es posible reconocer que el margen más amplio entre las tablas del Seguro Social y los modelos propuestos, se ubica en las edades superiores a los 60 años para los hombres y después de los 90 años para las mujeres. Lo anterior sugiere que hay una mayor variación de los valores establecidos en las tablas de hombres que en las tablas de mujeres, resultado de que se obtuvieron tasas de muerte mayores a las establecidas en la EMSSAH-97.

Antes de estos puntos (edad 60 y 90, respectivamente), el error porcentual es inferior al 0.62% para ambos sexos. También se observa que en el caso del modelo propuesto para las mujeres, la diferencia en relación a las tasas del IMSS incrementa de forma aparentemente geométrica al trasladarse de una edad a otra edad mayor. Sin embargo en el caso de los hombres, las diferencias del modelo en relación a las tasas del IMSS incrementan en forma constante.

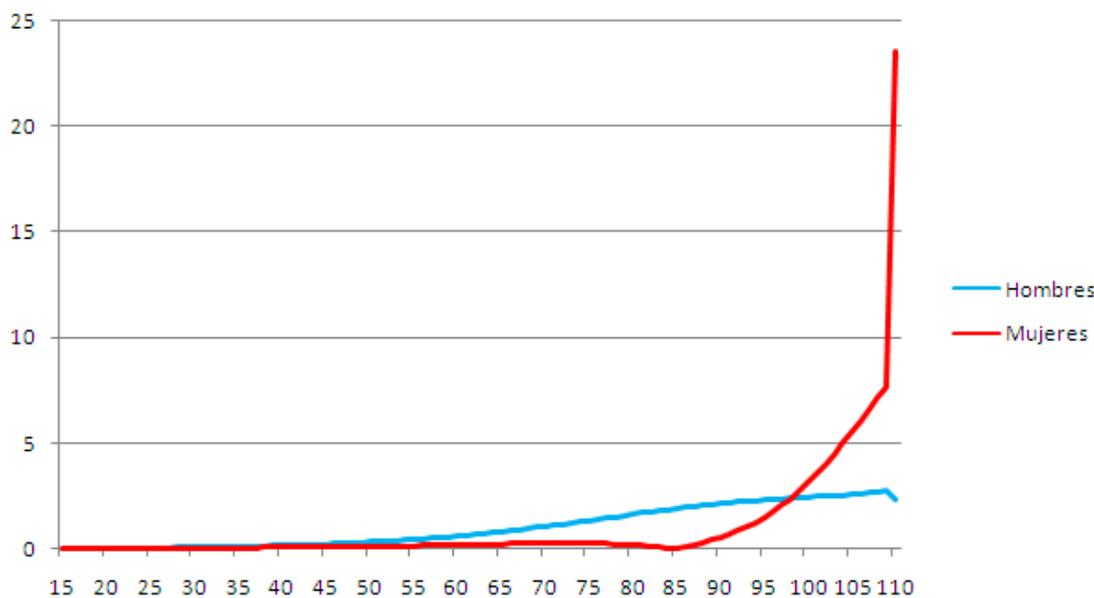


Figura 6.5: Diferencia porcentual en Activos por edad y sexo

6.2 Cálculo del Monto Constitutivo

Se han seleccionado casos particulares para analizar las implicaciones que tiene la variación de las hipótesis demográficas en el cálculo del Monto Constitutivo por la realización de los pagos de las pensiones en caso de siniestro.

Para el cálculo del Monto Constitutivo se emplea la metodología publicada por la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, en la Circular S-22.3, donde se presentan las Reglas de Operación para los Seguros de Pensiones, Derivados de las Leyes de Seguridad Social; considerando que las instituciones autorizadas por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público que operan seguros de pensiones, para efectos de la determinación de reservas, prima neta de riesgo, monto constitutivo y otros conceptos técnicos necesarios para la instrumentación de los seguros de pensiones, deben apegarse a las bases técnicas y disposiciones de carácter administrativo de dicha circular.

Los casos propuestos abordan elementos de ambos sexos con edades de 20, 45 y 60 años de edad cumplidos por el titular; correspondientes al Seguro de Vida por Riesgos de Trabajo y asociados a los miembros que integran el grupo familiar del pensionado.¹⁵

Para determinar el monto de una pensión a la que se hace acreedora una persona respecto a lo señalado en la Ley del Seguro Social, se determina el valor de la ecuación 6.1 la cual indica que el Monto Constitutivo está formado por la prima neta, un margen de seguridad para prever desviaciones en la siniestralidad y un recargo para gastos de administración y adquisición.

¹⁵El estudio puede extenderse para los seguros de sobrevivencia en Riesgos de Trabajo o para vida, invalidez y sobrevivencia en el ramo de Invalidez y Vida.

$$MC_{u(fp)} = PN_{u(fp)}(1 + \alpha + \beta) \quad (6.1)$$

$PN_{u(fp)}$ es la prima neta calculada conforme a las Bases Técnicas del apartado VI de la Circular S-22.3, α es el recargo por margen de seguridad y β es el recargo por concepto de gastos de administración y adquisición.¹⁶ En la ecuación, $u(fp)$ representa el estatus del grupo familiar vigente a la fecha de proceso (fp), formado por los diferentes tipos de riesgos considerados en la Ley del Seguro Social, asociados a los miembros que integran el grupo familiar del pensionado en ese momento.

La prima neta es la parte del monto constitutivo que está destinada específicamente al cumplimiento de las obligaciones por concepto de pagos de las pensiones. Será determinada anualmente utilizando las bases demográficas de mortalidad y morbilidad, la tasa anual de interés técnico y los procedimientos técnicos que se dan a conocer en Circular S-22.3, así como el valor de la UDI que publique el Banco de México.

Así, el procedimiento para conocer los incrementos o decrementos en el Monto Constitutivo con el modelo de regresión propuesto para la construcción de las tablas de mortalidad, consiste en recalcular el valor de la Prima Neta para un seguro de Vida suponiendo que el asegurado y sus beneficiarios tengan cobertura por Riesgos de Trabajo. Cabe señalar que la explicación del procedimiento para calcular la Prima Neta de Seguros de Invalidez y Vida no se detalla en este documento por cuestiones de practicidad. La presentación completa está publicada por la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas. (CNSF, S-22.3)

Para comenzar se considera un ejemplo con individuo de 20 años cumplidos, que será el titular de la pensión, cuyo estado civil es casado y con un ingreso mensual de \$10,000. Posteriormente se variará la edad del individuo suponiendo que transcurren 25 y 40 años. Será necesario interpretar los siguientes casos para calcular la prima neta correspondiente al grupo familiar asociado.

- Caso 1. El titular fallece y deja viudo(a) y huérfanos
- Caso 2. El titular fallece y únicamente deja viudo(a)
- Caso 3. Fallece titular y cónyuge, hay hijos como beneficiarios
- Caso 4. Fallece el titular; cuenta con hijos pero conyuge no tiene derecho a pensión
- Caso 5. Fallece el titular y los beneficiarios son ascendientes

La Prima Neta del Seguro de Vida por Riesgos de Trabajo se obtiene mediante el cálculo de los siguientes términos:

$$PNSV = (CB_{rt})(FACBI)(PBSV + PSIH + PFH) + C \quad (6.2)$$

¹⁶Para determinación del Monto constitutivo se aplicará un recargo a la prima neta empleando $\alpha = 0.02$ y $\beta = 0.01$

1. CB_{rt} Cuantía Básica para el cálculo de la pensión mensual del incapacitado por riesgos de trabajo de acuerdo a la Ley del Seguro Social

Si el Porcentaje de Incapacidad Parcial es menor al 100% entonces,

$$CB_{rt} = \max(0.7SP_{rt}, PMG)$$

SP_{rt} . Sueldo pensionable para el cálculo de la pensión mensual del incapacitado por riesgos de trabajo de acuerdo a la Ley del Seguro Social.

$$SP_{rt} = SD_{rt} \left(\frac{365}{12} \right) (FI)(FAR)$$

SD_{rt} . Sueldo diario promedio a la fecha de inicio del derecho del incapacitado por el ramo de Riesgos de Trabajo de acuerdo a la Ley del Seguro Social.

FI . Factor de incremento. Dicho valor equivale a quince días de inflación estimado a partir de obtener la raíz cuadrada de la inflación del mes anterior al de la fecha de proceso o resolución, según corresponda.

FAR . Factor de actualización de rentas. Si $a/02/01$ es mayor o igual a la Fecha de Inicio de Derecho (FID_a) ó menor o igual a $a/12/31$, y además $a/02/01 \leq$ Fecha de proceso del Monto Constitutivo (FC_a) $\leq (a + 1)/02/29$, entonces:

$$FAR = 1$$

PMG . Pensión Mínima Garantizada a la fecha del proceso del Monto Constitutivo. Para este caso, el valor de la pensión será:

$$PMG_{MC,a} = SMGDF_{7,97} \left(\frac{INPC_{12,a-2}}{INPC_{12,1996}} \right) FI$$

MC_a . Mes del año a de la fecha de proceso del Monto Constitutivo $(1, 2, \dots, 12)$.

2. $FACBI$ Factor de Actualización de la Cuantía Básica por Inflación. Equivale a la inflación acumulada entre un mes anterior a la fecha de proceso y el mes de diciembre inmediato anterior. Para estos ejemplos, en dónde el mes de la fecha de proceso (mp) será febrero, el factor se obtiene del siguiente modo:

$$FACBI = \frac{UDI_{mp-1,a}}{UDI_{12,ap-1}}$$

3. $PBSV$ Prima Básica del Seguro de Vida

En esta parte se presenta la metodología para el cálculo de la prima básica del seguro de vida; es importante ya que su construcción lleva implícito el uso de ${}_k p_x$; la probabilidad de que un individuo de edad x alcance la edad $x + n$, y éste es el punto de análisis del proyecto.

Para el cálculo de los siguientes seguros se han definido las siguientes variables x es la edad del incapacitado

y es la edad del conyuge

x_1, x_2, \dots, x_n es la edad de los hijos en orden ascendente

w es la última edad de la tabla de mortalidad

i es la tasa de interés técnico

$$v = \frac{1}{1+i}$$

b_y es el beneficio de la viuda (en porcentaje de la cuantía básica del incapacitado por riesgos de trabajo).

- Caso 1. Viudo(a) y huérfanos

$$A_{y,x_1,x_2,\dots,x_n}^{(rt)} = \ddot{a}_{\overline{1}|}^{(12)} \sum_{k=0}^{w-x_1} [{}_k p_y \left(\sum_{j=0}^n p_k^{*(n)}(j) b_1(j) \right) + (1 - {}_k p_y) \left(\sum_{j=0}^n p_k^{*(n)}(j) b_2(j) \right)] v^k$$

Donde:

$p_k^{*(n)}(j)$ es la probabilidad de que sobrevivan j hijos de n originales en el año k
 $b_1(j)$ es el beneficio a pagar por los sobrevivientes considerando que la viuda sobrevive

$b_2(j)$ es el beneficio a pagar por los sobrevivientes considerando que la viuda ha muerto

$$p_k^{*(n)}(j) = \begin{cases} \sum_{t=0}^j p_k^{*(n-1)}(t) p_{k,n}(j-t) & n \geq j \\ 0 & n < j \end{cases}$$

$$p_k^{*(0)} = 1$$

$$p_{k,m}(s) = \begin{cases} 1 - {}_k p_{x_m}^u & s = 0 \\ {}_k p_{x_m}^u & s = 1 \\ 0 & s = 2, 3, 4, \dots, n \end{cases}$$

$${}_k p_{x_m}^u = \begin{cases} {}_k p_{x_m} & \text{si } (x_m) \text{ no es inválido} \\ {}_k p_{x_m}^{(inv)} & \text{si } (x_m) \text{ es inválido} \end{cases} \quad {}_k p_{x_m} = \begin{cases} 0 & \text{si } x_m + k \geq 25 \\ 1 & \text{si } x_m + k \leq 16 \end{cases}$$

$$b_1(j) = \min\left[\left(\frac{25}{24} b_y + 0.2j\right), \frac{25}{24}\right]$$

$$b_2(j) = \frac{25}{24} \min(0.3j, 1)$$

$$PBSV = A_{y,x_1,x_2,\dots,x_n}^{(rt)}$$

- Caso 2. Viudo(a) sin huérfanos

$$A_y^{(rt)} = 12.5 b_y \left(\ddot{a}_y - \frac{11}{24} \right)$$

Donde:

$$\ddot{a}_y = \sum_{k=0}^{w-y} ({}_k p_y v^k)$$

$$PBSV = A_y^{(rt)}$$

- Caso 3. Huérfanos de padre y madre

$$A_{x_1,x_2,\dots,x_n}^{(rt)} = \frac{25}{24} \ddot{a}_{\overline{1}|}^{(12)} \sum_{k=0}^{w-x_1} \left(\sum_{j=0}^n p_k^{*(n)}(j) b_1(j) \right) v^k$$

Donde:

$p_k^{*(n)}(j)$ es la probabilidad que sobrevivan j hijos de n originales en el año k

$b_1(j)$ es el beneficio a pagar por los sobrevivientes

$$p_k^{*(n)}(j) = \begin{cases} \sum_{t=0}^j p_k^{*(n-1)}(t) p_{k,n}(j-t) & n \geq j \\ 0 & n < j \end{cases}$$

$$p_k^{*(0)} = 1$$

$$p_{k,m}(s) = \begin{cases} 1 - {}_k p_{x_m}^u & s = 0 \\ {}_k p_{x_m}^u & s = 1 \\ 0 & s = 2, 3, 4, \dots, n \end{cases}$$

$${}_k p_{x_m}^u = \begin{cases} {}_k p_{x_m} & \text{si } (x_m) \text{ no es inválido} \\ {}_k p_{x_m}^{(inv)} & \text{si } (x_m) \text{ es inválido} \end{cases} \quad {}_k p_{x_m} = \begin{cases} 0 & \text{si } x_m + k \geq 25 \\ 1 & \text{si } x_m + k \leq 16 \end{cases}$$

$$b_1(j) = \min[0.3j, 1]$$

$$PBSV = A_{x_1, x_2, \dots, x_n}^{(rt)}$$

- Caso 4. Huérfanos con padre (madre) sin derecho a pensión

$$A_{y, x_1, x_2, \dots, x_n}^{(rt)} = \ddot{a}_{1|}^{(12)} \sum_{k=0}^{w-x_1} [{}_k p_y \left(\sum_{j=0}^n p_k^{*(n)}(j) b_1(j) \right) + (1 - {}_k p_y) \left(\sum_{j=0}^n p_k^{*(n)}(j) b_2(j) \right)] v^k$$

Donde:

$p_k^{*(n)}(j)$ es la probabilidad de que sobrevivan j hijos de n originales en el año k

$b_1(j)$ es el beneficio a pagar por los sobrevivientes considerando que el padre o madre sin derecho a pensión sobrevive

$b_2(j)$ es el beneficio a pagar por los sobrevivientes considerando que el padre o madre sin derecho a pensión ha muerto

$$p_k^{*(n)}(j) = \begin{cases} \sum_{t=0}^j p_k^{*(n-1)}(t) p_{k,n}(j-t) & n \geq j \\ 0 & n < j \end{cases}$$

$$p_k^{*(0)} = 1$$

$$p_{k,m}(s) = \begin{cases} 1 - {}_k p_{x_m}^u & s = 0 \\ {}_k p_{x_m}^u & s = 1 \\ 0 & s = 2, 3, 4, \dots, n \end{cases}$$

$${}_k p_{x_m}^u = \begin{cases} {}_k p_{x_m} & \text{si } (x_m) \text{ no es inválido} \\ {}_k p_{x_m}^{(inv)} & \text{si } (x_m) \text{ es inválido} \end{cases} \quad {}_k p_{x_m} = \begin{cases} 0 & \text{si } x_m + k \geq 25 \\ 1 & \text{si } x_m + k \leq 16 \end{cases}$$

$$b_1(j) = \min(0.2j, 1)$$

$$b_2(j) = \frac{25}{24} \min(0.3j, 1)$$

$$PBSV = A_{y, x_1, x_2, \dots, x_n}^{(rt)}$$

- Caso 5. Ascendientes

$$A_{z_j}^{(rt)} = (0.2)(12.5) \left(\ddot{a}_{z_j} - \frac{11}{24} \right)$$

Donde:

$$\ddot{a}_z = \sum_{k=0}^{w-z_j} ({}_k p_{z_j} v^k)$$

$$PBSV = \sum_{j=1}^{na} A_{z_j}^{rt}$$

na es el número de ascendientes que dependen económicamente del asegurado o pensionado

4. *PSIH* Prima Básica del seguro de invalidez para hijos

Se define para este seguro:

$$p_k^{**(n)}(h) = \begin{cases} \sum_{t=0}^h p_k^{**(n-1)}(t) p_{k,n}^*(h-t) & n \geq h \\ 0 & n < h \end{cases}$$

$$p_k^{**(0)}(0) = 1$$

$$p_{k,m}^*(s) = \begin{cases} 1 - {}_k p_{x_m}^{*u} & s = 0 \\ {}_k p_{x_m}^{*u} & s = 1 \\ 0 & s = 2, 3, 4, \dots, n \end{cases}$$

$${}_k p_{x_m}^{*u} = \begin{cases} {}_k p_{x_m} & \text{si } (x_m) \text{ no es inválido} \\ {}_k p_{x_m}^{(inv)} & \text{si } (x_m) \text{ es inválido o } m = j \end{cases} \quad {}_k p_{x_m} = \begin{cases} 0 & \text{si } x_m + k \geq 25 \\ 1 & \text{si } x_m + k \leq 16 \end{cases}$$

$$p_k^{*(n)}(h) = \begin{cases} \sum_{t=0}^h p_k^{*(n-1)}(t) p_{k,n}(h-t) & n \geq h \\ 0 & n < h \end{cases}$$

$$p_k^{*(0)} = 1$$

$$p_{k,m}(s) = \begin{cases} 1 - {}_k p_{x_m}^u & s = 0 \\ {}_k p_{x_m}^u & s = 1 \\ 0 & s = 2, 3, 4, \dots, n \end{cases}$$

$${}_k p_{x_m}^u = \begin{cases} {}_k p_{x_m} & \text{si } (x_m) \text{ no es inválido} \\ {}_k p_{x_m}^{(inv)} & \text{si } (x_m) \text{ es inválido} \end{cases} \quad {}_k p_{x_m} = \begin{cases} 0 & \text{si } x_m + k \geq 25 \\ 1 & \text{si } x_m + k \leq 16 \end{cases}$$

- Viudo(a) y huérfanos

$$PSIH = \ddot{a}_{1|}^{(12)} \sum_{j=1}^n ({}_{25-x_j} r_{x_j} \ddot{a}_{y,x_1,x_2,\dots,x_n}^{(*j)})$$

Donde:

$$\ddot{a}_{y,x_1,x_2,\dots,x_n}^{(*j)} = \begin{cases} \sum_{k=25-x_j}^{w-x_1} [\sum_{h=0}^n (p_k^{**(n)}(h) - p_k^{*(n)}(h)) ({}_k p_y b_1(h) + (1 - {}_k p_y) b_2(h))] v^k & \text{si } (x_m) \text{ no es inválido} \\ 0 & \text{si } (x_m) \text{ es inválido} \end{cases}$$

$$b_1(h) = \min\left[\left(\frac{25}{24} b_y + 0.2h\right), \frac{25}{24}\right]$$

$$b_2(h) = \frac{25}{24} \min(0.3h, 1)$$

- Huérfanos de padre y madre

$$PSIH = \frac{25}{24} \ddot{a}_{1|}^{(12)} \sum_{j=1}^n ({}_{25-x_j} r_{x_j} \ddot{a}_{x_1,x_2,\dots,x_n}^{(*j)})$$

Donde:

$$\ddot{a}_{x_1, x_2, \dots, x_n}^{(*j)} = \begin{cases} \sum_{k=25-x_j}^{w-x_1} [\sum_{h=0}^n (p_k^{**^{(n)}}(h) - p_k^{*(n)}(h)) b_1(h)] v^k & \text{si } (x_m) \text{ no es inválido} \\ 0 & \text{si } (x_m) \text{ es inválido} \end{cases}$$

$$b_1(h) = \min(0.3h, 1)$$

- Huérfanos con padre (madre) sin derecho a pensión

$$PSIH = \ddot{a}_{17}^{(12)} \sum_{j=1}^n ({}_{25-x_j} r_{x_j} \ddot{a}_{y, x_1, x_2, \dots, x_n}^{(*j)})$$

Donde:

$$\ddot{a}_{y, x_1, x_2, \dots, x_n}^{(*j)} = \begin{cases} \sum_{k=25-x_j}^{w-x_1} [\sum_{h=0}^n (p_k^{**^{(n)}}(h) - p_k^{*(n)}(h)) ({}_k p_y b_1(h) + (1 - {}_k p_y) b_2(h))] v^k & \text{si } (x_m) \text{ no es inválido} \\ 0 & \text{si } (x_m) \text{ es inválido} \end{cases}$$

$$b_1(h) = \min(0.2h, 1)$$

$$b_2(h) = \frac{25}{24} \min(0.3h, 1)$$

5. PFH Prima Básica del finiquito para hijos

$$PFH = \sum_{j=1}^n B(x_j)$$

Donde:

$$B(x_j) = \begin{cases} 0.6v^{19-x_j} ({}_{19-x_j} p_{x_j}) & \text{si } x_j < 19 \\ 0.6 & \text{si } 19 \leq x_j < 25 \\ 0 & \text{si } x_j \geq 25 \end{cases}$$

6. C Monto por concepto de pagos vencidos a la fecha de cálculo

Para el cálculo de los Montos Constitutivos se emplearon los siguientes supuestos. Se debe recordar que para las variables que representan edad, se cambiaron los valores en función de intervalos de 10 y 15 años.

- Edad del titular $x = 20$
- Edad del cónyuge $y = 19$
- Edad del hijo 1, $x_1 = 1$
- Edad del hijo 2, $x_2 = 2$
- Edad del padre $z_1 = 45$

- Edad de la madre $z_2 = 45$
- Fecha de proceso (resolución) del $MC = 2002/02/01$
- Fecha de inicio de derechos $FID = 1999/02/01$
- Salario mensual a la $FID = 10,000$
- Interés técnico $i = 0.035$

Cuantía básica = \$ 680.74

Factor de actualización de la Cuantía Básica por inflación = 1.003653

Con estos datos y mediante las metodologías presentadas en párrafos anteriores se obtuvieron los resultados del cálculo de cuatro Montos Constitutivos que se muestran en las siguientes tablas. Cada una cuenta con información referente a los beneficiarios (columnas), y al valor monetario correspondiente de los montos constitutivos y las primas netas calculadas (filas). Así como la diferencia que se tiene entre el cálculo del Monto Constitutivo con las tablas establecidas y las propuestas en este proyecto. Este valor es importante ya que a partir de él, será calculado el impacto monetario que tendría el Instituto Mexicano del Seguro Social si se hubieran desenvolsado esos montos para cada integrante del grupo familiar en su momento. Dicho análisis se presenta en la siguiente sección. Un adelanto para la interpretación de la información contenida en las tablas consiste en observar las *diferencias en unidades monetarias* y reconocer que cuando el titular de la pensión cuenta con una edad menor (20 años), así como sus beneficiarios, la diferencia entre el monto con las tablas establecidas y las propuestas es positiva en la mayoría de los casos, esto quiere decir que se paga una prima mayor calculando el monto constitutivo con las tablas establecidas que con las propuestas.

Tomando el supuesto de que para todos los individuos se incrementa la edad en 10 años, ocurre que la diferencia sigue siendo negativa para el caso de Huérfanos con padre (madre) sin derecho a pensión, y en el resto de los casos el monto calculado implica una mayor aportación (prima) cuando se opera con las tablas establecidas. Para los Ascendientes la diferencia continúa siendo positiva pero tiene un decremento

Lo mismo ocurre al trasladar las edades 15; los montos constitutivos con las tablas establecidas son mayores a los montos calculados con las tablas propuestas, y la diferencia para los grupos familiares de Viud(o)s sigue incrementando; situación opuesta a los Ascendientes en dónde la tendencia a una diferencia en unidades monetarias se reduce. La tabla del Monto Constitutivo 4, muestra una tendencia a igualar el valor de las primas para beneficiarios de edades superiores a los 60 años.

Hasta este punto se presentan las diferencia en casos particulares; sin embargo, es indispensable analizar el impacto que se tiene al operar montos de miles de casos de titulares y beneficiarios en circunstancias similares por consiguiente se debe aplicar estos diferenciales a la estructura de la población, pues mediante estas observaciones se concluye que para titulares “jóvenes” las tablas propuestas proporcionan montos constitutivos más pequeños, no así para titulares con edades mayores.

6.2. Cálculo del Monto Constitutivo

Edad del Titular 20	Monto Constitutivo 1				
	Viud(o)a y huérfanos	Viudo(a) sin huérfanos	Huérfanos de padre y madre	Huérfanos con padre (madre) sin derecho a pensión	Ascendientes
TABLAS ESTABLECIDAS	\$ 144,701.62	\$ 87,433.84	\$ 85,595.55	\$ 55,037.54	\$ 65,577.81
TABLAS PROPUESTAS	\$ 142,777.80	\$ 84,885.52	\$ 85,415.97	\$ 55,078.85	\$ 53,492.78
Diferencia en unidades monetarias	\$ 1,923.82	\$ 2,548.33	\$ 179.58	-\$ 41.31	\$ 12,085.04
Prima neta del seguro de vida					
TABLAS ESTABLECIDAS	\$ 140,487.01	\$ 84,887.23	\$ 83,102.47	\$ 53,434.51	\$ 63,667.78
TABLAS PROPUESTAS	\$ 138,619.22	\$ 82,413.12	\$ 82,928.13	\$ 53,474.61	\$ 51,934.73

Edad del Titular 30	Monto Constitutivo 2				
	Viud(o)a y huérfanos	Viudo(a) sin huérfanos	Huérfanos de padre y madre	Huérfanos con padre (madre) sin derecho a pensión	Ascendientes
TABLAS ESTABLECIDAS	\$ 121,660.09	\$ 81,511.10	\$ 59,210.19	\$ 36,683.49	\$ 52,933.85
TABLAS PROPUESTAS	\$ 119,184.56	\$ 78,272.34	\$ 59,095.92	\$ 36,815.72	\$ 41,030.47
Diferencia en unidades monetarias	\$ 2,475.54	\$ 3,238.76	\$ 114.27	-\$ 132.24	\$ 11,903.38
Prima neta del seguro de vida					
TABLAS ESTABLECIDAS	\$ 118,116.59	\$ 79,136.99	\$ 57,485.62	\$ 35,615.04	\$ 51,392.08
TABLAS PROPUESTAS	\$ 115,713.16	\$ 75,992.56	\$ 57,374.67	\$ 35,743.42	\$ 39,835.40

Edad del Titular 45	Monto Constitutivo 3				
	Viud(o)a y huérfanos	Viudo(a) sin huérfanos	Huérfanos de padre y madre	Huérfanos con padre (madre) sin derecho a pensión	Ascendientes
TABLAS ESTABLECIDAS	\$ 69,697.04	\$ 69,188.52	\$ -	\$ -	\$ 36,475.72
TABLAS PROPUESTAS	\$ 66,454.21	\$ 65,894.30	\$ -	\$ -	\$ 28,687.80
Diferencia en unidades monetarias	\$ 3,242.84	\$ 3,294.21	\$ -	\$ -	\$ 7,787.92
Prima neta del seguro de vida					
TABLAS ESTABLECIDAS	\$ 67,667.03	\$ 67,173.32	\$ -	\$ -	\$ 35,413.32
TABLAS PROPUESTAS	\$ 64,518.65	\$ 63,975.05	\$ -	\$ -	\$ 27,852.23

Edad del Titular 60	Monto Constitutivo 4				
	Viud(o)a y huérfanos	Viudo(a) sin huérfanos	Huérfanos de padre y madre	Huérfanos con padre (madre) sin derecho a pensión	Ascendientes
TABLAS ESTABLECIDAS	\$ 53,416.41	\$ 52,649.96	\$ -	\$ -	\$ 18,918.97
TABLAS PROPUESTAS	\$ 50,994.74	\$ 50,189.93	\$ -	\$ -	\$ 16,112.72
Diferencia en unidades monetarias	\$ 2,421.66	\$ 2,460.03	\$ -	\$ -	\$ 2,806.25
Prima neta del seguro de vida					
TABLAS ESTABLECIDAS	\$ 51,860.59	\$ 51,116.46	\$ -	\$ -	\$ 18,367.93
TABLAS PROPUESTAS	\$ 49,509.46	\$ 48,728.08	\$ -	\$ -	\$ 15,643.42

6.3 Impacto monetario

Como se mencionó en la sección anterior, es necesario evaluar el impacto económico que se tendría al operar el ramo de pensiones con tablas de mortalidad calculadas mediante un método de regresión logística, e información de todos los asegurados en el ramo de pensiones de la CNSF. Para llevar a cabo dicha evaluación se propone el siguiente método.

La diferencia estimada entre el monto constitutivo calculado con las tablas EMSSA, y las tablas Propuestas, indica que por cada individuo de edades y, x_1, x_2, z_1, z_2 se pagará una determinada cantidad MC al emplear la probabilidades de las tablas EMSS; por consiguiente si se difiere MC en N unidades monetarias como consecuencia de la operación con *otras* tablas, se obtendrá una cantidad d que al ser multiplicada por el número de individuos (beneficiarios) de edades y, x_1, x_2, z_1, z_2 de una población cerrada; se tendrá como resultado el valor monetario que el IMSS tendría que desenvolvar o acumular en sus estados financieros.

En las tablas de los montos constitutivos presentadas en la sección anterior, la *diferencia en unidades monetarias* será el valor de d y la población a la que se le aplicará dicho factor es la que corresponde a la información proporcionada por la CNSF referente al año 2002 y posteriores, debido a que en el cálculo de cada Monto Constitutivo se empleó como supuesto, dicho año como fecha de resolución.

Es preciso señalar que hasta este momento se tiene la *diferencia en unidades monetarias* para las siguientes edades: cónyuges de 19, 29, 44 y 59 años; hijo(a)s de 1, 2, 11 y 12 años; y ascendientes de 45, 55, 70 y 85 años, para la fecha de resolución del Monto Constitutivo, 2002. Por consiguiente, para obtener información de todas las edades y años posteriores, se crean intervalos con las diferencias monetarias y sus respectivas edades, y los extremos de éstos se interpolan para conocer las diferencias de las edades intermedias por tipo de seguro. Después a cada beneficiario se le asigna en una base de datos dicha cantidad dependiendo su edad y su condición en el grupo familiar¹⁷; finalmente se suman (agrupan) por edad, dando por entendido que el IMSS hubo desenvolvido dichas cantidades para solventar el pago de los seguros para esos beneficiarios. De este modo se cuenta con información referente a la cantidad en pesos mexicanos que el IMSS paga *de más* si se utiliza como supuesto de mortalidad las tablas EMSSA para ambos sexos al otorgar su cartera de pensionados a una Compañía Aseguradora; pues al sumar las diferencias en unidades monetarias de todos los beneficiarios se obtuvieron cifras con signo positivo, ello indica mayores Montos Constitutivos con las tablas establecidas, siendo que al emplear las tablas que propongo en este proyecto los montos son menores debido a la implementación de una probabilidad de muerte mayor y por consiguiente el cálculo de una Prima Neta más pequeña.

Si se clasifican las cantidades obtenidas del procedimiento anterior por año, se obtienen las cifras en pesos mexicanos que sustentan un superávit en los estados financieros del Instituto Mexicano del seguro Social para el pago de pensiones. La tabla 6.1 indica que si se calcularan los montos constitutivos con fecha de resolución 1o. de febrero de 2002 para la cobertura de un seguro de vida por Riesgos de Trabajo con las tablas propuestas se tendría un ahorro al año 2007 de 434,909,400.22 pesos. Por otro lado al clasificar las diferencias monetarias por edad se observa que en 2002, las aportaciones son inferiores a dos millones de pesos, exceptuando ciertas edades en donde la diferencias superan este valor, es decir, edades en las

¹⁷Se identifica a los integrantes mediante los códigos de los campos: `eve_siif`, `eve_inc` y `gpo_fam`; que indican el Tipo de pensión y Grupo familiar (sección 3.1)

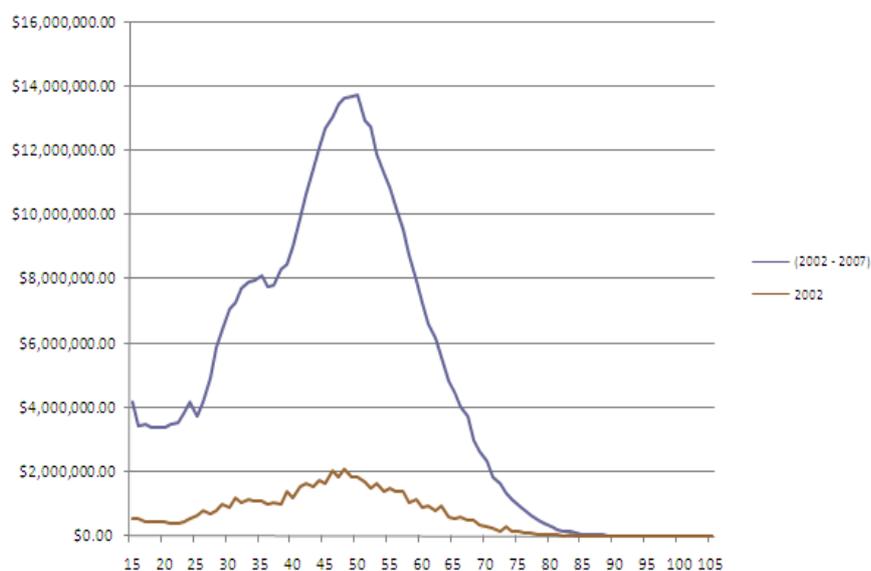


Figura 6.6: Aportación *extra* en pesos mexicanos por grupo de edad que el IMSS implementa en el Monto Constitutivo al aplicar las tablas establecidas

que el monto constitutivo difiere con mayor amplitud que se encuentran dentro del intervalo de 25 a 45 años de edad de los beneficiarios. La gráfica 6.6 muestra la distribución por edades del capital aportado hipotéticamente en el periodo 2002 - 2007 y año 2002 en forma individual. En esta gráfica se observa un mayor pago del IMSS en las edades 45 a 50 años, sustentando una esperanza de vida mayor para personas de estas edades, un argumento que equivaldría a sobrestimar la probabilidad de que una persona de edad 45, 46, etc. viva n años más.

Año	Impacto monetario
2002	\$60,056,684.10
2003	\$63,865,270.01
2004	\$69,684,507.08
2005	\$75,243,065.52
2006	\$81,074,498.85
2007	\$84,985,374.67
Total	\$434,909,400.22

Tabla 6.1: Aportación anual que el IMSS haría si se aplican las tablas Propuestas

Conclusiones y recomendaciones

El objetivo principal de este proyecto se encaminó a la construcción de tablas de mortalidad con base en la experiencia demográfica proporcionada por las compañías aseguradoras a la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas en el seguro de pensiones. La metodología implementada tuvo como fundamento la función logística ($\pi(x)$) para poder aplicar una regresión, que a diferencia de la regresión lineal, brinda un modelo para obtener una curva aproximada a las tasas brutas (siniestros/expuestos) construidas con información de las bases de datos para los pensionados en los años comprendidos en el periodo 1997-2007.

La finalidad de recalcular probabilidades de muerte mediante la nueva experiencia encaminada a que dichas cifras se emplean como un factor decisivo en el cálculo del Monto Constitutivo (Prima Única) para obtener la cobertura de pensión en México; el Instituto Mexicano del Seguro Social emplea las tablas de mortalidad EMSSA y EMSSI para el cálculo de dicho monto mismo que se obtiene de las afores en última instancia del IMSS. En años recientes el instituto ha presentado problemas de solvencia económica al publicar un déficit financiero para la cobertura de los seguros que ampara la Ley del Seguro Social, a consecuencia de que la estructura poblacional se ha transformado. Lo anterior pone de manifiesto que tanto el IMSS como en sistema de pensiones deben considerar el cambio dinámico de dichas tablas con su consecuente impacto financiero.

Así, en este proyecto se ha empleado la información disponible, adaptado un modelo de regresión logística y se han comparado los resultados obtenidos mediante el uso de las tablas EMSSA y las tablas *Propuestas*, y de todo este proceso se han obtenido argumentos estadísticos para enunciar las siguientes conclusiones:

1. La implementación de nuevas metodologías para modelar un mismo fenómeno pueden hacer variar los resultados, sin embargo cualquier diferencia debe ser justificada. En este proyecto se tuvo como uno de los objetivos el ajuste de las tablas EMSSI, sin embargo el número de elementos en el universo que se empleó (titulares y beneficiarios inválidos) no permitió una comparación adecuada entre ambos modelos para estos grupos, es decir, lo escaso de los datos.
2. La comparación entre Montos Constitutivos fue posible para las personas *activas* y los resultados presentaron cantidades monetarias menores cuando se emplearon las tablas *Propuestas*. La mayor diferencia en las aportaciones se obtuvo en el grupo familiar constituido por los *Ascendientes* incrementando el valor del Monto Constitutivo hasta en \$12,085.04. Pese a las diferencias minúsculas que se obtuvieron al tomar como ejemplo 4 casos en particular, al analizar la información en forma conjunta; es decir para todos los beneficiarios en forma anual, se encontró que las aportaciones son cantidades

monetarias considerables para ciertos integrantes del grupo familiar. Por lo que el IMSS contempló anualmente montos constitutivos mayores a los que se obtuvieron con las tablas *Propuestas* lo que repercute en el cálculo de una prima neta mayor a la que teóricamente se debe pagar por la cobertura de un seguro de vida. De este modo, se puede decir que actualmente se está considerando una esperanza de vida mayor.

3. El IMSS podría plantear un reajuste a las tablas EMSSA ya que el modelo que se ha propuesto en este proyecto permite observar diferenciales en favor de un decremento en la Prima Neta que paga el IMSS a las Compañías Aseguradoras en el seguro de pensiones y que con el uso de las probabilidades de muerte que se proponen en este proyecto sería menor, pues se establecen probabilidades que reconocen mayor incidencia (fallecimientos) en los grupos poblacionales constituidos por hombres y mujeres activos en un periodo de tiempo menor.

Finalmente debo aclarar la intención de este proyecto: cuantificar el exceso o déficit de las tablas que actualmente se usan, con supuestos basados en modelos estadísticos para la comprobación de suficiencia, esperando que en este punto quede determinado si las tablas necesitan un ajuste, cambio de las mismas o su ratificación. Quedando la intención explícita que este trabajo, abrirá las puertas al mejoramiento de las Pensiones en México siendo este un tema inherente al desarrollo social.

Apéndices

Apéndice A

Tasas de fallecimiento estimadas para activos e inválidos

EDAD	ACTIVOS		INVÁLIDOS	
	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres
15	0.00292	0.00031	0.00001	0.00001
16	0.00312	0.00034	0.00001	0.00002
17	0.00333	0.00036	0.00001	0.00002
18	0.00356	0.00039	0.00001	0.00002
19	0.00380	0.00043	0.00002	0.00002
20	0.00406	0.00046	0.00002	0.00002
21	0.00434	0.00050	0.00002	0.00002
22	0.00463	0.00054	0.00002	0.00003
23	0.00494	0.00059	0.00002	0.00003
24	0.00528	0.00063	0.00002	0.00003
25	0.00564	0.00069	0.00003	0.00003
26	0.00602	0.00074	0.00003	0.00004
27	0.00643	0.00080	0.00003	0.00004
28	0.00687	0.00087	0.00003	0.00004
29	0.00733	0.00094	0.00004	0.00005
30	0.00783	0.00102	0.00004	0.00005
31	0.00836	0.00110	0.00004	0.00006
32	0.00892	0.00119	0.00005	0.00006
33	0.00953	0.00129	0.00005	0.00007
34	0.01017	0.00140	0.00005	0.00008
35	0.01086	0.00151	0.00006	0.00008
36	0.01160	0.00164	0.00006	0.00009
37	0.01238	0.00177	0.00007	0.00010
38	0.01322	0.00192	0.00008	0.00011
39	0.01411	0.00208	0.00008	0.00012
40	0.01507	0.00225	0.00009	0.00013
41	0.01608	0.00243	0.00010	0.00014
42	0.01717	0.00263	0.00011	0.00015
43	0.01832	0.00285	0.00012	0.00017
44	0.01956	0.00308	0.00013	0.00018
45	0.02087	0.00334	0.00014	0.00020
46	0.02228	0.00361	0.00015	0.00022
47	0.02378	0.00391	0.00016	0.00024
48	0.02537	0.00423	0.00018	0.00026
49	0.02707	0.00458	0.00019	0.00028
50	0.02889	0.00495	0.00021	0.00031
51	0.03082	0.00536	0.00023	0.00033
52	0.03288	0.00580	0.00024	0.00037
53	0.03508	0.00628	0.00027	0.00040
54	0.03742	0.00679	0.00029	0.00044
55	0.03991	0.00735	0.00032	0.00048
56	0.04256	0.00795	0.00034	0.00052
57	0.04539	0.00860	0.00037	0.00057
58	0.04840	0.00931	0.00041	0.00062
59	0.05160	0.01007	0.00044	0.00067

Tabla A.1: Tasas ajustadas de mortalidad para activos e inválidos (1)

EDAD	ACTIVOS		INVÁLIDOS	
	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres
60	0.05501	0.01090	0.00048	0.00074
61	0.05863	0.01179	0.00052	0.00080
62	0.06249	0.01275	0.00057	0.00088
63	0.06659	0.01379	0.00062	0.00096
64	0.07095	0.01492	0.00067	0.00104
65	0.07558	0.01614	0.00073	0.00114
66	0.08050	0.01746	0.00079	0.00124
67	0.08572	0.01888	0.00086	0.00136
68	0.09127	0.02042	0.00094	0.00148
69	0.09715	0.02208	0.00102	0.00162
70	0.10339	0.02387	0.00111	0.00177
71	0.11001	0.02581	0.00121	0.00193
72	0.11702	0.02790	0.00131	0.00210
73	0.12444	0.03016	0.00143	0.00230
74	0.13230	0.03261	0.00155	0.00250
75	0.14062	0.03524	0.00169	0.00273
76	0.14941	0.03808	0.00183	0.00298
77	0.15870	0.04115	0.00199	0.00326
78	0.16851	0.04445	0.00217	0.00355
79	0.17886	0.04802	0.00236	0.00388
80	0.18977	0.05186	0.00256	0.00423
81	0.20127	0.05600	0.00279	0.00462
82	0.21338	0.06046	0.00303	0.00504
83	0.22611	0.06527	0.00329	0.00550
84	0.23949	0.07044	0.00358	0.00600
85	0.25353	0.07600	0.00389	0.00655
86	0.26826	0.08197	0.00423	0.00715
87	0.28370	0.08840	0.00460	0.00780
88	0.29984	0.09530	0.00501	0.00851
89	0.31672	0.10271	0.00544	0.00928
90	0.33435	0.11066	0.00592	0.01013
91	0.35272	0.11918	0.00643	0.01105
92	0.37185	0.12831	0.00699	0.01205
93	0.39175	0.13808	0.00760	0.01315
94	0.41241	0.14853	0.00827	0.01434
95	0.43382	0.15969	0.00899	0.01564
96	0.45600	0.17161	0.00977	0.01706
97	0.47892	0.18432	0.01062	0.01860
98	0.50256	0.19786	0.01154	0.02029
99	0.52692	0.21227	0.01254	0.02212
100	0.55197	0.22758	0.01363	0.02412
101	0.57768	0.24382		
102	0.60402	0.26104		
103	0.63096	0.27926		
104	0.65845	0.29851		
105	0.68646	0.31881		
106	0.71493	0.34018		
107	0.74381	0.36265		
108	0.77305	0.38621		
109	0.80258	0.41088		
110	0.83236	0.43664		

Tabla A.2: Tasas ajustadas de mortalidad para activos e inválidos (2)

Edad	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9	k=10	k=11
15	0.00160	0.01153	0.01537	0.02238	0.03047	0.03739	0.01637	0.01841	0.04087	0.03719	0.10476
16	0.00171	0.01230	0.01640	0.02387	0.03248	0.03983	0.01747	0.01964	0.04353	0.03962	0.11111
17	0.00182	0.01313	0.01750	0.02546	0.03461	0.04243	0.01863	0.02095	0.04636	0.04220	0.11778
18	0.00195	0.01401	0.01867	0.02714	0.03688	0.04519	0.01988	0.02235	0.04936	0.04495	0.12480
19	0.00208	0.01495	0.01991	0.02894	0.03929	0.04812	0.02120	0.02383	0.05254	0.04786	0.13217
20	0.00222	0.01595	0.02124	0.03085	0.04186	0.05122	0.02261	0.02541	0.05592	0.05095	0.13991
21	0.00237	0.01702	0.02265	0.03288	0.04458	0.05452	0.02412	0.02710	0.05950	0.05423	0.14803
22	0.00253	0.01816	0.02416	0.03504	0.04747	0.05802	0.02572	0.02889	0.06329	0.05771	0.15653
23	0.00270	0.01937	0.02576	0.03733	0.05054	0.06172	0.02742	0.03079	0.06731	0.06140	0.16542
24	0.00289	0.02066	0.02746	0.03977	0.05380	0.06565	0.02923	0.03282	0.07157	0.06531	0.17472
25	0.00308	0.02204	0.02928	0.04237	0.05725	0.06981	0.03116	0.03498	0.07607	0.06945	0.18442
26	0.00329	0.02350	0.03121	0.04512	0.06091	0.07421	0.03321	0.03727	0.08083	0.07382	0.19453
27	0.00352	0.02506	0.03327	0.04805	0.06479	0.07886	0.03539	0.03971	0.08586	0.07846	0.20506
28	0.00375	0.02672	0.03545	0.05115	0.06890	0.08378	0.03771	0.04230	0.09117	0.08335	0.21601
29	0.00401	0.02849	0.03777	0.05444	0.07324	0.08898	0.04017	0.04505	0.09678	0.08853	0.22737
30	0.00428	0.03037	0.04024	0.05794	0.07784	0.09447	0.04279	0.04797	0.10269	0.09399	0.23915
31	0.00457	0.03237	0.04286	0.06164	0.08270	0.10025	0.04557	0.05107	0.10892	0.09975	0.25134
32	0.00488	0.03450	0.04565	0.06556	0.08784	0.10635	0.04853	0.05435	0.11548	0.10582	0.26394
33	0.00521	0.03676	0.04861	0.06971	0.09326	0.11278	0.05166	0.05784	0.12239	0.11222	0.27693
34	0.00556	0.03917	0.05174	0.07411	0.09898	0.11954	0.05498	0.06154	0.12964	0.11895	0.29031
35	0.00594	0.04172	0.05507	0.07875	0.10502	0.12665	0.05851	0.06545	0.13725	0.12603	0.30407
36	0.00634	0.04444	0.05860	0.08367	0.11137	0.13411	0.06224	0.06960	0.14524	0.13346	0.31818
37	0.00677	0.04732	0.06234	0.08886	0.11806	0.14195	0.06620	0.07399	0.15361	0.14126	0.33264
38	0.00723	0.05038	0.06631	0.09434	0.12509	0.15016	0.07039	0.07863	0.16237	0.14945	0.34742
39	0.00772	0.05363	0.07050	0.10012	0.13248	0.15876	0.07482	0.08353	0.17153	0.15801	0.36250
40	0.00824	0.05707	0.07494	0.10621	0.14023	0.16776	0.07951	0.08872	0.18109	0.16697	0.37785
41	0.00879	0.06072	0.07964	0.11263	0.14836	0.17715	0.08447	0.09419	0.19107	0.17634	0.39346
42	0.00939	0.06459	0.08460	0.11938	0.15688	0.18696	0.08970	0.09996	0.20146	0.18611	0.40928
43	0.01002	0.06868	0.08985	0.12648	0.16579	0.19718	0.09523	0.10604	0.21226	0.19629	0.42530
44	0.01069	0.07302	0.09538	0.13394	0.17510	0.20782	0.10106	0.11245	0.22348	0.20689	0.44147
45	0.01141	0.07760	0.10122	0.14176	0.18482	0.21887	0.10720	0.11919	0.23512	0.21791	0.45777
46	0.01218	0.08245	0.10737	0.14997	0.19495	0.23034	0.11367	0.12629	0.24717	0.22935	0.47416
47	0.01300	0.08757	0.11385	0.15856	0.20550	0.24222	0.12048	0.13373	0.25963	0.24119	0.49060
48	0.01387	0.09298	0.12066	0.16755	0.21646	0.25452	0.12763	0.14155	0.27249	0.25345	0.50707
49	0.01480	0.09869	0.12783	0.17694	0.22784	0.26721	0.13515	0.14974	0.28574	0.26612	0.52352
50	0.01579	0.10470	0.13535	0.18673	0.23964	0.28031	0.14304	0.15833	0.29937	0.27918	0.53992
51	0.01685	0.11104	0.14325	0.19694	0.25184	0.29379	0.15130	0.16730	0.31337	0.29262	0.55623
52	0.01798	0.11771	0.15153	0.20757	0.26445	0.30764	0.15996	0.17668	0.32771	0.30644	0.57242
53	0.01918	0.12473	0.16019	0.21861	0.27746	0.32184	0.16901	0.18647	0.34239	0.32062	0.58846
54	0.02046	0.13210	0.16925	0.23007	0.29086	0.33638	0.17846	0.19667	0.35737	0.33513	0.60432
55	0.02182	0.13983	0.17871	0.24195	0.30463	0.35124	0.18832	0.20728	0.37263	0.34996	0.61995
56	0.02327	0.14795	0.18859	0.25423	0.31876	0.36639	0.19860	0.21831	0.38816	0.36509	0.63535
57	0.02482	0.15644	0.19887	0.26692	0.33323	0.38181	0.20929	0.22976	0.40391	0.38049	0.65047
58	0.02646	0.16533	0.20958	0.28001	0.34802	0.39748	0.22040	0.24162	0.41986	0.39614	0.66529
59	0.02821	0.17462	0.22070	0.29347	0.36312	0.41335	0.23192	0.25390	0.43599	0.41199	0.67979

Tabla A.3: Probabilidad de fallecimiento estimada para hombres activos (1)

Edad	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9	k=10	k=11
60	0.03008	0.18432	0.23223	0.30732	0.37848	0.42941	0.24386	0.26658	0.45225	0.42804	0.69396
61	0.03206	0.19443	0.24418	0.32151	0.39410	0.44562	0.25621	0.27965	0.46861	0.44424	0.70777
62	0.03417	0.20496	0.25654	0.33605	0.40993	0.46195	0.26896	0.29311	0.48504	0.46055	0.72120
63	0.03641	0.21590	0.26931	0.35090	0.42595	0.47835	0.28211	0.30694	0.50150	0.47695	0.73425
64	0.03879	0.22726	0.28246	0.36604	0.44213	0.49481	0.29564	0.32113	0.51796	0.49340	0.74690
65	0.04132	0.23903	0.29600	0.38146	0.45843	0.51127	0.30954	0.33565	0.53438	0.50987	0.75915
66	0.04401	0.25122	0.30991	0.39712	0.47482	0.52771	0.32379	0.35050	0.55073	0.52631	0.77099
67	0.04687	0.26381	0.32417	0.41299	0.49127	0.54409	0.33838	0.36564	0.56697	0.54270	0.78241
68	0.04990	0.27680	0.33877	0.42904	0.50774	0.56038	0.35328	0.38105	0.58306	0.55900	0.79342
69	0.05312	0.29018	0.35367	0.44525	0.52418	0.57653	0.36847	0.39670	0.59898	0.57516	0.80400
70	0.05653	0.30393	0.36887	0.46157	0.54058	0.59253	0.38392	0.41256	0.61469	0.59117	0.81418
71	0.06015	0.31804	0.38433	0.47798	0.55689	0.60833	0.39962	0.42861	0.63017	0.60699	0.82394
72	0.06398	0.33250	0.40003	0.49443	0.57308	0.62391	0.41552	0.44482	0.64539	0.62259	0.83329
73	0.06804	0.34727	0.41594	0.51089	0.58911	0.63923	0.43160	0.46114	0.66031	0.63794	0.84224
74	0.07234	0.36235	0.43203	0.52734	0.60496	0.65428	0.44783	0.47754	0.67493	0.65301	0.85080
75	0.07688	0.37770	0.44826	0.54372	0.62058	0.66902	0.46416	0.49399	0.68921	0.66778	0.85896
76	0.08169	0.39330	0.46460	0.56001	0.63596	0.68344	0.48058	0.51046	0.70314	0.68223	0.86676
77	0.08677	0.40913	0.48101	0.57617	0.65107	0.69752	0.49704	0.52690	0.71670	0.69633	0.87418
78	0.09213	0.42514	0.49747	0.59217	0.66588	0.71123	0.51350	0.54328	0.72988	0.71008	0.88125
79	0.09779	0.44131	0.51393	0.60797	0.68038	0.72457	0.52993	0.55957	0.74267	0.72345	0.88797
80	0.10376	0.45761	0.53037	0.62355	0.69453	0.73752	0.54630	0.57574	0.75506	0.73643	0.89436
81	0.11005	0.47400	0.54674	0.63889	0.70832	0.75007	0.56257	0.59174	0.76703	0.74902	0.90042
82	0.11667	0.49044	0.56300	0.65394	0.72174	0.76221	0.57871	0.60755	0.77860	0.76119	0.90617
83	0.12363	0.50691	0.57914	0.66869	0.73477	0.77394	0.59468	0.62314	0.78974	0.77296	0.91163
84	0.13094	0.52336	0.59510	0.68312	0.74741	0.78526	0.61045	0.63848	0.80047	0.78431	0.91679
85	0.13862	0.53976	0.61087	0.69720	0.75964	0.79616	0.62600	0.65354	0.81078	0.79525	0.92168
86	0.14668	0.55607	0.62641	0.71092	0.77146	0.80664	0.64129	0.66830	0.82068	0.80576	0.92631
87	0.15511	0.57227	0.64169	0.72427	0.78287	0.81671	0.65629	0.68274	0.83017	0.81587	0.93068
88	0.16394	0.58831	0.65669	0.73723	0.79385	0.82636	0.67100	0.69683	0.83926	0.82556	0.93481
89	0.17317	0.60416	0.67138	0.74979	0.80442	0.83561	0.68537	0.71056	0.84795	0.83484	0.93871
90	0.18281	0.61980	0.68574	0.76194	0.81458	0.84446	0.69940	0.72392	0.85625	0.84372	0.94239
91	0.19285	0.63520	0.69976	0.77368	0.82432	0.85292	0.71306	0.73689	0.86416	0.85221	0.94586
92	0.20332	0.65032	0.71342	0.78501	0.83366	0.86099	0.72635	0.74946	0.87171	0.86032	0.94914
93	0.21419	0.66515	0.72669	0.79591	0.84259	0.86869	0.73924	0.76162	0.87890	0.86805	0.95223
94	0.22549	0.67965	0.73958	0.80641	0.85113	0.87602	0.75174	0.77337	0.88574	0.87541	0.95514
95	0.23720	0.69382	0.75206	0.81648	0.85929	0.88300	0.76383	0.78471	0.89224	0.88242	0.95788
96	0.24932	0.70763	0.76414	0.82615	0.86707	0.88963	0.77550	0.79563	0.89841	0.88908	0.96045
97	0.26185	0.72107	0.77580	0.83540	0.87448	0.89594	0.78676	0.80613	0.90426	0.89541	0.96288
98	0.27478	0.73412	0.78705	0.84426	0.88153	0.90192	0.79760	0.81622	0.90982	0.90142	0.96517
99	0.28810	0.74678	0.79788	0.85273	0.88824	0.90759	0.80803	0.82589	0.91508	0.90712	0.96731
100	0.30180	0.75903	0.80830	0.86081	0.89461	0.91297	0.81804	0.83516	0.92006	0.91253	0.96933
101	0.31586	0.77087	0.81830	0.86852	0.90066	0.91807	0.82764	0.84403	0.92477	0.91764	0.97123
102	0.33026	0.78230	0.82789	0.87586	0.90640	0.92289	0.83683	0.85251	0.92923	0.92249	0.97302
103	0.34499	0.79331	0.83707	0.88284	0.91184	0.92744	0.84563	0.86060	0.93344	0.92707	0.97469
104	0.36002	0.80390	0.84586	0.88949	0.91699	0.93175	0.85403	0.86831	0.93742	0.93140	0.97627
105	0.37533	0.81408	0.85425	0.89580	0.92187	0.93583	0.86205	0.87567	0.94117	0.93549	0.97775
106	0.39090	0.82384	0.86226	0.90179	0.92649	0.93967	0.86970	0.88266	0.94471	0.93935	0.97914
107	0.40669	0.83320	0.86990	0.90747	0.93085	0.94330	0.87699	0.88931	0.94805	0.94300	0.98044
108	0.42267	0.84215	0.87717	0.91285	0.93497	0.94672	0.88392	0.89563	0.95120	0.94644	0.98166
109	0.43882	0.85071	0.88410	0.91795	0.93886	0.94995	0.89051	0.90163	0.95417	0.94968	0.98281
110	0.45510	0.85889	0.89068	0.92278	0.94254	0.95299	0.89677	0.90732	0.95697	0.95273	0.98389

Tabla A.4: Probabilidad de fallecimiento estimada para hombres activos (2)

Edad	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9	k=10	k=11
15	0.00017	0.00175	0.00282	0.00381	0.00473	0.00599	0.00338	0.00446	0.00834	0.00955	0.01563
16	0.00018	0.00190	0.00305	0.00413	0.00511	0.00648	0.00365	0.00482	0.00902	0.01033	0.01689
17	0.00020	0.00205	0.00330	0.00446	0.00553	0.00702	0.00395	0.00522	0.00975	0.01117	0.01826
18	0.00022	0.00222	0.00357	0.00483	0.00598	0.00759	0.00428	0.00565	0.01055	0.01208	0.01973
19	0.00023	0.00240	0.00386	0.00523	0.00647	0.00821	0.00463	0.00611	0.01141	0.01306	0.02132
20	0.00025	0.00260	0.00418	0.00565	0.00700	0.00888	0.00501	0.00661	0.01233	0.01412	0.02304
21	0.00027	0.00282	0.00452	0.00612	0.00758	0.00960	0.00542	0.00715	0.01334	0.01527	0.02489
22	0.00030	0.00305	0.00489	0.00662	0.00820	0.01039	0.00586	0.00773	0.01442	0.01651	0.02688
23	0.00032	0.00330	0.00530	0.00716	0.00886	0.01123	0.00634	0.00837	0.01559	0.01784	0.02903
24	0.00035	0.00357	0.00573	0.00774	0.00959	0.01215	0.00686	0.00905	0.01685	0.01928	0.03135
25	0.00038	0.00386	0.00620	0.00838	0.01037	0.01313	0.00742	0.00979	0.01821	0.02084	0.03384
26	0.00041	0.00418	0.00671	0.00906	0.01121	0.01420	0.00803	0.01059	0.01969	0.02252	0.03653
27	0.00044	0.00452	0.00725	0.00980	0.01213	0.01535	0.00868	0.01145	0.02127	0.02432	0.03942
28	0.00048	0.00489	0.00785	0.01060	0.01311	0.01659	0.00939	0.01238	0.02298	0.02628	0.04253
29	0.00052	0.00529	0.00849	0.01146	0.01418	0.01794	0.01016	0.01338	0.02483	0.02838	0.04587
30	0.00056	0.00573	0.00918	0.01239	0.01533	0.01938	0.01099	0.01447	0.02682	0.03064	0.04946
31	0.00060	0.00619	0.00993	0.01340	0.01657	0.02095	0.01188	0.01564	0.02897	0.03309	0.05332
32	0.00065	0.00670	0.01074	0.01449	0.01791	0.02263	0.01285	0.01691	0.03128	0.03571	0.05746
33	0.00071	0.00725	0.01161	0.01566	0.01935	0.02445	0.01389	0.01828	0.03377	0.03854	0.06190
34	0.00076	0.00784	0.01256	0.01693	0.02092	0.02641	0.01502	0.01975	0.03645	0.04158	0.06666
35	0.00083	0.00848	0.01358	0.01830	0.02260	0.02853	0.01623	0.02135	0.03933	0.04486	0.07175
36	0.00090	0.00917	0.01468	0.01978	0.02442	0.03081	0.01755	0.02306	0.04243	0.04837	0.07721
37	0.00097	0.00992	0.01587	0.02137	0.02637	0.03326	0.01897	0.02492	0.04577	0.05215	0.08304
38	0.00105	0.01073	0.01715	0.02309	0.02848	0.03590	0.02050	0.02691	0.04935	0.05620	0.08927
39	0.00114	0.01160	0.01854	0.02495	0.03076	0.03874	0.02215	0.02907	0.05320	0.06055	0.09591
40	0.00123	0.01255	0.02004	0.02694	0.03321	0.04180	0.02393	0.03138	0.05733	0.06521	0.10300
41	0.00133	0.01357	0.02165	0.02910	0.03584	0.04509	0.02585	0.03388	0.06176	0.07021	0.11054
42	0.00144	0.01467	0.02339	0.03142	0.03868	0.04862	0.02792	0.03657	0.06651	0.07555	0.11857
43	0.00156	0.01586	0.02527	0.03392	0.04174	0.05242	0.03015	0.03946	0.07159	0.08127	0.12710
44	0.00169	0.01714	0.02729	0.03661	0.04502	0.05649	0.03255	0.04258	0.07704	0.08738	0.13614
45	0.00182	0.01853	0.02948	0.03951	0.04855	0.06086	0.03514	0.04592	0.08286	0.09390	0.14572
46	0.00197	0.02002	0.03183	0.04262	0.05234	0.06554	0.03792	0.04952	0.08907	0.10085	0.15585
47	0.00214	0.02163	0.03436	0.04597	0.05640	0.07056	0.04092	0.05338	0.09571	0.10826	0.16655
48	0.00231	0.02337	0.03708	0.04957	0.06077	0.07593	0.04414	0.05752	0.10278	0.11614	0.17783
49	0.00250	0.02525	0.04001	0.05344	0.06545	0.08167	0.04760	0.06197	0.11031	0.12452	0.18970
50	0.00271	0.02727	0.04317	0.05759	0.07046	0.08781	0.05132	0.06673	0.11832	0.13341	0.20216
51	0.00293	0.02946	0.04656	0.06204	0.07582	0.09436	0.05531	0.07183	0.12683	0.14283	0.21523
52	0.00317	0.03180	0.05020	0.06680	0.08155	0.10135	0.05960	0.07729	0.13586	0.15279	0.22890
53	0.00343	0.03433	0.05411	0.07191	0.08768	0.10878	0.06419	0.08313	0.14542	0.16332	0.24317
54	0.00371	0.03706	0.05831	0.07738	0.09423	0.11670	0.06911	0.08936	0.15554	0.17443	0.25803
55	0.00402	0.03999	0.06281	0.08322	0.10120	0.12511	0.07438	0.09602	0.16622	0.18612	0.27347
56	0.00435	0.04314	0.06763	0.08946	0.10863	0.13403	0.08002	0.10311	0.17748	0.19841	0.28948
57	0.00470	0.04653	0.07280	0.09612	0.11654	0.14349	0.08604	0.11066	0.18933	0.21130	0.30602
58	0.00509	0.05017	0.07833	0.10322	0.12494	0.15349	0.09248	0.11870	0.20178	0.22479	0.32309
59	0.00551	0.05408	0.08423	0.11078	0.13385	0.16406	0.09934	0.12723	0.21483	0.23888	0.34063

Tabla A.5: Probabilidad de fallecimiento estimada para mujeres activas (1)

Edad	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9	k=10	k=11
60	0.00596	0.05827	0.09054	0.11882	0.14329	0.17521	0.10665	0.13628	0.22848	0.25357	0.35863
61	0.00644	0.06277	0.09728	0.12736	0.15329	0.18694	0.11442	0.14587	0.24274	0.26884	0.37703
62	0.00697	0.06759	0.10445	0.13642	0.16384	0.19927	0.12269	0.15601	0.25758	0.28468	0.39579
63	0.00754	0.07275	0.11209	0.14602	0.17498	0.21220	0.13147	0.16671	0.27300	0.30107	0.41487
64	0.00816	0.07827	0.12021	0.15617	0.18670	0.22573	0.14077	0.17800	0.28899	0.31798	0.43420
65	0.00882	0.08418	0.12884	0.16688	0.19902	0.23987	0.15062	0.18988	0.30552	0.33539	0.45374
66	0.00954	0.09049	0.13799	0.17818	0.21194	0.25459	0.16103	0.20236	0.32257	0.35326	0.47342
67	0.01032	0.09721	0.14767	0.19006	0.22546	0.26991	0.17201	0.21543	0.34010	0.37154	0.49318
68	0.01116	0.10438	0.15792	0.20255	0.23958	0.28578	0.18358	0.22911	0.35809	0.39021	0.51297
69	0.01207	0.11202	0.16873	0.21563	0.25429	0.30221	0.19574	0.24339	0.37648	0.40919	0.53271
70	0.01305	0.12014	0.18012	0.22932	0.26959	0.31916	0.20850	0.25826	0.39523	0.42846	0.55235
71	0.01411	0.12876	0.19211	0.24361	0.28546	0.33660	0.22187	0.27371	0.41430	0.44794	0.57183
72	0.01526	0.13790	0.20469	0.25849	0.30187	0.35449	0.23583	0.28972	0.43362	0.46758	0.59109
73	0.01649	0.14758	0.21788	0.27395	0.31881	0.37281	0.25039	0.30628	0.45316	0.48733	0.61008
74	0.01783	0.15782	0.23167	0.28997	0.33624	0.39149	0.26554	0.32335	0.47283	0.50711	0.62873
75	0.01927	0.16863	0.24606	0.30653	0.35413	0.41050	0.28126	0.34090	0.49259	0.52688	0.64701
76	0.02082	0.18002	0.26103	0.32361	0.37243	0.42978	0.29754	0.35890	0.51238	0.54655	0.66487
77	0.02250	0.19200	0.27659	0.34117	0.39111	0.44928	0.31434	0.37731	0.53212	0.56609	0.68227
78	0.02431	0.20458	0.29270	0.35918	0.41012	0.46893	0.33164	0.39608	0.55177	0.58542	0.69918
79	0.02626	0.21776	0.30935	0.37759	0.42939	0.48868	0.34942	0.41516	0.57126	0.60449	0.71556
80	0.02836	0.23154	0.32651	0.39637	0.44888	0.50846	0.36762	0.43450	0.59052	0.62325	0.73139
81	0.03062	0.24593	0.34415	0.41545	0.46853	0.52822	0.38620	0.45404	0.60952	0.64164	0.74665
82	0.03306	0.26090	0.36223	0.43479	0.48828	0.54789	0.40512	0.47372	0.62818	0.65963	0.76133
83	0.03569	0.27645	0.38071	0.45433	0.50807	0.56741	0.42433	0.49348	0.64647	0.67717	0.77542
84	0.03851	0.29255	0.39954	0.47402	0.52783	0.58673	0.44378	0.51327	0.66435	0.69423	0.78890
85	0.04155	0.30920	0.41867	0.49378	0.54750	0.60578	0.46339	0.53301	0.68176	0.71077	0.80178
86	0.04482	0.32636	0.43805	0.51357	0.56702	0.62452	0.48312	0.55265	0.69868	0.72676	0.81406
87	0.04833	0.34399	0.45762	0.53331	0.58634	0.64289	0.50290	0.57213	0.71508	0.74220	0.82574
88	0.05211	0.36207	0.47732	0.55294	0.60540	0.66085	0.52267	0.59138	0.73093	0.75705	0.83684
89	0.05616	0.38054	0.49709	0.57242	0.62414	0.67835	0.54237	0.61036	0.74621	0.77131	0.84736
90	0.06050	0.39937	0.51687	0.59167	0.64252	0.69537	0.56194	0.62901	0.76090	0.78497	0.85732
91	0.06516	0.41849	0.53660	0.61065	0.66049	0.71188	0.58132	0.64729	0.77500	0.79803	0.86673
92	0.07015	0.43787	0.55621	0.62929	0.67801	0.72783	0.60045	0.66514	0.78850	0.81049	0.87561
93	0.07550	0.45744	0.57565	0.64756	0.69504	0.74323	0.61928	0.68253	0.80140	0.82235	0.88398
94	0.08121	0.47714	0.59486	0.66541	0.71155	0.75804	0.63776	0.69943	0.81370	0.83362	0.89185
95	0.08731	0.49691	0.61379	0.68279	0.72752	0.77226	0.65584	0.71580	0.82540	0.84431	0.89925
96	0.09383	0.51669	0.63237	0.69968	0.74293	0.78588	0.67348	0.73163	0.83652	0.85443	0.90620
97	0.10078	0.53642	0.65057	0.71605	0.75775	0.79890	0.69064	0.74688	0.84706	0.86400	0.91272
98	0.10818	0.55604	0.66835	0.73186	0.77198	0.81131	0.70729	0.76155	0.85703	0.87304	0.91882
99	0.11606	0.57548	0.68565	0.74711	0.78561	0.82313	0.72340	0.77562	0.86646	0.88155	0.92453
100	0.12443	0.59469	0.70246	0.76177	0.79864	0.83436	0.73896	0.78910	0.87535	0.88957	0.92987
101	0.13331	0.61362	0.71873	0.77583	0.81107	0.84501	0.75393	0.80197	0.88374	0.89711	0.93486
102	0.14273	0.63221	0.73445	0.78930	0.82290	0.85510	0.76832	0.81424	0.89162	0.90419	0.93952
103	0.15269	0.65041	0.74960	0.80216	0.83414	0.86463	0.78211	0.82591	0.89904	0.91083	0.94386
104	0.16321	0.66819	0.76416	0.81442	0.84481	0.87363	0.79530	0.83700	0.90600	0.91705	0.94791
105	0.17431	0.68550	0.77812	0.82609	0.85490	0.88212	0.80788	0.84751	0.91253	0.92288	0.95168
106	0.18600	0.70231	0.79149	0.83717	0.86445	0.89010	0.81987	0.85747	0.91864	0.92833	0.95520
107	0.19828	0.71859	0.80425	0.84767	0.87346	0.89761	0.83126	0.86687	0.92437	0.93342	0.95846
108	0.21117	0.73431	0.81641	0.85761	0.88195	0.90466	0.84208	0.87574	0.92972	0.93817	0.96150
109	0.22465	0.74946	0.82798	0.86701	0.88995	0.91127	0.85232	0.88410	0.93472	0.94261	0.96433
110	0.23874	0.76403	0.83896	0.87587	0.89746	0.91746	0.86201	0.89197	0.93938	0.94674	0.96695

Tabla A.6: Probabilidad de fallecimiento estimada para mujeres activas (2)

Edad	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9	k=10	k=11
15	0.00001	0.00061	0.00149	0.00180	0.00320	0.00433	0.00470	0.00441	0.00577	0.00716	0.13980
16	0.00001	0.00066	0.00162	0.00196	0.00348	0.00470	0.00511	0.00479	0.00627	0.00778	0.15020
17	0.00001	0.00072	0.00177	0.00213	0.00378	0.00511	0.00555	0.00521	0.00682	0.00846	0.16122
18	0.00001	0.00078	0.00192	0.00231	0.00411	0.00556	0.00604	0.00567	0.00741	0.00919	0.17289
19	0.00001	0.00085	0.00209	0.00251	0.00447	0.00604	0.00656	0.00616	0.00806	0.00999	0.18522
20	0.00001	0.00092	0.00227	0.00273	0.00486	0.00657	0.00713	0.00669	0.00875	0.01085	0.19821
21	0.00001	0.00100	0.00247	0.00297	0.00528	0.00714	0.00775	0.00727	0.00951	0.01179	0.21188
22	0.00001	0.00109	0.00268	0.00323	0.00574	0.00776	0.00842	0.00791	0.01034	0.01281	0.22623
23	0.00001	0.00119	0.00292	0.00351	0.00624	0.00843	0.00915	0.00859	0.01123	0.01391	0.24125
24	0.00001	0.00129	0.00317	0.00382	0.00678	0.00916	0.00995	0.00934	0.01220	0.01511	0.25694
25	0.00001	0.00140	0.00345	0.00415	0.00737	0.00995	0.01081	0.01015	0.01326	0.01641	0.27327
26	0.00002	0.00152	0.00375	0.00451	0.00801	0.01081	0.01174	0.01102	0.01440	0.01782	0.29025
27	0.00002	0.00166	0.00408	0.00491	0.00870	0.01175	0.01275	0.01198	0.01564	0.01935	0.30783
28	0.00002	0.00180	0.00443	0.00533	0.00946	0.01276	0.01386	0.01301	0.01698	0.02101	0.32598
29	0.00002	0.00196	0.00482	0.00580	0.01027	0.01387	0.01505	0.01413	0.01844	0.02281	0.34467
30	0.00002	0.00213	0.00524	0.00630	0.01116	0.01506	0.01635	0.01535	0.02002	0.02476	0.36386
31	0.00002	0.00232	0.00569	0.00685	0.01213	0.01636	0.01775	0.01667	0.02174	0.02686	0.38349
32	0.00003	0.00252	0.00619	0.00744	0.01318	0.01776	0.01927	0.01810	0.02360	0.02915	0.40351
33	0.00003	0.00274	0.00672	0.00809	0.01431	0.01929	0.02092	0.01966	0.02561	0.03162	0.42385
34	0.00003	0.00298	0.00731	0.00879	0.01554	0.02094	0.02271	0.02134	0.02779	0.03429	0.44445
35	0.00003	0.00324	0.00794	0.00955	0.01688	0.02273	0.02465	0.02317	0.03014	0.03718	0.46525
36	0.00003	0.00352	0.00863	0.01038	0.01833	0.02467	0.02675	0.02514	0.03270	0.04030	0.48617
37	0.00004	0.00383	0.00938	0.01128	0.01990	0.02677	0.02902	0.02728	0.03545	0.04367	0.50714
38	0.00004	0.00416	0.01019	0.01225	0.02161	0.02904	0.03148	0.02960	0.03844	0.04731	0.52808
39	0.00005	0.00452	0.01107	0.01331	0.02345	0.03151	0.03415	0.03210	0.04166	0.05124	0.54892
40	0.00005	0.00492	0.01203	0.01446	0.02546	0.03417	0.03702	0.03482	0.04514	0.05547	0.56960
41	0.00005	0.00534	0.01307	0.01570	0.02762	0.03705	0.04013	0.03775	0.04890	0.06004	0.59003
42	0.00006	0.00581	0.01420	0.01705	0.02997	0.04016	0.04349	0.04092	0.05295	0.06495	0.61016
43	0.00006	0.00631	0.01542	0.01852	0.03250	0.04352	0.04712	0.04434	0.05732	0.07023	0.62992
44	0.00007	0.00686	0.01675	0.02010	0.03525	0.04715	0.05103	0.04803	0.06202	0.07591	0.64925
45	0.00007	0.00746	0.01819	0.02182	0.03821	0.05106	0.05525	0.05201	0.06709	0.08201	0.66810
46	0.00008	0.00810	0.01975	0.02369	0.04142	0.05529	0.05979	0.05631	0.07253	0.08855	0.68644
47	0.00009	0.00881	0.02144	0.02571	0.04488	0.05983	0.06469	0.06094	0.07838	0.09556	0.70420
48	0.00010	0.00957	0.02327	0.02790	0.04862	0.06473	0.06995	0.06592	0.08466	0.10306	0.72137
49	0.00010	0.01040	0.02525	0.03026	0.05265	0.07000	0.07561	0.07127	0.09139	0.11107	0.73792
50	0.00011	0.01130	0.02740	0.03282	0.05699	0.07566	0.08169	0.07703	0.09860	0.11963	0.75381
51	0.00012	0.01228	0.02973	0.03559	0.06167	0.08174	0.08820	0.08321	0.10631	0.12875	0.76905
52	0.00013	0.01334	0.03225	0.03859	0.06671	0.08826	0.09519	0.08984	0.11455	0.13846	0.78361
53	0.00015	0.01449	0.03497	0.04182	0.07212	0.09525	0.10266	0.09694	0.12333	0.14877	0.79749
54	0.00016	0.01573	0.03791	0.04532	0.07794	0.10273	0.11065	0.10453	0.13269	0.15971	0.81070
55	0.00017	0.01709	0.04109	0.04909	0.08419	0.11072	0.11918	0.11265	0.14265	0.17129	0.82324
56	0.00019	0.01855	0.04453	0.05316	0.09088	0.11925	0.12827	0.12131	0.15322	0.18353	0.83512
57	0.00020	0.02015	0.04824	0.05754	0.09806	0.12835	0.13795	0.13054	0.16442	0.19643	0.84635
58	0.00022	0.02187	0.05224	0.06226	0.10573	0.13803	0.14823	0.14036	0.17627	0.21001	0.85694
59	0.00024	0.02374	0.05655	0.06734	0.11393	0.14832	0.15913	0.15079	0.18878	0.22427	0.86692

Tabla A.7: Probabilidad de fallecimiento estimada para hombres inválidos (1)

Edad	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9	k=10	k=11
60	0.00026	0.02576	0.06120	0.07281	0.12267	0.15923	0.17068	0.16185	0.20197	0.23920	0.87631
61	0.00028	0.02795	0.06620	0.07867	0.13199	0.17078	0.18289	0.17355	0.21583	0.25479	0.88511
62	0.00031	0.03032	0.07158	0.08497	0.14190	0.18299	0.19576	0.18592	0.23036	0.27105	0.89337
63	0.00034	0.03289	0.07736	0.09173	0.15243	0.19587	0.20930	0.19895	0.24557	0.28793	0.90110
64	0.00037	0.03567	0.08356	0.09896	0.16358	0.20942	0.22352	0.21265	0.26144	0.30543	0.90833
65	0.00040	0.03867	0.09021	0.10670	0.17538	0.22364	0.23842	0.22704	0.27796	0.32351	0.91508
66	0.00043	0.04191	0.09734	0.11496	0.18785	0.23855	0.25398	0.24209	0.29510	0.34214	0.92138
67	0.00047	0.04541	0.10496	0.12377	0.20098	0.25411	0.27020	0.25782	0.31285	0.36126	0.92724
68	0.00051	0.04919	0.11311	0.13316	0.21479	0.27034	0.28706	0.27419	0.33116	0.38083	0.93270
69	0.00056	0.05326	0.12180	0.14314	0.22928	0.28720	0.30453	0.29120	0.34999	0.40080	0.93778
70	0.00061	0.05765	0.13106	0.15374	0.24444	0.30468	0.32258	0.30881	0.36931	0.42110	0.94250
71	0.00066	0.06238	0.14091	0.16498	0.26026	0.32273	0.34117	0.32699	0.38905	0.44168	0.94688
72	0.00072	0.06747	0.15137	0.17686	0.27673	0.34133	0.36027	0.34572	0.40916	0.46245	0.95095
73	0.00078	0.07295	0.16247	0.18941	0.29383	0.36044	0.37982	0.36493	0.42959	0.48336	0.95471
74	0.00085	0.07883	0.17421	0.20262	0.31153	0.37999	0.39977	0.38458	0.45025	0.50432	0.95821
75	0.00092	0.08514	0.18661	0.21651	0.32980	0.39994	0.42006	0.40462	0.47109	0.52527	0.96144
76	0.00100	0.09190	0.19967	0.23108	0.34860	0.42023	0.44062	0.42497	0.49203	0.54613	0.96443
77	0.00109	0.09915	0.21342	0.24632	0.36788	0.44079	0.46139	0.44559	0.51300	0.56683	0.96720
78	0.00118	0.10690	0.22784	0.26222	0.38760	0.46156	0.48229	0.46640	0.53392	0.58730	0.96976
79	0.00129	0.11517	0.24293	0.27877	0.40768	0.48247	0.50325	0.48732	0.55472	0.60748	0.97212
80	0.00140	0.12400	0.25869	0.29595	0.42809	0.50343	0.52421	0.50829	0.57534	0.62729	0.97431
81	0.00152	0.13340	0.27510	0.31372	0.44874	0.52438	0.54507	0.52923	0.59569	0.64668	0.97633
82	0.00166	0.14340	0.29214	0.33205	0.46956	0.54525	0.56578	0.55006	0.61572	0.66560	0.97819
83	0.00180	0.15402	0.30978	0.35091	0.49050	0.56596	0.58627	0.57072	0.63537	0.68401	0.97991
84	0.00196	0.16527	0.32800	0.37025	0.51147	0.58644	0.60646	0.59114	0.65457	0.70185	0.98150
85	0.00213	0.17717	0.34675	0.39001	0.53240	0.60662	0.62629	0.61125	0.67329	0.71910	0.98296
86	0.00232	0.18973	0.36599	0.41014	0.55321	0.62645	0.64570	0.63099	0.69146	0.73573	0.98431
87	0.00252	0.20296	0.38566	0.43058	0.57384	0.64586	0.66465	0.65030	0.70907	0.75172	0.98555
88	0.00274	0.21687	0.40571	0.45126	0.59422	0.66481	0.68308	0.66913	0.72606	0.76704	0.98670
89	0.00298	0.23146	0.42609	0.47210	0.61427	0.68324	0.70096	0.68743	0.74243	0.78169	0.98776
90	0.00324	0.24671	0.44672	0.49304	0.63395	0.70111	0.71824	0.70516	0.75814	0.79567	0.98873
91	0.00352	0.26263	0.46753	0.51401	0.65319	0.71838	0.73490	0.72230	0.77319	0.80897	0.98963
92	0.00382	0.27920	0.48846	0.53493	0.67194	0.73504	0.75092	0.73881	0.78756	0.82160	0.99046
93	0.00416	0.29639	0.50943	0.55572	0.69015	0.75105	0.76628	0.75467	0.80126	0.83356	0.99122
94	0.00452	0.31417	0.53036	0.57633	0.70780	0.76640	0.78096	0.76986	0.81428	0.84488	0.99192
95	0.00491	0.33252	0.55119	0.59667	0.72484	0.78108	0.79497	0.78439	0.82663	0.85556	0.99256
96	0.00534	0.35140	0.57184	0.61668	0.74125	0.79509	0.80831	0.79824	0.83832	0.86562	0.99316
97	0.00581	0.37074	0.59225	0.63631	0.75701	0.80842	0.82097	0.81141	0.84937	0.87508	0.99370
98	0.00631	0.39052	0.61234	0.65549	0.77211	0.82107	0.83297	0.82391	0.85979	0.88397	0.99421
99	0.00686	0.41066	0.63205	0.67418	0.78653	0.83307	0.84432	0.83575	0.86960	0.89230	0.99467
100	0.00745	0.43110	0.65133	0.69233	0.80028	0.84441	0.85503	0.84695	0.87883	0.90010	0.99510

Tabla A.8: Probabilidad de fallecimiento estimada para hombres inválidos (2)

Edad	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9	k=10	k=11
15	0.00001	0.00062	0.00188	0.00203	0.00286	0.00446	0.00470	0.00486	0.00596	0.00727	0.13046
16	0.00001	0.00067	0.00205	0.00222	0.00313	0.00486	0.00513	0.00531	0.00650	0.00793	0.14072
17	0.00001	0.00073	0.00223	0.00242	0.00341	0.00531	0.00559	0.00579	0.00709	0.00865	0.15164
18	0.00001	0.00080	0.00244	0.00264	0.00372	0.00579	0.00610	0.00632	0.00774	0.00944	0.16325
19	0.00001	0.00087	0.00266	0.00288	0.00406	0.00632	0.00666	0.00689	0.00844	0.01029	0.17557
20	0.00001	0.00095	0.00290	0.00315	0.00443	0.00689	0.00726	0.00752	0.00921	0.01122	0.18861
21	0.00001	0.00104	0.00317	0.00343	0.00483	0.00752	0.00792	0.00820	0.01004	0.01224	0.20238
22	0.00001	0.00114	0.00346	0.00375	0.00527	0.00820	0.00864	0.00894	0.01095	0.01334	0.21688
23	0.00002	0.00124	0.00377	0.00409	0.00575	0.00894	0.00942	0.00975	0.01194	0.01455	0.23212
24	0.00002	0.00135	0.00412	0.00446	0.00628	0.00975	0.01027	0.01063	0.01302	0.01586	0.24809
25	0.00002	0.00148	0.00449	0.00487	0.00685	0.01063	0.01120	0.01160	0.01419	0.01728	0.26478
26	0.00002	0.00161	0.00490	0.00531	0.00747	0.01160	0.01222	0.01264	0.01547	0.01883	0.28218
27	0.00002	0.00176	0.00535	0.00579	0.00815	0.01264	0.01332	0.01378	0.01686	0.02052	0.30025
28	0.00002	0.00192	0.00583	0.00632	0.00889	0.01379	0.01452	0.01503	0.01838	0.02236	0.31896
29	0.00003	0.00210	0.00636	0.00689	0.00969	0.01503	0.01583	0.01638	0.02003	0.02435	0.33828
30	0.00003	0.00229	0.00694	0.00752	0.01057	0.01638	0.01725	0.01785	0.02182	0.02652	0.35815
31	0.00003	0.00250	0.00757	0.00820	0.01153	0.01785	0.01880	0.01945	0.02377	0.02888	0.37852
32	0.00003	0.00272	0.00826	0.00895	0.01257	0.01946	0.02049	0.02120	0.02589	0.03144	0.39932
33	0.00004	0.00297	0.00901	0.00976	0.01370	0.02120	0.02232	0.02309	0.02819	0.03422	0.42050
34	0.00004	0.00324	0.00983	0.01064	0.01494	0.02309	0.02431	0.02515	0.03069	0.03723	0.44197
35	0.00005	0.00354	0.01072	0.01160	0.01628	0.02515	0.02648	0.02739	0.03340	0.04050	0.46367
36	0.00005	0.00386	0.01168	0.01265	0.01775	0.02739	0.02883	0.02982	0.03635	0.04405	0.48550
37	0.00005	0.00421	0.01274	0.01379	0.01934	0.02982	0.03139	0.03246	0.03955	0.04788	0.50738
38	0.00006	0.00460	0.01389	0.01504	0.02107	0.03247	0.03416	0.03533	0.04301	0.05204	0.52924
39	0.00006	0.00502	0.01514	0.01639	0.02296	0.03533	0.03717	0.03844	0.04676	0.05653	0.55099
40	0.00007	0.00547	0.01650	0.01786	0.02501	0.03844	0.04044	0.04181	0.05082	0.06139	0.57254
41	0.00008	0.00597	0.01799	0.01946	0.02723	0.04181	0.04398	0.04546	0.05522	0.06663	0.59383
42	0.00008	0.00651	0.01960	0.02121	0.02965	0.04546	0.04781	0.04941	0.05997	0.07229	0.61476
43	0.00009	0.00711	0.02136	0.02310	0.03227	0.04942	0.05195	0.05369	0.06510	0.07838	0.63528
44	0.00010	0.00775	0.02327	0.02517	0.03512	0.05370	0.05644	0.05832	0.07063	0.08495	0.65532
45	0.00011	0.00845	0.02534	0.02741	0.03822	0.05833	0.06129	0.06332	0.07660	0.09201	0.67482
46	0.00012	0.00922	0.02760	0.02984	0.04157	0.06333	0.06653	0.06872	0.08303	0.09959	0.69373
47	0.00013	0.01006	0.03005	0.03248	0.04520	0.06872	0.07217	0.07454	0.08995	0.10772	0.71202
48	0.00014	0.01097	0.03271	0.03535	0.04913	0.07454	0.07826	0.08081	0.09738	0.11643	0.72963
49	0.00015	0.01196	0.03559	0.03846	0.05339	0.08081	0.08482	0.08755	0.10535	0.12574	0.74656
50	0.00017	0.01304	0.03872	0.04183	0.05799	0.08756	0.09187	0.09481	0.11389	0.13569	0.76277
51	0.00018	0.01421	0.04212	0.04548	0.06297	0.09482	0.09944	0.10259	0.12303	0.14629	0.77824
52	0.00020	0.01549	0.04580	0.04944	0.06833	0.10260	0.10756	0.11094	0.13280	0.15757	0.79299
53	0.00022	0.01689	0.04978	0.05372	0.07412	0.11095	0.11626	0.11987	0.14321	0.16955	0.80699
54	0.00024	0.01841	0.05409	0.05835	0.08036	0.11989	0.12556	0.12943	0.15429	0.18223	0.82027
55	0.00026	0.02006	0.05875	0.06335	0.08708	0.12944	0.13549	0.13962	0.16607	0.19565	0.83282
56	0.00028	0.02185	0.06378	0.06875	0.09429	0.13963	0.14608	0.15047	0.17855	0.20980	0.84466
57	0.00031	0.02380	0.06921	0.07458	0.10204	0.15048	0.15735	0.16201	0.19176	0.22468	0.85580
58	0.00034	0.02593	0.07507	0.08085	0.11035	0.16202	0.16931	0.17425	0.20570	0.24030	0.86628
59	0.00037	0.02823	0.08138	0.08760	0.11924	0.17427	0.18198	0.18721	0.22037	0.25665	0.87610

Tabla A.9: Probabilidad de fallecimiento estimada para mujeres inválidas (1)

Edad	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9	k=10	k=11
60	0.00040	0.03074	0.08817	0.09486	0.12875	0.18723	0.19538	0.20090	0.23578	0.27371	0.88530
61	0.00044	0.03345	0.09547	0.10264	0.13890	0.20092	0.20952	0.21533	0.25193	0.29146	0.89389
62	0.00048	0.03640	0.10330	0.11100	0.14971	0.21535	0.22439	0.23049	0.26878	0.30986	0.90192
63	0.00052	0.03960	0.11170	0.11994	0.16120	0.23051	0.23999	0.24639	0.28634	0.32889	0.90939
64	0.00057	0.04307	0.12069	0.12949	0.17339	0.24641	0.25633	0.26301	0.30456	0.34850	0.91636
65	0.00062	0.04683	0.13030	0.13968	0.18630	0.26303	0.27337	0.28033	0.32342	0.36864	0.92283
66	0.00068	0.05090	0.14054	0.15054	0.19994	0.28035	0.29111	0.29833	0.34287	0.38924	0.92884
67	0.00074	0.05530	0.15146	0.16209	0.21432	0.29835	0.30950	0.31698	0.36286	0.41025	0.93441
68	0.00081	0.06005	0.16306	0.17433	0.22943	0.31700	0.32852	0.33623	0.38334	0.43159	0.93958
69	0.00088	0.06519	0.17536	0.18730	0.24528	0.33626	0.34812	0.35605	0.40424	0.45319	0.94436
70	0.00097	0.07073	0.18839	0.20100	0.26185	0.35607	0.36825	0.37637	0.42549	0.47496	0.94879
71	0.00105	0.07671	0.20214	0.21543	0.27912	0.37639	0.38884	0.39713	0.44702	0.49683	0.95288
72	0.00115	0.08315	0.21664	0.23060	0.29708	0.39716	0.40984	0.41827	0.46875	0.51872	0.95666
73	0.00125	0.09007	0.23186	0.24650	0.31568	0.41830	0.43118	0.43972	0.49061	0.54053	0.96015
74	0.00137	0.09751	0.24782	0.26312	0.33490	0.43975	0.45277	0.46139	0.51249	0.56218	0.96337
75	0.00149	0.10549	0.26450	0.28045	0.35468	0.46142	0.47454	0.48321	0.53433	0.58361	0.96633
76	0.00163	0.11405	0.28189	0.29845	0.37496	0.48324	0.49641	0.50510	0.55604	0.60472	0.96907
77	0.00178	0.12320	0.29995	0.31710	0.39570	0.50513	0.51830	0.52697	0.57754	0.62545	0.97159
78	0.00194	0.13297	0.31865	0.33636	0.41682	0.52699	0.54011	0.54873	0.59875	0.64572	0.97391
79	0.00212	0.14340	0.33795	0.35618	0.43825	0.54875	0.56177	0.57031	0.61959	0.66549	0.97604
80	0.00231	0.15449	0.35782	0.37650	0.45991	0.57033	0.58320	0.59162	0.64000	0.68469	0.97801
81	0.00253	0.16628	0.37818	0.39727	0.48172	0.59165	0.60432	0.61259	0.65992	0.70329	0.97982
82	0.00276	0.17877	0.39898	0.41841	0.50360	0.61262	0.62505	0.63316	0.67929	0.72123	0.98148
83	0.00301	0.19199	0.42015	0.43986	0.52547	0.63318	0.64534	0.65325	0.69806	0.73849	0.98300
84	0.00328	0.20595	0.44162	0.46154	0.54725	0.65328	0.66512	0.67281	0.71619	0.75504	0.98441
85	0.00358	0.22063	0.46331	0.48336	0.56884	0.67284	0.68433	0.69179	0.73365	0.77087	0.98569
86	0.00391	0.23606	0.48514	0.50524	0.59017	0.69181	0.70293	0.71014	0.75041	0.78597	0.98688
87	0.00426	0.25221	0.50703	0.52711	0.61117	0.71016	0.72089	0.72783	0.76645	0.80033	0.98797
88	0.00465	0.26908	0.52889	0.54887	0.63177	0.72785	0.73816	0.74482	0.78175	0.81396	0.98896
89	0.00507	0.28665	0.55064	0.57045	0.65189	0.74484	0.75473	0.76111	0.79632	0.82686	0.98988
90	0.00554	0.30489	0.57219	0.59176	0.67149	0.76113	0.77058	0.77666	0.81016	0.83904	0.99072
91	0.00604	0.32375	0.59348	0.61273	0.69051	0.77668	0.78569	0.79148	0.82326	0.85052	0.99149
92	0.00659	0.34321	0.61442	0.63329	0.70891	0.79150	0.80007	0.80557	0.83565	0.86131	0.99220
93	0.00719	0.36321	0.63495	0.65338	0.72664	0.80558	0.81371	0.81892	0.84732	0.87144	0.99285
94	0.00784	0.38370	0.65499	0.67294	0.74368	0.81893	0.82662	0.83154	0.85831	0.88094	0.99344
95	0.00855	0.40461	0.67451	0.69191	0.76002	0.83156	0.83881	0.84345	0.86863	0.88982	0.99399
96	0.00933	0.42586	0.69343	0.71026	0.77562	0.84347	0.85030	0.85467	0.87830	0.89812	0.99449
97	0.01017	0.44740	0.71172	0.72794	0.79049	0.85468	0.86111	0.86521	0.88736	0.90586	0.99495
98	0.01109	0.46914	0.72935	0.74493	0.80463	0.86523	0.87125	0.87510	0.89582	0.91306	0.99537
99	0.01210	0.49099	0.74629	0.76121	0.81803	0.87511	0.88076	0.88436	0.90371	0.91977	0.99576
100	0.01319	0.51288	0.76251	0.77676	0.83070	0.88437	0.88966	0.89302	0.91106	0.92600	0.99611

Tabla A.10: Probabilidad de fallecimiento estimada para mujeres inválidas (2)

Apéndice B

Tablas EMSSAH(M)-97,
EMSSIH(M)-97 y EISS-97 (H y M)

TABLA DE TASAS DE MORTALIDAD DE ACTIVOS PARA LA SEGURIDAD SOCIAL					
	Tasas al Millar				
	EMSSAH-97	EMSSAM-97		EMSSAH-97	EMSSAM-97
EDAD	Hombres	Mujeres	EDAD	Hombres	Mujeres
	qx	qx		qx	qx
15	0.43	0.15	63	14.22	8.99
16	0.46	0.15	64	15.60	9.91
17	0.49	0.16	65	17.13	10.92
18	0.53	0.17	66	18.83	12.05
19	0.58	0.18	67	20.71	13.29
20	0.63	0.19	68	22.79	14.67
21	0.69	0.21	69	25.10	16.19
22	0.76	0.22	70	27.65	17.87
23	0.83	0.24	71	30.48	19.72
24	0.90	0.25	72	33.61	21.77
25	0.97	0.26	73	37.07	24.02
26	1.06	0.27	74	40.88	26.52
27	1.14	0.28	75	45.09	29.26
28	1.23	0.30	76	49.73	32.28
29	1.32	0.31	77	54.84	35.61
30	1.41	0.33	78	60.46	39.27
31	1.51	0.35	79	66.64	43.30
32	1.61	0.38	80	73.41	47.72
33	1.72	0.41	81	80.83	52.56
34	1.83	0.44	82	88.95	57.87
35	1.94	0.48	83	97.81	63.68
36	2.06	0.53	84	107.47	70.03
37	2.19	0.60	85	117.89	77.00
38	2.32	0.67	86	129.10	84.64
39	2.46	0.75	87	141.14	93.03
40	2.61	0.85	88	154.03	102.21
41	2.76	0.95	89	167.80	112.26
42	2.93	1.07	90	182.47	123.25
43	3.11	1.19	91	198.06	135.26
44	3.30	1.34	92	214.57	148.35
45	3.51	1.49	93	232.01	162.62
46	3.74	1.66	94	250.38	178.15
47	3.99	1.85	95	269.66	195.00

Tabla B.1: EMSSA-97 para hombres y mujeres

TABLA DE TASAS DE MORTALIDAD DE INVALIDOS PARA LA SEGURIDAD SOCIAL					
	Tasas al Millar				
	EMSSIH-97	EMSSIM-97		EMSSIH-97	EMSSIM-97
EDAD	Hombres	Mujeres	EDAD	Hombres	Mujeres
	qx	qx		qx	qx
15	3.16	0.69	58	23.89	17.76
16	3.16	0.69	59	24.78	18.77
17	3.16	0.69	60	25.76	19.86
18	3.16	0.72	61	26.83	21.03
19	3.16	0.80	62	28.01	22.30
20	3.16	0.92	63	29.31	23.68
21	3.16	1.08	64	30.74	25.16
22	3.20	1.27	65	32.32	26.76
23	3.34	1.49	66	34.05	28.48
24	3.58	1.74	67	35.96	30.34
25	3.89	2.02	68	38.06	32.34
26	4.28	2.31	69	40.37	34.49
27	4.74	2.62	70	42.90	36.80
28	5.24	2.94	71	45.67	39.29
29	5.79	3.28	72	48.70	41.95
30	6.37	3.62	73	52.01	44.81
31	6.98	3.97	74	55.62	47.86
32	7.62	4.33	75	59.55	51.13
33	8.26	4.69	76	63.81	54.62
34	8.92	5.06	77	68.44	58.35
35	9.58	5.43	78	73.44	62.32
36	10.24	5.80	79	78.85	66.55
37	10.90	6.18	80	84.69	71.05
38	11.55	6.56	81	90.97	75.83
39	12.20	6.95	82	97.74	80.91
40	12.83	7.34	83	105.00	86.30
41	13.44	7.73	84	112.79	92.00
42	14.05	8.13	85	121.13	98.05
43	14.64	8.55	86	130.05	104.44
44	15.22	8.97	87	139.58	111.19
45	15.79	9.40	88	149.74	118.33
46	16.35	9.85	89	160.57	125.85
47	16.90	10.32	90	172.09	133.79

Tabla B.2: EMSSI-97 para hombres y mujeres

TABLA DE TASAS DE INVALIDEZ PARA LA SEGURIDAD SOCIAL EISS-97			
Tasas al millar			
Edad	rx	Edad	rx
0	0.52	30	1.12
1	0.52	31	1.15
2	0.52	32	1.18
3	0.52	33	1.21
4	0.52	34	1.24
5	0.52	35	1.29
6	0.52	36	1.34
7	0.52	37	1.40
8	0.52	38	1.47
9	0.52	39	1.55
10	0.52	40	1.64
11	0.52	41	1.73
12	0.52	42	1.84
13	0.52	43	1.95
14	0.52	44	2.07
15	0.52	45	2.21
16	0.52	46	2.36
17	0.52	47	2.56
18	0.61	48	2.79
19	0.69	49	3.09
20	0.76	50	3.47
21	0.82	51	3.95
22	0.88	52	4.54
23	0.92	53	5.25
24	0.96	54	6.11
25	1.00	55	7.12
26	1.02	56	8.38
27	1.05	57	9.33
28	1.07	58	10.35
29	1.10	59	11.44

Tabla B.3: EISS-97 para hombres y mujeres

Apéndice C

Formato de información de la CNSF

Pen2007 - Microsoft Visual FoxPro

File Edit View Tools Program Table Window Help

Tip_cia	Cve_cia	Ano	Mes	Cve_sif	Cve_inc	Gpo_fam	Num_seg_so	Curp	Fec_nac	Sexo	Ocup	No_sem	Edo_ci	Edo_ci	Cam_ed	Fec_ini_de	Umf	Cau_inv_ic
P	0901	2007	12	332	060	02	34815100713		19520211	F		0				19991129	01001010	
P	0901	2007	12	332	060	03	34815100713		19830126	M		0				19991129	01001010	000
P	0901	2007	12	332	060	02	51725400710		19560803	F		0				19991121	01019001	
P	0901	2007	12	332	060	03	51725400710		19850311	M		0				19991121	01019001	000
P	0901	2007	12	331	050	02	51654311607		19500920	F		0				19991209	01019007	
P	0901	2007	12	331	050	02	34614410594		19511015	F		0				20000226	01019007	
P	0901	2007	12	331	050	02	51786106651		19630212	F		0				19991206	01019001	
P	0901	2007	12	331	050	03	51786106651		19850427	M		0				19991206	01019001	000
P	0901	2007	12	331	050	03	51786106651		19910619	F		0				19991206	01019001	000
P	0901	2007	12	332	060	02	51945950064		19571102	F		0				20000322	01019007	
P	0901	2007	12	332	060	03	51945950064		19820520	M		0				20000322	01019007	000
P	0901	2007	12	332	060	03	51945950064		19860129	M		0				20000322	01019007	000
P	0901	2007	12	332	060	03	51945950064		19880327	M		0				20000322	01019007	000
P	0901	2007	12	332	060	03	51945950064		19890411	M		0				20000322	01019007	000
P	0901	2007	12	331	050	02	51942000012		19200928	F		0				20000310	01019001	
P	0901	2007	12	331	050	02	51804601402		19440310	F		0				19990920	01019001	
P	0901	2007	12	332	060	02	51804601402		19440310	F		0				19990920	01019001	
P	0901	2007	12	331	050	02	51674612075		19460318	F		0				20000531	01001010	
P	0901	2007	12	331	050	02	51792800248		19320427	F		0				20000302	01019001	
P	0901	2007	12	331	050	02	51745503972		19520707	F		0				20000701	01019001	
P	0901	2007	12	331	050	03	51745503972		19860406	M		0				20000701	01019001	000
P	0901	2007	12	331	050	03	21955804881		19821025	M		0				19991025	02001028	000
P	0901	2007	12	331	050	03	21955804881		19850203	M		0				19991025	02001028	000
P	0901	2007	12	331	050	03	21955804881		19870207	F		0				19991025	02001028	000
P	0901	2007	12	331	050	03	21955804881		19890410	F		0				19991025	02001028	000
P	0901	2007	12	331	050	02	21674010588		19450710	F		0				19990908	02001002	
P	0901	2007	12	332	060	03	21881100230		19440505	F		0				20000309	02001005	000
P	0901	2007	12	331	050	03	21886537113		19850227	F		0				19991024	02001031	000
P	0901	2007	12	331	050	03	21886537113		19910424	M		0				19991024	02001031	000
P	0901	2007	12	331	050	02	21612910840		19240510	F		0				19991004	02001028	
P	0901	2007	12	331	050	02	04685109136		19551214	F		0				19991103	02001016	
P	0901	2007	12	332	060	02	04685109136		19551214	F		0				19991103	02001016	
P	0901	2007	12	331	050	03	04685109136		19850417	F		0				19991103	02001016	000
P	0901	2007	12	332	060	03	04685109136		19850417	F		0				19991103	02001016	000
P	0901	2007	12	331	050	02	21703910311		19450411	F		0				19990902	02001004	
P	0901	2007	12	331	050	03	21703910311		19821228	M		0				19990902	02001004	000
P	0901	2007	12	332	060	02	21783700533		19390128	M		0				20000920	02001005	
P	0901	2007	12	331	050	02	21795408331		19570315	F		0				19991123	02001016	
P	0901	2007	12	331	050	03	21795408331		19820118	F		0				20000101	02001016	000

Pen2007 [d:\Vene\tesis\bdooriginales\p Record: 1/447883 Exclusive NUM

Tabla C.1: Base de datos 2007, CNSF

Bibliografía

- [1] CNSF. 2007. *Circular S-22.3*. SHCP Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.
- [2] CNSF. 1997. *Circular S-22.5*. SHCP Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.
- [3] Hosmer, David W. Jr. 2000. *Applied logistic Regression*, A Wiley-Interscience Publication, USA.
- [4] Mendenhall, William y Reinmuth, James E. 1998. *Estadística para Administración y Economía*, University of Oregon, EUA.
- [5] Microsoft. 1998. *Visual FoxPro 6.0. Manual del programador*, Mc Graw Hill, Interamericana de España, S. A. U.
- [6] Miranda Valenzuela, P. 1997. Noriega Granados J. *Entendiendo las AFORES*, Editorial SICCO.
- [7] Pérez López César. 2005. *Técnicas Estadísticas con SPSS 12*, Ed. Pearson Educación, S.A., Madrid.
- [8] Ruiz Moreno, Angel Guillermo. 2004. *Las Afore: el nuevo sistema de ahorro y pensiones*
- [9] Silva Ayçaguer, Luis Carlos. 1994. *Excursión a la regresión logística en ciencias de la salud*, Ed. Díaz de Santos, España.
- [10] Valdés Prieto, Salvador. 2002. *Políticas y mercado de pensiones. Un texto universitario para América Latina*, Santiago, Chile : Universidad Católica de Chile.