



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ALGUNOS ENSAYOS EN TORNO A UNA NUEVA VISIÓN DE
LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS ELEMENTALES

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE :

M A T E M Á T I C O

P R E S E N T A :

RUBÉN ROJAS GARCÍA

T U T O R :

DR. ALEJANDRO RICARDO
GARCIADIEGO DANTAN

2009



FACULTAD DE CIENCIAS
UNAM



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Doy gracias a Dios por permitir que concluyera un proyecto de vida.

Gracias a mis padres y hermana por brindarme su apoyo incondicional y nunca desconfiar en que lo lograría, los amo.

A mi esposa que siempre estuvo detrás de mí desde que inicie este camino en la licenciatura, le agradezco y la adoro con el alma.

Dedico este trabajo a Diego, que es mi fuente de inspiración, espero que sirva de aliento para que supere lo realizado.

Al resto de mis familiares doy las gracias por el apoyo directo o indirecto que me brindaron.

Dr. Alejandro no se como agradecer, el tiempo, esfuerzo y dedicación brindado.

A los profesores Julieta Verdugo[✉], Luis Briseño, Ana María Sánchez, Arely Carrillo y Julio César Guevara por la voluntad y el tiempo empleados en este proyecto.

A todos mis amigos que de una u otra forma siempre estuvieron conmigo, simplemente Gracias.

ÍNDICE

	Página
1. Presentación	1
2. Introducción	6
3. Artículos dirigidos a los estudiantes	9
✍ Equipo de fútbol, parte I	9
✍ Equipo de fútbol, parte II	14
✍ Paseo, parte I	18
✍ Paseo, parte II (Paseo a la Marquesa)	25
✍ Huevos de tortugas	28
4. Artículos dirigidos a los profesores	32
✍ Reloj de manecillas	32
✍ Tren de juguete	39
5. Apéndice	
6. Programas oficiales de SEP (Reforma 2006)	
7. Bibliografía	

Seminario de Titulación
Historia y Enseñanza de las Matemáticas

Tutor: Dr. Alejandro Garcíadiego Dantán

Depto. de Matemáticas, 016
Facultad de Ciencias, Cd. Universitaria
Universidad Nacional Autónoma de México
04510 México, D. F.

Tel.: 56 22 54 14

Fax: 56 22 48 59

Correo Elec.: gardan@servidor.unam.mx

Requisitos

Es requisito indispensable para todos los alumnos inscritos en este seminario haber aprobado alguno de los cursos que ofrece el Prof. Garciadiego en temas relacionados con la historia, filosofía, enseñanza y divulgación de las matemáticas.

Además, los alumnos debían tener cubiertos el cien por ciento de los créditos de la licenciatura de matemáticas, el servicio social, y, al menos, uno de los dos idiomas que exige el reglamento vigente.

Los participantes

Elizabeth Becerra Ramos

Edmundo Favila Monroy

Jorge Luis González Alanís

Rubén Rojas García

Jorge Sotelo Rodríguez

Dulce Suárez Flores

Calendario y horario

El seminario se reúne los días sábados de las 8:00 a las 12:00 horas, ya que la mayoría de los estudiantes laboran en distintas instituciones de educación. A todos se les exige el cien por ciento de la asistencia. El seminario se reunió por primera vez el día 15 de julio del 2006 y la última sesión se llevó a cabo el ... año, para totalizar ... sesiones. [Las sesiones se cancelaron los días 30 de diciembre del 2006, 13 de enero y 10 de febrero del 2007].

Objetivo

La meta central de este seminario es producir material de apoyo para los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Al tomar en cuenta la experiencia profesional de los asistentes, el material podría corresponder, indistintamente, a los ciclos de primaria, bachillerato y licenciatura. La diferencia de niveles no sugiere una diferencia de carácter cualitativo. Incluso se debe poner un mayor énfasis en la calidad de los trabajos más elementales pues son estos la base de todo el conocimiento futuro. Los trabajos pueden estar dirigidos a los estudiantes o a los profesores. No se trata de producir material que, de alguna u otra manera, ya se encuentra disponible para cualquiera de las dos posibles audiencias. Al igual que en un trabajo de tesis tradicional, al estudiante se le exige que su contribución sea original, relevante

y trascendente. A diferencia del enfoque tradicional, estos ensayos deben tener la particularidad de pretender presentar los conceptos de una manera subliminal, al introducir las ideas, conceptos y métodos de una manera vedada y no técnica. Se pone énfasis en el cómo, cuándo, por qué, quién y para qué; y no en la memorización y práctica mecánica que, eventualmente, se olvidará y difícilmente se comprenderá.

Metodología

En primer lugar, se estudiaron los programas oficiales de las materias de matemáticas correspondientes a los ciclos de primaria, secundaria y bachillerato con el propósito de detectar cuáles son algunos de los conceptos básicos de cada uno de los ciclos. De ninguna manera se pretende modificar estos planes. Estos son el producto del esfuerzo y dedicación de un gran número de individuos y de discusiones que se llevaron a cabo en un período de tiempo muy largo. Se prestó particular atención a aquellas ideas que denotaban continuidad y transitividad a través de los mismos programas.

En segundo lugar, se estudiaron diversas propuestas, elaboradas por investigadores que sugerían diferentes enfoques y metodologías para optimizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Es necesario enfatizar que la actitud de los asistentes fue tratar de incorporar el mayor número de elementos y no presuponer que existía una solución única.

En tercer lugar, una vez que se tuvo un consenso del tipo de material que se buscaría producir, los estudiantes procedieron de la siguiente manera: 1) Cada uno de ellos, de manera independiente, elabora un trabajo que se aboca al estudio de alguna de estas nociones; 2) el estudiante envía dicho material a través de mensajería electrónica con el propósito de que sus compañeros lo lean durante la semana previa a la sesión; 3) durante la reunión semanal, los estudiantes discuten la pertinencia, calidad técnica trascendencia de cada uno de los ensayos; 4) para la próxima sesión, una vez más, cada uno de los estudiantes envía, a través de la misma vía, el material ya corregido y el nuevo material por revisar.

Es necesario subrayar que, para alcanzar los niveles de calidad que se habían propuesto desde un principio, fue necesario revisar cada uno de los ensayos en repetidas ocasiones. El objetivo, en última instancia, no es producir cantidad sino calidad. Se puso igual énfasis en la calidad de la presentación final del producto. Las imágenes que ilustran los trabajos también se revisaron con esmero; en varias ocasiones fue necesario producir ilustraciones originales que reflejan de manera fehaciente el concepto que se buscaba transmitir.

Finalmente, los trabajos se subirán a la red en una página dedicada a aquellos que se interesen por las matemáticas. La página estará dividida en, al menos, tres niveles: Elemental o básico, medio y superior. A su vez, cada uno de los estratos estará subdividido en dos: Profesores y estudiantes.

Bibliografía básica

Las referencias bibliográficas que a continuación se describen comprenden parte del material que se supuso que los participantes ya conocían con antelación. Esta lista es independiente de la que cada uno de los estudiantes se vio obligado a consultar para la elaboración de cada uno de sus ensayos.

BELL, Eric T. *Los Grandes Matemáticos*. Buenos Aires: Losada. 1948.

La reina de las ciencias. Buenos Aires: Losada. 1944.

BOYER, Carl B. *Historia de la Matemática*. Madrid: Alianza Editorial. 1986. (Col. Alianza Universidad Textos 94).

CAJORI, Florian. *A History of Mathematical Notations*. Illinois: Open Court. 1928. 2 volúmenes.

GARCIADIEGO, Alejandro R. "Historia de las Matemáticas: Un manual introductorio de investigación." *Mathesis* **12** (1996) 3 - 113.

HOGBEN, Lancelot. *La matemática en la vida del hombre*. México. CECSA. 1956.

IBÁÑEZ TORRES, Raúl (editor). *Divulgar las matemáticas*. España: Nivel. 2005. (Col. Ciencia Abierta 11).

IGLESIAS JANEIRO, J. *La Consciencia de los números*. Buenos Aires. Editorial Kier. 1944.

KASNER, Edward y NEWMAN, James. *Matemáticas e imaginación*. México: CECSA. 1972.

LE LIONNAIS, François. *Las grandes corrientes del pensamiento matemático*. Buenos Aires: EUDEBA. 1962.

Matemáticas en el Mundo Moderno. Selecciones del Scientific American. Madrid: Ed. Blume. 1974. (Introducciones de Morris Kline y versión española de Miguel de Guzmán).

NEWMAN, James R. (editor). *Sigma. El mundo de las matemáticas*. Barcelona: Grijalbo. 1997. 6 volúmenes.

PELLETIER, Jean Louis. *Etapas de la matemática*. Buenos Aires: Losada. 1958.

- STRUICK, Dirk J. *La matemática: Sus orígenes y su desarrollo*. Buenos Aires. Siglo XX. 1960.
- VERA, Francisco. *Evolución del concepto de número*. Madrid: Cuadernos de Ciencia y Cultura. 1929.
Puntos críticos de la matemática contemporánea. Buenos Aires: Losada. 1944.
Psicogénesis del razonamiento matemático. Buenos Aires: Poseidon. 1947.
- WANG, Hao. *From mathematics to philosophy*. London: Routledge. 1974.

INTRODUCCIÓN



Uno de los principales problemas de la educación en México es el alto índice de reprobación en la asignatura de Matemáticas a todos los niveles escolares, así como, la resistencia a querer aprenderlas. El **objetivo** de esta sección es visualizar el estudio de éstas, desde un punto de vista práctico (con ejemplos en donde se pueden observar los distintos tópicos y que no sólo se quede en la teoría), para obtener un mejor aprendizaje y entendimiento en la asignatura. Se pretende alcanzar el objetivo, con artículos de divulgación, en los que se puedan ver los temas relacionados, desde una forma natural, es decir, con situaciones que pueden encontrar en su vida diaria y con esto captar la atención del estudiante y posteriormente enfocarlo al tema que se desea desarrollar.

Se consideraron algunos textos (Los libros de Arquímedes Caballero y A. Baldor), como referencia de la forma de estructuración de temas y como referente de libros de texto que la gran mayoría de profesores de este nivel utiliza como libros base, de los cuales se utilizan para dejar ejercicios a los alumnos e incluso los exámenes son realizados con base en los ejercicios formulados. Con esto, sólo se obliga a que el alumno sea repetitivo y memorístico.

Con las nuevas reformas educativas¹ se busca lo contrario, que el alumno comprenda los temas y no que aprenda para el examen en turno, sin entender en donde puede aplicar el conocimiento en forma práctica.

El trabajo está dividido en dos partes: La primera enfocada a los estudiantes y la segunda hacia los profesores. El hecho de subdividir en dos secciones, no significa que los profesores no puedan usar los artículos de la sección de estudiantes, por el contrario, sería enriquecedor para el mismo profesor leerlos y conocerlos.

Para los estudiantes de primer grado de secundaria están dirigidos los artículos: **“Un equipo de fútbol”** y **“Paseo”**, para segundo grado está **“Huevos de tortuga”**. Para los profesores de primer grado está **“Reloj de manecillas”** y para segundo **“Tren de juguete”**.

Un equipo de fútbol, parte I y II.

Estos artículos tratan de explotar un tema que llama la atención de los estudiantes de nivel secundaria, como es el fútbol. Aunque se consideran varios temas

¹ Las cuales se implementaron a partir del ciclo escolar 2006-2007 para primer grado de secundaria, en el ciclo 2007-2008 para segundo grado y en el ciclo 2008-2009 se implemento para tercer grado. En esta reforma educativa el profesor es únicamente un guía y el alumno debe de ir construyendo el conocimiento, con lo que se pretende que el aprendizaje sea significativo para el estudiante.

relacionados, trata de vislumbrar **el conteo**, a través de la elección de los uniformes para los equipos de fútbol del grupo.

Paseo, parte I y II

Los artículos describen la forma de llevar a los estudiantes a través de un paseo en familia, desde la planeación hasta su realización. Involucrando las operaciones básicas: **suma y resta**. Así como, **las relaciones de orden** entre dos o más números naturales.

Huevos de tortugas

Se pretende introducir un tema fundamental en el estudio del álgebra, como es la distinción entre **variable y constante**. Con base en el ejemplo del número de huevos que coloca una tortuga el cual a ciencia cierta, no está definido si siempre es el mismo o no.

Reloj de manecillas

Este artículo básicamente dirigido a profesores por lo extenso, pretende dar la idea de los principales **tipos de ángulos** que existen: ángulo agudo, obtuso, recto y llano. Basado en las manecillas del reloj y la abertura que existe entre ellas.

Tren de juguete

Considerando la dificultad que existe en la distinción de **rectas paralelas y rectas perpendiculares**, se ilustran ejemplos de ambas, de tal forma que el profesor pueda utilizarlos como introducción a dicho tema. Los ejemplos que se mencionan son de uso cotidiano con objetos reales que la mayoría de la gente ha utilizado.

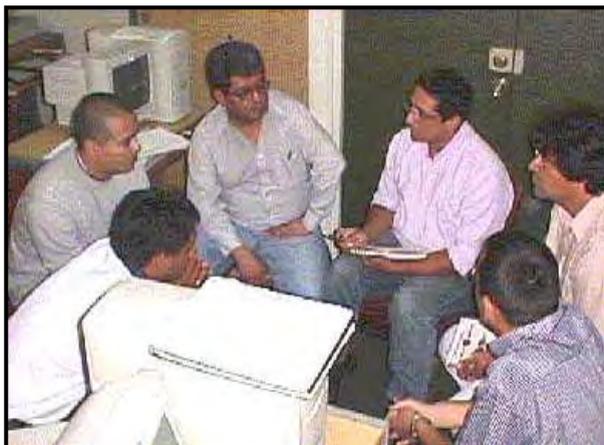
Un equipo de fútbol

Rubén Rojas García

- ? Buenos días.
- ? Buenos días, maestro.
- ? La próxima semana inicia el torneo de fútbol de la escuela.
- ? Yo quiero estar en el equipo.
- ? Antes de que empiecen a gritar que quieren jugar, les voy a decir cómo estarán integrados los equipos.
- ? Esta bien.
- ? El torneo será de fútbol rápido, y los equipos se integrarán por seis jugadores en el campo, más dos que estén en la banca.
- ? ¿Las mujeres también van a jugar?
- ? Claro, los equipos pueden ser mixtos.
- ? Si se forma un equipo de puras mujeres, ¿pueden jugar?
- ? En caso de que sea un número considerable de equipos de niñas, se hará un torneo femenino.
- ? ¡Bravo!
- ? Levanten la mano, las personas que quieran participar.



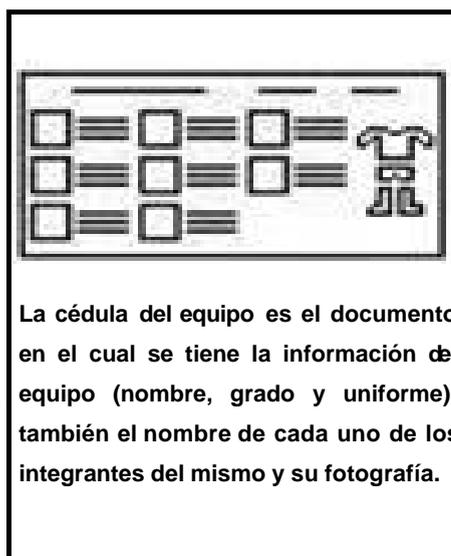
Varios alumnos entusiasmados por representar al tercero B en una competencia escolar, levantaron la mano. Se formaron tres equipos, uno de niñas y dos de niños.



Cuando los profesores de la escuela se reunieron para ver cuántos equipos se habían integrado, se percataron que había ocho equipos de niñas y de niños dieciséis, concluyendo que se harían los torneos independientes.

Se establecieron las reglas del juego, y a cada profesor representante se le otorgó la cédula del equipo, también se le asignaron los colores de los cuales podrían elegir sus uniformes.

En los grupos que tenían dos equipos de hombres, se recomendó seleccionar uniformes distintos o mínimo playeras de colores diferentes, para evitar confusiones en caso de que les tocará jugar entre ellos.



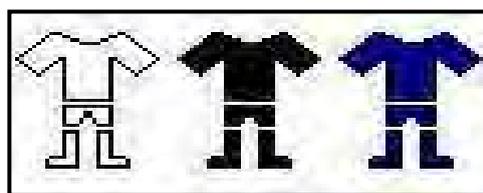
Al día siguiente.

- ? Buenos días.
- ? Buenos días, maestro.
- ? Les traigo buenas noticias: Sí se jugará el torneo de las niñas.
- ? ¿Qué pasó con los dos equipos de niños?
- ? Van a participar los dos.

- ? El uniforme debe de ser con los siguientes colores: Azul marino, blanco y negro, creo que todos en su casa tienen una playera de estos colores.
- ? Que sea todo azul marino.
- ? ¿Están de acuerdo los integrantes del equipo?
- ? No.

? Podemos hacer todas las posibles combinaciones de los uniformes y después elegir el de cada equipo.

- ? Hay tres uniformes diferentes de un solo color.



Uniformes con un solo color.

- ? ¿Cuántos uniformes más hay?
- ? Otra opción es utilizar los tres colores.
- ? ¿Cuántos uniformes distintos hay con tres colores?
- ? Nueve.
- ? ¿Estás seguro?
- ? También podemos utilizar dos colores.
- ? Es otra opción.
- ? Hay seis uniformes utilizando dos colores.
- ? De acuerdo con sus números, el total de uniformes es dieciocho.
- ? Sí.
- ? Dibujen en su cuaderno todas las combinaciones existentes y corroboren esta información.
- ? ¿Ya?
- ? Cuando terminen, hacemos el *conteo* total de uniformes, y revisamos si efectivamente es el número es correcto.

- ? ¿Después cada equipo elegirá el uniforme?
- ? Los integrantes de cada equipo lo harán.
- ? ¿Son más o menos?
- ? Es lo que ustedes tienen que verificar al realizar la actividad. Tienen diez minutos.
- ? Es poco tiempo, además vamos a salir a clase de educación física y después es el receso.
- ? Falta media hora todavía. Realicen la actividad en veinte minutos y los diez restantes checamos sus resultados.

Veinte minutos después.

- ? ¿Cuántos uniformes fueron en total?
- ? Quince.
- ? ¡Cómo!, dijeron que eran dieciocho.
- ? Nosotros tenemos veintiuno.
- ? Tampoco es adivinanza.
- ? En este equipo tenemos más.
- ? Regresando del receso revisamos sus resultados.

Actividades para el alumno:

1. ¿Cuántos alumnos entre hombres y mujeres van a participar en el torneo del tercero B?
2. ¿Cuántos niños jugarán el torneo en la escuela?
3. ¿Cuántas niñas buscarán ganar el torneo en la escuela?

4. ¿Cuál es el número total de posibles combinaciones diferentes para los uniformes?

Recomendaciones para el profesor:

1. Realizar las operaciones de las actividades del alumno.
2. Introducir el tema de combinaciones a los alumnos, utilizando el diagrama de árbol que se puede generar en el problema de la elección de los uniformes.
3. Generalizar la utilización del diagrama de árbol.

Las razones por las cuales se cometen frecuentemente los errores en las cuentas, es porque el concepto de combinación es nuevo y la única herramienta con que cuentan los alumnos es la multiplicación y lo relacionan con la operación.

Aunque tienen una idea intuitiva de lo que pasa, cuesta trabajo relacionarlo con algo que desconocen y aplican el conocimiento previamente adquirido. Por eso es importante, la representación gráfica (diagrama de árbol) para el desarrollo del tema.

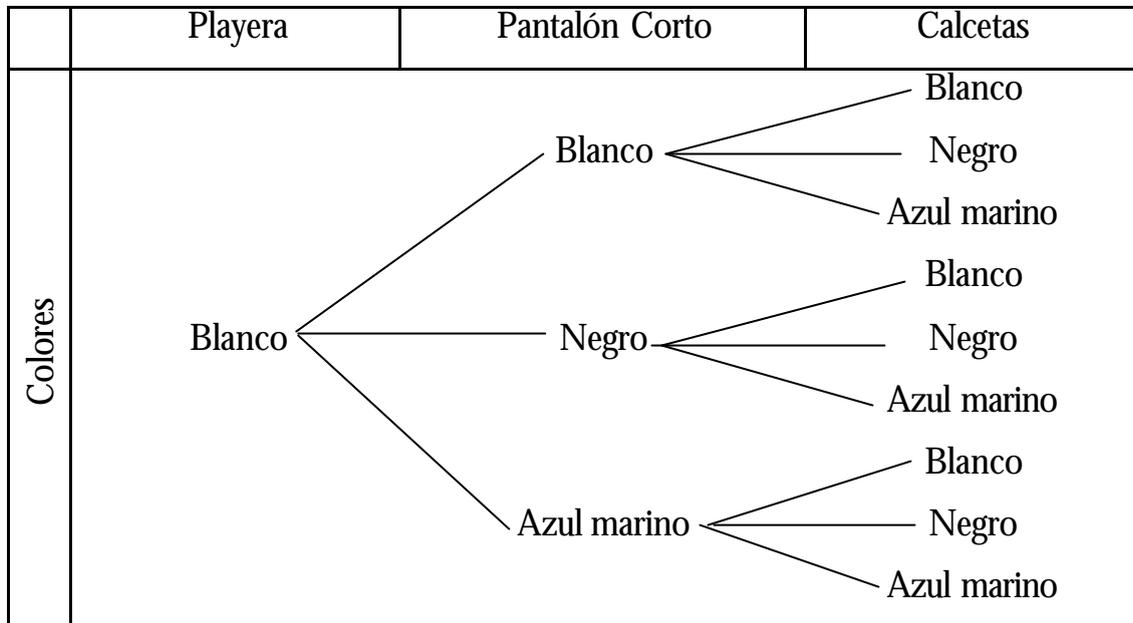
Un equipo de fútbol

Parte II

Rubén Rojas García

- ? Pasen al salón, ya terminó el receso. ¿Ya entraron todos?
- ? No, ahí vienen corriendo los últimos.
- ? Durante el receso, dibujé en el pizarrón, las figuras de los uniformes, para que pasen a colorear sus combinaciones que obtuvieron, ¿Quién pasa?
- ? Yo.
- ? Ahí están los marcadores negro y azul, y el blanco quedaría con el contorno.
- ? ¿Ilumino todo lo que sería la playera?
- ? Sólo marca el color que sería.
- ? Ya están listos.
- ? ¿Alguien tiene más opciones?
- ? Sí.
- ? Ustedes dijeron que tenían veintiún combinaciones.
- ? Pero aquí tenemos unos que no sé dibujaron.
- ? Dibujen los que faltan que tienen ustedes. Los demás revisen si tienen alguna otra combinación de las que no están dibujadas.
- ? Ya están los seis que teníamos extra.
- ? ¿Hay alguno más?
- ? De los que tenemos, no.
- ? En total fueron veintisiete uniformes que se forman con los tres colores.
- ? ¡Son muchas combinaciones!

? Lo que se sucede, se los explico en el siguiente diagrama:



? Con la playera blanca salieron nueve combinaciones.

? Lo mismo sucede si cambiamos el color de la playera por negro y por color azul marino, nueve por cada una, por lo tanto son veintisiete.

? ¿Ya elegimos uniforme?

? El equipo de las mujeres, va a escoger primero.

? Nosotras escogemos el uniforme de la playera y calcetas blancas pantalón corto azul.

? ¿Están de acuerdo?

? Sí.



Uniforme niñas

? Ahora los hombres deben de escoger el uniforme. Para que sea justo entre los dos equipos, vamos a lanzar un volado. Pidan sol o águila.

? Sol.

- ? Cayó sol, ganaron, ¿ya tienen su uniforme?
- ? Tenemos dos opciones.
- ? ¿Cuáles son?
- ? Tenemos la playera y pantalón corto azul con calcetas blancas o playera azul con pantalón corto y calcetas negras.



Posibles uniformes del primer equipo de niños en elegir.



- ? El otro equipo, ¿cuál sería su uniforme?
- ? También tenemos dos opciones.
- ? alguna de ellas es igual a la de sus compañeros.
- ? No igual, pero si en el color de la playera.
- ? ¿Cuáles son?
- ? Una es playera azul con pantalón corto y calcetas blancas. Y la otra es playera blanca, pantalón corto y calcetas azules.



Opciones de uniformes del segundo equipo en elegir.



- ? Ninguno tiene opciones con playera negra.
- ? Pareceríamos árbitros.

- ? Ahora los árbitros utilizan playeras de colores distintos al negro. Raro es el que usa todo el uniforme negro.
- ? De todas maneras mejor no escogimos de esos.
- ? Está bien. Lo más viable sería que el segundo equipo escogiera la playera blanca con pantalón corto y calcetas azules, y el primero, calcetas y pantalón corto negros con la playera azul. De esa manera no se duplican colores en ninguna de las tres prendas. ¿Ustedes que opinan?
- ? Estamos de acuerdo.
- ? Con los uniformes definidos tenemos que los equipos de los niños se llamarán 'tercero B azul' y 'tercero B blanco', esto con referencia al color de las playeras.
- ? ¿El equipo de las niñas cómo se llamará?
- ? Simplemente tercero B, porque son el único equipo del grupo.
- ? ¡Ah bueno!
- ? A partir de mañana se empezará a entrenar una hora al día.
- ? ¿Debemos de traer el uniforme de educación física?
- ? Sí. También traigan una foto tamaño infantil a color o blanco y negro, para dar la documentación a las autoridades de la escuela.

Recomendaciones para el profesor:

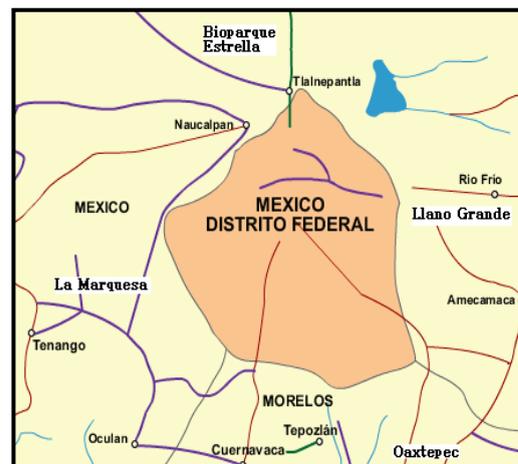
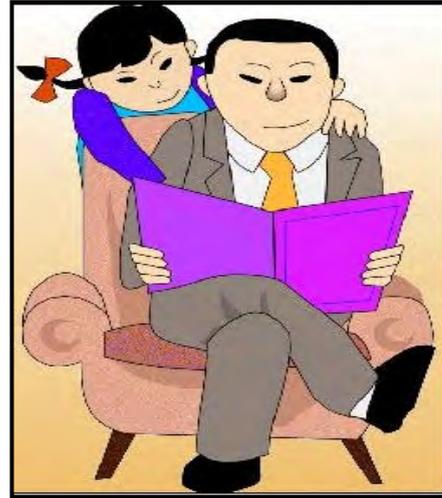
1. Explicar a los alumnos, que sucede si fueran dos o cuatro colores.
2. Para incrementar el tema de combinaciones relacionado con el diagrama de árbol, se pueden utilizar ejemplos, como el de los volados, dados, pelotas de colores dentro de una urna, etcétera.

Paseo

Rubén Rojas García

Conversación entre padre e hija:

- ? Hola, papá.
- ? Hola, ¿cómo estás?
- ? Bien, te tengo una misión.
- ? ¿Dé qué se trata?
- ? Mi hermano y mi primo trajeron un folleto de lugares turísticos, y queremos ir de paseo su familia y la de nosotros.
- ? ¿Cuál es la misión?
- ? Convencerte y que después nos ayudes a convencer a mi tío, para ir todos. Mi mamá y mi tía me dijeron que te comentará primero a ti y que si accedías, ayudarías para hacer lo mismo con mi tío.
- ? ¿A dónde han pensado ir?
- ? Los lugares que nos agradaron son: el *Bosque de Chapultepec* aquí en el Distrito Federal, *Bioparque Estrella* que se encuentra entre el Distrito Federal y Querétaro, *La Marquesa* rumbo a Toluca, *Llano Grande* en Río Frío hacia Puebla, por último, Oaxtepec que está delante de Cuautla saliendo rumbo a Puebla.



- ? ¿Cuál es la finalidad del paseo?
- ? Distraernos y salir de la rutina.
- ? Me parece una buena idea.
- ? ¿Si vamos?
- ? Hay que platicar con tus tíos, para saber su opinión.
- ? Te corresponde convencer a mi tío.
- ? ¿Cuál es la opción que más les gusta?
- ? Es en lo que no nos ponemos de acuerdo, cada quien escogió un lugar.
- ? ¿Cuál es el lugar en donde menos gastamos?
- ? A *Chapultepec*. No tenemos que salir a carretera y no se gasta la misma cantidad en gasolina, la entrada es gratuita y se puede llevar la comida.



Bosque de Chapultepec, Distrito Federal y alrededores.

- ? Por tu expresión, no te agrada mucho esa idea.
- ? La verdad es que no, porque sería lo mismo, estar en la ciudad y no lo tomaríamos como paseo.
- ? ¿Ustedes quieren salir del Distrito Federal?
- ? Sí.
- ? ¿Cuánto gastaríamos para ir a cada uno de los lugares que están considerados?
- ? No sabemos.

- ? Saquen las cuentas en conjunto con tu primo y me avisan para considerarlo con tus tíos, para decidir a dónde vamos en caso de estar de acuerdo.
- ? ¿Estás de acuerdo?
- ? Sí, es bueno distraernos de vez en cuando.
- ? Creímos que no ibas a querer.
- ? Se equivocaron.
- ? ¿También sacamos cuentas de la ida a *Chapultepec*?
- ? No, sólo consideren los lugares que se encuentran fuera de la ciudad.
- ? Voy con mi hermano y mi primo para sacar cuentas.
- ? Ándale, ellos saben cuánto gastan de gasolina cada una de las camionetas.
- ? ¿Consideramos la tuya y la de mi tío?
- ? Sí, para ver, cuál nos conviene llevar.
- ? No nos tardamos en sacar las cuentas.
- ? Consideren la distancia que existe a cada lugar.
- ? Esa información viene en el folleto.
- ? Si tienen las cuentas antes de que se vayan tus tíos, lo platicamos de una vez para elegir el lugar y la fecha.
- ? Está bien.
- ? Mientras platico con tus tíos sobre la posibilidad del paseo.

Conversación entre primos:

- ? Ya le dije a mi papá del paseo.
- ? ¿Qué te dijo?
- ? Que sacáramos costos para cada uno de los lugares que están fuera.

- ? ¿Qué paso con *Chapultepec*?
- ? Ya lo descartamos, hay que apurarnos para entregarle los costos antes de que se vayan, mi papá va a tratar de convencer a mi tío.
- ? Consideremos la distancia que viene en los folletos para cada lugar.
- ? Debemos de ver cuánto se gasta con cada una de las dos camionetas.
- ? Te vamos dando las cantidades a considerar, para cada uno de los lugares.
- ? Está bien.
- ? Si vamos a *Bioparque Estrella* hay que pagar la entrada de cada uno y cuesta noventa y dos pesos por persona.
- ? Está caro.



Bioparque Estrella, Estado de México.

- ? Hay que sumar la gasolina que serán aproximadamente doscientos pesos en la camioneta de mi tío.
- ? ¿En la de papá?
- ? Cien pesos más.
- ? ¿Qué comeremos?
- ? La comida se vende dentro del parque, supongamos que nos gastamos cincuenta pesos por persona.
- ? Eso sería todo.

- ? ¿Cuánto es el total?
- ? No lo he sumado.
- ? De entradas son noventa y dos por siete.
- ? Doscientos de gasolina en la camioneta de mi tío.
- ? Y trescientos en la de papá.
- ? En la comida cincuenta por siete también.
- ? Cuando terminemos de todos hacemos las operaciones.
- ? Sigamos con el siguiente lugar.
- ? Para ir a *La Marquesa* gastaremos más o menos cien pesos de gasolina en una y en la otra ciento cincuenta.
- ? Pero ahí la entrada se paga por automóvil.
- ? Cobran veinticinco pesos.
- ? Ahí podemos llevar la comida.
- ? Se me antoja una carne asada para hacerla en el campo.



Parque Nacional "La Marquesa", Estado de México.

- ? ¿Cuánto será de la comida?
- ? Vamos a suponer que doscientos cincuenta pesos.
- ? Ya tenemos dos de los cuatro lugares.
- ? Creo que ya sé a dónde vamos a terminar yendo.
- ? ¿Cómo sabes a donde vamos a ir? Falta sacar los costos de *Llano Grande* y *Oaxtepec*.

? Para Llano Grande hay que pagar una caseta de cuota que cuesta ochenta pesos, porque ni creas que nos vamos a ir por la carretera federal.



Llano Grande, Estado de Puebla.

? Es muy cara.

? De gasolina es casi lo mismo que a *Bioparque Estrella*.

? La comida también la llevamos y nos gastaríamos lo mismo que si vamos a *La Marquesa*.

? Y cobran por entrar como treinta pesos por automóvil.

? Este es una mezcla de los dos anteriores.

? Tenemos costos de uno y de otro, tienes razón.

? Sólo nos falta ver cuánto sería, si vamos a *Oaxtepec*.

? La entrada al balneario está en ciento trece pesos por persona y aparte cuarenta pesos del estacionamiento.

? La comida también la podemos llevar y sería lo mismo que en los dos casos anteriores.

? Una caseta de cuota de catorce pesos en Chalco y como ciento cincuenta pesos de gasolina en la camioneta de mi papá y cien en la de mi tío.

Parque Acuático
Oaxtepec, Estado
de Morelos.



- ? Voy a llevar las cuentas a mi papá, y que decidan a dónde vamos a ir, espero que ya haya convencido a mi tío.
- ? Te acompañamos.

Actividades para el alumno:

1. ¿Qué cantidad de dinero se gasta para cada uno los destinos?
2. Ordena de mayor a menor los cuatro lugares, dependiendo de la cantidad que se gasta en cada uno.
3. ¿A qué lugar crees que van a ir a pasear?

Sugerencias para el profesor:

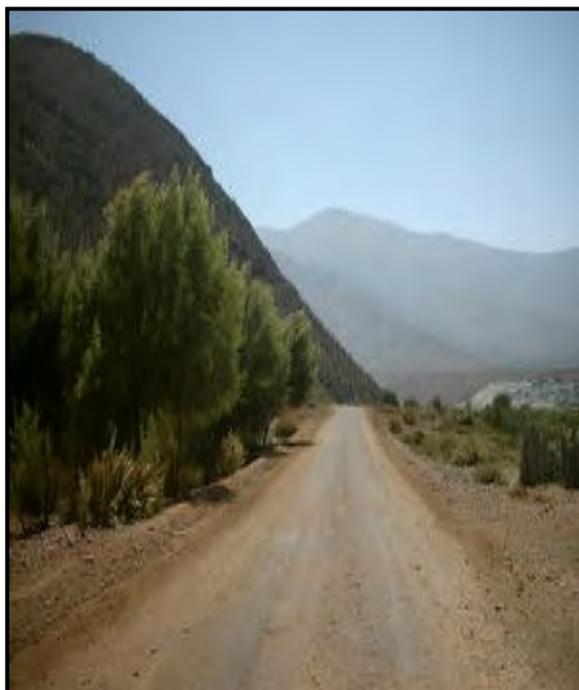
1. Realizar las operaciones de las actividades del alumno.
2. Reforzar los temas de suma y resta.
3. Establecer las relaciones de orden (mayor, menor, igual).

Paseo a *La Marquesa*

Rubén Rojas García

Cuando fuimos de paseo a *La Marquesa* con la familia, en el camino por la carretera, vimos un paisaje diferente al de la ciudad. Al platicar con mi hermano y con mi primo decíamos que sería muy bonito vivir por los alrededores.

Papá contestó, que un amigo tenía un rancho por el rumbo. De inmediato, dijimos que si podíamos ir, a lo que contestó que se comunicaría con él para ver si podíamos visitarlo. Respuesta que fue afirmativa.



Al llegar al rancho había tanto espacio libre y cosas que ver, que no sabíamos qué hacer primero. Después de ponernos de acuerdo, corrimos a ver los establos y nos ensuciamos con la tierra sin que nos regañaran. Visitamos la milpa después, la cual era muy larga. Estábamos asombrados de ver tal cantidad de animales y de elotes sembrados.

Preguntamos al dueño: ¿Cuántos kilómetros tienen de largo este rancho?, él contestó no creo que sea tanto como piensan, pero no sólo es lo largo sino también hay que considerar lo ancho.



En lo que platicaban mis papás y mis tíos con el dueño del rancho, buscamos un pedazo de madera para medir la longitud de cada una de las divisiones que había en el establo, que estaban delimitadas con palos de madera, aproximadamente tenían la misma distancia de separación entre

ellas. La separación que había entre cada división era de tres maderas. El establo tenía una forma rectangular con veinticinco divisiones a lo largo y el ancho tenía una parte techada que dos divisiones y una parte sin techar con tres divisiones y tenía tres formas similares con animales.

Realizamos la misma operación con la milpa, utilizando la misma madera, pero ahí las divisiones eran las cañas de elote sembradas y también tenía una forma rectangular la milpa.



Nos metimos entre la milpa, ya que nos encontrábamos en una esquina y se nos hizo fácil, íbamos midiendo lo que caminábamos con la misma madera, cuando terminamos de pasar la milpa resultó que estábamos en la esquina opuesta a la que habíamos entrado y contamos un total de cincuenta maderas.

Cuando salimos de la milpa, nos llamaron para tomar un refrigerio y caminamos por la orilla de la milpa, la longitud que caminamos fue de 38 maderas hasta donde terminaba la milpa.

Después de comer unos elotes asados, tomar agua y jugar seguimos nuestro camino hacia *La Marquesa* lugar en donde ya íbamos cansados pero aún así jugamos y nos divertimos, que era el objetivo del paseo.

La madera la llevamos a casa para medirla, tenía una longitud de casi cuarenta centímetros y con nuestros datos que llevábamos del establo y de la milpa sacamos cuentas de esos lugares del rancho. Nos faltó medir la casa y un terreno que estaba sin habitar.

Actividades para el alumno:

1. ¿Cuánto medía cada división del establo?
2. ¿Cuánto mide el perímetro del establo?
3. ¿Cuánto mide el área del establo?
4. ¿Cuánto mide el perímetro de la milpa?
5. ¿Cuánto mide el área de la milpa?

Sugerencias para el profesor:

1. Realizar las operaciones que se le asignan a los alumnos.
2. Reforzar el tema de multiplicación.
3. Considerar el artículo para el tema de áreas y perímetros.
4. Iniciar con Teorema de Pitágoras.
5. Explicar la causa por la cual se utiliza el Teorema de Pitágoras para obtener las dimensiones de la milpa.

Huevos de tortugas

Rubén Rojas García

- ? Buenas tardes, papá.
- ? Hola, pequeña.
- ? ¿Qué ves en la televisión?
- ? Un programa sobre las tortugas, va a iniciar, siéntate a verlo.
- ? ¿Van a decir cómo nacen?
- ? No lo sé.
- ? Me gustaría ver cómo nacen las tortugas en la playa.
- ? Esperemos que se trate del nacimiento y cómo van hacia el mar.
- ? ¿Cuántas tortugas llegan a dejar huevos a la playa?
- ? Cada año es diferente.
- ? ¿Ponen el mismo número de huevos?
- ? No. Es *variable* el número de huevos que desova cada tortuga.



- ? ¿Nacen todos los huevos que dejan?
- ? Por lo general, no.
- ? ¿Por qué?
- ? Existen muchos factores que lo impiden.
- ? ¿Cómo cuáles?
- ? Uno de ellos es porque hay animales que llegan a excavar los nidos y se los comen.

También depende el clima y muchas cosas más que terminan con las tortugas desde antes de nacer.

- ? ¿Cuándo nacen ya no les pasa nada?
- ? El momento más riesgoso para ellas es el traslado hacia el mar, ya que también hay animales que se las comen durante el camino



? ¿Qué se hace para que no se las coman en esos momentos?

? Existen asociaciones que se dedican al cuidado de las tortugas y están pendientes de que lleguen con vida al mar y cuidan los nidos desde que llegan

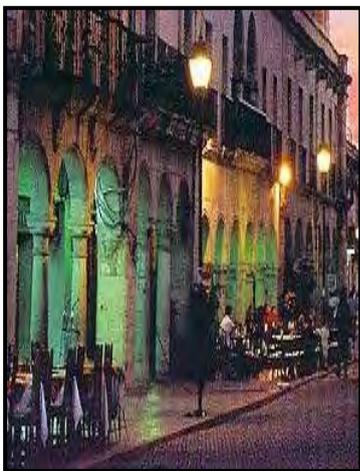
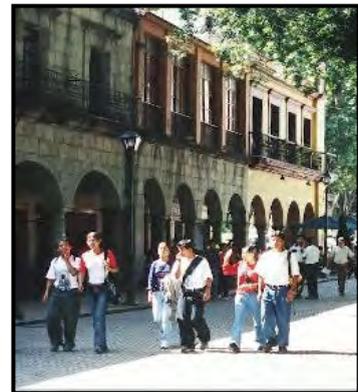
las tortugas a depositar los huevos hasta que nacen. Pero aun así, existe gente que se roba los huevos y los vende. En ocasiones, las tortugas empiezan a salir y la gente, que está en la playa, las cuida de los peligros que tienen.

- ? ¿Cualquier gente puede ver cuando nacen?
- ? Siempre y cuando estés ahí.
- ? Que padre.
- ? Es una experiencia diferente.
- ? Con la plática ya no vimos el programa.
- ? Sólo fue un documental de las distintas especies de tortugas.



- ? Mencionaste que el número de tortugas que llegaba a la playa y de los huevos que ponía cada una era variable. ¿Qué quiere decir esa palabra?, porque la profesora la menciona en clase.

- ? Es cuando algo cambia de valor. Como en el caso de las tortugas y de los huevos que no siempre son el mismo número: Unos años llegan más y otros menos. También unas veces ponen más huevos y otros menos, aparentemente el número nunca es igual.
- ? Si un valor es siempre el mismo, entonces no es variable.
- ? En ese caso, se dice que la cantidad es *constante*, es decir, es la misma y no tiene cambios. Supongamos que el número de tortugas que llegan a la playa a desovar es de cien y que de estas doce desovan veinte huevos, otras quince desovan veinte dos, veinticuatro desovan treinta y tres otras treinta y ocho lo hacen con veintiséis huevos y el resto con veintinueve.
- ? Entonces el número de huevos es variable, mientras que el número de tortugas sería constante.
- ? Con la suposición que dijimos, así sería.
- ? ¿Tienes más ejemplos sobre esto?
- ? ¿Porqué tanto interés?
- ? En la escuela estamos en un tema relacionado.
- ? Otro ejemplo es el número de gente que camina en



- la calle a distinta hora. ¿Qué pasa cuando es de día? y ¿cuándo es de noche?
- ? En el día hay más gente que en la noche.
- ? El número de gente que camina sobre la calle cambia, eso significa que es variable.
- ? Entonces, ¿lo que cambia, se llama variable?
- ? Así es. Todos los años, los meses tienen el mismo número de días, entonces es constante.

- ? Excepto, febrero que luego tiene veintinueve días.
- ? Eso sucede cada cuatro años, cuando el año es bisiesto.
- ? Mañana voy a participar en clase, si pregunta la maestra.
- ? Está bien, me platicas cómo te fue.

Actividades para el alumno:

1. Explicar con tus palabras, ¿qué es variable y qué es constante?
2. Dar un ejemplo de algo que sea variable.
3. Dar un ejemplo de algo que sea constante.
4. Comparar tus respuestas con tus compañeros.
5. Obtener el número de huevos de tortugas, del ejemplo que aparece en el artículo.

Recomendaciones para el profesor:

1. Corroborar cada uno de los ejemplos de los alumnos, si es correcto y no. Dar la explicación de dicha respuesta.
2. Dar una definición formal de cada uno de los conceptos vistos.
3. Aportar más ejemplos cotidianos, donde se puede visualizar los conceptos.
4. Resolver el ejercicio de los huevos de tortugas.

El Reloj de Manecillas

Rubén Rojas García

- ? Hola, vengo muerto.
- ? ¿Te fue mal en el trabajo?
- ? Algo hay de eso.
- ? ¿Qué hora es? Me avisas cuando hayan pasado diez minutos, por favor.
- ? ¿Diez minutos?
- ? Sí, es el tiempo que necesita la comida para que termine de cocerse.
- ? ¿Debe ser exacto el tiempo?
- ? De preferencia.
- ? Está bien, son las 2:47.
- ? ¿A qué se debe que tuvieras un mal día?
- ? Ya sabes, las matemáticas tienen su dosis de dificultad.
- ? ¿Ya pasó el tiempo? No se vaya a quemar la comida.
- ? Si, ya son las 2:58.
- ? Ya la apago.
- ? ¡Se me ocurrió una idea!
- ? ¿De qué me hablas?
- ? Para iniciar la clase el día de mañana.
- ? Me dejas en las mismas.
- ? El reloj va a marcar las tres horas en punto (Fig. 1).
- ? ¿Qué tiene que ver con tu tema?

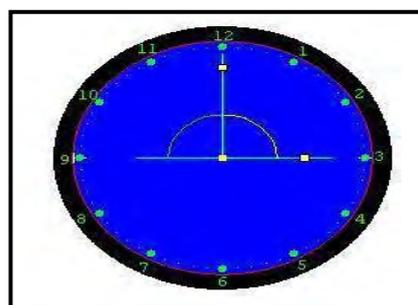


Fig. 1

? La abertura que se forma entre las manecillas del reloj a esta hora es de noventa grados. Y en la escuela iniciamos con el tema de los distintos tipos de ángulos.

? Recuerdo que esos ángulos tienen otro nombre.

? Sí, son más conocidos como **ángulos rectos**

? Ese tema se me complicó, porque hay varios tipos.

? Precisamente, lo que quiero es que no se confundan entre unos y otros.

? Cuando estudié, sí me confundí. ¿Es la única hora en donde se forma un ángulo de noventa grados?

? No. También, cuando marca exactamente las nueve horas (Fig. 2), pero no solamente es esos dos horarios hay muchos más, solo que no se aprecian tan fácilmente.

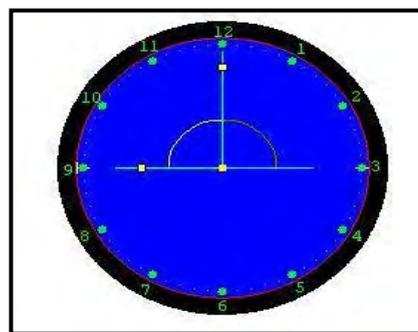


Fig. 2

? ¡Hay más!

? Sí, pero es entre minutos, por ejemplo, entre la hora doce y la hora una tenemos dos ángulos rectos.

? ¿En qué momento?

? A las doce horas con dieciséis minutos y veintidós segundos (12:16:22) y a las 12:49:05.

? Esa información si que es interesante.

? Cada hora hay dos ángulos rectos, excepto a las dos y a las ocho.

? ¿Sólo se pueden ver ángulos rectos en el reloj?

? No. Hay muchos objetos, donde aparecen.

? ¿Cómo cuáles?

? En la parte inferior de la repisa, donde están los juguetes del niño (Fig. 3).



Fig. 3

? Está complicado ver ese tipo de ángulo ahí.

? Sí, otro lugar donde también se forma es en las esquinas de la vitrina (Fig. 4).



Fig. 4

? En la gran mayoría de las cosas, encuentras ángulos de noventa grados.

? En muchos objetos los puedes encontrar.

? Cuando mencionaste que el reloj marca las tres y las nueve horas, la abertura que se forma es de noventa grados, sólo se hizo el cambio de la manecilla que marca las horas. Entonces si movemos la de los minutos a las 3:30, también tenemos ángulos rectos.

? No.

? ¿Por qué no?

? Porque, al avanzar la manecilla de los minutos, también se recorre la de las horas, para llegar al siguiente número en la hora.

? Tienes razón.

? Otros ángulos son los **ángulos llanos**, y estos se forman cuando se unen dos ángulos rectos, y miden ciento ochenta grados, como el que está en la parte superior de la puerta (Fig. 5)



Fig. 5

? Dices el que forma un círculo a la mitad (semicírculo).

? Sí.

? No hay líneas que marquen el ángulo como en el reloj con las manecillas. ¿En dónde se ven las rectas?

? La base del semicírculo es la recta y con las divisiones que están marcadas describe el ángulo alrededor del mismo.

? Entonces el transportador del juego de geometría que llevan a la escuela forma un ángulo llano. (Fig. 6)

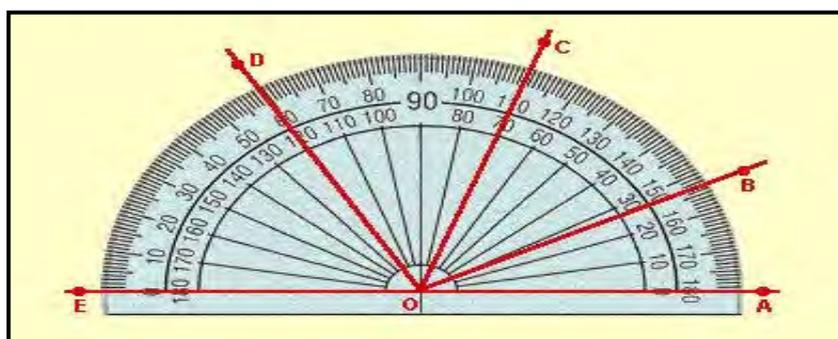


Fig. 6

? El transportador mide hasta ciento ochenta grados desde el cero y tiene la numeración de derecha a izquierda y viceversa. Es un instrumento útil para la medición de los ángulos, ya que marca de uno en uno, haciendo referencia cada cinco con una línea más grande que las unidades y en los múltiplos de diez con una línea más larga que las anteriores, indicando el valor.

? Cuando el reloj marca las 3:30 horas, mencionaste que no se forma un ángulo recto y tampoco un ángulo llano. Esos se llaman **ángulos agudos** y miden menos de noventa grados. (Fig. 7)

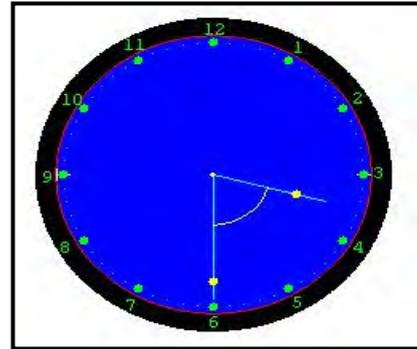


Fig. 7

? Aparte del reloj, ¿en donde se pueden ver esos ángulos?

? Son más comunes de lo que parecen.

? Tanto así.

? Sí, tenemos en la separación que existe entre dos rayos consecutivos de las llantas de las bicicletas (Fig. 8).

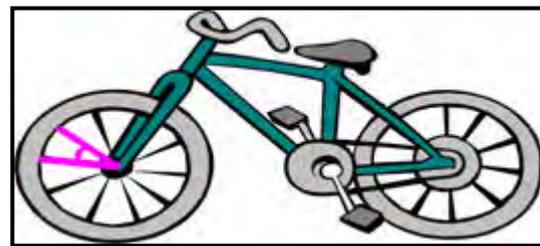


Fig. 8

? No lo hubiera imaginado. ¡Ya viste la hora!

? Ya son las cuatro de la tarde y según le apagaste a la comida a las tres, porque ya íbamos a comer.

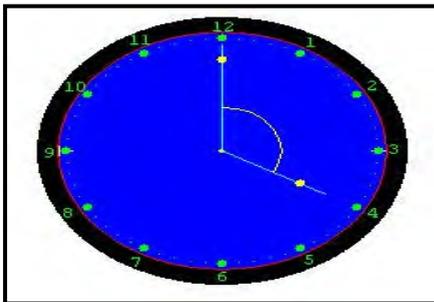


Fig. 9

? Pues tú que sales con tus cosas del trabajo.

? Es cierto, y para terminar con broche de oro. Con esa hora, tenemos los **ángulos obtusos**, que son los que miden más de noventa grados y menos de ciento ochenta grados (Fig. 9).

? ¿Otros? Ya voy a servir de comer, porque nunca vas a terminar.

? En lo que preparas la mesa, te explico sobre estos ángulos y te prometo que ya no saco más, aunque si existen, pero estos son los más comunes.

- ? ¿Tengo opción?
- ? Creo que no, a menos que me tires de loco.
- ? No te falta mucho.
- ? Cuando se levanta un puente levadizo que permite el paso de alguna embarcación, entre la parte de la carretera que está fija con la que se eleva se forma un ángulo obtuso. (Fig. 10)

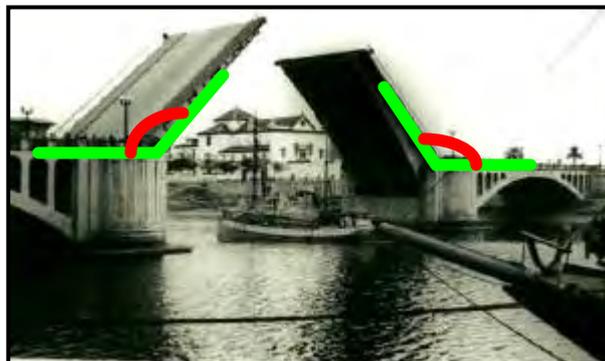


Fig. 10

- ? Me dijiste que este tema era muy difícil. Y lo que me has dicho, le he entendido, con los ejemplos.
- ? En este momento medito en eso.
- ? ¿En qué?
- ? Creo que ya sé la causa, por la que se me complica.
- ? ¿Cuál es?
- ? Nunca lo había visto desde la perspectiva de dar ejemplos con imágenes y siempre quería mostrarlo, como dicen los libros.
- ? ¿No dabas ejemplos?

- ? No, simplemente llegaba al salón de clase, les daba las definiciones y empezábamos a hacer ejercicios.

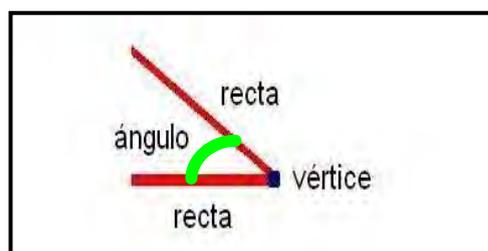


Fig. 11

- ? Por eso, se te complica.
- ? Les decía: Al punto donde concurren **dos rectas** se le conoce como **vértice** y a la abertura que existe entre ellas se le llama **ángulo** (Fig. 11).
- ? Por eso no te entienden.

- ? Recordarán más el tema con una imagen y ejemplos que sólo con teoría.
- ? En la mayoría de las ocasiones.
- ? Sí. Gracias por preguntar la hora.
- ? De nada.
- ? La próxima clase iniciaremos con el reloj.
- ? En vista del éxito obtenido, lávate las manos.
- ? ¿Ya vamos a comer?
- ? Sí ya urge, porque entre tus matemáticas y mi hambre ya empezaba a fastidiarme.

Recomendaciones para el profesor:

1. Explicar a los alumnos, los distintos tipos de ángulos, una herramienta para realizarlo es la utilización del reloj de manecillas.
2. Enseñar la utilización del juego de geometría para obtener ángulos.
3. Los tipos de ángulos explicados en el artículo no son los únicos, son los básicos.
4. Mencionar a los alumnos el resto de los ángulos existentes.
5. Obtener los veintidós ángulos rectos que se encuentran en el reloj de manecillas.

Mi tren de juguete.

Rubén Rojas García

- ? Hola, ¿qué pasó?
- ? ¿Qué vas a hacer?
- ? Mi tarea.
- ? ¿Tienes mucha?
- ? No.
- ? Vamos a jugar un partido de fútbol y luego te ayudo.
- ? Sale, antes de que se oscurezca.
- ? Voy por el balón.
- ? ¿Vamos a pintar la cancha?
- ? Claro, pero bien pintada, no como las que luego pintas con tus amigos.
- ? No porque las líneas vayan un poco chuecas, vas a criticarnos.
- ? Tú pintas una parte y yo la otra.
- ? ¿De qué es tu tarea?
- ? De matemáticas, sobre unas rectas.
- ? ¿Cómo se llaman?
- ? Unas son paralelas y otras son per... no sé qué cosa.
- ? ¿Perpendiculares?
- ? Esas meras.
- ? Ya está pintada la cancha (Fig. 1).
- ? No quedó tan mal.



Fig. 1

- ? ¿Qué relación puedes encontrar de tu tarea con la cancha que pintamos?
- ? Nada.
- ? Tiene mucha, hay varios ejemplos de las rectas que te dejaron.
- ? ¿En dónde?
- ? Y dices que sabes todo lo relacionado con el fútbol.
- ? Eso que ni que. Sí necesitas información sobre algún equipo o jugador sólo pregunta y confía en que te contestaré correctamente.
- ? Lo sé, pero no visualizas la relación de la cancha con otros temas independientes al deporte.
- ? Eso es difícil.
- ? ¿Qué te dijeron de las rectas perpendiculares?
- ? Recuerdo que se necesita saber qué es un ángulo recto.
- ? Así es.
- ? Pero no entendí, qué tiene que ver con los ángulos que miden noventa grados.
- ? Un ángulo que mide noventa grados también es conocido como ángulo recto.
- ? ¿Es el mismo?
- ? Exacto.
- ? ¿Dónde encuentro ese tipo de ángulos?
- ? Los puedes encontrar en la cancha de fútbol.
- ? ¿En dónde?
- ? En los tiros de esquina, está pintada la zona donde colocas el balón, ahí están los ángulos rectos ya marcados. Sólo es un ejemplo.
- ? Nunca me hubiera imaginado, que el fútbol podría ser de utilidad para las matemáticas.

? Hay muchos lugares, en donde puedes ver estos ángulos. Pero hay que tener cuidado, porque suelen ser engañosos los objetos donde creemos que hay alguno.

? ¿En dónde más se pueden observar este tipo de ángulos?

? En la mayoría de los marcos de las puertas están presentes (Fig. 2).

? Es cierto. ¿Hay más información de matemáticas en el campo?



Fig. 2

? Sí, ¿qué te dijeron sobre las rectas que tienes que ejemplificar?

? Que si dos rectas se cortan o tocan en un punto y se forman ángulos rectos entonces se llaman **rectas perpendiculares**.

? Donde se juntan las líneas de la banda y del medio campo, ahí se forman dos ángulos de noventa grados, entonces las rectas son perpendiculares.

? ¿Hay más ejemplos?

? Claro, en donde se unen la línea de meta y la banda.

? De las rectas paralelas, ¿hay ejemplos?

? Sí. Las dos líneas de la banda son rectas paralelas; también las dos líneas de meta, entre otras.

? No lo había visto de esa forma, y eso que me encanta el fútbol.

? ¿Conoces ejemplos de rectas perpendiculares?, que no estén relacionados con el fútbol.

? Sí, recuerdas el día que íbamos en el carro y se ponchó la llanta.

? Como no recordarlo, si terminamos empapados. Que tiene que ver con lo que te pregunte.

? Dentro de la herramienta que utilizamos, estaba la llave de cruz (Fig. 3).

? Aquí tenemos las rectas perpendiculares.

? Ya entendiste.

? Ya vamos a jugar.

? Me parece bien.

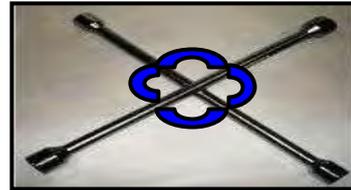


Fig. 3

Más tarde

? Estuvo bueno el juego.

? Pero siempre pierdes.

? Cuando crezca, vas a ver si pierdo.

? Ayúdame a sacar unas cajas de la bodega y luego terminas tu tarea.

? Pero que sea rápido.

? Agarra la escalera, para que no se vaya a resbalar.

? En lo que estoy aquí, pienso lo que me falta de la tarea

? Pues no le vayas a pensar mucho y dejes de sostener la escalera.

? Esta escalera se puede hacer más grande, ¿verdad?

? Sí, acuérdate que la extendimos para pintar la fachada, ¿por qué la duda?

? Estaba pensando, ¿si llegará hasta el cielo? (Fig. 4).

? Al llegar al cielo, vas a pedir ayuda.

? Claro, y obtendría un diez.

? Te afecta estudiar tanto.

? Lo que pasa es que me falta más sobre **rectas paralelas**, si alargamos la escalera, no se van a unir los brazos y mantendrán la misma distancia.



Fig. 4

- ? Eso que significa.
- ? Que la definición de las rectas paralelas es esa.
- ? ¿Te dieron esa definición?
- ? No, eso entendí.
- ? Se me hacía rara esa definición. Encontré la caja, que necesito.
- ? Dámela.
- ? Ten cuidado, porque pesa mucho.
- ? ¡Ya se desfundó!
- ? ¿Sé rompió algo?
- ? No creo. ¡Aquí está mi tren!
- ? En la caja estoy viendo la figura del tren, y te puede ayudar en algo.
- ? ¿Qué tiene que ver con mi tarea?
- ? Tú que andas con lo de las rectas paralelas, ¡observa!
- ? ¿Qué cosa?
- ? Los rieles de las vías (Fig. 5), son rectas y curvas pero mantienen la misma distancia entre ellas, entonces tenemos paralelismo en rectas y en curvas.
- ? Y no sé van a juntar porque si lo hicieran, el tren se descarrilaría.
- ? Ahí tienes, otro ejemplo, para que hagas tu tarea.



Fig. 5

- ? En mi tarea, voy a llevar los dos ejemplos y el de la cancha de futbol.
- ? Ya tienes ejemplos de rectas perpendiculares y de rectas paralelas, incluso también de curvas paralelas.
- ? También los ejemplos de los ángulos rectos.
- ? ¿Qué más te falta para terminar tu tarea?
- ? Es todo.
- ? Sirvió que me ayudará y que jugáramos.
- ? Como conclusión, para pasar en limpio lo que me dijiste, tenemos que las que nunca se van a juntar, se llaman paralelas; y las perpendiculares son las que si se tocan.
- ? Pero no sólo se tocan, sino que en ese punto en particular, los ángulos que se forman miden cada uno noventa grados.
- ? Voy a escribirlo, antes de que se me olvide, gracias por la ayuda.

Recomendaciones para el profesor:

1. Explicar a los alumnos, las diferencias entre rectas paralelas y rectas perpendiculares formalmente.
2. Explicar a los alumnos que las condiciones de paralelismo también se encuentran en curvas y no es exclusivo de las rectas.
3. Inducir a los alumnos a encontrar más ejemplos de los tipos de rectas en las situaciones cotidianas.

APÉNDICE

En éste apartado se explican los motivos del porque de cada artículo. En donde se retoman los temas vistos en los artículos y los alcances que se pretenden. En algunos artículos presentados se tienen que realizar cálculos matemáticos, los cuales no se incluyen en la tesis, ya que, una de las finalidades es que tanto los alumnos como los profesores realicen las actividades que se encuentran en los artículos.

✍ **Un equipo de futbol.** El tema del futbol tiene gran auge en los jóvenes y esto lo relacionamos con las matemáticas en un tema que tiene cierta dificultad, la combinatoria se complica no por el tema como tal, sino por la idea errónea que tienes los alumnos al hacer las cuentas que según se aplican. El enfoque que se le da al artículo “un equipo de futbol”, es con el fin de que se aprenda a ejemplificar el diagrama de árbol que es una herramienta en la combinatoria.

✍ **Paseo.** En el artículo se pretende en primera instancia fomentar la comprensión de lectura, ya que para tener una conclusión del artículo, se tiene que relacionar la información que se encuentra durante el desarrollo del mismo. En cuanto a las matemáticas se aplican las operaciones básicas y el orden de los números naturales. También se intenta que los lectores tengan su propia conclusión del lugar a donde se saldrá a pasear para salir de la monotonía con la familia.

- ✍ **Paseo a La Marquesa.** Después de elegir la opción de paseo, se tiene en este apartado la aplicación de figuras geométricas, perímetros y áreas. También se encuentra el concepto de multiplicación y se introduce intuitivamente la aplicación del Teorema de Pitágoras para el cálculo de áreas. “Paseo a La Marquesa” pretende enriquecer la parte geométrica de las matemáticas en la tesis.

- ✍ **Huevos de Tortugas.** El algebra es uno de los aspectos más importantes en las matemáticas y desgraciadamente muchos de los alumnos se quedan en la transición de la aritmética al algebra y es una de las causas por las cuales el descontento y la desanimación a las matemáticas. “Huevos de tortugas” pretende introducir a los jóvenes en ésta transición de tal forma que el concepto de variable y constante le dé la idea, para posteriormente pueda retomar el algebra sin el miedo que se presenta.

- ✍ **El reloj de manecillas.** Aunque este artículo en general se pretende que sea para el uso del profesor, no excluye que lo puedan leer los alumnos, el tema de los ángulos y los tipos de ángulos que se encuentran mencionados en “El reloj de manecillas” no son todos los que existen, pero si los más usuales. Se intenta utilizar un objeto que la mayoría de los alumnos conoce, como es el reloj de manecillas y en el cual se aplican los distintos tipos de ángulos, así como se hace mención que en distintos objetos que son de uso común para los jóvenes se encuentran los ángulos y estamos tan habituados a ellos que no lo percatamos. Este artículo pretende introducir al tema de una forma que el alumno vea los ángulos físicamente.

✍ **Mi tren de juguete.** Paralelismo y perpendicularidad son palabras no comunes en el vocabulario de los alumnos de secundaria, y provocan confusión en la distinción de los conceptos. El artículo tiene la intención de hacer la distinción de cada uno de los dos conceptos con ejemplos de objetos que se pueden ver natural y que son de uso cotidiano para la mayor parte de la gente.

En la tesis se intenta retomar los tres ejes temáticos que la reforma educativa 2006 propone, algunos ejes tienen una mayor carga pero no por eso son más o menos importantes. Son artículos de divulgación en los cuales la única intención, es fomentar el enfoque constructivista en el cual se fundamenta la reforma educativa vigente.

Para corroborar los resultados obtenidos de las actividades presentadas en cada artículo, pueden escribir al siguiente correo electrónico:

ruben_rojas_g@yahoo.com.mx

PROGRAMAS DE ESTUDIO 2006¹

En los programas de Matemáticas elaborados en 1993, los contenidos se agrupan de distinta manera en primaria y en secundaria. Mientras que en primaria se consideran seis ejes temáticos, en secundaria son cinco áreas. Los ejes temáticos, en general, se refieren a los principales temas de estudio, en tanto que los nombres de las áreas aluden a las ramas de las matemáticas, como aritmética y geometría, por ejemplo. Sin embargo, esta caracterización tampoco es uniforme, pues en el caso de la primaria hay un eje llamado geometría y en secundaria se incluye el área “Presentación y tratamiento de la información”, que es el nombre de un tema.

En principio, ambas formas de agrupar los contenidos son arbitrarias y no hay nada que demuestre que una es mejor que otra. Las áreas o ramas de las matemáticas obedecen a una tradición de muchos años atrás, según la cual a cada grado o ciclo le correspondía el estudio de una o más ramas.

El agrupamiento de los contenidos en ejes temáticos, tanto en México como en otros países, es más reciente y se debe a tres propósitos relevantes: uno hace énfasis en los aspectos que interesa estudiar y aprender; otro consiste en establecer vínculos entre contenidos de las diferentes ramas de las matemáticas, y uno más se relaciona con la posibilidad de establecer líneas de estudio, que en algunos casos se inician en el nivel preescolar y culminan en la educación secundaria. Estos mismos propósitos explican la organización de los contenidos de los programas de estudio de Matemáticas 2006, en tres ejes temáticos:

¹ *Reforma de la Educación Secundaria.
Fundamentación Curricular.
Matemáticas
Agosto 2006*

- a) “Sentido numérico y pensamiento algebraico”
- b) “Forma, espacio y medida”
- c) “Manejo de la información”.

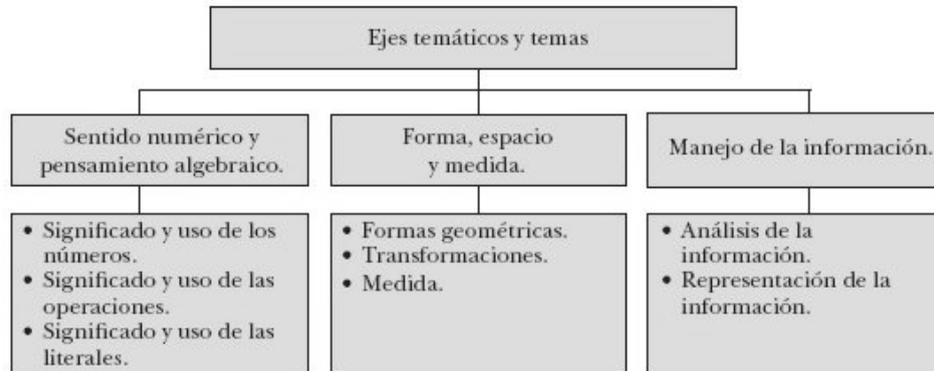
A partir del primer eje temático se establece una línea de continuidad que inicia en preescolar, con el estudio del número y llega al del lenguaje algebraico en la secundaria. En el camino se incorporan conjuntos numéricos y operaciones como las de los números fraccionarios, en tercer grado de primaria; los decimales, en cuarto grado, y los números con signo, en la secundaria.

El segundo eje (Forma, espacio y medida) también se inicia en preescolar, con el análisis de las características de algunas formas en dos y tres dimensiones, y con la comparación directa de algunas medidas. Asimismo, las herramientas numéricas y operatorias, que se aprenden a lo largo de la escolaridad básica, además de la posibilidad de usar el razonamiento deductivo, permiten efectuar un análisis más profundo de las propiedades geométricas.

Finalmente, el tercer eje (Manejo de la información) se inicia desde primer grado de primaria, con la lectura de información en ilustraciones y tablas, e incorpora poco a poco distintos aspectos, como la recopilación de datos, su organización, el análisis y la búsqueda de diferentes formas de representación mediante gráficas, tablas o reglas de correspondencia. En este eje confluyen la probabilidad, la estadística y el estudio de la proporcionalidad, y se conecta con la relación funcional que corresponde al primer eje, “Sentido numérico y pensamiento algebraico”.

Para una mejor comprensión de lo que se pretende estudiar en matemáticas, durante la educación secundaria, estos ejes se desglosan en temas, subtemas y conocimientos y habilidades; los dos primeros son conceptos matemáticos cada vez más específicos, mientras que el tercero presenta una descripción detallada de

lo que se propone estudiar y aprender. El siguiente esquema muestra, de manera general, la organización de los contenidos, y en las tablas que se incluyen a continuación se registran los conceptos básicos que corresponden a cada subtema, eje y grado.



Distribución de conceptos básicos por eje, subtema y grado.

Sentido numérico y pensamiento algebraico		Secundaria		
		1°	2°	3°
Significado y uso de los números	Números naturales.	Análisis comparativo de distintos sistemas de numeración, según sus propiedades y su evolución histórica.		
	Números fraccionarios y decimales.	Interpretación del significado. Representaciones equivalentes. Representación en la recta numérica, a partir de distintas informaciones. Comparación y orden.		
	Números con signo.	Interpretación y uso en distintos contextos. Representación en la recta numérica, a partir de distintas informaciones. Comparación y orden.		

Significado y uso de las operaciones	Problemas aditivos.	<p>Significados de la adición y sustracción de números decimales y fraccionarios.</p> <p>Significados de la adición y sustracción de números con signo.</p> <p>Algoritmos de la adición y sustracción con números fraccionarios y decimales.</p> <p>Algoritmos de la adición y sustracción de números con signo.</p>	<p>Significados de la adición y sustracción con expresiones algebraicas.</p> <p>Algoritmos para sumar y restar polinomios.</p>	
	Problemas multiplicativos.	<p>Significados de la multiplicación y división de números decimales y fraccionarios.</p> <p>Algoritmos de la multiplicación y división con números fraccionarios y decimales.</p>	<p>Significados de la multiplicación y división de números con signo.</p> <p>Significados de la multiplicación y división de expresiones algebraicas.</p> <p>Algoritmos para multiplicar y dividir polinomios.</p>	
	Potenciación- radicación.	<p>Significado de elevar a una potencia, un número cualquiera diferente de cero.</p> <p>Cálculo de potencias con exponente natural.</p> <p>Significado de extraer una raíz a números naturales y decimales.</p> <p>Cálculo de la raíz cuadrada por diversos métodos.</p>	<p>Productos y cocientes de potencias de la misma base, potencia de una potencia.</p> <p>Exponentes negativos.</p> <p>Notación científica.</p>	
	Operaciones combinadas.		<p>Expresiones algebraicas equivalentes.</p> <p>Jerarquía de operaciones. Uso de paréntesis.</p>	<p>Algoritmos para factorizar expresiones algebraicas y efectuar o simplificar cálculos.</p>

Significado y uso de las literales	Patrones y fórmulas.	Obtención de reglas de sucesiones numéricas y figurativas. Interpretación de fórmulas geométricas.	Construcción de sucesiones de números con signo, a partir de una regla dada y obtención de la regla que genera la sucesión.	Deducción de una expresión algebraica, para definir el n -ésimo término de una sucesión numérica o figurativa.
	Ecuaciones.	Resolución de ecuaciones de primer grado de la forma $x + a = b$; $ax = b$; $ax + b = c$, utilizando las propiedades de la igualdad, con a , b y c números naturales o decimales.	Resolución de problemas mediante ecuaciones de primer grado de la forma: $ax + bx + c = dx + ex + f$ aplicando las propiedades de la igualdad. Resolución de ecuaciones con paréntesis. Resolución de problemas utilizando sistemas de dos ecuaciones lineales.	Resolución de problemas mediante ecuaciones cuadráticas. Planteamiento de la ecuación lineal, cuadrática o sistema de ecuaciones que resuelve un problema dado.
	Relación funcional.	Uso de tablas y expresiones algebraicas para representar e interpretar funciones lineales con parámetros enteros.	Uso de tablas y expresiones algebraicas para representar e interpretar funciones lineales.	Uso de tablas y expresiones algebraicas para representar e interpretar funciones cuadráticas.

Forma, espacio y medida		Secundaria		
		1°	2°	3°
Formas geométricas	Figuras planas.	Construcción de polígonos regulares.	Criterios de congruencia de triángulos. Características de figuras que recubren el plano.	Aplicaciones de la congruencia de triángulos.
	Rectas y ángulos.	Mediatriz de un segmento y bisectriz de un ángulo.	Mediatrices, medianas, alturas y bisectrices en triángulos; propiedades y construcción. Diferentes tipos de ángulos y sus propiedades.	Posiciones relativas de una recta y una circunferencia, y de circunferencias entre sí. Ángulo central y ángulo inscrito de una circunferencia.
	Semejanza.			Semejanza de figuras. Criterios de semejanza de triángulos y su aplicación al resolver problemas. Estudio del teorema de Tales.
	Cuerpos geométricos.		Cubos, prismas y pirámides. Elementos y propiedades. Desarrollos planos. Cuerpos generados por deslizamientos y por revolución. Formas generadas al hacer cortes en un cuerpo geométrico.	Cuerpos con caras curvas (esferas, conos y cilindros); desarrollos planos; elementos y propiedades. Secciones planas en cilindros, esfera y conos.

Medida	Estimar, medir y calcular.	Perímetros y áreas de triángulos, cuadriláteros y círculo. Conversión de unidades de medida.	Estimación, medición y cálculo de ángulos. Equivalencias en el sistema sexagesimal. Volumen de cubos, prismas y pirámides. Equivalencia entre unidades de volumen y capacidad. Cálculo del área total o parcial de cuerpos geométricos.	Cálculo de ángulos inscritos y centrales, arcos, sectores circulares y corona circular. Volumen de cilindros y conos. Aplicación del teorema de Pitágoras. Razones trigonométricas. Resolución de triángulos rectángulos.
	Justificación de fórmulas.	Significado de fórmulas geométricas. Justificación de las fórmulas de perímetro y área de triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares y círculo.	Justificación de la fórmula de la suma de los ángulos interiores de un polígono cualquiera. Justificación de las fórmulas de volumen de cubos, prismas, paralelepípedos rectos y pirámides.	Justificación de las fórmulas de volumen de cilindros y conos. Significado de las razones trigonométricas en triángulos rectángulos.
Transformaciones	Movimientos en el plano.	Simetría axial; propiedades. Clasificación de figuras utilizando la simetría axial.	Traslación y rotación de figuras; propiedades. Diseños que combinan la simetría axial y central, la rotación y traslación de figuras.	Homotecia; propiedades.

Manejo de la información		Secundaria		
		1°	2°	3°
Análisis de la información	Relaciones de proporcionalidad.	Aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad. Reparto proporcional. Proporcionalidad directa; propiedades, expresión algebraica y gráfica. Proporcionalidad inversa.	Cálculo del factor inverso. Proporcionalidad múltiple. Relaciones de proporcionalidad y función lineal. Comparación de razones.	
	Porcentaje.	Cálculo y expresión en forma decimal y fraccionaria. Porcentajes mayores de 100%.		Índices.
	Noción de probabilidad.	Espacio muestral. Estimación de probabilidades. Probabilidad clásica. Comparación de probabilidades. Juegos equitativos o no equitativos.	Cálculo de la probabilidad de eventos independientes. Cálculo de la probabilidad de eventos mutuamente excluyentes.	Simulación: urnas de Bernoulli.
Representación de la información	Diagramas -tablas.	Tablas de frecuencia absoluta y relativa. Arreglos rectangulares, diagramas de Carroll y de árbol, en problemas de conteo.	Representación tabular de funciones lineales. Arreglos rectangulares y diagramas de Venn, en problemas de conteo. Combinación, permutación y variación.	

Representación de la información	Gráficas.	Gráficas de línea, de barras y circulares.	<p>Polígonos de frecuencia.</p> <p>Gráficas de línea de datos que varían con el tiempo.</p> <p>Análisis de los parámetros m y b en las gráficas de función lineal.</p> <p>Gráficas de segmentos de línea.</p> <p>Gráficas de sistemas de ecuaciones lineales.</p>	<p>Gráficas del tipo caja-brazos.</p> <p>Gráficas de funciones lineales; razón de cambio.</p> <p>Análisis gráfico de funciones cuadráticas, cúbicas y racionales.</p> <p>Gráfica de crecimiento aritmético o lineal y geométrico o exponencial.</p> <p>Gráficas de secciones rectas y curvas de fenómenos de movimiento.</p>
	Medidas de tendencia central y de dispersión.	Comparación del comportamiento de dos conjuntos de datos, a partir de sus medidas de tendencia central.	Cálculo de las medidas de tendencia central en datos agrupados.	Análisis de la distribución de los datos de una población, en gráficas de caja-brazos, con base en las medidas de tendencia central y de dispersión.

La separación de los contenidos en tres ejes temáticos corresponde a una organización conceptual, cuya finalidad principal es favorecer la vinculación entre contenidos de diferentes ramas de las matemáticas. Además, hay una separación en cinco bloques temáticos, que corresponde a una organización temporal. Este aporte de los nuevos programas de matemáticas no es menor, porque ofrece posibilidades a los profesores en varios aspectos: para que establezcan metas parciales a lo largo del ciclo escolar, para informar al colectivo docente y a los padres de familia sobre el desempeño de los alumnos, así como tomar las medidas pertinentes para mejorar este desempeño. Al inicio de cada bloque temático hay una sección de aprendizajes esperados donde se sintetiza lo que

todos los alumnos debieran saber y saber hacer, como resultado del estudio del bloque. Éste es el punto de partida para que el profesor evalúe el desempeño de los alumnos.

Usualmente, los programas de estudio contienen el qué estudiar y sólo algunas recomendaciones generales del cómo y para qué estudiar. Los programas de Matemáticas 2006 para la educación secundaria contienen una sección de orientaciones didácticas para cada apartado de conocimientos y habilidades; en esta sección se fundamenta lo que se propone estudiar y se dan ejemplos concretos sobre el tipo de problemas que se pueden plantear. Esto, además de ser un recurso didáctico importante, ayuda a conocer el nivel de profundidad que se quiere alcanzar. Por otra parte, la misma sección incluye referencias a ciertas actividades en que se hace uso de la tecnología y que forman parte de los materiales desarrollados en el proyecto Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (EMAT), por la Subsecretaría de Educación Básica.

Un aporte más de los programas de Matemáticas 2006 es el que se refiere al desarrollo de competencias matemáticas. Se trata de un apartado especial donde se explica qué se entiende por competencia matemática, se establecen categorías y se proponen sugerencias para evaluar su desarrollo.

Todos los aportes de los programas de Matemáticas 2006, para la educación secundaria, apuntan a mejorar la calidad del proceso didáctico o proceso de estudio en el que, como se dijo antes, intervienen el profesor, los alumnos y el conocimiento matemático, traducido en las actividades de estudio. Los programas constituyen, sin duda, una herramienta fundamental para lograr el propósito mencionado; sin embargo, no son suficientes. Para evitar lo que puede convertirse en un abismo entre lo planteado en los programas y lo sucedido en el aula, es necesario tender un puente cuya estructura se constituya con la

planificación de las actividades de estudio. El gran reto consiste en cambiar la cultura de la planificación con carácter administrativo, que consume tiempo y esfuerzo a profesores y directivos, pero que no se usa, por una planificación útil, concisa y que permita mejorar el proceso de estudio. Por la importancia que reviste este aspecto, en los nuevos programas de Matemáticas también hay un apartado especial con sugerencias concretas.

BIBLIOGRAFÍA

ENZENSBERGER, Hans M. "El diablo de los números." España: Siruela. 1998.

ARRAIGA C., José de Jesús y REYES M., Victor Hugo. "Sigma 2." México: Grupo Editorial Norma Educativa. 2001.

VALIENTE B., Santiago y VALIENTE G., Santiago Igor. "Matemáticas 2." México: Ediciones Castillo S.A. de C.V. 2002.

BRISEÑO A., Luis Alberto y VERDUGO D. Julieta del Carmen. "Matemáticas 3." México: Editorial Santillana S.A. de C.V. 2004.

CABALLERO, Arquímedes. "Matemáticas Primer Curso." México: Editorial Esfinge. 1989.

CABALLERO, Arquímedes. "Matemáticas Segundo Curso." México: Editorial Esfinge. 1992.

CABALLERO, Arquímedes. "Matemáticas Tercer Curso." México: Editorial Esfinge. 1993.

CABALLERO, Arquímedes. "Cuaderno de Matemáticas Primer Curso." México: Editorial Esfinge. 1989.

CABALLERO, Arquímedes. "Cuaderno de Matemáticas Segundo Curso." México: Editorial Esfinge. 1992.

CABALLERO, Arquímedes. "Cuaderno de Matemáticas Tercer Curso." México: Editorial Esfinge. 1993.

Baldor, Aurelio. "Aritmética." México: Publicaciones Cultural. 1992.

Baldor, Aurelio. "Algebra." México: Publicaciones Cultural. 1992.

Baldor, Aurelio. "Geometría Plana y Trigonometría." México: Publicaciones Cultural. 1992.

Euclides. "Los Elementos." Libros **I al V**