



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**CREACIÓN DE VIDEO EN FORMATO
MP4 COMO APOYO A LA
ENSEÑANZA DE LAS CÓNICAS EN EL NIVEL
MEDIO SUPERIOR**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
LICENCIADO EN ACTUARÍA
P R E S E N T A:**

LEONEL MAGAÑA MEJIA



**TUTORA DE TESIS:
M. EN C. ELENA DE OTEYZA DE OTEYZA
2009**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de Datos del Jurado

1. Datos del alumno

Magaña
Mejía
Leonel
56 01 72 42
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Actuaría
09653213

2. Datos del tutor

M. en C.
Elena
de Oteyza
de Oteyza

3. Datos del sinodal 1

Mat.
Luis
Briseño
Aguirre

4. Datos del sinodal 2

M. en C.
Wilfrido
Martínez
Torres

5. Datos del sinodal 3

M. en C.
Emma
Lam
Osnaya

6. Datos del sinodal 4

M. en C.
Virginia
Abrín
Batule

7. Datos del trabajo escrito.

Creación de video en formato MP4 como apoyo a la enseñanza de las cónicas en el nivel medio superior
28 p.
2009

Índice

	Página
Introducción	1
1 Creación con uso de la tecnología del video en formato Mp4	4
1.1 Estructura	4
1.1.1 Descripción del proyecto	4
1.1.2 Contenido Curricular (Programa ENP)	7
1.1.3 Planeación educativa de la sesión	8
1.1.4 Diseño y construcción de la sesión en plataforma Microsoft Office	9
1.1.5 Revisión pedagógica de la sesión	17
1.1.6 Proceso de transformación al formato Mp4 de la sesión	19
1.1.7 Exposición de los videos en formato Mp4 de los temas desarrollados	22
1.1.7.1 La circunferencia	video 1
1.1.7.1.1 Definición	video 1
1.1.7.1.2 Elementos de la circunferencia	video 1
1.1.7.1.3 Ecuación ordinaria en el origen	video 1
1.1.7.1.4 Ecuación general	video 1
1.1.7.1.5 Miscelánea de ejemplos	video 1
1.1.7.1.6 Aplicaciones	video 1
1.1.7.1.7 Ejemplos propuestos	video 1
1.1.7.2 La parábola	video 2
1.1.7.2.1 Definición	video 2
1.1.7.2.2 Elementos de la parábola	video 2
1.1.7.2.3 Ecuación ordinaria en el origen	video 2
1.1.7.2.4 Ecuación general	video 2
1.1.7.2.5 Miscelánea de ejemplos	video 2
1.1.7.2.6 Aplicaciones	video 2
1.1.7.2.7 Ejemplos propuestos	video 2
1.1.7.3 La elipse	video 3



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1.1.7.3.1	Definición	video 3
1.1.7.3.2	Elementos de la elipse	video 3
1.1.7.3.3	Ecuación ordinaria en el origen	video 3
1.1.7.3.4	Ecuación general	video 3
1.1.7.3.5	Miscelánea de ejemplos	video 3
1.1.7.3.6	Aplicaciones	video 3
1.1.7.3.7	Ejemplos propuestos	video 3
1.1.7.4	La hipérbola	video 4
1.1.7.4.1	Definición	video 4
1.1.7.4.2	Elementos de la hipérbola	video 4
1.1.7.4.3	Ecuación ordinaria en el origen	video 4
1.1.7.4.4	Ecuación general	video 4
1.1.7.4.5	Miscelánea de ejemplos	video 4
1.1.7.4.6	Aplicaciones	video 4
1.1.7.4.7	Ejemplos propuestos	video 4
1.2	Aplicación	23
1.3	Resultados	23
	Conclusiones	25
	Referencias	26

Introducción

A través de diferentes herramientas tecnológicas tanto matemáticas como de diseño se pretende englobar contenidos y aplicaciones matemáticas que permitan un acercamiento educativo con estudiantes del nivel medio superior. El producto final, tendrá cualidades didácticas en forma y contenidos matemáticos junto con aplicaciones de fondo.

La combinación de dicha forma y fondo darán como resultado un archivo en formato mp4 que tendrá la versatilidad de ser estudiado tanto en una computadora como incluso ser de carácter móvil al ser reproducido en cualquier lector de formato mp4. Todo lo anterior para desarrollar las habilidades lógico-matemáticas tanto prácticas como temáticas de los estudiantes que cursan el nivel medio superior y poder así elevar el nivel educativo matemático desde un enfoque tecnológico tanto presencial como a distancia por su cualidad de movilidad.

El desarrollo tecnológico de difusión matemática puede ser un complemento motivacional exitoso en el nivel medio superior. Es probable que un tutorial móvil de contenidos matemáticos con el uso de tecnología pueda ser la herramienta que complemente los medios comúnmente empleados para potencializar el desarrollo y adquisición de conocimientos matemáticos en nuestro país.

Los resultados de México a nivel internacional en pruebas diseñadas para medir las habilidades tanto verbales como matemáticas han sido bajos en comparación con otros países. Tal es el caso de la prueba PISA (*Programme for International Student Assessment*), aplicada en el año 2006 que nos ubica en el lugar 51 de un total de 59 países participantes¹.

¹ Primer Informe Evaluación PISA 2006, Instituto Vasco de Evaluación e Investigación Educativa , Bilbao, Diciembre 2007



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Cabe resaltar, que países como Finlandia² y China³, que están en los primeros lugares de esta misma prueba, cuentan con proyectos a nivel nacional donde el uso de la tecnología educativa es una parte importante y que a lo largo del tiempo han logrado obtener resultados positivos.

A nivel nacional, México ha diseñado instrumentos de medición como La Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE). Es una prueba para instituciones educativas públicas y privadas de México, que se aplica por el Sistema Educativo Nacional a alumnos de primaria, secundaria y preparatoria.

Los resultados de aplicación de esta prueba, en el nivel medio superior en el año 2008⁴, muestran que el 84% de los alumnos en nuestro país que están por terminar el nivel medio superior no son capaces de resolver problemas que involucren más de un procedimiento, resolver sistemas de ecuaciones asociados con algún fenómeno social o natural, reconocer los elementos de una cónica a partir de su gráfica o determinar los valores de sus elementos a partir de su ecuación, entre otros.

Por lo anterior, surge este trabajo con la propuesta de una herramienta tecnológica que permita un acercamiento con los estudiantes. Sabemos que existen diferentes métodos de enseñanza-aprendizaje que hoy en día pueden ser adaptados y ajustados a las necesidades de la sociedad que está inmersa en el proceso tecnológico.

² <http://www.oph.fi/prime330/prime105.aspx>

³ https://php.radford.edu/~ejmt/deliveryBoy.php?paper=eJMT_v1n1n3

⁴ http://enlacemedia.sep.gob.mx/resultados_nac.html

En el desarrollo de este trabajo, se hace la descripción sobre la estructura, la planeación y la construcción de cuatro sesiones en formato Mp4, que en este proyecto tiene como eje temático: Las Cónicas.

Posteriormente, se detallan los pasos y la construcción necesarios para realizar una escena de una de las cónicas. Aquí se ve involucrado todo el proceso creativo y tecnológico que se empleó en el proyecto. Es importante mencionar que aunque sólo se muestra una escena como ejemplo, en el presente trabajo están contenidas, desarrolladas y terminadas totalmente las cuatro cónicas.

Después de esto, se muestra el proceso de transformación, edición y ajuste de formato del proyecto para reproducirse en dispositivos lectores de Mp4 que le dan la versatilidad y portabilidad con la cual se genera su ventaja competitiva educativa.

Creación con uso de la tecnología del video en formato Mp4

La incursión y el desarrollo de tecnología aplicada, no sólo a la enseñanza, sino también al aprendizaje de las Matemáticas es un factor medular para que la educación se lleve a cabo de manera óptima y significativa.

Para la presente investigación se ha desarrollado un proyecto que pretende aportar a la educación las herramientas que actualmente demanda la necesidad educativa mediante las cuales los estudiantes puedan tener acceso mediante tecnología a adquirir conocimientos matemáticos incluidos en clases de temas específicos en formato Mp4.

A continuación se describe en qué consiste el proyecto que se propone utilizar como una herramienta adicional de la educación para imitar las medidas adoptadas por los países con mejores niveles educativos según evaluaciones globales.

1.1 Estructura

1.1.1 Descripción del Proyecto

La naturaleza de este proyecto responde a necesidades inherentes de cualquier docente con estudiantes de hoy. Estudiantes que pueden estar en una computadora haciendo tarea, descargando archivos, conversando con varios compañeros vía Internet, escuchando música y viendo videos, todo al mismo tiempo y cuando no pueden tener acceso a una computadora recurren a reproductores multimedia móviles que les dan acceso a casi todas estas aplicaciones de forma portátil¹.

Son estudiantes multi-activos que esperan una respuesta al dar un clic, que tienen libre acceso a cualquier información en la web y que genera en ellos una actitud y personalidad muy específica.

¹ Stephanie Armour. Generation Y: They've arrived at work with a new attitude, USA Today, 11 de agosto de 2005.



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Por lo anterior, el docente tiene que adaptarse a un medio diferente del que aprendió y adoptar nuevos recursos que permitan acercarse al mundo de esta nueva generación, un mundo de respuestas inmediatas, intercomunicación y movilidad.

El proyecto, materia de la presente investigación, en general consiste en un acercamiento a las Matemáticas por medio del diseño y creación de clases o sesiones temáticas con ejemplos y ejercicios en archivos de formato Mp4 que podrán ser visualizadas a manera tanto de introducción y estudio como de repaso en cualquier computadora y principalmente en uno de los artefactos más empleados en lo que va del inicio de este siglo. Un reproductor multimedia portátil diseñado por la empresa Apple y comercializado desde octubre de 2001, llamado Ipod.

Este dispositivo ha mostrado en pocos años su gran utilidad y gusto en personas de todas las edades, como dijo el cofundador de Apple, Steve Wozniak: “Ahora mismo todo el mundo tiene uno, dos o tres; y no desaparecerá en mucho tiempo”².

Aunque ya existen reproductores multimedia portátiles en formato Mp4 de otras marcas, el presente proyecto emplea el uso del Ipod por ser el que actualmente cuenta con mayor difusión.

La creación de una sesión temática en este proyecto involucra un proceso específico y ordenado.

² <http://www.applesfera.com/ipod/porque-el-ipod-no-puede-morir-al-menos-en-unos-cuantos-anos>, consultada el 8 de abril de 2009.

El primer paso consiste en la selección del contenido curricular. Es decir, determinar de forma clara y concisa el tema y los subtemas, parte central de la sesión. Es importante tomar dicho contenido del programa operativo o curricular oficial de la institución rigente. Esto permite delimitar no sólo la extensión, sino la profundidad con la que se desee abordar el tema.

El segundo paso es realizar la planeación educativa de la sesión. La planeación implica aspectos como el orden de ideas, graduación de contenidos en el desarrollo, la dosificación de conceptos y ejemplos, así como la selección adecuada de ejercicios para evaluar la asimilación de la sesión.

El tercer paso es trascendental pues involucra el uso de software para diseñar y crear la sesión en formato electrónico. Debido al uso de secuencias y animaciones, se empleó como plataforma PowerPoint de la paquetería de Microsoft Office. Aunado a éste, fue necesario emplear otros programas: Graphmatica, Cabri Geometry II plus, Corel Draw y Microsoft Paint para las imágenes de figuras geométricas y su necesaria edición.

El cuarto paso implica una revisión pedagógica del proceso y desarrollo de la sesión. Aspectos como el planteamiento claro del tema y subtemas, graduación de contenidos, desarrollo de ejemplos resueltos y propuestas de ejercicios como cierre para verificar la correcta asimilación del tema deberán de ser revisados para garantizar la efectividad del proceso enseñanza-aprendizaje de la sesión.

El quinto y último paso es convertir la sesión en el formato de video para brindarle su característica de movilidad al ser reproducida en un Ipod. Para esto será necesario transformar la presentación de PowerPoint a video de formato Mp4. Esto se realiza con el software PowerVideoMaker en primera instancia y posteriormente el software TotalVideoConverter dando como resultado el video en dicho formato.

A manera de clarificar y detallar la estructura de este proyecto, se desarrolla a continuación cada uno de los pasos mencionados anteriormente.

1.1.2 Contenido Curricular (Programa ENP³)

El presente proyecto tiene la versatilidad de desarrollarse, aplicarse o ajustarse a cualquier unidad, tema o subtema del conocimiento matemático de educación básica, media y media superior; sin limitar su potencial al nivel superior.

Debido a la naturaleza de extensión, se decidió aplicar esta investigación al segundo semestre del quinto año de bachillerato del programa de estudios de la Escuela Nacional Preparatoria (plan 1996) de la Universidad Nacional Autónoma de México.⁴

El tema seleccionado pertenece a Geometría Analítica, en específico: Cónicas (circunferencia, parábola, elipse e hipérbola).

	Tema	Subtema	Contenido
Geometría Analítica	Cónicas	Circunferencia Parábola Elipse Hipérbola	Definición Partes características Ecuación ordinaria en el origen Ecuación ordinaria en (h,k) Ecuación general Miscelánea de ejemplos Aplicaciones Ejemplos propuestos

³ Escuela Nacional Preparatoria UNAM

⁴ http://www.dgire.unam.mx/contenido/normatividad/enp_planes_estudio.htm, consultada el 1 de agosto de 2008.

Parte fundamental del contenido curricular es la clara y definida concepción del tema y subtemas que estarán plasmados en la sesión. Lo anterior permitirá detallar el contenido que marca también la profundidad con la que se abordará cada uno de los subtemas y finalmente cumplir con el desarrollo del tema.

1.1.3 Planeación educativa de la sesión

El establecer un orden de ideas y conceptos de forma lógica y gradual, plasmadas en tres etapas: introducción, desarrollo y evaluación son los componentes principales para la correcta y apropiada planeación de una sesión educativa⁵.

- La Introducción es el inicio de la sesión, donde se establecen tanto los contenidos a tratarse como los objetivos o competencias, ya sea de forma implícita o explícita. Muestra el alcance de la sesión y una idea clara del contenido de la misma.
- El Desarrollo de la sesión involucra el contenido temático de la misma, es decir, las definiciones, conceptos, propiedades, ejemplos resueltos y diferentes aplicaciones tanto teóricas como prácticas. En este proyecto se plasman todos los elementos anteriores de una forma animada para que a la vista del estudiantes de puedan llevar a cabo los enlaces y conjeturas necesarias para la mejor asimilación del tema.
- La Evaluación de la sesión permite identificar y diagnosticar los logros alcanzados con base en los objetivos planteados. Al final de cada clase de este proyecto se plantean ejercicios sobre el tema desarrollado en una forma congruente de nivel para evaluar el desempeño de cada estudiante.

⁵ DIAZ F, “ Metodología del Diseño Curricular para Educación Superior”. Edit. Trillas ,México. 1993.

Finalmente es necesario destacar la importancia de la planeación en cada sesión del proyecto pues ésta determinará la calidad de la información que se proporcionará a cada uno de los estudiantes y la claridad con la que se desarrolle generará un gusto e interés por aprender empleando ésta herramienta didáctica.

1.1.4 Diseño y construcción de la sesión en plataforma Microsoft Office

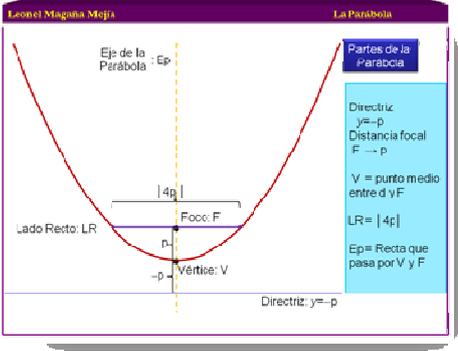
En este paso del proyecto, protagonizado por el aspecto tecnológico, se marca de forma contundente la diferencia contra el diseño y construcción de una clase tradicional.

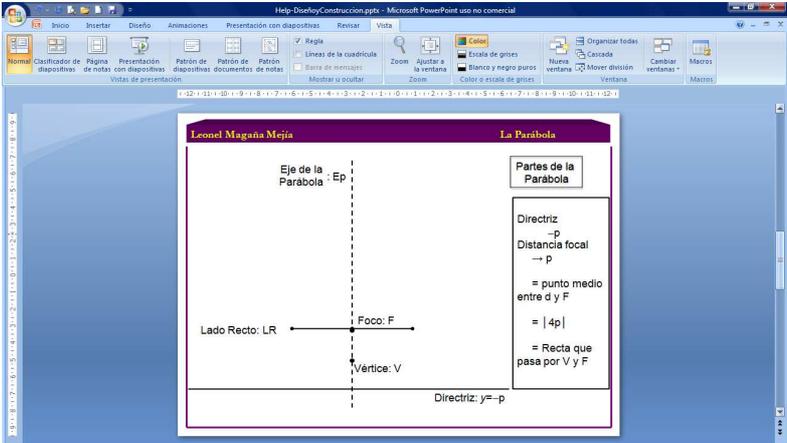
La plataforma empleada es PowerPoint, incluida en la paquetería de Microsoft Office. Se seleccionó ésta por diversos factores como su amplia difusión y principalmente por su fácil manipulación de objetos por medio de animaciones, que permite aparecer, mover, desaparecer y transformar objetos entre otros.

El proceso de diseño y creación de una sola diapositiva es meticuloso y minucioso, aspectos que lo convierten en complejo e incluso exhaustivo.

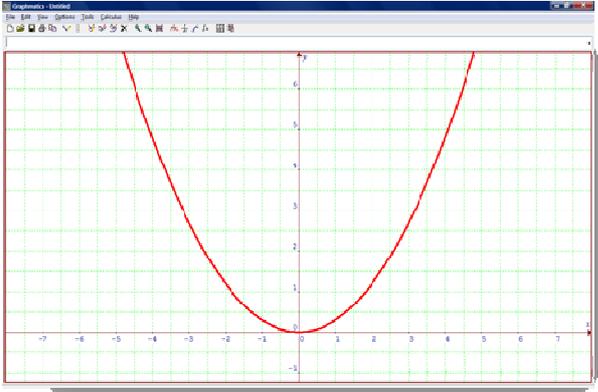
A continuación se muestra la creación de una diapositiva, posteriormente escenario⁶, desde el diseño hasta la animación para poder ejemplificar de forma clara el uso de la plataforma.

⁶ Debido a que el producto final está en formato de video, se pierde el efecto de transición por diapositivas y se convierte en transición por escenarios.

Diseño y construcción muestra			
Tema	Subtema	Contenido	Escenario
Las Cónicas	La Parábola	Partes características	Diapositiva 5
			

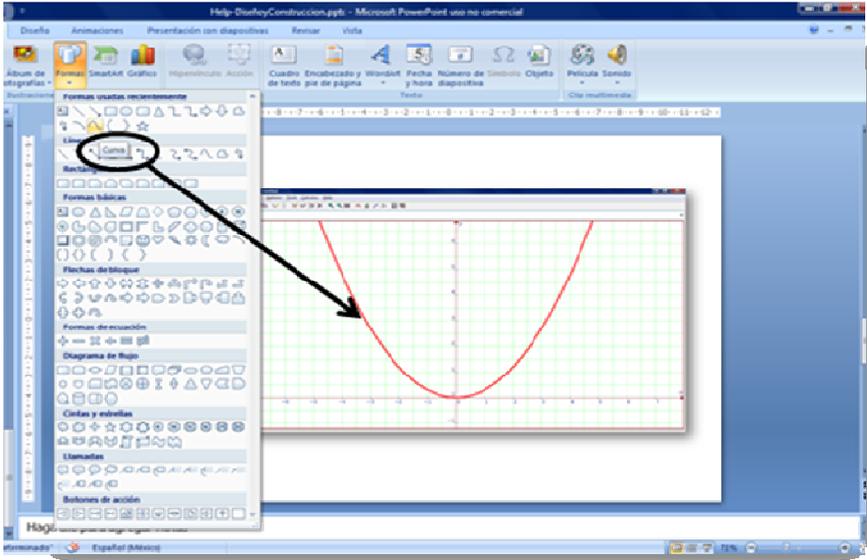
Fase 1. Diseño	Borrador del contenido de la diapositiva
	
<p>Se colocan los textos, objetos y conectores generales para dimensionar el espacio y plantear la ubicación adecuada de cada uno de ellos. Aquí se ubican los elementos que por limitantes del software deberán ser creados de forma externa, como la imagen de una parábola.</p>	

Fase 1. Diseño	Creación de una imagen de parábola con Graphmatica.
----------------	---

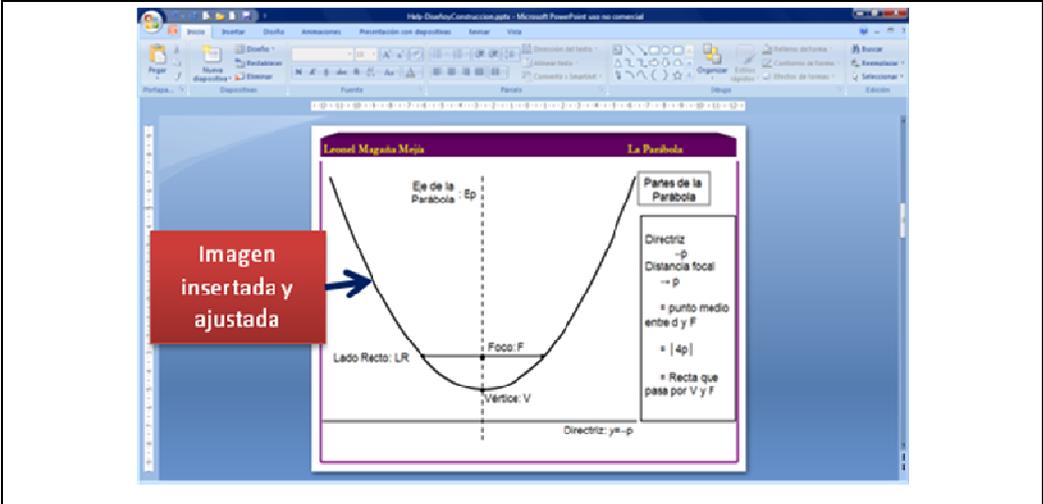


Usando el software Graphmatica, se crea la imagen de una parábola. Según la complejidad de la figura se puede también emplear Cabri Geometry para rotar figuras o Corel Draw por su utilidad vectorial.

Fase 1. Diseño	Diseño de la imagen de la parábola en PowerPoint.
----------------	---

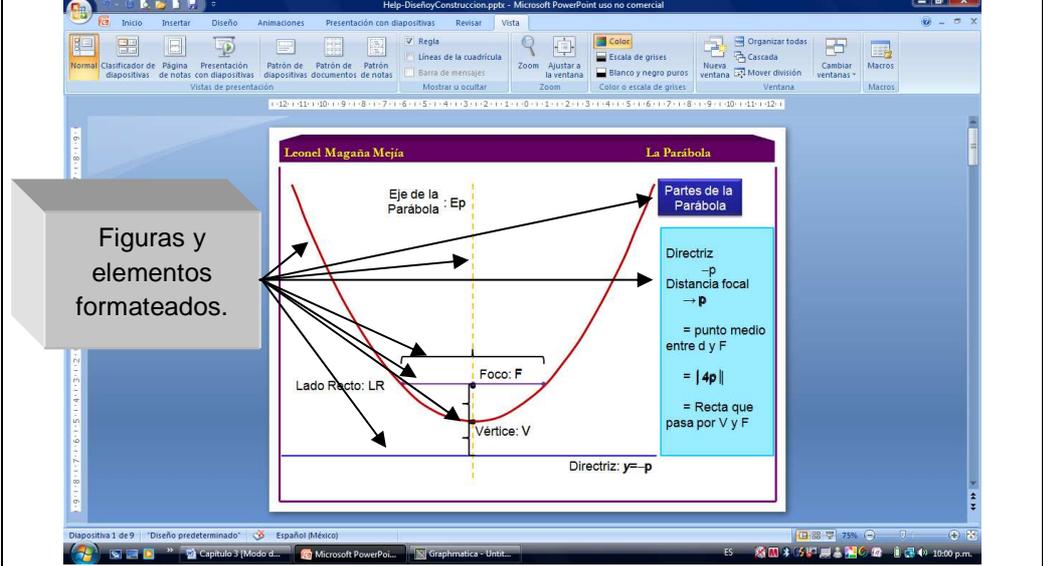


Fase 1. Diseño	Diseño de la imagen de la parábola en PowerPoint.
----------------	---



La imagen se inserta y ajusta en la diapositiva en el borrador.

Fase 2. Formato	Ajustes a las formas del borrador.
-----------------	------------------------------------



Una vez terminado el borrador, se formatean las figuras en grosor, color y estilo.

Fase 2. Formato

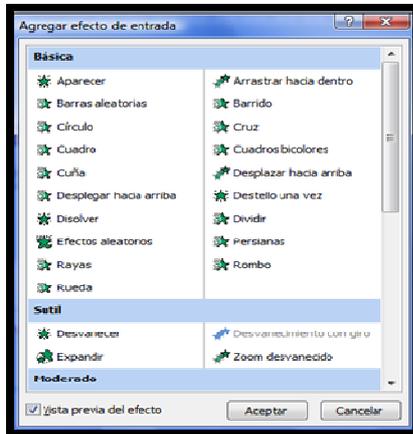
Ajustes al texto del borrador.

The screenshot shows a PowerPoint slide titled "La Parábola" by Leonel Magaña Mejía. The slide features a diagram of a parabola opening upwards. Key elements labeled include: "Eje de la Parábola: Ep" (vertical dashed line), "Lado Recto: LR" (horizontal line from the vertex to the directrix), "Foco: F" (point on the axis), "Vértice: V" (bottom point of the parabola), and "Directriz: y = -p" (horizontal line). A blue text box on the right lists "Partes de la Parábola" and defines: "Directriz", "Distancia focal $\rightarrow p$ ", "= punto medio entre d y F", "= $|4p|$ ", and "= Recta que pasa por V y F". A grey callout box on the left points to the text in the diagram with the text "Ajuste de texto en tipografía y estilo."

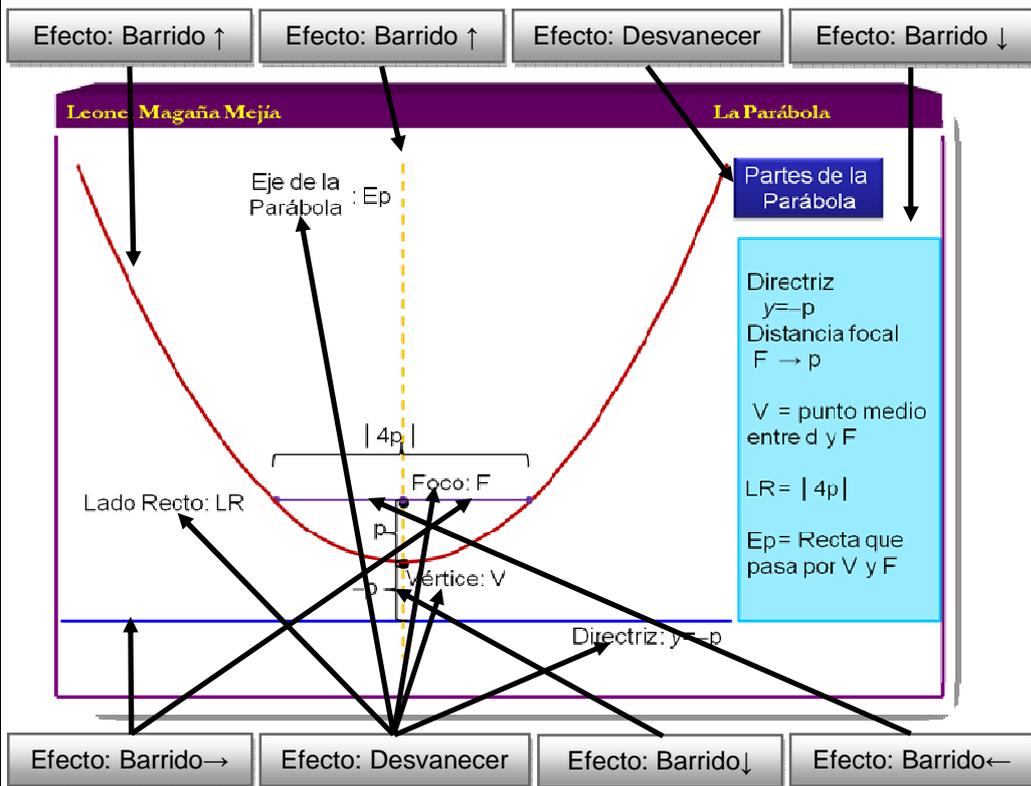
Los textos requieren formato en tipo de letra, tipografía matemática con editor de ecuaciones, tamaño y estilo.

Fase 3.
Animación Fija

Animación de objetos que no se desplazan de lugar.



Es importante que cada efecto aparezca en escena en el momento señalado, programando la ejecución de inicio al término del efecto anterior y con una velocidad media. Esto genera una secuencia continua para que la presentación se ejecute sin esperar clic o instrucción alguna por parte del operador.

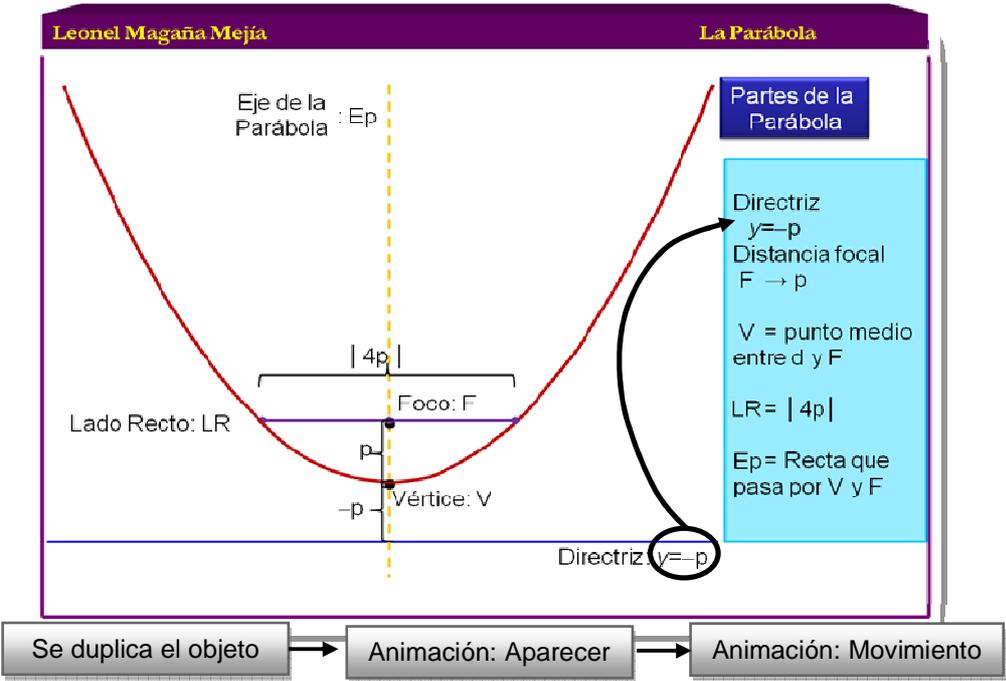


Se programa la animación de cada texto, objeto e imagen que permanecerá fija. Existe una amplia gama de animaciones por lo que es necesario usar la que mejor se adecue al efecto visual buscado.

Fase 4. Animación Móvil	Animación de objetos que se desplazan de lugar.
----------------------------	---

- | 1. Abajo
- ∩ 2. Arco hacia abajo
- | 3. Arriba
- 4. Derecha
- \ 5. Diagonal hacia abajo derecha
- / 6. Diagonal hacia arriba derecha
- 7. Izquierda
- ⌂ Dibujar desplazamiento personalizado ▶
- Más trayectorias de la animación...

En cada efecto de movimiento es necesario duplicar el objeto en cuestión con un efecto de <aparecer> para que su imagen permanezca en el lugar inicial. Es decir, se duplica el objeto, se programa para que aparezca y posteriormente se desplaza hasta el lugar deseado. Esto proporciona al espectador el efecto y noción de procedencia.



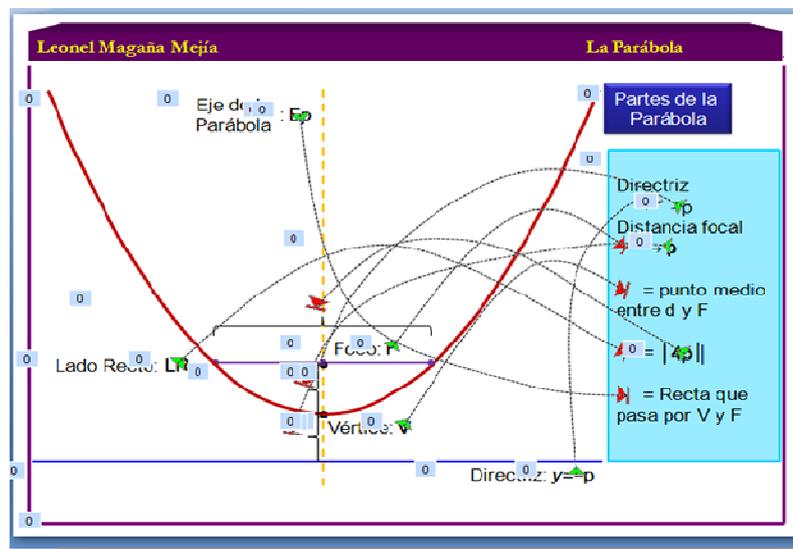
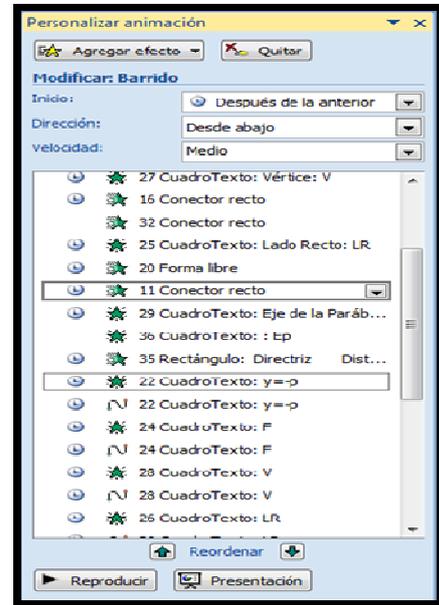
El proceso de duplicar, animar y mover cada objeto que vaya a ser desplazado hasta un lugar específico, debe hacerse de forma minuciosa para que la secuencia de movimiento sea continua y fluida, generando un efecto de transición imperceptible para el espectador.

Fase 5.
Orden de efectos

Secuencia de las animaciones fijas y móviles.

Al terminar de animar los objetos tanto fijos como móviles, se procede a ordenar dichos efectos en la secuencia lógica de la sesión.

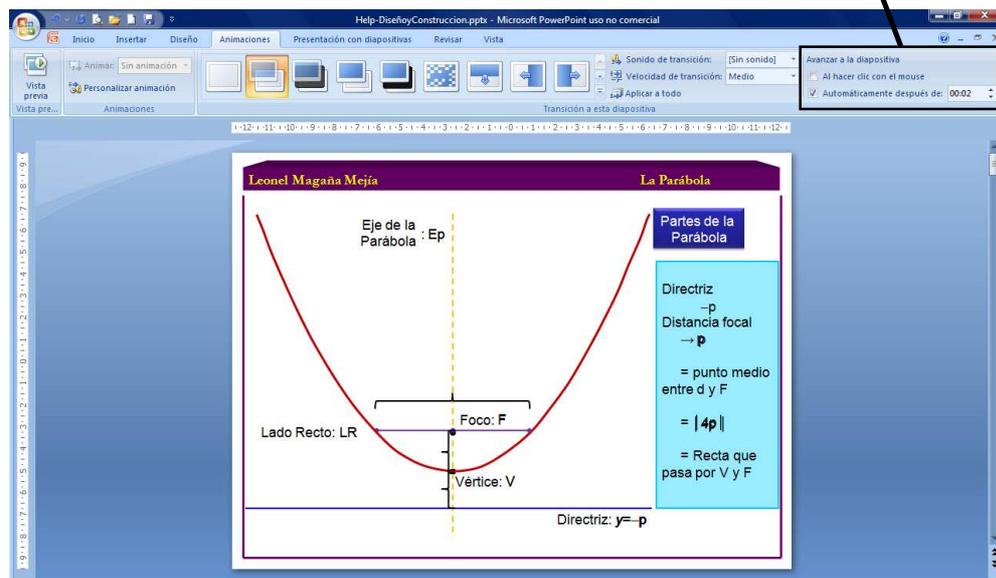
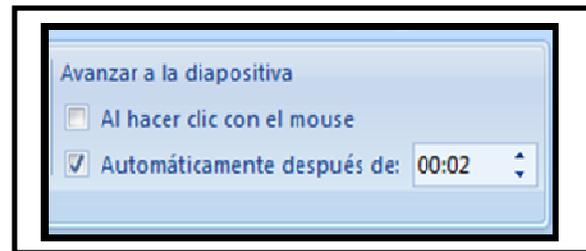
Este puede ser un proceso largo considerando que para esta diapositiva se generaron más de 30 diferentes efectos en casi 20 objetos distintos. Emplear el borrador inicial para guiar de forma clara el orden y revisar los avances de la presentación puede ser de gran utilidad.



La visualización final de esta etapa en el orden de las animaciones genera la sensación de movimiento continuo aunque pausado pero al transformarse en la versión video será continuo y fluido dando el efecto de una película animada.

Fase 6. Transición

Transición de la diapositiva



Por último, se programa el avance automático de la diapositiva para que al terminar de mostrar el contenido, proceda con la siguiente diapositiva.

1.1.5 Revisión pedagógica de la sesión

Una vez terminado el conjunto de diapositivas que conforman la sesión, es necesario dar una revisión final desde el punto de vista pedagógico.

Esta revisión pedagógica involucra la estructuración adecuada de los contenidos, ejemplos y ejercicios alrededor del eje temático, las cónicas, para facilitar así su organización lógica⁷.

Esta estructura es planteada en tres distintos aspectos:

⁷ http://iteso.mx/~carlosc/pagina/documentos/innova_normal/unidida5.htm

Conceptos	Relacionados con el saber y el conocer.
Procedimientos	Relacionados con el saber hacer y adquirir destreza para realizar ciertas tareas.
Actitudes	Relacionados con el comportamiento o actitud del alumno.

Cada una de las sesiones de este proyecto están revisadas bajo los aspectos anteriores, con la intención de que el estudiante adquiera los conocimientos necesarios para poder resolver y realizar actividades con un interés por la materia.

A continuación se enuncian algunos de los resultados globales de la revisión de estos aspectos.

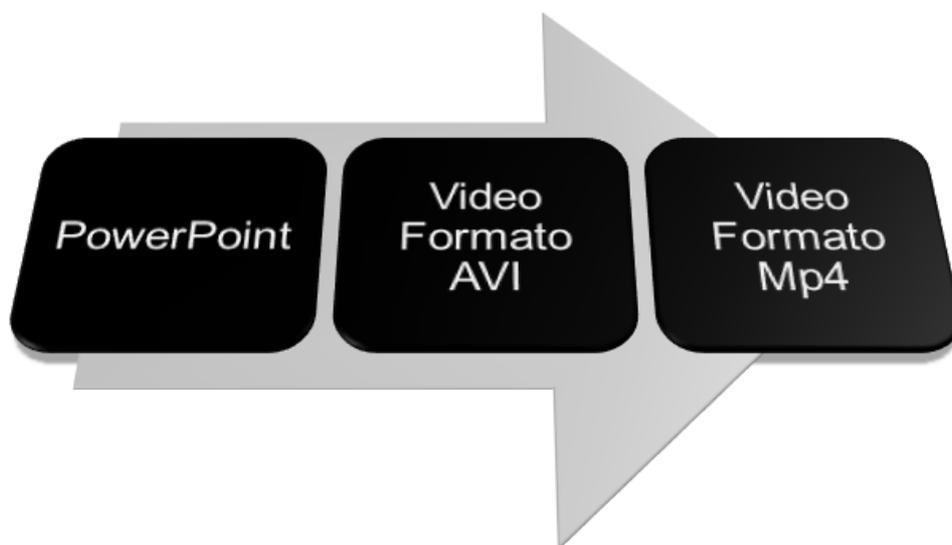
Conceptos	Comprender la definición de cada cónica. Conocer las partes que conforman a cada cónica. Entender las diferencias entre los tipos de ecuaciones, tanto ordinarias como generales. Saber algunas de las aplicaciones de las cónicas a la vida real.
Procedimientos	Saber cómo obtener la gráfica de una cónica a partir de su ecuación. Saber cómo obtener la ecuación de una cónica a partir de su gráfica. Comprender cómo transformar una ecuación ordinaria en una ecuación general y viceversa para cada cónica. Comprender cómo relacionar los conocimientos de las cónicas para la resolución de un problema.
Actitudes	Fomentar el uso del razonamiento lógico matemático a la resolución de problemas.

	Despertar el interés por un campo de las Matemáticas. Incentivar el pensamiento analítico y crítico. Promover una actitud de curiosidad por las Matemáticas.
--	--

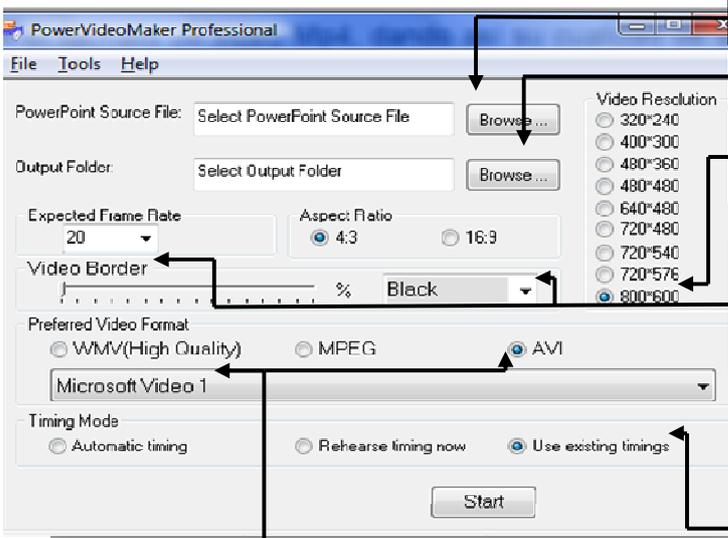
Todo lo anterior matizado por la naturaleza de este proyecto donde cada estudiante podrá tener en la palma de su mano clases para aprender y repasar Matemáticas de una forma práctica, divertida e innovadora.

1.1.6 Proceso de transformación al formato Mp4 de la sesión

El paso final consiste en el uso tecnológico para transformar la presentación de una sesión en el formato de video Mp4, dando así su cualidad de ser reproducido en un ipod o cualquier otro reproductor multimedia.



Este proceso se divide en dos etapas:

Etapa 1	Proceso PowerPoint → PowerVideoMaker
 <p>The screenshot shows the PowerVideoMaker Professional interface. Annotations with arrows point to various settings: 'Ingreso de Archivo' points to the 'PowerPoint Source File' field; 'Egreso de video' points to the 'Output Folder' field; 'Resolución de video sugerida' points to the 'Video Resolution' list; 'Borde del video y color de fondo recomendados' points to the 'Video Border' and 'Black' dropdown; 'Usar tiempos existentes, dado que cada sesión está programada para su continuo cambio de diapositivas.' points to the 'Use existing timings' radio button. The 'Preferred Video Format' section shows 'AVI' selected and 'Microsoft Video 1' in the dropdown.</p>	
<p>Seleccionar formato AVI, versión de video de Microsoft. Esto permitirá ser reproducido en casi cualquier computadora.</p>	<p>Usar tiempos existentes, dado que cada sesión está programada para su continuo cambio de diapositivas.</p>
<p>Empleando PowerVideoMaker, se transforma la presentación de PowerPoint en video con formato temporal AVI, como se muestra en la imagen. Es importante señalar que este proceso le toma a la computadora alrededor de 25 a 30 minutos por sesión.</p>	

<p>Etapa 2</p>	<p>PowerVideoMaker – TotalVideoConverter (Mp4)</p>
<p>El programa PowerVideoMaker transforma la presentación de PowerPoint en formato de video AVI, el cual no puede ser reproducido en un Ipod por lo que se emplea el programa TotalVideoConverter con la finalidad de cambiar de formato AVI a formato Mp4, dándole así el acabado final.</p>	

Con esto se da por terminado el proceso de creación de una de las sesiones del proyecto. El mismo proceso se lleva a cabo en las tres sesiones faltantes para concluir así con el tema de cónicas del proyecto presentado.

1.1.7 Exposición de los videos en formato Mp4 de los temas desarrollados.

A continuación se muestran los puntos tratados en cada sesión de video; es necesario revisarlos directamente del disco pues están en formato Mp4.

- 1.1.7.1 La circunferencia
 - 1.1.7.1.1 Definición
 - 1.1.7.1.2 Elementos de la circunferencia
 - 1.1.7.1.3 Ecuación ordinaria en el origen
 - 1.1.7.1.4 Ecuación general
 - 1.1.7.1.5 Miscelánea de ejemplos
 - 1.1.7.1.6 Aplicaciones
 - 1.1.7.1.7 Ejemplos propuestos
- 1.1.7.2 La parábola
 - 1.1.7.2.1 Definición
 - 1.1.7.2.2 Elementos de la parábola
 - 1.1.7.2.3 Ecuación ordinaria en el origen
 - 1.1.7.2.4 Ecuación general
 - 1.1.7.2.5 Miscelánea de ejemplos
 - 1.1.7.2.6 Aplicaciones
 - 1.1.7.2.7 Ejemplos propuestos
- 1.1.7.3 La elipse
 - 1.1.7.3.1 Definición
 - 1.1.7.3.2 Elementos de la elipse
 - 1.1.7.3.3 Ecuación ordinaria en el origen
 - 1.1.7.3.4 Ecuación general
 - 1.1.7.3.5 Miscelánea de ejemplos
 - 1.1.7.3.6 Aplicaciones
 - 1.1.7.3.7 Ejemplos propuestos

1.1.7.4 La hipérbola

1.1.7.4.1 Definición

1.1.7.4.2 Elementos de la hipérbola

1.1.7.4.3 Ecuación ordinaria en el origen

1.1.7.4.4 Ecuación general

1.1.7.4.5 Miscelánea de ejemplos

1.1.7.4.6 Aplicaciones

1.1.7.4.7 Ejemplos propuestos

1.2 Aplicación

Su aplicación está aún en fase piloto pues hasta el momento solo ha sido empleado con no más de cincuenta estudiantes, pero no limita la posibilidad de tener el apoyo gubernamental o de alguna institución educativa que sirva de propulsor o difusor del proyecto para alcanzar la dimensión necesaria y generar así un cambio positivo en la educación matemática.

1.3 Resultados

El hecho de presentar a un estudiante la alternativa de estudio de un tema de Matemáticas en su computadora o ipod mientras escucha música o descarga archivos, mientras viaja en algún transporte o incluso estando fuera de la ciudad un fin de semana, representa un cambio radical en la educación actual. Un apoyo didáctico virtual móvil genera toda una gama de posibilidades. El docente incorporará el estudio de su tema en las múltiples actividades del estudiante al transformarlo en un medio usado constantemente, creando así un gusto e interés por las Matemáticas.

Todo lo anterior representa un éxito en la labor del docente y que se verá reflejado en los resultados de nuestros estudiantes.

En este análisis se detalló sobre la construcción de un conjunto de sesiones temáticas pasando por diferentes etapas, donde se involucró desde la planeación definida por un programa de estudio hasta el manejo tecnológico para el diseño, creación y formateado de un archivo, que revisado desde un enfoque pedagógico constituye una poderosa herramienta docente capaz de cautivar el interés de los estudiantes de esta nueva generación. El impacto directo de los beneficios de ésta herramienta serán en el proceso enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas.

Conclusiones

Nos enfrentamos no a una época de cambios, sino a un cambio de época, donde todos debemos ser partícipes. La creación de una herramienta didáctica virtual móvil para estudiantes de esta nueva generación, representa un proyecto educativo que marca el seguimiento de una tendencia tecnológica internacional.

Las cualidades didácticas de esta herramienta tecnológica educativa la hacen tanto innovadora como vanguardista para ser empleada en educación presencial o a larga distancia.

La creación de un tutorial móvil de contenidos matemáticos con el uso de tecnología es una herramienta que puede complementar los medios comúnmente empleados para el desarrollo y adquisición de conocimientos matemáticos en nuestro país.



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Referencias

1. Bibliografía

1. ANFOSSI, Agustín, "Geometría Analítica". Edit. Progreso, México, 1993.
2. DE OTEYZA, Elena, "Conocimientos Fundamentales de Matemáticas, Trigonometría y Geometría Analítica". Edit. Pearson Education, México, 2007.
3. DIAZ F, "Metodología del Diseño Curricular para Educación Superior". Edit. Trillas, México. 1993.
4. DOLCIANI, Mary P. *et al.*, "Álgebra Moderna y Trigonometría 2". Edit. Publicaciones Cultural, México, 1991.
5. GUERRA, Manuel, "Geometría Analítica para Bachillerato". Edit. McGraw-Hill, México, 1994.
6. GUZMAN Herrera, Abelardo, "Cien Problemas de Geometría Analítica". Edit. Cultural, México, 1991.
7. HOOPER, Alfred y Griswold, Alice, "Trigonometría" Publicaciones Cultural, México, 1992.
8. LEHMANN, Charles, "Geometría Analítica". Edit. Limusa, México, 1994.
9. LÓPEZ, Antonio, *et al.*, "Relaciones y Geometría Analítica". Edit. Alhambra Bachiller, México, 1993.
10. MARVALL CASESNOVES, Darío, "Geometría Analítica y Proyectiva del Plano". Edit. Dossat, Madrid, 1965.
11. NICHOLS, Eugene, *et al.*, "Geometría Moderna". Edit. Cecs, México, 1994.
12. SOLIS UBALDO, Rodolfo, "Geometría Analítica". Edit. Limusa, México, 1984.
13. STEEN, Federick H., "Geometría Analítica". Cultural, México, 1994.
14. SWOKOWSKI, Earl, "Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica". Grupo Iberoamérica, México, 1994.
15. SWOKOWSKI, Earl, "Cálculo con Geometría Analítica". Edit. Grupo Iberoamérica, México, 1994.
16. SWOKOWSKI, Earl, "Introducción al Cálculo con Geometría Analítica". Edit. Grupo Iberoamérica, México, 1994.

2. Hemerografía

1. Primer Informe Evaluación PISA 2006, Instituto Vasco de Evaluación e Investigación Educativa , Bilbao, Diciembre 2007
2. Stephanie Armour. Generation Y: They've arrived at work with a new attitude, USA Today, 11 de agosto de 2005.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

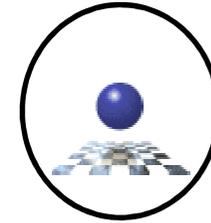
El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

3. Otras fuentes

1. <http://www.oph.fi/info/finlandinpisastudies/conference2005/leopahkin.ppt> consultado el 10 de abril de 2009.
2. https://php.radford.edu/~ejmt/deliveryBoy.php?paper=eJMT_v1n1n3
3. <http://www.oph.fi/english/page.asp?path=447,5372,18762>
4. <http://www.oecd.org>, consultada el 28 de marzo de 2009
5. <http://www.inee.edu.mx>, consultada el 28 de marzo de 2009
6. <http://www.efit-emat.dgme.sep.gob.mx> consultado el 12 de abril de 2009
7. <http://www.eduteka.org>, consultada el 28 de marzo de 2009
8. http://www.dgire.unam.mx/contenido/normatividad/enp_planes_estudio.htm, consultada el 1 de agosto de 2008
9. <http://www.applesfera.com/ipod/porque-el-ipod-no-puede-morir-al-menos-en-unos-cuantos-anos>, consultada el 8 de abril de 2009
10. <http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/Revista/01/articulos/10.html> consultada el 12 de abril de 2009
11. http://enlacemedia.sep.gob.mx/resultados_nac.html
12. <http://enlace.sep.gob.mx> consultada el 10 de abril de 2009
13. <http://ciencias.jornada.com.mx/ciencias/noticias/crean-software-para-ensenanza-de-las-matematicas> consultada el 12 de abril de 2009.

Geometría Analítica

“La Circunferencia”



Contenido:

- Definición
- Ecuación ordinaria con centro en el origen
- Ecuación ordinaria con centro en (h, k)
- Ecuación general
- Miscelánea de ejemplos
- Aplicaciones
- Ejercicios propuestos



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

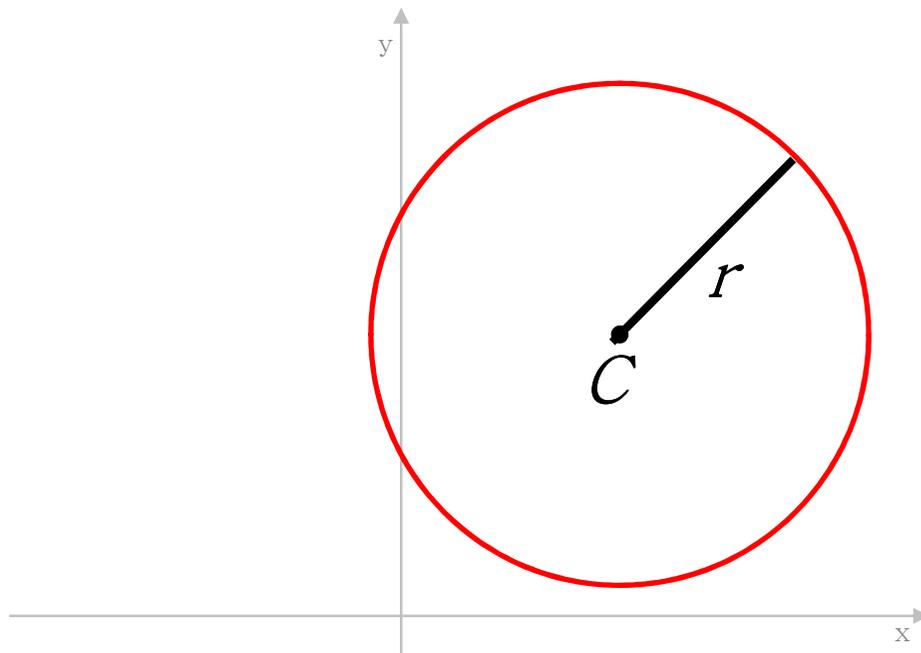
El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Definición de circunferencia

Definición de Circunferencia

Circunferencia es el lugar geométrico de todos aquellos puntos en el plano que conservan siempre una distancia constante a un punto fijo de ese plano.

El punto fijo recibe el nombre de centro (C) y la distancia recibe el nombre de radio (r).



Circunferencia con centro en C y de radio r .

Ecuación ordinaria de una
circunferencia con centro en el
origen y de radio r .

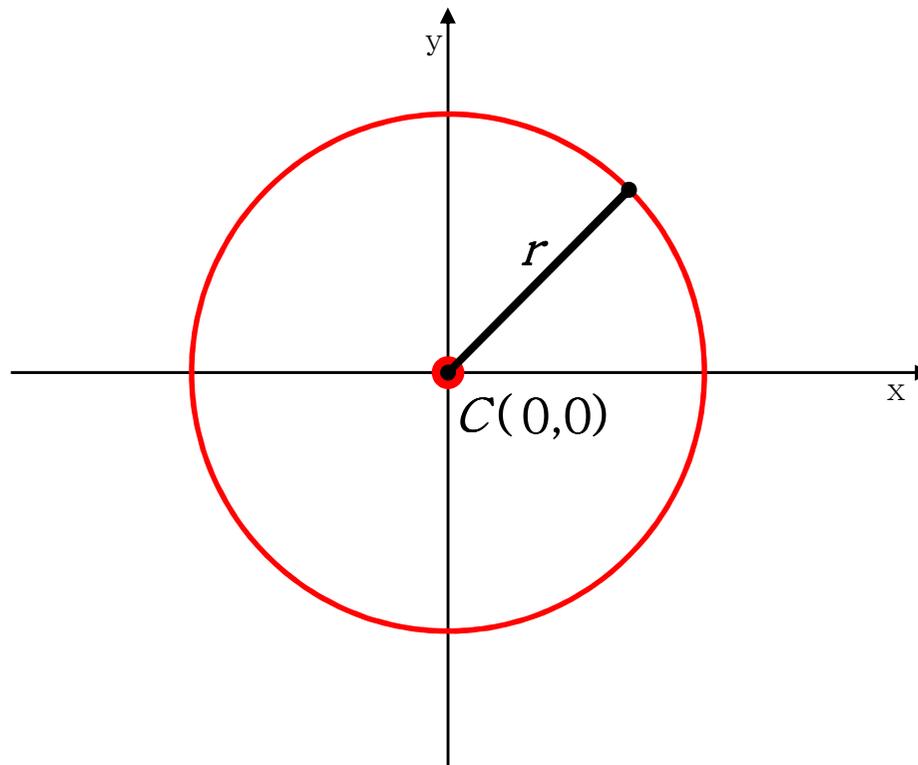
Ecuación ordinaria de una circunferencia con
centro en el origen $(0,0)$ y de radio r

Distancia de un
punto (x,y) al origen

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = r$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$



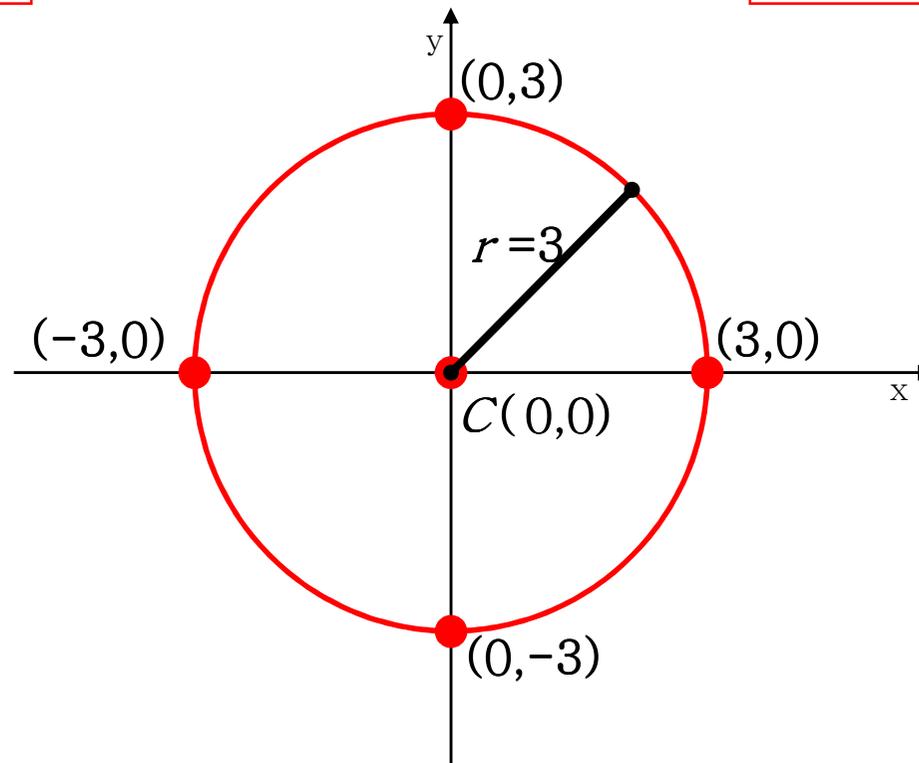
Ejemplo 1.

Obtener la gráfica de la circunferencia cuya ecuación ordinaria es:

$$x^2 + y^2 = 9$$

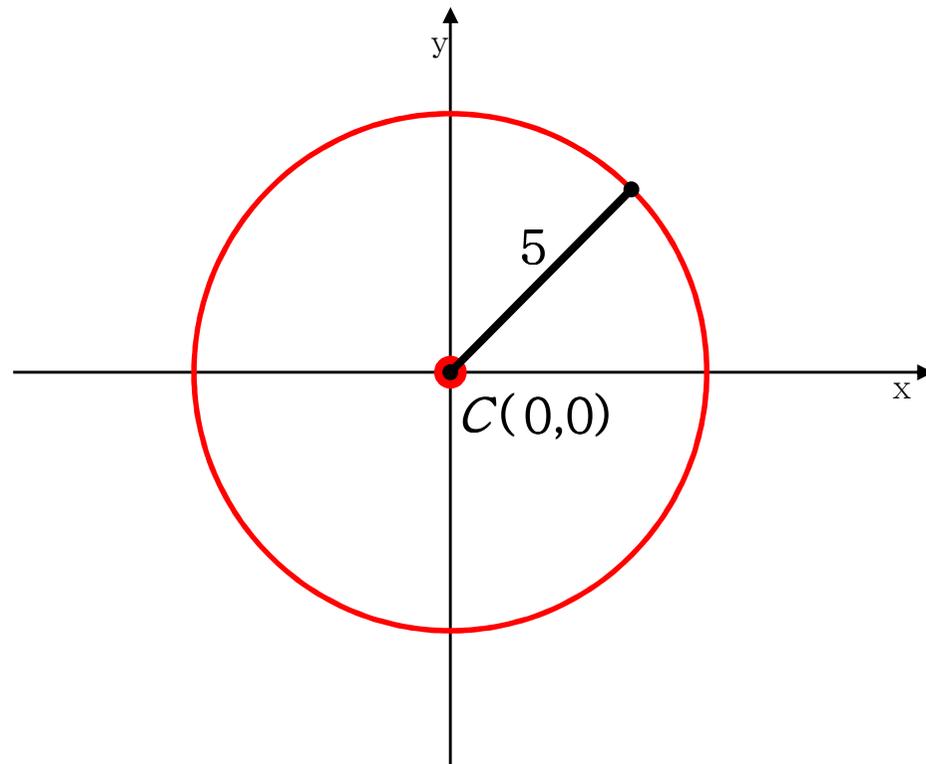
$C(0,0)$

$r^2 = 9$, entonces $r = 3$



Ejemplo 2.

Con base en la gráfica siguiente, obtener la ecuación ordinaria de la circunferencia que representa.



Centro de la circunferencia

Radio de la circunferencia

$r =$ entonces $r^2 = 25$

Ecuación ordinaria de la circunferencia

$$x^2 + y^2 = 25$$

Ecuación ordinaria de una
circunferencia con centro en
 (h , k) y de radio r .

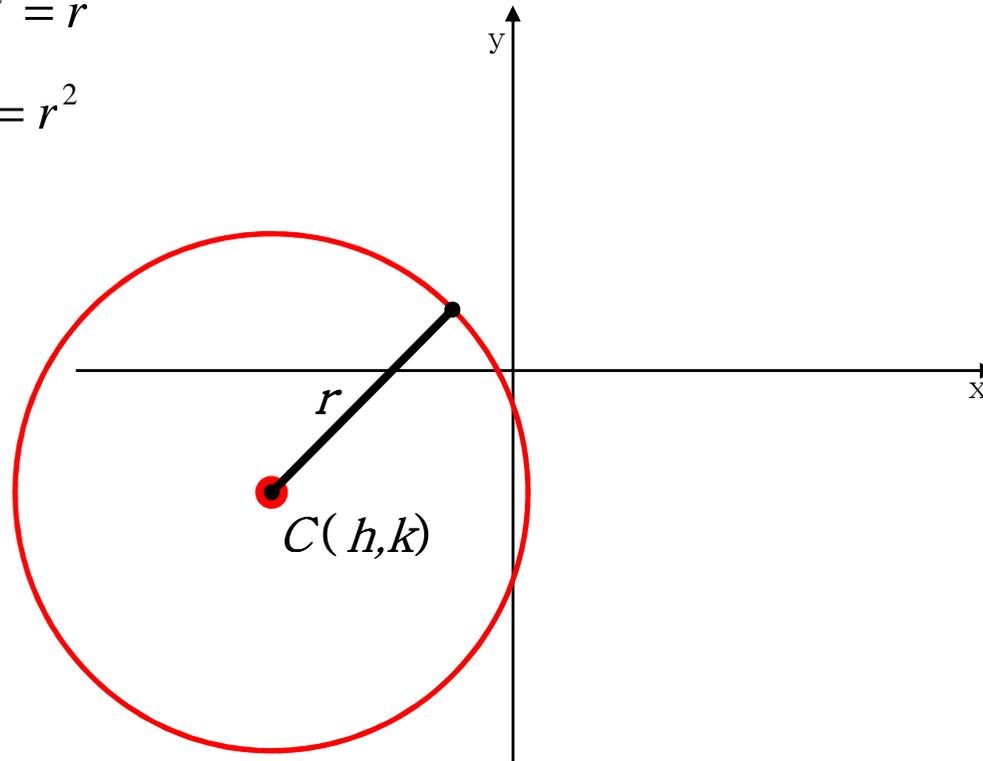
Ecuación ordinaria de una circunferencia con
centro en (h, k) y de radio r

Distancia de un
punto (x, y) al punto (h, k)

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$\sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2} = r$$

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$



Ejemplo 3.

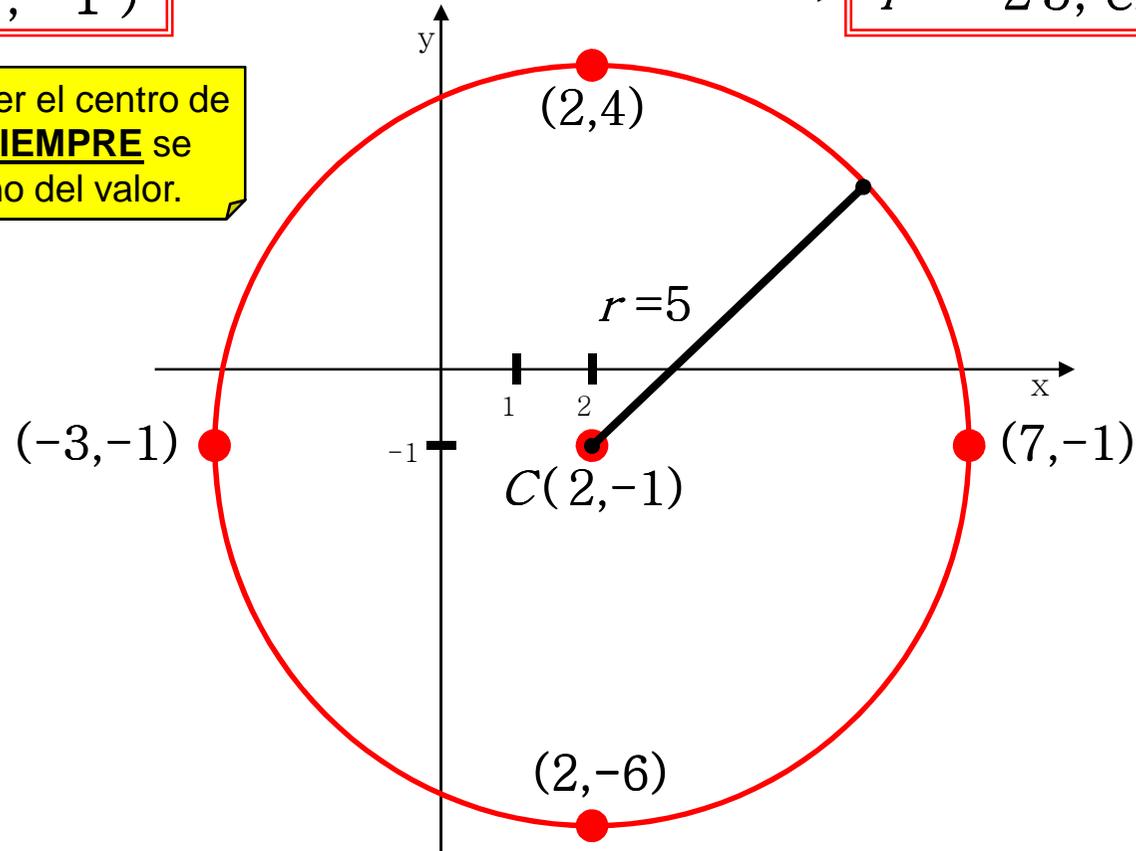
Obtener la gráfica de la circunferencia cuya ecuación ordinaria es:

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$$

$C(2, -1)$

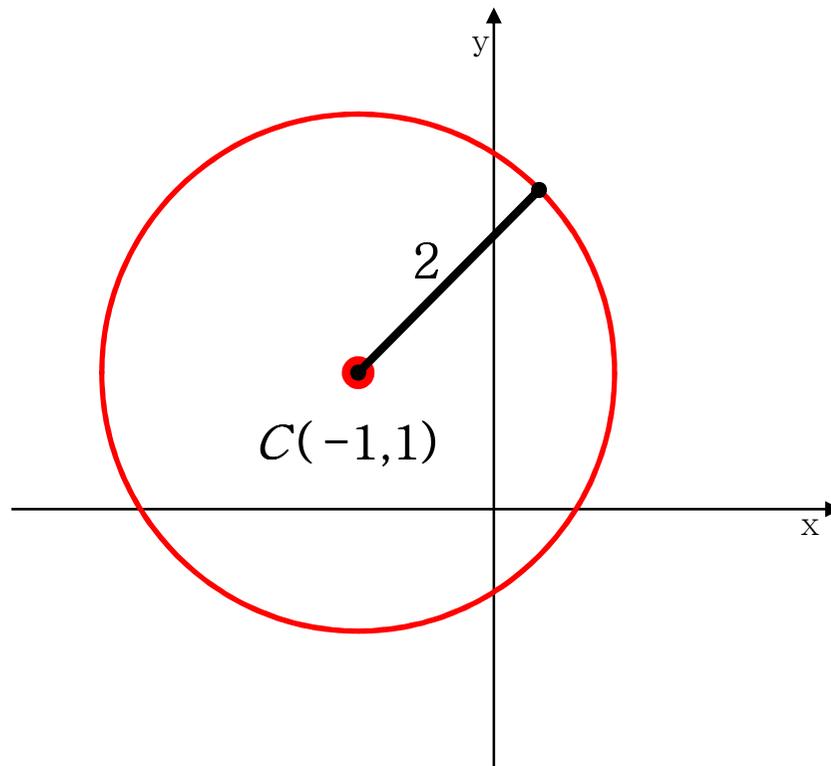
$r^2 = 25$, entonces $r = 5$

Nota: al extraer el centro de la ecuación, **SIEMPRE** se cambia el signo del valor.



Ejemplo 4.

Con base en la gráfica siguiente, obtener la ecuación ordinaria de la circunferencia que representa.



Centro de la circunferencia

Radio de la circunferencia

$$r = 2 \quad \text{entonces } r^2 = 4$$

Ecuación ordinaria de la circunferencia

$$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 4$$

Nota: al ingresar el centro en la ecuación, **SIEMPRE** se cambia el signo del valor.

Ecuación general de una
circunferencia a partir de su
ecuación ordinaria

Ecuación general de una circunferencia a partir de su ecuación ordinaria

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9 \quad \leftarrow \text{Ecuación ordinaria}$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(x^2 + 2(1)(x) + 1^2) + (y^2 - 2(2)(y) + 2^2) = 9 \quad \leftarrow \text{Desarrollando binomios}$$

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 9 \quad \leftarrow \text{Efectuando operaciones}$$

$$x^2 + 2x + y^2 - 4y + 5 = 9 \quad \leftarrow \text{Simplificando sumas}$$

$$x^2 + 2x + y^2 - 4y + 5 - 9 = 0 \quad \leftarrow \text{Igualando a cero}$$

$$x^2 + 2x + y^2 - 4y - 4 = 0 \quad \leftarrow \text{Efectuando operaciones}$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0 \quad \leftarrow \text{Ecuación general}$$

Ecuación ordinaria de una
circunferencia a partir de su
ecuación general

Ecuación ordinaria de una circunferencia a partir de su ecuación general

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$$

Ecuación general

$$(x^2 + 2x) + (y^2 - 4y) - 4 = 0$$

Agrupando las literales

$$\left(\frac{-2}{2}\right)^2 = 1 \quad \left(\frac{-(-4)}{2}\right)^2 = 4$$

Obteniendo los valores para completar los **Trinomios Cuadrados Perfectos**

$$(x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 2y + 4) - 4 = 1 + 4$$

Agregándolos a ambos lados

$$\underbrace{(x^2 + 2x + 1)}_{(x + \sqrt{1})^2} + \underbrace{(y^2 - 2y + 4)}_{(y - \sqrt{4})^2} - 4 = 5$$

Factorizando en binomios al cuadrado por la regla:
Literal - Signo - Raíz

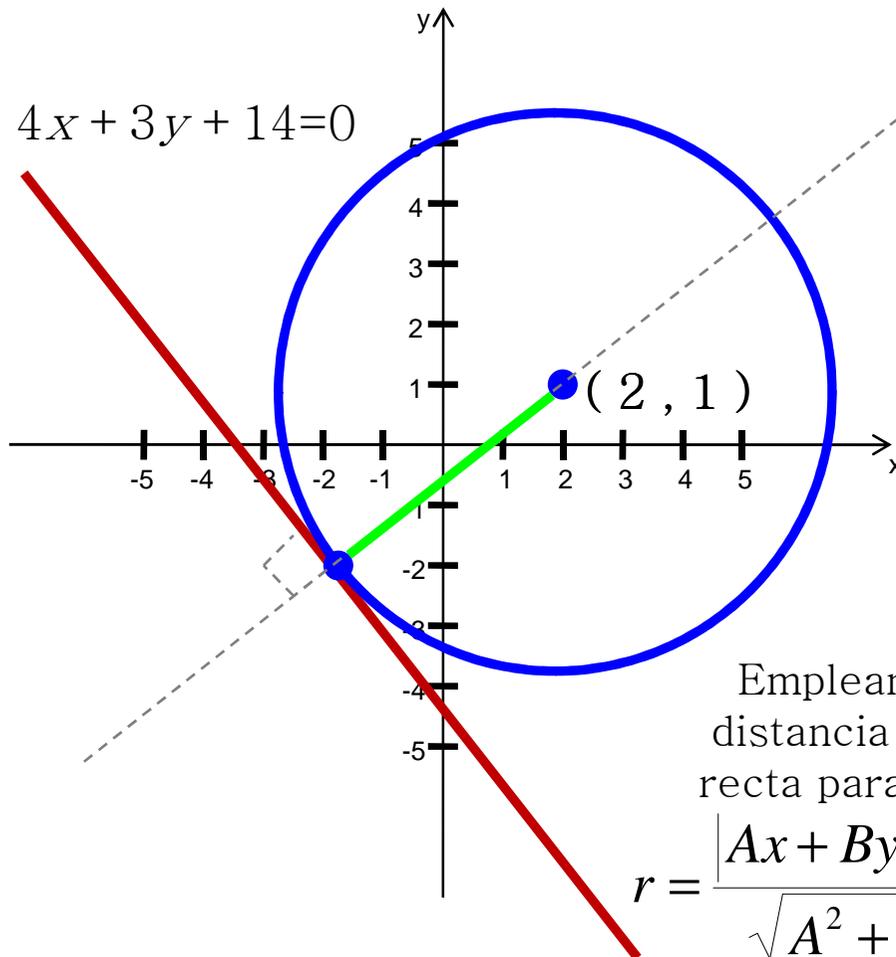
$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$$

Ecuación ordinaria

Miscelánea de ejemplos.

Ejemplo 5.

Encontrar la ecuación de la circunferencia con centro en $(2, 1)$ y que es tangente a la recta $4x + 3y + 14 = 0$.



Centro de la circunferencia

Radio de la circunferencia

$$r = 5 \quad \text{entonces } r^2 = 25$$

Ecuación ordinaria de la circunferencia

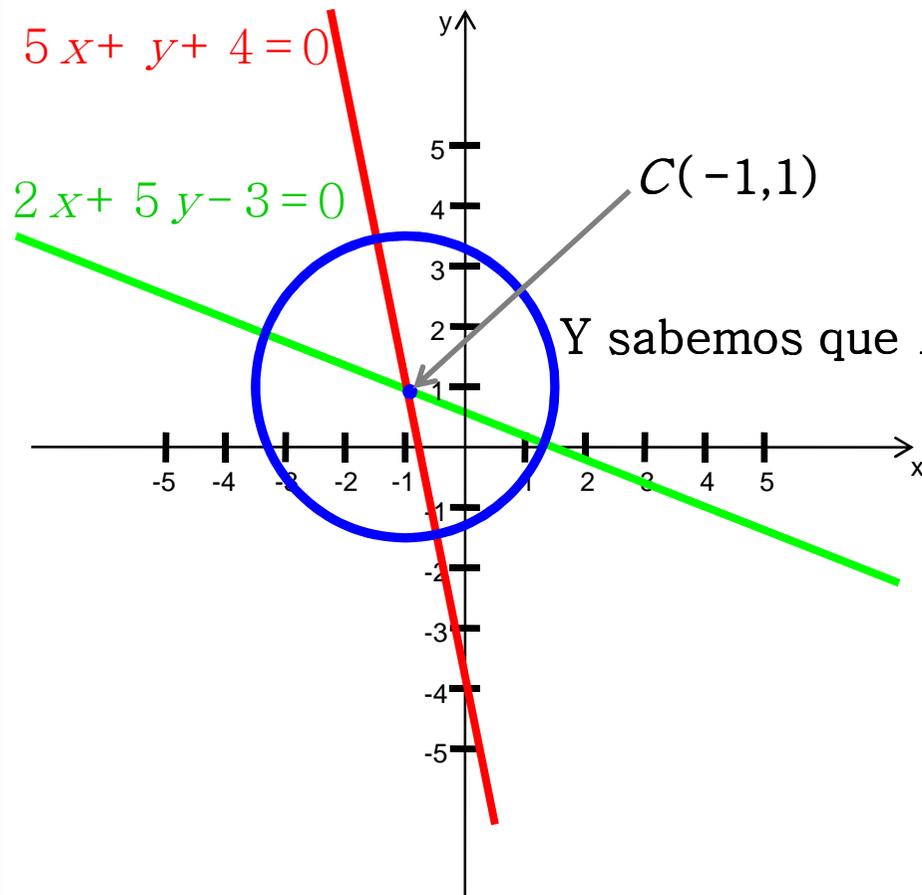
$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$$

Empleando la fórmula de distancia de un punto a una recta para obtener el radio r

$$r = \frac{|Ax + By + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|4(2) + 3(1) + 14|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 5$$

Ejemplo 6.

Encontrar la ecuación de la circunferencia con centro en la intersección de las rectas $2x + 5y - 3 = 0$ y $5x + y + 4 = 0$; que tiene además un radio de valor $5/2$.



Centro de la circunferencia

Radio de la circunferencia

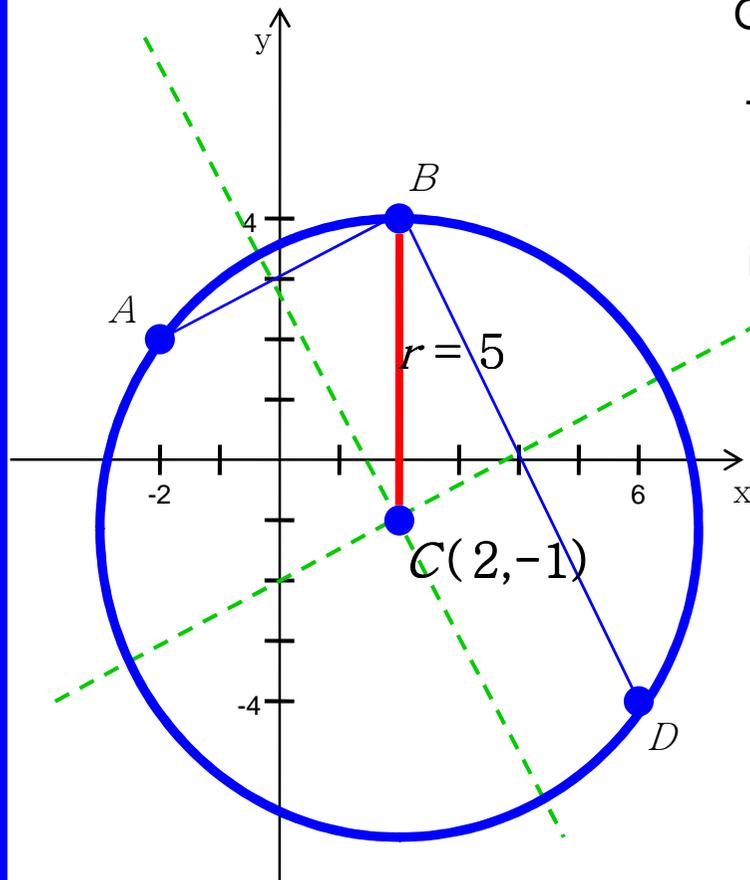
entonces $r^2 = 25/4$

Ecuación ordinaria de la circunferencia

$$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 25/4$$

Ejemplo 7.

Encontrar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos:
 $A(-2,2)$, $B(2,4)$ y $D(6,-4)$.



Generando los segmentos
 AB y BD
 Trazando las mediatrices
 de AB y BD
 Obtenemos en su
 intersección el Centro de
 la circunferencia

Calculando la distancia de
 C a cualquiera de los
 otros tres puntos,
 obtenemos el radio r
 $r = d_{CB} = d_{CA} = d_{CD}$

Centro de la circunferencia

Radio de la circunferencia
 entonces $r^2 = 25$

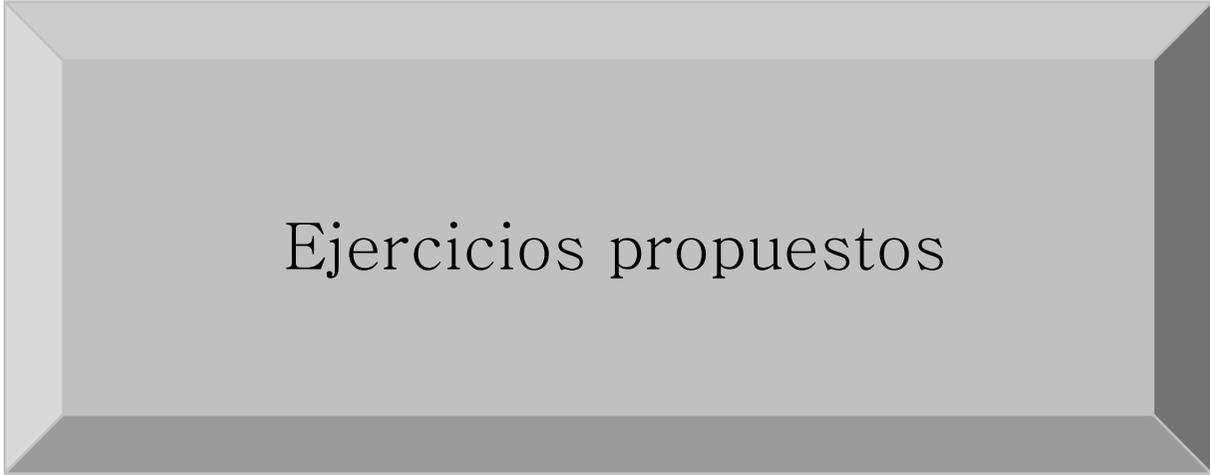
Ecuación ordinaria de la
 circunferencia

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$$



Aplicaciones





Ejercicios propuestos

- Encuentre la ecuación de la circunferencia con centro en $C(-3, 2)$ y radio 6. Dibuje la curva.
- Halle la ecuación de la circunferencia que pasa por el origen y tiene su centro en el punto de intersección de las rectas:

$$x - 2y - 1 = 0 \quad \text{y} \quad x + 3y - 6 = 0$$

- En cada uno de los casos siguientes la ecuación representa una circunferencia. Encuentre las coordenadas del centro y el radio. Dibuje la curva.

$$x^2 + y^2 + 4x - 8y = 0$$

$$x^2 + y^2 - 8x = 0$$

$$x^2 + y^2 + 6x - 14y - 64 = 0$$

$$9x^2 + 9y^2 - 6x - 12y - 11 = 0$$

- Encuentre la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $(2, 5)$ y es tangente a la recta $5x - 12y = 0$ en el punto $(12, 5)$.

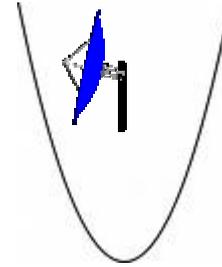
Final de la Circunferencia



Dudas o comentarios:
lmagan77@yahoo.com.mx

Geometría Analítica

“La Parábola”



Contenido:

- Definición
- Partes de una parábola
- Ecuación ordinaria con vértice en el origen
- Ecuación ordinaria con vértice en (h, k)
- Ecuación general
- Miscelánea de ejemplos
- Aplicaciones
- Ejercicios propuestos



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central

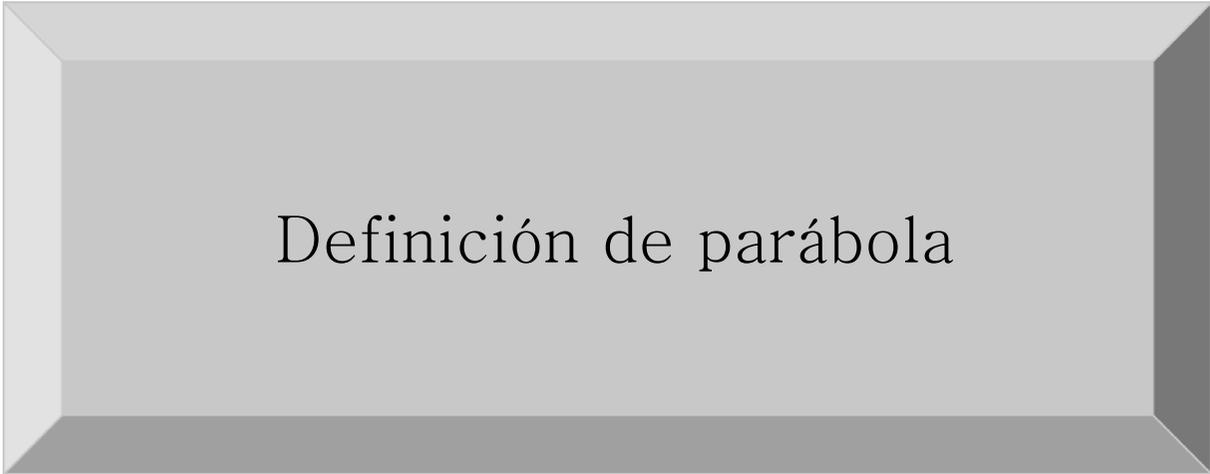


UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

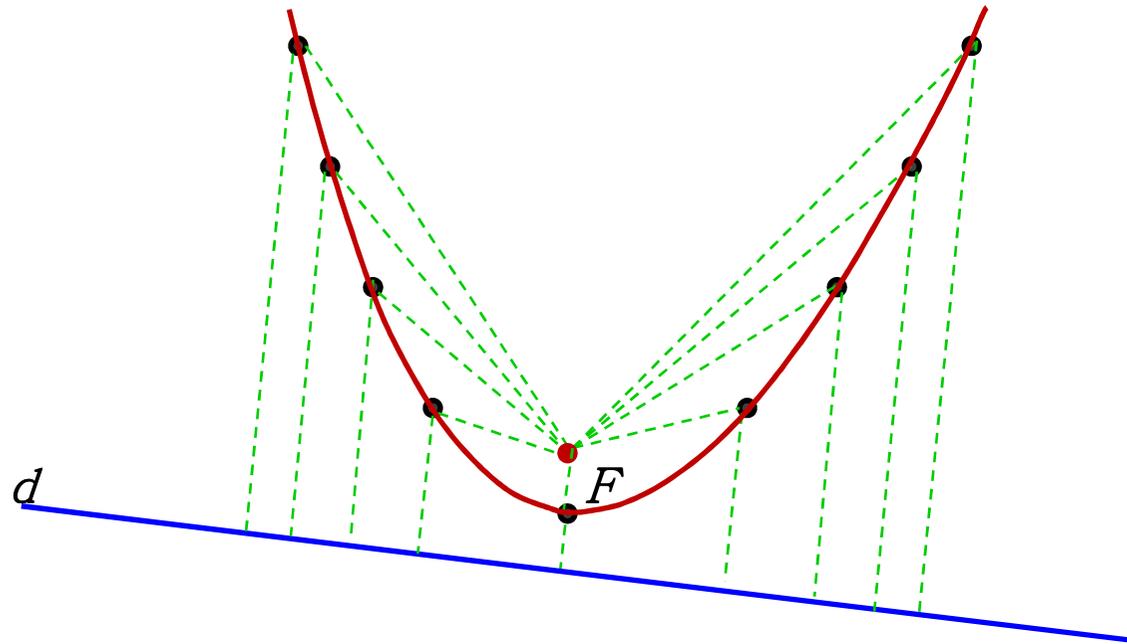


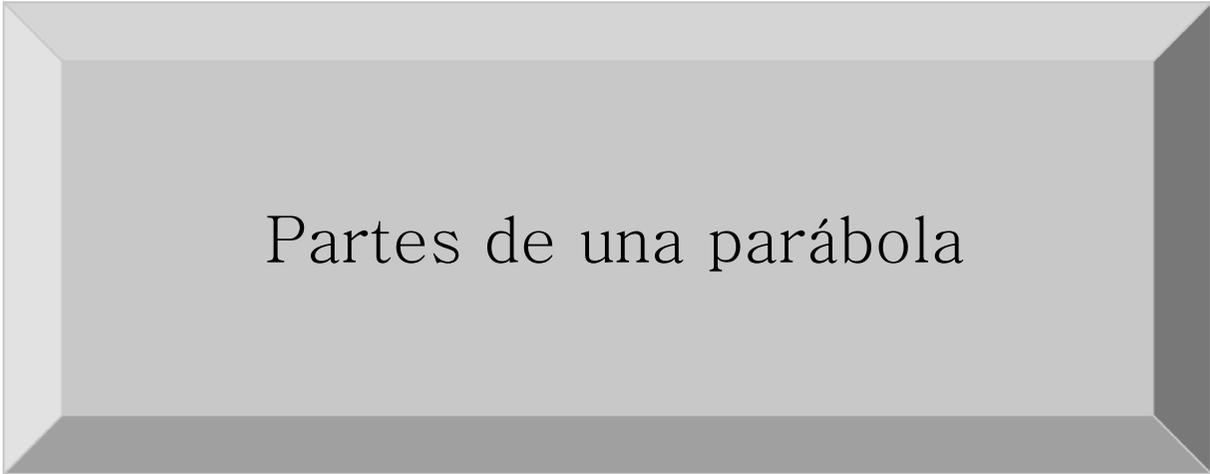
Definición de parábola

Definición de Parábola

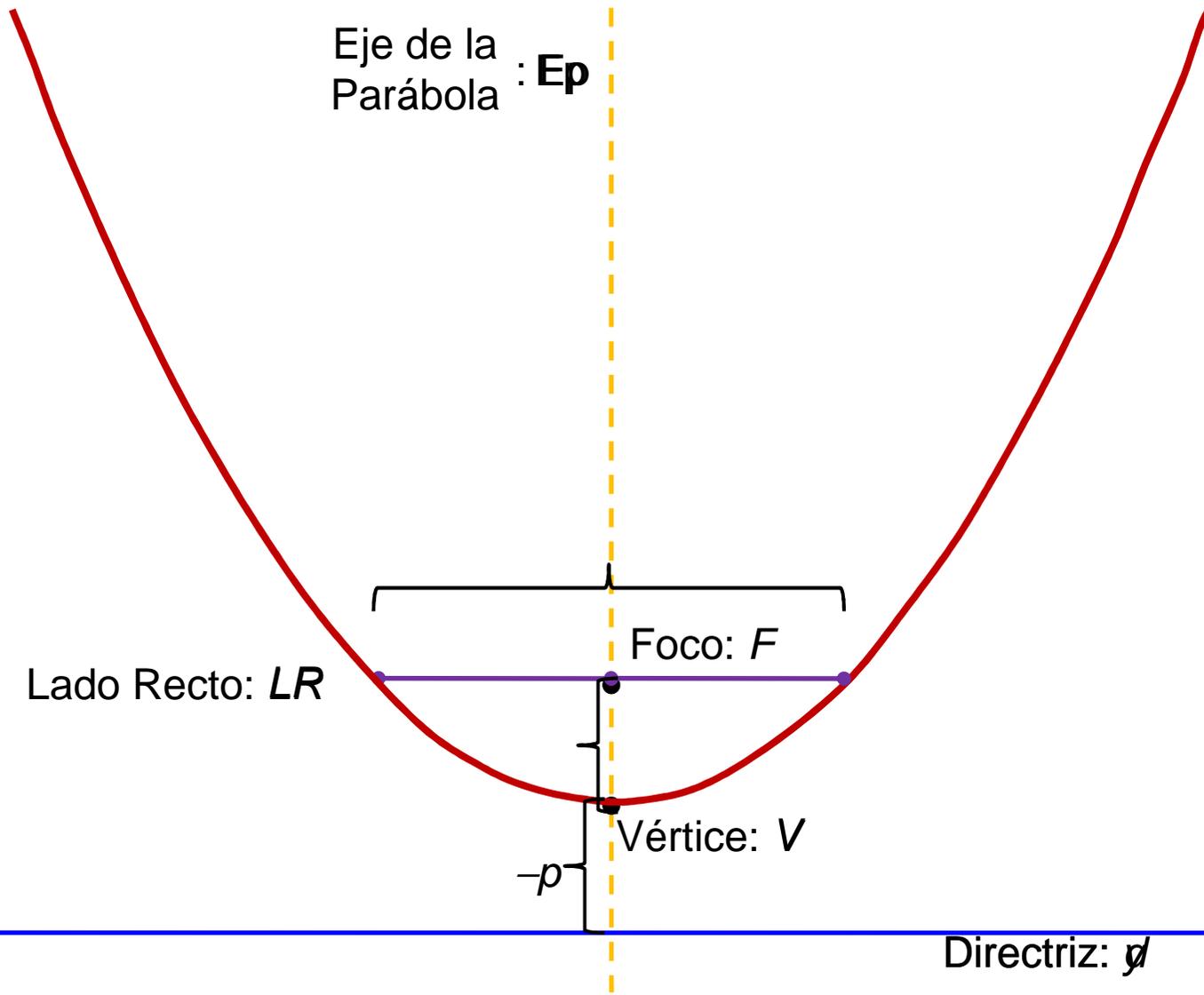
Parábola es el lugar geométrico de todos aquellos puntos en el plano que están a la misma distancia de un punto fijo y de una recta fija.

El punto fijo recibe el nombre de foco (F) y la recta recibe el nombre de directriz (d).





Partes de una parábola



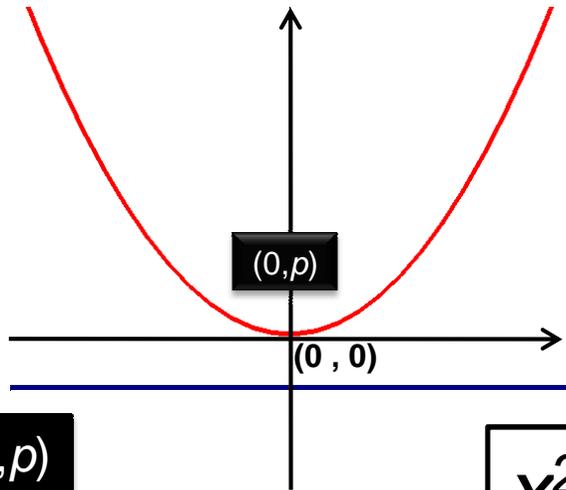
Parábola

Partes:

- $= -p$
- Distancia focal $= p$
- $=$ punto medio entre d y F
- $= |4p|$
- $=$ Recta que pasa por V y F

Ecuación ordinaria en el origen

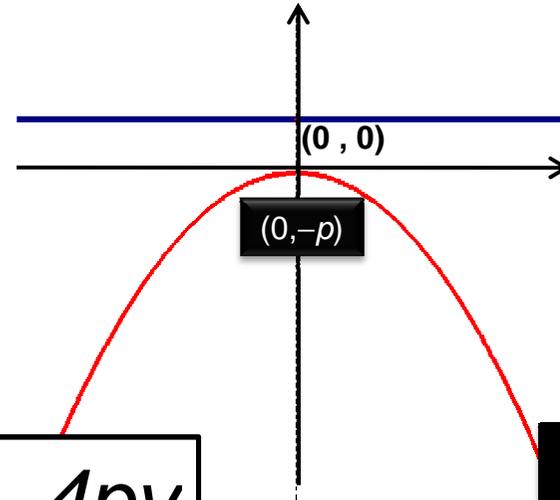
Existen cuatro casos de una parábola con vértice en el origen:



$F(0,p)$

Abre hacia arriba

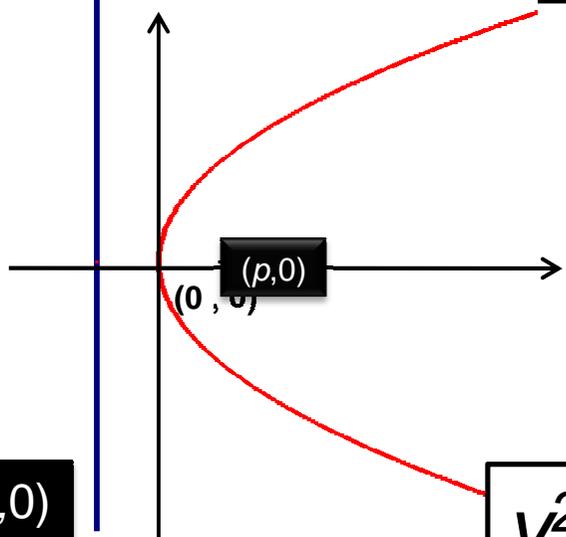
$$x^2 = 4py$$



$F(0,-p)$

Abre hacia abajo

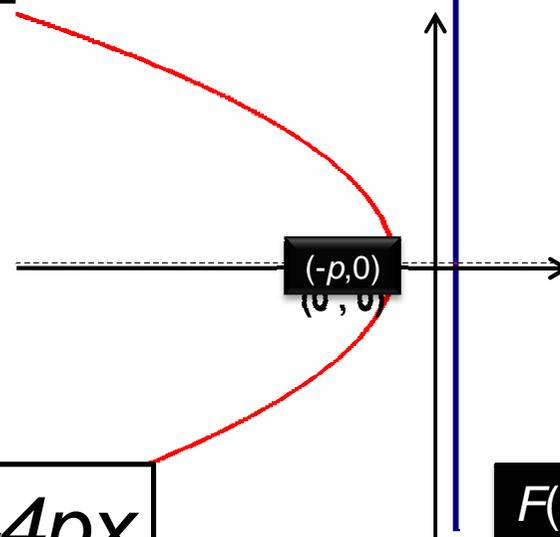
$$x^2 = -4py$$



$F(p,0)$

Abre hacia la derecha

$$y^2 = 4px$$



$F(-p,0)$

Abre hacia la izquierda

$$y^2 = -4px$$

Ejemplo 1: Trazar la gráfica de la parábola $y^2 = 12x$

$$y^2 = 12x$$

Es de la forma:

$$y^2 = 4px \quad \text{Abre hacia la derecha}$$

Por lo tanto:

$$V = (0,0)$$

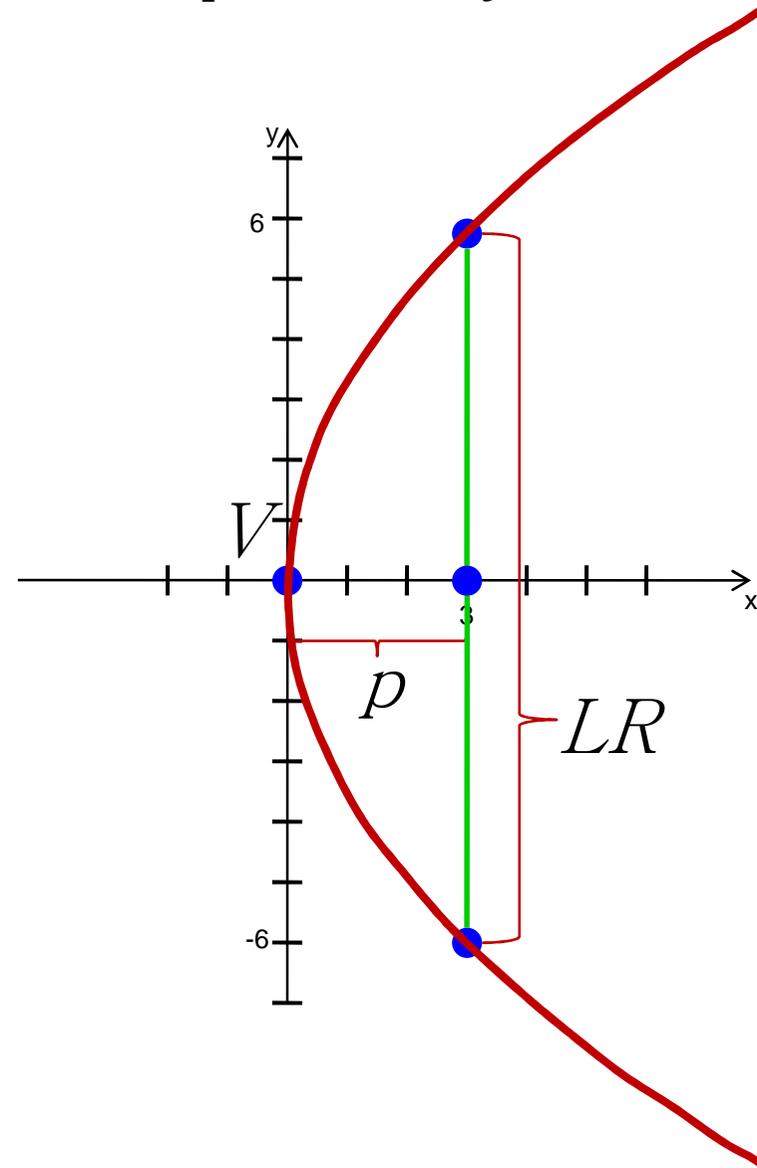
$$4p =$$

$$p = 3$$

$$F = (3,0)$$

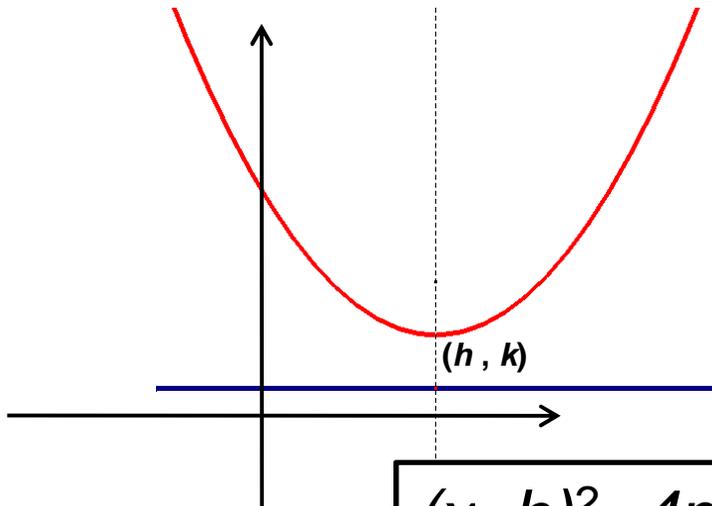
$$LR = |4p| = |12|$$

$$LR = 12$$



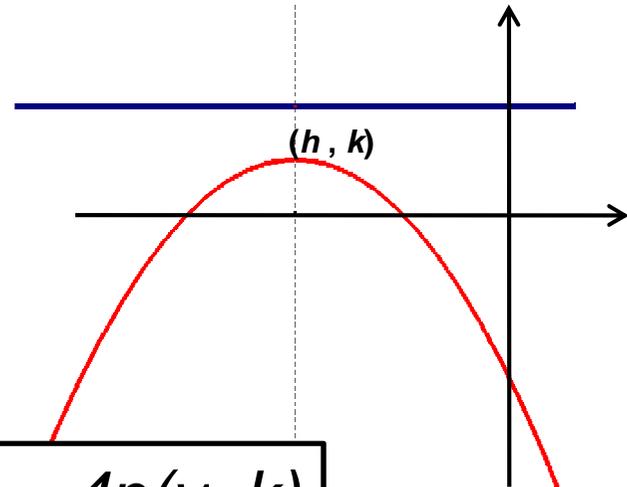
Ecuación ordinaria de una
parábola con vértice en (h,k)

Existen cuatro casos de una parábola con vértice en (h, k) :



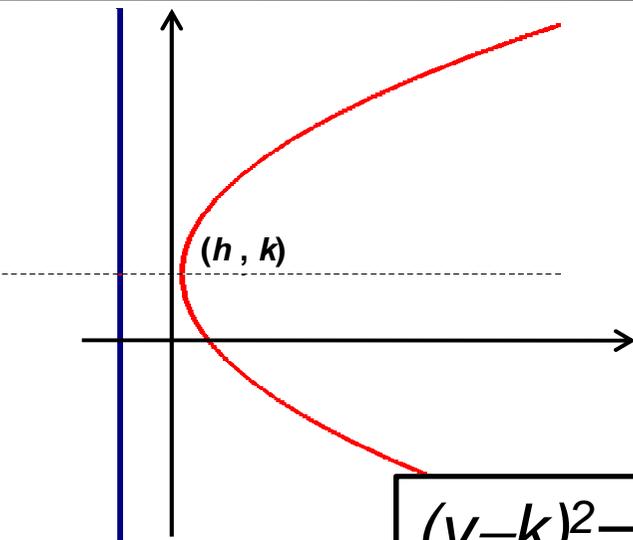
Abre hacia arriba

$$(x-h)^2=4p(y-k)$$



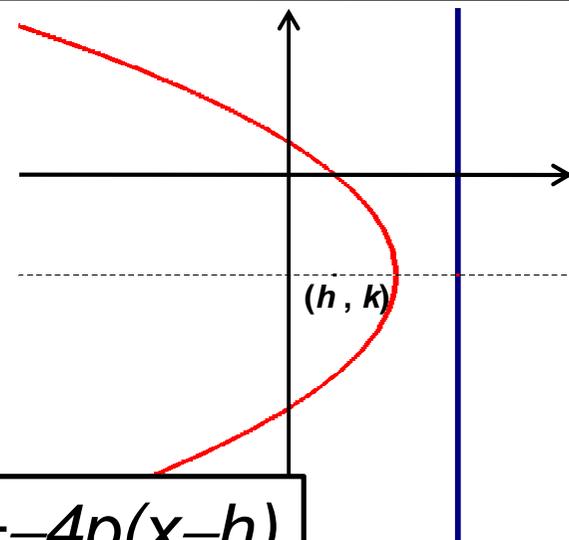
Abre hacia abajo

$$(x-h)^2=-4p(y-k)$$



Abre hacia la derecha

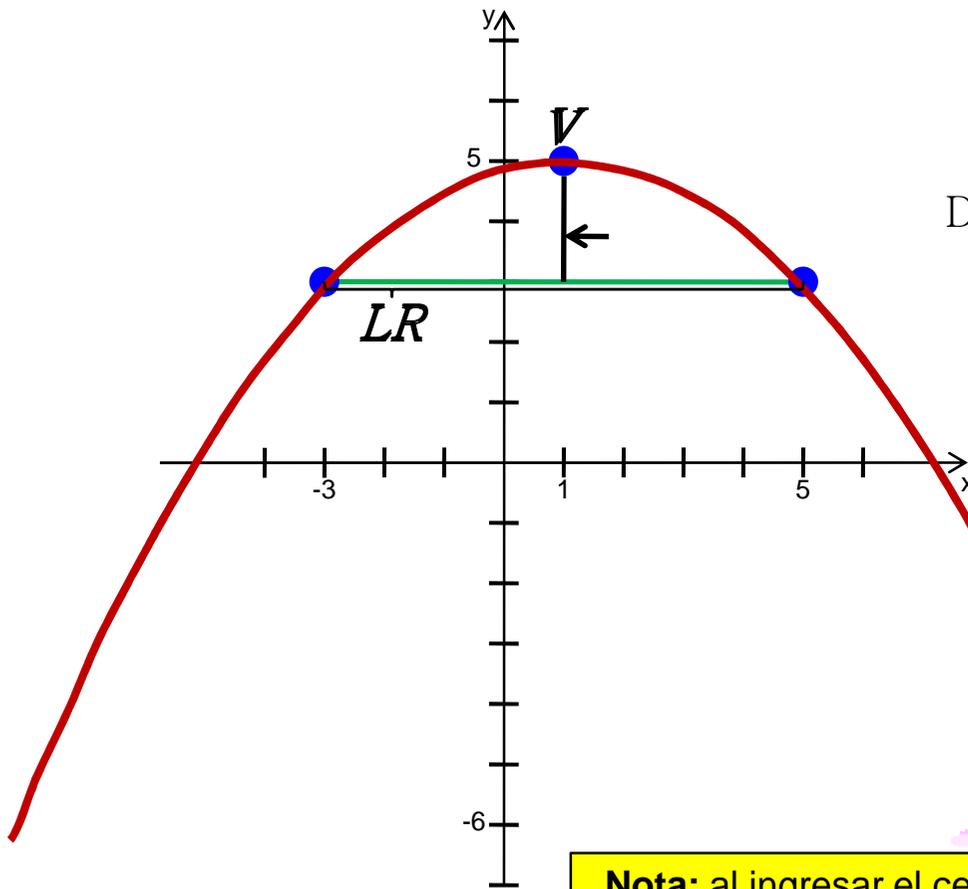
$$(y-k)^2=4p(x-h)$$



Abre hacia la izquierda

$$(y-k)^2=-4p(x-h)$$

Ejemplo 2: Con base en la siguiente gráfica, encontrar la ecuación ordinaria de la siguiente parábola.



Dado que abre hacia abajo y el vértice es (h,k) , entonces es de la forma:

$$(x-h)^2 = -4p(y-k)$$

De la gráfica obtenemos las coordenadas del vértice, es decir (h,k)

$$= (1,5) = (h,k)$$

De la gráfica obtenemos que la medida del lado recto son 8 unidades.

$$= 8 = 4p$$

Con esto, despejamos el valor de p

$$p = 2$$

Por lo que la ecuación ordinaria de la parábola es:

$$(x-1)^2 = -8(y-5)$$

Nota: al ingresar el centro en la ecuación, **SIEMPRE** se cambia el signo del valor.

Ecuación general de una parábola
a partir de su ecuación ordinaria

Ecuación general de una parábola a partir de su ecuación ordinaria

$$(y - 3)^2 = 20(x + 2)$$

Ecuación ordinaria

$$\underbrace{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}_{(y)^2 - 2(y)(3) + (3)^2} \quad \underbrace{20(x) + 20(2)}_{20x + 40}$$

$$(y)^2 - 2(y)(3) + (3)^2 = 20x + 40$$

Desarrollando términos

$$y^2 - 6y + 9 = 20x + 40$$

Efectuando operaciones

$$y^2 - 20x - 6y + \underbrace{9 - 40}_{-31} = 0$$

Igualando a cero

$$y^2 - 20x - 6y - 31 = 0$$

Simplificando sumas

$$y^2 - 20x - 6y - 31 = 0$$

Ecuación general

Ecuación ordinaria de una parábola
a partir de su ecuación general

Ecuación ordinaria de una parábola a partir de su ecuación general

$$y^2 - 20x - 6y - 31 = 0$$

← Ecuación general

$$y^2 - 6y = 20x + 31$$

← Agrupando y aislando la literal y

$$\left(\frac{-}{2}\right)^2 = 9$$

← Obteniendo los valores para completar el Trinomio Cuadrado Perfecto

$$y^2 - 6y + 9 = 20x + 31 + 9$$

$\underbrace{\quad \downarrow \quad \downarrow \quad \leftarrow}_{y - \sqrt{9}}$

← Agregándolo a ambos lados

$$(y - 3)^2 = 20x + 40$$

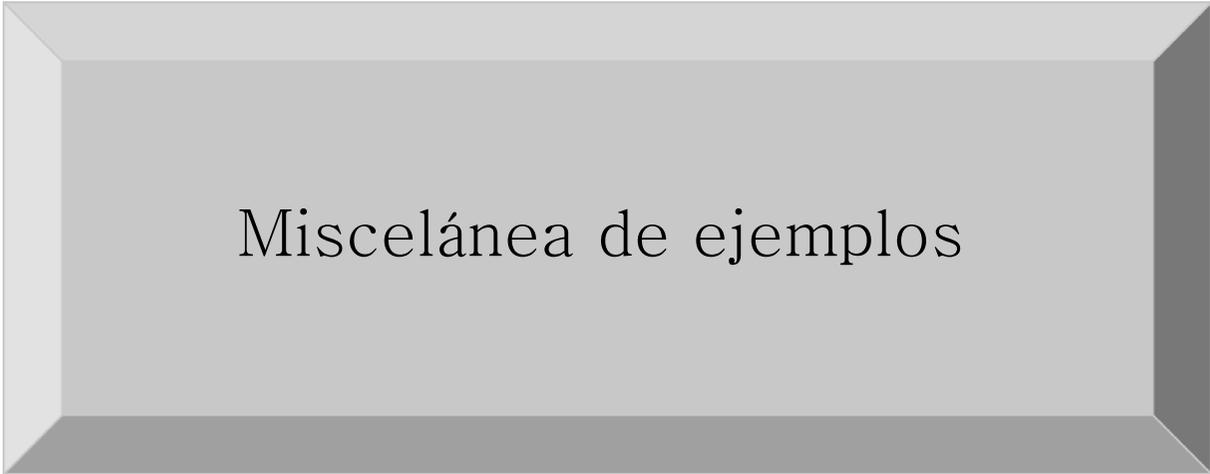
← Factorizando en binomio al cuadrado por la regla: Literal - Signo - Raíz

$$(y - 3)^2 = 20(x + 2)$$

← Factorizando el lado derecho

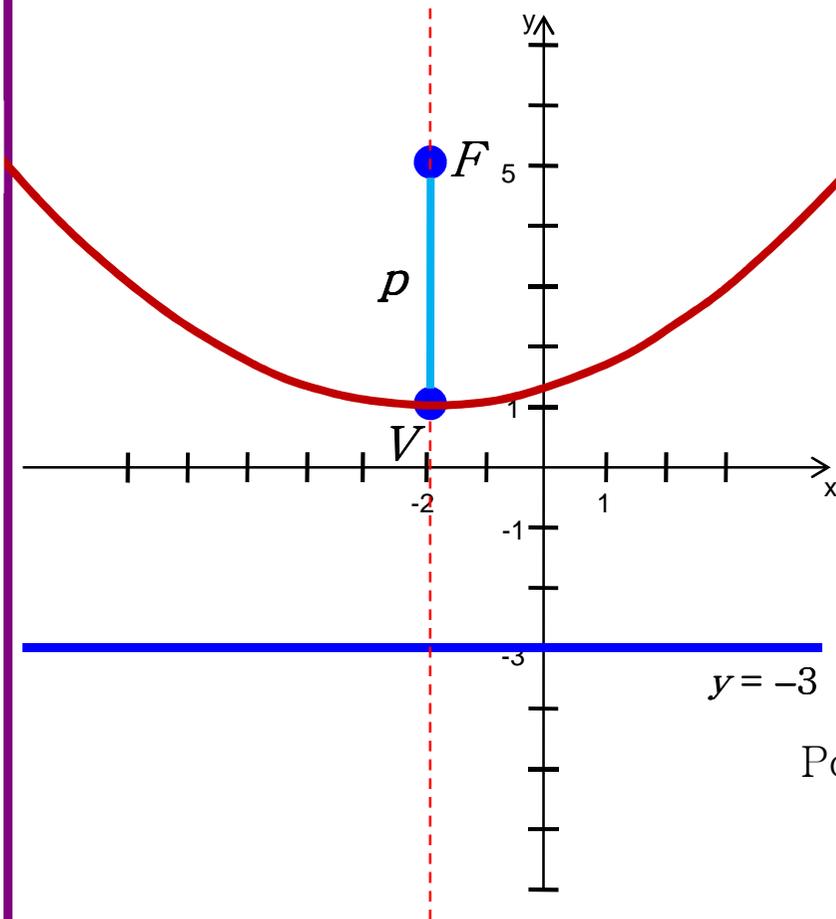
$$(y - 3)^2 = 20(x + 2)$$

← Ecuación ordinaria



Miscelánea de ejemplos

Ejemplo 1. Obtener la ecuación de la parábola cuya directriz es $y = -3$ y su foco (F) está ubicado en el punto $(-2, 5)$.



Dibujando la recta $y = -3$ y el punto $F(-2, 5)$

Trazando el eje de la parábola

El vértice se encuentra a la misma distancia del foco F que de la directriz $y = -3$

$$= (-2, 1) = (h, k)$$

La distancia del vértice al foco es:

$$= 4$$

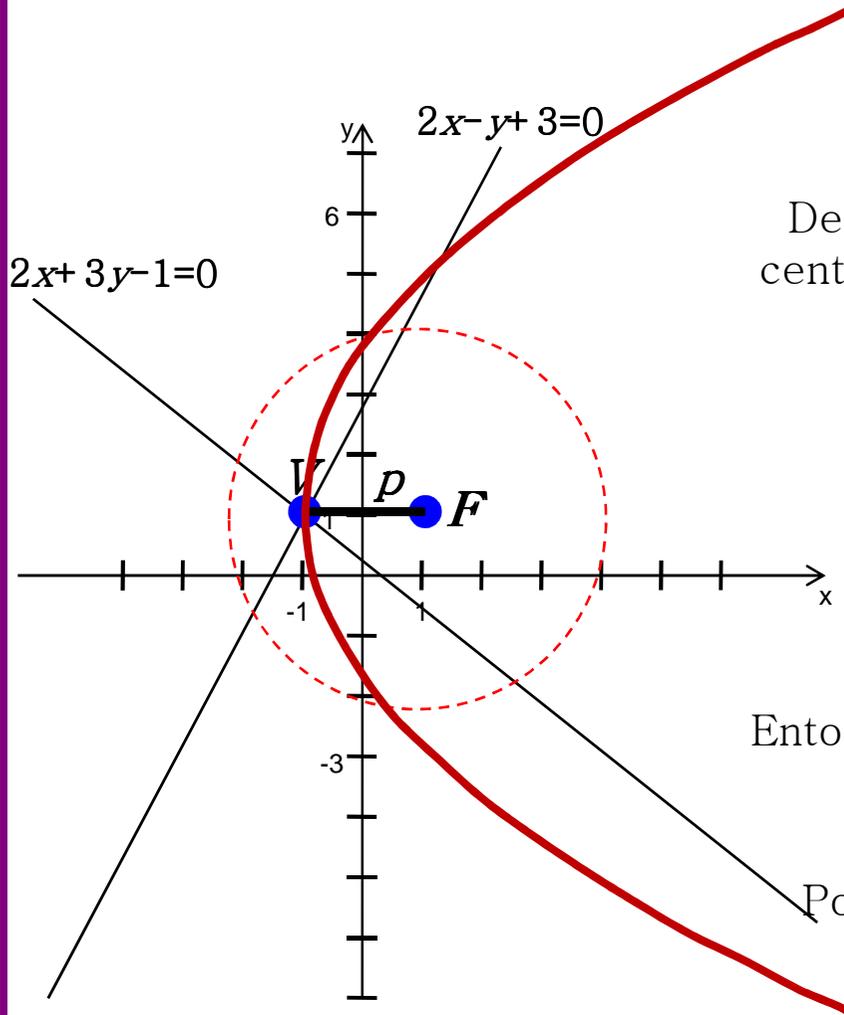
Entonces la ecuación de la parábola es de la forma:

$$(x-h)^2 = 4p(y-k)$$

Por todo lo anterior, la ecuación de la parábola es:

$$(x + 2)^2 = 16(y + 1)$$

Ejemplo 2. Obtener la ecuación de la parábola cuyo vértice se encuentra en la intersección de las rectas $2x+3y-1=0$ y $2x-y+3=0$. El foco de la parábola se ubica en el centro de la circunferencia $x^2+y^2-2x-2y-7=0$.



Al trazar las dos rectas para ubicar su punto de intersección obtenemos el vértice:
 $= (-1,1) = (h,k)$

De la ecuación de la circunferencia obtenemos su centro que es la coordenada del foco de la parábola.

$$\begin{aligned} x^2+y^2-2x-2y-7=0 \\ x^2-2x+y^2-2y=7 \\ x^2-2x+1+y^2-2y+1=7+1+1 \\ (x-1)^2+(y-1)^2=9 \\ &= (1,1) \end{aligned}$$

La distancia (p) del vértice al foco es:
 $= 2$

Entonces la ecuación de la parábola es de la forma:

$$(y-k)^2 = 4p(x-h)$$

Por todo lo anterior, la ecuación de la parábola es:

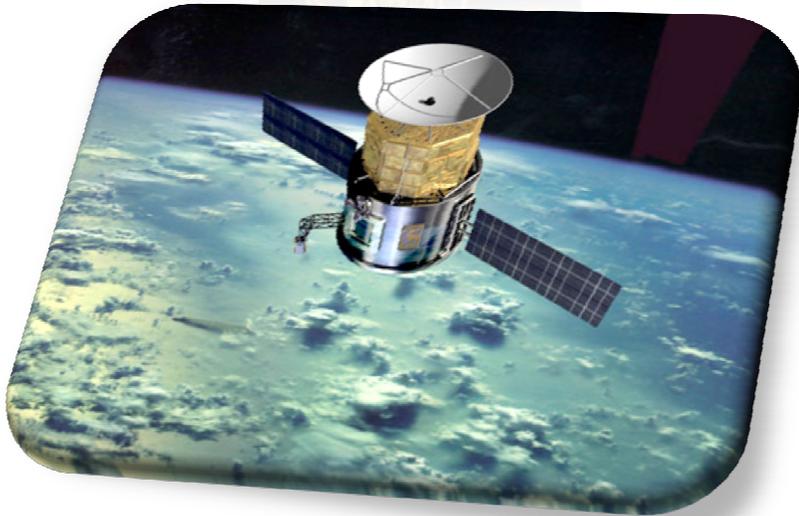
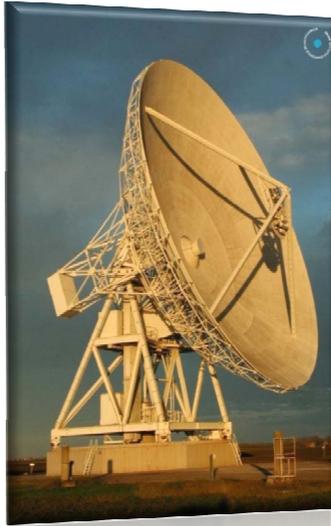
$$(y-1)^2 = 8(x+1)$$



Aplicaciones

Leonel Magaña Mejía

La Parábola





Ejercicios propuestos

A partir de los datos en cada inciso, encontrar la ecuación y la gráfica de las siguientes parábolas.

- a) Foco $F(-3,-2)$; vértice $V(-3,-6)$
- b) Foco $F(5,1)$; directriz $y+9=0$
- c) Vértice $V(-4,-1)$; foco $F(-4,-5)$
- d) Vértice $V(3,0)$; directriz $x-8=0$

En cada una de los ejercicios siguientes, encontrar todos los elementos de la parábola, trazar su gráfica y obtener su ecuación ordinaria.

$$y^2 - 8y - 8x + 64 = 0$$

$$x^2 + 10x + 2y + 29 = 0$$

$$y^2 + 10y - 24x + 49 = 0$$

$$4x^2 + 16x - 3y + 28 = 0$$

Final de la Parábola



Dudas o comentarios: lmagan77@yahoo.com.mx



Geometría Analítica

“La Elipse”

Contenido:

- Definición
- Partes de una elipse
- Ecuación ordinaria con centro en el origen
- Ecuación ordinaria con centro en (h,k)
- Ecuación general
- Miscelánea de ejemplos
- Aplicaciones
- Ejercicios propuestos



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

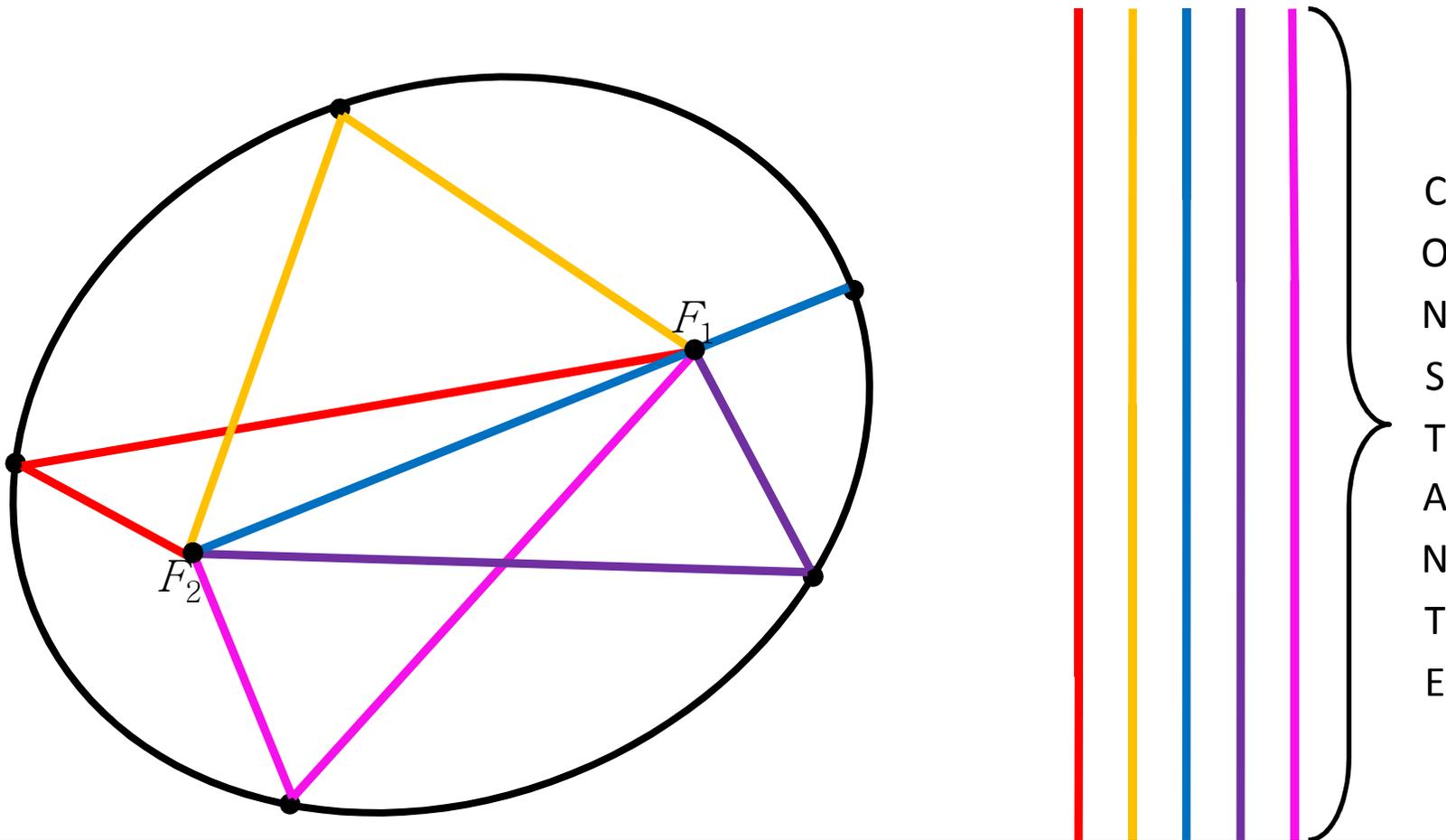
Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

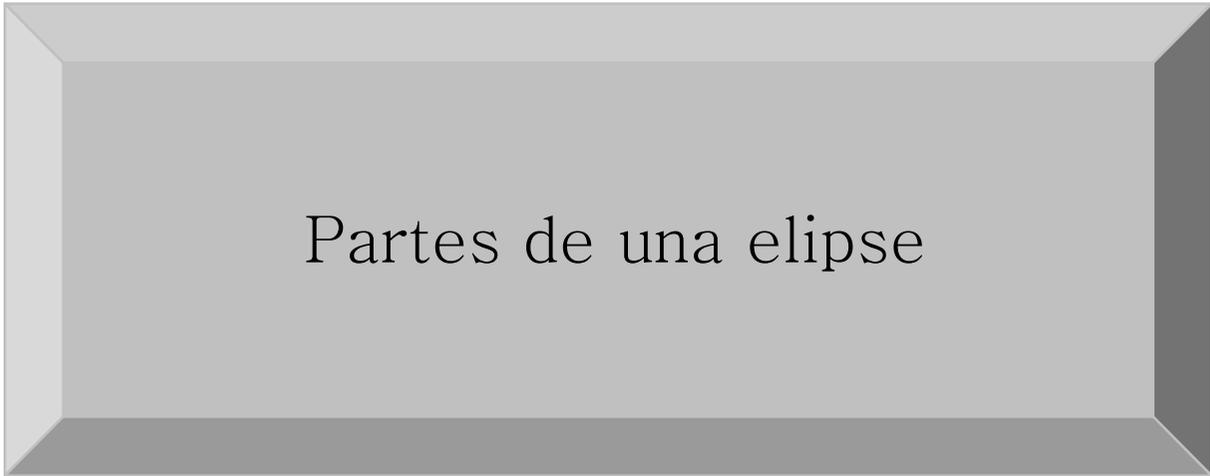
El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Definición de elipse

Definición de Elipse

Se llama elipse al lugar geométrico de los puntos tales que la suma de sus distancias a dos puntos fijos, llamados focos F_1 y F_2 , es una constante.





Partes de una elipse

Partes de una elipse

Focos de la elipse

F_1 F_2

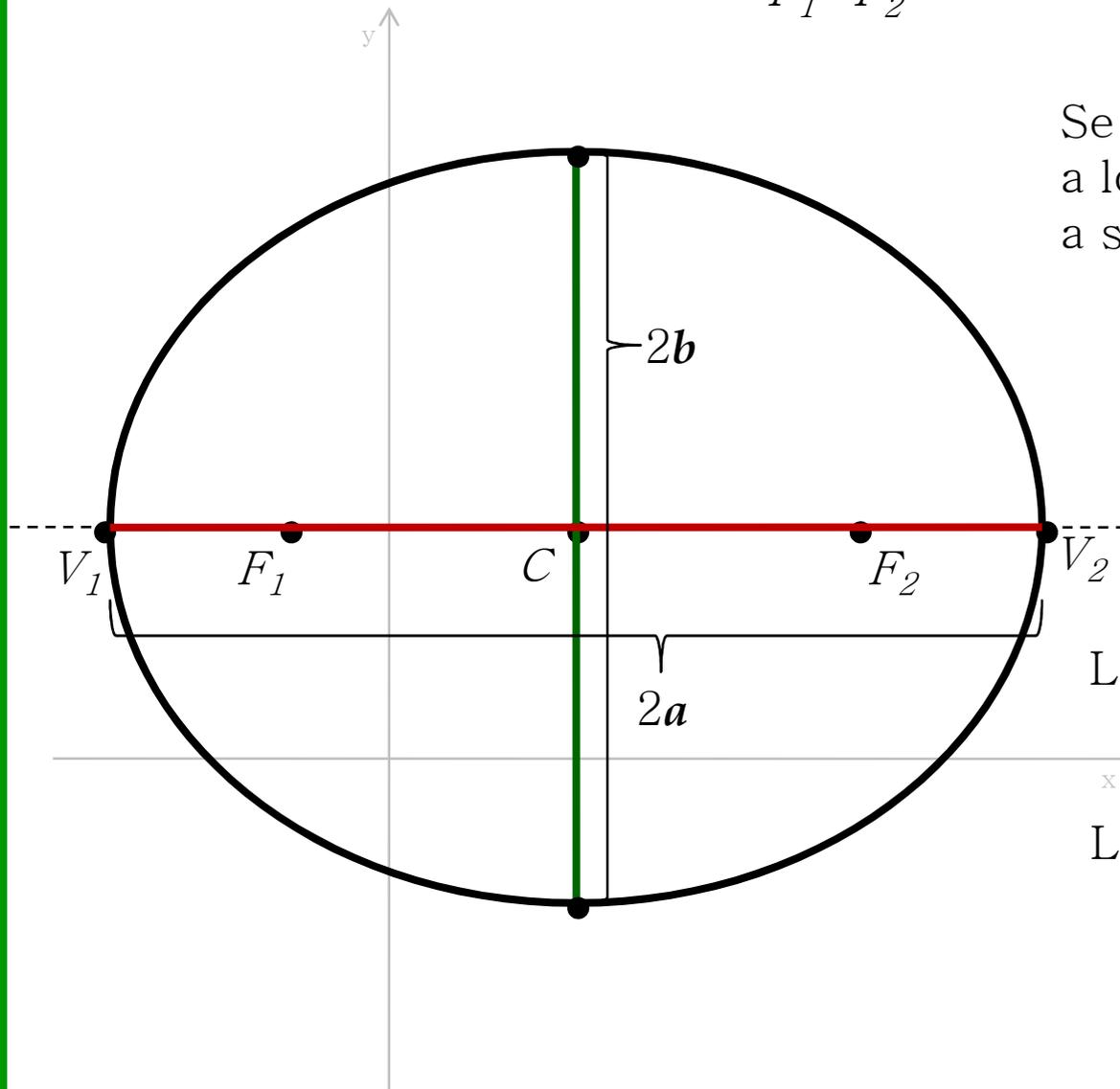
La línea que une los dos focos se llama eje principal.

Se llaman vértices de la elipse a los puntos donde ésta corta a su eje principal

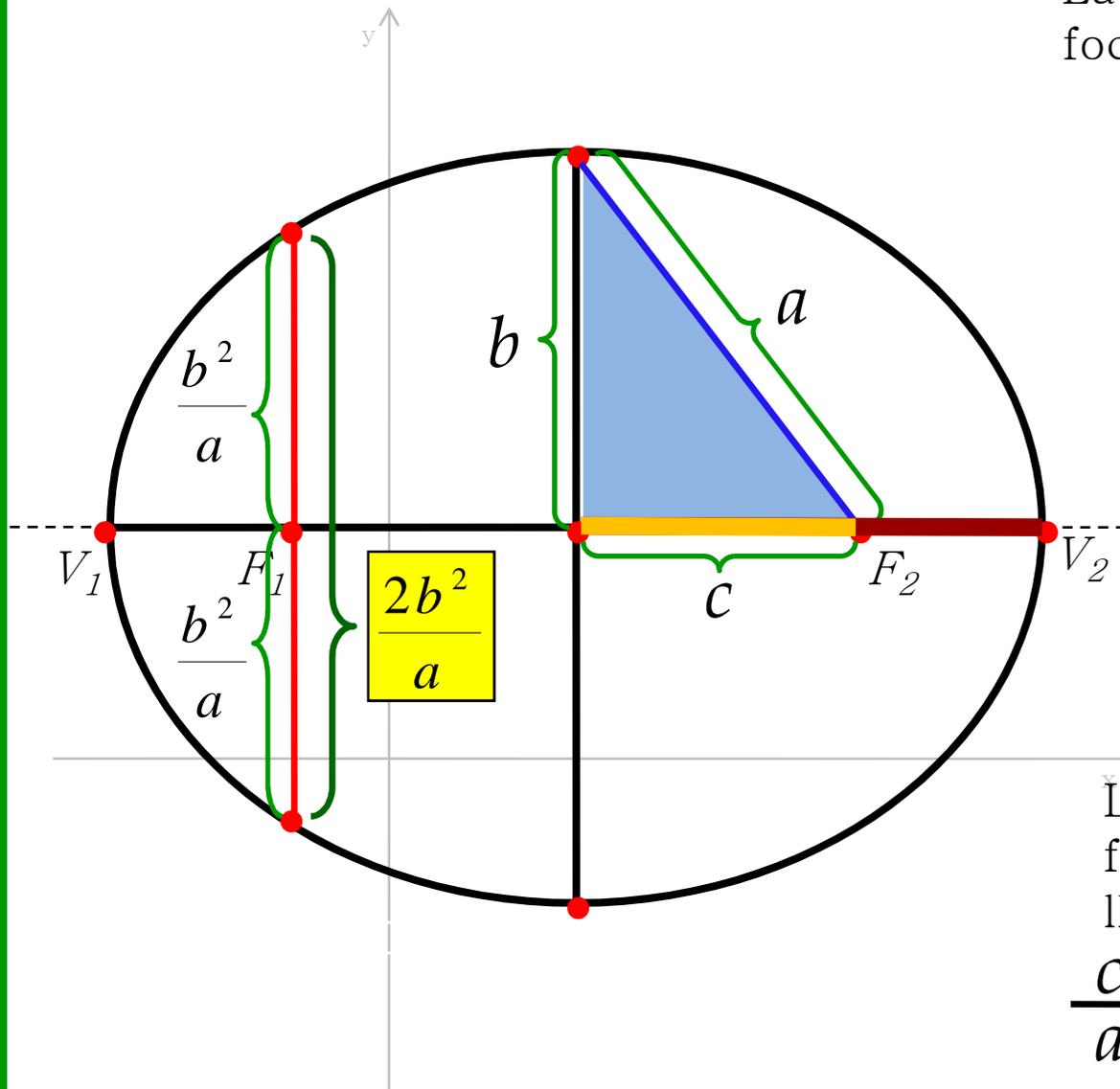
El punto medio de los dos focos se llama centro (C)

La distancia entre los vértices se llama eje mayor ($2a$).

La mediatriz de los focos se llama eje menor ($2b$).



Partes de una elipse



La distancia entre el centro y focos se llama distancia focal

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

El lado recto de una elipse es un segmento de recta que pasa por los focos y tiene como extremos los lados de la elipse.

$$\frac{2b^2}{a} = \text{LR}$$

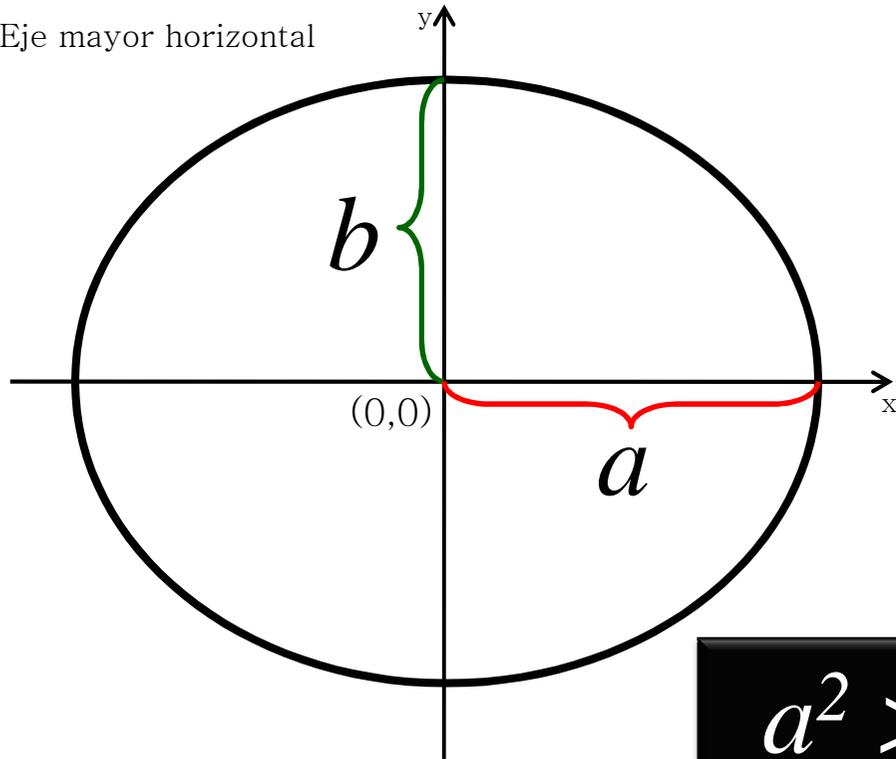
La relación entre la distancia focal y el semieje mayor se llama excentricidad.

$$\frac{c}{a} = e < 1$$

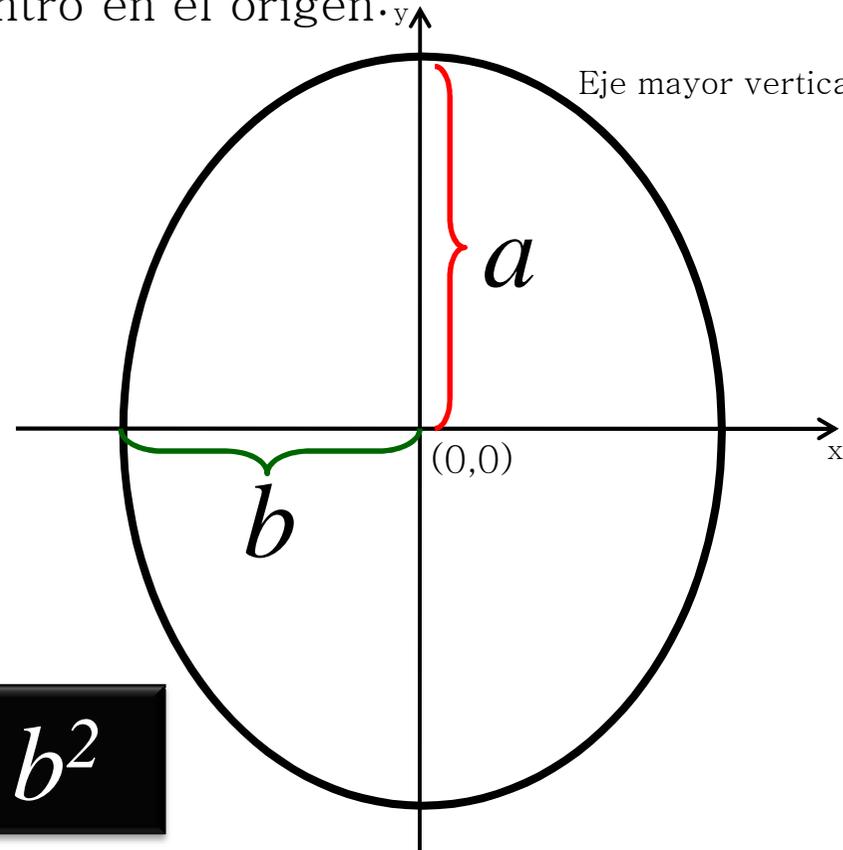
Ecuación ordinaria en el origen

Existen dos casos de una elipse con centro en el origen:

Eje mayor horizontal



Eje mayor vertical



$$a^2 > b^2$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

Ejemplo 1.

Trazar la gráfica de la elipse cuya ecuación es:

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1 \quad \frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \quad \text{Eje mayor vertical}$$

$$b^2 = 16 < 25 = a^2$$

$$b = 4 \quad 5 = a$$

$$\text{Eje mayor} = 2a = 2(5) = 10$$

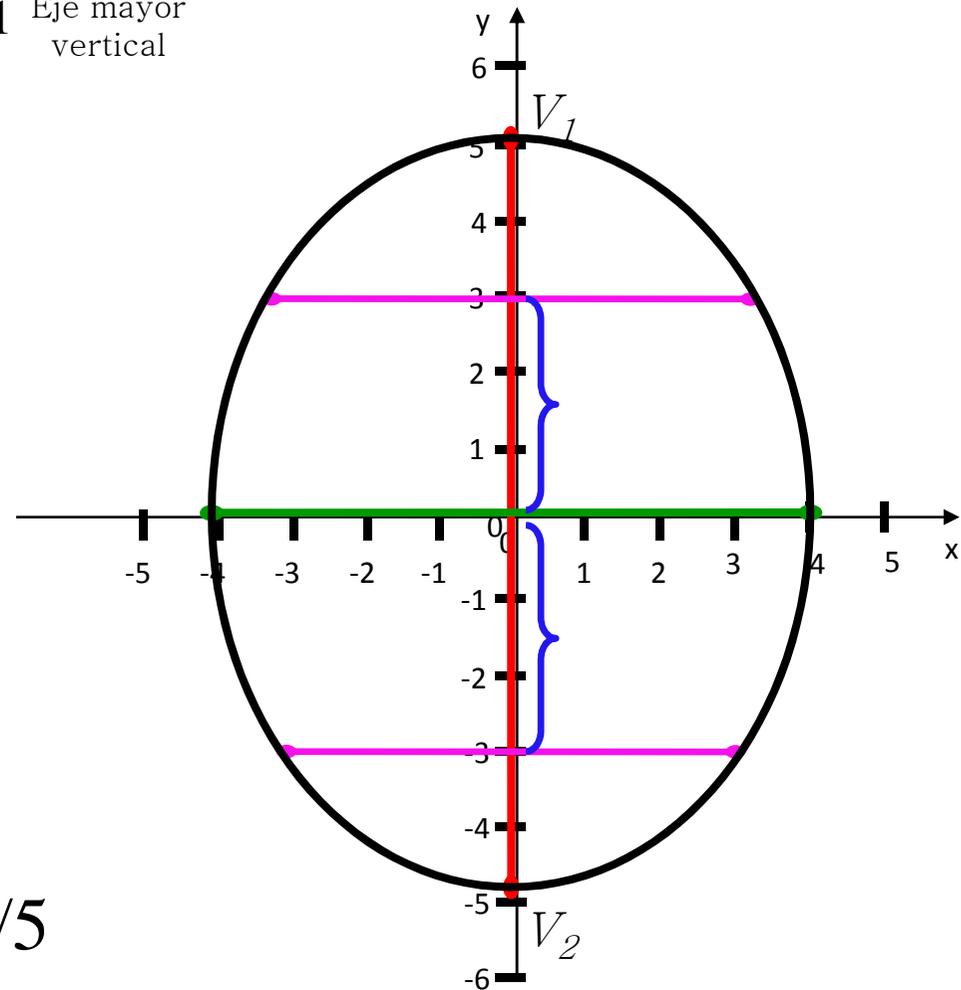
$$\text{Eje menor} = 2b = 2(4) = 8$$

$$\text{Distancia Focal} = c = 3$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$$

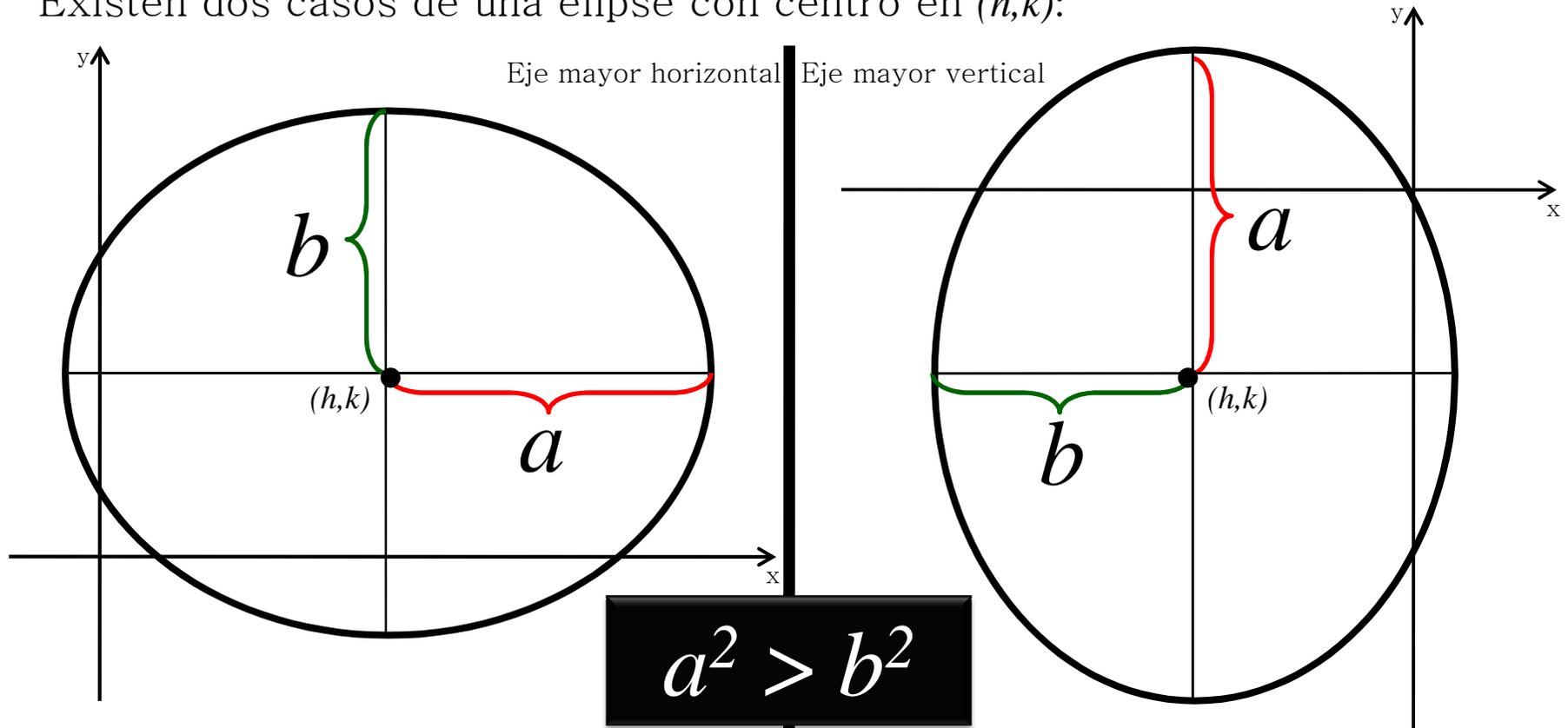
$$\text{Lado Recto} = \text{LR} = 32/5$$

$$\text{LR} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2(16)}{5} = 32/5$$



Ecuación ordinaria de una elipse
con centro en (h,k)

Existen dos casos de una elipse con centro en (h,k) :

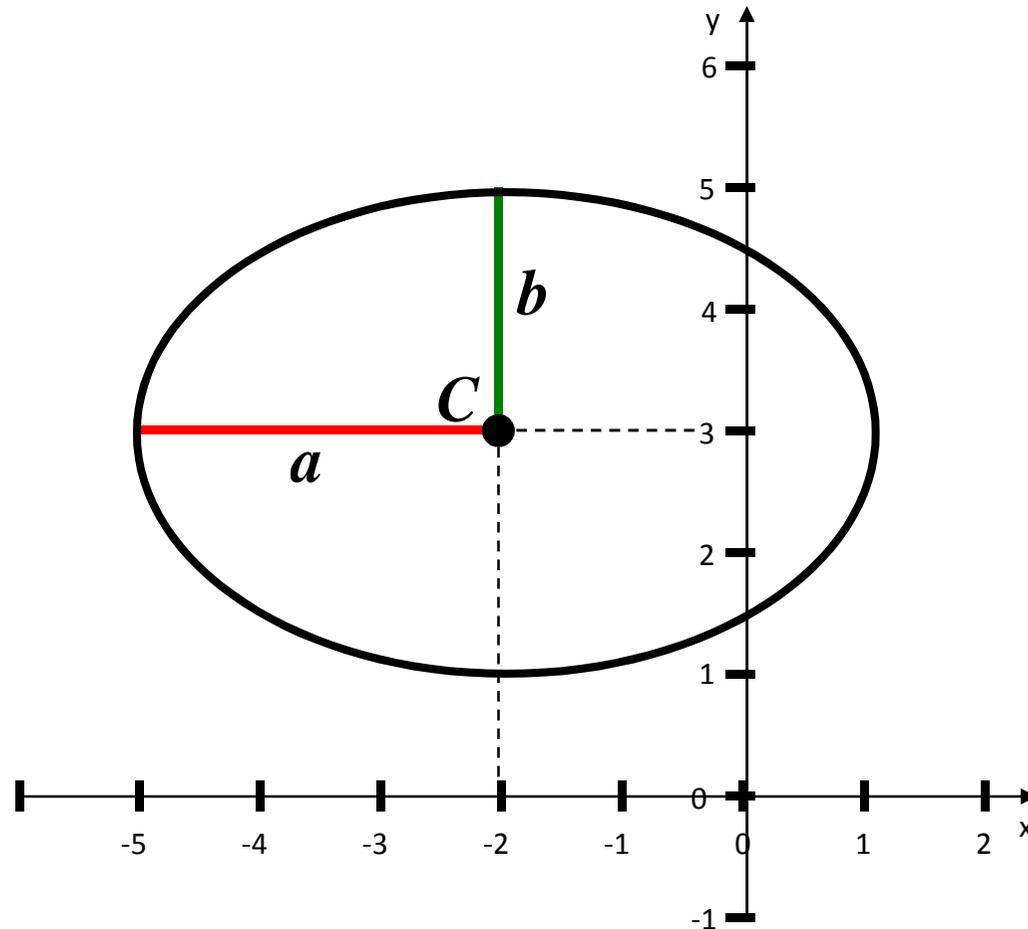


$$a^2 > b^2$$

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \quad \bigg| \quad \frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

Ejemplo 2.

Obtener la ecuación de la siguiente elipse a partir de su gráfica.



De la gráfica obtenemos el centro $C(h,k)$.

$$C(-2,3)$$

De la gráfica obtenemos el tamaño del semieje mayor (a)

$$a = 3 \text{ entonces } a^2 = 9$$

De la gráfica obtenemos el tamaño del semieje menor (b)

$$b = 2 \text{ entonces } b^2 = 4$$

La ecuación de la elipse es:

$$\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1$$

Dado que su eje principal es horizontal, es de la forma:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

Ecuación general de una elipse a partir de su ecuación ordinaria

$$\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1$$

Ecuación ordinaria de la elipse

$$4(x+2)^2 + 9(y-3)^2 = 36$$

Eliminando denominadores al multiplicar por 36

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$4(x^2 + 4x + 4) + 9(y^2 - 6y + 9) = 36$$

Desarrollando los binomios al cuadrado

$$4x^2 + 16x + 16 + 9y^2 - 54y + 81 = 36$$

Multiplicando para eliminar paréntesis

$$4x^2 + 16x + 16 + 9y^2 - 54y + 81 - 36 = 0$$

Igualando la ecuación a cero y simplificando operaciones

$$4x^2 + 9y^2 + 16x - 54y + 61 = 0$$

Ecuación general de la elipse

Ecuación ordinaria de una elipse
a partir de su ecuación general

$$4x^2 + 9y^2 + 16x - 54y + 61 = 0$$

← Ecuación general de la elipse

$$4x^2 + 16x + 9y^2 - 54y = -61$$

← Agrupando las variables

$$4(x^2 + 4x) + 9(y^2 - 6y) = -61$$

← Factorizando coeficientes cuadráticos

$$\left(\frac{4}{2}\right)^2 = 4 \quad \left(\frac{-6}{2}\right)^2 = 9$$

← Completando el Trinomio Cuadrado Perfecto

$$4(x^2 + 4x + 4) + 9(y^2 - 6y + 9) = -61 + 4(4) + 9(9)$$

← Agregando los valores a ambos lados de la ecuación

$$4(x + 2)^2 + 9(y - 3)^2 = 36$$

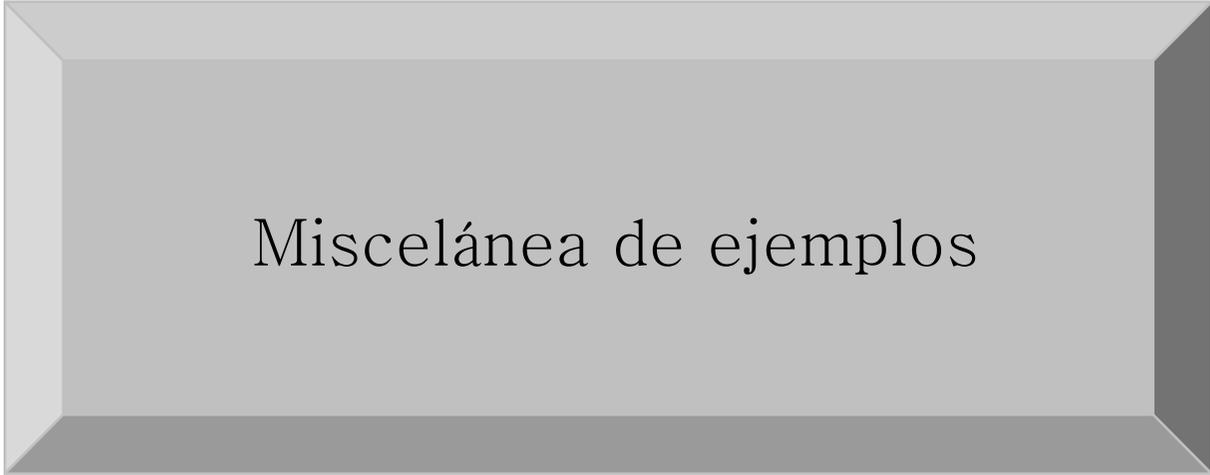
← Factorizando y simplificando términos

$$\frac{4(x + 2)^2 + 9(y - 3)^2}{36} = \frac{36}{36}$$

← Dividiendo entre 36 para igualar a 1

$$\frac{(x + 2)^2}{9} + \frac{(y - 3)^2}{4} = 1$$

← Ecuación ordinaria de la elipse con centro en $(-2, 3)$, $a=3$ y $b=2$



Miscelánea de ejemplos

Ejemplo 1.

Obtener la ecuación ordinaria, gráfica y excentricidad de la elipse vertical concéntrica con la circunferencia $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 14 = 0$. El radio de la circunferencia es igual al semieje menor de la elipse y su eje mayor mide 10.

Transformando la ecuación general de la circunferencia en su ecuación

ordinaria obtenemos: $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 16$

Entonces el centro es $(-1, -1)$ y el radio = 4

Dado que la elipse es concéntrica con la circunferencia

y su radio es igual al semieje menor entonces: $b = 4$

Además, el eje mayor de la elipse vertical mide 10 por

lo que el semi eje mayor mide 5, es decir: $a = 5$

La distancia focal es: $c = \sqrt{25 - 16} = 3$

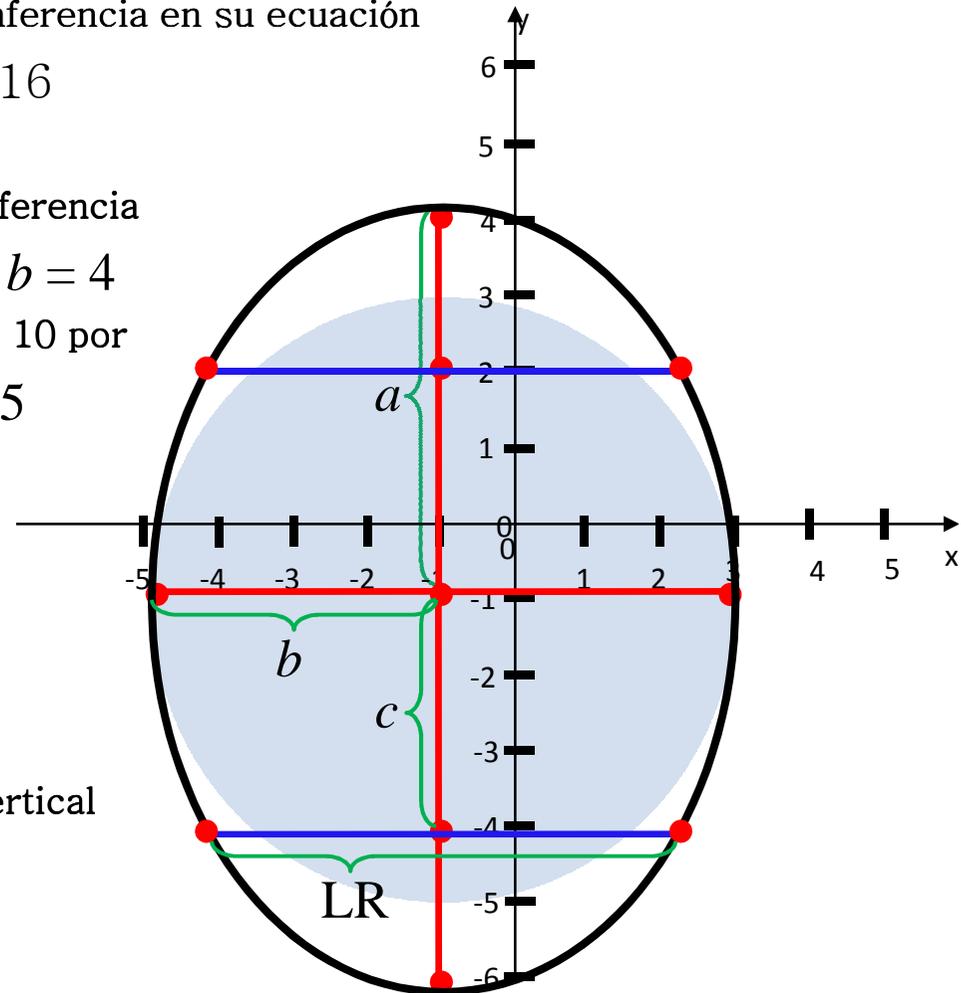
La medida del lado recto es: $LR = \frac{2b^2}{a}$

Excentricidad: $e = \frac{c}{a} < 1$

Finalmente la ecuación ordinaria de la elipse vertical

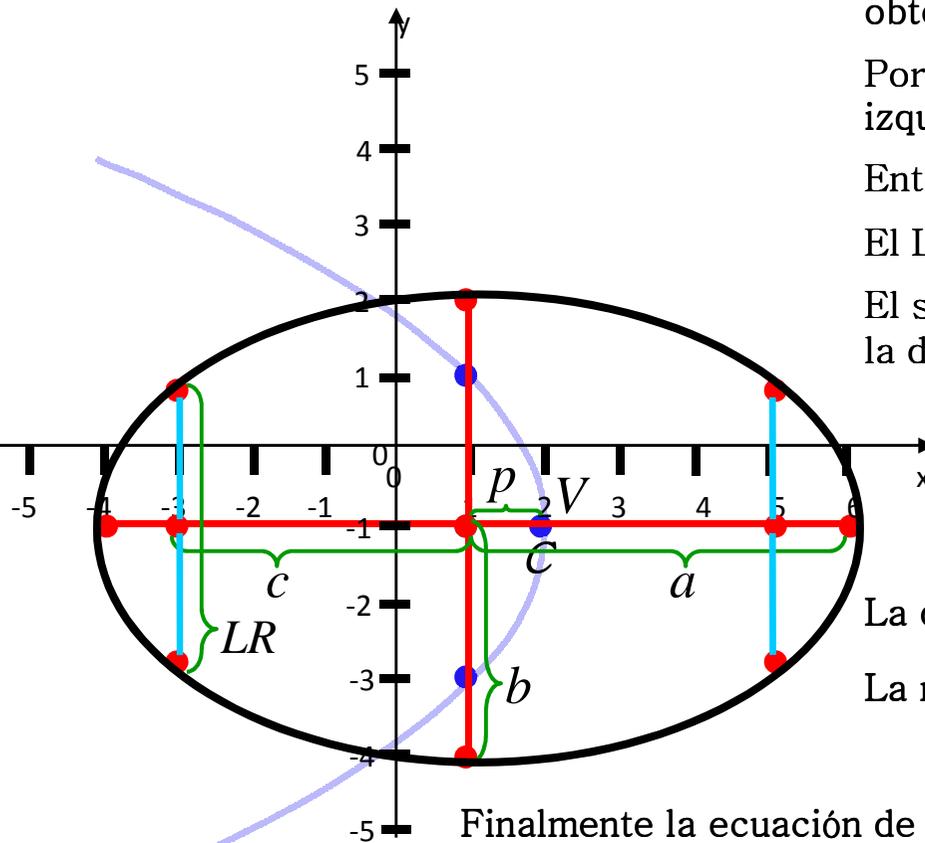
es:

$$\frac{(x + 1)^2}{16} + \frac{(y + 1)^2}{25} = 1$$



Ejemplo 2.

Obtener la ecuación y gráfica de la elipse horizontal concéntrica con el foco de la parábola $(x-2)^2 = -4(y+1)^2$. El semieje mayor de la elipse mide el quintuple de la distancia focal de la parábola y el eje menor de la elipse es dos unidades mayor que el lado recto de la parábola.



De la ecuación de la parábola: $(x-2)^2 = -4(y+1)^2$
obtenemos su vértice: $V(2,-1)$

Por la forma de la ecuación de la parábola, abre a la izquierda y su distancia focal: $p = 1$

Entonces el centro de la elipse es: $C(1,-1)$

El Lado Recto de la parábola es: $|-4| = 4$

El semieje mayor de la elipse mide el quintuple de la distancia focal de la parábola, es decir:

$$a = 5(1) = 5$$

El eje menor de la elipse es dos unidades mayor que el lado recto de la parábola, es decir: $2b = 4+2 = 6$ entonces $b = 3$

La distancia focal es: $c = \sqrt{25-9} = 4$

La medida del lado recto es: $LR = \frac{2(9)^2}{5} = \frac{18}{5}$

Finalmente la ecuación de la elipse es: $\frac{(x-1)^2}{25} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$

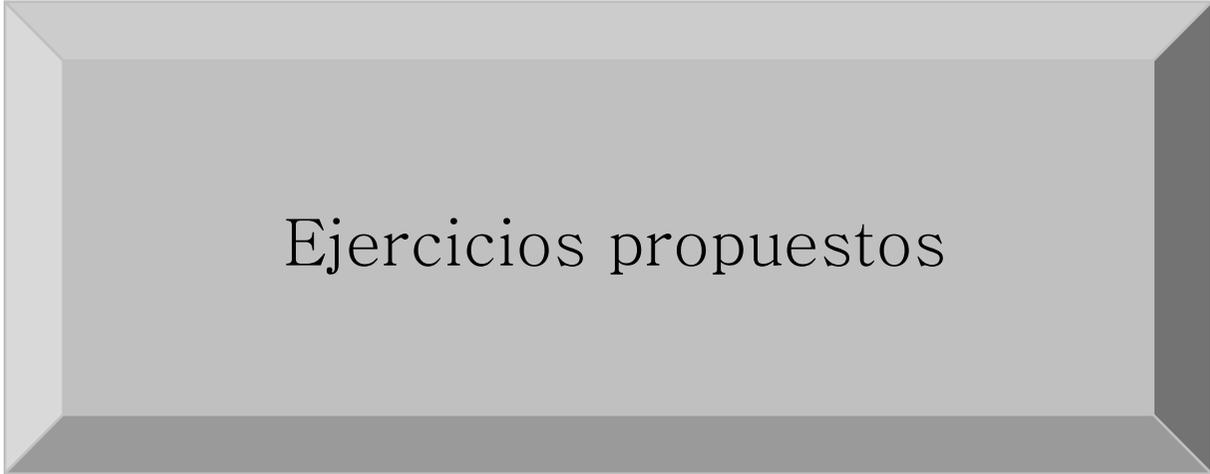


Aplicaciones

Leonel Magaña Mejía

La Elipse





Ejercicios propuestos

•Para cada una de las siguientes ecuaciones que representan elipses, se pide dibujarlas determinando además los vértices y los focos:

a. $16x^2 + 25y^2 = 100$

b. $9x^2 + 4y^2 = 36$

c. $4x^2 + y^2 = 16$

d. $x^2 + 9y^2 = 18$

e. $4y^2 + x^2 = 8$

•En cada uno de los ejercicios siguientes encuentre el centro, los focos y los vértices de cada elipse. Trace la gráfica correspondiente.

$\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$	$9x^2 + 18x + 4y^2 - 8y - 23 = 0$
$\frac{(x+4)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{16} = 1$	$x^2 - 2x + 1 + 25y^2 = 25$



Final de la Elipse

Dudas o comentarios:
lmagan77@yahoo.com.mx



Geometría Analítica

“La Hipérbola”

Contenido:

- Definición
- Partes de una hipérbola
- Ecuación ordinaria con centro en el origen
- Ecuación ordinaria con centro en (h,k)
- Ecuación general
- Miscelánea de ejemplos
- Aplicaciones
- Ejercicios propuestos



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

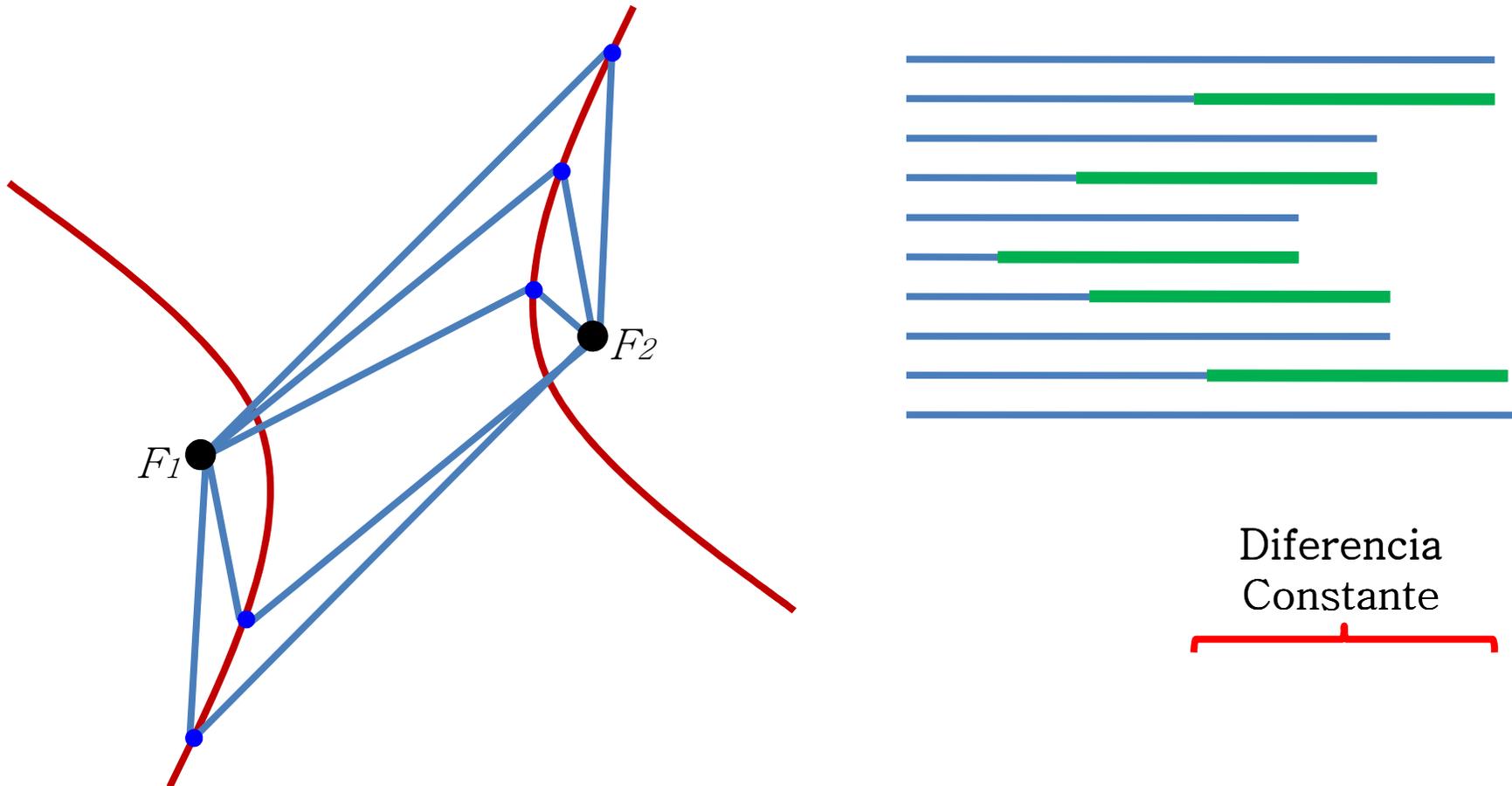
Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

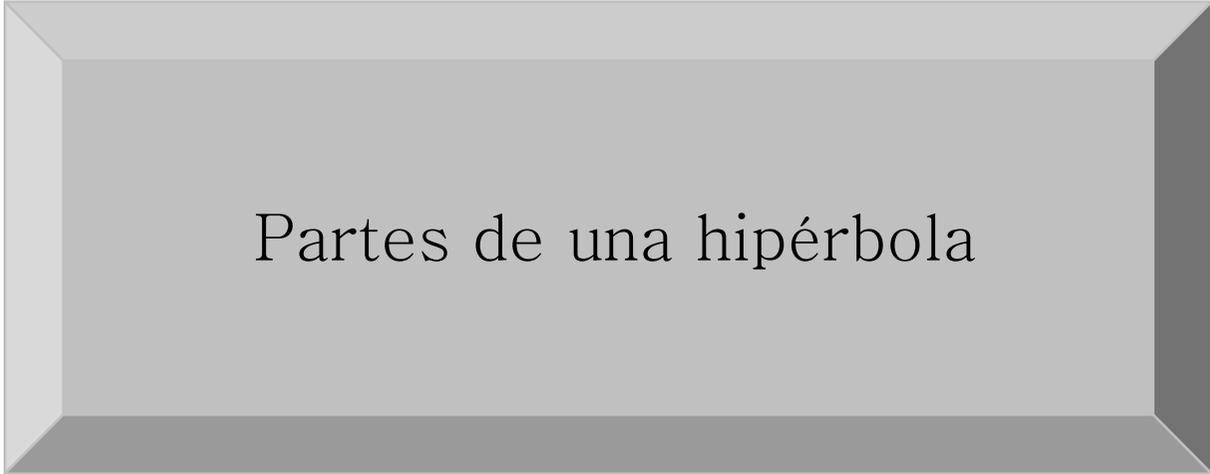
El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Definición de hipérbola

Definición de Hipérbola

Se llama hipérbola al lugar geométrico de los puntos tales que la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos llamados focos (F_1, F_2), es una constante.



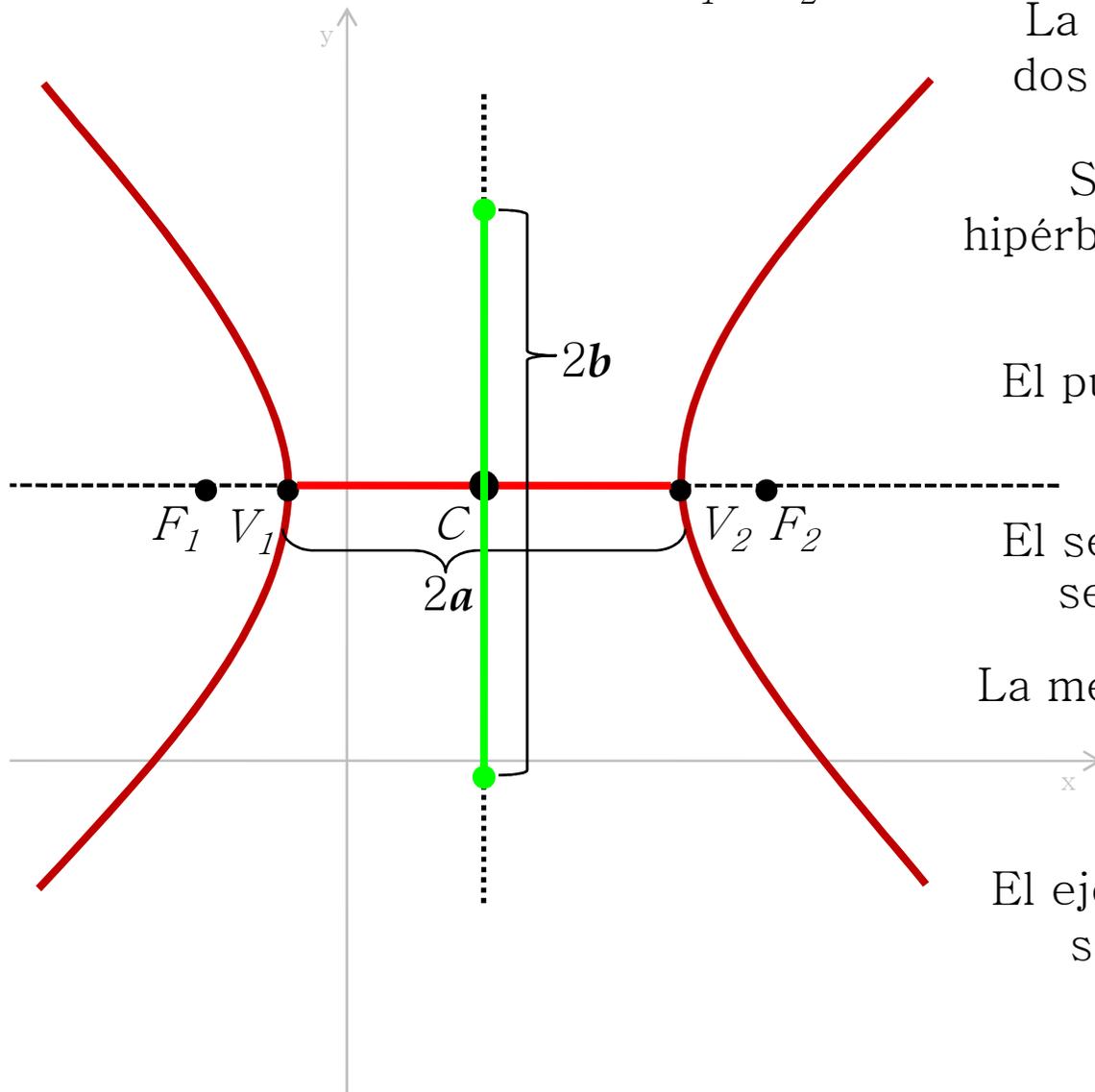


Partes de una hipérbola

Partes de una hipérbola

Focos de la hipérbola

F_1 F_2



La recta que contiene a los dos focos se llama eje focal.

Se llaman vértices de la hipérbola a los puntos donde ésta corta a su eje focal.

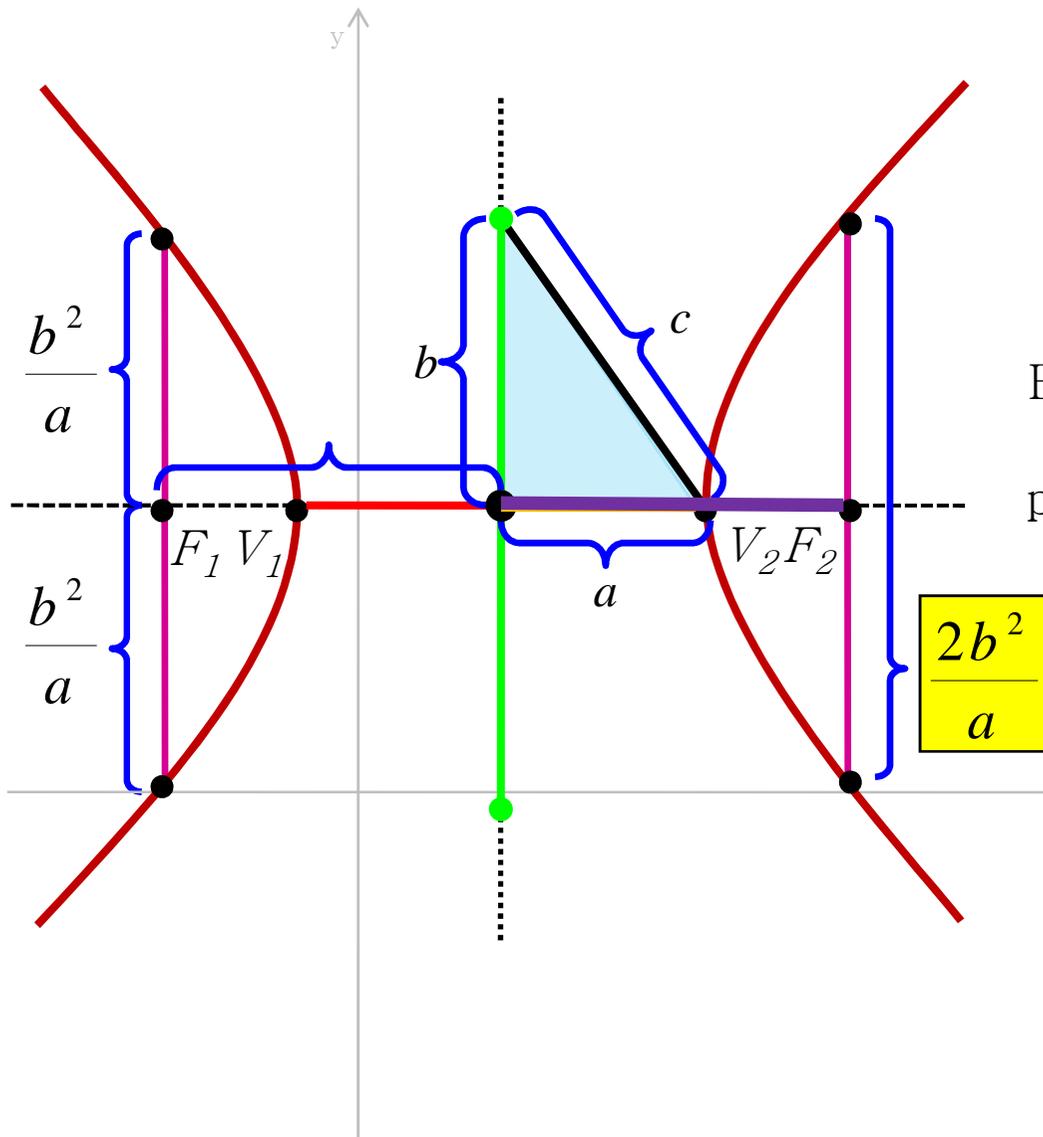
El punto medio de los dos focos se llama centro (C).

El segmento que une los vértices se llama eje transversal($2a$).

La mediatriz de los focos se llama eje no focal.

El eje conjugado es un segmento sobre el eje no focal ($2b$).

Partes de una hipérbola



La distancia entre el centro y cualquier foco se llama distancia focal

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

El lado recto de una hipérbola es un segmento de recta que pasa por un foco y tiene sus extremos en la hipérbola.

$$LR = \frac{2b^2}{a}$$

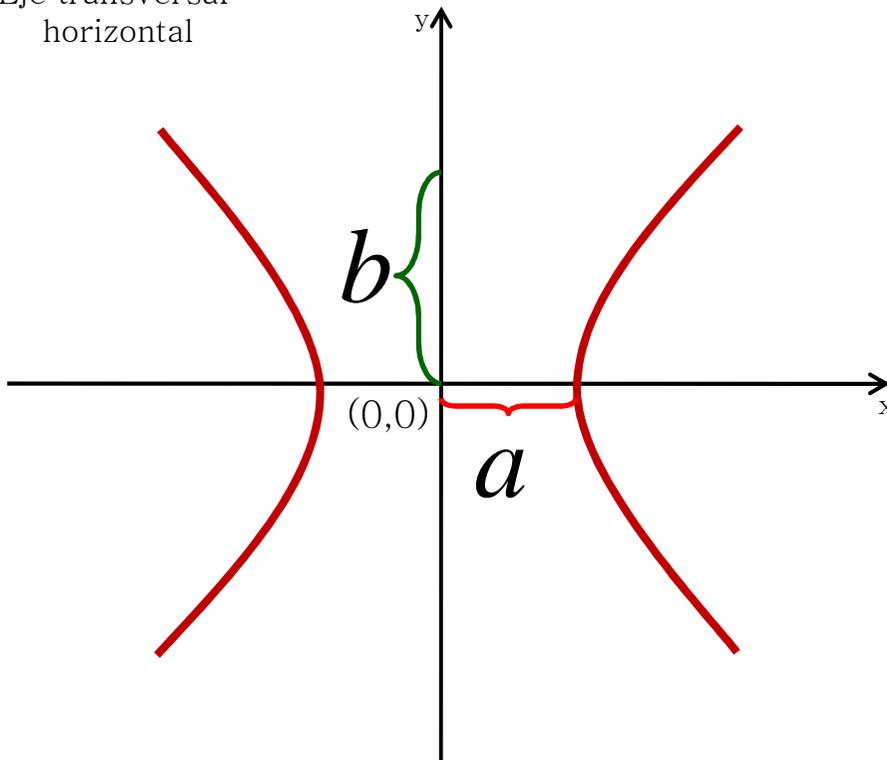
La razón entre la distancia focal y el semieje transversal se llama excentricidad.

$$\frac{c}{a} = e > 1$$

Ecuación ordinaria de la
hipérbola con centro en el origen

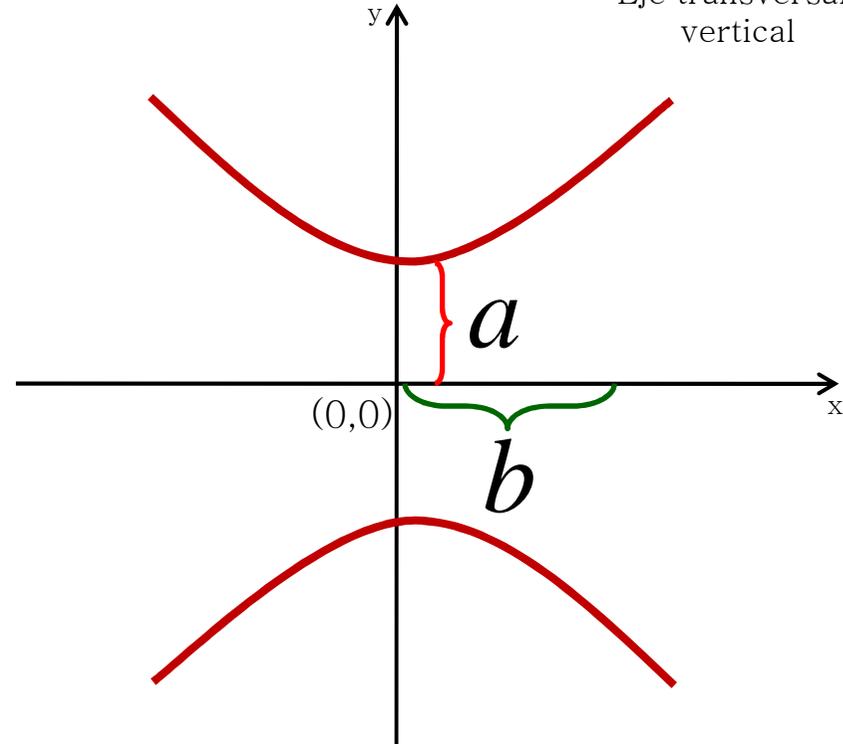
Existen dos casos de una hipérbola con centro en el origen:

Eje transversal horizontal



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Eje transversal vertical



$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

Ejemplo 1.

Trazar la gráfica de la hipérbola cuya ecuación es:

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1 \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Eje transversal horizontal

$$a^2 = 9 \quad 16 = b^2$$

$$a = 3 \quad 4 = b$$

Eje transversal = $2a = 2(3) = 6$

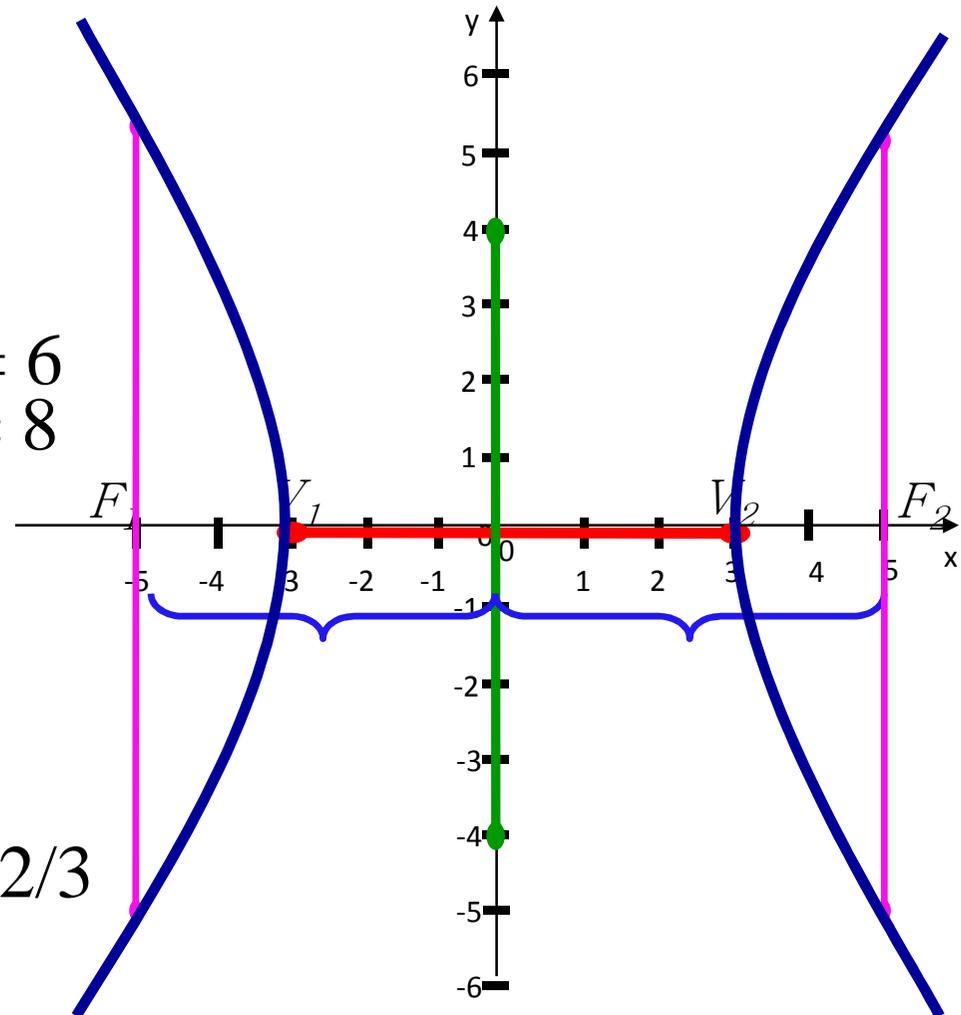
Eje conjugado = $2b = 2(4) = 8$

Distancia Focal = $c = 5$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$$

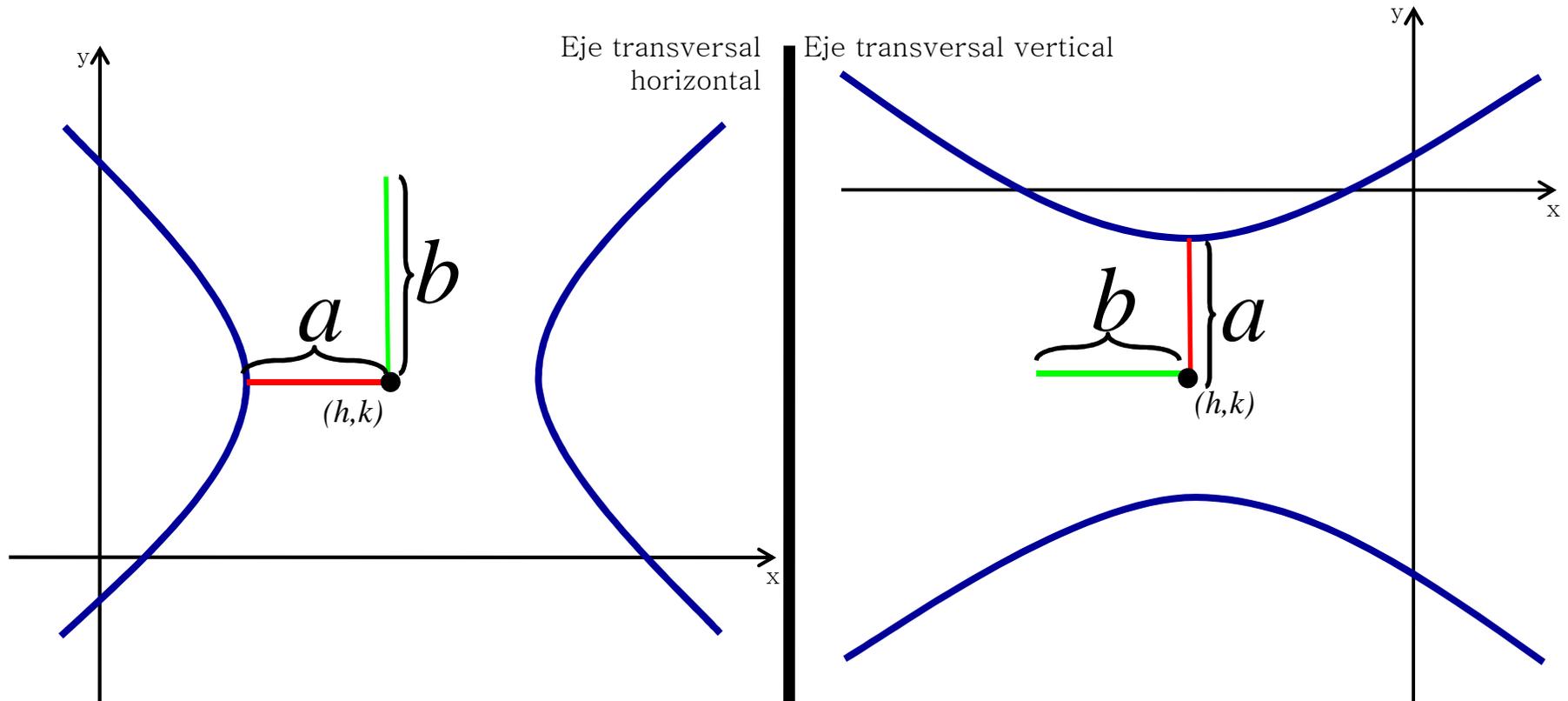
Lado Recto = LR = $32/3$

$$LR = \frac{2b^2}{a} = \frac{2(16)}{3} = 32/3$$



Ecuación ordinaria de una
hipérbola con centro en (h,k)

Existen dos casos de una hipérbola con centro en (h,k) :

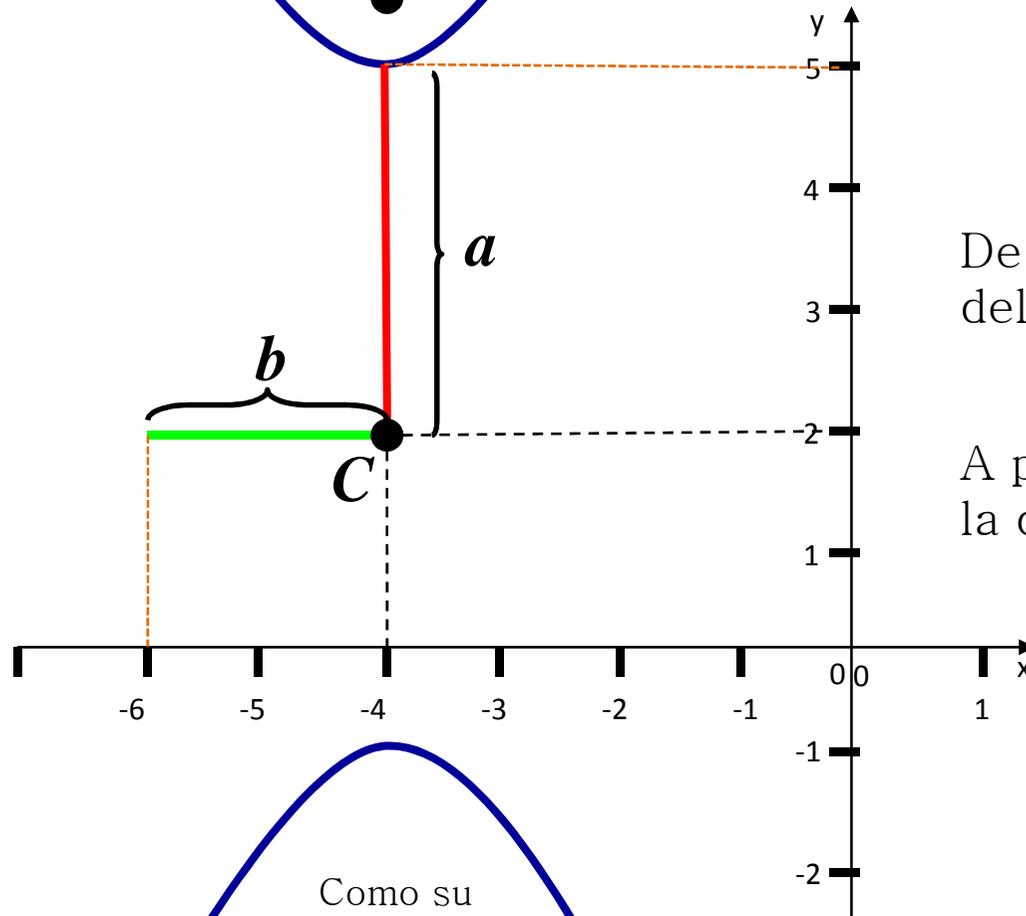


$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

Ejemplo 2. $(-4, 2+\sqrt{13})$

Obtener la ecuación de la siguiente hipérbola a partir de su gráfica y uno de sus focos.



De la gráfica obtenemos el centro $C(h,k)$.

$$C = (-4, 2)$$

De la gráfica obtenemos el tamaño del semieje transversal (a)

$$a = 3 \text{ entonces } a^2 = 9$$

A partir del foco obtenemos que la distancia focal es $c = \sqrt{13}$

Como $c^2 = a^2 + b^2$, calculamos el tamaño del semieje conjugado (b)

$$b = 2 \text{ entonces } b^2 = 4$$

La ecuación de la hipérbola es:

$$\frac{(y-2)^2}{9} - \frac{(x+4)^2}{4} = 1$$

Como su eje transversal es vertical, es de la forma:

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

Ecuación general de una
hipérbola a partir de su ecuación
ordinaria

$$\frac{(x+2)^2}{16} - \frac{(y-3)^2}{9} = 1$$

Ecuación ordinaria de la hipérbola

$$9(x+2)^2 - 16(y-3)^2 = 144$$

Eliminando denominadores al multiplicar por 144

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$9(x^2 + 4x + 4) - 16(y^2 - 6y + 9) = 144$$

Desarrollando los binomios al cuadrado

$$9x^2 + 36x + 36 - 16y^2 + 96y - 144 = 144$$

Multiplicando para eliminar paréntesis

$$9x^2 + 36x + 36 - 16y^2 + 96y - 144 - 144 = 0$$

Igualando la ecuación a cero y simplificando operaciones

$$9x^2 - 16y^2 + 36x + 96y - 252 = 0$$

Ecuación general de la hipérbola

Ecuación ordinaria de una
hipérbola a partir de su ecuación
general

$$9x^2 - 16y^2 + 36x + 96y - 252 = 0$$

Ecuación general de la hipérbola

$$9x^2 + 36x - 16y^2 + 96y = 252$$

Agrupando las variables

$$9(x^2 + 4x) - 16(y^2 - 6y) = 252$$

Factorizando coeficientes cuadráticos

$$\left(\frac{4}{2}\right)^2 = 4 \quad \left(\frac{-6}{2}\right)^2 = 9$$

Completando el Trinomio Cuadrado Perfecto

$$9(x^2 + 4x + 4) - 16(y^2 - 6y + 9) = 252 + 9(4) - 16(9)$$

Agregando los valores a ambos lados de la ecuación

$$9(x + 2)^2 - 16(y - 3)^2 = 144$$

Factorizando y simplificando términos

$$\frac{9(x + 2)^2 - 16(y - 3)^2}{144} = \frac{144}{144}$$

Dividiendo entre 144 para igualar a 1

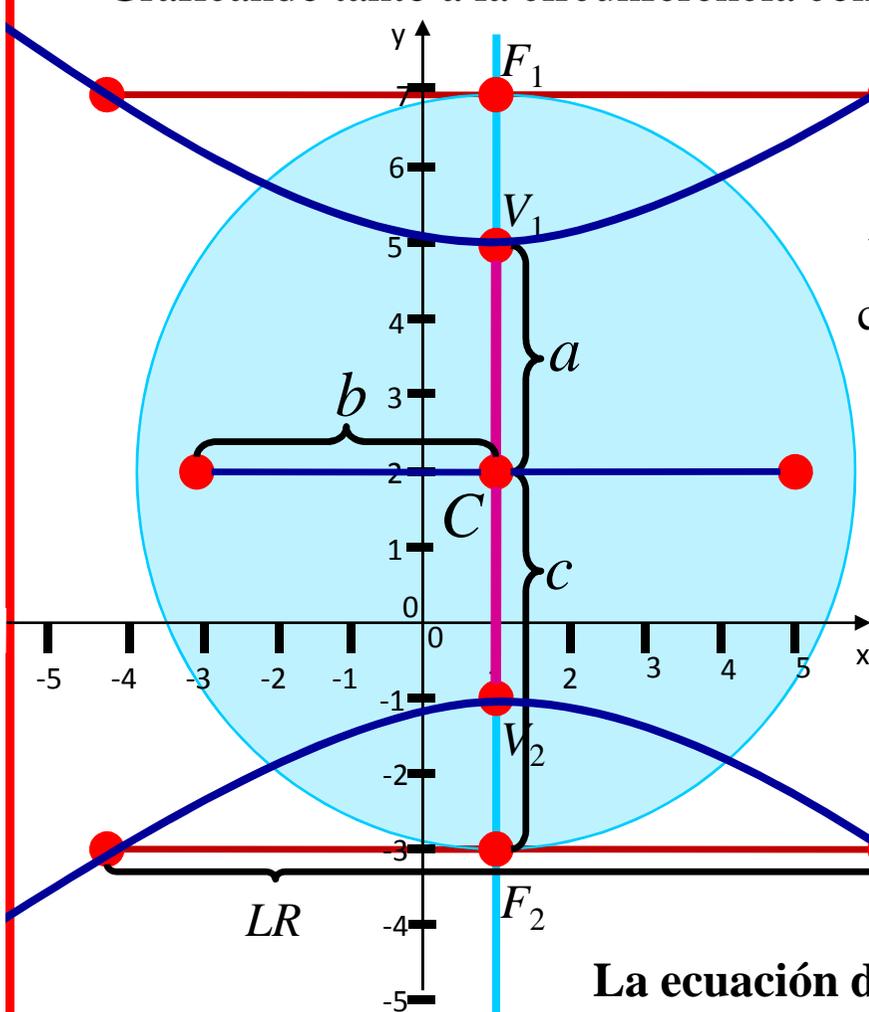
$$\frac{(x + 2)^2}{16} - \frac{(y - 3)^2}{9} = 1$$

Ecuación ordinaria de la hipérbola

Miscelánea de ejemplos

Ejemplo 1. Encontrar la ecuación y gráfica de la hipérbola concéntrica con la circunferencia: $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$. Uno de sus vértices esta en el punto $(1,5)$ y además sus focos están en la intersección de dicha circunferencia y la recta: $x = 1$.

Graficando tanto a la circunferencia con centro en $(1,2)$ y radio = 5 como a la recta $x = 1$.



La hipérbola es concéntrica con la circunferencia y la intersección de ésta con la recta son sus focos.

Uno de sus vértices esta en $V_1(1,5)$ y por simetría con respecto a su centro el otro vértice es $V_2(1,-1)$

El semieje transversal de la hipérbola es: $a = 3$

La distancia focal es: $c = 5$

Calculando el semieje conjugado:

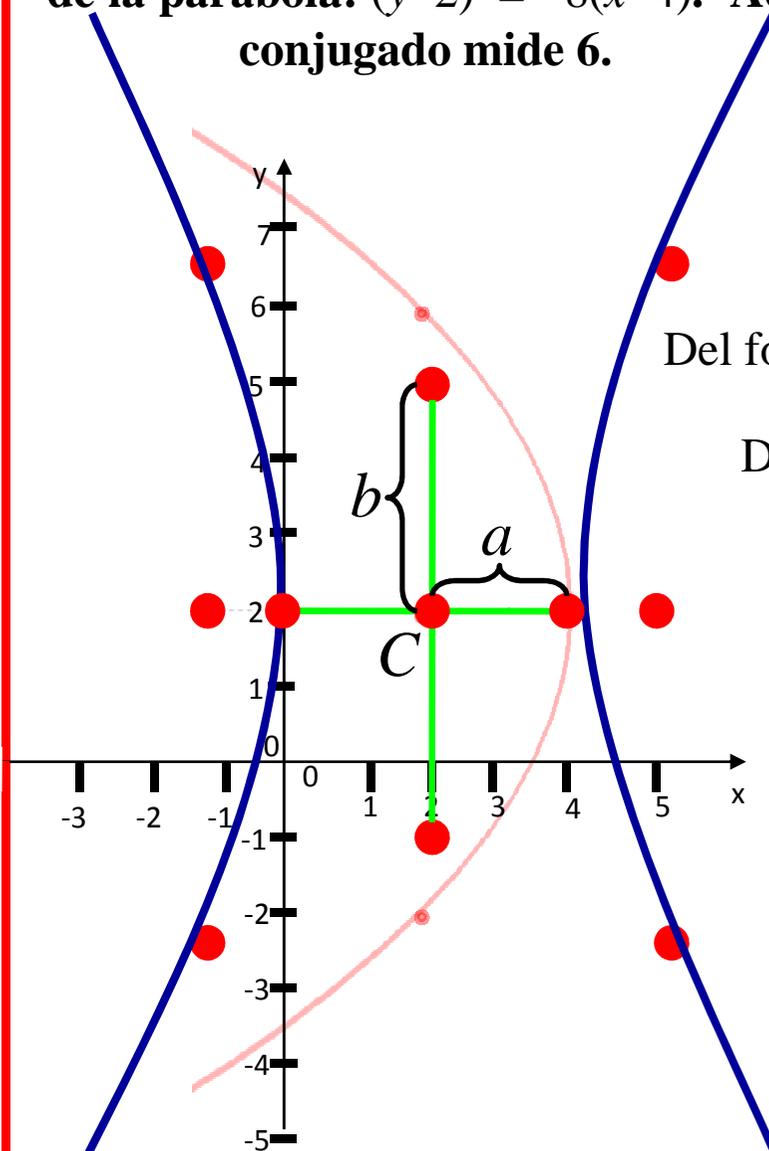
$$25 - 9 = b^2 + b^2$$

Calculando el lado recto: $LR \equiv \frac{2(16)^2}{33}$

$$\frac{(y - 2)^2}{9} - \frac{(x - 1)^2}{16} = 1$$

La ecuación de la hipérbola es:

Ejemplo 2. Encontrar la ecuación de la hipérbola cuyo centro esta ubicado en el foco de la parábola: $(y-2)^2 = -8(x-4)$. Además su eje transversal horizontal mide 4 y su eje conjugado mide 6.



De la ecuación de la parábola, obtenemos que abre a la izquierda, tiene su centro en $(4,2)$ y su foco ubicado en $(2,2)$.

Del foco de la parábola obtenemos el centro de la hipérbola.

Dado que la hipérbola es horizontal, su eje transversal es paralelo a las abscisas y mide 4, es decir: $a=2$

El eje conjugado paralelo a las ordenadas mide 6, es decir: $b=3$

De lo anterior obtenemos que:

$$a = 2 \Rightarrow a^2 = 4 \quad b = 3 \Rightarrow b^2 = 9$$

La ecuación de la hipérbola es:

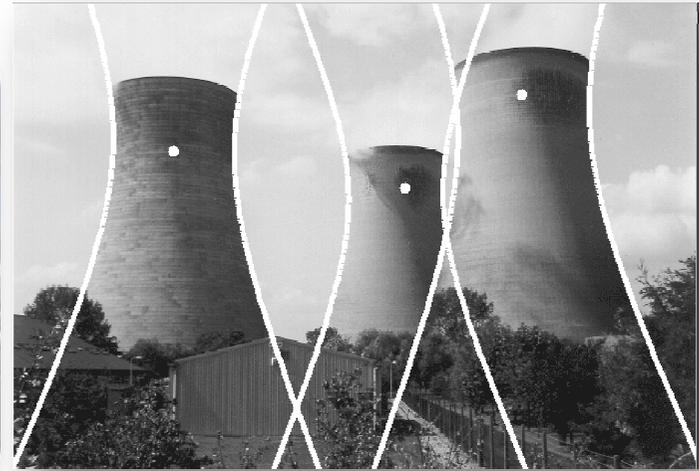
$$\frac{(x - 2)^2}{4} - \frac{(y - 2)^2}{9} = 1$$



Aplicaciones

Leonel Magaña Mejía

La Hipérbola



Ejercicios propuestos

Para cada una de las siguientes ecuaciones que representan hipérbolas, trazar su gráfica.

a. $16x^2 - 25y^2 = 100$

b. $4x^2 - 9y^2 = 36$

c. $4x^2 - 4y^2 = 16$

d. $9x^2 - y^2 = 18$

e. $9y^2 - x^2 = 1$

En los siguientes incisos encontrar la ecuación de la hipérbola que satisface las condiciones dadas y trazar su gráfica .

a. Centro en $(0, 0)$; vértice en $(4, 0)$; foco en $(5, 0)$.

b. Vértice (V_1) en $(3, 0)$; vértice (V_2) en $(-3, 0)$; foco en $(-5, 0)$.

c. Centro en $(0,0)$; distancia focal = 5; longitud de LR = $9/2$

d. Vértice en $(0, 1)$; foco (F_1) en $(-2, 1)$ y foco (F_2) en $(4,1)$

e. Centro en $(-2, 3)$; vértice en $(0, 3)$; foco en $(3, 3)$.

f. $V_1(-3, -2)$, $V_2(-3, 2)$; $2b = 6$

Para cada una de las siguientes ecuaciones, encuentre el centro, los focos, los vértices y la gráfica de cada hipérbola.

$$\frac{(x-4)^2}{9} - \frac{(y+2)^2}{4} = 1$$

$$x^2 - 9y^2 + 6x - 18y = -9$$

$$x^2 - 2x + 1 - 25y^2 = 25$$

$$y^2 - 4x^2 - 8x - 6y = 9$$

Final de la hipérbola

Dudas o comentarios:
lmagan77@yahoo.com.mx