UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.

Facultad de Estudios Superiores Acatlán.

TÍTULO DE TRABAJO

“Material didáctico para el tema Distribución Binomial”

TESIS

Maestría en Docencia para la Educación Media Superior

(MADEMS-Matemáticas)

PRESENTA: Salvador Lorenzo León.

ASESOR: Dr. Roberto Ávila Antuna.

Estado de México, Septiembre de 2009.

Dedicatorias:

A mi peiko alborotado.

Aunque para mi todavía eres un bebe, un angelito, más importante eres mi hijo, más importante sobre todo eres mi luz, la mejor inspiración y lección en la vida, ningún logró hará desistir del amor que te tengo, ningún hecho podrá separar mi alma de tu conciencia de niño. Nadie borrará esos lazos que se cimentaron desde el primer día en que mis ojos te observaron al nacer, en que mis brazos te tomaron como lo más delicado y cuidadoso que yo había tocado, nadie contempla los momentos de felicidad que vivimos. Mi corazón y espíritu siempre te llevan, nunca te abandonare y te dedico principalmente el cierre de este esfuerzo.

A M. en C. Gloria Ivonne Hernández López.

Estar en un tumulto de situaciones personales y condicionantes que bloquean la mente y los sentidos, entre las situaciones de contrariedades y desigualdades temporales, llegaste en el momento que lo necesitaba, para moldear este trabajo. Muchas y de verdad muchas gracias por tu tiempo, por tu paciencia, por el compartir tu sabiduría e inteligencia y sobre todo tú admirable ayuda y amistad.

A mis ***familiares y/o amigos*** externos a mi labor pero no en vida, la satisfacción de completar un logró y que con cada quien comparto algo particular y especial, que no sólo es amistad (Araceli P. L. y sus pequeños Axel y Hanna; Ismael L.L.; Koreano y Sra.Yolanda; Joel C. B. y sus niñas; Tony L.G.; Ruth M.M.; Eligio L.D. y Olivia L. G mis padres; Jorge L. L., su mujer C. Mailyn Cejudo y mis hijos Panchito y Rodrigo; Marisol L. L. y mis muchachas Tamara e Itzel; Griselda L.L.y mi ahijada Brenda y ……. al Vipes).

Agradecimientos:

A las siguientes instituciones:

A la Facultad de Estudios Superiores Acatlán. Unidad de Posgrado de la Universidad Nacional Autónoma de México por la formación, preparación y experiencia.

Al Colegio de Ciencias y Humanidades plantel Azcapotzalco, por la licencia y compromiso de apoyo en la formación de docentes en educación matemática del nivel medio superior.

Personales:

Al Doctor Roberto Ávila Antuna por compartir su conocimiento, experiencia, sus productos y aportaciones en la docencia.

Al M. en C. Alejandro Reyes Esparza por el cuidado, ajustes y correcciones precisas a este trabajo.

A todos mis profesores y compañeros de generación de Maestría por su aporte en actitudes, conocimientos y valores que demostraron dentro y fuera de las aulas.

A los participantes en la investigación.

A mis colegas de profesión y diario quehacer de la enseñanza media superior.

INDICE.

Introducción.

Introducción.

El Plan de Estudios Actualizado del Colegio de Ciencias y Humanidades y sus métodos de enseñanza se orientan en sus contenidos y organización, a dotar al alumno de una cultura integral básica, que al mismo tiempo forme individuos críticos, creativos y útiles a su medio ambiente natural y social, los habilite para seguir estudios superiores.

Por lo que la función social del Bachillerato del Colegio, destinado a formar en ciencias y humanidades, en conocimientos, habilidades y actitudes, en la formación de ciudadanos que mantengan una relación positiva, de servicio y solidaridad con su entorno, ya sea que continúen sus estudios en el nivel de licenciatura o se incorporen a la vida activa, al término o en el transcurso Bachillerato.

El presente trabajo, es considerado como un Proyecto de aplicación docente para el tema Distribución Binomial, con el diseño de una secuencia didáctica (hojas de trabajo), que permita lograr en los estudiantes la adquisición de aprendizajes significativos en el tema, que forma parte de los contenidos y aprendizajes del Plan y los Programas de Estudio del bachillerato del CCH-UNAM, en la materia de Estadística y Probabilidad II.

El contenido matemático de esta investigación se reduce al desarrollo del tema de la distribución Binomial, con una propuesta didáctica integrada con actividades impresas, para el desarrollo, construcción y evaluación de la temática.

Dichas actividades están fundamentadas en conocimientos y cálculos teóricos, además de situaciones prácticas, con la realización de simulación física y simulación con el uso de la computadora, a través del software Dinámico en Estadística Fathom.

Considerando así, que se instrumentalizaron actividades de enseñanza y aprendizaje orientadas a construir el conocimiento, desarrollando conocimientos teóricos, con el recurso temático del enfoque clásico del calculo de probabilidades, además de incluir actividades fundamentadas al enfoque frecuencial en el calculo de probabilidades, relacionando la parte teórica con el uso de la tecnología, incluyendo practicas en las que se realiza una simulación físicas y dos por computadora, fomentando el interés y/o aplicación de la materia.

Los materiales e instrumentos propuestos son el referente al diseño de actividades que puedan ser significativas para el alumno a través de la conexión y/o interrelación de los conocimientos previos con los conocimientos nuevos.

Se pretende con estos materiales, propiciar la claridad y necesidad del uso de modelos matemáticos que amplían la diversidad del comportamiento de los fenómenos aleatorios inmersos de situaciones cotidianas, además de ejemplificar y visualizar la utilidad que facilita la operatividad con los recursos que generalmente cuenta un profesor de asignatura o que va iniciando en el terreno de la docencia.

De esta forma, se pretende que en los materiales presentados se observe que: "....las teorías de aprendizaje aceptadas con mayor generalidad enfatizan el papel de la resolución de problemas, de la actividad del alumno en la construcción del conocimiento, así como la formulación (lenguaje matemático), validación (demostración y razonamiento de las ideas matemáticas) e institucionalización (puesta en común; acuerdo social en la construcción del conocimiento). El profesor no es ya un transmisor del conocimiento, sino un gestor de este conocimiento y del medio (instrumentos, situaciones) que permitan al alumno progresar en su aprendizaje...." (Batanero, 2000 b, p. 7).

Considerado este trabajo como un Proyecto de Aplicación Docente en el tema: Distribución Binomial, en el que se diseña, aplica y evalúa un producto de importancia docente, el contenido general se ha estructurado en cuatro capítulos, conclusiones, un apartado para las referencias bibliográficas y otro para los anexos, como se menciona a continuación:

En el capitulo 1, se puntualiza la problemática que se percibe del tema, así como los cuestionamientos que se generan a partir de está, involucrando los antecedentes que motivaron la propuesta, para detallar los objetivos y justificación de la elaboración y recursos por el que se realiza la propuesta didáctica.

En el capitulo 2, que corresponde al marco conceptual, se exponen las actividades, el contenido temático, los aprendizajes a observar, las estrategias y consideraciones teóricas utilizadas en la planeación y diseño de la propuesta didáctica. Además, el marco teórico que fundamenta la evaluación durante la aplicación de cada una de las actividades, así como, la evaluación para la clasificación del análisis de los resultados, tomando como base el modelo SOLO (Estructuras de los Resultados de Aprendizaje Observados), el cual proporciona herramientas para categorizar el razonamiento de los estudiantes.

En el capitulo 3 se describe las características principales de los participantes, el lugar de aplicación y el desarrollo de la metodología en cada una de las actividades de la propuesta didáctica.

El capitulo 4 se registra la clasificación en tablas de las respuestas de los alumnos por actividad, conforme a estas, se describen los criterios, es decir, las categorías de evaluación los resultados, conforme al conocimiento que se pretendió desarrollar en el alumno y respecto en el modelo de pensamiento SOLO utilizando las categorías: Pre-estructural, Uni-estructural, Multi-estructural y en ocasiones Relacional.

En las conclusiones se exponen las principales observaciones favorables y desfavorables que se generaron del análisis de resultados de las actividades diseñadas en la propuesta didáctica, dando respuesta a los cuestionamientos que motivaron la investigación.

Referencias bibliográficas. Citar las fuentes de utilización a las que se recurrió para fundamentar el presente trabajo.

Anexos. Se incluye un apartado de los materiales diseñados con las respuestas de la mayoría de las preguntas (anexo1) y en un segundo espacio las transcripciones de las respuestas de los alumnos en cada actividad (anexo 2).

Capítulo 1.
Problema de Investigación.

Capítulo 1. Problema de la investigación.

Tradicionalmente la distribución binomial, al igual que otras distribuciones y la inferencia estadística, han y siguen siendo enseñados en los cursos de estadística utilizando el enfoque deductivo basado en teoría de la probabilidad (ver ejemplo: Castillo, 1998; Magaña, 1994; Mendenhall et al., 1994; Walpole et al, 1998). Basta con revisar cualquier libro de texto de la materia, ó cualquier material diseñado en la propia institución de trabajo, para observar que la distribución binomial en general se desarrolla conforme al enfoque clásico del calculo de probabilidades, lo cual limita su ampliación de conocimiento teórico y en general de conocimiento que sea significativo para posteriores temáticas.

Es importante aclarar que en los materiales citados de otros colegas o textos bibliográficos del tema, se tienen propuestas didácticas buenas y bien diseñadas, solo que caen en el terreno de lo tradicional y de una enseñanza que regularmente es poco trascendental.

"….Los desarrollos que se utilizan para su explicación son expresados a través del simbolismo matemático que no siempre está al alcance de la mayoría de los estudiantes y lo que es mas importante, la distribución binomial es descrita mediante una distribución teórica de probabilidad, por lo que es difícil de asociar con el proceso físico real de selección de muestras de una población…." (Lipson, 2002, p. 2).

En la literatura de educación estadística (Shaughnessy, 1992; Gordon y Gordon, 1992, Moses, 1992; Rossman, 1997; Scheaffer, 1992) se sugiere la utilización de simulación computacional como alternativa para abordar la problemática del aprendizaje de la distribución de probabilidad.

Los autores señalan ventajas de la simulación respecto al enfoque tradicional de enseñanza, como son el permitir un desarrollo empírico de las distribuciones de probabilidad, además se apoya en el enfoque frecuencial de la probabilidad, sin embargo, pocos resultados de investigación se han publicado acerca de la efectividad de las actividades de simulación para mejorar la comprensión y el razonamiento de los estudiantes, por lo que se requiere de mucha investigación en torno al impacto de esta herramienta en los cursos de estadística (Chance, et al., 2004; Mills, 2002).

El problema, en general, es la falta de relevancia que la temática aparentemente aporta a la distribución de Probabilidad, la variedad, la inmensidad, la utilidad de trasladar a diferentes representaciones y organización de información a partir de experimentos aleatorios, así como la relación consecutiva con la distribución Normal, donde la variable aleatoria no esta limitada por valores discretos.

Por lo tanto, es de interés cuestionarse: ¿Cuáles son los elementos de significado que los estudiantes atribuyen a la distribución binomial, como modelo teórico?; ¿la utilización del enfoque frecuencial en el calculo de probabilidades, ayuda a una mejor comprensión de la distribución Binomial?; y ¿cómo evolucionan los significados de los estudiantes en la distribución binomial cuando trabajan en un ambiente de simulación física y computacional con respecto al uso común de materiales?, es decir, la relación de avances de lo teórico respecto a las simulaciones.

Con esto se desprenden las siguientes metas específicas:

Investigar hasta donde es posible que los estudiantes resuelvan problemas utilizando el software dinámico en estadística en la Distribución Binomial; sí las soluciones que se obtienen son válidas y como las consideran respecto a las soluciones obtenidas mediante el uso de métodos tradicionales.

Investigar si los significados que los estudiantes tenían de la distribución Binomial antes de la simulación, evolucionan hacia los significados institucionales de referencia, como producto de enseñanza que recibieron.

1.1 Antecedentes.

Cualquier investigación científica o tecnológica actual se encuentra con situaciones o procesos de tipo aleatorio, tanto para llegar a determinadas conclusiones como para validar estas. Razonamientos de tipo probabilistas los podemos encontrar en cualquier análisis de control de la calidad, en la realización de pronósticos, en análisis de tipo económico, pruebas médicas, etcétera. Sin embargo en el siglo XVIII resultaba difícil encontrar aplicaciones no triviales de las probabilidades que no estuvieran relacionadas con los juegos de azar (Pérez, 2001, p.223).

"….Cuando se quiere enseñar probabilidad, hay necesidad de estudiar el tema, desde el punto de vista matemático, estadístico, filosófico y pedagógico. Los matemáticos, los estadistas, los filósofos y pedagogos hacen cosas diferentes con respecto a la teoría de la probabilidad. Los matemáticos desarrollan un cuerpo conceptual, los estadistas aplican el trabajo de las matemáticas, los filósofos reflexionan sobre el trabajo hecho. Los pedagogos tratan de lograr que el alumno construya apropiadamente un conocimiento sobre el tema, puesto que el objetivo principal de la enseñanza de la probabilidad debe ser lograr que el alumno reconozca y entienda los fenómenos aleatorios para comprender y manejar modelos matemáticos probabilísticos…." (González, 1995, p.9), como puede ser el caso de la distribución binomial.

La estadística es un buen vehículo para alcanzar las capacidades de comunicación, tratamiento de información, resolución de problemas, uso de computadoras y trabajo cooperativo y en grupo, a las que se dan gran importancia en los nuevos currículos, sin embargo la investigación sobre la didáctica de la estadística es aún escasa, en comparación con otras ramas de las matemáticas.
En general para la distribución Binomial, "….los problemas y los ejercicios técnicos de los libros de texto, sólo suelen concentrarse en los conocimientos técnicos…." (Batanero, 1994, p.528).

Batanero (1994), menciona que:

- La estadística ha recibido hasta la fecha menos atención que otras ramas de las matemáticas. La mayor parte de la investigación se ha llevado a cabo en situaciones experimentales, en lugar de situaciones escolares.

- Muchos estudios se centran en niños muy pequeños o estudiantes de universidad, siendo escasa la investigación en las edades 11 a 17 años.
- Las primeras investigaciones en el campo han sido efectuadas por psicólogos en lugar de educadores matemáticos, aunque está empezando a cambiar.

El interés que fundamenta la investigación de la propuesta didáctica, es reconocible en principio por que: "….hay muchas distribuciones discretas de probabilidad, pero quizás la más importante por sus numerosas aplicaciones en problemas empíricos y por el papel que juega en la comprensión de otros temas estadísticos, es la distribución binomial, desarrollada por Jacob Bernoulli y publicada en 1713…." (Magaña, 1994, p.180).

Existen trabajos e investigaciones que anteceden está propuesta didáctica, no particularmente en la temática e incluso en el nivel medio superior, pero si en referencia a otros temas centrales de los cursos de una estadística básica que aparecen en el currículo de todas las escuelas a nivel medio superior del país, y que se fundamentan en el uso de un recurso tecnológico.

Una investigación importante, como herramienta utilizada en el salón de clases y su impacto en la comprensión de los estudiantes, la realizo Mills (2002) y aquí efectuó una revisión, publicada de 1983 al 2000, sobre métodos de simulación computacional en la enseñanza de la estadística, encontró que había 178 referencias en diferentes bases de datos usando la palabra "statics" y "simulation", 18 de las cuales estaban estrictamente relacionados con la enseñanza y aprendizaje de la estadística mediante métodos de simulación por computadora, y sólo una de ellas proporcionaba resultados empíricos de investigación. Esto indica que pocos son los investigadores que aportan resultados acerca de su implementación en el salón de clases.

Los conceptos en los que se utiliza con mayor frecuencia la computadora, encontrados en la investigación de Mills (2002), son análisis de regresión lineal, distribución binomial, distribuciones muestrales, distribución t, teorema de límite central, intervalos de confianza, prueba de hipótesis y encuestas por muestreo.

Entre sus resultados destaca lo siguiente:

1. Los métodos de simulación están siendo usados en todas las áreas de la estadística para ayudar a los estudiantes a comprender conceptos difíciles.

2. El consenso global fue de que los métodos de simulación, ya sea física o con computadora, aparecen para facilitar la comprensión de los estudiantes de conceptos difíciles o abstractos.
3. Una de las mayores desventajas evidentes en la literatura fue la falta de investigación teórica y empírica que apoye tales recomendaciones.

Por estos motivos se considera que, la formación de conceptos de probabilidad y la cabal comprensión de algunos teoremas son procesos laboriosos y de lenta gestación, el desarrollo de actividades experimentales principalmente a través de la simulación, utilizando tablas de números aleatorios, actividades formalizadas con el azar por ejemplo con fichas y dados, que son recomendables para estudiantes adultos que no hayan vivido una iniciación sistemática a la probabilidad antes de ir a la universidad.

Por lo que, es importante reconocer que este tipo de actividades normalmente no se realizan con frecuencia en nuestra práctica docente. Esto se presupone porque los materiales y/o libros de texto utilizados a menudo, casi no se incluyen actividades de este tipo y en los pocos casos que si lo hacen, no presentan reportes registrados de un análisis de resultados del cual se tenga conocimiento.

En cuanto a la importancia, utilidad y repercusiones posteriores que la temática puede ofrecer, se menciona que:
"….existen muchas situaciones modeladas por una distribución binomial, cuyo cálculo requiere la aproximación normal para valores grandes de su parámetro *n*. Su interés didáctico reside en la posible dificultad de aceptar que una distribución discreta (binomial) pueda aproximarse mediante una distribución continua (normal). Aunque la muestra participante está formada por estudiantes de ingeniería, este tema se incluye casi sin excepción en los cursos de estadística de cualquier carrera universitaria, por lo que pensamos los resultados podrían generalizarse a otros estudiantes…." (Batanero, 2000 b, p. 2).

La aproximación normal a la distribución binomial es un caso particular del teorema central del límite cuyas dificultades de comprensión han sido escasamente analizadas, a pesar de su importancia en estadística.

Con lo cual, se considera que: "….los estudiantes de los cursos de introducción a la estadística en la universidad no poseen un bagaje matemático suficiente para un estudio formal de los temas de probabilidad e inferencia estadística. Muchos de estos estudiantes no dominan el cálculo y son pocos los que dominan las ideas básicas de probabilidad. Necesitamos encontrar métodos intuitivos para introducir ideas básicas de inferencia estadística a estos estudiantes, posiblemente con la ayuda de las simulaciones de un ordenador. Debemos de explorar la mejor forma de usar estos métodos y hasta que grado pueden los estudiantes desarrollar los conceptos y el uso de herramientas estadísticas para la solución de problemas…." (Batanero, 2000 b, p. 3).

Se ha considerado que las calculadoras y las computadoras, son herramientas esenciales para enseñar, aprender y hacer matemáticas, ya que proporcionan imágenes visuales de ideas matemáticas, facilitan la organización y el análisis de datos, se hacen cálculos con eficacia y exactitud, además ayuda a los alumnos a centrar su atención a tomar decisiones, reflexionar, razonar y resolver problemas.

Hasta el momento no se tiene el reporte de materiales didácticos que incluyan estos dos enfoques del calculo de probabilidades, en conjunto para el desarrollo del tema, sin embargo, existe una gran variedad de libros, textos, y materiales de trabajo elaborados por colegas de diferentes instituciones, que optan en general por desarrollar actividades en base al enfoque clásico.

Pocos resultados de investigación se han publicado acerca de la efectividad de las actividades de simulación para mejorar la comprensión y el razonamiento de los estudiantes, y en particular en estudios y/o investigaciones aplicadas con estudiantes del nivel medio superior; a pesar de las ventajas que se le atribuyen al enfoque de simulación computacional, el cual se apoya en el enfoque frecuencial de la probabilidad,

Así que, un respaldo para las consideraciones conceptuales que guiaron la elaboración de la propuesta didáctica, están expuestas en:

"….Los experimentos aleatorios pueden ser representados por modelos matemáticos: simbólicos (como el diagrama de árbol) y concretos (como las urnas). Así mismo los modelos computacionales tienen esta doble naturaleza: son modelos simbólicos (lenguaje utilizado) y concretos (maquina real). Por lo tanto, la simulación puede utilizarse como método para resolver problemas de probabilidad; al igual que un profesional o para proporcionar un ambiente de exploración…." (Biehler, 1991, en Salado, 2003, p.25).

Bielher (1991) afirma que para trabajar con la simulación son necesarias cuatro fases:

1. Formular el modelo.
2. Simular el modelo.
3. Analizar los resultados de la simulación y
4. Validar el modelo.

En la fase 1 el estudiante tiene que idear como simular el experimento aleatorio y la interpretación de la simulación. Por ejemplo, si va a estimar el género de 20 recién nacidos con un volado, tiene que aclarar cómo interpretar el resultado del volado (águila = hombre y sol = mujer).

En la fase 2 son llevadas a cabo las repeticiones del experimento en forma simulada.

En la fase 3 los estudiantes pueden agrupar o clasificar los resultados obtenidos y calcular la frecuencia relativa (probabilidad frecuencial) de algún evento de interés.

En la fase 4 el estudiante analiza si el modelo fue el adecuado y los resultados obtenidos están próximos a la probabilidad teórica, hacen conjeturas y las comprueban.

En general desde los niveles básicos de la educación, la enseñanza esta centrada en introducir al alumno imaginariamente con el lanzamiento de monedas, dados, problemas combinatorios de rifas, urnas y ruletas. En una segunda etapa se retoman estos mismos problemas expresándolos en conjuntos y de ahí se establecen formulas del calculo de probabilidades. La forma de abordarlos es meramente expositiva, con poca simulación real, con manejo de pocos datos reales.

1.2 Objetivos de la investigación.

El propósito específico de la educación matemática como campo de investigación, como lo señala Godino y Batanero (1988), es el estudio de los factores que inciden en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como el desarrollo de programas de mejora de dichos procesos. Uno de estos factores que mayor importancia esta teniendo hoy en día es el uso de herramientas computacionales.

Estas herramientas poseen el potencial de cambiar las prácticas matemáticas de los estudiantes cuando resuelven un problema, el contenido y la forma de trabajar (Dörfler, 1993), por lo que existe la necesidad de investigar el efecto que estas herramientas tienen en la actividad cognitiva de los estudiantes.

En esta propuesta se considera la noción de Distribución de Probabilidad, como el eje en torno al cual deberán construirse los conceptos y métodos propios del tema y de acuerdo con ello, la construcción de los conocimientos subyacentes a esta unidad serán coordinados por medio de secuencias didácticas.

Se persigue propiciar la claridad y necesidad del uso de modelos matemáticos que amplían la diversidad del comportamiento de los fenómenos aleatorios inmersos de situaciones cotidianas, además de ejemplificar y visualizar la utilidad que facilita la operatividad con los recursos que generalmente cuenta un profesor de asignatura o que va iniciando en el terreno de la docencia.

Detectar las dificultades de comprensión de textos, lenguaje matemático, desarrollo de instrucciones, entre otros aspectos, obtener elementos que modifiquen y comprometan nuestra actividad diaria hacia una constante formación docente.

Fomentar actividades que permitan despertar interés y relación de la estadística mediante un recurso tecnológico, explorando sus productos y repercusiones.

Con este proyecto se pretende diseñar y elaborar secuencias didácticas, para que los estudiantes logren aprendizajes significativos que en una etapa de su vida profesional apliquen y pensando que están en la etapa terminal del ciclo del nivel medio superior y estén provistos de las herramientas básicas en el estudio del modelo de Distribución Binomial, que se ubica en los contenidos y aprendizajes del Plan y los Programas de Estudio del bachillerato del CCH-UNAM, en la materia de Estadística y Probabilidad II.

1.3 Justificación de la temática.

Partiendo de una supuesta sencillez de la temática, se activa el interés de proponer una secuencia didáctica que permita visualizar los elementos y conocimientos que serán significativos, hacia un entendimiento de las problemáticas y evitar las concepciones erróneas que normalmente se observan en el aula en el desarrollo y evaluación de la temática.

Por lo general, estamos acostumbrados a medir los resultados o a cuantificar el grado de aprendizaje por medio de calificaciones consistentes en números, por medio de pruebas ó exámenes que son los instrumentos más utilizados en la evaluación escolar, con lo que se intenta verificar el grado de rendimiento o aprendizaje logrado por los aprendices. Sin embargo, al hacer una práctica común de dicha evaluación, queda claro que:

"….por medio de dicha evaluación, sólo se obtiene información sobre el grado de aciertos a reactivos respondidos por los alumnos, mientras que las causas, fallas, así como posibilidades de retroalimentación y orientación quedan seriamente limitadas…." (Díaz, 2002, p. 379).

Por ello se propone una evaluación que no este centrada en un proceso de aplicación de exámenes o pruebas, en su lugar se diseñaron actividades en las que se puedan observar los avances, los elementos de significado y evolución, con reactivos y/o instrumentos, que puedan analizarse conforme al momento y tipo de evaluación, consideradas como previa, formativa y sumativa. Esto permitirá, como lo señalan Godino y Batanero (1987), cumplir con:

"….la didáctica debe orientar al profesor acerca de las conexiones entre la Matemática y la fenomenología correspondiente. Detrás de cada situación didáctica hay una idea matemática (una estrategia, una propiedad) y viceversa, cada idea tiene una relación más o menos patente con la realidad…."(Godino y Batanero, 1987, p. 143).

Diseñar actividades y materiales de apoyo que implican un proceso didáctico sustentadas por la aportación en la enseñanza en el campo de conocimientos de las matemáticas, en particular de la Estadística y Probabilidad, justifica el desarrollo de conocimientos que sean significativos y permitan dar la interconexión con temáticas anteriores y posteriores en el diseño de las actividades de está investigación, en un marco teórico que consolide y fundamente la labor académica, en principio del bachillerato del C.C.H., así como parte de aportación hacia colegas de instituciones en general del nivel medio superior. En estas actividades se debe:

"….buscar relaciones entre problemas y situaciones: si varios problemas conducen a un mismo resultado es importante identificar las causas, lo que puede conducir, por ejemplo, a una representación común. La búsqueda de lo esencial entre problemas, contextos, representaciones, etc., es para Freudenthal (1991) un raso primordial de la actividad de la matematización…." (Batanero, 1994 b, p. 105).

Conectar los conocimientos teóricos con el uso de un recurso tecnológico, para hacer de este el uso mas frecuente en las aulas implica un esfuerzo de preparación y utilización de materiales que constantemente modifiquen la cotidiana y tradicional enseñanza.

Esto se orienta en evitar el uso o práctica de ideas, conceptos y los métodos matemáticos que se enseñan de una manera fragmentada, teniendo en el mejor de los casos la esperanza de que la suma de todos esos fragmentos se constituya en conocimiento efectivo de los receptores, lo que en la realidad ocurre raras veces. Esta fragmentación, no sólo debida a un supuesto "desarrollo de la estructura cognitiva" del aprendiz, sino también en paralelo a la fundamentación lógico-deductiva de las teorías matemáticas, se observa en la organización semestral de los contenidos matemáticos del Programa y los Planes de Estudios. Más aún, se asume que al destacar "problemas de aplicación" a lo largo de esta fragmentación el contenido de los aprendizajes será contextualizado eficientemente, lo cual, facilitará la asimilación del aprendiz.

Capítulo 2.

Marco Conceptual.

Capítulo 2. Marco Conceptual.

En la descripción de la problemática mencionamos que la enseñanza en los cursos de estadística sigue el enfoque clásico de la teoría de probabilidad, en la presente propuesta no se excluye está parte de enseñanza; por el contrario se pretende complementar con la concepción y aplicación del enfoque frecuencial de la teoría de probabilidad, como un recurso para la simulación física y en computadora. Exponemos el contenido y aprendizajes de las actividades de la propuesta didáctica, el marco conceptual que sustenta el diseño de cada una de las actividades, así como la evaluación considerada en la aplicación y en el análisis de resultados.

2.1 Descripción de contenidos y aprendizajes de la propuesta didáctica.

La propuesta didáctica, está conformada por nueve actividades (Act.), las cuales se muestran a continuación, así como el resumen del contenido temático y los aprendizajes que se propone observar en cada una de estas.

Act.	Contenidos	Propósitos y/o Aprendizajes.
1	Concepto de función. Concepto de Distribución de probabilidad. Concepto clásico de probabilidad.	Comparar, reflexionar y relacionar las concepciones sobre función y/o distribución de probabilidad y su relación.
2	Experimentos aleatorios. Experimentos binomiales o de Bernoulli.	Conocer las condiciones que satisfacen un experimento binomial.
3	Representación de un experimento aleatorio (diagrama de árbol, espacio muestral). Variable aleatoria. Calculo de probabilidades conforme al enfoque clásico de un experimento binomial. Construcción de la distribución de probabilidad.	Justificar el uso de un modelo matemático para el cálculo y/o construcción de una Distribución de Probabilidad en un experimento binomial.

Act.	Contenidos	Propósitos y/o Aprendizajes.
4	Variable aleatoria binomial. Calculo de probabilidades en experimentos binomiales. Solución de problemas de distribución binomial. Representación grafica de la distribución de probabilidad.	Familiarizarse con la distribución Binomial Comprender y entender la notación de la estructura del modelo matemático.
5	Notación y ejemplificación de cuantificadores lógicos para el cálculo de probabilidades puntuales o en intervalos de la variable aleatoria discreta.	Establecer la representación y/o utilización del lenguaje matemático para el cálculo de probabilidades. (Uso de cuantificadores de inferencia lógica).
6	Variable aleatoria binomial. Aplicaciones de la Distribución Binomial. Representación Grafica de la distribución de Probabilidad.	Presentar problemas en los que el alumno utilice el modelo matemático que permite construir la Distribución de Probabilidad Binomial y representación grafica. Uso de la distribución binomial para resolver problemas.
7	Parámetros de la distribución binomial.	Calculo de la media, varianza y desviación estándar de una Distribución de probabilidad binomial.
8	Parámetros de la distribución Binomial Variable aleatoria binomial. Simulación física de un experimento binomial. Calculo de probabilidades por medio del enfoque frecuencial. Simulación por computadora de un experimento binomial. Aplicaciones y representación grafica de la Distribución Binomial.	Recapitular las condiciones que satisfacen los experimentos binomiales. Conocer y utilizar el calculo de probabilidades conforme al enfoque frecuencial. Representar gráficamente la distribución de probabilidad. Calcular el valor esperado o media y desviación estándar.

Act.	Contenidos	Propósitos y/o Aprendizajes.
9	Experimento binomial Variable aleatoria Parámetros Aplicaciones	Conoce las condiciones que satisfacen los experimentos binomiales. Calcula probabilidades en experimentos binomiales. Representa gráficamente la distribución de probabilidad. Calcula el valor esperado o media y la desviación estándar de una distribución de probabilidad. Aplica la distribución Binomial en la resolución de problemas.

2.2 Descripción de las estrategias consideradas en las actividades.

Consideramos adecuado realizar una descripción breve del contenido temático implícito en cada una de ellas, para el tema de Distribución Binomial y el aprendizaje que se propone observar, así como las estrategias utilizadas en cada sesión, con la intención de justificar cada actividad.

Contenidos	Propósitos y/o Aprendizajes.	Estrategias
Actividad 1. Concepto de función. Concepto de Distribución de probabilidad. Concepto clásico de probabilidad.	Comparar, reflexionar y relacionar las concepciones sobre función y/o distribución de probabilidad y su relación.	Mapa conceptual. Preguntas abiertas.
Actividad 2. Experimentos aleatorios. Experimentos binomiales o de Bernoulli.	Conocer las condiciones que satisfacen un experimento binomial.	Pistas tipográficas. Preguntas intercaladas. Preguntas abiertas.

Contenidos	Propósitos y/o Aprendizajes.	Estrategias
Actividad 3. Representación de un experimento aleatorio (diagrama de árbol, espacio muestral). Variable aleatoria. Calculo de probabilidades conforme al enfoque clásico de un experimento binomial. Construcción de la distribución de probabilidad.	Justificar el uso de un modelo matemático para el cálculo y/o construcción de una Distribución de Probabilidad en un experimento binomial.	Solución de problemas. Multireactivos.
Actividad 4. Variable aleatoria binomial. Calculo de probabilidades en experimentos binomiales. Solución de problemas de distribución binomial. Representación grafica de la distribución de probabilidad.	Familiarizarse con la distribución Binomial Comprender y entender la notación de la estructura del modelo matemático.	Completado de texto. Pistas tipográficas.
Actividad 5. Notación y ejemplificación de cuantificadores lógicos para el cálculo de probabilidades puntuales o en intervalos de la variable aleatoria discreta.	Establecer la representación y/o utilización del lenguaje matemático para el cálculo de probabilidades. (Uso de cuantificadores de inferencia lógica).	Completado de texto.
Actividad 6. Variable aleatoria binomial. Aplicaciones de la Distribución Binomial. Representación Grafica de la distribución de Probabilidad.	Presentar problemas en los que el alumno utilice el modelo matemático que permite construir la Distribución de Probabilidad Binomial y representación grafica. Uso de la distribución binomial para resolver problemas.	Modelamiento. Solución de problemas. Multireactivos.
Actividad 7. Parámetros de la distribución binomial.	Calculo de la media, varianza y desviación estándar de una Distribución de probabilidad binomial.	Modelamiento. Solución de problemas.

Contenidos	Propósitos y/o Aprendizajes.	Estrategias
Actividad 8. Parámetros de la distribución Binomial Variable aleatoria binomial. Simulación física de un experimento binomial. Calculo de probabilidades por medio del enfoque frecuencial. Simulación por computadora de un experimento binomial. Aplicaciones de la Distribución Binomial. Representación Grafica de la distribución de Probabilidad.	Recapitular las condiciones que satisfacen los experimentos binomiales. Conocer y utilizar el calculo de probabilidades conforme al enfoque frecuencial. Representar gráficamente la distribución de probabilidad. Calcular el valor esperado o media y desviación estándar.	Completado de texto. Preguntas intercaladas. Simulación. Uso de la tecnología.
Actividad 9. Experimento binomial Variable aleatoria Parámetros Aplicaciones	Conoce las condiciones que satisfacen los experimentos binomiales. Calcula probabilidades en experimentos binomiales. Representa gráficamente la distribución de probabilidad. Calcula el valor esperado o media y la desviación estándar de una distribución de probabilidad. Aplica la distribución Binomial en la resolución de problemas.	Completado de texto. Preguntas intercaladas. Resolución de problemas. Multireactivos. Uso de la tecnología.

En cuanto a las estrategias de enseñanza para alcanzar los aprendizajes propuestos en el Programa del Colegio de Ciencias y Humanidades, se plantearon las actividades haciendo uso de mapas conceptuales, cuestionario abierto, preguntas intercaladas, pistas tipográficas, completado de textos, multireactivos, simulación física y uso de la tecnología, todos ellos enfocado a la resolución de problemas. Pensamos que debíamos describir la conceptualización de cada una de estas estrategias de enseñanza y aprendizaje, que creemos nos permitirán alcanzar los objetivos de las actividades.

2.3 Descripción de las estrategias de enseñanza y aprendizaje.

Las actividades se diseñaron secuencialmente respecto al desarrollo de los conocimientos sobre el tema, ya que las nociones adquiridas en una sesión son fundamentales para la siguiente, de tal forma que se instrumentalizaron actividades en el desarrollo conocimientos teóricos, conforme al enfoque clásico de probabilidad, complementando con actividades fundamentadas al enfoque frecuencial, como soporte la simulación física y el uso de la computadora con el software Dinámico de Estadística Fathom. Por lo que se considera que:

"….las teorías de aprendizaje aceptadas con mayor generalidad enfatizan el papel de la resolución de problemas, de la actividad del alumno en la construcción del conocimiento, así como la formulación (lenguaje matemático), validación (demostración y razonamiento de las ideas matemáticas) e institucionalización (puesta en común; acuerdo social en la construcción del conocimiento). El profesor no es ya un transmisor del conocimiento, sino un gestor de este conocimiento y del medio (instrumentos, situaciones) que permitan al alumno progresar en su aprendizaje…." (Batanero, 2000 a, p. 7).

Las estrategias de enseñanza y aprendizaje recurrentes en nuestra planeación y aplicación de la propuesta didáctica, las describimos a continuación.

2.3.1 Mapas conceptuales.

De acuerdo a la postura de Novak & Gowin (1999), los mapas conceptuales, pueden ser empleados como una técnica de estudio y como herramienta para el aprendizaje, ya que permiten al docente explorar con sus alumnos los conocimientos previos que tienen frente a un tema específico, además su elaboración le permite al alumno organizar, interrelacionar y fijar el conocimiento adquirido, fomentando la reflexión, el análisis y la creatividad; además de ser una técnica de estudio. Los mapas conceptuales**,** según Novak & Gowin (1999):

"….tienen por objeto representar relaciones significativas entre conceptos en forma de proposiciones. Una proposición consta de dos o más términos conceptuales unidos por palabras para formar una unidad semántica…."

Los mapas conceptuales también pueden ser empleados como una representación gráfica o esquemática de un tema específico, en ellos, todo el conocimiento esta organizado y representado, situando los conceptos más generales e inclusivos en la parte superior del mapa y los menos inclusivos en la parte inferior del mismo.

Los mapas conceptuales ayudan a desarrollar entre otras las siguientes destrezas cognitivas:

(i) Las conexiones con ideas previas, tanto al inicio del proceso, como después de su conclusión.

(ii) La capacidad de inclusión, dada la jerarquización de los conceptos y el nivel que implica su relación.

(iii) La diferenciación progresiva entre conceptos.

(iv) La integración de nuevos conceptos a través de relaciones cruzadas válidas entre ellos.

En la propuesta didáctica este recurso solo se utilizo de manera introductoria y/o de conocimiento previo, no como actividad propia del alumno, puesto que se construyo por el profesor, pero se coordino con la participación de los alumnos.

2.3.2 Pistas tipográficas.

Son recursos de edición tipográficos que se ajuntan al discurso y que pueden ser empleados por el autor o diseñador para destacar ideas o conceptos que juzgan como relevantes. De acuerdo a Hartley (1996) y Díaz (2002, p.155) el uso de distintos tipos (negrillas, cursivas, etcétera) y tamaños de letras. Empleo de títulos y subtítulos. Subrayados o sombreados de contenidos principales (palabras clave, ejemplos, definiciones, etcétera).

"….Las señalizaciones intratextuales son aquellos recursos lingüísticos que utiliza el autor o diseñador de un texto, dentro de las posibilidades que le permite su discurso escrito, para destacar aspectos importantes del contenido temático…." (Díaz, 2002, p.153).

Recursos de edición tipográficos que se unen al discurso y que pueden ser empleados por el autor o diseñador para destacar ideas o conceptos que juzgan como relevantes.

Las señalizaciones extra textuales son:

Uso de distintos tipos (negrillas, cursivas, etcétera) y tamaños de letras.

- Empleo de títulos y subtítulos.
- Subrayados o sombreados de contenidos principales (palabras clave, ejemplos, definiciones, etcétera).

Una parte ejemplificada de este recurso se muestra a continuación:

CARACTERÍSTICAS DE UN EXPERIMENTO DE BERNOULLI.

Un experimento de Bernoulli en general tiene las siguientes características:

- Un número **n** fijo de **repeticiones.**
- En cada repetición existen sólo **dos** posibles **resultados** (éxito ó fracaso).
- En cada repetición como los eventos son independientes, existe la misma probabilidad de éxito (**p**), que probabilidad de fracaso (**q**), por lo tanto **p + q = 1**.
- La variable aleatoria que genera el experimento, se define como **el número de éxitos de ´x´ en ´n´ repeticiones**, la variable aleatoria define sus valores discretos dependiendo del número de veces que se realiza el experimento aleatorio.

Este recurso se empleo en los materiales impresos de las actividades 2, 5 y 6.

2.3.3 Preguntas.

El uso de las preguntas, fue un recurso utilizado constantemente en el diseño de las actividades.

"….Las habilidades eficaces para interrogar se encuentra entre las capacidades más valiosas que tiene un profesor y entre ellas las más difíciles de desarrollar…." (Woolfook, 2006, p. 447).

En general las preguntas propuestas en las actividades se formularon conforme a la motivación del pensamiento sobre los objetivos del dominio cognoscitivo, en diferentes niveles taxonómicos (clasificación en términos de la taxonomía de Bloom), los cuales son:

- Conocimiento (recordar): el tipo de pensamiento esperado es recordar o reconocer la información tal como se aprendió. Por ejemplo en la actividad 1, se realizo la siguiente pregunta: ¿Qué es una función?
- Comprensión (entender): el tipo de pensamiento esperado es demostrar la comprensión de los materiales, transformar, reorganizar e interpretar. Por ejemplo en la actividad 2, se realiza la pregunta: ¿por qué 6, ó 7, u 8, ó cualquier otro valor, no podrían ser valores de la variable?
- Aplicación (utilizar): el tipo de pensamiento esperado, se basa en utilizar información para resolver un problema que tiene una sola respuesta correcta. Por ejemplo en el problema 2, actividad 6, se pregunta: ¿Cuál es la probabilidad de que germinen menos de la mitad?
- Análisis (razonar): el tipo de pensamiento esperado es el crítico, identificar razones y motivos; hacer inferencias con datos específicos; analizar conclusiones para ver si están sustentadas con evidencias. Por ejemplo en el pregunta f, actividad 3, se cuestiona: ¿que pasara?, si en lugar de que sólo el examen consista en responder 2 preguntas, ahora el ejercicio se hace con 10 preguntas, ¿Qué inconvenientes se tendría?
- Síntesis (crear): el tipo de pensamiento esperado es el divergente y original; plan, propuesta, diseño o historia originales. Por ejemplo en el pregunta 1, actividad 10, con relación a la actividad práctica se plantea y se cuestiona: En un grupo de Estadística se encontró que 7 de cada 10 alumnos tienen computadora en casa. Se eligen 5 alumnos al azar. Indica cuál es la probabilidad de que tengan computadora en su casa al menos 2 alumnos.

Describe: ¿como calcularías esta probabilidad (simulación física)?

- Evaluación (valorar): el tipo de pensamiento esperado es conforme a juzgar los méritos de las ideas, dar opiniones, aplicar estándares.

Las intenciones y criterios con que se formularon cada una de las preguntas en la propuesta didáctica, no son únicas o de una determinada actividad, sino que en su diversidad y momento se pueden considerar de la siguiente forma:

Para la actividad 1 se formulo un cuestionario en general con preguntas de conocimiento, el cual, también puede ser señalado como un **Interrogatorio dirigido**, por que permite el rastreo concreto de determinados conocimientos (previos, en desarrollo o consolidados) de manera directa, así como la retroalimentación sobre alguna actividad o contenido, además propicia la actualización de la información necesaria para la enseñanza de nuevos contenidos del alumno.

En las actividades 2, 8 y 9, por el momento y lugar de las preguntas, se consideran los niveles taxonómicos antes mencionados, estratégicamente conocidas como: **Preguntas intercaladas.**

"….Las preguntas intercaladas, como su nombre lo indica, se van insertando en partes importantes del texto de cada determinado número de secciones ó párrafos, de modo que los lectores las contestan a la par que van leyendo el texto…." (Díaz, 2002, p.175).

El efecto esperado por el alumno es permitir que practique y consolide lo que ha aprendido, mejorando la codificación de la información relevante.

Cook y Mayer (1983), señalan que las preguntas intercaladas favorecen los procesos de:

a) Focalización de la atención y decodificación literal del contenido.
b) Construcción de conexiones internas (inferencias y procesos constructivos).
c) Construcción de conexiones externas (uso de conocimientos previos).

"….Al mismo tiempo que se introducen las preguntas, se le puede ofrecer al aprendiz retroalimentación correctiva (es decir, se le informa si su respuesta a la pregunta es correcta o no y por qué). En ese sentido, las preguntas intercaladas también pueden ayudar a supervisar el avance gradual del lector-estudiante, cumpliendo funciones de evaluación formativa….” (Díaz, 2002, p.176).

Se hacen a lo largo de un texto instruccional y tiene como intención facilitar el aprendizaje. La diversidad de las preguntas respecto a las actividades, implico utilizar otros recursos didácticos en la planeación de la propuesta didáctica, que a continuación se mencionan.

2.3.4 Modelamiento.

Woolfook considera que el modelamiento provoca: “Cambios en el comportamiento, el pensamiento o las emociones, que ocurren mediante la observación de otro individuo (un modelo)”. También afirma que “el modelamiento se aplica deliberadamente en el salón de clases para enseñar habilidades mentales y para ampliar horizontes, es decir, para enseñar nuevas formas de pensamiento” y “cuando se aplica de manera reflexionada, el modelamiento constituye un medio efectivo para enseñar nuevas conductas….” (Woolfook, 2006, p. 320).

Las actividades 6 y 7 son las que principalmente involucran el uso de esta estrategia, aunque no excluye la posibilidad de ejercer la estrategia en las demás actividades a pesar de que no este planeado.

2.3.5 Completado de texto.

Es una serie de oraciones transformadas en cuestiones intencionalmente incompletas, cuyo mecanismo consiste en escribir en el espacio que se encuentra al final, la o las palabras que completan correctamente el cuestionamiento. (Rodríguez, 2005, p. 286).

Por ejemplo en la activad 2, en las primeras preguntas, se tiene:

1) Se observa que el experimento aleatorio se realiza 5 veces, pues son 5 artículos que se seleccionan de uno en uno, ¿cuantas veces se realiza el experimento b?
2) En cada resultado existen dos resultados posibles: defectuoso o no defectuoso (inciso a), para el inciso b, ¿cuantos y cuales son los posibles resultados del experimento?

Así que, este recurso se utilizo en las actividades 2, 4, 5, 8 y 9.

2.3.6 Multireactivos.

Permitir secuenciar un procedimiento de la solución de un problema, es una de las ventajas que posibilita la utilización de esta estrategia de aprendizaje, además de que conforma una batería de por lo menos de tres tipos de reactivos diferentes.

"…. Instrumento formal conformado por reactivos con respuestas únicas, es decir, los reactivos que la conforman no se evalúan con base a juicios o interpretaciones personales. Es útil en contenidos declarativos y procedimentales, demás de ser factible en las modalidades de evaluación diagnostica, formativa y sumativa…." (Cruz, 2007, p. 88).

En las actividades 3, 6 y 9, se aplico el uso de este instrumento ya que se incluyen reactivos de complementación, datos de identificación de texto, respuestas breves y representaciones graficas.

2.3.7 Uso de la tecnología.

Durante los últimos años, el avance tecnológico en la sociedad, ha provocado cambios significativos en la manera de expresarse de las personas. La educación no ha escapado al impacto que ha provocado las herramientas tecnológicas, es por ellos que el proceso de enseñanza de las matemáticas debe ir sufriendo modificaciones (Santos, 2003).

De acuerdo con Alfaro, Alpizar, Arroyo, Gamboa e Hidalgo (2004):
La educación debe ir de la mano con la incursión de la tecnología en la sociedad. Para ello, es necesario que el sistema educativo propicie los medios para que la enseñanza y el uso de recursos

tecnológicos logren integrarse en el salón de clases, crear ámbitos idóneos y dinámicos que favorezcan las condiciones del aprendizaje del alumno.

Ante el constante cambio social que implica una tecnificación de nuestras tareas cotidianas, los investigadores y docentes, no se pueden quedar atrás y llevar la tecnología a sus campos de acción. El software y las herramientas tecnológicas introducen nuevas representaciones, cambian la forma en la que trabajamos con los objetos estadísticos y el tipo de problemas a los que los estudiantes se enfrentan en la clase.

La evolución del aprendizaje del estudiante de las matemáticas depende de la situación del medio en que se desarrolla. La presencia de la tecnología en el aula se convierte en una herramienta capaz de aportar a las clases de matemáticas sistemas de representación que puedan ser utilizados para la visualización y experimentación de conceptos importantes; esto refuerza las estrategias para la resolución de problemas.

"….en particular, el empleo de la tecnología puede favorecer la explotación de casos donde cambien los datos iniciales del problema o se busquen posibles extensiones…." (Santos y Sepúlveda, 2003).

Algunos autores consideran que: con un uso apropiado de la tecnología, los estudiantes peden aprender más matemáticas y con mayor profundidad (Dunham y Dick 1994; Sheets 1994; Rojano 1996; Groves 1994). Se sugiere que:

"….la tecnología no debería utilizarse como un sustituto de los conocimientos e intuiciones básicos, sino que puede y debería usarse para potenciarlos, la tecnología enriquece el aprendizaje de las matemáticas…." (NCTM, 2000, p. 26).

De acuerdo con NCTM (2000) y Santos (2001) las calculadoras y las computadoras, son herramientas tecnológicas importantes para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ya que por medio de estos instrumentos se pueden generar imágenes visuales; estas facilitan la organización y el análisis de los datos y realizan cálculos de manera simple y ordenada. Conforme al diseño de las actividades, se tomo en cuenta la simulación con el uso de la tecnología en las dos últimas actividades de la propuesta didáctica.

El trabajo de Lock (2002) está apoyado en el programa Fathom en el que intenta proveer un conveniente ambiente para que el instructor desarrolle demostraciones efectivas con ejemplos de ilustraciones dinámicas y la discusión de cómo Fathom puede ser usado para alentar la exploración de los estudiantes. El autor define que otros paquetes computacionales pueden en cierta forma, permitir colaborar con las demostraciones de los problemas propuestos, pero, que Fathom provee un especial, conveniente y poderoso ambiente para implementar ideas.

El calculo de probabilidades de acuerdo al enfoque frecuencial, no es común en la mayoría de las aulas, incluso el calculo de probabilidades en general están considerado exclusivamente teórico y en particular el uso del modelo matemático nos limita al uso de la calculadora o tablas.

El contar con un paquete que simula la realización de un experimento aleatorio con una cantidad relativamente grande y considerable de repeticiones, y tomando en cuenta que el realizarlo físicamente con pocas repeticiones el tiempo de realización no es problemático, pero a medida que se incrementa el numero de veces que se realiza el experimento aleatorio, o las repeticiones, cabe señalar que en el programa se modifica conforme a la muestra, lo que genera un acercamiento y la validez de la importancia de la simulación,; está característica del programa permite hacer esa revisión y comparación en minutos para observar una proximidad de los resultados teóricos, que se podrían obtener.

El uso de herramientas tecnológicas, en la enseñanza de la estadística, no es considerado como la meta de su aprendizaje, sino que contribuye a la construcción de los significados de conceptos básicos y en el establecimiento del sentido de los datos, tomando como base la facilidad de realizar diversas representaciones de los datos (Ben-Zvi, 2000).

En la actividad 8, sección C y en la segunda parte de la actividad 9, se utiliza este recurso didáctico, a través de secciones prácticas por computadora con el uso del software dinámico Fathom. Respecto al diseño de las prácticas, se tomo como base el trabajo realizado por algunos profesores del Colegio de Ciencias y Humanidades, los cuales autorizaron el uso, adecuación y práctica de las actividades propuestas en esta investigación. El material antecedente al que me refiero es: Estadística y Probabilidad II. Variable aleatoria y Binomial. Roberto Ávila Antuna e Isabel Castillo Uribe. C.C.H. Vallejo., Mexico, D.F., 2007.

2.3.7.1 Simulación.

De acuerdo con Gottfried (1984) la simulación es una actividad mediante la cual se pueden extraer conclusiones acerca del comportamiento de un sistema dado, estudiando el modelo cuyas relaciones causa y efecto son las mismas ó similares a las del sistema original. En nuestro caso, centramos esta idea sobre la simulación aleatoria, en la cual el sistema al que se refiere Gottfried, consiste en situaciones que contienen elementos de incertidumbre (situaciones aleatorias).

Un recurso que complementa la concepción del enfoque frecuencial en la propuesta, se refiere a la simulación física del experimento aleatorio propuesto en la actividad 8, sección B.
El calculo de probabilidades mediante el enfoque frecuencial, es un antecedente que en parte sustentan esta propuesta, en el aula como en casa, el alumno puede realizar simulaciones físicas sencillas, que le permitan tener noción del enfoque y la relación con la otra forma en la realizamos simulaciones con el uso de la computadora, como las que se proponen en las prácticas en las actividades 8 y 9.

Señala Biehler (1991), que los programas de computadora permiten ampliar los modelos de probabilidad a nuevos dominios vía modelos más complejos y más realísticos; además de dos aspectos de la enseñanza de probabilidad en los que la tecnología computacional con una metodología pedagógica apropiada puede ser de gran apoyo. Estos son la "carencia de experiencia" y como "puente concepto-herramienta". Por lo que menciona:
"….las computadoras han tenido un rápido desarrollo en probabilidad y estadística, estas son el análisis de datos y la simulación…." (Biehler, 1991, p.173).

Las computadoras pueden proporcionar mucho más experiencia en el manejo y representación de los datos a como sería posible en forma manual en el mismo período de tiempo. La computadora proporciona mediante la simulación una estrategia alternativa para la resolución de problemas y nos permite investigar situaciones más realistas que antes no eran posibles.

"….la simulación puede ser utilizada para hacer análisis exploratorio de datos, y cuyo propósito sea encontrar la información posible y proponer conjeturas sobre las observaciones de los datos. Con ello se propicia:

1. Posibilidad de generar situaciones de aprendizaje referidas a temas de interés. Los datos pueden ser obtenidos por los mismos estudiantes, mediante simulaciones sobre temas diversos.
2. Fuerte apoyo en representaciones graficas. Uso de representaciones múltiples para desarrollar nuevos conocimientos y perspectivas.
3. No necesita una teoría matemática compleja. Usa nociones matemáticas elementales y procedimientos gráficos fáciles de realizar…." (Batanero, 2001, p.29).

Las computadoras han cambiado el quehacer en estadística; sin embargo, surge la interrogante: ¿Los profesores han cambiado la manera de dar sus clases?; el papel del profesor es importante, este será el que realice un planteamiento adecuado de las clases en las que se incluya el uso de herramientas tecnológicas para ayudar a los estudiantes en la construcción y elaboración de conocimientos.

Al utilizar la herramienta tecnológica se tiene mas tiempo para reflexionar acerca de las extensiones de dicho problema, con lo que Batanero, Garfield, Ottaviani, Truran, (2000 a) señalan que la tecnología cambio el significado de las estadísticas, ya que el estudiante pasa de memorizar formulas y hacer cálculos engorrosos a tomar decisiones, a participar en discusiones con sus compañeros y profesor; plantearse diversas preguntas acerca de la información que se le pide analizar; debido principalmente a la facilidad de representar de diversas maneras el mismo concepto, al utilizar distintos tipos de graficas, tablas y medidas estadísticas.

Los paquetes estadísticos permiten la conexión entre las matemáticas y la vida cotidiana, ya que dan acceso al modelado de situaciones concretas y uso de datos reales (Balacheff y Kaput, 1996). La incorporación de herramientas tecnológicas en los diferentes ámbitos de la estadística, es un recurso que va en aumento, a diferencia de las calculadoras que en la práctica es el recurso más socorrido. Ante el constante cambio social que implica una tecnificación de nuestras tareas cotidianas, los investigadores y profesores de estadística no se pueden quedar atrás y llevar la tecnología a sus campos de acción.

2.3.8 Resolución de problemas.

De acuerdo a la metodología sugerida por el Modelo Educativo del Colegio de Ciencias y Humanidades la resolución de problemas es la base del Programa de Estudios, esto implica el planteamiento de todas y cada una de las actividades. Se ha escrito mucho sobre el tema y varios autores coinciden en que la resolución de problemas ayuda a reflexión y el análisis de los aprendizajes, con lo que no citaremos a alguno en particular. Las actividades que claramente se enfocan a este recurso son: 3, 6, 7, 8 y 9.

2.4 Evaluación.

Conforme al diseño de las actividades, se tomó en cuenta tres formas de evaluar (evaluación `previa, evaluación formativa y evaluación sumativa). Así mismo, para clasificar las respuestas de los alumnos en cada actividad, se hizo una comparación a las respuestas de las actividades resueltas (ver Anexo 1, por actividad), lo que implica en cierta medida solo verificar resultados, es decir, puntualizar en comparar respuestas correctas que pueden producir los alumnos.

Otra forma de evaluar los resultados de los alumnos por actividad, aunque no en todas, la describiremos en el siguiente subtema de las categorías de análisis de resultados conforme a la taxonomía SOLO (Structure of the Observed Learning Outcome), la cual nos permitirá verificar los procesos subyacentes y la forma como llegan al resultado, examinando los elementos de significado, su evolución y comprensión que los alumnos atribuyen y desarrollaron para el tema de Distribución Binomial.

2.4. 1 Evaluación previa.

Esta forma de evaluar se considera como una prueba formativa para evaluar los conocimientos, la preparación y las destrezas de los estudiantes. Una evaluación previa, también considerada como una evaluación diagnóstica, es decir, es utilizada como un: "….examen formativo que se utiliza para determinar las áreas débiles de los estudiantes…." (Woolfoolk, 2006, p.548).

Por la forma y el momento de aplicación en la propuesta didáctica, es considerable mencionar que la evaluación previa es utilizada en las actividades 1, 3, 4, 7, 10 y 11, pero como una evaluación diagnóstica puntual, la cual: "….consiste en identificar y utilizar continuamente los conocimientos previos de los alumnos luego de que se inicia una clase, tema, unidad, etcétera, siempre que se considere necesario. Permite coadyuvar el grado de ajuste de programación a nivel micro de temas particulares. Debe entenderse como una evaluación que se realiza en distintos momentos antes de iniciar una secuencia o segmento de enseñanza perteneciente a un determinado curso y tiene funciones pedagógicas muy importantes en la regulación continua…." (Díaz, 2002, p.399).

2.4.2 Evaluación formativa.

La segunda forma de evaluación corresponde a la evaluación formativa, la cual es considerada específicamente en las actividades 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8, pero de acuerdo a la concepción, es referida durante todo el proceso de enseñanza aprendizaje, es decir, es considerada como: "….pruebas sin calificación que se utilizan antes o durante la instrucción como ayuda en la planeación y el diagnóstico. Los objetivos de la evaluación formativa son guiar al maestro en la planeación y ayudar a los estudiantes a identificar áreas que necesita trabajar más, ayuda a formar la instrucción…." (Woolfoolk, 2006, p.548).

También, es importante señalar que en la evaluación formativa, permite: "….dar una retroalimentación en un sentido tanto inmediato. Los instrumentos de de este tipo de evaluación están diseñados específicamente para supervisar aspectos seleccionados de cualquier tarea o para determinar donde están surgiendo los problemas de aprendizaje. Los maestros pueden identificar rápidamente los problemas y corregirlos. El maestro observa muchas facetas diferentes de un curso mientras lo conduce. Es importante lograr una retroalimentación en el momento adecuado para hacer los ajuste son necesarios en el alumno….” (Olrich, 1995, p.50).

Como menciona (Olrich, 1995): las clases se desvían porque el maestro no evalúa en períodos cortos, sino que espera hasta el final del curso o la unidad para realizar una única evaluación final. El maestro que hace uso de la evaluación formativa supervisa las habilidades. Las correcciones periódicas son una parte integral del plan de evaluación formativa, por lo que en la propuesta didáctica, durante su aplicación, pretende mostrar algunas de las correcciones que posibiliten un análisis de resultados coherente a criterios de comprensión de los significados en el tema, con los recursos con que se plantea cada actividad.

"….La finalidad de la evaluación formativa es estrictamente pedagógica: regular el proceso de enseñanza–aprendizaje para adaptar o ajustar las condiciones pedagógicas en servicio del aprendizaje de los alumnos….”(Díaz, 2002, p.406).

Por lo que importa conocer la naturaleza y las características de las representaciones en el sentido de la significatividad de los aprendizajes, la profundidad y complejidad de las mismas, es decir, la riqueza cualitativa de las relaciones logradas entre la información nueva a aprender y los conocimientos previos.

2.4.3 Evaluación sumativa.

La evaluación sumativa, la cual es incluida solo en la actividad 9, por que es considerada como aquella que se realiza al termino de un proceso instruccional, en particular como el cierre de la propuesta didáctica, su principal fin consiste en verificar el grado en que las intenciones educativas han sido alcanzadas, esta evaluación provee información que permite derivar conclusiones importantes sobre el grado de éxito y eficacia de la experiencia educativa global emprendida, se establece un balance general de los resultados conseguidos al finalizar el proceso de enseñanza – aprendizaje. La evaluación sumativa no necesariamente debe ser sinónimo de acreditación.

Otras concepciones de la evaluación sumativa son: "….puede constituir la evaluación formativa final…." (Olrich, 1995, p.50).
"….Pruebas que se aplican después de la instrucción y evalúan el aprovechamiento…." (Woolfoolk, 2006, p.548).
"….La evaluación sumativa puede tener un sentido diferente cuando se realiza con el propósito de obtener información para saber si los alumnos serán o no capaces de aprender otros nuevos contenidos de un nuevo ciclo posterior, relacionados con los ya evaluados…." (Coll y Martín, 1993, en Díaz, 2002, p.413).

Como se había mencionado, estos criterios de evaluación se consideraron al aplicar la propuesta didáctica, permitiendo detectar o realizar ajustes de algunas actividades, que serán señalados en el capitulo de análisis de resultados, considerando además que: "….la evaluación no puede limitarse a puntuar las respuestas correctas que producen los alumnos viendo si el resultado es el estipulado, sino que debe examinar los procesos subyacentes y la forma como llegan al resultado. Se trata de recopilar datos sobre la manera de conducir al estudiante, sobre sus éxitos y errores, sobre sus dificultades y conflictos para, apoyándose en esté análisis, reconducir la enseñanza de la mejor forma posible…." (Gutiérrez, 1991, p.100).

Por tal razón, para el análisis de resultados utilizamos la taxonomía SOLO, categorizando las respuestas de los alumnos de acuerdo a su nivel de razonamiento, en lugar de asignar una calificación, que se describirá a continuación.

2.5 Categorías de análisis de resultados.

El tipo de actividades que se realizan en la clase debe tener un cambio, donde se preste mayor atención a la interpretación de los estudiantes respecto a cada representación.
Las actividades no son para evaluar la capacidad de los estudiantes al realizar procesos rutinarios, sino los problemas y tareas sirven para descubrir como los estudiantes realizan los acercamientos, modelos y razonamientos estadísticos (Gal y Garfield, 1997).

Como sugieren Murray y Gal (2002) la comprensión, interpretación y reacción frente a la información estadística no sólo requiere conocimiento estadístico o matemático, sino también habilidades lingüísticas, conocimiento del contexto, capacidad para plantear preguntas y una postura crítica que se apoya en un conjunto de creencias y actitudes. Estas capacidades se incentivan en el trabajo con proyectos, por tal razón consideramos que un marco conceptual que permite ejercitar y valorar esas capacidades, lo permite la taxonomía SOLO, que a continuación describiremos ya que será la base del análisis de los resultados en la mayoría de las actividades de la propuesta didáctica.

2.5.1 Modelo Multimodal y Taxonomia SOLO.

A continuación resumiremos algunos aspectos importantes del artículo de Biggs & Collis (1991), que sirvieron de base para determinar criterios de clasificación de las respuestas de los alumnos del nivel medio superior, para explorar los elementos de significado y evolución en un ambiente físico y por computadora.

Estos autores describen los modos de representación como niveles de abstracción, progresando desde acciones concretas a conceptos y principios abstractos, la cual forma las bases de una etapa del desarrollo. Más allá de que cada uno de estos modos emerge y es postulado, pero no para reemplazar a su predecesor como es sugerido en la teoría Piagetana, si no que coexiste con él, por lo que aumenta considerablemente el repertorio modal del adulto maduro comparado con el de un niño. Los modos y las edades que emergen típicamente, son descritos en la siguiente discusión:

1. Sensomotor (desde el nacimiento) El infante interactúa con el mundo en forma muy concreta; proporciona respuestas motoras a los estímulos sensoriales.
2. Icónico (desde los 18 meses). Si una acción se vuelve más abstracta debe ser representada de alguna manera. Piaget definió el pensamiento como uso externo de una acción. La más simple manera de externar una acción es imaginándola, formando lo que Bruner se refería como una película o foto interna o “icono”. Esto se generaliza con la ayuda del lenguaje (por lo que es un prerrequisito necesario) después de los 18 meses. El modo Icónico dibuja mucho con imágenes y es frecuentemente afecto.

3. Concreto Simbólico (desde los 6 años). El siguiente modo involucra un avance significativo en abstracción, es la directa simbolización del mundo oral, lenguaje escrito, segundo orden, sistemas de símbolos que se aplican al mundo experimentado.
4. Formal (desde los 14 años) El modo concreto simbólico es en el cual el aspecto cognitivo es altamente conducido en vida cotidiana.

   Este modo comienza a aparecer en algunos individuos con respecto a su especialización, desde los 14 años de edad, pero no generaliza todo el pensamiento, y en algunos individuos puede no desarrollarse en absoluto. El modo formal es el nivel de abstracción usualmente requerido en estudios de no graduados y alguna evidencia del pensamiento formal, en el área propuesta de estudio podría ser esencial para la admisión a la universidad (Collis y Biggs, 1983).
5. Post formal (desde los 20 años). Hay algunos debates sobre la existencia de una etapa post formal. Ciertamente los sicólogos describen mejoras cualitativas en cognición en la adultez, en los dominios afectivos y sociales, en el aspecto puramente cognitivo y en el aspecto del pensamiento meta cognitivo.

2.5.2 Taxonomía SOLO.

La taxonomía SOLO (Structure of the Observed Learning Outcome), "Estructura de los resultados de aprendizaje observados", permite interpretar los niveles de pensamiento del estudiante y evaluar la calidad de aprendizaje, o para señalar objetivos de un currículo (Biggs y Collis, 1991). Con este modelo podemos observar qué tanto ha progresado el estudiante con respecto a cierta habilidad, usarlo para clasificar el progreso dentro de los modos o etapas con que se diseñaron las actividades.

Es decir, nos permitió explorar los niveles de pensamiento de los alumnos, para ubicarlos de acuerdo a sus respuestas obtenidas en los diferentes reactivos y/o instrumentos de evaluación en los niveles propuestos de acuerdo a la tabla siguiente, que representa de manera general la relación de niveles en un modo.

Modos		Nivel estructural SOLO
Siguiente	5	Respuestas abstractas • ahora el estudiante generaliza la estructura y considera nuevas y más características abstractas que representan un nuevo y alto modo de operación.
Objetivo	4	Relacional. • Ahora el estudiante integra una parte con otras, pero de manera completa en una estructura coherente y con significado.
	3	Multi-estructural. • El estudiante muestra muchas características correctas y relevantes, pero no son integradas. • Presenta ideas, resultados más pertinentes y correctos, pero no las integra.
	2	Uni-estructural. • El estudiante se enfoca en el dominio de un aspecto y trabaja con el. • Se manifiesta al menos un elemento que se considera en las respuestas ó en el resultado esperado.
Previo	1	Pre-estructural. • Realiza la tarea, pero el estudiante esta distraído o equivocado en aspectos irrelevantes, pertenece a un estado o modo previo. • Ideas que se alejan totalmente de las respuestas ó resultados esperados.

Tabla Descripción de los modos y niveles de la Taxonomía SOLO.

Los tres niveles intermedios corresponden a la tarea en cuestión, agrupados bajo el término de modo objetivo. Las respuestas del nivel Pre-estructural corresponden al modo anterior, indicando que el nivel de abstracción del estudiante es demasiado baja para la tarea en cuestión. Las respuestas en le nivel Abstracto extensa, indican un nivel de abstracción que corresponde al nivel Uni-Estructural, con lo que poniendo juntos los conceptos de modo y ciclo del estudiante podemos postular que:

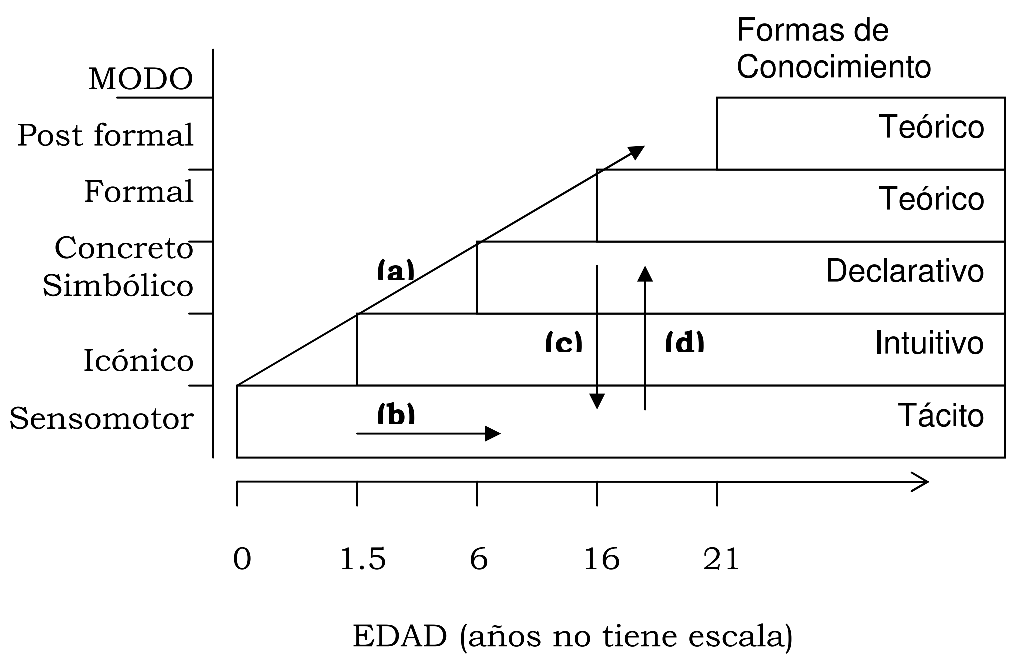
- Los modos aparecen adicionalmente a una edad específica.

- Los niveles: Uni estructural, multi estructural y relacional del ciclo de estudiante se repiten dentro de todos los modos; las respuestas abstracto prolongadas indican una transición a el siguiente modo más alto.

- Se incrementa la habilidad dentro de algún modo dado llevándolo a un determinado tipo de conocimiento.

- Tareas específicas puede requerir la integración de muchos modos.

En el siguiente esquema, se muestra el modelo general, en donde los modos aparecen en las edades indicadas en las abcisas; y son acumulativos como se observa en las ordenadas, permaneciendo como medios potenciales de aprendizaje a lo largo de la vida. A la derecha se encuentra la naturaleza de los contenidos en cada modo y la forma de conocimiento más asociado a él.



Modelo general de la Taxonomía SOLO.

El progreso del ciclo del estudiante de uni-estructural (U), Multi-estructural (M) a relacional (R) dentro de cada modo, la extensión de abstracto relacional a prolongado, convirtiéndose en uni-estructural en el siguiente modo. Son la naturaleza de los contenidos dentro de cada modo, y la forma de conocimiento más asociada con un modo en particular.

Cada una de las cuatro líneas (a), (b), (c) y (d), representan un aspecto importante del comportamiento inteligente:

(a) El curso de un desarrollo óptimo. La línea diagonal (a) representa el recorrido o curso del desarrollo como usualmente es estudiado por sicólogos del desarrollo

(b) El curso de estudiante dentro de un modo (uni modal)

(c) Facilitación "alta baja" de un orden de estudiante más bajo. El primer ejemplo es el estudiante de los mismo principios aplicados en todos los niveles: en bellas artes (icónico, aumentado por simbólico concreto y formal), hasta conocimiento declarativo (Simbólico concreto, aumentado por formal y post formal).

(d) Facilitación "boca abajo" de un orden de estudiante más alto, como en el papel constructivo y el movimiento progresivo generalmente en educación, que ha producido los resultados, pero no ha tenido un retroceso adecuado (formal y post formal) en teoría psicológica.

Se considera que el cambio en el modo no puede ser fácilmente atribuido a algún factor particular. El desarrollo parece depender de la confluencia de muchos factores, incluyendo el apoyo social, la base del conocimiento y la habilidad asociada, y la confrontación con problemas particulares que están involucrados cognitivamente.

Cuatro formas de conocimiento emergen de cada uno de los cinco modos: tácito, intuitivo, declarativo y teórico (formal y post formal). Dentro de cada uno el estudiante puede llegar a un nivel de competencia o habilidad que puede ser basado en estudiante uni modal o multi modal.

El presente modelo tiene implicaciones de importancia educacional en las áreas del programa de estudios, métodos instruccional y valoración.

2.5.3 Utilización del modelo determinado por Biggs & Collis.

De acuerdo con estas etapas de desarrollo cognitivo los estudiantes de nivel medio superior están ubicados en el modo formal, los alumnos resuelven problemas en el medio ambiente con las herramientas obtenidas en la escuela e incluso por la misma experiencia.

Es importante aclarar, que por el contenido y el propósito de algunas actividades, no fue posible determinar una categoría SOLO de acuerdo a las respuestas obtenidas, por lo tanto, se tomo la decisión de clasificarlas respecto a un porcentaje de respuestas correctas e incorrectas únicamente; debido a que se consideran que su contenido corresponde a un nivel de conocimiento, el cual requiere de un proceso memorístico para indicar una respuesta.

Capítulo 3.
Metodología.

Capitulo 3. Metodología.

En este capitulo se describen las características principales de los participantes, la metodología utilizada en cada actividad, así como la descripción de los propósitos, instrumentos y/o reactivos, y el tipo de evaluación durante la aplicación de la propuesta didáctica.

3.1 Participantes en la investigación.

La investigación se realizo con un grupo de 35 alumnos del Colegio de Ciencias y Humanidades, del turno matutino en el plantel Vallejo de sexto semestre, las edades de los estudiantes oscilan entre los 17 y 20 años.

En esta investigación sólo se consideraron los resultados de 20 alumnos del grupo, porque fueron los que los que asistieron con regularidad a las actividades. Una ventaja que tuvimos en la aplicación de las últimas dos actividades es que los alumnos utilizaban con destreza el software dinámico de estadística FATHOM, además que la institución facilitó el mobiliario para realizar las prácticas correspondientes.

3.2 Sesiones de trabajo.

Las sesiones de trabajo fueron conducidas por el investigador. Los estudiantes trabajaron en forma individual y grupal, dependiendo de la actividad.

Como se describió en el capitulo anterior, la propuesta didáctica se estructuro en nueve actividades, las cuales se aplicaron en forma secuencial y en el orden que están numeradas.

3.3 Metodología para la actividad 1.

Esta actividad se diseño con la finalidad de recapitular y resumir los conocimientos previos que conforman al programa hasta el momento de la unidad I, en una primera parte a manera de introducción y repaso se construyo un mapa conceptual, el cual elabore en el pizarrón con ayuda de los alumnos, presentando relaciones significativas de los conceptos de la temática anterior.

En su segunda parte de la actividad 1, se aplico un cuestionario abierto. Comparar, reflexionar y relacionar las concepciones sobre función y distribución es el objetivo de esta actividad previa.

Para ellos se estructuró y aplico un cuestionario abierto, el cual se propone con referencia a la continuidad de los conocimientos previos, seguida de la participación orientada a la comunicación del estudiante.

El cuestionario abierto consta de de las siguientes 5 preguntas:

1. ¿Qué es una función?

2. ¿Qué es una distribución?

3. ¿Qué tienen que ver una con otra?

4. De un experimento aleatorio, ¿se puede obtener una función y una distribución?

5. De las respuestas anteriores, ¿qué diferencia existe entre las distribuciones que construiste en estadística I a las realizadas en estadística II?

El material fue proporcionado previamente impreso, aplicado y resuelto en equipos de dos integrantes. El producto entregado por los equipos es considerado como evaluación previa. El tiempo en que tardaron en responder y entregar los materiales completos, fue entre 15 y 20 minutos.

3.4 Metodología para la actividad 2.

El propósito de está actividad es observar si el alumno conoce e identifica las condiciones que satisfacen los experimentos binomiales. Para lo cual, se le proporciono el material impreso de una descripción breve de los elementos que lo componen con pistas tipográficas, así como una serie de preguntas compuestas por un ejemplo en donde se identifican y describen cada una de las características que satisface al experimento Binomial, alternado con una situación similar en la que los alumnos completarán, es decir, utilizarán el ejemplo como guía para sus respuestas utilizando preguntas intercaladas. Del mismo material, se proponen 3 ejercicios en donde el alumno identifica y describe si un experimento es binomial o no, anotando y justificando el porque de su clasificación. Y por último, se le pide al alumno proponer dos ejemplos, uno de un experimento que cumpla con las características de un experimento binomial y otro que no corresponda, en ambos casos debe argumentar su respuesta. Por lo que, el contenido de la actividad 2, es el siguiente:

CARACTERÍSTICAS DE UN EXPERIMENTO DE BERNOULLI

Un experimento de Bernoulli en general tiene las siguientes características:

-Un número **n** fijo de **repeticiones.**

-En cada repetición existen sólo **dos** posibles **resultados** (éxito ó fracaso).

-En cada repetición como los eventos son independientes, existe la misma probabilidad de éxito **(p)** que probabilidad de fracaso **(q)**, por lo tanto **p + q = 1**.

-La variable aleatoria que genera el experimento se define como **el número de éxitos de ´x´ en ´n´ repeticiones**, la variable aleatoria define sus valores discretos dependiendo del número de veces que se realiza el experimento aleatorio.

Lee con atención los siguientes experimentos aleatorios:

a) Se realiza una selección de 5 artículos producidos en una empresa, la cual le interesa verificar el número de artículos que son defectuosos, el experimento se hace con reemplazo y además la probabilidad de obtener un artículo defectuoso es del 5 %.

b) Se realiza una selección con reemplazo de una muestra de 10 discos, estos se encuentran en un lugar donde 40 pueden ser música clásica y 60 de música moderna.

Para leer, es en base al experimento aleatorio del **inciso a**, en donde cada párrafo refiere a la identificación de las características de un experimento de Binomial.

Para contestar, es en los espacios en blanco marcados, donde responderás de una forma similar a lo leído en cada párrafo.

1) Se observa que el experimento aleatorio se realiza 5 veces, puesto que son 5 artículos que se seleccionan de uno en uno, ¿cuantas veces se realiza el experimento en el ejemplo del inciso b?

2) En cada resultado existen dos resultados posibles: defectuoso o no defectuoso (inciso a), para el inciso b, ¿cuantos y cuales son los posibles resultados del experimento?

3) Como lo que nos interesa observar en el experimento, es la selección de los artículos defectuosos, es decir, el éxito, entonces se asigna como $p = 0.05$ (probabilidad del defectuoso), por lo tanto, la probabilidad de fracaso es $q = 1 - 0.05 = 0.95$ y es la misma probabilidad de artículo defectuoso en cada repetición, al igual que la del no defectuoso; entonces ¿que puedes decir del inciso b?:

4) Los valores discretos que únicamente puede tomar la variable aleatoria son 0, 1, 2, 3, 4 y 5, que indica que cada vez que se realiza el experimento aleatorio, al realizar una selección de 5 artículos, los resultados pueden ser: se obtienen 0 artículos defectuosos, ó 1 artículo defectuoso, ó 2 artículos defectuosos, ó 3 artículos defectuosos, ó 4 artículos defectuosos, ó 5 artículos defectuosos; ¿por qué 6, ó 7, u 8, ó cualquier otro valor, no podrían ser valores de la variable?

5) Para el experimento aleatorio del inciso b, que valores discretos únicamente puede tomar la variable aleatoria:

En cada uno de lo siguientes experimentos aleatórios, clasificar y definir, con argumentos por escrito (es decir, mención de características) si corresponde ó no a un experimento de Bernoulli.

E6) El número de varones en una familia seleccionada al azar, con reemplazo y formada por cinco personas.

E7) Se lanza un dado hasta que aparezca el número 5.

E8) Resolver un examen de historia del tipo falso o verdadero, el cual consta de 10 preguntas.

E9) Actividad extra:

a) Ejemplificar un experimento aleatorio de Bernoulli, enunciando las características.

b) Ejemplificar un experimento aleatorio que recuerdes de la primera unidad que no cumpla con las características de un experimento de Bernoulli (argumenta).

El material se estructuro primero en serie de preguntas intercaladas, en donde se identifica y describen cada una de las características que satisface al experimento Binomial, conforme al ejemplo del inciso b.

Posteriormente se proponen 3 ejercicios, en el que el alumno describirá y justificará su respuesta de clasificar un experimento aleatorio, que puede ser o no corresponder al experimento binomial. Por último, se le permite al alumno mencionar dos ejemplos con argumentos de un experimento que cumpla con las características de un experimento binomial y uno que no corresponda, con la intención verificar lo aprendido y codificar la información relevante.

El material fue proporcionado previamente impreso, contestado y entregado de forma individual como producto de evaluación formativa. El tiempo que utilizaron los alumnos en completar la actividad fue alrededor de 35 minutos.

3.5 Metodología para la actividad 3.

Retomar conocimientos y procedimientos que el alumno realizo en el tema anterior, mediante la resolución de un problema estructurado por incisos, con la intención de analizar los elementos que implican la construcción de la distribución de probabilidad de un experimento binomial, partiendo de la elaboración de un diagrama de árbol, la identificación del espacio muestral, la asignación del valor discreto de la variable aleatoria, el calculo de probabilidades, organización de la información y su respectiva representación grafica, de tal forma que al modificar una condición del experimento (el numero de repeticiones), implica mayor tiempo de elaboración del proceso para construir la distribución de probabilidad, con la intención de justificar el uso y aplicación del modelo matemático para realizar los cálculos, así como la construcción de una Distribución de probabilidad en un experimento binomial, sirviendo como antecedente de la siguiente actividad.

Las actividad recapitula la secuencia que comúnmente se utilizaba para construir una distribución de probabilidad en diversos experimentos aleatorios, sin mencionar que se trabaja al propósito con un experimento binomial y a medida de que se construye la distribución y representación grafica de la distribución, la actividad concluye con una pregunta de respuesta abierta respecto a la variación de una característica del experimento aleatorio (se incrementa el número de repeticiones), con la intención de que el alumno describa las consecuencias de dicha modificación.

El contenido que incluye esta actividad (problema e incisos solicitados), es el siguiente:

Ejercicio.

Un estudiante recibe un examen compuesto por 2 preguntas, cada pregunta tiene tres posibles respuestas y sólo una es la correcta, es decir, es de opción múltiple, y como no ha estudiado, decide adivinar las respuestas sin siquiera leer las preguntas ó las posibles respuestas. Construir la distribución de probabilidad si la variable aleatoria identificada como X_i, **que es el número de respuestas correctas**.

a) Representa el experimento con un diagrama de árbol, no pierdas de vista en que consiste la variable aleatoria.

b) Define el espacio muestral (Ω).

c) A cada punto muestral, asigna el valor que le corresponde de la variable aleatoria X_i, identificada como el número de respuestas correctas.

d) A cada punto muestral asigna y anota su probabilidad correspondiente $P(X_i)$.

e) Organiza la información en la siguiente tabla:

Núm. de respuestas correctas X_i .	Probabilidad $P(X_i)$ ..

f) Realizar la representación grafica de la distribución.

g) ¿que pasara?, si en lugar de que sólo el examen consista en responder 2 preguntas, ahora el ejercicio se hace con 10 preguntas, ¿Qué inconvenientes se tendria?

Además, si únicamente me interesa saber un solo valor de X_i, es decir, supongamos que solo me interesa acreditar, es decir cuando X = 6; ¿cuanto tiempo y espacio necesitaran para construir la Distribución de Probabilidad?

La actividad se aplico en forma individual, proporcionando previamente el material impreso a cada alumno, el producto entregado es considerado como evaluación previa. El tiempo que utilizaron en completar y entregar el material resuelto fue entre 15 y 20 minutos.

3.6 Metodología para la actividad 4.

El objetivo de la actividad es familiarizarse con la distribución binomial y entender la notación de la estructura del modelo matemático. Para lo cuál se presenta un material seccionado en dos partes, la primera parte corresponde a la identificación de la notación que contiene el modelo matemático y la segunda es la aplicación del modelo en el experimento binomial que se utilizó en la actividad anterior.

La secuencia de cómo se trabajo el contenido del material de la actividad consistió primero en anotar en el pizarrón el modelo matemático de la distribución binomial, después, entregar el material impreso a cada alumno para permitir completar los espacios en blanco de la primera parte, que consiste en anotar que representa cada uno de los elementos correspondientes al modelo matemático de la distribución binomial. Actividad que es considerada solo de verificación del uso del lenguaje matemático y notación.

Con lo que, es necesario antes de responder la segunda parte de la actividad 4, verificar la claridad de cada elemento y estructura del modelo matemático con el propósito de comprender y entender la notación de la estructura del modelo matemático, sin permitir modificar sus anteriores respuestas.

Así que en la segunda parte de la actividad se realizan las operaciones del calculo de probabilidades con la utilización del modelo matemático de la distribución binomial, para construir y representar la distribución de probabilidad correspondiente del mismo ejercicio, completando los espacios vacíos correspondientes de la distribución de probabilidad y elaboración de la representación grafica de la distribución de probabilidad. El contenido que incluye esta actividad, es el siguiente:

<u>Distribución Binomial.</u>

Si **X** es el número de éxitos en **n** repeticiones de un experimento de Bernoulli, entonces la variable aleatoria X tiene como función de distribución:

$$\mathbf{P(x) = nC\,x\ p^{x}\ q^{n-x}} \qquad \text{si } x = 0,1,2,\ldots n \ ; \quad \text{además } p + q = 1.$$

Que representa n, p, q, x, **nCx** y P(x).

2ª parte

Instrucciones: En base al modelo, desarrolla la fórmula para cada valor de la variable aleatoria X, indica tus operaciones, subraya tus resultados, completa la tabla y realiza la grafica de la distribución

Núm. de respuestas correctas X_i.	Probabilidad $P(X_i)$.
0	
1	
2	

La actividad es individual, para el completado de los espacios en blanco de la primera actividad se utilizaron 10 minutos. En la segunda parte, cada alumno debe contar con una calculadora científica, el tiempo que tardaron en completar la distribución de probabilidad y graficar fue alrededor de 25 minutos.

3.7 Metodología para la actividad 5.

Familiarizar a los alumnos con la notación de los ordenadores lógicos en resolución de problemas, por medio de la interpretación de enunciados, es el propósito de esta actividad.

Considerando que la ejercitación, representación y utilización del lenguaje matemático para el cálculo de probabilidades es un problema recurrente en los alumnos, se planeo esta actividad con la intención de que los alumnos interpreten los enunciados y los representen por medio de un lenguaje común. Esta actividad es considerada de conocimientos previos y también de verificación del uso del lenguaje matemático y notación. La actividad propone completar los espacios en blanco según las instrucciones que indica el material, el cual se el siguiente:

Instrucciones: En cada una de las proposiciones, completa los espacios indicados, para responder lo que se te pide.

1. ¿Como se representa la proposición X es mayor a 5?

2. ¿Como se representa la proposición X es mayor ó igual a 5?

3. ¿Como se representa la proposición X es menor a 5?

4. ¿Como se representa la proposición X es menor ó igual a 5?

Si la variable aleatoria X, toma los valores discretos de 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, que valores corresponden a la siguiente afirmación, primero representa y luego menciona los valores, ejemplo: - la variable aleatoria X por lo menos vale 5: $X > 4$, $X=\{5,6,7,8\}$

5. La variable aleatoria X a lo más vale 3:

6. La variable aleatoria X vale menos de 3:

7. La variable aleatoria X vale más de 3

8. La variable aleatoria X cuando mínimo 5 vale:

9. La variable aleatoria X únicamente vale 7:

10. La variable aleatoria X vale entre 2 y 7:

11. La variable aleatoria X toma los valores entre 2 y 7, incluyendo estos valores:

A cada alumno se le proporciono el material impreso, el cual respondieron al paso de la lectura y entregaron individualmente, el tiempo en que utilizaron los alumnos en completar la actividad, fue aproximadamente 25 minutos.

3.8 Metodologia para la actividad 6.

Presentar problemas en los que el alumno utilice el modelo matemático, para construir y representar la distribución de probabilidad de un experimento binomial, extendiendo las aplicaciones con la presentación de ejercicios que integran actividades antecedentes, son los propósitos de la actividad.

La actividad se desarrollo formando equipos de trabajo con un máximo de tres integrantes, de tal forma que cada equipo quedo integrado por los siguientes alumnos:

Equipo.	Alumnos.
1	5, 10 y 19
2	1, 2 y 4
3	3, 6 y 12
4	13, 17 y 20
5	7, 8 y 9
6	11, 16 y 18
7	14, 15

Conforme a las instrucciones, en cada ejercicio se solicita identificar y señalar los elementos que definen a un experimento binomial. Para el ejercicio 1, se pretende que los alumnos utilicen el modelo matemático y con ello construyan y representen la distribución binomial.

El ejercicio 1 es el siguiente:

Lean cuidadosamente cada ejercicio, procura identificar si cada ejercicio corresponde a un experimento de Bernuolli, señala sus características, y utiliza el modelo matemático especificando el desarrollo de cada pregunta ó inciso.

Todos los ejercicios deben ser revisados por todos los integrantes del equipo.

i. 1.- Un medicamento tiene la probabilidad de curar un 65% .Si se aplica el medicamento a 3 personas.

   Construya la Distribución de Probabilidad y realizar la representación grafica de la distribución.

En el ejercicio 2, existe la variante en cuanto a la forma en que se representa del valor de la probabilidad de éxito, nos referimos a que el dato de probabilidad se proporciona en decimal, se menciona esto, porque se ha observado en las clases que éste es un problema habitual que presentan los alumnos. Por otro lado, también se evalúa la interpretación de la proposición con el lenguaje matemático formal que se práctico en la actividad 6, seguido del desarrollo de las operaciones con el uso del modelo matemático y por último el resultado del cálculo de la probabilidad correspondiente. El enunciado del ejercicio 2, es el siguiente:

ii. En condiciones ideales, la probabilidad de que una semilla de papaya germine es de 0.75 Se siembran 6 semillas en condiciones ideales.

¿Cuál es la probabilidad de que germinen menos de la mitad?

En el ejercicio 3, tiene los propósitos de presentar como dato identificable la probabilidad de éxito como una fracción, utilizar el modelo matemático para valores puntuales de la variable aleatoria discreta, para conocer uno ó varios valores de probabilidad de la variable aleatoria.

Por lo tanto el ejercicio 3, que propone lo anterior es:

iii. Considérese el experimento que consiste en lanzar 2 monedas bien balanceadas al aire y observar el número de águilas obtenidas. Obtenga las siguientes probabilidades:

a) De que salgan por lo menos un águila

b) De que salgan a lo más un águila

En el ejercicio 4, se pretende observar el del modelo matemático para el calculo de probabilidad en valores puntuales de la variable aleatoria discreta, y calcular la probabilidad en un intervalo complementario de valores de la variable aleatoria, con la intención de que el alumno resuelva con otra forma alternativa del calculo de probabilidades para un conjunto complementario de valores de la variable aleatoria, recordando que la probabilidad del espacio muestral es 1. Sin la necesidad de calcular todas las probabilidades cuando se conocen o ya se calcularon algunas probabilidades de los primeros ó los últimos valores discretos de la variable.

El ejercicio 4 es el siguiente:

iv. Supóngase que el 45% de los tornillos producidos por una máquina son defectuosos, si se toma una muestra de 7 tornillos. Hallar la probabilidad de:

a) Que ninguno esté defectuoso.

b) Todos sean defectuosos.

c) Más de uno sea defectuoso.

Por último, el ejercicio 5 se diseño con la intención de integrar los propósitos en conjunto de los ejercicios anteriores y como herramienta de continuidad para la siguiente actividad.

Por lo que el ejercicio propuesto es:

- En general el 30% de los pacientes en cierto hospital padece de alguna enfermedad del aparato respiratorio, y si se seleccionan 5 pacientes al azar, obtener y/o calcular:

  a) La Distribución de Probabilidad y realizar la representación grafica de la distribución.

  b) La probabilidad de que menos de 2 personas padezcan la enfermedad.

  c) La probabilidad de que únicamente 3 personas padezcan la enfermedad.

  d) La probabilidad de que d os o más personas padezcan la enfermedad.

Al completar la actividad, se entrego por equipo un juego de respuestas como producto de evaluación formativa. El tiempo en que utilizaron los alumnos en terminar la actividad, fue aproximadamente de 90 minutos.

3.9 Metodología para la actividad 7.

Calcular la media, varianza y desviación estándar de una distribución de probabilidad binomial, es el propósito de esta actividad.

"….plantear problemas en los que el alumno observe los resultados del valor esperado y la desviación estándar obtenidos de la distribución de probabilidad coinciden con los que se obtienen a partir de np y $\sqrt{npq}$ respectivamente…." (Programa de estudios de Estadística y Probabilidad I y II del C.C.H, 2005, p.22).

Previo al trabajo de los alumnos, se planeo resolver el primer ejercicio de la actividad, con el modelado del profesor y participación operativa de los alumnos, conforme a indicaciones y propósitos de la cita anterior, de tal forma que en los siguientes ejercicios del material impreso solo se concreto a obtener la media y la desviación estándar para un experimento binomial. El trabajo de los alumnos en clase se organizo formando parejas, de tal forma que los equipos quedaron integrados de la siguiente manera:

Equipo.	Alumnos.
1	5 y 10
2	4 y 19
3	1 y 2
4	6 y 12
5	14 y 15
6	3 y 8
7	7 y 9
8	11 y 16
9	13 y 18
10	17 y 20

Esta actividad cuenta con 3 ejercicios que los alumnos resolverán, los cuales se identificaron como E1, E2 y E3, en el orden en que aparecen, las instrucciones y los ejercicios son:

Lee, observa, identifica y resuelve los siguientes problemas, considerando que en cada parámetro calculado, de cada ejercicio, se debe ser especificar la interpretación del resultado conforme al experimento aleatorio.

1) Cuando un proceso de manufactura funciona correctamente, sólo el 10 % de los artículos producidos son defectuosos. Si se seleccionan 25 artículos al azar.

i. ¿Cuál es el número esperado de artículos defectuosos?

ii. Determine e interprete el resultado de: la media, la varianza y la desviación estándar.

2) En 70 lanzamientos de un dado, ¿Cuántas veces cabría esperar que salga un número menor a 3, y con que desviación estándar?

3) Se sabe que 7 de cada 10 personas que observan en la televisión un producto alimenticio, a la semana lo compran, si se toma una muestra de 20 personas, determine e interprete el resultado de: la media, la varianza y la desviación estándar.

A cada alumno se le proporciono el material impreso, para la resolución de los ejercicios, y al final de la clase se entrego un juego por equipo como producto de evaluación formativa. El tiempo en que utilizaron los alumnos en completar la actividad, fue aproximadamente de 30 minutos.

3.10 Metodología para la actividad 8.

En esta actividad tiene como finalidad la observación de la simulación de un experimento aleatorio por medio de la computadora, para ello se ha seccionado en tres partes el desarrollo de esta actividad (sección A, B y C). El material fue proporcionado a cada alumno impreso previamente, se aplicó de forma continua, en una sola sesión y en el orden en que aparecen las instrucciones, por lo que se formaron equipos de dos integrantes, los cuales trabajaron durante toda la aplicación de la actividad en el equipo correspondiente.

Los equipos quedaron integrados de la siguiente manera:

Equipo.	Alumnos.
1	10 y 19
2	12 y 13
3	17 y 20

4	5 y 18
5	11 y 16
6	1 y 2
7	3 y 6
8	4 y 7
9	8 y 9
10	14 y 15

Los contenidos por sección se describen a continuación:

Sección A. Uso del modelo matemático de la Distribución Binomial.

En está sección, el propósito de la actividad es recapitular las condiciones que satisfacen los experimentos binomiales, a través de la solución de un problema, es decir, se retoman los conocimientos teóricos para la construcción de la distribución de probabilidad en un experimento binomial.

La estructura de la sección A, consta de un cuestionario de tres preguntas, numeradas 1, 2 y 3; en seguida se requiere de la explicación a la respuesta de la pregunta 3, identificada con el número 4 y por último, con el numero 5, se requiere el completado de la distribución de probabilidad del problema, con lo que las actividades de ésta sección, se conforman como se muestra a continuación:

El futbolista

Sección A: Considera el siguiente experimento aleatorio.

Un futbolista sabe por experiencia que anota el 85% de los penaltis que tira. Si tira 5 penaltis.

A1. La variable aleatoria es considerada en el experimento por:

A2. ¿Qué valores discretos puede llegar a tomar la variable aleatoria?

A3. ¿Cuál crees que sea de los valores de la variable aleatoria, la opción más probable?

A4. Explica tu respuesta:

A5. Con el modelo matemático, calcula la probabilidad de cada valor que toma la variable aleatoria X_i, si esta definida por el numero de penaltis que anota y construye la distribución de probabilidad.

X_i	$P(X_i)$
0	
1	
2	
3	
4	
5	

Sección B. Simulación física del experimento aleatorio.

Para la sección B, el propósito es conocer y utilizar el calculo de probabilidades conforme al enfoque frecuencial. Ésta corresponde a la simulación física del experimento aleatorio planteado en la sección A, para esto, es necesario recapitular la concepción de probabilidad de acuerdo al enfoque frecuencial, con lo que fue necesario explicar brevemente el concepto.

En su estructura de la sección B, está consta de un cuestionario de cuatro preguntas, numeradas B1, B2, B3 y B4 cuyas respuestas dependen de la realización de la simulación física del experimento aleatorio. Posteriormente los equipos realizaron 50 simulaciones físicas del experimento, y en cada simulación registraron y completaron la tabla, para organizar dicha información en una distribución de frecuencias absolutas (B5 y B6). Los reactivos son lo siguientes:

Simulación física.

Coloca en una urna 17 canicas blancas (tiro anotado), y 3 canicas rojas (tiro fallado).

B1. Extrae aleatoriamente una muestra de cinco canicas. ¿Cuál es el número de tiros anotados?

B2. ¿Cómo fueron tus extracciones, con o sin reemplazo, y explica porqué?

B3. Extrae otras tres muestras al azar. Anota tus resultados.

B4. ¿Pueden aparecer resultados diferentes a los que obtuviste, en sucesivas extracciones? Argumenta tu respuesta.

B5. Repite la extracción otras 50 veces y anota los resultados en la siguiente tabla:

No. de extracción de la muestra	No. de canicas blancas.	No. De extracción de la muestra	No. de canicas blancas.
1		26	
2		27	
...		...	
24		49	
25		50	

B6. Resume la información de la tabla anterior en una tabla de frecuencias. Además calcula la media y la desviación estándar, para la variable aleatoria.

X_i	f_i
0	
1	
2	
3	
4	
5	

Sección C. Simulación en computadora del experimento aleatorio.

Para concluir la actividad 8, se realiza la práctica con el uso de la computadora, utilizando software dinámico en estadística FATHOM.

El propósito de esta actividad es conectar conocimientos teóricos con el uso de un recurso tecnológico, el cual se fundamenta por el cálculo de probabilidades con base al enfoque frecuencial. Para lo cual los alumnos debían calcular probabilidades en experimentos binomiales, obtener la representación grafica de la distribución de probabilidad, calcular el valor esperado ó media y desviación estándar de una distribución de probabilidad y aplicar la distribución de probabilidad en la resolución del problema planteado en esta actividad.

La practica esta conformada por 20 instrucciones que llevan al alumno paso a paso en la obtención de resultados de la simulación en computadora para la construcción de la distribución de probabilidad teórica y práctica, representación grafica, calculo de la media y desviación estándar, tal y como se menciono anteriormente.

Cada equipo cuenta previamente con el material impreso para el desarrollo de la práctica, y la realizan conforme a las instrucciones, responden las preguntas y además completan una tabla de resultados teóricos y prácticos, incluso explican sobre sus resultados en la instrucción 18.

Como esta actividad contiene varias instrucciones con referencia al uso del software, entonces se etiqueto como C1, C2 y C3, las secciones y/o cuestionamientos que los alumnos completarán y registrarán los resultados obtenidos.

C1, tiene como propósito que el alumno en su respuesta exprese la relación entre la comprensión del problema y la simulación física.

C2, tiene la finalidad de que el alumno observe la utilidad de la función count, del software dinámico de estadística FATHOM, con lo que la respuesta esperada, debe estar orientada al conteo en el número de éxitos del experimento aleatorio, identificado por el número de goles anotados por el futbolista.

Cuando el alumno se encuentra realizando en la computadora la instrucción 18, es porque ya obtuvo la distribución de probabilidad, grafica, media y la desviación estándar del problema, en esta instrucción se coloco una tabla de resultados teóricos y prácticos, que el alumno completará por medio del uso del software dinámico de estadística FATHOM. Con la intención de que el alumno transcriba las probabilidades teóricas y prácticas, incluso las obtenidas con el uso del modelo matemático, para comparar ambos resultados, calcula la diferencia de resultados teóricos y prácticos, para que explique su experiencia con la pregunta que se plantea en ésta instrucción y es identificada la respuesta como C3.

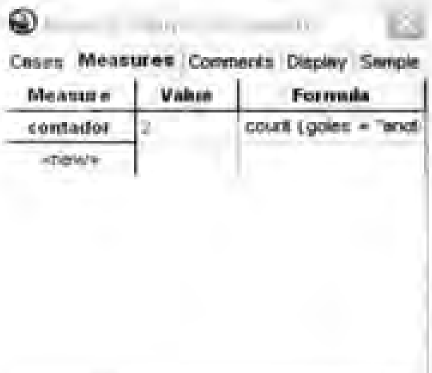
Por lo que los instrumentos que se utilizaron para el análisis de resultados del siguiente capitulo en el orden en que se acaban de mencionar, son:

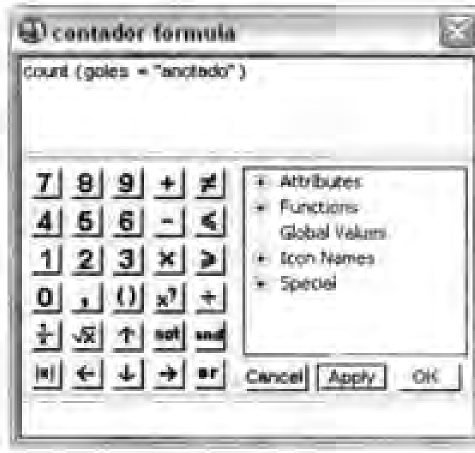
3. Con la caja de penaltis seleccionada, jala de la barra de herramientas en el área de trabajo la tabla correspondiente, dando doble clic en <new> asigna el nombre del atributo goles.

C1. De la simulación física, se utilizaron 20 canicas, de color blanco la que representan los penaltis o tiros anotados y de color rojo los penaltis o tiros fallados, ¿Cuál es la explicación del porque tuvieron que ser 17 blancas y 3 rojas?

7. Una vez que se han generado las muestras nos interesa saber en cuántos casos anotó 0,1,2,3,4 y 5 goles.

Activa el inspector haciendo doble clic en *Sample of penaltis*. Elige la pestaña *Measures*, introduce la medida contador y haz doble clic en la casilla de *Formula*. Inmediatamente aparece el editor de fórmulas. Utiliza la función *count* contar los goles anotados en cada muestra de 5 penaltis.





C2. Explica como funciona la función *count* que aparece en el inspector

18. Ahora recuerda que al inicio de la práctica, calculaste las probabilidades teóricas utilizando la fórmula de la distribución Binomial. Nuevamente vacía aquellos resultados en la siguiente tabla, además de calcular con la función Binomial de Fathom, vacíalas también en la siguiente tabla junto con los resultados de la simulación. Obviamente los dos resultados teóricos deben ser iguales.

Tabla de resultados teóricos y prácticos.

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
0				
1				
2				
3				

4				
5				

Consideras que obtuviste una buena aproximación con la simulación.

a) Si b) No

C3. Explica tu respuesta:

Para esta actividad se considera que la sección A es referente a la evaluación previa, mientras que la sección B y C, son parte de la evaluación formativa. El producto final es la entrega del material impreso contestado por equipo, conforme a cada sección y una copia en una memoria USB ó en CD de la realización de la sección C, para cotejar respuestas de llenado del material impreso.

El tiempo en que tardaron en responder la sección A, fue aproximadamente de 25 minutos, para la sección B, fue alrededor de 35 minutos, el resto de la clase se utilizo la computadora, para completar la sección C.

3.11 Metodología para la actividad 9.

Está actividad se considera como el cierre de la propuesta didáctica, y se pretende cotejar el aprovechamiento resumido de las actividades anteriores, evaluar el rendimiento alcanzado, es decir, el resumen de los logros con el aprovechamiento final, con la finalidad de asignar una calificación para el proceso de enseñanza aprendizaje del tema, la cual no es de nuestro interés reportarla en esta investigación, pero si nos interesa analizar y observar esos indicadores que generaron la problemática de la investigación.

Esta actividad que también se compone de dos partes, la primera de conocimientos teóricos y la segunda de aplicación con el uso de la computadora, fue planeada para aplicarse de una hora para cada parte. La primera parte se encuentra estructurada en base a un problema, que a su vez integra la lógica resumida de la secuencia didáctica de las actividades de 2 a 7, proponiéndose tres reactivos y cada reactivo tiene diferentes incisos.

El reactivo 1, considera evaluar la actividad 2, mientras que el reactivo 2, abarca evaluar en su conjunto las actividades 3, 4, 5 y 6, y en el reactivo 3 se refiere a evaluar la actividad 7.

Los reactivos que conforman la 'primera parte de la actividad son:

Instrucciones: Lee cuidadosamente el siguiente experimento aleatorio, presuponiendo que corresponde a un experimento de Bernuolli, y contesta ó resuelve lo que se te indica.

En general el 30% de los pacientes de cierto hospital de la zona metropolitana de la ciudad de México se sabe que padece de alguna enfermedad del aparato respiratorio; si se seleccionan 5 pacientes al azar.

1. Contesta en el espacio marcado las preguntas de acuerdo a lo que se pide en cada una de ellas.

   a) Cuantas veces se realiza el experimento aleatorio: b) Al seleccionar a cualquier paciente del hospital, mencione cuales podrian ser los posibles resultados, respecto al paciente:

   b) Al realizar el experimento aleatorio, ¿a que resultado se considera el fracaso y cuanto vale su probabilidad?

   c) Al realizar el experimento aleatorio, ¿a que resultado se considera el éxito y cuanto vale su probabilidad?

   d) Indique qué valores discretos puede tomar la variable aleatoria X_i.

En las siguientes preguntas, donde se pide calcular probabilidades, respecto al mismo experimento aleatorio; y utilizando el modelo matemático de Distribución Binomial, para cada pregunta especificar la notación, el procedimiento de las operaciones y enmarcar el resultado de la respuesta, en una hoja anexa.

2. Obtenga la probabilidad de que:

a. Al realizar el experimento aleatorio, menos de 2 personas padezcan la enfermedad del aparato respiratorio.

b. Al realizar el experimento aleatorio, únicamente 3 personas padezcan la enfermedad del aparato respiratorio.

c. Al realizar el experimento aleatorio, 2 ó más personas padezcan la enfermedad del aparato respiratorio.

3. Calcula:

a) La media.

b) La desviación estándar.

En la segunda parte de la actividad, se planteo otro ejercicio de un experimento binomial, el cual deberán resolver con la ayuda del software dinámico de estadística FATHOM. Esta parte corresponde a una segunda práctica en la 'propuesta didáctica, la cual esta conformada por 18 instrucciones que llevan al alumno pasos a paso en la obtención de resultados de la simulación en computadora para la construcción de la distribución de probabilidad teórica y práctica, representación grafica, para el vaciado de los resultados con instrucciones similares a la actividad 8. Con lo que los instrumentos que se utilizaron para el análisis de resultados del siguiente capitulo en el orden en que aparecen, son:

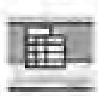
Computadoras en casa.

En un grupo de Estadística se encontró que 7 de cada 10 alumnos tienen computadora en casa. Se eligen 5 alumnos al azar. Indica cuál es la probabilidad de que tengan computadora en su casa al menos 2 alumnos.

1. Describe como calcularías esta probabilidad (S1):

Simulación con la computadora

4. Selecciona la caja alumnos de Estadística, jala al área de trabajo el icono *New Case Table*



y asigna el atributo PC en casa.

Measures from Sample of alumnos de Estadística

count	0	1
	1	22
	2	125
	3	304
	4	375
	5	172
Column Summary		1000

S1 = count ( )

16. Analiza la tabla anterior y di que representa el área sombreada (S2).

17. Llena la siguiente tabla de resultados teóricos y prácticos:

[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]		

18. ¿Consideras que obtuviste una buena aproximación con la simulación?

a) Si b) No

Explica tu respuesta (S3):

La evaluación se aplico por parejas de alumnos, respetando la integración de los equipos conforme al trabajo de la actividad 8.

El producto final es la entrega del material impreso contestado por equipo de ambas partes y una copia en una memoria USB ó en CD de la práctica en computadora, para cotejar respuestas de llenado del material impreso y la realización correcta de la práctica.

Capítulo 4.

Análisis de resultados.

Capítulo 4. Análisis de resultados.

De la descripción de las actividades en la metodología, se aclaro que en las actividad 1, en la primera parte de la actividad 4 y la actividad 7, se elaboraron instrumentos que pretenden verificar los conocimientos previos de los alumnos, por lo que estos solo se evalúan respecto al contenido del conocimiento formal de conceptos, notación y lenguaje matemático, según el caso. Mientras que las demás actividades permiten ser valoradas con el análisis de resultados utilizando como referencia el trabajo de Bills & Collins (SOLO) que se describió en el capítulo 2.

De las actividades de la propuesta didáctica, las categorías que se utilizaron en el análisis de resultados fueron: Pre-estructural, Uni-estructural, Multi-estructural y en pocas ocasiones Relacional.

Considerando que una de las finalidades de este proyecto de investigación es observar si los alumnos logran identificar los elementos que conforman un experimento binomial, y realizar un proceso de interpretación y operación, se categorizó como Pre-estructural a los alumnos cuyos argumentos no tienen relación con la pregunta o manifiestan su experiencia personal para emitir una respuesta.

En un nivel Uni-estructural se encuentran los participantes que identifican los términos involucrados en el experimento, sin embargo, hacen un uso inapropiado de ellos.

Los alumnos que se consideraron para un nivel Multi-estructural, no tuvieron problemas con la identificación de los elementos como número de repeticiones, la variable aleatoria, la probabilidad de éxito o fracaso, generalmente hacen un planteamiento adecuado de las estructuras. Clasificar la respuesta de un alumno en un nivel Relacional, implica que el alumno puede encontrar los elementos del experimento, da respuesta correcta al reactivo y sustenta sus argumentos.

La clasificación en ocasiones fue difícil, ya que al hacer el análisis de las respuestas, identificamos reactivos que no proporcionaban suficiente información para observar si en la respuesta del alumno, proyectaba comprensión del tema involucrado. Conforme se avanzó en el análisis de los datos desapareció el nivel Pre-estructural en las categorías, porque los alumnos se fueron relacionando con la temática y aunque no siempre de manera adecuada, era evidente que podían al menos identificar los elementos del experimento.

La información se presenta definiendo cada actividad, cómo se aplico, los equipos que se formaron y tablas que resumen las respuestas de los alumnos con su categorización correspondiente. Por lo que a continuación se describe como se consideró el análisis de resultados y la evaluación de las respuestas, en cada una de las actividades.

4.1 Análisis de resultados para la actividad 1.

Al realizar la construcción del mapa conceptual con relaciones significativas de los conceptos de la temática Distribución de Probabilidad; fue observable que la conexión y significado de la participación de los alumnos para organizar y comunicar la estructura mental del tema previo, no resulto ser tan contundente, además de que no se diseño un instrumento para explorar con mejor claridad la intención de la actividad, solo de manera verbal y resumida, se retomaron los aprendizajes de la unidad.

Por lo que en la construcción del mapa conceptual, se puede dudar que la integración de que los aprendices tienen entre los conceptos para su elaboración, esta en función con la comprensión de las actividades que se realizaron en la anterior temática.

Así que el producto grupal, que se elaboró en clase, se muestra en la figura 4.1.1., de la siguiente página.

Unidad I. Variable aleatoria.

Tema: Distribución de probabilidad

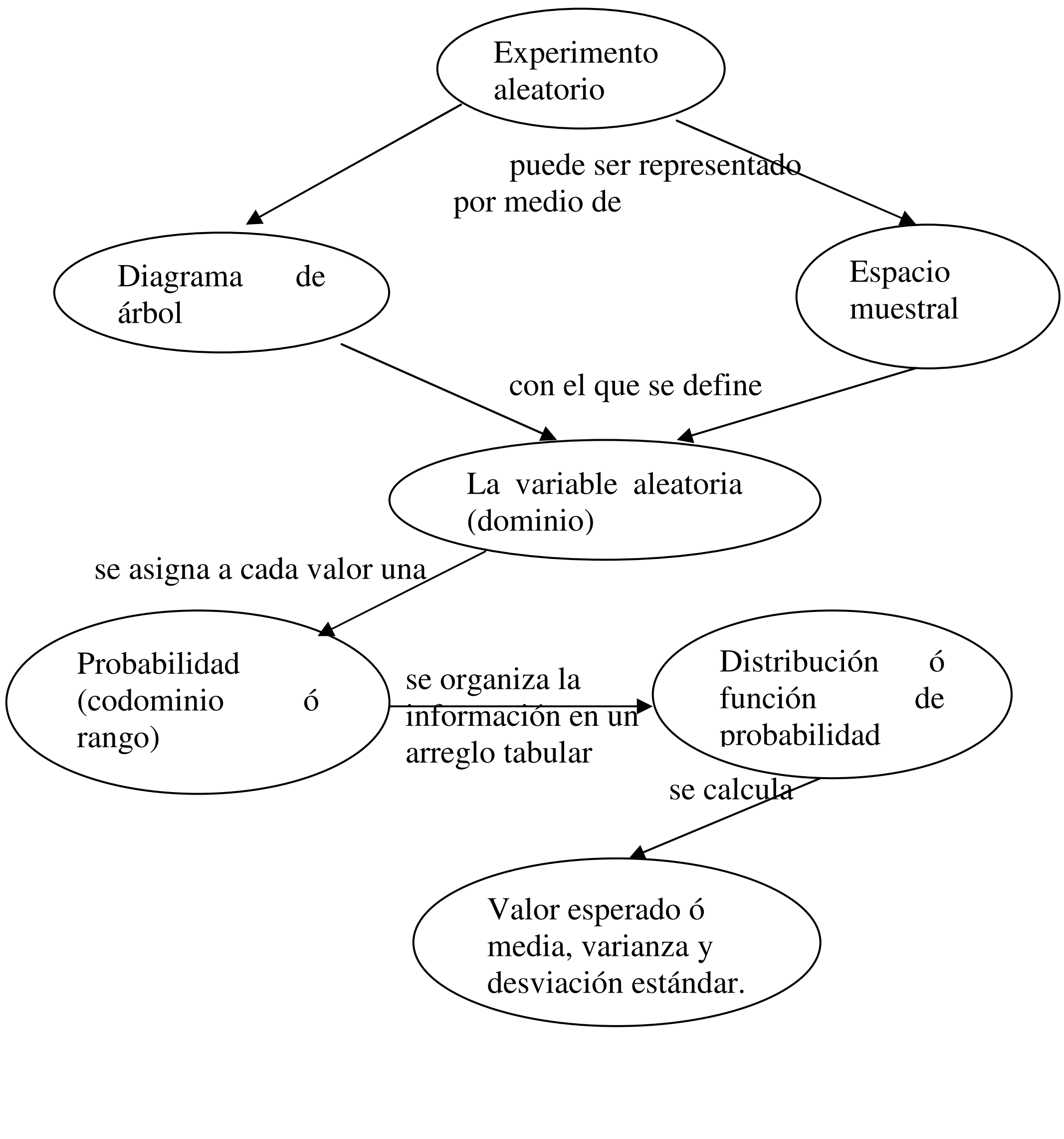


Figura 4.1.1

En la aplicación del cuestionario abierto, las respuestas se registraron y se clasificaron en la tabla 4.1.2, de la siguiente forma:

Como respuestas Correctas (C), respuestas Incorrectas (I), respuestas en blanco ó No respondió (NR) y No ejemplificó (NE) para el caso de la pregunta 2. En cuanto a la pregunta 3 y 5, se clasificó con respecto al argumento, por lo que se transcribieron las respuestas completas. En la tabla de respuestas 4.1.2, se identifica a la primera columna como (Eq) al número de equipo, segunda, tercera, quinta, sexta y séptima columnas respectivamente, se identifican a cada una de las preguntas del cuestionario como P1, P2, P3, P4 y P5. En la cuarta columna, sólo nos referimos a la clasificación de la ejemplificación que implica la pregunta 2 del cuestionario y que se identifica como Ej.

4.1.2 Tabla de respuestas de la aplicación del cuestionario, actividad 1.

Eq.	**P1**	**P2**	**Ej**	**P3**	**P4**	**P5**
1	I	I	I	La función es el principio de los pasos a seguir y la distribución es el resultado de probabilidad del problema	C	La dificultad porque ya se mezclan diferentes componentes aleatorios.
2	C	I	I	Debido a que si no hay función no hay distribución	NR	NR
3	C	I	NE	Que la función nos proporciona los datos base para el ordenamiento de estos	C	En estadística I se proporcionaban diversas formulas y procedimientos para la distribución

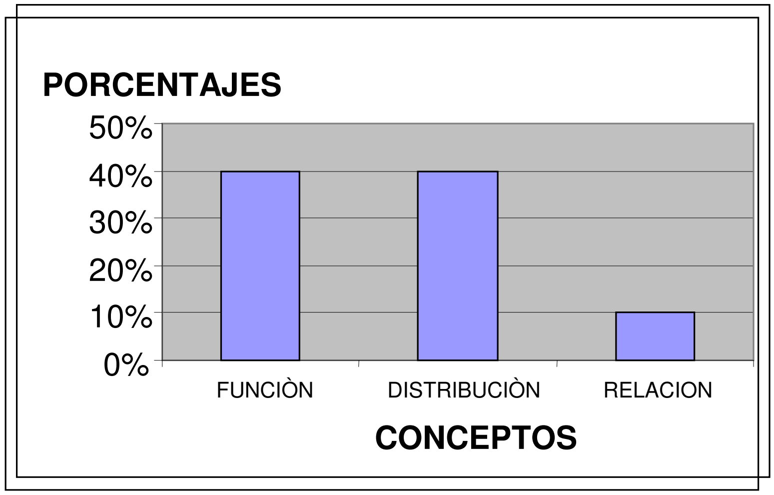
4	I	C	NE	Los dos se asemejan en forma de datos	C	En estadística I hay mas procedimiento, y en estadística II es más compleja
5	I	C	NE	Al darse una función de algún problema se muestra la expansión de resultados que posiblemente son obtenidos	C	Que en estadística I, no se determinaba la función
6	I	I	NE	Que una depende de la otra	C	NR
7	I	C	I	Para hacer la función necesitas la distribución y ya obtenida puedes hacer la función	C	En estadística I era más fácil que en estadística II pues en esta son un poco mas difícil
8	C	C	NE	Los valores de la distribución son el resultado de la función	I	En estadística I solo conservamos posibles resultados y en estadística II lo desarrollamos llegando a un resultado mas concreto
9	C	I	NE	Que en las dos se calcula la media, la varianza y la desviación estandar	C	No pude encontrar ninguna diferencia ya que se maneja igual
10	I	I	I	La relación de un solo elemento	C	En estadística I no era tan exacto como ahora

De las preguntas 1, 2 y 3, se busca identificar si los alumnos pueden describir el concepto de función, distribución y su relación. Obtuvimos que el 40% de los alumnos identificaran el concepto de función y otro 40% el concepto de distribución, sin embargo, solo los equipos 2 y 5 relacionan ambos conceptos. Aunque el equipo 2 parece no tener claro el concepto de distribución.

La pregunta 4, se planteo con la intención de que el alumno tuviera una alternativa de respuesta acerca de la relación entre función y distribución, con base en las respuestas obtenidas creemos que se planteo de manera incorrecta, ya que la pregunta propiciaba una respuesta corta como si ó no, en donde se obtuvo que el 80% respondió de forma correcta, sin argumentar la validez de su respuesta.

Considerando que los alumnos realizaron tablas de distribución frecuencias en Estadística I y distribución de probabilidad en Estadística II, se plantea la pregunta 5 con la intención de que el alumno identifique la función implícita en ambos casos. Es decir, que estuviera orientada en cuanto a los formatos, procedimientos, tipos de ejercicios, para darle coherencia y necesidad de las definiciones, sobre todo al concepto de variable y particularmente al de variable aleatoria, así como la importancia de la definición de probabilidad en su enfoque clásico y frecuencial. Sin embargo, se aprecia que los alumnos se limitan identificar diferencias, dificultades ó facilidades de su experiencia en la materia, pero no respecto a los contenidos, también mencionan a la exactitud de los resultados concretos o que abiertamente no encuentran ninguna diferencia.

De manera general se presentan los resultados en la siguiente tabla, donde se aprecia la limitada comprensión de los conceptos. Es necesario mencionar que las siguiente gráfica muestra resultados de las primeras tres preguntas, para la pregunta 4 y 5 se omiten dado que se consideró que el planteamiento de éstas es inadecuado.



Gráfica de porcentajes de respuestas.

Al concluir esta actividad se realizó una lectura rápida de las respuestas de los alumnos, en donde se observó que en general las respuestas no eran las que se esperaban, lo que dio la pauta para promover la participación grupal con una de lluvia de ideas, para una lograr homogeneidad y formalidad acerca de la definición de función y distribución, así denotar la relación entre ambos conceptos.

4.2 Análisis de resultados para la actividad 2.

Las respuestas de los alumnos se registraron en forma individual, por el contenido de la actividad, se organizo la información de las respuestas en tres tablas.En la primera tabla (4.2.1), se registro la clasificación de las respuestas de las primeras cinco preguntas; en la segunda tabla (4.2.2), se registro la clasificación de respuestas y cuantificación de características de cada uno de los tres ejercicios consecutivos de las preguntas intercaladas y en la tercera tabla (4.2.3), se registra la clasificación de las respuestas del último ejercicio. A continuación se describe el contenido de cada una de las tablas de está actividad.

Para la tabla 4.2.1, se identifico en la primera columna como (Al) al número de alumno, seguido de el registro los resultados de la pregunta 1 a la pregunta 5 de la actividad 2; etiquetadas como R1, R2, R3, R4 y R5, según el orden de aparición.

Considerando que para R1, se reviso si el alumno identifica a "n", es decir el número de repeticiones del experimento aleatorio (Id n), adicionalmente en R1, se verifico si la respuesta contenía un argumento (A), el cual también es clasificado como correcto, incorrecto o sin argumento (S); en R2 sólo se reviso si el alumno identifico los posibles resultados del experimento aleatorio en cada repetición (Id r); en R3 si el alumno identifico a "p", la probabilidad de éxito (Id p), seguido del calculo de "q", probabilidad de fracaso (Cal q), para R4 y R5 se clasifico el argumento de la respuesta como I, C, N ó NR (no responde). Por último se colocó una columna en la que se etiqueta con base en las categorías SOLO, clasificadas como Pre-estructural (P), Uni-estructural (U), Multi-estructural (M) ó Relacional (R).

4.2.1 Tabla de resultados de las preguntas 1, 2, 3, 4 y 5, actividad 2.

Al.	R1		R2	R3		R4	R5	Categoría SOLO
	Id n	A	Id r	Id p	Cal q			
1	C	S	C	C	C	C	I	M
2	I	S	C	C	C	C	I	M
3	C	S	C	C	C	C	I	M
4	I	S	C	C	C	C	I	M
5	C	S	I	I	I	C	I	U
6	C	S	I	C	C	C	I	M
7	C	S	I	C	NR	C	I	U
8	C	S	C	C	C	C	C	M
9	C	S	C	C	NR	C	I	M

10	C	S	C	C	C	NR	I	M
11	C	S	I	I	I	I	I	U
12	C	S	I	C	C	C	I	M
13	C	S	C	C	C	C	I	M
14	C	C	C	C	C	C	C	R
15	C	S	C	C	C	C	C	M
16	C	S	C	C	C	C	I	M
17	C	S	C	C	C	C	C	M
18	C	S	I	C	C	NR	NR	U
19	C	S	I	C	C	NR	NR	U
20	C	S	C	C	C	NR	NR	M

La categorización SOLO, para la tabla 4.2.1, se resume a continuación:

	Frecuencia	%
Pre-estructural	0	0
Uni-estructural	6	30
Multi-estructural	13	65
Relacional	1	5
Total	20	100

Se puede observar que ningún alumno pertenece a la categoría Pre-estructural, dado que los veinte al menos identificaron uno de los elementos que describen un experimento binomial, aquellos alumnos que forman parte del nivel Uni-estructural mencionaron uno o dos elementos, sin embargo mostraron inconsistencias en sus respuestas. Por ejemplo el alumno 5 identifica n y la variable aleatoria, pero su argumento es incorrecto; es el mismo caso del alumno7 que además no calcula q, o el caso del alumno 11 que únicamente identifica a n y argumenta de manera correcta. Aunque el alumno 20 identifica tres de los elementos se considero dentro de la categoría Uni-estructural por que no argumento en la pregunta uno y no contesto a las correspondientes a variable aleatoria.

De los trece alumnos clasificados en Multi-estructural, ocho de ellos identificaron los cuatro elementos, el resto solo tres de ellos, sin embargo, sus argumentos carecen de fundamento, salvo tres alumnos que determinan correctamente los valores de la variable aleatoria.

Solamente el alumno 14 realiza y completa la actividad de forma adecuada, por lo tanto se considero para la categoría relacional.

En la tabla de resultados 4.2.2, se registro la clasificación de respuestas y cuantificación de características los ejercicios E6, E7 y E8, en la cual se identifico en la primer columna como (Al) al número de alumno, en las posteriores columnas para cada ejercicio, conforme a las instrucciones, se reviso primero la clasificación del experimento, es decir, si corresponde ó no corresponde a un experimento Binomial, clasificando como la respuesta correcta (C) ó respuesta incorrecta (I).

De la identificación nos intereso revisar si el alumno identifica las características que definen al experimento binomial anotando cada una de ellas, es decir, se evaluó las respuestas de acuerdo al conteo del número de características que posiblemente argumenten su respuesta, reportando el número de características correctas (CC) y el número de características incorrectas (CI).

4.2.2 Tabla de resultados de los ejercicios propuestos 6,7 y 8**,** de la actividad 2.

Al.	Ejercicio 6	Ejercicio 7	Ejercicio 8	Clasificación

	cla	CC	CI	cla	CC	CI	cla	CC	CI	SOLO
1	I	0	0	I	2	0	C	1	0	P
2	C	0	1	C	0	1	C	0	0	P
3	C	1	0	C	1	0	C	0	0	U
4	C	0	1	I	0	1	C	0	1	P
5	I	0	0	C	0	0	C	0	0	P
6	C	0	0	I	0	0	C	0	0	P
7	C	0	0	I	0	0	C	0	0	P
8	C	2	0	C	1	0	C	2	0	M
9	I	0	0	I	0	0	C	0	0	P
10	I	0	0	I	0	1	C	0	1	P

Al.	Ejercicio 6			Ejercicio 7			Ejercicio 8			Clasificación SOLO
	cla	CC	CI	cla	CC	CI	cla	CC	CI	
11	C	0	0	I	0	0	I	0	0	P
12	C	0	0	C	0	0	C	0	0	P
13	I	0	0	I	0	0	C	0	0	P
14	C	2	0	C	1	1	C	2	0	M
15	C	2	0	C	1	0	C	2	0	M
16	I	0	0	C	0	2	C	3	0	U
17	C	2	0	C	1	0	C	2	0	M
18	C	1	1	C	0	0	C	1	2	U
19	C	2	0	B	0	0	C	3	0	M
20	C	2	0	B	0	1	C	1	0	M

Para el ejercicio 9, se elaboró la tabla de resultados 4.2.3, en donde se propone primero, que el alumno ejemplifique primero un experimento aleatorio que cumpla con las características al de un experimento de Bernoulli, en la columna de resultados de este ejerció se reporto primero si ejemplifico o no (Ej.), enseguida se anoto los números para características correctas CC y características incorrectas CI.

Posteriormente se pide que el alumno anote un ejemplo de un experimento aleatorio que no cumpla con las características del experimento Binomial, de manera similar solo se reporta si realizo o no realizo la ejemplificación (Ej.) y para esta ejemplificación si menciono o no menciono características que justifiquen su ejemplo, argumento (A). En ambas tablas, en la última columna se clasificaron los resultados por tabla con base en las categorías SOLO. Las clasificaciones consideradas a los ejercicios fueron: Pre-estructural (P), Uni-estructural (U), Multi-estructural (M) y Relacional (R).

4.2.3 Tabla de resultados del ejercicio 9, propuesto en la actividad 2.

Al.	Ejercicio 9					Clasificación SOLO
	Ej.	CC	CI	Ej.	A	
1	no	0	0	no	no	P
2	no	0	0	no	no	P
3	si	0	0	si	no	U
4	no	0	0	no	no	P
5	no	0	0	si	no	P
6	si	0	0	no	no	P
7	no	0	0	no	no	P
8	si	3	0	no	no	U

9	no	0	0	no	no	P
10	si	1	0	no	no	P
11	si	0	0	no	no	P
12	si	0	0	no	no	P
13	si	0	1	si	no	P
14	si	2	0	si	si	M
15	si	2	0	si	si	M
16	si	1	0	si	no	U
17	si	4	0	si	no	M
18	si	0	0	si	no	P
19	no	0	0	si	no	P
20	si	3	0	si	si	M

La categorización SOLO, para las tabla 4.2.2 y 4.2.3, se resume a continuación:

	Ejercicios 6,7 y 8		Ejercicio 9	
	Frecuencia	%	Frecuencia	%
Pre-estructural	11	55	13	65
Uni-estructural	3	15	3	15
Multi-estructural	6	30	4	20
Relacional	0	0	0	0
Total	20	100	20	100

Conforme fue en aumento la independencia del alumno para describir y justificar sus respuestas (ejercicios 6,7, y 8), además de solicitar que el alumno ejemplifique con dos casos y sus respectivos argumentos del conocimiento propio, es notable que la comprensión e interpretación de los ejercicios, fue en disminución.

En la categoría Pre-estructural de los ejercicios 6, 7 y 8, se consideraron a los alumnos que tenían una o dos clasificaciones correctas (5, 6, 7, 9, 10, 11 y 13), sin embargo, no indican ninguna característica correcta, por lo que suponemos que su intuición les hizo decidir acertadamente. El alumno uno escribe 2 características correctas y clasifica erróneamente en el ejercicio 7, pero en el ejercicio 8 anota una característica y clasifica correctamente. Los alumnos dos, cuatro y doce clasificaron correctamente los 3 ejercicios, pero no proporcionan ninguna característica correcta y si lo hacen es de manera desatinada.

El nivel Uni-estructural esta compuesto por los alumnos que clasificaron de manera acertada los 3 ejercicios y proporcionaron al menos 2 características correctamente. El alumno 16 se considero esta categoría aunque sólo clasifico bien dos de los ejercicios, y que en el ejercicio 7 mencionó dos características incorrectas, pero en el ejercicio 8 escribe 3 características correctas, lo que indica que tiene nociones del experimento y sus elementos.

Los alumnos 8, 14, 15, 17, 19 y 20 se consideraron en el nivel Multi-estructural porque clasificaron todos los ejercicios correctamente y además proporcionaron de uno a tres elementos, es evidente que los seis alumnos identifican claramente un experimento binomial.

En el ejercicio 9 se ratifica la clasificación Pre-estructural para los mismos alumnos de lo ejercicios anteriores, y era de esperarse, ya que se les solicita mencionar y describir los elementos que componen a un experimento binomial, es claro que si no mostraron comprensión anteriormente, sus argumentos no proporcionaron ninguna relación con la temática. Cabe mencionar dos casos en los que los alumnos disminuyeron de categoría, ubicados ahora en el nivel Pre-estructural. Uno es el alumno 18, el cual estaba en el nivel Uni-estructural, el cual había mencionado tres características incorrectas en los ejercicios anteriores y en éste, solo proporciono los ejemplos sin argumentar, mostrando indicios de saber clasificar los experimentos binomiales, pero no tiene la capacidad de argumentar. El alumno 19, que fue considerado en el nivel Multi-estructural, proporciono un ejemplo de un experimento que no es binomial de manera correcta, pero no argumento, aunque en los ejercicios clasifica y argumenta adecuadamente.

En el ejercicio 9 podemos observar que los demás estudiantes categorizados en el nivel Uni-estructural o Multi-estructural en los ejercicios 6, 7 y 8 son congruentes con sus respuestas y argumentos, lo que no indica que hubo cierta comprensión y consistencia en las actividades realizadas. Un caso particular fue el alumno 8 que bajo de categoría Multi-estructural a Uni-estructural porque sólo anotó el ejemplo para un experimento binomial y además mencionó 3 elementos de lo componen, lo que nos hace pensar que identifica claramente las condiciones que requiere el experimento.

4.3 Análisis de resultados para la actividad 3.

Los resultados de está actividad se reportaron de la siguiente forma: en la primer columna (Al.), se identifico con un número a cada alumno, de la misma forma que en las tablas de la actividad anterior; en las siguientes columnas (I.a, I.b, I.c, I.d, I.e, I.f y I.g), nos referimos a las respuestas registradas para cada inciso del ejercicio propuesto en la actividad, en el orden en que se presentan, las cuales se clasificaron en la siguiente tabla como Incorrectas (I), Correctas (C) y no respondió (NR). El inciso g, se clasifica de acuerdo al argumento. En la última columna en la que se etiqueta con base en las categorías SOLO, clasificadas como Pre-estructural (P), Uni-estructural (U), Multi-estructural (M) y Relacional (R).

4.3.1 Tabla de resultados por alumno, actividad 3.

Al.	I.a	I.b	I.c	I.d	I.e	I.f	I.g	Categoría

								SOLO
1	C	C	C	C	C	NR	NR	U
2	C	C	C	C	I	C	NR	U
3	C	C	C	C	I	I	NR	U
4	C	C	C	C	I	C	NR	U
5	C	C	C	C	I	I	NR	U
6	I	I	I	I	I	I	NR	P
7	C	C	C	C	C	C	NR	U
8	I	I	C	I	I	C	I	P
9	C	C	C	C	C	C	NR	U
10	C	C	C	C	C	I	NR	U
11	C	C	I	C	C	I	NR	U
12	C	C	C	C	I	I	NR	U
13	I	I	I	I	I	NR	NR	P
14	C	C	C	C	C	I	C	M
15	C	C	C	C	C	C	C	M
16	C	C	C	C	C	C	NR	U
17	C	C	C	C	C	C	NR	U
18	C	C	C	C	I	I	C	U
19	C	C	C	C	C	NR	NR	U
20	C	C	C	C	C	C	NR	U

La categorización SOLO, para la tabla 4.3.1, se resume a continuación:

	Frecuencia	%
Pre-estructural	3	15
Uni-estructural	15	75
Multi--estructural	2	10
Total	20	100

Los alumnos 6, 8 y 13 no fueron capaces de representar el experimento aleatorio por medio de un diagrama de árbol, en consecuencia el resto de los incisos los realizaron manera incorrecta, por lo tanto se consideraron para el nivel Pre-estructural. El 75% de los alumnos lograron determinar los elementos del experimento, sin embargo, al preguntarles lo que implica incrementar el número de repeticiones del experimento aleatorio (n), no respondieron, excepto el alumno 18 argumentó satisfactoriamente, quien organizo y represento de manera inadecuada la información solicitada en los incisos e y f. Consideramos que los alumnos en el nivel Uni-estructural tienen dominio de algunos aspectos básicos de la distribución de probabilidad como son la identificación, representación y operación de los elementos del experimento aleatorio, sin embargo, tienen deficiencias al organizar la información y esto implica que algunas gráficas sean representativas de dichos datos erróneos.

Por último están los alumnos considerados en el nivel Multi-estructural, ambos resuelven y argumentan correctamente la actividad, excepto el alumno 14 que al realizar la gráfica representa con puntos los valores correspondientes a la variable aleatoria específicamente cuando X = 1 representa un mismo punto en dos diferentes lugares geométricos.

4.4 Análisis de resultados para la actividad 4.

Las respuestas de los alumnos se registraron en forma individual y por el contenido de la actividad, la información de los resultados se organizo y clasifico en dos tablas. En la primera tabla (4.4.1), identificada como la primera parte de la actividad 4, correspondiente al registro de la clasificación de las respuestas de completado de los espacios en blanco y en la segunda tabla (4.4.2), corresponde a la segunda parte de la actividad, registrando la clasificación de respuestas del completado de la distribución de probabilidad.

En la tabla 4.4.1, el registro de resultados se realizo de la siguiente forma: En la primera columna (Al.) corresponde al número de alumno, en las siguientes columnas se coloca la etiqueta (D.n, D.p, D.q, D.nCx, D.P(x)) para determinar si el alumno describe lo que representa cada elemento en el modelo matemático, en el orden en que se presentan las respuestas por alumno, se clasificaron como respuestas Incorrectas (I), respuesta Correctas (C), respuestas incompletas (In) y no respondió (NR).

4.4.1 Tabla de resultados de la actividad 4.

Al.	**D.n**	**D. p**	**D. q**	**D. x**	**D. nC x**	**D.P(x)**
1	C	In	In	I	NR	In
2	C	In	In	C	I	In
3	I	I	I	NR	NR	NR
4	C	In	In	C	I	In
5	NR	C	C	In	C	C
6	C	C	C	I	I	C
7	I	I	I	I	I	I
8	C	C	C	C	I	C

9	I	I	I	I	I	I
10	NR	C	C	C	C	C
11	C	In	In	I	NR	I
12	I	I	I	NR	NR	NR
13	NR	C	C	C	In	C
14	C	C	C	C	I	C
15	I	In	In	In	C	In
16	I	In	In	In	C	In
17	C	C	C	I	NR	C
18	NR	C	C	In	C	In
19	I	In	In	In	C	In
20	NR	C	C	In	C	In

A continuación se resumen en porcentajes los resultados obtenidos de la tabla 4.4.1, sólo clasificando las repuestas correctas, incorrectas, incompletas y sin responder.

	D.n	D. p	D. q	D. x	D. **nCx**	D. P(x)
Correcta	40%	55%	55%	30%	35%	35%
Incorrecta	35%	20%	20%	30%	35%	15%
Incompleta	0%	35%	35%	30%	5%	40%
No respondió	25%	0%	0%	10%	25%	10%

Para el análisis de estas respuestas no se consideró el modelo SOLO, ya que esta actividad pretendemos verificar que el alumno utiliza el lenguaje matemático y su respectiva notación, pues se considera que su nivel es de conocimiento, es decir, solo requiere un proceso memorístico para resolverla, por lo tanto no es posible determinar si el alumno se encuentra en alguno de los niveles del modelo SOLO.

De acuerdo a las actividades previas se esperaba que los elementos n, p y q serían los que identificaran con mas precisión, por ser conocimientos recientes, sin embargo en promedio menos de la mitad los define con un lenguaje apropiado. Por otro lado, el caso de la variable aleatoria podemos observar que la 30% la define sólo como variable y el 40% lo hace de manera incorrecta o no responde, a pesar de que en el enunciado de la actividad se define a x como la variable aleatoria. El 65% de los alumnos al parecer no están muy familiarizados con la notación correspondiente a la combinatoria y la probabilidad de una variable aleatoria.

En la segunda parte de la actividad 4, el propósito es comprender y entender la notación de la estructura del modelo matemático para calcular probabilidades, organizar la información, construcción y representación gráfica de la distribución de probabilidad en un experimento binomial.

El reporte de los resultados por alumno, se presenta en la tabla 4.4.2, y se realizo de la siguiente forma: en la primer columna (Al.), se identifico con un número a cada alumno; en las siguientes cuatro columnas, se verifica el desarrollo de las operaciones con el modelo matemático (DMM), la obtención de los resultados del desarrollo del modelo matemático (R), el completado de la distribución de probabilidad (DP), la representación grafica de la distribución de probabilidad (RG); estas cuatro columnas según el orden en que se presentan las respuestas por alumno, se clasificaron como respuestas Incorrectas (I), respuestas Correctas (C) y no respondió (NR). En la última columna en la que se etiqueta con base en las categorías SOLO, clasificadas como Pre-estructural (P), Uni-estructural (U), Multi-estructural (M) y Relacional (R).

4.4.2 Tabla de resultados por alumno de la 2ª parte, actividad 4.

Al.	DMM	R	DP	RG	Clasificación SOLO
1	C	I	C	NR	U
2	C	I	C	NR	U
3	C	C	C	C	M
4	C	I	C	NR	U
5	C	C	C	NR	U
6	C	C	C	NR	U
7	C	I	C	C	U
8	C	I	C	C	U
9	C	I	C	C	U
10	C	C	C	I	U
11	I	NR	C	NR	U
12	C	C	C	C	M
13	C	C	C	I	U
14	C	C	C	C	M
15	C	C	C	C	M
16	C	C	C	I	U
17	C	C	C	NR	U
18	C	C	C	NR	U
19	C	C	C	NR	U
20	C	C	C	NR	U

La categorización SOLO, para la tabla 4.4.2, se resume a continuación:

	Frecuencia	%
Pre-estructural	0	0
Uni-estructural	16	80
Multi-estructural	4	20
Total	20	100

Como se puede notar en la tabla, en esta actividad no hay alumnos clasificados con el nivel Pre-estructural, ya que al menos todos tienen la noción de como se utiliza el modelo matemático de la distribución binomial, como es el caso del alumno 11, el cual únicamente se le pudo clasificar correcto, el completado de la distribución de probabilidad, debido a que solo indica el calculo y resultado de la probabilidad con el modelo matemático para x = 0. Además, en la distribución de probabilidad reporta los resultados de la actividad 4, es decir, las probabilidades las escribe en fracción y no en decimal como normalmente se obtienen al utilizar la calculadora, sin embargo, muestra indicios de sustituir e identificar los elementos que constituyen el modelo matemático para calcular probabilidades, por lo que pensamos que el resultado de la tabla lo determinó con base en el los resultados de la actividad 5 ya que no se observa ningún tipo de cálculo en sus respuestas, por lo tanto este alumno fue clasificado en nivel Uni-estructural.

El 80% de los alumnos se clasificaron en el nivel Uni-estructural, por que al menos, indican las operaciones con el modelo matemático, lo cual implica que identifican y sustituyen correctamente cada uno de los elementos del experimento binomial, que componen al modelo matemático para cada valor particular de la variable aleatoria, excepto como ya se comento el alumno 11, por lo que se dieron también los siguientes casos.

Pensamos que los alumnos 1, 2, 4, 7 y 9, utilizaron inadecuadamente la calculadora, debido a que indican correctamente el desarrollo de las operaciones con el uso del modelo matemático, pero los resultados son incorrectos.

En el alumno 8, se observó que desde la actividad 4, considera equivocadamente los valores de n, p y q, esto implica que los resultados finales sean erróneos, sin embargo, el procedimiento, desarrollo del modelo matemático, la distribución de probabilidad y la representación grafica son adecuados, por lo tanto se considero a este alumno en el nivel Uni-estructural.

Una característica en común de los alumnos clasificados en este nivel, es que ninguno realizo la gráfica correspondiente, excepto los alumnos 10 y 13, que lo hicieron de manera incorrecta, ya que no elaboran una barra especifica para el valor de X = 0, la señala sombreando el eje de la ordenadas, por otro lado, el alumno 16, no indica la magnitud de las alturas de las barras (probabilidad) para los valores de la variable aleatoria correspondiente. Aunque tenían como referencia la actividad 5 en la que la mayoría realizaron la representación gráfica de la distribución de probabilidad.

Los alumnos 3, 12, 14 y 15, considerados en el nivel Multi-estructural, realizaron las actividades correctas que señalan las instrucciones en esta actividad.

4.5 Análisis de resultados para la actividad 5.

El análisis de resultados de esta actividad, se seccionó en tres partes, de acuerdo a las instrucciones y al orden en que aparecen, obteniendo tres tablas de resultados de respuestas por alumno. La primera tabla (4.5.1), se construye en correspondencia al registro de los resultados de las respuestas por alumno, de las preguntas 1 a la 4. La segunda tabla de resultados por alumno para esta actividad, se construye en base al registro de los resultados de las respuestas por alumno de las preguntas 5 a la 9. El tercer bloque de resultados se construye en base al registro de los resultados de las preguntas 10 y 11, las cuales siguen las mismas instrucciones de las preguntas anteriores.

El reporte de los resultados en la tabla 4.5.1, se realizo de la siguiente forma: en la primera columna (Al.), se identifico con un número a cada alumno, de la misma forma que anteriormente; las siguientes columnas se identifica a cada respuesta de cada pregunta por alumno en el orden en que aparecen como P1, P2, P3 y P4. Las respuestas por alumno, se clasificaron como respuestas Incorrectas (I) o Correctas (C).

4.5.1 Tabla de resultados por alumno de las preguntas 1, 2, 3 y 4 del actividad 5.

Al.	P 1	P 2	P 3	P 4
1	C	I	C	C
2	C	C	C	C
3	C	C	C	C
4	C	C	C	C
5	C	C	C	C
6	C	I	C	I
7	I	I	I	I
8	C	C	C	C
9	C	C	C	C
10	C	C	C	C
11	C	C	C	C
12	C	C	C	C
13	I	I	I	I
14	I	I	I	I
15	I	I	I	I

16	C	C	C	C
17	C	C	C	C
18	C	C	C	C
19	I	I	I	I
20	I	I	I	I

En resumen, los porcentajes de repuestas correctas e incorrectas en el orden en que aparecen y se clasifican en la tabla 4.5.1, se muestra a continuación:

	P1	P2	P3	P4
Correctas	70%	60%	70%	60%
Incorrectas	30%	40%	30%	40%

Al igual que en la primer parte de la actividad 4, el análisis de resultados de las respuestas por alumno, no se consideró con el modelo SOLO, ya que esta actividad se pretende verificar si el alumno utiliza el lenguaje matemático y su respectiva notación, pues se considera que su nivel es de conocimiento, es decir, solo requiere un proceso memorístico para contestar las preguntas de la actividad, por lo tanto no es posible determinar si el alumno se encuentra en alguno de los niveles del modelo SOLO.

Estas proposiciones iniciales, son afirmaciones simples que solo implican utilizar los ordenadores lógicos mas comunes (mayor que, mayor ó igual que, menor que, menor ó igual que), como se podrá observar en la tabla anterior, la mayoría de los estudiantes mostró un conocimiento aceptable.

Los porcentajes correspondientes a las respuestas erróneas son de alumnos que manifestaron conocimiento de la notación pero no recuerdan el orden (confunden mayor que con menor que, alumnos 13, 14, 15, 19 y 20) y la estructura de los símbolos (utilizan >= para indicar mayor que y <= para menor que, alumnos 6,13, 14, 15, 19 y 20), la formalidad en la simbología no la respetan usándola a su entendimiento y omiten simbología como la variable que dando expresiones incompletas, como es el caso del alumno 7, que sólo coloca el ordenador lógico correcto en cada pregunta y el número, pero olvida incluir a X, para completar la proposición adecuada, por ejemplo en la pregunta 1 y 3, responde : > 5 , <5.

El reporte de los resultados se presenta en la tabla 4.5.2, y se realizo de la siguiente forma: en la primer columna (Al.), se identifico con un número a cada alumno, las siguientes columnas se identificaron como P5, P6, P7, P8 y P9, a su vez cada una de estas columnas están subdivididas por la representación de la proposición (Rp) y la mención de los valores discretos que incluye cada proposición (V), en el orden en que aparecen la actividad. Las respuestas por alumno, se clasificaron como respuestas Incorrectas (I), Correctas (C), y no respondió (NR).

4.5.2 Tabla de resultados por alumno de las preguntas 5, 6, 7, 8 y 9 de la actividad 5.

Al.	P5		P6		P7		P8		P9	
	Rp	V	Rp	V	Rp	V	Rp	V	Rp	V
1	C	NR	C	NR	C	NR	NR	I	NR	C
2	C	I	C	C	C	C	C	C	C	C
3	C	NR	C	NR	I	NR	NR	NR	NR	NR
4	C	I	C	C	C	C	C	C	C	C
5	I	C	C	C	C	C	I	C	C	C
6	I	I	I	C	I	I	I	C	I	NR

7	I	C	C	C	C	C	I	C	C	C
8	I	I	C	C	I	I	I	I	I	C
9	I	C	C	C	C	C	I	C	C	C
10	C	I	C	C	C	C	I	I	C	C
11	C	C	C	C	C	C	I	I	C	C
12	C	NR	C	NR	I	NR	NR	NR	NR	NR
13	C	NR	I	NR	I	NR	C	NR	C	NR
14	C	I	I	I	I	I	I	C	C	C
15	C	I	I	I	I	I	I	C	C	C
16	I	I	C	I	C	C	C	C	C	C
17	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
18	C	I	C	I	I	I	C	I	C	C
19	C	I	I	I	I	I	I	C	C	C
20	C	I	I	C	C	C	C	C	C	C

En resumen, los porcentajes de repuestas correctas (C), incorrectas (I) y espacios en blanco (NR), de tabla 4.5.2, se muestra a continuación en el orden en que aparecen y se clasifican, siendo esta muy similar a la tabla anterior.

	P5		P6		P7		P8		P9	
	Rp	V	Rp	V	Rp	V	Rp	V	Rp	V
Correctas	70%	25%	70%	55%	55%	50%	35%	60%	75%	80%
Incorrectas	30%	55%	30%	25%	45%	30%	50%	25%	10%	0

No respondió	0	20%	0	20%	0	20%	15%	15%	15%	20%

A partir de la pregunta 5, se consideran dos aspectos de clasificación en las respuestas para cada proposición, nuevamente los porcentajes de respuestas correctas son aceptables respecto a la representación de la proposición, a excepción de P8. Se observa que solo el 35% corresponde a respuestas correctas, siendo la proposición con menor comprensión para representar. Aunque en la parte donde se mencionan los valores de la variable, es claro que hay un incremento en las respuestas correctas de los alumnos, lo que no indica que tienen idea de cuales son los valores correspondientes a la variable, aunque no lo sepan representar con un lenguaje matemático formal. Considerando que en este bloque las expresiones se estructuraron con mayor complejidad comparado con el anterior.

Es claro que los alumnos en este bloque de preguntas, en comparación con las anteriores cuatro, aumentaron los porcentajes de respuestas incorrectas, incluso con porcentajes entre 15% y 20% de preguntas que no registraron respuesta por parte de los alumnos, indicando que tuvieron mas dificultad estos reactivos, en la interpretación, como en la indicación de los valores que la proposición requiere para la variable aleatoria discreta.

La siguiente tabla de observaciones se elaboró con base en los errores registrados:

Al.	Observaciones
1, 3	No incluye al 3 en P5.
2	Afirma lo contrario en la P7 (x es menor a 3).
4	No incluye la notación de igual en P5 y P8, únicamente indica el menor que.
5, 6, 8	No incluye la notación de igual en P6, P7, P8 y P9, únicamente indica el menor que, y omite valores de la variable.
7	Indica varias notaciones, errores de inclusión y exclusión de valores de la variable.

9	No incluye al 0 en la pregunta 1, al 5 en P8, y coloca al revés el ordenador lógico en P8.
10	No incluye al 5, y coloca al revés el ordenador lógico en P8.
11	Afirma lo contrario en la pregunta 7 (x es menor a 3).
12	Traduce, pero no menciona los valores de la variable.
13,14, 18	Menciona los valores contrarios a la afirmación en P5, P6 coloca al revés el ordenador lógico en P7, P8
15	No incluye al 0 y ordenador lógico al revés en P5; en P6 no incluye al 0 y coloca demás al 3.
17	No incluye al 0 en P5 y P6, en P7 coloca y menciona mal el ordenador lógico y lo valores de la variable.
19	En P5 menciona los valores, contrarios a la proposición, en P6 realiza lo contrario,

El reporte y clasificación de los resultados la tabla 4.5.3, se muestra a continuación, de la misma forma que en la tabla 4.5.2, pero únicamente paras las últimas dos preguntas de la actividad 5, identificadas como P10 y P11.

4.5.3 Tabla de resultados por alumno de las preguntas 10 y 11 de la actividad 5.

Al.	P10		P11	
	Rp	V	Rp	V
1	NR	C	NR	C
2	I	I	NR	C
3	NR	NR	NR	NR

4	I	I	NR	C
5	I	I	NR	I
6	I	I	I	I
7	I	C	NR	C
8	NR	NR	NR	NR
9	I	C	NR	C
10	I	C	I	C
11	I	C	I	C
12	NR	NR	NR	NR
13	I	NR	NR	C
14	I	C	I	C
15	NR	NR	NR	NR
16	I	I	I	C
17	I	I	NR	I
18	I	I	I	C
19	I	C	I	C
20	I	C	I	C

En resumen, los porcentajes de repuestas correctas (C), incorrectas (I) y espacios en blanco (NR), de la tabla 4.5.3, se muestran a continuación, con en el orden y clasificación similar a la tabla anterior.

	P10		P11	
	Rp	V	Rp	V
Correctas	0%	40%	0%	65%

Incorrectas	75%	35%	40%	15%
No respondió	25%	25%	60%	20%

Es muy claro que en estas dos últimas preguntas, causaron una mayor problemática en la falta de interpretación de las proposiciones, porque ningún alumno pudo representar la proposición de ambas preguntas, lo que hace pensar que en la representación y utilidad del lenguaje matemático, resulto ser de mayor grado de dificultad y conocimiento para los alumnos, en cambio una parte de los alumnos el 40% en P10 y el 65% en P11, respondieron correctamente al mencionar los valores discretos que incluye la variable aleatoria que indica cada proposición.

También es observable que hubo un incremento en la cantidad de alumnos que prefirieron dejar los espacios en blanco, notablemente en la representación de la proposición de la pregunta 11, porque el 60% no propone representación alguna, sin embargo la mitad de ellos fueron capaces de identificar los valores discretos de la variable de manera correcta, podemos considerar este aspecto como un indicador de lo que es pertinente corregir, que en este caso es el uso formal del lenguaje matemático para representar proposiciones, ya que esta será una herramienta común y necesaria en las actividades futuras que implica la resolución de problemas.

Así como se ha realizado anteriormente, se muestra una tabla de observaciones:

Al.	Observaciones
1	No logro establecer la notación con los ordenadores para un intervalo de valores.
2	Responde en P10: X > 2 < 7, y al mencionar los valores incluye al 2 y al 7.
4	Responde en P10: X > 2 < 7, y al mencionar los valores incluye al 2 y al 7.
5, 17	Responde en P10: X / 2 y 7, y al mencionar los valores incluye al 2 y al 7.
6	Responde en P10 y P11: X < 3, y al mencionar los valores en P10 no incluye

	al 3, en cambio en P11 menciona todos los valores de la variable.
7, 9	Responde en P10: X 2 ,7
10	Responde en P10: X > 2 , X< 7; en P11: X > 1, X < 8, identifica los valores pero no sabe representar la proposición.
11	El mismo caso que el alumno 10.
13	Responde en P10: X < 3 > 7, pero si identifica los valores de la variable en P11.
14, 19, 20	Responde en P10: X > 2, X< 7; en P11: X < 2 >7, identifica los valores pero no sabe representar la proposición.
16	Responde en P10: X > 1, e incluye al 2 y al 7; en P11 responde X < 1, X > 8.
18	Responde en P10: X > 2, X< 7; en P11: X > 1, X < 8, identifica los valores bien en P11, no sabe representar la proposición.

4.6 Análisis de resultados para la actividad 6.

Cada ejercicio, aunque son de similitud, conlleva una determinada intención, la cual se estará comentando conforme se detalla la clasificación del análisis de resultados, por lo que de manera individual se obtendrá una tabla de resultados por ejercicio para los siete equipos que se formaron, con su respectiva tabla de frecuencias de la clasificación SOLO.

El reporte de los resultados por equipo del primer ejercicio de esta actividad, se presenta en la tabla 4.6.1. En la cual se organiza la información de la siguiente forma: en la primer columna se identifica con un número a cada equipo (Eq.); en las siguientes columnas, las características señaladas del experimento de Bernoulli (CS), el desarrollo de las operaciones con el uso del modelo matemático (DMM), la obtención de los resultados del desarrollo del modelo matemático (Re), la construcción y/o elaboración de la distribución de probabilidad (DP), y la representación grafica de la distribución de probabilidad (RG).

En la columna identificada como CS, se indican las características que cada equipo identifico del experimento de Bernoulli, por el tipo de respuesta se consideran todas correctas, en las tres columnas posteriores (DMM, Re y DP), en el orden en que se presentan las respuestas por equipo, se clasificaron como respuestas Incorrectas (I), respuestas, Correctas (C), no responde (NR) y no especifica (NE), conforme a lo requerido por columna. En la última columna, se etiqueta con base en las categorías SOLO, clasificadas como Pre-estructural (P), Uni-estructural (U) y Multi-estructural (M).

4.6.1 Tabla de resultados por equipo del actividad 6, ejercicio 1.

Eq.	CS	DMM	Re	DP	RG	Clasificación SOLO.
1	n, p, q, X = { 0, 1, 2, 3 }	C	C	C	C	M
2	n, p, q, X = { 0, 1, 2, 3 }	C	C	C	C	M
3	n, p, q, X = { 0, 1, 2, 3 }	NE	C	C	C	M
4	n, p, q, X = { 0, 1, 2, 3 }, eventos independientes	C	C	C	C	M
5	n, p, y q.	C	C	C	C	M
6	n, p, q, X = { 0, 1, 2, 3 }	C	C	C	NR	U
7	n, p, q, X = { 0, 1, 2, 3 }	C	C	C	C	M

La categorización SOLO, para la tabla 4.6.1, se resume a continuación:

	Frecuencia	%
Pre-estructural	0	0

Uni-estructural	1	14%
Multi-estructural	6	86%
Total	7	100

Como se observa en la tabla 4.6.1, en general la mayoría de los equipos señala las características que les permitieron hacer uso del modelo matemático adecuadamente, sólo el equipo 4 indico una característica más, señalando que son eventos independientes, aunque ésta quizás no sea relevante en la aplicación del modelo matemático, por lo tanto ningún es clasificado en el nivel Pre-estructural.

En apariencia se logra corregir los pequeños errores de operación de la calculadora que algunos alumnos mostraron en la segunda parte de la actividad 5. Solo el equipo 6, se clasifico en el nivel Uni-estructural debido a que no completa el ejercicio, al no realizar la representación gráfica correspondiente.

Los demás equipos se clasificaron en el nivel Multi-estructural, por que cumplen con lo requerido en el ejercicio, es decir, con las características del experimento binomial (CS), el desarrollo de las operaciones con el uso del modelo matemático (DMM), la obtención de los resultados del desarrollo del modelo matemático (Re), elaboración de la distribución de probabilidad (DP), y la representación grafica de la distribución de probabilidad (RG), exceptuando el equipo 3, el cual no especifica el desarrollo de las operaciones con el modelo matemático, pero si muestra correctamente todo lo requerido, por lo que pensamos que el equipo solamente no considero indicar las operaciones.

Los resultados por equipo del segundo ejercicio de esta actividad, se presenta en la tabla 4.6.2. En la cual se organiza la información de la siguiente forma: se identifica el número de equipo (Eq.), las características señaladas del experimento de Bernoulli (CS), la interpretación de la proposición del problema utilizando el lenguaje matemático (In), el desarrollo de las operaciones con el uso del modelo matemático (DMM), la obtención de los resultados del desarrollo del modelo matemático (Re).

En la columna identificada como CS, se indican las características que cada equipo identifico del experimento de Bernoulli, por el tipo de respuesta se consideran todas correctas, en las columnas posteriores (In, DMM, y R), en el orden en que se presentan las respuestas por equipo, se clasificaron como respuestas Incorrectas (I), Correctas (C), no respondió (NR) y no especifica (NE), conforme a lo requerido por columna. En la última columna, se etiqueta con base en las categorías SOLO, clasificadas como Pre-estructural (P), Uni-estructural (U) y Multi-estructural (M).

4.6.2 Tabla de resultados por equipo del ejercicio 2, actividad 6.

Eq.	CS	In	DMM	Re	Clasificación SOLO
1	n, p, q, X = { 0, 1, 2, 3, 4, 5,6 }	I	C	C	U
2	n, p, q	C	C	C	M
3	n, p, q	I	C	NE	U
4	n, p, q, X = { 0, 1, 2, 3, 4, 5,6 }, y eventos independientes.	C	C	C	M
5	n, p, q	I	C	NE	U
6	n, p, q	I	C	NE	U
7	n, p, q, y X = { 0, 1, 2, 3, 4, 5,6 }	C	C	C	M

La categorización SOLO, para la tabla 4.6.2, se resume a continuación:

	Frecuencia	%
Pre-estructural	0	0

Uni-estructural	4	57
Multi-estructural	3	43
Total	7	100

Nuevamente se puede observar en la tabla 4.6.2, en general cada equipo señala las características que le permitirán hacer uso del modelo matemático adecuadamente. El equipo 4 menciona que el experimento aleatorio se considera como eventos independientes, en los equipos 2, 3, 5 y 6, no señalan los valores discretos que puede tomar la variable aleatoria, por lo que ningún equipo es clasificado en el nivel Pre-estructural.

Los equipos clasificados en el nivel Uni-estructural, fue por que realizaron la interpretación de la proposición de manera errónea o no la indicaron. Cuando se incluye en el ejercicio la proposición para el cálculo específico de probabilidades en algunos valores de la variable aleatoria, es evidente que los alumnos desvían su atención, utilizando el contexto del problema para realizar la construcción de la distribución de probabilidad, por lo que se olvidan de la interpretación del enunciado y en consecuencia el resultado del cálculo de la probabilidad que satisface la proposición es erróneo, como es el caso de los equipos 5 y 6. En el caso del equipo 3 se clasificó su interpretación de manera incorrecta porque incluye el valor de la P(3), además no especifico el resultado de las operaciones, por esta razón se considero dentro de éste nivel.

Los equipos restantes son considerados en el nivel Multi-estructural, aunque se cumple con lo requerido en el ejercicio, no están en la etapa de relacional dado que el ejercicio no da suficiente información acerca de la comprensión para un análisis más profundo.

Cabe mencionar que la utilización del valor de probabilidad en forma de decimal, no causó ningún problema en la asignación del valor de p, es decir, la probabilidad de éxito. Dado que todos los equipos respondieron correctamente el desarrollo de las operaciones con el uso del modelo matemático de la distribución binomial.

El reporte de los resultados por equipo, se registro en la tabla 4.6.3, la cual se realizo de la siguiente forma: identifica con un número a cada equipo (Eq.); las características señaladas del experimento de Bernoulli (CS), la interpretación de la proposición del utilizando el lenguaje matemático (In), el desarrollo de las operaciones con el uso del modelo matemático (DMM), la obtención de los resultados del desarrollo del modelo matemático (Re). En la columna identificada como CS, se indican las características que cada equipo identifico del experimento de Bernoulli, por el tipo de respuesta se consideran todas correctas. En las columnas In, DMM, y R, por cada inciso y en el orden en que se presentan las respuestas por equipo, que se clasificaron como respuestas Incorrectas (I), respuestas Correctas (C) y no especifica (NE), conforme a lo requerido por columna. En la última columna, se etiqueta con base en las categorías SOLO, clasificadas como Pre-estructural (P), Uni-estructural (U) y Multi-estructural (M).

4.6.3 Tabla de resultados por equipo ejercicio 3, actividad 6.

Eq.	CS	Inciso a			Inciso b			Clasificación SOLO
		In	DMM	Re	In	DMM	Re	
1	N, p, q, X = { 0, 1, 2}	C	C	C	C	C	C	M
2	n, p, q	C	NE	C	C	NE	C	M
3	n, p, q	C	C	NE	C	C	NE	M
4	n, p, q, X = { 0, 1, 2}	I	C	NE	I	C	NE	U
5	n, p, q, X = { 0, 1, 2}	C	C	C	C	C	C	M
6	n, p, q	C	NE	C	C	NE	C	M
7	n, p, q, X = { 0, 1, 2}	C	C	C	C	C	C	M

La categorización SOLO, para la tabla 4.6.3, se resume a continuación:

	Frecuencia	%

Pre-estructural	0	0
Uni-estructural	1	14
Multi-estructural	7	86
Total	20	100

En esta ocasión todos los equipos identifican y señalan los valores de n, p, y q, los cuales consideran que son los más relevantes para la solución de los problemas, a excepción de los equipos 2 y 3, que no indican los valores discretos que se le pueden asignar a la variable aleatoria (X = {0, 1, 2}), los demás equipos si consideran trascendente esta característica. Una pequeña variante del equipo 4 en este ejercicio, es que deja de indicar la característica en el experimento aleatorio que se considera como eventos independientes, tal vez se dieron cuenta que los anteriores ejercicios, no fue útil ésta característica en la solución. Por lo que también ningún equipo fue considerado para el nivel Pre-estructural.

Es evidente que los alumnos del equipo 4 desviaron su atención, utilizando el contexto del problema para realizar la construcción de la distribución de probabilidad, en consecuencia la interpretación y el resultado del cálculo de la probabilidad que satisface la proposición es erróneo, por lo tanto se clasifico dentro del nivel Uni-estructural.

El resto de los equipos se clasificaron en el nivel Multi-estructural, aunque es necesario mencionar que los equipos 2 y 6, se clasificaron en este nivel pensando en que estos equipos simplemente no consideraron necesaria el desarrollo del modelo matemático, puesto que quizás ya adquirieron experiencia con el uso de la calculadora, que decidieron omitir sus procedimientos. En cuanto al equipo 3, se decidió considerarlo en éste nivel, ya que realizó adecuadamente todo el procedimiento requerido para resolver este ejercicio, pero omitieron el resultado final, sin embargo, hay evidencia que tienen claro de que manera se debía utilizar la notación.

El reporte de los resultados por equipo, se registro en la tabla 4.6.4, la cual se realizo de la siguiente forma: se identifica con un número a cada equipo (Eq.); la interpretación de la proposición del inciso a, b y c, utilizando el lenguaje matemático (In) para cada inciso respectivamente, las columnas, corresponden al desarrollo de las operaciones con el uso del modelo matemático (DMM), por inciso a, b y c, la obtención de los resultados del desarrollo del modelo matemático (Re), por inciso a, b y c, respectivamente. En las columnas In, DMM, y R, por cada inciso y en el orden en que se presentan las respuestas por equipo, que se clasificaron como respuestas Incorrectas (I), Correctas (C), no especifica (NE), y en la última columna corresponde a la categoría SOLO, clasificadas como Pre-estructural (P), Uni-estructural (U), Multi-estructural (M) y Relacional (R).

4.6.4 Tabla de resultados por equipo del ejercicio 4, actividad 6.

Eq.	Inciso a			Inciso b			Inciso c			Clasificación SOLO
	In	DMM	Re	In	DMM	Re	In	DMM	Re	
1	C	C	C	C	NE	C	C	NE	I	U
2	C	NE	C	C	NE	C	C	NE	C	M
3	C	C	C	C	C	C	C	C	NE	M
4	C	C	C	C	C	C	C	C	C	M
5	C	C	C	C	C	C	C	C	C	M
6	C	NE	NE	C	NE	NE	C	NE	NE	U
7	C	C	C	C	C	C	C	C	C	M

La categorización SOLO, para la tabla 4.6.4, se resume a continuación:

	frecuencia	%

Pre-estructural	0	0
Uni-estructural	2	28
Multi-estructural	5	72
Total	7	100

En la tabla 4.6.4, a excepción de las anteriores, no fue necesario incluir la columna identificada como CS, correspondiente al señalamiento por equipo de las características del experimento de Bernoulli, por el tipo de respuesta se consideran todas correctas, y en los resultados de forma consistente todos los equipos identifican y señalan los valores de n, p y q, por lo cual de acuerdo a los niveles de clasificación SOLO, ningún equipo corresponde al nivel Pre-estructural. Por otro lado, los equipos 2, 4 y 6, incluyen los valores discretos que toma la variable aleatoria (X = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}), y solo el equipo 4 indica que se trata de eventos independientes.

Los equipos 1 y 6, fueron clasificados en el nivel Uni-estructural, aunque las interpretaciones de cada inciso son correctas, el equipo 1, no indica el desarrollo del modelo matemático en los incisos b y c, sin embargo, los resultados de las probabilidades del inciso a y b, son correctas y con son considerada puntuales, se interpreta que pudieron realizar las operaciones directamente en la calculadora. Incluso para el inciso c, señala la forma alternativa de solución, pero no escribe el desarrollo y su resultado es erróneo por lo que no se puede estimar en donde se han equivocado. Y el equipo 6, no indica el desarrollo y el resultado de ninguna operación.

En el nivel Multi-estructural se clasifico a los demás equipos, aunque repetidamente el equipo 2, no considera necesario indicar el desarrollo del modelo matemático en los tres incisos, sin embargo la interpretación y resultados son correctos, se piensa que los integrantes dominan el desarrollo de las operaciones con el uso directo de la calculadora. Los equipos 4, 5 y 7, realizan correctamente todo lo que indica las instrucciones del ejercicio. El equipo 3 no especificó el resultado del inciso c, sin embargo, se puede observar que sus operaciones mantienen un orden y es claro que identifican las operaciones necesarias para resolver el ejercicio.

Hay que mencionar que ningún equipo se clasifico en el nivel relacional, aún cuando respondieran correctamente los tres incisos, como los equipos 2, 4, 5 y 7, ninguno propone la forma alternativa de solución en el inciso c del ejercicio, solo el equipo 1 presento la forma alternativa del calculo de probabilidades para un conjunto complementario de valores de la variable aleatoria $P(X > 1) = 1 - [P(0) + P(1)]$, todos los demás equipos resolvieron el inciso con el procedimiento largo, es decir, calcularon $P(X \geq 2)$ ó $P(X > 1)$, se piensa que al construir la distribución de probabilidad ó calcular todas las probabilidades de la variable aleatoria, no es observable y recordable, la relación de la operación, con la propiedad o axioma de probabilidad, $P(\Omega) = 1$ (la probabilidad del espacio muestral es igual a uno) con respecto a la proposición del inciso.

Los resultados del ejercicio 5, son registrados en la tabla 4.6.5 y se realizo de la siguiente forma: se identifica con un número a cada equipo con (Eq.); el desarrollo de las operaciones con el uso del modelo matemático (DMM) solo para el inciso a, después se revisa la construcción y/o elaboración de la distribución de probabilidad (DP), la cual corresponde a lo solicitado en el inciso a y en la cuarta columna es la representación grafica de la distribución de probabilidad (RG). La interpretación de las proposiciones de los incisos b, c y d, utilizando el lenguaje matemático (In), para cada inciso respectivamente; las columnas correspondientes a la obtención de los resultados del desarrollo del modelo matemático según la proposición (Re), por inciso b, c y d, respectivamente.

En las columnas In, DMM, y Re, por cada inciso y en el orden en que se presentan las respuestas por equipo, que se clasificaron como respuestas Incorrectas (I), Correctas (C) y no especifica (NE), conforme a lo requerido por columna, sólo se utilizo (NR), para los equipos que no elaboraron la grafica de la distribución de probabilidad. En la última columna, se etiqueta con base en las categorías SOLO, clasificadas como Pre-estructural (P), Uni-estructural (U), Multi-estructural (M) y Relacional (R).

4.6.5 Tabla de resultados por equipo del ejercicio 5, actividad 6.

Eq.	Inciso a			Inciso b		Inciso c		Inciso d		Clasificación SOLO
	DMM	DP	RG	In	Re	In	Re	In	Re	
1	C	C	C	C	C	C	C	C	C	M
2	C	C	C	C	C	C	C	C	C	M
3	C	C	NR	C	NE	C	C	C	NE	U
4	C	C	C	C	C	C	C	C	C	M
5	C	C	C	C	C	C	C	C	C	M
6	C	C	NR	C	NE	C	C	C	NE	U
7	C	C	C	C	C	C	C	C	C	M

La categorización SOLO, para la tabla 4.6.5, se resume a continuación:

	Frecuencia	%
Pre-estructural	0	0
Uni-estructural	2	28
Multi-estructural	5	72
Total	7	100

Al igual que la anterior tabla de resultados por equipo, no fue necesario incluir la columna identificaba como CS, correspondiente al señalamiento de las características del experimento de Bernoulli, por el tipo de respuesta se consideran todas correctas, en los resultados para este ejercicio todos los equipos identifican y señalan los valores de n, p y q; únicamente el equipo 7 indica los valores discretos que toma la variable aleatoria (X = { 0, 1, 2, 3, 4, 5}), además que todos los equipos, indican el desarrollo de las operaciones utilizando el modelo matemático de la distribución binomial, es decir, no hay muestras de tienen problemas al sustituir e identificar los elementos necesarios para mostrar y utilizar correctamente el modelo matemático, por lo tanto, ningún equipo es clasificado en el nivel Pre-estructural.

Los equipos 3 y 6, fueron clasificados en el nivel Uni-estructural, debido a que no realizaron la representación grafica de la distribución de probabilidad, además de no especificar el resultado del cálculo de probabilidades en los incisos b y d, del ejercicio puesto que no realizan la suma de las probabilidades. El resto de los equipos fueron clasificados en el nivel Multi-estructural, cumpliendo con lo requerido en el ejercicio, sin embargo, ningún equipo se consideró nivel relacional aún cuando respondieran correctamente todos los incisos, ninguno propone la forma alternativa de solución en el inciso d del ejercicio.

Es importante mencionar algunos aspectos que se observaron en la realización de esta actividad:

a) La construcción de la distribución de probabilidad se ha convertido en un hábito, y los alumnos lo realizan aunque no se requiera para la solución de algunas actividades, esto en ocasiones desvía la atención del alumno en cuanto a lo que debe responder.

b) Aunque la mayoría de los equipos escriben las notaciones correspondientes a la respuesta correcta, lo cuál indica que hay idea de lo que deben realizar para responder, algunos equipos se olvidan de escribir los resultados, es decir, sólo dejan indicado.

c) Frecuentemente los alumnos indican los resultados finales, sin reportar las operaciones realizadas, se considera que esto es debido a que realizan de manera directa las operaciones en la calculadora. En ocasiones nos impide identificar si los alumnos realizan las operaciones incorrectamente al introducir los valores a la calculadora o si el error es conceptual, aunque también cabe la posibilidad de que el resultado sea proporcionado por algún otro equipo.

d) Es importante mencionar que existe un avance significativo en las respuestas de los alumnos, al observar que la mayoría logra identificar los elementos que representan el experimento binomial, y consideramos que esto es debido a que el trabajo en equipo ha facilitado dicha situación.

4.7 Análisis de resultados para la actividad 7.

El registro de la clasificación de resultados de esta actividad se obtiene en una sola tabla respecto al contenido de los tres ejercicios resueltos por los diez equipos integrados en la actividad.

Por lo que el reporte de los resultados se realizo en la tabla 5.7.1, de la siguiente forma: con (Eq.) se identifica el número de cada equipo, en las siguientes columnas E1, E2 y E3, en cada ejercicio se dividieron en tres subcolumnas con el siguiente orden. En la primera, el equipo registro la identificación de los elementos n, p y q del ejercicio (Id); en la segunda el calculo y el resultado de los parámetros de la distribución binomial (CR) y tercero por la interpretación escrita del o de los parámetros calculados (In).

Las respuestas por equipo, se clasificaron como respuestas Incorrectas (I), Correctas (C), no especifican los resultados de los parámetros de la distribución binomial (NE) ó respuestas con interpretación de ideas incompletas de los parámetros de la distribución binomial (Ic).

En la última columna de la tabla, se etiqueta con base en las categorías SOLO, clasificadas como Pre-estructural (P), Uni-estructural (U) y Multi-estructural (M).

4.7.1 Tabla de resultados por equipos, ejercicios 1, 2 y 3, actividad 7.

Eq.	E1			E2			E3			Clasificación SOLO
	Id	CR	In	Id	CR	In	Id	CR	In	

1	C	C	C	I	I	C	C	C	C	U
2	I	I	I	I	I	NE	C	C	C	U
3	C	C	C	I	I	C	C	C	C	U
4	C	C	C	I	I	C	C	C	C	U
5	C	C	C	C	C	C	C	C	C	M
6	C	C	NE	C	C	NE	C	C	NE	U
7	C	C	C	C	C	Ic	C	C	Ic	U
8	C	C	C	C	C	Ic	C	C	Ic	U
9	C	C	NE	C	C	NE	C	C	NE	U
10	C	C	NE	C	C	NE	C	C	NE	U

La categorización SOLO, para la tabla 4.7.1, se resume a continuación:

	Frecuencia	%
Pre-estructural	0	0
Uni-estructural	9	90
Multi-estructural	1	10
Total	10	100

La identificación de los valores de n, p y q, en los ejercicios E1 y E2, no represento problema en la mayoría de los equipos, con excepción del equipo 2, quien en el ejercicio 1, definió la probabilidad de éxito de manera incorrecta, pues le asigno el valor de la probabilidad de fracaso, es decir, asigna $p = 0.9$; por lo que el calculo de los parámetros en estos ejercicios, se realizo erróneamente. Aún así ningún equipo es clasificado en el nivel Pre-estructural.

En el segundo ejercicio, los alumnos identifican el valor de "n", sin embargo, no resulto evidente la identificación de p y q en los equipos 1, 2, 3 y 4. En la lectura del ejercicio obliga a utilizar la lógica y razonamiento en el experimento aleatorio para definir las probabilidades de éxito y fracaso, referidas como un dato que se proporciona en fracción y la definieron con un número decimal, como $p = 0.5$ (equipo 1) y $p = 0.2$ (equipos 2, 3 y 4), consecutivamente la obtención incorrecta del resultado en el calculo de los parámetros, por lo tanto se clasifico a estos equipos en el nivel Uni-estructural.

Nos encontramos con la situación en la que los alumnos pueden identificar los elementos y trasladarlos a una fórmula, sin embargo, la interpretación se presenta como un problema frecuente, es decir, la aplicación se limita a la sustitución de valores y el uso de la calculadora para dar un resultado, sin explicar a que corresponda cada uno de los valores obtenidos.

Como es el caso de los equipos 6, 9 y 10, que no logran completar la actividad en cada ejercicio, interpretar los parámetros es trascendente en el significado del experimento aleatorio, por lo que se considero clasificar a estos equipos en el nivel Uni-estructural. También los equipos 7 y 8, se encuentran en este nivel, porque al realizar la interpretación, no lo hicieron para todos los parámetros por lo que se considero que sus respuestas son incompletas.

Únicamente el equipo 5, fue clasificado en el nivel Multi-estructural obteniendo resultados e interpretaciones correctas de cada ejercicio que conforma la actividad. Es importante mencionar que la mayoría de los equipos en su personal entendimiento y mecanización de operaciones, realizan cálculos que no se indican en los ejercicios, como sucede con varios equipos en el ejercicio E1, al calcular la desviación estándar aún sin solicitarla, siendo evidente los problemas de comprensión de lectura, además del grave problema de las deficiencias que tienen los alumnos para expresar y cuestionar los resultados obtenidos.

4.8 Análisis de resultados para la actividad 8.

Debido a que la actividad se diseño en tres secciones, es de esperarse que se tenga un análisis de resultados por sección, sin embargo, esto sólo fue posible para las secciones A y C. Por lo tanto, a continuación se describe la forma en que se reportaron y clasificaron los resultados de cada una las secciones de está actividad.

4.8.1 Sección A.

En está sección, sólo se obtiene una sola tabla de resultados por equipos. El reporte de los resultados se registro en la tabla 4.8.1, en la que se identifica con un número a cada equipo (Eq.); y se etiqueta (A1, A2, A3, A4 Y A5) a las correspondientes preguntas de la actividad.

Las respuestas se clasificaron como: respuestas Incorrectas (I) y Correctas (C). En la última columna de la tabla, se etiqueta con base en las categorías SOLO, clasificadas como Pre-estructural (P), Uni-estructural (U) y Multi-estructural (M).

4.8.1 Tabla de resultados por equipo, sección A, Actividad 8.

Eq.	A1	A2	A3	A4	A5	Clasificación SOLO
1	I	C	C	I	C	U
2	C	C	C	C	C	M
3	C	C	C	I	C	U
4	I	C	I	I	I	U
5	C	C	C	I	C	U
6	C	C	I	I	I	U
7	I	C	C	I	C	U

8	C	C	C	C	C	M
9	C	C	C	C	C	M
10	C	C	C	C	C	M

La categorización SOLO, para la tabla 4.8.1, se resume a continuación:

	Frecuencia	%
Pre-estructural	6	60
Uni-estructural	4	40
Total	10	100

Es importante hacer mención que en las últimas actividades no se ha asignado al nivel Pre-estructural a ningún equipo, y esto es debido a que los alumnos muestran al menos que pueden identificar y realizar algunas operaciones de manera adecuada, aunque tengan algunos otros errores.

Los equipos 1 y 7, no identifican la variable aleatoria, por que la confunden con el número de repeticiones, sin embargo, completan la distribución de probabilidad, por lo que se cree que identifican los elementos y utilizan el modelo matemático adecuadamente.

La intención de la respuesta A4, refiere al argumento que relacione la predicción cualitativa del valor discreto de la variable aleatoria, conforme a la probabilidad que indica la condición del experimento aleatorio, es decir, en referencia a la lógica del porcentaje (probabilidad de éxito) con respecto al valor esperado que la variable aleatoria. Con lo que es observable que las respuestas de los equipos 1, 3, 4, 5, 6 y 7 se evaluaron de manera incorrecta, además de que el equipo 4, únicamente responde correcto en A2, lo cual, implico su categorización en el nivel Uni-estructural.

El resto de los equipos contestan adecuadamente todas las preguntas, además de que escriben un argumento que sustenta sus respuestas, por lo que se incluyeron en el nivel Multi-estructural. Cabe mencionar que no se ha establecido el nivel relacional, dado que se que observa que las actividades no proporcionan suficiente información para incluir esta categoría.

4.8.2 Sección B.

El reporte de cada equipo no puede ser clasificado como correcto e incorrecto, ya que cada equipo reporto su particular experiencia, en la repetición individual por muestreo, de cada uno de los valores discretos que puede obtenerse en la variable aleatoria. Simplemente se superviso la realización adecuada de las extracciones de las muestras en cada simulación física, ya que en algunos equipos tenían la confusión conceptual de un experimento aleatorio cuando se hace la selección con reemplazo.

Esta actividad correctiva se tuvo que hacer una pausa con las dudas que mostraron algunos alumnos conforme al completado del espacio en blanco de la pregunta 2, actividad 8, sección B, es decir, se tuvo que indicar, que el experimento aleatorio se debía realizar con reemplazo en cada extracción.

Consideramos que en el diseño de las actividades, falto indagar más acerca de la relación que existe entre la simulación física, el resultado de la sección A e inducir a los resultados esperados en la sección C, para finalmente escribir una conclusión grupal acompañada de una comparación y discusión de resultados.

4.8.3 Sección C.

El reporte de los resultados se realizo en la tabla 4.8.2, de la siguiente forma: en la primera columna se registra con un número a cada equipo (Eq.), en las columnas etiquetadas como C1, C2, y C3 las respuestas de los alumnos, Tm se refiere a los resultados obtenidos al aplicar el modelo matemático, Tf es el resultado que proporciona el software dinámico en estadística

FATHOM, Sim es lo que registra el software al realizar la simulación del experimento binomial y D registra la diferencia entre el resultado teórico y la simulación.

Las respuestas por equipo, se clasificaron como respuestas Incorrectas (I), respuestas Correctas (C), no respondió (NR) y respuesta incompleta (In), en la última columna corresponde a la categoría SOLO, clasificadas como Pre-estructural (P), Uni-estructural (U), Multi-estructural (M) y Relacional (R).

Considerando que en la columna correspondientes a la simulación del software y a la diferencia entre los resultados teóricos y prácticos no tienen un resultado único, las variaciones se dan respecto a la simulación de cada equipo y se considera la simulación correcta cuando se observa que la diferencia entre los valores de probabilidad de la simulación por medio del software y la probabilidad teórica, es casi cero.

En la columna C3, las respuestas dependen de la percepción, valoración, y experiencia que el alumno tuvo al realizar la simulación por computadora comparando con los resultados teóricos, por lo que la respuesta esperada por equipo, debe estar orientada al resultado que se obtuvo de la columna D, con la intención de que el alumno observará como los resultados obtenidos de la simulación (Sim), comparados con respecto a los valores teóricos del calculo de probabilidades (Tm ó Tf), son parecidos, es decir próximos ó cercanos entre sí, por lo que las diferencias son aproximadamente cero.

4.8.2 Tabla de resultados por equipos, sección C, Actividad 8.

Eq.	C1	C2	Tf	Tm	Sim	D	C3	Clasificación SOLO

1	C	I	C	C	C	C	I	U
2	C	C	C	C	C	C	In	M
3	I	In	C	C	C	C	In	U
4	I	C	C	C	C	C	I	U
5	C	C	C	C	NR	I	I	U
6	C	In	C	C	C	C	C	R
7	C	C	C	C	C	C	C	R
8	I	I	C	C	C	C	In	U
9	C	C	C	C	C	C	C	R
10	C	C	C	C	C	C	In	M

La categorización SOLO, para la tabla 4.8.2, se resume a continuación:

	Frecuencia	%
Uni-estructural	5	50
Multi-estructural	2	20
Relacional	3	30
Total	10	100

Todos los equipos transcribieron correctamente sus resultados teóricos, utilizando el modelo matemático, además de comprender y realizar correctamente las instrucciones 19 y 20 de la práctica, puesto que completaron correctamente las columnas C2 y C3, en donde debían llenar una tabla de resultados teóricos y prácticos, además de que obtuvieron la distribución de probabilidad, grafica, media y la desviación estándar del problema. Al comparar las columnas anteriores los observaron que los resultados son idénticos, puesto que el programa realiza lo ellos ya habían calculado con el modelo matemático, por esta razón ningún equipo es clasificado en el nivel Pre-estructural.

El equipo 5 no responde en la columna Sim, probablemente no le queda claro en donde se localizan las probabilidades que obtiene de la simulación, en consecuencia al completar la columna D, toma las diferencias entre las columnas Tm y Tf, por lo que es de esperar que obtendrá cero en todas las probabilidades de ésta columna, reflejando en su argumento para C3, una respuesta lógica, pero incorrecta conforme a la versión de sus resultados. Por otro lado, el equipo 8 contesta incorrectamente en las columnas C1 y C2, se piensa que le resulto ser irrelevante relacionar las condiciones del problema con la simulación física, además, en la respuesta de C2, la atribuyen al color identificable al operar con el programa, más no habla de su función, es decir, no explica solo caracteriza el proceso con que opera el software, no observa la función por lo que no deduce la relación con la simulación física, para sospechar que se trata del conteo en el numero de éxitos del experimento aleatorio, identificado por el numero de goles anotados por el futbolista, y además la respuesta en C3 se clasifica incompleta, ya que no especifica a que a que valores son aproximados los de la simulación. Los equipos 3 y 4, en sus respuestas en C1, no reflejan la relación de la simulación física con las condiciones del problema, no comprenden el sentido de la pregunta, se piensa que resulto ser irrelevante, por lo que sus argumentos en C3, son incompleto e incorrecto respectivamente.

El equipo 1 aunque establece la relación del problema con la simulación física en C1, en C2, se puede pensar que tiene noción de que la función hace el conteo, pero no distingue la utilización de la palabra de probabilidad con el de frecuencia absoluta, y en su respuesta no refleja comprender la relación de la simulación física con la que con el software realiza con la función count, en consecuencia, a pesar de que completo correctamente la tabla, su argumento en C3 es incorrecto. Por lo tanto estos equipos fueron clasificados en el nivel Uni-estructural.

Los equipos que se clasificaron en el nivel Multi-estructural (2 y 10), principalmente fue conforme a su respuesta en C3, la cual es clasificada como incompleta ó incorrecta, ya que su argumento debe sustentar la observación del resultado que se obtiene en la columna D, para comparar las probabilidades (Tm ó Tf), con las probabilidades de la columna Sim, por medio de una diferencia, es decir, observar que los resultados son muy cercanos entre sí, por lo que las diferencias son aproximadamente cero, por la percepción, valoración, y experiencia que el alumno tuvo al realizar la simulación por computadora comparando con los resultados teóricos.

Por otro lado, el equipo 6, responde en C2, de forma incompleta, su respuesta muestra cierta noción de la utilidad de la función count, pero al parecer hay poca claridad en sus ideas. Sin embargo esto no parece influir en las demás respuestas, en particular en C3, en donde mostraron comprender el propósito de la práctica, por lo que éste equipo se clasifico en el nivel relacional, al igual que los equipos 7 y 9.

4.9 Análisis de resultados de la actividad 9.

Por ser la actividad de cierre de la propuesta didáctica y aunque este compuesta de dos partes, el análisis de resultados es considerado de forma integral, por lo que solamente se elaboró una tabla de resultados de los equipos integrados del mismo modo que la actividad anterior. En la tabla de resultados por equipo con los resultados, el reactivo 3, no se incluyo, porque todos los equipos contestaron correctamente y su propósito es calcular los parámetros de la distribución binomial, lo cual represento poca trascendencia para clasificar a los equipos en una categoría mayor o menor en términos globales realizar la clasificación SOLO.

Así que, el reporte de los resultados se realizo de la siguiente forma: en la primera columna se identifica con un número a cada equipo (Eq.); en la segunda el reactivo 1, que a su vez se subdivide en 5 preguntas, registradas en incisos en el orden en que aparecen como inciso a (Ia), inciso b (Ib), inciso c (Ic), inciso d (Id) e inciso e (Ie); en la tercera columna el reactivo 2, que a su vez se subdivide en 3 preguntas, se registraron por incisos, y para cada uno de estos, se evalúo la interpretación de la proposición utilizando el lenguaje matemático (In), el desarrollo de las operaciones con el uso del modelo matemático por inciso (DM), y el resultado del desarrollo del modelo matemático (Re).

La practica esta conformada por 18 instrucciones que llevan al alumno pasos a paso en la obtención de resultados de la simulación en computadora para la construcción de la distribución de probabilidad teórica y práctica, representación grafica. el vaciado de los resultados se clasificaron las respuestas de la instrucción 1 de la práctica, en donde se realiza la pregunta 1 y se registra la respuesta como S1; en la instrucción 16 se realiza la pregunta 2 y se registra la respuesta como S2, en la instrucción 17 se tiene que completar la tabla de resultados teóricos y prácticos, en donde en la primer columna se colocan los valores discretos de la variable aleatoria (X), en la segunda columna vacían las probabilidades teóricas obtenidas con el modelo matemático(Tm); en la tercer columna se vaciaron las probabilidades teóricas utilizando la función distribución binomial del paquete didáctico fathom (Tf), aquí los alumnos se considera que ya lo saben determinar, en el caso de que algunos no lo recuerdan pueden consultar la actividad 9 en las instrucciones 19 y 20; en la cuarta columna se transcriben los resultados de las probabilidades obtenidas por equipo de la distribución de probabilidad de la simulación por computadora que se obtienen hasta la instrucción 15 de la práctica (Sim) y en la quinta columna se realiza la resta de Sim-Tm ó Sim-Tf, la cual se identifica como la diferencia de probabilidad teórica menos la probabilidad de la simulación (D). Por último en la instrucción 18 se realiza la pregunta 4 y se registra la respuesta como S3.

En la última columna corresponde a la categoría SOLO, clasificadas como Pre-estructural (P), Uni-estructural (U), Multi-estructural (M) y Relacional (R).

4.9.1 Tabla de resultados por equipos actividad 9.

Eq	Reactivo 1					Reactivo 2									Simulación								SOLO
						Inciso a			Inciso b			Inciso c			S1	S2	X	Tm	Tf	Sim	D	S3	
	Ia	Ib	Ic	Id	Ie	In	DM	Re	In	DM	Re	In	DM	Re									
1	C	C	C	C	C	C	NE	C	C	NE	C	C	NE	NE	I	C	C	C	C	C	C	I	U
2	C	C	C	C	C	C	NE	C	C	C	C	C	C	NE	In	C	C	C	C	C	C	I	U
3	C	C	I	I	C	C	NE	NE	C	NE	NE	C	NE	NE	C	C	C	C	C	C	C	In	U
4	I	C	I	I	C	C	C	C	C	C	C	C	NE	C	C	I	C	C	C	C	C	I	U
5	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	In	I	C	C	C	C	C	I	U
6	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	I	C	C	C	C	C	C	In	M
7	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	I	I	C	C	C	I	I	In	U
8	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	In	I	C	C	C	C	C	I	M
9	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	I	C	C	C	I	I	I	I	U
10	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	R

La categorización SOLO, para la tabla 4.9.1, se resume a continuación:

	Frecuencia	%
Uni-estructural	7	70
Multi-estructural	2	20
Relacional	1	10
Total	10	100

El análisis de los resultados de la actividad 9, se dividirá en 4 partes que es la forma en que se tiene estructurada. En la primera parte se generó con la finalidad de observar si los alumnos identificaban los elementos que componen un experimento binomial. En esta parte podemos observar que la mayoría de los equipos contesto de manera correcta, excepto los equipos 3 y 4, mostraron al menos 2 errores.

El equipo 3 determino de manera intercambiada los valores de p y q, en este reactivo se plantea identificar primero el valor de q, y en consecuencia se calcula el valor de p, es decir, los cuestionamientos fueron al contrario de lo que se realizó en la actividad 3 y en la solución de problemas correspondientes a este tema, y creemos que el error es por esta razón.

El equipo 4 mostró deficiencias en cuanto a la identificación de n y responde conjuntamente para los valores de p y q, lo que nos indica que no tiene claro cuál es el valor que corresponde a cada elemento. Este equipo se identifica como el que tiene menos avance significativo comparado con los demás equipos. Pero aún así, no se considera dentro de una etapa Pre-estructural, ya que da indicios de la interpretación adecuada en cuanto a los reactivos posteriores.

La segunda parte etiquetada en la tabla anterior como reactivo 2, se pretende observar si los alumnos pueden interpretar, desarrollar el modelo matemático y calcular el valor requerido para cada proposición.

En esta parte es evidente que los alumnos realizan una adecuada interpretación en cuanto al planteamiento de cada proposición en los incisos, sin embargo, algunos de los equipos no especifican el desarrollo de las operaciones con el modelo matemático, y en consecuencia omiten algunos de los resultados, como el caso de los equipos 1, 2, 3 y 4. Una razón podría ser que realizan las operaciones directamente en la calculadora, y por lo tanto no escriben el desarrollo del modelo matemático, aunque algunos resultados son correctos. Pero, el planteamiento que realizan los alumnos nos hace pensar que pueden modelar el problema, aunque presenten ciertas inconsistencias en el reactivo anterior.

La tercera parte corresponde al reactivo 3, se decidió no incluirlo en la tabla de respuestas en donde únicamente se pide calcular la media y la desviación estándar, y todos los equipos respondieron correctamente. Sin embargo, estos resultados no aportan información en cuanto a la comprensión de los conceptos, en parte porque no se especifica en las instrucciones, por lo tanto no es relevante para la evaluación.

La última parte comprende la simulación de un problema con ayuda del software dinámico de estadística FATHOM. Al analizar la actividad y las respuestas de los alumnos se llego a la conclusión de que algunas de las preguntas están mal planteadas en cuanto a que son ambiguas, por lo tanto, es difícil categorizar las respuestas como correctas o incorrectas. En el cuestionamiento S1 se pretende que el alumno responda con una propuesta de simulación física relacionada a las condiciones del problema planteado, tal y como se trabajo en la actividad 8, sin embargo, sólo los equipos 3, 4 y 10, emiten una respuesta cercana a lo esperado, por esa razón se consideraron respuestas correctas. También los equipos 2, 5 y 8, muestran ideas parciales del propósito de la pregunta, por lo tanto se interpreto como una respuesta incompleta.

En S2, se pretende que el alumno intérprete la parte sombreada de una tabla de distribución de frecuencias con el contexto del problema planteado, en este caso el 60% de los equipos lo hizo de manera correcta. Aquí podemos observa que los alumnos que contestan de manera incorrecta es porque se desvía la atención intentando describir los valores observados en la tabla, otra observación es que los alumnos mezclan los conceptos de frecuencia y probabilidad, lo que nos indica que no tienen claro en que momento utilizar cada uno de ellos.

En cuanto al cálculo teórico del modelo aplicado en este problema nuevamente se observa que no hay problemas con la operatividad correspondiente, como se había indicado en la primera parte del análisis. Los valores correspondientes a la simulación se realizó correctamente sin problema, pero los equipos 7 y 9 reportan frecuencias en lugar de probabilidades, haciendo énfasis en el error anteriormente mencionado, por lo tanto estos equipos escriben erróneamente las diferencias entre los cálculos teóricos y la simulación.

Por último en S3 se cuestiona acerca de la obtención de los resultados de la simulación comparada con los cálculos teóricos obtenidos como una conclusión de la aplicación del software dinámico. Nuevamente nos encontramos con un cuestionamiento ambiguo que propicia respuestas que pueden ser fuera del contexto esperado. En general todos los equipos responden afirmativamente sobre la obtención de una buena aproximación con la simulación (resultados prácticos), respecto a los obtenidos con el modelo matemático (resultados teóricos), solo que en la mayoría de los equipos, en sus explicaciones no reflejan la idea principal de la comparación de los valores de probabilidad teóricos con los de la simulación, es decir, que al realizar la resta de estas probabilidades, mencionen que en las diferencias se obtienen cantidades muy cercanas a cero, lo cual hace que los valores de la simulación sean muy aproximados a los teóricos.

El ejemplo mas notorio se observa en la respuesta del equipo 7, en donde el argumento no parece tener lógica sobre la importancia de la simulación y mas aun sobre la comparación de resultados teóricos, con los prácticos que ofrece el uso de la computadora.

En los equipos 2 y 4, atribuyen la importancia de la simulación conforme al número de casos que el programa simula del experimento. Estas respuestas conllevan a una interesante reflexión y/o posible modificación en las prácticas, para posteriores aplicaciones, ya que se podría variar con menos y/ó más casos, como con 200, 500, 800, 1300, 2000, 10000, etcétera, así como la obtención de la distribución de probabilidad e ir comparando entre sí las de las simulaciones y después con los resultados teóricos.

En resumen de la evaluación sumativa se asigno a los equipos 1, 2, 3, 4, 5, 7 y 9, en el nivel Uni-estructural por los detalles que anteriormente se mencionaron, los equipos 6 y 8 mostraron cierta consistencia en sus respuestas durante el desarrollo de la evaluación por lo tanto se consideran dentro del nivel Multi-estructural y únicamente se clasifico dentro del nivele relacional al equipo 10 que fue consistente en toda su evaluación.

Conclusiones.

Conclusiones.

En la aplicación de la propuesta didáctica y conforme a los resultados registrados por actividad, se considera que la mayoría de los materiales tienen utilidad para el desarrollo del tema distribución Binomial

Una primera conclusión con la aplicación en conjunto de la propuesta didáctica, ha permitido detectar concepciones y definiciones erróneas previas, que aun persisten como limitantes en la obtención de mejores resultados. Como fue observable en las actividades teóricas y prácticas, evaluar los resultados en cada instrumento permite realizar ajustes de contenidos durante y después de la aplicación de las actividades, dichos ajustes ya señalados en el análisis de resultados permitió observar una mejora de resultados teóricos en la última fase de la propuesta didáctica en cuanto a los métodos tradicionales en la evolución de significados que el alumno atribuye a la distribución binomial considerando también que esto conlleva en una constante evaluación formativa antes y después de la temática.

Una segunda conclusión que se puede derivar de la investigación realizada es que del software dinámico en estadística fathom, marca una diferencia conceptual y de percepción, ya que permite como recurso promover otros niveles de pensamiento.

Al mismo tempo al incluir una actividad de simulación física de un experimento binomial, permite relacionar las funciones que el software dinámico en estadística realiza con el calculo de probabilidades mediante el enfoque frecuencial, es decir, se establece una conexión de lo teórico, lo físico y lo práctico, contribuyendo a comprender y conectar los elementos de significado en la Distribución Binomial.

Aunque en esta propuesta no sean tan claros esos avances, se llega a concluir que los elementos de significado que los estudiantes atribuyen a la distribución binomial en la aplicación del modelo matemático teórico, fue la debida identificación de cada uno de los componentes requeridos para utilizar el modelo matemático, realizar la interpretación y calculo de las probabilidades para los valores discretos de la variable aleatoria, así como la organización de la información en la distribución de probabilidad. Pero en las actividades prácticas, solo la mitad de los equipos expresaron razonablemente un argumento en relación al propósito, sin embargo, es necesario señalar que sin expresarlo textualmente, en el transcurso de la simulación el alumno, observo el sentido de los dos enfoques del calculo de probabilidades, al reflexionar sobre utilidad de la simulación que se justifica con el calculo de probabilidades mediante el enfoque frecuencial y concretar las aproximaciones al comparar con los resultados teóricos con el uso el modelo matemático, lo cual se traduce a una evolución de significados.

Una tercera conclusión es que el cambio en las prácticas matemáticas de los estudiantes cuando resuelven un problema, el contenido y la forma de trabajar, fomenta el interés y relación de la estadística mediante el recurso tecnológico, además de validar que no represento una problemática el uso de este recurso tecnológico en la solución de problemas y en particular aunque existe una variedad de programas de computo para estadística, fathom tiene la accesibilidad de ser un medio de aprendizaje para análisis exploratorio de datos, usado en cursos introductorios de estadística a nivel de bachillerato, de manipulación dinámica de diversas representaciones.

Así que considerar la elaboración e inclusión de otros materiales prácticos, para percibir con mayor claridad la evolución de los significados que los estudiantes no solamente se atribuyan a la distribución Binomial después de las simulaciones, es la continuidad y utilidad que puede anteceder este trabajo de investigación y aplicación docente. Esto es porque en el completado del material impreso, las respuestas de los alumnos no manifiestan claridad en la evolución de significados al trabajar con el ambiente de simulación por computadora con respecto al uso común de materiales que están basados a concepciones teóricas, sin embargo no quiere decir que no hallan sido capaces de percibir esta evolución, pero es necesario reconocer que hace falta reestructurar y modificar las preguntas, de tal forma que el alumno en sus respuestas de la práctica, puedan indagar y expresar por escrito y con más argumentos acerca de la relación que existe entre la simulación física, con los resultados teóricos e inducir a los esperados.

Una cuarta conclusión es que la metodología utilizada para este trabajo es factible de emplearse para el desarrollo de otras investigaciones, la experiencia en obtener elementos que modifiquen y permitan instrumentar cursos completos de Estadística y Probabilidad, con conocimientos teóricos y actividades prácticas, promueve la extensión en la elaboración de otros materiales, antes y después de la temática de está investigación.

Referencias bibliográficas.

Alpizar, V. M. (2005). Exploración de los conceptos y significados que utilizan profesores en actividades de resolución de problemas relacionados en el análisis exploratorio de datos. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México.

Arce, R. E., (2005). Formación y tendencias educativas. Reflexiones sobre el proceso de formación docente. UAM Azcapotzalco. pp 153-176.

Ávila, A. R. e Castillo, U. I. (2007). Estadística y Probabilidad II. Variable aleatoria y Binomial. C.C.H. Vallejo. UNAM, Mexico, D.F.

Batanero, C.(2001). Didáctica de la estadística. Grupo de Investigación en Educación Estadística. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada, España. http://wwwugr.es/~batanero/.

Batanero, C., Garfield, J. B., Ottaviani, G.M., Truran, A. (2000 a). Investigación en Educación: Algunas cuestiones prioritarias. Universidad de Granada: España . Statical Education Research Newslettrer 1(2), http://wwwugr.es/~batanero/sergruop.htm

Batanero, C. (2000 b) ¿Hacia a dónde va la educación estadística?. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, batanero@goliat.ugr.es Blaix, 15, 2-13.

Batanero, M. C.; Godino J.D.; Navarro-Pelayo, V. (1994). Razonamiento combinatorio, Editorial Síntesis, España.

Batanero, C y Díaz, C. (2005) El papel de los proyectos de la enseñanza y aprendizaje de la estadística. I Congreso de estadística e investigacao operacional da Galiza e Norte de Portugal Guimaraes, Portugal.

Batanero, M.C. Godino, J.D., Green, D.R., (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. International Journal of Mathematics Educacion in Science and Technology, 25(4), 527-547.

Ben-Zvi, D. (2000). Toward Understanding the Role of Technological Tools in Statistical Learning. Mathematical Thinking and Learning, 2(2), 127-155. Mahwah NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Biehler, R. (1991). Computer in probability Educación. En R. Kapadía & M. Borovcnik (Eds.). Chance encounters: Probability in Education. A Review of Research and Pedagogical Perspectives. Editor (pp. 167-190).

Bigg, J.B. & Collis, K.F. (1991). Multimodal Learning and the quality of intelligent behaviour. En H.A.H. Rowe (Ed). Intelligence: Reconceptualization and Measurement (pp. 57-76). Hillsdale, NJ. USA: Lawrence Elrbaum Associates.

Castillo, P. J., Gómez, A. J.(1998). Estadística Inferencial Básica. Gripo editorial Iberoamericana. UNAM, México.

Chance, B., Del Mas, R. y Garfield, J. (2004). Reasoning abuot sampling Distributions. En D. Ben-Zvi, J. Garfield (Eds.). The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking. 295-323. Coger Academic Publishers.

Cruz, S. L. (2007). Planeación del proceso de evaluación del aprendizaje. Secretaría académica. Dirección de planeación académica. Centro de actualización y formación de profesores del Colegio de Bachilleres. 1ª Edición.

Díaz, Á. B.,(2000), La tarea docente. Una perspectiva de didáctica grupal. México, UNAM. Nueva imagen.

Díaz, F. B., (1998). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Mc-Graw Hill. México.

Díaz, F. B., Hernández, G. R., (2002). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista. 2ª edición. Mc-Gaw Hill Interamericana, UNAM.

Dörfler, W. (1993). Computer Use and Views of Mind. En Ch. Keitel & K. Ruthven (Eds.). Learning from Computers: Methematics Education and Technology. Springer Verlag.

Gal, I & Garfield, J. (Eds.) (1997). The Assessment Challenge in Statistics Education. Amsterdam: IOS Press, The International Statistical Institute.

Godino, J.D. , Batanero, M. C. y Canizares, M.J.Azar y probabilidad. (1987). Matemáticas: Cultura y aprendizaje. Edit. Síntesis. Madrid, España

Godino, J.D. , Batanero, M. C. y Canizares, M.J. Azar y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares. 1988. Edit. Síntesis. Madrid, España

Gonzalez, G.R., (1995). Intuiciones probabilísticas en alumnos de 11 a 16 años en una escuela mexicana. Unidad Académica de los ciclos Profesional y de Posgrado del Colegio de Ciencias y Humanidades. Tesis de Maestría en Educación Matemática. UNAM.México, D.F.

Gordon, F. y Gordon, S. (1992). Sampling + Simulation = Statical Understanding Computer. Graphics Simulations of Sampling Distributions. Estatistics for the twenty-first century. MAA Notes (26). The Mathematical Association of América.

Gottfried, B. (1984). Elements of Stochastic Process Simulation. New Jersey: Pentrice Hall.

Gutiérrez, R. A. (1991). Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Área de conocimiento. Didáctica de la Matemática. Vol. 1. Editorial Síntesis. Madrid, España.

Herrero, L. G. (2001), Algunos paradigmas para el aprendizaje. Ventajas y limitaciones.

México, UAM.

Inzunsa, C. S., (2005). Significados que estudiantes universitarios atribuyen a las distribuciones muestrales en un ambiente de simulación computacional y estadística dinámica. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México.

Lipson, K. (2002). The role of computer based technolohy in developing understanding of the concept of sampling distribution. En B. Phillips (Ed.). Proceedings of the sixth International Conference on Teaching Statistics. Cape Town South Africa.

Lock, R. (2002). The Role of computer based technology in developing understanding of the concept sampling distribution. En B. Phillips (Eds.). Proceedings of the sixth International Conference on Teaching Statistics. Cape Town South Africa.

Magaña, L.S., (1994) Estadística y probabilidad. Editorial Nueva imagen. Distribución Binomial. pp 180-187. México, D.F.

Mendenhall, (1990) Estadística para administradores. Edit. Iberoamericana, pp 102-114.

Mills, J.D.(2002). Using Computer Simulation Methods to Teach Statistics: A Review of Literature. Juornal of Statistics Education 10(1). [en linea] Recuperable en http://www.amstat.org/publications/jse/v10nl/mills.html.

Moreira, A., (1983). La teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel. Brasil, Editorial de la Universidad de Porto Allegre.

Murray, S., & Gal, I. (2002). Preparing for diversity in statistics literacy: Institutional and educational implications. En B. Phillips (Ed.). *ICOTS-6 papers for school teachers*. Cape Town:International Association for Statistics Education(CD Rom).

Novack, J. D., Gowin D.B. (1998). Constructivismo humano: un consenso emergente. Enseñanza de las ciencias.

National Council of Teachers of Mathematics. (NCTM, 2000). Principios y Estándares para la Educación Matemática. Sevilla: Sociedad Andaluza de la Educación Matemática Thales. Reston, VA; Autor. On line: http//standards.nctm.org/.

Olrich, D.C. (1995). Técnicas de enseñanza. Modernización en el aprendizaje. Limusa Noriega Editores. México.

Pérez, A. S., (2001) La matemática en sus personajes. Los Bernoulli. Geómetras viajeros. Traducción dirigida por Historias de las artes bernoullianas pp 211-235.

Programa de estudios de Estadística y Probabilidad I y II. (2005). Comisión de revisión y ajuste de programas de Estadística y Probabilidad I y II. UNAM, CCH, Área de Matemáticas.

Ramirez, A. G. (2006). Formas de razonamiento que muestran estudiantes de maestría sobre las distribuciones muestrales mediante problemas de simulación. México, D.F., CINESTAV- IPN..

Rodríguez, R. V., (2005). Psicoténica pedagógica. Teoría y práctica. Editorial Trillas.

Salado, V. H., (2003). La influencia del diagrama de árbol y la calculadora graficadora en la comprensión y el aprendizaje de la probabilidad teórica y frecuencial en educación secundaria. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México.

Shaughnessy, M. (1992). Research in Probabity and Statistics: Reflections and Directions. En Grows, D.A. (editor). Handbook of Research of Mathematics Teaching and Learning. New Cork. Macmillan Publishing Company, 465-494.

Santos (2001). El uso del Software Dinámico en Desarrollo de Significados y Conexiones en el Aprendizaje de las Matemáticas. En conferencia Internacional Sobre Uso de tecnología en la Enseñanza de las Matemáticas. (pp. 59-69). Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia Michoacán, México.

Schunk, D., (1977) Teorías del aprendizaje. México. Pearson Educación.

Woolfolk, A. (1995). Constructivismo y aprendizaje situado. México. Mc-Graw Hill.

Woolfolk, A. (2006). Psicología educativa. 9ª edición. Editorial Addison Wesley. México.

ANEXO 1. Actividades resueltas.

Anexo 1.1

Actividad 1.

Cuestionario.

1. ¿Qué es una función?

Cuando los elementos de dos conjuntos A y B, se relacionan de manera que a cada elemento del primer conjunto le corresponda un elemento y solamente uno del segundo conjunto, se tiene una correspondencia llamada función.

2. ¿Qué es una distribución?

Es un arreglo en forma tabular

3. ¿Qué tienen que ver una con otra?

Una función es una distribución, puesto que cada valor de la variable aleatoria tiene asignada una y solo una probabilidad.

4. De un experimento aleatorio, ¿se puede obtener una función y una distribución?

Si.

5. De las respuestas anteriores, ¿qué diferencia existe entre las distribuciones que construiste en estadística I a las realizadas en estadística II?

En estadística I, se construyeron u organizaron datos en distribuciones de frecuencias absolutas o relativas, distribuciones de frecuencias por intervalos, en la primer columna se especifica la variable y en otra columna la frecuencia absoluta, relativa,
En estadística II, se le denomina variable aleatoria, y a cada valor de esta, se le asigna su probabilidad.

Anexo 2.1

Actividad 2.
CARACTERÍSTICAS DE UN EXPERIMENTO DE BERNOULLI.

Un experimento de Bernoulli en general tiene las siguientes características:

-Un número **n** fijo de **repeticiones.**
-En cada repetición existen sólo **dos** posibles **resultados** (<u>éxito ó fracaso</u>).
-En cada repetición como los eventos son independientes, existe la misma probabilidad de éxito (**p**), que probabilidad de fracaso (**q**), por lo tanto **p + q = 1**.
-La <u>variable aleatoria</u> que genera el experimento, <u>se define</u> como **el número de éxitos de ´x´ en ´n´ repeticiones**, la variable aleatoria define sus valores discretos dependiendo del número de veces que se realiza el experimento aleatorio.

Lee con atención los siguientes experimentos aleatorios:

a) Se realiza una selección de 5 artículos producidos en una empresa, la cual le interesa verificar el número de artículos que son defectuosos, el experimento se hace con reemplazo y además la probabilidad de obtener un artículo defectuoso es del 5 %.

b) Se realiza una selección con reemplazo de una muestra de 10 discos, estos se encuentran en un lugar donde 40 pueden ser música clásica y 60 de música moderna.

Para leer, es en base al experimento aleatorio del **inciso a**, en donde cada párrafo refiere a la identificación de las características de un experimento de Bernuolli.
Para contestar, es referente a los espacios en blanco marcados, donde responderás de una forma similar a lo leído en cada párrafo.

1) Se observa que el experimento aleatorio se realiza 5 veces, puesto que son 5 artículos que se seleccionan de uno en uno, ¿cuantas veces se realiza el experimento en el ejemplo del inciso b?
<u>10 veces, ya que el experimento consiste en seleccionar una muestra con reemplazo de 10 discos.</u>
2) En cada resultado existen dos resultados posibles: defectuoso o no defectuoso (inciso a), para el inciso b, ¿cuantos y cuales son los posibles resultados del experimento?
<u>Solo dos, cada que se selecciona un disco se puede obtener que sea de música clásica ò que sea de música moderna.</u>
3) Como lo que nos interesa observar en el experimento, es la selección de los artículos defectuosos, es decir, el éxito, entonces se asigna como p = 0.05 (probabilidad del defectuoso), por lo tanto, la probabilidad de fracaso es q = 1 – 0.05 = 0.95 y es la misma probabilidad de artículo defectuoso en cada repetición, al igual que la del no defectuoso; entonces ¿que puedes decir del inciso b?:
<u>Se considera éxito obtener en cada repetición un disco de música clásica, por lo que se asigna a p = 0.4, por lo tanto fracaso al obtener un disco de música moderna q = 1 – 0.4 = 0.6</u>

4) Los valores discretos que únicamente puede tomar la variable aleatoria son 0, 1, 2, 3, 4 y 5, que indica que cada vez que se realiza el experimento aleatorio, al realizar una selección de 5 artículos, los resultados pueden ser: se obtienen 0 artículos defectuosos, ó 1 artículo defectuoso, ó 2 artículos defectuosos, ó 3 artículos defectuosos, ó 4 artículos defectuosos, ó 5 artículos defectuosos; ¿por qué 6, ó 7, u 8, ó cualquier otro valor, no podrían ser valores de la variable?

Por que solamente se seleccionan 5 artículos

5) Para el experimento aleatorio del inciso b, que valores discretos únicamente puede tomar la variable aleatoria: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, y 10.

Ejercicios:

En cada uno de lo siguientes experimentos aleatorios, clasificar y definir, con argumentos por escrito (es decir, mención de características) si corresponde ó no a un experimento de Bernoulli.

6) El número de varones en una familia seleccionada al azar, con reemplazo y formada por cinco personas.

Tiene un numero fijo de repeticiones n = 5.

Solo existen dos posibles resultados al seleccionar a un elemento de la familia puede ser varon o puede ser mujer.

Se considera éxito si al seleccionar u n integrante se obtiene varon p = 0.5, entonces q = 0.5

En cada repetición los resultados son independientes

La variable aleatoria (numero de hijos varones) puede tomar los valores 0, 1, 2, 3, 4, y 5.

Por lo tanto es un experimento de Bernoulli.

7) Se lanza un dado hasta que aparezca el número 5.

Existen dos posibles resultados, que aparezca el numero 5 (éxito p = 1/6) ò que caiga un numero diferente de 5 (fracaso q = 1- 1/6 = 5/6).

En cada repetición los eventos son independientes, ya que si sale en mi primer tirada 5, no implica que en la segunda tenga que caer 5 nuevamente.

Como no indica cuantas veces se va a realizar el experimento aleatorio, es decir no se sabe cuanto vale n, por lo tanto no podemos definir que valores discretos toma la variable aleatoria.

Por lo que no es un experimento de Bernoulli.

8) Resolver un examen de historia del tipo falso o verdadero, el cual consta de 10 preguntas.

Tiene un numero fijo de repeticiones n = 10.

Solo existen dos posibles resultados al responder cada pregunta del examen: correcta ò incorrecta.

Se considera éxito si al responde una pregunta es correcta (p = 0.5), entonces el fracaso es una respuesta incorrecta (q = 0.5).

En cada repetición los resultados son independientes.

La variable aleatoria (respuestas correctas) puede tomar los valores 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, y 10.

Por lo tanto es un experimento de Bernoulli.

E9) Actividad extra:

a) Ejemplificar un experimento aleatorio de Bernoulli, enunciando las características.

b) Ejemplificar un experimento aleatorio que recuerdes de la primera unidad que no cumpla con las características de un experimento de Bernoulli (argumento).

Anexo 3.1

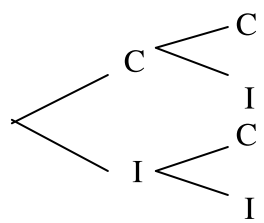
Actividad 3.

Instrucciones: lee cuidadosamente el siguiente experimento aleatorio, y responde en forma ordenada cada inciso según lo que se te pide.

Ejercicio.

Un estudiante recibe un examen compuesto por 2 preguntas, cada pregunta tiene tres posibles respuestas y sólo una es la correcta, es decir, es de opción múltiple, y como no ha estudiado, decide adivinar las respuestas sin siquiera leer las preguntas ó las posibles respuestas. Construir la distribución de probabilidad si la variable aleatoria identificada como X_i **, que es el número de respuestas correctas**.

a) Represente el experimento con un diagrama de árbol, no pierdas de vista en que consiste la variable aleatoria.



b) Define el espacio muestral (Ω).

$$\Omega = \{ (C,C) \ (C,I) \ (I,C) \ (I,I) \}$$

c) A cada punto muestral, asigna el valor que le corresponde de la variable aleatoria X_i, identificada como el número de respuestas correctas.

Ω	**Núm. de resp. correctas** X_i
C,C	2
C,I	1
I,C	1
I,I	0

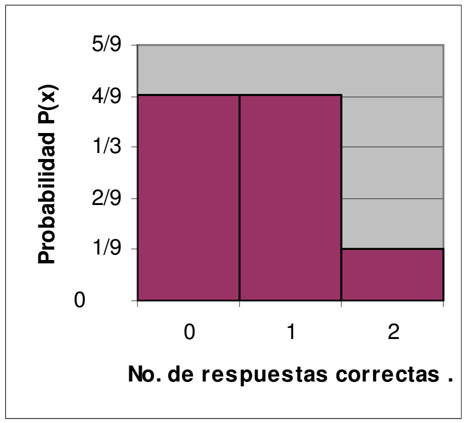
d) A cada punto muestral asigna y anota su probabilidad correspondiente $P(X_i)$.

Ω	**Núm. de resp. correctas** X_i	$P(X_i)$
C,C	2	(1/3)(1/3) = 1/9
C,I	1	(1/3)(2/3) = 2/9
I,C	1	(2/3)(1/3) = 2/9
I,I	0	(2/3)(2/3) = 4/9

e) Organiza la información en la siguiente tabla:

Núm. de respuestas correctas X_i .	Probabilidad $P(X_i)$.
0	4/9
1	4/9
2	1/9

f) Realizar la representación grafica de la distribución.



g) ¿que pasara?, si en lugar de que sólo el examen consista en responder 2 preguntas, ahora el ejercicio se hace con 10 preguntas, ¿Qué inconvenientes se tendría?
Además, si únicamente me interesa saber un solo valor de X_i, es decir, supongamos que solo me interesa acreditar, es decir cuando X = 6; ¿cuanto tiempo y espacio necesitaran para construir la Distribución de Probabilidad?

La respuesta debe estar orientada al espacio que se necesitará para representar el experimento aleatorio con un diagrama de árbol, mas tiempo y lo laborioso que puede ser el calculo de probabilidades.

Actividad 4.
1ª parte.
Instrucciones: Observa el modelo matemático de la Distribución Binomial, e identifica sus componentes anotando en los espacios correspondientes lo que representa cada letra ó variable de la notación utilizada en las temáticas y/o anexos anteriores.

Distribución Binomial.

Si **X** es el número de éxitos en **n** repeticiones de un experimento de Bernoulli, entonces la variable aleatoria X tiene como función de distribución:

$$\mathbf{P(x) = {}_{n}C_{x}\, p^{x}\, q^{n-x}} \quad ;$$

si x = 0,1,2,.....n ; además p + q = 1

n numero fijo de repeticiones del experimento aleatorio
p probabilidad de éxito
q probabilidad de fracaso
x variable aleatoria
$_{n}C_{x}$ combinación de n objetos en X repeticiones
P(x) probabilidad del valor de la variable aleatoria X.

2ª parte.
Instrucciones: En base al modelo, desarrolla la fórmula para cada valor de la variable aleatoria X, indica tus operaciones, subraya tus resultados, completa la tabla y realiza la grafica de la distribución.

Núm. de respuestas correctas X_i.	Probabilidad $P(X_i)$.
0	0.44444444
1	0.44444444
2	0.11111111

$$\mathbf{P(x) = {}_{n}C_{x}\, p^{x}\, q^{n-x}}$$

P(0) = (2C 0) $(1/3)^{0}$ $(2/3)^{2-0}$ = 0.44444444

P(1) = (2C 1) $(1/3)^{1}$ $(2/3)^{2-1}$ = 0.44444444

P(2) = (2C 2) $(1/3)^{2}$ $(2/3)^{2-2}$ = 0.11111111

Anexo 5.1

Actividad 5.

Instrucciones:

En cada una de las proposiciones, lee cuidadosamente y completa los espacios indicados, para responder lo que se te pide.

1. ¿Como se representa la proposición X es mayor a 5? $X > 5$

2. ¿Como se representa la proposición X es mayor ó igual a 5? $X \geq 5$

3. ¿Como se representa la proposición X es menor a 5? $X < 5$

4. ¿Como se representa la proposición X es menor ó igual a 5? $X \leq 5$

Si la variable aleatoria X, toma los valores discretos de 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, que valores corresponden a la siguiente afirmación, primero representa y luego menciona los valores, ejemplo:

- la variable aleatoria X por lo menos vale 5: $X \geq 5$ ó $X > 4$; $X = \{ 5, 6, 7, 8 \}$

5. La variable aleatoria X a lo más vale 3: $X \leq 3$ ó $X < 4$; $X = \{ 0, 1, 2, 3 \}$

6. La variable aleatoria X vale menos de 3: $X \leq 2$ ó $X < 3$; $X = \{ 0, 1, 2 \}$

7. La variable aleatoria X vale más de 3: $X \geq 4$ ó $X > 3$; $X = \{ 4, 5, 6, 7, 8 \}$

8. La variable aleatoria X cundo mínimo 5 vale: $X \geq 5$ ó $X > 4$; $X = \{ 5, 6, 7, 8 \}$

9. La variable aleatoria X únicamente vale 7: $X = 7$; $X = \{ 7 \}$

10. La variable aleatoria X vale entre 2 y 7: $2 < X < 7$ ó $3 \leq X \leq 6$; $X = \{ 3, 4, 5, 6 \}$

11. La variable aleatoria X toma los valores entre 2 y 7, incluyendo estos valores:

$2 \leq X \leq 7$ ó $1 < X < 8$; $X = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$

Anexo 6.1

Actividad 6. Ejercicios de Distribución Binomial.

Nombres de los integrantes del equipo:

Lean cuidadosamente cada ejercicio, procura identificar si cada ejercicio corresponde a un experimento de Bernuolli, sus características, y utiliza el modelo matemático especificando el desarrollo de cada pregunta ó inciso.

Todos los ejercicios deben ser revisados por todos los integrantes del equipo.

1.- Un medicamento tiene la probabilidad de curar un 65% .Si se aplica el medicamento a 3 personas.

Construya la Distribución de Probabilidad y realizar la representación grafica de la distribución.

$P(0) = (3C\ 0)\ (0.65)^0\ (0.35)^{3-0} = 0.0428275$

$P(1) = (3C\ 1)\ (0.65)^1\ (0.35)^{3-1} = 0.238875$

$P(2) = (3C\ 2)\ (0.65)^2\ (0.35)^{3-2} = 0.443625$

$P(3) = (3C\ 3)\ (0.65)^3\ (0.35)^{3-3} = 0.274625$

Núm. de personas que se curaron con el medicamento X_i .	Probabilidad $P(X_i)$.
0	0.0428275
1	0.238875
2	0.443625
3	0.274625

2. En condiciones ideales, la probabilidad de que una semilla de papaya germine es de 0.75 .Se siembran 6 semillas en condiciones ideales.

¿Cuál es la probabilidad de que germinen menos de la mitad?

$n = 6,\ p = 0.75,\ q = 0.25$

$P(X \leq 2)$ ó $P(X < 3) = P(0) + P(1) + P(2)$

$P(0) = (6C\ 0)\ (0.75)^0\ (0.25)^{6-0} = 0.00024414$

$P(1) = (6C\ 1)\ (0.75)^1\ (0.25)^{6-1} = 0.00439531$

$P(2) = (6C\ 2)\ (0.75)^2\ (0.25)^{6-2} = 0.03295898$

$P(X < 3) = P(0) + P(1) + P(2) = 0.03759843$

3.- Considérese el experimento aleatorio que consiste en lanzar 2 monedas bien balanceadas al aire y observar el número de águilas obtenidas. Obtenga las siguientes probabilidades:

$n = 2,\ p = 0.5,\ q = 0.5$

a) De que salgan por lo menos un águila.

$P(X \geq 1)$ ó $P(X > 0) = P(1) + P(2) = 0.75$
$P(1) = (2C\ 1)\ (0.5)^1\ (0.5)^{2-1} = 0.5$
$P(2) = (2C\ 2)\ (0.5)^2\ (0.5)^{2-2} = 0.25$

b) De que salgan a lo más un águila.

$P(X \leq 1)$ ó $P(X < 2) = P(0) + P(1) = 0.75$
$P(0) = (2C\ 0)\ (0.5)^0\ (0.5)^{2-0} = 0.25$
$P(1) = (2C\ 1)\ (0.5)^1\ (0.5)^{2-1} = 0.5$

4.- Supóngase que el 45% de los tornillos producidos por una máquina son defectuosos, si se toma una muestra de 7 tornillos. Hallar la probabilidad de:
a) Que ninguno esté defectuoso.

$P(0) = (7C\ 0)\ (0.45)^0\ (0.55)^{7-0} = 0.015224352$

b) Todos sean defectuosos.

$P(7) = (7C\ 7)\ (0.45)^7\ (0.55)^{7-7} = 0.003736694$

c) Más de uno sea defectuoso.

$P(X \geq 2)$ ó $P(X > 1) = P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) + P(7) = 0.8958163$

$P(2) = (7C\ 2)\ (0.45)^2\ (0.55)^{7-2} = 0.21402168$
$P(3) = (7C\ 3)\ (0.45)^3\ (0.55)^{7-3} = 0.29184774$
$P(4) = (7C\ 4)\ (0.45)^4\ (0.55)^{7-4} = 0.23874519$
$P(5) = (7C\ 5)\ (0.45)^5\ (0.55)^{7-5} = 0.11722149$
$P(6) = (7C\ 6)\ (0.45)^6\ (0.55)^{7-6} = 0.03196949$

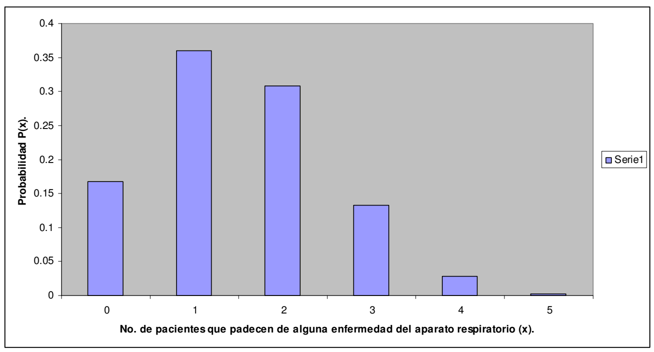
$P(X \geq 2)$ ó $P(X > 1) = 1 - [\ P(0) + P(1)\ ] = 1 - [\ 0.10241837\ ] = 0.8958163$
$P(0) = (7C\ 0)\ (0.45)^0\ (0.55)^{7-0} = 0.015224352$
$P(1) = (7C\ 1)\ (0.45)^1\ (0.55)^{7-1} = 0.087194017$

5.- En general el 30% de los pacientes en cierto hospital padece de alguna enfermedad del aparato respiratorio, y si se seleccionan 5 pacientes al azar, obtener y/o calcular:

a) La Distribución de Probabilidad y realizar la representación grafica de la distribución.

$P(0) = (5C\ 0)\ (0.30)^0\ (0.70)^{5-0} = 0.16807$
$P(1) = (5C\ 1)\ (0.30)^1\ (0.70)^{5-1} = 0.36015$
$P(2) = (5C\ 2)\ (0.30)^2\ (0.70)^{5-2} = 0.3087$
$P(3) = (5C\ 3)\ (0.30)^3\ (0.70)^{5-3} = 0.1323$
$P(4) = (5C\ 4)\ (0.30)^4\ (0.70)^{5-4} = 0.02835$
$P(5) = (5C\ 5)\ (0.30)^5\ (0.70)^{5-5} = 0.00243$

Núm. de pacientes que padecen alguna enfermedad del aparato respiratorio X_i .	Probabilidad $P(X_i)$.
0	0.16807
1	0.36015
2	0.3087
3	0.1323
4	0.02835
5	0.00243



b) La probabilidad de que menos de 2 personas padezcan la enfermedad.

$P(X \leq 1)$ ó $P(X < 2) = P(0) + P(1) = 0.16807 + 0.36015 = 0.52822$

c) La probabilidad de que únicamente 3 personas padezcan la enfermedad.

$P(3) = 0.1323$

d) La probabilidad de que d os o más personas padezcan la enfermedad.

$P(X \geq 2)$ ó $P(X > 1) = P(2) + P(3) + P(4) + P(5) =$
$P(X \geq 2)$ ó $P(X > 1) = 0.3087 + 0.1323 + 0.02835 + 0.00243 = 0.47178$

$P(X \geq 2)$ ó $P(X > 1) = 1 - [\ P(0) + P(1)\ ] = 1 - [0.528175\ ] = 0.47178$

Actividad 7.

Parámetros de una Distribución Binomial.

Lee, observa, identifica y resuelve los siguientes problemas, considerando que en cada parámetro calculado, de cada ejercicio, se debe ser especificar la interpretación del resultado conforme al experimento aleatorio.

1) Cuando un proceso de manufactura funciona correctamente, sólo el 10 % de los artículos producidos son defectuosos. Si se seleccionan 25 artículos al azar.
¿Cuál es el número esperado de artículos defectuosos?

Media ó valor esperado $\mu = np = (25)(0.1) = 2.5$

Interpretación: 2.5 es el promedio de artículos defectuosos esperados en el proceso de manufactura al realizar una muestra de 25 artículos.

Determine e interprete el resultado de: la media, la varianza y la desviación estándar.
2) En 70 lanzamientos de un dado, ¿Cuántas veces cabria esperar que salga un número menor a 3, y con que desviación estándar?

Media ó valor esperado $\mu = np = (70)(2/6) = 23.333$

Varianza $\sigma^2 = npq = (70)(2/6)(4/6) = 15.555$

Desviación estándar $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{15.555} = 3.944$

Interpretación:
Al lanzar 70 veces un dado en promedio se espera obtener 23.333 veces, un número menor a 3, con una variación en promedio de 3.944 veces un número menor a 3.

3) Se sabe que 7 de cada 10 personas que observan en la televisión un producto alimenticio, a la semana lo compran, si se toma una muestra de 20 personas, determine e interprete el resultado de: la media, la varianza y la desviación estándar.

Media ó valor esperado $\mu = np = (20)(0.7) = 14$

Varianza $\sigma^2 = npq = (20)(0.7)(0.3) = 4.2$

Desviación estándar $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{4.2} = 2.049$

Interpretación: en una muestra de 20 personas, se espera que 14 personas en promedio que observan en la televisión un producto alimenticio, a la semana lo compran, con una variación en promedio de 2.049 personas.

Actividad 8. Practica para el tema de Distribución Binomial, con el uso de la computadora con un paquete didáctico (fathom).

El futbolista

Considera el siguiente experimento aleatorio:
Sección A. Un futbolista sabe por experiencia que anota el 85% de los penaltis que tira. Si tira 5 penaltis.

1. La variable aleatoria es considerada en el experimento por:
El número de penaltis anotados por el futbolista.
2. ¿Qué valores discretos puede llegar a tomar la variable aleatoria?
0, 1, 2, 3, 4 y 5.
3. ¿Cuál crees que sea de los valores de la variable aleatoria, la opción más probable?
4
4. Explica tu respuesta: si el futbolista anota los 5 penaltis, se considera que anoto al 100% los penaltis que tira, por lo que si anota 4 penaltis, se considera que anoto al 80% de los penaltis que tira, por lo que 4 es el valor mas probable por ser el mas cercano a las condiciones del problema.

---

5. Con el modelo matemático, calcula la probabilidad de cada valor que toma la variable aleatoria X_i, si esta definida por el numero de penaltis que anota y construye la distribución de probabilidad.

X_i	$P(X_i)$
0	0.0000759375
1	0.0021515625
2	0.024384375
3	0.138178125
4	0.391504687
5	0.4437055312

Sección C. Simulación con la computadora

De la simulación física, se utilizaron 20 canicas, de color blanco la que representan los penaltis o tiros anotados y de color rojo los penaltis o tiros fallados, ¿Cuál es la explicación del por que tuvieron que ser 17 blancas y 3 rojas?
Por que las 20 canicas equivalen al 100%, por lo tanto las 17 canicas equivalen al 85%

Explica como funciona la función *count* que aparece en el inspector:

indica en numero de goles anotados en la simulación, es decir el valor discreto que toma la variable aleatoria en la simulación del experimento aleatorio.

Ahora recuerda que al inicio de la práctica, calculaste las probabilidades teóricas utilizando la fórmula de la distribución Binomial. Nuevamente vacía aquellos resultados en la siguiente tabla, además de calcular con la función Binomial de Fathom, vacíalas también en la siguiente tabla junto con los resultados de la simulación. Obviamente los dos resultados teóricos deben ser iguales.

Éxitos X_i	Probabilidad teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$	Diferencia
	Fórmula $P(X_i)$	Fathom $P(X_i)$		
0	0.0000759375	0.0000759375		
1	0.0021515625	0.0021515625		
2	0.024384375	0.024384375		
3	0.138178125	0.138178125		
4	0.391504687	0.391504687		
5	0.4437055312	0.4437055312		

2. Consideras que obtuviste una buena aproximación con la simulación.

a) Sí b) No

Explica tu respuesta:

Anexo 9.1

Actividad 9. EVALUACIÓN SUMATIVA. **1ª parte.**

Nombre del alumno:______________________ Grupo:______ Calif.:_____

Instrucciones: Lee cuidadosamente el siguiente experimento aleatorio, presuponiendo que corresponde a un experimento de Bernuolli, y contesta ó resuelve lo que se te indica.

En general el 30% de los pacientes de cierto hospital de la zona metropolitana de la ciudad de México se sabe que padece de alguna enfermedad del aparato respiratorio; si se seleccionan 5 pacientes al azar.

1.- Contesta en el espacio marcado las preguntas de acuerdo a lo que se pide en cada una de ellas.
a) Cuantas veces se realiza el experimento aleatorio: <u>5 veces.</u>

b) Al seleccionar a cualquier paciente del hospital, mencione cuales podrían ser los posibles resultados, respecto al paciente: <u>padece de alguna enfermedad del aparato respiratorio ó no padece de alguna enfermedad del aparato respiratorio.</u>

c) Al realizar el experimento aleatorio, ¿a que resultado se considera el fracaso y cuanto vale su probabilidad? <u>no padece de alguna enfermedad del aparato respiratorio; p = 0.7</u>

d) Al realizar el experimento aleatorio, ¿a que resultado se considera el éxito y cuanto vale su probabilidad? <u>padece de alguna enfermedad del aparato respiratorio; p = 0.3</u>

e) Indique qué valores discretos puede tomar la variable aleatoria X_i : <u>0, 1, 2, 3, 4 y 5.</u>

En las siguientes preguntas, donde se pide calcular probabilidades, respecto al mismo experimento aleatorio; y utilizando el modelo matemático de Distribución Binomial, para cada pregunta especificar la notación, el procedimiento de las operaciones y enmarcar el resultado de la respuesta, en una hoja anexa.

2.- Obtenga la probabilidad de que:

a) Al realizar el experimento aleatorio, menos de 2 personas padezcan la enfermedad del aparato respiratorio.
$P(X \leq 1)$ ó $P(X < 2) = P(0) + P(1) = 0.16807 + 0.36015 = 0.52822$
$P(0) = (5C0)\,(0.30)^{0}\,(0.70)^{5-0} = 0.16807$
$P(1) = (5C1)\,(0.30)^{1}\,(0.70)^{5-1} = 0.36015$

b) Al realizar el experimento aleatorio, únicamente 3 personas padezcan la enfermedad del aparato respiratorio.
$P(3) = (5C3)\,(0.30)^{3}\,(0.70)^{5-3} = 0.1323$
c) Al realizar el experimento aleatorio, 2 ó más personas padezcan la enfermedad del aparato respiratorio.

$P(X \geq 2)$ ó $P(X > 1) = P(2) + P(3) + P(4) + P(5) =$
$P(X \geq 2)$ ó $P(X > 1) = 0.3087 + 0.1323 + 0.02835 + 0.00243 = 0.47178$

$P(X \geq 2)$ ó $P(X > 1) = 1 - [P(0) + P(1)] = 1 - [0.528175] = 0.47178$

3.- Calcula:
a) La media.
$\mathbf{\mu = np =} (5)(0.3) = 1.5$
b) La desviación estándar.
$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{(5)(0.3)(0.7)} = 1.024$

2ª Parte.
Lee cuidadosamente el problema, y responde los espacios en blanco, para que paso a paso, relices la simulación con fathom, según la instrucciones.

Computadoras en casa

En un grupo de Estadística se encontró que 7 de cada 10 alumnos tienen computadora en casa. Se eligen 5 alumnos al azar. Indica cuál es la probabilidad de que tengan computadora en su casa al menos 2 alumnos.

1. Describe como calcularías esta probabilidad (simulación física):
<u>En una caja colocamos 10 canicas, de las cuales 7 serán de un mismo color representando a los alumnos que tiene computadora en casa y tres de otro color representando a los que no tienen, y se realiza la extracción aleatoria con reemplazo de 5 canicas. Repetimos el experimento aleatorio una cantidad de veces, por ejemplo 50 veces, construimos la distribución de frecuencias absolutas, con esta podemos calcular la probabilidad basados en la condición de que tengan computadoras en su casa al menos 2 alumnos, de la tabla consideramos los valores de la variable para 2, 3, 4 y 5, así como la frecuencia absoluta de cada valor para sumarlas y dividir para este caso entre 50.</u>

Measures from Sample of alumnos de Estadística

count	0	1
	1	22
	2	125
	3	304
	4	376
	5	172
Column Summary		1000

S1 = count ( )

2. Analiza la tabla anterior y di que representa el área sombreada.

Los valores de la variable aleatoria (alumnos que tienen computadora en casa), así como la frecuencia absoluta de cada valor en la simulación que cumplen la condición del problema "al menos dos alumnos tengan computadora en casa".

$P(0) = (5C\ 0)\,(0.70)^{0}\ (0.30)^{5-0} = 0.00243$
$P(1) = (5C\ 1)\,(0.70)^{1}\ (0.30)^{5-1} = 0.02835$
$P(2) = (5C\ 2)\,(0.70)^{2}\ (0.30)^{5-2} = 0.1323$
$P(3) = (5C\ 3)\,(0.70)^{3}\ (0.30)^{5-3} = 0.3087$
$P(4) = (5C\ 4)\,(0.70)^{4}\ (0.30)^{5-4} = 0.36015$
$P(5) = (5C\ 5)\,(0.70)^{5}\ (0.30)^{5-5} = 0.16807$

17. Llena la siguiente tabla:

Éxitos X_i (X)	Probabilidad Teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$ (Sim)	Diferencia (D)
	Fórmula $P(X_i)$ (Tm)	Fathom $P(X_i)$ (Tf)		
0	0.00243	0.00243		
1	0.02835	0.02835		
2	0.1323	0.1323		
3	0.3087	0.3087		
4	0.36015	0.36015		
5	0.16807	0.16807		

3. ¿Consideras que obtuviste una buena aproximación con la simulación?

a) Si b) No

Explica tu respuesta:
S3:

Anexo 2. Respuestas de los alumnos por actividad.

Actividad 1.

Las respuestas de los alumnos se presentan primero por pregunta y segundo conforme al equipo y/ó equipos.

Pregunta 1 (P1): ¿Qué es una función?

Equipo 1: Es la relación entre los factores A y B para resolver un problema.

Equipo 2: son dos conjuntos relacionados de forma que a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno del segundo conjunto y no mas.

Equipos: 3, 4, 8, 9 y 10: cuando los elementos de dos conjuntos A y B se relacionan de manera que a cada elemento del primer conjunto le corresponde un elemento y solamente uno del segundo conjunto.

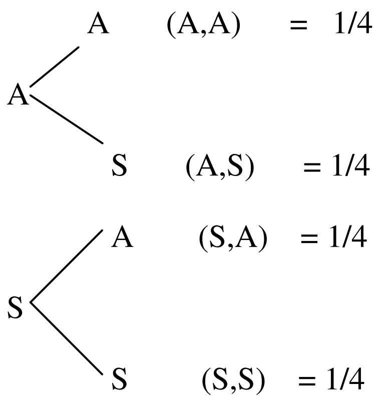
Equipo 5: es un conjunto de información.

Equipo 6: el valor de una variable aleatoria.

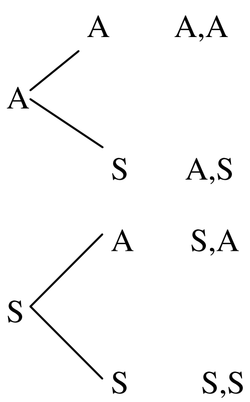
Equipo 7: es el método o pasos a seguir de un elemento ó dos o más para conseguir un resultado.

Pregunta 2 (P2): ¿Qué es una distribución? Anota un ejemplo de cualquier distribución.

Equipo 1: es el resultado esperado de probabilidad de un problema



1.- la función es el principio de los pasos a seguir y la distribución es el resultado de la probabilidad del problema, se tienen que relacionar para conseguir el resultado.



Equipo 2: son los resultados posibles que se dan en el diagrama de árbol asi, como la variable aleatoria

Equipo 3:clasificación y ordenamiento de datos.

Equipo 4: una arreglo de datos en forma de datos en forma tabular “historial de materias”

Equipo 5: es la ordenación de datos o resultados.

Equipo 6: es la lista de probabilidades y la lista de valores.

Equipo 7: es la forma de ordenar los datos, teniendo un orden y una relación, ejemplo:

Nombre:	Matricula:
Aranda Urbano Alberto	20478701C
Beltrán Aguilar Denisse	203051096E

Equipo 8: es la lista valores de la variable aleatoria discreta junto con las correspondientes probabilidad

Equipo 9: es cuando se organiza la información de un elemento de distribución o función de probabilidad.

Equipo 10: es el acomodo de los valores 4, 8, 1, 5 1, 4, 5, 8

Pregunta 3 (P3): ¿Qué tienen que ver una cosa con otra?

Equipo 1: La función es el principio de los pasos a seguir y la distribución es el resultado de probabilidad del problema, se tienen que relacionar para conseguir el resultado.

Equipo 2: debido a que si no hay función no hay distribución.

Equipo 3: si la función nos proporciona los datos base para el ordenamiento de estos.

Equipo 4: los 2 se asemejan en forma de datos.

Equipo 5: que al darse la función de un problema se muestra la expansión de resultados que posiblemente son obtenidos.

Equipo 6: que una depende de la otra.

Equipo 7: si porque tienes que tener una distribución y luego con esta puedes hacer una función.

Equipo 8: los valores de una distribución son el resultado de la función.

Equipo 9.que en las dos se calcula la media, varianza y la desviación estándar.

Equipo 10: no responde.

Pregunta (P4): ¿De un experimento se puede obtenerse una función y una distribución?

Equipo 1: si como ya lo mencione son los componentes de un problema aleatorio

Equipo 2: no responde.

Equipos 3, 6 y 10: si

Equipo 4: lanzar una moneda.

Equipo 5: si porque al obtener un espacio muestral se puede determinar la función de dicho experimento y se puede asi construir la distribución de resultados obtenidos.

Equipo 7: si porque tienes que tener una distribución y luego con esta puedes hacer la función.

Equipo 8: se lanza tres veces una moneda $X:\Omega \rightarrow \{0,1,2,3\}$

Equipo 9: si porque para tener un resultado es apto se debe usar ambas.

Pregunta 5 (P5): De las respuestas anteriores, ¿Qué diferencia entre las distribuciones que construiste en Estadística I, a las realizadas en Estadística II?

Equipo 1: la dificultad por que ya se mezclan diferentes componentes aleatorios

Equipos 2 y 6: no responden.

Equipo 3: que en estadística I se proporcionaban diversas formulas y procedimientos para la distribución de datos. En un experimento aleatorio podemos encontrar calcular una probabilidad una función y una distribución.

Equipo 4: en la organización de estadísticas I hay más procedimiento al realizarse y en estadísticas II es más compleja.

Equipo 5: que en estadística I no se determinaba la función de la variable aleatoria.

Equipo 7: en estadística I era más fácil de hacer que en estadística II pues en esta son un poco más difícil. (se me dificulta mas)

Equipo 8: en estadística I solo conservamos posibles resultados y en estadística II lo desarrollamos llegando a un resultado mas concreto.

Equipo 9: pues en si no pude encontrar una diferencia ya que se maneja igual que I y II ya que se debe hacer lo mismo como diagrama de árbol, la variable aleatoria y la probabilidad, sacar al igual la media, varianza y desviación estándar ya que para obtener los calculos correptos se deben utilizar todos estos datos.

Equipo 10: en estadística I no era tan exacto como ahora.

Actividad 2.

Las respuestas se presentan primero por pregunta y segundo conforme al alumno y/ó alumnos.

Respuesta 1 (R1): ¿cuantas veces se realiza el experimento en el ejemplo del inciso b?

Alumnos 1, 5, 6,7, 8, 9, 12, 13, 17, 19 y 20: 10 veces

Alumno 2: 5 veces

Alumnos 3, 10, 15, 16 y 18: 10

Alumno 4: 25 veces

Alumno 11: 10 veces se seleccionan uno en uno

Alumno 14: diez veces porque se toman 10 discos uno por uno

Respuesta 2 (R2): ¿cuantos y cuales son los posibles resultados del experimento?

Alumnos 1, 8, 10 y 13: clásica y moderna

Alumnos 2 y 4: resultados (defectuosos y no defectuosos clásica y moderna)

Alumno 3: existen en música clásica de moderna

Alumno 5: 0.5

Alumno 6: 5-5, 1-9, 2-8, 3-7, 4-6, 9-1, 8-2, 7-3, 4-6, 1, 10

Alumno 7: a) hay más probabiidad del defectuoso b) probabilidad de éxito

Alumno 9: 2 posibilidades, una que éste en música clásica y otra en música moderna

Alumno 11: 0.5 es la posibilidad

Alumno 12: 5-5, 1,9,2,8,3,7,4,6,9,1,8,2,7,3,9,6,1,10

Alumnos 14 y 15: dos, uno de música clásica y otro de música moderna

Alumno 16: música clásica, música moderna 40/100

Alumno 17: clásica/moderna

Alumno 18: fracaso 40/100 = 0.4 éxito 60/100 = 0.6

Alumno 19: 2 resultados posibles – fracaso - o éxito

Alumno 20: que sea de música moderna o clásica

Respuesta 3 (R3): ¿que puedes decir del inciso b?

Alumno 1: $p = 0.4$ $q = 1- 0.4 = 0.60$

Alumnos 2 y 4: 0.4 (probabilidad de música clásica. Por lo tanto la probabilidad de que son música moderna es $q = 1-.4 = .60$ y es la misma probabilidad de clásica, al igual que la moderna.

Alumnos 3 y 6: $p = 0.10$ $q = 1-0.10 = 0.90$

Alumno 5: Es el mismo resultado porque existe la misma probabilidad de éxito que de fracaso.

Alumnos 7 y 9: 0.10 probabilidad de éxito.

Alumno 8: $p = 0.6$ música moderna $q = 0.4$ música clásica $p + q = 1$

Alumno 10: es lo mismo p = 0.10 q = 1- 0.10 = 0.90

Alumno 11: que su probabilidad puede ser también igual a los artículos no defectuosos

Alumno 12: 1-0.1 = 0.9

Alumnos 14 y 15: p = .1 que son los diez discos que se van a seleccionar, por lo tanto q = 1- .1 = .9

Alumno 13: la probabilidad de música clásica p = 0.4 entonces la probabilidad de música moderna es q = 1- 0.4 = 0.6

Alumno 16: es la selección de los artículos del fracaso y del éxito se asignan como p = 0.4 (probabilidad de éxito) y la probabilidad de fracaso q = 1 – 0.4 = 0.6

Alumno 17: p = 60/100 = 0.6 q = 40/100 = 0.4

Alumno 18: es la selección de los artículos del fracaso y del éxito, se asignan como p = 0.6 (probabilidad de éxtito) y la probabilidad de fracaso q = 1 – 0.4 = 0.6 y es la misma probabilidad del artículo de éxito.

Alumno 19: p = 0.6 q = 0.4 p + q = 0.6 + 0.4 = 1

Alumno 20: p = 60/100 que sea música clásica, q = 40/100 que sea música moderna

Respuesta 4 (R4): ¿por qué 6, ó 7, u 8, ó cualquier otro valor, no podrían ser valores de la variable?

Alumno 1: solo se efectua el experimento aleatorio 5 veces

Alumno 2: por que se dice que de una selección de 5 artículos.

Alumno 3: porque solo hay 5 artículos

Alumno 4: por que nada mas fueron tomados los valores del 0 al 5

Alumno 5: por que son solamente 5 artículos

Alumno 6: porque solo se realizan 5 experimentos

Alumno 7: solamente se cuentan 5

Alumno 8: por que solo se pide que realice 5 veces el experimento

Alumno 9: solamente se pueden contar 5

Alumnos 10, 18, 19 y 20: no responden.

Alumno 11: porque nada mas hay 5 articulos producidos en una empresa

Alumno 12: porque solo se realizaron 5 experimentos

Alumno 13: no porque nada más son 5 artículos no mas

Alumno 14: porque el experimento solo se repite 5 veces

Alumno 15: porque solo se va a realizar 5 veces el experimento

Alumno 16: se va a realizar 5 veces el experimento

Alumno 17: por que en el experimento dice el no. (5) y no más, y haci se realiza 5 veces el experimento y no mas.

Respuesta 5 (R5): ¿que valores discretos únicamente puede tomar la variable aleatoria?

Alumno 1:

Alumnos 2, 6 y 12: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

Alumno 3: 1, 2, 3, 4, 5, 6, ,,,, 100

Alumno 4: 40 y 60

Alumno 5: 2 valores

Alumno 7: son 40 de música clásica 60 de música moderna

Alumnos 8, 14, 15 y 17: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

Alumno 9: son 40 de música clásica y 60 de música moderna

Alumno 10: 10 discos

Alumno 11: 40 donde la música puede ser clásica

Alumno 13: 40 de música clásica y 60 de música moderna

Alumno 16: en base al experimento aleatorio

Alumnos 18, 19 y 20: no responden.

Ejercicio 6 (E6): El número de varones en una familia seleccionada al azar, con reemplazo y formada por cinco personas.

Alumno 1:

Alumno 2: Si, porque puede haber mujeres

Alumno 3: Si porque pueden ser 4 hombres 1 mujer etc

Alumno 4: si porque es un numero fijo al azar

Alumnos 5 y 9: no corresponde

Alumno 6: experimento de Bernoulli

Alumno 7: si corresponde

Alumno Equipo 8: si por que 5 es el número de repeticiones que se aran y se tiene como resultado 2 posibles soluciones que salga hombre ó mujer y p = hombre q = mujer

Alumno Equipo 10: no es porque no cumple con las caracteristicas

Alumno Equipo 11: si es un experimento de Bernoulli porque se usan todas sus características como variable aleatoria

Alumno 12: experimento de Bernoulli

Alumno 13: no es un experimento de Bernoulli

Alumno 14: si, porque tiene un numero fijo, en cada repetición existen dos posibles resultados que será varon o dama

Alumno 15: si, porque tiene un numero fijo y en cada repetición existen 2 posibles resultados

Alumno 16: existe la misma probabilidad de éxito o fracaso

Alumno 17: si por que son 5 veces las que se va a buscar si son hombres/mujeres

Alumno 18: si, porque se clasifican por medio de su probabilidad y además es formada con 5 personas

Alumno 19: si, se realiza 5 veces existe 2 resultados por que es seleccionada al azar

Alumno 20: es un experimento de Bernoulli porque son 5 personas y pueden ser varones o mujeres

Ejercicio 7 (E7). Se lanza un dado hasta que aparezca el número 5.

Alumno 1:

Alumno 2: No, porque existen más números

Alumno 3: No porque no puedes asegurar que en X número de lanzamientos cae 5

Alumno 4: si porque se espera éxito o fracaso

Alumnos 5, 6 y 12: no corresponde

Alumnos 7 y 9: si corresponde

Alumno 8: no porque no hay un numero de repeticiones que se realizara el experimento

Alumno 10: porque puede ver éxito y fracaso (exp. Bernoulli)

Alumnos 11 y 13: si es un experimento de Bernoulli

Alumno 14: no, porque no tiene un numero fijo de las veces que se repetirá el experimento para llegar a que aparezca el numero 5, y solo tiene un resultado posible.

Alumno 15: no, porque no tiene un número fijo de repeticiones

Alumno 16: no porque no tiene dos posibles resultados no existe la misma posibilidad de éxito o fracaso

Alumno 17: no por que no dice cuantas veces se puede lanzar el dado

Alumno 18: No, porque no cumple con las características que están clasificadas de Bernoulli

Alumno 19: no se realiza

Alumno 20: no porque se espera hasta que salga el 5

Ejercicio 8 (E8). Resolver un examen de historia del tipo falso o verdadero, el cual consta de 10 preguntas.

Alumno 1:

Alumno 2, 5, 7, 9: Si corresponde

Alumno 3: Si

Alumno 4: si porque se espera éxito o fracaso

Alumno 6: experimento de Bernoulli

Alumno 8: si porque se reparte solo 10 veces teniendo dos posibles soluciones p = verdadero q = falso

Alumno 10: por que puede ver éxito y fracaso

Alumno 11: no es un experimento de Bernoulli

Alumno 12: experimento de Bernoulli

Alumno 13: si es un experimento de Bernoulli

Alumnos 14 y 15: si, porque en cada pregunta hay dos resultados falso o verdadero y tiene un numero fijo de preguntas.

Alumno 16: si porque cumple con las caracteristicas como solo dos posibles resultados la variable se determina con el numero de éxitos existe la misma posibilidad de éxito o fracaso

Alumno 17: si por que son 10 preguntas en las cuales vas a verificar cuantas son V/F

Alumno 18: si, porque se relaciona por la probabilidad y porque se piden 10 preguntas y el cual pueden tener repetición

Alumno 19: si, se el experimento se realiza 10 veces, existen 2 resultados posibles V y F p 5/10: 0.5 q 5/10 = 0.5 p + q = 0.5 + 0.5 = 1

Alumno 20: es de bernoulli porque son 2 resultados posibles de que sea falso o verdadero

Ejercicio 9 (E9).
a) Ejemplificar un experimento aleatorio de Bernoulli, enunciando las características.
b) Ejemplificar un experimento aleatorio que recuerdes de la primera unidad que no cumpla con las características de un experimento de Bernoulli (argumenta).

Alumno 1:

Alumnos 2, 4, 9 y 20: no responden.

Alumno 3: Inflan 10 globos y ver cuantos se rebientan; La edad de un hombre

Alumno 5: al hacer un examen con incisos

Alumno 6: experimento de Bernoulli

Un globero vende 10 globos el cual 3% le puede salir defectuoso cual seria su ganancia si vende el 20 globos

- en este es preciso y exacto el valor de que gane o pierda
- en el que no es experimento de Bernoulli solo nos da la posible probabilidad.

Alumno 7: lanzar un dado

Alumno 8: Lanzar 2 monedas al aire siendo la variable aleatoria a travez de un numero de aguilas p = aguilas q = soles

n = 2 veces que el numero de repeticiones

= existen 2 posibles resultados = aguila o sol (éxito o fracaso)

= p + q = 1 = p/100 = 0.5 q = 1-p = q = 1- 0.5 = 0.5

Alumno 10: se lanza una moneda que salga sol porque puede ser éxito o fracaso

Alumno 11: se lanza tres monedas cual es la probabilidad de que caigan 3 veces aguila

Alumno 12: Experimento de bernoulli

Un globero vende 10 globos el cual el 3% le salia defectuoso cual eran las ganancias totales si vende el 20 globos Que en este es preciso y exacto el valor de que puede ganar o perder Y en el otro es solo la probabilidad

Alumno 13: encuentra a 10 niñas en un salon donde hay 50 niños   niñas = 0.2

niños = 0.8

El numero de gatos en una familia al azar, con reemplazo y formado por cinco

Alumno 14: Un vendedor visita dos casas donde puede vender o no vender.

Es un experimento de Bernoulli porque hay dos posibles resultados además de un número exacto de casas que visitará.

- De una caja donde hay cuatro bolas blancas y dos rojas se sacan una a una hasta que salgan dos bolas blancas.

No, porque no tiene un número exacto de repeticiones.

Alumno 15: 1. Un jardinero busca trabajo en dos casas donde puede encontrar o no encontrar trabajo

2. De una bolsa donde hay 6 plumas negras y 3 rojas se sacan una a una hasta que salgan 3 plumas rojas.

Alumno 16: Si una familia tiene 3 hijos y la variable aleatoria X es el numero de hijos varones obtenga la fundón de distribución.

En el experimento de lanzar dos dados si se define la variable X como el doble de la suma de lo obtenido en los 2 dados.

Alumno 17: En una fabrica se realiza la selección de 20 artículos de calcetas la cual interesa verificar el no. de artículos defectuosos, el experimento se hace con reemplazo y además la probabilidad de obtener un artículo defectuoso es de 10%. Si es bernoulli.

Se lanza una pirinola y hasta que aparezca el toma 1. No es bernoulli.

Alumno 18: Bernoulli

1) En una fiesta donde existen 40 jóvenes menores de 18 años y 20 adultos mayores de 35 años, se escogen 3 personas al azar

No es: Se lanza un dado de 6 caras y se selecciona una letra A = {a, g}. Si sale consonante, se multiplica por 2 el numero del dado

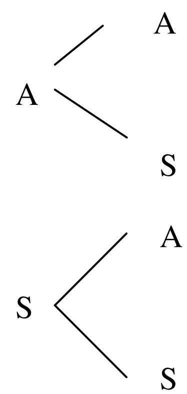
Alumno 19: Se lanza un dado de 6 caras y se selecciona una letra A = {a, g}. Si sale consonante, se multiplica por 2 el numero del dado   No se realiza

Actividad 3.

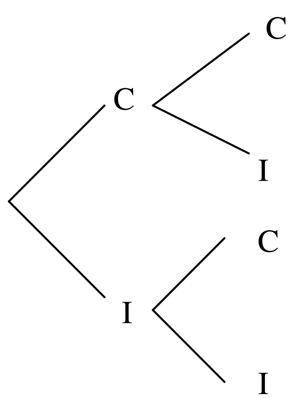
Las respuestas se presentan por inciso y/ó alumnos.

Inciso a) Representa el experimento con un diagrama de árbol, no pierdas de vista en que consiste la variable aleatoria.

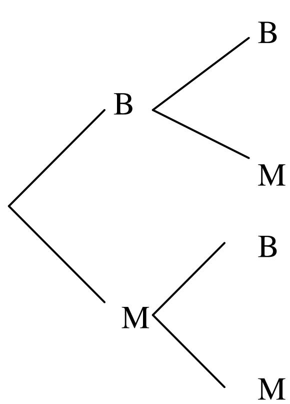
Alumno1:



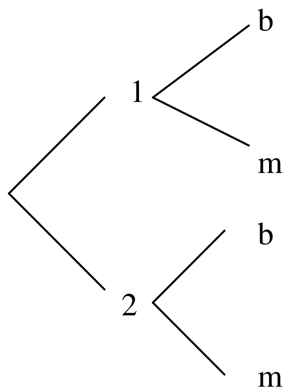
Alumnos 2, 3,4, 11 y 12:



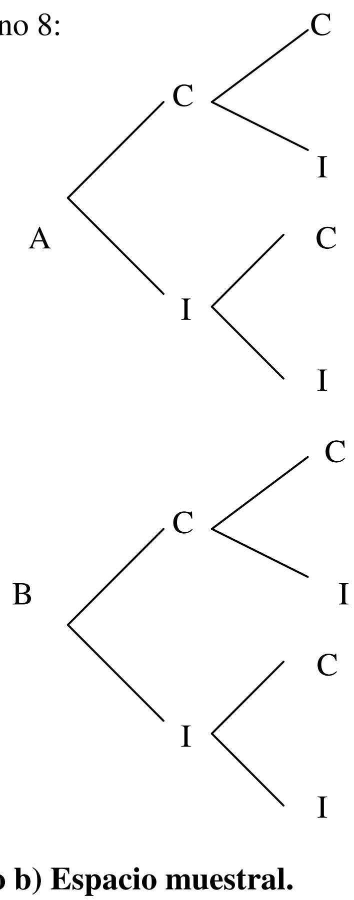
Alumnos 5, 7, 9, 10, 14, 15, 16, 17, 18, 19 y 20:



Alumnos 6 y 13:



Alumno 8:



Inciso b) Espacio muestral.

Alumno 1: Ω = { (A,A) (A,N) (N,A) (N,N) }

Alumnos 2, 3, 4, 11, y 12: Ω = { (C,I) (C,C) (I,C) (I,I) }

Alumnos 5, 7, 9, 10, 14, 15, 16, 17, 18, 19 y 20: Ω = { (M,B) (M,B) (B,M) (B,B) }

Alumnos 6 y 13: Ω = { (1,b) (1,m) (2,b) (2,m)}

Alumno 8: Ω = { (A,C,C) (A,C,I) (A,I,C) (A,I,I) (B,C,C) (B,C,I) (B,I,C) (B,I,I)}

Inciso c) variable aleatoria.

Alumnos 1, 2, 3, 4, 5 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19 y 20:

$X_i = 2, 1, 1, 0$

Alumno 8: $X_i =$ 2, 1, 1, 0, 2, 1, 1, 0.

Inciso d) A cada punto muestral asigna y anota su probabilidad correspondiente $P(X_i)$.

1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 17, 18, 19 y 20.

Ω	**Núm. de resp. correctas** X_i	$P(X_i)$
C,C	2	(1/3)(1/3) = 1/9
C,I	1	(1/3)(2/3) = 2/9
I,C	1	(2/3)(1/3) = 2/9
I,I	0	(2/3)(2/3) = 4/9

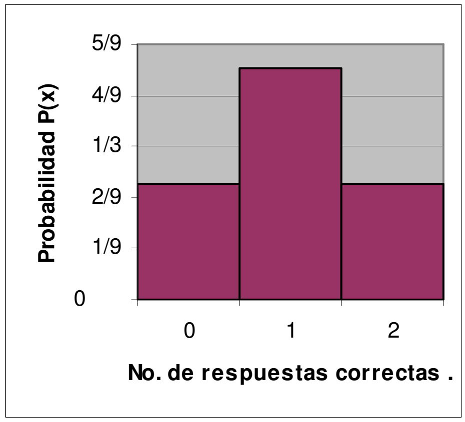
e) Organiza la información en la siguiente tabla:

Núm. de respuestas correctas X_i.	Probabilidad $P(X_i)$.
0	4/9
1	4/9
2	1/9

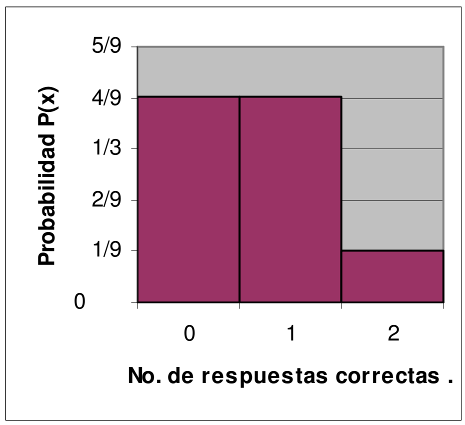
Inciso e) Grafica.

Alumnos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 16, 17, 19 y 20: no realizan la representación grafica.

Alumno 8:



Alumnos: 14, 15 y 18.



Inciso g) ¿que pasara?, si en lugar de que sólo el examen consista en responder 2 preguntas, ahora el ejercicio se hace con 10 preguntas, ¿Qué inconvenientes se tendría?
Además, si únicamente me interesa saber un solo valor de X_i, es decir, supongamos que solo me interesa acreditar, es decir cuando X = 6; ¿cuanto tiempo y espacio necesitaran para construir la Distribución de Probabilidad?

Alumnos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 16, 17, 19 y 20: No responden

Alumnos 6 y 13. Ninguna porque las posibles respuestas seguirian siendo las mismas.

18. 1) inconveniente que se tendría que hacer un diagrama de árbol mucho más grande y sus valores serian más grandes.

2) como media hora y además se ocuparian muchas hojas para poder hacer la distribución de probabilidad.

Actividad 4.

1ª parte.

Definición de n

Alumnos 1, 2, 4, 14 y 17: no de repeticiones

Alumnos 3, 7, 9, 12, 15, 16 y 19: 2

Alumnos 5, 10, 13, 18 y 20: no responden.

Alumnos 6, 8, 11: repeticiones

Definición de p.

Alumnos 1, 2, 4, 11, 15, 16 y 19: éxito

Alumnos 3 y 12: 2

Alumnos 5, 6, 8, 10, 13, 14, 17, 18 y 20: probabilidad de éxito

Alumnos 7 y 9: 1/3

Definición de q.

Alumnos 1, 2, 4, 11, 15, 16 y 19: fracaso

Alumnos 3 y 12: 2

Alumnos 5, 6, 8, 10, 13, 14, 17, 18 y 20: probabilidad de fracaso

Alumnos 7 y 9: 2/3

Definición de x.

Alumno 1: forma valores discretos según (n)

Alumnos 2, 4, 8, 10, 13: variable aleatoria

Alumnos 3 y 12: no responden

Alumnos 5, 15, 16, 18, 19 y 20: variable

Alumno 6: valores

Alumnos 7 y 9: 0

Alumno 11: toma de valor

Alumno 14: no. de éxitos

Alumno 17: tome valores discretos según “n”

Definición de nCx.

Alumnos 1, 3, 11, 12, 17 : no responden.

Alumnos 2 y 4: numero de reemplazo

Alumnos 5, 10, 13, 15, 16, 18, 19 y 20: combinación

Alumnos 6: repetición del evento c

Alumnos 7 y 9: 2C0

Alumno 8: repeticiones C variable aleatoria

Alumno 14: distribución binomial

Definición de P(x).

Alumnos 1, 2, 4, 15, 16, 18, 19 y 20: probabilidad

Alumnos 3 y 12: no responden.

Alumnos 5, 10, 13 y 17: probabilidad de x

Alumno 6: probabilidad de valores de x

Alumnos 7 y 9: 0

Alumnos 8: probabilidad por la v. a.

Alumnos 11.- resultados

Alumno 14: probabilidad de la variable x

2ª parte

Desarrollo del modelo matemático (DMM).

Alumnos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 y 20.

Núm. de respuestas correctas X_i .	Probabilidad $P(X_i)$.
0	0.44444444
1	0.44444444
2	0.11111111

P(x) = $_{n}C_{x}\, p^{x}\, q^{n-x}$

P(0) = (2C 0) $(1/3)^{0}$ $(2/3)^{2-0}$ = <u>0.44444444</u>

P(1) = (2C 1) $(1/3)^{1}$ $(2/3)^{2-1}$ = <u>0.44444444</u>

P(2) = (2C 2) $(1/3)^{2}$ $(2/3)^{2-2}$ = <u>0.11111111</u>

Resultado (R).

Alumno 1: P(0) = <u>0.44443555</u>

P(1) = <u>0.296287407</u>

P(2) = <u>0.04938074</u>

Alumnos 2, 4, 7, y 9: P(0) = <u>0.4444</u>

P(1) = <u>0.8888</u>
P(2) = <u>0.4444</u>

Alumnos 3, 5, 6, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 y 20:

P(0) = 0.44444444

P(1) = 0.44444444

P(2) = 0.11111111

Alumno 8: P(0) = 0.25

P(1) = 0.50

P(2) = 0.25

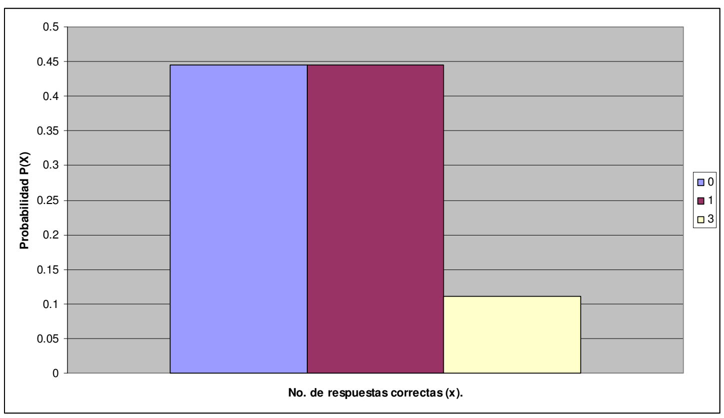
Distribución de probabilidad (DP).

Todos los alumnos completan correctamente la distribución de probabilidad con respecto a sus resultados anteriores.

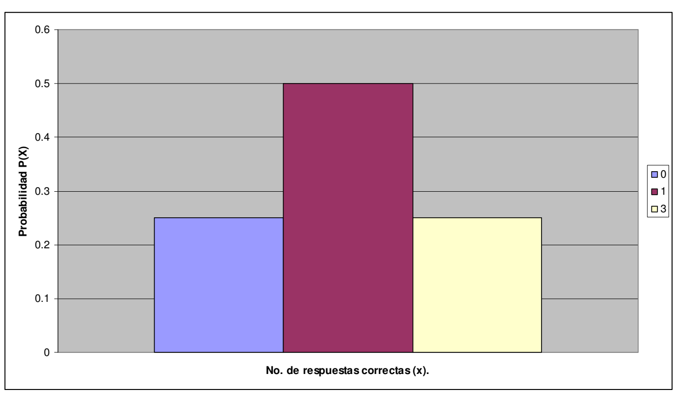
Representación gráfica (RG).

Alumnos 1, 2, 4, 5, 6, 11, 17, 18, 19 y 20: No realizan la representación gráfica.

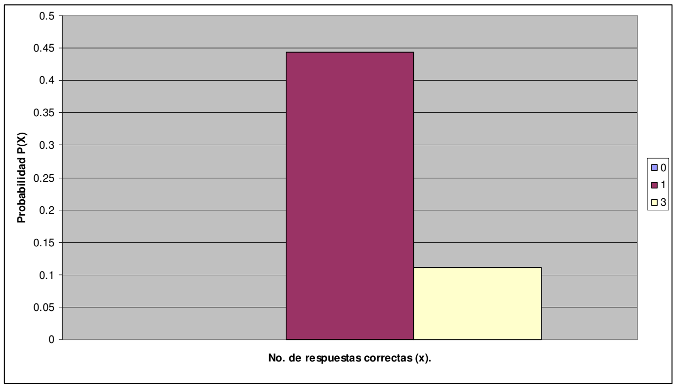
Alumnos 7, 9, 12, 14 y 15:



Alumno 8:



Alumnos 10, 13 y 16:



Actividad 5.

Las respuestas se presentan primero por pregunta y segundo conforme al alumno y/ó alumnos.

Pregunta 1 (P1). ¿Como se representa la proposición X es mayor a 5?

Alumnos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 16, 17, y 18: **$X > 5$**

Alumno 7: **> 5**

Alumnos 13, 14 y 15: **$X < 5$**

Alumnos 19 y 20: **$5 < X$**

Pregunta 2(P2). ¿Como se representa la proposición X es mayor ó igual a 5?

Alumno 1: $X = 5$

Alumnos 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 16, 17 y 18: **$X \geq 5$**

Alumnos 6, 13, 14, 15, 19 y 20: **$X < = 5$**

Alumno **7**: **≥ 5**

Pregunta 3(P3). ¿Como se representa la proposición X es menor a 5?

Alumnos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 16, 17 y 18: **$X< 5$**

Alumno 7: **< 5**

Alumnos 13, 14, 15, 19 y 20: **$X > 5$**

Pregunta 4(P4). ¿Como se representa la proposición X es menor ó igual a 5?

Alumnos 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 16, 17 y 18: **$X \leq 5$**

Alumno 7: **≤ 5**

Alumnos 6, 13, 14, 15, 19 y 20: **$X > = 5$**

Pregunta 5 (P5). La variable aleatoria X a lo más vale 3:

Alumnos 1, 3, 12 y 13: $X \leq 3$

Alumnos 2, 4, 14, 15, 19 y 20: $X \leq 3$, $X = \{ 0, 1, 2 \}$

Alumnos 5, 6, 7 y 9: $X > 2$, $X = \{ 0, 1, 2, 3 \}$

Alumnos 10, 16, 18: $X \leq 3$, $X = \{ 1, 2, 3 \}$

Alumnos 11 y 17: $X \leq 3$ $X = \{ 0, 1, 2, 3 \}$

Pregunta 6 (P6). La variable aleatoria X vale menos de 3:

Alumnos 1, 3 y 12: $X < 3$

Alumnos 2, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11 y 17: $X < 3$; $X = \{ 0, 1, 2 \}$

Alumnos 6 y 20: $X > 2$; $X = \{ 0, 1, 2 \}$

Alumno 13: $X > 2$

Alumnos 14 y 19: $X > 2$; $X = \{ 3, 4, 5, 6 \}$

Alumno 15: $X > 2$; $X = \{ 0, 1, 2, 3 \}$

Alumnos 16 y 18: $X < 3$; $X = \{ 1, 2, 3 \}$

Pregunta 7 (P7). La variable aleatoria X vale más de 3:

Alumno 1: $X > 3$

Alumnos 2, 4, 5, 7, 9, 10, 11, 16, 17 y 20: $X > 3$; $X = \{ 4, 5, 6, 7, 8 \}$

Alumnos 3, 12 y 13: $X < 3$

Alumnos 6, 8, 15, 15, 18 y 19: $X > 4$; $X = \{ 5, 6, 7, 8 \}$

Pregunta 8 (P8). La variable aleatoria X cuando mínimo 5 vale:

Alumno 1: $X = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5 \}$

Alumnos 2, 4, 16, 17 y 20: $X \geq 5$; $X = \{ 5, 6, 7, 8 \}$

Alumnos 3 y 12: no responden

Alumnos 5, 6, 7, 9, 14, 15 y 19: $X > 5$; $X = \{ 5, 6, 7, 8 \}$

Alumnos 10 y 11: $X \leq 5$; $X = \{ 6, 7, 8 \}$

Alumno 18: $X \geq 5$; $X = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$

Pregunta 9 (P9). La variable aleatoria X únicamente vale 7:

Alumno 1: $X = \{ 7 \}$

Alumnos 2, 4, 5, 7, 9 10, 11, 14, 15, 16, 17, 18, 19 y 20: $X = 7$; $X = \{ 7 \}$

Alumnos 3 y 12: no responden

Alumno 6: $X < 7$

Alumno 8: $X \geq = 7$; $X = \{ 7 \}$

Alumno 13: $X = 7$

Pregunta 10 (P10). La variable aleatoria X vale entre 2 y 7:

Alumno 1: $X = \{ 3, 4, 5, 6 \}$

Alumnos 2, 4, 5, 6, 16, 17 y 18: $X > 2 < 7$; $X = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$

Alumnos 3, 8, 12 y 15: no responden

Alumnos 7, 9, 10, 11, 14, 19 y 20: $X > 2$ $X < 7$; $X = \{ 3, 4, 5, 6, 7 \}$ .Alumno 13: $X < 3 > 7$

Pregunta 11 (P11). La variable aleatoria X toma los valores entre 2 y 7, incluyendo estos valores:

Alumnos 1, 2, 4, 7, 9 y 13: $X = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$

Alumnos 3, 8, 12 y 15: no responden

Alumnos 5 y 17: $X = \{ 3, 4, 5, 6 \}$

Alumno 6: $X < 3$; $X = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$

Alumnos 10, 11, 14, 16, 18, 19 y 20: $X > 1$ $X < 8$; $X = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$

Actividad 6.

Ejercicio 1. **Un medicamento tiene la probabilidad de curar un 65% .Si se aplica el medicamento a 3 personas.**

Construya la Distribución de Probabilidad y realizar la representación grafica de la distribución.

Distribución de probabilidad.

Equipos 1, 2, 4 y 5:

P(0) = (3C 0) $(0.65)^{0}$ $(0.35)^{3-0}$ = 0.0428275

P(1) = (3C 1) $(0.65)^{1}$ $(0.35)^{3-1}$ = 0.238875

P(2) = (3C 2) $(0.65)^{2}$ $(0.35)^{3-2}$ = 0.443625

P(3) = (3C 3) $(0.65)^{3}$ $(0.35)^{3-3}$ = 0.274625

Núm. de personas que se curaron con el medicamento X_i .	Probabilidad $P(X_i)$.
0	0.0428275
1	0.238875
2	0.443625
3	0.274625

Equipo 3:

P(0) = 0.0428275

P(1) = 0.238875

P(2) = 0.443625

P(3) = 0.274625

Núm. de personas que se curaron con el medicamento.	Probabilidad .
0	0.0428275
1	0.238875
2	0.443625
3	0.274625

Equipo 6:

P(0) = (3C 0) $(0.65)^{0}$ $(0.35)^{3-0}$ = 0.0428275

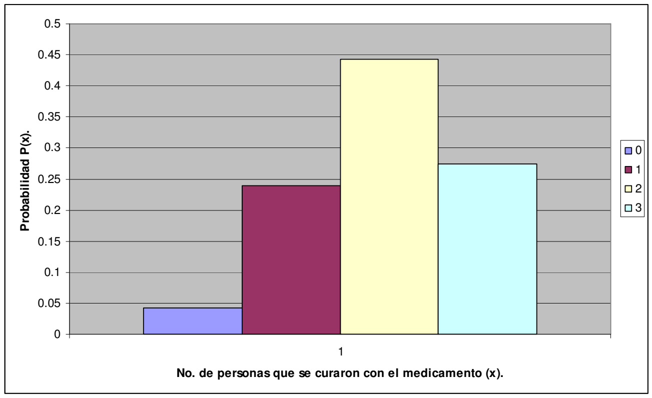
P(1) = (3C 1) $(0.65)^{1}$ $(0.35)^{3-1}$ = 0.238875

P(2) = (3C 2) $(0.65)^{2}$ $(0.35)^{3-2}$ = 0.443625

P(3) = (3C 3) $(0.65)^{3}$ $(0.35)^{3-3}$ = 0.274625

Núm. de personas que se curaron con el medicamento X_i .	Probabilidad $P(X_i)$.
0	0.0428275
1	0.238875
2	0.443625
3	0.274625

Representación gráfica de la distribución de probabilidad.
Equipos 1, 2, 3, 4, 5 y 7:



Equipo 6: no realizo la representación gráfica.
Ejercicio 2. **En condiciones ideales, la probabilidad de que una semilla de papaya germine es de 0.75 .Se siembran 6 semillas en condiciones ideales.**
¿Cuál es la probabilidad de que germinen menos de la mitad?

Equipo 1: n = 6 , p = 0.7 , q = 0.25 , X = { 0, 1, 2, 3 }
$P(0) = (6C\ 0)\ (0.75)^{0}\ (0.25)^{6-0} = 0.00024414$
$P(1) = (6C\ 1)\ (0.75)^{1}\ (0.25)^{6-1} = 0.00439531$
$P(2) = (6C\ 2)\ (0.75)^{2}\ (0.25)^{6-2} = 0.03295898$
0.37

Equipo 2: n = 6 , p = 0.7 , q = 0.25
$P(0) = (6C\ 0)\ (0.75)^{0}\ (0.25)^{6-0} = 0.00024414$
$P(1) = (6C\ 1)\ (0.75)^{1}\ (0.25)^{6-1} = 0.00439531$
$P(2) = (6C\ 2)\ (0.75)^{2}\ (0.25)^{6-2} = 0.03295898$
$P(X < 3) = P(0) + P(1) + P(2) = 0.03759843$

Equipo 3: Equipo 1: n = 6 , p = 0.7 , q = 0.25
$P(0) = (6C\ 0)\ (0.75)^{0}\ (0.25)^{6-0} = 0.00024414$
$P(1) = (6C\ 1)\ (0.75)^{1}\ (0.25)^{6-1} = 0.00439531$
$P(2) = (6C\ 2)\ (0.75)^{2}\ (0.25)^{6-2} = 0.03295898$

Equipo 4: n = 6 , p = 0.7 , q = 0.25 , X = { 0, 1, 2, 3 }, eventos independientes
$P(0) = (6C\ 0)\ (0.75)^{0}\ (0.25)^{6-0} = 0.00024414$
$P(1) = (6C\ 1)\ (0.75)^{1}\ (0.25)^{6-1} = 0.00439531$
$P(2) = (6C\ 2)\ (0.75)^{2}\ (0.25)^{6-2} = 0.03295898$
$P(X < 3) = P(0) + P(1) + P(2) = 0.03759843$

Equipo 5 y 6: n = 6 , p = 0.7 , q = 0.25
$P(0) = (6C\ 0)\ (0.75)^{0}\ (0.25)^{6-0} = 0.00024414$
$P(1) = (6C\ 1)\ (0.75)^{1}\ (0.25)^{6-1} = 0.00439531$
$P(2) = (6C\ 2)\ (0.75)^{2}\ (0.25)^{6-2} = 0.03295898$

Equipo 7: $n = 6$, $p = 0.7$, $q = 0.25$, $X = \{ 0, 1, 2, 3 \}$,
$P(X < 3) = P(0) + P(1) + P(2)$
$P(0) = (6C\ 0)\ (0.75)^{0}\ (0.25)^{6-0} = 0.00024414$
$P(1) = (6C\ 1)\ (0.75)^{1}\ (0.25)^{6-1} = 0.00439531$
$P(2) = (6C\ 2)\ (0.75)^{2}\ (0.25)^{6-2} = 0.03295898$
$P(X < 3) = P(0) + P(1) + P(2) = 0.03759843$

Ejercicio 3. **Considérese el experimento aleatorio que consiste en lanzar 2 monedas bien balanceadas al aire y observar el número de águilas obtenidas. Obtenga las siguientes probabilidades:**

c) De que salgan por lo menos un águila.
d) De que salgan a lo más un águila.

Equipos 1, 5 y 7: $n = 2$, $p = 0.5$, $q = 0.5$, $X = \{ 0, 1, 2\}$
a) $P(X \geq 1) = P(1) + P(2) = 0.75$
$P(1) = (2C\ 1)\ (0.5)^{1}\ (0.5)^{2-1} = 0.5$
$P(2) = (2C\ 2)\ (0.5)^{2}\ (0.5)^{2-2} = 0.25$

b) $P(X \leq 1) = P(0) + P(1) = 0.75$
$P(0) = (2C\ 0)\ (0.5)^{0}\ (0.5)^{2-0} = 0.25$
$P(1) = (2C\ 1)\ (0.5)^{1}\ (0.5)^{2-1} = 0.5$

Equipos 2 y 6: $n = 2$, $p = 0.5$, $q = 0.5$
a) $P(X \geq 1) = P(1) + P(2) = 0.5 + 0.25 = 0.75$

b) $P(X \leq 1) = P(0) + P(1) = 0.25 + 0.5 = 0.75$

Equipo 3: $n = 2$, $p = 0.5$, $q = 0.5$
a) $P(X \geq 1) = P(1) + P(2)$
$P(1) = (2C\ 1)\ (0.5)^{1}\ (0.5)^{2-1} = 0.5$
$P(2) = (2C\ 2)\ (0.5)^{2}\ (0.5)^{2-2} = 0.25$

b) $P(X \leq 1) = P(0) + P(1)$
$P(0) = (2C\ 0)\ (0.5)^{0}\ (0.5)^{2-0} = 0.25$
$P(1) = (2C\ 1)\ (0.5)^{1}\ (0.5)^{2-1} = 0.5$

Equipo 4: $n = 2$, $p = 0.5$, $q = 0.5$, $X = \{ 0, 1, 2\}$
a) $P(1) = (2C\ 1)\ (0.5)^{1}\ (0.5)^{2-1} = 0.5$
$P(2) = (2C\ 2)\ (0.5)^{2}\ (0.5)^{2-2} = 0.25$

b) $P(0) = (2C\ 0)\ (0.5)^{0}\ (0.5)^{2-0} = 0.25$
$P(1) = (2C\ 1)\ (0.5)^{1}\ (0.5)^{2-1} = 0.5$

Ejercicio 4. **Supóngase que el 45% de los tornillos producidos por una máquina son defectuosos, si se toma una muestra de 7 tornillos. Hallar la probabilidad de:**

a) Que ninguno esté defectuoso.
b) Todos sean defectuosos.
c) Más de uno sea defectuoso.
Equipo 1:
a) $P(0) = (7C\ 0)\ (0.45)^{0}\ (0.55)^{7-0} = 0.015224352$
b) $P(7) = 0.003736694$
c) $P(X > 1) = P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) + P(7) = 0.6837$

Equipo 2:
a) $P(0) = 0.015224352$
b) $P(7) = 0.003736694$
c) $P(X > 1) = P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) + P(7) =$

Equipo 3:
a) $P(0) = (7C\ 0)\ (0.45)^{0}\ (0.55)^{7-0} = 0.015224352$
b) $P(7) = (7C\ 7)\ (0.45)^{7}\ (0.55)^{7-7} = 0.003736694$
c) $P(X \geq 2) = P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) + P(7) =$

$P(2) = (7C\ 2)\ (0.45)^{2}\ (0.55)^{7-2} = 0.21402168$
$P(3) = (7C\ 3)\ (0.45)^{3}\ (0.55)^{7-3} = 0.29184774$
$P(4) = (7C\ 4)\ (0.45)^{4}\ (0.55)^{7-4} = 0.23874519$
$P(5) = (7C\ 5)\ (0.45)^{5}\ (0.55)^{7-5} = 0.11722149$
$P(6) = (7C\ 6)\ (0.45)^{6}\ (0.55)^{7-6} = 0.03196949$

Equipos 4, 5 y 7:
a) $P(0) = (7C\ 0)\ (0.45)^{0}\ (0.55)^{7-0} = 0.015224352$
b) $P(7) = (7C\ 7)\ (0.45)^{7}\ (0.55)^{7-7} = 0.003736694$
c) $P(X > 1) = P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) + P(7) = 0.8958163$

$P(2) = (7C\ 2)\ (0.45)^{2}\ (0.55)^{7-2} = 0.21402168$
$P(3) = (7C\ 3)\ (0.45)^{3}\ (0.55)^{7-3} = 0.29184774$
$P(4) = (7C\ 4)\ (0.45)^{4}\ (0.55)^{7-4} = 0.23874519$
$P(5) = (7C\ 5)\ (0.45)^{5}\ (0.55)^{7-5} = 0.11722149$
$P(6) = (7C\ 6)\ (0.45)^{6}\ (0.55)^{7-6} = 0.03196949$

Equipo 6:
a) $P(0)$
b) $P(7)$
c) $P(X \geq 2) = P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) + P(7)$

Ejercicio 5. **En general el 30% de los pacientes en cierto hospital padece de alguna enfermedad del aparato respiratorio, y si se seleccionan 5 pacientes al azar, obtener y/o calcular:**
a) La Distribución de Probabilidad y realizar la representación grafica de la distribución.
b) La probabilidad de que menos de 2 personas padezcan la enfermedad.
c) La probabilidad de que únicamente 3 personas padezcan la enfermedad.

d) La probabilidad de que d os o más personas padezcan la enfermedad.

Equipos 1, 2, 4, 5 y 7:

a)

$P(0) = (5C\ 0)\ (0.30)^{0}\ (0.70)^{5-0} = 0.16807$

$P(1) = (5C\ 1)\ (0.30)^{1}\ (0.70)^{5-1} = 0.36015$

$P(2) = (5C\ 2)\ (0.30)^{2}\ (0.70)^{5-2} = 0.3087$

$P(3) = (5C\ 3)\ (0.30)^{3}\ (0.70)^{5-3} = 0.1323$

$P(4) = (5C\ 4)\ (0.30)^{4}\ (0.70)^{5-4} = 0.02835$

$P(5) = (5C\ 5)\ (0.30)^{5}\ (0.70)^{5-5} = 0.00243$

Núm. de pacientes que padecen alguna enfermedad del aparato respiratorio X_i.	Probabilidad $P(X_i)$.
0	0.16807
1	0.36015
2	0.3087
3	0.1323
4	0.02835
5	0.00243

b) $P(X < 2) = P(0) + P(1) = 0.16807 + 0.36015 = 0.52822$

c) $P(3) = 0.1323$

d) $P(X \geq 2) = P(2) + P(3) + P(4) + P(5)$

$= 0.3087 + 0.1323 + 0.02835 + 0.00243 = 0.47178$

Equipo 3 y 6:

a)

$P(0) = (5C\ 0)\ (0.30)^{0}\ (0.70)^{5-0} = 0.16807$

$P(1) = (5C\ 1)\ (0.30)^{1}\ (0.70)^{5-1} = 0.36015$

$P(2) = (5C\ 2)\ (0.30)^{2}\ (0.70)^{5-2} = 0.3087$

$P(3) = (5C\ 3)\ (0.30)^{3}\ (0.70)^{5-3} = 0.1323$

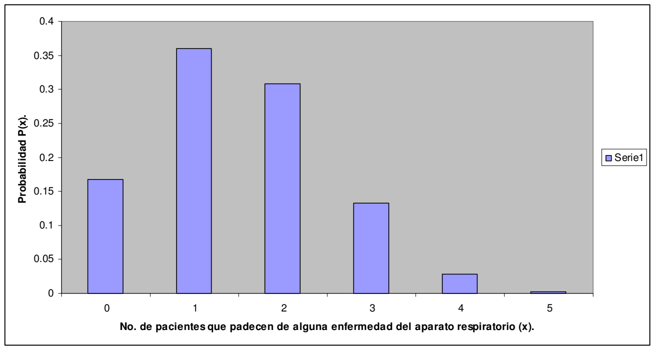
$P(4) = (5C\ 4)\ (0.30)^{4}\ (0.70)^{5-4} = 0.02835$

$P(5) = (5C\ 5)\ (0.30)^{5}\ (0.70)^{5-5} = 0.00243$

Núm. de pacientes que padecen alguna enfermedad del aparato respiratorio X_i.	Probabilidad $P(X_i)$.
0	0.16807
1	0.36015
2	0.3087
3	0.1323
4	0.02835
5	0.00243

b) $P(X < 2) = P(0) + P(1)$
c) $P(3) = 0.1323$
d) $P(X \geq 2) = P(2) + P(3) + P(4) + P(5)$

Presentación gráfica de la distribución de Probabilidad.
Equipos 1, 2, 4, 5 y 7:



Equipos 3 y 6: No realizan la representación gráfica.

Actividad 7.

Ejercicio 1 (E1). Cuando un proceso de manufactura funciona correctamente, sólo el 10 % de los artículos producidos son defectuosos. Si se seleccionan 25 artículos al azar. ¿Cuál es el número esperado de artículos defectuosos?

Equipos 1, 3, 4, 5, 7 y 8: $\mu = (25)\,(0.1) = \underline{2.5}$ promedio de artículos defectuosos.

$\sigma^2 = (25)\,(0.1)\,(0.9) = \underline{2.25}$ variación promedio del cuadrado del # de artículos defectuosos.

$\sigma = \sqrt{(20)\,(0.7)\,(0.3)} = \underline{1.5}$ varianza promedio del # de artículos defectuosos.

Equipo 2: $\mu = (25)\,(0.5) =$

$\sigma^2 = (25)\,(0.5)\,(0.5) =$

$\sigma = \sqrt{(25)\,(0.1)\,(0.9)}$

Equipos 6, 9 y 10: $\mu = (25)\,(0.1) = \underline{2.5}$

$\sigma^2 = (25)\,(0.1)\,(0.9) = \underline{2.25}$

$\sigma = \sqrt{(25)\,(0.1)\,(0.9)} = \underline{1.5}$

Ejercicio 2 (E2). En 70 lanzamientos de un dado, ¿Cuántas veces cabria esperar que salga un número menor a 3, y con que desviación estándar?

Equipos 1, 3 y 4: $\mu = (3)\,(0.5) = \underline{1.5}$ promedio de que salga un num. menor a 3.

$\sigma^2 = (3)\,(0.5)\,(0.5) = \underline{0.075}$ variación cuadrática promedio de que salga un num. menor a 3.

$\sigma = \sqrt{(3)\,(0.5)\,(0.5)} = \underline{0.273}$ variación promedio de que salga un num. menor a 3.

Equipo 2: $\mu = (3)\,(0.5) = \underline{1.5}$

$\sigma^2 = (3)\,(0.5)\,(0.5) = \underline{0.075}$

$\sigma = \sqrt{(3)\,(0.5)\,(0.5)} = \underline{0.273}$

Equipo 5: $\mu = (70)\,(0.33) = \underline{23.1}$ promedio de que salga un num. menor a 3.

$\sigma^2 = (70)\,(0.33)\,(0.66) = \underline{15.24}$ variación cuadrática promedio de que salga un num. menor a 3.

$\sigma = \sqrt{(70)(0.33)(0.66)} = \underline{3.90}$ variación promedio de que salga un num. menor a 3.

Equipos 6, 9 y 10: $\mu = (70)(0.33) = \underline{23.1}$, $\sigma^2 = (70)(0.33)(0.66) = \underline{15.24}$

$\sigma = \sqrt{(70)(0.33)(0.66)} = \underline{3.90}$

7 y 8: $\mu = (70)(0.33) = \underline{23.1}$ promedio de las veces que salga un num. menor a 3.

$\sigma = \sqrt{(70)(0.33)(0.66)} = \underline{3.90}$ desviación estándar.

Ejercicio 3 (E3). Se sabe que 7 de cada 10 personas que observan en la televisión un producto alimenticio, a la semana lo compran, si se toma una muestra de 20 personas, determine e interprete el resultado de: la media, la varianza y la desviación estándar.

Equipos 1, 2, 3, 4 y 5: $\mu = (20)(0.7) = \underline{14}$ promedio de las personas que lo compren

$\sigma^2 = (20)(0.7)(0.3) = \underline{4.2}$ variación cuadrática promedio del número de personas que si compran un producto alimenticio.

$\sigma = \sqrt{(20)(0.7)(0.3)} = \underline{2.04}$ variación promedio del número de personas que si compran un producto alimenticio.

Equipos 6, 9 y 10: $\mu = (20)(0.7) = \underline{14}$, $\sigma^2 = (20)(0.7)(0.3) = \underline{4.2}$

$\sigma = \sqrt{(20)(0.7)(0.3)} = \underline{2.049}$

Equipos 7 y 8: $\mu = (20)(0.7) = \underline{14}$ son las personas que compran un producto a la semana

$\sigma = \sqrt{(20)(0.7)(0.3)} = \underline{2.049}$

Actividad 8.

El futbolista.

Considera el siguiente experimento aleatorio: Un futbolista sabe por experiencia que anota el 85% de los penaltis que tira. Si tira 5 penaltis.

Sección A.

A1. La variable aleatoria es considerada por:

Equipos 1, 4 y 7: 5

Equipos 2 y 10: el número de penaltis anotados por el futbolista.

Equipos 3 y 5: el número de penaltis

Equipo 6: el número de goles que pueden anotar

Equipos 8: la cantidad de penaltis anotados

Equipos 9: los penaltis anotados

A2. ¿Qué valores discretos puede llegar a tomar la variable aleatoria?

Equipos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10: 0, 1, 2, 3, 4, 5

A3. ¿Cuál crees que sea de los valores de la variable aleatoria, la opción más probable?

Equipos 1, 2, 3, 7, 8, 9 y 10: 4

Equipos 4 y 6: tres

Equipo 5: la opción más probable es 4

A4. Explica tu respuesta:

Equipo 1: Por que dice que el 85% de penaltis los anota.

Equipo 2: Porque si 5 es el 100%, 4 representa el 85%.

Equipo 3: Porque anota el 85% de los penaltis que tira.

Equipo 4: Pueden caer más de 3 ó menos de 5, entonces lo más probable es 3.

Equipo 5: Por que de acuerdo al experimento aleatorio son 5 penaltis que tira de los cuales solo anota el 85% siendo el 15% que falla.

Equipo 6: Porque según el porcentaje es la probabilidad de anotar los penaltis.

Equipo 7: Porque es lo que se acerca a la probabilidad de no fallar.

Equipo 8: Porque es el porcentaje mas cercano a los 4 penaltis anotados.

Equipo 9: Cuatro penaltis ya que se aproxima el 85% de 5 penaltis, lo podemos calcular con una regla de tres: 5 penaltis – 100%

X - 85% = 4.25

Equipo 10: Si consideramos el porcentaje de anotados, para 4 le corresponde el 80%, para 5 el 100%, el porcentaje mas cercano al valor más probable es 4

Sección C. Simulación con la computadora.

C1. De la simulación física, se utilizaron 20 canicas, de color blanco la que representan los penaltis o tiros anotados y de color rojo los penaltis o tiros fallados, ¿Cuál es la explicación del por que tuvieron que ser 17 blancas y 3 rojas?

Equipo 1: Porque las 17 canicas blancas representan el 85% y 3 es el 15%.

Equipo 2: Ya que el 17 es el 85% de las 20 probabilidades de anotar los penales, mientras que 3 representa el 15% del supuesto fallo.

Equipo 3: Solo se utilizan 20 canicas

Equipo 4: Para diferenciar los goles anotados de los fallados.

Equipo 5: Porque el 85% son tiros anotados representados por las canicas blancas y el 3 el 15% de tiros fallados de las 20 canicas.

Equipo 6: Porque el 85% son tiros anotados representados por las canicas blancas y el 3 el 15% de tiros fallados de las 20 canicas.

Equipo 7: Es el 85% de las blancas y el 15% de rojas.

Equipo 8: Porque existe la probabilidad el número de penaltis sean anotados.

Equipo 9: Ya que tomando como base 20 penaltis, como el 100% y 85% los anotados que serían 17 y el resto las fallas o sea 3.

Equipo 10; Como las 20 canicas representan el 100%, entonces 17 canicas representan el 85%.

C2. Explica como funciona la función *count* que aparece en el inspector:

Equipo 1: Aparece el numero de probabilidad que sean de goles

Equipo 2: Funciona para contar el numero de goles anotados en cada una de las muestras

Equipo 3: Contabilizar los goles anotados y fallados.

Equipo 4: Tomar los goles anotados en este caso fue 3, pues fueron anotados 3 penaltis Cuenta los goles anotados.

Equipo 5: Como contador de los goles anotados totales a goles fallados en la toma de 5 muestras, tomando en cuenta si estan pidiendo anotados o fallados en la formula.

Equipo 6: Nos proporciona automáticamente el experimento aleatorio.

Equipo 7: Es el que realiza la contaduría de goles.

Equipo 8: El nombre de count y la función goles aparecen de distinto color.

Equipo 9: Contar el numero de goles anotados en cada uno de los casos ya asignados.

Equipo 10: Muestra el numero de goles anotados en la muestra.

Ahora recuerda que al inicio de la práctica, calculaste las probabilidades teóricas utilizando la fórmula de la distribución Binomial. Nuevamente vacía aquellos resultados en la siguiente tabla, además de calcular con la función Binomial de Fathom, vacíalas también en la siguiente tabla junto con los resultados de la simulación. Obviamente los dos resultados teóricos deben ser iguales.

Equipo 1:

Éxitos X_i	Probabilidad teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$	Diferencia
	Fórmula $P(X_i)$	Fathom $P(X_i)$		
0	0.0000759375	0.0000759375	0	0.0000759
1	0.0021515625	0.0021515625	0.0003	0.00085
2	0.024384375	0.024384375	0.023	0.013
3	0.138178125	0.138178125	0.141	0.0029
4	0.391504687	0.391504687	0.382	0.0095
5	0.4437055312	0.4437055312	0.451	0.0023

Equipo 2:

Éxitos X_i	Probabilidad teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$	Diferencia
	Fórmula $P(X_i)$	Fathom $P(X_i)$		
0	0.00007	0.0000759375	0.001	0.0009245
1	0.0021	0.0021515625	0.002	0.000251567
2	0.0243	0.024384375	0.22	0.0002384
3	0.1381	0.138178125	0.135	0.003178
4	0.3915	0.391504687	0.399	0.05256
5	0.4437	0.4437055312	0.441	0.00270

Equipo 3:

Éxitos X_i	Probabilidad teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$	Diferencia
	Fórmula $P(X_i)$	Fathom $P(X_i)$		
0	0.0000759375	0.0000759375	0.001	0.000424062
1	0.0021515625	0.0021515625	0.006	0.003898437
2	0.024384375	0.024384375	0.058	0.033615625
3	0.138178125	0.138178125	0.211	0.013817812
4	0.391504687	0.391504687	0.418	0.026499531
5	0.4437055312	0.4437055312	0.306	0.13770531

Equipo 4:

Éxitos X_i	Probabilidad teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$	Diferencia
	Fórmula $P(X_i)$	Fathom $P(X_i)$		
0	0.0000759375	0.00007593	0	0
1	0.002151	0.0021515	0.002	0.0001515
2	0.024384375	0.0243	0.027	0.0027
3	0.13817	0.138178	0.137	0.06178
4	0.391504	0.391504	0.39	0.001504
5	0.4437	0.44370	0.444	0.003

Equipo 5:

Éxitos X_i	Probabilidad teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$	Diferencia
	Fórmula $P(X_i)$	Fathom $P(X_i)$		
0	0.0000759375	0.0000759375		0
1	0.0021515625	0.0021515625		0
2	0.024384375	0.024384375		0
3	0.138178125	0.138178125		0
4	0.391504687	0.391504687		0
5	0.4437055312	0.4437055312		0

Equipo 6:

Éxitos X_i	Probabilidad teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$	Diferencia
	Fórmula $P(X_i)$	Fathom $P(X_i)$		
0	0.00007593	0.0000759375	0.0005	0.000042
1	0.002151	0.0021515625	0.001	0.0015
2	0.02438	0.024384375	0.015	0.0093
3	0.13817	0.138178125	0.135	0.00317
4	0.39150	0.391504687	0.387	0.0045
5	0.44370	0.4437055312	0.462	0.0014

Equipo 7:

Éxitos X_i	Probabilidad teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$	Diferencia
	Fórmula $P(X_i)$	Fathom $P(X_i)$		
0	0.0000759375	0.0000759375	0.001	0.00024
1	0.0021515625	0.0021515625	0.011	0.00884
2	0.024384375	0.024384375	0.027	0.00261
3	0.138178125	0.138178125	0.172	0.03382
4	0.391504687	0.391504687	0.363	0.02850
5	0.4437055312	0.4437055312	0.434	0.0097

Equipo 8:

Éxitos X_i	Probabilidad teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$	Diferencia
	Fórmula $P(X_i)$	Fathom $P(X_i)$		
0	0.0000759375	0.0000759375	0	0.00007
1	0.0021515625	0.0021515625	0.001	0.00001515
2	0.024384375	0.024384375	0.031	0.0027
3	0.138178125	0.138178125	0.154	0.001138
4	0.391504687	0.391504687	0.376	0.001504
5	0.4437055312	0.4437055312	0.438	0.003

Equipo 9:

Éxitos X_i	Probabilidad teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$	Diferencia
	Fórmula $P(X_i)$	Fathom $P(X_i)$		
0	0.0000759375	0.0000759375	0	0.00007
1	0.0021515625	0.0021515625	0.002	0.000007
2	0.024384375	0.024384375	0.024	0.00384375
3	0.138178125	0.138178125	0.148	0.098218
4	0.391504687	0.391504687	0.408	0.01649531
5	0.4437055312	0.4437055312	0.418	0.02570531

Equipo 10:

Éxitos X_i	Probabilidad teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$	Diferencia
	Fórmula $P(X_i)$	Fathom $P(X_i)$		
0	0.000075	0.000075	0	0.000075
1	0.00215156	0.00215156	0.001	0.0019
2	0.0243843	0.024384	0.032	0.008
3	0.1381781	0.138178	0.138	0
4	0.3915046	0.391504	0.398	0
5	0.44370553	0.4437055	0.428	0.015

C3: Consideras que obtuviste una buena aproximación con la simulación. Explica tu respuesta:

Equipo1: Si, por que te explica paso a paso.
Equipo 2: Si, por que los resultados se aproximan ó más bien es lo mismo.
Equipo 3: Si, fue mas sencillo y se acerco un poco a las probabilidades teóricas.
Equipo 4: Si, hay mayor probabilidad de anotar un mayor número de goles o que meta pocos
Equipo 5: Si, porque los resultados son igual.
Equipo 6: Si, porque los valores que se obtuvieron en fathom son aproximados a los que se obtuvieron con la formula.

Equipo 7: Si, ya que es mínima la diferencia de lo teórico con lo práctico.
Equipo 8: Si, porque tuve valores aproximados con la simulación de la computadora y los resultados de las hojas de la práctica.
Equipo 9: Si, pu-es porque ocupamos Fathom y lo hicimos físicamente y pues los resultados fueron muy aproximados.
Equipo10: Si, el resultado es muy aproximado en ambos y la diferencia entre éstos dos es mínima.

Actividad 9.
Evaluación sumativa.

En general el 30% de los pacientes de cierto hospital de la zona metropolitana de la ciudad de México se sabe que padece de alguna enfermedad del aparato respiratorio; si se seleccionan 5 pacientes al azar.
Contesta en el espacio marcado las preguntas de acuerdo a lo que se pide en cada una de ellas.
Reactivo 1, inciso a (Ia): Cuantas veces se realiza el experimento aleatorio:
Equipos 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9 y 10: 5
Equipo 4: 0, 1, 2, 3, 4, 5
Reactivo 1, inciso b (Ib): Al seleccionar a cualquier paciente del hospital, mencione cuales podrían ser los posibles resultados, respecto al paciente.
Equipos 1, 2, 5, 6, 8, 9 y 10: que padezca una enfermedad ó no la padezca
Equipos 3 y 4: sano ó enfermo
Equipo 7: de que tengan o no la tengan alguna enfermedad respiratoria.
Reactivo 1, inciso c (Ic): Al realizar el experimento aleatorio, ¿a que resultado se considera el fracaso y cuanto vale su probabilidad?
Equipos 1 y 6: no enfermarce 70 %
Equipo 2: que la padece un 70 %
Equipo 3: 3 alumnos no tengan = 0.3 %
Equipo 4: p = 70% (0.70) y q = 30% (0.30)
Equipos 5, 7, 8, 9 y 10: los que no están enfermos 70%
Reactivo 1, 1d d) Al realizar el experimento aleatorio, ¿a que resultado se considera el éxito y cuanto vale su probabilidad?
Equipo 1 y 6: al que padece una enfermedad 30 %
Equipo 2.- que no la padece un 30 %
Equipo 3: 7 alumnos si tienen = 0.7 %
Equipo 4: (0.70) y (0.30)
Equipos 5, 7, 8, 9 y 10: a los pacientes que si tiene alguna enfermedad respiratoria 30%
Reactivo 1, inciso e (Ie): Indique qué valores discretos puede tomar la variable aleatoria X_i.
Equipos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10: 0, 1, 2, 3, 4, 5
En las siguientes preguntas, donde se pide calcular probabilidades, respecto al mismo experimento aleatorio; y utilizando el modelo matemático de Distribución Binomial, para cada pregunta especificar la notación, el procedimiento de las operaciones y enmarcar el resultado de la respuesta, en una hoja anexa.
2.- Obtenga la probabilidad de que:
Reactivo 2, inciso a (IIa): Al realizar el experimento aleatorio, menos de 2 personas padezcan la enfermedad del aparato respiratorio.

Equipos 1 y 2: $P(X \leq 1) = P(0) + P(1) = 0.16807 + 0.36015 = 0.52822$

Equipo 3: $P(X < 2) = P(0) + P(1)$

Equipos 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10:
$P(X < 2) = P(0) + P(1) = 0.16807 + 0.36015 = 0.52822$
$P(0) = (5C0)\,(0.30)^{0}\,(0.70)^{5-0} = 0.16807$

$P(1) = (5C1)\ (0.30)^{1}\ (0.70)^{5-1} = 0.36015$

Reactivo 2, inciso b (IIb): Al realizar el experimento aleatorio, únicamente 3 personas padezcan la enfermedad del aparato respiratorio.

Equipos 1 y 2: $P(3) = 0.1323$

Equipo 3: $P(3) =$

Equipos 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10: $P(3) = (5C3)\ (0.30)^{3}\ (0.70)^{5-3} = 0.1323$

Reactivo 2, inciso c (IIc): Al realizar el experimento aleatorio, 2 ó más personas padezcan la enfermedad del aparato respiratorio.

Equipos 1 y 3: $P(X > 1) = P(2) + P(3) + P(4) + P(5)$

Equipo 2: $P(X > 1) = 0.3087 + 0.1323 + 0.02835 + 0.00243$

Equipos 4: $P(X \geq 2) = 0.3087 + 0.1323 + 0.02835 + 0.00243 = 0.47178$

Equipos 5, 6, 7, 8, 9 y 10:
$P(X > 1) = P(2) + P(3) + P(4) + P(5)$
$= 0.3087 + 0.1323 + 0.02835 + 0.00243 = 0.47178$
$P(2) = (5C2)\ (0.30)^{2}\ (0.70)^{5-2} = 0.3087$
$P(3) = (5C3)\ (0.30)^{3}\ (0.70)^{5-3} = 0.1323$
$P(4) = (5C4)\ (0.30)^{4}\ (0.70)^{5-4} = 0.02835$
$P(5) = (5C5)\ (0.30)^{5}\ (0.70)^{5-5} = 0.00243$

2ª parte.

Computadoras en casa

En un grupo de Estadística se encontró que 7 de cada 10 alumnos tienen computadora en casa. Se eligen 5 alumnos al azar. Indica cuál es la probabilidad de que tengan computadora en su casa al menos 2 alumnos.

S1. Describe como calcularías esta probabilidad:
Equipo 1: 70% tiene PC, 30% no tiene PC
Equipo 2: Se pondrían 7 canicas de un mismo color.
Equipo 3: Colocamos en una urna 10 canicas, 7 de un color y 3 del otro, entonces se extraen 5 canicas al azar y de ahí determinamos si tiene computadora ó no.
Equipo 4: Colocamos en una urna 10 canicas, 7 de un color y 3 del otro, entonces se extraen 5 canicas al azar y de ahí determinamos si tiene computadora ó no.
Equipo 5: Pues si son 7 de cada 10, quiere decir que el 70% puede tener y seria poner en una urna 10 canicas se eligen 5 de las cuales sacamos dos y veremos la probabilidad es como el 60% de tener computadora.
Equipo 6: De 7 de 10 un 1/7.
Equipo 7: n = 5 alumnos, p = 7 si tienen y q = 3 no tienen.

Equipo 8: Con una muestra de 5 canicas, donde hay 10, 7 de un color y 3 de otro.
Equipo 9: 70 % tiene PC
30% No tiene PC
Equipo 10: En una urna coloco 7 canicas blancas y 3 rojas, realizo la selección de 5 canicas con reemplazo y anoto su frecuencia para realizar la distribución de frecuencias.

Measures from Sample of alumnos de Estadística

count	0	1
	1	22
	2	125
	3	304
	4	376
	5	172
Column Summary		1000

S1 = count ( )

S2. Analiza la tabla anterior y di que representa el área sombreada.
Equipo1: Los que si tienen computadora.
Equipo 2: La probabilidad mayor de que 2 a 5 alumnos tengan computadora en casa.
Equipo 3: Que dos ó más alumnos tienen computadora en casa.
Equipo 4: El mayor índice de probabilidad de que cada 7 de cada 10 tengan PC en casa (por eso de mayor cantidad mayor probabilidad).
Equipo 5: los que si tienen computadora, la probabilidad que existe entre 1000 casos y este va aumentando si las personas igualmente van aumentando.
Equipo 6: Que dos ó mas alumnos tienen computadora.
Equipo 7: En la muestra de: 134 cada 5 tiene comp.
301 cada 5 tiene comp.
355 cada 5 tiene comp.
175 cada 5 tiene comp.
Equipo 8: El mayor índice de probabilidad de 7 de cada 10.
Equipo 9: Los alumnos que si tienen una Computadora en casa.
Equipo 10: Son los resultados que cumplen con las condiciones del problema, lo que se quiere calcular.

Llena la siguiente tabla:

Éxitos X_i	Probabilidad Teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$	Diferencia
	Fórmula $P(X_i)$	Fathom $P(X_i)$		

Equipo 1:

Éxitos X_i (X)	Probabilidad Teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$ (Sim)	Diferencia (D)
	Fórmula $P(X_i)$ (Tm)	Fathom $P(X_i)$ (Tf)		
0	0.00243	0.00243	0.002	0.0043
1	0.02835	0.02835	0.028	0.0035
2	0.1323	0.1323	0.145	0.013
3	0.3087	0.3087	0.279	0.029
4	0.36015	0.36015	0.367	0.007
5	0.16807	0.16807	0.179	0.011

Equipo 2:

Éxitos X_i (X)	Probabilidad Teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$ (Sim)	Diferencia (D)
	Fórmula $P(X_i)$ (Tm)	Fathom $P(X_i)$ (Tf)		
0	0.002	0.002	0.003	0.001
1	0.028	0.028	0.023	0.005
2	0.132	0.132	0.130	0.002
3	0.308	0.308	0.290	0.018
4	0.360	0.360	0.390	0.03
5	0.168	0.168	0.164	0.0004

Equipo 3:

Éxitos X_i (X)	Probabilidad Teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$ (Sim)	Diferencia (D)
	Fórmula $P(X_i)$ (Tm)	Fathom $P(X_i)$ (Tf)		
0	0.00243	0.00243	0.003	0.00057
1	0.02835	0.02835	0.028	0.00035
2	0.1323	0.1323	0.146	0.0137
3	0.3087	0.3087	0.300	0.0087
4	0.36015	0.36015	0.362	0.00185
5	0.16807	0.16807	0.161	0.00707

Equipo 4:

Éxitos X_i (X)	Probabilidad Teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$ (Sim)	Diferencia (D)
	Fórmula $P(X_i)$ (Tm)	Fathom $P(X_i)$ (Tf)		
0	0.002	0.00243	2 = 0.002	0
1	0.028	0.02835	28 = 0.028	0
2	0.132	0.1323	145 = 0.145	0.013
3	0.308	0.3087	279 = 0.279	0.029
4	0.360	0.36015	367 = 0.367	0.007
5	0.168	0.16807	179 = 0.179	0.011

Equipo 5:

Éxitos X_i (X)	Probabilidad Teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$ (Sim)	Diferencia (D)
	Fórmula $P(X_i)$ (Tm)	Fathom $P(X_i)$ (Tf)		
0	0.002	0.002	2 = 0.002	0
1	0.028	0.028	28 = 0.028	0
2	0.132	0.132	145 = 0.145	0.013
3	0.308	0.308	279 = 0.279	0.029
4	0.360	0.360	367 = 0.367	0.007
5	0.168	0.168	179 = 0.179	0.011

Equipo 6:

Éxitos X_i (X)	Probabilidad Teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$ (Sim)	Diferencia (D)
	Fórmula $P(X_i)$ (Tm)	Fathom $P(X_i)$ (Tf)		
0	0.00243	0.00243		
1	0.02835	0.02835		
2	0.1323	0.1323		
3	0.3087	0.3087		
4	0.36015	0.36015		
5	0.16807	0.16807		

Equipo 7:

Éxitos X_i (X)	Probabilidad Teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$ (Sim)	Diferencia (D)
	Fórmula $P(X_i)$ (Tm)	Fathom $P(X_i)$ (Tf)		
0	P(x0)	0.00243	1	0.99757
1	P(x1)	0.02835	26	25.47165
2	P(x2)	0.1323	133	132.8672
3	P(x3)	0.3087	305	304.63985
4	P(x4)	0.36015	372	371.63985
5	P(x5)	0.16807	163	162.83193

Equipo 8:

Éxitos X_i (X)	Probabilidad Teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$ (Sim)	Diferencia (D)
	Fórmula $P(X_i)$ (Tm)	Fathom $P(X_i)$ (Tf)		
0	0.00243	0.00243		
1	0.02835	0.02835		
2	0.1323	0.1323		
3	0.3087	0.3087		
4	0.36015	0.36015		
5	0.16807	0.16807		

Equipo 9:

Éxitos X_i (X)	Probabilidad Teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$ (Sim)	Diferencia (D)
	Fórmula $P(X_i)$ (Tm)	Fathom $P(X_i)$ (Tf)		
0	0.00243	0.00243	2	1.99757
1	0.02835	0.02835	33	32.97165
2	0.1323	0.1323	134	133.8677
3	0.3087	0.3087	301	300.6913
4	0.36015	0.36015	355	354.63985
5	0.16807	0.16807	175	174.83193

Equipo 10:

Éxitos X_i (X)	Probabilidad Teórica		Probabilidad aproximada con la simulación $P(X_i)$ (Sim)	Diferencia (D)
	Fórmula $P(X_i)$ (Tm)	Fathom $P(X_i)$ (Tf)		
0	0.00243	0.00243		
1	0.02835	0.02835		
2	0.1323	0.1323		
3	0.3087	0.3087		
4	0.36015	0.36015		
5	0.16807	0.16807		

S3. ¿Considera que obtuviste una buena aproximación con la simulación? Explica tu respuesta.

Equipo 1: Si, fue aproximada es muy buena la simulación.
Equipo 2: Si, porque se hizo una simulación en fathom con 1000 casos.
Equipo 3: Si, la diferencia no fue muy alta.
Equipo 4: Si, ya que son demasiados y suficientes los casos en la computadora para darnos cuenta del resultado.
Equipo 5: Si, fue aproximado es muy buena su simulación con los 1000 casos.
Equipo 6: Si, que la diferencia no fue muy alta.
Equipo 7: Si, porque los resultados de la simulación en con la computadora eran parecidos con los de mi la practica.
Equipo 8: Si, porque con este programa nos aproxima mucho.
Equipo 9: Si, porque en la computadora metías los datos directos y solita te da los resultados.
Equipo 10: Si, es muy pequeña la diferencia en cualquier valor de probabilidad de la variable.