



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

## PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA FACULTAD DE INGENIERÍA

ESTUDIO DE VELOCIDADES Y ARRASTRE DE SÓLIDOS  
EN PRESAS DE MEZCLADO DE LODOS DE  
PERFORACIÓN.

# T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA PETROLERA Y GAS  
NATURAL

P R E S E N T A :

RODRIGO BUERHEND OROZCO

TUTOR: QUIM. ROSA DE JESÚS HERNÁNDEZ ÁLVAREZ

2010





Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Guillermo Cruz Domínguez Vargas

Secretario: Dr. Martín Cárdenas Soto

Vocal: Quím. Rosa De Jesús Hernández Álvarez

1<sup>er</sup>. Suplente: Dra. Martha Gómez Cecopieri


2<sup>do</sup>. Suplente: Dr. Porfirio Mendizábal Cruz

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

Ciudad Universitaria, México, D.F.

**TUTOR DE TESIS:**

Quím. Rosa De Jesús Hernández Álvarez



FIRMA

<b>Introducción</b> .....	i
<b>Objetivo</b> .....	iii
<b>Alcance</b> .....	iii
<b>1.- Mecánica de mezclado.</b>	
1.1 Definición de mezclado.....	1
1.2 Turbulencia en aplicaciones de mezclado.....	3
1.2.1 Definición.....	3
1.2.2 Mecanismos de mezclado.....	5
1.2.3 Modelos actuales.....	5
1.2.3.1 Soluciones tiempo-resuelto.....	8
1.2.3.2 Modelos de turbulencia de 2 variables.....	9
1.2.3.3 Modelos de esfuerzo de Reynolds.....	10
1.3 Flujo laminar en aplicaciones de mezclado.....	10
1.3.1 Definición.....	10
1.3.2 Mecanismo de mezclado en flujo laminar.....	11
1.4 Parámetros de diseño en tanques de mezclado.....	14
1.4.1 Geometría.....	14
1.4.1.1 Tipo de impulsores.....	15
1.4.1.2 Desviadores de pared.....	15
1.4.1.3 Fondo de tanque.....	16
1.4.2 Selección de impulsor.....	17
1.4.2.1 Impulsor de flujo tipo axial.....	17
1.4.2.2 Impulsor de flujo tipo radial.....	17
1.4.2.3 impulsor tipo hidrofoil.....	18
1.4.2.4 Impulsor de alto corte.....	19
1.4.3 Características de los impulsores.....	19
1.4.3.1 Bombeo y numero de bombeo.....	20
1.4.3.2 Potencia y numero de potencia.....	21
1.4.4 Patrones de flujo.....	25
1.4.5 Corte.....	26
1.4.6 Espacio libre.....	28
1.5 Mezclado de sistemas sólido- liquido.....	28
1.5.1 Mezclado sistemas sólido-liquido.....	28
1.5.2 Diseño de tanques de mezclado.....	33

**2. Mezclado computacional.**

2.1 Ecuaciones de conservación.....	39
2.1.1 Ecuación de continuidad.....	39
2.1.2 Conservación del momento.....	41
2.1.3 Turbulencia.....	41
2.2 Métodos numéricos.....	41
2.3 Software CFD.....	48

**3.- Desarrollo.**

3.1 Procedimiento.....	59
3.2 Consideraciones.....	68
3.3 Geometrías.....	69

**4.- Resultados.**

4.1 Sistema newtoniano.	
4.1.1 Rectangular sin filete.....	71
4.1.2 Rectangular con filete.....	79
4.1.3 Cuadrada con base plana sin filete.....	87
4.1.4 Cuadrada con base plana con filetes.....	95
4.1.5 Cuadrada con base en cúpula.....	103
4.2 Sistema no-newtoniano	
4.2.1 Rectangular sin filete.....	114
4.2.2 Rectangular con filete.....	118
4.2.3 Cuadrada sin filete.....	122
4.2.4 Cuadrada con filete.....	126
4.2.5 Cuadrada con base en cúpula.....	130
4.2.6 Cuadrada-triangular.....	134
4.3 Resumen de datos.....	138

**5.- Conclusiones y recomendaciones.....**141

**6.-Apéndice.....**144

**7.- Bibliografía.....**147

# Resumen

El mezclado de lodos es una operación muy importante en la industria petrolera donde, un lodo homogéneo, determina el éxito en la perforación de un pozo. La presencia de los lodos es permanente en toda operación de perforación puesto que siempre es necesario agregar aditivos y/o materiales que permitan enfrentar las condiciones presentes en el pozo por ejemplo; si se encuentra una zona de presión anormal, donde la presión en el fondo del pozo es mayor a la ejercida por la columna hidrostática que genera el lodo entonces, será necesario aplicar un procedimiento de control de pozo mediante el incremento de la densidad del lodo en un tiempo corto. En estas circunstancias un mezclado efectivo no solo será importante para obtener un lodo homogéneo sino también en el menor tiempo posible que permita controlar el pozo de manera rápida.

En equipos de perforación actuales existen pozos de mezclado con distintas geometrías; cuadradas y rectangulares dentro de las cuales, existe acumulación de sólidos en su fondo lo que implica que el perfil de velocidades generado en dirección  $z$  no es suficiente para lograr su sustentación impactando, en una mayor demanda de materiales y mayores tiempos de mezclado.

El conocimiento de la distribución de velocidades en tanques de mezclado resulta de gran importancia ya que muestra la influencia que la geometría tiene sobre el mezclado del lodo, la acumulación de sólidos presente en el fondo de las persas y como evitarla lo cual, es el objetivo de este trabajo.

# Abstract.

At oil industry, mixing is a very important process to elaborate drilling muds. Mixing all the elements that form part of mud drilling in a homogenous way determinates the success of the drilling of a well.

Mud mixing is always present in every drilling operation because it is necessary to add additives and/or materials to face the new conditions found at well for example: If there are zones of abnormal pressure where, bottom hole pressure is greater than mud pressure, it will be necessary to apply a procedure to control any possible kick on which an increase of mud density will be necessary in a shot time. At these circumstances, an effective mixing not only will be determinated by mixing homogeneity but by needed time to get it, greater times imply fewer chances to control any kick.

At actual rigs, there are mixing tanks with different geometries, square and rectangular in which there is solid accumulation on the bottom of these meaning, that there are zones where component  $z$  of velocity is less than settling velocity. The consequence of this is a bigger demand of materials to get mud properties and bigger mixing times.

Knowing velocities in mixing times is important because it let us to know how this property change with tank geometry, why there is accumulation of solids on bottom tank and how can it be solve, this is the objective of this work.

# Introducción.

Una de las operaciones más ampliamente usadas en la industria en general es la del mezclado. La industria farmacéutica, del papel, alimentos, fermentación, cultivo de células y polímeros, son algunos ejemplos.

En la industria petrolera el mezclado muestra un papel muy importante en lo que a la elaboración de lodos de perforación se refiere, para poder incorporar de manera homogénea los distintos componentes que lo conforman, de tal forma que propiedades tan importantes como la reología y tixotropía sean logradas de acuerdo al programa de perforación establecido lo que debido a determina el éxito o fracaso en la perforación de un pozo.

Las operaciones de mezclado en lodos están siempre presentes dentro de todo el proceso de perforación pues, dadas las condiciones encontradas, es necesario incorporar aditivos y/o materiales que restablezcan sus condiciones de trabajo requeridas para afrontar las nuevas, por ejemplo, una zona de presiones anormales donde la presión de fondo es mayor a la ejercida por la columna hidrostática del lodo, será necesario aplicar un procedimiento de control de pozo en donde, independientemente del método elegido, del perforador o pare y pese (medir densidad), será necesario incrementar la densidad del mismo en el menor tiempo posible. En estas circunstancias un mezclado efectivo no solo estará determinado por la homogeneidad de la mezcla sino también por el tiempo requerido para lograrlo, tiempos mayores implican menos posibilidades de controlar el pozo.

En los equipos de perforación actuales existen geometrías de tanques de lodo tanto cuadradas como rectangulares en las cuales, existe presencia de estancamiento de sólidos en el fondo lo que significa, que las velocidades del fluido presentes en estas regiones son inferiores a la mínima requerida para arrastrarlos en dirección de z positiva del eje coordenado, originando con esto, una mayor demanda de ingredientes de los necesitados impactando, de esta forma, en recursos desperdiciados y tiempos muertos de operación.

En situaciones en que la geometría de la presa favorezca la concentración de líneas de flujo en ciertas regiones, se tendrá un mezclado heterogéneo en donde las zonas con pocas líneas de flujo presentarán una incorporación pobre del elemento a mezclar requerido, generando, gradientes de concentración que demandaran más tiempo de mezclado.

De esta forma, es fácil visualizar la importancia que tiene el conocer las velocidades presentes en una presa de lodos y la distribución de las mismas. Mediante un estudio de velocidades en las presas de lodos se esperaría:

- Comparar el perfil de velocidades en distintas geometrías de presas de lodos, tanto existentes (cuadrada y rectangular) como propuestas.
- Determinar la razón del estancamiento de sólidos en el fondo de las presas y proponer una solución que evite este fenómeno.

- Determinar que geometrías presentan un mejor desempeño en base a las trayectorias generadas y su impacto en los tiempos de mezclado.

A lo largo de este trabajo se dará respuesta a éstas y otras preguntas generadas alrededor del mezclado en presas de lodos de perforación. Lo anterior se apoyará en el uso de un software de elemento finito que permitirá obtener de una manera rápida y sencilla la información tanto numérica como visual necesaria. La complejidad de las ecuaciones de Navier-Stokes requiere soluciones de tipo numérico como las obtenidas mediante este software.



**Objetivo.**

Obtener la distribución de velocidades en distintas geometrías de presas de lodos de perforación que contienen fluidos newtonianos y no newtonianos, mediante el uso de un software de análisis de elemento finito y con esto, determinar su eficiencia de mezclado

**Alcance.**

Determinar la geometría de mezclado más eficiente a partir de resultados obtenidos mediante sistemas computacionales. La experimentación y validación de los resultados vía laboratorio y/o campo quedan fuera de los alcances de esta tesis.

# Capítulo 1

## 1.1 Definición de mezclado.

Una de las operaciones más comunes y conocidas por mucha gente en su vida cotidiana es el mezclado. Cuando preparamos una taza de café instantáneo por la mañana vertimos una cucharada de café en la taza para posteriormente agregar agua caliente. Si bien es cierto que existen reacciones químicas entre el café y el agua, estas las dejaremos a un lado y solo nos dedicaremos a analizar la parte de mezclado. El objetivo que queremos al mezclar el café es lograr una homogeneidad de concentración de café en todo el volumen de agua presente en la taza. Para lograrlo se tienen distintas opciones, una de ellas es tomar otra taza y verter repetidamente el contenido de nuestra taza a la otra lo cual, para muchos, no es la mejor solución puesto que, además tirar café por distintas áreas de la mesa, se pierde calor hasta tener un café frío poco apetecible para tomar. Otra solución a este problema es tomar una cuchara y rotarla con respecto al eje de la taza aunque, en este caso, no se pierde calor ni se tira líquido se requiere demasiado tiempo para mezclar de esta manera. Cuando uno mezcla de manera tradicional, lo que hacemos es realizar movimientos en trayectoria parabólica en un plano ligeramente inclinado hacia arriba logrando con esto una dispersión del café en el fondo con una trayectoria circular y al mismo tiempo ascendente de manera similar a la de una aspa en un mezclador comercial logrando, en poco tiempo y con la menor energía, una concentración homogénea de café en toda nuestra taza.

Con este ejemplo se puede definir al mezclado como una reducción de una inhomogeneidad (carencia de homogeneidad) con el fin de lograr un resultado en un proceso dado. La inhomogeneidad puede ser una concentración, fase o temperatura o dicho de otra forma, generar una homogeneidad dentro de una cantidad de materia con respecto a una variable determinada.

Un ejemplo cotidiano de mezcla de fases se tiene con la leche y la avena. Si queremos tomar la leche junto con la avena tenemos que agitarlo de manera continua con el fin de evitar que la fase sólida llamada avena no se precipite o permanezca en el fondo de la taza. En este caso estamos hablando de un sistema líquido-sólido fig. 1.1 a). En este tipo de sistemas lo que se busca es que la fase sólida se mantenga dispersa lo más heterogénea posible dentro de la fase líquida. Como se verá en un capítulo posterior, una de las variables más importantes para lograr este efecto es tener una velocidad mínima que, dado cierto tamaño de la partícula sólida, esta sea arrastrada por el fluido.

El concepto de mezclado es más aplicado en fluidos pero también tiene cabida si hablamos de sistema sólido-sólido. Por ejemplo, si pensamos en una fábrica de dulces en donde cada línea de producción maneja un sabor en específico de golosina, y la manera en la que éstos se venden son en paquete con sabores combinados, como fabricante tengo que tener un método de mezclado que me permita lograr este objetivo. En este caso, mi grado de homogeneidad en el paquete estará determinado por la variedad de sabores y no tanto por la distribución en el mismo fig.1.1 b).

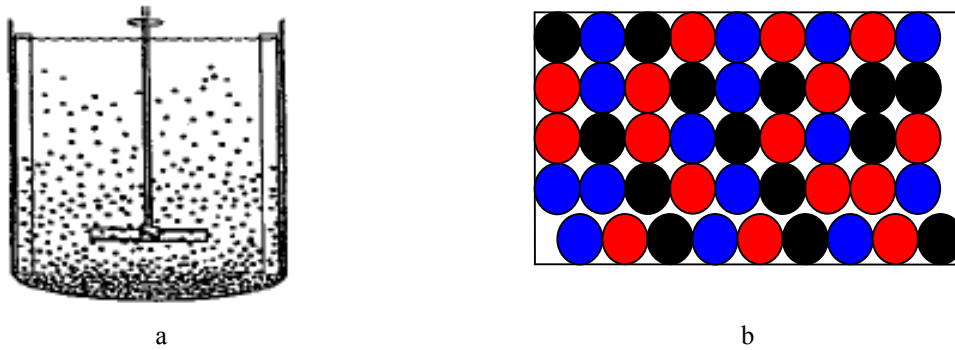


Fig. 1.1. a) Mezclado sistema líquido-sólido en un tanque de mezclado mediante una aspa. b) Mezclado de sistema sólido-sólido. Dependiendo de la aplicación será el grado de mezclado u homogeneidad requerido.

Si se considera el caso de un sistema líquido-gas fig.1.2 podemos poner como ejemplo la creación de una espuma, cuando uno bate clara de huevo con fines de hacer un pastel, partimos de una fase líquida la cual, tras ser mezclada e interactuar con el aire presente en el medio ambiente, nos permite obtener una distribución homogénea de aire dentro de toda la fase líquida llamada clara de huevo.



Fig.1.2. Mezclado de una fase líquida (clara de huevo) con una fase gaseosa (aire).

Ante lo mencionado se puede concluir:

- El principal objetivo del mezclado es lograr una homogeneidad respecto a una o varias variables de interés.
- Las variables de interés estarán determinadas por el proceso realizado así como, los requerimientos del mismo. Algunas de éstas pueden ser temperatura, concentración, densidad, tiempo etc.
- Los sistemas en los que se da el mezclado involucran los distintos estados de la materia teniendo sistemas en las que solo convive un estado (líquido-líquido, gas-gas o sólido-sólido) de la materia a varios; sólido-líquido, líquido-gas, sólido-gas etc.

## 1.2 Turbulencia en aplicaciones de mezclado.

### 1.2.1 Definición.

La definición de turbulencia está limitada por la capacidad actual para poder entenderla. Las primeras teorías que intentaron dar una definición a este concepto se basan en teorías fenomenológicas en donde, la turbulencia es definida por conceptos específicamente mecánicos donde uno de sus primeros desarrolladores es Prandtl.

Taylor, por su parte, sugirió que la estadística podría ser aplicada para desarrollar una visión más general de la turbulencia. Su propuesta fue que el mecanismo de la turbulencia es tan complejo que no era posible desarrollar un modelo general en el cual basar un análisis, a menos de que se restrinja el significado de movimiento turbulento a una fluctuación irregular sobre un valor principal [1].

Cualquier movimiento que presente una periodicidad regular (aspa en un mezclador) no puede ser considerada como parte de un movimiento turbulento. En base a este contexto modelos como  $k-\varepsilon$  y Tiempo-Promedio surgieron. El modelo de Tiempo-Promedio, fig.1.3. se basa principalmente en tomar un valor promedio de todas las variaciones presentes de velocidad o picos dentro del fluido analizado de esta forma, si nuestro comportamiento de velocidades esta dado por:

$$u = u(x, y, z, t) \quad (1-1)$$

Pues entonces lo que se busca es una  $u$  promedio tal que:

$$\bar{U} = \frac{1}{T_p} \int_{t_0}^{t_0+T_p} u(x, y, z, t) dt \quad (1-2)$$

La existencia de limitantes con esta visión han conducido al concepto de *estructuras coherentes*.

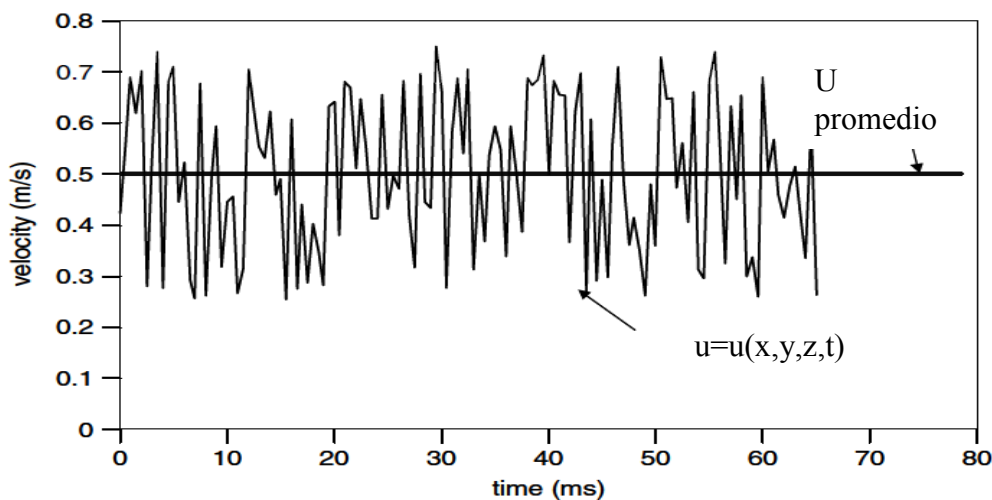


Fig.1.3 Velocidad como función del tiempo en flujo laminar y turbulento.

La idea de estructuras coherentes resulta totalmente opuesta a la idea estadística propuesta por Taylor. Tales estructuras coherentes fig.1.4 (vórtices, eyecciones, curvas

cerradas, etc.), se caracterizan por movimientos organizados a gran escala los cuales, son forzados dentro del sistema de manera externa. Para poder captar estas estructuras es necesario adoptar técnicas de simulación numérica como DNS o Large eddy.

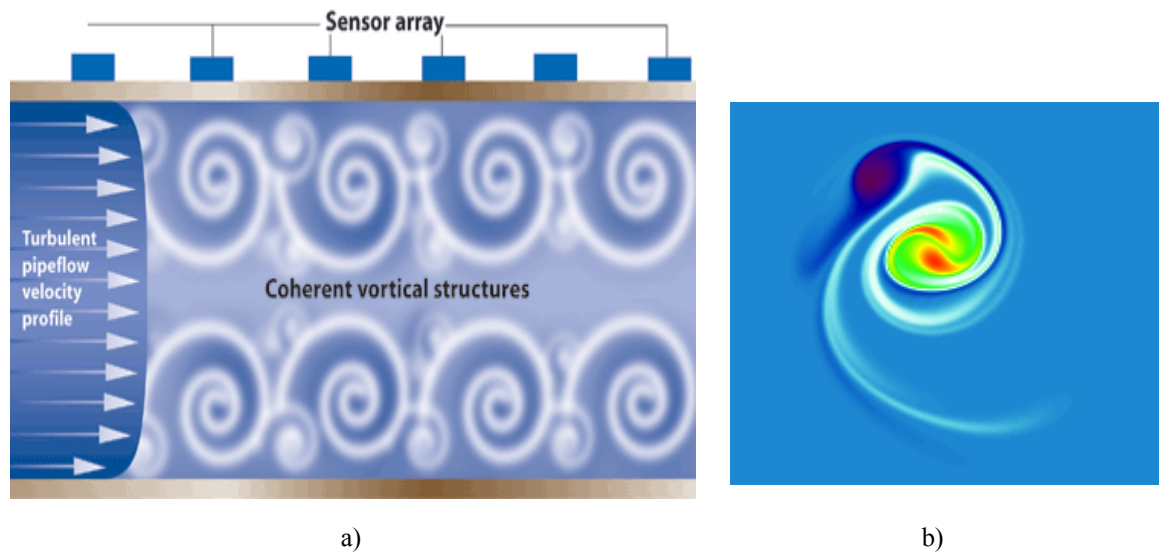


Fig.1.4 Ejemplos de estructuras coherentes tipo gancho (a), vórtice (b)

Desde el punto de vista de fluidos, independientemente de que estos estén en un régimen laminar, transicional o turbulento, pueden ser totalmente modelados mediante las ecuaciones de Navier-Stokes, considerando o no dependencia del tiempo, y con las restricciones establecidas por la geometría así como, las condiciones de frontera. Todo esto sugiere que no existe diferencia mecánica entre regímenes de fluidos lo cual lleva a que un régimen turbulento es simplemente una manifestación muy complicada de la misma física que actúa sobre los flujos laminares.

Ante esto definiremos a la turbulencia como un estado de movimiento del fluido en donde la velocidad fluctúa en el tiempo y en todas direcciones en el espacio. Estas fluctuaciones reflejan la complejidad presente entre grandes y pequeños elementos estructurales tales como vórtices, eyecciones, curvas cerradas de distintas formas y tamaños. En fluidos turbulentos campos escalares son rápidamente dispersos cuando se les compara con sus contrapartes laminares. Hasta este momento no existe un modelo totalmente aceptable para modelar toda la complejidad de los flujos turbulentos.

Cuando hablamos de flujos turbulentos totalmente desarrollados, nos referimos a estados asintóticos a muy altos números de Reynolds. En este tipo de fluidos, las fluctuaciones de velocidades son tan intensas que las fuerzas inerciales superan las fuerzas viscosas. En flujos turbulentos totalmente desarrollados, los coeficientes de arrastre y de tiempo de arrastre tienden a un valor constante de igual forma que en flujo laminar.

### 1.2.2 Mecanismos de mezclado

Los principales mecanismos de mezclado presentes en un flujo turbulento son:

- **Dispersión.** Es el acto de dispersar (B es disperso en A)
- **Difusión molecular.** Difusión causada por movimiento molecular y esta caracterizada por una difusividad molecular  $D_{AB}$
- **Difusión Eddy o turbulenta.** Es la dispersión en flujos turbulentos causada por movimientos de grandes grupos de moléculas llamadas eddies. Este movimiento es medido como fluctuaciones de velocidad turbulenta.
- **Convección.** Es aquella causada por movimiento de toda una masa de fluido.
- **Dispersión Taylor.** Es un caso especial de convección donde la dispersión es causada principalmente por un gradiente de velocidad. Esto puede ser visto en el caso de flujo laminar en un tubo donde la dispersión axial aumenta debido al gradiente parabólico en el tubo.

En donde existen distintos tipos de escalas de mezclado:

- **Macromezclado.** Es el generado por el movimiento de grandes escalas de fluido. Este tipo de mezclado se caracteriza por el tiempo de mezcla en un sistema.
- **Mesomezclado.** Es el mezclado en una dimensión menor que la masa en circulación (diámetro del tanque) pero más grande que en escalas de micromezclado donde la difusión molecular y viscosa son importantes.
- **Micromezclado.** Es el mezclado a las más pequeñas escalas de movimiento y a escalas de difusión molecular

### 1.2.3. Modelos actuales.

En flujo turbulento el mezclado es mayormente controlado por la turbulencia por lo que, un entendimiento de la misma es necesario antes de analizar cualquier tipo de fenómeno.

Antes de la existencia de computadoras con velocidades de procesamiento altas, una forma de aproximar soluciones a flujos turbulentos era mediante la aproximación de Tiempo-Promedio en la cual, los datos son tomados en un único punto y promediados sobre una muestra de tiempo lo suficientemente grande para proveer un promedio repetible.

Las consideraciones en el análisis de flujos turbulentos que permiten simplificar el problema y generar pequeños errores en la solución son:

- *Flujo totalmente turbulento.* Para altos números de Reynolds, las fuerzas inerciales debido a las fluctuaciones en la velocidad sobrepasan las fuerzas viscosas así que el campo de velocidades resulta independiente de la viscosidad del fluido. Esto nos lleva a la conclusión que para cierto perfil de velocidades con ciertas velocidades, coeficientes de arrastre, etc, se da el caso de que este flujo sea independiente del número de Reynolds.

- *Turbulencia homogénea.* La turbulencia es totalmente aleatoria y es independiente de la posición. Lo que implica es que las características estadísticas de las fluctuaciones turbulentas en la velocidad son independientes de la posición.
- *Isotropía general.* Las fluctuaciones no tienen direcciones preferenciales a lo largo del movimiento del fluido.
- *Isotropía local.* Esta consideración puede ser aplicada sobre un limitado rango de tamaño de eddies en los cuales la isotropía prevalece, eddies afuera de este rango pueden ser altamente isotrópicos presentándose gradientes de velocidad.
- *Esfuerzo cortante debido a flujo turbulento.* Este flujo es una modificación del flujo completamente homogéneo con el fin de permitir esfuerzos cortantes así como, gradientes de velocidad como los vistos en un jet (boquilla de diámetro reducido por el cual, pasa fluido).

Con estas consideraciones y tomando en cuenta una mejor capacidad de procesamiento de datos de las computadoras actuales, es posible generar modelos aproximados que nos permitan predecir el comportamiento del flujo turbulento. Los principales modelos desarrollados son:

Modelo	Base física del modelo	Inconveniente
<p><i>Aproximación Boussinesq</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Una ecuación con un parámetro ajustable.</li> <li>• Promediado sobre el tiempo y en toda la longitud de escalas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Una longitud de escala.</li> <li>• Basado en una analogía de transporte laminar y viscosidad aparente.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Física sobresimplificada</li> <li>• Viscosidad aparente es una función del campo del fluido y posición.</li> </ul>
<p><i>Mezclado de Prandtl.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Una ecuación con dos parámetros ajustables.</li> <li>• Promediado sobre el tiempo y en toda la longitud de escalas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Una escala de longitud</li> <li>• Basado en una analogía a la trayectoria libre en la cinética de teoría de gases.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Física sobresimplificada</li> <li>• La consideración de un perfil de velocidades lineal no concuerda con la realidad física sin embargo el resultado es muy bueno para ciertas regiones de análisis.</li> </ul>
<p><i>Modelos de 2 ecuaciones (por ejemplo <math>k-\epsilon</math>)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dos ecuaciones parciales diferenciales con cinco constantes del modelo.</li> <li>• Promediado sobre el tiempo con modelos para dos variable turbulentas las cuales varían localmente. (<math>k-\epsilon</math>)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Asume que los tres esfuerzos normales son iguales y que todos esfuerzos opuestos correlacionados son iguales a cero.</li> <li>• Basado en un balance de energía cinética turbulenta y un modelo para el grado de disipación de energía cinética turbulenta</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Modelo con cinco constantes ha sido determinado para simplificar fluidos.</li> <li>• Modelos de 2 ecuaciones no pueden exactamente modelar los efectos de la anisotropía a gran escala aunque la forma de modelar puede ser útil para el rango</li> </ul>

<p><i>Modelo esfuerzos Reynolds. (ASM, RSM, DSM)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modela 6 esfuerzos de Reynolds</li> <li>• Promediado sobre el tiempo.</li> </ul> <p><i>Simulación Large eddy (LES)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modela grandes y pequeñas escalas por separado.</li> <li>• Promedia pequeñas escalas sobre el tiempo.</li> <li>• Permite simulaciones transitorias a grandes escalas.</li> </ul> <p><i>Simulaciones de simulación numérica directa (DNS)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes, sobre el tiempo en un campo tridimensional de velocidades fluctuando.</li> <li>• No requiere promediar</li> </ul>	<p>(ecuación- <math>\epsilon</math>)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Variaciones han sido desarrolladas para modelos subclases de fluidos.</li> <li>• Considera la anisotropía en el flujo modelando los 6 esfuerzos de Reynolds en su forma de tiempo promediado.</li> <li>• Modela las escalas más grandes de anisotropía turbulenta usando una aproximación DNS siguiendo su movimiento directamente conforme varía con respecto al tiempo</li> <li>• Trata escalas de submallado de turbulencia como isotrópicas y en equilibrio: modela estas escalas usando un modelo de dos ecuaciones.</li> <li>• Usa la forma instantánea de las ecuaciones de Navier Stokes resolviendo el campo de flujo para cada instante de tiempo almacenando fluctuaciones de velocidad en 3 dimensiones.</li> <li>• En ocasiones es llamado experimento numérico.</li> </ul>	<p>localmente isotrópico de la turbulencia.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Computacionalmente difícil.</li> <li>• Presenta problemas con la convergencia.</li> <li>• Independencia de mallado es difícil de obtener.</li> <li>• Requerimientos de almacenamiento y procesamiento de datos están fuera de la mayor parte de los usuarios.</li> <li>• No existe consenso sobre los requerimientos del submallado.</li> <li>• Condiciones de frontera sobre superficie del sólido son problemáticos.</li> <li>• Computacionalmente intenso.</li> <li>• Grandes requerimientos de almacenamiento.</li> <li>• Restringido a bajos números de Reynolds.</li> </ul>
---	--	--

Tabla 1.1 Modelos desarrollados para predecir el comportamiento de flujos turbulentos.

Cuando se hace mención al término escala de longitud y tiempo, se hace referencia a parámetros importantes en el mezclado de un fluido por ejemplo, las escalas de longitud son el diámetro del tanque de mezclado o el volumen del mismo mientras que una escala de tiempo hace referencia al tiempo de mezclado en el tanque.



### 1.2.3.1 Soluciones tiempo-resuelto.

Turbulencia es por definición un fenómeno que varía con el tiempo por lo tanto, se esperaría tener una solución completa en un estado transitorio o resuelto en el tiempo. Ambas aproximaciones presentes en la tabla anterior DNS y LES usan ecuaciones de forma directa sin recurrir a tiempos promedios, estas ecuaciones son las de Navier-Stokes, la ecuación de continuidad, ecuación de balance de especies y ecuación de balance de energía. En estas aproximaciones o modelos, existen tantas ecuaciones como incógnitas así que, el problema está totalmente definido sin embargo, las ecuaciones parciales diferenciales son no lineales, de alto orden de tal forma que la solución numérica de este tipo de problemas resulta extrema en especial, cuando se usa DNS. La complicación en resolver estas ecuaciones radica en el gran número de escalas de longitud relevantes al proceso y al hecho de que se analiza un problema de manera tridimensional.

#### DNS (Direct Numerical Simulation).

Las ecuaciones de Navier–Stokes describen un balance de cantidad de movimiento sobre un volumen diferencial en un cualquier instante de tiempo. Todas estas ecuaciones son exactamente correctas para cualquier instante de tiempo así que, en principio, lo único que es necesario es resolver la parte transitoria de las ecuaciones de Navier-Stokes con sus apropiadas condiciones de frontera e iniciales.

En un flujo turbulento con alto número de Reynolds los cambios con respecto al tiempo pueden ser muy rápidos y el rango de escalas es extremo por ejemplo, si se consideran un eddy de 0.1mm que puede tan grande como 30 cm, su rango de escalas de longitud es de 1:3000 lo cual implica un dominio computacional de  $3000^3 = 2.7E10$  celdas, un número que es demasiado grande para las computadoras actuales. Esta tarea puede ser inclusive más demandante cuando uno se da cuenta que la solución debe ser transitoria con una adecuada resolución de tiempo lo cual, demanda grandes recursos computacionales incluso, a bajos números de Reynolds. Estos recursos computacionales solo permiten realizar análisis a bajos números de Reynolds y con geometrías relativamente simples.

Ante lo escrito se puede decir que DNS reproduce el campo de flujo experimental que controla el mezclado, obtiene medidas de distintos términos individuales de la ecuación de Navier Stokes de todo el volumen analizado.

#### LES (Large Eddy Simulation)

Las limitaciones de este método son mucho menos severas. Los cálculos son resueltos de manera similar al DNS pero sobre un mallado mas burdo o menos fino. La escala puede ser tan burda como 1:30 siendo el dominio computacional de  $30^3 = 2.7E4$  lo cual no resulta demandante para los actuales sistemas computacionales.

Este modelo calcula las escalas mayores de turbulencia directamente como varían en el tiempo y modela las escalas mas finas de la turbulencia. La técnica de modelado LES tiene suposiciones las cuales, pueden ser modificadas para proveer compatibilidad entre las medidas experimentales y los resultados obtenidos. La ventaja de LES es que es menos demandante que DNS permitiendo trabajar con números de Reynolds mayores.

### 1.2.3.2 Modelo de turbulencia de 2 variables.

Para reducir el problema de modelado a una única solución estacionaria, Reynolds formuló reglas de promediado de tiempo (time-averaging) en donde la aplicación de estas reglas producen una forma de tiempo promediado a las ecuaciones de Navier-Stokes conocidas como RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes) que relacionan cantidades de tiempos promediados lo que origina que existan mas incógnitas que ecuaciones. Las incógnitas presentes son los seis esfuerzos de Reynolds que están relacionados con las componentes de la velocidad fluctuante de la siguiente manera:

$$\text{Reynolds stresses} = \rho \begin{bmatrix} \overline{uu} & \overline{uv} & \overline{uw} \\ \overline{vu} & \overline{vv} & \overline{vw} \\ \overline{wu} & \overline{wv} & \overline{ww} \end{bmatrix} \quad (1-3)$$

Los términos en la diagonal principal son los esfuerzos normales que siempre son positivos. En un fluido idealizado sin direcciones preferenciales éstos son iguales a cero. Los términos fuera de la diagonal son simétricos ( $uv=vu$ ) así que, solo 3 de ellos son únicos. Si la turbulencia no tiene una dirección preferencial y no existen gradientes de velocidad en el flujo entonces las fluctuaciones individuales serán completamente aleatorias y las covarianzas o términos normales serán igual a cero. Esta suposición de turbulencia isotrópica resulta ser un concepto importante para entender las distintas clases de modelos de turbulencia con tiempo promediado. Con estas suposiciones las seis incógnitas se reducen a:

$$k = \frac{1}{2}(\overline{uu} + \overline{vv} + \overline{ww}) \quad (1-4)$$

Ante lo explicado se tiene que con en base a los esfuerzos de Reynolds es posible realizar dos tipos de aproximaciones la más simple, modela utilizando  $k$  y su grado de disipación lo cual, resulta en un modelo isotrópico dentro del cual, se incluye modelo  $k$ - $\epsilon$ . Un caso mas general, aunque mas complejo, modela cada uno de los esfuerzos de Reynolds de manera separada permitiendo el desarrollo de anisotropía u orientación de eddies en el fluido.

Una de las aplicaciones de los esfuerzos de Reynolds esta presente en las ecuaciones de la cantidad de movimiento. Para este momento existen mas incógnitas que ecuaciones así que el sistema no esta cerrado por lo que, modelos físicos son requeridos para satisfacer el sistema. Muchos esquemas han sido propuestos logrando éxito para ciertas clases de flujos.

Un punto de inicio para modelar los fluidos presentes en un tanque de mezclado es logrado mediante el modelo  $k$ - $\epsilon$ . Este modelo asume que los esfuerzos normales son aproximadamente iguales y son adecuadamente representados por  $k$ . Dos ecuaciones diferenciales son usadas para modelar la producción y disipación de la energía cinética

turbulenta: la ecuación  $k$  y la ecuación  $\varepsilon$  son desarrolladas para flujos libres de esfuerzos y en donde constantes fueron determinadas de manera experimental. Una de estas constantes es usada para relacionar valores locales de  $k$  y  $\varepsilon$  para un estimado de  $u'v'$  usando una aproximación de viscosidad turbulenta modificada.

$$\overline{u'v'} = \nu_t \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} = 0.09 \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \quad (1-5)$$

### 1.2.3.3 Modelo esfuerzo de Reynolds.

Este modelo mantiene los 6 esfuerzos de Reynolds a lo largo de la solución de las ecuaciones de balance la cual, resulta difícil de converger. La ventaja de esta aproximación es que todos los esfuerzos están disponibles para jugar un rol en el desarrollo del campo del fluido y el transporte de energía el cual, puede generar estructuras coherentes. Este nivel de complejidad en el modelado es esencial para fluidos altamente anisotrópicos tales como los presentes en un ciclón

## 1.3 Flujo laminar en aplicaciones de mezclado

### 1.3.1 Flujo laminar

Anteriormente se definió a la turbulencia como un estado de movimiento del fluido en donde la velocidad fluctúa en el tiempo y en todas direcciones en el espacio o sea:

$$\frac{\partial V}{\partial t} \neq 0 \quad (1-6)$$

Donde  $V=V(u,v,w,t)$

Cuando se habla de un flujo laminar la velocidad del fluido no fluctúa en el tiempo de tal manera que se tiene un movimiento perfectamente ordenado, estratificado y suave de el cual, su movimiento se manifiesta en forma de láminas paralelas entre si sin entremezclarse, matemáticamente se tiene [2]:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad (1-7)$$

Donde  $V=V(u,v,w,t)$

Para el caso de flujo dentro de un tubo circular, se tiene que para números de Reynolds menores a 2000 se tiene un flujo laminar, valores de entre 2000 a 4000 transicional y mayores a 4000 turbulento, dado que el número de Reynolds depende de la velocidad y viscosidad del fluido se puede deducir que el flujo laminar está presente a bajas velocidades y/o altas viscosidades:

$$R = \frac{\rho V D}{\mu} \quad (1-8)$$

Esto nos lleva al hecho de que para flujos laminares los efectos viscosos tienen una gran influencia sobre el comportamiento del mismo, siendo para en caso turbulento, más importantes los efectos inerciales.

### 1.3.2 Mecanismo de mezclado en flujo laminar.

En regímenes laminares es común tener entornos con pobres niveles de mezclado esto, como consecuencia de la linealidad presente en este tipo de fluidos, fuerzas viscosas y carencia de fuerzas inerciales no lineales.

Considérese el flujo dentro de una tubería recta de diámetro  $d$  (un ejemplo clásico de flujo en estado permanente) el cual, por simetría puede ser tratado como un problema en 2D fig.1.5. Esta bien establecido que un fluido newtoniano en régimen laminar, produce un perfil de velocidades parabólico dentro de la tubería. Si en un momento inyectamos tinta en distintas posiciones radiales se observa que la tinta permanece confinada dentro de la línea de corriente las cuales son siempre paralelas, distintas líneas de corriente no se mezclan una con la otra. Ante esto debemos concluir, ¿es imposible lograr un mezclado eficiente en flujos laminares?



Fig. 1.5. Tinta dentro de un tubo con fluido newtoniano bajo un régimen laminar de flujo. Las líneas de flujo permanecen paralelas entre si.

La respuesta es ciertamente NO, dado que gran parte de los equipos de mezclado actuales como lo son; tanques de mezclado, mezcladores estáticos, etc. son usados en aplicaciones con regímenes laminares obteniéndose para cada caso cierto grado de éxito. Tales equipos diseñados de manera adecuada pueden romper las trayectorias continuas y crear caos. Estos sistemas de mezclado laminar son efectivos porque hacen que el proceso sea dependiente del tiempo. El mecanismo de mezclado en los dispositivos mencionados es muy similar, una fuerza periódica en el fluido, en el caso de un tanque de mezclado operado a velocidad constante, cada paso de los alabes del

aspa genera un disturbio periódico en el fluido. Cada elemento es una repetición del anterior rotando o girando  $90^\circ$  con respecto a la anterior forzando con esto que los elementos del fluido se reorienten fig.1.6.

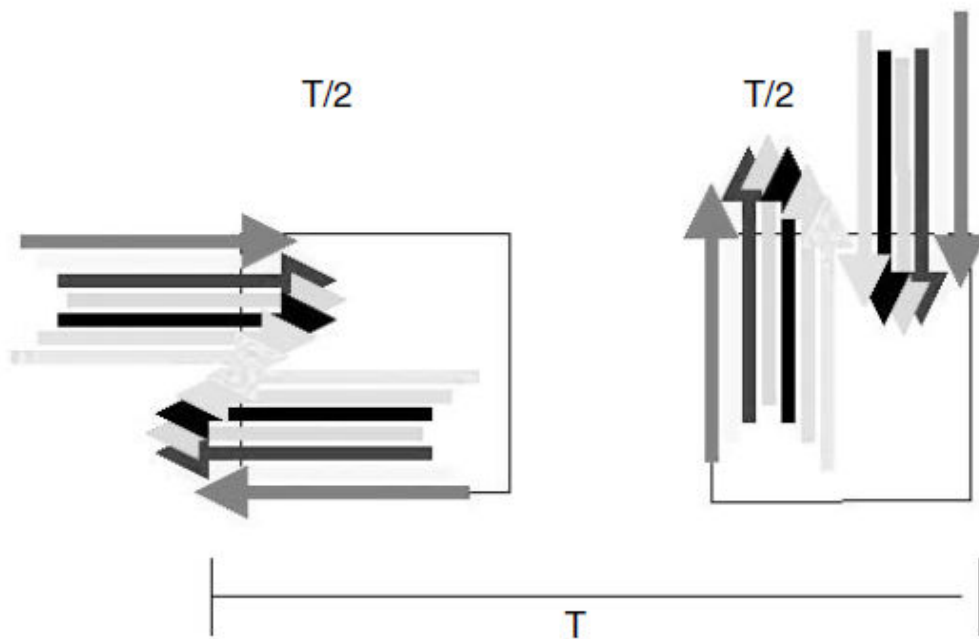


Fig. 1.6 Efecto producido cuando existe periodicidad en un fluido.

El movimiento caótico generado por flujos periódicos es caracterizado por un grado exponencial de alargamiento de los elementos del fluido de esta forma, conforme el elemento de fluido viaja a través del flujo caótico, este no es solo alargado sino también es reorientado debido al cambio repetitivo en la dirección del campo del flujo que actúa sobre éste, esta reorientación conduce a plegamientos de las líneas de flujo fig 1.7.

Esta repetición de ciclos de alargamientos y plegamientos incrementa el área intermaterial de manera exponencial y reduce la escala de segregación del sistema en una forma también exponencial.

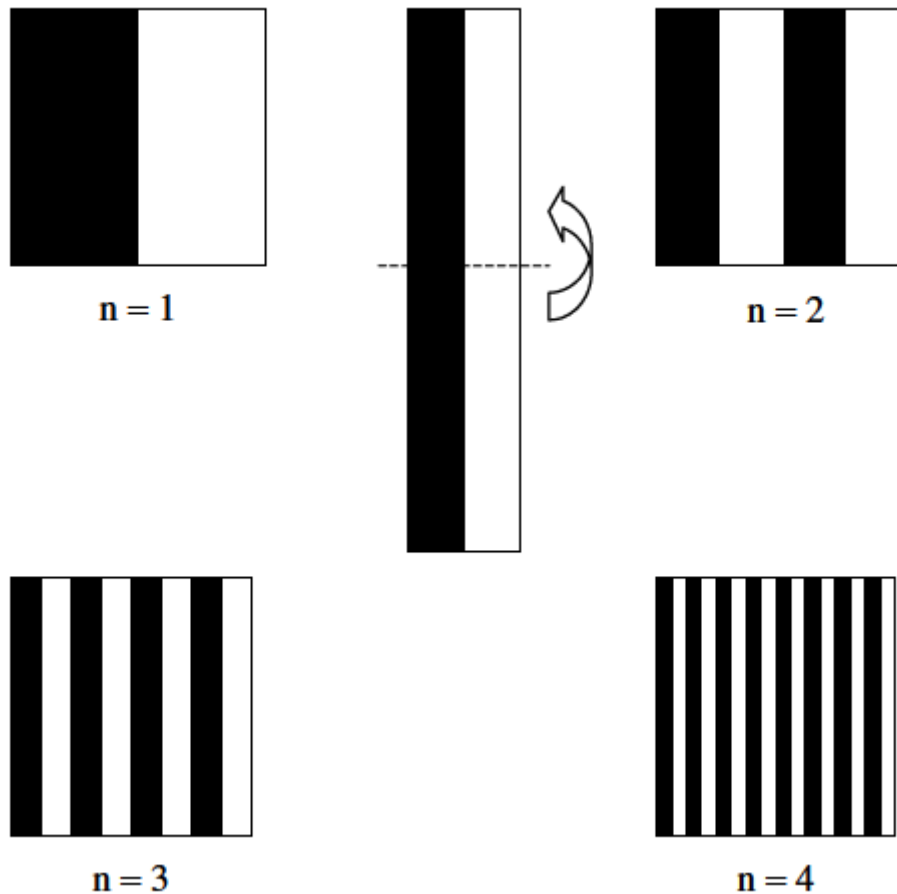


Fig.1.7. Alargamiento y plegamiento presente en flujo caótico.

En este sentido, Aref [3], fue capaz de demostrar que sistemas muy simples pueden exhibir caos cuando son operados de una forma de tiempo periódico. La primera evidencia experimental de caos en flujos periódicos fue proporcionada por Chien [4], donde su sistema experimental fue una cámara con fluido donde dos superficies son movidas independientemente. El movimiento cortante presente por el arreglo anterior, causa un flujo y mezclado en el sistema denominado flujo de cavidad. Si la dirección y duración del movimiento para cada superficie es elegida de manera adecuada, el sistema puede ser totalmente caótico o contener áreas de flujo regular. Por su parte Chaiken [5], ofreció fuerte evidencia de flujo caótico de un flujo periódico en el tiempo entre 2 flujos concéntricos.

La idea de la existencia de flujo caótico en 3D fue conocida cuando Aref [3] empezó sus estudios en mapas 2D. Poincare fue quizá el primer investigador que formalmente observó que sistemas determinísticos pueden exhibir trayectorias erráticas llamadas también trayectorias caóticas. Kusch [6] presentó el primer experimento formal de mezclado caótico en régimen laminar para una geometría 3D. Usando dos diferentes geometrías, un mezclador anular excéntrico y una tubería, él pudo demostrar la existencia de regiones aisladas coexistiendo con regiones caóticas. En este momento es posible establecer que el movimiento caótico es la causa de un mezclado eficiente en sistemas 3D como son los tanques de mezclado.

## 1.4 Parámetros de diseño.

Para diseñar un tanque de mezclado es necesario tomar en cuenta distintos parámetros como son sus dimensiones, tipo de patrón de flujo deseado, potencia consumida, etc. Las dimensiones afectan de distinta forma el diseño de nuestro sistema de mezclado por ejemplo, si se tiene una relación de altura  $z$  con respecto a su diámetro  $T > 1.5$  se requerirá incluir otro impulsor al sistema de mezclado. En el caso de querer modificar el patrón de flujo es posible aplicar dispositivos llamados desviadores los cuales, tienen como objetivo, cambiar trayectoria de flujo presentes en un tanque agitado.

A continuación se mencionaran los distintos parámetros que influyen en el mezclado de fluidos.

### 1.4.1 Geometría.

Los tanques de mezclado presentan distintas geometrías siendo las cilíndricas las más comunes aunque, para aplicaciones específicas en la industria, existen contenedores con geometrías, cuadradas, rectangulares, cilíndricas horizontales etc. fig 1.8, 1.9. Donde sus principales componentes son:

- Impulsor
- Eje del impulsor.
- Sello de eje
- Caja de engranes o engranaje.
- Motor.
- Tanque.
- Desviadores.

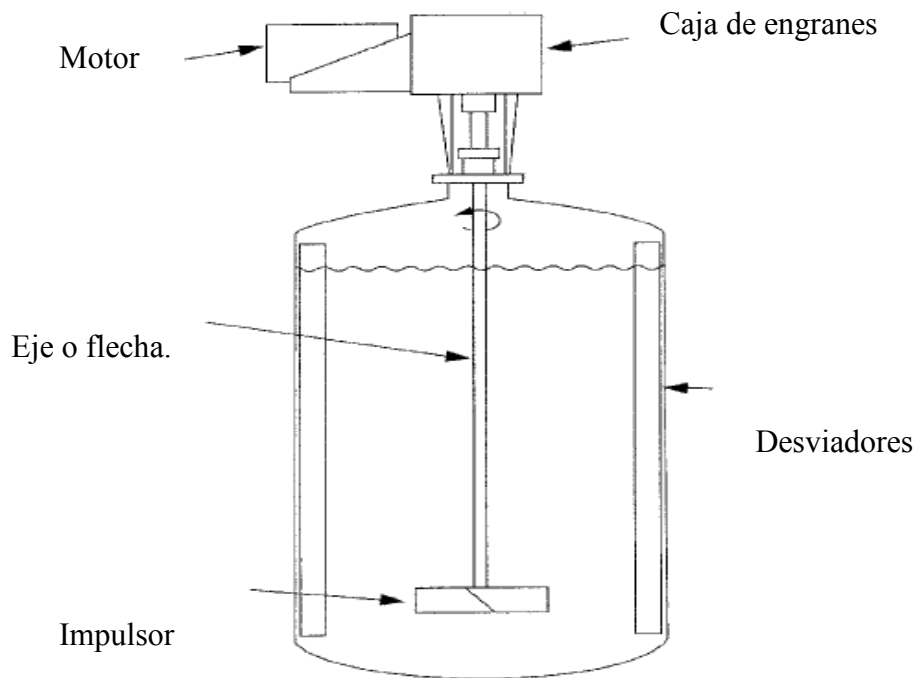


Fig. 1.8 Tanque convencional de mezclado con agitador en su superficie.

### 1.4.1.1 Tipos de impulsores.

El tipo de impulsores y su aplicación puede verse en la tabla 1.2.

Tipo	Tipo específico
Flujo axial	Propelas, turbina de cuchilla inclinada, hidrofoil
Flujo radial	Impulsor de aspas planas, turbina de disco
Alto corte	Discos, Barras
Especiales	Impulsor curvado, impulsor de resorte, turbinas alineadas
Up/down	Discos, platos, círculos

Tabla 1.2 Impulsores más usados en la industria de mezclado

Estos están divididos en distintas clases dependiendo del tipo de patrón de flujo, sus aplicaciones y geometrías. Dentro de este tipo de impulsores se puede mencionar que las de tipo axial son adecuadas para suspensión de sólidos. En un capítulo posterior se escribirá más a detalle sobre cada tipo de impulsor.

### 1.4.1.2 Desviadores de pared.

Son usados generalmente en mezclado transicional y turbulento con excepción de sistemas altamente impuros que requieren frecuente limpieza del interior del tanque. Para mezclado laminar de fluidos viscosos los desviadores no son necesarios, para el caso de tanques rectangulares las esquinas desvían de manera vertical el patrón de flujo tangencial proveyendo un efecto desviador haciendo que estos elementos no sean necesarios. Este tipo de elementos no son usados en caso de tener tanques con agitación horizontal a una inclinación determinada.

Los desviadores fig.1.10 consisten de una superficie sólida posicionada en el camino de flujos tangenciales generados por un impulsor con el fin de desviar verticalmente el patrón de flujo y lograr un efecto en la calidad de mezclado. Cuando no están presentes, el flujo creado por la rotación del impulsor se presenta en dos dimensiones y causa un efecto de remolino parecido a la rotación de un cuerpo sólido.

Una configuración típica consiste de 4 platos verticales teniendo un ancho de 8 a 10% del diámetro del tanque, desviadores más angostos son en algunas veces usadas para sistemas altamente viscosos o cuando pequeños vórtices son deseados. Un pequeño espacio entre los desviadores y la pared del tanque 1.5 % del diámetro del tanque, es permitido para minimizar zonas muertas en sistemas sólido líquido. Su presencia incrementa el consumo de energía y aumenta la eficiencia de mezclado del sistema.



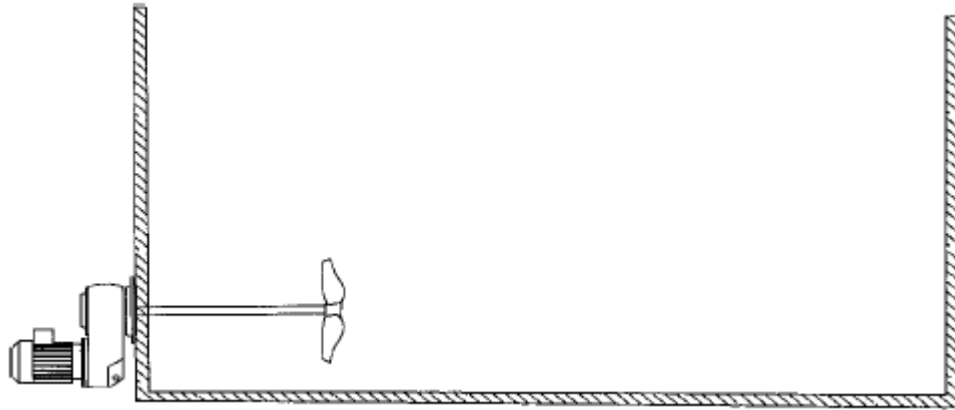


Fig. 1.9 Tanque de mezclado con agitación lateral.

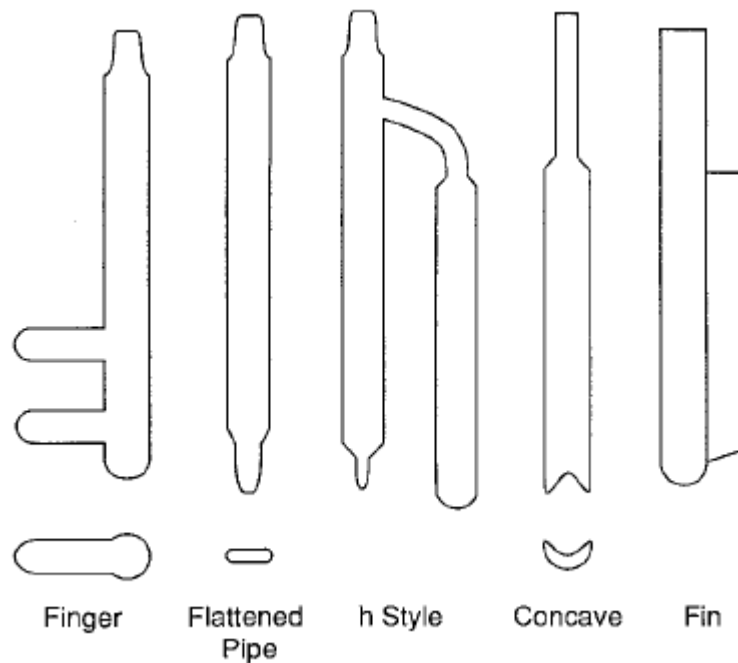


Fig. 1.10 Geometrías de desviadores aplicadas en operaciones de mezclado.

### 1.4.1.3 Fondo del tanque.

Los tanques convencionales de mezclado presentan una geometría cilíndrica con un fondo plano o en forma de plato. El patrón de flujo abajo del impulsor puede ser distinto con diferentes fondos provocando, distintas eficiencias de mezclado. Para el caso de suspensión de sólidos los tanques con fondos planos tienden a acumularse en las esquinas. Fondos con forma de plato maximizan la suspensión de sólidos.

## 1.4.2 Selección del impulsor.

### 1.4.2.1 Impulsores de flujo tipo axial.

Este tipo de impulsores fig.1.11 son usados para el mezclado suspensión de sólidos, incorporación de sólidos, inducción de gas y transferencia de calor. Un agitador de aspas inclinadas consiste de un eje con un número de aspas soldadas sobre éste. Las aspas pueden tener una inclinación de entre  $10^\circ$  a  $90^\circ$  con respecto a la horizontal siendo el más común  $45^\circ$ . La descarga de flujo de este tipo de impulsor tiene componentes de velocidad axial y radial en flujos con viscosidades en un intervalo de baja a media.

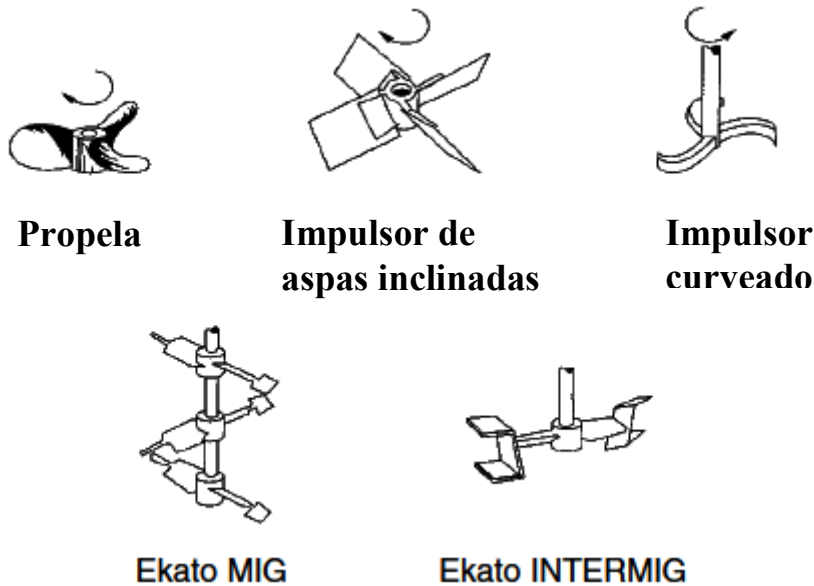


Fig.1.11 Agitadores de flujo axial.

### 1.4.2.2 Impulsores de flujo tipo radial.

De la misma forma que en los impulsores de flujo tipo axial, los de flujo radial fig. 1.12, son comúnmente utilizados en fluidos de baja a media viscosidad aunque, estos pueden ser utilizados para cualquier fluido mono o multifásico siendo muy efectivos para sistemas gas-líquido y líquido-líquido. Comparados con los impulsores de tipo axial, ofrecen altos esfuerzos y niveles de turbulencia con poca potencia. Este tipo de impulsores descargan el flujo de manera radial hacia las paredes del contenedor. Aplicaciones típicas con este tipo de impulsores están presentes en el tratamiento de procesamiento de fibras y desperdicios.

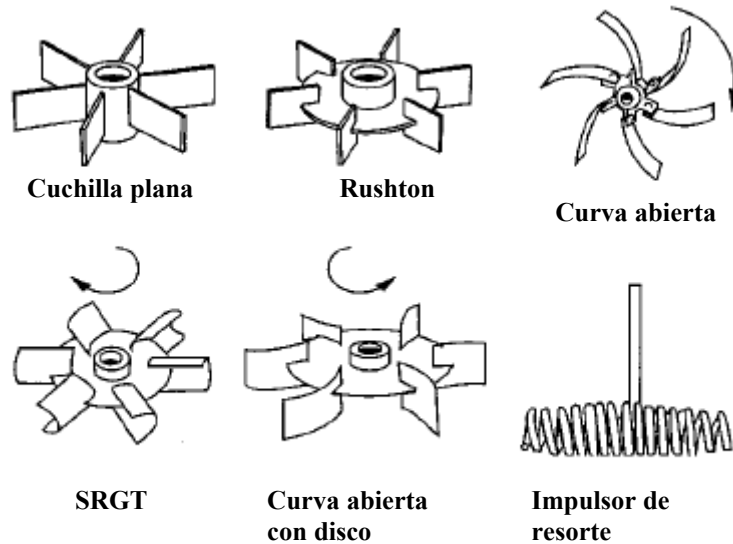


Fig.1.12 Agitadores de flujo tipo radial.

**1.4.2.3 Impulsores tipo hidrofoil.**

Este tipo de impulsores fueron desarrollados para aplicaciones donde el flujo axial es importante y un bajo esfuerzo es requerido fig. 1.13. Generalmente están compuestas de 3 o 4 aspas con una conformación más ancha en la parte cercana al eje, logrando con esto, una velocidad más uniforme a lo largo de toda el área de descarga. Este tipo de impulsores presentan un mayor flujo por unidad de potencia que la lograda con la turbina de aspas inclinadas.

Impulsores como los del tipo A310, HE3 y EMI se caracterizan por ser muy eficientes para lograr mezclado de líquidos así como la suspensión de sólidos; por su parte, los impulsores tipo Maxflo son adecuados para lograr una efectiva distribución de gas en sistemas viscosos.

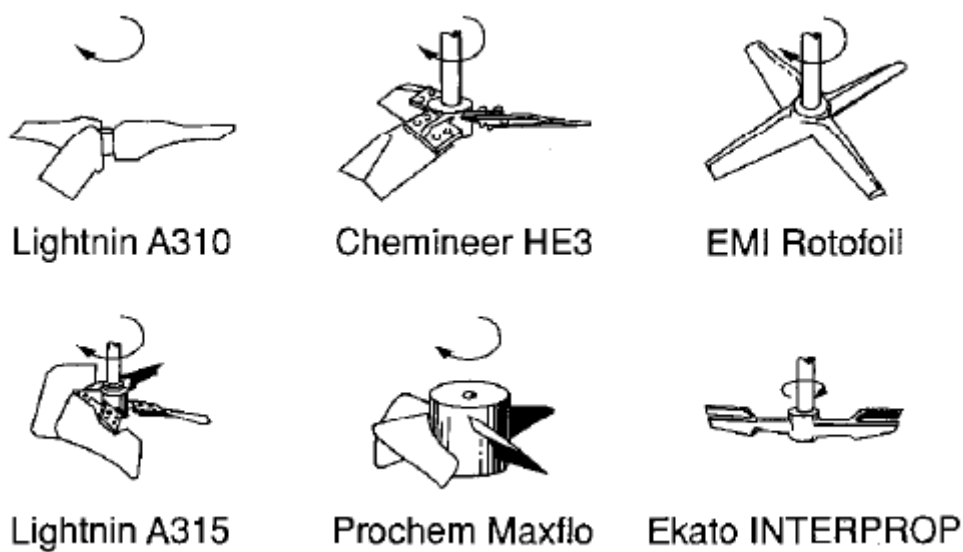


Fig.1.13 Agitadores tipo hydrofoil.

#### 1.4.2.4 Impulsores de alto corte.

Este tipo de impulsores son operados a altas velocidades y son usados para la adición de una segunda fase (gas, líquido, sólido) en molienda, dispersión de pigmentos y creación de emulsiones fig.1.14. Estos impulsores presentan baja capacidad de bombeo por lo que son usadas de manera paralela con impulsores axiales para lograr con esto alto corte así como, una distribución homogénea. El tipo Chemshear presenta rangos medios de esfuerzo mientras que el tipo diente de sierra presenta altos rangos de corte.

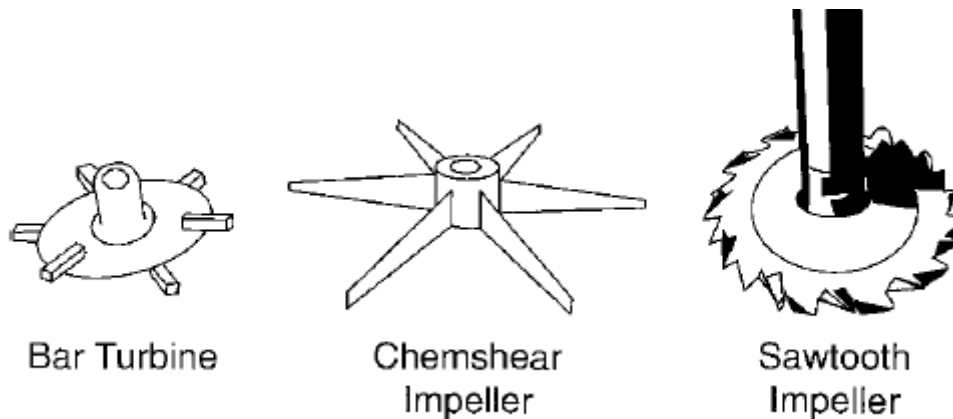


Fig. 1.14 Impulsores de alto corte.

#### 1.4.3 Características de los impulsores.

Varios de los impulsores descritos anteriormente se caracterizan por el número de potencia, número de bombeo, nivel de corte y patrón de flujo. Toda la potencia aplicada a un sistema de mezclado produce una capacidad de circulación  $Q$  así como, una velocidad  $H$  dada por:

$$Q \propto ND^3 \quad (1-9)$$

$$H \propto N^2 D^2 \quad (1-10)$$

Donde  $Q$  representa la circulación interna,  $H$  provee el corte en el mezclado o visto de otra forma, la energía cinética que genera el esfuerzo cortante a través de un jet o movimiento pulsante en el fluido.  $D$  representa el diámetro del impulsor. Ambas expresiones no incluyen los efectos debido al número de aspas así como, su espesor así que la ecuación (1-9) puede ser reescrita como:

$$Q = N_Q ND^3 \quad (1-11)$$

Donde  $N_Q$  es el número de bombeo el cual depende del tipo de impulsor, la relación  $D/T$  y el número de Reynolds del impulsor que está definido como:

$$Re = \frac{\rho ND^2}{\pi} \quad (1-12)$$

**1.4.3.1 Bombeo y número de bombeo.**

Bombeo es la cantidad de material descargado por un impulsor giratorio. Valores de  $N_Q$  son mostrados en la tabla 1.3, como puede ser visto, los valores del número de bombeo para los impulsores más comunes varían de un intervalo 0.4 a 0.8, como resultado la mayoría de los impulsores bombearán a un ritmo muy parecido independientemente del diámetro y velocidad del impulsor.

En la fig 1.15 se pueden ver la relación entre el valor de  $N_Q$  con  $Re$  y  $D/T$  para un impulsor PBT a  $45^\circ$ . Como puede verse,  $N_Q$  aumenta al aumentar  $Re$  y se mantiene constante al llegar a un valor de 10000.

Tipo de impulsor	$N_Q$
Propela	0.4-0.6
Impulsor de aspa inclinada	0.79
Impulsores Hydrofoil	0.55-0.73
Impulsor de aspa curvada	0.3
Impulsor de aspa plana	0.7
Rushton	0.72
Smith	0.76

Tabla. 1.3 Número de bombeo para distintos agitadores.

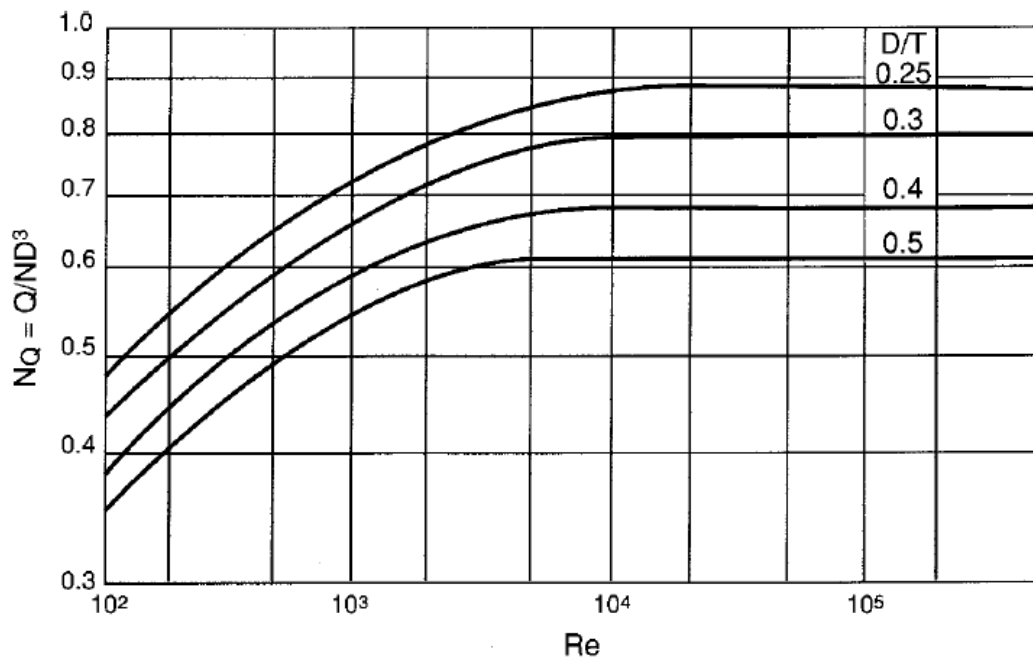


Fig. 1.15 Número de bombeo contra número de Reynolds

El bombeo de un impulsor cambia con su geometría por ejemplo, el bombeo depende del número de aspas y ancho de las mismas aunque, desafortunadamente, no existe información disponible por parte de los vendedores. Otra variable que tiene un efecto importante sobre la capacidad de bombeo de un impulsor es el nivel de líquido.

### 1.4.3.2 Potencia y número de potencia

La potencia consumida por un impulsor puede ser obtenida al multiplicar el bombeo Q y la altura del nivel de líquido sobre esta H o sea:

$$P = \frac{N_p \rho N^3 D^5}{g_c} \quad (1-13)$$

Donde  $N_p$  es el número de potencia el cual, depende del tipo de impulsor y número de Reynolds del impulsor.

Desde otro punto de vista la potencia consumida por el impulsor es igual a su fuerza de arrastre multiplicada por la velocidad del impulsor de tal forma:

$$P = FV \quad (1-14)$$

Para la fuerza de arrastre en un régimen turbulento se tiene

$$F = 0.5 C_d \rho V^2 A_p \quad (1-15)$$

Donde  $C_d$  es el coeficiente de arrastre,  $\rho$  es la densidad del fluido alrededor del impulsor y  $A_p$  es el área proyectada del aspa del impulsor.

Sustituyendo 1-15 en 1-16

$$P = 0.5 C_d \rho V^3 A_p \quad (1-16)$$

Dado que todas las velocidades en un tanque de mezclado son proporcionales a la velocidad pico y el área proyectada es proporcional al cuadrado de D, la potencia puede ser representada por:

$$P \propto C_d \rho N^3 D^5 \quad (1-17)$$

Comparando la ecuación (1-13) y (1-17) con el número de potencia  $N_p$  puede ser considerado similar al coeficiente de arrastre, bajo un régimen turbulento es una función de la geometría e independiente del número de Reynolds,  $N_p$  también es constante a altos Re para un determinado tipo de impulsor

El número de potencia  $N_p$  también es función del espesor de aspa, número de aspas, relación D/T, configuración de baffles y elevación del impulsor. En la fig 1.16 se muestra la relación entre  $N_p$  y Re para 7 impulsores. Es importante observar que para  $Re < 100$  se tiene flujo laminar y la calidad del mezclado resulta pobre. Bajo tales condiciones impulsores para flujo laminar son recomendadas.

De la gráfica mostrada se tiene un régimen laminar para números de Reynolds < 10, transicional entre 10-10,000 y turbulento para mayor a 10,000

- $N_p$  es directamente proporcional al inverso de  $Re$  en un régimen laminar y la potencia depende grandemente de la viscosidad.
- $N_p$  es constante en un régimen turbulento ( $Re > 10,000$ ) y es independiente de la viscosidad del líquido.
- $N_p$  cambia ligeramente en flujo transicional ( $10 < Re < 10,000$ )
- $N_p$  para impulsores de turbina varían con el espesor de las aspas según:

Impulsor tipo Rushton 6 aspas

$$N_p \propto \left(\frac{W}{D}\right)^{1.45} \quad (1-18)$$

Impulsor de 4 aspas inclinadas a 45°

$$N_p \propto \left(\frac{W}{D}\right)^{0.65} \quad (1-19)$$

La funcionalidad con el número de aspas esta dado por:

Tres a seis aspas:

$$N_p \propto \left(\frac{n}{D}\right)^{0.8} \quad (1-20)$$

Seis a doce aspas:

$$N_p \propto \left(\frac{n}{D}\right)^{0.7} \quad (1-21)$$

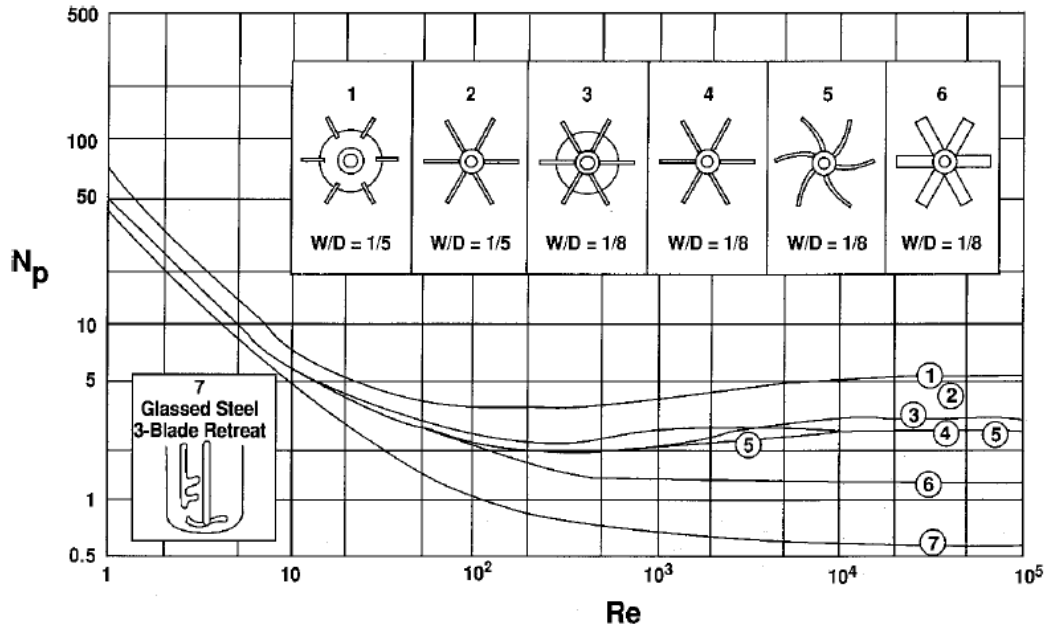


Fig. 1.16 Número de potencia contra número de Reynolds para distintos agitadores.

El tamaño de un impulsor tiene un efecto pequeño en el número de potencia ( $D/T = 0.33$  a  $0.5$ ) cuando desviadores son utilizados.

El número de desviadores ( $N_b$ ) y su espesor ( $B$ ) tienen un efecto significativo sobre  $N_p$ , al momento en el que  $N_b B$  se incrementa,  $N_p$  aumenta a magnitudes fuera de valores convencionales cuando se tienen 4 desviadores con dimensiones de  $T/10$ , a altos valores de  $N_b B$  el número de potencia es constante a un nivel el cual depende de  $D/T$  fig. 1.17.

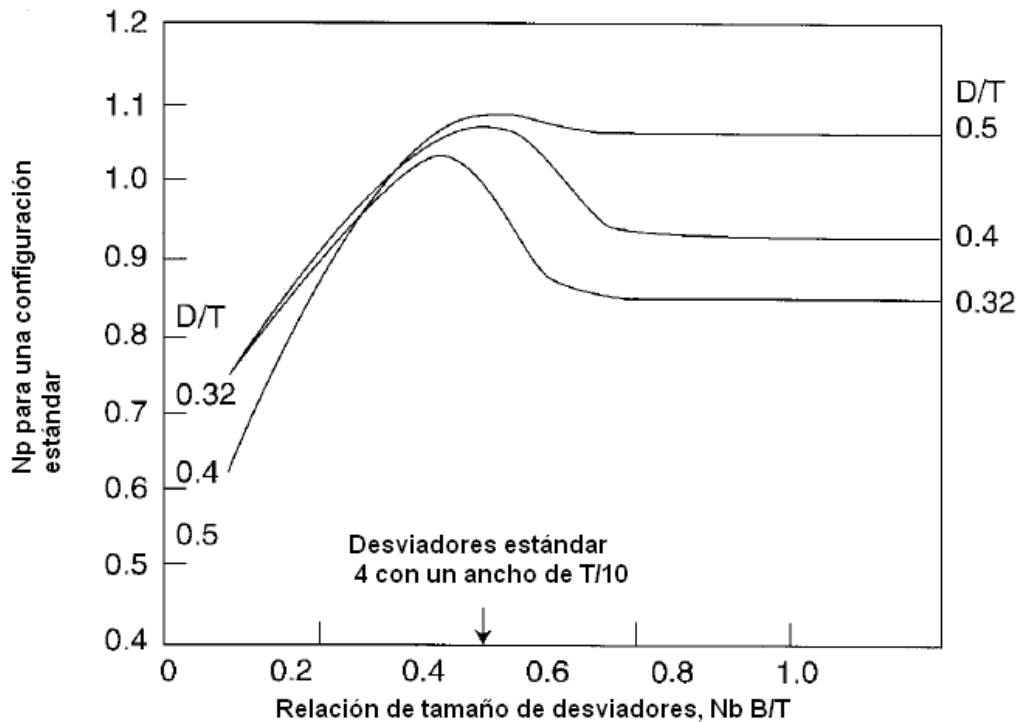


Fig.1.17 Efecto del uso de desviadores y  $D/T$  sobre el número de potencia



El efecto de la elevación el impulsor C fig. 1.19 sobre el número de potencia es pequeño para ciertos tipos de impulsores especialmente las de flujo radial fig. 1.18.

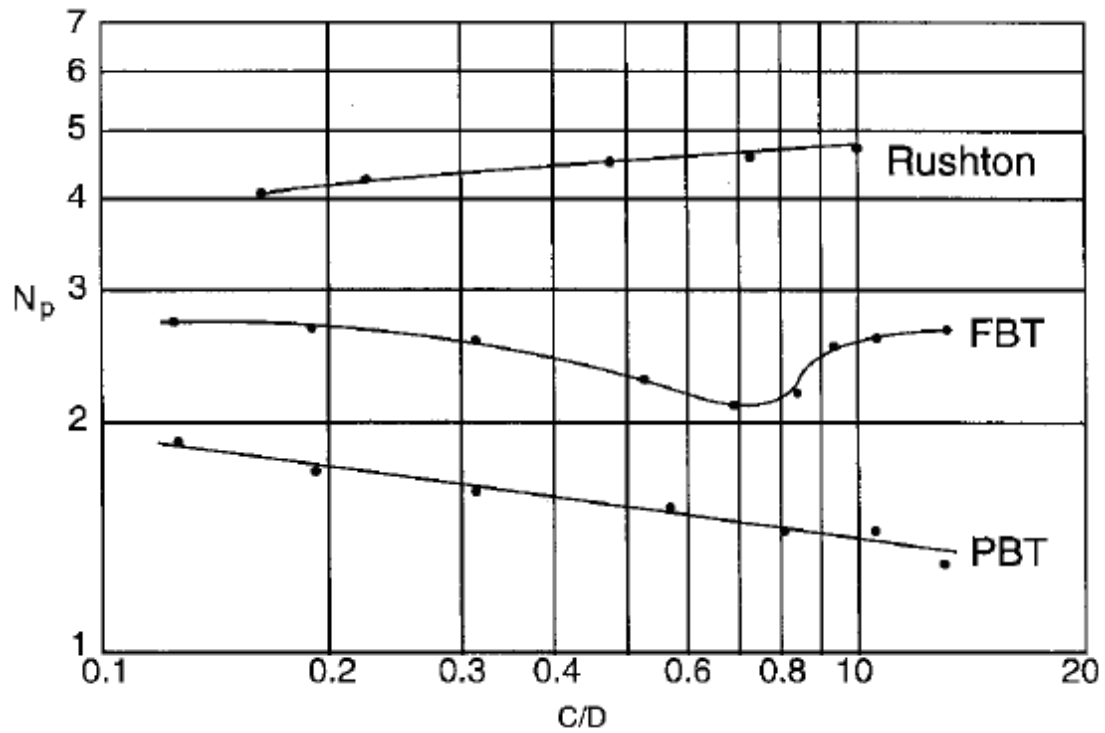


Fig.1.18 Efecto del número de potencia con la distancia del agitador y la base del contenedor.

Para el caso de impulsores PBT se tiene que el número de potencia se relaciona con C por:

$$Np \propto \left(\frac{C}{D}\right)^{-0.25} \quad (1-22)$$

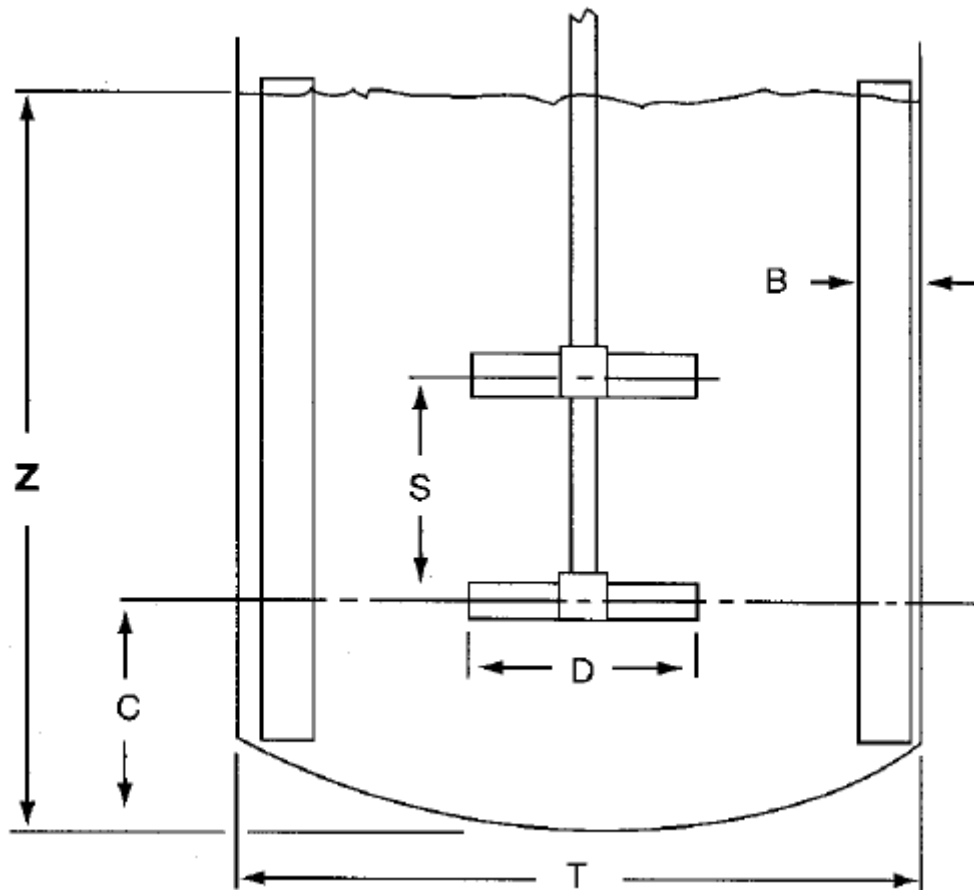


Fig.1.19 Dos mezcladores presentes en un tanque.

#### 1.4.4. Patrones de flujo

El proceso de mezclado está altamente influenciado por el patrón de flujo generado por los impulsores. Para los impulsores de flujo tipo axial, el patrón de flujo generado está presente a lo largo de todo el volumen del tanque como se muestra en la fig. 1.20 (b) y (c). Para el caso de los impulsores de aspas inclinadas tipo (PBT) se presenta un buen balance entre la capacidad de bombeo y corte por lo que, se considerado una buena opción como impulsor de uso general. Los impulsores tipo hydrofoils producen un bombeo similar pero con esfuerzo menor así como y menor turbulencia que la obtenida con los impulsores tipo PBT.

Impulsores de flujo tipo radial producen ciclos de circulación uno por debajo y otro por arriba del impulsor fig.1.20 (a). Existe mezclado entre los 2 ciclos aunque menos intensamente que dentro de cada uno de estos. Dependiendo de los requerimientos del proceso el impulsor adecuado debe seleccionarse dependiendo del patrón de flujo requerido.

El patrón de flujo para un tipo de impulsor determinado, depende de variables como el diámetro del impulsor, la viscosidad del líquido así como el uso de uno o varios impulsores.

En el caso de presencia de sólidos, resulta importante proveer al fondo del tanque con una velocidad de flujo adecuada de tal forma que se tenga una acción de barrido efectiva. Los Impulsores tipo Hydrofoils presentan un buen desempeño en este sentido sin embargo, si los sólidos tienden a ser pegajosos y adherirse a las aspas, la efectividad de este tipo de impulsores tiende a disminuir, este inconveniente reduce su capacidad como impulsor multipropósito.

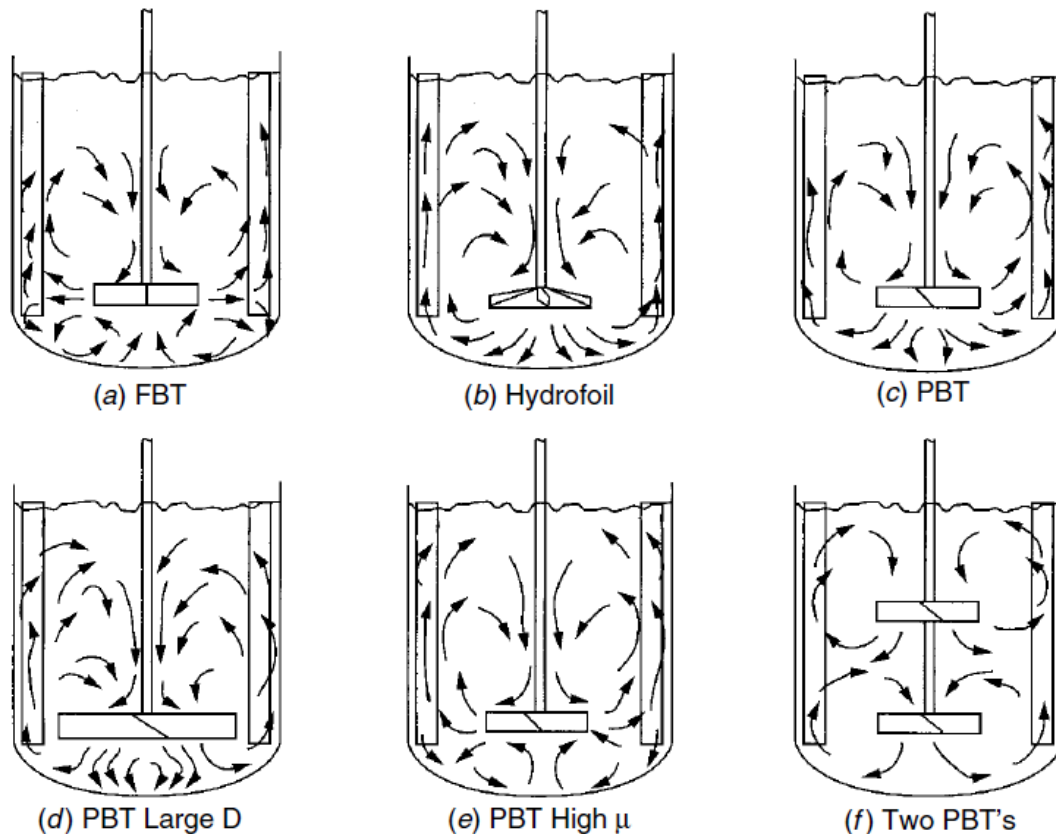


Fig.1.20 Patrones de flujo para distintos mezcladores, diámetros y viscosidades.

Variaciones en los patrones de flujo con impulsores axiales puede ser logrado al cambiar la posición de este o utilizando desviadores; por ejemplo; impulsores de flujo axial provocan flujo radial cuando son colocados cerca del fondo del tanque. Para el caso de suspensión de sólidos, el tanque no incluye desviadores en la mitad superior del mismo con el fin de crear un vórtice controlado que mueva los sólidos hacia abajo.

#### 1.4.5. Corte.

Donde sea que exista un movimiento de líquido existen fuerzas de corte las cuales están relacionadas con el patrón de velocidades. Dentro de un tanque con agitación mediante un impulsor, las fuerzas de corte presentes, son las responsables de que exista intermezclado, dispersión de burbujas y rompimiento y alargamiento de burbujas de líquido presentes. El esfuerzo de corte es una compleja función definida por gradientes de velocidad, caídas de presión en el impulsor, nivel de turbulencia y viscosidad. Para el caso de los gradientes de velocidad, estos representan las diferencias de velocidad entre

porciones adyacentes de material. Mediante la medición promedio de velocidades cercanas al aspa del impulsor, gradientes de velocidad y corte puede ser obtenidos calculando una simple pendiente.

La razón de corte, con unidades de s<sup>-1</sup> puede ser visto como constante en el tiempo. Si un proceso tiene una razón de corte de 1000 s<sup>-1</sup> los eventos en el fluido ocurren en el orden de 1ms, tales cortes son generados en la vecindad inmediata de los impulsores sin embargo el volumen de esta región es relativamente pequeña y por lo tanto, una pequeña cantidad de material está expuesto a esta razón de corte. Las condiciones en un vórtice son similares, con una alta razón de corte pero pequeña cantidad de masa (el proceso total de mezclado está definido por la combinación de razón de corte y volumen)

La razón de corte en el fluido [13] para un impulsor de disco en un fluido newtoniano es proporcional a la velocidad del impulsor o sea:

$$\gamma = K_c N \quad (1-23)$$

Donde la constante de proporcionalidad  $K_c$  decremente rápidamente a partir del extremo del aspa del impulsor. La validez de la ecuación (1-23) ha sido establecida para flujo laminar, transicional y parte de turbulento. Esta ecuación no es aplicable en fluidos no newtonianos. Para este tipo de fluidos, razones de corte están altamente localizados alrededor del aspa del impulsor con el resto del fluido del tanque estancado. Esta relación tampoco aplica para fluidos altamente turbulentos.

Como se mencionó anteriormente, la razón de corte depende de la región (en el tanque) de mezclado de tal forma que:

1. La máxima razón de corte en el aspa del impulsor es

$$\gamma \approx 2000N \quad (1-24)$$

2. La máxima razón de corte en el fluido tiene 2 interpretaciones

$$\gamma \approx 150N \quad (1-25)$$

$$\gamma \propto TIP\_SPEED(= \pi ND) \quad (1-26)$$

3. Razón de corte promedio en la región del impulsor es:

$$\gamma \approx KN \quad (1-27)$$

4. Razón de corte promedio en todo el tanque es del orden de una magnitud menor que en el inciso 3
5. Razón mínima de corte es alrededor de 25% del inciso 4 y está presente cerca de la superficie del líquido.

Entender la magnitud y localización del corte en un tanque agitado tiene implicaciones significantes por ejemplo si la potencia de un jet de alimentación es substancial las

boquillas deben estar en las regiones de menor corte. Si por el contrario los jets tienen poca potencia, localizarlas en zonas muertas no tendría gran ventaja.

#### **1.4.6. Espacio libre.**

El espaciamiento entre el fondo del tanque y el impulsor así como, la distancia entre múltiples impulsores, tienen un impacto significativo sobre el número de potencia, patrón de flujo y resultado final del proceso de mezclado. Si el impulsor está colocado muy cerca del fondo del tanque, un impulsor de flujo axial proveerá un flujo radial reduciendo con esto el movimiento y corte en el fluido. En el caso de suspensión de sólidos, esta condición puede ser benéfica al mantener el fondo del tanque limpio de sólidos aunque con el costo de reducir la homogeneidad en el volumen.

En tanques de agitación altos, se utilizan múltiples impulsores con el fin de mejorar la circulación, reducir la distribución de corte así como, la disipación de energía; generalmente estos impulsores son espaciados una distancia igual a un diámetro del impulsor; sin embargo, para evitar la formación de salpicaduras o vórtices, el impulsor superior no debe estar localizado cerca de la superficie del líquido. Un vórtice profundo puede causar la entrada de aire o vapor en la fase líquida. En el caso de que el espaciamiento entre impulsores sea menor a  $D$  altos cortes son generados entre estos.

Una adecuada columna de líquido o inmersión mínima es necesaria para evitar excesiva vorticidad así como, entrada de gas o vapor a nuestro fluido. La inmersión mínima requerida depende del tipo de impulsor, dirección de bombeo y espesor del desviador.

### **1.5. Mezclado de sistemas sólido-líquido.**

#### **1.5.1 Mezclado sistemas sólido-líquido.**

Como se mencionó anteriormente, la función del mezclado en un sistema líquido-sólido, es:

- Obtener la suspensión de sólidos.
- Lograr la resuspensión de sólidos asentados.
- Incorporación de los sólidos flotantes.
- Dispersión de los sólidos agregados.

La eficacia para lograr este objetivo depende de distintos parámetros como:

1. Geometría del contenedor y sus accesorios internos.
  - Altura del contenedor.
  - Diámetro del contenedor.
  - Tipo de fondo del contenedor (plano o tipo plato)
  - Tipo de impulsor.
  - Diámetro del impulsor.
  - Distancia de impulsor desde la base (espacio libre).
  - Velocidad del impulsor.
  - Presencia de desviadores.

2. Velocidad del fluido.

Una partícula densa y sólida puesta en un líquido en reposo, acelerará hasta un estado estacionario de velocidad de asentamiento el cual, es a menudo llamada velocidad libre o velocidad de asentamiento; la cual, se define mediante un balance de fuerzas entre la flotabilidad de la partícula y la fuerza de gravedad que actúa sobre su masa. Para el caso de un sistema líquido-sólido en estado de agitación y bajo un campo turbulento de velocidades, resulta difícil definir o medir la velocidad de asentamiento de la partícula sin embargo, la velocidad de asentamiento en un tanque agitado es una función de la velocidad libre de asentamiento y es siempre menor que esta.

La magnitud de la velocidad libre de asentamiento ha probado ser de gran ayuda en la caracterización de problemas de suspensión de sólidos.

Correlaciones para la velocidad libre de asentamiento han sido derivadas para partículas esféricas [7] fig.1.22 de tal forma:

$$V_t = \left( \frac{4g_c d_p (\rho_s - \rho_l)}{3C_d \rho_l} \right)^{\frac{1}{2}} \tag{1-28}$$

Donde  $g_c$  es la constante gravitacional y  $C_d$  es el coeficiente de arrastre el cual, es una función del número de partícula de Reynolds y su forma:

$$R_{ep} = \frac{\rho_l V_t d_p}{\mu} \tag{1-29}$$

Donde el valor de  $C_d$  se determina en función del régimen en el cual se encuentra nuestro fluido tabla 1.4 y fig. 1.21

Régimen	Número de Reynolds	$C_d$	$V_t$
Ley de Stokes	$Re_p < 0.3$	$\frac{24}{Re_p}$	$\frac{g_c d_p^2 (\rho_s - \rho_l)}{18\pi}$
Ley intermedia	$0.3 < Re_p < 1000$	$\frac{18.5}{Re_p^{\frac{3}{5}}}$	$0.2685 \sqrt{\frac{g_c d_p (\rho_s - \rho_l) R_{ep}^{\frac{3}{5}}}{\rho_l}}$
Ley de Newton (turbulento)	$1000 < Re_p < 35 \times 10^4$	0.445	$1.73 \sqrt{\frac{g_c d_p (\rho_s - \rho_l)}{\rho_l}}$

Tabla. 1.4 Velocidad de arrastre para distintos números de Reynolds.

Donde:

$C_d$ =Coeficiente de arrastre

$d_p$ = Diámetro de partícula

$g_c$ =Constante gravitacional.

$\mu$ =Viscosidad.

$\rho_l$ =Densidad de líquido

$\rho_s$ =Densidad de sólido.

$Re_p$ =Número de Reynolds de la partícula.

$V_t$ =Velocidad de arrastre.

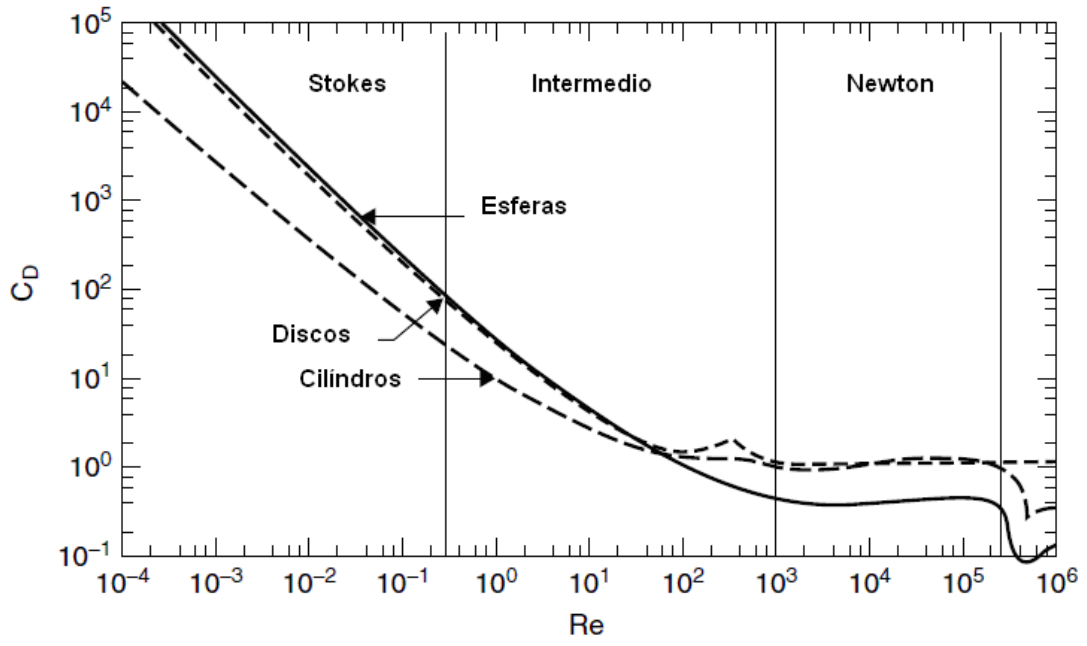


Fig.1.21 Variación de  $C_D$  con respecto al número de Reynolds.

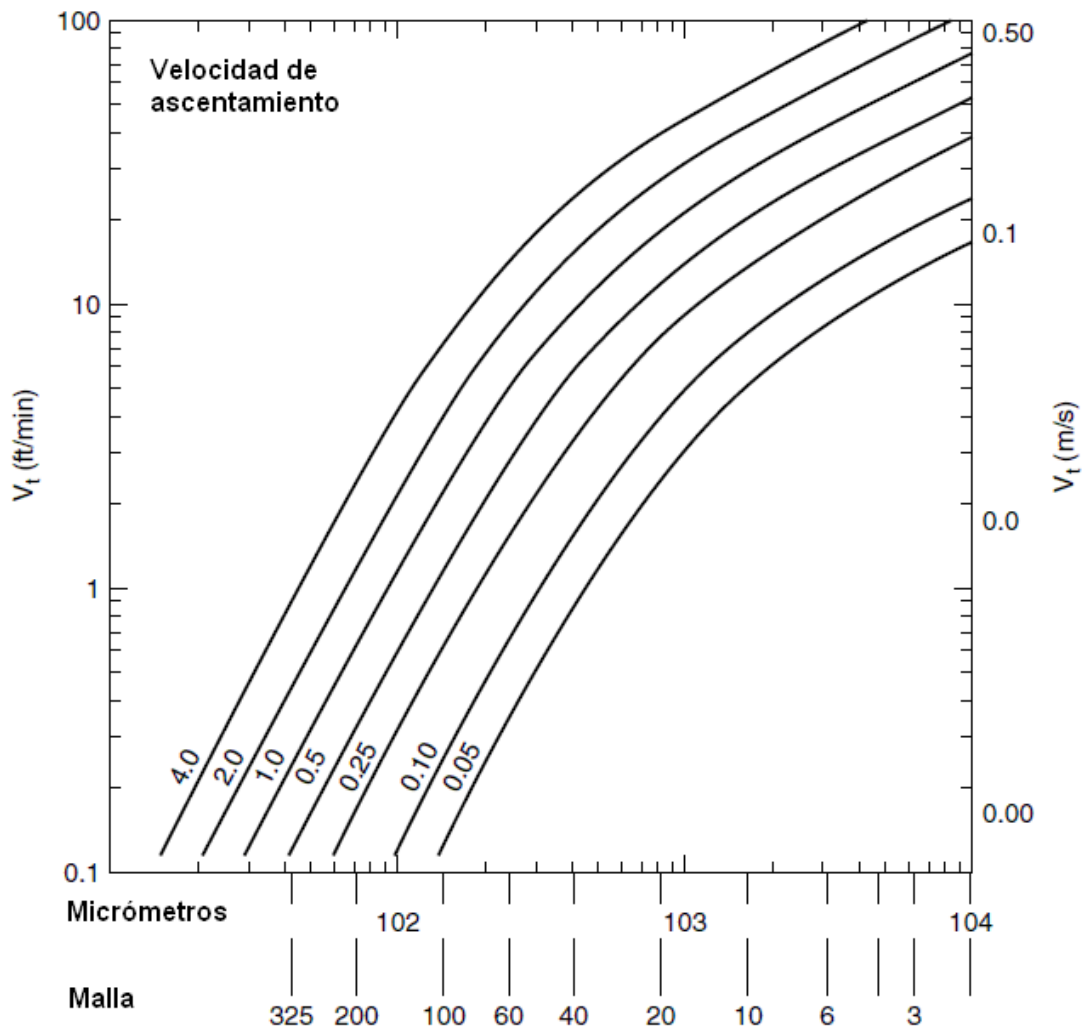


Fig.1.22 Velocidad de arrastre en función del diámetro de partícula.



En el caso de tener un fluido no-newtoniano que sigue el modelo plástico de ley de potencias se tiene la correlación de Chien [8] válida para flujos con  $Rep < 100$ :

$$Vt = 0.0075 \left( \frac{\mu_a}{\rho_l d_p} \right) \left[ \frac{\sqrt{36800 d_p \left( \frac{\rho_s - \rho_l}{\rho_s} \right) + 1} - 1}{\sqrt{\left( \frac{\mu_a}{\rho_l d_p} \right)^2 \left( \frac{\rho_s - \rho_l}{\rho_s} \right) + 1} - 1} \right] \quad (1-30)$$

Siendo la viscosidad aparente:

$$\mu_a = \mu_p + 5 \frac{\tau_y d_s}{v_a} \quad (1-31)$$

En el caso de un lodo base agua Chien [8] recomienda usar la viscosidad plástica como aparente.

$$\mu_a = \mu_p = R_{600} - R_{300} \quad (1-32)$$

Donde:

$d_p$ =Diámetro partícula [in]  
 $\rho$ =Densidad [lb/gal]  
 $\mu_a$ =Viscosidad aparente[cp]  
 $\mu_p$ =Viscosidad plástica[cp]

En el caso de utilizar unidades del Sistema Internacional se tiene:

$$vt = 2.46 \times 10^{-6} \left( \frac{\mu_a}{\rho_l d_p} \right) \left[ \frac{\sqrt{8.65 \times 10^9 d_p \left( \frac{\rho_s - \rho_l}{\rho_s} \right) + 1} - 1}{\sqrt{\left( \frac{\mu_a}{\rho_l d_p} \right)^2 \left( \frac{\rho_s - \rho_l}{\rho_s} \right) + 1} - 1} \right] \quad (1-30a)$$

### 3. Tamaño de partícula y su distribución

Partículas sólidas encontradas industrialmente, presentan una distribución de tamaños, cuanto mayor sea su diámetro, mayor será su tendencia a asentarse de forma más rápida que aquellas de menores. Estudios muestran [9] que para una distribución de tamaños en partículas sólidas, el apropiado diámetro de partícula a considerar en las expresiones antes mencionadas será el diámetro promedio el cual es calculado de acuerdo con la expresión:

$$(d_p)_{43} = \frac{\sum_{i=1}^N n_i d_i^4}{\sum_{i=1}^N n_i d_i^3} \quad (1-33)$$

Donde  $d_i$  es el valor promedio de diámetro de partículas.  
 $n_i$  es calculado según:

$$n_i = \frac{\text{masa de sólidos en i-ésimo tamaño}}{\text{masa de partícula de diámetro } d_i} \quad (1-34)$$

En la práctica es usual que se tome la partícula de mayor tamaño con el fin de obtener los resultados deseados.

### 4. Forma de partícula y orientación al fluido.

La forma de la partícula así como, su orientación con respecto al flujo, afecta la velocidad de asentamiento de estas partículas. La forma de la partícula es a menudo cuantificada por la esfericidad que es la razón del área de la superficie de una partícula esférica con respecto a la superficie de una partícula no esférica del mismo volumen [10]. Para partículas con esfericidad de entre 0.7-1 es suficiente el diámetro de partícula  $d_p$  considerando únicamente el diámetro de una partícula esférica del mismo volumen. Para valores de esfericidad menores a 0.7 resulta un poco complicado obtener la velocidad de asentamiento dado que la orientación del fluido es función del número de Reynolds.

#### 1.5.2 Diseño de tanques de mezclado.

La compañía Schlumberger [11] diseña sus tanques de mezclado y succión en base a un procedimiento desarrollado por la compañía Brandt el cual, está basado en un término denominado razón de rotación (TOR turnover rate) que es el tiempo requerido en segundos para que todo el fluido en el tanque se mueva a través de las aspas del agitador:

$$TOR = 60 \frac{V_m}{D} \quad (1-35)$$

Donde

$V_m$  = Volumen del tanque en galones.

$D$  = Desplazamiento del agitador en gal/min

La geometría recomendada es cuadrada o sea, un tanque con base de 10x30m debe ser dividida en 3 partes o sea 3 secciones de 10x10.

El TOR recomendado según la aplicación está dada por:

	<b>Tipo de Tanque</b>			
	<b>Agitación</b>	<b>Succión</b>	<b>Reserva</b>	<b>Pill</b>
TOR Recomendado	50-75	65-85	50-80	40-65

Tabla 1.5 valores recomendados de TOR según operación a realizar.

Con esta información los pasos recomendados para diseñar un tanque son:

- 1.- Calcular el volumen del tanque (gal)

$$V_t = L \times W \times H$$

- 2.- De la tabla 1.5 determinar el TOR requerido.

- 3.- Calcular el desplazamiento requerido según el desplazamiento D en (gpm)

$$D = \frac{60V_t}{TOR} \quad (1-36)$$

- 4.- Elegir de la tabla 1.6 el desplazamiento del impulsor mas cerca al valor calculado en el paso 3. Usar la figura 1.23 o 1.24, entrar a la tabla con el diámetro del impulsor y seguir la horizontal hasta que intersecte la curva de peso de lodo, leer el peso de lodo recomendado.

- 5.- Localizar el diámetro del impulsor correspondiente al desplazamiento del impulsor de la tabla 1.8. Usando la figura 1.23 o 1.24 entrar a la carta con el diámetro del impulsor y seguir la horizontal hasta que esta intersecte la curva. Obtener con esto el valor de potencia.

- 6.- Determinar la longitud recomendada de flecha de la tabla 3

- 7.- Para el caso de impulsores de alabes inclinados, estos deben estar ubicados de tal forma que la distancia entre el fondo del tanque y el impulsor sea 0.75 veces el diámetro del impulsor. Para el caso de alabes rectos, deben ser localizados a 6 in por encima del fondo del tanque.

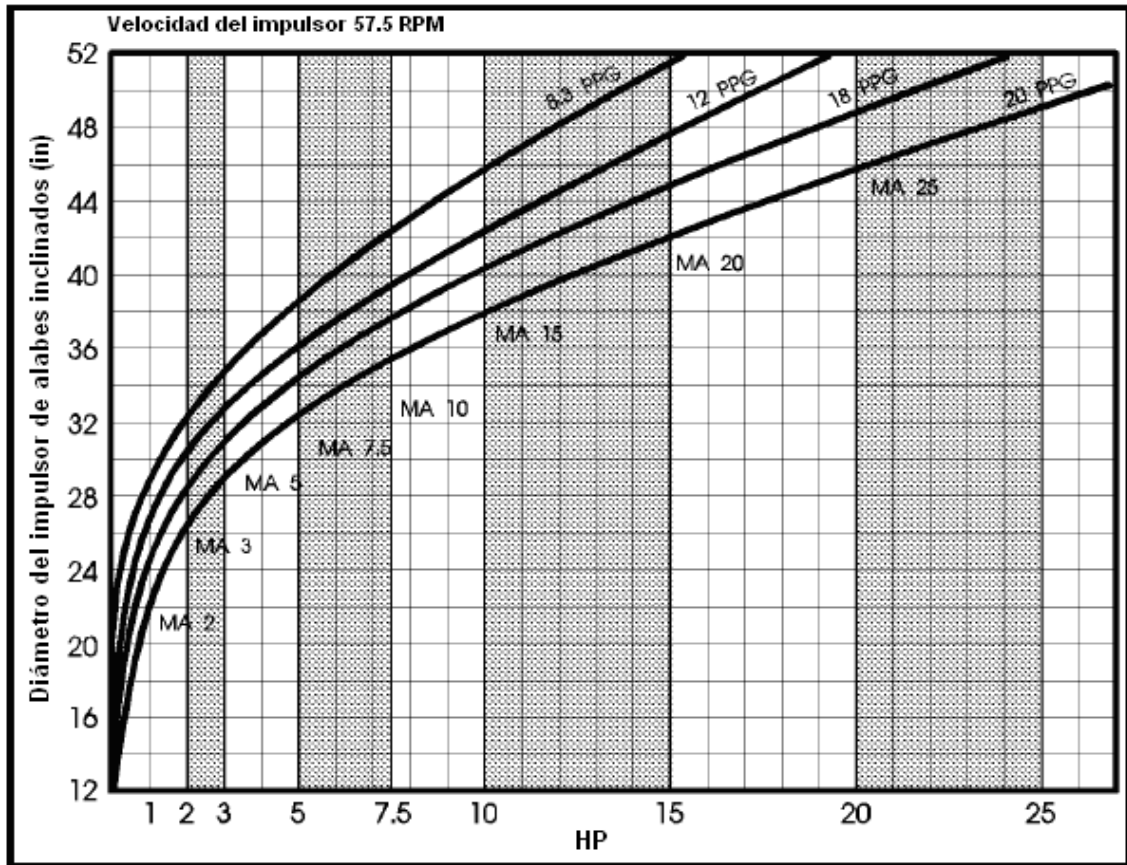


Fig. 1.23 Requerimientos de potencia para un mezclador de hélices inclinadas.

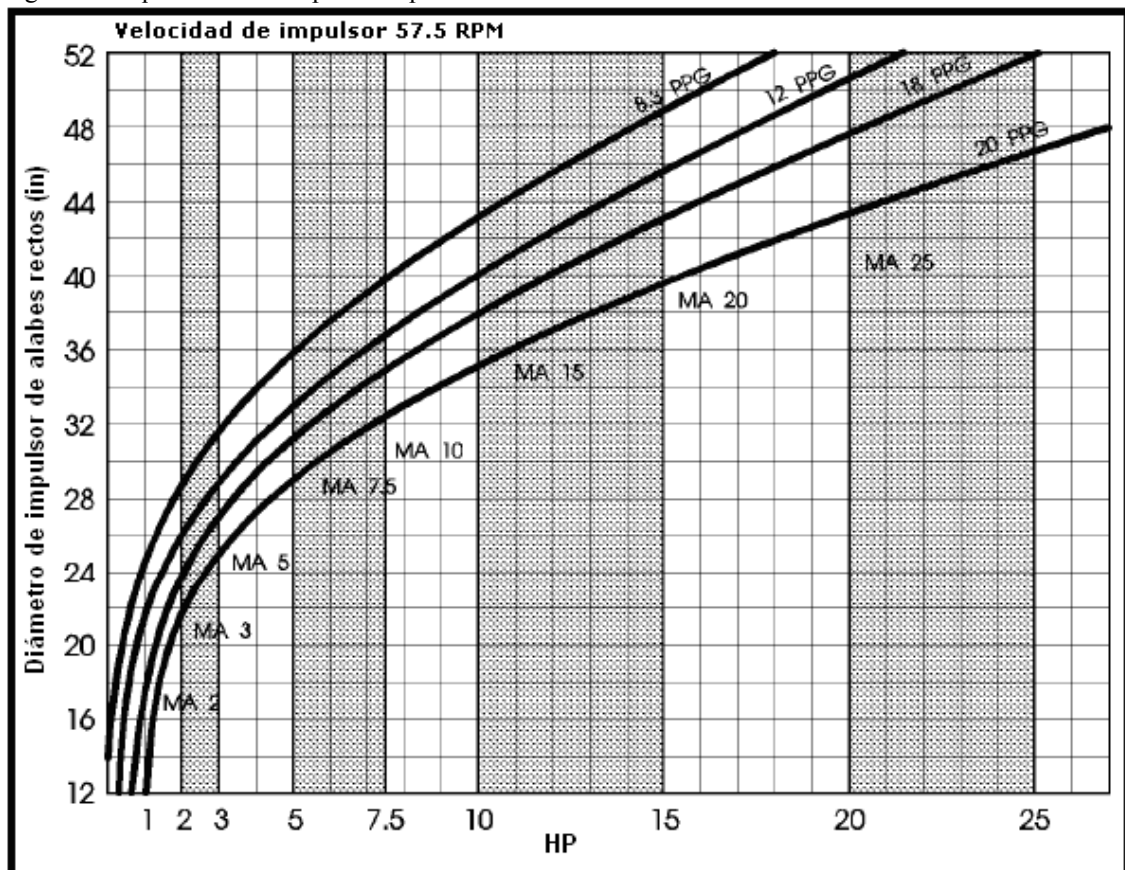


Fig. 1.24 Requerimientos de potencia para un mezclador de hélices verticales.

Diámetro (in)	Peso (lbs)	Desplazamiento del impulsor GPM (60 Hz)		Desplazamiento del impulsor GPM (50 Hz)	
		Aspa inclinada	Aspa recta	Aspa inclinada	Aspa recta
12	11	213	246	177	205
16	15	484	560	404	467
20	19	909	1051	760	877
24	21	1645	1941	1373	1620
28	38	2468	2839	2060	2370
32	50	3764	4365	3142	3644
36	61	5402	6273	4510	5237
40	74	7284	8411	6081	7023
44	101	9928	11300	8288	9435
48	118	12512	14401	10445	12024
52	126	16100	18630	13440	15552

Tabla 1.6 Desplazamientos generados por el mezclador.

Modelo	HP	Eje Diá (in)	Diámetro mínimo Impulsor (in)	Peso		Longitud de flecha (in)	
				Flecha (lb/ft)	Agitador (lbs)	Libre	Fijo
MA1*	1.0	1-1/2	12	6.0	200	9	9
MA2*	2.0	1-1/2	20	6.0	310	9	9
MA3*	3.0	1-3/4	24	8.2	406	10	10
MA5	5.0	2-3/8	28	15.1	580	11-1/2	10
MA7.5	7.5	2-3/8	32	15.1	1200	22-1/2	12
MA10	10.0	3	32	24.0	1224	22-1/2	12
MA15	15.0	3	36	24.0	1830	26-5/8	13-1/8
MA20	20.0	3-1/4	40	28.1	1898	27	13-1/2
MA25	25.0	3-1/2	40	32.7	3130	33	13-1/2

Tabla 1.7 Especificaciones para mezcladores mecánicos.

**Nomenclatura.**

$A_p$  = Área proyectada [ $m^2, ft^2$ ]

$B$  = Espesor de desviadores [ $m, ft$ ]

$C_d$  = Coeficiente de arrastre

$d_i$  = Diámetro de partículas en el i-enésimo tamaño [ $m, in$ ]

$d_p$  = Diámetro de partícula [ $m, in$ ]

$D$  = Diámetro [ $m, in$ ]

$F$  = Fuerza [ $N, lb_f$ ]

$g_c$  = Constante gravitacional

$H$  = Velocidad en cabeza [ $1/s$ ]

$K$  = Energía cinética turbulenta por unidad de masa [ $m^2/s^2$ ]

$K_c$  = Constante de proporcionalidad

$n$  = Número de aspas del impulsor

$n_i$  = Número de partículas en el i-enésimo tamaño

$N$  = Velocidad de rotación del impulsor [ $rpm, 1/s$ ]

$N_p$  = Número de potencia

$N_Q$  = Número de bombeo del impulsor

$P$  = Potencia [ $watt, hp$ ]

$Q$  = Capacidad de bombeo del impulsor

$R$  = Número de Reynolds

$R_{ep}$  = Número de Reynolds de la partícula

$R_{300}$  = Lectura viscosímetro a 300 rpm

$R_{600}$  = Lectura viscosímetro a 600 rpm

$t$  = Tiempo [ $s$ ]

$t_0$  = Tiempo inicial [ $s$ ]

$T$  = Diámetro de tanque [ $m, ft$ ]

$T_p$  = Periodo promediado [ $s$ ]

$\bar{U}$  = Media temporal de la función turbulenta [ $m/s$ ]

$V$  = Velocidad [ $m/s$ ]

$V_m$  = Volumen [ $m^3, ft^3$ ]

$W$  = Ancho de aspa [ $m, in$ ]

$x$  = Distancia en dirección x [ $m, ft$ ]

$y$  = Distancia en dirección y [ $m, ft$ ]

$z$  = Distancia en dirección z [ $m, ft$ ]

$u$  = Componente velocidad [ $m/s, ft/s$ ]

$v$  = Componente velocidad [ $m/s, ft/s$ ]

$w$  = Componente velocidad [ $m/s, ft/s$ ]

Símbolos griegos.

$\varepsilon$  = Razón de disipación de energía cinética turbulenta por unidad de masa [ $m^2/s^3$ ]

$\gamma$  = Razón de corte

$\mu$  = Viscosidad [cp, pas.s]

$\mu_a$  = Viscosidad [cp, pas.s]

$\mu_p$  = Viscosidad [cp, pas.s]

$\rho$  = Densidad [ $kg/m^3$ ,  $lb/gal$ ]

$\rho_l$  = Densidad de líquido [ $kg/m^3$ ,  $lb/gal$ ]

$\rho_s$  = Densidad de sólido [ $kg/m^3$ ,  $lb/gal$ ]

$\tau_y$  = Punto de cedencia

# Capítulo 2

## 2.1 Ecuaciones de la conservación.

Considerando un pequeño elemento de volumen de control por ejemplo el de un fluido, dos cambios en el elemento son posibles el primero, el fluido se trasladara y posiblemente rotará en el espacio y el segundo éste será deformado o alargado a lo largo de uno o más ejes coordenados. El proceso de traslación es referido como una convección mientras que el de distorsión esta relacionado con gradientes de campos de velocidad dando a este proceso difusión. Estos 2 procesos, convección y difusión, gobiernan la evolución de un fluido de un estado a otro. Otros fenómenos pueden contribuir a la forma en que cambia con el tiempo por ejemplo, el calor puede provocar que una fase gaseosa se expanda o reacciones químicas presentes cambien la viscosidad del fluido. Todos estos procesos presentes en el cambio de estado de un fluido pueden ser descritos mediante ecuaciones de transporte. Estas ecuaciones siguen, a lo largo del tiempo, cambios en el fluido que resultan de la convección, difusión así como fuentes o sumideros, estas ecuaciones están acopladas lo que significa que el cambio en una variable por ejemplo temperatura, genera cambio en otra variable como la presión. A continuación se describirán cada una de ellas.

### 2.1.1 Ecuación de la continuidad.

Esta ecuación establece la conservación de la masa, para entender su origen, consideraremos el flujo de un fluido de densidad a través de las caras de un bloque rectangular como el mostrado en la fig. 2.1.

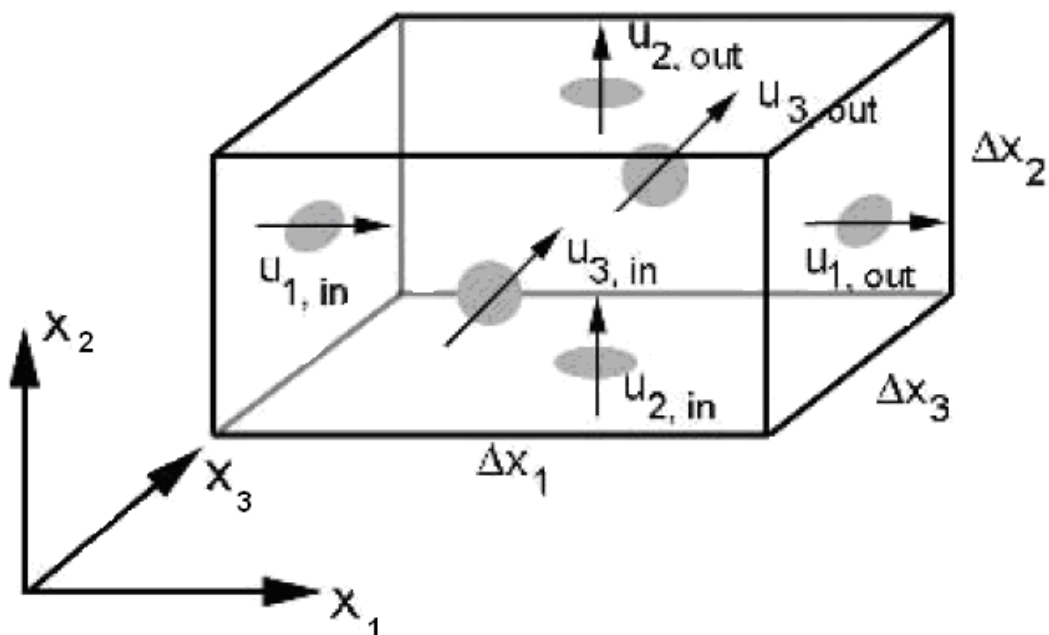


Fig. 2.1 Flujo de masa a través de un volumen de control.



Las dimensiones del bloque son  $\Delta x_1$ ,  $\Delta x_2$ ,  $\Delta x_3$ , y velocidad con componentes  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$ , para asegurar la conservación de la masa la suma de masa fluyendo a través de las seis caras del bloque tienen que ser cero:

$$\begin{aligned} &\rho(U_{1,\text{out}} - U_{1,\text{in}})(\Delta x_2 \Delta x_3) + \rho(U_{2,\text{out}} - U_{2,\text{in}})(\Delta x_1 \Delta x_3) \\ &+ \rho(U_{3,\text{out}} - U_{3,\text{in}})(\Delta x_1 \Delta x_2) = 0 \end{aligned} \quad (2-1)$$

Dividiendo (2.1) entre  $\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3$  podemos reescribir:

$$\rho \frac{\Delta U_1}{\Delta x_1} + \rho \frac{\Delta U_2}{\Delta x_2} + \rho \frac{\Delta U_3}{\Delta x_3} = 0 \quad (2-2)$$

O en forma diferencial:

$$\rho \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \rho \frac{\partial U_2}{\partial x_2} + \rho \frac{\partial U_3}{\partial x_3} = 0 \quad (2-3)$$

Usando la notación de Einstein:

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2-4)$$

Para el caso en donde la densidad varía con respecto al tiempo y al espacio se tiene:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i) = 0 \quad (2-5)$$

### 2.1.2 Conservación del momento

Esta ecuación establece la conservación de la cantidad de momento en cada uno de las tres componentes del sistema coordenado. Las 3 ecuaciones de momento son llamadas las ecuaciones de Navier Stokes.

$$\frac{\partial(\rho U_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_i U_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] + \rho g_i + F_i \quad (2-6)$$

En esta ecuación los términos convectivos están presentes a la izquierda de la ecuación (2.6), del lado derecho están presentes los términos de gradiente de presión, divergencia del tensor de esfuerzos el cual, es responsable de la difusión del momento, fuerzas gravitacionales y generales.

### 2.1.3 Turbulencia.

A partir de lo ya expuesto en el capítulo 1 se tiene que la ecuación de Navier- Stokes que incluye los efectos turbulentos esta dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho U_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_i U_j) = & -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j}(-\overline{\rho u'_i u'_j}) + \rho g_i + F_i \end{aligned} \quad (2-7)$$

Donde los nuevos términos agregados  $\overline{u_i u_j}$  son los esfuerzos de Reynolds.

## 2.2 Métodos numéricos

Las ecuaciones diferenciales antes escritas, describen el movimiento continuo de un fluido en espacio y tiempo. Para resolver estas ecuaciones de forma numérica es necesario que todos los aspectos del proceso estén discretizados o cambiados de una formulación continua a una discontinua por ejemplo, la región donde el fluido fluye tiene que ser descrito por una serie de volúmenes de control conectados o también conocido como celdas computacionales. Avances en el tiempo y espacio tienen que ser descritos por pequeños y finitos pasos en lugar de pasos infinitesimales que son muy comunes en el estudio de cálculo. Todos estos pasos son llamados discretización.

Para romper el dominio dentro de un grupo de subdominios o celdas computacionales o volúmenes de control, una malla es utilizada la cual, puede contener elementos de muchas formas y tamaños. En el caso de dominios en 2D los elementos pueden ser cuadriláteros o triángulos, para el caso de 3D, estos pueden ser tetraedros, prismas, pirámides o hexaedros figura 2.2.

Mallas estructuradas fig. 2.4 son siempre cuadriláteros (2D) o hexaedros (3D) de tal forma, que cada elemento tiene una única posición en el espacio de I, J y K donde cada elemento I, J, K son índices utilizados para numerar los elementos en cada una de las tres direcciones computacionales. Estas direcciones pueden o no estar alineadas con el sistema de coordenadas x, y, z. Para el caso de mallas no estructuradas fig. 2.5, estas no siguen la regla anterior. Para el caso de mallas híbridas éstas son no estructuradas que hacen uso de diferentes tipos de elementos

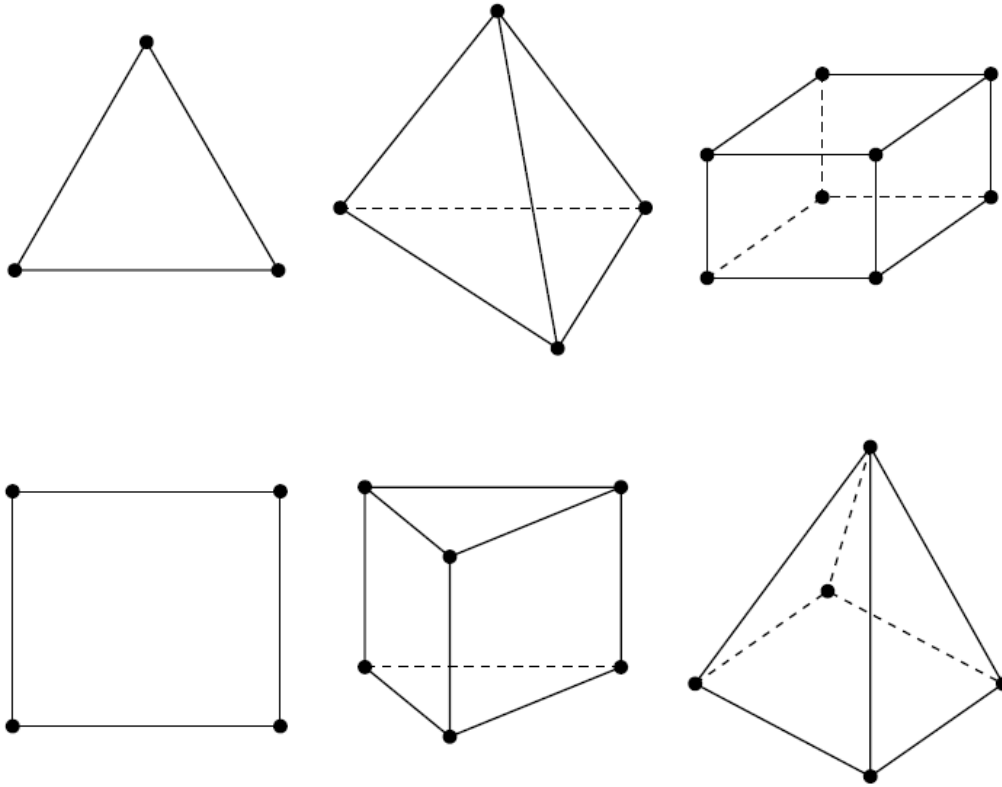


Fig. 2.2 Tipo de elementos usados en mallas computacionales.

En general, la densidad de celdas en un mallado computacional tiene que ser lo suficientemente fina para capturar detalles en el flujo pero no tan fina de tal forma, que el número total de celdas sea tan grande que requiera mucho tiempo para resolverlo. Para ilustrar la discretización de una ecuación típica de transporte usando la formulación de volúmenes finitos, una ecuación escalar general puede ser usada con un volumen de control rectangular como el mostrado en la fig 2.3.

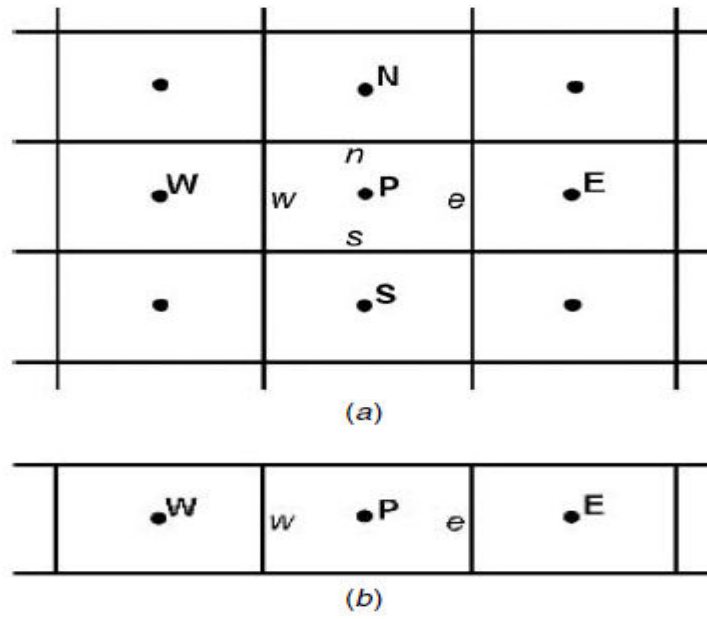


Fig. 2.3 (a) Dominio en 2D mostrando los centros y caras de las celdas. (b) Simplificación rectangular de un dominio en 2D.

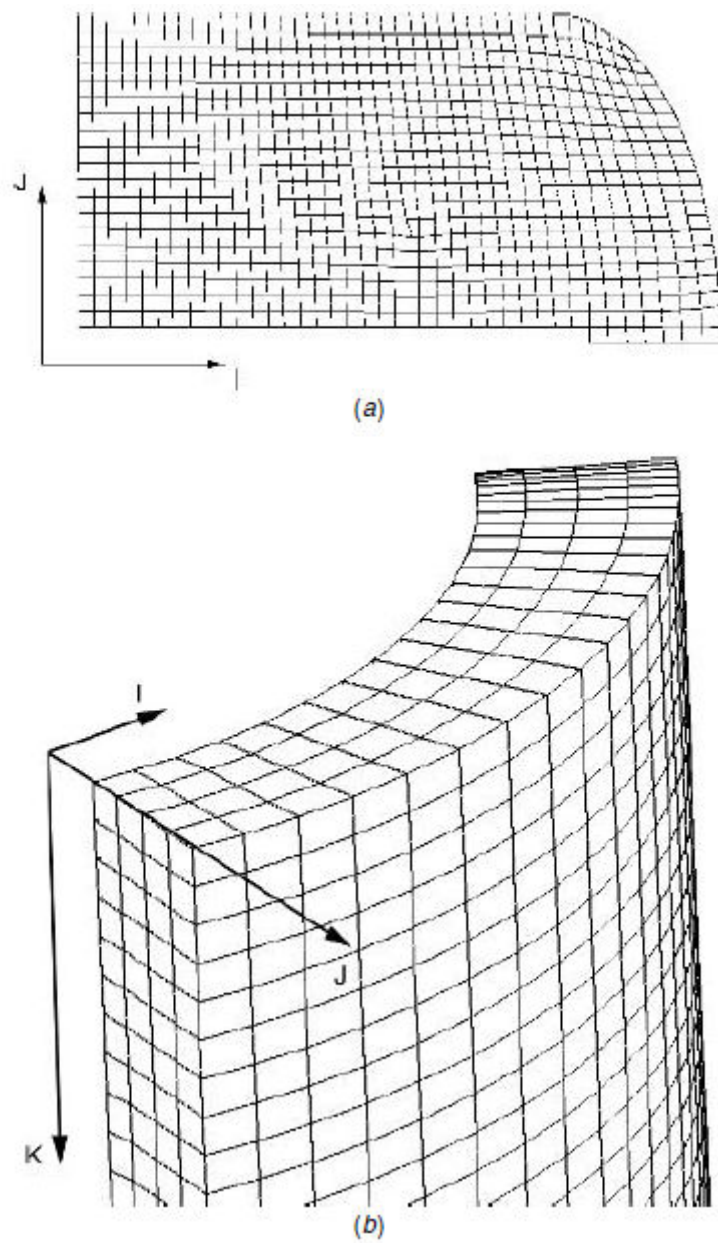


Fig. 2.4 Mallado estructural (a) 2D (b) 3D.

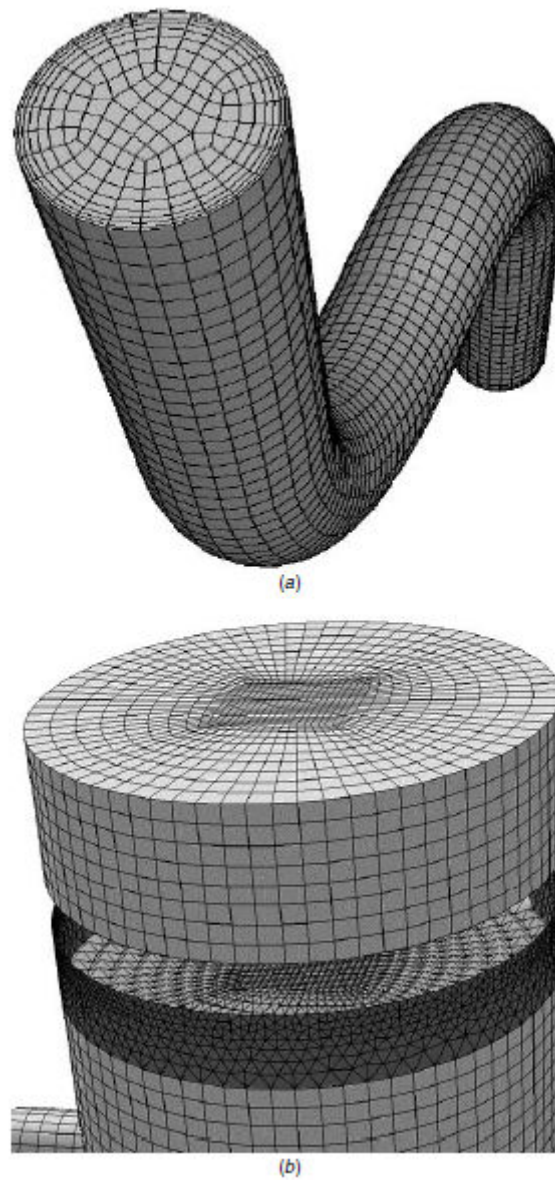


Fig. 2.5 (a) Malla no estructurada usando hexaedros. (b) Malla no estructurada usando diferentes tipos de elementos.

La ecuación en forma escalar es [12]:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i \phi) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) + S' \quad (2-8)$$

El parámetro  $\Gamma$  es usado para representar el coeficiente de difusión para el escalar  $\phi$ . Si  $\phi$  es uno de los componentes de velocidad por ejemplo,  $\Gamma$  representa la viscosidad. Todas las fuentes están presentes en el término  $S$  de la misma forma, si  $\phi$  representa una de las componentes de velocidad,  $S$  podría ser la suma del gradiente de presión, la fuerza gravitacional o cualquier otra fuerza adicional presente. El volumen de control tiene un nodo  $P$  en su centro donde todas las variables del problema son almacenadas. La ecuación de transporte describe el flujo del escalar  $\phi$  dentro y fuera de la celda a través de sus caras. Para mantener un seguimiento del flujo de entrada y salida, las cuatro caras son etiquetadas con letras minúsculas representando los límites este, oeste, norte y sur. Las celdas vecinas también tienen nodos en sus centros y éstos son etiquetados con letras  $E$ ,  $W$ ,  $N$  y  $S$ .

El primer paso para la discretización de una ecuación de transporte es realizar una integración sobre el volumen de control, el volumen integral puede ser convertido a una superficie integral al aplicar el teorema de la divergencia. Usando una velocidad en la dirección positiva de  $x$  y despreciando la dependencia del tiempo y asumiendo que las caras  $e$  y  $w$  tienen una área  $A$  la ecuación integral de transporte toma la siguiente forma:

$$(\rho_e U_e \phi_e - \rho_w U_w \phi_w)A = \left( \Gamma_e \left[ \frac{d\phi}{dx} \right]_e - \Gamma_w \left[ \frac{d\phi}{dx} \right]_w \right) A + S \quad (2-9)$$

Donde  $S$  es el volumen integral de los términos fuente contenidos en  $S'$ . Esta ecuación contiene cuatro términos, los cuáles son evaluados en las caras de la celda. Para obtener los valores de las caras de estos términos como función de valores que están almacenados en el centro de la celda es necesario utilizar un esquema de discretización ósea, los valores de las caras deben de ser expresados en términos de los valores centrales de las celdas. Para lograr esto considérese una ecuación en estado estacionario y en una dimensión la cual no tiene elementos de fuente:

$$\frac{d}{dx}(\rho U \phi) = \frac{d}{dx} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \quad (2-10)$$

En un dominio que se extiende de  $x=0$  a  $x=L$ , correspondientes a la ubicación de dos nodos con  $\phi=\phi_0$  en  $x=0$  y  $\phi=\phi_L$  en  $x=L$  la solución para  $\phi$  para cualquiera ubicación tiene la forma

$$\phi = \phi_0 + (\phi_L - \phi_0) \frac{\exp[\text{Pe}(x/L) - 1]}{\exp(\text{Pe} - 1)} \quad (2-11)$$

Donde Pe es el número de Peclet el cual representa la razón de influencia de convección sobre la difusión en un campo de fluido.

$$\text{Pe} = \frac{\rho UL}{\Gamma} \quad (2-12)$$

Dependiendo del valor del número de Peclet distintos comportamientos existen para la variación de  $\phi$  entre  $x=0$  y  $x=L$ .

Si  $\text{Pe}=0$  implica que no existe convección y la solución es puramente difusiva la cual, correspondería a una transferencia de calor debida a conducción. En este caso la variable  $\phi$  varía linealmente entre centros de celdas de tal forma que la cara de la celda puede ser encontrada mediante una interpolación lineal.

Si  $\text{Pe} > 1$  la convección domina y el valor en la cara de la celda puede ser asumido como el mismo a el presente aguas arriba.

Si  $0 < \text{Pe} < 10$  el valor en la cara puede ser computado como una función del número de Peclet local.

Una vez que los valores de las caras han sido calculados, los términos que multiplican a las variables desconocidas en cada uno de los centros de la celda son recabados obteniendo un gran número de coeficientes que multiplican a cada uno de estos términos los cuales contienen información que incluye las propiedades, condiciones locales de flujo y resultados de interacciones previas en cada nodo. En términos de estos coeficientes  $A_i$  la ecuación discretizada tiene la siguiente forma para una malla simple 2D.

$$A_P \phi_P = A_N \phi_N + A_S \phi_S + A_E \phi_E + A_W \phi_W = \sum_{i, \text{neighbors}} A_i \phi_i \quad (2-13)$$

Para una simulación compleja o inclusive simple, existirá solo una ecuación de este forma para cada una de las variables resueltas en cada celda del dominio además de que las ecuaciones estarán acopladas por ejemplo la solución a la ecuación de momento estará el transporte de cualquier otra cantidad escalar. Éste es el trabajo del software, solucionar estas ecuaciones de manera colectiva con la mayor exactitud en el menor tiempo posible.



Además del método antes presentado, existen algunos otros que permiten lograr una solución a las ecuaciones de Navier-Stokes

*Método de diferencias finitas.* Las diferencias finitas o formulación de series de Taylor reemplazan las derivadas de la ecuación 2-8 con diferencias finitas evaluadas en las variables en el centro de las celdas usando una expansión de serie de Taylor truncada. Las diferencias para cada variable son computadas utilizando el valor de la celda o valores adyacentes dependiendo del orden de las derivadas. La variación de la variable entre los sitios de almacenamiento es ignorada durante el proceso de solución aunque este es un método aceptable para resolver mediante la variación de funciones no es la mejor opción para aplicaciones generales de CFD dado que el método está limitado a mallas simples y no conserva masa en mallas burdas

*Método de elemento finito.* Este método usa funciones cuadráticas para describir la variación de la variable  $\phi$  dentro de una celda. Al sustituir la función seleccionada dentro de la ecuación de conservación para cada celda y aplicando las condiciones de frontera, un sistema de ecuaciones acopladas es obtenido. Estas ecuaciones son entonces resueltas para la variable desconocida en todos los sitios almacenados.

El resultado obtenido del proceso de la discretización es un conjunto de ecuaciones algebraicas acopladas las cuales necesitan ser resueltas simultáneamente en cada una de las celdas dentro del dominio de la solución. Dada la no linealidad de las ecuaciones que gobiernan el flujo del fluido y procesos relacionados, un procedimiento de solución iterativo es requerido, en este caso, dos métodos son comúnmente utilizados, el primero es una solución segregada en donde una variable a la vez es resuelta a lo largo del dominio entero así, la componente x de la velocidad es resuelto en el dominio entero para posteriormente resolver en la componente y. Una iteración de la solución está completa solo después de que cada variable ha sido resuelta de esta forma. El segundo método es una solución acoplada en la cual todas las variables o al menos las de continuidad y momento son resueltas de manera simultanea en una única celda antes de que el software pase a la siguiente celda donde el proceso es repetido.

Independientemente del método utilizado, las ecuaciones tienen que ser resueltas las veces que sean necesarias hasta que el error colectivo sea reducido a uno que esté por debajo de un valor mínimo establecido considerándose, en este punto, que la solución ha convergido y los resultados son significativos.

### 2.3 Software CFD.

Comercialmente existen distintas opciones de software que permiten obtener soluciones a problemas en los cuales, interviene un fluido en movimiento comúnmente conocido como CFD (Computational Fluid Dynamics). Dentro de los más conocidos se tienen:

- Ansys CFX.
- Fluent (El cual pertenece a Ansys).
- Cosmosfloworks (El cual pertenece a SolidWorks).
- Flow-3D.
- CD-Adapco
- Open CFD (Software de uso libre exclusivo para Linux)

Las plataformas en las cuales pueden trabajar estos softwares no son exclusivas del muy generalizado Windows 32 y 64 bits afortunadamente, para algunos, existe la posibilidad de trabajar en sistemas operativos como Linux 32 y 64 bits, UNIX el cual, permite el uso de poderosas estaciones de trabajo.

La forma en la que estos programas resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes es mediante Elemento Finito dado que permite trabajar con mallas complicadas, a diferencia del método de las diferencias finitas que trabajan con mallas simples.

Estos programas computacionales permiten obtener soluciones a movimientos de fluidos considerando distintas condiciones físicas como:

- Análisis externo e interno de líquidos y gases alrededor de cuerpos sólidos (Flujo de aire sobre el ala de un avión, agua sobre un submarino o flujo dentro de una tubería).
- Análisis de flujo turbulento aplicando distintos modelos como son:
  - $k-\varepsilon$ ,
  - RNG  $k-\varepsilon$
  - Shear stress
  - $k-\omega$
  - DES
  - LES
- Simulaciones reales de aplicaciones de gases a alta presión o baja temperatura.
- Análisis de flujo compresible para flujo de gas en zonas de velocidad subsónica, transónica y supersónica.
- Cálculo de caídas de presión en tuberías usando superficies rugosas.
- Análisis de flujos de fluidos no newtonianos.
- Análisis de cavitación
- Rotación de fluidos.
- Flujo a través de cuerpos porosos.
- Convección natural.
- Radiación.

Entre muchos otros.

Los resultados que uno obtiene de estos softwares dependerán del problema físico que se este trabajando así como, de las opciones que ofrezca cada uno de los productos en el mercado. En este sentido, se puede decir que Flow 3D es el software más completo en lo que se refiere a aplicaciones que involucren vaciado de metales en moldes de fundición pero pobre en otras aplicaciones para las cuales Ansys es más adecuado.

Para conocer los resultados que uno puede obtener de estos softwares y la manera en la que se genera un análisis de este tipo se hará un ejemplo de aplicación general.

Se quiere conocer el comportamiento de un flujo de agua que pasa a través de una válvula tipo globo.

El primer paso en el estudio consiste en crear el sólido que va a representar o delimitar la región de trabajo la cual, puede ser generada de dos formas dentro del mismo programa de CFD o mediante la ayuda de programas CAD externos Fig. 2.6.

En todo momento lo más recomendable es utilizar el generador de geometrías existente en el programa de CFD ya que con esto se garantiza la conservación de todas las características geométricas del modelo así como, el correcto mallado del mismo. Aunque esto es lo recomendable para cualquier simulación hay ocasiones en que ciertos programas de CFD no cuentan con generadores de geometrías o son éstos, tan básicos, que generarla resulta tedioso y demanda una gran cantidad de tiempo. Cuando este caso se presenta, se hace uso de programas de CAD que permiten generar geometrías 3D complejas ejemplos de ellos son Inventor, Solidworks, Mechanical Desktop entre otros. Los archivos generados no son directamente leídos por el programa de CFD sino mas bien primero necesitan ser importados a formatos ya establecidos como estándar dentro del ámbito del elemento finito. Las extensiones más comunes son:

- Igs
- Iges
- Step
- Sat
- Vda
- Wrl
- Stl

En algunos casos se pueden generar incompatibilidades aunque, en otros, no existen o son mínimas.

Al momento de que el programa de CFD lee la geometría a estudiar, automáticamente discretiza entre lo que pertenece o no al volumen de estudio o sea, el espacio vacío dentro de la válvula de globo representa el fluido en el cual estamos interesados realizar un estudio. En algunos programas de CFD o versiones antiguas, esta discretización no es posible ya que trabajan directamente con el volumen de estudio o sea, es necesario realizar una geometría 3D del interior del elemento la cual represente directamente la geometría del fluido contenida por ejemplo, si se quiere modelar el flujo a través de una tubería, en los modelos actuales se generaría un cilindro hueco, en el caso de los simuladores anteriores y algunos actuales se requiere una geometría cilíndrica.

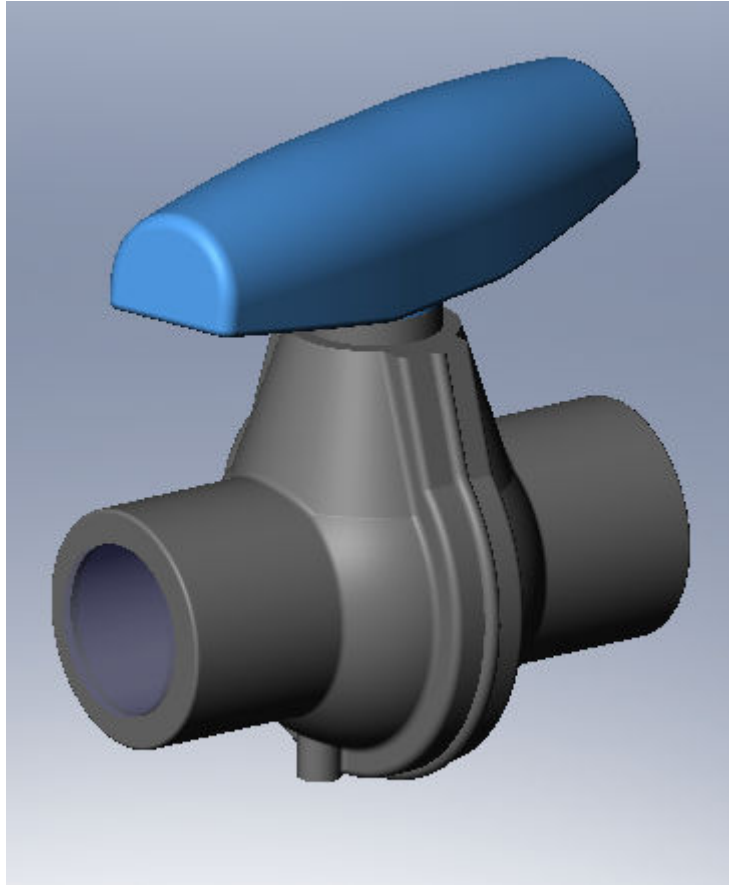


Fig. 2.6 Sólido tridimensional el cual limita el fluido en estudio

Tras haber leído o importado el modelo 3D lo que procede es generar un estudio. En este paso se establece:

- El tipo de estudio a realizar. Análisis interno o externo, si existe conducción de calor, radiación, existe dependencia con el tiempo, efectos gravitatorios, rotación de elementos mecánicos entre otros.
- Tipo de fluido. Gas, líquido, fluidos no newtonianos, líquidos compresibles o vapor.
- Condiciones de pared. Pared adiabática, rugosidad etc.
- Condiciones iniciales. Parámetros termodinámicos (presión-temperatura), parámetros de velocidad, parámetros de turbulencia.
- Resolución de geometría 3D.
- Condiciones de frontera. Condiciones de entrada y salida (flujo másico, volumétrico o velocidad), presión y condiciones de pared Fig. 2.7.

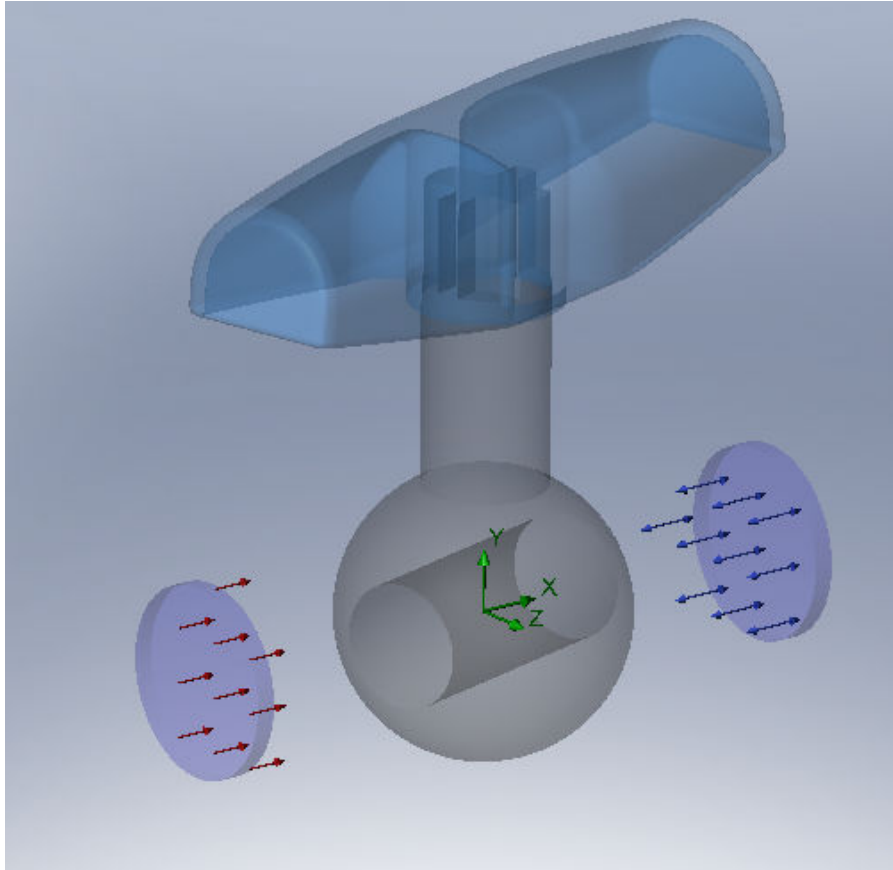


Fig. 2.7 Condiciones de frontera presentes en modelo 3D, en la entrada se tiene un gasto determinado saliendo de la válvula a una región a presión atmosférica.

GG Av Velocity 1	2.47159 m/s	2.47605 m/s	2.46944 m/s	2.48296 m/s	Achieved
GG Av Total Pressure 1	117877 Pa	117829 Pa	116925 Pa	118055 Pa	Achieved
GG Av Static Pressure 1	112968 Pa	112911 Pa	112053 Pa	113127 Pa	Achieved

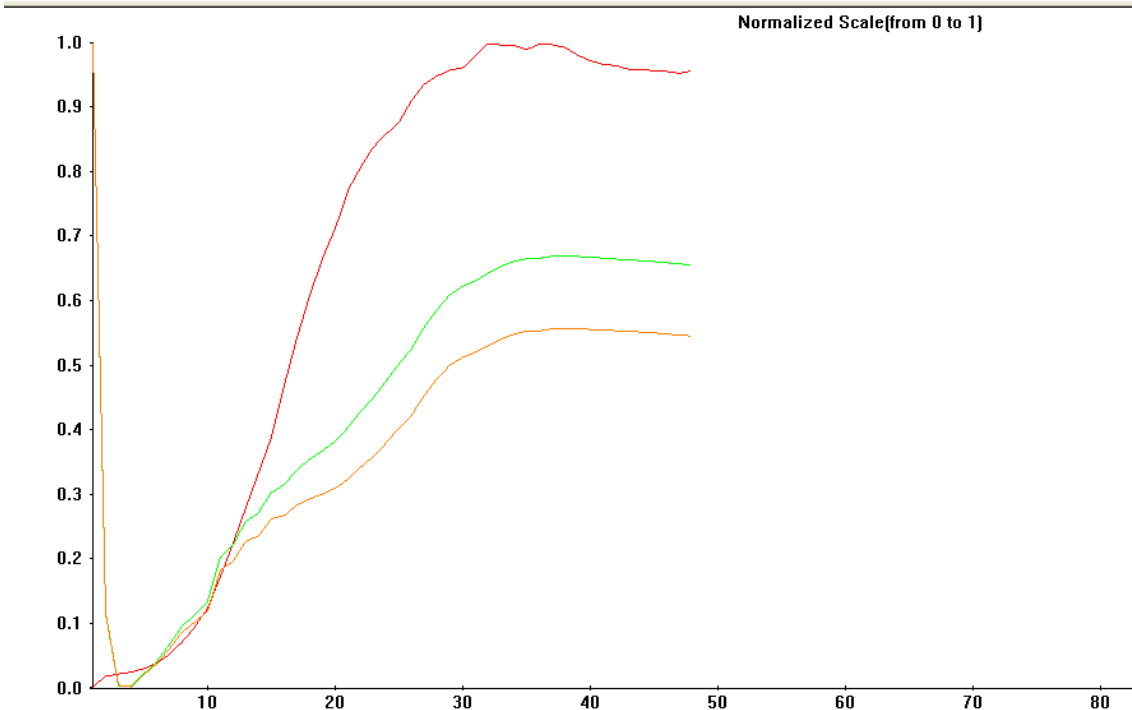


Fig. 2.8 Convergencia de variables tras iniciar la simulación.

Tras realizar la simulación los resultados que uno puede obtener de este análisis son:

- Presiones
- Temperatura (No se requiere en esta simulación)
- Densidades (No se requiere en esta simulación)
- Velocidad
- Velocidad en componentes X-Y-Z
- Parámetros de turbulencia.
- Coeficiente de fricción. (No se requiere en esta simulación)
- Coeficiente de transferencia de calor. (No se requiere en esta simulación)
- Esfuerzo cortante (No se requiere en esta simulación)
- Flujo de calor en superficie. (No se requiere en esta simulación)
- Calor específico. (No se requiere en esta simulación)
- Viscosidad dinámica
- Numero de Prandtl. (No se requiere en esta simulación)
- Numero de Stanton. (No se requiere en esta simulación)
- Velocidad Normal. (No se requiere en esta simulación)
- Velocidad tangencial (No se requiere en esta simulación)
- Vorticidad.

Entre otros.

La información obtenida de la simulación puede ser manejada mediante gráficos, tablas o en forma de datos.

Cuando la información se maneja de forma gráfica se tienen distintas opciones para visualizar las variables arriba mencionadas en el caso de estar interesados en la velocidad de flujo dentro de la válvula de globo, las opciones de visualización son las siguientes:

- Planos de corte

Con esta opción se define un plano de corte el cual, como su nombre lo dice, corta una rebanada del volumen en estudio y muestra la variable seleccionado sobre su superficie. Existen 3 opciones la primera, como se muestra en la fig 2.9 a), muestra los contornos de velocidad existentes sobre ese plano de corte. Esta opción resulta muy objetiva ya que se hace uso de distintos colores para mostrar el campo de velocidades presente. La segunda opción es la de isolíneas en donde isovalores de cierta variable, en este caso velocidad, son representados por una línea dentro de todo el espacio en el cual están presentes fig. 2.9 b). La tercera opción es la de vectores en donde mediante éstos se representa el perfil de velocidades presente en ese plano o la trayectoria de flujo presente, en esta opción la única variable a graficar es velocidad 2.9 c).

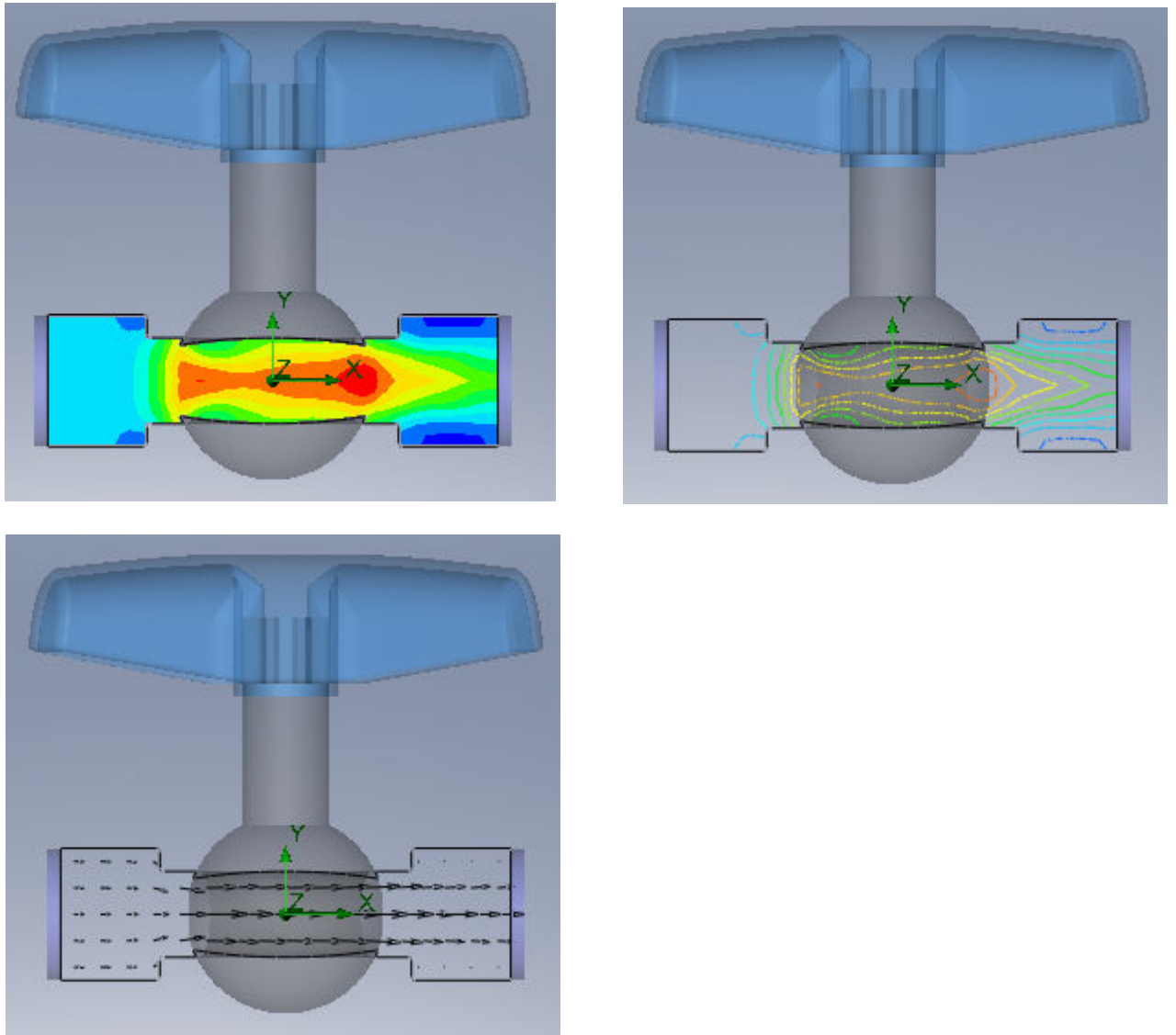


Fig. 2.9 (a) Visualización de resultados en plano completo (b) isolíneas (c) Vectores.

- Gráfico de superficie.

Con esta opción es posible visualizar cualquier variable de interés (siempre que el tipo de análisis seleccionado así lo permita) sobre una o varias superficies de interés fig. 2.10.

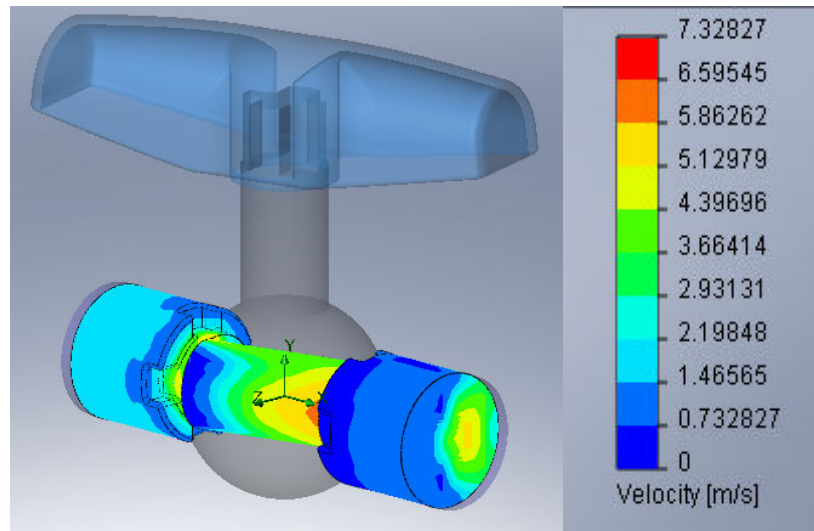


Fig. 2.10 Valores de velocidad presente en las paredes de la válvula de globo.

- Isosuperficies.

Esta opción permite visualizar una superficie tridimensional la cual representa un isovalor de la variable de interés. Dentro del volumen de estudio toda la superficie tiene el mismo valor para la variable especificada fig. 2.11.



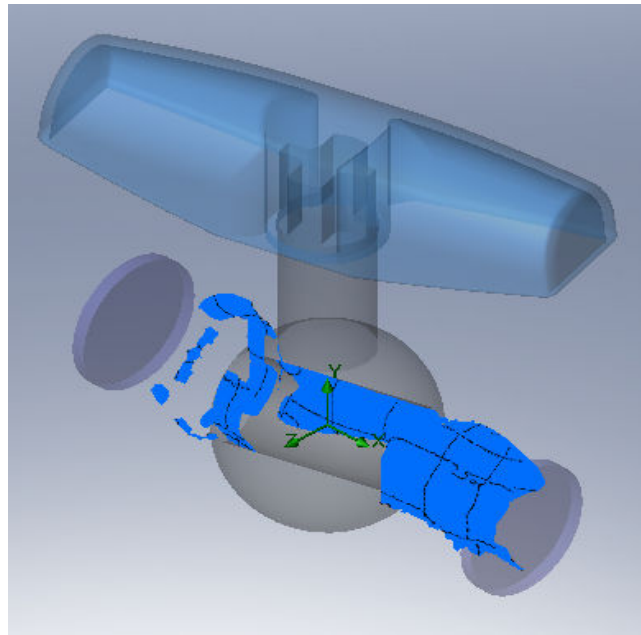


Fig. 2.11 Isosuperficies presentes dentro de la válvula de globo.

Gráficas x-y con respecto a una trayectoria determinada. En la válvula de globo es posible observar la trayectoria de interés marcada por una línea en color verde. El eje de las y puede asignársele a cualquiera de las variables de interés en el estudio (velocidad, presión, etc) mientras que en el eje de las x puede ser longitud de la trayectoria, longitud del modelo o longitud del sketch fig. 2.12. Los datos crudos se muestran en la fig.2.13

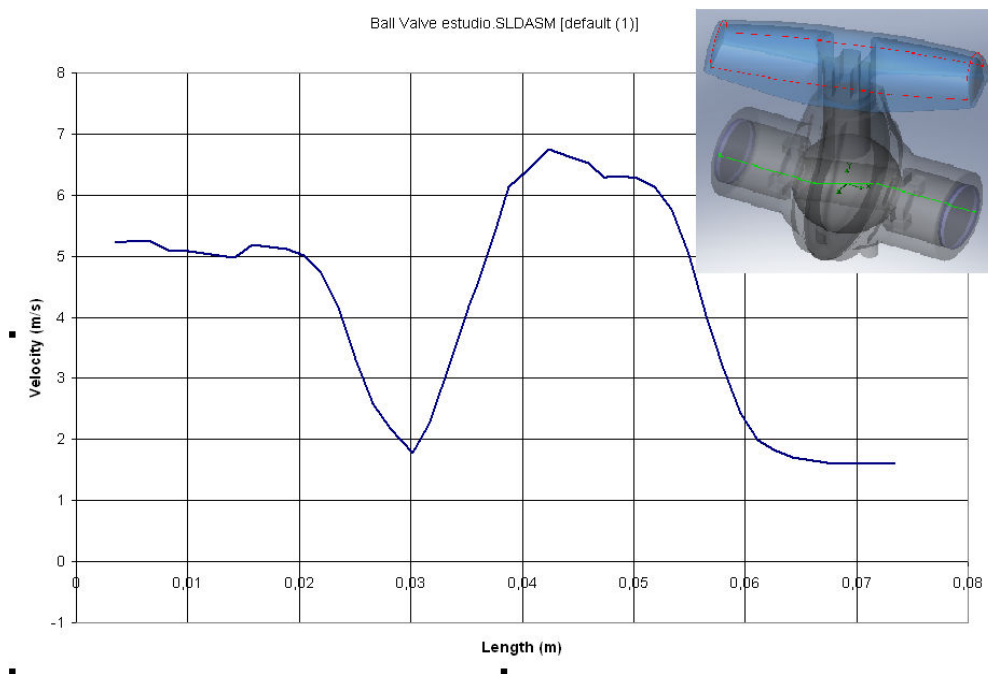


Fig. 2.12 Variación de la velocidad con respecto a la longitud de una trayectoria en el centro de la válvula.

Velocidad (m/s)			
Longitud (m)	Sketch1	Longitud (m)	Sketch1
0,003460999	5,222897749	0,036669794	4,901007159
0,004454355	5,243753304	0,037544718	5,386839503
0,004947708	5,240286937	0,038419641	5,913207679
0,006495767	5,254611122	0,038776229	6,144311114
0,007823092	5,126730022	0,040388218	6,39764173
0,008265534	5,103127922	0,042362493	6,753809409
0,0100353	5,078543203	0,044544104	6,613174856
0,014116727	4,979906956	0,045948757	6,528678535
0,014592319	5,026503929	0,047413333	6,281707793
0,015427476	5,143418714	0,047635368	6,286784262
0,01578704	5,193850963	0,048745542	6,313551137
0,018884131	5,113363153	0,050294087	6,283537681
0,020432677	5,012449248	0,051842632	6,138119068
0,021981222	4,73045388	0,053391178	5,772375335
0,023529767	4,162963498	0,054939723	5,020568435
0,025078313	3,298058421	0,056488269	4,031309414
0,026626858	2,590740361	0,057649678	3,381182572
0,028175404	2,178380805	0,058036814	3,17015662
0,030135823	1,781790274	0,05958536	2,428247071
0,030349895	1,851962229	0,061133905	1,990551362
0,031603702	2,252403172	0,062580689	1,838816225
0,032722559	2,822553826	0,064230996	1,702720048
0,034045025	3,536639181	0,067328087	1,624501085
0,035189966	4,190635737	0,073455243	1,601300638
0,036035582	4,581867759	0,073461892	1,601300638

Fig. 2.13 Datos crudos de una partícula viajando por el centro de la válvula de globo.

Estos programas también ofrecen la posibilidad de crear animaciones de las distintas visualizaciones gráficas antes mencionadas.

**Nomenclatura**

$F_i$  = Fuerza neta en dirección  $i$  [ $N, lb_f$ ]

$g$  = Aceleración gravitacional [ $m/s^2$ ]

$L$  = Longitud del dominio en la integral infinita sobre la coordenada  $x$  [ $m$ ]

$P$  = Presión [ $pa, psi$ ]

$P_e$  = Número de Peclet

$S'_i$  = Término fuente de especies en red en las especies  $i$  de la ecuación de transporte [ $kg/m^3s$ ]

$t$  = Tiempo [ $s$ ]

$U$  = Vector velocidad [ $m/s$ ]

$u'_i$  = Componente de la fluctuación de velocidad (debido a turbulencia) en la dirección  $i$

$X_i$  = Coordenadas espaciales en dirección  $i$  [ $m$ ]

## Símbolos griegos

$\delta_{ij}$  = Delta de Kronecker

$\Phi$  = Cantidad de conservación

$\Gamma$  = Coeficiente de difusión

$\mu$  = Viscosidad [ $pas.s, cp$ ]

$\rho$  = Densidad [ $kg/m^3$ ]

# Capítulo 3

## 3.1 Procedimiento de análisis.

Como se escribió en los capítulos anteriores el objetivo principal de los sistemas de mezclado es lograr una homogeneidad con respecto a una variable determinada la cual puede ser temperatura, concentración, densidad, tiempo, etc donde el grado de homogeneidad dependerá del proceso industrial que se este realizando por ejemplo, si el proceso de mezclado involucra un sistema líquido-líquido en donde existe una reacción química entonces el grado de homogeneidad requerido será mayor a aquel para una aplicación en donde pequeñas inhomogeneidades no sean perjudiciales para el proceso.

Una de las industrias que hacen uso extensivo de los sistemas de mezclado es la industria petrolera en donde, la principal aplicación, es la preparación de lodos de perforación. Si bien es cierto que estos lodos incorporan distintos aditivos con el fin de controlar alguna variable presente en el yacimiento (los cuales pueden ser líquidos o sólidos) estos son agregados en pequeñas cantidades con respecto a las fases líquidas y sólidas requeridas para formar el lodo por lo que de forma simplificada se puede considerar al lodo de perforación como un sistema líquido-sólido en donde el líquido puede ir desde agua, diesel etc, a bentonita o barita para el caso de la fase sólida.

El mezclado del sistema líquido-sólido se realiza en tanques que se encuentran dentro del mismo sitio de perforación los cuales, mantienen una geometría rectangular fig.3.1 a casi cuadrada dependiendo de la empresa que realiza el trabajo. En el caso de PEMEX el mezclado se realiza en presas rectangulares con dos mezcladores que giran a 100 rpm.

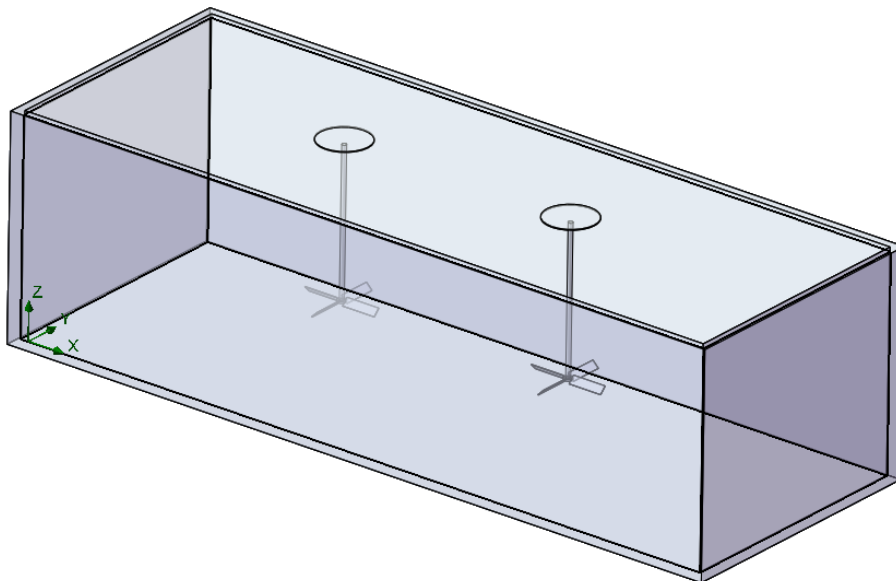


Fig.3.1 Presa rectangular de mezclado de lodos usada en algunos equipos de perforación antiguos.

En el caso de compañías como Schlumberger fig. 3.2 sus tanques de mezclado presentan una geometría casi cuadrada con mezcladores que giran a 100 rpm

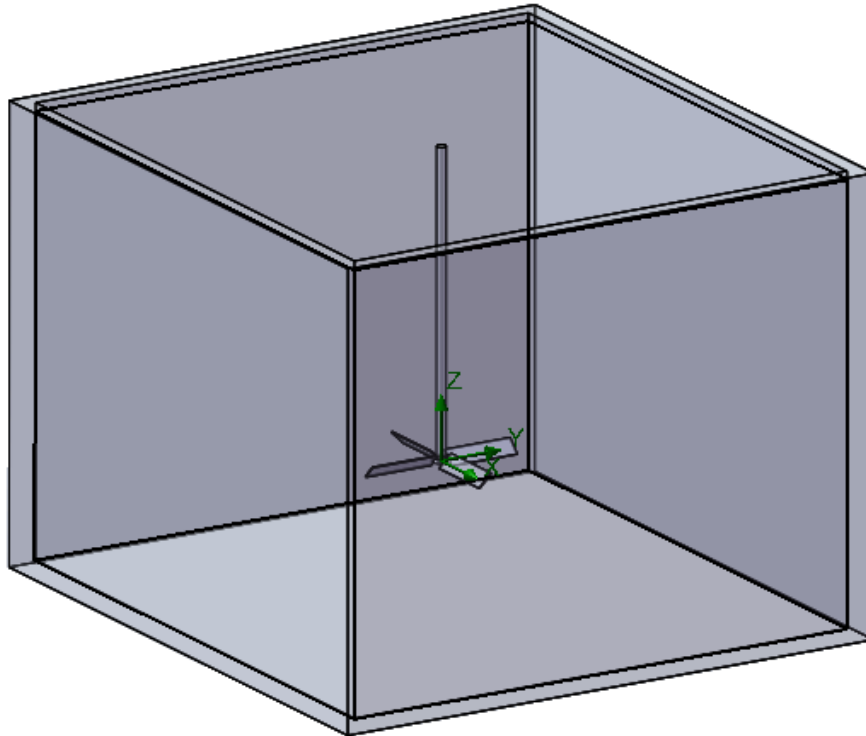


Fig.3.2 Presa cuadrada para mezclado de lodos de perforación usada por compañías de servicios.

Observando las geometrías anteriores uno puede generar varias preguntas fig. 3.3:

1. ¿Se tendrán los mismos resultados de mezclado con 2 geometrías cuadradas de la compañía que con una rectangular de PEMEX de la misma capacidad?
2. ¿Cuál es más eficiente?
3. ¿Cuál presenta mayor mezclado de sólidos?
4. ¿Cuál presenta menos zonas de estancamiento?
5. ¿Qué sucedería si redondeamos las esquinas de la presa o cambiamos la geometría?

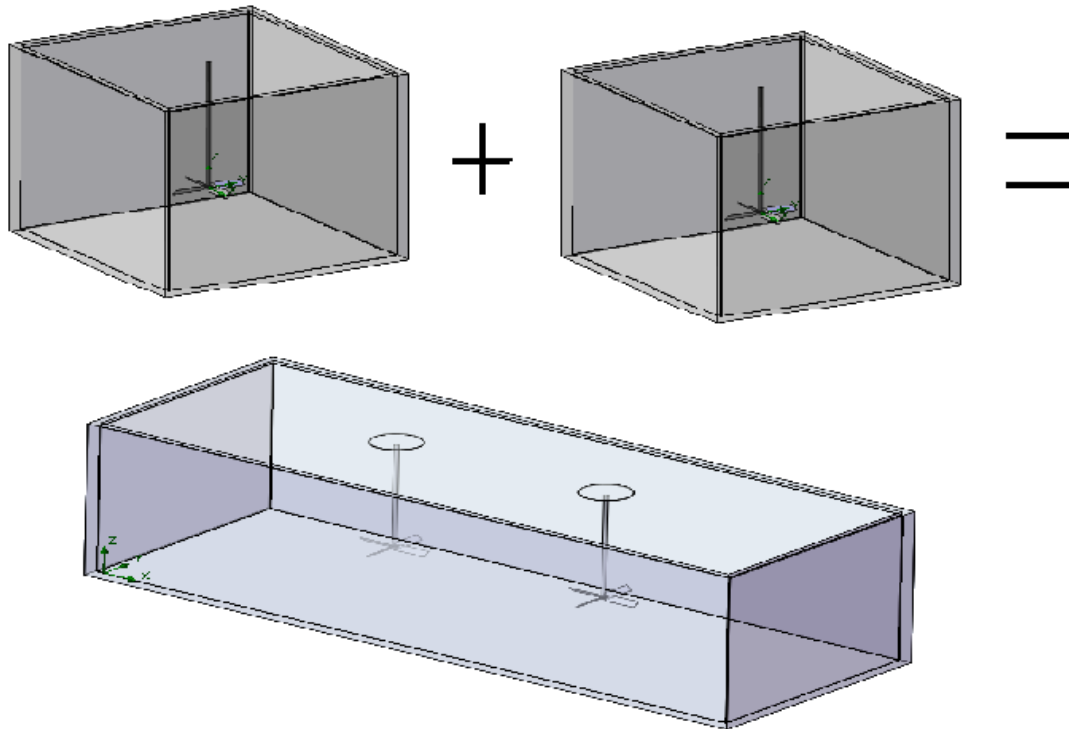


Fig.3.3 Comparativa de resultados entre presas cuadradas y rectangulares.

Para responder éstas y otras preguntas es necesario conocer la distribución de velocidades presentes en cada una de las geometrías de interés por lo que es necesario, un tratamiento matemático que involucre las ecuaciones de Navier-Stokes.

El conocimiento de la distribución de velocidades en las presas de lodos tanto, rectangulares como cuadradas, tendrá un impacto técnico y económico en el desarrollo de la perforación de pozos. Técnicamente permitirá elaborar los lodos de perforación en tiempos más cortos lo cual, resulta de gran importancia al momento de presentar un brote o descontrol de pozo que demanda modificar la densidad de lodo en el menor tiempo posible, al existir una mezcla más homogénea en el lodo se garantiza las propiedades tanto reológicas como tixotrópicas requeridas según el diseño establecido para el fluido de perforación y se facilitará la limpieza de las presas de lodos al finalizar una operación. El beneficio económico viene al momento de reducir los tiempos de espera requeridos para la preparación de los lodos de perforación, reducir las posibilidades de pérdida de un pozo al reaccionar de manera más rápida con un lodo homogéneo que se adecua a las condiciones requeridas (reología, tixotropía, densidad, etc) así como, la disminución del material desperdiciado como consecuencia del estancamiento de sólidos en el fondo.

Considérese un tanque rectangular de dimensiones  $a \times b \times h$  que contiene agua como se muestra en la fig. 3.4. dentro del cual, existe un disco que gira a una velocidad angular  $\omega$ . Las paredes del tanque se mantienen estáticas y no existe deslizamiento en éstas, el fluido se analizará en estado estacionario por lo que el modelo no depende del tiempo.

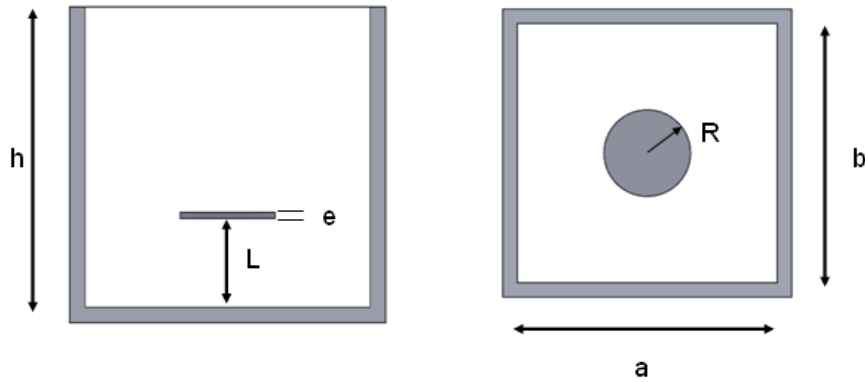


Fig.3.4 Presa cuadrada con aspa en forma de plato.

El desarrollo matemático que describe las velocidades en esta geometría es el siguiente:

Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots(3.1)$$

Dado que el fluido es incompresible  $\rho = \text{cte}$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \dots\dots\dots(3.2)$$

Sustituyendo (3.2) en (3.1)

$$\frac{\rho}{r} \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} + \frac{\rho}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\rho \partial v_z}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots(3.3)$$

Dividiendo 3.3 por  $\frac{\rho}{r}$

$$\frac{\partial(r v_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{r \partial v_z}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots(3.4)$$

Ecuación del movimiento en coordenadas cilíndricas.

Componente r

$$\rho \left[ \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right] = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right] + \rho g_r \dots\dots\dots(3.5)$$

Reduciendo términos en el lado derecho de (3.5)

$$= -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \right) \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2(r v_r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right] \dots\dots\dots(3.6)$$

Dado que

$$\frac{\partial(r v_r)}{\partial r} = r \frac{\partial(v_r)}{\partial r} + v_r$$

y



$$\frac{\partial^2(rv_r)}{\partial r^2} = \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial (rv_r)}{\partial r} \right) = r \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + 2 \frac{\partial v_r}{\partial r}$$

La ecuación 3.6 se reduce a

$$\rho \left[ v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right] = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} - \frac{v_r}{r^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right] \dots (3.7)$$

Componente  $\theta$

$$\rho \left[ \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} - \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right] = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial (rv_\theta)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \right] + \rho g_\theta \dots (3.8)$$

Dado que

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial (rv_\theta)}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (rv_\theta)}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial (rv_\theta)}{\partial r} \dots (3.9)$$

$$\frac{\partial (rv_\theta)}{\partial r} = r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + v_\theta \dots (3.10)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2 (rv_\theta)}{\partial r^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{r \partial (v_\theta)}{\partial r} + v_\theta \right) = \frac{1}{r} \left( r \frac{\partial^2 (v_\theta)}{\partial r^2} + \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{\partial v_\theta}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2 (v_\theta)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} \dots (3.11)$$

Sustituyendo 3.11 y 3.10 en 3.9 se tiene

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial (rv_\theta)}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2} \dots (3.12)$$

Sustituyendo 3.12 en lado derecho de 3.8

$$\rho \left[ \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} - \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right] = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left[ \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \right] + \rho g_\theta \dots \dots \dots (3.13)$$

Dado que :

No existe gravedad en dirección  $\theta$

$$\rho g_\theta = 0 \dots \dots \dots (3.14)$$

El problema se analiza en estado estacionario

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} = 0 \dots \dots \dots (3.15)$$

Sustituyendo 3.14 y 3.15 en 3.13

$$\rho \left[ v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} - \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right] = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \right] \dots \dots \dots (3.16)$$

Componente z

$$\rho \left[ \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] + \rho g_z \dots \dots \dots (3.17)$$

Desarrollando términos

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \left( r \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} \dots\dots\dots(3.18)$$

Sustituyendo 3.18 en 3.17 y sabiendo que  $\frac{\partial v_z}{\partial t} = 0$  por estar en estado estacionario

$$\rho \left[ v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[ \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] + \rho g_z \dots\dots\dots(3.19)$$

Condiciones de frontera

$$r = \left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{2 \cos \theta} \quad \tan^{-1} \left( \frac{-b}{a} \right) < \theta < \tan^{-1} \left( \frac{b}{a} \right) \\ \frac{-a}{2 \cos \theta} \quad \tan^{-1} \left( \frac{b}{a} \right) < \theta < \tan^{-1} \left( \frac{b}{-a} \right) \\ \frac{b}{2 \operatorname{sen} \theta} \quad \tan^{-1} \left( \frac{b}{a} \right) < \theta < \tan^{-1} \left( \frac{-b}{a} \right) \\ \frac{-b}{2 \operatorname{sen} \theta} \quad \tan^{-1} \left( \frac{b}{-a} \right) < \theta < \tan^{-1} \left( \frac{b}{a} \right) \end{array} \right\} \Rightarrow v_r = v_\theta = v_z = 0$$

$$z = -\left( L + \frac{e}{2} \right) \Rightarrow v_r = v_\theta = v_z = 0$$

$$z = \pm \frac{e}{2} \Rightarrow v_\theta = \omega r$$

Con base en el desarrollo realizado se tiene que el sistema de ecuaciones diferenciales que gobierna el movimiento de fluidos en todo el volumen de la presa es:

$$\frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{r\partial v_z}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (3.4)$$

$$\rho \left[ v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right] = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} - \frac{v_r}{r^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right] \dots\dots\dots (3.7)$$

$$\rho \left[ v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} - \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right] = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \right] \dots\dots\dots (3.16)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[ \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] + \rho g_z \dots\dots\dots (3.19)$$

Dada la complejidad de este sistema de ecuaciones, es imposible lograr una solución analítica para cada una de las variables de interés por lo que la única opción disponible es buscar una solución numérica a las mismas para, posteriormente, procesar la información y organizarla de tal manera (visualizarla) que pueda interpretarse fácilmente.

Una opción para obtener una solución numérica a las ecuaciones de Navier-Stokes obtenidas anteriormente y al mismo tiempo lograr una fácil visualización de las mismas (con la posibilidad de realizar modificaciones importantes al sistema sin requerir invertir demasiado tiempo) se logra mediante el uso de uno de los programas CFD descritos en el capítulo anterior.

Para el presente estudio se hará uso del programa CosmosFlowworks perteneciente a la compañía SolidWorks. La principal ventaja que ofrece este software de CFD para realizar este estudio es que permite ser instalado con periodos de prueba de 30 días por lo que no existe problema con la adquisición de una licencia además de, permitir resolver el presente problema de una manera fácil y sencilla sin por ello sacrificar exactitud o capacidad de visualización de datos.

### 3.2 Consideraciones de análisis.

En el presente estudio se analizarán los perfiles de velocidades y distribución de sólidos presente en distintas geometrías de tanques de mezclado existentes en los equipos de perforación así como, algunas geometrías propuestas.

Consideración	Análisis 1	Análisis 2
Fluido	Agua	Lodo bentonítico $\rho=1020 \text{ kg/m}^3$ $n=0.34$ $k=0.64 \text{ Pa.s}$
Sólido	Partícula Sólida $\rho=2650 \text{ kg/m}^3$ $d_p=125 \text{ }\mu\text{m}$	Partícula sólida $\rho=2650 \text{ kg/m}^3$ $d_p=125 \text{ }\mu\text{m}$
Estado de sistema	Permanente	Permanente
Deslizamiento paredes	NO	NO
Efectos gravitatorios	SI	SI
Densidad de fases	Constante	Constante
Tipo de agitador	Axial 45°	Axial 45°
Velocidad de rotación	100 rpm	100 rpm
Temperatura	20 °C	20 °C
Separación agitador	0.75 $\bar{\phi}$ mezclador	0.75 $\bar{\phi}$ mezclador
Díámetro agitador	850 mm	850 mm

Tabla 3.1 Consideraciones de simulación para cada análisis.

### 3.3 Geometrías a analizar.

Las geometrías por analizar se muestran de manera conjunta en la tabla 3.2.

	<b>Tipo presa</b>	<b>Fondo</b>	<b>Observaciones</b>	<b>Casos.</b>
1	Rectangular	Plano	Sin filete en fondo	1.- Newtoniano 2.- No newtoniano.
2	Rectangular	Plano	Filete en fondo Radio 400 mm	1.- Newtoniano 2.- No newtoniano.
3	Cuadrada	Plano	Sin filete en fondo	1.- Newtoniano 2.- No newtoniano
4	Cuadrada	Plano	Filete en fondo Radio 400 mm	1.- Newtoniano 2.- No newtoniano
5	Cuadrada	Concavo	R=300	1.- Newtoniano 2.- No newtoniano
6	Cuadrada	Trapezio	Filete en aristas	1.- No newtoniano

Tabla 3.2 Geometrías a analizar según su geometría.

**Nomenclatura**

- $a$  = Longitud de la presa [ $m, ft$ ]  
 $b$  = Ancho de la presa [ $m, ft$ ]  
 $e$  = Espesor de disco [ $m, in$ ]  
 $d_p$  = Diámetro de partícula [ $m, in$ ]  
 $g_i$  = Componente de la gravedad [ $m/s^2$ ]  
 $r$  = Coordenada en dirección r [ $m, in$ ]  
 $R$  = Radio de disco [ $m, ft$ ]  
 $t$  = Tiempo [ $s$ ]  
 $V_i$  = Componente de la velocidad [ $m/s$ ]  
 $z$  = Coordenada en dirección z [ $m, in$ ]

## Símbolos griegos

- $z$  = Coordenada en dirección z [ $m, in$ ]  
 $\mu$  = Viscosidad [ $cp, pas.s$ ]  
 $\rho$  = Densidad [ $kg/m^3, lb/gal$ ]  
 $\theta$  = Coordenada en dirección r  
 $\omega$  = Velocidad angular [ $rpm$ ]

# Resultados.

## 4.1 Sistema newtoniano

### 4.1.1 Rectangular sin filete.

En la fig.4.1, que representa la geometría de una presa de lodos rectangular en la cuál, se observa el perfil de velocidades presente en el fondo de la presa de lodo. Localizada a su izquierda se encuentra la escala de valores perteneciente a cada uno de los colores en la presa así como, la variable estudiada y sus unidades. El límite superior e inferior de 0.012 m/s esta determinado como la velocidad mínima requerida para que una partícula sólida de 125 micrómetros pueda ser arrastrada en la dirección +- z, la determinación de esta es en base a la ecuación (1-28).

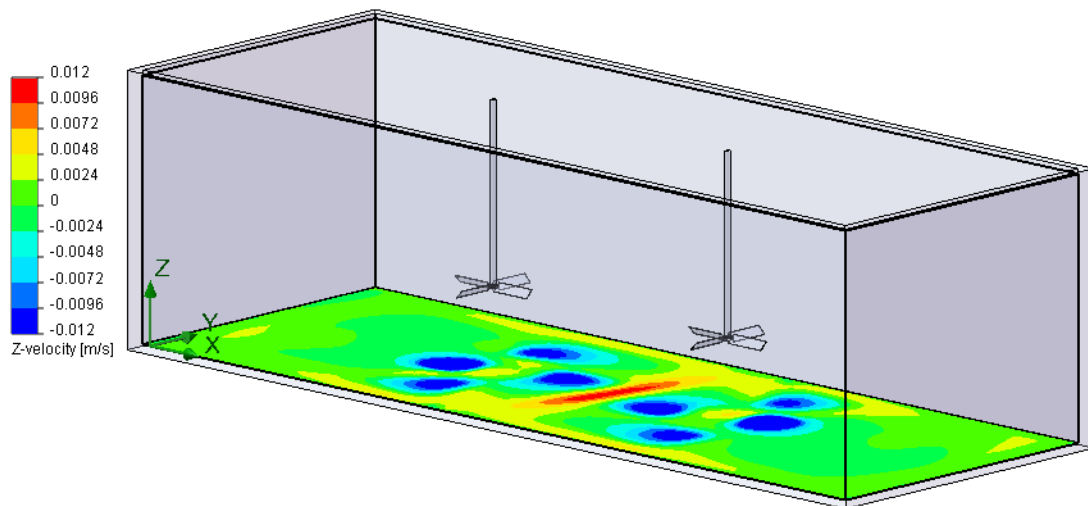


Fig 4.1 Isométrico de presa de lodos.

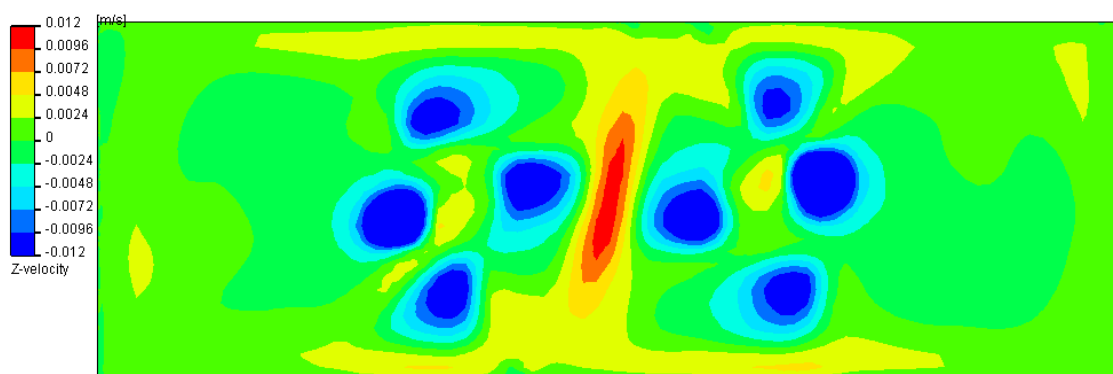


Fig. 4.2 Componente z de la velocidad para un plano en el fondo de la presa.

Como establece la escala de valores la componente en z de la velocidad varía principalmente entre 0.0024 y -0.0024 m/s (color verde) impactando grandemente en el arrastre de sólidos que tienden a acumularse en alguna parte (esquinas) del fondo de la presa.



La zona en color rojo de la fig 4.2, que es aquella en donde los flujos de los 2 mezcladores se interfieren, es la única que presenta un valor mayor igual a 0.012 lo que permite que las partículas sólidas se desplacen en dirección en +z, zonas en color azul representan al fluido moviéndose en dirección de -z chocando con el fondo de la presa generándose una desviación de flujo en dirección x y y como puede ser visto en la fig. 4.4.

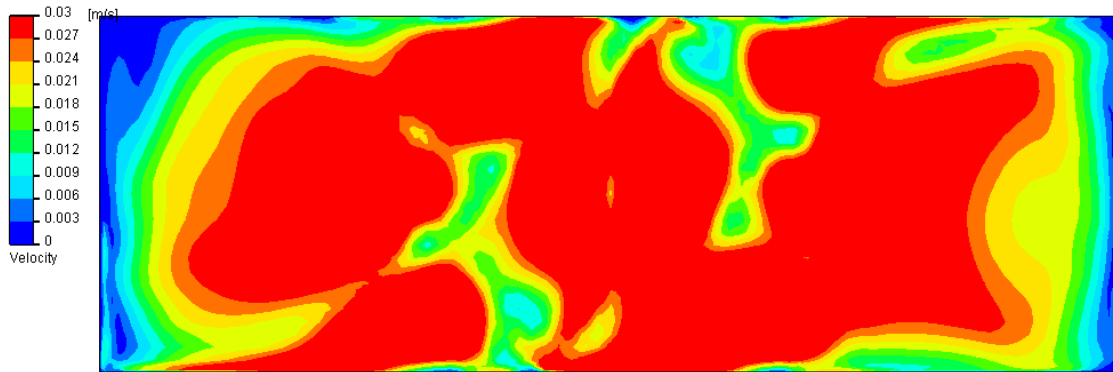


Fig. 4.3 Velocidad para un plano en el fondo de la presa.

Este flujo sobre la placa genera velocidades mayores a 0.012 m/s que posibilitan el movimiento de partículas hacia las paredes de la presa donde, por presentarse una velocidad inferior a 0.012 m/s, existe acumulación de sólidos. Esto se observa en la fig. 4.3 acorde a la escala establecida; los colores, verde, amarillo y rojo representan las zonas de movimiento de sólidos mientras que las zonas de estancamiento de sólidos se encuentran representadas en color azul y cian.

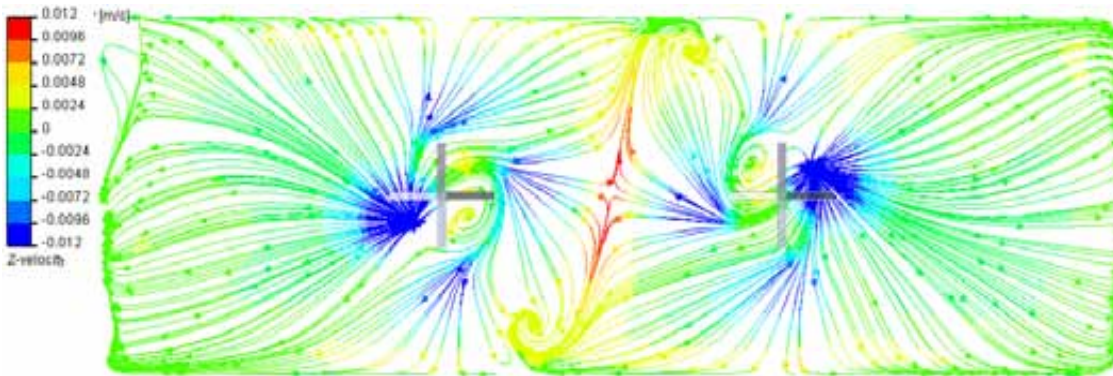


Fig. 4.4 Trayectorias presentes en el fondo de la presa.

Resulta importante recordar que la velocidad de una partícula puede ser establecida por la suma de sus componentes según la fórmula:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

## Resultados

Para un plano horizontal a la misma altura de los mezcladores se observan 3 regiones, una azul en el centro de los mezcladores la cual, indica que un perfil de velocidades que mueve al fluido en dirección de  $-z$  (lo cual es de esperarse al tener un mezclador de tipo axial) una segunda región de color rojo cercana a las paredes que muestra un perfil de velocidades en dirección de  $+z$  y una región 3 de color verde-amarillo-cian dentro de la cual, las partículas tenderán a moverse únicamente en la dirección  $x-y$ .

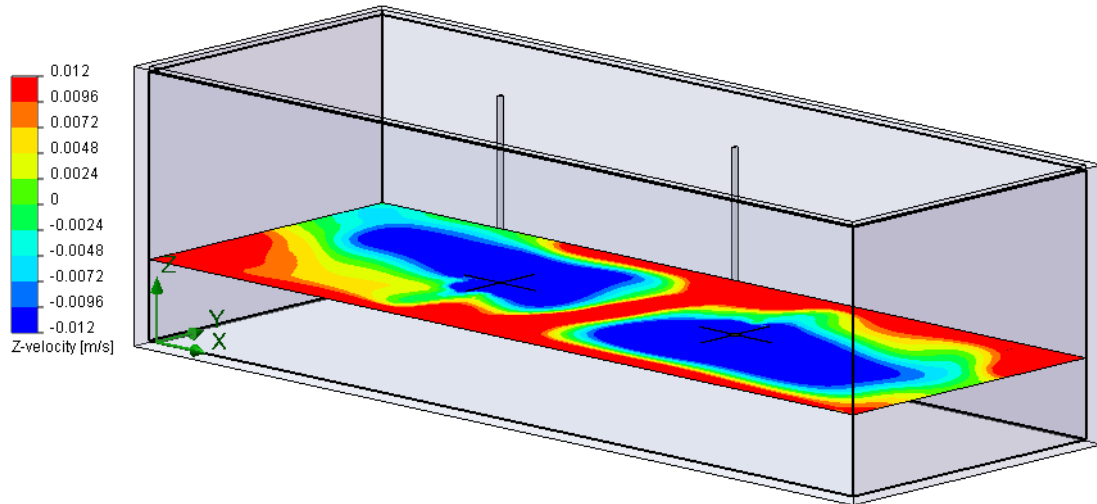


Fig. 4.5 Isométrico de presa de lodos.

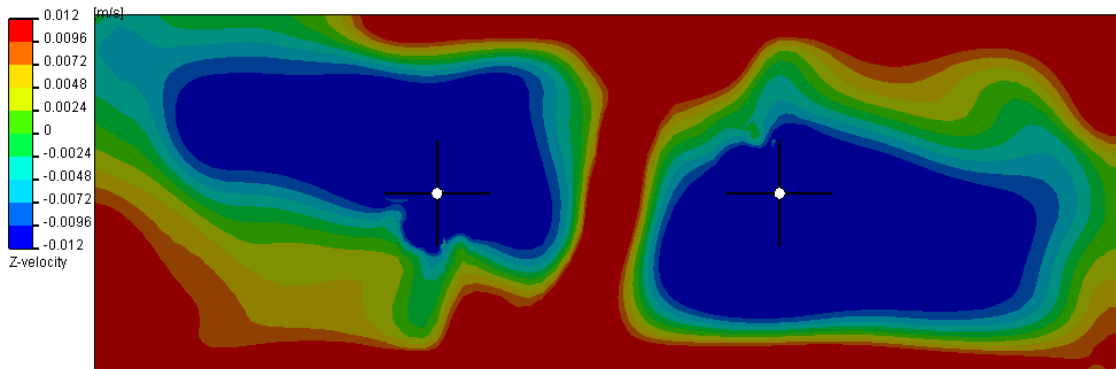


Fig. 4.6 Plano horizontal coincidente con los mezcladores. Componente en z.

Se observa como en la interface del fluido presente entre cada uno de los mezcladores, se genera un movimiento ascendente de fluidos.

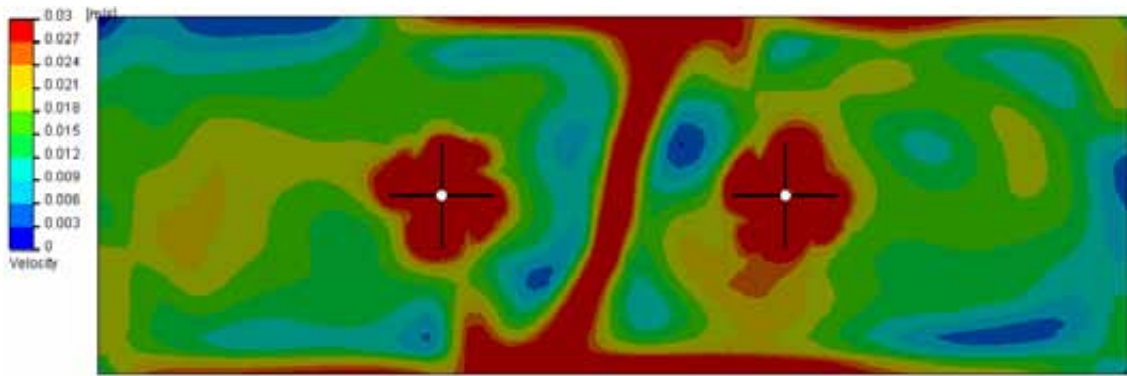


Fig. 4.7 Plano horizontal coincidente con los mezcladores. Perfil de velocidades.

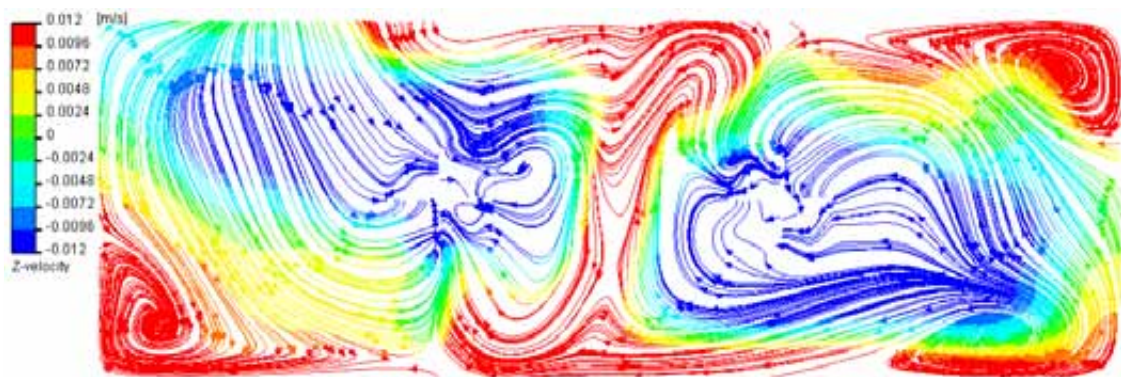


Fig. 4.8 Perfil de velocidades presente en plano horizontal coincidente con mezcladores.

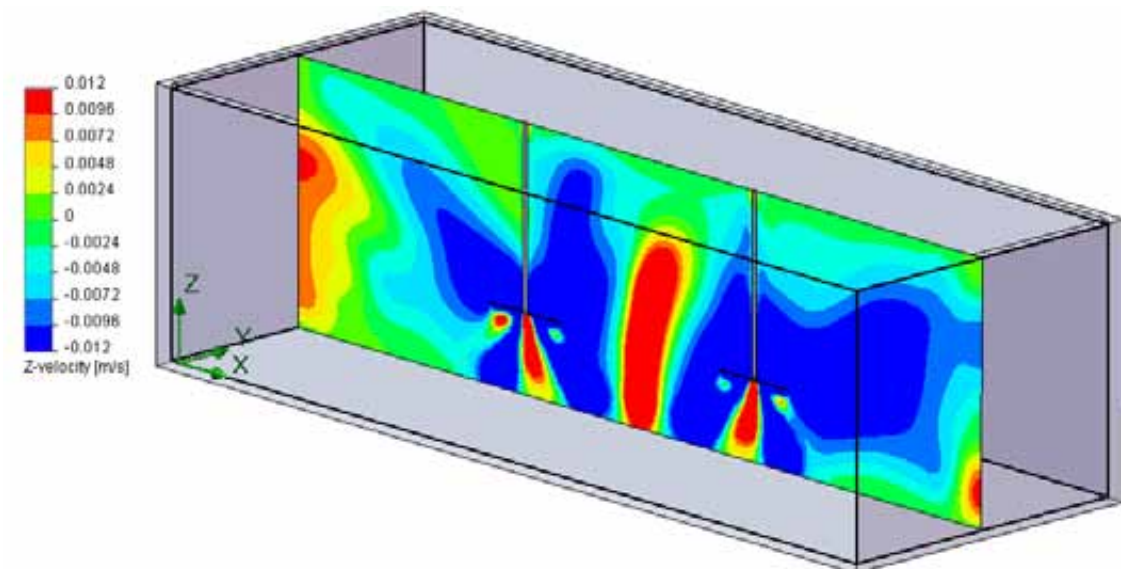


Fig. 4.9 Isométrico de presa de lodos.

Un plano vertical que corta el eje de los mezcladores permite observar el perfil de velocidades generado por los mismos. Al ser de tipo axial, el flujo muestra un movimiento en dirección  $-z$  representado por el color azul alrededor de los mezcladores. En la interface entre mezcladores se aprecia la zona roja en forma de gusano descrita en la fig. 4.2 la cuál, posibilita el arrastre de sólidos en el fondo del tanque.

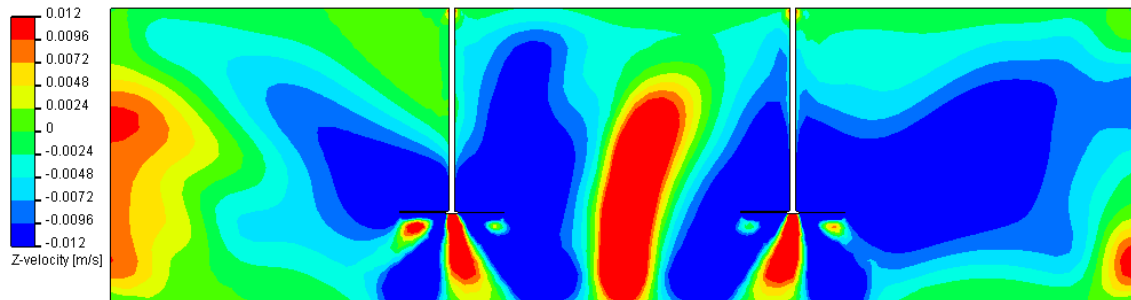


Fig. 4.10 Plano vertical coincidente con eje de mezcladores. Componente z de velocidad.

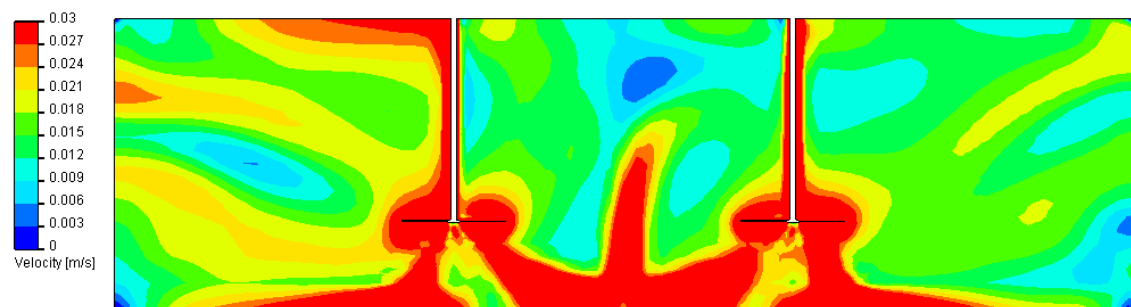


Fig. 4.11 Plano vertical coincidente con eje de mezcladores. Velocidad.

Como es de esperarse, las mayores velocidades en el sistema se encuentran en la interface sólido-líquido (mezclador-lodo). En la fig. 4.11 se observa que los datos concuerdan con este principio (zonas en color rojo).

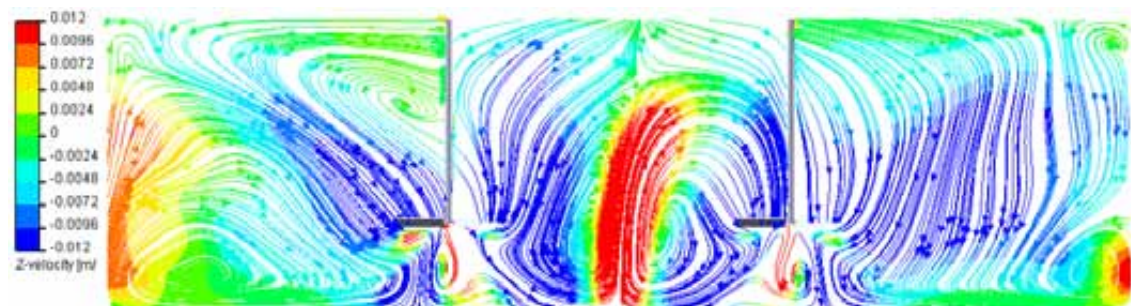


Fig. 4.12 Perfil de velocidades.



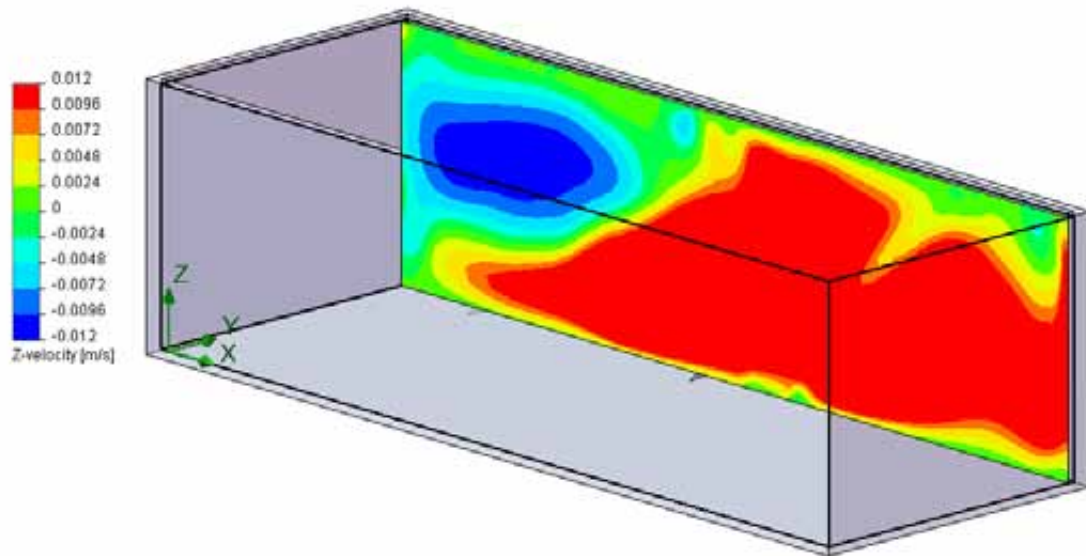


Fig. 4.13 Isométrico de presa de lodos

Para un plano vertical muy cercano a la pared de la presa existe una distribución de velocidades totalmente distinta a la observada en la fig. 4.9. Este resultado no es de sorprenderse es más, uno no esperaría lo contrario o sea, tener la misma distribución obtenida en un plano medio que corta a los mezcladores. Esta es la razón por la cuál, en ocasiones, no es suficiente analizar ciertos planos que cortan a un cuerpo en 3D. Lo interesante de esta figura es que los fluidos en ésta y otras geometrías tienden a subir o tener componentes de velocidad en  $+z$  justamente en regiones cercanas a las paredes de la presa, esto se observa igualmente en la fig. 4.6 mientras que la componente  $-z$  tiende a presentarse en el centro.

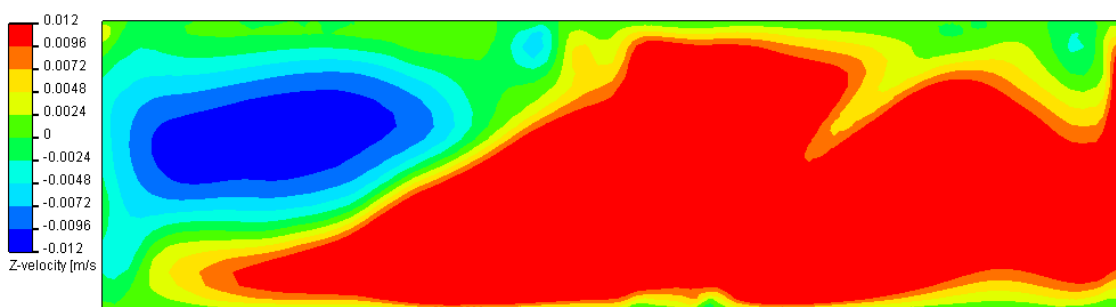


Fig. 4.14 Plano vertical cercano a pared de presa. Componente z de velocidad.

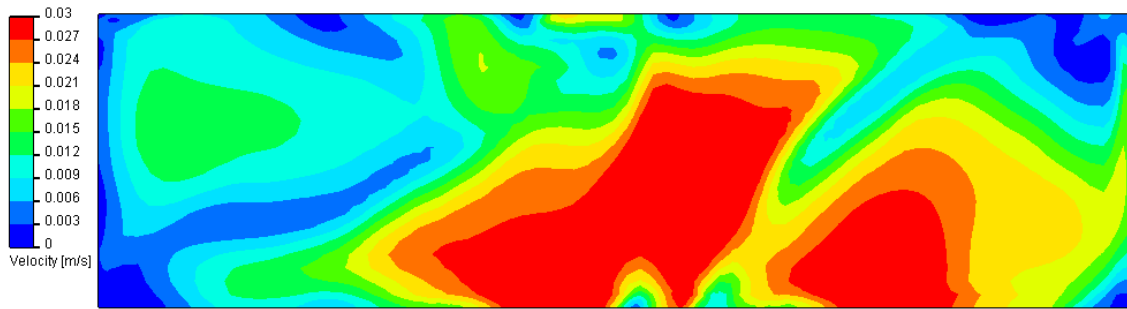


Fig. 4.15 Plano vertical cercano a pared de presa. Velocidad.

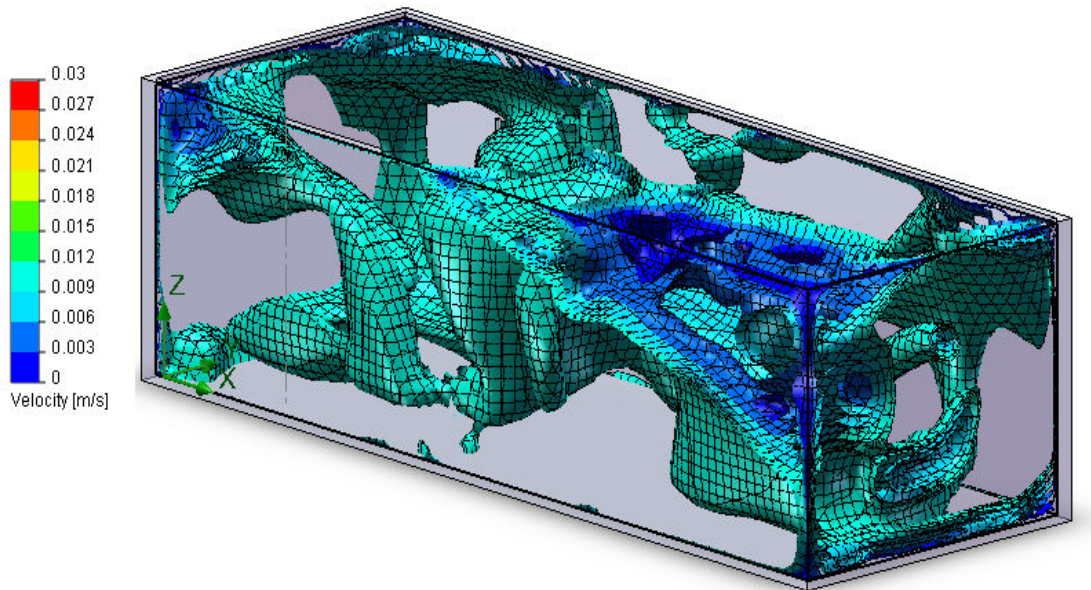
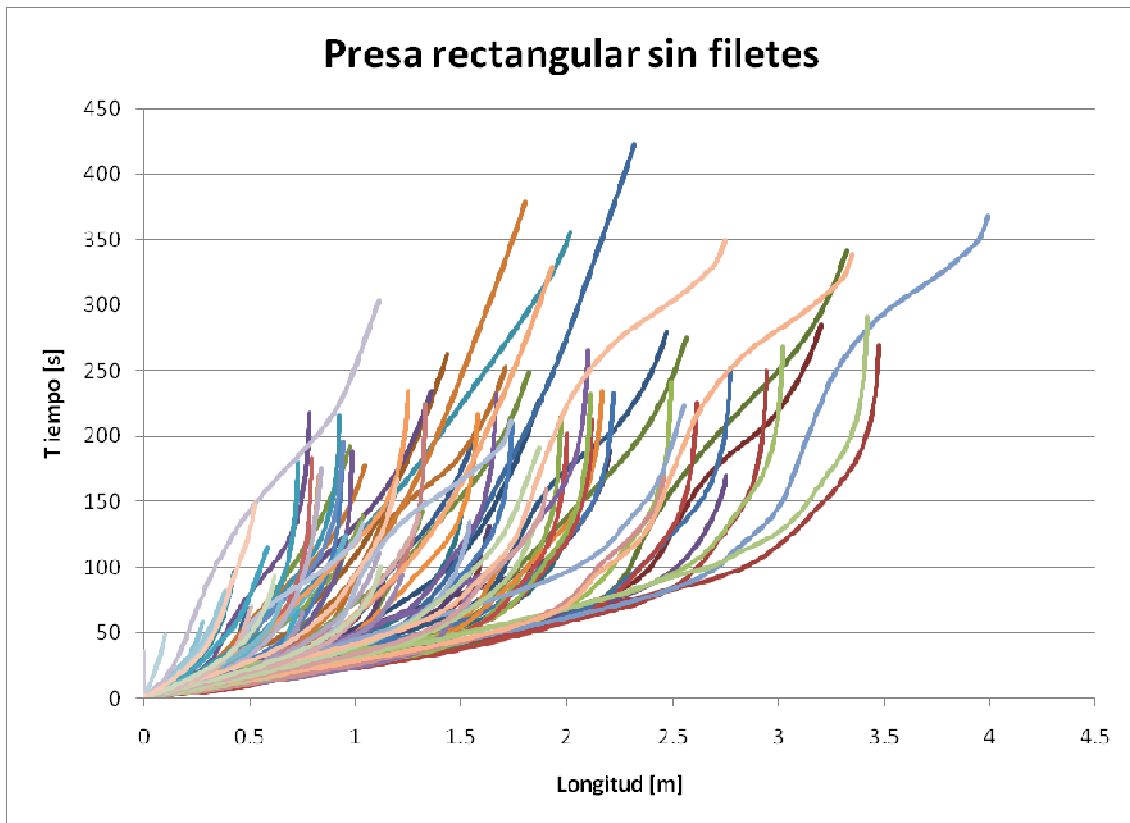


Fig. 4.16. Isosuperficies de velocidades.

En la fig. 4.16 se muestran las superficies que representan los puntos de estancamiento de sólidos. Dado que aquéllos son generados para valores determinados es posible que existan valores intermedios que no aparecen visualizados.

Para saber con mayor claridad la cantidad de puntos que presentan estancamientos de sólidos se hace uso de los datos generados por el software



Gráfica 4.1. Distribución de trayectorias para una presa rectangular sin filete.

Puntos generados	Puntos de estancamiento	%
108683	45568	41.92

Los puntos a resaltar de este primer análisis son:

1. La distribución de velocidades en el fondo de la presa rectangular no permite que exista arrastre de partículas con un diámetro mayor a  $125 \mu\text{m}$  en dirección z.
2. Existe movimiento de sólidos en el fondo de la presa dentro del plano x-y con una trayectoria dirigida principalmente a las paredes de la presa.
3. El estancamiento de sólidos en la base de la presa de lodos está presente de manera marcada en las paredes laterales que en las frontales. Este estancamiento mantiene alturas de hasta 40 cm en las esquinas de la presa.
4. El perfil de velocidades dentro del volumen de la presa varía dependiendo del plano que se quiera estudiar.
5. La componente positiva z de la velocidad tiende a aumentar en las cercanías de las paredes de la presa por lo que éstas son las regiones que favorecen el acarreo de sólidos.
6. El análisis de los datos crudos muestra que para esta geometría el 41.92 % de las velocidades son inferiores  $0.012 \text{ m/s}$ . generando asentamiento de sólidos o tiempos mayores de mezclado.

4.1.2 Rectangular con filete.

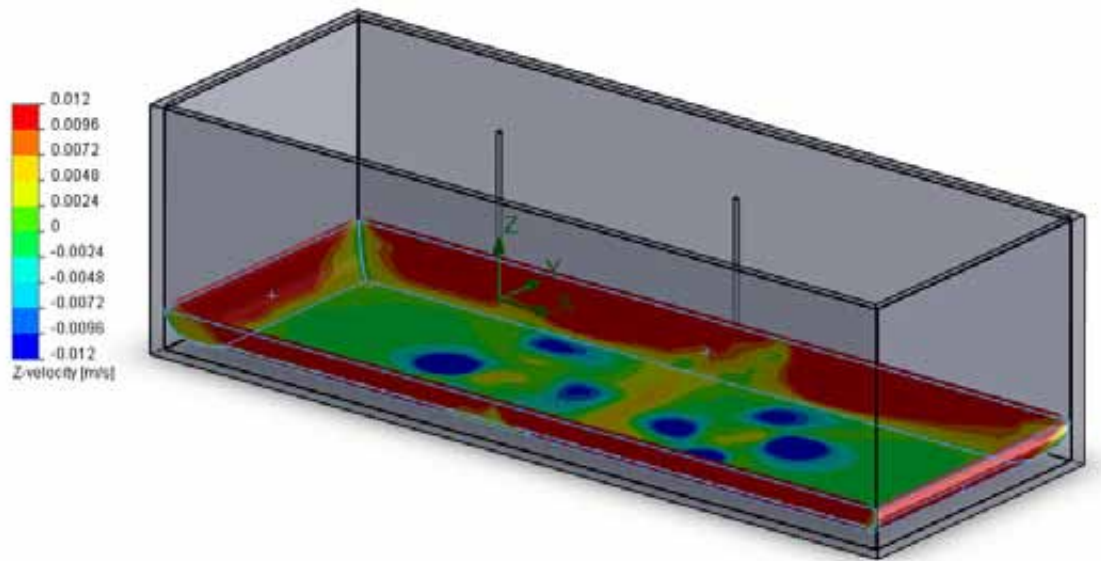


Fig. 4. 17. 1 Isométrico de presa de lodos.

Como se comentó anteriormente, cualquier partícula en contacto con el fondo de la presa se mantendrá en ese plano regida por trayectorias que las componentes de la velocidad en x e y le imponen. Con el fin de disminuir la acumulación de partículas en el fondo de la presa, se propone una presa en la cual, las esquinas formadas entre las paredes y el fondo sean eliminadas, fig. 4.17. En este caso el radio propuesto es de 400 mm.

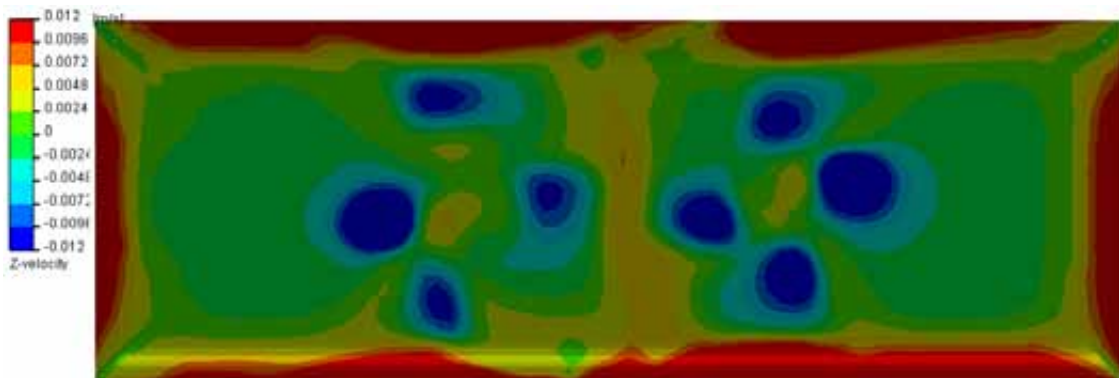


Fig. 4.18. Componente z de la velocidad para un plano en el fondo de la presa.

Como se muestra en las figuras 4.17 y 4.18, la incorporación de un ángulo o filete en el fondo de la presa genera componentes positivas en z que permiten el movimiento de partículas más allá del plano del fondo de la presa. Este movimiento acerca las partículas a planos más próximos al mezclador los cuáles, experimentan una mayor velocidad.



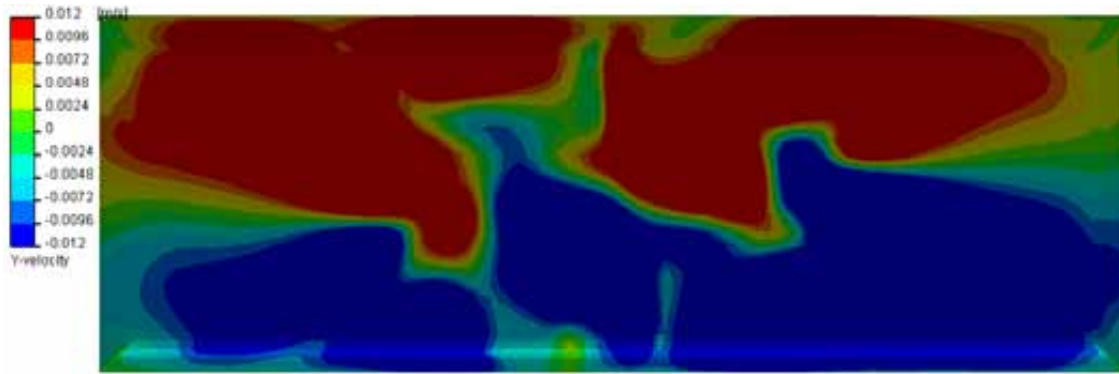


Fig. 4.19. Componente  $y$  de la velocidad para un plano en el fondo de la presa.

Este movimiento ascendente depende en su totalidad de las componentes de la velocidad tanto en  $x$  como en  $y$  presentes en el fondo de la presa de mezclado. En la fig. 4.19 se observan los valores de la componente de velocidad en  $y$ , dado que el sistema de referencia se encuentra en el centro de la presa fig. 4.17, la mitad de los valores se encuentran en color rojo  $+y$  y la otra en azul  $-y$ . Estos valores se generan en la placa de la presa de lodos y continúan sobre el filete creado generando un efecto de rampa para las partículas de sólidos en el fondo que obliga a que éstas suban.

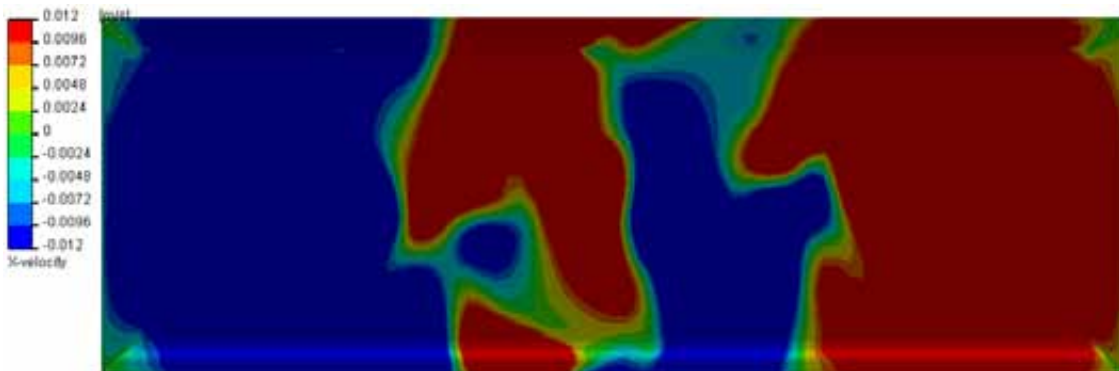


Fig. 4.20. Componente  $x$  de la velocidad para un plano en el fondo de la presa.

Para la componente  $x$  de la velocidad pasa un fenómeno parecido al generado por la componente  $y$  de la velocidad afectando principalmente a las partículas presentes en las paredes laterales de la presa.

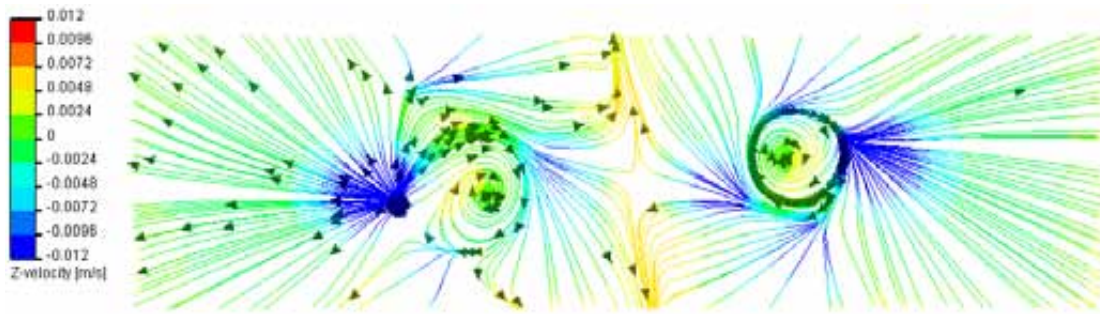


Fig. 4.21 Trayectorias presentes en el fondo de la presa.

Visualizando las trayectorias, como se muestra en la fig. 4.21, es posible entender de mejor manera como las componentes x-y de la velocidad permiten el movimiento de partículas fuera del fondo de la presa.

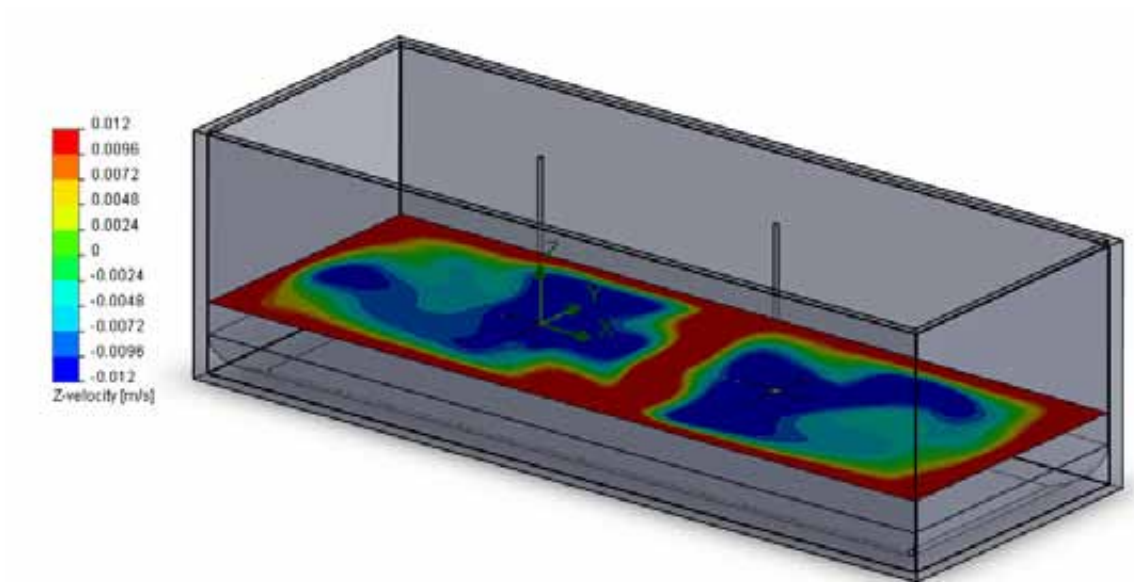


Fig. 4.22 Isométrico de presa de lodos.

El perfil de la componente de velocidad en z varía ligeramente con respecto al de la fig. 4.6. En este caso se muestran un perfil de velocidades en z (color rojo) cerrado.

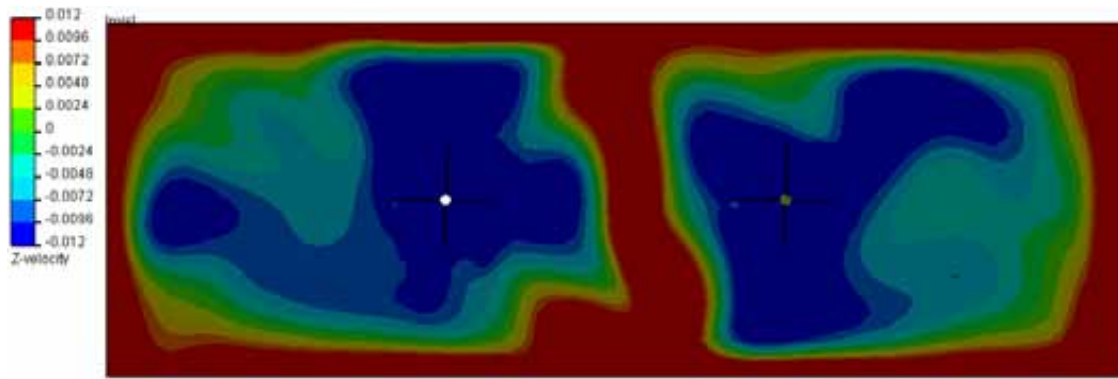


Fig. 4. 23 Plano horizontal coincidente con los mezcladores. Componente en z.

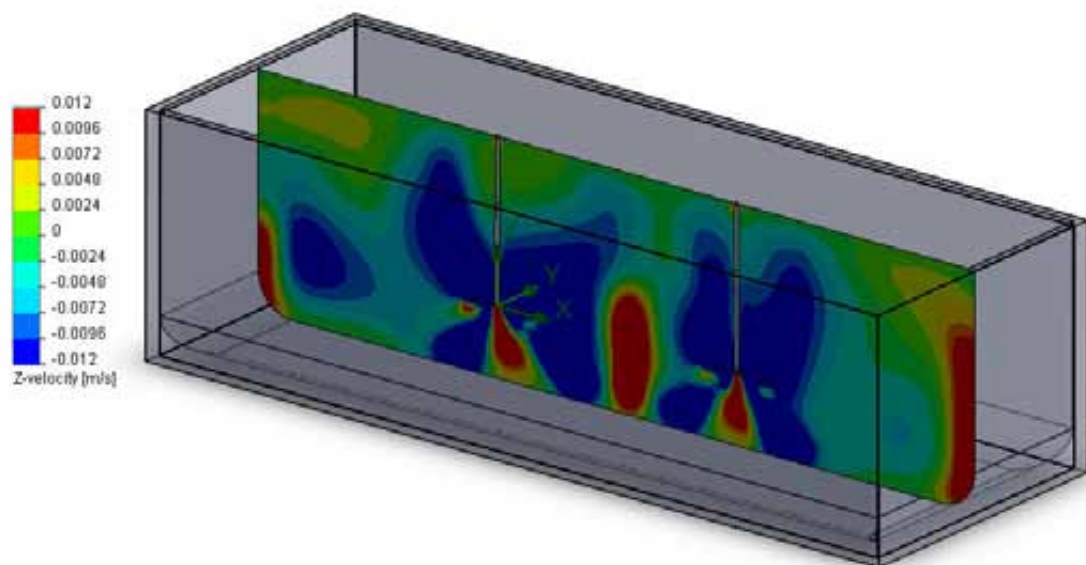


Fig. 4.24 Isométrico de presa de lodos.

La componente en z de la velocidad presenta ligeras variaciones con respecto a la fig. 4.9. Ligeras variaciones en las zonas en rojo son las más evidentes.

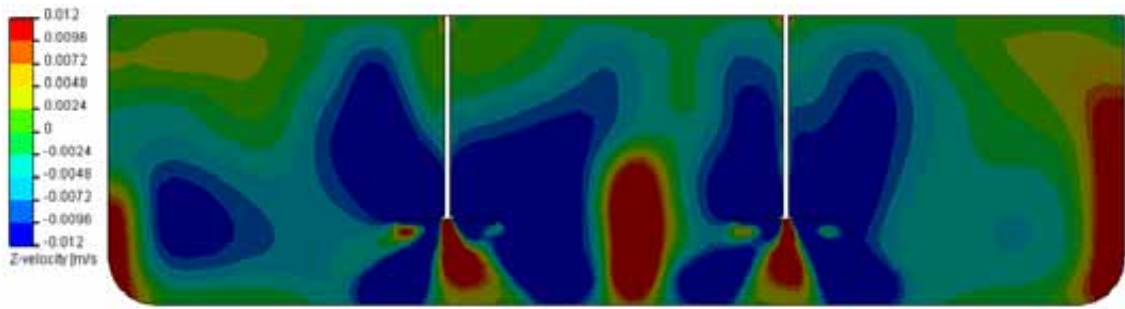


Fig. 4.25 Plano vertical coincidente con eje de mezcladores. Componente z de velocidad.

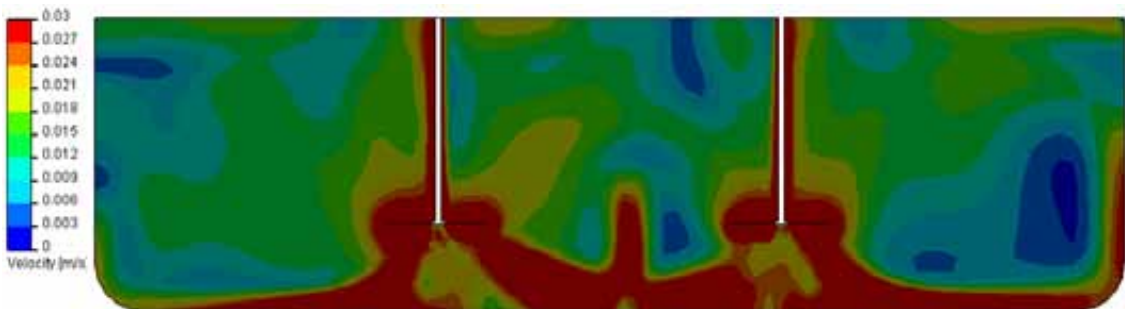


Fig. 4.26 Plano vertical coincidente con eje de mezcladores. Componente z de velocidad.

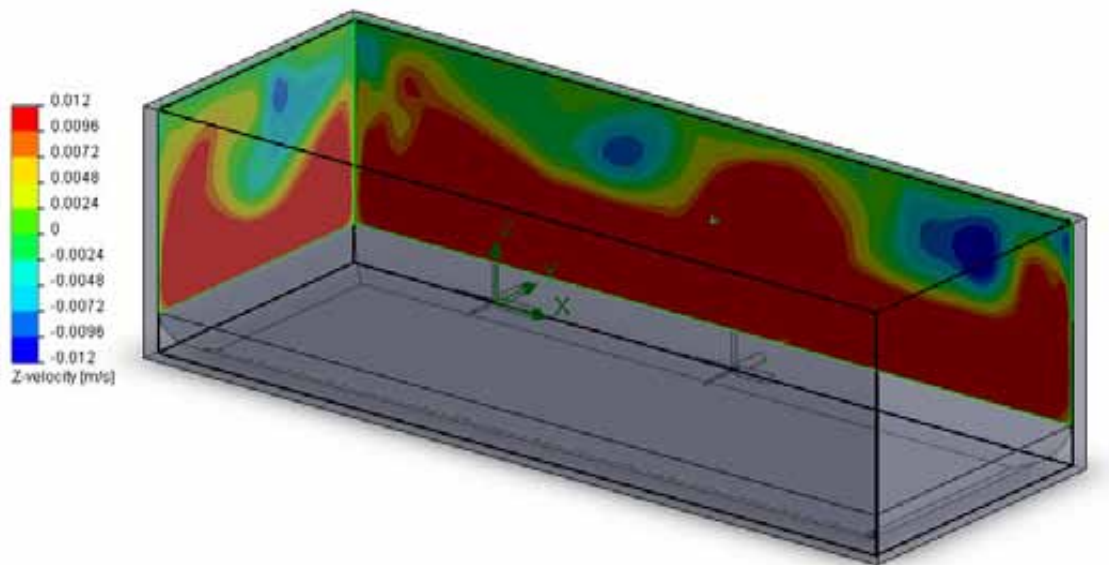


Fig. 4.27 Componente en z sobre pared posterior y lateral de presa de lodos.

Como se mencionó con anterioridad, las componentes z de la velocidad están presentes con mayor frecuencia en las paredes de la presa.



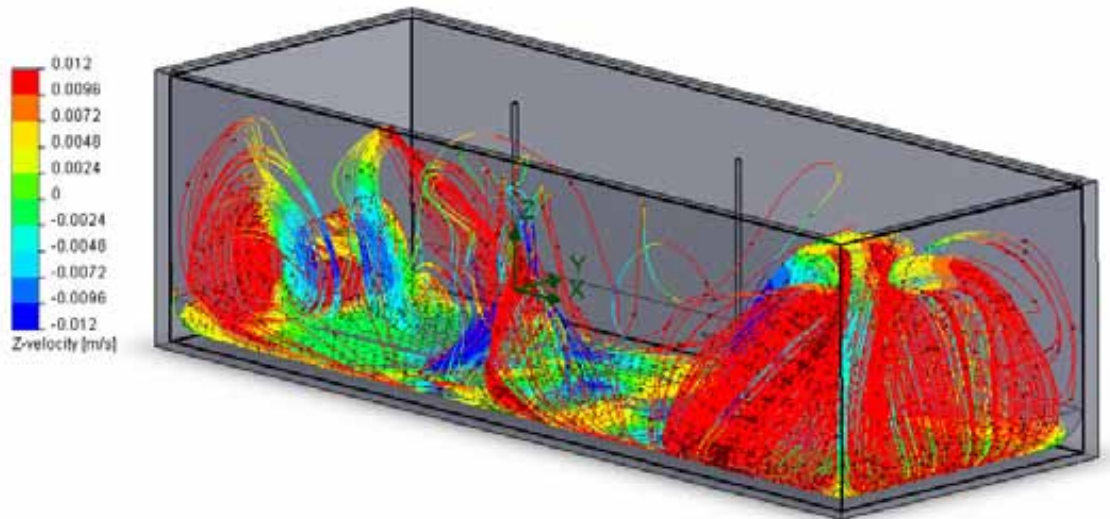


Fig. 4. 28 Trayectorias generadas sobre partículas de bentonitas localizadas en el fondo de la presa.

La modificación propuesta mejora en cierta medida la acumulación de sólidos en el fondo de la presa de lodos. Como se muestra en la fig. 4.28 las partículas sólidas son dispersas a lo largo de distintas trayectorias en donde predominan las trayectorias cercanas a las paredes laterales mientras que, en el centro, existen puntos de acumulación de sólidos, consecuencia de los vórtices creados en la intersección de flujos generados por los mezcladores.

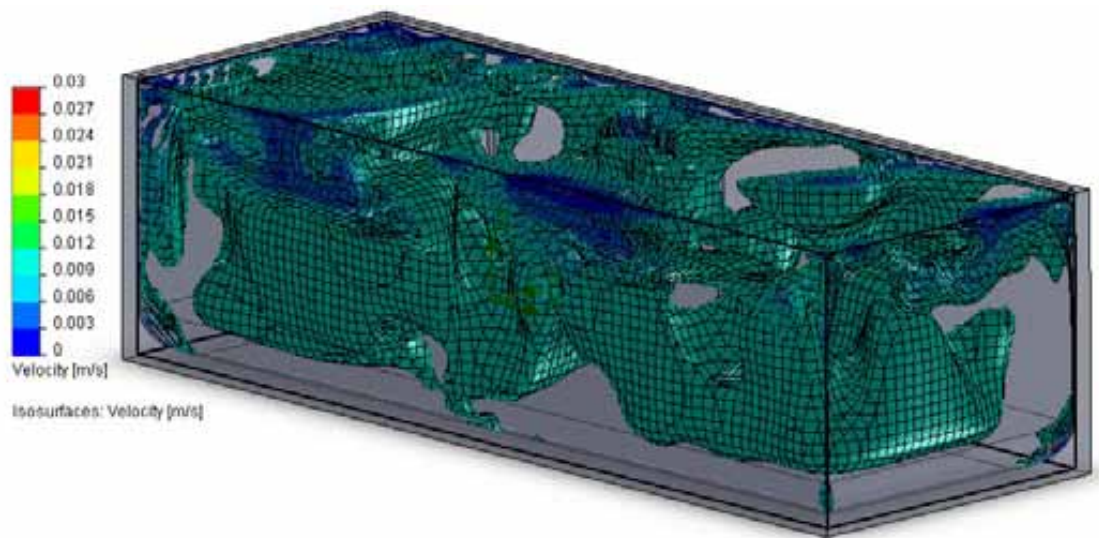
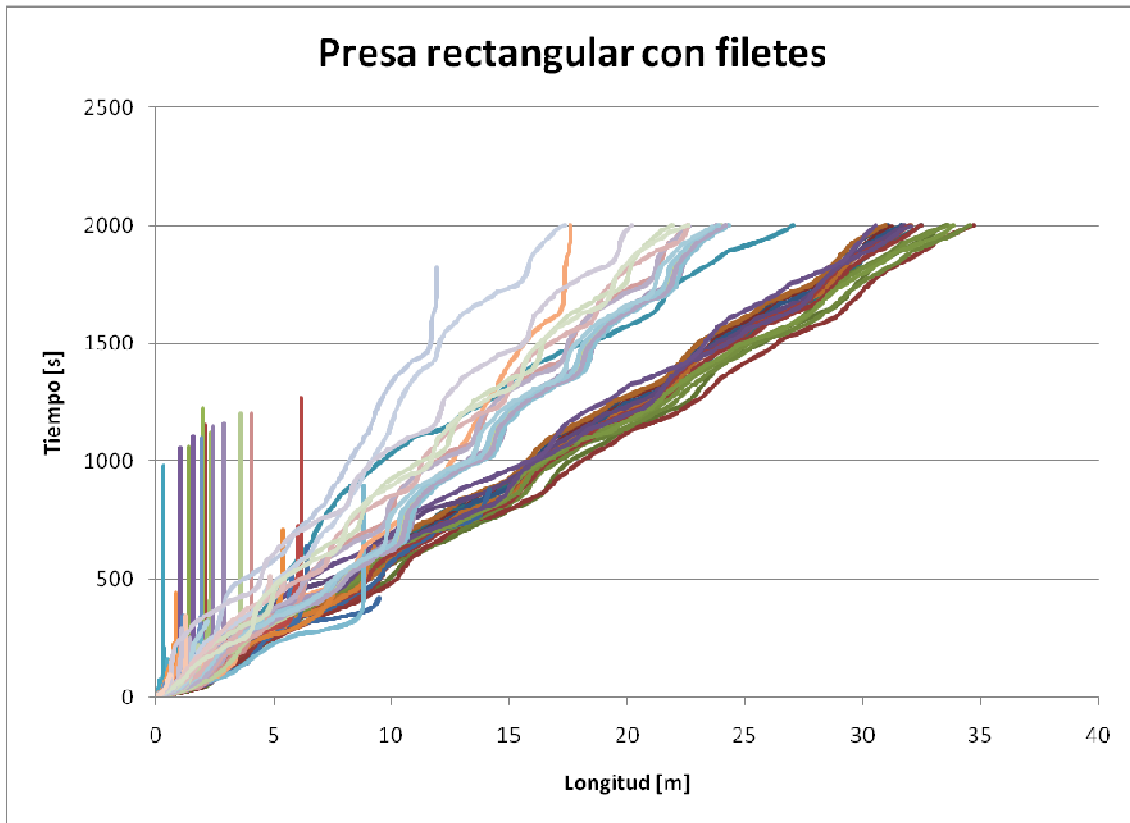


Fig. 4.29 puntos de estancamiento para partículas de bentonita.

Isosuperficies que muestran los puntos de estancamiento de sólidos o valores donde la velocidad es menor que la velocidad mínima de arrastre.



Gráfica 4.2. Distribución de trayectorias para una presa rectangular con filete.

Ver gráfica 4.4 y 4.5 para interpretación de datos.

<b>Puntos generados</b>	<b>Puntos de estancamiento</b>	<b>%</b>
95420	39363	41.25

Los puntos a resaltar de este análisis son:

1. La incorporación de un filete o ángulo en el fondo de la presa rectangular permite que exista arrastre de partículas con un diámetro de  $0.125 \mu\text{m}$  en dirección  $z$  eliminando el estancamiento de sólidos en regiones de la presa de lodos tales como las paredes laterales de la misma
2. Las componentes  $x$ - $y$  de la velocidad son las que, en combinación con el filete en el fondo de la presa, permiten el arrastre de las partículas fuera del piso de la presa de lodos.
3. Dada la configuración y geometría de la presa de lodos, existen zonas sobre los filetes en los cuáles, la componente ( $y$ ) de la velocidad es inferior a  $0.012 \text{ m/s}$  por lo que no es posible arrastrar sólidos en dirección de  $z$ . En zonas en donde la componente ( $y$ ) de la velocidad es mayor a  $0.012 \text{ m/s}$  existe una componente  $x$  de la velocidad más grande que  $v_y$  tal que el movimiento obtenido es tangente al filete del fondo generándose así zonas sin arrastre de sólidos en dirección  $z$ .
4. Existe estancamiento de sólidos en las esquinas inferiores de la presa de lodos.
5. La componente positiva  $z$  de la velocidad tiende a incrementarse en las cercanías de las paredes de la presa por lo que, éstas son las regiones que favorecen el acarreo de sólidos.
6. El análisis de los datos crudos muestra que para esta geometría el  $41.25 \%$  de las velocidades son inferiores  $0.012 \text{ m/s}$ . Un aumento pequeño con respecto al modelo anterior.
7. El presente modelo no mejora el porcentaje de puntos con valores de velocidad menores a  $0.012 \text{ m/s}$  pero sí favorece el arrastre de sólidos en dirección de  $z$ , fig. 4.28.

4.1.3 Cuadrada con base plana sin filete.

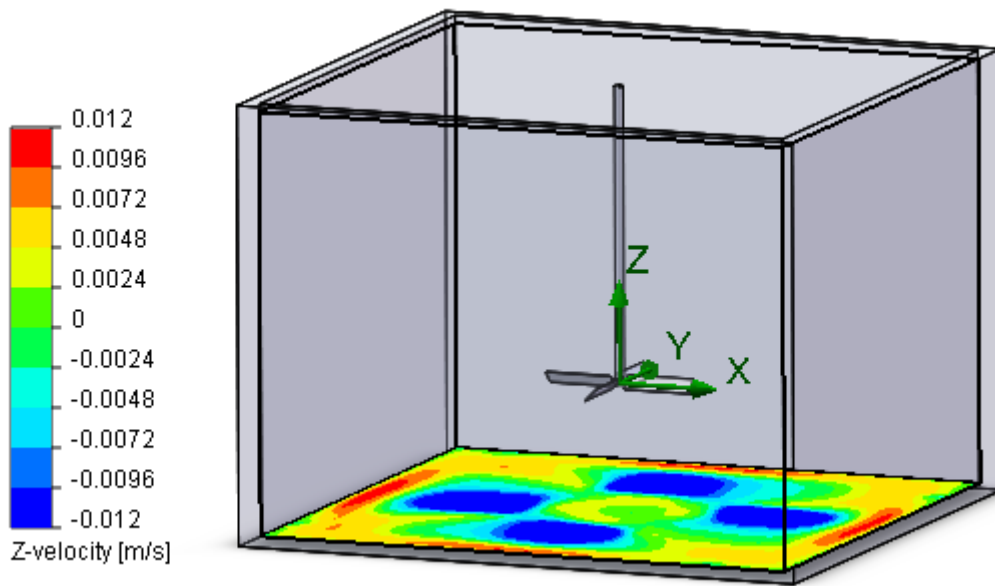


Fig. 4.30. Isométrico de presa de lodos cuadrada.

La distribución de velocidades en la base de la presa cuadrada se realiza de manera simétrica presentando componentes en z de la velocidad mayores a los observados en la presa rectangular, esto puede ser visto en las zonas de color amarillo naranja y rojo sin embargo, esta distribución no es suficiente para lograr que las partículas presentes en este plano puedan ser arrastradas en dirección z.

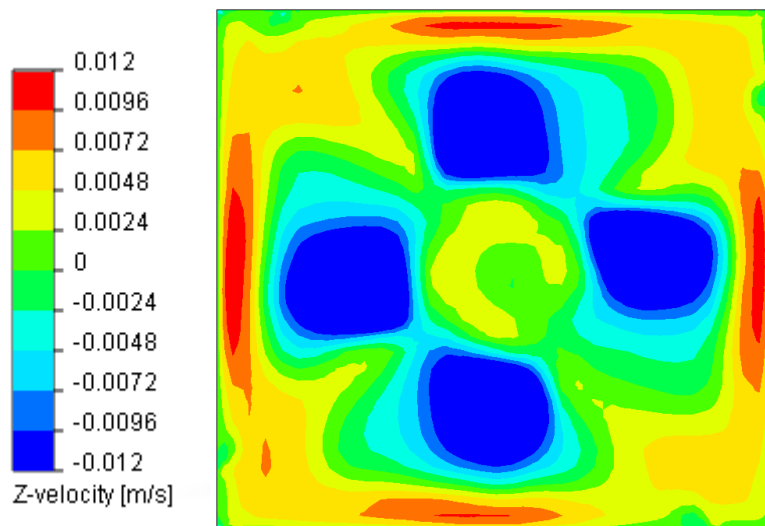


Fig. 4.31. Componente z de la velocidad para un plano en el fondo de la presa.



El efecto que las paredes tienen sobre la distribución de las velocidades muestra que es en estas regiones donde se presentan los valores más altos de la componente en z de la velocidad (regiones rojas y naranjas)

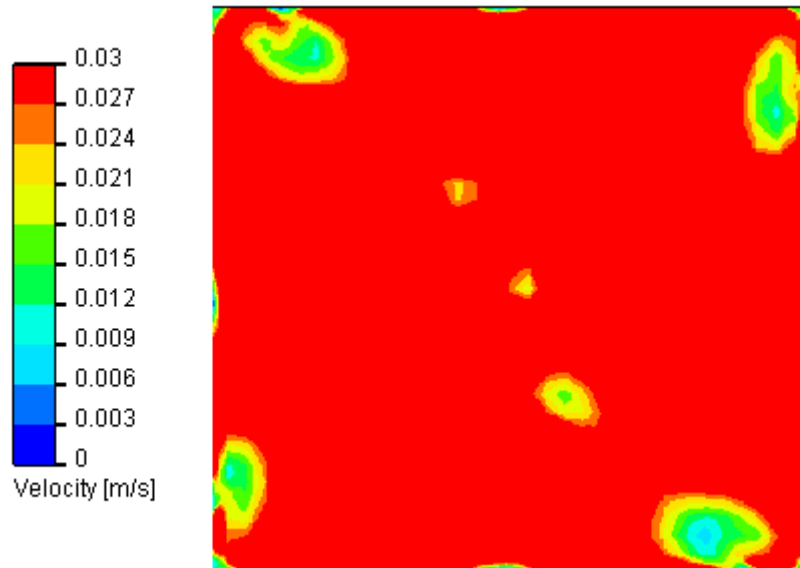


Fig. 4.32. Velocidad para un plano en el fondo de la presa.

La velocidad en el fondo de la presa muestra valores mayores a 0.012 m/s en toda su superficie debido a las componentes x-y de la velocidad. Estos valores mantienen a los sólidos en movimiento constante sobre el fondo de la presa cuadrada. Si se compara la fig. 4.32 con la fig. 4.3 es fácil observar como se presentan valores de velocidad mayores en la geometría cuadrada que en la rectangular, mientras que en la geometría cuadrada predominan valores mayores a 0.027 m/s en la geometría rectangular existen, además de zonas muertas, zonas con valores entre 0.012 y 0.027 m/s. Esto muestra mayor eficiencia en la geometría cuadrada que en la rectangular.

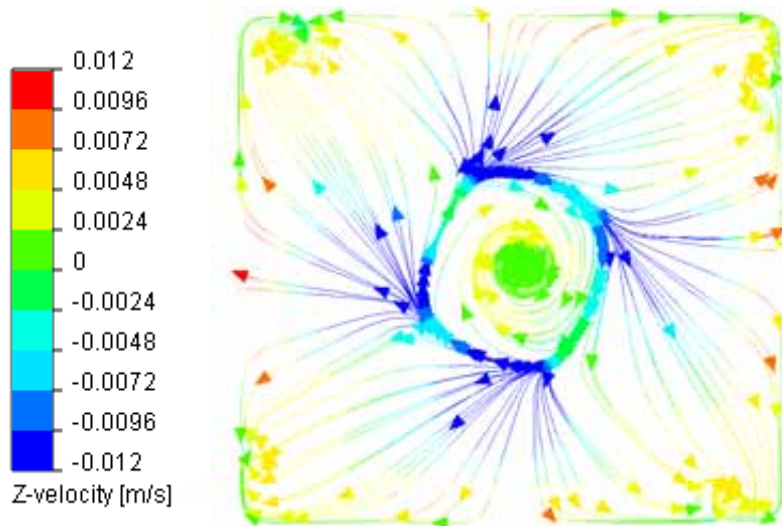


Fig. 4.33 Trayectorias presentes en el fondo de la presa.

Como puede observarse de la fig. 4.33 las trayectorias en la base de la presa presentan direcciones hacia las paredes, al momento de llegar a estas zonas se presenta una desviación en la cuál, las trayectorias se vuelven paralelas a ellas. Esta desviación en las trayectorias de forma paralela muestra la ineficiencia de este diseño pues en lugar de aprovechar estas trayectorias radiales para levantar sólidos al incorporar una rampa o filete, se disipa la energía en las esquinas de la presa.

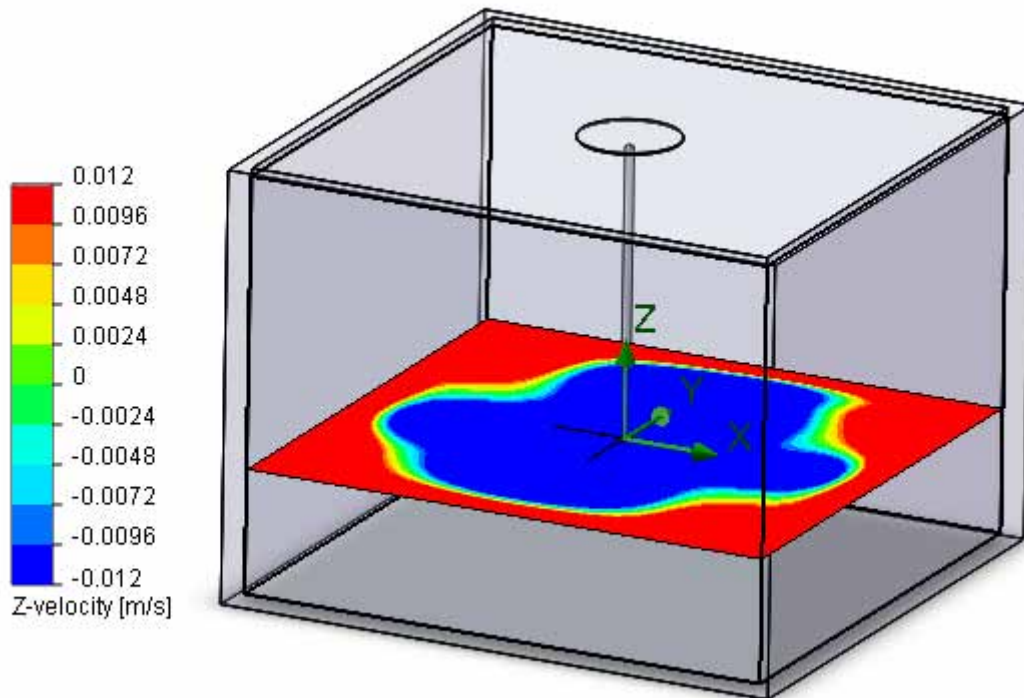


Fig. 4.34 Isométrico de presa de lodos, componente de velocidades en z.

En la fig. 4.34 es posible ver la distribución de velocidades para  $v_z$  en el plano del mezclador, tres son las zonas presentes en este plano, roja que corresponde a los valores de  $v_z$  positivos mayores a 0.012 m/s, una zona azul, donde  $v_z$  presenta valores mayores a -0.012 m/s y una zona intermedia o de transición sin transporte de sólidos en dirección z.

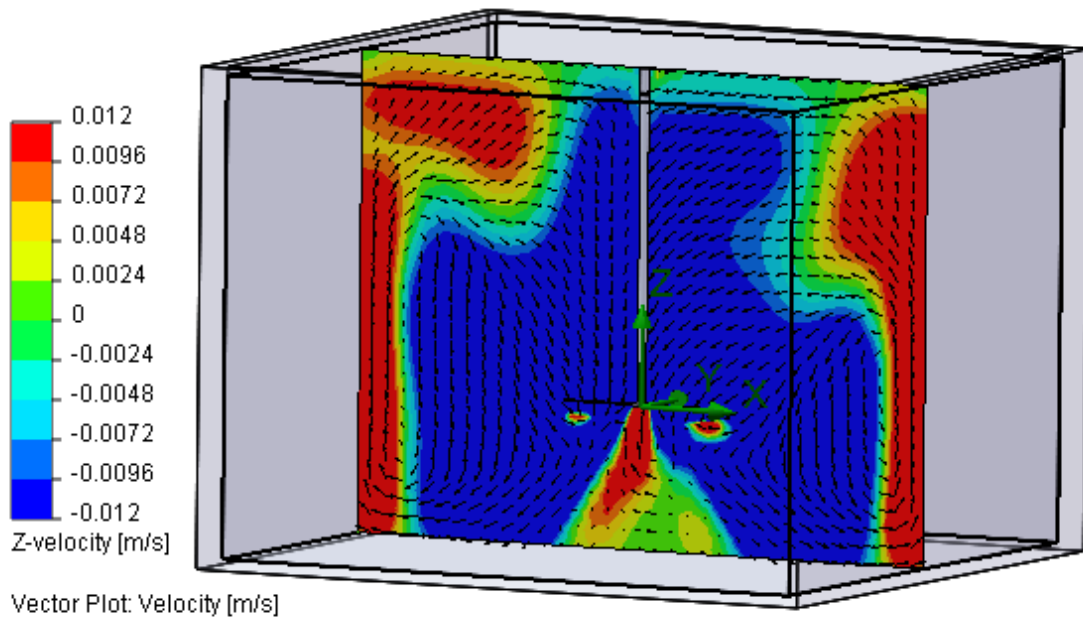


Fig. 4.35 Isométrico de presa de lodos, componente de velocidades en z.

En la fig. 4.35 se observan las trayectorias presentes en esta geometría, el fluido baja por el centro de la presa y asciende por los extremos. La zona de transición entre este movimiento ascendente-descendente es angosto en esta geometría. La zona en verde en la parte inferior de este plano corresponde a un vórtice en forma de cono en el cual, el fluido rota alrededor del eje del mezclador.

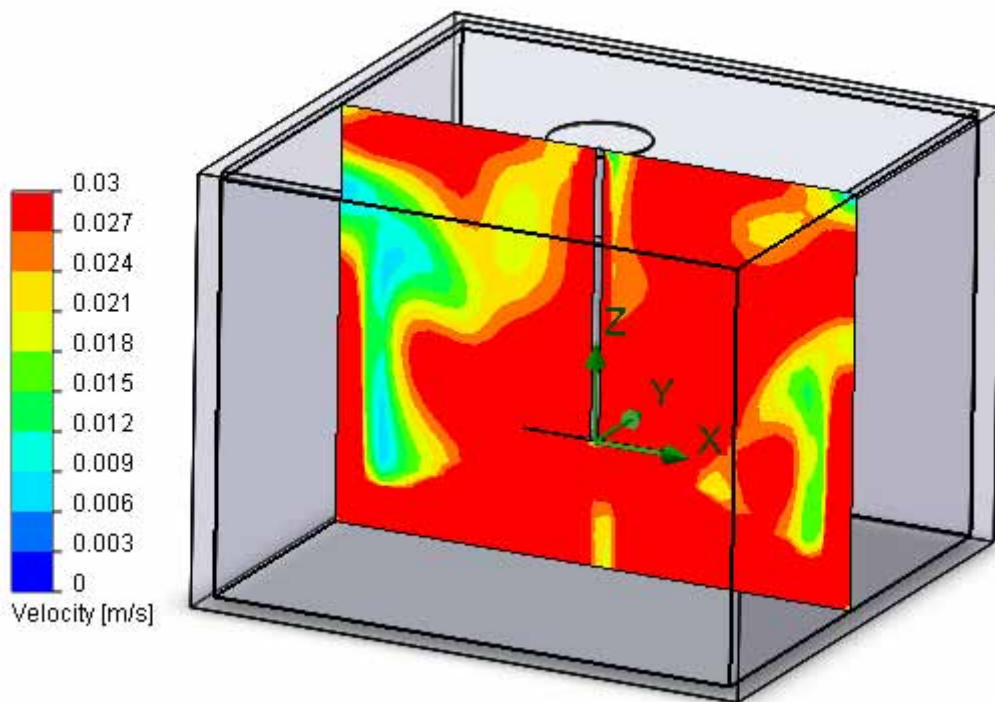


Fig. 4.36 Isométrico de presa de lodos, componente de velocidades en z.

En la fig. 4.36 se muestra un perfil de velocidades presente en el plano medio de la mezcladora. Según la escala de colores, las zonas en color cian y azul son aquellas que presentan estancamiento de sólidos las cuáles, están poco presentes en este plano. Este comportamiento de velocidades varía de acuerdo al plano en estudio.

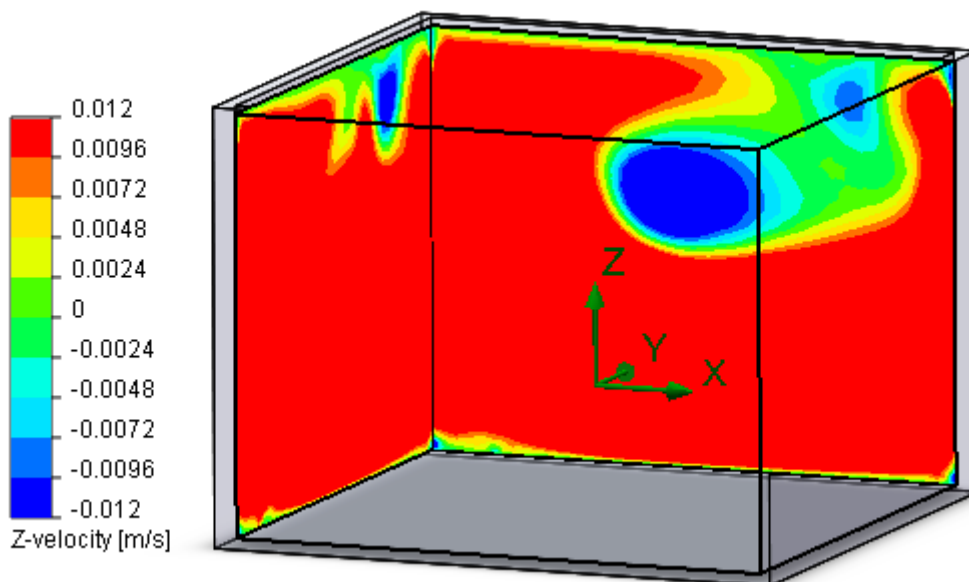


Fig. 4.37 Isométrico de presa de lodos, componente de velocidades en z.

En la fig. 4.37 se observa como las trayectorias en las paredes de la presa presentan trayectorias ascendentes que permiten el arrastre de sólidos en dirección positiva de z. En la zona de las esquinas entre las paredes de la presa y el fondo existen zonas en color verde y azul con valores inferiores a 0.012 m/s las cuáles, presentan en efecto inhibitor para arrastrar las partículas existentes en el fondo de la presa. A diferencia de la presa rectangular, estas zonas representan como máximo 6 cm de altura.

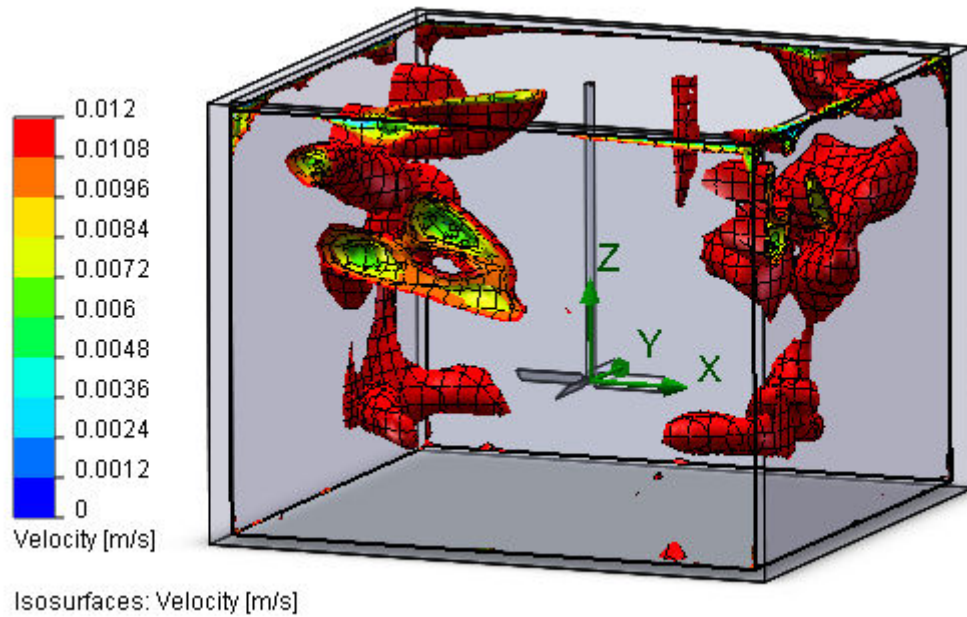
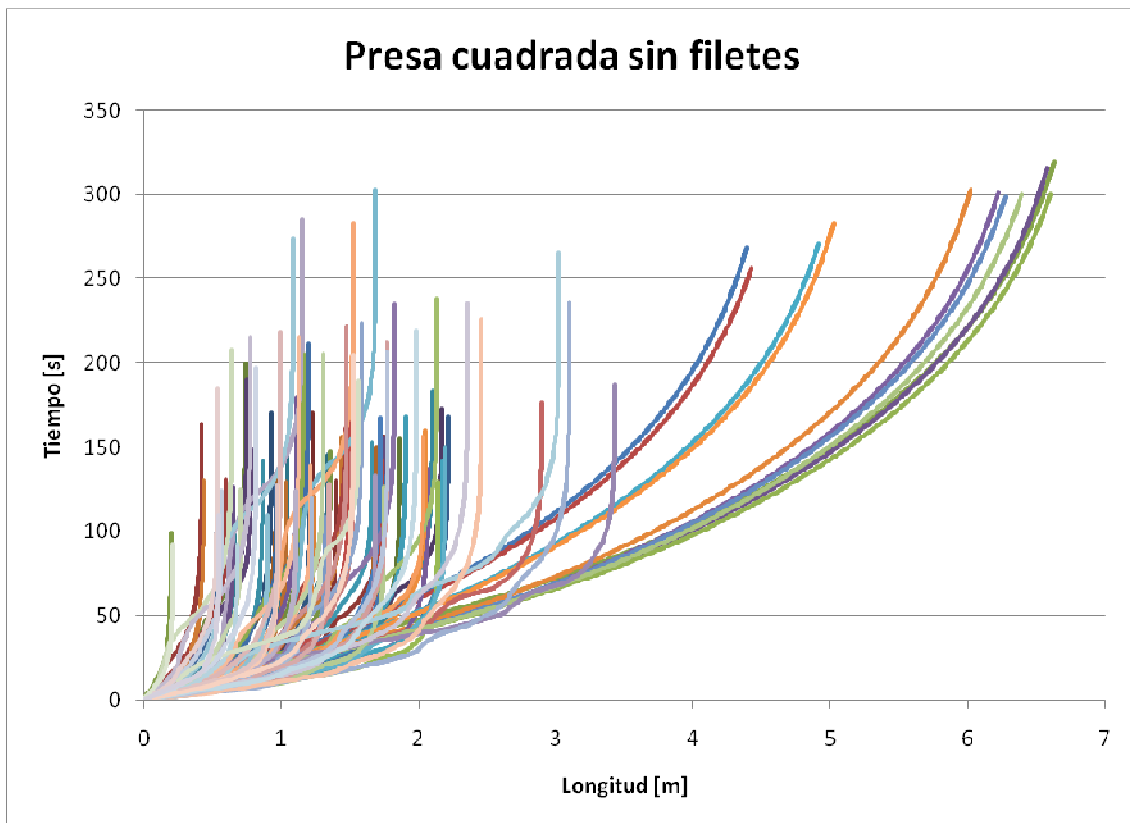


Fig. 4.38 Puntos de estancamiento para partículas de bentonita.

En la fig. 4.38 se muestran las isosuperficies que envuelven puntos con valores menores a 0.012 m/s.



Gráfica 4.3. Distribución de trayectorias para una presa cuadrada sin filete.

<b>Puntos generados</b>	<b>Puntos de estancamiento</b>	<b>%</b>
40542	4778	11.78

Los puntos a resaltar de este primer análisis son:

1. La distribución de velocidades en el fondo de la presa cuadrada no permite que exista arrastre de partículas con un diámetro mayor a  $125\ \mu\text{m}$  en dirección z.
2. Existe movimiento de sólidos en el fondo de la presa dentro del plano x-y con una trayectoria dirigida principalmente a las paredes de la presa.
3. Los valores de velocidad presentes en el fondo de la presa muestran una distribución simétrica dentro de la cuál, sus valores son mayores a los presentes en la presa rectangular.
4. Los valores de la componente de velocidad en z presentes en el plano del mezclador muestra un área mayor de arrastre que la generada en la presa rectangular.
5. El estancamiento de sólidos en la base de la presa de lodos esta presente de manera marcada en las paredes laterales que en las frontales. Este estancamiento mantiene alturas de hasta 6 cm en las esquinas de la presa.
6. El perfil de velocidades dentro del volumen de la presa varía dependiendo del plano que se quiera estudiar.
7. La componente positiva z de la velocidad tiende a aumentar en las cercanías de las paredes de la presa por lo que éstas son las regiones que favorecen el acarreo de sólidos.
8. El análisis de los datos crudos muestra que para esta geometría el 11.78 % de las velocidades son inferiores  $0.012\ \text{m/s}$ .

#### 4.1.4 Cuadrada con base plana con filetes

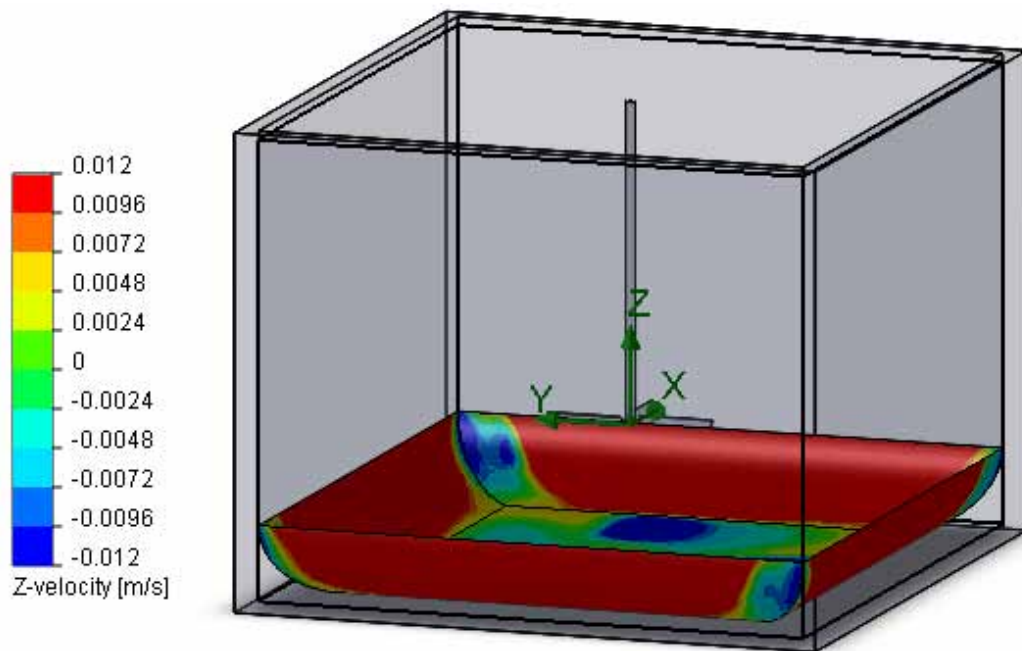


Fig. 4.39 Isométrico de presa de lodos cuadrada.

Como se mostró en la fig. 4.30 una geometría cuadrada con aristas o esquinas en el fondo no permite el arrastre de sólidos en dirección  $z$  restringiéndolo a un plano  $x$ - $y$ . Esta limitante está presente dentro de los 6 cm de altura con respecto a la base de la presa. Conociendo esto ( y aplicando los resultados obtenidos con el filete en la presa rectangular) se propone una presa cuadrada con filetes en el fondo con el fin de mejorar el arrastre de sólidos del fondo de la presa.

En la fig. 4.39 y 4.40 se muestran los valores de la componente en  $z$  del fondo y filetes de la presa cuadrada. Como puede verse el filete en el fondo de la presa permite que las trayectorias no solo se desarrollen dentro de un plano  $x$ - $y$ , como en la presa sin filete, si no que al arribar al filete continúen su movimiento vertical sobre las paredes facilitando con esto el arrastre de sólidos fig. 4.42.

Las zonas en color rojo sobre el filete son aquéllas por donde se presentan trayectorias ascendentes.



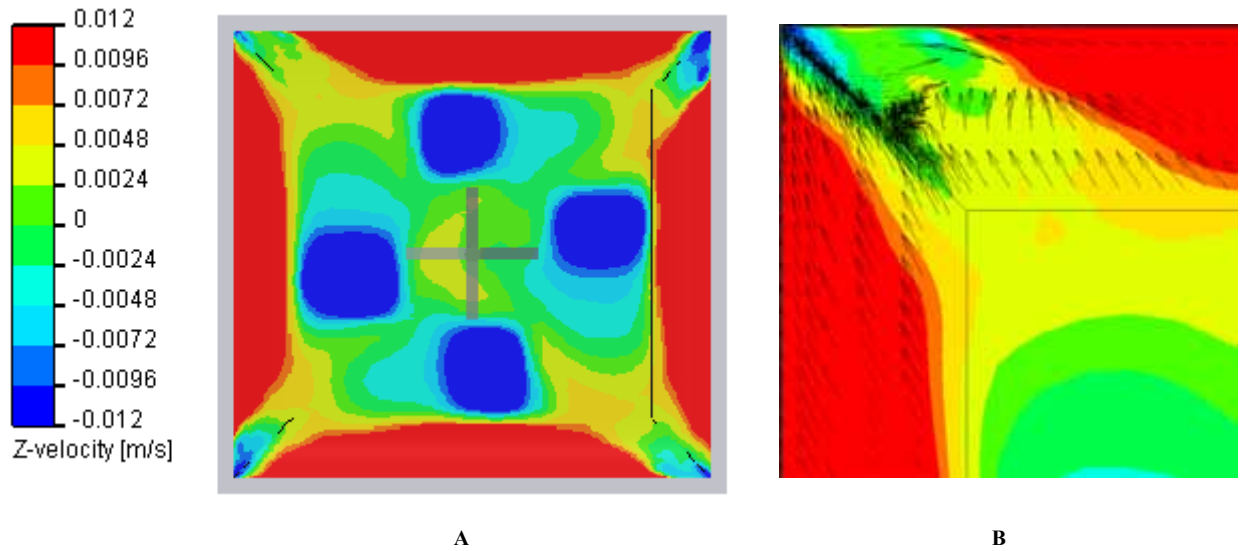


Fig. 4.40 a) Componente  $z$  de la velocidad para un plano en el fondo de la presa, b) Encuentro de trayectorias.

En las esquinas del fondo de la presa cuadrada se presentan zonas de color verde-cian-azul las cuáles, representan un efecto descendente de fluidos consecuencia del encuentro de trayectorias de flujo como se muestra en la fig. 4.40 b. Este efecto no puede ser eliminado al cambiar el radio del filete.

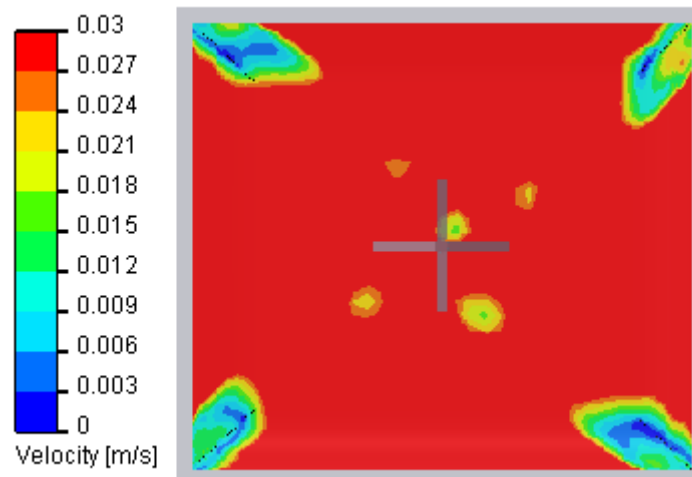


Fig. 4.41 Velocidad para un plano en el fondo de la presa.

En el caso de la distribución de velocidades se observan pequeñas zonas en las esquinas en colores cian-azul las cuáles, representan valores inferiores a 0.012 m/s por lo que se espera asentamiento de sólidos en estas regiones.

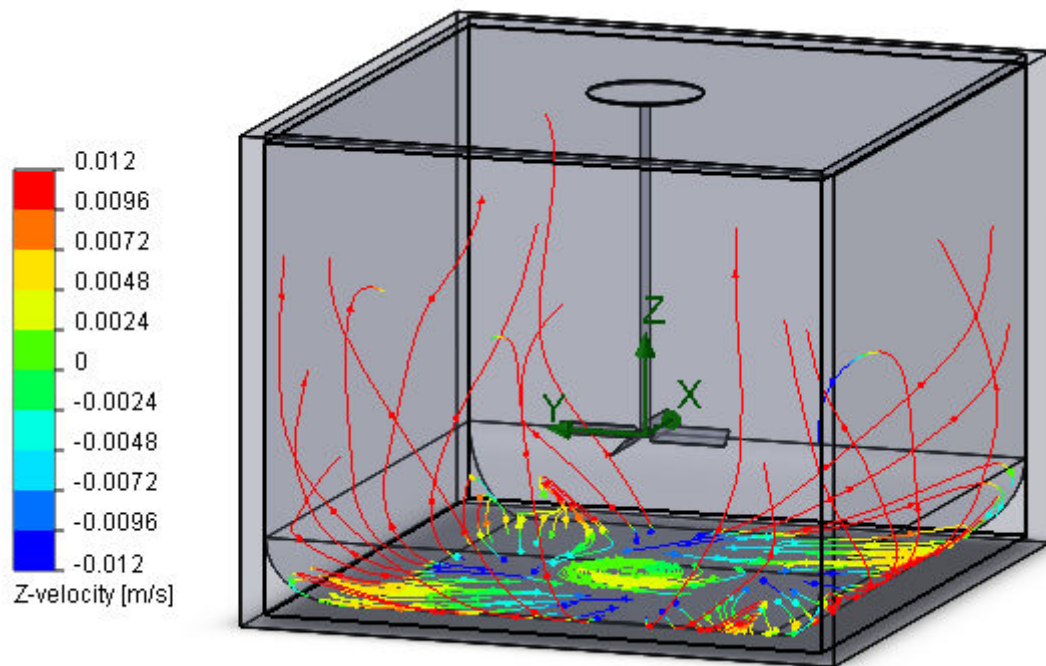


Fig. 4.42 Ascenso de partículas por paredes de la presa de lodos. Después de 50 s de agitación.

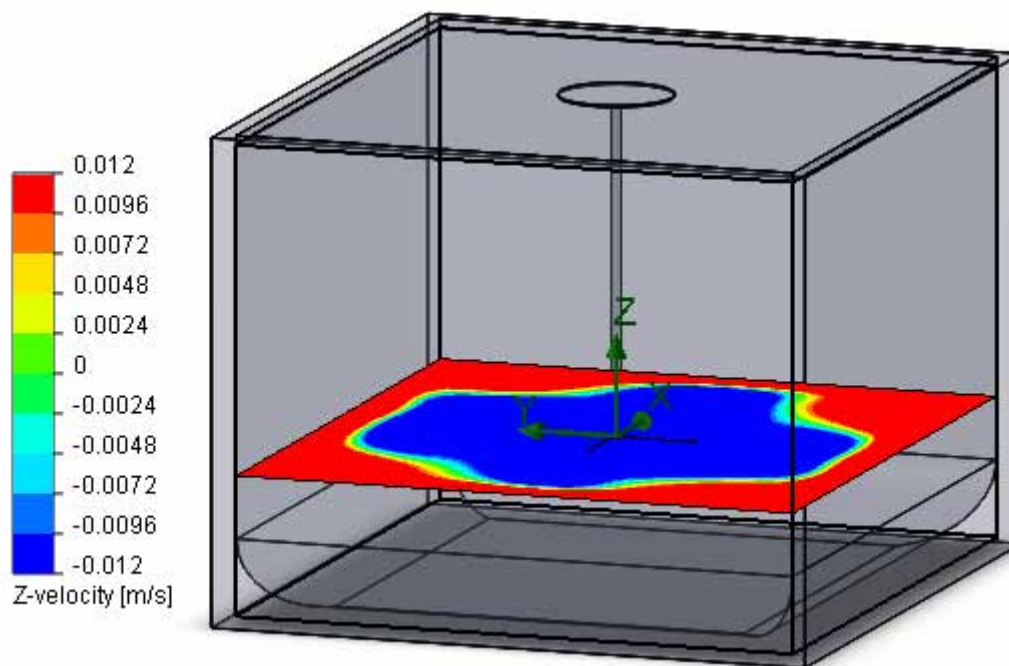


Fig. 4.43 Isométrico de presa de lodos, componente de velocidades en z.

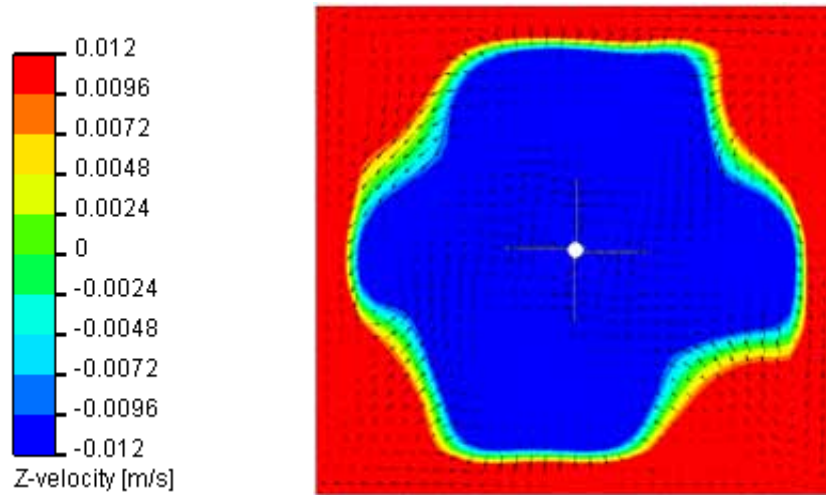


Fig. 4.44 Perfil de trayectorias en plano horizontal de mezclador.

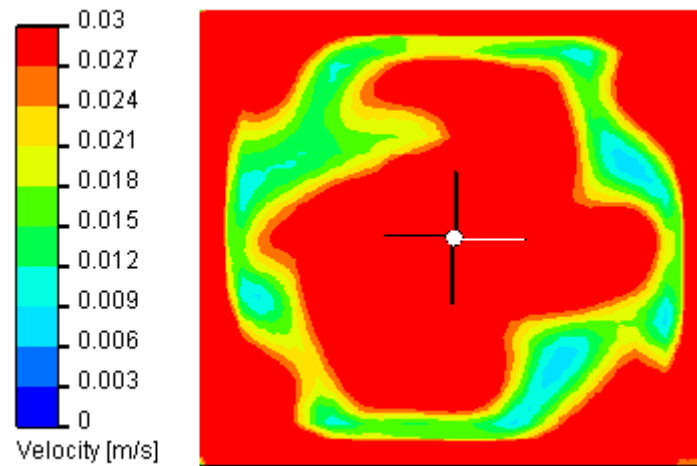


Fig. 4.45 Perfil de velocidades en plano horizontal de mezclador.

La distribución de velocidades presentes en el plano horizontal medio del mezclador es similar al obtenido por la presa cuadrada con fondo plano sin filetes.

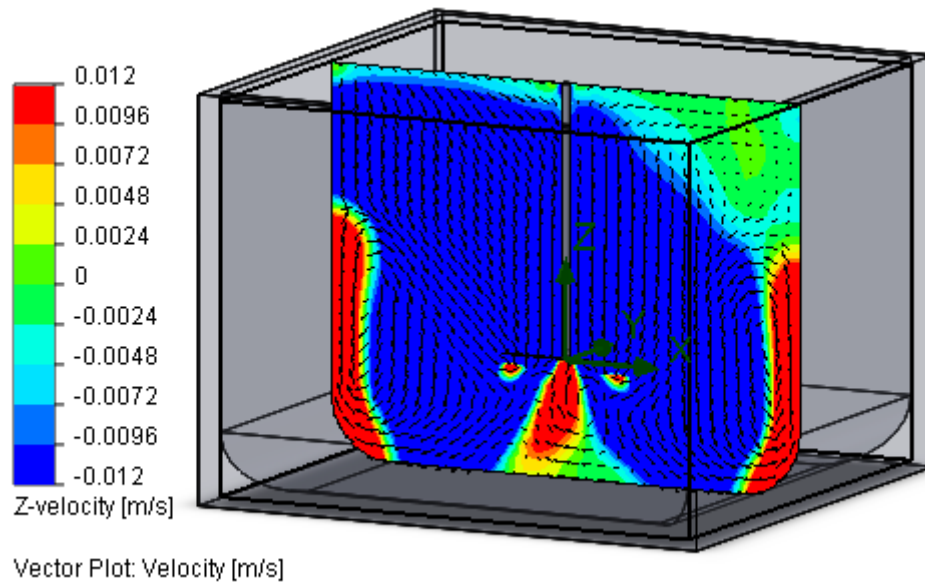


Fig. 4.46 Perfil de trayectorias en plano vertical de mezclador.

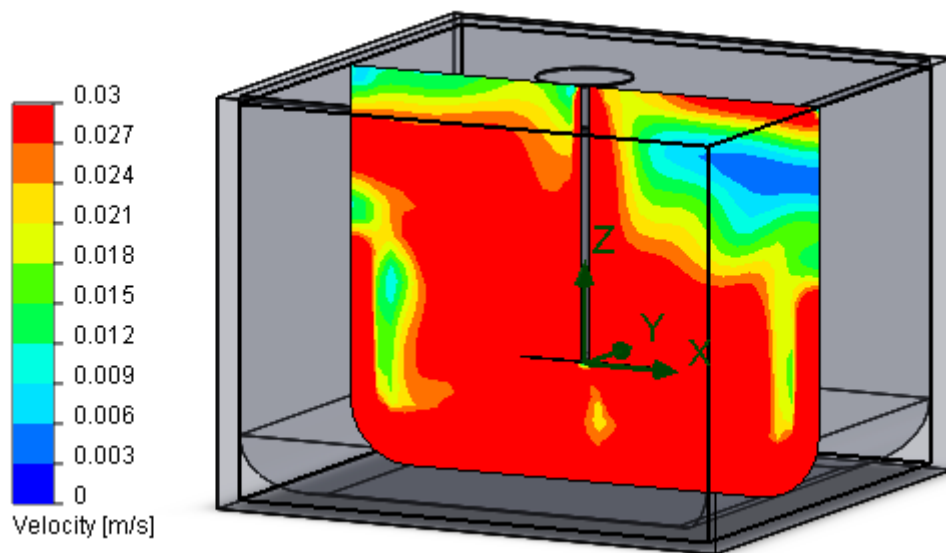


Fig. 4.47 Perfil de velocidades en plano vertical de mezclador.

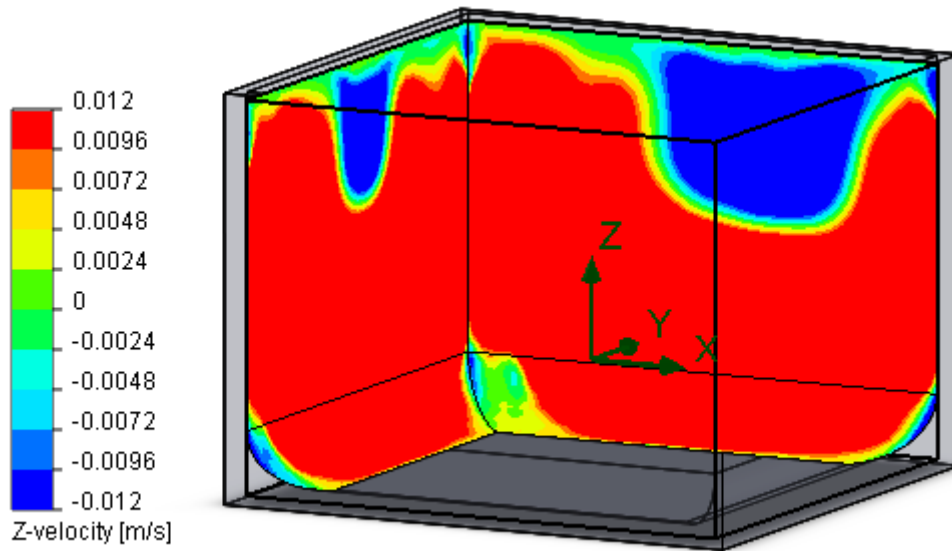


Fig. 4.48 Isométrico de presa de lodos, componente de velocidades en z.

Como es común en las presas de lodos, se observa el arrastre de partículas existente en las paredes de la presa de lodos.

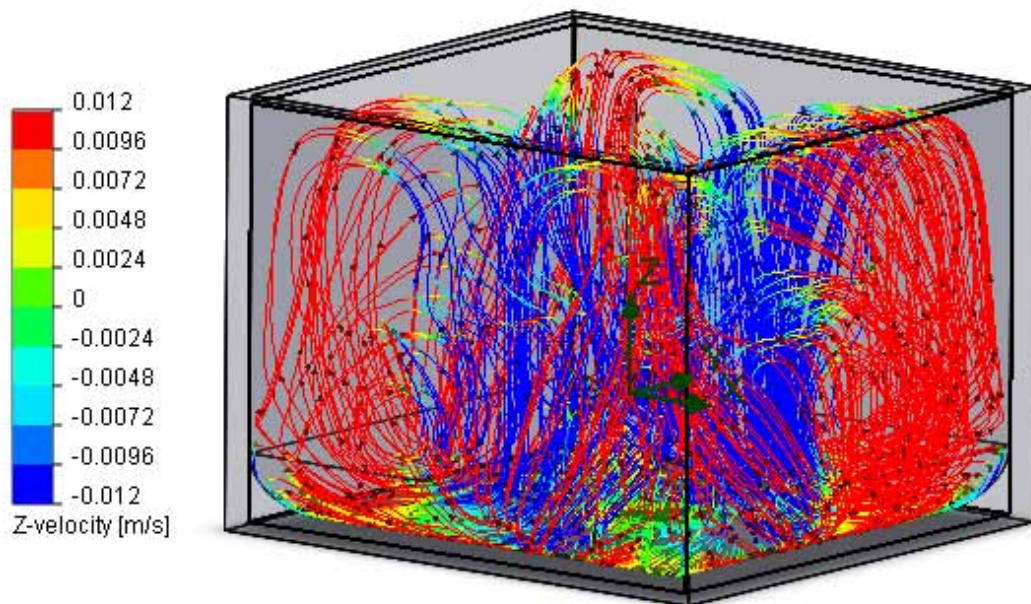


Fig. 4. 49 Arrastre de sólidos dentro de presa de lodos.

En la fig. 4.49 existe un arrastre de sólidos dentro de todo el volumen que conforma la presa de lodos. Los filetes en las esquinas del fondo de la presa permiten que las partículas suban en las regiones cercanas a las paredes y desciendan en el centro de la misma generándose un ciclo ascendente-descendente. A diferencia de la presa rectangular en este diseño no se observan regiones vacías de arrastre de sólidos.

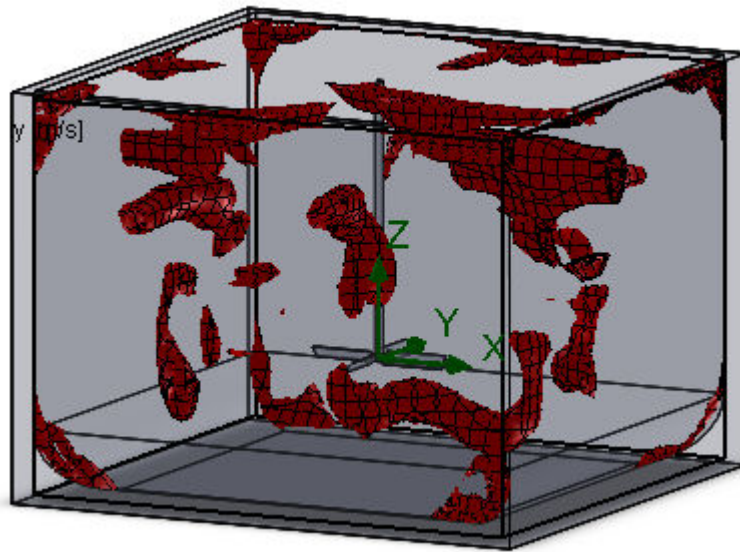
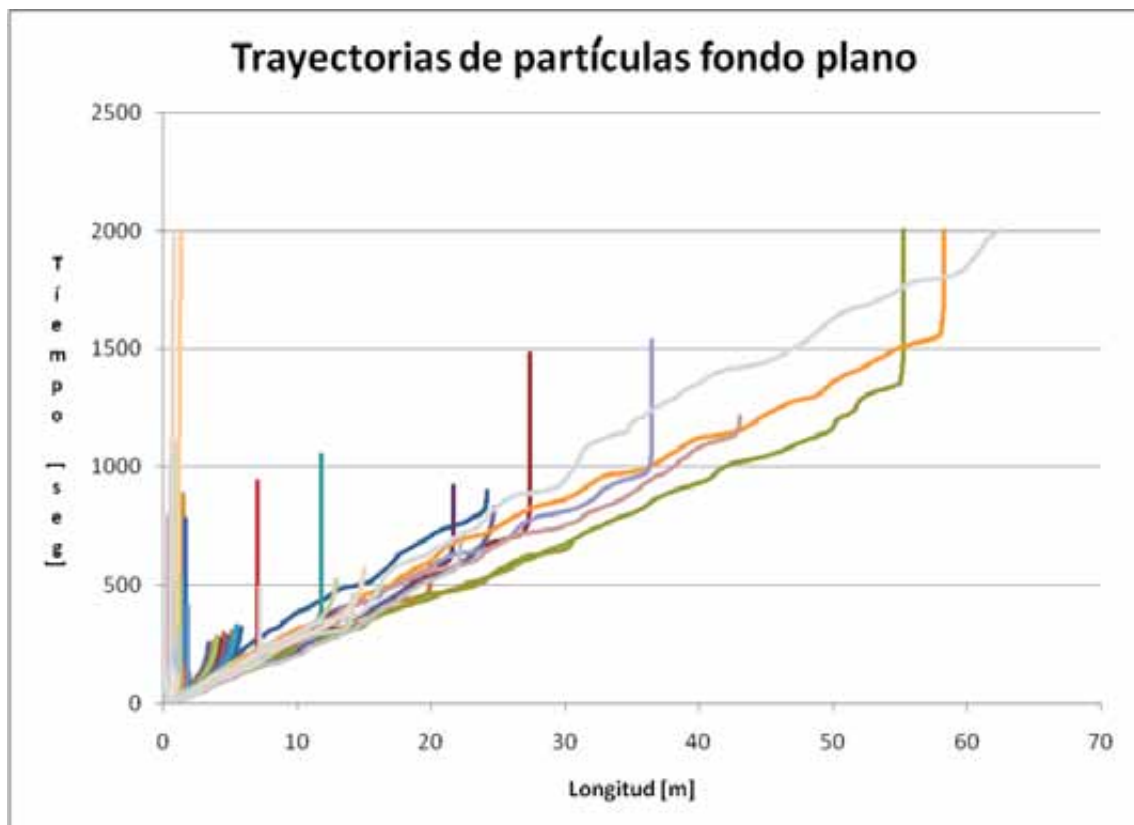


Fig. 4.50 Puntos de estancamiento para partículas de bentonita.



Gráfica 4.4. Distribución de trayectorias para una presa cuadrada con filetes.



<b>Puntos generados</b>	<b>Puntos de estancamiento</b>	<b>%</b>
39400	5630	14.29

Los puntos a resaltar de este análisis son:

1. La incorporación de un filete o ángulo en el fondo de la presa cuadrada permite que exista arrastre de partículas con un diámetro de 125  $\mu\text{m}$  en dirección z eliminando el estancamiento de sólidos.
2. Las componentes x-y de la velocidad son las que, en combinación con el filete en el fondo de la presa, permiten el arrastre de las partículas fuera del piso de la presa de lodos.
3. La incorporación de filetes en el fondo de la presa genera trayectorias cruzadas las cuáles, crean flujos descendentes en las esquinas de los filetes así como, velocidades inferiores a 0.012 m/s generando pequeñas zonas de asentamiento de sólidos.
4. La componente positiva z de la velocidad tiende a aumentar en las cercanías de las paredes de la presa por lo que son las regiones que favorecen el acarreo de sólidos.
5. El arrastre y distribución de partículas en esta geometría se da de una mejor manera que en la presa rectangular puesto que en esta geometría no existen zonas vacías de distribución
6. El análisis de los datos crudos muestra que para esta geometría el 14.29 % de las velocidades son inferiores 0.012 m/s. Una mejora del 2.27 % con respecto al modelo sin filetes.
7. El presente modelo mejora el arrastre de sólidos el fondo de la presa así como el porcentaje de puntos muertos presentes en una presa sin filete.

#### 4.1.5 Cuadrada con base en cúpula.

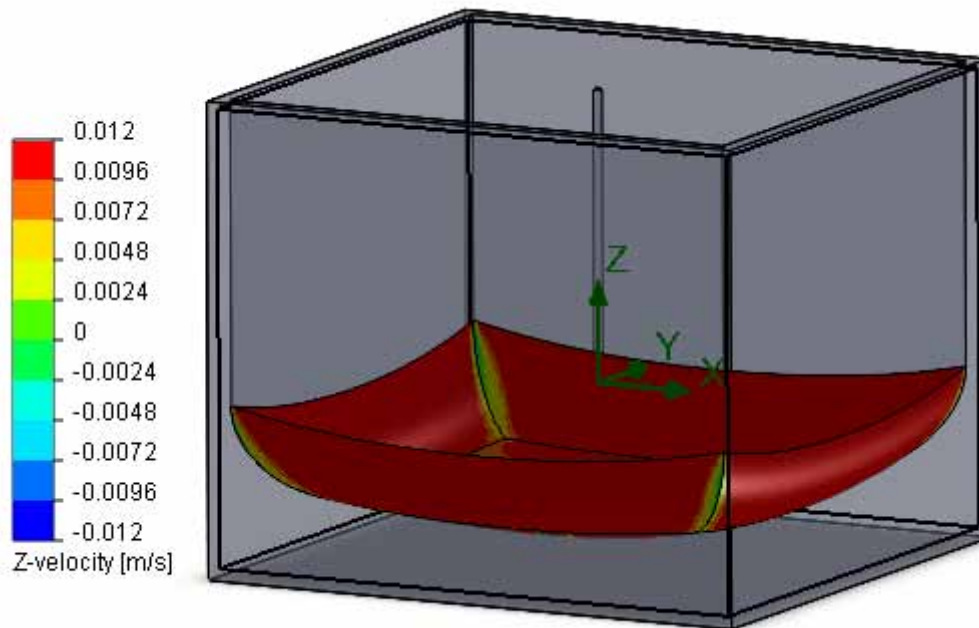


Fig. 4.51 Isométrico de presa de lodos cuadrada.

El estudio de la presa cuadrada con filetes muestra que es posible generar un arrastre de sólidos del fondo de la misma hacia la superficie con el simple hecho de eliminar las esquinas formadas entre el fondo y las paredes verticales de la presa. Esta implementación genera una ligera reducción de puntos de estancamiento de alrededor del 2.27% con respecto a la presa sin filetes lo cuál, representa una solución atractiva al problema de mezcla en presas y muy superior a las presas rectangulares.

Existe un diseño alternativo al antes mencionado que podría presentar mejoras tanto en la distribución de partículas como en los puntos muertos presentes.

En la fig. 4.51 se muestra una presa cuadrada con fondo en forma de cúpula con el fin de mejorar el arrastre de sólidos hacia la superficie de la presa. Esta mejora se logra debido a que la geometría de cúpula induce en todo momento una componente en z de velocidad sobre la base de la presa permitiendo que desde un inicio el fluido se desarrolle con esta característica. En la fig. 4.52 se observa la componente en z de la velocidad generada en el fondo. El color en rojo se mantiene en gran parte del fondo de la presa de lodos mientras que los colores verde-azul se generan por la interacción de fluidos descendentes.



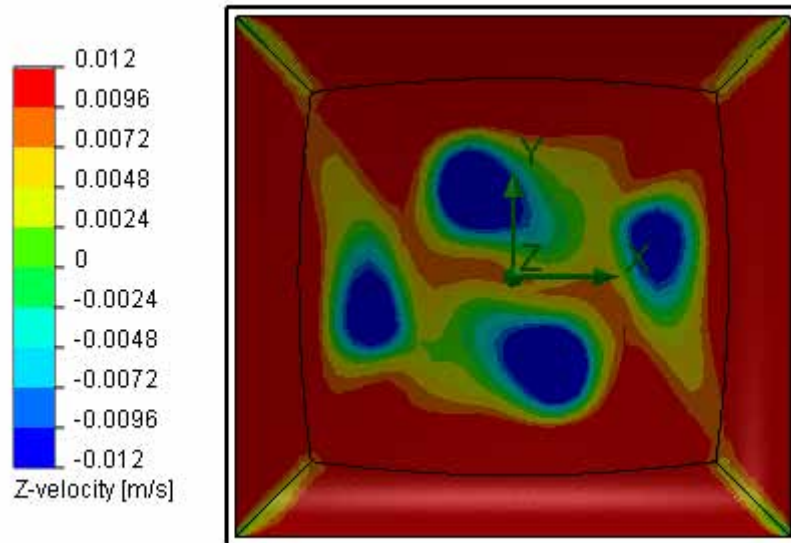


Fig. 4.52 Componente z de la velocidad para el fondo de la presa.

Las partículas en el fondo de la presa arriban al filete fondo-pared con una componente de velocidad en z que facilita el arrastre de sólidos en dirección z

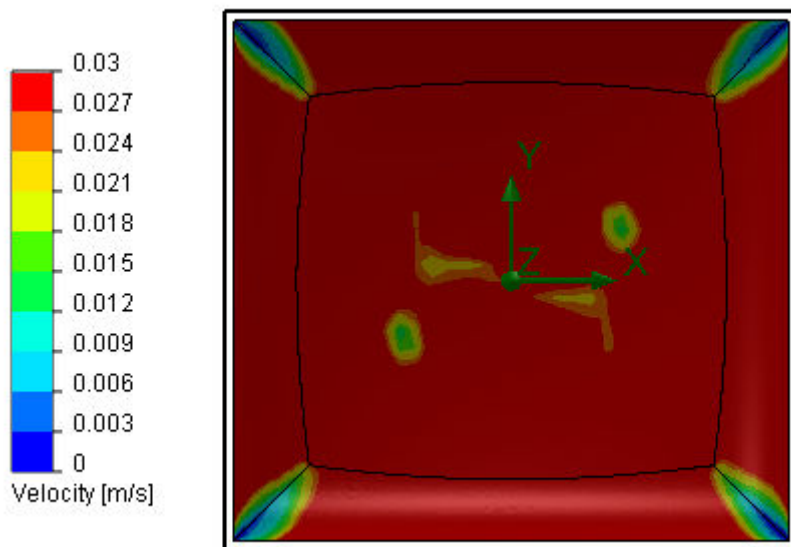


Fig. 4.53 Velocidad para el fondo de la presa.

En la fig. 4.53 se observan las zonas de estancamiento presentes en el fondo de la presa, según la escala de velocidades estos puntos están representados por las zonas de color cian-azul. Si se comparan con la presa de fondo plano fig. 4.41, resultan ser más pequeñas.

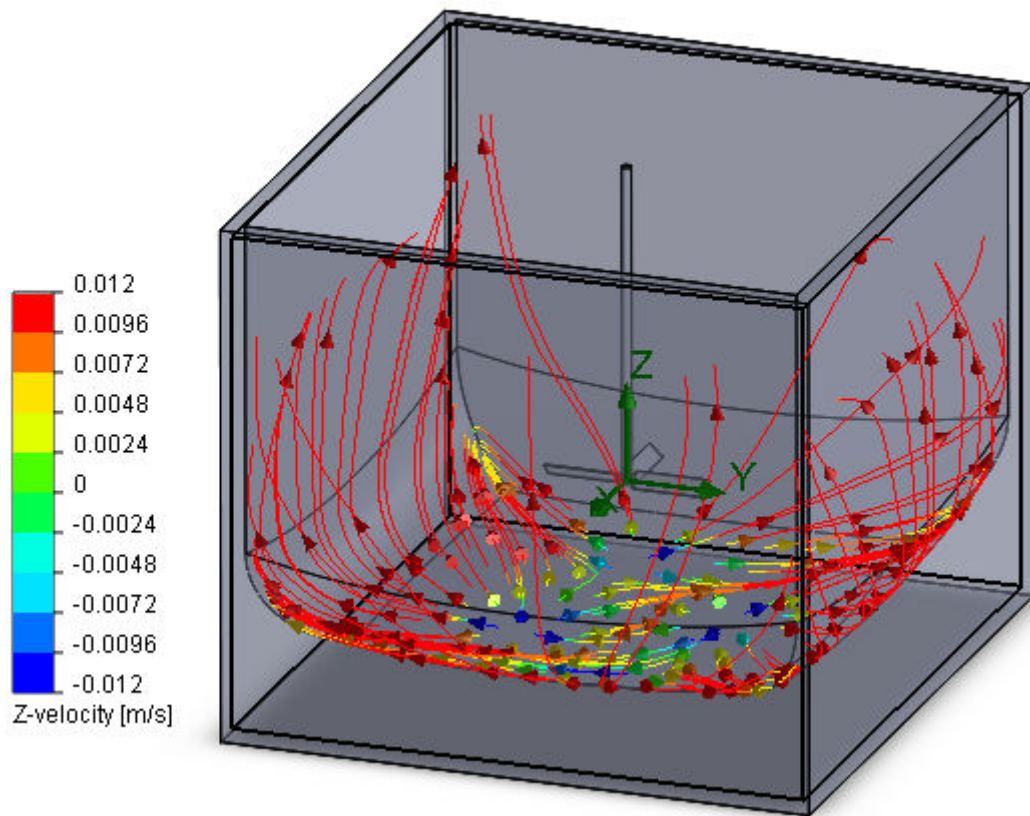


Fig. 4.54 Acenso de partículas por paredes de la presa de lodos después de 50 s de agitación.

Las trayectorias mostradas en la fig. 4.54 para partículas de 125 micrómetros de diámetro muestran el comportamiento esperado en el cuál, el ascenso de las mismas se realiza a lo largo de las paredes. El número de trayectorias generadas después de 50 seg de agitación se muestran mayores si se comparan con las logradas en la presa de fondo plano esto, debido a que en esta geometría existe un vórtice en el fondo que atrapa trayectorias evitando que éstas asciendan.

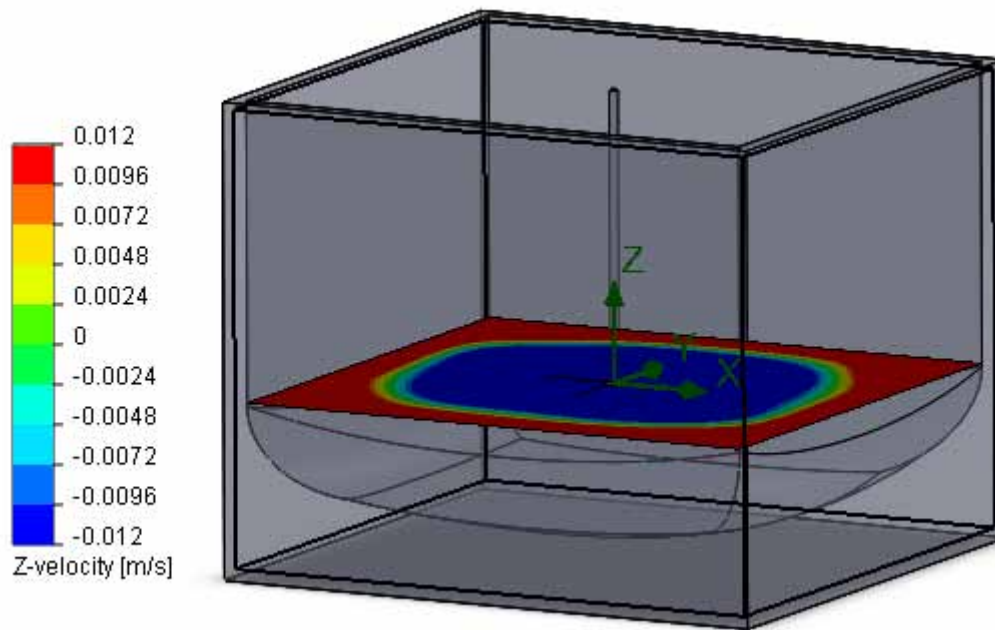


Fig. 4.55 Isométrico de presa de lodos, componente de velocidades en z.

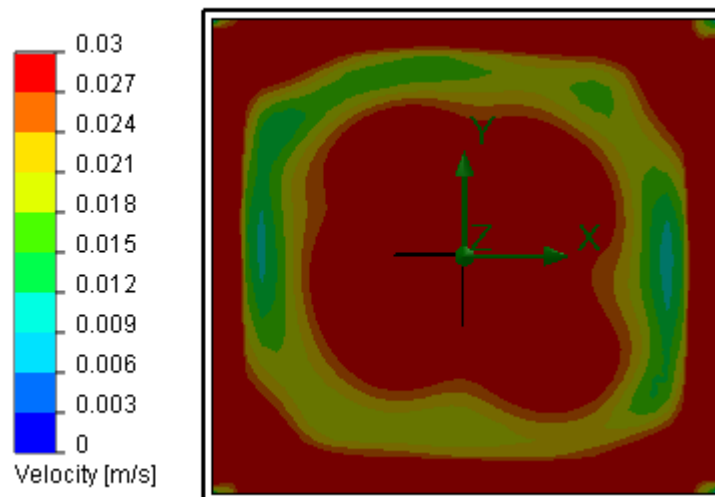


Fig. 4.56 Perfil de velocidades en plano horizontal de mezclador.

La distribución de velocidades en el plano central al mezclador muestra un patrón similar al observado en la presa de fondo plano.

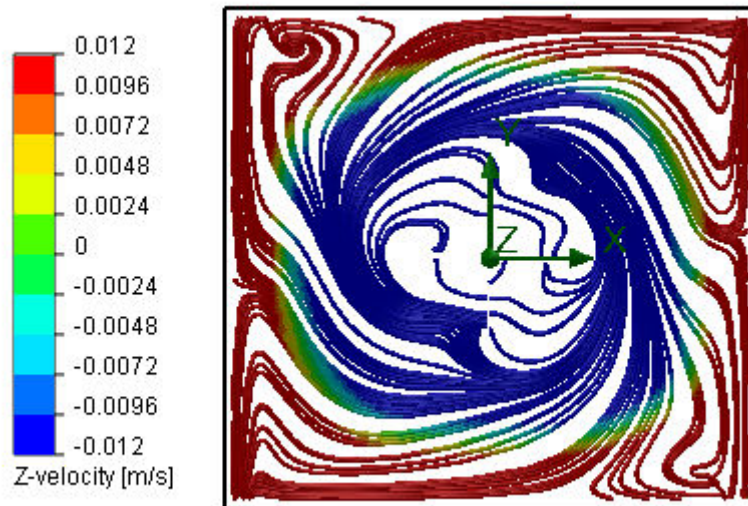


Fig. 4.56 Trayectorias generadas en plano horizontal de mezclador.

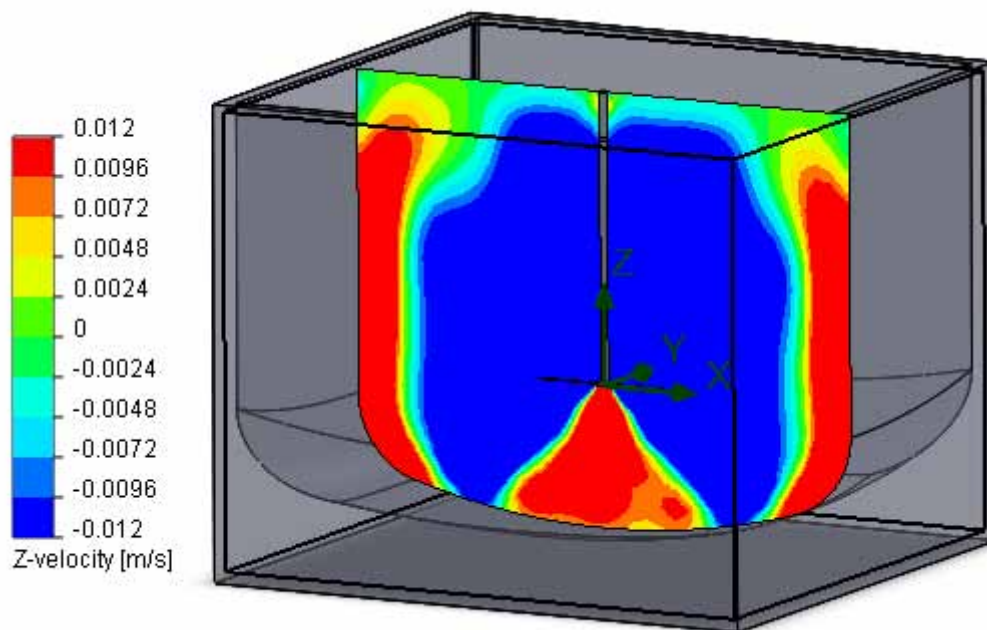


Fig. 4.57 Componente de velocidades en plano vertical de mezclador.

La fig. 4.57 muestra las ventajas de un fondo cupular primeramente, la existencia de componentes en z de la velocidad en todo el fondo de la presa, como fue descrito anteriormente, favorece a que las trayectorias ascendentes muestren alturas mayores a las logradas con un diseño plano, logrando con esto trayectorias más largas que favorecen el mezclado fig. 4.59.

Por otro lado el diseño cupular elimina la generación de vórtices en el centro de la presa por debajo del mezclador ( efecto común en presas con fondo plano) favoreciendo con esto la creación de trayectorias libres con posiciones dispersas en la presa y no

trayectorias atrapadas en el centro de un vórtice. En la fig. 4.59 se observa como las trayectorias debajo del mezclador son ascendentes, no existe giro por lo tanto no hay presencia de vórtice, situación distinta a la observada en la fig. 4.46 en donde debajo del mezclador existen trayectorias radiales.

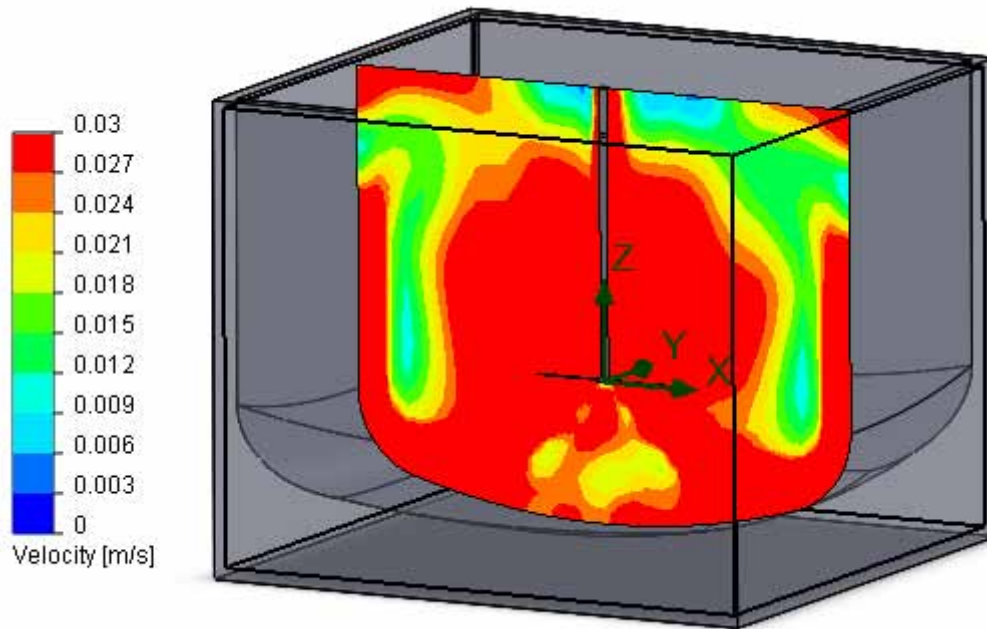


Fig. 4.58 Perfil de velocidades en plano vertical de mezclador.

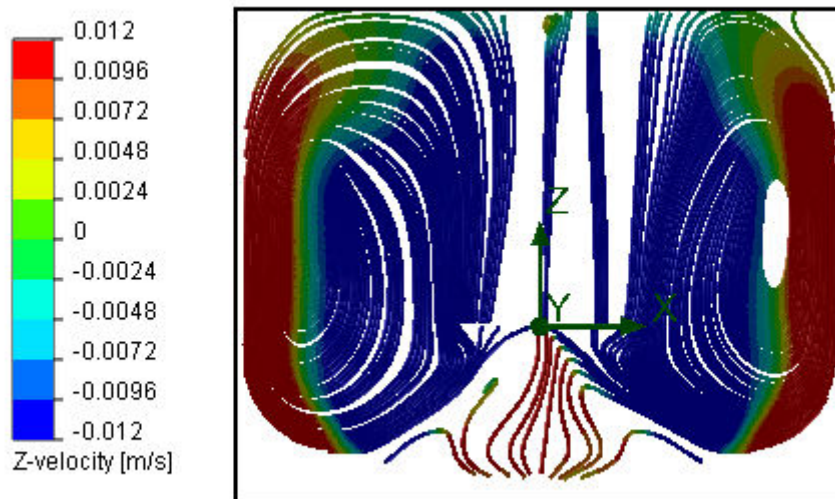


Fig. 4.59 Trayectorias de mezclado en plano vertical de mezclador.



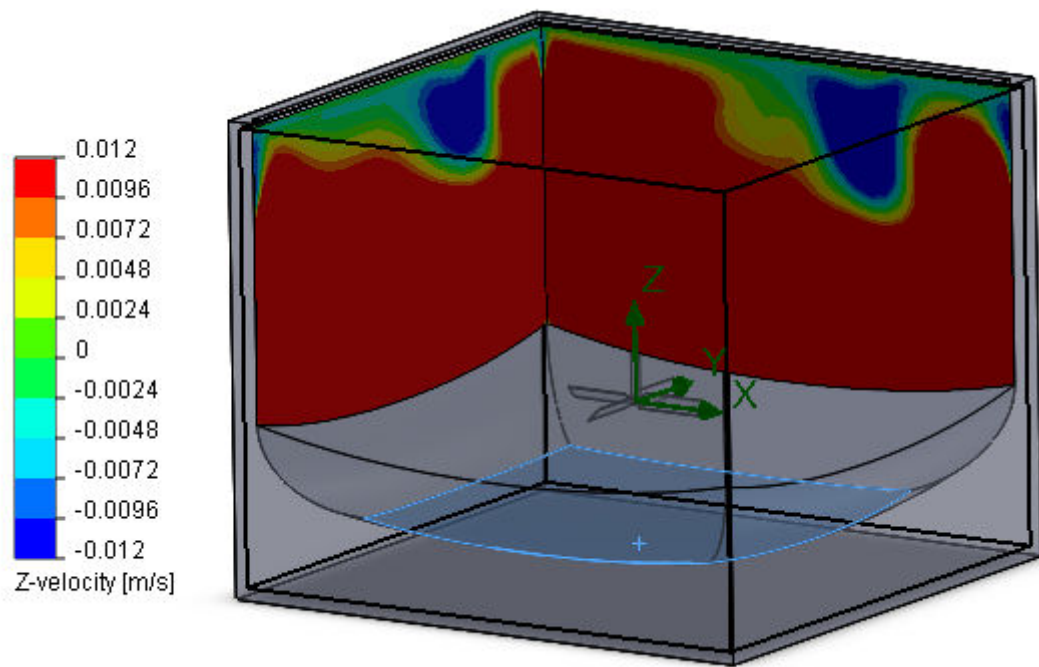


Fig. 4. 60 Isométrico de presa de lodos, componente de velocidades en z.

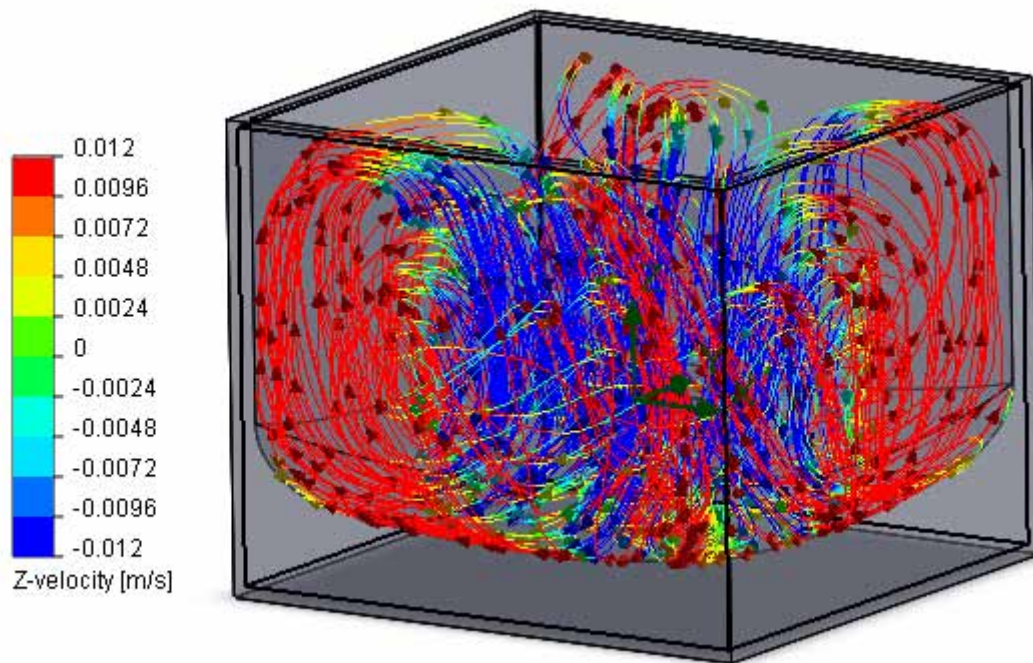


Fig. 61 Arrastre de sólidos dentro de presa de lodos.

En la fig. 4.61 se muestra la trayectoria de partículas presentes en la presa de fondo cupular. Dado que resulta difícil evaluar de manera visual la eficacia de este diseño con respecto al de la presa plana se evaluará mediante el comportamiento de cada una de las trayectorias presentes en cada presa. Para esto ver gráfica 4.1

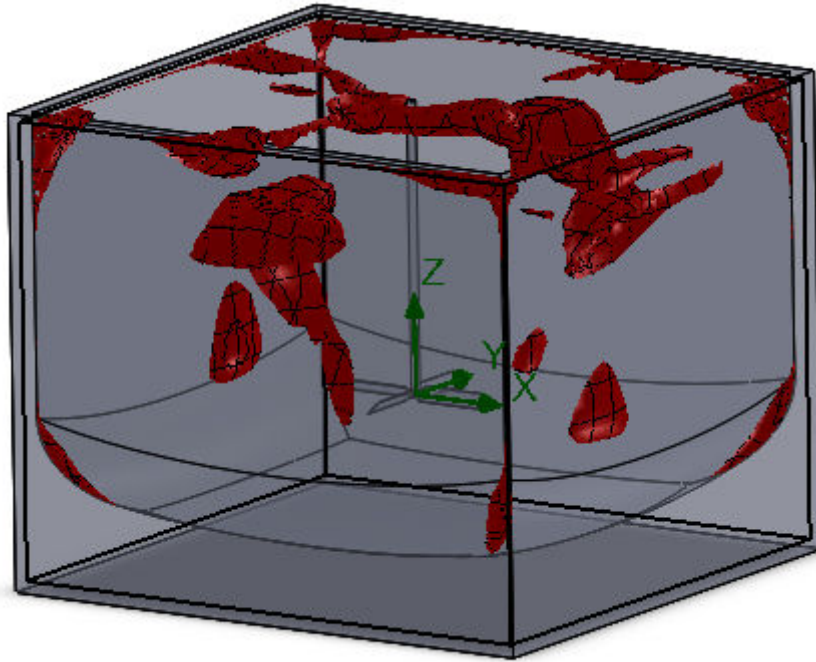
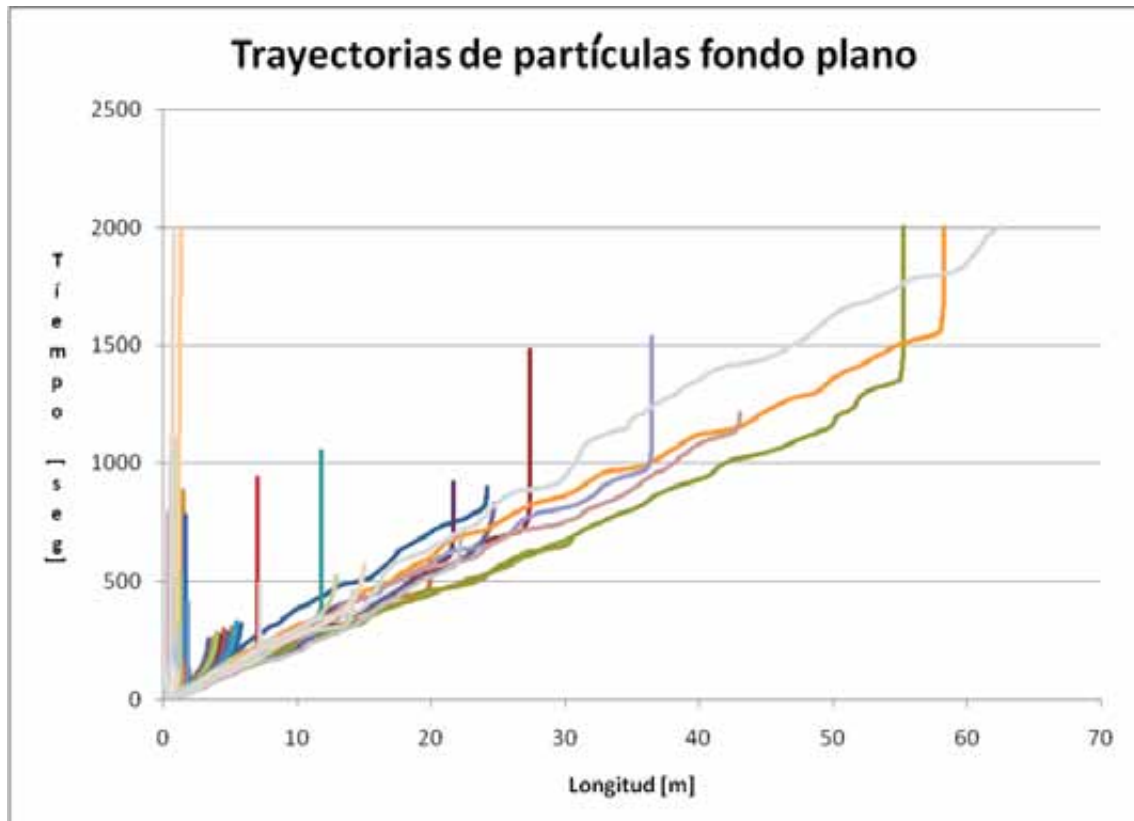


Fig. 4. 62 Puntos de estancamiento para partículas de bentonita.

Como se muestra en la fig. 4.61 la mayoría de las superficies de estancamiento están presentes en los puntos mas altos de la presa de lodos lo cuál, refleja un gran estado de agitación en el fondo de la presa de lodos.

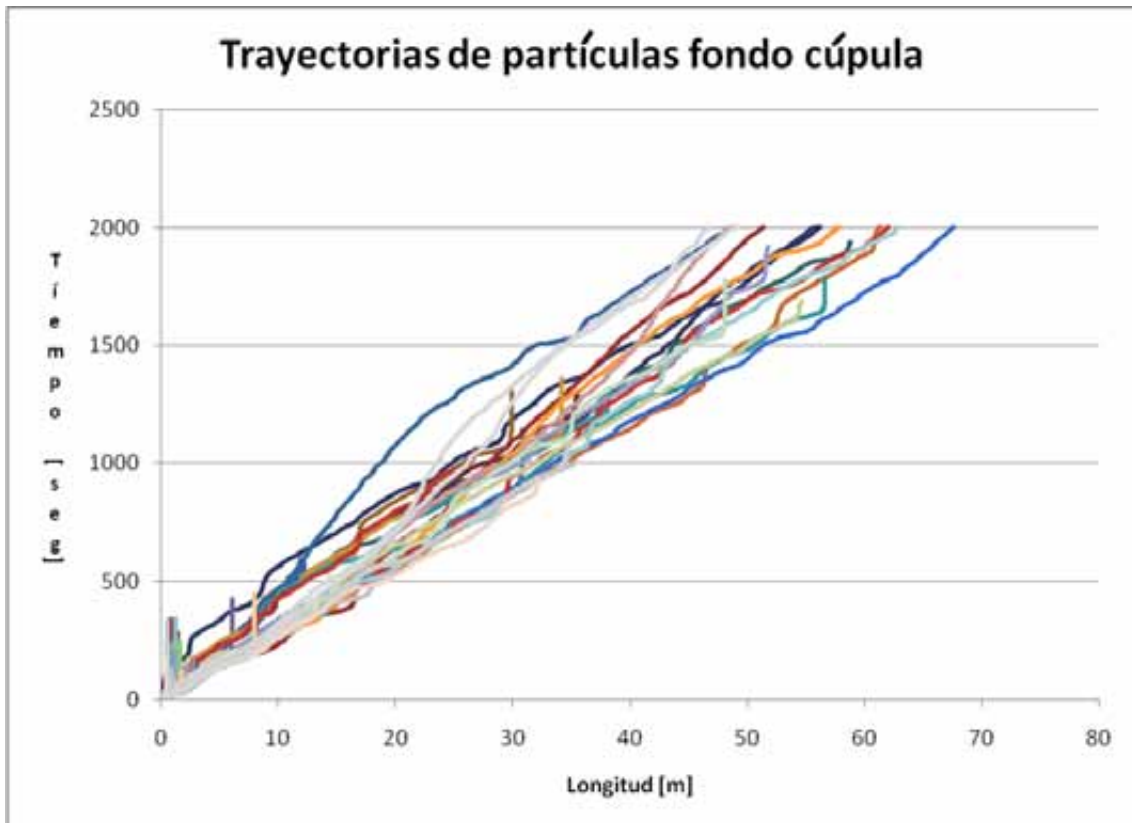


Gráfica 4.4. Distribución de trayectorias para una presa de fondo plano.

En la gráfica 4.1 se muestran las trayectorias generadas por 100 partículas en un tiempo de 2000 s dentro de una presa cuadrada con fondo plano Fig. 4.49. En la escala de las y se muestra el tiempo de la simulación en seg. mientras que, en el eje de las x, la longitud recorrida por una partícula dentro de la presa de lodos. El comportamiento de las partículas de acuerdo a lo observado en la gráfica, muestra trayectorias que se van desarrollando en longitud con respecto al tiempo hasta alcanzar valores superiores a los 50 m después de 1500 seg de agitación. Para el caso de estas trayectorias, y otras que no mostraron un desarrollo en distancia mayor, se observa que dejan de existir después de haber cubierto ciertas distancias mostrando al final un comportamiento de una línea vertical. La razón de este final en el movimiento de la partícula radica en que existe algún momento en el que la partícula llega a una zona en donde las velocidades presentes son menores a la velocidad de arrastre requerida para que su movimiento continúe, dado que cada geometría genera patrones de movimiento de fluidos distintos, la geometría del mismo determinará la frecuencia de este hecho.

Para el caso de la geometría cuadrada de fondo plano se observan pocas trayectorias que continúen después de los 2000 seg de iteración y muchas otras que dejaron de moverse después de los 700 seg de la agitación.





Gráfica 4.5. Distribución de trayectorias para una presa de fondo de cúpula.

Para el caso de partículas presentes en una presa con fondo de cúpula gráfica 4.5 se observan partículas con un movimiento mejor desarrollado que con la presa de fondo plano, un mayor número de trayectorias se mantienen existentes después de los 2000 seg de agitación y pocas son las que al inicio del movimiento del fluido se muestran estáticas o en una línea vertical.

Puntos generados	Puntos de estancamiento	%
44342	5181	11.68

Los puntos a resaltar de este análisis son:

1. La implementación de un fondo en forma de cúpula incrementa los valores de la componente en z de la velocidad sobre la superficie que forma la cúpula reduciendo con esto los puntos de asentamiento.
2. El arrastre y distribución de partículas en esta geometría se da de una mejor manera que en la presa rectangular de fondo plano.
3. El análisis de esta geometría muestra que las trayectorias generadas se desarrollan de mejor manera que en los modelos con fondo plano. Lo anterior implica que para mismos tiempos de mezclado, se tendrá un mayor número de partículas en movimiento que las observadas en una geometría de fondo plano.
4. El análisis de los datos crudos muestra que para esta geometría el 11.68 % de las velocidades son inferiores 0.012 m/s. Una mejora del 2.61 % con respecto al modelo sin cúpula.

## 4.2 Sistema no-newtoniano

### 4.2.1 Rectangular sin filete.

Los estudios anteriores analizaron el comportamiento de partículas solidas dentro de un fluido newtoniano (agua) en distintas geometrías de presas. En estos estudios la velocidad de arrastre requerida para mover una partícula con un diámetro de 125 micrómetros es 0.012 m/s.

En el caso de un fluido no-newtoniano que sigue el modelo de ley de potencias y de acuerdo al modelo para la velocidad de arrastre propuesta por Chen [8] (1-30), la velocidad de arrastre para un lodo bentonítico de 1.02 gr/cm<sup>3</sup> es de 0.00285 m/s, casi una tercera parte de la velocidad requerida para mover una partícula en agua. Este resultado muestra que para todas las geometrías aumentará el arrastre de las presas de mezclado.

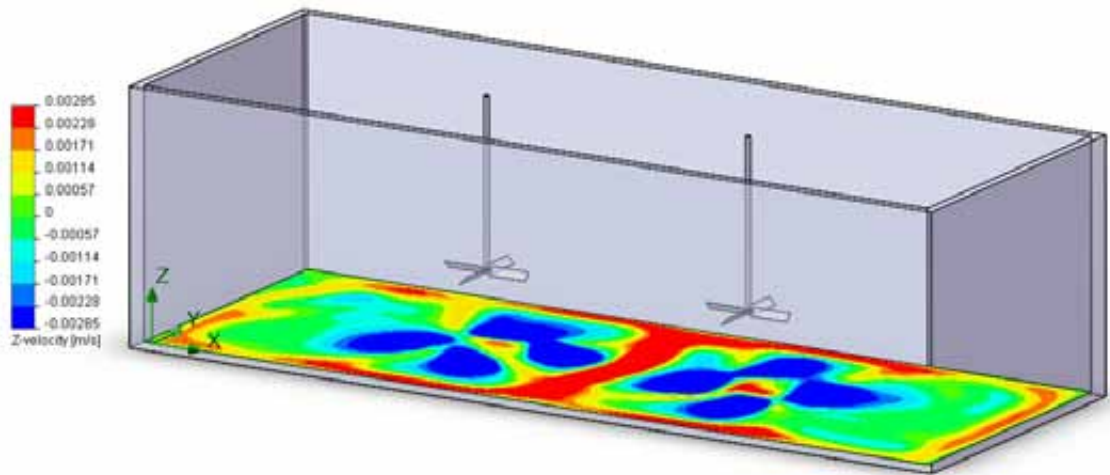


Fig.4. 63 Isométrico de presa de lodos sistema no-newtoniano.

La fig. 4.63 muestra la distribución de la componente en z de la velocidad en el fondo de la presa de lodos para un fluido no newtoniano. Los valores que permiten el arrastre de sólidos en dirección +z se muestran en color rojo ubicándose en el punto de encuentro de los flujos producidos por el girar de los mezcladores así como en regiones cercanas a las paredes.

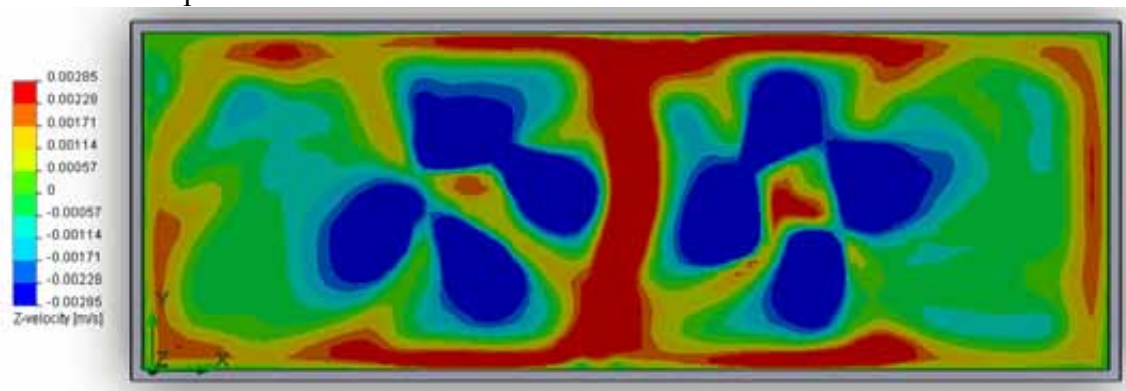


Fig. 4.64 Componente z de la velocidad para un plano en el fondo de la presa.

Del mismo modo en el que se presentó en el análisis de la presa rectangular con fluido newtoniano, en este caso las esquinas en el fondo de la presa representan zonas en donde resulta imposible que los sólidos presenten un arrastre de dirección de +z, como puede verse en la fig. 4.64 entre las paredes verticales de la presa y las zonas de color rojo existe una interfase de color verde la cuál indica puntos de  $v_z$  con valores próximos a cero. El fluido sufre una desviación en dirección de x-y como se observa en la fig. 4.4



Fig. 4.65 Velocidad para un plano en el fondo de la presa.

Las componentes en x-y de la velocidad son suficientes para generar una velocidad mayor a la de arrastre de la partícula y permitir el movimiento de sólidos en el fondo de la presa de lodos (únicamente en el plano x-y del fondo de la presa) aunque, existen zonas en las esquinas de la presa donde hay presencia de estancamiento.

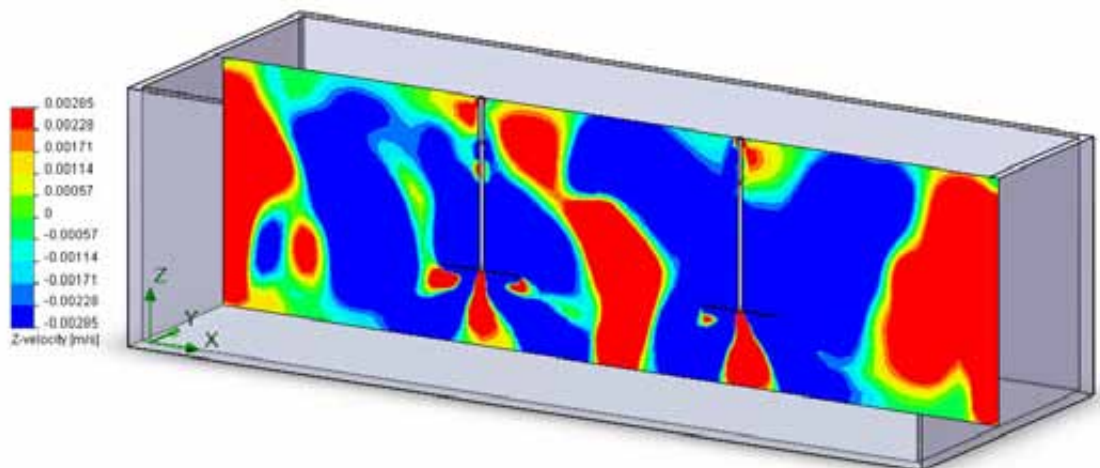


Fig. 4. 66 Isométrico de presa de lodos.

La distribución de la componente en z de la velocidad se ve mejorada en un fluido no newtoniano, las regiones tanto en color rojo como azul aumentaron en superficie disminuyendo por el otro lado las zonas en color verde.

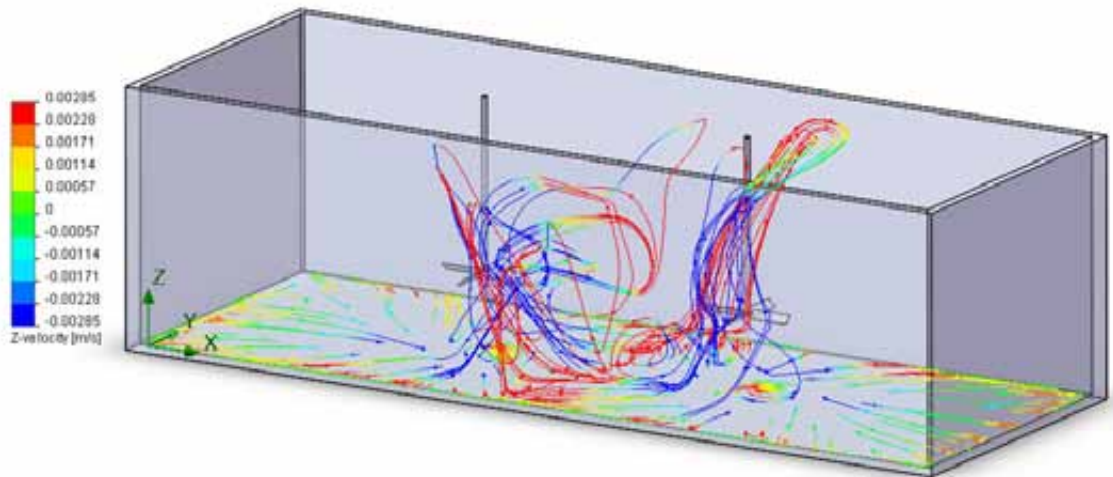


Fig. 4.67 Arrastre de sólidos dentro de presa de lodos.

En la fig. 4.67 se muestra el arrastre de sólidos del fondo de la presa de lodos después de 2000 segundos de agitación. La zona de encuentro de fluidos entre mezcladoras es la que permite que exista arrastre de sólidos en dirección de z.

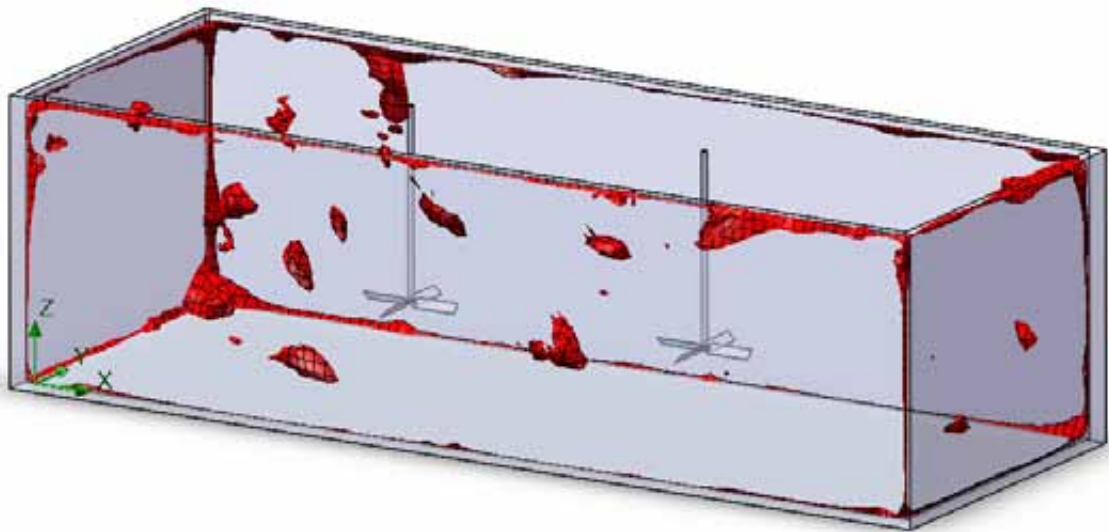
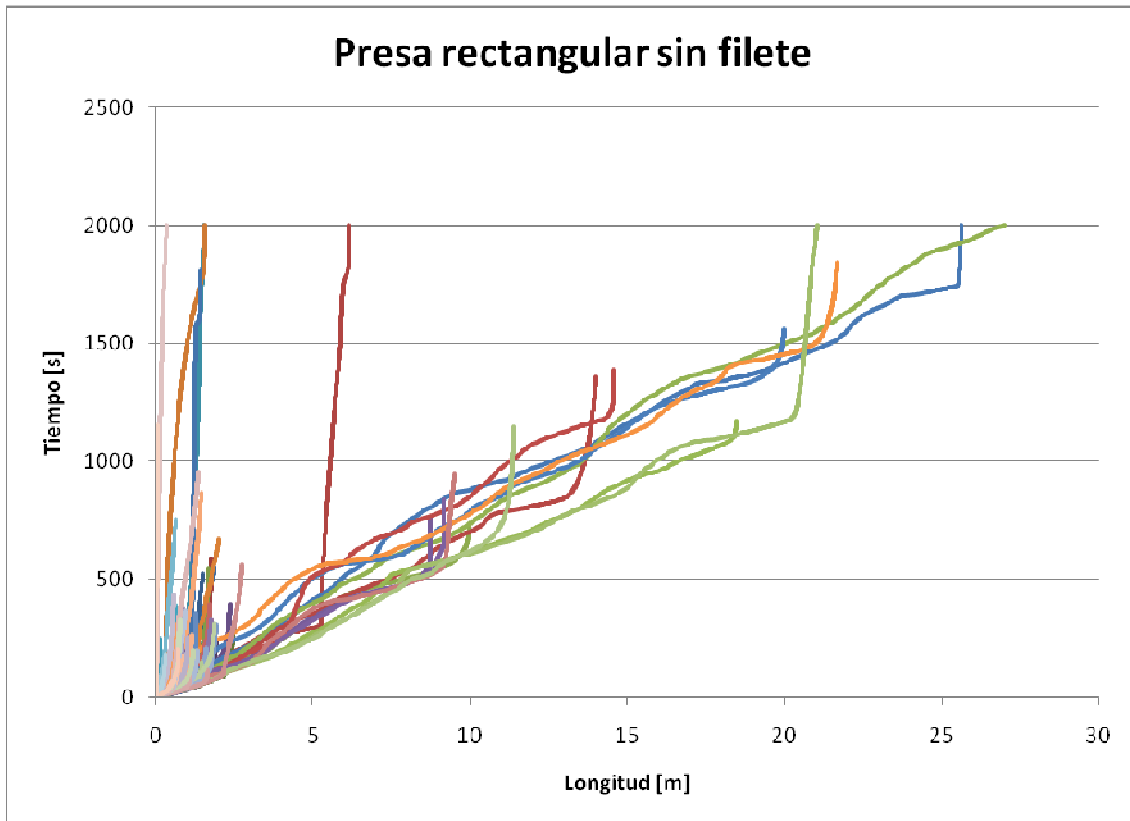


Fig. 4.68 Estancamiento para partículas de bentonita

Las esquinas de este diseño son sin lugar a dudas puntos de estancamiento de sólidos los cuales son menores en comparación con el análisis newtoniano.



Gráfica 4.6. Distribución de trayectorias para una presa rectangular sin filete.

Puntos generados	Puntos de estancamiento	%
108684	30543	28.10

Los puntos a resaltar de este análisis son:

1. De acuerdo al modelo propuesto por Chen [8], la velocidad de arrastre requerida para mover una partícula de 125 micrómetros de diámetro dentro de un lodo bentonítico es de 0.00285 m/s, 1/3 de la requerida en el caso de un fluido newtoniano como el agua.
2. La capacidad de arrastre de partículas del fondo de la presa aumenta en la región de interferencia de flujos generada por el movimiento de los mezcladores.
3. Las esquinas de la presa de lodos representan zonas de estancamiento de sólidos en donde la velocidad de arrastre es menor a 0.00285 m/s lo que significa, que no existe movimiento de partículas en alguna de las direcciones del eje coordenado, x-y-z.
4. El análisis de los datos crudos muestra que para esta geometría el 28.10 % de las velocidades son inferiores 0.00285 m/s 13.82% de puntos menor que los encontrados en un análisis con un fluido newtoniano.



4.2.2 Rectangular con filete.

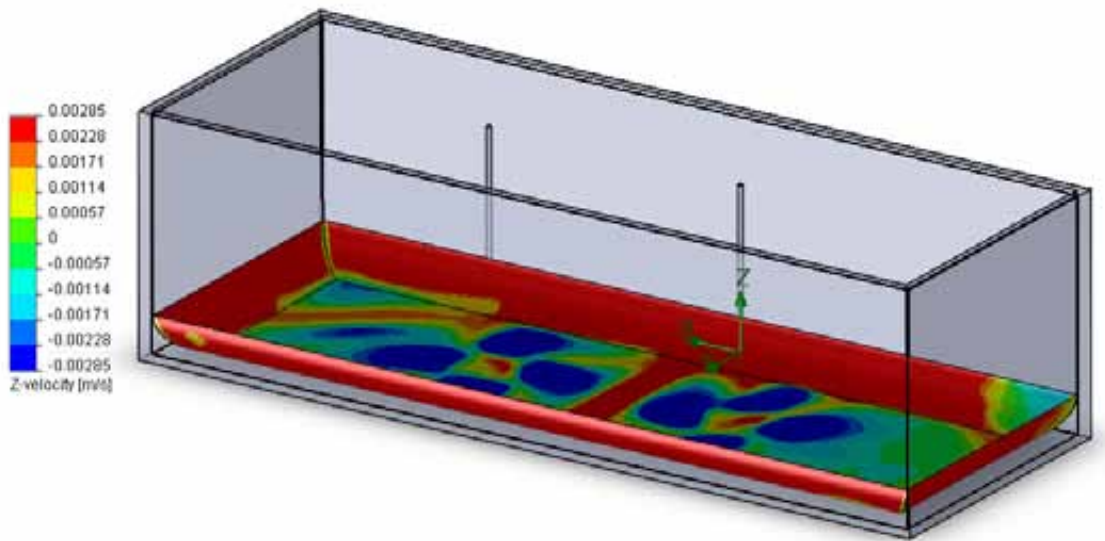


Fig. 4.69 Isométrico de presa de lodos sistema no-newtoniano.

En la fig. 4.69 se observan las zonas en color rojo que representan la componente en z de la velocidad con velocidades de arrastre mayores a 0.00285 m/s. Las superficies curvas o filetes en las esquinas inferiores de la presa de lodos facilitan el acarreo de sólidos en dirección +z. Con un análisis con un fluido no-newtoniano, se tiene una área mayor en color rojo que la observada en la fig. 4.18 donde la presa se analizó con un fluido newtoniano (agua).

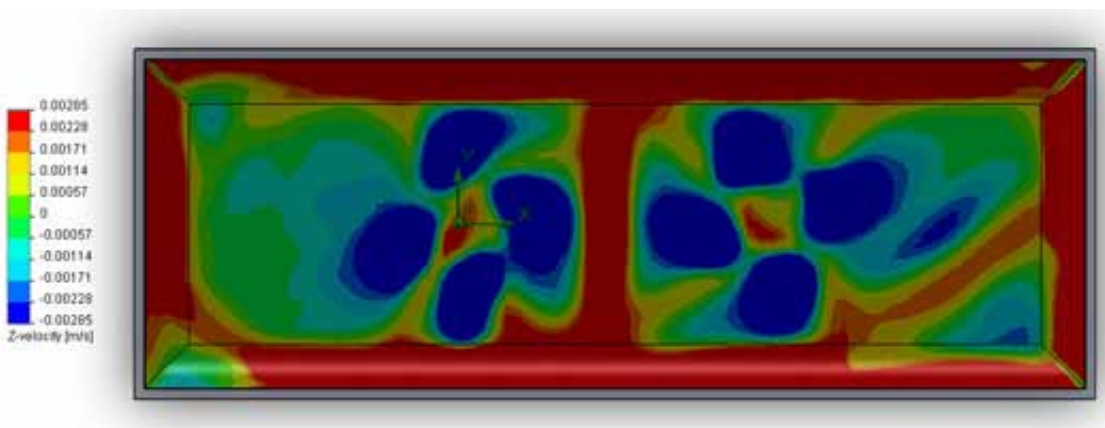


Fig. 4.70 Componente z de la velocidad para un plano en el fondo de la presa.

El mecanismo de acarreo de sólidos en esta geometría resulta ser el mismo que en la presa con fluido newtoniano, las partículas son arrastradas hacia la pared por efecto de las componentes  $v_x$  y  $v_y$  hasta llegar al filete en donde la componente  $v_z$  empieza a incrementarse hasta alcanzar la velocidad de arrastre para la partícula.



Fig. 4.70 Velocidad para un plano en el fondo de la presa.

En la esquina inferior izquierda existe una zona de estancamiento de sólidos en donde los efectos combinados de cada componente de la velocidad no son suficientes para lograr el movimiento de las partículas.

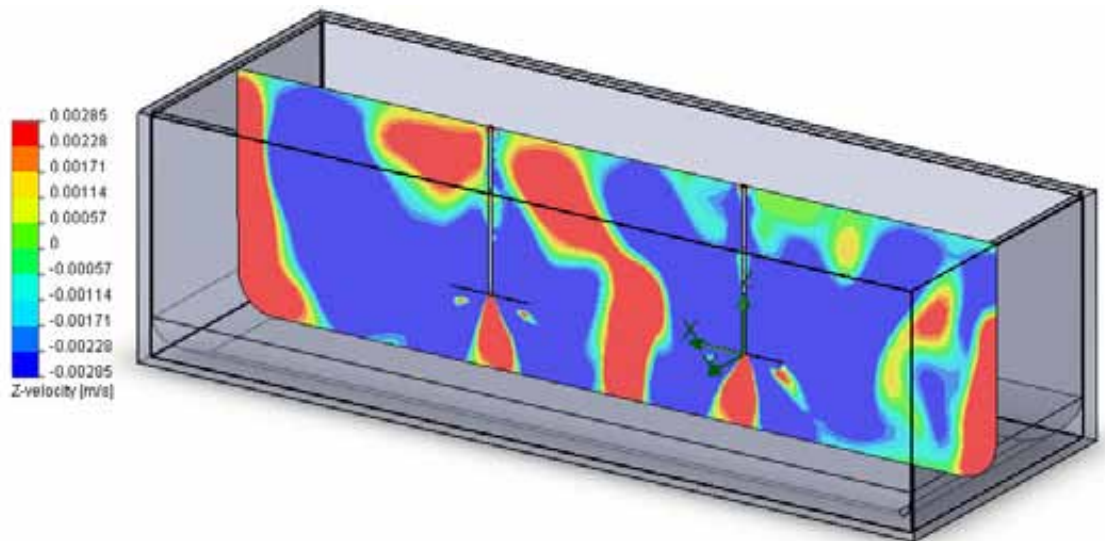


Fig. 4.71 Isométrico de presa de lodos.

La distribución de la componente en z de la velocidad se ve mejorada en un fluido no newtoniano, las regiones tanto en color rojo como azul aumentaron en superficie disminuyendo por el otro lado las zonas en color verde.



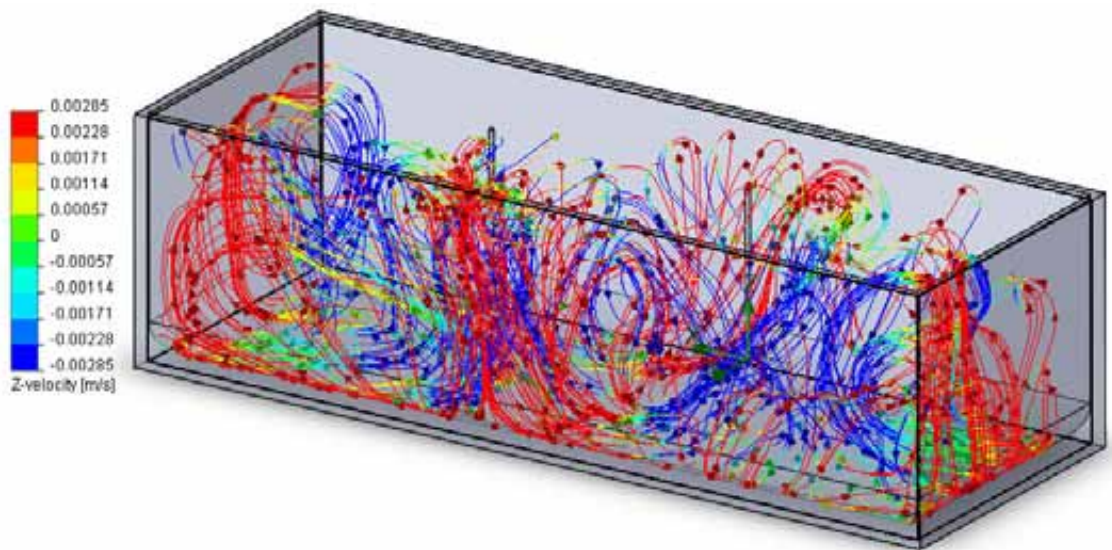


Fig. 4.72 Arrastre de sólidos dentro de presa de lodos.

Fig. 4.72 muestra el arrastre de partículas después de 2000 s de agitación. Las trayectorias generadas recorren distintas zonas de la presa de lodos logrando con esto un mezclado más homogéneo que el obtenido con el modelo newtoniano donde las trayectorias se concentraban en las zonas laterales de la presa fig. 4.28

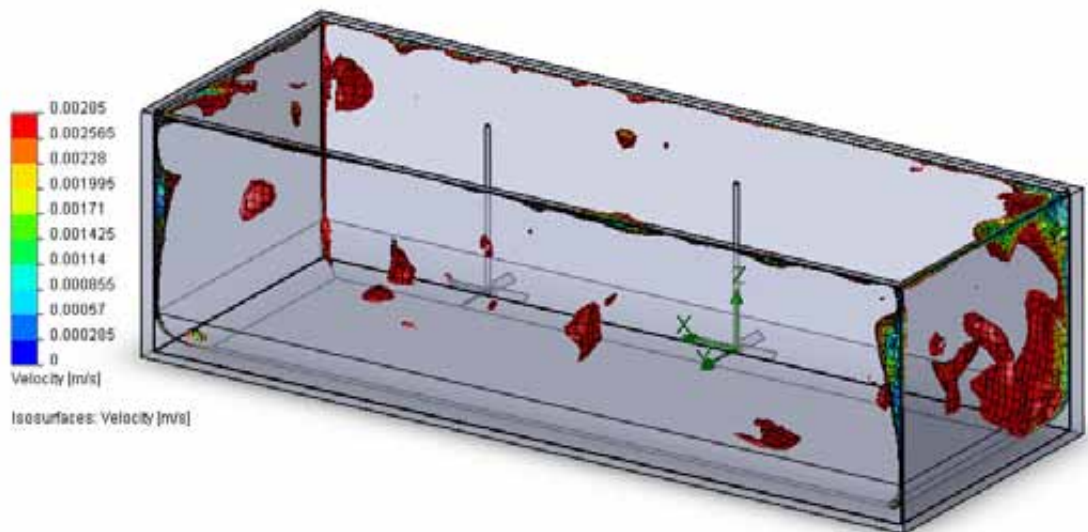
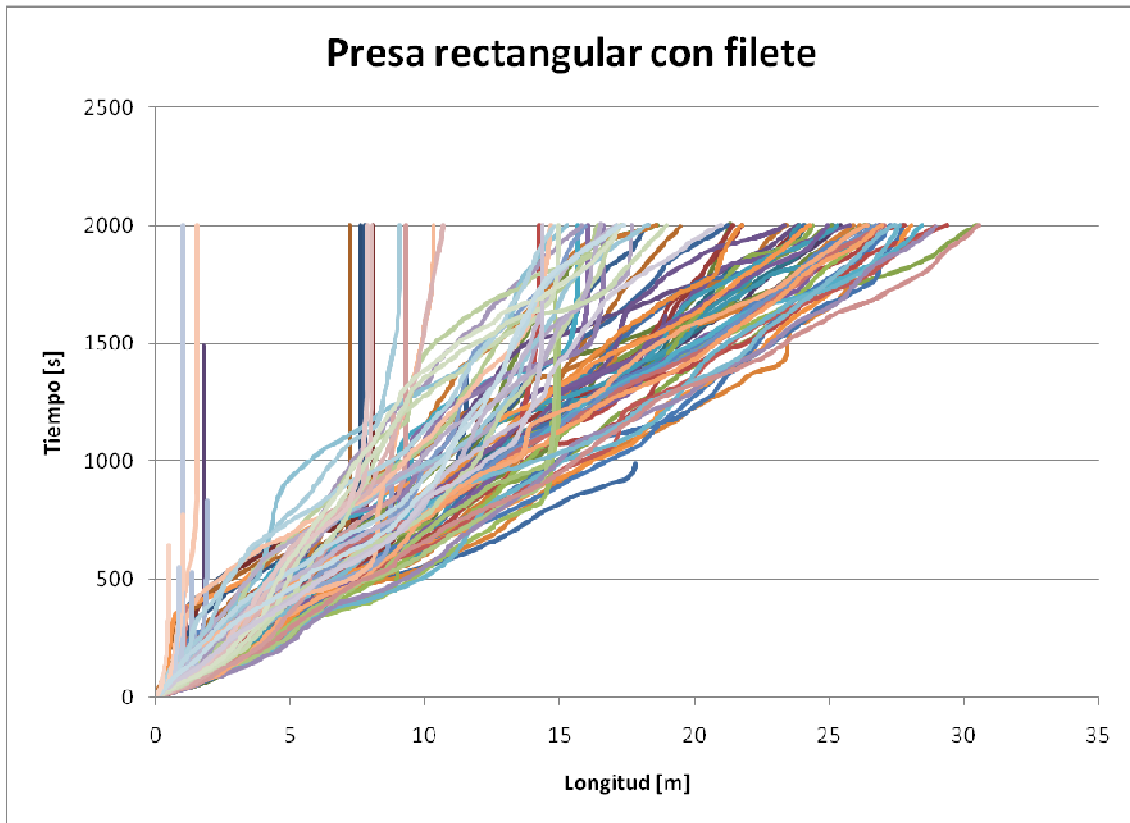


Fig. 4.73 Estancamiento para partículas de bentonita.

El estancamiento de sólidos para esta geometría se encuentra presente principalmente en la esquina superior derecha y en menor medida en las demás esquinas.



Gráfica 4.7. Distribución de trayectorias para una presa rectangular con filete.

Puntos generados	Puntos de estancamiento	%
95420	21086	22.10

Los puntos a resaltar de este análisis son:

1. La incorporación de filetes a esta geometría permite que exista acarreo de sólidos en dirección de +z el cual se ve mejorado o incrementado en presencia de un fluido no newtoniano.
2. Existe estancamiento de sólidos en las esquinas del fondo de la presa de lodos, siendo más evidente en una de ellas.
3. La distribución de partículas lograda en esta geometría tiende a ser más homogénea que la lograda con un fluido newtoniano.
4. El análisis de los datos crudos muestra que para esta geometría el 28.10 % de las velocidades son inferiores 0.00285 m/s 13.82% de puntos menor que los encontrados en un análisis con un fluido newtoniano

4.2.3 Cuadrada sin filete.

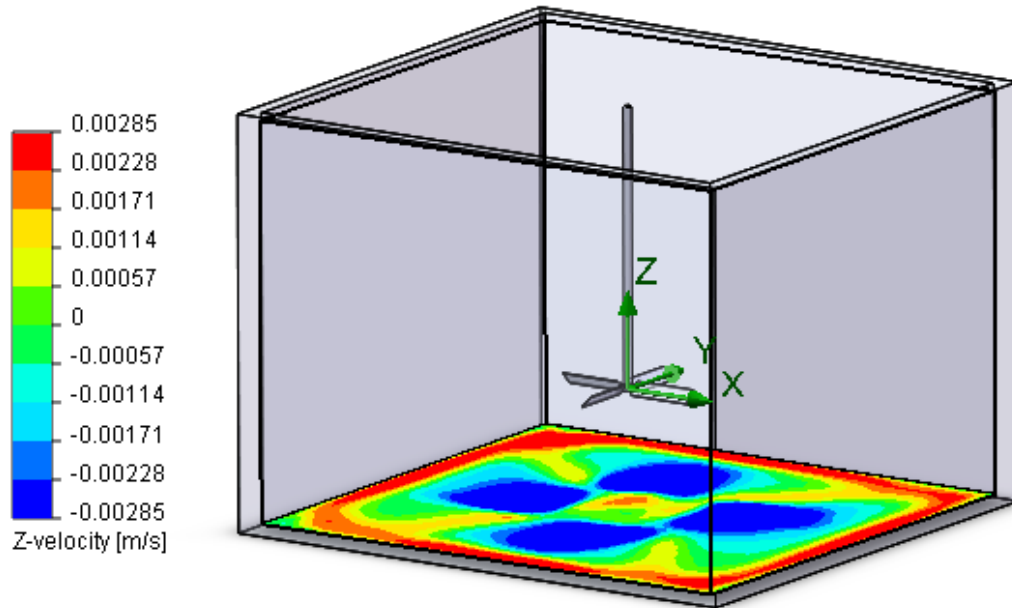


Fig. 4.74 Isométrico de presa de lodos sistema no-newtoniano.

En la fig. 4.74 se muestra la distribución de la componente z de la velocidad en el fondo de la presa de lodos. En las esquinas formadas entre el fondo y las paredes de la presa se observan zonas paralelas a las paredes en donde existe acarreo de sólidos en dirección +z. Alejándose 10 cm de las paredes existe un aro en color rojo que envuelve el centro del fondo de la presa el cuál, posibilita el arrastre de sólidos hacia la superficie. En este caso no es necesario contar con filetes en el fondo para lograr el arrastre de sólidos hacia la superficie.

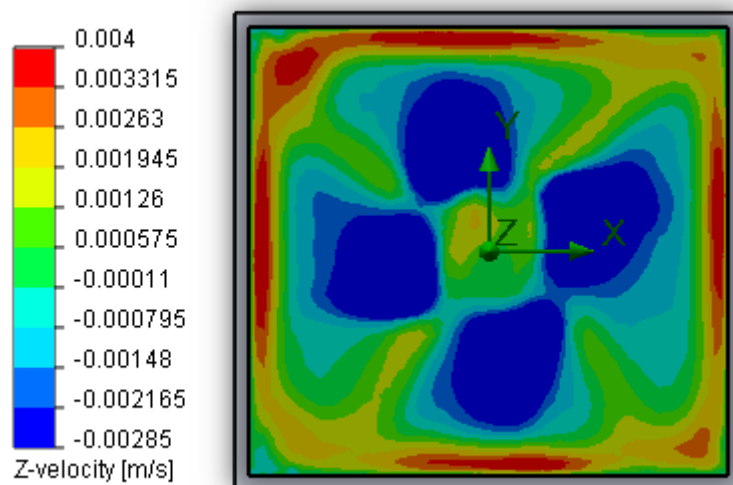


Fig.4.75 Componente z de la velocidad para un plano en el fondo de la presa.

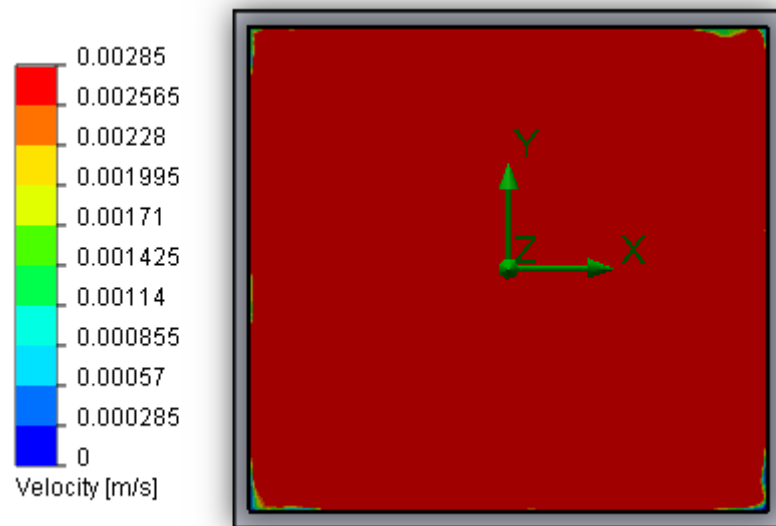


Fig. 4.76 Velocidad para un plano en el fondo de la presa.

Los puntos de estancamiento en el fondo de la presa están presentes de menor manera en las esquinas de la presa de lodos con presencia en algunas zonas paralelas a las paredes de la presa.

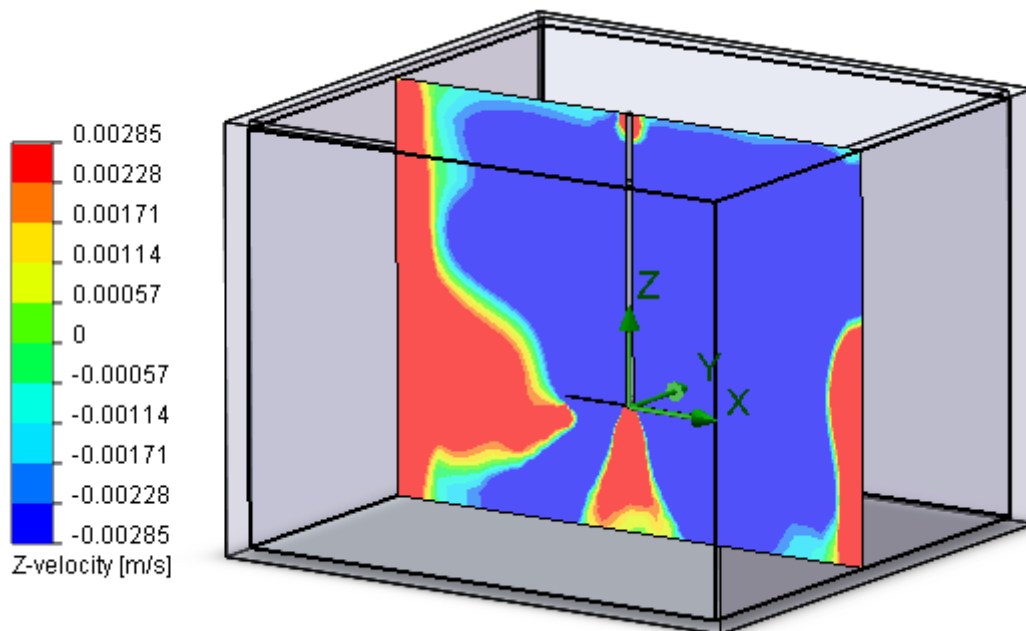


Fig. 4.77 Isométrico de presa de lodos.

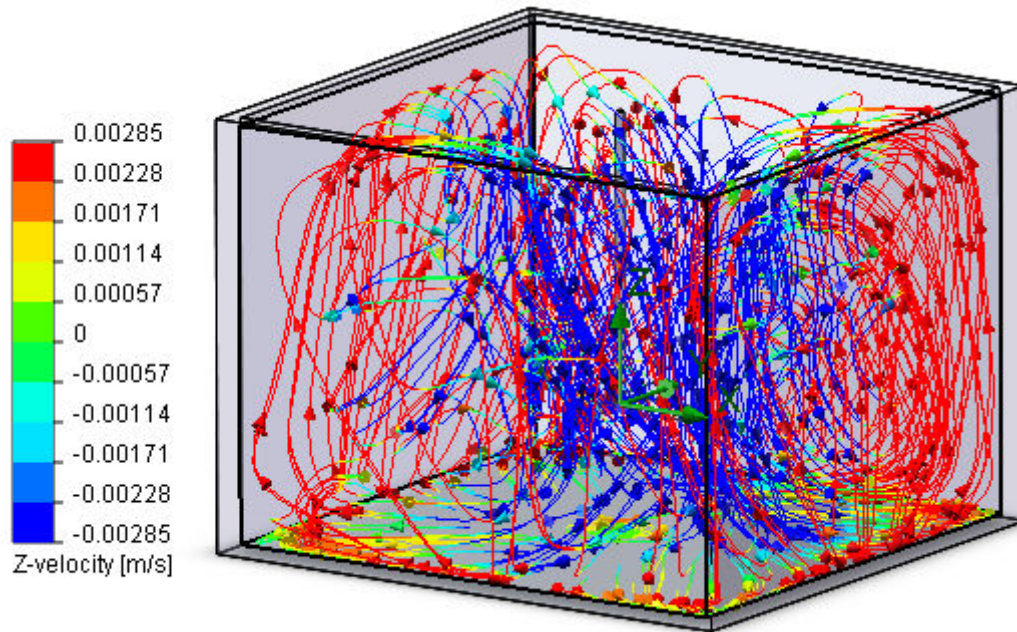


Fig. 4.78 Arrastre de sólidos dentro de presa de lodos.

En la fig. 4.78 se muestra el arrastre de sólidos después de 2000 s de agitación. Como se comentó anteriormente, este diseño genera un anillo en el fondo de la presa, paralelo a las paredes el cuál, permite el arrastre de sólidos hacia la superficie. Este anillo se encuentra abierto en algunas regiones en las cuáles, por supuesto, no hay arrastre hacia la superficie.

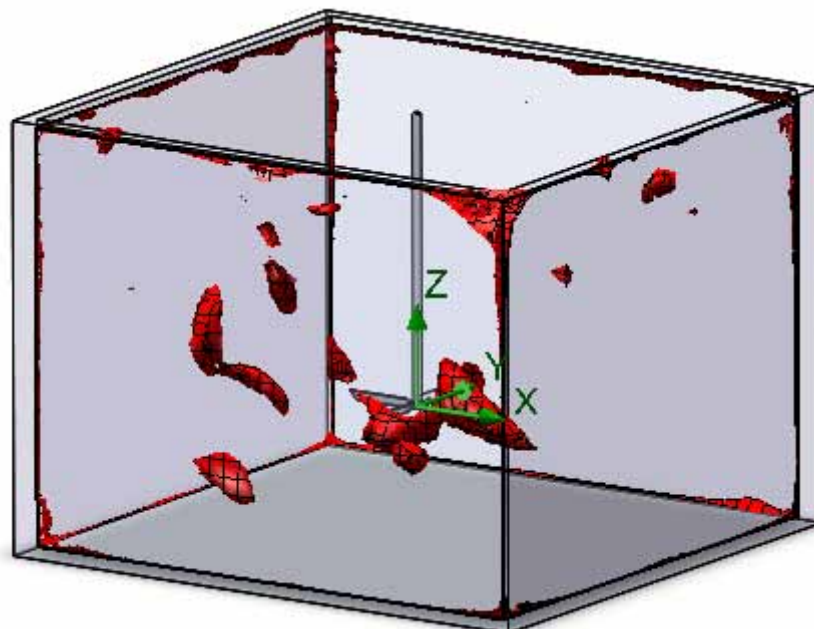
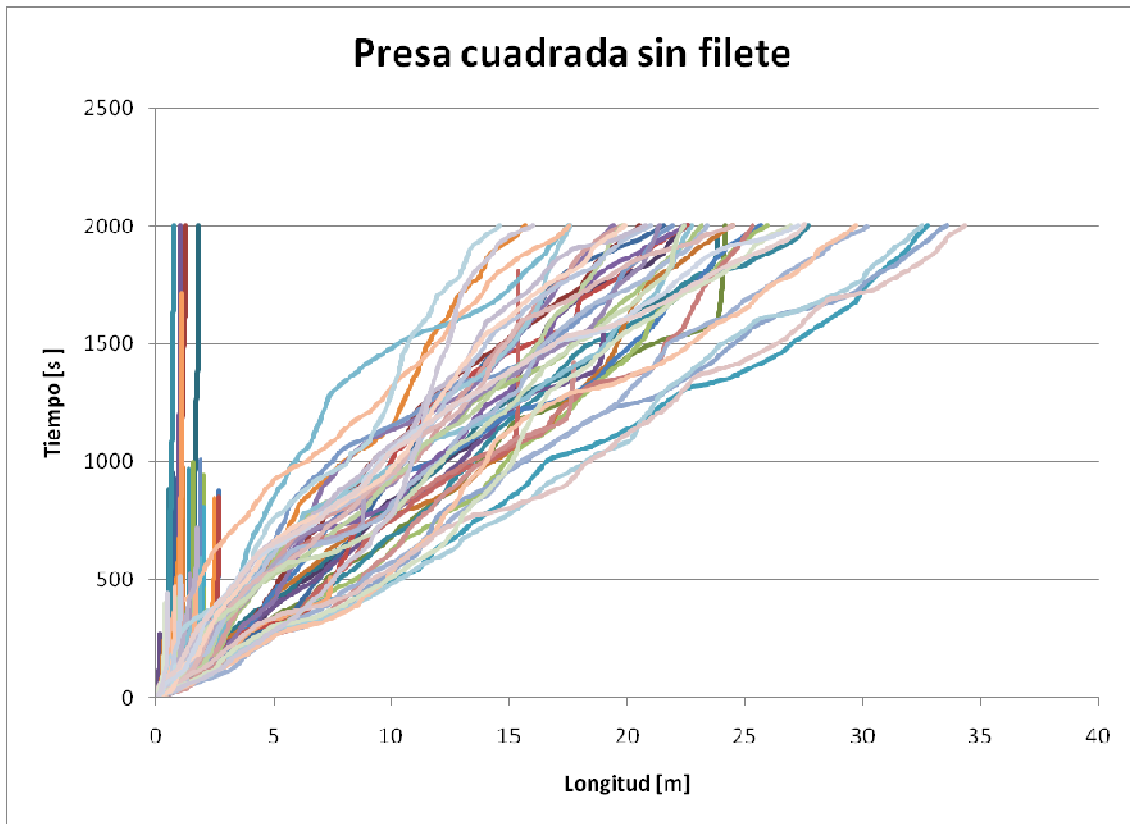


Fig. 4.79 Estancamiento para partículas de bentonita.

Las zonas de estancamiento se ven disminuidas en el fondo de la presa y resultan ser mínimas en las esquinas de la misma.



Gráfica 4.8. Distribución de trayectorias para una presa cuadrada sin filete.

<b>Puntos generados</b>	<b>Puntos de estancamiento</b>	<b>%</b>
40538	5506	13.58

Los puntos a resaltar de este análisis son:

1. Una geometría cuadrada con fondo plano permite el arrastre de sólidos en dirección positiva de la componente z.
2. El estancamiento de sólidos en fondo de la presa resulta ser mínimo y presente en las esquinas y algunas regiones paralelas a las paredes de la presa.
3. El análisis de los datos crudos muestra que para esta geometría el 13.58 % de las velocidades son inferiores a 0.00285 m/s 2.98% de puntos menor que los encontrados en un análisis con un fluido newtoniano



4.2.4 Cuadrada con filete.

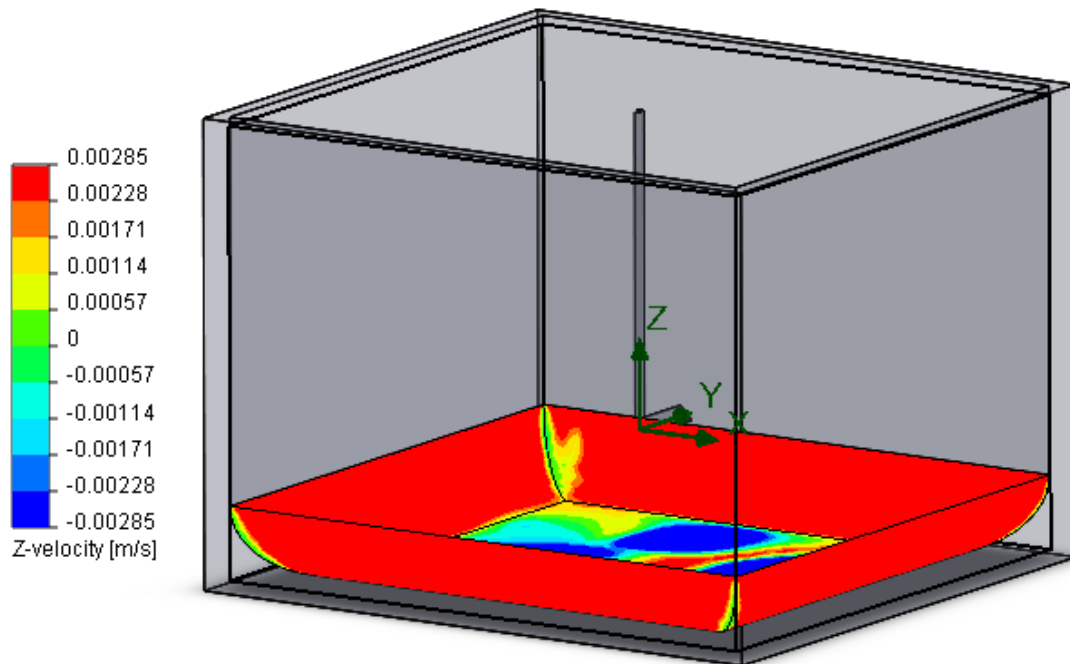


Fig. 4.80 Isométrico de presa de lodos sistema no-newtoniano.

La distribución de la componente z de la velocidad en el fondo de la presa cuadrada se muestra homogénea a lo largo de todo el filete con pequeñas zonas con valores inferiores a la velocidad de arrastre presentes en las 4 esquinas de la presa. Esta mejor distribución favorece el arrastre de un mayor número de partículas que las logradas por la geometría cuadrada sin filetes en donde las zonas de arrastre de sólidos en el fondo de la presa son menores que las disponibles en esta geometría.

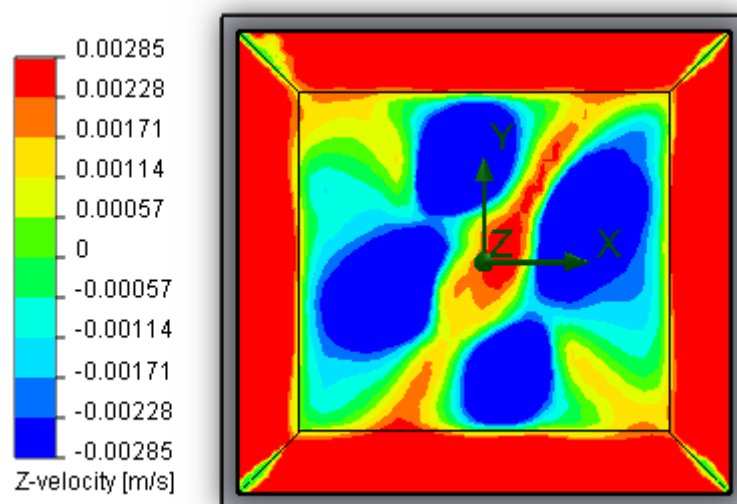


Fig. 4.81 Componente z de la velocidad para un plano en el fondo de la presa.

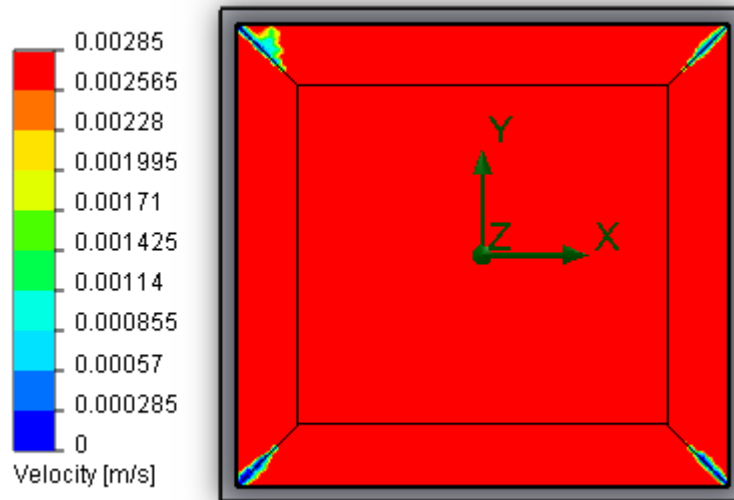


Fig. 4.82 Velocidad para un plano en el fondo de la presa.

Las 4 esquinas en el fondo de la presa representan zonas de estancamiento de sólidos originadas por la intersección de flujos en estas zonas fig. 4.40

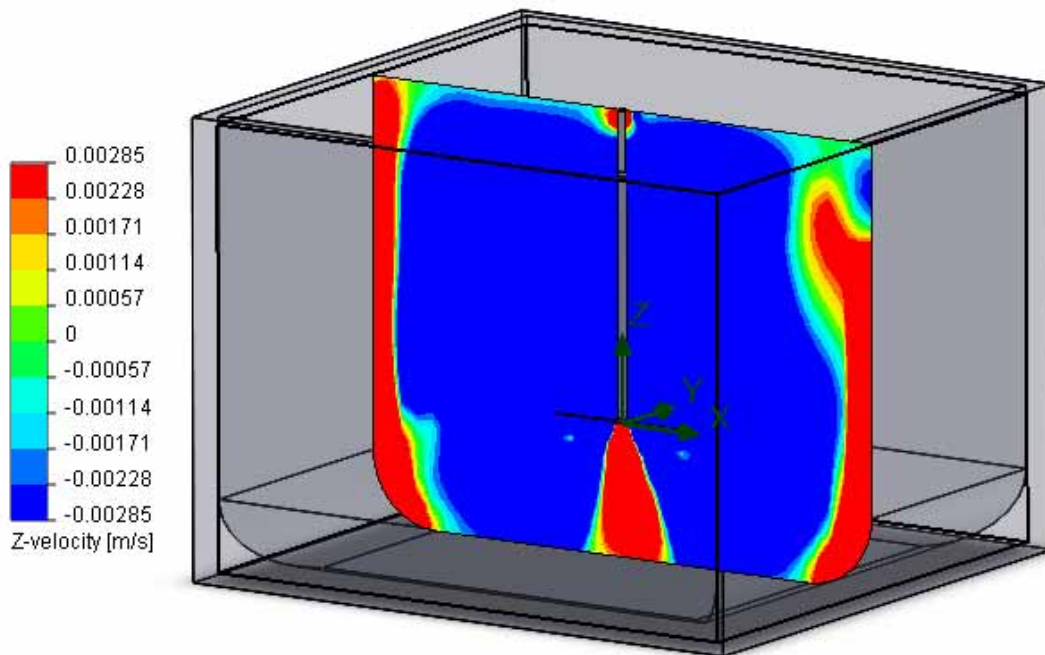


Fig. 4.83 Isométrico de presa de lodos.

La implementación del filete en el fondo de la presa incrementa las regiones en las paredes de la presa para los cuales existe arrastre ascendente de partículas.



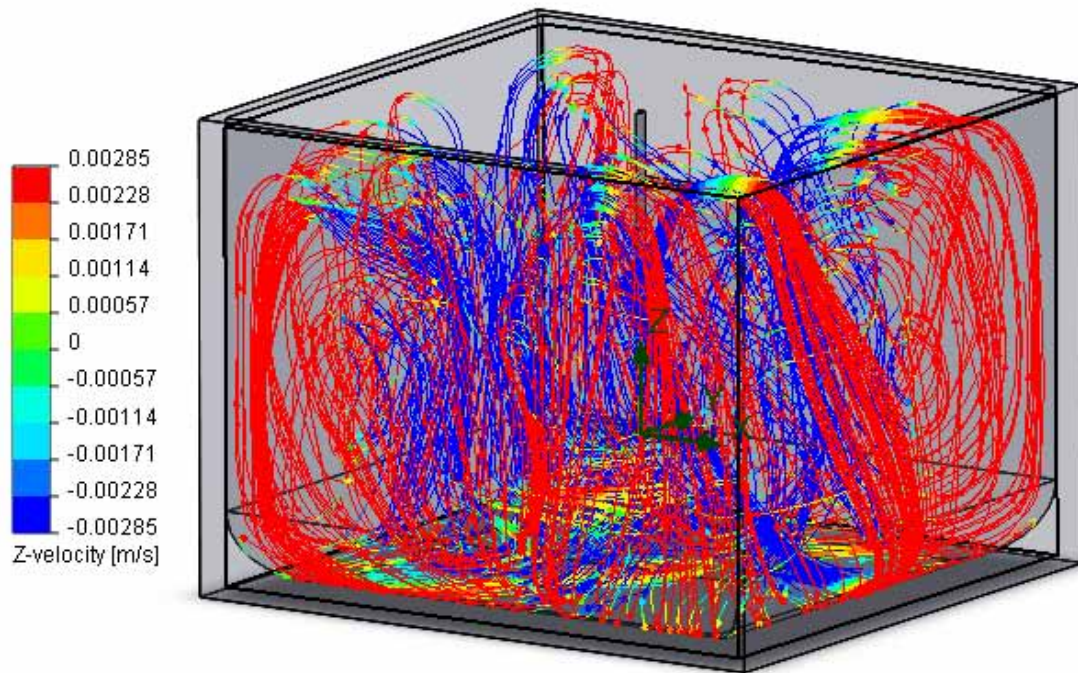


Fig. 4.84 Arrastre de sólidos dentro de presa de lodos.

El arrastre de sólidos en esta geometría se da de manera simétrica a lo largo de los 4 filetes dispuestos en cada uno de los vértices inferiores formados entre las paredes y fondo de la presa generando una mejor distribución de los mismos y un mejor uso de las trayectorias generadas por el flujo.

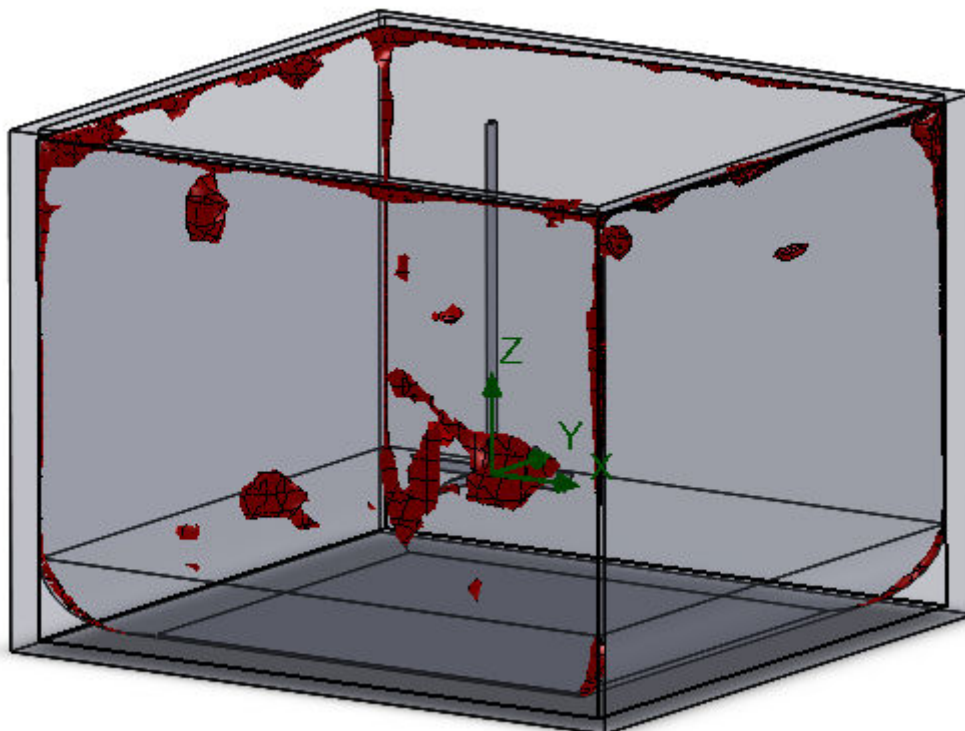
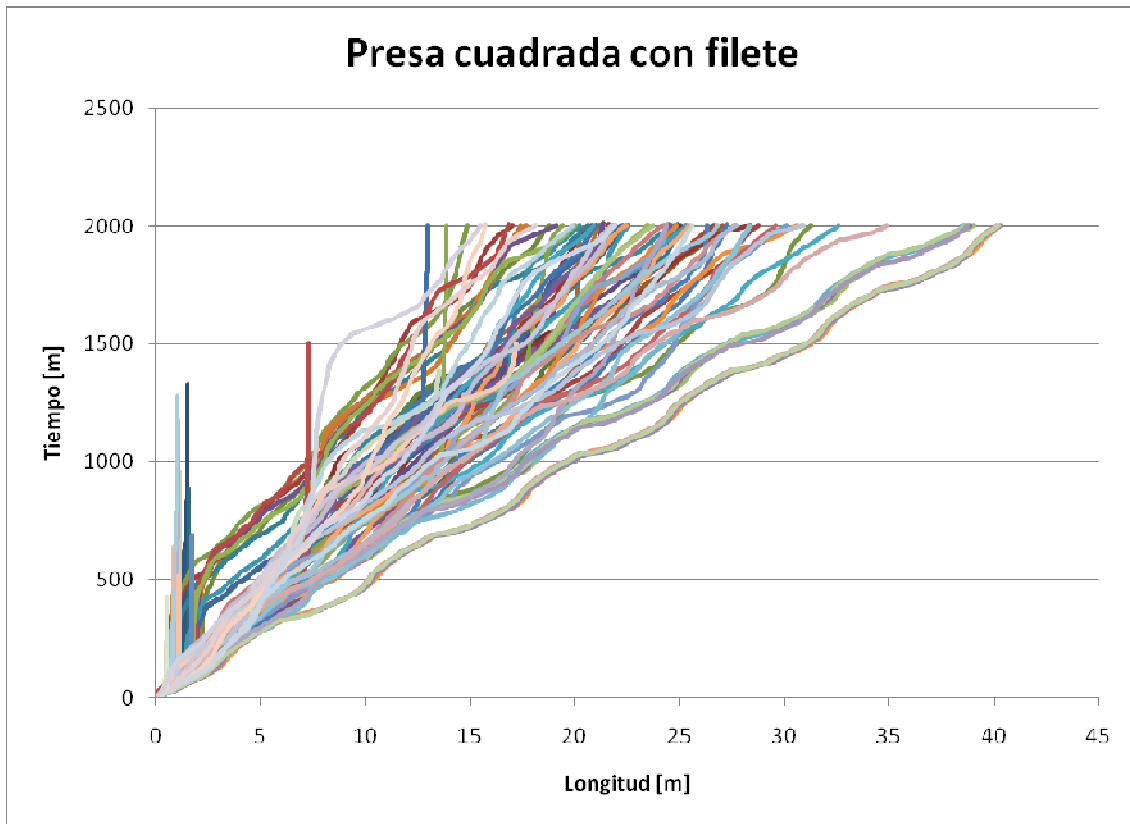


Fig. 4.85 Estancamiento para partículas de bentonita

Las zonas de estancamiento en esta geometría esta presente en pequeñas regiones dentro de las esquinas de la presa.



Gráfica 4.9. Distribución de trayectorias para una presa cuadrada con filete.

Puntos generados	Puntos de estancamiento	%
39396	5996	15.21

Los puntos a resaltar de este análisis son:

1. La implementación de filetes en el fondo de la presa incrementa los puntos de ascenso o arrastre de sólidos logrando con esto una menor limpieza del fondo de la misma.
2. El estancamiento existente en el fondo de la presa se limita a pequeñas áreas en las esquinas de la presa.
3. El análisis de los datos crudos muestra que para esta geometría el 14.88 % de las velocidades son inferiores 0.00285 m/s 0.58% de puntos mas que los encontrados en un análisis con un fluido newtoniano. Este incremento en los puntos de estancamiento sugiere la presencia de vórtices en donde el flujo tiende a rotar alrededor de una zona vacía donde existe estancamiento.

4.2.5 Cuadrada con base en cúpula.

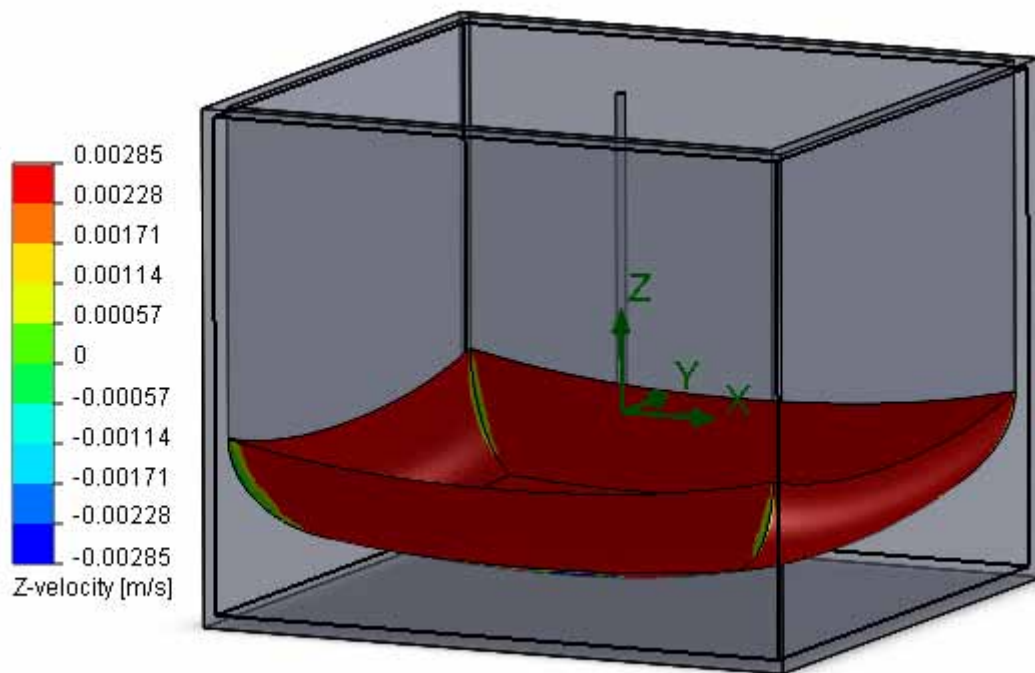


Fig. 4.86 Isométrico de presa de lodos sistema no-newtoniano

La fig. 4.86 muestra la componente z de la velocidad en el fondo de la presa de lodos. La incorporación de un fondo en forma de cúpula permite que las partículas presenten en prácticamente todo el fondo una componente en z que posibilita el arrastre de sólidos. Solo existen pequeñas áreas en color verde que no posibilitan este arrastre aunque por efecto de velocidades radiales estas partículas se muevan a zonas en color rojo.

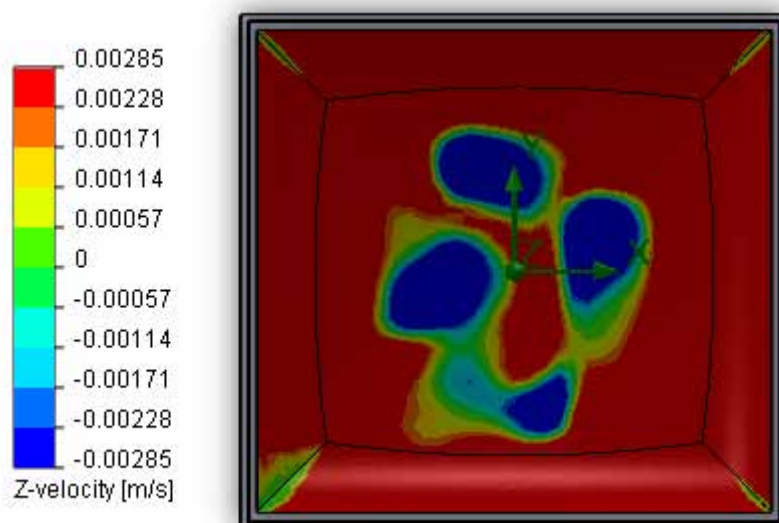


Fig. 4.87 Componente z de la velocidad para un plano en el fondo de la presa

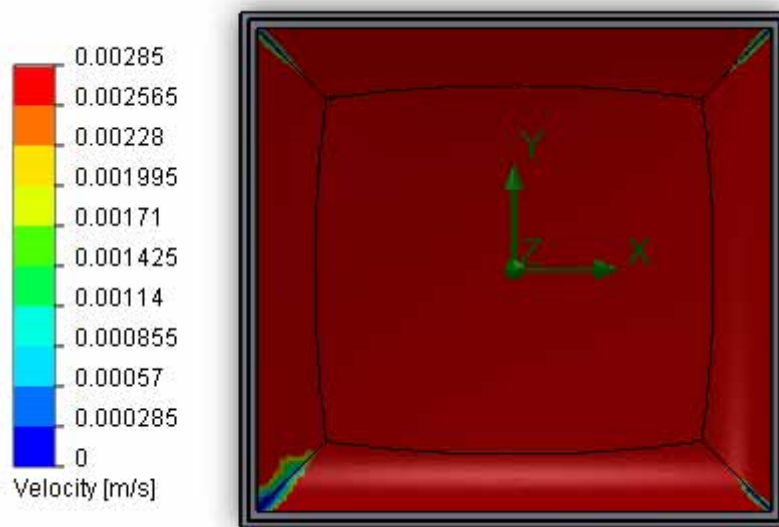


Fig.4. 88 Velocidad para un plano en el fondo de la presa.

Las esquinas representan las zonas en donde se presenta estancamiento de sólidos mientras que en todo el fondo de la cúpula existe una velocidad de arrastre suficiente para mover las partículas en dirección z.

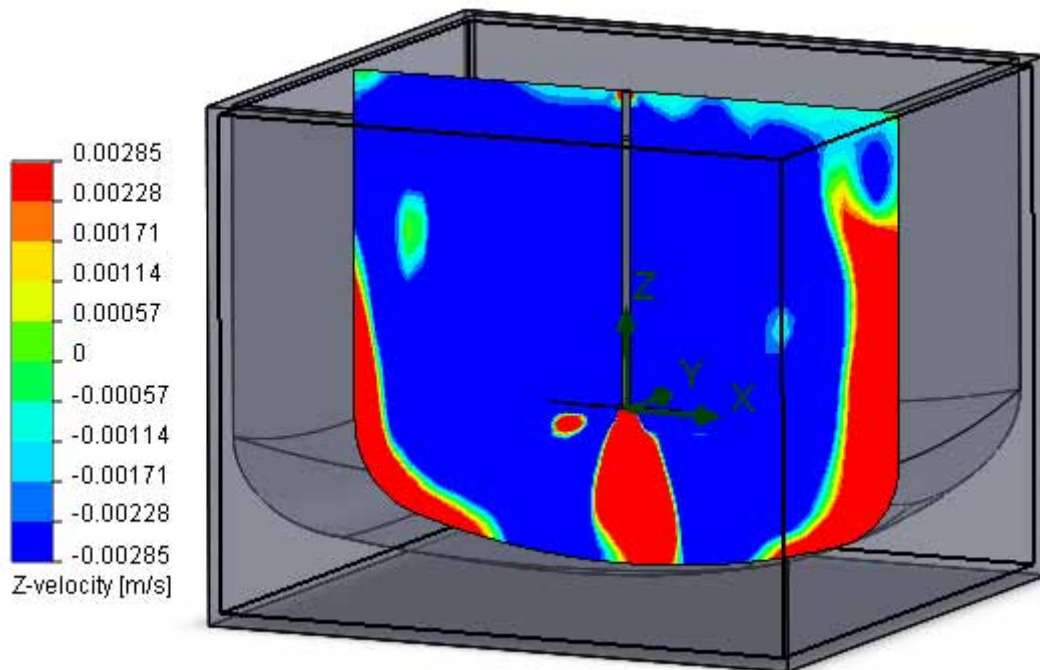


Fig. 4.89 Isométrico de presa de lodos.



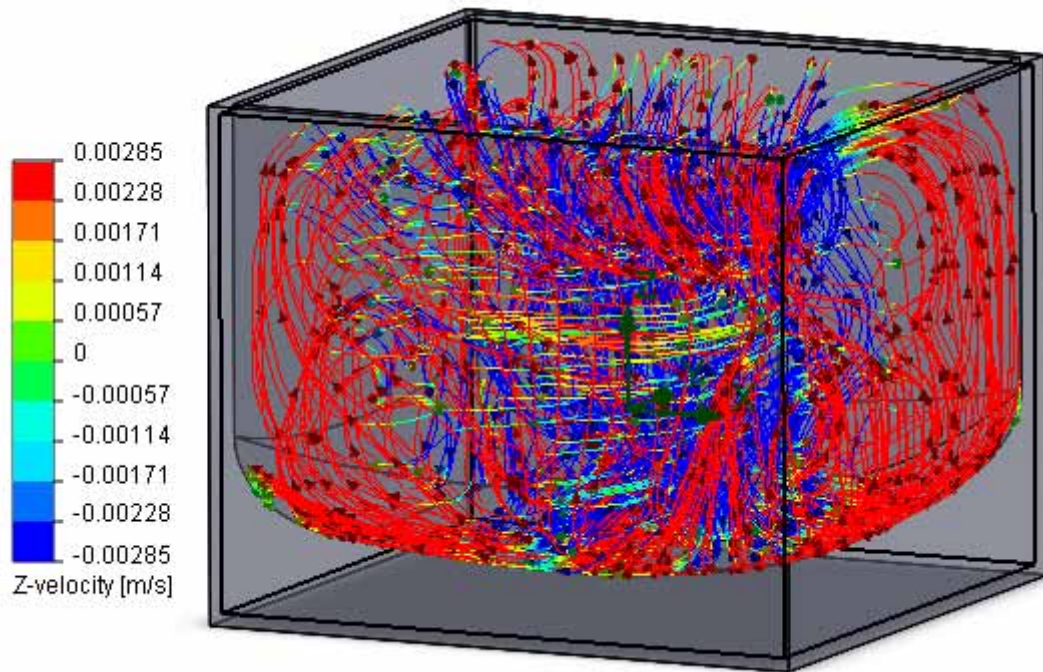


Fig. 4.90 Arrastre de sólidos dentro de presa de lodos

Las partículas son arrastradas a lo largo de todo el fondo de la cúpula lo que permite que exista un movimiento homogéneo dentro de todo el volumen de la presa.

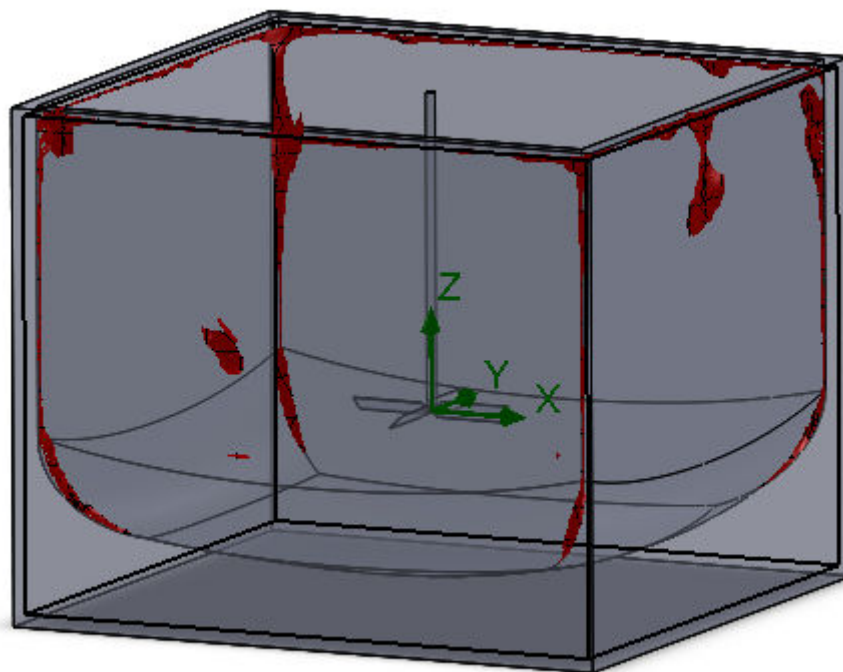
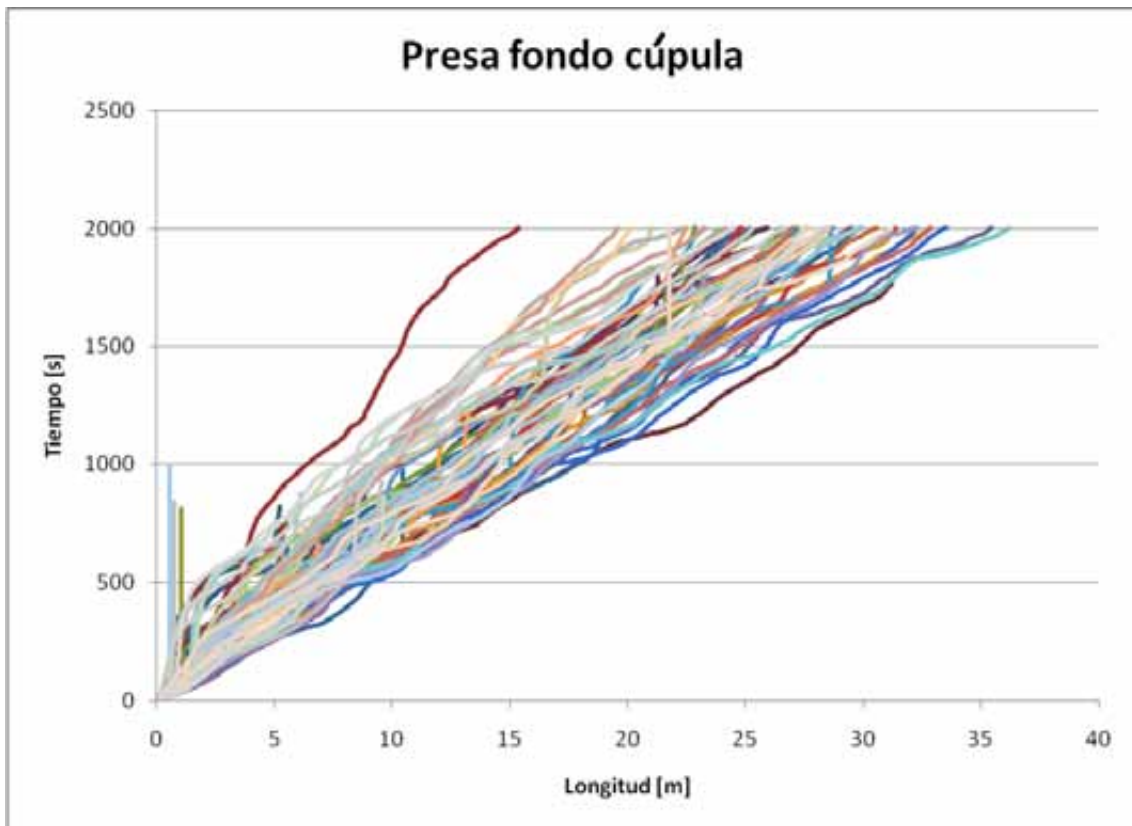


Fig. 4.91 Estancamiento para partículas de bentonita

Puntos de estancamiento predominantes en el fondo de la presa con presencia en las esquinas de la misma.



Gráfica 4.10. Distribución de trayectorias para una presa de fondo de cúpula.

Puntos generados	Puntos de estancamiento	%
42969	5295	12.32

Los puntos a resaltar de este análisis son:

1. La incorporación de una cúpula en el fondo de la presa induce componentes de velocidad en z suficientemente grandes como para permitir el arrastre de los sólidos. El trabajo con un fluido no newtoniano mejora este efecto.
2. El presente diseño, al igual que otros, presenta estancamiento de sólidos en las esquinas formadas entre el fondo de la presa y las paredes.
3. El arrastre de las partículas se realiza de manera homogénea a lo largo de todas las paredes de la presa lográndose trayectorias ascendentes y descendentes las cuales distribuyen los fluidos en todo la presa.
4. El análisis de los datos crudos muestra que para esta geometría el 12.32 % de las velocidades son inferiores a 0.00285 m/s 0.64% de puntos más que los encontrados en un análisis con un fluido newtoniano.

4.2.6 Cuadrada-triangular

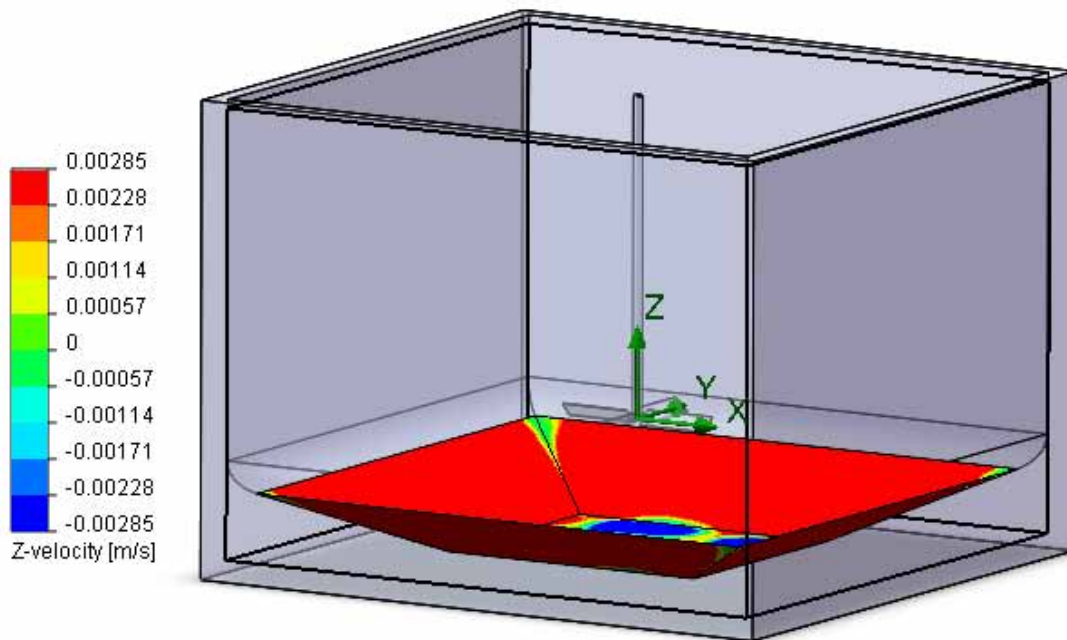


Fig. 4.92 Isométrico de presa de lodos sistema no-newtoniano

Para este tipo de presa, cuatro planos son usados como rampas con el fin de mejorar el arrastre de partículas en dirección z, al final de éstos, un arco o filete evita que los sólidos choquen contra las paredes de la presa y se desvíen en direcciones distintas a la de z. La incorporación del filete resulta indispensable para tener un buen acarreo de sólidos.

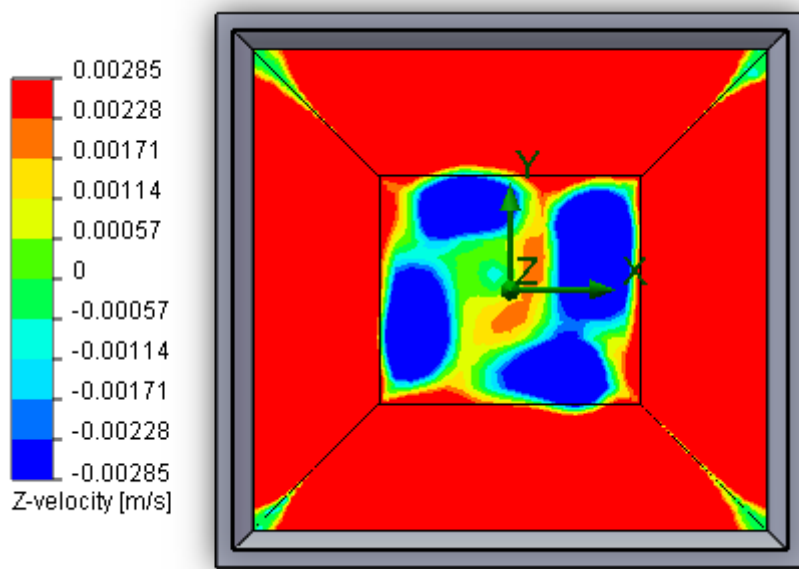


Fig. 4.93 Componente z de la velocidad para un plano en el fondo de la presa

Como se observa en la fig. 4.93 los sólidos presentan componentes en z de la velocidad en todo el fondo de la presa lo que evitará que exista asentamiento de sólidos en estos puntos. Pequeñas regiones en verde, presentes en las esquinas de la presa presentarán asentamiento de sólidos.

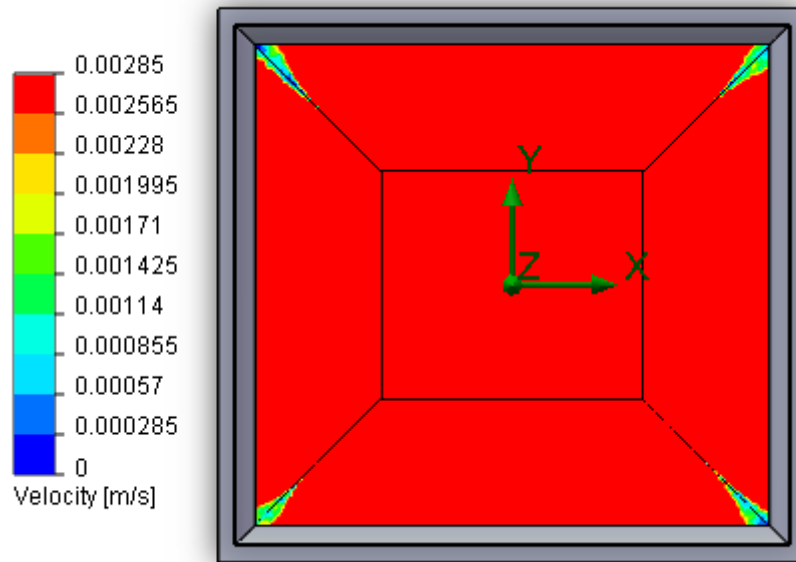


Fig. 4.94 Velocidad para un plano en el fondo de la presa.

Se confirma lo visto en la fig. 4.93. Asentamiento de sólidos en las esquinas de la presa.

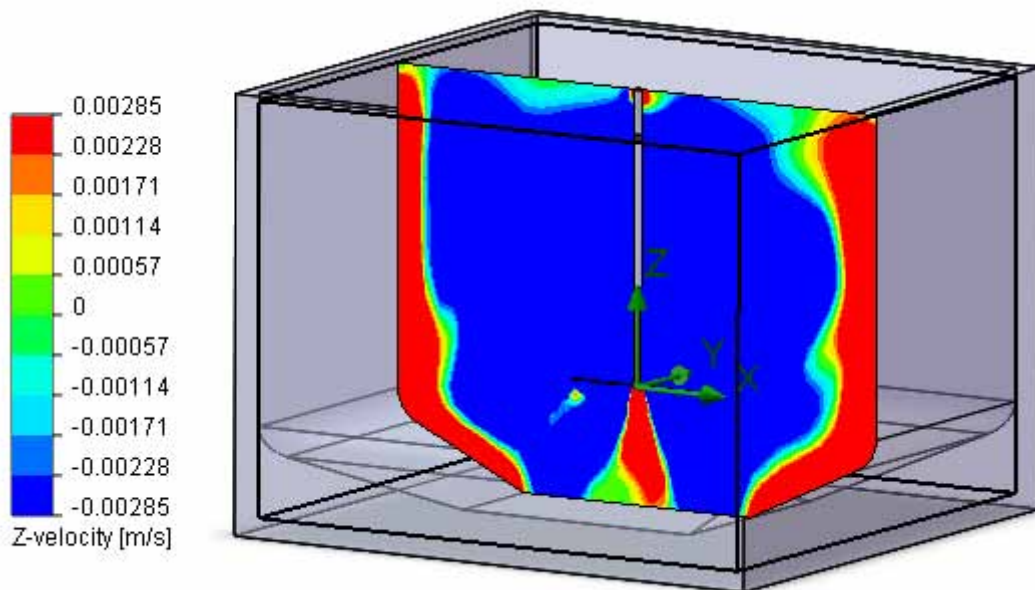


Fig. 4.95 Isométrico de presa de lodos.



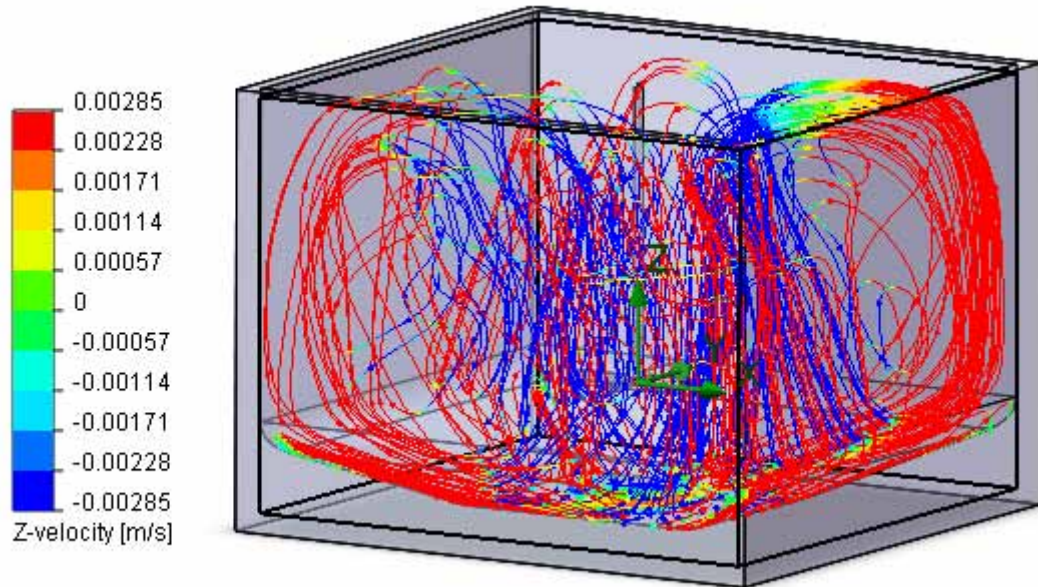


Fig. 4.96 Arrastre de sólidos dentro de presa de lodos.

Las trayectorias mostradas en la fig. 4.96 son logradas únicamente gracias al filete incorporado entre la pared vertical de la presa y el plano inclinado. En su ausencia pocas serían las trayectorias logradas.

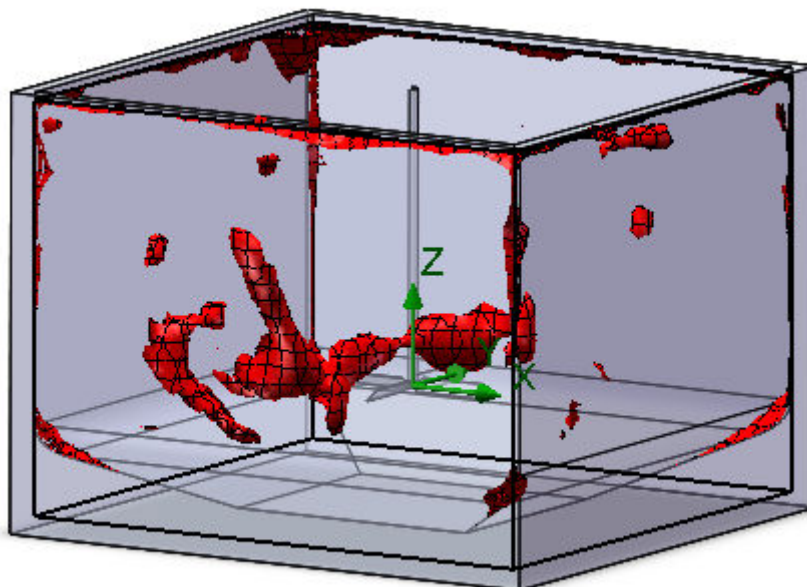
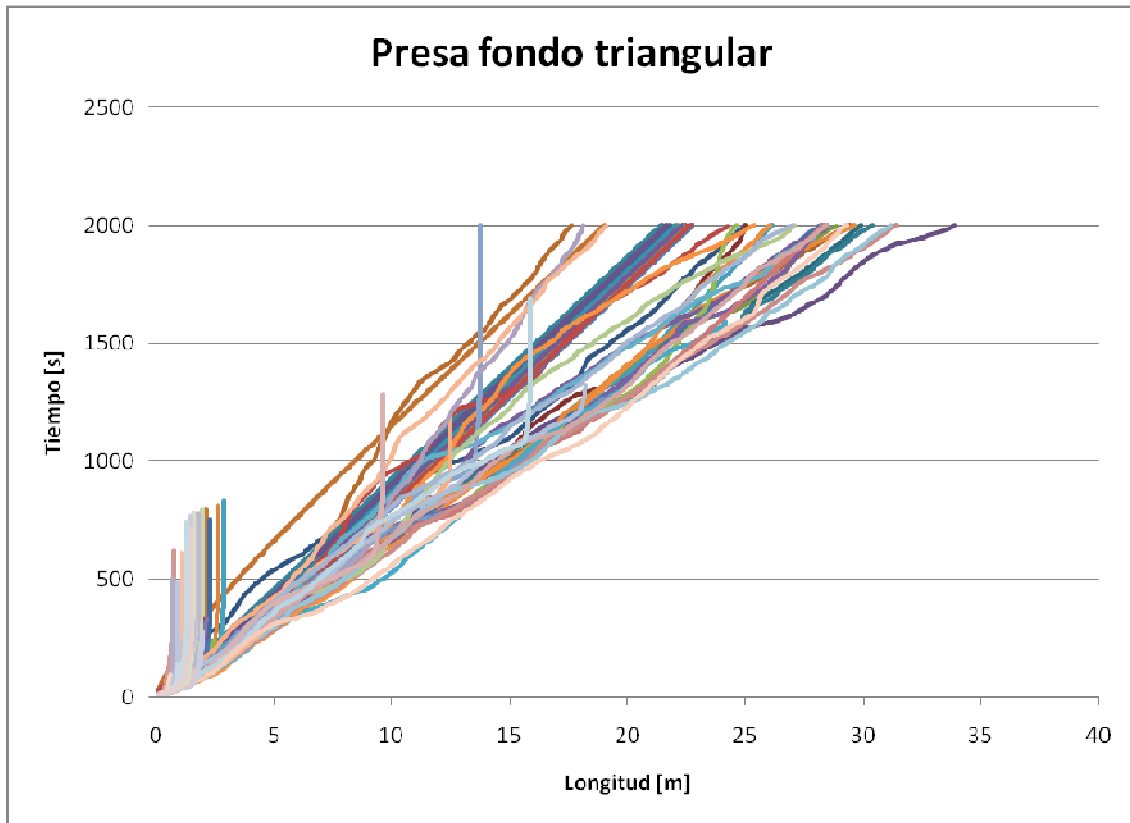


Fig. 4.97 Estancamiento para partículas de bentonita.



Gráfica 4.11. Distribución de trayectorias para una presa de fondo de triangular.

Puntos generados	Puntos de estancamiento	%
38371	6116	15.94

Los puntos a resaltar de este análisis son:

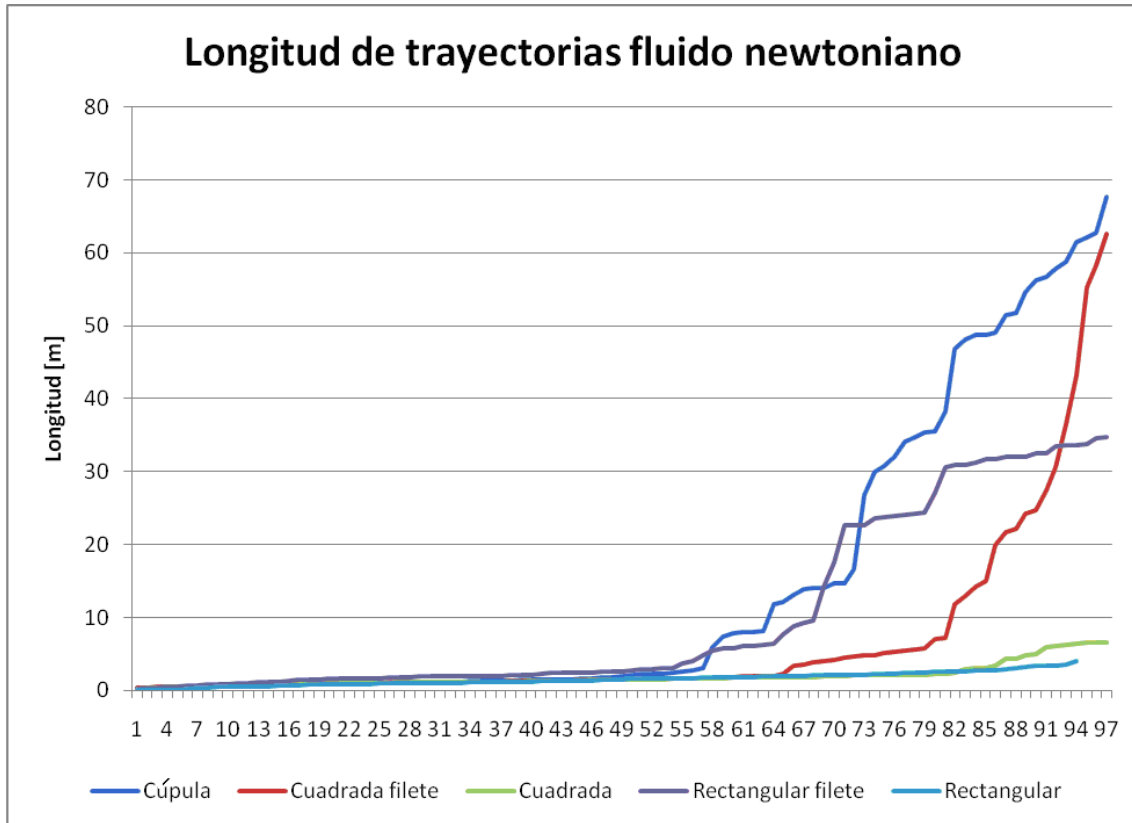
1. La incorporación de rampas en una presa cuadrada requiere la implementación de un filete para lograr el arrastre en dirección z.
2. Existirá estancamiento de sólidos en las esquinas de la presa de lodos.
3. El análisis de los datos crudos muestra que para esta geometría el 15.94 % presenta estancamiento.

## Resultados

---

### 4.3 Resumen de datos.

	Arrastre de sólidos del fondo	Distribuido	Presencia de cuerdas	Velocidad de arrastre [m/s]	Longitud máxima promedio desarrollada [m]	Puntos en z=0 2000 pts	Puntos estancamiento % v	Puntos estancamiento % vx	Puntos estancamiento % vy	Puntos estancamiento % vz	Altura de estancamiento [cm]
<b>Newtoniano</b>											
Rec	No	No aplica	No aplica	0.012	4	No aplica	41.92	61.34	56.05	50.82	30
Rec filete	Si	No	Si	0.012	35	1172	41.25	63.89	63.82	52.84	No aplica
Cuadrada	No	No aplica	No aplica	0.012	6.5	No aplica	11.78	48.53	57.088	45.94	12
Cuadrada filete	Si	Si	No	0.012	60	1408	14.29	58.17	62.92	35.77	No aplica
Cupula	Si	Si	No	0.012	68	6243	11.68	56.61	53.55	36.54	No aplica
<b>No Newtoniano</b>											
Rec	Parcial	No	No	0.00285	27	497	28.1	46.48	51.71	46.17	8
Rec filete	Si	Si	No	0.00285	30	3888	22.1	41.36	45.86	40.22	No aplica
Cuadrada	Si	Si	No	0.00285	33	2474	13.58	41.63	44.34	40.99	3
Cuadrada filete	Si	Si	Si	0.00285	40	6364	15.21	40.98	43.14	32.55	No aplica
Cupula	Si	Si	No	0.00285	36	5197	12.32	36.56	33.88	31.06	No aplica
Triangular	Si	Si	Si	0.00285	33	1786	15.94	42.1	41.98	31.78	No aplica



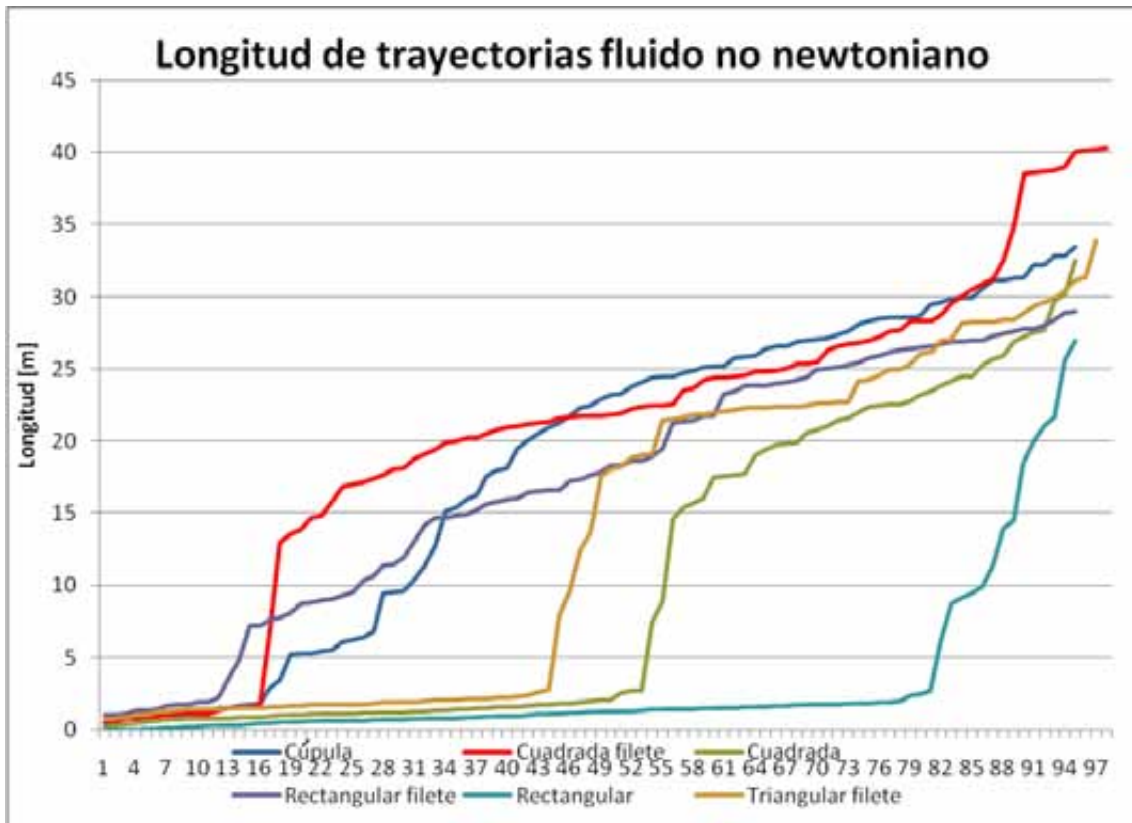
Gráfica 4.12. Distribución de trayectorias para una presa de fondo de triangular.

En las gráficas mostradas anteriormente se observan distintas trayectorias generadas en cada una de las presas, varias de estas existen y continúan en tiempos mayores a 2000 seg mientras que otras desaparecen en tiempos mucho menores. Si se toman todos esos puntos finales para cada trayectoria generada (tanto para tiempos menores iguales a 2000 seg), es posible generar una gráfica que permita observar de una manera clara el desarrollo en longitud lograda por cada una de las presas.

Los valores son ordenados de menor a mayor lográndose con esto las gráficas 4.12 y 4.13

Para el caso de la gráfica 4.12 es fácil deducir que las trayectorias generadas por la geometría cupular son las mejor desarrolladas al mostrar una mayor área bajo la curva seguidas por la presa rectangular con filetes. Este resultado no implica que el diseño de la presa rectangular sea mejor que el de la presa cuadrada pues a pesar del resultado inferior en esta presa, la distribución de trayectorias se muestra mejor que en la geometría rectangular donde existe concentración de trayectorias en los extremos de las presas.

	<b>Cúpula</b>	<b>Cu fillet</b>	<b>Cu sin fillet</b>	<b>Rec fillete</b>	<b>Rec sin fillete</b>
<b>Área</b>	1452	634	187	1006	143



Gráfica 4.13. Distribución de trayectorias para una presa de fondo de triangular.

	Cúpula	Cu fillet	Cu sin fillet	Rec fillete	Rec sin fillet
Área	1806.33	2040.88	1057.84	1688.17	303.46

# Conclusiones

En el presente trabajo se estudiaron los perfiles de velocidades y arrastre de sólidos para distintas geometrías de presas de lodos de perforación conteniendo sistemas agua-sólidos y lodo-sólidos teniendo como conclusiones las siguientes:

1. El perfil de velocidades, arrastre de sólidos, longitud y distribución de trayectorias están determinadas por las distintas variables que conforman el sistema de mezclado como son; geometría de la presa, tipo, posición y velocidad angular del mezclador, tipo de fluido y propiedades de la fase sólida.
2. El uso de mezcladores axiales genera trayectorias cíclicas con un comportamiento descendente en el centro de la presa y ascendente en las paredes de la presa con presencia de vórtices orientados de manera indistinta a las trayectorias generadas por el mezclador y donde sus centros suelen ser zonas de estancamiento de sólidos.
3. En el caso de un sistema agua-sólidos se tiene que las geometrías con fondo plano experimentan asentamiento de sólidos sobre toda su base dado que el perfil de velocidades existente sobre esta superficie genera componentes en z de la velocidad inferior a la velocidad mínima de arrastre. Para otros puntos existentes dentro del dominio o volumen de la presa se tiene que la geometría rectangular es la que muestra un mayor número de puntos de estancamiento al ser casi 4 veces mayor al generado por una geometría cuadrada lo cual, muestra un desempeño menor.
4. La implementación de filetes o curvas entre el fondo y las paredes verticales de la presa de lodos resulta ser una solución práctica que reduce de manera considerable el estancamiento de sólidos en el fondo de la presa al permitir el arrastre de los mismos en dirección z, sin embargo, para el caso de la presa rectangular, la distribución de los sólidos resulta ser heterogénea al generarse concentración de sólidos en los extremos de la presa y no a lo largo de todo el volumen como en la geometría cuadrada. Lo anterior implica mayores tiempos de mezclado así como, heterogeneidades de la mezcla en la geometría rectangular. Adicional a lo antes mencionado es importante agregar que en una geometría cuadrada, además de trayectorias distribuidas, se logra que éstas sean más las largas que las generadas en el caso rectangular.
5. La implementación de filetes no impacta en lo que se refiere a los puntos de estancamiento dentro del volumen de la presa aunque, como se mencionó anteriormente, estos puntos son menores en la geometría cuadrada.  
Para una presa cuadrada con fondo de cúpula se tiene que esta geometría presenta varias ventajas que las obtenidas por las antes analizadas puesto que conjunta; arrastre en el fondo de la presa, una mayor cantidad de trayectorias generadas, distribución de las mismas, mayores longitudes de las trayectorias

generadas así como, menores puntos de estancamiento dentro del volumen de la presa.

6. En el caso de un sistema lodo-sólido se tiene que la velocidad mínima de arrastre disminuye de 0.012 m/s a 0.00285 m/s posibilitando el movimiento de sólidos en dirección positiva de z. Para las geometrías de fondo plano se tiene que aún con esta velocidad de arrastre, existe asentamiento de sólidos en la base de la geometría rectangular con excepción del centro de presa que es la región de interferencia entre los flujos generados por cada una de los mezcladores. La geometría cuadrada presenta estancamiento de sólidos en pequeñas regiones cercanas a las paredes y esquinas de la presa por lo que permite en la mayor parte de su base, el acarreo de sólidos con una distribución homogénea a lo largo de todo el volumen de la presa y bien desarrollada en distancia. Los puntos de estancamiento cambian poco en la geometría cuadrada y disminuyen de manera importante en la geometría rectangular.
7. La implementación de filetes o curvas entre las paredes y fondo de la presa genera mejoras sustanciales reduciendo en gran medida el estancamiento de sólidos en la base, mejorando la distribución de las trayectorias y aumentando la longitud de éstas.
8. La geometría con base en cúpula muestra: arrastre de sólidos en la base, buena distribución de trayectorias y longitud de las mismas con valores cercanos a los generados por la geometría rectangular aunque inferiores por lo que para un sistema lodo-sólidos la mejor opción está dada por una geometría con fondo plano que incorpore filetes en sus esquinas inferiores.
9. En el caso de una geometría que incorpore planos inclinados como la analizada en este trabajo, se puede decir que su desempeño será cercano al logrado con una presa cuadrada sin filetes.
10. Resulta conveniente comentar que si el aumento de la viscosidad del fluido (al cambiarlo por un lodo bentonítico) reduce la velocidad de arrastre requerida para suspender los sólidos en la presa de lodos, también la longitud de las trayectorias se ve disminuida, o visto de otra forma, aumenta el tiempo requerido para lograr las mismas longitudes de trayectorias logradas con un fluido de menor viscosidad; más viscosidad del fluido implica mayores tiempos de agitación del fluido.

## Recomendaciones

1. Cualquier modificación propuesta en los sistemas de mezclado de lodos de perforación como; geometría de presa, tipo de mezclador, velocidad angular, fases presentes, etc. tiene que ser estudiada y/o analizada antes de implementarla.
2. Se sugiere no colocar objetos sumergidos dentro de la presa de lodos como válvulas, tuberías, conexiones, etc. puesto que éstas interferirán y/o modificarán las trayectorias ascendentes y descendentes generadas por el impulsor generando con esto, zonas de estancamiento de sólidos.
3. Realizar el mezclado de lodos en presas con geometrías cuadradas de acuerdo a los resultados mostrados en este trabajo evitando en todo momento las geometrías rectangulares.
4. Cuando se tengan presas con geometrías rectangulares, se recomienda modificarlas internamente soldando placas de división de manera, que se obtengan geometrías cuadradas e incorporar el equipo y las conexiones necesarias para circular el lodo.
5. Es aconsejable incorporar filetes en el fondo de las presas de lodos al momento de generar cualquier orden de compra de equipo. El radio recomendado debe de ser alrededor de 40 cm. Radios menores o mayores a éste reducen la eficiencia del sistema.
6. Modificar las presas existentes que no incorporen filetes soldándolos en el fondo y eliminando los excesos de soldadura que provoquen obstrucciones al movimiento del fluido.
7. No deben sustituirse los filetes en el fondo de las presas de lodos con planos inclinados con el fin de facilitar el trabajo de reacondicionamiento o maquinado puesto que, el rendimiento obtenido con éstos en el fondo, es prácticamente el mismo, que el logrado cuando no se tienen filetes.



# Apéndice

1.- Cálculo de velocidad de arrastre para fluido newtoniano.

**Datos:**

$$d_p = 125 \quad [\mu\text{m}]$$

$$g_c = 9.81 \quad [\text{m/s}^2]$$

$$\mu = 0.00102 \quad [\text{Pas.m}]$$

$$\rho_l = 1000 \quad [\text{kg/m}^3]$$

$$\rho_s = 2650 \quad [\text{kg/m}^3]$$

La velocidad de arrastre para una partícula inmersa en un fluido newtoniano esta dada por:

$$V_t = \left( \frac{4g_c d_p (\rho_s - \rho_l)}{3C_D \rho_l} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1-28)$$

$$R_{ep} = \frac{\rho_l V_t d_p}{\mu} \quad (1-29)$$

Considerando un flujo transicional se tiene que el valor de  $C_D$  esta dado por (tabla 1.4):

$$C_D = \frac{18.5}{\text{Re}_p^{\frac{3}{5}}}$$

Sustituyendo datos en (1-29)

$$R_{ep} = \frac{(1000)V_t(0.00125)}{0.00102} = 122.55V_t$$

Sustituyendo número de Reynolds en  $C_D$

$$C_D = \frac{18.5}{(125V_t)^{\frac{3}{5}}} = \frac{1.033}{V_t^{\frac{3}{5}}}$$

Sustituyendo datos en (1-28)

$$V_t = \left( \frac{4(9.81)(0.000125)(2650 - 1000)}{3(1000)C_D} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{0.052}{C_D^{0.5}}$$

Sustituyendo el valor de  $C_D$  en  $V_t$  se tiene:

$$V_t = \frac{0.052}{C_D^{0.5}} = \frac{1}{\left( \frac{1.033}{V_t^{\frac{3}{5}}} \right)} = 0.0512V_t^{\frac{3}{5}}$$

Despejando  $V_t$

$$V_t^{\frac{7}{10}} = 0.0512 \rightarrow V_t = 0.0123 \text{ m/s}$$

Sustituyendo  $V_t$  en el número de Reynolds.

$$R_{ep} = 122.55V_t = 122.5(0.0123) = 1.5$$

Valor que se encuentra entre los límites de régimen transicional  $0.3 < \text{Rep} < 1000$

2.- Cálculo de velocidad de arrastre para un fluido no newtoniano.

**Datos:**

$$d_p = 125 \quad [\mu\text{m}] = 0.00492 \text{ [in]}$$

$$\rho_f = 1000 \quad [\text{kg/m}^3] = 8.497 \quad [\text{lb/gal}]$$

$$\rho_s = 2650 \quad [\text{kg/m}^3] = 22.076 \quad [\text{lb/gal}]$$

$$\mu = 5 \quad [\text{cp}] \text{ Dato de laboratorio}$$

La velocidad de arrastre para un fluido no-newtoniano esta dada por:

$$v_t = 0.0075 \left( \frac{\mu_a}{\rho_f d_s} \right) \left[ \frac{\sqrt{\frac{36800 d_s}{\left( \frac{\mu_a}{\rho_f d_s} \right)^2} \left( \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_s} \right) + 1} - 1}{\left( \frac{\mu_a}{\rho_f d_s} \right)^2} \right] \quad (1-30)$$

Sustituyendo datos en (1-30)

$$v_t = 0.0075 \left( \frac{5}{8.497(0.00492)} \right) \left[ \frac{\sqrt{\frac{36800(0.00492)}{\left( \frac{5}{8.497(0.00492)} \right)^2} \left( \frac{22.076 - 8.497}{22.076} \right) + 1} - 1}{\left( \frac{5}{8.497(0.00492)} \right)^2} \right] = 0.00903 \text{ [ft/s]}$$

$$v_t = 0.0028 \text{ [m/s]}$$

- [1] Brodkey, R. S. (1967). *The Phenomena of Fluid Motions*, Dover, Mineola, NY.
- [2] White Frank M. (1996) *Fluid Mechanic*, McGrawHill, NY
- [3] Aref, H. (1984). Stirring by chaotic advection, *J. Fluid Mech.*, **143**, 1–21.
- [4] Chien, W. L., H. Rising, and J. M. Ottino (1986). Laminar mixing and chaotic mixing in several cavity flows, *J. Fluid Mech.*, **170**, 355–377.
- [5] Chaiken, J., R. Chevray, M. Tabor, and Q. M. Tan (1986). Experimental study of Lagrangian turbulence in Stokes flow, *Proc. R. Soc. London*, **A408**, 165–174
- [6] Kusch, H. A., and J. M. Ottino (1992). Experiments on mixing in continuous chaotic flows, *J. Fluid Mech.*, **236**, 319–348
- [7] Perry, R. H., and D. Green (1984). In *Chemical Engineers' Handbook*, R. H. Perry and D. Green, eds., McGraw-Hill, New York, pp. 5–63, 5–68
- [8] Chien, S,F (1971). Annular velocity for rotatory operations, *Proc, SPE Fifth Conference on Drilling and Rock Mechanic*, Austin TX, pp 5-16
- [9] Baldi, G., R. Conti, and E. Alaria (1978). Complete suspension of particles in mechanically agitated vessels, *Chem. Eng. Sci.*, **33**, 21
- [10] Chapman, C. M., A. W. Nienow, and M. Cooke (1983). Particle–gas–liquid mixing in stirred vessels: 1. Particle–liquid mixing, *Chem. Eng. Res. Dev.*, **61**, 71–81.
- [11] Schlumberger (1998), *Solid Control Handbook*, Section 1000, pp, 1-15.
- [12] Versteeg, H. K., and W. Malalasekera (1995). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*, Longman Scientific & Technical, Harlow, Essex, England.
- [13] Metzner, A. B., and J. S. Taylor (1960). Flow patterns in agitated tanks, *AIChEJ.*, **6**, 109.