



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Validación de modelos cascada intranuclear
de Geant4 para energías de hadrones por
debajo de los 20 GeV

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
FÍSICO

PRESENTA:

MARCO VLADIMIR LEMUS YÁÑEZ

DIRECTOR DE TESIS:
DR. VARLEN GRABSKI

2000



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de datos del jurado

1. Datos del alumno Lemus Yáñez Marco Vladimir 55 58 19 06 Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Física 404072920	2. Datos del tutor Dr Varlen Grabski
3. Datos del sinodal 1 Dr Efraín Rafael Chávez Lomelí	4. Datos del sinodal 2 Dr Lukas Nellen Filla
5. Datos del sinodal 3 Dra María Magdalena González Sánchez	6. Datos del sinodal 4 Dr Víctor Manuel Velázquez Aguilar
7. Datos del trabajo escrito Validación de modelos cascada in- tranuclear de Geant4 para en- ergías de hadrones por debajo de los 20 GeV 75 p. 2009	

Agradecimientos

Como es costumbre y como es obligatorio (mas yo no lo hago por obligación) empezaré agradeciendo a las personas que siempre han estado a mi lado para apoyarme. A mis papás Blanca Margarita y José Francisco que a pesar de que ya hace tiempo que no convivimos de manera diaria (sólo en vacaciones) siempre han estado para apoyarme y educarme en esos grandes temas que la escuela no cubre, la vida fuera de ella; en particular para realizar este trabajo siempre han estado al pendiente de lo que me haga falta. El camino hasta este momento no ha sido fácil y lo que falta no parece serlo tampoco, pero mis padres siempre me han apoyado y sé que me seguirán apoyando.

A mis hermanos Francisco, Adrián y Dulce (en orden de aparición), no tengo que agregar más epítetos, son mis hermanos, personas de confianza con las que he compartido la vida, los buenos momentos y pocos disgustos, pero ante todo quienes me recuerdan quien soy y de donde vengo. En estos últimos tiempos me han proveído de una agradable convivencia.

Agradezco a mi mamá Matilde (mi abuela) por su incondicional apoyo durante toda la carrera y el tiempo extra que he ocupado; me comparte un espacio de su casa, en cierta medida mitiga la falta que me hacen mis papás (en todos los aspectos, muestra es que no puedo llegar tarde sin recibir una llamada de atención), siempre ha sido comprensiva y atenta conmigo, sin duda me ha apoyado en este trabajo (aunque creo que no sabe con certeza que es lo que estudio) como me ha apoyado durante toda mi estadía en estas tierras. A mi tío Juan Carlos que, a pesar de que ambos somos hombres de pocas palabras, ha sido la otra parte de mi familia en la ciudad, a riesgo de sonar sumamente repetitivo le agradezco su apoyo y comprensión durante todo este tiempo, creo que yo no he pagado con una comprensión recíproca, pero no dudó que sabe de mi agradecido hacia él.

A mi tía Yolanda (q.e.p.d.), que lamentablemente no pudo presenciar físicamente este último lapso de mi vida; los recuerdos y las enseñanzas, esa

riqueza que me dejó, siguen aquí y los atesoraré como una biblioteca abierta, están los volúmenes siempre a mi mano, junto conmigo llegarán a donde vaya.

Aunque lo saben de antemano, a mi tía Rosa y mi tío Víctor que desde el primer momento en que tomé la decisión de estudiar por estos rumbos (y a estos rumbos) han sido mi catapulta al exterior, en las decisiones importantes me han dado consejo. En estos últimos años he tenido la fortuna de tener tres hogares (incluso a escondidas), eso para alguien que se ha alejado de su habitat primigenio es una gran dicha, siempre tuve un acogedor lecho en el cual caer cuando la fatiga intentaba vencerme.

A mis primos Miguel, Blanca Esperanza, Víctor, Citlali, Cuauhtémoc y Karla, mis cómplices en tantas cosas, consejeros en muchas otras e incluso confidentes, de manera global han sido una parte vital para hacer agradable mi estancia y mi trabajo; su apoyo nunca ha sido deficiente. A mi tía Angelica, que no por mencionarla hasta este punto le quito importancia, a pesar que no suelo estar muy cerca de ella, sé que no se olvida de mí, le agradezco su atención y todos los detalles.

Una familia extensa, pero falta la parte de Morelia. Estoy un poco lejos, a la vuelta de la esquina, aún así hasta acá se siente el apoyo y los irrompibles lazos familiares; a toda mi familia de aquellas regiones.

Una parte vital de esta tesis sin la cual no hubiera podido realizarse es mi asesor el Dr. Varlen Grabski, quien además de ser mi guía, tutor y profesor fue un gran apoyo para llevar a cabo este trabajo; aunque en ocasiones lo hice enojar y no rendí como él esperaba estoy gustoso de haber trabajado con él, el tiempo y ambos decidiremos que continúa a partir de lo ya avanzado. Aparte de la labor de tesis me apoyó en otros aspectos para llevar a buen fin mi licenciatura y, sobre todo, para aprender y tener algo de experiencia en el mundo de la física experimental de partículas, tiene todo mi agradecimiento y mi aprecio.

A mis sinodales, quienes amable y apresuradamente (mil gracias) revisaron mi trabajo, me aconsejaron en aquellos puntos en los que cojeo (demasiados) y comprensiblemente me ayudaron. Estoy en deuda con ellos por las razones que ya conocen, supongo que en otras condiciones habrían sido mucho más estrictos, pero no hay problema, todavía pueden desquitarse en el examen (es broma). Al Dr. Efraín Chávez por su minuciosa revisión y grata atención, al Dr. Lukas Nellen por sus acertadas observaciones y el ánimo que me dio, a la Dra. Magdalena González quien de manera muy atenta revisó mi trabajo escrito a pesar de no darle (por mi parte) el tiempo suficiente, por sus valiosos consejos y, sobre todo, por haberme invitado a

participar en su carpa en la “Noche de las Estrellas” en el Zócalo de la ciudad (fue una experiencia única que me reanimó). Por último, pero no menos importante, al Dr. Víctor Velázquez, a pesar de no conocerme se mostró sumamente comprensivo, agradezco sus observaciones por las cuales lo estuve apresurando, quizá no fui la persona más amable, pero aprovecho esta ocasión para retribuir en una mínima porción su amabilidad.

A los doctores miembros del grupo de altas energías del IFUNAM, Dr. Rubén Alfaro, Dr. Ernesto Belmont, Dr. Arturo Menchaca y el Dr. Andrés Sandoval quienes siempre estuvieron atentos a lo que pudiera necesitar, paliaban las diferencias culturales y en ocasiones de habla entre el Dr. Grabski y yo; a pesar de que mi trabajo de tesis era aislado acercándose a lo antisocial (sólo tenía que interactuar con mi computadora) siempre me integraron al grupo de trabajo, me convidaron tacos, tamales y un sin fin de comida (como a todo *estudihambre* del grupo), amablemente me enviaron a Puebla y Zacatecas a unas vacaciones compartidas con unos minutos de esclavitud (en Puebla); espero poder seguir conviviendo y trabajando con ustedes.

A los estudiantes del grupo, que además de ser mis compañeros de penurias y pláticas la mayoría de veces absurdas pero divertidas, estuvieron dispuestos a ayudarme en lo posible. A Erick Almaraz, al “físico” Lizardo Valencia, a Adiv González, Laura González, Alejandro Román, Temilotzin Ibarra, Alejandro Rentería, Omar Vázquez, Emilia Alaniz, Mario Vázquez, Mayra Cervantes, Saul Rodríguez (momentáneamente estudiante del grupo) y a Mathieu Robert (que posiblemente él ni de mi nombre se acuerda). A los compañeros del taller y laboratorios, aunque yo no tenía nada que hacer en tales lugares siempre fueron un espacio ameno y de descanso, a Víctor Hugo Orozco, Carlos “Charly” Valencia, don Mario Rangel, Oscar Gante y a Saúl Aguilar. A todos ellos por su ayuda, amistad y tiempo compartido.

Nunca menos importante, siempre apoyándome, ayudándome, regañándome, acompañándome a todos los lugares que disfrute, en los malos y buenos momentos, mi compañera, amiga y querida novia Mary Loli Martínez, ya sabe de mi agradecimiento y no agrego más detalles pues ya ella conoce lo que falta. Mis agradecimientos quedan cortos y a pesar de ello se extienden a su familia que siempre ha sido amable y atenta.

A todas las personas en el instituto que me apoyaron de manera directa o indirecta, en todos los servicios de cubículo, biblioteca, fotocopias, escáner, impresión, credenciales, becas, viajes y lo referente a mi estancia en el Instituto de Física.

A mis profesores de la facultad, no los enumeraré a todos pues

se extendería aún más este breve e incompleto agradecimiento, como representante de ellos nombraré al Dr. Darío Moreno (q.e.p.d.), mi primer profesor de física (formalmente) dentro de la facultad. Espero no recordar mi tiempo en la facultad como unos lejanos años dorados, si no como el inicio de algo muy entretenido, a veces pesado pero sumamente interesante.

Muchos amigos han pasado y seguirán pasando por mi vida, pero en estos últimos años habré de mencionar a algunos; si omito u olvido a alguien pase directamente conmigo para recibir el agradecimiento en persona, de cualquier manera aún, espero, quedan muchas cosas por dedicar (los agradecimientos se dan aunque no estén escritos aquí). A Yonathan Hernández, Yobel Ramírez, Juan Salas y José Manuel Ramos por su amistad a distancia, Ricardo Barrera, Victor Isidoro Bravo (que me ayudo para acabar esta tesis con su amistad y su computadora vieja), Alejandro Becerril, Toño (mi primer amigo en la facultad, pero no recuerdo su apellido), Mariano Albor, Yadira Salazar, Estrella Terán, Teresita Suárez, Hans Cruz, Libertad Madrigal, Guillermo Munguía, Lucía Cristina Contreras, Ramiro Vázquez, Adrián Escobar, Lorena Parra, Daniel Cruz, Carlos García y a todo aquellos que me han brindado su amistad y esté olvidando por el apresuramiento.

Para llegar hasta aquí tuve algunos tropiezos, no olvido a las personas de mi vida pasada (de ingeniero), a Quetzálcoatl "tex tex" Sandoval, Alejandro "el puma" Vázquez, Oscar "Hogan" Chávez, Saul Ruíz, Edwin "Bob" Emanuel (si mal no recuerdo) y todos aquellos que fueron mis compañeros en ese extraño lugar llamado IPN.

A todos los que de alguna manera estuvieron conmigo en estos años, si no los menciono es sobretodo por olvido y por espacio; como he dicho antes: en caso de que no se encuentren pasen directamente por su agradecimiento personal.

Se agradece el apoyo del proyecto "PAPIIT UNAM 1N115107", su apoyo financiero ayudo a llevar a buen termino la labor y me dio de comer en distintas fondas de la geografía de la ciudad de México, ese monstruo con el que llevo una relación de amor y odio.

Índice general

Resumen	1
Introducción	3
1. Teoría	7
1.1. Modelos nucleares	7
1.1.1. Modelo de la gota	7
1.1.2. Modelo de gas de Fermi	8
1.1.3. Modelo de capas	9
1.2. El concepto de sección eficaz	10
1.3. Modelos de cascada intranuclear	12
1.3.1. Cascada intranuclear de Bertini	14
1.3.2. Cascada binaria	17
2. Modelos hadrónicos en Geant4	21
2.1. Geant 4	21
2.2. Modelos hadrónicos	22
2.3. Modelos de cascada intranuclear	24
3. Datos experimentales para la validación en Geant4	27
3.1. Experimentos a bajas energías	27
3.2. Experimento CREAM	29
TCD (Timing Charge Detector) y detector S3	31
SCD (Silicon Charge Detector)	31
S0/S1 y S2 (hodoscopios de fibras centelladoras)	32
TRD (Transition Radiation detector)	32
Calorímetro	33
3.3. Haz de prueba	33

4. Simulación en Geant4	37
5. Resultados	43
6. Conclusiones	67
A. Energía de Fermi	69
B. Cálculo del ángulo sólido diferencial $\Delta\Omega$	71

Índice de figuras

1.	<i>Espectro (gráfica de energía vs. flujo) de los rayos cósmicos. Alrededor de los 10^{15} se distingue la región conocida como la rodilla [2].</i>	4
1.1.	<i>Figura donde se muestra el esquema de una dispersión entre partículas, la región sobre la esfera que es cruzada por el proyectil dispersado es el ángulo sólido $d\Omega$, $d\sigma$ se encuentra sobre el anillo trazado en el plano transversal al eje de simetría</i>	12
2.1.	<i>Modelos hadrónicos para distintas energías implementados en Geant4.</i>	25
3.1.	<i>Vista superior plana de la disposición de elementos (detectores, blancos y colimadores) en el experimento de Amian. El haz de protones entra por la orilla inferior izquierda y bombardea el blanco que se encuentra al centro de la cavidad[18]. .</i>	28
3.2.	<i>Esquema de la constitución del detector CREAM, tomado de [5]. En orden descendente se ubican los subdetectores TCD, TRD superior, detector Cherenkov, TRD inferior, SCD, hodoscopios S0/S1, blancos de grafito, hodoscopio S2 y S3 y por último el calorímetro</i>	30
3.3.	<i>Distribución de carga (Z) medida por el SCD (arriba) y el TCD (abajo) con un haz de productos de fragmentación de In contra un blanco de Pb a 158 GeV/n.</i>	35
5.1.	<i>Visualización de la simulación en Geant4 con 1000 eventos para un blanco de plomo y un haz de protones a 800 MeV, los haces azules representan partículas cargadas, las verdes partículas neutras</i>	45

5.2.	<i>Gráficas de Berilio, para 30° (arriba) y 60° (abajo).</i>	46
5.3.	<i>Gráficas de Berilio, 120° (arriba) y 150° (abajo).</i>	47
5.4.	<i>Gráficas de Boro, 30° (arriba) y 60° (abajo).</i>	49
5.5.	<i>Gráficas de Boro, 120° (arriba) y 150° (abajo).</i>	50
5.6.	<i>Gráficas de Carbono, 30° (arriba) y 60° (abajo).</i>	51
5.7.	<i>Gráficas de Carbono, 120° (arriba) y 150° (abajo).</i>	52
5.8.	<i>Gráficas de Aluminio, 30° (arriba) y 60° (abajo).</i>	53
5.9.	<i>Gráficas de Aluminio, 120° (arriba) y 150° (abajo).</i>	54
5.10.	<i>Gráficas de Hierro, 30° (arriba) y 60° (abajo).</i>	55
5.11.	<i>Gráficas de Hierro, 120° (arriba) y 150° (abajo).</i>	56
5.12.	<i>Gráficas de Plomo, 30° (arriba) y 60° (abajo).</i>	57
5.13.	<i>Gráficas de Plomo, 120° (arriba) y 150° (abajo).</i>	58
5.14.	<i>Gráficas de Uranio, 30° (arriba) y 60° (abajo).</i>	59
5.15.	<i>Gráficas de Uranio, 120° (arriba) y 150° (abajo).</i>	60
5.16.	<i>Gráficas de Plomo, detectando neutrones a un mismo ángulo de 60°, cambiando los modelos de bajas (TRV por HP) y altas energías (LHEP por QGSP) en la simulación con el modelo de Bertini. Las diferencias son mínimas.</i>	61
5.17.	<i>Distribución de carga medida en el SCD (arriba) y TCD (abajo) comparada con las simulaciones de con el modelo de cascada intranuclear en Geant4.</i>	63
5.18.	<i>Distribución de carga, derivada de la simulación de fragmentación a partir de un haz primario de Pb a 10 GeV/n y un blanco de Be realizada con el modelo de cascada intranuclear de Bertini en Geant4.</i>	65

Índice de cuadros

2.1. <i>Clases generales dentro de la categoría de procesos hadrónicos en Geant4.</i>	23
3.1. <i>Materiales utilizados en el experimento de Amian [19] como blancos, con el grosor [20] y densidad utilizados en el arreglo experimental de un haz de protones a 800 MeV colisionando con ellos.</i>	29
3.2. <i>Características de los materiales del blanco y del haz para fragmentación.</i>	34

Resumen

El experimento CREAM (por sus siglas en inglés Cosmic Ray Energetics and Mass) tiene el propósito de medir la composición de núcleos en los rayos cósmicos primarios. En este experimento se usa un globo que eleva al detector una altura aproximada de 40 km. Sobre el detector CREAM hay una capa atmosférica con un grosor de 4-5 g/cm^2 que cambia la composición original de los rayos cósmicos primarios. Para estimar el cambio es necesario estudiar el transporte de los núcleos primarios en la capa.

Para la estimación son importantes los procesos de fragmentación del núcleo inicial así como las interacciones hadrónicas. Como aún no existe la validación de los modelos de GEANT4 (acrónimo de GEometry ANd Tracking) para interacciones núcleo-núcleo arriba de 3 GeV/n, este trabajo se ha hecho con ese propósito; así se podrá determinar el mejor modelo de cascada intranuclear. Se hicieron simulaciones usando diferentes modelos hadrónicos de GEANT4, de interacciones hadrón-núcleo y núcleo-núcleo para el intervalo de energía de 0.8-10 GeV/n. Los datos de la simulación se han comparado con datos experimentales en bajas y altas energías. Finalmente con base en estos estudios creamos un “*physics list*” para la simulación del experimento.

Introducción

Los rayos cósmicos fueron descubiertos en 1912 por Victor Hess en su búsqueda de fuentes de radiactivas. Su composición engloba a la mayoría de elementos presentes en la tabla periódica, incluso algunos elementos pesados son más abundantes en el espectro de rayos cósmicos que en el resto del material existente en el sistema solar [1]; su incidencia sobre la Tierra cambia al variar la energía con que arriban, mientras la energía aumenta el flujo decae.

Dada la considerable cantidad de partículas que llegan a la Tierra para energías inferiores a los 10^{11} eV (100 GeV) el estudio de los rayos cósmicos a tales energías se ha desarrollado considerablemente bien a partir de experimentos en tierra. Se reconoce que sus aceleraciones son resultado de procesos energéticos en la galaxia, con la hipótesis de que podrían ser las explosiones de supernova su principal fuente (hablando de rayos cósmicos galácticos, los solares en su nombre indican el origen), sin embargo para altas energías (mayores a los 10^{15} eV) aún no se sabe lo suficiente como para identificar los mecanismos de aceleración, las energías propias en tal rango están varios ordenes de magnitud por arriba del límite energético de las ondas de choque de las supernovas.

Podemos reconocer regiones específicas en el espectro general (que no hace distinción entre tipos núcleos) de rayos cósmicos. Para energías menores a 10^9 eV experimentalmente se ha comprobado que el flujo de rayos cósmicos es afectado por el ciclo solar y demás fenómenos de la heliósfera¹; a energías mayores los rayos cósmicos son de origen galáctico y hasta los 10^{15} eV sus mecanismos de aceleración son presumiblemente las aceleraciones de choque por explosiones de supernovas . La “rodilla” (*knee*) es la denominación que recibe un decremento peculiar en la pendiente del espectro, se encuentra cercano a los 10^{15} eV , fuera de dos peculiaridades (una más a energías

¹Región del espacio que se ve afectada por el viento solar.

alrededor de 10^{19} eV, el “tobillo”, *ankle*) la curva es bastante suave.

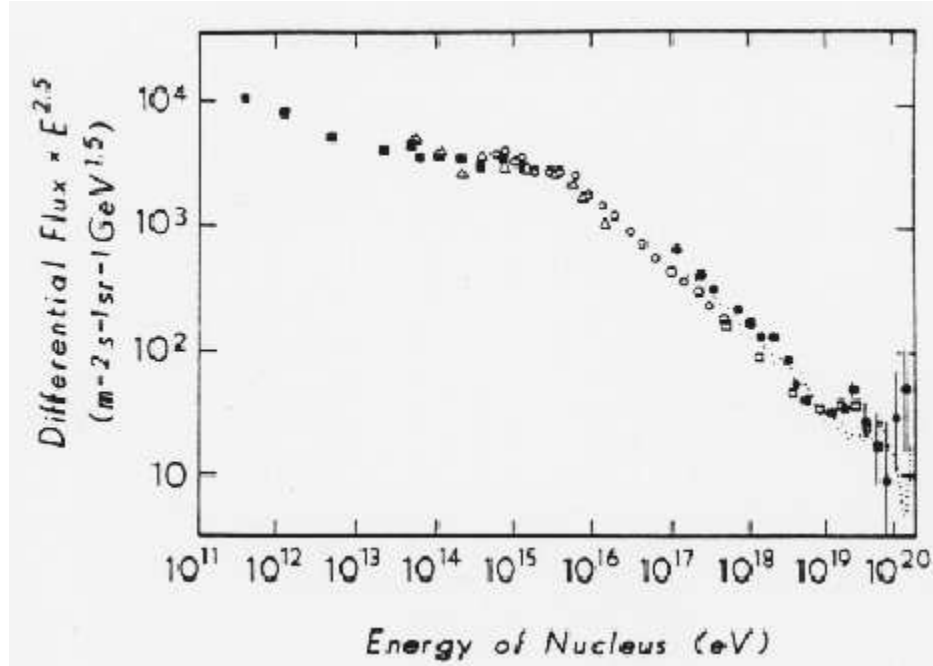


Figura 1: Espectro (gráfica de energía vs. flujo) de los rayos cósmicos. Alrededor de los 10^{15} se distingue la región conocida como la rodilla [2].

La sospecha de las aceleraciones de choque por supernovas como motores de rayos cósmicos galácticos no carece de fundamentos, los procesos difusivos de choque pueden producir un espectro de energía que sigue una ley de potencias característica, como la de los rayos cósmicos. (Las ondas de choque y su espectro de potencias asociado se observan fácilmente en las inmediaciones de la heliósfera, se cree que abundan en plasmas astrofísicos a diversas escalas del Universo.) Las partículas, al cruzar cualquier proceso difusivo de choque, adquieren un pequeño incremento en su energía, ello sucede de manera sucesiva mientras existan procesos tales en el medio interestelar; se ha mostrado por observaciones de rayos X que los procesos mencionados son efectivos para acelerar electrones [3]. Sin saberlo con certeza, una pista para develar el misterio es el hecho de que este tipo de aceleración tiene una energía de corte finita (con valor nominal $E_{corte} \propto Z \times 10^{14}$ eV) como resultado de su dependencia con el campo magnético asociado con la

onda de choque (B), el tiempo que le toma a la onda propagarse y perder energía (T) (al punto que no es capaz de identificarse con el mecanismo del que hablamos) y la velocidad de expansión de choque (V)

$$E_{max} \sim \frac{\nu}{c} Z e B V T. \quad (1)$$

En detectores a nivel de tierra ha sido posible identificar rayos cósmicos de energías altas, sin embargo el problema con estos experimentos es que no es posible identificar a la partícula primaria que generó el chubasco². Posibles soluciones son los detectores de partículas fuera de la atmósfera terrestre (adheridos a naves espaciales), pero su rango en las lecturas de energía está limitado por el tamaño y el tiempo de exposición. Mediciones indirectas con detectores que hagan uso de las propiedades de la atmósfera como blanco de los rayos cósmicos son, en este caso, más convenientes.

Tomar medidas detalladas de la dependencia energética del espectro elemental (distintos espectros para distintos núcleos) a altas energías sería una base para entender los mecanismos de aceleración y propagación de los rayos cósmicos en toda la gama de energías. Para sustentar esta afirmación podemos mencionar que la propagación de los núcleos cargados en un campo magnético depende de su rigidez magnética³, para una misma energía a mayor rigidez magnética mayor radio de giro; núcleos de menor carga (como un protón) recorreran distancias más grandes que los núcleos más cargados (más pesados por lo tanto), sin embargo el área de aceleración es finita, por lo que un protón (o un núcleo ligero) que muestre rasgos de haber sido acelerado por un campo magnético confinado a una región de tamaño fijo no alcanzará las mismas velocidades que los núcleos de mayor peso, por ello para energías altas sería de esperar una notable abundancia de núcleos pesados (sobre todo hierro a energías por arriba de 10^{15} eV [3]) en el espectro de composición de los rayos cósmicos.

El experimento CREAM está diseñado para medir el espectro elemental de rayos cósmicos en el rango de energías que va de 10^{12} a 10^{15} eV. Sus metas son: comprobar que los rayos cósmicos de energía menor a 10^{16} eV son verdaderamente generados por supernovas, reconocer su historia en y

²Un chubasco de rayos cósmicos, *air shower*, es una reacción en cadena (cascada) generada por un núcleo o alguna partícula subatómica, se basa en excitación y decaimiento de núcleos en la atmósfera [4].

³La rigidez magnética se define como la razón de la magnitud del momento entre la carga de la partícula p/Ze .

a través de su paso por la galaxia, al igual que identificar el origen de la “rodilla” en la curva del espectro de los rayos cósmicos primarios (se piensa que a partir de ese punto podría descubrirse el mecanismo de aceleración de los rayos cósmicos galácticos). Para lograr contestarlo el experimento necesita determinar si las curvas espectrales de los núcleos más pesados son iguales a la curva del helio y diferente a la curva de los protones, medir los cambios potenciales en el espectro de núcleos secundarios, y buscar características espectrales diferentes, como una “rodilla” en el espectro de protones [5].

Para realizar las mediciones mencionadas se debe tomar en cuenta que el globo se encuentra a una altura de 40 *km* sobre el nivel del mar, a pesar de ser una altura considerable no se puede ignorar que encima del detector aún existe una región de atmósfera con un grosor de $4 - 5 \text{ gr/cm}^2$ con la que interaccionan los rayos cósmicos (sobre todo los núcleos pesados); en el detector no tendremos directamente las mediciones de la partícula primaria si no alguno de los productos de las primeras fases de la cascada o fragmentos del primario; es necesario hacer correcciones en este aspecto para reducir la intervención del material de la atmósfera. Por la misma razón de su ubicación la medida de carga (hecha por algunos de los módulos incluidos en CREAM) también requiere de una corrección.

En el capítulo dos de este trabajo se hace la descripción de manera general de los principios teóricos necesarios para entender los modelos de cascada intranuclear (lo cual incluye hablar de modelos nucleares que son la base de los modelos hadrónicos basados en la teoría). Los modelos hadrónicos implementados en Geant4 para distintas energías son mencionados en el capítulo tres, en el capítulo cuatro se describen las características de los experimentos de donde se obtuvieron los datos, sus descripciones generales y los datos relevantes para la simulación realizada; en cambio para el capítulo cinco se hace una descripción general sobre la simulación realizada, sus aspectos técnicos. La forma en que se analizaron los datos y las gráficas comparadas de simulación y experimento se muestran en el capítulo seis. Por último ofrezco las conclusiones de este trabajo.

Capítulo 1

Teoría

1.1. Modelos nucleares

La estructura del núcleo escapa a los posibles sistemas de medición directa, la única manera de conocer las características de su estructura es por observación indirecta (por colisiones, dispersión y análisis de los datos). Para entender la estructura y el comportamiento del núcleo se crean modelos nucleares, existen varios de ellos pero ninguno es capaz de encerrar todas las propiedades y fenómenos del núcleo, no necesariamente responden a un comportamiento experimental general y la mayoría de veces resultan de analogías con otros modelos exitosos de la física restringidas por observaciones experimentales.

De manera general podemos encerrar a los modelos nucleares en dos clases: colectivos y de partículas independientes. Los primeros consideran que los nucleones interactúan fuertemente en el interior de la materia nuclear, su camino libre medio es pequeño; esto asemeja al comportamiento de las moléculas en un líquido. Los modelos de partícula independiente se centran en el hecho que el principio de exclusión de Pauli limita las colisiones de nucleones estructurales, por lo tanto el camino libre medio es mucho mayor.

1.1.1. Modelo de la gota

Supone al núcleo con un comportamiento idéntico al de un líquido, debido a la saturación de las fuerzas en ambos casos (como una gota esférica de un líquido denso incompresible). El más claro ejemplo de la aplicación de

este modelo se encuentra en la fórmula de la energía de enlace (*binding*, relacionada con la fórmula semiempírica de Weizsaecker)

$$BE(Z, A) = C_1 A - C_2 A^{2/3} - \frac{C_3 Z^2}{A^{1/3}} - C_4 \frac{(Z - A/2)^2}{A} + \frac{(-1)^Z + (-1)^N}{2} C_5 A^{-1/2}, \quad (1.1)$$

con una explicación centrada en observaciones experimentales; el primer término (la parte preponderante) tiene como base el hecho de que la energía de enlace por nucleón ($BE(Z, A)/A$) es aproximadamente constante, el siguiente término se explica dado que los nucleones cercanos a la superficie contribuyen en menor medida a la energía de enlace que el resto de los nucleones estructurales, el número de los nucleones en la superficie es proporcional al área de la misma ($4\pi R^2 = 4\pi r_0^2 A^{2/3}$), el tercer término da cuenta de la reducción de la energía de enlace por la repulsión coulombiana entre protones ¹, el cuarto término se basa en que los núcleos con números diferentes de protones y neutrones tienen menos energía de enlace (cuestión que el modelo de gas de Fermi explica), el último término (de paridad) se toma en cuenta ya que la energía de enlace es mayor cuando el núcleo es par-par (los números de neutrones y de protones son pares), si el núcleo es impar (sólo uno de los números impar) es menor, y es aún menor si el núcleo es impar-impar (ambos números impares), la dependencia en A se determinó de manera empírica.

1.1.2. Modelo de gas de Fermi

Los nucleones se mueven prácticamente de manera libre en el interior del núcleo debido al principio de exclusión de Pauli. Dado que dos o más nucleones no pueden ocupar el mismo estado energético no hay posibilidad de dispersión entre ellos, cualquier posible estado final de la dispersión ya está ocupado. Es por ello que el modelo observa a los nucleones como constituyentes de un gas de Fermi degenerado en el que los niveles de energía se van llenando del más bajo al más alto sin dejar huecos, hasta que se llega a la energía de Fermi (E_F), el último nivel energético ocupado, todo esto a bajas energías de excitación (límite de temperatura $T=0$) [6].

¹La energía de Coulomb para una esfera cargada de distribución homogénea y carga total Ze es $(3/5)(Ze)^2/R = (3/5)(e^2/r_0^2)(Z^2/A^{1/3})$.

Los nucleones más cercanos a la superficie nuclear no pueden escapar a pesar de su movimiento casi libre, son atraídos por los nucleones cercanos, tal fuerza atractiva prácticamente se anula en el interior nuclear debido a las contribuciones de todas las partículas circundantes. A partir de las anteriores consideraciones se puede calcular la energía y momento de Fermi (véase apéndice A en la página 69).

Es posible dividir al pozo de potencial en el que se encuentran confinados los nucleones en dos pozos distintos, uno de neutrones y otro de protones, notándose que el segundo tiene una profundidad menor debido a la repulsión coulombiana ejercida entre los protones; los niveles energéticos tienen una degeneración de dos (dos protones o dos nucleones ocupan el mismo nivel), lo único que difiere es su espín (arriba o abajo).

1.1.3. Modelo de capas

Al igual que el modelo de gas de Fermi asume el movimiento independiente de los nucleones sólo que ahora existe un potencial central; tal potencial es resultado del promedio de los potenciales producidos por cada nucleón estructural.

El Hamiltoniano exacto para un problema de A cuerpos se escribe

$$H = \sum_{i=1}^A T_i(r_i) + V(r_1, \dots, r_A), \quad (1.2)$$

donde T es el operador de energía cinética y V la función de potencial. Si sólo se consideran interacciones binarias se reduce a

$$H = \sum_{i=1}^A T_i(r_i) + \sum_{i \neq j}^A V(r_i, r_j). \quad (1.3)$$

El potencial central del modelo de capas no toma en cuenta las interacciones entre cuerpos, toma un potencial promedio dependiente de la posición ($U(r_i)$)

$$H = \sum_{i=1}^A T_i(r_i) + U(r_i) + H_{res}, \quad (1.4)$$

con $H_{res} = \sum_{i \neq j}^A V(r_i, r_j) - \sum_{i=1}^A U(r_i)$ un término que el modelo en discusión considera lo suficientemente pequeño para no tomarlo en cuenta, de tal manera que

$$H_0 = \sum_{i=1}^A T_i(r_i) + U(r_i), \quad (1.5)$$

es considerada una buena aproximación. El único problema es determinar el potencial promedio $U(r_i)$; existen diferentes aproximaciones que muestran cómo el modelo de capas asemeja la configuración electrónica de un átomo, explicando hasta cierto punto los números mágicos [7].

Los núcleos más estables son los que tienen un número par de neutrones y protones, aquellos con números impares no presentan la misma estabilidad; más aún, cuando el número de neutrones es 2, 8, 20, 28, 50, 82 o 126 el núcleo es más estable; este grupo de números se denominan números mágicos; si ambos números (de protones y neutrones) son mágicos es aún más estable. A partir de tal característica se puede sospechar de una estructura de capas para el núcleo, similar a la del átomo [8].

1.2. El concepto de sección eficaz

¿Qué es lo que un físico experimental mide de una interacción entre partículas? Aparte de dar cuenta de la gama de partículas que resultan de una interacción, del experimento se puede obtener la probabilidad de que tal interacción suceda. La sección eficaz (σ) es un indicador de dicha probabilidad, ya sea de una interacción elástica (las partículas que participan en la interacción son las mismas que salen disparadas) o inelástica (las partículas resultantes son diferentes a las del haz y del blanco), exclusiva (por cada interacción posible) o total (inclusiva) nos provee de información sobre las interacciones sucedidas.

Si se tratara de un blanco “rígido” la cuestión sería relativamente sencilla, como lanzar proyectiles hacia una superficie rígida la sección eficaz de interacción es la región donde la superficie y los proyectiles interaccionan (chocan), en otras palabras, simplemente el área transversal del blanco (sección eficaz geométrica) en este caso.

Sin embargo, al hablar de partículas elementales el blanco es por lo regular “suave” (en un blanco “rígido” la única posibilidad de interacción es elástica

[9]), el haz de partículas disparadas es afectado por los potenciales de las partículas en el blanco, tales potenciales actúan más allá de la estructura de cada partícula (si es que tiene estructura) por lo que la sección eficaz no sólo se limita al área transversal de cada una de ellas. Aún siendo un blanco “suave” la sección eficaz se expresa en unidades de área, aunque no corresponde únicamente al área transversal del blanco.

Nombremos parámetro de impacto (b) al punto de máxima aproximación de la partícula proyectil a la partícula blanco, el ángulo en el que salen las partículas dispersadas depende del valor de este parámetro ($\theta(b)$); por el momento sería aventurado decir como es tal dependencia, así que sólo lo tomaremos como cierto. Siendo estrictos debemos trasladarnos a la tercera dimensión, el parámetro b es unidimensional (una distancia) por lo que no hay que alterarlo, pero las partículas resultantes de la dispersión saldrán en un cierto ángulo sólido (para una definición de ángulo sólido véase el apéndice B) al ser dispersados por una área $d\sigma$, mientras mayor sea el valor de $d\sigma$ mayor también será $d\Omega$ (la magnitud del ángulo sólido), el factor de proporción entre ambos valores se nombra sección eficaz diferencial de dispersión, $d\sigma/d\Omega$ (sus unidades están en b/sr barns² sobre estereorradianes)

$$d\sigma = \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega. \quad (1.6)$$

Una manera de expresar la sección eficaz diferencial la construimos en base a la figura 1.2, la sección eficaz $d\sigma$ se obtiene a partir del ángulo $d\phi$ que sustenta la región sobre el anillo (de radio mayor b y menor $b - db$) que corresponde justamente al área $d\sigma$, es decir:

$$d\sigma = | b \cdot db \cdot d\phi |, \quad (1.7)$$

con el diferencial de ángulo sólido

$$d\Omega = | \text{sen}\theta \cdot d\theta \cdot d\phi |, \quad (1.8)$$

juntando ambos terminos para obtener la sección eficaz diferencial:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left| \frac{b}{\text{sen}\theta} \frac{db}{d\theta} \right|. \quad (1.9)$$

²El barn (b) es unidad de área, $1b = 10^{-24} \text{cm}^2$.

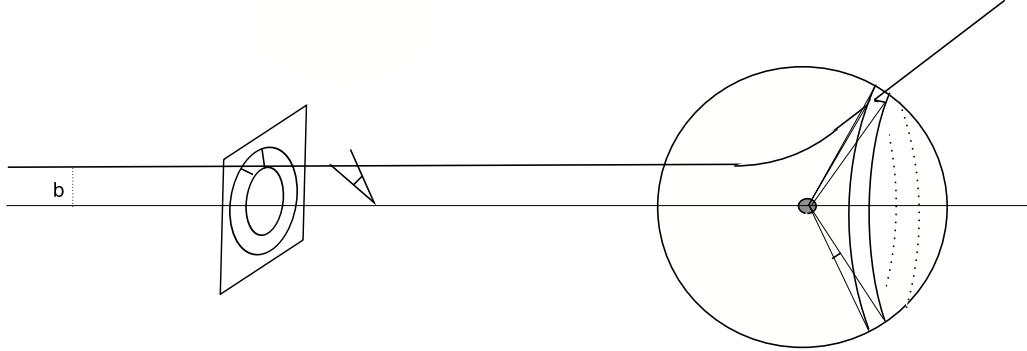


Figura 1.1: *Figura donde se muestra el esquema de una dispersión entre partículas, la región sobre la esfera que es cruzada por el proyectil dispersado es el ángulo sólido $d\Omega$, $d\sigma$ se encuentra sobre el anillo trazado en el plano transversal al eje de simetría*

De otra forma, en caso de que tengamos la luminosidad³ \mathcal{L} de un haz de partículas, podemos dar una expresión de sección eficaz diferencial en términos del número de partículas que cruzan un ángulo sólido $d\Omega$. El total de proyectiles del haz que cruzan el área $d\sigma$ por unidad de tiempo es $dN = \mathcal{L}d\sigma$ que es igual a $dN = \mathcal{L}(d\sigma/d\Omega)d\Omega$ como sabemos de la ecuación 1.6, reacomodando la expresión:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\mathcal{L}} \frac{dN}{d\Omega}, \quad (1.10)$$

lo cual en pocas palabras nos dice que la sección eficaz diferencial es el número de partículas dispersadas por unidad de tiempo dentro del ángulo sólido $d\Omega$ dividida por la magnitud de $d\Omega$ y por la luminosidad [9].

1.3. Modelos de cascada intranuclear

La cascada intra-nuclear es un método para la simulación de dispersión múltiple de partículas dentro de un núcleo. En 1947 Serber sentó las bases del método, ideado para tratar la dispersión múltiple de un protón; tomando

³La luminosidad se define como el número de partículas que atraviesan una región determinada por unidad de área por unidad de tiempo.

en cuenta la frecuencia de los choques entre el protón y los nucleones estructurales y, por otro lado, las colisiones entre los nucleones estructurales notó (en base a los datos obtenidos en el laboratorio de radiación en Berkeley) que la frecuencia de los primeros es mayor que en el segundo caso, llegando a la conclusión de que tomar sólo las interacciones entre la partícula y los nucleones estructurales es una buena aproximación [10].

Las dudas que surgen con este método son relacionadas a algunas de sus características [11]:

- Se basa en simulaciones numéricas, por lo que depende de grandes estadísticas.
- No toman en cuenta los efectos de interferencia cuántica.
- Su conexión con la teoría no es clara, no se sabe con certeza que ecuación resuelve.

Justo por el último punto es que Cugnon asevera que la cascada intranuclear provee un truco numerico (una simulación) para resolver la ecuación de Boltzmann más que un modelo o una teoría (aunque en lo posterior lo referiremos como modelo a pesar de no ser la palabra más precisa para designarlo) [12]. Tratar de determinar el rango de validez de la cascada resulta un problema aún no resuelto.

No podemos hablar de un único modelo de cascada intranuclear (INC por sus siglas en inglés), existe una gran número de variedades, y aún cada una difiere de acuerdo a sus implementaciones en distintas herramientas. Podemos englobar la multitud de métodos en dos categorías generales: simulación basada en camino libre medio y simulación basada en mínima distancia de aproximación.

No profundizaremos en la descripción de los modelos de la primera categoría (los modelos de los que más adelante hablaremos pertenecen a la segunda clase), sólo nos limitaremos a apuntalar sus principales características. En los modelos basados en el camino libre medio las partículas participantes en la cascada interactúan con un medio continuo en el cual se dispersan, tras un trayecto que es elegido al azar de acuerdo a una ley exponencial (con su media igual al camino libre medio para la energía incidente). Posteriormente un agujero es acarreado en el material y el nucleón proveniente de él se une a la cascada interactuando con el medio.

En cambio los modelos de la segunda categoría (mínima aproximación) siguen generalmente otros pasos (para diferentes aplicaciones cambian, como veremos en los casos explicados más adelante); se acomodan los nucleones estructurales en el espacio al azar dentro de las esferas que representen al núcleo blanco y al núcleo proyectil (en el caso de que no sea una partícula aislada), se elige el momento de los nucleones de manera aleatoria de acuerdo al modelo de gas de Fermi (sección 1.1.2), el proyectil es disparado hacia el blanco tomando en cuenta la contracción de Lorentz y la cinemática relativista, la trayectoria de todas las partículas es seguida antes, durante y después de una o sucesivas colisiones, se considera que se mueven en línea recta hasta que suceda un choque con otro nucleón (en particular esto no se toma así en el modelo de cascada binaria, existe un potencial). Cuando un par de partículas se encuentran a una distancia menor a la de mínima aproximación ($d_{min} < \sqrt{\sigma_{tot}(s)}/\pi$, donde $\sigma_{tot}(s)$ es la sección eficaz total valuada en la energía del centro de masa nucleón-nucleón \sqrt{s}) son obligadas a dispersarse, el momento de las partículas resultantes se transforma de acuerdo a los datos (evaluados o experimentales) de la sección eficaz diferencial del nucleón. Durante las inelásticas se conserva el momento y la energía, pero no así el momento angular; las partículas resultantes se mueven en línea recta hasta que se repitan las condiciones mencionadas [12].

1.3.1. Cascada intranuclear de Bertini

El modelo de cascada intranuclear de Bertini se encarga de resolver (en promedio) la ecuación de Boltzmann necesaria para tratar las colisiones en detalle; su implementación en la herramienta Geant4 contiene los siguientes modelos: modelo con excitones de cascada intranuclear, modelo de pre-equilibrio o pre-compuesto, un modelo simple de explosión nuclear, modelo de fisión y modelo de evaporación. Esta composición de modelos trata de cubrir todas las posibles fases del proceso, en el caso de tener una fase rápida (10^{-23} seg. a 10^{-22} seg.) el resultado es un núcleo altamente excitado seguido de emisión por pre-equilibrio o fisión; en el caso de una fase más lenta (10^{-18} seg. a 10^{-16} seg.) se continúa con una evaporación. Por sí solo es un modelo completo para los diferentes rangos de energía por los que pasa el núcleo bombardeado.

El modelo pre-compuesto o de pre-equilibrio incluye dos modelos posibles: de evaporación y excitón-excitón (modelo semiclásico de Griffin). Este modelo conecta la región de energías intermedias y la de bajas energías o de

decaimientos en equilibrio; el modelo se introduce en el proceso cuando la energía de excitación del núcleo está por debajo de 100 MeV. La elección de los modelos para decaimiento de equilibrio depende de las características del núcleo siendo el principal el mecanismo de evaporación, para núcleos pesados le sigue en importancia el mecanismo de fisión, para ligeros el rompimiento de Fermi y para núcleos altamente excitados la multifragmentación.

Los pasos que sigue el modelo de cascada intranuclear de Bertini son:

- Se selecciona un punto de manera uniforme sobre el área del haz proyectada en el núcleo, por tal región entrará la partícula incidente.
- Para seleccionar el tamaño de la trayectoria de la partícula se utilizan datos de sección eficaz total de partícula libre y densidades nucleares (que como ya se mencionó dependen de la región del núcleo).
- Se determina el momento de un nucleón estructural, el tipo de reacción y el cuadri-momento (momento en las tres direcciones espaciales más energía) de los productos de la reacción.
- Los modelos de excitones se van actualizando conforme avanza la cascada.
- Si el principio de exclusión de Pauli lo permite y la energía de las partículas resultantes es mayor que la energía de corte (que es de alrededor de 2 MeV) se reinicia el proceso desde el punto 2 para las partículas resultantes.

En caso de que el último punto ya no se cumpla la energía de excitación restante del núcleo resultante es utilizada como entrada para un modelo fuera de equilibrio (que ya mencionamos arriba y en los cuales no ahondaremos más).

El modelo nuclear es uno de los puntos finos de la cascada de Bertini, para explicarlo de mejor forma revisemos la inicialización, que tiene la finalidad de “fijar el radio nuclear y su momento de acuerdo al modelo de gas de Fermi” [13].

En el caso de que el blanco sea hidrógeno ($A=1$) la interacción es una simple colisión partícula partícula, no es necesario generar un modelo del núcleo.

Si $1 < A < 4$, el modelo es una sola capa con radio de $0.8fm$. En el caso de que $4 < A < 11$ ahora sí se utiliza un modelo de tres capas, tres esferas concéntricas con un radio dado por:

$$r_i(\alpha_i) = \sqrt{C_1^2(1 - \frac{1}{A}) + 6.4\sqrt{-\log(\alpha_i)}} \quad (i = \{1, 2, 3\}) \quad (1.11)$$

con $\alpha_i = \{0.01, 0.3, 0.7\}$ y $C_1 = 3.3836A^{1/3}$

Por último, para $A > 11$ el modelo es igualmente compuesto por tres esferas concéntricas, sólo que los radios cambian

$$r_i(\alpha_i) = C_2 \log\left(\frac{1 + e^{-\frac{C_1}{C_2}}}{\alpha_i} - 1\right) + C_1 \quad C_2 = 1.7234 \quad (i = \{1, 2, 3\}). \quad (1.12)$$

La densidad nuclear para cada una de las secciones esféricas se asume constante, con un valor tal que aproxime a la fórmula de Woods-Saxon [14]:

$$\rho(r_i) = \frac{\rho_0}{1 + \exp[(r_i - R)/a]}, \quad (1.13)$$

donde ρ_0 se aproxima como:

$$\rho_0 = \frac{3}{4\pi R^3} \left(1 + \frac{a^2 \pi^2}{R^2}\right)^{-1}, \quad (1.14)$$

con $a = 0.545fm$ con una R diferente para cada región.

A los nucleones se les asocia un momento de acuerdo a la distribución de gas de Fermi, la energía de Fermi se calcula con un momento de Fermi dependiente del radio (aproximación de densidad local) [13]:

$$p_F(r) = \left(\frac{3\pi^2 \rho(r)}{2}\right)^{\frac{1}{3}}. \quad (1.15)$$

El modelo de excitones (utilizado por la implementación en Geant4 del modelo de cascada de Bertini) los estados nucleares son caracterizados por su número de partículas excitadas y huecos dejados por tales partículas, siendo ambos a lo que el modelo llama excitones. Las colisiones sucesivas del modelo de INC da como resultado estados donde el número de excitones crece hasta que se alcanza un núcleo equilibrado. Las reglas de selección a considerar para la configuración en este modelo son referentes al cambio en el número de

partículas ($\Delta p = 0, \pm 1$), en el número de huecos ($\Delta h = 0, \pm 1$) y en el número de excitones ($n = p + h$, $\Delta n = 0, \pm 2$). Finalmente cuando el modelo de pre-equilibrio entra en acción utiliza la configuración de excitones de neutrones y protones para iniciar la evaporación fuera de equilibrio.

El modelo de rompimiento de Fermi para tratar al núcleo en su fase final sólo puede ser utilizado para núcleos ligeros ($A < 12$ y $3(A-Z) < Z < 6$) y si la energía de excitación es mucho mayor que la de enlace ($E_{excitacin} > 3E_{enlace}$, $E_{enlace} = BE(Z, A)$, véase sección 1.1.1); el modelo divide el núcleo en protones y neutrones debido al decaimiento y disminuye los procesos exóticos de evaporación. El modelo de fisión es un modelo fenomenológico que usa minimización de potencial, se utiliza la parametrización para la energía de enlace [13].

1.3.2. Cascada binaria

Trata la colisión entre partículas primarias (partículas disparadas originalmente) o secundarias (resultantes de una colisión de primarios con nucleones) y un solo nucleón estructural. Sus componentes principales son un modelo nuclear en tres dimensiones y una base en dispersión binarias entre los participantes de la reacción (haz inicial o secundarios) y los nucleones dentro del modelo mencionado.

En sencillos pasos podemos describir el modelo:

- Se selecciona un parámetro de impacto sobre un disco concéntrico al núcleo.
- Se calcula la distancia de mínima aproximación a cada nucleón y el tiempo de vuelo correspondiente, en caso que la distancia de mínima aproximación sea mayor a $3 \times 10^{-15}m$ la partícula primaria sigue una trayectoria recta.
- La interacción se puede dar si:

$$d_{min} < \sqrt{\frac{\sigma}{\pi}} \quad (\text{donde } \sigma \text{ es la sección eficaz de interacción}). \quad (1.16)$$

- De acuerdo al tiempo de vuelo se guardan los prospectos de colisión (para posteriormente darles el seguimiento ya mencionado antes).

- La partícula es propagada dentro del campo nuclear (se resuelve la ecuación de movimiento con un potencial óptico usando el método de integración de Runge-Kutta)
- De no darse la colisión se elige un nuevo parámetro de impacto

Las colisiones pueden ser elásticas e inelásticas; el proceso continúa en caso de que los secundarios tengan momento mayor al momento de Fermi, pues al darse una colisión (cumpliendo el principio de exclusión de Pauli) los secundarios son utilizados como primarios y se regresa al inicio del proceso.

De acuerdo a la densidad nuclear, en el marco de referencia en reposo, se elige la posición de los nucleones (\mathbf{r}_i) y su momento (\mathbf{p}_i) de manera aleatoria; para $A > 16$, la densidad está dada por la fórmula de Woods-Saxon (ecuación 1.13) con la misma aproximación a ρ_0 (ecuación 1.14) que en el modelo de Bertini, $a = 0.545 fm$ y $R = r_0 A^{1/3}$ (con la corrección $r_0 = 1.16(1 - 1.16A^{-2/3}) fm$).

Para núcleos ligeros ($A \leq 16$) utilizan un modelo de capas de oscilador armónico, de donde obtienen la densidad nuclear:

$$\rho(r_i) = (\pi R^2)^{-3/2} \exp(-r_i^2/R^2), \quad (1.17)$$

done $R^2 = (2/3)\langle r^2 \rangle = 0.8133 \cdot A^{2/3} fm^2$ y asumiendo una mínima distancia internuclear de $0.8 fm$ para tomar en cuenta la parte repulsiva de la interacción nucleón-nucleón.

Para el seguimiento de la partícula entrando en la interacción la misma es propagada en el campo nuclear, la ecuación de movimiento se resuelve numéricamente, el Hamiltoniano queda determinado en base a potenciales ópticos no dependientes del tiempo. Para protones y neutrones el potencial se determina por el momento de Fermi

$$V(r) = \frac{p_F^2(r)}{2m}, \quad (1.18)$$

m es la masa del protón o neutrón al que afecta el campo. El caso es diferente para piones (π), se usa una aproximación dada por el potencial óptico de mínimo orden

$$V(r) = \frac{-2\pi(\hbar c)^2 A}{\bar{m}_\pi} \left(1 + \frac{m_\pi}{M}\right) b_0 \rho(r), \quad (1.19)$$

A es la masa nuclear, m_π la masa del pión y M la masa del nucleón, $\bar{m}_\pi = (m_\pi \cdot m_N)/(m_\pi + m_N)$ con m_N la masa del núcleo, $\rho(r)$ la distribución

de densidad del núcleo y b_0 la longitud de dispersión efectiva de la onda s (s -wave) [15].

Capítulo 2

Modelos hadrónicos en Geant4

2.1. Geant 4

Geant4 es una herramienta computacional para las simulaciones Monte Carlo del paso de partículas a través de la materia (la utilidad de estas simulaciones es notable en los campos no sólo de altas energías, también en la física espacial y médica). La base de su diseño es la programación orientada a objetos y el lenguaje de programación C++ [16].

La principal característica de Geant4 es la transparencia en el software, es decir, que cualquier usuario tenga la libertad de acceder a los métodos usados e implementarlos a su preferencia. Aunado a ello está su arquitectura modular, diversos módulos que pueden colocarse en determinado momento u orden a deseo del usuario.

Se incluyen en la herramienta aspectos de las simulaciones tales como: geometría, materiales, tipos de partículas, eventos, seguimiento de trayectorias a través de la materia o de campos electromagnéticos, interacciones entre partículas, respuesta sensitiva de detectores y visualización (opcional). Las simulaciones de las interacciones entre partículas y materia se dan en términos de procesos físicos (nombre con el que se reconoce el compendio de modelos y aproximaciones posibles a utilizar), de los cuales los más representativos son:

- Electromagnéticos
- Hadrónicos
- Decaimientos

- Fotoleptón-hadrón
- Ópticos
- Parametrización
- Transporte

Hablando un poco más sobre las simulaciones, el seguimiento de la partícula se hace por pasos, dentro de cada uno de tales pasos (o incluso con la partícula en reposo) se puede inducir algún modelo compatible con el proceso. Las partículas resultantes de la interacción son archivadas para posteriormente efectuarles el mismo seguimiento. En algunos casos realizar esto a escala microscópica sería muy costoso en tiempo de cómputo, por lo que es posible usar parametrizaciones que agilizan la simulación (un volumen dado es parametrizado de tal manera que al entrar una partícula deja una parte de la energía almacenada y ciertas partículas secundarias salen del volumen, pero no se hace ningún seguimiento dentro de tal espacio).

2.2. Modelos hadrónicos

La complejidad de las cascadas hadrónicas impide tener un modelo fijo para múltiples situaciones, inclusive tenemos que el rango de energías para tales procesos cubre un amplio espectro de quince ordenes de magnitud (desde las energías térmicas hasta las altas energías alcanzadas en los aceleradores modernos y por los rayos cósmicos).

La herramienta para simulación Geant4 incluye el cálculo de secciones eficaces para la dispersión de hadrones incidentes (con suficiente vida media para tomar en cuenta sus interacciones) con núcleos o isótopos nucleares estables o de larga vida media como blancos; además de su flexibilidad en los aspectos relacionados al software para que el mayor número de usuarios pueda adaptarlo a sus posibilidades (lo cual está contenido en la transparencia mencionada en el capítulo anterior).

La categoría de procesos hadrónicos incluye varias familias de clases, de las que podemos distinguir las listadas en la tabla 2.1 en la página 23.

Dentro de la clase modelos existen varios subsistemas: bajas energías, altas energías, decaimientos radiactivos (véase figura 2.1 en la página 25), organizados de acuerdo al rango de energía, metodología, tipo de reacción, entre otras características.

Familia	Descripción
<i>Procesos</i>	Definen cada proceso posible y establecen relaciones entre secciones eficaces y los modelos que se implementen.
<i>Manejo</i>	Contiene clases que abstraen algunas propiedades comunes de interacciones hadrónicas y proveen mecanismos para el seguimiento de las partículas con el fin de aplicarlos en los modelos de interacción apropiados.
<i>Secciones eficaces</i>	Contiene la información y algoritmos para calcular las secciones eficaces.
<i>Frenado</i>	Contiene procesos para partículas en vías de frenado o en reposo.
<i>Modelos</i>	Cada modelo implementa el estado final para procesos particulares de una o varias partículas, en un rango de energía dado.
<i>Utilidades</i>	Contiene herramientas computacionales para que sean usados por los modelos.

Cuadro 2.1: *Clases generales dentro de la categoría de procesos hadrónicos en Geant4.*

Adentrándonos en el tema de los modelos se distinguen tres tipos: modelos basados en datos evaluados o de mediciones, modelos basados en parametrización y extrapolación de datos experimentales y, por último, modelos basados en teoría.

Cuando existen datos experimentales o evaluados de manera confiable los modelos basados en datos son la mejor opción de uso, cubren procesos tales como transporte de neutrones, evaporación fotónica, absorción en reposo, cálculo de la sección eficaz inclusiva y producción de isótopos. Se encuentran limitaciones con partículas de vida media corta, con proyectiles a altas energías y para bariones extraños.

En el rango más amplio de energías para cascadas hadrónicas hay modelos basados en parametrización, tanto para interacciones como para el cálculo de secciones eficaces; en Geant4 están implementados este tipo de modelos para bajas energías, altas energías y partículas en proceso de frenado.

Los modelos basados en teoría son el aporte básico a la mayoría de modelos hadrónicos incluidos (de manera completa o en desarrollo) en Geant4. Para altas energías se cuenta con los modelos de partón-cuerda

(*parton-string*); para energías intermedias se tiene a los modelos de cascada intranuclear, en los cuales la interacción es realizada como en los modelos QMD (*Quantum Molecular Dynamics*), se calculan los Hamiltonianos de interacción entre dos y tres cuerpos de todas las partículas en el sistema y se resuelven numéricamente las ecuaciones Newtonianas a partir de estos Hamiltonianos dependientes del tiempo. Para energías bajas (menores a 100MeV) los modelos basados en la teoría son los precompuestos; para la última fase existen los modelos de evaporación, rompimiento de Fermi, multifragmentación, fisión, foto-evaporación, CHIPS (*CHiral Invariant Phase Space*) (véase figura 2.1) [17].

2.3. Modelos de cascada intranuclear

Como puede verse en la figura 2.1 los modelos de cascada intranuclear son utilizados para energías medias, aunque como ya se explico en la seccion 1.3.1 los modelos implementados en Geant4 heredan información a modelos para bajas energías, incluyendo las fases de transición (modelos pre-compuestos). Dentro de estos rangos de energías la misma herramienta cuenta con un conjunto de datos sobre secciones eficaces, para interacciones inducidas por protones y neutrones para energías debajo de 20 *GeV* por partícula (*GeV/n*) y para interacciones de neutrones de energías hasta 20 *MeV*. Más allá de estos valores Geant4 no pone obstáculos, a final de cuentas tiene la flexibilidad necesaria para que el usuario haga las cosas a su gusto, sólo que para energías mayores si se desea hacer uso de modelos de cascada (y en general de cualquier proceso hadrónico) se debiera introducir datos especializados (donde se incluirán las secciones eficaces).

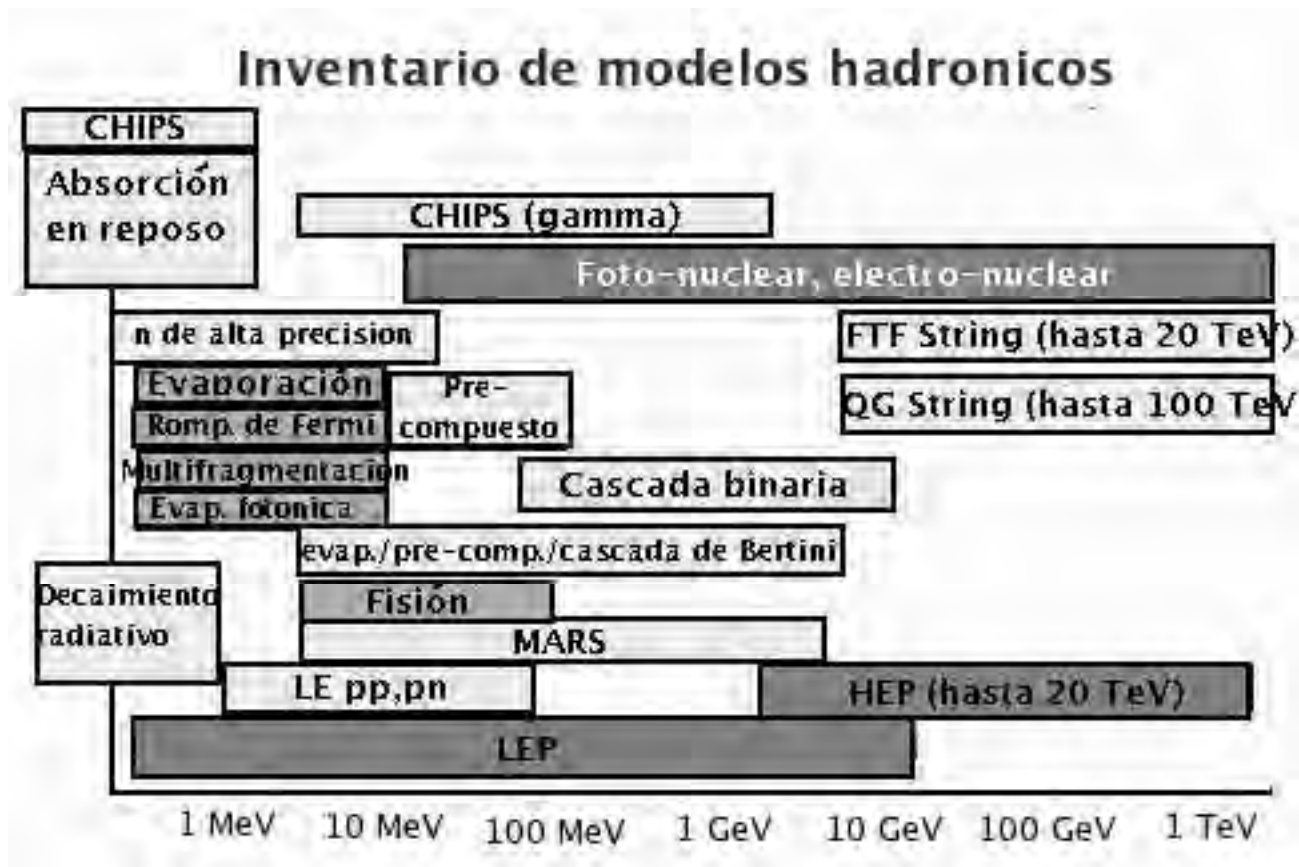


Figura 2.1: Modelos hadrónicos para distintas energías implementados en Geant4.

Capítulo 3

Datos experimentales para la validación en Geant4

3.1. Experimentos a bajas energías

En el presente trabajo se tomó como base experimentos descritos en diversos artículos; llevar a cabo el desarrollo experimental o, incluso, contar con el equipo escapa a las intenciones de esta tesis y a las posibilidades de la misma. De nuestro interés fueron los rangos de energía media (del orden de los $10MeV$ a cerca de $10GeV$) en los que los modelos de cascada intranuclear son recomendados; claro que ello no deja fuera la consideración de los modelos de bajas energías (modelos de pre-equilibrio) para los últimos pasos de la reacción.

En los experimentos efectuados por W. B. Amian et al. [19] en las instalaciones de *Los Alamos Meson Physics Facility* (LAMPF) usando el blanco 2 del *Weapons Neutron Research Facility* (ver imagen 3.1) se determinó la sección eficaz doble diferencial¹ de los elementos listados en la tabla 3.1 para ángulos de 30° , 60° , 120° y 150° con un haz de protones con $800MeV$ de energía.

Como se hará constar en la siguiente sección hay información sobre el experimento que fue indispensable tomar en cuenta para la simulación, por otro lado las condiciones de la simulación permitieron no ser tan estrictos en otros aspectos y datos (a fin de cuentas una simulación tiene un

¹La sección eficaz doble diferencial está en unidades de tamaño efectivo por unidad de ángulo sólido por unidad de energía.

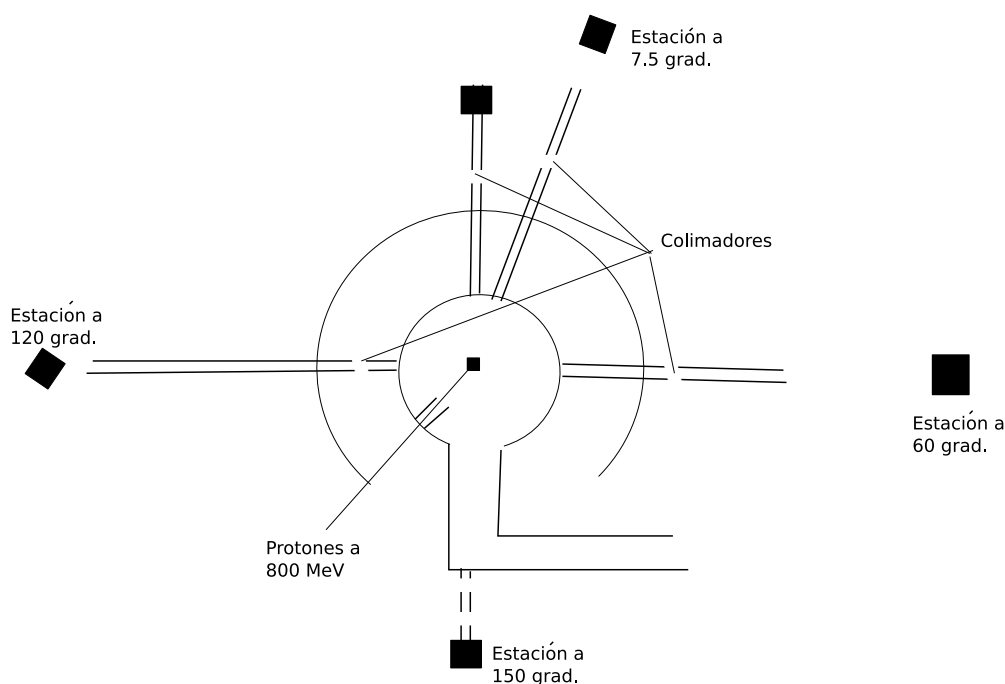


Figura 3.1: *Vista superior plana de la disposición de elementos (detectores, blancos y colimadores) en el experimento de Amian. El haz de protones entra por la orilla inferior izquierda y bombardea el blanco que se encuentra al centro de la cavidad[18].*

grado de idealización). Para identificar al material no basta con conocer su nombre (lo cual lo identifica en la tabla periódica junto con sus principales características) también es necesario conocer su especial disposición en el blanco, lo cual es indicado por el grosor, es decir la cantidad de materia por unidad de área.

En el experimento la sección eficaz doble diferencial se midió utilizando la técnica de tiempo de vuelo (TOF por sus siglas en inglés) para neutrones, los datos para cada ángulo de obtuvieron de manera simultánea. Las trayectorias de vuelo, de 23 cm. y 54 cm. fueron colimadas para producir un haz uniforme con una sección transversal siete veces mayor que el tamaño del blanco. Las señales no deseadas fueron cuidadosamente eliminadas durante y después del experimento, con diversos métodos de filtraje y análisis de datos: filtros de uranio para reducir la radiación gamma, campos magnéticos barriendo las

Material del blanco	Grosor del blanco (g/cm^2)	Densidad del material (g/cm^3)
Berilio	1.18	1.85
Boro	1.00	2.34
Carbono	0.56	2.26
Aluminio	1.29	2.7
Hierro	1.56	7.87
Plomo	0.89	11.35
Uranio	0.78	18.95

Cuadro 3.1: *Materiales utilizados en el experimento de Amian [19] como blancos, con el grosor [20] y densidad utilizados en el arreglo experimental de un haz de protones a 800 MeV colisionando con ellos.*

partículas cargadas de la trayectoria de vuelo.

Para obtener los datos de las gráficas fue necesario digitalizarlas con la ayuda del programa *engage digitizer* (a falta de datos tabulados sólo contabamos con las gráficas), un programa que convierte una imagen en números de acuerdo a la escala dada por el usuario ².

3.2. Experimento CREAM

Para lograr las metas del experimento CREAM se incluyen dos grupos importantes de subdetectores: detectores para medir carga y para medir energía.

Para la carga se utilizan tres dispositivos principales, el TCD (*Timing Charge Detector*) que en base a lecturas digitalizadas de tiempo discrimina las lecturas de partículas retrodispersadas determinando la carga de la partícula primaria, el SCD (*Silicon Charge Detector*, detector de carga de silicio) que es un detector segmentado en base a diodos PIN (que hace referencia a su constitución *Positive Intrinsic Negative*), realiza discriminación espacial en lugar de temporal, y los hodoscopios S1/S0 formados de fibras centelladoras.

En el caso de la energía el experimento tiene dos dispositivos, un calorímetro electromagnético y un TRD. El calorímetro está formado por

²<http://digitizer.sourceforge.net/>

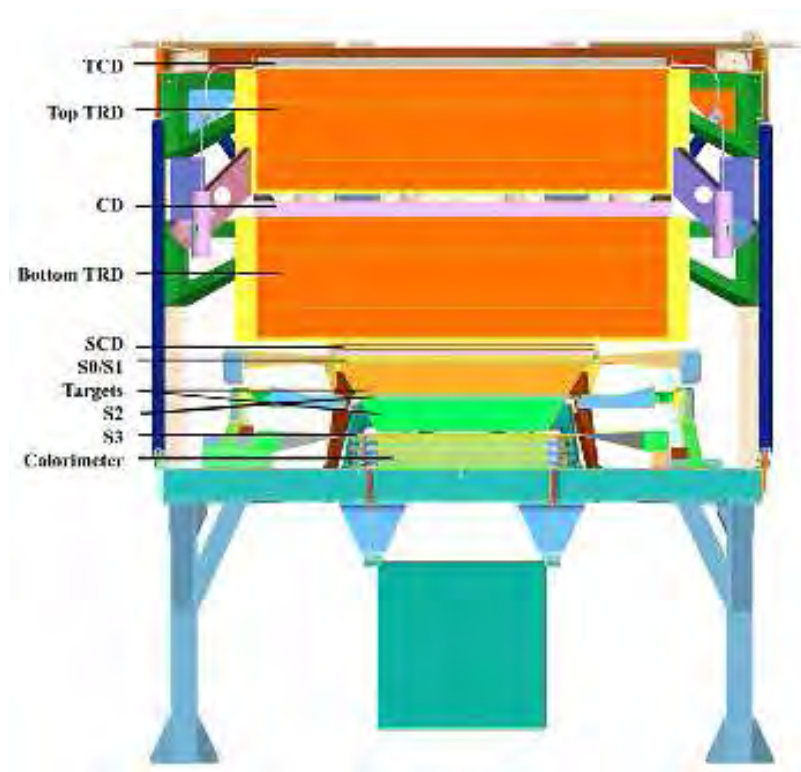


Figura 3.2: Esquema de la constitución del detector CREAM, tomado de [5]. En orden descendente se ubican los subdetectores TCD, TRD superior, detector Cherenkov, TRD inferior, SCD, hodoscopios S0/S1, blancos de grafito, hodoscopio S2 y S3 y por último el calorímetro

placas de tungsteno y fibras centelladoras intercaladas, encierra el núcleo de la cascada electromagnética generada por la partícula y la analiza, se apoya en dos blancos de grafito. El TRD (*Transition Radiation Detector*, detector de radiación de transición) es un extenso arreglo de tubos de Mylar llenos de una mezcla de gases, su función es medir el factor de Lorentz (γ) de las partículas entrantes que generen cascada, la discriminación es hecha por un detector Cherenkov de plástico.

TCD (Timing Charge Detector) y detector S3

El TCD es un detector de carga que se basa en mediciones de tiempo para discriminar la lectura de partículas retrodispersadas. Existen ciertos eventos que generan cascadas en el calorímetro, es de esperar que se emitan secundarios retro-dispersados y que crucen de nueva cuenta el detector, estos eventos interfieren como ruido en la señal de la partícula primaria; con la intención de limpiar el ruido se toma en cuenta la diferencia de tiempo entre el paso de la partícula primaria y el cruce del secundario retro-dispersado. El TCD está compuesto por dos capas de paletas centelladoras, en sus orillas se acopla a dos PMT's³, uno por cada lado, a través de guías plásticas de luz.

Los PMT's de las paletas centelladoras tienen dos lecturas, una con TDC's (*Time to Digital Converter*) que digitalizan el tiempo al cual el frente del pulso de luz de centelleo cruza el umbral del PMT, con esta información el código de procesamiento de datos en el TCD reconstruirá la pendiente del frente del pulso, valor que es proporcional al cuadrado de la carga de la partícula detectada. La segunda lectura captura y digitaliza (por medio de un ADC, *analog-to-digital converter*) el nivel del pico, que también es proporcional al cuadrado de la carga.

Justo encima del calorímetro se localiza el detector S3; es un módulo aparte al TCD pero su función es aportar un tiempo de referencia para el mismo. Está constituido por una sola capa de fibras centelladoras. Las lecturas y los PMT's son similares a los del sistema del TCD, en este caso los eventos de interés son los secundarios de cascada.

La resolución en carga del TCD se obtiene a partir de fluctuaciones en la energía de ionización de las paletas centelladoras, aunado a la respuesta de las mismas dando un valor de $0.2e$ en oxígeno y $0.35e$ en hierro, las fluctuaciones estadísticas en el número de fotoelectrones contribuirán muy poco ($0.05e$ en oxígeno y $0.09e$ en hierro) [2].

SCD (Silicon Charge Detector)

La forma común de medir la carga de las partículas incidentes en las cercanías del calorímetro es por medio de detectores finamente segmentados; reconstruyendo la trayectoria de la partícula en el calorímetro y extrapolando se puede saber por cuál segmento del detector pasó inicialmente, sin importar

³*Photomultiplier Tubes*. tubos fotomultiplicadores.

las partículas retrodispersadas. El SCD (detector de carga de silicio) es un detector segmentado que pertenece al tipo de detectores mencionados.

La ventaja del SCD sobre el TCD es el rango de aceptación; el SCD permite medir la carga dentro y fuera del rango de aceptación del TCD, sin poder hacer discriminación basada en el tiempo por su cercanía al resto de subdetectores. Su diseño le permite medir cargas en el rango de $Z = 1$ hasta $Z = 28$ con una resolución de 0.097 para He [21].

S0/S1 y S2 (hodoscopios de fibras centelladoras)

Ya hemos descrito un hodoscopio⁴ en una sección anterior, el experimento CREAM cuenta con otros tres hodoscopios, un par (S0/S1) arriba del blanco de grafito y otro (el S2) entre las dos secciones del blanco. El S0/S1 está formado, en total, por cuatro capas cruzadas de fibras centelladoras cuadradas, cada capa consta de 360 fibras. A cada fibra se le adhiere un pedazo de fibra clara, con la misma sección transversal, que se dirige a un fotodiodo híbrido de 73 pixeles. Esta mezcla de hodoscopios es de apoyo para reconstruir las trayectorias de las partículas que pasan por el calorímetro y para identificar la carga.

El hodoscopio S2 es similar a los anteriores, a excepción de su posición y que además de ayudar a reconstruir trayectorias pueden determinar si sucedió alguna interacción en el blanco superior. Su lectura incluye, en lugar de un solo foto-diodo híbrido por un grupo de fibras como en el S0/S1, tres HPD's (*hybrid photo-diode*).

TRD (Transition Radiation detector)

Cuando una partícula cargada pasa de un medio a otro con constante dieléctrica diferente su campo eléctrico sufre variaciones de intensidad, cuando se obliga a la partícula a repetir este proceso de manera rápida se crean oscilaciones en la intensidad del campo eléctrico de la misma, generando la radiación de transición. El TRD es un detector de radiación de transición en el rango de rayos X, con los datos de radiación puede determinar el factor de Lorentz (γ) de la partícula incidente y, posiblemente, reconstruir su trayectoria dentro del detector.

Dos módulos idénticos constituidos por 32 tubos de Mylar aluminizados revestidos por una matriz de espuma plástica son la base del TRD . Los

⁴Del griego *hodos*, camino, y *scop* ($\sigma\kappa\omicron\pi$), ver.

512 tubos que conforman al detector se llenan con una mezcla de 95 % gas de xenón y 5 % metano, cada tubo es atravesado por un cable al cual se le aplica una diferencia de potencial de $1.5kV$ con respecto a tierra (las paredes del tubo). La radiación de transición produce pulsos de carga en los cables, la medición del factor de Lorentz cubre un rango de $10^3 < \gamma < 10^5$, con una resolución de energía de 15 % para los núcleos de carbono y 7 % para los de hierro con $\gamma = 3000$.

Entre los módulos del TRD se implementó una capa plástica de detector Cherenkov que funciona como discriminante para partículas que no generan cascada [5] [3].

Calorímetro

El calorímetro electromagnético del experimento CREAM es un dispositivo de placas de tungsteno y fibras centelladoras. Reviste particular importancia el diseño pues debe tener un área considerable para aumentar su poder de recolección y mantener el grosor al mínimo requerido para contener completamente al núcleo electromagnético de la cascada generada con la primera interacción (además de tomar en cuenta la salida de dos blancos de grafito encima de él para considerar la eficiencia de la partícula en generar cascadas). Se compone de veinte placas de tungsteno (99.55 % puro) con capas de fibras centelladoras intercaladas. Este arreglo permite hacer el muestreo de la señal en espacios de una longitud de radiación (X_0). Al centro de cada capa, menos la superior, hay un cable de acero inoxidable de $0.9 \times 0.9 \times 500.9mm^3$ que funge como el soporte mecánico necesario para que el calorímetro resista el golpe de cerca de 10g al abrir el paracaídas en la fase final del vuelo. Para electrones a 250 GeV su resolución es de $\sim 12\%$.

Los blancos están formados de grafito densificado ($\rho = 1.92g/cm^2$), de grosor igual a 9.5 cm cada uno.

3.3. Haz de prueba

Del 2001 al 2003 diversos sub-detectores del experimento CREAM fueron probados en el Sincrotrón de Super Protones (*Super Proton Synchrotron*, SPS) del CERN, en particular a finales de 2003 un par de paletas del TCD, el SCD, el calorímetro y los hodoscopios fueron expuestos a un haz de productos de fragmentación que cumplieran la relación $A/Z = 2$ (con eficiencia del

70 %), producidos por un haz de indio (In) de 158 GeV/n incidiendo en un blanco de plomo (Pb) de 4 cm. de grosor [22]. En lo que corresponde a los detectores de carga se muestran las distribuciones de Z (número atómico) medidas para los eventos con la razón entre A y Z mencionada, que nos indica la respuesta del detector al paso de diferentes iones (imagen 3.3).

Material	Grosor	Haz	Energía
Plomo (Pb)	4 cm	Indio (In)	158 GeV/n
Berilio (Be)	10 cm	Plomo (Pb)	20 GeV/n

Cuadro 3.2: *Características de los materiales del blanco y del haz para fragmentación.*

A diferencia del SCD que fue puesto en el haz de manera íntegra, tal como sería montado en el detector completo, el arreglo del TCD para la prueba consistió en dos de sus paletas centelladoras (con sus respectivos PMTs y elementos de conexión) cruzadas y un prototipo de la electrónica a utilizar.

La fragmentación producida por la acción del haz de plomo sobre un blanco de berilio fue utilizada en una prueba anterior (entre 2002 e inicios de 2003 [5]).

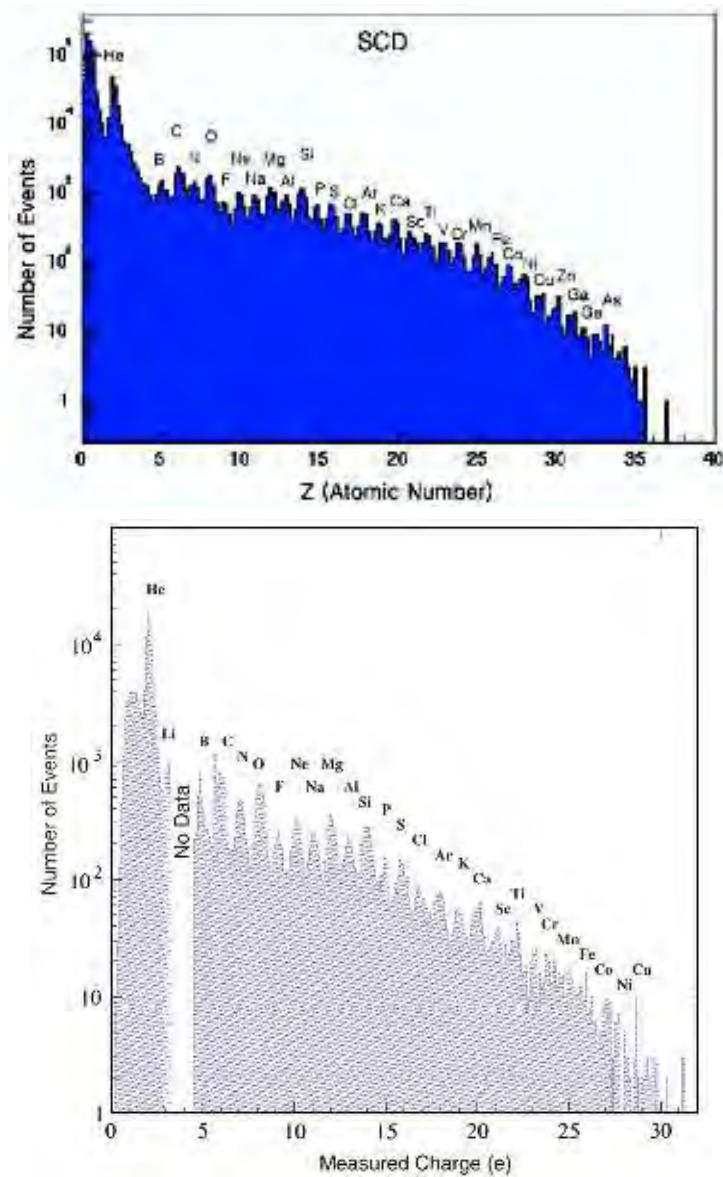


Figura 3.3: Distribución de carga (Z) medida por el SCD (arriba) y el TCD (abajo) con un haz de productos de fragmentación de In contra un blanco de Pb a $158 \text{ GeV}/n$.

Capítulo 4

Simulación en Geant4

Ya hemos hablado de las principales características de la herramienta Geant4, ahora debemos hablar de las cuestiones particulares del programa usado para el trabajo aquí expuesto.

La conjunción de la programación orientada a objetos y el lenguaje C++ crean una herramienta con grandes posibilidades y enormes aplicaciones sin dejar de lado la manipulación por parte del usuario; como estructuras básicas tenemos las clases a partir de las cuales se definen los objetos, que a su vez no sólo reciben un formato específico¹, además engloban a todo un encapsulado de variables y métodos (funciones) de los que pueden disponer. Cuando hablamos de objetos como las partículas o sus procesos es sumamente útil ya que el concepto incluye masa, carga, número bariónico, leptónico, interacciones con otras partículas, características de su movimiento o reposo, entre otras cosas.

El nombre de Geant4 se deriva de sus funciones, *Geometry and Tracking*, geometría y rastreo (seguimiento de trayectoria), con la facilidad de manejo que le brindan las clases pueden formarse los volúmenes más sencillos hasta las geometrías más elaboradas de los actuales experimento en física de altas energías, sin embargo la definición del volumen no determina su interacción con las partículas, para refinar las definiciones de los objetos en Geant4 se cuenta con tres clases distintas para la geometría:

Volumen lógico representa al elemento de un detector determinado que puede contener o estar contenida en otros volúmenes lógicos, tiene

¹Haciendo una analogía para aquellos que ya estén familiarizados con la programación, los tipos de variables, int, float, char, son un tipo de clase.

acceso a información que no depende de la posición, como material y comportamiento sensible del detector.

Volumen físico determina la posición del volumen lógico con respecto a un volumen lógico mayor.

Sólido define la forma del volumen.

La clase principal en toda simulación en la herramienta es *G4Event*, se encarga de definir las partículas y vértices primarios, guarda cierta información referente a los eventos dependiendo del transcurso de la simulación, en un inicio guarda la información sobre primarios y vértices, al final del transporte de las partículas en el material archiva datos sobre los hits. A pesar de contener información relevante su alojamiento no es persistente dentro de la clase (no se guarda hasta el final de la simulación), por lo que el usuario debe proveer su propio método para almacenar la información.

El *tracking* (rastreo) como el mismo nombre de la herramienta lo dice es vital para la simulación, se encarga de invocar a los procesos físicos durante el transporte independientemente del tipo de partícula; la misma no es considerada en la simulación como si se moviera por sí sola si no que, siendo más justos con el concepto, se transporta. La acción del *tracking* se efectúa paso a paso, cayendo dentro de sus funciones definir la longitud del paso dándole ciertas libertades (las longitudes no están rígidamente definidas) al usuario para hacer más precisa la simulación acotando la longitud de los pasos. La clase elige entre la longitud (longitud en el caso dinámico de colisiones e interacciones, tiempo para partículas en reposo) que propone la misma y la dada por el usuario, de entre los valores máximos de ambas se decide por la menor.

Los procesos físicos se pueden implementar para tres acciones diferentes:

- En reposo.
- *Along step*, durante el paso (implementa comportamiento).
- *Post step*, invocado al final del paso.

Los valores físicos asociados con cada paso se comparten entre el *tracking* y la clase *G4Step*.

No ahondaremos más en las cuestiones de los procesos físicos aparte de lo que ya se ha mencionado dentro de la descripción de los procesos hadrónicos

(véase sección 2.2), para su implementación basta decir que existen distintas clases para los procesos a varias energías, ya sea que se utilicen los modelos recomendados por Geant4 o se implementen al gusto y necesidad del usuario, cubren distintos rangos de energía y todas las partículas conocidas hasta hoy. La estructura de estas clases se basa en una clase base, una clase más general y abstracta que hereda sus funciones y estructura a las demás clases, las cuales permiten refinar la función deseada; de igual manera se permite la comunicación entre clases.

G4ParticleDefinition es la clase que describe las principales propiedades de las partículas, masa, carga, interacciones posibles. Como en el caso de la geometría, se necesitan algunos modelos para definir el objeto por completo, no basta con uno solo, existe una clase base abstracta y general (en este caso *G4ParticleDefinition*) de la cual se derivan clase intermedias; para las partículas las clases intermedias corresponden a leptones, bosones, bariones, ahondando aún más se pueden encontrar clases específicas por partícula (p.ej. *G4PionPlus*).

Los materiales dentro de la herramienta son diseñados a partir de lo observado en la realidad; ya sea que estén formados por un sólo elemento, moléculas de uno o varios elementos, de diversos isótopos, sus propiedades físicas pueden ser caracterizadas por cantidades generales de manera directa, como su densidad, o calculadas a partir de la composición del elemento. Por tal razón no es necesario hacer uso de clases abstractas, con clases concretas se puede elaborar el material para la simulación incluso tomando en cuenta cuestiones de transporte de las partículas dentro de él.

Existen ocho clases abstractas a disposición del usuario para poder personalizar y llevar a cabo la simulación, de estas clases tres son obligatorias para ser definidas y manipuladas por el usuario, el resto son opcionales en el caso de que la tarea requiera utilizarlas.

Las obligatorias (todo programa las debe incluir)

- *G4VUserDetectorConstruction* en la que se define la geometría y el material del detector, se incluyen definiciones de atributos extras relacionados con el detector.
- *G4VUserPhysicsList* que define las partículas y procesos a ser implementados durante la simulación, incluso se determinan los valores de corte.
- *G4VUserPrimaryGeneratorAction* para generar los vértices y partícu-

las primarias.

A pesar de que las clases definen los aspectos citados no dan un valor inicial, el usuario debe introducir los valores necesarios, las clases deben personalizarse. Para no quitar la posibilidad de que el usuario pueda analizar un caso con valores predeterminados se incluyen los ejemplos.

Las clases opcionales (no son indispensables)

- *G4UserRunAction* para acciones al inicio y al final de cada corrida (*run*).
- *G4UserEventAction* para acciones al inicio o final de cada evento.
- *G4UserStackingAction* para manipular el acceso a la información de los *tracks*.
- *G4UserTrackingAction* para acciones en la creación y seguimiento en cada *track*.
- *G4UserSteppingAction* para manipular el comportamiento en cada paso [17].

Para recrear los experimentos de Amian y CREAM de los que hablamos en el capítulo anterior nuestra simulación incluyó seis de las ocho clases (no se usó *TrackingAction* ni *StepinAction*) de manera personalizada, es decir se definieron clases para la simulación que heredaron funciones de las clases propias de Geant4 (que se caracterizan por llevar una G4 en el nombre) con la posibilidad de manipularlas sin alterar las clases originales.

DetectorConstruction que hereda métodos de *G4UserDetectorConstruction* y *G4Material*, inicializa las definiciones de volumen lógico, volumen físico y sólido y los asigna a cada punto de la simulación (el detector se forma de *slices* (rebanadas) cilíndricas, encerrado en una sección de cilindro de mayor diámetro) incluyendo la información del universo (*World*); asigna sensibilida a los detectores y atributos de color para el momento en que se desee hacer una visualización. *EventAction* establece comunicación directa con la clase *HistoManager*, da comandos para guardar eventos y obtiene información sobre la trayectoria. *PhysicsList* define los valores de corte para la emisión de rayos gamma (γ), electrones (e^-) y positrones (e^+), inicia el proceso y adhiere el modelo a usar. En la clase *PrimaryGeneratorAction* establece la

información para formar e iniciar el haz de partículas, presenta la información sobre el generador de número aleatorios. *RunAction* y *StackingAction* no agregan nada a lo mencionado respecto a las clases generales y abstractas.

Además de estas clases básicas se agregó, para cuatro de ellas (para *PrimaryGeneratorAction* y *RunAction* no se agregó), las clases *Messenger* que tienen como función facilitar la comunicación del usuario con las clases y entre las mismas clases. Esto es, en lugar de dar valores dentro de las clases, que si no se reescriben y se recompila el código las podemos considerar como estáticas, el usuario puede definir los valores en la línea de comando, o aún más fácil escribiendo un macro.

Sin la intención de ser reiterativo, pero sí de ser lo más explícito posible, regresaremos al tema de la personalización de las clases. Un programa en C y C++ (lenguaje base de la herramienta Geant4) no es únicamente su estructura escrita (código), es necesario traducir el lenguaje C++ al lenguaje de la máquina, para ello se compila el código; una vez compilado se obtiene un archivo ejecutable que no puede ser manipulado por el usuario, las direcciones y mandos dados durante la redacción del código son los que obedece el ejecutable. En caso de definir un valor de variable dentro del código del programa y que no sea alterado por la posterior ejecución del mismo, el valor será estático, el usuario no podrá cambiarlo a menos que reescriba el código y recompile el programa; para códigos reducidos no es una agravante mayor, pero cuando el código es bastante extenso y además queremos que sea lo más amigable con el usuario (que no tenga la necesidad de alterar todo el código y volver a compilar) lo mejor es que la definición de ciertas variables se haga o se lea durante el programa en ejecución.

Para esta simulación personalizamos las clases de tal manera que fuera posible llevar a cabo el mismo proceso para todos los materiales, posibilitando el cambio de modelo hadrónico, el grosor del material y todas sus características intrínsecas (aunque fallamos en un aspecto, el nombre de los archivos de salida) sin recompilar todo el código. Ésta es la utilidad de la línea de comandos en Geant4, para dar valores y personalizar la visualización; para evitar la engorrosa labor de escribir una infinidad de líneas en la terminal se cuenta con el macro, un archivo de texto que encierra los comandos que le pide al usuario la simulación, puede ser manipulado sin necesidad de recompilar todo el código fuente del programa. Las clases *Messenger* heredan de las clases *G4UIcmdWithAString*, *G4UIcmdWithAnInt*, y similares (*G4UIcmd*—), funciones para leer y transmitir a las clases que los requieran los comandos de línea (del macro).

Aparte de las seis clases básicas mencionadas y sus mensajeros se incluyeron clases para definir la sensibilidad del material, características de la fuente de partículas y clases especiales para el manejo y almacenaje de la información de salida. Las clases *CheckVolumeSD* y *TargetSD* se relacionan con la sensibilidad de detector construido, obtienen información sobre los *tracks* y los pasos (*steps*) y lo comunican al archivo de salida.

Las clases *Histo*, *HistoManager* e *HistoMessenger* tiene una importancia crucial, son las encargadas de transmitir la información de salida, obtener los parámetros de la simulación necesarios para leer la información y archivarla (como los valores de corte) e incluso obtener comandos del macro para personalizar el archivo de salida. Del resto de las clases ésta es la que recibe el mayor tráfico de comunicación, pues no sólo guarda los datos provenientes de otras clases, requiere comunicarse con las cabeceras del programa Root para poder guardar los datos como histogramas y archivarlos en un *Rootfile* (archivo con terminación *.root*), ya que el análisis y graficación de datos se hizo por medio del mencionado programa.

Por último las clases *ParticleSource* y su correspondiente mensajero se ocupan de darle forma y contenido al haz de partículas a colisionar con el blanco; al igual que las clases básicas y las encargadas de guardar la información recibe comandos del macro escrito por el usuario, se determina la forma, diámetro y contenido del haz.

Los códigos (*sources*, fuentes, y cabeceras) para la simulación hecha se escribieron en base a los ejemplos creados por V. N. Ivanchenko; los códigos originales fueron alterados e implementados para el caso tratado, respetando la licencia de Geant4.

Capítulo 5

Resultados

El análisis de los datos se hizo con el apoyo del programa root, un marco de trabajo basado en el lenguaje de programación C++; planeado para manejar un gran número de datos provenientes de experimentos en altas energías (no se piense que su uso está limitado a esta única área, en materia financiera tiene utilidad) el sistema root es una herramienta flexible y multifuncional de análisis y graficación. El enfoque de la programación orientada a objetos nos permitió incorporar una de sus cabeceras (que incluye la definición de una clase) al programa de simulación en Geant4 para generar un archivo de salida que sea fácilmente identificado por root (archivos con terminación *.root*), de él tomamos los histogramas correspondientes a los detectores de neutrones en los ángulos del experimento de Amian ($30^\circ, 60^\circ, 120^\circ$ y 150° , tomamos estos mismos ángulos para comparar con las gráficas del experimento). En los referenciados histogramas se guarda el número de *hits* (golpes) de los supuestos detectores (en verdad, más que un detector simulado es un contador de neutrones salientes en los ángulos mencionados) normalizados, en otras palabras, la cantidad de eventos sobre el número total de partículas del haz.

La información que nos dan las gráficas del experimento de la referencia [19] respecto a la interacción se refiere a la sección eficaz doble diferencial ($d^2\sigma/d\Omega dE$), en unidades de $mb/(srMeV)$, en cambio en los histogramas tenemos el número de neutrones que salen disparados en dirección del ángulo θ sobre el número total de partículas del haz; para resolver este aparente problema basta saber cómo está definida una sección eficaz para un material de grosor determinado:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE} = \frac{N_n/N_{haz}}{\Delta\Omega\Delta EN_b}, \quad (5.1)$$

con N_n el número de neutrones que pasaron por el ángulo sólido diferencial $\Delta\Omega$, N_{haz} el número de partículas totales en el haz y N_b la cantidad de partículas en el blanco. El contenido de cada bin en el histograma es N_n/N_{haz} , para tener una escala igual en las gráficas de la simulación y en las del experimento, sólo hace falta multiplicar el contenido de cada bin de la simulación por un factor $(\Delta\Omega\Delta EN_b)^{-1}$ (véase la sección 1.2, en particular la ecuación 1.10; \mathcal{L} es, en este caso, N_{haz}).

De las libertades que podemos tomar en la simulación por su grado de idealización aprovechamos la del tamaño angular del detector (ángulo sólido); ya mencionamos que no simulamos la acción y efecto de un detector, en cambio tenemos unos simples contadores de neutrones mas no de dimensiones nulas. Contamos para un ángulo θ las partículas que pasarán por la region comprendida de $\theta - \Delta\theta/2$ a $\theta + \Delta\theta/2$, tomando $\Delta\theta = 1^\circ$. El experimento considera una simetría en el ángulo ϕ , por lo que los parametros para el cálculo de $\Delta\Omega$ están dados (véase apéndice B sobre cómo se determina $\Delta\Omega$).

El haz es modelado como un cilindro de $250\mu m$ de radio y $20\mu m$ de longitud, conteniendo protones con una energía de 800 MeV. Para el blanco la forma tambien fue un cilindro de $2.54cm$ de radio con una longitud (Z_b) para cada material calculado a partir de los datos en la tabla 3.1 con:

$$Z_b = \rho_V(grosor)\frac{N_A}{m_{at}}, \quad (5.2)$$

donde ρ_V es la densidad volumétrica del blanco, N_A el número de Avogadro y m_{at} la masa atómica (ver figura 5.1).

Analizando las gráficas para el experimento de Amian, comparando entre las simulaciones de Bertini y cascada binaria (todas se encuentran a escala logarítmica para facilitar la visualización), podemos mencionar cual de los modelos en cada caso y rango de energía es el que se apega más al experimento. No es posible hablar en terminos generales de las características de las gráficas, no para todos los elementos ni ángulos es igual. Los elementos pesados (hierro, plomo y uranio) presentan una mejor concordancia entre experimento y simulación, el modelo que produce la mejor simulación en todos los ángulos es el de cascada binaria. Aunque en ciertos casos no parecen ser tan diferentes, para el uranio la simulación con el modelo de Bertini queda muy alejada.

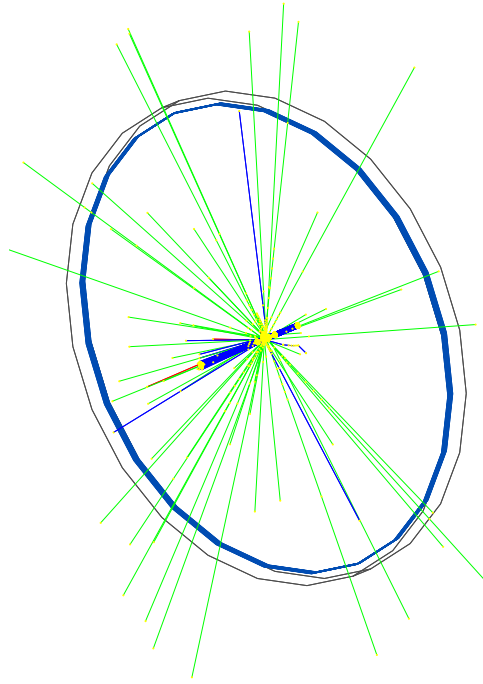


Figura 5.1: *Visualización de la simulación en Geant4 con 1000 eventos para un blanco de plomo y un haz de protones a 800 MeV, los haces azules representan partículas cargadas, las verdes partículas neutras*

Para los núcleos ligeros ninguno de los dos modelos parece tan bueno, en la mayoría de casos la cascada binaria (BIC) se asemeja más a los datos, pero depende del rango de energía; para ángulos pequeños alrededor de los 100MeV y 300MeV los modelos quedan cortos, en ciertos casos (carbono, aluminio y berilio a 30°) incluso el modelo de cascada de Bertini aventaja al de cascada binaria, pero sólo en la región mencionada.

Las simulaciones para berilio son las que peor se aproximan en todos los ángulos, para los grandes (120° y 150°) ambas simulaciones quedan por debajo de la gráfica del experimento (ver figura 5.3), para los demás, en la región que va de los 70MeV hasta cerca de 300MeV , ningún modelo logra generar un perfil similar (ver figura 5.2).

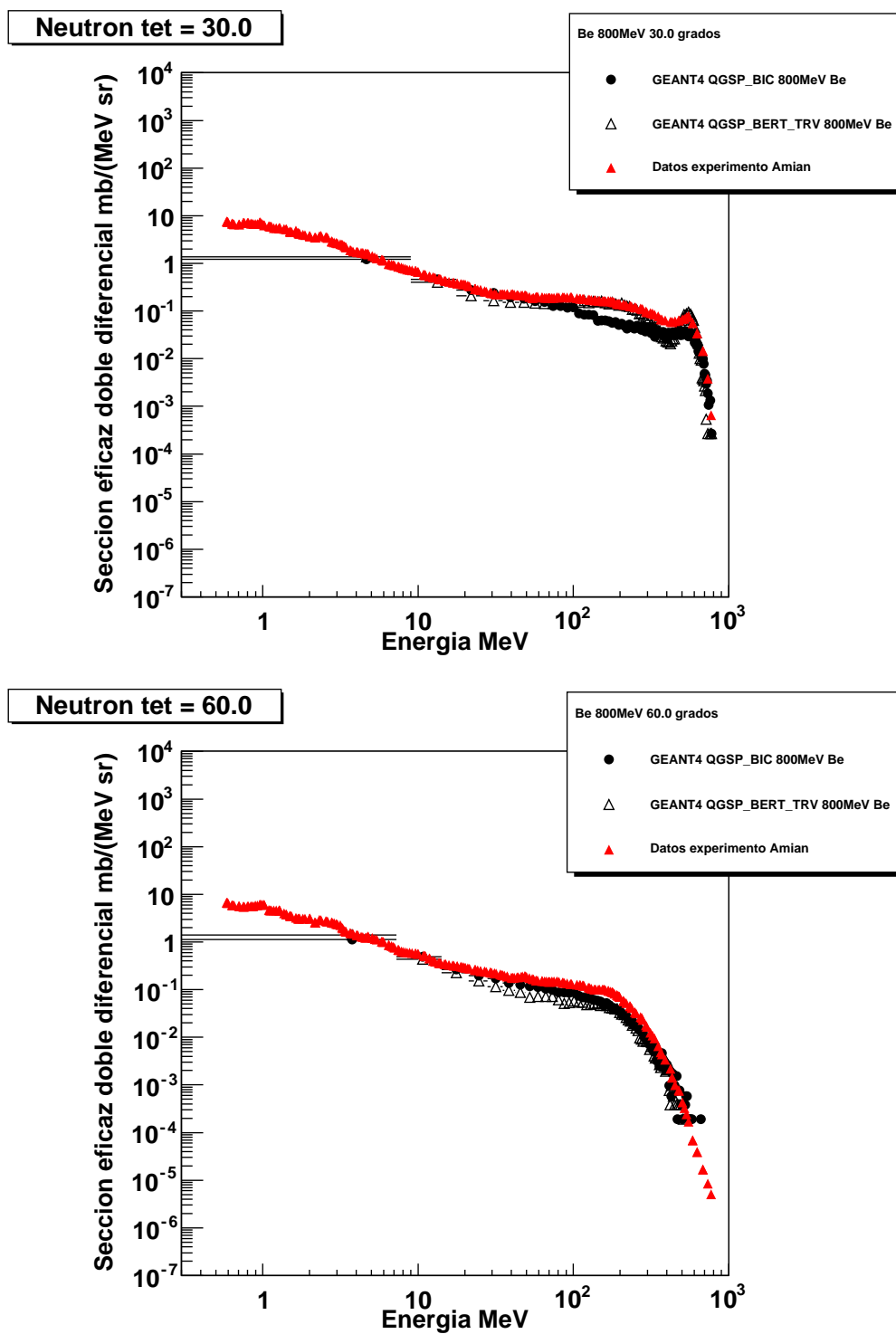


Figura 5.2: Gráficas de Berilio, para 30° (arriba) y 60° (abajo).

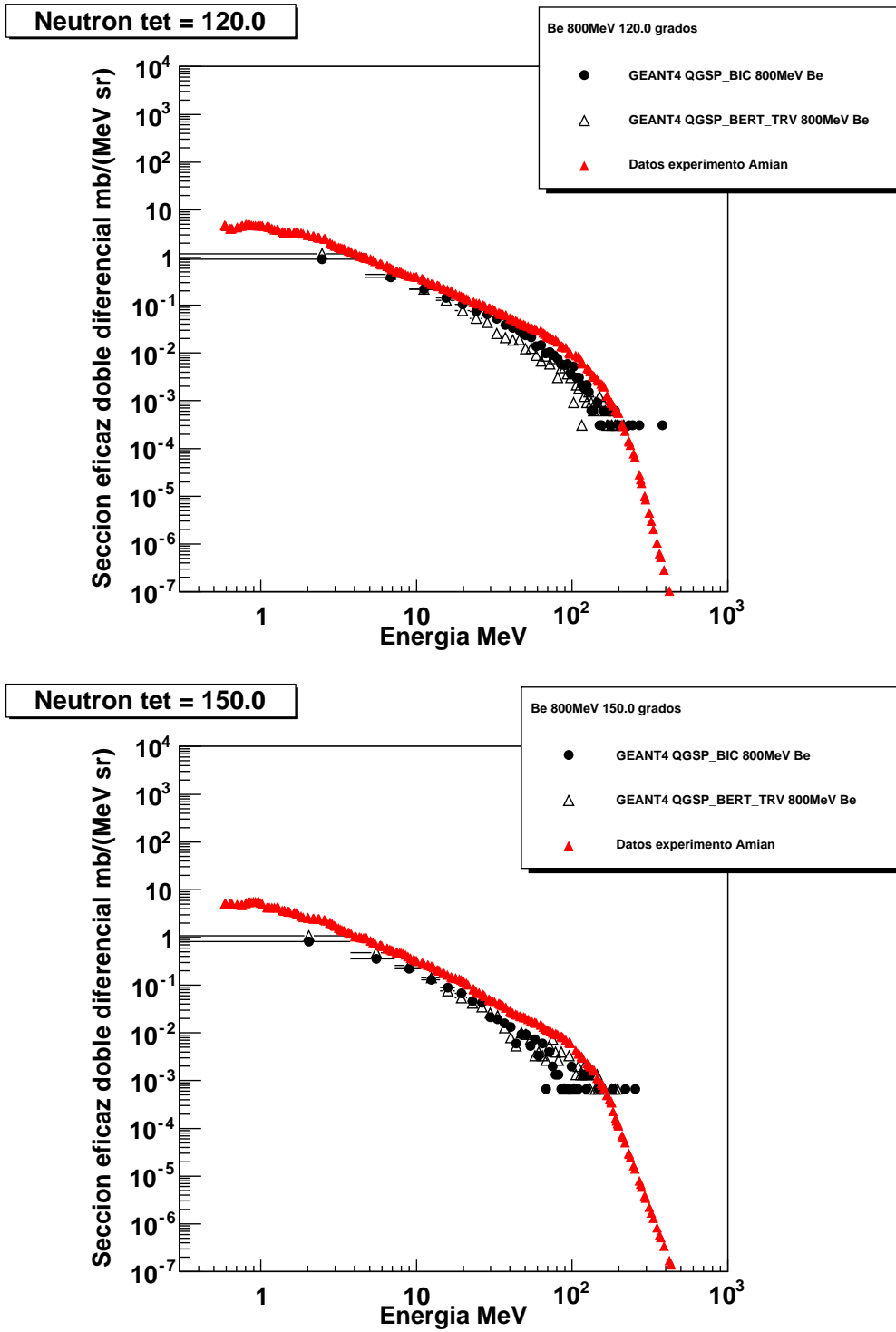


Figura 5.3: Gráficas de Berilio, 120° (arriba) y 150° (abajo).

Conforme aumenta el peso nuclear la simulación, sobre todo la de cascada binaria, se parece más al experimento; es el caso del boro, existen ligeras discrepancias a bajas energías notablemente mayores para ángulos pequeños (siendo la de 30° la que muestra las mayores diferencias para ambos modelos, ver fig. 5.4), sin embargo se muestra una notable mejoría de la simulación hecha con el modelo de cascada binaria (ver figs. 5.4 y 5.5).

Las gráficas para carbono tienen las mismas diferencias que las de boro, problemas a 30° y algunas discrepancias ligeras (ver figs. 5.6 y 5.7 en las páginas 51 y 52 respectivamente).

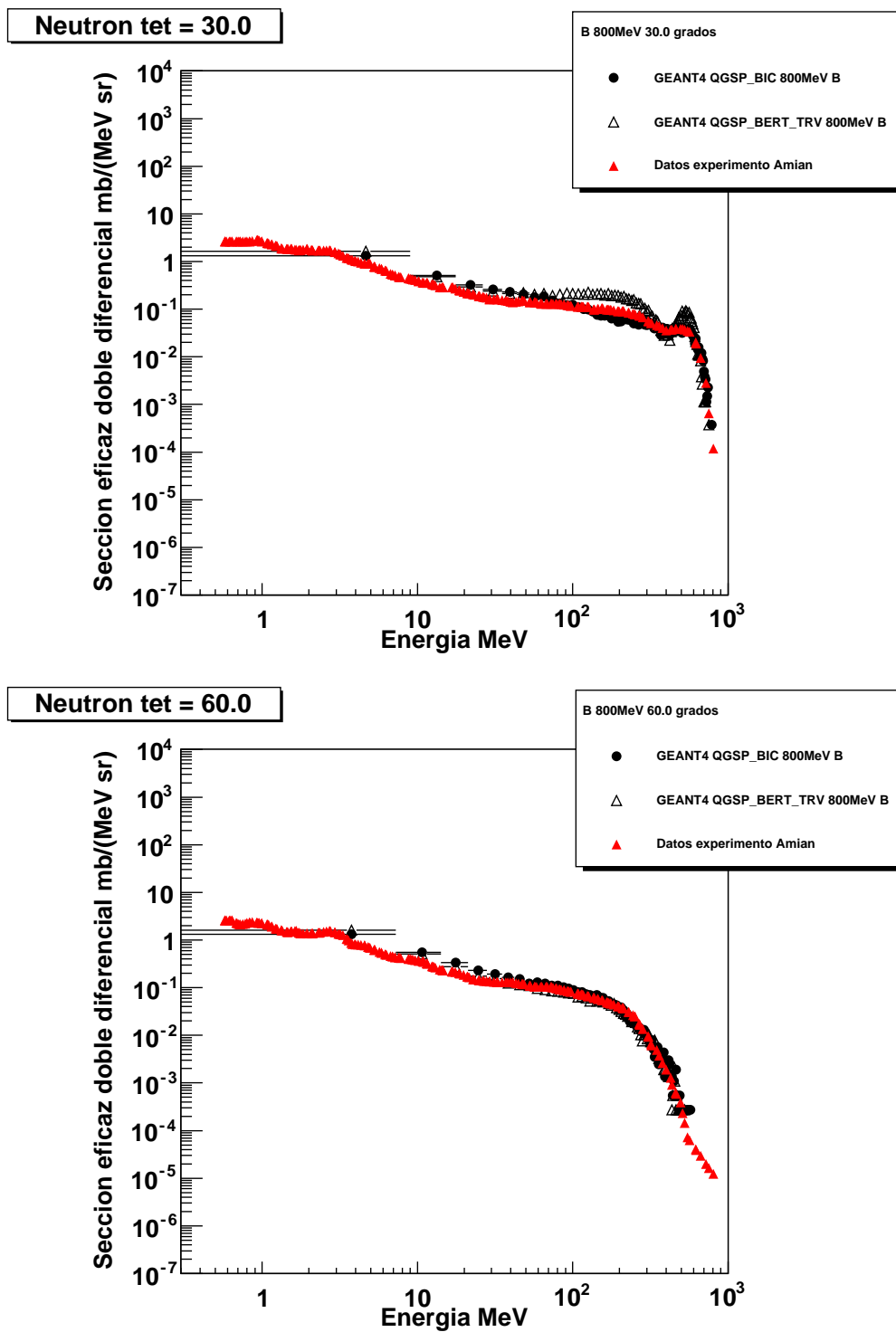
Para el aluminio la coincidencia entre gráficas es aparentemente mejor, siendo para el ángulo de 60° la simulación que presenta la mejor concordancia entre las tres gráficas, al punto que no se logran distinguir entre ellas (ver figura 5.8, página 53); llama la atención que para los ángulos de 120° y 150° a energías por arriba de los 40MeV el modelo de cascada binaria queda ligeramente por abajo del experimento mientras que el de Bertini logra estar por encima (ver fig. 5.9 pag. 54).

A partir del hierro es que consideramos los elementos pesados para nuestra lista; el hierro muestra gráficas similares en todos sus ángulos, aunque para 150° se observan diferencias para energías mayores a 40MeV . De nueva cuenta la cascada binaria tiene el mejor desempeño, aunque el modelo de Bertini no muestra gran diferencia (ver figs. 5.10 y 5.11, páginas 55 y 56).

En lo que respecta a las gráficas de plomo (figuras 5.12 y 5.13, páginas 57 y 58) y uranio (figuras 5.14 y 5.15, páginas 59 y 60) no hay diferencias dignas de mencionar, los resultados de las simulaciones con el modelo de cascada binaria poseen gráficas de sección eficaz doble diferencial semejantes a las del experimento. Las gráficas correspondientes a la cascada de Bertini para plomo están por arriba de las del experimento de Amian y de la cascada binaria.

Como puede verse en la información dentro de las gráficas no usamos los modelos de cascada intranuclear y de Bertini de manera aislada, también incluimos modelos para altas (en cascada binaria) y bajas energías (en ambos casos), que ya se explicaron a grandes rasgos (en la sección 2.2), sin embargo estos modelos no influyen notablemente, comparando con implementaciones de diferentes modelos a altas y bajas energías en los dos modelos nos percatamos que los perfiles son similares (figura 5.16).

Con la información recaudada referente al haz utilizado para caracterizar los sub-detectores TCD y el SCD (en la tabla 3.2, aunque las energías no fueron posibles de alcanzar, quedándonos con $10\text{ GeV}/n$) realizamos una

Figura 5.4: Gráficas de Boro, 30° (arriba) y 60° (abajo).

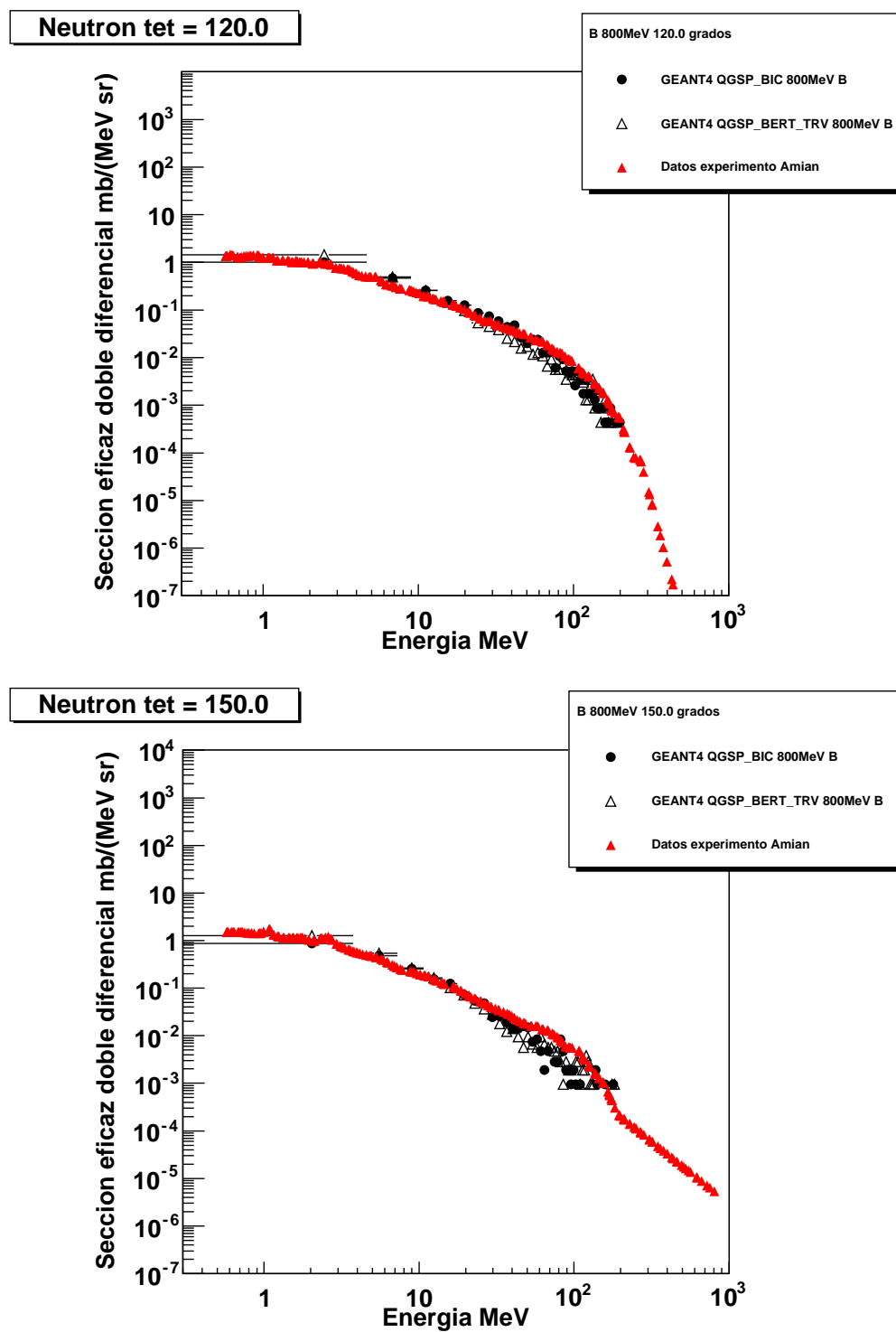


Figura 5.5: Gráficas de Boro, 120° (arriba) y 150° (abajo).

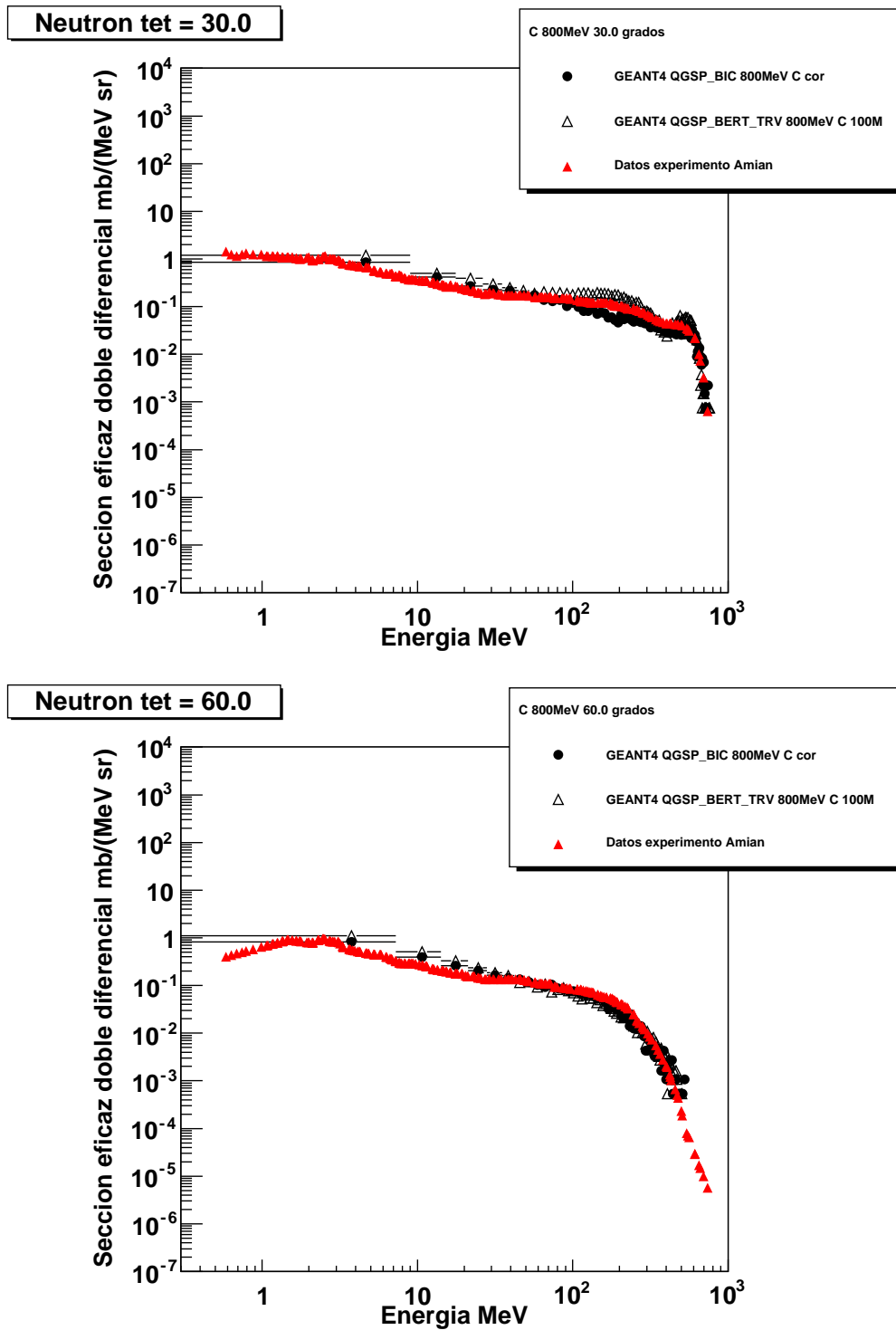


Figura 5.6: Gráficas de Carbono, 30° (arriba) y 60° (abajo).

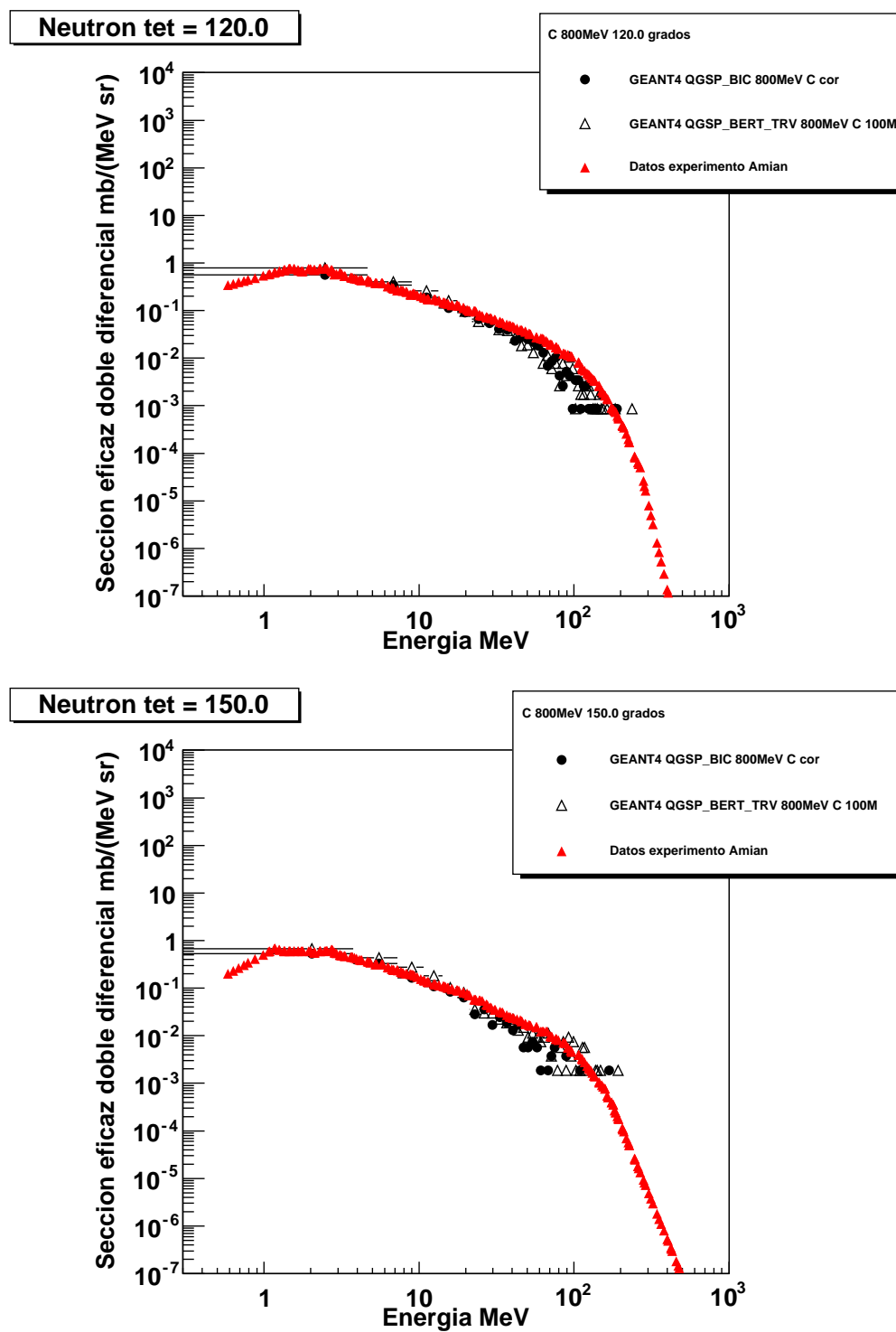


Figura 5.7: Gráficas de Carbono, 120° (arriba) y 150° (abajo).

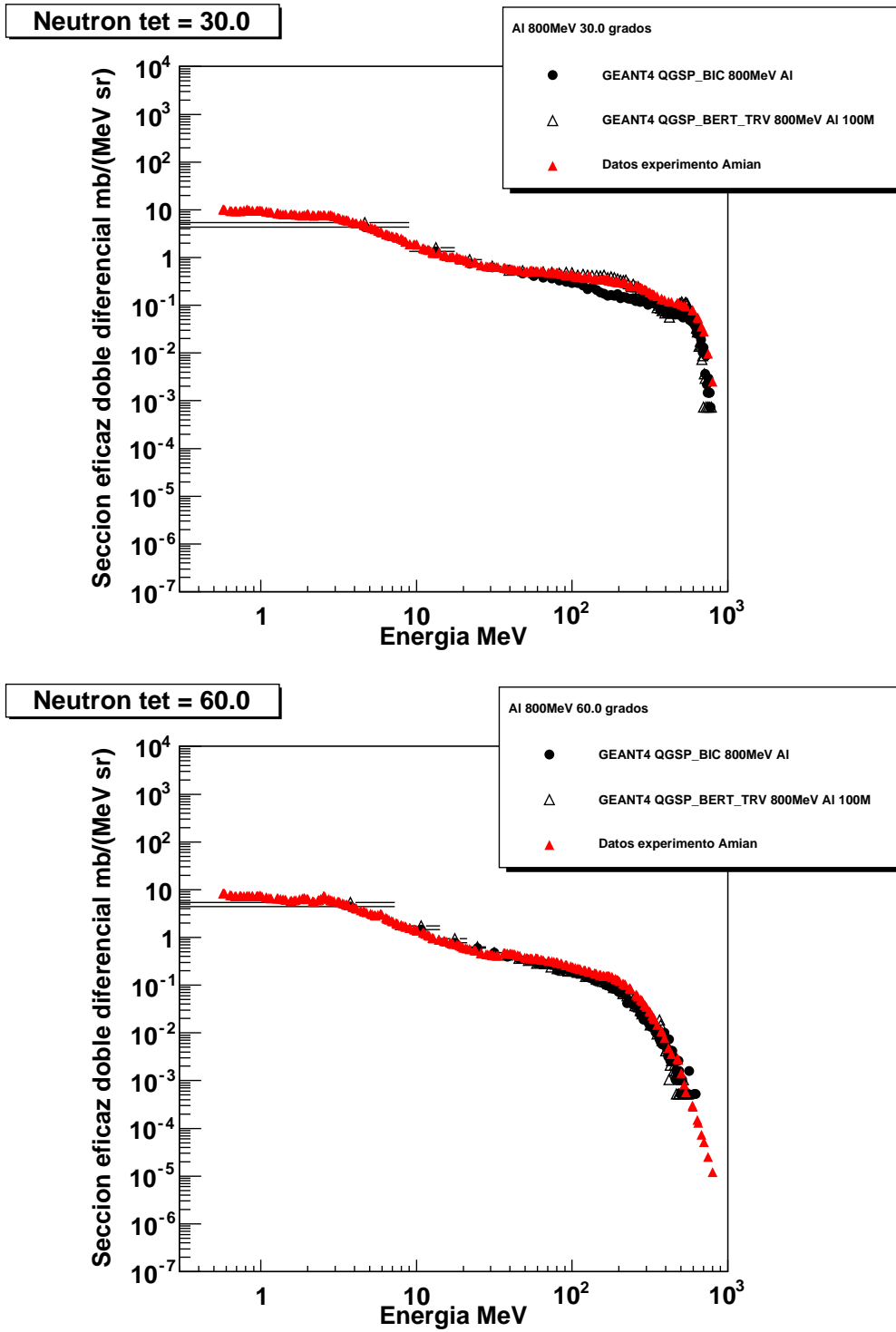


Figura 5.8: Gráficas de Aluminio, 30° (arriba) y 60° (abajo).

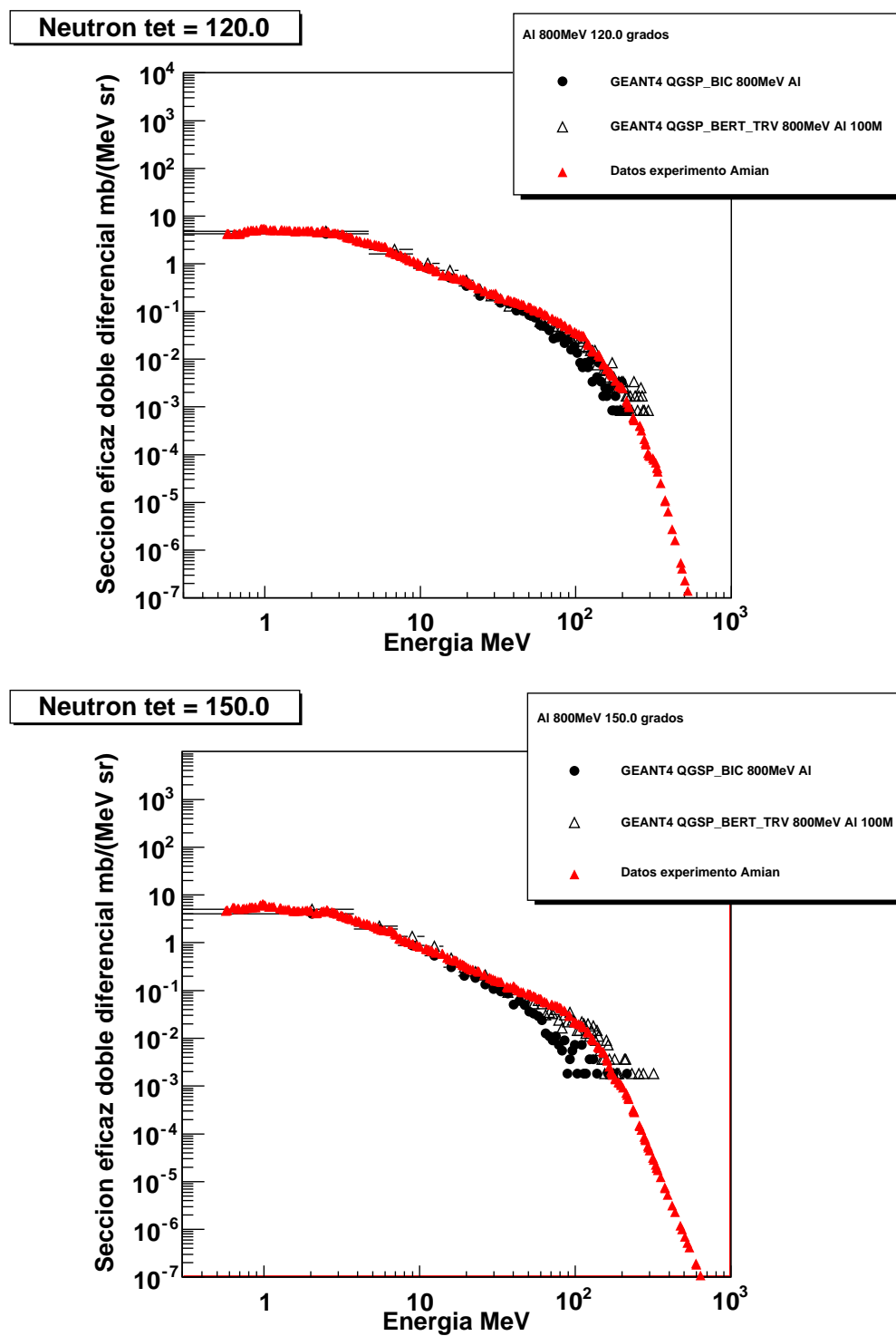
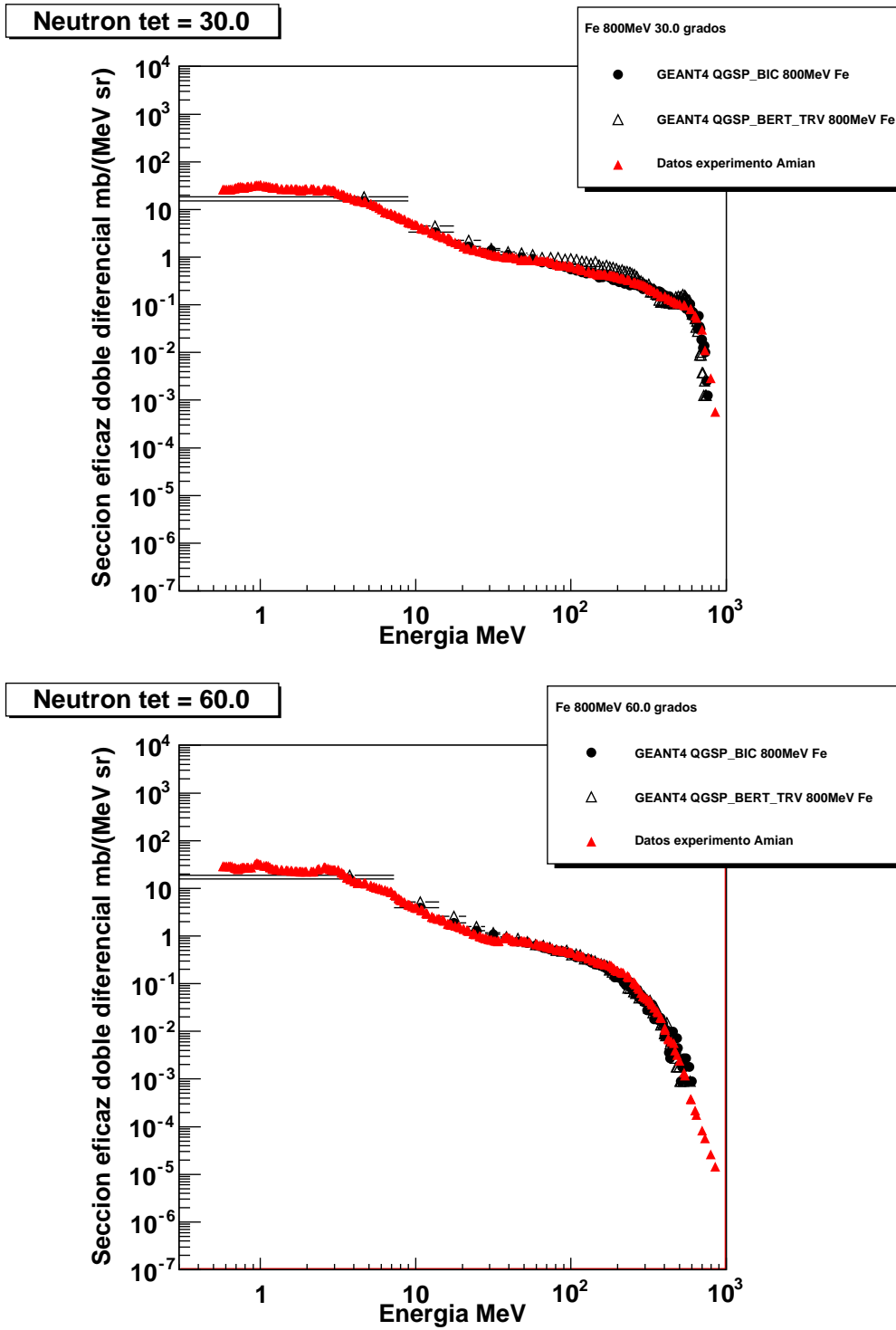


Figura 5.9: Gráficas de Aluminio, 120° (arriba) y 150° (abajo).

Figura 5.10: Gráficas de Hierro, 30° (arriba) y 60° (abajo).

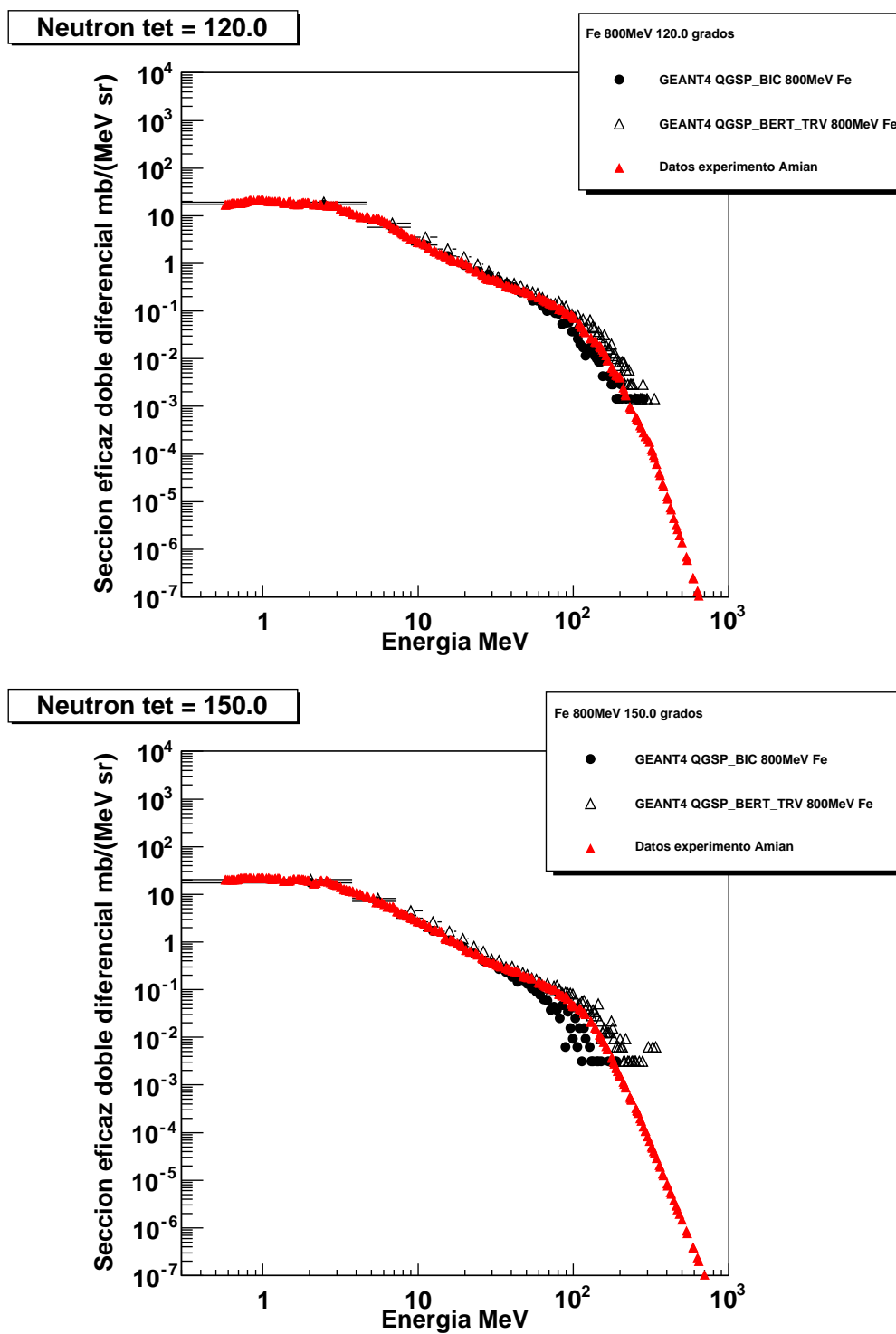


Figura 5.11: Gráficas de Hierro, 120° (arriba) y 150° (abajo).

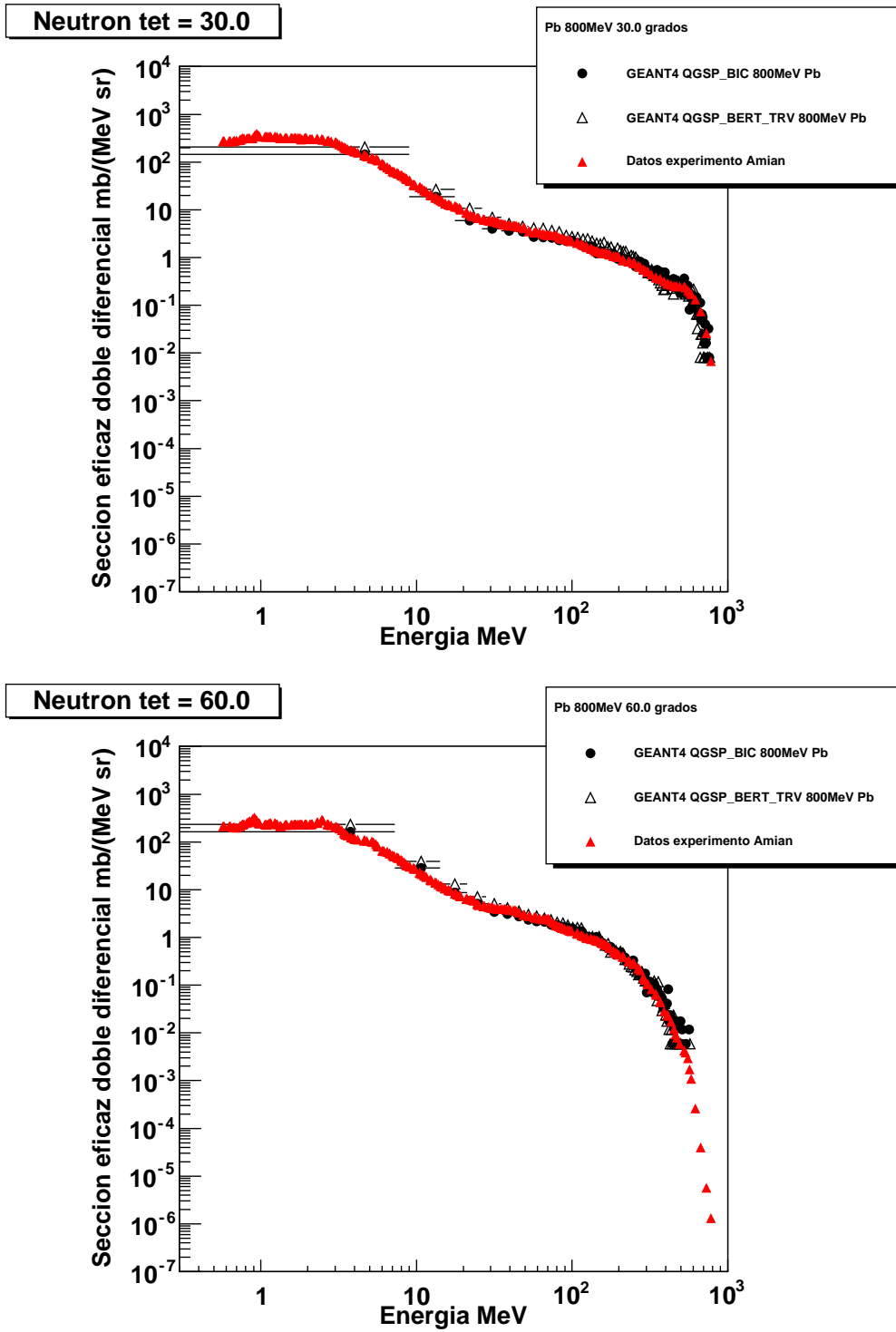


Figura 5.12: Gráficas de Plomo, 30° (arriba) y 60° (abajo).

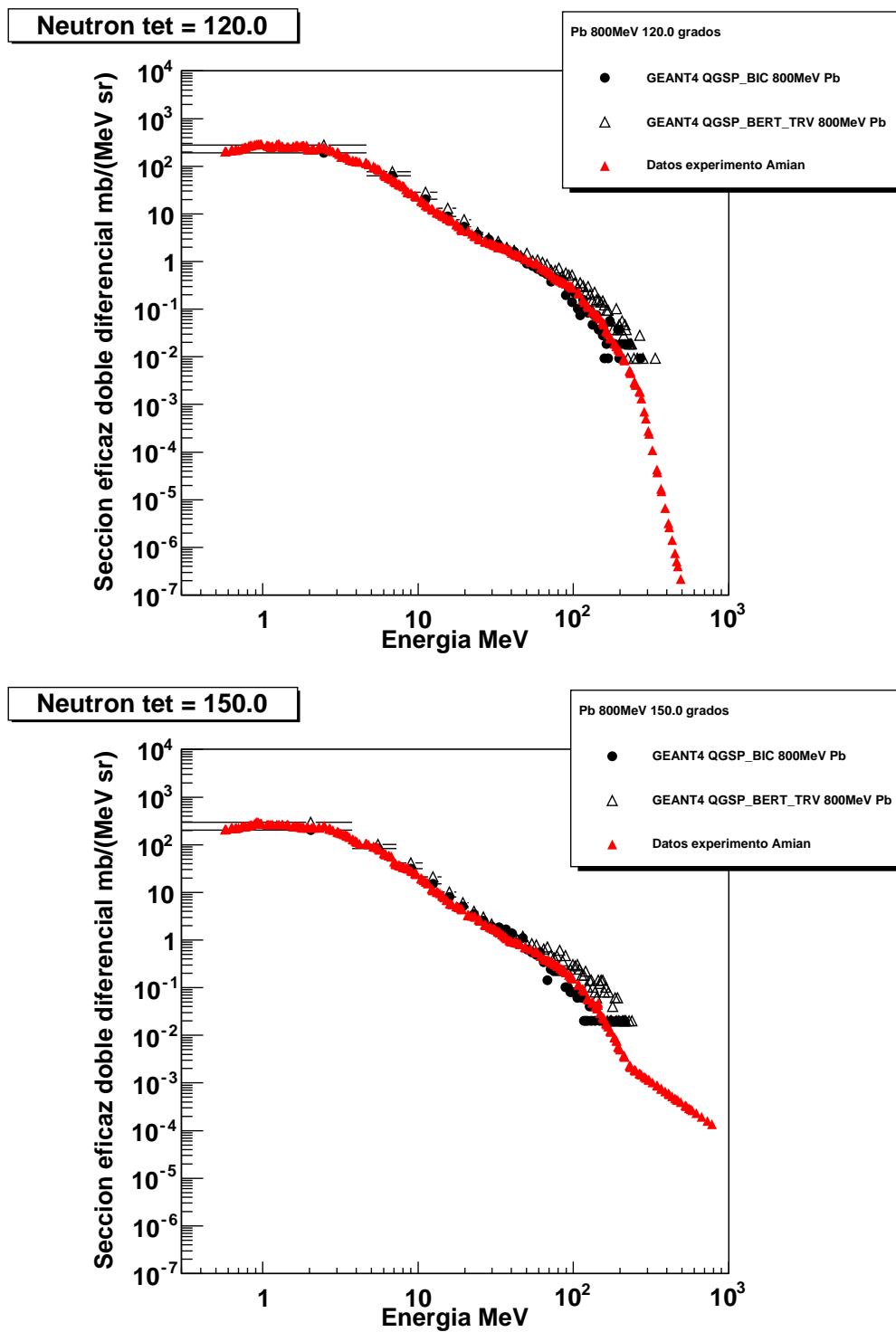


Figura 5.13: Gráficas de Plomo, 120° (arriba) y 150° (abajo).

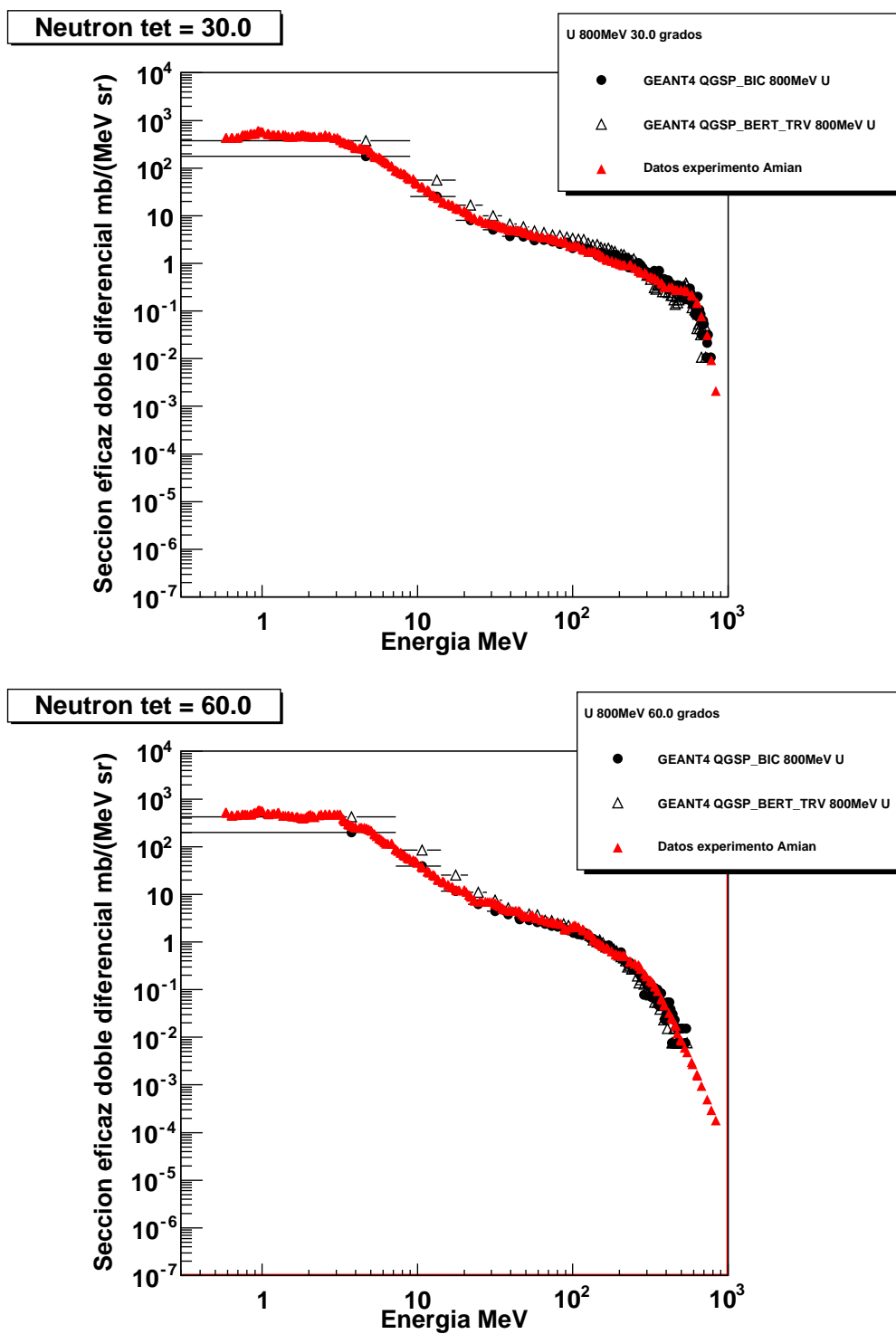


Figura 5.14: Gráficas de Uranio, 30° (arriba) y 60° (abajo).

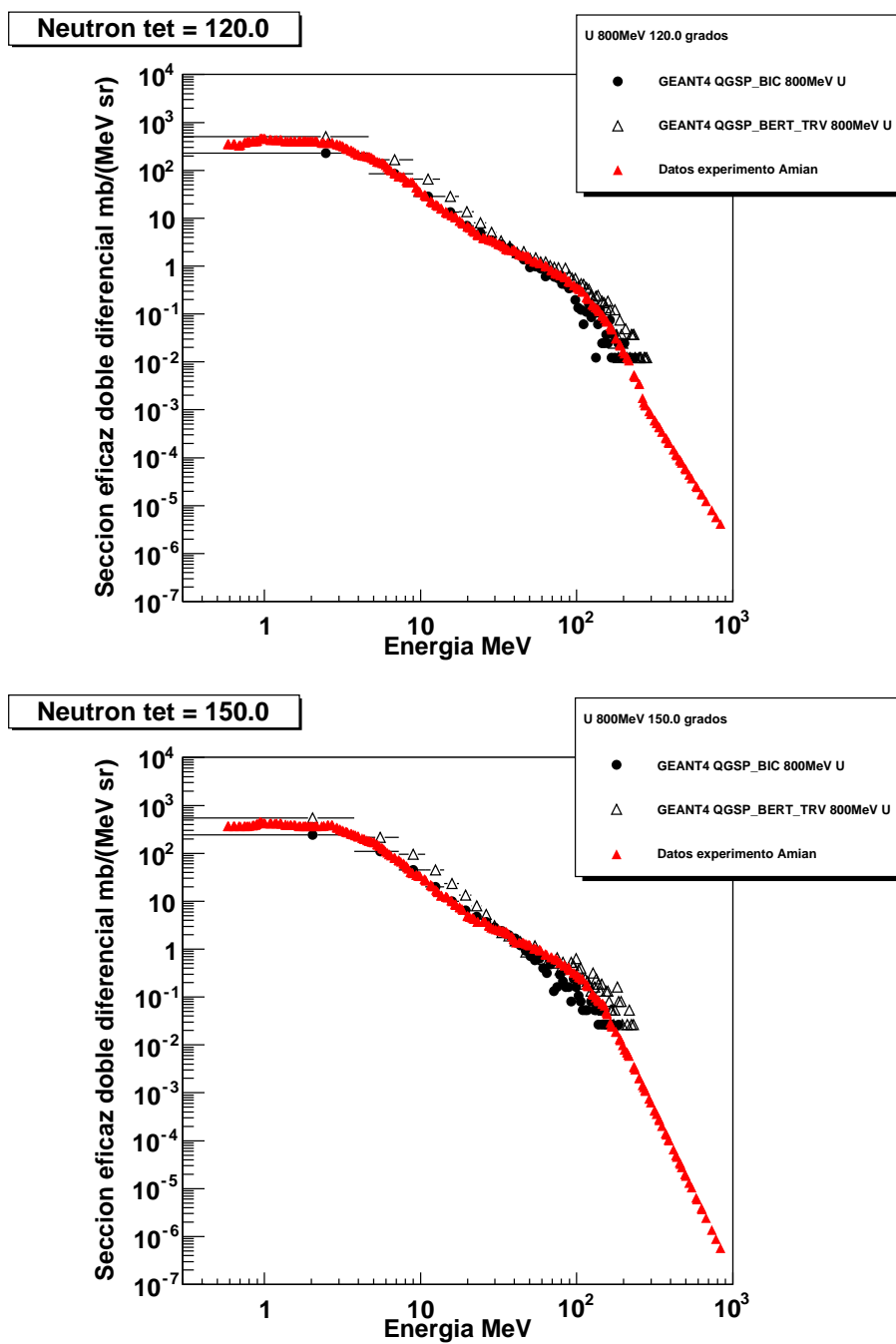


Figura 5.15: Gráficas de Uranio, 120° (arriba) y 150° (abajo).

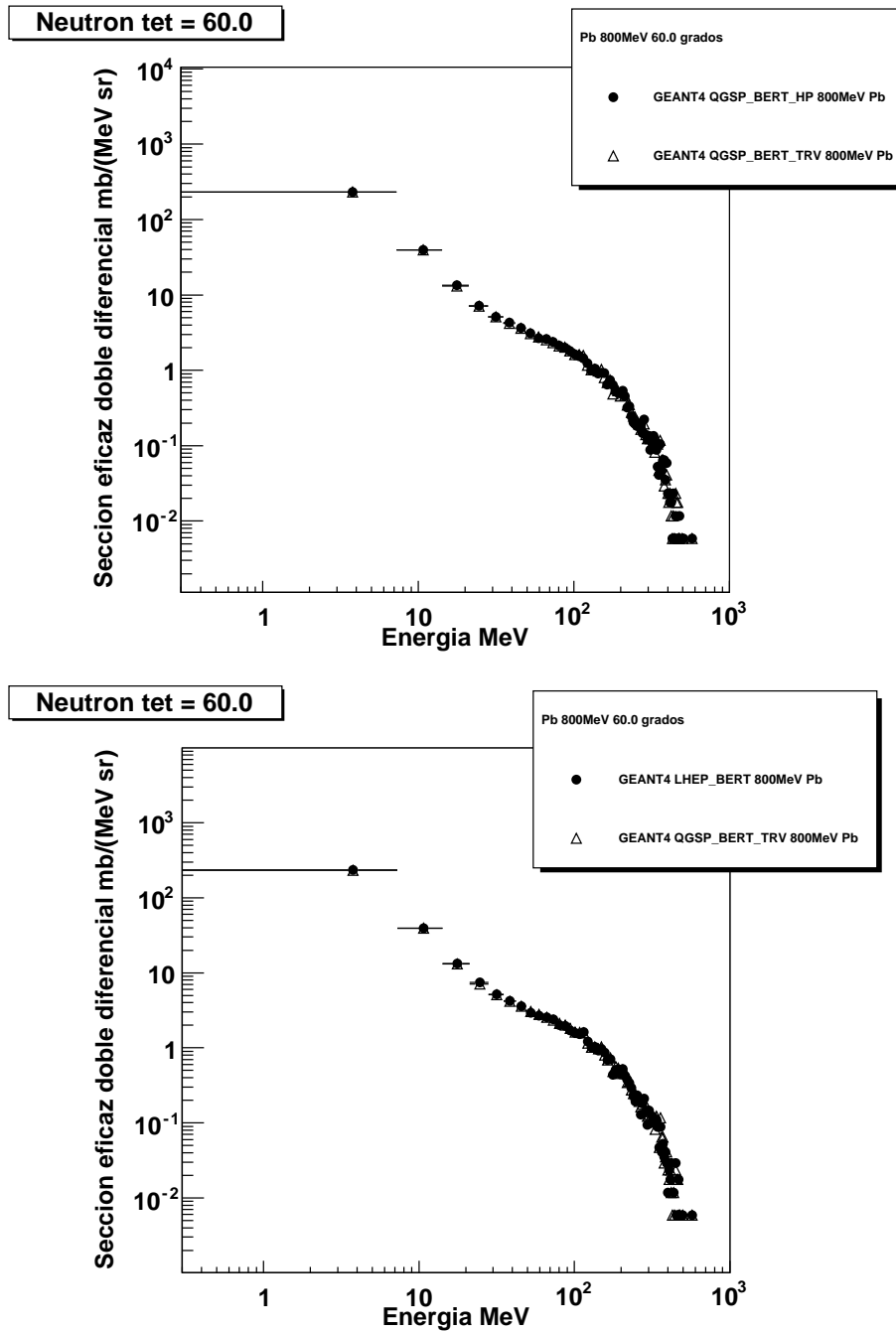


Figura 5.16: Gráficas de Plomo, detectando neutrones a un mismo ángulo de 60° , cambiando los modelos de bajas (TRV por HP) y altas energías (LHEP por QGSP) en la simulación con el modelo de Bertini. Las diferencias son mínimas.

simulación con el modelo cascada binaria; en el caso del plomo no logramos localizar los espectros resultantes para comparar y fue necesario utilizar una *Physics List* distinta a la de las anteriores simulaciones debido a problemas con las secciones eficaces de núcleos ligeros a energías altas, que por otro lado no pudieron ser lo suficientemente altas.

Con 500000 eventos simulados logramos un perfil aceptable, similar a los resultados experimentales de espectro en el SCD y TCD (ver figura 5.17). Debemos mencionar que el ancho de bin al momento de llenar los histogramas es constante e igual a 1, es decir que si se detecta una partícula con Z fraccionaria esta cuenta será atribuída al entero más cercano; como ya mencionamos la resolución en carga de los detectores se encuentra alrededor de $0.2e$, variando de manera lineal, si deseabamos mostrar comparaciones con los resultados experimentales era menester hacer lo más similares posibles las resoluciones. Para lograrlo distribuimos, de manera aleatoria, el contenido de cada bin entero en varios bins de ancho (resolución en carga) fraccionario determinado por una relación lineal¹.

Como puede verse en la figura 5.17, a pesar de la normalización (con respecto al carbono) y la distribución (gausiana con ancho igual a la resolución en carga) de contenido se distinguen marcadas diferencias, ineludibles a altas energías. Las gráficas que comparamos son las mostradas en la figura 3.3 de la paágina 35, sin embargo las características de la herramienta de digitalización nos impidieron transferir el corte en la gráfica de espectro del TCD, corte que representa una ausencia de datos para berilio (Be).

Con mayor detalle de la misma gráfica 5.17 podemos ver que fragmentos de litio (Li) fueron muy poco frecuentes en la simulación, cosa contraria a lo observado en los experimentos; además de una periodicidad al parecer bastante anómala: todos las cuentas de fragmentos con Z impar (a excepción del hidrógeno) están por debajo del promedio, mientras que para números pares se mantienen por arriba. Para Z mayor a 15 hay un desfaseamiento entre gráficas. Para los datos del SCD la simulación a $Z > 15$ no sólo está defasada, además queda por debajo de la gráfica del experimento; para el TCD sucede lo opuesto, la simulación está ligeramente por arriba en la sección mencionada (a simple vista es la comparación más afortunada de ambas).

A pesar de no ser posible compararlas con datos experimentales (de la

¹ $\Delta z = z * (8.333 \times 10^{-3}) + 0.1333$, de acuerdo a lo mencionado en la sección 3.2 para el TCD.

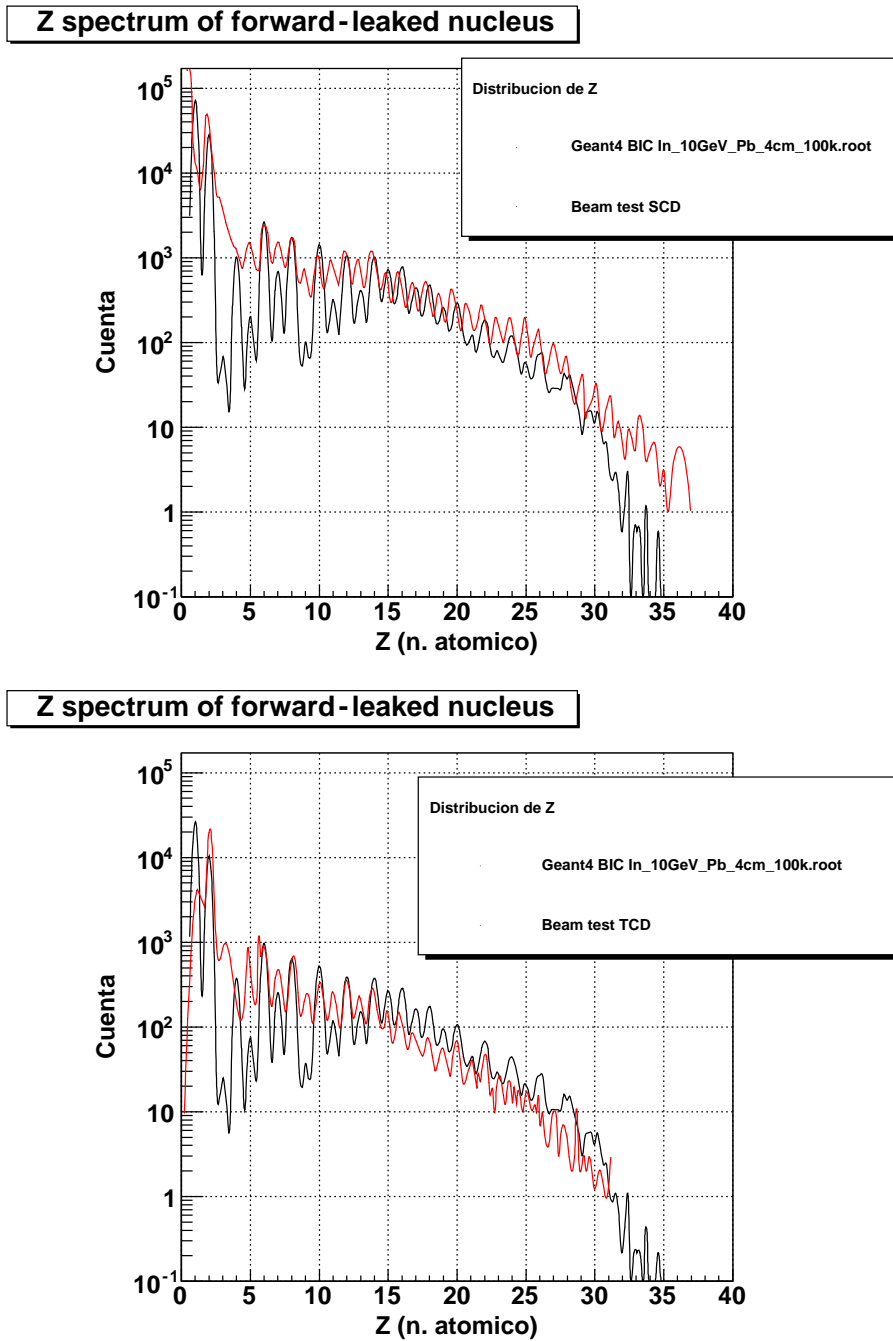


Figura 5.17: Distribución de carga medida en el SCD (arriba) y TCD (abajo) comparada con las simulaciones de con el modelo de cascada intranuclear en Geant4.

tabla 3.2 en la página 34) incluimos los resultados de las simulaciones con el haz de plomo y el blanco de berilio (figura 5.18).

Podemos observar una evidente diferencia, un conteo mayor (normalizado de la misma manera que para la figura 5.17) para los múltiples fragmentos en comparación con las simulaciones anteriores; la estadística es menor.

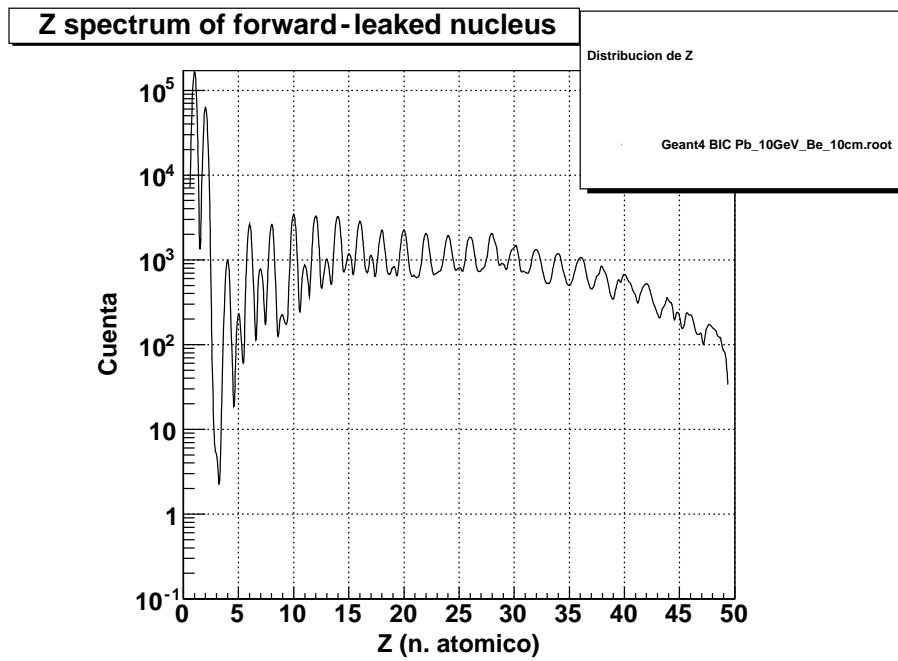


Figura 5.18: *Distribución de carga, derivada de la simulación de fragmentación a partir de un haz primario de Pb a 10 GeV/n y un blanco de Be realizada con el modelo de cascada intranuclear de Bertini en Geant4.*

Capítulo 6

Conclusiones

La simulaciones con modelos de cascada intranuclear mostraron un desempeño formidable al compararlos con los resultados experimentales de un haz de protones a 800 MeV; por supuesto que en el mismo artículo de Amian [19] se incluyen simulaciones de cascada intranuclear, la diferencia con lo obtenido para este trabajo es que las simulaciones se realizaron con apoyo de Geant4 (en la simulación de Amian no indican la herramienta utilizada, sólo se menciona que se ocupó el código de transporte de altas energías, *HETC* por sus siglas en inglés, por la fecha del artículo, septiembre de 1992, es seguro que se trata de otra herramienta) y comparamos con dos modelos diferentes, resultando la cascada binaria como la que produce un perfil de mayor concordancia. Existe otra publicación en 2004 [15] que utiliza los mismos datos y la misma energía para validar el modelo cascada binaria, validaciones que se encuentran en la página de Geant4, debemos mencionare que fueron un punto de partida para nuestro trabajo, aunque nosotros logramos comparar con más elementos (Folger, Ivanchenko y Wellisch, autores del artículo, se limitaron a mostrar los resultados para plomo, aluminio y hierro) e incluimos, como ya mencionamos, una simulación con el modelo de Bertini (del cual se incluyen validaciones en la publicación de Heikkinen y Stepanov [13], con una energía máxima de 597 MeV).

La multiplicidad de blancos nos permitió hacer un análisis del desempeño de las implementaciones de los modelos de cascada intranuclear para distintos elementos (a distintos ángulos); de igual manera mostramos que los modelos para altas y bajas energías que Geant4 permite mezclar junto con los modelos de cascada intranuclear no son críticos en los perfiles finales.

Como ya mencionamos para los resultados en la prueba de los sub-

detectores TCD y SCD no fue posible alcanzar la energía de $158 \text{ GeV}/n$ para el haz de indio (ni los $20 \text{ GeV}/n$ para el de plomo) que se aplicaron en el experimento, sin embargo con una energía mucho menor (menos de una décima parte en un caso) se logró un perfil similar a lo medido por el TCD y (en menor medida) por el SCD, mostrando la fiabilidad de los modelos en procesos de fragmentación. Si bien no simulamos los materiales de los detectores ni su geometría, ya que ese no era el fin, lo obtenido para los sub-detectores mencionados sirvió como estándar, por la misma razón aún sin comparar con un experimento real podemos ver que en el caso de usar un haz de plomo para la fragmentación, incluso a una energía de $10 \text{ GeV}/n$, podemos generar una multiplicidad mayor, así como cubrir más elementos en el espectro (no logramos salvarnos del problema de la aparente periodicidad).

Apéndice A

Energía de Fermi

Los nucleones en este modelo obedecen la ecuación de Schrödinger para partícula libre

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi = E\Psi, \quad (\text{A.1})$$

con una solución Ψ que debe cumplir (suponiendo al núcleo un cubo de aristas “a”)

$$\Psi(0, 0, 0) = \Psi(a, a, a) = 0. \quad (\text{A.2})$$

Tomar al núcleo como un cubo no alterará el resultado, es independiente de tal hipótesis. La solución de (A.1) tomado en cuenta (A.2):

$$\Psi(x, y, z) = A\text{sen}(k_x x)\text{sen}(k_y y)\text{sen}(k_z z), \quad (\text{A.3})$$

donde A es una constante de normalización y k_x , k_y y k_z deben cumplir

$$k_x a = n_x \pi \quad k_y a = n_y \pi \quad k_z a = n_z \pi, \quad (\text{A.4})$$

con n_x , n_y y n_z enteros positivos. Para cada grupo de estos enteros tenemos una energía

$$E(n_x, n_y, n_z) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m}(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} n^2. \quad (\text{A.5})$$

Situándonos en el espacio vectorial tridimensional \mathbf{K} , en cada cubo de arista π/a sólo hay un posible punto tal que el vector \mathbf{k} tiene tamaño k y

satisface la ecuación (A.3). El número de esos puntos en la cascara esférica que va de \mathbf{k} a $\mathbf{k} + d\mathbf{k}$ será

$$dn(k) = \frac{1}{8} 4\pi k^2 dk \frac{1}{(\pi/a)^3}, \quad (\text{A.6})$$

nótese que $4\pi k^2 dk$ es el volumen de una caja esférica con radio de k a $k + dk$ (se toma un octavo pues sólo interesa el octante donde k_x , k_y y k_z son positivos), $(\pi/a)^3$ es el volumen del cubo de las soluciones permitidas en el espacio \mathbf{K} . Cambiando la dependencia de k por la de E en (A.6) a partir de la ecuación (A.5) obtenemos

$$dn(E) = \frac{m^{3/2} a^3}{\sqrt{2}\pi^2 \hbar^3} E^{1/2} dE, \quad (\text{A.7})$$

integrando (A.7) de 0 a la mínima energía para incluir todos los nucleones, denominada E_F , tenemos el número total de puntos o niveles de ocupación

$$n(E_F) = \frac{\sqrt{2} m^{3/2} a^3}{3\pi^2 \hbar^3} E_F^{3/2} = \frac{A}{4}, \quad (\text{A.8})$$

la última igualdad se debe a que por cada nivel puede haber máximo cuatro nucleones, dos protones y dos nucleones con espín contrarios. Despejando obtenemos una expresión para la energía de Fermi en términos de A .

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \frac{A}{a^3} \right)^{2/3} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \rho \right)^{2/3}, \quad (\text{A.9})$$

donde A/a^3 lo hemos rebautizado como ρ . Podemos igualar la energía de Fermi con la energía cinética no relativista y obtener

$$p_F = \hbar \left(\frac{3\pi^2 \rho}{2} \right)^{1/3}. \quad (\text{A.10})$$

Apéndice B

Cálculo del ángulo sólido diferencial $\Delta\Omega$

Un ángulo sólido determina una región sobre una cáscara esférica, como una extensión del concepto de ángulo (en radianes longitud de arco por unidad de radio) se entiende como una unidad de área sobre el radio al cuadrado ($\Omega = S/R^2$, donde dS es la diferencial de área y R el radio de la esfera) en dirección de un ángulo θ . Una definición más formal lo escribe como

$$\Omega = \int \int_S \frac{\hat{\mathbf{n}} \cdot d\mathbf{S}}{r^2}, \quad (\text{B.1})$$

el vector \mathbf{S} es normal al área por él descrita; en coordenadas polares se reduce a

$$\Omega = \int \int_S \text{sen}\theta d\theta d\phi \quad (\text{B.2})$$

Si existe una simetría respecto al ángulo ϕ es posible reducir a un término más sencillo la relación (para un anillo de la cáscara esférica de grosor $\Delta\theta$)

$$\Delta\Omega = 4\pi \int_{\theta - \frac{\Delta\theta}{2}}^{\theta + \frac{\Delta\theta}{2}} \text{sen}\theta d\theta. \quad (\text{B.3})$$

Bibliografía

- [1] Gaisser, T. K., *Cosmic rays and particle physics*, Cambridge University Press, Cambridge (1990).
- [2] Beatty, J.J., Ahn H.S. et al., *The Cosmic Ray Energetics and Mass (CREAM) Experiment Timing Charge Detector*
- [3] Seo, E. S. et al., *Cosmic rays energetics and mass (CREAM) balloon project*, Advances in Space Research **33** (2004) 1777-1785.
- [4] Stanev, T., *High Energy Cosmic Rays*, Springer-Praxis books in astrophysics and astronomy (2004).
- [5] Ahn, H.S., Allison, P., *The cosmic rays energetics and mass (CREAM) instrument* Nuclear Instruments and Methods in Physics Research **A 579** (2007) 1034-1053.
- [6] Heyde, K., *Basic ideas and concepts in nuclear Physics. An introductory approach*, IOP Publishing, Bristol (2004).
- [7] Bertulani, Carlos A., *Nuclear physics in a nutshell*, Princeton University Press, Princeton 2007. 119-124.
- [8] Rohlf J.W., *Modern physics from α to Z^0* , John Wiley & Sons, Inc., Nueva York 1994. 304.
- [9] Griffiths, D. J. *Introduction to elementary particles*, John Wiley & Sons, Inc., 1987. 189-194
- [10] Serber, R., *Nuclear reactions at high energies*, Physical Review **72** (1947) 1114-1115.

-
- [11] L'Hôte, D. & Cugnon, J., *The intranuclear cascade and the collision dynamics*, International review of nuclear physics. Relativistic heavy ion physics **5** (1991) 37-80.
- [12] Cugnon, J., *Intranuclear cascade model. A review*, Nuclear Physics **A 387** (1982) 191c-203c.
- [13] Heikkinen, A. & Stepanov, N., *Bertini intra-nuclear cascade implementation in Geant4*, CHEP (2003).
- [14] Akerstaff, K., et al., *A hadron-nucleus collision event generator for simulations at intermediate energies*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research **A 491** (2002) 492-506.
- [15] Folger, G. et al., *The binary cascade Nucleon nuclear reactions*, European Physical Journal A **21**, (2004) 407-417.
- [16] Ivanchenko, S. et al., *Geant4 toolkit for simulation of HEP experiments*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research **A 502** (2003) 666-668.
- [17] Agostinelli, S. et al., *Geant4: a simulation toolkit*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research **A 506**, 250-303. 2003.
- [18] Meier, M. M. et al., *Differential Neutron Production Cross Section for 256-MeV Protons* Nuclear Science and Engineering **110** (1992) 289-298.
- [19] Amian, W. B. et al., *Differential Neutron Production Cross Section for 800-MeV Proton* Nuclear Science and Engineering **112** (1992) 78-86.
- [20] Amian, W. B. et al., *Differential Neutron Production Cross Section for 597-MeV Proton* Nuclear Science and Engineering **115** (1993) 1-12.
- [21] Park I.H., Park N.H. et al., *Silicon charge detector for the CREAM experiment*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research **A 570** (2007) 286-291.
- [22] Buénerd, M. Efthymiopoulos, I., *A High Energy Secondary Beam of Ion Fragments for Instrumental Tests at CERN*, European Organization for Nuclear Research CERN-AB Division **CERN-AB-2003-052 ATB** (2003).

-
- [23] Stamer, s. et al., *Double differential cross section for neutron emission induced by 256 MeV and 800 MeV protons*, Physical Review **72** (1947) 1114-1115.