



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**“Diseño y elaboración de un prototipo de tomógrafo gama
con geometría de segunda generación con un solo
detector”**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Física

P R E S E N T A:

Celia Lecumberri Salazar



**DIRECTOR DE TESIS:
M. en C. Francisco Pablo Ramírez García
2009**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

<p>1. Datos del alumno. Lecumberri Salazar Celia cellecu@gmail.com Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Física 403098231</p>
<p>2. Datos del asesor Ramírez García M. en C. Francisco Pablo</p>
<p>3. Datos del sinodal (propietario) Rickards Campbell Dr. Jorge</p>
<p>4. Datos del sinodal (propietario) Gamboa De Buen Dra. María Isabel</p>
<p>5. Datos del sinodal (suplente) Avilés Mandujano M. en C. Patricia Raquel</p>
<p>6. Datos del sinodal (suplente) Rodríguez Villafuerte Dra. Mercedes</p>
<p>3. Datos de la tesis "Diseño y elaboración de un prototipo de tomógrafo gamma de segunda generación con un solo detector" 87 p. 2009</p>

Índice

Capítulo I: Introducción

1.1. Presentación del tema.....	1
1.2. Objetivos.....	3
1.3. Metodología.....	3

Capítulo II: Marco teórico

2.1. Las radiaciones.....	5
2.2. Rayos gamma.....	6
2.3. Interacción de los rayos gamma con la materia.....	7
2.4. Detección de la radiación.....	16
2.4.1. Tipos de detectores.....	17
2.5. Antecedentes y principios para obtener una tomografía.....	22
2.6. Tomógrafo.....	25
2.6.1 Generaciones de tomógrafos.....	26
2.7. Métodos de reconstrucción de imágenes.....	29

Capítulo III: Desarrollo experimental

3.1. Dispositivo experimental.....	31
3.2. Objeto analizado.....	33
3.3. Estructura.....	33
3.4. Detector y fuente.....	36
3.4.1. Colimadores.....	37
3.4.2. Colocación del detector y la fuente en la estructura.....	43
3.5. Electrónica asociada.....	45
3.6. Movimiento de la fuente y el detector alrededor del maniquí.....	46
3.7. Tomógrafo terminado.....	49

Capítulo IV: Resultados

4.1. Obtención de datos.....	50
4.2. Resultados.....	52
4.3. Análisis de resultados.....	52
4.4. Reconstrucción de las imágenes.....	57

Capítulo V: Conclusiones

5.1. Conclusiones.....	66
5.2. Proyectos de mejora al trabajo actual.....	67

Anexos

Bibliografía y Referencias

Capítulo I: Introducción

1.1. Presentación del tema

La historia de la tomografía comienza en 1895 con el descubrimiento de los rayos x por el físico Wilhelm Conrad Röntgen.

Röntgen se encontraba en su laboratorio realizando experimentos con el tubo de Crookes, analizando los rayos catódicos. Para evitar el reflejo de los rayos catódicos en el tubo de vidrio, decide apagar la luz, alcanzando a percibir un resplandor amarillo-verdoso en un pequeño cartón donde tenía una solución de cristales de platino-cianuro de bario. Cada vez que apagaba el tubo el resplandor cesaba y cuando lo volvía a encender el resplandor volvía a aparecer.

En las siguientes semanas, se dedicó a observar y estudiar este fenómeno realizando diferentes pruebas. Interponiendo diferentes materiales entre el tubo y los cristales y modificando la distancia para observar hasta donde seguía observándose el fenómeno. Llegó a la conclusión de que el fenómeno era causado por un tipo de misteriosos rayos provenientes del tubo, de los cuales no sabía nada, por lo que los llamó rayos X. Al intentar fotografiar el fenómeno descubierto se encuentra con una gran sorpresa. Las placas fotográficas que tenía se encontraban veladas, intuyendo que esto se debía a los rayos x. Para corroborar esta hipótesis, decide colocar una caja de madera, con unas pesas de metal dentro de ella, sobre una placa. Quedando asombrado cuando observa que en la placa habían quedado impresas las pesas que se encontraban dentro de la caja.

Realizando más pruebas, un día le pide a su esposa que coloque su mano frente a una placa fotográfica durante 15 min, obteniendo la primera imagen radiográfica de una parte del cuerpo humano. Esto hizo a Röntgen merecedor de múltiples reconocimientos, entre los cuales está el premio Nobel de Física en 1901.

El descubrimiento y estudio de las radiaciones ionizantes a través de los años ha sido la base para grandes desarrollos en varios campos. Estos

desarrollos son posibles principalmente gracias al entendimiento de la física de las radiaciones y a cómo interaccionan con la materia.

Entre algunos de estos desarrollos se encuentran el descubrimiento de nuevos elementos químicos, desarrollo de nuevos y mejores detectores y dosímetros de radiación, el diseño de blindajes, preservación de alimentos, esterilización de productos, control de plagas, medición de niveles y flujos de fluidos, medición de la densidad de materiales, medición de propiedades microscópicas de materiales y por supuesto, la aplicación médica en diagnóstico y tratamiento de enfermedades como el cáncer.

Una muy importante aplicación de las radiaciones ionizantes en medicina, ingeniería y ciencia es la tomografía. El término tomografía viene de *tomos*-corte y *graphos*-imagen. Una tomografía es la imagen del corte de un objeto, sin la necesidad de cortar físicamente dicho objeto.

El diseño y la construcción del primer tomógrafo se le atribuye a Sir Godfrey Hounsfield. En 1958, Hounsfield se encontraba liderando al equipo que construyó la primera computadora de transistores en el Reino Unido. En los años 60, haciendo uso de estos conocimientos, desarrolla el primer escáner o tomógrafo, revolucionando la manera de obtener y registrar la forma en que los rayos x interaccionan con el cuerpo y utilizando detectores y amplificadores de mayor sensibilidad que una placa fotográfica. Por este desarrollo, en 1979 Hounsfield recibe el premio Nobel de Medicina y Fisiología junto con Allan Cormack, quien en los años de 1963 y 1964 había publicado ya el concepto de cómo obtener una tomografía pero sin resultados prácticos.

Algunos ejemplos de las aplicaciones actuales de la tomografía son:

- La reconstrucción de la estructura molecular de algunas bacterias a partir de datos obtenidos con microscopios electrónicos.
- La reconstrucción de la estructura de supernovas a partir de datos recolectados por satélites que orbitan más allá de la atmósfera.
- Diagnósticos en medicina. Reconstruyendo imágenes de secciones transversales del cuerpo a partir de la medición de la atenuación de la

radiación a lo largo de varias líneas a través de la parte del cuerpo que se desea estudiar

- Análisis no destructivos de piezas en la industria.
- Exploración y estudio de pozos petroleros.

El aparato usado en tomografía es llamado tomógrafo, mientras que la imagen producida es una imagen tomográfica. El tomógrafo es la unión de muchas tecnologías como son: fuentes de radiación, detectores de radiación, sistemas de control de motores y hardware para obtener los datos de las proyecciones de la imagen en múltiples direcciones, los cuales serán procesados por una computadora empleando un algoritmo matemático de reconstrucción para llegar a la imagen tomográfica.

1.2. Objetivos

El objetivo del presente proyecto de tesis es diseñar y construir un prototipo de tomógrafo gamma de segunda generación con una fuente de ^{137}Cs con una actividad de 400 μCi y un solo detector de centelleo con fotomultiplicador.

Con este tomógrafo se tomarán datos de las proyecciones de un maniquí de poliestireno con dos orificios y se reconstruirán tres tomogramas a partir de una cantidad diferente de proyecciones integrales para comprobar el funcionamiento del tomógrafo.

Con este proyecto se facilitará la enseñanza del tema de interacción de las radiaciones ionizantes con la materia y sus aplicaciones en la Facultad de Ciencias, UNAM a través del Taller de Física de Radiaciones.

1.3. Metodología

En el presente trabajo, se mostrará el marco teórico necesario para entender y justificar el método que se utilizó para diseñar y construir el prototipo de tomógrafo gamma con geometría de segunda generación con un solo detector y una fuente. Se explicarán conceptos como la definición de radiación, tipos de radiaciones, la interacción de la radiación con la materia, cómo detectarla, los

principios para obtener una tomografía de transmisión, la descripción de un tomógrafo y los métodos de reconstrucción de imágenes.

Habiendo planteado el marco teórico, se procede a dar una descripción detallada del maniquí con el que se realizaron las pruebas de funcionamiento del tomógrafo.

Se pasará después a mostrar el arreglo del dispositivo experimental y posteriormente se describirá el diseño y la construcción del tomógrafo. Para facilitar esto, se dividió la información describiendo las partes que lo componen:

1. Estructura
2. Detector y fuente
3. Electrónica asociada

Después se procederá a una explicación del procedimiento para obtener los datos necesarios para reconstruir las tres imágenes tomográficas, a partir de un número diferente de proyecciones, del maniquí y se describirá brevemente el método de análisis de estos datos, es decir, el algoritmo de reconstrucción de la imagen. Se mostrarán las tres imágenes tomográficas reconstruidos para su comparación.

Por último, se comentará acerca de los resultados obtenidos y se darán propuestas para continuar y mejorar el proyecto actual.

Capítulo II: Marco Teórico

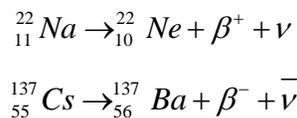
2.1. Las Radiaciones

El fenómeno de la radiación consiste en la propagación de energía de un lugar a otro en forma de ondas electromagnéticas o partículas subatómicas a través de un medio.

Si la radiación transporta energía suficiente como para provocar ionización en los átomos de materia con los que interacciona, se dice que es una radiación ionizante. En caso contrario se habla de radiación no ionizante. Nosotros nos enfocaremos sólo en las radiaciones ionizantes, como son los rayos X, rayos gamma, partículas alfa, partículas beta y neutrones.

La partícula alfa es un átomo de ${}^4\text{He}$ doblemente ionizado, por lo que consta de dos protones y dos neutrones. La mayoría de los emisores de partículas alfa son elementos pesados, es decir, con un número atómico $Z \geq 82$. Algunos ejemplos de estos elementos son ${}^{226}\text{Ra}$, ${}^{235}\text{U}$, ${}^{238}\text{U}$, ${}^{210}\text{Po}$, ${}^{232}\text{Th}$, ${}^{239}\text{Pu}$ y ${}^{241}\text{Am}$.

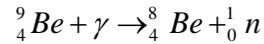
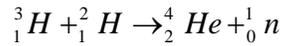
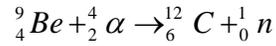
La partícula beta es un electrón. En este tipo de decaimiento puede haber emisión de un electrón negativo β^- o de un electrón positivo o positrón β^+ . Ejemplos de decaimiento beta son:



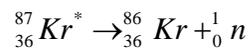
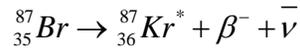
donde ν es un neutrino y $\bar{\nu}$ es un antineutrino.

Los rayos X y los rayos gamma son fotones. Lo que distingue a los rayos X de los rayos gamma es su procedencia. Los rayos gamma son de origen nuclear, mientras que los rayos X se originan de la desexcitación atómica y del frenado de partículas cargadas.

El neutrón es una partícula sin carga. Normalmente se encuentra formando núcleos atómicos. Para liberar un neutrón de un núcleo se requiere de una reacción nuclear. Algunas de estas reacciones son:



Otras maneras de liberación de neutrones de los núcleos son el decaimiento y la fisión espontánea conocidos también como “neutrones retrasados o retardados”. Un ejemplo de este tipo de decaimiento es:



Donde ${}^{87}_{35}\text{Br}$ es producto de una fisión nuclear del ${}^{235}\text{U}$.

Muchos de los núcleos transuránicos tienen decaimiento por fisión espontánea como el ${}^{252}\text{Cf}$ y el ${}^{241}\text{Am}$.

A continuación se describirá con más detalle a los rayos gamma, ya que este es el tipo de radiación con la que se trabajó en el presente proyecto.

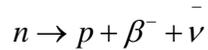
2.2. Rayos Gamma

Los rayos gamma son fotones, son la radiación electromagnética de mayor energía y por lo mismo de menor longitud de onda.

Los rayos gamma no tienen carga ni masa, lo que implica únicamente un cambio de estado en el núcleo, al ser emitidos por éste, y no una transformación nuclear. Cuando un núcleo se encuentra en un estado excitado, que puede ser causado por un decaimiento alfa o un decaimiento beta, la desexcitación de éste se lleva a cabo mediante la emisión de uno o varios rayos gamma.

Algunas de las fuentes de radiación gamma más utilizadas son el ${}^{60}\text{Co}$ y el ${}^{137}\text{Cs}$. En el presente proyecto se utilizó el ${}^{137}\text{Cs}$.

En el caso del ${}^{137}\text{Cs}$ tenemos un núcleo inestable con una energía disponible de 1.18 MeV, como muestra la Figura 2.1. El 94% de las veces un neutrón del núcleo se transforma en un protón con una emisión β^- con energía de 0.518 MeV y un antineutrino. Esto es posible porque la masa del neutrón es mayor que la del protón.



Ahora, el núcleo hijo del ^{137}Cs queda en el segundo estado excitado o metaestable, $^{137\text{m}}\text{Ba}$, el cual a su vez decae un 85% de las veces al estado base del ^{137}Ba emitiendo un rayo gamma con energía de 0.662 MeV. El 6% restante emite β^- con energías de 1.18 MeV y decaen directamente al estado base sin emisión de gammas.

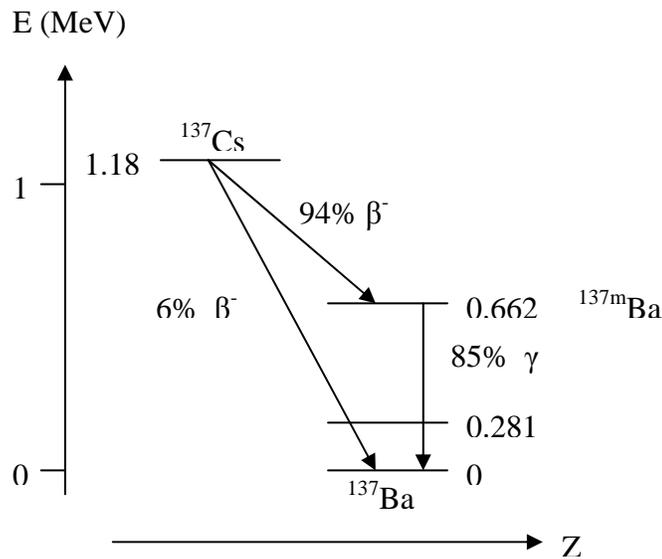


Figura 2.1. Diagrama del decaimiento del ^{137}Cs .

2.3. Interacción de los rayos gamma con la materia.

Cuando los fotones son rayos X o rayos gamma e interaccionan con un material, sus energías son altas (≥ 1 keV aproximadamente) y sus longitudes de onda pequeñas (≤ 1 nm). Entonces aparecen efectos cuánticos y se les asocia una cantidad de movimiento igual a:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{E}{c} \quad (2.1)$$

Donde h es la constante de Planck, λ es la longitud de onda, E es la energía y c la velocidad de la luz.

Así, la cinemática de la dispersión o absorción de un fotón puede describirse de acuerdo a la conservación de energía y cantidad de movimiento, y da lugar a que el fotón dispersado pierda energía en el proceso.

Podemos identificar 5 tipos de interacción de la radiación ionizante con la materia:

- 1.- Efecto Fotoeléctrico
- 2.- Dispersión Compton
- 3.- Producción de Pares
- 4.- Dispersión Rayleigh
- 5.- Interacciones Fotonucleares

Los primeros tres tipos de interacción son los predominantes. Su importancia relativa al interactuar con un material depende de la energía del fotón incidente y del número atómico Z del absorbedor. Ver Figura 2.2.

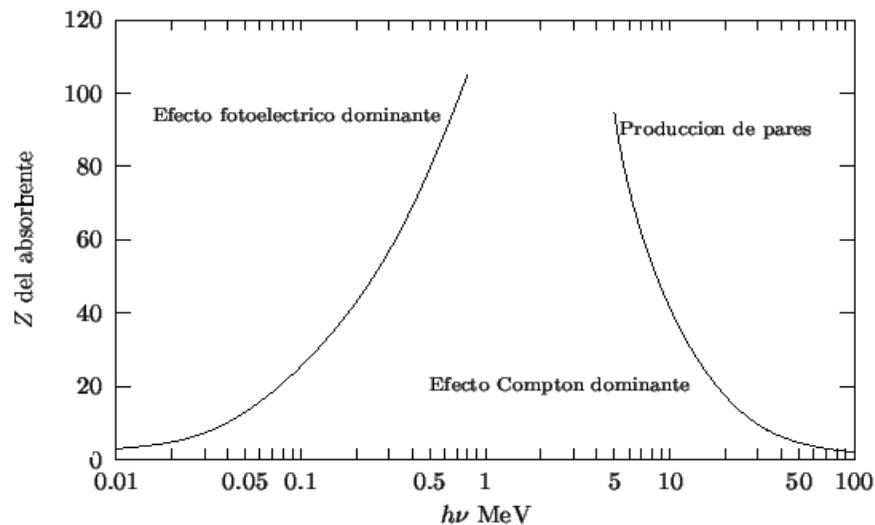


Figura 2.2. Importancia relativa de cada efecto de interacción gamma según la energía del rayo gamma incidente $h\nu$ y el número atómico Z del absorbedor.

Las curvas en la Figura 2.2. muestran la energía $h\nu$ de un fotón (donde h es la constante de Planck y ν la frecuencia del fotón) y el número atómico Z del absorbedor para los cuales dos tipos de interacción tienen igual probabilidad de

sucedan. Para bajas energías de fotones domina el efecto fotoeléctrico, para energías intermedias la dispersión Compton y para altas energías la producción de pares. Para describir la cinemática de la interacción en estos fenómenos se emplea la mecánica relativista especial. A continuación, se hará una descripción breve.

Efecto Fotoeléctrico

Un fotón incidente con energía cinética $h\nu$ interactúan con un electrón fuertemente unido a un átomo con una energía de enlace E_b , como son los que se encuentran en las capas internas del átomo, especialmente cuando tienen un número atómico grande. El fotón es completamente absorbido en la interacción, cediendo casi toda su energía cinética al electrón. Ver Figura 2.3.

Para que esto ocurra es necesario que $h\nu > E_b$. Mientras mas pequeña es la energía cinética del fotón $h\nu$ es mas probable que ocurra un efecto fotoeléctrico siempre y cuando $h\nu$ sea mayor que la energía de enlace del electrón E_b con el cual interactúa.

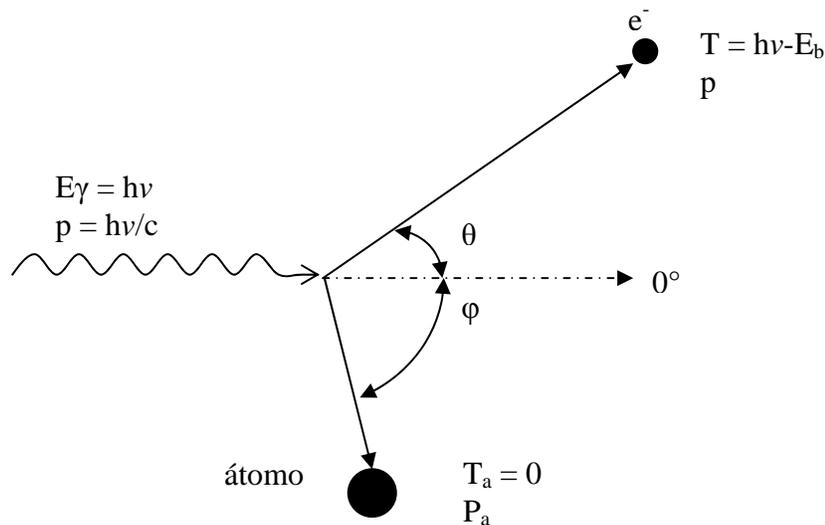


Figura 2.3. Cinemática relativista del efecto fotoeléctrico.

La energía cinética cedida al electrón es

$$T = h\nu - E_b \quad (2.2)$$

ya que la energía cedida al átomo es prácticamente cero y despreciable.

El fotón es absorbido completamente y el electrón sale disparado con un momento p a un ángulo θ respecto de la dirección de incidencia del fotón.

El átomo es dispersado, con un momento p_a y energía cinética aproximadamente cero, con un ángulo $0^\circ < \varphi < 180^\circ$ para conservar el momento en la interacción.

Dispersión Compton

Un fotón con una energía cinética $h\nu$ y momento $h\nu/c$ colisiona con un electrón libre y estacionario. Ver Figura 2.4.

Después del choque, el electrón adquiere una energía cinética T y un momento p , moviéndose a un ángulo θ respecto del fotón incidente. Un nuevo fotón es dispersado a un ángulo φ y con una energía cinética $h\nu'$ que es menor a la energía del fotón inicial, y un momento $h\nu'/c$.

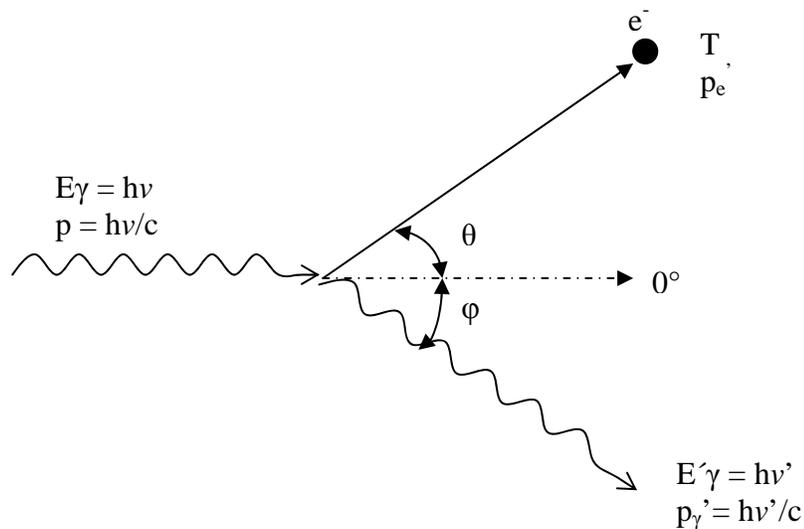


Figura 2.4. Cinemática relativista de la Dispersión Compton.

Para conservar la energía, se tiene que

$$T = h\nu - h\nu' \quad (2.3)$$

y para conservar el momento, se obtiene

$$h\nu' \sin \varphi = p_e c \sin \theta \quad (2.4)$$

Producción de Pares

La producción de pares es el proceso de absorción en el cual un fotón con energía cinética $h\nu$ desaparece, transformando su energía en un electrón y un positrón con energías cinéticas T^- y T^+ respectivamente. Ver Figura 2.5.

Este proceso sólo puede ocurrir en presencia de un campo de fuerza Coulombiano, comúnmente el asociado a un núcleo atómico. Se necesita una energía mínima del fotón de $2m_0c^2 = 1.022 \text{ MeV}$, ya que es la equivalente a la masa del par electrón-positrón.

La ecuación de conservación de la energía para este proceso es

$$h\nu = 1.022 \text{ MeV} + T^- + T^+ \quad (2.5)$$

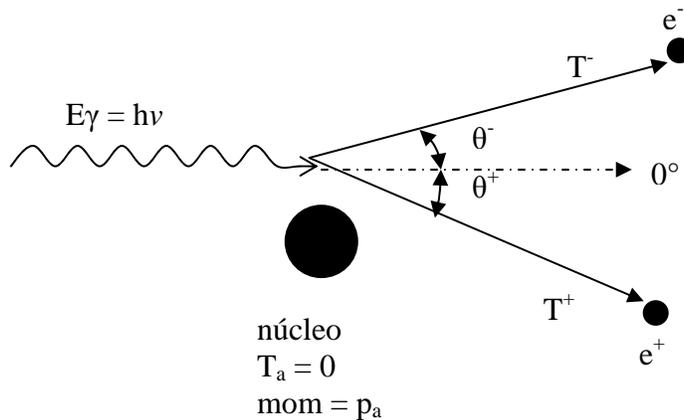


Figura 2.5.- Cinemática relativista de la producción de pares.

Este proceso también puede darse en presencia del campo de un electrón atómico, en menor probabilidad. Usualmente se le llama “producción de triplete” porque el electrón atómico que provoca el campo Coulombiano también adquiere energía cinética para conservar el momento. Por lo que salen disparados dos electrones y un positrón. Entonces la ecuación de conservación de la energía es

$$h\nu = 1.022 \text{ MeV} + T_1^+ + T_1^- + T_2^- \quad (2.6)$$

Dispersión Rayleigh

El fotón incidente es dispersado por un átomo. Este proceso es elástico, ya que el fotón no pierde energía prácticamente y el átomo se mueve sólo lo necesario para conservar el momento. El fotón es dispersado a ángulos muy pequeños.

La importancia de este proceso es pequeña en comparación con las anteriores, ya que contribuye en muy poco porcentaje al coeficiente lineal de atenuación.

Interacciones fotonucleares

En una interacción fotonuclear un fotón energético, con energía ≥ 30 MeV, colisiona con un núcleo atómico excitándolo, para después emitir un protón o un neutrón.

El porcentaje de este tipo de interacción es muy pequeño por lo que tiene poca importancia. Sin embargo, se toma en cuenta para problemas de seguridad radiológica principalmente por los neutrones producidos.

En una fuente radioactiva, la emisión de radiación es isotrópica, es decir, las emisiones son igualmente probables en todas direcciones.

Para seleccionar sólo una dirección se colocan colimadores, los cuales comúnmente son de plomo con una pequeña perforación. Los colimadores se colocan entre la fuente y el detector para medir la intensidad del haz de radiación " I_0 " o lo que es lo mismo, el número de fotones que recibe el detector sin el absorbedor. Cuando se coloca un material entre la fuente y el detector se observa que la intensidad recibida " I " es menor, ya que impide el paso de algunos fotones que son absorbidos o dispersados. Por esto llamaremos al material entre la fuente y el detector absorbedor. [Rickards 2001] Ver Figura 2.6.

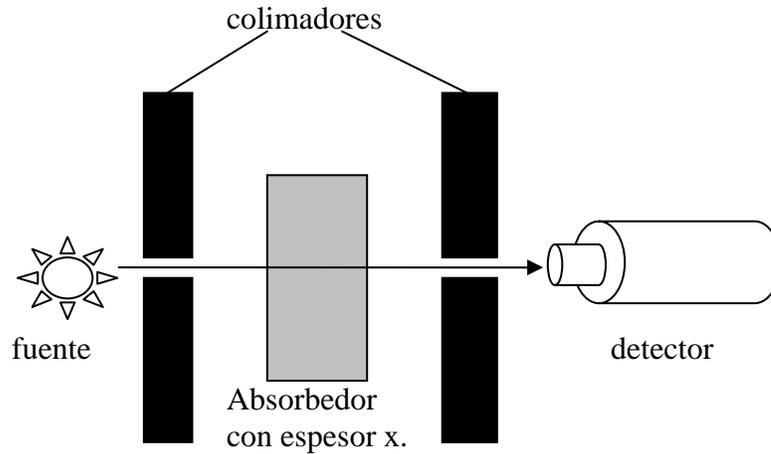


Figura 2.6. Diagrama de transmisión de la rayos gamma, empleando colimadores, a través de un absorbedor con un espesor x. [Rickards 2001]

Cuando se aumenta el espesor x del absorbedor, la intensidad de la radiación que lo atraviesa va disminuyendo. A esto se le conoce como la *Ley de Atenuación exponencial* y se expresa matemáticamente como:

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (2.7)$$

donde

I es la intensidad del haz de radiación después de atravesar el absorbedor.

I_0 es la intensidad del haz de radiación sin absorbedor.

μ es el coeficiente lineal de atenuación del absorbedor.

x es el espesor del absorbedor.

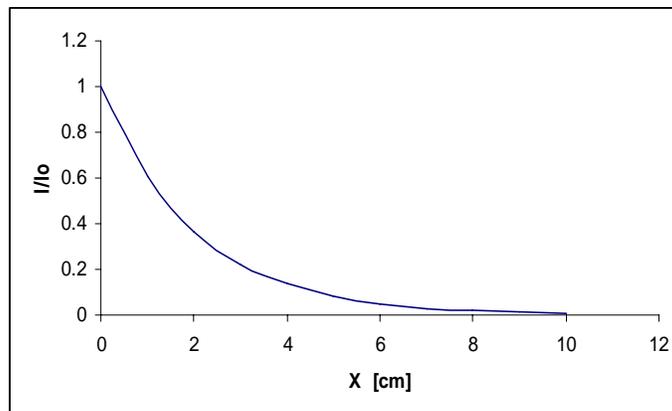


Figura 2.7. Transmisión de un haz de rayos gamma a través de un material en función del espesor del absorbedor. ($\mu = 0.5 \text{ cm}^{-1}$) [Rickards 2001]

En la Figura 2.7 se observa que la intensidad de un haz de rayos gamma disminuye exponencialmente en función del espesor del absorbedor que atraviesa, como se expresa en la ecuación 2.7.

El coeficiente lineal de atenuación μ comprende todos los efectos de absorción y dispersión de los fotones en el absorbedor. Sin tomar en cuenta la interacción fotonuclear, tenemos que

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{\tau}{\rho} + \frac{\sigma}{\rho} + \frac{\kappa}{\rho} + \frac{\sigma_R}{\rho} \quad (2.8.a)$$

Donde

ρ es la densidad del material

μ/ρ es el coeficiente másico de atenuación

τ/ρ es la contribución del coeficiente másico de atenuación para el efecto fotoeléctrico

σ/ρ es la contribución de la dispersión Compton

κ/ρ es la contribución del efecto de producción de pares y

σ_R/ρ es la contribución del efecto de dispersión Rayleigh.

Es relevante incluir la contribución del efecto de dispersión Rayleigh únicamente cuando se trabaja con energías de fotones $\leq 50 \text{ keV}$, como en la tomografía con rayos X y la cristalografía con rayos X. En el presente proyecto se utilizan fotones con energía de 0.662 MeV por lo que se puede despreciar la contribución del efecto de dispersión Rayleigh así como la contribución del efecto de producción de pares. Ver Figura 2.2:

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{\tau}{\rho} + \frac{\sigma}{\rho} \quad (2.8.b)$$

La magnitud del coeficiente lineal de atenuación μ es dependiente de la energía inicial de los fotones incidentes y del número atómico Z del absorbedor.

Mientras mayor sea la energía del fotón incidente menor será la magnitud de μ y mientras mayor sea el número atómico Z del absorbedor menor será la magnitud de μ para un intervalo de energías intermedio.

Como se observa en la ecuación (2.7), el coeficiente lineal de atenuación μ indica la velocidad con la que decrece la curva de la Figura 2.7. Mientras mayor sea el coeficiente de atenuación lineal μ la curva disminuirá con mayor rapidez.

Algunos coeficientes lineales de atenuación se muestran en la Tabla 2.1.

Energía del fotón incidente (MeV)	$\mu_{\text{agua}} (\text{cm}^{-1})$	$\mu_{\text{hormigón}} (\text{cm}^{-1})$	$\mu_{\text{aluminio}} (\text{cm}^{-1})$	$\mu_{\text{plomo}} (\text{cm}^{-1})$
0,5	0,0966	0,204	0,227	1,64
1,0	0,0706	0,149	0,166	0,776
1,5	0,0575	0,121	0,135	0,581
2,0	0,0493	0,105	0,117	0,518
3,0	0,0396	0,0853	0,0953	0,477
4,0	0,0339	0,0745	0,0837	0,476
5,0	0,0301	0,0674	0,0761	0,483
8,0	0,0240	0,0571	0,0651	0,520

Tabla 2.1. Coeficientes lineales de atenuación para distintas energías y materiales de absorción. [Ortega Aramburu, Jorba Bisbal 1996]

En experimentos típicos con radiaciones, como el descrito en este trabajo, se hace incidir un gran número de radiaciones o proyectiles de cierto tipo sobre un absorbedor. En analogía con el flujo de los fluidos, el flujo de radiación a través de una superficie es el número de radiaciones que cruzan dicha superficie por unidad de tiempo.

La densidad de flujo de proyectiles ϕ [proyectiles / $\text{m}^2 \text{s}$] se define como el número de proyectiles que pasa por un área unitaria en un lapso de tiempo determinado. Si el haz de radiaciones es paralelo, resulta ser

$$\phi = n_1 v_1$$

donde n_1 es la densidad espacial de proyectiles en el haz [proyectiles / m³] y v_1 es su velocidad [m / s].

En la Figura 2.8. el área S es perpendicular a la dirección de movimiento de los proyectiles. Considérese el volumen indicado por las líneas punteadas, la profundidad del volumen se toma como $v_1 t$, siendo t un intervalo de tiempo. Entonces cada partícula dentro del volumen $S v_1 t$ cruza el área S dentro del lapso t . Como hay n_1 proyectiles por unidad de volumen, el número total de proyectiles que cruzan S es $S v_1 t n_1$. La densidad de flujo es el número de proyectiles que cruza por unidad de área y por unidad de tiempo, que se obtiene dividiendo entre S y t , resultando $\phi = n_1 v_1$.

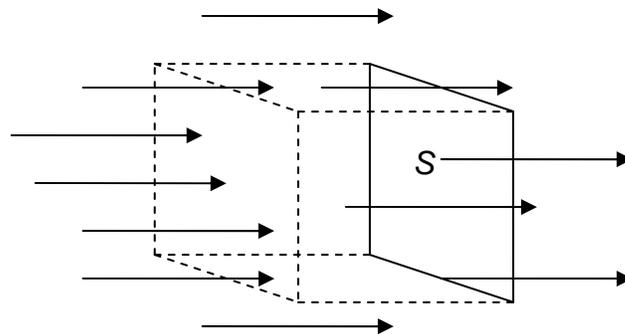


Figura 2.8. Flujo por una superficie S .

La afluencia Φ [proyectiles / m²] es la densidad de flujo ϕ integrada sobre el tiempo que dura la exposición, o sea el número total de proyectiles que llega al blanco por unidad de área durante el experimento.

Cuando se puede considerar que la densidad de flujo es constante en el tiempo, entonces la afluencia es simplemente ϕt .

Como se mencionó, en una fuente radiactiva puntual, la emisión de radiaciones es isotrópica. Considerando radiaciones que viajan en línea recta y no son dispersadas, a medida que uno se aleja de la fuente, la densidad de flujo disminuye proporcionalmente al inverso del cuadrado de la distancia $1 / r^2$. Esto es

porque la densidad de flujo está definida por unidad de área y el área total de una esfera crece con el cuadrado del radio.

Tomemos una esfera de radio r con centro en la fuente y un detector de sección circular y área S colocado en algún punto sobre la esfera. Ver Figura 2.9. El cono correspondiente define un ángulo sólido Ω que, medido en estereoradianes es $\Omega = S / r^2$.

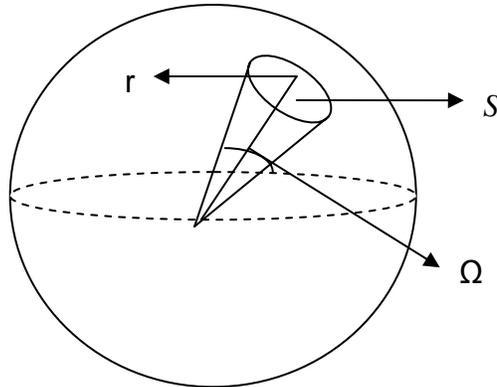


Figura 2.9. Definición de ángulo sólido.

2.4. Detección de la radiación

Todos los detectores de radiación ionizante funcionan gracias a la interacción de la radiación con la materia. La radiación ionizante deposita su energía en la materia a través de los fenómenos de ionización y excitación, los cuales pueden producir cambios químicos en la materia o la emisión de ondas electromagnéticas.

La cantidad de energía depositada en la materia por una interacción es muy pequeña, por lo que la mayoría de los detectores de radiación amplifican la señal, ya sea electrónica o químicamente, procesan la señal y/o guardan los datos. Existen principalmente dos modos por los cuales se procesa una señal, modo de pulsos o modo continuo. En el modo de pulso, la señal de cada interacción es analizada individualmente. En el modo continuo, las señales eléctricas de cada interacción son promediadas, formando una señal neta continua. [Bushberg et. al. 2002]

2.4.1. Tipos de Detectores

Los detectores de radiación pueden clasificarse según el tipo de información que nos proporcionan:

Contadores

Indican el número de interacciones que ocurren en el detector. Un ejemplo de este tipo de detector es el Geiger-Müller.

Espectrómetros

Proporcionan información acerca de la distribución de energía de la radiación incidente. La mayoría de los espectrómetros operan en modo de pulso. La amplificación de cada pulso es proporcional a la energía depositada en el detector por cada fotón.

Dosímetros

Indican la cantidad de energía neta depositada en el detector por múltiples interacciones.

También los podemos clasificar según su método de detección:

Cámaras de ionización de un gas

Estos detectores cuentan con una cámara de gas presurizado con dos o tres electrodos donde la radiación incidente causa ionización en las moléculas del gas, creando electrones libres e iones que son atraídos por el ánodo y el cátodo respectivamente, provocando una señal eléctrica medible. Estos detectores tienen una eficiencia cuántica baja, como de 60% y una respuesta de tiempo lenta, como de 700 μ s. Normalmente tienen poca eficiencia para detectar fotones por la baja densidad y bajo número atómico de la mayoría de los gases. Esto puede mejorarse utilizando gases con mayor número atómico como el argón ($Z=18$) y el xenón ($Z=54$) y presurizando el gas para tener una mayor densidad. [Suetens 2002]

Detectores semiconductores

Son diodos semiconductores diseñados para detectar la radiación ionizante, comúnmente son de silicio o germanio. La cantidad de carga generada por una

interacción es proporcional a la energía depositada en el detector por la interacción, por lo que este tipo de detectores permiten obtener el espectro energético de la radiación. Como la energía térmica puede llevar electrones a la banda de conducción, muchos de estos detectores deben enfriarse con nitrógeno líquido.

Detectores de centelleo

Los centelladores son materiales que emiten luz visible o ultravioleta después de la interacción de radiación ionizante con el material. Cuando la radiación ionizante interacciona con el centellador, los electrones pasan a un nivel de energía excitado. Cuando estos electrones caen de nuevo a un estado de energía mas bajo emiten la luz visible o ultravioleta. A la mayoría de estos centelladores se les adapta algún dispositivo electrónico para convertir la luz en una señal eléctrica y un amplificador de señal. Ejemplos de estos dispositivos son los tubos fotomultiplicadores, fotodiodos y tubos intensificadores de imagen.

En todos los centelladores, la cantidad de luz emitida después de una interacción es proporcional a la energía depositada por la interacción. Por esto, los centelladores pueden ser usados en modo de conteo como espectrómetros.

Muchos compuestos orgánicos presentan la propiedad de centelleo por su estructura molecular. Los centelladores orgánicos generalmente no se usan para la reconstrucción de imágenes por el bajo número atómico Z de sus elementos y sus bajas densidades, lo que los hacen tener una pobre detección de rayos gamma y rayos X. Los centelladores orgánicos sólidos se usan para experimentos en física de partículas donde se tienen que medir tiempos por su rápida emisión de luz. También existen centelladores orgánicos líquidos que se utilizan principalmente para investigaciones biomédicas, así como para analizar materiales en fase líquida que emitan electrones.

También existen muchos materiales centelladores inorgánicos, donde la propiedad de centelleo se las da su estructura cristalina. Estos materiales tienen número atómico mucho mayor y densidades mayores que los centelladores orgánicos, por lo que son excelentes como detectores de fotones de altas energías. Se utilizan comúnmente para medir la radiación y para formar

imágenes. A la mayoría de los cristales centelladores inorgánicos se les colocan impurezas llamadas activadores. Los átomos de estos activadores forman niveles de energía preferenciales a donde brincan los electrones que se excitan al recibir la radiación, para luego regresar a su nivel de energía original. Estos activadores modifican la frecuencia de la luz emitida y por lo tanto el color, la rapidez de emisión de la luz y la proporción de luz absorbida por el cristal.

El NaI(Tl) es un cristal centellador que se utiliza normalmente acoplado a un tubo fotomultiplicador y operado en el modo de conteo. Su alto contenido de yodo ($Z=53$) y su alta densidad proporcionan una alta probabilidad de absorción para los rayos γ y los rayos X. Tiene una alta eficiencia de conversión, aproximadamente el 13% de la energía depositada es convertida a luz, lo que lo hace uno de los centelladores con mayor resolución en energía. Emite la luz muy rápidamente, con una constante de decaimiento de aproximadamente 230 ns, permitiendo que pueda usarse en modo de conteo a una tasa de conteo mayor de 100,000 cuentas por segundo. Las desventajas de este tipo de cristal centellador son: que es frágil, puede quebrarse con un golpe o por cambios drásticos de temperatura y debe ser sellado herméticamente ya que absorbe el agua de la atmósfera, lo que provocaría que perdiera su estructura cristalina y por lo tanto su propiedad de centelleo.

Otros cristales inorgánicos centelladores comunes son el $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$, CsI(Na), CsI(Tl), CaWO_4 , etc.

Estos cristales convierten la radiación en luz. Posteriormente, esta señal luminosa se convierte en una señal eléctrica que se puede detectar. Para esto, los dispositivos más comunes que se acoplan a los centelladores son los tubos fotomultiplicadores y los fotodiodos. [Bushberg et. al. 2002]

Tubo Fotomultiplicador

Un tubo fotomultiplicador tiene dos funciones: convertir los fotones de luz ultravioleta y/o de luz visible en una señal eléctrica y amplificar la señal. Consiste

básicamente de un tubo de vidrio sin aire con un fotocátodo, normalmente entre 10 y 12 dinodos y un ánodo. [Bushberg et. al. 2002] Ver Figura 2.10.

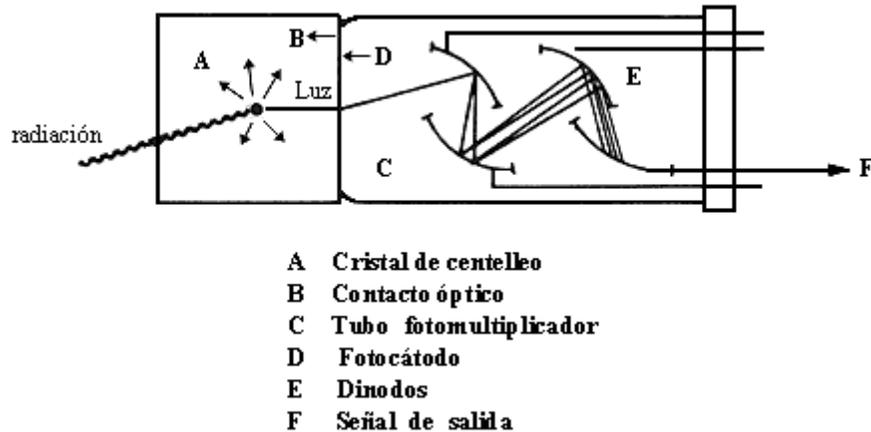


Figura 2.10.- Dibujo simplificado de un detector de centelleo con tubo fotomultiplicador.

Fuente:[http://omega.ilce.edu.mx:3000/sites/ciencia/volumen2/ciencia3/094/htm/sec_8.htm]

Cuando un centellador es acoplado a un tubo fotomultiplicador, se coloca un material como contacto óptico entre las dos partes para minimizar las pérdidas de luz por reflexión. El cristal centellador es rodeado en todos los demás lados por algún material altamente reflectivo.

El fotocátodo es un electrodo delgado, localizado dentro de la entrada de la ventana de vidrio (contacto óptico) del fotomultiplicador, que emite electrones cuando le llega luz visible. Aproximadamente, por cada 5 fotones de luz incidentes se emite un electrón en el fotocátodo.

Con una fuente de alto voltaje, se le aplica voltaje de entre 200 V y 1000 V. Una serie de resistencias divide el voltaje en partes iguales. El primer dinodo recibe un voltaje de $+ \Delta V$ respecto al fotocátodo. El segundo dinodo recibe un voltaje de $+ \Delta V$ respecto al primer dinodo y así sucesivamente. Los electrones producidos por el fotocátodo son atraídos y acelerados a Δ eV hasta el primer dinodo, donde al chocar generan mas de 5 electrones por cada electrón que choca. Estos electrones son ahora atraídos y acelerados al segundo dinodo, donde cada electrón que llegue emitirá 5 más y así sucesivamente hasta pasar por

todos los dinodos, multiplicando por un factor de 5 en cada dinodo, provocando la llamada “cascada de electrones”. La amplificación total del fotomultiplicador será el producto de la multiplicación individual de cada dinodo. La amplificación puede ser cambiada variando el voltaje aplicado al tubo fotomultiplicador.

Como hemos mencionado, muchos detectores, como los centelladores producen pulsos eléctricos proporcionales a las energías depositadas en el detector por interacciones individuales. Existen sistemas electrónicos llamados analizadores de altura de pulsos que se usan con estos detectores para realizar espectroscopia de altura de pulsos y contadores para diferentes regiones de energía seleccionadas. Dos ejemplos de estos analizadores son el analizador monocanal y el analizador multicanal. Los multicanales permiten producir los espectros de energía.

Los pulsos del fotomultiplicador pasan a un preamplificador, donde se amplifica el voltaje de cada pulso y se minimiza la distorsión y la atenuación de la señal. Después estos pulsos pasan a un amplificador, donde los pulsos se vuelven a amplificar y se modifica su forma. La ganancia en los amplificadores es normalmente ajustable. La señal proveniente del amplificador pasa al analizador multicanal.

Un analizador multicanal consiste de: un convertidor analógico-digital, una memoria con diferentes espacios para guardar la información llamados canales, circuitos de control, un contador de tiempo y una pantalla para mostrar los resultados. Ver Figura 2.11. El número de multicanales se encuentra típicamente entre los 2^8 y 2^{16} canales, o lo que es lo mismo, entre los 256 y 65536 canales. Cuando la adquisición del espectro comienza, todos los canales se encuentran en cero. Cuando el pulso de corriente proveniente del amplificador llega al multicanal, es convertido en una señal digital binaria, donde su valor es proporcional al voltaje generado. La señal digital es designada a un canal en particular en la memoria del analizador. El número guardado en ese canal se incrementa en uno. Es decir, la energía de cada radiación individual se almacena, como un contador, en un canal específico según su energía. Conforme a los pulsos recibidos, se va generando el

espectro en el multicanal. La mayoría de los multicanales se conectan a una computadora que almacena, procesa y muestra gráficamente el espectro resultante. [Bushberg et. al. 2002]

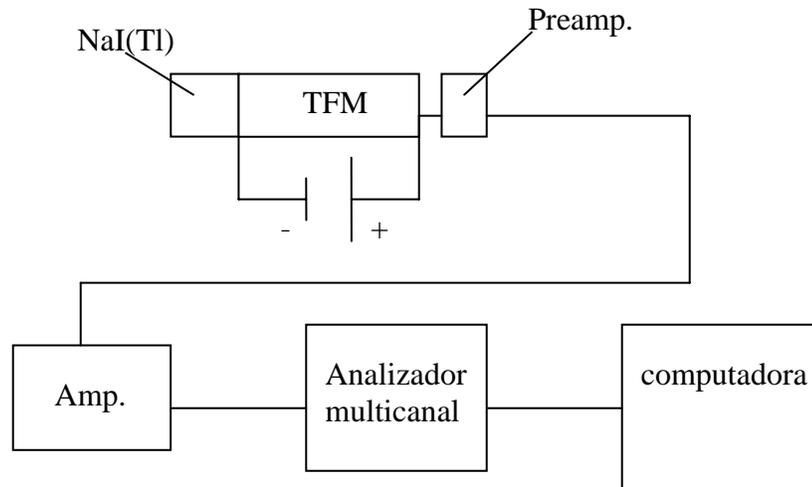


Figura 2.11. Diagrama para obtener un espectro de energía de radiación.

2.5. Antecedentes y principios para obtener una tomografía

La historia de la tomografía computarizada empieza en 1895, cuando Wilhelm Conrad Röntgen descubre lo que él llamó como “rayos X”, lo que le hizo recibir el Premio Nobel de Física en 1901.

Una tomografía se puede obtener a partir de diferentes fenómenos físicos como pueden ser rayos X, rayos gamma, aniquilación de electrones y positrones, resonancia magnética nuclear, ultrasonido, etc. Como se ha mencionado anteriormente, el tomógrafo diseñado para este trabajo de tesis utiliza radiación gamma.

Por la manera de adquisición de los datos, existen la tomografía de transmisión, que estudia la atenuación que sufre la radiación que proviene de una fuente externa al atravesar el objeto que se desea estudiar y la tomografía de emisión, que utiliza la radiación emergente del órgano a estudiar, analizando la distribución del mismo. Dos ejemplos de tomografía de emisión son la SPECT: tomografía computarizada por emisión de fotón único y la PET: tomografía por

emisión de positrones. Un ejemplo de tomografía de transmisión es la CT, tomografía computarizada, como son las reconstruidas en el presente trabajo.

Matemáticamente, el primer antecedente de la tomografía de transmisión es la primera reconstrucción de una función a partir de sus proyecciones, la cual fue formulada por Johann Radon en 1917. Se explicará brevemente para el caso de líneas paralelas, ya que es la base para la elaboración de un algoritmo de reconstrucción.

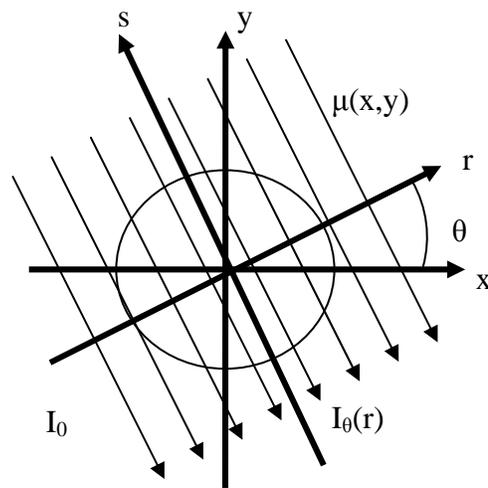


Figura 2.12. Geometría de líneas paralelas en los sistemas de coordenadas (x,y) y (r,s). [Suetens 2002]

Analicemos la función $\mu(x,y)$, que representa la distribución de los coeficientes lineales de atenuación en el plano x-y. Ver Figura 2.12. Por simplicidad, se supone que $\mu(x,y)$ es cero fuera del sujeto. El haz incidente se encuentra a un ángulo θ con respecto al eje "y" y a una distancia r del origen. La intensidad inicial de un haz que únicamente atraviesa aire es I_0 , para una distancia L, que es la distancia entre la fuente y el detector. Se define un nuevo sistema de coordenadas (r,s) rotando al plano (x,y) un ángulo θ .

Llegando a las siguientes fórmulas de transformación:

$$x = r \cdot \cos \theta - s \cdot \text{sen} \theta \quad (2.9)$$

$$y = r \cdot \text{sen} \theta + s \cdot \cos \theta \quad (2.10)$$

A partir de la ecuación (2.7) y para un ángulo θ , la intensidad medida $I_\theta(r)$ está dada por

$$I_\theta(r) = I_0 e^{-\int_{L_{r,\theta}} \mu(x,y) ds} \quad (2.11)$$

Donde $L_{r,\theta}$ es la línea que hace un ángulo θ con el eje "y" a una distancia r del origen. Sustituyendo las coordenadas (x,y) en la ecuación 2.11 por el nuevo sistema de coordenadas (r,s) y suponiendo que el haz es monocromático tenemos que

$$I_\theta(r) = I_0 e^{-\int_{L_{r,\theta}} \mu(r \cdot \cos \theta - s \cdot \text{sen} \theta, r \cdot \text{sen} \theta + s \cdot \cos \theta) ds} \quad (2.12)$$

De la ecuación (2.12) se llega a

$$p_\theta(r) = -\ln\left(\frac{I_\theta(r)}{I_0}\right) = \int_{L_{r,\theta}} \mu(r \cdot \cos \theta - s \cdot \text{sen} \theta, r \cdot \text{sen} \theta + s \cdot \cos \theta) ds \quad (2.13)$$

Donde $p_\theta(r)$ es la proyección integral de la función $\mu(x,y)$ a lo largo del ángulo θ . Reuniendo todas las proyecciones integrales $p_\theta(r)$ resulta en un conjunto de datos $p(r,\theta)$ en 2D llamado sinograma. Se llama así ya que si proponemos una distribución $\mu(x,y)$ que contenga un sólo punto, la correspondiente función de proyección $p(r,\theta)$ tiene forma sinusoidal.

En matemáticas, la transformación de cualquier función $f(x,y)$ a su sinograma $p(r,\theta)$ se llama Transformada de Radón \mathbf{R} :

$$p(r,\theta) = \mathbf{R}\{f(x,y)\} \quad (2.14)$$

Generalizando la ecuación (2.13) para cualquier función

$$p(r,\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} f(r \cdot \cos \theta - s \cdot \text{sen} \theta, r \cdot \text{sen} \theta + s \cdot \cos \theta) ds = \mathbf{R}\{f(x,y)\} \quad (2.15)$$

La transformada de Radon tiene las siguientes propiedades:

- $p(r,\theta)$ es periódica en θ con período 2π

$$p(r,\theta) = p(r,\theta + 2\pi) \quad (2.16)$$

- $p(r,\theta)$ es simétrica en θ con período π

$$p(r,\theta) = p(r,\theta + \pi) \quad (2.17)$$

Para encontrar la función original $f(x,y)$ se utiliza la Transformada Inversa de Radón \mathbf{R}^{-1}

$$\mathbf{R}^{-1}\{p(r,\theta)\} = f(x, y) \quad (2.18)$$

[Suetens 2002]

Probando así que se puede llegar a la función original si se tiene un número infinito de proyecciones.

Un haz de fotones que atraviesa un material uniforme y llega a un detector se describe por la ecuación (2.7), de donde se llega a

$$-\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = \mu x \quad (2.19)$$

Si el objeto no es uniforme, el haz de fotones que atraviesa al objeto se describe como

$$-\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = \sum_i \mu_i x_i \quad (2.20)$$

Donde μ_i y x_i son el coeficiente de atenuación del material i y el espesor del material i que compone al objeto.

La ecuación (2.19) y la ecuación (2.13) son la misma ecuación si se integra sobre toda la línea o haz, lo que nos lleva a que $p_\theta(r)$ describe a un haz de fotones que se atenúa al atravesar un material. Como se mencionó anteriormente, el conjunto de todas las proyecciones integrales $p_\theta(r)$ resulta en el sinograma en 2D $p(r,\theta)$. A lo que físicamente vemos como que al tener todo el conjunto de haces que atraviesan un objeto obtenemos el sinograma del objeto. Si aplicamos la transformada inversa de Radón a $p(r,\theta)$ obtenemos la función de distribución de densidades original $\mu(x,y)$ la cual es una representación del objeto.

2.6. Tomógrafo

Un tomógrafo representa la unión de muchos conceptos como son: fuentes de radiación, detectores de radiación, sistemas de control de motores, hardware y sofisticados algoritmos de reconstrucción para obtener una tomografía.

La construcción del primer escáner de tomografía computarizada o tomógrafo le dió a Godfrey Hounsfield de Inglaterra y a Allan Cormack de los Estados Unidos el Premio Nobel de Medicina en 1979. Actualmente, los tomógrafos se utilizan en medicina y también para aplicaciones industriales como pueden ser pruebas no-destructivas y análisis de suelos.

Para la tomografía computarizada se han utilizado dos geometrías de proyección principalmente. Una es la geometría de haces paralelos, donde todos los rayos en la proyección son paralelos entre si. La otra es la geometría de haces en abanico, que como su nombre lo indica, el haz de radiación asemeja la forma de un abanico. La mayoría de los tomógrafos actuales utilizan la geometría de abanico.

Una parte importante para entender los conceptos básicos de tomografía es conocer la evolución de los tomógrafos a través del tiempo.

2.6.1. Generaciones de tomógrafos

Primera generación

La primera generación de tomógrafos utilizaba un sistema de rotación y traslación para un sólo detector que detecta un único haz finamente colimado. Este tipo de tomógrafo usa una geometría de rayos paralelos. Ver Figura 2.13. Empezando en un ángulo arbitrario, la fuente y detector se trasladan linealmente hasta cubrir el área deseada. Después se rota el sistema fuente-detector un ángulo arbitrario y se vuelve a trasladar linealmente la fuente y el detector. Este tipo de detección permite una reducción en la fracción de fotones dispersados muy eficaz, ya que la radiación dispersada prácticamente no es detectada. El tiempo necesario para obtener los datos para una tomografía era muy prolongado. [Bushberg et. al. 2002], [Johansen y Jackson 2004].

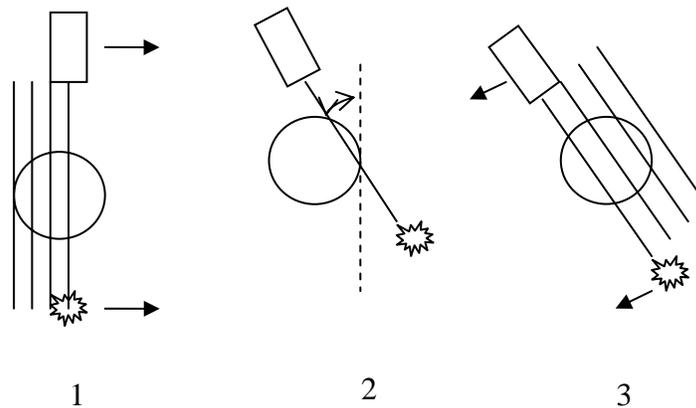


Figura 2.13. Tomógrafo de primera generación.

Segunda generación

Tomando como referencia el libro *Radioisotope gauges for industrial process measurements* de los autores Johansen G.A. y Jackson P. el tomógrafo de segunda generación incorpora un arreglo lineal de varios detectores, dando ahora una geometría de haces en forma de abanico donde su vértice es la fuente radioactiva, evitando el movimiento de traslación. Sin embargo, los haces no cubren todo el objeto, por lo que no se tiene una buena resolución. Ver Figura 2.14. Esto reduce el tiempo de adquisición de datos. [Johansen, Jackson 2004].

Es importante aclarar que la mayoría de los autores considera que un tomógrafo de segunda generación incluye los movimientos de traslación y rotación al igual que la primera generación ya que una sola posición de la fuente-detectores no cubre el objeto analizado por completo. [Buzug 2008].

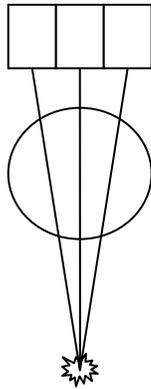


Figura 2.14. Tomógrafo de segunda generación con tres detectores.

Tercera generación

Se aumentó el número de detectores de manera que el haz cubre al objeto por completo y en forma de abanico. Ver Figura 2.15. Como en el caso del tomógrafo de segunda generación, esto hace que el movimiento de traslación ya no sea necesario por lo que se reduce el tiempo de adquisición de datos aún más y se mejora la resolución de las imágenes. [Bushberg et. al. 2002], [Johansen y Jackson 2004]

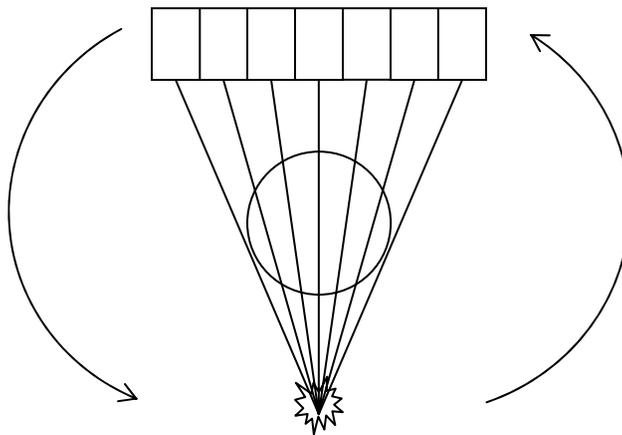


Figura 2.15. Tomógrafo de tercera generación.

Cuarta generación

Los detectores dejan de rotar. Se coloca un arreglo de detectores de 360° alrededor del objeto que se analizará. Ver Figura 2.16. Para esto, se requieren

muchos mas detectores. La fuente de radiación es la única que rota en este tipo de tomógrafo. Los datos obtenidos también se consideran como geometría de abanico. [Bushberg et. al. 2002], [Johansen y Jackson 2004]

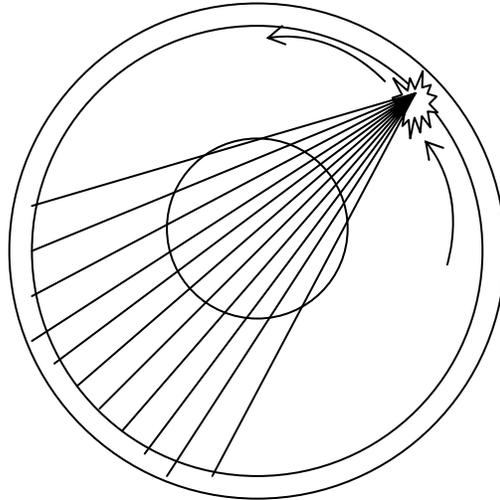


Figura 2.16. Tomógrafo de cuarta generación.

Quinta Generación

En esta clase de tomógrafo, se utilizan varias fuentes de radiación fijas y múltiples detectores fijos alineados con las fuentes. Al no requerir ningún tipo de movimiento de las fuentes y/o detectores, los tiempos de adquisición de datos se reducen aún más. [Johansen y Jackson 2004]

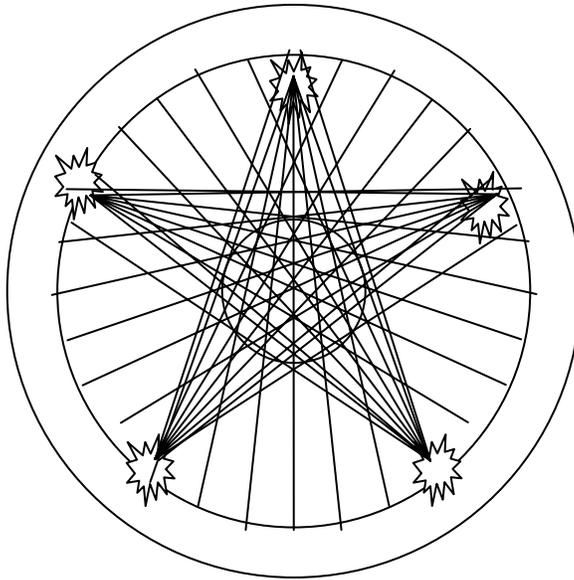


Figura 2.17. Tomógrafo de quinta generación.

2.7. Métodos de reconstrucción de imágenes

Como se mencionó anteriormente, el primero en desarrollar los principios matemáticos para la tomografía computarizada fue Radón, en el año de 1917, probando que la imagen de un objeto desconocido podía ser reproducida si se tienen un número infinito de proyecciones a través del objeto.

En una aplicación práctica podemos obtener solo un número finito de proyecciones, por lo que podemos reconstruir solo una estimación de la imagen real del objeto irradiado. La resolución espacial en la reconstrucción de la imagen dependerá de la cantidad y calidad de la adquisición de los datos, de la implementación numérica de las fórmulas matemáticas del algoritmo de reconstrucción, y del post-procesamiento de las imágenes reconstruidas.

Existen muchos algoritmos de reconstrucción. La mayoría de ellos entran en una de dos categorías: retroproyección filtrada (FBP, por sus siglas en inglés para Filtered Back Projection) y métodos de reconstrucción iterativa (IR, por sus siglas en inglés para Iterative Reconstruction). Mientras que FBP exige menos recursos de la computadora, los algoritmos del tipo IR producen menos errores en

la reconstrucción, a cambio de aumentar el uso de recursos computacionales durante el procesamiento de los datos.

Capítulo III: Desarrollo Experimental

En este capítulo se describirá el diseño y la construcción de un prototipo de tomógrafo de segunda generación con una fuente de radiación gamma de ^{137}Cs y un detector de centelleo con tubo fotomultiplicador. Esto se realizará dando una sección de descripción a cada parte que conforma el tomógrafo de la siguiente manera:

3.2. Maniquí

3.3. Estructura del tomógrafo.

3.4. Colimadores y las estructuras que los soportan. Fuente y detector.

3.5. Electrónica asociada

En la sección 3.6 se describirá el proceso para obtener los datos necesarios para la reconstrucción de tres imágenes tomográficas de un maniquí como prueba del funcionamiento del tomógrafo. Para concluir con el tomógrafo terminado en la sección 3.7.

3.1. Dispositivo experimental

El tomógrafo descrito en este trabajo funciona a partir de radiación gamma. Es posible utilizar la radiación gamma para reconstruir la imagen de un objeto por su propiedad de atenuación al atravesar un material. Cuanta mayor cantidad de un material atraviese ésta, mayor será su atenuación. Esto equivale a una proyección integral empleada en la Transformada de Radón.

Un haz de radiación gamma que va desde su fuente de origen hasta un detector con una distancia fija entre ellos y con un tiempo determinado tendrá una intensidad específica (en promedio) cada vez que se repita la medición. Si se mantienen constantes la distancia y el tiempo, y se coloca un objeto entre la fuente y el detector, la intensidad disminuirá, ya que ésta se atenuará al cruzar el material. Al conocer estas dos intensidades (intensidad inicial y la intensidad atenuada) y el coeficiente de atenuación del material se puede deducir la cantidad de material que fue atravesado por el haz.

Considerando lo antes mencionado, se diseñó el dispositivo experimental que se muestra en la Figura 3.1.

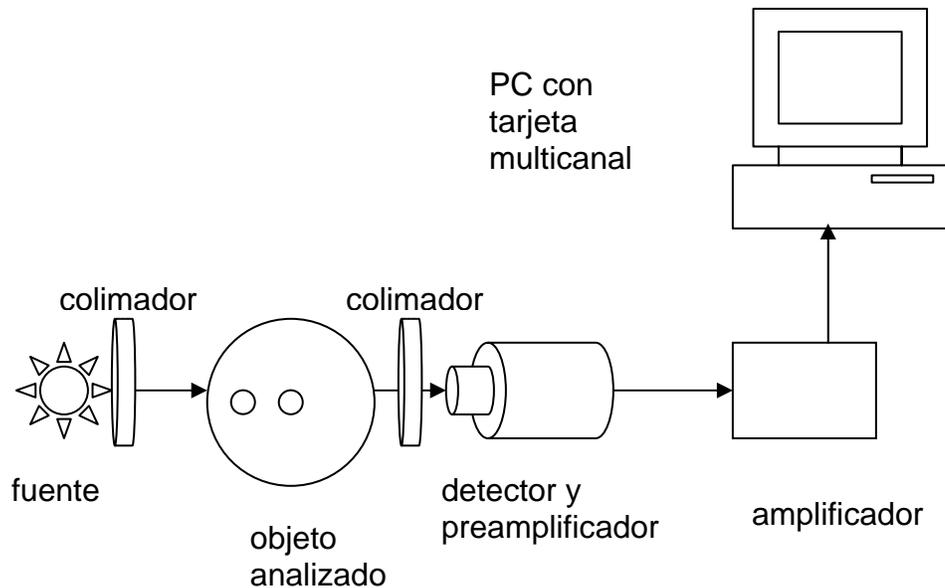


Figura 3.1.- Elementos del dispositivo experimental.

Se colocan la fuente de rayos gamma y el detector alineados, con el maniquí que se analizará entre ellos. El haz de fotones emana de la fuente radioactiva y atraviesa el maniquí, atenuándose según la cantidad de material que atraviese para después llegar al detector.

Los pulsos de corriente que se obtienen del detector pasan a un preamplificador y posteriormente se envían a un amplificador de señal para que la tarjeta multicanal pueda clasificarlos.

La tarjeta multicanal contabiliza los pulsos de corriente recibidos y los coloca en sus diferentes canales según su energía.

Por lo anterior, se observa la señal como un espectro característico del material radioactivo que utilizamos, en este caso ^{137}Cs . Para contabilizar y manipular la información que proporciona cada espectro obtenido, se utiliza un software especializado para esta tarea.

Retomando la propiedad de atenuación de la radiación gamma, si se crea una retícula de haces de radiación que atraviesen el maniquí en un plano y se mide la intensidad de la radiación remanente con el detector y la electrónica asociada de los diferentes haces, esta información equivale a las proyecciones

integrales de la Transformada de Radón. Éste es el principio con el cuál se reconstruye la imagen de un objeto a partir de ser irradiado.

La retícula de haces se construye moviendo la fuente y el detector adecuadamente. Este movimiento característico y la geometría para lograrlo es lo que hace a este tomógrafo ser de segunda generación, como se mencionó en el marco teórico.

El detector siempre tendrá que estar alineado con la fuente para tomar las medidas.

3.2. Objeto analizado

El objeto que se irradió es un maniquí cilíndrico de poliestireno con un diámetro de $D=8$ cm y 22 cm de altura con dos perforaciones paralelas al eje de simetría radial que atraviesan todo el cilindro, cada una con 1 cm de diámetro. El centro del primer orificio se encuentra en el centro de la cara circular y el centro del segundo orificio se encuentra a 1.5 cm del centro de la cara circular. Este maniquí fue donado por la Universidad de Bergen, Noruega, dentro del proyecto de tomografía del OIEA (Organismo Internacional de Energía Atómica). Ver Figura 3.2.

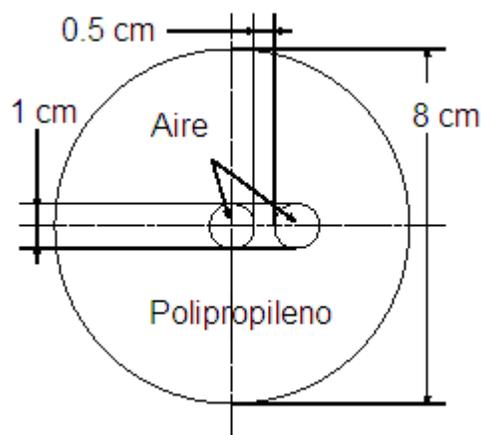


Figura 3.2. Maniquí.

Al maniquí se le hizo una marca al azar en su base para que se coloque siempre en la misma posición y orientación en el tomógrafo.

3.3. Estructura

Llamaremos estructura a las piezas que darán sostén al detector, la fuente y sus respectivos colimadores. Esta estructura permite el movimiento en forma de abanico para tener el tomógrafo de segunda generación.

La estructura del tomógrafo construido para la presente investigación consta de 2 piezas. Cada pieza está elaborada con perfil cuadrado de fierro de 4 cm X 4 cm.

La primera pieza mide 49.5 cm de altura, ver Figura 3.3. En la parte superior tiene un brazo fijo de 16 cm de longitud, el cual tiene una unión en su parte mas lejana que servirá para conectarse y dar movimiento a la segunda pieza de la estructura. Como base tiene una estructura en forma de C de 20 cm de longitud en cada lado para darle estabilidad. Esta pieza se fijó a la mesa de trabajo con dos prensas para evitar un movimiento innecesario que pudiera causar que se desalinearan las piezas.

La segunda pieza del tomógrafo también tiene una altura de 49.5 cm. En su parte superior tiene un brazo con una longitud de 35.5 cm, en el extremo tiene una unión para permitir la movilidad en esta parte. En la base de esta pieza se colocó una llanta para facilitar el movimiento. Ver Figura 3.4.

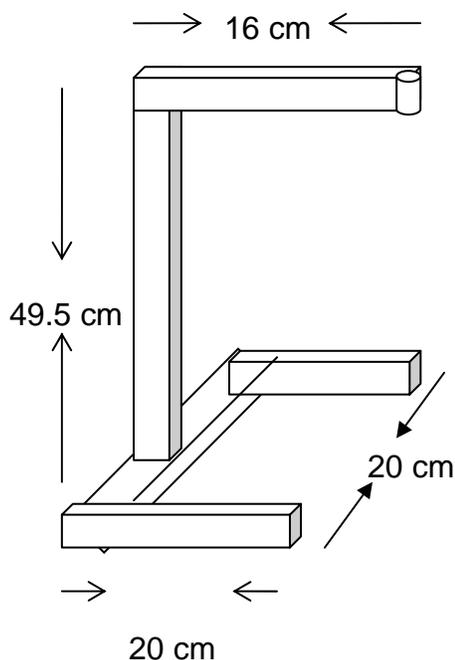


Figura 3.3.- Primera pieza de la estructura del tomógrafo.

Se debe mencionar, que en el perfil superior de esta pieza se hace un canal que atraviesa por completo la pieza. Este canal tiene una anchura de 0.8 cm y servirá para después poder montar en esta estructura la fuente, el detector y sus respectivos colimadores.

La primera y la segunda pieza se unen en el codo que se encuentra en los extremos de los perfiles superiores de cada pieza. Ver Figura 3.5.

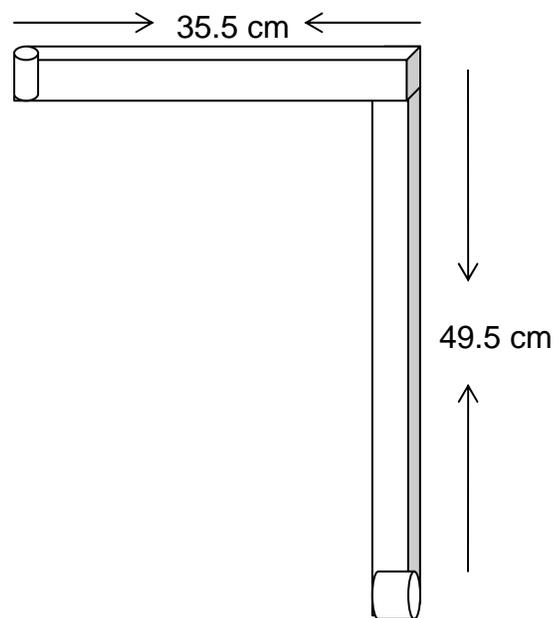


Figura 3.4.- Segunda pieza de la estructura del tomógrafo

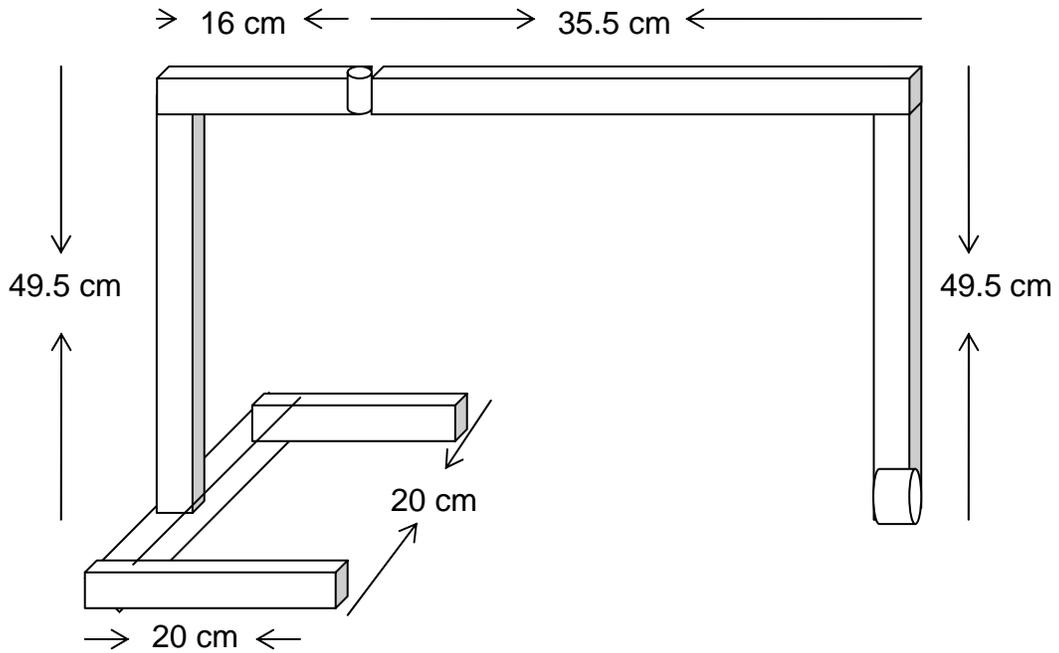


Figura 3.5.- Estructura completa del tomógrafo.

Como se mencionó al inicio de esta sección, la estructura permite parte del movimiento necesario para tener un tomógrafo de segunda generación. La segunda pieza que conforma la estructura sirve como un brazo móvil, dándole el movimiento necesario para tener una geometría en forma de abanico para la retícula de haces. Ver Figura 3.6.

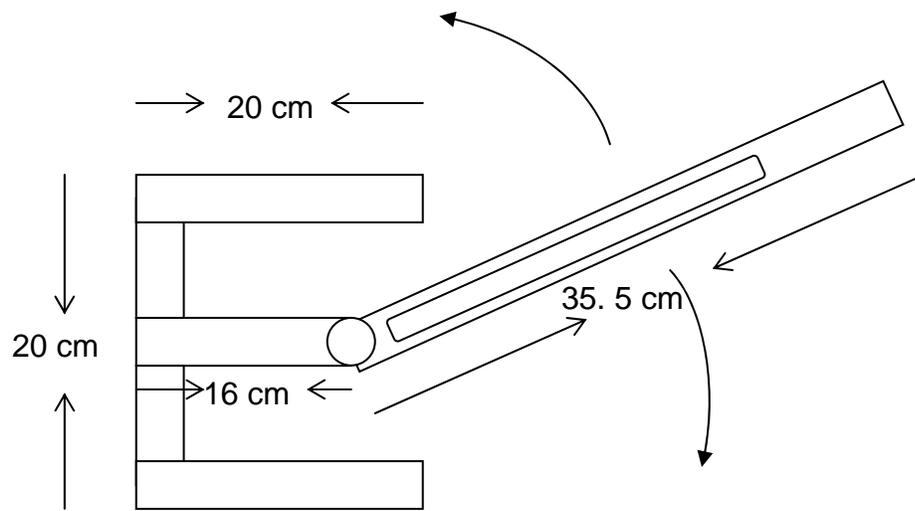


Figura 3.6.- Movimiento con geometría de abanico debido a la estructura. Vista superior.

Teniendo la estructura terminada, se pasará a explicar todo lo relacionado con la fuente y el detector. Sus características, movimiento, accesorios necesarios para su buen funcionamiento, colocación en la estructura, etc.

3.4. Detector y fuente

La fuente de rayos gamma utilizada para este trabajo es un polvo de ^{137}Cs encapsulado en un molde con forma cilíndrica con una actividad de 400 μCi .

Se utilizó un detector de centelleo marca REXON modelo 010525-10 de NaI (TI) de 3.81cm x 3.81cm (1.5" x 1.5") con fotomultiplicador y preamplificador.

Los puntos principales que se deben considerar al hablar del detector y la fuente son su colocación, alineación y movimiento.

El detector y la fuente tienen que estar siempre alineados el uno con respecto al otro y moverse en forma de abanico abarcando el objeto que se analizará, en este caso el maniquí. Por esto, la fuente se coloca en el centro del codo de articulación de la estructura. Otra cosa importante que se debe considerar

es que el haz de radiación debe ser lo más angosto posible. Esto se logra colocando dos colimadores de plomo, uno en la fuente y el otro en el detector.

Antes de fijar la fuente y el detector a la estructura se debe tomar en cuenta que se deben colocar los colimadores y el maniquí que se analizará entre ellos.

3.4.1. Colimadores

El material utilizado para fabricar los colimadores es plomo, por su gran eficiencia para atenuar fotones con energías de 662 keV. Como antes se mencionó, los colimadores se colocan para tener un haz delgado, por lo que a la masa de plomo utilizada se le realiza un pequeño orificio en el centro para que la radiación pase por ahí y llegue al detector un haz colimado y delgado sin ser atenuado.

El plomo no detiene la radiación, la atenúa. Cuanto mas plomo se interponga a la radiación, será más atenuada. Para el presente diseño, se consideró que una atenuación del pico en un espectro de ^{137}Cs correspondiente al efecto fotoeléctrico* de 1000 a 1 es suficiente para considerar el haz colimado como un haz angosto. Es decir, la cantidad de plomo que se colocará disminuirá 1000 veces la intensidad del pico fotoeléctrico en el espectro.

(*) Nota: Para los cálculos del espesor de los colimadores se tomó en consideración únicamente la atenuación del pico correspondiente al efecto fotoeléctrico. Al colocar un atenuador entre una fuente de radiación y un detector, la intensidad es ligeramente mayor ya que las colisiones de la radiación en el atenuador aumentan el número de partículas recibidas en el detector, aumentando la dispersión Compton. Por lo que si se tomara en consideración la atenuación del espectro completo (efecto fotoeléctrico y dispersión Compton) debe incluirse un factor de incremento B en la fórmula de atenuación como: $I = B \cdot I_0 e^{-\mu x}$. El factor de incremento depende de la energía de la radiación incidente, del material del que esta hecho el atenuador y del espesor de éste.

Las intensidades, tanto la atenuada como la inicial, están relacionadas directamente con el ángulo sólido, área donde inciden y su distancia respecto a la fuente como se describió en la sección 2.3. Interacción de los rayos gamma con la materia. Bajo estos criterios y tomando los puntos anteriores en consideración, el

espesor de los colimadores se calculó usando la fórmula de atenuación exponencial, ecuación (2.7).

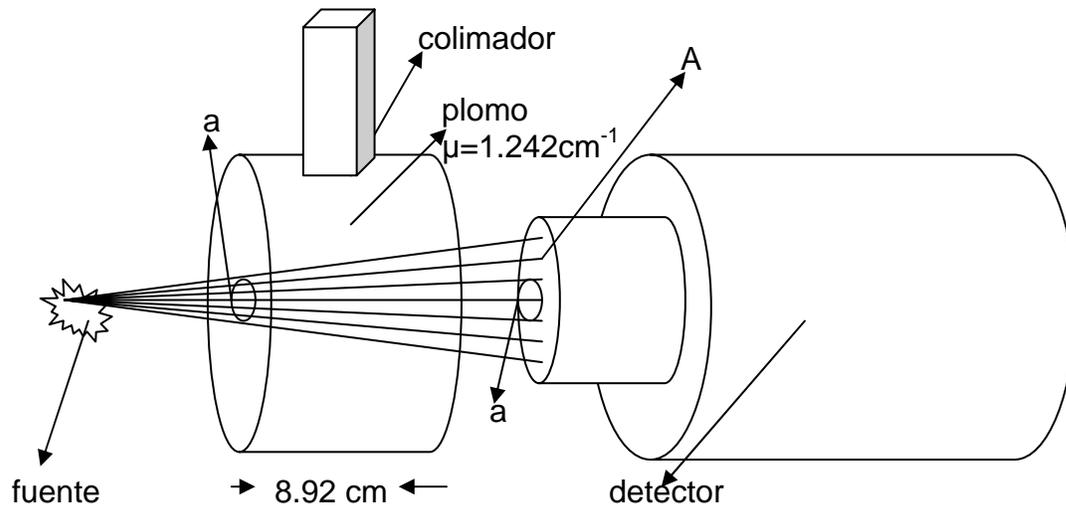


Figura 3.7. Representación del arreglo fuente-colimador-detector para mostrar las áreas “A” (área del detector) y “a”(área del orificio del colimador).

En la ecuación 2.7. I_0 se refiere a la intensidad de la radiación detectada sin ser atenuada. Mientras que la intensidad I se refiere a la intensidad de la radiación atenuada, por el plomo en este caso. Llamaremos “A” al área total del detector y “a” al área del orificio en el colimador. Ver Figura 3.7. De donde llegamos a que la intensidad atenuada llega al área $A-a$ en el detector. Los haces de radiación que llegan al detector sin ser atenuados llegan únicamente al área denominada “a”. La condición que se pide para considerar un haz angosto es que la intensidad que llega al área en el detector “a” (sin atenuar, es decir, I_0) sea 1000 veces mas intensa que la intensidad que llega al área en el detector $A-a$ (atenuada por el plomo del colimador, es decir, I), lo que podemos expresar como

$$I_0 \left(\frac{a}{A} \right) = 1000 I \left(\frac{A-a}{A} \right) \quad (3.1)$$

De la ecuación (3.1) podemos expresar a I como

$$I = \frac{I_0 a}{1000(A-a)} \quad (3.2)$$

Sustituyendo la ecuación (3.2) en la ecuación (2.7) que se refiere a la ecuación de atenuación exponencial llegamos a

$$\frac{I_0 a}{1000(A - a)} = I_0 e^{-\mu x} \quad (3.3)$$

Simplificando

$$\frac{a}{1000(A - a)} = e^{-\mu x} \quad (3.4)$$

Se aplica logaritmo natural en ambos lados de la ecuación (3.4)

$$\ln\left(\frac{a}{1000(A - a)}\right) = -\mu x \quad (3.5)$$

Se despeja x para encontrar el espesor necesario para que los colimadores de plomo den una atenuación de 1000 veces la intensidad original

$$x = -\frac{1}{\mu} \ln\left(\frac{a}{1000(A - a)}\right) \quad (3.6)$$

Para rectificar que la relación es correcta, se hace un análisis dimensional. Se sabe que las dimensiones asociadas a las variables físicas utilizadas son:

$$x = \text{cm} \quad , \quad A = \text{cm}^2 \quad , \quad a = \text{cm}^2 \quad \text{y} \quad \mu = \text{cm}^{-1}$$

sustituyendo sólo las dimensiones en la (3.6) se obtiene

$$cm = \frac{1}{cm^{-1}} \ln\left(\frac{cm^2}{cm^2 - cm^2}\right) \quad (3.7)$$

Simplificando

$$cm = \frac{1}{cm^{-1}} \quad (3.8)$$

Confirmando que la relación es correcta dimensionalmente, ya que

$$cm = cm \quad (3.9)$$

Habiendo verificado que las dimensiones de la relación obtenida para calcular el espesor de plomo necesario son correctas, sólo falta sustituir las variables con los valores específicos de este caso para saber el espesor de plomo necesario para atenuar 1000 veces el haz.

El coeficiente de atenuación del plomo para la energía del ^{137}Cs , que es de 662 keV, se calculó a partir de datos conocidos de los coeficientes de atenuación

másicos del plomo según la energía de los fotones incidentes. Anexo 1 con la tabla.

Consultando los datos anteriores, se observa que no se tiene en la tabla el coeficiente de atenuación para una energía de 662 keV, pero se tiene para energías menores y mayores.

Se aplica el método de interpolación para encontrar el coeficiente másico de atenuación para el plomo y la energía del ^{137}Cs .

La interpolación se realiza utilizando 4 datos:

Energía (keV)	Coeficiente másico de atenuación (cm^2/g)
1000	0.07102
800	0.08870
600	0.1248
500	0.1614

Tabla 3.1. Coeficientes másicos de atenuación del plomo para fotones con distintas energías.

Graficando estos datos, ver Figura 3.8. y ajustando una línea de tendencia.

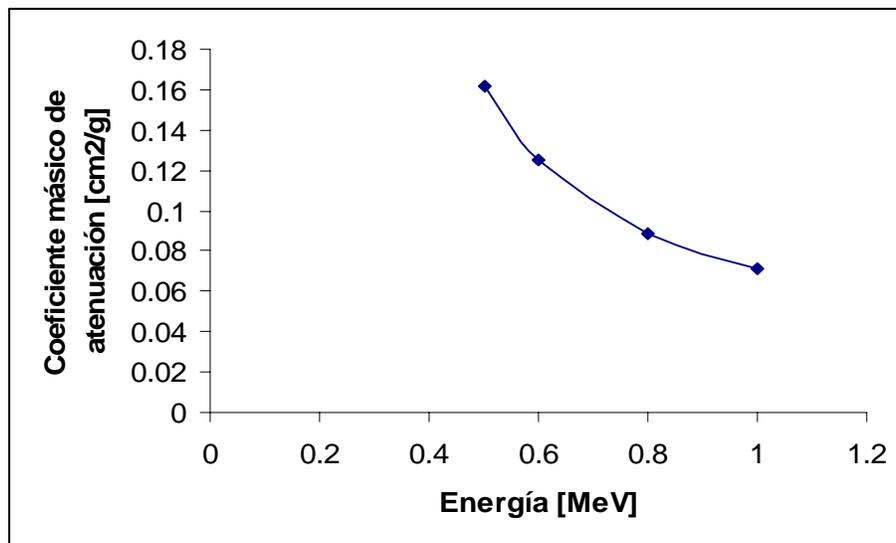


Figura 3.8.- Gráfica de los coeficientes másicos de atenuación en función de la energía del fotón, útil para la interpolación.

Se hace un ajuste polinomial de tercer orden, siendo el que mejor ajusta a la gráfica, obteniendo la ecuación

$$\mu/\rho = - 0.7762E^3 + 2.0931E^2 - 1.962E + 0.7162 \quad (3.10)$$

De donde se obtiene que para un fotón de 0.662 MeV el coeficiente másico de atenuación en plomo es

$$\mu/\rho = 0.109 \text{ cm}^2/\text{g} \quad (3.11)$$

Para llegar al coeficiente lineal de atenuación a partir de un coeficiente másico de atenuación solo hace falta multiplicar por la densidad del material que está atenuando. Se sabe que la densidad del plomo es:

$$\rho = 11.35 \text{ g/cm}^3 \quad (3.12)$$

Multiplicando (3.11) y (3.12) se obtiene el coeficiente lineal de atenuación del plomo para una energía de 0.662 MeV, que es la correspondiente a la energía del ^{137}Cs , resultando

$$\mu = 1.242 \text{ cm}^{-1} \quad (3.13)$$

Si a los colimadores se les hace un orificio que tenga un radio de

$$r = 0.235 \text{ cm} \quad (3.14)$$

Este dato se obtuvo de una previa investigación del material que existe en el Taller Mecánico de la Facultad de Ciencias, UNAM, donde se construyeron los colimadores.

Con (3.14), se calcula el área del orificio que han de tener los colimadores

$$a = \pi r^2 = \pi(0.235 \text{ cm})^2 \quad (3.15)$$

$$a = 0.173 \text{ cm}^2 \quad (3.16)$$

El área del detector es el área del cristal centellador, el cual mide 3.81 cm X 3.81 cm, refiriéndose al diámetro y a la altura del cristal. Resultando con un área de

$$A = 11.4 \text{ cm}^2 \quad (3.17)$$

Ahora se tienen todos los datos necesarios para calcular el espesor de los colimadores. Sustituyendo en la ecuación (3.6) se tiene

$$x = -\frac{1}{1.242} \ln\left(\frac{0.173}{1000(14.5161 - 0.173)}\right) \quad (3.18)$$

Resultando con un espesor de:

$$8.92 \text{ cm de plomo} \quad (3.19)$$

Este espesor se dividió en dos partes iguales, ya que se desea construir dos colimadores para tener una “buena geometría”. Cada colimador deberá tener un espesor de 4.5 cm.

Habiendo realizado el diseño de los colimadores, se procede a la construcción.

Los colimadores se construyeron en el Taller de la Facultad de Ciencias, fundiendo la cantidad de plomo que necesitamos en dos estructuras cilíndricas de hierro, con las medidas que se muestran en la Figura 3.9. Cada una de estas estructuras tiene también un mango que servirá para colocar los colimadores en la estructura del tomógrafo.

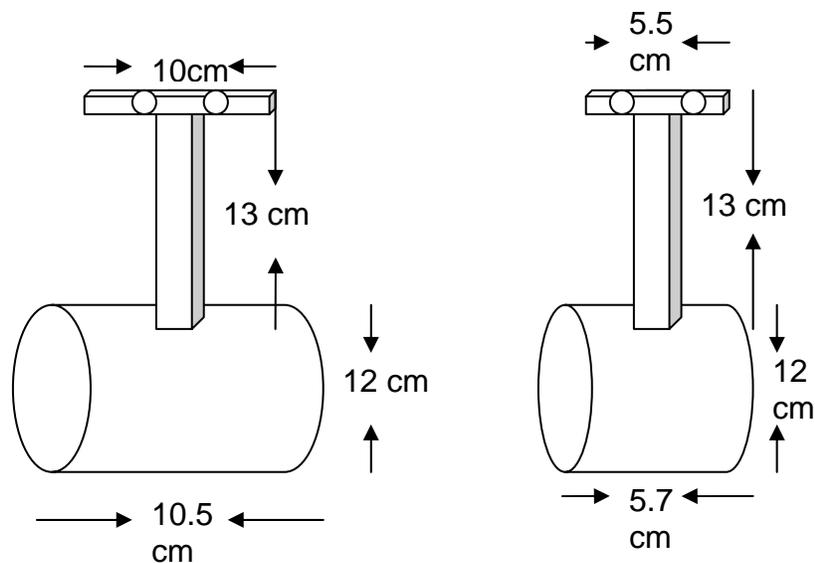


Figura 3. 9.- Medidas de las estructuras de los colimadores.

La única diferencia entre la estructuras de los dos colimadores es su longitud. Esto se debe a que el detector debe blindarse por la radiación de fondo.

Por los cálculos anteriores, la cantidad de plomo que se necesita es de 8.92 cm. El plomo fue fundido dentro de estas estructuras para tener el espesor deseado. En el colimador con la longitud de 5.7 cm se fundió plomo hasta alcanzar un espesor de 4.5 cm. En el colimador con la longitud de 10.5 cm se fundió plomo hasta alcanzar un espesor de 4.5 cm. Un colimador será colocado en la fuente y el otro en el detector.

Para que estas estructuras rellenas con plomo sean colimadores hace falta que tengan un orificio que permita pasar la radiación como haz angosto. Este orificio se hizo en el centro de los colimadores con una broca de 1/5 “.

3.4.2. Colocación del detector y la fuente en la estructura

La fuente de radiación gamma es muy pequeña y cabe dentro del orificio de su colimador por lo que al colocar el colimador en la estructura, se estará también colocando la fuente y el haz quedará alineado al brazo de la estructura. Detrás de la fuente, cubriendo el orificio del colimador, se colocó una pieza de plomo sostenida del colimador con perfiles de aluminio y cinturones metálicos para evitar irradiación innecesaria al trabajar cerca del tomógrafo.

El detector se debe colocar paralelo a la parte superior de la estructura y dentro del colimador con el fin de que el haz de la fuente quede alineado con la perforación del colimador del detector. Esto se resolvió fijando el detector al colimador. Así, al igual que con la fuente, cuando se coloque el colimador en la estructura del tomógrafo también se estará colocando el detector. Para esto, se usaron dos barras de aluminio que se fijaron a la estructura del colimador con un cinturón metálico. Usando otro cinturón metálico, se sostiene el detector en las barras de aluminio. Ver Figura 3.10.

Ahora que la fuente y el detector están unidos y fijos a sus respectivos colimadores, solo resta colocar los colimadores en la estructura del tomógrafo para que éstos tengan el movimiento que deseamos para tener un tomógrafo de segunda generación.

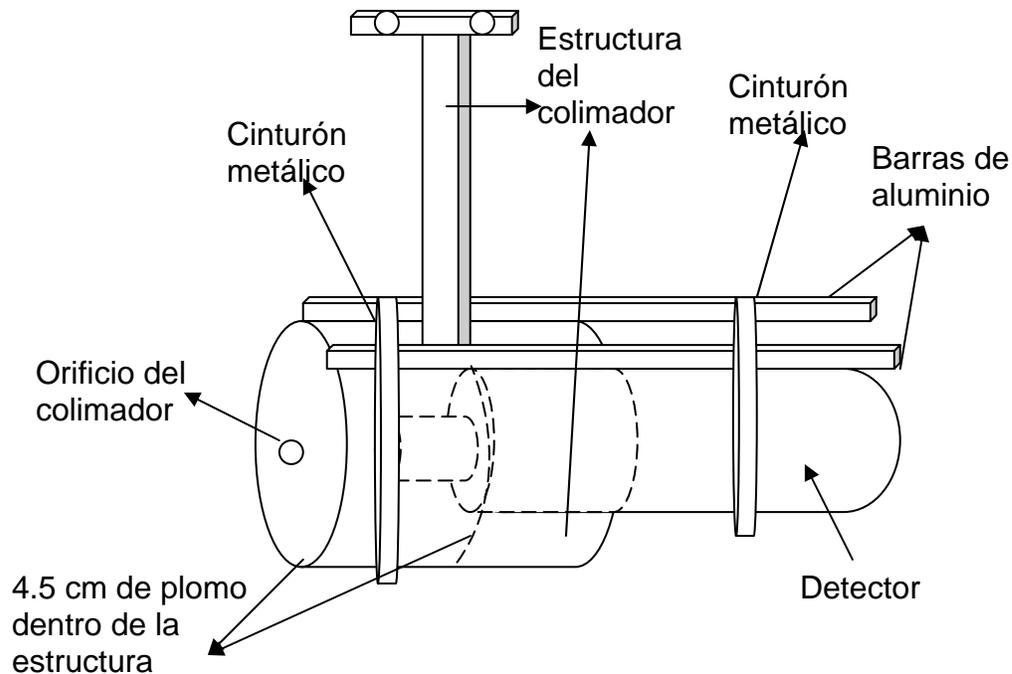


Figura 3.10.- Colocación del detector en el colimador.

Como se ha mencionado, la fuente y el detector deben permanecer alineados todo el tiempo, aún cuando se mueva el brazo móvil para tener la geometría de abanico. Por esto, se toma a uno de ellos como el centro del movimiento y el otro se moverá siguiendo una circunferencia alrededor del primero. Así se garantiza que permanecerán alineados el uno con el otro. Por esta razón, se colocaron colgando de la segunda pieza de la estructura, la cual ya tiene el movimiento en abanico que se desea.

Se tomó como centro del movimiento a la fuente, por lo que se colocó la fuente, dentro de su colimador, en la segunda pieza de la estructura del tomógrafo en la parte más cercana al codo que da el movimiento en la estructura. Por consiguiente, el detector, con su colimador, se colocará también en la segunda pieza, al frente de la fuente. Ver Figura 3.11.

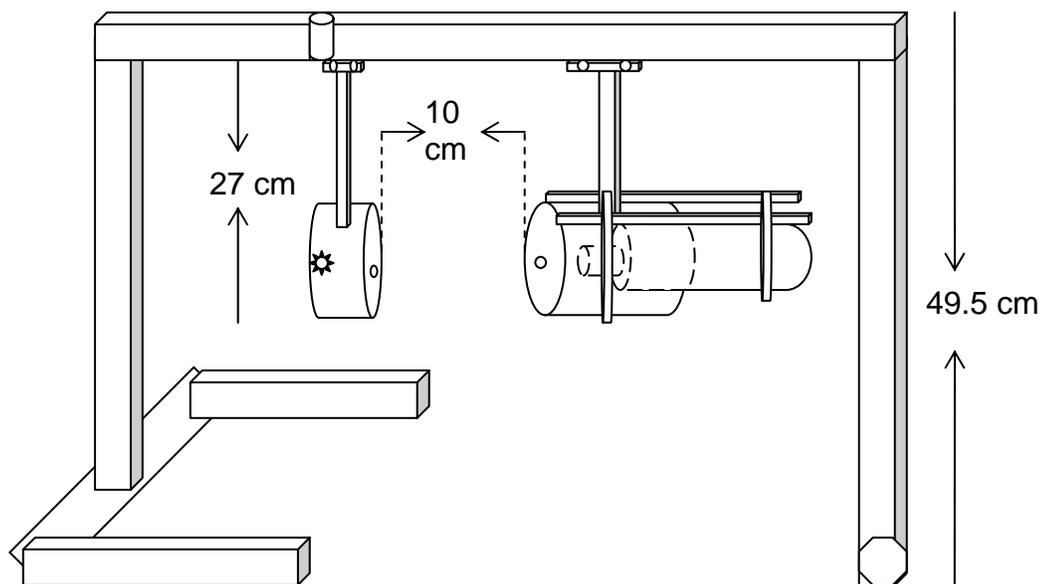


Figura 3.11.- Colocación de los colimadores en la estructura del tomógrafo.

Para alinear los colimadores se utilizó un láser. Se fueron ajustando los tornillos que fijan los colimadores a la estructura del tomógrafo hasta que el láser pasara limpiamente a través de los orificios del primer y del segundo colimador.

3.5. Electrónica asociada

El detector se alimentó con una fuente de alto voltaje H.V. CANBERRA 31060 (inventario UNAM #2061923) con un voltaje de 0.82 kV.

Como se mencionó anteriormente, el detector de centelleo utilizado tiene preamplificador. Por esto, solo hace falta pasar la señal que sale del detector a un amplificador y luego a la tarjeta multicanal.

El amplificador utilizado es un ORTEC 672 y se trabajó con una ganancia de:

coarse gain: 100

fine gain: 5.7

El tiempo de formado del pulso al que se trabajó fue de 1 μ s.

Se trabajó con estos valores porque se observaba el espectro de energía del ^{137}Cs con una buena definición en la pantalla de la computadora. Se realizaron pruebas con diferentes ganancias hasta encontrar una buena definición.

La señal que se obtiene del amplificador se pasa a una tarjeta multicanal ORTEC TRUMP de 4096 canales colocada en la PC. Esta tarjeta lo que hace es asignarle intervalos de energías diferentes a cada canal y registra todas las cuentas recibidas dentro de cada intervalo de energías.

El software utilizado para analizar la información que llega a la tarjeta multicanal fue el MAESTRO para Windows A65-B32 v. 5.35.01, el cual permite ver la información recibida por la tarjeta multicanal como un espectro de energía como se muestra en la Figura 3.12.

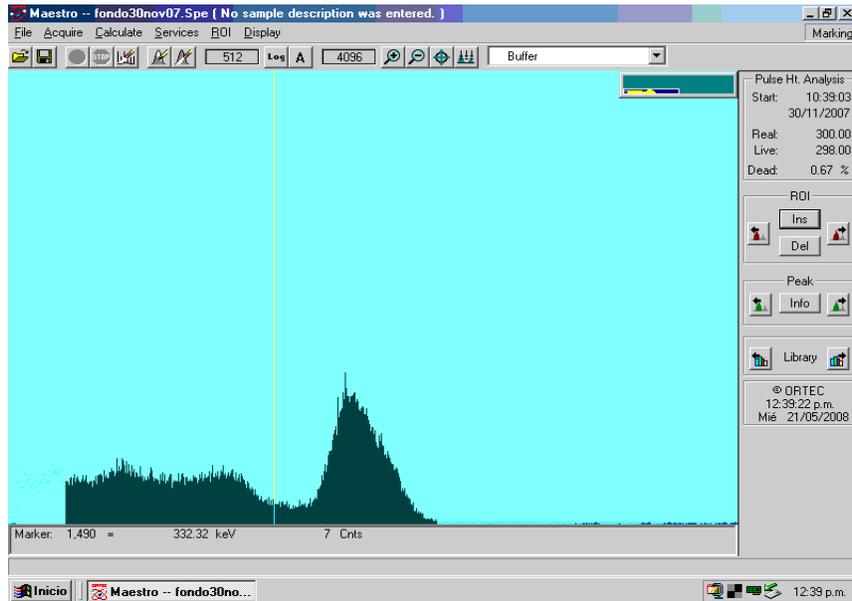


Figura 3.12.- Espectro de energía del ^{137}Cs .

La descripción del presente trabajo hasta este punto da lo necesario para medir la intensidad de un haz. Con la estructura del tomógrafo se tiene parte del movimiento necesario para un tomógrafo de segunda generación, la geometría en abanico. Falta explicar cómo lograr que el detector y la fuente giren alrededor del maniquí para poder reconstruir la imagen tomográfica así como la manera de procesar los datos obtenidos para lograr ésta.

3.6. Movimiento de la fuente y el detector alrededor del maniquí

Para que el tomógrafo sea de segunda generación la fuente y el detector deben girar alrededor del maniquí analizado.

Como se mencionó anteriormente, la fuente y el detector están fijos en la estructura del tomógrafo con sus respectivos colimadores. Por esta razón, no pueden girar alrededor del objeto.

Una alternativa para lograr el mismo resultado, dejando fijos el detector y la fuente, es girar el maniquí sobre su eje. Ver Figura 3.13.

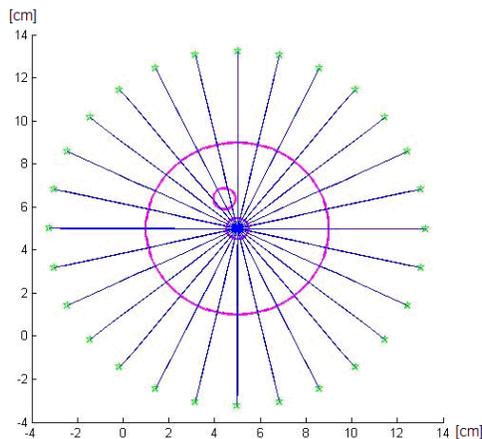


Figura 3.13.- Movimiento de la fuente y el detector alrededor del maniquí. Cada estrella representa una posición de la fuente. En el lado opuesto a la fuente está el detector. El círculo representa al maniquí.

Para tener este movimiento, el maniquí se colocó entre la fuente y el detector, con sus respectivos colimadores, sobre y en el centro de una mesa giratoria. Ver Figura 3.14.

En el presente trabajo se midieron con 30 posiciones diferentes de la fuente y el detector alrededor del maniquí, por lo que el perímetro de la mesa giratoria se dividió en 30 partes iguales, es decir, la mesa giratoria se dividió en secciones angulares de 12° . Puede seleccionarse cualquier número de posiciones para futuros trabajos.

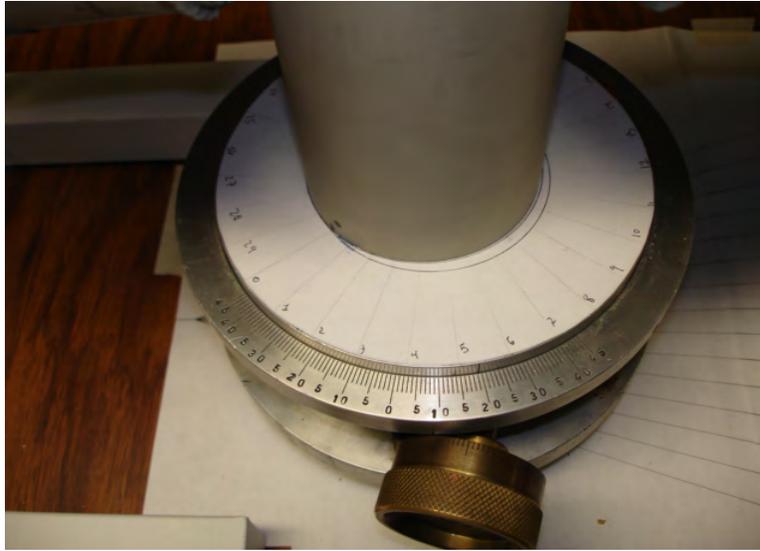


Figura 3.14. Maniquí sobre la mesa giratoria. En la mesa de trabajo se observan la división angular para las posiciones del brazo móvil.

Sobre la mesa de trabajo, debajo de la estructura y la mesa giratoria, se trazó sobre papel el arco de una circunferencia que pasa exactamente por la trayectoria del brazo móvil con su centro debajo de donde se encuentra la fuente. Desde el centro de esta circunferencia, se trazaron líneas rectas con una separación de 3° hasta el brazo móvil. El rayo que corresponde a la marca de 0° es el que pasa por el centro del brazo móvil cuando la parte fija y la parte móvil se encuentran alineadas. Ver Figura 3.6.

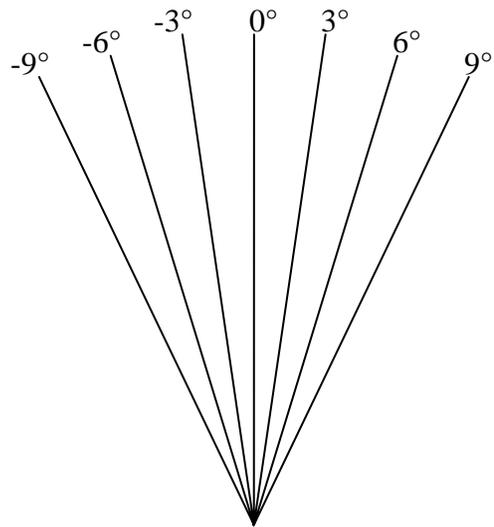


Figura 3.15. Arreglo con geometría de abanico trazado sobre el papel.

A la izquierda de 0° se le asocia a cada línea un valor negativo, es decir, -3° , -6° y -9° . A la derecha de 0° se le asocia a cada línea un valor positivo, o sea, 3° , 6° y 9° . Ver Figura 3.15.

3.7. Tomógrafo terminado

En la Figura 3.16. se muestra la fotografía del tomógrafo terminado y listo para tomar espectros de proyecciones para la reconstrucción de tres tomogramas del maniquí como prueba de su funcionamiento.

En la parte superior se puede observar una primera prueba de la colocación de un motor de pasos adaptado a una cadena para automatizar el movimiento. Esto es un proyecto a futuro de la mejora del tomógrafo actual.

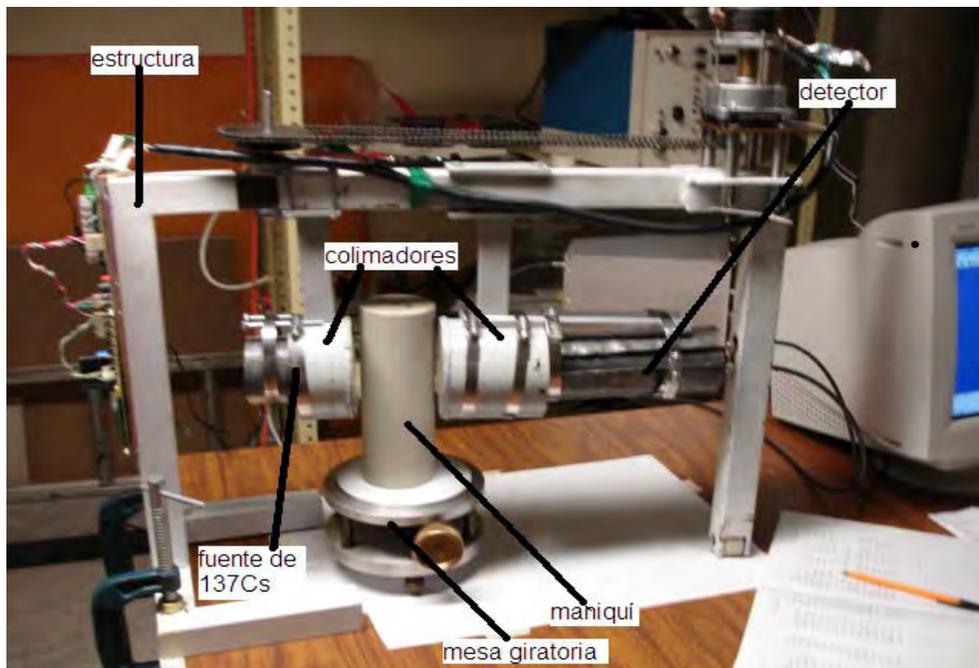


Figura 3.16. Fotografía del tomógrafo terminado.

Capítulo IV: Resultados

4.1. Obtención de Datos

La recopilación de datos se efectuó con el software MAESTRO para Windows A65-B32 v. 5.35.01. Todos los espectros se obtuvieron tras irradiar el maniquí un lapso de tiempo de 5 min.

Primero que nada, cada día que se tomaron datos, se tomó un espectro inicial (I_0). Este dato corresponde a tomar un espectro sin el maniquí. Al igual que todos los espectros, este también se obtuvo irradiando por un lapso de tiempo de 5 min.

Habiendo realizado lo anterior, se colocó el brazo móvil en la posición de 0° . Al brazo móvil se le hizo una marca en el centro del perfil, el cual debe alinearse en este caso con la línea que corresponde a 0° trazada sobre el papel que esta colocado en la mesa de trabajo. Con el brazo móvil fijo, se tomó un espectro para cada una de las 30 posiciones de la mesa giratoria.

Ahora se mueve el brazo móvil a la posición de $+3^\circ$ y dejándolo fijo, se tomaron los 30 espectros correspondientes a cada división de la mesa giratoria. Ver Figura 4.1.

Se sigue así sucesivamente hasta tomar los 30 espectros para cada una de las posiciones, las cuales son -9° , -6° , -3° , 0° , 3° , 6° y 9° . Ver Figura 4.2. y Figura 4.3.

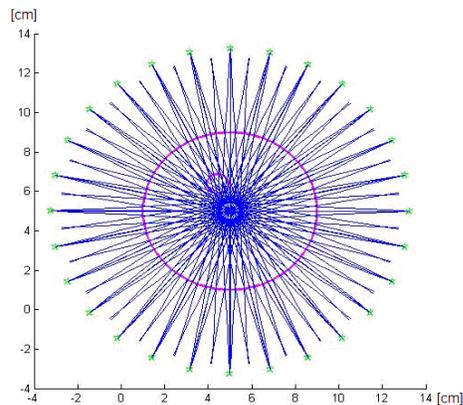


Figura 4.1.- Representación de tres haces en abanico, correspondientes a las posiciones de -3° , 0° y 3° del brazo móvil para las 30 posiciones de la fuente y el detector alrededor del maniquí.

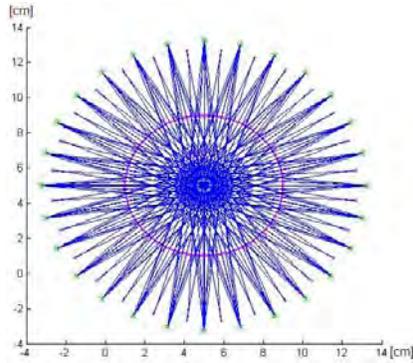


Figura 4.2.- Representación de cinco haces en abanico, correspondientes a las posiciones de -6° , -3° , 0° , 3° y 6° del brazo móvil para las 30 posiciones de la fuente y el detector alrededor del maniquí.

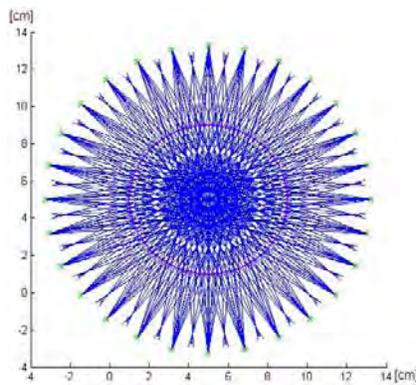


Figura 4.3.- Representación de siete haces en abanico, correspondientes a las posiciones de -9° , -6° , -3° , 0° , 3° , 6° y 9° del brazo móvil para las 30 posiciones de la fuente y el detector alrededor del maniquí.

Cada haz es representado por un espectro, el cual se despliega en la pantalla de la computadora después de haber sido detectado, amplificado y procesado por la tarjeta multicanal. Ver Figura 4.4.

Utilizando el software Maestro, se obtiene el número total de cuentas que contiene el espectro, que corresponde a la dispersión Compton y al efecto fotoeléctrico. Este número es la intensidad correspondiente a cada haz detectado.

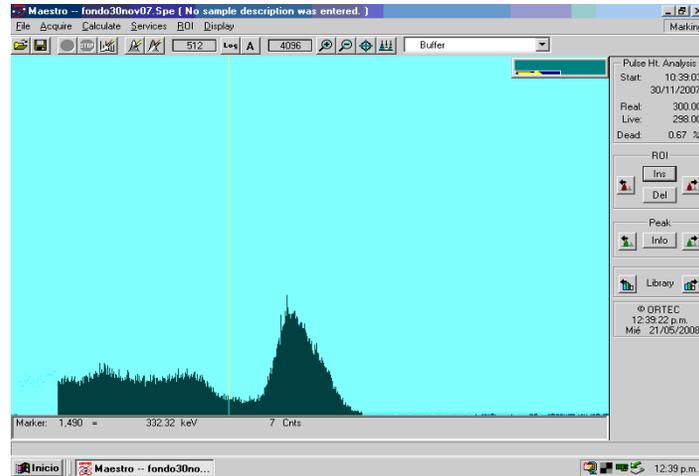


Figura 4.4.- Espectro de un haz.

4.2. Resultados

La intensidad de cada haz se utilizará para calcular los coeficientes de atenuación y después poder reconstruir la imagen del objeto irradiado.

Se obtuvieron 217 espectros en total (y por lo tanto intensidades) que son las correspondientes a un abanico de 7 haces para 30 posiciones de la fuente alrededor del maniquí, mas los espectros iniciales obtenidos para cada día que se realizaron mediciones.

Las tablas con estos resultados se encuentran en el Anexo 2.

4.3. Análisis de resultados

Para la reconstrucción de las imágenes, se utilizó la propiedad de atenuación de la radiación. Ver ecuación (2.7.)

Cuando la radiación atraviesa diferentes materiales entonces la ecuación puede expresarse como:

$$I = I_0 e^{-\sum_{i=1}^n \mu_i X_i} \quad (4.1)$$

Donde: μ_j es el coeficiente de atenuación lineal del material i.

x_i es el espesor del material i.

Transformando la ecuación de la siguiente manera

$$\ln \left(\frac{I}{I_0} \right) = -\sum_{i=1}^n \mu_i X_i \quad (4.2)$$

se tiene un sistema de ecuaciones lineales, donde cada una de estas ecuaciones representa un haz de radiación.

La intensidad I_0 es conocida y corresponde al número de cuentas del pico fotoeléctrico más la dispersión Compton que se tomó del espectro inicial (sin maniquí) cada día que se tomaron datos.

La intensidad I también es conocida y corresponde al número de cuentas del pico fotoeléctrico más la dispersión Compton que se tomó de los espectros para las diferentes posiciones en la mesa giratoria y el brazo móvil.

La X_i es la distancia que atraviesa el haz del material i .

La μ_i corresponde al coeficiente de atenuación del material i .

Para la reconstrucción de la imagen, se hicieron las siguientes hipótesis:

- Se dividió el área de reconstrucción en píxeles cuadrados.
- A cada píxel cuadrado se le asocia un coeficiente de atenuación constante μ_i .

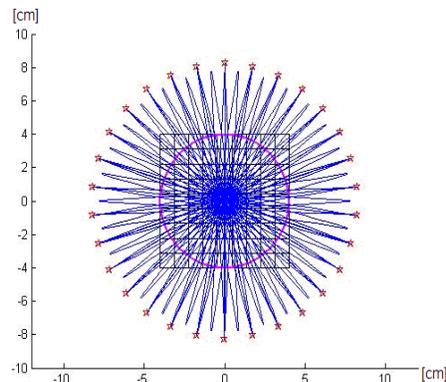


Figura 4.5.- Representación de 90 haces con el área de reconstrucción dividida con 81 píxeles cuadrados.

Para asignar el número de píxeles con los cuales se dividió el área de reconstrucción se tomó en cuenta la cantidad de ecuaciones que se utilizaron. Mientras mayor sea el número de ecuaciones utilizadas se aumentó el número de píxeles, ya que se tiene mayor información del maniquí. Por ejemplo, si se tienen 90 haces, es decir, 90 ecuaciones lineales, se divide el área de reconstrucción con una retícula de 9 x 9 píxeles, para así tener 81 píxeles cuadrados a los cuales se les asocia un coeficiente de atenuación que se debe estimar. Ver Figura 4.5.

Las x_i son físicamente la longitud, dentro de un píxel cuadrado determinado, que cruza un haz en específico. Estas x_i pueden ser calculadas geoméricamente, pues se conocen los ángulos de las proyecciones (cada 3°), el coeficiente de atenuación del aire, las dimensiones del maniquí y la distribución de la cuadrícula: número de píxeles y distancia en aire que recorre el haz antes y después de atravesar el maniquí.

Ahora se tiene un sistema de ecuaciones lineales donde la única variable que falta por estimar son los coeficientes de atenuación μ_j . Al graficar los valores de los coeficientes de atenuación para cada píxel en el área de reconstrucción se obtiene una imagen tomográfica del objeto irradiado.

Se reconstruyeron tres imágenes tomográficas como prueba del funcionamiento del tomógrafo construido. Para la primera imagen tomográfica se utilizan los datos correspondientes a las posiciones de -3° , 0° y 3° del brazo móvil. La segunda imagen fue reconstruida a partir de los datos obtenidos de las posiciones -6° , -3° , 0° , 3° y 6° del brazo móvil. La tercera imagen se reconstruyó a partir de los datos correspondientes a las posiciones de -9° , -6° , -3° , 0° , 3° , 6° y 9° del brazo móvil. Esto se hizo con el propósito de observar las diferencias en la resolución de la imagen.

Para la primera imagen tomográfica se tienen 90 haces, lo que es lo mismo que tener 90 ecuaciones, correspondientes a los 30 espectros tomados para las posiciones -3° , 0° y 3° del brazo móvil. Por la geometría utilizada, hay 15 haces que se superponen. Son los que corresponden a la posición de 0° del brazo móvil y las posiciones contrapuestas en la mesa giratoria como puede apreciarse en las Figura 4.6.a. y Figura 4.6.b.

Cada haz es representado por una ecuación. Cuando un haz se superpone a otro tienen la misma ecuación. Por esta razón, se pueden descartar 15 ecuaciones con el propósito de reducir el tiempo invertido por el algoritmo para la resolución del sistema de ecuaciones.

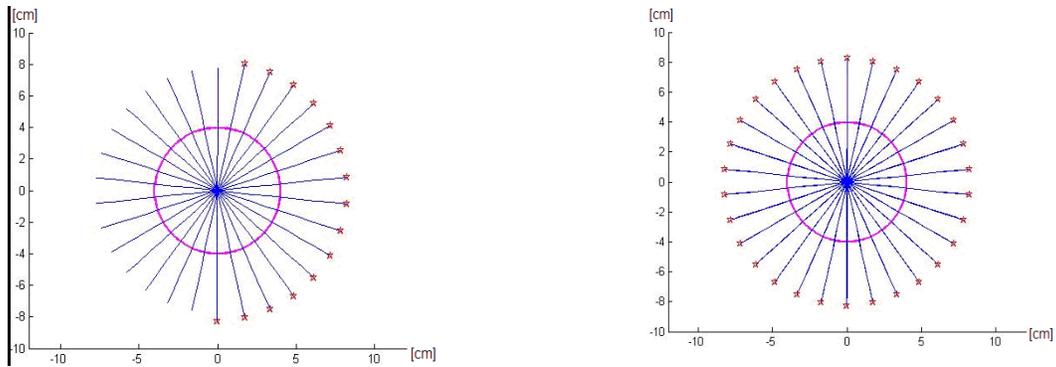


Figura 4.6.a.- Representación de un conjunto de haces a) 15 posiciones y b) 30 posiciones de la fuente alrededor del maniquí.

Por lo anterior, de las 90 ecuaciones lineales iniciales quedan 75 ecuaciones lineales independientes, por lo que dividiremos el área de reconstrucción para la primera imagen tomográfica con una retícula de 9 X 9, teniendo 81 pixeles cuadrados. Ver Figura 4.7.

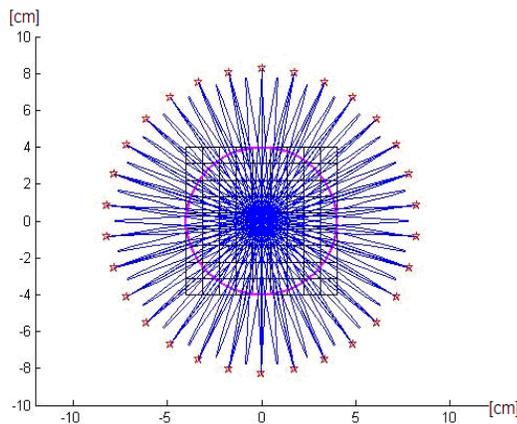


Figura 4.7. Representación de tres haces en geometría de abanico para 30 posiciones de la fuente alrededor del maniquí. El área de reconstrucción fue dividida con una retícula de 9 x 9 pixeles cuadrados.

Para la segunda imagen tomográfica, se utilizaron las ecuaciones correspondientes a una geometría de abanico de 5 haces, correspondientes a las posiciones de -6° , -3° , 0° , 3° y 6° del brazo móvil. Teniendo un total de 150 ecuaciones lineales, de las cuales 135 ecuaciones lineales son independientes por la geometría utilizada. Sobreponiendo una cuadrícula de 12 x 12 pixeles cuadrados, como se observa en la Figura 4.8.

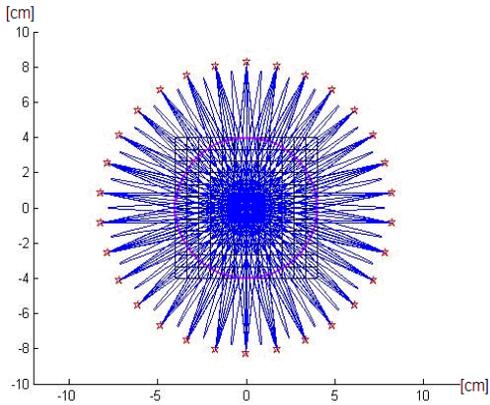


Figura 4.8.- Representación de una geometría de abanico de 5 haces para 30 posiciones de la fuente alrededor del maniquí. El área de reconstrucción fue dividida con una retícula de 12 x 12 píxeles cuadrados.

Para la tercera imagen tomográfica se utilizaron las ecuaciones correspondientes a una geometría de abanico de 7 haces, correspondientes a las posiciones de -9° , -6° , -3° , 0° , 3° , 6° y 9° del brazo móvil, y 30 posiciones de la fuente alrededor del maniquí. Dando como resultado 210 ecuaciones lineales de las cuales 195 son independientes por la geometría utilizada. Ver Figura 4.9.

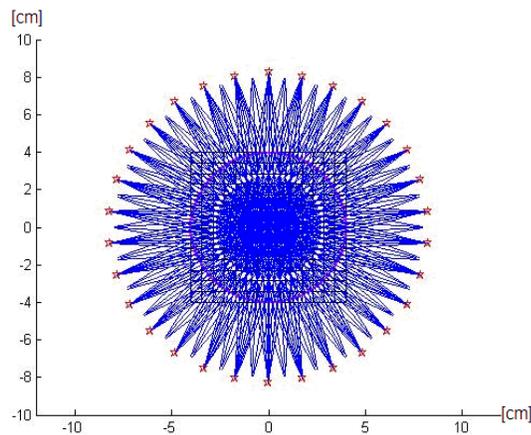


Figura 4.9.- Representación de una geometría de abanico de 7 haces para 30 posiciones de la fuente alrededor del maniquí. El área de reconstrucción fue dividida con una retícula de 14 x 14 píxeles cuadrados.

El área de reconstrucción es dividida con una retícula de 14 X 14 para tener así 196 píxeles cuadrados.

4.4. Reconstrucción de las Imágenes

Se utilizó el software Matlab 7.0.4 para elaborar un algoritmo que reconstruye la imagen del maniquí. El procedimiento detallado de la elaboración de este algoritmo puede consultarse en el trabajo de tesis para obtener el grado de licenciatura en física elaborado por Zaira Luz Macgluf titulado “Elaboración de un programa de cómputo para reconstruir tomogramas de transmisión.” (en proceso de elaboración actualmente).

El algoritmo pide que se introduzcan las intensidades (I/I_0) de cada haz en forma de matriz. El número de filas es el número de posiciones de la fuente alrededor del maniquí, es decir, siempre serán 30 filas. El número de columnas es el número de haces que tiene el abanico. Por ejemplo, para la primera reconstrucción, la matriz introducida es de 30 X 3. Para la segunda reconstrucción la matriz es de 30 X 5. Y por último, para la tercera reconstrucción la matriz es de 30 X 7.

También debe especificarse dentro del algoritmo la cantidad de pixeles con los que estará dividida el área de reconstrucción, ya que esto determinará el número de coeficientes de atenuación que calculará el algoritmo.

Después el algoritmo procederá a estimar geoméricamente las distancias que recorre cada haz en cada píxel cuadrado, es decir, las X_i .

Usando un método iterativo y resolviendo el sistema de ecuaciones con el método de mínimos cuadrados, se estima el coeficiente de atenuación en cada píxel. Estos valores se presentan ordenados como una matriz. Ver Anexo 3 con las matrices. Al graficar estos valores en una gráfica de tipo superficie, se observa una primera aproximación de las imágenes reconstruidas del maniquí. Las imágenes tomográficas mostradas a continuación se graficaron en Excel utilizando los datos (matrices) obtenidos del algoritmo de reconstrucción en MatLab. Al hacerlo de esta manera, ahora cada píxel será representado por un punto en la gráfica. En un futuro, se tiene contemplado que el mismo algoritmo grafique las imágenes tomográficas para evitar esto y poder conservar cada píxel como tal en las imágenes reconstruida

Como se ha mencionado a lo largo de este trabajo, se realizó la reconstrucción de tres imágenes del mismo maniquí. Cada imagen fue reconstruida a partir de diferente cantidad de proyecciones en forma de

abánico a través del maniquí para 30 posiciones de la fuente-detector alrededor del maniquí. La primera reconstrucción se realizó a partir de un abánico de 3 haces, la segunda a partir de un abánico de 5 haces y, por último, la tercera a partir de un abánico de 7 haces. Esto con el objetivo de observar las diferencias en resolución de las imágenes.

Se comenzará por analizar la primera reconstrucción. En la Figura 4.10. se observa una representación del maniquí en una retícula de 9 X 9 pixeles. Se muestra una escala en [cm] y otra con el número de [pixel] para facilitar la descripción. Esta imagen ayudará a observar qué tan similar y correcta es la reconstrucción comparada con el maniquí.

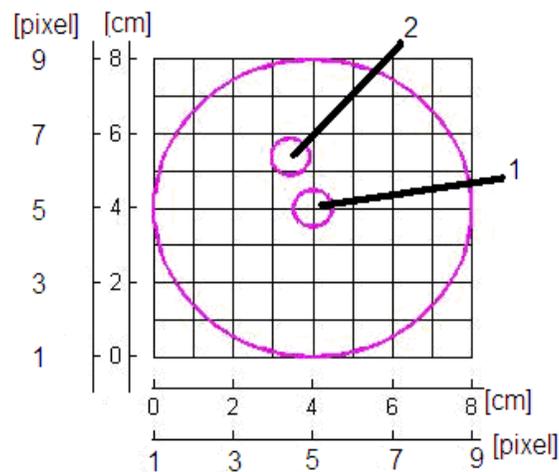


Figura 4.10. Vista superior de la representación del maniquí sobre una retícula de 9 X 9 pixeles.

El maniquí tiene forma circular, con un diámetro de 8 cm. El orificio 1 se localiza a 4 cm en el eje x y a 4 cm en el eje y, en el centro del maniquí. El orificio 2 se localiza a 3.5 cm en el eje x y 5.5 cm en el eje y. Las medidas del maniquí siempre son las mismas, sin importar la cantidad de pixeles cuadrados que se le sobrepongan. En cambio, si se describe la posición de los orificios y del maniquí respecto al número de pixel en el que se localizan, cambiará dependiendo de la cantidad de pixeles que se le sobrepongan. En esta imagen, aproximadamente 6 pixeles en cada esquina corresponden a aire. El orificio 1 se localiza con centro en el pixel (5,5) y el orificio 2 se localiza su centro entre

los pixeles (4,6),(5,6),(4,6) y (5,7). Estas coordenadas son las que se esperan obtener (o lo mas cercano posible) en la imagen reconstruida.

La Figura 4.11. muestra la imagen tomográfica reconstruida graficando los coeficientes de atenuación calculados por el algoritmo a partir de las intensidades detectadas por el tomógrafo.

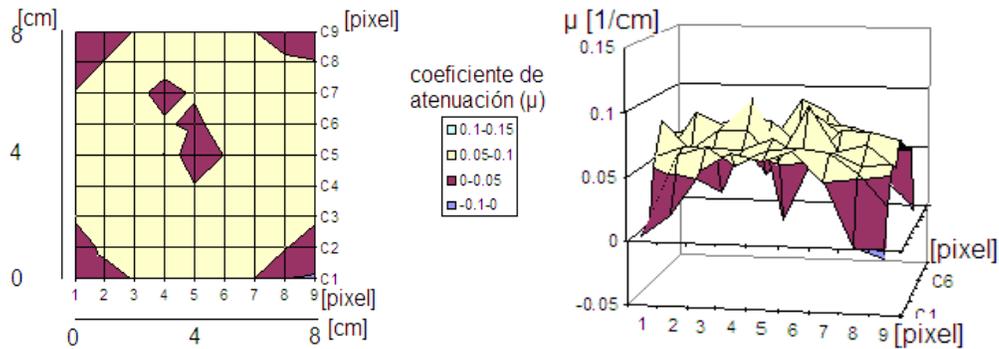


Figura 4.11. Imagen tomográfica reconstruida graficando los coeficientes de atenuación calculados con 30 posiciones de la fuente-detector, abanico de 3 haces y una retícula de 9 X 9 pixeles. Izquierda: Vista superior. Derecha: Vista lateral.

La reconstrucción muestra al orificio 1 centrado en el pixel (5,5) con un corrimiento hacia arriba hasta el pixel (5,6). El orificio 2 se localiza en el pixel (4,7), lo que nos dice que esta recorrido hacia arriba y a la izquierda respecto a lo esperado. Las esquinas muestran coeficientes entre $\mu=0$ y $\mu=0.05$, que corresponden a aire. Se puede observar una gran semejanza con la Figura 4.10. con pequeños corrimientos.

Ahora se procederá con el análisis de la segunda reconstrucción (para un abanico de 5 haces). En la Figura 4.12. se observa una representación del maniquí en una retícula de 12 X 12 pixeles. Se añadieron una escala en [cm] y otra con el número de [pixel] para facilitar la descripción.

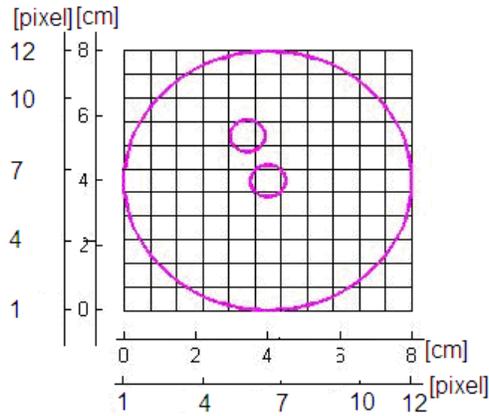


Figura 4.12. Vista superior de la representación del maniquí sobre una retícula de 12 X 12 píxeles.

En esta imagen, aproximadamente 8 píxeles en cada esquina corresponden a aire. El orificio 1 se localiza con centro entre los píxeles (6,6), (7,6), (6,7) y (7,7). El orificio 2 se localiza ocupando los píxeles (5,8), (6,8) y (6,9) principalmente. Estas coordenadas son las que se esperan obtener (o lo más cercano posible) en la imagen reconstruida.

La Figura 4.13. muestra la imagen tomográfica reconstruida graficando los coeficientes de atenuación calculados por el algoritmo a partir de las intensidades detectadas por el tomógrafo.

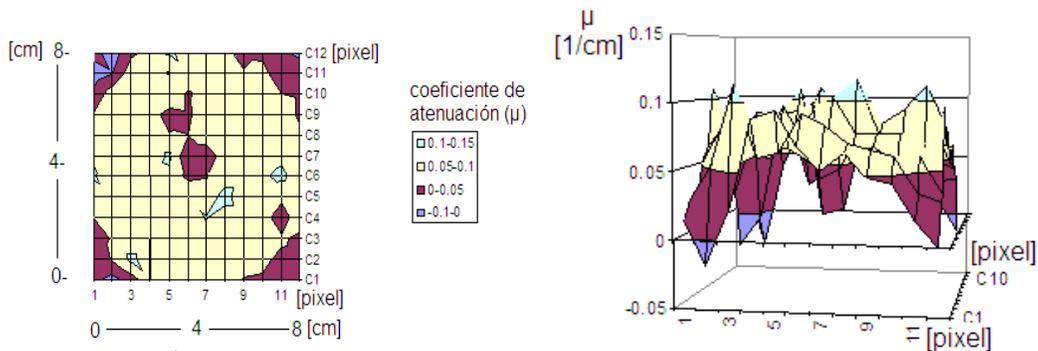


Figura 4.13. Imagen tomográfica reconstruida graficando los coeficientes de atenuación calculados con 30 posiciones de la fuente-detector, abanico de 5 haces y una retícula de 12 X 12 píxeles. Izquierda: Vista superior. Derecha: Vista lateral.

La reconstrucción muestra al orificio 1 centrado. El orificio 2 se localiza en los píxeles (5,9), (6,9) y (6,8) . Las esquinas muestran coeficientes entre $\mu=0$ y $\mu=0.05$, que corresponden a aire.

Por último, se procederá con el análisis de la tercera reconstrucción (para un abanico de 7 haces). En la Figura 4.14. se observa una representación del maniquí en una retícula de 14 X 14 píxeles. Se añadieron una escala en [cm] y otra con el número de [pixel] para facilitar la descripción.

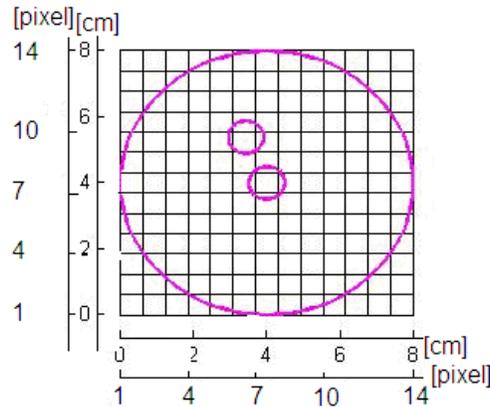


Figura 4.14. Vista superior de la representación del maniquí sobre una retícula de 14 X 14 píxeles.

En esta imagen, aproximadamente 11 píxeles en cada esquina corresponden a aire. El orificio 1 (ver Figura 4.10) se localiza ocupando los píxeles (7,7) , (8,7) , (7,8) y (8,8) . El orificio 2 (ver Figura 4.10) se localiza en los píxeles (6,9) , (7,9) , (6,10) y (7,10) en su totalidad, se recorre un poco hacia arriba sin llegar hasta los siguientes píxeles.. Estas coordenadas son las que se esperan obtener (o lo mas cercano posible) en la imagen reconstruida.

La Figura 4.15. muestra la imagen tomográfica reconstruida graficando los coeficientes de atenuación calculados por el algoritmo a partir de las intensidades detectadas por el tomógrafo.

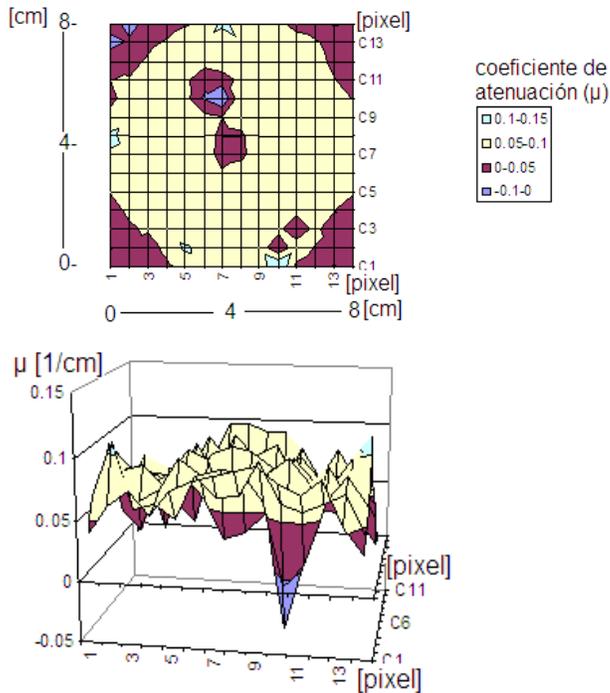


Figura 4.15. Imagen tomográfica reconstruida graficando los coeficientes de atenuación calculados con 30 posiciones de la fuente-detector, abanico de 7 haces y una retícula de 14 X 14 pixeles. Izquierda: Vista superior. Derecha: Vista lateral.

La reconstrucción muestra al orificio 1 ocupando los pixeles (7,7) , (8,7) , (7,8) y (8,8) en su totalidad como se esperaba que sucediera. Se alcanza a extender un poco hacia los lados pero sin llegar a ningún pixel vecino. El orificio 2 se localiza en los pixeles (6,10) , (7,10) , (6,11) y (7,11) en su totalidad y se alcanza a extender, quedando un pixel mas arriba de lo esperado.

En las figuras 4.11, 4.13 y 4.15 se observa que los coeficientes de atenuación correspondientes a las partes donde se espera encontrar aire resultaron con un coeficiente de atenuación entre $\mu=0$ y $\mu=0.05$. Los coeficientes de atenuación resultantes para los pixeles donde se encuentra el polipropileno resultaron en su mayoría con un coeficiente de atenuación entre $\mu=0.05$ y $\mu=0.1$.

Se calculó un promedio de todos los coeficientes de atenuación resultantes para los pixeles donde se localiza el maniquí, resultando con un

$$\mu=0.0714 \text{ cm}^{-1}$$

la cual corresponde al polipropileno.

A estas imágenes obtenidas se les aplica una optimización y duplicación de los pixeles para llegar a las imágenes tomográficas finales. Para optimizar, se sabe que el coeficiente de atenuación en un pixel puede ser únicamente el del aire $\mu=0$ ó el correspondiente al maniquí, ya que el maniquí esta elaborado con un material homogéneo con un coeficiente de atenuación encontrado de $\mu=0.0714 \text{ cm}^{-1}$. Por esto, se le asigna una $\mu=0$ a todo coeficiente de atenuación que haya resultado menor a $\mu=0.05$ y se le asigna un coeficiente de atenuación $\mu=0.05$ para todo coeficiente que haya resultado superior a $\mu=0.05$. Se asignó este valor ya que los coeficientes de atenuación encontrados en los pixeles que corresponden al maniquí resultaron entre los valores de $\mu=0.05$ y $\mu=0.10$. Ver Anexo 4 con las matrices optimizadas. Por último, el algoritmo duplica cada entrada de la matriz ya optimizada para tener un mayor número de pixeles y “suavizar” las imágenes. Ver Anexo 5 con las matrices optimizadas y duplicadas. Graficando estas matrices se obtienen las imágenes tomográficas finales.

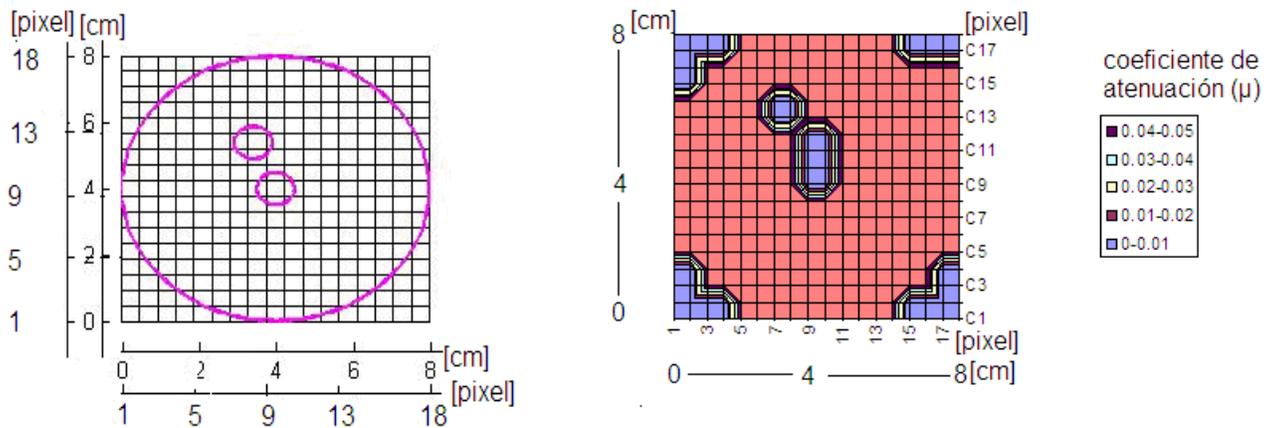


Figura 4.16. Izquierda: Representación del maniquí para un área de reconstrucción de 18 X 18 pixeles. Derecha: Imagen reconstruida y optimizada a partir de 30 posiciones de la fuente-detector alrededor del maniquí para una geometría de abanico de 3 haces y el área de reconstrucción dividida con 18 X 18 pixeles. Vista superior.

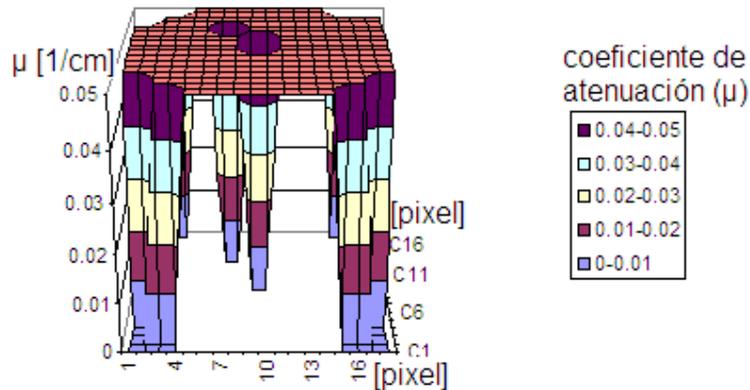


Figura 4.17. Imagen reconstruida a partir de 30 posiciones de la fuente alrededor del maniquí con una geometría de abanico de 3 haces y el área de reconstrucción dividida en 18 X 18 píxeles. Vista lateral.

La segunda imagen tomográfica, ver Figura 4.19., fue reconstruida a partir de las proyecciones de 30 posiciones de la fuente-detector alrededor del maniquí con una geometría de abanico de 5 haces. El área de reconstrucción fue dividida con una cuadrícula de 24 x 24 píxeles cuadrados.

La tercera imagen tomográfica, ver Figura 4.20, fue reconstruida a partir de las proyecciones de 30 posiciones de la fuente-detector alrededor del maniquí con una geometría de abanico de 7 haces. El área de reconstrucción se dividió en una cuadrícula de 28 x 28 píxeles cuadrados.

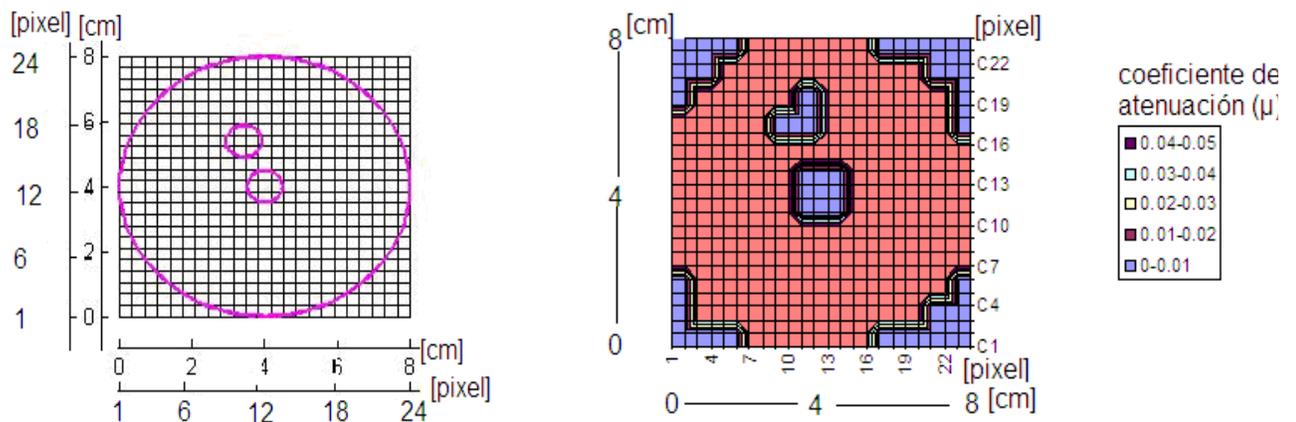


Figura 4.18. Izquierda: Representación del maniquí para un área de reconstrucción de 24 X 24 píxeles. Derecha: Imagen reconstruida y optimizada

a partir de 30 posiciones de la fuente-detector alrededor del maniquí para una geometría de abanico de 5 haces y el área de reconstrucción dividida con 24 X 24 pixeles. Vista superior.

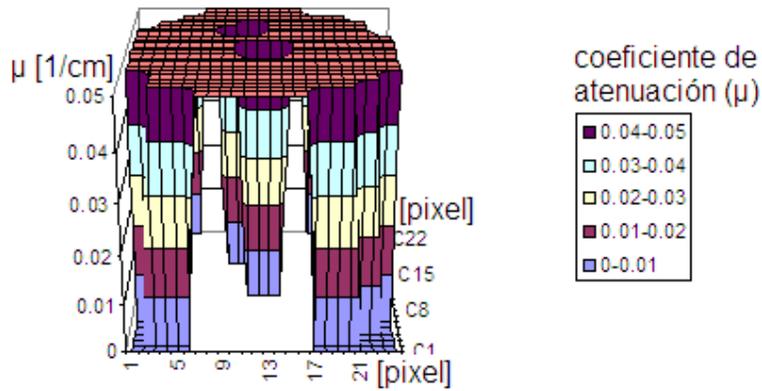


Figura 4.19. Imagen reconstruida a partir de 30 posiciones de la fuente alrededor del maniquí con una geometría de abanico de 5 haces y el área de reconstrucción dividida con 24 X 24 pixeles. Vista lateral.

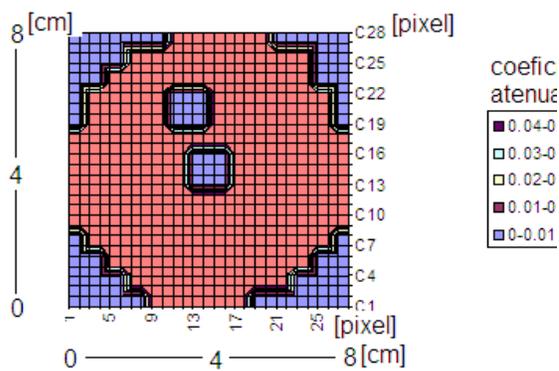
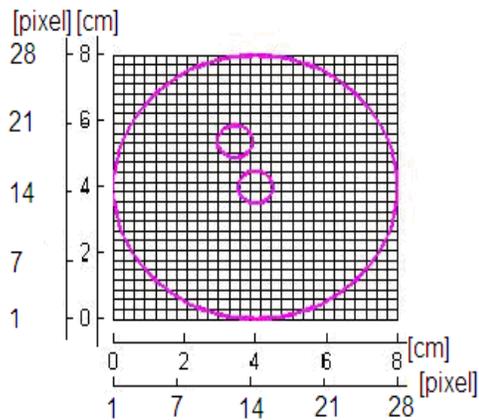


Figura 4.20. Izquierda: Representación del maniquí para un área de reconstrucción de 28 X 28 pixeles. Derecha: Imagen reconstruida a partir de 30 posiciones de la fuente-detector alrededor del maniquí para una geometría de abanico de 7 haces y el área de reconstrucción dividida con 28 X 28 pixeles. Vista superior.

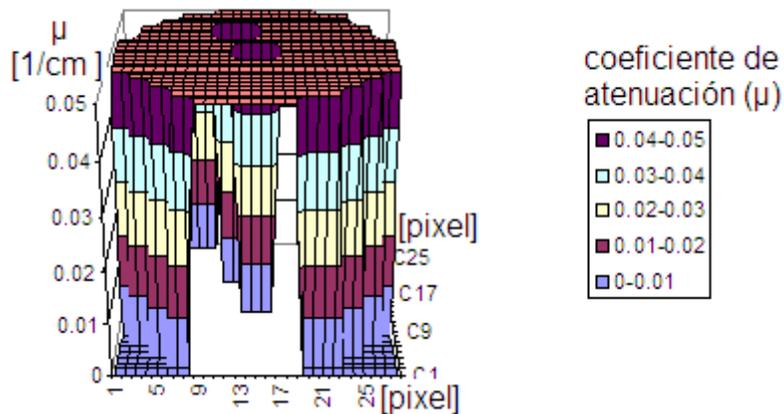


Figura 4.20. Imagen reconstruida a partir de 30 posiciones de la fuente alrededor del maniquí con una geometría de abanico de 7 haces y el área de reconstrucción dividida con 28 X 28 pixeles. Vista lateral.

De lo anterior descrito y observado, se puede concluir que cuando se tiene un mayor número de proyecciones del maniquí, se obtiene mayor información, permitiendo una estimación de los coeficientes de atenuación más cercana a los reales. Igualmente, se puede aumentar el número de pixeles cuadrados en el área de reconstrucción, obteniendo una mayor resolución espacial en las imágenes reconstruidas.

Capítulo V: Conclusiones

5.1. Conclusiones

En esta tesis se construyó un prototipo de tomógrafo gamma empleando una geometría de segunda generación con una estructura de 51.5 cm X 49.5 cm y una mesa giratoria. Se utilizó una fuente de radiación gamma de ^{137}Cs con una actividad de 400 μCi y un detector de centello de NaI con fotomultiplicador y preamplificador para detectar haces de radiación colimados. Los pulsos provenientes del detector se hicieron llegar a un amplificador y después a una tarjeta multicanal. Los espectros se trabajaron con el software MAESTRO, especializado en esta tarea, con el fin de obtener la suma de las interacciones por efecto fotoeléctrico más las interacciones de la dispersión Compton. Lo que es equivalente a medir la intensidad de cada haz de radiación. Estos datos son procesados por la computadora en un algoritmo elaborado en Matlab para reconstruir el tomograma. Este algoritmo puede consultarse en el trabajo de tesis titulado “Elaboración de un programa de cómputo para reconstruir tomogramas de transmisión” realizado por Zaira Luz Macgluf.

Se reconstruyeron tres tomogramas de un maniquí cilíndrico con dos orificios. Cada espectro se capturó tras irradiar el maniquí por un tiempo de 5 min, al igual que el espectro del haz incidente inicial. Para la reconstrucción del primer tomograma se usaron las cuentas de una geometría de abanico de tres haces, correspondientes a -3° , 0° y 3° , para cada una de las treinta posiciones de la fuente alrededor del maniquí. Para la reconstrucción del segundo tomograma se procesaron las cuentas de una geometría de abanico de cinco haces, correspondientes a -6° , -3° , 0° , 3° y 6° , para cada una de las treinta posiciones de la fuente alrededor del maniquí. Para la reconstrucción del tercer tomograma, se procesaron las cuentas de una geometría de siete haces, correspondientes a -9° , -6° , -3° , 0° , 3° , 6° y 9° para cada una de las treinta posiciones de la fuente alrededor del maniquí.

Se compararon los tres tomogramas, concluyendo que se obtiene una mayor resolución espacial en la imagen reconstruida cuando se utiliza una mayor

cantidad de haces. El aumentar el número de haces, permite a su vez, aumentar el número de píxeles cuadrados en la superficie de reconstrucción, dando una mejor definición de los coeficientes de atenuación.

Esto se podía predecir desde los diagramas de haces que se obtuvieron de Matlab, donde se veía que cuando la geometría de abanico era mas amplia, se tenía una mayor densidad de área cubierta por los haces, dándonos mayor información de la figura irradiada.

5.2. Proyectos de mejora al trabajo actual

Si se desea mayor resolución espacial en las imágenes tomográficas, se sugiere aumentar el tiempo de irradiación para la captura de los espectros y/o utilizar una fuente de mayor actividad. Reduciendo así el margen de error aportado por el detector y la electrónica asociada. Otra sugerencia es aumentar el número de haces a la geometría de abanico, la reducción del ángulo de separación entre cada haz y/o aumentar el número de posiciones de la fuente alrededor del objeto a analizar con el propósito de dar mayor cobertura al área de la figura que se desea reconstruir y obtener mayor información.

Una de las desventajas de este prototipo es la gran cantidad de tiempo que debe invertirse para obtener los espectros de las proyecciones. En el presente trabajo, se invirtieron 36 hr 10 min aproximadamente para capturar los espectros necesarios para la reconstrucción de los tres tomogramas. Una propuesta de mejora para el prototipo actual es disminuir el tiempo para la adquisición de datos. Una forma de lograr esto sería aumentando el número de detectores. De esta manera, se podrían capturar un número de espectros igual al número de detectores en el mismo tiempo que se necesitaba para capturar un sólo espectro con el prototipo actual.

Actualmente en el Taller de Física de Radiaciones de la Facultad de Ciencias, UNAM, se cuenta únicamente con un detector de NaI con fotomultiplicador, ya que este tipo de equipo es muy costoso. Otra alternativa para tener acceso a varios detectores es la construcción de detectores de radiación gamma con fotodiodo PIN con la electrónica necesaria para la preamplificación de

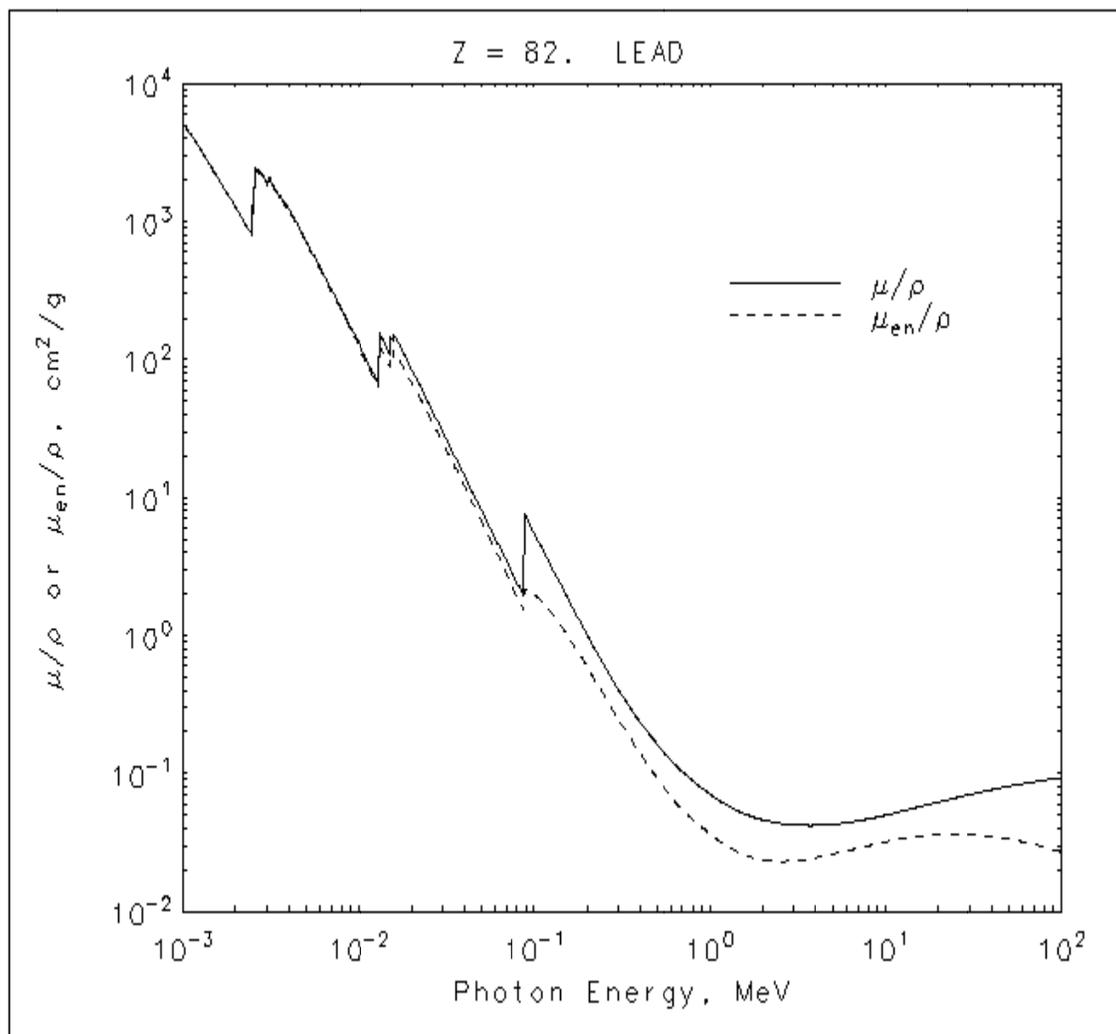
los pulsos detectados. Para mayor información sobre el desarrollo de esta tecnología, consultar a Ramírez Jiménez, F.J., Tesis doctorado “Instrumentación electrónica para la medición de la radiación nuclear”, Instituto Tecnológico de Toluca, 2005 y Ramírez Jiménez, F.J. et al., “PIN diode-preamplifier set for the measurement of low energy gammas and x-rays”, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, A 497, 2003, 557-583, ISBN: 0-7803-8257-9, ISSN 1082-3654.

Otra propuesta de mejora para el prototipo actual es la automatización del movimiento del brazo móvil de la estructura, el cual da la geometría de abanico. Para esto, podría utilizarse un motor de pasos con un arreglo de engranes y una cadena. Debe tomarse en cuenta que el motor tenga la suficiente potencia para mover el brazo móvil, recordando que en éste están fijos dos colimadores de plomo, la fuente y el detector.

Anexo 1

Gráfica y tabla con los coeficientes de atenuación del plomo para fotones con distintas energías de incidencia.

Fuente: physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/ElemTab/z82.html



Lead
Z = 82

HTML table format

Lead
Z = 82

ASCII format

Energy (MeV)	μ/ρ (cm ² /g)	μ_{en}/ρ (cm ² /g)	Energy μ_{en}/ρ (MeV)	μ/ρ (cm ² /g)
1.00000E-	5.210E+0	5.197E+0	(cm ² /g)	

	03	3	3		
	1.50000E-	2.356E+0	2.344E+0		
	03	3	3	1.00000E-03	5.210E+03
	2.00000E-	1.285E+0	1.274E+0	5.197E+03	
	03	3	3	1.50000E-03	2.356E+03
	2.48400E-	8.006E+0	7.895E+0	2.344E+03	
	03	2	2	2.00000E-03	1.285E+03
M	2.48400E-	1.397E+0	1.366E+0	1.274E+03	8.006E+02
5	03	3	3	2.48400E-03	
	2.53429E-	1.726E+0	1.682E+0	7.895E+02	1.397E+03
	03	3	3	M5 2.48400E-03	
	2.58560E-	1.944E+0	1.895E+0	1.366E+03	1.726E+03
	03	3	3	2.53429E-03	
	2.58560E-	2.458E+0	2.390E+0	1.682E+03	1.944E+03
M	03	3	3	2.58560E-03	
4	2.58560E-	2.458E+0	2.390E+0	1.895E+03	2.458E+03
	03	3	3	M4 2.58560E-03	
	3.00000E-	1.965E+0	1.913E+0	2.390E+03	1.965E+03
	03	3	3	3.00000E-03	
	3.06640E-	1.857E+0	1.808E+0	1.913E+03	1.857E+03
	03	3	3	3.06640E-03	
M	3.06640E-	2.146E+0	2.090E+0	1.808E+03	2.146E+03
3	03	3	3	M3 3.06640E-03	
	3.30130E-	1.796E+0	1.748E+0	2.090E+03	1.796E+03
	03	3	3	3.30130E-03	
	3.55420E-	1.496E+0	1.459E+0	1.748E+03	1.496E+03
	03	3	3	3.55420E-03	
	3.55420E-	1.585E+0	1.546E+0	1.459E+03	1.585E+03
M	03	3	3	M2 3.55420E-03	
2	3.55420E-	1.585E+0	1.546E+0	1.546E+03	1.442E+03
	03	3	3	3.69948E-03	
	3.69948E-	1.442E+0	1.405E+0	1.405E+03	1.311E+03
	03	3	3	3.85070E-03	
	3.85070E-	1.311E+0	1.279E+0	3.85070E-03	1.368E+03
	03	3	3	1.279E+03	
	3.85070E-	1.368E+0	1.335E+0	4.00000E-03	1.251E+03
M	03	3	3	1.221E+03	
1	3.85070E-	1.368E+0	1.335E+0	M1 3.85070E-03	7.304E+02
	03	3	3	1.335E+03	
	4.00000E-	1.251E+0	1.221E+0	5.00000E-03	1.251E+03
	03	3	3	7.124E+02	
	5.00000E-	7.304E+0	7.124E+0	6.00000E-03	4.672E+02
	03	2	2	4.546E+02	
	6.00000E-	4.672E+0	4.546E+0	8.00000E-03	2.287E+02
	03	2	2	2.207E+02	
	8.00000E-	2.287E+0	2.207E+0	1.00000E-02	1.306E+02
	03	2	2	1.247E+02	
	1.00000E-	1.306E+0	1.247E+0	1.30352E-02	6.701E+01
	02	2	2	1.30352E-02	
	1.30352E-	6.701E+0	6.270E+0	6.270E+01	1.621E+02
				L3 1.30352E-02	
				1.291E+02	
				1.50000E-02	1.116E+02
				9.100E+01	
				1.52000E-02	1.078E+02
				8.807E+01	
				L2 1.52000E-02	1.485E+02
				1.131E+02	

	02	1	1	1.55269E-02	1.416E+02
L3	1.30352E-02	1.621E+0	1.291E+0	1.083E+02	1.344E+02
	02	2	2	1.58608E-02	1.548E+02
	1.50000E-02	1.116E+0	9.100E+0	1.032E+02	1.548E+02
	02	2	1	1.180E+02	8.636E+01
	1.52000E-02	1.078E+0	8.807E+0	2.00000E-02	3.032E+01
	02	2	1	6.899E+01	3.032E+01
L2	1.52000E-02	1.485E+0	1.131E+0	2.536E+01	1.436E+01
	02	2	2	4.00000E-02	1.436E+01
	1.55269E-02	1.416E+0	1.083E+0	1.211E+01	8.041E+00
	02	2	2	5.00000E-02	8.041E+00
	1.58608E-02	1.344E+0	1.032E+0	6.740E+00	5.021E+00
	02	2	2	6.00000E-02	5.021E+00
L1	1.58608E-02	1.548E+0	1.180E+0	4.149E+00	2.419E+00
	02	2	2	8.00000E-02	2.419E+00
	2.00000E-02	8.636E+0	6.899E+0	1.916E+00	1.910E+00
	02	1	1	8.80045E-02	1.910E+00
	3.00000E-02	3.032E+0	2.536E+0	1.482E+00	7.683E+00
	02	1	1	8.80045E-02	7.683E+00
	4.00000E-02	1.436E+0	1.211E+0	2.160E+00	5.549E+00
	02	1	1	1.00000E-01	5.549E+00
	5.00000E-02	8.041E+0	6.740E+0	1.976E+00	2.014E+00
	02	0	0	1.50000E-01	2.014E+00
	6.00000E-02	5.021E+0	4.149E+0	1.056E+00	9.985E-01
	02	0	0	2.00000E-01	9.985E-01
	8.00000E-02	2.419E+0	1.916E+0	5.870E-01	4.031E-01
	02	0	0	3.00000E-01	4.031E-01
	8.80045E-02	1.910E+0	1.482E+0	2.455E-01	2.323E-01
	02	0	0	4.00000E-01	2.323E-01
	8.80045E-02	7.683E+0	2.160E+0	1.370E-01	1.614E-01
	02	0	0	5.00000E-01	1.614E-01
	1.00000E-01	5.549E+0	1.976E+0	9.128E-02	1.248E-01
	01	0	0	6.00000E-01	1.248E-01
	1.50000E-01	2.014E+0	1.056E+0	8.00000E-01	8.870E-02
	01	0	0	8.00000E-01	8.870E-02
	2.00000E-01	9.985E-01	5.870E-01	4.644E-02	7.102E-02
	01	01	01	1.00000E+00	7.102E-02
	3.00000E-01	4.031E-01	2.455E-01	3.654E-02	5.876E-02
	01	01	01	1.25000E+00	5.876E-02
	4.00000E-01	2.323E-01	1.370E-01	2.988E-02	5.222E-02
	01	01	01	1.50000E+00	5.222E-02
	5.00000E-01	1.614E-01	9.128E-02	2.640E-02	4.606E-02
	01	01	02	2.00000E+00	4.606E-02
	6.00000E-01	1.248E-01	6.819E-02	2.360E-02	4.234E-02
	01	01	01	3.00000E+00	4.234E-02
				2.322E-02	
				4.00000E+00	
				2.449E-02	
				5.00000E+00	
				2.600E-02	
				6.00000E+00	
				2.744E-02	
				8.00000E+00	
				2.989E-02	
				1.00000E+01	
					4.972E-02

01	01	02	3.181E-02	
8.00000E-	8.870E-	4.644E-	1.50000E+01	5.658E-02
01	02	02	3.478E-02	
1.00000E+0	7.102E-	3.654E-	2.00000E+01	6.206E-02
0	02	02	3.595E-02	
1.25000E+0	5.876E-	2.988E-		
0	02	02		
1.50000E+0	5.222E-	2.640E-		
0	02	02		
2.00000E+0	4.606E-	2.360E-		
0	02	02		
3.00000E+0	4.234E-	2.322E-		
0	02	02		
4.00000E+0	4.197E-	2.449E-		
0	02	02		
5.00000E+0	4.272E-	2.600E-		
0	02	02		
6.00000E+0	4.391E-	2.744E-		
0	02	02		
8.00000E+0	4.675E-	2.989E-		
0	02	02		
1.00000E+0	4.972E-	3.181E-		
1	02	02		
1.50000E+0	5.658E-	3.478E-		
1	02	02		
2.00000E+0	6.206E-	3.595E-		
1	02	02		

Anexo 2

Tablas con los datos correspondientes a las suma del efecto fotoeléctrico y de la dispersión Compton para los espectros de fondo, capturados cada día de mediciones y los espectros correspondientes a las 30 posiciones de la fuente-detector alrededor del maniquí para las posiciones de -9° , -6° , -3° , 0° , 3° , 6° 9° del brazo móvil. (La posición de la fuente “inicial” corresponde a la intensidad de un haz sin el maniquí.)

Ángulo del brazo móvil: -9°

Posición de la fuente	Cuentas de la suma del efecto fotoeléctrico mas el efecto Compton (I)	Cuentas divididas entre la intensidad inicial (I/I_0)
inicial	89362	
00	52536	0.5879009
01	52617	0.58880732
02	52480	0.58727423
03	52716	0.58991518
04	52597	0.58858351
05	52407	0.58645733
06	52621	0.58885208
07	52809	0.59095589
08	52400	0.586379
09	53314	0.59660706
10	53005	0.59314921
11	52948	0.59251136
12	53168	0.59497325
13	52823	0.59111255
14	53362	0.5971442
15	53353	0.59704349
16	53070	0.59387659
17	52958	0.59262326
18	52878	0.59172803
19	52391	0.58627828
20	52272	0.58494662
21	52266	0.58487948
22	51814	0.5798214
23	52210	0.58425281
24	52202	0.58416329
25	52340	0.58570757
26	52265	0.58486829
27	52130	0.58335758

28	52195	0.58408496
29	52190	0.58402901
30	52416	0.58655804

Ángulo del brazo móvil: -6°

Posición de la fuente	Cuentas de la suma del efecto fotoeléctrico mas el efecto Compton (I)	Cuentas divididas entre la intensidad inicial (I/I ₀)
inicial	89997	
00	49834	0.55372957
01	50408	0.56010756
02	50281	0.5586964
03	50296	0.55886307
04	49958	0.55510739
05	50254	0.55839639
06	50080	0.55646299
07	50717	0.56354101
08	50352	0.55948532
09	51625	0.57363023
10	53401	0.59336422
11	54024	0.60028668
12	53780	0.59757547
13	54107	0.60120893
14	54086	0.60097559
15	53804	0.59784215
16	54169	0.60189784
17	52671	0.58525284
18	50099	0.55667411
19	50285	0.55874085
20	50062	0.55626299
21	50297	0.55887418
22	49914	0.55461849
23	49772	0.55304066
24	50096	0.55664078
25	49762	0.55292954
26	49823	0.55360734
27	50190	0.55768526
28	49986	0.55541851
29	49923	0.55471849
30	50015	0.55574075

Ángulo del brazo móvil: -3°

Posición de la fuente	Cuentas de la suma del efecto fotoeléctrico mas el efecto Compton (I)	Cuentas divididas entre la intensidad inicial (I/I_0)
inicial	89847	
00	49031	0.54571661
01	48984	0.5451935
02	49012	0.54550514
03	48952	0.54483733
04	48619	0.54113103
05	48558	0.5404521
06	49563	0.55163778
07	50881	0.56630717
08	52504	0.58437121
09	52533	0.58469398
10	51594	0.57424288
11	49698	0.55314034
12	49526	0.55122597
13	49134	0.546863
14	49201	0.54760871
15	49110	0.54659588
16	49752	0.55374136
17	50901	0.56652977
18	51950	0.57820517
19	52306	0.58216746
20	50712	0.56442619
21	49114	0.5466404
22	48738	0.54245551
23	48889	0.54413614
24	49164	0.5471969
25	49218	0.54779792
26	49028	0.54568322
27	48627	0.54122007
28	49099	0.54647345
29	49205	0.54765323
30	48922	0.54450343

Ángulo del brazo móvil: 0°

Posición de la fuente	Cuentas de la suma del efecto fotoeléctrico mas el efecto Compton (I)	Cuentas divididas entre la intensidad inicial (I/I ₀)
inicial	91235	
00	52521	0.57566723
01	51936	0.56925522
02	52204	0.57219269
03	51470	0.56414753
04	51770	0.56743574
05	53784	0.5895106
06	55749	0.61104839
07	55960	0.6133611
08	53998	0.5918562
09	52378	0.57409985
10	52167	0.57178714
11	51968	0.56960596
12	52114	0.57120623
13	51499	0.56446539
14	51919	0.56906889
15	51728	0.56697539
16	51758	0.56730421
17	51768	0.56741382
18	52190	0.57203924
19	52465	0.57505343
20	55397	0.60719022
21	55547	0.60883433
22	54969	0.60249904
23	52478	0.57519592
24	52193	0.57207212
25	52065	0.57066915
26	51422	0.56362142
27	52437	0.57474653

28	52322	0.57348605
29	52271	0.57292706
30	52006	0.57002247

Ángulo del brazo móvil: 3°

Posición de la fuente	Cuentas de la suma del efecto fotoeléctrico mas el efecto Compton (I)	Cuentas divididas entre la intensidad inicial (I/I ₀)
inicial	91235	
00	49099	0.5381597
01	48921	0.53620869
02	49449	0.54199594
03	51360	0.56294185
04	53297	0.58417274
05	52383	0.57415466
06	51413	0.56352277
07	49263	0.53995725
08	49994	0.54796953
09	50362	0.55200307
10	50406	0.55248534
11	50242	0.55068778
12	49982	0.547838
13	49940	0.54737765
14	49846	0.54634734
15	49496	0.5425111
16	49962	0.54761879
17	49407	0.54153559
18	49108	0.53825834
19	49039	0.53750206
20	49570	0.54332219
21	49169	0.53892695
22	51062	0.55967556
23	52488	0.57530553

24	52593	0.5764564
25	50856	0.55741766
26	49044	0.53755686
27	49095	0.53811585
28	48894	0.53591275
29	49186	0.53911328
30	49198	0.53924481

Ángulo del brazo móvil: 6°

Posición de la fuente	Cuentas de la suma del efecto fotoeléctrico mas el efecto Compton (I)	Cuentas divididas entre la intensidad inicial (I/I ₀)
inicial	89847	
00	52872	0.58846706
01	53564	0.59616904
02	53644	0.59705945
03	53177	0.59186172
04	52193	0.58090977
05	49418	0.55002393
06	49778	0.55403074
07	49756	0.55378588
08	40510	0.4508776
09	49424	0.55009071
10	49521	0.55117032
11	49448	0.55035783
12	49543	0.55141518
13	49537	0.5513484
14	49822	0.55452046
15	49695	0.55310695
16	49586	0.55189377
17	49621	0.55228333
18	49484	0.55075851
19	49976	0.55623449

20	50205	0.55878326
21	49722	0.55340746
22	49599	0.55203847
23	50087	0.55746992
24	50203	0.558761
25	52867	0.58841141
26	53444	0.59483344
27	52987	0.58974701
28	53382	0.59414338
29	52576	0.58517257
30	53185	0.59195076

Ángulo del brazo móvil: 9°

Posición de la fuente	Cuentas de la suma del efecto fotoeléctrico mas el efecto Compton (I)	Cuentas divididas entre la intensidad inicial (I/I_0)
inicial	89362	
00	54382	0.60855845
01	53306	0.59651754
02	52468	0.58713995
03	51547	0.57683355
04	51583	0.57723641
05	51274	0.57377856
06	51815	0.57983259
07	52468	0.58713995
08	51377	0.57493118
09	51313	0.57421499
10	52175	0.58386115
11	51306	0.57413666
12	51538	0.57673284
13	51235	0.57334214
14	51288	0.57393523
15	51559	0.57696784

16	51017	0.57090262
17	51484	0.57612856
18	51433	0.57555784
19	51576	0.57715808
20	51844	0.58015711
21	51417	0.5753788
22	51939	0.58122021
23	51642	0.57789665
24	51808	0.57975426
25	51822	0.57991092
26	51460	0.57585999
27	52416	0.58655804
28	53731	0.60127347
29	53963	0.60386965
30	53815	0.60221347

Anexo 3

Matrices obtenidas del algoritmo de reconstrucción en las cuales cada entrada muestra el coeficiente de atenuación calculado para cada pixel.

Matriz de 9X9 para la geometría de 3 haces en abanico.

0.0046509	0.021679	0.056242	0.071014	0.065366	0.073989	0.051226	0.0014939	-0.0065953
0.013702	0.065188	0.07168	0.056215	0.070146	0.072102	0.069575	0.05437	0.029319
0.058361	0.067289	0.066444	0.06556	0.074852	0.062531	0.065732	0.054921	0.05879
0.08296	0.06097	0.078085	0.077748	0.053606	0.098478	0.062993	0.069572	0.05146
0.053682	0.087518	0.077652	0.10067	0.001557	0.052033	0.076079	0.075038	0.068896
0.067906	0.071008	0.0795	0.057235	0.035932	0.083803	0.067085	0.070654	0.058086
0.054271	0.066234	0.066871	0.030828	0.057577	0.06881	0.066597	0.065412	0.055212
0.01167	0.052406	0.07458	0.071551	0.05312	0.070377	0.068742	0.059758	0.052373
0.017897	0.0066538	0.054939	0.053568	0.087206	0.076625	0.051058	0.021938	-0.0040748

Matriz de 12X12 para la geometría de 5 haces en abanico.

0.01469	-	0.02345	0.08906	0.09518	0.06988	0.05216	0.06501	0.04765	0.04439	0.01808	7.28E-
4	0.017258	7	8	3	2	9	4	4	6	5	05
0.02821			0.05977	0.06273	0.09261	0.08464	0.07095		0.06268	0.03602	0.03060
9	0.053568	0.11345	9	9	4	8	9	0.06676	7	6	3
0.01653		0.05357	0.06114	0.09739	0.06771	0.07555	0.05999	0.06820	0.05455	0.06101	0.03442
4	0.058461	5	2	9	5	5	5	5	2	5	6
0.05217		0.06607	0.06125	0.06447	0.05302		0.07712	0.07556	0.07718	0.01176	0.09639
7	0.083259	5	3	9	3	0.10321	5	2	6	6	1
0.06488		0.06353	0.08178	0.06960	0.09309	0.07246		0.07278	0.06998		0.06689
6	0.083202	4	1	7	7	9	0.11601	7	9	0.06813	2
		0.08997	0.08807	0.09112		0.04585	0.08432	0.08208	0.09256		0.07474
0.10822	0.055525	5	2	2	0.03765	1	3	5	7	0.11139	7
0.09349		0.07562	0.07167		0.00896	0.01337	0.08048	0.08090	0.07557	0.09102	0.05078
5	0.061349	7	9	0.10668	8	6	5	3	2	9	3
0.06097		0.05238	0.07502	0.05268	0.05034	0.07978	0.09905	0.06692	0.06647	0.05144	0.06356
6	0.085284	8	9	4	2	9	3	5	7	6	9
0.05373		0.05018	0.07483	0.02920	0.04122		0.08316	0.05888	0.06853	0.07927	0.04208
4	0.052395	5	2	1	4	0.08312	4	9	1	2	1
0.01938		0.05925	0.06298	0.09587	0.04271	0.06789	0.07097	0.05968	0.07058	0.05021	0.04182
1	0.074521	3	9	1	3	1	3	9	8	8	8
-	-										
0.02872	0.004822	0.07423	0.05998	0.04622	0.09188	0.07862		0.05194	0.06083		0.03081
6	5	2	7	4	2	6	0.06148	3	6	0.02984	3
											-
0.02419	-	0.03902	0.07004		0.08763	0.07677	0.05741	0.04214	0.04019	0.01223	0.01251
1	0.028502	9	4	0.10704	1	8	4	3	7	7	8

Matriz de 14X14 para la geometría de 7 haces en abanico.

0.0066	0.0074	0.019	0.039	0.065	0.0744	0.0785	0.096	0.065	0.0311	0.041	0.024	0.0030	0.0246
668	16	724	758	366	21	12	467	829	085	807	589	83	17
-													
0.0017	0.0384	0.026	0.062	0.109	0.0793	0.0783	0.077	0.071	0.0157	0.076	0.047	0.0339	0.0260
373	68	648	464	14	97	47	975	946	06	927	093	23	42
0.0173	0.0439	0.056	0.074	0.056	0.0589	0.0836	0.064	0.069	0.0651	0.012	0.062	0.0194	0.0223
5	97	748	595	773	54	91	151	077	11	362	192	09	1
0.0383	0.0580	0.062	0.055	0.061	0.0689	0.0667	0.073	0.057	0.0570	0.063	0.059	0.0538	0.0043
29	39	215	598	805	59	81	983	3	41	699	995	58	93
0.0506	0.0618	0.091	0.076	0.050	0.0942	0.0759	0.094	0.068	0.0912	0.065	0.061	0.0876	0.0621
29	48	308	076	502	59	6	225	171	19	07	467	22	83
0.0707	0.0944	0.085	0.084	0.085	0.0818	0.0572	0.085	0.087	0.0665	0.081	0.058	0.0681	0.0970
64	27	625	681	476	21	45	634	544	7	078	483	02	97

0.0960	0.0903	0.087	0.089	0.068	0.0867	0.0246	0.028	0.094	0.0999	0.076	0.077	0.0502	0.0969
44	28	753	488	072	54	55	756	011	29	247	396	8	06
0.1085	0.0812	0.086	0.094	0.070	0.0844	0.0315	0.037	0.090	0.0817	0.079	0.062	0.0732	0.0905
3	16	03	388	564	95	47	149	467	62	815	621	52	28
0.0687	0.0895	0.085	0.098	0.097	0.0618	0.0504	0.077	0.078	0.0664	0.089	0.052	0.0505	0.0911
35	33	243	635	986	07	87	24	26	2	982	429	87	16
0.0333	0.0854	0.084	0.085	0.065	0.0068	0.0473	0.089	0.079	0.0832	0.055	0.076	0.0804	0.0490
89	66	676	669	463	315	42	678	22	56	986	845	22	37
0.0489	0.0550	0.067	0.077	0.059	0.0129	0.0194	0.069	0.057	0.0628	0.050	0.056	0.0522	0.0199
74	61	209	239	718	46	32	692	166	15	142	36	64	93
0.0397	0.0306	0.059	0.089	0.066	0.0658	0.0887	0.065	0.063	0.0618	0.065	0.083	0.0310	0.0201
38	59	308	994	988	44	34	556	318	9	309	826	8	3
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0.0195	0.0081	0.035	0.054	0.074	0.0845	0.0627	0.093	0.068	0.0642	0.061	0.057	0.0195	0.0172
91	824	135	758	694	48	88	007	947	81	56	562	78	52
0.0216	0.0195	0.023	0.033	0.043	0.0616	0.1132	0.069	0.069	0.0587	0.041	0.025	0.0021	0.0019
75	31	088	602	975	89	1	97	086	15	264	03	328	389

Anexo 4

Matrices del Anexo 3 optimizadas.

Matriz de 9 X 9 optimizada para una geometría de 3 haces en abanico.

0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0
0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0

Matriz de 12 X 12 optimizada para una geometría de 5 haces en abanico.

0	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0	0
0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0
0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0
0	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0
0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0
0	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0	0

Matriz de 14 X 14 optimizada para una geometría de 7 haces en abanico.

0	0	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0	0	0
0	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0
0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0
0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0
0	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0
0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0
0	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0
0	0	0	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0	0

Anexo 5

Matrices del Anexo 4 con duplicación de las entradas.

Matriz de 9 X 9 optimizada y duplicada para convertirse en una matriz de 18 X18 para la geometría de 3 haces en abanico.

0	0	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0	0
0	0	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0	0
0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0
0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0	0	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0	0
0	0	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0	0	0

Bibliografía

- Ahmed, S.N., *Physics & Engineering of Radiation Detection*, Academic Press, 2007.
- Allison, W., *Fundamental Physics for Probing and Imaging*, Oxford University Press, New York, 2006.
- Altschuler, M.D., *Image Reconstruction Implementation and Applications*, Springer Verlag, Berlin and New York, 1979.
- Attix, F.H., *Introduction to Radiological Physics and Radiation Dosimetry*, A. Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons Inc., 1986.
- Blanc, D., *Les Rayonnements Ionisants*, Masson, Paris, 1990.
- Bracewell, R.N., *The Fourier Transform and its Applications*, second edition, Mc Graw-Hill, 1978.
- Bushberg J.T., Seibert J.A., Leidholdt E.M., Boone J.M., *The Essential Physics of Medical Imaging*, second edition, Lippincott Williams & Wilkins, Philadelphia, PA, USA, 2002.
- Buzug, T.M., *Computed Tomography*, Springer, 2008.
- Cormack, A.M., *Representation of a function by its line integrals, with some radiological applications*, J. Appl. Phys. 34, 2722-2727, 1963.
- Gabor T.H., *Image Reconstruction from Projections*, Academic Press Inc., Orlando Florida, USA, 1980.
- Gullberg, G.T., *The Reconstruction of fan-beam data by filtering back-projection*, Comput. Graphics Image Processing 10, 30-47, 1979.
- Hounsfield, G.N., *Computerized transverse axial scanning (tomography)*, 1973, 46: 1016-1022.
- Johansen, G.A., Jackson, P., *Radioisotope gauges for industrial process measurements*, John Wiley & Sons Inc., 2004.
- Knoll, G.F., *Radiation Detection and Measurement*, second edition, John Wiley & Sons, 1989.
- Luz Macgluf, Z., Tesis de Licenciatura *Elaboración de un programa de cómputo para reconstruir tomogramas de transmisión*, en elaboración.

- Leroy, C., Rancoita, P.G., *Principles of Radiation Interaction in Matter and Detection*, first edition, World Scientific Publishing, 2004.
- Ortega Aramburu, X., Jorba Bisbal, J., *Radiaciones ionizantes I: utilización y riesgos*, 2ª edición, Editorial Barcelona: UPC, 1996.
- Ramírez Jiménez, F.J., Tesis Doctorado *Instrumentación Electrónica para la Medición de la Radiación Nuclear*, Instituto Tecnológico de Toluca, 2005.
- Ramírez Jiménez, F.J., et al., *PIN diode-preamplifier set for the measurement of low energy gammas and x-rays*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, A 497, 2003, 557-583, ISBN: 0-7803-8257-9, ISSN 1082-3654.
- Rickards, J., *La Física de las Radiaciones en la Materia*, primera edición, Dirección General de Divulgación de la Ciencia, Universidad Nacional Autónoma de México, 2001.
- Smith, P.R., Peters, T.M., Bates, R.H.T., *Image reconstruction from a finite number of projections*, J. Phys. A6, 361-382, 1973.
- Spieler, H., *Introduction to Radiation Detectors and Electronics*, 1999.
- Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., Flannery, B.P., *Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing*, second edition, Cambridge University Press.
- Suetens P., *Fundamentals of Medical Imaging*, Cambridge University Press, New York, NY, USA, 2002.
- *Process Tomography, Measurement Science & Technology*, Institute of Physics Publishing, Volume 7, Number 3, March 1996.