



**UNIVERSIDAD NACIONALAUTÓNOMA DE  
MÉXICO**

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ACATLÁN**

**PROPUESTA DE SECUENCIA DIDÁCTICA PARA  
ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA UTILIZANDO LA  
COMPUTADORA COMO HERRAMIENTA**

**T E S I S**

Que para obtener el grado de :

**Maestro en Docencia para la Educación  
Media Superior**

Presenta

**Armando Terrés Sandoval**

**Asesor: Dr. Roberto Ávila Antuna**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **INTEGRACIÓN DEL JURADO**

Dr. Roberto Ávila Antuna (Tutor)

Dr. Carlos Hernández Garcíadiego

Mtro. Alejandro Raúl Reyes Esparza

Dra. Asunción López Manjón

Mtro. Héctor Jesús Torres Lima

## **AGRADECIMIENTOS**

A Díos por darme la salud y las fuerzas para terminar mi maestría.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, como institución por haberme dado la oportunidad de llevar a cabo estos estudios.

Al Dr. Roberto Ávila Antuna por su apoyo y paciencia para que este trabajo llegara a feliz termino.

Al Mtro. Alejandro Reyes Esparza por brindarme su apoyo, en el momento más oportuno, en la realización de este trabajo.

## **AGRADECIMIENTO**

Al Mtro. Juan Bautista Recio Zubieta, por su ayuda incondicional durante el tiempo que duró la maestría y en especial durante mi trabajo de tesis.

A mi esposa y a mis hijos, por su comprensión y apoyo, por los momentos en los cuales no pude convivir con ellos, por llevar a cabo mis estudios de maestría (perdón).

# Índice

	Pág.
<b>Introducción</b> .....	<b>1</b>
<b>1. Antecedentes y planteamiento del problema</b> .....	<b>4</b>
1.1 Antecedentes.....	<b>5</b>
1.2 Planteamiento del problema.....	<b>9</b>
1.3 Alcances y Limitaciones.....	<b>19</b>
1.4 Hipótesis.....	<b>21</b>
<b>2. Marco Teórico</b> .....	<b>23</b>
2.1 Propósitos y Objetivos de los programas de Estudio de las Materias de Estadística y Probabilidad I y Taller de Cómputo.....	<b>24</b>
2.2 El uso de la computadora en la enseñanza de la Estadística Descriptiva.....	<b>27</b>
2.3 Aprendizaje Significativo.....	<b>31</b>
<b>3. Metodología del Trabajo</b> .....	<b>36</b>
3.1 Descripción de los instrumentos de evaluación (Pre-test, Post- test).....	<b>39</b>
3.2 Estadística Descriptiva utilizando la computadora.....	<b>43</b>
3.2.1 Objetivos.....	<b>46</b>
3.2.2 Presentación de Contenidos.....	<b>47</b>
<b>4. Secuencia Didáctica para Estadística Descriptiva utilizando la computadora como instrumento</b> .....	<b>50</b>
<b>5. Análisis y evaluación de Resultados</b> .....	<b>156</b>
5.1 Aplicación del Pre-test (examen diagnóstico).....	<b>159</b>
5.2 Análisis de los resultados del Pre-test.....	<b>160</b>
5.3 Análisis de los resultados del Post-test.....	<b>165</b>
5.4 Comparación entre los resultados del Pre-test y el Post-test.....	<b>167</b>
<b>Conclusiones</b> .....	<b>179</b>
<b>Referencias</b> .....	<b>184</b>

## Relación de Sesiones

<b>No.</b>	<b>pag.</b>
1	.....56
2	.....66
3	.....74
4	.....76
5	.....87
6	.....101
7	.....114
8	.....125
9	.....127
10	.....134
11	.....143
12	.....147
13	.....154
14	.....155

# **Introducción**



Este trabajo, tiene como objetivo principal, hacer una propuesta para llevar a cabo una secuencia didáctica para Estadística Descriptiva con el uso de la computadora como herramienta, es decir, en actividades didácticas, que forman parte de un proceso de enseñanza-aprendizaje, impulsado por la intervención pedagógica del profesor, quien “debe saber secuenciar coherentemente lecciones a lo largo de las unidades y los niveles de enseñanza” (NCTM, 2000, p.11) y mediante el cual, el alumnado, reordena sus conocimientos previos y construye y asimila nuevos conocimientos.

Según el protocolo de equivalencias para el ingreso y promoción de profesores ordinarios y de carrera del CCH, 3ª versión 2008, publicado en la Gaceta del CCH, No. 4, con fecha 23 mayo 2008, una secuencia didáctica consiste en una “serie de actividades que con un progresivo nivel de complejidad desarrollan los alumnos auxiliados por el profesor, con el propósito de llegar a un aprendizaje determinado”.

“El aprendizaje se facilita cuando los contenidos se le presentan al alumno organizados de manera conveniente y siguen una secuencia lógica-psicológica apropiada. Es conveniente delimitar intencionalidades y contenidos de aprendizaje en una progresión continua que respete niveles de comprensión, abstracción y generalidad” (Díaz Barriga y Hernández, 1997, p.25). Para la elaboración de la secuencia, se tocaron los siguientes puntos:

- El nombre de la Unidad de Estudio
- Los aprendizajes que se persiguen
- La presentación de los contenidos
- Los materiales de apoyo
- La evaluación

Se tomaron como base, los contenidos de los programas de Taller de Cómputo y Estadística y Probabilidad I, los trabajos que acerca de Estadística ha realizado en España, Carmen Batanero, así como, lo referente al aprendizaje significativo, de David Paul Ausubel.

Se pone especial atención a las nuevas tecnologías en la educación, en particular a la computadora, ya que el profesor, “debe considerar la importancia de las nuevas tecnologías como una herramienta” (NCTM, 2000, p. 26). Según

Batanero y Godino en *El Papel de los Proyectos en la Enseñanza Aprendizaje de la Estadística (s/f)*, cuando sea posible, los alumnos pueden usar la computadora para llevar a cabo sus proyectos, no sólo para el análisis de los datos, sino para elaborar sus informes.

Este trabajo será aplicado a estudiantes del quinto semestre del Colegio de Ciencias y Humanidades, plantel Vallejo con edades en su mayoría de 16 y 17 años y que estén llevando el curso de Estadística y Probabilidad I.

En el primer capítulo, se mencionan los antecedentes, la problemática y las dificultades en la enseñanza de la Estadística Descriptiva y Taller de Cómputo, así como los alcances y limitación del trabajo. Asimismo, se hace mención de los aprendizajes a los cuales se pretende llegar.

En el segundo capítulo, se hace referencia al marco teórico, que es conformado, como antes se mencionó, por los programas de estudio de Estadística y Probabilidad I y Taller de Computo, los trabajos estadísticos realizados por Carmen Batanero y los aprendizajes significativos de David Paul Ausubel.

En el tercer capítulo, se menciona la metodología para diseñar y elaborar una secuencia didáctica, se hace mención de los aprendizajes significativos, y cómo con el uso de la computadora, se pretende optimizar la comprensión de un tema y con ello, contribuir al mejor aprovechamiento de lo aprendido.

En el cuarto capítulo, lleva a cabo la secuencia didáctica, siguiendo un procedimiento lógico didáctico y haciendo uso de los diseños de aprendizaje (Bransford, I., Brown, A. y Cocking, R. *How the people learn Brain, mind, experience and school*. 1999).

En el quinto capítulo, se realiza la evaluación de los aprendizajes y se hace un análisis de los instrumentos aplicados a los alumnos, así como, la comparación de los mismos y los resultados en función de aprendizajes significativos.

Por ultimo, se pone un apartado con las conclusiones que se obtuvieron después de haber realizado este trabajo, así como uno más con las referencias que sirvieron de base para la realización del mismo.

## *Capítulo 1*

# **Antecedentes y planteamiento del problema**

## 1.1 Antecedentes

El estudio de un ámbito tan complejo como el de la educación y su problemática, ha sido preocupación mundial, esto se ha puesto de manifiesto al observar a través de los tiempos, la intervención de grandes personajes interesados por resolver la problemática existente. Por ejemplo, Jean-Jacques Rousseau en su estudio *Emilio o De la educación* (1762), expone una nueva teoría de la educación, su teoría condujo a métodos de enseñanza infantil más permisivos y de mayor orientación.

María Montessori y su método Montessori para la educación preescolar, presentado en Roma en 1907. Su sistema, que se ha extendido en todo el mundo, defiende el desarrollo de la iniciativa y de la autoconfianza para permitir a los pequeños, hacer por ellos mismos las cosas que les interesan, sin los límites de una estricta disciplina, a través de las cuales el niño revela una sensibilidad particular.

Lev Semenovich Vygotsky, su propuesta pedagógica está anclada en la ciencia psicopedagógica, su perspectiva de la educación y del mundo social en general es profundamente evolucionista, al igual que Piaget su propuesta fue principalmente anclada en la psicología genética y comparte con este autor una concepción psicológica constructivista.

Las teorías de Vygotsky, hacen hincapié en la importancia de la interacción y el apoyo social para el desarrollo cognoscitivo, el lenguaje es el sistema simbólico más importante que apoya el aprendizaje. El lenguaje es crucial para el desarrollo cognoscitivo. Proporciona el medio para expresar ideas y plantear preguntas, las categorías y los conceptos para el pensamiento y los vínculos entre el pasado y el futuro (Das, 1995).

El lenguaje cumple otra función importante en el desarrollo, el adulto escucha con cuidado al niño y le da sólo la ayuda necesaria para aumentar la comprensión del pequeño. Así, el niño no “descubre” por si mismo las operaciones cognoscitivas de conservación o clasificación, por el contrario, su descubrimiento es asistido o mediado por los miembros de la familia, maestros y compañeros. Según Vygotsky, en cualquier punto del desarrollo hay problemas que el niño está a punto de resolver, y para lograrlo sólo necesita cierta estructura, claves, recordatorios, ayuda con los detalles o pasos del recuerdo, aliento para

seguir esforzándose y otras por el estilo. Por supuesto, hay problemas que escapan a las capacidades del niño, aunque se le explique con claridad cada paso. **La zona de desarrollo próximo** es el área en la que el niño no puede resolver por sí mismo un problema, pero que lo hace si recibe la orientación de un adulto o la colaboración de algún compañero avanzado.

Jerome Bruner denominó "**andamiaje**" a la ayuda proporcionada por los adultos, "cada función en el desarrollo cultural de un niño aparece dos veces: primero, en el nivel social y luego en el individual; primero entre personas (intrapsicológico)" (Vygotsky, S. 1978, p. 57). "hay al menos tres formas en que las herramientas culturales pueden pasar de un individuo a otro: aprendizaje imitativo (por el que una persona trata de imitar a otra), aprendizaje instruido (por el que quienes aprenden, internalizan las instrucciones del maestro y las utilizan para autorregularse), y aprendizaje colaborativo (por el que un grupo de compañeros se esfuerza por comprenderse y en el proceso ocurre el aprendizaje) (Tomasello, Kruner y Ratner, 1993).

Jean Piaget, quien cuestionó la enseñanza tradicional y la incapacidad de estos métodos para permitir el desarrollo del espíritu experimental en las personas, distinguió cuatro estadios cognitivos del niño, que están relacionadas con actividades del conocimiento como pensar, reconocer, recordar y otras (Zamarripa, 2003), "las etapas que Piaget observó no son necesariamente "normales" para todos los niños, porque hasta cierto punto reflejan las expectativas y las actividades de la cultura a la que pertenecen (Rogoff y Chavajay, 1995, citado en Woolfolks, A. 1999, p. 44).

Piaget determinó, que la adolescencia (que representa la población con la cual se trabajó) es el inicio de la etapa del pensamiento de las operaciones formales, que puede definirse como el pensamiento que implica una lógica deductiva, asumió que esta etapa ocurría en todos los individuos sin tener en cuenta las experiencias educacionales o ambientales de cada uno. Sin embargo, los datos de las investigaciones posteriores no apoyan esta hipótesis y muestran que la capacidad de los adolescentes para resolver problemas complejos, está en función del aprendizaje acumulado y de la educación recibida.

La mayoría de los expertos creen que las experiencias de un niño, en su entorno familiar, son cruciales, especialmente la forma en que sean satisfechas

sus necesidades básicas o el modelo de educación que se siga, aspectos que pueden dejar una huella duradera en la personalidad.

Se cree que el niño al que se le enseña a controlar sus esfínteres demasiado pronto o demasiado rígidamente, puede volverse un provocador. Los niños aprenden el comportamiento típico de su sexo por identificación con el progenitor de igual sexo, pero también el comportamiento de los hermanos y/o hermanas, especialmente los de mayor edad, puede influir en su personalidad.

Margaret Mead en su obra *Adolescencia y cultura en Samoa* (1928), estudió las prácticas de crianza de los recién nacidos en diversas culturas. También analizó multitud de problemas en la sociedad estadounidense contemporánea, en concreto los que afectan a los jóvenes, además de la crianza de los niños, la adolescencia, el comportamiento sexual, el carácter y su cultura.

El psicólogo estadounidense G. Stanley Hall afirmó que la adolescencia es un periodo de estrés emocional producido por los cambios psicológicos importantes y rápidos que se producen en la pubertad. Sin embargo, los estudios de Margaret Mead mostraron que el estrés emocional es evitable, aunque está determinado por motivos culturales. Sus conclusiones se basan en la variación existente en distintas culturas, respecto a las dificultades en la etapa de transición desde la niñez hasta la condición de adulto.

El psicólogo estadounidense de origen alemán Erik Erikson, mientras continuaba con sus trabajos clínicos con adolescentes y jóvenes, desarrolló el concepto de 'crisis de identidad', conflicto inevitable que acompaña al fortalecimiento del sentido de la identidad a finales de la adolescencia.

David Paul Ausubel, quien es el creador de la teoría del aprendizaje significativo, uno de los conceptos básicos en el moderno constructivismo, contrapone a este tipo de aprendizaje al aprendizaje memorístico, sostiene que sólo habrá aprendizaje, cuando lo que se trata de aprender, se logra relacionar de manera sustantiva y no arbitraria, con lo que ya conoce quien aprende, es decir, con aspectos relevantes y preexistentes de su estructura cognitiva.

En nuestros días, muchos son los personajes totalmente comprometidos con la educación y muchos los profesores que anónimamente hacen su mejor esfuerzo por lograr más y mejores aprendizajes, sin dejar de mencionar, los esfuerzos que la Universidad, como máxima casa de estudios, ha realizado por mantener en su plantilla docente, a verdaderos profesionales de la educación, dando la oportuni-

dad de más y mejores cursos de capacitación, tanto a profesores de recién ingreso como a aquellos con experiencia.

En México, un acontecimiento importante se llevó a cabo en mayo de 1970, cuando comenzaron a realizarse estudios tendientes a reformar substancialmente la estructura y la metodología de la enseñanza en la UNAM. Posteriormente, se elaboró un plan general para crear un sistema innovador que sería motor permanente de transformación, de donde surge el Colegio de Ciencias y Humanidades como una propuesta diferente.

El gobierno federal se planteó una reforma educativa, la cual se sustentó en principios éticos, históricos y políticos, cuyo objetivo original era que la educación fuera parte motora del desarrollo económico y social del país. No obstante que en aquel tiempo resultó un suceso importante, los cambios que ha experimentado el mundo en los últimos años, han influido de manera directa, en el comportamiento de la Universidad.

La carrera tecnológica mundial, ha hecho que la UNAM desde hace algunas décadas, deba realizar cambios en su sistema educativo, de ahí la modernización de su capacidad instalada. Esto se ha puesto de manifiesto, en los esfuerzos que se han venido realizando, con la incorporación de software y hardware vanguardista y por ende, más y mejor capacitación.

El uso de la computadora en la enseñanza de la Estadística, ha llamado la atención de profesores e investigadores a nivel mundial. “[E]l Instituto Internacional de Estadística organizó una *Round Table Conference* sobre la computadora en la enseñanza de la estadística en Austria y otra en Cambera en 1984. La *Round Table Conference*, organizada por IASE en Granada en 1996, se centró en el rol de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de la estadística (Garfiel y Burrill, 1997)” citado en (Batanero, 2001, p.137).

Es por tal motivo, que resulta casi imposible no tomar en cuenta los grandes cambios tecnológicos, que se han llevado a cabo en los últimos años. El avance tecnológico, ha resultado ser gigantesco y ha traído extraordinarios beneficios, de tal manera que las grandes empresas, se han visto en la imperiosa necesidad de tomarlos en cuenta en su diario accionar.

Además, numerosas instituciones dedicadas a la educación y que son parte de la profesionalización de futuros empresarios, se han visto obligadas a llevar a cabo, cambios sustanciales en su manera de educar y la UNAM no ha sido

excepción. Los planes de estudio han tenido que adaptarse a las demandas que hace un mercado de trabajo, cada vez más automatizado y modernizador.

Así surge la inquietud de realizar esta propuesta, que pretende crear una relación estrecha, no única, entre la Estadística Descriptiva y la computadora utilizando la Hoja Electrónica de Cálculo, debido a que Estadística Descriptiva y la Hoja Electrónica de Cálculo (EXCEL) son impartidas en el Colegio de Ciencias y Humanidades.

En la actualidad, existe un software estadístico basto, como SPSS, STATGRAPHICS, FATHOM, entre otros, que pueden ser utilizados para lograr propósitos semejantes, sin embargo, resulta importante aprovechar la coyuntura que se presenta en el Colegio, dado que, es para todos los estudiantes obligatorio, el estudio de la Hoja Electrónica de Cálculo (Programa de Estudios de la Asignatura, Taller de Computo, 2003). Así como, no obstante que el curso de Estadística y Probabilidad tiene como característica ser opcional, la mayoría de los alumnos se inclina por ella.

Las estrategias propuestas serán:

- Elaborar un material que induzcan al alumno, a visualizar y manejar con el uso de la computadora, las diferentes medidas de tendencia central, las medidas de dispersión y todo lo relacionado con la Estadística Descriptiva.
- Aprovechar, que en el Colegio se imparte la materia de Taller de Computo, en el primer o segundo semestre, en el cual se estudia la Hoja Electrónica de Cálculo.
- Aprovechar la facilidad que manifiestan los alumnos en el uso de la computadora en la actualidad y utilizarla en la enseñanza de la Estadística Descriptiva.

## **1.2 Planteamiento del Problema**

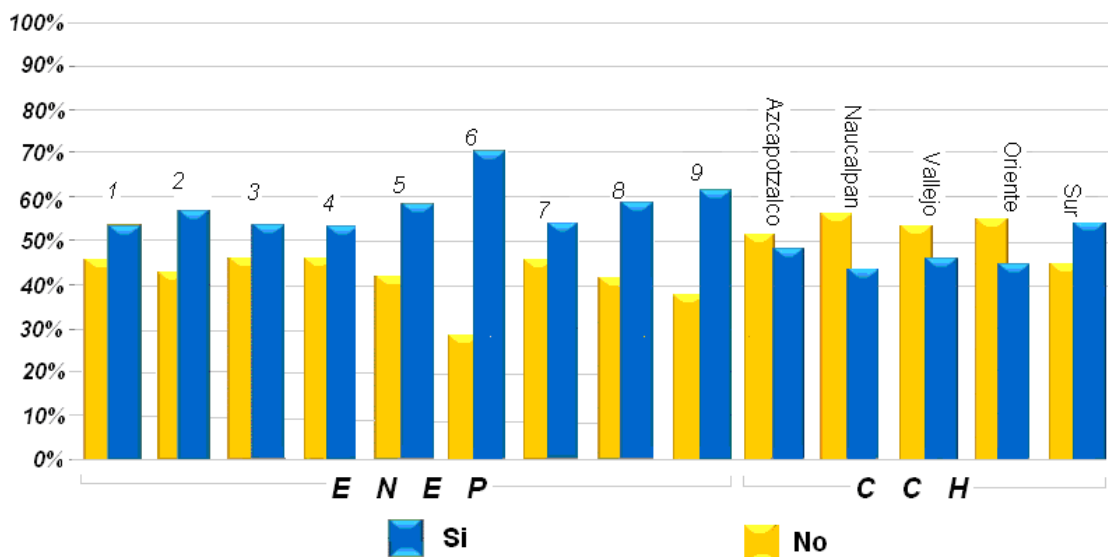
Es indudable que las nuevas generaciones del Colegio de Ciencias y Humanidades, han recibido una educación diferente a la que se enfrentaron alumnos de las primeras generaciones y generaciones medias. Es indudable también, que las nuevas tecnologías, han sido cada vez más utilizadas en instituciones educativas, ya que su operación, ha sido más amigable y accesible,



además de que los precios de las computadoras, han dejado de ser estratosféricos, lo que ha hecho que cada vez más alumnos puedan acceder a un equipo de cómputo.

### **Tiene computadora en casa**

*generación 2009, por plantel*



**Fuente: Depto. de Sistemas del CCH, Vallejo.**

La computadora se manifiesta como una herramienta, con la cual el profesor cuenta para auxiliarse en su labor docente. El empleo de la computadora en el aula, no se debe reducir a la práctica de la algoritmia, más bien debe ayudar a los alumnos a descubrir y construir conceptos y técnicas mediante el ejercicio de la reflexión (Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (EMAT), Educación Secundaria, SEP).

“Las calculadoras y las computadoras, son herramientas esenciales para enseñar, aprender y hacer matemáticas. Proporcionar imágenes visuales y de ideas matemáticas, facilitan la organización y el análisis de datos y hacen cálculos con eficacia y exactitud. Cuando se dispone de estas herramientas tecnológicas, los alumnos pueden centrar su atención en tomar decisiones, reflexionar, razonar y resolver problemas” (NCTM, 2000, p. 26).

La relación de Taller de Cómputo con materias del área de matemáticas y en especial con Estadística y Probabilidad I, puede ser muy estrecha, ya que por medio de la computadora, es posible diseñar nuevos métodos de enseñanza-aprendizaje, mucho mejor presentados y más dinámicos.

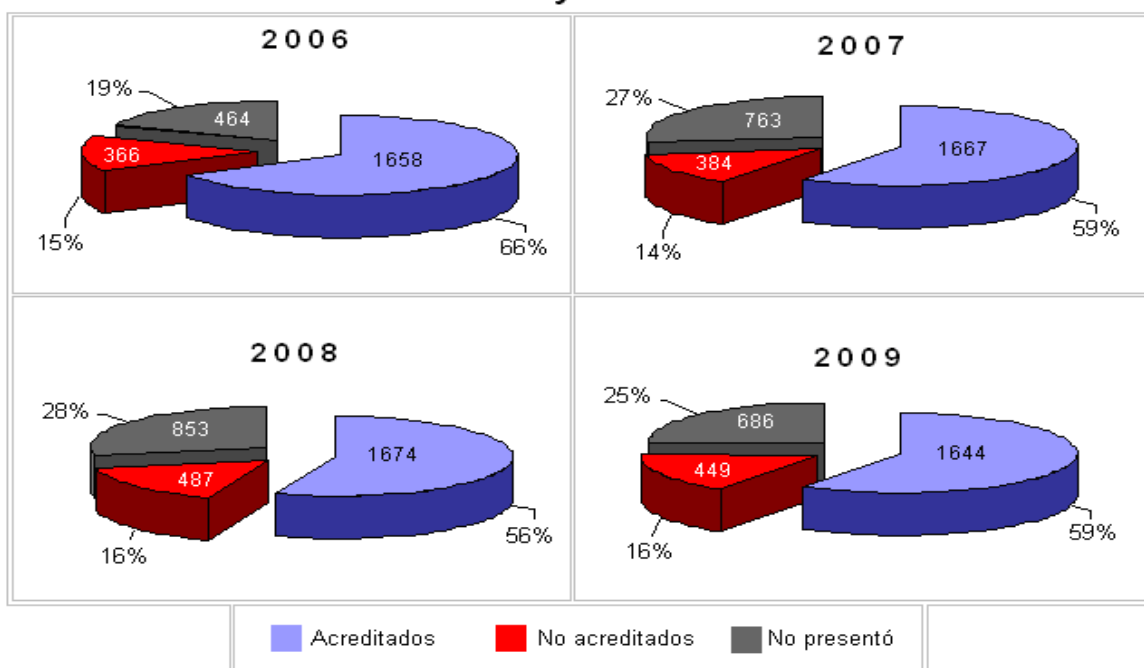
Una de las asignaturas que tienen mayor índice de reprobación en el Colegio de Ciencias y Humanidades, es Estadística y Probabilidad I, que pertenece al área de matemáticas y cuyo comportamiento en los últimos cuatro años es el siguiente:

**ÍNDICE DE REPROBACIÓN  
ESTADÍSTICA Y PROBAILIDAD I 2006-2009**

Año	Inscritos	Acreditados	NA	NP	Total de no acreditados	IR
<b>2006</b>	2488	1658	366	464	830	<b>0.50</b>
<b>2007</b>	2814	1667	384	763	848	<b>0.51</b>
<b>2008</b>	3014	1674	487	853	1230	<b>0.73</b>
<b>2009</b>	2779	1644	449	686	1135	<b>0.69</b>
		6643	1686	2766	4043	

*Fuente: Depto. de Sistemas del CCH, Vallejo.*

**Estadística y Probabilidad I**



*Fuente: Depto. de Sistemas del CCH, Vallejo.*

Como se puede observar, para los años de 2006 y 2007 el índice de reprobación fue de casi el 50%, sin embargo, esto se incremento para los años 2008 y 2009.

Estadística Descriptiva es complicada para los alumnos, muchos de ellos tienen la falsa creencia, que Estadística Descriptiva consiste en hacer cuadros, gráficas y calcular algunas formulas. “[P]ara la mayoría de los estudiantes la estadística es un tema misterioso, donde operan con números por medio de fórmulas que no tienen sentido” (Graham 1987, p. 5).

No obstante, los alcances de esta parte de la Estadística, son por mucho mayores, ya que la captura, organización y análisis de datos, así como, la selección una buena población o muestra, que proporcione datos adecuados para resolver problemas de tipo estadístico, son parte esencial para lograr los objetivos establecidos y con ello, alcanzar estudios estadísticos más confiables.

El problema que se visualiza y del cual se pretende hacer un aportación para su solución en este trabajo, es que los alumnos, durante, mediante y después de llevar un curso de Estadística y Probabilidad I, no vean a esta materia como una asignatura del área de matemáticas, que hay que pasar, no importando si se aprende o no, más bien, aspirar a que los alumnos puedan cambiar su concepción de la Estadística, para poder lograr que piensen, que es fundamental aprender esta importante herramienta, con razonamiento y comprensión, y además que sea factible que lo aprendido, les pueda servir en sus próximos estudios profesionales e incluso en su vida laboral.

Todo profesor debe saber que “el análisis de datos, la probabilidad y la estadística ofrecen a los estudiantes, una forma natural de conectar las matemáticas con otras asignaturas” (NCTM, 2000, p. 51). De igual forma, debe contemplar la imperiosa necesidad de aprovechar los conocimientos previos, que en Estadística Descriptiva, el alumno pudiera haber obtenido, tanto en su educación básica como en su educación media.

En educación primaria, según los libros de texto proporcionados por la Secretaría de Educación Pública, Subsecretaría de Educación Básica en la Dirección General de Materiales Educativos, se hace referencia a diversos temas relacionados con la estadística descriptiva, los cuales se visualizan en el siguiente cuadro.

Grado	Bloque	Lección	Tema
3°	5	80	El gusto se rompe en géneros (tablas, conteo e histogramas).
4°	4	1	Censo de Población (tablas y gráficas).
5°	2	20	La población del mundo (análisis de información en tablas y gráficas).
		27	¿Qué tan altos somos? (análisis de la tendencia en tablas y gráficas: promedios y frecuencias).
	3	41	Calificaciones y promedios (análisis de las tendencias en gráficas de barras).
	5	77	Estadística sobre fumadores (recopilación y análisis de información).
6°	1	12	¿Cuántas lenguas? ¿Cuánta gente? (organización de información en tablas y gráficas).
		17	Las tendencias del grupo (análisis de tendencias, valor más frecuente, promedio y mediana).
	2	23	Gráficas y salud (análisis de tendencias, valor más frecuente y mediana).
	3	52	Información engañosa (análisis de información en diversas fuentes).
	4	70	Gráficas que engañan (análisis de información en diversas fuentes).

De igual forma, los que hubieran podido adquirir en su educación media, en cuyos programas se menciona lo siguiente:

Grado	Tema	Nombre del tema
1°	14	Experimentos aleatorios.
2°	12	Noción frecuencial y clásica de la probabilidad.
3°	11	Probabilidad.

Sin embargo, fue posible entrevistar a un profesor de este nivel y conseguir los libros, que de acuerdo a lo que comentó, algunos profesores utilizan para impartir su clase. A continuación se mencionan los títulos y los temas relacionados con Estadística Descriptiva.

- i) Educación Matemática de primer grado de educación secundaria (Fillooy, E., Rojano, T., Figueras, O. Ojeda, A. y Zubieta, G. (2000). *Matemática educativa, primer grado*. Ed. McGraw Hill, 1ª edición, México.).

- ii) Matemáticas, Educación Secundaria para segundo grado (Castrejón, A. y García, E. (1993). *Matemática, Educación Secundaria, 2º curso*. Ed. Santillana, 1ª Edición, México.).
- iii) Educación secundaria para el tercer grado (Briseño, L. A. y Verdugo, J. C. (2005). *Matemáticas 3, Secundaria, serie 2000*. Ed. Santillana, Vigésima reimpresión, México.).

que hacen referencia a los siguientes temas relacionados con Estadística Descriptiva.

Grado	Unidad	Nombre de la unidad	Tema	Nombre del tema
1º	3		7	Presentación Gráfica (histograma y porcentajes).
2º	7	Organización de datos y probabilidad.	1	Organización de datos.
3º	7	Estadística.	1 y 2	Tablas y nociones de probabilidad.

Por otra parte, se tiene que para las generaciones 2002-2005, “[m]ás de 90% de los alumnos de estas generaciones estudiaron la secundaria en una escuela pública federal incorporada a la Secretaria de Educación Pública” (Muñoz Corona, L., Ávila Antuna, R., López Gazcón, V., López y López D., y Santillán Reyes, D., 2005, p.40). Y que de acuerdo al comportamiento de los datos, se estima que para el año 2009, un 85.28% estarán en la misma situación y es posible que realicen sus estudios basados en los libros antes mencionados.

Tipo de Secundaria	Generación				
	2002	2003	2004	2005	2009 ●
Pública	94.6%	93.2%	92.4%	90.4%	85.28
Privada	3.7%	5.0%	5.9%	7.5%	12.29
Ambas	1.6%	1.8%	1.7%	2.1%	2.43

● VALORES ESTIMADOS

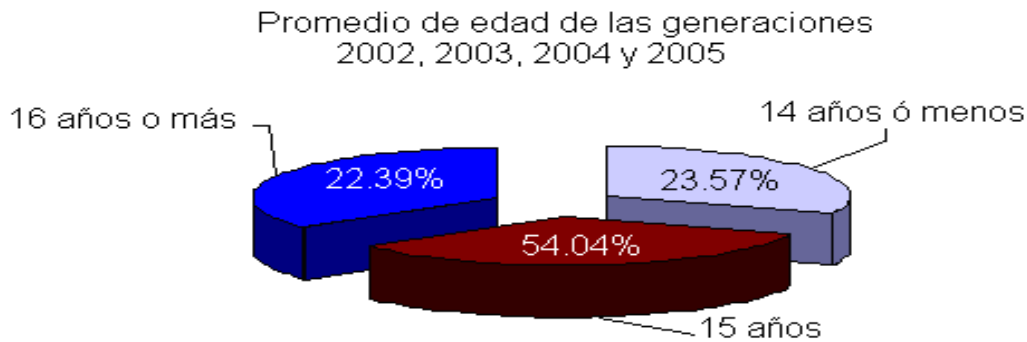
Se puede observar, que en los programas, se mencionan temas enfocados en su mayoría a probabilidad, sin embargo, en los libros que posiblemente sean utilizados por los profesores de matemáticas, los temas en su mayoría se refieren a Estadística Descriptiva, por lo que se plantearon los instrumentos

(Pre-test) para tratar de investigar y evaluar los conocimientos previos, que en Estadística Descriptiva, pudieron haber tenido los alumnos antes de iniciar el curso.

Por otra parte, el perfil de los alumnos que ingresaron al Colegio de Ciencias y Humanidades del año 2003 al 2005, deja ver que: “Una tercera parte de los estudiantes entran al Colegio con 14 años o menos, lo que ha significado un aumento importante en la población estudiantil muy joven. Los estudiantes de 14 años o menos, sumados a quienes apenas han completado los 15 años, constituyen la población mayoritaria que se encuentran en una etapa formativa, tanto en lo referente a su desarrollo físico como emocional, razón por la cual demandan una orientación expedita en asuntos relativos a la sexualidad, adicciones y en general, problemática inherente a su condición de adolescente, pues los hace vulnerables ante factores de riesgo de toda índole. Así un punto que requiere especial cuidado, es el relativo a los problemas emocionales porque tienen una repersuasión decisiva en la trayectoria académica en el bachillerato.” (Muñoz Corona, L., Ávila Antuna, R., López Gazcón, V., López y López D., y Santillán Reyes, D., 2005, p.55).

Edad	Generación			
	2002	2003	2004	2005
14 años o más	18.0%	21.2%	26.9%	28.1%
15 años	57.1%	55.6%	52.5%	51.0%
16 años	13.3%	11.8%	11.1%	10.9%
17 a 20 años	10.0%	9.6%	8.1%	8.2%
21 a 25 años	1.3%	1.4%	1.2%	1.5%
26 años o más	0.3%	0.4%	0.3%	0.3%

“Se observa que la edad de 14 años o menos se ha incrementado gradualmente hasta diez puntos porcentuales desde la generación 2002 a la 2005.” (Muñoz Corona, L., Ávila Antuna, R., López Gazcón, V., López y López D., y Santillán Reyes, D., 2005, p.55).



fuentes: INGRESO ESTUDIANTIL AL CCH 2002-2003

Asimismo, “[a] partir de los años noventas se hizo notable el incremento del sector femenino dentro de la población escolar, las generaciones de estudiantes en este nuevo siglo siguen esa misma tendencia. Esta diferencia es de seis puntos porcentuales, dato relevante, en la conformación de los grupos de hombres y mujeres”. (Muñoz Corona, L., Ávila Antuna, R., López Gazcón, V., López y López D., y Santillán Reyes, D., 2005, p.55).

Es decir, la gran mayoría de los estudiantes son jóvenes adolescentes, una etapa de la vida que resulta ser difícil, no sólo para ellos, sino para profesores y padres de familia. Sin embargo, el profesor debe tener la capacidad para trabajar con este tipo de muchachos y brindarles su apoyo y comprensión.

“Como todos los adolescentes navegan, por decirlo así, en el mismo barco, pues comparten la misma satisfacción de sus necesidades de independencia y de estatus de adulto, la misma enajenación respecto a la sociedad adulta, los mismos resentimientos y las mismas actitudes en contra de los adultos, y como no se sienten ni deseados ni echados de menos, y son excluidos del esquema global de los asuntos, se buscan unos a otros para darse apoyo mutuo y para proporcionarse, concertadamente, las cosas que desean pero no pueden obtener individualmente (Sherif Y Sherif, 1946)” citado en (Ausubel, D, Novak, J. y Hanesian, H., 1983, p. 413).

“Es la única institución cultural en que su posición no es marginal, en que se les ofrece estatus ganado, independencia e identidad social entre un grupo de iguales y en que sus propias actividades e intereses imperan soberanamente. (Ausubel, D, Novak, J. y Hanesian, H., 1983, p. 413).

La adolescencia es una etapa del proceso evolutivo en el cual se consolidan y se proyectan las experiencias adquiridas a lo largo de la niñez y viene a

ser una etapa vital, en la que se lucha por la identidad, la orientación y la autoestima, donde el profesor viene a ser parte importante.

“Es importante que los profesores reconozcan que su responsabilidad en el manejo de los desajustes de la personalidad de sus alumnos será casi siempre extremadamente limitada. En primer lugar, el origen de graves desajustes no reside característica en la escuela, sino más bien en el hogar y en el vecindario y, a veces, en rasgos temperamentales determinados genéticamente; por consiguiente, la mejora de la condición depende en gran parte de factores externos al ambiente escolar y que escapan al control del maestro. En segundo lugar, el diagnóstico válido y el tratamiento adecuado del desajuste de la personalidad exigen capacidades que obviamente trascienden la formación y la competencia del profesor. Los testimonios existentes indican que los profesores no tienen mucho éxito al evaluar la configuración de la personalidad y el ajuste de sus alumnos. No pueden predecir con mucha exactitud las respuestas de los alumnos a preguntas sobre aficiones, intereses, problemática y características de su personalidad (Amos y Washington, 1960; H. L. Baker, 1938), sus motivaciones y esfuerzos académicos” (Ausubel, D, Novak, J. y Hanesian, H., 1983, p. 397).

El adolescente intenta encontrar su identificación a través de los grupos, las pandillas y los símbolos. Depende de la forma como su familia le responde para la satisfacción de sus necesidades básicas, necesita satisfacer sus necesidades para entrar en comunicación, no sólo con su familia, sino también con sus semejantes dentro de diferentes grupos y en la escuela misma.

En la actualidad, las necesidades de formación de los jóvenes para convivir en una sociedad cada vez más plural y globalizada, han obligado a plantear nuevas estrategias para la enseñanza de la Estadística, que demanda actualizaciones inmediatas y la incorporación de las nuevas tecnologías. De igual forma, es posible observar los grandes esfuerzos que la UNAM ha venido realizando para contar con más y mejores equipos de computo y con ello, mantenerse a la vanguardia en una sociedad, que demanda de una educación de mayor calidad y más apegada a los grandes cambios tecnológicos mundiales.

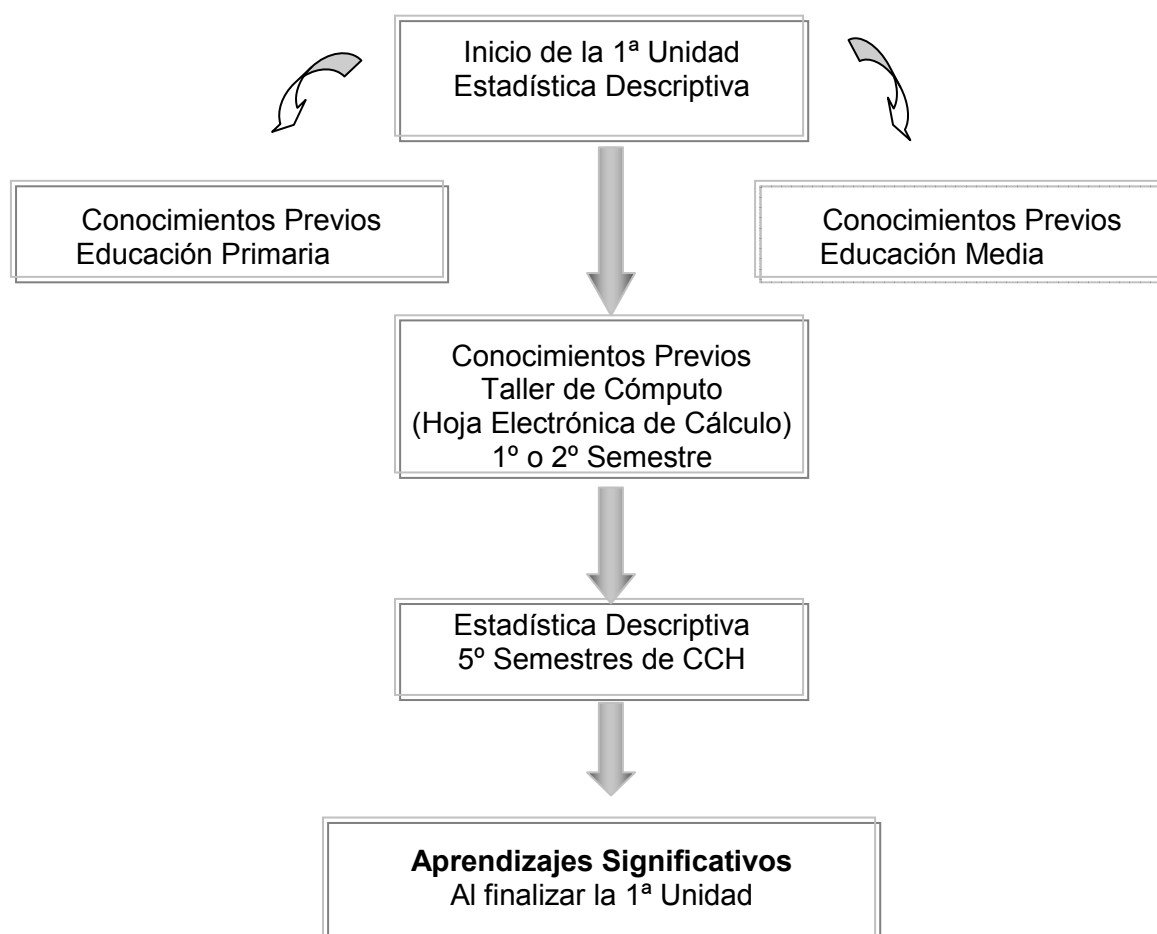
Las estrategias basadas en el aprendizaje constructivo, ocupan un lugar preponderante en la enseñanza de la Estadística, se caracterizan por enfrentar a los estudiantes a situaciones más o menos problemáticas, en las que el cono-



cimiento no se presenta acabado, sino que se debe reelaborar a través del trabajo con documentos y otros materiales de diferente naturaleza.

Las actividades que genera este tipo de estrategia responden al valor formativo de Estadística Descriptiva, en el sentido de formar estudiantes críticos (Programa de Estudio de Estadística y Probabilidad I y II, 2004) y en la búsqueda de diversas vías, para la mejor interpretación de los procesos estadísticos. Se debe procurar evitar, la excesiva intervención del profesor, que pudiera invalidar el proceso de aprendizaje, al no permitir la existencia de espacios de reflexión.

Por otra parte, la creación de bancos de datos que permiten a los alumnos el acceso a una multitud de experimentos y el uso razonado de tablas, formulas y gráficos podrían ser resultados fehaciente, de los posibles logros que se pueden alcanzar con la Estadística Descriptiva cuando ésta es apoyada con la computadora como una herramienta. El siguiente esquema muestra la forma en como se pretende lograr mejores aprendizajes.



“El aprendizaje significativo comprende la adquisición de nuevos significados y a la inversa, éstos son producto del aprendizaje significativo. La esencia del proceso del aprendizaje significativo reside en que ideas expresadas simbólicamente son relacionadas de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria queremos decir que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición. El aprendizaje significativo presupone tanto que el alumno manifiesta una actitud de aprendizaje significativo; es decir, una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognitiva, como que el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria y no al pie de la letra” (Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian, H. 1983, p. 48).

“Un principio ampliamente asumido en psicología educativa es el enunciado por Ausubel y cols. (1983): “el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente”. (Citado en Batanero, C., Godino, J., Green, D. Holmes, P. y Vallecillo, A., s/f, p. 3).

Se dice que existe comprensión, cuando los nuevos conocimientos quedan incluidos en una red conceptual, a través de conexiones internas de conocimientos, mientras más grandes sean las redes, más grandes serán las conexiones y mayor será el grado de comprensión de un concepto. El propio Ausubel hacía una aportación de gran importancia para la enseñanza en general, cuando afirmaba: el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente (Ausubel y cols, 1983).

### **1.3 Alcances y Limitaciones**

La propuesta consiste en llevar a cabo una secuencia didáctica, para la primera unidad del curso de Estadística y Probabilidad I, con el uso de la computadora y en especial la Hoja Electrónica de Cálculo (Excel), y ésta es dirigida a estudiantes del quinto semestre del Colegio de Ciencias y Humanidades plantel Vallejo.

En la mayoría de las veces, el curso de Estadística y Probabilidad I, es impartido en un salón de clases y con el uso del gis y el pizarrón, con aproximadamente 35 alumnos, sin embargo, para llevar a cabo la secuencia, fue necesario impartir la clase en una sala de cómputo. Desgraciadamente en el Colegio no se cuenta, en la actualidad, con la suficiente infraestructura como para poder impartir el curso de Estadística y Probabilidad I, desde una sala de cómputo.

Una limitación que se presenta, es la falta de un seguimiento adecuado de los aprendizajes, ya que el tiempo máximo que un profesor puede observar a sus alumnos, en el Colegio de Ciencias y Humanidades, es de un semestre por lo que se refiere a Estadística Descriptiva, sin embargo, sería posible proponer, llevar a cabo un seguimiento de los alumnos desde los primeros semestres, con lo que coyunturalmente se aprovecharía el Programa de Tutorías, que en estos momentos ha recibido un gran impulso, además de poder proponer la introducción de temas relacionados con la estadística descriptiva en la asignatura de Taller de Cómputo, en especial en el estudio de la Hoja Electrónica de Cálculo EXCEL.

Por otra parte, de acuerdo a los contenidos temáticos de los programas de educación primaria y secundaria, resultaría conveniente aprovechar los conocimientos previos adquiridos en estos niveles, y con ello crear los primeros mecanismos de diagnóstico, con lo que se podría dar sentido a la propuesta antes mencionada. Asimismo, quizás sea posible proponer una accesoria en estadística descriptiva con el uso de la computadora y en especial Excel, haciendo uso del Programa de Asesorías, otro programa que ha recibido últimamente un gran apoyo y que sería dirigida a todos los alumnos interesados.

En la elaboración de este trabajo, la prueba de los instrumentos de evaluación propuestos, fue realizada en una sala de cómputo, con 25 alumnos y 25 equipos de cómputo. Se utilizó Excel, lo que trajo consigo, después de haber estudiado la primera unidad del curso de Estadística y Probabilidad I, la manifestación nuevos aprendizajes con comprensión y razonamiento.

Cabe destacar, que la introducción de las nuevas tecnologías en el estudio de la Estadística Descriptiva causó en un principio, un poco de desconfianza en algunos alumnos, lo que fue subsanado rápidamente y muy bien aceptada a la postre.

Obviamente la propuesta, requirió de un cambio en la manera de impartir la clase y un cambio en la manera de estudiarla, lo cual, como antes se mencionó,

fue bien aceptado por los alumnos. Se optó por la Hoja Electrónica de Cálculo en el estudio de la Estadística Descriptiva, debido a que ésta entra en el programa de Taller de Cómputo, y los alumnos ya debieron tener antecedentes acerca de ella, lo que resultó positivo.

Se utilizaron herramientas adicionales como el cañón, lo que hizo más visuales y dinámicas las sesiones. Se plantearon problemas reales y con cierta complejidad que pudieran despertar el interés de los alumnos, y donde tuvieran que hacer uso de su creatividad e iniciativa.

Los mecanismos y procedimientos que se llevaron a cabo, en todo momento, se apegaron a los lineamientos marcados en el programa de estudios de Estadística y Probabilidad I, al buscar lograr los propósitos mencionados en la unidad I, Estadística Descriptiva.

## **1.4 Hipótesis**

Al utilizar la computadora en la enseñanza de la Estadística Descriptiva y mostrar las bondades que para tal fin ofrece la Hoja Electrónica de Cálculo (EXCEL) de una manera visual y dinámica, es posible lograr aprendizajes significativos.

Según D. Ausubel, J. Novak y H. Honesian, 1983, p. 48, “El aprendizaje significativo comprende la adquisición de nuevos significados. La esencia del proceso del aprendizaje significativo reside en que ideas expresadas simbólicamente son relacionadas de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe”

Por otra parte, el aprovechar la coyuntura que se presenta en el Colegio, es decir, que los alumnos ya de alguna manera debieron haber estudiado EXCEL en el primer semestre. Además de que los estudiantes, según los libros de texto proporcionados por la Secretaría de Educación Pública, Subsecretaría de Educación Básica en la Dirección General de Materiales Educativos y los programas de educación media, ya debieron haber estudiado estadística descriptiva, y esto debe servir para lograr dichos aprendizajes. Ya que el profesor debe construir sobre las experiencias previas de los alumnos y no repetir lo que han aprendido (NCTM, 2000, p. 68).

Para probar la hipótesis, se plantean instrumentos de evaluación que deben ser aplicados estratégicamente en diferentes momentos del curso, “Una manera de promover un aprendizaje más significativo desde el punto de vista educativo, es por medio de preguntas que el alumno resuelva” (Rugarcía, 1989, p. 7).

Cabe destacar, que el examen diagnóstico llamado Pre-test originalmente planteado con 23 reactivos y probado con un grupo piloto, similar al grupo en donde fue probada esta propuesta, obligó a tomar la decisión de dividirlo en dos partes, de acuerdo a los siguientes resultados: de un total de 25 alumnos, 3 entregaron el examen sin intentar resolverlo y 9 utilizaron más de dos horas para resolverlo, que es tiempo máximo que se dará para su solución.

Dicho examen ya dividido en Pre-test primera parte y Pre-test segunda parte, debe ser resuelto por los alumnos sin previo aviso. Asimismo, al finalizar el estudio de Estadística Descriptiva (Primera Unidad), se aplicará el examen Post-test, que consta de los 23 reactivos con los que fueron elaborados los exámenes Pre-test primera y segunda y comparados entre sí.

Los reactivos fueron clasificados de acuerdo a su nivel taxonómico y grado de dificultad, con el fin de tener un punto de vista más adecuado de cada reactivo. Los exámenes Pre-test y Post-test, y serán comparados entres sí, llevando a cabo un análisis estadístico de los resultados y con ello, obtener una evaluación más confiable.

## *Capítulo 2*

### **Marco Teórico**

## **2.1 Propósitos y Objetivos de los programas de Estudio de las Materias de Estadística y Probabilidad I y Taller de Computo**

En el Modelo Educativo del Colegio de Ciencias y Humanidades, se hace referencia al: qué, cómo, cuándo y para qué enseñar. “Los conocimientos equivalen al “qué”, las capacidades permiten el “cómo” y las actitudes explican el “para qué” en cualquier actividad humana. El conocimiento se aprende, las capacidades se desarrollan” (Rugarcía, 1989, p. 5).

“Un programa institucional es un instrumento que permite tener presente los principales elementos que intervienen en un proceso de enseñanza-aprendizaje, para organizarlos sistemáticamente de manera que se orienten a la planeación, la ejecución y la evaluación del proceso. Se trata de una guía obligatoria para las acciones a realizar, pero no de una definición acabada y rígida” (Programas Institucionales y Operativos, CCH, cuadernillo No. 30, p. 5, 7 noviembre de 1994).

“Por medio de los programas se establece lo que necesariamente se debe enseñar (contenidos) y para qué (propósitos generales), así como la metodología congruente con lo que propósitos y contenidos que se están buscando en cada asignatura en particular y en el plan de estudios en general.

Cuando hablamos de programas, no se trata de definir qué debe hacer el profesor en cada clase y cómo debe hacerlo, porque un programa institucional que olvida su naturaleza y se vuelve excesivamente detallado, se convierte en un obstáculo para el desarrollo consistente y organizado del trabajo docente” (Programas Institucionales y Operativos, CCH, cuadernillo No. 30, p. 3, 7 noviembre de 1994).

A diferencia del programa institucional, el programa operativo debe ser detallado y elaborado por el profesor, desde su situación personal en el ejercicio de su libertad de enseñanza y debe especificar los contenidos, seleccionar las actividades más adecuadas, contribuir a la evaluación de los programas a partir de los resultados de su práctica y compartir con los demás profesores sus cuestionamientos y propuestas.

En la organización de los planes de estudio por áreas, la psicología educativa manifiesta como idea fundamental la integración de conocimientos, en contraposición clara a la tendencia a la dispersión, las distintas materias dentro de las

áreas, no son una agrupación arbitraria, sino de manera razonada, y muestran relaciones específicas que comparten con las demás asignaturas.

En el proceso educativo, la enseñanza de Estadística y Probabilidad contribuye a la formación de la personalidad del adolescente, mediante el desarrollo de conocimientos y destrezas intelectuales, la evolución de sus formas de pensamiento y la adquisición de valores, actitudes y normas.

El plan de estudios y sus métodos de enseñanza, se orientan a dotar a los alumnos de una cultura básica integral, para formar individuos críticos, creativos y útiles a su medio ambiente natural, el modelo educativo del Colegio, se basa en tres principios generales: Aprender a aprender, aprender a hacer y aprender a ser.

Aprender a Aprender, significa la aproximación de una autonomía; Aprender a Hacer, la adquisición de habilidades; Aprender a Ser, enuncia el propósito de atender a la formación del alumno no sólo en la esfera del conocimiento, sino en los valores humanos, particularmente los éticos, los cívicos y los de la sensibilidad estética, es decir, hace énfasis en las materias básicas para la formación del estudiante y se propone contribuir a que el alumno adquiriera un conjunto de principios, de elementos productores de saber y de hacer, a través de cuya utilización pueda adquirir mayores y mejores saberes y prácticas, propone dotar al alumno de los conocimientos y habilidades que le permitan acceder, por si mismo, a las fuentes del conocimiento y más en general de la cultura.

El programa de Estadística y Probabilidad I, en lo que se refiere a la Unidad I, Estadística Descriptiva, hace referencia de los siguientes subtemas:

- i) Variable, población y muestra.
- ii) Recopilación y organización de datos.
- iii) Tablas de distribución de frecuencia.
- iv) Representación gráfica y asignación de valores característicos (medidas de tendencia central y medidas de dispersión, la regla empírica y el coeficiente de variación).

Los aprendizajes que se persiguen en la unidad son, que al final de la unidad, el alumno:

- Se apropie de una visión de la Estadística y de su aplicación para describir el comportamiento de un conjunto de datos en una variable.



- Adquiera los elementos, métodos y técnicas para estudiar los fenómenos de naturaleza aleatoria con el fin de comprender sus características, obtener información sobre su comportamiento y evaluar sus resultados.

Los contenidos temáticos según el Programa de Estudios de Estadística y Probabilidad I, (2004), proponen lo siguiente:

Unidad	Nombre	Horas
	Introducción.	4
I	Estadística Descriptiva.	24
II	Datos Bivariados.	10
III	Probabilidad.	26

Por otra parte, la asignatura de Taller de Cómputo, esta organizada de manera que el alumno adquiera un panorama de la historia y evolución de la computación; conozca el funcionamiento y estructura de las computadoras; aprenda o mejore su conocimiento del uso del software de aplicación, en particular de un procesador de texto, una hoja electrónica de cálculo (de la cual se usa como herramienta en este trabajo), un programa de presentación y uno educativo; las ventajas del trabajo en una red de cómputo, busque información e medios electrónicos o digitales y entienda sus limitaciones. Tiene carácter obligatorio y pertenece al área de matemáticas, se imparte durante un semestre, dentro del primer año de estudio del Colegio.

La Hoja Electrónica de Cálculo (HEC), propone alcanzar los siguientes aprendizajes: que el alumno conozca la evolución de la Hoja Electrónica de Cálculo; utilice los comandos de la HEC para procesar la información; describa los componentes de la HEC para procesar información; describa los componentes del ambiente de trabajo de una HEC; utilizar fórmulas y funciones en una HEC, usando direcciones absolutas y relativas; generar series en forma automática y analizar los gráficos de un problema planteado (Programa de Taller de Computo, 2003).

Para la relación de Estadística Descriptiva y la Hoja Electrónica de Cálculo, es necesario aprovechar las capacidades y experiencias de los alum-

nos y las capacidades y experiencias del profesor, así como, los recursos en infraestructura, con los que cuenta la institución (salas de cómputo), junto con, los conocimientos previos que los alumnos en ambas unidades hayan previamente adquirido.

Las actividades que se llevaron a cabo, se presentaron a través de hojas electrónicas de trabajo en las que se plantearon y se solucionaron problemas relacionados con Estadística Descriptiva. Dichas actividades estuvieron diseñadas para poderse desarrollar con un grupo de estudiantes de Estadística y Probabilidad I, durante 14 sesiones de dos horas cada una. Se consideró que los alumnos trabajasen uno en cada computadora, ya que en los laboratorios de cómputo existen 25 equipos de cómputo disponibles. Se pretendió fomentar el interés y creatividad de los alumnos, al utilizar técnicas como el trabajo en equipo y grupal y sobre todo, la participación voluntaria de cada uno de ellos.

El profesor debe coordinar las actividades; asegurarse que los alumnos entiendan en qué consiste cada actividad; promover la discusión y la participación de los alumnos; intervenir como mediador, en las discusiones por equipo o en forma grupal, incluso individualmente para alentar la reflexión y la cooperación entre los alumnos; aclarador de dudas; hacer sugerencias y en ocasiones, sugerir opciones para la solución de problemas.

Es conocida la problemática que se presenta cuando es planteado un problema de tipo estadístico, sin embargo, el uso de la Hoja Electrónica de Cálculo permite a los alumnos, la captura, organización y análisis de una mayor cantidad de datos, así como, la representación de fórmulas y gráficos más amigable y dinámica.

## **2.2 El uso de la computadora en la enseñanza de la Estadística Descriptiva.**

El uso de la computadora en la enseñanza, ha sido cada vez mayor, en 1924, Sidney L. Pressey, diseñó un dispositivo mecánico que presentaba a estudiantes de la Universidad de Ohio, una serie de pruebas para medir la inteligencia y la cultura general, dicha máquina se basaba en el principio de la pregunta de opción múltiple. Treinta años más tarde, B. F. Skinner, “establece las

bases de la enseñanza programada, que presenta las siguientes características esenciales:

- La enseñanza es principalmente en forma individual.
- El material a estudiar es descompuesto en segmentos, generalmente cortos, llamados “cuadros”.
- El estudiante avanza a través del material de estudio respondiendo continuamente, es decir, siempre se halla en actividad.
- Hay verificación de las respuestas.
- El estudiante avanza de acuerdo con su propio paso.

El material de estudio que contiene estas características, constituye lo que llamamos programa. Un programa puede ser presentado también recurriendo a una máquina, lo que da origen a su vez a las máquinas de enseñanza.” (Méndez, J., 1979, Perfiles Educativos, No. 5, p. 24).

Skinner, describe un dispositivo que se encontraba en fase de experimentación, que llamó máquina de enseñar, ésta permitía construir una respuesta, este dispositivo estaba orientado para ser utilizado como auxiliar en cursos de primera enseñanza. Pressey y Skinner, enfatizaron el hecho de que por medio de dispositivos como los antes mencionados, el alumno podría reforzar sus conocimientos.

“Teniendo como antecedente directo las máquinas de enseñar, los primeros usos de la computadora en el campo educativo incluyen la creación de la máquina denominada SAKI, controlada por computadora, y cuyo objetivo era enseñar el manejo de un tablero de diez teclas” (Méndez, J., 1979, Perfiles Educativos, No. 5, p. 26).

Con la presencia de la computadora, se abren nuevas posibilidades en apoyo a la educación, debido a que el proceso de enseñanza-aprendizaje comprende un flujo de información y la computadora es un procesador de información. La computadora al ser utilizada en la educación, provee al profesor de métodos y herramientas que al ser aplicados adecuadamente, puede solventar algunos de los problemas que se presentan en la enseñanza de la Estadística Descriptiva y con su uso. Se pretende con este trabajo, demostrar que es con el

uso de la computadora, la asesoría del profesor y una buena disposición de su parte, es posible lograr aprendizajes significativos.

La innovación didáctica que caracteriza a las actividades, concuerda con los propósitos centrales de las nuevas tendencias en la enseñanza de la Estadística Descriptiva, por ejemplo, propiciar en los estudiantes el desarrollo de nociones y conceptos que sean útiles para comprender su entorno y resolver problemas de la vida real. El estudio de la Estadística Descriptiva utilizando la computadora, debe propiciar en los estudiantes la confianza en su propia capacidad (Rojano y Ursini, 1997).

El interés por la enseñanza de la Estadística, dentro de la educación matemática, viene ligado al rápido desarrollo de la estadística como ciencia, impulsado por la difusión de las computadoras, lo que ha permitido su uso. Los nuevos programas de educación primaria y secundaria incluyen, como antes se mencionó, temas relacionados con estadística, en nuestros días, la Estadística ha cobrado desarrollo. Algunos países han dedicado grandes esfuerzos a diseñar currículos y materiales específicos, como los elaborados en Inglaterra para el *Schools Council Project on Statistical Education* (Homes y Cols, 1980) y la existencia de revistas especializadas como, *Teaching Statistics* (Batanero, 2001).

Muchos profesores precisan incrementar su conocimiento, no sólo sobre la materia, sino también sobre los aspectos didácticos del tema. Dicha preparación debe incluir el conocimiento de las dificultades y errores que los alumnos encuentran en el aprendizaje de la Estadística (Batanero, s/f). Los seres humanos nos enfrentamos a problemas diversos, algunos de ellos son motivados por el incremento tecnológico, el cambio de actitudes ante una nueva manera de proceder, en el campo laboral, incide sin duda, en las formas actuales de educar.

“El uso de la computadora en la enseñanza de la Estadística esta recibiendo atención creciente, por parte de los profesores y los investigadores, como se puede constatar en Shaughnessy (1996) y Shaughnessy, Garfield y Greer (1997). Por ejemplo, el Instituto Internacional de Estadística organizó una *Round Table Conference* sobre la computadora en la enseñanza de la estadística en Austria en 1970 y otra en Cambera en 1984” (Batanero, 2001, p. 137).

El uso de la computadora ha reducido de manera considerable las horas de trabajo dedicadas a los cálculos estadísticos, permitiendo realizar estudios con conjuntos de datos mucho mas grandes y con menos errores, lo que ha permitido

agregar nuevos tópicos en la enseñanza de la Estadística. Las ventajas se han manifestado en su gran capacidad, el uso de múltiples tareas relacionadas entre sí, su dinámica, su velocidad y su uso cada vez más amigable, puede permitir a los alumnos experimentar y explorar los procesos estadísticos con menor dificultad.

Son relativamente novedosos, los cambios que se han venido realizando en las últimas décadas, debido al uso de la computadora, esto se pone de manifiesto cuando al manejar grandes cantidades de información, es posible dar resultados en menor tiempo y con muy pocos errores. Por ejemplo:

- La información de los alumnos que pertenecen a la UNAM.
- Las compras y ventas de las grandes tiendas de autoservicio.
- Las votaciones de un país.
- Los estudios de inversión de las grandes empresas

lo que proporciona un ahorro significativo en tiempo, dinero y esfuerzo.

El Colegio de Ciencias y Humanidades y los profesores en consecuencia, tienen la responsabilidad de visualizar el futuro de la actividad económica de México y por ende tratar de adaptar, en la medida de las posibilidades, las diferentes propuestas para hacer de la actividad educativa, una actividad que vaya de acuerdo a los cambios demanda una sociedad como la mexicana.

Es imposible, en nuestros tiempos, ignorar los avances tecnológicos y como éstos han sido introducidos en las diferentes instituciones educativas. En primer lugar el ordenador puede y debe usarse en la enseñanza como instrumento de cálculo y representación gráfica (Godino, J. 1995). “Las calculadoras y los ordenadores, son herramientas esenciales para enseñar, aprender y hacer matemáticas. Proporcionan imágenes visuales de ideas matemáticas, facilitan la organización y el análisis de datos y hacen cálculos con eficiencia y exactitud. Pueden apoyar la investigación de los estudiantes en cada área temática, incluyendo Geometría, Estadística, Álgebra, Medida y Números” (NCTM, 2000, p. 26). Cuando los profesores tienen información útil sobre lo que los alumnos van aprendiendo, pueden apoyar su progreso hacia objetivos matemáticos significativos” (NCTM, 2000, p. 24).

## 2.3 Aprendizaje Significativo

“El aprendizaje significativo comprende la adquisición de nuevos significados y, a la inversa, éstos son producto del aprendizaje significativo. Esto es, el surgimiento de nuevos significados en el alumno refleja la consumación de un proceso de aprendizaje significativo” (D. Ausubel, J. Novak y H. Honesian, 1983, p. 48).

“La esencia del proceso del aprendizaje significativo reside en que ideas expresadas simbólicamente son relacionadas de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe” (D. Ausubel, J. Novak y H. Honesian, 1983, p. 48).

El aprendizaje conduce a modificaciones en las estructuras simbólicas internas. Aunque los teóricos del procesamiento de información creen que construimos activamente el conocimiento basándonos en lo que ya sabemos y la nueva información que encontramos, según Ausubel, el aprendizaje implica una reestructuración activa de las percepciones, ideas, conceptos y esquemas que el alumno posee en su estructura cognitiva.

Ausubel concibe al estudiante como un procesador activo de la información y afirma que el aprendizaje es sistemático y organizado, pues es un fenómeno complejo que no se reduce a simples asociaciones memorísticas.

Señala la importancia del aprendizaje por descubrimiento (dado que el alumno, reiteradamente descubre nuevos hechos, forma conceptos, infiere relaciones, genera productos originales, etc.). “El aprendizaje por descubrimiento tiene su lugar propio en el repertorio de las técnicas pedagógicas aceptadas y al alcance de los maestros. El método de descubrimiento es especialmente apropiado para el aprendizaje del método científico” (D. Ausubel, J. Novak y H. Honesian, 1983, p. 447). “Tanto la resolución de problemas como la creatividad son formas de aprendizaje significativo por descubrimiento” (D. Ausubel, J. Novak y H. Honesian, 1983, p. 485).

Ausubel, dice que se debe diferenciar los tipos de aprendizaje que pueden ocurrir en el aula, se diferencian en primera instancia dos dimensiones, la que se refiere al modo en que se adquiere el conocimiento y la relativa a la forma en que el conocimiento es subsecuentemente incorporado en la estructura de cono-

cimientos o estructuras cognitivas del alumno. Dentro de la primera dimensión, se encuentran a la vez dos tipos de aprendizajes: por recepción y por descubrimiento y dentro de la segunda, dos modalidades: por repetición y significativo.

La interacción de estas dos dimensiones se traduce en las denominadas situaciones del aprendizaje.

<b>A. Primera dimensión: modo en que se adquiere la información</b>	
Recepción	Descubrimiento
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ El contenido se presenta en forma final.</li> <li>▪ El alumno debe internalizarlo en estructura cognitiva.</li> <li>▪ No es sinónimo de memorización.</li> <li>▪ Propio de etapas avanzadas del desarrollo cognitivo en forma de aprendizaje verbal hipotético sin referentes concretos (pensamiento formal).</li> </ul> <p>Útiles en campos establecidos del conocimiento.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ El contenido principal a ser aprendido no se da, el alumno tiene que descubrirlo.</li> <li>▪ Propio de la formación de conceptos y soluciones de problemas.</li> <li>▪ Puede ser significativo o repetitivo.</li> <li>▪ Propio de las etapas iniciales del desarrollo cognitivo en el aprendizaje de conceptos y proposiciones.</li> <li>▪ Útiles en campos del conocimiento donde no hay respuesta unívocas.</li> </ul>

<b>B. Segunda dimensión: forma en que el conocimiento se incorpora en la estructura cognitiva del alumno</b>	
Significativo	Repetitivo
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ La información nueva se relaciona con la ya existente en la estructura cognitiva de forma sustantiva, no arbitraria ni al pie de la letra.</li> <li>▪ El alumno debe tener una disposición o actitud favorable para extraer el significado.</li> <li>▪ El alumno posee los conocimientos previos o conceptos de anclaje pertinente.</li> <li>▪ Se puede construir una red conceptual.</li> <li>▪ Condiciones: Material: significado lógico Alumno: significado psicológico</li> <li>▪ Puede promoverse mediante estrategias apropiadas (por ejemplo, los organizadores anticipados y los mapas conceptuales).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Consta de asociaciones arbitrarias al pie de la letra.</li> <li>▪ El alumno manifiesta una actitud de memorizar la información.</li> <li>▪ El alumno no tiene conocimientos previos pertinentes o no los “encuentra”</li> <li>▪ Se puede construir una plataforma o base de conocimientos factuales.</li> <li>▪ Se establece una relación arbitraria con la estructura cognitiva.</li> </ul>

Es evidente que el aprendizaje significativo es más importante y deseable que el aprendizaje repetitivo en lo que se refiere a situaciones académicas, ya que el primero posibilita la adquisición de grandes cuerpos integrantes de conocimiento que tengan sentido y relación.

El aprendizaje significativo implica un procesamiento muy activo de la información por aprender. Así, por ejemplo, cuando se aprende significativamente a partir de la información contenida en un texto académico, se hace por lo siguiente:

1. Se realiza un juicio de pertinencia para decidir cuáles de las ideas que existen en la estructura del lector son las más relacionadas con las nuevas ideas.
2. Se determinan las discrepancias, contradicciones y similitudes entre las ideas nuevas y las previas.
3. Con base en el procesamiento anterior, la información nueva vuelve a reformularse para poderse asimilar en la estructura cognitiva del sujeto.
4. Si una “reconciliación” entre ideas nuevas y previas no es posible, el lector realiza un proceso de análisis y síntesis con la información, reorganizando sus conocimientos bajo principios explicativos más inclusivos y amplios (Días Barriga y Hernández, 1997).

“El aprendizaje significativo presupone tanto que el alumno manifiesta una actitud de aprendizaje significativo; es decir, una disposición para relacionar sustancialmente y no arbitrariamente el nuevo material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, relaciona con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria y no al pie de la letra “(Ausubel, 1961) citado en ((D. Ausubel, J. Novak y H. Honesian, 1983, p. 48).

<i>Aprendizaje significativo o adquisición de significados</i>	requiere de	Material potencialmente significativo	y	Actitud de aprendizaje significativo
--	-------------	---------------------------------------	---	--------------------------------------



Según Shuell (1990) el aprendizaje significativo ocurre en una serie de fases, que dan cuenta de una complejidad y profundidad progresiva, distingue tres fases del aprendizaje significativo.

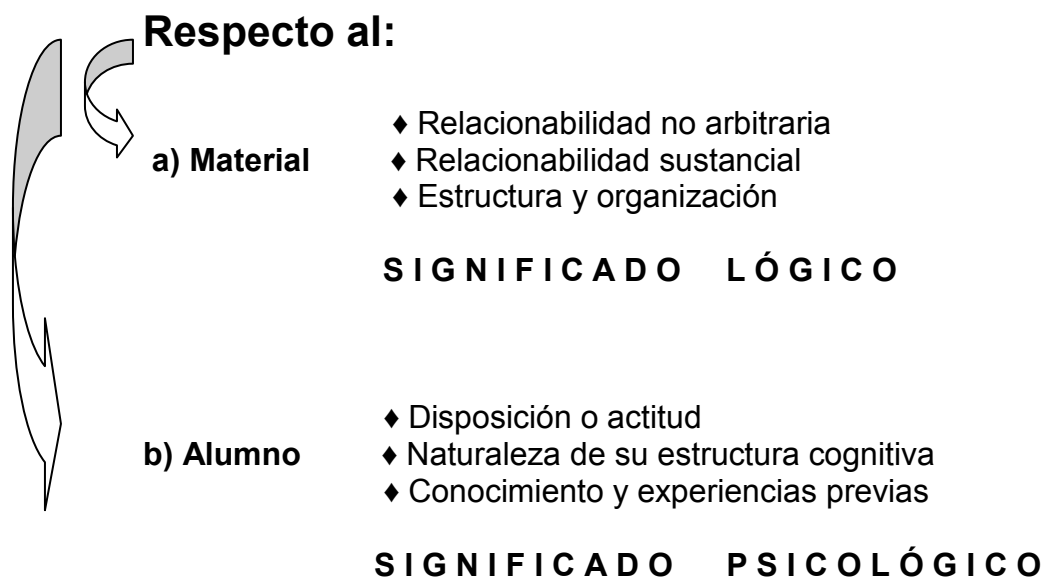
Fase inicial	Fase intermedia	Fase final
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Hechos o partes de información que están aislados conceptualmente.</li> <li>▪ Memoriza hechos y esquemas preexistentes (aprendizaje por acumulación).</li> <li>▪ El pensamiento es global.               <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Escaso conocimiento específico del dominio.</li> <li>▪ Uso de estrategias generales independientes del dominio.</li> <li>▪ Uso de conocimientos de otros dominios.</li> </ul> </li> <li>▪ La información adquirida es concreta y vinculada al contexto, uso de estrategias de aprendizaje.</li> <li>▪ Ocurre en formas simples de aprendizaje.</li> <li>▪ Aprendizaje verbal.</li> <li>▪ Estrategias memorísticas.</li> <li>▪ Gradualmente se va formando una visión globalizadora.               <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Uso del conocimiento previo</li> <li>▪ Analogía con otros dominios.</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Formación de estructuras a partir de las partes de información aisladas.</li> <li>▪ Comprensión más profunda de los contenidos por aplicación a situaciones diversas.</li> <li>▪ Hay oportunidad para la reflexión y recepción de realimentación sobre la ejecución.</li> <li>▪ Conocimiento más abstracto y puede ser generado a varias situaciones (menos dependiente del contexto específico).</li> <li>▪ Uso de estrategias de procesa-miento más sofisticadas.</li> <li>▪ Organización.</li> <li>▪ Mapeo cognitivo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Mayor integración de estructuras y esquemas.</li> <li>▪ Mayor control automático en situaciones topdown.</li> <li>▪ Menor control conciente. La ejecución llega a ser automática, inconsciente y sin tanto esfuerzo.</li> <li>▪ El aprendizaje que ocurre en esta fase consiste en:               <ol style="list-style-type: none"> <li>a) Acumulación de nuevos hechos a los esquemas preexistentes (dominio).</li> <li>b) Incremento en los niveles de interrelación entre las estructuras (esquemas).</li> </ol> </li> <li>▪ Manejo hábil de estrategias de dominio.</li> </ul>

(Díaz Barriga y Hernández, 1997)

La construcción de significados, involucra al alumno en su totalidad, y no sólo implica su capacidad para establecer relaciones independientes entre sus conocimientos previos y el nuevo material aprendido Coll, (1990).

En última instancia, el aprendizaje significativo, depende obviamente de dos factores principalmente que intervienen en el establecimiento de la siguiente relación: de la naturaleza del material que se va a aprender y de la estructura cognitiva del alumno (Ausubel, 1983).

La significatividad potencial, depende de: significatividad lógica, es decir, la relacionabilidad intencionada y sustancial del material de aprendizaje con las correspondientes ideas pertinentes, que se hallan al alcance de la capacidad de aprendizaje humana. Así como, el Significado psicológico, es el producto del aprendizaje significativo o de la significatividad y la actitud de aprendizaje significativo. (Ausubel, 1983).



## *Capítulo 3*

# **Metodología del Trabajo**

En el Colegio de Ciencias y Humanidades, son muchos los alumnos con problemas en Estadística y Probabilidad I, de ahí que se pretenda, de manera categórica, brindar con esta propuesta, un apoyo en el estudio de la Estadística, con el uso de la computadora y con ello atraer el interés de alumnos con problemas en esta asignatura, al estudiarla de manera más atractiva y dinámica y así alcanzar mejores resultados de aprendizaje. Según los NCTM, (2000) el profesor debe conocer la tecnología como apoyo para la recuperación de los alumnos con dificultades en el aprendizaje de la estadística.

### **Estadísticas de Materias Reprobadas (2006-2009)** Materia: Estadística y Probabilidad I

Periodo	Inscritos	No presentó		No acreditados		Acreditados	
2006-1	2488	464	18.6%	366	14.7%	1658	66.6%
2007-1	2814	763	27.1%	384	13.6%	1667	59.2%
2008-1	3014	853	28.3%	487	16.2%	1674	55.5%
2009-1	2779	686	24.7%	449	16.2%	1644	59.2%
	<b>11095</b>			<b>1686</b>		<b>6643</b>	

*Fuente: Depto. de Sistemas del CCH, Vallejo*

Desgraciadamente, en varias ocasiones se aprende sin comprender y son muchos los estudiantes que memorizan sin entender. Frecuentemente no están seguros de cuándo o cómo utilizar lo que saben, y por ende, los aprendizajes resultan ser bastante frágiles (Bransfordm Brown y Cocking 1999). Según los (NCTM, 2000) los estudiantes, deben aprender Estadística comprendiéndola, y deben ser capaces de construir sus nuevos conocimientos a partir de la experiencia y de los conocimientos previos.

En una primera instancia, se investigó sobre los contenidos de los programas en educación básica y educación media, lo que proporcionó un buen antecedente, sobre los conocimientos previos, que los alumnos deben tener al inicio del curso. Posteriormente se diseñó un examen diagnóstico que abarca todo lo relacionado con Estadística Descriptiva, con 23 reactivos. Que como antes se mencionó fue dividido en dos partes y aplicado en la 1ª y 9ª sesiones.

El examen diagnóstico se elaboró después de haber revisado los programas de estudio de Estadística y Probabilidad I y de Taller de Cómputo, así como los programas de educación básica y media y los contenidos de los libros de texto de dichos niveles.

La unidad fue planteada para 14 sesiones y se llevó a cabo un diseño sesión por sesión, donde se mencionaron los aprendizajes que se perseguían, las estrategias y los procedimientos planificados. Se plantearon actividades dentro y fuera del aula. Para cuando las actividades fueron realizadas fuera del aula, se proporcionaron lecturas enfocadas al tema de estudio, se dejaron otras de investigación, así como trabajos de campo, consistentes en la aplicación de algunas encuestas, todo lo cual, tuvo que ser entregado en forma de tarea.

Después de haber trabajado las 14 sesiones, se aplicó un examen llamado Post-test con 23 reactivos, que consistía en los mismo exámenes que fueron aplicado en las sesiones 1 y 9, puestos en un solo examen, con el propósito de comparar los resultados del Pre-test y el Post-test y evaluar las diferencias, y con ello, tener los elementos necesarios como para probar la hipótesis planteada.

No obstante que en la calificación de la unidad fueron tomadas en cuenta las actividades realizadas fuera del aula, para efectos de evaluación de los aprendizajes, solo se hizo un análisis de los reactivos y de los resultados obtenidos en cada uno de ellos. Se analizó también el nivel taxonómico y el nivel de dificultad de cada uno de los reactivos.

El diseño de actividades de aprendizaje, se llevó a cabo, con un grupo del Programa de Apoyo al Egreso (PAE) sabatino con 25 alumnos y cuyas características son: el haber ya cursado, sin éxito, el curso normal de Estadística y Probabilidad I y la aversión al estudio de esta disciplina. Por otra parte, como las sesiones sabatinas son de 4 horas, se tuvo en cuenta esta situación y las 14 sesiones diseñadas fueron adaptadas a esta condición especial, es decir, cada clase correspondió a dos sesiones planificadas.

Esta decisión fue tomada, debido a que en el Colegio, los cursos de donde se estudia la Estadística Descriptiva corresponden al primer semestre y para poder probar los diseños, era necesario esperar un semestre completo, lo que complicaba mi situación como estudiante de la MADEMS, en función de tiempos.

No obstante, se pretende que dichos diseños, sean posteriormente probados en un curso normal y que además esto pueda ser de manera permanente, debido a la importancia que representa el uso de la computadora, ya que “el profesor debe considerar la importancia de las nuevas tecnologías como herramienta” (NCTM, 2000, p. 26).

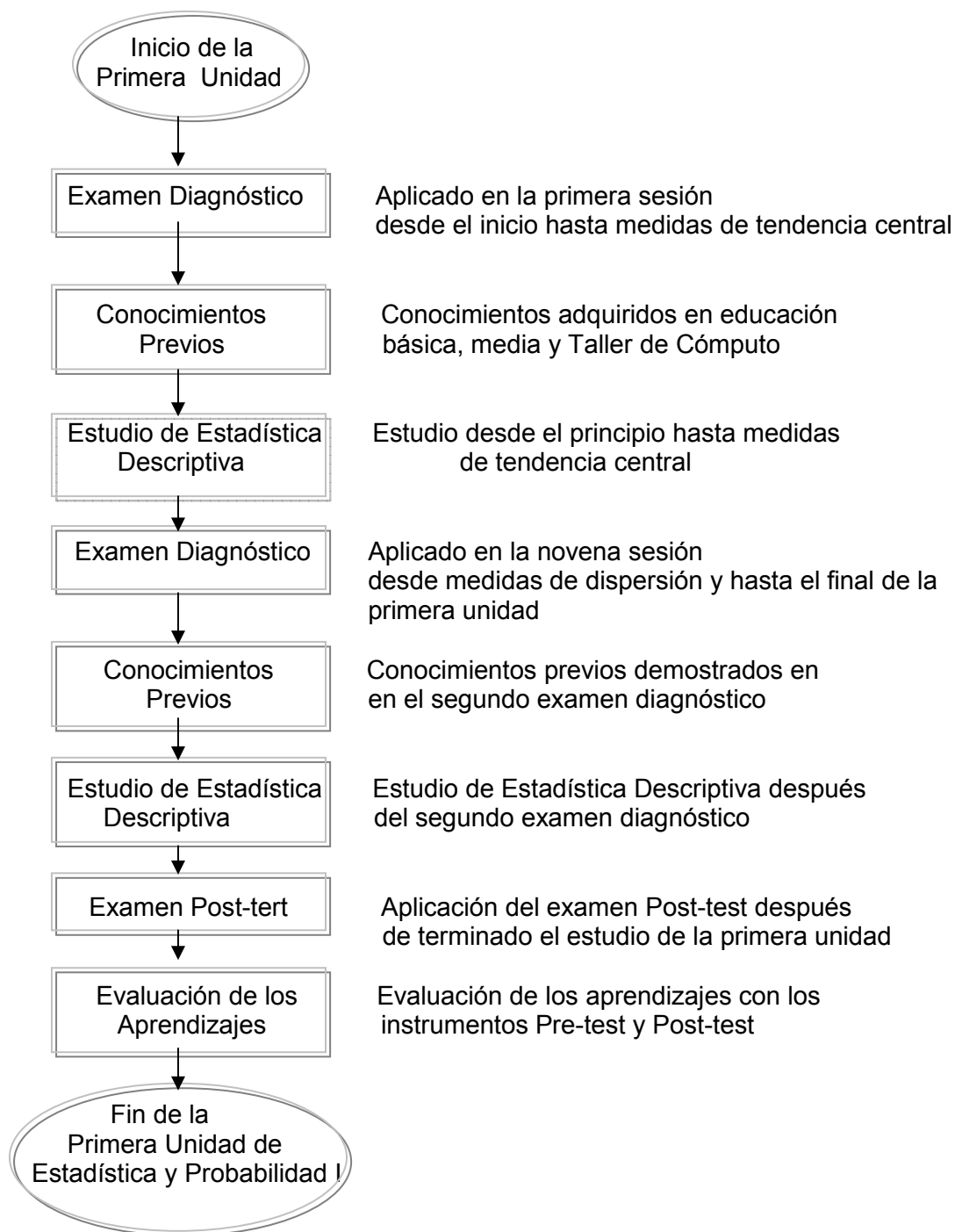
### **3.1 Descripción de los instrumentos de evaluación (Pre-test, Post-test)**

La educación es entendida como un proceso sistemático que después de un tiempo determinado, logra cambios duraderos y positivos en la conducta de los alumnos, con base en objetivos bien definidos. Sólo podrá admitirse que alguien se ha educado en una cierta dimensión, cuando ha logrado, después de un periodo de enseñanza, una maniobra de conductas inexistentes en el momento de comenzar sus aprendizajes, el logro de dichos cambios, representa, una meta que la educación intentará alcanzar a través de toda su estrategia (Lafourcade, 1969).

La evaluación es una etapa del proceso educacional que tiene por fin comprobar de modo sistemático, los aprendizajes con comprensión y razonamiento, en donde, se fijan metas, se ordenan las estrategias metodológicas, se hace uso de los aprendizajes, se lleva a cabo una evaluación y se hacen ajustes. Según Rosales, la evaluación “es una reflexión crítica sobre todos los factores que intervienen en el proceso didáctico, a fin de determinar cuáles pueden ser, están siendo o han sido los resultados del aprendizaje” (citado en Amengual, 1984, p. 150).

Según (Amengual, 1984) la evaluación educativa intenta medir el nivel de precisión conseguido entre lo planeado antes de iniciar el proceso didáctico con lo que se consiguió al finalizar el mismo.

Una manera visualizar lo antes mencionado, se da en el siguiente diagrama.



De tal manera que al finalizar la unidad, necesariamente deben manifestarse nuevos conocimientos, utilizando los instrumentos de evaluación (Pre-test y Post-test). El examen diagnóstico llamado Pre-test, fue aplicado en dos partes, ya antes mencionadas, y al final del estudio de la 1ª unidad, el examen post-test compuesto con los reactivos del Pre-test en su primera parte y los reactivos del Post-test en su segunda parte, que sirvieron para evaluar los aprendizajes logrados.

La forma en como se realizó de los exámenes o instrumentos de

evaluación, fue el de opción múltiple. Según Lindquist, citado en Lafourcade, 1973, pp. 106-107, “Las pruebas de opción múltiple son definitivamente superiores a todos los demás tipos para medir objetivos tales como:

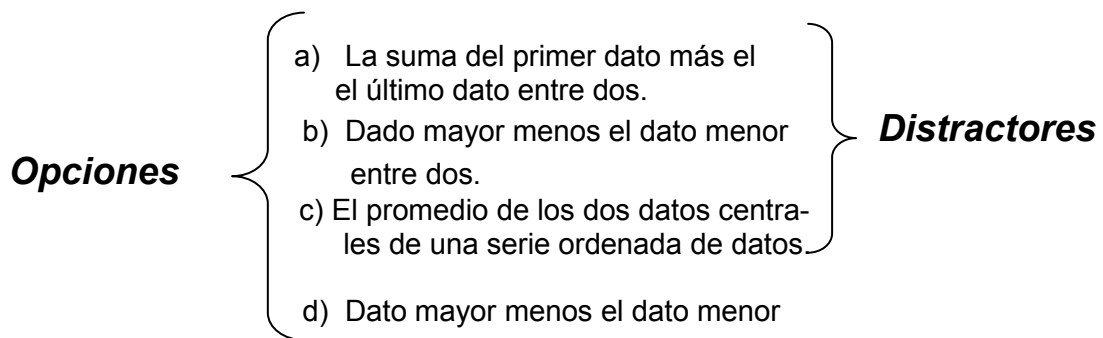
- Capacidad para inferir conclusiones
- Predecir situaciones
- Discriminar relaciones
- Interpretar
- Evaluar”

Un ítem de opción múltiple está constituido por una proposición y una serie de opciones, donde una de ellas es la correcta y las demás actúan como distractores.

## ESTRUCTURA DEL ÍTEM

### *Base*

**¿El cálculo del rango se lleva a cabo cómo?**



“Las pruebas de opción múltiple tienen las ventajas de:

- Las respuestas se hallan menos sujetas a la adivinación
- Su estructura es menos artificial ” (Lafourcade, 1973, p. 108)

Para la organización de los ítems de opción múltiple, se debe tener en cuenta:

- a) Que es preferible que la base constituya un esquema de indagación expresado de modo completo.



- b) La base incluya lo estrictamente necesario para comprender el correcto sentido de la respuesta.
- c) No es conveniente expresar la base de modo negativo.
- d) Que el ítem contenga una sola respuesta.

La función de los distractores es la de confundir al menos informado respecto de la elección de la respuesta correcta. Si los distractores han sido bien elegidos, serán preferidos por una mayor cantidad de malos alumnos que de buenos estudiantes.

Resulta de suma importancia.

- a) Evitar que la respuesta correcta sea la más larga.
- b) Si la respuesta es congruente con la base pero los distractores no, los alumnos percibirán dicha clave y elegirán dicha respuesta.
- c) Hay que tener cuidado de que un ítem no preste ayuda a los demás.

Si el docente cree que el éxito de su acción se demuestra si todos, o la mayoría de los alumnos, responden correctamente el 100% de una prueba, probablemente hará que los ítems que la integran sean lo suficientemente sencillos para que dichos resultados ocurran.

<b>INDICE DE DISCRIMINACIÓN</b>	
.40 y más	Muy buenos ítems.
.30 a .39	Razonablemente buenos, pero sujetos a mejoramiento.
.20 a .29.	Regulares; deben mejorarse.
menos de .19	Difíciles, deben descartarse.

(Ebel, 1965, p. 167) indica que “en una prueba de respuestas cortas, la dificultad media está dada, si aproximadamente el 50% de los alumnos la respuesta correcta”.

<b>INDICE DE DIFICULTAD</b>	
Ítems superados por el 85%. de los alumnos	muy fáciles.
Ítems superados por el 50 al 85%. de los alumnos	relativamente fáciles.
Ítems superados por el 15 al 50%. de los alumnos	relativamente difíciles.
Ítems superados por el 0 al 15%. de los alumnos	difíciles o muy difíciles.

Cabe destacar, que si esta propuesta logra obtener mejores aprendizajes (lo que se pretende probar al termino de la misma), se intentará proponer la

aplicación ésta en grupos regulares de estadística, por lo que al balancear los reactivos de acuerdo al índice de dificultad, además de otros factores, los exámenes aplicados podrían mejorarse poco a poco y dar mejores resultados. “Balancear una prueba para que realmente sea representativa de los objetivos de la unidad, constituye una tarea que no puede quedar librada al azar” (Lafourcade, 1973, p. 189).

De acuerdo a lo expuesto en este apartado, el examen propuesto es el de opción múltiple y éste es considerado como examen diagnóstico (Pre-test) y que al final de la unidad será nuevamente aplicado con los mismos reactivos y será llamado Post-test.

### **3.2 Estadística Descriptiva utilizando la computadora como Herramienta**

Haciendo una pequeña reseña historia, la Estadística ha existido desde tiempos remotos, se sabe que los antiguos habitantes llevaban a cabo formas sencillas de estadística. Los griegos, analizaban los datos de la población, mucho antes de la construcción de las pirámides, las que se construyeron para el año 4500 a. C., años después hacia el año 594 a. C. ya realizaban censos para el cobro de los impuestos; en el año 3000 a. C. los babilónicos utilizaban pequeñas tablillas de arcilla para recopilar datos sobre la producción agrícola; en China, se tiene conocimiento, que existían registros numéricos de la población en el año 2000 a. C.

Fue en Roma donde por primera vez se recopiló formalmente una gran cantidad de datos sobre la población, superficie y renta de todos los territorios bajo su control; en Inglaterra en 1662 apareció el primer estudio estadístico de importancia de la población “*observations on the London Bills of Mortality*”; en Alemania se realizaron estudios similares en 1691. En nuestros días, la estadística se ha convertido en una herramienta efectiva para describir datos, organizarlos y analizarlos.

Por otra parte, la primera máquina de calcular mecánica, fue inventada en 1642 por el matemático francés Blaise Pascal; en 1670 el filósofo y matemático alemán Gottfried W. Leibniz, perfeccionó dicha máquina e inventó una que podía

multiplicar. Joseph María Jacquard, utiliza delgadas placas de madera perforadas para controlar el tejido,

Fue hasta 1880 que Herman Hollerith concibió la idea de utilizar tarjetas perforadas, similares a las placas de Jacquard, para compilar la información estadística destinada al censo de población de los Estados Unidos en 1890, mediante la utilización de un sistema que hacía pasar tarjetas perforadas sobre contactos eléctricos.

Han sido muchos los esfuerzos que históricamente se han realizado para la organización y análisis de datos, y muchos también los que se ha llevado a cabo para inventar instrumentos que faciliten su manejo. En México, los censos se han practicado desde hace mucho tiempo y estos se practican cada 10 años, hasta hace relativamente poco, alrededor de la década de los 60s, los resultados de un censo se podían visualizar después varios años de haber sido practicados. En la actualidad, con el uso de la computadora, los resultados de los censos de población, se visualizan de una manera más rápida y con mucho menos errores.

El hombre ha tratado de inventar instrumentos que le permitan en todos los ámbitos, culminar sus labores de manera más expedita y con mejor calidad, se dice que “el mundo de la alta tecnología nunca hubiera existido de no ser por el desarrollo del ordenador o computadora” (Hernández, A., Rojas, C., Beltrán, E. y Ponce F, 2001, Paquete Didáctico para Cibernética y Computación I (PAMAD), CCH, Vallejo).

“El interés por la enseñanza de la estadística, dentro de la Educación Matemática, viene ligado al rápido desarrollo de la estadística como ciencia y como útil en la investigación, la técnica y la vida profesional, impulsado notablemente por la difusión de los ordenadores y el crecimiento espectacular de la potencia y rapidez de cálculo de los mismos, así como por la posibilidades de comunicación” (Batanero, s/f, p. 9).

Dicho interés por la enseñanza de la Estadística, ha sido manifestado por diversos autores, según Holmes (1980), la Estadística, es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, es útil para la vida posterior ya que es necesario poseer conocimientos básicos en estadística, para la interpretación de tablas y gráficos. Su estudio ayuda al desarrollo personal, fomentando un razonamiento crítico, además de que puede colaborar en la comprensión de otros temas del curriculum, tanto en la educación obligatoria como

posterior. Begg (1997) la estadística es un buen vehículo para alcanzar las capacidades de comunicación, tratamiento de la información, resolución de problemas, uso de la computadora y el trabajo cooperativo.

Carmen Batanero en su artículo *¿Hacia donde va la Educación Estadística?*, señala que la enseñanza y comprensión de la estadística no es exclusivo de la comunidad de educación matemática. La preocupación por las cuestiones didácticas y por la formación de profesionales y usuarios de la estadística, ha sido una constante de los propios estadísticos, y las investigaciones sobre el razonamiento estocástico han tenido un gran auge e el campo de la psicología. “La influencia que, en el campo de la psicología, han tenido las investigaciones sobre el razonamiento estocástico, es tal que Pérez Echeverría, 1990, habla de la “revolución probabilística” para referirse a un impacto, equiparándolo al que ha tenido la perspectiva cognitiva” (Batanero, s/f, p. 7).

La computadora y las nuevas tecnologías, han abierto una nueva era y se manifiestan como herramientas esenciales en todos los campos de investigación. El desarrollo de la computadora se ha manifestado en todo el mundo, solucionando problemas complejos, a los cuales cada vez más gente ha podido acceder. La recopilación, el almacenamiento y la organización de grandes cantidades de información, en mucho menos tiempo y con espacios físicos reducidos, han cambiado sin duda, la manera de llevar a cabo proyectos más ambiciosos, con mejor presentación y más confiables.

En los 70s, la aparición de las calculadoras científicas, brindó a los alumnos de ese tiempo, principalmente los matemáticos, facilidades importantes. Puedo constatar lo antes dicho, ya que soy uno de esos beneficiarios, que utilizó en esa época, las primeras calculadoras científicas que aparecieron en México.

La tecnología con la que fueron construidas dichas calculadoras fue mejorando cada día, asimismo, la computadora se ha mejorado de manera increíble y ha ocupado un lugar preponderante en nuestros días, para la solución de diversos problemas, tanto en el ámbito laboral como en el educativo.

¿Cómo pensar en la realización de una gran cantidad de actividades, que se llevan a cabo en un país moderno, sin el uso de la computadora?

### 3.2.1 Objetivos

“La formulación de objetivos, expresada en relación con lo que el alumno puede llegar a evidenciar a través de comportamientos específicos, constituye una tarea básica, absolutamente necesaria para el planteamiento de la unidades y el control real de los resultados” (Lafourcade, 1965, p. 46).

“Ya en el terreno de la estrategia didáctica, los objetivos sufren una última discriminación y especificación que los adecua al logro de resultados concretos. Representa la parte medular del planteamiento de una unidad (proyecto, centro de interés, etc.) desde el momento que exige una inteligente comprensión de los objetivos más generales, y una revisión de las posibilidades de aplicación” (Lafourcade, 1965, p. 34).

Los objetivos planteados en este trabajo, son:

- i) Usar la computadora en un curso de Estadística y Probabilidad I, en la Unidad 1, Estadística Descriptiva, y analizar los resultados que se puedan obtener en función de los aprendizajes logrados y los posibles beneficios.
- ii) Que el alumno pueda ser capaz de perder el miedo de enfrentarse a una asignatura de matemáticas, que por lo general le han causado problemas. Las causas por las cuales se manifiesta este fenómeno, pueden ser diversas, desde la falta de interés de los alumnos, hasta la presencia de profesores nefastos que pudieran haber influido para que se presentara este problema).

Otra cosa importantísima que se tomó en cuenta, es que son cada vez más los alumnos que han tenido contacto con la computadora y que es casi imposible no hacer uso de las nuevas tecnologías, en nuestros tiempos. Es posible observar, el uso cada vez mas frecuente, de las nuevas tecnologías en nuestro país.

Por tal motivo, otros objetivos que se persiguen son:

- iii) Utilizar la Hoja Electrónica de Cálculo en el estudio de la Estadística Descriptiva. ya que entre otras, “[u]na de las características que hacen de una Hoja Electrónica de Cálculo un medio didácticamente

interesante, es que se trata de una herramienta numérica muy poderosa y que, por otra parte, son los procedimientos y las estrategias numéricas lo que la mayoría de los estudiantes tienden a privilegiar cuando están ante una tarea matemática. De modo que las actividades que los alumnos realizan en este ambiente computacional suelen ser una introducción amable al mundo de las matemáticas y de la resolución de problemas, entre otras cosas, porque es un medio en el que se sienten cómodos, debido a que se trabaja básicamente con números y sus operaciones” (Rojano, T. y Ursini, S., 1997, p. 2).

- iv) Que este trabajo pueda en el terreno académico, hacer aportaciones metodológicas e incluso la elaboración colegiada de materiales didácticos de fácil acceso para los alumnos.
- v) Evaluar los aprendizajes de manera continua e “informar oportunamente a los alumnos los resultados de la evaluación, para que se señalen las áreas que requieren una inmediata atención” (NCTM, 2000, p. 5).

### **3.2.2 Presentación de Contenidos**

En el Programa de Estudios de Estadística y Probabilidad I y II, CCH, UNAM, revisado y ajustado 2003-2004, se menciona que al “utilizar las nuevas tecnologías, tales como la calculadora y la computadora, como un apoyo, el aprendizaje significativo de los alumnos, puede alcanzarse a través de la resolución de problemas” , es así como, la computadora resulta ser, una importante herramienta didáctica, que permite conseguir una aproximación más exploratoria y significativa en la enseñanza de la estadística, la computadora puede y debe usarse en la enseñanza, para organizar, interpretar y analizar datos (Godino, 1995).

La propuesta, se inicia tratando de secuenciar coherentemente las lecciones a lo largo de la unidad y el nivel de enseñanza (NCTM, 2000), solucionando problemas estadísticos reales, en los cuales los alumnos pudieran haber estado inmersos, esto con el propósito de despertar su interés, así como,

tratando de dar respuesta a las siguientes preguntas: ¿cómo elegir y trabajar con un problema de tipo estadístico? ¿por qué y cómo capturar y organizar los datos? ¿por qué y cómo interpretar y analizar los diferentes cálculos y medidas estadísticas?

Se llevó a cabo, bajo un diseño de aprendizaje que aprovechó las 28 horas marcadas en el programa de Estadística y Probabilidad I, para la introducción y Estadística Descriptiva, es decir 14 sesiones de dos horas cada una donde se adjuntaron los materiales que se elaboraron para cada una de las actividades a desarrollar.

El enfoque con el que fueron tratados los contenidos estadísticos, trató de mostrar a los alumnos, que la Estadística Descriptiva es una herramienta, que constituye un instrumento para la obtención de conocimientos y sus aplicaciones en diversos campos y que es utilizada para construir, organizar y sistematizar conocimientos, a partir de la resolución problemas prácticos.

Se puso especial cuidado en la socialización del trabajo, propiciando la discusión en equipo y grupal de las actividades. La enseñanza en pequeños grupos, debe ayudar a los alumnos a discutir y esclarecer las dificultades que surgen en clase, dándoles la oportunidad para formular sus propias preguntas, y promoviendo el contacto directo entre ellos mismos y el profesor como un coordinador de la enseñanza; promueve un pensamiento más crítico y más lógico (Beard, 1974).

Se tuvo cuidado en la propuesta innovadora de estímulo para los estudiantes con el uso de la computadora. Se diseñaron actividades que pudieran despertar el interés de los alumnos, al llevar a cabo trabajos de investigación y de campo, que pudieran proporcionarles la suficiente experiencia de aprendizaje en Estadística Descriptiva, en las etapas de captura, organización y análisis de datos.

Las nociones y procedimientos estadísticos fueron introducidos a los estudiantes, mediante actividades que pudieran llevarlos a la reflexión, tratando siempre, de promover la construcción de sus propios conocimientos. Cuando se requirió hacer uso de los conocimientos previos y debido a que en algunos casos no se manifestaron, no obstante que en los Principios y Estándares para la Educación Matemática, (2000), se menciona que el profesor debe construir sobre

las experiencias previas de los alumnos y no repetir lo que han aprendido, se tomó nota de lo olvidado y se diseñaron actividades para recuperar destrezas y avanzar en la adquisición de nuevos conocimientos.

Según Vygotsky, en cualquier punto del desarrollo hay problemas que el niño está a punto de resolver y para lograrlo sólo necesita cierta estructura, claves o recordatorios. Por supuesto, hay problemas que escapan a las capacidades del niño, aunque se le explique con claridad cada paso.

Otra actividad en la cual se puso especial cuidado, es la de llevar a cabo un seguimiento al desarrollo del proceso educativo, a fin de identificar los avances y las dificultades de los estudiantes en la consecución de los objetivos. La evaluación implica un constante análisis crítico del trabajo realizado, por los estudiantes, así como del profesor, con el propósito de detectar las dificultades que se presentan y poder solucionarlas.

Se desarrollaron instrumentos de diversos tipos (escritos y audiovisuales) en donde se destacan el Pre-test (examen diagnóstico) y el Post-test (aplicado al final de la unidad), así como, ejercicios de consolidación realizados en clase, tareas de reforzamiento que se llevaron a cabo fuera del aula, trabajos de búsqueda de información, construcción de modelos estadísticos para la solución de problemas y el planteamiento grupal de la solución, utilizando la computadora, los cuales formaron parte de los materiales que fueron utilizados en las diferentes actividades durante el curso.

Por último, el uso del cañón, fue muy bien aceptado por los estudiantes y brindó las pautas necesarias para, la discusión positiva grupal y por equipos.



## *Capítulo 4*

### **Secuencia Didáctica para Estadística Descriptiva con el uso de la computadora como herramienta.**

Las actividades didácticas forman parte de un proceso de enseñanza-aprendizaje, impulsado por la intervención pedagógica del profesorado, mediante el cual los estudiantes construyen y asimilan nuevos conocimientos, modificando y reordenando sus conocimientos previos. Por ejemplo, la captura, organización y análisis de datos, suelen recopilarse de forma poco precisa, e incluso, errónea. Este proceso de enseñanza de la Estadística Descriptiva, para lograr subsanar la posible problemática, se estructura en torno a una secuencia didáctica planificada en el marco de una programación general que se organiza de forma coherente.

La estructura en torno a una secuencia de unidades didácticas planificadas en el marco de un diseño de aprendizajes, que se organiza en forma coherente, debe iniciarse realizando algunas actividades de motivación que sirvan para despertar el interés de los estudiantes y detectar los conocimientos previos sobre el tema de estudio. Las formas, técnicas y métodos didácticos deben elegirse en función de lo que se desea enseñar.

Los materiales de trabajo deben pasar de utilizar el libro de texto como única fuente de información, a la presencia de todo un conjunto de materiales diversos, organizados en torno a las unidades didácticas. En ellos, el profesor puede elegir los contenidos y las actividades más adecuadas a la estrategia de enseñanza elegida, siempre apegándose a los lineamientos marcados el Plan de Estudios Actualizado y el Modelo Educativo del Colegio de Ciencias y Humanidades.

La organización del trabajo en el aula es un elemento que facilita el aprendizaje significativo, cuando este de acuerdo con los métodos, las actividades y los materiales didácticos. Por lo que se refiere al espacio de trabajo, es recomendable una disposición flexible del mobiliario escolar, que permita usar con facilidad los equipos de cómputo y el material de apoyo existente. Cuando sea necesario buscar información sobre algún tema, el trabajo será individual, por el contrario, cuando se trate de una investigación o encuesta donde se necesite una discusión positiva del tema, el trabajo deberá realizarse en equipos 2 o 3 alumnos. Si fuera necesario exponer conclusiones de los trabajos sobre alguna actividad realizada fuera del aula, el trabajo se desarrolla en forma grupal.

Con estos elementos, se pretenden conseguir objetivos específicos mediante el uso de métodos estadísticos y recursos didácticos. Se trata de familiarizar a los alumnos, con la solución problemas y con ello aspirar a la construcción de sus propios conocimientos, fomentando el trabajo grupal y en equipo. Familiarizar a los alumnos con la Estadística Descriptiva creando experiencias sobre el trabajo realizado dentro y fuera del aula con el uso de EXCEL. De igual manera, se intenta que los estudiantes estén consientes que los cálculos estadísticos, pueden ser explicarlos desde diferentes puntos de vista y desde diversos niveles de análisis. El programa de Estadística y Probabilidad I, muestra los siguientes contenidos:

Unidad	Nombre	Horas
	Introducción.	4
I	Estadística Descriptiva.	24
II	Datos Bivariados.	10
III	Probabilidad.	26

En la primera unidad (Estadística Descriptiva) los objetivos son:

- Explorar los fenómenos aleatorios para conocer las características de una población.
- Conocer las técnicas para obtener información, que conducen a realizar inferencia acerca de una población a partir de una muestra representativa. Se estudia uno de los métodos para obtener una muestra de una población con la finalidad de realizar observaciones acerca de ella.
  - La organización de datos y su presentación gráfica y su análisis descriptivo en términos de las medidas de tendencia central y dispersión.

Así como los siguientes aprendizajes:

Horas	Tema	Aprendizajes	Estrategias
4	Introducción	<p>El alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Adquiere una primera noción de la Estadística y su utilidad.</li> <li>▪ Especifica el significado que tienen los términos variable, población y muestra.</li> <li>▪ Conoce la importancia de trabajar con muestras seleccionadas de alguna población.</li> <li>▪ Explica la noción de variabilidad en Estadística.</li> <li>▪ Conoce la noción de azar y la necesidad de medirlo.</li> <li>▪ Conoce que es posible hacer mal uso de la información estadística.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Iniciar la discusión con las ideas previas que tienen los estudiantes, con ejemplos tomados de la vida diaria como gráficas en periodos, resultados deportivos, etc. y con lecturas seleccionadas por el profesor.</li> <li>▪ Por medio de la lluvia de ideas, construir los conceptos de variable, población y muestra.</li> <li>▪ Discutir en forma grupal el hecho de que la Estadística tiene como principal aplicación, inferir características de poblaciones.</li> <li>▪ Plantear problemas y ejemplos en donde el estudiante tenga oportunidad de observar la homogeneidad o heterogeneidad de los valores.</li> </ul>
24	Estadística Descriptiva.	<p>El alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Identifica las variables como atributos de interés de una población o muestra.</li> <li>▪ Valora la importancia de la recopilación de datos en el proceso de una investigación.</li> <li>▪ Construye tablas de distribución de frecuencia; interpreta tablas para describir el comportamiento de un conjunto de datos.</li> <li>▪ Conoce las propiedades de las medidas de tendencia central.</li> <li>▪ Calcula la media aritmética, la mediana y la moda para datos agrupados y no agrupados.</li> <li>▪ Conoce el concepto de dispersión en la descripción de un conjunto de datos.</li> <li>▪ Calcula la desviación estándar, la varianza y comprende sus significados.</li> <li>▪ Calcula al coeficiente de variación y comprende su significado.</li> <li>▪ Conoce la Regla Empírica y genera los intervalos establecidos por ella.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Trabajar con datos recopilados por los alumnos, con la finalidad de que el comportamiento de dichos datos les resulten significativos.</li> <li>▪ Discutir con problemas y ejemplos, las formas en que se recopilan los datos, para que los alumnos argumenten sobre la preferencia de dicho proceso.</li> <li>▪ Trabajar con datos cualitativos y cuantitativos para apreciar las diferencias que existen en la construcción de gráficas.</li> <li>▪ Diseñar actividades para que el alumno identifique las propiedades de la media aritmética, la mediana y la moda y las calcule por medio de EXCEL.</li> <li>▪ Diseñar actividades para que el alumno identifique las propiedades de las medidas de dispersión, de posición y el coeficiente de variación y las pueda calcular con el uso de EXCEL.</li> <li>▪ Plantear problemas en los que el alumno calcule y aprenda el coeficiente de variación.</li> <li>▪ Utilizar datos obtenidos de algunas características de los alumnos para utilizar la Regla Empírica.</li> </ul>

Sin embargo, Los aprendizajes que se desean lograr, con la utilización de la computadora en la enseñanza de la Estadística Descriptiva, son representados en el siguiente cuadro:

<i>No de sesión</i>	<i>Horas</i>	<i>Tema y subtema</i>	<i>Aprendizajes</i> al terminar la sesión el alumno:	<i>Estrategias</i>
1	2	Examen Diagnóstico (primera parte)	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Mostrará sus conocimientos previos, de Estadística Descriptiva y en Excel.</li> </ul>	Aplicación de un examen de opción múltiple al inicio de las sesiones para explorar los posibles conocimientos previos.
2	2	Variable, Población y Muestra.	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Comprenderá perfectamente bien un problema planteado para saber si es posible solucionarlo por métodos estadísticos.</li> <li>● Identificará las variables como atributos de interés de una población o muestra.</li> <li>● Comprenderá que los datos constituyen los valores que puede tomar una variable.</li> </ul>	Presentación de problemas, donde se presenten situaciones reales, que estén al alcance de los alumnos. Se procurará que la población o la muestra sean ellos mismos. Por ejemplo, se planteará <b>el cigarro como un problema de salud</b> . Para lo cual, se discutirá grupalmente, la importancia de comprender bien el problema que se presenta y los conceptos que se quieren estudiar.
3	2	Recopilación y organización de datos	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Valorará la importancia de la recopilación de datos en el proceso de una investigación.</li> <li>● organizar los datos recabados con Excel y obtendrá el rango.</li> </ul>	Con el planteamiento de problemas donde ellos mismos sean la población o muestra de estudio, se discutirá la manera en cómo y el por qué se recopilan los datos, para que los alumnos argumenten sobre la pertinencia de dicho proceso.
4	2	Tablas de distribución de frecuencia	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Construirá tablas de distribución de frecuencias para representar el comportamiento de variables cualitativas y variable cuantitativas.</li> </ul>	Realizar varias actividades que involucren lo estudiado en las sesiones anteriores; llevar a cabo estudios de otras variables donde ellos mismo sean la población de estudio; llevar a cabo otras actividades donde se recabe información fuera del aula, pero dentro del Colegio para datos agrupados y no agrupados

No de sesión	Horas	Tema y subtema	Aprendizajes al terminar la sesión el alumno:	Estrategias
5	2	Representación Gráfica (histograma, polígono de frecuencia, etc.)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Trabaja con datos cualitativos y cuantitativos para apreciar las diferencias que existen en la construcción de gráficas (Histogramas, polígonos de frecuencia y gráficas circulares).</li> </ul>	Retomar una de las actividades que hayan efectuado y que les haya parecido interesante, para complementarla. Haciéndoles ver cómo se va aproximando a la solución de un problema planteado.
6,7 y 8	6	<b>Asignación de valores característicos</b> Medidas de tendencia central (media aritmética, mediana y moda)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identificará las propiedades de la media aritmética, la mediana y la moda.</li> </ul>	Haciendo uso de los conocimientos adquiridos se introducirán los nuevos conceptos de medidas de tendencia central en los problemas ya planteados con anterioridad y con otros que se plantearan.
9	2	Examen Diagnóstico segunda parte	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mostrará los conocimientos previos de los alumnos, en lo que respecta a medidas de variabilidad (desviación media, desviación estándar y varianza)</li> </ul>	Aplicación de un examen de opción múltiple al inicio de las sesiones para explorar los posibles conocimientos previos.
10,11 y 12	6	<b>Asignación de valores característicos</b> Medidas de variabilidad (desviación media, desviación estándar y varianza)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Conocerá los conceptos de medidas de variabilidad (Desviación media, Desviación estándar y varianza), Coeficiente de variación y Regla empírica.</li> </ul>	Se plantearan problemas en donde se pueda introducir las medidas de variabilidad. Haciendo múltiples ejercicios para comprender bien el concepto.
13	2	Resolución de un problema real utilizando todo lo aprendido	<ul style="list-style-type: none"> <li>Resolverá un problema real planteado y en donde se puedan mostrar todos los aprendizajes adquiridos en las sesiones anteriores.</li> </ul>	Desarrollar un problema desde la perfecta comprensión del mismo, la recabación de los datos, tabla de frecuencia, gráficas, medidas de tendencia central y medidas de variabilidad
14	2	<i>Examen Post-test</i>		Aplicar un examen compuesto por el pre-test (1ª parte) y el post-test (2ª parte) llamado post-test.

## **1ª sesión (2 horas)**

En esta sesión el alumno:

- Resolverá el examen diagnóstico.

Se siguen las siguientes estrategias:

- Se aplicará un examen diagnóstico llamado Pre-test 1ª parte, sin previo aviso.
- Con el examen aplicado, se buscará conocer los conocimientos previos que el alumno tiene antes de iniciar el estudio de la unidad.

Se tomaron 20 minutos para hacer una pequeña presentación y mencionar a los alumnos, el nombre del curso, los objetivos y la forma en como se llevaría a cabo la clase, es decir, que se impartirá en un laboratorio de cómputo y con el uso de la computadora, en especial usando la Hoja Electrónica de Cálculo (EXCEL). Asimismo, se mencionó el nombre del profesor, los derechos y las obligaciones y la manera en cómo se evaluaría y calificaría el curso.

Dentro de la presentación, se pudieron observar, en la mayoría de los alumnos, actitudes tales como: una gran desconfianza hacia el profesor y hacia ellos mismo, con respecto al estudio del curso; una clara manifestación del poco conocimiento de los temas y el temor bien marcado de volver a ser reprobados. Sin embargo, cuando se les mencionó la forma en como sería llevado el curso, y que en éste se utilizaría la computadora como herramienta, se notó en algunos de ellos una clara disposición y buenos comentarios.

Otra cosa destacable fue, que varios estudiantes, manifestaron su desconocimiento de la Hoja Electrónica de Cálculo, no obstante que debieron haberla estudiado en el primer o segundo semestre.

Posteriormente se les entregó el examen diagnóstico y se les dieron las instrucciones adecuadas para resolverlo, así como, 1.40 horas para resolverlo. El examen que se aplicó es el siguiente:

## Examen Diagnóstico (Pre-test 1ª parte)

Nombre: \_\_\_\_\_

No. de cuenta \_\_\_\_\_

Grupo \_\_\_\_\_

Lee con cuidado y trata de comprender perfectamente bien el ejercicio antes de contestar. Marca bien tu respuesta y ésta tendrá que ser sólo una, ya que de lo contrario no será tomada en cuenta.

1. ¿Qué es la Estadística?

- a) Rama de las matemáticas que se encarga de elaborar tablas y gráficos.
- b) Rama de las matemáticas que recaba gran cantidad de datos.
- c) Rama de las matemáticas que se ocupa de reunir, organizar y analizar datos y que ayuda a resolver problemas como el diseño de experimento y la toma de decisiones.
- d) Rama de las matemáticas que organiza datos para sacar provecho de ellos y calcular medidas de tendencia central.

2. El profesor de Estadística y Probabilidad I en el Colegio de Ciencias y Humanidades, Plantel Vallejo, se dio cuenta que el total de alumnos que le tocaron en el grupo, fue de 39. El profesor quiso hacer un estudio sobre el peso y la altura de sus alumnos. El estudio en primera instancia lo practicó con el total de sus estudiantes. ¿El profesor practicó un estudio por?

- a) censo                      b) proyecto                      c) muestreo                      d) matemáticas

3. Si se lleva a cabo un estudio sobre el tipo de sangre de una persona, ¿la variable es?

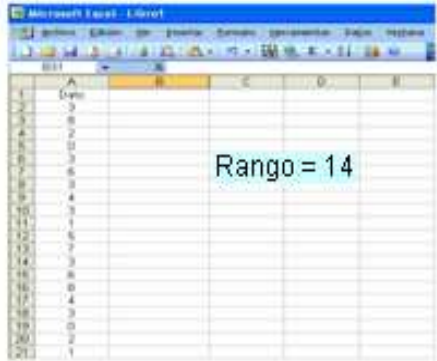
- a) numérica discreta                      b) categórica nominal                      c) categórica ordinal  
d) numérica continua

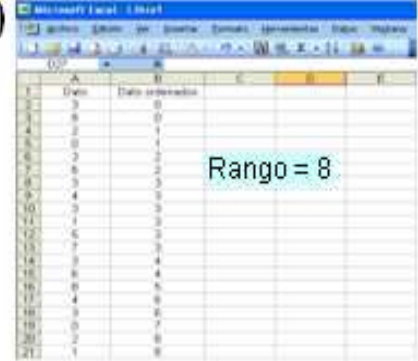
Los siguientes datos representan el número de materias reprobadas de una muestra de 20 alumnos, tomados al azar, del Colegio de Ciencias y Humanidades, Plantel Vallejo.

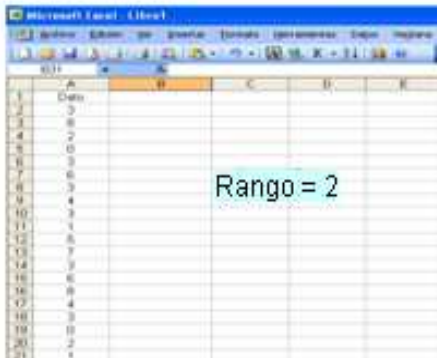
3	6	5	4
8	3	7	3
2	4	3	0
0	3	6	2
3	1	8	1

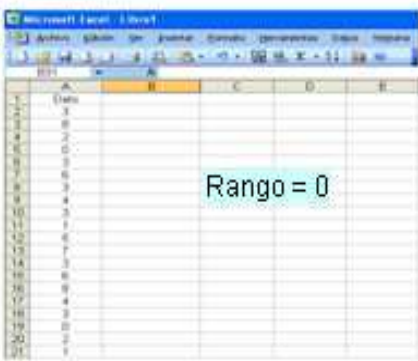


4. Utilizando Excel, ¿el rango sería?:

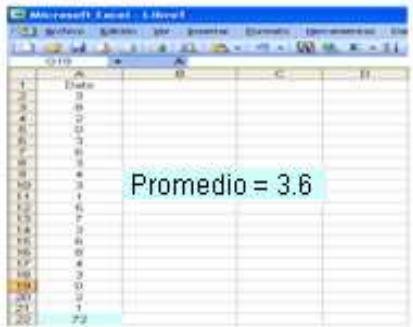
a)  Rango = 14

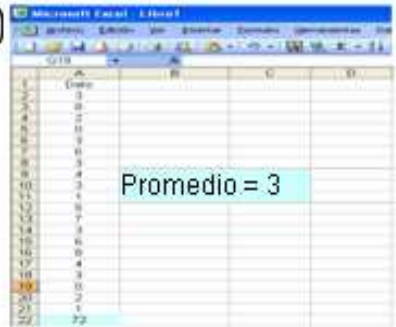
b)  Rango = 8

c)  Rango = 2

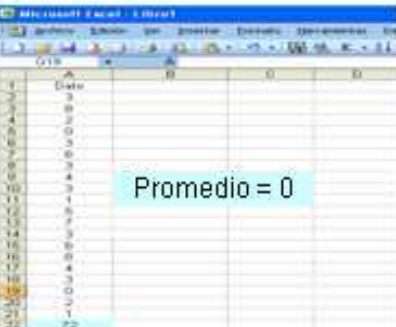
d)  Rango = 0

5. Con los 20 datos anteriores, si se calcula el promedio de materias reprobadas, ¿el resultado sería?

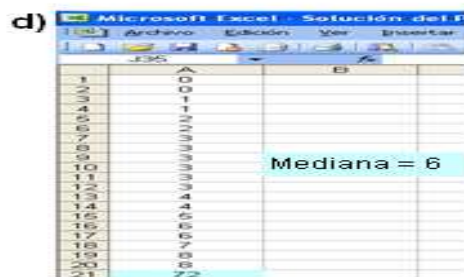
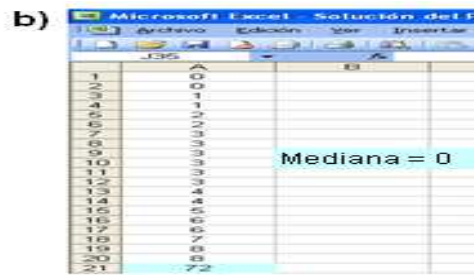
a)  Promedio = 3.6

b)  Promedio = 3

c)  Promedio = 8

d)  Promedio = 0

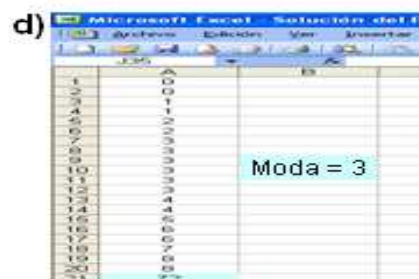
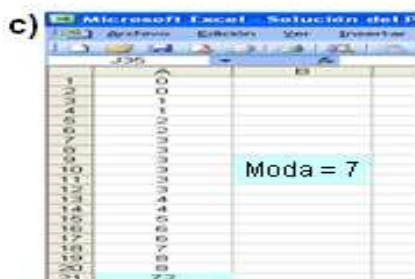
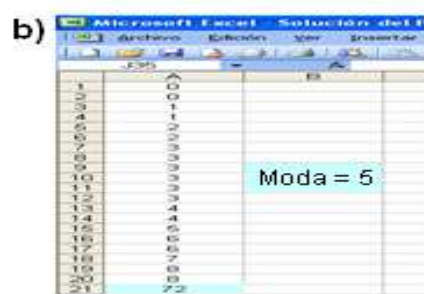
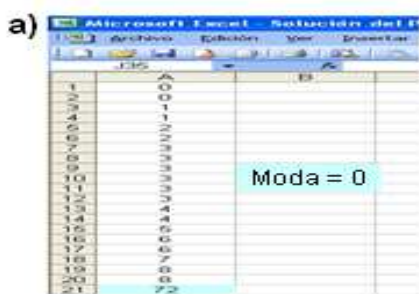
6. El valor de la mediana para los datos de materias reprobadas, es:



7. ¿La Estadística para su estudio se divide en?:

- a) Estadística Descriptiva y Estadística Inferencial
- b) Estadística Matemática y Estadística Inferencial
- c) Estadística de Población y Estadística de la Muestra
- d) Estadística Matemática y Estadística de Población

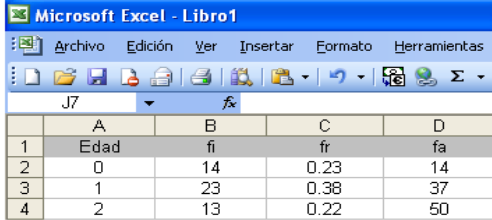
8. El valor de la moda, para los datos de materias reprobadas corresponde a:

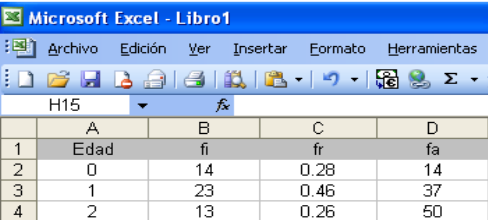


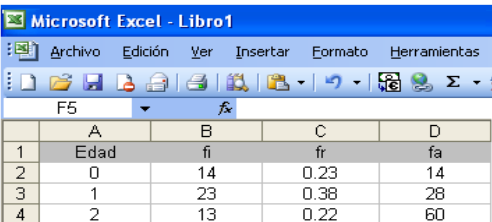
Los siguientes datos fueron extraídos de una población de 50 niños de una guardería y representan la edad.

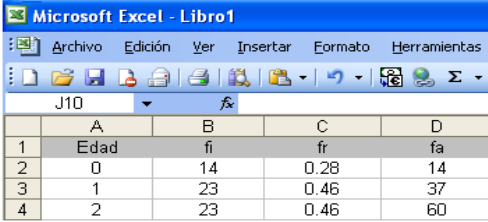
1	1	1	0	0	1	2	0	1	0
2	2	1	1	0	2	2	0	1	0
1	1	2	1	0	1	1	2	1	0
0	2	2	0	1	1	2	2	1	1
0	0	1	1	0	1	1	2	2	1

9. Si los acomodáramos en una tabla de distribución de frecuencia, bajo la variable edad y se calcularan la frecuencia, la frecuencia relativa y frecuencia acumulada. ¿La tabla así formada sería?

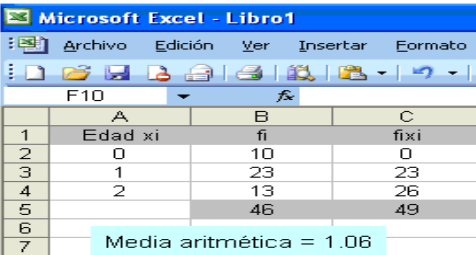
a) 

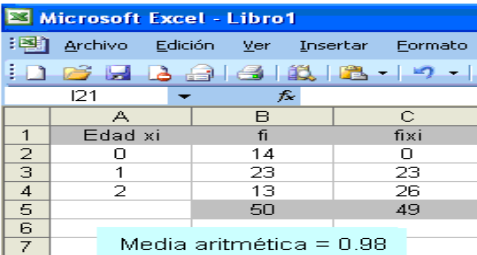
b) 

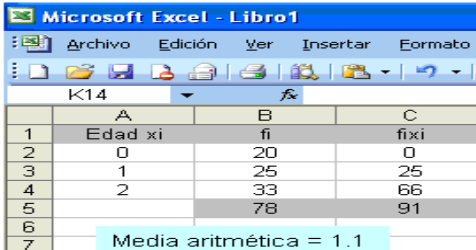
c) 

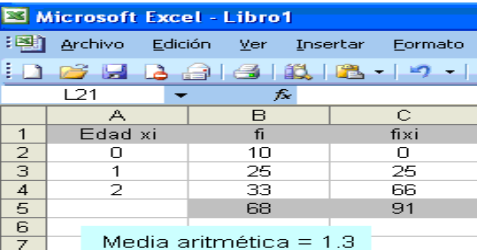
d) 

10. Tomando en cuenta los datos anteriores, ¿el valor de la media aritmética sería?

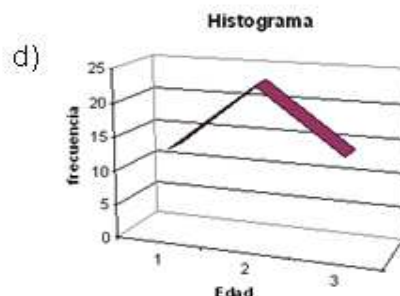
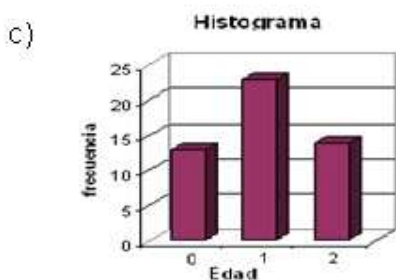
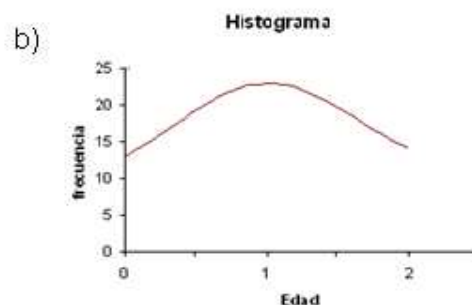
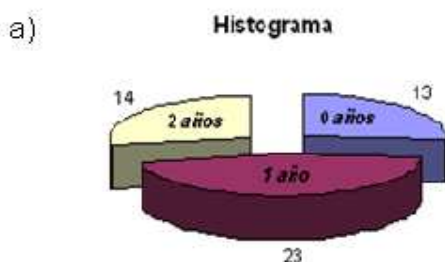
a) 

b) 

c) 

d) 

11. Representa un histograma de los datos originales tomados de la guardería, en la variable edad.



Se llevó a cabo un estudio con 50 personas fumadoras que están en un proceso de desintoxicación de un año y se requiere saber después de seis meses cuál ha sido el avance obtenido. Antes del tratamiento, cada uno de ellos fumaba un promedio de 40 cigarrillos (dos cajetillas de cigarros) diarios. La siguiente tabla muestra el número de cigarros que fuma cada uno después de seis meses de tratamiento. Cabe señalar, que los nombres de los fumadores son omitidos por guardar su identidad.

No.	Cigs.	No.	Cigs.	No.	Cigs.	No.	Cigs.	No.	Cigs.
1	36	11	2	21	8	31	7	41	4
2	21	12	4	22	31	32	5	42	6
3	15	13	36	23	24	33	23	43	12
4	26	14	33	24	5	34	20	44	21
5	23	15	20	25	15	35	10	45	20
6	18	16	9	26	10	36	10	46	4
7	8	17	12	27	23	37	15	47	6
8	6	18	16	28	21	38	4	48	10
9	8	19	30	29	18	39	5	49	2
10	10	20	12	30	20	40	8	50	4

Responde las siguientes preguntas:

12. Tomando en cuenta la variable *No. de cigarros*, el cálculo del rango corresponde a:

- a)  $40 - 13 = 27$       b)  $36 - 2 = 34$       c)  $36 - 10 = 26$       d)  $36 - 6 = 30$

13. Representan las fórmulas para calcular la mediana y la moda para datos agrupados.

<p>a)</p> $\text{Mediana} = L_1 + \left( \frac{\frac{N}{2} - (\sum f')}{f_{\text{mediana}}} \right) c$ $\text{moda} = L_1 + \left( \frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) c$	<p>b)</p> $\text{mediana} = \frac{\sum_{i=1}^n (m.c.) f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$ $\text{moda} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}$
<p>c)</p> $\text{mediana} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$ $\text{moda} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}$	<p>d)</p> $\text{mediana} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}$ $\text{moda} = L_1 + \left( \frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) c$

14. Si los datos del problema de los fumadores, son tomados como datos agrupados para su estudio, y son formados 5 intervalos de clase de acuerdo al rango, ¿cuál de los siguientes cuadros representa el buen manejo de los datos?

a)

Intervalos de Clase	L. Inf. de C.	L. Sup. de C	CONTEO	frecuencia fi
	2	8	xxxxxxxx	10
	9	15	xxxxxxxx	14
	16	22	xxxxxxxx	18
	23	29	xxxxx	5
	30	36	xxx	3
				50

b)

Intervalos de Clase	L. Inf. de C.	L. Sup. de C	CONTEO	frecuencia fi
	2	8	xxxxxxxxxxxxxxxx	18
	9	15	xxxxxxxxxxxxxxxx	18
	16	22	xxxxx	5
	23	29	xxxxx	5
	30	36	xxxx	4
				50

c)

Intervalos de Clase	L. Inf. de C.	L. Sup. de C.	CONTEO	frecuencia fi
	2	8	xxxxxxxxxxxxxxxx	18
	9	15	xxxxxxxx	12
	16	22	xxxxxxxx	10
	23	29	xxxxx	5
	30	36	xxxxx	5
				50

d)

Intervalos de Clase	L. Inf. de C.	L. Sup. de C	CONTEO	frecuencia fi
	2	8	xxxxxxxxxxxxxxxx	18
	9	15	xxxxxxxx	9
	16	22	xxxxxxxx	11
	23	29	xxxx	4
	30	36	xxxxx	5
				50

15. Representa el promedio de cigarrillos fumados después de 6 meses de tratamiento.

a)

Intervalos de Clase	A	B	C	D	E	F
2	8	CONTEO	frecuencia f	m. c.	f(m. c.)	
3	2	8	10	5	50	
4	9	15	14	12	168	
5	16	22	18	19	342	
6	23	29	5	26	130	
7	30	36	3	33	99	
8			50		785	
Promedio = 15.78 = 16						

b)

Intervalos de Clase	A	B	C	D	E	F
2	8	CONTEO	frecuencia f	m. c.	f(m. c.)	
3	2	8	16	5	80	
4	9	15	12	12	144	
5	16	22	11	19	209	
6	23	29	4	26	104	
7	30	36	5	33	165	
8			50		702	
Promedio = 14.24 = 14						

c)

Intervalos de Clase	A	B	C	D	E	F
2	8	CONTEO	frecuencia f	m. c.	f(m. c.)	
3	2	8	18	5	90	
4	9	15	18	12	216	
5	16	22	5	19	95	
6	23	29	5	26	130	
7	30	36	4	33	132	
8			50		653	
Promedio = 13.26 = 13						

d)

Intervalos de Clase	A	B	C	D	E	F
2	8	CONTEO	frecuencia f	m. c.	f(m. c.)	
3	2	8	10	5	50	
4	9	15	14	12	168	
5	16	22	18	19	342	
6	23	29	8	26	208	
7	30	36	0	33	0	
8			50		768	
Promedio = 15.36 = 15						

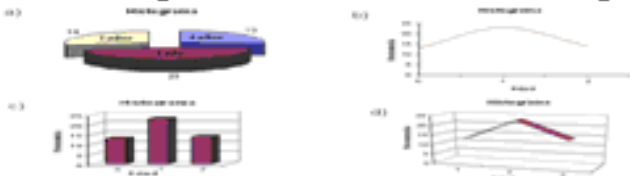
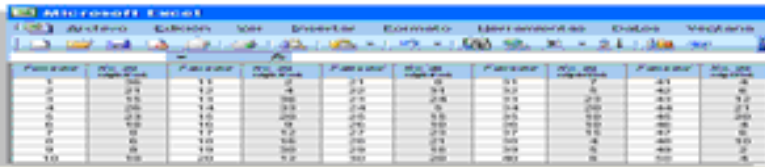

La taxonomía de los objetivos de Bloom y colaboradores (1964 y 1966), French (1957), Kearney (1953) y Ebel (1965) entre otros, han adoptado una clasificación general, construida sobre bases sólidas, que han favorecido la comunicación entre docentes y ayuda al intercambio de ideas y materiales de evaluación (Lafourcade, 1969).

“De modo similar a las taxonomías de plantas y animales, intenta como hipótesis de trabajo, ordenar por nivel de complejidad, las conductas promovidas en la escuela, partiendo desde las más simples a las más complejas, tratando de que el método propuesto sea una réplica de lo que ocurre en la realidad (aspecto que la diferencia del concepto común de clasificación)” (Lafourcade, 1969, p. 47). Los reactivos que componen el Pre-test 1ª parte, tuvieron la siguiente clasificación.



No.	N. Taxonómico	Reactivo	Pre-test																																																
1	<b>conocimiento</b>	¿Qué es la Estadística?	1ª parte																																																
2		El profesor de Estadística y Probabilidad I en el Colegio de Ciencias y Humanidades, Plantel Vallejo, se dio cuenta que el total de alumnos que le tocaron en el grupo, fue de 39 alumnos. El profesor quiso hacer un estudio sobre el peso y la altura de sus alumnos. El estudio en primera instancia lo practico con el total de sus alumnos. ¿El profesor practicó un estudio por?																																																	
3		Si se lleva a cabo un estudio sobre el tipo de sangre, ¿la variable es?																																																	
4	<b>aplicación</b>	Los siguientes datos representan el número de materias reprobadas de 20 alumnos, tomados al azar, del Colegio de Ciencias y Humanidades, Plantel Vallejo. <table border="1" data-bbox="996 619 1473 758"> <tbody> <tr><td>3</td><td>6</td><td>5</td><td>4</td></tr> <tr><td>8</td><td>3</td><td>7</td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td><td>3</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>3</td><td>6</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>8</td><td>1</td></tr> </tbody> </table> Utilizando Excel, el rango sería:		3	6	5	4	8	3	7	3	2	4	3	0	0	3	6	2	3	1	8	1																												
3		6		5	4																																														
8		3		7	3																																														
2	4	3		0																																															
0	3	6		2																																															
3	1	8		1																																															
5	Con los 20 datos anteriores, si se calcula el promedio de materias reprobadas, ¿el resultado sería?																																																		
6	¿El valor de la mediana para los datos de materias reprobadas, es:?																																																		
7	<b>conocimiento</b>	¿La Estadística para su estudio se divide en:?																																																	
8	<b>aplicación</b>	¿El valor de la moda, para los datos de materias reprobadas corresponde a?																																																	
9		Los siguientes datos fueron extraídos de una muestra de 50 niños de una guardería y representa la edad.  Si se acomodan en una tabla de distribución de frecuencia, bajo la variable edad, al calcular la frecuencia, la frecuencia relativa y la frecuencia acumulada. <table border="1" data-bbox="1400 1129 1774 1311"> <tbody> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	1	1	0	2	1	2	1	0	2	1	1	2	0	1	1	0	2	1	3	1	0	1	0	1	2	0	1	1	3	1	2	0	1	2	1	1	1	1	2	0	2	1	2	0	0	1	0	1	0
1	1	0	2	1																																															
2	1	0	2	1																																															
1	2	0	1	1																																															
0	2	1	3	1																																															
0	1	0	1	2																																															
0	1	1	3	1																																															
2	0	1	2	1																																															
1	1	1	2	0																																															
2	1	2	0	0																																															
1	0	1	0	0																																															

Clasificación de Bloom (continuación)

No.	N. Taxonómico	Reactivo	Pre-test
10	<b>aplicación</b>	Tomando en cuenta los datos del reactivo 9, ¿el valor de la media aritmética sería?	1ª parte
11	<b>conocimiento</b>	Representa un histograma de los datos tomados de la guardería. 	
12	<b>aplicación</b>	Se llevó a cabo un estudio con 50 personas fumadoras. ¿El rango es? 	
13		Si los datos del reactivo 12, son tomados como datos agrupados para su estudio, y son formados 5 intervalos de clase, de acuerdo al rango.	
14		Representa el promedio de cigarrillos fumados después de 6 meses de tratamiento	
15	<b>conocimiento</b>	Representan las fórmulas para calcular la mediana y la moda para datos agrupados. 	



## **Segunda Sesión (2 horas)**

### **Variable, población y muestra.**

Al finalizar la sesión el alumno:

- Adquirirá una primera noción de la Estadística y su utilidad.
- Comprenderá lo que es un problema planteado y si éste es posible solucionarlo por métodos estadísticos.
- Identificará las variables como atributos de interés de una población o muestra.
- Conocerá la importancia de trabajar con muestras tomadas de una población.
- Comprenderá que los datos constituyen los valores que puede tomar una variable.

Para lo cual se plantearon las siguientes estrategias:

- Iniciar la discusión con las ideas previas de los estudiantes, con ejemplos tomados de la vida real y donde sea posible despertar su interés y su creatividad.
- Presentación de problemas de situaciones reales que estén al alcance de los alumnos.

Por ejemplo, la mayoría de los estudiantes en el Colegio fuman y esto se tomo estratégicamente para plantearles un primer problema a los alumnos, buscado practicar dicho estudio donde ellos mismos sirvieran como población de estudio. El problema fue planteado de la siguiente manera:

#### ***El cigarro como un problema de salud.***

- Por medio de la lluvia de ideas, se buscó construir en forma grupal los conceptos de variable, población y muestra, solicitando a los alumnos ejemplos de poblaciones y muestras, abriendo con esto la discusión.

- Se discutió en forma grupal, el hecho de que la Estadística tiene como principal aplicación, inferir características de una población, señalando la secuencia del proceso estadístico.

La sesión comenzó con una plática introductoria que duró aproximadamente 30 minutos, donde se aclaró la importancia de la relación que se da en el proceso de enseñanza-aprendizaje, se insistió en mencionar que cuando las partes involucradas (profesor-alumnos) ponen lo suficiente de su parte, es muy probable que el proceso se lleve a cabo.

Se tuvo especial cuidado, en hacer conciencia en que el profesor y el alumno no son antagónicos. Se procuró ofrecer a los alumnos, la suficiente confianza para que tomaran sin falsos temores, una materia del área de matemáticas, que ya con anterioridad les causó problemas, ya que el profesor debe “crear y mantener un ambiente de confianza” (NCTM, 2000, p.3).

Se comentó sobre la manera en que se llevaría a cabo el curso y que en éste, se utilizaría la computadora y especial la Hoja Electrónica de Calculo, sin dejar de mencionar la existencia e importancia de otros software relacionado con el tema y el por qué se utilizaría EXCEL, sin dejar de indicarles los “alcances y limitaciones en el uso de las nuevas tecnología en el proceso de enseñanza-aprendizaje” (NCTM, 2000, p 26-27),

Posteriormente, se formaron grupos de trabajo de dos personas, y en forma grupal, se discutió sobre la importancia de entender bien un problema para poder llegar a su solución, ya que el profesor, “debe enseñar a sus alumnos a ser hábiles resolutotes de problemas” (NCTM, 2000, p. 3).

Se plantearon varios problemas y se logró llegar a la definición de los conceptos de población de estudio, de muestra y el de variable y su clasificación. En la discusión se manifestó un gran interés por la comprensión y análisis de problemas cotidianos que en la mayoría de las veces, pueden afectarlos a ellos mismos, recordando que según los (NCTM, 2000, p. 3) “el profesor debe hacer su clase atractiva y de calidad”.

Acto seguido, se planteó el problema del número de cigarros que fuman cada uno de ellos y grupalmente se discutió, si en realidad eso era un problema y que si éste, era posible estudiarlo utilizando la Estadística., lo que se logro.

Se comentó sobre las repercusiones negativas, en función de salud, que el cigarro puede ocasionarles a los fumadores y a los fumadores pasivos, que además representa un serio problema, donde muchos de ellos están inmersos y que afecta a los compañeros, hermanos y amigos que conviven con el fumador.

Grupalmente se consiguió visualizar cual era la población de estudio, y la forma en como se llevaría a cabo el estudio, es decir, como censo o como muestreo. Acto seguido se propuso un primer trabajo realizado en clase y éste consistió en que los alumnos ejecutaran una primera encuesta en presencia del profesor, con el fin de aclarar posibles dudas. Se tomó la decisión de recabar la información del mismo grupo.

Se encuestó al total de alumnos y resulto realmente sencillo ya que el número de alumnos fue relativamente pequeño. Quedó claro el concepto de población y muestra y la o las variables de estudio, las que fueron clasificadas y comprendidas (número de cigarros que fuma cada uno de ellos). La discusión duró alrededor de 30 minutos. Posteriormente se realizó la primera actividad en clase.

### **Actividad 1**

De la misma forma en como se recabó la información acerca del número de cigarros, obtener la información acerca de la estatura y el peso de cada uno de tus compañeros, incluyéndote a ti. Posteriormente, mete los datos de los fumadores en EXCEL. Se pidió que los datos obtenidos, se acomodaran en forma ascendente y con ello se obtuviera el rango (dato mayor menos dato menor). Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué tipo de estudio se esta llevando a cabo? \_\_\_\_\_
2. ¿Por qué? \_\_\_\_\_
3. ¿Cuáles son las variables? \_\_\_\_\_
4. ¿Qué tipo de variables son? \_\_\_\_\_

5. ¿Qué significa el rango? \_\_\_\_\_

Cabe destacar que aunque se obtuvieron otras variables, estas sirvieron para ser utilizadas en las actividades 2 y 3 en clase, además de que los alumnos tuvieron la oportunidad de manejar otras variables. A continuación, se desarrolló la actividad 2 en clase.

### **Actividad 2**

Ahora con los datos recabados, y tomando la misma población, obtén los datos sobre la estatura, siguiendo el mismo proceso que seguiste en la actividad 1.

Una vez finalizada la actividad 2, se pidió que con el mismo proceso se realizara la actividad 3.

### **Actividad 3**

Realiza con los mismos datos y tomando la misma población, lo que se realizó en la actividad 2 pero con la variable peso.

Posteriormente se les entregó el siguiente artículo, para trabajar con él como primera actividad fuera del aula.

---

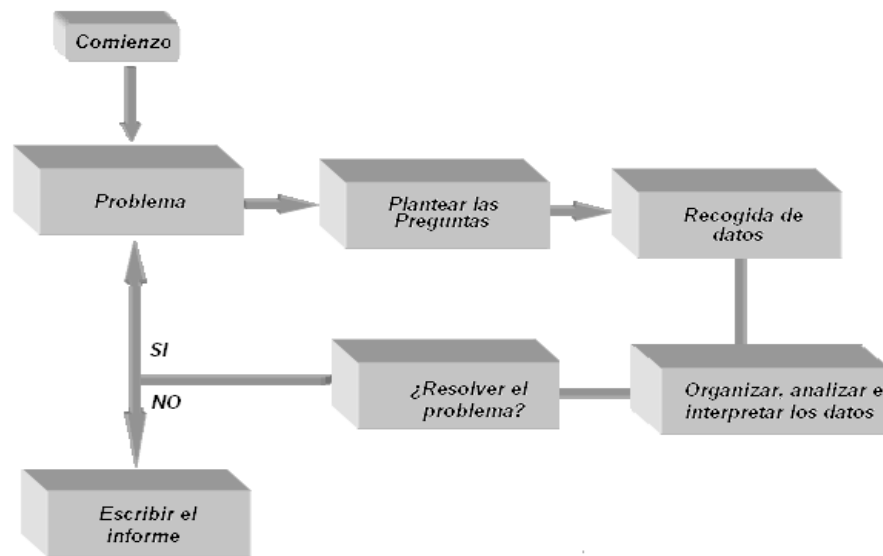
### **Actividad 1 fuera del aula**

Lee con cuidado el siguiente artículo y efectúa un resumen, comenta en la próxima clase, en lo que te parezca puede existir alguna duda.

La Estadística permite obtener información precisa de datos recabados para la solución de problemas. La solución de un problema por métodos estadísticos, requiere forzosamente de una buena planeación, es decir:

- Comprender bien el problema.
- Definir la o las variables de estudio.
- Recolectar los datos de acuerdo a la o las variables.
- Organizar los datos para poder ser analizados.
- Obtener conclusiones.

Batanero y Díaz en *El Papel de los Proyectos en la Enseñanza y Aprendizaje de la Estadística*, hacen mención del siguiente esquema para desarrollar un proyecto:



En todo proyecto de tipo estadístico, es necesario tener un buen comienzo para solucionar un problema, en tanto se inicie de manera correcta, los resultados que se puedan obtener, serán igualmente confiables. Los estudios de factibilidad que son utilizados en la toma de decisiones, son un ejemplo claro de esto.

“En su metodología de estudio, la estadística contempla diversos procesos o ciclos de investigación, es decir, ciclos formados por los cinco pasos siguientes:

1. La formulación de un problema.
2. El diseño de un plan.
3. La obtención de datos que ayuden a resolver el problema
4. El análisis de los datos
5. La obtención y formulación de conclusiones.”

(Sánchez, E., Inzunsa, S., y Ávila, R. 2009, p.5).

El planteamiento de un problema y su solución, requieren de una serie de pasos para poder llegar a su solución, Mackay y Oldford plantean un modelo PPDAC (Problema, Plan, Datos, Análisis, Conclusiones) en el siguiente ciclo de investigación:



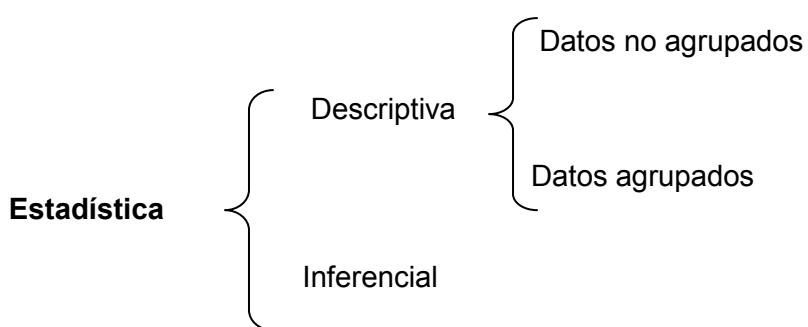
Preguntas que toda persona que desee solucionar un problema podría hacerse y que indudablemente el investigador estadístico debe tener en cuenta son:

¿Cuál es el problema que se debe resolver?	El problema por resolver debe ser bien comprendido para poder darle una buena solución.
¿Es posible solucionarlo de manera estadística?	Al presentarse un problema, se debe buscar la manera más adecuada de solucionarlo, no necesariamente todos los problemas serán resueltos de manera estadística y por lo tanto, debe buscarse el camino adecuado para llegar a su solución.
¿Cuál es la población de estudio que pueda proporcionar datos fehacientes para la solución no tendenciosa del problema?	Al ser bien comprendido el problema y encontrar la manera en que será solucionado, se debe recabar la información que puede ayudar a llegar a la solución.
¿Cuál o cuáles son las variables de estudio?	Definir bien la o las variables de estudio, ya que éstas, proporcionarán los datos adecuados para la solución del problema.
¿Cómo empezar?	Es indudable que se debe llevar a cabo un buen diseño de solución.

Por lo que es importante, además de conocer los métodos que se pueden aplicar en la solución de un problema, llevar a cabo un buen diseño de solución.

La Estadística para su estudio se divide en: Estadística Descriptiva, que se encarga de recabar, organizar y resumir la información disponible y Estadística Inferencial con la que se analiza e interpreta la información para sacar conclusiones acerca de un conjunto, por medio de la información obtenida de sólo una pequeña parte o muestra del conjunto total (Castillo, J. y Gómez J. 1998).

A su vez la Estadística descriptiva se subdivide en Estadística Descriptiva para datos no agrupados y para datos agrupados.



La parte de la Estadística que se está estudiando en esta unidad, es Estadística Descriptiva y por ende se debe recabar y organizar información de la población de estudio o bien de una muestra (un subconjunto de la población), asimismo, la variable o variables de estudio.

Se tiene que:

“La Estadística es la ciencia de la recopilación, clasificación, presentación e interpretación de datos” (Johnson, R. 1990, p.5).

“La Estadística no es elaborar grandes columnas de cifras o complicadas gráficas, sino ELABORAR PRINCIPIOS Y MÉTODOS PARA CONSTRUIR MODELOS TEÓRICOS QUE NOS PERMITAN DESCRIBIR, ANALIZAR E INTERPRETAR LOS PROCESOS ESTUDIADOS Y EN CONSECUENCIA TOMAR DECISIONES FRENTE A LA INCERTIDUMBRE” (Castillo, J. y Gómez J. 1998, p.2).

**Población o Universo**, es el conjunto total de objetos que son de interés para un problema dado (Batanaro, C. y Godino, J. 2001, p. 1-2)

**Población**. Es un conjunto o cúmulo de individuos u objetos cuyas propiedades se han analizar, la población tiene la característica de ser un conjunto universal.

**Muestra.** Una muestra es un subconjunto de la Población o una parte de la población (Johnson, R. 1990).

**Variable.** Una variable corresponde a una característica de interés de la población de estudio, es decir, una característica que tienen en común todos los elementos de un conjunto determinado.

Las variables se clasifican en:

**Variables categóricas.** Cuando sus valores no son numérico sino más bien categorías. Por ejemplo, el tipo de sangre del grupo 03 del PAE de Estadística y Probabilidad I. Cuando no existe orden en las categorías, como en el caso de la sangre, los tipos de sangre son O+, O-, A+, A-, etc., no importa si primero mencionamos A+, A- y después las demás. Las variables se llaman Categóricas Nominales. Cuando el orden es importante, por ejemplo, al evaluar a un profesor como: Muy Malo, Regular, Bueno, Muy bueno, Excelente., se llaman Categóricas Ordinales.

**Variable Numérica Discreta.** Cuando los posibles valores que toma la variable son finitos. Por ejemplo, el número de cigarrillos fumando (0, 1, 2, 3,...,20).

**Variable Numérica Continua.** Cuando toma valores infinitos. Por ejemplo, la estatura de un grupo de personas, si se toman los valores exactamente, es decir, 1,7553, 1.5634, etc.

Responde las siguientes preguntas:

En una empresa, el total de empleados es de 500, se les preguntó a todos, cuál es su ingreso económico en la empresa. Poniendo en práctica lo visto en la sesión 2 y lo leído, responde las siguientes preguntas.

- a) ¿El número total de trabajadores representa? \_\_\_\_\_
- b) Si se toman 100 empleados al azar de los 500 y se les hace la misma pregunta, ¿esto representa una? \_\_\_\_\_
- c) De acuerdo a la información que se proporciona de los 500 empleados, ¿cuál crees tú que sería el problema? \_\_\_\_\_
- d) ¿Cuál es la variable de estudio? \_\_\_\_\_
- e) ¿Qué tipo de variable es? \_\_\_\_\_

la actividad fue entregada con el nombre primera actividad fuera del aula y el nombre del alumno.



## ***Tercera Sesión (2 horas)***

### ***Recopilación y organización de datos***

En esta sesión el alumno:

- Valorará la importancia de la recopilación de datos en el proceso de una investigación.
- Organizará los datos recabados con Excel y obtendrá el rango.

Se tomaron como estrategias:

- Que con el planteamiento de problemas en donde en una primera instancia, ellos mismos sean la población o muestra de estudio, se discuta grupalmente, la manera en cómo y el por qué se recopilan los datos, para que los alumnos argumenten sobre la pertinencia de dicho proceso.
- Trabajar con datos cualitativos y cuantitativos para apreciar las diferencias que existen en la construcción de las tablas, precisando el significado de los elementos que las conforman.
- Que con el planteamiento de varios problemas, el alumno comprenda que la solución de un problema, requiere haberlo comprendido bien, así como, una buena planeación y una serie de pasos bien diseñados que nos lleve a la solución.

Se comenzó por plantearles el siguiente problema:

Se desea saber cual el número de materias reprobadas de alumnos de quinto semestre del Colegio de Ciencias y Humanidades, plantel Vallejo, la carrera que eligieron y la cantidad de dinero que tienen en el momento en que se esta levantando la información.

Se incitó a la discusión en el siguiente tenor, ¿esto sería un problema? ¿cuál sería tu manera de solucionarlo? ¿Crees que es conveniente hacer un plan para resolverlo? ¿Cuál sería tu plan? ¿Es conveniente preguntarles a todos los alumnos con esta característica o solamente a unos cuantos? ¿Creen ustedes que a los compañeros que se les pregunte darán respuestas correctas? y si con ello

¿se podría llegar a una solución confiable del problema? Después de la discusión que duró al alrededor de 30 minutos, se pidió realizaran la actividad 4.

#### **Actividad 4**

En equipos de dos personas, salgan del salón y pregunten a un total de 50 alumnos al azar, de quinto semestre, el número de materias reprobadas, la carrera que escogieron y la cantidad de dinero que traigan en ese momento. Cuando terminen, regresan al salón y en Excel, recaben la información, clasifiquen cada una de las variables de estudio, organicen la información obtenida, en donde sea posible, pónganlo en forma ascendente y calculen el rango. Tengan en cuenta que tienen 30 minutos para obtener la información y tienen el resto de la clase para terminar la actividad. Cuando terminen su actividad, la guardan en Excel y le ponen a la hoja el nombre de Actividad 4 dentro del aula, la guardan en su memoria. Para recabar la información se les proporcionó el siguiente cuadro:

No.	Nombre	No. de materias reprobadas	carrera	Cantidad de dinero
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
.				
.				
.				
50				

Antes de finalizar la sesión se dejó la siguiente actividad:

-----

## **Actividad 2 fuera del aula**

En Word, hacer un cuadro semejante al anterior, donde se pueda obtener información de 100 fumadores. Se les preguntará el número de cigarros fumados por día. Posteriormente, se capturaran en Excel los datos y se organizaran de manera ascendente. Se calculará el rango y se clasificará la variable. A continuación, responde las siguientes preguntas:

1. ¿Los 100 fumadores encuestados representa una población o una muestra?

---

2. ¿El estudio se llevó a cabo como censo o como muestreo?

---

3. ¿Qué tipo de variable es, por la que se preguntó?

---

4. ¿Qué problemas encontraste para realizar tu actividad?

---

5. ¿Crees que lo que realizaste es un problema? Si tu respuesta es sí, ¿es posible solucionarlo con métodos estadísticos?

---

Se entregará la próxima clase con el nombre de Actividad 2 fuera del aula y su nombre.

## **Cuarta Sesión**

### ***Tablas de distribución de frecuencia (frecuencia $f$ , frecuencia relativa $fr$ y frecuencia acumulada $fa$ )***

En esta sesión el alumno:

- Construirá tablas de distribución de frecuencia para representar el comportamiento de variables cualitativas y cuantitativas.

- Entenderá el por qué construir intervalos de clase y la forma en cómo construirlos.
- Interpretará el comportamiento de un conjunto de datos, calculando la frecuencia, frecuencia acumulada y la frecuencia relativa.

Se siguen las siguientes estrategias:

- Plantear problemas en los que el alumno pueda construir e interpretar una tabla de distribución de frecuencias.
- Tomar los problemas planteados en las actividades que se realizaron en las sesiones anteriores y calcular la frecuencia, la frecuencia relativa y la frecuencia acumulada.

La sesión inició, pidiéndoles a los alumnos, los resultados de su actividad 2 realizada fuera del aula y que consistió en la recopilación de los datos que representan el número de cigarrillos fumados por día a 100 personas fumadoras.

A continuación, en forma grupal se discutió sobre la diferencia entre datos agrupados y datos no agrupados. Se aclararon los conceptos de frecuencia  $f_i$ , frecuencia relativa  $fr$  y frecuencia acumulada  $fa$ . La discusión duró aproximadamente 30 minutos. Posteriormente, se les proporcionó un pequeño artículo relacionado con estadística descriptiva para datos no agrupado y se les pidió llevaran a cabo la actividad 5.

### **Actividad 5**

En equipos de tres personas, lean con cuidado el siguiente artículo y comenten entre ustedes sus propias dudas.

Recuerden que se pueden hacer estudios estadísticos para datos no agrupados, es decir con pocos o muy pocos datos, por ejemplo:

Un niño de quinto año de educación primaria, en la materia de matemáticas, durante su año escolar, realizó 6 exámenes. El papá del niño quiso saber, ¿cuáles fueron sus calificaciones? y ¿cuál fue su promedio? Para lo cual, la profesora del niño le entregó al papá los seis exámenes. El papá para contestarse el mismo sus

preguntas, se dio cuenta que la variable de estudio correspondía a la calificación obtenida por su hijo en cada examen y decidió acomodar la información de los exámenes de la siguiente manera:

	A	B
1	No. Examen	Calificación
2	1	5
3	2	7
4	3	8
5	4	8
6	5	5
7	6	7
8		40

y el promedio de su hijo, lo obtuvo sumando todas las calificaciones y dividiéndolas entre el número de calificaciones, es decir:

$$Pr omedio = \frac{5 + 7 + 8 + 8 + 5 + 7}{6} = \frac{40}{6} = 6.6$$

O bien, al utilizar la Hoja Electrónica de Cálculo, se tendría:

	A	B
1	<i>Datos</i>	<i>Calificación</i>
2	x <sub>1</sub>	5
3	x <sub>2</sub>	7
4	x <sub>3</sub>	8
5	x <sub>4</sub>	8
6	x <sub>5</sub>	5
7	x <sub>6</sub>	7
8		40

Promedio = 6.66

## Actividad 6

Los siguientes datos representan el tiempo en minutos, que les toma el transportarse desde su casa al Colegio a 50 estudiantes del CCH.

80	50	30	75	45	35	60	60	55	30
35	75	55	75	60	35	30	70	45	35
75	30	55	60	120	45	45	75	45	60
45	60	60	60	40	65	45	60	60	90
55	60	60	70	70	80	80	90	45	120

1. ¿cuál es la variable que se esta estudiando en este ejercicio?  
\_\_\_\_\_
2. ¿Qué tipo de variable es? \_\_\_\_\_
3. ¿Cuál es el dato que más veces se repite? \_\_\_\_\_
4. ¿Cuáles serían las frecuencias de 60, 75 y 45 \_\_\_\_\_
5. ¿En qué consiste el rango? \_\_\_\_\_
6. ¿Cuál es el valor del rango? \_\_\_\_\_
7. ¿Convendría hacer una tabla de distribución de frecuencia para datos agrupados? \_\_\_\_\_

## Actividad 7

Tomando el grupo como población y la variable tipo de sangre, recaba la información, posteriormente contesta las siguientes preguntas.

1. Dé qué tipo de variable se trata \_\_\_\_\_
2. ¿En este caso existe el rango? \_\_\_\_\_
3. Mete los datos en Excel y realiza una tabla de distribución de frecuencia
4. Calcula las frecuencias relativa y acumulada.

Después, se planteó y se discutió lo siguiente:

En ocasiones, se quiere ordenar una gran cantidad de datos, sobre una determinada variable, recuérdese que en este caso, los datos se pueden trabajar en dos formas:

- a) cuando el rango es pequeño y se ordenan en forma puntual
- b) cuando el rango es grande o muy grande y se requiere necesariamente de una forma más manejable, esto es a través de una tabla de distribución de frecuencia, en donde se pueden formar intervalos de clase.

### ***Actividad 8***

Con los datos recabados para los 100 fumadores de la actividad 2 fuera del aula, has una distribución de frecuencia con 6 intervalos de clase, calcular la frecuencia, la frecuencia relativa y la frecuencia acumulada. Mételo en Excel y a la hoja ponle el nombre de Actividad 9 dentro del aula. Antes de finalizar la sesión, se dejó la siguiente Actividad para realizar fuera del aula.

---

### ***Actividad 3 fuera del aula.***

Lee con cuidado el siguiente artículo y realiza un resumen, anota todas las posibles dudas que te puedan surgir.

“Cuando se comienza a analizar una nueva variable estamos interesados en saber los valores que puede tomar, el número total de datos y cuantas veces aparecen los diferentes valores” (Batanero, C. y Godino, J., 2001, p. 2-1). Ya en la Actividad 1 fuera del aula, se estudiaron las variables estadísticas de tipo categórico y éstas pueden ser medidas con una escala nominal y se mencionó que son características de una población o de una muestra, por ejemplo, se preguntó a un grupo de 500 personas, mayores de 30 años, su estado civil y resultó que, 434 eran casadas y sólo 66 solteras. Para poder operar con la característica (estado civil) se representa con la variable X, que tiene dos modalidades (casados o solteros), el número de personas que cumplen con cada modalidad es llamado frecuencia.

Estado civil de personas mayores de 30 años	No. de personas (frecuencia)
Casado	435
Soltero	65

Así mismo, al trabajar con datos agrupados, la variable puede ser tratada puntualmente, cuando el rango de los datos es muy pequeño o por medio de intervalos de clase, cuando el rango es grande o muy grande, en ambos caso el número de datos puede ser grande o muy grande.

Por ejemplo:

**Rango = 5**

**Problema:**

*Se desea saber la cantidad de alumnos por edades de educación primaria formal*

**Variable: Edad**

**Tomada puntualmente**

Edad	frecuencia
7	
8	
9	
10	
11	
12	

**Rango = 110**

**Problema:**

*Se desea saber el número de habitantes por grupo de edad de México*

**Variable: Edad**

**Tomada por Intervalos de clase**

Edad	frecuencia
0 - 10	
11 - 20	
21 - 30	
31 - 40	
41 - 50	
51 - 60	
61 - 70	
71 - 80	
81 - 90	
91 - 100	
101 - 110	

La edad de los niños de escuelas primarias oficiales del Distrito Federal, es de 7 a 12 años, el rango es igual a  $12 - 7 = 5$  que aun cuando el número niños de primaria en el México es muy grande, el número de valores que puede tomar esta variable es pequeño (7, 8, 9, 10, 11, 12), por lo que no es conveniente elaborar intervalos de clase y se toma punto por punto.

Por otro lado, si se quisiera hacer un estudio sobre la edad de todos los mexicanos, los valores que pude tomar esta variable, son de 0,1,2,...110. Ya que se han encontrado persona que ha llegado a vivir hasta 110 años. La población mexicana consta de 106 millones de mexicanos y si se elaborara una tabla como la anterior, ésta sería de 111 renglones (0, 1, 2, 3,...,110), lo que no es muy manejable. Es por tal motivo que se opta por hacer intervalos de clase. “Un modo



de organizar los datos para visualizarlos más fácil y rápidamente es agrupando los que tengan el mismo valor e indicando cuántas veces se repite cada uno de ellos, es decir, indicando la frecuencia de su repetición” (Castillo, J. y Gómez, J., 1999, p. 18). Asimismo, con ésta es posible calcular la frecuencia relativa.

$$fr = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

y la frecuencia acumulada.

$$\begin{aligned} fa_1 &= f_1 \\ fa_2 &= f_1 + f_2 \\ fa_3 &= f_1 + f_2 + f_3 \end{aligned}$$

⋮

$$fa_n = f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n$$

Para la construcción de una distribución de frecuencia, con intervalos de clase, se deben tomar en cuenta algunas recomendaciones:

- No se deben hacer intervalos si el rango de la variable es pequeño o muy pequeño.
- El número de intervalos de la distribución, es recomendable que se encuentre entre 5 y 20 intervalos.
- Tener en cuenta si los datos son números enteros o decimales y si son decimales, cuántos decimales tienen.
- Hacer intervalos donde no sea posible que un dato pueda ser incluido en dos diferentes intervalos.

Las técnicas para realizar una distribución de frecuencia y la formación de intervalos de clase, van desde una manera informal hasta una forma más elaborada. “Algunos autores piensan que la construcción de una distribución de frecuencia depende del número de datos y se basan en fórmulas para determinar el número de intervalos que debe de incluir” (Guía para el profesor, (1998),

Estadística y Probabilidad I, Colegio de Ciencias y Humanidades, Rubro 2, p. 21) y calculan los intervalos de la siguiente manera:

Siendo:  
**n** = número de datos  
se calcula:  
**K** = número de intervalos que se desean formar  
$$K = 1.1 + 3.322 \log (n)$$
posteriormente se calcula:  
**A** = apertura de los intervalos  
$$A = \frac{Rango}{K}$$

Sin embargo, la formación de intervalos en este trabajo y la que fue mostrada a los alumnos es la siguiente:

- 1) Se recaban los datos y se ordenan de manera ascendente.
- 2) Se calcula el rango = dato mayor – dato menor.
- 3) Se divide el rango entre el número de intervalos que se quieren formar.
- 4) Se debe elegir un valor inicial, el que debe ser igual o menor que el valor mínimo de los datos.
- 5) Cada intervalo de clase debe tener la misma amplitud.
- 6) Los intervalos de clase deben establecerse de manera que no se traslapen (que sean ajenas) y por tanto, cada dato debe pertenecer exclusivamente a un intervalo de clase.
- 7) Es conveniente que se establezcan entre 5 y 12 intervalos de clase.

Al seguir los pasos antes mencionados en el problema del tiempo.

- 1) Se ordenan los datos de manera ascendente.

	A	B	C	D
1	30			
2	30			
3	30			
4	30			
5	35			
6	35			
7	35			
8	35			
9	40			
10	45			
11	45			
12	45			
13	45			
14	45			
15	45			
43	-			
44	-			
45	-			
46	80			
47	90			
48	90			
49	120			
50	120			

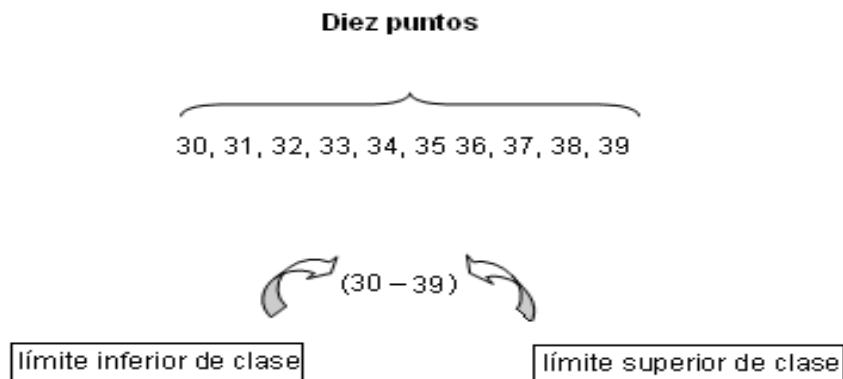
2) Se calcula el rango

$$\begin{aligned} \text{Rango} &= \text{dato mayor} - \text{dato menor} \\ &= 120 - 30 \\ &= 90 \end{aligned}$$

3) Si se supone que se desea construir una distribución de frecuencia con 10 intervalos de clase, entonces:

$$\frac{\text{Rango}}{10} = \frac{90}{10} = 9 + 1 = 10$$

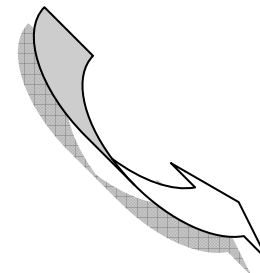
Esto quiere decir, que los intervalos deben ser abiertos en 10 puntos enteros, que representan minutos. Es decir, el primer intervalo sería:



así los intervalos de clase quedarían conformados como:

<b>No. de Intervalos</b>	<b>Puntos que corresponden a cada intervalo de clase</b>	<b>Inf. de clase</b>
1	30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39	(30 - 39)
2	40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49	(40 - 49)
3	50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59	(50 - 59)
4	60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69	(60 - 69)
5	70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79	(70 - 79)
6	80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89	(80 - 89)
7	90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99	(90 - 99)
8	100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109	(100 - 109)
9	110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119	(110 - 119)
10	120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129	(120 - 129)

de tal manera que al utilizar Excel, quedaría como:



Microsoft Excel - Libro1

Archivo Edición Ver Inse

G26 fx

	A	B
1	Intervalos de clase	
2	L. inf. de C.	L. sup. de C.
3	30	39
4	40	49
5	50	59
6	60	69
7	70	79
8	80	89
9	90	99
10	100	109
11	110	119
12	120	129

En muchas ocasiones, los datos que se recaban para la solución de un problema, no son enteros, por ejemplo, los siguientes datos, representan un muestra de 50 personas varones del norte de México.

1.62	1.49	1.54	1.49	1.91	1.80	1.70	1.73	1.70	1.60
1.80	1.82	1.68	1.87	1.81	1.53	1.85	1.80	1.78	1.65
1.92	1.63	1.69	1.58	1.72	1.59	1.59	1.62	1.50	1.71
1.56	1.66	1.68	1.69	1.70	1.60	1.64	1.67	1.87	1.59
1.58	1.73	1.79	1.79	1.75	1.63	1.73	1.50	1.80	1.80

el proceso de trabajo es el mismo, es decir, se recaban los datos, se ordenan de forma ascendente y se calcula el rango.

$$\begin{aligned} \text{Rango} &= \text{dato mayor} - \text{dato menor} \\ &= 1.92 - 1.49 \\ &= .43 \end{aligned}$$

Esta medida al ser dividida entre el número de intervalos que se deseen formar, proporciona sólo un criterio de apertura de intervalos, lo que significa que, la mayoría de las veces no es exacta, por lo que se tendrá que ajustar. Supóngase que se quieren formar cinco intervalos.

$$\begin{aligned} \text{Apertura} &= \frac{\text{Rango}}{\text{No.deIntervalos}} \\ &= \frac{.43}{5} \\ &= .09 \end{aligned}$$

es decir, los intervalos deben abrirse en nueve puntos de centésimas, siendo los puntos del primer intervalo (1.49, 1.50, 1.51, 1.52, 1.53, 1.54, 1.55, 1.56, 1.57). Si al formar los intervalos, los datos no entraran totalmente en ellos, se puede tomar la decisión de abrir en .10, sin embargo, en este caso los datos entran totalmente. Para llevar una buena contabilidad de los datos se recomienda meter cada uno en el intervalo correspondiente con una marca, que puede ser una cruz, una palomita, un palito o alguna señal que muestre que el dato ha sido contabilizado, a este proceso se le conoce como “conteo”.

Intervalos de clase	Conteo	Frecuencia fi
1.49 – 1.57	xxxxxxx	7
1.58 – 1.66	xxxxxxxxxxxxxxx	14
1.67 – 1.75	xxxxxxxxxxxxxxx	14
1.76 – 1.84	xxxxxxxxxxxxx	11
1.85 – 1.93	xxxx	4

Se puede obtener del cuadro anterior las frecuencias acumuladas  $f_a$  y la frecuencia relativa  $f_r$ :

$$f_{r1} = \frac{f_1}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{7}{50} = 0.14; \quad f_{r2} = \frac{f_2}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{14}{50} = 0.28; \quad \dots; \quad f_{r5} = \frac{f_5}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{5}{50} = 0.08$$

al utilizar Excel

	A	B	C	D	E	F
1	Intervalos de clase					
2	L. inf. de clase	L. sup. de clase	conteo	frecuencia fi	frecuencia acumulada fa	frec. relativa fr
3	1.49	1.57	xxxxxxx	7	7	0.14
4	1.58	1.66	xxxxxxxxxxxxxxx	14	21	0.28
5	1.67	1.75	xxxxxxxxxxxxxxx	14	35	0.28
6	1.76	1.84	xxxxxxxxxxxxx	11	46	0.22
7	1.85	1.93	xxxx	4	50	0.08

Entregarlo la próxima clase con el nombre de actividad 3 fuera del aula.

### Quinta Sesión (2 horas)

Representación Gráfica (histograma, polígono de frecuencia, etc.).

Al terminar la sesión, el alumno:

- Conocerá y construirá los diferentes tipos de gráficas (histogramas, polígonos de frecuencia y gráficas circulares).
- Interpretará los diferentes gráficos para describir el comportamiento de un conjunto de datos.

Para lo cual se diseñaron las siguientes estrategias:

- Trabajaré con datos cualitativos y cuantitativos para apreciar las diferencias que existen en la construcción de gráficas (Histogramas, polígonos de frecuencia y gráficas circulares).
- Utilizando ejercicios construidos con anterioridad, obtener las diferentes gráficas.
- Utilizar la hoja electrónica de cálculo para construir los diferentes tipos de gráficas.

La sesión comenzó comentando sobre la importancia de la construcción de gráficas y los diferentes tipos que existen, se propició a la discusión.

Posteriormente, se mencionó a los alumnos que la recopilación de datos, su organización y el cálculo de las diferentes frecuencias, pueden ser representadas de forma diferente. Una manera de “mostrar la misma información, pero en forma visualmente más resumida, es por medio de una gráfica denominada HISTOGRAMA o de otra llamada POLÍGONO DE FRECUENCIA” (Castillo, J. y Gómez, J., 1998, p. 19).

“Existen varios tipos gráficas para describir datos. El método que se utilice estará determinado por el tipo de datos y lo que se quiere encontrar” (Johnson, R., 1990, p. 29).

Posteriormente en forma grupal y con el uso del cañón, se abordó el siguiente problema. La Secretaría de Planeación de la Dirección General del Colegio de Ciencias y Humanidades, proporcionó para el año 2006 información sobre los alumnos que ingresaron al Colegio en ese año, en lo que respecta a su edad, el género y el promedio que obtuvieron en su educación media. El total de alumnos que ingresaron fue de 18 mil y los datos se representan en la siguiente tabla:

<b>Edad (años)</b>	<b>Cantidad (%)</b>
14 o menos	27
15	54
16 o más	19

La forma de hacer una grafica en Excel, es muy sencilla y proporciona una gran gama de oportunidades. Un histograma consiste en una serie de rectángulos que tienen sus bases sobre el eje "x" y de tamaño igual a los intervalos de clase y altura igual a la frecuencia. Al hacer por pasos un histograma utilizando EXCEL, se tiene:




1. Se recaban los datos en la hoja electrónica de cálculo.

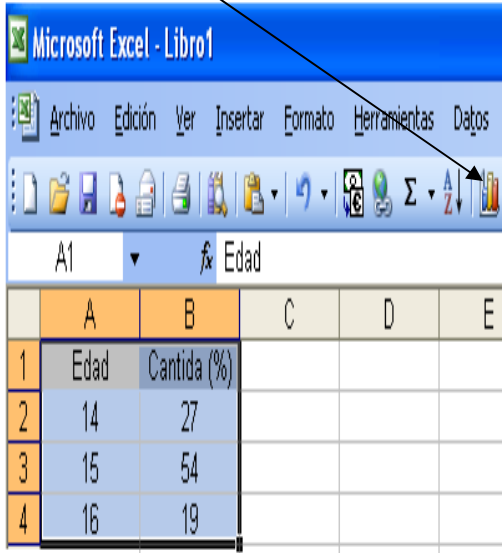
2. Se seleccionan los datos o se ponen en negritas


	A	B
1	Edad	Cantida (%)
2	14	27
3	15	54
4	16	19

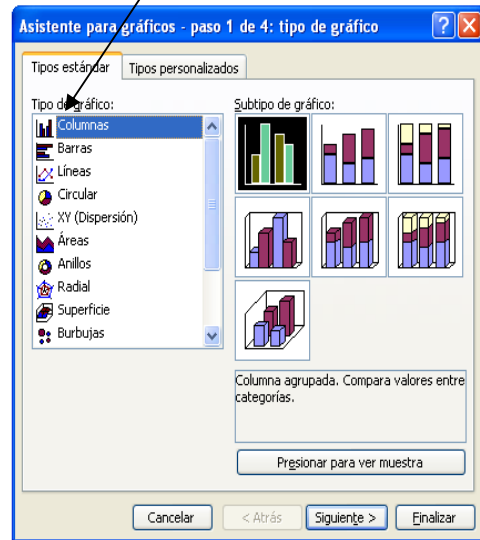
	A	B
1	Edad	Cantida (%)
2	14	27
3	15	54
4	16	19



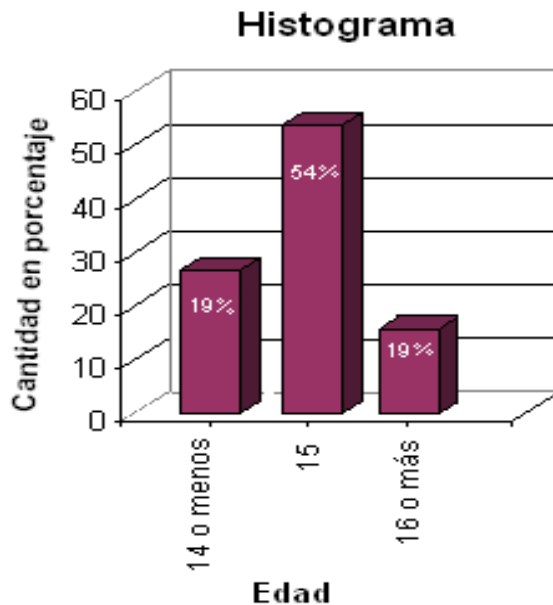
3. En la barra estándar, se selecciona el ícono  y se da un clic.




4. Aparecerá el siguiente cuadro de diálogo, donde se selecciona el de columnas  Columnas.

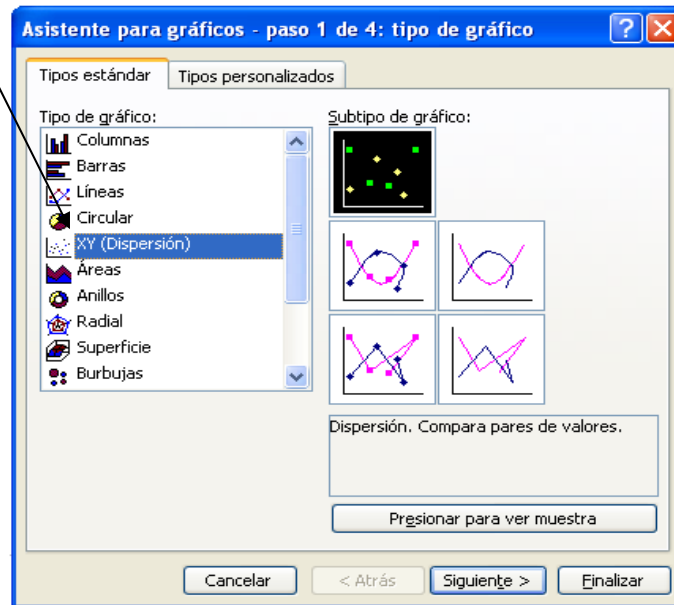


El histograma que representa los datos de la edad, es el siguiente.

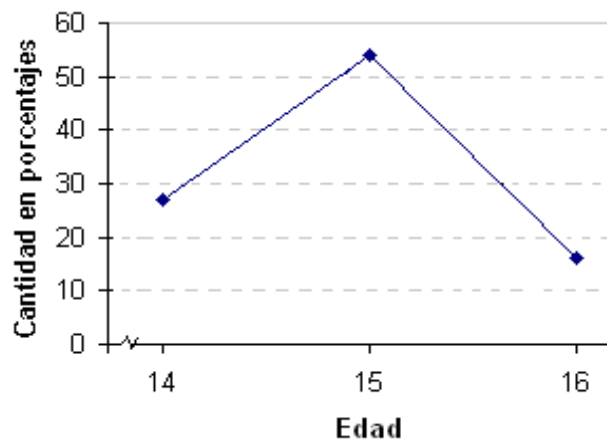


Un polígono de frecuencia, es un gráfico de línea que es trazado sobre los puntos que se obtienen, entre la marca de clase y la frecuencia (mc., fi), todos ellos unidos por medio de una línea. Los pasos para realizar un polígono

de frecuencia, son los mismos hasta el paso 3 que se siguieron para la construcción de un histograma, sin embargo, para el paso 4 se selecciona la opción  XY (Dispersión).



El polígono así formado es el siguiente:



Un gráfico muy versátil, es el circular o de pastel, ya que además de ser muy atractivo, es muy representativo. Para su construcción se requiere hacer proporción, entre el valor de la suma de todas las frecuencias con los 360 grados de una circunferencia, es decir:

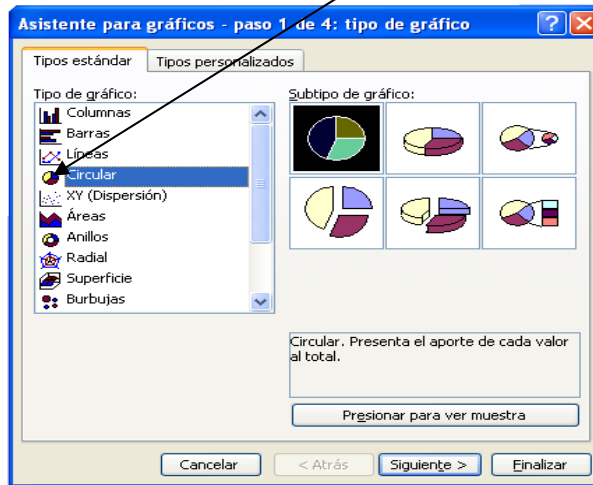
Suma de frecuencias : 360 grados :: cantidad iésima es a “x”

la fórmula utilizada en EXCEL es  $f_x = (B2*360)/B5$  .

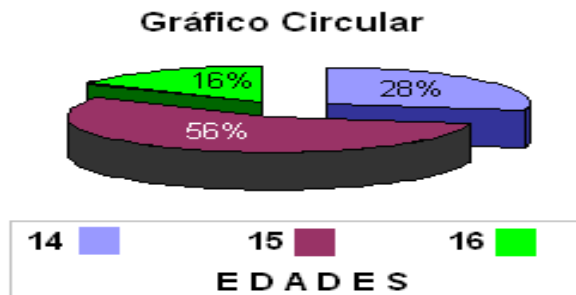
	A	B	C
1	Edad (años)	Cantidad %	Equivalencia en grados
2	14	27	$=(B2*360)/B5$
3	15	54	
4	16	19	
5		100	

	A	B	C
1	Edad (años)	Cantidad %	Equivalencia en grados
2	14	27	97.2
3	15	54	194.4
4	16	19	68.4
5		100	360

Posteriormente, se siguen los pasos 1,2 y 3 que se siguieron en la construcción de un histograma, pero ahora se elige la opción **Circular**.



La gráfica circular así formada es la siguiente:



Posteriormente se pidió la siguiente actividad, en lo que se refiere al género, en los datos que se tienen, el 47% representan mujeres y el 58% de hombres.

### ***Actividad 9***

De igual forma, efectúa el histograma, el polígono de frecuencia y la gráfica circular con respecto al género, utiliza Excel para realizar la actividad y a la hoja ponle el nombre de Actividad 9.

En lo que toca al promedio obtenido en su educación media (secundaria), los datos agrupados fueron: de 5.0 a 5.9, el 41%; de 6.0 a 10 el 59%.

### ***Actividad 10***

Realiza los tres tipos de gráficos para el promedio, como en la actividad 9, hazlo en Excel y ponle a la hoja el nombre de actividad 10. Antes de finalizar la sesión, se les pidió realizaran en casa la actividad 4 fuera del aula.

---

### ***Actividad 4 fuera del aula***

Lee con cuidado el siguiente artículo y realiza un resumen.

Hasta aquí hemos aprendido a construir tablas para recabar y ordenar datos, hemos comprendido y calculado, la frecuencia, la frecuencia relativa y la frecuencia acumulada, lo que se conoce como distribución de frecuencia, con lo cual, se pueden elaborar representaciones gráficas, que son una forma sencilla y muy atractiva (cuando se ha entendido bien), de visualizar el comportamiento de los datos.

La forma de hacer gráficos estadístico, es muy variada y puede tener diferentes interpretaciones, muchas de ellas, personalizadas por el investigador, sin embargo, la gran mayoría de ellas tienen una especial relación con los

tres tipos mencionados (histograma, polígono de frecuencia y gráfica circular). Por ejemplo, el siguiente cuadro muestra, la población de los once países más poblados del mundo.

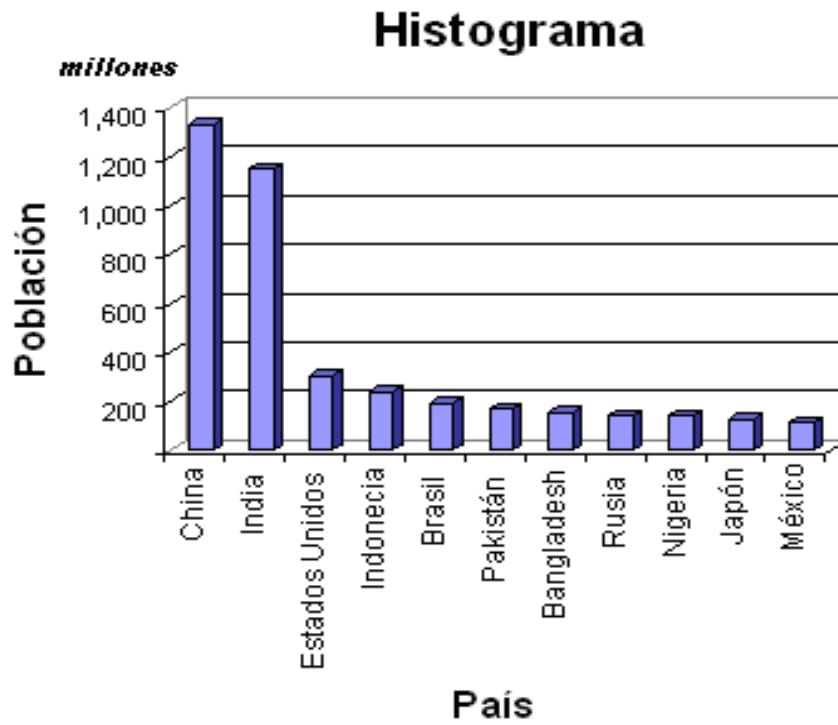
### LOS ONCE PAÍSES MÁS POBLADOS DEL MUNDO

País	Cantidad (millones)	
China	1,330	*****
India	1,147	*****
U.S.A.	303	*****
Indonesia	237	*****
Brasil	191	*****
Palestina	167	*****
Bangladesh	153	*****
Rusia	140	*****
Nigeria	138	*****
Japón	127	*****
México	109	*****

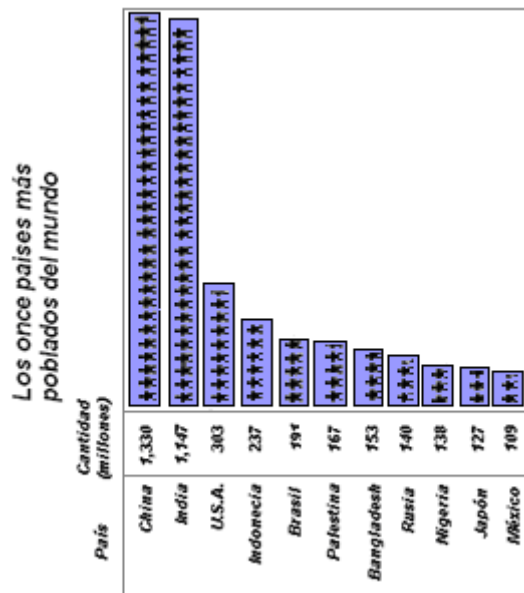
En este caso, se utilizan muñequitos para representar la población (frecuencia), no obstante, este esquema es una derivación de un histograma, es decir, si se toman los datos de los once países más poblados del mundo con Excel.

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with a table containing the following data:

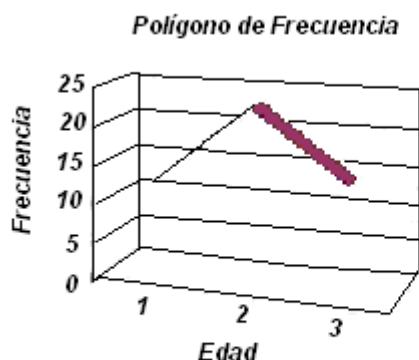
	A	B
1	<b>País</b>	<b>Población</b>
2	<b>China</b>	<b>1,330</b>
3	<b>India</b>	<b>1,147</b>
4	<b>Estados Unidos</b>	<b>303</b>
5	<b>Indonesia</b>	<b>237</b>
6	<b>Brasil</b>	<b>191</b>
7	<b>Pakistán</b>	<b>167</b>
8	<b>Bangladesh</b>	<b>153</b>
9	<b>Rusia</b>	<b>140</b>
10	<b>Nigeria</b>	<b>138</b>
11	<b>Japón</b>	<b>127</b>
12	<b>México</b>	<b>109</b>



de tal manera que, si el cuadro hecho con muñequitos de la página 94, se gira 90 grados, se tiene:



que es una forma diferente de ver un histograma. Asimismo, otra manera de visualizar un polígono de frecuencia, es la siguiente:

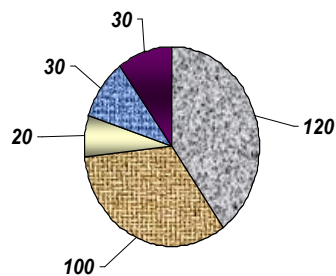


*Datos tomados del ejercicio 6 del Examen diagnóstico (pre-test) primera parte*

Algunas formas diferentes de las graficas circulares. Por ejemplo.

Se preguntó a 300 personas tomadas al azar, cuál era el tipo de película de su preferencia. La encuesta arrojó los siguientes resultados

No. de personas	Tipo de película
120	acción
100	comedia
30	terror
20	amor
30	no contestaron



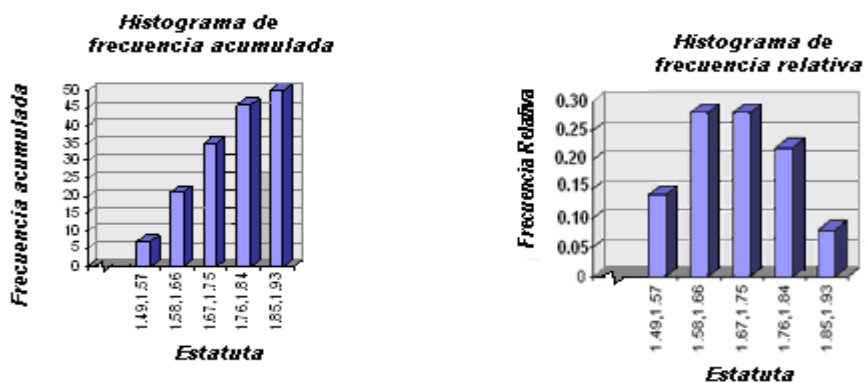
Otro ejemplo del uso de la gráfica circular, lo proporciona el porcentaje de asistencia de los profesores en el Colegio de Ciencias y Humanidades, Plantel Vallejo, tomado en febrero de 1998.



de igual forma, el porcentaje de inasistencia por área en el Colegio fue de:

Las gráficas son representaciones de los resultados que se muestran en una tabla estadística. Pueden ser de diferentes tipos, sin embargo, todas cumplen un propósito bien específico.

Es posible también llevar a cabo algunos gráficos sobre las frecuencias acumuladas y relativas. Por ejemplo si se toman los datos del cuadro de la página 84, se pueden obtener los histogramas de frecuencia acumulada y de frecuencia relativa.



Así como, los polígonos de frecuencia, de frecuencia relativa y frecuencia acumulada, para lo cual, se deben encontrar las marcas de clase  $X_i$ . La marca de clase será entonces el resultado de la suma de los límites inferior de clase y superior de clase divididas entre dos.

**límites inferiores de clase**

**límites superiores de clase**

	A	B
1	Intervalos de clase	
2	L. inf. de clase	L. sup. de clase
3	1.49	1.57
4	1.58	1.66
5	1.67	1.75
6	1.76	1.84
7	1.85	1.93



que son calculadas como:

$$m.c._1 = \frac{1.49 + 1.57}{2} = 1.53$$

$$m.c._2 = \frac{1.58 + 1.66}{2} = 1.62$$

$$m.c._3 = \frac{1.67 + 1.75}{2} = 1.71$$

$$m.c._4 = \frac{1.76 + 1.84}{2} = 1.80$$

$$m.c._5 = \frac{1.85 + 1.93}{2} = 1.89$$

y que al utilizar Excel

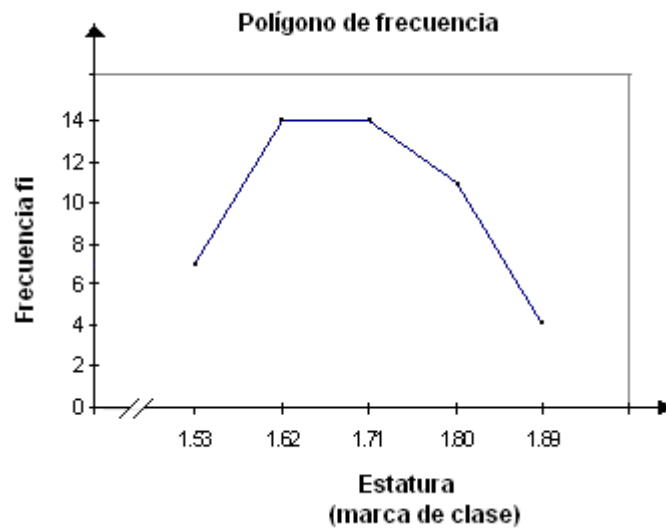
	A	B	C
1	Intervalos de clase		
2	Límite inferior de clase	Límite superior de clase	Marca de clase
3	1.49	1.57	=(A3+B3)/2
4	1.58	1.66	
5	1.67	1.75	
6	1.76	1.84	
7	1.85	1.93	

para que finalmente

	A	B	C
1	Intervalos de clase		
2	Límite inferior de clase	Límite superior de clase	Marca de clase
3	1.49	1.57	1.53
4	1.58	1.66	1.62
5	1.67	1.75	1.71
6	1.76	1.84	1.80
7	1.85	1.93	1.89

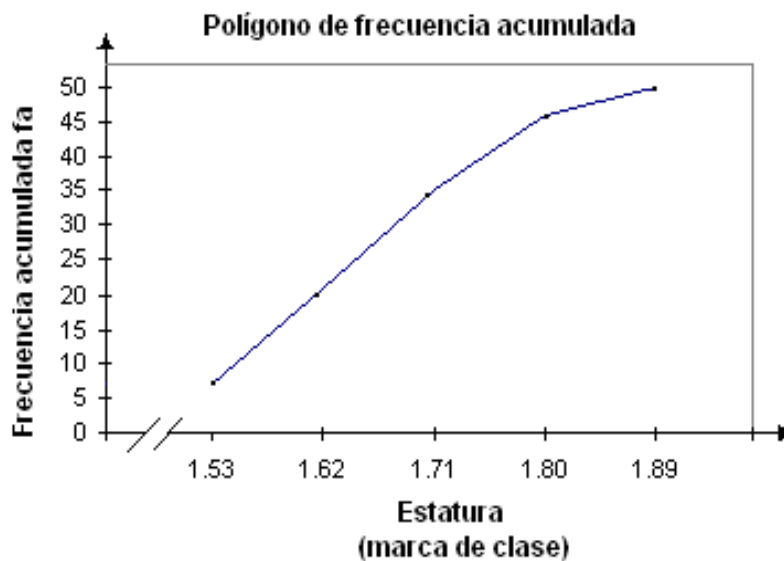
	A	B	C	D
1	Intervalos de clase			
2	Límite inferior de clase	Límite superior de clase	Marca de clase	frecuencia fi
3	1.49	1.57	1.53	7
4	1.58	1.66	1.62	14
5	1.67	1.75	1.71	14
6	1.76	1.84	1.80	11
7	1.85	1.93	1.89	4

Así, el polígono de frecuencia quedaría como:



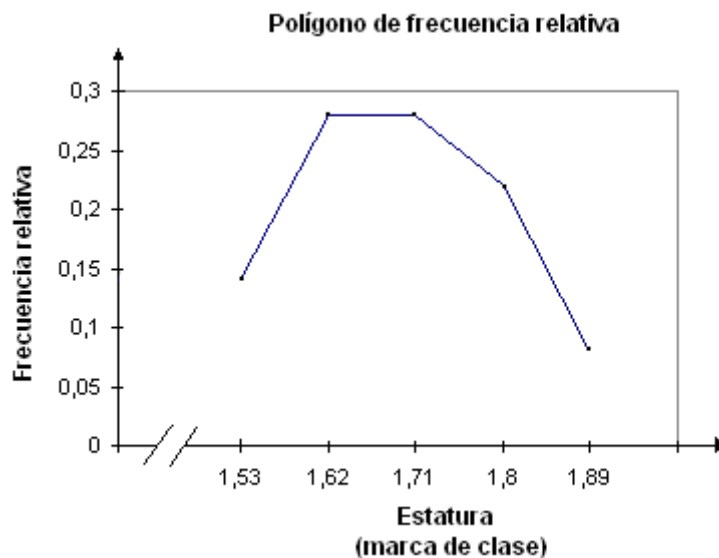
Otro tipo de polígono, es el que se forma con las frecuencias acumuladas, de ahí su nombre, polígono de frecuencia acumulada.

Microsoft Excel - Libro1				
Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ?				
H19 fx				
	A	B	C	E
1	Intervalos de clase			
2	Límite inferior de clase	Límite superior de clase	Marca de clase	frecuencia acumulada $f_a$
3	1.49	1.57	1.53	7
4	1.58	1.66	1.62	21
5	1.67	1.75	1.71	35
6	1.76	1.84	1.8	46
7	1.85	1.93	1.89	50



Así como, con las frecuencias relativas se formará el polígono de frecuencia relativa.

Microsoft Excel - Libro1			
Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana			
I12			
	A	B	F
1	Intervalos de clase		
2	Límite inferior de clase	Límite superior de clase	frecuencia relativa fr
3	1.49	1.57	0.14
4	1.58	1.66	0.28
5	1.67	1.75	0.28
6	1.76	1.84	0.22
7	1.85	1.93	0.08



Responde las siguientes preguntas.

Arturo y Martha, dos estudiantes del CCH Vallejo, se hicieron novios hace 6 meses, el primer mes salieron juntos 18 veces, el segundo mes 14, el tercer mes 22 veces, el cuarto mes, como era época de exámenes, sólo 8 veces, el quinto mes 10, y el sexto mes 9.

1. ¿Cuál sería el promedio o media aritmética de salidas por mes? \_\_\_\_\_
2. ¿Cuál sería la fórmula para calcular la media aritmética? \_\_\_\_\_
3. ¿Cómo es llamado el valor central de los datos? \_\_\_\_\_
4. ¿Cómo se le llama al dato que más veces se repite? \_\_\_\_\_

5. ¿Cuál es la mediana de salidas por mes? \_\_\_\_\_

6. ¿Cuál es la moda de salidas por mes? \_\_\_\_\_

7. ¿Es posible hacer representaciones gráficas de las salidas? \_\_\_\_\_

8. ¿Si tu respuesta es si, cuales gráficos podrías hacer? \_\_\_\_\_

Después, se planteó la actividad 4 fuera del aula, que consistía en lo siguiente:

El siguiente cuadro muestra las operaciones efectuadas en un hospital durante un año.

Tipo de operación	No. de casos
Torácico	10
Huesos y articulaciones	35
Ojos, oídos, nariz y garganta	28
General	88
Abdominal	92
Urológica	56
Proctológica	82
Neurológica	33

Efectúa en Excel, con esta información, un polígono de frecuencia, un histograma y una gráfica circular. Personaliza tus gráficas. Entregarlo la próxima clase, con el nombre de Actividad 4 fuera del aula.

## **Sexta Sesión (2 horas)**

### **Asignación de valores característicos**

Medidas de tendencia central (media aritmética, mediana y moda)

En esta sesión se siguientes los siguientes aprendizajes:

Al finalizar la sesión el alumno:

- Conocerá los conceptos de media aritmética, mediana y moda, para datos no agrupados.
- Conocerá las propiedades de las medidas de tendencia central.

- Calculará la media aritmética, la mediana y la moda, para datos no agrupados.

Se siguen las siguientes estrategias:

- Se plantearán problemas que son resueltos por medio de estadística descriptiva para datos no agrupados, para madurar los conceptos de media aritmética, mediana y moda.
- Haciendo uso de los conocimientos adquiridos, se introducirán los nuevos conceptos de medidas de tendencia central en los problemas ya planteados con anterioridad y con otros que se plantearán, para calcular la media aritmética para datos agrupados.

Se inició la sesión, con la formación de equipos de 4 personas para realizar las siguientes actividades, el propósito fue, propiciar discusión entre los alumnos, sobre la media aritmética, la mediana y la moda para datos no agrupados y con ellos madurar los conceptos. Se puso especial cuidado en mencionar que ellos durante casi toda su vida estudiantil han calculado su promedio de calificaciones, que no es otra cosa que, el cálculo empírico de la media aritmética para datos no agrupados.

Se llegó a la conclusión grupal, de que para cuando se maneja datos no agrupados el cálculo de las medidas de tendencia central [media aritmética  $\bar{x}$  (que es lo mismo que el promedio), mediana y moda] se calculan de manera casi inmediata, sabiendo que:

“La moda es el valor del dato que ocurre con mayor frecuencia” (Johnson, R, 1990, p. 41), Por otra parte, la moda es el “dato que aparece con mayor frecuencia entre un determinado conjunto de datos” (Castillo, J, y Gómez, J., 1998, p. 36).

Otra cosa que se discutió y quedó clara, es que puede haber conjuntos de datos que tengan una, dos o varias modas (unimodal, bimodal, multimodal) y se mostró el siguiente ejemplo que representan las edades de 13 niños de educación básica.

### **Datos**

8, 5, 7, 10, 5, 9, 11, 9, 7, 8, 8, 9, 7

**Moda = 7, 8 y 9**

“La MEDIANA de un conjunto de datos previamente ordenados, es el punto intermedio entre todos ellos, por tanto es el 50% percentil del conjunto de datos” (Castillo, J, y Gómez, J., 1998, p. 36). Para calcular la mediana, es necesario tener en cuenta que, si el número de datos es impar, entonces la mediana será igual al dato central, si por el contrario, el número de datos es par, la mediana será igual al promedio de los dos datos centrales.

### **Datos ordenados de menor a mayor**

5, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 8, 8, 9

$$\text{Mediana} = \frac{6 + 7}{2} = 7.5$$

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Has efectuado el promedio de tus calificaciones alguna vez? \_\_\_\_\_
2. ¿Sabías qué el calculo del promedio de tus calificaciones es igual a la media aritmética de tus calificaciones para datos no agrupados \_\_\_\_\_
3. ¿Qué es la moda? \_\_\_\_\_
4. ¿Qué es la mediana? \_\_\_\_\_

Posteriormente, se realizaron las siguientes actividades:

### **Actividad 11**

Durante cinco juegos de Basquetbol, se observó al mejor jugador de un equipo y se obtuvieron los siguientes datos.

Juego	Puntos anotados
1	17
2	12
3	35
4	8
5	24

1. En este caso ¿cuál es la frecuencia?

\_\_\_\_\_

2. ¿Es conveniente en este caso realizar una distribución de frecuencia con intervalos de clase? \_\_\_\_\_

3. ¿Cuál sería el promedio de puntos anotados por Juego \_\_\_\_\_

4. ¿Cuál es el valor de la moda? \_\_\_\_\_

5. ¿Cuál es el valor de la mediana \_\_\_\_\_

Se procuró que ellos mismos recordaran la forma de calcular la media aritmética, la mediana y la moda para datos no agrupados. Con esto se intentó y se consiguió que los alumnos comprendieran los conceptos de mediana y moda y su cálculo para datos agrupados, lo cual no fue sencillo. Sin embargo, se procuró que los alumnos visualizaran que hay una diferencia entre el cálculo para datos no agrupados y el cálculo para datos agrupados. Dentro de la discusión, se requirió que calcularan su promedio del semestre anterior y se pidió que uno de ellos lo calculara en el pizarrón y así poco a poco en forma grupal se llegó a la fórmula. La discusión duró alrededor de 30 minutos. Posteriormente, se solicitó que realizaran las siguientes actividades.

### **Actividad 12**

Una persona que trabaja por su cuenta, quiso llevar un control sobre sus entradas durante una semana. El lunes, ganó \$1,350.00, el martes \$850.00, el miércoles \$450.00, el jueves \$759.00, el viernes \$200.00 y el sábado \$500.00. Los

datos muestran que la persona ningún día ganó la misma cantidad de dinero, lo que significa que los datos aparecen sólo una vez y son pocos.

1. Recuerdas qué representa la media o promedio \_\_\_\_\_
2. Calcula el promedio o media aritmética de las entradas económicas de la persona, realiza además, los tres tipos de gráficos en Excel y a la hoja ponle el nombre de Actividad 13.

### **Actividad 13**

Un equipo de primera división, contrató a un centro delantero para mejorar en su producción de goles, ya que el equipo se encuentra en una mala posición en la tabla y es posible que se vaya a la segunda división de seguir en esas condiciones. El futbolista representó para el equipo una inversión muy fuerte, por lo que se tomó la decisión de observarlo, bajo contrato, durante 10 partidos, y de no dar buenos resultados, se podrá resentírsele el contrato. Los datos que se recabaron son mostrados en el siguiente cuadro:

Partido	Goles
1	2
2	0
3	0
4	0
5	0
6	1
7	0
8	0
9	1
10	0

1. ¿Cuál sería la decisión tomada con respecto al contrato? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
2. ¿Cuál sería el promedio o media aritmética de goles anotados por partido? \_  
\_\_\_\_\_



3. ¿Cuál sería el valor de la mediana? \_\_\_\_\_

4. ¿Cuál sería el valor de la moda? \_\_\_\_\_

5. Si tu fueras el responsable de la contratación de jugadores, ¿cuál sería tu conclusión?

---

### **Actividad 14**

Pregunta a diez de tus compañeros, el número de hermanos que tienen. Calcula la media aritmética, mediana y moda.

Antes de terminar la sesión se dejó la actividad 5 fuera del aula.

---

### **Actividad 5 fuera del aula**

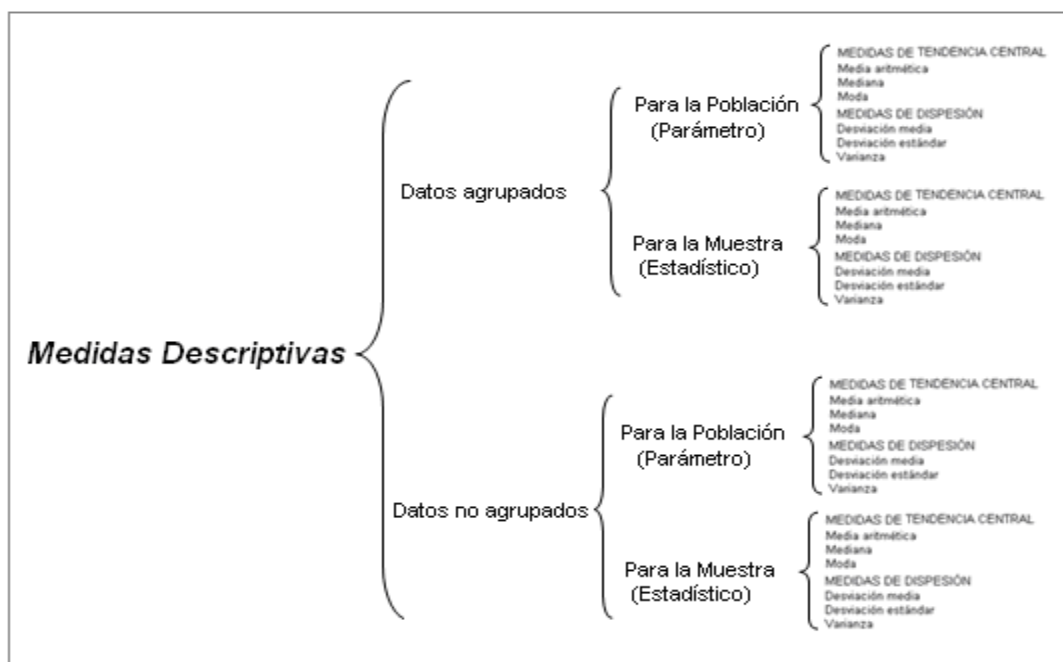
Lee con cuidado el siguiente artículo y realiza un resumen, saca tus dudas para que sean comentadas en clase.

Una vez realizadas algunas representaciones gráficas de las expuestas en el tema anterior, el siguiente paso del análisis de datos es el cálculo de una serie de valores, llamados **estadísticos o parámetros**, según sea el caso, que nos proporcionan un resumen acerca de cómo se distribuyen los datos y son valores alrededor de los cuales se agrupan los datos. Dentro de esta clase se incluyen la media aritmética, la mediana y la moda (Batanero, C. y Godino, D., 2001).

“Hay dos tipos de medidas descriptivas de una población o una muestra: el primero es el que *indica dónde se localizan los valores promedio de los datos (MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL O DE LOCALIZACIÓN)* y el segundo tipo *mide qué tan dispersos están los datos, especificando cuál es la escala de su variabilidad (MEDIDAS DE DISPERSIÓN O DE ESCALA)*. Ambos tipos de *MEDIDAS* son el resultado de cálculos efectuados a partir de la medición de los datos obtenidos de una población o muestra para localizar sus valores más representativos” (Castillo, J. y Gómez, J., 1998, p 35).

“Todas las medidas descriptivas pueden aplicarse tanto si los datos pertenecen a una muestra o a una población. Las medidas descriptivas calculadas con los datos de toda la población se llaman PARÁMETROS y si son calculadas para una muestra se llaman ESTADÍSTICOS” (Castillo, J. y Gómez, J., 1998, p 37).

Las dos vertientes por las cuales se pueden recopilar, organizar y analizar datos en Estadística Descriptiva, son: cuando los datos son muchos y por comodidad se agrupan por alguna característica común (datos agrupados) y cuando el número de dato es pequeño y es fácil manejar ese pequeño grupo de datos (datos no agrupados).



Tanto en el primer caso como en el segundo, se debe tener cuidado, al seleccionar los datos, de que éstos sean significativos, es decir, que puedan proporcionar buenos resultados no tendenciosos. Por ejemplo, si se quisiera hacer un estudio sobre el desempleo en México, es obvio que la población de estudio es muy grande y ya sea que se pregunte al total de la población o una muestra, si erróneamente se preguntara solamente a personas con trabajo, se podría llegar a la conclusión de que en México, todas las personas en edad laboral tienen trabajo, lo que resulta ser una falacia.

Para el cálculo de las medidas de tendencia central se debe tener en cuenta lo antes mencionado, es decir, ¿cuándo se deben calcular las medidas para datos agrupados? y ¿cuándo para datos no agrupados?

Por ejemplo:

A un doctor con especialidad en cardiología, se le encomendó consultar durante un mes a 12 personas de edad avanzada. El doctor llevó el siguiente control de consultas de cada una de las personas.

Paciente	Consultas
1	5
2	9
3	5
4	4
5	5
6	8
7	10
8	5
9	7
10	5
11	6
12	8

Sin embargo el doctor, en su agenda personal lleva el siguiente control de consultas por grupo de edad. Cabe señalar que dentro de su reporte no se contemplan las doce personas de edad avanzada mencionadas con anterioridad.

Grupo de Edad	Consultas
0-10	35
11-20	20
21-30	7
31-40	9
41-50	65
51-60	125
61-70	200

En el primer caso, como el número de datos es muy pequeño, al calcular las medidas de tendencia central, resulta muy conveniente tomarlos como datos no agrupados. Y el cálculo con Excel es prácticamente inmediato. Lo que para el segundo caso no sería conveniente, ya que son muchas las consultas o datos. El cálculo de las medidas de tendencia central para el primer caso es la siguiente:

**1er paso.** Se introducen los datos en una Hoja Electrónica de Cálculo y se ordenan de menor a mayor.

	A	B
1	Pacientes	Consultas
2	1	5
3	2	9
4	3	5
5	4	4
6	5	5
7	6	8
8	7	10
9	8	5
10	9	7
11	10	5
12	11	6
13	12	8

	A	B
1	Pacientes	Consultas
2	4	4
3	1	5
4	3	5
5	5	5
6	8	5
7	10	5
8	11	6
9	9	7
10	6	8
11	12	8
12	2	9
13	7	10

**2º paso.** Se calcula el promedio o media aritmética.

	A	B	C
1	Pacientes	Consultas	
2	4	4	
3	1	5	
4	3	5	
5	5	5	
6	8	5	
7	10	5	
8	11	6	
9	9	7	
10	6	8	
11	12	8	
12	2	9	
13	7	10	
14		77	
15			
16			Media aritmética = 6.41666667

y cuya fórmula es:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{12}}{12}$$

$$= \frac{5+9+5+4+5+8+10+5+7+5+6+8}{12}$$

$$= \frac{77}{12} = 6.41$$

**3er paso.** “La mediana de una colección de datos ordenados en orden de magnitud, es el valor medio o la media aritmética de los dos valores medios (datos centrales)” (Murray R. y Spiegel, D. (Serie Schaum) p. 47). Si el número de datos es par, la mediana es la media aritmética de los dos datos centrales. En este caso, el número de datos es par, por lo que la mediana será igual a:

	A	B	C
1	Pacientes	Consultas	
2	4	4	
3	1	5	
4	3	5	
5	5	5	
6	8	5	
7	10	5	<i>Datos Centrales</i>
8	11	6	
9	9	7	
10	6	8	
11	12	8	
12	2	9	
13	7	10	
14		77	
15			
16	Media aritmética =		6.41666667
17	Mediana =		5.5

**4º paso.** “La moda de una serie de números es aquel valor que se presenta con la mayor frecuencia, es decir, es valor más común. La moda puede no existir, incluso si existe, no ser única” (Murray R. y Spiegel, D. (Serie Schaum) p. 47).

	A	B	C
1	Pacientes	Consultas	
2	4	4	
3	1	5	} <b>Moda</b>
4	3	5	
5	5	5	
6	8	5	
7	10	5	
8	11	6	
9	9	7	
10	6	8	
11	12	8	
12	2	9	
13	7	10	
14		77	
15			
16		Media aritmética =	6.41666667
17		Mediana =	5.5
18		moda =	5

Para el segundo caso, los datos se visualizan en forma de grupos de edad lo que se conoce como datos agrupados, la forma de calcular, en este caso, las medidas de tendencia central, es menos sencilla. Si se calcularan por pasos, en primera instancia se calcula la media aritmética.

**1er paso.** Con los datos de consultas por grupo de edad de la agenda del doctor (pag. 108) y utilizando Excel, calcúlense las marcas de clase (m.c.), límite inferior de clase más límite superior de clase entre dos.

	A	B	C	D
1	Intervalos de clase			
2	L. inf. de C.	L. sup. de C.	fi = consultas	m.c.
3	0	10	35	$= (A3+B3)/2$
4	11	20	20	
5	21	30	7	
6	31	40	9	
7	41	50	65	
8	51	60	125	
9	61	70	200	

	A	B	C	D
1	Intervalos de clase			
2	L. inf. de C.	L. sup. de C.	fi = consultas	m.c.
3	0	10	35	5
4	11	20	20	15.5
5	21	30	7	25.5
6	31	40	9	35.5
7	41	50	65	45.5
8	51	60	125	55.5
9	61	70	200	65.5

Como la formula de la media aritmética para datos agrupados es:

$$media\ aritmética = \frac{\sum_{i=1}^n (m.c.) f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

**2º paso.** Según la fórmula, se multiplican las marcas de clase por las frecuencias y se suman las multiplicaciones, por ultimo, se divide entre la suma de todas las frecuencias.

	A	B	C	D	E
1	Intervalos de clase				
2	L. inf. de C.	L. sup. de C.	fi = consultas	m.c.	(m.c.)ifi
3	0	10	35	5	=D3*C3
4	11	20	20	15.5	
5	21	30	7	25.5	
6	31	40	9	35.5	
7	41	50	65	45.5	
8	51	60	125	55.5	
9	61	70	200	65.5	

	A	B	C	D	E
1	Intervalos de clase				
2	L. inf. de C.	L. sup. de C.	fi = consultas	m.c.	(m.c.)ifi
3	0	10	35	5	175
4	11	20	20	15.5	310
5	21	30	7	25.5	178.5
6	31	40	9	35.5	319.5
7	41	50	65	45.5	2957.5
8	51	60	125	55.5	6937.5
9	61	70	200	65.5	13100
10			=SUMA(C3:C9)		
11			[SUMA(número1, [número2], ...)]		

Microsoft Excel - Libro1

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ?

POTENCIA  $\Sigma$   $\uparrow$   $\downarrow$   $\leftarrow$   $\rightarrow$  Arial

$\text{=SUMA(E3:E9)}$

	A	B	C	D	E	F
1	Intervalos de clase					
2	L. inf. de C.	L. sup. de C.	fi = consultas	m.c.	(m.c.)i fi	
3	0	10	35	5	175	
4	11	20	20	15.5	310	
5	21	30	7	25.5	178.5	
6	31	40	9	35.5	319.5	
7	41	50	65	45.5	2957.5	
8	51	60	125	55.5	6937.5	
9	61	70	200	65.5	13100	
10			461		$\text{=SUMA(E3:E9)}$	
11					SUMA(número1, [número2], ...)	

Microsoft Excel - Libro1

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Venta

POTENCIA  $\Sigma$   $\uparrow$   $\downarrow$   $\leftarrow$   $\rightarrow$

$\text{=E10/C10}$

	A	B	C	D	E
1	Intervalos de clase				
2	L. inf. de C.	L. sup. de C.	fi = consultas	m.c.	(m.c.)i fi
3	0	10	35	5	175
4	11	20	20	15.5	310
5	21	30	7	25.5	178.5
6	31	40	9	35.5	319.5
7	41	50	65	45.5	2957.5
8	51	60	125	55.5	6937.5
9	61	70	200	65.5	13100
10			461		23978
11					
12			Media aritmética =	$\text{=E10/C10}$	

Microsoft Excel - Libro1

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Venta

F25  $\Sigma$   $\uparrow$   $\downarrow$   $\leftarrow$   $\rightarrow$

	A	B	C	D	E
1	Intervalos de clase				
2	L. inf. de C.	L. sup. de C.	fi = consultas	m.c.	(m.c.)i fi
3	0	10	35	5	175
4	11	20	20	15.5	310
5	21	30	7	25.5	178.5
6	31	40	9	35.5	319.5
7	41	50	65	45.5	2957.5
8	51	60	125	55.5	6937.5
9	61	70	200	65.5	13100
10			461		23978
11					
12			Media aritmética =	52.0130152	



ahora de los siguientes datos que representan una muestra tomada de 50 varones del norte de México.

1.62	1.49	1.54	1.49	1.91	1.80	1.70	1.73	1.70	1.60
1.80	1.82	1.68	1.87	1.81	1.53	1.85	1.80	1.78	1.65
1.92	1.63	1.69	1.58	1.72	1.59	1.59	1.62	1.50	1.71
1.56	1.66	1.68	1.69	1.70	1.60	1.64	1.67	1.87	1.59
1.58	1.73	1.79	1.79	1.75	1.63	1.73	1.50	1.80	1.80

calcula la media aritmética y realiza el resumen, entregar el ejercicio la próxima clase con el nombre de Actividad 5 fuera del aula.

### ***Séptima Sesión (2 horas)***

#### ***Asignación de valores característicos***

Medidas de tendencia central (media aritmética, mediana y moda)

En esta sesión se persiguen los siguientes aprendizajes:

Al terminar la sesión el alumno:

- Comprenderá la forma de calcular la mediana y la moda para datos agrupados.
- Calculará la media aritmética, la mediana y la moda, para datos agrupados.

Se persiguen las siguientes estrategias:

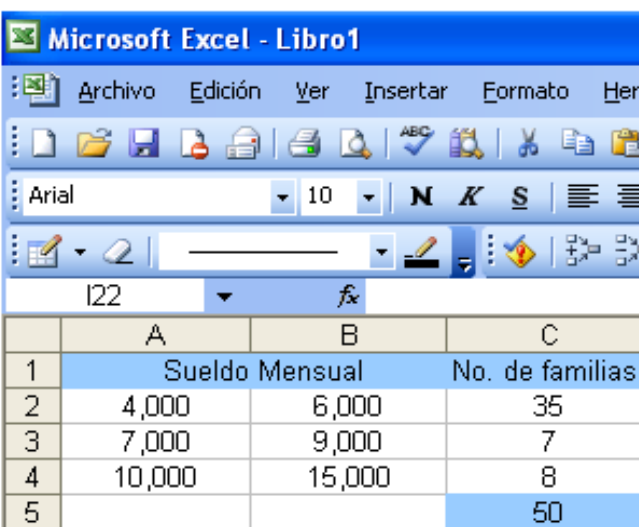
- Plantear problemas en los que el alumno deba completar conjuntos de datos para que éstos queden representados por medidas de tendencia central.
- Plantear problemas que ya fueron trabajados para los alumnos elijan y argumenten el tipo de medida de tendencia central que se necesite calcular de acuerdo a las necesidades de un problema.

Se inició la sesión, planteando el siguiente problema: Tomando en cuenta los datos del de los 50 personas varones de la actividad 5 realizada fuera del aula de la sesión anterior y se pidió calcular la mediana y la moda. Para lo cual se les presentó el siguiente ejemplo previo.

Ejemplo:

Una compañía constructora de departamentos y casas de interés social realizó una encuesta a posibles compradores de acuerdo a la ubicación del terreno y el nivel socioeconómico y se encontró que en una muestra significativa de 50 familias.

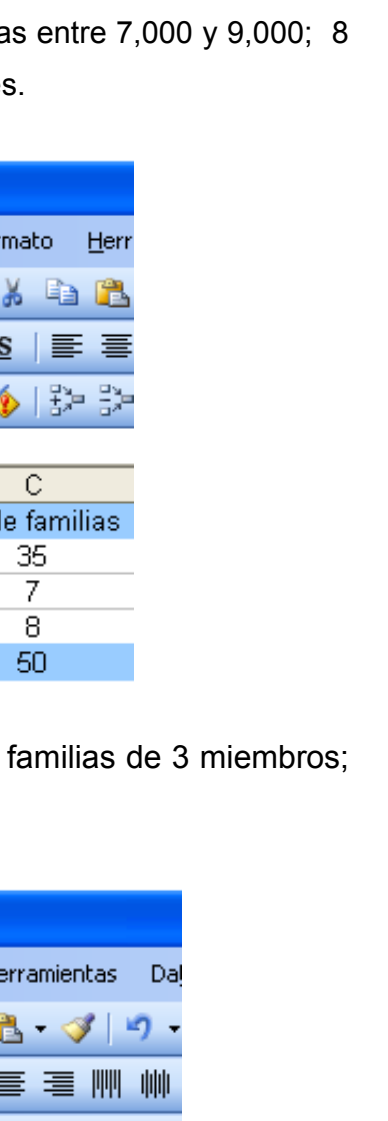
- i) 35 familias ganan entre 4,000 y 6,000; 7 familias entre 7,000 y 9,000; 8 familias entre 10,000 y 15,000 pesos mensuales.



The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C
1	Sueldo Mensual		No. de familias
2	4,000	6,000	35
3	7,000	9,000	7
4	10,000	15,000	8
5			50

- ii) 29 familias se componen de 4 miembros; 15 familias de 3 miembros; 6 familias de 2 miembros.



The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B
1	No. de personas que componen la familia	No. de familias
2	2	29
3	3	15
4	4	6
5		50

El dueño de la compañía recordó que una de las medidas de tendencia central es la moda, que corresponde al dato que más veces se repite. En muchas ocasiones es posible y correcto encontrar la moda observando el intervalo que contiene la mayor frecuencia, como en el primer caso, o bien el dato que más se repite, como en el segundo caso. La compañía después de ver los resultados encontró que la mayoría de las familias tienen un ingreso modesto, por lo que los departamentos o casas no pueden ser muy caros o que estén, económicamente, fuera del interés de los posibles compradores. Otra cosa que se pudo identificar, tomando en cuenta el concepto de moda, es que la mayoría de las familias constaban de 4 miembros, así que la mayoría de las casas a construir o departamentos deberían tener 3 recamaras.

Posteriormente, como el calculo de la mediana y de la moda para datos agrupados, resultan ser muy complicados para los alumnos, se calcularon en forma grupal con la participación del profesor y el uso del cañón como herramienta de apoyo, posteriormente se mostró como calcular la mediana y la moda paso a paso con la colaboración de todos los alumnos, para datos agrupados median-te interpolación. La fórmula que se obtuvo para el cálculo de la mediana, después de la discusión fue la siguiente:

$$Mediana = L_1 + \left( \frac{\frac{N}{2} - (\sum f)_1}{f_{mediana}} \right) c$$

Donde:

$L_1$  = límite real inferior del intervalo de clase que contiene a la mediana.

$N$  = número total de datos = a la suma de todas las frecuencias.

$(\sum f)_1$  = suma de las frecuencias que están por debajo del intervalo de clase que contiene a la mediana.

$f_{mediana}$  = frecuencia del intervalo de clase que contiene a la mediana.

$c$  = tamaño del intervalo del intervalo de clase que contiene a la mediana.

**1er paso.** Para calcular la mediana es necesario tener como mínimo los intervalos de clase, las frecuencias acumuladas y los intervalos reales de clase. El cálculo de los intervalos reales de clase se lleva a cabo de la siguiente manera:

Si los datos son enteros	A cada límite inferior de clase se le restan cinco décimas, es decir, .5 y al límite superior de clase se le suman cinco décimas.
Si tienen un decimal	A cada límite inferior de clase se le restan cinco centésimas, es decir, .05 y a los límites superiores de clase se les suman cinco centésimas.
Si tienen dos decimales	A cada límite inferior de clase se le restan cinco milésimas, es decir, .005 y a los límites superiores de clase se les suman cinco milésimas.
Y así sucesivamente	.

Como en este caso, los intervalos son formados con dos decimales, de acuerdo a lo visto en el cuadro anterior, para formar los intervalos reales de clase, se debe restar a los límites inferiores de clase .005 y sumarlos a los límites superiores de clase .005.

	A	B	C	D	E	F
1	Intervalos de clase				Int. reales de clase	
2	L. inf. de C.	L. sup. de C.	fi	fa	Límite inf.	Límite sup.
3	1.49	1.57	7	7	=A3-.005	=A3+.005
4	1.58	1.66	14	21		
5	1.67	1.75	14	35		
6	1.76	1.84	11	46		
7	1.85	1.93	4	50		
8						

	A	B	C	D	E	F
1	Intervalos de clase				Int. reales de clase	
2	L. inf. de C.	L. sup. de C.	fi	fa	Límite inf.	Límite sup.
3	1.49	1.57	7	7	1.485	1.575
4	1.58	1.66	14	21	1.565	1.665
5	1.67	1.75	14	35	1.665	1.755
6	1.76	1.84	11	46	1.755	1.845
7	1.85	1.93	4	50	1.845	1.935

**2º paso.** Se debe encontrar el intervalo de clase que contiene a la mediana. Como la mediana es el valor que divide en dos parte iguales al conjunto de datos, es necesario dividir el total de datos entre 2.

$$\frac{\sum_{i=1}^n f_i}{2} = \frac{f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5}{2} = \frac{7 + 14 + 14 + 11 + 4}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

Posteriormente se busca, en forma ascendente, la frecuencia acumulada donde 25 es aceptado totalmente. Por ejemplo, la primera frecuencia es 7 y obviamente 25 es mucho más grande, por lo que no cabe en 7, la segunda frecuencia acumulada es igual a 21 y todavía es pequeño con respecto a 25, sin embargo, la tercera frecuencia acumulada es igual a 35 y este valor es suficientemente grande para que admita el valor de 25, que resulta ser la mitad de los datos.

Por lo tanto, el intervalo (1.67 – 1.75) es el que contiene a la mediana, la mediana debe ser un valor de este intervalo, es decir, la mediana puede ser cualquiera de los siguientes valores 1.67 o 1.68 o 1.69 o 1.70 o 1.71 o 1.72 o 1.73 o 1.74 o 1.75. Hasta este momento sólo se sabe en que intervalo se encuentra la mediana, pero todavía no se sabe cuál es.

Microsoft Excel - Libro1

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ?

Σ Z

114 fx

	A	B	C	D	E	F
1	Intervalos de clase				Int. reales de clase	
2	L. inf. de C.	L. sup. de C.	fi	fa	Límite inf.	Límite sup.
3	1.49	1.57	7	7	1.485	1.575
4	1.58	1.66	14	21	1.565	1.665
5	1.67	1.75	14	35	1.665	1.755
6	1.76	1.84	11	46	1.755	1.845
7	1.85	1.93	4	50	1.845	1.935
8						

$\sum_{i=1}^n f_i = 50$

Intervalo de clase que contiene a la mediana

**3er paso.** Después de haber encontrado el intervalo de clase que contiene a la mediada, se realizaron, juntamente con la participación de los alumnos, los siguientes cálculos.

Microsoft Excel - Libro1

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ?

Σ Z

114 fx

	A	B	C	D	E	F
1	Intervalos de clase				Int. reales de clase	
2	L. inf. de C.	L. sup. de C.	fi	fa	Límite inf.	Límite sup.
3	1.49	1.57	7	7	1.485	1.575
4	1.58	1.66	14	21	1.565	1.665
5	1.67	1.75	14	35	1.665	1.755
6	1.76	1.84	11	46	1.755	1.845
7	1.85	1.93	4	50	1.845	1.935
8						

$f_{mediana}$

$\sum_{i=1}^n f_i = 50$

$N = \sum_{i=1}^n f_i$

$(\sum f)_1 = 11 + 7 = 18$

$L_1$

Intervalo de clase que contiene a la mediana

donde:

$$L_1 = \text{Límite real inferior que contiene la mediana} = 1.665$$

$$N = \text{Número total de datos = suma de todas las frecuencias } (\sum f_i) = \sum_{i=1}^n f_i$$

$$(\sum f)_1 = \text{Suma de todas las frecuencias que están por debajo del intervalo de clase que contiene a la mediana} = 11 + 7 = 18$$

$$f_{\text{mediana}} = \text{Frecuencia del intervalo de clase que contiene a la mediana} = 14$$

$$c = \text{Tamaño en puntos del intervalo de clase que contiene a la mediana} = .09$$

El intervalo contiene 9 puntos de centésima, es decir: (1.67, 1.68, 1.69, 1.70, 1.71, 1.72, 1.73, 1.74, 1.75)

$$\text{Mediana} = L_1 + \left( \frac{N - (\sum f)_1}{f_{\text{mediana}}} \right) c = 1.665 + \left( \frac{50 - 18}{14} \right) .09 = 1.71$$

Se comentó lo siguiente: como antes se mencionó, este valor se obtiene por interpolación y es el “dato que aparece con mayor frecuencia entre un determinado conjunto de datos” (Castillo, J, y Gómez, J., 1998, p. 36), lo que significa, que es una aproximación. Sin embargo, se les hizo notar a los alumnos, que en muchas ocasiones es igualmente importante conocer el intervalo de clase donde se encuentra dicho valor. Por ejemplo, en el mundo se presento para el año 2009 una pandemia de influenza A/H<sub>1</sub>N<sub>1</sub>, y México no fue la excepción. En México, se tenía para el año 2000, la siguiente pirámide población.





$$Mo = L_1 + \left( \frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) c$$

donde:

- $Mo$  = representa la moda
- $L_1$  = límite real inferior del intervalo de clase que contiene a la moda
- $d_1$  = exceso de la frecuencia modal sobre la frecuencia del intervalo de clase inmediato inferior que contiene a la moda
- $d_2$  = exceso de la frecuencia modal sobre la frecuencia del intervalo de clase inmediato superior
- $c$  = tamaño del intervalo de clase que contiene a la moda

Se explicó que cuando hay más de un intervalo que tenga la misma frecuencia y sean las mayores, este método no funciona y lo único que se puede decir, es que los intervalos de clase donde se encuentra la moda son (1.57 – 1.66) y (1.67 – 1.75) como en este caso. Recuérdese que en una tabla de distribución de frecuencia, pueden existir una, dos o varias modas. Sin embargo para ejemplificar la manera como se calcula la moda, se dio la siguiente distribución de frecuencia, que se sacó de una muestra en grados centígrados de una materia. De igual forma que en el caso de la mediana, se calcularon las frecuencias acumuladas y los intervalos reales de clase.

	A	B	C	D	E	F
1	Intervalos de clase				Intervalos Reales de Clase	
2	L. inf. de C.	L. sup. de C.	fi	fa	Inferior	Superior
3	46.3	46.51	4	4	46.295	46.515
4	46.52	46.75	4	8	46.515	46.755
5	46.76	46.98	16	24	46.755	46.985
6	46.99	47.21	4	28	46.985	47.215
7	47.22	47.44	2	30	47.215	47.445

Se mencionó nuevamente que la moda es el dato que más se repite, trató de que todos los alumnos participaran en la construcción, después de una discusión, se llegó a que el intervalo clase que contiene a la moda será aquel que tenga mayor frecuencia, por lo que el intervalo es (46.76 – 46.98).

$L_1$  = límite real inferior del intervalo = 46.755  
de clase que contiene a la moda

$d_1$  = exceso de la frecuencia modal = 16 - 4 = 12  
sobre la frecuencia del intervalo  
de clase inmediato inferior que  
contiene a la moda

$d_2$  = exceso de la frecuencia modal = 16 - 4 = 12  
sobre la frecuencia del intervalo  
de clase inmediato superior

$c$  = tamaño del intervalo de clase = .23

El intervalo tiene 23  
punto de centésima

Asimismo, en forma grupal y con uso de Excel, se realizaron y comprendieron los siguientes cálculos:

	A	B	C	D	E	F
1	Intervalos de clase				Intervalos Reales de Clase	
2	L. inf. de C.	L. sup. de C.	fi	fa	Inferior	Superior
3	46.3	46.51	4	4	46.295	46.515
4	46.52	46.75	4	8	46.515	46.755
5	46.76	46.98	16	24	46.755	46.985
6	46.99	47.21	4	28	46.985	47.215
7	47.22	47.44	2	30	47.215	47.445

$$Moda = 46.755 + \left( \frac{12}{12 + 12} \right) \cdot 09 = 46.8$$

A continuación se desarrollaron las siguientes actividades:

### **Actividad 15**

Con los datos sobre las consultas del doctor con especialidad en cardiología tratado con anterioridad, en la página 107, calcular, media aritmética, mediana y moda.

### **Actividad 16**

Una compañía les practicó a sus 120 empleados de oficina, un examen psicométrico con 100 preguntas. Los resultados fueron los siguientes:

35	58	36	58	62	63	86	36	96	48	68	48
48	65	96	48	56	52	35	48	94	32	64	56
62	48	35	51	39	53	29	35	58	31	81	24
85	69	48	89	38	51	64	71	48	48	87	48
36	58	42	81	49	67	73	72	53	56	54	73
89	68	41	42	71	68	48	86	57	48	48	48
25	78	56	48	78	64	48	81	48	57	86	45
48	72	48	53	58	78	56	48	56	48	91	48
56	41	48	56	58	71	54	25	91	59	34	56
74	51	69	68	36	91	48	48	95	92	36	48

Elaborar una tabla de distribución de frecuencia con 8 intervalos de clase, calcular la media aritmética, la mediana y la moda. Antes de terminar la sesión, se dejó la actividad 6 fuera del aula.

---

### **Actividad 6 fuera del aula.**

Pregunta a 50 personas de 30 años o más, su estatura, su peso, si son casados o no lo son y el número de hijos. El objetivo de esta actividad fue recabar datos para estudiar el problema de la obesidad, como inicio de fuertes enfermedades que sus papás, es posible que padezcan y que es posible que ellos, por ignorancia, puedan padecer. Se hizo hincapié en lo peligroso del problema y de que últimamente se ha agravado en México. Se les pidió que fueran personas de 30 años o más con el propósito de que los alumnos no pudieran preguntar a compañeros del Colegio.

## **Octava Sesión (2 horas)**

### **Asignación de valores característicos**

Medidas de tendencia central (media aritmética, mediana y moda)

En esta sesión se persiguen los siguientes aprendizajes:

Al terminar la sesión, el alumno:

- Calculará la media aritmética, la mediana y la moda para datos agrupados a problemas reales que serán planteados.

Se persiguen las siguientes estrategias:

- Tomando problemas planteados con anterioridad, se calcularan las medidas de tendencia central, con el fin de madurar los aprendizajes adquiridos en la sesión anterior.
- Se plantearan nuevos problemas con los cuales los alumnos puedan practicar lo aprendido.

La sesión se inició resolviendo en forma grupal y tratando de que todos participaran, el problema planteado en la actividad 17. Se pretendió que los alumnos en forma grupal aclarasen sus posibles dudas en los conceptos ya antes estudiados (elaboración de un cuadro de distribución de frecuencia, la frecuencia, la frecuencia acumulada, frecuencia relativa, la media aritmética, la mediana y la moda), utilizando EXCEL. El problema dice lo siguiente:

Una compañía les practicó a sus 120 empleados de oficina, un examen psicométrico con 100 preguntas. Los datos aparecen en el cuadro 37 y se recabaron en una Hoja Electrónica de Cálculo y se ordenaron en forma ascendente, se calcularon los intervalos de clase, las diferentes frecuencias y se calculará la media aritmética.

Microsoft Excel - Libro1

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ?

Arial 10

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	24		Intervalos de clase					
2	25		L inf. de C.	L sup. de C.	fi	m.c.	fa	(m.c.) <sup>2</sup>
3	25		25	33	6	29	6	174
4	29		34	42	16	38	22	608
5	31		43	51	31	47	53	1457
6	32		52	60	24	56	77	1344
7	34		61	69	14	65	91	910
8	35		70	78	11	74	102	814
9	35		79	87	8	83	110	664
10	35		88	96	10	92	120	920
11	35				120			6891
12	36							
13	36			Rango =	72			
14	36							
15	36			Media aritmética =	$\frac{\sum (m.c.) \cdot fi}{\sum fi}$	57.425		
16	36							
17	38							
18	39							
19	41							
117	94							
118	95							
119	96							
120	96							

Posteriormente, se calcularon la mediana y la moda.

Microsoft Excel - Ejercicio del doctor

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ?

Arial 10

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	24		Intervalos de clase						Intervalos Reales de C.		
2	25		L inf. de C.	L sup. de C.	fi	ff	m.c.	fa	(m.c.) <sup>2</sup>	Inferior	Superior
3	25		25	33	6	0.05	29	6	174	24.5	33.5
4	29		34	42	16	0.13333333	38	22	608	33.5	42.5
5	31		43	51	31	0.25033333	47	53	1457	42.5	51.5
6	32		52	60	24	0.2	56	77	1344	51.5	60.5
7	34		61	69	14	0.11666667	65	91	910	60.5	69.5
8	35		70	78	11	0.09166667	74	102	814	69.5	78.5
9	35		79	87	8	0.06666667	83	110	664	78.5	87.5
10	35		88	96	10	0.08333333	92	120	920	87.5	96.5
11	35				120				6891		
12	36										
13	36				Rango =	72					
14	36										
15	36				Media aritmética =	$\frac{\sum (m.c.) \cdot fi}{\sum fi}$	57.425				
16	36										
17	38								0.70033333		
18	39				Mediana =	57.675			6.375		
19	41								15		
20	41				Moda =	48.63636			7		
119	96								22		
120	96								0.68181818		
									6.13636364		

Intervalo de clase que contiene a la moda

Intervalo de clase que contiene a la mediana

Límite real inferior de clase, que contiene a la moda

Límite real inferior de clase, que contiene a la mediana

Calculos

## Actividad 17

Un profesor de tercer año de primaria, pone a leer un mismo documento durante un minuto, a los 60 alumnos de su grupo, registrando el número de palabras leídas en el lapso de tiempo, los datos son los siguientes:

Intervalos de clase	frecuencia
50-55	2
56-60	4
61-65	5
66-70	7
71-75	8
76-80	10
81-85	9
86-90	6
91-95	6
96-100	3

Guía para el profesor de Estadística y Probabilidad I, Rubro 2, p.17)

Con los datos recabados, calcula la media aritmética, la mediana y la moda.

### **Novena Sesión (2 horas)**

Examen Diagnóstico segunda parte.

En esta sesión se persiguen los siguientes objetivos:

- Mostrará los conocimientos previos de los alumnos, en lo que respecta a medidas de variabilidad (desviación media, desviación estándar y varianza).

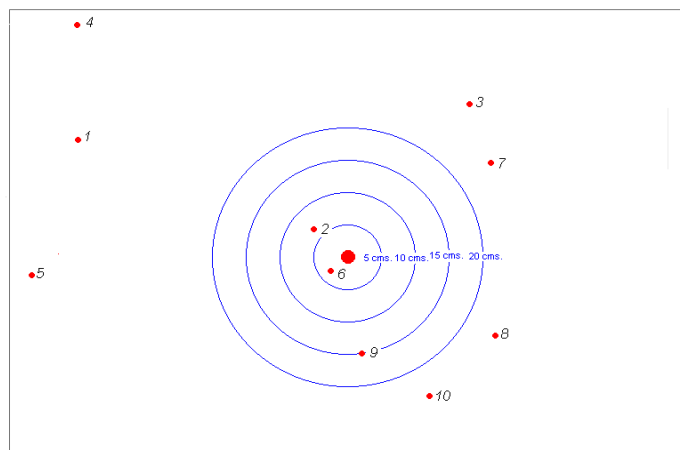
Se siguió la siguiente estrategia:

- Aplicar el examen diagnóstico (pre-test segunda parte) para observar los conocimientos previos de los alumnos en lo que se refiere a las medidas de Variabilidad. Se pretende que el examen sea llevado a cabo en las dos horas que dura la sesión.

## Examen Diagnóstico (Pre-test segunda parte)

Lee con cuidado y trata de comprender perfectamente bien el ejercicio antes de contestar. Marca bien tu respuesta y ésta tendrá que ser sólo una, ya que de lo contrario no será tomada en cuenta.

A un grupo de 10 personas de vigilancia de una empresa, se les practicó una prueba de tiro al blanco con sus armas de cargo, con el fin de evaluar, qué tanto son capaces de utilizarlas de la mejor manera en una posible emergencia. Cada uno disparó sólo una vez se les colocó a una distancia de 7 metros del blanco. La siguiente figura marca el resultado de la prueba.



posteriormente, se tomó la medida en centímetros, de la distancia que cada disparo se alejó del blanco y se muestran en la siguiente tabla.

No. de vigilante	Centímetros lejos del blanco
1	40
2	7
3	29
4	50
5	48
6	3
7	26
8	25
9	15
10	25

Responde las siguientes preguntas.

**1. ¿Lo que se alejó cada disparo del blanco, se puede considerar como una desviación?**

- a) no
- b) si
- c) no se
- d) es probable

**2. Después de observar los resultados, ¿cuál sería tu conclusión?**

- a) son vigilantes muy confiables
- b) son vigilantes regulares
- c) son vigilantes poco confiables
- d) son vigilantes más o menos confiables

**3. ¿Si se suman todas las distancias que se tomaron con respecto al blanco y la dividimos entre 10, se obtendría?**

- a) la varianza de las distancias
- b) la desviación estándar de las distancias
- c) la media aritmética de las distancias
- d) la mediana de las distancias

Los siguientes datos fueron extraídos de una población de 50 niños de una guardería y representan la edad.

	A	B	C	D	E
1	1	1	0	2	1
2	2	1	0	2	1
3	1	2	0	1	1
4	0	2	1	2	1
5	0	1	0	1	2
6	0	1	1	2	1
7	2	0	1	2	1
8	1	1	1	2	0
9	2	1	2	0	0
10	1	0	1	0	0

**4. Si se calculara la desviación media, ¿cuál sería el punto de referencia de donde se van a tomar las desviaciones?**

- a) la varianza
- b) la media aritmética
- c) la mediana
- d) la moda



# 1. Representa la varianza

a)

	A	B	C	D	E
1	Edad $x_i$	frecuencia $f_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i (x_i - \bar{x})^2$
2	1	14	0.02	0.0004	0.0056
3	2	27	2	4	108
4	3	14	3	9	126
5		55			234.0056
6					
7		Varianza =	4.25464727		

b)

	A	B	C	D	E
1	Edad $x_i$	frecuencia $f_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i (x_i - \bar{x})^2$
2	0	14	-0.98	0.9604	13.4456
3	1	27	1	1	27
4	2	14	2	4	56
5		55			96.4456
6					
7		Varianza =	1.75355636		

c)

	A	B	C	D	E
1	Edad $x_i$	frecuencia $f_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i (x_i - \bar{x})^2$
2	0	14	-0.98	0.9604	13.4456
3	1	23	1	1	23
4	2	13	2	4	52
5		50			88.4456
6					
7		Varianza =	1.768912		

d)

	A	B	C	D	E
1	Edad $x_i$	frecuencia $f_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i (x_i - \bar{x})^2$
2	0	14	-0.98	0.9604	13.4456
3	1	23	1	1	23
4	2	13	2	4	52
5		50			88.4456
6					
7		Varianza =	0.9812		
8					

Se llevó a cabo un estudio con 50 personas fumadoras, que están en un proceso de desintoxicación de un año y se requiere saber después de seis meses cuál ha sido el avance obtenido. Antes del tratamiento, cada uno de ellos fumaba un promedio de 40 cigarrillos (dos cajetillas de cigarros) diarios. La siguiente tabla muestra el número de cigarros que fuma cada uno después de seis meses de tratamiento. Cabe señalar, que los nombres de los fumadores son omitidos por guardar su identidad.

Fumador	No. de cigarrillos	Fumador	No. de cigarrillos	Fumador	No. de cigarrillos	Fumador	No. de cigarrillos	Fumador	No. de cigarrillos
1	36	11	2	21	8	31	7	41	4
2	21	12	4	22	31	32	5	42	6
3	15	13	36	23	24	33	23	43	12
4	26	14	33	24	5	34	20	44	21
5	23	15	20	25	15	35	10	45	20
6	18	16	9	26	10	36	10	46	4
7	8	17	12	27	23	37	15	47	6
8	6	18	16	28	21	38	4	48	10
9	8	19	30	29	18	39	5	49	2
10	10	20	12	30	20	40	8	50	4

### 6. Representa la promedio de cigarros fumados después de 6 meses.

	A	B	C	D	E	F
1	No Cigarras	No Cigarras	No. Cigarras	No. Cigarras	No. Cigarras	
2	36	2	6	7	4	57
3	21	4	31	5	6	67
4	15	36	24	23	12	124
5	26	33	5	20	21	105
6	23	20	15	10	20	88
7	18	9	10	10	4	193
8	8	12	23	15	6	64
9	6	16	21	4	10	57
10	8	30	18	5	2	121
11	10	12	20	8	4	54
12	171	174	175	107	89	716
13						
14			Promedio = 14.32 = 14			

a)

	A	B	C	D	E	F
1	No Cigarras	No Cigarras	No. Cigarras	No. Cigarras	No. Cigarras	
2	36	2	6	7	4	57
3	21	4	31	5	6	67
4	15	36	24	23	12	124
5	26	33	5	20	21	105
6	23	20	15	10	20	88
7	18	9	10	10	4	193
8	8	12	23	15	6	64
9	6	16	21	4	10	57
10	8	30	18	5	2	121
11	10	12	20	8	4	54
12	171	174	175	107	89	716
13						
14			Promedio = 20			

b)

	A	B	C	D	E	F
1	No Cigarras	No Cigarras	No. Cigarras	No. Cigarras	No. Cigarras	
2	36	2	7	4	5	57
3	21	4	8	5	6	67
4	15	36	24	23	12	124
5	26	33	5	20	21	105
6	23	20	15	10	20	88
7	18	9	10	10	4	193
8	8	12	23	15	6	64
9	6	16	21	4	10	57
10	8	30	18	5	2	121
11	10	12	20	8	4	54
12	171	174	175	107	89	716
13						
14			Promedio = 31			

c)

	A	B	C	D	E	F
1	No Cigarras	No Cigarras	No. Cigarras	No. Cigarras	No. Cigarras	
2	36	2	8	7	4	57
3	21	4	31	5	6	67
4	15	36	24	23	12	124
5	26	33	5	20	21	105
6	23	20	15	10	20	88
7	18	9	10	10	4	193
8	8	12	23	15	6	64
9	6	16	21	4	10	57
10	8	30	18	5	2	121
11	10	12	20	8	4	54
12	171	174	175	107	89	716
13						
14			Promedio = 8			

d)

### 7. Representa la desviación media de los cigarras fumados después de 6 meses de tratamiento.

	A	B	C	D
1	No. cig. 36	[No. media]	[No. media] <sup>2</sup>	
2	36	21.68	470.02	
3	21	6.68	44.62	
4	15	0.68	0.46	
5	26	11.68	136.42	
6	23	8.68	75.34	
7	18	3.68	13.54	
8	9	6.32	39.94	
9	6	8.32	69.22	
10	8	6.32	39.94	
11	10	4.32	18.66	
12	2	12.32	151.78	
13				
14				
15				
16	10	4.32	18.66	
17	2	12.32	151.78	
18	4	10.32	106.50	
19	716	391.28	4218.98	
20		Media = 14.32		
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				
31				
32				
33				
34				
35				
36				
37				
38				
39				
40				
41				
42				
43				
44				
45				
46				
47				
48				
49				
50				
51				
52				
53				
54				
55				
56				
57				
58				
59				
60				
61				
62				
63				
64				
65				
66				
67				
68				
69				
70				
71				
72				
73				
74				
75				
76				
77				
78				
79				
80				
81				
82				
83				
84				
85				
86				
87				
88				
89				
90				
91				
92				
93				
94				
95				
96				
97				
98				
99				
100				

a)

	A	B	C	D
1	No. cig. 36	[No. media]	[No. media] <sup>2</sup>	
2	36	21.68	470.02	
3	21	6.68	44.62	
4	15	0.68	0.46	
5	26	11.68	136.42	
6	23	8.68	75.34	
7	18	3.68	13.54	
8	9	6.32	39.94	
9	6	8.32	69.22	
10	8	6.32	39.94	
11	10	4.32	18.66	
12	2	12.32	151.78	
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				
31				
32				
33				
34				
35				
36				
37				
38				
39				
40				
41				
42				
43				
44				
45				
46				
47				
48				
49				
50				
51				
52				
53				
54				
55				
56				
57				
58				
59				
60				
61				
62				
63				
64				
65				
66				
67				
68				
69				
70				
71				
72				
73				
74				
75				
76				
77				
78				
79				
80				
81				
82				
83				
84				
85				
86				
87				
88				
89				
90				
91				
92				
93				
94				
95				
96				
97				
98				
99				
100				

b)

	A	B	C	D
1	No. cig. 36	[No. media]	[No. media] <sup>2</sup>	
2	36	21.68	470.02	
3	21	6.68	44.62	
4	15	0.68	0.46	
5	26	11.68	136.42	
6	23	8.68	75.34	
7	18	3.68	13.54	
8	9	6.32	39.94	
9	6	8.32	69.22	
10	8	6.32	39.94	
11	10	4.32	18.66	
12	2	12.32	151.78	
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				
31				
32				
33				
34				
35				
36				
37				
38				
39				
40				
41				
42				
43				
44				
45				
46				
47				
48				
49				
50				
51				
52				
53				
54				
55				
56				
57				
58				
59				
60				
61				
62				
63				
64				
65				
66				
67				
68				
69				
70				
71				
72				
73				
74				
75				
76				
77				
78				
79				
80				
81				
82				
83				
84				
85				
86				
87				
88				
89				
90				
91				
92				
93				
94				
95				
96				
97				
98				
99				
100				

c)

8. Representa la Desviación Estándar del número de cigarrillos fumados después de 6 meses de tratamiento.

a)

	A	B	C
1	Núm. de cig. 24	24 meses	24 meses
2	36	21.60	470.02
3	21	8.68	44.62
4	15	0.60	0.46
5	26	11.68	136.42
6	23	8.68	75.34
7	18	3.68	13.54
8	8	-6.32	39.94
9	6	-8.32	69.22
10	8	-6.32	39.94
11	10	-4.32	18.66
12	2	-12.32	151.78
...	...	...	...
...	...	...	...
...	...	...	...
...	...	...	...
50	3	-12.32	151.78
51	4	-10.32	106.60
52	716		4218.88

Desv. Estándar = 8,98

b)

	A	B	C
1	Núm. de cig. 24	24 meses	24 meses
2	36	21.60	470.02
3	21	8.68	44.62
4	15	0.60	0.46
5	26	11.68	136.42
6	23	8.68	75.34
7	18	3.68	13.54
8	8	-6.32	39.94
9	6	-8.32	69.22
10	8	-6.32	39.94
11	10	-4.32	18.66
12	2	-12.32	151.78
...	...	...	...
...	...	...	...
...	...	...	...
...	...	...	...
50	3	-12.32	151.78
51	4	-10.32	106.60
52	716		4218.88

Desv. Estándar = 11,48

c)

	A	B	C
1	Núm. de cig. 24	24 meses	24 meses
2	36	21.60	470.02
3	21	8.68	44.62
4	15	0.60	0.46
5	26	11.68	136.42
6	23	8.68	75.34
7	18	3.68	13.54
8	8	-6.32	39.94
9	6	-8.32	69.22
10	8	-6.32	39.94
11	10	-4.32	18.66
12	2	-12.32	151.78
...	...	...	...
...	...	...	...
...	...	...	...
...	...	...	...
50	3	-12.32	151.78
51	4	-10.32	106.60
52	716		4218.88


Desv. Estándar = 8,98

d)

	A	B	C
1	Núm. de cig. 24	24 meses	24 meses
2	36	21.60	470.02
3	21	8.68	44.62
4	15	0.60	0.46
5	26	11.68	136.42
6	23	8.68	75.34
7	18	3.68	13.54
8	8	-6.32	39.94
9	6	-8.32	69.22
10	8	-6.32	39.94
11	10	-4.32	18.66
12	2	-12.32	151.78
...	...	...	...
...	...	...	...
...	...	...	...
...	...	...	...
50	3	-12.32	151.78
51	4	-10.32	106.60
52	716		4218.88

Desv. Estándar = 11,48

De acuerdo a la taxonomía de Bloom.

No.	N. Taxonómico	Reactivo	Pre-test
1	<i>comprensión</i>	A un grupo de 10 personas de vigilancia de una empresa, se les practicó una prueba de tiro al blanco con sus armas de carga, con el fin de evaluar, qué tanto son capaces de utilizarlas de la mejor manera en una posible emergencia. Cada uno disparó sólo una vez y se les colocó a una distancia de 5 metros del blanco. Posteriormente, se tomó la medida en centímetros, de la distancia que cada disparo se alejó del blanco. ¿Lo que se alejó cada disparo del blanco, se puede considerar como una desviación?	2ª parte
			
2		Después de observar los resultados, ¿cuál sería tu conclusión?	
3	¿Si se suman todas las distancias que se tomaron con respecto al blanco y la dividimos entre 10, se obtendría?		
4	<i>aplicación</i>	Se tomó una muestra de 50 niños de una guardería y se preguntó la edad. Si se calculara la desviación media, ¿cuál sería el punto de referencia de donde se van a tomar las desviaciones?	
5		Representa la varianza de los datos del reactivo 4.	
		Se llevó a cabo un estudio con 50 personas fumadoras que están en un proceso de desintoxicación de un año y se requiere saber después de seis meses cuál ha sido el avance obtenido. Antes del tratamiento, cada uno de ellos fumaba un promedio de 40 cigarrillos (dos cajetillas de cigarros) diarios. Representa el promedio de cigarros fumados después de 6 meses	
6		Representa el promedio de cigarros fumados después de 6 meses	
7		Representa la desviación media de los cigarros después de 6 meses de tratamiento	
8	Representa la desviación estándar del número de cigarros fumados después de 6 meses de tratamiento		

## ***Décima Sesión***

### ***Asignación de valores característicos***

Medidas de variabilidad (desviación media, desviación estándar y varianza)

En esta sesión se persiguen los siguientes aprendizajes:

El alumno al terminar la sesión:

- Conocerá el concepto de dispersión.
- Conocerá los conceptos de medidas de variabilidad (Desviación media, Desviación estándar y varianza).

Se aplicaran las siguientes estrategias:

- Diseñar actividades para que los alumnos identifiquen las propiedades de las medidas de dispersión.
- Aprovechar las actividades para ver los conceptos de desviación media, desviación estándar y varianza.

La sesión comenzó planteando un problema, para visualizar en forma grupal el concepto de dispersión. Se tuvo especial cuidado en procurar que los alumnos razonaran acerca del significado de dispersión. Se mencionaron varios ejemplos y se llegó de manera grupal a que habrá dispersión de los datos, siempre y cuando haya un punto de referencia donde se pueda visualizar dicha dispersión. Después de la discusión, se planteó el siguiente problema.

### **Problema.**

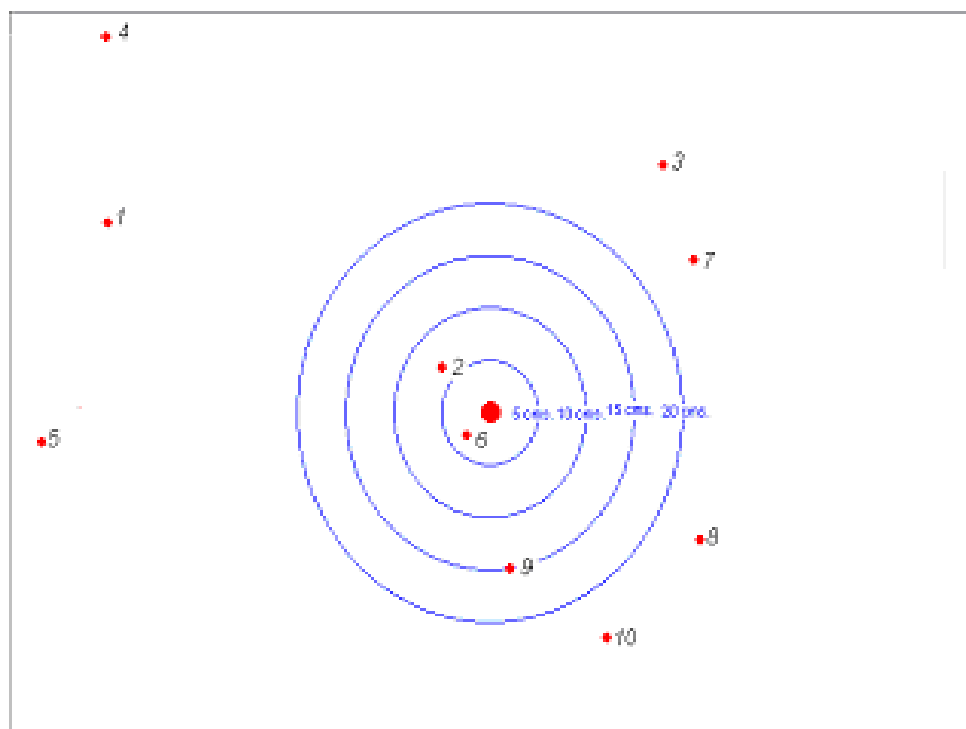
En una empresa de partes automotrices, en el departamento de empaques, laboran 8 obreros, el promedio de cajas empacadas y revisadas por día, es de 80 cajas. Se observó durante un día el número de cajas empacadas por cada uno de los obreros y se capturaron los siguientes datos.

Obrero	No. de cajas por día
Arturo	75
Marcelo	78
Rubén	82
Juan	86
Horacio	79
Alberto	81
Oscar	83
Margarito	79

Los alumnos en el pizarrón y en forma grupal calcularon el promedio de las dispersiones, posteriormente se planteó la siguiente actividad

### Actividad 18

A un grupo de 10 personas de vigilancia de una empresa, se les practicó una prueba de tiro al blanco con sus armas de cargo, con el fin de evaluar, qué tanto son capaces de utilizarlas de la mejor manera en una posible emergencia. Cada uno disparó sólo una vez se les colocó a una distancia de 7 metros del blanco. La siguiente figura marca el resultado de la prueba.



Al medir la distancia que los disparos se alejaron del blanco, se obtuvieron los siguientes resultados.

No. de vigilante	Centímetros lejos del blanco
1	40
2	7
3	29
4	50
5	48
6	3
7	26
8	25
9	15
10	25

1. Si se calcula el promedio de centímetros que los disparos se alejaron del blanco, ¿cuál sería el resultado? \_\_\_\_\_
2. ¿Crees que son vigilantes confiables? \_\_\_\_\_
3. Si tú fueras la persona que toma las decisiones, ¿qué decisión tomarías acerca de los vigilantes? \_\_\_\_\_

Después de realizar la actividad 18, se aclararon dudas sobre la desviación media y se procuró que los alumnos entiendan perfectamente el significado de desviación media, varianza y desviación estándar. Sin embargo, como se observó que había una gran confusión de los conceptos, se decidió verlos en clase con la participación directa del profesor. No obstante, se insistió en que los alumnos participaran dentro de la clase. De igual forma, se aclararon los siguientes conceptos, con el propósito de que realizaran en casa la actividad 7 fuera del aula.

### ***Desviación Media***

La “Desviación Media, se define como la media de las desviaciones respecto del valor central que se considere, tomadas en valor absoluto (Batanero, C. y Godino, J., 2001, p. 3-15). Se calcula con la fórmula. En todas las medidas de dispersión se debe tener en cuenta si el estudio se está llevando a cabo para datos agrupados o para datos no agrupados, de ahí las dos diferentes fórmulas a tratar.

Desviación Media	
Datos no agrupados	Datos agrupados
Desviación Media = $\frac{\sum_{i=1}^n  x_i - \text{media aritmética} }{n}$	Desviación Media = $\frac{\sum_{i=1}^n f_i  x_i - \text{media aritmética} }{\sum_{i=1}^n f_i}$

## Varianza

La varianza es la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones respecto a la media aritmética, “[...] la dispersión de un dato respecto a su media es la diferencia entre el dato menos la media.  $(x_i - \bar{x})$  Se obtiene restando a cada uno de los valores de la muestra o de la población el valor de la media aritmética de todo el conjunto de valores, elevando al cuadrado cada una de esas diferencias y dividiendo el resultado entre el total de datos N si se trata de una población, o entre el total de datos menos uno  $(n - 1)$  se trata de una muestra” (Castillo, J. y Gómez, J., 1998, p. 38). Cabe destacar que se divide entre  $(n - 1)$  debido a que así el valor resultante representa un mejor estimador de la población de la que fue extraída la muestra.

Para valores grandes de “n”  $(n > 30)$  prácticamente no hay diferencia entre hacer esta transformación o no. Si se calcula para los datos de una población se denota por  $\sigma^2$ , por otro lado si los datos corresponden a una muestra se denota por  $s^2$ . Las fórmulas correspondientes son:

Varianza			
Población		Muestra	
Datos no agrupados	Datos agrupados	Datos no agrupados	Datos agrupados
$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$	$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}$	$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$	$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}$



## Desviación Estándar

La desviación estándar, que resulta ser la raíz cuadrada positiva de la varianza, debe ser definida, igual que la varianza, tomando en cuenta la manera en como se esta llevando a cabo el estudio. Si es un censo, es decir, se toman todos los datos de la población o un muestreo (cuando se toma una parte representativa de la población), las fórmulas son:

Desviación Estándar			
Población		Muestra	
Datos no agrupados	Datos agrupados	Datos no agrupados	Datos agrupados
$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}}$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}}$

Antes de terminada la sesión, se dejó la siguiente actividad fuera del aula.

### Actividad 7 fuera de aula

Lee con cuidado el siguiente artículo y realiza un resumen

Las medidas de dispersión, miden cómo se encuentran de dispersos los datos con respecto a un valor determinado. Los más utilizados se refieren al grado de lejanía de los datos respecto a la media y son la desviación media, la varianza, la desviación estándar, el coeficiente de variación y la regla empírica.

**La desviación media**, es un promedio de los valores absolutos de las desviaciones,  $|x_i - \text{la media aritmética } \bar{x}|$  de cada elemento  $x_i$ , de la distribución respecto a su media  $\bar{x}$ , y se expresan como (para datos no agrupados):

$$\text{Desviación Media} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

## Ejemplo.

Se pregunto a un grupo de 7 alumnos del CCH Vallejo, ¿cuál es el número de hermanos que tiene?, y se obtuvieron lo siguientes datos: 4, 0, 3, 2, 5, 2, 1 el calculo de la Desviación Media utilizando EXCEL es muy sencillo y se lleva a cabo de la siguiente manera:

**1er paso.** Se capturan los datos en una Hoja Electrónica de Calculo.

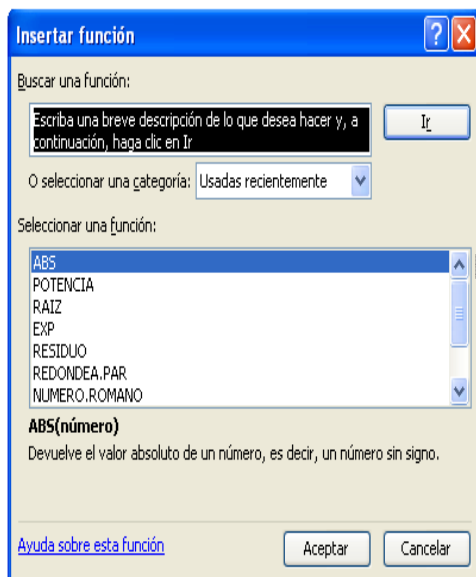
	A
1	<b>No. de Hermanos</b>
2	4
3	0
4	3
5	2
6	5
7	2
8	1

**2º paso.** Se calcula la media aritmética.

	A	B	C
1	<b>No. de Hermanos</b>		
2	4		
3	0		
4	3		
5	2		
6	5		
7	2		
8	1		
9	17		
10			
11	media aritmética $\bar{x} = 2.42 = 2$ hermanos		

No. de hermanos =  $x_i$

**3er paso.** Se calculan las desviaciones en valor absoluto, utilizando la función ABS.



	A	B	C
1	<b>No. de Hermanos</b>	$ x_i - \bar{x} $	
2	4	=ABS(A2-B11)	
3	0		
4	3		
5	2		
6	5		
7	2		
8	1		
9	17		
10			
11		$\bar{x} = 2.42$	= 2 hermanos

finalmente

	A	B
1	<b>No. de Hermanos</b>	$ x_i - \bar{x} $
2	4	1.58
3	0	2.42
4	3	0.58
5	2	0.42
6	5	2.58
7	2	0.42
8	1	1.42
9	$\sum_{i=1}^n f_i = 17$	$9.42 = \sum_{i=1}^n  x_i - \bar{x} $
10		
11	$\bar{x} = 2.42 = 2 \text{ hermanos}$	
12		
13	<b>Desv. Media = 1.34 = 1 hermano</b>	

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\text{Desviación Media} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \text{media aritmética}|}{n}$$

Cuando se ejecuta un ejercicio para datos agrupados, se deben construir intervalos de clase y efectuar los cálculos necesarios para llegar a la solución. Por ejemplo:

Con los datos que se obtuvieron en el examen psicométrico aplicado a 120 empleados de una compañía, visto en la octava sesión.

	A	B	C	D	E	F	G
1	<b>Intervalos de clase</b>						
2	<b>L. inf. de C.</b>	<b>L. sup. de C.</b>	<b>fi</b>	<b>m.c. = xi</b>	<b>fi m.c.</b>	<b>lm.c. - xl =  xi - xl </b>	<b>fi  xi - xl </b>
3	25	33	6	29	174	28.425	170.55
4	34	42	16	38	608	19.425	310.8
5	43	51	31	47	1457	10.425	323.175
6	52	60	24	56	1344	1.425	34.2
7	61	69	14	65	910	7.575	106.05
8	70	78	11	74	814	16.575	182.325
9	79	87	8	83	664	25.575	204.6
10	88	96	10	92	920	34.575	345.75
11			120		6891		1677.45
12							
13	<b>Media aritmética <math>\bar{x}</math></b>			<b>= 57.425</b>			
14							
15	<b>Desviación Media</b>			<b>= 13.97875</b>			

**La varianza** es el promedio de los cuadrados de las desviaciones de cada elemento,  $x_i$ , respecto a la media aritmética  $\bar{x}$ . y de igual forma que en el caso anterior se debe visualizar de acuerdo a la forma en como se este desarrollando el estudio (datos agrupados o datos no agrupados; sobre los datos de una población o de una muestra), en primera instancia, para datos no agrupados, la fórmula que se utilizaría sería la siguiente:

$$\text{Varianza} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

Sin embargo, para cuando los datos son agrupados, como es en el caso de los 120 empleados, la varianza esta expresada como sigue:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Y el procedimiento para el cálculo de la varianza, utilizando Excel, sería la siguiente:

1	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Intervalos de clase									
2	L. inf. de C.	L. sup. de C.	fi	m.c.= xi	fi m.c.	lm.c.= xl = lxi · xl	fi lxi · xl	(xi -x)	(xi -x) <sup>2</sup>	fi(xi -x) <sup>2</sup>
3	25	33	6	29	174	28.425	170.55	-28.425	807.980625	4847.88375
4	34	42	16	38	608	19.425	310.8	-19.425	377.330625	6037.29
5	43	51	31	47	1457	10.425	323.175	-10.425	108.680625	3369.09938
6	52	60	24	56	1344	1.425	34.2	-1.425	2.030625	48.735
7	61	69	14	65	910	7.575	106.05	7.575	57.380625	803.32875
8	70	78	11	74	814	16.575	182.325	16.575	274.730625	3022.03688
9	79	87	8	83	664	25.575	204.6	25.575	654.080625	5232.645
10	88	96	10	92	920	34.575	345.75	34.575	1195.43063	11954.3063
11			120		6891		1677.45			35315.325
12										
13	Media aritmética $x_i = 57.425$				Varianza = 294.294375				$\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2$	
14										
15	Desviación Media = 13.97875									
16										

$\sum_{i=1}^n f_i$  (pointing to cell C11)  
 $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}$  (pointing to cells E13 and C11)

**La desviación típica o desviación estándar**, es la raíz cuadrada de la varianza y es expresada como:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}}$$

es por tal motivo que basta calcular una de ellas para encontrar, con un pequeño calculo, el valor de la otra.

<p><b>Varianza</b></p> $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}$	<p><b>Desviación Estándar</b></p> $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}}$
--	--

El cálculo de los dos parámetros, se muestra en siguiente cuadro.

Microsoft Excel - Ejercicio del doctor										
Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ?										
L33 $f_i$										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	<b>Intervalos de clase</b>									
2	<b>L. inf. de C.</b>	<b>L. sup. de C.</b>	<b><math>f_i</math></b>	<b>m.c. = <math>x_i</math></b>	<b><math>f_i</math> m.c.</b>	<b>lm.c. - xl = <math>bx_i - xl</math></b>	<b><math>f_i bx_i - xl</math></b>	<b><math>(x_i - \bar{x})</math></b>	<b><math>(x_i - \bar{x})^2</math></b>	<b><math>f_i(x_i - \bar{x})^2</math></b>
3	25	33	6	29	174	28.425	170.55	-28.425	807.980625	4847.88375
4	34	42	16	38	608	19.425	310.8	-19.425	377.330625	6037.29
5	43	51	31	47	1457	10.425	323.175	-10.425	108.680625	3369.09938
6	52	60	24	56	1344	1.425	34.2	-1.425	2.030625	48.735
7	61	69	14	65	910	7.575	106.05	7.575	57.380625	803.32875
8	70	78	11	74	814	16.575	182.325	16.575	274.730625	3022.03688
9	79	87	8	83	664	25.575	204.6	25.575	654.080625	5232.645
10	88	96	10	92	920	34.575	345.75	34.575	1195.43063	11954.3063
11			120		6891		1677.45			35315.325
12										
13	<b>Media aritmética <math>x_i = 57.425</math></b>			<b>Varianza = 294.294375</b>			$\sum_{i=1}^n f_i(x_i - \bar{x})^2$			
14	<b>Desviación Media = 13.97875</b>			<b>Desv. Est. = 17.1550102</b>						
15										
16										

$$\sum_{i=1}^n f_i$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

La razón de ser de la desviación estándar, es conseguir que la medida de dispersión se exprese en las mismas unidades que los datos a los que se refiere.

Por ejemplo, si se tomaran las estaturas en centímetros (cm), la media viene dada en centímetros, pero la varianza en centímetros cuadrados ( $\text{cm}^2$ ). Para evitar este inconveniente se calcula su raíz cuadrada, obteniéndose así la desviación estándar en centímetros. El par de parámetros formados por la media y la desviación estándar aporta una información suficientemente buena sobre la forma de la distribución. Se pidió fuera entregada la próxima sesión con el nombre de séptima sesión fuera del aula.

## ***Undécima Sesión***

### ***Asignación de valores característicos***

Medidas de variabilidad (desviación media, desviación estándar y varianza) (continuación).

En esta sesión se persiguen los siguientes aprendizajes:

El alumno al terminar la sesión:

- Calculará las medidas de variabilidad (Desviación media, Desviación estándar y varianza).

Las estrategias serán:

- Tomar los ejercicios que hasta aquí les hayan parecido más importantes a los alumnos.
- Se preguntará a los alumnos, qué problema, que este a su alrededor, se les ocurre tratar en clase.
- Observar las dudas que los alumnos manifiesten en la solución de un posible problema planteado por ellos mismos.

La sesión se inició realizando actividades relacionadas con el artículo leído en casa. Posteriormente y en forma grupal se obtuvieron los siguientes

pasos para la solución de un problema, dando como resultado el planteamiento de las siguientes actividades.

### Actividad 19

“Una alumna tiene unas calificaciones de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Otra tiene unas calificaciones de 1, 1, 1, 1, 1, 10, 10, 10, 10, 10. ¿Cuál de las dos tiene mayor dispersión en sus calificaciones? (Batanero, C. y Godino, J., 2001, 3-15). En este caso se desarrollará el cálculo para datos no agrupados.

**1er paso.** Se calcula la media aritmética en Excel, con los procedimientos antes estudiados, para la primera alumna.

	A	B	C	D
1	X			
2	1			
3	2			
4	3			
5	4			
6	5			
7	6	Media aritmética = 5.5		
8	7			
9	8			
10	9			
11	10			
12	55			

**2º paso.** A cada dato  $x_i$  se le resta el valor de la media en valor absoluto.

	A	B	C	D
1	X	$ x_i - \bar{x} $		
2	1	=ABS(A2-D14)		
3	2			
4	3			
5	4			
6	5			
7	6			
8	7			
9	8			
10	9			
11	10			
12	55			
13				
14		Media aritmética $\bar{x} = 5.5$		
15				
16				
17				

	A	B	C	D
1	X	$ X_i - \bar{X} $		
2	1	4.5		
3	2	3.5		
4	3	2.5		
5	4	1.5		
6	5	0.5		
7	6	0.5	Desv. Media = 2.5	
8	7	1.5		
9	8	2.5		
10	9	3.5		
11	10	4.5		
12	55	25		
13				
14				Media aritmética $\bar{X} = 5.5$

**3er paso.** Se lleva a cabo el mismo procedimiento con los datos de la segunda alumna y se comparan los resultados.

	A	B	C	D
1	X	$ X_i - \bar{X} $		
2	1	4.5		
3	1	4.5		
4	1	4.5		
5	1	4.5		
6	1	4.5		
7	10	4.5	Desv. Media = 4.5	
8	10	4.5		
9	10	4.5		
10	10	4.5		
11	10	4.5		
12	55	45		
13				
14				Media aritmética $\bar{X} = 5.5$

Por lo tanto, la segunda alumna tiene mayor dispersión.

### **Actividad 20**

1. Si se desea calcular la desviación estándar de los datos de las dos alumnas, ¿cómo procedería?
2. ¿cómo calcularías la varianza?



## Actividad 21

En la actividad 17 se planteó el siguiente problema: Una compañía les practicó a sus 120 empleados de oficina, un examen psicométrico con 100 preguntas.

Los resultados fueron los siguientes:

35	58	36	58	62	63	86	36	96	48	68	48
48	65	96	48	56	52	35	48	94	32	64	56
62	48	35	51	39	53	29	35	58	31	81	24
85	69	48	89	38	51	64	71	48	48	87	48
36	58	42	81	49	67	73	72	53	56	54	73
89	68	41	42	71	68	48	86	57	48	48	48
25	78	56	48	78	64	48	81	48	57	86	45
48	72	48	53	58	78	56	48	56	48	91	48
56	41	48	56	58	71	54	25	91	59	34	56
74	51	69	68	36	91	48	48	95	92	36	48

Se pidió elaborar una tabla de distribución de frecuencia con 8 intervalos de clase, calcular la media aritmética, la mediana y la moda. Responde las siguientes preguntas.

1.- ¿Si sumaras todos los datos y los dividieran entre el número de datos, obtendrías?

---

2. ¿Para formar los intervalos, que procedimiento seguirías? \_\_\_\_\_

---

---

3. ¿Por qué se les conoce a la media aritmética, a la moda y a la mediana, como medidas de tendencia central? \_\_\_\_\_

---

4.- ¿Por qué se les conoce a la desviación media, la desviación estándar y la varianza, como medidas de dispersión?

---

---

¿Cuál es la medida que se toma para evaluar la dispersión de los datos?

---

5. Con los datos del cuadro anterior ¿cómo puedes calcular las medidas de dispersión para datos agrupados, usando EXCEL? Utiliza los cálculos realizados en la actividad 17.

### ***Duodécima Sesión (2 horas)***

Medidas de variabilidad (Coeficiente de variación, regla empírica)

En esta sesión se persiguen los siguientes aprendizajes:

El alumno al terminar la sesión:

- Conocerá el concepto de Coeficiente de Variación y Regla Empírica.
- Calcular el Coeficiente de Variación.

Las estrategias serán:

- Tomar los ejercicios que hasta aquí les hayan parecido más importantes para calcular el Coeficiente de Variación.
- Se preguntará a los alumnos, qué problema, que este a su alrededor, se les ocurre tratar en clase.
- Utilizar algunos problemas realizados en sesiones anteriores, para ilustrar la Regla Empírica, para ver que porcentaje de ellos caen dentro de cada uno de los intervalos.

Se inició la sesión con preguntas relacionadas con las medidas de dispersión ya antes vistas y se trató de visualizar otras formas de ver la dispersión de un conjunto de datos. En forma grupal y con la intervención del profesor, se introdujeron los conceptos de Coeficiente de Variación y la Regla empírica. Se comentó que el Teorema de Tchebycheff, la regla empírica y el

coeficiente de variación pueden ayudar a comprender mejor el significado de variabilidad.

**TEOREMA DE TCHEBYCHEFF.** La proporción de cualquier distribución situada dentro de  $k$  desviaciones estándar de la media aritmética, es  $\left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$ , donde  $k$  es cualquier número positivo mayor que 1.

En otra palabras, si  $\bar{x}$  y  $s$  (o bien  $\mu$  y  $\sigma$ ) son la media aritmética y la desviación estándar de un conjunto de datos y  $k \geq 1$ , entonces, el intervalo  $(\bar{x} - ks, \bar{x} + ks)$  o bien  $(\mu - k\sigma, \mu + k\sigma)$  contiene como mínimo la  $\left(1 - \frac{1}{k^2}\right) * 100\%$  del total de los datos.

Ejemplo 1.

Con motivo de los festejos del día del niño, el departamento de relaciones públicas de una fábrica, desea conocer el número de hijos que tienen los 200 obreros que ahí laboran. Con el uso de sus expedientes y una breve entrevista, para que en su defecto, se pudieran actualizar sus datos, se recabó la información necesaria para realizar el estudio. Se calculó la media aritmética, la varianza y la desviación estándar, obteniéndose los siguientes resultados.

$$\mu = 3.415$$

$$\sigma^2 = 4.7427$$

$$\sigma = 2.1777$$

el teorema establece que, siempre habrá al menos un 75% de los datos dentro de dos desviaciones estándar de la media aritmética ( $k = 2$ ), es decir.

$$1 - \frac{1}{k^2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = .75 = 75\%$$

así, haciendo  $k = 2$  y sustituyendo los valores en el intervalo  $(\mu - k \sigma, \mu + k \sigma)$ , quedaría como:

$$[3.415 - 2(2.1777) , 3.415 + 2(2.1777)]$$

$$[3.415 - 4.3554 , 3.415 + 4.3554]$$

$$(-.9404 , 7.7704)$$

cuyo intervalo garantiza que al menos el 75% de los obreros tienen menos de 8 hijos.

**El coeficiente de variación**, es el cociente entre la desviación típica y la media aritmética y sirve para relativizar el valor de la desviación estándar y así poder comparar la dispersión de dos poblaciones estadísticas con gamas de valores muy discretas. “[E]l COEFICIENTE DE VARIACIÓN, que es la razón de la desviación estándar con la media, designado  $CV$  para la población:

$$CV = \frac{\sigma}{\mu}$$

y con  $cv$  para una muestra:

$$cv = \frac{S}{\bar{x}}$$

(Castillo, J. y Gómez, J, 1998, p. 44).

Ejemplo 2:

En una compañía mexicana los salarios de los empleados tienen una media aritmética = 7,000 pesos y una desviación estándar  $\sigma_1 = 500$  pesos y en otra empresa española la media aritmética de los salarios es de 1,204.81 euros y la desviación estándar  $\sigma_2 = 240.96$  euros, para comparar la dispersión de salarios se recurre al coeficiente de variación:

### Compañía Mexicana

$$\text{Coeficiente de variación} = \frac{500}{7000} = 0.07$$

### Compañía Española

$$\text{Coeficiente de variación} = \frac{240.96}{1,204.81} = 0.199$$

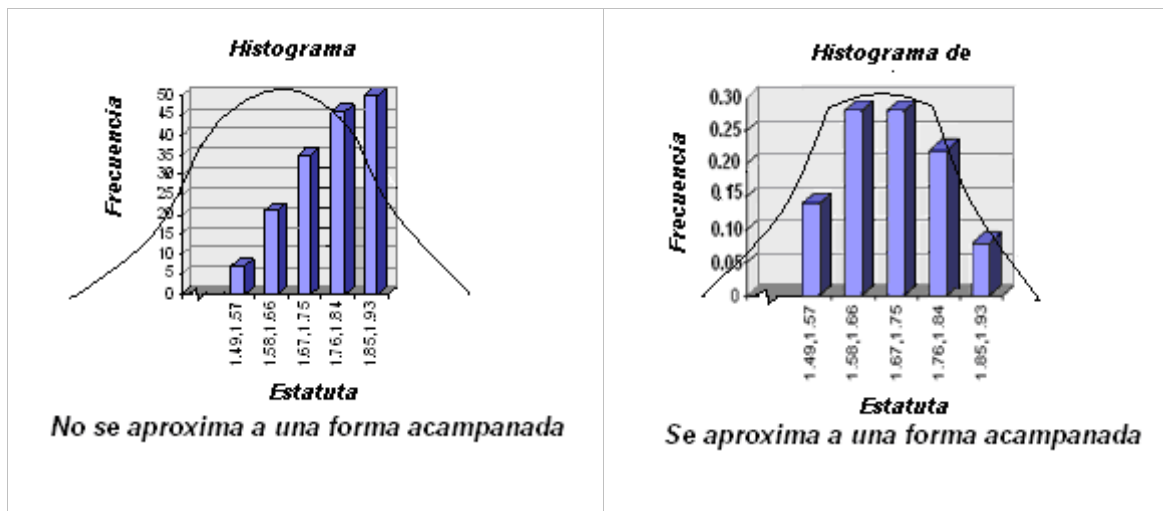
se aprecia así que en la primera compañía los salarios tienen menor dispersión que en la segunda.

## Actividad 22

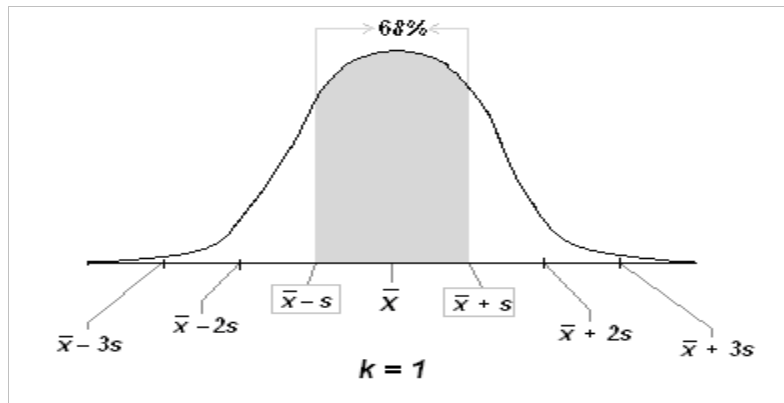
Calcula el coeficiente de variación del ejemplo 1.

## Regla Empírica

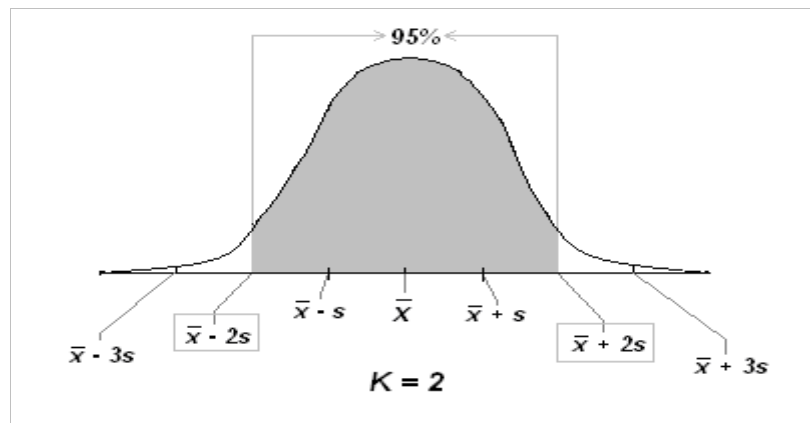
**La Regla Empírica**, establece porcentajes mayores que el teorema de Tchebycheff para cuando  $k = 2$  y  $k = 3$ , si y solo si, los datos se aproximan a una forma acampanada. Esto es posible verlo cuando en un histograma toma aproximadamente dicha forma. Por ejemplo.



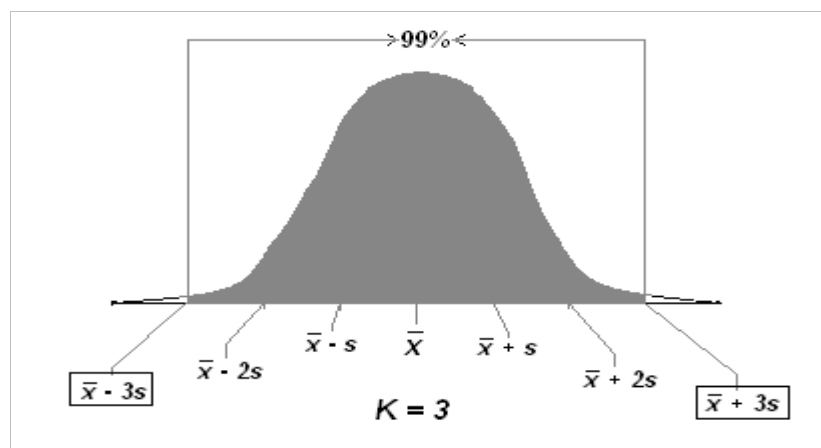
De igual manera que en el teorema de Tchebycheff, al formar intervalos, el 68% aproximadamente de los datos se encuentran para cuando  $k = 1$



el 95% para cuando  $k = 2$



y el 99% para cuando  $k = 3$ .



Por ejemplo.

Tomando los datos que representa las citas de un doctor cardióloga a sus pacientes en un mes, que se vio en página 108.

	A	B	C	D	E
1	Intervalos de clase				
2	L. inf. de C.	L. sup. de C.	fi = consultas	m.c.	(m.c.)i fi
3	0	10	35	5	175
4	11	20	20	15.5	310
5	21	30	7	25.5	178.5
6	31	40	9	35.5	319.5
7	41	50	65	45.5	2957.5
8	51	60	125	55.5	6937.5
9	61	70	200	65.5	13100
10			461		23978
11					
12			Media aritmética =	52.0130152	

para hacer uso de la regla empírica, es necesario calcular la desviación estándar.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Intervalos de clase							
2	L. inf. de C.	L. sup. de C.	fi = consultas	m.c. = $x_i$	fi (m.c.)	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	fi $(x_i - \bar{x})^2$
3	0	10	35	5	175	-47.01	2209.9401	77347.9035
4	11	20	20	15.5	310	-36.51	1332.9801	26659.602
5	21	30	7	25.5	178.5	-26.51	702.7801	4919.4607
6	31	40	9	35.5	319.5	-16.51	272.5801	2453.2209
7	41	50	65	45.5	2957.5	-6.51	42.3801	2754.7065
8	51	60	125	55.5	6937.5	3.49	12.1801	1522.5125
9	61	70	200	65.5	13100	13.49	181.9801	36396.02
10			461		23978			152053.426
11								
12	$\bar{x} = 52.0130152$							
13								
14	$\sigma^2 = 329.833896$							
15								
16	$\sigma = 18.1613297 = 18 \text{ consultas}$							

según la regla empírica, cuando  $k = 1$

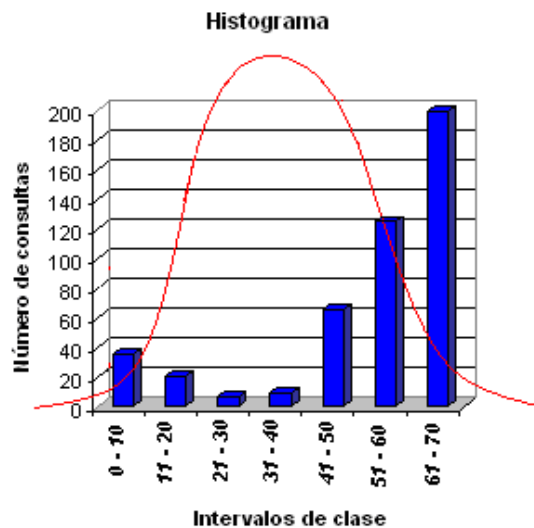
$$(x - \sigma , x + \sigma)$$

$$(52 - 18 , 52 + 18)$$

$$(34 , 70)$$

lo que supone que, el 68% de las consultas realizadas en un mes por el doctor (que de acuerdo a los datos corresponde a 313), deberían estar entre 34 y 70 consultas, lo que no sucede en este caso. Sin embargo, no hay que olvidar que la regla empírica es categórica al decir que esto pasa si y sólo si, el histograma se asemeja a una forma acampanada.

Microsoft Excel - Libro1			
Archivo Edición Ver Insertar Formato			
J26 fx			
	A	B	C
1	<i>Intervalos de clase</i>		
2	<i>L. inf. de C. L. sup. de C. fi = consultas</i>		
3	0	10	35
4	11	20	20
5	21	30	7
6	31	40	9
7	41	50	65
8	51	60	125
9	61	70	200
10			461



### Actividad 23

Con los datos de los obreros del ejemplo 1, calcula la Regla Empírica para cuando  $k = 1$ ,  $k = 2$  y  $k = 3$ .

Cabe destacar que, desde el principio y por propia experiencia, en el examen Pre-test 2ª parte, no se pusieron reactivos sobre el Coeficiente de variación y de la Regla Empírica, ya que se tomó la decisión de que estos temas fueran evaluados en clase de manera individual, con las actividades 22 y 23 en clase. Posteriormente, se pidió discutieran sus dudas en equipo y en forma grupal éstas fueran aclaradas.



## **Trigésima Sesión (2 horas)**

El alumno al finalizar la sesión:

- Resolverá un problema real utilizando todo lo aprendido
- Mostrará los aprendizajes que haya logrado durante el estudio de la primera unidad (Estadística Descriptiva).
- Evaluará él mismo sus aprendizajes.

Las estrategias serán:

- Plantear un problema con un número mayor de datos y resolverlo en forma grupal, buscando la participación todos.
- Solventar las posibles dudas de los alumnos
- Mostrar la importancia del trabajo en equipo.

La sesión comenzó esbozando el problema planteado en la actividad 6 fuera del aula y que decía: Pregunta a 50 personas de 30 años o más, su estatura, su peso, si son casados o no lo son y el número de hijos. Como cada alumno preguntó a 50 personas, se tuvo una población de  $50 \times 23 = 1150$  personas de más de 30 años. Se tomó una muestra de 500 personas al azar, se realizaron los siguientes incisos:

- i) Clasificar las variables de estudio
- ii) Qué tipo de estudio se está realizando (censo o muestreo).
- iii) Calcular el rango
- iv) Elaborar un cuadro de distribución de frecuencia con 8 intervalos de clase.
- v) Calcular la frecuencia  $f_i$ , la frecuencia acumulada  $fa_i$  y la frecuencia relativa  $fr_i$
- vi) El histograma de frecuencia
- vii) El polígono de frecuencia
- viii) La gráfica circular
- ix) La marca de clase (*m.a.*)
- x) La media aritmética
- xi) La mediana

- xii) La moda
- xiii) La desviación media
- xiv) La desviación estándar
- xv) La varianza
- xvi) El coeficiente de variación
- xvii) Regla empírica

se tuvo cuidado en clasificar las variables y de diferenciar entre parámetros y estadísticos, mencionando el por qué. La actividad se llevo a cabo en forma grupal con la mínima participación del profesor, se logró, de manera positiva la participación de todos los alumnos y la manifestación de nuevos conocimientos.

### ***Décima cuarta Sesión (2 horas) (séptima sesión del PAE)***

Aplicación del Examen Post-test

El alumno al finalizar la sesión:

- Resolverá el examen Post-test.
- Mostrará los aprendizajes que haya logrado durante el estudio de la primera unidad (Estadística Descriptiva).

Las estrategias serán:

- Procurar que los alumnos cuenten con el software y el hardware necesario para desarrollar su examen de la mejor manera.
- Que los alumnos tengan el tiempo necesario para solucionar su examen, sin que puedan ser interrumpidos (no llamadas de celular, no visitas de compañeros) mientras desarrollan su examen.

Como se mencionó con anterioridad, el examen Post-test, fue constituido por los exámenes diagnóstico aplicados en las sesiones 1 y 9 respectivamente y consta de 23 reactivos. Se les pidió a los alumnos utilizaran la Hoja Electrónica de Cálculo. Se les dieron dos horas efectivas para realizarlo.

## *Capítulo 5*

### *Análisis y Evaluación de Resultados*

“La medición y la evaluación son centrales para nuestro concepto de aprendizaje de salón de clases” (Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian, H., 1983, p. 513). “Evaluar es descubrir la coherencia entre objetivos y resultados” (Rugarcía, 1989, p. 8).

“Evaluar es hacer un juicio de valor o de mérito, para apreciar los resultados educativos en términos de si están satisfaciendo o no un conjunto específico de metas educativas. Averiguar si tales metas se están alcanzando, cualquier evaluación de los resultados de la enseñanza carece de sentido. Ningún resultado educativo es bueno o malo en sí mismo. Su valor debe considerarse sólo en términos del grado que se realicen los fines hacia los que tiende la educación” (Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian, H., 1983, p. 515).

La importancia de una buena evaluación de los diseños de aprendizaje, consiste primordialmente en que el proceso de enseñanza-aprendizaje tenga un buen fin, es decir, se logren aprendizajes significativos en la medida de las posibilidades, ya que es de suma importancia considerar las diferentes restricciones con las que un profesor experto o inexperto se puede encontrar. Por ejemplo, la falta de un posible seguimiento de evaluación de los alumnos con los cuales se trabaja, hace que al hablar de aprendizaje significativo se tengan ciertas limitaciones no deseadas.

Sin embargo, de acuerdo a los resultados obtenidos, se pudieron observar buenos aprendizajes, ya que de un promedio de 7 reactivos correctos de un total de 15 para el Pre-test 1ª parte, se logró llegar a un promedio de 12 reactivos correctos para los mismos reactivos mostrados en el Post-test. En términos relativos, se manifestó un avance positivo de 33 puntos porcentuales al pasar de un promedio de 47% de reactivos bien respondidos por los alumnos a 80% en el mismo rubro. Además se logró un incremento promedio de dos reactivos correctos del Post-test con respecto al Pre-test 2ª parte, ya que de 4 reactivos correctos promedio de un total de 8 se pudo observar un incremento positivo al llegar a 6 reactivos correctos promedio, manifestándose un avance porcentual de 21 puntos al pasar de un promedio de 47% de reactivos bien respondidos a 68% para el mismo concepto.

Según (Laforucade, 1973, p. 36). “No todos los objetivos que se hayan seleccionado para una determinada unidad se convertirán en conductas logradas, lo cual significa que no todos los resultados obtenidos coinciden en calidad y número con las metas que sirvieron de guías para desarrollar los contextos del aprendizaje”

“Aparte de la función de vigilancia, la evaluación facilita el aprendizaje de muchas maneras. En primer lugar, alienta a los profesores a formular y aclarar sus objetivos y a comunicar sus expectativas a los estudiantes, en segundo termino, el examen en sí es una importante experiencia de aprendizaje. La retroalimentación procedente de un examen confirma, esclarece y corrige ideas, identifica diferencialmente las áreas que exigen más reflexión y estudio posteriores.” (Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian, H., 1983, p. 517). En tercer lugar, “los exámenes desempeñan un papel motivacional muy importante en el aprendizaje escolar. Dentro de ciertos límites, el deseo de éxito académico, el temor al fracaso y la evitación de la culpa y la ansiedad son motivos legítimos en un ambiente académico” (Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian, H., 1983, p. 518)

Es importante recordar que el profesor debe “integrar la evaluación de forma en que la evaluación llegue a constituir una parte rutinaria de la actividad docente, en lugar de algo ocasional”, así como, “cultivar en sus alumnos la disposición y la capacidad para ampliarse en la autoevaluación” (NCTM, 2000, p. 24).

“La evaluación educativa, intenta comprobar el nivel de precisión conseguido entre lo que se pretendía realizar antes de iniciar el proceso didáctico y lo que se consiguió al finalizar el mismo. Importa no sólo los resultados y “productos”, sino también el proceso” (Amengual, 1984, p. 149). La evaluación del aprendizaje se conceptualiza como un proceso sistemático de valoración e interpretación de avances, logros y dificultades que se producen en el aprendizaje de los alumnos (Morgan Oviedo, 2008).

Según Lafourcade (1973), la evaluación constituye una actividad que permitirá al docente: saber cuales objetivos fueron cumplidos a través del ciclo didáctico proyectado; intentar un análisis de las causas que pudieron haber

motivado deficiencias en el logro de las metas propuestas; aprender de la experiencia y no incurrir en el futuro en los mismos errores.

Por último, se utilizó en primera instancia un evaluación diagnóstica y posteriormente una evaluación sumativa, esta última “coincide con un sentido más tradicional de la evaluación. Se centra en los momentos finales del proceso, se aplica al final de cada periodo de aprendizaje o de instrucción” (Amengual, 1984, p. 150).

## **5.1 Aplicación del Pre-test (examen diagnóstico)**

El examen diagnóstico Pre-test, fue elaborado después de revisar el programa actualizado de la materia de Estadística y Probabilidad I. Se tuvo especial cuidado en estudiar los objetivos que ahí se mencionan, así como, los aprendizajes, que fueron planteados al principio de este compromiso y a los cuáles se pretendió llegar en este trabajo. Esto se debe, como ya antes se mencionó, a que el curso se aplicó en forma diferente a un curso normal, la clase fue impartida en un laboratorio de cómputo, con el uso de la computadora, como herramienta.

Cabe destacar, que el uso de las nuevas tecnologías, de ninguna manera es nuevo, ni mucho menos desconocido para los alumnos y maestros del Colegio de Ciencias y Humanidades, sin embargo, en algunas ocasiones, afortunadamente las menos, por ignorancia o por una insuficiente infraestructura, resulta difícil utilizarlas en forma plena.

En la aplicación del examen diagnóstico se utilizó la Evaluación Diagnóstica, con el fin de investigar cuantos y cuales conocimientos previos poseían estudiantes, antes de iniciar el curso. Se aplicó el Examen Diagnostico en dos partes, la primera cuyos contenidos abarcaban desde la introducción a la Estadística Descriptiva y hasta llegar a medidas de tendencia central, que como ya se dijo, fue aplicada en la primera sesión y la segunda parte que se relacionó con las medidas de dispersión, aplicada en la novena sesión.

La decisión de dividir el examen primeramente planteado, se debió a que se considero demasiada información para que, en forma diagnóstica, cumpliera

con las expectativas. Asimismo, sin previo aviso, fue aplicado el Pre-test (2ª parte). Cabe destacar, que tanto en la aplicación del primer examen como del segundo, se tuvo la precaución de no poner en antecedente a los alumnos, así como, la de que no tuvieran la oportunidad de copiar, sin embargo, por las condiciones del laboratorio de cómputo, se pudo sorprender a algunos estudiantes tratando de copiar.

## 5.2 Análisis de los resultados del Pre-test

El examen Pre-test (1ª parte) ya fue mostrado en el capítulo cuatro, en lo que toca a la primera sesión. Los resultados fueron los siguientes:

Alumno	Reactivos bien resueltos por los alumnos ?	Calificación
1	7	4.6
2	9	6
3	10	6.6
4	6	4
5	10	6.6
6	12	8
7	6	4
8	0	0
9	10	6.6
10	3	2
11	5	3.3
12	8	5.3
13	9	6
14	5	3.3
15	6	4
16	10	6.6
17	11	7.3
18	6	4
19	4	3.3
20	9	6
21	3	2
22	7	4.6
23	5	3.3



El índice de dificultad de los reactivos del Pre-test (1ª parte), es el siguiente:

Reactivo	Descripción del Reactivo	Contestaron bien		Índice de dificultad
		Alumnos	%	
1	¿Qué es la Estadística?	20	87%	Muy fácil
2	El profesor de estadística y probabilidad I en el Colegio de Ciencias y Humanidades, Plantel Vallejo, se dio cuenta que el total de alumnos que le tocaron en el grupo fue de 39. El profesor quiso hacer un estudio sobre el peso y la altura de sus alumnos. El estudio en primera instancia lo practicó con el total de sus estudiantes. ¿El profesor practicó un estudio por?	10	43%	Relativamente difícil
3	Si se lleva a cabo un estudio sobre el tipo de sangre de una persona, ¿la variable es?	8	34%	Relativamente difícil
4	Los siguientes datos representan el número de materias reprobadas de una muestra de 20 estudiantes, tomados al azar, del Colegio de Ciencias y Humanidades, Plantel Vallejo. 3, 8, 2, 0, 3, 6, 3, 4, 3, 1, 5, 7, 3, 8, 8, 4, 3, 0, 2, 1. Utilizando EXCEL ¿el rango sería?	11	48%	Relativamente difícil
5	Con los datos anteriores, si se calcula el promedio de materias reprobadas, ¿el resultado sería?	16	69%	Relativamente fácil
6	¿El valor de la median para los datos de materias reprobadas es?	12	52%	Relativamente fácil
7	¿La Estadística para su estudio se divide en?	21	91%	Muy fácil
8	¿El valor de la moda, para los datos de materias reprobadas, corresponde a:?	15	65%	Relativamente fácil
9	Los siguientes datos fueron extraídos de una población de 50 niños de una guardería y representan la edad. 1, 2, 1, 0, 0, 0, 2, 1, 2, 1, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 2, 1, 2, 2, 1, 2, 1, 2, 2, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 0, 0, 0, 0. Si los acomodáramos en una tabla de distribución de frecuencia, bajo la variable edad y se calcularan la frecuencia, la frecuencia relativa y la frecuencia acumulada, ¿la tabla así formada sería?	8	34%	Relativamente difícil



Reactivo	Descripción del Reactivo	Contestaron bien		Índice de dificultad
		Alumnos	%	
10	Tomando en cuenta los datos anteriores, ¿el valor de la media aritmética sería?	9	39%	Relativamente difícil
11	¿Representa un histograma de los datos originales tomados de la guardería, en la variable edad?	8	34%	Relativamente difícil
12	Se llevó a cabo un estudio con 50 personas fumadoras que están en un proceso de desintoxicación de un año y se requiere saber después de seis meses cuál ha sido el avance obtenido. Antes del tratamiento, cada uno de ellos fumaba un promedio de 40 cigarrillos (dos cajetillas de cigarros) diarios. Tomando en cuenta la variable No. de cigarros, ¿el cálculo del rango corresponde a?	8	34%	Relativamente difícil
13	¿Representan las fórmulas para calcular la mediana y la moda para datos agrupados?	5	21%	Relativamente difícil
14	Si los datos de los fumadores son tomados como datos agrupados para su estudio, y son formados 5 intervalos de clase de acuerdo al rango, ¿cuál de los siguientes cuadros representa el buen manejo de los datos?	4	17%	Relativamente difícil
15	¿Representa el promedio de cigarros fumados después de 6 meses de tratamiento?	8	34%	Relativamente difícil

Por lo que se refiere al Pre-test (2ª parte), los resultados que se observaron, fueron los siguientes:

Alumno	Reactivos bien resueltos por los alumnos ✓	Calificación
1	6	7.5
2	6	7.5
3	4	5
4	6	7.5
5	5	6.25
6	6	7.5
7	2	2.5
8	2	2.5
9	7	8.75
10	1	1.25
11	4	5
12	5	6.25
13	4	5
14	1	1.25
15	1	1.25
16	4	5
17	3	3.75
18	5	6.25
19	1	1.25
20	4	5
21	4	5
22	2	2.5
23	4	5



El índice de dificultad de los reactivos del Pre-test (2ª parte), es el siguiente:

Reactivo	Descripción del Reactivo	Contestaron bien		Índice de dificultad
		Alumnos	%	
1	A un grupo de 10 personas de vigilancia de una empresa, se les practicó un prueba de tiro al blanco con sus armas de cargo, con el fin de evaluar, que tanto son capaces de utilizarlas de la mejor manera en una posible emergencia, Cada uno disparó sólo una vez, se les colocó a una distancia de 7 metros del blanco. ¿Lo que se alejó cada disparo del blanco, se puede considerar como una desviación?	13	56%	Relativamente fácil
2	Después de observar los resultados de los disparos, ¿cuál sería tu conclusión?	21	91%	Muy fácil
3	¿Si se suman todas las distancias que se tomaron con respecto al blanco y las dividimos entre 10, so obtendría?	14	60%	Relativamente fácil
4	Si se calcula la desviación media, de los disparos, ¿cuál sería el punto de referencia de donde se van a tomar las desviaciones?	5	21%	Relativamente difícil
5	Representa la varianza de disparos al blanco	6	26%	Relativamente difícil
6	Se llevó a cabo un estudio con 50 personas fumadoras que están en un proceso de desintoxicación de un año y se requiere saber después de seis meses cuál ha sido el avance obtenido. Antes del tratamiento, cada uno de ellos fumaba un promedio de 40 cigarrillos (dos cajetillas de cigarros) diarios. ¿Representa el promedio de cigarros fumados después de 6 meses?	17	73%	Relativamente fácil
7	¿Representa la desviación media de los cigarros fumados después de 6 meses de tratamiento?	3	13%	Difícil o muy difícil
8	¿Representa la Desviación Estándar del número de cigarros fumados después de 6 meses de tratamiento?	9	39%	Relativamente difícil

### 5.3 Análisis de los resultados Post-test

El examen Post-test (1ª parte) y (2ª parte), fueron aplicados en la décima cuarta sesión de la Unidad I, Estadística Descriptiva, como un examen único con 23 reactivos y fue el mismo que se aplicó en la 1ª y 9ª sesiones, respectivamente, llamados Pre-test 1ª y 2ª parte. Sin embargo para efectos de evaluación se dividió en Post-test 1ª parte y Post-test 2ª parte. Comenzaremos analizando el Post-test (1ª parte) y posteriormente el Post-test (2ª parte). Los resultados que se obtuvieron fueron los siguientes:

**Resultados del Post-test (1ª parte)**

Alumno	Reactivos bien resueltos ✓	Calificación
1	11	7.3
2	13	8.6
3	8	5.3
4	13	8.6
5	14	9.3
6	15	10
7	14	9.3
8	11	7.3
9	12	8
10	11	7.3
11	12	8
12	10	6.6
13	12	8
14	14	9.3
15	13	8.6
16	14	9.3
17	13	8.6
18	14	9.3
19	8	5.3
20	10	6.6
21	9	6
22	12	8
23	15	10



Por otra parte, el examen Post-test (2ª parte), fueron los siguientes:

**Resultados del Post-test (2a parte)**

Alumno	Reactivos bien resueltos ✓	Calificación
1	5	6.25
2	5	6.25
3	5	6.25
4	7	8.75
5	5	6.25
6	7	8.75
7	7	8.75
8	5	6.25
9	5	6.25
10	2	2.5
11	3	3.75
12	6	7.5
13	6	7.5
14	5	6.25
15	7	8.75
16	5	6.25
17	7	8.75
18	7	8.75
19	4	5
20	6	7.5
21	4	5
22	5	6.25
23	7	8.75



## 5.4 Comparación entre los resultados del Pre-test y el Post-test

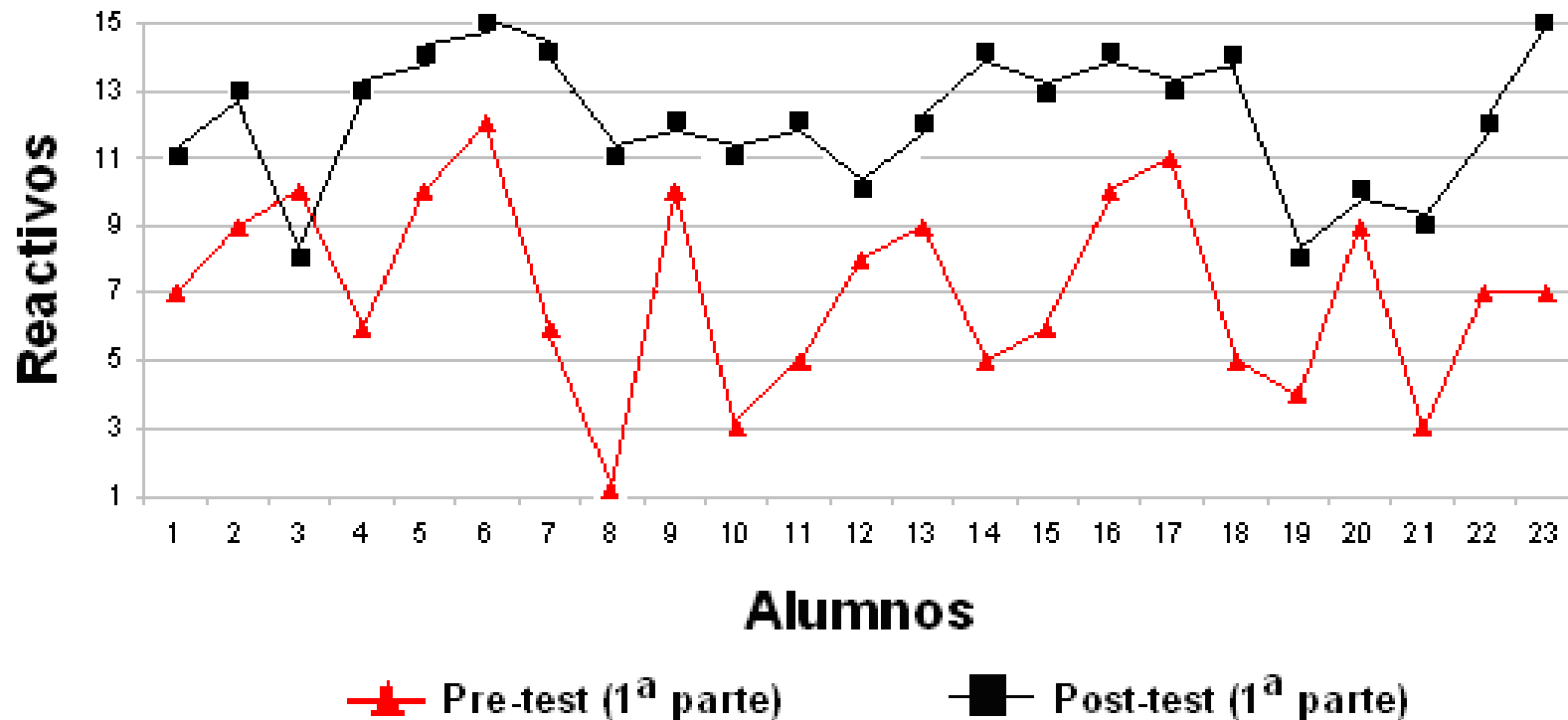
El examen Post-test, aun cuando fue aplicado en una sola exposición, al ser evaluado, se dividió en dos partes llamadas Post-test (1ª parte) y Post-test (2ª parte) y de igual forma fueron comparados. Asimismo, el siguiente cuadro muestra la comparación entre el Pre-test (1ª parte) y el Post-test (1ª parte).

Alumno	Pre-test 1ª parte	Post-test 1ª parte
	Reactivos bien resueltos	Reactivos bien resueltos
1	7	11
2	9	13
3	10	8
4	6	13
5	10	14
6	12	15
7	6	14
8	0	11
9	10	12
10	3	11
11	5	12
12	8	10
13	9	12
14	5	14
15	6	13
16	10	14
17	11	13
18	5	14
19	4	8
20	9	10
21	3	9
22	7	12
23	7	15

En el cuadro anterior, se puede observar que sólo el alumno 3 mostró un retroceso en el aprendizaje. Sin embargo, es importante no perder de vista, el significativo incremento de respuestas correctas, al ser comparados los instrumentos Pre-test y el Pos-test, en su primera parte.

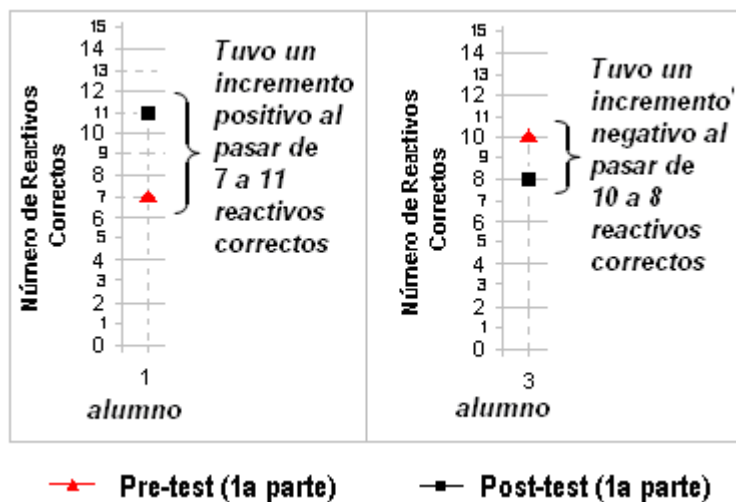
La siguiente gráfica muestra el comportamiento que cada alumno manifestó, en ambos exámenes.

### Comparación de reactivos bien resueltos por los alumnos



## Ejemplo

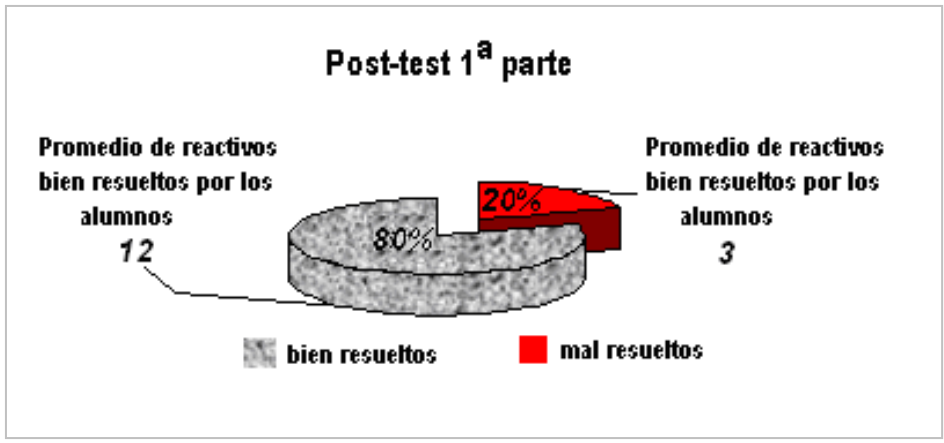
El alumno 1 respondió correctamente 7 reactivos en el Pre-test (1ª parte) y 11 en el examen Post-test (1ª parte), lo que representa un incremento de 4 reactivos correctos. Sin embargo, el alumno 3 contestó acertadamente 10 preguntas en el Pre-test (1ª parte) y 8 para el Post-test (1ª parte), lo que significa un comportamiento negativo de 2 reactivos.



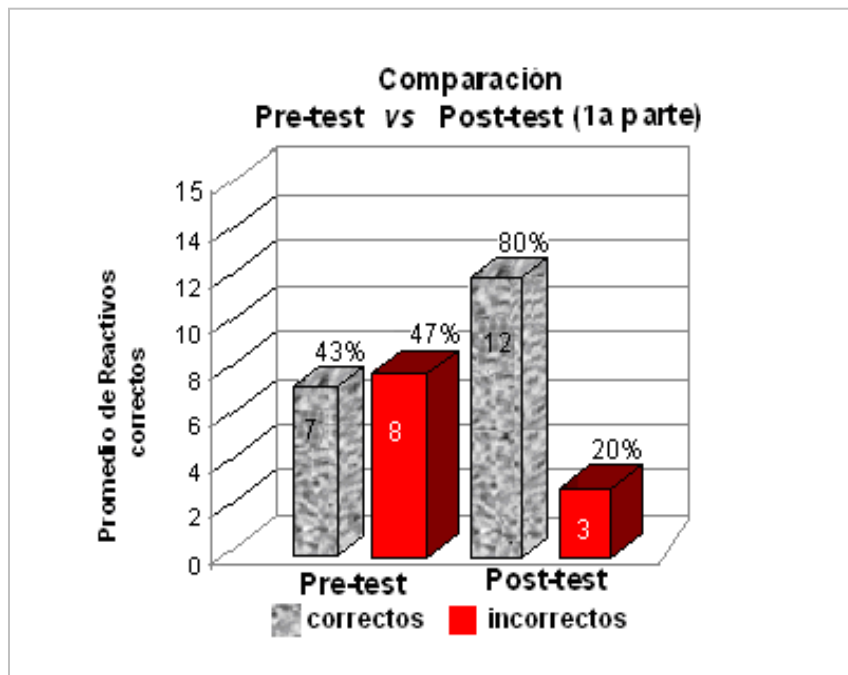
Se pudo observar también, que el promedio de reactivos bien contestados por los alumnos, sufrió un incremento favorable, de 7 para el Pre-test (1ª parte) a 12 del Post-test en su primera parte. Es decir, que del 47% de respuestas correctas se pasó al 80% en el mismo rubro.







otra manera de visualizarlo sería:



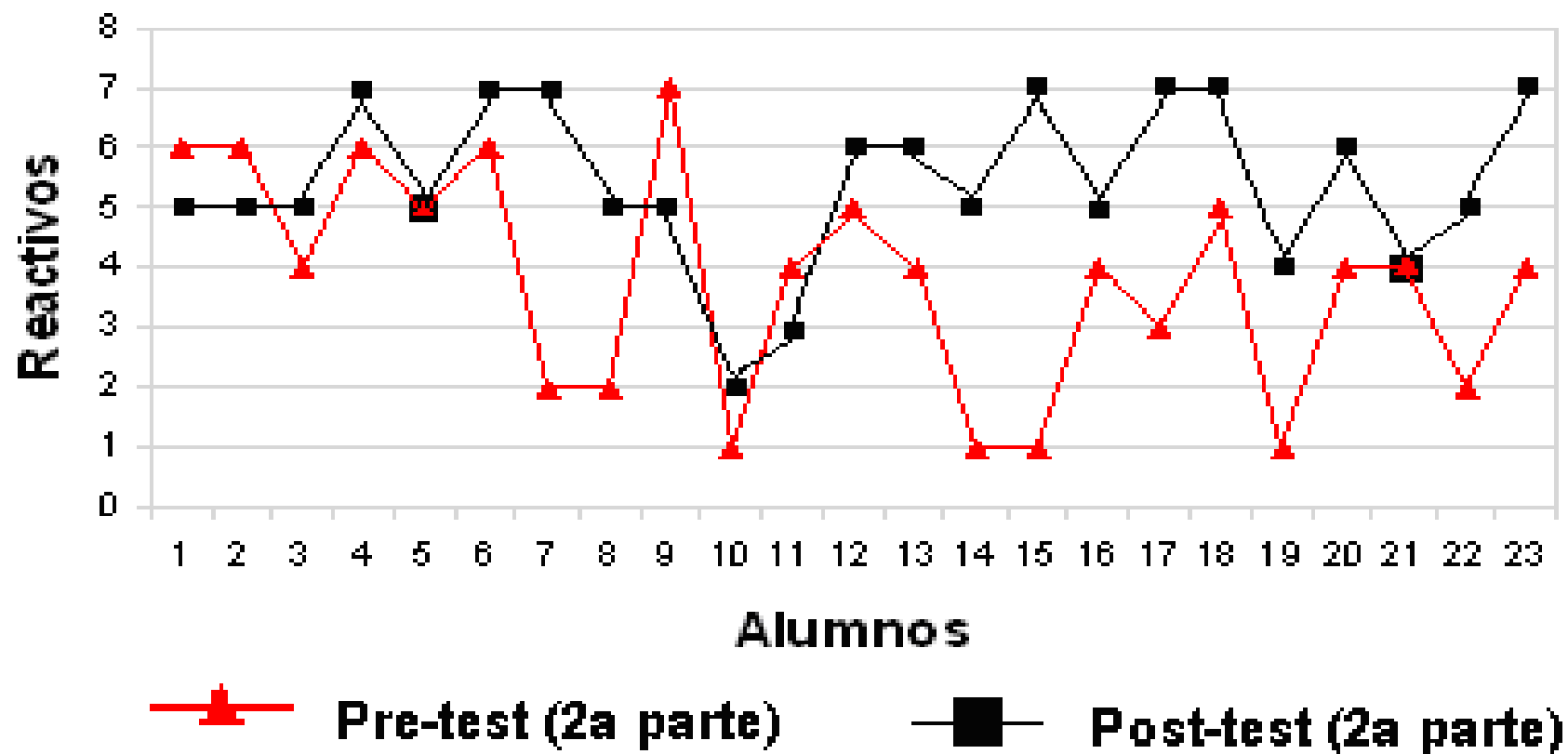
Por otra parte, al hacer la comparación entre el Pre-test (2ª parte) y el Post-test (2ª parte), con respecto a los reactivos que fueron bien respondidos por los alumnos, se tiene:

<b>Alumno</b>	<b>Pre-test (2ª parte)</b>	<b>Post-test (2ª parte)</b>
	Reactivos bien resueltos	Reactivos bien resueltos
1	6	5
2	6	5
3	4	5
4	6	7
5	5	5
6	6	7
7	2	7
8	2	5
9	7	5
10	1	2
11	4	3
12	5	6
13	4	6
14	1	5
15	1	7
16	4	5
17	3	7
18	5	7
19	1	4
20	4	6
21	4	4
22	2	5
23	4	7

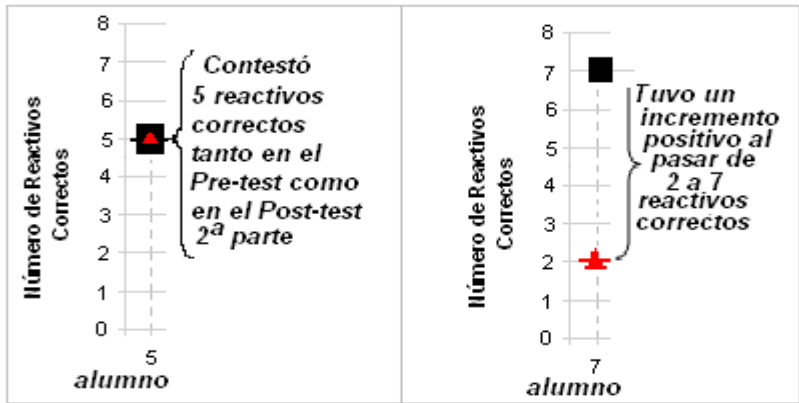
Se puede observar que los alumnos 1,2, 9 y 11 mostraron un comportamiento negativo. Sin embargo, en varios casos, fueron notables los avances, por ejemplo, los alumnos 7, 8, 10, 14, 15, 17, 19, 22 y 23 mostraron un incremento favorable. Además de otros en donde se notaron incrementos mínimos como los alumnos 4, 5, 7, 10 y 16 o bien permanecieron constantes como lo son los estudiantes 5 y 21.

En el siguiente cuadro, muestra el comportamiento de reactivos bien respondidos por los estudiantes.

## Comparación de los reactivos bien resueltos por los alumnos

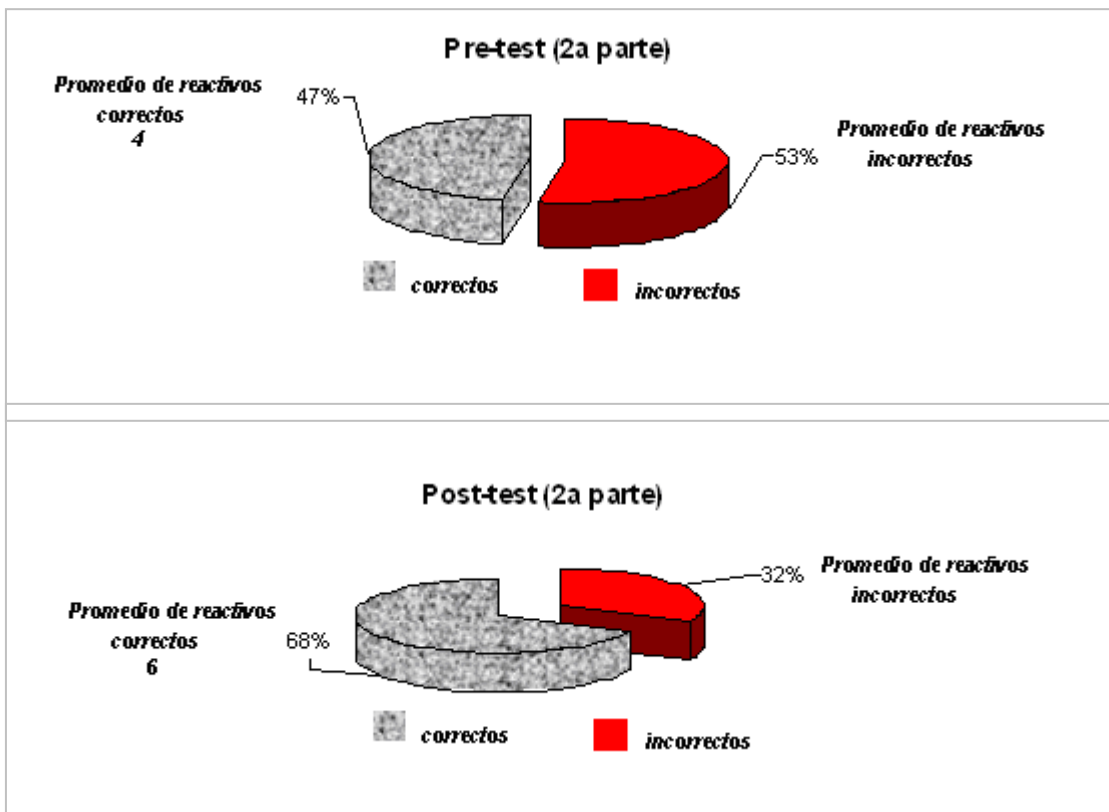


**Ejemplo**



▲ Pre-test (2a parte)    
 ■ Post-test (2a parte)    
 ▲ Igual número de reactivos correctos

La comparación del promedio de reactivos bien contestados por los alumnos, en el Pre-test (2ª parte) con respecto al Post-test (2ª parte) se tiene lo siguiente:



Se puede observar un avance positivo al pasar del 47% de reactivos bien contestados por los alumnos para el Pre-test (2ª parte) al 68% para el Post-test (2ª parte).

Para tratar de probar la hipótesis planteada en el capítulo I, se tomarán las comparaciones anteriormente hechas sobre reactivos bien resueltos. Utilizando el método de diferencias entre dos medias poblacionales. “Las pruebas de hipótesis que tratan sobre las diferencias medias poblacionales se emplean sobre todo para determinar si es o no razonable concluir, que las dos medias son iguales entre sí o que una es mayor que la otra”. (Castillo, J. y Gómez, J. 1998, p. 335). Llevando a cabo los cálculos siguientes, se tiene:

Alumno	Pre-test 1ª parte Reactivos bien resueltos	Post-test 1ª parte Reactivos bien resueltos	Pre-test 1ª parte $X_i - \bar{X}$	Pre-test 1ª parte $(X_i - \bar{X})^2$	Post-test 1ª parte $X_i - \bar{X}$	Post-test 1ª parte $(X_i - \bar{X})^2$
1	7	11	-0.04	0.0016	-1.09	1.1881
2	9	13	1.96	3.8416	0.91	0.8281
3	10	8	2.96	8.7616	-4.09	16.7281
4	6	13	-1.04	1.0816	0.91	0.8281
5	10	14	2.96	8.7616	1.91	3.6481
6	12	15	4.96	24.6016	2.91	8.4681
7	6	14	-1.04	1.0816	1.91	3.6481
8	0	11	-7.04	49.5616	-1.09	1.1881
9	10	12	2.96	8.7616	-0.09	0.0081
10	3	11	-4.04	16.3216	-1.09	1.1881
11	5	12	-2.04	4.1616	-0.09	0.0081
12	8	10	0.96	0.9216	-2.09	4.3681
13	9	12	1.96	3.8416	-0.09	0.0081
14	5	14	-2.04	4.1616	1.91	3.6481
15	6	13	-1.04	1.0816	0.91	0.8281
16	10	14	2.96	8.7616	1.91	3.6481
17	11	13	3.96	15.6816	0.91	0.8281
18	5	14	-2.04	4.1616	1.91	3.6481
19	4	8	-3.04	9.2416	-4.09	16.7281
20	9	10	1.96	3.8416	-2.09	4.3681
21	3	9	-4.04	16.3216	-3.09	9.5481
22	7	12	-0.04	0.0016	-0.09	0.0081
23	7	15	-0.04	0.0016	2.91	8.4681
	162	278		194.9568		93.8263

El promedio de reactivos bien resueltos para el Pre-test 1ª parte fue de  $X_1 = 7.04$  y la desviación estándar de  $\sigma_1 = 2.91$  y para el Post-test 1ª parte el promedio de reactivos bien resueltos fue de  $X_2 = 12.09$  y la desviación estándar de  $\sigma_2 = 2.02$ . La hipótesis planteada al inicio de este trabajo fue: un mejor aprendizaje al estudiar la Estadística Descriptiva con el uso de la computadora o bien lograr un aprendizaje significativo. Por lo que se probará la hipótesis si hay o no diferencia significativa entre los promedios de reactivos bien resueltos del Pre-test y el Post-

test en sus dos partes, con un nivel de significancia de  $\alpha = 0.01$ , utilizando la distribución de probabilidad t de *Student*, por haber realizado el estudio con 23 alumnos, es decir:

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$  no hay diferencia entre los promedios

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ , hay una diferencia significativa entre los dos promedios

Regla de decisión: puesto que es un prueba de dos colas, los valores críticos para  $\alpha = 0.01$  son  $\pm t_{1-\frac{\alpha}{2}} = \pm t_{.995}$ .



pero:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sigma \sqrt{\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}}} \quad \text{donde} \quad \sigma = \sqrt{\frac{N_1\sigma_1^2 + N_2\sigma_2^2}{N_1 + N_2 - 2}} \quad \text{y} \quad N_1 = N_2 = 23$$

pero como  $N_1 = N_2 \Rightarrow$

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sigma \sqrt{\frac{2}{N}}} \quad \text{y} \quad \sigma = \sqrt{\frac{N\sigma_1^2 + N\sigma_2^2}{2N - 2}}$$

sustituyendo

$$\sigma = \sqrt{\frac{23(2.91)^2 + 23(2.02)^2}{44}} = \sqrt{\frac{23(8.4681 + 4.0804)}{44}} = \sqrt{\frac{288.6155}{44}} = 2.5611$$

y por lo tanto

$$t = \frac{12.09 - 7.04}{2.5511 \sqrt{\frac{2}{23}}} = \frac{5.05}{2.5511(0.2948)} = \frac{5.05}{0.7520} = 6.71 \text{ que se conoce como } t_{cal.}$$

ahora calculando  $t_{1-\frac{\alpha}{2}}$  con 44 grados de libertad, se tiene una aproximación de

2.67. Siendo la regla de decisión: Rechazar  $H_0$  si  $t_{cal.} < -2.67$  ó si  $t_{cal.} > 2.67$ . Como  $t_{cal.} = 6.71$  se puede observar que dicho valor es mayor que 2.67, por lo que se deduce que  $H_0$  es rechazada y aceptada  $H_1$ , es decir, existe una diferencia significativa entre las medias de los resultados obtenidos entre Pre-test 1ª parte y el Post-test 1ª parte.

Por otra parte, el promedio de reactivos bien resueltos para el Pre-test 2ª parte fue de  $\bar{X}_1 = 3.78$  y la desviación estándar de  $\sigma_1 = 1.8165$  y para el Post-test 2ª parte el promedio de reactivos bien resueltos fue de  $\bar{X}_2 = 5.43$  y la desviación estándar de  $\sigma_2 = 1.3453$ .

Alumno	Pre-test (2ª parte)	Post-test (2ª parte)	Pre-test (2ª parte)		Post-test (2ª parte)	
	Reactivos bien resueltos	Reactivos bien resueltos	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$
1	6	5	2.22	4.9284	-0.43	0.1849
2	6	5	2.22	4.9284	-0.43	0.1849
3	4	5	0.22	0.0484	-0.43	0.1849
4	6	7	2.22	4.9284	1.57	2.4649
5	5	5	1.22	1.4884	-0.43	0.1849
6	6	7	2.22	4.9284	1.57	2.4649
7	2	7	-1.78	3.1684	1.57	2.4649
8	2	5	-1.78	3.1684	-0.43	0.1849
9	7	5	3.22	10.3684	-0.43	0.1849
10	1	2	-2.78	7.7284	-3.43	11.7649
11	4	3	0.22	0.0484	-2.43	5.9049
12	5	6	1.22	1.4884	0.57	0.3249
13	4	6	0.22	0.0484	0.57	0.3249
14	1	5	-2.78	7.7284	-0.43	0.1849
15	1	7	-2.78	7.7284	1.57	2.4649
16	4	5	0.22	0.0484	-0.43	0.1849
17	3	7	-0.78	0.6084	1.57	2.4649
18	5	7	1.22	1.4884	1.57	2.4649
19	1	4	-2.78	7.7284	-1.43	2.0449
20	4	6	0.22	0.0484	0.57	0.3249
21	4	4	0.22	0.0484	-1.43	2.0449
22	2	5	-1.78	3.1684	-0.43	0.1849
23	4	7	0.22	0.0484	1.57	2.4649
	87	125		75.9132		41.6527

Por lo que de igual forma que en el caso anterior.

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ , no hay diferencia entre los promedios

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ , hay una diferencia significativa entre los dos promedios

sustituyendo

$$\sigma = \sqrt{\frac{23(1.8165)^2 + 23(1.3453)^2}{44}} = \sqrt{\frac{23(3.2996 + 1.8098)}{44}} = \sqrt{\frac{117.5162}{44}} = 1.6342$$

y por lo tanto

$$t = \frac{5.43 - 3.78}{1.6342 \sqrt{\frac{2}{23}}} = \frac{1.65}{1.6342(.2948)} = \frac{1.65}{0.4817} = 3.42 = t_{cal.}$$

ahora calculando  $t_{1-\frac{\alpha}{2}}$  con 44 grados de libertad y un nivel de significancia de 0.01,

se tiene una aproximación de 2.67. Siendo la regla de decisión: Rechazar  $H_0$  si  $t_{cal.} < -2.67$  ó si  $t_{cal.} > 2.67$ . Como  $t_{cal.} = 3.42$  se puede observar que dicho valor es mayor que 2.67, por lo que se deduce que  $H_0$  es rechazada y aceptada  $H_1$ , es decir, existe una diferencia significativa entre las medias de los resultados obtenidos entre Pre-test 2ª parte y el Post-test 2ª parte.

Se planteo como hipótesis que al utilizar la computadora en la enseñanza de la Estadística Descriptiva y mostrar las bondades que para tal fin ofrece la Hoja Electrónica de Cálculo (EXCEL) de una manera visual y dinámica, es posible lograr aprendizajes significativos.

En este caso, los promedios obtenidos en función de reactivos bien resueltos, en los diferentes instrumentos de evaluación, mostraron una marcada diferencia en la comparación de los mismos. Es decir, existe un aprendizaje al comparar los conocimientos que los alumnos tienen antes de iniciar el curso y los conocimientos que obtuvieron después de estudiar la primera unidad del curso de Estadística y Probabilidad I, con el uso de la computadora y en especial utilizando EXCEL.



David Paul Ausubel, en 1963 presentó su teoría en el libro *Psicología del aprendizaje significativo verbal*, que se complementaría con *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo* en 1976, en cuya segunda edición, de 1978, contó con las aportaciones de Joseph Novak y Helen Hanesian 1983. Ausubel sostiene que sólo habrá **aprendizaje significativo** cuando lo que se trata de aprender se logra relacionar de forma sustantiva y no arbitraria con lo que ya conoce quien aprende, es decir, con aspectos relevantes y preexistentes de su estructura cognitiva. Los requisitos u organizadores previos son aquellos materiales introductorios que actúan como “puentes cognitivos” entre lo que el alumno ya sabe y lo que aún necesita saber. Sin embargo, es necesario recalcar que los aprendizajes manifestados, podrían tener más validez si hubiera un sistema global de evaluación y mecanismos adecuados, para lograr un seguimiento apropiado de los alumnos.

Según Lafourcade (1973), un programa de evaluación alcanzará su máxima efectividad, si se toman en consideración: la aplicación de nuevas técnicas o el mejoramiento de las que ya se conocen con una actitud científica; la dirección y los miembros del personal que organicen un programa de evaluación eficiente, deberán coordinar sus esfuerzos; el sistema escolar deberá disponer de algún personal más especializado en evaluación.

Por otra parte, Ausubel propone considerar la psicología educativa, como elemento fundamental en la elaboración de los programas de estudio, parte esencial del diseño de los aprendizajes, ofreciendo aproximaciones prácticas al profesorado, acerca de cómo aplicar los conocimientos que aporta su teoría del aprendizaje a la enseñanza. No es extraño, por tanto, que su influencia haya trascendido el mero aspecto teórico y forme parte, de sus aportaciones y las de sus discípulos, de la práctica educativa moderna.

# Conclusiones

Proponerse como una meta, obtener aprendizajes significativos, se convierte en una tarea que merece mi total atención, ya que el aprendizaje de los alumnos debe ser parte medular de mi labor docente. Muchos de nosotros, profesores, nos encontramos con la problemática de lograr una buena planeación y administración de nuestra labor docente. El diseño de ambientes de aprendizajes bien estructurados y organizados, puede llegar a ser un excelente instrumento para alcanzar las metas y objetivos de aprendizaje y con ello lograr más y mejores aprendizajes. En la elaboración de este trabajo, resultó positivo, tomar como parte esencial a los diseños de aprendizaje planteados por Bransford, Brown y Cocking (1999), que fueron parte fundamental para poder alcanzar las metas originalmente planeadas y en su momento mejorarlas, lo cual es posible corroborar en el análisis de los resultados anteriormente mostrados.

Con la implantación de los diseños, se consiguió llevar un control de las actividades dentro y fuera de clase y en los trabajos de campo realizados, no solamente para el profesor sino también para los mismos estudiantes. Se manifestaron actitudes positivas en los alumnos principalmente en su desempeño, actitud y responsabilidad.

Resulta importante reflexionar que no obstante todos los esfuerzo que se puedan realizar para cumplir las metas y los objetivos, “no todos los objetivos que se hayan seleccionado para determinada unidad se convertirán en conductas logradas, lo cual significa que no todos los resultados obtenidos coinciden en calidad y número con las metas que sirvieron de guías para desarrollar los contextos del aprendizaje” (Lafourcade, 1973, p. 36). Sin embargo, cabe destacar que se lograron mejores resultados que los que se esperaba alcanzar y que todas las acciones y estrategias que se tomaron, para alcanzar las metas y los objetivos, siempre se apegaron a los lineamientos diseñados en los planes de estudio de Estadística y Probabilidad I y Taller de Computo, así como, lo estipulado en el Modelo Educativo del Colegio de Ciencias y Humanidades.

En cuanto a la metodología, aún cuando se corrió el riesgo de cambiar la manera de impartir la clase, y que se notó cierta desconfianza, rápidamente esto

fue subsanado y aceptado por los alumnos y se pudo observar y sentir un ambiente armónico y de participación. Se consiguió quitar el falso tabú, de que el profesor y alumno son antagónicos y se consiguió, formar un equipo de trabajo profesor-alumno donde el objetivo principal era el aprender a aprender, aprender a ser y aprender a hacer, y en el que el profesor sólo fungió como un apoyo para los alumnos, con lo que se consiguió despertar en ellos sus cualidades constructivistas y su propia iniciativa.

Otra cosa que hay que resaltar, es que de acuerdo a los resultados, se observó en la mayoría de los alumnos mejores aprendizajes, esto se pudo notar al comparar los resultados de calificación entre el Pre-test y el Post-test. Asimismo, buenos resultados en aspectos que fueron evaluados como: disposición, participación, entusiasmo, razonamiento ante los problemas, iniciativa y colaboración al trabajo en equipo y grupal.

En cuanto al contenido de los temas, originalmente se había contemplado la posibilidad de introducir otras herramientas como Fathom y SPSS, sin embargo, se busco aprovechar la coyuntura que se presentaba en el colegio, ya que tanto Estadística y Probabilidad I como Taller de Cómputo son impartidos en el Colegio y son parte del Área de Matemáticas y muchos de nosotros profesores, damos ambas materias, con lo cual es posible hacer estrecha la relación entre las dos materias y un mejor manejo de los contenidos por parte del profesor, al tomar como herramienta parte de una de ellas (Unidad VII, Hoja Electrónica de Cálculo Excel), para estudiar parte de la otra (Unidad I Estadística Descriptiva), y esto en beneficio de los alumnos.

El uso de la Hoja Electrónica de Cálculo trajo consigo, notorias satisfacciones para los alumnos, ya que manifestaron bastante soltura en su manejo y una buena actitud al poder realizar problemas que anteriormente eran inalcanzables para ellos y que esta vez lograron con éxito llegar a solucionarlos y mucho más importante, comprenderlos y razonarlos.

Fue de llamar la atención, la manera en como los alumnos de forma visual y dinámica, mostraron comprensión e interés por temas comúnmente problemáticos para ellos, como son: las medidas de tendencia central, las medidas de dispersión

e incluso la elaboración de graficas de muchas y varias formas. Otra cosa a la cual sería bueno hacer referencia, es que en el curso normal, los estudiantes ven como necesario e indispensable el uso de una calculadora científica, en el estudio de la Estadística Descriptiva, y obviamente, al utilizar la computadora se manifestó una mejor operatividad con respecto a la que les podría ofrecer una calculadora científica.

Con la aplicación del examen diagnóstico Pre-test 1ª parte, se pudo notar un temor muy marcado con respecto a la posible no acreditación del curso, sin embargo, al final de la unidad, ellos mismo pudieron observar sus examen y , en la mayoría de los casos, se pudo notar una cierta satisfacción. El examen diagnóstico Pre-test en su primera parte, fue aplicado a 23 alumnos del Programa de Apoyo al Egreso (PAE), obteniéndose los siguientes resultados: 9 alumnos obtuvieron calificaciones aprobatorias, lo que representa el 39% del total de los estudiantes con una calificación máxima de 7.3; por lo que se refiere al Post-test en su primera parte, 21 alumnos aprobaron el examen y 15 de ellos con calificaciones de 8 o mayores, lo que corresponde al 91% del total de estudiantes, logrando un avance de 52 puntos porcentuales con respecto al Pre-test en su primera parte. Para el Pre-test 2ª parte, ocho alumnos pudieron obtener calificaciones aprobatorias, lo que representa un 35% del total de estudiantes inscritos, donde sólo uno de ellos obtuvo 8.75 como calificación máxima, los demás obtuvieron calificaciones de 7.5 o menores. Por lo que se refiere al Post-test 2ª parte, 19 alumnos aprobaron el examen, es decir, un 83%, lo que manifiesta un incremento porcentual de 48 puntos, e igual que en el caso anterior, se pudo observar un incremento importante en calificaciones, ya que 15 alumnos alcanzaron calificaciones de 8 o mayores. Por lo que es posible concluir, que el uso de la computadora y en especial la Hoja Electrónica de Cálculo, trajo consigo, grandes satisfacciones.

Después de dar por terminado el estudio de la primera unidad de Estadística y Probabilidad I y analizar los resultados obtenidos, es posible proponer, que ya que fue positiva la aplicación del proyecto, que éste sea aplicado en repetidas ocasiones, con una evaluación continua y permanente. Así como, ampliar su aplicación en la Segunda Unidad, "Datos Bivariados", donde la Hoja Electrónica de Cálculo es posible utilizarla con muy buenos resultados.

Además, no obstante que en el Colegio ya existe un material de excelente calidad para probabilidad utilizando Fathom, resultaría adecuado, plantear una alternativa utilizando Excel para la tercera unidad, Introducción a la Probabilidad.

Es con el uso de herramientas como la computadora, como se manifiestan grandes oportunidades de desarrollo para alumnos, no solamente en el ámbito estudiantil sino también en el ámbito laboral. Asimismo, el poder acceder a problemas de materias de matemática que se imparten de manera clásica, con una alternativa diferente, puede proporcionar buenas satisfacciones y mejores resultados.

Otra cosa importante sería, proponer la elaboración, en un futuro inmediato, de un material didáctico educativo en Estadística y Probabilidad I utilizando Excel, de fácil acceso y que pudiera ser sencillamente operado por los alumnos del plantel, de una manera abierta y propositiva, con una buena propuesta de auto-evaluación y aceptando las críticas y sugerencias para mejorarlo que pudieran poco a poco mejorarlo, y algo importante es que éste podría ser propuesto en línea.

Por último, aún cuando los exámenes fueron diferentes a los que los alumnos estaban acostumbrados a realizar en Estadística Descriptiva, se manifestó una gran disposición al uso computadora en la solución problemas estadísticos. Se trató de crear conciencia, del gran potencial que ellos tienen como estudiantes y como éste puede optimizarse con el uso computadora. Así como, la excelente relación que existe entre la Estadística Descriptiva y la Hoja Electrónica de Cálculo para que, de manera más rápida, dinámica y objetiva, se pudieran lograr con éxito, la solución de problemas estadísticos, con grandes alcances y de manera mucho más amigable.

# Referencias

- Aberastury, Amira. *La adolescencia normal*, Ed. Paidós. 1986.
- Ausubel, D. P., Novak, J. D. y Hanesian, H. *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*, México: Trillas. 1983,
- Ávila, A. Hernández, H. Becerril, H. Cifuentes, M. Domínguez, M. Sánchez, A. y Santos, R. *Paquete Didáctico de Estadística y Probabilidad I*, Colegio de Ciencias y Humanidades, Plantel Vallejo. 1ª Edición, México. 2006.
- Batanero, C. *Recursos para la educación estadística en Internet*, UNO, 15, 13-25. 1998.
- Batanero, C. *Significado y comprensión de las medidas de tendencia central*. UNO, 25, 41-58, 2000.
- Batanero, Carmen y Godino, Juan D. *Análisis de datos y su didáctica*, Departamento de Didáctica de la Matemáticas, Universidad de Granada. 2001.
- Bransford, I., Brown, A. y Cocking, R. *How the people learn Brain, mind, experience and school*. Washington, D. C.: National Academy Press. 1999.
- Briseño, L. A. y Verdugo, J. C. *Matemáticas 3, Secundaria, serie 2000*. Ed. Santillana, Vigésima reimpresión, México. 2005.
- Castillo, J. y Gómez, J. *Estadística Inferencial Básica*, Ed. Grupo Editorial Iberoamericana, S. A. de C. V., México. 1998.
- Castrejón, A. y García, E. . *Matemática, Educación Secundaria, 2º curso*. Ed. Santillana, 1ª Edición, México. 1993.
- Díaz Barriga, Frida. *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. México. Mc. Graw Hill.
- Díaz Barriga, F. y Hernández, G. *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. Ed. McGraw-Hill, 2ª Ed. México. 2002.
- EMAT, Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología, *Modelación, Matemáticas del Cambio*, SEP, Educación Secundaria. México. 2000.
- EMAT, Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología, *Geometría dinámica*, SEP, Educación Secundaria. México. 2000.
- Ferber, R, Sheatsley, T, Turner, A. y Waksberg, J. *¿Qué es una Encuesta*. American Atatistical Association. Washinton, D. C. 1980.
- Fillooy, E., Rojano, T., Figueras, O. Ojeda, A. y Zubieta, G. *Matemática educativa, primer grado*. Ed. McGraw Hill, 1ª edición, México. 2000.



Gagné R. M. *Principios básicos del aprendizaje por la instrucción*, Ed. Diana, México. 1974.

Guía para el profesor, Estadística y Probabilidad I, Colegio de Ciencias y Humanidades, Rubro 2, Grupo de apoyo a la implantación de los nuevos programas.

Johnson, R. *Estadística Elemental*, Ed. Grupo Editorial Iberoamericana, México. 1990.

Lafourcade, P. D. *Evaluación de los aprendizajes*. Ed. Kapeluz, 5ª Ed. Buenos Aires. 1969.

Libros de Texto de 3er, 4º, 5º y 6º año, proporcionados por la SEP, Subsecretaría de Educación Básica, Dirección General de Materiales Educativos

Muñoz Corona, L. , Román Palacios, L., Ávila Antuna, R., Chalini Herrera, A. y López Gazcón, V. , *Ingreso Estudiantil al CCH*, Dirección General del Colegio de Ciencia y Humanidades, México, 2003.

Muñoz Corona, L. , Ávila Antuna, R., López Gazcón, V., López y López, D y Santillán Reyes, D., *Ingreso Estudiantil al CCH*, Dirección General del Colegio de Ciencia y Humanidades, México, 2005.

Muñozcano, F. M. *Introducción al modelo educativo del CCH*, UNAM. 1991.

Murray R. Spiegel Larry J. Stephens. *Estadística*. 3ra Edición, McGraw Hill.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA. National Council of Teachers of Mathematics.

Programa del Taller de Cómputo, UNAM, Colegio de Ciencias y Humanidades. 2003.

Programa de Estadística y Probabilidad I, UNAM. Colegio de Ciencias y Humanidades. 1998.

Protocolo de Equivalencias para el Ingreso y la Promoción de los Profesores de Carrera Ordinarios de la Unidad Académica del Ciclo de Bachillerato del Colegio de Ciencias y Humanidades. (29 enero de 1990).

Proyecto académico para la revisión curricular, *Perfil del alumno del CCH y su comportamiento escolar*, Diagnóstico Académico, cuadernillo núm. 2, Colegio de Ciencias y Humanidades, Dirección General.

Rojano, Teresa y Ursini, Sonia. *Enseñando Álgebra con Hoja Electrónica de Cálculo*, Grupo Editorial Iberoamericana, S. A. de C. V. México, 1997.

Rojas, R. Guía par realizar investigaciones sociales, Facultad de Ciencias Políticas y Sociales, UNAM. México. 1985.

Saavedra, G. Curso de Formación de Profesores (1998). Modelo Educativo del CCH.

Scott, Patrick. *Introducción a la Investigación y Evaluación Educativa*. Lecturas en educación matemática. No. 6 U.A.C.P. y C.C.H., UNAM. 1ª Ed. México 1989.

Sánchez, E., Inzunza, S. Ávila, R. *Probabilidad y Estadística I*. 1ª Edición, Grupo Editorial Patria, 2009.

Tarragona Roig, Mariona. *El adolescente y las relaciones familiares*. UNAM, FES Acatlán, Psicología Evolutiva 1.

Wild, C. J. y Pfannkuch, M. *Pensamiento Estadístico en la Indagación Empírica*, Departamento de Matemáticas Educativa, Cinvestav, Vol. 67, Núm 3, México. 2007.

Woolfolk, A. E. *Psicología Educativa*. Ed. Person, 7ª Ed. México. 1999.