



**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
ACATLÁN**

Objetos de Aprendizaje como material de apoyo a
Cálculo 2

Tesis y examen profesional

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
Licenciada en Matemáticas Aplicadas y Computación

PRESENTA

Elia Erandi González Miranda

Asesor: Dra. MariCarmen González Videgaray

Enero 2010



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Con gran admiración y amor a mis padres y hermanos, en especial a mi madre por su inagotable motivación en mi vida.

A Liliana, Isis, Marco, Sergio por su amistad incondicional.

Y con un profundo cariño y agradecimiento a la Dra. Maricarmen González Videgaray por su invaluable apoyo y enseñanzas.

Índice

1. Introducción.....	3
1.1 Enseñanza del cálculo diferencial e integral.....	4
1.2 Problemas del cálculo en MAC Acatlán.....	12
2. Material y métodos	
2.1 Objetos de aprendizaje.....	19
3. Resultados	
3.1 Cálculo II como objetos de aprendizaje.....	27
3.1.1 Funciones continuas.....	27
3.1.2 Funciones discontinuas.....	30
3.1.3 Propiedad conmutativa, asociativa y distributiva.....	31
4. Discusión.....	36
4.1 Conclusión.....	37

5. Anexos

5.1 Graficas índice de aprovechamiento cálculo I y II39

6. Referencias

6.1 Glosario.....41

6.2 Referencias Bibliográficas.....42

1. Introducción

El siguiente trabajo de investigación surge ante la incidencia en índices de reprobación de estudiantes de la materia de cálculo II de la Facultad de Estudios Superiores Acatlán y el auge de objetos de aprendizaje (16) como promotores de enseñanza-aprendizaje. De acuerdo con las estadísticas realizadas en los últimos cinco años en promedio el 70% de los estudiantes que ingresan al curso de cálculo II en la carrera de Matemáticas Aplicadas y Computación de dicha Facultad no obtienen una calificación aprobatoria [1].

Existen diversas investigaciones acerca de los factores que afectan el desempeño académico, así como estudios que muestran las causas por las que estudiantes de cálculo no aprueban los cursos. Este es un problema que se debe atacar desde diversos ángulos ya que no sólo involucra aspectos emocionales como traumas escolares o creencias erróneas, sino también aspectos escolares; deficiencias académicas en cursos anteriores, maestros que no saben enseñar matemáticas, falta de material didáctico que les permita aprender o reforzar su conocimiento, libros que carecen de procedimientos para resolver ejercicios, por mencionar algunos. De todos estos factores al que le daremos mayor relevancia es el que se refiere a la creación de material diseñado para que el estudiante pueda reforzar su conocimiento aprendiendo a través de los ejercicios propuestos fuera del salón de clases a través de objetos de aprendizaje, así como aquel que sea útil al profesor para complementar algunos temas dentro o fuera del aula de clases.

Considerando que el uso de los objetos de aprendizaje mejora la enseñanza-aprendizaje de los estudiantes que hacen uso de estos en comparación con los demás estudiantes es como iniciamos esta investigación.

1.1 Enseñanza del cálculo diferencial e integral

La enseñanza del cálculo diferencial e integral en instituciones de educación superior es una de las materias con mayor índice de reprobación. “Ricardo Cantoral considera que el curso de cálculo es uno de los factores causales de la deserción estudiantil en instituciones públicas y privadas en educación superior en nuestro país, la enseñanza del cálculo a nivel superior se ha declarado un problema grave [...]” [2]. Si se enumeraran las causas o factores involucrados encontraríamos gran variedad de respuestas, algunas relacionadas con el aspecto psicológico de los estudiantes, por ejemplo la creencia que es una materia difícil y que sólo algunos aprueban, el no preguntar las dudas porque “seguramente soy el único que las tiene”, otras tienen que ver con carencias de conocimientos previos en álgebra y geometría, y la falta de material didáctico que refuerce el aprendizaje en el aula, etcétera.

Los estudiantes que ingresan a las universidades provienen de bachilleratos con distintas orientaciones, lo cual conlleva a tener diversidad en cuanto a los conocimientos en áreas básicas para entender cálculo, tales como álgebra, trigonometría y geometría, dificultando la enseñanza y aprendizaje en el aula. En general los que proceden de la opción científico-técnica tienen una mejor base para estudiar y aunque existen diversos materiales (no todos ellos educativos) que muestran a los estudiantes la manera de resolver ciertos problemas no es suficiente para que éste aprenda la esencia del cálculo, es muy fácil seguir un procedimiento, pero no es igual de fácil entenderlo.

En muchas universidades se imparten cursos de regularización en álgebra y en algunas otras de cálculo pero estos cursos no son del todo benéficos para quienes los toman, ya que, más que enseñar, sólo van “tapando hoyos”, pues en su mayoría son impartidos por estudiantes de semestres posteriores los cuales tienen muy poca si no es que nula experiencia en la enseñanza de las matemáticas, además de no contar con el tiempo adecuado para cubrir los temas necesarios.

Gracias al avance tecnológico es posible encontrar todo tipo de recursos para resolver problemas de cálculo desde la solución misma del problema, bastando sólo un clic, hasta explicaciones detalladas con ejemplos de libros formales de cálculo. Pero esto una vez más no ayuda, y es fácil observarlo, ya que cuando se trata de aplicar el concepto en un problema o situación específica pocos son los estudiantes que logran “ver” o comprender que se trata de un problema del cálculo diferencial o integral.

Además de que la mitad del porcentaje de estudiantes que logra aprobar el primer curso de cálculo no aprueba el segundo, es un indicador de que no todos han comprendido del todo los conceptos. Es común escuchar a algunos estudiantes decir; “el profesor no enseña bien”, “me hacen falta algunos conceptos para comprender”, “es muy difícil”, “nunca le he entendido”, sólo por mencionar algunos.

Algunos especialistas mencionan que la mayoría de los estudiantes de nuevo ingreso no logran madurar los conocimientos adquiridos en matemáticas ya que se les ha enseñado a seguir recetas de cocina para resolver dichos problemas.

En la Universidad del Valle, Colombia, en la carrera de Ingeniería se realizó un estudio que revela cifras alarmantes, ya que alrededor del 60% de los estudiantes que ingresa a cálculo I no aprueba o cancela el curso [3]. Los estudiantes de nuevo ingreso deben tomar la materia de cálculo I la cual se divide en dos partes: en la primera se ven temas relacionados al estudio del precálculo, tales como álgebra elemental, geometría analítica básica y funciones reales de una variable real, esta parte dura alrededor de seis semanas y tiene un peso en la calificación final del treinta por ciento. La segunda parte del curso se enfoca al cálculo diferencial y tiene un peso del setenta por ciento.

Podría suponerse entonces que si un estudiante aprueba la primera parte del curso, tendría mayor probabilidad de aprobar el segundo y viceversa, sin embargo esto no sucede así. Como podrá observarse en los resultados del estudio, mostrados enseguida, alrededor del 60% de los estudiantes que matriculan este curso lo pierden o lo cancelan. En particular, durante el semestre agosto-diciembre del año de 2004, de un total de 1,374 estudiantes, distribuidos en 27 grupos que tomaron cálculo I. Los resultados globales fueron los siguientes:

- Aprobaron 507 estudiantes (37%)
- Re aprobaron 553 estudiantes (40%)
- Cancelaron 314 estudiantes (23%)
- Total 1,374 estudiantes"[3]

Cabe mencionar que de los 1,374 estudiantes matriculados, solamente el 41% eran de ingreso 2004; el 38% de periodos anteriores al 2004, es decir habían reprobado la materia, y el 21% ya la habían dado de baja anteriormente.

En este estudio también se observó la relación que existe entre quienes han aprobado la primera parte del curso y quienes han aprobado el curso, en el supuesto de que: "Las calificaciones logradas por los estudiantes en el primer examen parcial de cálculo (cuyos temas son álgebra y geometría analítica básicas, y teoría de funciones reales de una variable real) son buenos indicadores de la formación matemática con que llegan a la universidad"[3] donde se observó que de los estudiantes que aprobaron la primera parte del curso, sólo el 85 por ciento obtuvo una calificación aprobatoria al final del curso. De igual manera del total de los estudiantes que re aprobaron la primera parte del curso el 85 por ciento no aprobó el curso o lo canceló, esta tendencia ya había sido identificada en años anteriores como lo muestra el resultado de una encuesta realizada en la Universidad del Valle de Colombia en el año 2001 a profesores de cálculo I: de 281 estudiantes, 90 aprobaron el primer parcial, esto es, el 32%, entre quienes aprobaron el primer parcial, el 89% aprobaron el curso; y entre quienes perdieron el primer parcial, el 94% perdieron o cancelaron el curso. De estos datos se puede ver la estrecha relación que guarda la aprobación del primer parcial con la nota final del curso, por lo que una buena formación académica inicial es un buen indicador del rendimiento en los estudios posteriores, como también una mala formación conlleva al bajo rendimiento.

Un factor importante que ya se mencionó es la manera en cómo se transmiten los conocimientos en el aula, es decir el cómo enseñan los profesores, que tiene que ver, entre otras cosas, con la formación académica que recibieron, la experiencia adquirida y el aprendizaje de nuevas técnicas o métodos de enseñanza en la materia, la percepción y creencias al momento de transmitir los conocimientos, etc.

Como señalan Gil y Rico “es útil conocer las concepciones y creencias de los profesores en torno a la enseñanza que imparten, por ejemplo para implicarlos en procesos de cambio” [4]. Y es que mucho hay que hacer para dejar atrás la idea de que las matemáticas y en particular el cálculo diferencial son una materia difícil de entender. “Asimismo no debemos olvidar que el profesor es un elemento crítico, con cierta experiencia docente; en nuestro caso son profesionales autónomos en sus cátedras que, por ende, pueden tomar decisiones respecto al modelo de enseñanza-aprendizaje en el que están inmersos”. En este mismo artículo se cita que: “De acuerdo con Bodur (2003), Handal (2003), Moreno (2000) y Ponte (1999), las creencias del profesor son ideas poco elaboradas, generales o específicas, las cuales forman parte del conocimiento que posee el docente -pero carecen de rigor para mantenerlas- e influyen de manera directa en su desempeño. Las creencias sirven como filtro para todo aquello que supone el proceso de enseñanza-aprendizaje” [4].

De acuerdo con un estudio [5] acerca de las creencias, concepciones y conocimiento profesional que tiene un grupo de profesoras y profesores de matemáticas de universidad, en Venezuela sobre la enseñanza del cálculo diferencial a estudiantes de carreras relacionadas con las ciencias económicas (licenciaturas en contaduría pública, administración de empresas y economía) “las creencias de los profesores tienen las siguientes características:

- Están asociadas a las ideas personales, específicamente, cuando el profesor toma una decisión en el proceso enseñanza-aprendizaje, depende más de sus propias ideas afectivas y experiencia que de un conocimiento fundado y de una formación profesional específica, tanto en didáctica como en la propia matemática.
- Influyen en el proceso enseñanza-aprendizaje
- Tienen un valor afectivo

- Son un tipo de conocimiento
- Se justifican sin rigor alguno”[4]

Según los autores a pesar de que son muchas las investigaciones en este ámbito, la mayoría de los investigadores terminan por señalar a las creencias de las concepciones de forma indistinta, siendo este artículo el que apuesta por marcar una frontera entre estas. Como nuestro propósito se enfoca en mostrar estos factores, dejamos la bibliografía de dichos artículos por si el lector se interesa en consultarlos [4-12].

Para dicho estudio se entrevistaron algunos profesores que generalmente enseñaban cálculo diferencial a estudiantes de Ingeniería y se les pidió dar un curso a alumnos de ciencias económicas. De ellos, siete son licenciados en Matemáticas (formados en una Facultad de Ciencias) y tres en Educación, mención Matemática (egresados de una Facultad de Educación); ocho poseían título de maestría y, de ellos, dos eran doctores, dado que no habían recibido una formación profesional específica en el área de economía, el docente podía tomar decisiones con base en su juicio personal, formación académica adquirida antes o durante cursos anteriores, en textos, entre otros.

Se realizó una serie de preguntas a fin de conocer algunos de los factores que afectan el rendimiento de los estudiantes de cálculo diferencial. La primera pregunta es con respecto a los errores más comunes de los estudiantes en el cálculo diferencial al estudiar la derivada, clasificándolos en tres categorías: algebraicos, geométricos y conceptuales (propios del concepto de la derivada). Con ello se obtuvieron los siguientes resultados: se destacan los errores de simplificación de expresiones racionales o, como señalan algunos profesores, el error que proviene de considerar como lineales a funciones como las logarítmicas, irracionales, etc.

Algunos profesores consideran que los estudiantes presentan fallas en conceptos básicos preuniversitarios de álgebra y geometría. De acuerdo con García y Moreno[5] los errores más comunes que presentan los estudiantes son:

- En la resolución de potencia de un binomio
- Manejos de conceptos geométricos y en la interpretación geométrica de la derivada (deficiencias a nivel de nociones geométricas elementales)
- Una mala preparación del bachillerato en álgebra y la falta de estudio

Por otra parte, algunos profesores creen que las causas tienen origen en cuestiones de actitud de los estudiantes, ya que destacan el hecho de que no estudian lo suficiente, no tienen un adecuado hábito de estudio o carecen de motivación, “ [...] Tratan también de resolver todos los problemas con las pocas fórmulas aprendidas y no indagan otras posibles fórmulas o soluciones. Estudian pocos días antes del examen [...],[...] no estudian con regularidad [...], [...] Creo que se debe a falta de ejercitación o ejercitación extemporánea” [5].

También hay profesores que creen que las causas de los errores están en el sistema educativo que la Universidad les ofrece a sus estudiantes: “[...] los errores se deben a la motivación por parte de los que formamos parte de su formación [...], [...] Por parte del docente. Factores derivados de sus métodos de enseñanza, clases muy teóricas o expositivas orientadas, sobre todo, a trabajar los conceptos desde el punto de vista exclusivo de la matemática, con presencia nula o casi nula de tratamiento de situaciones o problemas asociados con el campo profesional de los estudiantes[...][5].

Algunos profesores piensan que los errores son causados por la excesiva cantidad de alumnos por aula, pues la atención que prestan al docente se puede ver alterada, además de que el profesor no puede atender a todos los estudiantes. “[...] y son demasiados por aula, [...] clases masificadas que impiden una atención y un seguimiento más personalizado por parte del profesor hacia sus alumnos [...]”[5].

De acuerdo con este mismo estudio [5]; nueve de los profesores participantes consideran que los errores en que incurren sus alumnos son de tipo conceptual y creen que ocurren como consecuencia de la educación secundaria y del bachillerato (estas son ideas personales que no derivan de un estudio previo). Mas aún siete profesores piensan que las causas de los errores son propias del estudiante, pues no estudian lo suficiente, no tienen hábitos de estudio o carecen de motivación. Finalmente, destacamos el hecho de que dos profesores reconocen que parte de los errores se derivan, en algunos alumnos, de la enseñanza que ellos imparten; sin embargo, no dan detalles al respecto. Existen estudios acerca de los discursos de los profesores para explicar la noción de función y derivada, en donde se analiza el papel de las explicaciones en cursos de profesores de primer semestre a alumnos de Ingeniería [2], en donde textualmente aclara “[...] no se pretende señalar cómo debe enseñarse..., pues este estudio puede resultar ilustrativo para los docentes y posiblemente pueda considerarse para orientar su trabajo cotidiano, aproximándose con ello a la manera en que ellos se van formando en la práctica. Interesa más bien, poner en tela de juicio, desde el contexto específico del aula escolar, la concepción de que en el salón de clases los discursos son autoritarios y los formatos comunicativos son rígidos por parte del docente; discursos poco reflexivos, en los que no se busca conocer cómo llega la información a los alumnos.”[5]

Como se puede notar, hace falta innovar o rediseñar las técnicas al momento de transmitir los conocimientos en el aula, a fin de dar a los estudiantes (de cualquier licenciatura) los incentivos necesarios para mejorar su rendimiento académico, así como nivelar a los estudiantes que ingresan a las Universidades a través de un curso formal (impartido por docentes) que abarque temas de álgebra y geometría analítica, que son fundamentales para el estudio del cálculo.

De acuerdo con Robinet la enseñanza del cálculo desde sus inicios ha sido problemática[13] , quizá sea esa la razón por la que “se les enseña a los estudiantes de forma mecánica, trabajando con reglas para evaluar funciones o calcular derivadas y resolver problemas típicos.” [13] y es que como ya lo mencionamos la mayoría de los estudiantes que aprenden cálculo lo han hecho siguiendo recetas de cocina o reglas sin entender en qué consiste.

Hay una barrera entre lo conceptual y lo algorítmico; a los estudiantes se les enseñan procedimientos para calcular, por ejemplo integrales, usando métodos de integración a base de ejercicios repetitivos o similares en donde de manera casi mecánica se aplican fórmulas dejando de lado lo conceptual. “Es hasta que se abordan las llamadas aplicaciones cuando se estudian algunos aspectos de las nociones asociadas a la integral. Sin embargo en algunos casos se reduce la parte conceptual de la definición de integral de Cauchy o la definición de Riemann; no obstante, se realiza el cálculo de las integrales, usando, en cierto modo, el teorema fundamental del cálculo” [14].

“...Numerosas investigaciones realizadas muestran, con convergencias sorprendentes, que si bien se puede enseñar a los estudiantes a realizar de forma más o menos mecánica algunos cálculos de derivadas y primitivas y a resolver algunos problemas estándar, se encuentran grandes dificultades para hacerlos entrar en verdad en el campo del cálculo y para hacerlos alcanzar una comprensión satisfactoria de los conceptos y métodos de pensamiento que son el centro de este campo de las matemáticas. Estos estudios también muestran de manera clara que, frente a las dificultades encontradas, la enseñanza tradicional y, en particular, la enseñanza universitaria, aún si tiene otras ambiciones, tiende a centrarse en una práctica algorítmica y algebraica del cálculo y a evaluar en esencia las competencias adquiridas en este dominio. Este fenómeno se convierte en un círculo vicioso: para obtener niveles aceptables de éxito, se evalúa aquello que los estudiantes pueden hacer mejor, y esto es, a su vez, considerado por los estudiantes como lo esencial, ya que es lo que se evalúa...” [14].

También hemos encontrado indicios de la escasa relación entre lo conceptual y lo algorítmico, en algunos resultados de investigación, por ejemplo:

- Los estudiantes aprenden los procedimientos del cálculo en un nivel puramente algorítmico, que es construido sobre imágenes conceptuales escasas [14].
- Los estudiantes llegan a obtener un razonable nivel de éxito en un cierto número de tareas algorítmicas; sin embargo, las concepciones desarrolladas por los estudiantes son pobres [14].

- Los estudiantes pueden calcular primitivas más bien que integrar; por ejemplo, cuando se les enfrenta con un problema típico de integración muy pocos estudiantes lo reconocen como tal [14].
- El profesor y el estudiante, aprenden a “decir” lo que es la integral y su representación geométrica (área bajo la curva), sin embargo, difícilmente alcanzan a ver una metodología que les permita estudiar fenómenos de variación continua, sólo la conciben como una herramienta que los provee de algoritmos eficientes, a los cuales hay que buscarles aplicación [14].

En México existen algunos estudios dedicados principalmente a la enseñanza de las matemáticas en educación primaria y secundaria [15-19] y una gran cantidad de propuestas algunas de las cuales están siendo evaluadas periódicamente y expuestas en distintos eventos y congresos matemáticos y/o educativos nacionales, como el Coloquio Nacional de la Enseñanza del Cálculo y las actividades académicas propias de cada institución y universidad. En esta investigación se le ha dado mayor peso, sin dejar de considerar a los ya mencionados, aquellos artículos de investigación que han sido evaluados por colegas de la revista *Thomsom Scientific* para ser publicados en el sitio *ISI Web of Knowledge* [20], el cuál contiene diversas publicaciones multidisciplinarias, este sitio requiere de una suscripción para su ingreso y es gratuito para instituciones de prestigio como la UNAM.

1.2 Problemas del Cálculo en MAC Acatlán

En la licenciatura de Matemáticas Aplicadas y Computación existe un alto índice de reprobación en materias como cálculo diferencial e integral, así lo revelan no sólo los resultados de la entrevista realizada en noviembre de 2008 a profesores que imparten dichas materias en la Facultad de Estudios Superiores Acatlán [21] si no también datos del índice de aprovechamiento de cálculo I y II (ver también gráficas en anexo 1) [22].

Como podrá verse en el desarrollo de este apartado, existen diversas causas que afectan el desempeño académico de los estudiantes; al ser tantas y tan diversas [21] sólo nos enfocaremos a las que competen al ámbito académico es decir, aquellas que se refieren a conocimientos, habilidades, técnicas y métodos de estudio adquiridas por el estudiante.

Con más de 10 años impartiendo las materias de cálculo diferencial e integral, profesores, destacados de las licenciaturas en Actuaría y Matemáticas Aplicadas y Computación, confirman y añaden información relevante para esta investigación mediante una entrevista. Vale la pena destacar que algunos de ellos también han impartido clases de dichas materias en otras licenciaturas como Ingeniería y Economía.

Las causas mencionadas del alto índice de reprobación en materias de cálculo I y II, de acuerdo con esta entrevista son:

Para el estudiante:

- Mala formación académica en educación media superior en materias como álgebra y geometría analítica
- Cambio no asimilado del bachillerato a la educación superior
- Carencia de hábitos de estudio
- Falta de habilidad analítica al resolver los problemas
- Exceso de confianza y creencias erróneas acerca de cómo aprobar la materia
- Ambiente familiar no propicio para el estudiante
- Condiciones de estudio en sus ambientes familiares, situación económica

Para algunos profesores la deficiencia de los estudiantes se debe considerar desde la educación primaria y secundaria, ya que los actuales planes de estudio, particularmente en matemáticas, son obsoletos y carecen de herramientas que permitan a los estudiantes alcanzar más y mejores niveles académicos, aunado a los malos hábitos de estudio que la mayoría de ellos tienen; “[...] traen una dinámica de pasar las materias sin estudiar” “[...] no hay una disciplina de estudio por parte del alumno”, “no estudian lo suficiente” de acuerdo con algunos profesores, esto se debe a el cambio que experimentan al pasar del bachillerato a la universidad; “por las deficiencias que traen y por el cambio de institución “No están acostumbrados al tipo de matemáticas que se llevan en la carrera”, “La educación está mal desde antes, la formación de la educación media es muy mala, los alumnos pasan de noche”[21].

Para los profesores:

- Técnicas no adecuadas para transmitir los conocimientos
- Falta de motivación hacia el estudiante a superarse [21]

En el caso particular de los que ingresan a MAC, existe otra desventaja o posible causa del mal desempeño de los estudiantes en los primeros semestres: el bajo número de aciertos requeridos en el examen de selección para ingresar a la licenciatura [21].

Por otra parte algunos de los errores más comunes que cometen los estudiantes en exámenes, tareas y ejercicios son:

- De concepto propios del cálculo
- Dificultad al manejar la teoría
- Algebraicos, aritméticos, trigonométricos, geometría plana y esférica

Uno de los problemas a los que se enfrentan los estudiantes es el concepto del límite, el cual de acuerdo con los profesores es uno de los conceptos más difíciles de comprender por los estudiantes, ya que requiere de cierta abstracción en el pensamiento del alumno para asimilar o tener una idea, en un principio, de lo que se trata [21]. Lo siguiente son errores de concepto que tienen que ver con cuestiones propias del cálculo, por ejemplo, conceptos de: vecindades de un punto, continuidad, derivada, diferenciación, axioma del supremo, por mencionar algunos.

A todos los alumnos que ingresan a la carrera de MAC se les aplica una primera prueba de conocimientos en álgebra elemental, la cual permite conocer tanto a quien la evalúa como a los estudiantes si el nivel de conocimientos y dominio de la misma es suficiente, a fin de, según sea el caso, tomar el curso taller de álgebra elemental, el cual es impartido por alumnos de semestres posteriores. Algunas de las sugerencias que los docentes aportaron en la entrevista son:

- Reducir la cantidad de información para el alumno
- Modificar los horarios a fin de no hacerlos tan pesados; que los alumnos de la mañana no tengan que esperarse hasta la tarde, o viceversa, para tomar el curso
- Supervisar con profesores a los alumnos que imparten el taller de álgebra para mejorar la calidad de la enseñanza-aprendizaje dentro del salón de clases
- Coordinar a los responsables del taller con los profesores que imparten la materia de cálculo I y II para elaborar un plan de estudio acorde con los temas que los estudiantes necesitan reafirmar

En cuanto a los recursos o acciones que sería de utilidad para los docentes de acuerdo a sus opiniones y sugerencias [21] se encuentran las siguientes:

- Implementar un programa de asesorías en coordinación con los profesores que imparten las materias de cálculo I y II, a fin de prevenir resultados desfavorables para los alumnos en lugar de remediar las carencias que estos tienen.

- Libros electrónicos y asesoría fuera del salón de clases para resolver ejercicios
- Incluir en el temario del taller de álgebra una introducción a la lógica matemática así como enseñar a los estudiantes la manera de demostrar, esto a fin de desarrollar la capacidad analítica que muchos de ellos aún no tienen.
- Semestres propedéuticos o semestres cero, que permita nivelar a los estudiantes de nuevo ingreso en materias antecedentes esenciales para la licenciatura, como geometría básica y álgebra elemental.
- Incluir talleres de técnicas de estudio e investigación.

Sin embargo una propuesta que me parece de suma importancia y que sin duda es el gran reto de profesores y autoridades competentes es involucrar a los alumnos de manera que sean ellos quienes se interesen por actividades que conlleven a beneficios en su aprendizaje y conocimiento, "Cualquier acción que emprenda la escuela sin interés de los alumnos esta destinado al fracaso o funcionará en un porcentaje muy bajo"[21]. ¿Cómo hacer que ellos se interesen? Habiendo tantas distracciones y baja cultura del estudio, puede ser no tan difícil si se busca llamar la atención a través de actividades que sean agradables o mediante la innovación en cómo lograr asimilar y entender las matemáticas.

Para algunos alumnos de segundo semestre que cursan la materia de cálculo II, la mala o baja preparación en la materia de cálculo I es una de las principales causas de deserción, reprobación o mal aprendizaje en el curso. Algunos de los profesores consideran que aunque existen alumnos que tienen las bases de cálculo I, estos tienden a olvidar lo aprendido consecuencia de los malos hábitos de estudio y la mala preparación.

La bibliografía recomendada para los cursos es utilizada con distintos criterios, algunos profesores utilizan ciertos libros que acostumbran a los estudiantes a cierto tipo de ejercicios, ya sea por cómo están presentados o la manera en que tienen que ser resueltos. Algunos profesores prefieren libros con ejercicios de aplicación mientras que otros utilizan los llamados de análisis.

En cuanto a la propuesta del material de apoyo mediante el uso de objetos de aprendizaje, se obtuvieron diversas sugerencias, cabe destacar que todos los profesores entrevistados estuvieron de acuerdo en esta propuesta.

En cuanto a las características de cómo debe ser el material:

- Formalismo matemático
- Que sean teóricos y prácticos
- Que todo tenga un “aterrizaje”, una aplicación, no solo teoría sino aplicación
- Basados en los temas del programa para apoyar al momento de transmitir conocimientos
- Interesante a los estudiantes, fácil de leer y comprender
- Actividades que permitan una retroalimentación
- Mejorar la parte de la visualización de ejercicios o temas que son difíciles de concebir para los alumnos, por ejemplo el concepto de límite
- Temas anteriores enfocados de diferentes puntos de vista, ya sea como concepto o aplicación
- Incluir ciertas demostraciones que expliquen “la parte medular” de las mismas
- Relacionar los temas con la cotidianeidad, como lo hacen los videojuegos

En cuanto a los temas del material:

- Álgebra elemental, geometría analítica, plana y trigonometría
- Funciones, números reales, axiomas, corolarios
- Lógica, principios de cálculo y recursos para aprender a demostrar

El propósito de realizar esta investigación no sólo es contribuir con material de aprendizaje que facilite a quien lo utiliza el proceso de enseñanza aprendizaje, si no también proveer de herramientas tecnológicas actuales a los estudiantes a fin de apoyar al momento de transmitir los conocimientos. “Hay alumnos que requieren apoyo no para pasar sino para ser competitivos a nivel nacional e internacional” [21]. Con todos estos elementos es posible diseñar objetos de aprendizaje adecuados a las necesidades de los estudiantes de primer y segundo semestre que cursan las materias de cálculo I y II.

Adicionalmente se realizó una entrevista a la Jefatura del programa de la licenciatura de Matemáticas Aplicadas y Computación, de donde se obtuvieron los siguientes comentarios:

La mayoría de los alumnos tienen muchas deficiencias en álgebra, algunos no saben las operaciones básicas. Anteriormente se tenía el problema de la seriación de las materias, lo cual restringía a los alumnos a pasar la o las materia anteriores inmediatas, sin embargo siguen existiendo problemas ya que aquellos alumnos que reprueban cálculo II se inscriben en cálculo III y tienen muchos problemas cuando la cursan, muchos de ellos terminan por abandonar la materia [23].

Por otra parte, no sólo las deficiencias se ven en cálculo II sino en materias como métodos numéricos I y II, donde los alumnos tienen que hacer uso de la integración y álgebra. Ante esta situación, detectada tiempo atrás, se implementó el taller de álgebra elemental en donde se busca cubrir las necesidades de los alumnos, se ofrecen asesorías a los alumnos fuera del salón de clases por parte de profesores de carrera así como los extraordinarios largos para darle a los alumnos la posibilidad de acreditar la materia [23].

Algunos profesores argumentan que uno de los principales factores que motivan estos resultados en los alumnos, además del problema del algebra, es el bajo nivel que se requiere para ingresar a la carrera, ya que sólo se piden alrededor de 54 aciertos de 128 reactivos y este número es tan bajo que muchos alumnos llegan a MAC solo por ingresar a la UNAM o con bajo nivel académico lo que dificulta el aprovechamiento de las materias cuando menos en los primeros semestres [23].

La creación e implementación del taller de álgebra elemental, que en un principio llegó a tener 120 alumnos en lista la implementación y difusión de los horarios de asesorías y los cursos-talleres Extra Largos son sólo algunas de las medidas que se han tomado en respuesta al alto índice de reprobación de los estudiantes [23].

2. Material y Métodos

2.1 Objetos de Aprendizaje

En la llamada “era digital”, la tecnología esta rebasando casi cualquier limite; enlazándonos vía satelital a cualquier parte del mundo, almacenando ó compartiendo grandes cantidades de información, innovando y mejorando sistemas de control, seguridad y comunicación, innovando las llamadas citas “en línea”, transmitiendo video llamadas y conferencias en tiempo real de un país o continente a otro, intercambiando y almacenando información de manera mas rápida y eficiente, mejorando videojuegos que han sustituido en gran medida a los juegos al aire libre, abriendo la posibilidad de crear y compartir conocimiento desde diferentes espacios geográficos. Particularmente en la educación se ha dado un gran avance, existen librerías digitales, con una basta cantidad de material educativo, foros de discusión, asesoráis o tutorías en línea, clases impartidas desde diferentes institutos y mucho mas. Es en este contexto que surgen los objetos de aprendizaje (17) los cuales están siendo utilizados y reutilizados de manera ascendente.

Reconocidos como “elementos de un nuevo tipo de instrucciones basadas en computadora generados por el paradigma orientado a objetos de las ciencias de la computación, que pueden ser reutilizados en múltiples contextos” [24], o como “una unidad independiente y auto contenida de aprendizaje que es reutilizable en múltiples contextos institucionales” [25]. También se refiere a ellos como agentes de cambio pedagógicos, ya que, han marcado una contribución importante en el desarrollo y uso de la innovación en recursos y procesos efectivos pedagógicos [25] o como cualquier recurso que puede ser utilizado para facilitar la enseñanza y el aprendizaje y que ha sido descrito utilizando metadatos (14) [26] incluso como archivos de texto, ilustraciones, videos, fotografías, animaciones y otros tipos de recursos digitales. Para Morales y García los objetos de aprendizaje son una unidad de aprendizaje independiente y autónoma que están predispuestos en su reutilización en diversos contextos institucionales [27]. Sin embargo el termino más citado en las diferentes literaturas es el que se refiere a estos como cualquier entidad digital o no digital que puede ser utilizada para el aprendizaje, la educación o el entrenamiento [28].

Para hacer más fácil la reutilización de los mismos se utiliza una etiqueta que los identifique, llamados metadatos o “dato acerca de los datos”, la cual contiene no sólo una descripción del objeto de aprendizaje, como título del objeto y una breve descripción del mismo, sino también del o los autores, nombre, correo electrónico, rol (17), compañía, así como un descriptor para el objeto, área o campo de alcance, nivel(es) idioma.

Una de las ventajas de los objetos de aprendizaje es su distribución en Internet lo cual facilita ambos, la difusión, contribución y adaptación de recursos de acuerdo a las distintas necesidades y la operatividad de los mismos. Existen una gran cantidad y diversidad de ellos, entre los que se pueden destacar por su facilidad de manejo y acceso:

GenWord (9) o generador de palabras, provee gratuitamente desde su página Web, diversos objetos de aprendizaje para niños, con herramientas sencillas no solo para adquisición de vocabulario, sino también para practicar y mejorar la memoria a corto plazo, así como la velocidad de lectura, no solo es posible descargar el software para crear nuevos objetos sino también incorporar nuevos a este sitio [29].

Ardora (1) es otro objeto de aprendizaje que permite crear actividades en formato HTML para docentes de manera muy sencilla, también es gratuito y distribuido en diversos idiomas, con actividades como crucigramas, sopa de letras, gráficos, relación de palabras y columnas, actividades contra reloj, cálculos numéricos, sonidos y otros, los docentes sólo tienen que preocuparse por el contenido de cada actividad, además en este sitio es posible encontrar una sección de ayuda creada para los usuarios de este software donde existen diversos mini tutoriales que ayudan a la creación de actividades y ejemplos. Por otra parte para los alumnos existe una liga que contiene apuntes y notas que sirven como repaso a los distintos temas así como una ayuda de cómo resolver las actividades. Los temas relacionados a cálculos geométricos y aritméticos, química, historia entre muchos otros son disponibles en dicha página Web [30].

Ático (3), de la Pontificia Universidad Javeriana en Bogotá ofrece en su sitio Web “un espacio para la creación en diseño, e-learning y audiovisuales mediante Tecnologías de Información y Comunicación integradas con Tecnologías para cine y video” [31], ofreciendo capacitación a personas interesadas en desarrollar procesos que abarquen, diseño, edición de video, audio, imagen, iluminación, cámara y fotografía, animación y herramientas de virtualización.

Cudi (5), Corporación Universitaria para el desarrollo de Internet [32], existen dos cursos gratuitos de cálculo y álgebra donde participan instituciones como: University of California, National Repository Online Courses, Monterey Institute for Thecnology and Education, estos cursos contienen audio y explicaciones visuales gráficas que son mostradas mientras se avanza en el tema además de ejercicios interactivos de opción múltiple al final de cada tema con retroalimentación para los alumnos. Son cursos muy atractivos por el manejo de imágenes y gráficas ilustrativas mientras se avanza en el tema. Los temas se dividen en unidades y estos a su vez en lecciones, donde para cada lección hay objetivos, lecturas, trabajos, multimedia y evaluaciones [32].

En el portal de Monterey Institute for Thecnology and Education existen también cursos, en inglés, de temas como álgebra elemental y cálculo general, los cuales hacen un gran uso de audio, video e imágenes. Estos recursos pueden ser utilizados de manera gratuita [33].

También es posible encontrar diversos recursos educativos de objetos de aprendizaje en blogs, como el del sitio *TILT* por su siglas en inglés, Teachers Improving Learning with Technology (19) [34] ó mejoramiento de aprendizaje con tecnología para profesores, en el cual se comparten gran variedad de tutoriales, diseñados por profesores para profesores, para hacer uso de herramientas de uso cotidiano como Excel y PowerPoint., imágenes, audio, grabaciones de video, links, y otros recursos multimedia son los principales ingredientes que hacen de este sitio una gran y útil herramienta para la enseñanza asistida por computadora.

Instituciones reconocidas como el MIT (Massachusetts Institute of Technology), la Universidad de Stanford, Tufts y Utha State han realizado y puesto cursos gratuitos en línea, con publicaciones de la calidad de estas instituciones en diversas áreas de ciencia y tecnología [35-38].

Además de los recursos también se han creado repositorios, donde la información es almacenada y compartida de manera gratuita. La comunidad latinoamericana de objetos de aprendizaje [39], tiene acceso al FLOR (8) (Federación latinoamericana de Repositorios), donde es posible encontrar diversos y muy interesantes objetos de aprendizaje; material didáctico en presentaciones, documentos de Word y PDF, particularmente en el área de cálculo diferencial e integral existen capítulos completos de libros para descargar en formato PDF, que fueron realizados por docentes inmersos en esta nueva corriente de aprendizaje en línea, con ejercicios resueltos y desarrollados paso a paso, temas con objetivos muy claros y ejercicios como repaso de los temas vistos.

Ariadne (2), Fundación Europea que comparte y reutiliza el conocimiento a través de una red distribuida de repositorios de objetos de aprendizaje con acceso abierto a todo el público [40].

En el sitio Web de National Repository of Online Courses (15) [41] se puede acceder a tres cursos: álgebra, estadística y psicología. Igualmente existe un link al Hippo Campus (10) [42] que no sólo provee de material educativo en línea para las distintas clases en materias como: álgebra, biología, cálculo, física, psicología entre otros, sino que también ayuda a la creación de un sitio Web a profesores o interesados en el tema, todo esto de manera gratuita

Los objetos de aprendizaje sin embargo no reemplazan a los libros, son una herramienta que hace al aprendizaje más atractivo y eficiente por todas las herramientas tecnológicas y de multimedia que involucran: audio, video y texto.

En el artículo de Boyle y Bradley [25], se estudió un curso en línea apoyado con objetos de aprendizaje el cual consistía en lecciones semanales, se trata de un curso de introducción a la programación en Java (13), donde alrededor de 600 estudiantes de la Universidad Metropolitana de Londres y el Instituto de Bolton participaron tomando lecciones y realizando actividades, para las cuales se diseñaron objetos de aprendizaje. Se obtuvieron resultados favorables de un estudio realizado por ambas universidades donde participaron distintos académicos [25]. De acuerdo con el mismo, el principal propósito de los objetos de aprendizaje fue contribuir a mejorar el aprendizaje de los estudiantes en la parte del aprendizaje a la programación. Además de contabilizar estadísticamente el número de visitas que se realizaron al sitio Web y a las actividades de objetos de aprendizaje, se realizó una encuesta a los estudiantes para conocer que tan útil y benéfico fue el uso de estas herramientas en la parte de aprendizaje.

Los resultados del cuestionario completado por 220 estudiantes acerca de la utilidad de los objetos de aprendizaje usados en el curso, muestra los siguientes resultados:

¿Qué tan útil es?	Muy útil	Útil	Poco útil	No útil
Lecturas	37%	48%	13%	2%
Ejercicios de Laboratorio	42%	44%	13%	1%
Libros de texto	18%	38%	27%	18%
Apoyo en el aprendizaje con texto	29%	64%	8%	0%
Apoyo en el aprendizaje con animación	46%	44%	10%	1%

El apoyo en el aprendizaje con animación se refiere a los objetos de aprendizaje con multimedia, mientras que el apoyo en el aprendizaje con texto, refiere a texto basado en el lenguaje de programación HTML. Ambos recursos obtuvieron, como puede observarse en la tabla, altos índices, 93 y 90 por ciento respectivamente, en las columnas 1 y 2. Apoyando estos resultados, se obtuvieron comentarios de los estudiantes acerca de cómo usaron los objetos de aprendizaje y qué opinión tenían acerca de estos,

Acerca de los OA basados en texto:

- “Buenos- mejor que leer un libro grande. Mejores a la vista
- Muy útiles- los usé mucho
- Útiles- puedo usarlos en casa
- Muy útiles- sin algún problema para entenderlos” [25]

Acerca de los OA animados en general:

- “Buenos- puedes ver el código - te muestra qué pasa cuando presionas *run* al programa interactivo [25].
- Realmente me gustaron. Muestra lo que hace el código. Muy útiles
- Buenos- muestra paso a paso el programa. Las animaciones ayudan mucho
- Muy buenos. Ayuda a entender el programa y lo que está pasando” [25].

Acerca de los juegos diseñados para los OA:

- “OK-Ayuda a observar detenidamente la sintaxis del código en el orden correcto
- Me agrado. Te asegura que estás aprendiendo. Autoevaluaciones
- Buenos- reafirman que realmente sabes lo que estás haciendo” [25].

Estos resultados indican que además de que los objetos de aprendizaje fueron usados más de una vez, estos también fueron calificados por los estudiantes como útiles, y de ayuda para el curso [25].

No sólo los objetos de aprendizaje han sido elaborados para una sola institución, la reutilización de estos ha alcanzado niveles sorprendentes, tal es el caso del proyecto *TEMAS* (18), por sus siglas en inglés *Techniques on Materials and Structures* (Técnicas en Materiales y Estructuras), el cual fue promovido por el Campus Virtual de Suiza con colaboraciones del Departamento de Medio ambiente construcción y diseño de la Universidad de Ciencias Aplicadas del Sur (Southern) de Suiza, La Universidad de Ciencias Aplicadas del Oeste de Suiza, y la Academia de Arquitectura de la Universidad de Lugano desde finales del 2005. La idea fundamental de este proyecto es combinar los distintos cursos que los diferentes institutos ofrecen en sus laboratorios especializados para prácticas profesionales y convertirlos en objetos de aprendizaje enriquecidos con los diferentes puntos de vista, dado que “cada uno de estos tiene una forma bien establecida de enseñar estructuras y materiales” [43], beneficiando no sólo a los estudiantes sino también a los mismos institutos los cuales invertían para el funcionamiento y mantenimiento de estos laboratorios y sólo beneficiaban de 10 a 30 estudiantes.

Ahora con más de 90 objetos de aprendizaje y no sólo reutilizados en Suiza sino también en Instituciones Italianas, como es el caso de la Facultad de Arquitectura de la Universidad de Cagliari, los estudiantes mejoran su educación a través de estos recursos, ya sea en cursos presenciales o en línea [43]. Además de las ventajas de contar con este material en línea y disponible desde cualquier lugar, estos materiales fueron enriquecidos con explicaciones virtuales ejemplos con videos, gráficos y audio.

Otro recurso importante es el que la Universidad Nacional de Colombia a través de su dirección de servicios académicos virtuales pone a la disposición, en su página Web (donde es posible encontrar un listado de diversos cursos en línea gratuitos) desde administración, medicina, astronomía, odontología y ciencias, entre muchas más, disponibles desde cualquier computadora con conexión a Internet [44].

En México, el portal “BrainPop” (4) [45] ofrece una gran cantidad de objetos de aprendizaje diseñados como videos educativos animados con temas relacionados a: ciencias, ciencias sociales, matemáticas, salud, tecnología, arte, música, literatura, inglés, español en coordinación con los planes de estudio de la SEP [46] para los niveles de kinder, primaria y tercero de secundaria. Videos con audio, imágenes y explicaciones con ejemplos cotidianos y fáciles de comprender, los estudiantes pueden aprender o reafirmar lo que han aprendido. Las actividades como cuestionarios, sopa de letras, paseos por el tiempo, experimentos que los estudiantes pueden realizar fácilmente desde su casa, un buscador de temas y una herramienta para interactuar a través de preguntas y comentarios son sólo algunas de las innovaciones que este portal ofrece.

Para los padres y profesores ofrece una guía para utilizar esta herramienta en el salón de clases o en los hogares apoyándolos no sólo con tips y soporte técnico sino que también con un sitio especial donde se comparte la manera en cómo se han utilizado esos objetos.

Cada tema contiene un video que explica a través de ejemplos prácticos y sencillos y al finalizar estos se proponen 3 tipos de retroalimentaciones: Cuestionario calificado, parecido a un examen donde se obtiene una puntuación final al término de este, Cuestionario de repaso, preguntas a contra reloj en donde sólo es posible avanzar a la siguiente si se es respondida la anterior, Cuestionario Impreso, para imprimir y resolverlo después. “Con más de 4 millones de visitas de escuelas de todo el mundo”[46] este sitio apuesta a convertirse en una herramienta cotidiana para los ciber estudiantes.

3. Resultados

3.1 Cálculo II como objetos de aprendizaje

Con el propósito de fomentar el uso de objetos de aprendizaje en los estudiantes de la licenciatura en Matemáticas aplicadas y computación de la Facultad de Estudios Superiores Acatlán así como de apoyar a los profesores en el proceso de enseñanza aprendizaje en el aula de clases y debido a que existe evidencia de que el uso de estos objetos ha beneficiado a estudiantes de diversas asignaturas en distintas universidades e instituciones proponemos una serie de objetos de aprendizaje, que no han sido comprobados en cuanto a su efectividad como apoyo en los cursos de cálculo I y II de los estudiantes, pero que fueron revisados por distintos docentes de dicha institución a fin de conocer su opinión al respecto así como de mejorar los mismos.

Diseñados de acuerdo a las necesidades académicas y propuestas que han sido obtenidas de las entrevistas realizadas a profesores de las materias de calculo I y II de las licenciaturas en Actuaría así como en Matemáticas aplicadas y computación detallada en la parte de material y métodos

3.1.1 Funciones continuas

Esta actividad ayuda al estudiante a recordar algunos conceptos vistos previamente para analizar si una función es continua o no, a través de una pregunta con opción múltiple, donde no sólo tiene un pequeño texto al iniciar la actividad para orientar la pregunta sino además una retroalimentación para no dejar sólo la respuesta al aire sino darle un aterrizaje y explicación. Diseñado con eXelearning (7)[47] utilizando la herramienta “Examen Scorm” (6), permite al estudiante obtener el puntaje de su respuesta, el cual le da a conocer su asertividad en la prueba.

El tema de funciones continuas es un tema de cálculo II que involucra el uso del concepto del límite, el cual es uno de los más importantes en dicho curso.

Continuidad de Funciones en un punto

Esta actividad te ayudara a recordar algunos conceptos acerca de la continuidad de funciones en un punto

 Antes de iniciar aqui hay algo que te puede ayudar a recordar:

Sea f una función de una variable real definida en un intervalo abierto (a, b) y sea $x_0 \in (a, b)$, se dice que f es continua en " x_0 " si $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$. Es decir, si se cumplen tres cosas:

1. $f(x_0)$ está definida
2. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ existe, y
3. $L = f(x_0)$

Caso contrario, se dice que f es discontinua en " x_0 "



Pregunta

Analiza la continuidad de la siguiente función:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{si } x \neq -2 \\ 3 & \text{si } x = -2 \end{cases} ;$$

¿Qué puedes decir acerca de la continuidad de $g(x)$?

- $g(x)$ es continua
- $g(x)$ no es continua ya que $g(-2)$ no está definida
- $g(x)$ no es continua ya que $\lim_{x \rightarrow -2} g(x)$ no existe
- $g(x)$ no es continua ya que $\lim_{x \rightarrow -2} g(-2) \neq g(-2)$

Respuestas propuestas



Retroalimentación

Si quieres confirmar tu respuesta da click y observa el procedimiento propuesto

[Click aquí](#)

Retroalimentación

Si quieres confirmar tu respuesta da click y observa el procedimiento propuesto

Ocultar

Vamos analizar cada una de las opciones para $g(x)$ iniciando por el inciso 2:

2) ¿Cómo podemos decir que -2 NO esta en el dominio de $g(x)$?

Si al evaluar $x = -2$ en la función $g(x)$ no encontramos un valor real, es decir si $x = -2$ no esta definido para $g(x)$. En este caso por definición la función $g(x) = 3$ cuando $x = -2$, así que: $g(-2) = 3$

3) Ahora veamos si el $\lim_{x \rightarrow -2} g(x)$ existe

Para averiguarlo hay que calcular el $\lim_{x \rightarrow -2^-} g(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -2^+} g(x)$ esto es calcular los límites unilaterales:

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{(x+2)(x-2)}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2^-} (x-2) = -4$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{(x+2)(x-2)}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2^+} (x-2) = -4$$

Como el $\lim_{x \rightarrow -2} g(x) = -4$ entonces podemos decir que el límite existe y que es igual a -4 , esto confirma nuestro resultado anterior: $x = -2$ esta en el dominio de $g(x)$

4) Con base en los resultados anteriores, es fácil notar que $\lim_{x \rightarrow -2} g(x) \neq g(-2)$ así que $g(x)$ no es continua en $x = -2$

Así que $g(x)$ no es continua ya que $\lim_{x \rightarrow -2} g(x) \neq g(-2)$

3.1.2 Funciones discontinuas

Uno de las grandes dificultades de los estudiantes es la geometría analítica particularmente la graficación de funciones, discontinuas.

En esta actividad se le pide al estudiante relacionar columnas las cuales presentan gráficas de funciones discontinuas y sus correspondientes funciones. En esta actividad también es posible obtener un porcentaje de asertividad, con la opción de repetir el ejercicio, es decir intentarlo varias veces y de corregir los errores en un mismo intento. Realizado con el software Hot Potatoes (11) utilizando la herramienta J Match (12) [48].

FUNCIÓN

FUNCIONES DISCONTINUAS

Relaciona las imágenes de las gráficas de la izquierda con su correspondiente función de la derecha. Nota que todas son gráficas de funciones discontinuas. Útiliza el mouse para arrastrar las imágenes.

Comprueba las respuestas

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x < 0 \\ \sqrt{x+1} & 0 \leq x \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 1 \\ 1 & x = 1 \\ -x+8 & x > 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ 2 & x > 1 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & x \neq 1 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & x \neq -2 \\ 0 & x = -2 \end{cases}$$

3.1.3 Propiedad conmutativa, asociativa y distributiva

Una de las principales complicaciones de los estudiantes es aplicar las propiedades de los números al realizar álgebra, aún cuando se conozcan dichas propiedades, como se menciona en algunos artículos, la mayoría de los alumnos logran memorizar leyes y propiedades pero difícilmente las aplican con la misma facilidad [3].

Para ello se diseñaron una serie de preguntas verdadero-falso donde los estudiantes tienen que recordar cómo se aplica la propiedad conmutativa, asociativa y distributiva e identificarla a través de una serie de ejemplos, cuando el estudiante elige la respuesta aparece una leyenda con correcto o incorrecto según corresponda, además de una retroalimentación en caso de que el estudiante requiera ayuda para resolver la pregunta o para reafirmar su respuesta. Cada uno de los incisos contiene una expresión algebraica donde no siempre se respeta la igualdad, es decir en algunos casos se aplicó o no, la propiedad conmutativa de los números. Realizado con el software eXelearning [47], pero con la herramienta "Pregunta Verdadero Falso" donde no es posible obtener un puntaje de asertividad al final de la prueba, es decir cuando el estudiante elige la respuesta aparece la leyenda correcto o incorrecto sin algún puntaje final.

Propiedades de los Números Reales



Propiedad conmutativa

La siguiente actividad te ayudará a recordar la ley conmutativa de los números.

Indica por medio de la palabra verdadero o falso, cuáles de los siguientes ejemplos es representativo de la ley conmutativa.

$$x^3 - y^3 = y^3 - x^3$$

Verdadero Falso **21**

Incorrecto

$$7 - \frac{5}{2}c = \frac{5}{2}c - 7$$

Verdadero Falso **21**

Incorrecto

$$\frac{3}{8} - \frac{8}{x} = 3 - \frac{8}{x}$$

Verdadero Falso **21**

Correcto

$$\frac{5}{\sqrt{12}}d + \sqrt[3]{54b} + 23c = \sqrt[3]{54b} + \frac{5}{\sqrt{12}}d + 23c$$

Verdadero Falso **21**

Incorrecto

$$(x-y)(x+y) = (x+y)(y-x)$$

Verdadero Falso **21**

Sugerencia

Para conservar la propiedad conmutativa

- En la suma, el orden de los sumandos puede cambiarse. $b+9=9+b$.
- En la resta, el orden de los factores no puede cambiarse. Por ejemplo, $b-9$ no es igual a $9-b$.

Sugerencia

En la multiplicación, el orden de los factores no altera el producto.

Propiedades de los Números Reales



Propiedad Asociativa

La siguiente actividad te ayudará a recordar la ley asociativa de los números.

Indica por medio de la palabra verdadero o falso, cuáles de los siguientes ejemplos es representativo de la ley asociativa.

$$a\left(\frac{1}{b}\right) = \frac{a}{b}$$

Verdadero Falso

Correcto

Suplemento
En la multiplicación de fracciones el orden de los factores no altera la suma. $5(14) = 1(514)$

$$(3a+1)\left(\frac{2-b}{4+b}\right) = \left(\frac{3a+1}{4+b}\right)(2-b)$$

Verdadero Falso

Incorrecto

$$a+15d+23c = (23c+15d)+a$$

Verdadero Falso

Correcto

$$(k+x)-m = k+(x-m)$$

Verdadero Falso

Incorrecto

$$(29n-3c)(12r) = 3c(29n-12r)$$

Verdadero Falso

Incorrecto

Suplemento
En la multiplicación, al asociar los factores no se afecta el producto

Propiedad de los Números Reales



Propiedad Distributiva

La siguiente actividad te ayudará a recordar la ley distributiva de los números.

Indica por medio de la palabra verdadero o falso, cuáles de los siguientes ejemplos es representativo de la ley distributiva.

$$\left(\frac{1-a}{2b}\right) + \left(\frac{2+b}{2b}\right) = \frac{2-a+b}{2b}$$

Verdadero Falso

$$a^2[a+(-2b)] = a^2 + 2a^2b$$

Verdadero Falso

$$\sqrt{2}(a) - b = \sqrt{2}(a) - \sqrt{2}(b)$$

Verdadero Falso

$$(x-y)(x+y) = x(x+y)$$

Verdadero Falso

Incorrecto

$$\frac{1-a}{a+b} = \frac{1-a}{a} + \frac{1-a}{b}$$

Verdadero Falso

Correcto

Suplemento
Considerar la ley de los signos

Suplemento
En algunas ocasiones el uso de números en lugar de literales puede ayudarte a confirmar tu respuesta.
(2-4)(2+4) = (2)(2+4) = 4(2+4)

4. Discusión

Es importante señalar que el uso de objetos de aprendizaje no pretende sustituir las clases convencionales sino más bien apoyar el aprendizaje en las aulas. Tanto los profesores como las personas que apoyan los cursos presenciales juegan un papel fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los alumnos y de ninguna manera son sustituibles, por otra parte el increíble avance diario de la tecnología requiere de nuevas maneras de acercarse al conocimiento a través del uso del Internet y la computadora la cual se esta convirtiendo en un vehiculo potente de interacción entre los estudiantes.

De acuerdo con las evidencias expuestas en esta investigación que muestran que, estudiantes de distintas universidades e instituciones de educación superior que hacen uso de los objetos de aprendizaje obtienen mejores resultados en cuanto al aprendizaje que los demás y con base a los comentarios emitidos por profesores que imparten las materias de cálculo I y II en la Facultad de Estudios Superiores Acatlán acerca de la utilidad de los objetos de aprendizaje como apoyo en dichas materias se puede afirmar que la utilización de estos objetos de aprendizaje para reforzar el aprendizaje de los estudiantes tiene alta probabilidad de ser eficaz.

4.1. Conclusión

La propuesta de los objetos de aprendizaje que se diseñaron para los estudiantes de cálculo II de la licenciatura de Matemáticas Aplicadas y Computación fueron mostrados a distintos profesores que imparten materias de cálculo en la Facultad de Estudios Superiores Acatlán con la finalidad de conocer su opinión y comentarios al respecto, no sólo para mejorar los mismos sino para responder a la pregunta ¿El uso de los objetos de aprendizaje podría ayudar en el proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes de cálculo II? Los comentarios obtenidos fueron favorables en su mayoría, ya que no todos están familiarizados con el uso de estos objetos, y sólo algunos hicieron notar el uso de instrucciones mas claras para el entendimiento de los temas, los colores seleccionados fueron aprobados y las ventanas emergentes de los objetos, particularmente en las que se refiere a las propiedades algebraicas satisficieron el propósito de estos objetos.

Al finalizar este trabajo de investigación se puede concluir que el uso de la tecnología es inminente en estos tiempos y que está modificando la forma en que se transmite y aprende el conocimiento, ahora es muy fácil tener acceso a libros completos que son casi imposibles de conseguir en una biblioteca, es posible mantener una clase a distancia desde cualquier parte del mundo, la entrega ya no sólo de documentos sino de artículos de investigación completos pueden ser enriquecidos por distintos investigadores de diferentes países con solo un clic.

La mayoría de los estudiantes que asisten a la universidad son unos expertos en el uso de las herramientas del Internet y además de estar motivados por lo que se les ofrece cada día; como la innovación del nuevo celular “sixth sense”[49] o la visualización de imágenes y lugares en realidad virtual. Si muchas instituciones y universidades han estado desarrollando herramientas para impulsar y motivar al conocimiento, como el Massachusetts Institute of Technology, University of California, National Repository Online Courses (16), Monterey Institute for Thecnology and Education [35, 50, 51] , los cuales no sólo proveen a sus estudiantes de cursos en línea sino que además están a disposición del público en general es porque indudablemente existe una participación importante de los objetos de aprendizaje en la educación y aunque el hecho de que algunos objetos sean utilizados con éxito en otros países o continentes no garantiza necesariamente que lo sean también en nuestros institutos, si se podrían aprovechar la reutilización de aquellos que ya han sido diseñados para adaptarlos o mejorarlos acorde a las necesidades de cada institución.

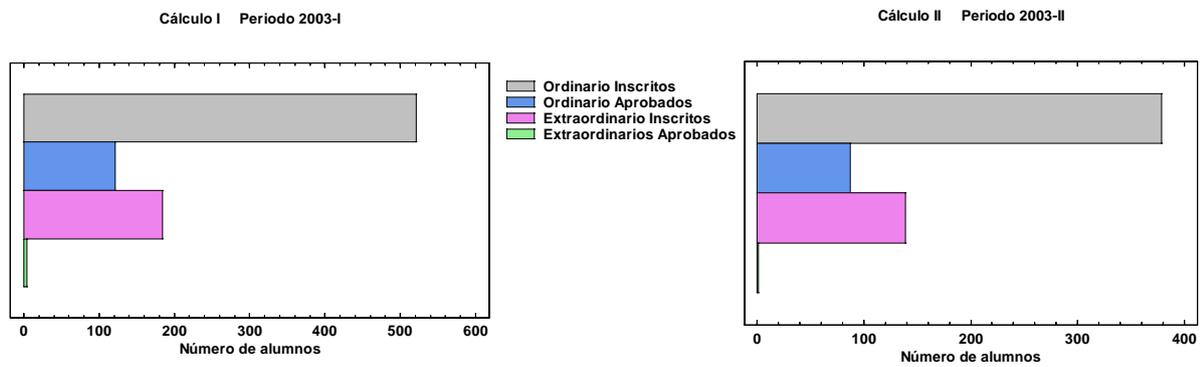
Los objetos de aprendizaje pueden ser utilizados como herramientas poderosas para romper las barreras que dificultan que un estudiante mejore su aprendizaje, al ser utilizadas como mecanismos o herramientas de estudio con visualizaciones e interacciones multimedia. Hasta ahora nada puede sustituir las clases presenciales, cuando éstas son dadas con la formalidad que se requiere; particularmente en matemáticas no se puede pensar que los estudiantes van a aprender teniendo sólo proyecciones del mejor libro, aún con las mejores explicaciones de los temas. Desde mi punto de vista considero que las matemáticas son una de las materias que se tienen que digerir y para ello además de entender el concepto de raíz es necesario enfrentarse a los problemas, utilizar el lápiz, y ya que la mayoría de los estudiantes tienen una carencia en álgebra elemental, aritmética, geometría analítica, por mencionar algunas y que no es posible que el profesor regrese a ver esos temas, entonces el uso de estos objetos como apoyo a reforzar los conocimientos que ya se conocen, puede con mucha seguridad ser útil y arrojar resultados favorables para quien los utiliza.

Cabe mencionar que estos objetos están pensados para las generaciones provenientes de educaciones donde el uso de la tecnología y multimedia no estaba tan desarrollado; habrá que esperar a las nuevas generaciones, las cuales tienen una manera diferente de acercarse al conocimiento a través de la tecnología, es decir, han tenido acceso tal vez a algunos cursos u objetos que le han podido servir para mejorar su aprendizaje además de un manejo casi natural de la computadora, Internet y realidades virtuales. Podría suceder que sea necesario innovar estos objetos a fin de hacerlos más atractivos o enriquecedores.

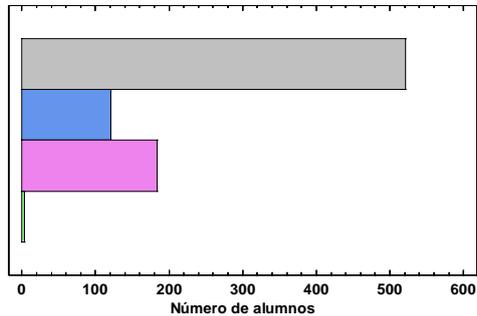
5. Anexos

5.1 Gráficas del índice de aprovechamiento de cálculo I y II

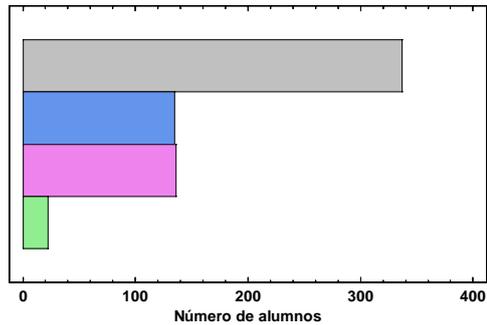
Licenciatura en Matemáticas Aplicadas y Computación



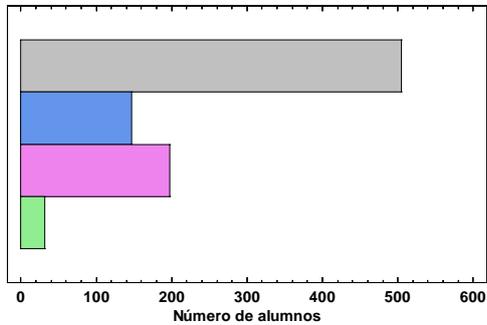
Cálculo I Período 2004-I



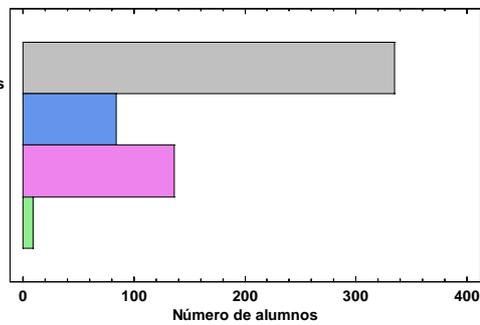
Cálculo II Período 2004-II



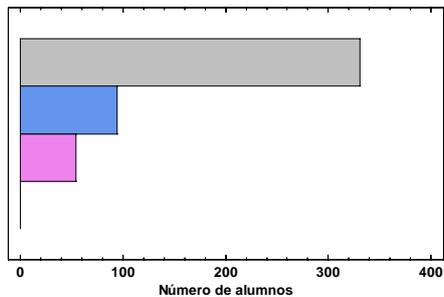
Cálculo I Período 2005-I



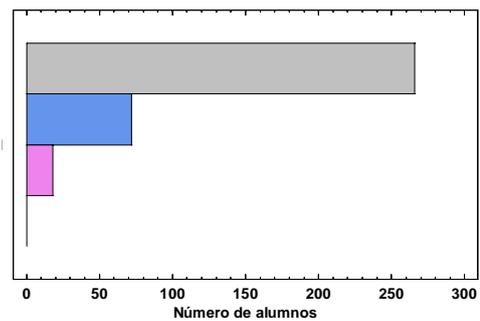
Cálculo II Período 2005-II



Cálculo I Período 2006-I



Cálculo II Período 2006-II



6. Referencias

6.1 Glosario

- (1) Ardora. Aplicación informática para docentes, que permite crear sus propias actividades, en formato HTML, para sus alumnos y alumnas.
- (2) ARIADNE. Sitio Web de la Asociación Europea abierta al mundo para compartir y reutilizar el conocimiento El núcleo de la infraestructura ARIADNE es una red distribuida de repositorios de objetos de aprendizaje.
- (3) Ático. Centro de recursos tecnológicos de información y comunicación en América Latina para el desarrollo de la educación, el sonido, la imagen y el diseño.
- (4) BrainPop. Sitio Web mexicano dedicado a promover el uso de la tecnología en clases asistidas por computadora y de material educativo en niveles básico para estudiantes a nivel mundial.
- (5) Cudi. Corporación universitaria para el desarrollo de Internet
- (6) Examen Scorm. Sharable Content Object Reference Model, una especificación o estándar para crear objetos pedagógicos estructurados
- (7) eXe Learning. Programa de edición de sitios Web educativos de código abierto único por sencillez de su manejo y por las herramientas que incorpora
- (8) FLOR. Federación Latinoamericana de Repositorios
- (9) GenWord. Generador de aplicaciones interactivas con objetivos de aprendizaje como adquisición de vocabulario, práctica y memoria de la velocidad lectora de palabras o de la memoria a corto plazo entre otras.
- (10) Hippo Campus. Sitio Web que ofrece lecciones multimedia y material de cursos para apoyar al estudiante en tareas, proyectos y estudios.
- (11) Hot Potatoes. Programa que incluye seis aplicaciones, que permite crear opciones múltiples interactivas, preguntas abiertas, crucigramas, ejercicios de asociación, ordenar frases y ordenación de listas
- (12) J Match. Programa de Hot Potatoes utilizada para crear preguntas de términos pareados
- (13) Java. Lenguaje de programación orientada a objetos
- (14) Metadato. Datos acerca de los datos

(15) NROC. National Repository of Online Courses o Repositorio Nacional de cursos en línea
Librería en crecimiento con contenidos de cursos en línea de alta calidad para estudiantes, e
instituciones como preparatorias y facultades de estudio superior.

(16) Objetos de Aprendizaje. (Por sus siglas en ingles learning objects LO) Entidad digital o no digital
que puede ser utilizada para el aprendizaje, la educación o el entrenamiento

(17) Rol. Función que alguien o algo cumple.

(18) TEMAS. Techniques on Materials and Structures o Técnicas en materiales y estructuras

(19) TILT. Teachers Improving Learning with Technology o Mejoramiento del aprendizaje con
tecnología de profesores blog para la distribución de tutoriales y recursos electrónicos para apoyar a
profesores y docentes en el uso de herramientas y software educativo

6.2 Referencias Bibliográficas

- [1] Programa de MAC. Índice de Aprovechamiento: UNAM FES Acatlán; 2008 Abril 23, 2008.
- [2] Cantoral R, Reséndiz E. El papel de la variación en las explicaciones de los profesores: un estudio en situación escolar. Revista Oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A C. 2003 Julio 2003;6:133-54.
- [3] Robledo J. Formación Matemática en un Primer Curso de Matemáticas de la Universidad del Valle. 2004 Abril 8, 2008:7.
- [4] Gil F, Rico L. Concepciones y creencias del profesorado de secundaria sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Enseñanza de las Ciencias. 2003;1:27-47.
- [5] García L, Azcárate C, Moreno M. Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan Cálculo diferencial a estudiantes de Ciencias económicas. Revista Latinoamericana de Investigación en Educación Matemática. 2006 marzo,2006;9:85-116.
- [6] Clark CM. Asking the right questions about teacher preparation: contributions of research on teaching thinking. Educational Researcher 1988;2:5-12.
- [7] Flores MP. Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Investigación durante las prácticas de enseñanza Granada, España: Comares. 1998.
- [8] Llinares S. La formación de profesores de matemáticas. Grupo de Investigación Didáctica, Universidad de Sevilla. 1991.
- [9] Moreno M. El profesor universitario de matemáticas: estudio de las concepciones y creencias acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. Estudio de casos Tesis de doctorado, Universidad Autónoma de Barcelona 2000.
- [10] Pajares MF. Teachers' belief and educational research: cleaning up a messy construct. Review of Educational Research. 1992;3:307-32.
- [11] Ponte JP. Mathematics teachers' professional knowledge. Proceedings PME XVIII. 1994;1:195-210.
- [12] Vicente L. Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Investigación durante las prácticas de enseñanza. 1995.
- [13] Robinet A. SN. Teaching and Learning of Mathematics at University Level. Research on the teaching and learning of Calculus/Elementary Analysis. 2001:283-99.

- [14] Muñoz Ortega G. Elementos de enlace entre lo conceptual y lo algorítmico en el Cálculo integral. Revista Oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A C. 2000;3:131-70.
- [15] Valle Espinoza MC, Juárez Ramírez MA, Guzmán Ovando ME. Estrategias generales en la resolución de problemas de la olimpiada mexicana de matemáticas. Revista Electrónica de Investigación Educativa. 2007;Vol. 9.
- [16] Orozco Moret C, Díaz MÁ. Formación del Razonamiento Lógico Matemático. Revista Aleph Zero Universidad de las Américas Puebla.
- [17] Trigueros M, Sacristán AI, Guerrero L. Research in Mathematics Education in Mexico: Achievements and Challenges. ITAM, CIMAT, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
- [18] Antolín JC. Los docentes de matemáticas, las TIC's y los alumnos de secundaria (México). Revista Iberoamericana de Educación Matemática. 2008.
- [19] Del Ángel K. Crean modelo pedagógico para agilizar aprendizaje de las matemáticas Once Noticias 3 de enero del 2008
- [20] Knowledge IWo. ISI Web of Knowledge. 2010 [cited; Available from: <http://science.thomsonreuters.com/es/productos/wok/>]
- [21] González Miranda EE. Reporte de la entrevista a profesores de cálculo I y II de la licenciatura en Matemáticas Aplicadas y Computación. Facultad de Estudios Superiores Acatlán. Noviembre 2008.
- [22] Programa de MAC. Índice de Aprovechamiento: UNAM Fes Acatlán; 2008 Abril 23, 2008.
- [23] González Miranda EE. Reporte entrevista Licenciada Mayra Olguín Rosas. Facultad de Estudios Superiores Acatlán UNAM; 2008.
- [24] Wiley DA. Connecting learning objects to instructional design theory: A definition, a metaphor, and a taxonomy. In: University US, ed. *The Instructional Use of Learning Objects: Online Version* 2000.
- [25] Boyle T, Bradley C, Chalk P, Jones R, Haynes R, Pickard P. Can learning objects contribute to pedagogical improvement in higher education: lessons from a case study? London Metropolitan University, UK, Bolton Institute, UK. 2003.
- [26] The JORUM+ Project Teams at EDINA and MIMAS. The JISC Online Repository for [learning and teaching] Materials JORUM Scoping and Technical Appraisal Study. March 2004.
- [27] Morales E, Garcia F. Quality Content Management for e-Learning: General Sigues for a Decisión Support System. 7th International Conference on Enterprise Information Systems. 2005.
- [28] IEEE Learning Technology Standards Committee. Learning Objects Metadata. [cited; Available from: <http://ltsc.ieee.org/wg12/index.html>]

- [29] GenWord. GenWord. 2009 [cited; Available from: <http://www.genmagic.org/generadores/genword/>]
- [30] Bouzán Matanza JM. WebArdora.net Creación de actividades escolares [cited; Available from: http://www.webardora.net/index_cas.htm]
- [31] Pontificia Universidad Javeriana Bogotá. Ático. 2009 [cited; Available from: <http://recursostic.javeriana.edu.co/atico/index.php>]
- [32] Corporación Universitaria para el Desarrollo de Internet. Corporación Universitaria para el Desarrollo de Internet A.C. 2009 [cited; Available from: <http://www.cudi.edu.mx/>]
- [33] Monterey Institute for Thecnology and Education. Elementary Algebra. 2009 [cited; Available from: <http://www.montereyinstitute.org/courses/Elementary%20Algebra/course%20files/multimedia/lesson04/lesson.html>]
- [34] Maas D. TILT - Teachers Improving Learning with Technology 2005 [cited; Available from: <http://tilttv.blogspot.com/>]
- [35] University S. Stanford University. [cited; Available from: <http://www.stanford.edu/>]
- [36] Massachusetts Institute of Technology. Massachusetts Institute of Technology. [cited; Available from: <http://www.mit.edu/>]
- [37] Tufts University. Tufts University. [cited; Available from: <http://www.tufts.edu/>]
- [38] Utha State University. Utah State OpenCourseWare [cited; Available from: <http://ocw.usu.edu/>]
- [39] Comunidad Latinoamericana de Objetos de Aprendizaje LACL. LACL Comunidad Latinoamericana de Objetos de Aprendizaje. 2009 [cited; Available from: <http://www.laclo.espol.edu.ec/>]
- [40] ARIADNE. ARIADNE Foundation for the European Knowledge Pool. 2009 [cited; Available from: <http://www.ariadne-eu.org/>]
- [41] Monterey Institute for Technology and Education MITE. National Repository of Online Courses [cited; Available from: <http://www.montereyinstitute.org/nroc/>]
- [42] Monterey Institute for Technology and Education MITE. HippoCampus. [cited; Available from: <http://www.hippocampus.org/>]
- [43] Ezio C, Botturi L, Forni D. Learning by Seeing: The TEMAS Multimedia Learning Objects for Civil Engineers. ICT International.5.

- [44] Universidad Nacional de Colombia. Contenidos en línea. [cited; Available from: <http://www.virtual.unal.edu.co/unvPortal/courses/CoursesViewer.do?reqCode=viewOfFaculty#3>]
- [45] BrainPop. BrainPop Español. 1999 [cited; Available from: <http://esp.brainpop.com/>]
- [46] Kadar A. BrainPop Acerca de Nosotros. 1999 [cited; Available from: <http://esp.brainpop.com/aboutus/aboutus/>]
- [47] Learning Pe. eXelearning. 2008 [cited; Available from: <http://exelearning.org>]
- [48] Stewart Arneil MH. Hot Potatoes. 2008 [cited; Available from: <http://hotpot.uvic.ca>]
- [49] Ideas worth spreading TED. Talks Pattie Maes demos the Sixth Sense. 2009 [cited; Available from: http://www.ted.com/talks/lang/eng/pattie_maes_demos_the_sixth_sense.html]
- [50] Technology MIO. Massachusetts Institute of Technology. [cited; Available from: <http://www.mit.edu/>]
- [51] MITE MifTaE. National Repository of Online Courses [cited; Available from: <http://www.montereyinstitute.org/nroc/>]