

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
INSTITUTO DE GEOFÍSICA



**Estudio del gradiente de intensidad de los rayos cósmicos
galácticos en el máximo solar**

TESIS

para obtener el grado de Maestro en Ciencias
(Física Espacial)

Autor:

Oscar G. Morales Olivares

Director:

Dr. Rogelio A. Caballero López

2009, CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*A la gente cuyo trabajo va más allá del campo de las ideas, y penetra en la
-<<“realidad material”>>-: a los ecólogos de las tierras áridas,
dondequiera que estén, en cualquier tiempo donde trabajen, esta tentativa
de predicción les es dedicado con humildad y admiración.*

Frank Herbert, 1965.

Agradecimientos

En esta oportunidad, deseo agradecer a todos aquellos que contribuyeron, de una u otra forma, a la elaboración de este trabajo.

- ♣ De manera especial, quiero agradecer a mi asesor Dr. Rogelio Caballero López, por su apoyo y paciencia durante el desarrollo de este estudio. Las largas horas que dedicó a mi trabajo y formación académica, a pesar de su agitado horario, es algo que realmente aprecio.
- ♣ Le agradezco a mi comite tutorial: Dr. José F. Valdés Galicia, Dr. Alejandro Lara Sánchez, Dr. Lukas Nellen Filla y Dr. David Parra Guevara, por haber revisado esta tesis. Sus comentarios y observaciones contribuyeron en gran medida al desarrollo y culminación de esta tesis.
- ♣ A Paola López López, por todo el tiempo que compartimos juntos, su amor y cariño son algo que nunca voy a olvidar. Gracias, porque esto que hoy culmino lo inicie contigo.
- ♣ A mis grandes amigos de hace ya mucho tiempo: Erika, Rosa, Marisol, Anabel, Luis, Marcel y Jorge, por los gratos recuerdos y los buenos momentos que he compartido con ustedes.
- ♣ Agradesco a la UNAM, por la oportunidad de estudiar en esta gran casa de estudios y al Conacyt por haber financiado mis estudios de posgrado.

Oscar G. Morales O.

Índice general

Índice general	VII
Introducción	IX
1. El Sol, la heliósfera y los rayos cósmicos	1
1.1. La estructura del Sol	1
1.1.1. El interior del Sol	1
1.1.2. La atmósfera Solar	3
1.2. La actividad solar	5
1.3. La heliósfera	8
1.3.1. El viento solar	9
1.3.2. Equilibrio de presiones	11
1.4. Campo magnético interplanetario	14
1.4.1. El campo espiral de Parker	15
1.4.2. El CMI en la heliofunda	19
1.4.3. La hoja neutra de corriente	20
1.5. Los rayos cósmicos	22
1.5.1. Composición química de los rayos cósmicos primarios	23
1.5.2. Posibles fuentes de los rayos cósmicos	25
2. Modulación solar de los rayos cósmicos	27
2.1. Procesos físicos	27
2.2. Principales variaciones de origen solar en la radiación cósmica	30
2.2.1. Variación de 11 y 22 años	31
2.2.2. Variación de 27 días	34

2.2.3. Variación diurna	35
2.2.4. Decrecimiento Forbush	35
3. Simulación de la modulación solar de los rayos cósmicos	39
3.1. Función de distribución	39
3.2. Ecuación de transporte de partículas (ETP)	42
3.3. Soluciones analíticas de la ETP	46
3.3.1. Solución Campo de Fuerza	46
3.3.2. Solución Convección-Difusión	50
3.4. Soluciones numéricas de la ETP	51
3.4.1. Solución en 1-Dimensión	51
3.4.2. Solución en 2-Dimensiones	54
4. Análisis de la modulación de los RCG en el máximo solar	61
4.1. Datos utilizados	61
4.2. Resultados previos	63
4.3. Modelo en dos dimensiones	66
4.3.1. Discusión de los resultados	68
5. Conclusiones	79
A. Solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales mediante el método de diferencias finitas	81
A.1. Clasificación de las ecuaciones diferenciales parciales	82
A.2. Método de diferencias finitas	83
A.3. Método de direcciones alternantes (ADI)	86
A.4. Solución en estado estacionario y sin aceleración	87
A.4.1. Discretización ADI de Fisk en 2D	87
A.5. Condiciones iniciales y de frontera	88
Referencias	91

Introducción

El espectro observado de los rayos cósmicos en cualquier parte dentro de la heliósfera, es modulado por el Sol debido a que las partículas cargadas deben luchar, en su camino hacia el interior, con la expansión radial del viento solar, el cual lleva congelado al campo magnético del Sol, permeando toda la heliósfera.

En la última mitad del siglo pasado, el flujo de rayos cósmicos que llegaba a la Tierra empezó a ser registrado de manera constante mediante monitores de neutrones localizados en la superficie terrestre y por naves espaciales que orbitaban alrededor de ella. Esta observación continua mostró que el flujo de dicha radiación disminuía durante los períodos de máxima actividad solar, cuando el campo magnético solar es más complejo y presenta un mayor número de perturbaciones debidas a fenómenos como ráfagas y eyecciones coronales de masa, por mencionar algunos, los cuales son muy frecuentes durante esta época del ciclo solar de 11 años.

Nuestro conocimiento acerca de las características de modulación de la radiación cósmica en la heliósfera, aumentaron en gran medida en las décadas de 1980 y 1990, gracias a una serie de misiones espaciales que exploraron el medio interplanetario a grandes distancias. Las misiones IMP 8, Pionero 10 y 11, y Viajero 1 y 2 nos han provisto de datos de excepcional calidad acerca de las variaciones en el flujo de rayos cósmicos que cubren ya tres ciclos solares (21, 22 y 23). De particular importancia han sido los registros de la nave Viajero 1 que en la actualidad se encuentra a más de 100 UA, y esta explorando la heliofunda. Otra misión igualmente importante fue la realizada en la heliósfera interna por la sonda espacial Ulysses, y que ha salido del plano de la eclíptica, con lo cual se pudo explorar por primera vez las regiones polares de la heliósfera. En conjunto, estas misiones proveen de valiosa información para poder estudiar las variaciones espaciales y temporales de los rayos cósmicos en tres dimensiones.

La comprensión actual del comportamiento de los rayos cósmicos en la heliósfera, puede atribuirse a la labor pionera de Parker (1965) y Gleeson y Axford (1968), quienes derivaron la ecuación que modela el comportamiento de los rayos cósmicos: la ecuación de transporte. En esta ecuación están contenidos los principales procesos físicos a los que se enfrentan las partículas como son: la convección debida al flujo radial del viento solar que lleva consigo congelado al campo magnético del Sol, la difusión debida a las irregularidades presentes en el campo magnético, los cambios de energía debidos a la expansión del viento solar y finalmente las derivas debidas a que el campo magnético presenta gradiente y curvatura.

La ecuación de transporte es muy complicada de resolver de manera analítica y necesita ser resuelta de manera numérica. En las últimas décadas han sido desarrollados sofisticados códigos numéricos, con diferentes niveles de aproximación (R. Steenkamp, 1995; Jokipii y col., 1998). Este es un problema inverso causal, en el que estudiaremos las causas y condiciones, dadas las consecuencias. O dicho de otra manera: conocidos los “efectos” (modulación solar de los rayos cósmicos) y el “modelo” de los procesos físicos (ecuación de transporte de Parker, 1965) encontrar las “causas” que originaron determinado nivel de modulación. Esta no es una tarea sencilla, pues como es bien sabido, un problema inverso no siempre tiene solución única, es decir, un gran número de causas pueden generar los mismos efectos. El elegir que causas son las adecuadas dependerá del problema que estemos estudiando.

Cuando se estudia el transporte de los rayos cósmicos, el problema es encontrar el valor de los coeficientes de difusión paralelo y perpendicular de la ecuación de transporte. Los coeficientes que describen la difusión perpendicular y las derivas son los parámetros cruciales que gobiernan la modulación solar de los rayos cósmicos. Esto es debido a que la difusión perpendicular y las derivas son procesos importantes en una gran variedad de fenómenos astrofísicos, debido a que estos son el principal mecanismo de transporte de partículas cargadas a través de las líneas de campo magnético. El determinar estos valores no es fácil, puesto que a pesar de su importancia, aún estamos lejos de tener una teoría satisfactoria del transporte perpendicular, y en general del tensor de difusión de las partículas.

En esta tesis analizaremos las intensidades y los gradientes de los rayos cósmicos galácticos registrados por las naves IMP 8, Pionero 10 y Viajero 1 y 2, a diferentes distancias radiales durante los tres últimos períodos de máxima actividad solar, correspondientes a los ciclos 21, 22 y 23. Este estudio se basa en la resolución numérica de la ecuación de transporte en dos

0. Introducción

dimensiones. Nos enfocaremos en el análisis de los gradientes de intensidad (radial y latitudinal) para protones (175 MeV) y helio (265 MeV/n), los cuales no han sido estudiados con gran detalle, a pesar de su importancia para entender el comportamiento espacial y temporal de los rayos cósmicos. Este estudio es la continuación de un trabajo previo hecho con un modelo en una dimensión (Morales-Olivares y Caballero-López, 2009).

Nuestros resultados también fueron comparados con los reportados por McDonald y col. (2003), quienes usaron un modelo más simple que no incluía cambios de energía, transporte latitudinal, ni derivas. La inclusión de estos procesos físicos en un modelo numérico, es la contribución de nuestro trabajo al estudio del comportamiento de los rayos cósmicos galácticos durante el máximo solar.

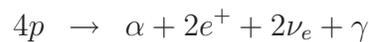
Capítulo 1

El Sol, la heliósfera y los rayos cósmicos

1.1. La estructura del Sol

1.1.1. El interior del Sol

El Sol es una esfera de gas caliente, con una estructura diferenciada en capas concéntricas de diferentes propiedades. Dicha estructura se divide en tres zonas (Kallenrode, 2004). La más interna: el *núcleo*, va desde el centro hasta una distancia de aproximadamente 0.3 radios solares ($R_{\odot} \cong 696000$ km). En él se produce de forma constante una enorme cantidad de energía debido a las reacciones termonucleares. Estas reacciones se deben a que en el núcleo la temperatura es de aproximadamente 1.6×10^7 K, y la densidad es de 1.6×10^5 kg/cm³ lo cual origina que el gas se encuentre en estado de plasma. En síntesis, en el proceso se fusionan cuatro átomos de hidrógeno en uno de helio liberando energía (principalmente en forma de energía electromagnética, como rayos gamma (γ) y neutrinos). Son varias las cadenas de reacciones que pueden ocurrir durante este proceso, siendo la más probable la cadena proton-proton:



Los rayos γ en su camino hacia la superficie solar primero se transportan por la *zona radiativa* ($0.5R_{\odot}$ de espesor), donde sufren una gran cantidad de colisiones con iones y electrones debido a la alta densidad y temperatura presentes en esta zona. En estas colisiones los rayos γ son absorbidos y reemitidos un gran número de veces, con lo cual se transforman en radiación de mayor longitud de onda como rayos X y ultravioleta. A medida que la temperatura va disminuyendo, los elementos más pesados (como el hierro) se recombinan, es decir, capturan electrones, con lo cual el proceso de absorción de fotones se vuelve más efectivo. Esto último

ocurre principalmente en la frontera de la zona radiativa, donde el mecanismo de transporte por radiación deja de ser efectivo.

Más allá de $0.86 R_{\odot}$ y hasta la superficie de la atmósfera solar se encuentra la *zona convectiva*, en esta zona, grandes masas de gas caliente son transportadas hacia la fotosfera por medio de corrientes turbulentas. Este mecanismo de transporte se debe a que en la frontera entre la zona radiativa y convectiva, los elementos pesados al estar absorbiendo fotones, pero no emitirlos, ocasionan que se calienten parcelas de plasma que, dado que la presión lo permite, pueden moverse hacia arriba. Dicho de otra manera, en esta parcela de plasma el gradiente térmico es menor que en los alrededores. La energía se difunde a medida que el gas ascendente se expande y entonces el gas se enfría y desciende. Sobre esta zona está la atmósfera solar. En la figura 1.1 se presenta un esquema de la estructura interna del Sol.

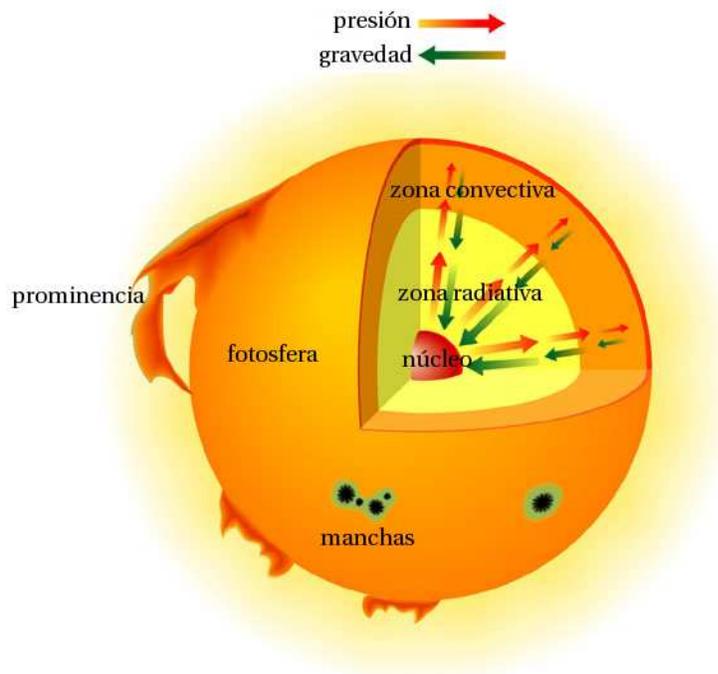


Figura 1.1: Aquí se pueden apreciar las diferentes capas del Sol. Ellas son el núcleo, la zona radiativa y la zona convectiva. Inmediatamente después de la zona convectiva se encuentra la atmósfera solar compuesta por la fotosfera, la cromosfera y la corona. Las flechas indican como varía la presión y la gravedad conforme nos acercamos al centro o nos alejamos de él.

1.1.2. La atmósfera Solar

La atmósfera solar tiene una densidad y una temperatura que varían con la distancia y esta dividida en cuatro regiones (Markus Aschwanden, 2006):

- **Fotosfera:** es la superficie visible del Sol de aproximadamente 500 km de espesor y temperatura efectiva de 5800 K, en promedio. Esta capa es relativamente densa y opaca, y emite como un cuerpo negro. Cuando se le observa con mucha resolución (p. e. en una longitud de onda de 430.5 nm), se pueden apreciar gránulos en constante movimiento. Esto es debido a las corrientes convectivas, de la capa subyacente, las cuales transportan burbujas de gas caliente hacia la superficie visible, tal que cuando estas burbujas alcanzan la superficie, su movimiento térmico produce esta estructura granular uniforme. Por otro lado, las estructuras que caracterizan a la fotosfera son las *manchas solares* las cuales son una evidencia visible de la actividad solar, de la cual hablaremos más adelante. Estas manchas son enormes tubos de flujo magnético que cruzan la fotosfera desde la zona de convección hasta la atmósfera superior. Sobre el disco solar se ven como manchas oscuras debido a que la temperatura en estas regiones es más baja que en los alrededores, esto se debe a que el campo magnético actúa como una especie de “aislante” el cual impide que haya intercambio de calor entre una zona y otra. Las manchas tienen un diámetro que va desde los 700 y hasta los 4000 km.
- **La cromosfera:** se extiende desde la fotosfera hasta aproximadamente 2000-3000 km. En su base la temperatura es de 4300 K y se incrementa hasta 10^4 K en su cima. El gas en la cromosfera es casi transparente a la radiación visible, pero es *ópticamente gruesa* para ciertas líneas espectrales, como el $H\alpha$ y el ultravioleta (λ entre 0.1-0.3 μm). En $H\alpha$ se pueden apreciar fácilmente las regiones brillantes conocidas como playas y los elementos oscuros llamados filamentos. Filamento es el nombre dado a las protuberancias cuando se ven en el disco solar y son uno de los fenómenos solares más espectaculares y raros. La característica más importante de la cromosfera es la presencia de espículas de gran tamaño con apariencia de hojas de césped o lenguas. Las espículas son visibles en la cromosfera en el borde del Sol y son chorros de plasma lanzados desde los límites de los supergránulos. Crecen hacia afuera de la cromosfera y luego se hunden de nuevo en intervalos de unos 10 minutos. Otra característica

sobresaliente es la presencia de fibrillas horizontales formadas de gas, similares a las espículas pero con un periodo de duración de aproximadamente el doble de estas.

- **Zona de transición:** es una región muy delgada donde la temperatura aumenta drásticamente de 10^4 K en su base hasta 10^6 K en el límite con la corona. A partir de mediciones espectroscópicas (p. e. en las líneas que corresponden al ^{15}Fe), se determinó la verdadera temperatura de la corona, surgiendo así una serie de preguntas y modelos para explicar la naturaleza de ese súbito calentamiento. La región de transición es concebida como una discontinuidad en temperatura y densidad, entre la cromosfera y la corona. Esta capa de la atmósfera solar es muy delgada (aproximadamente 200 km). Los flujos de plasma que salen despedidos de la cromosfera (upflows), los que regresan de la corona a la cromosfera (downflows) y los flujos térmicos (por mencionar algunos), tienen que atravesar la región de transición, esto ocasiona que su estructura cambie continuamente, por ello, para entender esta región es necesario conocer los procesos de pequeña y gran escala que se dan en la atmósfera. Lo único concluyente de las observaciones realizadas con sondas espaciales, es que la región de transición es una capa altamente dinámica, y está estructurada por campos magnéticos intensos. Debido a las altas temperaturas la región de transición se observa en el ultravioleta y en el extremo ultravioleta ($\lambda \sim 100$ a los 1300 \AA).
- **La Corona:** es la capa superior de la atmósfera y se extiende a todo el medio interplanetario en forma de viento solar. La corona es la fuente del viento solar. Está muy caliente (2×10^6 K en promedio en su base) y muy ténue, por lo que únicamente puede ser observada a simple vista durante un eclipse solar total o con ayuda de un coronógrafo. El plasma coronal está completamente ionizado y emite radiación en las franjas del espectro que corresponden a gases altamente ionizados; esto es en el extremo ultravioleta y una porción del espectro en rayos X ($\lambda < 0.1 \text{ \mu m}$).

El campo magnético solar controla la *dinámica* y la *topología* de todos los fenómenos coronales. Hay dos zonas magnéticas diferentes en la corona, cada una de ellas tiene diferentes propiedades: regiones con líneas de campo abiertas llamados *hoyos coronales* y regiones con líneas de campo cerradas. Los hoyos coronales casi siempre se encuentran en los polos y a veces se extienden hasta el ecuador durante la fase de máxima

1. El Sol, la heliósfera y los rayos cósmicos

actividad solar, conectan la superficie solar con el medio interplanetario y además son la fuente del viento solar rápido ($\approx 800 \text{ km/s}$). Por su parte, las regiones con líneas de campo cerradas se localizan en la corona alta, a alturas de alrededor de un radio solar. Se encuentran a bajas latitudes pero conforme la latitud aumenta las líneas se abren y eventualmente se conectan con la heliósfera. De los bordes de estas estructuras se produce el viento solar lento ($\approx 400 \text{ km/s}$). Además de los hoyos coronales, en la corona también encontramos las siguientes estructuras:

- Prominencias: formadas por el campo magnético (plasma más frío).
- Eyecciones coronales de masa: una gran burbuja de plasma ($\simeq 10^{16} \text{ g}$) y líneas de campo magnético es eyectado de la corona solar viajando a través del espacio a una gran velocidad (entre 100 y 2000 km/s).
- Ráfagas: emisión electromagnética en un amplio rango de longitudes de onda, como resultado de la conversión de la energía magnética de los arcos coronales en energía cinética de las partículas del medio. Este fenómeno, aunque son observados en la corona, son en realidad un fenómeno que se extiende desde la fotosfera.

1.2. La actividad solar

El Sol está constituido de gas altamente ionizado (plasma) por lo cual se espera que sea una estrella muy dinámica. Aunque el Sol siempre está activo, no siempre lo está de la misma manera. Hay épocas en que las manchas, las ráfagas, las protuberancias y todas las manifestaciones su actividad son muy numerosas y otras en las que están prácticamente ausentes. Cuando ocurre esto último se habla del Sol quieto, mientras que en el primer caso hablamos del Sol activo. El Sol no pasa de una fase a otra en forma repentina, sino que sigue un ciclo bastante regular al cual se le llama ciclo de actividad solar o simplemente ciclo solar. La característica más evidente del ciclo solar, la más fácil de registrar y de la que se tienen observaciones más antiguas, es el número de manchas.

Al graficar el número de manchas solares en función del tiempo, se obtiene un registro como el mostrado en la figura 1.2. En dicha figura podemos ver una variación sistemática aproximadamente cada 11 años en el número de manchas solares. Por ejemplo, para el ciclo 23 el mínimo se dio aproximadamente en el año de 1996 y conforme se fue avanzando en el

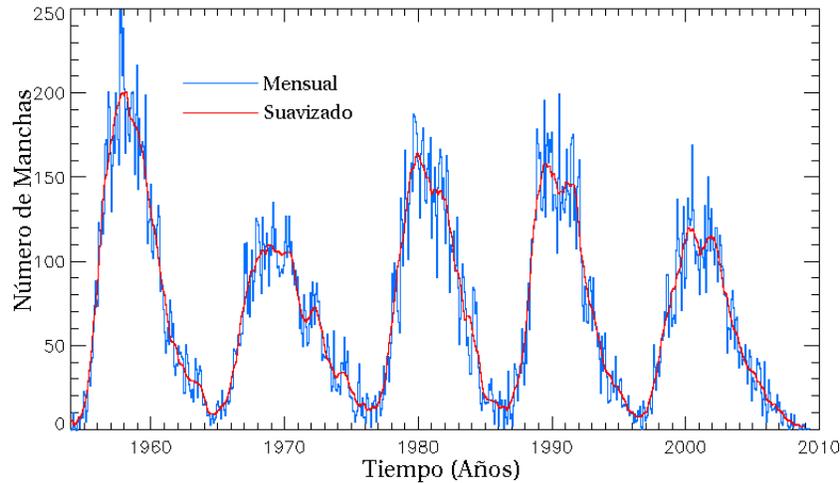


Figura 1.2: Ciclo de actividad solar representado por el número de manchas. Esta gráfica abarca desde el año 1954 hasta el 2009 y cubre cinco ciclos de actividad solar (del 19 al 23).

ciclo vemos que el número de manchas aumenta teniendo el máximo en el 2001, eventualmente el número de manchas comienza a disminuir para volver a un mínimo en el año 2009, cumpliéndose así un ciclo.

Además de las manchas, los hoyos coronales también son un buen indicador del ciclo de actividad solar. En cada ciclo se distinguen cuatro fases: la fase *ascendente*, donde los hoyos coronales polares comienzan a disminuir en extensión, el *máximo*, cuando no tenemos hoyos coronales polares pero sí hay hoyos coronales de pequeña extensión en las latitudes medias y bajas, es decir, estos hoyos pueden aparecer en cualquier parte del disco solar; la fase *descendente*, donde reaparecen los hoyos coronales polares con campo magnético de polaridad inversa y van creciendo en tamaño, y finalmente el *mínimo*, donde los hoyos coronales polares tienen su máxima extensión y no tenemos hoyos coronales ecuatoriales.

Otro fenómeno que da indicios de un Sol activo son las ráfagas o fulguraciones, fenómenos transitorios de liberación de energía que se desarrollan en las estructuras magnéticas de las regiones activas del Sol y se deben a las reconexiones de las líneas del campo magnético en dicha región. Se observan como repentinos aumentos de brillo (ver figura 1.3 (a)), en zonas ubicadas en las cercanías de las manchas solares. Una fulguración se corresponde con nubes gaseosas que se elevan miles de kilómetros sobre la fotosfera, a una temperatura que puede

1. El Sol, la heliósfera y los rayos cósmicos

llegar a los 10000 K. Las fulguraciones pueden llegar a liberar hasta 10^{32} erg en 100 segundos en todo el rango electromagnético, y acelerar partículas. Su tiempo de vida va desde algunos minutos hasta varias horas; cuanto mayor es el número de manchas, mayor es la actividad de las fulguraciones.

Otro fenómeno espectacular observado en el Sol son las prominencias, semejantes a grandes llamaradas que se extienden hasta enormes alturas sobre la fotosfera. En algunos casos, el plasma de que están formadas tiene un movimiento circular ascendente y descendente, tendiendo a formar un gran remolino. Las prominencias se detectan muy bien sobre el borde del disco solar; en los eclipses totales de Sol se logran ver a simple vista, brillando con un color rojizo contra el fondo blanco de la corona. Una imagen de estas prominencias se puede ver en la figura 1.3(b).

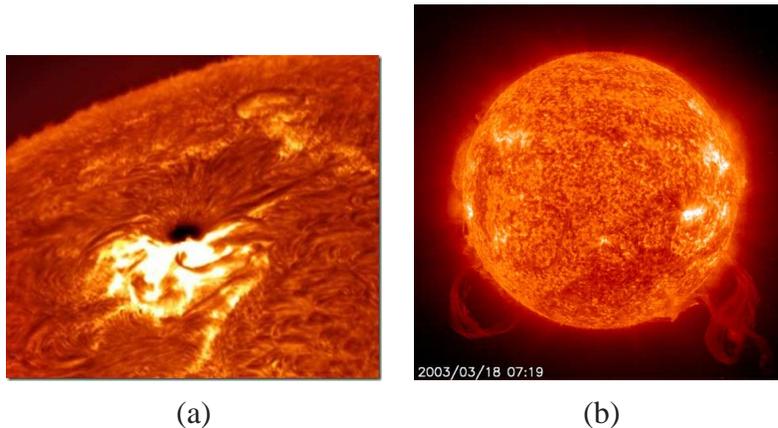


Figura 1.3: (a) Imagen de una fulguración, como se puede ver esta corresponde a un abrillantamineto. (b) Una prominencia tomada por la sonda espacial SOHO en el 2003. Estas consisten en helio altamente ionizado con temperaturas de 60000 y hasta 80000 K.

En la actualidad sabemos que el ciclo de actividad solar es el resultado de la formación y amplificación de regiones complejas de campo magnético en la zona convectiva. La interacción entre la rotación diferencial y los movimientos convectivos en el interior del Sol deforman las líneas de campo magnético, inicialmente en dirección norte-sur alrededor del Sol, en un campo azimutal amplificado. Este campo toroidal es llevado a la superficie por convección o por un fenómeno de flotación magnética (inestabilidad producida por la rápida caída del campo magnético hacia afuera del campo toroidal). Las columnas de material convectivo (que sube o que se hunde) son retorcidas debido al efecto de la fuerza de Coriolis. Estas torceduras se

convierten en pequeñas componentes poloidales. Los efectos combinados de muchas celdas convectivas subiendo, restablecen, después de 11 años, el campo poloidal original.

1.3. La heliósfera

Las estrellas semejantes a nuestro Sol, tienen una atmósfera en equilibrio dinámico, el cual consiste en la expulsión de un viento tenue altamente ionizado a una velocidad supersónica. El viento estelar junto al campo magnético de la estrella crea una región donde los procesos físicos de la estrella dominan su vecindario. Dentro de esta región, existen condiciones que son perceptiblemente diferentes de las del medio interestelar. En el caso de nuestro Sol este viento estelar es llamado viento solar (VS) el cual arrastra consigo al campo magnético, convirtiéndolo en el campo magnético interplanetario. La región ocupada por este plasma solar se denomina heliósfera.

La heliósfera está rodeada por el *medio interestelar local* (LIM, por sus siglas en inglés). El viento solar, constituido por el plasma coronal, fluye supersónica y radialmente hacia afuera debido a la gran diferencia de presión entre la corona solar muy caliente y el LIM (Parker, 1958). El tamaño de esta región, estimado en alrededor de 160 unidades astronómicas (Gurnett, 2003), es determinado por el balance de presión entre el viento solar y el LIM.

La existencia del viento solar fue predicha teóricamente por Parker (1958) antes de que existieran naves espaciales capaces de observarlo en el espacio. Desde finales del siglo XIX se especulaba que el medio interplanetario conectaba fenómenos solares con fenómenos terrestres. El primero en mencionar dicha relación fue Birkeland (1896). Por su parte Fitzgerald añadió: “*Hay muchas cosas que parecen mostrar que las colas de los cometas, las auroras y la corona solar son fenómenos estrechamente relacionados*”. Más adelante, para explicar algunos fenómenos observados desde la Tierra, varios científicos sugirieron la existencia de partículas emitidas desde el Sol. En 1934, Champan y Ferraro propusieron que las tormentas magnéticas eran producidas por partículas cargadas emitidas por el Sol, que al interactuar con el campo geomagnético lo comprimían del lado día y formaban una cola magnética del lado noche.

Hasta ese momento, se creía que el plasma solar se originaba solamente en explosiones en el Sol y no se pensaba que el medio interplanetario estuviera permanentemente ocupado por este plasma. Morrison sugirió que las explosiones solares (más frecuentes en épocas de alta

1. El Sol, la heliósfera y los rayos cósmicos

actividad solar) lanzaban nubes de plasma que llevaban consigo parte el campo magnético solar (y además barrían a los rayos cósmicos hacia afuera del espacio interplanetario). Todos estos fenómenos se explicaban suponiendo que el Sol emitía partículas sólo durante explosiones y no de una manera continua. El primero en sugerir la existencia de un flujo continuo desde el Sol fue Biermann quien, en 1951, al tratar de explicar el hecho de que las colas de los cometas siempre apuntan hacia afuera del Sol, demostró que la presión de la luz del Sol no era suficiente para causar la deflexión de la cola. Sugirió que un plasma de electrones y protones provenientes del Sol sí podría deflectar estas colas al interactuar con los cometas. Este flujo, aunque continuo, sería más intenso en épocas de alta actividad solar, produciendo en ocasiones tormentas magnéticas y disminuyendo la intensidad de la radiación cósmica que puede llegar a la Tierra.

1.3.1. El viento solar

Los estados de carga de iones pesados indican temperaturas de alrededor de 10^6 K en la corona solar. Bajo estas condiciones el hidrógeno está completamente ionizado y la corona puede ser descrita como un gas de electrones y protones con pequeñas mezclas de elementos más pesados (Kallenrode, 2004). En la corona baja, la densidad electrónica es de alrededor de 10^8 a 10^9 cm^{-3} y decrece en una escala de altura de $0.1R_{\odot}$. Una de las cuestiones básicas en el entendimiento de la corona y el viento solar, es el que se refiere al calentamiento de la misma: ¿porque la fotosfera únicamente tiene temperaturas de alrededor de 5800 K?, ¿cómo puede la corona ser calentada a más de un millón de K?

Uno de los primeros modelos de la corona solar, fue propuesto por Chapman en 1957. De manera muy simple describió a la corona solar como una atmósfera estática que mantiene un equilibrio entre el gradiente de presión y la fuerza gravitacional:

$$\frac{dp}{dr} = -\varrho \frac{GM_{\odot}}{r^2}, \quad (1.1)$$

donde G es la constante de gravitación univesral, M_{\odot} la masa del Sol, p la presión y ϱ la densidad de masa ($= nm$). Para que esto fuera posible se necesitaría de una presión muy grande que esté confinando al viento solar. Esto no concoradaba con las observaciones pues la presión tiende a cero a grandes distancias del Sol.

Corona Hidrodinámica. Parker (1963) demostró que una corona estática y extendida como

la de Chapman no puede existir sin una presión externa que la esté confinando. Como la presión interestelar es muy pequeña, la corona solar debe expandirse continuamente a muy alta velocidad, constituyendo lo que Parker llamó el “viento solar”.

Parker utilizó una aproximación hidrodinámica, entonces la ecuación hidrostática debe estar complementada por un término que describe el movimiento del fluido, lo que conduce a la ecuación de Bernoulli. En primera aproximación, únicamente los protones son considerados porque ellos son la especie de iones dominante y constituyen prácticamente la totalidad de la masa del viento solar. El balance de momento entonces es

$$\rho(\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} = -\nabla p - \frac{\rho M_{\odot} G}{r^2}, \quad (1.2)$$

donde \vec{u} es la velocidad del plasma y r la distancia. En una dimensión, considerando simetría esférica:

$$u_r \frac{du_r}{dr} = \frac{1}{nm} \frac{d}{dr}(2nk_B T) - \frac{GM_{\odot}}{r^2}, \quad (1.3)$$

siendo T la temperatura y k_B la constante de Boltzman. El factor 2 en el término de presión $nk_B T$ proviene de considerar que los electrones y los protones contribuyen cada uno con un factor $nk_B T$ al término de presión. Con ayuda de la ecuación de continuidad, $n(r)u_r(r)r^2 = n_0 u_{r_0} r_0^2$, (1.3) puede ser escrita como:

$$\frac{du_r}{dr} \left[u_r - \frac{2k_B T}{mv_r} \right] = \frac{2k_B r^2}{m} \frac{d}{dr} \left(\frac{T}{r^2} \right) - \frac{GM_{\odot}}{r^2}. \quad (1.4)$$

Esta ecuación describe el gradiente de temperatura. Parker supone una corona isotérmica alrededor de $1.4R_{\odot}$. Las soluciones de la ecuación (1.4) se muestran en la figura 1.4. En ella se aprecian dos curvas que representan soluciones especiales (A y B). Estas curvas se intersectan en un punto crítico (r_c, u_c) con

$$r_c = \frac{GM_{\odot} m}{4k_B T} \quad \text{y} \quad u_c = \sqrt{\frac{2k_B T_0}{m}} \quad (1.5)$$

La solución “A” es la predicha por Parker y observada en el viento solar: esta inicia con un flujo subsónico en la corona baja y se acelera con el incremento de la distancia al Sol. En el punto crítico r_c , el viento solar se vuelve supersónico. El flujo no permanece con velocidad

1. El Sol, la heliósfera y los rayos cósmicos

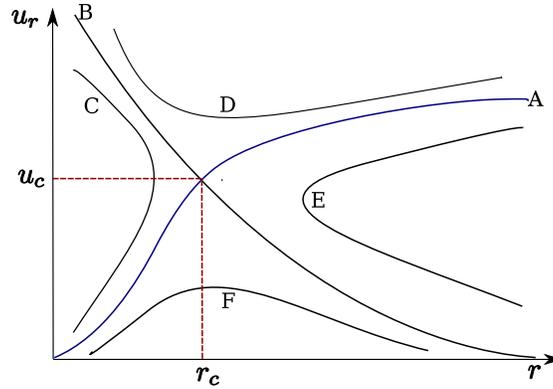


Figura 1.4: Topología de las diferentes soluciones para la ecuación que describe el flujo del viento solar.

supersónica indefinidamente, además de que la densidad decrece durante la expansión. La velocidad del viento solar también depende de la latitud, principalmente en el mínimo solar, según ha sido observado por la nave espacial Ulysses (McComas, 2001).

El viento solar está constituido en su mayoría por protones ($\sim 90\%$), helio ($\sim 5\%$), electrones y otros núcleos más pesados ($< 1\%$), con números atómicos hasta $Z = 28$. El resto consiste en elementos como oxígeno, carbono, nitrógeno y neón. Este es un plasma altamente ionizado, donde la densidad de partículas es baja, al igual que la resistividad eléctrica (alta conductividad).

1.3.2. Equilibrio de presiones

Si suponemos que la heliósfera está llena de un flujo supersónico hasta su frontera, la presión interna estará dominada por la presión dinámica del viento solar:

$$P_{int} = \frac{\rho_e m v_e^2}{r_b^2}, \quad (1.6)$$

donde m es la masa de protones, ρ_e es la densidad, v_e su velocidad a la altura de la órbita de la Tierra y r_b es la distancia a la frontera de la heliósfera. Por otro lado, la presión externa del medio interestelar local resulta de la suma de las presiones magnética, del plasma, dinámica

y de los rayos cósmicos, respectivamente :

$$P_{ext} = \frac{B_i^2}{8\pi} + \rho_i k_B T_i + \rho_i m v_i^2 + P_{RC}, \quad (1.7)$$

donde el subíndice “i” se refiere al LIM. De esta forma B_i es la intensidad del campo magnético, ρ_i es la densidad, k_B es la constante de Boltzman, T_i la temperatura de los iones, m es la masa, v_i es la velocidad del flujo en el LIM y P_{RC} es la presión debida a los rayos cósmicos. Las mediciones directas de partículas neutras en el interior de la heliósfera han permitido estimar la velocidad del movimiento relativo entre la heliósfera y el LIM, siendo esta de unos 25 km/s. Debido a ello, la heliósfera actúa como un obstáculo al flujo del LIM, similar a lo que ocurre en la magnetosfera terrestre. Dependiendo de la densidad y otras propiedades del LIM cerca de la *heliopausa* (frontera exterior de la heliósfera), es posible que dicho flujo sea supersónico. De ser esto así, un *choque de proa* se formará enfrente de la heliopausa, para frenar al flujo interestelar y convertirlo en subsónico antes de que sea desviado por la heliopausa.

La heliopausa también actúa como un obstáculo para el viento solar, desviándolo hacia sus lados, fluyendo en la dirección del LIM y así formándose la *cola* de la heliósfera. Sin embargo, es conocido que el viento solar es un fluido supersónico, por lo que a cierta distancia del Sol tiene que haber un choque que lo convierta en subsónico antes de ser desviado por la heliopausa. Este choque se conoce como *choque terminal* (TS) y su posición, a partir de las observaciones de los Viajeros 1 y 2, es alrededor de 90 UA. La región entre el TS y la heliopausa se conoce como *heliofunda*. En esta región el viento solar es subsónico e incompresible, por lo que su velocidad decrece proporcional a $1/r^2$. En la figura 1.5 aparece una representación de la heliósfera y en el cuadro 1.1 se resumen algunas características del LIM, las cuales han sido determinadas por mediciones espectroscópicas.

1. El Sol, la heliósfera y los rayos cósmicos

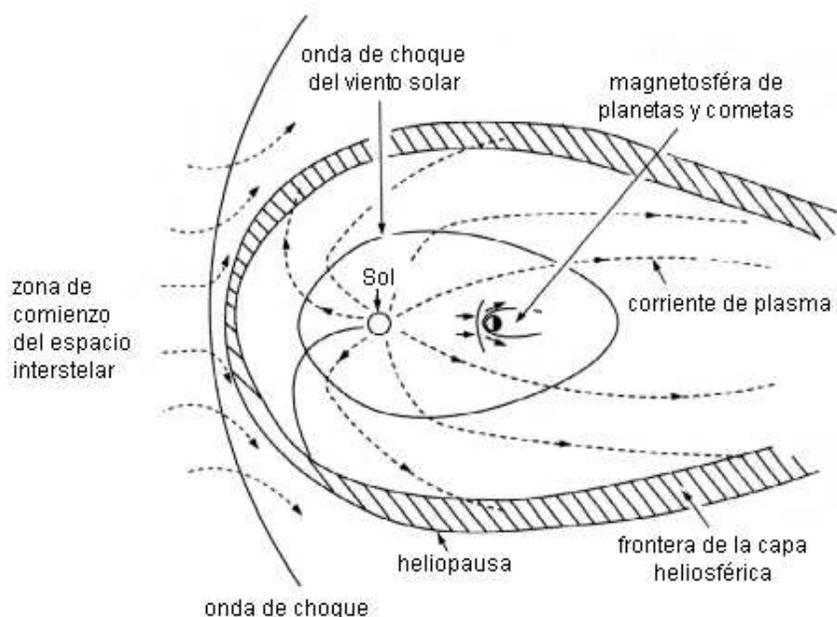


Figura 1.5: Estructura de la heliósfera, en ella se pueden apreciar el choque terminal del VS, la heliofunda y la heliopausa.

Velocidad del flujo	25 ± 2 km/s
Dirección del flujo	75.4° longitud de la eclíptica -7.5° latitud de la eclíptica
Densidad de H	0.10 ± 0.01 cm ⁻³
Densidad de protones (e ⁻)	≤ 0.3 partículas/cm ³ (se supone igual)
Temperatura de los protones (e ⁻)	$(7 \pm 2) \times 10^3$ K (se supone igual)
Magnitud de B	$0.1 - 0.5$ nT
Dirección de B	45° respecto a la eclíptica
Presión de los rayos cósmicos	$(1.3 \pm 0.2) \times 10^{-12}$ dinas/cm ²

Cuadro 1.1: Propiedades del medio interestelar local o LIS determinadas a partir de mediciones espectroscópicas.

1.4. Campo magnético interplanetario

El campo magnético interplanetario (CMI) es originado por el campo magnético solar y transportado hacia toda la heliósfera por el viento solar, debido a que se encuentra congelado en él. Un modelo sencillo que describe dicho campo fue propuesto por Parker en 1958, junto con su teoría sobre el viento solar. Este modelo se basa en una serie de suposiciones, en particular:

- Se ignora lo que sucede con el campo solar en la corona, partiendo de una *superficie fuente* donde se supone que el campo es radial y congelado en el viento solar.
- Simetría azimutal.

Con el campo congelado en el viento solar y sus “pies” fijos en un punto de la superficie fuente, el CMI adoptará una simple configuración de espiral de Arquímedes, mostrada en la figura 1.6.

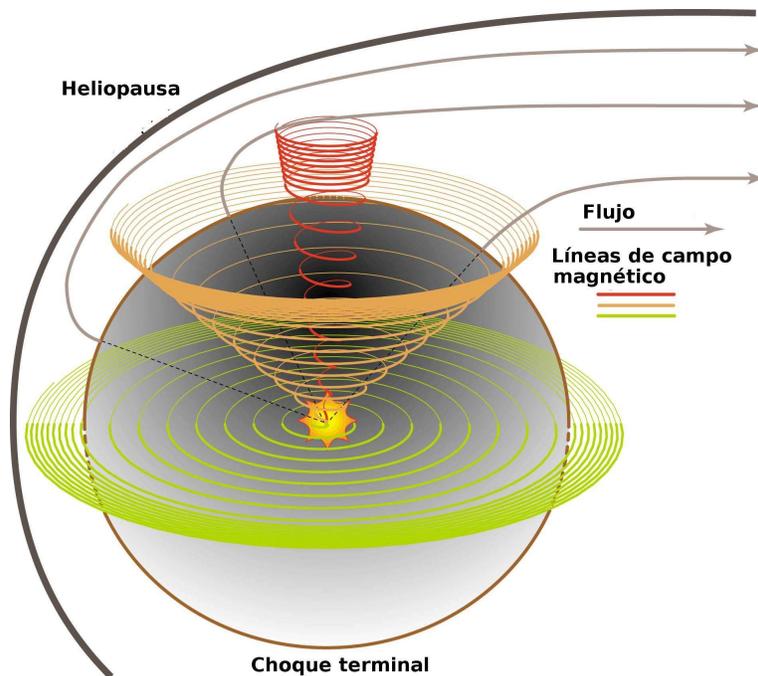


Figura 1.6: Heliósfera y estructura del campo magnético heliosférico

1.4.1. El campo espiral de Parker

Para encontrar las ecuaciones que describen el comportamiento del campo magnético espiral de Parker, comenzaremos con las ecuaciones de Maxwell y la ley de Ohm, de las que obtendremos dos ecuaciones diferenciales parciales, las cuales contendrán al campo magnético \vec{B} y que tienen solución a partir de la velocidad de flujo del viento solar \vec{V} .

Un plasma en movimiento, con velocidad no relativista, en presencia de un campo magnético está sujeto a un campo eléctrico ($\vec{V} \times \vec{B}$) llamado campo eléctrico convectivo, más el campo eléctrico (\vec{E}) que experimenta el plasma en reposo. La ley de Ohm asegura que la *densidad de corriente* \vec{J} es proporcional al campo eléctrico total \vec{E}_T (en el sistema de referencia del plasma), esto es:

$$\begin{aligned}\vec{J} &= \sigma \vec{E}_T \\ \vec{J} &= \sigma(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}),\end{aligned}\tag{1.8}$$

donde σ es la conductividad eléctrica, $\vec{E}(r, \theta, \phi)$ es el campo eléctrico, $\vec{V}(r, \theta, \phi)$ es la velocidad de flujo del viento solar y $\vec{B}(r, \theta, \phi)$ es el campo magnético. A partir de esta ecuación podemos ver que, en un medio donde la conductividad es muy grande ($\sigma \rightarrow \infty$), la densidad de corriente es finita, lo que implica que los términos dentro de los parentesis en (1.8) deben hacerse cero. De esta condición obtenemos que $\vec{E} = -\vec{V} \times \vec{B}$. Introduciendo esta expresión para el campo eléctrico en la ley de Faraday:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t},\tag{1.9}$$

obtenemos que, para un estado estacionario $\partial \vec{B} / \partial t = 0$ (el campo magnético no varía con el tiempo) y por lo tanto:

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{E} &= \nabla \times (-\vec{V} \times \vec{B}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \nabla \times \vec{E} &= \nabla \times (\vec{V} \times \vec{B}) = 0.\end{aligned}\tag{1.10}$$

Para resolver esta ecuación, primero desarrollamos $\vec{V} \times \vec{B} = -\vec{E}$ en coordenadas esféricas con lo que obtenemos:

$$\vec{E} = (V_\theta B_\phi - B_\theta V_\phi) \hat{e}_r + (B_r V_\phi - V_r B_\phi) \hat{e}_\theta + (V_r B_\theta - B_r V_\theta) \hat{e}_\phi.\tag{1.11}$$

Al calcular el rotacional de (1.11) y suponiendo simetría axial ($\partial/\partial\phi = 0$), encontramos las siguientes expresiones para las componentes r y θ de la ecuación (1.10):

$$(\nabla \times \vec{E})_r = \left[\frac{1}{r \operatorname{sen}\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} (\operatorname{sen}\theta [V_r B_\theta - B_r V_\theta]) \right] = 0, \quad (1.12)$$

$$(\nabla \times \vec{E})_\theta = - \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r (V_r B_\theta - B_r V_\theta)] \right] = 0. \quad (1.13)$$

Para que $\nabla \times \vec{E} = 0$ se debe cumplir que:

$$V_r B_\theta - V_\theta B_r = \frac{f_1(r)}{\operatorname{sen}\theta}, \quad (1.14)$$

y

$$V_r B_\theta - V_\theta B_r = \frac{f_2(\theta)}{r}, \quad (1.15)$$

de estas dos condiciones sigue:

$$V_r B_\theta - V_\theta B_r = \frac{C}{r \operatorname{sen}\theta}, \quad (1.16)$$

siendo C una constante. Esta última satisface a (1.12) y (1.13). Si suponemos que el viento solar no tiene componente θ (es puramente radial), entonces $V_\theta = 0$, además, sabiendo que el flujo magnético se conserva ($\nabla \cdot \vec{B} = 0$) y usando (1.16) tenemos que:

$$V_r B_\theta = \frac{C}{r \operatorname{sen}\theta},$$

$$r \operatorname{sen}\theta B_\theta = \frac{C}{V_r},$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 B_r) + \frac{1}{r \operatorname{sen}\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} (\operatorname{sen}\theta B_\theta) = 0,$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 B_r) = - \frac{1}{r \operatorname{sen}\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} (\operatorname{sen}\theta B_\theta) = 0,$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 B_r) = - \frac{1}{r^2 \operatorname{sen}\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} (r \operatorname{sen}\theta B_\theta) = - \frac{1}{r^2 \operatorname{sen}\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\frac{C}{V_r} \right) = 0,$$

1. El Sol, la heliósfera y los rayos cósmicos

lo cual se cumple si V_r es independiente de θ . Entonces la componente radial B_r del CMI queda expresada de la siguiente manera:

$$r^2 B_r = \text{cte.},$$

es decir

$$B_r = B_{r_0} \left(\frac{r_0}{r} \right)^2, \quad (1.17)$$

donde B_{r_0} es el valor del campo magnético a la altura r_0 que en este caso se refiere a la superficie solar. Por otro lado, la componente ϕ en (1.10) es:

$$\begin{aligned} (\nabla \times \vec{E})_\phi &= \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} [r(V_r B_\phi - V_\phi B_r)] - \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\phi B_\theta - V_\theta B_\phi) \right), \\ r(V_\phi B_r - V_r B_\phi) &= r_0 V_{\phi 0} B_{\phi 0}, \end{aligned} \quad (1.18)$$

donde hemos considerado que la componente radial de la velocidad del viento solar en la superficie del Sol es $V_{r_0} = 0$ (el plasma solo corrota). Conservando la densidad de momento angular, $\vec{L} = \vec{r} \times \rho \vec{v}$, tenemos que para el caso del viento solar, esta es igual a

$$r V_\phi = r_0 V_{\phi 0}, \quad (1.19)$$

siendo $V_{\phi 0}$ la velocidad de corrotación ($= \Omega r_0 \sin \theta$), en la superficie solar. Con esto, la ecuación (1.18) se reescribe como:

$$B_\phi = -B_{r_0} \left(\frac{r_0}{r} \right) \tan \psi \left[1 - \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \right], \quad (1.20)$$

con

$$\tan \psi = \frac{\Omega r \sin \theta}{V_r}, \quad (1.21)$$

donde ψ es el ángulo espiral del campo (o de Parker) y Ω la velocidad angular del Sol (la cual es $\sim \Omega = 2.67 \times 10^{-6}$ rad/s).

A partir de la ecuación de inducción, $\nabla \times (\vec{V} \times \vec{B}) = \partial \vec{B} / \partial t$, de la conservación de flujo magnético, $\nabla \cdot \vec{B} = 0$, y de la conservación del momento angular en la superficie fuente,

$\vec{r} \times m\vec{v}$, Parker (1965) encontró las expresiones para las componentes del CMI:

$$\begin{aligned} B_r(r, \theta, \phi) &= B_r(r_0, \theta, \phi) \left(\frac{r_0}{r} \right)^2, \\ B_\theta(r, \theta, \phi) &= 0, \\ B_\phi(r, \theta, \phi) &= -B_{r_\odot} \left(\frac{r_\odot}{r} \right) \tan \psi \left[1 - \left(\frac{r_\odot}{r} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (1.22)$$

El último término en la ecuación (1.22) es insignificante después de algunos radios solares. Además, es conveniente normalizar la expresión en términos de la magnitud promedio del campo magnético en la Tierra, el cual tiene un valor de $B_e \approx 5 - 10$ nT. Con esto, la expresión para el campo se puede reescribir como:

$$\vec{B} = B_e \left(\frac{r_e}{r} \right)^2 \cos \psi_e [\hat{e}_r - \tan \psi \hat{e}_\phi], \quad (1.23)$$

con magnitud

$$B = B_e \left(\frac{r_e}{r} \right)^2 \frac{\cos \psi_e}{\cos \psi}. \quad (1.24)$$

Además de esta estructura espiral (a gran escala), el CMI también está caracterizado por irregularidades espaciales y temporales a menor escala. El ángulo espiral del campo ψ es un parámetro útil para la simulación de la modulación solar de los rayos cósmicos y se define como el ángulo entre la dirección del viento solar (radial) y el vector campo magnético (ver figura 1.7), y está dado por:

$$\tan \psi = \Omega(r - r_0) \left(\frac{\sin \theta}{V_r} \right). \quad (1.25)$$

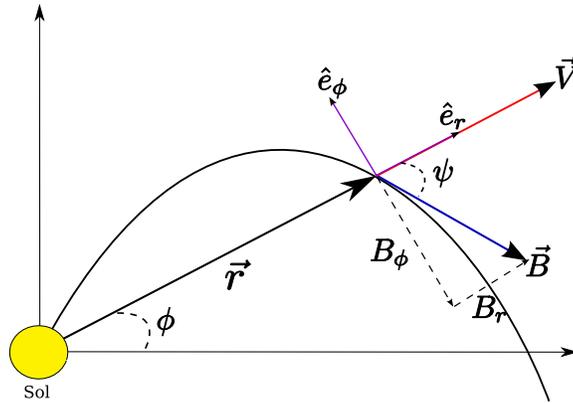


Figura 1.7: Representación del ángulo espiral del campo ψ

1. El Sol, la heliósfera y los rayos cósmicos

De la ecuación (1.25) podemos ver que el CMI es azimutal en casi toda la heliósfera, excepto en un cilindro con eje en la línea polar del Sol y radio aproximado de 5 UA.

1.4.2. El CMI en la heliofunda

En la heliofunda (región entre el choque terminal y la heliopausa), el viento solar es subsónico e incompresible. De la conservación de flujo de masa, la velocidad del viento solar en esta zona decaerá según la relación

$$V \propto \frac{1}{r^2},$$

lo que significa que el viento solar no diverge. En el choque terminal, la velocidad del viento solar presenta una discontinuidad, y su cambio es igual a la razón de compresión del choque (s). Si r_s es la posición del choque, V^- y V^+ son los valores de la velocidad del viento solar en la región supersónica y subsónica, respectivamente; entonces podemos escribir la siguiente relación:

$$V^+ = \frac{V^-}{s} \left(\frac{r_s}{r} \right)^2. \quad (1.26)$$

De esta forma, más allá del choque terminal, el ángulo de paso estará dado por la expresión:

$$\tan \psi^+ = \frac{r \Omega \sin \theta}{V^+} = \frac{r \Omega \sin \theta}{V^-} \left(\frac{r}{r_s} \right)^2 = s \left(\frac{r}{r_s} \right)^2 \tan \psi_s, \quad (1.27)$$

es decir, el campo se vuelve aún más intenso. La magnitud del campo magnético en esta región la encontramos utilizando (1.24):

$$B^+ = B_e \left(\frac{r_e}{r} \right)^2 \cos \psi_e \sqrt{1 + s^2 \left(\frac{r}{r_s} \right)^4 \tan^2 \psi_s}. \quad (1.28)$$

A partir de (1.24) y (1.28) podemos calcular el cambio en la intensidad del campo a través del choque, esto es

$$\frac{B^+}{B^-} = \sqrt{\frac{1 + s^2 \tan^2 \psi_s}{1 + \tan^2 \psi_s}}. \quad (1.29)$$

En los polos, donde $\tan \psi = 0$, el campo radial es continuo como es requerido por las ecuaciones de Maxwell. En las regiones ecuatoriales, donde $\tan \psi \gg 1$, la magnitud del campo magnético sufre un aumento el cual es igual a s .

Ahora es conveniente mencionar el sistema básico de unidades que se utiliza en los cálculos.

La unidad básica para expresar la distancia es la *unidad astronómica* (UA) la cual equivale a

$$1\text{UA} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m.} \quad (1.30)$$

A su vez la unidad básica para expresar el tiempo, S , está relacionada con la velocidad angular de Sol:

$$1S = \frac{27.26 \text{ días}}{2\pi \text{ radianes}} = 3.75 \times 10^5 \text{ s,} \quad (1.31)$$

De este modo, a partir de (1.30) y (1.31) las unidades para la velocidad son $1\text{UA}/1S = 400 \text{ km/s}$, que es la velocidad típica del Viento Solar. En estas unidades $V/\Omega = 1\text{UA} = r_e$ y la expresión para el ángulo espiral del campo se simplifica a

$$\tan \psi = \frac{r}{r_e} \sin \theta, \quad (1.32)$$

con lo cual $\tan \psi_e = 1$ y $\cos \psi_e = 1/\sqrt{2}$, si $V = 400 \text{ km/s}$ con $\Omega = 2\pi/(27.26 \text{ días})$.

Las observaciones realizadas por las sondas espaciales en diferentes puntos de la heliósfera demuestran que este modelo de Parker es una buena aproximación de *primer orden*. Sin embargo, el CMI va a sufrir desviaciones con respecto a (1.22), particularmente durante los períodos de gran actividad solar cuando los fenómenos como ondas de choque, eyecciones coronales de masa, entre otros, dominan la dinámica del medio interplanetario.

1.4.3. La hoja neutra de corriente

Durante el mínimo de actividad solar, el campo magnético coronal puede aproximarse al campo de un dipolo. Puesto que el campo magnético está congelado en el viento solar y este fluye radialmente, se forma una superficie donde el campo magnético se anula. Esta zona, llamada hoja de corriente, se extiende a toda la heliósfera. De esta manera, se forma una frontera de dimensiones globales que separa los dos hemisferios magnéticos del Sol.

De las ecuaciones de Maxwell, tenemos que $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} = 0$ (debido a que el campo magnético es nulo en esta superficie). Esto implica que la densidad de corriente \vec{J} es cero, de aquí que a esta superficie se le llame hoja neutra de corriente. En la figura 1.8 aparece un esquema de esta superficie, en ella podemos apreciar que lejos de la superficie fuente tenemos campo con líneas abiertas y la polaridad es opuesta (unas salen y otras entran).

1. El Sol, la heliósfera y los rayos cósmicos

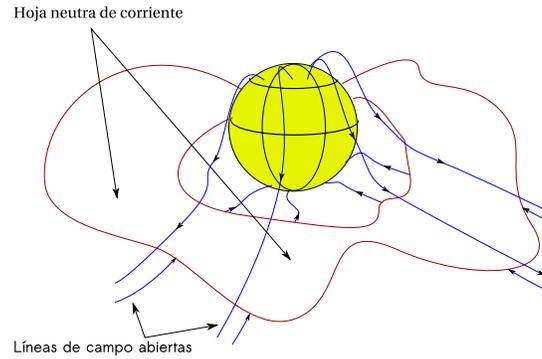


Figura 1.8: Esquema que muestra la forma ondulada de la hoja de corriente

De lo anterior, se ha establecido la naturaleza bipolar del CMI, con el campo apuntando en direcciones opuestas en los hemisferios N y S. Si el eje magnético del Sol coincidiera con su eje de rotación, la hoja neutra de corriente sería plana y se encontraría sobre el plano de la eclíptica. Por el contrario, el ecuador magnético forma un ángulo con respecto al ecuador heliosférico y debido a ello, la rotación del Sol ocasiona que la hoja neutra de corriente tenga una forma ondulada descrita por la ecuación:

$$\theta_{ns} = \frac{\pi}{2} + \text{sen}^{-1} \left[\text{sen}(\alpha) \text{sen} \left(\phi - \phi_{\odot} + \frac{\Omega r}{V} \right) \right], \quad (1.33)$$

donde α es el ángulo entre el eje de rotación y el eje magnético, y $\phi_{\odot} = r_{\odot} \Omega / V$ es una constante de fase arbitraria. Si $\alpha = 10^{\circ}$ observaríamos un cambio de polaridad cada 1/2 rotación solar.

El ángulo de inclinación, α , de la hoja de corriente cambia dramáticamente con el ciclo solar de 11 años (Hoeksema, 1989). Durante el mínimo solar, el ecuador magnético está muy próximo al ecuador rotacional y la hoja de corriente exhibe una ondulación moderada. Hacia el máximo solar el ángulo se incrementa, lo que ocasiona que la ondulación de la hoja de corriente se vea reforzada, hasta que la hoja de corriente domina el CMI cerca del máximo solar. En el máximo solar, el ángulo de inclinación aumenta tanto que el ecuador magnético en la fotosfera, gira a través de la vertical en un plazo de 1 a 1.5 años, efectuando un cambio de polaridad en los dos hemisferios. De esta forma, la polaridad de los dos hemisferios cambia aproximadamente cada 11 años, dando lugar al ciclo solar magnético de 22 años. En la figura

1.9 se muestra como varía el ángulo que forma la hoja de corriente con la eclíptica respecto del ciclo solar.

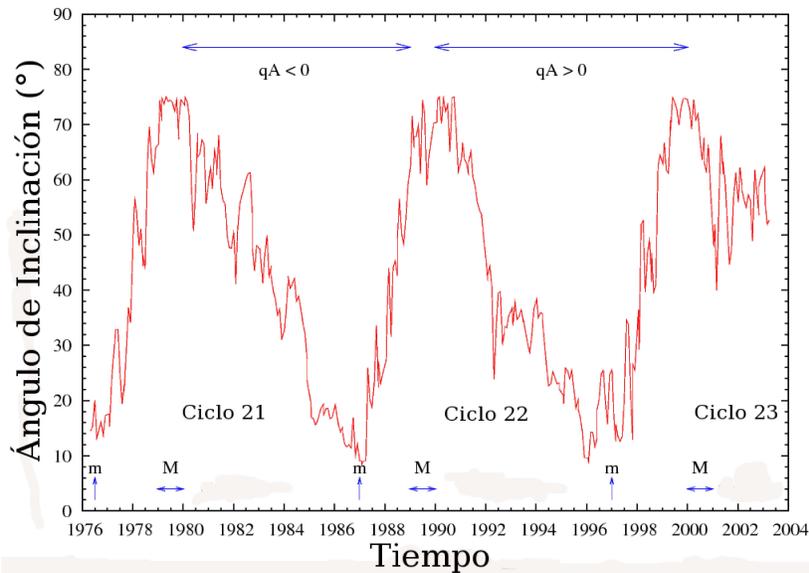


Figura 1.9: Formación de la hoja neutra de corriente. Como el eje de rotación del Sol no está alineado con el eje magnético, la rotación solar hace que la hoja de corriente esté ondulada. $qA > 0$ polo norte magnético coincide con el norte heliosférico. M: máximo solar, m: mínimo solar.

1.5. Los rayos cósmicos

Los rayos cósmicos (RC) son partículas cargadas, principalmente protones, electrones y otras partículas sub-atómicas que se mueven a velocidades cercanas a la de la luz. La radiación cósmica detectada en la Tierra es en su mayor parte el producto de la interacción con la atmósfera terrestre de los rayos cósmicos provenientes del espacio exterior. A estos últimos se les denomina rayos cósmicos primarios y a sus productos rayos cósmicos secundarios. Los RC primarios están compuestos aproximadamente en un 98 % por protones y núcleos más pesados, y alrededor del 2 % por electrones y positrones.

A la radiación cósmica primaria se le ha dividido en grupos, dependiendo de la fuente:

- rayos cósmicos solares: son emitidos por el Sol de manera esporádica durante grandes llamaradas o ráfagas y alcanzan energías de hasta varios GeV's.

1. El Sol, la heliósfera y los rayos cósmicos

- rayos cósmicos galácticos: provienen de fuera del sistema solar con energías desde unos cuantos GeV's hasta 10^{15} eV. Sus fuentes, se especula, son núcleos de galáxias, radio galáxias y remanentes de supernovas.
- rayos cósmicos extragalácticos: provienen de fuera de nuestra galaxia con energías que van desde más de 10^{15} eV y hasta 10^{20} eV, por lo que también se les conoce como RC ultra-energéticos. Sus fuentes son, hoy en día, aún desconocidas y objeto de gran estudio.

En la figura 1.10 se muestra el espectro de energía global de los rayos cósmicos. Para energías por debajo de 10^{11} eV, los rayos cósmicos primarios pueden ser observados en forma directa mediante detectores a bordo de globos, cohetes y satélites. Sin embargo, a energías mayores esto no es posible en general, debido a que el flujo cae rápidamente con la energía (ver figura 1.10). Esto se observa en los diferentes quiebres que presenta la gráfica. Por ejemplo, el flujo integral en la región de la rodilla ($\sim 10^{15}$ eV) es menor a una partícula por m^2 por año, para el tobillo es de 1 partícula/ km^2 -año y finalmente en el talón tenemos 1 partícula/ km^2 -siglo. Para su detección y estimación de energía, debe recurrirse al análisis de los chubascos atmosféricos, es decir, observando la cascada de partículas secundarias producidas por la incidencia de estos rayos cósmicos sobre la atmósfera de la Tierra.

Lo anterior fue solo para ilustra el amplio rango de energías que cubren los rayos cósmicos. Sin embargo, el objeto de estudio de esta tesis, contempla únicamente a la radiación cósmica galáctica de baja energía (hasta unos cuantos GeV's). Por lo tanto, dejaremos de lado a los RC extragalácticos los cuales no son afectados por el Sol y en lo posterior centraremos nuestra discusión en los primeros, que sí son modulados por el campo magnético solar al ingresar en la heliósfera.

1.5.1. Composición química de los rayos cósmicos primarios

En el rango de energías de $10^8 - 10^9$ eV* por nucleón, donde la radiación cósmica es más intensa, la composición nuclear es de $\sim 87\%$ de hidrógeno, $\sim 12\%$ de helio y $\sim 1\%$ de elementos más pesados. Las abundancias relativas de los elementos químicos presentes en los RC de origen solar es diferente a las que se encuentran en los RC galácticos.

*Un electrón volt (eV) es la energía adquirida por un electrón cuando es acelerado en un campo eléctrico producido por una diferencia de potencial de un volt.

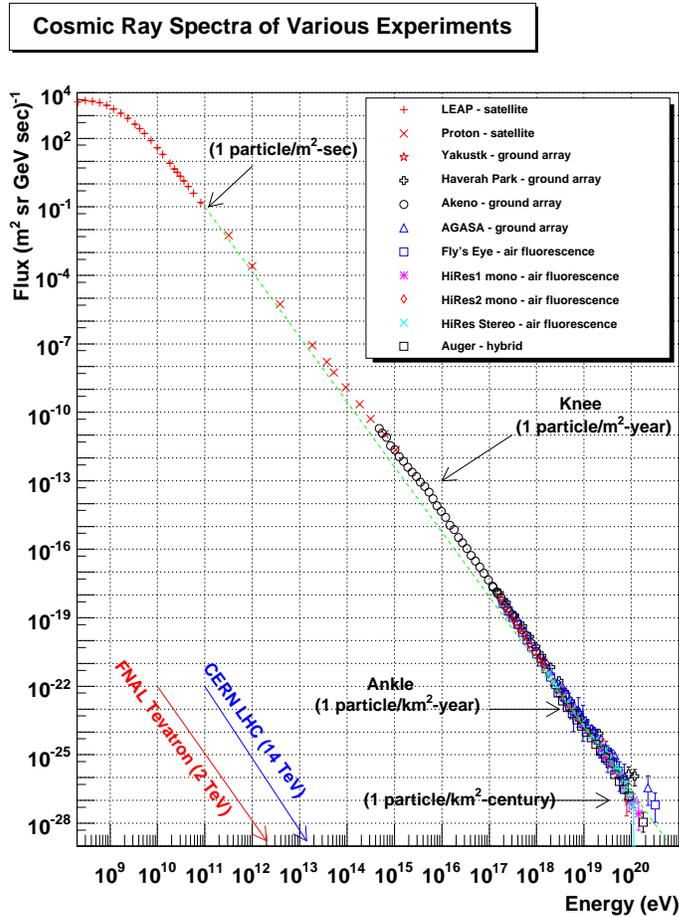


Figura 1.10: Espectro de energía de los rayos cósmicos medido por varios experimentos. Se puede apreciar que el flujo decae con la energía.

En la figura 1.11 se muestran las abundancias relativas de los elementos químicos presentes en el sistema solar (histograma en rojo) y los presentes en los RC galácticos (línea azul). Se puede observar que los dos grupos de elementos [Li, Be, B] y [Sc, Ti, V, Cr, Mn] son muchos órdenes de magnitud más abundantes en la radiación cósmica en comparación con la materia del sistema solar. Esto es debido a que dichos elementos son poco estables, por lo que su energía de amarre es muy débil y al estar inmersos en un plasma muy caliente se desintegran rápidamente. La abundancia de estos elementos en los rayos cósmicos galácticos es debido a que son el producto de la fragmentación (spallation) de núcleos de carbono y hierro al viajar a través del medio interestelar, es decir, son el producto de las colisiones que sufren los rayos cósmicos a lo largo de su viaje por el medio interestelar. Por otra parte los elementos medianos (C, N, y O) son más abundantes en el sistema solar.

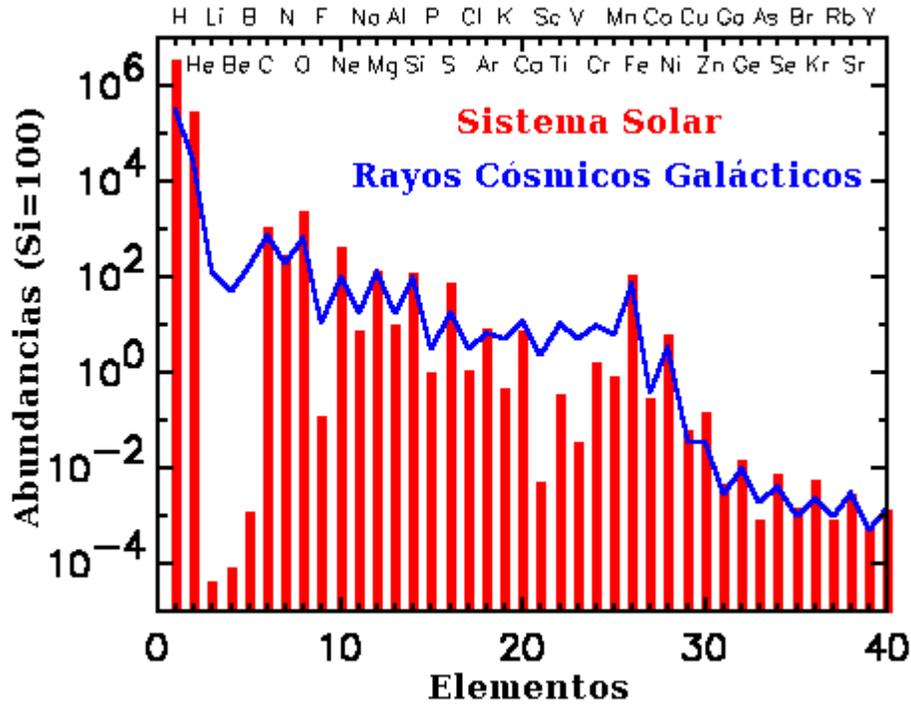


Figura 1.11: Esta gráfica muestra las abundancias relativas de los elementos químicos presentes en el sistema solar (rojo) y en los rayos cósmicos galácticos (línea azul).

1.5.2. Posibles fuentes de los rayos cósmicos

El origen de los rayos cósmicos sigue sin estar claro. El Sol emite rayos cósmicos de baja energía (hasta decenas de GeV) en los períodos en que se producen grandes erupciones solares, pero estos fenómenos son demasiado infrecuentes para explicar la mayor parte de los rayos cósmicos. Tampoco las erupciones de otras estrellas semejantes al Sol pueden explicar estos rayos. En la actualidad existen dos escenarios teóricos que tratan de explicar la existencia de rayos cósmicos principalmente de muy alta energía (mas de $\geq 10^{16}$ eV): los modelos que suponen algún mecanismo de aceleración y los modelos que implican el decaimiento de partículas elementales supermasivas.

En los modelos de aceleración comunmente conocidos como “Bottom-Up”, dicha aceleración es difusiva y es producida por un mecanismo propuesto por Fermi que permite que una partícula confinada en una región sea acelerada luego de repetidas dispersiones aleatorias a través de un frente de onda inmerso en un plasma con turbulencia magnética. Este mecanismo predice un espectro que sigue una ley de potencia. Sin embargo, no está claro que este proce-

so pueda acelerar partículas hasta 10^{20} eV. Basado en este mecanismo puede encontrarse un límite máximo para la energía que pueden adquirir dichas partículas. El mismo está dado por el balance entre el tiempo de aceleración y el tiempo de escape del sitio donde se produce la aceleración. El campo magnético debe ser suficientemente grande para confinar a las partículas dentro del sitio de aceleración y el tamaño del mismo debe ser suficientemente amplio para que las partículas ganen gran energía antes de escapar.

Este simple requerimiento deja fuera de consideración como posibles fuentes de rayos cósmicos de muy alta energía a la mayoría de los objetos astronómicos conocidos. La mayor parte de los objetos galácticos son excluidos simplemente porque son demasiado pequeños o bien porque su campo magnético es demasiado débil, con lo cual las partículas que son aceleradas en estos campos adquieren muy poca energía y solo se obtienen rayos cósmicos de baja energía. Solo una pequeña fracción de los objetos *extragalácticos*, como galaxias activas o los núcleos de galaxias y radio galaxias, permanecen como posibles candidatos. Cabe mencionar que el origen extragaláctico favorece al hecho de que los rayos cósmicos de muy alta energía sean protones ya que los núcleos más pesados se desintegrarían durante la aceleración en la onda de choque por la colisión con fotones del sitio de aceleración.

Las explosiones de supernovas son responsables al menos de la aceleración inicial de gran parte de los rayos cósmicos, ya que los restos de dichas explosiones son potentes fuentes de radio, que implican la presencia de electrones de alta energía. Se cree que los núcleos de los elementos pesados se forman precisamente en las supernovas, por lo que es comprensible que los rayos cósmicos sean ricos en estos elementos si proceden de ellas. Con todo esto, aun no existen pruebas directas de que las supernovas contribuyan de forma significativa a la generación de rayos cósmicos.

Capítulo 2

Modulación solar de los rayos cósmicos

2.1. Procesos físicos

Como mencionamos en el capítulo 1, el campo magnético heliosférico es originado por el campo magnético solar y transportado hacia toda la heliósfera por el viento solar. Cuando un rayo cósmico entra a la heliósfera, se enfrenta a los procesos de difusión, convección, derivas y desaceleración adiabática, debido a la influencia del Sol. Estos procesos modifican el espectro de la radiación cósmica. Se conoce como **modulación solar de los rayos cósmicos** a las variaciones que experimenta la intensidad de la radiación cósmica debidas a la influencia que ejerce el Sol sobre ella a través de diferentes perturbaciones en el CMI. Este proceso hace que la intensidad de los rayos cósmicos en el LIM se reduzca dentro de la heliósfera. El grado de reducción será una función del ciclo de actividad solar, fundamentalmente en el máximo solar donde se dan la mayor cantidad de irregularidades en el CMI. Cualitativamente se observa el mismo registro temporal en cualquier lugar de la heliósfera. Sin embargo, las diferentes regiones en el interior de la heliósfera presentan sus características distintivas de modulación. Esto va a depender de las propiedades del CMI en cada región.

¿Cómo ocurre la modulación? Para responder a esta pregunta, es preciso aclarar que únicamente la componente galáctica de baja energía (hasta unos cuantos cientos de GeV's) sufre modulación solar al entrar en la heliósfera, debido a la presencia del campo magnético interplanetario. Los rayos cósmicos de muy alta energía se propagan en la heliósfera sin ser perturbados por el campo magnético. Aclarado lo anterior, daremos ahora una descripción de los procesos físicos a los que se enfrentan los rayos cósmicos, que es lo que da origen a la modulación de la intensidad de esta radiación.

Cuando una partícula cargada entra en la heliósfera, va a sentir la presencia del CMI y, de-

pendiendo de su energía, esta puede ser atrapada por las líneas de campo y comenzar a girar alrededor de ellas. Mientras mayor sea la energía de la partícula, ella puede viajar una mayor distancia dentro de la heliósfera antes de que el campo magnético, que se vuelve más intenso a medida que nos aproximamos al Sol, la obligue a girar alrededor de las líneas de campo. Ahora bien, el campo magnético del Sol está congelado en el viento solar el cual está fluyendo radialmente hacia afuera, por lo que aparece una especie de “barrera” en movimiento que trata de impedir la entrada de las partículas. Este proceso físico se conoce como **convección** y se ilustra en la figura 2.1. Debido a la convección, mientras mayor sea la velocidad del viento solar, menor será la intensidad de partículas.

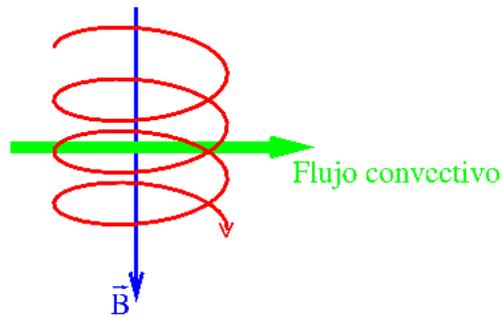


Figura 2.1: La convección se presenta como una barrera en movimiento que impide la entrada de los rayos cósmicos que van girando alrededor de las líneas del campo magnético, el cual está congelado en el viento solar.

El CMI presenta irregularidades (δB), es decir, a veces es más intenso, en otras ocasiones es más débil, otras veces cambia de dirección. Estas variaciones son aleatorias. Por lo tanto, las partículas, mientras *giran* alrededor de las líneas del campo, pueden *resonar* con estas irregularidades y ser dispersadas. Lo anterior depende del radio de giro de las partículas r_g dado por la siguiente ecuación

$$r_g = \frac{mv}{qB},$$

donde m es la masa de la partícula, v su velocidad, q la carga y B la intensidad del campo. También dependerá del tamaño de la irregularidad (L). Expliquemos esto de la siguiente manera: una partícula cuyo radio de giro es mucho menor que el tamaño de la irregularidad, al completar un giro no sentirá un cambio brusco en la intensidad del campo, sino que lo

2. Modulación solar de los rayos cósmicos

hará de manera gradual de tal forma que seguirá su camino a lo largo de la línea de campo sin ser perturbada; para el caso en que la partícula tenga un radio de giro mucho mayor que L , esta atraviesa la irregularidad en un solo giro y prácticamente no percibe ningún cambio en la intensidad del campo; ahora bien cuando tenemos el caso en que el radio de giro de la partícula es del orden del tamaño de la irregularidad (i. e. $r_g \cong L$), esta sentirá de inmediato que la intensidad del campo ha cambiado y será dispersada (ver figura 2.2). Este proceso ocurre en todas las direcciones, de ahí su nombre, **difusión**. Sin embargo, existe una dirección privilegiada, la del CMI promedio. Mientras mayor sea la difusión, mayor será la intensidad de las partículas. Este proceso es opuesto a la convección.

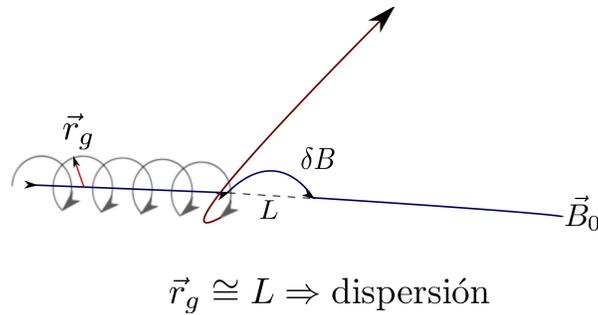


Figura 2.2: Cuando el radio de giro de la partícula es del orden del tamaño de la irregularidad del campo, esta será dispersada. Aquellas partículas cuyo radio de giro sea mucho mayor o menor que L , pasarán sin sufrir mayor perturbación.

Como sabemos el CMI está curvado y tiene gradientes. Por lo tanto las partículas cargadas van a experimentar movimientos de deriva de sus centros guías. Además, a través de la hoja neutra de corriente y de la línea polar magnética, donde el campo cambia de dirección, también se producirá una deriva de partículas. Este es el tercer fenómeno físico al que se enfrentan los rayos cósmicos, las **derivas**. Mientras más ordenado esté el campo magnético en la heliósfera, mayor importancia tendrá el proceso de deriva de partículas. Por lo tanto este proceso de transporte será más efectivo durante el mínimo solar.

Los rayos cósmicos se están propagando en el viento solar el cual es un plasma que se está expandiendo a medida que se aleja del Sol. Esta expansión hace que los rayos cósmicos en promedio le entreguen energía al medio y en consecuencia pierden energía y se desaceleran. Este proceso se conoce como **desaceleración adiabática** de los rayos cósmicos. Este fenómeno juega un papel primordial en la heliósfera interior y es cero en la heliofunda, donde

2.2. Principales variaciones de origen solar en la radiación cósmica

el viento solar no diverge.

Por último, la intensidad de la radiación cósmica puede variar en el interior de la heliósfera si en algún punto de ella existe una fuente de rayos cósmicos. Tal es el caso del choque terminal, donde las partículas de muy bajas energías (algunos KeV) son aceleradas hasta varias decenas o centenas de MeV, mediante un proceso de fermi de primer orden, y convertidas en rayos cósmicos. Es decir, la presencia de **fuentes** de rayos cósmicos altera el contenido de los mismos.

Una representación de los distintos procesos físicos de la modulación se muestra en la figura 2.3, para el caso $qA > 0$ (las líneas de campo magnético del Sol salen del N y entran en el S). En esta figura podemos apreciar la competencia establecida entre el flujo convectivo del viento solar SD y la difusión por irregularidades del campo DF, lo cual da como resultado un flujo neto NETT, que va del polo N hacia la eclíptica. Además, podemos observar los efectos de los movimientos de deriva de los centros gíras de los rayos cósmicos DR, que se deben a la curvatura y a los gradientes del campo. También se muestran las derivas debido al cambio en la dirección del campo magnético, los cuales se observan en los polos (PD) y en la zona donde se encuentra la hoja de corriente (ND). Esto último ocasiona que las partículas entren por los polos y salgan por la eclíptica. Finalmente, en el choque terminal el campo magnético se hace más intenso, de tal forma que las partículas de baja energía que son transportadas hasta este punto, comienzan a ganar energía a medida que cruzan un gran número de veces el choque al estar derivando a través del choque (SD).

La descripción anterior se hizo considerando una partícula con carga positiva. Para el caso de una partícula con carga negativa, las derivas ND, DR y PD, harían que las partículas entrarán por la hoja neutra y saliera por los polos. Para el caso $qA < 0$ (las líneas de campo entran por el N y salen por el S) todo el cuadro general de las derivas se invierte.

2.2. Principales variaciones de origen solar en la radiación cósmica

La detección de rayos cósmicos en la Tierra o en cualquier punto del sistema solar nos provee de una herramienta poderosa para relacionar estas observaciones con fenómenos que ya conocemos y así hacer deducciones acerca de otros que aún ignoramos. Ahora analizare-

2. Modulación solar de los rayos cósmicos

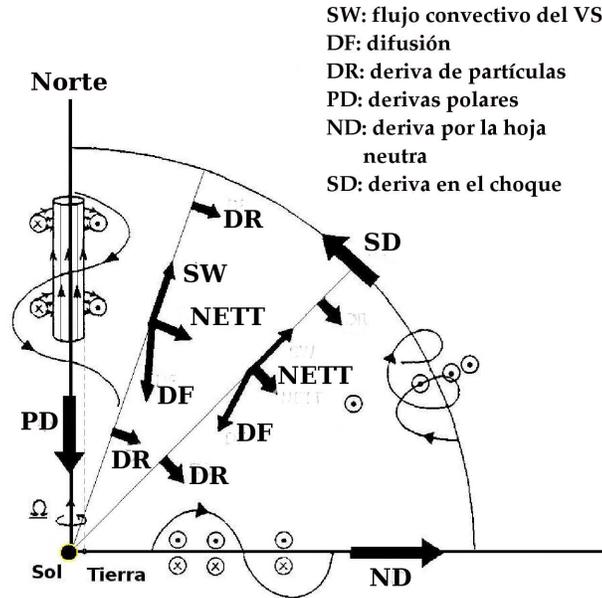


Figura 2.3: Esquema de los diferentes procesos de transporte a los que se enfrentan los rayos cósmicos al ingresar a la heliosfera (tomado de Moraal, 1993).

mos las variaciones en la intensidad de los rayos cósmicos.

Algunas de estas variaciones no son de origen solar sino que están presentes antes de la llegada de las partículas al dominio del Sol. Si la variación es de origen solar, tenderá a ser cíclica en *tiempo solar*; si por el contrario es un efecto interestelar, esta variación temporal tenderá a ser cíclica en *tiempo sideral*. Las variaciones siderales son de mucho menor amplitud que cualquier variación de origen solar. Las principales variaciones de la radiación cósmica (debida al Sol) se describen a continuación.

2.2.1. Variación de 11 y 22 años

El viento solar fluye constantemente, sin embargo las condiciones magnéticas que prevalecen en la heliosfera cambian a medida que el ciclo solar avanza, dependiendo de la actividad del Sol. Por esta razón las irregularidades del CMI se incrementan o disminuyen, provocando que varíe la intensidad de la radiación cósmica a lo largo del ciclo solar. En la figura 2.4 se muestran tres ciclos solares representados por el número de manchas, junto con la intensidad de la radiación cósmica registrada en la Tierra. Se puede ver, por ejemplo, que en el año de 1965 la intensidad de la radiación cósmica es máxima cuando el Sol se encuentra en el míni-

2.2. Principales variaciones de origen solar en la radiación cósmica

mo de actividad y comienza a decaer paulatinamente conforme el ciclo solar avanza, siendo mínima cuando el Sol se encuentra en su máxima actividad en 1970. A partir de este punto la intensidad de la radiación cósmica comienza a recuperarse hasta llegar nuevamente a un máximo cuando el Sol se encuentre otra vez en el mínimo, en el año 1975, cumpliéndose así un ciclo.

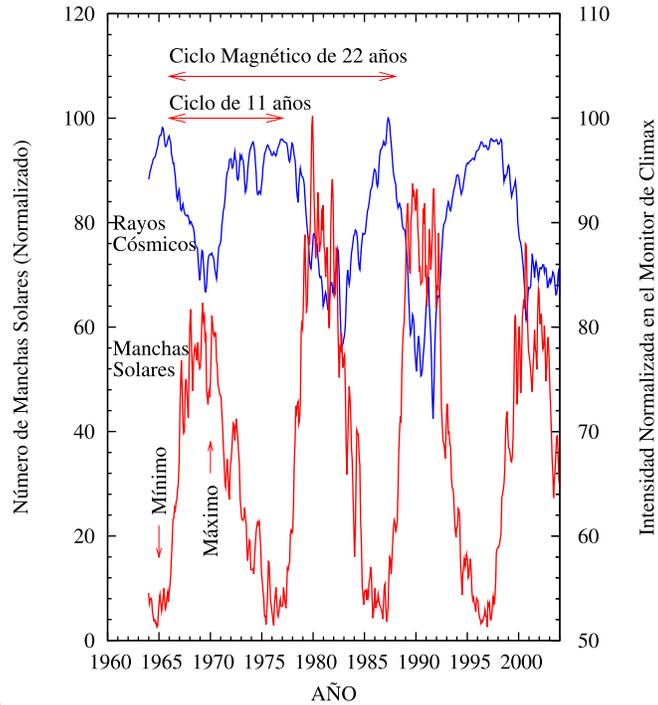


Figura 2.4: Variación de 11 y 22 años

Esta variación de 11 años se debe al ciclo de actividad solar y ha sido observada en toda la heliósfera para partículas con energías menores a varias decenas de GeV. Dicha variación, llamada también secular, es el resultado del distinto equilibrio que se establece entre la convección (que barre a los RC hacia afuera de la heliósfera) provocada por el flujo del viento solar, la continua difusión de las partículas cósmicas hacia el Sol a lo largo de las líneas del campo magnético, y la deriva que experimentan los rayos cósmicos al moverse en un campo magnético con gradientes y curvaturas.

La variación de 22 años se debe al ciclo solar magnético, es decir, a la inversión en la polaridad del campo. Al hacer una gráfica de la intensidad de rayos cósmicos en el tiempo, se observa que en algunas épocas el máximo de intensidad presenta un pico pero esto no dura mucho tiempo y la intensidad comienza a decaer rápidamente. En contraste, en otras épocas

2. Modulación solar de los rayos cósmicos

se llega al máximo pero este no decae inmediatamente, sino que se mantiene por más tiempo (ver figura 2.4 línea azul). Lo anterior se debe a que cuando las líneas de campo magnético del Sol apuntan hacia afuera en el polo N y hacia adentro en el polo S ($qA > 0$), los rayos cósmicos entran principalmente por los polos y salen por la hoja, por lo tanto se alcanza más rápido el máximo de intensidad y se mantiene por más tiempo (plano). Por el contrario, cuando la polaridad del campo se invierte ($qA < 0$), las partículas tienen que entrar ahora por la hoja de corriente, por lo que tienen que recorrer una mayor distancia al estar derivando por la hoja que al entrar por los polos. En consecuencia, en $qA < 0$ tarda más en recuperarse la intensidad y una vez que se llega al máximo, inmediatamente después comienza a decaer (picos). La disminución de la intensidad de los rayos cósmicos a partir del mínimo solar y hasta el máximo se da en forma escalonada como se muestra en la figura 2.5.

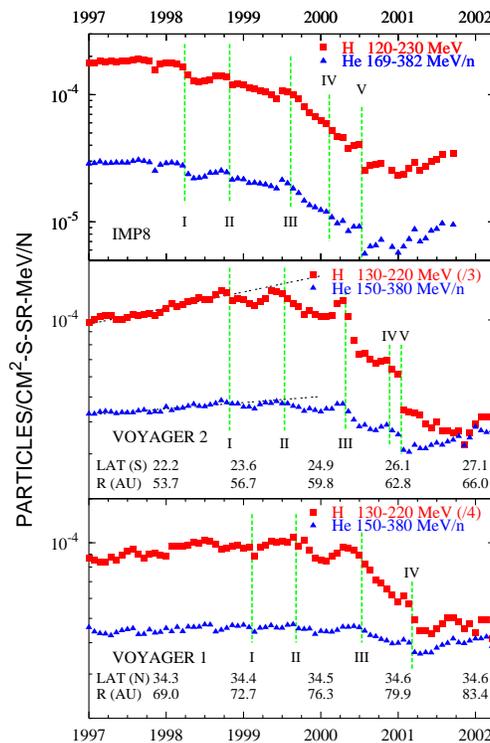


Figura 2.5: Modulación de H^+ y He^{++} galácticos durante la fase ascendente del ciclo solar 23 (tomado de Caballero-Lopez y McDonald, 2003).

2.2.2. Variación de 27 días

Al observar la intensidad de la radiación cósmica durante días sucesivos, se ha encontrado que existe una variación cíclica de 27 días. La amplitud de la variación de 27 días es muy variable y según mostraron Sokolob y Venkatesan (1958), tiene una correlación directa con el ciclo solar: las mayores amplitudes de esta variación se observan en períodos de máxima actividad solar, mientras que en el mínimo solar está prácticamente ausente.

Aunque la variación de 27 días en sí es periódica, su aparición es esporádica: los análisis hechos por Forbush (1957) sobre la estabilidad de la variación de 27 días, muestran que esta tiene una duración promedio de dos a tres rotaciones solares, aunque se han observado algunas que han durado hasta treinta rotaciones solares.

Evidentemente la variación de 27 días está asociada con la rotación del Sol y con la aparición de zonas activas. Collins (1959) encontró experimentalmente que en períodos en que la amplitud de la variación de 27 días es máxima (períodos de gran actividad solar), no se registró ningún aumento en la intensidad de rayos cósmicos durante las horas en las que las estaciones de observación yacían en zonas de impacto solar, lo que indica que esta variación no se debe a un arribo directo de partículas de radiación cósmica solar, sino más bien a una modulación de la radiación cósmica galáctica, producida por el campo magnético perturbado asociado a las zonas activas del Sol.

No puede precisarse una dependencia funcional de la amplitud de la variación de 27 días con la energía de las partículas, pero Dorman y Shatashvili (1961), analizando los datos de muchas estaciones, encontraron que el cambio en intensidad es mayor para partículas de baja energía que para partículas de alta energía.

Existe otra variación de período corto de 13.5 días, además de la de 27 días. Valdés-Galicia y Dorman (1997) realizaron un estudio de la variación de 13.5 y 27 días en la intensidad de la radiación cósmica en relación con la hoja de corriente heliosférica. Estos autores encontraron que la variación de 13.5 días está mejor correlacionada con la hoja de corriente, que la variación de 27 días. También concluyeron que una combinación de la inclinación de la hoja de corriente heliosférica con otros fenómenos recurrentes de la actividad solar (y que se manifiesta por medio de la rotación) son los responsables de la variación de 27 días.

2. Modulación solar de los rayos cósmicos

2.2.3. Variación diurna

La variación diurna fue observada por primera vez por Linholm en 1928 quien a través del análisis de las intensidades registradas durante horas consecutivas, descubrió la existencia de una variación de la intensidad de la radiación con respecto a la hora solar local. Esta variación tiene una amplitud normal de unas décimas porcentuales, generalmente menores que 0.5 %. Tanto la amplitud como la fase de la variación diurna son muy irregulares y cambian considerablemente de un día a otro. Sin embargo, se observó que si se toman promedios anuales de esta variación, la fase permanece aproximadamente constante. Esto indica que la mayoría de los efectos perturbadores son eliminados al promediar sobre doce meses y que la variación diurna restante se debe a una anisotropía en la intensidad de los rayos cósmicos, cuya dirección es constante. Debido a la rotación de la Tierra, los detectores de radiación fijos en su superficie, verán esa anisotropía a una determinada hora local y por lo tanto registrarán una variación diurna.

Aunque la hora local a la que ocurre el máximo de intensidad no es la misma para todas las estaciones, Brunberg (1953) sugirió que esta diferencia de hora se debía a la desviación de partículas de rayos cósmicos por el campo geomagnético y que si se eliminara este efecto, todas las estaciones registrarían la máxima intensidad a la misma hora local. En la figura 2.6 se muestra un esquema para explicar la variación diurna.

En esta figura se observa el flujo convectivo del viento solar que barre a los rayos cósmicos hacia afuera (flecha roja) y la difusión de estas partículas a través de las líneas del campo (flecha verde). El resultado de estos dos procesos físicos opuestos da como resultado un flujo neto (flecha azul) LAS 15:00 hrs. Debido a la rotación de la Tierra, los detectores situados en la superficie terrestre observarán un máximo de intensidad alrededor de las 15:00 horas en tiempo local. Esto más que variación debida al Sol, es un efecto debido únicamente a la rotación de la Tierra y no se observa en las naves espaciales.

2.2.4. Decrecimiento Forbush

El decrecimiento Forbush es la disminución abrupta de la intensidad de la radiación (del 10 – 20 %), simultánea en todas las estaciones terrestres. Se caracteriza por un marcado decrecimiento en la intensidad en un período de pocas horas (hasta el 12 % en 6 horas), el

2.2. Principales variaciones de origen solar en la radiación cósmica

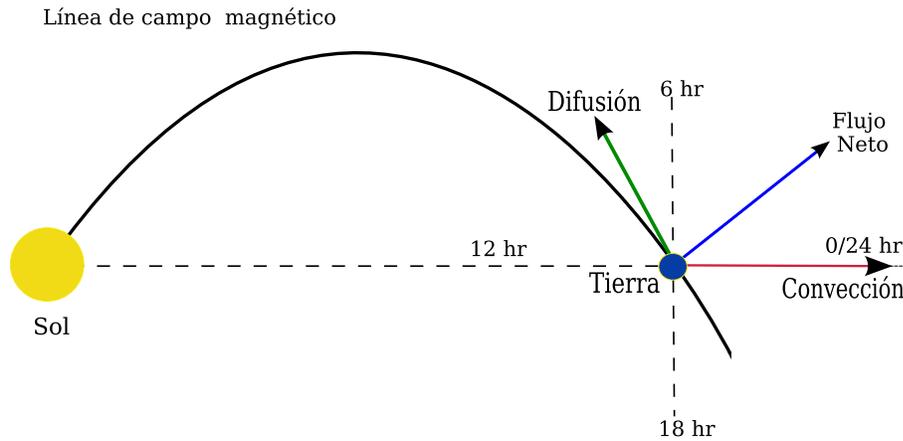


Figura 2.6: Representación de los flujos de rayos cósmicos que explican la variación diurna.

cual es seguido de una lenta recuperación que toma desde unos cuantos días hasta semanas. Observados desde la Tierra, estos decrecimientos en la intensidad ocurren simultáneamente en todas las estaciones, sin importar su localización. También, ha sido observado por los instrumentos a bordo de las sondas espaciales Pionero 10 y 11, y Viajero 1 y 2 a gran distancia del Sol, hasta la heliósfera exterior (más allá de la órbita de Neptuno). Un ejemplo de estos decrecimientos en la superficie terrestre se muestra en la figura 2.7.

El término *decrecimiento Forbush*, se debe a que el primero en reportar esta variación fue el físico americano Scott E. Forbush (1937). En general, se cree que estos decrecimientos son causados por variaciones del campo magnético asociado a perturbaciones en el medio interplanetario, pero aún no se tiene un consenso en cuanto a la configuración responsable. Por ejemplo, entre los que se consideran son: (1) un intenso campo magnético en una configuración de botella, (2) un intenso campo magnético creado por una onda de choque, (3) una simple discontinuidad muy grande, (4) irregularidades en el campo magnético y (5) una serie de discontinuidades direccionales en el campo.

Al analizar varios eventos de este tipo en los años de 1967-1968, Barouch y Burlaga (1975) encontraron que para cada evento, los decrecimientos Forbush estaban asociados con el paso de una región en la cual el campo magnético era muy intenso, por ejemplo, en una nube magnética o en una eyección coronal de masa. Los flujos corrotantes y los flujos asociados a las flares pueden dar lugar a una configuración causante de decrecimientos Forbush. Por

2. Modulación solar de los rayos cósmicos

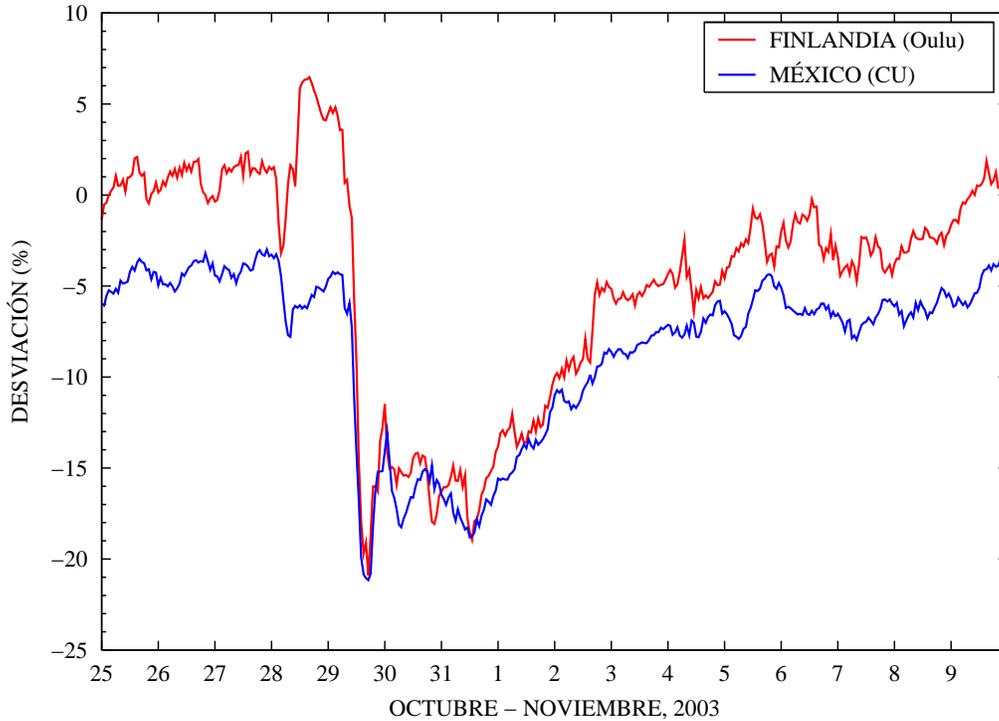


Figura 2.7: Decrecimiento Forbush observado en dos monitores de neutrones en distintos lugares del planeta. Como se observa, ambos monitores registraron la reducción de en la intensidad de RC al mismo tiempo.

otro lado, se ha visto que los decrecimientos más intensos son el resultado de la intensa compresión en el frente de un flujo asociado una rafaga rápida.

Se han observado desde algunos decrecimientos sumamente pequeños, hasta otros del 20 % en la magnitud total y aunque generalmente sólo toma algunos días en volver la intensidad a su nivel normal, hay algunos decrecimientos en los que esta recuperación no ocurre. En ocasiones tienen lugar superposiciones de decrecimientos Forbush y otras veces aparecen pequeños decrecimientos en la etapa de recuperación.

Capítulo 3

Simulación de la modulación solar de los rayos cósmicos

3.1. Función de distribución

A cualquier punto de la heliósfera, los rayos cósmicos arriban desde todas direcciones, comunmente en diferentes cantidades y en un amplio intervalo de energía. Las propiedades de los rayos cósmicos serán completamente conocidas si podemos encontrar la función de distribución $F(\vec{x}, \vec{p}, t)$ la cual, como vemos, está en función de la posición \vec{x} , el momento \vec{p} y el tiempo t . En el volumen d^3x , en el punto \vec{x} , tenemos dn partículas en el espacio de momento d^3p alrededor de \vec{p} , tal que:

$$dn = F(\vec{x}, \vec{p}, t) d^3x d^3p, \quad (3.1)$$

o como función del elemento de ángulo sólido $d\Omega$:

$$dn = F(\vec{x}, \vec{p}, t) d^3x p^2 d\Omega dp. \quad (3.2)$$

En la práctica no se posee la suficiente cantidad de observaciones para medir $F(\vec{x}, \vec{p}, t)$ completamente. En su lugar, se miden dos cantidades con significado físico. La *densidad diferencial de partículas* y la *densidad diferencial de corriente*. Estas cantidades corresponden a los momentos de cero y primer orden de F . El momento de orden cero de F se define como sigue:

$$f(\vec{x}, \vec{p}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} F(\vec{x}, \vec{p}, t) d\Omega. \quad (3.3)$$

y se denomina *función de distribución omnidireccional* (f). Su significado físico es que ella mide todas las partículas dN en el volumen d^3x , en el punto \vec{x} con momento en el intervalo $(\vec{p}, \vec{p} + d\vec{p})$ independientemente de la dirección del momento (ver figura 3.1), es decir:

$$dN = f(\vec{x}, \vec{p}, t) d^3x 4\pi p^2 dp. \quad (3.4)$$

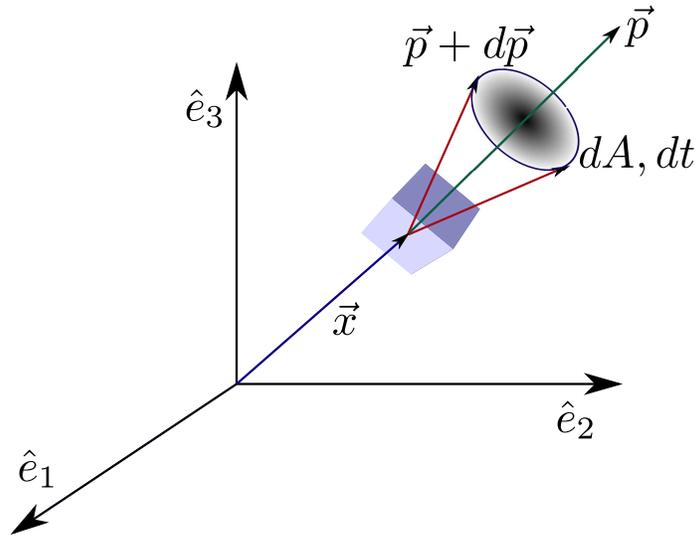


Figura 3.1: Elemento de volumen para el cálculo de la función de distribución

La densidad diferencial con respecto al momento, $U_p(\vec{x}, \vec{p}, t)$ se define de tal forma que el número de partículas dN en $(\vec{p}, \vec{p} + d\vec{p})$ y d^3x es:

$$dN = U_p(\vec{x}, \vec{p}, t) d^3x dp. \quad (3.5)$$

Comparando las ecuaciones (3.4) y (3.5) obtenemos:

$$U_p(\vec{x}, \vec{p}, t) = 4\pi p^2 f(\vec{x}, \vec{p}, t). \quad (3.6)$$

Experimentalmente pocas veces se mide U_p . La cantidad medida es la *intensidad diferencial*. Ella es definida tal que el número de partículas ds que cruzan el elemento de área dA perpendicular a \vec{p} en el intervalo de momento $(\vec{p}, \vec{p} + d\vec{p})$, dentro del elemento de ángulo sólido $d\Omega$

3. Simulación de la modulación solar de los rayos cósmicos

alrededor de \vec{p} en el tiempo dt es:

$$ds = \hat{j}_p(\vec{x}, \vec{p}, t) dA dp d\Omega dt. \quad (3.7)$$

Podemos relacionar la intensidad y la función de distribución si consideramos un cilindro de sección transversal dA y altura vdt . En él la intensidad será:

$$ds = vF(\vec{x}, \vec{p}, t) dt dA p^2 dp d\Omega. \quad (3.8)$$

Por otra parte, el momento de primer orden de $F(\vec{x}, \vec{p}, t)$ se define de la siguiente forma:

$$\mathbf{F}_1(\vec{x}, \vec{p}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \vec{p} F(\vec{x}, \vec{p}, t) d\Omega, \quad (3.9)$$

y denotamos a $dS(\mathbf{n})$, como el número de partículas con momento en el intervalo $(\vec{p}, \vec{p} + d\vec{p})$ que cruzan la superficie dA en un tiempo dt . Si dA tiene una dirección \mathbf{n} respecto de \vec{p} , dicho número de partículas estará dado por:

$$dS(\mathbf{n}) = \int_{\Omega} \mathbf{n} \cdot \vec{v} F(\vec{x}, \vec{p}, t) dt dA p^2 dp d\Omega. \quad (3.10)$$

De esta expresión encontramos la analogía entre \mathbf{F}_1 y la intensidad diferencial de corriente, la cual nos da la cantidad de partículas que atraviesan el elemento de superficie $\mathbf{n}dA$:

$$dS = \mathbf{n} \cdot \vec{v} F(\vec{x}, \vec{p}, t) dt dA p^2 dp d\Omega. \quad (3.11)$$

A partir de (3.7) y (3.8) tenemos

$$\hat{j}_p(\vec{x}, \vec{p}, t) = vp^2 F(\vec{x}, \vec{p}, t). \quad (3.12)$$

Siendo el valor promedio de $\hat{j}_p(\vec{x}, \vec{p}, t)$ la *intensidad diferencial omnidireccional*, $(J_p(\vec{x}, \vec{p}, t))$, dada por:

$$J_p(\vec{x}, \vec{p}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \hat{j}_p(\vec{x}, \vec{p}, t) d\Omega. \quad (3.13)$$

Sustituyendo (3.3), (3.6) y (3.12) en (3.13) llegamos a

$$J_p(\vec{x}, \vec{p}, t) = \frac{vU_p}{4\pi} = vp^2 f. \quad (3.14)$$

3.2. Ecuación de transporte de partículas (ETP)

La intensidad diferencial omnidireccional J_p se expresa en partículas/ $(m^2 \cdot s \cdot sr \cdot mom)$. Usualmente la intensidad se mide respecto de la energía cinética por nucleón (T). Si recordamos que $dT/dp = v/A$, con ayuda de la ecuación (3.14) podemos relacionar la intensidad respecto de la energía con la función de distribución:

$$J_T = Ap^2 f, \quad (3.15)$$

donde J_T se expresa en partículas/ $(m^2 \cdot s \cdot sr \cdot eV/n)$. Esta es la cantidad medida en los detectores de rayos cósmicos.

3.2. Ecuación de transporte de partículas (ETP)

Parker (1965) fue el primero en deducir la ecuación de transporte de partículas (ETP) en la heliósfera. Aunque no formuló apropiadamente el término de convección, sí escribió correctamente la ecuación. Parker abordó el problema como un proceso difusivo, el cual es válido debido a que el campo magnético interplanetario posee irregularidades, esto es, el campo magnético puede ser visto como la contribución de un campo magnético de fondo, \vec{B}_0 , más sus irregularidades $\delta\vec{B}$, es decir $\vec{B} = \vec{B}_0 + \delta\vec{B}$. Estas irregularidades son centros efectivos de dispersión para partículas cuyo radio de giro, \vec{r}_g , son del mismo orden que las escalas espaciales, L , de dichas irregularidades, esto se ilustró en la figura 2.2.

Se debe a Gleeson y Axford (1967) el planteamiento de la ecuación de transporte, como una ecuación de continuidad para la función de distribución omnidireccional f , con respecto al momento, la posición y el tiempo:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{4\pi p^2} \nabla \cdot \mathbf{S} + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} (p^2 \langle \dot{p} \rangle f) = Q. \quad (3.16)$$

donde \mathbf{S} es el flujo o densidad diferencial de corriente dada por

$$\mathbf{S} = 4\pi p^2 (C \mathbf{V} f - \mathbf{K} \cdot \nabla f). \quad (3.17)$$

La ecuación de continuidad (3.16) nos dice que, al analizar la cantidad de partículas de cierta energía en un volumen fijo dentro de la heliósfera, los cambios temporales de dicha cantidad, sumados al cambio debido al flujo de partículas y al cambio producto de variaciones en la

3. Simulación de la modulación solar de los rayos cósmicos

energía, tienen que ser iguales al número de partículas generadas en las fuentes dentro de dicho volumen en cierto intervalo de tiempo.

En (3.17) \mathbf{V} es la velocidad del viento solar, \mathbf{K} es el tensor de difusión de las partículas, el cual contiene los elementos $k_{\parallel}(\mathbf{r}, P, t)$ y $k_{\perp}(\mathbf{r}, P, t)$ con respecto a la dirección del CMI medio, así como la parte antisimétrica $k_T = \beta P/3B$, que describe las derivas de curvatura y gradiente (Isenberg y Jokipii, 1979; Moraal, 2001) en donde β es la velocidad de la partícula con respecto a la velocidad de la luz. El término $C = -\frac{1}{3}(\partial \ln f / \partial \ln p)$, es el factor de Compton-Getting (la corrección incorporada por Gleeson y Axford) y nos dice que al medir el flujo de partículas que se propagan en un medio en movimiento, respecto de un observador fijo, observaremos un valor diferente al que mide un observador en movimiento con el medio (similar al efecto Doppler).

El término $\langle \dot{p} \rangle = (p/3)\mathbf{V} \cdot (\nabla f / f)$ en (3.16) representa la pérdida adiabática de momento de los rayos cósmicos en el viento solar en expansión respecto a un observador fijo. En el sistema de referencia del viento solar $\langle \dot{p} \rangle = -(p/3)\nabla \cdot \mathbf{V}$, como lo mostraron Gleeson y Webb (1978). El último término, Q , es el que se refiere a las fuentes de partículas presentes en el medio.

En las ecuaciones (3.16) y (3.17) el momento p se puede cambiar por la rigidez magnética de la partícula P , o la energía cinética por nucleón T . Por definición:

$$P \equiv \frac{pc}{q}, \quad (3.18)$$

donde c es la velocidad de la luz y q la carga de la partícula.

Utilizando la ecuación para la energía total (E_T) en términos de la energía cinética (K), la energía en reposo (E_r) y el número másico (A) tenemos que

$$E_T^2 = p^2 c^2 + E_r^2,$$

por lo tanto

$$P^2 = \frac{E_T^2 - E_r^2}{q^2}.$$

Por otro lado, sabemos que $E_r = AE_0$ (E_0 es la energía en reposo del protón) y $E_T = K + E_r$.

3.2. Ecuación de transporte de partículas (ETP)

Introduciendo estos términos en la ecuación anterior esta adopta la siguiente forma:

$$P^2 = \frac{(K + E_r)^2 - (AE_0)^2}{q^2}, \quad (3.19)$$

donde q es la carga de los protones ($q = Ze$) y $K = AT$ (T es la energía cinética por nucleón). Sustituyendo esto en la ecuación (3.19) obtenemos lo siguiente:

$$P^2 = \frac{A^2(T^2 + 2TE_0)}{(Ze)^2},$$

$$P = \frac{A}{Z} \sqrt{T(T + 2E_0)}, \quad (3.20)$$

con T y E_0 expresadas en eV.

Ahora bien, podemos además insertar el flujo y el término de pérdida adiabática en la ecuación de continuidad (3.16), la cual adoptará tres formas distintas, pero equivalentes. Al tomar el término de pérdida adiabática, correspondiente a un observador fijo que ve como fluye el viento solar ($\langle \dot{p} \rangle = (p/3)\mathbf{V} \cdot (\nabla f/f)$) y lo insertamos en la ecuación de transporte junto con el flujo, obtenemos la siguiente expresión:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{4\pi p^2} \nabla \cdot [4\pi p^2 (C\mathbf{V}f - \mathbf{K} \cdot \nabla f)] + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left[p^2 \left(\frac{p}{3} \mathbf{V} \cdot \frac{\nabla f}{f} \right) f \right] = Q,$$

que al simplificarla nos queda de la siguiente forma

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot (C\mathbf{V}f - \mathbf{K} \cdot \nabla f) + \frac{1}{3p^2} \frac{\partial}{\partial p} (p^3 \mathbf{V} \cdot \nabla f) = Q. \quad (3.21)$$

Para obtener las dos formas equivalentes restantes que puede tomar la ecuación (3.16), partiremos de esta última ecuación. Transformando el tercer término de la ecuación (3.21) según la relación: $\nabla \cdot (f\mathbf{A}) = f(\nabla \cdot \mathbf{A}) + \mathbf{A} \cdot (\nabla f)$, y sustituyendo la expresión para C en el segundo término obtenemos:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot \left(-\frac{1}{3} \frac{\partial \ln f}{\partial \ln p} \mathbf{V}f - \mathbf{K} \cdot \nabla f \right) + \frac{1}{3p^2} \frac{\partial}{\partial p} [p^3 (\nabla \cdot f\mathbf{V} - f\nabla \cdot \mathbf{V})] = Q,$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot \left(-\frac{p}{3f} \left(\frac{\partial f}{\partial p} \right) \mathbf{V}f - \mathbf{K} \cdot \nabla f \right) + \frac{1}{3p^2} \frac{\partial}{\partial p} [p^3 (\nabla \cdot f\mathbf{V} - f\nabla \cdot \mathbf{V})] = Q,$$

3. Simulación de la modulación solar de los rayos cósmicos

reordenando los términos en esta ecuación obtenemos

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{V}f - \mathbf{K} \cdot \nabla f) - \frac{1}{3p^2}(\nabla \cdot \mathbf{V})\frac{\partial}{\partial p}(p^3 f) = Q. \quad (3.22)$$

Finalmente, para derivar la última forma que puede tomar la ecuación de transporte, desarrollamos los dos últimos términos de (3.21):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{V}f) - \nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla f) - \frac{1}{3}(\nabla \cdot \mathbf{V}) \left[f + p \frac{\partial f}{\partial p} \right] = Q,$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla(f) + f(\nabla \cdot \mathbf{V}) - \nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla f) - \frac{1}{3}(\nabla \cdot \mathbf{V})f - \frac{1}{3}(\nabla \cdot \mathbf{V})p \frac{\partial f}{\partial p} = Q,$$

y recordando que $\partial \ln p = (1/p)\partial p$ obtenemos la siguiente expresión:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla f - \nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla f) - \frac{1}{3}(\nabla \cdot \mathbf{V})\frac{\partial f}{\partial \ln p} = Q. \quad (3.23)$$

El primer término del lado izquierdo de (3.23) describe los cambios temporales en el flujo de partículas, el segundo término representa los cambios espaciales debidos al flujo convectivo del Viento Solar. El tercer término del lado izquierdo representa la difusión de las partículas debido a las irregularidades del campo magnético así como las derivas de gradiente y curvatura a través de la parte antisimétrica del tensor de difusión. El cuarto término describe los cambios de energía. Finalmente el término del lado derecho de la igualdad representa las fuentes o sumideros.

Debido a su complejidad, la solución numérica completa de la ETP es muy difícil de obtener. Desde inicios de los setenta, se han empleado diferentes grados de aproximación para resolver alguna de las tres formas equivalentes de la ETP que acabamos de deducir. En orden progresivo ellos son:

1. Suposición de simetría azimutal, eliminando los términos cruzados que son muy difíciles de interpretar, pero que reducen la validez de la solución a escalas temporales mayores a una rotación solar (ver por ejemplo, Le Roux y Potgieter, 1991).
2. Estado estacionario, reduciendo la variable tiempo a un parámetro y perdiendo la posibilidad de analizar la aceleración en el choque terminal (Moraal y col., 1979).
3. Simetría esférica, eliminando además la coordenada latitudinal y perdiendo la referen-

cia del CMI y las derivas (Fisk, 1971).

4. Reemplazo de la pérdida adiabática por una pérdida *simulada* de energía, se conoce como solución **Campo de Fuerza**.
5. Despreciar las pérdidas de energía, solamente cuenta la difusión hacia adentro y la convección hacia afuera, se conoce como solución de **Convección-Difusión**.

3.3. Soluciones analíticas de la ETP

3.3.1. Solución Campo de Fuerza

La aproximación Campo de Fuerza a la ecuación de transporte que describe la modulación de los rayos cósmicos en la heliósfera es una herramienta ampliamente utilizada. Su uso frecuente se debe a que, de una manera sencilla, proporciona un método cuasi-analítico que describe el nivel de modulación utilizando un solo parámetro. Sin embargo, al comparar la solución del Campo de Fuerza con la solución numérica simple en una dimensión de la ecuación de transporte, Caballero-Lopez y Moraal (2004), demostraron que esta aproximación es buena para los rayos cósmicos galácticos en la heliósfera interna, pero su precisión disminuye hacia la heliósfera externa.

Cuando se utiliza esta aproximación como una solución de la ETP, partimos de la ecuación (3.21) y hacemos las siguientes suposiciones:

- No existen fuentes de rayos cósmicos en la heliósfera ($Q = 0$),
- Estado estacionario ($\partial f / \partial t = 0$),
- No hay pérdida adiabática ($\langle \dot{p} \rangle = (p/3)\mathbf{V} \cdot (\nabla f / f) = 0$).

con lo cuál (3.21) se reduce a

$$CVf - \mathbf{K} \cdot \nabla f = \text{cte.} = 0. \quad (3.24)$$

La constante de integración tiene que ser cero para evitar una singularidad en el origen. Si

3. Simulación de la modulación solar de los rayos cósmicos

además, suponemos simetría esférica, la ecuación se reduce a

$$CVf - k \frac{\partial f}{\partial r} = 0, \quad (3.25)$$

donde el tensor de difusión \mathbf{K} se ha reducido a un único coeficiente efectivo radial k . El hecho de suponer esta simetría nos hace perder la estructura del campo magnético heliosférico. Los primeros en discutir la validez de la condición de no existencia de flujo en (3.25) fueron Gleson y Axford (1968). A partir de la solución analítica en una dimensión, de la ecuación (3.21), demostraron que los términos convectivos y difusivos son opuestos y se cancelan en el flujo.

Para que (3.25) sea válida se necesita que el término de pérdidas adiabáticas en (3.21) sea menor que los términos convectivo y difusivo (Gleeson y Axford, 1968), lo que significa:

* $Vr/k \ll 1$, válido para altas energías donde k es muy grande.

* $g = (1/f)\partial f/\partial r \ll C/r$, válido para r pequeño.

Por lo tanto, la aproximación Campo de Fuerza no es una muy buena aproximación de la modulación, y es aplicable mayormente en la heliósfera interior y para partículas de alta energía (varios cientos de MeV/n en adelante). Cabe mencionar que la aproximación Campo de Fuerza es muy mala para los rayos cósmicos anómalos en toda la heliósfera.

Si sustituimos C por su expresión explícita en (3.25), esta se convierte en una ecuación diferencial parcial de primer orden:

$$\frac{Vp}{3} \frac{\partial f}{\partial p} + k \frac{\partial f}{\partial r} = 0, \quad (3.26)$$

cuya solución es $f(r, p) = \text{constante} = f_b(r_b, p_b)$ a lo largo de un contorno con ecuación característica $dp/dr = Vp/3k$, en el espacio fase (r, p) . El subíndice b indica los valores en la frontera de la región de modulación. El nombre de solución Campo de Fuerza proviene del hecho de que la ecuación (3.26) se puede escribir como

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \langle v \rangle \frac{\partial f}{\partial r} + \langle v \rangle \frac{Vp}{3k} \frac{\partial f}{\partial p} = 0, \quad (3.27)$$

donde

$$\langle v \rangle \frac{Vp}{3k} = \text{Fuerza.}$$

La ecuación (3.26) puede reescribirse en función de la rigidez de la forma:

$$\frac{1}{k} \left[\frac{Vp}{3} \frac{\partial f}{\partial p} + k \frac{\partial f}{\partial r} \right] = 0,$$

$$\frac{\partial f}{\partial r} + \frac{V}{3k} \left(\frac{qP}{c} \right) \frac{c}{q} \frac{\partial f}{\partial P} = 0,$$

$$\frac{\partial f}{\partial r} + \frac{VP}{3k} \frac{\partial f}{\partial P} = 0, \quad (3.28)$$

y la rigidez se obtiene integrando en el espacio fase la ecuación característica desde el punto inicial (r, P) hasta el punto en la frontera (r_b, P_b) .

Si el coeficiente de difusión se puede separar en sus variables r y P :

$$k(r, P) = \beta k_1(r) k_2(P), \quad (3.29)$$

la solución será

$$\int_P^{P_b(r,P)} \frac{\beta(P') k_2(P')}{P'} dP' = \int_r^{r_b} \frac{V(r')}{3k_1(r')} dr' \equiv \phi(r), \quad (3.30)$$

donde ϕ se conoce como *parámetro de campo de fuerza*. Cuando $k_2 \propto P$ y $\beta \approx 1$ la solución se reduce a la forma ampliamente conocida:

$$P_b - P = \phi, \quad (3.31)$$

de modo que el parámetro de campo de fuerza se convierte en una pérdida de rigidez o, alternativamente, en una pérdida de energía. Los valores típicos de ϕ varían de 300 hasta más de 1000 MV, entre el mínimo y el máximo solar. Sólo en este caso ϕ es un potencial y no representa la pérdida adiabática. El hecho de que hayamos llegado a una variación en la rigidez resulta fortuito, *sólo* se debe al coeficiente de Compton-Getting.

En la figura 3.2 aparece la representación de la solución Campo de Fuerza junto con la solución de Convección-Difusión, de la cual hablaremos en la siguiente sección. En esta figura, f_{LIS} es el espectro en la frontera y f_b su valor a una determinada energía. La trayectoria horizontal (flecha verde) representa la solución Campo de Fuerza, en donde Φ es el parámetro de campo de fuerza. La flecha roja representa la solución de Convección-Difusión. La modula-

3. Simulación de la modulación solar de los rayos cósmicos

ción real, para una determinada energía en la frontera (f_b), estará dada como una combinación de la reducción de la intensidad y los cambios de energía o rigidez P (flecha azul).

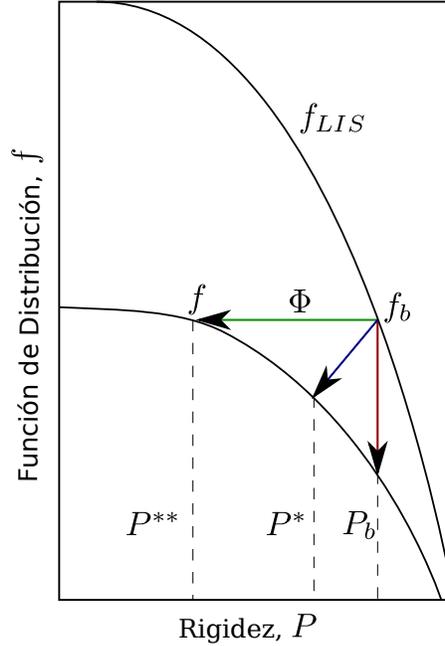


Figura 3.2: Representación gráfica de las soluciones Campo de Fuerza (trayectoria horizontal) y Convección-Difusión (trayectoria vertical). La trayectoria inclinada representa la modulación real como combinación de la reducción en intensidad y pérdida de energía (tomado de Caballero-Lopez y Moraal, 2004).

A menudo se olvida que la pérdida de rigidez (o momento) en la aproximación Campo de Fuerza descrita por la ecuación (3.31), se aplica únicamente al caso especial en que las partículas son relativistas, $\beta = 1$, y la rigidez tiene una dependencia $P \propto k$. En todos los otros casos $P_b - P = f(\phi, P)$, y ϕ no es una pérdida de rigidez y no tiene las dimensiones del potencial. Glesson y Urch (1973) acentuaron explícitamente que el parámetro que describe completamente al modelo de campo de fuerza es k_2/ϕ . Tomando en cuenta todo lo anterior y basándonos en la ecuación (3.30) podemos encontrar la expresión con la que obtenemos esta cantidad:

$$\int_P^{P_b(r,P)} \frac{\beta k_2}{P'} dP' = \frac{1}{3} \int_r^{r_b} \frac{V}{k} dr = \phi,$$

$$\frac{1}{3} \int_r^{r_b} \frac{V}{k} dr = \frac{\phi}{\beta k_2}, \quad (3.32)$$

y es un parámetro adimensional.

3.3.2. Solución Convección-Difusión

Otra solución casi equivalente a la de Campo de Fuerza, se obtiene de la ecuación (3.22). Para ello, hacemos las mismas suposiciones que para el caso anterior: simetría esférica, estado estacionario ($\partial f/\partial t$) y no hay fuentes ($Q = 0$). Además, despreciamos el último término del lado izquierdo de (3.22), que no es el término de pérdida adiabática en el sistema en reposo, con lo cual obtenemos la siguiente ecuación

$$Vf - k\frac{\partial f}{\partial r} = 0, \quad (3.33)$$

que es generalmente referida como ecuación de Convección-Difusión. Resolviendo (3.33) encontramos una expresión para f , esto es:

$$\begin{aligned} Vf &= k\frac{\partial f}{\partial r}, \\ \int_r^{r_b} \frac{V}{k} dr &= \int_f^{f_b} \frac{df}{f}, \\ \ln\left(\frac{f_b}{f}\right) &= \int_r^{r_b} \frac{V}{k} dr, \\ f &= f_b e^{-M}, \end{aligned} \quad (3.34)$$

donde

$$M = \int_r^{r_b} \frac{V}{k} dr. \quad (3.35)$$

En esta última ecuación a M se le conoce como *función de modulación* y está relacionada con el parámetro de campo de fuerza ϕ de la siguiente manera:

$$M = \frac{3\phi}{\beta k_2}. \quad (3.36)$$

donde M carece de dimensiones.

La relación entre el Campo de Fuerza y la Convección-Difusión proporcionan dos maneras de describir un mismo proceso. La relación entre la intensidad de la radiación cósmica, j_T , respecto a la energía cinética por núcleo, T , está relacionada con la función de distribución

3. Simulación de la modulación solar de los rayos cósmicos

omnidireccional f a través de

$$j_T = Ap^2 f(p) = \frac{Z}{c} P^2 f(P) \quad (3.37)$$

Así, en términos de las intensidades relacionadas al Campo de Fuerza $f(r, P) = f_b(r_b, P_b)$ se convierte en:

$$j_T(r, P) = \left(\frac{P}{P_b}\right)^2 j_{T_b}(r_b, P_b). \quad (3.38)$$

3.4. Soluciones numéricas de la ETP

3.4.1. Solución en 1-Dimensión

Para verificar el grado de validez de las dos soluciones anteriores, Caballero-Lopez y Moraal (2004) compararon las soluciones obtenidas con el Campo de Fuerza y la Convección-Difusión, con las soluciones obtenidas al resolver *numéricamente* la ecuación de transporte (3.23) en una dimensión con simetría esférica para un estado estacionario y sin fuentes:

$$V \frac{\partial f}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 k \frac{\partial f}{\partial r} \right) - \frac{1}{3r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 V) \frac{\partial f}{\partial \ln p} = 0. \quad (3.39)$$

Esta ecuación contiene difusión radial, convección y pérdida de energía. En la figura 3.3 aparecen las soluciones para los rayos cósmicos galácticos (H^+).

Las líneas continuas en el panel de la izquierda representan los espectros de intensidad, J_T , calculados a partir de la solución (3.39). El valor del espectro interestelar local a una distancia de $r_b = 90$ UA, se tomó de Webber y Lockwood (2001):

$$J_T(H) = \frac{21.1T^{-2.8}}{(1 + 5.85T^{-1.22} + 1.18T^{-2.54})}. \quad (3.40)$$

Las intensidades son calculadas a 1, 20, 40, 60 y 80 UA, y fueron multiplicadas por factores de $\sqrt{10}$ para una mejor apreciación.

La velocidad radial del viento solar fue de 400 km/s, mientras que el coeficiente de difusión tuvo un valor de $k = 4.38 \times 10^{22} \beta P (GV) \text{cm}^2/\text{s}$, el cual equivale a una difusión con un camino libre medio $\lambda = 0.29P (GV) \text{UA}$. Los puntos a 1 UA son datos de observaciones hechas por la sonda espacial IMP 8 durante el período de mínima actividad solar en el año

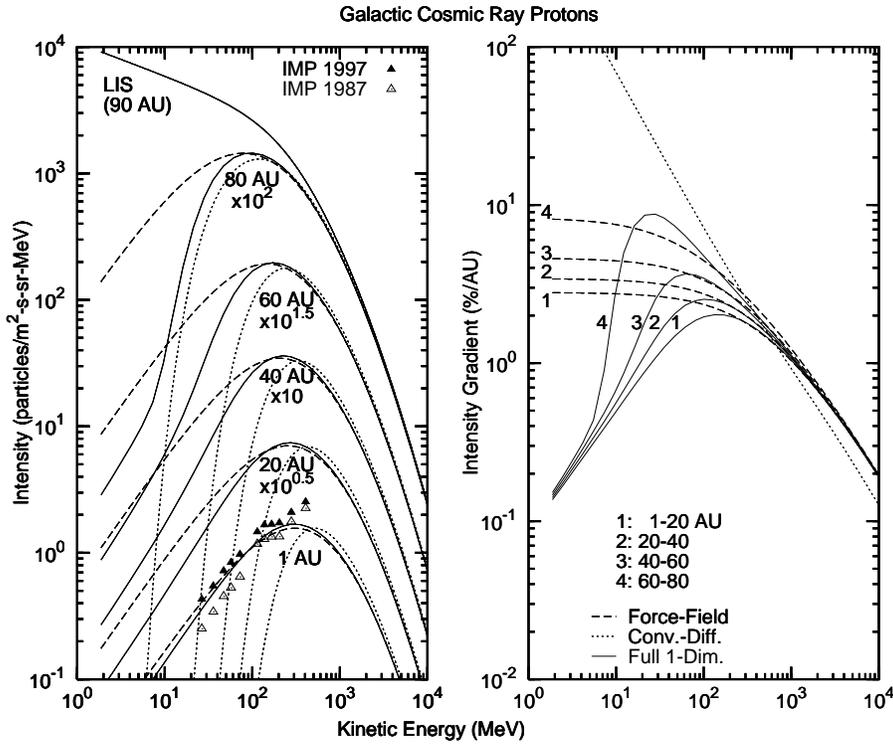


Figura 3.3: Solución para protones galácticos: espectro (izquierda), gradientes (derecha). Se empleó: $r_b = 90$ UA, $V = 400$ km/s, $\lambda = 0.29P(\text{GV})$ UA, $k = \lambda v/3$ y $\phi(1\text{UA}) = 407$ MV. Las intensidades están multiplicadas por factores de $\sqrt{10}$ para mayor claridad. Los gradientes se calcularon según $g = \ln(J_2/J_1)/(r_2 - r_1)$. Las líneas continuas se obtienen al resolver numéricamente la ecuación (3.39). Las líneas discontinuas son las soluciones obtenidas utilizando el Campo de Fuerza y las punteadas utilizando Convección-Difusión (tomado de Caballero-Lopez y Morral, 2004).

1987 (triángulos abiertos) y 1997 (triángulos oscuros). Las líneas discontinuas y punteadas son las soluciones del Campo de Fuerza y la Convección-Difusión, respectivamente, usando los mismos parámetros de transporte.

Se puede apreciar al comparar las tres soluciones que, para valores de r muy cercanos al Sol, la solución Campo de Fuerza es una mejor aproximación a la solución numérica completa de la ecuación de transporte de los RC, que la obtenida al utilizar la solución de Convección-Difusión. Esto es debido a que la solución Campo de Fuerza incluye una pérdida de energía *simulada* que es importante en la heliósfera interna, no así en la externa. Sin embargo, al incrementarse la distancia radial, la solución obtenida con la Convección-Difusión es cada vez mejor, mientras que la solución que se obtiene con el Campo de Fuerza empeora paulatinamente. Esto es debido a que la solución Campo de Fuerza sobreestima progresivamente las

3. Simulación de la modulación solar de los rayos cósmicos

verdaderas pérdidas adiabáticas de energía. Por otro lado, el que la solución obtenida con la Convección-Difusión mejore al alejarnos del Sol, se debe a que en las regiones más distantes, los cambios de energía son casi nulos.

El gradiente radial de intensidad se define como

$$g_r = \frac{1}{j_T} \frac{\partial J_T}{\partial r}. \quad (3.41)$$

En la figura 3.3, el panel de la derecha muestra el gradiente radial como función de la energía, calculados a partir de la ecuación

$$g_r = \frac{\ln(J_{T_2}/J_{T_1})}{r_2 - r_1} \quad (3.42)$$

para un conjunto de cuatro valores de r_1 y r_2 . La solución mostrada en línea continua indica el comportamiento muy conocido de que los gradientes alcanzan el máximo entre 20 y 200 MeV, para después caer a cero a energías bajas debido a las pérdidas adiabáticas de energía. Las líneas discontinuas representan los gradientes del Campo de Fuerza y las líneas punteadas los gradientes de la Convección-Difusión, que a partir de la ecuación (3.33), están dados por $g_r = V/k$. Debido a que Caballero-Lopez y Moraal (2004) eligieron k independiente de r , todos los gradientes obtenidos con la Convección-Difusión son iguales y son una aproximación pobre a los gradientes verdaderos a esas distancias radiales y a esas energías. Por otro lado, vemos que a altas energías los gradientes del Campo de Fuerza son una buena aproximación a los gradientes verdaderos, pero a menos de ≈ 100 MeV esta aproximación empeora progresivamente. Podemos observar, a partir de la ecuación (3.25), que los gradientes del Campo de Fuerza están dados por $g_r = CV/k$. En las bajas energías C tiende a cero y por lo tanto, los gradientes del Campo de Fuerza deberían ir a cero. Esto no ocurre debido a que V/k se incrementa rápidamente al disminuir la energía, de la misma manera en que C disminuye, forzando a CV/k a tomar valores asintóticos.

Límite convectivo-adiabático. La ecuación (3.23) con régimen estacionario y sin fuentes, es fácil de transformar en

$$\left[\mathbf{V} \cdot \nabla f - \nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla f) + Cf(\nabla \cdot \mathbf{V}) \right] = 0. \quad (3.43)$$

Como $k \sim \beta P$, el segundo término en (3.43) decrece rápidamente con la disminución de la

energía. Para una velocidad constante del viento solar, $\nabla \cdot \mathbf{V} = 2V/r$, el cual aumenta en la heliósfera interior donde los gradientes radiales son pequeños. Por lo tanto, la única forma de que se cumpla (3.43) es si $C \rightarrow 0$. Si $C \sim 0$, entonces $f = \text{constante}$ y $j_T \propto T$. En la heliósfera exterior, $\nabla \cdot \mathbf{V} = 2V/r$, es pequeño y por tanto la condición $C \rightarrow 0$ se alcanzará a energías menores. Esta es la explicación para la “protuberancia” que aparece en el espectro a bajas energías (≤ 100 MeV) en la heliósfera exterior (ver figura 3.3).

3.4.2. Solución en 2-Dimensiones

Hasta aquí hemos analizado los modelos en una dimensión que describen la modulación de los rayos cósmicos a través de las heliósfera. Estos modelos son válidos en primera aproximación, pues de una manera sencilla podemos lograr ajustar los resultados (solución numérica 1-D) a las observaciones.

Sin embargo, es importante que todo modelo que describa la propagación de los rayos cósmicos en la heliósfera, contenga la mayor cantidad de procesos físicos. Con este fin hemos de extender nuestro análisis a un modelo bidimensional, el cual contiene, además de convección, difusión y cambios de energía, **el transporte latitudinal y las derivas**.

Para el modelo en dos dimensiones se resuelve la ecuación:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla f - \nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla f) - \frac{1}{3} \nabla \cdot \mathbf{V} \frac{\partial f}{\partial \ln p} = 0, \quad (3.44)$$

con las siguientes simplificaciones:

- estado estacionario, $\partial f / \partial t = 0$
- en dos dimensiones $f = f(r, \theta, p)$, con lo cual se incorpora a nuestro modelo la dependencia latitudinal (θ)
- simetría azimutal, $\partial / \partial \phi = 0$
- las derivas son distintas de cero, esto implica que:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} k_{rr} & k_{r\theta} & 0 \\ k_{\theta r} & k_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Simulación de la modulación solar de los rayos cósmicos

entonces tenemos:

$$\mathbf{K} \cdot \nabla f = \begin{pmatrix} k_{rr} & k_{r\theta} & 0 \\ k_{\theta r} & k_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial f / \partial r \\ (1/r) \partial f / \partial \theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{K} \cdot \nabla f = \begin{pmatrix} k_{rr}(\partial f / \partial r) + (k_{r\theta}/r)(\partial f / \partial \theta) \\ k_{\theta r}(\partial f / \partial r) + (k_{\theta\theta}/r)(\partial f / \partial \theta) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

de la misma forma

$$\nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla f) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 k_{rr} \frac{\partial f}{\partial r} + r k_{r\theta} \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) +$$

$$\frac{1}{r \text{sen} \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\text{sen} \theta k_{\theta r} \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{\text{sen} \theta}{r} k_{\theta\theta} \frac{\partial f}{\partial \theta} \right)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla f) = \underbrace{\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 k_{rr} \frac{\partial f}{\partial r} \right)}_A + \underbrace{\frac{1}{r^2 \text{sen} \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\text{sen} \theta k_{\theta\theta} \frac{\partial f}{\partial \theta} \right)}_B +$$

$$\underbrace{\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k_{r\theta} \frac{\partial f}{\partial \theta} \right)}_C + \underbrace{\frac{1}{r \text{sen} \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\text{sen} \theta k_{\theta r} \frac{\partial f}{\partial r} \right)}_D \quad (3.46)$$

Para mayor claridad hemos dividido la ecuación (3.46) en los términos A, B, C y D. Los términos C y D nos quedan como sigue:

$$C = \frac{1}{r^2} \left(k_{r\theta} \frac{\partial f}{\partial \theta} + r k_{r\theta} \frac{\partial^2 f}{\partial r \partial \theta} + r \frac{\partial f}{\partial \theta} \frac{\partial k_{r\theta}}{\partial r} \right) \quad (3.47)$$

$$D = \frac{1}{r \text{sen} \theta} \left(\cos \theta k_{\theta r} \frac{\partial f}{\partial r} + \text{sen} \theta k_{\theta r} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta \partial r} + \text{sen} \theta \frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial k_{\theta r}}{\partial \theta} \right) \quad (3.48)$$

ahora sumamos C y D

$$\begin{aligned}
 C + D &= \left[\frac{k_{r\theta}}{r^2} + r \frac{\partial k_{r\theta}}{\partial r} \right] \frac{\partial f}{\partial \theta} + \frac{1}{r} [k_{r\theta} + k_{\theta r}] \frac{\partial^2 f}{\partial r \partial \theta} + \\
 &\quad \frac{1}{r \text{sen} \theta} \left[\cos \theta k_{\theta r} + \text{sen} \theta \frac{\partial k_{\theta r}}{\partial \theta} \right] \frac{\partial f}{\partial r} \\
 C + D &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r k_{r\theta}) \frac{\partial f}{\partial \theta} + \frac{1}{r \text{sen} \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\text{sen} \theta k_{\theta r}) \frac{\partial f}{\partial r} \tag{3.49}
 \end{aligned}$$

El segundo término de la ecuación (3.44) nos queda:

$$\mathbf{V} \cdot \nabla f = V \frac{\partial f}{\partial r}$$

Tomando todo lo anterior e introduciéndolo en la ecuación (3.44) esta se transforma en:

$$-A - B + \left[V - \frac{1}{r \text{sen} \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\text{sen} \theta k_{\theta r}) \right] \frac{\partial f}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r k_{r\theta}) \frac{\partial f}{\partial \theta} - \frac{\nabla \cdot \mathbf{V}}{3} \frac{\partial f}{\partial \ln p} = 0. \tag{3.50}$$

Las componentes del tensor de difusión son:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} k_{rr} & k_{r\theta} & k_{r\phi} \\ k_{\theta r} & k_{\theta\theta} & k_{\theta\phi} \\ k_{\phi r} & k_{\phi\theta} & k_{\phi\phi} \end{pmatrix} = \Lambda \begin{pmatrix} k_{rr} & k_{r\theta} & k_{r\phi} \\ k_{\theta r} & k_{\theta\theta} & k_{\theta\phi} \\ k_{\phi r} & k_{\phi\theta} & k_{\phi\phi} \end{pmatrix} \Lambda^T$$

donde la matriz Λ está dada por:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & \text{sen} \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen} \psi & 0 & \cos \psi \end{pmatrix} \tag{3.51}$$

Para el campo de Parker tenemos que

$$\vec{\mathbf{B}} = B_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 [\hat{e}_r - \tan \psi \hat{e}_\phi] = B \hat{e}_\parallel \tag{3.52}$$

3. Simulación de la modulación solar de los rayos cósmicos

con

$$\begin{aligned}
 k_{rr} &= k_{\parallel} \cos^2 \psi + k_{\perp} \sin^2 \psi \\
 k_{\theta\theta} &= k_{\perp} \\
 k_{\theta r} &= -k_{r\theta} = k_T \sin \psi \\
 k_{\theta\phi} &= -k_{\phi\theta} = k_T \cos \psi \\
 k_{\phi\theta} &= k_{\theta\phi} = (k_{\perp} - k_{\parallel}) \sin \psi \cos \psi
 \end{aligned} \tag{3.53}$$

La velocidad de deriva está dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 \vec{v}_d &= \frac{pv}{3q} \nabla \times \frac{\vec{\mathbf{B}}}{B^2} = \frac{\beta \mathbf{P}}{3} \nabla \times \frac{\vec{\mathbf{B}}}{B^2} = \nabla \times \frac{\beta \mathbf{P}}{3B} \hat{e}_{\parallel}, \\
 \vec{v}_d &= \nabla \times k_T \hat{e}_{\parallel}, \quad k_T = \frac{\beta \mathbf{P}}{3B} \quad \text{y} \quad \hat{e}_{\parallel} = \frac{\mathbf{B}}{B},
 \end{aligned}$$

es decir:

$$\mathbf{v}_d = \frac{\beta \mathbf{P}}{3r^2 \sin^2 \theta} \begin{pmatrix} \hat{e}_r & r \hat{e}_{\theta} & r \sin \theta \hat{e}_{\phi} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ \frac{B_r}{B^2} & r \frac{B_{\theta}}{B^2} & r \sin \theta \frac{B_{\phi}}{B^2} \end{pmatrix}$$

donde tenemos que para el campo de Parker $B_{\theta} = 0$ y $B_{\phi} = -\sin \psi B$, entonces, cada una de las componentes de la velocidad de deriva se escriben como sigue:

$$v_{dr} = \frac{\beta \mathbf{P}}{3r^2 \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(r \sin \theta \frac{B_{\phi}}{B^2} \right) - \frac{\partial}{\partial \phi} \left(r \frac{B_{\theta}}{B^2} \right) \right],$$

$$v_{d\theta} = \frac{\beta \mathbf{P}}{3r^2 \sin \theta} \left[r \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{B_r}{B^2} \right) - r \frac{\partial}{\partial r} \left(r \sin \theta \frac{B_{\phi}}{B^2} \right) \right],$$

$$v_{d\phi} = \frac{\beta \mathbf{P}}{3r^2 \sin \theta} \left[r \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{B_{\theta}}{B^2} \right) - r \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{B_r}{B^2} \right) \right].$$

Si suponemos que hay simetría azimutal ($\partial/\partial\phi = 0$), entonces

$$v_{dr} = \frac{\beta\mathbf{P}}{3r^2\text{sen}\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(r\text{sen}\theta \frac{B_\phi}{B^2} \right) = \frac{k_T}{rB} \left[\cot\theta B_\theta + \frac{\partial B_\phi}{\partial\theta} - 2 \frac{B_\phi}{B} \frac{\partial B}{\partial\theta} \right] \quad (3.54)$$

$$v_{d\theta} = \frac{\beta\mathbf{P}}{3r\text{sen}\theta} \left(-\text{sen}\theta \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{B_\phi}{B^2} \right) \right) = \frac{k_T}{B} \left[-\frac{B_\phi}{R} - \frac{\partial B_\phi}{\partial r} + 2 \frac{B_\phi}{B} \frac{\partial B}{\partial r} \right] \quad (3.55)$$

$$v_{d\phi} = \frac{k_T}{r} \left[2 \frac{B_r}{B^2} \frac{\partial B}{\partial\theta} - \frac{1}{B} \frac{\partial B_r}{\partial\theta} + \frac{B_\theta}{B} - 2r \frac{B_\theta}{B^2} \frac{\partial B}{\partial r} + \frac{r}{B} \frac{\partial B_\theta}{\partial r} \right] \quad (3.56)$$

Como $B_\theta = 0$ y $\partial B_r/\partial\theta = 0$, entonces:

$$B = B_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \frac{1}{\cos\psi} = \frac{B_r}{\cos\psi}$$

$$B_r = B_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2$$

$$B_\phi = -\tan\psi B_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 = -B_r \tan\psi$$

$$\frac{\partial B_\phi}{\partial\theta} = -B_r \frac{\Omega(\Delta r)}{V} \cos\theta = B_\phi \cot\theta$$

$$\frac{\partial B}{\partial\theta} = B_r \tan\psi \text{sen}\psi \cot\theta = -B_\phi \text{sen}\psi \cot\theta$$

$$\frac{B_\phi}{B} = -\text{sen}\psi$$

$$\frac{B_\phi}{B^2} = -\frac{B_r \tan\psi}{B_r^2} \cos^2\psi = -\frac{1}{B_r} \text{sen}\psi \cos\psi = -\frac{\text{sen}\psi}{B}$$

$$v_{dr} = -\frac{\beta P}{3r\text{sen}\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\frac{\text{sen}\psi \text{sen}\theta}{B} \right) = -\frac{1}{r\text{sen}\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\frac{\beta P}{3B} \text{sen}\theta \text{sen}\psi \right)$$

$$v_{dr} = -\frac{1}{r\text{sen}\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} (k_T \text{sen}\theta \text{sen}\psi) = -\frac{1}{r\text{sen}\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} (\text{sen}\theta k_{\theta r})$$

$$-v_{dr} = \frac{1}{r\text{sen}\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} (\text{sen}\theta k_{\theta r}) \quad (3.57)$$

3. Simulación de la modulación solar de los rayos cósmicos

$$v_{d\theta} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k_T \frac{B_\phi}{B} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r k_{r\theta}) \quad (3.58)$$

Introduciendo (3.57) y (3.58) en (3.44):

$$\begin{aligned} -A - B + [V + v_{dr}] \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{v_{d\theta}}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} - \frac{1}{3} \nabla \cdot \mathbf{V} \frac{\partial f}{\partial \ln p} = 0 \\ -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 k_{rr} \frac{\partial f}{\partial r} \right) - \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\sin \theta k_{\theta\theta} \frac{\partial f}{\partial \theta} \right] + \\ (V + v_{dr}) \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{v_{d\theta}}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} - \frac{2V}{3r} \frac{\partial f}{\partial \ln p} = 0 \end{aligned} \quad (3.59)$$

Finalmente obtenemos que:

$$\begin{aligned} -k_{rr} \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} - \frac{k_{\theta\theta}}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \left[-\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 k_{rr}) + V + v_{dr} \right] \frac{\partial f}{\partial r} + \\ \left[-\frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta k_{\theta\theta}) + \frac{v_{d\theta}}{r} \right] \frac{\partial f}{\partial \theta} - \frac{2V}{3r} \frac{\partial f}{\partial \ln p} = 0. \end{aligned} \quad (3.60)$$

Esta es la ecuación de transporte de partículas en dos dimensiones, cuya solución numérica analizaremos en el siguiente capítulo y a través de ella explicaremos las observaciones de los rayos cósmicos.

De forma análoga al gradiente radial (3.41) y (3.42), se define el gradiente latitudinal de intensidad, es decir:

$$g_\theta = \frac{1}{J_T} \frac{\partial J_T}{\partial \theta}, \quad (3.61)$$

y su valor promedio entre dos posiciones latitudinales θ_1 y θ_2 :

$$g_\theta = \frac{\ln(J_{T_2}/J_{T_1})}{\theta_2 - \theta_1}. \quad (3.62)$$

Físicamente, la expresión (3.61) nos dice cual es el cambio en la intensidad de rayos cósmicos a una misma distancia radial, pero a diferente latitud (θ_1 y θ_2).

Capítulo 4

Análisis de la modulación de los RCG en el máximo solar

El espectro de los rayos cósmicos de baja energía en cualquier punto de la heliósfera, es modulado por el Sol debido a que las partículas cargadas se “enfrentan”, en su camino hacia el interior, a las irregularidades del campo magnético congelado en el viento solar que se expande radialmente.

En la última mitad del siglo pasado, el flujo de rayos cósmicos que llegaba a la Tierra empezó a ser registrado de manera constante mediante monitores de neutrones localizados en la superficie terrestre y por naves espaciales que orbitaban alrededor de ella. Esta observación continua mostró que el flujo de dicha radiación disminuía durante los períodos de máxima actividad solar, cuando el campo magnético heliosférico era más complejo y presentaba un mayor número de perturbaciones debidas a fenómenos como ráfagas y eyecciones de masa coronal, por mencionar algunos, los cuales son muy frecuentes durante esta época del ciclo solar de 11 años.

4.1. Datos utilizados

Nuestro conocimiento acerca de las características de la modulación de la radiación cósmica en la heliósfera, aumentaron en gran medida en las décadas de 1980 y 1990, gracias a una serie de misiones espaciales que exploraron el medio interplanetario a grandes distancias. Las misiones IMP 8, Pionero 10 y 11, y Viajero 1 y 2 nos han provisto de datos de excépcional calidad en un amplio rango de energías que abarca de 2-230 MeV para el Hidrógeno y de 2-450 MeV/n para el Helio. Otra misión igualmente importante, fue la realizada en la heliósfera

interna por la sonda espacial Ulysses y que ha salido del plano de la eclíptica, con lo cual se pudo explorar por primera vez las regiones polares de la heliósfera. Estas observaciones cubren ya tres ciclos solares (21, 22 y 23) y se extienden a más de 100 UA. En conjunto, estas misiones proveen de valiosa información para poder estudiar las variaciones espaciales y temporales en tres dimensiones.

Los datos utilizados en este estudio provienen de las naves espaciales IMP-8 (Goddard Medium Energy Detector, Investigador Principal: R. E. McGuire), de los Viajeros 1 y 2 (Investigador Principal del subsistema de rayos cósmicos: E. C. Stone) y Pionero 10 (Telescopio de Rayos Cósmicos, Investigador Principal: F. B. McDonald). Además, utilizaremos las observaciones del experimento BESS en el año 2000 (datos tomados de Myers y col., 2003). Las observaciones del BESS son más precisas y se extienden a energías superiores a la de las naves espaciales, pero se limitan a un solo día de registro. También serán utilizados los registros de velocidad del viento solar hechas por la nave Ulysses a diferentes latitudes heliosféricas. En el Cuadro 4.1 se muestra la distancia al Sol de cada nave espacial en los años en que ocurrieron los últimos tres períodos de máxima actividad solar: 1981, 1990 y 2000. El Viajero 1 (V1) fue la primera sonda espacial en observar el choque terminal del viento solar, el 16 de diciembre de 2004 a una distancia aproximada de 94 UA en dirección 34° N. El Viajero 2 (V2) cruzó el choque el 30 de agosto de 2007 a ~ 83.7 UA en dirección 27° S (Stone y col., 2008). Ambas naves se encuentran ahora explorando la heliofunda. En la figura 4.1 se muestra un esquema de las trayectorias seguidas por estas sondas que exploran el medio interplanetario.

Año	Localización de las naves espaciales en UA				
	BESS	IMP 8	P 10	V1	V2
1981	-	1	24.5	10.0	9.0
1990	-	1	48.1	43.5	33.5
2000	1	1	-	79.5	62.6

Cuadro 4.1: Localización de las distintas naves espaciales que exploran el medio interplanetario, consideradas en este estudio.

A partir de los datos provenientes de estas naves analizaremos la modulación solar que sufren los rayos cósmicos galácticos. Este estudio cubrirá los tres últimos períodos de máxima

4. Análisis de la modulación de los RCG en el máximo solar

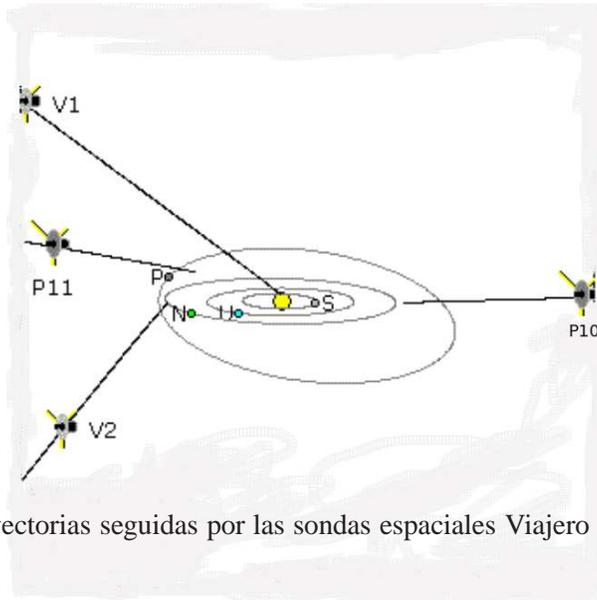


Figura 4.1: Trayectorias seguidas por las sondas espaciales Viajero 1 y 2, y Pionero 10 y 11.

actividad solar que corresponden a los ciclos 21, 22 y 23 (años 1981, 1990 y 2000, respectivamente). Parte de nuestro estudio se enfoca en el análisis de los perfiles y gradientes de intensidad (radial y latitudinal) de los rayos cósmicos galácticos para protones (**H**) y partículas alfa α (núcleos de **He**) con energías promedio de 175 MeV y 265 MeV/n, respectivamente. El análisis se llevará a cabo a través de la solución numérica de la ecuación de transporte en dos dimensiones.

4.2. Resultados previos

En un trabajo previo (Morales-Olivares y Caballero-Lopez, 2009), estudiamos la modulación solar con base en un modelo en una dimensión. El propósito principal de ese estudio fue encontrar el gradiente radial de intensidad para H (175 MeV) y He (265 MeV/n) y compararlo con el estudio de McDonald y col. (2003). Estos últimos autores reportaron los gradientes, así como una región de transición (10-20 UA) a través de la cual la difusión cambia drásticamente.

Con los resultados de nuestro modelo en 1-D pudimos concluir que el mejor ajuste a las observaciones se logra con una zona de transición en 40 UA. La frontera fue fijada en 150 UA. Los resultados se muestran en la figura 4.2 para H y He. En el panel (A) tenemos el espectro de energía, calculado a 1, 60 y 80 UA. En el panel (B) tenemos el perfil radial de intensidad para protones y helio, con energías promedio de 175 MeV y 265 MeV/n, respectivamente. El

panel (C) muestra los gradientes radiales de intensidad junto con los caminos libres medios. Los datos que se muestran junto con las soluciones a 1 UA corresponden a observaciones de la nave IMP 8 (puntos negros) y del experimento BESS (círculos). Los datos a 60 y 80 UA son observaciones del Viajero 2 (triángulos) y 1 (pentágonos), respectivamente.

Se puede apreciar que los resultados obtenidos con la solución numérica, logran reproducir de manera aceptable las intensidades de rayos cósmicos registradas por las distintas naves en un amplio rango de energías y a diferentes distancias radiales (panel A). Estas gráficas se obtuvieron variando los parámetros r_t y r_b pero manteniendo constante el nivel de modulación a 1 UA, es decir, $\phi(1UA) = \text{cte}$. Se observó que los mayores cambios en la intensidad de la radiación se dan a grandes distancias, esto se puede apreciar al analizar el perfil radial de intensidad (panel B) en el cual vemos que la intensidad es prácticamente constante a distancias cercanas al Sol y esta comienza a aumentar conforme nos alejamos. Este aplanamiento del perfil para $r < 10$ UA se debe a las pérdidas adiabáticas de energía de partículas más energéticas, las cuales logran atravesar una mayor distancia y conforme van perdiendo energía van llenando el déficit de partículas menos energéticas, con lo cual el flujo parece permanecer constante.

El panel (C) muestra el gradiente radial de intensidad de nuestro modelo calculado a partir de la ecuación (3.42), donde J_T se obtiene de la solución numérica de la ecuación de transporte. Junto con nuestros gradientes también graficamos los gradientes obtenidos por McDonald y col. (2003). Estos autores observaron que las intensidades a 1 UA eran virtualmente idénticas para los ciclos 21 y 23, en tanto que las intensidades del ciclo 22 eran más bajas. Por este motivo las intensidades fueron normalizadas con respecto a los datos del IMP 8, con lo cual lograron unificar los máximos de los tres ciclos. De esta forma ellos obtienen que la variación espacial de los RCG tiene una dependencia funcional de la forma:

$$g_r \equiv \frac{1}{J} \frac{dJ}{dr} = \frac{G_0}{r},$$

donde r es la distancia radial en UA y G_0 es constante. Estos autores encontraron gradientes muy similares en la heliósfera interna ($r \leq 10$ UA) para el H y el He, $g_r = 10/r$ (%/UA). En la heliósfera externa ($r \geq 10$ UA), obtuvieron $g_r = 73/r$ (%/UA) para el He y $g_r = 139/r$ (%/UA) para el H. Este cambio en los gradientes hace notar una diferencia fundamental en el transporte de las partículas entre estas dos regiones de la heliósfera y explican esta diferencia

4. Análisis de la modulación de los RCG en el máximo solar

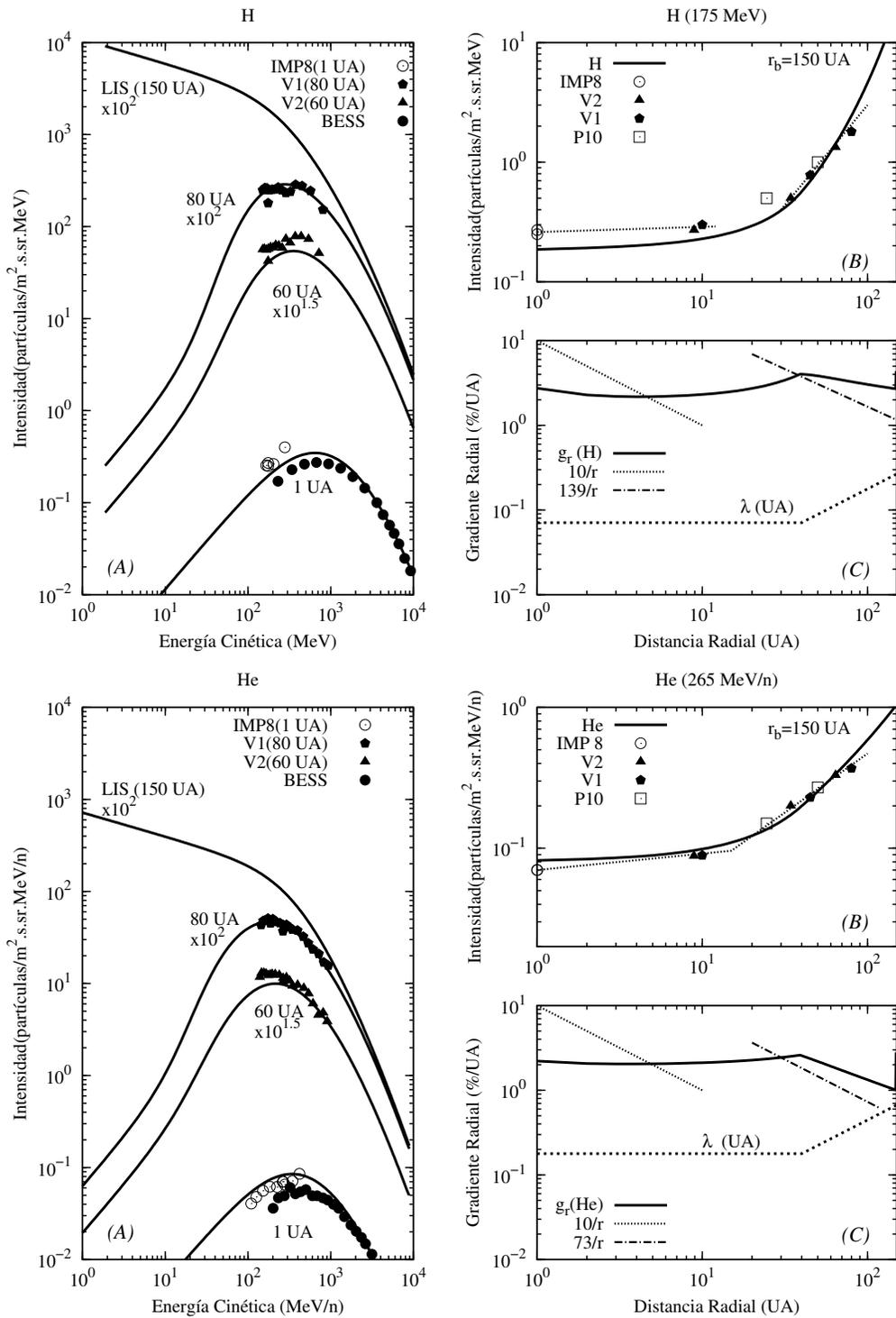


Figura 4.2: Resultados del modelo en una dimensión (Morales-Olivares y Caballero-López, 2009). (A) espectro de energía, (B) perfil radial de intensidad y (C) gradiente radial (%/UA) junto con el camino libre medio λ (UA). A manera de comparación se adicionan los gradientes obtenidos por McDonald y col. (2003).

como el resultado de una zona de transición de aproximadamente 10 UA, a ambos lados de la cual la modulación de las partículas es muy distinta.

Los gradientes que obtuvimos con el modelo en una dimensión fueron diferentes a los que reportaron estos autores (ver panel C). Nosotros encontramos que el gradiente era prácticamente constante en la heliósfera interna pero a medida que nos alejamos el gradiente es comparable a los que encontraron McDonald y col. (2003) para la heliósfera externa. La razón de que nuestros gradientes para $r < 10$ UA fueran diferentes a los de McDonald y col., radica en que las pérdidas adiabáticas de energía sí son consideradas en nuestro modelo.

4.3. Modelo en dos dimensiones

El modelo numérico en una dimensión, resuelve la ecuación de transporte para un estado estacionario, sin fuentes y suponiendo una heliósfera con simetría esférica, con lo cual se obtiene la distribución de partículas en función de la distancia y la energía. Resulta conveniente extender el análisis usando un modelo en dos dimensiones que incluirá una segunda variable espacial: el ángulo polar (latitud). Con esto podremos analizar los efectos del transporte latitudinal en la distribución de las partículas en función de la distancia r , la latitud θ y el momento p . Para esto utilizaremos la ecuación de transporte (3.44), que al considerar simetría azimutal, estado estacionario y sin fuentes de partículas, adopta la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 & -k_{rr} \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} - \frac{k_{\theta\theta}}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \left[-\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 k_{rr}) + V + v_{dr} \right] \frac{\partial f}{\partial r} + \\
 & \left[-\frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta k_{\theta\theta}) + \frac{v_{d\theta}}{r} \right] \frac{\partial f}{\partial \theta} - \frac{2V}{3r} \frac{\partial f}{\partial \ln p} = 0
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

En esta ecuación están contenidos los procesos de: convección, difusión, cambios de energía, transporte latitudinal y derivas. El algoritmo de solución fue implementado por Steenkamp (1995). En el apéndice A se da un breve resumen de dicho método.

La velocidad del viento solar durante el mínimo tiene un valor de 400 km/s en un cono de 10° alrededor de la eclíptica y se incrementa hasta ~ 800 km/s hacia los polos heliosféricos. Sin embargo, para el máximo tiene un valor promedio de $V = 400$ km/s en todas las latitudes (McCommas y col., 2003) y es el valor que nosotros consideramos para nuestro estudio. Al igual que en el modelo en una dimensión, la zona de transición y la heliopausa se situaron en

4. Análisis de la modulación de los RCG en el máximo solar

$r = r_t$ y $r = r_b$, respectivamente. En la heliopausa se impone el espectro interestelar local, dado por las ecuaciones:

$$J_T(\text{H}) = \frac{21.1T^{-2.8}}{1 + 5.8T^{-1.22} + 1.18T^{-2.54}} \quad (4.2)$$

$$J_T(\text{He}) = \frac{1.075T^{-2.8}}{1 + 3.91T^{-1.09} + 0.90T^{-2.54}} \quad (4.3)$$

El modelo de campo magnético interplanetario usado en esta solución es el campo espiral de Parker, dado por:

$$\mathbf{B} = B_e \left(\frac{r_e}{r} \right)^2 \cos \psi_e [\hat{e}_r - \tan \psi \hat{e}_\phi],$$

$$|\mathbf{B}| = B_e \left(\frac{r_e}{r} \right)^2 \frac{\cos \psi_e}{\cos \psi},$$

donde $r_e = 1$ UA, $B_e = 10$ nT es el valor del campo magnético a la altura de la órbita de la Tierra en el máximo solar y

$$\tan \psi = \frac{\Omega r \sin \theta}{V},$$

siendo Ω la velocidad angular del Sol (27.26 días). La difusión radial y latitudinal está dada por los coeficientes k_{rr} y $k_{\theta\theta}$ (camino libre medio, $\lambda = 3k/v$), los cuales se expresan a través de las componentes del camino libre medio paralela y perpendicular al campo magnético:

$$\lambda_{rr} = \lambda_{\parallel} \cos^2 \psi + \lambda_{\perp 1} \sin^2 \psi$$

$$\lambda_{\theta\theta} = \lambda_{\perp 2}.$$

Las derivas de gradiente y curvatura son descritas por la parte antisimétrica del tensor de difusión $k_T = \beta P / 3B$, siendo β la velocidad de la partícula con respecto a la velocidad de la luz. La velocidad de deriva de las partículas estará descrita por la ecuación:

$$\mathbf{v}_d = \frac{\beta P}{3} \nabla \times \frac{\vec{\mathbf{B}}}{|\mathbf{B}|^2},$$

la cual tendrá componentes tanto radial (v_{dr}) como latitudinal ($v_{d\theta}$). Este modelo en 2-D también incluye las derivas a través de la hoja neutra de corriente que para el máximo tiene una inclinación de $\alpha \sim 70^\circ$.

Los coeficientes de difusión k_{rr} y $k_{\theta\theta}$ se pueden expresar de forma general como:

$$k_0 f_1(r) f_2(\theta) \times \beta P, \quad (4.4)$$

donde P es la rigidez de la partícula dada en GV. Los términos $f_1(r)$ y $f_2(\theta)$ son funciones adimensionales dadas por:

$$f_1(r) = \begin{cases} \left(\frac{r}{r_e}\right)^a, & \text{si } r \leq r_t \\ \left(\frac{r}{r_t}\right)^b \left(\frac{r_t}{r_e}\right)^a, & \text{si } r > r_t \end{cases} \quad (4.5)$$

donde r_t es la posición de la región de transición y $f_2(\theta)$ de acuerdo a Valdés-Galicia y col. (2006):

$$f_2(\theta) = 1 + c \cos(\theta), \quad (4.6)$$

siendo k_0 (en cm^2/s), a , b y c parámetros variables necesarios para obtener un buen ajuste a las observaciones. La intensidad J_T con respecto a la energía cinética por núcleo T , está relacionada con la función de distribución $f(\mathbf{r}, p)$ a través de $J_T = p^2 f$. A partir de esta relación calculamos los gradientes radiales de intensidad entre los puntos r_1 y r_2 dentro de la heliósfera, dados por la expresión (3.42). Así mismo, el gradiente latitudinal entre los puntos (r, θ_1) y (r, θ_2) son calculados a partir de la ecuación (3.62).

4.3.1. Discusión de los resultados

Analizamos primero el caso de los protones (H). La figura 4.3 muestra los resultados que se obtienen a partir de la simulación. Junto con las soluciones se grafican las observaciones de las diferentes sondas espaciales. Los puntos negros son registros provenientes del experimento BESS y los círculos de la sonda espacial IMP8, ambos a 1 UA. Los triángulos son observaciones hechas por el Viajero 2 a 60 UA y $\sim 25.5^\circ$ de latitud sur. Los pentágonos son observaciones del Viajero 1 a 80 UA y $\sim 34^\circ$ de latitud norte. Por último, los cuadros corresponden a observaciones del Pionero 10 sobre el plano de la eclíptica.

Para este ajuste, los valores que tomaron los diferentes parámetros en consideración son los siguientes: $r_t = 40$ UA, $r_b = 150$ UA. Para k_{rr} : $k_0 = 4.8 \times 10^{21} \beta P(\text{GV}) \text{ cm}^2/\text{s}$, $a = 0.52$, $b = 0.1$ y $c = 0.25$. Para $k_{\theta\theta}$: $k_0 = 1.32 \times 10^{21} \beta P(\text{GV}) \text{ cm}^2/\text{s}$, $a = 0.76$, $b = 0.1$ y $c = 0.7$.

4. Análisis de la modulación de los RCG en el máximo solar

Con estos parámetros k_{rr} es 1.25 veces mayor sobre los polos que en la eclíptica, mientras $k_{\theta\theta}$ es 1.7 veces mayor.

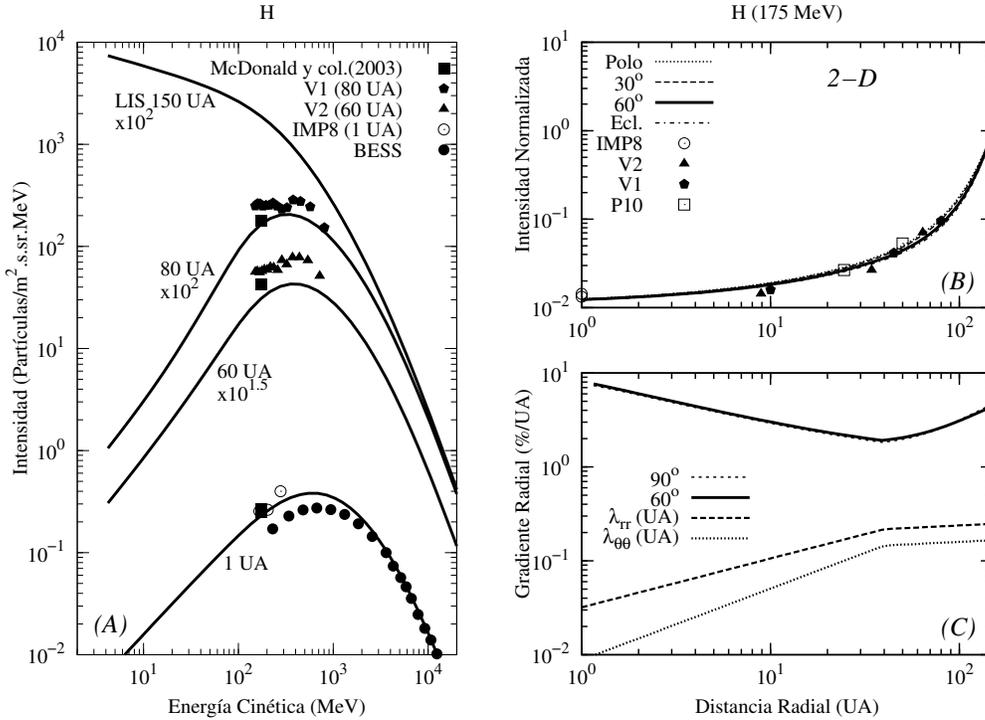


Figura 4.3: Solución para protones. (A) espectro de energía, (B) perfil radial de intensidad y (C) gradiente radial expresado en %/UA y el camino libre medio λ expresado en UA. Este ajuste se logro tomando $r_t = 40$ UA y $r_b = 150$ UA. Los datos en el panel B fueron tomados de McDonald y col. (2003).

En el panel (A) de la figura 4.3 graficamos la intensidad diferencial (J) en función de la energía cinética a 1, 60, y 80 UA. Las curvas correspondientes a 60 y 80 UA fueron multiplicadas por $10^{1.5}$ y 10^2 , respectivamente. También fue multiplicado por 10^2 el espectro interestelar. Al comparar los resultados de la simulación con los registros de las naves, observamos que las intensidades obtenidas a 1 UA están en concordancia con las observaciones a energías mayores a ~ 2 GeV, pero para energías menores los resultados son ligeramente superiores. Esto se debe a que, a pesar de que los datos del BESS son más precisos y cubren un mayor rango de energías, durante el máximo de 2000 este globo fue lanzado unos días después de una serie de intensas fulguraciones, por lo que los datos a bajas energías están fuertemente influenciados por estos eventos y no son una muestra representativa de esas energías a 1 UA.

Ahora bien, de ese mismo panel podemos ver que conforme nos alejamos las soluciones del modelo se van apartando ligeramente de las observaciones. Esto se aprecia claramente a 60 y 80 UA donde las curvas de intensidad están ligeramente inferiores a las observaciones de los Viajeros 1 y 2, lo cual se ve más marcado para el caso del Viajero 2. Sin embargo, nosotros tomamos como referencia la energía media de 175 MeV que es el valor analizado por McDonald y col. El valor del espectro a esta energía (representado por el cuadrado negro) esta también ligeramente inferior al representado por los triángulos verdes y grises. Esto se debe a que fueron promedios hechos en diferentes intervalos temporales alrededor del máximo solar. Las observaciones mostradas en el panel B son tomadas de McDonald y col. (2003) y son las que tratamos de ajustar con nuestro modelo.

Si bien, la aproximación es bastante buena, es muy difícil ajustar las observaciones simultáneamente a diferentes distancias con un único conjunto de parámetros de manera más precisa. Podría pensarse que el ajuste a grandes distancias pudiera mejorar si se incluyeran los efectos del choque terminal pues los Viajeros 1 y 2 se encontraban muy próximos a él en esa época, pero en un estudio realizado con un modelo que sí incluía este efecto, se demostró que la inclusión de dicho efecto no modifica significativamente el espectro de energía a grandes distancias y que a 1 UA sus efectos son pequeños (ver Caballero-López y col. 2004, figura 6A). Por otro lado, estudios recientes han reportado una asimetría norte-sur y azimutal en la heliósfera, lo cual podría deberse a una presión asimétrica debida al campo magnético interestelar o a una anisotropía en la presión dinámica del viento solar (Stone y col., 2008; Burlaga y col., 2008). Todo esto afectaría las características de la modulación que, desafortunadamente, no pueden ser estudiados con el modelo empleado en este trabajo.

También cabe la posibilidad que el espectro interestelar local no tenga la dependencia funcional que reportan Webber y col. (2001) para todas las energías. Es decir, pudiera ser que para el caso de bajas energías el LIS esté sobreestimado entre un 20 o 30 %. Este problema, que concierne al espectro interestelar local a bajas energías, sigue siendo discutido hoy en día (Caballero-Lopez y col., 2007; Stone y col., 2008).

En el panel (B) de la figura 4.3 se muestra el perfil radial de intensidad para protones con energía promedio de 175 MeV calculado a 0° (polo), 30° , 60° y 90° (eclíptica). Estas intensidades están normalizadas con respecto al espectro interestelar local. La solución más próxima a los Viajeros es la correspondiente a 60° y podemos ver que las intensidades obtenidas para

4. Análisis de la modulación de los RCG en el máximo solar

los protones a esta latitud, se ajustan bastante a las que han sido registradas por las naves espaciales durante los tres últimos períodos de máxima actividad a diferentes distancias. Podemos apreciar también que los perfiles radiales obtenidos a diferentes latitudes son muy similares lo que indica que los gradientes latitudinales producidos por esta solución son muy pequeños. Esto último concuerda con los reportes de McDonald (1998), donde, al analizar los gradientes latitudinales entre los Viajeros 1 y 2 (a $\sim 30^\circ$ sobre la eclíptica) y el Pionero 10 (en la eclíptica) mostró que las diferencias eran mínimas ($g_\theta \sim 0$). Los gradientes radiales (g_r) se muestran en el panel (C) a 60° (línea punteada) y 90° (línea continua) expresados en %/UA junto con los caminos libres medios λ_{rr} y $\lambda_{\theta\theta}$ en UA.

En los que respecta al He, los resultados son mostrados en la figura 4.4 de la misma forma que se presentaron para el caso de los protones. Los valores que tomaron los distintos parámetros para obtener este ajuste son los mismos que para ambas especies.

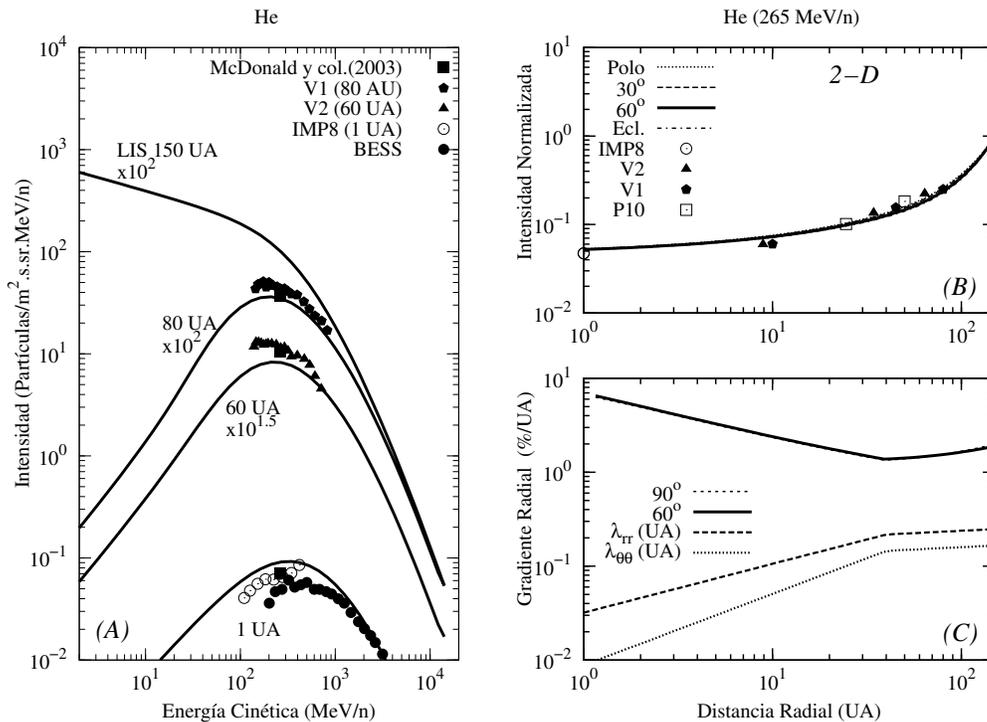


Figura 4.4: Soluciones para el He. (A) espectro de energía, (B) perfil radial de intensidad y (C) gradiente radial en %/UA graficado junto con el camino libre medio λ en UA. Este ajuste se logro con los mismos valores para los distintos parámetros que se consideraron en al figura 4.3.

Nuevamente vemos que las intensidades que se obtienen de la simulación son congruentes con las observaciones. Los correspondientes perfiles radiales de intensidad (265 MeV/n) calculados a diferentes latitudes son prácticamente los mismos lo cual indica que los gradientes latitudinales arrojados por este modelo son muy pequeños, incluso menores que para el caso de los protones. Los gradientes latitudinales entre el plano de la eclíptica ($\theta = 90^\circ$) y la posición del Viajero 1 ($\theta \sim 60^\circ$) se muestran en la figura 4.5. Para el H (175 MeV) se obtuvo un gradiente menor al 0.3 %/° y para el He (265 MeV/n) este es menor al 0.1 %/°. La protuberancia en el gradiente latitudinal alrededor de 80 UA se debe a la diferencia en los valores de λ_{rr} y $\lambda_{\theta\theta}$ entre la eclíptica y los polos (a través de $f_2(\theta)$).

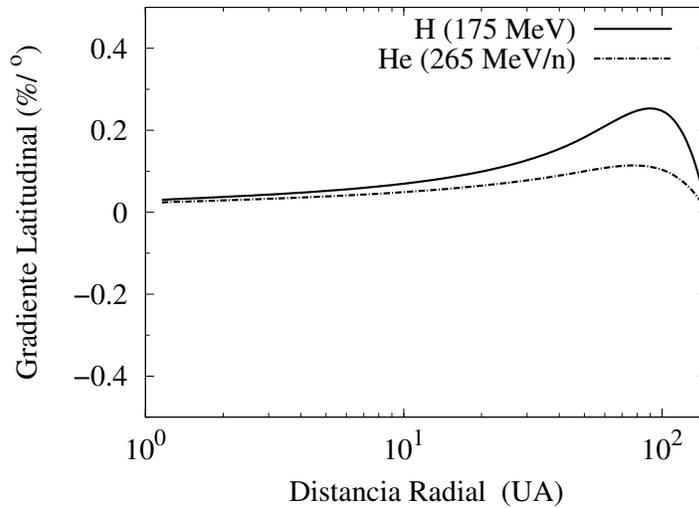


Figura 4.5: Gradiente latitudinal H (175 MeV) y He (265 MeV/n) entre 90° y 60°

En la figura 4.6 se muestran los gradientes radiales a partir de los modelos en 1-D (estudio previo), 2-D (estudio actual) y los reportados por McDonald y col. (2003). Estos autores calcularon el gradiente radial suponiendo que $J_T \propto r^\beta$. A partir de esta suposición encuentran que el gradiente para H y He en la heliósfera interna es de $10/r$ %/UA. En la heliósfera externa obtienen para el H un gradiente de $139/r$ %/UA y para el He $73/r$ %/UA. En nuestro estudio previo encontramos un valor promedio del gradiente de ≈ 3 %/UA para el H y ≈ 2.2 %/UA para el He.

A partir de la solución en 2-D, los gradientes radiales obtenidos son: $7.9/r^{0.43}$ %/UA para el H y $6.8/r^{0.46}$ %/UA para el He en la heliósfera interna ($r < 40$ UA). A su vez en la heliósfera

4. Análisis de la modulación de los RCG en el máximo solar

externa ($r > 40$ UA) obtenemos $0.09r^{0.77}$ %/UA para el H y $0.42r^{0.3}$ %/UA para el He (ver figura 4.6).

Estos gradientes no siguen la relación CV/k puesto que este modelo incluye, además de convección y difusión, los cambios de energía. El modelo empírico de McDonald y col., solo tuvo en cuenta a la convección y la difusión radial. Puesto que nuestro modelo sí incluye los cambios de energía, los cuales son más importantes en la heliósfera interna (ya que para alcanzarla los rayos cósmicos han atravesado una gran región y podido experimentar este proceso con mayor plenitud), es este el que define el comportamiento del gradiente a distancias cercanas al Sol, mientras que a grandes distancias son los procesos de convección y difusión, y donde los cambios de energía no se han desarrollado a plenitud.

Además de la influencia de las pérdidas adiabáticas de energía en el gradiente radial, existe otro factor que afecta la dependencia radial de g_r : el factor de Compton-Getting. Para apreciar esto, es conveniente expresar a este factor ($C = -(1/3)\partial \ln f / \partial \ln P$) en términos de la energía cinética por nucleón T . Recordemos que $J = P^2 f$ entonces:

$$C = \frac{1}{3} \left[2 - \left(\frac{P}{J} \right) \frac{\partial J}{\partial P} \right]. \quad (4.7)$$

De la ecuación (3.20) obtenemos:

$$\frac{\partial P}{\partial T} = \frac{A}{Z} \frac{T + E_0}{\sqrt{T(T + 2E_0)}}.$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación (4.7) obtenemos lo siguiente:

$$C = \frac{1}{3} \left\{ 2 - \left[\frac{T + 2E_0}{T + E_0} \right] \frac{\partial \ln J}{\partial \ln T} \right\}, \quad (4.8)$$

que es la expresión de C en términos de T . En la ecuación (4.8) E_0 es la energía en reposo del protón (938 MeV). Analizando esta ecuación vemos que para energías muy pequeñas (de algunos cuantos MeV, $T \ll E_0$) la solución numérica de la ecuación de transporte indica que $J \sim T$, y por consiguiente $\partial \ln J / \partial \ln T = 1$. Si despreciamos T en (4.8), entonces $C \rightarrow 0$. De esta manera podemos encontrar los distintos valores que puede tomar C y que se muestran en la figura 4.7.

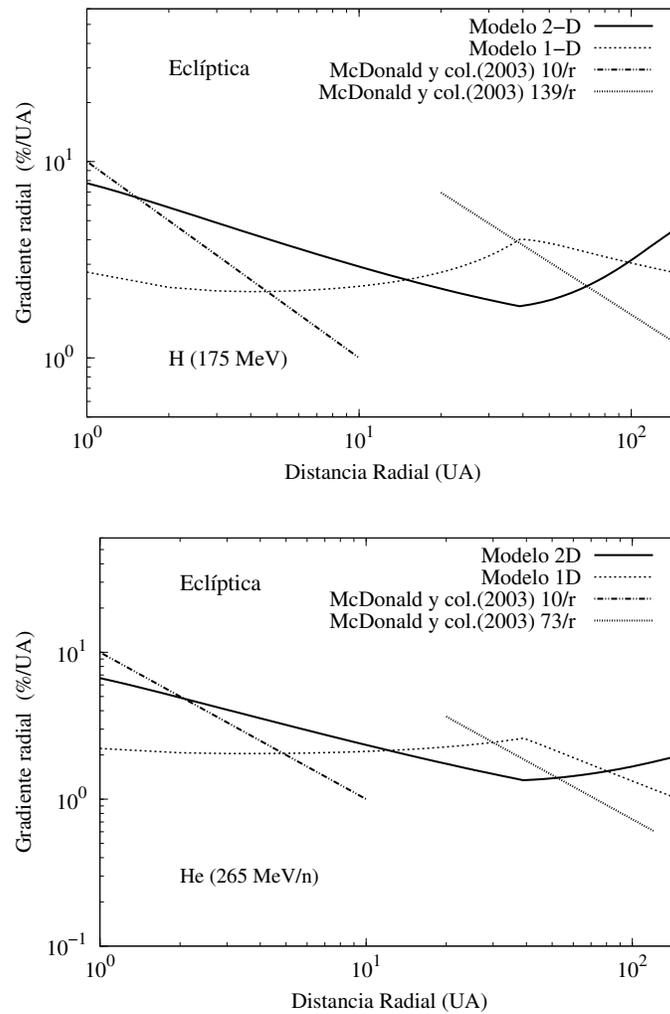


Figura 4.6: Comparación de los gradientes radiales en 1 y 2 dimensiones: H (superior) y He (inferior).

Del panel (A) de la figura 4.4 vemos que la pendiente del espectro en la heliósfera externa, para energías menores del orden de 100 MeV, es mayor que 1 y por lo tanto C se hace negativa. Para energías iguales o mayores a varios cientos de MeV la pendiente disminuye hasta tomar valores negativos, lo cual implica que $C > 0$.

Para H de 175 MeV y He de 265 MeV/n la pendiente del espectro cambia conforme nos alejamos del Sol (figura 4.8). Esto último se ve claramente al comparar la pendiente del espectro para las energías antes mencionadas a 1 UA: la pendiente a 175 MeV (H) es más pronunciada que la pendiente a 265 MeV/n (He) y ambas son positivas. Conforme nos alejamos del Sol

4. Análisis de la modulación de los RCG en el máximo solar

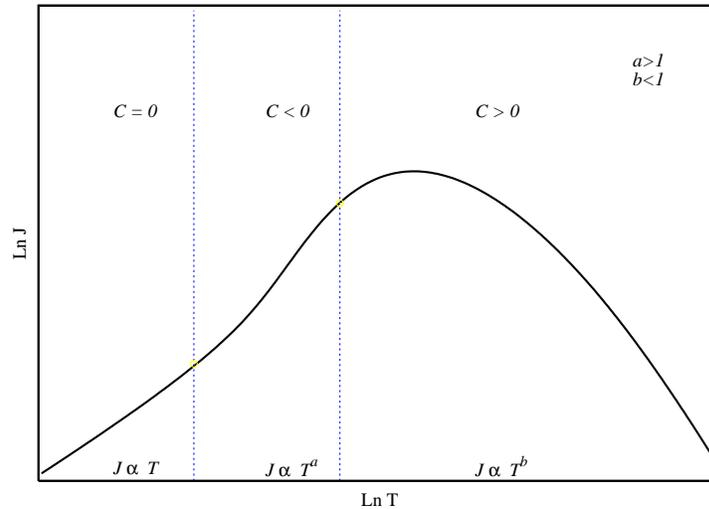


Figura 4.7: Comportamiento del factor de Compton-Getting en función de la forma del espectro.

vemos que las pendientes van cambiando, al llegar a 80 UA, para el caso del H 175 MeV, la pendiente sigue siendo positiva, mientras que para el He 265 MeV/n se ha vuelto negativa, y por consiguiente el cambio en el valor del factor de Compton-Getting resulta mayor. Estos cambios de C con la distancia se reflejan en la dependencia radial del gradiente de intensidad. Al comparar el perfil obtenido usando el modelo 2-D con el obtenido usando el modelo en 1-D (ver figura 4.9), tanto para protones como para He, vemos que la solución obtenida con el modelo 2-D se ajusta mejor a las observaciones, pero este es mucho mejor para el caso del H en ambas regiones de la heliósfera. Esto implica que los gradientes obtenidos mediante la solución en dos dimensiones son más confiables, a pesar de que tengan un comportamiento distinto a los obtenidos con el modelo en una dimensión y los obtenidos por McDonald y col. (2003). Algo más que se puede apreciar en la figura 4.9, es que la mayor cantidad de modulación se da entre ~ 80 UA y la heliopausa (cerca del 90 % para el H 175 MeV y 70 % para He 265 MeV/n). Por lo tanto, en esta región los gradientes deben ser mayores que los encontrados por McDonald y col, (2003). Sin embargo, como ya se mencionó antes, cabe la posibilidad de que el espectro en la frontera a estas energías, obtenido por Webber y Lockwood (2001), esté sobreestimado. En este caso el gradiente radial en esta región debería ser menor. Ahora bien, la inclusión a este modelo de los efectos del choque terminal, si bien solo provocaría cambios moderados en el espectro de intensidad, sí podría cambiar el comporta-

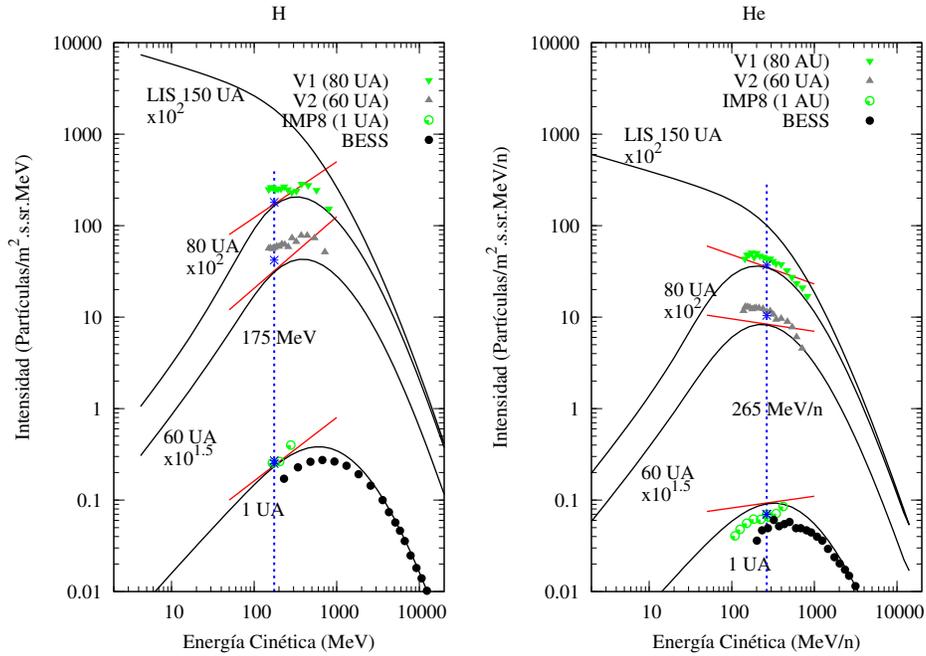


Figura 4.8: Pendiente del espectro con respecto a la distancia y la energía. Las líneas verticales corresponden a las energías de 175 MeV (H) y 265 MeV/n (He).

miento del gradiente de intensidad radial en las inmediaciones del choque (ver por ejemplo Caballero-Lopez y col., 2004)). Estos dos escenarios (cambio en el espectro en la frontera a bajas energías y efectos del choque terminal) serán estudiados en un futuro con un modelo que incluya dependencia temporal y choque.

Gran parte de la modulación ocurre más allá del choque terminal dentro de la heliofunda y hasta la heliopausa. Una frontera en 150 UA es razonable y concuerda con las estimaciones de Gurnett y col. (2003) quienes la estiman entre 140 y 160 UA.

En lo que concierne a la dependencia temporal de los parámetros de transporte de las partículas le Roux y Fichtner (1999), demostraron que la modulación de los rayos cósmicos durante largos períodos de tiempo, requiere de alguna forma de la propagación de una barrera difusiva. Esto se ve claramente durante los períodos de máxima actividad solar, debido a que la reducción en forma escalonada del flujo de rayos cósmicos, se debe al paso de estas barreras difusivas. El tamaño de estas barreras es muy grande y son llamadas regiones corrotantes de interacción (GMIR's por sus siglas en ingles), (ver Burlaga y col., 1993). A partir del presente análisis, vemos que es muy probable que dichas regiones se formen entre ~ 40 UA y el cho-

4. Análisis de la modulación de los RCG en el máximo solar

que terminal y es en esta región donde se producen los cambios en el medio interplanetario que provocan la modulación del mínimo al máximo solar.

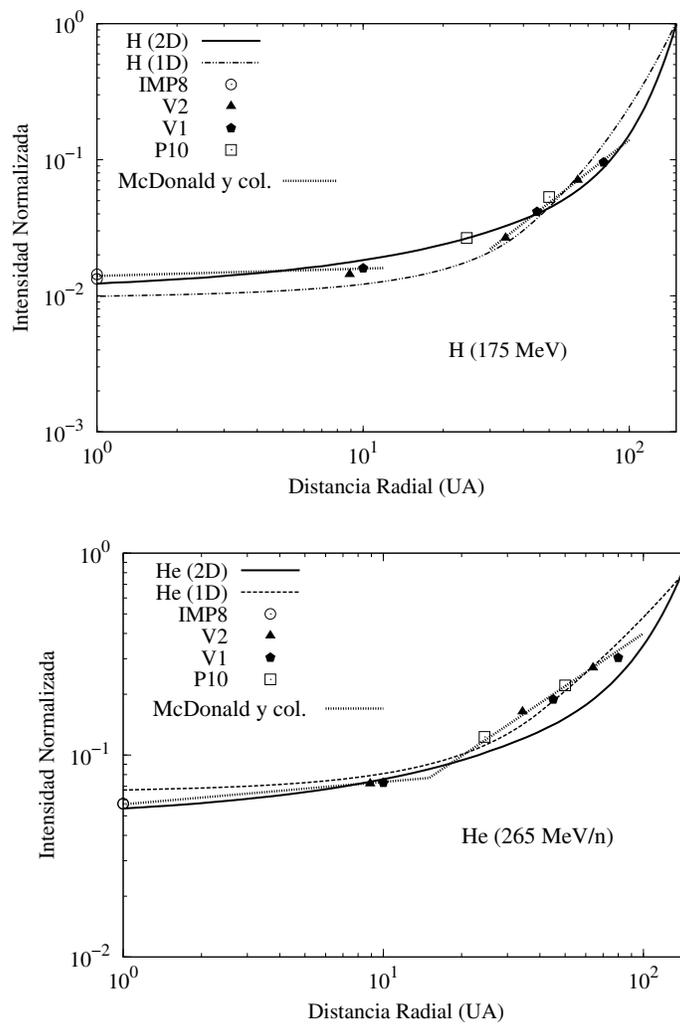


Figura 4.9: Comparación de los perfiles radiales de intensidad para H (superior) y He (inferior) usando modelos en una y dos dimensiones, así como los reportados por McDonald y col. (2003).

Capítulo 5

Conclusiones

En el presente trabajo se llevó a cabo un análisis de los procesos que modulan la intensidad de los rayos cósmicos galácticos al ingresar a la heliósfera. A partir de los resultados de la simulación numérica de un modelo en dos dimensiones, se interpretaron las observaciones de la radiación cósmica hecha por las diferentes naves espaciales a diferentes distancias y latitudes heliográficas. En particular, este estudio se enfocó en el análisis de los perfiles y gradientes de intensidad durante los tres últimos períodos de máxima actividad solar, los cuales no habían sido estudiado en detalle. Con base en este estudio podemos concluir lo siguiente:

1. El mejor ajuste del espectro de los rayos cósmicos galácticos, observado por las distintas naves espaciales se logra con una región de transición en 40 UA y la heliopausa en 150 UA. Este resultado confirma el obtenido en un estudio previo (Morales-Olivares y Caballero-Lopez, 2009)
2. Los valores de los coeficientes de difusión k_{rr} y $k_{\theta\theta}$ con los que obtenemos el mejor ajuste son: k_{rr} : $k_0 = 4.8 \times 10^{21} \beta P(\text{GV}) \text{ cm}^2/\text{s}$, $a = 0.52$, $b = 0.1$ y $c = 0.25$.
y $k_{\theta\theta}$: $k_0 = 1.32 \times 10^{21} \beta P(\text{GV}) \text{ cm}^2/\text{s}$, $a = 0.76$, $b = 0.1$ y $c = 0.7$. Con estos parámetros k_{rr} es 1.25 veces mayor sobre los polos que en la eclíptica, mientras $k_{\theta\theta}$ es 1.7 veces mayor.
3. El gradiente radial de intensidad para el H (175 MeV) es de $7.9/r^{0.43} \%/UA$ en la heliósfera interna y $0.09r^{0.77} \%/UA$ en la externa. Así mismo, para el He (265 MeV/n) encontramos $6.8/r^{0.46} \%/UA$ y $\approx 2.2 \%/UA$ en la heliósfera interna y externa, respectivamente.

-
4. Las pérdidas adiabáticas de energía modifican la funcionalidad del gradiente del modelo Campo de Fuerza (CV/k) y juegan un papel más relevante en la heliósfera interna ($r < 40$ UA), donde se han desarrollado a plenitud.
 5. El gradiente radial en la heliósfera externa ($r > 40$ UA) está condicionado por el valor del espectro interestelar a bajas energías. Es posible que el LIS esté sobreestimado en un 20 o 30 %. Es necesario un estudio que incluya los efectos del choque terminal para concluir al respecto.
 6. El ajuste al perfil radial que se obtiene con la solución en 2-D es mucho mejor que el logrado con un modelo en una dimensión y el reportado por McDonald y col. (2003). Esto implica que los gradientes obtenidos con el modelo son más confiables.
 7. Los perfiles radiales obtenidos a diferentes latitudes muestran muy poca variación, lo que implica que la solución obtenida mediante los parámetros aquí considerados nos arrojan un gradiente latitudinal muy pequeño ($g_\theta \approx 0$) lo cual concuerda con los resultados de McDonald (1998). El gradiente latitudinal en el caso del H 175 MeV es menor al 0.3 %/°. Para el He 265 MeV/n se encontró que es menor a 0.1 %/°.

Apéndice A

Solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales mediante el método de diferencias finitas

En esta sección se plantean los conceptos básicos del método de diferencias finitas, el cual se emplea para evaluar de manera numérica las derivadas de una función por medio de sus valores dados en los puntos de una retícula. Esta sección esta basada en el trabajo de Steenkamp (1995), quien a partir de este método implementó y desarrolló el algoritmo de solución de la ecuación de transporte de los rayos cósmicos. Es importante mencionar que lo que será expuesto en este apartado es una ínfima parte del trabajo de Steenkamp y no se profundiza demasiado en los conceptos. Para una exposición más detallada acerca del desarrollo numérico se puede consultar la referencia a este autor al final de la tesis.

El método de diferencias finitas (DF) consiste en aproximar las ecuaciones diferenciales por ecuaciones en diferencias obtenidas usualmente a partir del truncamiento de la serie de Taylor. El conjunto de ecuaciones en diferencias resultante constituye un sistema de ecuaciones lineales, el cual se puede resolver numéricamente en una computadora obteniendo una solución aproximada del problema original. Usando esta técnica se resuelve la ecuación (3.16) en dos dimensiones. La discretización se lleva a cabo a partir de un método específico conocido como “método de direcciones alternantes” (ADI por sus siglas en inglés). La ecuación de transporte es una ecuación diferencial parcial (EDP) de la forma:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = a_0 \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + b_0 \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + c_0 \frac{\partial f}{\partial r} + d_0 \frac{\partial f}{\partial \theta} + e_0 \frac{\partial f}{\partial \ln p} + Q \quad (\text{A.1})$$

A.1. Clasificación de las ecuaciones diferenciales parciales

con coeficientes

$$a_0 = k_{rr}$$

$$b_0 = \frac{k_{\theta\theta}}{r^2}$$

$$c_0 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 k_{rr}) + v_{dr} - V$$

$$d_0 = \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin\theta k_{\theta\theta}) + \frac{v_{d\theta}}{r}$$

$$e_0 = \frac{1}{3r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 V).$$

Esta es una EDP lineal de segundo orden, cuya forma general es

$$\sum_{i,j=1}^n a_{i,j} u_{x_i x_j} + \sum_{i=1}^n b_i u_{x_i} + cu = d \quad (\text{A.2})$$

Las EDP se clasifican en distintas familias. Antes de que una EDP pueda ser resuelta, ya sea de manera analítica o numérica, primero debe ser clasificada para determinar a que familia pertenece, ya que las ecuaciones de cada una de estas familias tienen diferentes características y diferentes métodos de solución son requeridos para cada una de ellas.

A.1. Clasificación de las ecuaciones diferenciales parciales

La ecuación de transporte de los rayos cósmicos es una EDP lineal de segundo orden en función de cuatro variables (dos espaciales (r, θ) , el momento p y el tiempo t). A partir de la forma general de las EDP de segundo orden en n variables (A.2): si $u_{x_i x_j} = u_{x_j x_i}$, entonces la parte principal (la cual contienen únicamente las derivadas de segundo orden) siempre puede ser organizada de modo que $a_{ij} = a_{ji}$; por lo tanto, la matriz (de $n \times n$) $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ es simétrica. Toda matriz real de $n \times n$ tiene n valores propios reales. Estos valores propios (posiblemente repetidos) son la raíces de un polinomio de grado n en λ , $\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I})$, donde \mathbf{I} es la matriz identidad. Sea P los valores propios positivos y Z un múltiplo de los valores propios cero de la matriz \mathbf{A} . Entonces las EDP son:

A. Solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales mediante el método de diferencias finitas

- hiperbólicas: si $Z = 0$ y $P = 1$ ó $Z = 1$ y $P = n - 1$
- elípticas: si $Z = 0$ y $P = n$ ó $Z = 0$ y $P = 0$
- ultra-hiperbólicas: si $Z = 0$ y $1 < P < n - 1$
- parabólicas: si $Z > 0$ (o equivalentemente si $\det \mathbf{A} = 0$).

La ecuación de transporte de los rayos cósmicos es una ecuación diferencial parabólica.

A.2. Método de diferencias finitas

Las EDP en un conjunto de n variables son siempre resueltas en una región específica de interés en el espacio coordenado n -dimensional. Esta región se llama dominio de la EDP. A partir de una EDP específica, se pueden tener un número infinito de posibles soluciones o dominios. Si disponemos de suficiente información podemos determinar las fronteras de algún dominio que cumpla con nuestras condiciones. Esta información, que fija el valor que toma la solución en la frontera, se denominan condiciones de frontera.

Las condiciones de frontera se refieren al conocimiento para todos los instantes de tiempo, de el valor de u , o de su derivada espacial $\partial u / \partial x$, o de una combinación de ambas en la frontera $\partial \Omega$ de Ω :

$$au(x, t) + b \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = c, \quad \forall t, \quad \begin{cases} b = 0, & \text{condición de Dirichlet} \\ a = 0, & \text{condición de Neumann} \\ c = 0, & \text{condición de Robin.} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Considerando una malla no equiespaciada en una dimensión (ver figura A.1), se utiliza la siguiente notación para denotar la solución en diferentes puntos dentro de la malla:

$$\begin{aligned} f(x - \Delta x_2 - \Delta x_4) &= f_{i-2} \\ f(x - \Delta x_2) &= f_{i-1} \\ f(x) &= f_i \\ f(x + \Delta x_1) &= f_{i+1} \\ f(x + \Delta x_1 + \Delta x_3) &= f_{i+2} \end{aligned}$$

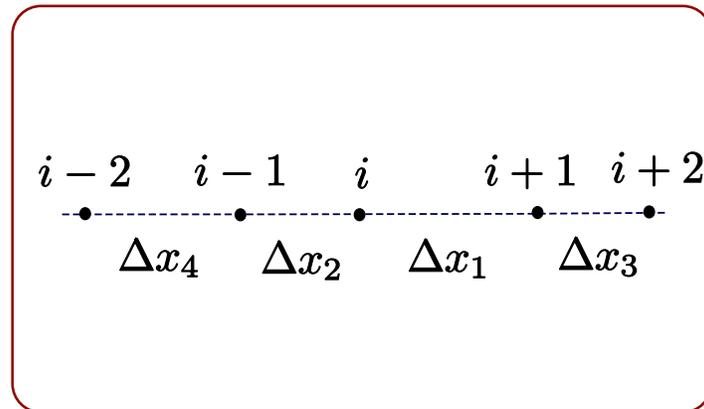


Figura A.1: Malla unidimensional no equiespaciada

Las derivadas serán representadas de la siguiente manera

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f' \quad \text{y} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f''$$

La base del método de DF es la expansión en series de Taylor alrededor de un intervalo pequeño, Δx :

$$f(x \pm \Delta x) = f(x) \pm \Delta x f' + \frac{(\Delta x)^2}{2} f'' + \dots \quad (\text{A.4})$$

El error de truncamiento antes de n términos es

$$\sum_{i=n}^{\infty} \frac{(\Delta x)^i}{i!} f^{(i)}$$

donde $f^{(i)}$ es la i -ésima derivada con respecto a x . Truncando esta serie (en una regilla no uniforme) después de dos términos tenemos que

$$f_{i+1} \simeq f_i + \Delta x_1 f'$$

$$f_{i-1} \simeq f_i - \Delta x_2 f'.$$

Sumando o restando estas dos expresiones podemos encontrar el valor aproximado de las

A. Solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales mediante el método de diferencias finitas

primeras derivadas en x

$$f' = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x_1} \quad \text{diferencia hacia adelante} \quad (\text{A.5})$$

$$f' = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x_2} \quad \text{diferencia hacia atrás} \quad (\text{A.6})$$

Estas aproximaciones son correctas en primer orden en Δx , y se denota $O(\Delta x)$. De manera análoga, al truncar la serie en segundo orden, obtenemos las siguientes cuatro expansiones:

$$f_{i+1} = f + \Delta x_1 f' + \frac{(\Delta x_1)^2 f''}{2} + O[(\Delta x_1)^3] \quad (\text{A.7})$$

$$f_{i+2} = f + (\Delta x_1 + \Delta x_3) f' + \frac{(\Delta x_1 + \Delta x_3)^2 f''}{2} + O[(\Delta x_1 + \Delta x_3)^3] \quad (\text{A.8})$$

$$f_{i-1} = f - \Delta x_2 f' + \frac{(\Delta x_2)^2 f''}{2} + O[(\Delta x_2)^3] \quad (\text{A.9})$$

$$f_{i-2} = f - (\Delta x_2 + \Delta x_4) f' + \frac{(\Delta x_2 + \Delta x_4)^2 f''}{2} + O[(\Delta x_2 + \Delta x_4)^3] \quad (\text{A.10})$$

que son correctas en $O[(\Delta x)^2]$.

Para obtener la formula de diferencia central, realizamos las siguientes operaciones: $(\text{A.7}) \times (\Delta x_2)^2 - (\text{A.9}) \times (\Delta x_1)^2$ y $(\text{A.7}) \times \Delta x_2 + (\text{A.9}) \times \Delta x_1$, con lo que obtenemos las siguiente expresión para la primera

$$f' = \frac{-\Delta x_1}{\Delta x_2(\Delta x_1 + \Delta x_2)} f_{i-1} + \frac{\Delta x_1 - \Delta x_2}{\Delta x_1 \Delta x_2} f_i + \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1(\Delta x_1 + \Delta x_2)} f_{i+1} \quad (\text{A.11})$$

y segunda

$$f'' = \frac{2}{\Delta x_2(\Delta x_1 + \Delta x_2)} f_{i-1} - \frac{2}{\Delta x_1 \Delta x_2} f_i + \frac{2}{\Delta x_1(\Delta x_1 + \Delta x_2)} f_{i+1} \quad (\text{A.12})$$

derivada, respectivamente.

Para obtener las diferencias de segundo orden efectuamos las siguientes operaciones: $\text{A.9} \times (\Delta x_2 + \Delta x_4)^2 - \text{A.10} \times (\Delta x_2)^2$ y $\text{A.7} \times (\Delta x_1 + \Delta x_3)^2 - \text{A.8} \times (\Delta x_1)^2$, con lo que obtenemos

$$f' = -\frac{2\Delta x_1 + \Delta x_3}{\Delta x_1(\Delta x_1 + \Delta x_3)} f_i + \frac{\Delta x_1 + \Delta x_3}{\Delta x_1 \Delta x_3} f_{i+1} - \frac{\Delta x_1}{\Delta x_3(\Delta x_1 + \Delta x_3)} f_{i+2} \quad (\text{A.13})$$

$$f' = \frac{2\Delta x_2 + \Delta x_4}{\Delta x_2(\Delta x_2 + \Delta x_4)} f_i - \frac{\Delta x_2 + \Delta x_4}{\Delta x_2 \Delta x_4} f_{i-1} + \frac{\Delta x_2}{\Delta x_4(\Delta x_2 + \Delta x_4)} f_{i-2} \quad (\text{A.14})$$

A.3. Método de direcciones alternantes (ADI)

Las ecuaciones (A.13) y (A.14) son las diferencias de segundo orden hacia adelante y hacia atrás, respectivamente. Si tenemos el caso en que la malla es equiespaciada ($\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x_3 = \Delta x_4 = \Delta x$), las ecuaciones (A.5) y (A.6), se reducen a la expresiones siguientes:

$$f' = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} \quad \text{diferencia hacia adelante} \quad (\text{A.15})$$

$$f' = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x} \quad \text{diferencia hacia atrás} \quad (\text{A.16})$$

De igual forma, las ecuaciones (A.11), (A.12), (A.13) y (A.14) se transforman en

$$f' = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} \quad (\text{A.17})$$

$$f'' = \frac{f_{i-1} + 2f_i + f_{i+1}}{(\Delta x)^2} \quad (\text{A.18})$$

$$f' = \frac{-3f_i + 4f_{i+1} - f_{i+2}}{2\Delta x} \quad (\text{A.19})$$

$$f'' = \frac{3f_i - 4f_{i-1} + f_{i-2}}{2\Delta x} \quad (\text{A.20})$$

respectivamente.

A.3. Método de direcciones alternantes (ADI)

El método implícito de direcciones alternantes (ADI) es una extensión del método implícito de Crank-Nikolson que precerva el esquema tridiagonal de una matriz al ser invertida, emplenado un operador que separa en dos o más ecuaciones diferenciales interdependientes. Con estas ecuaciones, una puede resolver la secuencia de ecuaciones en cada una de las dimensiones espaciales. El esquema más simple de este método es el de “Peaceman-Rachford”, el cual produce dos diferentes ecuaciones

$$\frac{u_{s+1,i,j}^* - u_{s,i,j}}{\Delta t} = \frac{b_1}{2} \delta_x^2 (u_{s+1,i,j}^* + u_{s,i,j}) + b_2 \delta_y^2 u_{s,i,j} \quad (\text{A.21})$$

y

$$\frac{u_{s+1,i,j} - u_{s,i,j}}{\Delta t} = \frac{b_1}{2} \delta_x^2 (u_{s+1,i,j} + u_{s,i,j}) + \frac{b_2}{2} \delta_y^2 (u_{s+1,i,j} + u_{s,i,j}) \quad (\text{A.22})$$

Al aplicar este método, primero resolvemos la ecuación (A.21) de manera implícita en x para toda y , con lo que obtenemos $u_{s+1,i,j}^*$ a partir de $u_{s,i,j}$, despues resolvemos la ecuación

A. Solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales mediante el método de diferencias finitas

(A.22) de manera implícita en y para toda x para obtener $u_{n+1,i,j}$ a partir de $u_{n+1,i,j}^*$ en cada intervalo de tiempo.

Este método tiene un error de truncamiento local $O[(\Delta t)^2 + (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2]$ y es incondicionalmente estable (teorema 9.10; DuChateau y Zachmann, 1986). Desafortunadamente, la expansión a más de dos dimensiones no siempre cumplirá esta condición de estabilidad (Lapidus y Pinder, 1982).

A.4. Solución en estado estacionario y sin aceleración

A.4.1. Discretización ADI de Fisk en 2D

Fisk (1973) expandió su modelo unidimensional con simetría esférica a un modelo bidimensional, usando el algoritmo de Peaceman-Rachford para discretizar la ecuación de transporte en 2D. Suponiendo simetría azimutal, estado estacionario y sin fuentes, se tiene la siguiente ecuación:

$$a_0 \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + b_0 \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + c_0 \frac{\partial f}{\partial r} + d_0 \frac{\partial f}{\partial \theta} + e_0 \frac{\partial f}{\partial \ln p} = 0. \quad (\text{A.23})$$

La discretización se hace de la siguiente manera:

$$\frac{f_{k+1}^* - f_k}{\Delta \ln p} = \frac{a_0}{2} \delta_r^2 (f_{k+1}^* + f_k) + \frac{c_0}{2} \delta_r (f_{k+1}^* + f_k) + b_0 \delta_\theta^2 f_k + d_0 \delta_\theta f_k \quad (\text{A.24})$$

y

$$\frac{f_{k+1} - f_k}{\Delta \ln p} = \frac{a_0}{2} \delta_r^2 (f_{k+1} + f_k) + \frac{c_0}{2} \delta_r (f_{k+1} + f_k) + \frac{b_0}{2} \delta_\theta^2 (f_{k+1} + f_k) + \frac{d_0}{2} \delta_\theta (f_{k+1} + f_k). \quad (\text{A.25})$$

Para simplificar esta última ecuación, (A.24) debe ser restada de (A.25), con lo que se obtiene una nueva ecuación equivalente:

$$\frac{f_{k+1} - f_{k+1}^*}{\Delta \ln p} = \frac{b_0}{2} \delta_\theta^2 (f_{k+1} - f_k) + \frac{d_0}{2} \delta_\theta (f_{k+1} - f_k). \quad (\text{A.26})$$

Las moléculas computacionales para discretizar las ecuaciones (A.24) y (A.26) se muestran en la figura A.2. Moraal y Gleeson (1975) extendieron y mejoraron el modelo inicial de Fisk, añadiendo más procesos físicos a través de los coeficientes.

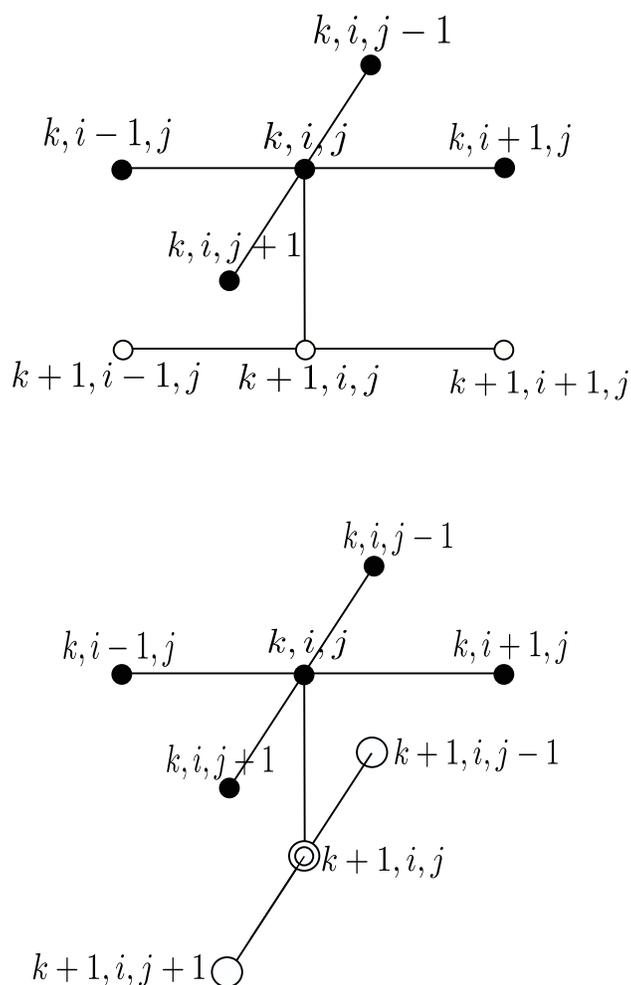


Figura A.2: Moléculas empleadas para resolver las ecuaciones A.24 (superior) y A.26 (inferior).

A.5. Condiciones iniciales y de frontera

La ecuación de transporte de partículas se resuelve en un dominio espacial que inicia en la superficie del Sol ($r_{\odot} = 0.005$ UA) y se extiende hasta la heliopausa situada en $r = r_b$. Dado que se supone simetría alrededor del plano de la eclíptica, la ecuación de transporte se resuelve a partir del polo norte ($\theta = 0$) hacia la eclíptica ($\theta = 90^\circ$) y simplemente se refleja para obtener la solución en la parte sur de la heliósfera. La velocidad del viento solar se toma independiente de r y θ , es decir, $V = V_0$. El modelo de campo magnético usado es el campo espiral de Parker (1965).

Dado que el transporte de partículas en campos magnéticos irregulares aun no esta comple-

A. Solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales mediante el método de diferencias finitas

tamente entendido y no se tienen suficientes mediciones in situ de la turbulencia magnética a través de toda la heliósfera, la dependencia de los coeficientes de difusión con el espacio y la energía, solo se pueden determinar con argumentos puramente empíricos.

Se asume que estos coeficientes son proporcionales a $1/B$. Dado que el radio de giro (y el camino libre medio λ) aumentan con la energía, los coeficientes de difusión también deben aumentar con la energía. De esta forma se argumenta que los coeficientes de difusión son proporcionales a βP , es decir:

$$k_{\parallel} \sim \beta P \quad \longrightarrow \quad k_{\parallel} = k_0 \beta P,$$

y

$$k_{\perp} = \frac{k_{\parallel}}{z},$$

donde P es la rigidez magnética, β la velocidad de la partícula con respecto a la velocidad de la luz y z una constante.

Además, el gradiente radial en la frontera interna se supone cero ($\partial f / \partial r = 0$). También se supone que la función de distribución (f) es simétrica en los polos y la eclíptica, esto implica que $\partial f / \partial \theta = 0$ (gradiente latitudinal nulo) y $f(r_b) = f_{LIS}$. Una representación gráfica de todo lo anterior se muestra en la figura A.3.

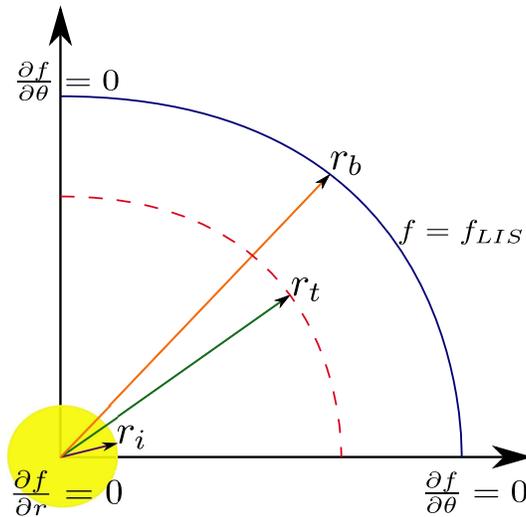


Figura A.3: Representación gráfica de las condiciones de frontera para la resolución numérica de la ecuación de transporte.

Referencias

- [1] Aschwanden M. J. (2006), *Physics of the Solar Corona*, Springer, 3rd ed.
- [2] Barouch, E., and L. F. Burlaga (1975), Causes of Forbush Decreases and Other Cosmic Ray Variations, *J. Geophys. Res.*, **80**(4), pp. 449-456.
- [3] Birkeland K. (1896), *Arch. Sci. Phys. Naturelles*, **1**, p. 497.
- [4] Burlaga, L. F. (1984), MHD Processes in the Outer Heliosphere, *Space Sci. Rev.*, **39**, pp. 255-316.
- [5] Burlaga, L. F., F. B. McDonald, and N. F. Ness (1993), Cosmic Ray Modulation and the distant Heliospheric Magnetic Field: Voyager 1 and 2 Observation from 1986 though 1989, *J. Geophys. Res.*, **98**, pp. 1-11.
- [6] Burlaga, L. F. (1995), *Interplanetary magnetohydrodynamics*, *International Series on Astron. and Astrophys.*, New York.,
- [7] Burlaga, L. F., N. F. Ness, M. H. Acuña, R. P. Lepping, J. E. P. Connerney, and J. D. Richardson (2008), Magnetic Field at the Solar Wind Termination Shock, *Nature*, **454**(3), doi:10.1038/nature07029
- [8] Caballero-Lopez, R. A., and B. F. McDonald (2003), Step Decreases Observed at 1 AU and in the Distant Heliosphere: 1997-2002, *Adv. Space Rev.*, **32**(4), pp. 627-632.
- [9] Caballero-Lopez, R. A., and H. Moraal (2004), Limitations of the Force Field Equation to Describe Cosmic Ray Modulation, *J. Geophys. Res.*, **109**, A01101, doi:10.1029/2003JA010098.

-
- [10] Caballero-Lopez, R. A., H. Moraal, and F. B. McDonald (2004), Galactic Cosmic Ray Modulation: Effects of the Solar Wind Termination Shock and the Heliosheath, *J. Geophys. Res.*, **109**, A05105, doi:10.1029/2003JA010358.
- [11] Caballero-Lopez, R. A., H. Moraal, and F. B. McDonald (2006), Cosmic Ray Energy Changes in the Heliosphere: Effects of the Termination Shock and Heliosheath, *Geophys. Res. Lett.*, **33**, L12105, doi:10.1029/2005GL025353.
- [12] Caballero-Lopez, R. A., H. Morral, R. A. Mewaldt, F. B. McDonald, and M. E. Wiedenbeck (2007), Cosmic-Ray Energy Changes in the Heliosphere. II. The Effect on K-Capture Electron Secondaries, *Ap.J.*, **663**, pp. 1335-1339.
- [13] Cumming, A. C., E. C. Stone, and C. D. Steenberg (2002), Composition of Anomalous Cosmic Rays and Other Heliospheric Ions, *Ap.J.*, **578**(194).
- [14] Dorman, L. I., and L. H. Shatashvili (1961), The 27-day Variation of Cosmic Rays and Geomagnetic Disturbances and the Problem of the Sun-Heart Relation, *Result of IGY (Cosmic Ray)*, **4**, Moscú.
- [15] Fisk, L. A. (1971), Solar Modulation of Galactic Cosmic Rays, *Journal of Geophysical Research*, **221**.
- [16] Fisk L. A. (1973), *The American Physical Society*, Washington DC.
- [17] Fisk, L. A. (1979), *Solar System Plasma*, 1, ed. by E. N. Parker, North-Holland.
- [18] Forbush, S. E (1957), Solar Influences on Cosmic Rays, *Proc. Nat. Acad. Sci.*, **43**(28).
- [19] Forbush, S. E. (1967), A Variation with a Period of Two Solar Cycles in the Cosmic-Ray Diurnal Anisotropy, *J. Geophys. Res.*, **49**, p. 28.
- [20] Gleeson, L. J., and W. I. Axford (1967), Cosmic Rays in the Interplanetary Medium, *Ap. J.*, **149**, L115-L118.
- [21] Gleeson, L. J., and W. I. Axford (1968), The Compton-Getting Effect, *Astrophys. Space Sci.*, **2**, pp. 431-437.

- [22] Gleeson, L. J., and I. A. Urch (1973), A Study of the Force-Field Equation for the Propagation of Galactic Cosmic Rays, *Astrophys. Space Sci.*, **25**, pp. 387-404.
- [23] Gleeson, L. J., and G. M. Webb (1978), Energy Changes of Cosmic Rays, *Proc. ASA*, **3**(3), pp. 233-234.
- [24] Gurnett, D. A., W. S. Kurth, and E. C. Stone (2003), The Return of the Heliospheric 2-3 KHz Radio Emission During Solar Cycle 23, *Geophys. Res. Lett.*, **30**(23), doi:10.1029/2003GL018514.
- [25] Hoeksema, J. T. (1989), Extending the Sun's Magnetic Field Through the Three-Dimensional Heliosphere, *Adv. Space Res.*, **9**(4), p. 141.
- [26] Isenberg, P. A. and J. R. Jokipii (1979), Gradient and Curvature Drifts in Magnetic Field With Arbitrary Spatial Variations, *Astrophys. J.*, **234**, pp. 746-752.
- [27] Kallenrode M. B. (2004), Space Physics: An Introduction to Plasmas and Particles in the Heliosphere and Magnetospheres, *Springer*, 3rd ed.
- [28] Lapidus, L., and G. F. Pinder (1982), Numerical Solution of Partial Differential Equation in Science and Engineering, *John Wiley and Sons*,.
- [29] Le Roux, J. A., and Fichtner H. (1999), Global Merged Interaction Regions, the Heliospheric Termination Shock, and Time-Dependent Cosmic Ray Modulation, *J. Geophys. Res.*, **104**, pp. 4709-4730.
- [30] McComas, D. J., H. A. Elliott, et al. (2003), The Three-Dimensional Solar Wind Around Solar Maximum, *Geophys. Res. Lett.*, **30**(10), 1517, doi:10.1029/2003GL017136.
- [31] McDonald, F. B. (1998), Cosmic Ray Modulation in the Heliosphere. A Phenomenological Study, *Space Sci. Rev.*, **83**, pp. 33-50.
- [32] McDonald, F. B., Z. Fujii, B. Heikkila, and N. Lal (2003), The Radial Distribution of Cosmic Rays in the Heliosphere at Solar Maximum, *Adv. Space Res.*, **32** (4), pp. 633-638, doi:10.1016/S0273-1177(03)00342-9.

-
- [33] Moraal, H., and L. J. Glesson (1975), *Proc. 14th Internat. Cosmic Ray Conf.*, **12**, p. 4189.
- [34] Moraal, H. (2001), The Discovery and Early Developed of Anomalous Cosmic Rays, *Cospar Colloquia Series*, **vol. 11**, edited by K. Scherer et al., Pergamon, New York, pp 147-161.
- [35] Morales-Olivares O. G., and R. A. Caballero-Lopez (2009), Radial Intensity Gradients of Galactic Cosmic Rays in the Heliosphere at Solar Maximum: 1D no-Shock Simulation, *Geofísica Internacional*, **48**(2), pp. 237-242.
- [36] Parker E. N. (1958), Dinamics of Interplanetary Gas and Magnetic Fields, *Astrophys. J.*, **128**, pp. 664-676.
- [37] Parker E. N.(1965), The Passage of Energetic Particles Throught Interplanetary Space, *Planet. Space Sci.*, **13**, pp. 9-49.
- [38] Steenberg, C. D. (1998), Modeling of Anomalous and Galactic Cosmic Ray Modulation in the Outher Heliosphere, *Ph. D. thesis*, Potchefstroom Univ., Potchefstroom, Sout Africa.
- [39] Steenkamp, R. (1995), Shock Acceleration as Source of the Anomalous Component of Cosmic Rays in the Heliosphere, *Ph. D. thesis*, Potchefstroom Univ., Potchefstroom, South Africa.
- [40] Stone E. C., A. C. Cummings, F. B. McDonald, B. C Heikkila, N. Lal, and R. Webber (2008), An Asymmetric Solar Wind Termination Shock, *Nature*, **453**(3), doi:10.1038/nature07022
- [41] Valdés-Galicia, J. F., and L. I. Dorman (1997), 27.day Cosmic Ray Variation and its Relation to the Interplanetary Neutral Current Sheet Tilt, *Proc. 25th Inter. Cosmic Ray Conf.*, **2**, 121.
- [42] Valdés-Galicia, J. F., R. A. Caballero-López, and H. Moraal (2006), Galactic Cosmic Ray Modulation Based on Transport Parameters Obtained Via Particle Simulation, *Astronomy & Astrophysics*, **456**, pp. 405-408, doi:10.1051/0004-6361:20064936.

REFERENCIAS

- [43] Venkatesan, D. (1958), Correlation Between Cosmic Ray Intensity and Geomagnetic Activity, *Cambridge University Press*, p. 345.
- [44] Webber, W. R., and L. A. Lockwood (2001), Voyager and Pioneer Spacecraft Measurement of Cosmic Ray Intensities in the Outer Heliosphere: Toward a New Paradigm for Understanding the Global Modulation Process: 1. Minimum Solar Modulation (1987 and 1997), *J. Geophys. Res.*, **106**(29), p. 326.