Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

LA PROBABILIDAD DE RUINA TÉCNICA EN EL SEGURO DE TERREMOTO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
ACTUARIO

PRESENTA:
CARLOS ALAN QUIROZ HERRERA

DIRECTOR DE TESIS:
JOSE FABIÁN GONZÁLEZ FLORES

2009

1.- Datos del alumno
Quiroz
Herrera
Carlos Alan
41598922
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
300219250

2.- Datos del Tutor
Actuario
José Fabián
González
Flores

3.- Sinodal 1
Actuario
Jaime
Vázquez
Alamilla

4.- Sinodal 2
Actuario
Ricardo
Ibarra
Lara

5.- Sinodal 3
Actuaria
María Guadalupe
Medrano
Ortiz

6.- Sinodal 4
Actuaria
Adriana
Ramírez
Velázquez

Título
La probabilidad de ruina técnica en la cobertura del seguro contra terremoto
82 páginas
2009

A mis padres,
Hipólito y Emma.
A mi hermana,
Michelle.
A mi novia,
Erika.
A mis amigos.
A toda mi familia.

Agradecimientos

Mi más sincero agradecimiento es para el Act. José Fabián González Flores por su apoyo y confianza durante la realización de éste proyecto.

A mis sinodales Act. Jaime Vázquez Alamilla, Act. Guadalupe Medrano Ortiz, Act. Adriana Ramírez Velásquez y Act. Ricardo Ibarra Lara.

A la UNAM.

Gracias

Índice general

Introducción

El objetivo de esta tesis es proponer y aplicar la probabilidad de ruina, a partir del modelo teórico de Cramer-Lundberg, como un tópico matemático para evaluar la siniestralidad por terremoto en la cobertura de daños y el control de la solvencia de las reservas actuariales.

México, es un país que se encuentra en una zona de alta sismicidad. Los investigadores indican que esta no ha variado en miles de años debido a que forma parte del Cinturón de Fuego. En el país se registran entre 900 y 1100 movimientos telúricos cada año. Un sismo de alta magnitud trae consigo un gran número de pérdidas humanas y daños materiales. Como ejemplo, tenemos el ocurrido en la Ciudad de México el 19 de septiembre de 1985 en el que se colapsaron 757 edificios y se derrumbaron total o parcialmente siete mil viviendas. Por ello, las personas residentes en el Distrito Federal y zona metropolitana, son las más propensas a sufrir cuantiosas pérdidas en su patrimonio, sea vivienda o negocio, o en el peor de los casos la pérdida de su propia vida o de sus seres queridos, por encontrarse a diario ante la inminente posibilidad de ocurrencia de un sismo o terremoto.

En la mayoría de los casos, son los afectados los que tienen que hacerse cargo de sus daños ó esperar a que se hagan responsables las autoridades gubernamentales, las pérdidas materiales que este evento pueda causarles llegan ser muy costosas. Es aquí, donde radica la importancia de los seguros, en particular el seguro de terremotos. En México, este seguro no está desarrollado como tal debido a que forma parte de cobertura de diversos seguros como el de casa-habitación o autos, la capacidad de las compañías privadas para manejar pérdidas en grandes terremotos es limitada. Lo óptimo debe ser tener un seguro de terremotos de cobertura integral que no afecte al sector asegurador y beneficie a la población.

En la actualidad, la principal iniciativa de solución es por parte de los gobiernos. En el caso de México, las autoridades lo hicieron emitiendo un "bono de catástrofe"(CatBond), éste forma parte de un plan de cobertura más amplio integrado por seguros contra terremotos por un monto global de 450 millones de dólares. Este instrumento permite fortalecer las finanzas públicas en caso de un desastre y tendrá cobertura en las zonas del centro del país, incluida Ciudad de México, el noreste, el sureste y el suroeste, sobre el océano Pacífico, de gran incidencia sísmica. Otra alternativa es la que ocurre en España y Suiza en la que se tiene un seguro contra terremoto obligatorio incorporado en las pólizas generales y los precios son pagados a fondos especiales el gobierno. En general, en México las compañías aseguradoras ofrecen este seguro como extensión de otros seguros.

Independientemente de las alternativas actuales de solución, deben de existir por parte del sector asegurador rigurosos cálculos matemáticos, como la teoría de la ruina, y mediante ésta aplicar técnicas que permitan el control sobre las reservas actuariales y que éstas, alerten prudentemente cuando el capital de la aseguradora decrece en forma significativa, permitiéndole tomar ciertas medidas que le ayuden a normalizar la situación.

Por ello, el actuario debe de realizar análisis más completos y matemáticamente más eficientes sobre los riesgos en los que incurren las compañías aseguradoras.

La tesis se presenta a grosso modo en tres capítulos:

El objetivo del primer capítulo es mostrar los aspectos históricos de los terremotos ocurridos, tanto en nivel internacional como en México, así como especificar las características de este seguro, esto es, las coberturas, exclusiones, deducibles, etcétera, su operación y regulación. Además, de algunos conceptos que son parte fundamental de la investigación como lo son la prima de riesgo y reservas técnicas.

Por su parte, en el segundo capítulo, se introducirán los aspectos generales de la teoría de ruina, tomando en cuenta la definición del problema utilizando el Modelo de Cramer-Lundberg y estudiando sus tres componentes: superávit inicial, primas recibidas y reclamaciones pagadas. Además, se estudiarán algunos tópicos matemáticos para la comprensión de la teoría de la ruina.

Finalmente, en el tercer capítulo, se estudiará con mayor profundidad la modelización de la siniestralidad total de un periodo, además de analizar la distribución del número y monto de los siniestros. Con estos elementos, simular el cálculo de la probabilidad de ruina técnica en la cobertura de terremotos.

Capítulo 1

El riesgo catastrófico de terremoto y su cobertura de aseguramiento

1.1. Introducción

¿Qué viene a la mente al mencionar la palabra catástrofe? Se suelen a asociar a esta palabra ideas como un terremoto o un huracán devastando una ciudad; erupciones volcánicas evacuando poblaciones. Lo cierto es que desde el inicio de la civilización el hombre ha tenido que enfrentarse a tales imprevistos. Se desearía predecir el futuro con el afán, no se diga, de evitar los eventos, sino de mitigar los impactos devastadores en daños materiales y vidas.

La industria aseguradora surgió como respuesta ante la necesidad y deseo de seguridad ante los eventos inciertos que repercutan en pérdidas de carácter económico.

La peculiaridad de la cobertura de daños se origina no solo en la incertidumbre de la ocurrencia del evento, como cualquier otro riesgo, sino que además de estas variable esta la incógnita del monto necesario para indemnizar los daños.

Unos de los ramos en que se desenvuelve la industria son los daños con cobertura de riesgos catastrófica. Esta cobertura se particulariza de las demás por la escasa frecuencia de los eventos.

Dicha cobertura tiene como finalidad indemnizar a las personas económicamente por los siniestros producidos por riesgos extraordinarios (catástrofes de la naturaleza).

Por otra parte, muchas personas en México no cuentan con acceso a esta cobertura. Basta mencionar que la estimación de las pérdidas materiales del terremoto de 1985 ascendieron a 4,000 millones de dólares para el país y a 275 millones de dólares para el sector asegurador nacional e internacional, lo que implicó, en términos absolutos que el costo del terremoto para el sector asegurador fue mínimo. Además de ésta, hay otras razones como el infraseguro, y que un monto importante de los pagos realizados por los reaseguradores se llevó a cabo después de devaluaciones del peso mexicano. Es previsible, sin embargo, que la penetración del seguro aumente en el futuro inmediato, como resultado de una mayor actividad industrial, por la recuperación de ingreso de la población, y por la cada vez mayor conciencia que ésta tiene sobre el fenómeno sísmico y sus consecuencias económicas.

1.2. Concepto de riesgo catastrófico

Se da este nombre al que tiene su origen en hechos o acontecimientos de carácter extraordinario, tales como fenómenos atmosféricos de elevada gravedad, movimientos sísmicos, conmociones o revoluciones militares ó políticas, etcétera; cuya propia naturaleza anormal y la elevada intensidad y cuantía de los daños que de ellos pueden derivarse impiden que su cobertura quede garantizada en una póliza de seguro ordinario.

1.2.1. Cronología histórica de los terremotos

A continuación se presenta una lista de los terremotos más significativos registrados por el Servicio Geológico de los Estados Unidos:

Antes del siglo XIX			
Fecha	Lugar	Muertes	Magn.
23 de enero de 1556	Shaanxi, China	830000	8
17 de agosto de 1668	Anatolia, Turquía	8000	8
26 de enero de 1700	Cascadia		9
1 de noviembre de 1755	Lisboa, Portugal	70000	8.7
28 de febrero de 1780	Irán	200000	
16 de diciembre de 1811	Nuevo Madrid, Misuri, EE. UU.		8.1
23 de enero de 1812	Nuevo Madrid, Misuri, EE. UU.		7.8
7 de febrero de 1812	Nuevo Madrid, Misuri, EE. UU.		8
2 de junio de 1823	Lado sur de Kilauea, Hawái, EE. UU.		7

Antes del siglo XIX			
Fecha	Lugar	Muertes	Magn.
10 de junio de 1836	Región sur de la Bahía de San Francisco, California, EE. UU.		6.5
junio de 1838	Península de San Francisco, California, EE. UU.		6.8
5 de enero de 1843	Marked Tree, Arkansas, EE. UU.		6.3
9 de enero de 1857	Fuerte Tejon, California (F. St. André de Parkfield a Wrightwood)	1	7.9
16 de diciembre de 1857	Nápoles, Italia	11000	6.9
8 de octubre de 1865	San José, California, EE. UU.		6.5
3 de abril de 1868	Hilea, sudeste de Hawai, Hawái, EE. UU.	77	7.9
31 de octubre de 1868	Hayward, California, EE. UU.	30	6.8
20 de febrero de 1871	Molokai, Hawái, EE. UU.		6.8
26 de marzo de 1872	Owens Valley, California, EE. UU.	27	7.6
15 de diciembre de 1872	Norte de Cascades, Washington, EE. UU.		7.3
23 de noviembre de 1873	Costa de California-Oregón		7.3
31 de agosto de 1886	Charleston), Carolina del Sur, EE. UU.	60	7.3
24 de abril de 1890	Corralitos, California, EE. UU.		6.3
27 de octubre de 1891	Mino-Owari, Japón	7273	8
19 de abril de 1892	Vacaville, California, EE. UU.	1	6.4
21 de abril de 1892	Winters, California, EE. UU.		6.4
31 de octubre de 1895	Charleston, Misuri, EE. UU.		6.6
15 de junio de 1896	Sanriku, Japón		8.5
12 de junio de 1897	Assam, India	1500	8.3
20 de junio de 1897	Falla de Calaveras, California, EE. UU.		6.3
31 de marzo de 1898	Isla de Mare, California, EE. UU.		6.3
15 de abril de 1898	Condado de Mendocino, California, EE. UU.		6.8
4 de septiembre de 1899	Cabo Yakataga, Alaska, EE. UU.		7.9
10 de septiembre de 1899	Bahia de Yakutat, Alaska, EE. UU.		8
9 de octubre de 1900	Isla Kodak, Alaska, EE. UU.		7.7

Siglo XX			
Fecha	Lugar	Muertes	Magn.
3 de marzo de 1901	Parkfield, California, EE. UU.		6.4
27 de agosto de 1904	Fairbanks, Alaska, EE. UU.		7.3
9 de julio de 1905	Mongolia		8.4
31 de enero de 1906	Colombia-Ecuador	1000	8.8
18 de abril de 1906	San Francisco, California (Falla de San Andrés, de Cabo Mendocino a San Juan Bautista)	3000	7.8
17 de agosto de 1906	Valparaíso, Chile	20000	8.2
28 de diciembre de 1908	Messina, Italia	70000	7.2
1 de julio de 1911	Falla de Calaveras, California, EE. UU.		6.5
3 de octubre de 1915	Valle Pleasant, Nevada, EE. UU.		7.1
11 de octubre de 1918	Puerto Rico	116	7.5
6 de diciembre de 1918	Isla de Vancouver, Columbia Britanica, Canadá		7
16 de diciembre de 1920	Ningxia-Kansu, China	200000	8.6
31 de enero de 1922	A lo largo de Cabo Mendocino, California, EE. UU.		7.3
1 de marzo de 1922	Parkfield, California, EE. UU.		6.1
22 de enero de 1923	A lo largo de Cabo Mendocino, California, EE. UU.		7.2
1 de septiembre de 1923	Kanto, Japón	143000	7.9
26 de Diciembre de 1932	China	70.000	7,6
2 de Marzo de 1933	Noroeste de Japón	2.990	8,9
10 de Marzo de 1933	California	3	6,3
15 de Enero de 1934	India y Nepal	10.700	8,4
1934	Panamá	-	7,5
31 de Marzo de 1935	Quetta, Beluchistán	66.000	8,4
31 de Mayo de 1935	India	50.000	7,5

Siglo XX			
Fecha	Lugar	Muertes	Magn.
24 de Enero de 1939	Chile	40.000	8,3
21 de Diciembre de 1939	Costa Rica	2	7.3
26 de Diciembre de 1939	Erzincán, Turquía	74.000	7,9
18 de Mayo de 1940	Estados Unidos	9	7,1
24 de Mayo de 1940	Perú	1.000	8
5 de Diciembre de 1941	Costa Rica	-	7.7
4 de Marzo de 1942	Japón	82.000	-
1943	Puerto Rico	-	7,5
15 de Enero de 1944	Argentina	20.000	7,0
1946	República Dominicana	1,700	8,1
8 de Diciembre de 1946	Japón	2.000	-
2 de Junio de 1948	Japón	5.100	-
21 de Mayo de 1950	Perú.	1,500	6.4
5 de Octubre de 1950	Costa Rica	33	7.9
4 de Marzo de 1952	Japón	8.233	-
21 de Junio de 1952	Bakersfield	12	7,7
1953	Isla del mar Jónico, Grecia	>8.000	-
1954	Argelia	>10.000	6,7
1957	Norte de Irán	25.000	-
18 de Agosto de 1959	Montana. Estados Unidos.	-	8,2
29 de Febrero de 1960	Marruecos	36.800	-
22 de Mayo de 1960	Chile	2.000	9,6
1 de Septiembre de 1962	Noroeste de Irán	12.230	7,2
26 de Julio de 1963	Skopjé, Yugoslavia	10.000	-
4 de Junio de 1964	Nigata y sus alrededores	26	4,6
28 de Marzo de 1964	Valdes-Alaska, Estados Unidos	2,465	9.2
1965	Valparaíso, Chile	Varios muertos	-
1965	Nagano, Japón	-	-
19 de Agosto de 1966	Turquía	2.520	6,7
29 de Julio de 1967	Caracas, Venezuela	1.000	6,5
26 de Febrero de 1968	Miyazaki, Japón	-	-
31 de Agosto de 1968	Norte de Irán	12.000	-
31 de Mayo de 1970	Peru	80.000	7,9
1970	Turquía	21.500	-

Siglo XX			
Fecha	Lugar	Muertes	Magn.
3 de Octubre de 1974	Perú	300	7,5
4 de Febrero de 1976	Guatemala	44.000	7,5
28 de Julio de 1976	Tangshan, China	242.000	7,8
22 de Agosto de 1978	Costa Rica	6	7
16 de Septiembre de 1978	Noreste de Irán	25.000	7,7
23 de Noviembre de 1980	Italia	2.914	6.9
2 de Abril de 1983	Costa Rica	3	7.5
3 de Marzo de 1985	Chile	585	7,8
19 de Septiembre de 1985	Mé-ico D.F., Michoacán, Guerrero, Jalisco, Colima	45,000	8,1
10 de Octubre de 1986	San Salvador	1.600	7,5
7 de Marzo de 1987	Ecuador	25.000	6,0 y 6,9
7 de Diciembre de 1988	Noroeste de Armenia	25.000	7,5
25 de Marzo de 1990	Costa Rica	2	7.1
21 de Junio de 1990	Noroeste de Irán	67.914	Entre 7,3 y 7,7
22 de Diciembre de 1990	Costa Rica	1	5.7
22 de Abril de 1991	Costa Rica	57	7,7
22 de Marzo de 1992	Erzincan	762	6,2
30 de Septiembre de 1993	Latur, India	10.000	6,0
17 de Enero de 1995	Kobe, Japón	6.500	7,2
9 de Octubre de 1995	Colima, Mé-ico	100	8,0
9 de Julio de 1997	Venezuela	100	6,9
30 de Mayo de 1998	Noreste de Afganistán y Tajikistán	>10.000	6,9
25 de Enero de 1999	Colombia	5.600	6,0
17 de Agosto de 1999	Oeste de Turquía	35.000	7,4
21 de Septiembre de 1999	Taiwán	27.000	7,6
13 de Enero de 2001	San Salvador, El Salvador	944	7,9
13 de Febrero de 2001	El Salvador	315	6,6
26 de Enero de 2001	India	22.000	7,9
23 de Junio de 2001	Peru	240	6,9

Sismos más recientes (2003,-)			
Fecha	Lugar	Muertes	Magn
21 de enero 2003	Armería-Tecomán. Desembocadura del río Balsas Estado de Colima, México.	53	7,7

Sismos más recientes (2003,-)			
Fecha	Lugar	Muertes	Magn
25 de septiembre de 2003	Hokkaido, Japón		8.3
17 de noviembre de 2003	Isla Rat, Alaska, EE. UU.		7.8
26 de diciembre de 2003	Bam, Irán	No menos de 30,000	6.6
24 de febrero de 2004	Al-Hoceima, Amazigh, República de Rif	No menos de 1.200	6.5
5 de septiembre de 2004	Fuera del centro de la Región de Tokai, extremo oeste de Japón	0	6.9 e 7.4
28 de septiembre de 2004	11,3 km al sudeste de Parkfield, California, EE. UU., — ver también Terremoto de Parkfield	0	6
8 de octubre de 2004	Mindoro, Filipinas		6.6
9 de octubre de 2004	80 km al sudoeste de Managua, Nicaragua	0	6.9
23 de octubre de 2004	Ojiya, Japón	25	6.9
27 de octubre de 2004	Vrancea, Rumania	0	5.8
10 de noviembre de 2004	Islas Salomón	0	6.9
11 de noviembre de 2004	96 km al oeste-noroeste de Díli, Timor-este	6	7.3
15 de noviembre de 2004	por la costa de Chocó, Colombia	0	6.7
21 de noviembre de 2004	45 km a norte-noroeste de Dominica	1	6
21 de noviembre de 2004	48 km al sur-sudeste de San José, Costa Rica	8	6.2
28 de noviembre de 2004	900 km a nordeste de Tokio, 50 km bajo el nivel del mar	0	7.1
23 de diciembre de 2004	495 km al norte de la Isla Macquarie, Sudeste de Nueva Zelanda	0	8.1
26 de diciembre de 2004	160 km al oeste de Sumatra, Indonesia; bajo el mar	220.000	9
25 de septiembre de 2005	San Martín, Perú	7	7.5
26 de mayo de 2006	Isla de Java, Indonesia	5.427	6.3
11 de mayo de 2007	Aysén (región), Chile	3	6
6 de junio de 2007	Yunnan (región), China		

Sismos más recientes (2003,-)			
Fecha	Lugar	Muertes	Magn
15 de agosto de 2007	Mar frente a las costas de Pisco, Ica, Perú.	595	7.9
12 de mayo de 2008	Wenchuan, Sichuan, China.	55.239	7.8

1.2.2. Características de los terremotos

Es una sacudida del terreno que se produce por un choque de las placas tectónicas y por la liberación de energía en el curso de una reorganización brusca de materiales de la corteza terrestre al superar el estado de equilibrio mecánico.

De acuerdo a los investigadores del Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, los temblores pueden clasificarse de dos maneras: la primera, los de actividad de fondo, con magnitudes en la escala de Richter [1] menores a 6 grados, cuya ocurrencia no presenta ningún patrón de recurrencia; la segunda son los temblores característicos, con magnitudes superiores a 6 grados, que exhiben una casi periodicidad temporal. Los temblores característicos son los de mayor intensidad, y los que provocan los mayores daños en la escala de Mercalli [2].

La corteza de la Tierra está conformada por una docena de placas de aproximadamente 70 km de grosor, cada una con diferentes características físicas y químicas. Estas placas se están acomodando en un proceso que lleva millones de años y han ido dando la forma que hoy conocemos a la superficie de nuestro planeta, originando los continentes y los relieves geográficos en un proceso que está lejos de completarse. Habitualmente, estos movimientos son lentos e imperceptibles, pero en algunos casos estas placas chocan entre sí como gigantescos témpanos de tierra sobre un océano de magma presente en las profundidades de la Tierra, impidiendo su desplazamiento. Entonces una placa comienza a desplazarse sobre o bajo la otra originando lentos cambios en la topografía. Pero si el desplazamiento es dificultado comienza a acumularse una energía de tensión que en algún momento se liberará y una de las placas se moverá bruscamente contra la otra rompiéndola y liberándose entonces una

[1] La escala de Richter sirve para cuantificar el tamaño de un terremoto, también conocida por su nombre más adecuado de escala de magnitud local (ML), es una escala logarítmica arbitraria

[2] La Escala de Mercalli es una escala de 12 puntos desarrollada para evaluar la intensidad de los terremotos a través de los efectos y daños causados a distintas estructuras

cantidad variable de energía que origina el Terremoto.

Las zonas en que las placas ejercen esta fuerza entre ellas se denominan fallas y son, desde luego, los puntos en que con más probabilidad se originen fenómenos sísmicos. Sólo el 10 % de los terremotos ocurren alejados de los límites de estas placas.

El hipocentro es el punto en el interior de la tierra, donde se da inicio el movimiento sísmico, también corresponde al punto en el cual se produce la fractura de la corteza terrestre, que genera un terremoto. En él se produce también la liberación de energía. El epicentro es la proyección del hipocentro en la superficie terrestre; por lo tanto, el lugar donde el sismo se siente con mayor intensidad corresponde al punto en la superficie de la tierra ubicado directamente sobre el hipocentro.

La medición de los terremotos se realiza a través de un instrumento llamado sismógrafo, el que registra en un papel la vibración de la Tierra producida por el sismo (sismograma). Nos informa la magnitud y la duración. Este instrumento registra dos tipos de ondas: las superficiales, que viajan a través de la superficie terrestre y que producen la mayor vibración de ésta (y probablemente el mayor daño) y las centrales o corporales, que viajan a través de la Tierra desde su profundidad.

Uno de los mayores problemas para la medición de un terremoto es la dificultad inicial para coordinar los registros obtenidos por sismógrafos ubicados en diferentes puntos (Red Sísmica), de modo que no es inusual que las informaciones preliminares sean discordantes ya que fueron basadas en informes que registraron diferentes amplitudes de onda. Determinar el área total abarcada por el sismo puede tardar varias horas o días de análisis del movimiento mayor y de sus réplicas. La prontitud del diagnóstico es de importancia capital para echar a andar los mecanismos de ayuda en tales emergencias. A cada terremoto se le asigna un valor de magnitud único, pero la evaluación se realiza, cuando no hay un número suficiente de estaciones, principalmente basada en registros que no fueron realizados forzosamente en el epicentro sino en puntos cercanos. De allí, que se asigne distinto valor a cada localidad o ciudad e interpolando las cifras se consigue ubicar el epicentro. Una vez coordinados los datos de las distintas estaciones, lo habitual es que no haya una diferencia asignada mayor a 0.2 grados para un mismo punto. Esto puede ser más difícil de efectuar si ocurren varios terremotos cercanos en tiempo o área.

Aunque cada terremoto tiene una magnitud única, su efecto variará grandemente según la distancia, la condición del terreno, los estándares de construcción y otros factores.

Resulta más útil entonces catalogar cada terremoto según su energía intrínseca. Esta clasificación debe ser un número único para cada evento, y este número no debe verse afectado por las consecuencias causadas, que varían mucho de un lugar a otro.

En la siguiente tabla se describe la escala de Mercalli.

Grado	Descripción
I. Muy débil	No se advierte sino por unas pocas personas y en condiciones de perceptibilidad especialmente favorables.
II. Débil	Se percibe sólo por algunas personas en reposo, particularmente aquellas que se encuentran ubicadas en los pisos superiores de los edificios.
III. Leve	Se percibe en los interiores de los edificios y casas.
IV. Moderado	Los objetos colgantes oscilan visiblemente. La sensación percibida es semejante a la que produciría el paso de un vehículo pesado. Los automóviles detenidos se mecen.
V. Fuerte	La mayoría de las personas lo percibe aun en el exterior. Los líquidos oscilan dentro de sus recipientes y pueden llegar a derramarse. Los péndulos de los relojes alteran su ritmo o se detienen. Es posible estimar la dirección principal del movimiento sísmico.
VI. Bastante Fuerte	Lo perciben todas las personas. Se siente inseguridad para caminar. Se quiebran los vidrios de las ventanas, la vajilla y los objetos frágiles. Los muebles se desplazan o se vuelcan. Se hace visible el movimiento de los árboles, o bien, se les oye crujir.
VII. Muy fuerte	Los objetos colgantes se estremecen. Se experimenta dificultad para mantenerse en pie. Se producen daños de consideración en estructuras de albañilería mal construidas o mal proyectadas. Se dañan los muebles. Caen trozos de mampostería, ladrillos, parapetos, cornisas y diversos elementos arquitectónicos. Se producen ondas en los lagos.

Grado	Descripción
VIII. Destructivo	Se hace difícil e inseguro el manejo de vehículos. Se producen daños de consideración y aun el derrumbe parcial en estructuras de albañilería bien construidas. Se quiebran las ramas de los árboles. Se producen cambios en las corrientes de agua y en la temperatura de vertientes y pozos.
IX. Ruinoso	Pánico generalizado. Todos los edificios sufren grandes daños. Las casas sin cimentación se desplazan. Se quiebran algunas canalizaciones subterráneas, la tierra se fisura.
X. Desastroso	Se destruye gran parte de las estructuras de albañilería de toda especie. El agua de canales, ríos y lagos sale proyectada a las riberas.
XI. Muy desastroso	Muy pocas estructuras de albañilería quedan en pie. Los rieles de las vías férreas quedan fuertemente deformados. Las cañerías subterráneas quedan totalmente fuera de servicio.
XII. Catastrófico	El daño es casi total. Se desplazan grandes masas de roca. Los objetos saltan al aire. Los niveles y perspectivas quedan distorsionados

1.3. El seguro contra terremoto

Este seguro cubre las pérdidas por los daños materiales al bien asegurado causados directamente por terremoto.

Dado su carácter catastrófico, el riesgo sísmico no se presenta para ser asegurado de forma aislada o mediante un ramo especial. Su cobertura se ve incluida en diferentes ramos, principalmente en el ramo de incendios y en los ramos técnicos. La inclusión del riesgo de terremoto se otorga contra el pago de una prima adicional y, por regla general, como suplemento al seguro de daños.

Por regla general, son los reaseguradores internacionales quienes asumen la carga principal de las crecientes responsabilidades acumuladas. A la larga, solo podrán continuar haciéndose cargo de esos compromisos si por parte de seguro directo se cumplen los requisitos necesarios para ello, es decir, primas y condiciones adecuadas. Tanto para el asegurador directo como para el reasegurador es de igual importancia el control periódico y exacto de las responsabilidades contraídas.

Para que también en adelante el riesgo de terremoto siga siendo asegurable, hay que partir de una base técnica sana. Más que nunca, esta base es la condición indispensable para que los aseguradores puedan formar las reservas suficientes para el caso de catástrofes y para que también a largo plazo estén en condiciones de ofrecer su capacidad a favor del equilibrio mundial de los riesgos.

1.3.1. Experiencia Internacional

En los últimos años, se ha registrado a nivel internacional un importante incremento en la frecuencia y severidad de las catástrofes, tanto de origen natural como humano. Bajo este panorama, las compañías de seguros han estado acumulando cuantiosas pérdidas, lo que se ha traducido en una severa contracción en sus niveles de capacidad para la emisión de seguros catastróficos.

Como consecuencia de ello, en algunos mercados se están limitando las coberturas de fenómenos naturales, tales como terremotos, huracanes e inundaciones, ofrecidas por el sector asegurador. Lo que ha hecho que las compañías de seguros tiendan a reducir su participación en la recuperación económica de un país.

-Estados Unidos

Las características geográficas y climáticas hacen que Estados Unidos se constituya como uno de los países con mayor exposición a riesgos de la naturaleza. En la zona costera del Golfo de México y Hawai se observa una gran propensión a la ocurrencia de huracanes, en la región del Estado de California, a la ocurrencia de terremotos, y en las regiones del norte del país, a la presencia de heladas e inundaciones.

En los últimos años, este país ha registrado las mayores pérdidas catastróficas de la historia. Por ejemplo, el terremoto en los Ángeles costo US$ 6,000 millones, las tormentas invernales y heladas en 12 Estados con US$1,750 millones (Texas, Los Ángeles, New Jersey, New York, etcétera) y el Huracán Andrés con US$15,500 millones.

Bajo este marco, se han empezado a instrumentar programas de carácter estatal, los cuales tienen como propósitos generales:

a) Brindar nuevos mecanismos para compensar las pérdidas catastróficas y dar una mayor capacidad a las empresas de seguros para hacer frente a la ocurrencia de alguna catástrofe. Buscando con ello elevar los niveles de oferta de seguros de daños acorde al crecimiento de la actividad económica de la región.

b) Hacer frente al endurecimiento de los mercados de seguros y reaseguro en los ramos catastróficos.

c) Hacer frente al endurecimiento de los mercados de seguros y reaseguro en los ramos catastróficos.

-Japón

La localización geográfica hace del Japón, un país altamente expuesto a riesgos de carácter geológico, en especial el de terremoto. Por esta razón, este país ha desarrollado un marco regulatorio específico que tiene como objetivo brindar una mayor capacidad a las empresas emisoras de seguros de terremoto en Japón. En el mercado japonés se distingue dos tipos de seguros de terremoto: (a) el seguro de terremoto para riesgos industriales, y (b) el seguro de terremoto para riesgos residenciales, éste último regulado bajo la Ley denominada: Law concerning Earthquake Insurance, del 18 de mayo de 1966.

En cuanto a los primeros tipos de seguros, para riesgos industriales, podemos decir que se ofrecen en forma de un endoso a una póliza en el ramo de incendio, a la cual se le aplican recargos en base a localización del inmueble (doce zonas geográficas) y al tipo de construcción a cubrir (cinco tipos).

La tarifa básica de terremoto, relacionada al riesgo de colapso del inmueble tras la ocurrencia de un sismo, fluctúa entre un rango de 1.1 al millar y 18.6 al millar en función de las características del riesgo a cubrir.

El seguro de riesgos industriales incluye la cobertura de daños causados directamente por algún terremoto, así como la ocurrencia de algún incendio causado por el sismo. Esta cobertura está sujeta a un deducible de 2 %, así como a una indemnización que se sitúa entre 10,000 y 100,000 yens por accidente. A este seguro se le puede extender la cobertura de tsunamis o daños por agua causados a consecuencia del movimiento sísmico, mediante el pago de la prima correspondiente.

Los seguros de terremoto para riesgos habitacionales funcionan en base a un esquema de reaseguro respaldado por el gobierno japonés, lo que hace que no se dependa directamente del mercado internacional de reaseguro.

En cuanto a la suma asegurada, ésta puede ser decidida por el asegurado dentro del límite del 30 % a 50 % del valor de la póliza de incendio con un máximo de diez millones de yens para construcciones y de cinco millones para contenidos. La cobertura ofrecida en este esquema abarca las pérdidas totales o parciales generadas tras un sismo, erupción volcánica o tsunami, así como los daños ocasionados por manifestaciones posteriores a dicho evento (incendio, inundación, etcétera). Por pérdidas totales se considera a los daños de 50 % o más del valor asegurado, o al 70 % o más de extensión de incendios y/o inundaciones. Por pérdidas parciales se considera a daños situados entre 20 % y 50 % del valor, o extensiones inundadas y/o incendiadas de hasta 70 %.

-Nueva Zelanda

El mercado neozelandés de seguros opera en una de las zonas con mayor exposición a riesgos de carácter geológico, propiamente el de terremoto, los cuales se presentan en casi la totalidad de su territorio. Razón por la cual el gobierno aprobó en 1941 la Ley de Daños de Terremoto y Guerra y la creación, en 1944, de la Earthquake and War Damage Commission (EQC). La cual tiene la finalidad pública de:

"proveer a todos los neozelandeses, a tasas actuarialmente justas, un seguro catastrófico, mediante el cual se permita tanto a la economía nacional como a la familiar su rápida recuperación"

a) la constitución de un fondo para la cobertura de terremoto, junto con tsunamis y fuego derivado del terremoto, y guerra, así como para los siguientes desastres naturales: erupción volcánica, catástrofes climáticas e incendio derivado de eventos naturales y deslizamientos de tierra; fondos que fueron denominados como Earthquake and War Damage Fund y Disaster and Landslip Fund; y

b) el establecimiento de un recargo obligatorio a las pólizas de seguros de incendio (tanto edificios como contenidos), vehículos automotores y tránsito marítimo.

La ley dispone de que se unan los fondos constituidos y conformen el Natural Disaster Fund, dicho fondo ascendió en 1993 a NZD2.33 billones.

El Natural Disaster Fund se incrementa mediante el cobro obligatorio de 0.5 al millar sobre el valor de reemplazo del bien asegurado. Esta prima es recaudada y depositada al fondo por las compañías de seguros a las cuales la EQC reembolsa el 2.5 % de las primas por concepto de comisión.

En cuanto a las reclamaciones, es importante destacar que la cobertura se ofrece como primer riesgo con límites superiores en la suma asegurada de NZD100,000 y NZD20,000 para edificios y contenidos respectivamente. Cabe señalar que el mercado privado puede ofrecer coberturas en exceso a estos límites.

Además de estos límites, se aplican deducibles de 2 % del valor asegurado o de NZD500 cualquiera que sea menor, de NZD500 para contenidos y de 10 % del valor para el terreno asegurado con un mínimo de NZD500 por unidad asegurada y un máximo de NZD5,000 por reclamación.

1.3.2. Experiencia en México

A finales de 1978 una circular de la Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros (AMIS), informo a todas las compañías asociadas, la factibilidad de operar una póliza novedosa, la Póliza de Seguro Múltiple para Empresas, otorgando diferentes coberturas, tales como incendio, terremoto (no obligatorio), responsabilidad civil, robo con violencia, dinero y valores, rotura de cristales al edificio, anuncios luminosos y calderas.

La preocupación de las autoridades en lo referente para hacer frente a eventuales catástrofes frente a temblor se manifiesta en la circular de la Comisión Nacional Bancaria y de Seguros S-472 del 6 de octubre de 1986, misma que explica como se integra la Reserva de Riesgos Catastróficos.

Durante el periodo 1994 al 2000 en la CNSF, se llevaron a cabo diversas modificaciones en el seguro de terremoto, las cuales se enfocaron a elaborar un sistema capaz de calcular con precisión las primas puras de riesgo por cada edificación y contenidos, como base para la valuación de la reserva de riesgos en curso de las carteras de las distintas instituciones, así como el cálculo de la perdida máxima probable de la cartera de cada compañía.

Las Reglas para la Constitución e Incremento de las Reservas de Riesgos en Curso, de las Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, dadas a conocer mediante la Circular S-10.1.3 del 20 de marzo de 1998, establecían que la CNSF determinaría las bases técnicas que las Instituciones y Sociedades

Mutualistas de Seguros deberían utilizar para la valuación, constitución e incremento de la Reserva de Riesgos en Curso de la cobertura de terremoto y/o erupción volcánica del ramo de terremoto y otros riesgos catastróficos.

Los objetivos de esta modificación eran evitar una insuficiencia de la reserva de riesgos en curso del seguro de terremoto para efecto de prácticas comerciales y que, ante reducciones en la Prima de Tarifa como consecuencia de cambios en la estructura de costos, que afecte la constitución de la reserva de riesgos en curso y catastrófica y estar en condiciones de crear un margen de solvencia de terremoto.

Para determinar dichas bases se requerían conocimientos profesionales en relación con el estudio del riesgo del terremoto, por lo que la Junta de Gobierno de la CNSF se acordó que se contrataría al Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México (IIUNAM) para su asesoría en el desarrollo de sistemas y bases técnicas para adecuar la regulación y supervisión del seguro de terremoto, en virtud de ser la institución que cuenta con los conocimientos mejor calificados en relación con el estudio de la ocurrencia y efectos de terremotos en territorio mexicano.

1.3.3. Marco regulatorio en México

La regulación del seguro de terremoto en México contempla los siguientes aspectos de la operación: el precio del servicio, la constitución de reservas, el régimen de inversión de las mismas, el adecuado diseño de los programas de reaseguro y el margen de solvencia. Estos se describen a continuación:

-Regulación de la precios: de acuerdo a la fracción II del artículo 36 de Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros (LGISMS), las aseguradoras deben determinar sobre bases técnicas las primas netas de riesgo. Para lo anterior, el artículo 36 establece:

"...las instituciones de seguros deberán sustentar cada una de sus coberturas, planes y las primas netas de riesgo que correspondan, en una nota técnica en la que se exprese, de acuerdo a la operación o ramo de que se trate lo siguiente:

a) Las tarifas de primas y extraprimas;
b) La justificación técnica de la suficiencia de la prima, y en su caso, de las extraprimas;

c) Las bases para el cálculo de las reservas;
d) Los deducibles, franquicias o cualquier tipo de modalidad que, en su caso, se establezcan;
e) El porcentaje de utilidad a repartir entre los asegurador, en su caso;
f) Los dividendos y bonificaciones que correspondan a cada asegurado, en los casos en que procedan;
g) Los recargos por costos de adquisición y administración que se pretendan cobrar;
h) Cualquier otro elemento técnico que sea necesario para adecuada instrumentación de la operación que se trate".

Las instituciones solo pueden ofrecer al público los servicios cuya nota técnica haya sido registrada ante la CNSF. Sin embargo, la regulación de los precios en el mercado mexicano de seguros distingue dos tipos de contratos; los de adhesión y los de no adhesión.

Para los contratos de adhesión la CNSF realiza una supervisión cuidadosa de los precios, además el registro de la nota técnica es automático. En el caso de los de no adhesión, el registro de las notas también es automático, pero a diferencia de los de adhesión, no se realiza un seguimiento sistemático de los resultados del producto con el propósito de establecer la suficiencia de la prima.

Como puede apreciarse, en el mercado de seguros mexicano la regulación de los precios es mínima para contratos de adhesión, y operativamente nula para los de no adhesión.

Recientemente, la autoridad reguladora ha considerado que los riesgos de carácter catastrófico debe prevalecer una mayor regulación de los precios, debido a que la competencia en base a reducciones en la cuota puede traer como consecuencia insuficiencia en las reservas.

-Constitución de Reservas: de acuerdo a la legislación mexicana, las instituciones que operen el seguro de terremoto deben de constituir las siguientes reservas: de riesgos en curso, para obligaciones pendientes de cumplir y de riesgos catastróficos.

Dentro de las reglas de carácter general, emitidas por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP) para la constitución de reservas de riesgos en curso, la décimo octava de éstas señala que, en el seguro de terremoto, la reserva se constituirá con el 35 % de las primas emitidas durante el año, menos devoluciones y cancelaciones.

El artículo 50 de LGISMS establece que las reservas de obligaciones pendientes de cumplir serán los importes que la institución deba desembolsar por pólizas vencidas, por siniestros ocurridos, por repartos periódicos de utilidades, y/o por siniestros ocurridos pero no reportados. Esta reserva no presenta ninguna particularidad para el seguro de terremoto.

La reserva de riesgos catastróficos se constituye en base al artículo 52 de LGISMS, que dice que SHCP «podrá ordenar mediante reglas de carácter general, la constitución de reservas técnicas especiales, cuando a su juicio, sean necesarias para hacer frente a posibles pérdidas u obligaciones presentes o futuras a cargo de las instituciones».

Dentro de las reglas que establecen la constitución de las reservas técnicas especiales en la que se encuentra la reserva de riesgos catastróficos para el ramo de terremoto. La regla sexta dice:

"Las instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros autorizadas a operar daños en el ramo de incendio y que practiquen la cobertura de terremoto, deberán constituir o incrementar una reserva de riesgos catastróficos conforme a las siguientes bases:

I. La constitución e incremento de dicha reserva se hará con el 10.5 % de las primas netas emitidas en el trimestre de que se trate, mas el producto de la inversión calculado en base al rendimiento promedio que produzcan los Certificados de la Tesorería de la Federación;

II. Al monto así determinado, se le adicionará el importe correspondiente a la liberación de la reserva de riesgos en curso de la cobertura de terremoto durante el ejercicio, sobre la parte correspondiente a primas de retención;

III. El incremento de las reserva para los riesgos catastróficos de la cobertura de terremoto deberá efectuarse en forma trimestral, incluyendo a la liberación de la reserva para riesgos en curso de dicha cobertura;

IV. Las instituciones y sociedad mutualistas de seguros podrán utilizar para el diseño de programa de reaseguro de exceso de pérdida catastrófica hasta el 50 % de la reserva para riesgos catastróficos, sin que la prioridad prevista en el programa exceda del 20 % sobre el saldo de dicha reserva; y,

V. La reserva para riesgos catastróficos de esta cobertura, será acumulativa y solo podrá afectarse en caso de siniestros, previa autorización de la CNSF".

-Régimen de Inversión de Reservas:el artículo 56 de LGISMS señala que las compañías deben invertir los recursos que manejen en términos que les permitan mantener condiciones adecuadas de solvencia y liquidez. Para lo anterior, la SHCP emitió las reglas de carácter general para la inversión de las reservas técnicas. En las reglas se señalan los valores, títulos ó bienes en que pueden invertirse las reservas en moneda nacional y extranjera, los intereses penales; los depositarios los límites de inversión por tipo de valor, título bien, así como la liquidez de las reservas.

En lo que respecta al seguro de terremotos, las reglas señalan que la reserva de riesgos catastróficos no puede invertirse en bienes inmuebles o destinarse al otorgamiento de créditos con garantía inmobiliaria.

En cuanto a la liquidez, de las reservas que deben constituirse en este ramo, las reglas establecen que no menos del 50 % de la reserva de riesgos en curso y 20 % de las riesgos catastróficos debe estar invertida en instrumentos denominados a corto plazo; definidos como aquéllos en que el número de días para alcanzar su redención o amortización es menor a 365.

- Regulación de la Operación de Reaseguro:En materia de reaseguro el artículo 37 de la LGISMS, entre otros puntos, establece: Las instituciones de seguros deben de diversificar las responsabilidades que asuman al realizar las operaciones de seguros y reaseguro. La SHCP, determinará, mediante reglas de carácter general, los porcentajes de las sumas de capital mínimo de garantía y reserva de previsión que sirvan de base para fijar, en cada operación ó ramo, los límites de retención de las instituciones en un solo riesgo.

Las instituciones de seguros fijarán anualmente, dentro de los porcentajes a que se refiere el párrafo anterior, sus límites máximo y mínimo de retención tomando en cuenta el volumen de sus operaciones, el monto de sus recursos, el de las sumas en riesgo, la experiencia obtenida respecto al comportamiento de la siniestralidad; así como las políticas que aplique la institución para ceder o aceptar reaseguro, tanto del país como del extranjero, haciéndolo del conocimiento de la CNSF a más tardar el 31 de enero de cada año, la que ordenará las instituciones de seguros los ajustes que procederán.

En el artículo referido, se establece la responsabilidad máxima que puede asumir una institución al aplicar un porcentaje a la suma de capital pagada más reservas de capital, reservas de previsión y utilidades no distribuidas. Para el ramo de daños el porcentaje es igual a 5 % si la institución si opera un ramo, 4 % si opera dos, y de 3 % si opera tres ó más.

Además, mediante disposiciones administrativas, las instituciones están obligadas a presentar a la CNSF su programa anual de reaseguro para los contratos automáticos y un control de cúmulos para el seguro de terremoto; y debiendo informarle sobre la aceptación de sus contratos facultativos.

- **Margen de Solvencia**: A partir de 1990, se estableció para el mercado mexicano de seguros un régimen de capitalización de las instituciones para que éstas puedan hacer frente desviaciones en la siniestralidad de retención y/o a fluctuaciones adversas en el valor de sus activos productivos.

Para el seguro de terremoto, el margen de solvencia se determina de la siguiente manera: se suman las responsabilidades retenidas vigentes por coberturas de inmuebles y contenidos, ubicados en la zona conurbada del Valle de México y Acapulco, y se multiplican por 12 %, que es Pérdida Máxima Probable (PMP) establecida por la CNSF para el mercado en su conjunto; al resultado se le restan los deducibles, el saldo de la reserva catastrófica y la protección comprada mediante coberturas de exceso de pérdida. En el supuesto de que el resultado sea positivo la institución debe aportar recursos de capital iguales al monto que haya resultado.

1.4. Características del seguro

En este apartado se presentan las características más importantes del seguro de terremoto, como lo son: coberturas, exclusiones, deducibles, prima de riesgo y reservas técnicas. A continuación se describen cada una de éstas.

1.4.1. Coberturas

El sector asegurador mexicano ofrece coberturas para los daños en estructuras, contenidos y pérdidas consecuenciales que pudieran derivarse de la ocurrencia de un sismo. Para todas estas coberturas es necesario estimar los años probables. Sin embargo, únicamente se han realizado estimaciones relativamente confiables para las estructuras, por lo que la prima para las coberturas de contenidos y pérdidas consecuenciales se ha determinado en base al daño probable en estas.

1.4.2. Exclusiones

Se presupone, asimismo, que el asegurador no responde en concepto de pérdidas o daños:

- En los fundamentos,
- En las obras al fresco u otras decoraciones murales,
- En depósitos de agua con paredes, patios exteriores, escaleras exteriores y otras obras exteriores (a no ser que exista un acuerdo especial en este sentido),
- Que sean causados, que produzcan o se agraven directa o indirectamente por reacción nuclear, radiación nuclear ó contaminación radioactiva,
- Que sean causados por olas de marea o inundación.

1.4.3. Deducibles

El asegurado se hace cargo del siniestro hasta una cantidad determinada, resarciendo el asegurador el exceso de dicha cantidad.

Con ello, se pretende aliviar de manera efectiva al asegurador en caso de catástrofe o cúmulo.

La experiencia muestra que, tras la ocurrencia de catástrofes, el sinnúmero de pequeños daños materiales produce gastos de ajuste desproporcionadamente altos. Aparejado a ello se tiene, además, que la atención de estas pérdidas pequeñas absorbe recursos humanos que en tales situaciones se necesitarían para una liquidación rápida y profesional de siniestros más grandes. Por otra parte, la suma de los muchos siniestros pequeños puede redundar en una carga siniestral notable para el asegurador, carga que debiera serle ahorrada considerando su función primordial en el caso de catástrofe.

No obstante el efecto perseguido solo se logra si el deducible consiste en un porcentaje determinado aplicable a la suma asegurada o al valor asegurado (entre 1 % y 5 %) y sin límite superior.

El acuerdo de un deducible puede producir un descuento apreciable de la prima de terremoto; la cuantía de este se descuente depende del grado de peligrosidad que muestre la tarifa en la zona de riesgo sísmico correspondiente. A una mayor exposición sísmica corresponderá un descuento menor, considerando el impacto decreciente del deducible en el volumen del daño.

1.4.4. La prima de riesgo

Corresponde al costo esperado de la siniestralidad y es la porción de la prima de tarifa que debe destinarse para el pago de las reclamaciones por concepto de siniestros.

La manera de determinar la prima de riesgo en el ramo de terremoto, al igual que en otros riesgos catastróficos, difiere sustancialmente de la forma en que se tarifican los riesgos normales, debido a que no existe una mutualidad conformada por unidades económicas expuestas que sean relativamente homogéneas entre sí. Es decir, no se presentan las características necesarias entre dichas unidades que conforman el grupo para una compensación tradicional año con año.

La prima de riesgo debe garantizar su suficiencia en el tiempo para constituir un monto equivalente a la pérdida máxima probable. La pérdida máxima probable depende de la intensidad del temblor en determinada región, la cual depende a su vez de la distancia del epicentro del temblor, las características del suelo y subsuelo donde se encuentran ubicados los riesgos y la clase de estructuras con que estén construidos los mismos.

Lo anterior significa que, la prima de riesgo acumulada y capitalizada con los rendimientos, deberá resultar suficiente para la constitución de un monto equivalente a la pérdida máxima probable de acuerdo a la cartera de riesgos de cada institución.

Entonces, la prima de riesgo puede verse como una prima de equilibrio que será equivalente en el tiempo a la pérdida máxima probable por terremoto.

$$PR\sum_{t=0}^{n} V^t \approx PML$$

donde:
PML= Pérdida Máxima Probable
PR= Prima de Riesgo

V= Factor de Valor Presente.

1.4.5. Reservas Técnicas

Uno de los aspectos básicos de la regulación y supervisión de las operaciones de seguros se basa en lograr que las instituciones cumplan con las obligaciones que han contraído con los asegurados. El cumplimiento de tales obligaciones consiste fundamentalmente en hacer frente a las reclamaciones futuras que hagan los asegurados, para lo cual las aseguradoras deben contar con los recursos financieros suficientes. El principal recurso con que cuenta una aseguradora para tales efectos son las reservas técnicas, por lo que es fundamental establecer criterios generales para la constitución de reservas en las instituciones de seguros.

Reservas técnicas:Se refiere a las reservas ligadas directamente con los riesgos que se encuentran en curso, incluyendo obligaciones pendientes, provisiones para contingencias y fondos catastróficos.

Dentro de las reservas técnicas están las reservas de riesgos catastróficos que son necesarias para seguros de ciertos riesgos, cuyo efecto en caso de siniestro, puede ser de carácter catastrófico y poner en riesgo a la institución financiera.

Para el seguro de terremoto, dado que el cálculo de la prima supone una compensación del riesgo en el tiempo, si las instituciones acumulan período a período la prima de riesgo cobrada y capitalizan los rendimientos a una tasa real r, la reserva acumulada en el periodo n, neta de los pagos por concepto de siniestros menores, sería:

$$RRCAT_t = \sum_{t=1}^{n}(PR_t - S(t))(1+r)^t$$

donde:
RRCAT= Reserva de Riesgos Catastrófica
r= tasa de rendimiento real
S(t)= Siniestros ocurridos en el año t.

Capítulo 2

La probabilidad de ruina a partir del modelo Cramér-Lundberg

2.1. Introducción

Por lo común las técnicas actuariales de mayor uso se basan en frecuencias y el promedio de los montos de reclamación, producidos por los siniestros. Sin embargo, los montos de reclamación, y sus tiempos de ocurrencia varían respecto a lo esperado, es decir, su comportamiento es aleatorio y entonces pueden verse como variables aleatorias.

En el estudio de la teoría clásica del riesgo se han hecho varios modelos para mostrar lo que ocurre con el proceso de reclamaciones, lo cual implica que es muy importante las obligaciones que contrae una institución financiera. La teoría de ruina está muy relacionada con el proceso de reclamaciones, ya que es de gran importancia para la compañía el tratar de estimar lo mejor posible lo que va a ocurrir en el futuro a partir del capital inicial, el ingreso por primas, el monto de las reclamaciones y el tiempo de ocurrencia de las reclamaciones.

El trabajo comienza con el modelo Poisson compuesto estudiado en 1903 por Filip Lundberg. Más tarde, fue detallado por Harold Cramér en la década de los 30´s, donde se introdujeron los métodos actuariales sobre la teoría colectiva del riesgo a los seguros de daños.

El modelo propuesto por Lundberg es simple y capaz de modelar la dinámica básica de un portafolio homogéneo de seguros. Lo que interesa es estudiar el proceso agregado de siniestros en un período mayor a un año y las relación que tiene con la probabilidad de ruina.

2.2. Modelo básico de Cramér-Lundberg

El modelo básico de la teoría de ruina, llamado modelo de Cramér-Lundberg, tiene sus orígenes en la tesis doctoral de Filip Lundberg en el año de 1903. Lundberg utilizó términos un tanto distintos a los actuales pues en aquellos años aún no se había formalizado la teoría de los procesos estocásticos como la entendemos hoy en día. En 1930 Harald Cramér retomó las ideas originales de Lundberg, y las puso en el contexto de los procesos estocásticos, en ese entonces de reciente creación. El modelo ha sido estudiado en extenso y varias formas de generalizarlo se han propuesto y estudiado[1].

El modelo básico es el proceso a tiempo continuo $\{U(t),\, t \geq 0\}$

$$U(t) = u + ct - \sum_{j=1}^{N_t} X_j$$

donde u es el capital inicial de la compañía aseguradora, ct es la entrada por primas hasta el tiempo t con c una constante positiva, X_j es el monto de la j-ésima reclamación, y N_t es un proceso Poisson de parámetro λ. La variable $U(t)$ representa el balance más sencillo entre ingresos menos egresos de una compañía aseguradora. Al proceso $U(t)$ se le llama proceso de riesgo o proceso de superávit y tiene trayectorias como se muestra en la figura 2.1[2].

[1] Rincón L. Introducción a la Teoría del Riesgo, 2007

[2] Martinez Adriana. Tesis: Análisis y simulación de la probabilidad de ruina en el modelo clásico de Cramér-Lundberg 2007, pag. 8

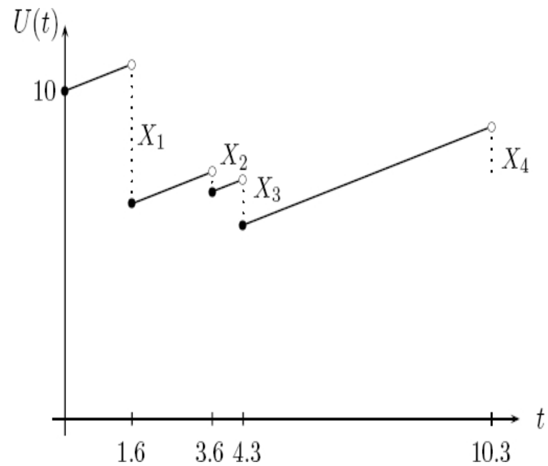

Figura 2.1: Una trayectoria del proceso de superávit

Las trayectorias siempre comienzan u, dado que es el capital inicial de la compañía. Los intervalos donde son continuas y crecientes ocurren donde no hay reclamaciones. El crecimiento es de la forma ct. Las discontinuidades son siempre saltos hacia abajo y aparecen en el momento en que se efectúa una reclamación. Esto está determinado por el proceso Poisson. El tamaño de un salto es el tamaño de la reclamación dada por la variable X.

Cuando $U(t) < 0$ se dice que hay ruina. La ruina nunca sucede en la práctica, es solamente un término técnica que lleva a tomar una decisión. Un ejemplo es, si el capital de una compañía aseguradora, asignado a una cartera decrece de manera significativa, la aseguradora, inmediatamente puede tomar medidas que ayuden a subsanar la situación y, por lo tanto, no se trata de un evento sin solución.

2.2.1. Definición del problema

De acuerdo a la teoría colectiva del riesgo, la variable aleatoria que representa el monto agregado o monto acumulado de las reclamaciones es la variable aleatoria denotada por S, la cual, tiene una distribución compuesta por una distribución primaria para N que corresponde al número de siniestros y una distribución secundaria para X que es el monto de las reclamaciones. Ahora se extiende la variable S del monto acumulado de pérdida al proceso acumulado de pérdida, el cual se denota $S(t)$, para tener una variable que represente el monto acumulado de la pérdida en un intervalo de tiempo desde

0 hasta t.

El proceso acumulado de pérdida queda modelado como:

$$S(t) = X_1, \cdots, X_{N(t)}$$

donde $N(t)$ denota un proceso de conteo para el número de pérdidas en el intervalo (0,t], las distintas Xi son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas que representan la severidad de la pérdida, y éstas son independientes del proceso de frecuencia de pérdida que se expresa con $N(t)$. Bajo estos supuestos, el proceso acumulado de pérdida $S(t)$ es un proceso compuesto con una distribución para $N(t)$ y otra distribución para X. En particular, si $N(t)$ es un proceso de Poisson, entonces se tiene que $S(t)$ es un proceso de Poisson compuesto.

Una trayectoria del proceso agregado de pérdida queda modelado en la figura 2.2[3].

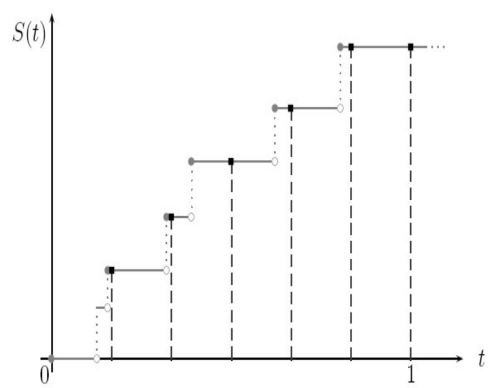

Figura 2.2: Una trayectoria del proceso acumulado de pérdida

2.2.2. El coeficiente de ajuste

Como preámbulo al estudio de la probabilidad de ruina se establece que $S(t)$ es un proceso de Poisson compuesto, recordemos que la variable aleatoria

[3]Martinez Adriana. Tesis: Análisis y simulación de la probabilidad de ruina en el modelo clásico de Cramér-Lundberg 2007, pag. 14

que denota el número de siniestros en el periodo (o,t] se distribuye Poisson con parámetro λt y tiene función generadora de momentos

$$M_{N(t)}(r) = e^{\lambda t(e^r - 1)}, \tag{2.1}$$

por lo tanto la función generadora de momentos del agregado de siniestros

$$M_{S(t)}(r) = e^{\lambda t(M_{X_i}(r) - 1)} \tag{2.2}$$

Por otra parte, dado que $S(t)$ es un proceso de poisson compuesto, entonces las reclamaciones agregadas por unidad de tiempo están definidas por

$$E[S(1)] = \lambda E[X] \tag{2.3}$$

que sera denotada por $\lambda\mu$ por conveniencia.

En la práctica la tasa de la prima c excederá el monto de la reclamación esperadas. Entonces la variable aleatoria de las reclamaciones agregadas por unidad de tiempo es $S(1)$, y entonces se tiene que, $c > E[S(1)]$. En particular:

$$c = (1 + \theta)E[S(1)] \tag{2.4}$$

para $\theta > 0$ y a θ se le llama *recargo relativo de seguridad*

De la ecuación (2.3) y (2.4) se tiene que $c = (1 + \theta)\lambda\mu$, donde $\theta > 0$ por lo que $c > \lambda\mu$.

Ahora si consideramos el pago neto de la reclamación en el intervalo $(0, t]$, el es cual esta dado por

$$Z(t) = S(t) - ct \tag{2.5}$$

Por tanto, la función generadora de momentos de $Z(t)$ esta dada por

$$\begin{aligned} M_{Z(t)}(r) &= E[e^{r[S(t)-ct]}] \\ &= E[e^{rS(t)}e^{-rct}] \\ &= e^{-rct}M_{S(t)}(r) \\ &= e^{-rct}e^{\lambda t[M_{X_i}(r)-1]}, \end{aligned}$$

lo cual se obtiene de la ecuación (2.2) dado que $S(t)$ es un proceso Poisson compuesto.

Ahora, se considera la ecuación $M_{Z(t)}(r) = 1$, por lo tanto la ecuación de arriba se puede ver como

$$e^{-rct}e^{\lambda t[M_{X_i}(r)-1]} = 1 \qquad (2.6)$$

Aplicando logaritmo natural de ambos lados de la ecuación (2.6) se tiene que

$$-rct + \lambda t[M_{X_i}(r) - 1]$$

o lo que es lo mismo

$$rc = \lambda[M_{X_i}(r) - 1] \qquad (2.7)$$

Ahora sustituyendo $c = (1 + \theta)\lambda\mu$, se tiene que

$$r(1 + \theta)\lambda\mu = \lambda[M_{X_i}(r) - 1]$$

o lo que es lo mismo

$$M_{X_i}(r) = r(1+\theta)\mu + 1 \tag{2.8}$$

Es claro que la ecuación (2.8) se cumple para $r = 0$. Lo interesante es encontrar un valor de $r > 0$, el cual se denotará por r^* que satisfaga la ecuación (2.8). Por conveniencia se usará $g(r)$ para $r(1+\theta)\mu+1$. El problema se observa en la figura 2.3

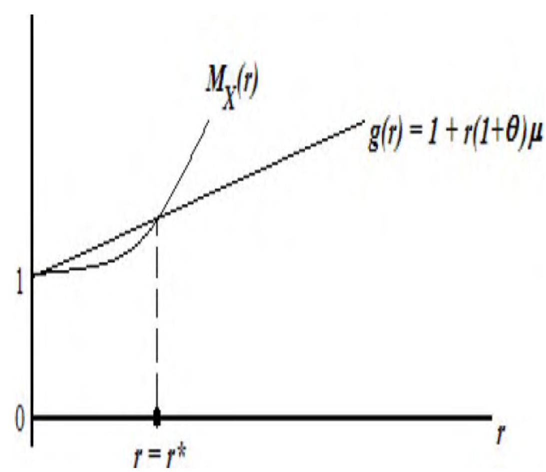

Figura 2.3: Gráfica de $M_X(r)$ y $g(x)$.

Se observa claramente que $M_X(0) = g(0) = 1$. La pendiente de $M_X(r)$ en $r = 0$ está dada por $M'_X(0) = E[X] = \mu$, y la pendiente de la recta $g(r)$ es $g'(0) = (1+\theta)\mu$. Como $\theta > 0$, se tiene que $g'(0) > M'_X(0)$, por tanto $g(r)$ inicia en una posición más alta que $M_X(r)$. Pero, vemos que $M_X(r)$ es cóncava hacia arriba, lo cual nos asegura que eventualmente $M_X(r)$ cruzará a $g(r)$. El valor de r, para el cual ocurre esto se le llama *coeficiente de ajuste* ó *exponente de Lundberg* y se denota como $r = r^*$.

También se observa que el coeficiente de ajuste depende enteramente de la distribución de las reclamaciones.

2.2.3. La desigualdad de Lundberg

Sí el coeficiente de ajuste r^* existe, entonces la desigualdad de Lundberg establece

$$\psi(u) \leq e^{-r^* u}$$

donde r^* es el coeficiente de ajuste.

El resultado sera demostrado por el método inductivo. Se define $\psi_n(u)$ como la probabilidad de ruina en o antes de la *n-ésima* reclamación. Por lo tanto, basta mostrar que

$$\psi_n \leq e^{-r^* u}$$

para n=1,2,3,... dado que

$$\psi(u) = \lim_{n\to\infty} \psi(u)$$

.

Entonces para un valor fijo de n, donde $n \geq 1$

$$\psi(u) = \lim_{n\to\infty} \psi_n(u)$$

.

Por lo tanto, se toma un valor fijo para n,donde $n \geq 1$, $\psi_n(u) \leq e^{-r^* u}$. Entonces, se establece una relación para $\psi_{n+1}(u)$, en la cual se considera el tiempo y la reclamación de la siguiente manera.

Se supone, que la primera reclamación ocurre en el tiempo $t > 0$ y que el monto de esta reclamación es x. En el caso en que la ruina ocurre en o antes de la $(n+1) - sima$ reclamación, se tendría que:

a) la ruina ocurre en la primera reclamación lo que implica que $x > u + ct$, ó

b) la ruina no ocurre en la primera reclamación, lo que implicaría que el proceso de riesgo después del pago de esta reclamación, $u + ct - x$ es no negativo, entonces la ruina ocurre desde este nuevo nivel del proceso de riesgo en las siguientes n reclamaciones.

Se sabe, que las reclamaciones ocurren como un proceso Poisson de intensidad λ, además que, la distribución del tiempo hasta la primera reclamación es exponencial con parámetro λ. Entonces, si se integra sobre todos los posibles tiempos y montos de la primera reclamación se obtendría:

$$\psi_{n+1} = \int_0^\infty \lambda e^{-\lambda t} \int_{u+ct}^\infty f(x) dx dt + \int_o^\infty \lambda e^{-\lambda t} \int_0^{u+ct} f(x) \psi_n(u + ct - x) dx dt$$

.

Se observa que la primera integral muestra la probabilidad de ruina en la primera reclamación, y la segunda integral, nos muestra que la probabilidad de ruina no ocurre en la primera reclamación pero si en las n siguientes. Por otra parte, en términos probabilísticos, el proceso de riesgo, comienza de nuevo después del pago de la primera reclamación, por lo que la probabilidad de ruina para las siguientes n reclamaciones después del pago de la primera, se reduce a $\psi_n(u + ct - x)$.

Ahora aplicando la hipótesis inductiva se tiene que

$$\psi_{n+1}(u) \leq \int_0^\infty \lambda e^{-\lambda t} \int_{u+ct}^\infty f(x) dx dt + \int_o^\infty \lambda e^{-\lambda t} \int_0^{u+ct} f(x) e^{r^*(u+ct-x)} dx dt$$

.

Usando el hecho de que $e^{-r^*(u+ct-x)} \geq 1$, siempre $x \geq u + ct$, de esta manera

$$\int_o^\infty f(x) dx \leq \int_{u+ct}^\infty f(x) dx e^{-r^*(u+ct-x)}$$

de esta manera se obtiene

$$\begin{aligned}
\psi_{n+1}(u) &\leq \int_0^\infty \lambda e^{-\lambda t} \int_0^\infty f(x) e^{-r^*(u-ct-x)} dx dt \\
&= e^{-r^* u} \int_0^\infty \lambda e^{-(\lambda + cr^*)t} \int_0^\infty e^{r^* u} f(x) dx dt \\
&= e^{-r^* u} \int_0^\infty \lambda e^{-(\lambda + cr^*)t} M_X(r^*) dt
\end{aligned}$$

Como se tiene que $\lambda + cr^* = \lambda M_X(r^*)$ la integral es igual a 1 y por lo tanto obtenemos que

$$\psi_{n+1}(u) = e^{-r^* u}$$

Lo que resta por demostrar es que el resultado se cumple para $n = 1$. Siguiendo los pasos anteriores tenemos que

$$\begin{aligned}
\psi_1(u) &= \int_0^\infty \lambda e^{-\lambda t} \int_{u+ct}^\infty f(x) dx dt \\
&\leq \int_0^\infty \lambda e^{-\lambda t} \int_{u+ct}^\infty f(x) e^{-r^*(u+ct-x)} dx dt \\
&\leq \int_0^\infty \lambda e^{-\lambda t} \int_0^\infty f(x) e^{-r^*(u+ct-x)} dx dt \\
&= e^{-r^* u}
\end{aligned}$$

y queda demostrado.

2.2.4. Probabilidad de ruina y probabilidad de supervivencia

La probabilidad de ruina, para horizonte finito se define como

$$\psi(u) = \mathbb{P}[U(t) < 0 \; para \; alguna \; t > 0]$$

Es decir, $\psi(u)$ es la probabilidad de que el proceso de riesgo del asegurador este por debajo de cero, el algún tiempo futuro. En otras palabras, que las reclamaciones superen al capital inicial más el ingreso por primas. La definición anterior esta definida para tiempo continuo,la cual también puede ser definida para tiempo discreto de la siguiente manera

$$\psi_r = \mathbb{P}[U(t) < 0 \; para \; alguna \; t, \;\; t = r, 2r, 3r, \ldots]$$

Entonces bajo la definición de probabilidad de ruina en tiempo discreto, ésta ocurre, si el superávit del asegurador es menor que cero para punto en el tiempo $r, 2r, \ldots$. Un aspecto importante es que si la probabilidad de ruina ocurre en tiempo discreto debe ocurrir en tiempo continuo. Sin embargo, lo opuesto no ocurre. La manera de ver ésto es : se considera el proceso de riesgo donde, para algún integrando n, tenemos que $U(nr) > 0$ y $U((n+1)r) > 0$ con $U(\tau) < 0$ para algún $\tau \in (nr, (n+1)r)$. Si $U(t) < 0$ para t fuera del intervalo $(nr, (n+1)r)$, tenemos que la ruina ocurre en el caso continuo, pero no para el caso discreto. Esto es $\psi_r(u) < \psi(u)$. Pero, a medida que r se hace pequeña, de forma que se revisa el nivel de superávit muy frecuentemente, ψ_r debería ser una buena aproximación de $\psi(u)$[4].

Ahora, se define a la probabilidad última de ruina en tiempo finito $\psi(u, t)$ de la siguiente manera

$$\psi(u, t) = \mathbb{P}(U(s) < 0 \; para \; alguna \; s, \;\; 0 < s \leq t)$$

De esta manera,$\psi(u, t)$ es la probabilidad de que el proceso de riesgo del asegurador caiga por debajo de cero en el intervalo $(0, t]$. Ahora, para el caso discreto se define la probabilidad de última ruina en un tiempo finito como sigue

$$\psi_r(u, t) = \mathbb{P}(U(s) < 0 \; para \; alguna \; s, \;\; s = r, 2r, \ldots, t)$$

[4]Gaytan (2007) Tesis: La Teoría de la Ruina y su Aplicación en la Solvencia de las Reservas Actuariales,página 22

donde t es un integrando del número r.

Tenemos ahora, la probabilidad de supervivencia, definida como $\phi(u) = 1-\psi(u)$, la cual significa, que no ocurra la probabilidad de que la ruina nunca ocurra con el superávit inicial u. Se puede establecer una ecuación para ϕ adaptando los criterios para probar la desigualdad de Lundberg. Si se considera el monto y el tiempo de la primera reclamación tenemos que

$$\phi(u) = \int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} \int_0^{u+ct} f(x)\phi(u+ct-x)dxdt \tag{2.9}$$

donde es importante notar que la si la primera reclamación ocurre en el tiempo t, su monto no debe exceder a $u+ct$, porque de lo contrario, ocurriría la ruina. Entonces sustituyendo $c = u+ct$ en la ecuación (2.9) se tendría que

$$\begin{aligned}\phi(u) &= \frac{1}{c}\int_u^{\infty} \lambda e^{-\frac{\lambda(s-u)}{c}} \int_o^s f(x)\phi(s-x)dxds \\ &= \frac{\lambda}{c} e^{\frac{\lambda u}{c}} \int_u^{\infty} e^{\frac{-\lambda s}{c}} \int_0^s f(x)\phi(s-x)dxds \end{aligned} \tag{2.10}$$

Se puede establecer una ecuación para ϕ, que es conocida como la ecuación integrodiferencial, la cual se obtiene derivando la ecuación (2.10) y la ecuación resultante se puede utilizar para encontrar una solución explícita para ϕ. Derivando se obtiene

$$\begin{aligned}\frac{d}{du}\psi(u) &= \frac{\lambda^2}{c^2} e^{\frac{\lambda u}{c}} \int_u^{\infty} e^{\frac{-\lambda s}{c}} \int_0^s f(x)\phi(s-x)dxds - \frac{\lambda}{c}\int_0^u f(x)\phi(u-x)dx \\ &= \frac{\lambda}{c}\phi(u) - \frac{\lambda}{c}\int_0^u f(x)\phi(u-x)dx \end{aligned} \tag{2.11}$$

A primera vista, la ecuación (2.11) parece no tener una forma de solución, dado que la función ϕ aparece en tres lugares diferentes de la ecuación. Pero si sé elimina el término de la integral, se puede formar una ecuación diferencial y de esta manera resolverla.

La forma de enfrentar esto, es considerando la situación cuando $F(x) = 1 - e^{-\alpha x}, x \geq 0$. Entonces se tiene

$$\begin{aligned}\frac{d}{du}\phi(u) &= \frac{\lambda}{c}\phi(u) - \frac{\lambda}{c}\int_0^u \alpha e^{-\alpha x}\phi(u-x)dx \\ &= \frac{\lambda}{c}\phi(u) - \frac{\alpha\lambda}{c}\int_0^u e^{-\alpha(u-x)}\phi(x)dx \\ &= \frac{\lambda}{c}\phi(u) - \frac{\alpha\lambda}{c}e^{-\alpha u}\int_0^u e^{\alpha x}\phi(x)dx \end{aligned} \tag{2.12}$$

Si derivamos la ecuacion (2.12) obtenemos

$$\frac{d^2}{du^2}\phi(u) = \frac{\lambda}{c}\frac{d}{du}\phi(u) + \frac{\alpha^2\lambda}{c}e^{-\alpha u}\int_0^u e^{\alpha u}\phi(x)dx - \frac{\alpha\lambda}{c}\phi(u) \tag{2.13}$$

El término integral de la ecuación (2.13) es únicamente el término de la integral en la ecuación (2.12) multiplicado por $-\alpha$. Por lo tanto, si se multiplica a la ecuación (2.12) por α y se suma la ecuación resultante a la ecuación (2.13) se obtendría que

$$\frac{d^2}{du^2}\phi(u) + \alpha\frac{d}{du}\phi(u) = \frac{\lambda}{c}\frac{d}{du}\phi(u)$$

ó

$$\frac{d^2}{du^2}\phi(u) + (\alpha - \frac{\lambda}{c})\frac{d}{du}\phi(u) = 0$$

Lo que resulta es una ecuación diferencial de segundo orden y su solución general es

$$\phi(u) = a_o + a_1 e^{-(\alpha - \frac{\lambda}{c})u}$$

donde a_0 y a_1 son constantes. Sabemos que la desigualdad de Lundeberg aplica, además, $\lim_{u\to\infty}\phi(u) = 1$, con lo que se obtiene que $a_0 = 1$. Luego se tiene que $\phi(0) = 1 + a_1$, lo que implica que $a_1 = -\psi(0)$, por lo que

$$\phi(u) = 1 - \phi(0)e^{-(\alpha - \frac{\lambda}{c})u}$$

Por tanto, lo que resta por resolver es $\psi(u)$. Esto se puede realizar si suponemos que se cumple la desigualdad de Lundberg. Entonces, si se escribe $\phi = 1 - \psi$ en la ecuación (2.11) se obtiene que

$$\frac{d}{du}\psi(u) = \frac{\lambda}{c}\psi(u) - \frac{\lambda}{c}\int_0^u f(x)\psi(u-x)dx - \frac{\lambda}{c}(1-F(u))$$

y ahora integrando esta ecuación sobre $(0,\infty)$ se tiene que

$$-\psi(u) = \frac{\lambda}{c}\int_0^\infty \psi(u)du - \frac{\lambda}{c}\int_0^\infty \int_0^u f(x)\psi(u-x)dxdu - \frac{\lambda}{c}\int_0^\infty (1-F(u))du \tag{2.14}$$

Ahora se intercambia el orden de integración de la integral doble en la ecuación (2.14), obteniendo

$$\begin{aligned} \int_o^\infty \int_0^u &= \int_0^\infty \int_x^\infty \psi(u-x)duf(x)dx \\ &= \int_o^\infty \int_x^\infty \psi(y)dyf(x)dx \\ &= \int_0^\infty \psi(y)dy \end{aligned}$$

Por lo tanto, se observa que los dos primeros términos de la derecha de la ecuación (2.14) se cancelan, con lo cual obtenemos que

$$\psi(0) = \frac{\lambda}{c}\int_0^\infty (1-F(u))du = \frac{\lambda m_1}{c} \tag{2.15}$$

Se necesita mostrar la forma de F para que quede demostrado el resultado, pero se recuerda que se supuso que la desigualdad de Lundberg aplica. De acuerdo a la forma de la ecuación (2.15) esta aplica de forma general sin tener en cuenta la aplicación de la desigualdad de Lundberg.

Así que, se tiene que la solución completa para ϕ cuando $F(x) = 1-e^{-\alpha x}, x \geq 0$ es

$$\phi(u) = 1 - \frac{\lambda}{\alpha c}e^{-(\alpha-\frac{\lambda}{c})u} \tag{2.16}$$

2.2.5. Pérdida máxima probable y tiempo de ruina

Ahora se verá un nuevo proceso $\{L(t)\}_{t\geq 0}$, al cual se le conoce como el proceso de pérdida agregada, el cual esta definido como $L(t) = S(t) - ct$ para toda $t \geq 0$, por lo que $U(t) = u - L(t)$. Además, se define la variable aleatoria L como el máximo proceso de pérdida agregada, y también se podrá tener una relación entre L y ϕ de la manera siguiente:

$$\begin{aligned} \phi(u) &= \mathbb{P}[U(t) \geq 0 \; para \; todo \; t > 0] \\ &= \mathbb{P}[L(t) \leq u \; para \; todo \; t > 0] \\ &= \mathbb{P}[L \leq u] \end{aligned}$$

De acuerdo a lo anterior, ϕ es la función de distribución de L, y también se observa que $L(0)$=0, con lo que se concluye que L es un variable aleatoria no negativa. Además de esto,cuando $\phi(o) = \mathbb{P}[L = 0]$, L, tiene distribución mixta con una distribución concentrada en cero[5].

Se sabe que el superávit inicial es u,entonces el tiempo de ruina se denota por T_u y es definido como sigue

$$T_u = inf\{t : \; U(t) \leq 0\}$$

donde $T_u = \infty$ si $U(t) \geq 0$ para todo $t > 0$. Por lo tanto, $\psi(U) = \mathbb{P}[T_u < \infty]$.

Ahora bien, conocer la distribución de T_u es importante dado que $\mathbb{P}[T_u \leq \infty]$ nos informa acerca de la probabilidad de que la ruina ocurra en o antes del tiempo t.

2.3. Métodos de Aproximación

2.3.1. Teorema Central de Límite

Sea $X_1, X_2 \ldots$ una sucesión infinita de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con media μ y varianza finita σ^2. Entonces la función

[5]Gaytan (2007) Tesis: La Teoría de la Ruina y su Aplicación en la Solvencia de las Reservas Actuariales, página 27

de distribución de la variable

$$Z_n = \frac{(X_1+, \ldots + X_n) - n\mu}{\sqrt{n\sigma^2}}$$

tiene distribución normal estándar cuando n tiende a infinito, sin importar la distribución de cada variable de la sucesión, es decir,

$$\lim_{x \to \infty} F_{Z_n}(x) = F_Z(x)^6$$

Por otra parte, si consideramos ahora una cartera C que este conformada por n pólizas que estén distribuidas en k categorías homogéneas $n = n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_k$, y que cada una de estas este distribuida en categorías $j = 1, 2, \ldots, k$, formadas por pólizas que tienen el mismo nivel de factores de riesgo.

Bajo estas condiciones se definirá a X_{ij} que es la variable aleatoria de la póliza i que pertenece a la categoría j. Es decir

$$X_1 = X_{1,1} + X_{2,1} + \ldots + X_{n_1,1} = \sum_{i=1}^{n_1} X_{i1}$$

donde X_1 es la siniestralidad total de la primera categoría. Tenemos que los parámetros de X_{i1} son

$$E[X_{i1}] = P_1$$

$$\sigma^2(X_{i1}) = \sigma_1^2 \; \forall i = 1 \ldots n_1.$$

Usando el mismo razonamiento para las categorías restantes, se tiene lo siguiente

[6] Rincón L, Curso elemental de probabilidad y estadística, 2007, pág 70

$$X_2 = X_{12} + X_{13} + \ldots + X_{n_2 2} = \sum_{i=1}^{n_2} X_{i2}$$

$$E[X_{i2}] = P_2$$

$$\sigma^2(X_{i,2}) = \sigma_2^2 \forall i = 1, 2 \ldots n_2 \ldots$$

$$X_k = X_{ik} + X_{2k} + \ldots + X_{n_k} = \sum_{i=1}^{n_k} X_{ik}$$

$$E[X_{ik}] = P_k$$

$$\sigma^2(X_{ik}) = \sigma_k^2 \forall i = 1, 2, \ldots n_k.$$

Ahora, se tiene que la variable aleatoria de la siniestralidad total de la cartera S tiene los parámetros siguientes

$$E[S] = \mu = E[X_1] + E[X_2] + \ldots + E[X_k] = \sum_{j=1}^{k} n_j P_j$$

$$\sigma^2[S] = \sigma^2 = \sigma^2[X_1] + \sigma^2[X_2] + \ldots + \sigma^2[X_k] = \sum_{j=1}^{k} n_j \sigma_j^2$$

Ahora si suponemos que el tamaño de la cartera es lo suficientemente grande, lo que sigue es aplicar el *teorema de límite central* enunciado al principio

$$P[S \leq s] = P[\frac{s - n\mu}{\sqrt{n\sigma}} \simeq \frac{s - n\mu}{\sqrt{n\sigma}}] = \Phi[\frac{s - n\mu}{\sqrt{n\mu}}]$$

la cual corresponde a una distribución normal $(0, 1)$. Por experiencia, la distribución normal $(0, 1)$ es una de las mas socorridas en el ámbito de la teoría individual del riesgo.

2.4. Aplicaciones a los seguros generales

2.4.1. La probabilidad de ruina

Para una compañía de seguros es útil obtener una medida del riesgo financiero mediante el calculo de la probabilidad de ruina como consecuencia de la variación del superávit.

Considerando el proceso de superávit continuo, la probabilidad de ruina en algún intervalo infinito queda definida como

$$\psi(u) = \frac{e^{-r^*u}}{E[e^{-r*U(T)}|T < \infty]} \tag{2.17}$$

en donde T denota el tiempo de ruina. Luego $U(T)$ es la variable aleatoria para la ubicación del superávit en el momento en que ocurra la ruina. Por otra parte el denominador, en la ecuación (2.17) indica el valor de la esperanza condicional de e^{r^*Y} dado que ocurre la ruina.

Se pueden obtener varias conclusiones en relación $\psi(u)$ dada en la ecuación (2.17):

i) Cuando $\theta \to 0$ y $r \to 0$, entonces $\psi(u) \to 1$ lo cual implica que la ruina existe. Entonces, si $\theta \to 0$ esto implica que c se aproxima a la reclamación esperada, lo que nos informa que si solo se cobra la prima, la ruina es un evento inevitable.

ii) Como Y y r^* son positivos entonces en la ecuación (2.17) el denominador excede a 1 lo que implica que $\psi(u) < e^{-r^*u}$ con lo que establece una cota superior para la probabilidad de ruina.

iii)También se puede establecer una cota inferior para $\psi(u)$ esto si existe un valor máximo para el monto individual de la pérdida X. Ahora, si m es el valor máximo de X, por tanto m también será valor para Y, esto dado que el déficit al momento de la ruina no puede superar al tamaño de la reclamación que causa la ruina. Luego entonces, se obtiene que, $Y \leq m$, por tanto $r^*Y \leq r^*$,, por tanto, $e^{r^*y} \leq e^{r^*m}$ se sigue que $E[e^{r^*Y}] \leq e^{r^*m}$. Por tanto, se demuestra que

$$\psi(u) \geq \frac{e^{-r^*u}}{er + m} = e^{-r^*(u+m)}$$

en donde se establece que $e^{-r^*(u+m)}$ es una cota inferior de $\psi(u)$.

iv) Se observa que, si $\psi(u) \to 0$ dado que $u \to o$ entonces el evento de la ruina no se puede dar si iniciamos con un superávit "suficientemente grande"

Dentro de éste contexto podemos incluir el concepto de pleno de retención el cual se refiere al límite que la entidad aseguradora está dispuesta a aceptar en cada uno de los riesgos procedente de cada uno de los contratos de seguro suscritos con los asegurados. Lo que implica que la probabilidad de ruina seria un parámetro de decisión para fijar el límite que a la compañía aseguradora le sería conveniente asumir el riesgo.

Éstas son algunas de las observaciones más significativas que podemos hacer acerca de la probabilidad de ruina.

Capítulo 3

El cálculo de la probabilidad de ruina técnica por terremoto

3.1. Introducción

En la presente sección se estudiará el cálculo de la probabilidad de ruina, donde se hará una descripción general del modelo a aplicar, siendo éste el modelo colectivo de la teoría del riesgo además de puntualizar las ventajas de su estudio. También se mencionará la definición del problema, sentando las bases teóricas que fundamentan la aplicación de la probabilidad de ruina.

Por otra lado, se estudiará tópicos de la teoría del riesgo, tales como: el *siniestralidad total de un período*, haciendo énfasis en la aplicación de la teoría colectiva del riesgo; *la distribución del monto de los siniestros*, en donde considerando que el monto de los siniestros varia, buscaremos una distribución de probabilidad para el mismo: *la modelización del número de siniestros* donde bajo varios supuestos, este se distribuirá poisson. Cabe mencionar, que también retomaremos algunas de las características de la distribución poisson dada su importancia.

Después del estudio mencionado, se estará preparado para hacer el estudio del *cálculo de la probabilidad de ruina* bajo el modelo el modelo clásico de la Teoría de Ruina, donde el número de siniestros tiene una distribución Poisson y el monto de los siniestros una distribución exponencial.

También se llevará a cabo una aplicación numérica considerando el caso a horizonte finito, dando un proceso de pérdida a tiempo a discreto.

Por otra parte, se realizará un análisis de solvencia utilizando el programa *Matlab*, para correr simulaciones del proceso de riesgo utilizando datos del Sistema Estadístico del Sector Asegurador (SESA) del ramo de terremoto.

Veremos también, como la probabilidad de ruina ofrece un mejor análisis de las reservas actuariales, dadas las componentes que se utilizan para su cálculo. Finalmente, se llevará a cabo un análisis de resultados y se considerarán las limitaciones y recomendaciones del modelo estudiado.

3.2. Descripción del modelo a aplicar

Se comienza describiendo algunos de los conceptos más importantes del modelo de Crámer-Lundberg.

Se define el proceso de monto de reclamaciones $(X_k)_{k\in N}$ para $k = 0, 1, 2 \ldots$ como variables aleatorias no negativas, independientes é idénticamente distribuidas.

También se define el proceso de ocurrencia de las reclamaciones como el número de reclamaciones contingentes en el intervalo $[0, t]$ de la siguiente manera

$$N(t) = sup\{n \geq 1 : T_n \leq t\}, \quad t \geq 0$$

Se considera que el proceso número de reclamaciones $N(t)$ tiene distribución poisson con parámetro λ. Además los procesos $N(t)$ y $(X_k)_{k\in N}$ son independientes.

Ahora se define el monto del agregado de los siniestros como:

$$S(t) = X_1 + X_2 + \ldots + X_{N(t)}$$

Para este modelo se considera que el monto de los siniestros tiene distribución exponencial con parámetro μ.

3.3. Definición del problema

En la presente sección estudiaremos primeramente la siniestralidad total de un período. También se hará un estudio sobre los conceptos fundamentales que se involucran en la modelización del monto de los siniestros y finalmente las diversas distribuciones que puede tomar el numero de reclamaciones.

3.3.1. La siniestralidad total de un período

Históricamente, la teoría de riesgo individual es la primera fase de desarrollo de la teoría del riesgo. El riesgo colectivo consiste en unidades de riesgo tales como casas edificios, etcétera.[1]

La modelación del riesgo bajo la teoría individual considera a estas unidades separadas. Entonces, la probabilidad de que ocurran reclamaciones un período de tiempo esta determinada por cada unidad, además de la distribución del monto de la reclamación. Luego, el número de reclamaciones se obtendrá sumando las variables del número de reclamaciones de las unidades. Consecuentemente, el monto agregado de reclamaciones también se obtendrá sumando el monto agregado por cada unidad.

Su uso en la práctica no es común, y es mas apropiado el uso de la teoría colectiva del riesgo. Su uso es mas conveniente, debido a que se desarrolla directamente en la variable del monto agregado de las reclamaciones y la variable del número de reclamaciones para todo el colectivo dejando de lado las unidades individuales consideradas en el modelo individual.

3.3.2. Distribución del monto de los siniestros

Ahora se considera el escenario donde el monto de los siniestro puede variar, dónde se entiende por monto de la reclamación la cantidad a pagar por el asegurador, si ocurre un siniestro sobre el bien asegurado, ya sea muerte muerte, terremoto , inundación entre otros.

Si se generaliza el proceso de reclamación para incluir el monto de reclamación, entonces sea k el número de reclamaciones de un portafolio de seguros en un periodo determinado de tiempo, para este caso, un año. Se define el

[1]Gaytan (2007) Tesis: La Teoría de la Ruina y su Aplicación en la Solvencia de las Reservas Actuariales,página 32.

monto agregado de reclamaciones X durante dicho periodo como

$$X = \sum_{i=1}^{k} Z_i \tag{3.1}$$

durante dicho período de tiempo. En el caso en el que no haya reclamaciones se tiene que $k = 0$ y $X = 0$

A las variable de la forma 3.1 se les conoce como sumas aleatorias debido a que la suma de las k sumandos es un número aleatorio así como el valor individual de cada sumando.

Lo que nos interesa en este caso, es encontrar un expresión para la distribución de probabilidad del monto agregado de reclamaciones X en términos del número de reclamaciones, además del tamaño de la reclamación.

Tenemos que el evento $\{X \leq x\}$ puede ocurrir de las siguientes maneras

$$k = 0 \ (siendo\ X\ no\ negativo)$$
$$k = 1\ y\ Z_1 \leq X$$

,

$$k = 2\ y\ Z_1 + Z_2 \leq X$$
$$\ldots$$

Ahora, si se asume que el tamaño de la reclamaciones Z_i son independientes, del numero de reclamaciones k, se tiene, usando las regla de suma y multiplicación de probabilidades, obtenemos que la función de densidad f de $X(f(X))$ se puede ver como

$$f(X) = \mathbb{P}\{X \leq x\} = \sum_{k=0}^{\infty} p_k \mathbb{P}\{\sum_{i=1}^{k} Z_i \leq X\} \tag{3.2}$$

en donde se tiene que $p_k = \mathbb{P}\{k = k\}$ es la probabilidad de que exactamente ocurran k reclamaciones.

Cabe mencionar que, para que este resultado se cumpla, es necesario que el tamaño de las reclamaciones sean independientes de k.

Se supondrá que, además de ser independientes del número de reclamaciones k, el tamaño de las reclamaciones Z_i que conforman la variable del monto de las reclamaciones agregadas X también sean mutuamente independientes e idénticamente distribuidas, con lo que cada una tendrá la misma función de densidad G,

$$G(Z) = \mathbb{P}\{Z_i \leq Z\} \tag{3.3}$$

Una variable del monto agregado de las reclamaciones X que cumpla con los supuestos anteriores es conocida como una *variable compuesta*, y la distribución de esta es conocida como *distribución compuesta*. Se dice que cuando la variable del número de reclamaciones k es Poisson (mixta), entonces la distribución de X es una Poisson (mixta) compuesta.

Se definen términos análogos para los respectivos procesos de los montos de las reclamaciones agregadas cuando la acumulación de los montos de las reclamaciones se asume que toma lugar continuamente en el tiempo.

El significado de la independencia mutua de las variables del tamaño de las reclamaciones Z_i y la variable del número de reclamaciones k es, que la probabilidad de una reclamación individual de un tamaño en particular no se ve afectada por el número de reclamaciones que han ocurrido ni por su tamaño.

Se sigue que, la función de masa G de la variable compuesta X, queda completamente determinada por la distribución del tamaño de las reclamaciones y del número de reclamaciones. Más explícitamente, la variable compuesta de la ecuación X de la ecuación (3.2) se puede ver como

$$f(X) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k \, G^{k^*}(X) \tag{3.4}$$

en donde

$$G^{k^*} = \mathbb{P}\{\sum_{i=1}^{k} Z_i \leq X\} \tag{3.5}$$

Es la *k-ésima* convolución G^{k^*} de G evaluado en el punto X. En particular, $G^{0^*}(X) = o$ si $X < 0$, y $G^{0^*}(X) = 1$ si $X \geq 0$. Se enfatiza la fórmula recursiva $G^{k^*}(X) = G^* G^{(k-1)^*(X)}$ cuando $k > 0$.

3.3.3. Modelización del número de siniestros

En los seguros, las reclamaciones son causadas por eventos aleatorios, lo que implica que no es posible predecir el tiempo exacto de ocurrencia ni tampoco el número de exacto.

Si se asume que las reclamaciones ocurren independiente una de otra, entonces esta puede tomar ciertas distribuciones que son de especial interés tales como:

i)Poisson: Cuando una variable aleatoria N tiene distribución poisson, con parámetro $\lambda > 0$ entonces su función de probabilidad esta dada por:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\lambda}\frac{\lambda^x}{x!} & \text{si } x = 0, 1, \ldots \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases} \tag{3.6}$$

En este caso el proceso de riesgo S tiene una distribución **Poisson compuesta** y cumple con los siguientes resultados:

Proposición. Si N tiene distribución Poisson(λ), entonces:

a) $E(S) = \lambda\mu$.

b) $E(S^2) = \lambda\mu_2 + \lambda^2\mu^2$.

c) $E(S^3) = \lambda\mu_3 + 3\lambda^2\mu_2\mu + \lambda^3\mu^3$.

d) $V(S) = \lambda\mu_2$.

e) $E[(S - E(S))^3] = \lambda\mu^3$.

f) $\alpha_3 = \frac{E[(S-E(S))^3]}{[Var(S)]^{3/2}} = \frac{\mu_3}{\sqrt{\lambda\mu_2^3}} > 0$.

g) $M_S(r) = exp[\lambda(M_X(r) - 1)]$.

Esto es consecuencia de que N tiene distribución Poisson(λ) y esto implica que $E(N) = \lambda$ $V(N) = \lambda$ y $M_N(r) = e^{(-\lambda(e^r-1))}$. Cabe resaltar que el parámetro λ y la distribución de X determinan por completo al modelo Poisson compuesto.

ii)Binomial:

Una variable aleatoria N tiene distribución binomial si su función de probabilidad esta dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \begin{pmatrix} n \\ x \end{pmatrix} p^x(1-p)^{n-x} & \text{si } x = 0, 1, \ldots \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases} \tag{3.7}$$

En este caso el proceso de riesgo S tiene distribución **binomial compuesta** y se cumplen los siguientes resultados:

Proposición: Si N tiene distribución bin(n, p), entonces:

a) $E(S) = np\mu$.

b) $Var(S) = np(\mu_2 + p\mu^2)$.

c) $E[(S - E(S))^3] = n(p\mu_3 - 3p^2\mu_2\mu + 2p^3\mu^3)$.

d) $M_S(r) = (1 - p + pM_X(r))^n$.

Esto es consecuencia de que N tiene distribución bin(np) y luego $E(N) = np$,$Var(N) = np(1-p)$ y $M_N(r) = (1-p+pe^r)^n$. Observe que en este modelo se tiene una cota superior para el número de reclamaciones que pueden efectuarse.[2].

iii)binomial negativo:

Si una variable aletoria N tiene distribución bin neg(α, p) entonces su función de probabilidad esta dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \begin{pmatrix} r+x-1 \\ x \end{pmatrix} p^r(1-p)^x & \text{si x=0,1 \ldots} \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases} \tag{3.8}$$

[2]Rincón L, (2007)Introducción a la Teoría del Riesgo,pag 13

Para este caso, el proceso de riesgo S tiene distribución **binomial negativa compuesta** y se cumplen los siguientes resultados:

Proposición: Si N de distribuye bin neg(α, p) entonces:

a) $E(S) = \alpha(\frac{1}{p} - 1)\mu$.

b) $Var(S) = \alpha(\frac{1}{p} - 1)(\frac{1}{p})\mu^2 + \alpha(\frac{1}{p} - 1)(\mu_2 - \mu^2)$.

c) $E[(S - E(S))^3] = \alpha(\frac{1}{p} - 1)\mu_3 + 3\alpha(\frac{1}{p} - 1)^2\mu_2\mu + 2\alpha(\frac{1}{p} - 1)^3\mu^3$.

d) $M_S(r) = (\frac{p}{1-(1-p)M_X(r)})^\alpha$.

Esto es consecuencia de que N tiene distribución bin neg(α, p) y se tiene que $E(N) = \alpha(1-p)/p$, $Var(N) = \alpha(1-p)/p^2$ y $M_N(r) = [p/(1-(1-p)e^r)]^\alpha$.

3.4. Cálculo de la probabilidad de ruina técnica

Dentro del modelo clásico de la Teoría de la Ruina es calculada la probabilidad de ruina de una compañía de seguros haciendo una modelación del costo total de los siniestros a través de un proceso Poisson compuesto, esto quiere decir que el número de siniestros sigue una función de probabilidad Poisson(λ) y el monto de cada reclamación una función de distribución continua $F(z)$. La consecuencia de utilizar la distribución Poisson(λ)en el número de siniestros, es que los tiempos inter-arribo tengan una distribución exponencial de media $1/\lambda$.

El cálculo de la probabilidad de ruina, $\psi(u)$, se realiza en tiempo infinito y tiempo continuo. Ahora, la probabilidad de supervivencia, $\phi(u) = 1 - \psi(u)$ depende del capital inicial $R(0) = u$, siendo $R(t) = u + ct + S_t$ donde S_t es el proceso de riesgo al tiempo t, y c es la tasa a la cual se ingresan las primas por unidad de tiempo.

En el caso, en el que el problema es encontrar la probabilidad de que la ruina ocurra dentro de un intervalo finito $(0, \tau)$ da como resultado un proceso de riesgo a tiempo discreto $S(t)$ para $t = 1, 2 \ldots$. Esta probabilidad puede ser calculada numéricamente a partir de los supuestos del modelo, lo cual se muestra en el siguiente ejemplo:

Una compañía de seguros paga una reclamación anual al final de cada año de posibles montos 3, 5 ó 7, con probabilidades $p(3)$=.75, $p(5)$=.15 y $p(7)$=.10. Esta compañía obtiene un monto por primas al inicio del año igual a la reclamación esperada mas un recargo de seguridad del 30 %. Se omiten los demás gastos. El capital inicial de la aseguradora es de 3.

La prima recibida en el primer año es:

$$1{,}30E[X] = 1{,}30[3(,75) + 5(,15) + 7(,10)] = 4{,}81$$

Entonces el fondo al final del año es de 7.81. Ahora, después de pagar la reclamación del primer año, el fondo puede ser igual a 4.81, 2.81 y 0.81, con probabilidad de ocurrencia .75, .15 y .10, respectivamente. Se observa que la ruina no ocurre en el primer año. Ahora el fondo para el segundo, tomando en cuenta la prima del segundo año puede ser 9.62, 7.62 o 5.62. La única forma de que el fondo sea negativo es con una reclamación de 7 contra un fondo de 5.62. A su vez, el fondo de 5.62 se obtiene solamente si la reclamación es también de 7 en el primer año. Entonces, la probabilidad de ruina en el segundo año con un capital inicial del 3 es:

$$\psi(3{,}2) = (,10)(,10) = 0{,}01$$

donde 0.10 es igual a la probabilidad de reclamación de 7.

3.5. Aplicación numérica

Se hará un análisis de la probabilidad de ruina utilizando datos del sector asegurador mexicano. Para ello, se utilizó la información estadística reportada por el Sistema Estadístico del Sector Asegurador (SESA) del ramo de **terremoto** para los años 2004, 2005 y 2006 publicados por la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF) que pueden ser consultados a través de su portal (www.cnsf.gob.mx).

Volviendo al estudio de la probabilidad de ruina, hemos mencionado que una de las posibilidades es que la variable aleatoria del número de siniestros puede tener una distribución Poisson(λ) que esta definida por:

$$f(x) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^x}{x!} \;\; x = 0, 1, 2\ldots$$

con $\lambda > 0$. También se sabe que para la distribución Poisson, $E[N] = Var[N] = \lambda$. Ahora con esta distribución para N la distribución del proceso de riesgo S tendrá una distribución poisson compuesta.

El proceso de riesgo como se ha visto es una suma de variables aleatorias donde:

$$S = \sum_{j=1}^{N} X_j$$

Los montos de las reclamaciones individuales $X_1, X_2\ldots$ son variables aleatorias.

Tenemos dos aspectos importantes a considerar:

i) $X_1\ldots$ son variables aleatorias idénticamente distribuidas.

ii) Las variables $N, X_1, X_2, X_3\ldots$ son mutuamente independientes.

Ahora dado que S tiene distribución poisson compuesta se tiene que:

$$E[S] = E[E[S|N]] = E[p_1 N] = p_1 E[N] = \lambda p_1 \tag{3.9}$$

donde $p_k = E[X^k]$ es el *k-ésimo momento respecto al origen*

además se tiene que

$$\begin{aligned} Var(S) = E[Var(S|N)] + Var(E[S|N]) &= E[NVAr(X)] + Var(p_1 N) \\ &= E[N]Var(X) + p_1^2 Var(N) \end{aligned} \tag{3.10}$$

donde Var(X)$=p_2 - p_1^2$

El resultado obtenido en 3.9 nos dice que, el valor esperado del agregado de reclamaciones es el producto del monto de la reclamación individual esperada y el número de reclamaciones. La expresión 3.10 nos dice que la varianza del agregado de reclamaciones es la suma de dos componentes donde la primera es atribuida a la variabilidad de montos individuales de reclamación y la segunda a la variabilidad del número de reclamaciones.

Ahora, si U_n denota el superávit de un asegurador al tiempo n, $n = 0, 1, 2, \ldots$. Asumimos que:

$$U_n = u + nc - S_n \tag{3.11}$$

donde u denota el superávit inicial del asegurador, el monto de las primas recibidas en cada periodo es constante y se denota po c, y S_n es el agregado de las reclamaciones en los primeros n periodos. Si además suponemos que

$$S_n = W_1 + W_2 + \ldots + W_n \tag{3.12}$$

donde W_i es la suma de las reclamaciones en el periodo i. En primera instancia se asume que, $W_1, W_2, \ldots$ son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con $\mu = E[W_i] < c$.

Así, se puede escribir U_n como

$$U_n = u + (c - W_1) + (c - W_2) + \ldots + (c - W_n). \tag{3.13}$$

Si

$$T = min\{n \ : \ U_n < 0\} \tag{3.14}$$

denota el tiempo de ruina entonces

$$\psi(u) = \mathbb{P}(T < \infty) \tag{3.15}$$

denota la probabilidad de ruina.

Existe una importante conexión entre una cantidad que ahora se define como el **coeficiente de ajuste** y la probabilidad de ruina. Se define como el coeficiente de ajuste $\tilde{\mathrm{R}}$ como la solución positiva de la ecuación:

$$M_{W-c}(r) = E[e^{r(W-c)}] = e^{-rc}M_W(r) = 1 \tag{3.16}$$

o la ecuación equivalente

$$logM_W(r) = rc \tag{3.17}$$

De las suposiciones anteriores la conexión antes mencionada entre el coeficiente de ajuste y la probabilidad de ruina nos da el siguiente resultado

$$\psi(u) = \frac{exp(-Ru)}{E[exp(-RU_T)|T < \infty]} \tag{3.18}$$

El objetivo es ahora derivar una expresión para R. Se tiene que para una variable aleatoria X

$$\frac{d}{dt}logM_X(t)|_{t=0} = E[X]$$

y

$$\frac{d^2}{dt^2}logM_X(t)|_{t=0} = Var[X]$$

Así usando la expansión de series de Maclaurin, se obtiene que:

$$logM_W(r) = \mu r + 1/2\sigma^2 r^2 + \dots$$

donde σ^2=Var(W). Si usamos los primeros dos términos de esta expansión en la ecuación 3.17 obtenemos la aproximación

$$R \cong \frac{2(c-\mu)}{\sigma^2} \tag{3.19}$$

La aproximación obtenida es exacto para el caso en que las $W_i's$ tengan distribución normal. Sin embargo, si W tienen una distribución compuesta y el recargo relativo de seguridad esta dado por $c = (1+\theta)\mu$ de 3.9 y 3.10 se obtiene que

$$R \cong \frac{2\theta p_1 E[N]}{(p_2 - p_1^2)E[N] + p_1^2 Var(N)} \tag{3.20}$$

donde N es una variable aleatoria distribuida como el número de reclamaciones[3].

[3]Bowers pag 404

Para el caso que se analizará donde N tiene distribución Poisson con parámetro λ en donde E[N]=Var[N]=λ el coeficiente de ajuste esta dado por

$$R \cong \frac{2\theta p_1}{p_2} \tag{3.21}$$

Para el análisis de la probabilidad de ruina se tomaron los datos reportados en el formato **Terremoto 2 anual, Primas y Siniestros por Riesgo, Tipo de Bien y Zona Sísmica** del SESA del seguro de terremoto para los años 2004,2005 y 2006.

Estadísticas del seguro de terremoto 2004-2006			
Año	Número de Siniestros	Monto de Siniestros	Prima Emitida
2004	98	91,369,973	639,996,841
2005	42	51,545,998	650,286,925
2006	65	14,155,189	604,943,321

Fuente: SESA del seguro de terremoto formato 2

Tabla 3.1:

Como se puede observar de la tabla 3.1 hay un significativo decrecimiento en el monto de los siniestros en el año 2006. También se puede observar que el número de siniestros por año no esta relacionado con el monto de los mismos.

Para nuestro análisis, dado que el SESA no presenta datos desagregados, lo cual implica que no se tenga conocimiento del monto de cada uno de los siniestros reportados, se ha decidido dividir el formato 2 en dos categorías dependiendo del tipo de bien, **edificios** o **contenidos**. Después, para el número de siniestros se contabilizó si presentó algún siniestro en los distintos elementos del formato 2 del SESA, de acuerdo a los 2 **tipos de riesgo** , los 3 **tipos zona sísmica** y los **estados de la república y las delegaciones del Distrito Federal**.

Estadísticas del seguro de terremoto 2004-2006				
Año	Tipo de Bien	Número Siniestros	Monto Siniestros	Prima Emitida
2004	Edificios	36	71,599,608	413,198,276
2004	Contenidos	17	19,770,365	226,798,565
2005	Edificios	20	50,446,898	425,297,092
2005	Contenidos	10	1,099,100	224,989,833
2006	Edificios	19	1,797,456	414,976,389
2006	Contenidos	18	12,357,733	189,966,932

Fuente: SESA del seguro de terremoto formato 2

Tabla 3.2:

Ahora, en la tabla siguiente se muestran los datos que se necesitarán para calcular el coeficiente de ajuste, $R \cong \frac{2\theta p_1}{p_2}$ y la probabilidad de ruina por tipo de bien, $\psi(u) = exp(-RU)$ para el ramo de terremoto de sector asegurador mexicano.

p_1 y p_2 por tipo de bien			
Año	Tipo de Bien	$p_1 = E[X]$	$p_2 = E[X^2]$
2004	Edificios	1,988,878	76,139,750,723,364
2004	Contenidos	1,162,963	15,177,211,969,662
2005	Edificios	2,522,345	116,189,957,458,320
2005	Contenidos	109,910	43,382,596,068
2006	Edificios	94,603	67,774,993,753
2006	Contenidos	686,541	5,454,743,936,588
2004-2006	Edificios	1,651,253	67,548,238,667,851
2004-2006	Contenidos	738,382	7,925,151,562,300

Fuente: SESA del seguro de terremoto formato 2

Tabla 3.3:

En la tabla 3.3 p_1 es igual a la media del monto de los siniestros y p_2 es el segundo momento con respecto al origen del monto de lo siniestros.

Ahora bien, en la tabla 3.4 se muestra la probabilidad de ruina para el tipo de bien edificios, para diferentes valores del recargo de seguridad, θ, y diferentes capitales iniciales u_0. El cálculo de la probabilidad de ruina se realizó utilizando los datos observados en los tres diferentes periodos 2004, 2005 y 2006; además del periodo 2004-2006 para suavizar los incrementos y decrementos en el monto y número de siniestros en tales años.

Probabilidad de ruina para el tipo de bien edificios periodo 2004					
2004		u_0			
		250,000,000	500,000,000	1,000,000,000	1,500,000,000
θ	0.0009	0.988314179	0.976764917	0.9540697029	0.9319018141
	0.001	0.987024214	0.974216798	0.9490983700	0.9246275752
	0.003	0.961575569	0.924627575	0.8549361528	0.7904975419
	0.005	0.936783072	0.877562524	0.7701159843	0.6758249273

Fuente: SESA del seguro de terremoto formato 2

Tabla 3.4:

Probabilidad de ruina para el tipo de bien edificios periodo 2005					
2005		u_0			
		250,000,000	500,000,000	1,000,000,000	1,500,000,000
θ	0.0009	0.990278600	0.980651706	0.961677768	0.9430709428
	0.001	0.989204295	0.978525137	0.957511444	0.9369490170
	0.003	0.967961268	0.936949017	0.877873461	0.8225226759
	0.005	0.947174433	0.897139406	0.804859114	0.7220708279

Fuente: SESA del seguro de terremoto formato 2

Tabla 3.5:

Probabilidad de ruina para el tipo de bien edificios periodo 2006					
2006		u_0			
		250,000,000	500,000,000	1,000,000,000	1,500,000,000
θ	0.0009	0.53359010062	0.28471839548	0.08106456472	0.02308057280
	0.001	0.49761964297	0.24762530907	0.06131829369	0.01518396143
	0.003	0.12322321789	0.01518396143	0.00023055268	0.00000350070
	0.005	0.03051318741	0.00093105461	0.00000086686	0.00000000081

Fuente: SESA del seguro de terremoto formato 2

Tabla 3.6:

Probabilidad de ruina para el tipo de bien edificios periodo 2004-2006					
2004-2006		u_0			
		250,000,000	500,000,000	1,000,000,000	1,500,000,000
	0.0009	0.989059793	0.978239275	0.956952079	0.936128108
θ	0.001	0.987851627	0.975850837	0.952284857	0.929287975
	0.003	0.963995837	0.929287975	0.863576140	0.802510922
	0.005	0.940716145	0.884946866	0.783130955	0.693029284

Fuente: SESA del seguro de terremoto formato 2

Tabla 3.7:

Análogamente, en las siguientes tablas se calcula la probabilidad de ruina para el tipo de bien contenidos, para distintos montos iniciales, u_0, y para distintos valores del recargo de seguridad, θ.

Probabilidad de ruina para el tipo de bien contenidos periodo 2004					
2004		u_0			
		250,000,000	500,000,000	1,000,000,000	1,500,000,000
	0.0009	0.9661062025	0.9333611945	0.8711631195	0.8131098498
θ	0.001	0.9624118617	0.9262365916	0.8579142236	0.7946315463
	0.003	0.8914210825	0.7946315463	0.6314392945	0.5017615830
	0.005	0.8256668251	0.6817257061	0.4647499384	0.3168319799

Fuente: SESA del seguro de terremoto formato 2

Tabla 3.8:

Probabilidad de ruina para el tipo de bien contenidos periodo 2005					
2005		u_0			
		250,000,000	500,000,000	1,000,000,000	1,500,000,000
	0.0009	0.3197943965	0.1022684561	0.0104588371035	0.00106960912268053
θ	0.001	0.2817451830	0.0793803482	0.0063012396744	0.00050019459921072
	0.003	0.0223650307	0.0005001946	0.0000002501946	0.00000000012514601
	0.005	0.0017753439	0.0000031518	0.0000000000099	0.00000000000000003

Fuente: SESA del seguro de terremoto formato 2

Tabla 3.9:

Probabilidad de ruina para el tipo de bien contenidos periodo 2006					
2006		u_0			
		250,000,000	500,000,000	1,000,000,000	1,500,000,000
θ	0.0009	0.944936501	0.892904991	0.797279322	0.711894686
	0.001	0.93900863	0.881737206	0.777460501	0.685515851
	0.003	0.827958846	0.685515851	0.469931981	0.322145822
	0.005	0.73004212	0.532961497	0.284047957	0.151386624

Fuente: SESA del seguro de terremoto formato 2

Tabla 3.10:

Probabilidad de ruina para el tipo de bien contenidos periodo 2004-2006					
2004-2006		u_0			
		20,000,000	30,000,000	40,000,000	50,000,000
θ	0.0009	0.958940488	0.91956686	0.845603211	0.777588689
	0.001	0.954483679	0.911039093	0.829992228	0.756155367
	0.003	0.869571944	0.756155367	0.571770938	0.432347663
	0.005	0.792214035	0.627603078	0.393885623	0.247203829

Fuente: SESA del seguro de terremoto formato 2

Tabla 3.11:

De las tablas anteriores, se puede observar que el recargo de seguridad y el monto inicial son inversamente proporcionales a la probabilidad de ruina. Ésto se demuestra en las tablas, verificando que cuando se tiene el menor monto inicial y recargo de seguridad, se tiene una probabilidad de ruina de más del 90 %, excepto en el 2006 para el tipo de bien edificios y el caso 2005 para el tipo de bien contenidos donde hay un descenso en el monto de los siniestros. Análogamente, para el caso en el que tenemos el mayor, recargo de seguridad y monto inicial, la probabilidad de ruina es menor al 3,5 %,excepto en los casos 2004 y 2005 para tipo de bien edificios donde hay un alto monto de los siniestros.

3.6. Análisis de Solvencia

Para el análisis se utilizó el software Matlab versión 2008 para correr simulaciones en diez periodos en el proceso de superávit. Para este caso, sé utilizaron los datos del SESA período 2004-2006, en el que se supone que el número de siniestros tiene distribución poisson con $\lambda = 25$[4] para edificios y $\lambda = 15$ para contenidos.En cuanto al monto de las reclamaciones se utilizaron los datos de la tabla 3.3 para el periodo en cuestión, en el cual su supone una distribución exponencial para tales montos.

Para el cálculo de la prima recibida se utilizó la condición de ganancia neta $c = (1+\theta)\lambda\mu$, donde μ es el valor esperado de lo siniestros y θ es el recargo de seguridad, que para nuestro análisis será de 0,03. Este valor en el recargo de seguridad no obedece al valor esperado de las reclamaciones. Asimismo, no se consideró el capital mínimo de garantía para las aseguradoras establecido por la CNSF debido a que los datos del SESA utilizados no corresponden a una compañía en específico, sino a todo el sector asegurador nacional en el ramo de terremoto [5].

En las siguientes figuras se muestra la simulación del proceso de riesgo para el tipo de bien edificios con cuatro distintos montos iniciales para el mismo recargo de seguridad, $\theta = 0{,}03$. Los datos utilizados son los del periodo 2004-2006.

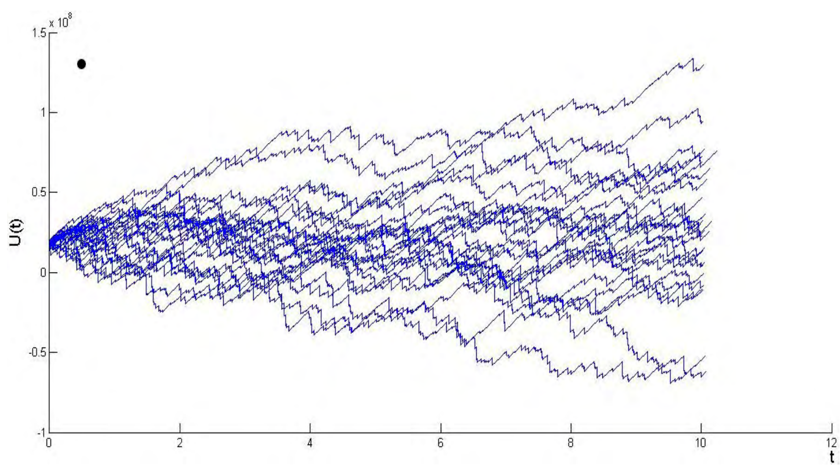

Figura 3.1: Análisis del proceso de superávit tipo de bien edificios para $u_0 = 20,000,000$, 25 realizaciones

[4]Este valor es el número promedio de siniestros para el periodo 2004-2006 para el tipo de bien edificios

[5]Gaytan (2007) Tesis: La Teoría de la Ruina y su Aplicación en la Solvencia de las Reservas Actuariales,página 82

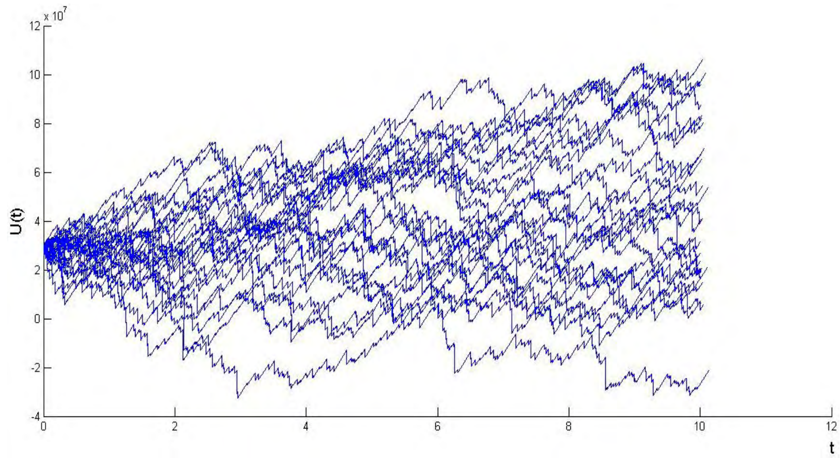

Figura 3.2: Análisis del proceso de superávit tipo de bien edificios para $u_0 = 30,000,000$, 25 realizaciones

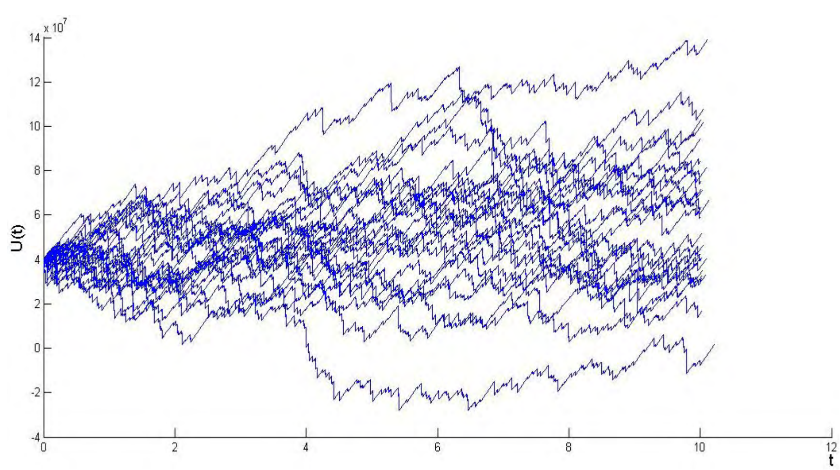

Figura 3.3: Análisis del proceso de superávit tipo de bien edificios para $u_0 = 40,000,000$, 25 realizaciones

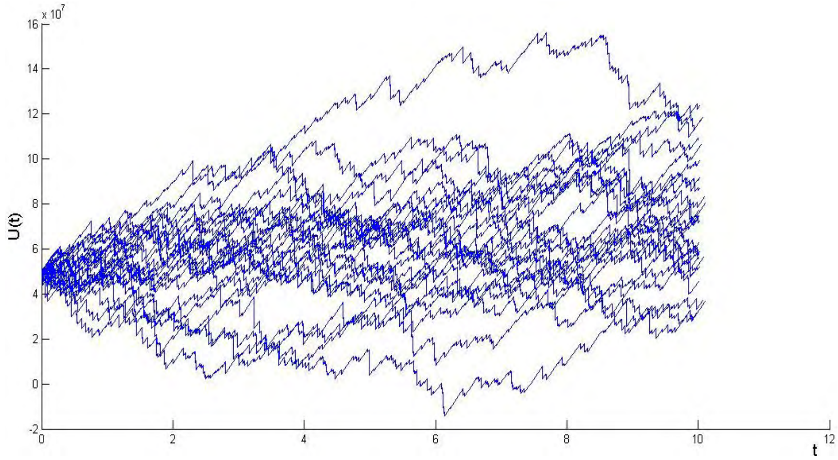

Figura 3.4: Análisis del proceso de superávit tipo de bien edificios para $u_0 = 50,000,000$, 25 realizaciones

De las figuras anteriores, se puede observar que a medida que u_0 va aumentando, el proceso de riesgo tiende a caer menos por debajo de cero, lo que valida los resultados teóricos obtenidos.

En un ejercicio análogo, se llevan a cabo simulaciones para el tipo de bien contenidos para cuatro distintos montos iniciales y el mismo valor del recargo de seguridad, $\theta = ,03$. Para este caso, también se utilizan los datos obtenidos del SESA período 2004-2006.

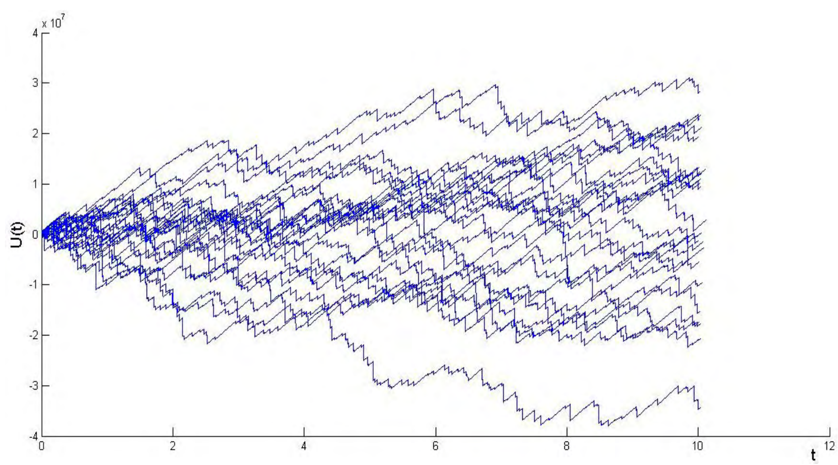

Figura 3.5: Análisis del proceso de superávit tipo de bien contenidos para $u_0 = 500,000$, 25 realizaciones

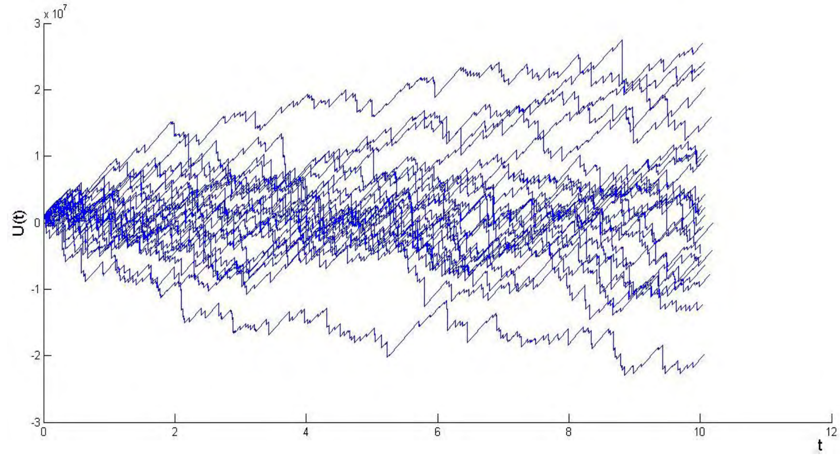

Figura 3.6: Análisis del proceso de superávit tipo de bien contenidos para $u_0 = 1,000,000$, 25 realizaciones

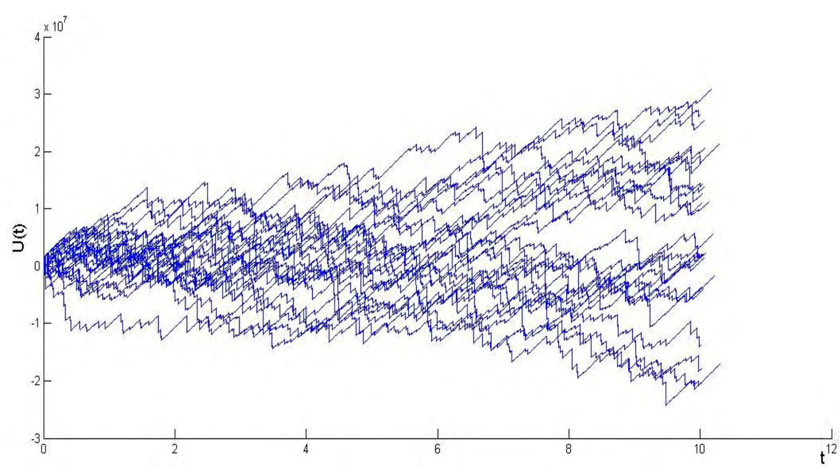

Figura 3.7: Análisis del proceso de superávit tipo de bien contenidos para $u_0 = 1,500,000$, 25 realizaciones

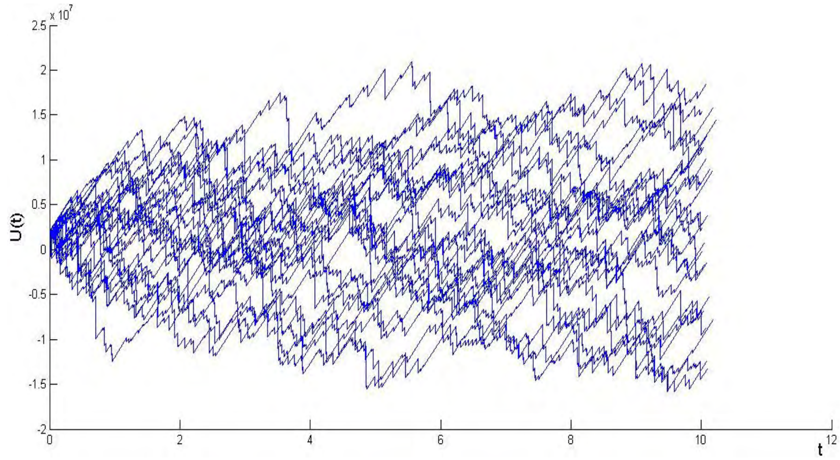

Figura 3.8: Análisis del proceso de superávit tipo de bien contenidos para $u_0 = 2,000,000$, 25 realizaciones

3.7. Reservas Actuariales

La reserva actuarial es el capital requerido por un monto estimado para hacer frente a las obligaciones contraídas por la compañía aseguradora al momento de ocurrir un siniestro. El monto estimado resulta del cálculo actuarial.

La probabilidad de ruina nos da una herramienta muy importante en el estudio de las fluctuaciones de los seguros con fundamentación matemática. En otras palabras, con las probabilidad de ruina se tiene una medida de alerta de cuando un portafolio puede caer en una posible ruina. En el caso de que ocurriese la ruina, esto significaría que las reservas fueron insuficientes para hacer frente a las obligaciones contraídas. Aunque esto, no implica necesariamente la quiebra de la compañía.

De acuerdo al estudio llevado a cabo de la probabilidad de ruina, se observa que dos de sus componentes que se utilizan para su cálculo, el recargo de seguridad θ y u_0, son inversamente proporcionales a la probabilidad de ruina. Ésto implica que al tomar un portafolio con una θ de mayor tamaño o una u_0 de mayor tamaño reducen la probabilidad de ruina. Ésto es claramente importante, debido a que el asegurador puede valerse de estas dos componentes para reducir el riesgo de que las reservas sean insuficientes.

3.8. Análisis de Resultados

Como ya se había mencionado, el recargo de seguridad θ y el capital inicial u_0 de la compañía aseguradora son inversamente proporcionales a la probabilidad de ruina. En otras palabras, a mayor capital inicial o mayor recargo de seguridad menor será la probabilidad de que el monto de reclamaciones de un portafolio sobrepase las reservas asignadas.

De las tablas 3.1 y 2.2 obtenidas de los datos del SESA vemos una amplia diferencia en los montos de los siniestros entre los periodos tomados para el estudio. Se observa, por ejemplo, que el año con mayor siniestralidad de los tomados es el año 2004, decae en 2005 y tiene un profundo descenso en el 2006.

Además de lo anterior, para nuestro estudio dividimos lo datos del SESA por tipo de bien ya sea edificios o contenidos, y en la mayoría de los casos el monto de los siniestros es mayor en los edificios, excepto en el año 2006 donde hay un mayor monto en los contenidos. Estas observaciones reflejan los resultados obtenidos en las tablas 3.4 a 3.11 para el cálculo de la probabilidad de ruina.

Vemos que para el tipo de bien edificios del periodo 2004 con la menor θ y menor capital inicial la probabilidad de ruina es del 99 % y aún con el mayor capital inicial y la mayor θ la probabilidad de ruina se mantiene alta con un 68 %. Sin embargo, en el año 2006, donde se observa un caída significativa en el monto de los siniestros aún con la menor θ y menor capital inicial la probabilidad de ruina se encuentra en un 53 % y para la mayor θ y mayor capital inicial se tiene una probabilidad casi nula.

Ahora bien, usando los mismos capitales iniciales y recargos de seguridad para el tipo de bien contenidos se observa que ocurre lo mismo pero de manera más significativa en relación al tipo de bien edificios. Por ejemplo en la tabla 3.9, la probabilidad de ruina, con los menores recargo de seguridad y capital inicial, es muy baja con un 32 % y casi nula con los mayores recargo de seguridad y capital inicial.

En mayor forma se observa que la probabilidad de ruina es mayor para el tipo de bien edificios que para el tipo de bien contenidos si comparamos las tablas 3.7 y 3.11 donde para edificios con los menores capital inicial y recargo de seguridad es de el 99 % y bajo las mismas características para el tipo de bien contenidos es del 95 %, y de forma similar para los menores recargo de seguridad y capital inicial con una probabilidad de ruina del 70 % para edificios y 25 % para contenidos.

Las figuras de la 3.1 a la 3.8 muestran claramente que la probabilidad de ruina esta directamente relacionada con el capital inicial. Para este caso, se fijó el recargo de seguridad y al aumentar gradualmente el capital inicial se muestra menos recurrencia en que el proceso de riesgo caiga por debajo de cero.

Cabe mencionar, que si se hubiesen mantenido los mismos capitales iniciales para ambos tipos de bien, hubiese sido imposible la ruina en el tipo de bien contenidos dado que como ya se mencionó anteriormente, es menor el monto de los siniestros de este último tipo de bien en comparación con el monto de siniestros de edificios.

3.9. Limitaciones y recomendaciones

En el presente estudio de la probabilidad de ruina mediante el modelo de Cramér-Lundberg, dada su construcción notamos que existen ciertas limitaciones que seria recomendable tomar en cuenta si este se lleva a la aplicación con datos reales para el sector asegurador mexicano, mismos que se omitieron en el cálculo.

Dentro de las limitaciones de el modelo, esta que no se consideró el capital mínimo de garantía indispensable para la operación de cualquier compañía de seguros establecido por la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.

Otros aspectos que no se consideran, son los gastos de administración y el tiempo que se tarda la compañía aseguradora en pagar los siniestros reportados, que son recomendables tener un cuenta para que los cálculos tengan un mayor grado de confiabilidad.

Como se observa, se cálculo la probabilidad ruina para el caso discreto mismo que es el más factible de usar dentro de las compañías aseguradoras dado que para el cálculo a tiempo de continuo se necesitan muchos recursos, tanto financieros como humanos, provocando un fuerte egreso para la compañía.

Conclusiones

Como se ha visto el capital inicial, las primas recibidas y las reclamaciones pagadas son las tres componentes principales del modelo que representa a la teoría de la ruina, el cual es conocido como proceso de superávit.

La componente clave del modelo de Cramér-Lundberg es el agregado del monto de los siniestro en donde se centró la mayor parte de la investigación. Se mostró como este agregado de los siniestros es un proceso compuesto por el número y monto de los siniestros. Como ejemplo, si el número de siniestros sigue una distribución poisson entonces el agregado de los siniestros es un proceso poisson compuesto. Cabe mencionar que el número de siniestros puede seguir otros tipos de distribución como binomial,binomial negativa, etcétera.

También, para llegar al cálculo de la probabilidad de ruina fue necesario contar con un coeficiente de ajuste el cual se obtiene de la desigualdad de Lundberg, la cual además considera el capital inicial de compañía aseguradora.

La importancia de la inclusión del cálculo de la probabilidad de ruina radica en que es una útil herramienta para medir el riesgo financiero, dado que informa a la compañía aseguradora de cuando el capital asignado a un portafolio decrece de manera significativa, lo que le permite tomar medidas a tiempo para subsanar la situación.

Por otra parte, una característica importante del monto del agregado de los siniestros dado el enfoque de la Teoría Colectiva del Riesgo, es que el monto de las reclamaciones y el número de reclamaciones son independientes, es decir, el tamaño de la reclamación no se ve afectado por el número de reclamaciones. De esta forma, mediante suma y resta de variables aleatorias obtenemos que el monto agregado de las reclamaciones es compuesto.

En el último capítulo, se llevó a cabo la aplicación numérica mediante la información de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, disponible a través del SESA, en el cual se ejemplificó el cálculo de la probabilidad de ruina donde se tomaron distintos recargos de seguridad y capitales iniciales. Concluimos que, en los casos donde se conjuga un capital inicial y un recargo de seguridad altos tenemos una probabilidad por debajo del 3 %, mientras que en los casos donde se combina un capital inicial y recargo de seguridad bajos tenemos una probabilidad de ruina por arriba del 90 %. Esto proporciona a la compañía dos elementos a modificar en caso de una posible ruina técnica en alguno de su portafolios.

También en este último capítulo, se llevó a cabo un análisis de solvencia, donde se mostró la relación directa entre el capital inicial y el proceso de riesgo, es decir, a menor capital inicial se observa que el proceso cae en mas ocasiones por debajo de cero para un mismo recargo de seguridad.

Finalizando, el trabajo cumple con aplicar la teoría de la ruina en la cobertura del seguro de terremoto. Lo importante es dejar líneas de investigación abiertas en relación al conocimiento y aplicación de la probabilidad de ruina y su aplicación en las compañías aseguradoras en específico.

Bibliografía

[1] Bowers, Newton L. *Actuarial Mathematics*. SOA. 2da edicion,1997

[2] Dickson, David C.M.*Insurance Risk and Ruin.*Cambridge University Press. 1ª Edición, 2005.

[3] Rincón, Luis. *Introducción a la Teoría del Riesgo.*Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México. Diciembre,2007

[4] Daykin, C.D.; Pentikäinen, T. y Pesonen, M *Practical Risk Theory for Actuaries.*Ed. Chapman & Hall. 1ª Edición. 1996.

[5] Martínez Adriana. *Tesis: Análisis y simulación de la probabilidad de ruina en el modelo clásico de Cramér-Lundberg.* Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autómona de México. 2007.

[6] Gaitán Carlos. *La teoría de la ruina y su aplicación en la solvencia de las reservas actuariales.* Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México. 2007.

[7] Rincón Luis. *Curso elemental de probabilidad y estadística.*Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México. Diciembre, 2007.

[8] Solís, Fernando. *La regulación del seguro de terremoto en México. Documento de trabajo No. 35.*Comisión Nacional de Seguros y Fianzas. 1994.

[9] Gutiérrez, Octavio. *Experiencia Internacional en la Instrumentación de Mecanismos Económicos para la Atención de Catástrofes. Serie Documentos de Trabajo.* Comisión Nacional de Seguros y Fianzas. 1994.

[10] ASSAL. *Criterios Generales de Solvencia: Constitución de Reservas Técnicas.*Comisión Nacional de Seguros y Fianzas. 2000.