
POSGRADO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE MATERIALES

**“EFECTO EN LA RESISTENCIA MECÁNICA
DEL HUESO ESPONJOSO AL VARIAR LA
DENSIDAD Y LA ARQUITECTURA
TRABECULAR”**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

**MAESTRO EN CIENCIA E INGENIERÍA EN
MATERIALES**

P R E S E N T A

ING. OSVALDO RUIZ CERVANTES

Tutor: Dr. Armando Ortiz Prado



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México por la formación brindada durante todos estos años.

A los proyectos PAPIIT IN113209-3 “Micromécanica del hueso II” y PAPIIME PE104109 “Laboratorio de Biomateriales” por el apoyo proporcionado a este trabajo.

Agradezco especialmente a mi tutor, Dr. Armando Ortiz Prado, por la paciencia y los conocimientos que permitieron realizar este trabajo.

A los profesores:

Dr. Rafael Schouwenaars Franssens

Dr. Arturo Barba Pingarrón

Dra. María Cristina Piña Barba

Dr. Juan Hernández Cordero

Dr. Víctor Hugo Jacobo Armendáriz

M. en C. Edgar Isaac Ramírez Díaz

Por el tiempo dedicado a la mejora de mi tesis.

A la Facultad de Ingeniería y al grupo de trabajo de la UDIATEM (Unidad de Investigación y Asistencia Técnica en Materiales) por la ayuda en los aspectos técnicos de este trabajo, M. en I. Ignacio Cueva Güitrón, M. en I. Efraín Ramos Trejo, Ing. Roberto Cisneros Hernández, Ing. Jorge Luis Romero Hernández, Ing. Juan Armando Ortiz Valera, Ing. David Martínez, M. en I. Lázaro Morales, M. en I. Agustín Bravo, Adrián Esteban Ortiz Valera y al biólogo Germán Álvarez Lozano. Gracias por su amistad.

Agradecimientos

A Mireya por ser la principal motivación que me permitió llevar a buen término este proyecto. Gracias por tu amor y compañía.

A mis padres, Genaro y Margarita, por todo el amor y confianza que me han brindado durante todo este tiempo.

A mis hermanos, Oscar y Omar, por su amistad y por seguir conmigo.

A Edgar, Chava, Angie, Sergio, Gaby, Noé, William, Gerardo, Julio, Ana, compañeros de la escuela y amigos para toda la vida

Prólogo

El hueso trabecular o esponjoso es el componente poroso del tejido óseo que se encuentra en los extremos de los huesos largos y como componente mayoritario de los huesos planos e irregulares como el esternón, la pelvis y las vértebras. Las vigas microestructurales, conocidas como trabéculas, que conforman a este tipo de hueso están compuestas de material inorgánico (hidroxiapatita) y de material orgánico (colágeno). Las trabéculas limitan un espacio poroso tridimensional, interconectado, abierto, que resulta en un material con estructura semejante a la que presentan los sólidos celulares. Sus poros están llenos de médula ósea y de células. La escala de estos poros es del orden de 1 mm, y la escala del espesor trabecular es de un orden de magnitud menor.

La microestructura trabecular está orientada típicamente a lo largo de la dirección en la cual se presentan las sollicitaciones más importantes, por lo que la rigidez y resistencia mecánica son más elevadas. Esta direccionalidad microestructural genera la anisotropía en las propiedades mecánicas del hueso trabecular.

Así, desde el punto de vista de la ingeniería de los materiales, el hueso trabecular se clasifica como un sólido celular, poroso, compuesto y anisotrópico de celda abierta. Como muchos materiales biológicos, exhibe un comportamiento

Prólogo

dependiente de la rapidez de deformación y es susceptible de sufrir daño al aplicarle cargas cíclicas.

El conocimiento de las propiedades mecánicas del hueso trabecular es esencial para comprender problemas como las fracturas relacionadas con el envejecimiento del hueso, la mala fijación de prótesis y el remodelado óseo. A lo largo de los años, los investigadores han intentado de forma teórica y experimental, relacionar las propiedades mecánicas del hueso, como son la rigidez y la resistencia, con sus propiedades físicas, por ejemplo densidad, fracción volumétrica, arquitectura, etc [1]. En estudios experimentales se ha demostrado de manera empírica que el módulo elástico aparente y la resistencia presentan una relación potencial con la densidad aparente, y que las propiedades elásticas del hueso mejoran cuando se incrementa la densidad aparente [2], [3]. Las propiedades elásticas del hueso también dependen de otros factores en los que se incluye el sitio anatómico del cual se extraen las muestras, la heterogeneidad del tejido, la arquitectura, la dirección de carga y la edad. Otras propiedades del material óseo, como el módulo elástico del tejido y la relación de Poisson, afectan directamente al módulo elástico aparente y la resistencia. Para determinar estas relaciones se han utilizado técnicas de modelado in vivo, in vitro y modelos matemáticos.

En este trabajo se presenta una técnica para generar estructuras celulares bidimensionales mediante diagramas de Voronoi. Al agilizar la construcción de estructuras celulares asociadas a hueso trabecular y parametrizarlas, es factible estudiar el comportamiento del tejido óseo cuando es afectado por enfermedades como la osteoporosis. Los análisis se basan en dos condiciones básicas: 1) reducción del espesor trabecular y 2) pérdida de conectividad (ruptura). Las herramientas computacionales de elemento finito fueron primordiales durante el desarrollo de este trabajo.

La forma en que se organiza este trabajo permite justificar la consideración del tejido óseo como un sólido celular y por ésta razón en el capítulo 1 se presentan las características estructurales y topologías comunes que se

Prólogo

encuentran en los sólidos celulares naturales. El capítulo 2 presenta la descripción del hueso iniciando con su composición hasta llegar a su caracterización estructural y mecánica. En el capítulo 3 se presentan algunos modelos micromecánicos que se han utilizado en trabajos anteriores así como el algoritmo para generar estructuras de Voronoi a partir de imágenes de probetas de tejido óseo en corte transversal. La problemática actual de la osteoporosis se estudia en el capítulo 4, y utilizando los modelos generados en el capítulo 3 se analizan las condiciones de falla asociadas a la reducción de espesor trabecular y el efecto de la ruptura trabecular aleatoria. Finalmente, en el capítulo 5 se realiza una breve discusión de los resultados obtenidos y algunas propuestas para ampliar y mejorar el presente estudio.

Contenido

CAPÍTULO 1	1
SÓLIDOS CELULARES	1
1.1 ESTRUCTURA DE LOS SÓLIDOS CELULARES	3
1.2 ESTRUCTURAS TIPO PANAL Y TIPO ESPUMA	4
1.3 FORMA DE LAS CELDAS	5
1.4 APLICACIÓN DE LOS SÓLIDOS CELULARES	6
CAPÍTULO 2	9
COMPOSICIÓN BÁSICA Y ESTRUCTURA DEL HUESO	9
2.1 COMPOSICIÓN BÁSICA DE LA MATRIZ ÓSEA	10
2.2 HUESOS LARGOS	13
2.3 HUESO CORTICAL Y ESPONJOSO	14
2.4 CARACTERIZACIÓN ESTRUCTURAL DEL HUESO ESPONJOSO	16
2.5 COMPORTAMIENTO MECÁNICO	17
2.6 INFLUENCIA DE LA POROSIDAD EN LAS PROPIEDADES MECÁNICAS	22
2.7 PROPIEDADES MECÁNICAS DEL HUESO ESPONJOSO	23

Contenido

CAPÍTULO 3	29
MODELADO PARAMÉTRICO DEL HUESO TRABECULAR	29
3.1 TEORÍA DEL SÓLIDO CELULAR	29
3.2 MODELADO MEDIANTE TÉCNICAS DE ALTA RESOLUCIÓN	34
3.3 MODELADO MEDIANTE REDES DE ELEMENTO FINITO	35
CAPÍTULO 4	48
REPRESENTACIÓN ESTRUCTURAL DE LA OSTEOPOROSIS EN MODELOS DE HUESO ESPONJOSO	48
4.1 MODELOS DE HUESO ESPONJOSO CON VARIACIÓN DEL ESPESOR TRABECULAR	52
4.2 MODELADO EN ELEMENTO FINITO	54
4.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS	58
4.4 MODELADO DE LA PÉRDIDA DE CONECTIVIDAD EN EL HUESO ESPONJOSO	64
CONCLUSIONES	70
ANEXOS	72
OBRAS DE CONSULTA	86

Sólidos Celulares

La palabra “célula o celda” deriva del latín *cella*: compartimiento pequeño o espacio encerrado. Un sólido celular es básicamente una red interconectada de barras o placas sólidas que forman los bordes y caras de las celdas. Las estructuras más sencillas son arreglos bidimensionales de polígonos los cuales están empaquetados de tal forma que llenan una región como las celdas hexagonales construidas por las abejas (*figura 1.1*) y por esta razón a estas estructuras se les conoce como sólidos celulares del tipo panal.

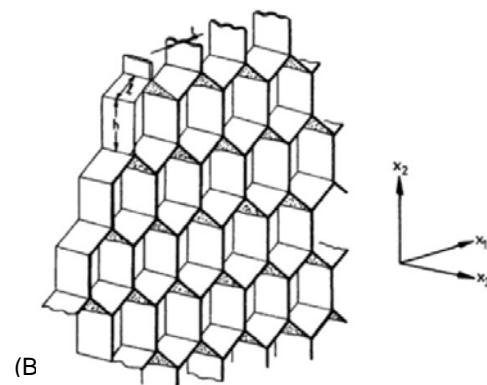


Figura 1.1 (A) Panal de abeja, (B) Estructura celular tipo panal [4]

Cuando las celdas son poliedros que se empaquetan en tres dimensiones para llenar un volumen, entonces se trata de estructuras celulares del tipo espuma. Ejemplos de estos materiales en la naturaleza son: la madera, el corcho, el hueso esponjoso y el coral. Cuando en la espuma el material sólido ocupa sólo los bordes (de modo que las células se conectan por las caras abiertas), se dice que la estructura es de celda abierta. Si las caras son sólidas de tal forma que

cada celda está aislada de las celdas vecinas, entonces se presenta una estructura de celda cerrada. Para complementar también existen espumas parcialmente abiertas y parcialmente cerradas. En la *figura 1.2* se presentan ejemplos de estructuras de celda abierta y cerrada.

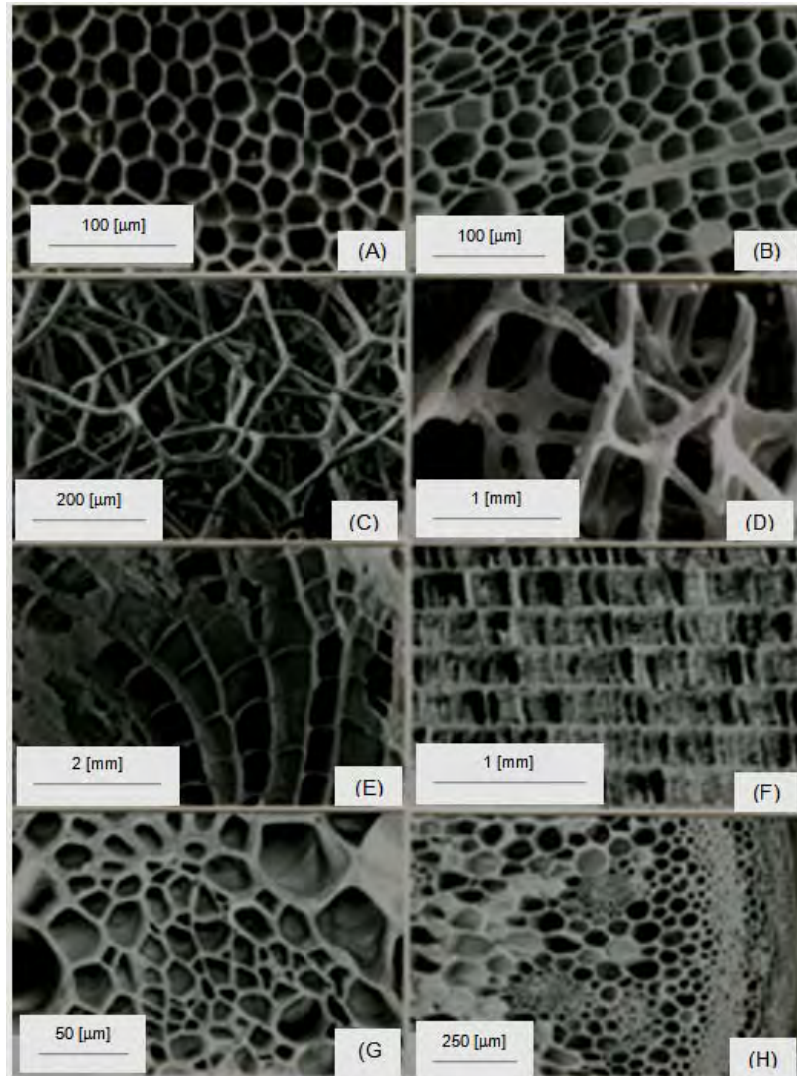


Figura 1.2 . Ejemplos de estructuras celulares en la naturaleza: (A) corcho, (B) madera, (C) esponja marina, (D) hueso trabecular, (E) coral, (F) hueso de jibia, (G) hoja y (H) tallo de una planta [4]

Una característica importante de los sólidos celulares es su densidad relativa, ρ^*/ρ_s ; esto es, la densidad del sólido celular (ρ^*), dividido por la densidad del material del que están hechas los bordes de las celdas (ρ_s). Conforme la densidad relativa se incrementa, el espesor de las paredes celulares aumenta y

los poros en el material disminuyen su diámetro. Para una densidad relativa del orden de 0.3 se tiene una transición de una estructura celular a una considerada como un sólido con poros aislados.

1.1 Estructura de los sólidos celulares

La estructura celular ha fascinado a los filósofos naturistas por más de 300 años. Hooke examinó su forma, Kelvin analizó su empaquetamiento y Darwin especuló al respecto de su origen y función [4]. El estudio de este tema es importante debido a que las propiedades de los sólidos celulares dependen directamente de la forma y estructura de las celdas.

Otra característica importante de los sólidos celulares es la fracción de huecos en la espuma, denominada porosidad, la cual se obtiene a partir de $\left(1 - \frac{\rho^*}{\rho_s}\right)$. En términos generales, las densidades relativas que presentan los materiales celulares son menores al 0.3 aunque pueden alcanzar valores tan bajos como 0.003. A primera vista se podría suponer que el tamaño de celda también podría ser un parámetro importante y aunque en ocasiones puede serlo, la mayoría de las propiedades mecánicas dependen muy poco de este valor. La forma de la celda es un parámetro más importante; cuando se presenta una geometría equiaxial, las propiedades se consideran como isotrópicas, pero si las celdas son ligeramente alargadas o aplanadas entonces las propiedades a menudo dependen fuertemente de la orientación. También existen distinciones topológicas importantes. La primera es entre celdas bidimensionales (aquí las paredes celulares tienen un generador común, como en los panales de abejas) y celdas tridimensionales en donde las paredes celulares presentan orientaciones aleatorias en el espacio (como en las espumas). La distinción es útil porque el modelado en dos dimensiones es mucho más sencillo que el tridimensional aún cuando la mayoría de estos análisis pueden extenderse por medio de aproximaciones a geometrías más complejas.

En tres dimensiones también se debe hacer distinción entre las estructuras de celda cerrada (celdas aisladas de sus vecinas) y las de celda abierta (celdas interconectadas). Algunos detalles topológicos, como por ejemplo la conectividad de los bordes y caras, pueden parecer menos importantes (y, generalmente no se consideran), pero también pueden tener efectos significativos en las propiedades mecánicas [5].

1.2 Estructuras tipo panal y tipo espuma

La estructura de los sólidos celulares varía desde el orden casi perfecto que se encuentra en los panales de abeja hasta las redes desordenadas tridimensionales de esponjas y espumas. Cuando en 1660 Robert Hooke perfeccionó su microscopio, uno de los primeros materiales que examinó fue el corcho. Lo que observó le permitió identificar la unidad básica de la planta y su estructura biológica y a la que llamó celda o célula [4].

Por otra parte, la estructura que más ha fascinado a matemáticos, físicos y biólogos es la del panal de abejas. Es la conformación celular más estudiada y aún cuando su regularidad es remarcable (aunque no es perfecta como generalmente se piensa) ésta funciona adecuadamente para representar sólidos celulares bidimensionales y tridimensionales (*figura 1.3*).

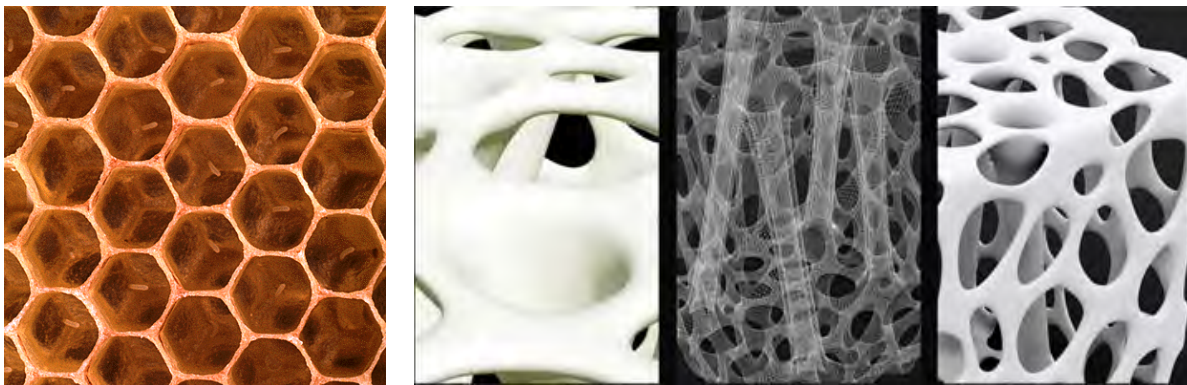


Figura 1.3 .Estructuras del tipo panal

El diseño de la estructura tipo panel se utiliza en la fabricación de los núcleos de los paneles tipo sándwich y para los componentes de intercambiadores de calor. La mayoría de ellos presentan celdas hexagonales y se concluye que la conectividad en sus bordes es tres. Se pueden construir paneles con celdas cuadradas o triangulares, pero son menos eficientes en el sentido de que requieren una mayor cantidad de material para encerrar el mismo volumen que las hexagonales (*figura 1.4*).

Las espumas naturales muestran una mayor variedad con respecto a la forma de la celda. Algunas como el corcho presentan celdas cerradas semejantes a los paneles de abeja. Otras, como las esponjas o el hueso trabecular, son redes abiertas de barras con conectividad tres, cuatro, cinco o hasta seis. Algunas otras como el coral son evidentemente anisotrópicas, las celdas son alargadas o alineadas en direcciones particulares y esto resulta en que las propiedades dependan de la dirección en la cual son medidas.

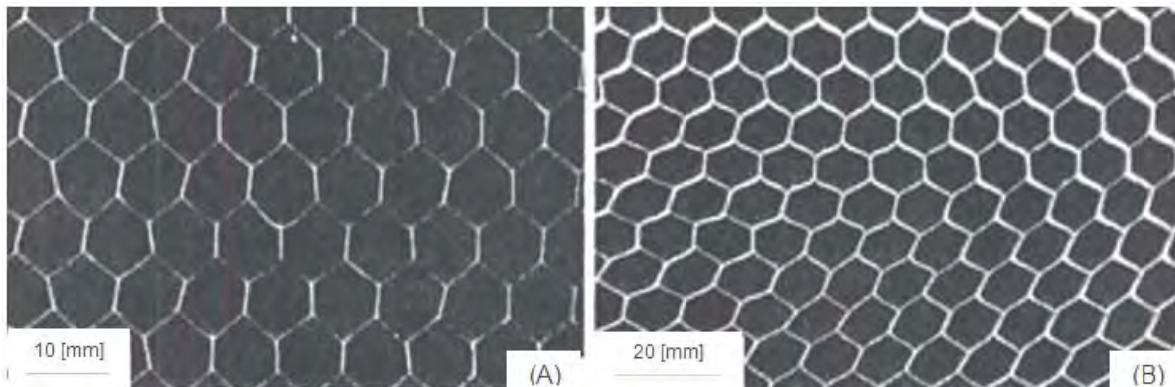


Figura 1.4 .Materiales celulares bidimensionales: (A) panel de aluminio, (B) panel de papel y resina fenólica [4]

1.3 Forma de las celdas

Algunos tipos de celdas unitarias que se utilizan para discretizar un plano bidimensional utilizan diversos polígonos (triángulo, paralelogramo, hexágono) para representar celdas isotrópicas como anisotrópicas. Aún cuando la forma de la celda se mantiene constante, las celdas se pueden apilar en más de una forma

generando estructuras que presentan diferente conectividad de borde y, por lo tanto, diferentes propiedades.

A diferencia de los paneles fabricados artificialmente, las celdas bidimensionales que se encuentran en la naturaleza presentan una regularidad limitada; por ejemplo la espuma de jabón, las celdas de la retina ocular y aún los panales de abeja contienen elementos de distribución aleatoria las cuales son visibles como celdas de cuatro, cinco, siete y hasta ocho lados, lo que también implica una dispersión en el tamaño de las celdas. Pero aún los paneles más aleatorios obedecen ciertas reglas topológicas que permiten hacer análisis muy concretos de ellos [4].

1.4 Aplicación de los sólidos celulares

Las características de los materiales celulares permiten su aplicación en diversas áreas. Por ejemplo, su baja conductividad térmica ayuda en el aislamiento térmico de vehículos espaciales, edificios, autotransportes y barcos.

En diseños recientes de llantas para autotransporte (*figura 1.5*) se utiliza el principio de los sólidos celulares para evitar los daños que se producen en los convencionales, a la vez que se reduce el peso.



Figura 1.5 Llanta con estructura celular [6]

Al variar la densidad relativa, los materiales celulares pueden absorber mejor la energía de impactos por lo cual es un material muy efectivo para empacar. Una baja densidad significa que los paquetes son ligeros, por lo cual también se reducen los costos de manejo y embarque.

Muchos materiales estructurales en la naturaleza son sólidos celulares: la madera, el hueso esponjoso y el coral, los cuales pueden soportar cargas estáticas y cíclicas por periodos largos de tiempo. El uso de espumas naturales por parte del hombre inicia con la madera que es el material estructural más utilizado (en volumen) a nivel mundial. Entender la forma en la cual sus propiedades dependen de la densidad y de la dirección de carga es de gran ayuda en el diseño estructural con madera.

En el caso de hueso esponjoso su arquitectura es una red irregular de placas delgadas llamadas trabéculas. Los espacios entre las trabéculas están ocupados por la médula ósea roja (*figura 1.6*) productora de células sanguíneas



Figura 1.6 (A) Hueso esponjoso y células sanguíneas, (B) detalle de la médula ósea (barra de escala=100 μm) [7]

El organismo renueva de forma constante el tejido óseo por la interacción compleja entre minerales de la sangre, en especial calcio y fósforo, ciertas hormonas y las células llamadas osteoclastos y osteoblastos. La falta de sustancia mineral en los huesos, se llama raquitismo, y los dos huesos de la pierna se

curvan debido al peso del cuerpo. En los ancianos la tasa de reabsorción de hueso excede a la de formación, lo que origina el trastorno que se conoce como osteoporosis que predispone a la disminución de la estatura y favorece las fracturas.

El interés en la mecánica de hueso esponjoso se deriva de la necesidad de entender las enfermedades óseas y como apoyo en el desarrollo de materiales que se puedan utilizar en el reemplazo de huesos dañados.

Capítulo 2

Composición básica y estructura del hueso

El esqueleto es una colección de huesos unidos por tejido conectivo que proporciona soporte biomecánico y suministro metabólico para el cuerpo entero. El tejido óseo formado por material mineral (hidroxiapatita) embebido en una matriz orgánica constituida principalmente por colágena, tiene gran rigidez y dureza comparado con otros tejidos conectivos [8]

El hueso es un tejido especializado que tiene funciones fisiológicas fundamentales, aunque aparentemente no sufre mayor cambio durante la vida adulta del individuo. Junto con el intestino y los riñones, contribuye a la regulación de calcio en la sangre. Este puede disminuir por la desviación de iones calcio liberados del suero en la matriz ósea durante su mineralización, o por el contrario, aumentar cuando los osteoclastos liberan iones de calcio en el flujo sanguíneo durante el proceso de reabsorción ósea. Además de esta actividad metabólica, que requiere la participación de células óseas, el hueso también participa en funciones mecánicas vitales. Su dureza, rigidez y resistencia lo hacen un tejido adecuado para sostener y permitir el movimiento. También permite la inserción de músculos, la formación de palancas para la respuesta muscular y la protección de tejidos suaves y órganos, incluyendo la médula ósea. Más aun, el arreglo microestructural y la presencia de cavidades en su interior le dan al hueso una relación óptima de masa-resistencia.

Las propiedades, estructura y composición del hueso son aparentemente comunes a todos los segmentos esqueléticos. Realizando una observación más detallada, el hueso se muestra como un tejido altamente heterogéneo; la composición y estructura varía según su ubicación en el esqueleto, la función fisiológica que realiza, edad, sexo y especie de los sujetos en estudio. En contraste con esta heterogeneidad, los componentes básicos del tejido son notablemente consistentes [9]

2.1 Composición básica de la matriz ósea

La matriz ósea calcificada contiene dos componentes principales: la matriz orgánica y la sustancia mineral.

Matriz orgánica

La matriz orgánica del hueso está formada principalmente por fibrillas de colágeno del tipo I, que constituye el 90% de la matriz, mientras que el 10% restante corresponde a proteínas no colagénicas, fosfolípidos y proteoglicanos.

Fibrillas de Colágeno

Las fibrillas de colágeno son ensamblajes de moléculas filamentosas que a su vez están formadas por tres cadenas de polipéptidos en configuración helicoidal. Las moléculas se ensamblan de tal manera que dan a las fibrillas un bandeo periódico característico (periodo axial que se repite cada 66 nm aproximadamente) apreciable cuando se examina con el microscopio electrónico. De acuerdo al modelo bidimensional clásico de Hodge y Petruska (1962), las moléculas de colágeno alineadas en paralelo se traslapan de tal manera que forman un escalonamiento de aproximadamente un cuarto de la longitud total; el alineamiento de los grupos químicos da lugar a bandas periódicas y los escalones forman agujeros o boquetes (*figura 2.1*). Las moléculas se estabilizan por medio de eslabones intra e intermoleculares que son esenciales para incrementar la resistencia a la tracción en las fibrillas y ayudar en su proceso de mineralización [9].

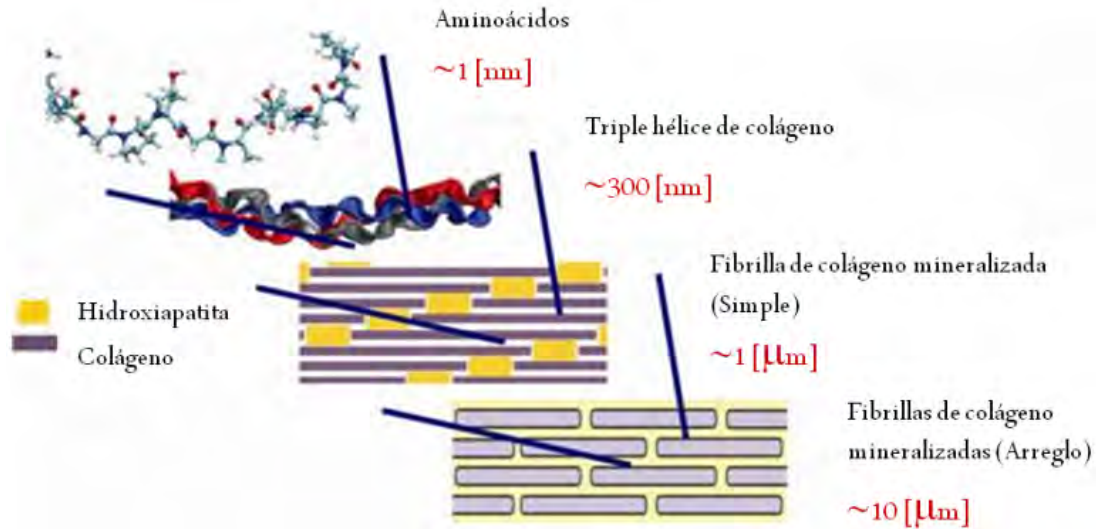


Figura 2.1 Arreglo de fibras colagénicas mineralizadas [10]

Componentes no colagénicos

Las proteínas no colagénicas incluyen a los proteoglicanos, los fosfolípidos, las glicoproteínas y las fosfoproteínas. La distribución y cantidad de proteínas no colagénicas (osteopontina, osteonectina, sialoproteína ósea) varían de acuerdo al tipo de hueso y a la zona en donde se localiza la matriz ósea. La función de las proteínas también es variable. El grado de calcificación puede ser un factor que contribuye a este respecto, mientras que la calcificación por si misma está influenciada por las proteínas no colagénicas. Los proteoglicanos pueden tener un efecto regulador, aunque su papel como inhibidor o promotor del proceso de calcificación continúa en debate. Se considera que los fosfolípidos presentes en la matriz de calcificación también ayudan significativamente en este proceso [9].

Sustancia mineral

La hidroxiapatita es la molécula predominante del mineral óseo. Sus cristales se presentan en forma de agujas, placas o rodillos y se depositan en los huecos dejados por las fibras de colágeno lo cual brinda al hueso rigidez mecánica y la capacidad de soportar cargas (*figura 2.2*). La hidroxiapatita contiene muchas impurezas, por ejemplo: carbonatos, citratos, magnesio, fluoruros y estroncio, mismos que se incorporan en la red cristalina o son absorbidos en la superficie del

crystal. Los cristales imperfectos son más solubles que la apatita geológica, permitiendo la solubilidad del hueso y la consecuente liberación de iones calcio, fósforo y magnesio al fluido extracelular como sea necesario. Por esta razón, el hueso sirve como banco de iones minerales que cubre las demandas homeostáticas del cuerpo entero [8].

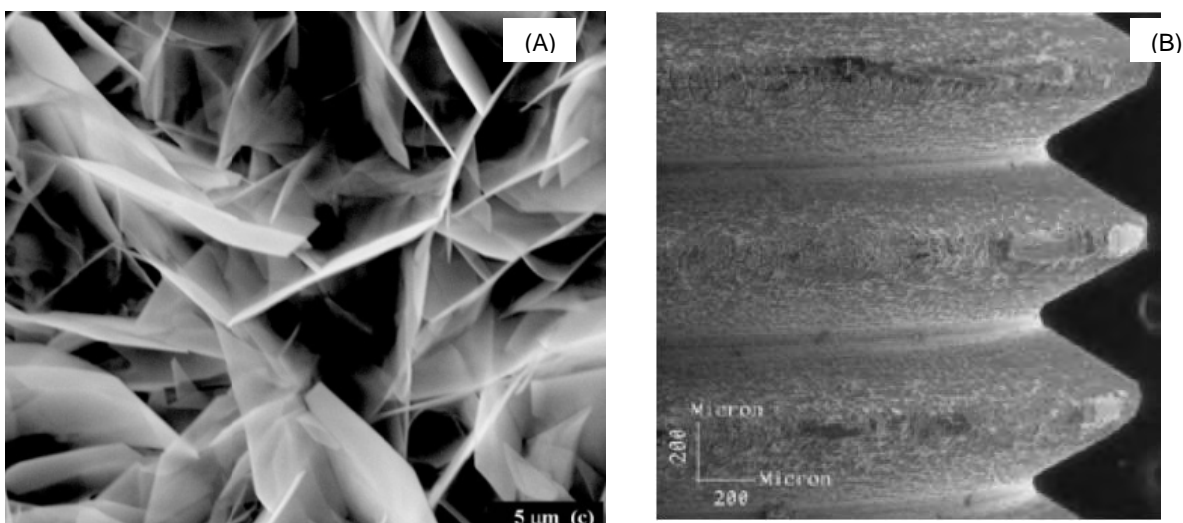


Figura 2.2. (A) Cristales de hidroxiapatita sintética, (B) hidroxiapatita sintética adherida a un implante metálico [11].

Las propiedades mecánicas para la hidroxiapatita se presentan en la *tabla 2.1*, en donde se observa que presenta, al igual que el hueso, una mayor resistencia a esfuerzos de compresión que a esfuerzos de tracción.

Tabla 2.1 Propiedades mecánicas del hueso y de algunos biomateriales [12]

Material	Resistencia compresión MPa	Resistencia tracción MPa	Módulo de elasticidad GPa
Hueso			
Cortical	138	69	13.8
Esponjoso	41 - 62	3.4	-
Metales			
Acero 316L	-	552-1000	207-276
Aleación Co-Cr	-	669	207
Titanio	-	345	110
Hidroxiapatita			
Porosa	7-69	2.5	-
Densa	207 a 897	69 a 193	34.5 a 103

2.2 Huesos largos

Un hueso largo adulto consiste de un cilindro central conocido como diáfisis y una epífisis en cada extremo. La metafisis es la región cónica que conecta a la diáfisis con la epífisis (*figura 2.3*). La articulación es el punto en el cual se conectan dos huesos y es la responsable de transferir la carga de un hueso a otro. La articulación está cubierta por cartílago para minimizar la fricción y desgaste entre los extremos del hueso durante el movimiento.

El cartílago articular está soportado por el hueso subcondral que forma parte de la epífisis. A su vez, la epífisis está compuesta por una red trabecular rodeada de una cáscara delgada de hueso cortical. Bajo la epífisis se encuentra un complejo de placas de crecimiento que se compone de un número de columnas de condrocito¹ rodeadas por columnas de cartílago hialino. Cada columna de condrocito se divide en 4 zonas funcionales: apoyo, proliferación, hipertrófica y degeneración. En las zonas hipertrófica y degeneración el cartílago hialino se mineraliza y de ésta forma se convierte más adelante en la base de la estructura esponjosa primaria metafisial.

La metafisis está compuesta por una red esponjosa de placas y agujas interconectadas. Extendiéndose desde la metafisis, la diáfisis es un cilindro delgado de hueso cortical. Esta cáscara de hueso cortical contiene un espacio central ocupado por médula ósea.

¹ Los condrocitos (del griego chondros (χόνδρος), cartílago y kytos (κύτος), célula) son las células típicas del tejido cartilaginoso. Específicamente es un osteoblasto inmerso en su laguna.

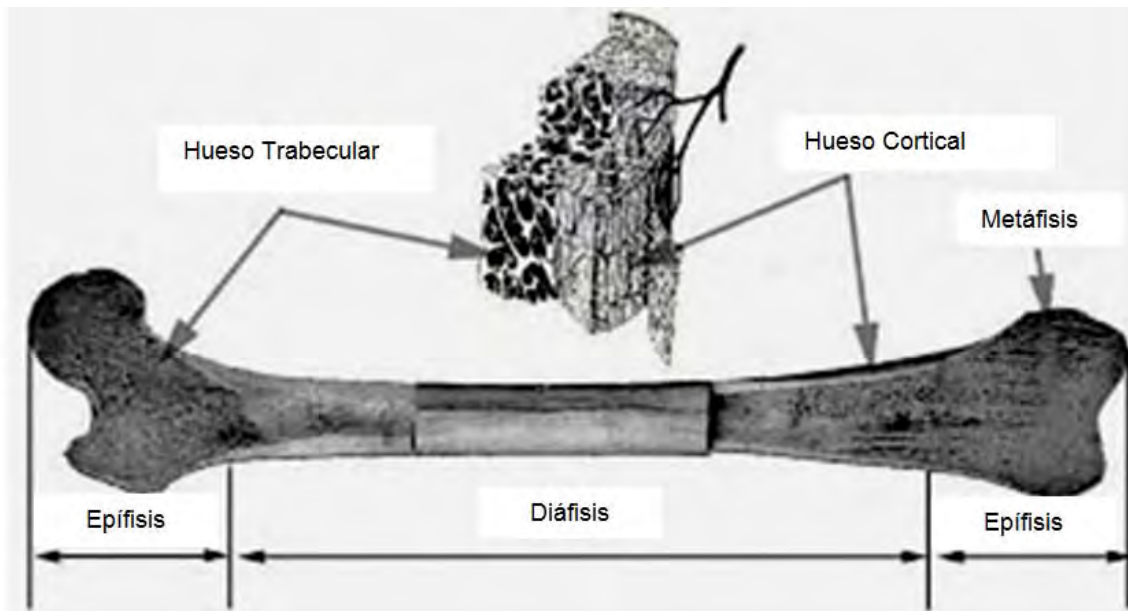


Figura 2.3. Tibia proximal mostrando el perfil de un hueso largo [13]

2.3 Hueso cortical y esponjoso

Según la estructura macroscópica del tejido óseo, existen dos tipos de hueso, el esponjoso o trabecular y el compacto o cortical.

El hueso cortical se encuentra en la parte externa de los huesos rodeando al hueso trabecular. Aproximadamente el 80% del esqueleto es hueso cortical. La arquitectura y cantidad de hueso cortical en cualquier sitio está relacionada a su función en esa área. El hueso cortical también es poroso, pero la relación de tejido óseo a hueco es considerablemente mayor que en el hueso trabecular. El hueso cortical está formado por una colección de unidades cilíndricas llamadas sistemas Haversianos, mismos que corren paralelos a la superficie externa del hueso. Cada sistema tiene un canal Haversiano que contiene un paquete neurovascular y cada canal está rodeado por laminillas concéntricas (lamelas). Las laminillas están separadas por pequeños espacios llamados lagunas (lacunae) y que se conectan entre sí por medio de pequeños canales (canalículos).

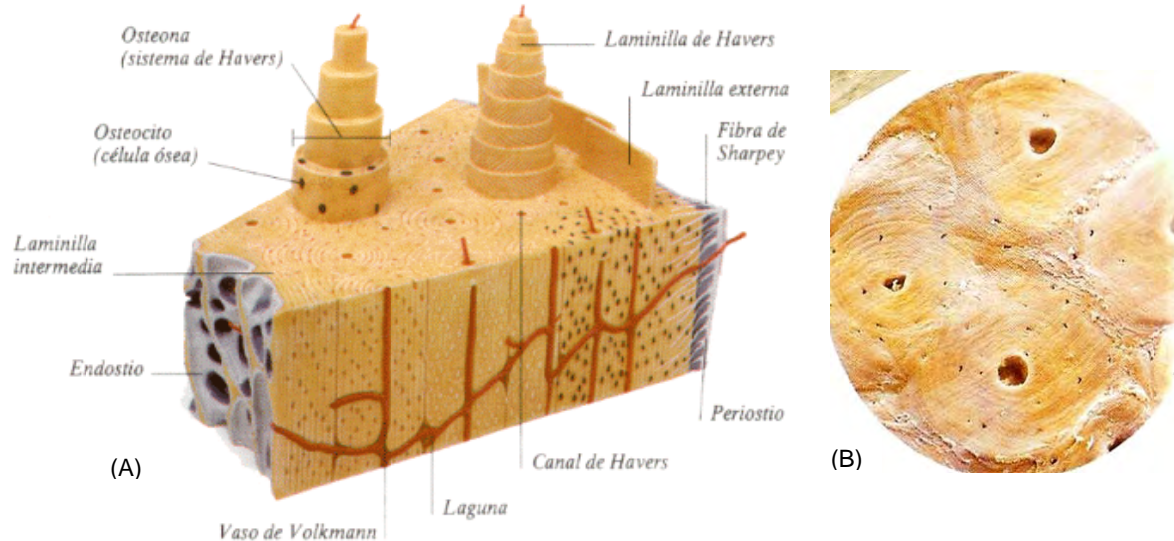


Figura 2.4. (A) Sección de hueso largo [14], (B) sistema de Havers [15]

El tejido trabecular se encuentra dentro de huesos como las vertebras, pelvis y en los extremos de los huesos largos. Consiste principalmente de sistemas Haversianos fragmentados, laminillas y lagunas cubiertas por numerosas líneas de cemento separadas por huecos grandes que están llenos de médula ósea. La elevada relación de área superficial a volumen en el hueso trabecular indica que es más activo metabólicamente comparado con el hueso cortical y tiene mayor capacidad de modificar su densidad rápidamente [16].

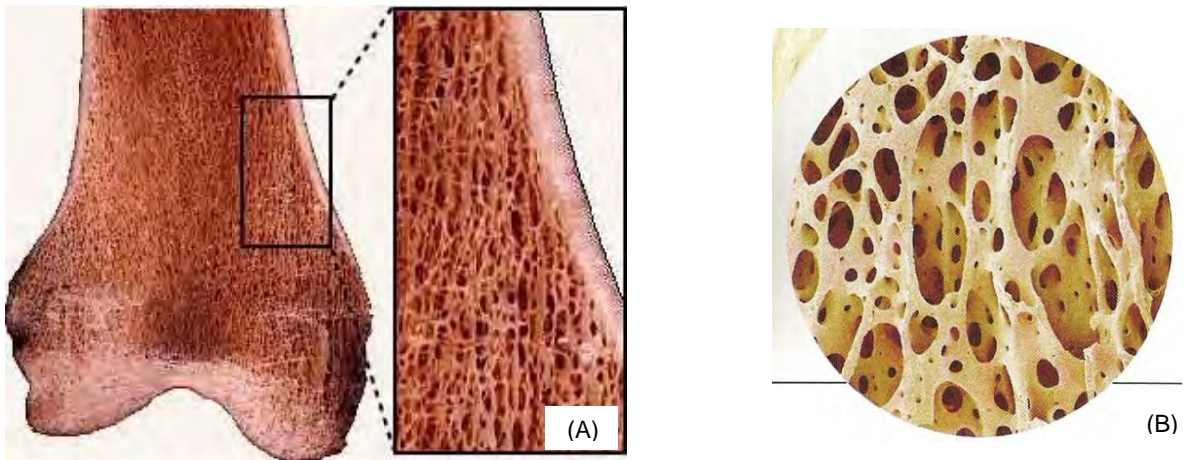


Figura 2.5. (A) Localización del hueso esponjoso [17], (B) detalle estructural [15]

2.4 Caracterización estructural del hueso esponjoso

El hueso esponjoso es un material altamente poroso. Presenta una estructura interna compleja formada de barras y placas, que son el principal constituyente de carga. Las trabéculas están constituidas por cristales de hidroxiapatita embebidos en una matriz de colágeno con lo que se obtiene un material rígido pero que presenta cierta ductilidad. Las propiedades mecánicas de la matriz ósea son un factor importante para determinar el comportamiento del hueso esponjoso. Basándose en mediciones de muestras óseas, se ha concluido que la médula en los poros no contribuye significativamente a la rigidez del hueso esponjoso a niveles normales de velocidad de deformación ($\sim 1 \text{ s}^{-1}$)

La estructura trabecular o arquitectura es otro factor importante que afecta las propiedades mecánicas del hueso esponjoso. La estructura puede adoptar alguna de las formas descritas anteriormente de celda abierta o cerrada, de barras, de placas o del tipo panal. Sin embargo, en todos los casos, el espesor trabecular promedio se mantiene aproximadamente constante (150 a 200 μm). En algunas de estas estructuras las trabéculas pueden tener una pronunciada orientación preferencial. La presencia de esta orientación preferencial es de particular importancia para la anisotropía del hueso esponjoso.

Se han sugerido un gran número de parámetros para caracterizar la arquitectura morfológica del hueso esponjoso. Uno de ellos es la fracción volumétrica de hueso, que se define como el volumen de tejido óseo por unidad de volumen y por consecuencia, es adimensional. Otro parámetro importante es la masa total por unidad de volumen que se conoce como densidad estructural o densidad aparente y que mide el grado de mineralización. Como la fracción volumétrica no ofrece ninguna información de la estructura ósea (aparte de su densidad), ha sido necesario desarrollar otros parámetros. Entre estos se encuentran parámetros escalares que cuantifican la geometría de las trabéculas (por ejemplo, espesor y espaciamiento trabecular promedio), conectividad, y la dimensión fractal de la red trabecular. Para cuantificar la direccionalidad y anisotropía de la estructura se han introducido parámetros tensoriales. Uno de los

más utilizados es la intercepción lineal promedio (MIL). El procedimiento MIL consiste en la proyección de líneas paralelas sobre imágenes de estructura ósea en corte transversal y se cuenta el número de intercaras hueso-médula para diversos ángulos de la red [5].

2.5 Comportamiento mecánico

El comportamiento de un material sometido a una carga mecánica depende de cuatro características básicas: elasticidad, plasticidad, fractura y viscosidad. Las propiedades que describen el comportamiento mecánico se definen a través de ecuaciones constitutivas, que son tan numerosas como diversos los materiales desarrollados. Sin embargo, algunas relaciones simples entre esfuerzo y deformación proporcionan una adecuada descripción de las propiedades mecánicas de muchos materiales.

Cuando se aplica una fuerza a un cuerpo, éste responde con una deformación directamente proporcional, por lo tanto, la fuerza aplicada siempre hace referencia a la unidad de área sobre la cual actúa. Este corresponde al concepto de tensión o esfuerzo, es decir, la fuerza por unidad de área y se expresa en pascales (Pa). La deformación generada es la relación entre el cambio de tamaño y la dimensión inicial.

Considerando lo anterior, se definen cuatro tipos de sollicitaciones mecánicas diferentes:

- Axial, de compresión o de tracción. Éstas producen de acuerdo con el sentido de la fuerza.
- Tangencial o cortante. Provoca deformaciones de deslizamiento.
- Flexión. En este caso, la resultante de las fuerzas no coincide con el eje del material y la magnitud del momento de flexión depende de la fuerza aplicada y de la distancia que la separa de éste. Casi todos los huesos

están sometidos a estas solicitaciones, las que generan un estado de esfuerzos de compresión en un costado del eje y de tracción en el otro.

- Torsión. Cuando la resultante de las fuerzas tangenciales a una sección no pasa por su eje de simetría, se produce un momento de torsión que intenta hacer girar esta sección respecto a la inmediatamente contigua, provocando deformaciones angulares.

Elasticidad

Muchos materiales poseen un comportamiento elástico lineal que cumple con la ley de Hooke. De acuerdo con el principio de superposición, la suma de fuerzas se correlaciona con la suma de deformaciones y con el principio de independencia del tiempo, la deformación se considera como instantánea y no varía con éste. Los ensayos mecánicos de los materiales permiten definir la curva esfuerzo-deformación. La pendiente de esta curva en su tramo lineal se denomina módulo elástico o módulo de Young (E) y en el sistema de unidades internacional (SI), se expresa en pascales.

La fuerza de tracción genera una deformación de alargamiento que se acompaña de la disminución del área de la sección, fenómeno que se expresa por la relación de Poisson.

Un material linealmente elástico se deforma reversiblemente, ya que recupera su longitud inicial al desaparecer la fuerza. El producto del esfuerzo por la deformación, corresponde a la energía por unidad de volumen, que es exactamente el área bajo la curva de esfuerzo-deformación. El material gana energía en carga y la cede en descarga, es decir, almacena energía de deformación.

Plasticidad

En un determinado punto de la curva esfuerzo-deformación, se pierde la relación lineal entre estos dos parámetros, éste corresponde al límite elástico del material. Al aplicar cargas elevadas estas generan una deformación plástica del material, que ya no recupera su longitud inicial. La deformación plástica implica

movimiento relativo de los átomos y moléculas del material. Los ensayos en tracción también permiten conocer la ductilidad del material, determinando la deformación plástica que éste puede experimentar antes que se presente la fractura.

Fractura

El concepto de resistencia supone que una fuerza se aplica uniformemente sobre toda la sección del material, pero la presencia de una hendidura, orificio o grieta, hace que las trayectorias de carga se agrupen de manera tal que la distribución de esfuerzos esté mucho más concentrada en el extremo de esta irregularidad. Este es el concepto de concentración de esfuerzos y condiciona la fractura del material.

La teoría básica de la fractura lineal de un sólido isotrópico, es formulada por Griffith [18], que considera que ésta corresponde a la creación de nuevas superficies en el material, hecho que requiere del aporte de energía. De este modo, se puede calcular la tensión necesaria para romper simultáneamente todos los enlaces interatómicos sobre un plano, cuyo valor está comprendido entre $\frac{E}{5}$ y $\frac{E}{20}$, siendo E el módulo de Young del material. No obstante, la resistencia a la fractura habitual se suele situar en valores que oscilan entre $\frac{E}{1000}$ para un material frágil y $\frac{E}{100}$ para un material dúctil, debido al fenómeno de concentración de esfuerzos que originan las hendiduras o grietas. De esta forma, se establece que una grieta se propaga cuando el incremento de energía elástica producida por el esfuerzo aplicado es igual o mayor que la energía necesaria para crear una nueva superficie de grieta. La ecuación de Griffith permite determinar el esfuerzo máximo de trabajo del material cuando se conoce el tamaño mayor de las grietas que presenta, es decir, la resistencia a la fractura de un material está determinada por el tamaño y orientación de su grieta más amplia.

La teoría de Griffith sólo es aplicable a materiales elásticos lineales, y no a aquellos en que se presenta una deformación plástica, debido a que ésta hace

disminuir la concentración de esfuerzos. Orowan e Irwin modifican la ecuación de Griffith dando lugar a la teoría de la mecánica de la fractura lineal elástica, válida cuando la zona plástica a nivel de la punta de la grieta es muy pequeña [18].

La tenacidad a la fractura es la resistencia que ofrece el material a la propagación de una grieta. De este modo, si la grieta se propaga en forma rápida, la tenacidad a la fractura es baja y el material se considera frágil. En cambio, si el material soporta la presencia de una grieta y su propagación requiere un gran aumento de carga mecánica, la tenacidad de fractura es elevada. Todos estos conceptos son fundamentales para evaluar el comportamiento frente a la fractura de cualquier material.

Viscosidad

El comportamiento elástico implica la recuperación de las dimensiones iniciales de un sólido al momento de retirar la carga, es decir, existe un movimiento transitorio de materia. En el extremo opuesto se encuentran los fluidos viscosos, en que los átomos y moléculas se trasladan disipando energía y la deformación no se restaura al quitar la carga. De esta forma, se considera que el tiempo de relajación de un sólido elástico ideal tiende a infinito, pues recupera inmediatamente su forma original al retirar la carga y el de un líquido ideal tiende a cero.

La mayoría de los materiales tienen un comportamiento intermedio, denominado viscoelástico, que se puede describir determinando el tiempo de relajación y lo presentan, entre otros, los polímeros, elastómeros y tejidos biológicos. En los materiales linealmente viscoelásticos el tiempo de relajación varía en función del tiempo de carga, lo cual dificulta el cálculo de su módulo de elasticidad. Este problema se puede resolver aplicando una tensión constante y observando cómo varía la deformación con el tiempo, que corresponde al concepto de fluencia, o bien, empleando una deformación constante y verificando como varía la tensión con el tiempo, que determina el concepto de relajación de esfuerzos.

El comportamiento de los materiales viscoelásticos también varía en función de la temperatura, hecho que se debe tener en consideración al caracterizar un biomaterial. Asimismo, es posible construir modelos mecánicos que permiten analizar de manera simplificada el comportamiento de los materiales viscoelásticos, dándole un tratamiento matemático al desenvolvimiento real de éstos.

El hueso esponjoso se describe mejor como un material viscoelástico. La porción elástica de este comportamiento queda demostrada por la capacidad que tiene el hueso trabecular de recuperar su geometría inicial después de retirar una carga aplicada, siempre y cuando ésta no exceda su límite elástico. Cuando la rapidez de deformación es muy baja, el tejido trabecular permite el desalojo de la médula contenida en los poros sin que afecte su comportamiento mecánico. Por el contrario, a rapidezces de deformación elevadas, la porción viscosa es responsable de un aparente endurecimiento de la estructura debido a la incompresibilidad de la médula. La capacidad de disipar energía de deformación dentro del rango elástico y de fenómenos como la relajación de esfuerzos y fluencia en el hueso esponjoso también se explican por la consideración de un comportamiento viscoelástico. Las propiedades viscoelásticas del tejido trabecular se han establecido como similares a las del hueso cortical. De la misma forma, la fluencia en el hueso trabecular es similar a la del hueso cortical. Aunque las propiedades mecánicas tales como el módulo y la resistencia son también dependientes de la velocidad de deformación, la dependencia es muy débil. Ambos, resistencia y módulo, son proporcionales a la velocidad de deformación elevada a la potencia 0.06 [5]

Consecuentemente, para velocidades de deformación que ocurren durante el desarrollo de las actividades cotidianas (~ 1 Hz), el hueso esponjoso puede ser descrito correctamente como un material elástico.

Las propiedades elásticas del hueso esponjoso están definidas al nivel del continuo conocido también como nivel aparente. A este nivel, el hueso es considerado como un material continuo con propiedades promedio obtenidas de un volumen óseo representativo. Dicho volumen debe contener un número

elevado de trabéculas para que las propiedades promedio del continuo sean suficientes. Para hueso esponjoso, un volumen representativo debe tener un tamaño equivalente a cinco longitudes trabeculares (de 3 a 5 mm aproximadamente) [5]

2.6 Influencia de la porosidad en las propiedades mecánicas

Las características mecánicas de la fase mineral del tejido óseo dependen de su porosidad (P), que se define como la relación de volumen vacío a volumen total, la cual se determina comúnmente mediante técnicas de rayos X. Resulta evidente que un hueso con elevada porosidad presenta una resistencia mecánica muy pobre.

Las propiedades mecánicas del hueso cortical se ven afectadas por los canales de Havers y las cavidades de reabsorción, mientras que en el caso del hueso esponjoso la porosidad es función de los espacios intertrabeculares. Se han reportado correlaciones de porosidad y propiedades mecánicas, como la ecuación obtenida por Schaffer y Burr (1998) al realizar ensayos de tensión a muestras de hueso cortical de bovino:

$$E = 33.9(1 - P)^{10.9} \quad (2.1)$$

donde E es el módulo elástico y $(1 - P)$ es la fracción en volumen de hueso.

Currey presenta una ecuación más general realizando ensayos de tensión para un amplio rango de especies:

$$E = 23.4(1 - P)^{5.74} \quad (2.2)$$

Finalmente, para muestras de cráneo humano, McElhaney (1970) encontró la siguiente relación:

$$E = 12.4(1 - P)^3 \quad (2.3)$$

Las propiedades del hueso esponjoso dependen de su densidad aparente, por lo que los valores del módulo elástico y resistencia varían con el cubo o el cuadrado de ésta. Así, la densidad del hueso esponjoso oscila entre 0.1 y 1 g/cm³, mientras que la del hueso cortical es de aproximadamente 1.8 g/cm³

La densidad del hueso se determina mediante el principio de Arquímedes:

$$\rho_{hueso} = \rho_{fluido} \left(\frac{W}{W-S} \right) \quad (2.4)$$

donde W es el peso seco y S el peso sumergido; sin embargo para determinar W se debe remover por completo la médula y como esto no es del todo posible, da lugar a errores en la medición.

Otra medida utilizada comúnmente es la densidad aparente. Ésta se calcula como el cociente de peso y volumen neto que incluye poros y posteriormente se determina su porosidad utilizando técnicas histomorfométricas.

$$\rho_{aparente} = (1 - P)\rho_{hueso} \quad (2.5)$$

donde P es la porosidad.

La forma en que se relaciona el módulo de elasticidad con la densidad estructural puede ser obtenida mediante pruebas a especímenes de hueso cortical y esponjoso. Se ha reportado que una relación cúbica explica el 74% de la varianza en el módulo axial, mientras que un modelo cuadrático explica el 78%, por lo que un modelo cuadrático se ajusta mejor para representar la relación entre módulo elástico y densidad estructural [9].

2.7 Propiedades mecánicas del hueso esponjoso

Tal como se muestra en la *tabla 2.2*, varios trabajos de investigación sobre propiedades mecánicas de hueso utilizan el concepto de densidad aparente o la relación de volumen óseo a volumen total para predecir totalmente las

propiedades mecánicas de modelos de hueso trabecular sin considerar a detalle su estructura.

Carter demostró que el módulo elástico aparente del hueso trabecular es proporcional a la densidad aparente elevada a la tercera potencia, pero la resistencia a cargas de compresión se relaciona con el cuadrado de la densidad aparente [19]. También determinó que la rapidez de deformación no tiene efecto en las propiedades compresivas excepto para valores mayores a 10 s^{-1} .

Gibson demostró, después de analizar datos experimentales, que para el módulo elástico la densidad aparente debe elevarse al cuadrado [2], siempre y cuando la densidad sea menor a 350 kg/m^3 . Para densidades mayores, la densidad aparente debe elevarse a la tercera potencia. Con base a sus resultados Gibson sugirió que un modelo celular, generado inicialmente con barras cilíndricas, cambia a placas cuando la densidad es aproximadamente 350 kg/m^3 . Sin embargo, para la mayoría de las densidades aparentes se ha encontrado que la potencia es dos cuando se pretende determinar el esfuerzo de cedencia.

Rice analizó datos estadísticos reportados en trabajos previos y concluyó que tanto el módulo elástico como el esfuerzo de cedencia se relacionan con el cuadrado de la densidad aparente [20]. Yeni reportó con base en resultados experimentales, que la fracción volumétrica de hueso podría ser utilizada para determinar propiedades mecánicas [21]. La fracción volumétrica es proporcional a la densidad relativa asumiendo que la masa aparente de hueso es igual a la masa trabecular. En sus resultados se muestra que la relación entre fracción volumétrica y resistencia última es lineal, sin seguir ninguna ley potencial. Por otra parte, ellos no utilizan la fracción volumétrica para predecir el módulo de elasticidad, pero utilizan un análisis de regresión lineal para determinar la relación entre módulo experimental y esfuerzo último.

En adición a las relaciones existentes entre propiedades mecánicas y densidad aparente, otros investigadores han intentado encontrar diferentes relaciones utilizando la densidad mineral ósea (BMD) obtenida mediante

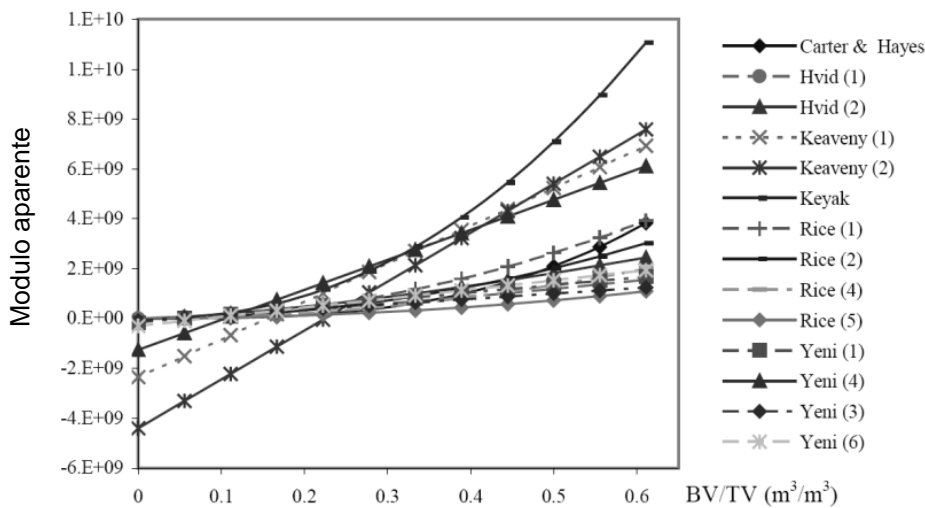
tomografía computacional cuantitativa (QCT) de rayos X. Wolff, demostró gráficamente que la BMD se relaciona con el módulo de elasticidad aunque no determinó un modelo final. Sin embargo, en sus gráficas se observa que una relación cuadrática es la que ajusta mejor a los datos de resultados.

Finalmente, de la *tabla 2.2* todas las ecuaciones se han convertido para tener las mismas unidades de módulo aparente (N/m^2), resistencia aparente (N/m^2) y densidad (m^3) como se muestra en la *tabla 2.3*. Estos resultados se utilizan para graficar la relación entre módulo aparente y fracción volumétrica (*gráfica 2.1*) así como las relaciones entre la resistencia aparente y la fracción volumétrica (*gráfica 2.2*). Se asumió que la densidad trabecular es de $1.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ para todas las relaciones. En estas gráficas es evidente que la densidad aparente no puede predecir adecuadamente las propiedades mecánicas del hueso trabecular. Esto puede atribuirse, al menos en parte, a la débil correlación que existe entre la densidad aparente y la arquitectura trabecular.

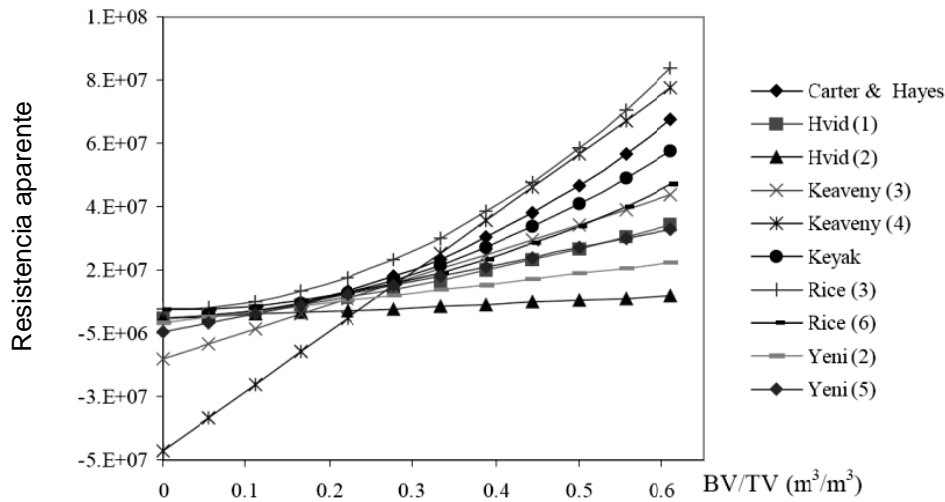
Tabla 2.2 Relación de las propiedades mecánicas con la densidad aparente [5]			
Fuente	Origen muestra	Tamaño	Relaciones mecánicas
Carter & Hayes	Bovino, Humano	$\phi 20.6 \times 5 \text{ mm}$ Cilindro	$E = 3790 \varepsilon^{0.06} \rho^3$, $\sigma_c = 68 \varepsilon^{0.06} \rho^2$, $\rho = 1.8 [g / cm^3]$, $\sigma_s = 221 [MN / m^2]$, $E_s = 2.21 \times 10^4 [MN / m^2]$ donde $E, \sigma_c [MN / m^2], \rho [g / cm^3]$
Gibson	Bovino, Humano	Análisis Estadístico	Densidad relativa > 0.2 (cuando $\rho = 350 [kg / m^3]$): $E \propto \rho^3$, $\sigma_c \propto \rho^3$ Densidad relativa < 0.2 : E y ρ^2 donde $E, \sigma_c [MN / m^2]$, $\rho_s = 1800 [kg / m^3]$
Hvid	Tibia humana	$\phi 7.5 \times 7.5 \text{ mm}$ Cilindro	Ensayos destructivos de compresion $E = 1371 \rho^{1.33}$, $\sigma_u = 25.30 \rho^{1.494}$ Ensayos no destructivos de compresion $E = 2132 \rho^{1.46}$, $\sigma = 6.16 \rho^{1.13}$ donde $E, \sigma_u [MN / m^2], \rho [g / cm^3]$

Tabla 2.2 (continúa) Relación de las propiedades mecánicas con la densidad aparente			
Keaveny	Tibia bovino	φ8x40 mm Cilindro	$\sigma_{yt} = 5.630x10^{-3} E + C_1, \sigma_{yt} = 9.58x10^{-3} E + C_2$ <i>donde</i> $C_1, C_2 = cttcs, \rho = 1.62QCT - 1.36,$ $\sigma_{yt} = 76.9QCT - 77.8, \sigma_{yc} = 169QCT - 184$ <i>donde</i> $E, \sigma_{yt}, \sigma_{yc} [MPa], \rho, QCT [g / cm^3]$
Keyak	Tibia humana	15x15x15 mm	$E = 33900\rho_a^{2.20}, \sigma = 137\rho_a^{1.88},$ $\rho_a = 0.551\rho - 0.00478$ <i>donde</i> $E, \sigma [MPa], \rho, \rho_a [g / cm^3]$
Majumdar	Fémur, vértebra y calcáneo humano	12x12x12 mm	$E [MPa] \propto BMD [mg / cm^3]$
Rice	Bovino, Humano	Análisis Estadístico	<i>Bovino :</i> $E = 0.006 + 3.24\rho^2$ (<i>tension</i>) $E = 0.006 + 2.49\rho^2$ (<i>compresion</i>) $\sigma = 2.45 + 63.05\rho^2$ <i>Humano</i> $E = 0.006 + 1.65\rho^2$ (<i>tension</i>) $E = 0.006 + 0.90\rho^2$ (<i>compresion</i>) $\sigma = 2.45 + 32.66\rho^2$ <i>donde</i> $E[GPa], \sigma_u[MPa], \rho [g / cm^3]$
Wolf	Fémur humano	Tomografía computacional cuantitativa	$E [MPa] \propto BMD [mg / cm^3]$ <i>elevada a una potencia</i>
Yeni	Vértebra humana	φ8x9.5[22] cilíndrica	$\sigma_u = 0.0103E_{exp} + 0.0148, \sigma_u = 30.9(BV / TV) -$ $\sigma_u = 0.0143E_{FEM} - 0.488$ $\sigma_u = 0.0044E_{exp} + 0.929, \sigma_u = 53.0(BV / TV) -$ $\sigma_u = 0.0145E_{FEM} - 0.354$ <i>donde</i> $\sigma_u, E_{exp}, E_{FEM} [MPa], BV / TV[m^3 / m^3]$

Tabla 2.3 Relación de las propiedades mecánicas con la fracción volumétrica [5]	
Fuente	Relaciones mecánicas
Carter & Hayes	$E = 2.875\rho^3$, $\sigma_c = 5.1583x10^2 \rho^2$ velocidad de deformacion = 0.01[1 / s] $\rho_s = 1.800x10^3$ [kg / m ³], $\sigma_s = 2.21x10^8$ [N / m ²] y $E_s = 2.21x10^{10}$ [N / m ²]
Gibson	Densidad Relativa > 0.2 ($\rho=3.500x10^2$ [kg/m ³]): $E \propto \rho^3$, $\sigma_c \propto \rho^3$ Densidad Relativa < 0.2: E y $\sigma_c \propto \rho^2$, $\rho_s = 1.800x10^3$ [kg / m ³]
Hvid	Ensayo de compresion (destrutivo): $E=1.403x10^5 \rho^{1.330}$, $\sigma_u = 8.339x10^2 \rho^{1.494}$ Ensayo de compresion (no destructivo): $E=8.888x10^4 \rho^{1.460}$, $\sigma = 2.509x10^3 \rho^{1.130}$
Keaveny	$\sigma_{yt} = 5.630x10^{-3} E + C_1$, $\sigma_{yt} = 9.58x10^{-3} E + C_2$ donde $C_1, C_2 = -0.010x10^6$ [N / m ²], $\rho = 1.62QCT - 1.36x10^3$, $\sigma_{yt} = 7.690x10^4 QCT - 7.780x10^7$, $\sigma_{yc} = 169QCT - 184$, $\sigma_{yc} = 1.690x10^5 QCT - 1.840x10^8$
Keyak	$E = 8.515x10^3 \rho_a^{2.20}$, $\sigma = 3.138x10^2 \rho_a^{1.88}$, $\rho = 0.551\rho_a - 4.780$
Majumdar	$E \propto BMD$
Rice	Bovino : $E = 6.000x10^6 + 3.240x10^3 \rho^2$ (tension) $E = 6.000x10^6 + 2.490x10^3 \rho^2$ (compresion), $\sigma = 2.450x10^6 + 6.305x10^2 \rho^2$ Humano : $E = 6.000x10^6 + 3.240x10^3 \rho^2$ (tension) $E = 6.000x10^6 + 0.900x10^3 \rho^2$ (compresion), $\sigma = 2.450x10^6 + 3.266x10^2 \rho^2$
Wolf	$E \propto BMD$ elevado a una potencia
Yeni	$\sigma_u = 1.030x10^{-2} E_{exp} + 1.480x10^4$, $\sigma_u = 3.090x10^7 (BV / TV) - 1.580x10^6$, $\sigma_u = 1.430x10^{-2} E_{FEM} - 4.880x10^5$ $\sigma_u = 4.400x10^{-3} E_{exp} + 9.290x10^5$, $\sigma_u = 5.300x10^7 (BV / TV) - 4.590x10^6$, $\sigma_u = 1.450x10^{-2} E_{FEM} - 3.540x10^5$



Gráfica 2.1 Variación del módulo aparente con respecto a la fracción volumétrica [5]



Gráfica 2.2 Variación de la resistencia aparente con respecto a la fracción volumétrica [5]

El módulo elástico aparente del hueso esponjoso puede variar sobre un amplio rango de valores (0.1 – 2000 MPa) dependiendo de la dirección en la cual se aplica carga al hueso. Esto último demuestra el comportamiento anisotrópico del hueso esponjoso. Existen varios modelos que describen el comportamiento anisotrópico de los materiales. Esos modelos difieren en el número de simetrías elásticas que pueden ser identificadas. En el caso de hueso esponjoso, se asume generalmente que existen al menos tres planos ortogonales de simetría elástica (comportamiento elástico ortotrópico). Sin embargo, en algunos casos el hueso esponjoso puede ser descrito como transversalmente isotrópico (cada plano en dirección de los ejes longitudinales es un plano de simetría) [5].

Modelado paramétrico del hueso trabecular

Se presentan tres enfoques para el caso de modelos micromecánicos: el primero basado en modelos de sólido celular altamente idealizados; otro utiliza modelos de elemento finito, pero de alta resolución que incluyen, descripciones detalladas de la microestructura trabecular y, finalmente, se presentan otros modelos del tipo elemento finito que se basan principalmente en el concepto de sólido celular poniéndose énfasis en aquellos modelos que utilizan los diagramas de Voronoi como estructura básica.

3.1 Teoría del sólido celular

El análisis mediante sólidos celulares con celda cerrada es una teoría ingenieril que permite describir las características de falla uniaxial en hueso trabecular. Estos modelos analíticos simples, propuestos por Rajan y Gibson [2] para hueso trabecular, se pueden utilizar para explicar porqué la resistencia (y el módulo elástico) del espécimen completo varía con la densidad aparente (o la fracción de volumen) a través de una relación lineal o potencial. Dependiendo de la estructura y la dirección de carga, se asume que las trabéculas se deforman principalmente de forma axial. La resistencia puede variar con la fracción de volumen, dependiendo de la geometría de la celda, del mecanismo de falla y de la dirección de carga. Esta teoría también establece los efectos de la arquitectura y

de las características materiales del tejido, también permite identificar las interacciones entre la arquitectura y la fracción de volumen.

La teoría del sólido celular está basada en considerar que el comportamiento a nivel de continuo puede estudiarse a nivel microestructural si se utiliza un número elevado de celdas unitarias idénticas. Por lo tanto el comportamiento aparente se puede derivar mediante el análisis a una sola celda unitaria. Las relaciones se pueden obtener entre el módulo aparente y resistencia contra la fracción de volumen, medidas cuantitativas de arquitectura, y las características del material de la celda unitaria.

Por ejemplo, para determinar el módulo de elasticidad aparente se utiliza una celda unitaria de forma hexagonal, aunque se pueden utilizar otras geometrías (figura 3.1). Este análisis se restringe al estudio de paneles bidimensionales, lo contrario a las esponjas tridimensionales, aunque los dos sean conceptualmente iguales.

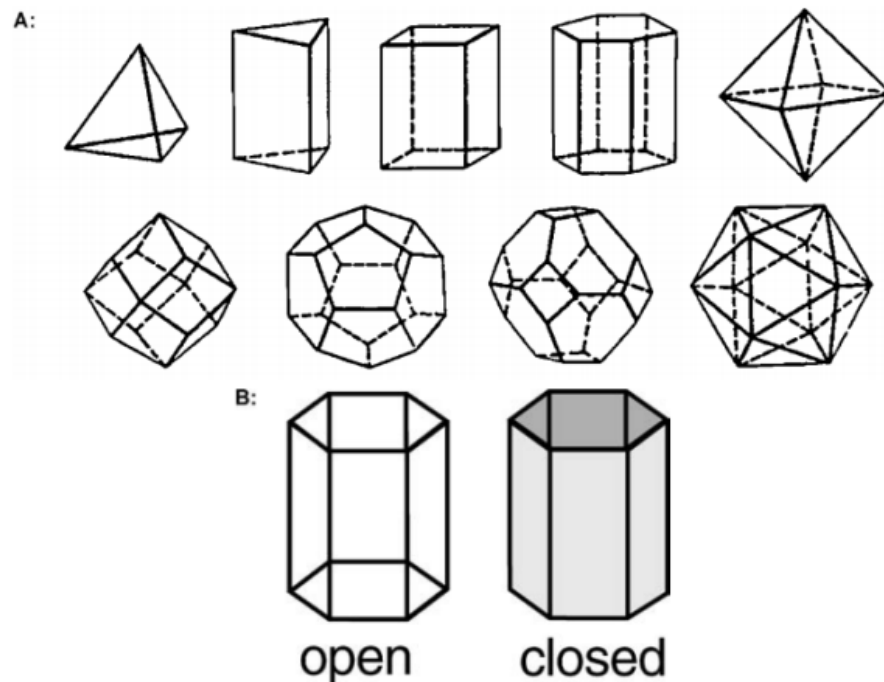


Figura 3.1 (A) Geometrías tridimensionales que se pueden utilizar como celdas unitarias. (B) Las celdas pueden ser abiertas (estructura de barras) o cerradas (estructura de placas) [5]

El desarrollo completo presenta tres etapas. Primero, el nivel aparente de cargas externas se relaciona con las cargas internas que actúan sobre cada barra de la celda unitaria. Para el estudio se considera que las cargas aparentes están alineadas paralelamente a la dirección vertical del hexágono (*figura 3.2*).

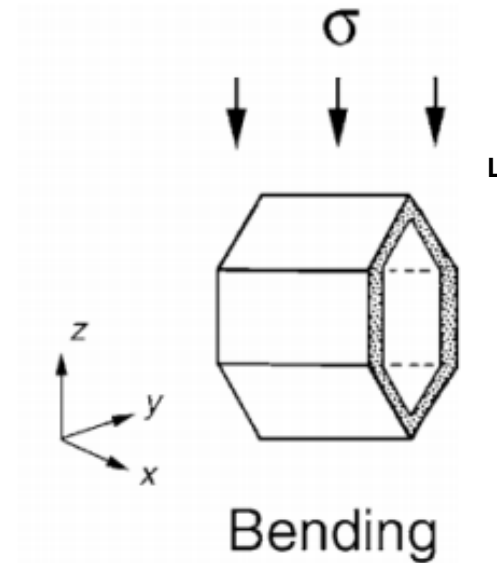


Figura 3.2 Celda hexagonal unitaria sometida a carga vertical

Realizando un análisis de cuerpo libre en una celda seccionada (*figura 3.3*) se observa que la fuerza vertical equivalente del esfuerzo externo aparente σ debe estar equilibrado internamente por la fuerza axial total $2P$ en cada placa vertical, de tal forma que se cumple:

$$P = \sigma b L \cos \theta$$

en donde L es la longitud de una barra oblicua, b es su espesor y θ es el ángulo que forma con la horizontal. El equilibrio de momentos para una placa oblicua y su simetría indican que el momento de flexión interno M , en los extremos de cada placa, es el mismo y tiene el valor dado por:

$$M = \frac{PL \cos \theta}{2}$$

Este valor representa el máximo momento de flexión en la placa.

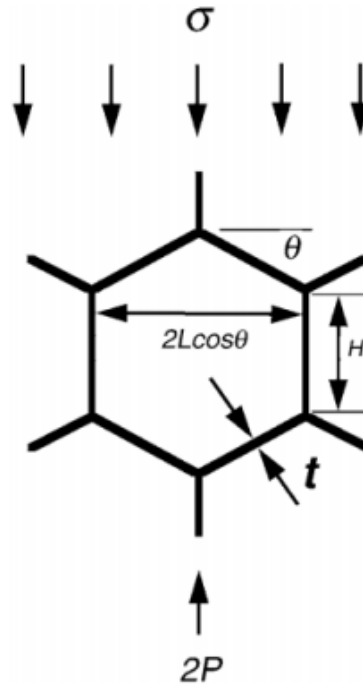


Figura 3.3 Celda hexagonal seccionada

En segundo lugar, las deformaciones debidas a esas cargas internas se encuentran para cada placa. Para estos análisis se asume comúnmente que la deformación de las placas verticales es despreciable comparada con la flexión de las mismas, y por lo tanto solo este último efecto se considera en el desarrollo. La fuerza axial P actuando en cada barra oblicua se descompone en sus componentes longitudinal y transversal. De nuevo, las deformaciones debidas a lo anterior se desprecian. La deflexión δ_p de la componente transversal se obtiene con la siguiente expresión:

$$\delta_p = \frac{PL^3 \cos \theta}{3E_t I}$$

en donde E_t es el módulo del tejido e I es el momento de inercia de la placa. Esta deflexión es transversal al eje de la placa. Similarmente, el momento de flexión interno causa una deflexión de la placa oblicua en la dirección opuesta que está dada por:

$$\delta_M = \frac{PL^3 \cos \theta}{4E_t I}$$

La deflexión transversal total de la placa está dada por:

$$\delta = \frac{PL^3 \cos \theta}{12E_t I} = \frac{\sigma b L^4 \cos^2 \theta}{12E_t I}$$

En la tercera parte del desarrollo se determina la deformación axial a partir de la expresión:

$$\varepsilon = \frac{\sigma L^4 \cos^3 \theta}{E_t t^3 (H + L \sin \theta)}$$

y el módulo aparente se obtiene dividiendo el esfuerzo aparente entre la deformación axial:

$$E = Et \left(\frac{t}{L} \right)^3 \left(\frac{H}{L} + \frac{\sin \theta}{\cos^3 \theta} \right)$$

Al utilizar esta aproximación, las relaciones entre esfuerzo o deformación de falla contra fracción de volumen, arquitectura y propiedades del tejido, pueden obtenerse para diferentes geometrías de celda unitaria y para una gran variedad de modelos de falla. Aunque estos modelos simples no explican la arquitectura compleja del hueso trabecular, sí permiten una comprensión básica de la posible deformación y de los mecanismos de falla para trabéculas individuales. Por ejemplo, en los ensayos que se han realizado sobre muestras de hueso trabecular tibial bovino cargados sobre el eje de falla, se ha demostrado que el módulo aparente se relaciona con la densidad aparente mediante una relación aproximadamente lineal y que los esfuerzos aparentes generadas son independientes del módulo pero son mayores en compresión que a tracción.

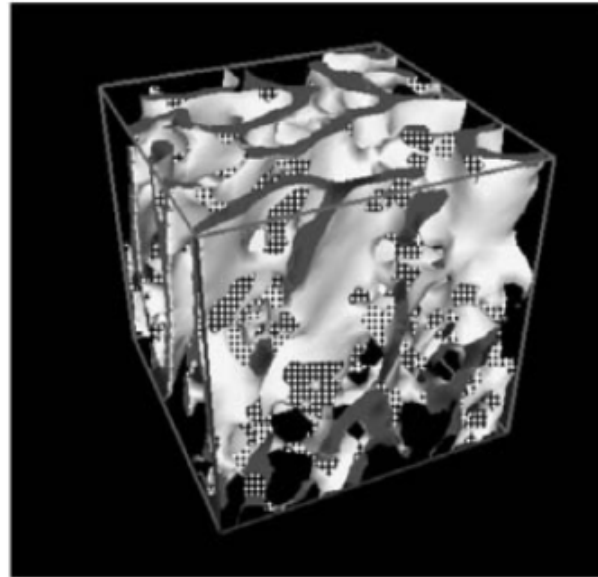
Finalmente, las relaciones para fracción de volumen V_f y arquitectura a_i ($i = 1, 2, 3$), expresadas como función de las propiedades físicas directas del

espécimen, por ejemplo, longitud, espesor y orientación de las trabéculas, muestran que la arquitectura y la fracción de volumen están relacionados intrínsecamente una con la otra por su dependencia con los parámetros antes mencionados. De esta forma, es complicado determinar parámetros arquitectónicos para hueso trabecular que sean realmente independientes de la fracción de volumen. La teoría del sólido celular es útil en la determinación de las ecuaciones que identifican estas interacciones.

3.2 Modelado mediante técnicas de alta resolución

Aunque los modelos de redes continúan evolucionando en complejidad geométrica, aún no capturan a detalle la geometría trabecular real. Los avances recientes en técnicas de imagen por alta resolución han permitido realizar capturas con gran detalle a resoluciones de hasta 10 μm y generar modelos al convertir cada voxel² del proceso de la imagen en un elemento finito, resultando en estructuras tridimensionales asociadas a muestras particulares y que pueden contener una gran cantidad de elementos (*figura 3.4*). Algunos algoritmos especializados que explotan la similitud de los elementos voxel, permiten resolver modelos con millones de elementos. Una gran ventaja que ofrece esta técnica es que una misma muestra puede ser llevada hasta la condición de falla varias veces mientras se modifica el tipo de carga que se aplica. Esta estrategia puede utilizarse para desarrollar un criterio de falla multiaxial, el cual puede validarse mediante una serie de sencillos experimentos. Por ejemplo, en un trabajo presentado por Niebur se estudia la falla microestructural en regiones de hueso esponjoso bovino cuando el espécimen entero es sometido a cargas que alcanzan el límite elástico aparente [23]. El modelo indica que una tercera parte del tejido falla por tracción para cargas compresivas aparentes, pero casi ningún tejido falla por compresión cuando se somete a cargas aparentes de tracción.

² Es la unidad cúbica que compone un objeto tridimensional. Constituye la unidad mínima procesable de una matriz tridimensional y es, por tanto, el equivalente del píxel (o pixel) en un objeto 2D. La palabra proviene de la contracción del término en inglés "volumetric pixel"



Tissue yielding mode:



Tension

Compression

Figura 3.4 Estructura 3D generada a partir de elementos voxel en la cual se aprecia la distribución de esfuerzos [5]

3.3 Modelado mediante redes de elemento finito

La desventaja que presentan los modelos analíticos de sólido celular es que, en el caso del hueso esponjoso, no toman en cuenta la geometría irregular de las trabéculas. Para explicar algo de esta complejidad geométrica pero conservando la simplicidad que permite el entendimiento del sistema, se han desarrollado modelos que se basan en la técnica de elementos finitos (*figura 3.5*) y que permiten obtener arreglos estructurales característicos.

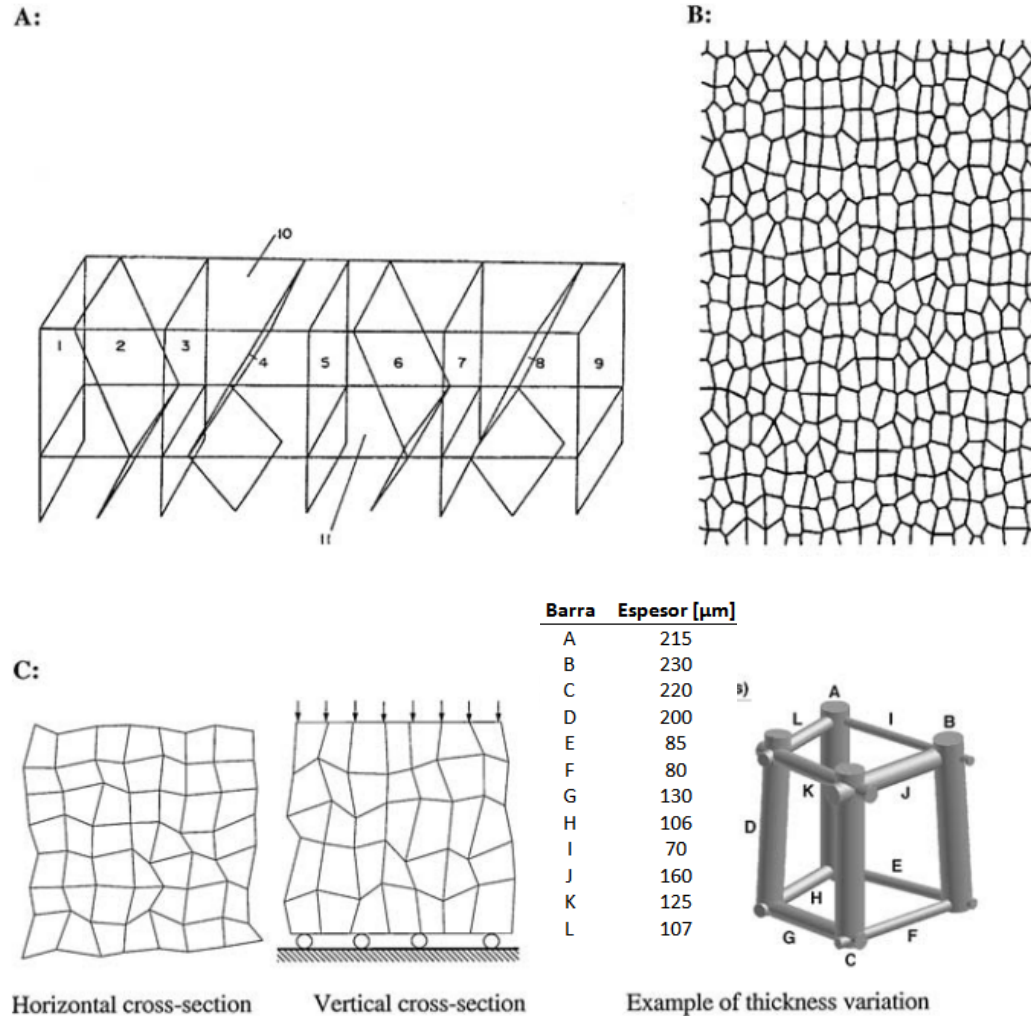


Figura 3.5 *Diferentes modelos genéricos de redes tipo elemento finito para el análisis micromecánico de hueso trabecular: (A) modelo tridimensional de hueso femoral distal compuesto por 11 elementos placa, (B) modelo bidimensional generado mediante la técnica Voronoi, (C) modelo tridimensional de red desordenada en el cual cada trabécula tiene un espesor diferente [5]*

Para describir la geometría trabecular en un sentido general, una estrategia ha sido incorporar las características de la arquitectura trabecular basadas en estudios histomorfométricos. En una primera aproximación, Jensen et al. (1991) realizaron el ensamble de una red con elementos viga y separación irregular para representar hueso vertebral. Los valores promedio de espesor y separación para cada elemento trabecular fueron determinados mediante regresiones relacionadas con la edad y se determinaron valores separados para trabéculas orientadas

verticalmente y horizontalmente. Los nodos de la red fueron perturbados aleatoriamente para representar mejor la variación angular de la orientación trabecular y su separación. Yeh y Keaveny extendieron esta aproximación al incluir variaciones en el espesor trabecular para diferentes especímenes empleando distribuciones estadísticas [1].

En otros estudios Pugh utilizó un modelo compuesto por una red de placas de hueso cortical para simular el hueso trabecular de la zona distal en el fémur [24]. Los elementos placa se orientaron a 37° de la dirección de carga basándose en comparaciones cualitativas con secciones delgadas de hueso subcondral. Con este arreglo concluyen que el pandeo fue el modo principal de deformación trabecular.

Se observa entonces que la clave para obtener una mejor aproximación de los resultados es el grado de representación de la estructura real.

Otra técnica para la representación de la estructura trabecular consiste en utilizar distribuciones de Voronoi no periódicas dentro de modelos bidimensionales del tipo panel. Estos modelos predicen la variación de la resistencia al presentarse una distribución irregular de las trabéculas así como defectos en la red trabecular.

Se ha reportado que la resistencia de una estructura Voronoi bidimensional con distribución aleatoria es 30% menor que en el caso de estructuras hexagonales periódicas; por esta razón es importante introducir irregularidades geométricas en esos modelos, en busca de obtener una mejor aproximación al comportamiento real del hueso esponjoso [9].

Yeh y Keaveny encontraron efectos similares al variar el espesor trabecular; manteniendo la fracción de volumen constante, el módulo aparente disminuyó en un 22% cuando la variación del espesor trabecular aumentó de 25 a 40%. Usando estructuras Voronoi no periódicas se comparó el efecto de remover elementos trabeculares contra el adelgazamiento trabecular uniforme [1]. Estos análisis indican que para una reducción en la fracción volumétrica del 10%, la resistencia

disminuye aproximadamente 70%, asociada a la remoción de elementos; mientras que en el caso de adelgazamiento uniforme la disminución es sólo del 20%.

Diagramas de Voronoi asociados a estructuras celulares

Los diagramas de Voronoi se definen como una estructura geométrica que divide un plano en regiones tales que todos los puntos de esa región están más cerca del nodo al que están asociados que de cualquier otro. Los diagramas de Voronoi permiten dividir una región en polígonos que dependen de la configuración de los puntos generadores. Si los puntos están espaciados de forma homogénea, entonces se genera una red de polígonos regulares. Por lo contrario, si los puntos se encuentran distribuidos de forma aleatoria, se genera un arreglo de áreas poligonales irregulares (*figura 3.6*).

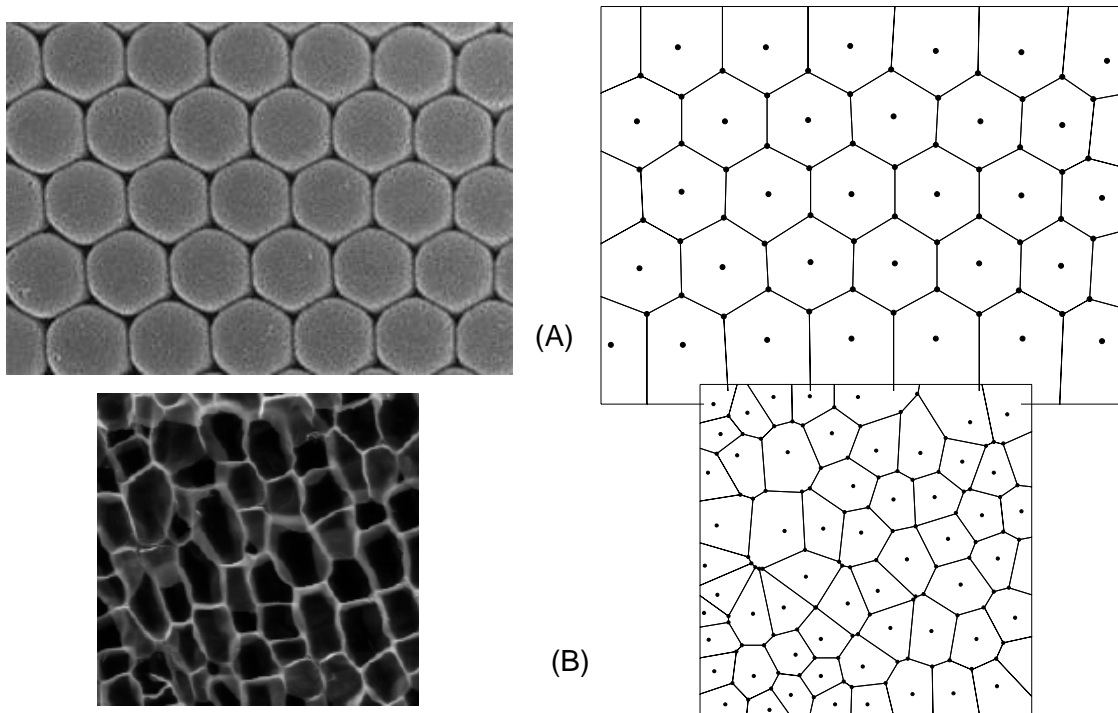


Figura 3.6 Estructuras Voronoi: (A) distribución homogénea (panal) y (B) distribución aleatoria (corcho)

Las estructuras de Voronoi 2D se generan a partir de un conjunto de puntos distribuidos en un plano. Si en estos puntos se dibujaran círculos que incrementaran su diámetro a la misma velocidad, y que cumplan con la condición de ocupar solo el espacio no ocupado por otro círculo, se obtiene una estructura como la mostrada en la *figura 3.7*

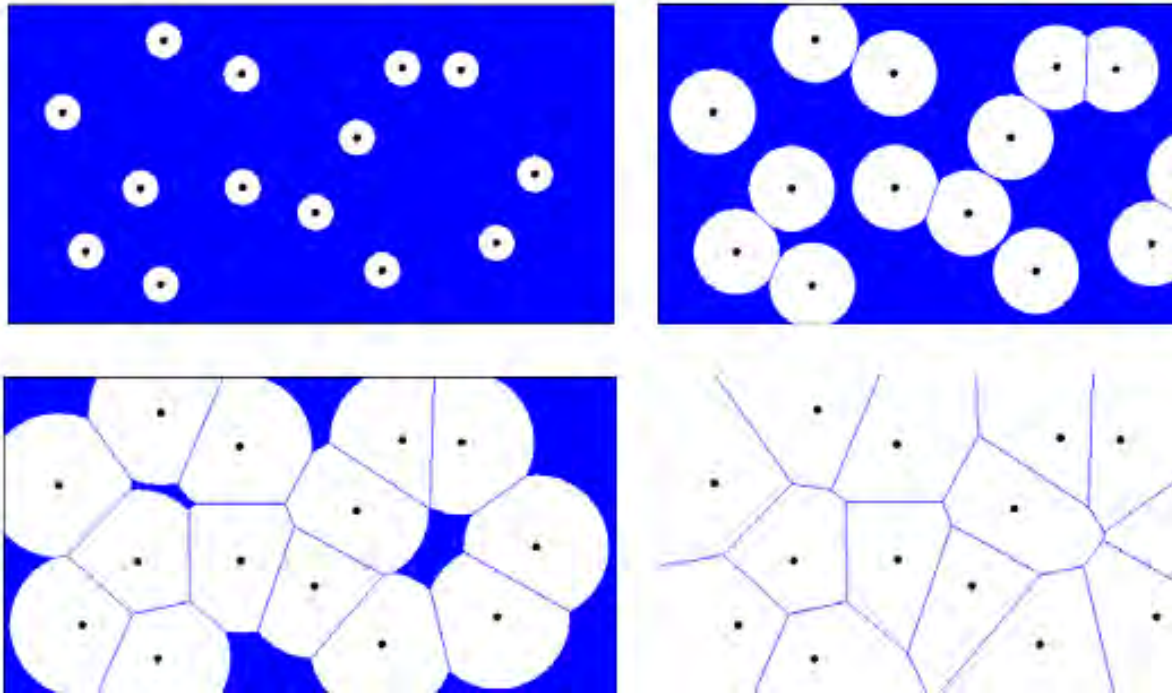


Figura 3.7. Estructura de Voronoi a partir de expansión de círculos [25]

Es fácil observar que si el conjunto de puntos de partida tiene un solo punto, la región que le corresponderá será todo el plano. Si se trata de un conjunto de dos puntos, la mediatriz de esos puntos será la frontera que separará las regiones correspondientes a cada uno. Si se trata de tres puntos no alineados, las fronteras de las regiones las determinarán tres semirrectas contenidas en las mediatrices de los puntos tomados dos a dos. En el caso de estar alineados, las fronteras serán las dos de las tres mediatrices, que serán paralelas. En general, se puede observar que la región asociada a cada punto será la intersección de $n-1$ semiplanos, cada uno de los cuales está determinado por la mediatriz del punto con cada uno de los demás. Por consecuencia, la región de un punto tiene que ser una región poligonal convexa. Cada una de estas regiones se denomina región de Voronoi del punto correspondiente y a la partición del plano producida por todas ellas se denomina diagrama de Voronoi.

Construcción de modelos 2D de hueso esponjoso empleando diagramas Voronoi

Después de establecer el marco teórico de los sólidos celulares y de las estructuras de Voronoi, es posible aplicar estos conceptos para generar modelos

asociados a la estructura trabecular del hueso esponjoso. En esta etapa del trabajo se utilizó la premisa de que los elementos de construcción básicos para los diagramas Voronoi son los puntos generadores.

En el caso de hueso trabecular, estos puntos están dados por el centro de cada poro o hueco. La técnica para construir diagramas Voronoi asociadas a tejido óseo inicio obteniendo imágenes en cortes transversales (mosaicos) de probetas cilíndricas. Cada una de estas imágenes individuales se ensambló en una imagen global que permitió una mejor observación de la estructura sin perder detalles.

Al modificar el color de estos ensambles es posible distinguir las zonas claras correspondientes al material óseo y las zonas oscuras de los huecos o poros. Se utilizaron diferentes tonalidades de color hasta lograr el contraste adecuado para delimitar mejor los poros.

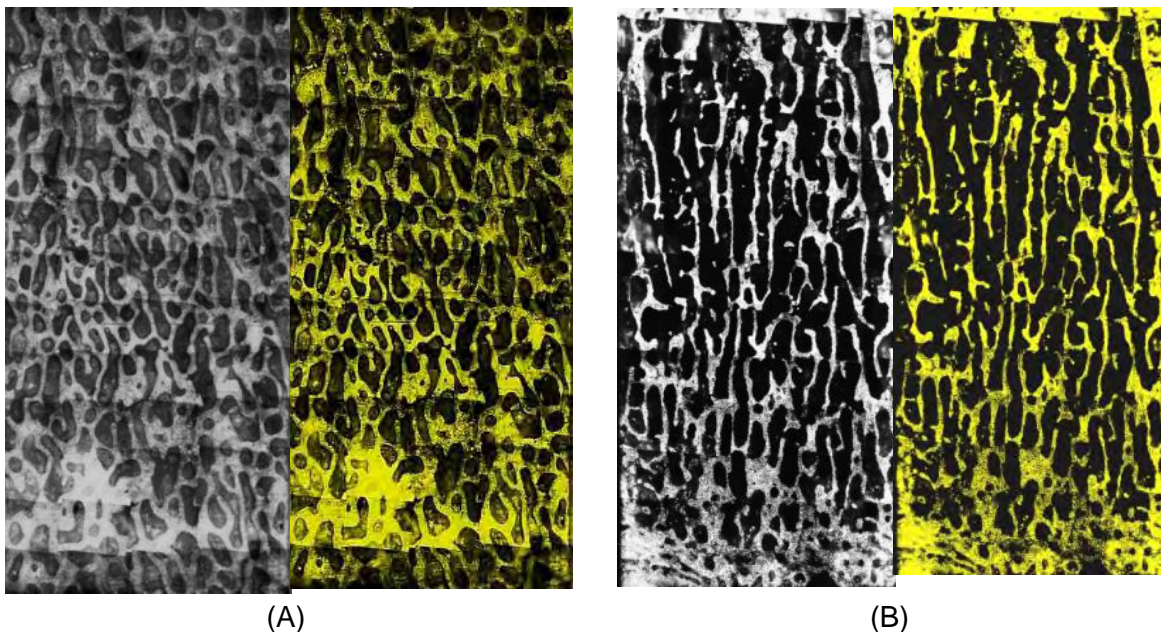


Figura 3.8 Filtro de color empleado en la identificación de los huecos: (A) hueso femoral y (B) hueso vertebral [3], [26], [27]

La geometría básica en 2D son arreglos de líneas (*figura 3.9*) que se forman a partir de distribuciones de puntos generados aleatoriamente [28]

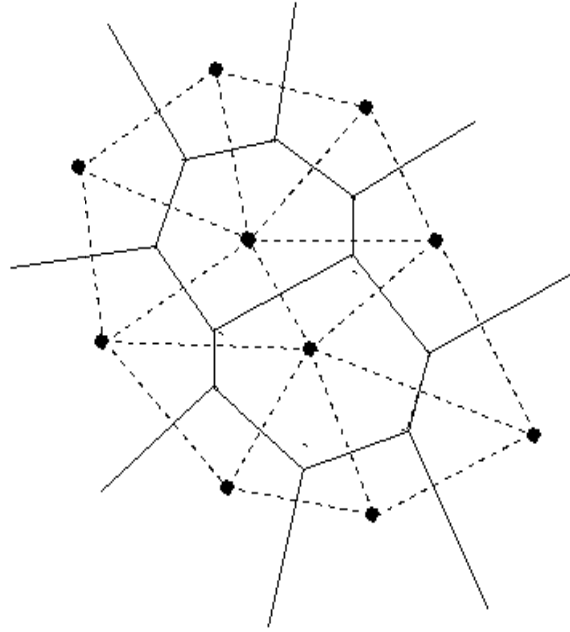


Figura 3.9 Estructura Voronoi en donde se muestran también los puntos generadores y la triangulación de Delauney

Cuando se genera una estructura de este tipo, es complicado asociarla a muestras de hueso esponjoso real, debido a que el espesor trabecular es un factor muy importante para su estudio [4].

La primera opción fue utilizar el paquete Mathematica® para generar una estructura de Voronoi a partir de los mosaicos mencionados anteriormente (*figura 3.10*). Esta herramienta fue de gran ayuda debido a que permitía trabajar directamente en pantalla, la imagen de hueso esponjoso se despliega en el cuaderno (notebook) del programa y sobre él se pueden colocar los puntos generadores necesarios. El resultado es una estructura de líneas limitadas por una frontera establecida por el usuario [27].

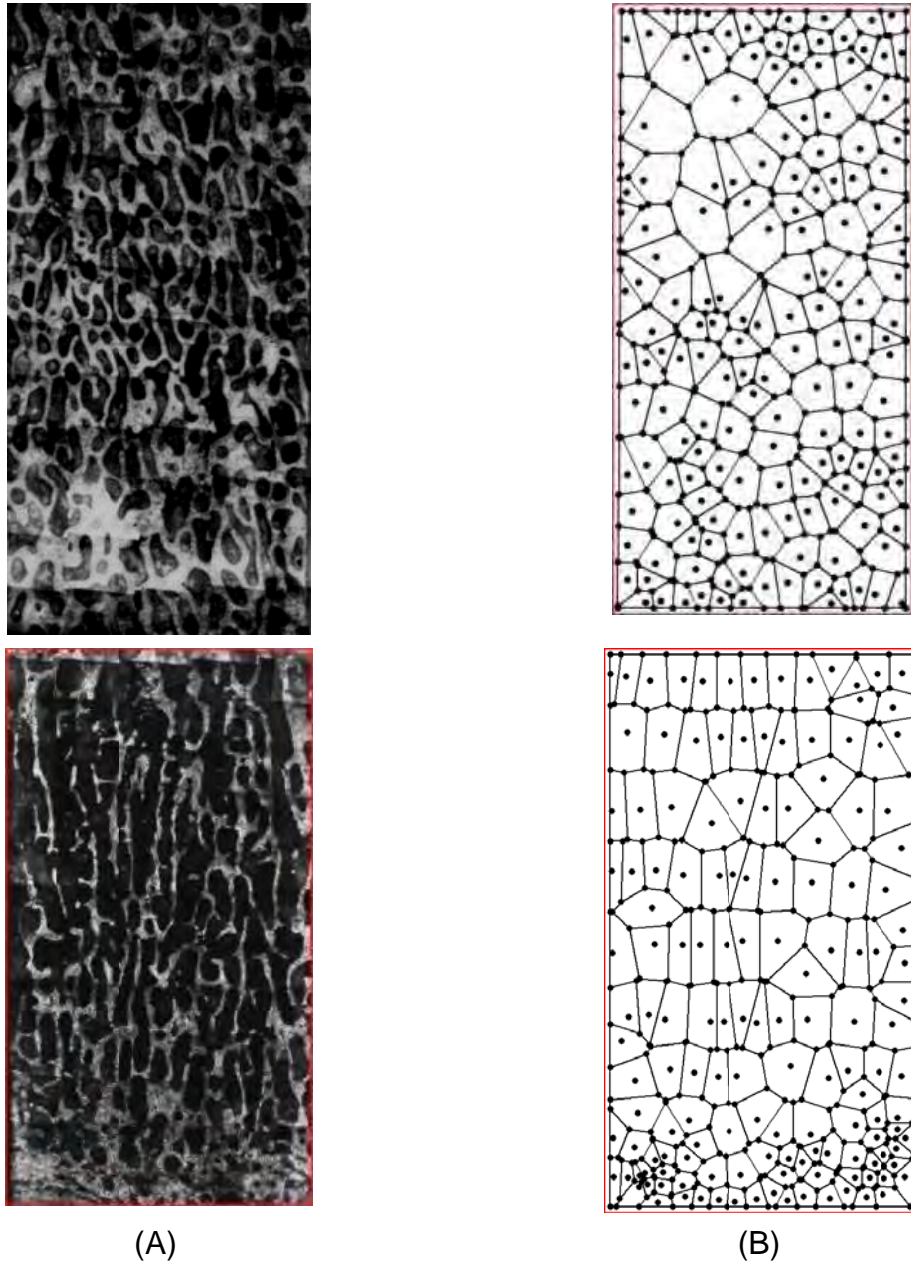


Figura 3.10 *Secuencia de construcción para los modelos de fémur (arriba) y vértebra (abajo). (A) Imagen de microscopio óptico, (B) estructura Voronoi generada en Mathematica® [3], [26]*

Sin embargo, esta imagen no puede ser exportada de forma directa al paquete de elemento finito ABAQUS®, por lo que fue necesario encontrar una alternativa para hacerlo.

Entre los resultados que arroja Mathematica®, se obtienen dos series de datos, una correspondiente a los vértices de cada celda y otra que indica cuales son las líneas que generan a cada celda.

Para utilizar estos datos fue necesario escribir un script en lenguaje Python® que puede ser interpretado por la paquetería de elemento finito, y que además se combina con sus propios comandos para generar cualquier geometría o definir un modelo completo usando solo 100 líneas de programación. El script se presenta en el pseudocódigo siguiente.

PSEUDOCÓDIGO VORONOI 2D

```

inicio
Voronoi(d1, d2, vvts, vrel)
//Este algoritmo permite construir una estructura de Voronoi 2D con espesor trabecular
(d2) y radio de unión trabecular (d1) utilizando para ello una lista de vértices (vvts) y una
lista de relaciones para cada celda (vrel)//

i ← 0
j ← 0
mientras i ≤ longitud de la lista vrel
hacer
    lsln ← elemento 2 de la cada elemento vrel
    mientras j ≤ longitud de cada elemento lsln
    hacer
        dibujar una línea del punto vvts[lsln[j]-1] al punto vvts[lsln[j]-1]
        incrementa j
    incrementa i
i ← 1
mientras i < 900
hacer
    si existe i
        copiar línea[i] a la izquierda una distancia d2
        copiar línea[i] a la derecha una distancia d2
        borrar línea[i]
        incrementa i
    si no existe i
        incrementa i
i ← 0
mientras i ≤ longitud de la lista vvts
hacer
    dibujar una circunferencia de radio d1 centrada en el punto vvts[i]
    incrementa i

Guarda el modelo en la carpeta C:\modelos
fin

```


La primera parte del script fue para indicarle a la paquetería que trazara una línea a partir de cada par de puntos y siguiendo la regla de correspondencia para cada celda (*figura 3.11*).

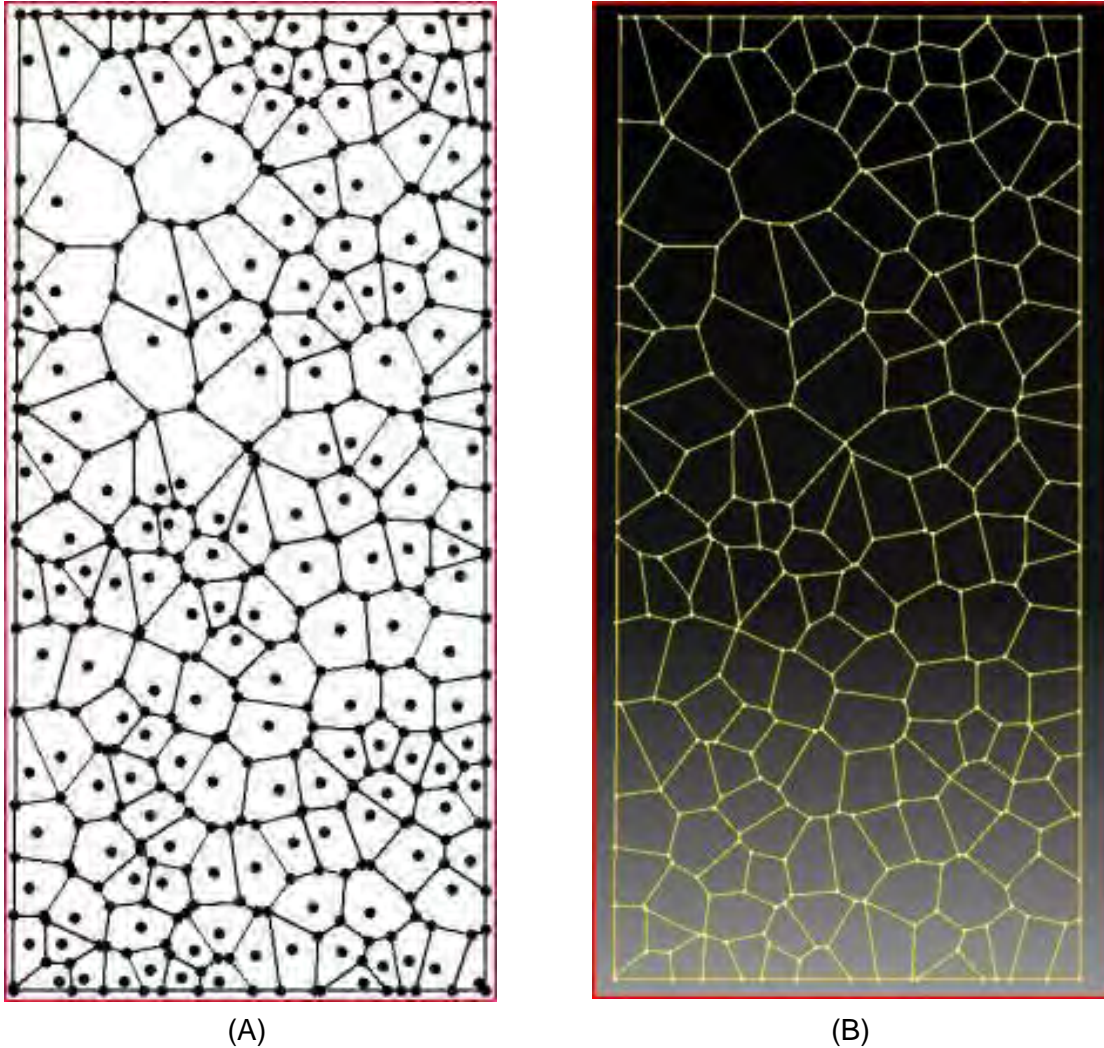


Figura 3.11 Estructuras Voronoi sin espesor trabecular que se genera inicialmente en Mathematica® (A) para luego ser interpretada por la paquetería de elemento finito (B) [3], [26]

El script lee la lista de relaciones y de vértices. Selecciona la primera relación y registra los vértices que la integran. El lenguaje Python® utiliza un sistema de conteo para listas que inicia en 0, y la lectura de datos para el ciclo de iteración (*for*) se muestra a continuación:

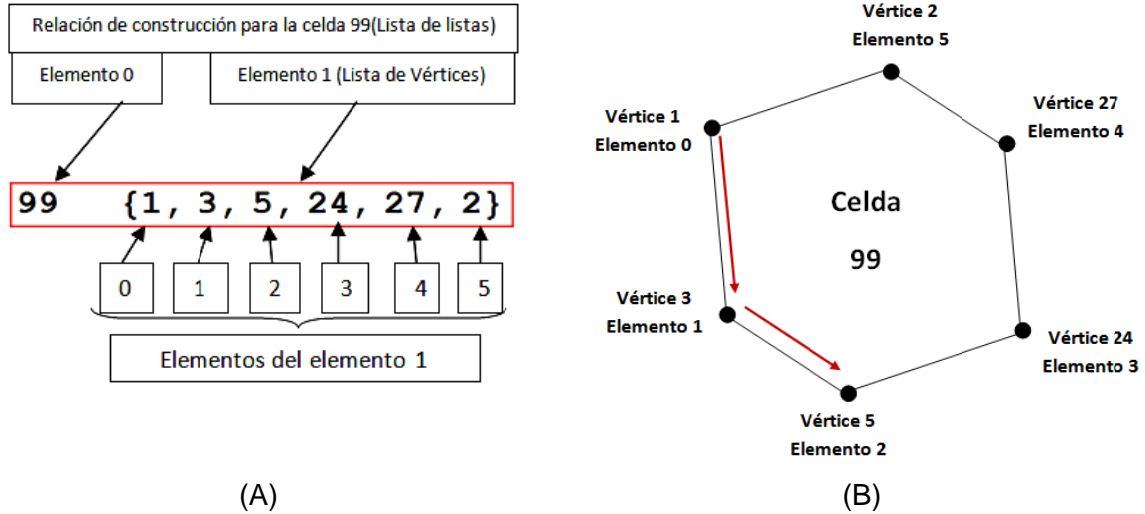


Figura 3.12 Secuencia para construir la celda 99: (A) lectura de listas y (B) trazo de líneas

Por ejemplo, para generar la celda 99 se traza una línea del elemento 0 (vértice 1) al elemento 1 (vértice 3), se incrementa el ciclo y ahora se traza un línea del elemento 1 (vértice 3) al elemento 2 (vértice 5). Así sucesivamente hasta completar la totalidad de relaciones.

En un paso posterior, se genera una copia de cada línea a la derecha y a la izquierda (offset) para simular el espesor trabecular. La distancia de este offset se define como un parámetro que puede variarse al inicio del script. Para finalizar esta etapa, se elimina la línea original que genera los offsets.

El último paso es colocar una circunferencia en cada vértice que corresponde a la zona de unión trabecular (figura 3.13). El diámetro de la circunferencia es otro parámetro que puede definirse al inicio del script como un valor constante o bien como función del espesor trabecular.

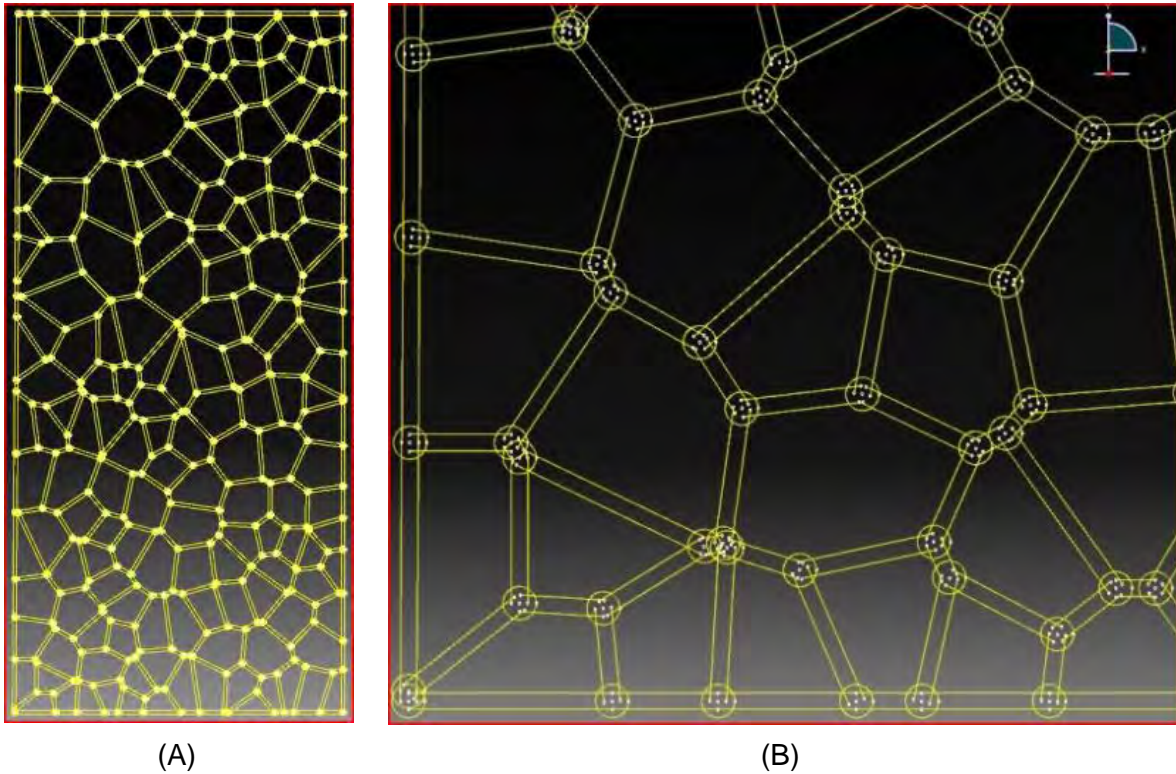


Figura 3.13 (A) estructura Voronoi con espesor y zona de unión trabecular, (B) detalle de la estructura [3], [26]

Es importante mencionar que durante la ejecución del script, surgieron algunos errores de compilado que impedían su terminación. Estos errores se deben a que durante la generación de cada línea, ABAQUS® guarda la geometría con una numeración no homogénea. Cuando se llega al ciclo *for* para generar el espesor trabecular, el compilador de ABAQUS® no encontraba algunas de las geometrías a las que se le estaba direccionando, situación que enviaba un mensaje de error y detenía la compilación.

Investigando al respecto del manejo de errores en Python®, la opción fue utilizar reglas de excepción y cambiar el ciclo iterativo *for* por un condicionante *while*. Esto permitió leer todos los valores asignados a las geometrías (líneas). Si este existía, ABAQUS® realizaba el offset, de lo contrario, pasaba al siguiente valor asignado.

Se presentan 4 modelos de una misma estructura con distribución trabecular homogénea (*figura 3.14*), cuyas características geométricas se enlistan en la *tabla 3.1*:

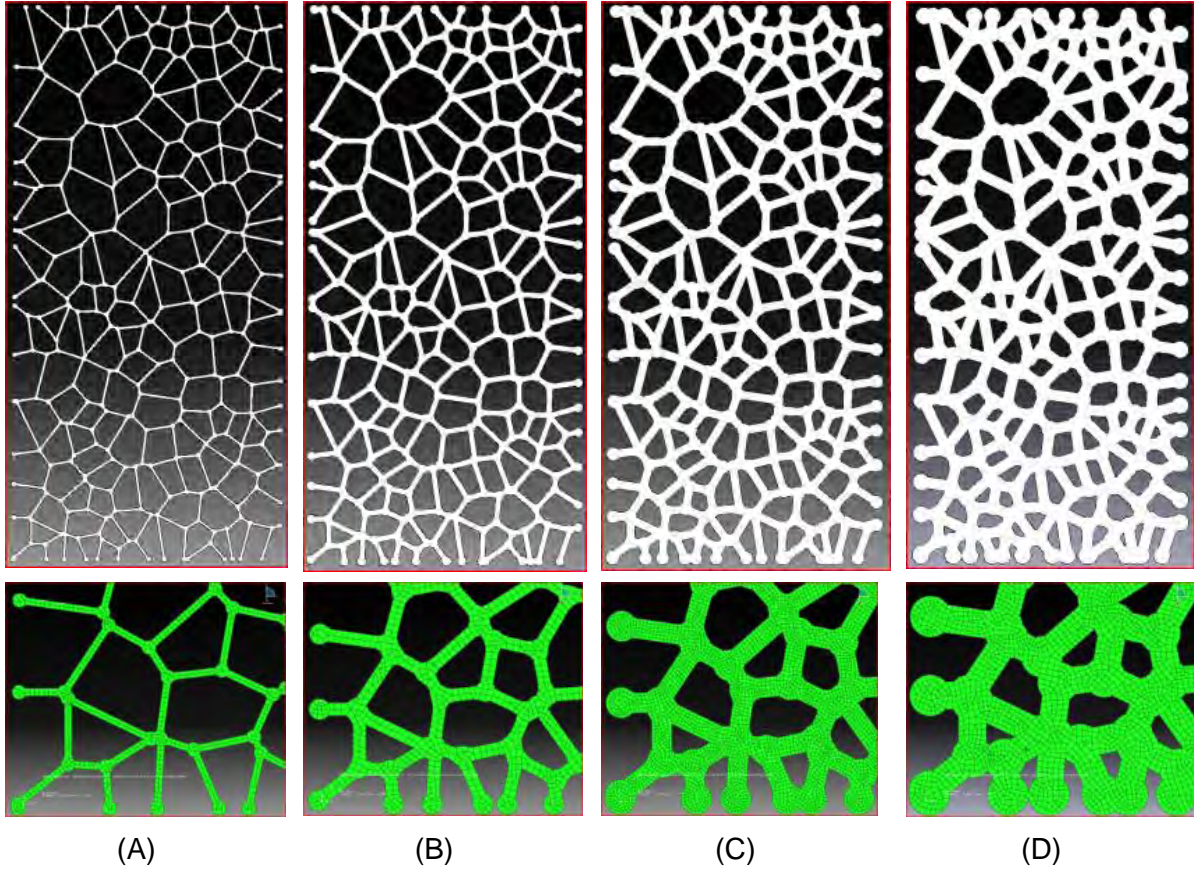


Figura 3.14 Modelos generados con script Python® (arriba) y detalle de la malla en la paquetería de elemento finito (abajo) [3], [26]

Tabla 3.1. Dimensiones para distribución homogénea con espesor y zona de unión trabecular constantes

Modelos	Espesor trabecular mm	Zona de unión trabecular mm	Tiempo de generación min
A	0.16	0.32	30
B	0.34	0.56	30
C	0.52	0.80	30
D	0.70	1.04	30

Representación estructural de la osteoporosis en modelos de hueso esponjoso

La osteoporosis es una condición que se caracteriza por la disminución de la masa ósea y el deterioro microestructural del tejido óseo. Esto conlleva a un marcado estado de fragilidad en los huesos y en consecuencia al incremento de riesgo de fractura.

Los huesos crecen durante las primeras dos décadas de vida, principalmente durante la adolescencia y después siguen un proceso de consolidación. El valor máximo de masa ósea se alcanza cerca de los 35 años para hueso cortical y un poco antes para hueso trabecular [29]. Subsecuentemente, se puede concluir que la masa ósea disminuye con la edad (*figura 4.1*). Este es un fenómeno universal que ocurre en ambos sexos y en todas las razas, sin embargo la mujer a cualquier edad tiene una menor masa ósea que el hombre. Con el envejecimiento esta diferencia se vuelve más pronunciada.

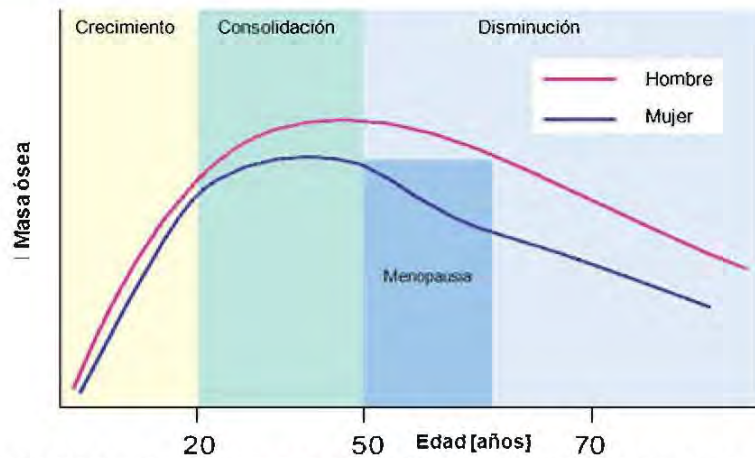


Figura 4.1 Variación de la masa ósea durante el transcurso de la vida [29]

Al envejecer se presentan cambios en la microestructura del hueso, principalmente adelgazamiento de la corteza y de las trabéculas así como pérdida de conectividad en particular de las trabéculas horizontales (*figuras 4.2 y 4.3*).



Figura 4.2 Comparación entre la morfología de un hueso normal y de uno con osteoporosis [30]

La osteoporosis es un problema de salud pública que afecta a millones de personas en todo el mundo. Las referencias epidemiológicas señalan a la osteoporosis como la enfermedad ósea más común. Se estima que en la actualidad 20 millones de personas en Estados Unidos la padecen, de los cuales 1.3 millones sufrirán alguna fractura al año. Melton ha referido que aproximadamente 30% de las mujeres posmenopáusicas de raza blanca en Estados Unidos tenían osteoporosis, 16% en la columna lumbar. La prevalencia de osteoporosis en mujeres posmenopáusicas varía de 16 a 30%, dependiendo del número de sitios o regiones medidas [31].

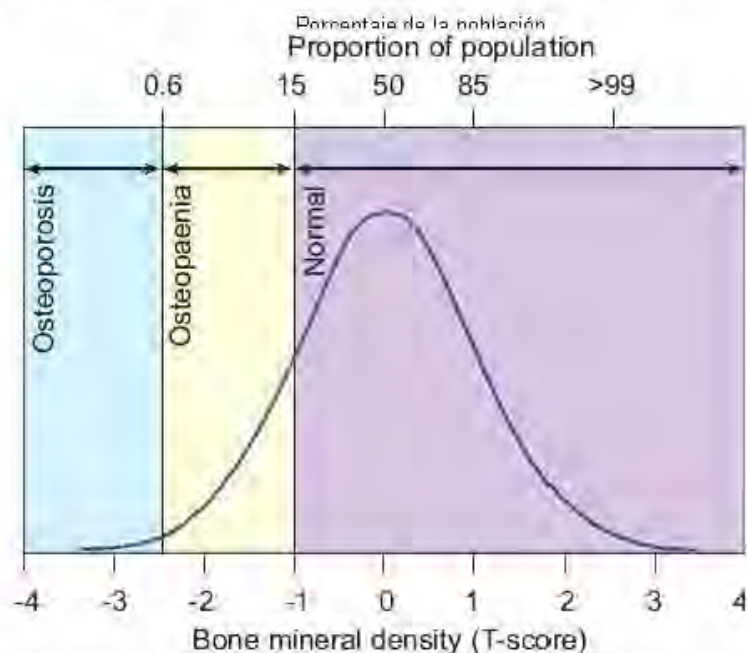


Figura 4.3 Distribución de la densidad ósea en mujeres sanas de edades en el rango 30-40 años [32]

En México existen pocas referencias oficiales o bibliográficas de la epidemiología de la osteoporosis. En un estudio realizado por Villegas en la Ciudad de México se buscó alguna correlación entre osteopenia y osteoporosis con las características morfométricas de los cuerpos vertebrales. Las conclusiones demostraron que las alteraciones degenerativas debidas a osteoporosis u osteopenia son frecuentes, incluso entre personas jóvenes [33].

En el Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS), 70% de la demanda en traumatología general es ortopédica, entre las que se incluyen las fracturas osteoporóticas. Las fracturas de cadera resultan especialmente importantes, pues su tasa de mortalidad alcanza 20% durante el primer año.

La Fundación Internacional de Osteoporosis reporta los resultados regionales de México de la primera etapa del estudio LAVOS (estudio multinacional sobre la salud ósea en América Latina) en el que se maneja una muestra de 400 mujeres distribuidas en cuatro grupos de 100 pacientes cada uno y definido por décadas de vida a partir de los 50. Se encontró que 19.5% de estas mujeres habían sufrido fracturas vertebrales y que esta tasa aumenta rápidamente con la edad [34].

En México, la población mayor de 60 años de edad que requiere prevención o tratamiento de la osteoporosis es alrededor de 3.5 millones de personas, otros 6.7 millones entre 35 y 60 años sufren algún grado de osteopenia y 15 millones de individuos menores de 35 años llegarán a esa edad con alguna disminución en la masa ósea pico. Por tanto, la población total de México que podría requerir alguna intervención terapéutica por osteoporosis es, quizá, de alrededor de 24.5 millones de las que más o menos 18% se concentra en la Ciudad de México [35]

Considerando las estadísticas anteriores y que la osteoporosis es una afección ósea cada vez más recurrente en el mundo, en este capítulo se utilizan dos condiciones estructurales que se pueden adaptar a los modelos de hueso trabecular generados y estudiar el comportamiento de la resistencia cuando:

- el espesor trabecular disminuye (adelgazamiento trabecular),
- existe pérdida de conectividad trabecular

4.1 Modelos de hueso esponjoso con variación del espesor trabecular

Para el primer modelado se obtuvieron imágenes de hueso femoral y vertebral respetando en lo posible una relación dimensional aproximada de 2 a 1. Las dimensiones de las probetas fueron de 15 x 30 mm para hueso femoral y 20 x 33 mm para hueso vertebral. Los mosaicos resultantes son utilizados en Mathematica® para colocar los puntos generadores y obtener las listas de vértices y relaciones. Utilizando la técnica para construir estructuras Voronoi descrita en el capítulo 3 y que son la base para los modelos paramétricos, se asignó un espesor trabecular en el caso de la muestra de hueso femoral y se determinó la fracción de área (frA^3) correspondiente a dicho valor (figuras 4.4 y 4.5). Esta fracción de área se utilizó como referencia para los demás modelos.

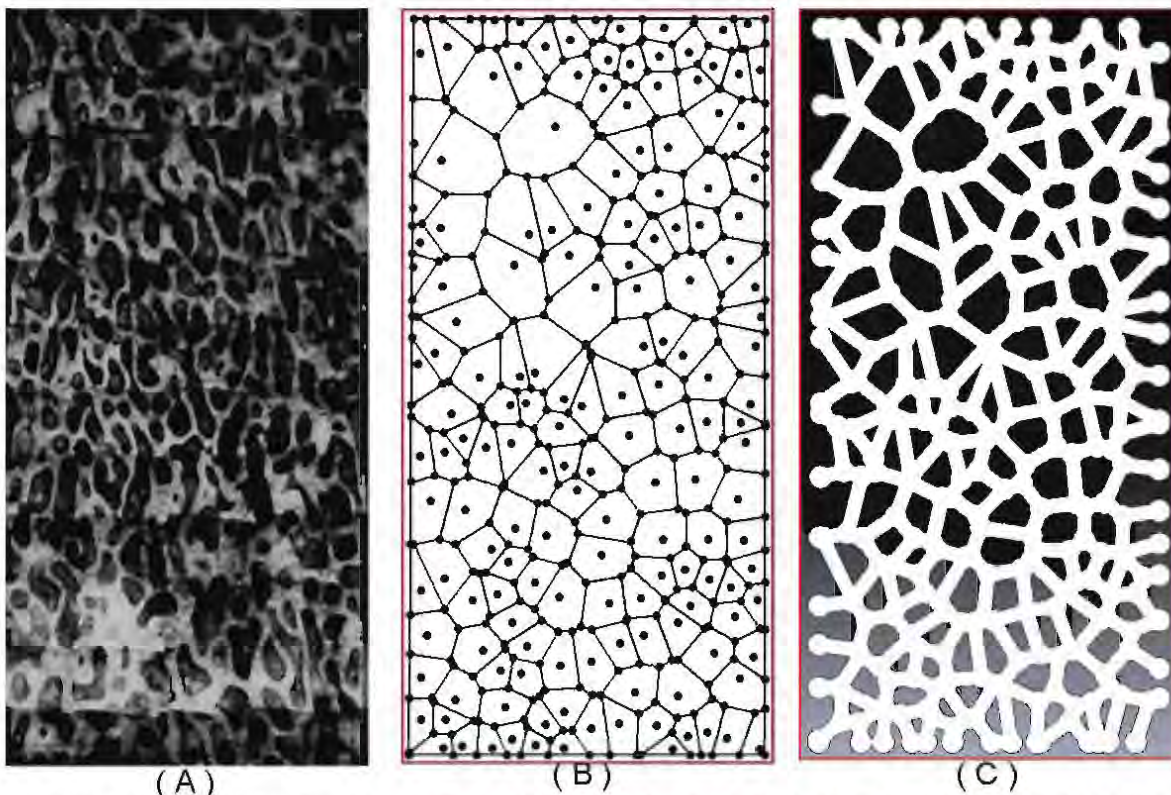


Figura 4.4. Secuencia de construcción para los modelos de fémur: (A) imagen de microscopio óptico, (B) estructura Voronoi generada en Mathematica®, (C) modelo final [3], [26], [36]

³ La fracción de área resulta de dividir el área total de un rectángulo con las dimensiones de la probeta entre el área neta de la estructura determinada por el paquete de elemento finito

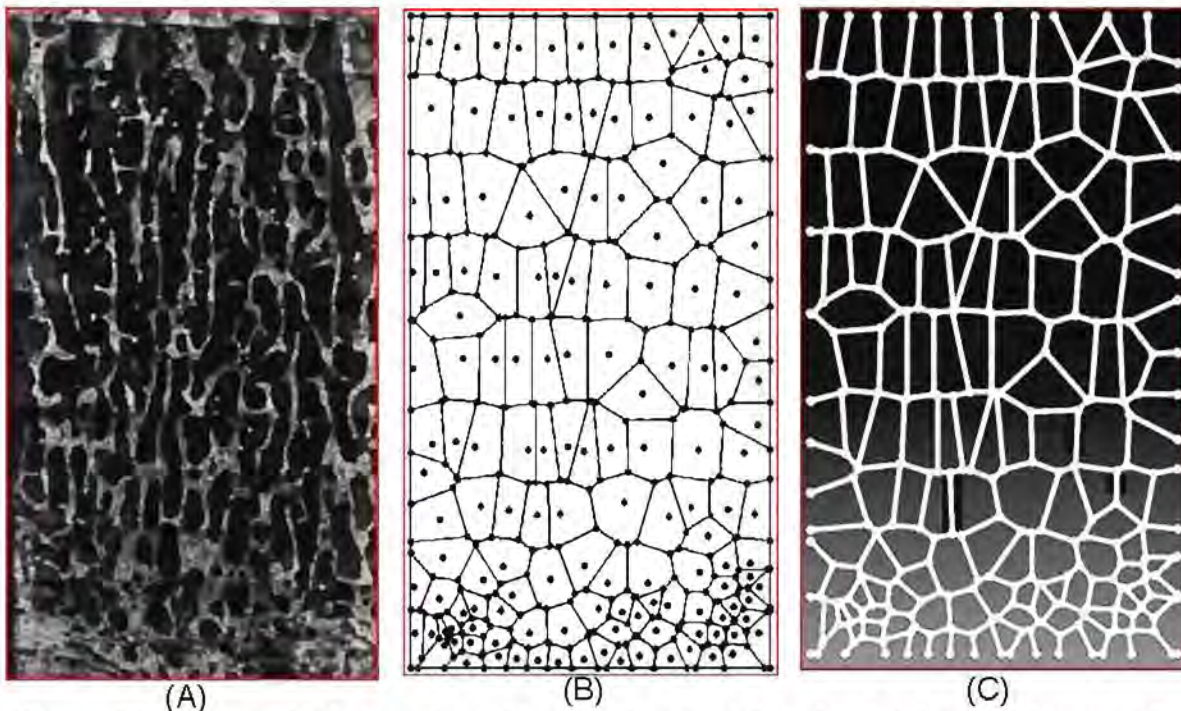


Figura 4.5. Secuencia de construcción para los modelos de vértebra: (A) Imagen de microscopio óptico, (B) estructura Voronoi generada en Mathematica®, (C) modelo final [3], [26], [36]

El área estructural se obtiene directamente del paquete de elemento finito ABAQUS®. Los valores de espesor y radio de unión trabecular se muestran en la *tabla 4.1*, al igual que las fracciones de área para los 4 modelos de hueso femoral.

Tabla 4.1 Dimensiones para los modelos de hueso femoral

Modelo	Espesor trabecular mm	Radio de unión trabecular mm	Área de la probeta mm ²	Área estructural mm ²	frA %
1	0.16	0.32	450	88.025	19.56
2	0.34	0.56	450	179.041	39.79
3	0.52	0.8	450	264.182	58.71
4	0.7	1.04	450	342.509	76.11

Sin embargo, para generar los modelos de hueso vertebral fue necesario seguir otro método. Como se desea comparar el comportamiento de muestras diferentes era necesario que algunas variables permanecieran constantes en ambos casos. Al conocer las fracciones de área para el caso femoral se decidió que este dato fuera el mismo para los modelos vertebrales. Para conseguir esto fue necesario variar los espesores trabeculares del hueso vertebral hasta aproximar ambas fracciones de área.

Al igual que en el caso femoral, la *tabla 4.2* presenta las fracciones de área para los 4 modelos de hueso vertebral y los valores de espesor y radio de unión trabecular asociados a cada una de ellas.

Tabla 4.2. Dimensiones para los modelos de hueso vertebral

Modelo	Espesor trabecular mm	Radio de unión trabecular mm	Área de la probeta mm ²	Área estructural mm ²	frA %
1	0.16	0.32	660	94.68	14.34
2	0.34	0.56	660	193.62	29.33
3	0.7	1.04	660	375.14	56.84
4	0.9	1.28	660	461.07	69.86

4.2 Modelado en elemento finito

Para el modelado de las estructuras generadas se utilizaron parámetros determinados en trabajos anteriores por Ramírez et al. Los datos que se emplearon para este estudio fueron: deformación máxima de 5.5 %, esfuerzo máximo de 5.5 MPa y el porcentaje de trabéculas que es necesario que fallen para considerar el colapso total de la estructura (~36%) [3].

Lo primero que se determinó fue el valor de módulo de elasticidad del material para la estructura con una fracción de área similar a la de las probetas sometidas a pruebas de compresión y de las cuales se obtuvieron los datos mencionados en el párrafo anterior. Este valor se asignó al material de todas las estructuras.

El procedimiento consiste en asignar un valor de 1 GPa al módulo de elasticidad del material de la estructura, considerando al material con un comportamiento isotrópico. Adicionalmente se simuló, mediante un paso estático general, una prueba de compresión a la probeta asignando un desplazamiento vertical en la parte superior de 1.6 mm correspondiente al 5.5 % de deformación y una condición de empotramiento en la superficie inferior. Los datos anteriores se utilizaron de acuerdo a los resultados reportados por Ramírez [3]. El espesor que se definió para el ancho del modelo fue de 1 mm.

Posteriormente se malló la estructura mediante elementos cuadráticos de 0.1 mm, y se realizó la simulación. De los resultados obtenidos se manipuló la escala de colores para determinar el momento en el que el 36% del total de las trabéculas superaron un valor de esfuerzo, que en este caso correspondió a 14 MPa, el cual divide el valor de 5.5 MPa determinado experimentalmente, lo que da 0.392 que multiplicado por el valor de módulo de elasticidad de 1 GPa entonces se tiene que el módulo de Young para el material de la estructura es de 392 MPa. Este valor se mantuvo constante para todos los modelos

A continuación, se asignó el valor antes mencionado y una relación de Poisson de 0.3 al material de todos los modelos, se analizaron mediante un paso estático general, y se mallaron con elementos cuadráticos modificando el tamaño del elemento según el espesor de las trabéculas. Al igual que en el primer modelo, se asignó un desplazamiento a compresión sobre la superficie superior de 1.6 mm para las muestras de fémur, mientras que para las de vértebra fue de 1.8 mm y ambas se empotraron en la superficie inferior.

La razón de utilizar un paso estático general es que la velocidad de deformación es lo suficientemente baja como para despreñar la porción viscosa del hueso esponjoso.

Cabe mencionar que se tuvieron que definir condiciones de autocontacto ya que, durante los análisis, algunas de las trabéculas de los extremos entraban en contacto a lo largo de la simulación. De no tomarse en cuenta esta situación, las trabéculas se atravesaban unas con otras y la simulación se detenía, así es que para estos análisis se definió contacto sin fricción entre estas superficies con lo cual se logró terminar las simulaciones.

Se analizaron 8 modelos en total. A partir de una muestra transversal de fémur de bovino; se generaron cuatro estructuras con distintos espesores y lo mismo se hizo con una muestra de vértebra. A continuación se presentan los 8 modelos (*figuras 4.6 y 4.7*).

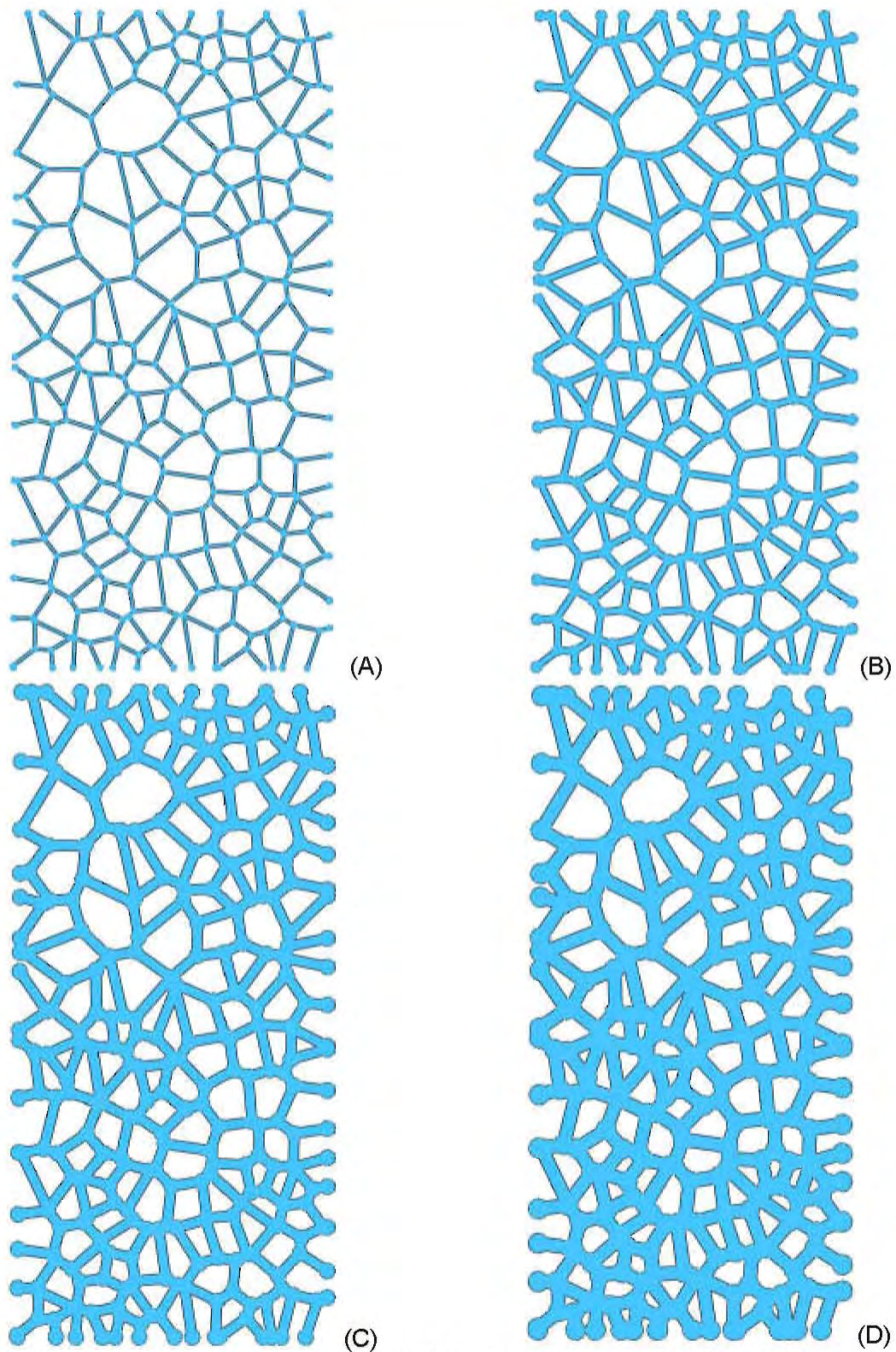


Figura 4.6 Modelos de hueso esponjoso femoral con variación del espesor trabecular:
(A) 0.16 mm, (B) 0.32 mm, (C) 0.54 mm, (D) 0.7 mm

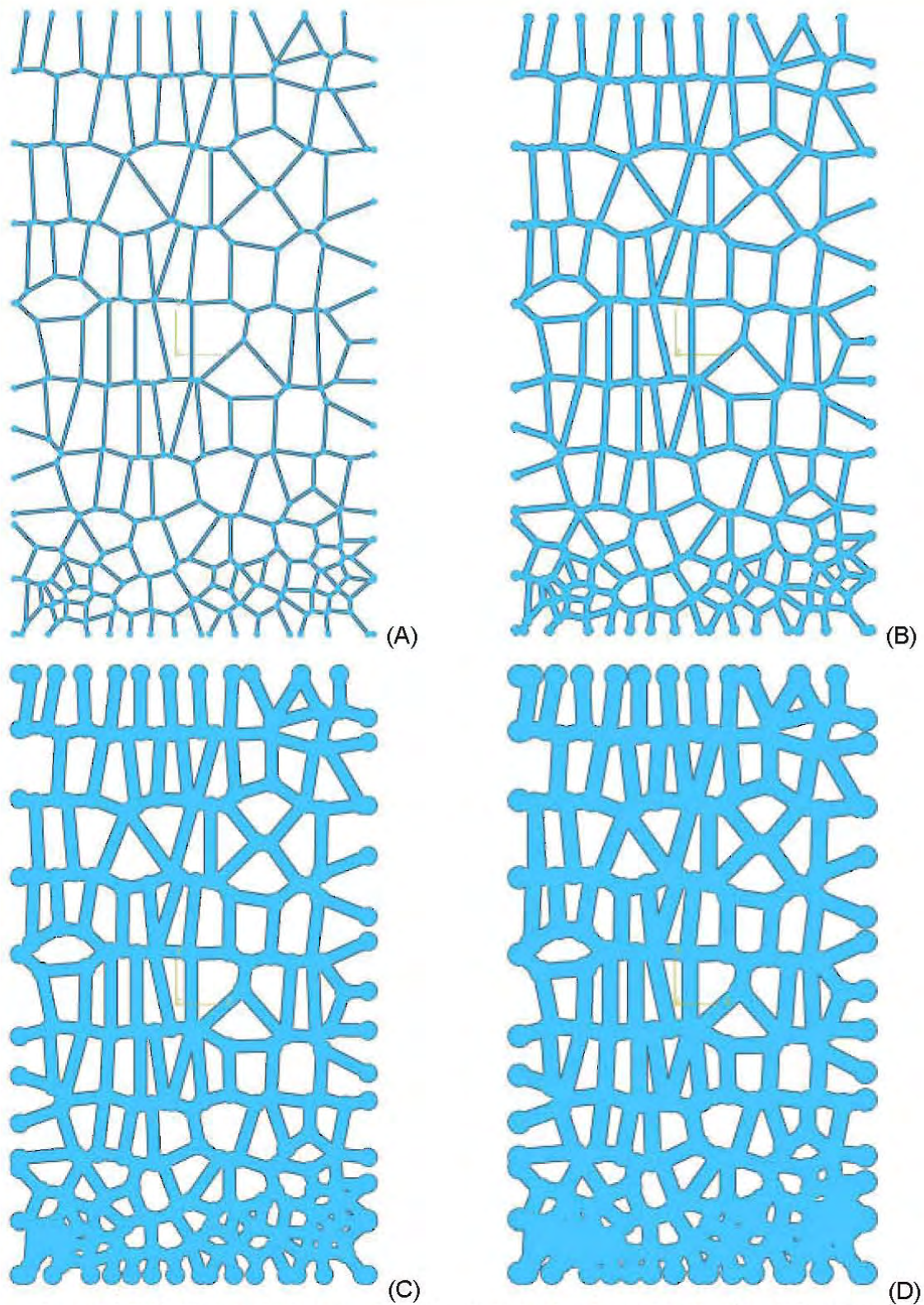


Figura 4.7 Modelos de hueso esponjoso vertebral con variación del espesor trabecular:

(A) 0.16 mm, (B) 0.32 mm, (C) 0.7 mm, (D) 0.9 mm

4.3 Análisis de resultados

Para cada uno de los modelos analizados se determinó el valor de esfuerzo máximo necesario para que la estructura colapsara. Se contó el número total de trabéculas presentes en las imágenes: 381 trabéculas para fémur mientras que para vértebra se cuantificaron 342. En el momento en el cual 36% de las trabéculas superaban un cierto nivel de esfuerzos se consideró que la estructura colapsaba, que para el caso del modelo (A) de fémur evidentemente es 5.5 MPa ya que se forzó a que así fuera. Para el modelo de fémur (B) aumentó la resistencia a 11 MPa, mientras que para el modelo (C) la resistencia fue de 16 MPa. Finalmente, para el modelo más denso (D) se tuvo un valor de resistencia máxima de 19 MPa, con lo que es evidente que el aumento en la fracción de área lleva a una estructura más resistente.

Se puede observar también en las imágenes que las trabéculas que se sobrecargan en los modelos en términos generales son las mismas. Esto muestra que la secuencia de falla de las estructuras sería igual, no importando la densidad trabécular, lo único que cambia de forma importante es la resistencia de la estructura.

En la *figura 4.8* se modificó la escala de colores para dar un mayor contraste teniendo las regiones oscuras como las que no han fallado mientras que las trabéculas en tonos claros son aquellas que ya superaron el esfuerzo máximo determinado para cada estructura.

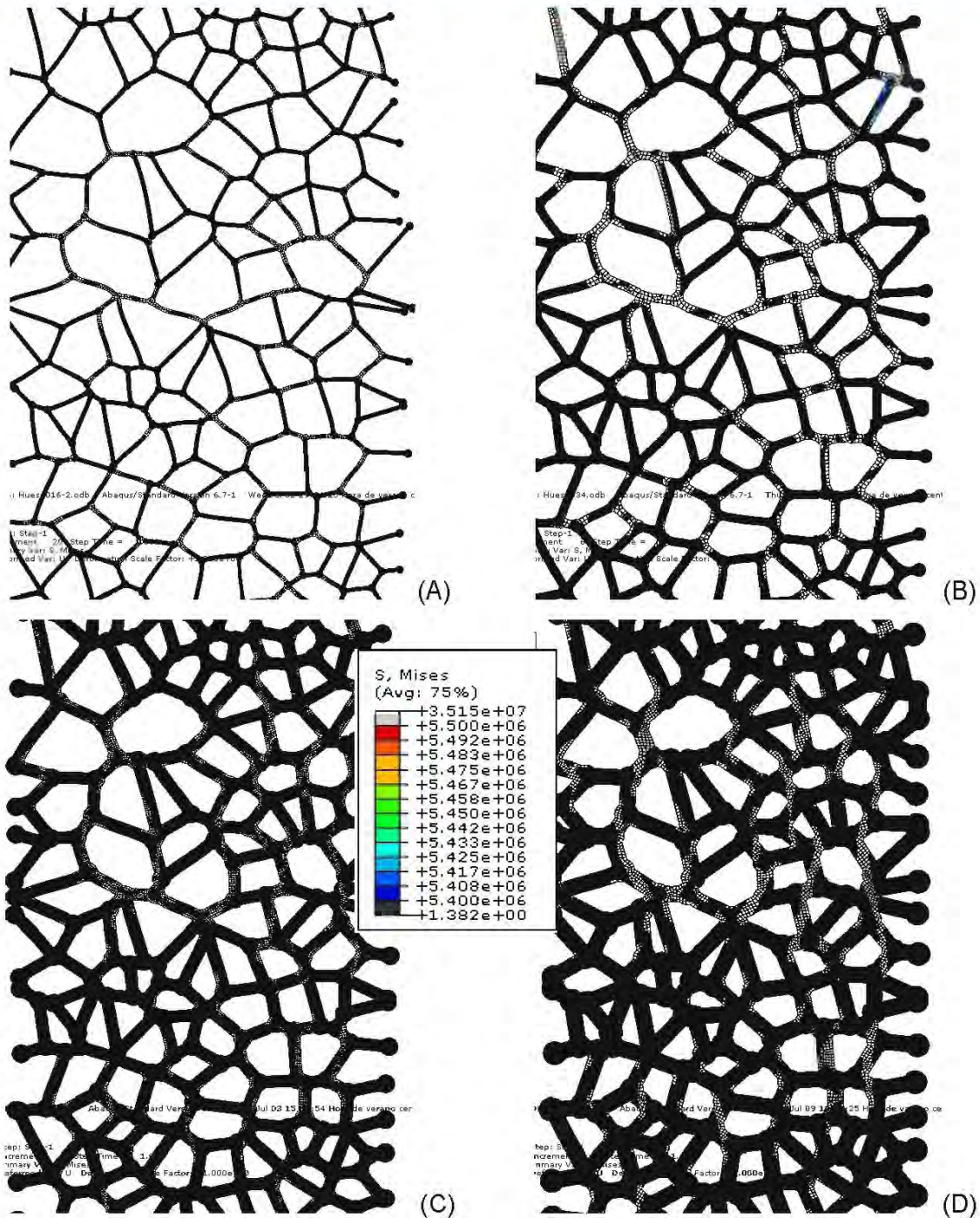


Figura 4.8 Nivel de esfuerzos en los modelos deformados de fémur.

Para comparar el desempeño estructural del hueso esponjoso del fémur y de vértebra, se llevó a cabo el mismo análisis para las estructuras de vértebra (figura 4.9). Para el modelo vertebral (A) se obtuvo una resistencia de 5.5 MPa . Es importante destacar que la estructura de vértebra presenta una menor cantidad

de trabéculas y una menor fracción de área que las muestras de fémur. Para el modelo (B) se tuvo una resistencia de 9.5 MPa, mientras que para el tercer modelo (C) una resistencia de 18 MPa y finalmente para el modelo 4 (D) se obtuvo un valor de 22 MPa.

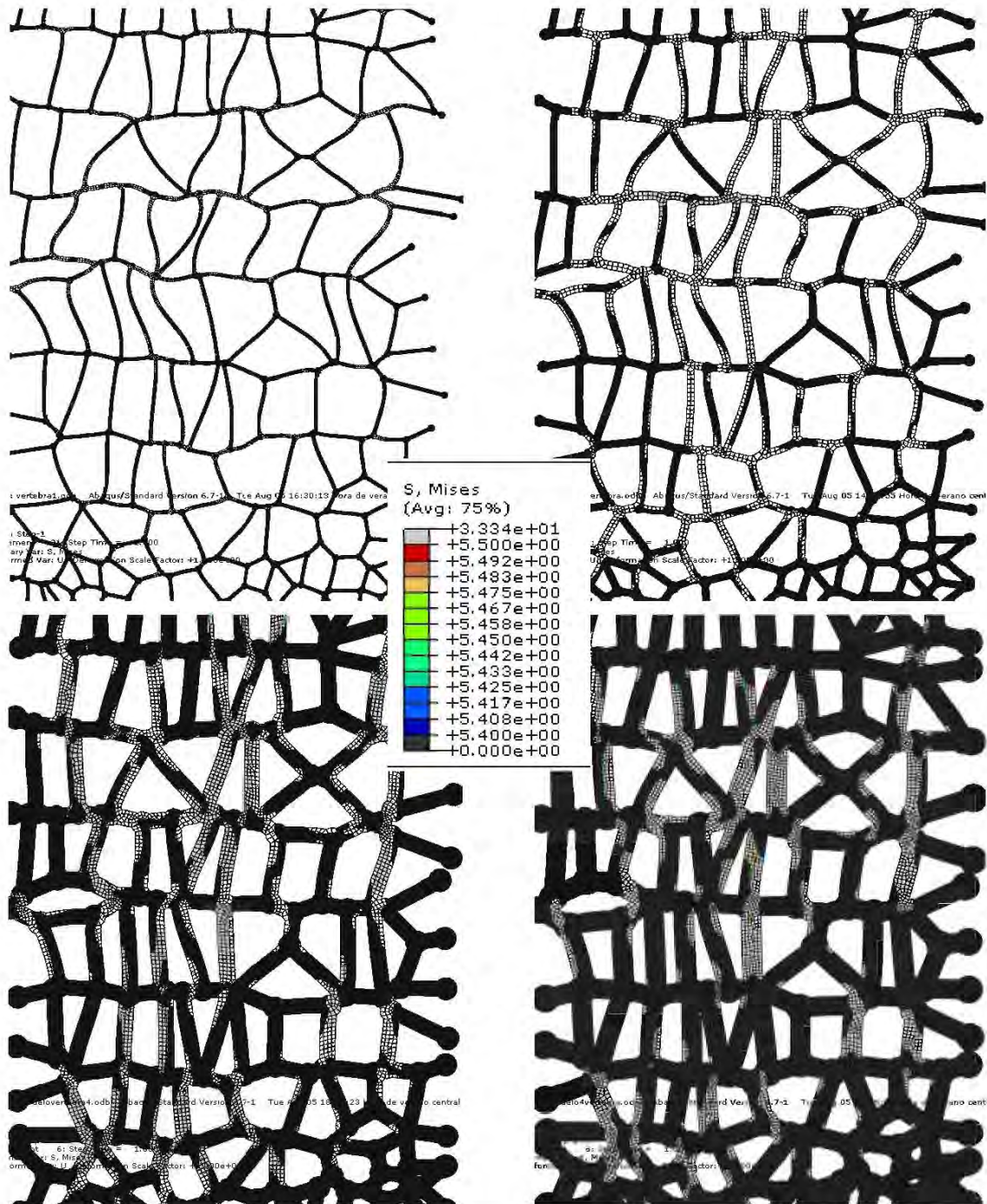
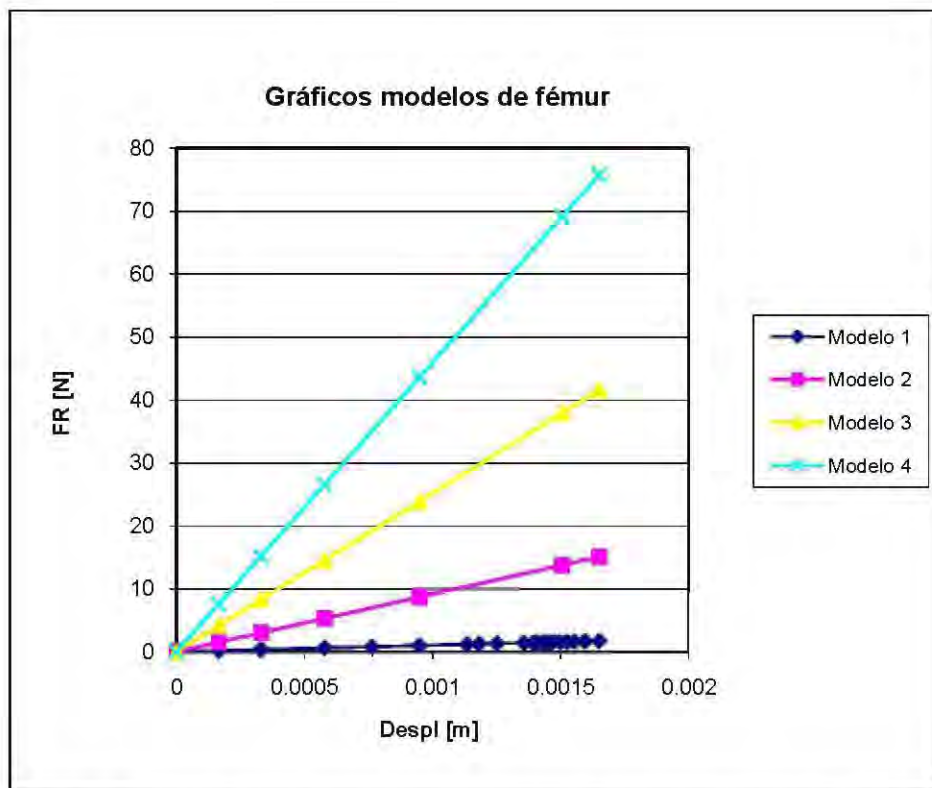


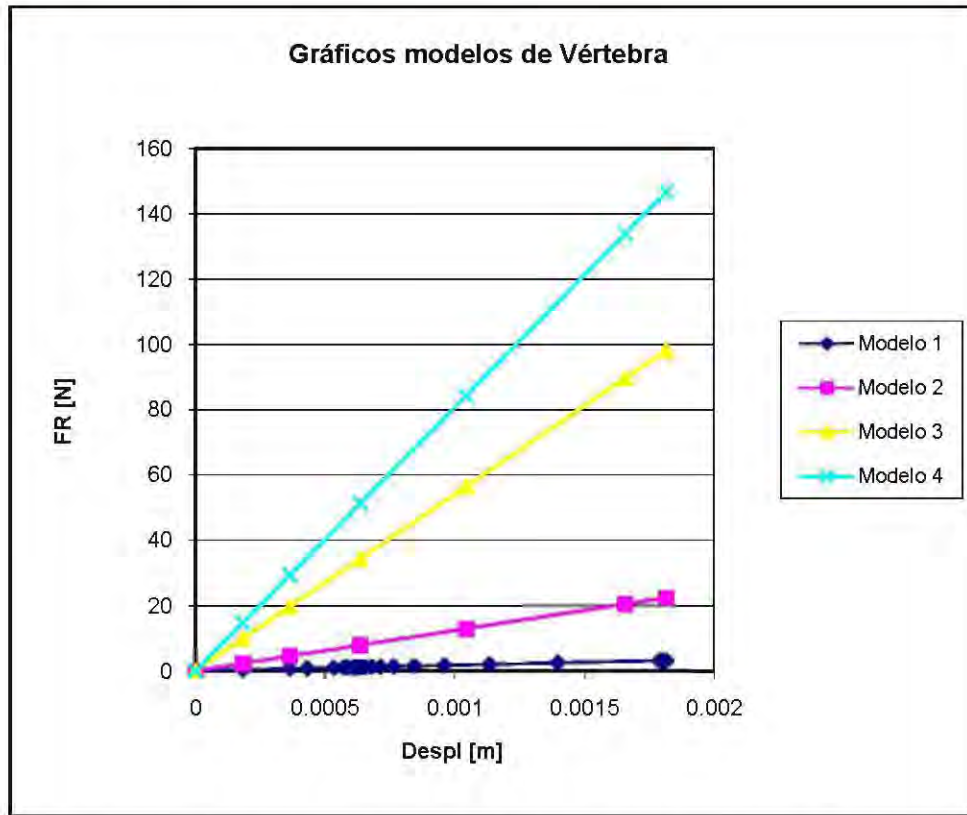
Figura 4.9 Nivel de esfuerzos en los modelos deformados de vértebra.

En los modelos de vértebra se repite el fenómeno observado en los de fémur, el patrón de falla es prácticamente el mismo, lo que muestra que las trabéculas que fallan son las mismas sin importar su espesor, lo que se modifica es el valor de su resistencia.

A continuación se reportan los resultados numéricos obtenidos de las simulaciones. En la *gráfica 4.1* se observa como varía la fuerza de reacción en la superficie de las muestras de fémur en función del desplazamiento vertical durante la simulación de la prueba de compresión por elemento finito. Para el modelo con mayor fracción de área se presenta la máxima reacción, como era de esperarse; mientras que en términos generales todas las curvas presentan un comportamiento lineal, el cual puede presentar pequeñas desviaciones debido a las condiciones de contacto. En la *gráfica 4.2* se observa el mismo comportamiento, con la diferencia que para vértebra se tienen valores de fuerza de reacción mayores que para fémur.

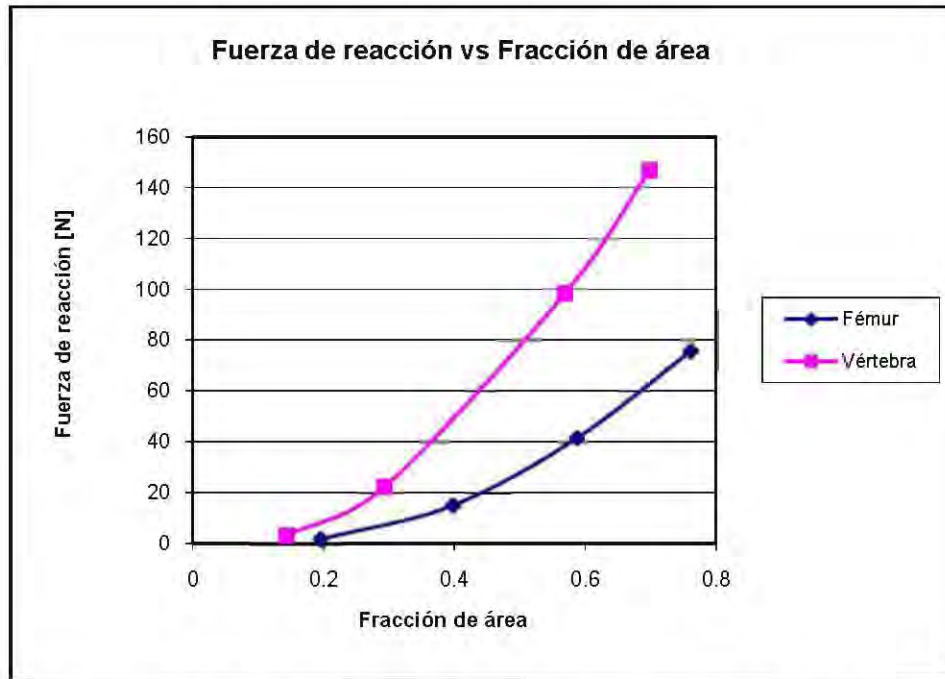


Gráfica 4.1 Fuerza de reacción sobre la superficie de los modelos de fémur.

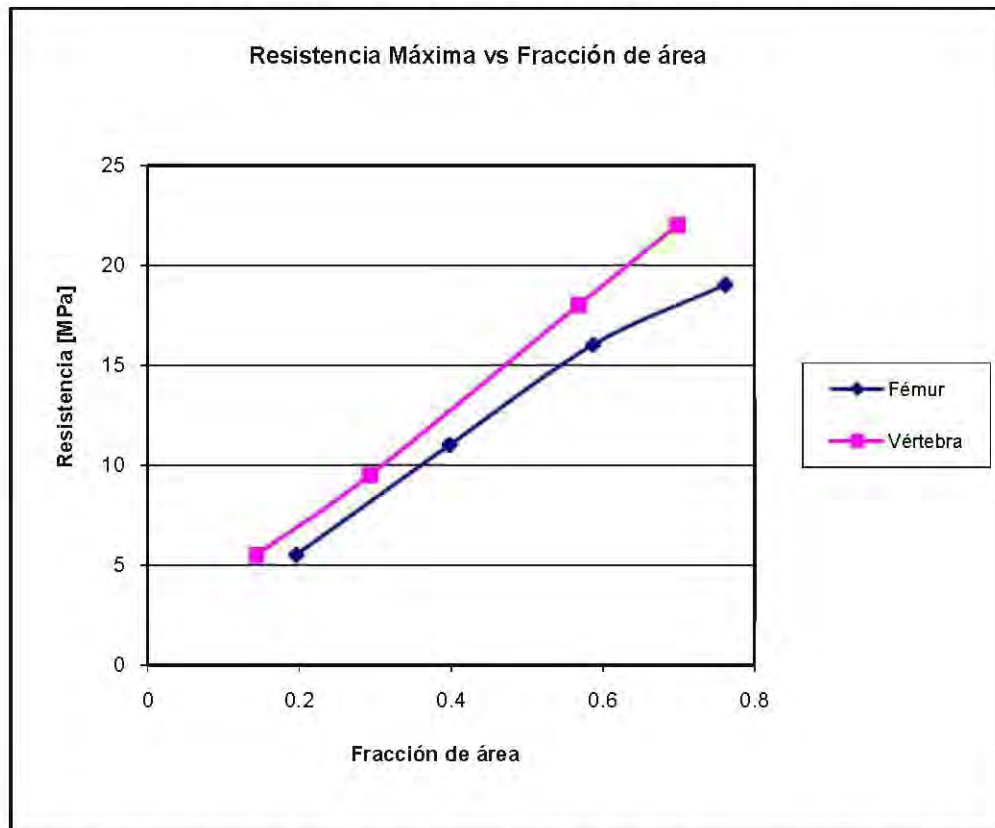


Gráfica 4.2 Fuerza de reacción sobre la superficie de los modelos de vértebra.

En las *gráficas 4.3 y 4.4* se observa que aún cuando todos los modelos de vértebra presentan una fracción de área menor en comparación a la de los modelos de fémur, tanto en la fuerza de reacción como en el valor de resistencia máxima sus curvas están por encima de los valores determinados para fémur. Esto quiere decir que si bien la fracción de área tiene efectos importantes en las propiedades de la estructura trabecular, también es muy importante la arquitectura.



Gráfica 4.3 Variación de la fuerza de reacción sobre la superficie de los modelos de vértebra y fémur respecto a la fracción de área [36].



Gráfica 4.4 Variación de la resistencia máxima de los modelos de vértebra y fémur respecto a la fracción de área [36].

4.4 Modelado de la pérdida de conectividad en el hueso esponjoso

Para modelar la segunda condición de falla por osteoporosis se utilizó la muestra de hueso vertebral con espesor de 0.9 mm y fracción de área del 56.84%, ya que es el modelo que mejor se aproxima a la estructura real.

Fue necesario modificar el script para que, después de generar la estructura total, también se eliminara un porcentaje determinado de trabéculas en forma aleatoria. Esto se consiguió utilizando nuevamente Mathematica® para generar una lista de números enteros aleatorios. El rango se especificó de acuerdo al número total de geometrías que reporta el programa de elemento finito que para el tercer modelo de vértebra es de 806 líneas.

El porcentaje de líneas a eliminar se estableció considerando que la mayor cantidad de masa ósea se pierde en los primeros 5 años de la postmenopausia. La pérdida ósea normal es de alrededor del 1% por año, sin embargo, algunos pacientes presentan tasas de pérdida mucho más severas del 2 al 5% anuales [7]. Entonces, de acuerdo a estos datos, una forma de estudiar el efecto acumulado de la pérdida ósea es eliminando el 2% de trabéculas (17 líneas) durante 4 años de postmenopausia. De ésta forma, la pérdida ósea acumulada hasta al cuarto año sería del 8% (65 líneas).

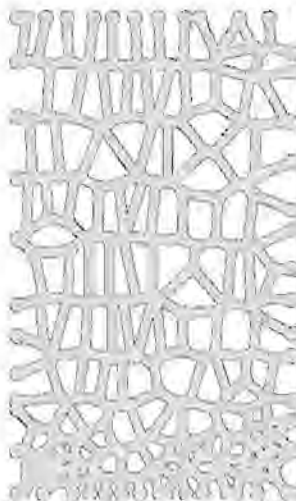
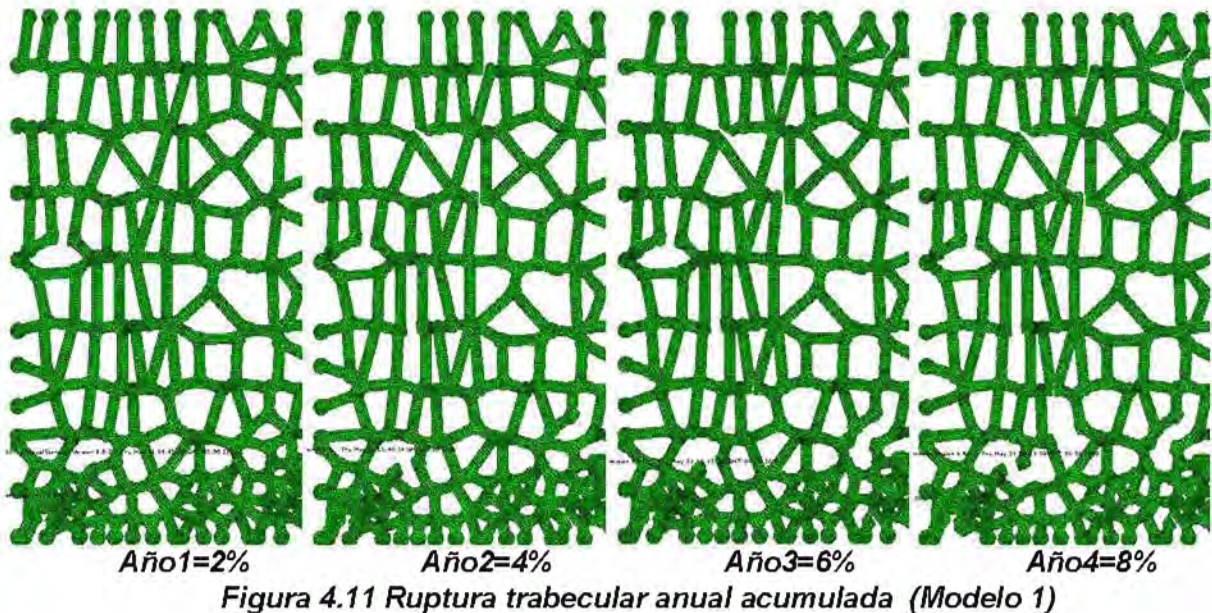


Figura 4.10 Modelo de hueso trabecular “sano”

Se generaron 4 listas de números aleatorios para el modelo 1 y en la *figura 4.11* se aprecia el deterioro que sufre la estructura de hueso trabecular en los primeros años de postmenopausia.



Para representar el efecto de pérdida acumulada se consideró una lista que contenía todos los elementos geométricos de la estructura inicial (sin osteoporosis). Después se generó una primera lista de 17 elementos aleatorios (2%). A éstas 2 listas se les aplicó una función complemento y los elementos de la nueva lista se utilizaron para generar la estructura del año 1. La lista resultante se utiliza nuevamente pero ahora ocupando la posición de la estructura inicial y se repite el ciclo hasta eliminar un total de 68 elementos (8%) en la estructura del año 4.

Para realizar una comparación entre los modelos que se pueden estudiar para diferentes listas de elementos aleatorios, se generaron otras 4 listas, nuevamente a partir de la estructura ósea “sana”. De ésta forma se generan nuevas estructuras (*figura 4.12*) en las cuales los nuevos elementos eliminados no coinciden necesariamente con los del caso 1. Al igual que en el modelado previo,

se estudiaron las diferencias en los patrones de falla así como la variación de la fuerza de reacción en función de la fracción de área.

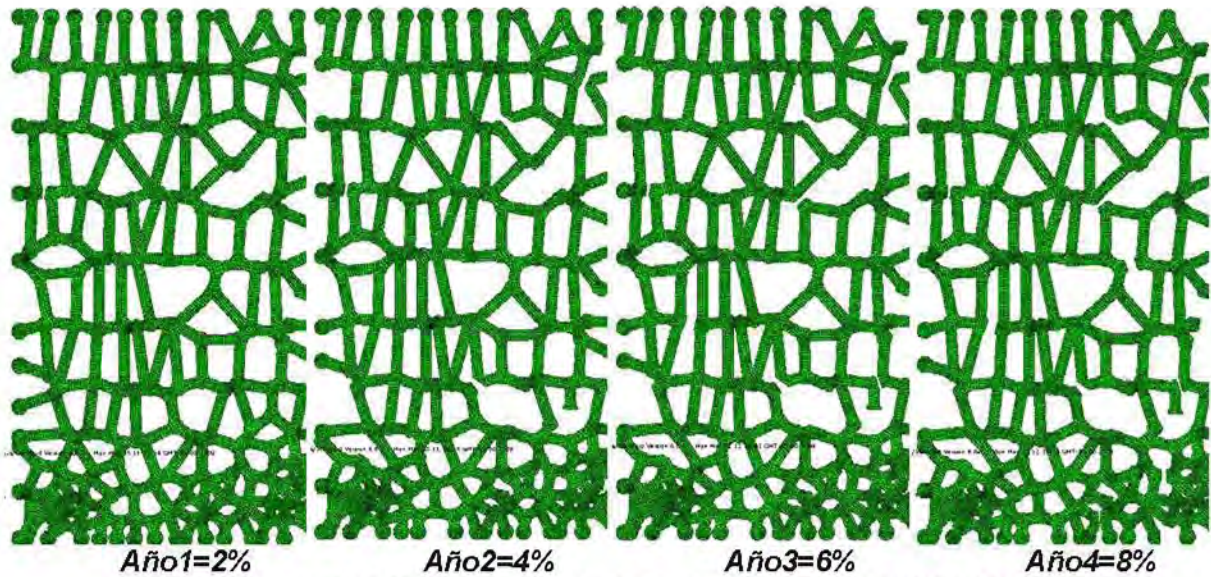


Figura 4.12 Ruptura trabecular anual acumulada (Modelo 2)

El número de líneas que se eliminaron y las fracciones de área finales para los modelos se muestran en las *tablas 4.3 y 4.4*. Se aprecia que las fracciones de área no coinciden aun cuando el número de líneas eliminadas es el mismo; esto debido a que algunas de las trabéculas generan una región muy pequeña y su contribución al área final es casi nulo.

Tabla 4.3 Características geométricas modelo 1

Modelo	% de trabéculas que se pierden anualmente	# de líneas eliminadas	% frA
1	2	17	56.8
2	4	34	55.6
3	6	51	55.4
4	8	68	54.9

Tabla 4.4 Características geométricas modelo 2

Modelo	% de trabéculas que se pierden anualmente	# de líneas eliminadas	% frA
1	2	17	56.7
2	4	34	55.1
3	6	51	54.4
4	8	68	53.9

También se presentan los estados de esfuerzos para ambos modelos (figuras 4.13 y 4.14) que sirven para estudiar y comparar los patrones de transmisión de carga. En el caso del modelo 1 se observa que los patrones de carga se transmiten de forma más eficiente a la región del empotramiento por lo cual la variación en la fuerza de reacción no es tan drástica como en el modelo 2, que en los primeros años presenta una reducción en su resistencia estructural muy marcada.

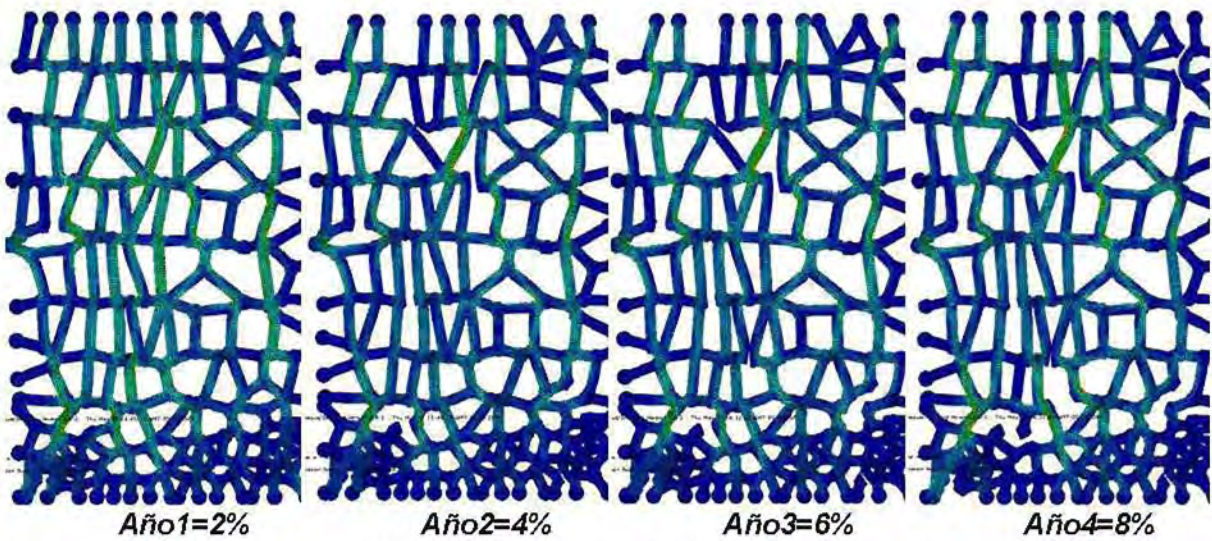


Figura 4.13 Patrones de carga (Modelo 1)

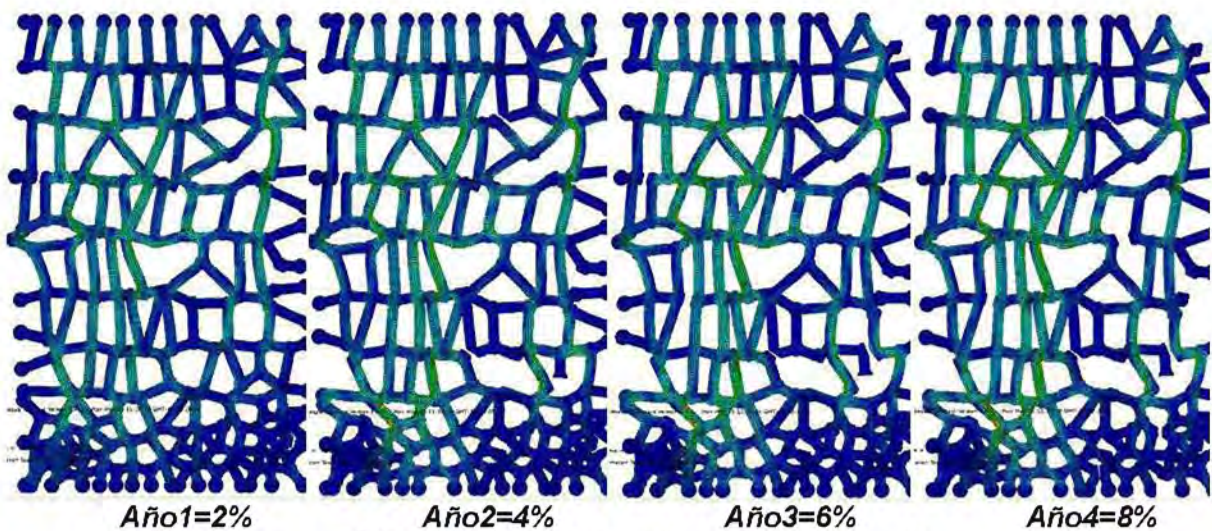
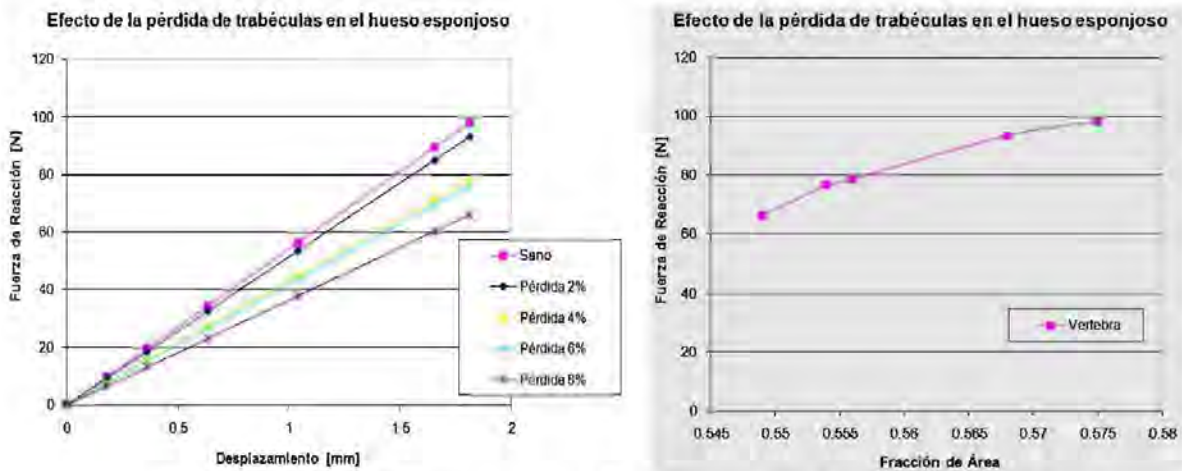


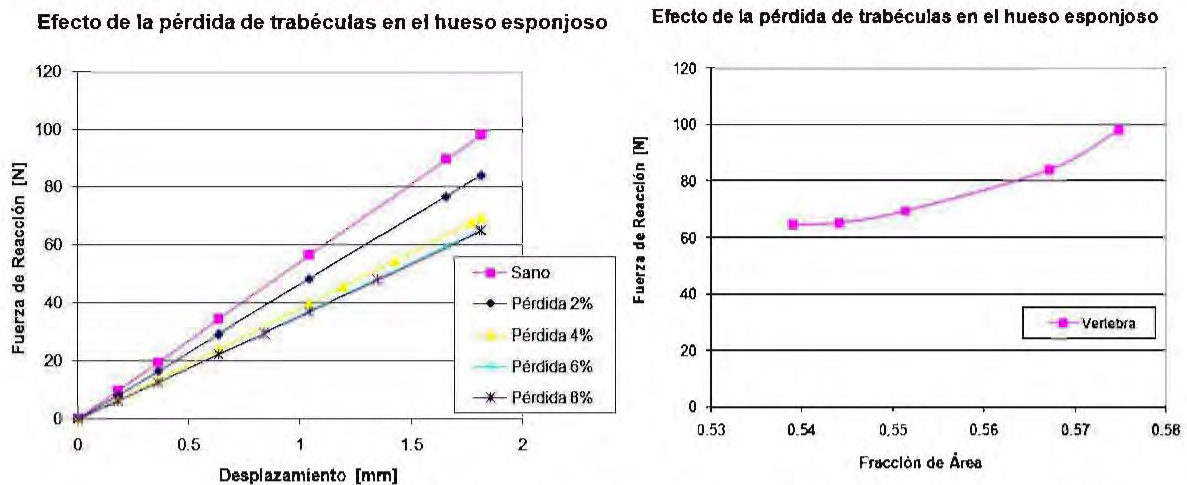
Figura 4.14 Patrones de carga (Modelo 2)

Finalmente, de la misma forma que en los modelos con reducción de espesor trabecular, se presentan los gráficos de fuerzas de reacción como función del desplazamiento y de la fracción de área. En la *gráfica 4.5* se observa que la pérdida del 2% del primer año no afecta de forma significativa el comportamiento mecánico del modelo 1, sin embargo para el año 2 la pérdida de conectividad elimina regiones más grandes con lo cual la fracción de área disminuye notablemente afectando la resistencia estructural.

Por lo contrario, en el modelo 2 la fracción de área tiene su reducción más grande en los primeros 2 años aunque al final ambos modelos alcanzan valores de fuerza de reacción muy similares (*gráfica 4.6*).



Gráfica 4.5 Fuerzas de reacción vs. Fracción de área (Modelo 1) [36]



Gráfica 4.6 Fuerzas de reacción vs. Fracción de área (Modelo 2) [36]

Finalmente, se presentan 2 estructuras con una eliminación de elementos muy elevada (49%) en las cuales ya se encuentran regiones aisladas que no participarían en la transmisión de carga al realizar un modelo de ensayo de compresión (figura 4.15).

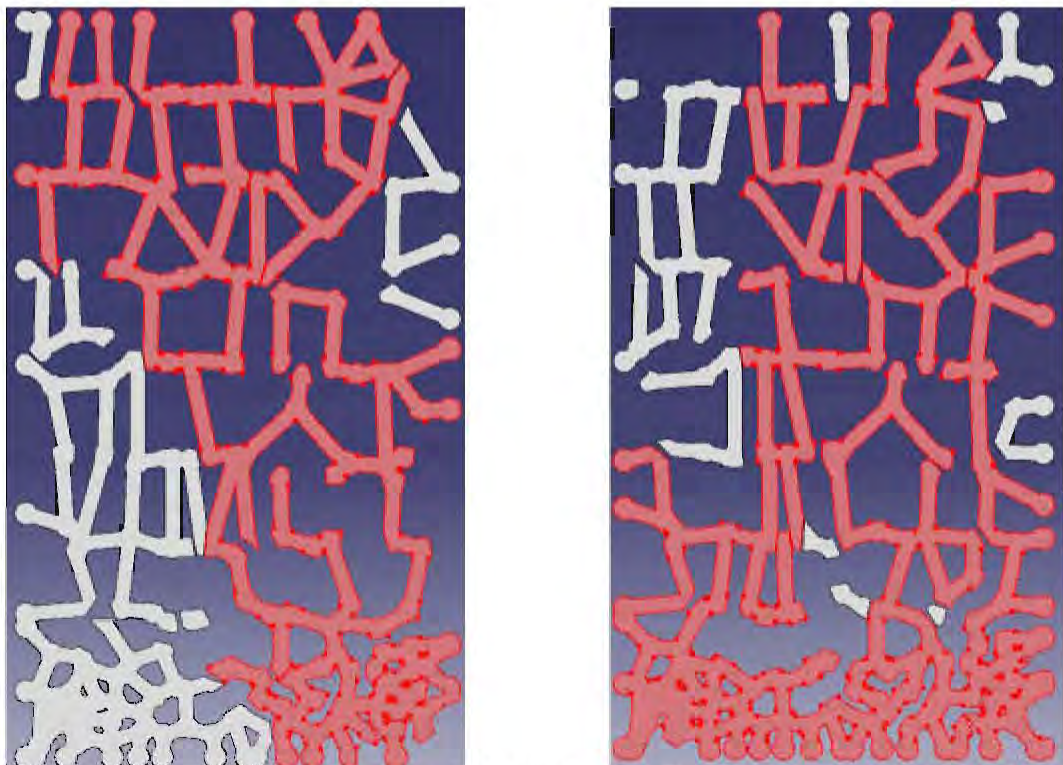


Figura 4.15 Estructuras con pérdida elemental del 49%. Las zonas en gris se encuentran separadas por completo de la estructura

Conclusiones

La construcción de estructuras de Voronoi requiere tiempos elevados al realizarse en forma manual, sin embargo, la generación de scripts que aprovechan las capacidades incluidas en los paquetes de análisis por elemento finito, reduce significativamente la carga de trabajo y permite una mayor variedad de modelos para la comparación de resultados. Es evidente que al aumentar la capacidad del equipo de cómputo, el tiempo de generación disminuye considerablemente.

Los modelos paramétricos permiten un estudio más versátil al considerar que las afectaciones del tejido óseo pueden ser representadas mediante espesores trabeculares variables en zonas perfectamente delimitadas.

Los modelos bidimensionales de Voronoi han demostrado que pueden reproducir distintas estructuras trabeculares respetando su orientación.

Se observa que la secuencia de falla de las estructuras trabeculares depende directamente de su arquitectura ya que al variar la fracción de área (densidad superficial), la fractura se presenta prácticamente en las mismas trabéculas, lo que permite afirmar que la densidad no es el único factor importante a considerar durante la caracterización mecánica del hueso esponjoso, sino que también es necesario tomar en cuenta su arquitectura trabecular.

Es notable la orientación preferencial de la estructura trabecular obtenida de la muestra de hueso vertebral, lo que originó fracciones de área menores a las analizadas para la muestra de fémur, pero su resistencia mecánica fue mayor. Con lo anterior se demuestra que si bien la densidad es un parámetro muy importante en la resistencia del hueso, la arquitectura también lo es, por lo que el analizar las estructuras solo en función de su densidad como se realiza médicamente, es una evaluación incompleta.

Conclusiones

Cabe mencionar que en los modelos aquí planteados se despreció el efecto de autocontacto considerando condiciones sin fricción y que los resultados se podrían ver modificados si en lugar de esto se hubiera considerado un coeficiente de fricción entre las trabéculas.

Para el modelado de la pérdida de conectividad se encontró que en el primer caso analizado, se presenta una reducción en la fuerza de reacción del 32.7%, para una disminución en la cantidad de trabéculas del 8%. Por otro lado, para el mismo porcentaje de reducción se encontró que para el segundo caso se tuvo una reducción en la fuerza de reacción del 33.9 % lo que podría dar a entender que no importa que trabéculas son eliminadas y que debe considerarse solo la cantidad. Pero la realidad es muy diferente y eso se observa en el comportamiento de las curvas de fuerza de reacción contra fracción de área, que son muy distintas para cada modelo y esto demuestra la importancia que tiene la variación de la arquitectura trabécular durante los procesos de resorción.

En el caso de los modelos que sufrieron una variación en el tamaño de espesor se observa una clara disminución en la fuerza de reacción para los que presentan espesores menores. Según la curva encontrada para un modelo con esa misma estructura pero con una fracción de área del 44.5% se tiene una fuerza de reacción de 52.8 N, mientras que para el modelo al que se le eliminaron trabéculas para la misma fracción de área se observa que la conectividad se pierde casi por completo por lo que la fuerza de reacción tiende a cero. Lo anterior demuestra que la pérdida de conectividad tiene un efecto mucho más severo sobre las propiedades mecánicas de hueso en comparación con la disminución de espesor.

Finalmente también se concluye, a partir de los patrones de carga, que la disminución de espesor no los afecta y que por lo tanto la secuencia de falla es la misma, mientras que la pérdida de conectividad cambia por completo los patrones de carga.

Anexos

- Anexo 1** Artículos presentados en Congresos producto de este trabajo
- Anexo 2** Script para generar estructuras Voronoi bidimensionales con dimensiones constantes y distribución homogénea (espesor y radio de unión trabecular)
- Anexo 3** Script para generar estructuras Voronoi bidimensionales con dimensiones variables y distribución heterogénea (espesor y radio de unión trabecular)

ANEXO 1

Artículos presentados en Congresos producto de este trabajo

MEMORIAS DEL XV CONGRESO INTERNACIONAL ANUAL DE LA SOMIM
23 al 25 DE SEPTIEMBRE, 2009 CD. OBREGÓN, SONORA. MÉXICO

A4_192

ESTUDIO DEL EFECTO DE LA PÉRDIDA TRABECULAR EN MODELOS DE HUESO ESPONJOSO

Osvaldo Ruiz C., Armando Ortiz P., Edgar Isaac Ramírez D., Víctor Hugo Jacobo A.
Unidad de Investigación y Asistencia Técnica en Materiales, Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional Autónoma de México
Circuito exterior de Ciudad Universitaria, Coyoacán, C.P. 04510, D. F., México
Tel. 5622-80-57, Fax 5622-80-58
ocervantes@prodigy.net.mx, armandoo@servidor.unam.mx, edgarisaac10@servidor.unam.mx,
vicjacobo@yahoo.com.mx

RESUMEN

La osteoporosis es una condición que se caracteriza por la disminución de la masa ósea y el deterioro microestructural del tejido. Esto conlleva a un marcado estado de fragilidad en los huesos y en consecuencia al incremento de riesgo de fractura.

El presente estudio se basa en las dos condiciones fundamentales que permiten representar la presencia de osteoporosis en muestras de tejido óseo:

- disminución gradual del espesor trabecular,
- pérdida de conectividad trabecular

Se utilizan modelos bidimensionales de elemento finito para estudiar el efecto individual de cada una de las condiciones considerando el cambio en las fuerzas de reacción y resistencia al variar la fracción de área. Se presentan los resultados numéricos y los patrones de transmisión de carga de ambos casos.

Se demuestra que el efecto de la pérdida de conectividad es mucho más severo que el producido por la disminución del espesor trabecular.

PALABRAS CLAVE

Hueso esponjoso, osteoporosis, estructuras de Voronoi, modelos de hueso

ABSTRACT

The osteoporosis is an illness that is characterized by the bone mass decreasing and the tissue microstructural damage. This causes bone fragility and an increasing on the fracture risk.

This paper is based in two fundamental conditions that allow us to represent the osteoporosis in bone specimen:

- *Gradual trabecular thickness decreasing.*
- *Lost of trabecular connectivity.*

We used finite element bidimensional models to study the effect of each of the previous conditions on the trabecular structure, considering the variation on the reaction forces and the strength with the fraction area. It is presented the numerical results and the load transmissions patterns.

It is demonstrated that the connectivity lost effect is much severe than the trabecular thickness decreasing.

KEYWORDS

Cancelous bone, osteoporosis, Voronoi's structure, bone modelling

1. INTRODUCCIÓN

Osteoporosis

Los huesos crecen durante las primeras dos décadas de vida principalmente durante la adolescencia y después sigue un proceso de consolidación. El valor

máximo de masa ósea se alcanza cerca de los 35 años para hueso cortical y un poco antes para hueso trabecular [1]. Como consecuencia, se puede concluir que la masa ósea disminuye con la edad (figura 1). Este es un fenómeno universal que



INSTITUTO TECNOLÓGICO
de saltillo



ARTÍCULO 5

**ANÁLISIS MEDIANTE PAQUETERÍA DE ELEMENTO FINITO
DEL EFECTO DE LA ARQUITECTURA Y DE LA DENSIDAD
TRABECULAR EN LAS PROPIEDADES MECÁNICAS
DE HUESO FEMORAL Y VERTEBRAL**

*Oswaldo Ruiz C., Edgar Isaac Ramírez D.,
Armando Ortiz P., Víctor Hugo Jacobo A.*

DEPARTAMENTO DE MANUFACTURA Y MATERIALES DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA,
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

SALTILLO, COAHUILA 22, 23 Y 24 DE OCTUBRE DEL 2008.

**ANÁLISIS MEDIANTE PAQUETERÍA DE ELEMENTO FINITO DEL EFECTO DE LA
ARQUITECTURA Y DE LA DENSIDAD TRABECULAR EN LAS PROPIEDADES
MECÁNICAS DE HUESO FEMORAL Y VERTEBRAL**

Oswaldo Ruiz C., Edgar Isaac Ramírez D., Armando Ortiz P., Victor Hugo Jacobo A.
Departamento de Manufactura y Materiales de la Facultad de Ingeniería,
Universidad Nacional Autónoma de México
Círculo exterior de Ciudad Universitaria, Coyoacán, C.P. 04510, México, D.F.
Tel. 5622-80-57, Fax 5622-80-58

orcervantes@prodigy.net.mx, isaac10@servidor.unam.mx, armando@servidor.unam.mx, [vjacob@hotmail.com](mailto:vjacobo@hotmail.com)

RESUMEN

La reducción en el espesor trabecular asociada al proceso de envejecimiento de hueso esponjoso es un tema que se ha tratado en varios artículos, aunque a la fecha continua sin definirse la relación que existe entre esta disminución y las propiedades mecánicas.

Tomando como referencia la propuesta de que el colapso en hueso esponjoso ocurre cuando la ruptura de trabeculas alcanza un porcentaje determinado, en este trabajo se presentan modelos bidimensionales de hueso femoral y vertebral sometidos a carga uniaxial y se estudia su comportamiento mecánico al variar el espesor trabecular homogéneamente lo que se aprecia como un cambio en su fracción de área.

Con la implementación de scripts que agilizan la construcción de modelos es posible variar la fracción de área para una misma probeta en tiempos de cómputo relativamente cortos. Esto se logra estableciendo un límite superior en las dimensiones trabeculares obtenidas mediante los promedios de las observaciones realizadas en el microscopio óptico y definiéndolas como un valor constante al inicio de cada código Python®.

Como resultados se reportan gráficas que relacionan el esfuerzo máximo y la fracción de área. También se muestran los niveles de esfuerzos en la probeta identificando direcciones preferenciales de transmisión de carga. Esto permite la comparación cualitativa a nivel visual de las estructuras y cuantitativa mediante la obtención de las fuerzas de reacción.

ABSTRACT

The reduction in trabecular thickness associate to the process of aging of cancellous bone is a subject that has treated in several papers, although not yet is defining the relation that exists between this decreasing and his mechanical properties.

GENERACIÓN DE MODELOS PARÁMETRICOS DE HUESO ESPONJOSO UTILIZANDO ESTRUCTURAS DE VORONOI

Orvaldo Ruiz C., Armando Ortiz P., Edgar Isaac Ramírez D., Víctor Hugo Jacobo A.
Departamento de Manufactura y Materiales de la Facultad de Ingeniería,
Universidad Nacional Autónoma de México
Circuito exterior de Ciudad Universitaria, Coyoacán, C.P. 045 10, México, D.F.
Tel. 5622-80-57, Fax 5622-80-58
E-mail: orcervantes@prodigy.net.mx, armandoo@servidor.unam.mx

RESUMEN

Las estructuras de Voronoi se han utilizado para representar al tejido esponjoso como un arreglo de barras que se asocian a la distribución trabecular. En investigaciones anteriores se han implementado modelos en 2D cuyo espesor trabecular permanece constante y en forma de alambres [Gibson, 1997]. En busca de aproximar estos modelos a la estructura real, se ha propuesto aumentar la sección trabecular [Ramírez, 2007], como un promedio de las mediciones obtenidas en imágenes de microscopía óptica para que de esta forma se puedan obtener superficies en lugar de alambres.

En este trabajo se obtiene un modelo que se aproxima a la estructura trabecular cuando los espesores trabeculares son paramétricos, consideración que permite representar algunas afectaciones del tejido óseo como la osteoporosis, que macroscópicamente se observa como una disminución en las propiedades mecánicas.

Los modelos obtenidos mediante esta metodología permitirán estudiar el comportamiento del hueso esponjoso al variar la fracción de área.

PALABRAS CLAVE

Elemento finito, modelos paramétricos, hueso esponjoso, estructura Voronoi

ABSTRACT

The structures of Voronoi have been used to represent the cancellous bone as an array of bars that are associated to the trabecular distribution. In previous investigations models in 2D have been implemented whose trabecular thickness remains constant and with wires shape [Gibson, 1997]. To approximating these models to the real structure has set out to increase the trabecular transversal section [Ramírez, 2007] like an average of the measurements obtained in images of optical microscopy so that from this form surfaces instead of wires can be obtained.

In this paper it's introduced a model that comes close to the trabecular structure when the thicknesses are parametric consideration that allows to represent some affectations of the bone like the osteoporosis that macroscopically is observed in a diminution of the mechanical properties.

The models obtained, will allow to study the cancellous bone behavior when varying the fraction of area.

KEYWORDS

Finite element, parametric models, cancellous bone, Voronoi structure

INTRODUCCIÓN

Las estructuras de Voronoi son una herramienta que permite discretizaciones en 2D y 3D, que pueden utilizarse en la representación de materiales celulares como lo es el hueso esponjoso (Figura 1)

La geometría básica en 2D son arreglos de líneas (Figura 2) que se forman a partir de distribuciones de puntos generados aleatoriamente [Kim, 2005].

Cuando se genera una estructura de este tipo, es complicado asociarla a muestras de hueso esponjoso real, debido a que el espesor trabecular es un factor muy importante para su estudio [Gibson, 1997].

En trabajos previos, se han utilizado imágenes de microscopía óptica para obtener un mosaico asociado a cortes transversales de muestras de hueso esponjoso (Figura 3)

ANEXO 2

Script para generar estructuras Voronoi bidimensionales con dimensiones constantes y distribución homogénea (espesor y radio de unión trabecular)

```
"""
Estructura Voronoi.py
"""

from part import *
from material import *
from section import *
from assembly import *
from step import *
from interaction import *
from load import *
from mesh import *
from job import *
from sketch import *
from visualization import *
from connectorBehavior import *

from Numeric import*
from abaqus import*
from abaqusConstants import*
from math import*
from random import*
from abaqus import backwardCompatibility
import sketch
import part
import partition
import random
import array

backwardCompatibility.setValues(reportDeprecated=False)

r1=
l1=

print''
print'-----'
print'Estructura Voronoi Diseñada por O. Ruiz'
print'-----'
print''

print'-Creacion de la Estructura Voronoi -'
myModel=mdb.Model(name='Estructura Voronoi')
Nom='Estructura Voronoi'

mySketch=myModel.Sketch(name='Estructura Voronoi',sheetSize=)

vvts=
```

```
vrel=

for i in range(len(vrel)):
    lsln=vrel[i][1]
#    print lsln
#    print len(vvts)
    for j in range(len(lsln)):
        mySketch.Line(point1=vvts[lsln[j]-1]-
1],point2=vvts[lsln[j]-1])

#for i in range(len(vvts)):
#    mySketch.Spot(point=vvts[i])

for i in range(,):
    mySketch.CircleByCenterPerimeter(center=raduni[i],point1
=(raduni[i][0]+r1,raduni[i][1]))

for i in range(,):
    mySketch.CircleByCenterPerimeter(center=raduni[i],point1
=(raduni[i][0]+r2,raduni[i][1]))

for i in range(,):
    mySketch.CircleByCenterPerimeter(center=raduni[i],point1
=(raduni[i][0]+r3,raduni[i][1]))

i=1
while i<:
    try:
        mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].offset(distance=l1,
objectList=(
            mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].geometry[i], ),
side=RIGHT)
        mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].offset(distance=l1,
objectList=(
            mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].geometry[i], ),
side=LEFT)
        mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].delete(objectList=(
            mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].geometry[i], ))
        i=i+1
```

```
except:
    i=i+1

mdb.models['Estructura Voronoi'].convertAllSketches()

print''

mdb.saveAs(pathName='C:\ABAQUS_OSVALDO\')
```


ANEXO 3

Script para generar estructuras Voronoi bidimensionales con dimensiones variables y distribución heterogénea (espesor y radio de unión trabecular)

```
"""
Estructura Voronoi.py
"""

from part import *
from material import *
from section import *
from assembly import *
from step import *
from interaction import *
from load import *
from mesh import *
from job import *
from sketch import *
from visualization import *
from connectorBehavior import *

from Numeric import*
from abaqus import*
from abaqusConstants import*
from math import*
from random import*
from abaqus import backwardCompatibility
import sketch
import part
import partition
import random
import array

backwardCompatibility.setValues(reportDeprecated=False)

d1=0.1
d2=0.01
d3=0.03
d4=0.05

print''
print'-----'
print'Estructura Voronoi Diseñada por O. Ruiz'
print'-----'
print''

print'-Creacion de la Estructura Voronoi -'
myModel=mdb.Model(name='Estructura Voronoi')
Nom='Estructura Voronoi'
mySketch=myModel.Sketch(name='Estructura Voronoi',sheetSize=)
```

```

vvts=
vrel=

for i in range(len(vrel)):
    lsln=vrel[i][1]
#    print lsln
#    print len(lsln)
    for j in range(len(lsln)):
        mySketch.Line(point1=vvts[lsln[j]-1]-
1],point2=vvts[lsln[j]-1])

#for i in range(len(vvts)):
#    mySketch.Spot(point=vvts[i])

i=
while i<:
    try:
        mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].offset(distance=d2,
objectList=(
            mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].geometry[i], ),
side=RIGHT)
        mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].offset(distance=d2,
objectList=(
            mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].geometry[i], ),
side=LEFT)
        mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].delete(objectList=(
            mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].geometry[i], ))
        i=i+1
    except:
        i=i+1

i=
while i<:
    try:
        mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].offset(distance=d3,
objectList=(
            mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].geometry[i], ),
side=RIGHT)

```

```

        mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].offset(distance=d3,
objectList=(
            mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].geometry[i], ),
side=LEFT)
        mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].delete(objectList=(
            mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].geometry[i], ))
        i=i+1
    except:
        i=i+1

i=
while i<:
    try:
        mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].offset(distance=d4,
objectList=(
            mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].geometry[i], ),
side=RIGHT)
        mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].offset(distance=d4,
objectList=(
            mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].geometry[i], ),
side=LEFT)
        mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].delete(objectList=(
            mdb.models['Estructura
Voronoi'].sketches['Estructura Voronoi'].geometry[i], ))
        i=i+1
    except:
        i=i+1

for i in range(len(vvts)):
    mySketch.CircleByCenterPerimeter(center=vvts[i],point1=(
vvts[i][0]+d1,vvts[i][1]))

mdb.models['Estructura Voronoi'].convertAllSketches()
print''
mdb.saveAs(pathName='C:\ABAQUS_OSVALDO\'

```


Obras de consulta

- [1] T. M. Keaveny, *et al.*, "Biomechanics of trabecular bone," *Annu Rev Biomed Eng*, vol. 3, pp. 307-33, 2001.
- [2] L. J. Gibson, "The mechanical behaviour of cancellous bone," *J Biomech*, vol. 18, pp. 317-28, 1985.
- [3] E. I. Ramírez, "Desarrollo de un modelo micromecánico para la predicción de las propiedades de hueso mediante paquetería de elemento finito," Licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, 2007.
- [4] L. J. Gibson and M. F. Ashby, *Cellular solids : structure and properties*, 2da ed. Cambridge; New York: Cambridge University Press, 1997.
- [5] S. Cowin, *Bone mechanics handbook*, 2da ed. Boca Raton, FL: CRC Press, 2001.
- [6] M. Rutherford. (2008, 07/10/2010). *New honeycomb tire is bulletproof*. Available: http://news.cnet.com/8301-13639_3-10098240-42.html
- [7] N. Schutze, *et al.*, "Differential expression of CCN-family members in primary human bone marrow-derived mesenchymal stem cells during osteogenic, chondrogenic and adipogenic differentiation," *Cell Communication and Signaling*, vol. 3, p. 5, 2005.
- [8] H.-W. Deng and Y.-Z. Liu, *Current Topics in Bone Biology*. Hackensack, NJ: World Scientific, 2005.
- [9] Y. An and R. Draughn, *Mechanical Testing of Bone and the Bone-Implant Interface*. Boca Raton: CRC Press, 2000.
- [10] M. J. Buehler, "Molecular nanomechanics of nascent bone: fibrillar toughening by mineralization," *Nanotechnology*, p. 295102, 2007.
- [11] N. Eliaz, "Electrodeposition of Calcium Phosphates for Orthopaedic and Dental Implants," *ECS Meeting Abstracts*, vol. 901, pp. 1421-1421, 2009.

- [12] G. Piza, "Clavos de fijación externa recubiertos de hidroxiapatita," Doctorado, Departamento de Cirugía, Universidad Autónoma de Barcelona, Barcelona, 2001.
- [13] C. M. Muler-Karger and M. Cerrolaza, "Un nuevo método para la simulación de la estructura ósea mediante la versión P de elementos finitos," *IMME*, vol. 39, pp. 23-54, 2001.
- [14] E. Álvarez. (2008, 08/01/2010). *Introducción a las Ciencias de la Salud*. Available: <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~29701428/salud/>
- [15] C. de Velasco. (2007, 08/01/2010). *Sistema Óseo*. Available: <http://fiunam4.files.wordpress.com/2007/06/sistema-oseo-parte-1.pdf>
- [16] J. Stevenson, *An Atlas of Osteoporosis*, 2da ed. New York: Parthenon Pub. Group, 2007.
- [17] D. Maxwell. (2007, *Example from: Spongy bone*. Available: <http://www.gla.ac.uk/ibls/US/fab/public/docs/xbone1x.html>
- [18] J. Villanueva and M. Ortega. (1998, 11/01/2010). *Modelo de Griffith para la propagación de grietas frágiles*. Available: https://www.u-cursos.cl/ingenieria/2007/1/ME721/1/material_docente/objeto/130391
- [19] D. R. Carter and W. C. Hayes, "The compressive behavior of bone as a two-phase porous structure," *J Bone Joint Surg Am*, vol. 59, pp. 954-62, Oct 1977.
- [20] J. C. Rice, *et al.*, "The fabric dependence of the orthotropic elastic constants of cancellous bone," *J Biomech*, vol. 23, pp. 549-61, 1990.
- [21] N. Y. Yener and P. F. David, "A rate-dependent microcrack-bridging model that can explain the strain rate dependency of cortical bone apparent yield strength," *Journal of Biomechanics*, vol. 36, pp. 1343-1353, 2003.
- [22] D. Prommin, "Compressive Behavior of Trabecular Bone in the Proximal Tibia using a Cellular Solid Model," Doctoral, Biomedical Engineering, Texas A&M University, Texas, 2004.
- [23] L. N. Glen, *et al.*, "High-resolution finite element models with tissue strength asymmetry accurately predict failure of trabecular bone," *Journal of Biomechanics*, vol. 33, pp. 1575-1583, 2000.
- [24] J. W. Pugh, *et al.*, "A structural model for the mechanical behavior of trabecular bone," *J Biomech*, vol. 6, pp. 657-70, Nov 1973.
- [25] M. Abellanas, *et al.*, "The embracing Voronoi diagram and closest embracing number," *Journal of Mathematical Sciences*, vol. 161, pp. 909-918, 2009.

- [26] O. Ruiz, *et al.*, "Análisis mediante paquetería de elemento finito del efecto de la arquitectura trabecular y de la densidad trabecular en las propiedades mecánicas de hueso femoral y vertebral," in *XXX Congreso internacional de metalurgia y materiales*, Instituto tecnológico de Saltillo, Saltillo, Coahuila, 2008, pp. 40-53.
- [27] O. Ruiz, *et al.*, "Generación de modelos paramétricos de hueso esponjoso utilizando estructuras de Voronoi," in *XIV Congreso Internacional Anual de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Mecánica*, Universidad de Las Américas, Puebla, México, 2008, pp. 856-865.
- [28] D.-S. Kim, *et al.*, "Euclidean Voronoi diagram of 3D balls and its computation via tracing edges," *Computer-Aided Design*, vol. 37, pp. 1412-1424, 2005.
- [29] N. Arden, *Osteoporosis*. Chicago: Remedica, 2006.
- [30] J. R. López. (2002, 08/01/2010). *Osteoporosis*. Available: <http://www.tarjetaweb.com/clientes/lopezolivares/osteoporosis.html>
- [31] L. J. Melton, 3rd, *et al.*, "Perspective. How many women have osteoporosis?," *J Bone Miner Res*, vol. 7, pp. 1005-10, Sep 1992.
- [32] H. Villegas, *et al.*, "Estudio de la osteoporosis y osteopenia por medio de radiología, densitometría, morfometría y microscopia de barrido en la tercera vértebra lumbar en una muestra de hombres y mujeres en la ciudad de México," vol. 66, pp. 187-201, 1998.
- [33] I. O. Foundation. (2009, 08/01/2010). *Prevalencia de fracturas vertebrales en mujeres mayores de 50 años de edad en México, Brasil y Puerto Rico*. Available: <http://www.iofbonehealth.org/latinoamerica/lavos-presentacion.html>
- [34] A. de Lago, *et al.*, "Prevalencia de osteoporosis en población abierta de la Ciudad de México," vol. 76, pp. 261-266, 2008.
- [35] O. Ruiz, *et al.*, "Estudio del efecto de la pérdida trabecular en modelos de hueso esponjoso," in *XV Congreso Internacional Anual de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Mecánica*, Instituto Tecnológico Superior de Cajeme, Cd. Obregón, Sonora, México, 2009, pp. 837-846.