



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**EFFECTOS NO LINEALES DE PROPAGACIÓN EN EL  
INTERIOR DE UN TROMBÓN DE VARA**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

**FÍSICA**

**P R E S E N T A:**

**DANIELA NAREZO GUZMÁN**



**DIRECTOR DE TESIS:  
DR. PABLO LUIS RENDÓN GARRIDO**

**2009**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## Hoja de datos del Jurado

<p>1. Datos del alumno                  Apellido paterno                  Apellido materno                  Nombre(s)                  Teléfono                  Universidad Nacional                  Autónoma de México                  Facultad de Ciencias                  Carrera                  Número de cuenta</p>	<p>1. Datos del alumno                  Narezo                  Guzmán                  Daniela                  53 08 09 22                  Universidad Nacional                  Autónoma de México                  Facultad de Ciencias                  Física                  301540559</p>
<p>2. Datos del tutor                  Grado                  Apellido paterno                  Apellido materno                  Nombre(s)</p>	<p>2. Datos del tutor                  Dr.                  Rendón                  Garrido                  Pablo Luis</p>
<p>3. Datos del sinodal 1                  Grado                  Apellido paterno                  Apellido materno                  Nombre(s)</p>	<p>3. Datos del sinodal 1                  Dr.                  Orduña                  Bustamante                  Felipe</p>
<p>4. Datos del sinodal 2                  Grado                  Apellido paterno                  Apellido materno                  Nombre(s)</p>	<p>4. Datos del sinodal 2                  Dr.                  Padilla                  Longoria                  Pablo</p>
<p>5. Datos del sinodal 3                  Grado                  Apellido paterno                  Apellido materno                  Nombre(s)</p>	<p>5. Datos del sinodal 3                  Dra.                  Stern                  Forgach                  Catalina Elizabeth</p>
<p>6. Datos del sinodal 4                  Grado                  Apellido paterno                  Apellido materno                  Nombre(s)</p>	<p>6. Datos del sinodal 4                  Dr.                  Gómez                  Aíza                  Ricardo</p>
<p>7. Datos del trabajo escrito                  Título                   Número de páginas                  Año</p>	<p>7. Datos del trabajo escrito                  Efectos no lineales de                  propagación en el interior de                  un trombón de vara.                  138 p.                  2009</p>

El trabajo experimental y de tesis se ejecutó en el Laboratorio de Acústica y Vibraciones del Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico (CCADET) de la Universidad Autónoma de México, bajo la dirección del Dr. Pablo Luis Rendón Garrido, Investigador de dicho Laboratorio. Se contó con la colaboración y asesoría del Dr. Felipe Orduña Bustamante y del Maestro en Ingeniería Antonio Pérez López, investigadores del Laboratorio de Acústica y Vibraciones, CCADET, UNAM.

Para la revisión de esta tesis contamos con la asesoría de la Dra. Catalina Stern Forgach, Investigadora del Departamento de Física de la Facultad de Ciencias, UNAM, del Dr. Pablo Padilla Longoria, Investigador del IIMAS, UNAM y del Dr. Ricardo Gómez Aíza, Investigador del Instituto de Matemáticas, UNAM.

A todos ellos, muchas gracias.

Agradezco a PAPIIT IN120008 por el apoyo otorgado dentro del proyecto Fenómenos Ondulatorios No Lineales.

Indice general  
Introduccion  
Revision bibliografica  
Instrumentos de aliento: generacion y propagacion del sonido  
Oscilaciones de resonancia en tubos  
Modelos fisicos del trombon  
Fundamentos  
Analisis de Fourier  
Transformada rapida de Fourier  
Metodo de la sonda de dos microfones  
Desarrollo experimental  
Mediciones en el tubo  
Dispositivo y procedimiento experimental - tubo  
Mediciones en el trombon  
Analisis de datos  
Procesamiento de la señales medidas  
Ruido de fondo  
Series de datos truncadas  
Aplicacion del metodo de la sonda de dos microfones  
Aplicacion del filtro  
Analisis espectral  
Pulso aislado  
Mediciones de la dinamica en el trombon  
Atenuacion de la señal de presion del pulso  
Conclusiones  
Apendice A: material  
Apendice B: densidad de energia  
Apendice C: incertidumbres  
Potencia y cociente de potencias porcentuales  
Coeficiente de atenuacion  
Apendice D: codigos  
RTdatpromm  
RTgrafreal  
Ruido  
RTcocPotencia512FCm  
RCparsevalFm  
RT512potenciaFCm  
RT512divPot16FCm  
RTganzm  
RT512divPot16ganzm  
Dinamicam  
Fitlogpm  
Fitlognm  
INCdatpromFTm  
INCdosmicroRT.m  
INC512divPotm  
Bibliografia

Palabras clave: trombon, propagacion, no lineal, energia, transferencia, espectro, sonido, instrumento, musica.

# 1 Introducción

La historia de los instrumentos de aliento metálicos o metales (en inglés conocidos como *brass instruments*) comienza con el uso de tubos más o menos cilíndricos o cónicos, que tienen su origen en conchas de mar o en cuernos de animal, y que no rebasaban, en general, medio metro de longitud. Su frecuencia fundamental se encontraba alrededor de los 300 Hz y su repertorio estaba limitado a una sola nota. Existen excepciones en el caso de instrumentos derivados de los tallos de plantas que son mucho más cercanos a ser cilíndricos. Un ejemplo es el didjeridu de los aborígenes australianos, que es un tronco de árbol, típicamente de 1 ó 2 metros de longitud, que ha sido ahuecado por acción del fuego y que tiene una terminación que se ensancha gradualmente, su diámetro interno aumenta desde 3 hasta 5 cm. En este caso la fundamental está alrededor de 60 Hz típicamente y solamente puede acceder a un modo mayor, sin embargo el sonido es enriquecido por una variedad de técnicas al tocarlo [14].

El desarrollo de los instrumentos occidentales derivó en dos caminos distintos durante la época medieval, ambos enfocados a producir posibilidades melódicas más flexibles. A los instrumentos pequeños y cónicos se les perforó, de manera semejante a una flauta, para permitir la producción de notas entre los modos del cuerno completo. Se desarrollaron pequeñas boquillas para mejorar la producción de tonos y la comodidad al tocar, y la estructura del instrumento se refinó haciéndola de metal o de madera, sustituyendo a las formas naturales. Un ejemplo de este tipo de instrumentos que sobrevivió de manera refinada a través del periodo barroco es la corneta.

La otra línea de evolución se definió por incrementar mucho la longitud del instrumento y por disminuir su calibre (o diámetro), de tal forma que los modos superiores cercanos entre sí se volvieran accesibles para su uso melódico. Los modos bajos de estos instrumentos eran aún accesibles, pero producían notas bastante separadas en tono. Uno de los mecanismos más exitosos para rellenar estos huecos fue el hacer uso del mecanismo de vara (parte deslizable), como en el trombón moderno, lo cual incrementa la longitud de la parte cilíndrica y estrecha de manera variable y continua. La mayoría de los instrumentos de uso actual, como la trompeta, hacen uso del mecanismo de válvulas (entre 3 y 5) para cambiar a diversas longitudes la parte cilíndrica del instrumento.

El presente trabajo está enfocado al estudio de la propagación de ondas acústicas en el interior de un trombón. El interés particular por este instrumento de aliento metálico es debido a la longitud de su parte cilíndrica o resonador, que es extendible de tal forma que el trombón alcanza a medir hasta alrededor de 4 metros. Esta particularidad le confiere el timbre brillante característico del sonido que produce, sobretodo para dinámicas altas (*fortissimo*). Es de nuestro interés analizar los efectos no lineales que se establecen debido a la propagación a lo largo de la parte de sección transversal constante del trombón como función de la amplitud inicial de la onda

progresiva así como de la distancia que ésta recorre.

Al hacer una revisión bibliográfica (capítulo 2) de los trabajos escritos al respecto del trombón (o de tubos cilíndricos) como un sistema no lineal en cuyo interior se llegan a formar ondas de choque en condiciones normales de uso para la dinámica más alta [1], encontramos que es precisamente la presencia de este fenómeno la que da la pauta para considerar que la función de transferencia de la fuente al escucha debe ser no lineal.

Muchos de estos trabajos hablan de un efecto conocido como empinamiento de onda (o *wave steepening* en inglés), que está asociado al bombeo de energía a la parte alta del espectro de frecuencias y que es resultado de esta función de transferencia no lineal. Es precisamente este efecto no lineal de la propagación el que analizaremos con detalle (capítulo 5) a partir de mediciones de presión realizadas en el interior de un trombón (capítulo 4).

Menguy y Gilbert [12] desarrollan en su trabajo un modelo que establece que el campo acústico en el interior del tubo cilíndrico (de dimensiones del mismo orden de magnitud que en nuestro experimento) puede descomponerse en dos ondas progresivas, cada una descrita por una ecuación de Burgers, lo cual es válido mientras que no se hayan formado ondas de choque. La ecuación de Burgers relaciona no linealidad con atenuación debida a pérdidas de energía. Este resultado es sorprendente (y muy importante para el análisis de nuestros datos) ya que indica que es posible hacer una aproximación lineal mediante dos ondas progresivas que interactúan localmente pero cuyo efecto no es acumulativo. Si el sistema fuese lineal las dos ondas viajaras no interactuarían entre sí, cumpliéndose el principio de superposición.

La contribución del presente trabajo es estudiar pulsos cortos que se propagan a lo largo del trombón, a diferencia de ondas estacionarias o progresivas de una sola frecuencia fundamental, como se ha hecho en los trabajos anteriores. Esto facilita estudiar la evolución de un espectro amplio (en este caso de 0 a 6400 Hz) conforme se propaga el pulso, y no sólo de los armónicos del instrumento.

## 2 Revisión bibliográfica

### 2.1. Instrumentos de aliento: generación y propagación del sonido

Con el fin de estudiar los instrumentos de aliento, se les divide en dos grupos principalmente desde el punto de vista de producción de sonido. Al primero pertenecen los instrumentos que se hacen sonar soplando aire a través de algún tipo de apertura y contra un borde, como en la flauta o en un silbato y al segundo pertenecen los instrumentos que producen sonido haciendo zumbar una lengüeta y su soporte, como es el caso de la trompeta, el saxofón y el trombón. Dentro del segundo grupo existe a su vez una distinción entre lengüetas: las que se cierran cuando la presión de la fuente aumenta y las que tienden a abrirse bajo estas circunstancias. Las segundas se caracterizan por generar sonido dentro de un rango muy limitado de frecuencias alrededor de la frecuencia de resonancia de la lengüeta, lo cual se aborda en ?. El grupo de instrumentos de aliento de metal, conocidos en inglés como *brass instruments*, está conformado por el trombón, la trompeta y los cuernos, entre otros. Lo que los caracteriza es que están hechos de metal y producen un sonido muy particular. El clarinete y el saxofón, entre otros, son considerados alientos de caña, que son distintos a los metales. De manera general puede decirse que el análisis acústico de este tipo de instrumentos se enfoca desde dos puntos de vista por separado: la generación del sonido por el músico en la boquilla y los efectos de la propagación del sonido a lo largo del instrumento; en ambos procesos pueden acontecer procesos no lineales (?, ?, ?, ?, ?, ?). El trombón es un instrumento que suena cuando el músico hace zumbar sus labios, los cuales actúan como un par de lengüetas que son forzadas a abrirse por la presión de la fuente (soplido), por lo que pertenece al último grupo mencionado anteriormente. Debido a que el sonido generado en un trombón, y en general en los instrumentos de metal, depende en gran medida de varios parámetros que controla el músico (aún dentro del comportamiento lineal del instrumento), la interacción entre músico e instrumento es un tema de interés para la acústica y ha sido abordado por diversos autores, entre ellos Elliott y Bowsher, Fletcher y Rossing en ? y ?, respectivamente.

El presente trabajo aborda únicamente los fenómenos de propagación; sin embargo se mencionan a continuación los resultados más importantes del trabajo realizado por Elliott y Bowsher ?. En él desarrollan una teoría de regeneración, es decir, un modelo para describir las condiciones bajo las cuales una oscilación del mecanismo labios-instrumento-de-aliento-de-metal es sostenida. Obtienen dos expresiones importantes: la primera es la condición para que una nota sea sostenida, y la segunda, la estructura armónica de la presión en la boquilla para frecuencias bajas. La regeneración es un proceso de retroalimentación entre el músico y el instrumento en el que el músico tiene la posibilidad de controlar en tiempo real muchos factores,

algunos muy sutiles. La teoría simplifica al sistema considerándolo un mecanismo del tipo válvula controlada por presión: los labios (idealizados como un oscilador amortiguado) son forzados al movimiento debido a la presión en la boquilla, y la apertura entre éstos modula el flujo hacia el instrumento; esto da lugar a una presión controladora en la boquilla debido a la impedancia acústica del instrumento. La interacción (retroalimentación) es descrita en términos de las componentes: la fuente (pulmones), la lengüeta (labios) y el comportamiento acústico (lineal) del instrumento. Se considera una relación lineal y dependiente de la frecuencia entre la dinámica del instrumento y la de la lengüeta, expresada comúnmente en el espacio de frecuencias como la impedancia acústica de entrada del instrumento. El flujo entre labios se supone no lineal e independiente de la frecuencia (flujo cuasiestático). Del modelo de interacción se derivan las ecuaciones que describen la regeneración ?. En base a lo concluido en la teoría, las mediciones realizadas en el trombón (siendo tocado) sirven para determinar de manera aproximada algunos parámetros para posteriormente hallar la magnitud de la impedancia de la fuente (pulmones), o bien, las características dinámicas de los labios, entre otras cosas. Sin embargo, la teoría no explica la capacidad del músico de tocar notas en la boquilla por debajo de la frecuencia de resonancia de la misma, ni arroja resultados satisfactorios sobre la estructura armónica en la boquilla para frecuencias altas ?. Existen varios estudios fotográficos y de vídeo sobre el movimiento de los labios mientras el instrumento es tocado. Elliott y Bowsher ? se apoyan en las siguientes observaciones hechas por Martin en ? para el desarrollo de su modelo:

1. el movimiento de los labios es casi senoidal,
2. los labios se cierran cada ciclo para todas las notas estudiadas,
3. la amplitud de vibración de los labios es mucho mayor para las notas bajas que para las altas.

Ellos observaron que las notas más graves presentan en la boquilla una señal de presión no senoidal muy característica, y que conforme las notas se van haciendo más agudas, la señal tiende a ser casi senoidal.

Fletcher y Rossing mencionan en ? que todos los sistemas de extensión finita tienen un número infinito de modos de oscilación posibles. La física lineal de un instrumento musical estudia los modos de oscilación y sus frecuencias características; la física no lineal busca encontrar las funciones que acoplan los distintos modos de oscilación. En resonadores musicales estos modos tienen una frecuencia bien definida y mantienen una relación cercana a la armónica (sistemas completamente armónicos no existen en la práctica). Esto es producto de que los sistemas musicales oscilantes usualmente consisten de un resonador multimodal casi lineal que es excitado por un mecanismo no lineal de retroalimentación. Si este mecanismo es lineal, el sistema está desacoplado y cada modo adquiere una frecuencia de excitación cercana a su frecuencia natural. Estas frecuencias nunca presentan de manera precisa una relación precisa de números enteros entre ellas, por lo que la excitación total tiene una forma de onda que no se repite exactamente. Sin embargo, los tonos sostenidos de los

instrumentos musicales exhiben formas de onda que se repiten, por lo que los modos deben estar amarrados (en inglés *locked*) en relaciones precisas de frecuencia y fase, independientemente de la no armonicidad de las frecuencias naturales; para mayor referencia consultar un artículo escrito por Fletcher ?.

El comportamiento no lineal de un instrumento de aliento (generador conformado por lengüetas acoplado a un resonador o tubo) se establece cuando las vibraciones son de amplitud alta y poseen un desarrollo armónico significativo. En todos los casos de oscilaciones de auto-regeneración, como es el caso del trombón, fenómenos no lineales determinan la duración de la oscilación, el contenido armónico del sonido y su amplitud. Desde un punto de vista simplificado, el sistema es un oscilador (no lineal) que modula el flujo de aire, en el que parte de este flujo sirve para alimentar al oscilador con una fase tal que lo excite de manera sostenible. Claramente, en todos los sistemas musicales se establece un ciclo límite. El generador conformado por las lengüetas es una válvula controlada por presión, debe operar en la entrada de un resonador que le represente una variación de presión máxima, o bien, una impedancia máxima de entrada para el resonador. La relación que presentan Fletcher y Rossing ? entre la presión que controla a la lengüeta y el flujo a través de ella es cuasi-estática y no lineal. Asumiendo una variación senoidal de la presión en la boquilla con frecuencia  $\omega$ , el flujo resultante contendrá términos con frecuencia  $\omega$ , así como con múltiplos enteros de ésta. Si la amplitud de la presión en la boquilla es pequeña (menor a uno), el término con frecuencia  $n\omega$  (donde  $n$  es entero) del flujo tendrá una amplitud que variará como la amplitud de la presión a la potencia  $n$ . La campana presenta un comportamiento lineal, por lo que cuando los términos del flujo con frecuencias altas interactúan con éste, dan lugar a una presión con frecuencia  $n\omega$  en la boquilla. El generador acústico en un instrumento de metal opera bajo una frecuencia fundamental muy cercana a la resonancia de las lengüetas. El desplazamiento de las lengüetas no se verá afectado por estas frecuencias altas y se mantendrá senoidal. Sin embargo, la ecuación del flujo es lo suficientemente no lineal para que se generen muchos armónicos de gran amplitud y fase amarrada (*phase locked*) ?. El contenido armónico del sonido depende de la geometría de las lengüetas y de las resonancias características del tubo del instrumento. En ?, se menciona que en general los instrumentos de metal son diseñados con una terminación de un calibre que gradualmente se ensancha, de tal forma que los máximos de impedancia se alineen en frecuencia y concuerden con los armónicos de la frecuencia fundamental. Esta alineación es esencial para generar un tono rico y para que las notas se mantengan estables mientras cambia el contenido armónico y de amplitudes, según los estudios de Benade y Gans ? y Benade ?.

## 2.2. Oscilaciones de resonancia en tubos

Dentro del marco teórico del presente trabajo es de importancia el estudio de oscilaciones de resonancia dentro de tubos cilíndricos con sección transversal constante, debido a que la propagación de sonido a lo largo del trombón acontece principalmente en el interior del resonador, que es cilíndrico y con radio constante a lo largo de una distancia máxima de aproximadamente 3 metros. Los siguientes tres artículos discuten diferentes aspectos relacionados con el establecimiento de oscilaciones de resonancia dentro de un tubo. Sirven como base para algunos estudios sobre oscilaciones de resonancia dentro de un trombón, cuyos resultados más importantes se presentan en el siguiente capítulo.

El análisis de ondas estacionarias y puramente progresivas no lineales dentro de un resonador acústico es abordado por Menguy y Gilbert en [?], mientras que Ilinsky et. al. en [?] analizan sólo a las primeras. En [?] se desarrolla un modelo unidimensional para estudiar ondas estacionarias de gran amplitud (no lineales). Parten de una sola ecuación en el dominio temporal para el potencial de velocidad en una gas ideal que incluye la dinámica no-lineal del gas, efectos de absorción en el volumen, la fuerza externa armónica que perturba al resonador y que propicia las oscilaciones en el gas, y el radio del resonador que es variable. Adimensionalizan la ecuación y ésta es reemplazada por un conjunto de dos ecuaciones de orden menor. Este conjunto es transformado a un par de ecuaciones espectrales. Las ecuaciones de las amplitudes complejas de las componentes espectrales son integradas numéricamente, considerando 20 armónicos. Realizan las siguientes aproximaciones para la derivación de la ecuación: la atenuación es pequeña tal que desprecian los términos no lineales de disipación y los coeficientes de viscosidad son constantes. No consideran pérdidas de energía en la capa límite, sin embargo sí se toman en cuenta mediante un coeficiente efectivo de absorción cuyo valor es mayor que la disipación en el volumen. El resonador está oscilando a lo largo de su eje debido a una fuerza externa provista por un motor, se desplaza aceleradamente con una cierta amplitud y como función senoidal en el tiempo (la ecuación del modelo está escrita desde el sistema de referencia que se mueve con el resonador). El resonador tiene simetría axial pero forma arbitraria. Se compara la respuesta de un resonador cilíndrico, uno cónico y otro con forma de bulbo. La teoría predice la señal de presión a lo largo del resonador, si hay o no un desplazamiento de la frecuencia de resonancia, es decir, la amplitud de los armónicos como función de la magnitud de la aceleración y de la frecuencia del resonador, y efectos de histéresis en los resonadores cónico y en forma de bulbo para magnitudes grandes de la oscilación. Todos los resonadores excepto el cilíndrico son disonantes, lo cual significa que las resonancias no son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental (los modos no están equidistantes en frecuencia). Esto resulta en un desfaseamiento entre componentes armónicos y por lo tanto, en una interferencia destructiva entre éstos, lo cual previene la formación de ondas de choque. Los resultados numéricos se encuentran en acuerdo con los experimentos de

manera cualitativa; el desplazamiento de la frecuencia de resonancia no sólo depende de la amplitud de la oscilación, sino también de la geometría del resonador: hay un desplazamiento en todos los resonadores excepto en el cilíndrico. En éste no se observa un desplazamiento de la frecuencia de resonancia y se producen ondas de choque para amplitudes entre moderadas y altas.

Menguy y Gilbert ? presentan resultados experimentales y teóricos sobre la propagación débilmente no lineal (velocidad acústica mucho menor que la velocidad del sonido) de una señal acústica plana dentro de un tubo cilíndrico lleno de un fluido termo-viscoso, tanto en el caso puramente progresivo como en el de onda estacionaria. A diferencia de la mayoría de los trabajos realizados sobre este tema, ellos resuelven las ecuaciones no lineales dentro del tubo de manera muy general, es decir, con cualquier terminación del tubo y con cualquier fuente periódica. Consideran un fluido perfecto (aire) newtoniano, en el régimen laminar y en estado estacionario. El intercambio de calor obedece a la ley de Fourier y se desprecian fenómenos de relajación. Obtienen el dominio de validez de cada una de las aproximaciones consideradas en la teoría para poder comparar con los experimentos (frecuencias y radio del tubo del orden de 1 kHz y 1 cm, respectivamente, intensidades cercanas a 150 dB). Las ecuaciones de conservación de masa, energía y momento se adimensionan por un lado en el campo acústico principal y, por el otro, en las capas límite. Se realiza un cálculo perturbativo usando expansiones asintóticas. Las ecuaciones se simplifican y promedian sobre una sección transversal del campo acústico dentro del tubo. Se hace un ajuste asintótico con la capa límite y se obtienen ecuaciones no lineales de propagación. A partir del análisis adimensional se puede determinar el orden de cada término, por lo que concluyen que las pérdidas en el volumen son despreciables y que las pérdidas termoviscosas en la capa límite no lo son, mientras no haya formación de ondas de choque. Al aplicar finalmente un método de escalas múltiples (método adaptado para fenómenos acumulativos en el caso de expansiones asintóticas) se llega a dos ecuaciones de Burgers modificadas no acopladas entre sí en el caso de onda estacionaria. La ecuación de Burgers es una ecuación modelo que relaciona no-linearidad con atenuación. De esto se sigue que la onda estacionaria es la suma de dos ondas progresivas e independientes, cada una descrita por una de las ecuaciones de Burgers. Este es un resultado no obtenido antes y surge de que la interacción entre las dos ondas progresivas es local, mas no acumulable, por lo que permanece despreciable. Dadas las condiciones de frontera en ambos extremos del tubo, se resuelven las ecuaciones de Burgers numéricamente en el espacio de frecuencias asumiendo que cada una de las ondas progresivas es una suma de Fourier de  $N$  armónicos. Un procedimiento semejante se hace para propagación no lineal sin pérdidas y para propagación lineal con pérdidas, descartando el término correspondiente en las ecuaciones de Burgers. La señal en cualquier punto del tubo se compara con el experimento. En éste las señales en la fuente son senoidales y van variando en intensidad o nivel. Miden presión en tres puntos distribuidos a lo largo del tubo. Para el caso estacionario la frecuencia de la fuente es de 500 Hz,

en el extremo abierto del tubo se coloca una terminación absorbente no muy eficiente para esta frecuencia por lo que la onda reflejada no es despreciable. Para el caso progresivo, la frecuencia de la fuente es de 2000 Hz, frecuencia para la cual la terminación es muy absorbente. Los resultados teóricos (teoría no lineal y con pérdidas) y experimentales difieren en la fundamental y en el segundo armónico por una cantidad del orden de 0.1 dB y para el tercer armónico en el orden de 0.5 dB. Comparando las predicciones de las tres teorías (no lineal con pérdidas, lineal con pérdidas y no lineal sin pérdidas) con el experimento, concluyen que la primera es la más atinada. Observan que para intensidades mayores a 140 dB, hay pérdidas en la fundamental debido a efectos no lineales y la energía acústica es transferida al segundo y tercer armónicos.

Chester [?] describe las oscilaciones dentro de un tubo que por un lado está abierto y por el otro tiene un pistón que oscila. Cuando todos los efectos de disipación son despreciados, se encuentra que las oscilaciones sufren discontinuidades para frecuencias cercanas a las de resonancia. Los efectos de cuatro tipos de mecanismos disipativos sobre las oscilaciones son analizados. Éstos son: 1. viscosidad compresiva, 2. amortiguamiento debido a la radiación en el extremo abierto, 3. los efectos de la capa límite en la pared del tubo, 4. disipación no lineal. Para el estudio de resonancias en tubos, la condición de frontera que se impone, en general, es presión constante en el extremo abierto. Considerando una acústica lineal dentro del tubo (superposición de ondas progresivas), esta condición de frontera implica que en resonancia, la amplitud tiene una singularidad (sucede lo mismo para el caso del tubo con un extremo cerrado, como concluye Chester en [?]). La solución es muy sensible a las condiciones de frontera por lo que no es muy claro cuál debe ser dicha condición. El análisis desarrollado en este trabajo se hace para una condición de frontera general para el extremo abierto y así se discuten los efectos de las posibles contribuciones sobre ésta. Se considera un fluido compresible, no estacionario y unidimensional. Las ecuaciones que lo describen son derivadas en otro trabajo de Chester [?]. Se evalúa la influencia de los diversos mecanismos disipativos sobre la solución obtenida. El efecto más importante de los primeros dos mecanismos (viscosidad compresiva y amortiguamiento por radiación) es remover las discontinuidades y sustituirlas por transiciones bruscas, así como determinar su posición. La contribución dominante es debida al amortiguamiento por radiación, más que por la viscosidad. Aún si la viscosidad tiende a cero, no se presentan discontinuidades ya que el ancho de la onda de choque tiende a cero junto con la viscosidad. Esto último asegura una transición continua para cualquier valor de la viscosidad. Bajo condiciones típicas puede suceder que el efecto de la capa límite sea dominante sobre las oscilaciones, haciendo que éstas sean suaves para toda frecuencia, y difieran mucho de las previstas por una teoría invíscida. Si hay una pérdida importante de energía debido a la formación de remolinos o vórtices en el extremo abierto, las oscilaciones también se verán modificadas. El efecto sobre las oscilaciones debido a disipación de energía por formación de remolinos es cualitativamente similar al debido a la capa límite,

en ambos casos existe un parámetro que por encima de un cierto valor asegura la continuidad de las oscilaciones y que por debajo de éste, determina la posición de las discontinuidades. El parámetro asociado con la formación de remolinos depende de la proporción de energía que cruza el extremo abierto y que es disipada en remolinos.

## 2.3. Modelos físicos del trombón

En los trabajos que se presentan a continuación se retoman algunos resultados de los estudios realizados para oscilaciones de resonancia en tubos y se aplican a modelos que intentan reproducir la producción de sonido en un trombón.

Las ondas de choque dentro de resonadores cilíndricos presentadas por Ilinsky et. al. en [1] sirven de preámbulo para las que se generan dentro de un trombón. Hirschberg, Msallam y Wijnands [2] abordan este tema y parten de que los modelos anteriores o clásicos de instrumentos de aliento (como [3]) se reducen a un sistema retroalimentado en el que la fuente no lineal de sonido controla un filtro lineal que representa al resonador o tubo del instrumento. Sin embargo, el sonido generado mediante estos modelos no representa al sonido característico (conocido en inglés como *brightness*) del instrumento ya que hay fenómenos importantes que no son considerados en dichos modelos. De lo anterior se deriva que el efecto no lineal de propagación es esencial para la transferencia del sonido desde la fuente hasta el oyente. En particular, se demuestra experimentalmente la relación que hay entre el sonido brillante del trombón con efectos no lineales dentro del resonador del instrumento, y que a nivel *fortissimo* se traduce en ondas de choque que se generan en su interior. Los experimentos consisten en medir la señal de presión acústica en la boquilla, en el tubo y en la campana para niveles bajo, medio y alto para dos frecuencias distintas. De manera cualitativa analizan la evolución de dicha señal dentro del instrumento e identifican discontinuidades con ondas de choque, mismas que visualizan con una técnica especial. La no linealidad en la función de transferencia depende altamente de la no linealidad de la fuente. El flujo es controlado por los labios y la boquilla en conjunto, lo que resulta en un aumento marcado de la presión durante la oscilación, como se explica a continuación. Para una nota de nivel dinámico pequeño, se observa que la señal de presión se mantiene constante durante la mayor parte del ciclo y su valor es cercano al de la presión suministrada por el músico. Esto se explica en función de que la apertura de los labios es grande comparada con el cuello de la boquilla, el cual controla al flujo. El valor de la presión cae súbitamente cuando los labios se cierran. Posteriormente la presión se reestablece al valor constante y el ciclo se repite. Es precisamente este lapso corto de compresión, el que debido a la propagación no lineal de la onda, genera una onda de choque. Este fenómeno es conocido (en inglés) como *wave steepening* y puede traducirse como empinamiento de onda, que se refiere al incremento en el valor ab-

soluto de la pendiente de la señal de presión conforme ésta se ve sometida a procesos no lineales durante su propagación. Para niveles mayores (*fortissimo*) este efecto es más importante, como se observó en el experimento. En la mayoría de los instrumentos de aliento esto no sucede pero en el trombón sí debido a la gran longitud del resonador. De manera teórica expresan la distancia a la que se forma la onda de choque y es inversamente proporcional a la derivada parcial respecto al tiempo de la presión en la boquilla. La parte cilíndrica (de sección transversal constante) de un trombón en séptima posición mide entre 2 y 3 metros, por lo que para niveles altos (*fortissimo*) alcanzan a formarse ondas de choque. Las ondas de choque tienen un alto contenido de altas frecuencias, lo que se identifica con el sonido metálico y brillante del trombón. Existen otros instrumentos con sonido “brassy”, como el Flügelhorn o el Saxhorn, que a diferencia del trombón, no tienen un sonido brillante ?. Lo que diferencia al Saxhorn del trombón, es que en vez de tener justo al lado de la boquilla un cilindro, tiene un cono, lo cual implica un decaimiento más rápido de la onda, por lo que el efecto no lineal (cambio muy rápido en la pendiente de la señal de presión) se ve reducido y su sonido no es brillante. Ahora bien, a mayores frecuencias, más eficiente es la radiación en la campana del trombón, por lo que éstas no contribuyen en la regeneración de la oscilación de los labios.

En vista de los resultados obtenidos y habiendo considerado propagación no lineal dentro de un trombón en el trabajo de Hirschberg, Msallam y Wijnands ?, Msallam et. al. ? se proponen realizar un modelo simple auto-oscilante para hacer síntesis de sonido. Su investigación parte de que la propagación no lineal contribuye muy poco al fenómeno de auto-oscilación (armónicos generados por no linealidad son radiados) y que la onda reflejada en la campana tiene una amplitud menor y por lo tanto, una distorsión no lineal menor que la incidente. Al momento de reflejarse, la onda sufre una inversión en su perfil y cuando interactúa con una onda incidente compensa los efectos no lineales, por lo que éstos no intervienen en la auto-oscilación. Con el fin de demostrar los efectos de la no linealidad, deducen un modelo extrínseco y otro intrínseco. El modelo de no linealidad extrínseca es un modelo clásico (i.e. lineal) para la descripción de la auto-oscilación, al que se le agrega una unidad extrínseca donde se aplica una distorsión no lineal a la onda incidente tomada a la salida de la boquilla. En el modelo intrínseco se incluye la no linealidad en el proceso de retroalimentación para ondas incidentes y reflejadas. Éste modelo consiste en una fuente que alimenta a un mecanismo de excitación no lineal que a su vez alimenta y es retroalimentado por un resonador no lineal.

Asumen que los efectos de propagación no lineal en la boquilla son despreciables de acuerdo a su naturaleza acumulativa, considerando las dimensiones de la boquilla. La distorsión no lineal en la campana no se contempla puesto que la amplitud de la onda decrece con el radio creciente; esta distorsión sólo se toma en cuenta en la parte cilíndrica del trombón. La interacción no lineal entre la onda incidente y la reflejada no es acumulativa en la distancia como ya se discutió en ?, ? y se desprecia. Asumen que la distorsión no lineal puede tratarse de manera separada a

las pérdidas viscotérmicas (a pesar de que ambos efectos compiten localmente a lo largo del resonador), por lo que se trata de un problema de propagación no lineal en un fluido perfecto con pérdidas agrupadas. Para medir la validez de esta última suposición corren simulaciones para el caso supuesto y el más real, y concluyen que aunque el error crece con la frecuencia (es pequeño para frecuencias pequeñas), el efecto de enriquecimiento espectral permanece. Las pérdidas viscotérmicas dentro del tubo son representadas por un filtro cuya respuesta en frecuencias corresponde al amortiguamiento lineal teórico. Para la propagación no lineal sin pérdidas utilizan el método de características aplicado a una onda que viaja en una dirección en un fluido uniforme e isentrópico inicialmente en reposo. La velocidad de propagación acústica es función de la velocidad local del fluido en donde está la fuente. La longitud de propagación está fija, por lo que corresponde a un tiempo variable de retraso en la propagación. Reformulan el mecanismo de propagación mediante una aproximación (delay line: línea de retraso). Expresan la señal de entrada evaluada en un cierto tiempo como la función de salida evaluada en ese mismo tiempo más el tiempo de retraso de la propagación. Finalmente encuentran la velocidad en la salida como función del tiempo en términos del retraso. El método de características resulta en una solución multivaluada donde las líneas se intersectan. Aplicando la teoría de ondas de choque débiles, es posible introducir una discontinuidad que las modela. Para la síntesis de sonido consideran que es más pertinente evitar que se formen ondas de choque, lo cual consiguen mediante limitar la razón de cambio del movimiento cuando se detectan cruces de las líneas características.

La presión en la salida de la campana es la presión al final del resonador pasado por un filtro lineal cuya respuesta en frecuencia es parecida a la de la campana. La boquilla se representa como dos cilindros con radios ajustables para que su frecuencia de resonancia de Helmholtz aproxime la de la boquilla real (500 Hz). El mecanismo de excitación no lineal queda descrito por la interacción labios-flujo (sistema de regeneración) y la fuente de energía del mecanismo, por una presión estacionaria de la boca. El “modelo de una sola masa” para los labios consiste en una válvula de presión  $\theta$  que oscila con un grado de libertad en dirección ortogonal al eje longitudinal del instrumento. El movimiento de los labios queda descrito por un oscilador mecánico, amortiguado y forzado (fuerza aplicada a los labios). Éste está acoplado a un flujo de aire incompresible cuasiestático. Los parámetros del oscilador son variados para controlar la apertura entre labios. A su salida se asume un flujo volumétrico obtenido a partir de la ecuación de Bernoulli para flujo estático perfecto y las pérdidas causadas por viscosidad del fluido y efectos inerciales se le agregan al flujo como un término extra. Asumiendo que el flujo se convierte en una señal acústica en la copa de la boquilla y que el campo acústico es la superposición de una onda reflejada conocida y otra incidente, es posible determinar el flujo volumétrico instantáneo así como la onda incidente. Considerando la razón entre el ancho y la longitud de los labios constante (función cuadrática del área en relación a la apertura entre labios), la derivada del flujo evoluciona temporalmente casi de manera lineal hasta el cero, que corresponde a los labios cerrados, obteniendo una excitación

y una señal de salida realistas.

La presencia de efectos no lineales en la propagación se evidencia haciendo una comparación del campo acústico interno entre los modelos intrínseco y extrínseco para tonos altos. Para una frecuencia de 186 Hz y un nivel *fortissimo* (7000 Pa), que se obtiene con un resonador de 3 m aproximadamente, se calculan las señales en la boquilla y en la salida del resonador. Haciendo una comparación cualitativa con experimentos, se observa que las señales calculadas por ambos modelos en la boquilla son bastante parecidas a la señal medida. Sin embargo en la salida del resonador la señal calculada para el caso intrínseco se asemeja bastante al experimento, mientras que para el caso extrínseco no hay mucha similitud. Para el caso intrínseco, se compara el espectro de las ondas de presión incidentes en la entrada y en la salida del resonador, y se observa que hay una transferencia importante de energía de las frecuencias bajas hacia las altas debido a la distorsión no lineal. Comparando la onda reflejada en la entrada y en la salida del resonador, se nota que la onda es distorsionada ya que hay un empobrecimiento del espectro (debido al cambio de signo cuando las ondas se reflejan al final de la campana). Las frecuencias altas son radiadas de manera eficiente y la onda reflejada en la entrada del resonador muestra una pendiente menor en el lapso de descompresión en comparación con la onda al final del resonador debido a la distorsión no lineal. En la boquilla, el espectro de las ondas reflejadas que son la retroalimentación acústica de los labios, es más rico en frecuencias altas en el modelo intrínseco que en el extrínseco.

Se deduce la influencia de la propagación no lineal sobre la señal en la fuente (en la entrada del instrumento) de comparar el espectro de la magnitud de la derivada temporal del flujo para ambos modelos. Excepto para las frecuencias más bajas, la magnitud es mayor en el modelo intrínseco y hay transferencia de energía de frecuencias bajas hacia más altas. Analizando los resultados de otra simulación para una nota más baja (alrededor de 104 Hz) se corrobora que la modificación de la auto-oscilación en el caso no lineal es más atinada que en el lineal, ya que la señal de presión en la boquilla calculada con el modelo intrínseco no es senoidal y tiene la forma típica de frecuencias bajas y de niveles altos, ver ?. La predicción del modelo extrínseco no es tan satisfactoria puesto que la apertura entre labios como función del tiempo no alcanza a ser cero; es decir, no predice que los labios se cierran.

La distorsión no lineal no induce cambio alguno en el periodo de ondas simples periódicas antes de la formación de ondas de choque. Por lo tanto, en el modelo extrínseco la frecuencia fundamental calculada en la salida será igual a la frecuencia fundamental de la auto-oscilación. La distorsión no lineal en las ondas reflejadas puede influir en la auto-oscilación y modificar la auto-oscilación del modelo intrínseco. Este efecto puede ser perceptible para dinámicas altas, lo que se concluye de comparar una frecuencia tocada en el instrumento con la obtenida mediante la solución lineal, para distintos niveles. El mecanismo que induce cambios en la auto-oscilación es difícil de explicar. Comparando las señales de presión en la salida de la campana calculadas por los tres modelos (intrínseco, extrínseco y lineal), se observa que en el caso intrínseco el perfil es más empinado que en los otros casos. De esto se sigue que

el timbre de la señal del modelo intrínseco es el más brillante. La transferencia de energía de frecuencias pequeñas a grandes se observa para distintos niveles dinámicos *fortissimo*, *forte* y *mezzo-forte*. Para el último, la diferencia es aún perceptible pero para el nivel más bajo, *piano*, la diferencia es imperceptible.

En el trabajo realizado por Thompson y Strong <sup>?</sup>, basado en el modelo propuesto por Msallam et. al. <sup>?</sup>, se desarrolla un modelo de producción de sonido de un trombón en específico, en el dominio de frecuencias. El objetivo del modelo (no lineal) es estudiar los efectos del ya mencionado empinamiento de onda (*wave steepening*) en todo el instrumento (y no sólo en el resonador, como en <sup>?</sup>), incluyendo de manera más realista las pérdidas termoviscosas en las paredes y hacer una comparación de resultados computacionales con los obtenidos experimentalmente, en particular de las predicciones para el espectro radiado. La forma del instrumento es aproximada por 152 tubos cilíndricos de longitud y radio variados para dar una mejor descripción a la forma del instrumento. En cada uno de ellos hay propagación con pérdidas y reflexión de ondas. Se estudian ondas estacionarias periódicas como una superposición de ondas incidentes y reflejadas; a pesar de que esto no es estrictamente válido cuando el sistema no es lineal, como concluyen Msallam et.al. <sup>?</sup>; sin embargo el error es pequeño, y en cada cilindro se consideran las ondas como sumas de componentes armónicos.

En el modelo lineal (no toma en cuenta el empinamiento de onda) lo que caracteriza acústicamente al trombón es el coeficiente de reflexión complejo en las entradas de cada cilindro, es decir, en el extremo más cercano a la boquilla de cada cilindro. Este coeficiente es la razón entre amplitudes complejas de presión de la onda que entra y de la que sale (reflejada) de cada cilindro. La impedancia acústica adimensional de entrada en cada cilindro se define en términos de la sección transversal y del número de onda complejo del cilindro mismo y del siguiente más cercano a la boquilla, así como de su coeficiente de reflexión. De estas dos expresiones, encuentran la impedancia de radiación en la campana, con la que, mediante un proceso iterativo, se obtienen los coeficientes de reflexión de cada cilindro. Una medición de la onda de presión en la boquilla sirve como entrada para el modelo. Se obtiene un coeficiente de presión complejo de Fourier de la señal medida que se puede descomponer en parte incidente y parte transmitida usando teoría lineal. Conociendo el valor de la presión que sale de la boquilla obtienen el valor de la presión de la onda que sale de los cilindros subsecuentes, y de esta manera modelan el filtrado de la señal a lo largo de su propagación. Consecuentemente obtienen la presión radiada como función de la distancia al plano de la campana, en términos de la presión total en la campana y de la impedancia de radiación. La onda de presión radiada puede calcularse para el campo lejano. Para incluir las pérdidas termoviscosas en las paredes de los cilindros tanto en las ondas salientes como en las entrantes, se considera un número de onda complejo. La transformada de Fourier de la ecuación de Burgers (en el dominio de las frecuencias) predice el empinamiento de una onda saliente que se ha propagado a través de uno de los cilindros descritos por el modelo lineal. En

este caso, la ecuación relaciona la presión saliente de cada componente armónico con la atenuación en el volumen del fluido (que es responsable de reducir las amplitudes de los armónicos de frecuencias altas mientras éstas crecen debido al empinamiento de onda) y de manera inversa con la distancia a la que se forma una onda de choque. Esta distancia es inversamente proporcional a la frecuencia y a la amplitud de la presión acústica mediante el valor máximo de la derivada temporal de la presión saliente en la boquilla. Las no linealidades descritas por esta ecuación son máximas para amplitudes de presión muy grandes y para frecuencias altas, o bien, cuando se forman ondas de choque en distancias pequeñas. Para resolver la ecuación de Burgers en general se emplean métodos numéricos espectrales y las series de Fourier deben de truncarse; el número de componentes armónicos considerado fue 200. La energía ganada en frecuencias altas debido al empinamiento de onda es radiada casi por completo en la campana como sugieren Hirschberg, Msallam y Wijnands ?, por lo que este efecto no requiere ser considerado para la onda reflejada.

La ganancia en energía de las frecuencias altas debido a la no linealidad, es del orden de centenas de dB (menos de 100, resultado experimental), por lo que un error del orden de unos cuantos dB es aceptable. La ganancia la cuantifican calculando la diferencia entre el nivel de presión acústico (SPL por sus siglas en inglés) radiado y el medido en la boquilla para dos diferentes amplitudes de alguna nota, en este caso re4. Graficando la diferencia de nivel de presión acústico para frecuencias de armónicos presentes en re4 para cada una de las amplitudes, se observa que la curva correspondiente a la amplitud mayor diverge más de la de menor amplitud entre mayor es la frecuencia, lo que hace evidente el comportamiento dependiente de la amplitud. Las mediciones experimentales se llevaron a cabo dentro de una cámara anecoica donde un músico tocó el trombón para el que fue desarrollado el modelo. Colocaron un micrófono en la boquilla y otro a una distancia de 2.85 m frente a la campana. Escogieron seis niveles dinámicos para la nota más grave (si b2) y tres niveles para distintas notas (fa 3 y si b3, re 4). Las frecuencias fundamentales medidas para estas notas fueron usadas en el modelo computacional. Los coeficientes complejos de Fourier de las ondas medidas en la boquilla y en el campo lejano fueron calculados para cada segmento. La serie de Fourier de cada dato en cada segmento que conforma a la boquilla fue procesada por el modelo que incluye el efecto del empinamiento de onda (modelo no lineal) y por el modelo que lo desprecia (modelo lineal), dando como resultado la presión teórica en el campo lejano. Los resultados obtenidos con el modelo no lineal y con el lineal para niveles dinámicos bajos son bastante parecidos a lo medido en el experimento. Para niveles altos, el modelo lineal subestima la amplitud de las frecuencias altas del espectro medido y el no lineal presenta una buena concordancia. Para dinámicas extremadamente altas bajo las cuales se forman ondas de choque a distancias significativamente menores que la longitud del instrumento, el modelo no lineal sobreestima las amplitudes de los armónicos de frecuencias altas; este error se debe principalmente al truncamiento de las series.

## 3 Fundamentos

### 3.1. Análisis de Fourier

Un concepto esencial en el análisis de señales es el de un sistema lineal que puede visualizarse como una caja negra y que es posible estudiar analizando la respuesta del sistema a diversas excitaciones. Pocos sistemas físicos reales son lineales, sin embargo, en muchos casos éstos pueden estudiarse de manera aproximada dentro de cierto dominio en el cual son lineales a primer orden. En un sistema lineal, dos excitaciones independientes generan respuestas independientes y en caso de que las excitaciones sean simultáneas, la respuesta del sistema es la suma de las respuestas independientes. Lo anterior se conoce como el *Principio de Superposición* y establece que la presencia de una excitación no afecta la respuesta del sistema a otra excitación. Una extensión de esta propiedad es que los sistemas lineales también son *homogéneos*, en el sentido de que una excitación puede ser escalada linealmente y la respuesta es escalada idénticamente.

El sistema que nos interesa estudiar en el presente trabajo es un tubo largo y estrecho o bien, el resonador de un trombón (la descripción específica se encuentra en el capítulo *Desarrollo Experimental*). Analizando la respuesta de éste a diferentes excitaciones, que en este caso se tratan de pulsos acústicos de amplitud variable y determinado ancho de banda, es posible determinar si el sistema es lineal o no, de qué depende y cómo, éste o aquél comportamiento. El análisis de Fourier es nuestra principal herramienta de trabajo porque es fundamental para sustraer información de las señales temporales de presión medidas en los resonadores, siendo éstas las respuestas del sistema a los diferentes estímulos. A continuación se resumen los aspectos más relevantes para conceptualizarlo.

El análisis de Fourier se basa en el hecho de que las funciones que cumplen con ciertas condiciones de continuidad pueden descomponerse en las sinusoides que la constituyen, esto debido a que cualquier función continua  $g(t)$  puede representarse como la suma de una función par y una impar que estén definidas en todo el intervalo desde  $-\infty$  hasta  $\infty$ . Esta descomposición tiene su fundamento en los sistemas lineales y, por lo tanto, en el principio de superposición. Una función par puede escribirse como una superposición de funciones coseno y una función impar como una superposición de funciones seno, en ambos casos con la debida amplitud para cada componente senoide de cierta frecuencia y con cierta fase. Escribiendo lo anterior en notación compleja y considerando el espacio de la frecuencia continuo, se obtiene la expresión que define a la transformada de Fourier de la función  $g(t)$ , donde  $f$  es la frecuencia y  $G(f)$  es una función compleja que depende de la frecuencia, cuyo rango es la amplitud de las sinusoides:

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f)e^{-i2\pi ft} df. \quad (1)$$

La transformada de Fourier  $G(f)$  se puede expresar a su vez como la integral de la superposición de senos y cosenos con una correspondiente función de amplitud  $g(t)$  que depende del tiempo:

$$G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{+i2\pi ft} dt. \quad (2)$$

Una función y su transformada de Fourier representan dos perspectivas diferentes de la misma información. Una función temporal, mediante la transformada de Fourier, puede estudiarse a través de su espectro. O bien, una función en el espacio de frecuencias mediante la transformada inversa de Fourier, puede representarse a través de su desarrollo en el tiempo.

La diferenciación de una función  $g(t)$  es equivalente a multiplicar su transformada  $G(f)$  por  $i2\pi f = i\omega$ , donde  $\omega$  es la frecuencia angular. Es decir, la transformada de la derivada de  $g(t)$  es igual a la transformada  $G(f)$  multiplicada por un factor proporcional a la frecuencia. Una importante consecuencia de esta relación es que una señal temporal  $g(t)$  que tiene una pendiente muy grande dentro de algún intervalo, necesariamente presentará en su espectro amplitudes significativas para algunas frecuencias altas. Este hecho es de nuestro interés ya que, como se menciona en el trabajo de Hirschberg, Msallam y Wijnands <sup>?</sup>, las ondas en el interior del tubo o resonador del trombón sufren un empinamiento conforme se propagan de manera no lineal. De esto se sigue que entre mayor es el valor absoluto de la pendiente de la señal, mayor es su contenido espectral, fenómeno que se identifica en la bibliografía como transferencia de energía de las frecuencias bajas a las altas y que es más perceptible para niveles dinámicos mayores.

La potencia total de una señal es la misma si se calcula en el espacio del tiempo que si se calcula en el espacio de la frecuencia. Esta equivalencia es natural y se conoce como *el teorema de Parseval*:

$$Potencia\ total = \int_{-\infty}^{\infty} |g(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df. \quad (3)$$

En los casos en que es de interés conocer la potencia contenida en el intervalo entre  $f$  y  $f + df$ , normalmente no se distingue entre frecuencias positivas y negativas, sino que se considera que  $f$  va de 0 a  $+\infty$ . Entonces se define la *Densidad espectral de potencia de un lado* de la función  $g$  como:

$$P_g(f) \equiv |G(f)|^2 + |G(-f)|^2 \quad 0 \leq f \leq \infty, \quad (4)$$

de tal forma que la potencia total es solamente la integral de  $P_g(f)$  desde  $f = 0$  hasta  $f = \infty$ . Si  $g(t)$  es una función real, entonces los dos términos en (4) son iguales, por lo tanto:

$$P_g(f) = 2|G(f)|^2. \quad (5)$$

## 3.2. Transformada rápida de Fourier

El hecho de que la transformada de Fourier sea ampliamente aplicable se debe principalmente a la transformada rápida de Fourier o FFT (por sus siglas en inglés) que es un algoritmo que acorta en gran medida el tiempo de cómputo. A continuación se dará una breve introducción a los conceptos necesarios y al método implementado para calcular la transformada de Fourier discreta (basándome en ?).

### Teorema de muestreo y *Aliasing*

En los casos en que una señal  $g(t)$  es medida en intervalos de tiempo equidistantes  $\Delta$ , la secuencia de valores medidos es

$$g_n = g(n\Delta) \quad n = \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

Para cada intervalo de medición  $\Delta$  existe una frecuencia especial  $f_c$  llamada la *frecuencia crítica de Nyquist* definida por

$$f_c = \frac{1}{2\Delta}. \quad (7)$$

Si una función seno con la frecuencia crítica de Nyquist es muestreada de manera crítica se tendrán dos mediciones por ciclo. El *teorema de muestreo* afirma que si una función  $g(t)$  continua es muestreada con un intervalo  $\Delta$ , y su ancho de banda está limitado a frecuencias menores en magnitud que  $f_c$ , entonces la función  $g(t)$  queda completamente determinada por las mediciones  $g_n$  y  $g(t)$  está dada explícitamente mediante:

$$g(t) = \Delta \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g_n \frac{\sin \{2\pi f_c(t - n\Delta)\}}{\pi(t - n\Delta)}. \quad (8)$$

Es frecuente que la señal que se está midiendo tenga un ancho de banda limitado y en este caso el teorema indica que toda la información contenida en la señal puede obtenerse midiéndola con una frecuencia  $\Delta^{-1}$  igual a dos veces la máxima frecuencia contenida en la señal. Ahora bien, si ésta no tiene el ancho de banda limitado a la frecuencia crítica de Nyquist, entonces al momento de muestrearla toda la densidad de potencia espectral que se encuentra fuera del intervalo de frecuencias  $-f_c < f < +f_c$  será trasladada a dicho intervalo de manera espuria. Este fenómeno es conocido en inglés como *aliasing* y es debido simplemente al muestreo discreto. Por lo tanto es importante conocer el ancho de banda de la señal de interés y muestrearla con una frecuencia tal que se obtengan al menos dos puntos por ciclo de la máxima frecuencia presente. Si la señal ha sido muestreada de manera competente,

entonces se debe cumplir que su transformada de Fourier se aproxima a cero cuando la frecuencia se acerca a  $-f_c$  o a  $f_c$ .

## Transformada de Fourier discreta

Considerando que se tienen  $N$  mediciones consecutivas con un intervalo de muestreo  $\Delta$

$$g_k \equiv g(t_k) \quad t_k \equiv k\Delta \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (9)$$

Supongamos que  $N$  es un número par para simplificar las cosas (más adelante se argumenta este hecho). Si la función  $g(t)$  es distinta de cero sólo en un intervalo finito, entonces las  $N$  mediciones deben estar contenidas en éste. O bien, si  $g(t)$  es distinta de cero para todo tiempo, entonces las  $N$  mediciones deben ser representativas de la señal en otros tiempos, es decir, que representen un periodo de la función. Si se tienen  $N$  mediciones, evidentemente sólo se obtienen  $N$  valores de la transformada de Fourier, por lo que éstos se corresponden con los valores discretos de la frecuencia:

$$f_n \equiv \frac{n}{N\Delta} \quad n = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2}. \quad (10)$$

Claramente los valores extremos coinciden con los límites superior e inferior del intervalo de la frecuencia crítica de Nyquist. El número de valores de la frecuencia que se obtiene de (10) es  $N+1$ , sin embargo los dos valores extremos de  $n$  son el mismo, reduciendo así el número a  $N$ . La integral en (2) se aproxima mediante una suma discreta:

$$G(f_n) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{i2\pi f_n t} dt \approx \sum_{k=0}^{N-1} g_k e^{i2\pi f_n t_k} \Delta = \Delta \sum_{k=0}^{N-1} g_k e^{i2\pi k n / N}. \quad (11)$$

La suma final en (11) se define como *transformada discreta de Fourier* de los  $N$  puntos de  $g_k$  y se denota  $G_n$ :

$$G_n \equiv \sum_{k=0}^{N-1} g_k e^{i2\pi k n / N} \quad (12)$$

y cumple que

$$G_{-n} = G_{N-n} \quad n = 1, 2, \dots \quad (13)$$

Generalmente  $n$  varía en  $G_n$  de 0 a  $N-1$  (un periodo completo) y así  $n$  y  $k$  (en  $g_k$ ) varían sobre el mismo rango. De esta manera la frecuencia cero corresponde a  $n=0$ , las frecuencias positivas  $0 < f < f_c$  corresponden a los valores  $1 \leq n \leq N/2 - 1$ , mientras que las negativas a los valores  $N/2 + 1 \leq n \leq N - 1$ . El valor  $n = N/2$  corresponde a  $-f_c$  y también a  $f_c$ .

La fórmula para la transformada de Fourier *inversa* que recobra exactamente al conjunto de valores  $g_k$  a partir de los valores  $G_n$  es:

$$g_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} H_n e^{-i2\pi kn/N} \quad (14)$$

## Transformada rápida de Fourier (FFT)

Este algoritmo recibe su adjetivo porque hasta mediados de los años 1960 el tiempo de cómputo requerido para calcular la transformada de Fourier discreta de  $N$  valores era mucho mayor del tiempo que hoy en día se requiere. Para comprender cómo es que esto es así se define la cantidad compleja  $W$ :

$$W \equiv e^{i2\pi/N}. \quad (15)$$

De este modo se reescribe la ecuación (12) como:

$$G_n = \sum_{k=0}^{N-1} W^{nk} g_k. \quad (16)$$

Es decir, el vector  $g_k$  está multiplicado por una matriz cuyo elemento  $(n, k)$  es la constante  $W$  a la potencia  $nk$ . La multiplicación por la matriz produce un vector como resultado cuyas componentes son las  $G_n$ . Esta multiplicación requiere de  $N^2$  multiplicaciones complejas a parte de un número pequeño de operaciones para generar las potencias requeridas de  $W$ . Hoy en día este proceso puede llevarse a cabo con un número de operaciones del orden de  $N \log_2 N$  por medio del algoritmo FFT en vez de  $N^2$ .

Una transformada de Fourier discreta de longitud  $N$  puede reescribirse como la suma de dos transformadas de Fourier discretas, cada una de longitud  $N/2$ :

$$F_k = \sum_{j=0}^{N-1} e^{2\pi ijk/N} f_j \quad (17)$$

$$= \sum_{j=0}^{N/2-1} e^{2\pi ik(2j)/N} f_{2j} + \sum_{j=0}^{N/2-1} e^{2\pi ik(2j+1)/N} f_{2j+1} \quad (18)$$

$$= \sum_{j=0}^{N/2-1} e^{2\pi ikj/(N/2)} f_{2j} + W^k \sum_{j=0}^{N/2-1} e^{2\pi ikj/(N/2)} f_{2j+1} \quad (19)$$

$$= F_k^e + W^k F_k^o \quad (20)$$

$$(21)$$

donde  $F_k^e$  denota la componente  $k$ -ésima de la transformada de Fourier de longitud  $N/2$  formada por los términos pares de la transformada original, mientras que  $F_k^o$

denota lo mismo a diferencia de que la transformada de longitud  $N/2$  está formada por los términos impares de la transformada original. Las transformadas  $F_k^e$  y  $F_k^o$  son periódicas en  $k$  con longitud  $N/2$ , por lo que ambas se repiten dos veces al obtener  $F_k$ . Esta idea puede aplicarse de manera recursiva, es decir, es posible hacer la misma reducción con  $F_k^e$  calculando la transformada de sus  $N/4$  entradas pares y por otro lado, la de sus  $N/4$  entradas impares obteniendo así la transformada de los puntos que son pares-pares y pares-impares en las subsecuentes divisiones definiéndolas como  $F_k^{ee}$  y  $F_k^{eo}$ , respectivamente. Lo mismo puede hacerse con  $F_k^o$ .

El caso más sencillo de calcular es cuando  $N$  es una potencia entera de 2, de esta manera es posible continuar aplicando este principio subdividiendo todos los datos hasta llegar a transformadas de longitud 1. La transformada de Fourier de longitud 1 no es más que la operación identidad. Dicho de otra manera, para cualquier conjunto de  $\log_2 N$  números pares e impares hay una transformada de un punto que es precisamente uno de los datos  $f_n$

$$F_k^{eoooo...eo} = f_n \quad \text{para algún } n \quad (22)$$

Esta transformada de un punto claramente no depende de  $k$  ya que es periódica en  $k$  con periodo 1. Ahora bien, hay que determinar qué valor de  $n$  corresponde a qué secuencia de  $e$ 's y de  $o$ 's, esto se logra invirtiendo el orden de la secuencia de  $e$ 's y de  $o$ 's y asignando  $e = 0$  y  $o = 1$ , de tal manera que  $n$  queda expresada como un número binario. Esta idea de invertir los *bits* es muy útil y hace práctica la transformada de Fourier rápida: tomando el vector de datos  $f_j$  e invirtiendo los bits correspondientes a  $j$ , los puntos, como dados, son las transformadas de un punto. Combinando pares adyacentes se obtienen las transformadas de dos puntos, combinando luego pares adyacentes de pares se obtienen las transformadas de 4 puntos y así sucesivamente hasta que las dos mitades del conjunto de datos se combinen en la transformada final. Cada combinación requiere de  $N$  operaciones y hay  $\log_2 N$  combinaciones, por lo que el algoritmo es del orden de  $N \log_2 N$ .

### 3.3. Método de la sonda de dos micrófonos

El método de la sonda de dos micrófonos fue desarrollado por el Dr. Felipe Orduña Bustamante ? y se presenta a continuación con el fin de hallar las ondas incidente y reflejada a partir de la medición de la señal de presión tomada por dos micrófonos introducidos a través de hoyos muy cercanos entre sí (12 mm) y referidos en este texto como pares o parejas de hoyos, en el interior de los resonadores. El aplicar este método es de interés ya que se posibilita calcular, en particular, la onda incidente de presión en tantos puntos como el número de pares de hoyos que se tenga (a lo largo del tubo o trombón). De esta manera se puede visualizar la deformación y los efectos no lineales que sufre esta onda debido a su propagación. A partir de esta señal incidente podemos conocer su espectro y cuantificar la transferencia de energía hacia las frecuencias mayores, como se espera.

Consideremos la ecuación de onda (lineal) unidimensional, bajo el supuesto de que la onda que se propaga en el interior del tubo es una onda plana:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0 \quad (23)$$

donde  $c^2$  es la velocidad de propagación de la onda en el fluido y  $p$  representa a la presión acústica en el sentido de la descripción Euleriana.

En el régimen lineal la onda estacionaria que se forma dentro del tubo, y que corresponde a la señal de presión acústica, es simplemente la superposición de las ondas incidente (viaja en sentido positivo) y reflejada (viaja en sentido negativo). Esto es lo que describe la solución de d'Alambert a la ecuación de onda, por lo que la señal de presión se expresa como:

$$p(x, t) = A(t - x/c) + B(t + x/c) \quad (24)$$

donde la función  $A$  representa a la presión de la onda viajando en sentido positivo del eje  $x$  (espacial) y la función  $B$ , a la de la onda viajando en sentido negativo.

Cualquier función senoidal del tiempo puede escribirse de la siguiente manera general:

$$g(x, t) = K \cos(\omega_0 t + \theta) = \text{Re} \{ K e^{i\theta} e^{i\omega_0 t} \}, \quad (25)$$

asumiendo que  $K$  pueda depender de  $x$ . Ahora bien, si a esta función se le aplica la transformada de Fourier se obtiene:

$$G(x, \omega) = \pi K \{ e^{i\theta} \delta(\omega - \omega_0) + e^{-i\theta} \delta(\omega + \omega_0) \} \quad (26)$$

Llamando a  $G$  la *amplitud compleja*, la función temporal queda expresada de la siguiente manera:

$$g(x, t) = \text{Re} \{ G e^{i\omega_0 t} \} \quad (27)$$

donde

$$G = K e^{i\theta}. \quad (28)$$

La amplitud compleja también aparece en la expresión de la transformada de Fourier (26). Bajo este mismo razonamiento podemos expresar la presión acústica como:

$$p(x, t) = \text{Re} \{ P e^{i\omega t} \}, \quad (29)$$

sustituyendo esta expresión en la ecuación de onda obtenemos que ésta se reescribe como:

$$\frac{d^2 P}{dx^2} + k^2 P = 0 \quad (30)$$

donde  $k$  es el número de onda dado por:

$$k = \frac{\omega}{c}. \quad (31)$$

De ahí que se proponga como solución

$$P = Ae^{-ikx} + Be^{+ikx}, \quad (32)$$

donde A y B son las amplitudes complejas de las ondas incidente y reflejada, respectivamente.

Sea  $x_1$  la posición de medición del micrófono 1 y  $x_2$  la del micrófono 2. Las amplitudes complejas de la presión captadas por los micrófonos son:

$$P_1(x = x_1, \omega) = Ae^{-ikx_1} + Be^{+ikx_1} \quad (33)$$

$$P_2(x = x_2, \omega) = Ae^{-ikx_2} + Be^{+ikx_2} \quad (34)$$

Considerando que  $c$  es la velocidad con que se desplaza la propagación y ubicando al origen de coordenadas en el punto intermedio entre  $x_1$  y  $x_2$ , siendo que estos puntos se encuentran a una distancia  $2\delta$  entre sí ( $x_1 = -\delta$  y  $x_2 = +\delta$ ), (33) y (34) se reescriben:

$$P_1(\omega) = Ae^{+i\omega\tau} + Be^{-i\omega\tau} \quad (35)$$

$$P_2(\omega) = Ae^{-i\omega\tau} + Be^{+i\omega\tau} \quad (36)$$

donde  $\tau = \delta/c$  es el tiempo en el que la propagación recorre la distancia  $\delta$ . En el apéndice C se discute la obtención de la velocidad de propagación del sonido dentro del régimen lineal.

Resolviendo el sistema de ecuaciones anterior para  $A$  y  $B$  obtenemos las amplitudes de las ondas incidente y reflejada como función de la frecuencia angular en el origen de coordenadas:

$$A(\omega) = \frac{P_1e^{-i\omega\tau} - P_2e^{-3i\omega\tau}}{1 - e^{-4i\omega\tau}} \quad (37)$$

$$B(\omega) = \frac{P_2e^{-i\omega\tau} - P_1e^{-3i\omega\tau}}{1 - e^{-4i\omega\tau}} \quad (38)$$

Esto nos permite, mediante la transformada inversa de Fourier, encontrar la amplitud de las ondas que viajan en direcciones opuestas como función del tiempo.

Si ahora se evalúa la presión (32) en el origen de coordenadas se llega a la amplitud compleja de la presión en el centro del arreglo de los micrófonos en función de las señales medidas  $P_1$  y  $P_2$ :

$$P(x = 0, \omega) = A(\omega) + B(\omega) = \frac{P_1e^{-i\omega\tau} + P_2e^{-i\omega\tau}}{1 + e^{-2i\omega\tau}} \quad (39)$$

Es importante detenerse un instante a reflexionar: el título del presente trabajo indica que buscamos estudiar al sistema trombón (y tubo) dentro del régimen no lineal en el que el principio de superposición no necesariamente se cumple y, sin embargo, el método de la sonda de dos micrófonos se desarrolla a partir de la ecuación de onda *lineal* y, por lo tanto, el principio de superposición debe ser aplicable. Esta aparente contradicción se disipa recordando el trabajo de Menguy y Gilbert ?, en el cual ellos proponen que el campo acústico dentro del tubo es la suma de dos ondas progresivas e independientes. Así es que, a pesar de tratarse de un sistema no lineal, en el que las ondas progresivas interactúan de manera local pero no acumulable, es posible hacer uso del método descrito anteriormente para el análisis de las señales de presión en el interior del tubo.



Figura 1: Tubo en el que se realizaron las mediciones.

## 4 Desarrollo experimental

Los experimentos realizados consistieron en medir la señal de presión acústica que se propaga en el interior de (a) un tubo cilíndrico y estrecho, y de (b) un trombón de vara. Para ello se introduce una pequeña sonda a través de alguno de los seis orificios taladrados a lo largo de los dos resonadores mientras que los otros cinco permanecen sellados. La señal que se propaga es un pulso corto con un ancho de banda de 6400 Hz; nos interesa estudiar las deformaciones que el perfil del pulso sufre conforme se desplaza así como los cambios en el espectro de Fourier. De igual manera se midió el ruido de fondo en el espacio de trabajo que caracterizó las mediciones en el interior del trombón. Finalmente un músico tocó de manera sostenida el trombón y se grabó la señal de presión (una onda estacionaria) para asociar una magnitud de presión a dos diferentes dinámicas (*forte* y *piano*).

En este capítulo se detalla el dispositivo y el procedimiento experimental de dichos experimentos.

### 4.1. Mediciones en el tubo

#### Características del tubo

El tubo cilíndrico, de sección transversal constante está hecho de metal, tiene una longitud de 360.3 cm, un radio externo de 1.63 cm y uno interno de 1.37 cm. Está sostenido por 3 soportes universales colocados sobre una mesa, tal como se observa en la figura 1.

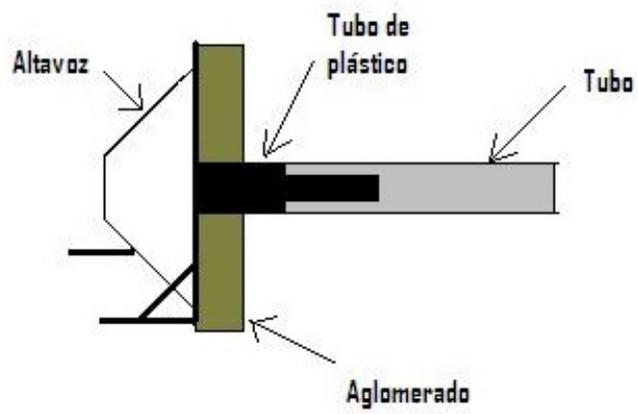


Figura 2: Tubo metálico (color gris) unido al altavoz por medio del tubo de plástico (color negro) que atraviesa el aglomerado (color café)

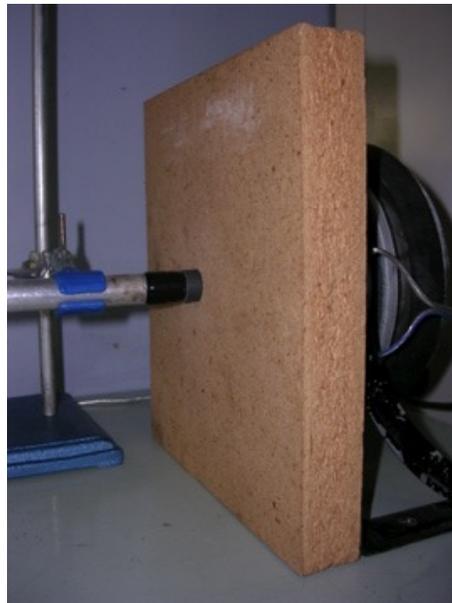


Figura 3: Tubo empotrado en el altavoz.

En uno de los extremos del tubo se coloca un altavoz, mientras que el otro extremo permanece abierto. El altavoz está atornillado a una pieza rectangular de madera aglomerada, misma que se agujeró atravesándola para introducir un pequeño tubo de plástico del mismo diámetro externo que el tubo metálico, ver figura 2. Ambos tubos están unidos con cinta de aislar, ver figura 3. A lo largo del tubo metálico se han taladrado 6 orificios con una broca numérica del 53, lo que equivale a un diámetro de 1.511 mm. Los orificios están enumerados del 1 al 6, comenzando por el lado del altavoz. Los orificios se hicieron por parejas, el 1 y el 2 se encuentran a 12 mm uno del otro, del mismo modo el 3 y 4, y el 5 y 6. El primer hoyo se encuentra a 10.6 cm, el tercero a 200.7 cm y el quinto a 351.1 cm del plano de la pieza de aglomerado.

## Calibración del micrófono

Para calibrar el micrófono de media pulgada utilizado (ver figura 4), se le conecta al canal B del analizador de señales Brüel & Kjaer modelo 2034 (ver figura 5) en la entrada Preamp. Input. El analizador tiene una función para medir espectros de señales de manera instantánea (INST SPEC CH.B) y despliega en pantalla una curva de amplitud como función de la frecuencia. Se utiliza un calibrador que emite una señal acústica fundamentalmente en una sola frecuencia (según el manual 1000 Hz) y con una cierta intensidad o amplitud (93.8 dB para un micrófono de media pulgada) durante unos cuantos segundos. Mediante la emisión de dicha señal se determina la sensibilidad (que es ajustable) del canal B del analizador de señales cuando el pico del espectro registrado por el micrófono cumpla o coincida con las especificaciones del calibrador (93.8 dB en 1000 Hz) tomando como presión de referencia  $20 \mu\text{Pa}$ ; para esto es necesario deshabilitar el generador de funciones del analizador. La sensibilidad tiene unidades de  $\text{mV}/\text{Pa}$  y es una cantidad que indica la razón entre la señal acústica y la señal de voltaje. La primera es aquella señal de presión adquirida por el micrófono (la señal física) y la segunda se refiere a aquella que ha sido convertida por el aparato en una señal eléctrica (de voltaje).

## 4.2. Dispositivo y procedimiento experimental - tubo

El altavoz está conectado al amplificador (ver figura 6), y éste a su vez está conectado al analizador de señales como entrada en el canal A (Direct Input ( $1 M\Omega/100 \text{ pF}$ )) y como salida (Signal Generator Output) en paralelo. El micrófono (o sonda) calibrado, con el que se mide presión, está conectado al canal B del analizador de señales (Preamp. Input) y éste despliega la señal en pantalla. El analizador, por medio de una interfaz de instrumentación (protocolo GPIB, IEEE-488.1), se conecta a la computadora y los archivos se guardan en la forma de datos utilizables por

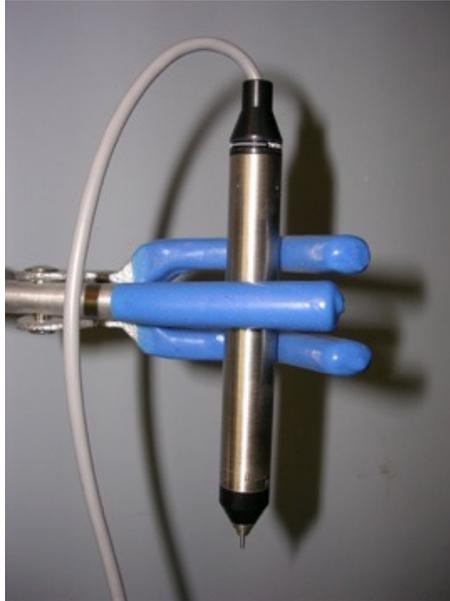


Figura 4: Micrófono de media pulgada con accesorio de sonda utilizado para medir la señal acústica.



Figura 5: Analizador de señales.



Figura 6: Amplificador que manda la señal proveniente del generador hacia el altavoz.

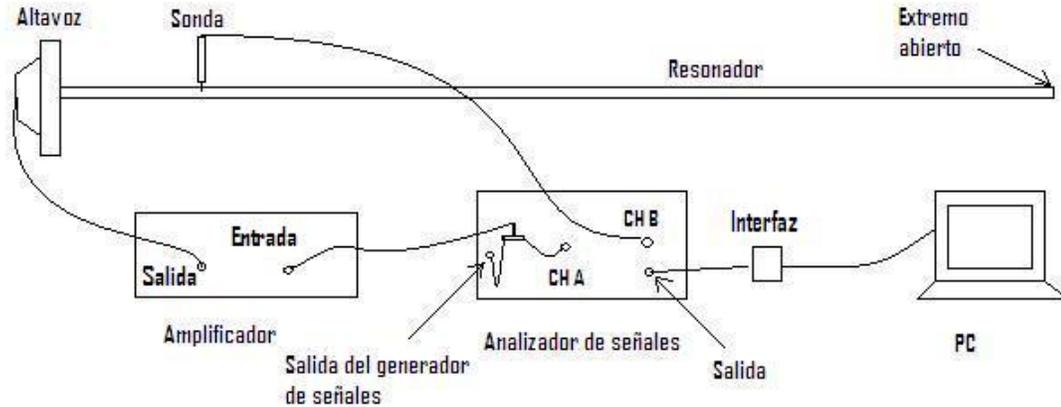


Figura 7: Diagrama del dispositivo experimental.

Matlab. Esto se ilustra en la figura 7. Todo el material utilizado para las mediciones viene especificado en marca y modelo en el apéndice A.

Se mide presión en cada uno de los seis orificios, mientras que los otros cinco permanecen tapados con plastilina durante la medición. En el orificio en que se mide se introduce la punta del micrófono, y se coloca plastilina alrededor para sellar bien el orificio y así medir únicamente la presión acústica interna del tubo. En la figura 8 se observa la punta del micrófono introducida en uno de los orificios y al lado un poco de plastilina que está tapando el otro orificio del par correspondiente.

Se busca rastrear la propagación del pulso cuadrado muy breve (en aproximación a una función delta o impulso), generado por el analizador de señales y emitido por el altavoz, a través del tubo. La propagación debe depender de la amplitud inicial del pulso, por lo que es de interés medir la señal acústica para diferentes amplitudes (iniciales); se fija una amplitud (en el amplificador) y se mide la presión como función del tiempo en todos los orificios habiendo seleccionado la función correspondiente en el analizador (ENH TIME CH B). Esta función despliega en pantalla la señal de presión en el tiempo. El valor de la amplitud del pulso al que nos referimos es el máximo observado en pantalla en el hoyo u orificio 1, ya que el pulso medido en dicho hoyo no es un pulso cuadrado perfecto, sino que está deformado debido a la función de respuesta del altavoz y sistema de acoplamiento, y tiene un máximo de

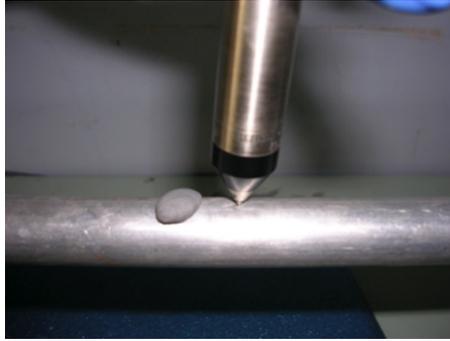


Figura 8: Micrófono dentro de un orificio del tubo listo para medir excepto por la plastilina que lo debe rodear.

presión, que con ayuda de los cursores se determina su amplitud.

La presión máxima que se registra en el orificio 1 representa la amplitud de presión de referencia. Se realizaron mediciones para las presiones de referencia de 90 y 148 dB, correspondientes a la más pequeña y la más alta posibles; el aumento en amplitud se consigue incrementando el volumen en el amplificador. Se determina la presión de referencia más pequeña fijándonos en que la señal observada en el hoyo 1 no cambie demasiado en la presencia de ruidos, sino que su forma sea independiente de éstos. La presión de amplitud máxima queda determinada por el límite de amplificación del aparato.

La amplitud de referencia se escribe a lo largo del presente trabajo en unidades de nivel de presión acústica (o SPL por sus siglas en inglés) por comodidad. Los valores equivalentes en unidades de presión son 0.632 Pa y 502 Pa para 90 dB y 148 dB, respectivamente.

Se observa que (en el hoyo 1) la presión de referencia registrada varía por unos cuantos mPa según la posición del micrófono dentro del tubo (bajo las mismas condiciones); es decir, la medición de la presión es muy sensible a la orientación de la punta del micrófono que se introduce en el interior del tubo. Es por esto que se realizan 10 mediciones en cada orificio, en cada una la punta del micrófono se saca y se vuelve a introducir en el orificio. Esto resulta en que las 10 mediciones son registradas con una pequeña diferencia en la presión de referencia. Como se reporta más adelante, las 10 mediciones serán promediadas.

El analizador de señales realiza mediciones de la presión de manera discreta en el tiempo; la resolución temporal o ventana de tiempo entre ellas depende del ancho de banda de la señal acústica emitida por el altavoz y generada por el mismo analizador (tiene una función de generador). Entre mayor es el ancho de banda, menor es la separación temporal. Para un ancho de banda de 6.4 kHz el analizador indica la cantidad  $\Delta T = 61 \mu s$  que es el ancho del pulso emitido, a la vez que es la resolución temporal de las 2048 mediciones. El inverso de  $\Delta T$  es la frecuencia de muestreo, es decir  $16384 \text{ Hz} = 2.56 * 6.4 \text{ kHz}$ . El analizador, por cuestiones de

eficacia computacional, en realidad toma  $2048 = 2^{11}$  muestras en un periodo de 125 ms a una frecuencia de 16384 Hz =  $2.56 \cdot 6.4$  kHz. Esta tasa de medición resulta equivalente a obtener 800 mediciones con una frecuencia válida de análisis de hasta 6.4 kHz durante un tiempo de 125 ms, tiempo entre un pulso y el siguiente emitidos por el altavoz. Se programa al analizador para que repita este procedimiento (2048 mediciones en 125 ms) 100 veces, promediando el valor de la señal de presión de cada ventana de tiempo y crea dos archivos en la computadora que contienen los valores de la presión promedio de cada una de las ventanas. En resumen, dada una amplitud de referencia, fueron realizadas 1000 mediciones de la señal de presión en cada orificio con una duración de 125 ms cada una de ellas, o bien, 10 mediciones cada una promedio de 100.

Las mediciones se llevaron a cabo en distintos días, se llevó un registro de la temperatura del ambiente en el espacio de trabajo. La temperatura varió a lo más 2 grados centígrados, osciló entre 22 y 24 grados centígrados. Los filtros establecidos para los canales A y B del analizador se mantuvieron en 25.6 kHz. El analizador de señales cuenta con 3 filtros, el filtro que permite el paso de las frecuencias más altas es el utilizado, cualquier otro filtro hubiese generado pérdida de información en el espectro del pulso a lo largo de su propagación.

Es importante mencionar que las mediciones en el tubo para 90 dB fueron realizadas con un micrófono (modelo BK tipo 4170) que ajustó una sensibilidad en promedio de 1.32 mV/Pa. El resto de las mediciones (148 dB en el tubo y las mediciones en el trombón) se realizaron con otro micrófono (modelo BK tipo 4182, con la punta UA1066) con una sensibilidad de 2.4 mV/Pa en promedio. El cambio de micrófono fue motivado por cuestiones de practicidad en el momento de introducir la punta del micrófono dentro de los orificios en el tubo. La punta del primer micrófono usado es muy larga y requiere ser desarmado para su limpieza si entra un poco de plastilina en su interior, lo cual es muy común y sucedió varias veces. La ventaja del segundo micrófono utilizado es el tamaño pequeño de su punta y su fácil y rápida limpieza.

Se verificó que el cambio de micrófonos no afectara la confiabilidad de nuestros datos. Colocamos ambos micrófonos (previamente calibrados) a la misma altura de manera horizontal, siendo sostenidos por un soporte universal cada uno y se conectaron a los canales A y B (INPUT) del analizador de señales, ver figura 9. Los micrófonos se ubicaron sobre el eje acústico de un altavoz (baffle autoamplificado de 2 vías, Event Electronics, mod. ALP5), en la línea central frente a éste y se situaron a una distancia de 1 cm del altavoz aproximadamente. El analizador de señales se programa para generar ruido aleatorio (RANDOM NOISE con la función GENERATOR) con frecuencias desde 0 hasta 6.4 kHz y se conecta a un altavoz que emite el ruido. Con el modo AUTO INST SPEC en ambos canales del analizador de señales, es posible obtener el espectro RMS instantáneo promediado (100 veces) del ruido capturado por cada uno de los micrófonos.

La primera sonda (o micrófono) utilizada (modelo BK tipo 4170) se conecta

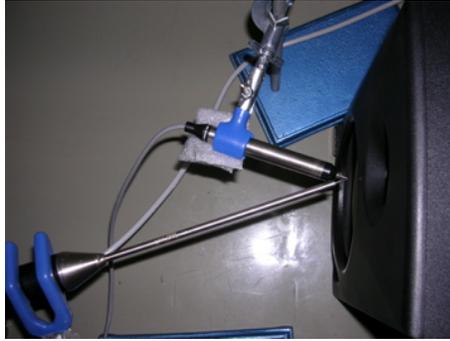


Figura 9: Vista aérea de las dos sondas cuyas puntas están muy cercanas entre sí y a 0.6 cm del baffle.

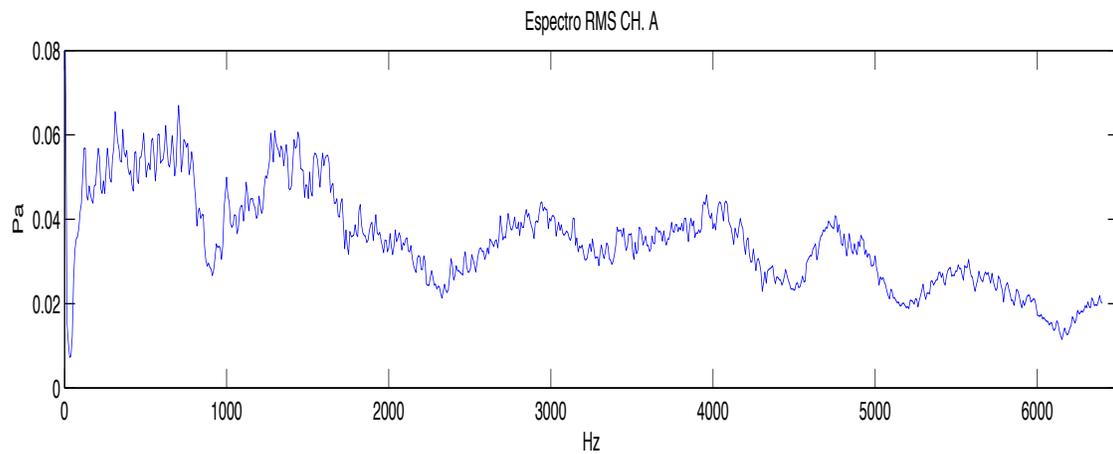


Figura 10: Espectro instantáneo RMS del ruido aleatorio medido por la primera sonda (modelo BK tipo 4170).

al canal A y la segunda (modelo BK tipo 4182, con la punta UA1066) al canal B. En las figuras 10 y 11 se aprecian los espectros medidos en los canales A y B, respectivamente. Ahora bien, el modo COHERENCE del analizador de señales muestra en pantalla la función de coherencia entre las señales de los canales A y B, lo cual se aprecia en la figura 12. Vemos que para la mayor parte del espectro el valor de dicha función es la constante 1, mientras que para frecuencias muy bajas, dentro del intervalo de 0 a 60 Hz aprox., la coherencia decae considerablemente (hasta 0.2 aprox.). Consideramos que prácticamente los dos micrófonos utilizados tienen la misma respuesta dentro del intervalo que va de 0 a 6.4 kHz.

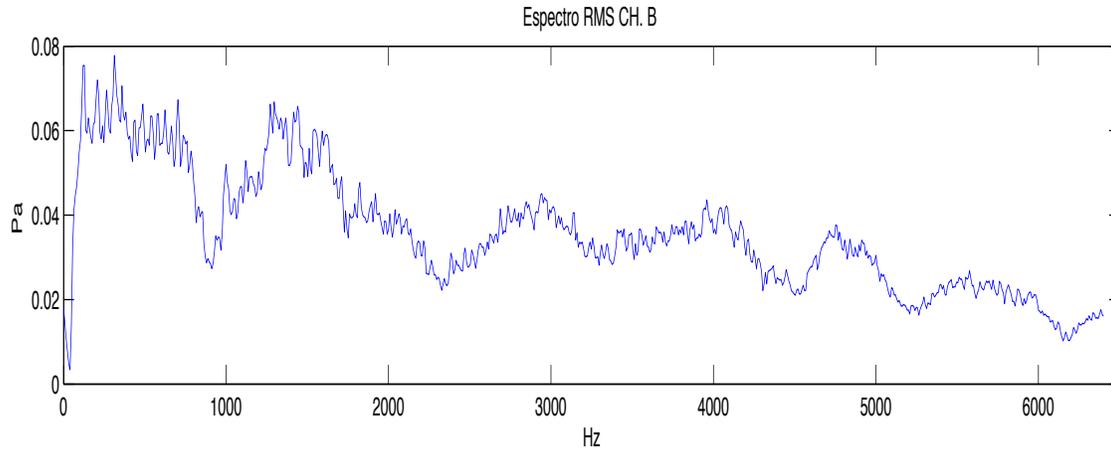


Figura 11: Espectro instantáneo RMS del ruido aleatorio medido por la segunda sonda (modelo BK tipo 4182, con la punta UA1066).

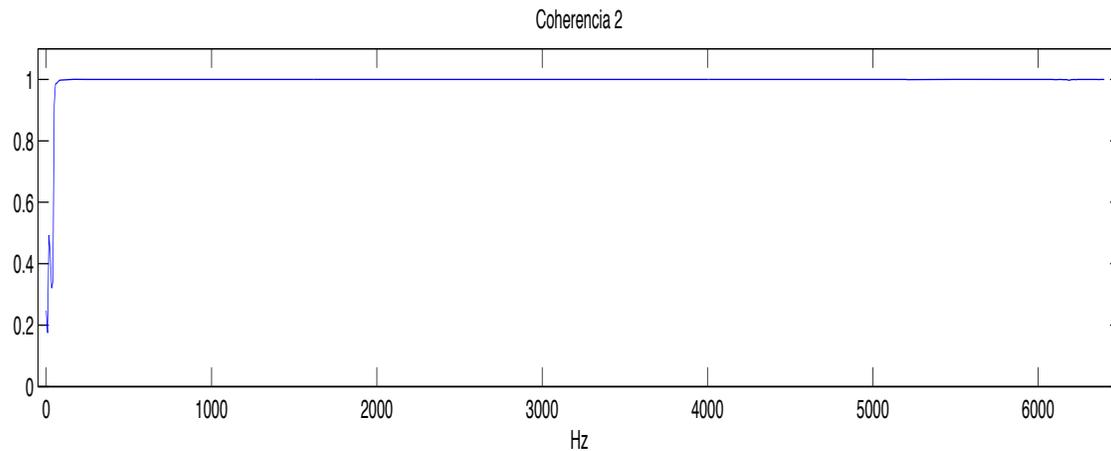


Figura 12: Función de coherencia de los espectros medidos por las dos sondas.

### 4.3. Mediciones en el trombón

#### Características del trombón

El trombón de vara es básicamente un tubo cilíndrico y abierto enrollado sobre sí mismo, en uno de sus extremos se encuentra la boquilla (donde el músico posiciona sus labios) y en el otro extremo hay un ensanchamiento; a esta parte del trombón se le conoce como pabellón o campana. La obtención de diferentes notas se logra desplazando un tubo móvil en forma de U que recibe el nombre de vara. La vara se mueve en siete diferentes posiciones, entre más se alarga la vara, más grave es el sonido producido cuando un músico toca el instrumento.

Para nuestro experimento es importante que el trombón esté lo más alargado



Figura 13: Trombón sujeto por soportes y unido por medio de una adaptación al altavoz.

posible, inclusive la posición en que fue colocada la vara rebasa la séptima posición (mayor alargamiento utilizado al tocar). Entre mayor sea la distancia de propagación para el pulso, se espera que los efectos debidos a la no linealidad durante ésta sean más evidentes. En la figura 13 se observa parte del dispositivo experimental: el trombón alargado y sujetado por dos soportes universales sobre la mesa de trabajo. En vez de la boquilla se ha colocado el altavoz que embona con el trombón por medio de una adaptación al tubo plástico usado con el tubo (ver figura 14). Esta adaptación es otro tubo de plástico cilíndrico, de unos cuantos centímetros de longitud y cuyo diámetro disminuye de tal forma que se introduce dentro del trombón hasta el tope y posteriormente se sella con cinta de aislar alrededor de la unión entre el tubo y el trombón. De manera semejante que en la sección 4.2, el tubo de plástico está empotrado en la pieza de aglomerado, la cual está unida al altavoz. En la figura 15 se aprecia la parte posterior del arreglo experimental y cómo el altavoz está unido al extremo del instrumento por medio de la adaptación de color gris.

Los puntos de medición fueron 6 hoyos u orificios a lo largo del instrumento, de los que el primero es el más cercano al altavoz y el sexto el más lejano. Los 6 puntos se encuentran distribuidos por pares: los primeros dos hoyos se encuentran a 11 mm entre sí, mientras que los hoyos del segundo y tercer par están separados una distancia de 12 mm. El primer par se perforó en la adaptación de plástico que tiene un diámetro externo de 1.71 cm y uno interno de 1.065 cm; el primer hoyo se hizo a una distancia de 2 cm del plano del aglomerado. Los otros pares de hoyos se perforaron en el trombón, el tercer hoyo a una distancia de 2.281 m del aglomerado a la cual el diámetro externo del resonador es de 1.48 cm y el interno de 1.26 cm. El quinto hoyo se encuentra a 3.489 m a partir del aglomerado, longitud en la que el diámetro externo del trombón es de 2.14 cm. La longitud total del trombón en la posición en que fue colocado, la cual no cambió durante las mediciones, es de 3.97 m. La longitud total de propagación, que incluye la longitud del trombón así como la de la adaptación de plástico, es de 4.063 m.

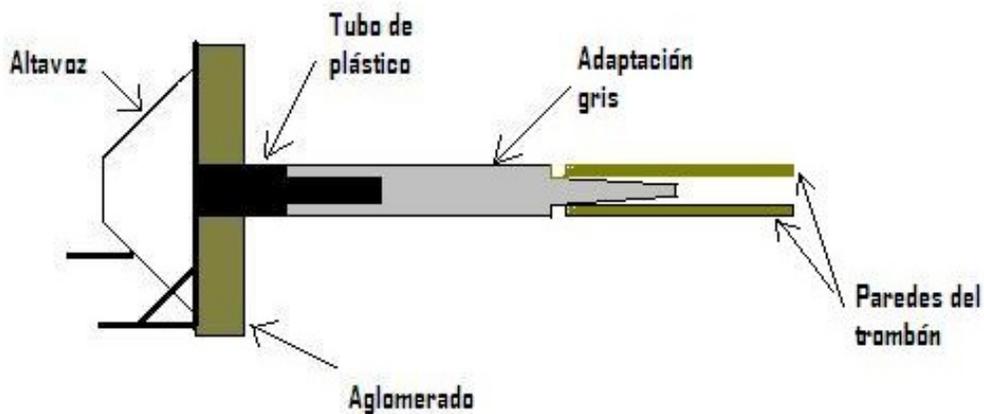


Figura 14: Vista lateral del trombón unido al altavoz por medio del tubo de plástico que atraviesa la pieza de aglomerado y su adaptación. El primero (color negro) está unido a la adaptación (color gris) cuyo diámetro disminuye y se introduce dentro del trombón.



Figura 15: Trombón con longitud máxima sobre la mesa de trabajo. Al lado izquierdo se encuentra el altavoz.

## Dispositivo y procedimiento experimental - trombón

El dispositivo experimental para realizar las mediciones en el instrumento es la misma que la de la primera parte (ver sección 4.2): el altavoz emite pulsos rectangulares generados por el analizador de señales. De la salida del analizador de señales se manda la señal al amplificador y también al canal A (CH A) del analizador. El micrófono se conecta al analizador a través del canal B (CH B). Éste, por medio de la interfaz, se conecta a la computadora donde se guardan dos archivos por medición.

Se calibra el micrófono del mismo modo que para las mediciones en el tubo, ver sección 4.1. Igualmente se mide presión introduciendo el micrófono en cada uno de los seis hoyos y sellándolo con plastilina alrededor, mientras que los otros permanecen tapados con dicho material. Las amplitudes de referencia de las señales emitidas

fueron 90 y 148 dB, y para cada una de ellas se realizaron 10 mediciones en cada hoyo. Estas mediciones a su vez, son el promedio de 100 mediciones de 125 ms cada una. El ancho de banda de la señal emitida (pulso) es la misma, y por lo tanto todos los otros parámetros de medición también (ancho del pulso, número de muestras por medición, tiempo de medición, etc.) Todas las mediciones dentro del trombón (del pulso, del ruido de fondo y de las dinámicas) se tomaron con el segundo micrófono (modelo BK tipo 4182, con la punta o sonda UA1066) y los filtros de los canales A y B permanecieron en 25.6 kHz. La temperatura ambiente registró un valor de 23 grados Celsius durante las mediciones.

## **Mediciones del ruido de fondo**

El espacio donde se realizan las mediciones anteriores, tanto en el tubo como en el trombón, no se encuentra completamente aislado de los sonidos externos (voces, personas caminando por el pasillo, etc.). Por otro lado, el funcionamiento de los aparatos eléctricos que forman parte del dispositivo experimental (el analizador de señales, el amplificador, la fuente de voltaje y la computadora) genera un cierto ruido que acompaña a las mediciones de la presión en el interior de ambos resonadores. Debido a la presencia constante de estas dos principales fuentes de sonido, es requerido caracterizar el ruido de fondo que está presente en el interior del trombón cuando no hay una señal o pulso que se propague en su interior y para los tiempos propios de las mediciones del pulso (125 ms).

Las mediciones del ruido de fondo, al igual que las mediciones del pulso propagándose, son un promedio de 100 mediciones, cada una de una duración de 125 ms. Se tomaron 17 de estas mediciones en el hoyo 4 con exactamente el mismo dispositivo experimental descrito en la sección 4.2, es decir, incluyendo las mismas fuentes de ruido (los aparatos electrónicos estaban encendidos), pero colocando el trombón en vez del tubo. Las mediciones se guardan en la computadora también y evidentemente se calibra el micrófono antes de medir el ruido de fondo.

Para lograr que el analizador de señales mida cada 125 ms y promedie 100 mediciones, se habilita al generador de señales del analizador para que genere pulsos con las mismas características antes mencionadas. Con el fin de que no llegue ninguna señal al altavoz, se desconecta el amplificador del analizador de señales. Se verifica previamente que, estando el analizador conectado al amplificador y fijando el volumen de éste en cero, el altavoz no emita ningún ruido perceptible al oído. De esta forma aseguramos que el desconectar el amplificador del analizador no perturba las condiciones en que fueron tomados los datos del pulso en el trombón.

## **Mediciones de la dinámica (intensidad musical)**

Invitamos a un trompetista a tocar el trombón de manera sostenida lo más alto y lo más bajo posible para medir así la señal para dos dinámicas musicales distintas (suave y fuerte) dentro del trombón. Para este fin se desmonta el altavoz y en su lugar

se coloca la boquilla, donde el músico coloca sus labios. Durante estas mediciones el trombón permanece montado sobre la mesa de trabajo y no se modifica su longitud, la misma con la que se realizaron las mediciones del pulso propagándose.

El generador de señales se desactiva, el micrófono calibrado se conecta al analizador en el canal B (CH B) y su punta se introduce a través del hoyo 4. Todos los hoyos taladrados en el instrumento se tapan con plastilina. El analizador de señales mide durante 125 ms 2048 valores de la señal de presión en el tiempo (TIME CH B REAL), la resolución temporal de la medición es, al igual que antes, de 61  $\mu$ s. Se tomaron 10 mediciones para cada dinámica.

Cada vez que el músico toca o en cada medición, es necesario verificar que el canal B no se sature, de lo contrario el analizador se bloquea y no mide. Para esto, en la pantalla de SETUP del analizador debe modificarse el umbral en mV del canal B de tal forma que la señal medida y desplegada en pantalla abarque lo más posible el eje vertical para tener así la mejor resolución de la presión en cada medición.

## 5 Análisis de datos

En este capítulo se presentan gráficamente las mediciones de las señales temporales de presión realizadas en el trombón y en el tubo, así como la mayor parte de los resultados obtenidos a partir del tratamiento de las señales medidas en el trombón. Las mediciones hechas en el tubo dan claridad en el sentido de que es posible notar los efectos que tiene la campana del trombón sobre las señales de presión, los cuales introducen una cierta dificultad para interpretar las señales medidas en el trombón. La forma más adecuada de estudiar los efectos no lineales de propagación en el interior del trombón es a través de un detallado estudio espectral, que fue elaborado paso a paso con diversos códigos en Matlab. A continuación se describe la función de cada uno de los códigos, los fundamentos que validan su creación y el orden con que fueron aplicados. En el apéndice D se anexan todos los códigos elaborados.

### 5.1. Procesamiento de las señales medidas

El análisis de datos se realizó con el programa Matlab 7.6.0.324 (R2008a). Éste lleva a cabo operaciones y aplica funciones sobre matrices y, como un caso particular, sobre vectores. Los datos obtenidos de manera experimental fueron almacenados, por medio de una interfase, como archivos de Matlab, i.e., con terminación *.mat*. Estos archivos contienen una matriz de 2048 por 2 entradas, donde la primera columna corresponde a la escala temporal y la segunda a los de la presión medidos para cada tiempo.

En las mediciones realizadas en el tubo, para cada una de las 12 amplitudes de referencia se guardaron 10 mediciones (o 10 matrices) por orificio, a cada medición le corresponde un archivo. El nombre de estos archivos cumple la siguiente sintaxis: *h<sub>m</sub>jA.mat*, donde las letras cursivas adquieren valores que varían. La letra *h* hace referencia al hoyo, *m* hace referencia a la medición, *A* es alguno de los 12 valores de la amplitud de referencia, *i* es un contador que indica en cuál hoyo se realizó la medición y va del 1 al 6, y *j* también es un contador que indica de qué medición se trata y, por lo tanto, va del 1 al 10.

Para las mediciones en el trombón, se guardaron también 10 mediciones por orificio para cada una de las dos amplitudes de referencia (90 y 148 dB). Los archivos correspondientes llevan por nombre *th<sub>m</sub>jA.mat*, siguiendo la sintaxis antes mencionada.

El primer código empleado para la manipulación de los datos lleva por nombre *datprom.m* y su función es calcular el promedio de cada una de las 2048 entradas de cada uno de los 10 vectores columna correspondientes a las 10 mediciones de presión para cada orificio y cada amplitud de referencia. Una vez que se emplea este código sobre los archivos anteriores dada una amplitud de referencia, éste arroja 6 archivos con la siguiente sintaxis: *avh<sub>i</sub>arA.mat*, donde *av* se refiere a average (promedio en inglés), *ar* a amplitud de referencia, mientras que *i* y *A* representan lo ya mencionado. Cada uno de estos archivos contiene un vector con 2048 entradas de presión

(como función del tiempo), donde cada entrada es el promedio de las 10 mediciones correspondientes. Este mismo código se encarga de aplicar la transformada de Fourier rápida (fft por sus siglas en inglés) a los vectores contenidos en los archivos anteriores y genera otro vector del mismo tamaño que corresponde al espectro. Se utilizó la rutina fft provista por Matlab. Finalmente, el código *datprom.m* aplica la función incluida *fftshift* a estos vectores; lo que hace esta función es ordenar al vector anterior de tal manera que centra el valor correspondiente a la frecuencia cero del espectro. Sin esta función, el espectro que se obtiene de aplicar únicamente la función *fft* aparece con el primer cuadrante en el lugar del segundo y viceversa, con la frecuencia más alta al centro. El código *datprom.m* genera un archivo que contiene al vector con los valores de la transformada de Fourier ordenada para cada orificio dada una amplitud de referencia con la siguiente sintaxis: *ftrohiarA.mat*. Lo que diferencia a esta sintaxis de las anteriores es únicamente las primeras cuatro siglas (*ftro*) que hacen alusión a la transformada de Fourier ordenada. El vector que contiene la escala temporal es igual para todas las amplitudes y todos los orificios, el código genera un archivo llamado *t.mat* que contiene los 2048 valores equidistantes ( $\Delta t = 61\mu s$ ) entre 0 y 125 ms.

El segundo código empleado *grafreal.m*, recibe su nombre debido a que grafica tanto la señal de presión temporal medida, así como la magnitud del espectro (el valor absoluto de la transformada de Fourier ordenada) calculado. En la figura 16 se muestran las señales de presión como función del tiempo así como de la frecuencia en los hoyos 1, 3 y 5 del tubo para la amplitud de referencia 90 dB. En la figura 17 se hace lo mismo para 148 dB, que es la amplitud de referencia más alta para la cual se realizaron mediciones.

Teóricamente la escala de frecuencias para la que se calcula el espectro va desde -8192 Hz hasta +8192 Hz, mismas que son  $-f_c$  y  $+f_c$ , donde  $f_c$  es la frecuencia crítica de Nyquist. Ésta se obtiene dividiendo el inverso de la resolución temporal ( $\Delta t$ ) de la señal medida entre dos. En este caso el inverso de la resolución es 16384 Hz y determina el ancho de banda (desde -8192 hasta +8192 Hz). En la práctica, el intervalo de frecuencias no puede ser simétrico respecto al valor cero de la frecuencia; es decir, no puede contener el mismo número de puntos de frecuencias positivas que de frecuencias negativas por el hecho de que el número de mediciones que se tiene (2048) es par. Por lo tanto, en el caso específico de nuestro intervalo de frecuencias, éste realmente va desde -8192 Hz hasta +8184 Hz y en él están contenidos 2048 puntos separados entre sí 8 Hz, incluyendo ambos extremos. Así el número de datos de presión es igual al de los datos de frecuencia. Ahora bien, como se indica en la sección 3.2, la sucesión de los valores de frecuencia es cíclica, por lo que el valor de la transformada de Fourier correspondiente a la frecuencia +8192 Hz debe ser igual al de la frecuencia -8192 Hz. La escala de frecuencias es calculada mediante el código *grafreal.m* y éste genera un archivo llamado *f.mat* que contiene al vector con los 2048 valores de la frecuencia.

En las figuras 16 y 17, gráficas superiores (presión Vs. tiempo) se observan valores negativos y positivos de la presión del campo acústico - el signo se determina según

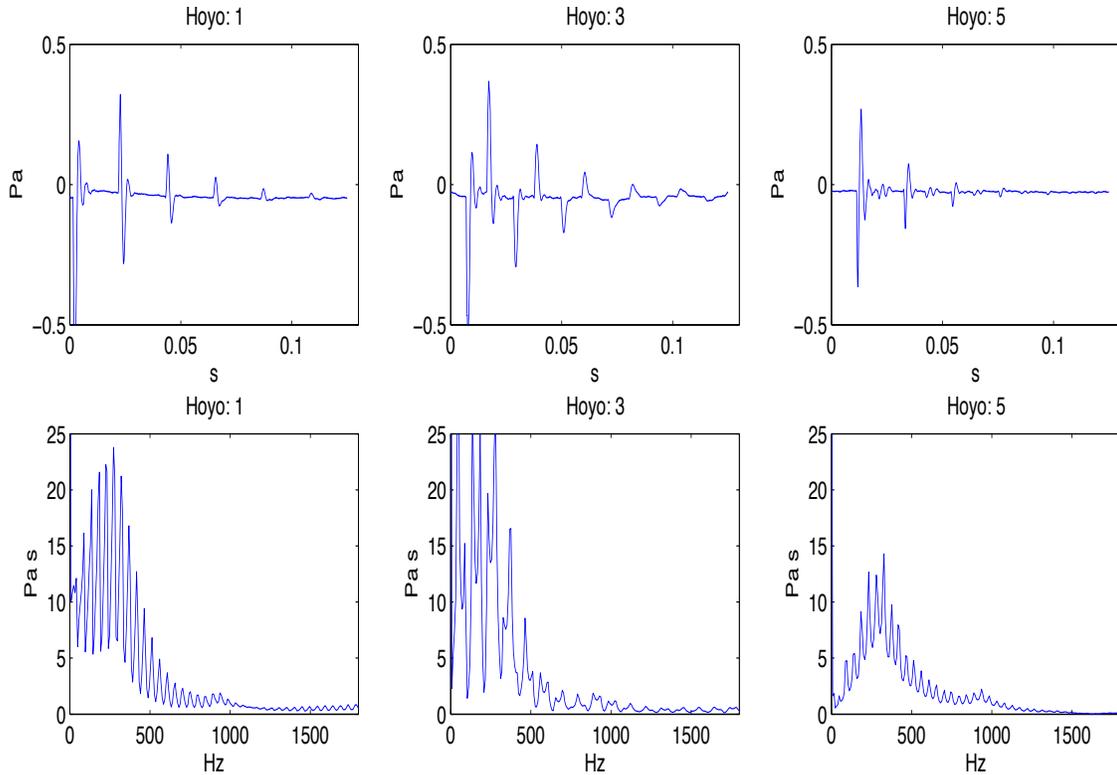


Figura 16: Amplitud de referencia 90 dB, tubo. Gráficas superiores: Señal de presión en los hoyos 1, 3 y 5. Gráficas inferiores: Magnitud del espectro (mismos hoyos).

si la fase es compresiva o expansiva. El pulso sale del altavoz, atraviesa el tubo y llega al final del mismo, se refleja y se invierte su perfil debido a que se trata de un extremo abierto, es decir, hay un cambio de signo en la señal de presión. De hecho, considerando una propagación que se desplaza a lo largo del tubo de longitud 3.603 m a una velocidad del sonido de 344.89 m/s durante 125 ms, se obtiene que la perturbación se refleja 11 veces (casi 12), primero al final del tubo, luego al principio y así sucesivamente. En las figuras anteriores se observa efectivamente que el pico con mayor amplitud cambia 11 veces su signo al tiempo que el valor absoluto de su amplitud va disminuyendo en el tiempo. El valor absoluto de la amplitud de la señal temporal medida en los hoyos disminuye conforme el pulso se propaga a lo largo del tubo, lo cual tiene sentido ya que hay pérdidas de energía debido principalmente a la propagación.

En las gráficas inferiores se observa que la mayor parte de la energía del campo acústico medido en cada uno de los hoyos está contenida dentro del intervalo de frecuencias desde 0 hasta aproximadamente 1000 Hz. El espectro obviamente se obtiene para todo el intervalo de frecuencias (desde  $-f_c$  hasta  $+f_c$ ); sin embargo se presenta de esta manera (desde 0 hasta 2000 kHz) ya que en primer lugar, el espectro es prácticamente simétrico respecto al eje vertical y en segundo lugar, porque tiene

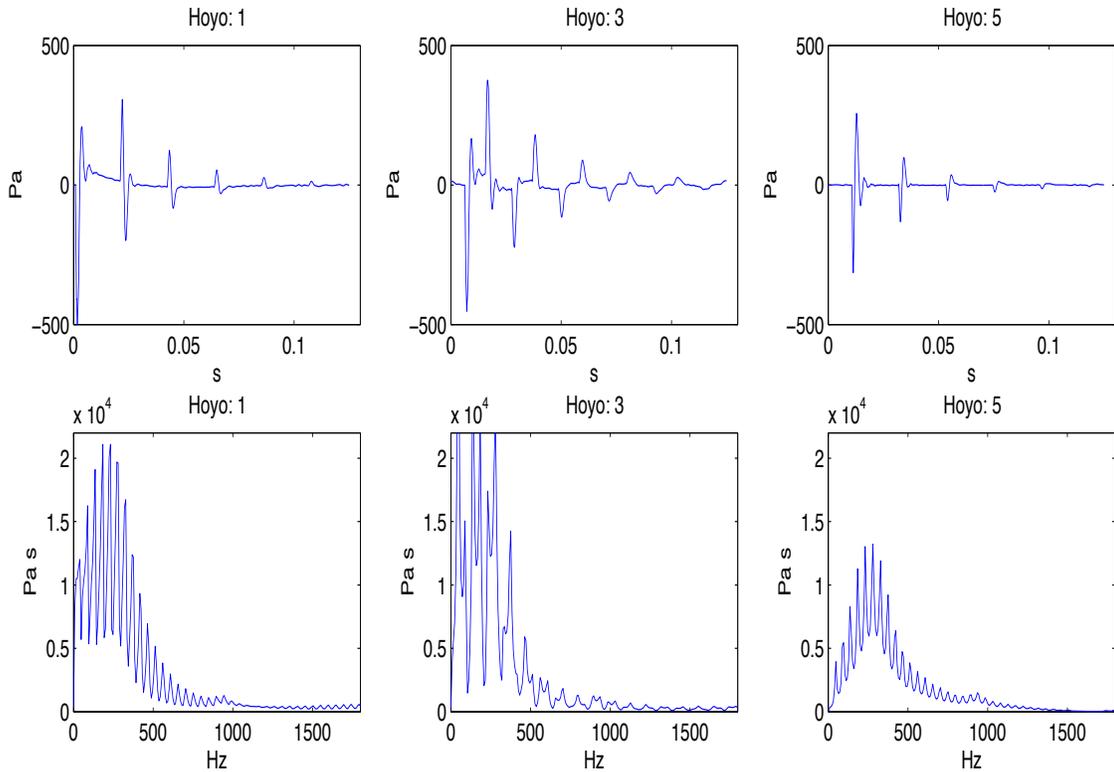


Figura 17: Amplitud de referencia 148 dB, tubo. Gráficas superiores: Señal de presión en los hoyos 1, 3 y 5. Gráficas inferiores: Magnitud del espectro (mismos hoyos).

sentido graficar únicamente la parte con mayor estructura del espectro y poder visualizar así con más detalle.

El análisis de los datos medidos en el trombón es completamente igual al realizado con los datos medidos en el tubo; se emplearon los mismos códigos. Sin embargo, debido a que la separación entre los hoyos de cada par en el trombón no es igual en todos los pares (como lo es en el tubo) es necesario hacer un mínimo ajuste en este código. Al aplicar *datprom.m* a los datos en el trombón hay que cambiar un detalle más en él ya que el nombre que reciben los archivos que contienen las mediciones es distinto al precederlo la letra t, que hace referencia al trombón (siguiendo la misma sintaxis): *thimjA.mat*. La señal de presión medida se observa para los hoyos 1, 3 y 5 en las figuras 18 y 19 para las amplitudes de referencia 90 dB y 148 dB, respectivamente.

Al comparar las figuras 18 y 19 con las figuras 16 y 17, correspondientes al tubo, notamos que en el trombón el pulso se deforma significativamente mientras se propaga y por la reflexión en la campana o pabellón, y no es claro dónde se localiza la perturbación principal asociada a éste. En el tubo los picos de amplitud están bien definidos y sobresalen de manera clara sobre toda la señal, no cambian la forma de los picos mientras el pulso se propaga por lo que es fácil detectar dónde se encuentra.

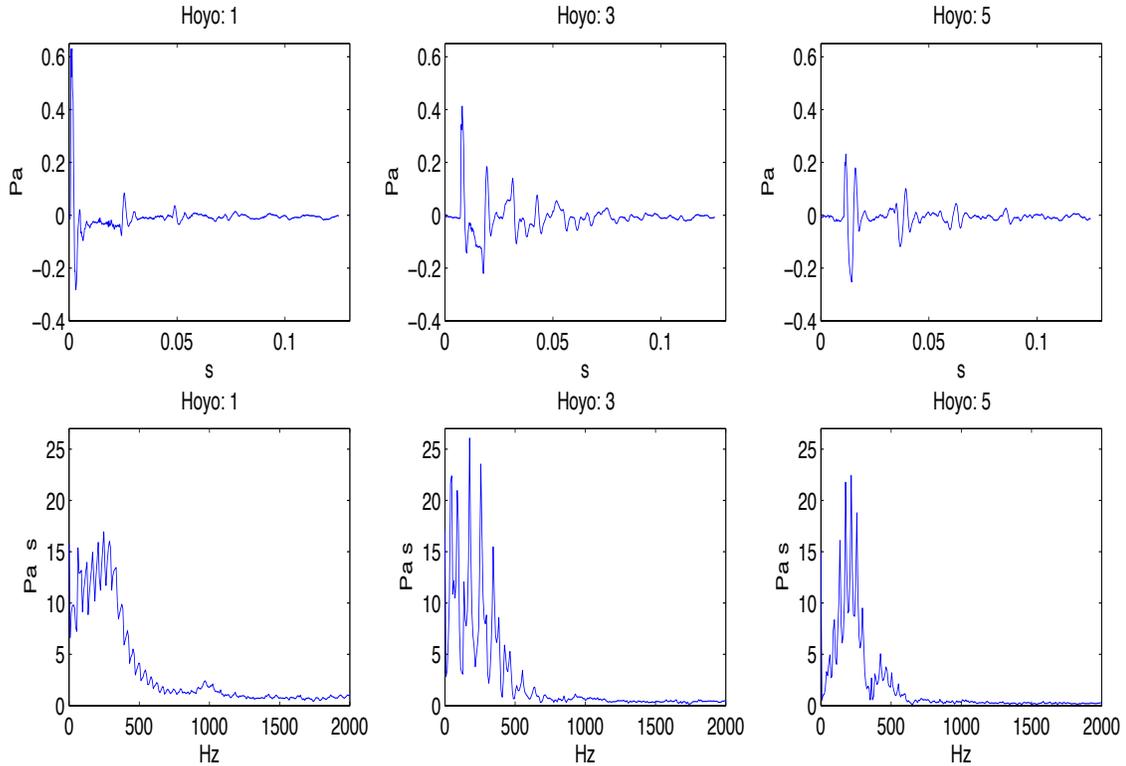


Figura 18: Amplitud de referencia 90 dB, trombón. Gráficas superiores: Señal de presión en los hoyos 1, 3 y 5. Gráficas inferiores: Magnitud del espectro (mismos hoyos).

El pulso se refleja 10 veces en el interior del trombón durante el tiempo de medición (125 ms) y, por lo tanto, invierte su perfil ese número de veces. Sin embargo, la inversión del perfil de la señal de presión no se distingue claramente a diferencia de las señales medidas en el tubo. De las gráficas inferiores que son el espectro de la señal medida en el hoyo indicado, notamos que tanto para el caso de 90 dB, como para el de 148 dB, la energía del campo acústico está contenida principalmente en el intervalo de frecuencias entre 0 y 1000 Hz.

Como se observa en las cuatro gráficas anteriores tanto para el tubo como para el trombón, el pulso pierde una parte significativa de su energía mientras se propaga. Se espera que los efectos no lineales de propagación dependan directamente de la amplitud de la señal que se propaga, por lo que los resultados son más claros si el análisis se limita a estudiar únicamente dos recorridos del pulso a lo largo de los resonadores, de tal forma que las pérdidas no sean tan significativas y el efecto buscado se presente más claramente. Este análisis continúa en la sección 5.3, pero antes hablaremos de las mediciones del ruido de fondo dentro del trombón que acompaña a todas las mediciones anteriormente expuestas.

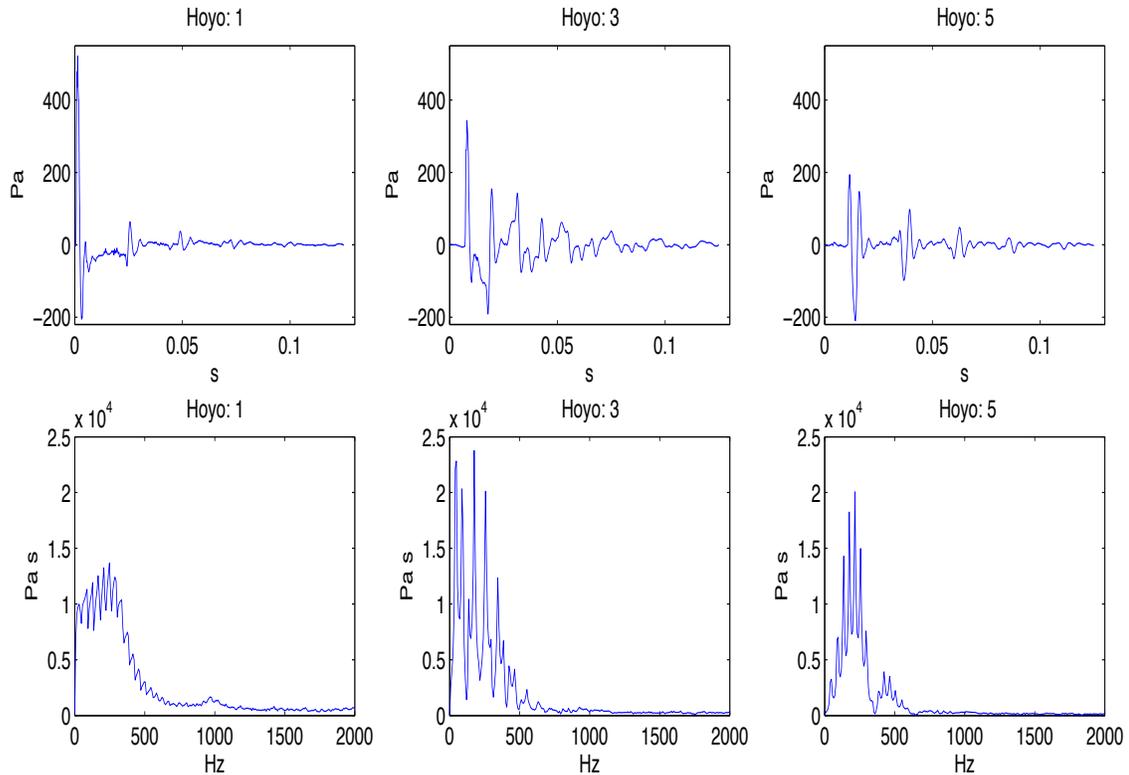


Figura 19: Amplitud de referencia 148 dB, trombón. Gráficas superiores: Señal de presión en los hoyos 1, 3 y 5. Gráficas inferiores: Magnitud del espectro (mismos hoyos).

## 5.2. Ruido de fondo

Se llevaron a cabo 17 mediciones del ruido de fondo en el hoyo 4 del trombón. El ruido está asociado al espacio donde se realizaron todas las mediciones cuando la señal es un pulso, por lo que consideramos que el ruido es característico dentro de todo el instrumento. Cada una de estas 17 mediciones contiene también 2048 datos de la presión equidistantes en el tiempo adquiridos durante 125 ms. Cada dato es a su vez un promedio de cien valores. Las mediciones se guardan en archivos con el nombre `ruido100'k'.mat`, donde `k` es un contador y va desde 1 hasta 17. El ruido de fondo medido de esta manera representa el ruido típico en condiciones de medición ya que involucra a los mismos aparatos de medición y el ruido característico durante su funcionamiento, así como a los sonidos que usualmente había durante las mediciones (por ejemplo, el teclado de la computadora o alguien caminando por el pasillo).

El código `ruido.m` se encarga de promediar los 17 vectores contenidos en cada uno en uno de los archivos y de graficar este promedio como función del tiempo, como se presenta en la figura 20. Este código también calcula la transformada de Fourier de esta señal promedio del ruido de fondo y la grafica en la figura 21 usando

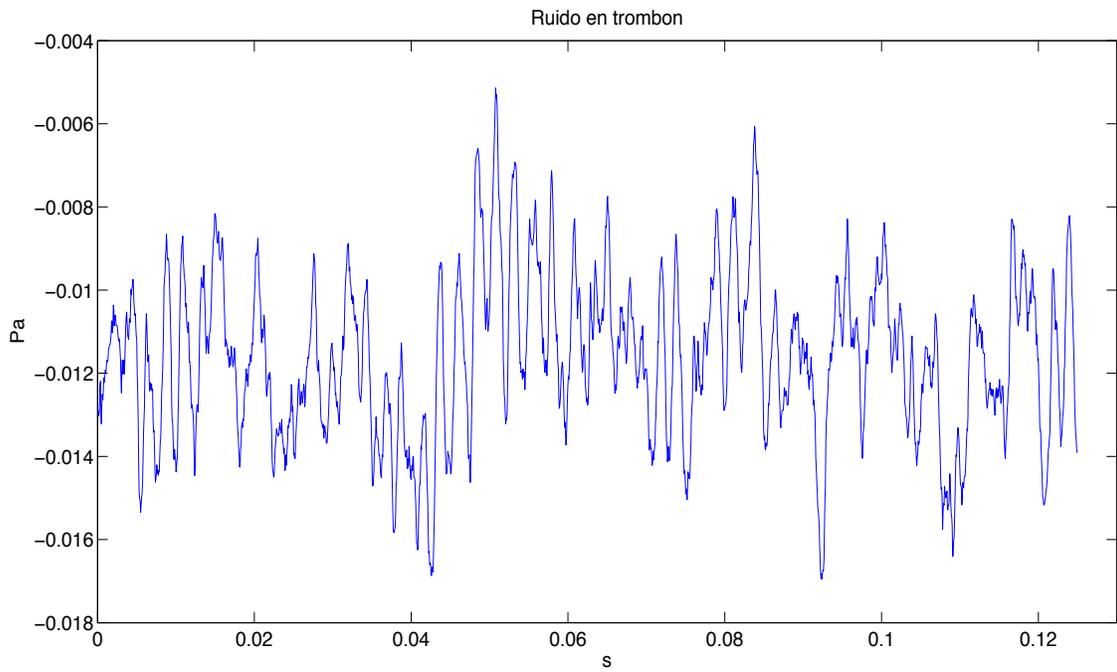


Figura 20: Ruido de fondo medido en el interior del trombón en condiciones normales de medición.

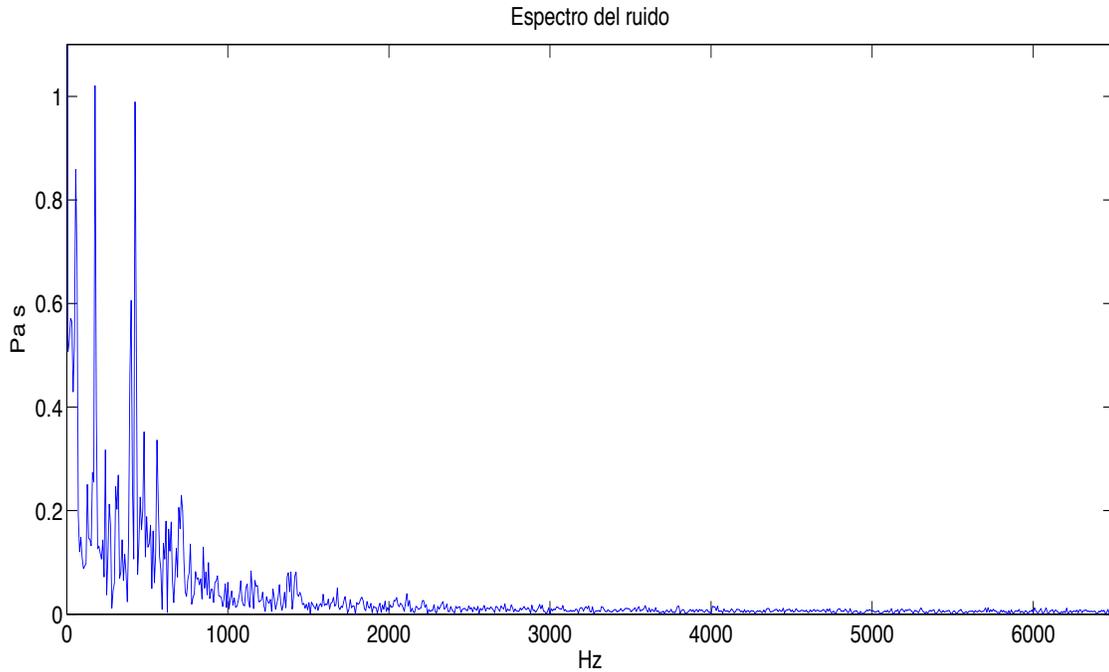


Figura 21: Espectro del ruido de fondo medido en el interior del trombón en todo el espacio de frecuencias.

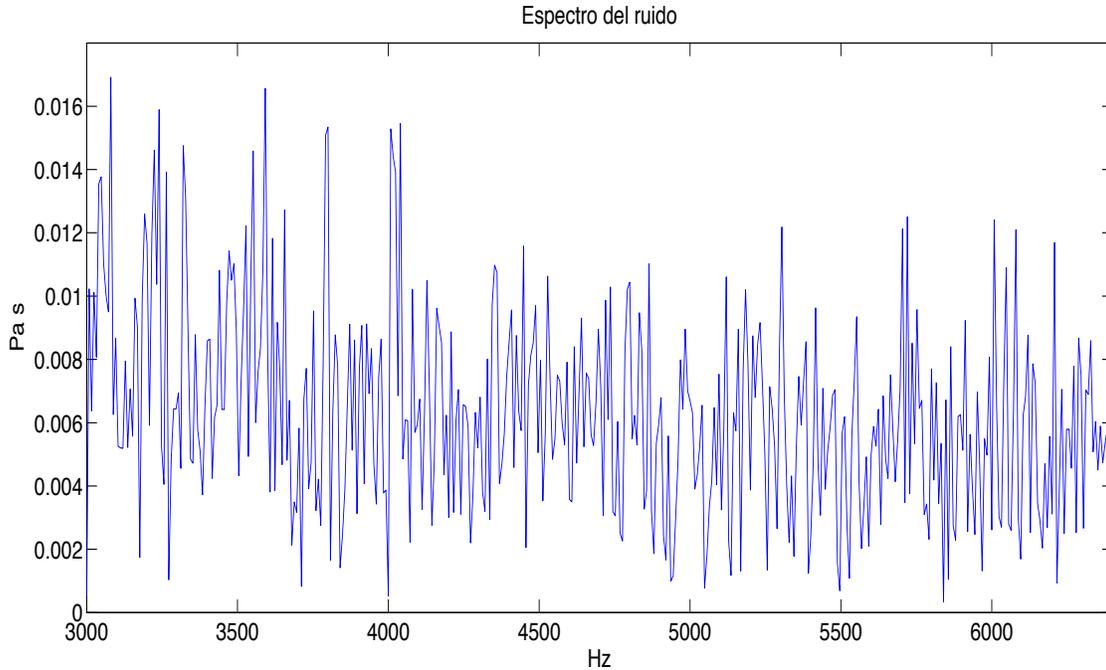


Figura 22: Espectro del ruido de fondo dentro del intervalo de frecuencias entre 6 y 8.2 kHz

la escala de frecuencias (con 2048 datos) del archivo *f.mat*. Ahora bien, la mayor parte de la energía del ruido de fondo se encuentra entre 0 y 2 kHz, y a esta escala no se distingue el ruido en frecuencias mayores por lo que se hace una nueva gráfica del ruido dentro del intervalo desde 3 hasta 6.4 kHz en la figura 22. De la figura 22 hacemos notar que dentro del intervalo de frecuencias mostrado, la amplitud del espectro es del orden de  $10^{-2}$  Pa s.

Este mismo código calcula el valor RMS de la señal de ruido de fondo y éste es 0.0116 Pa, considerando un periodo de 125 ms ya que éste es el tiempo de la medición que se repitió 17 veces.

### 5.3. Series de datos truncadas

La mayoría de los fenómenos acústicos cuyo medio de propagación es el aire, se pueden modelar mediante la ecuación de estado de un gas ideal y son procesos casi adiabáticos. Bajo este precepto y conociendo la temperatura promedio del aire en el espacio de trabajo durante las mediciones (23 grados centígrados), se calcula la velocidad de propagación del sonido (344.89 m/s). De esta manera es posible truncar los vectores que contienen los 2048 valores de la presión y así considerar un tiempo reducido (menor a 125 ms) durante el cual el pulso se refleja una sola vez en el extremo abierto del resonador. Se procura que el pulso pase por cada hoyo

únicamente dos veces.

Ahora bien, determinar exactamente en qué instante termina de pasar el pulso por el hoyo número 1 por segunda vez no es posible. El pulso tiene un cierto ancho temporal como señal eléctrica ( $61 \mu\text{s}$ ), pero este ancho no coincide con el ancho observado en las mediciones hechas en el hoyo 1. Este hoyo es el más cercano al altavoz y por lo tanto se espera que el pulso no se haya deformado notablemente en el camino hasta él. Así pues, el altavoz deforma la señal eléctrica en el proceso de transducción; de hecho, el pulso tiene un ancho aproximado de  $30 \cdot 10^{-4}$  s en vez de  $61 \cdot 10^{-6}$  s, como lo indica el generador de señales.

El pulso se ensancha en el proceso de transducción, de lo cual se deduce que su ancho de banda es menor que el del pulso de ancho temporal de  $61 \cdot 10^{-6}$  s. Por lo tanto, podemos asegurar que el ancho de banda del pulso que medimos es menor que 16384 Hz, lo cual implica un espectro dentro del intervalo de -8192 a +8192 Hz. Ahora bien, el analizador de señales, dado su funcionamiento, indica que el ancho de banda de confianza para la señal que se generó y midió es de 6.4 kHz. Este será, por lo tanto, la frecuencia más alta que será considerada a lo largo del análisis de los datos y de esta forma podemos asegurar que los efectos de *Aliasing* son despreciables (ver sección 3.2).

Cuando el pulso pasa por el hoyo 1 por primera vez, se generan una serie de variaciones de la presión de menor escala en esa posición debido al mecanismo de compresión-expansión que es el que genera a su vez que el pulso se propague. Esto se observa para la amplitud de referencia de 90 dB en las figuras 23 y 24 (correspondientes al hoyo 1 del tubo y del trombón, respectivamente) como una estela posterior al pulso; para 148 dB se observa una estela con la misma duración. Considerando el ancho del pulso y sumándolo al tiempo que duran las variaciones, se observa que, tanto para el tubo como para el trombón, la perturbación total asociada al pulso tiene una duración de aproximadamente 0.008 s.

Por otro lado, el tiempo que le lleva a la parte frontal del pulso (reflejado en el extremo abierto) ir del hoyo 1 al altavoz y de vuelta al hoyo 1 es muy corto. En el caso del tubo el hoyo 1 está a una distancia de 10.6 cm del altavoz y dicho tiempo es de  $6.1469 \cdot 10^{-4}$  s, por lo que en el tiempo en que el pulso y su estela terminan de llegar al hoyo 1, éste se ha reflejado en el extremo donde está el altavoz y se superpone con su propia cola o extremidad posterior. En el trombón la distancia entre el hoyo 1 y el altavoz es aún menor, de 2 cm, así el tiempo que tarda el pulso en ir del hoyo 1 al altavoz y de regreso es de  $1.1598 \cdot 10^{-4}$  s. Por lo tanto es inevitable considerar que parte del pulso (o su totalidad) pasa por tercera vez por el hoyo 1.

En el caso del par de hoyos 3 de ambos resonadores sucede lo mismo. La distancia del hoyo 6 al extremo abierto es de 0.099 m en el tubo, por lo que el tiempo que requiere la parte frontal del pulso para ir y regresar al hoyo 6 después de haberse reflejado es de  $5.74110^{-4}$  s, por lo cual la parte anterior del pulso interactúa con la parte posterior y no es posible observar de manera diferenciada el pulso incidente y el reflejado en el par de hoyos 3. En el trombón la distancia del hoyo 6 al plano donde termina la campana es de 0.574 m, considerando que el pulso se refleja en dicho

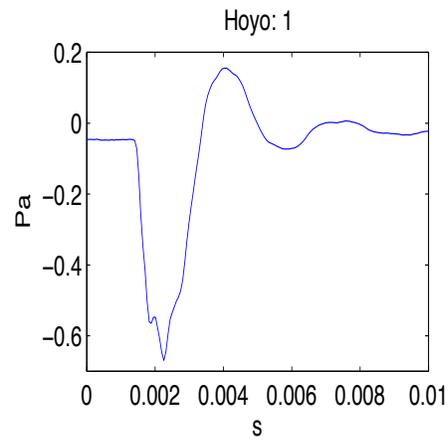


Figura 23: Amplitud total de la perturbación asociada al pulso en el hoyo 1 del tubo. Amplitud de referencia 90 dB.

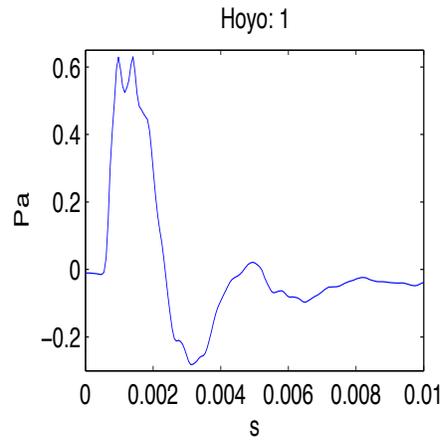


Figura 24: Amplitud total de la perturbación asociada al pulso en el hoyo 1 del trombón. Amplitud de referencia 90 dB.

plano, entonces el tiempo que le lleva en ir y regresar al hoyo 6 después de reflejarse es, a lo más, de 0.0033 s, porque puede reflejarse antes. Por lo tanto, también en el trombón el pulso interactúa consigo mismo en el tercer par de hoyos.

En todos los hoyos, excepto en los primeros dos, podemos asegurar que el pulso pasa sólo dos veces con toda su estela. Por consistencia es necesario considerar entonces que el pulso pasa por los dos primeros hoyos dos veces por completo junto con la estela que lo acompaña teniendo presente que el pulso está interactuando con la parte posterior de su reflejo, es decir, que parte del pulso está pasando por ahí por tercera vez.

Para el caso del tubo, se calcula que el pulso viaja una distancia de 7.312 m, que es dos veces la distancia de la pieza del aglomerado al extremo abierto y de vuelta al hoyo 1. Al tiempo en el que la parte frontal del pulso recorre esta distancia se le suma el tiempo de la perturbación completa (0.008 seg) para así considerar el tiempo en el que termina de llegar el pulso al hoyo 1 así como su estela por segunda vez. Esto resulta en un tiempo de 0.0295 seg.

Para el caso del trombón, el pulso se propaga a lo más una distancia mayor que en el tubo de 0.906 m en su viaje del altavoz al extremo abierto y de vuelta, considerando que se ha reflejado al final de la campana. Por lo tanto la señal temporal de interés dura alrededor de 0.0312 seg, tiempo que equivale al dato número 512 del vector del tiempo. Ahora bien, considerando 512 datos sucede que la parte frontal del pulso alcanza a llegar por tercera vez al hoyo 3 y también al 4, mas no por completo. En el caso de los hoyos 5 y 6 no hay problema en considerar 512 datos porque aún así, el pulso no alcanza a llegar ahí por tercera vez.

Aplicando ahora los códigos *RTdatprom.m* y *RTgrafreal.m* de tal forma que sólo se consideren los primeros 512 datos para el trombón (en vez de los 2048 como en *grafreal.m*) tanto del tiempo como de la presión, se grafica la señal de presión y el correspondiente espectro, por decirlo de alguna manera, recortados.

En las figuras 25 y 26 de amplitud de referencia de 90 y 148 dB respectivamente, se observan, en las gráficas superiores las señales de presión en el tiempo medidas en los hoyos 1, 3 y 5 del trombón durante 0.0312 s; en la gráficas inferiores se aprecia el espectro correspondiente. Únicamente en el par de hoyos 2 el pulso incidente está aislado de los efectos del mismo pulso, pero reflejado, lo cual se distingue en las gráficas superiores centrales de las figuras 25 y 26.

Reducir el número de datos del tiempo y la presión, implica reducir el vector de frecuencias de igual manera. En el caso del trombón, de 512 datos obtenemos la escala de frecuencias que va de -8192 hasta 8160 Hz, con los valores espaciados igualmente por 32 Hz. En general, entre menos datos de presión y tiempo sean considerados, menor es la resolución en la escala de frecuencias.

Recortando los datos observamos que el contenido espectral está mayoritariamente contenido en el intervalo de frecuencias entre 0 y 1000 Hz aproximadamente. Comparando los espectros de los datos recortados para el trombón (figuras 25 y 26) con los de los datos completos (figuras 18 y 19), notamos que los primeros son más claros que los segundos en el sentido de que hay mayor energía en el primer hoyo que

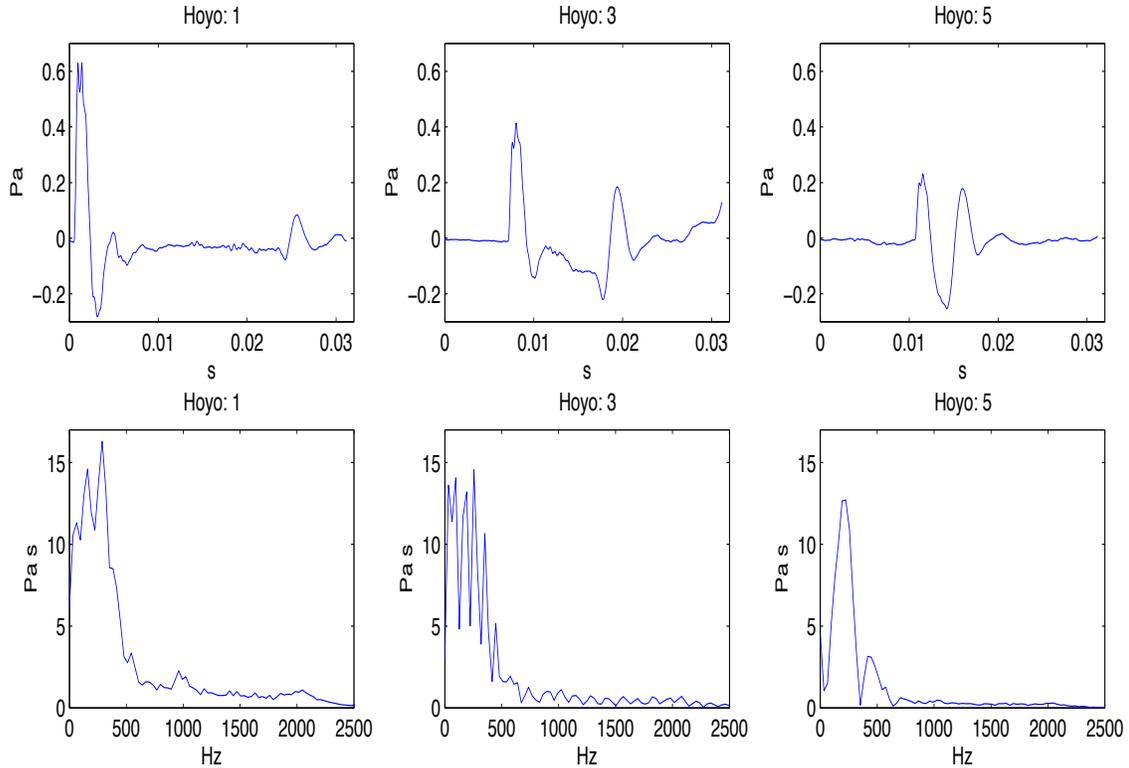


Figura 25: Amplitud de referencia 90 dB, trombón. Gráficas superiores: Señal de presión (recortada) en los hoyos 1, 3 y 5. Gráficas inferiores: Magnitud del espectro (mismos hoyos).

en los otros dos y ésta va disminuyendo conforme los hoyos están más distantes del altavoz como es de esperarse, lo cual no se observa en las figuras de los datos completos. Es probable que considerando los 2048 datos, el tiempo de medición coincida con que el pulso llega una vez menos al par de hoyos 1 respecto a los otros dos pares y que a esto se deba que se observa mayor energía en el hoyo 3 que en el 1.

Ahora bien, en las figuras 25 y 26 (gráficas superiores) no se observa un empinamiento de onda evidente conforme el pulso viaja del hoyo 1 al 3, como se esperaría debido a la propagación no lineal. Esto se debe a que la atenuación del pulso compite con el efecto de la no linealidad y no permite que se formen pendientes muy pronunciadas. Como se verá más adelante en la sección 5.6, el que no haya un empinamiento evidente no significa que no haya transferencia de energía a las partes altas del espectro.

Dado que la transformada de Fourier se realiza sobre todos los valores temporales de la presión, si consideramos los 2048 datos, la información que ésta nos brinda respecto a la transferencia de energía de las frecuencias bajas hacia las altas no será confiable porque cuando el pulso se ha reflejado múltiples veces ha perdido mucha energía y no necesariamente se dará lugar a dicha transferencia. Por lo tanto,

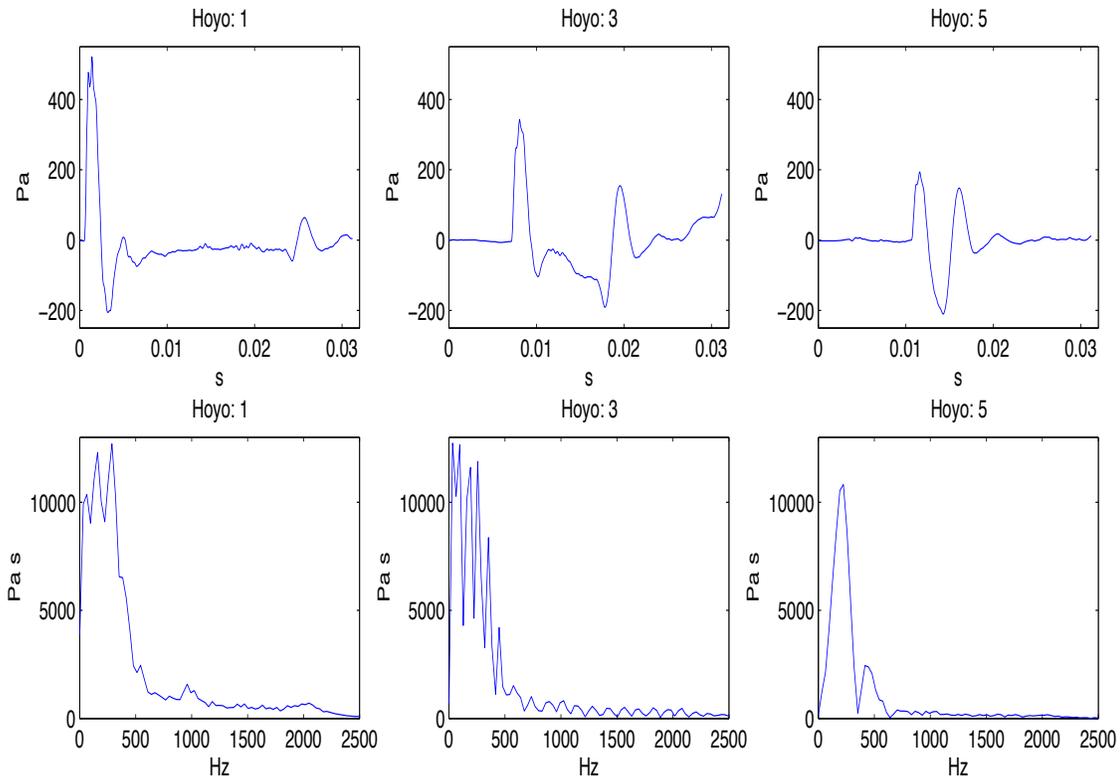


Figura 26: Amplitud de referencia 148 dB, trombón. Gráficas superiores: Señal de presión (recortada) en los hoyos 1, 3 y 5. Gráficas inferiores: Magnitud del espectro (mismos hoyos).

la contribución del pulso, después de varios reflejos en los extremos del trombón, a frecuencias altas será muy pequeña, mientras que la mayor parte de su energía será aportada a las frecuencias bajas, entorpeciendo así la observación del fenómeno buscado.

## 5.4. Aplicación del Método de la sonda de dos micrófonos

El *Método de la sonda de dos micrófonos*, como se ha desarrollado en la sección 3.3, se ha limitado a la propagación de frente plano de las ondas viajeras. Para la propagación de perturbaciones acústicas dentro de resonadores cilíndricos, se impone esta condición considerando que para frecuencias mayores a la frecuencia de corte  $f_{corte}$ , la contribución de modos oblicuos no evanescentes dentro del resonador deja de ser despreciable. La frecuencia de corte correspondiente al modo (0,1) está dada por ? :

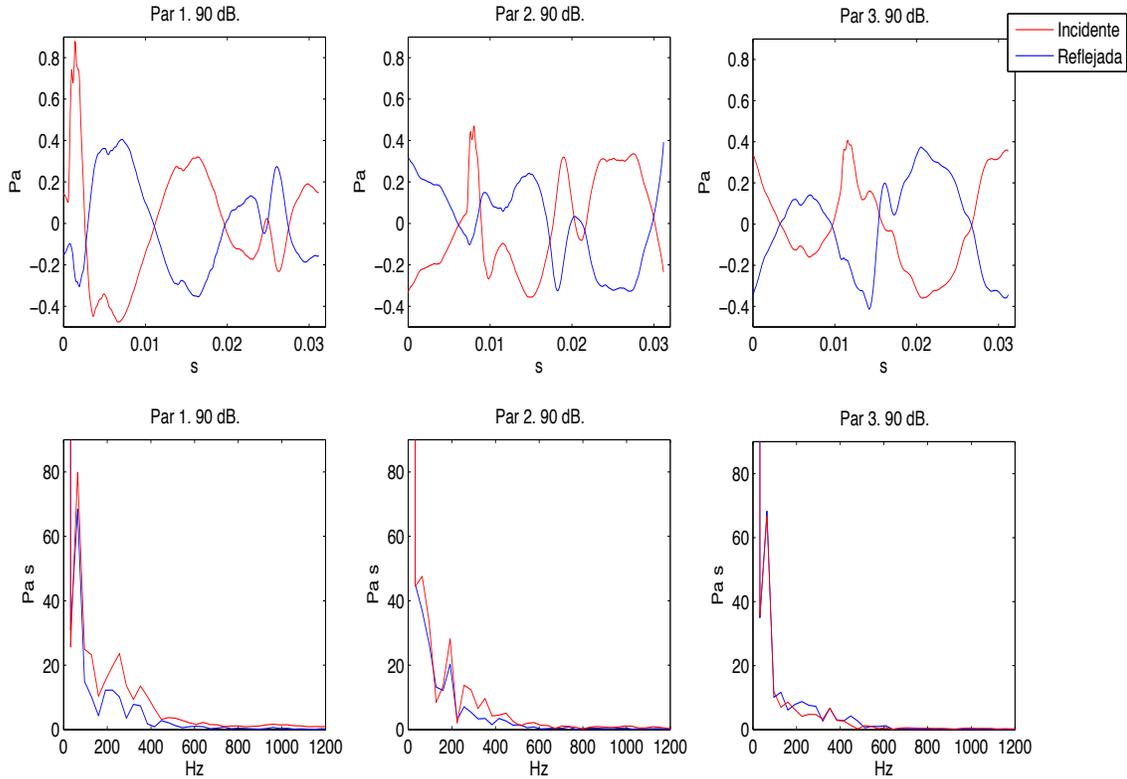


Figura 27: Gráficas superiores: señales temporales incidente y reflejada para los tres pares de hoyos. Gráficas inferiores: magnitud del espectro de las ondas incidente y reflejada (mismos pares de hoyos). Amplitud de referencia: 90 dB.

$$f_{corte} = \frac{1.84}{2\pi r} \quad (40)$$

donde  $r$  es el radio del resonador.

Para la parte de sección transversal constante en el trombón o resonador  $f_{corte} = 13.492$  kHz y para el tubo  $f_{corte} = 12.409$  kHz. En ambos resonadores (tubo y trombón) la frecuencia de corte se encuentra por encima de la frecuencia más alta presente en el espectro del pulso (8.192 kHz). Por lo tanto, podemos considerar propagación de onda plana en el interior del resonador del trombón.

El tercer código escrito para el análisis de los datos se llama *RTcocPotencia512FC.m* y se aplica a los archivos que contienen los valores promediados de presión de cada hoyo dada una amplitud de referencia (avhiarA.mat). El código toma en consideración únicamente los primeros 512 valores por razones explicadas en la sección anterior. Este código se basa en el *Método de la sonda de dos micrófonos* descrito en la sección 3.3. Su función es calcular y graficar la amplitud y el espectro de la onda de presión que viaja en dirección positiva (onda incidente) como función del tiempo, así como la de la que viaja en dirección negativa (onda reflejada), ambas ubicadas

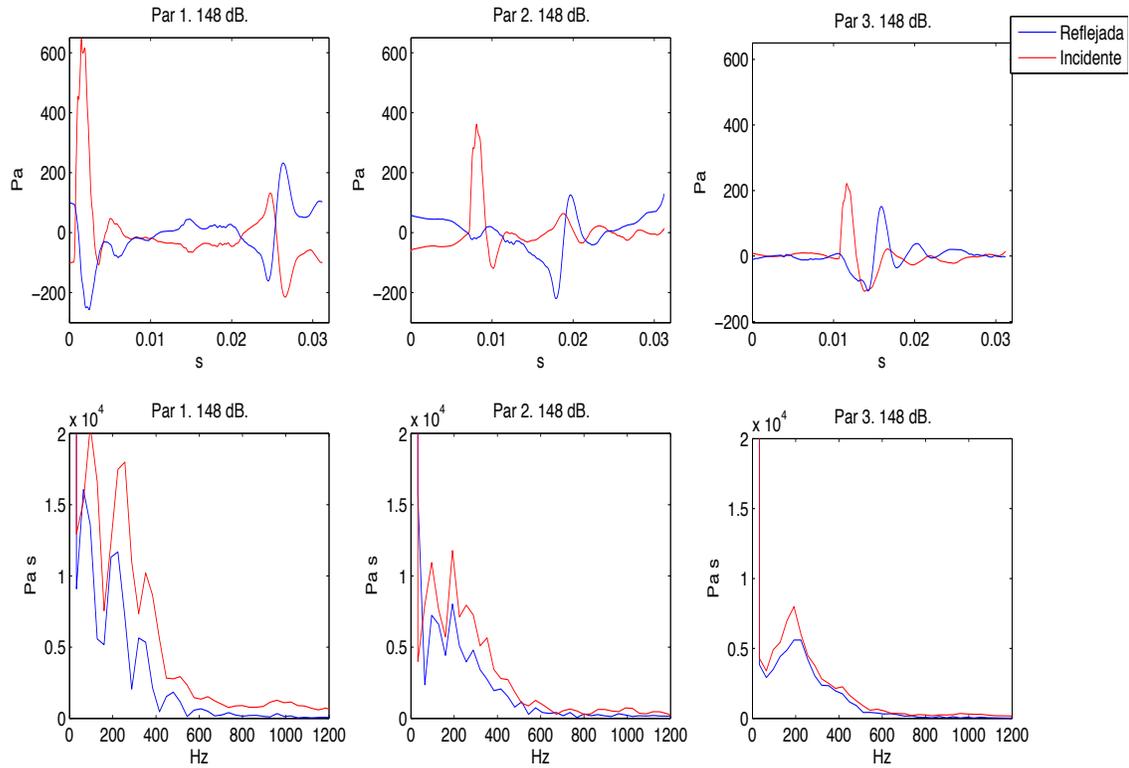


Figura 28: Gráficas superiores: señales temporales incidente y reflejada para los tres pares de hoyos. Gráficas inferiores: magnitud del espectro de las ondas incidente y reflejada (mismos pares de hoyos). Amplitud de referencia: 148 dB.

en la posición intermedia entre cada pareja de hoyos. El espectro (512 datos) de las ondas viajeras se guarda en un archivo que lleva por nombre `parkarAI.mat` para la onda incidente y `parkarAR.mat` para la reflejada;  $k$  denota al número de par (va del 1 al 3) y  $A$  indica la amplitud de referencia.

Este código, calcula primero el espectro de las ondas incidente y reflejada en dicha posición para cada uno de los 3 pares de hoyos y grafica su magnitud, posteriormente aplica las funciones `ifftshift` y `ifft` (transformada rápida de Fourier inversa ordenada) para obtener las señales temporales. En la figura 27 se muestran estas gráficas para una amplitud de referencia de 90 dB y en la figura 28 para 148 dB, a partir de las mediciones hechas en el trombón.

En las figuras 27 y 28, gráficas inferiores, se observa la magnitud de los espectros de las ondas incidente y reflejada. En general, las magnitudes de las primeras están por encima de la de las segundas y la energía está mayoritariamente contenida dentro del intervalo de 0 hasta 1000 Hz aproximadamente.

En las gráficas superiores se observan, en cada par de hoyos, las ondas incidente y reflejada como función del tiempo. En el caso de 90 dB se observa en los 3 pares de hoyos que la onda reflejada es casi igual que la onda incidente pero invertida

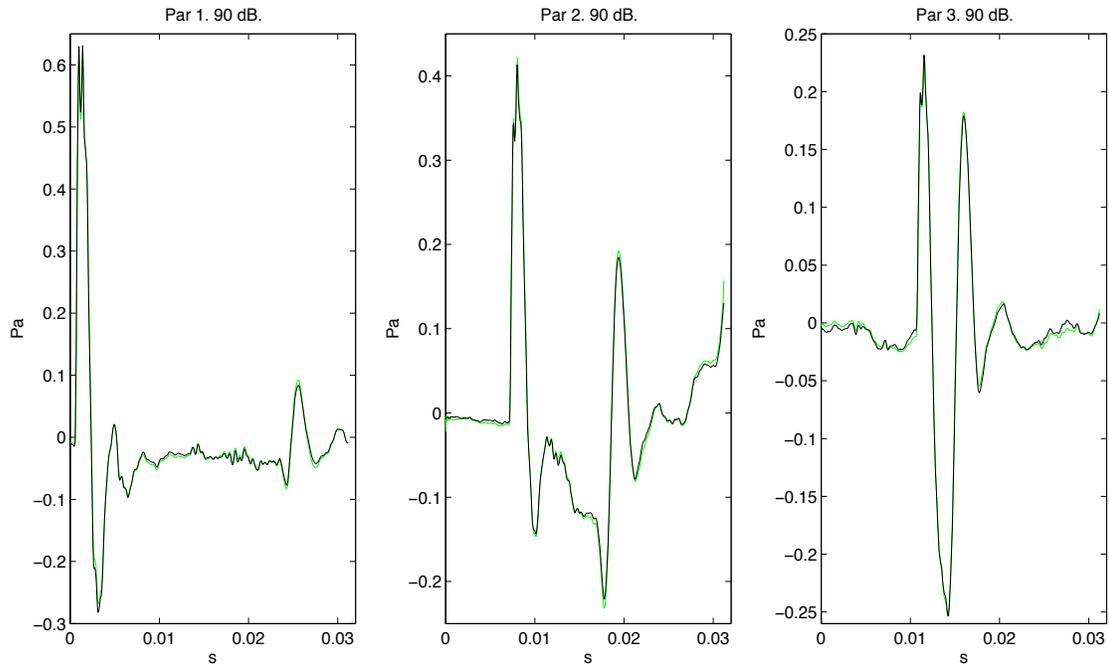


Figura 29: Comparación entre la superposición de las ondas viajeras (curva verde) y la señal temporal de presión medida (curva negra) en el primer hoyo de cada par.  $A = 90$  dB.

en el eje horizontal. Por lo tanto es difícil identificar al pulso conforme éste se transporta a lo largo del trombón y se refleja en el extremo abierto. A pesar de esto, el pulso que pasa por primera vez a través de la posición de los pares de hoyos se alcanza a distinguir en la curva roja (onda incidente). En el par 1 se observa un pico con amplitud máxima muy al principio, en el par 2 resalta también pero con una amplitud disminuida cerca de los 0.01 s y en el par 3 se distingue entre los 0.01 s y 0.02 s. De la onda reflejada es difícil hacer algún comentario relacionado con el pulso que viaja ahora en sentido negativo.

En el caso de 148 dB (figura 28) en los 3 pares de hoyos se puede diferenciar de manera clara el pulso que viaja en sentido positivo por primera vez (en la curva roja), así como el pulso reflejado que viaja en sentido negativo (curva azul). En el par de hoyos 1 se visualiza también la tercera vez que el pulso pasa por ahí y coincide prácticamente en tiempo con el pulso reflejado, como es de esperarse.

Es importante hacer notar que el campo acústico resulta del pulso que se propaga y se refleja cierto número de veces. Aquél puede descomponerse, mediante el método de la sonda de dos micrófonos, en dos ondas planas viajeras, una que se mueve en sentido negativo y otra en sentido positivo. La onda incidente involucra al pulso cuando éste viaja en sentido positivo y la onda reflejada involucra al pulso siempre que éste se desplaza en sentido negativo.

La superposición de las ondas viajeras graficadas en las figura 27 y 28 debe ser

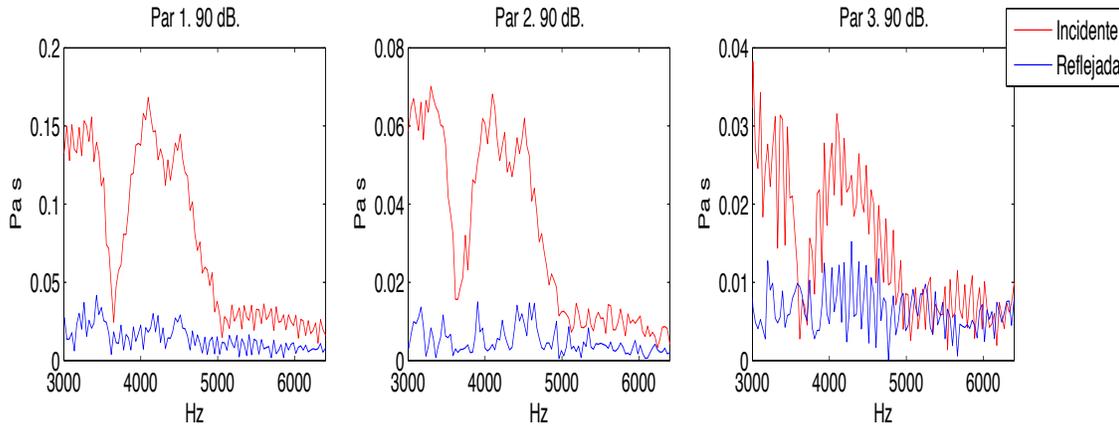


Figura 30: Magnitud del espectro de las ondas incidente y reflejada para los tres pares de hoyos dentro del intervalo de 6 kHz hasta 8.2 kHz. Amplitud de referencia: 90 dB.

igual al campo acústico en todo momento. Para corroborarlo de manera aproximada, el código *RTcocPotencia512FC.m* grafica la suma o superposición de la onda incidente y reflejada para los pares de hoyos 1, 2 y 3. En la misma figura grafica la señal temporal de presión medida en el primero de los hoyos de cada par. Realmente no importa cuál hoyo del par sea ya que ambos se encuentran a la misma distancia del punto en que se calcula la superposición. Por esta misma razón es de esperarse que las dos curvas no sean exactamente iguales, tal como se observa en la figura 29 para 90 dB, sin embargo su forma es muy similar, tanto, que no se distinguen una de la otra a simple vista. Para el caso de 148 dB se ha omitido la figura correspondiente ya que básicamente muestra una semejanza entre ambas curvas tan grande como en el caso de 90 dB.

Para verificar que el espectro del ruido no sea de mayor amplitud que el espectro de la onda incidente dentro de todo el intervalo de frecuencias, se grafica el espectro de las ondas viajeras para 90 dB (la amplitud de referencia más baja) dentro del intervalo desde 3 hasta 6.4 kHz para los tres pares de hoyos y poder así comparar con la figura 22. Notamos de la figura 30 que en todos los pares de hoyos el espectro de la onda incidente es efectivamente mayor que el ruido un orden de magnitud. Podemos entonces asegurar que nuestro análisis es confiable. El grado de confianza con que podremos concluir algo de nuestros datos estará dado por la incertidumbre correspondiente.

Ahora bien, como se comentó en la sección 5.3, al tomar en cuenta 512 datos de la señal medida es inevitable que en los pares 1 y 2 parte del pulso o su totalidad pase por tercera vez por ahí. En el par 3 este no es el caso. De las figuras 27 y 28, gráficas superiores, fijamos nuestra atención en las ondas incidentes. Notamos que en el par 1, cerca de 0.02 s, comienza a aumentar la amplitud, lo cual se asocia con la tercera vez que el pulso pasa por el par 1 mientras que se desplaza en sentido positivo. Se

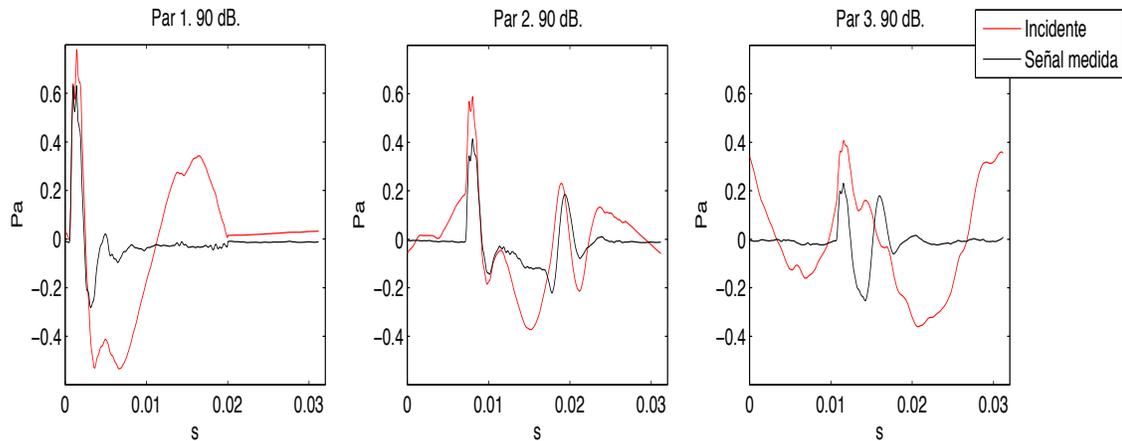


Figura 31: Señales temporales de la onda incidente y la medida considerando solamente la primera vez que pasa el pulso por cada par de hoyos (sustitución de una parte de la señal medida por ruido de fondo). Amplitud de referencia: 90 dB.

observa también que casi simultáneamente la amplitud de la onda reflejada crece (como presión negativa), lo cual se asocia con la segunda vez que el pulso pasa por ahí y cuyo perfil se ha invertido debido al reflejo en el extremo abierto. Nos interesa considerar solamente la primera vez que el pulso viaja en sentido positivo. Esto se logra cortando la señal medida hasta el dato en que aparece por tercera vez el pulso, es decir, hasta el dato número 328 que equivale a un tiempo de 0.02 s. Los datos del 239 hasta el 512, son sustituidos por la señal de ruido medido en el interior del trombón. En el par 2 se hace un tratamiento análogo al par 1, a diferencia de que el ruido sustituye a los valores que van desde el 440 (0.0268 s) hasta el 512.

Habiendo hecho la sustitución adecuada de los valores de presión medidos, por la señal de ruido en el código *RTcocPotencia512FC.m*, se grafica de nuevo la onda incidente así como la señal medida con la parte de ruido anexado. Esto se observa en las figuras 31 y 32 para el caso de 90 y 148 dB, respectivamente. Se detecta fácilmente que la onda incidente calculada no se asemeja mucho a la señal medida en el caso de 90 dB. En los tres pares es evidente que la onda incidente sobreestima la amplitud máxima del pulso incidente medido. En estas gráficas también parece como si hubiera una segunda perturbación de amplitud menor que la primera, que podría erróneamente considerarse como el pulso que viaja en dirección positiva por segunda vez. Ahora bien, para el caso de 148 dB la semejanza entre ambas curvas mejora notablemente. La onda incidente calculada sobreestima también en este caso al pulso medido pero sólo en el par 1 y no parece indicar que haya un segundo pulso viajando en dirección positiva en alguno de los pares, como en el caso de 90 dB.

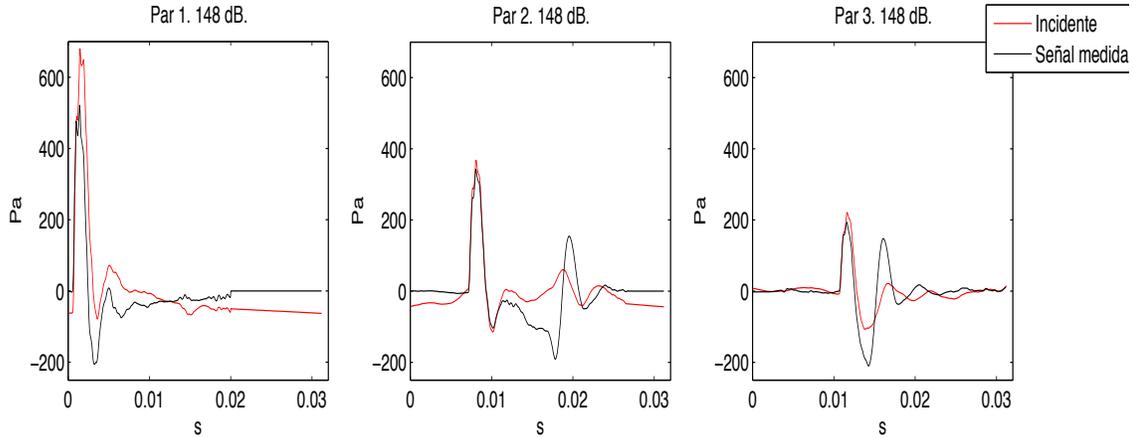


Figura 32: Señales temporales de la onda incidente y la medida considerando solamente la primera vez que pasa el pulso por cada par de hoyos (sustitución de una parte de la señal medida por ruido de fondo). Amplitud de referencia: 148 dB.

## 5.5. Aplicación del filtro

Esta sección se ocupa del mismo análisis presentado en la sección anterior pero una diferencia importante las distingue entre sí: la aplicación de un filtro pasa altas a los espectros de las ondas viajeras. A continuación se argumenta la importancia de la implementación de dicho filtro, seguido se presentan las figuras de la sección anterior pero modificadas por el filtro y finalmente se hace una comparación entre lo obtenido con y sin filtro.

### Motivaciones para la aplicación del filtro

En la práctica el método de la sonda de dos micrófonos se enfrenta a dos complicaciones principales que no son consideradas en la sección anterior. La primera está relacionada con las singularidades alrededor de los primeros dos ceros del denominador en la ecuación de las amplitudes complejas de las ondas viajeras  $1 - \exp(-i4k\delta)$  (ver sección 3.3). Las singularidades ocurren para las frecuencias  $f = 0$  y  $f = c/4\delta$ . Ésta última en nuestro experimento vale  $f = 14.37$  kHz y está por encima de la máxima frecuencia presente en la señal emitida por lo cual no tiene mayor relevancia. Para evitar  $f = 0$  simplemente se sustituye por una cantidad muy pequeña distinta de cero en el código.

La segunda complicación se debe a errores de instrumentación en las señales adquiridas por los dos micrófonos (uno en cada hoyo del par). Los errores de fase entre micrófonos para las frecuencias bajas cobran importancia cuando la separación entre micrófonos  $2\delta$  es mucho menor que la longitud de onda acústica  $\lambda$ , lo que conlleva imprecisión en el cálculo del numerador para el caso en que el error de fase en los micrófonos es comparable con  $k\delta$  (ya que el error es del mismo orden). Este

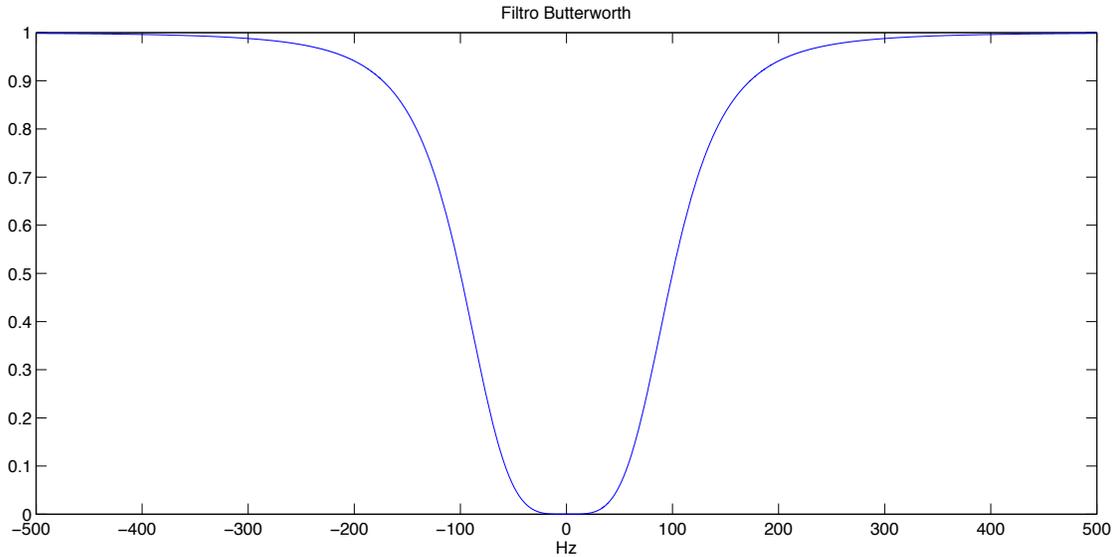


Figura 33: Filtro pasa altas Butterworth aplicado al espectro de las ondas viajeras.

razonamiento queda más claro si se expresa al numerador en términos de la longitud de onda como  $1 - \exp(-i4\pi \frac{2\delta}{\lambda})$ .

El filtro que se aplica a los espectros de las ondas viajeras para contrarrestar los posibles errores de fase en los dos micrófonos es un filtro pasa altas tipo Butterworth cuya respuesta está dada por:

$$|H(f)|^2 = \frac{f^{2N}}{f_c^{2N} + f^{2N}} \quad (41)$$

donde  $f_c = 100$  Hz es la frecuencia de corte (mitad de potencia) del filtro y  $N = 2$  es el orden del filtro. El filtro Butterworth con estas características se ha graficado en la figura 33.

## Implementación y gráficas

Se modifica el código *RTcocPotencia512FC.m* para aplicar el filtro a los espectros de las ondas viajeras obtenidos por medio del método de separación aplicado a las señales de presión medidas y constituidas por los primeros 512 datos. Aplicar el filtro implica sencillamente multiplicar las magnitudes complejas de las ondas incidente y reflejada (figuras 27 y 28, gráficas inferiores) por la función Butterworth tomando a la frecuencia  $f$  como los 512 valores de la escala de frecuencia.

En las figuras 34 y 35 se muestran las ondas incidente y reflejada (gráficas superiores) obtenidas al hacer la transformada inversa de las amplitudes complejas filtradas correspondientes, mostradas también en dichas figuras (gráficas inferiores). En el caso de 90 dB (figura 34) en el par de hoyos 2 aparece, en la curva que se designa como onda incidente, que hay dos perturbaciones de amplitud significativa;

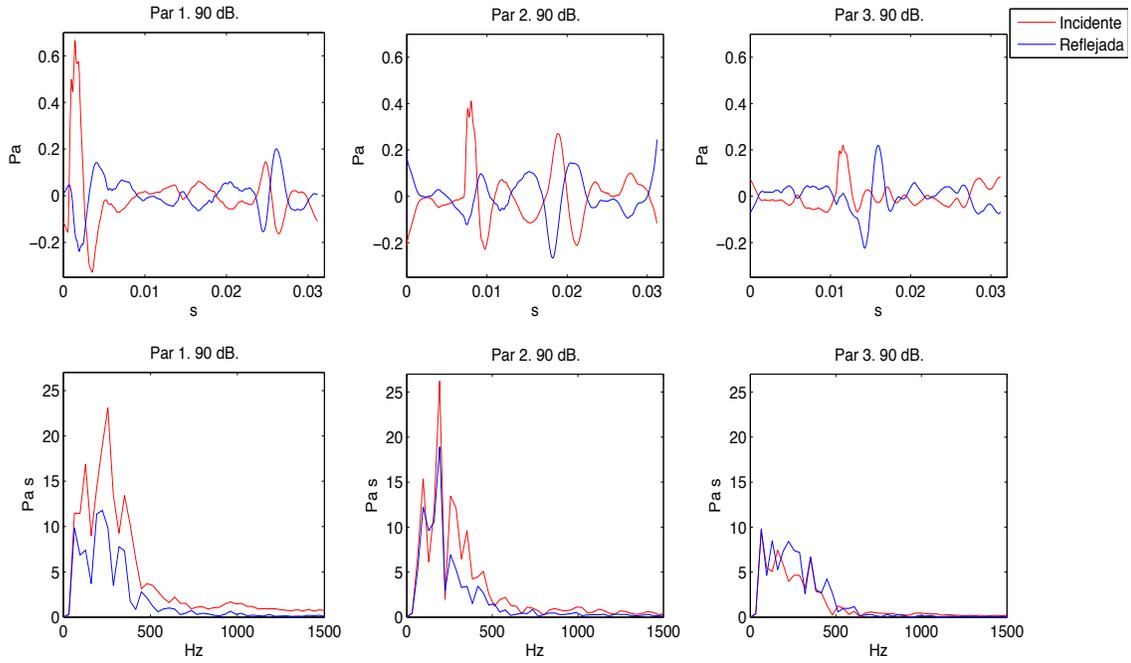


Figura 34: Ondas viajeras en cada par de hoyos obtenidas al haber aplicado el filtro. Amplitud de referencia: 90 dB

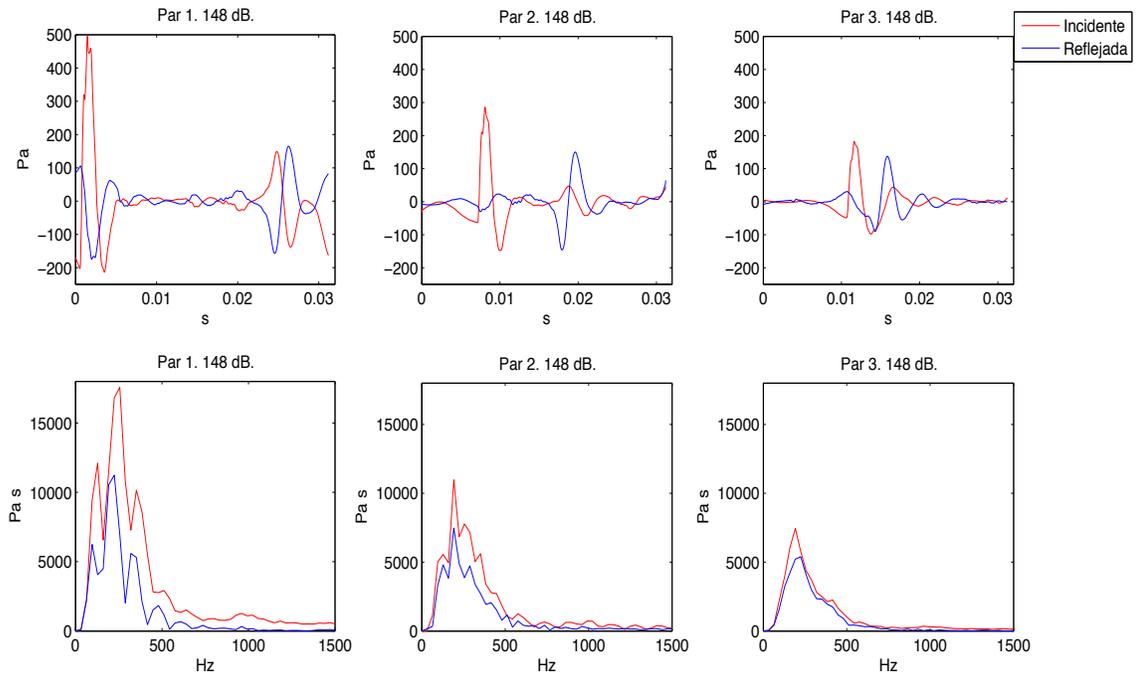


Figura 35: Ondas viajeras en cada par de hoyos obtenidas al haber aplicado el filtro. Amplitud de referencia: 148 dB

la primera se halla alrededor de los 0.01 s y la segunda cercana a 0.02 s. La primera perturbación se asocia con la primera vez que pasa el pulso, sin embargo la segunda perturbación no puede asociarse con la tercera vez que pasa el pulso pues es un tiempo inesperadamente corto como para que el pulso llegue por tercera vez al par 2.

En los otros dos pares de hoyos parece que el cálculo de la onda incidente cobra más sentido físico ya que se observa lo esperado; en el primer par hay una perturbación en la curva de la onda incidente con amplitud mayor (al principio) asociada con la primera vez que el pulso pasa por ahí. Entre los 0.02 s y 0.03 s notamos una perturbación en la onda reflejada y otra en la incidente, ambas ocurren prácticamente de manera simultánea y se atribuyen a la segunda y la tercera vez que el pulso llega al par 1, respectivamente. Ahora, en el par 3 se observa una perturbación en la curva de la onda incidente atribuida al pulso pasando por primera vez por ahí, y en la curva de la onda reflejada, cierto tiempo después, aparece una perturbación con el perfil invertido que se explica como el pulso que se ha reflejado en el extremo abierto y vuelve a pasar por el par 3. En la figura 35 los comentarios son básicamente los mismos que los hechos para la figura 28 (sin filtro).

Por otro lado, en las figuras 36 y 37 se han graficado para cada par de hoyos, los primeros 0.0312 s de la señal medida así como la superposición de la ondas filtradas incidente y reflejada. En estas figuras notamos que ambas curvas tienen una forma bastante parecida, sin embargo el haber introducido el filtro a las ondas viajeras ha provocado que la superposición de éstas se aleje de la señal medida. En el par de hoyos 2 esta diferencia entre curvas se hace más notable para ambas amplitudes de referencia.

Del mismo modo que en la sección anterior, el código *RTcocPotencia 512FC.m* se encarga de sustituir los valores de presión asociados a la tercera vez que pasa el pulso por ruido de fondo en los pares 1 y 2. Igualmente para el par 1, el ruido de fondo asume del dato número 239 al 512 y para el par 3, del dato 441 al 512, de la onda incidente en cada par. En el par 3 no es necesario hacer ninguna sustitución por lo mencionado anteriormente. Haciendo esto se obtienen las figuras 38 y 39 para 90 y 148 dB, respectivamente. En ellas se muestra la señal medida en el primer hoyo de cada uno de los tres pares con la parte de ruido de fondo correspondiente así como la onda incidente filtrada obtenida habiendo considerado sólo la primera vez que el pulso pasa por cada par.

En la figura 38 notamos que la onda incidente se parece a la señal medida y traza con la misma forma al pulso incidente en todos los pares de hoyos. En los pares 1 y 3 se observa que después de que pasa el pulso hay ciertas fluctuaciones respecto a la señal medida pero ninguna muestra una amplitud significativa en comparación con la del pulso incidente. En el par 2 parece que hay una segunda onda incidente o bien, que el pulso pasa por ahí por tercera vez, lo cual no es así.

Para el caso de 148 dB (figura 38) las observaciones son las mismas que para el caso de 90 dB a diferencia del par 2. En esta posición no se observa de manera tan definitiva un equívoco segundo pulso viajando en dirección positiva, sino una

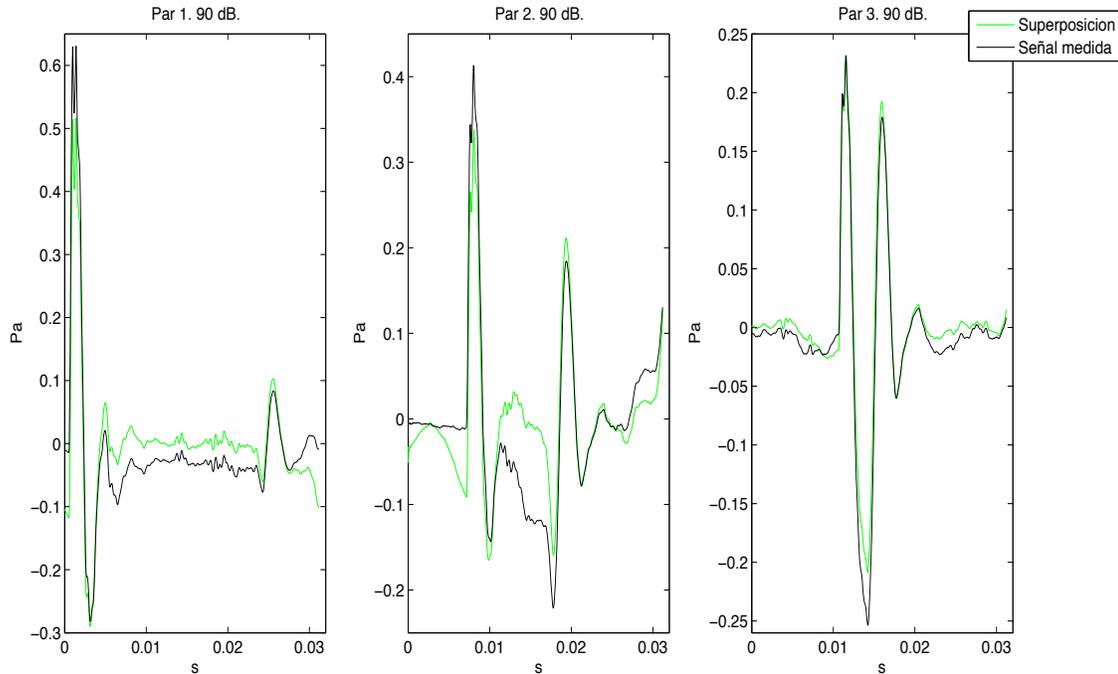


Figura 36: Comparación entre la superposición de las ondas viajeras filtradas y la señal temporal medida en el primer hoyo de cada par. Amplitud de referencia: 90 dB

pequeña fluctuación.

En resumen, al aplicar el filtro se logra un mejor ajuste de la onda incidente a la señal medida, como se aprecia en la figuras 38 y 39. En ellas no sólo se identifica al pulso viajando en dirección positiva de manera clara, sino que la amplitud máxima del pulso no se sobreestima como sucede omitiendo el filtro. En el caso de 90 dB la mejora es indiscutible ya que sin el filtro la onda incidente y la reflejada no muestran lo que ocurre físicamente (figura 27).

Por el otro lado, al comparar la superposición de las ondas viajeras con la señal medida notamos que éstas difieren más entre ellas habiendo aplicado el filtro, esto es más notorio en el par de hoyos 2. En general, la separación de las ondas incidente y reflejada se dificulta en este par, sobre todo para el caso de menor amplitud de referencia.

## 5.6. Análisis espectral

El código *RCparsevalF.m* calcula la potencia por unidad de volumen (a partir del espectro) contenida en la onda incidente, ubicada en el punto intermedio de los pares 1, 2 y 3 para las dos amplitudes de referencia 90 y 148 dB para el trombón. El código

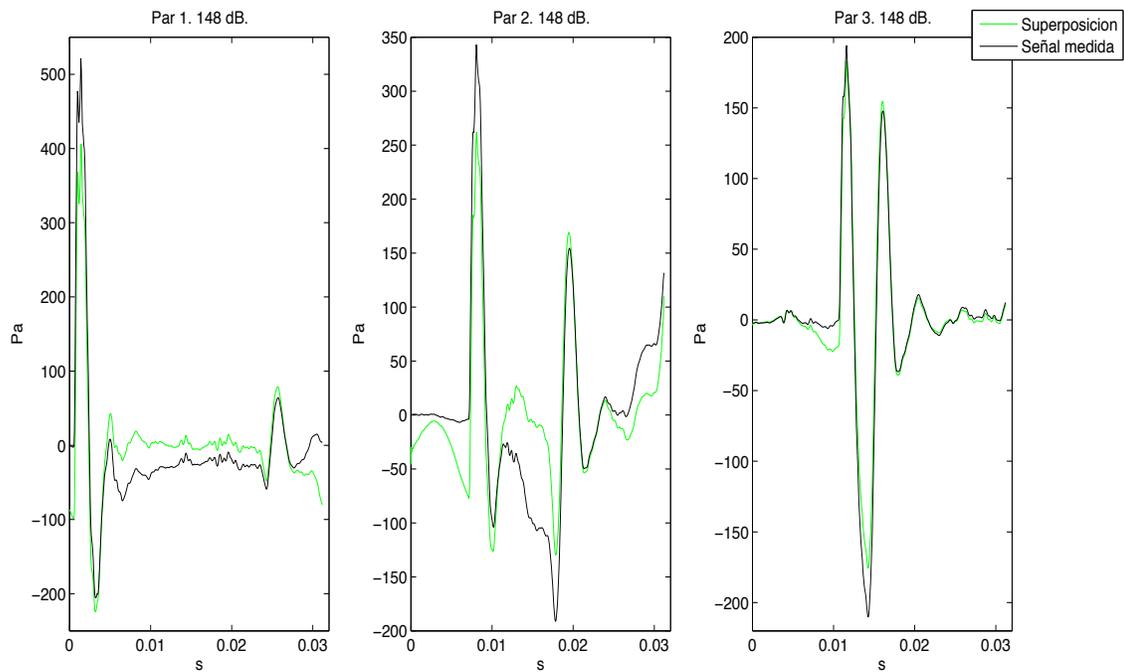


Figura 37: Comparación entre la superposición de las ondas viajeras filtradas y la señal temporal medida en el primer hoyo de cada par. Amplitud de referencia: 148 dB

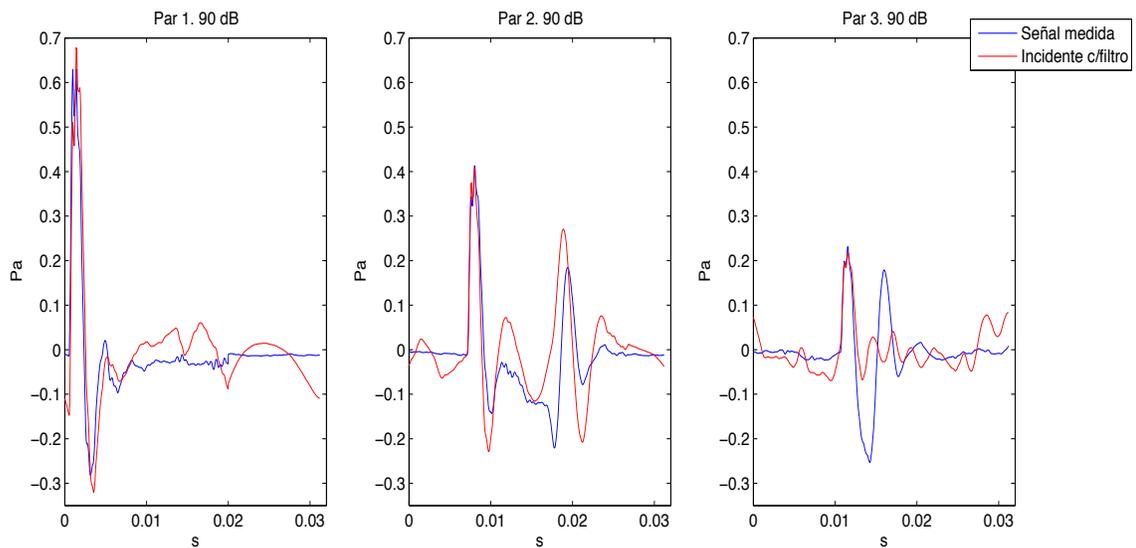


Figura 38: Señal temporal medida y onda incidente filtrada considerando solamente la primera vez que pasa el pulso por cada par de hoyos. Amplitud de referencia: 90 dB

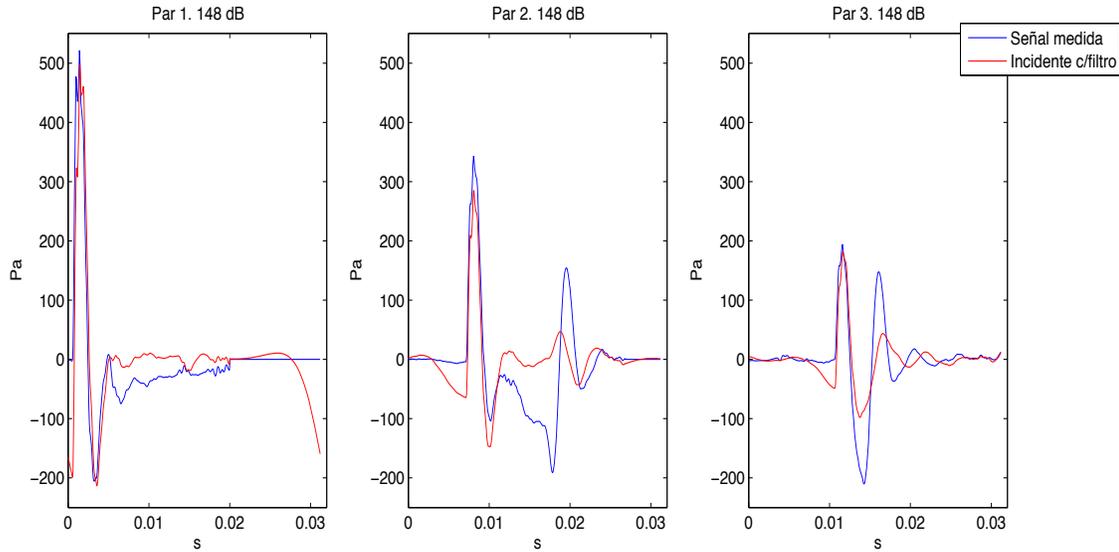


Figura 39: Señal temporal medida y onda incidente filtrada considerando solamente la primera vez que pasa el pulso por cada par de hoyos. Amplitud de referencia: 148 dB

guarda dichos valores de la potencia en los archivos *InRearA.mat*. (Las unidades de la potencia por unidad de volumen se obtienen en el Apéndice B). Debido a la notable atenuación que sufre el pulso mientras se desplaza a lo largo del trombón, aunado a la pérdida de energía radiada al final del instrumento, consideramos que analizar la onda reflejada carece de sentido para nuestros objetivos ya que los efectos no lineales de propagación compiten con la atenuación, como ya se ha explicado anteriormente. Además, se espera que la potencia radiada en el extremo abierto del trombón dependa directamente de la frecuencia  $f$ , resultado que también hallaron de manera experimental Hirschberg et al.  $f$ . Esto significa que la campana actúa como un filtro pasa altas. Aterrizando este resultado a nuestro experimento se esperaría que, suponiendo una transferencia de energía de las frecuencias bajas hacia las altas mayor para el caso de 148 dB que para el de 90 dB, hubiera una mayor cantidad de energía radiada en la campana para el primer caso que para el segundo.

En el cuadro 1 se muestra en la primera columna la amplitud de referencia, en la segunda, tercera y cuarta el valor de la potencia por unidad de volumen contenida en la (primera) onda incidente sin filtro para los pares 1, 2 y 3 respectivamente; todos los valores corresponden a las mediciones hechas en el trombón. En el cuadro 2 se hace lo mismo para la onda incidente a la que se le ha aplicado el filtro.

En la sección anterior se hizo evidente que el uso del filtro mejora el cálculo de las ondas viajeras ya que se logra una mejor apreciación de lo que sucede físicamente con el pulso que se propaga en el interior del trombón. El cuadro 1 es una evidencia más de lo necesario que es el filtro, ya que para el caso de 90 dB se obtiene que la potencia por unidad de volumen contenida en la onda incidente aumenta conforme

A (dB)	par 1 ( $J/(sm^3)$ )	par 2 ( $J/(sm^3)$ )	par 3 ( $J/(sm^3)$ )
90	$3.57e04 \pm 0.028$	$1.10e07 \pm 0.041$	$2.34e05 \pm 0.017$
148	$1.49e10 \pm 538.09$	$4.00e10 \pm 371.67$	$4.04e07 \pm 14.84$

Cuadro 1: Potencia total por unidad de volumen de la onda incidente calculada para los tres pares de hoyos del trombón, para las amplitudes de referencia de la columna izquierda.

A (dB)	par 1 ( $J/(sm^3)$ )	par 2 ( $J/(sm^3)$ )	par 3 ( $J/(sm^3)$ )
90	$8.24e-05 \pm 7.41e-15$	$5.49e-05 \pm 1.06e-14$	$1.33e-05 \pm 5.85e-15$
148	$45.88 \pm 4.32e-09$	$16.00 \pm 8.93e-10$	$7.46 \pm 1.34e-09$

Cuadro 2: Potencia total por unidad de volumen de la onda incidente filtrada calculada para los tres pares de hoyos del trombón, para las amplitudes de referencia de la columna izquierda.

se propaga el pulso. Como es de esperarse, para el caso de 148 dB, para el cual la separación de las ondas viajeras es relativamente buena como se observa en la figura 28, el cálculo de la potencia presentada en el cuadro 1 no sugiere ninguna contradicción en los pares 1 y 3, pues la potencia por unidad de volumen disminuye 3 órdenes de magnitud conforme el pulso avanza en dirección positiva del par 1 al par 3. Sin embargo en el par 2 el pulso incidente tiene más energía que en el par 1 y mismo orden de magnitud; esto carece de sentido físico por lo que no se tomará en cuenta el par 2 en el análisis posterior.

El cuadro 2 indica que la onda incidente filtrada pierde potencia conforme se propaga del par 1 al par 3, y que la potencia en todos los pares es del mismo orden de magnitud para ambas amplitudes de referencia. Para el cálculo de la incertidumbre referirse al apéndice C.

Al comparar ambos cuadros resalta el hecho de que al aplicar el filtro, la potencia contenida en la onda incidente disminuye entre 9 y 12 órdenes de magnitud. Esto está relacionado con que la mayor parte de la energía del pulso está contenida dentro del intervalo que va desde 0 hasta 1000 Hz, y que la mayor contribución espectral se debe a las frecuencias más bajas, como se observa en las gráficas del espectro en las figuras 25 y 26.

El siguiente código realizado lleva por nombre *RT512potenciaFC.m* y su función es calcular y graficar la potencia por unidad de volumen o energía por unidad de tiempo y de volumen contenida en cada subintervalo o banda de 768 Hz de la onda incidente (que considera únicamente la primera vez que ha pasado el pulso viajando en dirección positiva). Este código se aplica a los valores de la amplitud compleja de la onda incidente que se han guardado en un archivo que lleva por

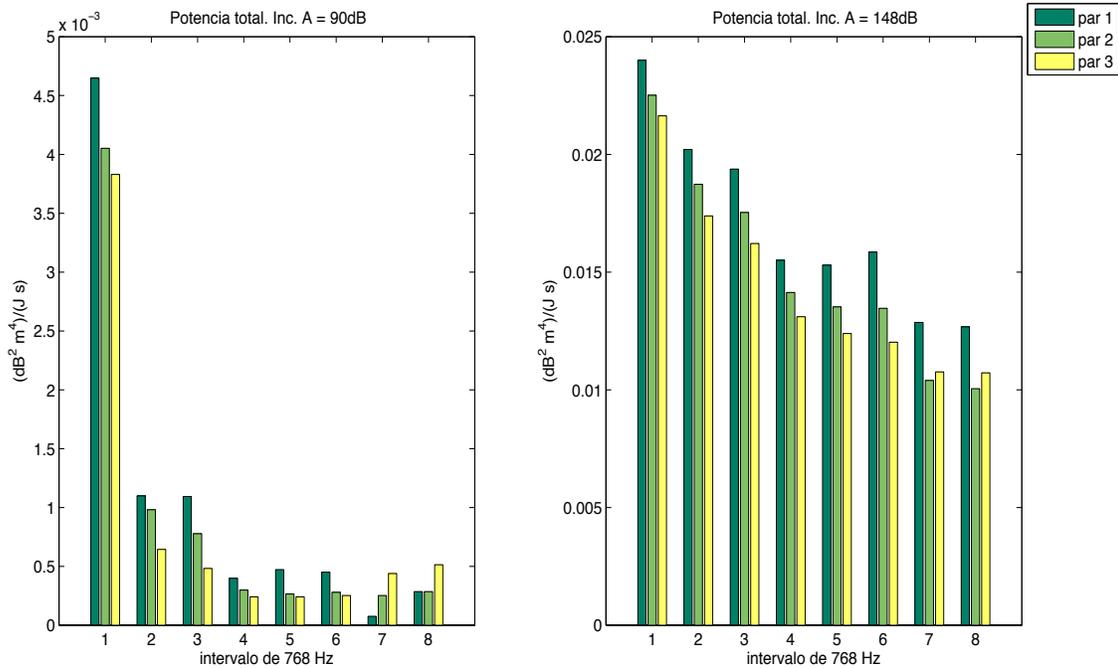


Figura 40: Potencia por unidad de volumen contenida en cada subintervalo de 768 Hz calculada para la onda incidente con filtro en cada par de hoyos, para cada amplitud de referencia (90 y 148 dB).

nombre `par $k$ ArAI.mat`, donde  $k$  va del 1 al 3 e indica el número del par y  $A$  es la amplitud de referencia.

El intervalo de confianza que va de 0 a 6400 Hz, se divide en 8 subintervalos de 768 Hz y entre una banda y la siguiente hay 32 Hz (que corresponde a la resolución en el espectro), por lo que el primer subintervalo va de 0 a 768 Hz, el segundo va de 800 ( $= 768 + 32$ ) a 1568 Hz, etc. En el cuadro 3 aparece el intervalo de frecuencia contemplado en cada uno de los 8 subintervalos. La potencia por unidad de volumen se calcula a partir de la densidad espectral de potencia de un lado (*one-sided power spectral density* en inglés), ver sección 3, para las señales incidentes, calculadas en los tres pares de hoyos para las amplitudes de referencia de 90 y 148 dB.

En la figura 40 generada por este código, se presentan 2 gráficas que corresponden a la onda incidente filtrada para las amplitudes de referencia 90 y 148 dB. A su vez, la figura 41 lo hace pero sólo para el caso de 148 dB de la onda incidente sin filtro, debido a los resultados mostrados en el cuadro 1 el caso de 90 dB se descartó.

Para las unidades de la potencia por unidad de volumen se ha escogido una escala logarítmica para las magnitudes del espectro de la presión, haciendo así que se grafique en el eje vertical con unidades de Nivel de Presión Acústica (o SPL por sus siglas en inglés), o decibeles (dB) al cuadrado, divididos por unidad de tiempo y por una constante  $cte = \rho c^2$  donde  $\rho = 1.194 \text{ kg/m}^3$  es la densidad del aire a 23 grados centígrados y  $c$  es la velocidad del sonido (344.89 m/s). Esto facilita la

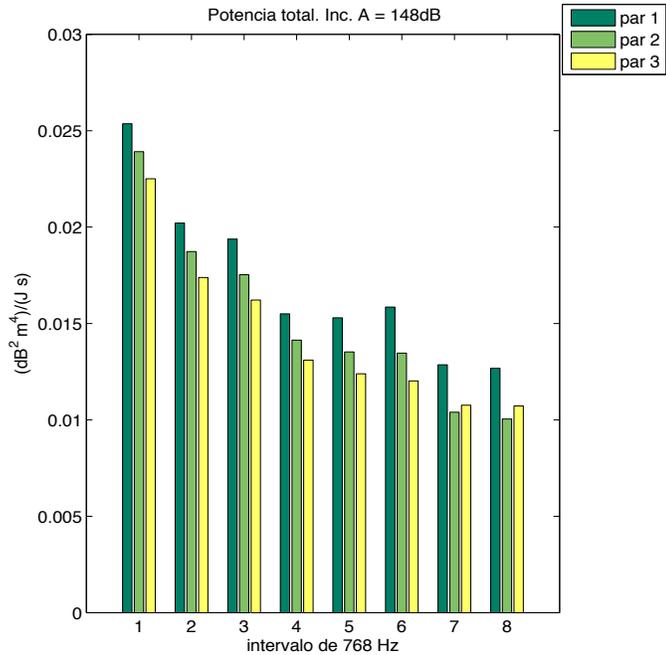


Figura 41: Potencia por unidad de volumen contenida en cada subintervalo de 768 Hz calculada para la onda incidente sin filtro en cada par de hoyos, para cada amplitud de referencia (90 y 148 dB).

Núm. de subintervalo	intervalo de frecuencia (Hz)
1	0-768
2	800-1568
3	1600-2368
4	2400-3168
5	3200-3968
6	4000-4768
7	4800-5568
8	5600-6368

Cuadro 3: Los 8 subintervalos de frecuencia en los que se divide el espectro completo (intervalo de confianza).

visualización de los valores de potencia contenida en los 8 subintervalos de frecuencia o bandas de manera simultánea, lo cual en unidades naturales (Pa) es imposible. La ventaja de compactar la información de la potencia de cada subintervalo en barras, es que se puede tener una perspectiva del espectro completo simultáneamente, que la información más valiosa respecto a la potencia no se pierde y que es más sencillo hacer comparaciones entre ambos pares de hoyos.

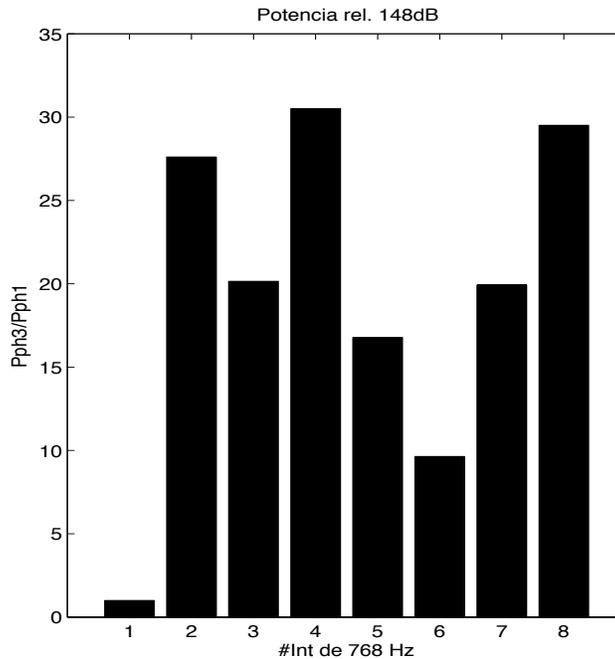


Figura 42: Potencia relativa en cada subintervalo de 768 Hz de la onda incidente no filtrada en el par 1 respecto al par 3 en el trombón. Amplitud de referencia: 148 dB.

En las gráficas correspondientes a la amplitud de referencia de 90 dB, de la figura 40, notamos que en los dos últimos subintervalos, la potencia contenida en el par 3 es mayor que la del par 1 y la del par 2. Para el caso de 148 dB, en ninguno de los subintervalos se presenta una mayor potencia en el par 3 que en el 1, pero en los dos últimos ésta es mayor en el par 3 que en el 2. De la figura 41 (onda incidente sin filtro), en la gráfica de 148 dB, en ninguno de los subintervalos notamos que la potencia es mayor en el par 3 que en el par 1.

Las figuras 40 y 41, según el caso, nos ayudan a darnos una idea de cómo se encuentra distribuida la energía en el espectro de la onda incidente conforme ésta se desplaza y a través de ellas podemos hacer una comparación de la potencia contenida en la onda entre los 3 pares. Es notable que en la figura 40, en ambas gráficas, haya una transferencia de energía hacia las frecuencias altas (en los dos últimos subintervalos) cuando la onda se desplaza del par 2 al 3. Sin embargo, no es posible cuantificar qué tan amplia es esta transferencia para una amplitud de referencia respecto a la otra, es decir, no podemos hacer una comparación justa entre las gráficas de 90 y 148 dB. La información necesaria para poder hacer esto no se extrae directamente de las figuras 41 y 40, sino de lo que a continuación se expone.

Se ha determinado que una parte significativa de la potencia de la señal se pierde durante la propagación del par de hoyos 1 al 3. Hacer una comparación directa de la potencia contenida en alguno de los subintervalos entre ambos pares no brinda información respecto a qué cantidad de energía se ha transferido de las

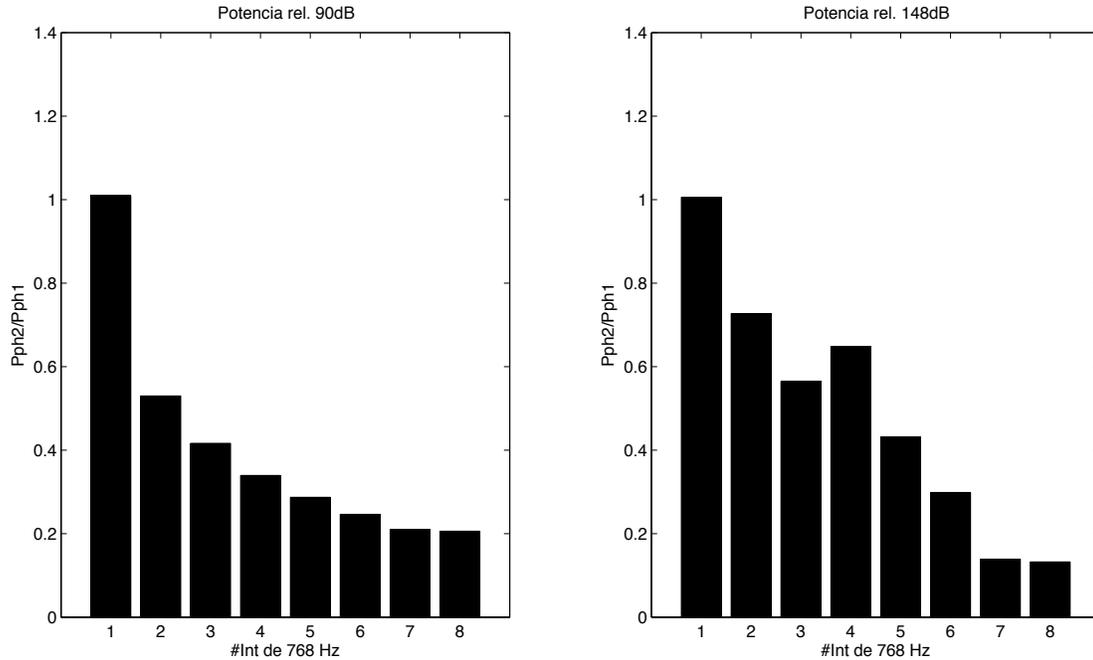


Figura 43: Potencia relativa en cada subintervalo de 768 Hz de la onda incidente filtrada en el par 2 respecto al par 1 en el trombón. Amplitudes de referencia: 90 y 148 dB.

frecuencias bajas a las altas o qué cantidad se ha disipado. No sabemos cómo depende la disipación de la frecuencia o de la amplitud de la señal y no es parte de los objetivos del presente trabajo determinarlo. Por lo tanto, nos interesa estudiar el porcentaje de la potencia total que está contenida dentro de cada subintervalo de frecuencia para la onda incidente calculada en cada par de hoyos. De esta manera es posible comparar de manera cuantitativa entre amplitudes de referencia distintas la ganancia de potencia de un par de hoyos al otro, en los 8 subintervalos en los que se ha dividido el espectro, ver cuadro 3.

No es en sí el porcentaje de potencia en cada subintervalo el que nos interesa, sino el cociente de esta potencia porcentual entre los pares de hoyos 1 y 3, 2 y 3, 1 y 2 para cada uno de los subintervalos de frecuencia. El código *RT512divPot16FC.m* se encarga de calcular y graficar el cociente de potencia entre los pares mencionados.

Al considerar la onda incidente que no ha sido filtrada, no quedan más que la potencia en los pares 1 y 3 para el caso de 148 dB como candidatos para analizar su espectro. En la figura 42 se muestra la potencia del par 3 en relación con la del par 1, calculada a partir de los datos de presión en el trombón. Esta figura muestra una ganancia de energía del primer par de hoyos al último en los subintervalos del 2 al 8. De esto se lee que los efectos no lineales se presentan a una distancia de propagación de 3.469 m. La gráfica muestra que dentro del primer subintervalo no hay prácticamente mayor energía después de que la onda atravesó el instrumento:

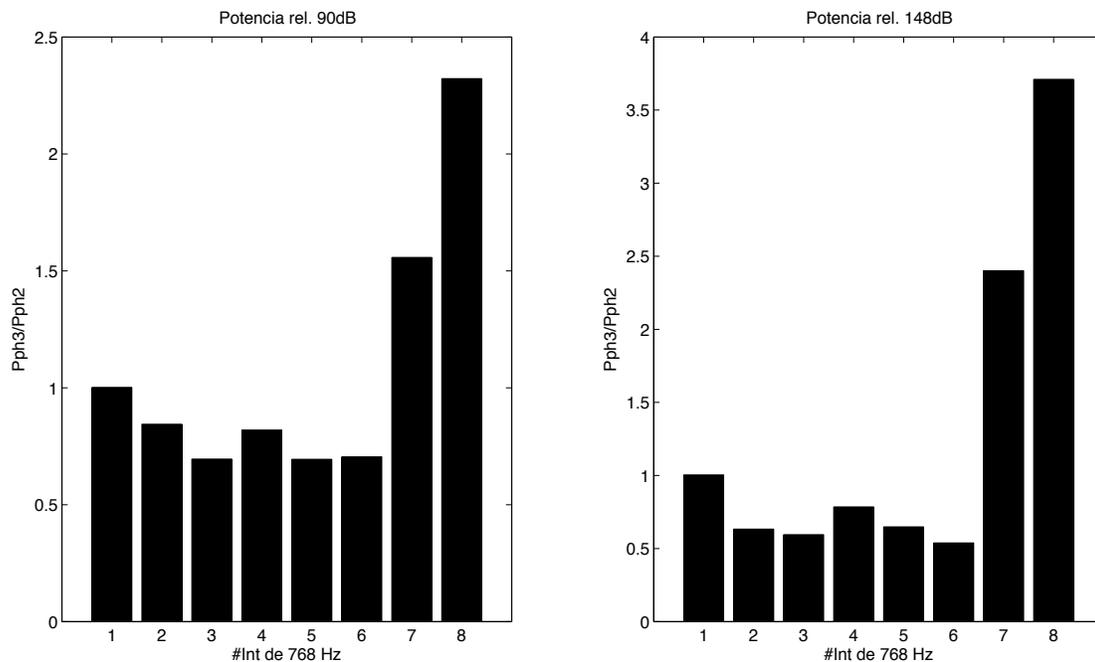


Figura 44: Potencia relativa en cada subintervalo de 768 Hz de la onda incidente filtrada en el par 3 respecto al par 2 en el trombón. Amplitudes de referencia: 90 y 148 dB.

parte de la energía que en el par 1 estuvo contenida entre 0 y 768 Hz se ha transferido a las frecuencias mayores. No se observa, sin embargo, que para subintervalos de mayor frecuencia haya una ganancia mayor, sino que en el subintervalo 4 ésta es la más pronunciada.

Por el otro lado, la onda incidente filtrada si nos permite graficar el cociente de potencias porcentuales de los pares 2 y 1, del 3 entre el 2, así como del 3 entre el 1, para ambas amplitudes de referencia, como se observa en las figuras 43, 44 y 45, respectivamente.

La figura 43 muestra que para una distancia de 2.261 m, distancia entre el par de hoyos 1 y el 2, no se presenta una transferencia de energía a las frecuencias altas en la onda incidente filtrada, sino lo contrario. Sin embargo, comparando ambas gráficas, vemos que el cociente de potencias porcentuales en estos pares de hoyos es mayor para el caso de 148 dB en los subintervalos del 2 al 6, lo cual significa que al menos dentro del intervalo desde 800 Hz hasta 4768 Hz, la potencia porcentual contenida en la onda incidente (filtrada) en el par 3 es mayor, para el caso de mayor amplitud de referencia, respecto al par 1.

En la figura 44, que corresponde al cociente de potencia de la onda incidente filtrada contenida en cada subintervalo en el par 3 respecto de la contenida en el par 2, la tendencia no es la misma que aquella que se observa entre los pares 1 y 2. Aquí se observa que para 90 dB (gráfica izquierda), hay ganancia para los dos

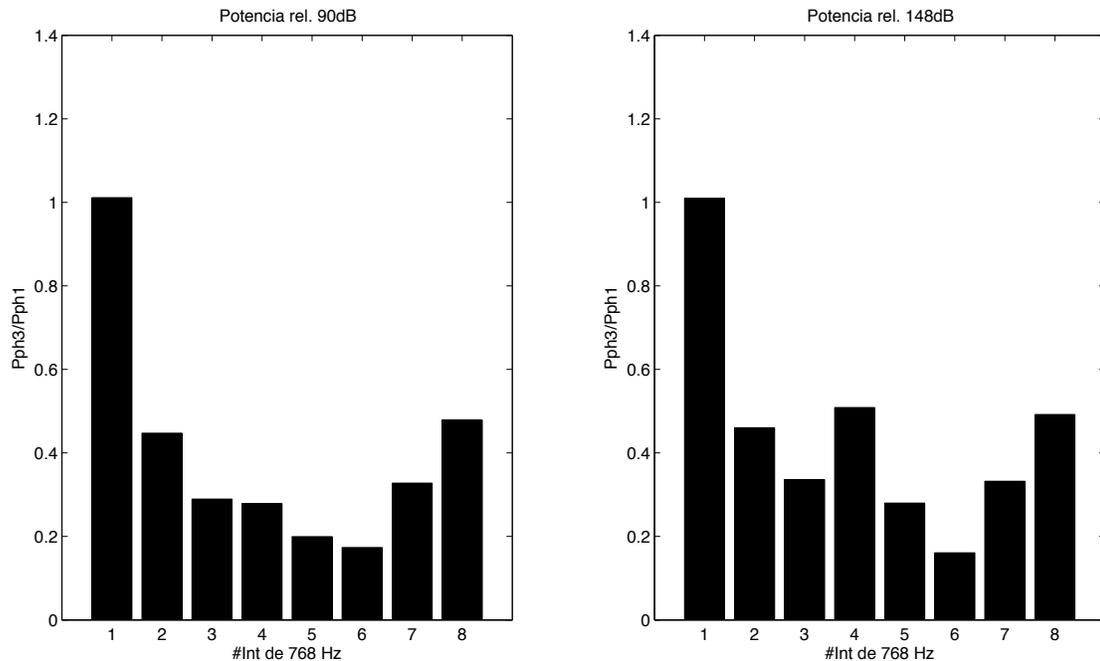


Figura 45: Potencia relativa en cada subintervalo de 768 Hz de la onda incidente en el par 3 respecto al par 2 en el trombón. Amplitudes de referencia: 90 y 148 dB.

últimos subintervalos únicamente. En la gráfica izquierda (148 dB), la ganancia se encuentra en los subintervalos 7 y 8, es decir, es más pronunciada para frecuencias mayores. La ganancia es más importante para el caso de 148 dB que para el de 90 dB, como se espera.

Finalmente, cuando la onda incidente (filtrada) recorre el resonador del trombón de un extremo al otro (del par 1 al 3), no muestra signos de que haya una transferencia de energía de las frecuencias bajas hacia las altas, como se observa en la figura 45, a diferencia de la onda no filtrada. La diferencia entre la onda filtrada y la no filtrada es el contenido espectral dentro de los primeros 100 Hz, el cual es mayor si no se aplica el filtro. El reducir la potencia total de la onda incidente al filtrarla debería tener un efecto positivo sobre la ganancia para las frecuencias altas ya que se trata del cociente entre potencias porcentuales, es decir, la ganancia en la figura 45 debería ser más notoria que en la figura 42, sin embargo, esto no se observa al compararlas. Por lo tanto, sugiero que es el método de separación en donde falta afinar detalles.

Nuestros resultados son confiables ya que la incertidumbre del cociente de las potencias porcentuales entre los pares de hoyos 1, 2 y 3 es del orden de  $10^{-7}$  en el peor de los casos; para cada subintervalo se calcula dicho intervalo de confianza. En el apéndice C se discute de manera breve el cálculo de la incertidumbre asociada al cociente de las potencias porcentuales para los tres pares de hoyos.

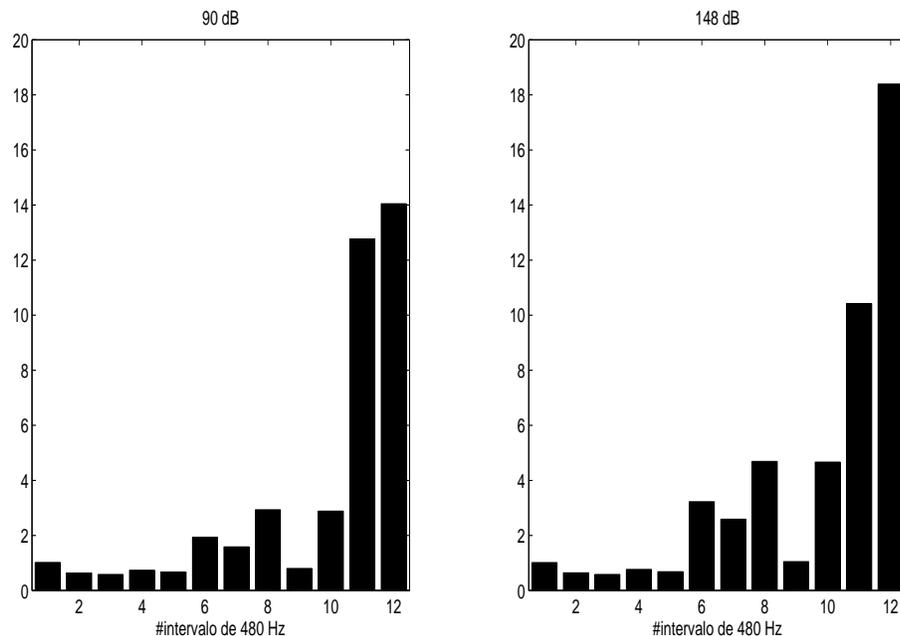


Figura 46: Potencia relativa en cada subintervalo de 480 Hz de la onda incidente en el par 3 respecto al par 1 en el trombón. Amplitudes de referencia: 90 y 148 dB.

## 5.7. Pulso aislado

Por suerte hay manera de verificar que efectivamente se presentan los efectos no lineales de propagación en el interior del trombón como se ha reportado en diversos artículos. Al estar los pares de hoyos 1 y 2 lo suficientemente lejos del extremo abierto del trombón, el pulso que viaja por primera vez en dirección positiva pasa por dichas posiciones sin superponerse con él mismo después de haberse reflejado. La distancia entre el par 2 y el 3 es de 1.208 m, y de éste al final de la campana son 0.574 m, por lo que la distancia que el pulso recorre del par 2 al punto donde se refleja, suponiendo que lo hace al final de la campana, y de regreso es de 3.564 m. El pulso tarda un tiempo de 0.01 s en recorrer esta distancia, por lo que efectivamente el pulso con toda su estela (ancho temporal de 0.008 s) termina de pasar por el par 2 antes de que su reflejo llegue al mismo sitio, en el par 1 ocurre evidentemente lo mismo.

De esta manera podemos aislar el pulso incidente considerando solamente los primeros 256 datos de la señal de presión en los hoyos 1 y 3, lo cual equivale a truncar la señal a los 0.0156 s, calcular su espectro y hacer un análisis completamente análogo al presentado en la sección anterior con la onda incidente, a excepción del número de subintervalos en que se ha dividido la escala de frecuencias, 12 subintervalos de 480 Hz en vez de 8 de 768 Hz. El espectro se obtiene mediante el código *RTganz.m* y la gráfica del cociente de la potencia porcentual contenida en el pulso medido en el

hoyo 3 sobre el medido en el hoyo 1 se genera con el código *RT512divPot16ganz.m* y se aprecia en la figura 46. De ella obtenemos que los efectos de propagación no lineal se presentan ya cuando la onda incidente ha viajado del par 1 al 2, pues del sexto subintervalo en adelante, excepto en el noveno, el cociente de potencias porcentuales es notablemente mayor que 1 en ambas gráficas. De hecho, entre mayor es la frecuencia de los subintervalos mayor es la ganancia. Como se espera, la transferencia de energía de las frecuencias bajas hacia las altas se hace más notable para una amplitud de referencia mayor. La ganancia de potencia es notoria después de que la onda ha recorrido una distancia de 2.261 m cuando menos aún para la amplitud de referencia más baja.

## 5.8. Mediciones de la dinámica en el trombón

Se llevaron a cabo 10 mediciones en el interior del trombón (a través del hoyo 4) de la señal temporal de presión para las dinámicas *piano* y *fortissimo*, mientras un músico tocaba de manera sostenida. Cada una de estas mediciones tiene una duración de 125 ms y representa al campo acústico medido en ese punto, que es una onda estacionaria. El código *dinamica.m* se escribió para calcular el valor RMS de cada dinámica en todos los periodos de las 10 señales y luego promediarlos. El resultado de este cálculo indica que para *piano* el valor RMS es de 1056 Pa y para *fortissimo* éste tiene un valor de 2530 Pa. En las figuras 47 y 48 se han graficado la primera medición para *piano* y *fortissimo*, respectivamente. Estas figuras son representativas de las mediciones realizadas para cada dinámica. En ambas figuras se observan señales tipo senoidal. De pronto la amplitud de la señal puede variar un poco, pero esto depende del músico.

Hirschberg et al. en ? presentan varias gráficas de las señales de presión de notas sostenidas medidas en diferentes partes del trombón para un timbre bajo en la primera posición. Comparamos las gráficas ahí presentadas para la presión medida en la parte cilíndrica del trombón con las nuestras. Los valores de la amplitud que se observan en las gráficas en ? para *piano* y *fortissimo* son comparables con los valores RMS y las amplitudes de las señales que nosotros medimos.

El objetivo de estas mediciones y de establecer la dinámica de las señales sostenidas es asociar la amplitud característica del pulso propagándose con alguna dinámica. En la figura 39, gráfica izquierda, vemos la onda incidente en el par de hoyos 1 en el tiempo. La amplitud máxima de dicha onda, antes de que se disipe, es del orden de 500 Pa, mientras que en el caso de 90 dB (figura 38, la onda incidente en el par 1 tiene una amplitud máxima del orden de 0.7 Pa. Por otro lado, la amplitud máxima de la oscilación en *fortissimo* es del orden de 4 kPa y en *piano* ésta es del orden de 2 kPa. Es de esta manera que podemos asociar el pulso con amplitud de referencia de 148 dB a una dinámica por debajo de *piano* y al pulso de 90 dB con alguna aún menor. Probablemente el pulso de 148 dB corresponda a *pianissimo*, pero no es claro si en el trombón se puede alcanzar una dinámica tan sutil.

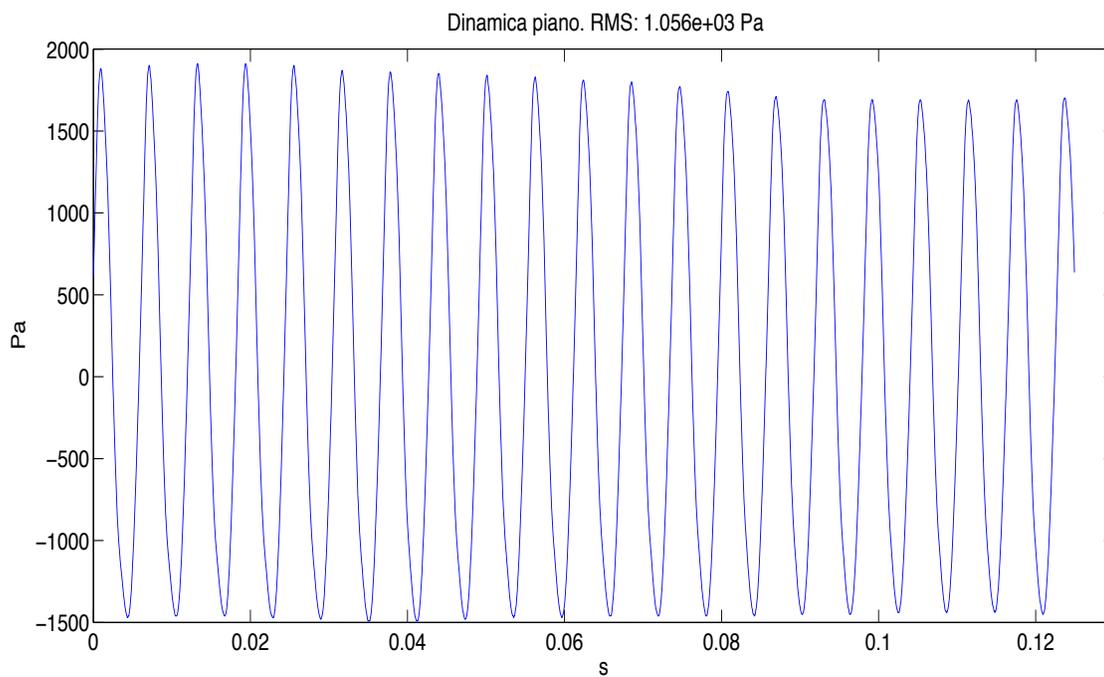


Figura 47: Señal medida mientras el trombón era tocado *piano* por un músico.

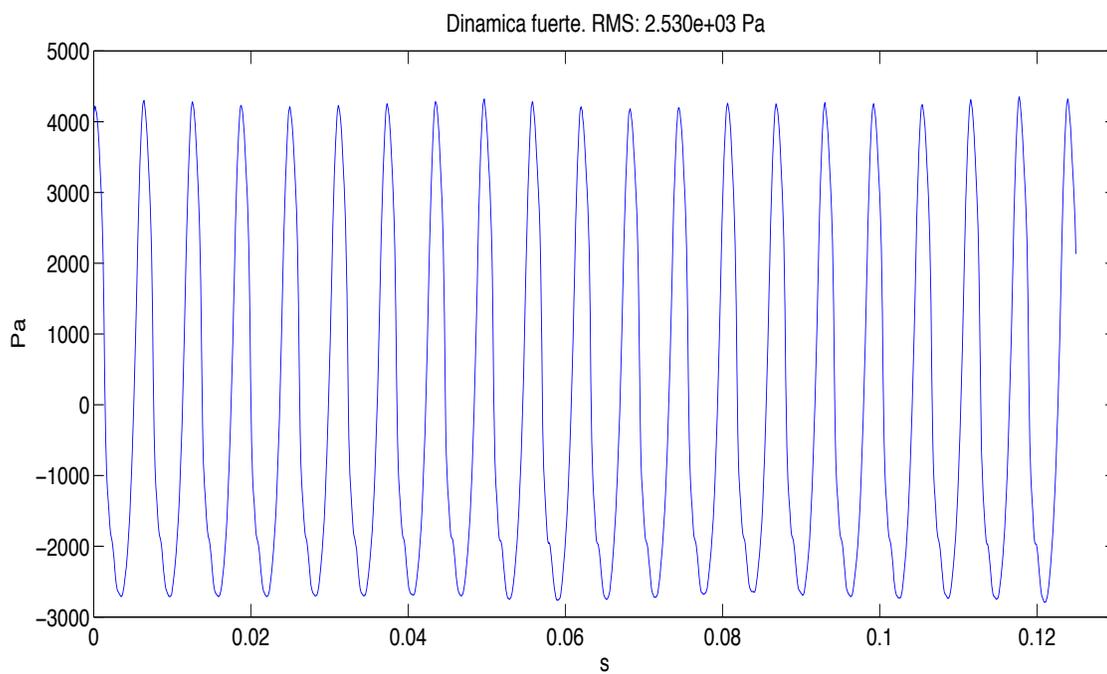


Figura 48: Señal medida mientras el trombón era tocado *fortissimo* por un músico.

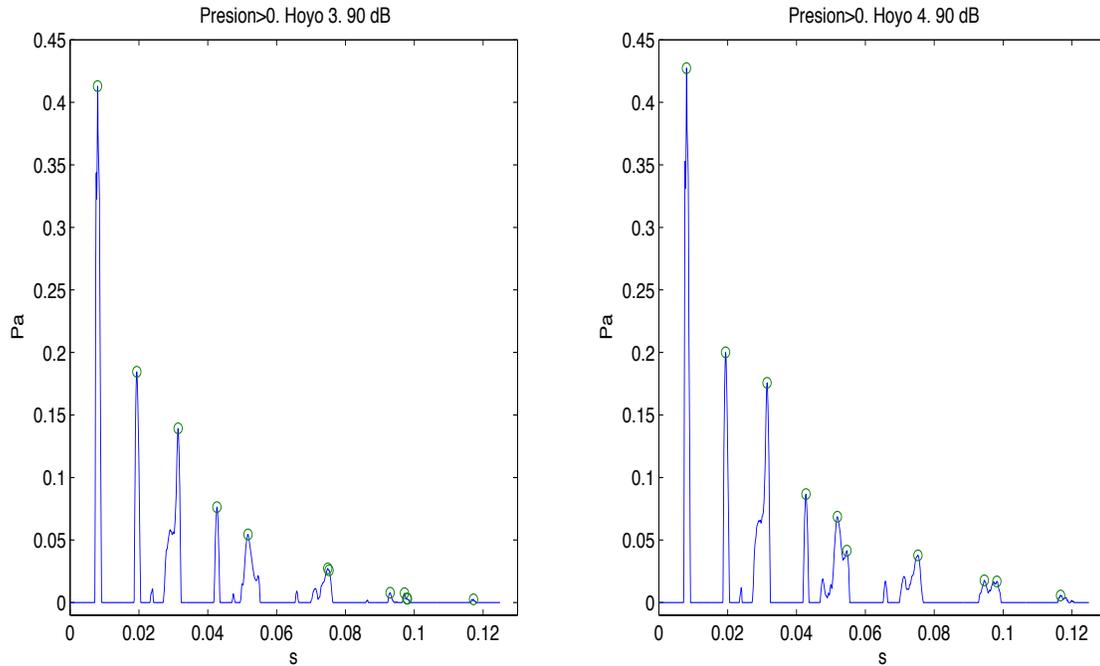


Figura 49: Presión positiva de la señal medida en los hoyos 3 y 4 del trombón para la amplitud de referencia 90 dB. Picos marcados con círculos.

## 5.9. Atenuación de la señal de presión del pulso

En las figuras 16 y 17, referentes a las mediciones en el tubo, así como en las figuras 18 y 19, referentes al trombón, gráficas superiores, notamos una tendencia exponencial de decaimiento en los picos de amplitud máxima asociados al pulso que se propaga y se refleja varias veces dentro del trombón y del tubo. Nos interesa conocer el coeficiente de disipación o atenuación temporal a partir de los datos tomados durante 125 ms. Esto se hizo mediante el código *fitlogp.m*, éste impone una condición sobre los 2048 valores de la presión para considerar únicamente los picos de mayor amplitud. Para un pequeño tiempo anterior a los 125 ms se busca en dichas figuras que entre éste y 125 ms se observe un pico de amplitud, es decir, que a partir de él en adelante (hasta los 125 ms) no haya una amplitud mayor. El código entonces toma dicho punto como el primer pico y de manera regresiva en el tiempo impone una condición al resto de los puntos: aquel punto de la señal el cual tenga una mayor amplitud que el primer pico y que a su vez tenga mayor amplitud que el siguiente punto en dirección al origen del tiempo, es entonces el segundo pico. Este proceso se repite hasta llegar al tiempo cero.

Como se mencionó anteriormente, los hoyos 3 y 4 presentan las señales temporales de manera más clara, en el sentido que en ellos el pulso interactúa con él mismo mínimamente, no como lo hace en los hoyos 1, 2, 5 y 6. Es por este argumento que consideramos el segundo par de hoyos como el punto de referencia para el cálculo

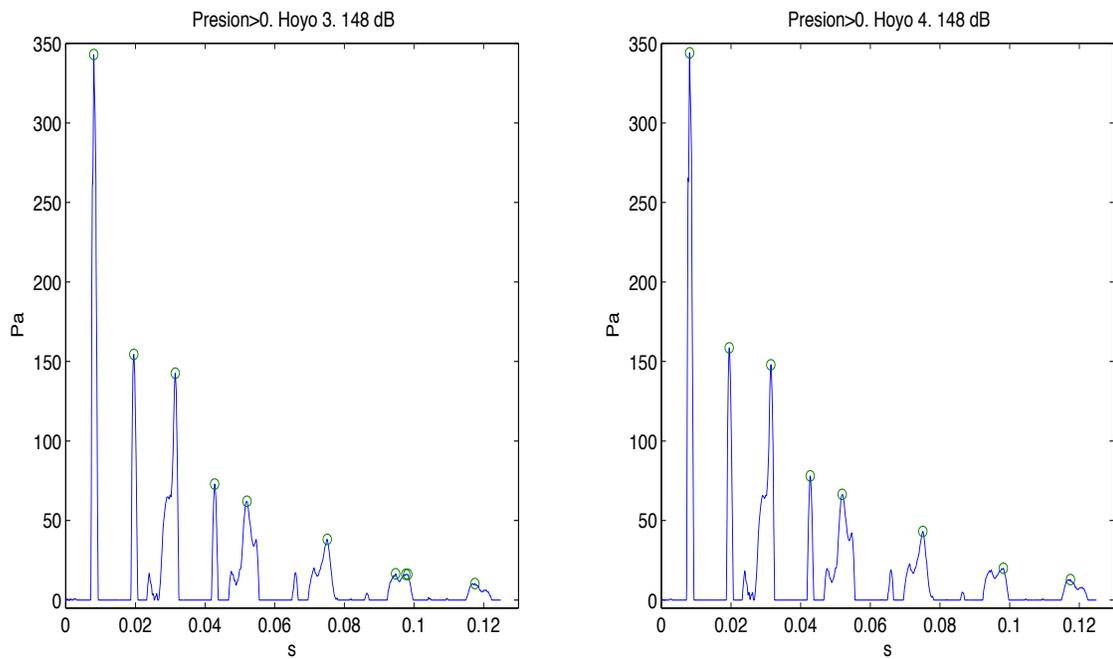


Figura 50: Presión positiva de la señal medida en los hoyos 3 y 4 del trombón para la amplitud de referencia 148 dB. Picos marcados con círculos.

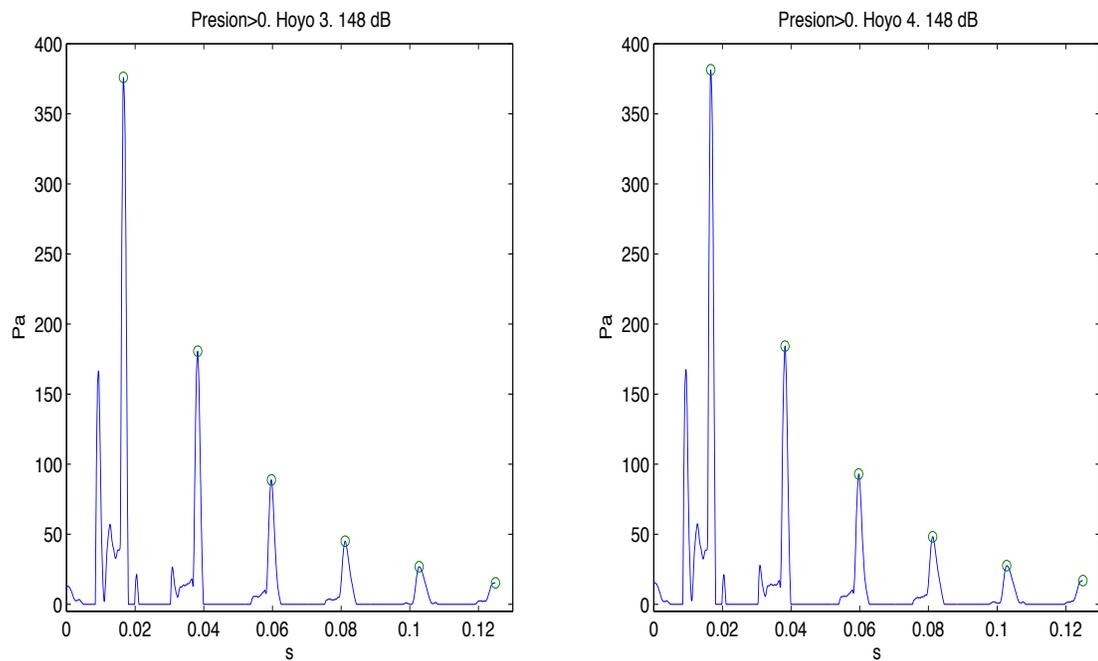


Figura 51: Presión positiva de la señal medida en los hoyos 3 y 4 del tubo para la amplitud de referencia 148 dB. Picos marcados con círculos.

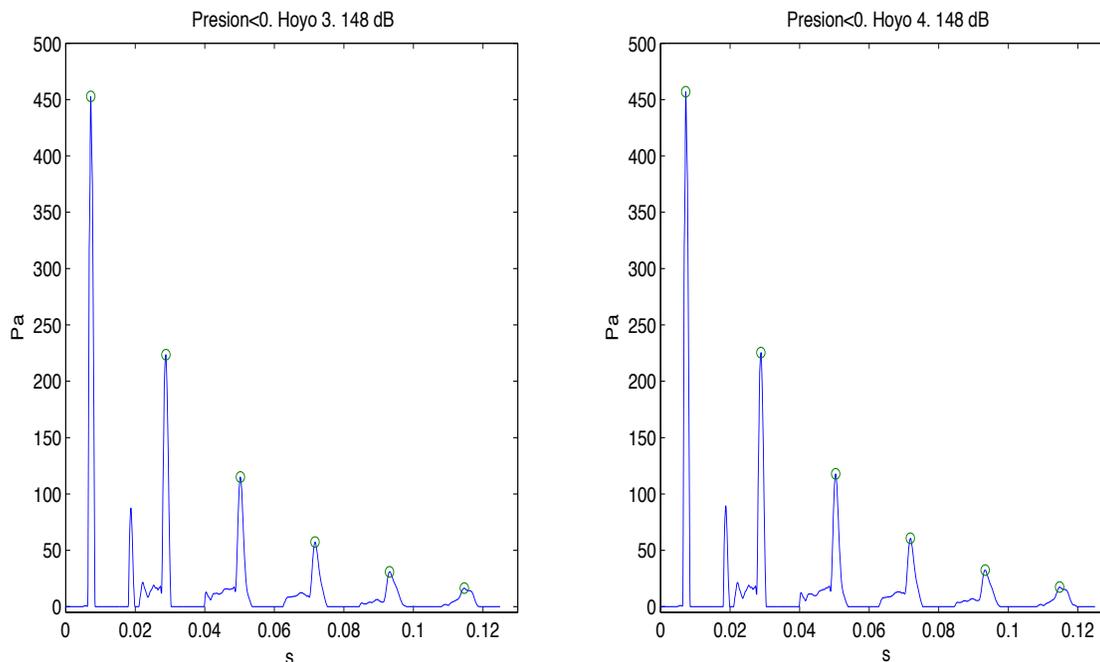


Figura 52: Valor absoluto de la presión negativa de la señal medida en los hoyos 3 y 4 del tubo para la amplitud de referencia 148 dB. Picos marcados con círculos.

del coeficiente de atenuación.

La selección de los picos de máxima amplitud se muestran en las figuras 49 y 50 para 90 y 148 dB en el trombón, respectivamente. En cada figura se presentan dos gráficos pertenecientes al hoyo 3 (izquierda) y al hoyo 4 (derecha), donde se ha graficado la parte positiva de la señal de presión y con círculos se han marcado los picos considerados. Para las mediciones en el trombón únicamente se considera la presión positiva de la señal ya que los picos de amplitud máxima de presión negativa están distribuidos con aún menor regularidad que los picos de presión positiva por lo que éstos no necesariamente están asociados al pulso sino a las deformaciones de éste.

En el caso del tubo se consideran los picos de amplitud máxima tanto para presión positiva como negativa. En las figuras 51 y 52 se presentan los picos de la señal de 148 dB elegidos para presión positiva y negativa, respectivamente. Para presión negativa se grafica el valor absoluto de la señal. Para el caso de 90 dB las figuras son muy parecidas por lo que no se incluyen. En las figuras 51 y 52 vemos que los picos de máxima amplitud en los hoyos 3 y 4 del tubo están igualmente espaciados en el tiempo. Por lo tanto, el hecho de que en el trombón la presencia de los picos sea tan irregular es un efecto de la campana del trombón. Pyle ? discute la relación de la longitud efectiva del instrumento (en los instrumentos de aliento metálicos conformados por boquilla, resonador y campana) para todas las frecuencias, no sólo las de resonancia. De lo cual se deriva que las componentes del pulso dentro

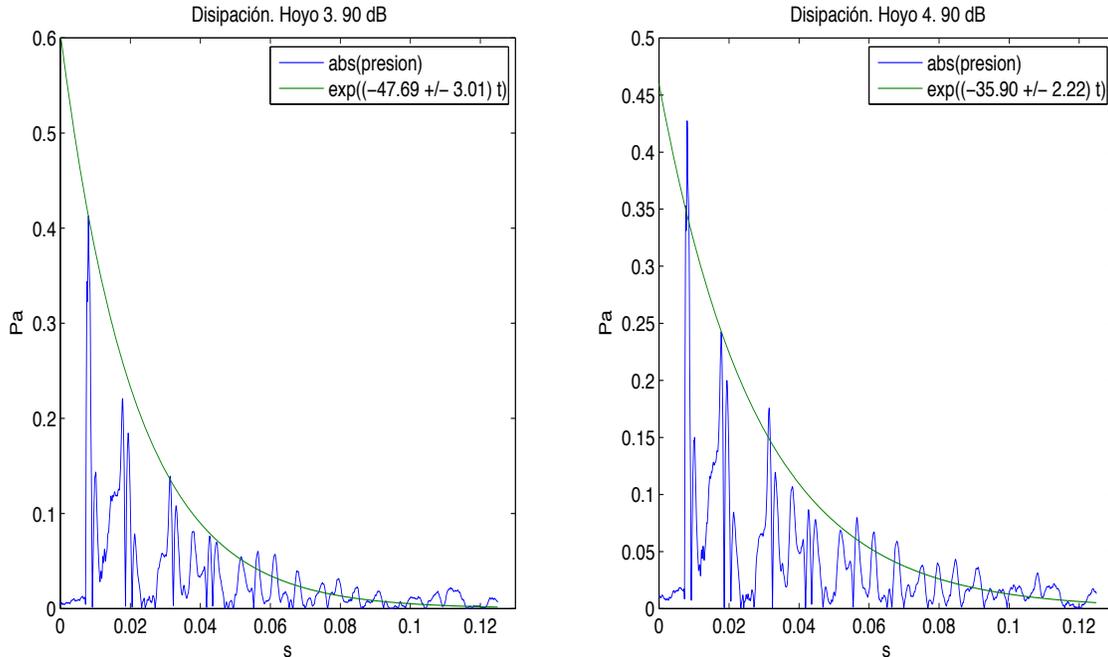


Figura 53: Valor absoluto de la señal de presión medida en los hoyos 3 y 4 del trombón para 90 dB y junto con la curva exponencial que ajusta la disipación del pulso conforme éste se propaga.

del intervalo de frecuencias que se estamos considerando se reflejan y transmiten en diferentes puntos de la campana o incluso fuera del trombón. Esto resulta es un desfase entre dichas componentes y como consecuencia, en una deformación del pulso. La deformación llega a ser muy notoria, en el sentido de que, por ejemplo, en la figura 50 se observa en la gráfica izquierda (hoyo 3) que cerca de 0.1 seg hay dos círculos muy cercanos entre sí, es decir, hay dos picos de amplitud que deben de haber surgido de las deformaciones introducidas por la campana.

El código *fitlogn.m* se aplica a los datos arrojados por *fitlogg.m* de los picos de máxima amplitud y de sus tiempos respectivos que se guardan en dos archivos. El primero, con los datos de presión, se llama *picosph'iar'A.mat*, donde *i* es 3 ó 4. El segundo, con los datos de los tiempos de los picos de presión se llama *zeitph'iar'A.mat*. El código *fitlogn.m* se encarga de escalar los valores de la presión de manera logarítmica, luego ajusta la mejor recta por mínimos cuadrados (función incluida en Matlab) y calcula la desviación estándar de los puntos respecto a la recta, finalmente grafica el valor absoluto de la señal temporal junto con la curva exponencial obtenida a partir de la recta.

En las figuras 53 y 54 se presentan dichos resultados en los hoyos 3 y 4 del trombón para 90 y 148 dB, respectivamente. El valor de la pendiente de la recta ajustada es el valor del coeficiente de atenuación temporal que se muestra en cada gráfica, al igual que la desviación estándar. En el hoyo 3 del trombón, para el caso de

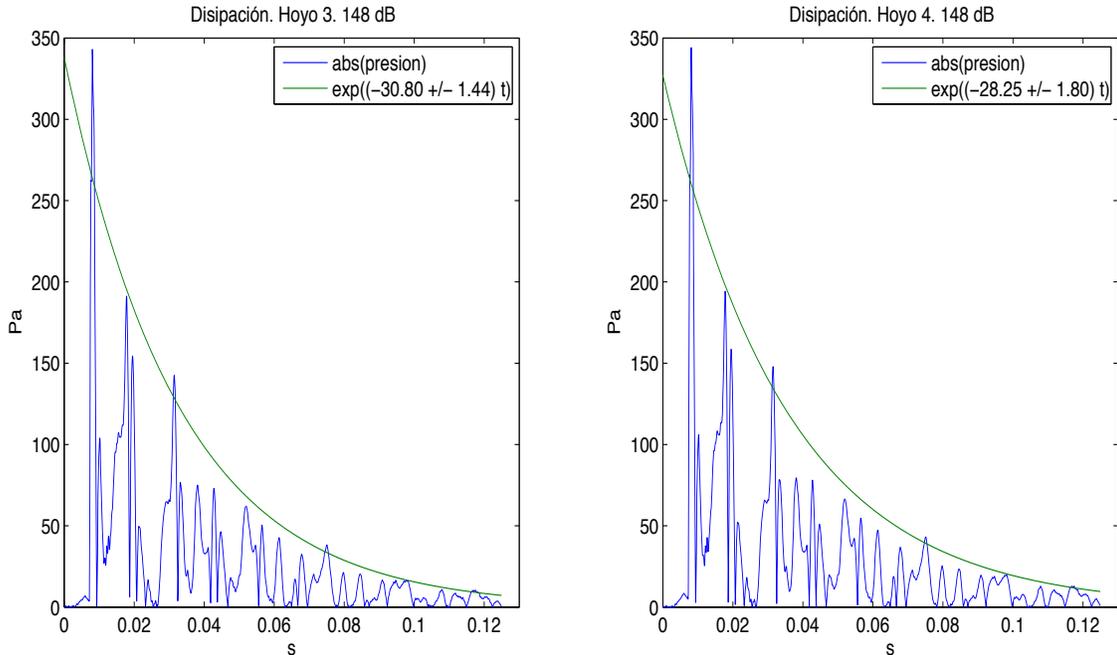


Figura 54: Valor absoluto de la señal de presión medida en los hoyos 3 y 4 del trombón para 148 dB y junto con la curva exponencial que ajusta la disipación del pulso conforme éste se propaga.

90 dB dicho coeficiente tiene un valor de  $-47.69 \pm 4.71$  Pa/s, para 148 dB el coeficiente es  $-30.80 \pm 1.44$  Pa/s. En el hoyo 4, el coeficiente vale  $-35.90 \pm 2.22$  Pa/s para 90 dB y para 148 dB vale  $-28.25 \pm 1.80$  Pa/s.

Para el tubo se obtienen las figuras 55 y 56 para 90 y 148 dB, respectivamente. Para 90 dB el coeficiente de atenuación en el hoyo 3 tiene un valor de  $-47.92 \pm 4.01$  Pa/s, y para 148 dB éste es  $-30.04 \pm 0.70$  Pa/s. En el hoyo 4 el coeficiente vale  $-34.70 \pm 1.78$  Pa/s para 90 dB, mientras que para 148 dB vale  $-29.46 \pm 0.72$  Pa/s.

En el hoyo 4 los valores del coeficiente son menores en general que en el hoyo 3. Para 148 dB, sin embargo, los coeficientes de ambos resonadores en los hoyos 3 y 4 son iguales dentro de sus márgenes de error, y en promedio el coeficiente vale  $-29.64 \pm 1.26$  Pa/s. Para 90 dB, el coeficiente promedio de ambos resonadores calculado a partir de la señal en el hoyo 3 es  $-47.81 \pm 5.01$  Pa/s y es mayor que el calculado para el hoyo 4 que vale (en promedio)  $-35.3 \pm 2.85$  Pa/s.

A pesar de la geometría del trombón, es decir, de la presencia de la campana en su extremo abierto, la atenuación es exponencial y parece no depender fuertemente de ésta ni del hecho que el tubo sea más corto que todo el instrumento, como se desprende de que en ambos resonadores el coeficiente sea prácticamente igual para cada hoyo del segundo par. El coeficiente de atenuación es mayor (en valor absoluto) para una señal de menor amplitud.

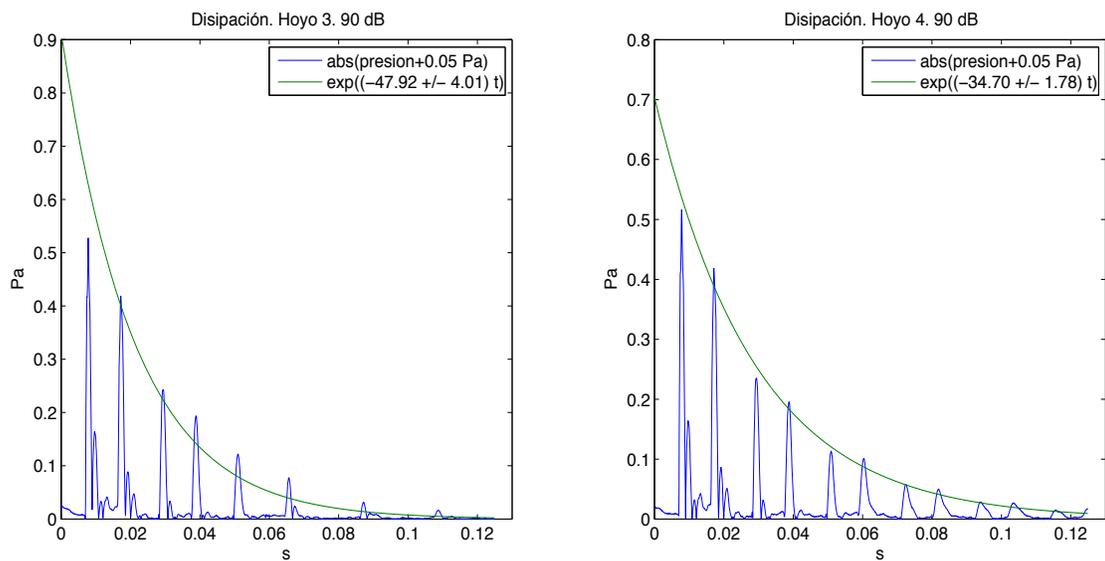


Figura 55: Valor absoluto de la señal de presión medida en los hoyos 3 y 4 del tubo para 90 dB y junto con la curva exponencial que ajusta la disipación del pulso conforme éste se propaga.

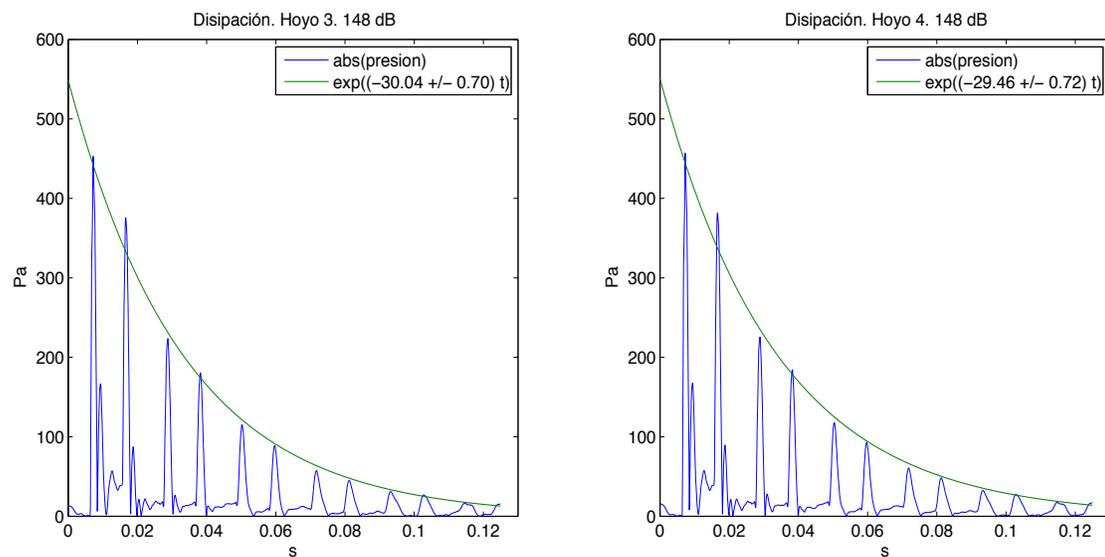


Figura 56: Valor absoluto de la señal de presión medida en los hoyos 3 y 4 del tubo para 148 dB y junto con la curva exponencial que ajusta la disipación del pulso conforme éste se propaga.

## 6 Conclusiones

El principal objetivo del presente trabajo es determinar que el trombón es un sistema no lineal bajo dos circunstancias. La primera depende de la distancia de propagación puesto que los efectos acumulativos de la no linealidad son más evidentes entre mayor es el recorrido de la onda progresiva, siempre y cuando los efectos de la disipación no sean más importantes. La segunda es debida a la relación proporcional entre los efectos no lineales de propagación con el nivel dinámico inicial de la onda que se propaga.

Del análisis derivado a partir de los datos medidos en el trombón de un pulso corto (con ancho de banda desde 0 hasta 6400 Hz) que se propaga en su interior, se concluye que el resonador (sección con área transversal constante) de dicho instrumento es efectivamente un sistema no lineal, lo cual se pudo corroborar bajo ambas circunstancias.

Estudiamos el campo acústico en el interior del trombón generado a partir de que el pulso viaja desde que es emitido por el altavoz hasta que incide en el extremo abierto (campana), donde se refleja y regresa al punto de partida. Este proceso implica un tiempo de 0.0312 segundos. Las mediciones de presión en sí se realizaron durante un tiempo de 0.125 segundos en cada hoyo, en el cual el pulso recorre el trombón varias veces y pierde, por lo tanto, una cantidad significativa de su energía. Las pérdidas compiten localmente con la distorsión no lineal ? y es precisamente esta distorsión la que nos interesa analizar, es por eso que no podemos permitir que las pérdidas sean lo suficientemente importantes como para que los efectos de la propagación no lineal se pierdan. Esto se logra truncando las series de datos y así se consideran sólo los primeros 0.0312 segundos.

Ahora bien, a pesar de que el resonador del trombón es un sistema no lineal bajo las condiciones del experimento, es posible describir para todo tiempo al campo acústico como la superposición de dos ondas viajeras o progresivas que se propagan en direcciones opuestas y que son descritas teóricamente, cada una, por una ecuación de Burgers ?.

Mediante el Método de la sonda de dos micrófonos (sección 3.3) es posible descomponer o separar el espectro del campo acústico, mediante la transformada inversa rápida de Fourier, en las ondas progresivas de frente de onda plano que lo conforman. Esto se hace en cada uno de los tres pares de hoyos de dos maneras, aplicando o no un filtro Butterworth pasa altas.

Aplicando el filtro se reproduce con más sentido físico el trayecto del pulso que se propaga y rebota, mejorando por mucho los resultados de la separación en los pares de hoyos 1 y 3 obtenidos sin el filtro, lo cual es evidente al comparar las figuras 31 (sin filtro) y 38 (con filtro). Sin embargo aplicar el filtro como se hizo, tiene la desventaja de no ser fiel al campo acústico medido y de empobrecer al espectro ya que disminuye la energía contenida en el pulso dentro del intervalo de frecuencias desde 0 hasta 100 Hz.

Con el fin de tratar con cantidades absolutas, se calcula la potencia de la onda

incidente (o bien, cuando el pulso viaja en sentido positivo por primera vez) contenida en cada uno de los 8 subintervalos (de 768 Hz cada uno, ver cuadro 3) en los que se divide su espectro y se expresa como porcentaje de la potencia total en el par de hoyos correspondiente, o potencia porcentual asociada a cada subintervalo. Esto se lleva a cabo para la onda incidente sin y con filtro.

Analizando el cociente de la potencia porcentual contenida en los pares de hoyos 1 y 3 para cada subintervalo de la onda no filtrada con amplitud de referencia de 148 dB (figura 42), se observa que hay efectos de propagación no lineal, en el sentido de que ocurre una transferencia de energía de las frecuencias bajas (entre 0 y 768 Hz) hacia el resto del espectro después de que la onda incidente (no filtrada) se propagó desde el primer par de hoyos hasta el tercero, es decir, después de haber recorrido una distancia de 3.469 m. Por otro lado, al analizar la figura 45, gráfica derecha, correspondiente al cociente de potencia porcentual entre los mismo pares de la onda incidente filtrada con amplitud de referencia de 148 dB, notamos que no hay evidencia de que parte de la energía contenida en las frecuencias bajas se haya trasladado hacia la parte alta del espectro. Al reducirse la potencia total contenida en la onda incidente hasta 10 órdenes de magnitud cuando se le aplica el filtro, se esperaría notar una ganancia igual o aún más importante que en el caso de la onda incidente no filtrada, sin embargo sucede lo contrario. Es de esta manera que se concluye que debe haber un detalle al aplicar el método de separación que no es eficaz para los objetivos del presente trabajo, sin embargo no forma parte de los objetivos del presente trabajo estudiar la aplicabilidad del método; más adelante se hace una sugerencia al respecto.

En los dos primeros pares de hoyos es posibles aislar al (primer) pulso incidente del mismo pulso reflejado en el extremo abierto del trombón. Sin aplicar entonces el método de separación, es posible analizar el cociente de potencia porcentual contenida en el pulso ubicado en los hoyos 1 y 3. De esta manera podemos asegurar que en el interior del trombón el efecto de bombeo de energía hacia las frecuencias altas está presente después de una distancia de 2.261 m recorrida por el pulso, como se aprecia en la figura 46. En ésta, claramente se aprecia la transferencia de energía de las frecuencias bajas hacia las altas para las dos amplitudes de referencia: 90 y 148 dB; entre ellas existen tres ordenes de magnitud expresándolas en unidades absolutas: 90 dB = 0.632 Pa y 148 dB = 502 Pa. Se encontró que el bombeo de energía hacia las frecuencias altas es mayor para la amplitud de referencia mayor. La ganancia es del mismo orden de magnitud para ambas amplitudes de referencia, considerando la distancia de propagación entre el par 1 y el 2, y aumenta conforme lo hace la frecuencia.

El empinamiento de la onda incidente conforme ésta se propaga, no es visible debido a la pérdida de energía durante dicho recorrido y también debido a que la distancia de formación de la onda de choque no es alcanzada ni por el pulso de mayor amplitud (148 dB ó 502 Pa) antes de que éste se refleje en la campana (donde radía parte de su energía). Para una onda de presión plana dada por  $p = p_0 \sin(2\pi ft)$ , la

distancia de formación de choque  $x_s$  es  $x_s = (2\pi f\beta M)^{-1}$ , donde  $\beta$  es el parámetro de no linealidad,  $f$  es la frecuencia y  $M$  es el número de Mach acústico. Sustituyendo estos valores para los parámetros en el aire, se obtiene que  $x_s \sim (6.5 \cdot 10^6)/(f \cdot p_0)$ . Para una amplitud inicial o de referencia del orden de  $p_0 = 500$  Pa y una frecuencia de  $f = 1000$  Hz, la distancia de formación de choque es del orden de 13 m. De este modo, aún sin considerar los efectos de la disipación termoviscosa es evidente que bajo las circunstancias de nuestro experimento no se formará, por mucho, una onda de choque en el interior del trombón. Hirschberg et al. reportan la formación de ondas de choque en el interior del trombón, lo cual es claro porque ellos utilizan señales con  $p_0 \sim 4$  kPa, por lo que en su experimento la distancia de formación de la onda de choque es de aproximadamente  $x_s = 1.5$  m, distancia suficientemente menor que la longitud del resonador del instrumento.

Durante todo el tiempo de medición (0.125 segundos) se observa en las señales temporales adquiridas tanto en el tubo como en el trombón, que hay un decaimiento exponencial en la amplitud de los picos asociados con el paso del pulso por los 6 hoyos. La perturbación total generada por el pulso tiene un ancho aproximado de 0.008 segundos, por lo que, debido a las dimensiones de ambos resonadores, únicamente en los hoyos 3 y 4 el pulso está aislado de interactuar con la parte posterior de sí mismo después de haberse reflejado en el extremo abierto. Por esta razón enfocamos el cálculo del coeficiente de atenuación a los hoyos 3 y 4. Se obtuvo que, en ambos resonadores, éste es mayor para la amplitud de referencia de 90 dB que para 148 dB.

De lo anterior podemos concluir que en el presente trabajo se ha corroborado la importancia de los efectos no lineales de propagación en el interior de un trombón para la generación de su sonido característico (*brassy*). El resonador del instrumento tiene una longitud suficientemente larga como para que dichos efectos cobren importancia y modifiquen el espectro de las ondas que se propagan; de esta manera se enriquece el espectro del sonido y modifica el timbre único asociado al trombón.

## Sugerencias

Para mejorar la aplicación del Método de la sonda de los dos micrófonos a las mediciones de pulsos cortos que se propagan en el trombón, se sugiere taladrar los hoyos que conforman cada par más separados que la distancia con la que se aplicó el método en nuestros experimentos (0.11 cm en el par 1 y 0.12 cm en los pares 2 y 3). Esto debido a que el error de fase entre los dos micrófonos (que miden en cada hoyo del par) introduce imprecisión en el cálculo de las amplitudes complejas de los espectros de las ondas viajeras cuando esta diferencia es del mismo orden que  $k\delta$ , donde  $2\delta$  es la separación entre micrófonos, y  $k$  es el número de onda y es proporcional a la frecuencia. Por lo tanto, si la distancia entre micrófonos aumenta, aún para frecuencias bajas será menos probable que el error de fase entre micrófonos sea comparable con  $k\delta$ . Calculando con detalle la separación entre micrófonos según

la señal que se utilice, el método debería mejorar al momento de separar el campo acústico en las ondas viajeras que lo conforman, evitando así el uso de filtros que alteran las mediciones de manera poco natural.

## 7 Apéndice A: material

Primer micrófono: Brüel & Kjaer type 4170, número de serie 1123420. Sensitividad a 250 Hz: 1.33 mV/Pa.

Segundo micrófono: Brüel & Kjaer type 4182, número de serie 1551731. Sensitividad equivalente a 2.75 mV/Pa.

Analizador de señales: Dual Channel Signal Analyzer type 2034, Brüel & Kjaer, número de serie 1385287, número de serie UNAM 00599744.

Natural Sound Stereo Amplifier AX-380, Yamaha, número de serie Y468395VX.

Computadora Dell (mediciones en el tubo): número de serie G7DHF21, número de inventario UNAM 2099381.

Computadora Hewlett Packard (mediciones en el trombón / análisis de datos): Compaq 6720s, número de serie CNU8281Q8W.

Interfaz: National Instruments, mod. GPIB-USB-HS, Part No. 187965B-01, número de serie 118296F.

Altavoz: High Fidelity Loudspeaker, Bumper Industries, Inc., 340 Watts Max.

Baffle autoamplificado de 2 vías: Event Electronics, mod. ALP5.

Trombón de vara: marca Silver Tone con extensión para Fa.

## 8 Apéndice B: densidad de energía

La energía transportada por las ondas acústicas a través de un medio fluido es la suma de la energía potencial del fluido comprimido y la energía cinética de los elementos en movimiento. Considerando un elemento de fluido pequeño que se mueve con el fluido y que ocupa un volumen  $V_0$  del fluido en equilibrio, la masa del elemento es  $\rho_0 V_0$  y su energía cinética es

$$E_k = \frac{1}{2} \rho_0 V_0 u^2. \quad (42)$$

El cambio de energía potencial asociado a un cambio del volumen  $V_0$  a  $V$  es

$$E_p = - \int_{V_0}^V p dV. \quad (43)$$

El signo negativo indica que la energía potencial crece (se realiza trabajo sobre el elemento de fluido) cuando su volumen decrece por una presión acústica positiva  $p$ . Por conservación de masa tenemos que  $\rho V = \rho_0 V_0$  así es que

$$dV = -(V/\rho) d\rho. \quad (44)$$

De la ecuación de estado adiabática con fluctuaciones de densidad pequeñas alrededor del valor en equilibrio, hacemos uso de  $dp/d\rho = c^2$

$$dV = (V/\rho c^2) dp. \quad (45)$$

Sustituyéndolo en (43) e integrando desde 0 hasta  $p$  se obtiene

$$E_p = \frac{1}{2} (p^2/\rho_0 c^2) V_0 \quad (46)$$

dentro de aproximaciones lineales. La energía acústica total del elemento de volumen es

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} \rho_0 V_0 [u^2 + (p/\rho_0 c)^2], \quad (47)$$

y la *densidad de energía instantánea*  $\varepsilon_i = E/V_0$  en joules por metro cúbico ( $\text{J}/\text{m}^3$ ) es entonces

$$\varepsilon_i = \frac{1}{2} \rho_0 [u^2 + (p/\rho_0 c)^2]. \quad (48)$$

Tanto la presión  $p$  como la velocidad de partícula  $u$  deben ser cantidades reales resultantes de la superposición de todas las ondas acústicas presentes. A su vez, éstas son funciones del tiempo y de la posición por lo que la densidad de energía instantánea no es necesariamente constante a lo largo del todo el fluido.

Para una onda armónica plana viajando en la dirección  $\pm x$  se tiene que  $p = \pm \rho_0 c u$ , por lo que

$$\varepsilon_i = \rho_0 u^2 = p^2 / \rho_0 c^2. \quad (49)$$

## 9 Apéndice C: incertidumbres

A continuación se resumen los pasos llevados a cabo para el cálculo de las incertidumbres asociadas a la potencia total de la onda incidente en cada par y al cociente de las potencias porcentuales para cada subintervalo entre los pares 3 y 1, 2 y 1, así como 3 y 2. Posteriormente se presenta el cálculo a partir del cual se obtuvo la incertidumbre del coeficiente de atenuación. Para mayor detalle consultar ?.

### 9.1. Potencia y cociente de potencias porcentuales

Partimos de que la incertidumbre en nuestras mediciones es de naturaleza estadística, por lo que nos interesa conocer la desviación estándar de la media  $S_m$  de las mismas. Existe una probabilidad del 68 % de que la media del universo (infinito de mediciones)  $X$ , esté incluida en el intervalo  $x_p \pm S$  y del 95 % de que forme parte del intervalo  $x_p \pm 2S$ . Se define la desviación estándar de la media como:

$$S_m = \frac{S}{\sqrt{N}} \quad (50)$$

donde  $S$  es la desviación estándar definida mediante:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x_p - x_i)^2}{N - 1}} \cdot \frac{1}{N} \quad (51)$$

donde  $x_p$  es el promedio de las  $N$  muestras  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ).

En nuestro experimento realizado en el trombón cada medición de presión en el tiempo (contenidas en `thimjA.mat`) fue truncada a 512 datos, donde cada uno de ellos es en sí un promedio de 100. Como se realizaron 10 mediciones (en cada hoyo para cada amplitud de referencia) y éstas se promediaron, a fin de cuentas se realizó un promedio sobre 1000 valores, por lo que en este caso  $N = 1000$ .

La función `std` viene incluida en la librería de Matlab y calcula la desviación estándar de  $N$  puntos. Esta función se aplica a los datos de presión asociados al pulso y dividiendo entre  $\sqrt{N}$ , se obtiene un valor  $S_m$  para cada una de las 512 entradas del vector `avhjarA.mat`, es decir, se genera un vector de la desviación estándar de la media asociado a la señal (promediada) de presión. Para los hoyos de los pares 1 y 2 se consideran las primeras 328 y 440 entradas, respectivamente, de las mediciones del pulso y los valores restantes para sumar 512 del ruido medido. El código `INCdatpromFT.m` se encarga de llevar lo anterior a cabo y posteriormente aplica la función `fft` (transformada rápida de Fourier) a dicho vector. De esta forma se obtiene un vector asociado a la desviación estándar de la media del espectro que lleva por nombre `stdfftthjarA.mat` (donde  $i$  se refiere al hoyo y  $A$  a la amplitud de referencia). El error de cómputo asociado a la función `fft` es despreciable.

Para el cálculo de la desviación estándar de la media de valores calculados, se considera por ejemplo, una función  $z_p = f(x_p, y_p)$  (el subíndice p indica promedio) que depende de las cantidades  $x_p$  y  $y_p$ , entonces la desviación estándar de la media de  $z_p$  estará dada por:

$$S_z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 \cdot (S_x)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 \cdot (S_y)^2} \quad (52)$$

donde  $S_x$  y  $S_y$  son la desviación estándar de la media de las cantidades  $x_p$  y  $y_p$ .

El código *INCdosmicroRT.m* calcula la desviación estándar de la media de la amplitud compleja asociada a la onda incidente en el espacio de frecuencias mediante la ecuación 52, considerando que  $z_p$  es la ecuación 37 obtenida en la sección 3.3 para dicha amplitud compleja, en el caso de que no se aplique el filtro. Aplicando el filtro,  $z_p$  es entonces la ecuación 37 multiplicada por el filtro Butterworth (ecuación 41); este cambio debe hacerse manualmente en el código. La amplitud compleja asociada al espectro de la onda incidente depende de  $\tau$  así como de los espectros de la presión obtenidos en los dos hoyos correspondientes a cada par ( $P_1$  y  $P_2$ ).  $\tau$  es el tiempo que tarda el sonido en viajar de uno de los hoyos al centro del par al que pertenece, su desviación estándar de la media depende de la incertidumbre en la medición de distancia entre los hoyos de un mismo par (0.0005 m), que debe multiplicarse por  $\frac{2}{3}$  debido a que no se trata de una incertidumbre estadística, y vale 4.8325e-07 s. De esta manera, para cada amplitud de referencia y cada par de hoyos se obtiene una desv. est. de la media para cada uno de los 512 valores que conforman la amplitud compleja del espectro de la onda incidente (con o sin filtro). El vector correspondiente se guarda en un archivo llamado *stdChiarA.mat*, donde i es 1, 2 ó 3, y A es la amplitud de referencia.

Finalmente se aplica el código *INC512divPot.m* a los vectores anteriores para calcular, por un lado la desv. est. de la media de la magnitud de la potencia por unidad de volumen total contenida en la onda incidente en los pares 1, 2 y 3, lo cual se archiva como un vector de 3 entradas en *stdpowCarA.mat*. Para este cálculo se considera que  $z_p$  es la ecuación 4, donde  $G(f)$  es la amplitud compleja del espectro de la onda incidente. Por el otro lado, calcula la desv. est. de la media del cociente entre las potencias porcentuales de dos pares de hoyos (1 y 2, 2 y 3 ó 1 y 3) para cada uno de los 8 subintervalos de 768 Hz. En este caso la función  $z_p$  depende de la potencia porcentual en cada par, que a su vez depende de la potencia total y de la potencia de cada subintervalo. El código almacena los 16 valores de la desv. est. de la media del cociente en archivos que llevan por nombre *stdpowhkCarA.mat*, donde  $k = 31, 21$  ó  $32$  indica entre cuáles pares se realiza el cociente. Los valores de la desv. est. de la media del cociente de potencias porcentuales en cada subintervalo para los casos dados por  $k$  es, en el peor de los casos, del orden de  $10^{-7}$ .

## 9.2. Coeficiente de atenuación

Ahora bien, para el cálculo de la desv. est. de la pendiente  $S_{mp}$  de la recta ajustada por mínimos cuadrados a los picos de amplitud máxima en escala logarítmica  $y_i$  se considera lo siguiente. Deseamos minimizar la suma de los cuadrados de las diferencias entre la recta ajustada evaluada en los puntos donde hay un pico  $x_i$  y los valores de dichos picos  $y_i$ , estas diferencias están dadas por:

$$\delta y_i = y_i - (mx_i + b) \quad (53)$$

donde  $m$  es la pendiente de la recta y  $b$  la ordenada al origen.

La desviación estándar de la pendiente se obtiene de considerar que el valor calculado de  $m$  es función de las magnitudes  $y_i$ , por lo que podemos hacer uso de la ecuación 52 considerando que en este caso  $S_z$  depende únicamente de una variable:  $y_i$ , y que  $S_y$  es la desviación estándar de los valores de  $y$  expresada como:

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum(\delta y_i)^2}{N - 2}}. \quad (54)$$

donde  $N$  es el número de puntos ( $i$  va de 1 a  $N$ ). El usar en el denominador  $N - 2$  en vez de  $N - 1$  es consecuencia de aplicar la definición de la desv. est. a la posición de una línea en un plano. Aplicando de nueva cuenta la ecuación 52 tomando a  $S_z$  como  $S_{mp}$  se obtiene que:

$$S_{mp} = S_y \sqrt{\frac{N}{N \sum(x_i)^2 - (\sum x_i)^2}} \quad (55)$$

Por lo tanto la desv. est. del coeficiente de atenuación calculado es  $S_{mp}$  y se obtiene al aplicar el código *fitlogn.m* como se describe en la sección 5.9, el cual guarda un archivo que contiene la desv. est. de la atenuación de cada hoyo y para cada amplitud de referencia llamado *stdmhiarA.mat*.

## 10 Apéndice D: códigos

### 10.1. RTdatprom.m

```
function RTdatpro=RTdatprom(a);

%FUNCTION que calcula promedio de las 10 mediciones hechas en el TROMBON
%(recortadas al nm. de datos 400) para cada uno de los 6
%hoyos y 2 amplitudes. a: amplitud de referencia (input).
%TESIS. Daniela Narezo G., 17 abril 2009

hoyo='h';
medicion='m';
tiempo='t';
presion='p';
amplitud='ar';
average='av';
ftrans='fftr';
ftorden='ftro';
trombon='t';

    for ii=1:6 %indice hoyo
        for jj=1:10 %indice medicion
            file=[trombon,hoyo,num2str(ii),medicion,num2str(jj),num2str(a)];
            %file=nombre archivos adquiridos en el laboratorio.
            variable = load(file);
            var = variable;
            str=var(1).BKDatos;% para acceder a los datos contenidos en var
            %(structure)
            x1=str(:,1);%tiempo
            y1=str(:,2);%presion
            %colocar cada columna en un archivo. Aquellos archivos cuyos nombres
            %empiezan con t contienen los datos temporales (con p los de
            %presion)
            for k=1:512
                x(k)=x1(k);
                y(k)=y1(k);
            end
            po=[presion,hoyo,num2str(ii),medicion,num2str(jj),amplitud,...
                num2str(a)];
            eval(['save ',po,' y'])
            eval(['save ',tiempo,' x']) %vector columna
```

```

        clear variable
        end
    end

%calcular promedio
    for ii=1:6 %indice hoyo
        for m=1:512 %indice de la entrada del vector y
            sum=0;
            for jj=1:10 %indice medicion
                po=[presion,hoyo,num2str(ii),medicion,num2str(jj),amplitud,...
                    num2str(a)];
                eval(['load ',po,' y'])
                sum=sum+y(m);
            end
            ag(m)=sum/10;%vector renglon
            avg=ag';%para el vector traspuesto de ag: vector columna
            prom=[average,hoyo,num2str(ii),amplitud,num2str(a)];
            eval(['save ',prom,' avg'])
        end
    end

end

%FAST FOURIER TRANSFORM
for ii=1:6

    prom=[average,hoyo,num2str(ii),amplitud,num2str(a)];
    eval(['load ',prom,' avg'])
    z=fft(avg);
    zo=[ftrans,hoyo,num2str(ii),amplitud,num2str(a)];
    eval(['save ',zo,' z'])

    %Se reordenan los valores de la transformada de Fourier:
    %frecuencia=cero al centro del espectro
    shiftz=fftshift(z);
    zorden=[ftorden,hoyo,num2str(ii),amplitud,num2str(a)];
    eval(['save ',zorden,' shiftz'])

end

```

## 10.2. RTgrafreal.m

```
function Rgrafi=RTgrafreal(a)
```

%FUNCTION para graficar en una misma ventana presion vs. tiempo, asi como la %trans. de fourier respectiva dada una amplitud, para los hoyos 1,3,5 en el %trombon as como en el tubo. n cambia para cada resonador.

%Input=amplitud de referencia

%TESIS Daniela Narezo, 17 abril 2009

amplitud='ar';

hoyo='h';

tiempo='t';

presion='p';

average='av';

ftrans='fftr'; %transformada de Fourier

freq='f'; %frecuencia

ftorden='ftro';

trombon='t';

n=512; %numero de datos de presion y tiempo (datos recortados).

for ii=0:2 %indice hoyo

prom=[average,hoyo,num2str(2\*ii+1),amplitud,num2str(a)];

eval(['load ',prom,' avg'])

zo=[ftrans,hoyo,num2str(2\*ii+1),amplitud,num2str(a)];

eval(['load ',zo,' z'])

eval(['load ',tiempo,' x'])

subplot(2,3,ii+1)%arreglo de 2(amplitudes) por 3 (hoyos) ventanas.

%grafica en ventana ii+1.

%Graficas se ordenan primero en renglones y luego en columnas

plot(x,avg)%presion vs. tiempo

xlabel('s','fontsize',12)

ylabel('Pa','fontsize',12)

title(['Pos. ',int2str(2\*ii+1)],'fontsize',12)

subplot(2,3,ii+4)

%EJE X:ESPACIO DE FRECUENCIAS: n puntos en intervalo -8192Hz,+8192Hz

%(+/- frecuencia critica de Nyquist).

%frecuencias negativas:

for m=2:(n/2)

fn(m)=-1\*((n/2+1)-m)\*(16384/n);

end

%frecuencias positivas:

for m=(n/2+2):n

fn(m)=-1\*fn((n/2+2)-m);

```

end
%z(1) y z(n/2+1) son diferentes a todas las dems entradas del vector z.
fn(n/2+1)=0.0001; %si fn(n/2+1)=cero, la trans. de Fourier z(1025) es
%infinito.
fn(1)=-8192;
%Archivo con escala del eje x en el espacio de frecuencias: f.mat:
eval(['save ',freq,' fn'])

zorden=[ftorden,hoyo,num2str(2*ii+1),amplitud,num2str(a)];
eval(['load ',zorden,' shiftz'])
absolut=abs(shiftz);%valor abs. de la trans. de Fourier reordenada.

plot(fn,absolut)
xlabel('Hz','fontsize',12)
ylabel('Pa \cdot s','fontsize',12)
title(['Pos. ',int2str(2*ii+1)],'fontsize',12)

end

```

### 10.3. ruido.m

```

function ruido

%FUNCTION que calcula el promedio de las 17 mediciones del ruido hechas en
%el en el hoyo 4 del TROMBON bajo las mismas circunstancias que las
%mediciones del pulso propagndose. Tambin grafica su espectro y guarda un
%archivo con el valor RMS del ruido (en Pa).
%TESIS. Daniela Narezo G., 21 mayo 2009

medicion='m';
tiempo='t';
average='av';
ruido='ruido100t';
noise='ruido';
dt=6.1035*10(-5);
eficaz='rms';

nd=2048; %num. de datos.

for jj=1:17 %indice medicion
file=[ruido,num2str(jj)];

```

```

variable = load(file);
var = variable;
str=var(1).BKDatos;% para acceder a los datos contenidos en var
%(structure)
x1=str(:,1);%tiempo
y1=str(:,2);%presion
%colocar cada columna en un archivo.
for k=1:nd
    x(k)=x1(k);
    y(k)=y1(k);
end
po=[noise,medicion,num2str(jj)];
eval(['save ',po,' y'])
eval(['save ',tiempo,' x']) %vector columna
clear variable
end

```

%calcular promedio:

```

for m=1:nd %indice de la entrada del vector y
    sum=0;
    for jj=1:17 %indice medicion
        po=[noise,medicion,num2str(jj)];
        eval(['load ',po,' y'])
        sum=sum+y(m);
    end
    ag(m)=sum/17;%vector renglon
    avg=ag';%para el vector traspuesto de ag: vector columna
    prom=[average,noise];
    eval(['save ',prom,' avg'])
end

```

```

figure (1)%ruido (seal temporal)
plot(x,avg)
xlabel('s','fontsize',12)
ylabel('Pa','fontsize',12)
title('Ruido en trombon')

```

%EJE X:ESPACIO DE FRECUENCIAS: n puntos en intervalo -8192Hz,+8192Hz  
%(+/- frecuencia critica de Nyquist).

%frecuencias negativas:

```

for m=2:(nd/2)
    fn(m)=-1*((nd/2+1)-m)*(16384/nd);

```

```

end
    %frecuencias positivas:
for m=(nd/2+2):nd
    fn(m)=-1*fn((nd+2)-m);
end
%z(1) y z(n/2+1) son diferentes a todas las dems entradas del vector z.
fn(nd/2+1)=0.0001; %si fn(n/2+1)=cero, la trans. de Fourier z(1025)
%es infinito.
fn(1)=-8192;

z=fft(avg);
shiftz=fftshift(z);
absolut=abs(shiftz);%valor abs. de la trans. de Fourier reordenada.

figure (2) %ruido (espectro)
plot(fn,absolut)
xlabel('Hz','fontsize',12)
ylabel('Pa \cdot s','fontsize',12)
title('Espectro del ruido')

% valor RMS de la seal de ruido de fondo. Integracin con metodo
% compuesto de Simpson (ref. Burden y Faires, Analisis Numrico)
int1=0;
int2=0;
for e=1:(nd/2-1)
int1=avg(2*e+1)^2+int1;%impares a partir del 3
end
for ee=1:(nd/2-1)
int2=avg(2*ee)^2+int2;%pares a partir del 2 y hasta 2046
end
RMS=sqrt(1/0.125*(dt/3*(avg(1)+2*int1+4*int2+avg(nd))));%periodo=125ms

valor=[noise,eficaz];
eval(['save ',valor,' RMS'])

```

## 10.4. RTcocPotencia512FC.m

```
function RTcocPotencia512FC
```

```
%FUNCTION que calcula y grafica el cociente de la one sided power spectral
%density entre los pares de hoyos 2 y 1, 3 y 2. La
```

%dens. espectral en el ph1 y en ph3 la obtengo de 512 datos y la del ph2 de  
%464 datos ms 48 datos del ruido para completar los 512 datos y tener  
%as la misma escala de frecuencia.  
%De otra manera, dif. entre escalas considerando 512 y 464 datos es  
%de 3.3103 Hz.  
%Vlido para el TROMBON para las amplitudes de ref. a(1) y a(2).  
%Daniela Narezo G. , TESIS, 3 agosto 2009.

```
amplitud='ar';  
%amplitudes de referencia:  
a(1)=90;  
a(2)=148;  
freq='f';  
hoyo='h';  
average='av';  
noise='ruido';  
pp='par';  
tiempo='t';  
inci='I';  
refl='R';  
ftorden='ftro';
```

```
%tiempo en seg. que tarda en viajar el sonido desde el punto  
%intermedio entre cada pareja de hoyos hasta stos considerando  
%c=344.8877m/s.  
%0.012m entre cada pareja de hoyos, excepto la primera en cuyo caso son  
%0.011m.  
%T(1)=0.012/(2*344.8877);%TUBO  
T(1)=0.011/(2*344.8877);%TROMBON  
T(2)=0.012/(2*344.8877);  
T(3)=0.012/(2*344.8877);
```

```
prom=[average,noise];  
eval(['load ',prom,' avg'])  
ruido=avg;  
clear avg
```

```
nd=512;  
eval(['load ',tiempo,' x']) %escala de tiempo  
for q=1:nd  
    cortex(q)=x(q);
```

```

end

for jj=1:2 %indice amplitudes de ref.
    for ii=1:3 %indice par de hoyos.

        prom=[average,hoyo,num2str(1),amplitud,num2str(a(jj))];%h impares
        eval(['load ',prom,' avg'])
        pImpar1=avg;
        clear avg

        prom=[average,hoyo,num2str(3),amplitud,num2str(a(jj))];%h impares
        eval(['load ',prom,' avg'])
        pImpar2=avg;
        clear avg

        prom=[average,hoyo,num2str(5),amplitud,num2str(a(jj))];%h impares
        eval(['load ',prom,' avg'])
        pImpar3=avg;
        clear avg

        prom=[average,hoyo,num2str(2),amplitud,num2str(a(jj))];%hoyos pares
        eval(['load ',prom,' avg'])
        pPar1=avg;
        clear avg

        prom=[average,hoyo,num2str(4),amplitud,num2str(a(jj))];%hoyos pares
        eval(['load ',prom,' avg'])
        pPar2=avg;
        clear avg

        prom=[average,hoyo,num2str(6),amplitud,num2str(a(jj))];%hoyos pares
        eval(['load ',prom,' avg'])
        pPar3=avg;
        clear avg

%
%     nd1=328;
%     nd2=440;
%
        nd1=512;
        nd2=512;

        for w=1:nd
            if w<nd1+1 %para el par 1

```

```

        p1(w)=pImpar1(w);
        p2(w)=pPar1(w);
    else
        p1(w)=ruido(w);
        p2(w)=ruido(w);
    end

    if w<nd2+1 %para el par 2:
        p3(w)=pImpar2(w);
        p4(w)=pPar2(w);
    else
        p3(w)=ruido(w);
        p4(w)=ruido(w);
    end

        p5(w)=pImpar3(w);
        p6(w)=pPar3(w);
end

%Transformada rpida de Fourier (fft) ordenada (fftshift) de los
%primeros 4 hoyos:
z1=fftshift(fft(p1));
z2=fftshift(fft(p2));
z3=fftshift(fft(p3));
z4=fftshift(fft(p4));
z5=fftshift(fft(p5));
z6=fftshift(fft(p6));

zorden1=[ftorden,hoyo,num2str(1),amplitud,num2str(a(jj))];
eval(['save ',zorden1,' z1'])
zorden2=[ftorden,hoyo,num2str(2),amplitud,num2str(a(jj))];
eval(['save ',zorden2,' z2'])
zorden3=[ftorden,hoyo,num2str(3),amplitud,num2str(a(jj))];
eval(['save ',zorden3,' z3'])
zorden4=[ftorden,hoyo,num2str(4),amplitud,num2str(a(jj))];
eval(['save ',zorden4,' z4'])
zorden5=[ftorden,hoyo,num2str(5),amplitud,num2str(a(jj))];
eval(['save ',zorden5,' z5'])
zorden6=[ftorden,hoyo,num2str(6),amplitud,num2str(a(jj))];
eval(['save ',zorden6,' z6'])

%EJE X:ESPACIO DE FRECUENCIAS: nd puntos en intervalo

```

```

%-8192Hz,+8192Hz (+/- frecuencia critica de Nyquist).
%frecuencias negativas:
for m=2:(nd/2)
    fn(m)=-1*((nd/2+1)-m)*(16384/nd);
end
    %frecuencias positivas:
for m=(nd/2+2):nd
    fn(m)=-1*fn((nd+2)-m);
end
%zi(1) y zi(nd1/2+1) (i=1,2,3,4) son diferentes a todas las dems
%entradas del vector zi.
fn(nd/2+1)=0.0001; %si fn(n/2+1)=cero, la trans.
%de Fourier z(1025) es infinito.
fn(1)=-8192;

    %Escala de frecuencia de 0 Hz hasta la frec. de Nyquist:
for hh=1:(nd/2+1)
    f(hh)=-fn(nd/2+2-hh);
end

wn=2*pi*fn; %frec. angular
fc=100; %frecuencia angular de corte
N=4; %orden del filtro (debe ser num. par)
highpass=fn.^N./(fc^N+fn.^N); %Filtro

%Amplitudes B y C como funcion de la frecuencia:
if ii==1
    B=(z2.*exp(-i*wn*T(ii))-z1.*exp(-3*i*wn*T(ii)))./...
    (1-exp(-4*i*wn*T(ii)));
    C=(z1.*exp(-i*wn*T(ii))-z2.*exp(-3*i*wn*T(ii)))./...
    (1-exp(-4*i*wn*T(ii)));
    %aplicando el filtro:
    %B=highpass.*B;
    %C(nd/2+1)=0;
    %C=highpass.*C;
    inc=C;
    ph1i=[pp,num2str(ii),amplitud,num2str(a(jj)),inci];
    eval(['save ',ph1i,' C'])
    ph1r=[pp,num2str(ii),amplitud,num2str(a(jj)),refl];
    eval(['save ',ph1r,' B'])
elseif ii==2
    B=(z4.*exp(-i*wn*T(ii))-z3.*exp(-3*i*wn*T(ii)))./...
    (1-exp(-4*i*wn*T(ii)));%amplitud

```

```

%dependiente de frec. de la onda (REFLEJADA) viajando en direccion
%negativa
C=(z3.*exp(-i*wn*T(ii))-z4.*exp(-3*i*wn*T(ii)))./...
    (1-exp(-4*i*wn*T(ii)));%amplitud
%dependiente de frec. de la onda (INCIDENTE) viajando en direccion+
%aplicando el filtro:
%B=highpass.*B;
%C(nd/2+1)=0;
%C=highpass.*C;
inc=C;
ph2i=[pp,num2str(ii),amplitud,num2str(a(jj)),inci];
eval(['save ',ph2i,' C'])
ph2r=[pp,num2str(ii),amplitud,num2str(a(jj)),refl];
eval(['save ',ph2r,' B'])
else
B=(z6.*exp(-i*wn*T(ii))-z5.*exp(-3*i*wn*T(ii)))./...
    (1-exp(-4*i*wn*T(ii)));
C=(z5.*exp(-i*wn*T(ii))-z6.*exp(-3*i*wn*T(ii)))./(1-exp...
    (-4*i*wn*T(ii)));
%aplicando el filtro:
%B=highpass.*B;
%C(nd/2+1)=0;
%C=highpass.*C;
inc=C;
ph3i=[pp,num2str(ii),amplitud,num2str(a(jj)),inci];
eval(['save ',ph3i,' C'])
ph3r=[pp,num2str(ii),amplitud,num2str(a(jj)),refl];
eval(['save ',ph3r,' B'])
end

if ii==1
    p=p1;
elseif ii==2
    p=p3;
else
    p=p5;
end

figure(jj)
subplot(2,3,ii)
%cortex, p, 'b',
plot(cortex,ifft(ifftshift(C)),'r',cortex,p, 'k')% ...
    %cortex,ifft(ifftshift(B)), 'b')

```

```

        %cortex, p, 'k'
        xlabel('s','fontsize',12)
        ylabel('Pa','fontsize',12)
        title(['Par ',num2str(ii),'. ',num2str(a(jj)),' dB.'],'fontsize',12)
        subplot(2,3,ii+3)
        plot( fn,abs(C),'r',fn,abs(B),'b')
        xlabel('Hz','fontsize',12)
        ylabel('Pa s','fontsize',12)
        title(['Par ',num2str(ii),'. ',num2str(a(jj)),' dB.'],'fontsize',12)

figure(jj+2) %Grafica comparativa entre seal medida y superposicion
%de las ondas calculadas
subplot(1,3,ii)
plot(cortex, ifft(iffshift(C+B)), 'g', cortex, p,'k')
xlabel('s','fontsize',12)
ylabel('Pa','fontsize',12)
title(['Par ',num2str(ii),'. ',num2str(a(jj)),' dB.'],'fontsize',12)

%densidad en cada par de hoyos (one sided power spectral density):
for kk=2:(nd/2)
    IU(nd/2-kk+2)=abs(inc(kk)).^2+abs(inc(nd-kk+2)).^2;
end

%densidad en frec. cero:
IU(1)=2*abs(inc(nd/2+1)).^2;

%densidad en frec. de Nyquist:
IU(nd/2+1)=2*abs(inc(1)).^2;

%densidad en cada par de hoyos:
PowSpDens=IU;

%potencia total de cada par de hoyos:
ct=0;
for p=1:nd
    %ct=abs(20*log10(C(p)/(20*10^-6))).^2+ct; %SPL
    ct=abs(inc(p)).^2+ct; %Escala absoluta
end
ctph=ct;

if ii==1
    DensPorcent1=PowSpDens/ctph;
    PowSpDens1=PowSpDens;

```

```

elseif ii==2
    DensPorcent2=PowSpDens/ctph;
    PowSpDens2=PowSpDens;
else
    DensPorcent3=PowSpDens/ctph;
    PowSpDens3=PowSpDens;
end

end

figure (6)
cocDU=DensPorcent2./DensPorcent1;
%cocDU=PowSpDens2./PowSpDens1;
subplot(1,2,jj)
plot(f,cocDU)
xlabel('Hz','fontsize',12)
title(['Pph2/Pph1. ', num2str(a(jj)),' dB. 512 datos'],'fontsize',12)

figure(7)
cocTD=DensPorcent3./DensPorcent2;
%cocDU=PowSpDens2./PowSpDens1;
subplot(1,2,jj)
plot(f,cocTD)
xlabel('Hz','fontsize',12)
title(['Pph3/Pph2. ', num2str(a(jj)),' dB. 512 datos'],'fontsize',12)

figure(8)
cocTT=DensPorcent3./DensPorcent1;
%cocDU=PowSpDens2./PowSpDens1;
subplot(1,2,jj)
plot(f,cocTT)
xlabel('Hz','fontsize',12)
title(['Pph3/Pph1. ', num2str(a(jj)),' dB. 512 datos'],'fontsize',12)

end

```

## 10.5. RCparsevalF.m

```
function RCparsevalF
```

```
%FUNCION que calcula la potencia total contenida para la seal temporal asi
%como para el espectro. Se busca demostrar el teorema de Parseval de esta
%manera. Esto tambien se hace para los espectros y la seal temporal de las
%ondas incidentes y reflejadas medidas en los pares de hoyos 1 y 3 en AMBOS
%RESONADORES, para las amplitudes de referencia a(1) y a(2).
%TESIS, Daniela Narezo. 4 agosto 2009
```

```
amplitud='ar';
hoyo='h';
presion='p';
%amplitudes de referencia:
a(1)=90;
a(2)=148;
freq='f';
IncRef='InRe';
pp='par';
refl='R';
inci='i';
```

```
nd=512;%num. de datos
cte=1.194*(344.8877)^2;
%equivale a densidad del aire a 22.5C * vel. del sonido ^2
eval(['load ',freq,' fn'])
```

```
for jj=1:2 %indice amplitud de referencia "a".
```

```
%Amplitud espectral de las ondas prog. en los pares de hoyos 1
%y 3:
```

```
  %reflejada, par 1
  ph1r=[pp,num2str(1),amplitud,num2str(a(jj)),refl];
  eval(['load ',ph1r,' B'])
  ref1=B;
  clear B
```

```
  %incidente, par 1
  ph1i=[pp,num2str(1),amplitud,num2str(a(jj)),inci];
  eval(['load ',ph1i,' C'])
  inc1=C;
  clear C
```

```
  %reflejada, par 2
  ph2r=[pp,num2str(2),amplitud,num2str(a(jj)),refl];
  eval(['load ',ph2r,' B'])
```

```

ref2=B;
clear B

%incidente, par 2
ph2i=[pp,num2str(2),amplitud,num2str(a(jj)),inci];
eval(['load ',ph2i,' C'])
inc2=C;
clear C

%    %reflejada, par 3
ph3r=[pp,num2str(3),amplitud,num2str(a(jj)),refl];
eval(['load ',ph3r,' B'])
ref3=B;
clear B

%incidente, par 3
ph3i=[pp,num2str(3),amplitud,num2str(a(jj)),inci];
eval(['load ',ph3i,' C'])
inc3=C;
clear C

%Potencia total de los espectros (0-6.4kHz)de las ondas viajeras:
PInc1=0;
PInc2=0;
PInc3=0;
PRef1=0;
PRef2=0;
PRef3=0;
for s=58:456 %indice entradas de vectores
    PInc1=(abs(inc1(s)).^2)/cte+PInc1;
    PInc2=(abs(inc2(s)).^2)/cte+PInc2;
    PInc3=(abs(inc3(s)).^2)/cte+PInc3;
    PRef1=(abs(ref1(s)).^2)/cte+PRef1;
    PRef2=(abs(ref2(s)).^2)/cte+PRef2;
    PRef3=(abs(ref3(s)).^2)/cte+PRef3;
end
PI1=PInc1/399;%potencia espectral total onda incidente, par de h 1
PI3=PInc3/399;%potencia espectral total onda incidente, par de h 3
PI2=PInc2/399;
PR1=PRef1/399;%potencia espectral total onda reflejada, par de h 1
PR2=PRef2/399;
PR3=PRef3/399;%potencia espectral total onda reflejada, par de h 3

```

```

    InRef=[IncRef,amplitud,num2str(a(jj))];
    eval(['save ',InRef,' PI1 PI2 PI3 PR1 PR2 PR3'])%

end

```

## 10.6. RT512potenciaFC.m

```
function RT512potenciaFC
```

```

%FUNCION que calcula la potencia por unidad de volumen total (en cualquier
%punto del fluido) contenida en los 8 subint. de 768 Hz dentro del intervalo
%-6368 hasta 6368Hz : intervalo de confianza 0-6.4 kHz.
%Funcion que se aplica desde datosTROMBON (carpeta).
%Esto se hace para los espectros de las ondas incidentes medidas
%en los pares de hoyos 1, 2 y 3 en el trombon, para las 2 amplitudes de ref.
%TESIS, Daniela Narezo. 1 agosto 2009

```

```

amplitud='ar';
hoyo='h';
presion='p';
%amplitudes de referencia:
a(1)=90;
a(2)=148;
freq='f';
power='pow';
pp='par';

```

```

cte=1.194*(344.8877)^2;%equivale a densidad del aire a 22.5C * vel. del
%sonido ^2

```

```
eval(['load ',freq,num2str(512),' fn']) %escala de frecuencia 512 datos
```

```

    for jj=1:2 %indice amplitudes de referencia

        %    presion1=[presion,hoyo,num2str(1),amplitud,num2str(a(jj))]; %REFLEJ
        %    %par 1
        %    eval(['load ',presion1,' corteB'])% caso sin filtro: cambiar corteB
        %    %por B y corteCR por C!!!!!!!
        %    ref1=corteB;
    end

```

```

% clear corteB
%
% presion5=[presion,hoyo,num2str(5),amplitud,num2str(a(jj))]; %REFLEJADA,
% %par 3
% eval(['load ',presion5,' corteB'])
% ref2=corteB;
% clear corteB

% presion2=[presion,hoyo,num2str(2),amplitud,num2str(a(jj))]; %INCIDENTE,
% %par 1
% eval(['load ',presion2,' corteCR'])
% inc1=corteCR;
% clear corteCR

% presion4=[presion,hoyo,num2str(4),amplitud,num2str(a(jj))]; %INCIDENTE,
% %par 2
% eval(['load ',presion4,' corteCR'])
% inc2=corteCR;
% clear corteCR

% presion6=[presion,hoyo,num2str(6),amplitud,num2str(a(jj))]; %INCIDENTE,
% %par 3
% eval(['load ',presion6,' corteCR'])
% inc3=corteCR;
% clear corteCR

ph1=[pp,num2str(1),amplitud,num2str(a(jj))];
eval(['load ',ph1,' C'])
inc1=C;
clear C

ph2=[pp,num2str(2),amplitud,num2str(a(jj))];
eval(['load ',ph2,' C'])
inc2=C;
clear C

ph3=[pp,num2str(3),amplitud,num2str(a(jj))];
eval(['load ',ph3,' C'])
inc3=C;
clear C

% one sided power spectral density:

```

```

for n=0:7
    PInc1=0;
    PInc2=0;
    PInc3=0;
%     PRef1=0;
%     PRef2=0;

for m=0:24 %indice entradas de vectores
    %potencia en escala logartmica (dB):
    if a(jj)<91 %Con este "if" se considera que los datos para 90dB
        %tienen unidades de mPa:
        % 50=10(-3)/(20*10(-6))
        % El resto de los datos tienen unidades de Pa.
        PInc1=(abs(20*log10(inc1(257+m+n*25)*50)).^2+abs(20*log10...
            (inc1(257-m-n*25)*50)).^2)/cte+PInc1;
        PInc2=(abs(20*log10(inc2(257+m+n*25)*50)).^2+abs(20*log10...
            (inc2(257-m-n*25)*50)).^2)/cte+PInc2;
        PInc3=(abs(20*log10(inc3(257+m+n*25)*50)).^2+abs(20*log10...
            (inc3(257-m-n*25)*50)).^2)/cte+PInc3;

%         PRef1=(abs(20*log10(ref1(257+m+n*32)*50)).^2+abs(20*log10...
%             (ref1(257-m-n*32)*50)).^2)/cte+PRef1;
%         PRef2=(abs(20*log10(ref2(257+m+n*32)*50)).^2+abs(20*log10...
%             (ref2(257-m-n*32)*50)).^2)/cte+PRef2;

    else
        PInc1=(abs(20*log10(inc1(257+m+n*25)/(20*10(-6)))).^2+abs...
            (20*log10(inc1(257-m-n*25)/(20*10(-6)))).^2)/cte+PInc1;
        PInc2=(abs(20*log10(inc2(257+m+n*25)/(20*10(-6)))).^2+abs...
            (20*log10(inc2(257-m-n*25)/(20*10(-6)))).^2)/cte+PInc2;
        PInc3=(abs(20*log10(inc3(257+m+n*25)/(20*10(-6)))).^2+abs...
            (20*log10(inc3(257-m-n*25)/(20*10(-6)))).^2)/cte+PInc3;

%         PRef1=(abs(20*log10(ref1(257+m+n*25)/(20*10(-6)))).^2+abs...
%             (20*log10(ref1(257-m-n*25)/(20*10(-6)))).^2)/cte+PRef1;
%         PRef2=(abs(20*log10(ref2(257+m+n*25)/(20*10(-6)))).^2+abs...
%             (20*log10(ref2(257-m-n*25)/(20*10(-6)))).^2)/cte+PRef2;

    end

    %potencia en escala absoluta (Pa):
    %PInc1=(abs(inc1(257+m+n*32)).^2+abs(inc1(257-m+1-n*32)).^2)...
    %/cte+PInc1;

```

```

        %PInc2=(abs(inc2(257+m+n*32)).^2+abs(inc2(257-m+1-n*32)).^2)...
        %/cte+PInc2;
        %PRef1=(abs(ref1(257+m+n*32)).^2+abs(ref1(257-m+1-n*32)).^2)...
        %/cte+PRef1;
        %PRef2=(abs(ref2(257+m+n*32)).^2+abs(ref2(257-m+1-n*32)).^2)...
        %/cte+PRef2;
    end

    if n==0 %Esto para no contar dos veces la contribucion
        %correspondiente a la frecuencia =0.
        PInc1=PInc1-abs(20*log10(inc1(512/2+1)/(20*10^(-6)))).^2/cte;
        PInc2=PInc2-abs(20*log10(inc2(512/2+1)/(20*10^(-6)))).^2/cte;
        PInc3=PInc3-abs(20*log10(inc3(512/2+1)/(20*10^(-6)))).^2/cte;

    %         PRef1=PRef1-abs(20*log10(ref1(512/2+1)/(20*10^(-6)))).^2/cte;
    %         PRef2=PRef2-abs(20*log10(ref2(512/2+1)/(20*10^(-6)))).^2/cte;
    end

    PI1(n+1)=PInc1/399;
    PI2(n+1)=PInc2/399;
    PI3(n+1)=PInc3/399;

    %         PR1(n+1)=PRef1/512;
    %         PR2(n+1)=PRef2/512;
    end

    %potencia=[power,intervalo,num2str(e),amplitud,num2str(a(jj))];
    %eval(['save ',potencia, ' PI1 PI2 PR1 PR2'])

    potencia=[power,amplitud,num2str(a(jj))];
    eval(['save ',potencia, ' PI2'])

    subplot(1,2,jj)
    Y=[PI1;PI2;PI3];
    Yt=Y';%matriz traspuesta
    bar(Yt,'group')
    colormap summer
    %plot(t,PI1,'*', t,PI2,'+')% * :par de hoyos 1, +:par de h.3
    xlabel('intervalo de 768 Hz','fontsize',12);
    %if a(jj)<91 %Escala absoluta
    % ylabel('mPa^2 seg')
    %else
    % ylabel('W/m^3')

```

```

%end
ylabel('(dB^2 m^4)/(J s)', 'fontsize', 12)%SPL
title(['Potencia total. Inc. A = ', num2str(a(jj)), 'dB'], 'fontsize', 12)

% subplot(2,2,jj+2)
% YY=[PR1;PR2];
% YYt=YY';%matriz traspuesta
% bar(YYt, 'group')
% colormap winter
% %plot(t,PR1, '*', t,PR2, '+')% * :par de hoyos 1, +:par de h.3
% xlabel(['intervalo de 992 Hz']);
% %if a(jj)<91 %Escala absoluta
% % ylabel('mPa^2 seg')
% %else
% % ylabel('Pa^2 seg')
% %end
% ylabel('(dB^2 m^4)/(J s)')%SPL
% title(['Potencia total. Ref. A = ', num2str(a(jj)), 'dB'])

end

```

## 10.7. RT512divPot16FC.m

```
function RT512divPot16FC
```

```

%FUNCION que hace una figura con 2 grficas, una para cada amplitud de ref.
%Se grafica el cociente de la potencia porcentual (en escala
%absoluta) de los pares 3 y 1 del trombon para cada uno de los 8
%subintervalos de 768 Hz dentro del intervalo de confianza (0-6.4kHz).
%Potencia porcentual = potencia en subsubint./potencia total en el par
%correspondiente.
%TESIS, Daniela Narezo. 24 abril 2009

```

```

amplitud='ar';
hoyo='h';
presion='p';
tiempo='t';
%amplitudes de referencia:
a(1)=90;
a(2)=148;

```

```

freq='f';
power='pow';
intervalo='Int';
pp='par';

eval(['load ',freq,num2str(512),' fn']) %escala de frecuencia 512 datos

for jj=1:2 %indice amplitudes de referencia
    for n=0:7%indice de los multiples de los subint. de 768 Hz
        for ii=1:3%indice par de hoyos

%           presion1=[presion,hoyo,num2str(2*ii),amplitud,num2str(a(jj))];
%           eval(['load ',presion1,' corteCR'])%ondas INC: hoyos pares
%           C=corteCR;

ph3=[pp,num2str(ii),amplitud,num2str(a(jj))];
eval(['load ',ph3,' C'])

c1=0;
    for m=0:24 %indice entradas de vectores del subsubint.
        %en Pa
        c1=abs(C(257+m+n*25)).^2+abs(C(257-m-n*25)).^2+c1;
        %if a(jj)<91
            % c1=abs(20*log10(C(257+m+n*16)*50)).^2+abs...
            % (20*log10(C(256-m-n*16)*50))).^2+c1; %en dB
        %else
            %c1=abs(20*log10(C(257+m+n*16)/(20*10^-6))).^2+...
            %abs(20*log10(C(256-m-n*16)/(20*10^-6))).^2+c1; %dB
        %end
    end

    if n==0
        c1=c1-abs(C(512/2+1)).^2;
        %Esto para no contar dos veces la contribucion
        %correspondiente a la frecuencia =0.
    end

Pc1(ii)=c1;%potencia de cada par dado un subinter fijo.

ct=0;
for p=58:456
    %ct=abs(20*log10(C(p)/(20*10^-6))).^2+ct; %SPL

```

```

        ct=abs(C(p)).^2+ct; %Escala absoluta
    end
    ctph(ii)=ct;%potencia total de cada par de hoyos

end

Potenciap=Pc1./ctph; %potencia del subsubint. respecto a la
%potencia total del par de hoyos correspondiente, dado un
%subintervalo fijo.
Q31(n+1)=Potenciap(3)/Potenciap(1);
Q21(n+1)=Potenciap(2)/Potenciap(1);
Q32(n+1)=Potenciap(3)/Potenciap(2);

P(n+1)=Potenciap(2);

end

T=0; %Verificacion :
for t=1:8
    T=T+P(t);
end

potencia=[power,amplitud,num2str(a(jj))];
eval(['save ',potencia, ' T'])

figure(1)
subplot(1,2,jj)
bar(Q31,'black')
xlabel('#Int de 768 Hz','fontsize',12);
ylabel('Pph3/Pph1','fontsize',12);
title(['Potencia rel. ',num2str(a(jj)),'dB'],'fontsize',12)

figure (2)
subplot(1,2,jj)
bar(Q21,'black')
xlabel('#Int de 768 Hz','fontsize',12);
ylabel('Pph2/Pph1','fontsize',12);
title(['Potencia rel. ',num2str(a(jj)),'dB'],'fontsize',12)

figure (3)
subplot(1,2,jj)
bar(Q32,'black')
xlabel('#Int de 768 Hz','fontsize',12);

```

```
ylabel('Pph3/Pph2','fontsize',12);
title(['Potencia rel. ',num2str(a(jj)),'dB'],'fontsize',12)
```

```
end
```

## 10.8. RTganz.m

```
function ganz=RTganz(a)
```

```
%FUNCTION para graficar en una misma ventana presin vs. tiempo, asi como la
%trans. de fourier respectiva dada una amplitud, para los hoyos 1,3,5 en el
%trombon as como en el tubo. n cambia para cada resonador.
```

```
%Input=amplitud de referencia
```

```
%TESIS Daniela Narezo, 17 abril 2009
```

```
amplitud='ar';
hoyo='h';
tiempo='t';
presion='p';
average='av';
ftrans='fftr'; %transformada de Fourier
freq='f'; %frecuencia
ftorden='ftro';
trombon='t';
```

```
n1=[1 256]; %numero de datos de presion y tiempo en hoyo 1
```

```
n=256; %num. de datos de presion que conforman al pulso (ancho del pulso).
```

```
for ii=1:2 %indice par de hoyos
```

```
    prom=[average,hoyo,num2str(2*ii-1),amplitud,num2str(a)];
    eval(['load ',prom,' avg'])
```

```
    %Se recorta el pulso en los hoyos 1 y 3:
```

```
    if ii==1 %hoyo 1:
```

```
        for w=n1(1):n1(2)
```

```
            pretemp(w)=avg(w);
```

```
        end
```

```
    else
```

```

    for ww=n1(1):n1(2) %hoyo 3:
        pretemp(ww)=avg(ww); %se contempla desde el dato num. 112
        %hasta el 274.
    end
end

%TRans. de Fourier:
favg=fftshift(fft(pretemp));
absolut=abs(favg);
corteCR=favg;

presion1=[presion,hoyo,num2str(ii),amplitud,num2str(a)];
eval(['save ',presion1,' corteCR'])%ondas INCIDENTES:h par

%EJE X:ESPACIO DE FRECUENCIAS: n puntos en intervalo -8192Hz,+8192Hz
%(+/- frecuencia critica de Nyquist).
%frecuencias negativas:
for m=2:(n/2)
    fn(m)=-1*((n/2+1)-m)*(16384/n);
end
    %frecuencias positivas:
for m=(n/2+2):n
    fn(m)=-1*fn((n/2+1)-m);
end
%z(1) y z(n/2+1) son diferentes a todas las dems entradas del vector z.
fn(n/2+1)=0.0001; %si fn(n/2+1)=cero, la trans. de Fourier z(1025) es
%infinito.
fn(1)=-8192;
%Archivo con escala del eje x en el espacio de frecuencias: f.mat:
eval(['save ',freq,' fn'])

%potencia total del pulso para cada hoyo:
ct=0;
for p=1:n
    ct=abs(favg(p)).^2+ct;
end

figure(1)
subplot(1,2,ii)
plot(fn,absolut)
xlabel('Hz','fontsize',12)
ylabel('Pa \cdot s','fontsize',12)

```

```

        title(['Pos. ',int2str(2*ii-1),'. ', int2str(a), ' dB'],'fontsize',12)

        if ii==1
            FtrU1=favg/ct;
        else
            FtrU2=favg/ct;
        end
    end

end

%Cociente de los espectros unitarios del pulso en los hoyos 1 y 3:
Q=FtrU2./FtrU1;
figure(2)
plot(fn,abs(Q))
xlabel('Hz','fontsize',12)
title([int2str(a),' dB'],'fontsize',12)

```

## 10.9. RT512divPot16ganz.m

```
function RT512divPot16ganz
```

```

%FUNCION que hace una figura con 2 grficas, una para cada amplitud de ref.
%Se grafica el cociente de la potencia porcentual (en escala
%absoluta) de los pares 3 y 1 del trombon para cada uno de los 16
%subintervalos de 480 Hz. NO se aplica el mtodo de separacin.
%Potencia porcentual = potencia en subsubint./potencia total en el par
%correspondiente.
%TESIS, Daniela Narezo. 2 julio 2009

amplitud='ar';
hoyo='h';
presion='p';
tiempo='t';
%amplitudes de referencia:
a(1)=90;
a(2)=148;
freq='f';
power='pow';
intervalo='Int';
potencia='pot';

eval(['load ',freq,' fn'])

```

```

for jj=1:2 %indice amplitudes de referencia
    for n=0:15%indice de los multiples de los subint. de 480 Hz
        for ii=1:2%indice par de hoyos

            presion1=[presion,hoyo,num2str(ii),amplitud,num2str(a(jj))];
            eval(['load ',presion1,' corteCR'])%ondas INCIDENTES:h par
            C=corteCR;

            c1=0;
            for m=0:7 %indice entradas de vectores del subsubint.
                %en Pa
                c1=abs(C(128+m+n*8)).^2+abs(C(128-m-n*8)).^2+c1;
                %if a(jj)<91
                % c1=abs(20*log10(C(257+m+n*16)*50)).^2+abs...
                % (20*log10(C(256-m-n*16)*50))).^2+c1; %en dB
                %else
                %c1=abs(20*log10(C(257+m+n*16)/(20*10^-6))).^2+...
                %abs(20*log10(C(256-m-n*16)/(20*10^-6))).^2+c1; %dB
                %end
            end

            if n==0
                c1=c1-abs(C(256/2)).^2;
                %Esto para no contar dos veces la contribucion
                %correspondiente a la frecuencia =0.
            end

            Pc1(ii)=c1;%potencia de cada par dado un subintervalo fijo.

            ct=0;
            for p=1:256
                %ct=abs(20*log10(C(p)/(20*10^-6))).^2+ct; %SPL
                ct=abs(C(p)).^2+ct; %Escala absoluta
            end
            ctph(ii)=ct;%potencia total de cada par de hoyos

        end

        Potenciap=Pc1./ctph; %potencia del subsubint. respecto a la
        %potencia total del par de hoyos correspondiente, dado un
        %subintervalo fijo.
        %Q31(n+1)=Potenciap(3)/Potenciap(1);
    end
end

```

```

        Q21(n+1)=Potenciap(2)/Potenciap(1);
        %Q32(n+1)=Potenciap(3)/Potenciap(2);

        end

%       figure (1)
%       subplot(1,2,jj)
%       bar(Q31,'black')
%       xlabel('#Int de 480 Hz','fontsize',12);
%       ylabel('Pph3/Pph1','fontsize',12);
%       title(['potencia rel. ',num2str(a(jj)),'dB'],'fontsize',12)

figure (2)
subplot(1,2,jj)
bar(Q21,'black')
xlabel('448 Hz intervals','fontsize',12);
%ylabel('Pph2/Pph1','fontsize',12);
title([num2str(a(jj)),'dB'],'fontsize',12)

%       figure (3)
%       subplot(1,2,jj)
%       bar(Q32,'black')
%       xlabel('#Int de 480 Hz','fontsize',12);
%       ylabel('Pph3/Pph2','fontsize',12);
%       title(['potencia rel. ',num2str(a(jj)),'dB'],'fontsize',12)
%
end

```

## 10.10. dinamica.m

```
function dinamica
```

```

%FUNCTION que calcula el promedio del valor RMS de las 10 mediciones de la
%seal medida en el hoyo 3 del trombon para dos dinamicas distintas
%(piano y forte) tocada para notas sostenidas. Para este fin, el programa
%calcula el periodo de cada seal.
%TESIS. Daniela Narezo G., 2 junio 2009

```

```

dt=6.1035*10^(-5);
eficaz='rms';

```

```

f='forte';
p='piano';
per='period';
medicacion='m';
freq='f';

nd=2048; %num. de datos.

eval(['load ',freq,' fn'])
transF=0;

for jj=1:10 %indice medicion
    file=[f,num2str(jj)];%CAMBIAR: piano (p) o forte (f)!!!
    variable = load(file);
    var = variable;
    str=var(1).BKDatos;
    % para acceder a los datos contenidos en var (structure)
    x1=str(:,1);%tiempo
    y1=str(:,2);%presion

    m=0;
    for k=1:nd-2
        if y1(k)<0 && y1(k+2)>0
            m=m+1;
            Tcero(m)=x1(k+1);%tiempos en los que la presion cambia de signo
            %de neg. a positivo.
            nn(m)=k+1;
            %entradas del vector de tiempo en los que cambia de signo la presion.
        end
    end

    for ss=1:2:numel(nn)
        N((ss+1)/2)=nn(ss);
        %entradas del vector de tiempo correspondientes a un ciclo.
    end

    w=numel(Tcero);%cantidad de veces que la presion cambia de signo
    Tprom=0; %inicializo el valor del promedio del periodo T.
    for q=1:w-1
        Tdif(q)=Tcero(w-q+1)-Tcero(w-q);
        Tprom=Tprom+Tdif(q)/(w-1);%promedio del periodo/2.
    end
end

```

```

periodo=2*Tprom;
liga=[per,f,medicion,num2str(jj)];%CAMBIAR: piano (p) o forte (f)!!!!
eval(['save ',liga,' periodo'])

% valor RMS de la seal sostenida. Integracin con regla del trapecio
%(ref. Burden y Faires, Anlisis Numrico):

X=0;
for c=1:w/2-2
    int1=0;
    for e=N(c)+1:N(c+1)-1
        int1=y1(e)^2+int1;%impares a partir del 3
    end
    RMSc(c)=sqrt(1/periodo*(dt/2*(y1(N(c))^2+2*int1+y1(N(c+1))^2));
    X=X+RMSc(c)/(w/2-2);
end
RMS(jj)=X;

clear w

%Transformada de Fourier z:
z=abs(fftshift(fft(y1)));
transF=transF+z/10;%promedio de las 10 transformadas
clear z
end

%plot(fn,transF)
xlabel('Hz')
ylabel('Pa seg')
title(['Espectro dinamica ',f])%CAMBIAR: piano (p) o forte (f)!!!!

cont=0;
for ii=1:10
    cont=cont+RMS(ii)/10;%promedio del valor RMS (cont).
end

valor=[f,eficaz];%CAMBIAR: piano (p) o forte (f)!!!!
eval(['save ',valor,' cont'])

```

## 10.11. fitlogp.m

```
function fitlogp=fitlogp(a)
```

```
%FUNCION que ajusta la mejor recta mediante mnimos cuadrados a los valores  
%positivos de la seal de  
%presion temporal en escala logartmica medida en los hoyos 1, 3 y 5 2, 4  
%y 6. Se requiere introducir un valor ti para cada amplitud y cada  
%resonador. Finalmente calcula el factor de decaimiento exponencial  
%observado en la amplitud del pulso durante su propagacion.  
%INPUT a (amplitud de referencia)
```

```
amplitud='ar';  
hoyo='h';  
tiempo='t';  
average='av';  
picospos='picosp';  
picosTiempo='zeitp';  
dt=6.103515625000000e-05;%separacion temporal entre mediciones.
```

```
ti=1846;%num. de dato de escala temporal entre el cual y el dato 2048 se busca  
%un minimo y un maximo.
```

```
eval(['load ',tiempo,' x'])%escala temporal.
```

```
for ii=3:4%indice pares de hoyos.  
    prom=[average,hoyo,num2str(ii),amplitud,num2str(a)];  
    eval(['load ',prom,' avg'])
```

```
    %avg=avg+0.05;%Para el CASO ESPECIAL!!! Tubo 90 dB
```

```
    %Para separar (en 2 grupos) los datos positivos de los negativos. Para  
    %seguir teniendo arreglos de 2048 entradas, se pone un cero en caso de  
    %que un valor pertenezca al otro grupo.
```

```
    for k=1:2048  
        if avg(k)>0  
            neg(k)=avg(k);  
        else  
            neg(k)=0;  
        end  
    end  
end
```

```

%Para encontrar el valor abs. maximo de la presin contenido en los
%datos que van desde el #ti hasta el #2048. Respecto a este num. max se
%comparan todos los valores restantes de cada grupo correspondiente y
%se guardan todos aquellos que sean mayores al mayor mas cercano.

min=neg(2048);
zeitneg(1)=2048*dt;
for jj=1:(2048-ti)%1:530

    if min<neg(2048-jj)
        min=neg(2048-jj);
        zeitmin=(2047-jj)*dt;
        zeitneg(1)=zeitmin;
    else
        min=min;
    end
end

mayorneg(1)=min;

tt=ti-1;%1517
m=0;
for n=1:tt

    if mayorneg(1+m)<neg(ti-n) && neg(ti-n-1)<neg(ti-n)
        m=m+1;
        mayorneg(1+m)=neg(ti-n);
        zeitneg(1+m)=(ti-n-1)*dt;
    else
        mayorneg(1+m)=mayorneg(1+m);
    end
end

%Poner como comentario (los dos sig. renglones) para el caso especial:
zeitpos=zeitneg;
mayorpos=mayorneg;

%Considerar el sig. comentario en caso de NO transferir el eje de las
%ordenadas 0.05 ms arriba para el caso del TUBO 90dB.

```

```

%Caso especial: TUBO 90 dB para el cual se elimina la primera entrada:
%w=numel(zeitneg);
%for bb=1:(w-1)
%    zeitpos(bb)=zeitneg(bb+1);
%    mayorpos(bb)=mayorneg(bb+1);
%end

w=numel(zeitneg);
for rr=1:(w-1)
    if mayorneg(rr)==0
        mayorpos(rr)=mayorneg(rr+1);
    end
end

figure(1)
subplot(1,2,ii-2)
plot(x,neg, zeitpos,mayorpos,'o')
xlabel('seg','fontsize',12)
ylabel('Pa','fontsize',12)
title(['Presion>0. Hoyo ',num2str(ii),'. ',num2str(a),' dB'],'fontsize',12)

clave=[picospos,hoyo,num2str(ii),amplitud,num2str(a)];
eval(['save ',clave,' mayorpos'])

clave1=[picosTiempo,hoyo,num2str(ii),amplitud,num2str(a)];
eval(['save ',clave1,' zeitpos'])

clear mayorneg zeitneg
end

```

## 10.12. fitlogn.m

```

function fit=fitlogn(a)

%FUNCION que ajusta la mejor recta mediante mnimos cuadrados a los valores
%negativos de la seal de
%presion temporal en escala logartmica medida en los hoyos 1, 3 y 5 2,4 y 6. Se
%requiere introducir un valor ti en cada amplitud y cada resonador.

```

```
%Finalmente calcula el factor de decaimiento exponencial observado en la
%amplitud del pulso durante su propagacion y su desviacion estandar de la media.
%INPUT a (amplitud de referencia)
```

```
amplitud='ar';
hoyo='h';
tiempo='t';
average='av';
recta='rec';
picospos='picosp';
picosTiempo='zeitp';
sta='std';
pendiente='m';
dt=6.103515625000000e-05;%separacion temporal entre mediciones.
```

```
ti=1584;%num. de dato de escala temporal entre el cual y el dato 2048 se
%busca un minimo y un maximo.
```

```
eval(['load ',tiempo,' x'])%escala temporal.
```

```
for ii=3:4%indice pares de hoyos.
    prom=[average,hoyo,num2str(ii),amplitud,num2str(a)];
    eval(['load ',prom,' avg'])
```

```
    %avg=avg+0.05;%Para el CASO ESPECIAL!!! Tubo 90 dB
```

```
    %Para separar (en 2 grupos) los datos positivos de los negativos. Para
    %seguir teniendo arreglos de 2048 entradas, se pone un cero en caso de
    %que un valor pertenezca al otro grupo.
```

```
    for k=1:2048
        if avg(k)<0
            neg(k)=abs(avg(k));
            pos(k)=0;
        else
            neg(k)=0;
            pos(k)=avg(k);
        end
    end
end
```

```
    %Para encontrar el valor abs. maximo de la presin contenido en los
    %datos que van desde el #ti hasta el #2048. Respecto a este num. max se
```

```

%comparan todos los valores restantes de cada grupo correspondiente y
%se guardan todos aquellos que sean mayores al mayor mas cercano.

min=neg(2048);
for jj=1:(2048-ti)%1:530

    if min<neg(2048-jj)
        min=neg(2048-jj);
        zeitmi=(2047-jj)*dt;
    else
        min=min;
    end
end

mayorneg(1)=min;
zeitneg(1)=zeitmi;

tt=ti-1;%1846
m=0;
for n=1:tt

    if mayorneg(1+m)<neg(ti-n) && neg(ti-n-1)<neg(ti-n)
        m=m+1;
        mayorneg(1+m)=neg(ti-n);
        zeitneg(1+m)=(ti-n-1)*dt;
    else
        mayorneg(1+m)=mayorneg(1+m);
    end
end

clave=[picospos,hoyo,num2str(ii),amplitud,num2str(a)];
eval(['load ',clave,' mayorpos'])

clave1=[picosTiempo,hoyo,num2str(ii),amplitud,num2str(a)];
eval(['load ',clave1,' zeitpos'])

w=numel(zeitneg);
for rr=1:(w-1)
    if mayorneg(rr)==0
        mayorneg(rr)=mayorneg(rr+1);
        zeitneg(rr)=zeitneg(rr+1);
    end
end
end

```

```

lga=log(avg);
lgneg=log(mayorneg);
lgpos=log(mayorpos);

%TUBO:
zeit=[zeitneg zeitpos];
spitze=[lgneg lgpos];

%TROMBON:
%zeit=zeitpos;
%spitze=lgpos;

p = polyfit(zeit,spitze,1);
y = polyval(p,x);
yn=polyval(p,zeit);
exne=exp(y);

guarda=[recta,hoyo,num2str(ii),amplitud,num2str(a)];
eval(['save ',guarda,' p'])

figure(1)
subplot(1,2,ii-2)
plot(x,neg, zeitneg,mayorneg,'o')
xlabel('seg','fontsize',12)
ylabel('Pa','fontsize',12)
title(['Presion<0. Hoyo ',num2str(ii),'. ',num2str(a),' dB'],'fontsize',12)

figure(2)
subplot(1,2,ii-2)
plot(x,lga, zeit,spitze,'o', x,y)
xlabel('seg','fontsize',12)
ylabel('log(Pa)','fontsize',12)
title(['Hoyo ',num2str(ii),'. ',num2str(a),' dB'],'fontsize',12)

figure(3)
subplot(1,2,ii-2)
plot(x,abs(avg), x,exne)
xlabel('seg','fontsize',12)
ylabel('Pa','fontsize',12)
title(['Disipacin. Hoyo ',num2str(ii),'. ',num2str(a),' dB'],'fontsize',...
12)

```

```

%desv. est. de la media de la pendiente calculada
%mediante mnimos cuadrados (o el coef. de atenuacin) y que ajusta el
%decaimiento exponencial de las
%amplitudes de los picos de la seal temporal de presion para los hoyos
%impares. Referencia: Baird, Experimentacion, 2a ed., Ed. Prentice Hall
%Hispanoamericana, pags. 172-175.

```

```

dyn=spitze-(p(1)*zeit+p(2));%Diferencias entre datos y ajuste en cada punto.
num=numel(spitze);
Syn=0;
z=0;
z2=0;
for v=1:num
    Syn=Syn+dyn(v).^2;
    z=z+zeit(v);
    z2=z2+zeit(v).^2;
end
Sy=sqrt(Syn/(num-2));
Sm=Sy*sqrt(num/(num*z2-z^2));%desv. de la pendiente.

```

```

liga=[sta,pendiente,hoyo,num2str(ii),amplitud,num2str(a)];
eval(['save ',liga,' Sm'])

```

```

clear mayorneg zeitneg
end

```

## 10.13. INCdatpromFT.m

```

function incTF=INCdatpromFT(a)

```

```

%Function que calcula la desv est. de los datos de presion medidos en cada
%hoyo. Se obtienen nd valores de la desv. est. Posteriormente se calcula la
%transf. de Fourier de las "seales" de desv. est.

```

```

hoyo='h';
medicion='m';
tiempo='t';
presion='p';
amplitud='ar';
average='av';

```

```

ftrans='fftr';
ftorden='ftro';
sta='std';
nd=512;%num. datos presion y tiempo
nd1=329;
nd2=441;
freq='f';
noise='ruido';

eval(['load ',freq,num2str(512),' fn']) %escala de frecuencia 512 datos
eval(['load ',tiempo,' x']) %escala temporal, 2048 datos. Debe recortarse:

for rr=1:nd
    xcorte(rr)=x(rr);
end

%calcular desv. standard:
for ii=1:6 %indice hoyo
    for m=1:nd %indice de la entrada del vector y
        for jj=1:10 %indice medicion
            po=[presion,hoyo,num2str(ii),mediccion,num2str(jj),amplitud,...
                num2str(a)];
            eval(['load ',po,' y'])

            if ii==1 || 2
                po=[noise,mediccion,num2str(jj)];
                eval(['load ',po,' y'])
                ruido=y;
                clear y
                po=[presion,hoyo,num2str(ii),mediccion,num2str(jj),...
                    amplitud,num2str(a)];
                eval(['load ',po,' y'])
                for w=nd1:nd
                    y(w)=ruido(w);
                end
            end
        end
    end

    if ii==3 || 4
        po=[noise,mediccion,num2str(jj)];
        eval(['load ',po,' y'])
        ruido=y;
        clear y
    end
end

```

```

        po=[presion,hoyo,num2str(ii),medicion,num2str(jj),...
            amplitud,num2str(a)];
        eval(['load ',po,' y'])
        for w=nd2:nd
            y(w)=ruido(w);
        end
    end

    St(jj)=y(m);
    end
    desvEst(m)=1/sqrt(1000)*std(St);%Desviacion Estandar de la Media
    %para la entrada m de los 10 vectores (promedio de 100 cada uno)
    %de la seal de presion para un mismo hoyo.
end

liga=[sta,presion,hoyo,num2str(ii),amplitud,num2str(a)];
eval(['save ',liga,' desvEst'])

%Transformada de Fourier la desv. est. en
%cada hoyo:
STfourier=fftshift(fft(desvEst));
STfouriera=abs(STfourier);

liga1=[sta,ftrans,hoyo,num2str(ii),amplitud,num2str(a)];
eval(['save ',liga1,' STfourier'])

if ii==1
subplot(2,3,ii)
plot(xcorte,desvEst)
xlabel('s')
ylabel('Pa')
title(['Desv. Est. Hoyo ',num2str(ii)])

subplot(2,3,ii+3)
plot(fn,STfouriera)
xlabel('Hz')
ylabel('Pa s')
title(['Desv. Est. esp. Hoyo ',num2str(ii)])

elseif ii==3
subplot(2,3,ii-1)
plot(xcorte,desvEst)

```

```

xlabel('s')
ylabel('Pa')
title(['Desv. Est. Hoyo ',num2str(ii)])

subplot(2,3,ii+2)
plot(fn,STfouriera)
xlabel('Hz')
ylabel('Pa s')
title(['Desv. Est. espectral. Hoyo ',num2str(ii)])

elseif ii==5
subplot(2,3,ii-2)
plot(xcorde,desvEst)
xlabel('s')
ylabel('Pa')
title(['Desv. Est. Hoyo ',num2str(ii)])

subplot(2,3,ii+1)
plot(fn,STfouriera)
xlabel('Hz')
ylabel('Pa s')
title(['Desv. Est. espectral. Hoyo ',num2str(ii)])
end

end

```

## 10.14. INCdosmicroRT.m

```

function INCdosm=INCdosmicroRT(a)

%function que calcula la incertidumbre en la amplitud compleja C (funcion
%de la frecuencia) de la onda incidente en los 3 pares de hoyos.
%TESIS, Daniela Narezo, 3 junio 2009

amplitud='ar';
hoyo='h';
ftrans='fftr';
freq='f';
%T(1)=0.012/(2*344.8877);%TUBO
T(1)=0.011/(2*344.8877);%TROMBON
T(2)=0.012/(2*344.8877);

```

```

T(3)=0.012/(2*344.8877);%tiempo en seg. que tarda en viajar el sonido desde
%el punto intermedio entre cada pareja de hoyos hasta stos considerando
%c=344.8877m/s. 0.012m entre cada pareja de hoyos, excepto la primera en
%cuyo caso son 0.011m.
ftorden='ftro';
i=sqrt(-1);
sta='std';
incidente='C';

ST=4.8325e-007;%Desv. Est. de la Media de T(ii);

eval(['load ',freq,num2str(512),' fn']) %escala de frecuencia 512 datos

N=4; % N=2*n, donde n es el orden del filtro
fc=100; %frecuencia de corte
highpass=fn.^N./(fc^N+fn.^N); %Filtro Butterworth
wn=2*pi*fn; %frec. angular

for ii=1:3 %indice par de hoyos.

    subplot(1,3,ii)

if ii==1
    %Transformada de Fourier de la seal de presion con ruido pegado:
    zorden1=[ftorden,hoyo,num2str(1),amplitud,num2str(a)];
    eval(['load ',zorden1,' z1'])
    p1=z1;
    zorden2=[ftorden,hoyo,num2str(2),amplitud,num2str(a)];
    eval(['load ',zorden2,' z2'])
    p2=z2;

    %DEsv. Est. de la MEdia en hoyos 1 y 2:
    liga1=[sta,ftrans,hoyo,num2str(1),amplitud,num2str(a)];
    eval(['load ',liga1,' STfourier'])
    Sp1=STfourier;
    clear STfourier
    liga2=[sta,ftrans,hoyo,num2str(2),amplitud,num2str(a)];
    eval(['load ',liga2,' STfourier'])
    Sp2=STfourier;
    clear STfourier

    %Desv. Est. de la Media de B (SBm)- onda reflejada:
    dBdp1=(exp(-i*wn*T(ii))./(1-exp(-4*i*wn*T(ii)))).*highpass;

```

```

dBdp2=(-exp(-3*i*wn*T(ii))./(1-exp(-4*i*wn*T(ii)))).*highpass;
%dBdT=(1/(1-exp(-4*i*wn*T(ii))).^2.*(-i*wn.*(1-exp(-4*i*wn*T(ii))))).*...
%(p1.*exp(-i*wn*T(ii))-3*p2.*exp(-3*i*wn*T(ii)))-(exp(-4*i*wn*...
%*T(ii)).*(4*i*wn).*(p1.*exp(i*wn*T(ii))-p2.*exp(-3*i*wn*T(ii)))));

%Desv. Est. de la Media de C (SCm)- onda incidente:
dCdp1=dBdp2;
dCdp2=dBdp1;
dCdT=((1-exp(-4*i*wn*T(ii))).^(-2)).*(-i*wn.*(1-exp(-4*i*wn*T(ii))))).*...
(p2.*exp(-i*wn*T(ii))-3*p1.*exp(-3*i*wn*T(ii)))-(exp(-4*i*wn*...
T(ii)).*(4*i*wn).*(p2.*exp(i*wn*T(ii))-p1.*exp...
(-3*i*wn*T(ii))))).*highpass;

SCm=sqrt(dCdp1.^2.*Sp1.^2+dCdp2.^2.*Sp2.^2+dCdT.^2.*ST^2);
SCma=abs(SCm);
binde=[sta,incidente,hoyo,num2str(ii),amplitud,num2str(a)];
eval(['save ',binde,' SCm'])

plot(fn,SCma)
xlabel('Hz')
ylabel('Pa s')
title(['Desv. Est. Inc. Par ',num2str(ii)])

elseif ii==2

%DEsv. Est. de la MEdia en hoyos 3 y 4:
liga3=[sta,ftrans,hoyo,num2str(3),amplitud,num2str(a)];
eval(['load ',liga3,' STfourier'])
Sp1=STfourier;
clear STfourier
liga4=[sta,ftrans,hoyo,num2str(4),amplitud,num2str(a)];
eval(['load ',liga4,' STfourier'])
Sp2=STfourier;
clear STfourier

ligaPar=[ftorden,hoyo,num2str(2*ii),amplitud,num2str(a)];
ligaImp=[ftorden,hoyo,num2str(2*ii-1),amplitud,num2str(a)];
eval(['load ',ligaPar,' z4'])
eval(['load ',ligaImp,' z3'])
p1=z3;
p2=z4;

%Desv. Est. de la Media de B (SBm)- onda reflejada:

```

```

dBdp1=(exp(-i*wn*T(ii))./(1-exp(-4*i*wn*T(ii)))).*highpass;
dBdp2=(-exp(-3*i*wn*T(ii))./(1-exp(-4*i*wn*T(ii)))).*highpass;
%dBdT=(1/(1-exp(-4*i*wn*T(ii))).^2.*(-i*wn.*(1-exp(-4*i*wn*T(ii))).*...
%(p1.*exp(-i*wn*T(ii))-3*p2.*exp(-3*i*wn*T(ii)))-(exp(-4*i*wn*...
%*T(ii)).*(4*i*wn).*(p1.*exp(i*wn*T(ii))-p2.*exp(-3*i*wn*T(ii)))));

%Desv. Est. de la Media de C (SCm)- onda incidente:
dCdp1=dBdp2;
dCdp2=dBdp1;
dCdT=((1-exp(-4*i*wn*T(ii))).^(-2).*(-i*wn.*(1-exp(-4*i*wn*T(ii))).*...
(p2.*exp(-i*wn*T(ii))-3*p1.*exp(-3*i*wn*T(ii)))-(exp(-4*i*wn*...
T(ii)).*(4*i*wn).*(p2.*exp(i*wn*T(ii))-p1.*exp...
(-3*i*wn*T(ii))))).)*highpass;

SCm=sqrt(dCdp1.^2.*Sp1.^2+dCdp2.^2.*Sp2.^2+dCdT.^2.*ST^2);
SCma=abs(SCm);

binde=[sta,incidente,hoyo,num2str(ii),amplitud,num2str(a)];
eval(['save ',binde,' SCm'])

plot(fn,SCma)
xlabel('Hz')
ylabel('Pa s')
title(['Desv. Est. Inc. Par ',num2str(ii)])

else
%DEsv. Est. de la MEdia en hoyos 5 y 6:
liga5=[sta,ftrans,hoyo,num2str(5),amplitud,num2str(a)];
eval(['load ',liga5,' STfourier'])
Sp1=STfourier;
clear STfourier
liga6=[sta,ftrans,hoyo,num2str(6),amplitud,num2str(a)];
eval(['load ',liga6,' STfourier'])
Sp2=STfourier;
clear STfourier

ligaPar=[ftorden,hoyo,num2str(2*ii),amplitud,num2str(a)];
ligaImp=[ftorden,hoyo,num2str(2*ii-1),amplitud,num2str(a)];
eval(['load ',ligaPar,' z6'])
eval(['load ',ligaImp,' z5'])
p1=z5;
p2=z6;

```

```

%Desv. Est. de la Media de B (SBm)- onda reflejada:
dBdp1=(exp(-i*wn*T(ii))./(1-exp(-4*i*wn*T(ii)))).*highpass;
dBdp2=(-exp(-3*i*wn*T(ii))./(1-exp(-4*i*wn*T(ii)))).*highpass;
%dBdT=(1/(1-exp(-4*i*wn*T(ii))).^2.*(-i*wn.*(1-exp(-4*i*wn*T(ii)))).*...
%(p1.*exp(-i*wn*T(ii))-3*p2.*exp(-3*i*wn*T(ii)))-(exp(-4*i*wn*...
%*T(ii)).*(4*i*wn).*(p1.*exp(i*wn*T(ii))-p2.*exp(-3*i*wn*T(ii)))));

%Desv. Est. de la Media de C (SCm)- onda incidente:
dCd1=dBdp2;
dCd2=dBdp1;
dCdT=((1-exp(-4*i*wn*T(ii))).^(-2).*(-i*wn.*(1-exp(-4*i*wn*T(ii)))).*...
(p2.*exp(-i*wn*T(ii))-3*p1.*exp(-3*i*wn*T(ii)))-(exp(-4*i*wn*...
T(ii)).*(4*i*wn).*(p2.*exp(i*wn*T(ii))-p1.*...
exp(-3*i*wn*T(ii))))).)*highpass;

SCm=sqrt(dCd1.^2.*Sp1.^2+dCd2.^2.*Sp2.^2+dCdT.^2.*ST^2);
SCma=abs(SCm);

binde=[sta,incidente,hoyo,num2str(ii),amplitud,num2str(a)];
eval(['save ',binde,' SCm'])

plot(fn,SCma)
xlabel('Hz')
ylabel('Pa s')
title(['Desv. Est. Inc. Par ',num2str(ii)])

end
end

```

## 10.15. INC512divPot.m

```

function divPot=INC512divPot(a);

%Funcion que calcula la desv. est. del cociente de potencias porcentuales
%de cada uno de los 16 subintervalos de 480 Hz en los que se divide el
%espectro.
%TESIS, Daniela NArezo, 9 junio 2009.

```

```

amplitud='ar';
hoyo='h';
ftorden='ftro';
sta='std';
incidente='C';
nd=399;
potencia='pow';
presion='p';
pp='par';
inci='I';
cte=1.194*(344.8877)^2;%equivale a densidad del aire a 22.5C * vel.
%del sonido ^2

for n=0:7 %indice de los multiples de los subintervalos de 768 Hz
    for ii=1:3 %indice pares de hoyos

        binde=[sta,incidente,hoyo,num2str(ii),amplitud,num2str(a)];
        %DEsv. Est. de la Media de C (onda incidente).
        eval(['load ',binde,' SCm'])

        ph=[pp,num2str(ii),amplitud,num2str(a),inci];
        eval(['load ',ph,' C'])%ondas INCIDENTES

        %Incertidumbre potencia total en cada par de hoyos(SpT(ii))de la
        %onda incidente:
        SpotT=0;
        for jj=58:456
            SpotT=(2*abs(C(jj))/(cte*nd)).^2.*(SCm(jj)/(cte*nd)).^2+SpotT;
        end
        SpT(ii)=sqrt(SpotT);
        SpTa(ii)=abs(SpT(ii));

        %potencia total de cada par de hoyos:
        ct=0;
        for p=58:456
            ct=abs(C(p)).^2/cte+ct; %Escala absoluta
        end
        ctph(ii)=ct/nd;

        %Incertidumbre de la potencia porcentual (potencia en cada subint.

```

```

%entre la potencia total en el par correspondiente) en cada
%subintervalo y en cada par de hoyos.

%primero se calcula la inc. de cada subintervalo Sc1(ii) asi como
%la potencia contenida en ste Pc1(ii):
Sc1=0;
c1=0;
for m=0:24 %indice entradas de vectores del subsubint.
    Sc1=(2*abs(C(257+m+n*25))/(cte*nd)).^2.*(SCm(257+m+n*25)/...
        (cte*nd))^2+(2*abs(C(257-m-n*25))/(cte*nd)).^2*...
        (SCm(257-m-n*25)/(cte*nd)).^2+Sc1;
    c1=abs(C(257+m+n*25)).^2/cte+abs(C(257-m-n*25)).^2/cte+c1;%
end

if n==0
    c1=c1-abs(C(512/2+1)).^2/cte; %Esto para no contar dos veces la
    %contribucion correspondiente a la frecuencia =0.
end

Pc1(ii)=c1/nd;%potencia de cada par dado un subintervalo fijo.
Sc1(ii)=sqrt(Sc1); %desv. Est de la media en cada par dado un
%subintervalo fijo.

%Ahora la inc. de la potencia porcentual en cada par dado un
%subintervalo fijo:
Sp100(ii)=sqrt((1/ctph(ii)).^2.*Sc1(ii).^2+(Pc1(ii)./.
    ctph(ii).^2).^2.*SpT(ii).^2);

end

Pp=Pc1./ctph; %potencia del subsubint. respecto a la
%potencia total del par de hoyos correspondiente, dado un
%subintervalo fijo (potencia porcentual).

%Finalmente la inc. del cociente entre potencias porcentuales en
%cada par dado un subintervalo fijo:

Sp31(n+1)=abs(sqrt((1/Pp(1))^2*Sp100(3)^2+(Pp(3)/Pp(1)^2)^2*...
    Sp100(1)^2));
Sp21(n+1)=abs(sqrt((1/Pp(1))^2*Sp100(2)^2+(Pp(2)/Pp(1)^2)^2*...
    Sp100(1)^2));
Sp32(n+1)=abs(sqrt((1/Pp(2))^2*Sp100(3)^2+(Pp(3)/Pp(2)^2)^2*...
    Sp100(2)^2));

```

end

```
liga31=[sta,potencia,hoyo,num2str(31),incidente,amplitud,num2str(a)];  
eval(['save ',liga31,' Sp31'])
```

```
liga21=[sta,potencia,hoyo,num2str(21),incidente,amplitud,num2str(a)];  
eval(['save ',liga21,' Sp21'])
```

```
liga32=[sta,potencia,hoyo,num2str(32),incidente,amplitud,num2str(a)];  
eval(['save ',liga32,' Sp32'])
```

```
liga=[sta,potencia,incidente,amplitud,num2str(a)];  
eval(['save ',liga,' SpTa'])
```

## Bibliografía

- Hirschberg A., Msallam R., and Wijnands A.P.J. Shock waves in trombones. *J. Acoust. Soc. Am.*, 99:1754–1758, 1996.
- Baird D.C. *Experimentación*. Prentice Hall Hispanoamericana, S.A., second edition, 1991.
- Blackstock D.T., Hamilton M.F., and Pierce A.D. *Nonlinear Acoustics*. Academic Press London, 1998.
- Martin D.W. Lip vibrations in a cornet mouthpiece. *Journal of the Acoustical Society of America*, 13:305–308, 1942.
- Kinsler L. E., Frey A. R., Coppens A. B., and Sanders J. V. *Fundamentals of Acoustics*. John Wiley Sons, Inc., fourth edition, 1999.
- Orduña Bustamante F., Escobar Reina M.A., and Cervantes Cruz J. I. El multímetro acústico: un sensor de ondas de sonido en ductos. *Memorias del XVI Congreso de la Sociedad Mexicana de Instrumentación SOMI, Querétaro, México, del 15 al 19 de octubre de 2001*, pages 1–12, 2001.
- Benade A. H. The physics of brasses. *Sci. Am.*, 299:24–35, 1968.
- Benade A. H. and Gans D. J. Sound production in wind instruments. *Ann. N. Y. Acad. Sci.*, 155:247–263, 1968.
- Gilbert J., Campbell D. M., Myers A., and Pyle R. W. Difference between brass instruments arising from variations in brassiness due to non-linear propagation. *Proceedings of International Symposium of Musical Acoustics, Barcelona*, 2007.
- Pyle Robert W. Jr. Effective length of horns. *J. Acoust. Soc. Am.*, 57, No. 6, Part I:1309–1317, 1975.
- Burden R. L. and Faires J. D. *Análisis Numérico*. Grupo Editorial Iberoamericana S.A. DE C.V., third edition, 1985.
- Menguy L. and Gilbert J. Weakly nonlinear gas oscillations in air-filled tubes; solutions and experiments. *ACUSTICA - acta acustica*, 86:798–810, 2000.
- Thompson M.W. and Strong W. J. Inclusion of wave steepening in a frequency-domain model of trombone sound production. *J. Acoust. Soc. Am.*, 110:556–562, 2001.
- Fletcher N.H. Mode locking in nonlinearly excited inharmonic musical oscillators. *J. Acoust. Soc. Am.*, 64:1566–1569, 1978.
- Fletcher N.H. and Rossing T.D. *The Physics of Musical Instruments*. Springer-Verlag New York Inc., first edition, 1991.

- Msallam R., Dequidt S., Caussé R., and Tassart S. Physical model of the trombone including nonlinear effects. application to the sound synthesis of loud tones. *ACUSTICA - acta acustica*, 86:725–736, 2000.
- Elliott S.J. and Bowsher J.M. Regeneration in brass wind instruments. *Journal of Sound and Vibration*, 83:181–217, 1982.
- Davis S.P., Abrams M.C., and Brault J.W. *Fourier Transform Spectrometry*. Academic Press, first edition, 2001.
- Chester W. Resonant oscillations in closed tubes. *J. Fluid Mech.*, 18, 1964.
- Chester W. Resonant oscillations of a gas in an open-ended tube. *Proc. R. Soc. Lond.*, 377:449–467, 1981.
- Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., and Flannery B.P. *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, second edition, 1992.
- Ilinsky Y.A., Lipkens B., Lucas T.S., Van Doren T.W., and Zabolotskaya E.A. Non-linear standing waves in an acoustical resonator. *J. Acoust. Soc. Am.*, 104:2664–2674, 1998.