



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**EVALUACIÓN DE UN PLAN PRIVADO DE
PENSIONES BASADO EN HIPÓTESIS
ACTUARIALES Y APLICACIÓN DE NORMAS DE
CONTABILIDAD**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

ACTUARIO (A)

P R E S E N T A:

ALFONSO HERNÁNDEZ MÉNDEZ



**DIRECTOR DE TESIS:
ACT. OSCAR ARANDA MARTÍNEZ
2009**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

“Agradezco a todas las personas que me han dado su apoyo y también a usted por el apoyo que le dará a otros.”

“El presente sólo se forma del pasado y lo que se encuentra en el efecto estaba ya en la causa “

Henry Bergson

“El secreto de la educación es enseñar a la gente de tal manera que no se den cuenta de que están aprendiendo hasta que es demasiado tarde.”

Harold E. Edgerton.

Índice	pp.
Introducción	1
Capitulo I	2
1. Generalidades de los planes de pensiones.	2
1.1. Objetivos de los planes de pensiones.	2
1.2. Clasificación de los planes de pensiones.	2
1.3. Diseño del plan.	3
1.3.1. Grupo Elegible	3
1.3.2. Requisitos de Elegibilidad	3
1.3.3. Compensación Considerada	3
1.3.4. Sueldo Pensionable	4
1.3.5. Servicios Pensionables	4
1.3.6. Monto del Beneficio	4
1.3.7. Fecha y Condiciones de Retiro	5
1.3.8. Beneficios Adicionales	5
1.3.9. Financiamiento	5
1.4. Pensiones del IMSS ley de 1973 y 1997 del Ramo de Retiro y Vejez.	5
1.4.1. Retiro, cesantía en edad avanzada y vejez ley de 1973	5
1.4.2. Retiro, cesantía en edad avanzada y vejez ley de 1997	10
1.5. Suficiencia de la Pensión por Retiro y Vejez de la ley del IMSS de 1997.	11
1.6. Conclusiones.	14
Capitulo II	15
2.1. Objetivo del Plan Privado de Pensiones.	15

2.2. Métodos de Costeo Actuarial de un plan privado de Pensiones	15
2.2.1. Función de salario	15
2.2.2. Función de beneficios	16
2.2.3. Costos normales	16
2.2.4. Reservas actuariales	17
2.2.5. Costos Acumulados	18
2.2.6 Obligación de Beneficio Acumulado (ABO)	19
2.2.7. Obligación sobre los beneficios cedidos o Vested Benefit Obligation (VBO)	21
2.2.8. Obligaciones sobre beneficio proyectado o Projected Benefit Obligation (PBO)	21
2.2.9. Costo neto periódico de la pensión	22
2.2.10. Costo del servicio	23
2.2.11. Costo financiero	23
2.2.12. Valor esperado en el retorno de los activos	23
2.2.13. Métodos de amortización	24
2.2.14. Pagos anticipados	25
2.2.15. Obligaciones en transición (activos)	25
2.2.16. Costo por modificaciones	25
2.2.17. Pérdida o ganancia neta	25
Capítulo III.	27
3 Efecto de la valuación de un plan de pensiones en la contabilidad de acuerdo a la NIC-19	27
3.1. Beneficios al retiro o Beneficios Post Empleo	27
3.1.1. Beneficios asegurados.	27

3.1.2. Planes de aportaciones definidas.	31
3.1.3. Planes de beneficios definidos.	32
3.1.3.1. Estado de resultados:	33
3.1.3.2. Método de valuación actuarial	34
3.1.3.3. Las suposiciones actuariales deben ser insesgadas y compatibles entre si.	35
3.1.3.4. Pérdidas y ganancias actuariales.	37
3.1.3.5. Valor razonable de los activos del plan.	38
3.1.3.6. Rendimiento de los activos del plan.	38
3.1.3.7. Información a revelar.	38
3.2.2. Ejemplo de beneficios a los empleados retirados	40
Conclusiones.	46
Apéndice A.	47
Bibliografía y Sitios de Internet	75

Introducción

La seguridad social es un tema que se debe de abordar en la vida de las personas y en la administración de los países, en sí es una forma de hacer frente por medio de los planes de pensiones a la contingencia del retiro De las personas en edad avanzada o que ya no tienen las capacidades necesarias para el desarrollo de una actividad laboral. Los esquemas de pensiones se dividen en:

- Planes públicos, a través de planes públicos vinculados a los ingresos: Estos planes son administrados y elaborados por organismos que se derivan de los gobiernos de los países que adoptan esta forma de seguridad social.
- Planes privados de pensiones de tipo profesional: Estos planes son elaborados por las empresas.
- Planes de tipo individual: Son planes elaborados por lo normal por compañías aseguradoras,

Los planes de pensiones se clasifican normalmente en dos tipos: Planes de contribución definida y planes de beneficio definido.

Entre los planes de pensiones á nivel mundial se reconocen dos tipos de planes de pensiones, los planes por contribuciones definidas y los planes por beneficio definido. En el primer caso se estipula el monto de las contribuciones para hacer frente al costo de la pensión pero no se establece el monto de los beneficios que va a recibir la persona que va a recibir estos beneficios cuando cumpla con las condiciones para que sea apta para recibir la pensión. En el segundo caso se conoce el monto de los beneficios que va a recibir la persona que va a recibir la pensión pero el monto del beneficio pero el monto de las contribuciones es una variable a determinar.

El objetivo principal de esta Tesis es el establecer un plan complementario al sistema de seguridad social incluyendo lo derivado de la ley del IMSS. De los años 1973 y 1997.

En el Primer Capítulo se establecen las generalidades de un plan complementario de pensiones para acabar con un estudio sobre la suficiencia de los beneficios derivados de la ley del I.M.S.S. de los años 1973 y 1997.

En el Segundo Capítulo se selecciona el tipo de plan de pensiones que en esta Tesis es uno de Beneficio Definido con un método de valuación de Crédito Unitario.

En el tercero se presentan los resultados de la valuación actuarial y se determinan las correspondientes afectaciones contables en una empresa tipo crítica bajo la No 19 de las NICs.

Capítulo I

1. Generalidades de los planes de pensiones.

En este capítulo se describen las generalidades de un plan de pensiones así como los objetivos que estos deben de satisfacer y las características que estos deben de tener.

1.1. Objetivos de los planes de pensiones.

El objetivo de un plan de pensiones es mantener al pensionado con el nivel de vida que alcanzó mediante su trabajo. Al establecer el objetivo se debe de tomar en cuenta que las necesidades de las personas varían de acuerdo a la edad. Por eso al implementar un plan de pensiones se debe primero fijar una meta.

1.2. Clasificación de los planes de pensiones.

Una clasificación de los planes de pensiones es la de:

Planes de contribución definida

Estos planes cuyas aportaciones están preestablecidas ya se acumulan paulatinamente en un fondo, y el beneficio para el pensionado se conoce solo hasta su retiro por lo que se dice que dicho beneficio es. En esta categoría la empresa se compromete a aportar una suma específica a la cuenta del trabajador o participante del plan de pensiones sólo es responsable de efectuar las contribuciones preestablecidas que pueden ser: un porcentaje del salario empleado del o un porcentaje de las utilidades de la empresa.

Los planes de beneficio definido

En un plan de beneficio definido el patrocinador promete pagar al trabajador que califique, una suma mensual definida durante su retiro, o un porcentaje específico de su salario final. Dentro de esta categoría se conoce previamente el nivel de pensión que se alcanzará quedando el costo del plan como una variable que se determina año con año mediante un estudio actuarial, las obligaciones de la pensión son consideradas como deuda del patrocinador, que es el responsable de tener los fondos suficientes para satisfacer sus compromisos contractuales y este asume el riesgo del mercado a la cual estén sujetas las inversiones.

El monto de la pensión usualmente se determina tomando en cuenta el tiempo de servicio en el trabajo y los ingresos del empleado. En muchas ocasiones estas condiciones se negocian entre la empresa y un sindicato tomando en cuenta un beneficio anual fijo por cada año de servicio o se toma también la clasificación salarial del empleado.

Debido a que todo el plan de beneficio definido promete un pago fijo después del retiro, el aporte del patrocinador se debe calcular en base a supuestos actuariales ya que el beneficio se trata como fijo y las aportaciones como variables.

1.3. Diseño del plan.

El diseño del plan es la parte del proceso de formalización de un plan de pensiones en los que se identifican las necesidades de una población con respecto a los ingresos, que incluyendo la pensión de la seguridad social podrán mantener al pensionado en el nivel de vida que alcanzo con su trabajo. En esta etapa se debe de tomar en cuenta las políticas que tenga la empresa con respecto al retiro de su personal en edad de avanzada. Se debe de tener en cuenta el ingreso.

Al diseñar un plan privado de pensiones se deben considerar las definiciones que se explican a continuación:

1.3.1. Grupo Elegible

Este es el sector de la población al cual se enfoca los beneficios del plan, se debe de delimitar este, sus características particulares. Ya que al hacer esto se tiene una idea del nivel de beneficios del mismo y la forma en que se deberán de buscar los recursos para financiar estos beneficio¹.

1.3.2. Requisitos de Elegibilidad

Estos requisitos son reglas específicas que se deben definir para que una persona sea considerada en el plan, como son un número de años trabajados como mínimo para ser participe en los beneficios del plan, la edad de retiro, la edad de entrada al mismo. Esto es necesario para no afectar al plan pero por la naturaleza de que son políticas que se van a implementar estas no deben de ser discriminatorias con respecto a factores como son sexo o religión ya que van a ser políticas generales que las personas deben de cumplir para ser parte del grupo elegible.

1.3.3. Compensación Considerada

La compensación es el pago que se va a ser a la población en edad de retiro en sustitución de su salario. De aquí viene los componentes que se van a tener que tomar en cuenta para definir esta compensación como son; el sueldo, el aguinaldo, bonos, comisiones, vacaciones, fondos de ahorro, entre otros.

Se debe de definir estos componentes cuales se van a tomar en cuenta en la compensación, el monto u otras características que estos tienen.

¹ Notas del curso de pensiones privadas del Actuario Carlo Lozano

1.3.4. Sueldo Pensionable

Por sueldo pensionable se entiende la compensación que se considerará para efectos del plan de pensiones este sueldo puede ser parte de un esquema complementario a un plan de pensiones. De acuerdo a la forma como se definen estos sueldos se pueden dividir en:

Promedio de la Carrera. Esta forma de considerar el sueldo consiste en calcular la pensión sobre el promedio total de los sueldos percibidos mientras se estuvo en el sistema.

Sueldo Final. Se toma el último sueldo que percibe el participante del plan cuando este llega a la edad de retiro.

Promedio de los Últimos Años. Se toma un promedio de los últimos sueldos que el participante recibirá antes de su retiro.

1.3.5. Servicios Pensionables

Por servicios pensionables se considera la forma en que se consideran los años de participación en el plan. Las formas básicas de considerar este rubro son las que a continuación se indican: Años completos desde la fecha de ingreso al sistema y hasta la fecha de retiro. Años y meses completos desde la fecha de ingreso al sistema y hasta la fecha de retiro. Años y partes proporcionales de año. Cualquiera de las modalidades citadas pero considerando desde la fecha de membresía y hasta la fecha de retiro

1.3.6. Monto del Beneficio

Esta es una de las partes más importantes del diseño ya que este va a satisfacer la meta que se planteo. La forma en definir un beneficio se divide en:

Beneficio Cerrado: El llamado beneficio cerrado consiste en otorgar como pensión una cantidad fija al mes

Porcentaje Nivelado: Bajo esta forma de beneficio, la pensión se define como un porcentaje del sueldo pensionable.

Crédito Unitario: Bajo esta forma de beneficio, la pensión se define como un porcentaje del sueldo pensionable por cada unidad de tiempo o por servicios pensionables.

Forma de Pago: Es el esquema que se va a adoptar para hacer el pago de la pensión de acuerdo a la forma en que se va a pagar esta se divide en:

Pensión Mensual Vitalicia: Consiste en otorgar un pago mensual a partir del momento que se defina como fecha de retiro, por el monto especificado como monto del beneficio, y hasta que ocurre el fallecimiento del pensionado

Pensión Mensual Vitalicia con un Período de Garantía: Fundamentalmente esta es una forma de pago similar al de la pensión mensual vitalicia. Su diferencia estriba en que si el pensionado fallece durante el período de garantía, al beneficiario designado se le siguen cubriendo los pagos de pensión calculada de acuerdo con lo establecido en el punto de monto del beneficio.

Pensión Mancomunada: En esencia esta es una forma de pago similar también a la de una pensión mensual vitalicia. Su diferencia estriba en que si el pensionado fallece, sin importar la fecha, al beneficiario designado (normalmente el cónyuge) se le siguen cubriendo los pagos de una pensión reducida calculada de acuerdo con lo establecido en el punto de monto del beneficio.

1.3.7. Fecha y Condiciones de Retiro

Se definen en esta la fecha más próxima a la edad de retiro y características que el participante podría tener para considerarlo como pensionado antes de llegar a la edad de retiro.

1.3.8. Beneficios Adicionales

Son beneficios adicionales que no están relacionados de forma directa con el beneficio principal del plan como son; pago de una pensión por invalidez, pago de gastos funerarios ya se que el participante aún no llegue a la edad de retiro o que este haya sobrepasado esta, la pensión de viudas, u otro que se defina. Se deben de definir como en el caso del plan de pensiones las condiciones, montos, características que deben de cumplir la población que recibiría estos beneficios.

1.3.9. Financiamiento

Los beneficios definidos descritos en el plan complementario pueden ser financiados por diferentes partes y en diferentes formas por lo que dentro de los lineamientos del plan debe quedar claro quién o quiénes serán responsables por la administración general y particular del plan

1.4. Pensiones del IMSS ley de 1973 y 1997 del Ramo de Retiro y Vejez.

Se enuncian a continuación las pensiones derivadas de la ley del IMSS del año 1973 y de 1997.

1.4.1. Retiro, cesantía en edad avanzada y vejez ley de 1973

En la Ley del Seguro Social de 1973, en su Capítulo V preveía la operación de los Seguros de Vejez y Cesantía en Edad Avanzada, requiriéndose lo siguiente:

Tipo de pensión	REQUISITOS
Cesantía en edad avanzada	60 años cumplidos
Semanas cotizadas	Mínimo 500
Otros requisitos	Estar desempleado

Tipo de pensión	REQUISITOS
Vejez	65 años de edad cumplidos
Semanas cotizadas	Mínimo 500
Otros requisitos	Estar desempleado

Para determinar la pensión que otorgará el Seguro Social se tomarán en cuenta los siguientes elementos:

- Número de semanas cotizadas.
- Los últimos cinco años o 250 semanas del salario base de cotización
- Conocer el salario mínimo actual vigente en el DF

Con base en lo anterior, se siguen los pasos que en resumen se presentan a continuación:

- 1.- Se obtiene un promedio sobre los salarios base de cotización de las últimas 250 semanas
- 2.- Al promedio obtenido, se divide entre el salario mínimo en vigor que rija en el DF, para conocer cuantas veces en salarios mínimos representa dicho promedio.
- 3.- Al resultado de la operación anterior la ubicaremos en el porcentaje de la cuantía básica de acuerdo con la tabla del artículo 167 de la Ley anterior.

En lo adición a lo anterior se considera la siguiente tabla de la pensión de invalidez.

Tabla A

Grupo de salario en veces el Salario mínimo General para el D.F.	Porcentaje de los salarios	
	Cuantía básica	Cuantía excedente
Hasta 1	80.00	0.563
De 1.01 a 1.25	77.11	0.814
De 1.26 a 1.50	58.18	1.178
De 1.51 a 1.75	49.23	1.430
De 1.76 a 2.00	42.67	1.615
De 2.01 a 2.25	37.65	1.756
De 2.26 a 2.50	33.68	1.868
De 2.51 a 2.75	30.48	1.958
De 2.76 a 3.00	27.83	2.033

Grupo de salario en veces el Salario mínimo General para el D.F.	Porcentaje de los salarios	
	Cuantía básica	Cuantía excedente
De 3.01 a 3.25	25.60	2.096
De 3.26 a 3.50	23.70	2.149
De 3.51 a 3.75	22.07	2.195
De 3.76 a 4.00	20.65	2.235
De 4.01 a 4.25	19.39	2.271
De 4.26 a 4.50	18.29	2.302
De 4.51 a 4.75	17.30	2.330
De 4.76 a 5.00	16.41	2.355
De 5.00 a 5.25	15.61	2.377
De 5.36 a 5.50	14.88	2.398
De 5.51 a 5.75	14.22	2.416
De 5.76 a 6.00	13.62	2.433
De 6.01 en adelante	13.00	2.450

- 4.- Se calcula el número de semanas que exceden a las primeras 500 y se convierten a años
5. Se ubica el porcentaje de la cuantía adicional derivada de los años excedentes a las primeras 500 semanas de acuerdo con la tabla del artículo 167 de la Ley del Seguro Social anterior.
- 6.- Se multiplica el salario promedio derivado de las últimas 250 semanas cotizadas por los porcentajes tanto de la cuantía básica como el porcentaje resultante de la cuantía adicional.
- 7.- El resultado de ambas operaciones se suma y ese será el monto de la pensión definitiva.
- 8.- Cuando se trate de pensiones por vejez, el resultado será la pensión a pagar y en tratándose de pensiones de cesantía en edad avanzada, se aplicara al importe resultante la tabla del Art. 171 de la Ley del Seguro Social, anterior conforme a lo siguiente

Cuando se trate de pensiones de vejez será el 100 de la pensión ya señalada tratándose de pensiones de cesantía en edad avanzada se aplicará la siguiente tabla adicional.

Tabla B

Edad	Porcentaje de la pensión
60 años	75 %
61 años	80 %
62 años	85%
63 años	90 %
64 años	95 %

1.4.2. Retiro, cesantía en edad avanzada y vejez ley de 1997

Este seguro cubre el dinero necesario para cuando el trabajador llegue a la edad de la **jubilación** y existan recursos para poder brindarle una renta vitalicia. Estos recursos los manejan las **AFORES**, y al momento del retiro del trabajador, estas traspasan los recursos a una aseguradora. Para tener derecho a este seguro, es necesario que el trabajador cuente con 1,250 semanas cotizadas, que no esté trabajando y que tenga 60 años para la pensión por cesantía o 65 años para la pensión por vejez.

Para el ramo de cesantía en edad avanzada y vejez, las aportaciones por día son las siguientes:

Artículo 167. Los patrones y el Gobierno Federal, en la parte que les corresponde están obligados a enterar al instituto el importe de las cuotas obreros patronales y la aportación estatal del seguro de retiro, cesantía en edad avanzada y vejez. Dichas cuotas se recibirán y se depositarán en las respectivas subcuentas de la cuenta individual de cada trabajador, en los términos previstos en la Ley para la coordinación de los Sistemas de Ahorro para el Retiro.

Artículo 168. Las cuotas y aportaciones a que se refiere el artículo anterior serán:

- I. En el ramo de retiro, a los patrones les corresponde cubrir el importe equivalente al dos por ciento del salario base de cotización del trabajador.
- II. En los ramos de cesantía en edad avanzada y vejez a los patrones y a los trabajadores les corresponde cubrir las cuotas de tres punto cincuenta por ciento y uno punto veinticinco por ciento sobre el salario base de cotización respectivamente.
- III. En los ramos de cesantía en edad avanzada y vejez la contribución del estado será igual al siete punto cuarenta y tres por ciento del total de las cuotas patronales para estos ramos y
- IV. Una cantidad por cada día de salario cotizado, que aporte mensualmente el Gobierno Federal por concepto de cuota social para los trabajadores que ganen hasta quince veces el salario mínimo general en el Distrito Federal.

1.5. Suficiencia de la Pensión por Retiro y Vejez de la ley del IMSS de 1997.

Se presentan a continuación los resultados del estudio que se hizo sobre una nomina valuando los beneficios de los participantes en esta en el año de 2008.

Se tomo solo la pensión derivada del Retiro por Vejez, de acuerdo a lo que se establece en el artículo 167 y 168 de la ley del IMSS.

Se tomaron además como hipótesis financieras una tasa de interés del 4% y una tasa de incremento al salario del 1%.

Como hipótesis Actuariales se tomaron las derivadas de la tabla de decremento por mortalidad EMSA_97 para hombres y una tasa de descuento del 4%.

En los resultados se aplicó la ley de 1973 y la ley de 1997 de forma conjunta y se obtuvo la tasa de remplazo al aplicar cada ley, las tasas de remplazo es el monto que cubriría la pensión del monto de un salario integrado.

Bajo la ley de 1973 aplicando el artículo 168 el monto de la pensión del IMSS esta bien definido para obtenerlo se explica a continuación lo que se hizo: Se debe de tomar el monto del promedio de los últimos cinco años, pero este monto no debe exceder 25 veces el Salario Mínimo del D.F.

Se aplicó la regla pero se llevo en el tiempo tanto el salario integrado y el tope a la edad de retiro y así se obtuvo un salario diario topado.

Se tiene que obtener la diferencia del total de las semanas cotizadas en el IMSS menos 500 semanas de cotización y este resultado se tiene que pasar a años de cotización solo se divide entre 52 semanas pero la parte restante al entero debe caer en intervalos de 0 a 0.25, de 0.25 a 0.75 y de 0.75 a 1 para obtener un 0, 0.5, 1 respectivamente.

Se debe obtener el monto del salario topado entre el salario mínimo del D.F. vigente o el proyectado con la tasa de incremento al salario,

Se buscan en las tablas que vienen es ese articulo tanto la cuantía básica y la adicional, el total de la cuantía adicional es la multiplicación de las semanas que exceden a 500 convertidas a años por el porcentaje que se obtuvo de esa tabla.

Se suman las cuantías tanto la básica, la adicional y este resultado se multiplica por el salario tope.

Para obtener la pensión anual se multiplica el resultado anterior por los días de año 365 y se obtiene la pensión anual a la fecha de retiro, se trajo esta pensión a la fecha de valuación con un valor actuarial y para obtener la tasa de remplazo solo se divide el resultado anterior entre un salario anual integrado a la fecha de valuación lo último se hizo para ser constante de acuerdo a lo que se hizo al aplicar la ley de 1997 del IMSS.

Además se obtuvieron las tasas de remplazo bajo la ley del IMSS de 1977 al aplicar esta ley se tiene que obtener el total de las aportaciones del trabajador durante su vida activa y así con esto hacer el pago de una pensión vitalicela a la edad de retiro. Para obtener la aportación respectiva a un salario integrado se aplicó lo siguiente:

Bajo la ley de 1997 se aplicó el artículo 168 que nos dice que: El patrón debe aportar el 2% por conceto de la pensión de retiro, el 3.5% por la pensión de cesantía en edad avanzada. El trabajador debe aportar el 1.25% por la pensión de cesantía en edad avanzada. El estado debe aportar el 3.25% del total de las aportaciones por cesantía en edad avanzada.

Además de debe sumar el monto de la cuota social que es aplicar la tabla que viene en el mismo artículo pero tomando en cuenta el Salario Mínimo del D.F.

Con la suma de las aportaciones más las aportaciones de la cuota social se obtuvieron el total de aportaciones del año de valuación.

Para obtener el monto de la pensión de la ley del IMSS de la ley de 1997 además de lo que se mencionó acerca de cómo se obtuvo el monto de las aportaciones se tiene que tomar estas aportaciones durante la vida activa del trabajador, por esto se tiene que tomar en cuenta que un salario es menor si se va hacia atrás en el tiempo a lo que en adelante se le dará el nombre de servicios pasados y aumenta en el futuro a lo que en adelante se le dará el nombre de servicios futuros. Si traemos estos servicios pasados y futuros a la fecha de valuación que es el año en que se hace el corte obtenemos la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
& S(1+inc_sal)^{-m}(1+int)^m + \dots + S(1+inc_sal)^{-1}(1+int) + S + \dots \\
& \dots + S(1+inc_sal)(1+int)^{-1} + \dots + S(1+inc_sal)^n(1+int)^{-n} \\
y &= S(1+inc_sal)^{-m}(1+int)^m + \dots + S(1+inc_sal)^{-1}(1+int) \\
x &= S \\
z &= S(1+inc_sal)(1+int)^{-1} + \dots + S(1+inc_sal)^n(1+int)^{-n} \\
y \frac{(1+inc_sal)}{(1+int)} &= S(1+inc_sal)^{-m+1}(1+int)^{m-1} + \dots + S(1+inc_sal)^0(1+int)^0 \\
y \frac{(1+inc_sal)}{(1+int)} &= S \left((1+inc_sal)^{-m+1}(1+int)^{m-1} + \dots + 1 \right) \\
z \frac{(1+int)}{(1+inc_sal)} &= S(1+inc_sal)^0(1+int)^0 + \dots + S(1+inc_sal)^{n-1}(1+int)^{-n+1} \\
z \frac{(1+int)}{(1+inc_sal)} &= S \left(1 + \dots + S(1+inc_sal)^{n-1}(1+int)^{-n+1} \right) \\
y - y \frac{(1+inc_sal)}{(1+int)} &= S \left((1+inc_sal)^{-m}(1+int)^m - 1 \right) \\
y &= S \left(\frac{(1+inc_sal)^{-m}(1+int)^m - 1}{1 - \frac{(1+inc_sal)}{(1+int)}} \right) \\
z - z \frac{(1+int)}{(1+inc_sal)} &= S \left((1+inc_sal)^n(1+int)^{-n} - 1 \right) \\
z &= S \left(\frac{(1+inc_sal)^n(1+int)^{-n} - 1}{1 - \frac{(1+int)}{(1+inc_sal)}} \right) \\
y &= S \left(\frac{(1+inc_sal)^{-m}(1+int)^m - 1}{1 - \frac{(1+inc_sal)}{(1+int)}} \right) \\
x &= S \\
z &= S \left(\frac{(1+inc_sal)^n(1+int)^{-n} - 1}{1 - \frac{(1+int)}{(1+inc_sal)}} \right)
\end{aligned}$$

Donde S es la aportación que se hace al IMSS int es la tasa de interés técnico, inc_sal es la tasa de incremento al salario anual y la suma de las aportaciones al IMSS a la fecha de valuación es: $y+x+z$

Después se tiene que obtener el monto de una anualidad anticipada mensual a edad 65 y traerla a la fecha de valuación, la expresión es la siguiente.

$$\ddot{a}_{65}^{(12)} \frac{D_{65}}{D_x}$$

Entonces el monto anual de una pensión del IMSS bajo la ley de 1997 esta dado por la suma de todas las aportaciones el trabajador entre la expresión anterior.

Para la obtención de la tasa de reemplazo solo se divide el resultado anterior entre un salario integrado anual y se obtuvo la tasa de reemplazo para ese trabajador aplicando la ley de 1997.

Se presenta a continuación los resultados obtenidos de la valuación del año 2008.

Nº Tra	Salario Integrado Anual	Apor ley IMSS 1977	Prom E Ing IMSS	Prom S Pas IMSS	Prom S Fut IMSS	Saldo de la Pensión a la edad de Ret Ley de 1973	Saldo de la Pensión a la fecha de Val ley de 1973	Prom I tasas Reem ley de 1973
267	29,442,259	3,921,615	36	16	29	38,069,984	11,827,370	38.64%

Aportaciones al IMSS ley 1997	Pensión Anual del IMSS ley de 1997	Prom la Tasa de Reem IMSS ley de 1997	Prom Tasa Rem Conj
389,038,782	9,688,946	36.06%	45.81%

Tabla 1. Tasas de Reemplazo del IMSS ley 1973 y ley 1997.

1.6. Conclusiones.

De acuerdo a los resultados que se obtuvieron se ve que de una nomina de 267 trabajadores y con un monto total del Salario Integrado Anual de 29,442,259 pesos, el monto de los beneficios de la ley del IMSS de 1973 y 1997 no son suficientes para cubrir el monto de los salarios integrados ya que la tasa de reemplazo promedio es de 38.64% si se aplica solo la ley de 1973, de 36.06% si se aplica la ley de 1997 y de 45.81 si se aplica de forma conjunta tanto la ley del año 1973 y 1977. Estas tasas de reemplazo representan el porcentaje sobre el Salario Integrado Anual de los Trabajadores en activo.

Capítulo II

2.1. Objetivo del Plan Privado de Pensiones.

El objetivo del plan privado de pensiones es establecer un mecanismo el cual tiene como fin el hacer frente a la contingencia de pérdida del trabajo a una edad avanzada y que a su vez esta compensación sea suficiente para que los participantes del mismo puedan llevar una vida digna de acuerdo a sus capacidades y características particulares.

2.2. Métodos de Costeo Actuarial de un plan privado de Pensiones

La aplicación de un método de costeo a un plan en particular para determinar su costo, se conoce como *valuación actuarial*. El mismo término se aplica al proceso que utilizan las compañías de seguros para determinar las obligaciones. Sin embargo, la valuación de un plan de pensiones difiere de muchas maneras, de la que realizan las compañías de seguros, algunas son obvias y otras bastante sutiles. La valuación de pensiones puede involucrar el cálculo de las “obligaciones” y la valuación de activos, pero su principal propósito es determinar costos anuales¹

2.2.1. Función de salario

Si en el plan de pensiones se espera un beneficio en término del salario es necesario que se explique la notación que se va usar para denotar al salario y los procedimientos para estimar el salario futuro.

El salario corriente en pesos de un participante con la edad x se denota en este trabajo como s_x y si este participante ha permanecido en el plan de pensiones a la edad que tenía a la fecha de entrada que la denotaremos con la letra y , hasta la edad que tiene a la fecha del cálculo o edad x , por lo tanto falta por denotar el salario que ha venido acumulando este participante el cual lo denotaremos

Con S_x queda representado con la siguiente fórmula.

$$S_x = \sum_{t=y}^{x-1} s_t$$

Para estimar el salario en pesos a la edad x , se puede usar la fórmula anterior, aunque el salario se puede definir de diferentes formas según sean los intereses y objetivos que se marquen cuando se formula un plan de pensiones (Apéndice A.6).

¹ Matemáticas de Pensiones para Actuarios, Arthur W. Anderson.

2.2.2. Función de beneficios

La función de beneficios es usada para determinar el monto de los beneficios que van a ser pagados al retiro, retiro anticipado a la edad de retiro, discapacidad y muerte. Esta función, la función de interés y la función de supervivencia son los componentes básicos para formular el costo de un plan de pensiones, el cual se va a definir en los apartados subsecuentes.

El símbolo b_x denota el beneficio anual acumulado durante la edad x a la edad $x+1$ de un participante que entro al plan de pensiones a la edad y es definida como la función de beneficio acumulado.

La función de beneficio acumulado se define como B_x y su formula es:

$$B_x = \sum_{t=y}^{x-1} b_t$$

Donde

b_t Beneficio anual acumulado durante la edad t a la edad $t+1$.

Beneficio en pesos constantes

Para definir el beneficio en pesos constantes, se da como hipótesis de que no varía el beneficio que se asignó al participante con la edad x en el plan de pensiones, su fórmula está dada por:

$$B_x = (x - y)b_x$$

Como la función anterior hay otras formas de establecer los beneficios algunos ejemplos vienen en los apéndices pero sólo se usó esta notación en esta tesis ya que se optó por esta forma de definir al beneficio por comodidad y es el que está contemplado en el boletín D-3 de las Normas de Información Financiera. (Apéndice A.7.)

2.2.3. Costos normales

Los costos de una pensión pueden ser divididos en dos tipos de forma fundamental: los costos normales y los costos suplementarios. Los costos normales representan el costo anual atribuido a un año corriente de servicio pagado por las personas que siguen en servicio activo. En teoría el total de costos normales que junte un trabajador en activo deben ser iguales a los beneficios que este trabajador va a recibir cuando se retire. Pero en la vida real esto no siempre se cumple por cambios o errores derivados de la valuación actuarial o cambios en los supuestos durante el periodo de vida del plan de pensiones, para resolver esta diferencia se adoptan los costos suplementarios que deben ser iguales a la diferencia entre los beneficios futuros y los costos normales. (Apéndice A.8.4)

2.2.4. Reservas actuariales

Muchos métodos de valuaciones actuariales son usados en los planes de pensiones, y cada método de valuación está asociado a una reserva actuarial. En términos generales, el costo de una reserva actuarial bajo un método de valuación es igual al valor presente de los beneficios a una fecha dada, el cual puede ser expresado como sigue:

$${}^r(AL)_x = B'_{xr-x} p_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r$$

Donde B'_x representa los beneficios acumulados bajo un cierto método de valuación actuarial.

La reserva actuarial bajo un cierto método de valuación puede ser vista como la proporción de participantes que participan del valor presente de los beneficios futuros (PVFB) sobre el método de costeo que se esté usando.

$${}^r(PVFB)_x = B_{rr-x} p_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r$$

En este apartado sólo se trata a los costos normales y sus diferentes formas de valuación

El costo normal individual definido anteriormente puede ser expresado como una fracción del valor presente de los beneficios futuros desde la edad x hasta la edad de retiro o lo que es ${}^r(PVFB)_x$, y de la misma forma se pueden presentar las reservas actuariales, los costos normales quedan representados por la siguiente función:

$${}^r(NC)_x = k {}^r(PVFB)_x$$

Donde k está definida en el siguiente cuadro dependiendo del método de valuación actuarial.

k	Métodos de valuación actuarial
$\frac{b_x}{B_r}$	Método del beneficio acumulado
$\frac{s_x}{S_r}$	Método del porcentaje constante sobre el beneficio prorrateado
$\frac{1}{r-y}$	Método de pesos constantes sobre el beneficio prorrateado
$\frac{s_{xx-y} p_y^{(T)} v^{x-y}}{s_y^s \ddot{a}_{y:r-y}^T}$	Método del porcentaje constante sobre el costo prorrateado
$\frac{x-y p_y^{(T)} v^{x-y}}{\ddot{a}_{y:r-y}^T}$	Método de pesos constantes sobre el costo prorrateado.

2.2.5. Costos Acumulados

En teoría, la acumulación de los costos normales pasados tiene que ser igual a la reserva actuarial dependiendo del método de costeo actuarial o lo que es el valor presente de los beneficios futuros menos el valor presente de los costos normales, pero hay razones por lo cual esta igualdad no se cumple y son:

Método del Crédito Unitario

Para este método se va a recordar la fórmula del costo normal bajo el método del beneficio acumulado

$${}^{ABr}(NC)_x = b_{xr-x} p_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r$$

Y el costo suplementario de este método de costeo actuarial puede ser expresado como sigue

$${}^{ABr}(SC_n)_x = C_n b_{xr-x} p_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r$$

Donde

${}^{ABr}(SC_n)_x$ Costo suplementario bajo el método del beneficio acumulado a la edad x para el año n donde la reserva no fondeada cambio:

C_n Coeficiente para el beneficio acumulado para el año n donde la reserva no fondeada cambió.

Para encontrar el valor del coeficiente C_n se usa la fórmula de la reserva actuarial la cual es ${}^r(AL)_x = {}^r(PVFB)_x - {}^r(PVNC)_x$ entonces el valor presente de los costos normales ${}^r(PVNC)_x$ es igual al valor presente de los beneficios futuros ${}^r(PVFB)_x$ menos la reserva actuarial ${}^r(AL)_x$ de esta manera C_n se puede determinar como sigue

$$C_n = \frac{(\Delta_n UL)_x}{{}^r(PVFB)_x - {}^r(AL)_x}$$

Donde

$(\Delta_n UL)_x$ Reserva no fondeada del año n para a la edad x .

Si la reserva no fondeada viene sólo del hecho de que entraron nuevos miembros al plan de pensiones entonces el valor de C_n sólo depende de la diferencia de los beneficios acumulados a la edad de retiro B_r menos los beneficios acumulados de los nuevos miembros a la edad z , B_z , entonces el valor de C_n esta representado por

$$C_n = \frac{B_z}{B_r - B_z}$$

Entonces C_n es igual a los beneficios acumulados hasta la edad z o los beneficios pasados entre los beneficios futuros, que es la diferencia entre los beneficios acumulados a la edad de retiro menos los beneficios acumulados a la edad z .

La formula para los beneficios de los participantes del plan de pensiones bajo los métodos de pesos constantes es:

$${}^{CD}b_x = \frac{B_r}{(r-y)} \quad \text{con } (y \leq x \leq r)$$

(Ver apéndice A.8.5.)

2.2.6. Obligación de Beneficio Acumulado (ABO)

La Obligación de Beneficio Acumulado ABO es igual al valor presente de los beneficios acumulados, tomando en cuenta en la contabilidad todos los decrementos futuros.

La suma recorre todas las edades x hasta la más alta edad de retiro contemplada en el plan r'' . Aun que este periodo contempla edades donde algunos beneficios no son aplicados, valores de cero si no se cumplen las ²condiciones para la valuación de estos.

El (ABO) en matemáticas actuariales es idéntico a la reserva de continuación del plan, la reserva actuarial bajo el método del método de beneficio acumulado, la reserva estatutaria corriente, aun que cada una de estas formas de costeo tiene diferentes hipótesis actuariales de cada una de estas formas de costeo se debe de escoger la que mejor se adapte a los intereses del empleador y a la experiencia que se tenga del plan de pensiones.

Para el cálculo del ABO se puede utilizar la fórmula de la reserva actuarial bajo el método de beneficio acumulado que se presenta a continuación (apéndice A.8.3.1)

$$(ABO)_x = \sum_{k=x}^{r''} B_{xk-x} P_x^{(T)} v^{k-x} \left[q_k^{(t)} v F_k + q_k^{(d)} d F_k + q_k^{(m)} s F_k + q_k^{(r)} r F_k \right]$$

Donde:

B_x Beneficio acumulado basado en el servicio, salario y la tasa acumulada determinada a la edad x

${}_{k-x}P_x^{(T)}$ Probabilidad de que un empleado a la edad x sobreviva a la edad de empleo k

v^{k-x} Descuento, a la tasa i , de la edad x a la edad k

$q_k^{(t)}$ Probabilidad de terminar el empleo a la edad k por causas ajenas al retiro

$q_k^{(d)}$ Probabilidad de quedar discapacitado a la edad k

$q_k^{(m)}$ Probabilidad de morir a la edad k

$q_k^{(r)}$ Probabilidad de retirarse a la edad k

Y cada una de las funciones F_k representa el valor de los beneficios pagados por cada uno de los decrementos ver beneficios subordinados bajo los métodos de costeo actuarial (Apéndice A.8.8.). En el cálculo de la ABO se pueden usar también la fórmula de la reserva de continuación del plan, la reserva estatutaria corriente.

Esta proyección debe reflejar el incremento en los salarios y sobre el servicio para los miembros activos del plan, los decrementos para todos los miembros del plan, y los incrementos en la edad de todos los miembros. Además toda corrección al plan de pensiones se debe de registrar en la contabilidad

Para al proyección del ABO en un periodo de 6 meses antes de la presentación de los estados financieros se puede usar la siguiente formula.

$$(ABO)_{t+1} \approx [(ABO)_t + K(ABO)_t](1+i) - E(B)_t \left(1 + \frac{1}{2}i\right)$$

Donde

$(ABO)_t$ Es el ABO para todos los miembros del plan en el momento t

i Tasa de descuento usada en el ABO

$E(B)_t$ Pago de beneficios esperados durante el año t

K Fracción de los ABO tomando en cuenta los incrementos en los servicios y los incrementos en el salario

El coeficiente K en los ABO se puede determinar por

$$K = \left[\sum_{\text{todas la edades } x} \frac{B_{x+1} - B_x}{B_x} (ABO)_x \right]$$

Donde la sumatoria corre sobre todos los miembros del plan y B_x es el beneficio acumulado a la edad x .

2.2.7. Obligación sobre los beneficios cedidos o Vested Benefit Obligation (VBO)

Se afirma que un beneficio cedido es aquel donde existe la certeza de que va a ocurrir y que se plantea como objetivo principal del plan de pensiones, el cual es un beneficio que afecta de forma directa al miembro en activo del plan de pensiones.

Entonces los beneficios que solo se puede considerar en el ABO son los que provienen de los decrementos por la mortalidad en los miembros activos del plan, sin tomar en cuenta los decrementos totales que son la suma de los decrementos por mortalidad, abandono del plan de pensiones, discapacidad y pensiones a los cónyuges.

2.2.8. Obligaciones sobre beneficio proyectado o Projected Benefit Obligation (PBO)

El PBO es igual al valor presente de los beneficios al retiro, donde el prorateo se basa en los años de servicio, en matemáticas actuariales este supuesto es igual a la reserva actuarial bajo el método de los pesos constantes en los métodos de costo prorrateado (Apéndice A.8.3.2).

$$(PBO)_x = \sum_{k=x}^{r''} {}^{CD}B_{kk-x} p_x^{(T)} v^{k-x} \left(q_k^{(t) v} F_k + q_k^{(d) d} F_k + q_k^{(m) s} F_k + q_k^{(r) r} F_k \right)$$

Donde:

$${}^{CD}B_k = \frac{B_k}{(k-y)} (x-y)$$

El beneficio acumulado prorrateado en la ecuación anterior se asume que es apropiado para cada tipo de decremento, con el porcentaje que reduce cada beneficio según la edad.

Aunque hay planes donde se requiere que los beneficio prorrateados acumulados se traten por separado de uno o más decrementos. El es que el beneficio usado en la fórmula de beneficios acumulados. El PBO se debe de proyectar al final del año fiscal. En el caso de que no se haya hecho una nueva valuación tres meses antes a esta fecha, se puede usar la misma fórmula que se propuso para proyectar el ABO pero haciendo algunos cambios.

$$(ABO)_{t+1} \approx [(PBO)_t + (SC)_t](1+i) - E(B)_t \left(1 + \frac{1}{2}i\right)$$

Donde

$(SC)_t$ Son los costos suplementarios si los costos normales son calculados bajo la versión de pesos constantes en los métodos de costeo sobre el beneficio prorrateado.

2.2.9. Costo neto periódico de la pensión

El costo periódico de la pensión se calcula restado al costo del servicio el costo por intereses y a esta diferencia sumando el rendimiento esperado sobre los activos más el costo por amortización o siguiendo la siguiente tabla:

Costo del Servicio		Costos normales bajo el método de pesos constantes por el método de beneficio prorrateado, ajustado al interés que se espera al final del año.
+		
Costo financiero		PBO (ajustado a la distribución esperada durante el año) tasa de descuento esperada durante el año.
-		
Retorno esperado sobre los activos		Valor de mercado relacionado al valor de los activos (ajustado a la distribución esperada y las contribuciones durante al año tomando en cuenta a la tasa de rendimiento de los activos).
+		
Costo de amortización de obligaciones en transición (activos)	las	Línea recta sobre el promedio sobre los servicios futuros de los participantes del plan que se espera que vayan a recibir beneficios en 15 años o más.
+		
Costo de los servicios anteriores		Un esquema fijo sobre los servicios futuros de los participantes del plan y que esperan recibir
+		
Perdida o ganancia neta		Esquema variable sobre los servicios futuros sobre los participantes de plan que se espera que reciban sus beneficios.

A continuación se describe a cada uno de los componentes del cálculo del costo periódico de una pensión.

2.2.10. Costo del servicio

El costo del servicio o (SC) está definido como los costos normales bajo la versión de los pesos constantes en el método de beneficio prorrateado, incrementado por el interés que se espera en todo el año. El beneficio acumulado bajo este método es igual al beneficio acumulado de las edades futuras prorrateadas por los años de servicio

$$(SC)_x = \left[\sum_{k=x}^{r''} {}^{CD}b_k {}_{k-x}p_x^{(T)} v^{k-x} \left(q_k^{(t) \vee} F_k + q_k^{(d) \wedge} F_k + q_k^{(m) \wedge} F_k + q_k^{(r) \wedge} F_k \right) \right] (1+i)$$

Donde

$${}^{CD}b_k = \frac{b_k}{(k-y)} (x-y)$$

2.2.11. Costo financiero

Es el segundo componente del costo neto periódico, es el interés de las obligaciones por beneficio proyectado o (PBO), con las últimas reducciones del pago de los beneficios esperados durante al año o $E(B)_t$, entonces el costo de los intereses (IC) se calcula por la fórmula siguiente:

$$(IC)_t = i \left[(PBO)_t - \frac{1}{2} E(B)_t \right]$$

2.2.12. Valor esperado en el retorno de los activos

El tercer componente es el valor esperado en el retorno de los activos bajo el valor de mercado sobre los activos (MRA), con los últimos ajustes sobre los beneficios esperados a pagar $E(B)_t$ y las contribuciones esperadas $E(C)_t$ durante el año t (se toma el valor de un medio en la fórmula para prorratear los beneficios y las contribuciones esperadas ya que se supone que la distribución en que ocurren estas durante el año son uniformes, si no es así se puede escoger otro valor que ocurra en la distribución a la mitad del año) la fórmula para el valor esperado en el rendimiento de los activos es:

$$(EROA)_t = i \left[(MRA)_t - \frac{1}{2} E(B)_t + \frac{1}{2} E(C)_t \right]$$

Donde i es la tasa de rendimiento mas apropiada de la tasa de retorno sobre los activos, entonces el costo neto de los intereses esta dado por:

$$CNI = i \left[(PBO)_t - (MRA)_t - \frac{1}{2} E(C)_t \right] + (i-i') \left[(MRA)_t - \frac{1}{2} E(B)_t + \frac{1}{2} E(C)_t \right]$$

Y se ve en esta fórmula que si la tasa que se plantea en el plan i y la tasa de rendimiento que se espera sobre los activos i es la misma el costo neto de los intereses solo es afectado por: la diferencia entre los beneficios proyectados del plan, el valor de mercado de los activos y las contribuciones esperadas.

2.2.13. Métodos de amortización

Hay tres costos diferentes de amortización dependiendo de la fuente de donde provengan las obligaciones no reconocidas, donde el costo de los intereses es determinado por separado, todos los métodos de amortización usan la porción sobre las obligaciones.

Servicio futuro sobre los beneficios que se espera que reciban los empleados en el futuro

Los tres métodos de amortización que ya fueron discutidos toman el valor futuro de los servicios de los empleados que esperan recibir un beneficio. El valor futuro de los servicios de un empleado es el siguiente:

$(FS)_x = \sum_{k=x}^{r-1} p_x^{(T)}$ Esta fórmula es un promedio de la vida laboral remanente y

si esta fórmula se descompone en los decrementos d los cuales son el decremento total $d_t^{(t)}$, el decremento por discapacidad $d_t^{(d)}$, el decremento por mortalidad $d_t^{(m)}$, el decremento por retiro $d_t^{(r)}$ se tiene

$$(FS)_x = \sum_{k=x}^{r-1} \frac{\sum_{t=k}^{r-1} [d_t^{(t)} + d_t^{(d)} + d_t^{(m)} + d_t^{(r)}]}{l_x^{(T)}}$$

O también esta fórmula se puede expresar como:

$$(FS)_x = \sum_{k=x}^{r-1} \frac{\sum_{t=k}^{r-1} [E_t^{(v)} d_t^{(t)} + E_t^{(d)} d_t^{(d)} + E_t^{(s)} d_t^{(m)} + E_t^{(r)} d_t^{(r)}]}{l_x^{(T)}}$$

Donde E toma los valores de uno si el participante es afectado por el decremento correspondiente y cero si no es afectado por el decremento correspondiente

El número total de participantes que son afectados por los decrementos se representa por el (ERB) que se define como

$$(ERB)_x = \sum_{k=x}^{r-1} p_x^{(T)} [E_k^{(v)} d_k^{(t)} + E_k^{(d)} d_k^{(d)} + E_k^{(s)} d_k^{(m)} + E_k^{(r)} d_k^{(r)}]$$

Por lo tanto el promedio de los participantes que están afectados por los decrementos esta dado por (Apéndice A.1).

$$(AFS)_t = \frac{(FS)_t}{(ERB)_t}$$

2.2.14. Pagos anticipados

Es la diferencia positiva de las contribuciones acumuladas sobre los pagos acumulados en un mismo periodo. Cuando esta diferencia es positiva entonces se tiene un pago anticipado. Este pago se da por: una buena administración del plan de pensiones, se tomaron hipótesis actuariales correctas y las tasa de interés fue más productiva de lo que se esperaba. Los pagos anticipados están dados por:

$$\text{Pagos anticipados} = \Sigma(CC)_t - \Sigma(CE)_t$$

2.2.15. Obligaciones en transición (activos)

Eso se puede definir como: las obligaciones por beneficio proyectado menos el valor de mercado de los activos mas cualquier otro pago anticipado o lo que es igual a:

$$\text{Obligaciones en transición} = (PBO)_t - (MA)_t + [\Sigma(CC)_t - \Sigma(CE)_t]$$

Las obligaciones en transición son amortizadas por el método de la línea recta, o también por el promedio de años de servicio futuro que le falta por cumplir a los activos del plan.

2.2.16. Costo por modificaciones

Este costo de servicio esta definido como los cambios en las obligaciones por beneficio proyectado o él (PBO), su valor es cero en el primer año de aplicación y toma valores positivos o negativos si los beneficios del plan se incrementan o decrecen durante la vida del plan, este costo es amortizado sobre los beneficios futuros que los participantes del plan de pensiones esperan recibir a la fecha en el cambio de políticas en los beneficios del plan de pensiones, entonces el costo de amortización (AC) a la edad k con un costo anterior de servicio (PSC) creado a la vida del empleado x esta dado por

$$(AC)_k = \frac{{}^{k-x}(FS)_x}{(FS)_x} (PSC)_x \quad (k \geq x)$$

2.2.17. Pérdida o ganancia neta

La ganancia o pérdida no reconocida esta determinada de la siguiente manera

$$\left[\begin{array}{l} \text{perdida} \\ \text{o ganancia} \end{array} \right] = PBO + \left[\begin{array}{llll} \text{Valor de mercado} & \text{Obligaciones} & \text{Costo de servicio} & \text{Prepago acumulado} \\ \text{relacionado al} & \text{+ en transición} & \text{+ anticipado} & \text{+de pagos de pensión} \\ \text{valor de los activos} & \text{no reconocidas} & & \end{array} \right]$$

Capítulo III.

3 Efecto de la valuación de un plan de pensiones en la contabilidad de acuerdo a la NIC-19

A continuación se enuncia la NIC 19, tomando de esta norma solo el rubro de las obligaciones por retiro esta norma contempla cinco categorías de beneficios a los empleados:

- a) Beneficios a corto plazo a los empleados en activo, tales como sueldos, salarios y contribuciones a la Seguridad Social, ausencias remuneradas y ausencias remuneradas por enfermedad (si se pagan dentro de los doce meses siguientes al cierre del periodo) y beneficios no monetarios (tales como asistencia médica, disfrute de casa, coches y la disposición de bienes o servicios de subvencionados o gratuitos)
- b) Beneficios a los empleados retirados, tales como beneficios por pensiones y otros beneficios por retiro, seguros de vida y atención médica para los jubilados.
- c) Otros beneficios a largo plazo para los empleados, entre los que incluyen las ausencias remuneradas después de largos periodos de servicio (ausencias sabáticas), los beneficios especiales después de largo tiempo de servicio, los beneficios por incapacidad y, si se pagan a un plazo de doce meses o más después del cierre del periodo, participación en beneficios, incentivos y otro tipo de compensación salarial diferida.
- d) Beneficios por terminación de contrato y
- e) Beneficios de compensación instrumentos de capital.

En este trabajo solo se revisaran los beneficios del segundo párrafo o los beneficios a los empleados retirados.

3.1. Beneficios al retiro o Beneficios Post Empleo

Los Beneficios al retiro o conocidos también como planes de beneficios post-empleo se dividen en planes de aportaciones definidas y planes de beneficios definidos.

En los planes de aportaciones definidas, la empresa realiza aportaciones de carácter predeterminado a una entidad separada (un fondo) y no tiene obligación legal ni efectiva de realizar aportaciones adicionales, en el caso de que el fondo no tenga suficientes activos para atender los beneficios de los empleados que se relacionan con los servicios que han prestado en el periodo corriente y en los anteriores.

Para estos planes la norma exige que las empresas:

- a) Reflejen contablemente no sólo las obligaciones que legalmente tengan que atender, sino también cualquier otro tipo de obligación efectiva que se derive de las practicas habituales de beneficios a los empleados seguidas por las empresas:

- b) Determinar el valor actual de las obligaciones por beneficios definidos, así como el valor razonable de los activos del plan correspondiente, con la suficiente regularidad como para asegurar que los saldos reconocidos en los estados financieros no difieran significativamente de los importes que podrían determinar en la fecha del balance.
- c) Usar el método de la unidad de crédito proyectado para medir las obligaciones y los costos por este tipo de beneficios, entre los que se encuentran:

Obligación de Beneficio Acumulado (ABO)

La obligación de Beneficio Acumulado es igual al valor presente de los beneficios acumulados, tomando en cuenta en la contabilidad todos los decrementos futuros (apéndice A.8.3.1).

Un beneficio controlado es aquel donde existe la certeza de que va a ocurrir y que se plantea como objetivo principal del plan de pensiones, el cual afecta de forma directa al miembro en activo del plan de pensiones.

Entonces los beneficios que solo se puede considerar en el ABO son los que provienen de los decrementos por la mortalidad en los miembros activos del plan, sin tomar en cuenta los decrementos totales que son la suma de los decrementos por mortalidad, abandono del plan de pensiones, discapacidad y pensiones a los cónyuges.

Obligaciones sobre beneficio proyectado o Projected Benefit Obligation (PBO)

El PBO es igual al valor presente de los beneficios al retiro, donde el prorrateo se basa en los años de servicio, en matemáticas actuariales este supuesto es igual a la reserva actuarial bajo el método de la unidad de crédito proyectada o el costo normal para el método del beneficio acumulado esta dado por. (Apéndice A.8.8.1).

Costo neto periódico de la pensión.

El Costo periódico de la pensión se calcula restando al costo del servicio el costo por interés y a esa diferencia sumando el rendimiento esperado sobre los activos más el costo por amortización.

Costo del servicio.

El Costo del servicio esta definido como los costos normales bajo el método de la unidad de crédito proyectado, incrementado por los intereses del año en curso.

Costo del interés.

Es el segundo componente del costo neto periódico, es el interés de las obligaciones por beneficio proyectado o (PBO), con las últimas reducciones del pago de los beneficios esperados durante:

Valor esperado en el retorno de los activos.

El tercer componente es el valor esperado en el retorno de los activos bajo el valor de mercado sobre los activos, con los últimos ajustes sobre los beneficios esperados a pagar y las contribuciones esperadas durante el año:

- d) Atribuir a los beneficios a los periodos de servicio activo, en función de la fórmula del plan de beneficios, a menos que los servicios que el empleado vaya a prestar en el futuro le acrediten un nivel mucho más alto de beneficios que en los años precedentes.
- e) Usar suposiciones actuariales, respecto a las variables demográficas (tales como la rotación de los empleados o la tasa de mortalidad) y financieras (tales como incrementos futuros en los salarios, las variaciones de los costos de asistencia médica o ciertos en los beneficios oficiales), que sean insesgadas y mutuamente compatibles entre si.
- f) Determinar la tasa de descuento con referencia a la tasa de mercado que corresponda, a la fecha de balance, a los títulos de deuda emitidos por empresas de prestigio (o, en los países donde no existe un mercado extenso para tales bonos, los bonos emitidos por el gobierno)
- g) Deducir del importe en libros de las obligaciones, el valor razonable de cualesquiera activos pertenecientes al plan.
- h) Limitar el importe en libros de un activo de manera que no exceda el importe neto total de:
 - i) Los costos de servicios pasados y las pérdidas actuariales no reconocidas; más:
 - ii) El valor presente de los beneficios económicos que vayan a surgir en forma de reembolsos procedentes del plan o reducciones en las aportaciones futuras al mismo;
- i) Reconocer las pérdidas o ganancias procedentes de reducciones en el plan, o de la liquidación del mismo, en los planes de beneficios definidos, cuando tenga lugar la reducción o la liquidación; en estos casos la ganancia o la pérdida se evaluará por el cambio que resulte en el valor actual de las obligaciones por beneficios definidos, y el valor razonable de los activos del plan, así como por la parte no reconocida de cualesquiera ganancias o pérdidas actuariales y costo de los servicios pasados.
- j) Reconocer la porción específica de las ganancias y pérdidas actuariales acumuladas que exceda del mayor de los dos importes siguientes:
 - a. El 10% del valor actual de las obligaciones por beneficios definidas (antes de deducir el valor de los activos del plan)
 - b. El 10% del valor razonable de los activos del plan.

La Norma exige el uso de un método más simple para el tratamiento contable de los beneficios a largo plazo, distintos de los que tienen que ver con los beneficios post _ empleo, que consiste en reconocer inmediatamente en los resultados tanto las ganancias y las pérdidas actuariales como el costo del servicio pasado.

Los beneficios por terminación son beneficios que se pagan como resultado, o bien de la decisión de la empresa de resolver el contrato del empleado antes de la edad normal de retiro, o bien de la decisión del empleado de aceptar voluntariamente la conclusión de la relación laboral a cambio de tales beneficios. Por tanto, la empresa debe proceder al reconocimiento de los beneficios derivados de la rescisión del contrato cuando, y solo cuando, ha adquirido el compromiso de:

- a) O bien rescindir el contrato a un empleado o grupo de empleados antes de la fecha normal de retiro.
- b) O bien pagar beneficios por terminación como resultado de una oferta hecha a los empleados para conseguir la rescisión voluntaria de sus contratos.

La empresa ha contraído de forma patente el compromiso por una rescisión de contrato cuando y solo cuando, cuenta con un plan formal y detallado.

Alcance.

Esta norma debe ser aplicada por los empleadores al contabilizar los beneficios de los empleados.

Esta norma se aplica a todos los beneficios de los empleados, donde se incluyen los que proceden de:

- a) Planes u otro tipo de acuerdos formales celebrados, entre una empresa y sus empleados, ya sea individualmente, con grupos particulares de empleados o con sus representantes.
- b) Exigencias legales o acuerdos tomados en determinados sectores industriales, por virtud de los cuales las empresas se ven obligadas a realizar aportaciones a planes nacionales, provinciales, sectoriales u otros de carácter multi_patronal, o
- c) Prácticas no formalizadas que dan lugar, no obstante, a obligaciones de pago implícitas por la empresa. Las prácticas no formalizadas dan lugar a obligaciones de pago implícitas, cuando la empresa no tiene más alternativa que hacer frente a los pagos derivados de los beneficios comprometidos.

Los planes de beneficio post-empleo se pueden clasificar como planes de aportaciones definidas o planes de beneficio definido, según la sustancia económica que se derive de los términos y condiciones contenidos en ellos. En el caso concreto de los planes de aportaciones definidas.

- a) La obligación legal o implícita de la empresa se limita a la aportación que haya acordado entregar al fondo. De esta forma, el importe de los beneficios a recibir por el empleado estará determinada por el importe de las aportaciones que haya realizado la empresa.
- b) Y, en consecuencia, el riesgo actuarial (de que los beneficios sean menores que las esperadas) y el riesgo de inversión (de que los activos invertidos sean insuficientes para cubrir los beneficios esperados) son asumidos por el empleado.

Una de la característica de estos planes es:

La obligación de la empresa consiste en suministrar los beneficios acordados a los empleados actuales y anteriores y

El riesgo actuarial (de que los beneficios tengan un costo mayor que el esperado) y el riesgo de inversión son asumidos, esencialmente, por la propia empresa, lo cual supone que si las diferencias actuariales o el rendimiento de la inversión son menores de lo esperado, las obligaciones de la empresa pueden verse aumentadas.

3.1.1. Beneficios asegurados.

Una empresa puede financiar un plan de beneficios post-empleo mediante el pago de primas de una póliza de seguros. En este caso, deberá tratar al plan como un plan de aportaciones definidas, a menos que tengan la obligación legal o implícita de:

- a) Pagar a los empleados los beneficios directamente en el momento que sean exigibles:
- b) Pagar cantidades adicionales si el asegurador no paga todos los beneficios relativos a los servicios prestados por los empleados en el periodo presente y en los anteriores.

Si la empresa conserva tal obligación, legal o implícita, deberá tratar al plan como si fuera de beneficios definidos.

3.1.2. Planes de aportaciones definidas.

La contabilización de los planes de aportaciones definidas es sencilla, puesto que la obligación de la empresa que informa del mismo en sus estados financieros, para cada periodo, estará determinada por los importes que constituyen la aportación al plan.

Cuando un empleado ha prestado sus servicios a la empresa durante un periodo, la empresa deberá proceder a reconocer la contribución a realizar al plan de aportaciones definidas a cambio de tales servicios.

- a) Como un pasivo (obligaciones por gastos acumulados o devengados), después de deducir cualquier importe ya satisfecho. Si el importe ya pagado es superior a las aportaciones que se deben realizar según los servicios prestados hasta la fecha del balance, la empresa debe reconocer la diferencia como un activo (pago anticipado de un gasto) en la medida que el pago por adelantado vaya a dar lugar, por ejemplo, a una reducción en los pagos a efectuar en el futuro o a un reembolso en efectivo y en el caso de que las contribuciones a un plan de aportaciones definidas no se tuvieran que pagar en los doce meses siguientes a la fecha del balance en que se produjeron los servicios correspondientes de los empleados, el importe de las mismas debe ser objeto de descuento, utilizando para ello una tasa de descuento.

Información a relevar.

La empresa debe proceder a revelar, en cada periodo, información acerca del importe reconocido como gasto en los planes de aportaciones definidas.

3.1.3. Planes de beneficios definidos.

El registro contable de los planes de beneficio definido supone los siguientes pasos.

- a) Utilizar técnicas actuariales para hacer una estimación fiable del importe de los beneficios que los empleados han acumulado (o devengado) en razón de los servicios que han prestado en el periodo corriente y en los anteriores. Este calculo exige que las empresas determine la cuantía de los beneficios que resultan atribuibles al periodo corriente y a los anteriores y que realicen estimaciones pertinentes (suposiciones actuariales) respecto a las variables demográficas (tales como rotación de los empleados y mortalidad) y financieras (tales como incrementos futuros en los salarios y en los costos de asistencia médica) que influyen en el costo de los beneficios a suministrar.
- b) Descontar los anteriores beneficios utilizando el método de la unidad de crédito proyectada, a fin de determinar el valor presente de la obligación que suponen los beneficios definidos y el costo de los servicios del periodo corriente.
- c) Determinar al valor razonable de cualesquiera activos del plan
- d) Determinar el importe total de las pérdidas o ganancias actuariales así como el importe de aquellas pérdidas o ganancias que deben ser reconocidas.
- e) En el caso de que el plan haya sido introducido de nuevo o hayan cambiado las condiciones, determinar el correspondiente costo por servicios anteriores.
- f) Y si se da el caso de que haya una reducción en el plan o liquidación del mismo determinar la ganancia o pérdida correspondiente

El importe reconocido como un pasivo por beneficio definido debe ser la suma neta total de los siguientes importes:

- a) El valor presente de las obligaciones por beneficio definidos en la fecha del balance
- b) Más cualquier ganancia actuarial (menos cualquier pérdida actuarial) no reconocida por causa del tratamiento contable
- c) Menos cualquier importe procedente del costo de servicio pasado todavía no reconocido.
- d) Menos el valor razonable, en la fecha del balance, de los eventuales activos del plan con los cuales se liquida directamente las obligaciones.

El valor presente de las obligaciones por beneficios definidos es el importe bruto de las mismas, antes de deducir el valor razonable de cualesquiera activos del plan.

El importe reconocido como un pasivo por beneficio definido puede ser negativo o sea representar un activo, en este caso al resultado que se obtenga se deberá de tomar el mínimo entre este y el valor neto total de:

- a) Cualesquiera pérdidas actuariales y costo de servicio pasado no reconocidos todavía,
- b) El valor presente de cualesquiera beneficios económicos disponibles en la forma de reembolsos procedentes del plan o reducciones en las aportaciones futuras al mismo, para estos montos se deben de actualizar usando la tasa de descuento que se use en el plan

Puede aparecer un activo neto cuando el plan de beneficios definidos esta sobredotado, o bien en otros casos cuando se acaban de reconocer ganancias actuariales, la empresa debe reconocer un activo por que:

- a) La empresa controla un recurso económico, que se manifiesta en su capacidad para utilizar el superávit en la generación de beneficios futuros;
- b) Este control es el resultado de sucesos pasados (aportaciones efectuadas por la empresa y servicios prestados por los trabajadores)
- c) Los beneficios económicos futuros llegarán a al empresa en forma de reducciones en las aportaciones futuras o en forma de reembolsos, que pueden reducir directamente la empresa o pueden ir a otro plan con el déficit.

3.1.3.1. Estado de resultados:

La empresa debe reconocer como gasto o como ingreso el importe neto total de las siguientes cantidades, salvo que otra norma lo absorba como parte del costó de un activo.

- a) El costo de los servicios del periodo corriente.
- b) El costo por intereses
- c) El rendimiento esperado de cualesquiera activos del plan, así

- d) Las pérdidas y ganancias actuariales, en la medida que sean objeto de reconocimiento
- e) El costo de servicio pasado, en la medida que su reconocimiento sea exigido
- f) El efecto de cualquier tipo de reducción o liquidación del plan

Reconocimiento y medición: valor presente de las obligaciones por beneficios definidos y costo de los servicios del periodo corriente.

El costo final de un plan de beneficios definidos puede estar influido por diferentes variables, tales como los sueldos finales, la rotación de los empleados y la mortalidad, las tendencias en los costos de asistencia médica y, en el caso de planes cubiertos en fondos, por el rendimiento obtenido de la inversión de los activos del plan. Con el fin de medir el valor presente de las obligaciones por beneficios post empleo, así como el costo relativo al periodo corriente, es necesario:

- a) Aplicar un método de medición actuarial.
- b) Distribuir los beneficio entre los periodos del servicio
- c) Realizar suposiciones actuariales

3.1.3.2. Método de valuación actuarial

La empresa debe de usar el método de unidad de crédito proyectado para determinar tanto el valor presente de sus obligaciones por beneficios definidos, como el costo por los servicios prestados en el periodo actual y, en su caso, el costo de servicios pasado.

En el método de la unidad de crédito proyectada (también denominado a veces método de los beneficios acumulados en porción a los servicios prestados, o como el método de los beneficios por año de servicio), se contempla cada año de servicio como generador de una unidad de derecho a los beneficios y se mide cada unidad de forma separada para conformar la obligación final.

La empresa ha de proceder a descontar el importe total de la obligación por los beneficios post-empleo, incluso si una parte de la misma ha de ser pagada dentro del término de los doce meses siguientes a la fecha del balance general.

Al determinar el valor presente de sus obligaciones por beneficio definidos, así como los costos que corresponden a los servicios prestados en el presente periodo y, en su caso, los costos de servicio pasado, la empresa debe proceder a distribuir los beneficios entre los periodos de servicio, utilizando la formula de los beneficios del plan. No obstante, si los servicios prestados por un empleado en años posteriores van originar un nivel significativamente más alto, de los beneficios que el alcanzado en los años anteriores, la empresa deberá repartir linealmente el beneficio en el intervalo de tiempo que mide entre:

- a) La fecha a partir de la cual el servicio prestado por el empleado le da derecho al beneficio según el plan (con independencia de que los beneficios estén condicionados a los servicios futuros)
- b) La fecha en la que los servicios posteriores a prestar por el empleado le generen derecho a importes adicionales significativos del beneficio según el plan, salvo por causa de los eventuales incrementos de salarios en el futuro.

El método de la unidad de crédito proyectada exige que la empresa atribuya una parte de los beneficios, que ha de pagar en el futuro, a los servicios prestados en el periodo corriente (con el fin de determinar el costo acumulado o devengado en el mismo) y otra porción diferente a los prestados en el periodo corriente y en los anteriores (con el fin de poder calcular el valor presente de las obligaciones por beneficio definido). La empresa, de esta manera, reparte los beneficios entre los periodos en los que se acumula (o devenga) la obligación de pago sobre los beneficios post-empleo. Esta obligación surge a medida que los empleados prestan los servicios, a cambio de los cuales la empresa ha prometido pagar los beneficios futuros. Así técnicas actuariales permiten a la empresa medir las obligaciones con la suficiente fiabilidad como para justificar el reconocimiento de las mismas como elementos de los estados financieros.

3.1.3.3. Las suposiciones actuariales deben ser insesgadas y compatibles entre sí.

Las suposiciones actuariales constituyen las mejores estimaciones que la empresa posee sobre las variables que determinarán el costo final de suministrar los beneficios post-empleo. Entre las suposiciones actuariales se incluyen los dos tipos siguientes:

- a) Hipótesis demográficas acerca de las características de los empleados actuales y pasados (así como sobre sus beneficiarios) que pueden recibir los beneficios. Estas hipótesis tienen relación con extremos tales como:
 - i) Mortalidad, tanto durante el periodo de actividad como posteriormente
 - ii) Tasas de rotación entre empleados, incapacidad y retiros prematuros.
 - iii) La proporción de participes en el plan con beneficiarios que tienen derecho a los beneficios.
 - iv) Tasas de peticiones de atención, en los planes de asistencia médica.

b) Hipótesis financieras, que tienen relación con los siguientes extremos:

- i) La tasa de descuento
- ii) Los niveles futuros de sueldos y de beneficios
- iii) En el caso de beneficios por asistencia sanitaria, los costos futuros de la misma, incluyendo, si fueran importantes, los costos de administración de las reclamaciones y los pagos de los beneficios.
- iv) La tasa de rendimiento esperado para los activos del plan.

Las suposiciones actuariales se considerarán insesgadas si no resultan ni imprudentes ni excesivamente conservadoras.

Las hipótesis financieras deben estar basadas en las expectativas de mercado, en la fecha del balance de situación, para el período en que las obligaciones deben ser atendidas.

La tasa de interés a utilizar para descontar los beneficios post-empleo, a pagar a los trabajadores, debe determinarse utilizando como referencia los rendimientos del mercado, en la fecha del balance, correspondientes a las emisiones de bonos u obligaciones beneficios estén instrumentadas o no a través de fondos esperados. En los países donde no exista un mercado amplio para tales títulos, deberá utilizarse el rendimiento correspondiente, en la fecha del balance, a los bonos emitidos por el gobierno. En cualquier caso, tanto la moneda como el plazo de los bonos empresariales o gubernamentales deben corresponder con la moneda y el periodo de pago estimado.

El costo por intereses se calcula multiplicando la tasa de descuento, determinada al principio del periodo, por el valor presente de las obligaciones por beneficios definidos en ese periodo, teniendo en cuenta cualquier eventual cambio en el valor de las mismas. El valor presente de las obligaciones puede ser diferente del pasivo reconocido en el balance general, puesto que esta partida se evalúa descontando el valor razonable de cualesquiera activos del plan y porque algunas pérdidas y ganancias actuariales, así como ciertos costos de servicio pasado, no se reconocen inmediatamente en las cuentas.

Sus posiciones actuariales, sueldos, beneficios y costos de asistencia médica.

Las obligaciones por beneficios post-empleo deben medir de manera que reflejen:

- v) Los incrementos estimados de los sueldos en el futuro
- vi) Los beneficios establecidos, en la fecha del balance de situación, según los términos del plan (o que resulten de cualquier obligación implícitas que pueda derivarse de tales condiciones y
- vii) Los cambios futuros estimados en la cuantía de los beneficios gubernamentales, en la medida que afecten a los importes a pagar dentro del plan de beneficios definidos, si y solo si.

- i) Tales cambios han sido incorporados a una norma legal antes de la fecha del balance de situación; o
- ii) La historia pasada, u otro tipo de evidencia fiable, indican que tales beneficios gubernamentales van a ser modificados de una forma previsible, por ejemplo en consonancia con los futuros cambios en los niveles de precios o de salarios.

Las estimaciones de los incrementos futuros en los salarios han de tener en cuenta la inflación, la antigüedad, las posibles promociones y otros factores relevantes, tales como la evolución de la oferta y la demanda en el mercado de trabajo.

3.1.3.4. Pérdidas y ganancias actuariales.

Al proceder a la medición de los pasivos por beneficios definidos, la empresa debe reconocer, ya sea como ingreso o como gasto, un aparte de sus ganancias y pérdidas actuariales, siempre que el importe neto reconocido de sus pérdidas y ganancias actuariales, al final del periodo contable inmediatamente anterior, exceda a la mayor de las siguientes cantidades.

- El 10% del valor presente de las obligaciones por beneficios definidos en esa fecha (antes de que se deduzcan los activos del plan) y
- El 10% del valor razonable de los activos del plan en esa fecha.

Esos límites deben ser calculados y aplicados por separado para cada uno de los planes de beneficio definidos existentes.

La parte de las pérdidas y ganancias actuariales que ha de ser reconocida para cada uno de los planes de beneficio definido es el importe de exceso, determinado según se ha especificado en el párrafo anterior dividido entre el número de años de trabajo activo que, en promedio, resten a los empleados participantes en tal plan. No obstante la empresa puede adoptar cualquier método, de carácter sistemático, que produzca un reconocimiento más rápido de las citadas pérdidas y ganancias actuariales, siempre que se apliquen las mismas bases de reconocimiento para las pérdidas y para las ganancias y que la aplicación de este método sea hecha de manera sistemática en los diferentes periodos.

Las pérdidas y ganancias actuariales pueden producirse por incrementos o disminuciones en el valor presente de las obligaciones por beneficio definido, o bien por variaciones en el valor razonable de los activos relacionados con el plan. Entre estos fenómenos se pueden encontrar:

- a) Tasas de rotación, de mortalidad, de retiros anticipados o de incremento de salarios inesperadamente altas o bajas entre los empleados, así como variaciones en los servicios.
- b) El efecto de los cambios en las estimaciones de las tasas futuras de rotación de mortalidad, de retiros anticipados o de incremento de salarios de los empleados, así como el efecto de las variaciones en los beneficios.

- c) El efecto de las variaciones en la tasa de descuento y
- d) Las diferencias entre el rendimiento real y previsto de los activos del plan.

3.1.3.5. Valor razonable de los activos del plan.

Para determinar el valor razonable de los activos del plan se debe tomar el precio del mercado disponible, en caso de no existir este se procederá a estimar el valor razonable de los activos del plan mediante el descuento de los flujos futuros de efectivo, utilizando una tasa de descuento que refleje tanto el riesgo asociado con los activos del plan como la fecha de vencimiento o desaprobación de tales activos

3.1.3.6. Rendimiento de los activos del plan.

El rendimiento previsto de los activos del plan es uno de los componentes del gasto que se reconoce en el estado de resultados. La diferencia entre el rendimiento previsto de los activos y el rendimiento real es una ganancia o pérdida actuarial, según el caso, y su importe se incluirá con el resto de las ganancias y pérdidas actuariales, correspondientes a las obligaciones por beneficios definidos.

3.1.3.7. Información a revelar.

La empresa debe revelar, en relación con los planes de beneficios definidos, la siguiente información.

- a) la política contable seguida por la entidad para el reconocimiento de las pérdidas y ganancias actuariales.
- b) La descripción general del tipo de plan que se trate;
- c) Una conciliación de los activos y pasivos reconocidos en el balance general, mostrando como mínimo:
 - i) El valor presente, a la fecha del balance, de las obligaciones por beneficio definido que no estén financiadas;
 - ii) El valor presente, a la fecha del balance (antes de deducir el valor razonable de los activos del plan), de las obligaciones por beneficio definido que estén parcial o totalmente financiadas.
 - iii) El valor razonable de cualesquiera activos pertenecientes al plan en la fecha del balance;
 - iv) Las pérdidas o ganancias actuariales, en términos netos, no reconocidas en el balance
 - v) El costo de servicios pasado no reconocido todavía en el balance
 - vi) Cualquier importe no reconocido como activo.

- c) los importes de las partidas incluidas en el valor razonable de los activos del plan para;
 - i) Cada categoría de los instrumentos financieros emitidos por la empresa que informa
 - ii) Cualquier propiedad ocupada u otros activos utilizados por la empresa que informa;
- d) una conciliación de los movimientos producidos en el periodo en el pasivo (o activo) neto reconocido en el balance;
- e) el gasto total reconocido en el estado de resultados, junto con el nombre de la partida específica del estado en el que hayan incluido, para cada una de las siguientes partidas:
 - i) Costo de los servicios del periodo corriente;
 - ii) Costo por intereses;
 - iii) Rendimiento esperado de los activos del plan;
 - iv) Ganancias y pérdidas actuariales
 - v) Costo de servicio pasado; y
 - vi) El efecto de cualquier reducción o liquidación;
 - vii) El rendimiento real producido por los activos del plan
 - viii) Las principales suposiciones actuariales utilizadas, con sus valores en la fecha del balance, entre las que se incluirán, según proceda;
 - i. las tasas de descuento
 - ii. las tasas de rendimiento esperadas de los activos del plan, para los periodos a los que se refieren los estados financieros;
 - iii. las tasas esperadas de incremento en los salarios (y de los cambios en los índices u otras variables específicas en los términos formales o implícitos del plan como determinantes de los incrementos futuros de los beneficios)
 - iv. la tendencia de los incrementos en los costos de atención sanitaria; y
 - v. cualesquiera otras suposiciones actuariales significativas utilizadas.

3.2.2. Ejemplo de beneficios a los empleados retirados

Se vio en el capítulo primero que las pensiones derivadas de las leyes del IMSS de los años 1973 y 1997 no son suficientes para satisfacer al monto de los salarios integrados, en este punto se presentan los resultados de las valuaciones actuariales de los años 2008 y 2009. Además se arma un ejemplo de los reportes que se hacen aplicando las normas de la NIC-19 de las Normas Internacionales de Contabilidad.

Se tomo además como hipótesis financieras una tasa de interés del 4% y una tasa de incremento al salario del 1%.

Como hipótesis Actuariales se tomo la tabla de decremento por mortalidad EMSA_97 para hombres y una tasa de descuento del 4%.

Resultados de la Valuación Actuarial al 31-XII-2008

A. Datos Generales.

No de Empleados	268
Promedio de la Edad Actual	37
Promedio de los Servicios Pasados	8
Nomina Anual	29,442,260
Salario Promedio Mensual	9,154
Personal con Derecho a Retiro	1
Promedio de la Edad Actual	66
Promedio de los Servicios Pasados	16
Nomina Anual	40,490
Salario Mensual	3,374

B. Resultados de la Valuación Actuarial

Valor Presente Actuarial de los Beneficios Totales	635,174,579
Valor Presente Actuarial del Salario Pensionable Proyectado	215,895,380
Costo Normal	17,927,341
Costo Normal en Porcentaje de la Nomina	0.08303
Tasa de Reemplazo	36.32%
Tasa de Reemplazo del IMSS (1973)	38.64%
Tasa de Reemplazo del IMSS (1997)	36.05%
Tasa de Reemplazo Conjunta ley del IMSS	45.80%
Tasa de Reemplazo Total	82.13%

C. Datos de la Valuación Actuarial

Promedio de la Edad de Ingreso	28
Promedio de la Edad Actual	37
Promedio de la Edad de Retiro	65
Promedio del Salario Pensionable	151,845
Promedio Pensión al Retiro	56,024
Promedio Pensión Devengada	16,051
Promedio de los Servicios Futuros	27

(1). No se ha incluido la pensión de invalidez ni otras prestaciones en especie por lo que esta pensión esta sobre estimada

Resultados de la Valuación Actuarial al 31-XII-2009

A. Datos Generales.

No de Empleados	268
Promedio de la Edad Actual	38.38
Promedio de los Servicios Pasados	9.70
Nomina Anual	29,442,260
Salario Promedio Mensual	9,154
Personal con Derecho a Retiro	1
Promedio de la Edad Actual	67
Promedio de los Servicios Pasados	17
Nomina Anual	40,490
Salario Mensual	3,374

B. Resultados de la Valuación Actuarial

Valor Presente Actuarial de los Beneficios Totales	656,177,835
Valor Presente Actuarial del Salario Pensionable Proyectado	241,725,408
Costo Normal	18,523,226
Costo Normal en Porcentaje de la Nomina	0.07662
Tasa de Reemplazo	36.32%
Tasa de Reemplazo del IMSS (1973)	38.64%
Tasa de Reemplazo del IMSS (1997)	36.05%
Tasa de Reemplazo Conjunta ley del IMSS	45.80%
Tasa de Reemplazo Total	82.13%

C. Datos de la Valuación Actuarial

Promedio de la Edad de Ingreso	28
Promedio de la Edad Actual	38
Promedio de la Edad de Retiro	65
Promedio del Salario Pensionable	150,343
Promedio Pensión al Retiro	55,471
Promedio Pensión Devengada	17,396
Promedio de los Servicios Futuros	26

(1). No se ha incluido la pensión de invalidez ni otras prestaciones en especie por lo que esta pensión esta sobre estimada

	2008	2009
Valor presente de las obligaciones	635,174,579	656,177,835
Costo por intereses	25,406,983	26,247,113
Costo de los servicios del periodo corriente	18,048,729	19,264,156
Costo de servicio pasado - beneficios revocables		
Costo de servicio pasado -beneficios irrevocables		
Beneficios pagados en el periodo	-	-
	40,490	40,490
Pérdidas (ganancias) actuariales de las obligaciones (cantidad necesaria para alcanzar el valor presente final)	22,411,965	26,947,552
Valor presente de las obligaciones, de diciembre	656,177,835	674,701,062
Valor razonable de los activos del plan al 1 de enero	635,174,579	656,177,835
Rendimiento esperado para los activos del plan	25,406,983	26,247,113
Aportaciones del periodo		
Beneficios pagados en el periodo	-	-
	40,490	40,490
(Pérdidas) o ganancias actuariales en los activos del plan (cantidad necesaria para equilibrar el valor razonable final)	4,363,237	7,683,397
Valor razonable de los activos, a 31 de diciembre	656,177,835	674,701,062
	2008	2009
Perdidas o ganancias actuariales pendientes de reconocer al 1 de enero		
Del Límites de la "banda de fluctuación". de enero del	63,517,458	65,617,784
Exceso [A]	-	-
Vida activa media restante de los trabajadores (años) [B]	28	27
• Ganancias (pérdidas) actuariales netas a reconocer [A/B]	-	-
Ganancias (pérdidas) actuariales no reconocidas a 1 de enero del	-	-
Ganancias (pérdidas) actuariales del período - obligaciones	-	-
Ganancias (pérdidas) actuariales del periodo - activos del plan	-	-
Subtotal	-	-
Pérdidas	-	-
(ganancias) actuariales reconocidas	-	-
Ganancias (pérdidas) actuariales no reconocidas a 31 de diciembre	-	-

	2008	2009
Valor presente de las obligaciones	656,177,835	674,701,062
Valor razonable de los activos del plan	-	-
	656,177,835	674,701,062
Ganancias (pérdidas) actuariales no reconocidas	-	-
Costo de servicio pasado no reconocido -	-	-
Beneficios irrevocables	-	-
Pasivo reconocido en el balance de	-	-
situación general		
Costo por los servicios del periodo corriente	18,048,729	19,264,156
Costo por intereses	25,406,983	26,247,113
Rendimiento esperado de los activos del plan	-	-
	25,406,983	26,247,113
Pérdida (ganancia) actuarial neta reconocida en el año	-	-
Costo de servicio pasado – beneficios revocables	-	-
Costo de servicio pasado – beneficios irrevocables	-	-
Gto edo de resultados	18,048,729	19,264,156
Saldo inicial del pasivo neto	-	-
gasto reconocido (véase cuadro anterior)	18,048,729	19,264,156
Aportaciones realizadas	-	-
Saldo final del pasivo neto	18,048,729	19,264,156
Rendimiento esperado de los activos del plan	25,406,983	26,247,113
Ganancias (pérdidas) aduanales de los activos del plan	-	-
Rendimiento real de los activos del plan	25,406,983	26,247,113
Se presenta un ejemplo de acuerdo a la NIC 19 sin aplicar el criterio de amortización de acuerdo a la vida laboral remanente		
	2008	2009
Valor presente de las obligaciones	635,174,579	656,177,835
Costo por intereses		

	25,406,983	26,247,113
Costo de los servicios del periodo corriente		
	18,048,729	19,264,156
Costo de servicio pasado - beneficios revocables	-	-
Costo de servicio pasado -beneficios irrevocables	-	-
Beneficios pagados en el periodo	-	-
	40,490	40,490
Pérdidas (ganancias) actuariales de las obligaciones (cantidad necesaria para alcanzar el valor presente final)	22,411,965	26,947,552
Valor presente de las obligaciones, de diciembre	656,177,835	674,701,062
Valor razonable de los activos del plan al 1 de enero	635,174,579	656,177,835
Rendimiento esperado para los activos del plan	25,406,983	26,247,113
Aportaciones del periodo	-	-
Beneficios pagados en el periodo	-	-
	40,490	40,490
(Pérdidas) o ganancias actuariales en los activos del plan (cantidad necesaria para equilibrar el valor razonable final)	4,363,237	7,683,397
Valor razonable de los activos, a 31 de diciembre	-	-
	656,177,835	674,701,062
	2008	2009
Pérdidas o ganancias actuariales pendientes de reconocer al 1 de enero	-	-
Del Límites de la "banda de fluctuación". de enero del	63,517,458	65,617,784
Exceso [A]	-	-
Vida activa media restante de los trabajadores (años) [B]	28	27
• Ganancias (pérdidas) actuariales netas a reconocer [A/B]	-	-
Ganancias (pérdidas) actuariales no reconocidas a 1 de enero del	-	-
Ganancias (pérdidas) actuariales del período - obligaciones	-	-
	40,490	40,490
Ganancias (pérdidas) actuariales del periodo - activos del plan	4,363,237	7,683,397
Subtotal	4,322,747	7,642,907
Pérdidas	-	-
(ganancias) actuariales reconocidas	-	-
Ganancias (pérdidas) actuariales no reconocidas a 31 de diciembre	-	-

	2008	2009
Valor presente de las obligaciones	656,177,835	674,701,062
Valor razonable de los activos del plan	-	-
	656,177,835	674,701,062
	-	-
Ganancias (pérdidas) actuariales no reconocidas	-	-
Costo de servicio pasado no reconocido -	-	-
Beneficios irrevocables	-	-
Pasivo reconocido en el balance de	25,406,983	26,247,113
situación general		
Costo por los servicios del periodo corriente	18,048,729	19,264,156
Costo por intereses	25,406,983	26,247,113
Rendimiento esperado de los activos del plan	-	-
Pérdida (ganancia) actuarial neta reconocida en el año	25,406,983	26,247,113
	-	-
Costo de servicio pasado – beneficios revocables	-	-
Costo de servicio pasado – beneficios irrevocables	-	-
Gto edo de resultados	18,048,729	19,264,156
Saldo inicial del pasivo neto	-	18,048,729
gasto reconocido (véase cuadro anterior)	18,048,729	19,264,156
Aportaciones realizadas	-	-
Saldo final del pasivo neto	18,048,729	37,312,884
Rendimiento esperado de los activos del plan	25,406,983	26,247,113
Ganancias (pérdidas) aduanales de los activos del plan	4,363,237	7,683,397
Rendimiento real de los activos del plan	29,770,220	33,930,510

Conclusiones.

Los planes complementarios de pensiones son útiles para cumplir con las obligaciones derivadas de la seguridad social y para mantener un nivel de vida razonable de las personas que participan en estos.

Como se vio en el Capítulo I las pensiones de Retiro y Vejez derivadas de las leyes de 1973 y 1997, son insuficientes para mantener un nivel de vida razonable, ya que las tasas de remplazo que se obtuvieron son 38.64% para el año de 1973 y de 36.06% para el año de 1997. Por esta razón se puede hacer uso de planes complementarios de retiro a estas leyes u otra que se diseñe para satisfacer los objetivos de la seguridad social

En el Capítulo III se ve que las pensiones derivadas del plan complementario de pensiones complementan las tasas de remplazo de las pensiones de las leyes del IMSS de los años 1973 y 1977 en 36.62% para el año del 2008, 2009 en promedio para dar una tasa de remplazo total para el año de 2008 de 82.13% y para el año de 2009 la tasa promedio de remplazo total es de 82.13%. Lo cual es solvente de una forma razonable con respecto al salario anual integrado.

Aplicando la NIC-19 el valor presente de las obligaciones para el año de 2008 es de 635,174,579 y para el año 2009 es de 656,177,835

Las ganancias del plan ascienden a 25,406,983 y 26,247,113 respectivamente.

El rendimiento real de los activos del plan asciende a 29,770,220 y 33,930,510 respectivamente.

Se concluye que el plan complementario ayuda a las pensiones derivadas de las leyes de 1973 y 1997 a cumplir con el objetivo de los planes de pensiones que es ayudar a mantener un nivel de vida razonable ya que en promedio estaría dando tasas de remplazo del 82.13%. .

No obstante el costo aceptable para las empresas por la implementación de un plan privado de pensiones, se debe considerar la exigencia de las normas internacionales de contabilidad en los estados financieros de la empresa es decir la responsabilidad empresarial no solo se limita al pago a un fondo de las contribuciones actuarialmente determinada, sino también a la cuantificación y a la revelación en los estados financieros de la empresa de las obligaciones devengadas y cubiertas para lograr una mayor transparencia en el gobierno corporativo.

Apéndice A

En este apéndice se trata con mayor detalle las formulas que se usaron en los capítulos tres, cuatro y cinco de esta presente tesis

Se empieza ha hablar de la función de supervivencia e interés y se da un repaso a las funciones de anualidades de vida, ya que estas funciones son las bases del cálculo de pensiones.

A.1. Función compuesta de supervivencia

La función compuesta representa la probabilidad de que un participante activo del plan de pensiones, siga en servicio activo durante un periodo dado.

La función compuesta de supervivencia esta formada por todas las tasas de decremento las cuales afectan a los participantes activos del plan de pensiones, la función compuesta de supervivencia es:

$$p_x^{(T)} = (1 - q_x^{(m)})(1 - q_x^{(d)})(1 - q_x^{(r)})(1 - q_x^{(t)})$$

O su equivalentemente

$$p_x^{(T)} = (p_x^{(m)})(p_x^{(d)})(p_x^{(r)})(p_x^{(t)})$$

Donde:

$p_x^{(T)}$: La función compuesta de supervivencia

$q_x^{(m)}$: La tasa de decremento a causa de la mortalidad que afecta a un participante con la edad x

$q_x^{(d)}$: La tasa de decremento a causa de una discapacidad que afecta a un participante con la edad x

$q_x^{(r)}$: La tasa de decremento a causa del retiro que afecta a un participante con la edad x .

$q_x^{(t)}$: La tasa de decremento a causa de que el participante termine el plan de pensiones por razones diferentes al retiro en la edad programada.

Una aproximación de la función de probabilidad de decrementos múltiples es ilustrada por la función de mortalidad como sigue:

$$q_x^{(m)} = q_x^{(m)} \left(1 - \frac{1}{2} q_x^{(d)}\right) \left(1 - \frac{1}{2} q_x^{(r)}\right) \left(1 - \frac{1}{2} q_x^{(t)}\right)$$

Donde:

$q_x^{(m)}$: La tasa de decremento a causa de la mortalidad que afecta a un participante con la edad x

$q_x^{(d)}$: La tasa de decremento a causa de una discapacidad que afecta a un participante con la edad x

$q_x^{(r)}$: La tasa de decremento a causa del retiro que afecta a un participante con la edad x .

$q_x^{(t)}$: La tasa de decremento a causa de término del plan de pensiones por causas ajenas al retiro.

La probabilidad de que un participante sobreviva en servicio por n años es igual al producto de las sucesivas tasas de probabilidad de supervivencia compuesta de un año:

$${}_n p_x^{(T)} = \prod_{t=0}^{n-1} p_{x+t}^{(T)}$$

Donde:

$p_{x+t}^{(T)}$: Función compuesta de supervivencia de un participante con $x+t$ años

Y al número total de empleados que dejan el servicio activo durante el año se le denota con

$$d_x^T = l_x^T q_x^T$$

Donde:

l_x^T : es el número total de participantes a la edad x

q_x^T : es la tasa de decremento total de un participante a la edad x

Esta formula también se puede expresar por la suma de cada uno de los decrementos por separado.

$$d_x^{(T)} = d_x^{(m)} + d_x^{(t)} + d_x^{(d)} + d_x^{(r)}$$

$$d_x^{(T)} = l_x^{(T)} (q_x^{(m)} + q_x^{(t)} + q_x^{(d)} + q_x^{(r)})$$

nota: la función l_x^T en las tablas de decremento actuarial empiezan con un número de 100,000, o múltiplos de esa cantidad lo que se conoce como radix de la tabla de decrementos que después van disminuyendo ya que $l_{x+1}^T = l_x^T - d_x^{(T)}$ para el siguiente renglón de una tabla de decrementos en este caso $x+t$ es $x+1$ pero puede variar en decrementos de 5 en 5 años o de 10 en los años según se construya la tabla de decrementos.

A.2. Función de supervivencia

Esta función en el caso de un plan de pensiones nos indica la probabilidad de que una persona activa del plan de pensiones con la edad x siga activo en el plan a la edad $x+n$ y esta dada por.

$${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

Donde:

l_{x+n} : es el número de participantes del plan a la edad $x+n$

l_x : es el número de participantes del plan a la edad x

A.3. Función de interés

La función de interés se usa para descontar un pago futuro al tiempo t y es importante para determinar el costo de una pensión ya que esta se combina con las funciones de supervivencia, para determinar al costo de las pensiones, su formula es $(1+i)^t$ donde i es el interés durante el periodo y t es el tiempo.

A.4. Función de valor presente

El valor presente de una unidad monetaria en n años esta dado por

$$\frac{1}{(1+i_1)(1+i_2)\dots(1+i_n)}$$

Donde i_n : es la tasa de interés del año n y si $i_1 = i_2 = \dots = i_n = i$ la expresión anterior se define como

$$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$$

A.5. Anualidades

Las anualidades representa una combinación de las funciones de supervivencia y de interés, la mayoría de las anualidades están basadas solo en los decrementos que dependen de la función de supervivencia, aun que se pueden adaptar para que tomen la función de supervivencia que depende de los demás decrementos que se toman en cuenta en esta tesis.

A.5.1. Anualidades vitalicias

En estas anualidades el beneficio cesa hasta la muerte, si se asume que el beneficio es de solo un peso al inicio de la edad x la anualidad de vida vitalicia esta dada por

$$\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{\infty} {}_tP_x^{(m)} v^t$$

Aun que se usa el símbolo de ∞ en la parte superior de la sumatoria para denotar las supervivencia a una edad avanzada la probabilidad de supervivencia o ${}_tP_x^{(m)}$ se acerca a cero cuando la edad aumenta.

A.5.2. Anualidad de vida durante un periodo dado

Los beneficios en esta anualidad son pagados sin importar que el participante haya o no sobrevivido, esta anualidad es la combinación de una anualidad de vida diferida por n años y una anualidad simple que no contempla la probabilidad de supervivencia por n años, la fórmula de los beneficios bajo esta anualidad esta dada por:

$$\ddot{a}_{\overline{x:n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t + {}_n p_x^{(m)} v^n \ddot{a}_{x:n}$$

$$\ddot{a}_{\overline{x:n}|} = \ddot{a}_{\overline{n}|} + {}_n| \ddot{a}_x$$

A.5.3. Anualidad conjunta de superviviente

Otro tipo de anualidades es la anualidad conjunta de supervivientes, el termino conjunto denota que estas anualidades dependen de la supervivencia de mas de un participante este tipo de anualidades se usa en planes donde interviene un cónyuge y su pareja, pero no sólo se restringe a relaciones matrimoniales.

$${}^k \ddot{a}_{xz} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t \left[{}_t p_x^{(m)} {}_t p_z^{(m)} + k {}_t p_x^{(m)} (1 - {}_t p_z^{(m)}) + k {}_t p_z^{(m)} (1 - {}_t p_x^{(m)}) \right]$$

Ahora se examina esta formula el primer termino dentro de los paréntesis representa el pago de un peso si los dos participantes x y z están vivos en el tiempo t, el segundo termino representa el pago de una proporción de k pesos solo si x esta vivo y el tercer término representa el pago de una proporción de k pesos solo si z esta vivo.

Otro tipo de estas anualidades muy usadas es la conocida como anualidad conjunta contingente y anualidad de superviviente.

Bajo esta forma, los beneficio se reducen solo si el miembro activo del plan o el que da las aportaciones es el primero en morir, y el otro participante solo recibirá una proporción de los beneficios del plan su fórmula es la siguiente

$${}^k \ddot{a}_{xz} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t \left[{}_t p_x^{(m)} {}_t p_z^{(m)} + {}_t p_x^{(m)} (1 - {}_t p_z^{(m)}) + k {}_t p_z^{(m)} (1 - {}_t p_x^{(m)}) \right]$$

El primer termino del paréntesis representa que se pagara un peso si x y z están vivos el segundo que solo se pagara un peso si x esta vivo y el tercero solo se pagara la proporción de un peso si z esta vivo, o también se puede usar la siguiente formula

$${}^k \ddot{a}_{xz} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t \left[{}_t p_x^{(m)} + k {}_t p_z^{(m)} - k {}_t p_x^{(m)} {}_t p_z^{(m)} \right]$$

Que representa que se paga un peso si x esta vivo y se pagara también a z la proporción de un peso si esta vivo y se les restara del pago la proporción de k pesos si x y z están vivos.

A.6. Función de salario

Si en el plan de pensiones se espera un beneficio en término del salario es necesario que se explique la notación que se va usar para denotar al salario y los procedimientos para estimar el salario futuro.

El salario corriente en pesos de un participante con la edad x se denota en este trabajo como s_x y si este participante ha permanecido en el plan de pensiones a la edad que tenía a la fecha de entrada que la denotaremos con la letra y , hasta la edad que tiene a la fecha del cálculo o edad x , por lo tanto falta por denotar el salario que ha venido acumulando este participante el cual lo denotaremos con S_x queda representado con la siguiente fórmula.

$$S_x = \sum_{t=y}^{x-1} s_t$$

Para estimar el salario en pesos a la edad x , se puede usar la fórmula siguiente que define a s_x en el año en el que el trabajador entro al plan de pensiones y esta dada por:

$$s_x = s_y \frac{(SS)_x}{(SS)_y} [(1+I)(1+P)]^{(x-y)}$$

Donde

s_y Es el salario del participante a la edad y la cual fue la edad con que entro en el plan de pensiones

SS_x Es la escala de merito al salario a la edad x

I Es la tasa de inflación

P Es la tasa de productividad reflejada en término del incremento en el salario

A.7. Función de beneficios

La función de beneficios es usada para determinar el monto de los beneficios que van a ser pagados al: retiro, retiro anticipado a la edad de retiro, discapacidad y muerte. En esta sección se van a considerar los tres tipos más comunes para definir un beneficio en un plan de pensiones.

El símbolo b_x denota el beneficio anual acumulado durante la edad x a la edad $x+1$ de un participante que entro al plan de pensiones a la edad y es definida como la función de beneficio acumulado.

La función de beneficio acumulado se define como B_x y su fórmula es:

$$B_x = \sum_{t=y}^{x-1} b_t$$

Donde

b_t Beneficio anual acumulado durante la edad t a la edad $t+1$.

Ahora se presenta a cada una de las formas de definir los beneficios en un plan de pensiones.

A.7.1. Beneficio en pesos constantes

Para definir el beneficio en pesos constantes, se da como hipótesis de que no varía el beneficio que se asigna al participante con la edad x en el plan de pensiones, su fórmula está dada por:

$$B_x = (x - y)b_x$$

A.7.2. Beneficio sobre el promedio de la carrera

Los beneficios del plan de pensiones bajo este criterio siguen el patrón de asignar un promedio que se basa en la edad con la cual se entro en el plan de pensiones y la edad que se tiene en x , el salario y el salario acumulado son multiplicados por este promedio ponderado que está representado por el parámetro k las fórmulas del beneficio bajo este criterio son.

$$b_x = ks_x$$

$$B_x = kS_x$$

A.7.3. Beneficios sobre el promedio al final de la carrera

El promedio al final de la carrera es un poco más complicado ya que se tiene que tomar en cuenta el número de años durante los cuales el participante estuvo activo en el plan, el factor k que representa el promedio ponderado entre la edad a la cual entro en el plan de pensiones y el salario acumulado que el participante tiene, los beneficios bajo este criterio se pueden calcular bajo la siguiente fórmula.

$$B_r = k(r - y) \frac{1}{n} \sum_{t=r-n}^{r-1} s_t \quad \text{o más simple}$$

$$B_r = k(r - y) \frac{1}{n} (S_r - S_{r-n})$$

A.8. Cálculo de un plan de pensiones

Hay muchas formas y fórmulas para medir las obligaciones financieras de un plan de pensiones, o de otra manera cuando ya existe la obligación de pagar las obligaciones por las pensiones. El propósito de este apartado es presentar las fórmulas matemáticas fundamentales para sustentar el plan de pensiones para que en otros apartados se hable de las reglas de registro contables de las reservas y las obligaciones derivadas de adoptar un plan de pensiones.

A.8.1. Reserva de término del plan de pensiones

La reserva de término del plan de pensiones o también conocida como reserva legal del plan de pensiones, es igual al valor presente de todos los beneficios acumulados, la fórmula de esta reserva es:

$$(PTL)_x = B_{rr-x} p_x^{(m)} v^{r-x} \ddot{a}_r \quad \text{para } x \leq r$$

Donde

B_r : Beneficios acumulados definidos en el plan

${}_{r-x}p_x^{(m)}$: Probabilidad de vivir de la edad x a la edad de retiro r

v^{r-x} : Valor presente de la edad x a la edad de retiro r

\ddot{a}_r : Valor presente, a la edad de retiro de una anualidad de vida vitalicia

$$(PTL)_x = B_r \ddot{a}_r \quad \text{para } x \geq r$$

Donde

B_r : Beneficios acumulados definidos en el plan

\ddot{a}_r : Valor presente, a la edad de retiro de una anualidad de vida vitalicia

En la función anterior cuando la edad x es menor a la edad de retiro r aumenta de valor de la función tanto como se acerca esta evaluada a la edad de retiro, pero cuando x es mayor a la edad de retiro r empieza a decrecer por el efecto de la anualidad de vida vitalicia.

A.8.2. Reserva de continuación del plan

La reserva de continuación del plan para los beneficios acumulados, algunas veces conocida como reserva de continuación para los beneficios acumulados, mide las obligaciones financieras bajo el criterio que el plan va a seguir existiendo, en este caso los empleados en el futuro y las incapacidades son relevantes en el costo del plan, la fórmula para medir esta reserva para un participante activo con la edad x es:

$${}^{ABr}(PCL)_x = B_{rr-x} p_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r \quad \text{para } x \leq r$$

El símbolo AB indica que la reserva esta basada en los beneficios acumulados definidos en el plan de pensiones, en este criterio la reserva incluye beneficios de asiló, y r que es la edad de retiro es usada para denotar que los beneficios al retiro que van a ser evaluados en ese punto al retiro.

La reserva de continuación del plan y la del termino del plan pueden expresarse en términos una de la otra.

$${}^{ABr}(PCL)_x = \frac{{}_{r-x}P_x^{(T)}}{{}_{r-x}P_x^{(m)}} (PTL)_x^r \quad {}^{ABr}(PCL)_x = \frac{{}_{r-x}P_x^{(m)}}{{}_{r-x}P_x^{(T)}} (PCL)_x^r$$

A.8.3. Reservas actuariales

Muchos métodos de costos actuariales son usados en los planes de pensiones, y cada método de costos esta asociado a una reserva actuarial. En términos generales, el costo de una reserva actuarial bajo un método de

costeo es igual al valor presente de los beneficios a una fecha dada, el cual puede ser expresado como sigue:

$${}^r(AL)_x = B_{xr-x} \dot{P}_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r$$

Donde B_x representa los beneficios acumulados bajo un cierto método de costeo actuarial.

La reserva actuarial bajo un cierto método de costeo puede ser vista como la proporción de participantes que participan del valor presente de los beneficios futuros (PVFB) sobre el método de costeo que se está usando.

$${}^r(PVFB)_x = B_{rr-x} P_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r$$

La función ${}^r(PVFB)_x$ es la misma que la función ${}^r(AL)_x$ aun que una es valuada con los beneficios a la edad de retiro B_r y la otra a la edad x B_x , dependiendo del método de costeo actuarial que se está usando, una forma generalizada de definir esta reserva es expresada de la siguiente manera:

$${}^r(AL)_x = k {}^r(PVFB)_x$$

Donde k es la fracción de cada uno de los métodos de costos definidos en esta sección de este apartado.

A.8.3.1. Método del beneficio acumulado

La reserva actuarial bajo el método del beneficio acumulado, algunas veces definida como el método del crédito unitario, es igual al valor presente de los beneficios acumulados o lo que es igual a

$${}^{ABr}(AL)_x = B_{xr-x} P_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r$$

$${}^{ABr}(AL)_x = \frac{B_x}{B_r} {}^r(PVFB)_x$$

En este caso el valor de k es la tasa entre los beneficios a la edad x y los beneficios a la edad de retiro.

A.8.3.2. Métodos de beneficios prorrateados

Hay dos métodos de prorratear los beneficios, generalmente conocidos como métodos de proyectar el crédito unitario. El primer método usa como valor de prorrateo, la diferencia entre la edad de entrada al plan de pensiones y la edad x , entre la diferencia entre la edad de retiro y la edad con que se entro al plan de pensiones. Siempre considerando el supuesto de que se está trabajando con pesos constantes, su formula es:

$${}^{BDr}(AL)_x = \frac{x-y}{r-y} B_{rr-x} p_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r$$

$${}^{BDr}(AL)_x = \frac{x-y}{r-y} r (PVFB)_x$$

En este caso k es la tasa entre la edad corriente y la edad al retiro. El segundo método de prorrateo usa el salario a la edad x y el salario a la edad de retiro, y su fórmula es

$${}^{BPr}(AL)_x = \frac{S_x}{S_r} B_{rr-x} p_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r$$

$${}^{BPr}(AL)_x = \frac{S_x}{S_r} r (PVFB)_x$$

Métodos de costo prorrateado

Hay dos métodos de prorrateo de costos, algunas veces enunciados como método de beneficio proyectado o métodos de costeo a la edad entrante. Sobre el que las reservas pueden ser definidas en términos de prorrateo de los beneficios al retiro, pero en este caso el prorrateo está basado en anualidades temporales que se basan en el tiempo laborado, el primer método solo toma en cuenta la edad de entrada al plan y la edad de retiro y el segundo método se basa en el salario a la edad x y el salario al retiro r . Sus fórmulas son:

$${}^{CDr}(AL)_x = \frac{\ddot{a}_{y:\overline{x-y}|}^T}{\ddot{a}_{y:\overline{r-y}|}^T} B_{rr-x} p_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r$$

$${}^{CDr}(AL)_x = \frac{\ddot{a}_{y:\overline{x-y}|}^T}{\ddot{a}_{y:\overline{r-y}|}^T} r (PVFB)_x$$

$${}^{CPr}(AL)_x = \frac{s \ddot{a}_{y:\overline{x-y}|}^T}{s \ddot{a}_{y:\overline{r-y}|}^T} B_{rr-x} p_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r$$

$${}^{CPr}(AL)_x = \frac{s \ddot{a}_{y:\overline{x-y}|}^T}{s \ddot{a}_{y:\overline{r-y}|}^T} r (PVFB)_x$$

A.8.4. Costos normales

Los costos de una pensión pueden ser divididos en dos tipos de forma fundamental: los costos normales y los costos suplementarios. Los costos normales representan el costo anual atribuido a un año corriente de servicio pagado por las personas que siguen en servicio activo. En teoría el total de costos normales que junte un trabajador en activo deben ser iguales a los beneficios que este trabajador va a recibir cuando se retire. Pero en la vida real esto no siempre se cumple por cambios o errores derivados de la valuación actuarial o cambios en los supuestos durante el periodo de vida del plan de pensiones, para resolver esta diferencia se adoptan los costos suplementarios que deben ser iguales a la diferencia entre los beneficios futuros y los costos normales.

En este apartado solo se va a hablar sobre los costos normales y sus diferentes formas de valuación

A.8.4.1. Función generalizada de los costos normales

Los beneficios al retiro, costos normales (NC) para un empleado a la edad x son representados por la siguiente función generalizada.

$${}^r(NC)_x = b'_{xr-x} p_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r \quad \text{para } (y \leq x < r)$$

El sobre índice r en ${}^r(NC)_x$ indica que solo se están considerando los beneficios al retiro. Cualquier costo normal puede ser especificado solo definiendo a los beneficios a la edad x o b'_x como se vera más adelante.

En general, los costos normales son definidos para amortizar el valor presente de los beneficios futuros o ${}^r(PVFB)_y$ durante toda la vida laboral del empleado, el patrón de amortización esta especificado en particular por el método actuarial de costeo. Esto se puede demostrar de la manera siguiente, asumiendo que los costos normales están valuados al inicio de la edad de entrada al plan, se toma en cuenta la edad de retiro para la valuación, entonces.

$${}^r(PVFB)_y = {}^r(PVFNC)_y = \sum_{t=y}^{r-1} {}^r(NC)_{t-y} p_y^{(T)} v^{t-y}$$

Como ${}^r(NC)_t = b'_{xr-t} p_t^{(T)} v^{r-t} \ddot{a}_t$ sustituyendo se tiene

$${}^r(PVFB)_y = {}^r(PVFNC)_y = \sum_{t=y}^{r-1} (b'_{xr-t} p_t^{(T)} v^{r-t} \ddot{a}_t)_{t-y} p_y^{(T)} v^{t-y} \quad \text{y como el producto de } p_{r-t}^{(T)} \text{ y } p_{t-y}^{(T)} \text{ es } p_{r-y}^{(T)} \text{ y el producto de } v^{r-t} \text{ por } v^{t-y} \text{ es } v^{r-y} \text{ se obtiene que}$$

$${}^r(PVFNC)_y = \sum_{t=y}^{r-1} (b'_x)_{r-y} p_y^{(T)} v^{r-y} \ddot{a}_r \quad \text{y como } B_r = \sum_{t=y}^{r-1} b'_x \text{ al final se obtiene}$$

$${}^r(PVFNC)_y = B_{rr-y} p_y^{(T)} v^{r-y} \ddot{a}_r = {}^r(PVFB)_y .$$

Continuado con el concepto de amortización, se dice que la reserva actuarial a la edad x es igual al valor presente de los beneficios futuros menos el valor presente de los costos normales o lo que es:

$${}^r(AL)_x = {}^r(PVFB)_x - {}^r(PVNC)_x$$

Para demostrar esta relación se escribe a ${}^r(PVFB)_x$ y ${}^r(PVNC)_x$ en su notación en formulas y tenemos que

${}^r(AL)_x = B_{r-r-x} p_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r - \sum_{t=x}^{r-1} (b_{x-r-t} p_t^{(T)} v^{r-t} \ddot{a}_r)_{t-x} p_x^{(T)} v^{t-x}$ El segundo termino, por la demostración anterior es el costo normal a la edad x entonces se tiene que

${}^r(AL)_x = B_{r-r-x} p_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r - \sum_{t=x}^{r-1} (b_x)_{r-x} p_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r$ solo se agrupan términos y se tiene que

${}^r(AL)_x = \left[\sum_{t=x}^{r-1} (b_x) - B_r \right]_{r-x} p_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r$ Y como $B_r - \sum_{t=x}^{r-1} b_x = B_x$ se tiene finalmente lo que se quería demostrar y es que ${}^r(AL)_x = B_x \cdot p_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r$ que es la formula para la reserva actuarial.

Otra definición de la reserva actuarial en términos de los costos normales es la llamada aproximación retrospectiva. Esta definición dice que la reserva actuarial es igual al valor acumulado de los pasados costos normales o (AVPNC) lo que es igual a

${}^r(AL)_x = {}^r(AVPNC)_x$ El lado derecho de la ecuación queda representado como

${}^r(AL)_x = \sum_{t=y}^{x-1} {}^r(NC)_t (1+i)^{x-t} \frac{1}{{}_{x-t}P_t^{(t)}}$ Y substituyendo el valor de los costos normales por su ecuación correspondiente se tiene

${}^r(AL)_x = \sum_{t=y}^{x-1} (b_{t-r-t} p_t^{(T)} v^{r-t} \ddot{a}_r) (1+i)^{x-t} \frac{1}{{}_{x-t}P_t^{(t)}}$ y esta ecuación se reduce a

${}^r(AL)_x = \sum_{t=y}^{x-1} (b_t)_{r-x} p_x^{(t)} v^{r-x} \ddot{a}_r$ lo que es igual a ${}^r(AL)_x = B_{x-r-x} p_x^{(t)} v^{r-x} \ddot{a}_r$

al revisar la ecuación original ${}^r(AL)_x = \sum_{t=y}^{x-1} {}^r(NC)_t (1+i)^{x-t} \frac{1}{{}_{x-t}P_t^{(t)}}$ se puede ver que

los costos normales son afectados por dos factores el interés que se gana desde que una persona entra en el plan de pensiones $(1+i)^{x-t}$ y el beneficio por supervivencia $\frac{1}{{}_{x-t}P_t^{(t)}}$ que se puede remplazar por la función básica actuarial y

queda como $\frac{l_t^{(T)}}{l_x^{(T)}}$ si se ve esta función es la relación entre el numerador o

número de empleados hipotéticos desde la edad de entrada al plan y el denominador o número de empleados que sobreviven y siguen en servicio al termino del plan de pensiones, entonces la reserva actuarial no se ve afectada si el numero de empleado que entraron al plan baja si el número de empleado que continúan en servicio activo durante el tiempo que dure el plan se mantiene.

A.8.4.2 Costos normales bajo los métodos de costeo actuarial

Para cada una de los métodos de costeo que se vio con anterioridad le corresponde su correspondiente función de costos normales ya que el costo

normal representa el crecimiento en la reserva actuarial de un año al otro, reflejando un beneficio acumulado por los intereses y los ajustes en la supervivencia, a continuación se presenta cada uno de los costos normales dependiendo del método de costeo actuarial.

El costo normal para un individuo por el método del beneficio acumulado, definiendo a b_x como el beneficio esta dada por la formula siguiente como ya se había visto:

$${}^{ABr}(NC)_x = b_{xr-x} p_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r$$

Y la función de los costos normales para el total de los participantes es la suma de cada uno de los participantes del plan.

El beneficio agregado acumulado (AAB) de costos normales para los miembros activos del plan esta definido como:

$${}^{AABr}(NC)_x = \left[\sum l_{x,y} b_{x,y} \right] \left[\frac{\sum l_{x,y} {}^r(PVFB)_{x,y}}{\sum l_{x,y} B_{r,y}} \right]$$

Donde

\sum suma sobre todas las edades de entrada de los participantes esto es si el participante ya estuvo activo en todo el plan o $y < r$ o que el participante aun este activo en el plan $y < x < r$

$l_{x,y}$ Número de personas activas del plan de la edad de entrada al plan hasta la edad actual

$b_{x,y}$ Beneficio acumulado de la edad de entrada a la edad x

$B_{r,y}$ Suma de beneficio acumulado de la edad de entrada a la edad de retiro

$(PVFB)_{x,y}$ Valor presente de los beneficios futuros de la edad de entrada a la edad x

El costo normal de un individuo es usado en la práctica para el registro del plan de pensiones y para conocer el salario promedio al final. La formula agregada es mas que nada una formula teórica donde el numerador y el denominador de este método esta promediado por el numero de participantes de la edad de ingreso al plan hasta la edad x aunque si se sumaran todos los costos normales de todos los participantes del plan y se usara la formula del beneficio agregado acumulado no dan los mismos resultados si son muy similares.

A.8.4.2.1. Métodos de beneficio prorrateado

Como se vio anteriormente hay dos formas de prorratear los beneficios tomando el tiempo total en el plan de pensiones esto es la diferencia entre la edad de retiro y la edad de ingreso al plan $r-y$ o tomando en cuenta el salario a

la edad x entre y y el salario acumulado al retiro S_r , las formulas para estos tipos de prorrateso son:

$${}^{BDr}(NC)_x = \frac{B_r}{r-y} {}_{r-x}P_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r$$

$${}^{BDr}(NC)_x = \frac{B_r}{S_r} s_{xr-x} P_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r$$

O se puede interpretar como una manera de prorratear los beneficios futuros de un participante desde su ingreso al plan hasta la edad x entre una forma de prorrateso que es el numero total de años remanentes en el plan o sea $r-y$ o tomando en cuenta el ultimo salario a la edad x entra el salario acumulado al retiro, lo que es.

$${}^{BDr}(NC)_x = \frac{{}^r(PVFB)_x}{r-y}$$

$${}^{BDr}(NC)_x = \frac{s_x {}^r(PVFB)_x}{S_r}$$

La versión agregada, que tiene determinado el numerador y el denominador para el total del grupo activo de los empleados esta dado por las dos siguientes ecuaciones.

$${}^{ABDr}(NC)_x = \frac{\sum l_{x,y} {}^r(PVFB)_{x,y}}{\sum l_{x,y} (r-y)}$$

$${}^{ABDr}(NC)_x = \left[\sum l_{x,y} s_{x,y} \right] \left[\frac{\sum l_{x,y} {}^r(PVFB)_{x,y}}{\sum l_{x,y} S_{r,y}} \right]$$

Donde:

$s_{x,y}$ Salario de la edad x correspondiente a la edad de entrada y

$S_{r,y}$ Salario acumulado desde al edad de entrada y hasta el retiro

A.8.4.2.2. Métodos de costeo prorratesado

Para este tipo de costos hay dos formas de obtenerlos: una considerando al costo normal como un peso constante durante toda la vida del empleado, y otra considerando al costo como un porcentaje constante sobre el salario del empleado. El primer método esta asociado normalmente con planes en que el beneficio final no esta relacionado con el salario y éste es una cuota fija, y el segundo es usado cuando se toma en cuenta el promedio de la carrera y el promedio de los beneficios.

El costo normal bajo el método de costo prorratesado por un peso constante esta definido en inicio escribiendo la identidad fundamental del costo normal futuro a la edad de entrada al plan de pensiones y después despejando el

costo normal o sea se tiene la ecuación siguiente donde se despeja el costo normal.

$${}^{CDr}(NC)_y \ddot{a}_{y:r-y}^T = {}^r(PVFB)_y \quad {}^{CDr}(NC)_y = \frac{{}^r(PVFB)_y}{\ddot{a}_{y:r-y}^T}$$

El porcentaje constante sobre el costo normal puede ser determinado resolviendo el valor presente de esa proporción tomado un valor K del salario futuro de los participantes al valor presente de los beneficios futuros.

$$Ks_y {}^s\ddot{a}_{y:r-y}^T = {}^r(PVFB)_y \quad K = \frac{{}^r(PVFB)_y}{s_y {}^s\ddot{a}_{y:r-y}^T}$$

Entonces, el costo normal a la edad x es simplemente este factor por el salario a la edad x

$${}^{CPr}(NC)_x = Ks_x$$

Si el salario es una función creciente que depende de la edad, el costo normal bajo esta versión representa un valor siempre creciente.

Las reservas actuariales para estas dos funciones están dadas por.

$${}^{CDr}(AL)_x = {}^r(PVFB)_x - {}^{CDr}(NC)_x \ddot{a}_{y:r-y}^T \quad {}^{CDr}(AL)_x = {}^r(PVFB)_x - {}^{CDr}(NC)_x {}^s\ddot{a}_{y:r-y}^T$$

Si sustituimos el valor de ${}^{CDr}(NC)_x$ por la igualdad que ya se había encontrado se tiene

$${}^{CDr}(AL)_x = {}^r(PVFB)_x - \frac{{}^r(PVFB)_y}{\ddot{a}_{y:r-y}^T} x \ddot{a}_{y:r-y}^T \quad \text{Y} \quad \text{reemplazando} \quad {}^r(PVFB)_y$$

por ${}_{x-y}p_y^{(T)} v^{x-y} {}^r(PVFB)_x$ y factorizando ${}^r(PVFB)_x$ se

$$\text{obtiene} \quad {}^{CDr}(AL)_x = {}^r(PVFB)_x \left[1 - \frac{{}_{x-y}p_y^{(T)} v^{x-y} x \ddot{a}_{y:r-x}^T}{\ddot{a}_{y:r-y}^T} \right] \quad \text{y esta función con un}$$

denominador común queda

$${}^{CDr}(AL)_x = {}^r(PVFB)_x \left[\frac{\ddot{a}_{y:r-y}^T - {}_{x-y}p_y^{(T)} v^{x-y} x \ddot{a}_{y:r-x}^T}{\ddot{a}_{y:r-y}^T} \right]$$

La parte del denominador representa la diferencia entre una anualidad temporal de la edad de ingreso al plan hasta el retiro y diferida a la edad de ingreso menos una anualidad temporal desde la edad x hasta la edad de retiro r diferida desde la edad x traída por un valor presente hasta la edad de ingreso, lo que nos da un factor que representa el remanente de la anualidad desde la edad x hasta el retiro y el denominador es la anualidad en todo el plan de pensiones.

La formulación del método de costeo prorrateado presentada arriba no produce el factor del beneficio acumulado b_x , este factor puede ser derivado, despejándolo de la siguiente formula.

$$\frac{{}^r(PVFB)_y}{\ddot{a}_{y:r-y}^T} = b_{xx-y} p_y^{(T)} v^{x-y} \ddot{a}_r \quad b_x = \frac{B_{rx-y} p_y^{(T)} v^{x-y}}{\ddot{a}_{y:r-y}^T}$$

Esta formula se aplica para el método de un peso constante y el porcentaje constante factor para el beneficio prorrateado esta dada por

$$b_x = \frac{s_x B_{rx-y} P_y^{(T)} v^{x-y}}{s_y \ddot{a}_{y:r-y}^T}$$

La versión agregada de estos dos métodos de costos normales puede ser escrita de la siguiente manera

$${}^{ACDr}(NC) = \left[\sum l_{x,y} \right] \left[\frac{\sum l_{x,y} {}^r(PVFB)_y}{\sum l_{x,y} \ddot{a}_{y:r-y}^T} \right]$$

$${}^{ACDr}(NC) = \left[\sum l_{x,y} s_{x,y} \right] \left[\frac{\sum l_{x,y} {}^r(PVFB)_y}{\sum l_{x,y} s_y \ddot{a}_{y:r-y}^T} \right]$$

Sumario de los costos normales bajo los métodos de costeo actuarial

El costo normal individual definido anteriormente puede ser expresado como una fracción del valor presente de los beneficios futuros desde la edad x hasta la edad de retiro o lo que es ${}^r(PVFB)_x$, y de la misma forma se pueden presentar las reservas actuariales, los costos normales quedan representados por la siguiente función: ${}^r(NC)_x = k {}^r(PVFB)_x$. Donde k esta definida en el siguiente cuadro dependiendo del método de costeo actuarial.

k	Métodos de costeo actuarial
$\frac{b_x}{B_r}$	Método del beneficio acumulado
$\frac{s_x}{S_r}$	Método del porcentaje constante sobre el beneficio prorrateado
$\frac{1}{r-y}$	Método de pesos constantes sobre el beneficio prorrateado
$\frac{s_{xx-y} P_y^{(T)} v^{x-y}}{s_y \ddot{a}_{y:r-y}^T}$	Método del porcentaje constante sobre el costo prorrateado
$\frac{x-y P_y^{(T)} v^{x-y}}{\ddot{a}_{y:r-y}^T}$	Método de pesos constantes sobre el costo prorrateado.

A.8.5. Costos suplementarios

En teoría, la acumulación de los costos normales pasados tiene que ser igual a la reserva actuarial dependiendo del método de costeo actuarial o lo que es el valor presente de los beneficios futuros menos el valor presente de los costos normales, pero hay razones por lo cual esta igualdad no se cumple. Los costos suplementarios son diseñados para amortizar la reserva no fondeada. En este sentido, hay costos similares a los costos normales que son usados para amortizar el valor presente de los beneficios futuros ${}^r(PVFB)_y$ desde la edad de ingreso al plan hasta la edad de retiro al plan r , y respectivamente. La falla en

los costos normales con respecto a que no puedan amortizar el $r(PVFB)_y$, es lo que crea los costos suplementarios.

La forma de desarrollar los costos suplementarios y los diferentes costos suplementarios es el objetivo de este apartado.

Reserva actuarial no fondeada.

La notación y las formas de costeo que se han utilizado anteriormente son las que se van a utilizar en este apartado. La formula para calcular la reserva actuarial no fondeada es:

$$(UL)_t = (AL)_t - (Activos)_t$$

Donde

$(UL)_t$ La reserva actuarial al inicio del año t

$(Activos)_t$ Los activos (fondos) al inicio del año t

La reserva no fondeada durante el año n sobre todos los recursos es igual a la diferencia entre la reserva no encontrada actual al inicio del año siguiente menos la reserva no fondeada esperada a la fecha de valuación.

$$(\Delta_n UL) = (UL)_{n+1} - E[(UL)_{n+1}]$$

Donde

$(\Delta_n UL)$ Reserva no fondeada (positiva o negativa) desarrollada durante el año n

$(UL)_{n+1}$ Reserva actuarial no fondeada durante el año n proyectada al inicio del año siguiente $n+1$

$E[(UL)_{n+1}]$ Reserva no fondeada esperada en el final del año o al inicio del año $n+1$.

La reserva actuarial no fondeada esperada se calcula al inicio del año siguiente $n+1$ o al final del año que se va a calcular n , sin tomar en cuenta la asunción que ninguna de las contingencias anteriores ocurrirá.

Si en la formula anterior es descompuesta en sus componentes básicos se tiene

$$(\Delta_n UL) = (UL)_{n+1} - [(UL)_n + (NC)_n - (Cont)_n](1+i)$$

$$E[(AL)_{n+1}] = [(AL)_n + (NC)_n - B_n](1+i)$$

$$E[(Activos)_{n+1}] = [(Activos)_n + (Cont)_n - B_n](1+i)$$

Donde

$E[(AL)_{n+1}]$ Reserva actuarial esperada al inicio del año siguiente al año de valuación $n+1$

$E[Activos]_{n+1}$ Los activos esperados al inicio del año siguiente al año de valuación $n+1$

$(AL)_n$ Reserva actuarial al inicio del año de valuación n

$(NC)_n$ Costos normales al inicio del año de valuación

B_n Es el total de beneficios pagados al inicio del año

$(Cont)_n$ Son las contribuciones al plan al inicio del año de valuación

i : es la tasa de interés que se está utilizando en el plan de pensiones

Si se sustituyen los términos en la ecuación $(\Delta_n UL)$ y se eliminan los términos comunes se obtiene

$$(\Delta_n UL) = (UL)_{n+1} - [(UL)_n + (NC)_n - (Cont)_n](1+i)$$

A.8.5.1. Costos suplementarios explícitos

Cuando la reserva no fondeada es amortizada mediante un método que no tienen ninguna relación con los métodos de costeo actuarial, a este costo se le conoce como costo suplementarios explícito, en la fórmula anterior se nota que la reserva no fondeada paga un interés, como cualquier otra deuda. Por esto es necesario registrar el pago de intereses en la reserva no fondeada.

En teoría, cualquier proporción de la reserva no fondeada puede ser pagada en el año corriente, aun que el procedimiento más típico de amortización es incrementar el número de pagos a amortizar en un periodo finito, y esto debe de seguir un patrón específico.

El método que se va a ver a continuación es el llamado método de la línea recta para un pago anual, el interés registrado en el balance general o estado de situación financiera se reparte en m periodo o lo que es se multiplica por $1/m$. En el inicio del j -ésimo pago del costo suplementario ($1 \leq j \leq m$) asociado a la reserva no encontrada en el año n , la fórmula es:

$$(SC_n)_j = \frac{i}{(1+i)} \left[(\Delta_n ULB)_j - \frac{1}{m} (\Delta_n UL) \right] + \frac{1}{m} (\Delta_n UL)$$

Donde

$(SC_n)_j$ Costo suplementario j -ésimo para la reserva no encontrada del año n

$(\Delta_n ULB)_j$ Reserva no fondeada en el balance al inicio del periodo j del año n en que la reserva no fondeada cambia

$(\Delta_n UL)$ Reserva no fondeada desarrollada durante el periodo n

Otra forma de amortizar la reserva no fondeada es con un incremento con una serie de pago en pesos constantes, donde cada pago sea la suma de interés y capital. La fórmula del costo suplementario al inicio del año j durante m periodos de amortización bajo el método de pesos constantes es:

$$(SC_n)_j = \left(\frac{\Delta_n UL}{\ddot{a}_{m|}} \right)$$

Donde

$\ddot{a}_{m|}$ Anualidad simple sin considerar las funciones de supervivencia.

Otra aproximación explícita tomando en cuenta el decremento en el mérito al salario y la inflación es la fórmula que sigue

$$(SC_n)_j = \left(\frac{\Delta_n UL}{{}^s \ddot{a}_{m|}} \right) [(1+I)(1+P)]^{j-1}$$

Donde

${}^s \ddot{a}_{m|}$ Anualidad temporal de m periodos, con pagos que se incrementan por la inflación y los componentes de productividad bajo la Asunción del salario.

I Tasa de inflación tomada para el salario

P Tasa de productividad tomada en la Asunción del salario

j Pago del j esimo costo suplementario ($1 \leq j \leq m$)

A.8.5.2. Costos suplementarios implícitos

Estos costos si derivan de un método de costeo actuarial, las fuentes por las que se siguen estos costos suplementarios además de los costos normales es por que entraron nuevos miembros al plan de pensiones y se necesita nivelar a estos miembros con los beneficios que ya estaban acumulando los antiguos miembros del plan, cambio en las hipótesis actuariales, o cambios en los beneficios que se establecieron al plantear el plan de pensiones.

Se van a estudiar cada uno de estos costos suplementarios dependiendo de cada uno de los métodos de costeo actuarial.

Método del beneficio acumulado

Para este método se va a recordar la fórmula del costo normal bajo el método beneficio acumulado

$${}^{ABr}(NC)_x = b_{xr-x} p_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r$$

Y el costo suplementario de este método de costeo actuarial puede ser expresado como sigue

$${}^{ABr}(SC_n)_x = C_n b_{xr-x} p_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r$$

Donde

${}^{ABr}(SC_n)_x$ Costo suplementario bajo el método del beneficio acumulado a la edad x para el año n donde la reserva no fondeada cambio

C_n Coeficiente para el beneficio acumulado para el año n donde la reserva no fondeada cambio

Para encontrar el valor del coeficiente C_n se usa la formula de la reserva actuarial la cuales

${}^r(AL)_x = {}^r(PVFB)_x - {}^r(PVNC)_x$ Entonces el valor presente de los costos normales ${}^r(PVNC)_x$ es igual al valor presente de los beneficios futuros ${}^r(PVFB)_x$ menos la reserva actuarial ${}^r(AL)_x$ de esta manera C_n se puede determinar como sigue

$$C_n = \frac{(\Delta_n UL)_x}{{}^r(PVFB)_x - {}^r(AL)_x}$$

Donde

$(\Delta_n UL)_x$ Reserva no fondeada del año n para al edad x

Si la reserva no fondeada viene solo del hecho de que nuevos miembros entraron al plan de pensiones entonces el valor de C_n solo depende de la diferencia de los beneficios acumulados a la edad de retiro B_r menos los beneficios acumulados de los nuevo miembros a la edad z B_z entonces el valor de C_n esta representado por

$$C_n = \frac{B_z}{B_r - B_z}$$

Entonces C_n es igual los beneficios acumulados hasta la edad z o los beneficios pasados entre los beneficios futuros que es la diferencia entre los beneficios acumulados a la edad de retiro menos los beneficios acumulados a la edad z .

La versión agregada bajo el método del beneficio acumulado tiene un costo total definido al asumir que solo los costos suplementarios sobre los servicios pasados se consideran:

$${}^{AABr}(TC)_t = \left(\sum l_{x,y} b_{x,y} \right) \left[\frac{\sum l_{x,y} {}^r(PVFB)_{x,y}}{\sum l_{x,y} (B_{r,y} - B_{z,y})} \right]$$

A.8.6.2.1. Método del beneficio prorrateado

La formulas para los beneficios de los participantes del plan de pensiones bajo los métodos de pesos constantes y el porcentaje constantes son:

$${}^{CD}b_x = \frac{B_r}{(r-y)} \quad \text{con } (y \leq x \leq r) \qquad {}^{CP}b_x = \frac{B_r}{S_r} s_x \quad \text{con } (y \leq x \leq r)$$

Estos beneficios también son modificados por un factor C_n como en los costos suplementarios que se vieron anteriormente.

La consideración restringida para amortizar los servicios pasados acumulados para la versión bajo el método de pesos constantes queda de la siguiente manera

$$b_x^{(T)} = \frac{B_r}{r-y} + \frac{\frac{B_r}{r-y}(z-y)}{r-z} = \frac{B_r}{r-z}$$

Donde los beneficios a la edad de retiro son afectados entre el tiempo que falta de la edad z edad en la que entran los nuevos participantes hasta su edad de retiro.

En el caso del beneficio total bajo el método del porcentaje constante de una manera análoga queda.

$$b_x^{(T)} = \frac{B_r}{S_r - S_z} s_x$$

Las versiones agregadas para los costos suplementarios bajo los métodos de beneficio prorrateado son:

$${}^{AADr}(TC)_t = \left(\sum l_{x,y} \right) \left[\frac{\sum l_{x,y} {}^r(PVFB)_{x,y}}{\sum l_{x,y} (r-z)} \right]$$

$${}^{AADr}(TC)_t = \left(\sum l_{x,y} s_{x,y} \right) \left[\frac{\sum l_{x,y} {}^r(PVFB)_{x,y}}{\sum l_{x,y} (S_{r,y} - S_{z,y})} \right]$$

A.8.6.2.2. Método de costeo prorrateado

Los costos normales bajo el método del costeo prorrateado son iguales al total de los pesos constantes o un porcentaje constante sobre el salario de acuerdo a cada empleado. Tomando esta idea los costos suplementarios para amortizar la reserva no fondeada. Los costos suplementarios de estos dos métodos de costeo actuarial se representan de la manera siguiente:

$${}^{CD}(SC_n)_x = \frac{(\Delta_n UL)_x}{\ddot{a}_{x:r-x}^T}$$

$${}^{CP}(SC_n)_x = \frac{(\Delta_n UL)_x}{s_x^s \ddot{a}_{x:r-x}^T}$$

Usando la idea de utilizar la formula de la reserva actuarial para encontrar el valor de los costos normales en el caso de los pesos constantes la reserva actuarial es:

$${}^{CD_r}(AL)_z = \frac{\ddot{a}_{y:z-y}^T}{\ddot{a}_{r:r-y}^T} {}^r(PVFB)_z$$

Si esta cantidad es amortizada de la edad z a la edad de retiro por $\ddot{a}_{r:r-z}^T$ agregado en el costo normal bajo este método queda el siguiente costo total.

$${}^{CD}(TC)_x = \frac{{}^r(PVFB)_y}{\ddot{a}_{r:r-y}^T} + \frac{\ddot{a}_{r:r-y}^T {}^r(PVFB)_z}{\ddot{a}_{r:r-y}^T \ddot{a}_{z:r-z}^T}$$
 Estableciendo un denominador común se

tiene

$${}^{CD}(TC)_x = \frac{{}^r(PVFB)_y \ddot{a}_{z:r-z}^T + \ddot{a}_{r:r-y}^T {}^r(PVFB)_z}{\ddot{a}_{r:r-y}^T \ddot{a}_{z:r-z}^T}$$
 Esta ecuación puede ser escrita de la

siguiente manera

$${}^{CD}(TC)_x = \frac{{}^r(PVFB)_z}{\ddot{a}_{z:r-z}^T} \left[\frac{{}^{z-y}P_y {}^{z-y}v^{\ddot{a}_{z:r-z}^T} + \ddot{a}_{y:r-y}^T}{\ddot{a}_{y:r-y}^T} \right] = \left(\frac{{}^r(PVFB)_z}{\ddot{a}_{z:r-z}^T} \right)$$

Y en el caso del método en el cual se toma un porcentaje fijo sobre el salario del trabajador es

$${}^{CP}(TC)_x = \left(\frac{{}^r(PVFB)_z}{s_x^s \ddot{a}_{z:r-z}^T} \right)$$

Una aproximación para determinar el costo anual a la edad x bajo cada versión del método de los costos prorrateados, asumiendo todos los decrementos y decrementos sobre las reservas suplementarias esta dada por.

$${}^{CDr}(TC)_x = \frac{{}^r(PVFB)_x - (Activos)_x}{\ddot{a}_{x:r-x}^T}$$

$${}^{CPr}(TC)_x = \frac{{}^r(PVFB)_x - (Activos)_x}{s_x^s \ddot{a}_{x:r-x}^T}$$

El costo total bajo la versión agregada por el método de costos prorrateados esta dado por las dos siguientes formulas

$${}^{ACDr}(TC)_t = \left(\sum l_{x,y} \right) \left[\frac{\sum l_{x,y} {}^r(PVFB)_y - (Activos)_t}{\sum l_{x,y} \ddot{a}_{y:r-y}^T} \right]$$

$${}^{ACPr}(TC)_t = \left(\sum l_{x,y} s_{x,y} \right) \left[\frac{\sum l_{x,y} {}^r(PVFB)_y - (Activos)_t}{\sum l_{x,y} s_y \ddot{a}_{y:r-y}^T} \right]$$

A.8.7. Beneficios subordinados

Las matemáticas actuariales asociadas con varios beneficios subordinados es presentada en este apartado, lo primero que se va a definir es el término del costo para cada beneficio subordinado y el valor presente de estos beneficios futuros.

Costo para un beneficio subordinado

El costo anual asociado con un beneficio subordinado dado es la reserva esperada a ser creada en el presente año. Como ejemplo si estos beneficios subordinados es la suma de los beneficios por la muerte, el costo es igual a la suma del seguro por el beneficio de muerte

Beneficios controlados por el término

Costo

El término costo (TC) o beneficio controlado para un empleado a la edad x esta dado por

$${}^v(TC)_x = g_x^{(v)} B_x q_x^{(t)} {}_{r-x-1}p_{x+1}^{(m)} v^{r-x} \ddot{a}_r$$

Donde

$g_x^{(v)}$ Es la proporción de beneficios acumulados controlados a la edad x

B_x Beneficios acumulados a la edad x definidos por la formula del beneficio del plan

$q_x^{(t)}$ Probabilidad de terminar a la edad x

${}_{r-x-1}p_{x+1}^{(m)}$ Probabilidad de vivir a la edad $x+1$ al retiro

Esta formula enseña que el costo controlado en la reserva viene de la contingencia de que le empleado termine a la edad de x .

Valor presente de los beneficios futuros al término.

El valor presente de los beneficios controlado puede ser expresado tomando el valor presente de los empleados que tienen costos controlados:

$${}^v(PVFB)_x = \sum_{k=x}^{r-1} {}_k p_x^{(T)} v^{k-x} (TC)_k = \left[\sum_{k=x}^{r-1} g_k^{(v)} B_{kk-x} p_x^{(T)} q_k^{(t)} {}_{r-k-1}p_{k+1}^{(m)} \right] v^{r-x} \ddot{a}_r$$

Beneficios por incapacidad

Costo

El costo por discapacidad de un empleado a la edad x puede ser expresado por

$${}^d(TC)_x = g_x^{(d)} B_x q_x^{(d)} {}_w p_{x+1}^{(m)} v^{w+1} \ddot{a}_{x+w}^d$$

Donde

$g_x^{(d)}$ Proporción de beneficios acumulados ocurridos si la discapacidad ocurre durante la edad x

$q_x^{(d)}$ Probabilidad de quedar discapacitado en la edad x

w periodo de espera antes de que los beneficios por incapacidad comiencen

${}^d p_{x+1}^{(m)}$ Probabilidad de que un discapacitado a al edad x viva w años

\ddot{a}_{x+w}^d Anualidad de vida basada en una tabla de mortalidad con discapacidad

Valor presente de los beneficios futuros por discapacidad

El valor presente de los beneficios por discapacidad esta dada por

$${}^d(PVFB)_x = \sum_{k=x}^{r-1} {}_{k-x}P_x^{(T)} v^{k-xd} (TC)_k = \left[\sum_{k=x}^{r-1} g^{(d)} B_{kk-x} P_x^{(T)} q_k^{(d)d} {}_wP_{k+1}^{(m)} \right] v^{k+w+1-x} \ddot{a}_{k+w+1}^d$$

A.8.7.1. Beneficios del cónyuge sobreviviente

El presente costo son los beneficios que recibirá el cónyuge sobreviviente a partir de la edad en que la pareja que era el empleado en activo falleció, la formula es la siguiente:

$${}^s(TC)_x = M g_x^{(s)} B_x q_x^{(m)} v \ddot{a}_{x+u+1}$$

Donde

M Probabilidad de que el trabajador en activo sobreviva antes de la muerte de su cónyuge

$g_x^{(s)}$ Proporción de que los beneficios acumulados que dependen de la supervivencia del cónyuge a la edad x

$q_x^{(m)}$ Probabilidad de morir a la edad x

u numero de años (positivos o negativos) que son agregados al trabajador en activo, asumiendo la edad de supervivencia del cónyuge

\ddot{a}_{x+u+1} Anualidad de vida basada en la edad del cónyuge desde la edad de muerte del trabajador en activo

La reserva esperada es creada por la posibilidad de que el empleado a la edad x muera probablemente antes del cónyuge tiene la misma forma de las reservas esperadas por termino y por discapacidad. El coeficiente M refleja la probabilidad de que el participante se casa en el tiempo de la muerte, $g_x^{(s)}$ está porción controla la proporción de beneficios acumulados pagados al cónyuge sobreviviente del trabajador en activo a la edad x , y \ddot{a}_{x+u+1} representa el costo de proveer el beneficio por la vida del esposo.

A.8.7.1.1. Valor presente de los beneficios del cónyuge sobreviviente

Tomando el valor presente de los costos futuros asociados con la probabilidad de supervivencia del cónyuge, se tiene la presente formula que representa e este valor presente.

$${}^s(PVFB)_x = \sum_{k=x}^{r-1} {}_{k-x}P_x^{(T)} v^{k-xs} (TC)_k = M \left[\sum_{k=x}^{r-1} g^{(s)} B_{kk-x} P_x^{(T)} q_k^{(m)} \right] v^{k+1-x} \ddot{a}_{k+u+1}^d$$

A.8.8. Beneficios subordinados bajo los métodos de costeo actuarial

Los costos normales bajo el método del beneficio acumulado, es consistente con la teoría que se ha desarrollado, y es igual al valor presente de un anualidad de b_x , donde el valor presente esta basado en la posibilidad de que el empleado sufra las contingencias de que no termine el plan de pensiones, quede discapacitado, muera y que el cónyuge sobreviviente tenga los beneficios o que se retire y reciba el beneficio por retiro.

A.8.8.1. Costo normal para el método del beneficio acumulado

$${}^{ABT}(NC)_x = \left[b_x \left[\sum_{k=x}^{r-1} {}_{k-x}p_x^{(T)} v^{k-x} \left(q_k^{(t)v} F_k + q_k^{(d)d} F_k + q_k^{(m)s} F_k \right) \right] \right] + b_x {}^r F_r$$

Donde cada una de las funciones F_k representa el valor de los beneficios pagados por cada uno de los decrementos.

$$\begin{aligned} {}^v F_k &= g_x^{(v)} {}_{r-k-1}p_{k+1}^{(m)} v^{r-x} \ddot{a}_r \\ {}^d F_k &= g_k^{(d)d} p_{k+1}^{(m)} v^{w+1} \ddot{a}_{k+w+1}^d \\ {}^s F_k &= M g_x^{(s)} v \ddot{a}_{x+u+1} \\ {}^r F_r &= {}_{r-x}p_x^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r \end{aligned}$$

A.8.8.2. Métodos de beneficio prorrateado

El costo normal bajo el método de peso constantes bajo el método del beneficio prorrateado esta dado por

$${}^{BDT}(NC)_x = \left[\sum_{k=x}^{r-1} \frac{B_k}{(k-y)} {}_{k-x}p_x^{(T)} v^{k-x} \left(q_k^{(t)v} F_k + q_k^{(d)d} F_k + q_k^{(m)s} F_k \right) \right] + \frac{B_r}{(k-y)} {}^r F_r$$

Donde los beneficio acumulado bajo el método del beneficio prorrateado con pesos constantes están divididos por la diferencia entre la edad k y la edad de ingreso al plan y k va desde al edad actual al retiro.

El otro método de prorrateo donde se toma el factor de los beneficios aculados entre el salario acumulado a la misma edad esta dado por.

$${}^{BDT}(NC)_x = \left[\sum_{k=x}^{r-1} \frac{B_k}{S_k} s_{xk-x} p_x^{(T)} v^{k-x} \left(q_k^{(t)v} F_k + q_k^{(d)d} F_k + q_k^{(m)s} F_k \right) \right] + \frac{B_r}{S_r} s_x {}^r F_r$$

A.8.8.3. Métodos de costo prorrateado

Los costos normales asociados con los beneficios subordinado bajo cada versión de los métodos de costo prorrateado esta determinado solo dividiendo a los beneficios subordinados por la anualidad de valor presente adecuada, lo que da:

$${}^{CDT}(NC)_x = \frac{v(PVFB)_y + {}^d(PVFB)_y + {}^s(PVFB)_y + {}^r(PVFB)_y}{\ddot{a}_{y:r-y}^T} = \frac{{}^T(PVFB)_y}{\ddot{a}_{y:r-y}^T}$$

$${}^{CPT}(NC)_x = \frac{v(PVFB)_y + {}^d(PVFB)_y + {}^s(PVFB)_y + {}^r(PVFB)_y}{s_y {}^s\ddot{a}_{y:r-y}^T} = \frac{{}^T(PVFB)_y}{s_y {}^s\ddot{a}_{y:r-y}^T}$$

A.8.9. Edades múltiples de retiro

Las matemáticas actuariales que se presentaron con anterioridad equivalen a planes donde el retiro ocurre a una sola edad pero hay planes donde se puede establecer un retiro anticipado o un retiro posterior a una edad de retiro dada.

Se empieza definiendo en este apartado el concepto de equivalencia actuarial, para después definir los costos de las pensiones bajo una forma alternativa de costeo actuarial bajo la hipótesis de múltiples edades de retiro.

El símbolo ${}^*g_k^{(r)}$ representa la función con un grado de retiro, la cual es multiplicada por la fórmula del beneficio acumulado B_x lo que produce una equivalencia actuarial en el beneficio. Esta relación al retiro a la edad k para un retiro a la edad r esta dada por

$${}^*g_k^{(r)} B_k \ddot{a}_k = B_{kr-k} P_k^{(m)} v^{r-k} \ddot{a}_r$$

La ecuación anterior asume que la edad de retiro r es mayor a k o $r > k$ esto es para un retiro del trabajador temprano al retiro establecido en el plan de pensiones, despejando de la ecuación anterior el valor de ${}^*g_k^{(r)}$ se tiene

$${}^*g_k^{(r)} = \frac{{}_{r-k}P_k^{(m)} v^{r-k} \ddot{a}_r}{\ddot{a}_k} = \frac{{}_{r-k}| \ddot{a}_r}{\ddot{a}_k}$$

La función final es la función equivalente para un retiro temprano a la fecha establecida en el plan de pensiones, que consiste en el promedio de una anualidad diferido $r-k$ año entre una anualidad no diferida por k año, la cual se puede escribir también como.

$${}^*g_k^{(r)} = \frac{{}_{r-k}P_k^{(m)} v^{r-k} \ddot{a}_r}{\ddot{a}_k} = \frac{{}_{r-k}P_k^{(m)} v^{r-k} \ddot{a}_r}{\ddot{a}_{k:r-k} + {}_{r-k}P_k^{(m)} v^{r-k} \ddot{a}_r}$$

Donde el denominador es menos sensible a los cambios de interés y de la mortalidad por la anualidad temporal.

A.8.9.1. Valor presente de los beneficios futuros

El valor presente de los beneficios futuros bajo el esquema de varias edades de retiro, se expresa de la siguiente manera.

$${}^r(PVFB)_x = \sum_{k=x}^{r'} g_k^{(r)} B_{kk-x} {}^r p_x {}^r q_k v^{k-x} \ddot{a}_k$$

Donde

r Es la edad en la cual el trabajador se retiro tempranamente del plan de pensiones

r Edad en la cual se asume que todos los trabajadores se van a retirar del plan de pensiones

$g_k^{(r)}$ Proporción de los beneficios acumulados pagados si el retiro ocurre al inicio de la edad k

${}_{k-x}^r p_x^{(T)}$ Probabilidad de sobrevivir $(k-x)$ años, donde se contempla los decrementos por la mortalidad, termino del plan, y discapacidad.

$q_k^{(r)}$ Probabilidad de retirarse al inicio de la edad k

Si se sustituye el valor de $g_k^{(r)}$ en la función anterior se tiene

$${}^r(PVFB)_x = \sum_{k=x}^{r-1} \left[\frac{{}_{r-k} p_k^{(m)} v^{r-k} \ddot{a}_r}{\ddot{a}_k} \right] B_{kk-x} {}^r p_x^{(T)} q_k^{(r)} v^{k-x} \ddot{a}_k$$

Y expresando la función anterior por cada una de las funciones de supervivencia se tiene

$${}^r(PVFB)_x = \left[\sum_{k=x}^{r-1} B_{kk-x} {}^r p_x^{(d)} {}_{k-x}^r p_x^{(r)} q_k^{(r)} \right] {}_{r-x} p_r^{(m)} {}_{r-x} p_r^{(t)} v^{r-x} \ddot{a}_r$$

La función anterior es equivalente a

$${}^r(PVFB)_x \approx \left[\sum_{k=x}^{r-1} B_{kk-x} {}^r p_x^{(r)} q_k^{(r)} \right] {}_{r-x} p_r^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r$$

Y la función en los paréntesis $\left[\sum_{k=x}^{r-1} B_{kk-x} {}^r p_x^{(r)} q_k^{(r)} \right]$ representa la esperanza de un retiro temprano que la denotaremos como $E(B)$, entonces una aproximación a la función actuarial para el retiro es

$${}^r(PVFB)_x \approx E(b) {}_{r-x} p_r^{(T)} v^{r-x} \ddot{a}_r = \frac{E(B)}{B_r} {}^r(PVFB)_x$$

A.8.9.2. Método del beneficio acumulado

El costo normal bajo el método del beneficio acumulado con varias edades al retiro esta dado por la ecuación siguiente

$${}^{ABr}(NC)_x = b_x \sum_{k=x}^{r-1} g_k^{(r)} {}_{k-x}^r p_x^{(T)} q_k^{(r)} v^{k-x} \ddot{a}_k$$

La reserva actuarial se encuentra solo sustituyendo B_x por b_x en la ecuación anterior, un equivalente de la ecuación anterior es la siguiente y se asume que r es la edad final de retiro

$${}^{AB*r}(NC)_x = b_x \left[\sum_{k=x}^{r-1} {}_{k-x} p_x^{(d)} {}_{k-x} p_x^{(r)} q_k^{(r)} \right] {}_{r-x} p_x^{(m)} {}_{r-x} p_x^{(t)} v^{r-x} \ddot{a}_r$$

A.8.9.3. Método del beneficio prorrateado

El costo normal para la versión de los pesos constantes en el método del beneficio prorrateado esta dado por

$${}^{BDr}(NC)_r = \sum_{k=x}^{r-1} \frac{B_k}{(k-y)} g_k^{(r)} {}_k P_x^{(T)} q_k^{(r)} v^{k-x} \ddot{a}_k$$

La reserva actuarial se puede expresar como

$${}^{BDr}(AL)_r = \sum_{k=x}^{r-1} \frac{B_k}{(k-y)} (x-y) g_k^{(r)} {}_k P_x^{(T)} q_k^{(r)} v^{k-x} \ddot{a}_k$$

En el caso del método con un porcentaje constante se tiene el siguiente costo normal y la reserva actuarial

$${}^{BPr}(NC)_r = \sum_{k=x}^{r-1} \frac{B_k}{S_k} s_x g_k^{(r)} {}_k P_x^{(T)} q_k^{(r)} v^{k-x} \ddot{a}_k$$

$${}^{BPr}(AL)_r = \sum_{k=x}^{r-1} \frac{B_k}{S_k} s_x g_k^{(r)} {}_k P_x^{(T)} q_k^{(r)} v^{k-x} \ddot{a}_k$$

8.9.4. Métodos de costo prorrateado

Los costos normales bajo el supuesto de los pesos constantes y más de una edad de retiro es igual a la formula siguiente.

$${}^{CDr}(NC)_x = \frac{{}^r(PVFB)_y}{{}^r \ddot{a}_{y:r-y}^T}$$

Donde ${}^r \ddot{a}_{y:r-y}^T$ representa el valor presente de una anualidad temporal incluyendo los decrementos de un retiro a la edad estipulada en el plan de pensiones y un retiro mas temprano al plan de pensiones. La función correspondiente para un costo normal bajo el supuesto del porcentaje constante sobre el salario esta dado por

$${}^{CDr}(NC)_x = \frac{{}^r(PVFB)_y}{s_y {}^{rs} \ddot{a}_{y:r-y}^T} s^x$$

La reserva actuarial bajo el supuesto de pesos constantes esta dada por

$${}^{CDr}(AL)_x = {}^r(PVFB)_x - \frac{{}^r(PVFB)_y}{{}^r \ddot{a}_{y:r-y}^T} {}^r \ddot{a}_{y:r-y}^T$$

Y para el porcentaje sobre el salario es

$${}^{CDr}(AL)_x = {}^r(PVFB)_x - \frac{{}^r(PVFB)_y}{{}^{rs} \ddot{a}_{y:r-y}^T} {}^{rs} \ddot{a}_{y:r-y}^T s^x$$

Una aproximación a los costos normales bajo estos dos métodos son

$${}^{CD*r}(NC)_x \approx \frac{E(B)_{r-y} P_y^{(T)} v^{r-y} \ddot{a}_r}{{}^r \ddot{a}_{y:r-y}^T}$$

$${}^{CP^*r}(NC)_x \approx \frac{E(B)_{r-y} p_y^{(T)} v^{r-y} \ddot{a}_r}{s^{yr} \ddot{a}_{y:r-y}^T} s^x$$

Las reservas actuariales se pueden expresar como

$${}^{CD^*r}(AL)_x \approx E(B)_{r-y} p_y^{(T)} v^{r-y} \ddot{a}_r \frac{{}^r \ddot{a}_{y:x-y}^T}{\ddot{a}_{y:r-y}^T}$$

$${}^{CP^*r}(AL)_x \approx E(B)_{r-y} p_y^{(T)} v^{r-y} \ddot{a}_r \frac{{}^{r,s} \ddot{a}_{y:x-y}^T}{\ddot{a}_{y:r-y}^T} s^x$$

Bibliografía y Sitios de Internet

ANDERSON, Arthur W., Pension Mathematics for Actuaries, Arthur W. Anderson, Needham, Massachusetts

Bowers Newton L, Gerber Hans U, Hickman James C. Actuarial Mathematics. The Society of Actuaries Shamburg Illinois. U.S.A. 1997, 753 pp.

B. Wallenberg John. Pension Plans for Small and Mid Sized Businesses. C.P.A. Practice Guide series. John Wiley y Sons Inc. U.S.A. 1996, 350 pp.

E. Lloyd Michael, Neil Lowell Bruce. 401 (k) Plans a Compressive Planning and Compliance Guide. John Wiley y Sons Inc. U.S.A. 1996, 527 pp.

Freinschreiber Robert. Transfer Pricing Hand Book second edition vol 2. John Wiley y Sons Inc. U.S.A. 1998, 527 pp.

Winkle Vons Kunrad A. Pension Mathematics with numerical illustrations. Pension Research Council Wharton School of university of Pennsylvania and University of Pennsylvania Press. U.S.A. 1993, 307pp

<http://www.actuary.org/pdf/finreport/fasb.pdf>

Sitio donde viene una copia del FASB 87 relacionado con el registro de los planes de pensiones.

http://commdocs.house.gov/committees/bank/hba95438.000/hba95438_1.HTM

Sitio donde vienen las direcciones de los principales órganos de control que intervienen en los planes de pensiones en los EE.UU.

http://www.pwccomperio.com/CONTENTS/ENGLISH/EXTERNAL/US/FASB_OP/FAS87.HTM

Sitio donde se compilan los documentos y boletines que en su conjunto forman los FASB

<http://www.harp.org/perez.htm>

<http://www.harp.org/erisatoc.htm>

Sitios donde se trata a otras formas de los planes de pensiones en los E.U.U.

<http://www.hr-guide.com/data/G446.htm>

<http://invest-faq.com/articles/ret-plan-keogh.html>

Sitios donde se trata el registro y control del plan de pensiones conocido como Keogh.