



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO.**

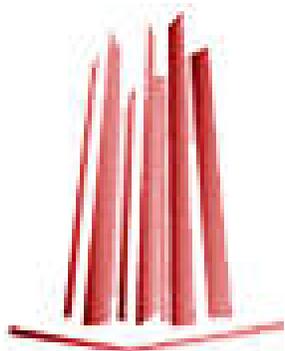
**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
ARAGÓN.**

**“CALCULO DE PÉRDIDAS POR FLUJOS
DISPERSOS EN TRANSFORMADORES DE
POTENCIA
UTILIZANDO EL MÉTODO DE
ELEMENTO FINITO”.**

T E S I S P R O F E S I O N A L
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
INGENIERO MECÁNICO ELECTRICISTA

P R E S E N T A:
JOSÉ ARMANDO RODRÍGUEZ ROMERO.

ASESOR: M. en C. RODRIGO OCÓN VALDEZ



EDO. DE MÉXICO,

AÑO 2008



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I. Agradecimientos

A Dios.

A mis padres: Teresa y Armando, por darme la vida, enseñarme valores, apoyarme en todo momento y a quienes siempre hare participes de todos mis logros.

A mis hermanos: A Quienes he seguido el ejemplo y su apoyo ha sido y siempre será importante, puesto que de cada uno he aprendido mucho, a su manera, con sus consejos y regaños. Y porque en cierta forma tengo un poco de cada uno de ellos.

A Clau: Por ser desde conocerte la motivación para seguir adelante, por tu compañía irremplazable y apoyo incondicional.

A todos los del departamento de Tecnología e Ingeniería de diseño de Industrias IEM, S.A. de C.V.: por contribuir cada uno con su experiencia y conocimientos en la elaboración de esta Tesis. A Rodrigo, por tener la fortuna de conocerle y por todo su apoyo en este tiempo, al asesorarme tanto en aspectos técnicos de la tesis como en muchos otros; a Marco, por su amistad, además de ayudarme a crecer como persona y como profesionalista al estar bajo su cargo; a Álvaro Cancino, por toda la enseñanza y experiencia adquirida dentro de esta empresa como en la confianza depositada en mi persona.

Y a todas aquellas personas que, directa o indirectamente influyeron en mí para poder cerrar esta etapa de mi carrera, puesto que de todos he aprendido; me refiero a esos amigos, compañeros de facultad, de trabajo y gente que afortunadamente he encontrado en este camino, y a quienes también les dedico esta tesis.

Tesis: “Calculo de pérdidas por flujos dispersos en transformadores de potencia
utilizando el método de elemento finito”.

I. Agradecimientos.....	i
II. Índice.....	ii
III. Objetivos.....	iii
IV. Introducción.....	1
Capitulo 1. Conceptos básicos.....	3
1.1 Electromagnetismo.....	3
1.1.1 El campo magnético.....	3
1.2 Magnetismo en corriente continua.....	8
1.2.1 Leyes fundamentales de los circuitos magnéticos.....	8
1.3 El circuito magnético.....	10
1.4 Curvas de magnetización.....	13
1.5 Magnetismo en corriente Alterna.....	14
1.5.1 Histéresis.....	14
1.5.2 Ley de Faraday	16
1.5.3 Efecto Joule.....	17
1.5.4 Las corrientes eddy.....	18
1.5.5 El efecto piel.....	19
1.6 Las ecuaciones de Maxwell.....	20
1.7 Materiales ferromagnéticos.....	24
Capitulo 2. Construcción de Transformadores.....	32
2.1 Definición del transformador.....	32
2.2 Principio de funcionamiento.....	34
2.3 Clasificación de transformadores.....	42
2.4 Componentes del transformador.....	44
2.4.1 El núcleo del transformador.....	44
2.4.2 Devanados del transformador.....	45
2.4.3 Aislamientos del transformador.....	46
2.4.4 El medio refrigerante.....	46
2.4.5 El tanque del transformador.....	46
2.4.6 Accesorios de transformadores.....	47
Capitulo 3. El método de elemento finito en la ingeniería.....	48
3.1 Introducción.....	48
3.2 Simulación numérica: El método de elemento finito.....	48
3.3 Los métodos numéricos en la solución de problemas en ingeniería.....	49
3.4 Reseña histórica.....	52
3.5 El método de elemento finito en diversas áreas de la Ingeniería.....	53
3.5 Definición del método de elemento finito.....	56
3.6 Metodología básica en la solución de problemas con elemento finito.....	58
3.7 La solución de campos electromagnéticos.....	59
3.8 Fronteras de impedancia con elemento finito.....	59
Capitulo 4. Aplicación del método de elemento finito al cálculo de pérdidas en Transformadores	
4.1 Introducción.....	62
4.2 Perdidas por flujos de dispersión.....	62
4.3 Casos de validación.....	63
Caso 1. Cálculo de pérdidas en la cubierta de un tanque de transformador, debido al paso de la Guía de boquilla penetrando la cubierta del tanque de un transformador (Simulación en 3D).....	63
Caso 2: Calculo de perdidas por flujos dispersos en componentes estructurales de transformadores de potencia utilizando fronteras de impedancia con elemento finito (Simulación en 3D).....	65
V. Conclusiones.....	70
VI. Bibliografía.....	71

III. Objetivos

Objetivo general:

Realizar un estudio de la aplicación del método de elemento finito para el cálculo de pérdidas por flujos dispersos en transformadores de potencia.

Objetivos particulares:

Proporcionar conceptos básicos relacionados al tema de pérdidas en transformadores.

Presentar una visión muy general del método de elemento finito, como formulación matemática para la solución de problemas de Ingeniería, particularmente en el campo de la ingeniería eléctrica y electrónica.

Determinar las pérdidas por flujos dispersos contenidas en cada componente metálico dentro del transformador, utilizando para ello un software basado en el método de elemento finito para cálculo electromagnético en 3D.

IV. INTRODUCCIÓN

El transformador basa su funcionamiento en el principio de la inducción electromagnética para transformar la magnitud de voltajes cuando una señal de corriente alterna es aplicada. Desde el punto de vista magnético, los flujos magnéticos reales creados por la corriente que circula en los devanados no se limitan a circular por el núcleo, sino que salen de él siguiendo diversas trayectorias.

La parte activa del transformador (conjunto núcleo-bobinas), está formado físicamente por las siguientes componentes:

- Aislamientos, principalmente hechos de celulosa,
- Cobre o Aluminio en los devanados,
- Acero eléctrico en el núcleo,
- Acero estructural usado en el sistema de sujeción y soporte.

El tanque, que es el contenedor de la parte activa también está fabricado de placas de acero estructural. El acero estructural como material conductor dentro de un campo magnético, es susceptible a la inducción de voltajes por la acción de campos magnéticos variables con el tiempo, que a su vez crean corrientes parásitas, provocando pérdidas adicionales (pérdidas indeterminadas). Estas pérdidas junto a las pérdidas I^2R en los devanados (originadas por la corriente de carga) y las pérdidas en el núcleo, integran las pérdidas totales que desarrollara cierto diseño de transformador a fabricar. Determinar estas 2 últimas formas de pérdidas no representa problema alguno, pero el cálculo de las pérdidas indeterminadas necesita desde nuestro punto de vista: la habilidad de calcularlas y la capacidad de medirlas con precisión en primera instancia.

Antecedentes.

Los transformadores tienen una función muy importante en los sistemas de potencia. Para la transmisión de la energía eléctrica a tensiones elevadas desde su generación hasta los centros de consumo, es indispensable el uso de un transformador. Por otra parte, el consumo por parte de los usuarios de la energía a tensiones bajas sin el uso de este dispositivo, sería prácticamente imposible.

Hoy en día el reto a vencer por parte de los fabricantes de transformadores es cumplir con todas las necesidades actuales del mercado:

- El notable crecimiento en la demanda de energía eléctrica, implica el uso de transformadores con mayor capacidad de carga.
- La aparición de nuevas formas de transmisión de voltajes desde las centrales generadoras hasta los usuarios requieren del uso de transformadores con características especiales de operación.
- La necesidad por parte de las compañías generadoras de electricidad de suministrar energía eléctrica cada vez con mayor calidad, eficiencia y menor costo, conlleva a proveer transformadores renovados en diseño y fabricación.

Esta Tesis estudia el problema de las pérdidas indeterminadas en los transformadores, pues mantener estos valores bajo control, llega a ser uno de los aspectos más importantes a considerar por parte de los diseñadores. Contar con métodos de cálculo confiables a través del desarrollo de métodos numéricos (tales como el método de elemento finito) validados con pruebas experimentales, es muy importante para determinar con precisión los niveles de pérdidas. Posteriormente, se tendrá la posibilidad de plantear alternativas y mejoras a los diseños que permitan reducir pérdidas, bajen su costo y mejoren su eficiencia.

Relevancia y justificación

En el proceso de diseño de un transformador de potencia, uno de los parámetros que deben ser controlables es el del nivel de pérdidas que desarrollará el transformador en operación, ya que estas impactan directamente en la eficiencia del mismo, y tienen un costo directo para el usuario, además de que la temperatura es el peor enemigo del Transformador. Conocer de manera precisa cual es la aportación de cada elemento metálico dentro del transformador en lo que se refiere a pérdidas da al diseñador la capacidad de buscar alternativas que pueden usarse para optimizar los diseños.

El cálculo de pérdidas por corrientes parásitas es complejo, debido a que el transformador es asimétrico y su estructura es tridimensional. Los cálculos se complican debido a:

- El uso de materiales con propiedades magnéticas no-lineales.
- La dificultad para calcular en forma exacta y rápida los flujos dispersos.
- Como aislar las pérdidas por corrientes parásitas de las pérdidas de carga totales medidas en pruebas de fábrica.
- La limitación en cuanto a la existencia de métodos experimentales para aplicación en transformadores de gran Potencia.

Para que el diseñador pueda realizar lo anterior, necesita contar con los modelos matemáticos que simulen adecuadamente cada una de las alternativas en formas, materiales o arreglos que se propongan y arrojar los resultados que finalmente le ayuden a decidir cual o que alternativa usar.

Es entonces donde se puede hacer uso de los métodos numéricos, y en particular de los programas de elemento finito, en donde el modelado en 2D o incluso 3D de la parte activa, puede ser desarrollado para determinar las pérdidas, individualmente en cada componente estructural del transformador.

El trabajo de tesis presentado a continuación se forma de 4 capítulos secuenciales:

En el primer capítulo se exponen los conceptos básicos sobre electromagnetismo, los cuales ayudaran al lector a un mejor entendimiento de los fenómenos que ocurren en un transformador.

El segundo capítulo contiene bases teóricas sobre transformadores y la forma en la que están clasificados, así como los elementos y materiales en los que son fabricados.

El tercer capítulo explica en forma general el método de elemento finito, el cual ha sido utilizado en los últimos años para solucionar problemas en diferentes áreas de la ingeniería.

Finalmente, el cuarto capítulo muestra como el método de elemento finito es utilizado para el cálculo de pérdidas por flujos dispersos en transformadores de potencia.

Capítulo 1. Conceptos básicos

1.1. Electromagnetismo

El funcionamiento de un transformador se rige bajo las leyes del Electromagnetismo. Por lo tanto se mencionan algunos de sus conceptos fundamentales para un mejor entendimiento de los fenómenos que ocurren en un transformador. El objetivo de este capítulo es dar las bases teóricas para los temas siguientes.

1.1.1 El Campo Magnético

La corriente eléctrica va siempre acompañada de fenómenos magnéticos. Este efecto de la corriente eléctrica desempeña una función importante en casi todos los aparatos y máquinas eléctricas.

El espacio en el que actúan líneas de fuerza magnéticas se denomina campo magnético. Este se forma, por ejemplo, entre los extremos de un imán recto o entre los brazos de un imán en forma de herradura.

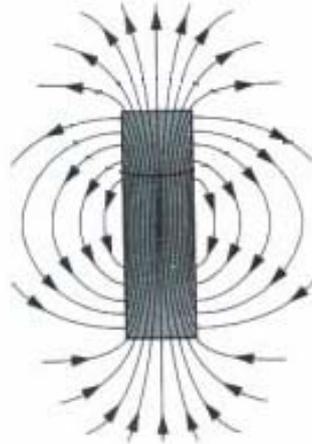


Figura 1-1. Líneas de campo magnético
De una barra imantada

Al igual que los campos eléctricos, también es posible visualizar los campos magnéticos. Si por encima de un imán se coloca un papel tensado en un marco y se esparcen sobre él limaduras de hierro, éstas se ordenan como consecuencia de la fuerza que actúa sobre ellas, formando líneas. Por este motivo, se habla de las líneas de fuerza o del campo magnético. El espacio alrededor del imán se considera atravesado por líneas de fuerza.

- Las líneas a trazos indican el recorrido de las líneas de fuerza. Basta dibujar algunas de ellas para representar el campo magnético.
- Las líneas de fuerza no sólo existen fuera del imán sino que también recorren su interior. De ello se deduce la siguiente regla:

"Las líneas de fuerza de un campo magnético son cerradas". Todas las líneas de fuerza de un campo constituyen el flujo magnético.

Dipolos eléctricos y magnéticos

Teóricamente, encontramos que el flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada que rodea a una carga neta es proporcional a la carga (ley de gauss). En otras palabras, el número de líneas de campo eléctrico que salen de la superficie depende sólo de la carga neta dentro de ella. Esta propiedad se basa en parte en el hecho de que las líneas de campo eléctrico se originan en cargas eléctricas.

La situación es bastante diferente para campos magnéticos, los cuales son continuos y forman lazos cerrados. Las líneas de campo magnético creadas por corrientes no empiezan o terminan en ningún punto. Las líneas de campo magnético del imán de barra, ilustran lo anterior. Se entiende que para cualquier

superficie cerrada, el número de líneas que entran en la superficie es igual al número que sale de la misma, por lo que el flujo magnético neto es cero. Esto contrasta con el caso de una superficie que rodea a una carga de un dipolo eléctrico, donde el flujo eléctrico neto no es cero.

La ley de Gauss del Magnetismo establece que el flujo magnético a través de cualquier superficie cerrada siempre es cero:

$$\Phi_B = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (1 - 1)$$

La figura 2(a) muestra el campo eléctrico asociado a una barra aislante que tiene cantidades iguales de carga positiva y negativa situadas en los extremos opuestos. Éste constituye un **dipolo eléctrico**.

La figura 2(b) muestra el caso de un **dipolo magnético**, tal como la barra imantada de la figura 1, con un polo norte en un extremo y un polo sur en el otro extremo.

En este nivel, los casos eléctrico y magnético son muy similares.

De hecho, podríamos ser llevados a postular la existencia de polos magnéticos individuales análogos a las cargas eléctricas; tales polos, si existiesen, producirían campos magnéticos (semejantes a los campos eléctricos producidos por las cargas), proporcionales a la intensidad de los polos e inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia desde el polo. Como veremos, esta hipótesis no concuerda con el experimento.

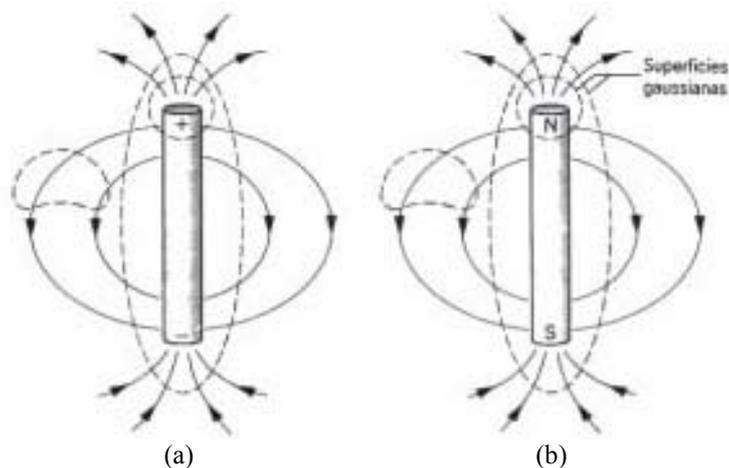


Figura 1-2. (a) Un dipolo eléctrico, que consta de una barra imantada con una carga positiva en un extremo y una carga negativa en el otro. Se muestran varias superficies "gaussianas". (b) Un dipolo magnético, que consta de una barra imantada con un polo norte en el extremo y un polo sur en el otro.

Ahora cortemos a la mitad los objetos de la figura 1-2 y sepáremoslos en dos piezas. La figura 1-3 muestra que los 2 casos eléctrico y magnético ya no son semejantes. En el caso eléctrico, tenemos dos objetos que, si se les separa por una distancia suficientemente grande, pudieran considerarse como cargas puntuales de polaridades opuestas, cada una de las cuales produciría un campo característico de una carga puntual. Sin embargo, en el caso magnético no obtenemos polos norte y sur aislados, sino un par de imanes, cada uno de ellos con sus propios polos norte y sur.

Esto es una diferencia importante entre los dipolos eléctricos y magnéticos: **el dipolo eléctrico puede separarse en cada una de sus cargas (o "polos") constituyentes, pero el dipolo magnético no**. Cada vez que tratamos de dividir a un dipolo magnético en polos norte y sur por separado, creamos un nuevo par de polos. Es un poco parecido a la acción de cortar un tramo de cuerda con dos extremos para tratar de obtener dos trozos de cuerda cada uno de los cuales con sólo un extremo.

Este efecto ocurre microscópicamente, hasta el nivel de cada átomo. Cada átomo se comporta como un dipolo magnético que tiene un polo norte y un polo sur, y hasta donde todavía sabemos, el dipolo, y no el solo polo aislado, parece ser la unidad fundamental más pequeña de la estructura magnética.

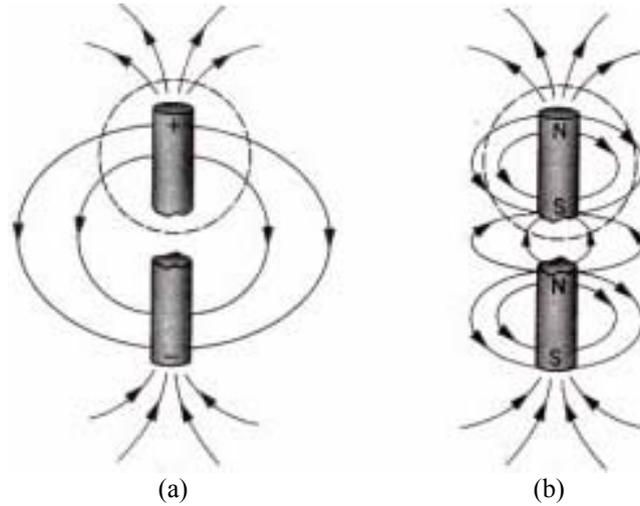


Figura 1-3. (a) Cuando el dipolo eléctrico de la figura 2(a) se corta a la mitad, la carga positiva se aísla en una pieza y la carga negativa en otra. (b) Cuando el dipolo magnético de la figura 1-2(b) se corta a la mitad, aparece un nuevo par de polos norte y sur. Nótese la diferencia en los patrones del campo

La figura 1-4 muestra una representación más detallada de los campos magnéticos de una barra imantada y de un solenoide, ambos de los cuales pueden ser considerados como dipolos magnéticos.

Nótese en la figura 1-4(a) que las líneas de B entran a la superficie gaussiana en el interior del imán y salen de ella en el exterior del mismo. El flujo total hacia adentro es igual al flujo total hacia afuera, y el flujo neto F_B , para la superficie es cero. Lo mismo es cierto para la superficie gaussiana que atraviesa al solenoide mostrado en la figura 1-4(b). En ningún caso existe un solo punto del cual se originen las líneas de B (vector densidad de flujo magnético) o al cual converjan; Esto es, no existe ninguna carga magnética aislada.

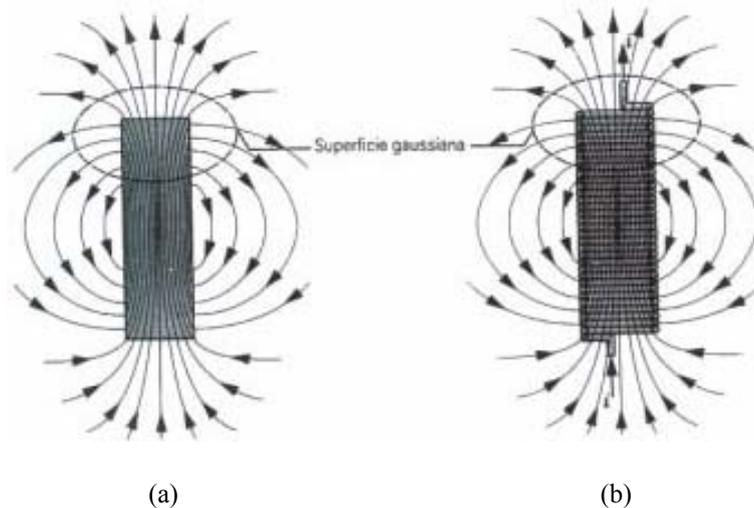


Figura 1-4. Las líneas de B en: (a) Una barra imantada y (b) Un solenoide corto. En cada caso, el polo norte está en la parte superior de la figura. Las líneas de trazos representan superficies gaussianas.

Corriente eléctrica y Campo magnético.

Para que se forme un campo magnético no es indispensable la existencia de materiales magnéticos. Al circular corriente eléctrica por un conductor se forma un campo magnético, sin que se precise para ello un material ferromagnético.

Los primeros descubrimientos referentes al campo magnético ocurrieron alrededor de 1820, cuando Oersted dio a conocer que la corriente eléctrica produce efectos magnéticos, observando como el paso de una corriente eléctrica hace desviarse una aguja imantada.

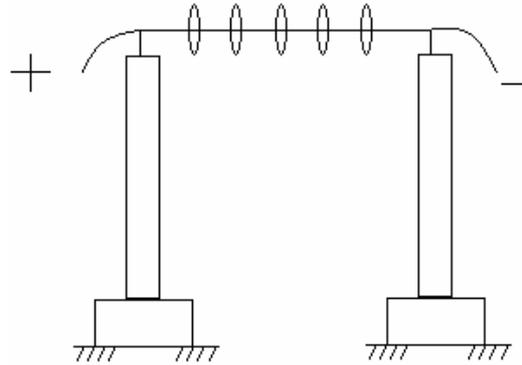


Figura 1-5. Experimento de Oersted

El campo que se crea está formado por líneas magnéticas circulares. El sentido de este campo está definido por la regla de la mano derecha.

Distribución de un campo alrededor de un conductor.

Las líneas de división de un conductor recto por el que circula una corriente eléctrica, son círculos cuyo centro común se encuentra en el conductor.

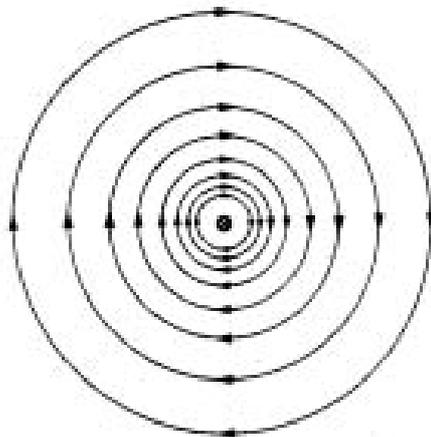


Figura 1-6. Líneas que representan al campo magnético B cerca de un alambre recto largo. Nótese el espaciamiento de las líneas cuando aumenta la distancia desde el alambre. la dirección de las líneas está dada por la regla de la mano derecha.

Como el campo magnético se extiende a lo largo de todo el conductor, hay que imaginarse las líneas de fuerza muy juntas, casi formando tubos alrededor del conductor.

La densidad de flujo magnético alcanza su valor máximo en la superficie del conductor y disminuye a medida que aumenta la distancia con respecto a éste, siendo indiferente que el alambre sea con aislante o no, pues en los materiales que no son magnéticos se forma el campo magnético de forma aproximadamente igual a como ocurre en el aire.

Se deduce que la propiedad que tienen las líneas de fuerza de campo Magnético ya sea en un imán o en un conductor por el que circula una corriente eléctrica, es que estas líneas de fuerza son cerradas.

Sentido del campo magnético.

Si se desplaza la aguja de una brújula en una órbita circular alrededor del conductor por el que circula una corriente eléctrica de intensidad suficiente, dicha aguja se colocará siempre perpendicularmente al radio, indicando así el sentido de las líneas de fuerza.

Por convenio se ha fijado que el polo norte de la aguja de una brújula señala en el sentido de las líneas de fuerza.

Densidad de corriente

Los electrones libres en un conductor metálico aislado, tal como un trozo de alambre de cobre, se encuentran en movimiento irregular como las moléculas de un gas encerrado en un recipiente. No tienen ninguna dirección de movimiento definida a lo largo del alambre. Si se hace pasar un plano hipotético a través del alambre, la rapidez con la cual pasan los electrones a través de él de derecha a izquierda, es la misma que la rapidez con la cual pasan de izquierda a derecha; la rapidez neta es cero.

Si los extremos del alambre se conectan a una batería, se establece un campo eléctrico en todos los puntos dentro del alambre. Si la diferencia de potencial producida por la batería es de 10 volts y si el alambre (supuesto uniforme) tiene 5 metros de largo, la intensidad de este campo en cualquier punto será de 2 volts/m. Este campo E actuará sobre los electrones y les dará un movimiento resultante en la dirección de $-E$. Decimos que se ha establecido una corriente eléctrica i ; si pasa una carga neta q por una sección transversal cualquiera del conductor en el tiempo t , la corriente, supuesta constante, es:

$$i = \frac{q}{t} \quad (1-2)$$

Las unidades mks adecuadas son amperes para i , coulombs para q y segundos para t .

La corriente i es una característica de un conductor dado. Es una cantidad macroscópica, como la masa de un objeto, o la longitud de una varilla. Una magnitud microscópica relacionada con la anterior es la densidad de corriente j . Es un vector y es la característica de un punto dentro de un conductor; no es la característica del conductor en conjunto. Si la corriente está distribuida uniformemente a través de un conductor de sección transversal A , la magnitud de la densidad de corriente para todos los puntos de esa sección transversal es:

$$j = \frac{i}{A} \quad (1-3)$$

El vector j en un punto cualquiera está orientado en la dirección en que los portadores positivos de carga se moverían en ese punto. Un electrón en ese punto se movería en la dirección $-j$.

La relación general entre j e i es que para una superficie dada en un conductor, i es el flujo del vector j sobre esa superficie, o sea,

$$i = \int j ds \quad (1-4)$$

Siendo ds un elemento de área superficial y la integral se toma en toda la superficie en cuestión.

La velocidad de arrastre v_a de los portadores de carga en un conductor puede calcularse a partir de la densidad de corriente j .

Por ejemplo, un alambre de aluminio cuyo diámetro es 0.00259m (0.10 pulg) está soldado de un extremo a otro a un alambre de cobre de diámetro 0.001626m (0.064 pulg). El alambre compuesto lleva una corriente constante de 10 Amperes. ¿Cuál es la densidad de corriente en cada alambre?

La corriente está distribuida uniformemente en la sección transversal de cada conductor, salvo cerca de la unión, lo cual significa que la densidad de corriente es constante para todos los puntos dentro de cada alambre. El área de la sección transversal del alambre de aluminio es de 0.051 cm² (0.0079 plg²).

Así pues, de la ecuación $j = i / A$, se tiene:

$$j_{al} = i / A = 10 / 0.051 = 196 \text{ Amp/cm}^2 \quad (1266 \text{ Amp/plg}^2).$$

El área de la sección transversal del alambre de cobre es de 0.0206 cm² (0.0032 plg²). Así pues,

$$j_{cu} = i / A = 10 / 0.0206 = 484 \text{ Amp/cm}^2 \quad (3125 \text{ plg}^2).$$

El hecho de que los alambres sean de materiales diferentes no interviene.

1.2 Magnetismo en corriente continua

1.2.1 Leyes fundamentales de circuitos magnéticos

a) Ley de Ampere:

Es la ley básica que rige la producción de campo magnético por medio de una corriente y su ecuación es

$$\int \mathbf{H} * d\mathbf{l} = I_{neta} \quad (1-5)$$

Donde H: Intensidad de campo producida por I_{neta} .

Para entender mejor el significado de la ecuación anterior es útil aplicarla al ejemplo en que un núcleo de hierro u otro material ferromagnético, tiene un bobinado de alambre de N vueltas en torno a una columna del núcleo como se muestra en la figura 1-7.

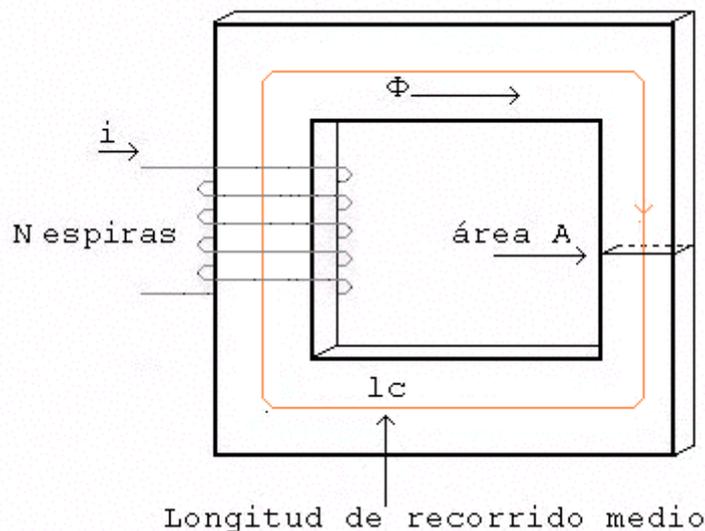


Figura 1-7. Núcleo magnético sencillo.

Por lo tanto todo el campo magnético producido por la corriente permanecerá esencialmente dentro del núcleo, de tal modo que el recorrido de integración de la ley de Ampere será l_c . La corriente que pasa

dentro del recorrido de integración I_{neta} es entonces, $N * i$, puesto que la bobina abraza el recorrido de integración N veces, mientras conduce la corriente i . La ley de Ampere se vuelve entonces:

$$H * lc = N * i \quad (1 - 6)$$

Por consiguiente la magnitud de intensidad de campo magnético en el núcleo, debido a la corriente aplicada es:

$$H = \frac{N * i}{lc} \quad (1 - 7)$$

b) Densidad de flujo magnético (B).

Los campos magnéticos ejercen fuerzas que son más intensas cuanto mayor sea el número de líneas de fuerza que contiene el campo correspondiente; Es decir, cuanto más juntas están dichas líneas de fuerza.

La fuerza que actúa entre 2 imanes rectos alcanza su valor máximo de los polos (repulsión o atracción), porque el flujo magnético tiene en ellos su densidad máxima.

"La densidad de flujo magnético expresa el efecto del campo. También se denomina inducción magnética".

La densidad de flujo indica el valor de la intensidad del flujo magnético que atraviesa perpendicularmente la unidad de superficie (cm^2 o m^2).

La densidad del flujo magnético en el exterior de un imán recto se reduce a medida que aumenta la distancia con respecto a los polos.

La densidad de flujo magnético producido en un material está dada, por el producto de dos términos. Su relación es la siguiente:

$$B = \mu H \quad (1 - 8)$$

Donde:

H: Intensidad de campo magnético: que representa la fuerza que ejerce la corriente para establecer un campo magnético. Su unidad es (Ampere* vuelta) / metro ($\text{A} \cdot \text{V/m}$).

μ : Permeabilidad magnética del material: que representa la facilidad que tiene el material para establecer en el las líneas de flujo magnético. En muchos aspectos, es similar a la conductividad en los circuitos eléctricos. Su unidad es Henry/metro (H/m)

B: Densidad de flujo magnético. Su unidad es Webber/metro², Tesla (T).

c) Permeabilidad relativa (μ_r)

Es la permeabilidad de cualquier otro material comparada con la permeabilidad del espacio libre.

$$\mu = \mu_r \mu_0 \quad (1 - 9)$$

Donde: μ_0 : Permeabilidad del espacio libre

$$\mu_0 = 4 \pi \times 10^{-7} \quad (1 - 10)$$

Para el núcleo de la figura la magnitud de la densidad de flujo es:

$$B = \mu H = \frac{(\mu * N * i)}{lc} \quad (1 - 11)$$

Por ende, los materiales ferromagnéticos tienen un $\mu_r > 100$, y los no magnéticos, un $\mu_r = 1$.

d) Flujo total (ϕ)

El flujo total de un área dada se determina por:

$$\phi = \int B * dA \quad (1 - 12)$$

Donde: dA: Unidad de diferencia de área.

Por lo tanto si el vector de densidad de flujo B es perpendicular a un plano de área A, y si la densidad de flujo es constante en toda el área, entonces, la ecuación se reduce a:

$$\phi = B * A \quad (1 - 13)$$

Para el núcleo de la figura el flujo total debido a la corriente i en el bobinado es

$$\phi = B * A = \frac{(\mu * N * i * A)}{lm} \quad (1 - 14)$$

Donde:

A: Área de corte transversal del Núcleo

l_m: Longitud media del Núcleo.

d) Enlace de flujo (λ)

Es una forma de medir el magnetismo en una bobina, y su ecuación es:

$$\lambda = N * \phi \quad (1 - 15)$$

1.3 El Circuito magnético

Se entenderá por circuito magnético a una estructura ferromagnética acompañada de fuerzas magnetomotrices y que tiene como función principal conducir el flujo magnético. Esta estructura puede contener espacios de aires atravesados por líneas de fuerza, estos espacios se conocen como entrehierros.

Es posible determinar un circuito magnético debido a que su comportamiento esta regido por ecuaciones similares a las de un circuito eléctrico.

El modelo de circuito magnético se usa a menudo en el diseño de maquinas eléctricas y transformadores para simplificar, de otro modo, el muy complejo proceso de diseño.

En un sencillo circuito eléctrico, como el ilustrado en la figura 8(a), la fuente de voltaje V, origina una corriente I alrededor del circuito, a través de una resistencia R. La relación entre cantidades se obtiene mediante la ley de Ohm:

$$V = I * R \quad (1 - 16)$$

Analogías entre circuito eléctrico y circuito magnético:

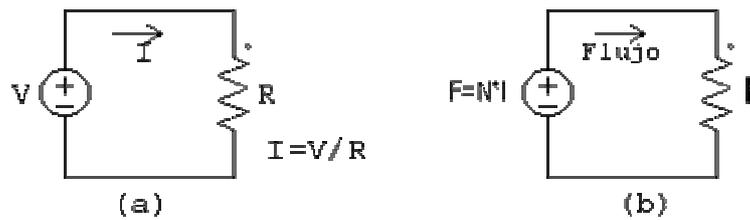


Figura 1-8. (a) Un circuito eléctrico simple. (b) El circuito magnético análogo a un núcleo de transformador.

En un circuito eléctrico, el voltaje o fuerza electromotriz es la que impulsa el flujo, en un circuito magnético se llama fuerza magnetomotriz (f.m.m), y se expresa por la siguiente ecuación:

$$F = N * i \quad (1 - 17)$$

donde:

F: Fuerza magnetomotriz, y su unidad es ampere por vuelta (Amp*V).

N: Numero de vueltas del bobinado.

I: Corriente aplicada, su unidad es el Ampere.

En un circuito eléctrico, el voltaje aplicado causa el flujo de una corriente I. De modo semejante, en un circuito magnético la fuerza magnetomotriz aplicada causa la producción de un flujo magnético Φ . La relación entre voltaje y corriente en un circuito eléctrico es la ley de ohm ($V= I * R$); de manera semejante, la relación entre fuerza magnetomotriz y flujo es:

$$F = \phi * \mathfrak{R} \quad (1 - 18)$$

donde:

ϕ : Flujo magnético en weber.

\mathfrak{R} : Reluctancia del circuito.

La reluctancia en un circuito magnético es la contraparte de la resistencia eléctrica y su unidad es Ampere-vuelta por weber (A*vuelta / weber).

Así como la resistencia de un conductor al flujo de carga (corriente) en un circuito eléctrico, se determina por la siguiente ecuación:

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad [\Omega] \quad (1-19) \quad \text{donde } \rho \text{ es la resistividad del material}$$

La reluctancia de un material a la formación de líneas de flujo magnético en el material se determina mediante la siguiente ecuación:

$$\mathfrak{R} = \frac{l}{\mu A} \quad (1-20) \quad \text{donde } \mu \text{ es la permeabilidad del material}$$

Obsérvese que la reluctancia es inversamente proporcional a la permeabilidad, mientras que la resistencia es directamente proporcional a la resistividad. Podemos ver evidentemente que los materiales de alta permeabilidad, como los ferromagnéticos, tienen reluctancias muy pequeñas.

Así como en un circuito eléctrico la conductividad es la reciproca de la resistencia, en un circuito magnético la permeancia es la reciproca de la reluctancia.

$$\rho = \frac{1}{\mathfrak{R}} \quad (1-21)$$

$$\phi = F\rho \quad (1 - 22)$$

Bajo ciertas circunstancias es más fácil trabajar con la permeancia de un circuito magnético que con su Reluctancia.

Las Reluctancias en un circuito magnético obedecen las mismas reglas a que obedecen en un circuito eléctrico.

La Reluctancia equivalente en un circuito serie es:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots \quad (1 - 23)$$

La Reluctancia en un circuito paralelo es:

$$1/R_{eq} = (1/R_1) + (1/R_2) + (1/R_3) + \dots \quad (1 - 24)$$

La Permeancia en un circuito serie o paralelo obedecen las mismas reglas que las conductividades eléctricas.

Precisión de los circuitos magnéticos

Los cálculos de flujo en el núcleo utilizando los conceptos de circuitos magnéticos, siempre son aproximados; a lo mucho tienen una precisión cercana a un 5% de la respuesta real. Hay una serie de razones para esta inexactitud:

El concepto de circuito magnético supone que todo el flujo está confinado dentro del núcleo magnético, pero esto no es totalmente cierto. La permeabilidad del Acero de un núcleo ferromagnético es de 2,000 a 60,000 veces la del aire, pero una pequeña fracción del flujo escapa hacia el poco permeable aire circundante. Este flujo fuera del núcleo se llama “flujo de dispersión” y cumple un papel importante en el diseño de la máquina eléctrica.

El cálculo de la Reluctancia supone cierto trayecto de longitud media y un área de la sección transversal del núcleo. Estos supuestos no son totalmente acertados, especialmente en las esquinas.

En los materiales ferromagnéticos, la permeabilidad varía con la cantidad del flujo ya contenido en el material. Ello agrega todavía otra fuente de error al análisis de circuitos magnéticos, puesto que las reluctancias usadas en los cálculos de los circuitos magnéticos dependen de la permeabilidad del material.

Si hay entrehierros de aire en el recorrido del flujo en el núcleo, el área efectiva del corte transversal del entrehierro de aire será mayor que el área del corte transversal del núcleo de hierro en ambos lados (ver figura 1-9).

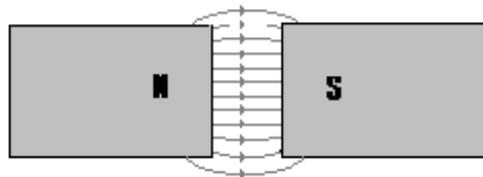


Figura 1-9. Efecto de borde de un campo magnético en un entrehierro.
Nótese el incremento del área efectiva en el entrehierro, comparada con el área de la sección transversal del metal.

Parcialmente es posible corregir estas fuentes de error utilizando un trayecto de longitud media o efectiva y el área del corte transversal en lugar de la longitud física o del área real, en los cálculos.

Hay muchas limitaciones propias al concepto de un circuito magnético, pero este es todavía una buena herramienta disponible para calcular los flujos en el diseño de máquinas prácticas. Se pueden obtener cálculos más exactos usando las ecuaciones de Maxwell, aunque depende de la complejidad del problema a resolver, pues de alguna forma es complicado su manejo y en cálculos sencillos muy poco necesarios, puesto que es preferible obtener resultados satisfactorios con el método aproximado.

1.4 Curvas de magnetización

La curva de magnetización de un material ferromagnético es aquella que representa el magnetismo en el material como función de la fuerza de magnetización.

Tabla 1-1. Formas de representar las curvas de magnetización.

Magnetismo	Fuerza de magnetización
ϕ	$N * i$
λ	i
B	H

Estas curvas se obtienen debido a que la permeabilidad de los materiales ferromagnéticos no es constante, entonces, para ilustrar el comportamiento de la permeabilidad de un material ferromagnético se aplica una corriente continua al núcleo que se ilustra en la figura 1, iniciando con 0 A y subiéndola lentamente hasta la máxima corriente permitida. Cuando el flujo producido en el núcleo se pone en contra de la fuerza magnetomotriz que lo produce, el plano resultante luce como la figura 10a. Este tipo gráfico se llama curva de saturación o curva de magnetización.

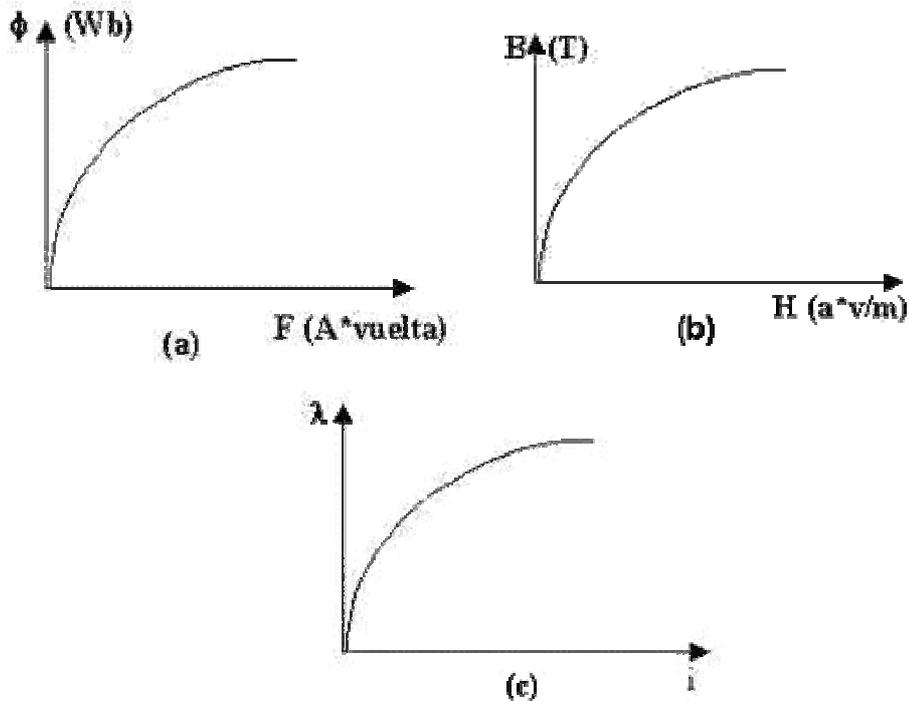


Figura 10. (a) Esquema de una curva de magnetización de corriente continua para un núcleo ferromagnético, expresada en términos de flujo magnético (ϕ) y fuerza magnetomotriz (F). (b) Curva de magnetización expresada en términos de densidad de flujo (B) e intensidad de magnetización (H). (c) Curva de magnetización expresada en términos de enlace de flujo (λ) e intensidad de corriente (i).

De la gráfica se observa que:

Al principio un pequeño aumento en la fuerza magnetomotriz produce un enorme aumento en el flujo resultante. Después de cierto punto, los subsiguientes aumentos en la fuerza magnetomotriz, producen relativamente poco aumento en el flujo. Finalmente, un aumento en la fuerza magnetomotriz casi no produce cambio alguno.

La región de la curva de magnetización en que la curva se aplana se llama región de saturación y se dice entonces que el núcleo está saturado. En contraste, la región donde el flujo cambia muy rápidamente se llama región no saturada de la curva y se dice que el núcleo no está saturado. La zona de transición entre la región no saturada y la saturada, en ocasiones se llama la "rodilla" de la curva.

En la figura 10(b) y 10(c) se muestran otros gráficos estrechamente relacionados con el anterior. El gráfico 10(b) ilustra un gráfico de densidad de flujo magnético (B) contra intensidad magnética (H). El gráfico 10(c) ilustra un gráfico de enlace de flujo (λ) contra intensidad de corriente (i).

El núcleo debe hacerse funcionar en la región no saturada de la curva de magnetización debido a que el flujo resultante debe ser proporcional, o aproximadamente proporcional, a la fuerza magnetomotriz aplicada.

Interpretación de la pendiente de la curva de magnetización:

Las tres curvas de magnetización anteriores son proporcionales (B - H; ϕ - \mathcal{F} ; λ - i) y sus pendientes tienen la siguiente interpretación.

Curva de magnetización (λ - i):

La pendiente de esta curva corresponde a la inductancia de la bobina

$$L = \frac{\lambda}{i} \quad (1 - 25)$$

Curva de magnetización (B - H):

La pendiente de esta curva corresponde a la permeabilidad magnética del material

$$\mu = \frac{B}{H} \quad (1 - 26)$$

Curva de magnetización (ϕ - Ni):

La pendiente de esta curva corresponde a la permanencia magnética del material.

$$\rho = \frac{\phi}{Ni} \quad (1 - 27)$$

1.5 Magnetismo en corriente alterna

1.5.1 Histéresis

En lugar de aplicar una corriente continua a los devanados del núcleo, ahora vamos a aplicar una corriente alterna y observar lo que sucede.

En la figura 1-11 esto es básicamente la curva de saturación. Sin embargo, cuando la corriente disminuye nuevamente, *el flujo sigue una ruta diferente de la seguida cuando la corriente se aumentó*. Cuando la corriente disminuye, el flujo en el núcleo sigue la ruta *bcd* y luego cuando la corriente aumenta nuevamente, el flujo sigue la ruta *deb*. Nótese que la cantidad de flujo presente en el núcleo depende no solamente de la cantidad de corriente aplicada a su embobinado, sino también de la historia previa del flujo en el núcleo. Esta dependencia de la historia precedente del flujo y la falla resultante para volver sobre el trazo de la trayectoria del flujo se llama *histéresis*. La trayectoria *bcdeb* trazada en la figura 1-11, mientras la corriente aplicada cambia, se llama *curva de histéresis*.

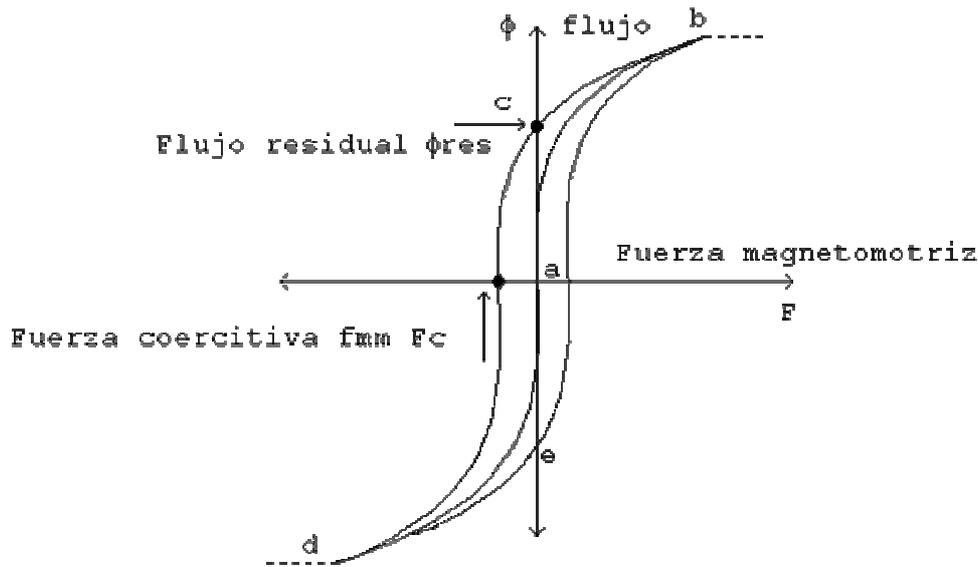


Figura 1-11: La curva de histéresis trazada por el flujo en un núcleo cuando se le aplica la corriente $i(t)$.

Nótese que si una fuerza magnetomotriz grande se aplica primero al núcleo y luego se elimina, la trayectoria del flujo en el núcleo será *abc*. Cuando la fuerza magnetomotriz se elimina, el flujo en el núcleo *no* llega a cero. En lugar de esto, un campo magnético permanece en él. Este campo magnético se denomina flujo *remanente* en el núcleo.

Es precisamente en esta forma como se producen los imanes. Para llevar el flujo hasta cero, una cantidad de fuerza magnetomotriz, conocida como la *fuerza coercitiva magnetomotriz* F_c , se debe aplicar al núcleo en la dirección opuesta.

¿Por qué ocurre la histéresis? Para entender el comportamiento de los materiales ferromagnéticos es necesario conocer algo relativo a su estructura. Los átomos de hierro y de metales similares (cobalto, níquel y algunas de sus aleaciones) tienden a tener sus campos magnéticos estrechamente alineados entre sí. Dentro del metal hay pequeñas regiones llamadas *dominios*. En cada dominio los átomos están alineados con sus campos magnéticos señalando en la misma dirección, de tal manera que cada dominio dentro del material actúa como un pequeño imán permanente. La razón por la cual un bloque entero de hierro puede parecer sin flujo es que estos numerosos y diminutos dominios se orientan desordenadamente dentro del material.

Cuando a este bloque de hierro se le aplica un campo magnético externo, produce dominios que señalan la dirección del campo y que crecen a expensas de dominios que señalan otras direcciones. Los dominios que señalan la dirección del campo magnético crecen puesto que los átomos en sus límites cambian físicamente su orientación para alinearse con el campo magnético. Los átomos extras alineados con el campo aumentan el flujo magnético en el hierro, que a su vez causa el cambio de orientación de otros átomos, aumentando en consecuencia la fuerza del campo magnético. Este efecto positivo de retroalimentación, es lo que causa que el hierro tenga una permeabilidad mucho mayor que la del aire.

Como la fuerza del campo magnético externo continúa en aumento, la totalidad de los dominios que están alineados en la dirección equivocada, eventualmente, se reorientarán como una sola unidad para alinearse con aquél. Finalmente, cuando casi todos los átomos y dominios del hierro se alinean con el campo externo, cualquier aumento posterior en la fuerza magnetomotriz puede causar solamente el mismo aumento de flujo que causaría en el espacio libre. (Una vez que todo se alinea, no puede haber más efecto de retroalimentación que fortalezca el campo). En este punto el hierro está *saturado* con el flujo.

La causa para la histéresis es que cuando el campo magnético externo se suspende, los dominios no se desordenan por completo nuevamente. ¿Por qué algunos dominios permanecen alineados? Porque reorientar los átomos en ellos requiere *energía*. Originalmente, la energía la suministró el campo magnético externo para lograr el alineamiento; cuando el campo se suspende, no hay fuente de energía que impulse los dominios a reorientarse. El trozo de hierro es ahora un imán permanente.

Una vez que los dominios están alineados, algunos de ellos permanecerán así hasta que una fuente de energía externa les sea aplicada para cambiarlos. Ejemplos de fuentes de energía externa que puedan cambiar los límites entre dominios entre los alineamientos de los dominios son la fuerza magnetomotriz aplicada en otra dirección, un choque mecánico fuerte y el calentamiento. Cualquiera de estos hechos puede suministrar energía a los dominios y posibilitar el cambio de su alineamiento. (Por esta razón un imán permanente puede perder su magnetismo si se cae, se golpea con un martillo o se calienta).

El hecho de que reorientar los dominios en el hierro requiera energía lleva a un cierto tipo de pérdida de ella en todas las máquinas y transformadores. Las *pérdidas por histéresis* en un núcleo de hierro es la energía necesaria para lograr la reorientación de los dominios durante cada ciclo de la corriente alterna aplicada a un núcleo. Se puede mostrar que el área encerrada en la curva de histéresis, formada por la aplicación de una corriente alterna al núcleo, es directamente proporcional a las pérdidas de energía en un ciclo dado de Corriente Alterna. Entre más pequeño sea el recorrido de la fuerza magnetomotriz aplicada en el núcleo, más pequeña es el área de la curva de histéresis y en la misma forma, más pequeñas las pérdidas resultantes.

Otra clase de pérdidas deben mencionarse en este punto, puesto que también la causan campos magnéticos variables en un núcleo de hierro. Estas pérdidas son las llamadas *pérdidas por corrientes parásitas*. El mecanismo de las pérdidas por corrientes parásitas se explicará más adelante, después de presentar la ley de Faraday. Ambas pérdidas, por histéresis y por corrientes parásitas, causan recalentamiento en el material del núcleo y deberán tenerse en cuenta en el diseño de cualquier máquina o transformador. Puesto que las dos ocurren dentro del metal del núcleo, generalmente se agrupan y se llaman *pérdidas del núcleo*.

1.5.2 Ley de Faraday

Hasta ahora se ha prestado atención a la producción de un campo magnético y a sus propiedades. Ya es tiempo de examinar los diferentes modos cómo un campo magnético puede afectar sus alrededores.

El primero y principal efecto que vamos a considerar se llama la ley de Faraday y es la base de la manera de operar los transformadores. La ley de Faraday establece que si un flujo pasa por una vuelta de una bobina de alambre, se inducirá un voltaje en la vuelta de alambre, proporcional a la tasa de cambio en el flujo con relación al tiempo. En forma de ecuación:

$$e_{ind} = -\frac{d\phi}{dt} \quad (1 - 28)$$

En donde e_{ind} es el voltaje inducido en la vuelta de la bobina y ϕ es el flujo que pasa por la vuelta. Si una bobina tiene N número de vueltas y el mismo flujo pasa por todas ellas, entonces el voltaje inducido a través de toda la bobina se expresa por:

$$e_{ind} = -N \frac{d\phi}{dt} \quad (1 - 29)$$

En donde:

e_{ind} = voltaje inducido en la bobina

N = número de vueltas en la bobina de alambre

ϕ = flujo que pasa a través de la bobina

El signo menos de la ecuación es una expresión de la ley *de Lenz*. Esta establece que la dirección del voltaje inducido en la bobina es tal que si sus extremos se pusieran en corto circuito, produciría una corriente que causaría un flujo para oponerse al cambio de flujo original. Puesto que el voltaje inducido se opone al cambio que lo causa, se incluye un signo menos en la ecuación.

Voltaje inducido sobre un conductor móvil en un campo magnético

Hay una tercera forma principal en la cual un campo magnético interactúa con sus alrededores. Si un alambre con una orientación apropiada se mueve a través de un campo magnético, se obtiene la inducción de un voltaje en dicho alambre. El voltaje inducido en el alambre se expresa por:

$$e_{\text{ind}} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \quad (1 - 30)$$

En donde

v = velocidad del alambre.

B = densidad de flujo magnético.

l = longitud del conductor en el campo magnético.

El vector l señala a lo largo de la dirección del alambre hacia el extremo que se supone positivo. Cuál de los dos extremos se supone positivo es completamente arbitrario. Si la suposición inicial resulta equivocada, entonces el valor del voltaje calculado resultante será negativo e indicará equivocada la selección de referencia.

El voltaje en el conductor se formará de tal manera que el extremo positivo está en la dirección del vector $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$.

1.5.3 El Efecto Joule.

Si en un conductor circula corriente eléctrica, parte de la energía cinética de los electrones se transforma en calor debido al choque que sufren con las moléculas del conductor por el que circulan, elevando la temperatura del mismo. Este efecto es conocido como efecto Joule, en honor a su descubridor el físico británico James Prescott Joule, que lo estudió en la década de 1860.

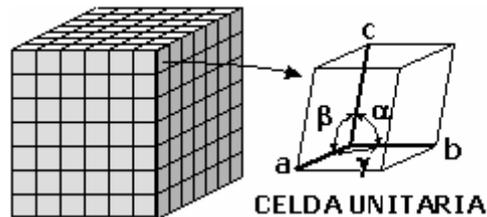


Figura 1-12. Analogía de la estructura de un sólido.

Los sólidos tienen generalmente una estructura cristalina, ocupando los átomos o moléculas los vértices de las celdas unitarias, y a veces también el centro de la celda o de sus caras. Cuando el cristal es sometido a una diferencia de potencial, los electrones son impulsados por el campo eléctrico a través del sólido debiendo en su recorrido atravesar la intrincada red de átomos que lo forma. En su camino, los electrones chocan con estos átomos perdiendo parte de su energía cinética, que es cedida en forma de calor.

Este efecto fue definido de la siguiente manera: "La cantidad de energía calorífica producida por una corriente eléctrica, depende directamente del cuadrado de la intensidad de la corriente, del tiempo que ésta circula por el conductor y de la resistencia que opone el mismo al paso de la corriente". Matemáticamente se expresa como:

$$Q = I^2 R t \quad (1 - 31)$$

Donde:

Q = energía calorífica producida por la corriente, en Joules.

I = intensidad de la corriente que circula y se mide en Amperes.

R = resistencia eléctrica del conductor y se mide en ohms.

t = tiempo el cual se mide en segundos.

Así, la potencia disipada por efecto Joule será:

$$P = I^2 R = \frac{V^2}{R} \quad (1-32)$$

donde V es la diferencia de potencial entre los extremos del conductor.

Microscópicamente, el efecto Joule se calcula a través de la integral de volumen del campo eléctrico \vec{E} por la densidad de corriente \vec{J} :

$$P = \iiint_V \vec{J} \cdot \vec{E} dV \quad (1-33)$$

1.5.4 Las corrientes eddy

Las corrientes de Foucault, corrientes parasitas o corrientes “eddy”, es un fenómeno eléctrico descubierto por el físico francés León Foucault en 1851. Son corrientes que circulan en el interior de conductores como consecuencia de campos magnéticos variables con el tiempo en los mismos. El movimiento relativo causa una circulación de electrones, o corriente dentro del conductor. Estas corrientes circulares de Foucault crean electroimanes con campos magnéticos que se oponen al efecto del campo magnético aplicado (Ley de Lenz). Mientras más fuerte sea el campo magnético aplicado, o mayor la conductividad del conductor, o mayor la velocidad relativa de movimiento; mayores son las corrientes de Foucault y los campos opositores generados.

En los núcleos de bobinas y transformadores se generan tensiones inducidas debidas a las variaciones de flujo magnético a que son sometidos. Estas tensiones inducidas son causa de que se produzcan corrientes parásitas en el núcleo (llamadas corrientes de Foucault), que no son óptimas para la buena eficiencia eléctrica de estos. Las corrientes de Foucault crean pérdidas de energía a través del efecto Joule. Más precisamente, las corrientes de Foucault transforman formas útiles de energía, como la energía cinética, en calor, lo cual generalmente es mucho menos útil. A su vez disminuyen la eficiencia de muchos dispositivos que usan campos magnéticos variables (como ejemplo pueden ser transformadores de núcleo de hierro y motores eléctricos). Estas pérdidas son minimizadas utilizando núcleos con materiales magnéticos que tengan baja conductividad eléctrica (como por ejemplo ferrita) o utilizando las conocidas laminas de material magnético. Los electrones no pueden atravesar la capa aisladora entre los laminados y por lo tanto no pueden circular en arcos abiertos. Se acumulan cargas en los extremos del laminado, en un proceso análogo al efecto Hall, produciendo campos eléctricos que se oponen a una mayor acumulación de cargas y a su vez eliminando las corrientes de Foucault. Mientras mas corta sea la distancia entre laminados adyacentes (por ejemplo, mientras mayor sea el número de laminados por unidad de área, perpendicular al campo aplicado), mayor será la eliminación de las corrientes de Foucault.

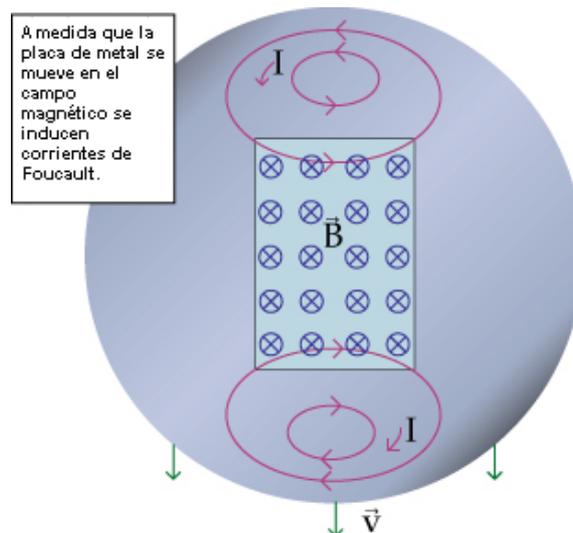


Figura 1-13. A medida que la placa metálica circular se mueve a través de una pequeña región de campo magnético constante entrante a la imagen, las corrientes de Foucault son inducidas en ésta. La dirección de esas corrientes está determinada por la Ley de Lenz.

1.5.5 El efecto piel.

Gran parte de las pérdidas indeterminadas en los transformadores son debidas a las corrientes parásitas inducidas (eddy) en las componentes de acero estructural y el tanque. La siguiente ecuación muestra en forma general el “efecto piel” en un conductor, donde δ es la penetración de campo, ω es la frecuencia angular $\omega=2\pi f$, μ es la permeabilidad y σ es la conductividad del material.

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \quad (1-34)$$

Para el acero al carbón a 60 Hz, la profundidad de penetración de campo es del orden de 2.0 mm.

Las corrientes de eddy se concentran cerca de la superficie del conductor, decayendo rápidamente en forma exponencial pasado δ . El valor de δ será más pequeño cuando la frecuencia se incremente.

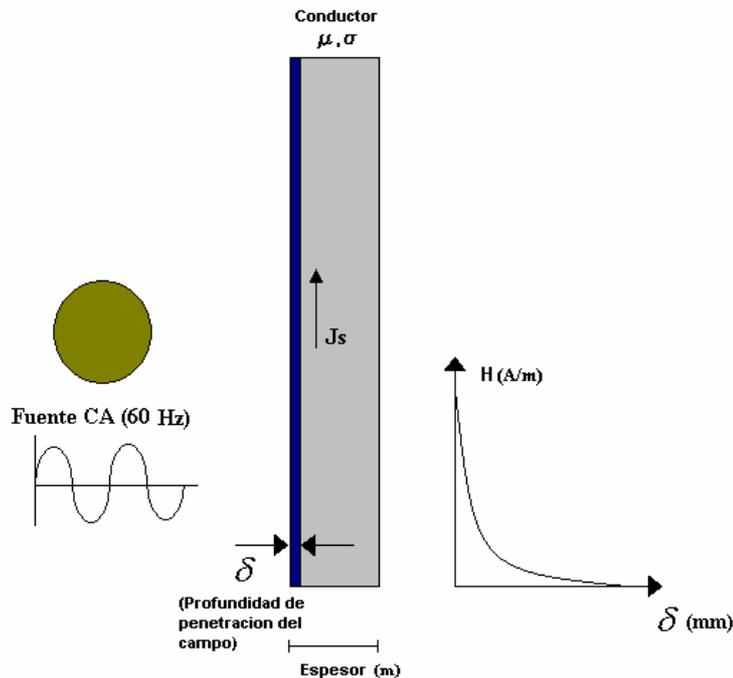


Figura 1-14 Las corrientes parásitas (eddy) se concentran dentro del conductor, decayendo Exponencialmente pasado δ (en dirección normal a la superficie).

Por ejemplo, las partes metálicas hechas de acero al carbón, el cual como puede verse en la tabla tiene relativamente una alta conductividad eléctrica, implica que la penetración de campo δ es muy pequeña en relación al espesor total del material.

Por lo tanto, para placas de acero al carbón con grandes espesores e influidos por un campo magnético, puede asumirse que las pérdidas que generen en este material están prácticamente distribuidas sobre la superficie.

Tabla 1-2. Comparación de materiales con diferente profundidad de campo.

Material	μ_r	σ (S/m)	δ (mm)	δ (in)
Acero al Carbon	200	4.00E+06	2.3	0.091
Acero Inoxidable	1	1.10E+06	61.9	2.437
Acero al Silicio	5000	2.00E+06	0.6	0.024
Aluminio	1	3.80E+07	10.5	0.413
Cobre	1	5.80E+07	8.5	0.336

1.6 Las ecuaciones de Maxwell

Las ecuaciones de Maxwell describen todos los fenómenos electromagnéticos conocidos. Las formas integral y diferencial de estas ecuaciones son presentadas a continuación:

Ley de Ampere: Describe la relación entre el campo eléctrico y las corrientes eléctricas (de conducción y desplazamiento). Es decir, la integral de línea alrededor de cualquier trayectoria cerrada se determina mediante la suma de las corrientes de conducción y la variación del flujo eléctrico a través de cualquier superficie limitada por esa trayectoria

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad ; \quad \oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{A} + \frac{\partial}{\partial t} \int_A \vec{D} \cdot d\vec{A} \quad (1 - 35)$$

Ley de Faraday: Describe la relación entre un campo eléctrico y un flujo magnético variable. La integral de línea del campo eléctrico alrededor de cualquier trayectoria cerrada es igual a la razón de variación en el tiempo del flujo magnético a través de cualquier área superficial limitada por esta trayectoria:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad ; \quad \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (1 - 36)$$

Ley de continuidad del campo magnético: El flujo magnético a través de una superficie cerrada es siempre cero.

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad ; \quad \oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (1 - 37)$$

Ley de Gauss: El flujo neto a través de cualquier superficie cerrada es igual a la carga neta que se encuentra dentro de ella.

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad ; \quad \oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = \int_V \rho dV \quad (1 - 38)$$

Además de las cuatro ecuaciones anteriores es necesario mencionar las relaciones constitutivas que describen las características del medio donde se encuentran estos campos. Para materiales lineales isotrópicos y homogéneos tenemos:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (1 - 39)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (1 - 40)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (1 - 41)$$

Donde:

- H = Intensidad de campo magnético [A/m]
- J = densidad de corriente de conducción [A/m²]
- B = densidad de campo magnético [T]
- E = intensidad de campo eléctrico [V/m]
- D = densidad de flujo eléctrico [C/m²]
- μ = permeabilidad magnética [H/m]
- ρ = densidad de carga volumétrica [C/m³]
- ε = permitividad eléctrica [F/m]

Además del campo electromagnético completo descrito anteriormente, existen varios tipos de campos que pueden verse como casos especiales de campo (más simples). Esta separación se hace con fines de simplicidad para no arrastrar en las ecuaciones ciertas variables que no influyen en ciertas condiciones.

Campos cuasi-estacionarios.

En este caso se consideran inexistentes las corrientes de desplazamiento lo cual implica que no existen fenómenos de radiación y propagación de ondas.

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{D} = 0 \quad (1 - 42)$$

Este tipo de problemas se conocen también como problemas de “**corrientes eddy**”. Son casos en donde las regiones de solución son materiales conductores y/o materiales ferromagnéticos operando a bajas frecuencias (desde 10 Hz hasta unos cuantos kHz). Las ecuaciones de Maxwell simplificadas para este caso especial son las ecuaciones (1 - 43) a (1- 45).

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J} \quad ; \quad \oint_l \bar{H} \cdot d\bar{l} = \int_A \bar{J} \cdot d\bar{A} \quad (1 - 43)$$

$$\nabla \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \quad ; \quad \oint_l \bar{E} \cdot d\bar{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_A \bar{B} \cdot d\bar{A} \quad (1 - 44)$$

$$\nabla \cdot \bar{D} = \rho \quad ; \quad \oint_A \bar{D} \cdot d\bar{A} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV \quad (1 - 45)$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0 \quad ; \quad \oint_A \bar{B} \cdot d\bar{A} = 0 \quad (1 - 46)$$

Es posible demostrar que la ecuaciones para el campo cuasi-estacionario pueden expresarse como las conocidas ecuaciones de difusión (1 - 47, 1 - 48).

$$\nabla \times \bar{H} = \mu\sigma \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} \quad (1 - 47)$$

$$\nabla \times \bar{E} = \mu\sigma \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \quad (1 - 48)$$

El modulo de cálculo de corrientes de eddy del programa de elemento finito utilizado asume que todas las cantidades electromagnéticas dependientes del tiempo tienen la forma:

$$F(t) = F_m \cos(\omega t + \theta) \quad (1 - 49)$$

Utilizando la identidad de Euler:

$$e^{j\omega} = \cos \omega + j \text{sen} \omega \quad (1 - 50)$$

Haciendo $\alpha = \omega t + \theta$, tenemos que $F(t)$ es la parte real de $e^{j(\omega t + \theta)}$

$$F(t) = \text{Re}[F_m e^{j(\omega t + \theta)}] = \text{Re}[F_m (\cos(\omega t + \theta) + j \text{sen}(\omega t + \theta))] = F_m \cos(\omega t + \theta) \quad (1 - 51)$$

Ahora, puesto que cada cantidad variable en el tiempo tiene la forma $F_m e^{j\alpha} e^{j\omega t}$ tenemos que $\frac{\partial D}{\partial t}$ y $\frac{\partial B}{\partial t}$ son iguales a $j\omega D$ y $j\omega B$

De esta forma utilizando las ecuaciones (1 - 39), (1 - 40) y (1 - 41) las ecuaciones de Maxwell se reducen a:

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} \bar{B} = (\sigma \bar{E} + j\omega \varepsilon \bar{E}) \quad (1 - 52)$$

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega \bar{B} \quad (1 - 53)$$

$$\nabla \cdot \varepsilon \bar{E} = \rho \quad (1 - 54)$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0 \quad (1 - 55)$$

Relación entre el campo eléctrico y campo magnético.

El simulador realmente calcula \bar{A} (vector de potencial vectorial magnético) el cual esta definido por la ecuación (1 - 56).

$$\nabla \times \bar{A} = \bar{B} \quad (1 - 56)$$

Substituyendo (1 - 56) en (1 - 52):

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} (\nabla \times \bar{A}) = (\sigma \bar{E} + j\omega \varepsilon \bar{E}) \quad (1 - 57)$$

La solución para \bar{E} en términos del \bar{A} es:

$$\bar{E} = -j\omega \bar{A} - \nabla \Phi \quad (1 - 58)$$

Donde Φ es el potencial escalar eléctrico. Substituyendo el lado derecho de la ecuación (1 - 58) en (1 - 57) nos lleva a:

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} (\nabla \times \bar{A}) = (-j\omega \bar{A} - \nabla \Phi)(\sigma + j\omega \varepsilon) \quad (1 - 59)$$

Que es la primera ecuación que se utiliza para determinar \bar{A} y Φ .

Relación de la corriente y la densidad de corriente:

En la ecuación (1 - 60) tenemos una conductividad compleja $(\sigma + j\omega \varepsilon)$ multiplicada por \bar{E} . El resultado de esta multiplicación es la densidad de corriente compleja J . Por lo que integrando esta expresión sobre la sección transversal del conductor obtendremos la corriente total (I_T) circulando en el conductor.

$$I_T = \int_s J dS = \int_s \frac{1}{\mu} (\sigma + j\omega \varepsilon) (-j\omega \bar{A} - \nabla \Phi) dS \quad (1 - 60)$$

Esta es la segunda ecuación utilizada para el cálculo de \bar{A} y Φ .

Las componentes de la corriente I_T en la ecuación (1 - 60) es la corriente que se especifica como fuente de excitación en el problema. Dicha corriente esta compuesta de las siguientes componentes:

$$I_s = \text{La corriente de la fuente externa} = - \int \sigma \nabla \Phi$$

$$I_e = \text{La corriente eddy inducida} = - \int j\omega \sigma \bar{A}$$

$$I_d = \text{La corriente de desplazamiento} = \int j\omega\epsilon(-j\omega\bar{A} - \nabla\Phi)$$

La corriente I_s es debida a las diferencias de potencial eléctrico, I_e es la corriente inducida debido a la acción de los campos magnéticos variables en el tiempo e I_d es la corriente de desplazamiento debida a los campos eléctricos variables en el tiempo. El término $j\omega$ en las dos últimas indica su dependencia con la frecuencia.

Para el caso de una simulación en 2D, el programa asume que las corrientes circulan solamente con componente en el eje Z restringiendo de esta forma a que solo exista la componente z de \bar{A} .

Campos estacionarios.

En este tipo de campo no existen variaciones con respecto al tiempo, esto es, además de que no existen corrientes de desplazamiento, tampoco hay inducción electromagnética. Sin embargo, la circulación de corriente de conducción si se considera. Las ecuaciones de Maxwell simplificadas para este caso son:

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J} \quad ; \quad \oint_l \bar{H} \cdot d\bar{l} = \int_A \bar{J} \cdot d\bar{A} \quad (1 - 61)$$

$$\nabla \times \bar{E} = 0 \quad ; \quad \oint_l \bar{E} \cdot d\bar{l} = 0 \quad (1 - 62)$$

$$\nabla \cdot \bar{D} = \rho \quad ; \quad \oint_A \bar{D} \cdot d\bar{A} = 0 \quad (1 - 63)$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0 \quad ; \quad \oint_A \bar{B} \cdot d\bar{A} = 0 \quad (1 - 64)$$

Campos electroestáticos

Es cuando existe un campo eléctrico y tal vez cargas electroestáticas. No existen campos magnéticos, no hay variaciones con el tiempo y no existe circulación de corriente eléctrica. Las ecuaciones de Maxwell para este caso son:

$$\nabla \times \bar{E} = 0 \quad ; \quad \oint_l \bar{E} \cdot d\bar{l} = 0 \quad (1 - 65)$$

$$\nabla \cdot \bar{D} = \rho \quad ; \quad \oint_A \bar{D} \cdot d\bar{A} = \int_V \rho dV \quad (1 - 66)$$

En base a la ley de gauss (ecuación 1 - 66) y puesto que $\bar{E} = \epsilon_r \epsilon_0 E$, es posible escribir:

$$\nabla \epsilon_r \epsilon_0 E = \rho \quad (1 - 67)$$

Para un campo estático $E = -\nabla\phi$; por lo que la ecuación para el campo electrostático se puede escribir como:

$$\nabla \cdot (\epsilon_r \epsilon_0 \nabla\phi) = -\rho \quad (1 - 68)$$

Que es la ecuación a resolver por algún programa de elemento finito.

Campos magnetoestáticos

Solamente existe un campo magnético (no hay campo eléctrico) ni variaciones con respecto al tiempo. Las ecuaciones de Maxwell en este caso se simplifican a:

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0 \quad ; \quad \oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (1 - 69)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad ; \quad \oint_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (1 - 70)$$

Propagación de ondas

En este fenómeno generalmente se desprecia la corriente de conducción y solamente se considera el efecto de la corriente de desplazamiento (es decir que la corriente solo circula por los dieléctricos). Las ecuaciones resultantes son aplicadas normalmente a fenómenos de alta frecuencia.

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad ; \quad \oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \frac{\partial}{\partial t} \int_A \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} \quad (1 - 71)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad ; \quad \oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \quad (1 - 72)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad ; \quad \oint_A \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = \int_V \rho dV \quad (1 - 73)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad ; \quad \oint_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (1 - 74)$$

1.7 Materiales Ferromagnéticos

Los materiales ferromagnéticos, compuestos de hierro y sus aleaciones con Cobalto, Tungsteno, Níquel, Aluminio y otros metales, son los materiales magnéticos más comunes y se utilizan para el diseño y constitución de núcleos de los transformadores y maquinas eléctricas. En un transformador se usan para maximizar el acoplamiento entre los devanados, así como para disminuir la corriente de excitación necesaria para la operación del transformador. En las maquinas eléctricas se usan los materiales ferromagnéticos para dar forma a los campos, de modo que se logren hacer máximas las características de producción de par. Estos materiales han evolucionado mucho con el paso del tiempo lo que implica más eficiencia, reducción de volúmenes y costo, en el diseño de transformadores y maquinas eléctricas.

Los materiales ferromagnéticos poseen las siguientes propiedades y características que se detallan a continuación.

a) Propiedades de los materiales ferromagnéticos.

- Aparece una gran inducción magnética al aplicarle un campo magnético.
- Permiten concentrar con facilidad líneas de campo magnético, acumulando densidad de flujo magnético elevado.
- Se utilizan estos materiales para delimitar y dirigir a los campos magnéticos en trayectorias bien definidas.
- Permite que las maquinas eléctricas tengan volúmenes razonables y costos menos excesivos.

b) Características de los materiales ferromagnéticos.

Los materiales ferromagnéticos se caracterizan por uno o varios de los siguientes atributos:

- Pueden imanarse mucho más fácilmente que los demás materiales. Esta característica viene indicada por una gran permeabilidad relativa μ / μ_r .
- Tienen una inducción magnética intrínseca máxima B_{max} muy elevada.
- Se imanán con una facilidad muy diferente según sea el valor del campo magnético. Este atributo lleva una relación no lineal entre los módulos de inducción magnética (B) y el campo magnético (H).
- Un aumento del campo magnético (H) les origina una variación de flujo diferente de la variación que originaría una disminución igual de campo magnético. Este atributo indica que las relaciones que expresan la inducción magnética y la permeabilidad (μ) como funciones del campo magnético, no son lineales ni uniformes.
- Conservan la imanación cuando se suprime el campo magnético.
- Tienen tendencia a oponerse a la inversión del sentido de la imanación una vez imanados.

Composición de los Aceros Eléctricos

Los aceros eléctricos laminados son producidos para cumplir con especificaciones de propiedades magnéticas más que con una composición química específica. Las características magnéticas son de primera importancia y dependen del procesado, así como de la composición química. Sin embargo, para indicar las variedades de materiales del núcleo y mostrar como son generalmente clasificados de acuerdo a su composición, en la tabla 1-2 se enlistan los análisis químicos típicos de algunos de estos materiales.

Tabla 1-3. Composición Aproximada de Aceros Eléctricos ARMCO Laminados*
(Después del Recocido Final)

Designación ARMCO	Descripción de Material	Composición, %				
		C	Mn	P	S	Si
M-45	Acero Bajo en Silicio	.01	.15	.03	.005	1.6
M-22	Acero con Silicio Medio	.01	.15	.01	.005	2.0
M-15	Acero Alto en Silicio	.005	.15	.01	.005	2.7
M-4	Acero al Silicio de Grano Orientado	.003	.07	.01	.001	3.1

*Estas composiciones son meramente ilustrativas pero son útiles para diferenciar estos grados de otras aleaciones ferrosas. Las especificaciones químicas no son aceptables para ordenar acero eléctrico. Elementos diferentes a los listados están usualmente presentes en cantidades relativamente pequeñas.

El silicio es el elemento de aleación primario en los aceros eléctricos. Este se agrega porque incrementa la resistividad cúbica del acero y por tanto reduce la componente de corriente de eddy de las pérdidas en el núcleo. El silicio es más efectivo en este respecto que cualquier otro que pueda ser agregado de manera práctica. El silicio tiene un beneficio adicional al afectar la estructura del grano del acero proporcionando así una mejora en las pérdidas en el núcleo mediante la reducción de la componente de histéresis en aceros eléctricos no orientados. Adicionalmente, deben mantenerse ciertos niveles de silicio para evitar un cambio de fase y así ayudar al proceso de orientación de los cristales en aceros eléctricos orientados.

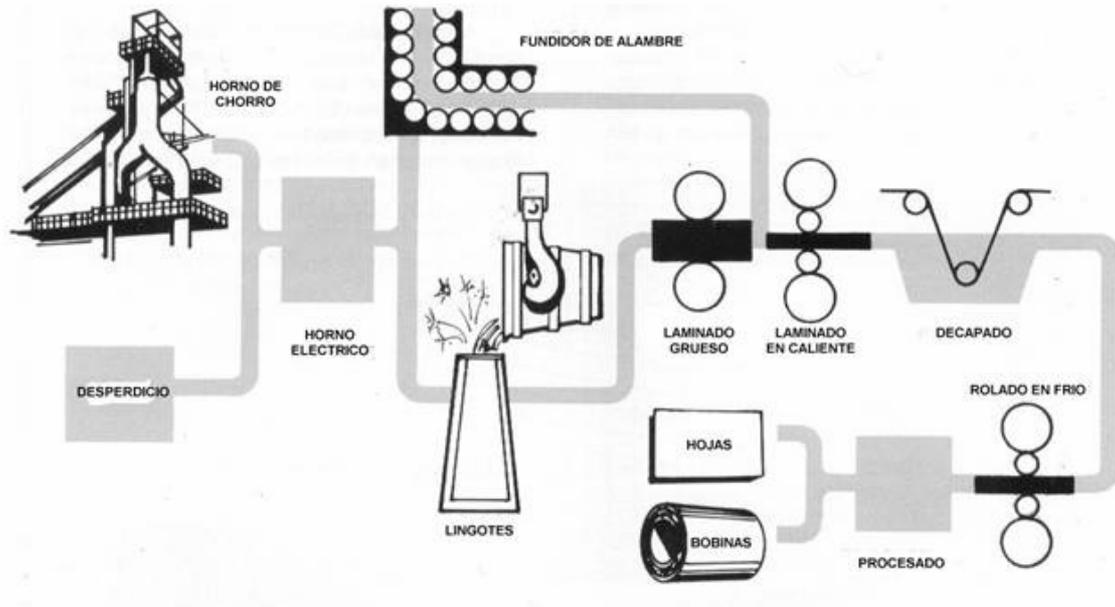


Figura 1-15 Proceso de manufactura del acero eléctrico.

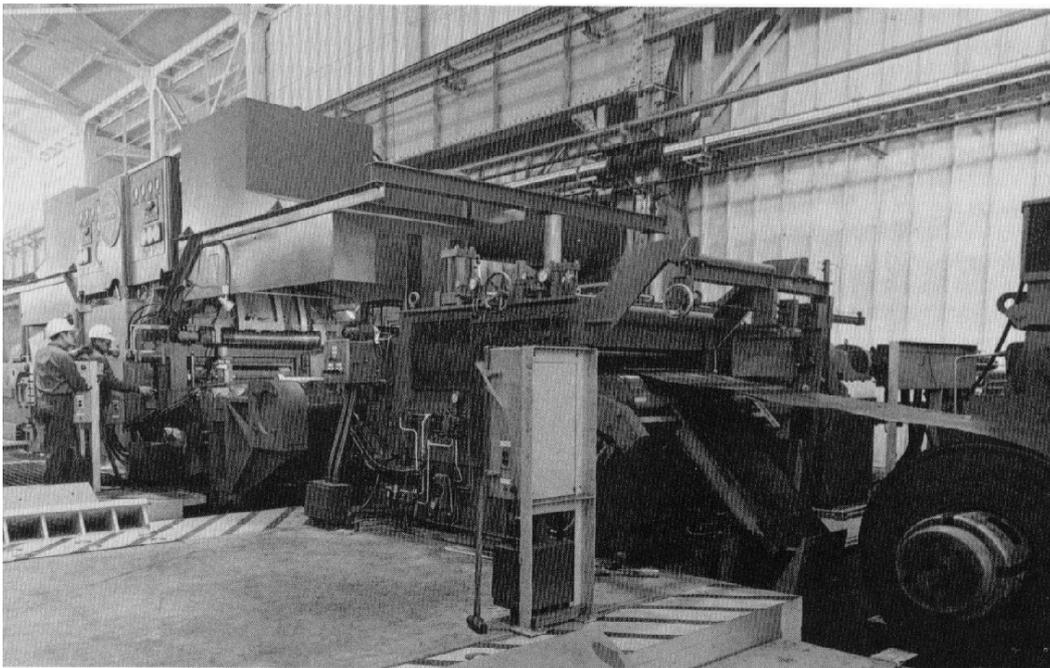


Figura 1-16. Proceso de Fabricación del Acero eléctrico. Figura 15. Una laminadora Sendzimir de 44 pulgadas es la primera de su tipo en EEUU diseñada específicamente para la producción de Aceros Eléctricos Armco No Orientados.

Dependiendo del tipo de producto, los otros elementos de aleación principales agregados al acero eléctrico son el aluminio y el manganeso. Cada uno de estos usualmente se agrega en cantidades menores al 1.0% y la mayor parte entre 0.1 y 0.5%. Estos elementos son agregados principalmente por su efecto metalúrgico más que por cualquier efecto físico tal como la resistividad cúbica. Afectan también favorablemente a la estructura del grano del acero y de este modo contribuyen a reducir la componente de histéresis de las pérdidas en el núcleo.

Otros elementos están presentes en los aceros eléctricos pero son esencialmente impurezas y se encuentran solo en cantidades residuales. El carbón es un elemento que cambia en contenido del que está

presente en la fusión contra el del producto final. Se aplican tratamientos térmicos especiales durante el procesamiento en la laminadora para bajar el contenido de carbón del material totalmente procesado a valores muy bajos. Esta remoción de carbón ocurre durante el recocido, por el cliente, de grados no orientados semi-procesados. En el caso de los aceros de grano orientado, impurezas tales como el azufre y el nitrógeno son requeridos inicialmente para ayudar a desarrollar la orientación final de los cristales, pero estos elementos son luego removidos en el recocido final en el tren de laminado.

Ya que la calidad magnética del acero eléctrico es una función del análisis químico y del procesamiento en la laminadora, existe algún traslape de los grados como se muestra en la Tabla 2. Sin embargo, las pérdidas en el núcleo varían con el contenido de silicio; un incremento de silicio produce un grado mejorado en pérdidas en el núcleo, pero da como resultado una disminución de la permeabilidad a inducción alta.

Grados No Orientados. El término "orientado", cuando se utiliza en conjunto con aceros eléctricos, se refiere a una estructura de cristales con propiedades magnéticas que son materialmente mejores en una dirección dada. Algunos aceros al silicio no son intencionalmente orientados y pueden llamarse aceros no orientados. En realidad, ya que la gran proporción del trabajo mecánico del acero es en una dirección, estos materiales asumen alguna direccionalidad de los cristales. Sin embargo, las diferencias en propiedades magnéticas medidas en la dirección del rolado contra las medidas en una dirección en ángulo recto respecto al rolado es relativamente menor en los grados no orientados.

Para fines prácticos, los Aceros Eléctricos ARMCO, desde grados M-15 hasta M-47, son materiales no orientados. En otras palabras, sus propiedades magnéticas con respecto a la dirección del rolado son principalmente aleatorias. En aplicaciones tales como laminaciones para motores, donde el flujo puede circular en cualquier dirección y en muchas otras aplicaciones donde el costo de producir la parte es de vital importancia, los grados no orientados proporcionan un desempeño satisfactorio.

Para proporcionar una gama efectiva de estos materiales que cumpla con las necesidades variadas de fabricantes de equipo eléctrico, se producen grados no orientados tanto en condiciones de totalmente procesado como de semi-procesado. Ver tabla 1-4 para una lista completa.

Tabla 1-4. Aceros Eléctricos ARMCO No Orientados

Grado Armco II	Totalmente Procesado (FP)
	Semi-Procesado (SP)
DI-MAX M - 15	FP
DI-MAX M - 19	FP
DI-MAX M - 22	FP
DI-MAX M - 27	FP
DI-MAX M - 36	FP
DI-MAX M - 43	FP,SP
DI-MAX M - 45	FP,SP
DI-MAX M - 47	FP,SP

Aceros Eléctricos Orientados.-El conocimiento de la tremenda mejora en las propiedades magnéticas disponible a partir de un alto grado de orientación de cristales estuvo al alcance por muchos años antes de que se lograra obtener una textura preferente del cristal en acero al silicio al 3%. El mayor adelanto llegó cuando experimentadores emplearon métodos de rolado en frío en vez de rolado en caliente y se obtuvo como resultado una orientación de grano diferente, llamada "Cubo Sobre Arista".

La característica sobresaliente del acero eléctrico de grano orientado es su fuerte direccionalidad magnética. Tanto las pérdidas en el núcleo como la permeabilidad varían marcadamente, dependiendo de la dirección del flujo magnético en relación a la dirección en la cual fue rolado el metal. Por ejemplo, bajo ciertas condiciones, la diferencia en las corrientes de excitación para una dirección favorable y una desfavorable en acero de grano orientado puede ser más de 20 veces mayor que la diferencia en aceros no orientados convencionales.

Usualmente, las aleaciones de acero al silicio orientado contienen aproximadamente el 3.1% de silicio. Si el silicio es mucho menor, las pérdidas por corrientes de eddy (y, como resultado, las pérdidas en el núcleo) en el espesor deseado serán demasiado altas. Si el contenido de silicio es mucho mayor, el metal tiene poca ductilidad. Un alto contenido de silicio también reduce la densidad de saturación, requiriendo por tanto una corriente de excitación más alta a una densidad de flujo alta y limitando la inducción de operación.

Los aceros eléctricos de grano orientado son producidos mediante un procesamiento cuidadosamente controlado de metal de composiciones específicas. Subsecuentemente a un rolado inicial en caliente, el procesamiento usualmente involucra dos etapas de reducción en frío con un recocido intermedio. Durante el rolado, los cristales o granos son elongados y su orientación es alterada. Durante el recocido final en la laminadora se recrystalizan, y algunos cristales crecen en tamaño a expensas de cristales más pequeños, creando una orientación Cubo Sobre Arista. Los cristales del metal en el producto final son suficientemente grandes para ser vistos fácilmente a simple vista, pero han perdido su forma alargada y no revelan ya la dirección de rolado.

La orientación final de los cristales puede representarse mediante un cubo con cuatro de sus aristas paralelas a la dirección del rolado y las ocho aristas restantes a 45 grados de la superficie de la hoja. Esto se ilustra en la Figura 1-17. Ya que los cristales son magnetizados más fácilmente en una dirección paralela a las aristas del cubo, las propiedades magnéticas de los aceros orientados son mejores en la dirección paralela a la dirección del rolado.

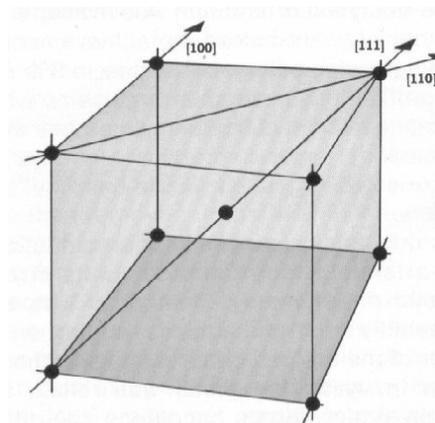


Figura 1-17. La permeabilidad magnética de las aleaciones de acero varía dependiendo de la dirección del flujo con respecto a la estructura atómica básica del acero, cúbica centrada en el cuerpo. La mejor permeabilidad está en la dirección de las aristas del cubo [100], como se ilustra.

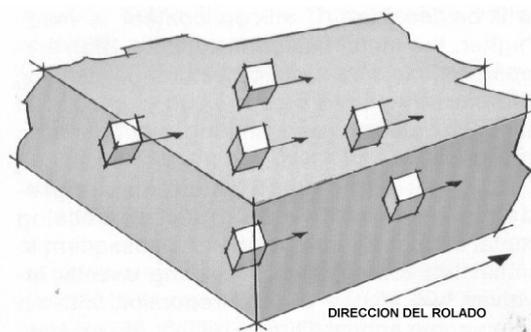


Figura 1-18. Este esquema muestra como el cristal o estructura básica esta alineado en los aceros eléctricos de grano orientado. La dirección del cubo para mejor permeabilidad (ver Figura 1-17) está fuertemente orientada en la dirección del rolado.

Los diseñadores ahora especifican acero eléctrico de grano orientado, tal como M-3, M-4, M-5, M-6 y TRAN-COR H-1 y H-2, para una muy grande proporción de todos los transformadores de distribución y de potencia.

La razón para la intensiva demanda de aceros eléctricos de grano orientado fue la notable oportunidad que estos aceros brindaron para reducir el tamaño de los núcleos magnéticos en aparatos eléctricos, reduciendo así la cantidad de otros materiales requeridos. Los factores relacionados que expandieron la aplicación de esta clase de acero eléctrico incluyen los siguientes:

1. La permeabilidad a altas densidades de flujo es mejorada mientras que se reducen las pérdidas en el núcleo. Esto en contraste con la mejora de los grados no orientados, donde las mejoras en pérdidas en el núcleo usualmente son acompañadas por una menor permeabilidad a densidades de flujo altas.
2. La economía de la producción y transmisión de energía justifica el diseño de aparatos más eficientes utilizando mejores materiales de núcleo, especialmente con la crecientemente pesada demanda para conservación de energía a través de equipo energéticamente más eficiente.
3. Con acero de grano orientado el costo del núcleo generalmente no se incrementa, aunque el precio por peso unitario de material de núcleo es más alto. De hecho, el costo de un transformador de diseño aceptable y una capacidad dada es casi siempre más bajo con el acero de grano orientado.
4. Los transformadores con núcleos de acero orientado son decididamente más pequeños que los de la misma capacidad, hechos de acero al silicio convencional. Esto reduce el costo de manejo e incrementa la capacidad en kVA de transformadores de distribución que puedan montarse en un solo poste de la compañía eléctrica. Los aceros orientados también incrementan grandemente la capacidad de potencia de los transformadores más grandes que puedan económicamente fabricarse y embarcarse.
5. En generadores grandes de dos polos con núcleos adecuadamente segmentados, mucho del flujo del yugo fluye paralelo a la mejor dirección magnética. Esto da como resultado una considerable reducción de la trayectoria magnética. El acero orientado es algunas veces especificado para laminaciones que forman una sección del yugo desde la cual se extienden los dientes. Esto es una ventaja en muchos casos aunque el flujo magnético circula en una dirección desfavorable en los dientes. Como los dientes son relativamente cortos, los ampere-vueltas requeridos para ellos pueden mantenerse razonablemente pequeños.

d) Aislamiento entre láminas

Determinación de una resistencia de aislamiento requerida.- Una resistencia de aislamiento requerida teóricamente puede calcularse en base a parámetros de diseño. Puede calcularse tomando en consideración la tensión inducida, las pérdidas de energía interlaminares, el número de laminaciones en el núcleo, y el área de una laminación. Sin embargo, este valor teórico de la resistencia de aislamiento requerida debe considerarse sólo como la identificación del rango general de la resistencia requerida. Las presiones en el núcleo, y las trayectorias de resistencia, usualmente no pueden determinarse o controlarse lo suficientemente bien como para darle valor a dichas resistencias determinadas teóricamente en el trabajo de diseño.

A pesar de las dificultades para determinar con precisión la resistencia de aislamiento superficial requerida, el problema no puede resolverse utilizando más aislamiento para estar seguro de que la resistencia es adecuada. Más resistencia de aislamiento que la suficiente no consigue una reducción significativa en las pérdidas totales si la componente interlaminar de pérdidas ya es esencialmente cero. Adicionalmente, un aislamiento más grueso de lo necesario da como resultado un factor de laminación pobre. Si esto no se considera en el diseño, se incrementará la densidad de flujo de operación real en el acero del núcleo y puede causar un incremento excesivo de la corriente de excitación.

En la práctica, se emplea un enfoque empírico al problema. Diseñadores experimentados llegaron a una aproximación de la resistencia superficial necesaria, basados en lo que ha probado ser satisfactorio con cierta práctica de fabricación, ajustando luego por el tamaño y la capacidad del aparato propuesto. Debido a la multiplicidad de variables, el pilar de guía más confiable del diseñador en diseños críticos es la experiencia práctica.

La selección de la resistencia de aislamiento necesaria por este método no es tan difícil como parece. Años de experiencia en producción han establecido que ciertos aislamientos proporcionan resistencia satisfactoria para diseños y tipos específicos de aparatos. Así, la selección preliminar de un tipo general de valores de resistencia de aislamiento puede usualmente hacerse bastante rápidamente. Una delineación adicional de recubrimientos, o la especificación de la resistencia, depende de los requisitos de cada diseño. Es necesario un análisis de los requisitos de diseño pertinentes y una evaluación de todos los factores de diseño y fabricación conforme apliquen al aparato específico.

Tabla 1-5. Tipos de Resistencia de Aislamiento Superficial y Aplicaciones Típicas

Designación AISI del Aislamiento	Descripción	Aplicaciones Típicas
C-0	La superficie de óxido natural que ocurre en acero al silicio rolado en plano que proporciona una ligera pero efectiva capa aislante suficiente para la mayoría de núcleos pequeños y soportará el recocido para alivio de esfuerzos normal de núcleos terminados controlando la atmósfera para que sea más o menos oxidante para la superficie.	Motores fraccionarios, piezas de polos y relevadores, pequeños transformadores de potencia y reactores para comunicaciones.
C-2	Un aislamiento inorgánico que consiste de una película parecida al vidrio que se forma durante el recocido con hidrógeno a alta temperatura en acero al silicio de grano orientado como resultado de la reacción de un recubrimiento aplicado de MgO y silicatos en la superficie del acero. Este aislamiento está destinado para núcleos enfriados por aire o sumergidos en aceite. Soportará temperaturas de recocido para alivio de esfuerzos y tiene suficiente resistencia interlaminar para núcleos devanados de tira de ancho angosto tales como los usados en núcleos de transformadores de distribución. No está destinada para laminaciones troqueladas debido a la naturaleza abrasiva del recubrimiento.	Núcleo devanado, dispositivos a la frecuencia de la red, transformadores de distribución, reactores saturables y amplificadores magnéticos grandes.
C-3 (Core Plate Armco No. 3)	Un recubrimiento de esmalte o barniz destinado para núcleos enfriados por aire o sumergidos en aceite. La resistencia interlaminar proporcionada por este recubrimiento es superior a la del recubrimiento tipo C-1 que es usado principalmente como un lubricante de dado. El recubrimiento C-3 además mejora la facilidad de troquelado; es resistente a temperaturas de operación normales; pero no soportará el recocido para alivio de esfuerzos.	Transformadores medianos de potencia y distribución enfriados por aire; maquinas rotatorias medianas, de operación continua, de alta eficiencia. Pueden ser enfriadas por aceite.
C-4 (Core Plate Armco No. 4)	Una superficie químicamente tratada o fosfatada destinada para núcleos enfriados por aire o sumergidos en aceite que requieren niveles moderados de resistencia de aislamiento. Soportará el recocido para alivio de esfuerzos y servirá para promover la facilidad de punzonado.	Aplicaciones que requieran aislamiento similar a C-3 y un recocido para alivio de esfuerzos. Usado extensamente para pequeñas laminaciones troqueladas que requieran resistencia más alta que la proporcionada por óxidos de recocido.
C-5 (CARLITE 3 ARMCO)	Un aislamiento inorgánico similar al C-4 pero con rellenos cerámicos adicionados para mejorar la resistencia interlaminar. Es aplicado típicamente sobre el recubrimiento de C-2 en acero al silicio de grano orientado. Como el C-2, soportará el recocido para alivio de esfuerzos en una atmósfera neutral o ligeramente reducida.	Principalmente destinado para núcleos enfriados por aire o sumergidos en aceite que utilizan laminaciones cortadas y operan a altos volts por vuelta. También encuentra aplicación en aparatos que requieren altos niveles de resistencia interlaminar.
ARMCO Anti-Adherente (sin Designación AISI)	Un aislamiento inorgánico similar al C-4	Un tratamiento superficial superior que proporciona calidad magnética mejorada y protección contra adherencia de laminaciones durante el recocido de calidad de material semi-procesado

*Basado en la clasificación de aislamientos superficiales de AISI.

Nota: Los tipos de recubrimientos ARMCO C-0 y C2 se producen mediante el procesamiento normal usado para desarrollar calidad magnética. Son parte integral de la superficie de acero. Los otros aislamientos superficiales ARMCO son recubrimientos que se aplican solos a acero desnudo o pueden agregarse a los aislamientos C-0 ó C-2 para incrementar sus capacidades aislantes en aplicaciones severas.

Por ultimo, el fabricante del Acero eléctrico generalmente proporciona al usuario curvas de perdidas, las cuales muestran las perdidas totales por Kilogramo o por libra, como una función de la inducción (B) y la frecuencia a la cual es usado el material, usualmente 50 o 60 Hz. Estas curvas son medidas generalmente bajo condiciones ideales, por ejemplo: bajo esfuerzo en las laminaciones, y flujo magnético uniforme, unidireccional y de forma senoidal en las laminaciones; de tal forma que represente las mínimas perdidas absolutas por Kg o por lb como se espera en servicio. Otra curva que usualmente entrega el proveedor es la de la potencia de excitación por unidad de peso vs. Inducción (B) en la frecuencia de interés. Una

imagen de estas curvas es mostrada en las siguientes figuras (Figuras 1-19 y 1-20). Hay que decir nuevamente que esta es una curva idealizada, pero es muy útil para estimar la potencia y la corriente necesaria para energizar el transformador.

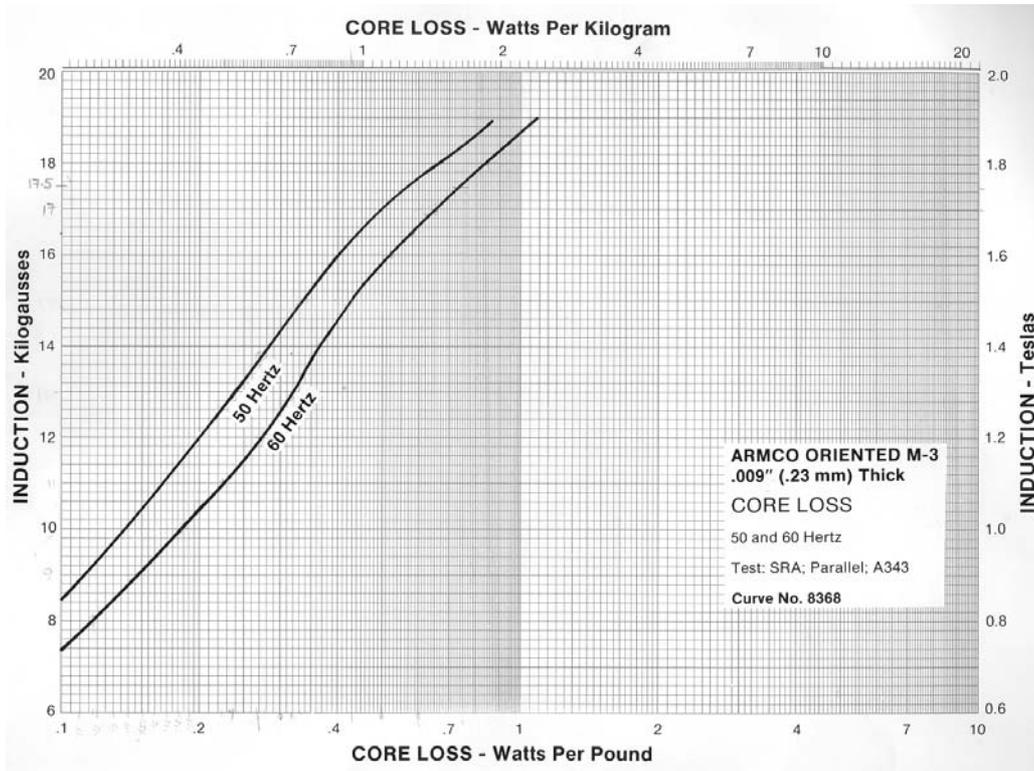


Figura 1-19. Curva de saturación del Acero eléctrico: Inducción magnética B Vs. Watts/lb

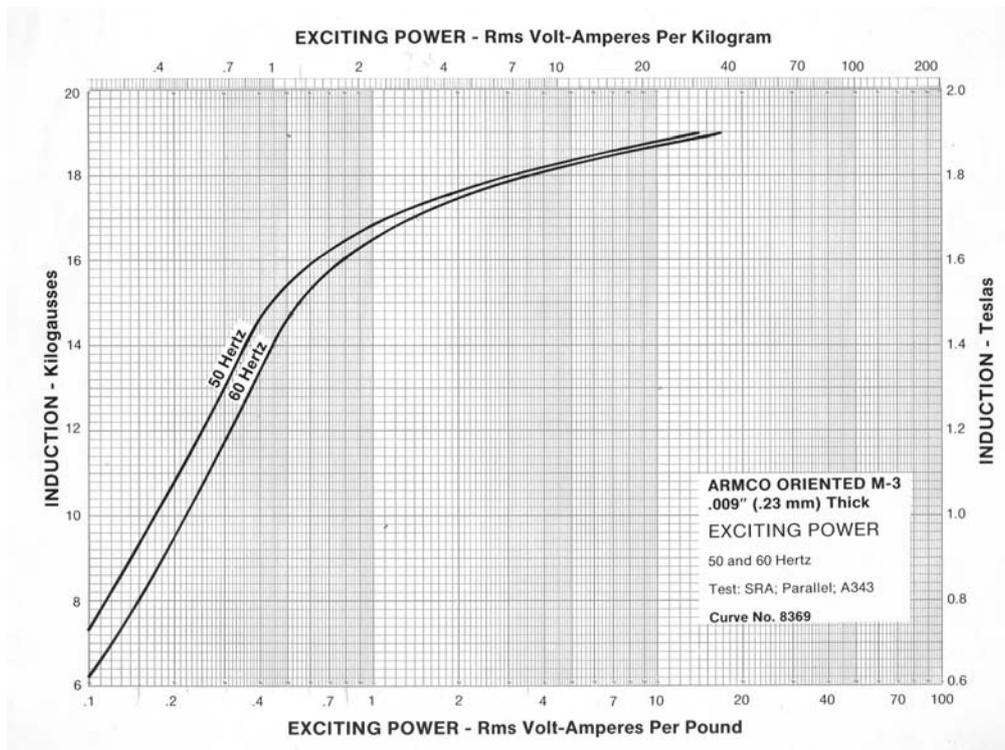


Figura 1-20. Curva de saturación del Acero eléctrico: Inducción magnética B Vs. VA/lb

Capítulo 2. Construcción de Transformadores

2.1 Definición Del Transformador

Durante el transporte de la energía eléctrica se originan pérdidas que dependen de su intensidad. Para reducir estas pérdidas se utilizan tensiones elevadas, con las que, para la misma potencia, resultan menores intensidades. Por otra parte, es necesario que en el lugar donde se aplica la energía eléctrica, la distribución se efectúe a tensiones más bajas y además se adapten las tensiones de distribución a los diversos casos de aplicación.



Figura 2-1. El transformador en el sistema de Potencia

La preferencia que se tiene a la corriente alterna frente a la continua radica en que la corriente alterna se puede transformar con facilidad.

La utilización de corriente continua queda limitada a ciertas aplicaciones, por ejemplo, para la regulación de motores. Sin embargo, la corriente continua adquiere en los últimos tiempos una significación creciente, por ejemplo para el transporte de energía a tensiones extra-altas (EHV).

Para transportar energía eléctrica de sistemas que trabajan a una tensión dada a sistemas que lo hacen a una tensión deseada se utilizan los transformadores. A este proceso de cambio de tensión se le "llama transformación".

El transformador es un dispositivo que convierte energía eléctrica de un cierto nivel de voltaje, en energía eléctrica de otro nivel de voltaje, por medio de la acción de un campo magnético. Esta constituido por dos o más bobinas de alambre, aisladas entre si eléctricamente por lo general y arrolladas alrededor de un mismo núcleo de material ferromagnético.

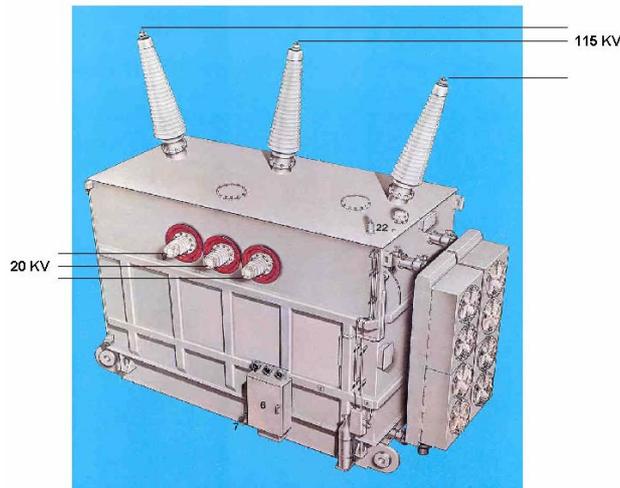


Figura 2-2. Transformador de Potencia

El devanado que recibe la energía eléctrica se denomina primario, con independencia si se trata del mayor (alta tensión) o menor tensión (baja tensión).

El devanado del que se toma la energía eléctrica a la tensión transformada se denomina secundario. En relación con ello, los lados del transformador se denominan lado de entrada y lado de salida.

El devanado de entrada y el de salida tanto pueden estar cada uno en una columna diferente como pueden envolver la misma columna del núcleo de hierro. El núcleo se construye de hierro por que tiene una gran permeabilidad, o sea, conduce muy bien el flujo magnético.

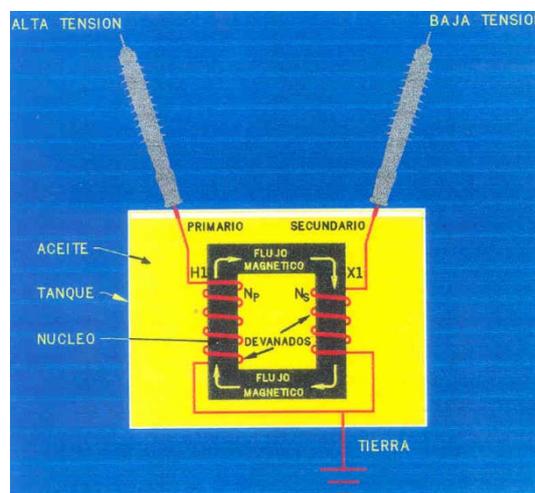


Figura 2-3. Circuito magnético de un Transformador

En un transformador, el núcleo tiene dos misiones fundamentales:

- a) Desde el punto de vista eléctrico –y esta es su misión principal- es la vía por que circula el flujo magnético. A través del núcleo conduce el flujo magnético siguiendo una trayectoria prescrita, de una columna a otra.
- b) Desde el punto de vista mecánico, es el soporte de los devanados que en él se apoyan.

Para generar el flujo magnético, es decir, para magnetizar el núcleo de hierro hay que gastar energía eléctrica. Dicha energía eléctrica se toma del devanado primario.

El constante cambio de magnetización del núcleo de hierro origina pérdidas. Estas pérdidas pueden minimizarse eligiendo tipos de lamina con un bajo coeficiente de pérdidas.

Además, como el campo magnético varía respecto al tiempo, en el hierro se originan tensiones que dan origen a corrientes parásitas, también llamadas de Foucault. Estas corrientes, asociadas con la resistencia óhmica del hierro, motivan pérdidas que pueden reducirse empleando laminas especialmente finas, de unos 0.3 mm de espesor, aisladas entre sí (apiladas). En cambio, en un núcleo de hierro macizo se producirían pérdidas por corrientes parásitas excesivamente grandes que originen altas temperaturas

2.2 Principio de Funcionamiento.

El flujo magnético, periódicamente variable en el tiempo, originado por la corriente que pasa a través del devanado primario se induce en el devanado secundario produciendo una tensión que varía con la misma frecuencia.

Su magnitud depende de la intensidad y de la frecuencia del flujo así como del número de vueltas que tenga el devanado secundario (ley de la inducción electromagnética).

La corriente de Excitación. Cuando una fuente de potencia de corriente alterna se conecta a un transformador, como se muestra en la figura 2-4, fluye una corriente en su circuito primario, aun cuando su circuito secundario esté en circuito abierto. Esta corriente es la corriente necesaria para producir un flujo en el núcleo ferromagnético real. Ella consta de dos componentes:

La corriente de magnetización I_m , que es la corriente necesaria para producir el flujo en el núcleo del transformador.

La corriente de pérdidas en el núcleo $I_{h+\epsilon}$, que es la corriente necesaria para compensar las pérdidas por histéresis y corrientes parásitas.

La corriente de magnetización en el transformador no es senoidal. Los componentes de más alta frecuencia en la corriente de magnetización se deben a la saturación magnética en el núcleo del transformador.

Una vez que la intensidad máxima de flujo magnético H alcanza el punto de saturación en el núcleo, un pequeño aumento en la intensidad pico de flujo requiere un aumento muy grande en la corriente de magnetización máxima.

La componente fundamental de la corriente de magnetización retrasa el voltaje aplicado al núcleo en 90°.

Los componentes de más alta frecuencia en la corriente de magnetización pueden ser más bien grandes, comparados con la componente fundamental. En general, cuanto más se impulse un núcleo de transformador hacia la saturación, tanto más grandes se volverán los componentes armónicos.

La otra componente de la corriente en vacío en el transformador es la corriente necesaria para producir la potencia que compense las pérdidas por histéresis y corrientes parásitas en el núcleo. Esta es la corriente de pérdidas en el núcleo. Supongamos que el flujo en el núcleo es sinusoidal. Puesto que las corrientes parásitas en el núcleo son proporcionales a df/dt , las corrientes parásitas son las más grandes cuando el flujo en el núcleo está pasando a través de 0 Wb. La pérdida por histéresis es no lineal en alto grado, pero también es la más grande mientras el flujo en el núcleo pasa por 0.

La corriente total en vacío, en el núcleo, se llama la corriente de excitación del transformador. Es, simplemente, la suma de la corriente de magnetización y la corriente por pérdidas en el núcleo:

$$I_{ex} = I_m + I_{h+\epsilon} \quad (2 - 1)$$

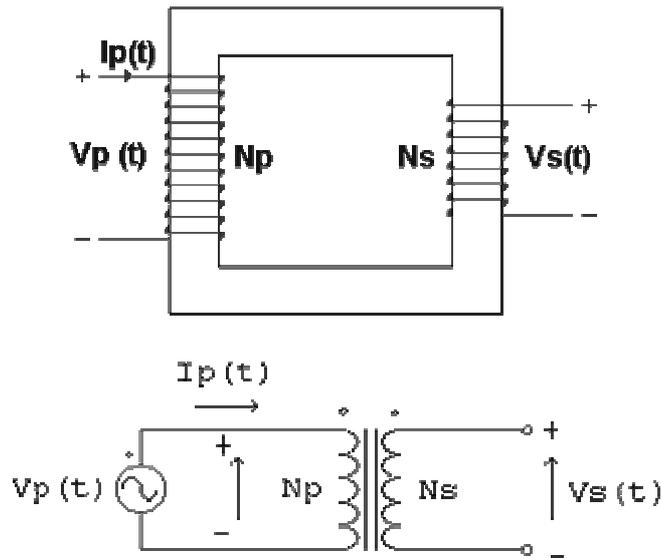


Figura 2-4 Transformador sin carga conectada al secundario.

La corriente de carga. Si se aplica una carga al secundario (figura 2-5) se tendrá una corriente I_s en este, cuya magnitud y defasamiento respecto a la tensión en las terminales de dicho secundario quedara determinada por las características de la carga. Sin embargo, en cada instante, la dirección de la corriente en el secundario debe ser tal que se oponga a las variaciones de flujo, de acuerdo con la ley de Lenz, que establece que una corriente inducida tiene siempre una dirección que se opone a la causa que lo produce. En la figura anteriormente mencionada se supone que la dirección del flujo es la de las manecillas del reloj y que aumenta.

Si la corriente en el secundario I_s generase el flujo, según la regla del sacacorchos, penetraría por la terminal superior (figura 2-5). Como I_s se opone al flujo ϕ , debe realmente salir por dicha Terminal. La corriente en el secundario I_s tiende entonces a reducir el valor del flujo común en el núcleo del transformador. Si el flujo se reduce, la FEM del primario se reduce también, lo que permite que circule mas corriente por el, suministrando la energía requerida por el aumento de potencia debida a la carga del secundario, que permite al primario absorber de la línea de alimentación la energía requerida por el incremento de potencia exigida por el secundario.

La variación de la f.e.m. en el primario al pasar de operación en vacío a operación en plena carga es aproximadamente del 1 o 2%. Como la f.e.m. es proporcional al flujo común ϕ , el valor del flujo ϕ varia solo ligeramente dentro de los límites del trabajo del transformador, y, por lo tanto, los amperes-vueltas netos que actúan en el núcleo permanecen esencialmente invariables. El aumento en los amperes-vueltas debidos a la carga del secundario debe equilibrarse con los amperes-vuelta debidos al aumento de la corriente. Como el flujo se mantiene prácticamente constante, la corriente de excitación debe conservarse esencialmente constante.

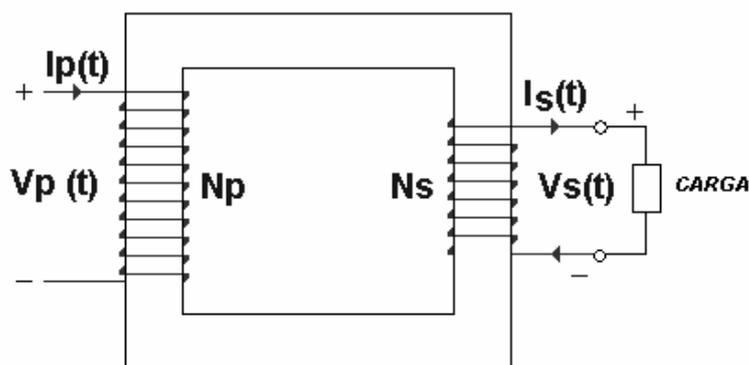


Figura 2-5. Transformador ideal con carga conectada al secundario.

Flujos magnéticos y relación de transformación. Veamos el transformador como el de la figura 2-4. Sea N_p el número de vueltas de la bobina primaria y N_s el número de vueltas de la bobina secundaria. La corriente primaria I_p produce un flujo alrededor del núcleo; este flujo eslabona a ambas bobinas y es una función senoidal dependiente del tiempo.

$$\Phi = \Phi_m \sin \omega t \quad (2-2)$$

de acuerdo con la ley de Faraday la tensión inducida en la bobina primaria es:

$$e = -N \frac{d\Phi}{dt} \quad (2-3)$$

$$e = -N \Phi_m \omega \cos \omega t \quad (2-4)$$

si $\omega = 2\pi f$ entonces:

$$e = -2\pi f N \Phi_m \cos \omega t \quad (2-5)$$

Y el valor eficaz correspondiente a e queda:

$$e = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N \Phi_m = 4.44 f N \Phi_m \quad (2-6) \quad \text{El flujo máximo es } B_m A$$

En la que A = sección transversal del núcleo [m^2]

B_m = densidad máxima del flujo [T]

e = tensión eficaz [V], f = frecuencia [Hz],

Esta es la ecuación general del transformador. Si nos referimos al primario, la tensión inducida es: $e = 4.44 f N_p A B_m$, y para el secundario: $e = 4.44 f N_s A B_m$.

Ahora bien, si el circuito de la bobina secundaria se cierra conectando una carga (ver figura 2-5), una corriente I_s circula y se producen los flujos magnéticos siguientes:

ϕ_d = Flujo disperso producido por I_p . Eslabona únicamente a la bobina primaria.

ϕ_d = Flujo disperso producido por I_s . Eslabona únicamente a la bobina secundaria.

ϕ_m = Flujo mutuo producido por la diferencia $N_p I_p - N_s I_s$

La dirección de la corriente I_s es tal que el flujo mutuo producido por ella se opone a aquel producido por el devanado primario y por lo tanto tiende a nulificar el flujo en el núcleo. Esta acción causa que la tensión inducida en el primario se reduzca y consecuentemente presenta oposición a la tensión de la fuente; el resultado de esta perturbación es un incremento en la corriente primaria que finalmente restablece el flujo mutuo al valor previo al cierre del circuito de carga.

Este incremento de la fem puede expresarse como:

$$N_p I_{ex} = N_p I_p - N_s I_s \quad (2-7)$$

En un transformador bien diseñado la corriente de excitación I_{ex} es muy baja comparada con la corriente de carga en el primario I_p , de tal forma que la ecuación anterior se define como:

$$N_p I_p = N_s I_s \quad \therefore \frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p} \quad (2-8)$$

Esta ecuación representa la relación de transformación entre las corrientes primaria y secundaria. Como se observa es inversamente proporcional a la relación de vueltas del transformador. Por otro lado, se puede observar también que el voltaje inducido guarda una relación directa con el número de vueltas del devanado, esto es, si en el secundario tenemos más vueltas que en el primario, estaremos elevando el voltaje y si por el contrario tenemos menos vueltas en el secundario que en el primario, estaremos reduciendo el voltaje; a esta relación de vueltas o de tensiones inducidas, es llamada también relación de transformación, y es representada por el símbolo α , así que:

$$\alpha = \frac{N_p}{N_s} = \frac{E_p}{E_s} \quad (2 - 9)$$

La ecuación anterior es constante, mientras que la relación $E_p : E_s$ varía cerca del 1 al 8%, dependiendo de la carga y el factor de potencia.

Cuando la tensión del primario dado V_p es reducida a una tensión del secundario bajo V_s , se dice que es un paso atrás del transformador, contrariamente, si la tensión es elevada, este es llamado paso adelante del transformador. En un paso atrás del transformador la relación de transformación es más grande que la unidad, mientras que en un paso adelante del transformador, es menor que la unidad; en la práctica, como quiera que sea, es frecuente especificar la relación de transformación α como un número más grande que la unidad.

Circuito equivalente del transformador. El circuito equivalente de un transformador puede ser considerado, convenientemente, suponiendo que este es equivalente a un transformador ideal, por lo que es un transformador que no tiene pérdidas ni flujo de dispersión y un núcleo ferromagnético de permeabilidad infinita, que no requiere de corriente de magnetización, y entonces nos permite representar para las imperfecciones del transformador actual por medio de un circuito adicional o impedancias insertadas entre la fuente y el devanado primario y entre el secundario y la carga.

Así, en la figura 2-10, P y S representan los devanados primario y secundario de un transformador ideal, R_p y R_s son resistencias iguales para las resistencias de los devanados del transformador real. Similarmente, las reactancias inductivas jX_p y jX_s representan las reactancias de los devanados debido al flujo de dispersión en el transformador real.

El modelo del transformador debe considerar los siguientes conceptos:

- Pérdidas en el cobre determinadas por $I_p^2 R_p + I_s^2 R_s$.
- Pérdidas por corrientes parásitas (eddy) debidas al calentamiento de tipo resistivo en el núcleo.
- Pérdidas por Histéresis, que se deben al reagrupamiento de los dominios magnéticos en el núcleo durante cada semiciclo
- Flujos de dispersión en el primario y secundario, que originan las autoinductancias primaria y secundaria.

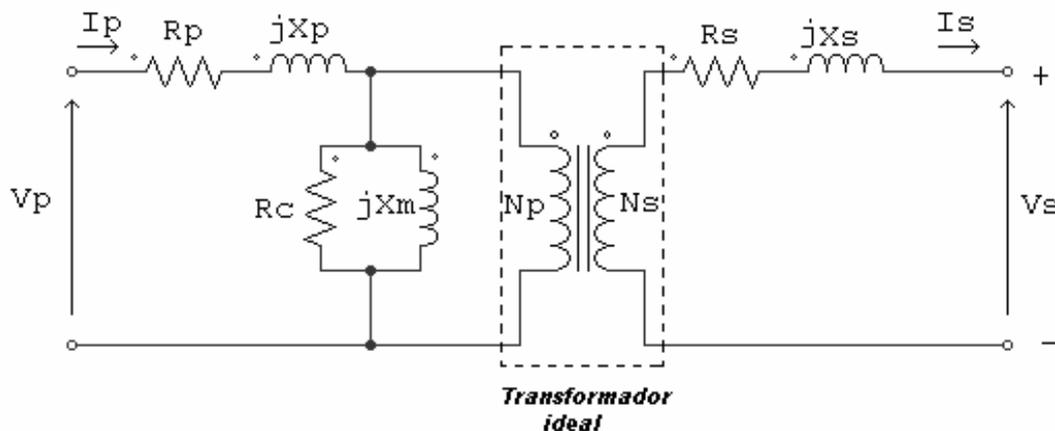


Figura 2-10 Circuito equivalente de un transformador.

Las pérdidas en el cobre se representan colocando las resistencias R_p y R_s en los devanados primario y secundario respectivamente.

El flujo de dispersión primario y secundario se representan mediante las reactancias de los devanados primario y secundario jX_p y jX_s respectivamente.

Los efectos de las corrientes de magnetización I_m se representan por la reactancia jX_m conectada en las terminales de la fuente de alimentación.

La reactancia inductiva jX_m es tal que toma una corriente igual a la corriente de magnetización I_m del transformador real; esta corriente tiene las siguientes características:

- Es proporcional (en la región no saturada) al voltaje aplicado.
- Se atrasa 90° con respecto al voltaje aplicado.

Los efectos de la corriente de pérdidas en el núcleo debido a la histéresis y a las corrientes de eddy son representados por el resistor R_c de valor tal que toma una I_p igual a la componente de pérdidas del núcleo de la corriente primaria, por tanto, $I_p^2 R_p$ es igual a las pérdidas del núcleo del transformador real.

Como la corriente de magnetización y la corriente de perdidas en el núcleo no son lineales, entonces jX_m y R_c proporcionan excelentes aproximaciones de los efectos de excitación reales.

A partir de la figura 2-11 se puede obtener el circuito equivalente del transformador referido al primario como se indica en la siguiente ilustración:

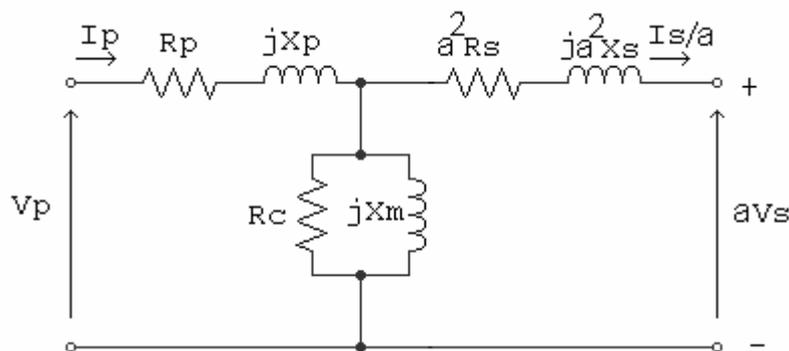


Figura 2-11. Circuito equivalente del Transformador referido al primario

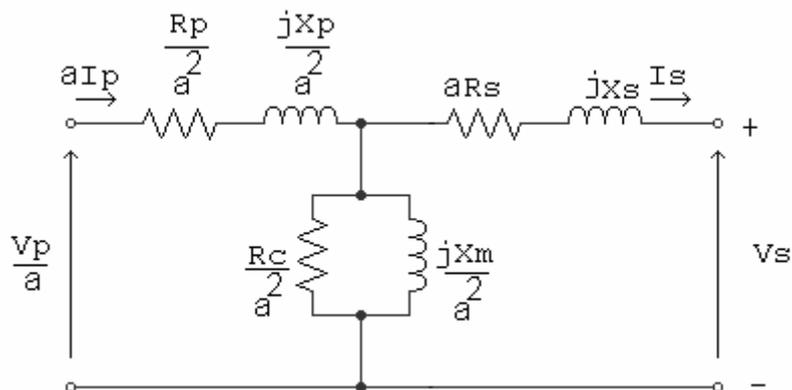


Figura 2-12 Circuito equivalente del Transformador referido al secundario

La corriente de excitación ocasiona caídas de voltaje despreciables en el arrollamiento primario debido a que su valor no excede el 5% de la corriente nominal primaria (y en ocasiones es todavía menor el porcentaje comparada con la corriente de carga del transformador). Por esta razón no se comete un error significativo.

ocurre lo mismo con V_1 y V_2 o con I_1 e I_2 debido ello a las respectivas caídas de tensión en el primario y en el secundario.

Eficiencia del transformador. La eficiencia del transformador, como de cualquier máquina eléctrica, esta determinada por la potencia entregada y esta expresa en unidades de potencia activa, o sea, en Kilowatts o watts; esta potencia entregada esta definida por la relación de la potencia útil a la potencia absorbida:

Si:

W = es la potencia útil o cedida en kW.

W_d = la potencia perdida o disipada en kW.

W_a = la potencia absorbida o de entrada en kw.

η = la eficiencia en %.

$$\text{eficiencia} = \frac{\text{potencia de salida}}{\text{potencia de entrada}} = \frac{W}{W_d} \times 100 = \frac{W}{W + W_d} \times 100 \quad (2 - 10)$$

Ahora bien, el transformador es un dispositivo eléctrico cuyo rendimiento es particularmente elevado debido, por una parte, a la ausencia de pérdidas mecánicas por rozamiento y, por otra parte, a la pequeña reluctancia de su circuito magnético, desprovisto de entrehierros, por lo que un pequeño consumo de energía es suficiente para crear una inducción elevada. Esta eficiencia es un número próximo a la unidad, por lo que con la expresión expuesta anteriormente resulta poco precisa la determinación del rendimiento. Para alcanzar esta exactitud, haciendo posible la determinación de la eficiencia con la regla de cálculo, hemos de transformar la expresión anterior como sigue:

$$\eta = \frac{W_a - W_d}{W_a} \times 100 = 1 - \frac{W_d}{W + W_d} \quad (2 - 11)$$

Teniendo en cuenta que:

Potencia absorbida = Potencia suministrada al primario P_1 .

Potencia útil = Potencia proporcionada por el secundario P_2

Podemos deducir otra expresión de la eficiencia:

$$\eta = \frac{P_1 - P_{fe} - P_{cu}}{P_1} \times 100 = 1 - \frac{P_{fe} + P_{cu}}{P_1} \quad (2 - 12)$$

Como además: $P_1 = V_1 I_1 \cos \varphi$

P_{fe} = potencia absorbida de vacío

$P_{cu} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = R_{cc} I_1^2$

Tendremos que:

$$\eta = 1 - \frac{P_{fe} + R_{cc} I_1^2}{V_1 I_1 \cos \varphi} \quad (2 - 13)$$

Recordemos que:

P_{fe} = pérdidas en vacío (pérdidas en el hierro que son fijas e inalterables).

$P_{cu} = R_{cc} I_1^2$ = pérdidas en el cobre (son variables y dependen de la carga).

Es decir, que la eficiencia de un transformador será máxima cuando se cumpla la relación:

$$\text{Pérdidas en el Hierro} = \text{Pérdidas en el Cobre} \quad (2 - 14)$$

En la figura 2-14 se expresan las curvas de eficiencia de un transformador para distintos factores de potencia, así como las pérdidas en el cobre y en el hierro y la condición de máxima eficiencia.

Técnicamente, un transformador se caracteriza por la relación:

$$\alpha = \frac{\text{pérdidas en el cobre a potencia nominal}}{\text{pérdidas en el hierro}} \quad (2 - 15)$$

El valor de α esta comprendido entre los siguientes límites:

- $\alpha = 3$ a 5 para transformadores centrales (gran potencia)
- $\alpha = 6$ a 10 para transformadores de distribución (pequeña potencia)

Los elevados valores de α para transformadores de pequeña potencia, se deben a que estos transformadores trabajan casi siempre con cargas pequeñas.

Para hallar la eficiencia de un transformador a cualquier valor de carga, se introduce el índice de carga definido por la relación:

$$c = \frac{I^2}{I_n^2} \quad (2 - 16)$$

En donde I_n^2 = corriente de plena carga.

Y teniendo en cuenta que las pérdidas en el hierro son fijas mientras que las pérdidas en el cobre son aproximadamente proporcionales al cuadrado de la corriente de carga, el valor del rendimiento a una carga cualquiera es:

$$\eta = 1 - \frac{P_{fe} + c^2 P_{cu}}{c P_1} \quad (2 - 17)$$

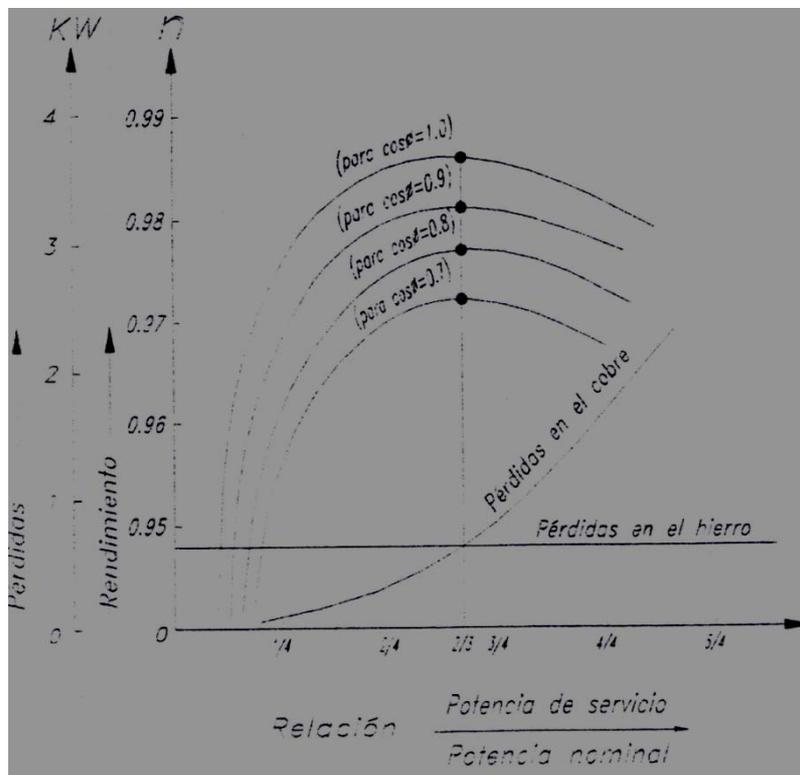


Fig. 2-14. Curvas de eficiencia y de pérdidas del Transformador

2.3 Clasificación de transformadores

Para clasificar a los transformadores, se tomarán en cuenta diversos factores (en base a IEEE C57.12.00):

1. *Operación.*- Se refiere a la energía que manejan dentro del sistema eléctrico, los cuales son:
 - Transformador de distribución.- Capacidad desde 3 a 500 KVA.
 - Transformador de Potencia.- Capacidad superior a 500 KVA.
2. *Numero de fases.*- Se clasifican en:
 - Monofásicos. Son conectados a una línea o fase y a un neutro o tierra. Tiene un solo devanado en AT y uno en BT.
 - Trifásicos.- Son conectados a 3 líneas o fases y pueden estar o no conectados a un neutro o tierra común. Tienen 3 devanados de AT y 3 en BT. Se simbolizan como 3Ø.
3. *Construcción.*-De acuerdo a la relación que guardan los devanados respecto al núcleo en la construcción del transformador:
 - Tipo Columnas.- Conocido también como tipo núcleo o “core”, el núcleo esta formado por un yugo inferior, un yugo superior y 2 o 3 columnas verticales o piernas para 1 o 3 fases, respectivamente. Los devanados son ensamblados concéntricamente en cada una de las piernas.
 - Tipo Acorazado.- Conocido también como tipo “Shell”. En esta construcción, los devanados forman 1 o 3 anillos, para 1 o 3 fases respectivamente y el núcleo se ensambla alrededor de ellos, formando 2 o mas circuitos magnéticos que envuelven al circuito eléctrico.
4. *Enfriamiento.*-Dependiendo del medio refrigerante empleado, para su operación, los transformadores utilizan 2 diferentes tipos de enfriamiento: enfriamiento natural y enfriamiento forzado.

El enfriamiento natural se aplica cuando el transformador esta alimentando cargas que, aun siendo variables, no rebasaran la capacidad nominal del aparato. Por otra parte, el enfriamiento forzado permite aumentar la disipación del calor, aumentando a la vez los KVA de salida. Requiere de equipo de control, ya que el arranque y paro de dicho equipo depende de la variación de temperatura del líquido y del devanado, a través de controles que permiten la operación manual o automática.

Los transformadores deben ser identificados acorde al método de enfriamiento empleado, el cual se expresa por un código de 4 letras que se describe abajo (de acuerdo a IEEE C57.12.00):

1ª letra: Medio de enfriamiento interno en contacto con los devanados:

- O Aceite mineral o liquido aislante sintético con punto de ruptura ≤ 300 °C.
- K Líquido aislante con punto de ruptura > 300 °C.
- L Líquido aislante con punto de ruptura no medido.

2ª letra: Mecanismo de circulación interno de enfriamiento:

- N Enfriamiento por convección natural
- F Circulación forzada a través del equipo enfriador (bombas), la disipación se hace por convección natural.

ESQUEMA DE DISTRIBUCION DE ENERGIA ELECTRICA

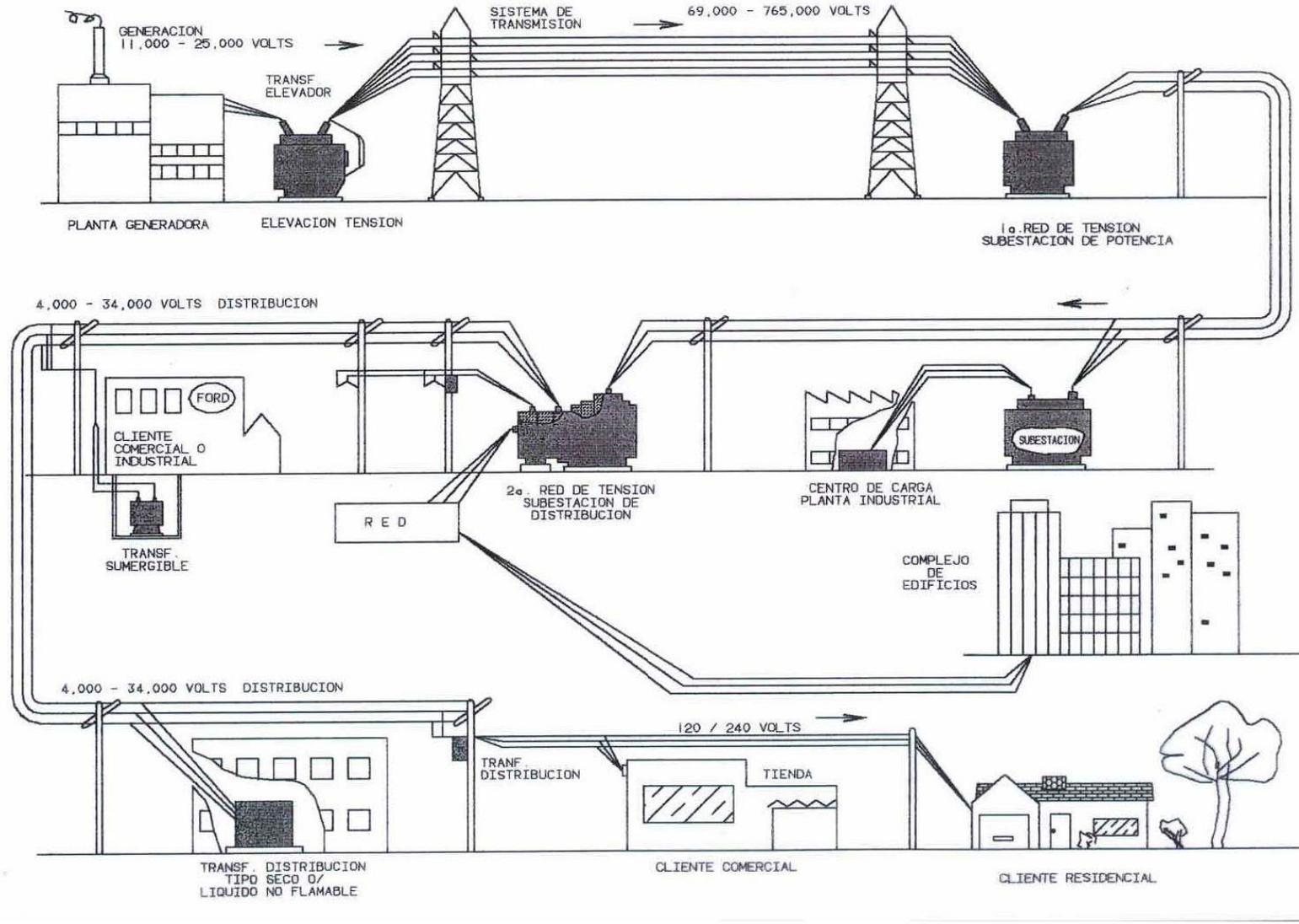


Figura 2-15. Esquema de distribución de energía eléctrica.

D Circulación forzada dirigido a través del equipo enfriador.

3ª letra: Medio de enfriamiento externo:

A Aire.
W Agua.

4ª letra: Mecanismo de circulación de enfriamiento externo:

N Convección natural.
F Circulación forzada (Ventiladores, bombas).

b) *Conexiones.*- El conocimiento adecuado de las conexiones de los transformadores permite prevenir posibles daños al sistema, al transformador mismo, al equipo que alimenta este e inclusive al personal que maneja ese equipo.

Conexiones monofásicas:

- Una fase, 3 hilos (1F3H)
- Una fase, 2 hilos (1F2H)

Conexiones Trifásicas:

- Delta-Estrella
- Delta-Delta
- Estrella-Delta
- Estrella-Estrella

2.4 Componentes del transformador

Los transformadores están integrados por 6 componentes principales:

2.4.1 Núcleo del transformador

El cual tiene la función de conducir el flujo magnético generado por los devanados. El material empleado para los núcleos se conoce como acero al silicio de grano orientado, ya que es muy buen conductor de flujo y su orientación reduce la dispersión que produce pérdidas.



Figura 2-16. Núcleo trifásico de un transformador tipo columnas.



Figura 2-17. Núcleo de transformador tipo acorazado.

Los núcleos en los transformadores de potencia son generalmente fabricados de Acero eléctrico en forma de laminaciones. Cada lámina usualmente tiene espesores en el rango de 0.23-0.46mm (9-18mils) y anchos de lámina de hasta 1 metro (40 inches). Los aceros eléctricos modernos tienen un contenido de Silicio de alrededor de 3%, con el cual obtienen un alta resistividad eléctrica $\approx 50 \times 10^{-8} \Omega\cdot m$.

Los aceros eléctricos son refinados, fundidos y rolados mediante procesos similares a los utilizados para los aceros al carbón. Sin embargo, se ejerce un control más cuidadoso en cada etapa de la producción.

El término "eléctrico" se refiere a la aplicación de los aceros, más que al método utilizado en su fundición. Se utilizan hornos eléctricos para fundir estos aceros, y métodos modernos de producción tales como la colada continua y el desgasificado al vacío ayudan a asegurar una calidad consistente.

Los bloques de acero eléctrico son rolados a altas temperaturas en bobinas de calibre grueso. Las bobinas son entonces decapadas en ácido para remover las escamas del laminado.

El material es entonces rolado en frío a calibres finales en forma de bobina y recocido. Actualmente cada fabricante se encarga de desarrollar procesos que proporcionan grados no orientados reducidos en frío que tienen propiedades magnéticas superiores.

Los aceros eléctricos orientados son reducidos en frío y sujetos a diferentes pasos de procesamiento que son esenciales para desarrollar su orientación de grano preferida.

2.4.2 Devanados del transformador

Su función, como circuito eléctrico, es recibir un voltaje y una corriente para entregarlos transformados, por inducción, a diferentes valores. Son conductores aislados eléctricamente y enrollados sobre moldes.

El conductor más utilizado es el cobre (Cu), en forma de alambre o solera. En transformadores pequeños se utiliza aluminio (Al) en forma de lámina. Para baja corriente, se usa solera individual, mientras que para alta corriente se aplica lámina o grupos de soleras paralelas, aisladas individualmente para minimizar pérdidas.

En transformadores grandes también es usual el uso del cobre en forma de solera. Para alta corriente también es común el uso de grupos de soleras en paralelo, incluso debido a los flujos dispersos que ocasionan pérdidas en los conductores causadas por corrientes eddy, es requerido realizar transposiciones a lo largo del cable o el uso de cables continuamente transpuestos (CTC).

Para ayudar a disipar el calor generado por las pérdidas, dentro de la fabricación se colocan ductos, para circulación de aire o líquido refrigerante.

De acuerdo al voltaje y corriente que manejan, los devanados pueden construirse en tres formas básicas:

- Devanado rectangular.- Sobre un molde rectangular se enrollan los conductores, formando capas, aisladas una de la otra, para a su vez formar grupos sea de baja tensión o alta tensión. Se utilizan en transformadores de poca capacidad.
- Devanado cilíndrico.- Se forman con uno, dos o más conductores paralelos y existen varias modalidades de este devanando, puede estar formado por capas (helicoidal o espiral) o por discos paralelos (continuos o de alta capacitancia en serie). Se emplean en transformadores de mediana y gran capacidad.



Figura 2-18. Devanados concéntricos de un Transformador de Potencia tipo columnas

- Devanado tipo galleta.- Formadas por uno, dos o más conductores paralelos, se construyen las bobinas sobre una mesa giratoria para después interconectarse formando grupos. Se utilizan para transformadores de gran capacidad.

2.4.3 Aislamientos del Transformador.

Tienen la función de impedir el contacto eléctrico entre conductores y entre estos y el núcleo, u otras partes metálicas en contacto con tierra. Forman la estructura más importante del transformador, ya que la vida útil de este depende del estado que guarde su sistema aislante. Los aislamientos pueden ser sólidos o líquidos. Los sólidos proporcionan soporte mecánico a los devanados y los líquidos funcionan como medio refrigerante (Aceite). Existen dos categorías de aislamientos:



Figura 2-19. Aislamientos de transformadores tipo columnas.



Figura 2-20. Aislamientos para transformadores tipo acorazado

- Aislamientos menores.- Son aquellos que se colocan entre conductores de una misma vuelta, entre vueltas adyacentes, entre grupos (secciones o capas) de un mismo devanado y en guías de conexiones internas. Algunos de los materiales que los componen son: papel Kraft, papel crepe, algodón, fibra de vidrio, cartón, esmaltes, recubrimientos epoxicos.
- Aislamientos mayores.- Son los que van colocados entre grupos de alta tensión y baja tensión en una misma fase, entre bobinas de diferente fase, entre bobinas y núcleo y entre bobinas y cualquier parte en contacto con tierra. Algunos materiales son: Hojas o cilindros de cartón o micarta, resina epóxica, collares de micarta.

2.4.4 El medio refrigerante.

Su función es disipar, continua y eficientemente, el calor generado por la carga y las pérdidas en el devanado y en el núcleo. El sistema aislante se degrada al estar expuesto a la temperatura por periodos prolongados, de ahí la necesidad de tener un elemento que retarde dicha degradación.

El medio refrigerante puede ser un gas (aire o SF₆) o algún líquido (aceite mineral, silicona líquida, etc.) Por sus ventajas térmicas, dieléctricas y por su bajo costo, el líquido refrigerante más empleado es el aceite mineral. Sin embargo, el uso de este implica riesgo de incendio o explosión, por lo que se han desarrollado otros compuestos más adecuados, como los aceites vegetales y los silicones.

2.4.5 El tanque del transformador

Es la envoltura del transformador, generalmente construido con lamina de acero en formas diferentes (cilíndrico, rectangular, oval, etc.) sirve como recipiente del conjunto núcleo-bobinas y el medio refrigerante, proporciona protección mecánica, contra agentes contaminantes, además una superficie de disipación al transferir al ambiente el calor cedido por el aceite.

Adecuados a su tamaño y aplicación (tipo columnas o acorazado), el tanque cuenta con aditamentos para maniobras de izaje, deslizamiento y transporte, así como para el vaciado y llenado del líquido. Está diseñado para soportar presiones de hasta 15 PSI.

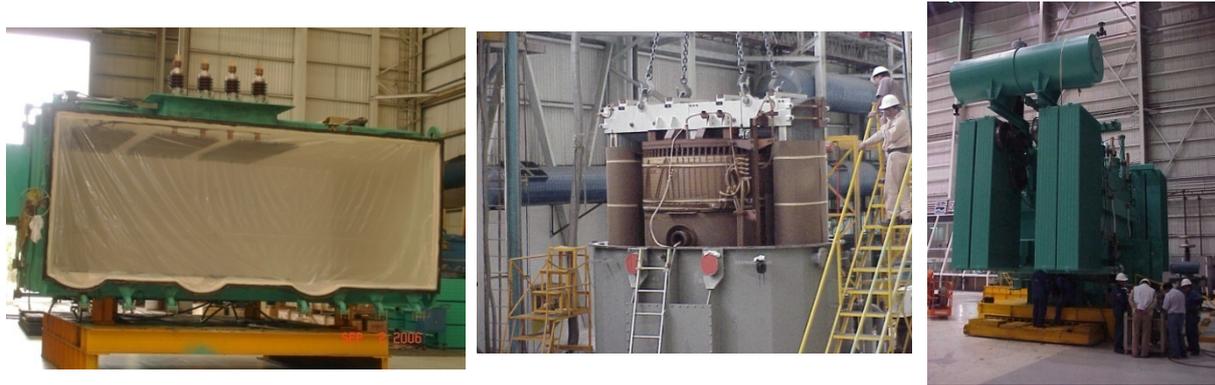


Figura 2-21. Tanques de Transformadores de Potencia

2.4.5 Accesorios de transformadores

Para una operación adecuada, el transformador requiere de dispositivos auxiliares para la medición de sus variables de operación., cuyas características y cantidad dependen del tipo de transformador (como se observa en la figura 2-22).

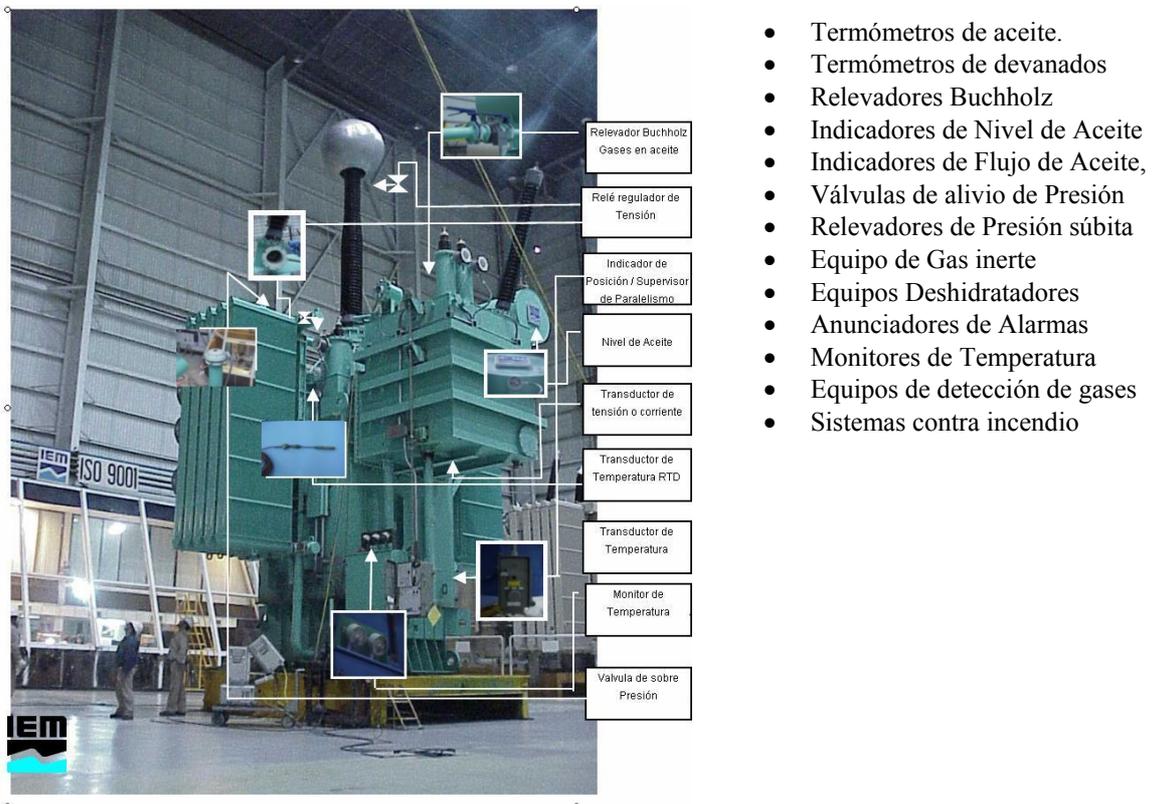


Figura 2-22. Accesorios de transformadores de potencia

Capítulo 3. El método de Elemento finito en la Ingeniería

3.1 Introducción.

El método de elemento finito comenzó a utilizarse hace más de 30 años. En un principio se utilizaba solamente para el análisis estructural, los modelos eran muy simples y las condiciones de carga que se podían considerar eran limitadas.

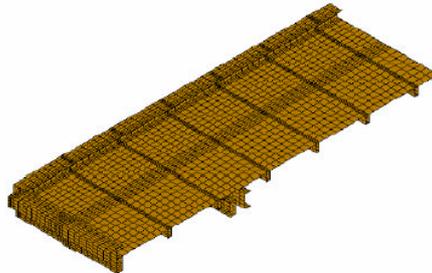


Figura. 3-1. Modelo con elementos finitos de una estructura mecánica.

Posteriormente, y debido al avance por una parte de los conocimientos, y por otra de la capacidad de las computadoras, el método comenzó a aplicarse en otros problemas de la física. Así podemos citar por ejemplo: transferencia de calor, dinámica de fluidos, magnetismo, acústica, etc. Además se incrementó notablemente el “realismo” que se podía lograr en las simulaciones. Algunas aplicaciones dentro de la ingeniería eléctrica y electrónica son los relacionados con el diseño de máquinas eléctricas (motores, transformadores, generadores, etc.), diseño de cables, capacitores y otros dispositivos utilizados en los sistemas de potencia; diseño de circuitos integrados, microprocesadores; diseño de antenas, de blindajes electromagnéticos y en general problemas relacionados con la distribución y propagación de campos electromagnéticos y térmicos.

3.2 Simulación numérica: El método de elemento finito

Las grandes del mercado han obligado en los últimos años a implantar en las empresas todas aquellas tecnologías que puedan a hacer realidad los tres grandes objetivos del diseño moderno:

- Diseñar para conseguir una fabricación a un costo competitivo.
- Diseñar en orden la utilización real en servicio.
- Diseñar bien al primer intento.

En este sentido la introducción del C.A.D. (Computer Aided Design) ya está representando un gran avance en la etapa del diseño conceptual de nuevos productos. Por contra, el C.A.E. (computer-aided engineering) se encuentra en una etapa mucho más primaria. Sin embargo la verdadera reducción del bucle diseño-desarrollo se produce cuando ambas técnicas actúan conjuntamente. La primera para definir el producto y la segunda para simular su comportamiento en las condiciones de servicio, Solo la unión de ambas técnicas hacen posible que se alcancen los objetivos antes mencionados.

La gran evolución de los métodos informáticos tanto en su aspecto de hardware como software, ha permitido afrontar la resolución de complejos físicos matemáticos cuya resolución analítica resultaría prácticamente imposible. De hecho muchos de dichos problemas hace ya años que están planteados, solo falta un medio adecuado para la obtención de resultados prácticos. Así pues, la simulación intenta reproducir la realidad a partir de la resolución numérica mediante la PC, de las ecuaciones matemáticas que describen dicha realidad. Por lo tanto, hay que asumir que la simulación es tan exacta como sean las ecuaciones de partida y la capacidad de las computadoras para resolverlas, lo cual fija límites a su utilización.

Mediante la simulación numérica es posible generar sólidos de aspectos casi reales, comprobar su comportamiento bajo diversas condiciones de trabajo, estudiar el movimiento conjunto de grupos de sólidos, etc. Esto permite un conocimiento mucho más profundo de un producto antes de que exista

físicamente, siendo posible detectar muchos de los problemas que de otro modo se hubieran detectado en el servicio real.

El método de los elementos finitos es una de las más importantes técnicas de simulación y seguramente la más utilizada en las aplicaciones industriales, y su utilización es extensible a multitud de problemas de física.

3.3 Los métodos numéricos en la solución de problemas de ingeniería

Además de proporcionar un aumento en la potencia de cálculo, la disponibilidad creciente de las computadoras y su asociación con los métodos numéricos han influido de manera muy significativa en el proceso de solución actual de problemas en ingeniería. Al principio, este crecimiento de las computadoras estaba limitado por el costo de procesamiento de las grandes computadoras (mainframes), por lo que muchos ingenieros seguían usando simples procedimientos analíticos en una buena parte de su trabajo. Hoy en día la reciente evolución de las pc's ha permitido el acceso a mucha gente a las grandes capacidades de cálculo. Además, existen diversas razones por las cuales se deben estudiar los métodos numéricos:

1. Son herramientas muy poderosas para la solución de problemas. Son capaces de manipular sistemas de ecuaciones grandes, manejar no linealidades y resolver geometrías complicadas, comunes en la práctica de la ingeniería y, a menudo, imposibles de resolver en forma analítica. Por lo tanto, aumenta la habilidad de quien los estudia para resolver problemas.
2. Son un medio para reforzar la comprensión de las matemáticas, ya que una de sus funciones es convertir las matemáticas superiores en operaciones aritméticas básicas.
3. Con ayuda de ellos y de las computadoras se obtienen soluciones directamente, de esta manera se pueden aproximar los cálculos sin tener que recurrir a consideraciones de simplificación o a técnicas muy lentas.

Aunque las soluciones analíticas aun son muy valiosas, tanto para resolver problemas como para brindar una mayor comprensión, los métodos numéricos representan opciones que aumentan en forma considerable la capacidad para enfrentar y resolver los problemas.

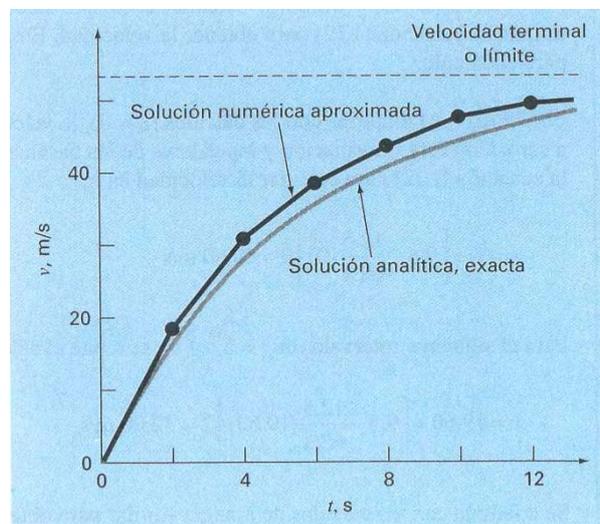


Figura 3-2 . Solución numérica vs solución analítica

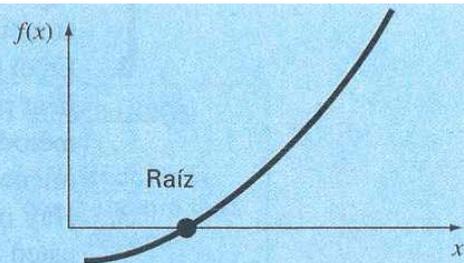
Dentro de los métodos numéricos que pueden encontrarse en la ingeniería a menudo resuelven problemas vinculados a lo siguiente:

1. Raíces de ecuaciones. Estos problemas se relacionan con el valor de una variable o de un parámetro que satisface una ecuación no lineal. Son especialmente valiosos en proyectos de ingeniería, donde con frecuencia resulta imposible despejar de manera analítica los parámetros de las ecuaciones de diseño.
2. Sistemas de ecuaciones algebraicas lineales. En esencia, se trata de problemas similares a los de raíces de ecuaciones, en el sentido de que están relacionados con valores que satisfacen

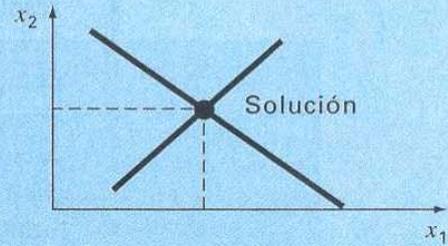
ecuaciones. Sin embargo, en lugar de satisfacer una sola ecuación, se busca un conjunto de valores que satisfaga simultáneamente un conjunto de ecuaciones algebraicas lineales, las cuales surgen en el contexto de una gran variedad de problemas y en todas las disciplinas de la ingeniería. En particular, se originan a partir de modelos matemáticos de grandes sistemas de elementos interrelacionados, tal como estructuras, circuitos eléctricos y redes de flujo; aunque también se llegan a encontrar en otras áreas de los métodos numéricos como el ajuste de curvas y las ecuaciones diferenciales.

3. Optimización. En estos problemas se trata de determinar el valor o los valores de una variable independiente que corresponden al “mejor” o al valor óptimo de una función. DE manera que, como se observa en la figura, la optimización considera la identificación de máximos y mínimos. Tales problemas se presentan comúnmente en el contexto del diseño de ingeniería.
4. Ajuste de curvas. A menudo se tendrá que ajustar curvas a un conjunto de datos representados por puntos. Las técnicas desarrolladas para tal propósito se dividen en dos categorías generales: regresión e interpolación. La primera se emplea cuando hay un significativo grado de error asociado con los datos; con frecuencia los datos experimentales son de este tipo. Para estas situaciones, la estrategia es encontrar una curva que represente la tendencia general de los datos, sin necesidad de tocar los puntos individuales. En contraste, la interpolación se utiliza cuando el objetivo es determinar valores intermedios entre datos que estén, relativamente, libres de error. Tal es el caso de la información tabulada. En dichas situaciones, la estrategia consiste en ajustar una curva directamente mediante los puntos obtenidos como datos y usar la curva para predecir valores intermedios.
5. Integración. Como hemos representado gráficamente, la interpretación de la integración numérica es la determinación del área bajo la curva. La integración tiene diversas aplicaciones en la práctica de la ingeniería, que van desde la determinación de los centroides de objetos de formas extrañas, hasta el cálculo de cantidades totales basadas en conjuntos de medidas discretas. Además, las formulas de integración numérica desempeñan un papel importante en la solución de ecuaciones diferenciales.
6. Ecuaciones diferenciales ordinarias. Estas tienen una enorme importancia en la práctica de la ingeniería., lo cual se debe a que muchas leyes físicas están expresadas en términos de la razón de cambio de una cantidad, más que en términos de la cantidad misma. Entre los ejemplos tenemos desde los modelos de predicción demográfica (razón de cambio de la población) hasta la aceleración de un cuerpo que cae (razón de cambio de la velocidad).
7. Ecuaciones diferenciales parciales. Sirven para caracterizar sistemas de ingeniería, en los que el comportamiento de una cantidad física se expresa en términos de su razón de cambio con respecto a dos o más variables independientes. Entre los ejemplos tenemos la distribución de temperatura en estado estacionario sobre una placa caliente (espacio bidimensional) o la temperatura variable con el tiempo de una barra caliente (tiempo y dimensión). Para resolver numéricamente las ecuaciones diferenciales parciales se emplean dos métodos bastante diferentes: el método de diferencias finitas y el método de elemento finito.

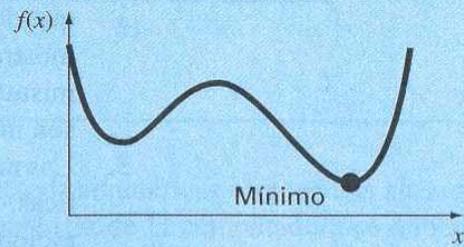
a) *Parte 2: Raíces de ecuaciones*
Resuelva $f(x) = 0$ para x .



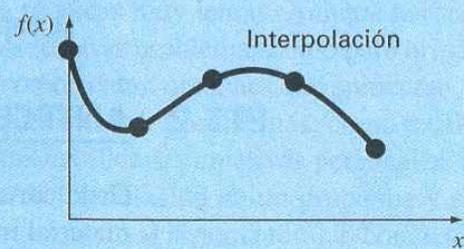
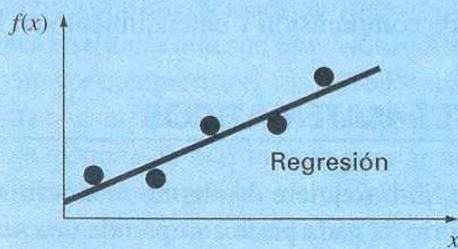
b) *Parte 3: Sistema de ecuaciones algebraicas lineales*
Dadas las a 's y las c 's, resolver
 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = c_1$
 $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = c_2$
para las x 's.



c) *Parte 4: Optimización*
Determine la x que da el óptimo de $f(x)$.

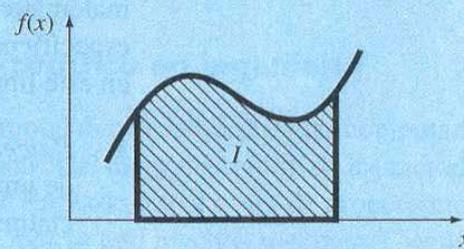


d) *Parte 5: Ajuste de curvas*



e) *Parte 6: Integración*

$I = \int_a^b f(x) dx$
Encuentre el área bajo la curva.



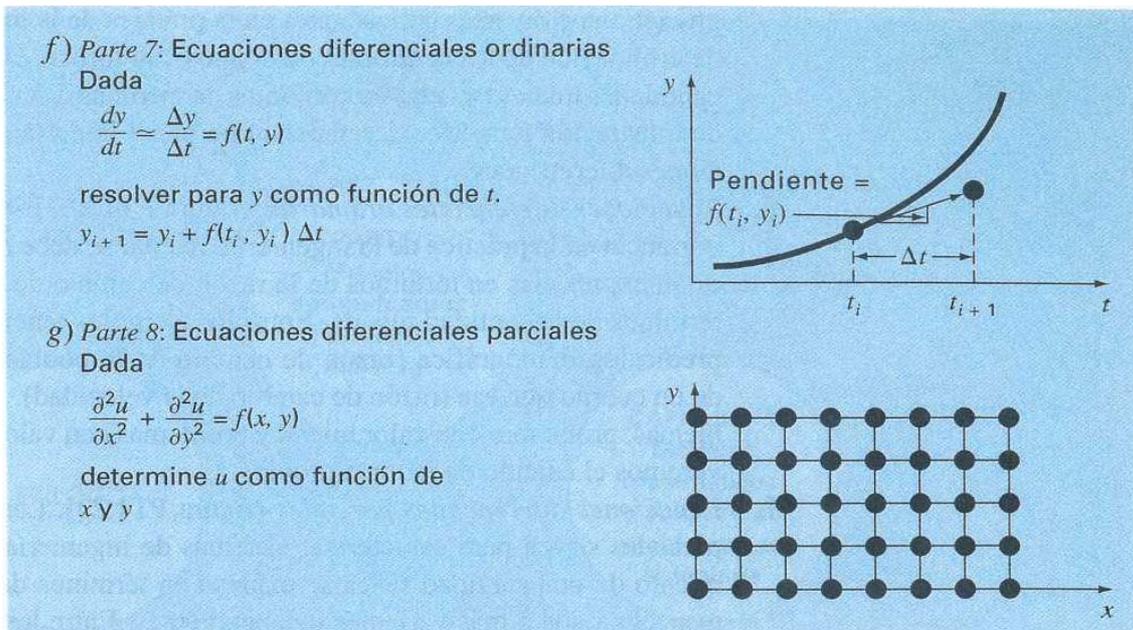


Figura 3 – 3. Solución de problemas de Ingeniería.

3.4 Reseña histórica

El método de los elementos finitos como formulación matemática es relativamente nueva; aunque su estructura básica es conocida desde hace bastante tiempo, en los últimos años ha sufrido un gran desarrollo debido a los avances informáticos. Han sido precisamente estos avances informáticos los que han puesto a disposición de los usuarios gran cantidad de programas que permiten realizar cálculos con elementos finitos. Pero no hay que llevarse a engaño, el manejo correcto de este tipo de programas exige un profundo conocimiento no solo del material con el que se trabaja, sino también de los principios del Método de Elemento Finito (MEF). Sólo en este caso estaremos en condiciones de garantizar que los resultados obtenidos en los análisis se ajustan a la realidad.

Aunque el nombre del MEF se ha establecido recientemente, el concepto se ha usado desde hace varios siglos. El empleo de métodos de discretizado espacial y temporal y la aproximación numérica para encontrar soluciones a problemas ingenieriles o físicos es conocido desde la antigüedad. El concepto de “elementos finitos” parte de esa idea.

Para encontrar vestigios de este tipo de cálculos podríamos remontarnos a la época de la construcción las pirámides egipcias. Los egipcios empleaban métodos de discretizado para determinar el volumen de las pirámides. Arquímedes (287-212 A.C.) empleaba el mismo método para calcular el volumen de todo tipo de sólidos o la superficie de áreas. En oriente también aparecen métodos de aproximación para realizar cálculos. Así el matemático chino Lui Hui (300 D.C.) empleaba un polígono regular de 3072 lados para calcular longitudes de circunferencias con lo que conseguía una aproximación al número Pi de 3.1416.

El desarrollo de los elementos finitos tal y como se conocen hoy en día ha estado ligado al cálculo estructural, fundamentalmente en el campo aeroespacial. En los años 40 Courant propone la utilización de funciones polinómicas para la formulación de problemas elásticos en subregiones triangulares, como un método especial del método variacional de Rayleigh-Ritz para aproximar soluciones.

Fueron Turner, Clough, Martin y Topp quienes presentaron el MEF en la forma aceptada hoy en día. En su trabajo introdujeron la aplicación de elementos finitos simples (barras y placas triangulares con cargas en su plano) al análisis de estructuras aeronáuticas, utilizando los conceptos de discretizado y funciones de forma.

El trabajo de revisión de Oden presenta algunas de las contribuciones matemáticas importantes al MEF. Los libros de Przemieniecki y de Zienkiewicz y Holister presentan el MEF en su aplicación al análisis estructural. El libro de Zienkiewicz/Cheung o Zienkiewicz/Taylor presenta una interpretación amplia del

MEF y su aplicación a cualquier problema de campos. En él se demuestra que las ecuaciones de los Elementos finitos pueden obtenerse utilizando un método de aproximación de pesos residuales, tal como el método de Galerkin o el de mínimos cuadrados. Esta visión del problema difundió un gran interés entre los matemáticos para la solución de ecuaciones diferenciales lineales y no lineales mediante el MEF, que ha producido una gran cantidad de publicaciones hasta tal punto que hoy en día el MEF está considerado como una de las herramientas más potentes y probadas para la solución de problemas de ingeniería y ciencia aplicada.

Actualmente el método se encuentra en una fase de gran expansión: es ampliamente utilizado en la industria y continúan apareciendo cientos de trabajos de investigación en este campo. Los equipos de cómputo han aportado el medio eficaz de resolver la multitud de ecuaciones que se plantean en el MEF, cuyo desarrollo práctico ha ido caminando parejo de las innovaciones obtenidas en el campo de las computadoras. Entre éstas, además de permitir la descentralización de los programas de EF, ha contribuido a favorecer su uso a través de sofisticados paquetes gráficos que facilitan el modelado y la síntesis de resultados. Hoy en día ya se concibe la conexión inteligente entre las técnicas de simulación numérica (CAE), las técnicas de diseño (CAD), y las técnicas de fabricación.

3.5 El método de Elemento Finito en diversas áreas de la Ingeniería.

Un programa de elementos finitos es una pieza compleja de software en la que confluyen numerosas operaciones. Por este motivo estos programas suelen estar divididos en sub-secciones, cada una de las cuales efectúan una operación determinada. La preparación de los datos y el análisis de los resultados numéricos que aparecen como producto del cálculo, son tareas arduas que actualmente se tienden a integrar a su propio software. Así pues, en forma general, un paquete de cálculo de elementos finitos consta de un *pre-procesador*, en el cual se incluyen todas las ayudas a la preparación de los datos y que generan los archivos de resultados, y un *post-procesador*, que facilita el análisis e interpretación de los resultados, generalmente en forma grafica mediante trazado de curvas, gráficos tridimensionales, tablas, etc.

Análisis Estructural. Programas de elemento finito para análisis estructural son ampliamente utilizados en casi todas las áreas, por citar algunos: Arquitectura, Ingeniería Civil, Mecánica, Industrial, Naval, Espacial, Robótica, etc; es utilizado para la construcción de bienes de equipo, herramientas, máquinas, automóviles, aparatos de elevación y transporte, entre otros.

- Análisis estático de Estructuras
- Análisis dinámico de Estructuras
- Representar mediante un modelo matemático un sistema físico real.
- Determinar la respuesta del modelo matemático que está sometido a un conjunto de cargas dadas o a fuerzas externas.

Respuesta:

- Esfuerzos, deformaciones
- Propiedades de vibración
- Condiciones de estabilidad
- Cargas: Cargas estáticas (independientes del tiempo), Cargas dinámicas (interviene el tiempo), generadas por cambios de temperatura (representada como carga).
- Otras.

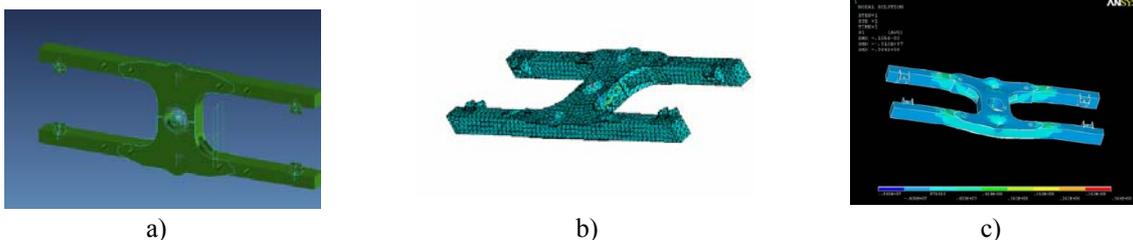


Figura 3-4. Análisis Estructural de un chasis de un vagón del metro. La determinación de los esfuerzos en el chasis es importante en la realización de las tareas de mantenimiento y prevención de fallas. a) Diseño de la pieza dibujado en Unigraphics, b) Modelo discretizado en elementos finitos en ANSYS, c) Esfuerzo principal máximo en condiciones estáticas 29.2 MPa.

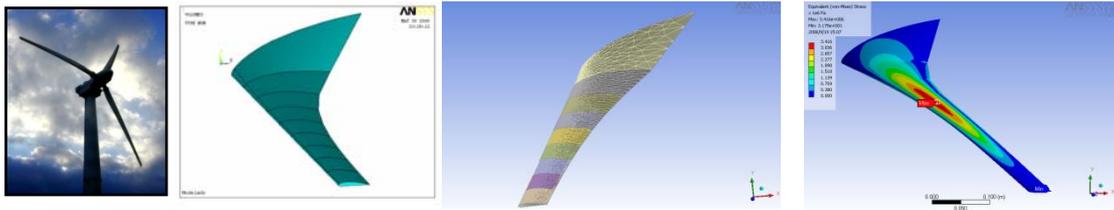


Figura 3-5. Análisis Estructural en ANSYS del alabe de un aerogenerador en una central eólica. a) Diseño de la pieza b) Modelo discretizado en elementos finitos, c) Esfuerzo máximo en el alabe por presión del viento.

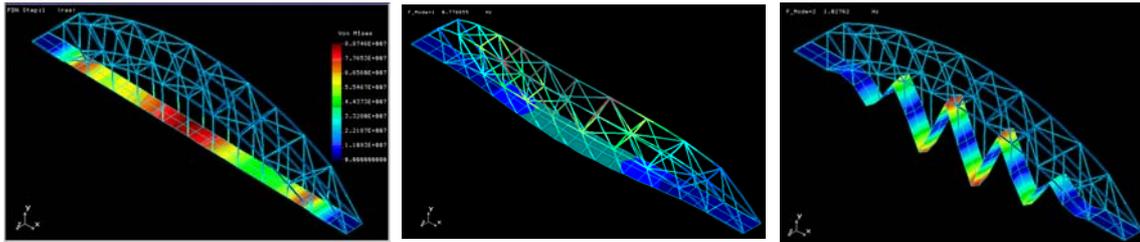


Figura 3-6. Análisis dinámico de un puente debido a una condición sísmica, en COSMOS

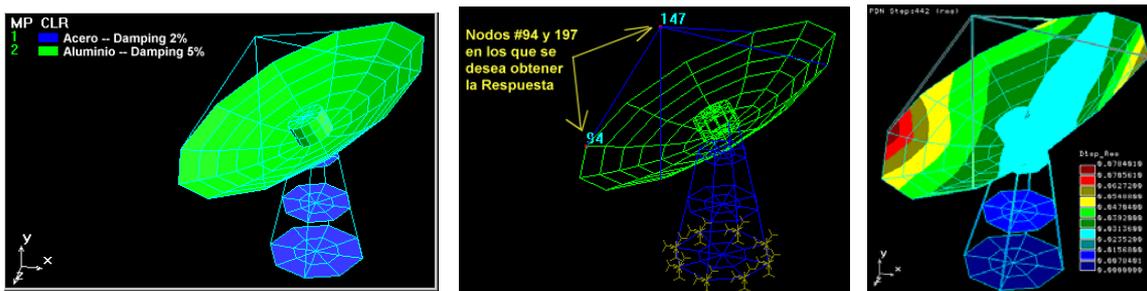


Figura 3-7. Análisis dinámico de vibraciones aleatorias en una antena de satélite en COSMOS.

Análisis Térmico y dinámica de fluidos. Programas para análisis térmico y flujo de fluidos son también utilizados comúnmente en áreas de la Ingeniería Química, Mecánica, Biología, Medicina, incluso pueden encontrarse también aplicaciones dentro de la Ingeniería Eléctrica, puesto que los parámetros eléctricos de un componente o sistema están estrechamente vinculados con la temperatura.

Se pueden realizar análisis de este tipo aplicados en la construcción y control de procesos químicos; diseño de maquinas eléctricas y dispositivos electrónicos, Metalurgia, Ingeniería Naval, en el campo aeroespacial, entre muchas otras.

A grandes rasgos, es posible realizar análisis térmicos vinculados a lo siguiente:

- Fenómenos de conducción, convección, radiación.
- Análisis de cambio de Fase: sólido, líquido, gaseoso.
- Análisis transitorio: Conducción, convección, radiación

Respecto al análisis de dinámica de fluidos:

- Estacionario o transitorio: Comportamiento del flujo laminar y/o turbulento; Transferencia de calor (conducción, convección natural o forzada; Transferencia de calor conjugada.
- Fluidos: Compresibles/incompresibles, newtonianos/ no newtonianos, de múltiples especies.
- Etc.

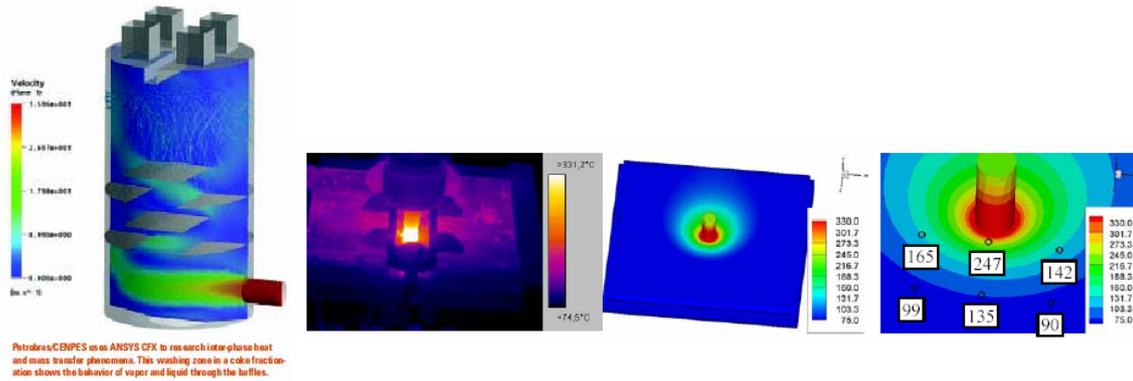


Figura 3-8. Análisis en ANSYS CFX del fenómeno de transferencia de masa y cambios de fase de un fluido en un tanque, b) análisis térmico en ANSYS de un proceso de soldadura por fricción.

Análisis Electromagnético. Programas de análisis electrostático y electromagnético son utilizados en la industria, principalmente dentro del campo de la Ingeniería Eléctrica, Electrónica, Telecomunicaciones, entre otros. Algunos fenómenos que pueden estudiarse son los siguientes:

- Visualización de campos H, B, J, E.
- Flujo de corriente
- Voltajes inducidos
- Flujos dispersos
- Fuerzas dinámicas, torque
- Saturación, pérdidas de potencia, pérdidas por histéresis
- Corrientes parásitas
- Análisis estático, armónico, transitorio.
- Entre otros.

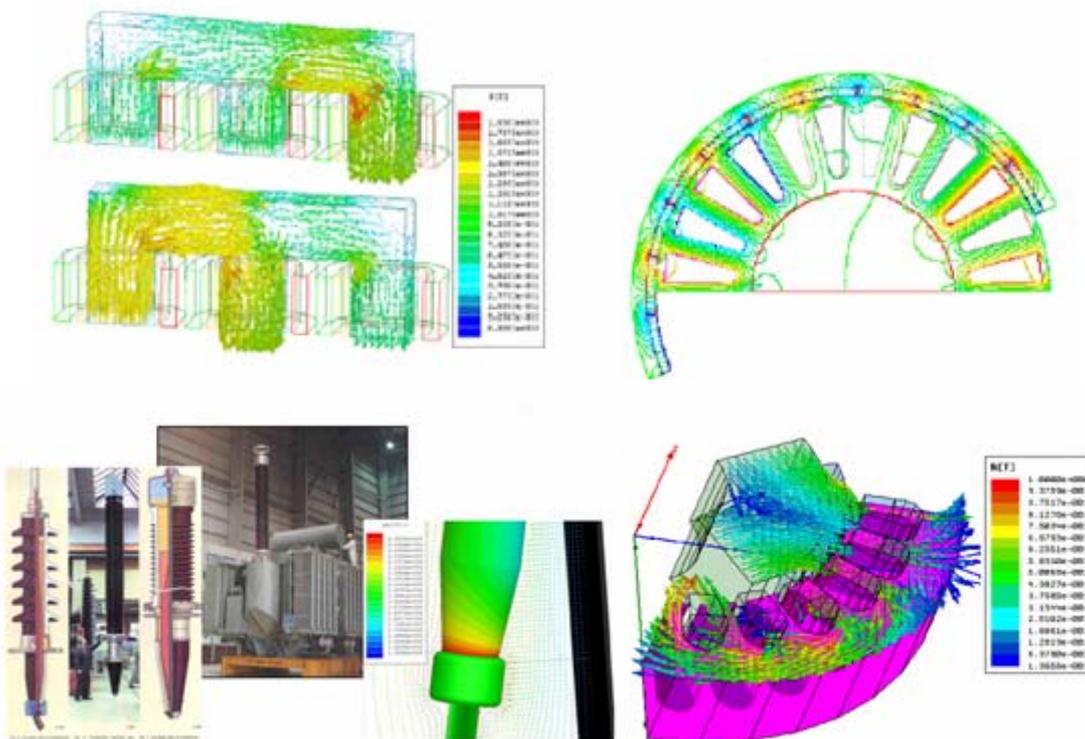


Figura. 3-9. Análisis diversos de campos electrostáticos y de campo magnético

Programas de elemento finito se pueden encontrar diversas aplicaciones, no solo dentro de la industria sino también en el campo de la ciencia: En la medicina, biología, geología, bioquímica, Astronomía, etc. También se da en campos como el deporte, la música y el entrenamiento militar. Incluso ya existen softwares comerciales que permiten vincular un problema a diferentes físicas.

En la mayoría de estos casos la simulación se realizara antes de la elaboración del producto, con el fin de prevenir problemas futuros que pudieran manifestarse ya sea cuando el producto se encuentre en funcionamiento o en operación por el mismo usuario.

3.5 Definición del método de elemento finito.

El método de Elemento Finito (MEF) es un procedimiento numérico utilizado para resolver problemas de la ingeniería y la física, mediante la solución numérica de las ecuaciones diferenciales parciales que gobiernan a estos fenómenos.

A diferencia de la técnica por diferencias finitas, en el que la aproximación de la solución tiene varias desventajas: es difícil de aplicar a sistemas con geometría irregular, con condiciones de frontera no usuales o de composición heterogénea; el método del elemento finito ofrece una mejor alternativa a tales sistemas.

Como se puede ver en la figura, el uso de elementos, en lugar de una malla rectangular, proporciona una mejor aproximación para sistemas con forma irregular.

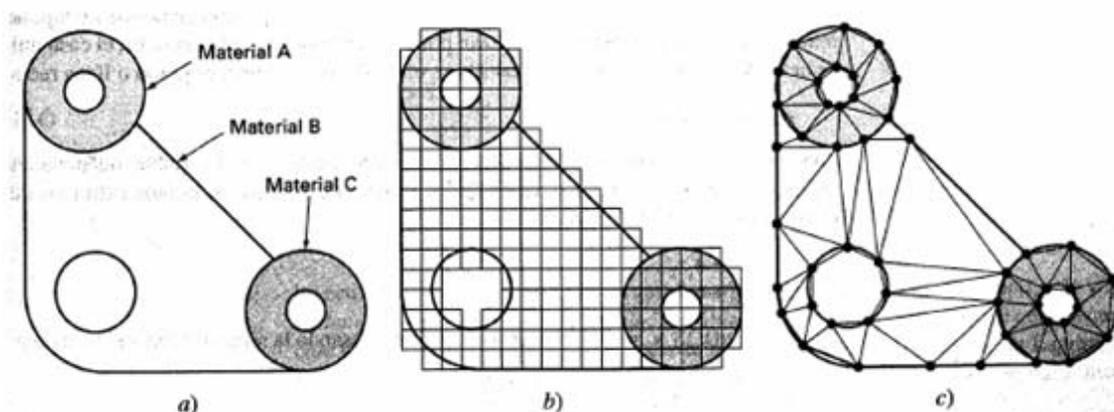


Figura 3-10. Un empaque con geometría irregular y composición no homogénea, b) Un sistema así es muy difícil de modelar con la técnica de diferencias finitas. Esto se debe al hecho de que se necesitan aproximaciones complicadas en las fronteras del sistema y en las fronteras entre las regiones de diferente composición, c) Una discretización por elementos finitos es mucho más adecuada para tales sistemas.

El concepto fundamental del método de elemento finito es que dada una función continua en un dominio, tal como la temperatura, la presión, el potencial eléctrico, etc. ésta pueden ser aproximada por un modelo discreto compuesto por un conjunto de funciones continuas seccionadas definidas sobre un número finito de sub-dominios, llamados precisamente “elementos finitos”. Esta técnica es conocida como la técnica de descomposición del dominio. Las funciones seleccionadas son definidas mediante los valores de la función en un número finito de puntos de su dominio llamados nodos de la malla de elementos finitos, en la que se descompuso el dominio.

La solución numérica consiste en determinar los valores de las ecuaciones diferenciales parciales establecidas en cada elemento, uniendo o “ensamblando” las soluciones individuales. A menudo se utilizan polinomios para este propósito. Cabe mencionar que hay que tener cuidado de asegurar la continuidad de las fronteras entre los elementos. De este modo, la ecuación diferencial parcial se satisface por secciones.

En cualquier sistema a analizar, podemos distinguir entre:

- *Dominio.* Espacio geométrico donde se va a analizar el sistema.
- *Condiciones de frontera.* Variables conocidas y que condicionan el cambio del sistema: Voltajes, corrientes, cargas, desplazamientos, temperaturas, fuentes de calor, etc.

- *Incógnitas*. Variables del sistema que deseamos conocer después de que las condiciones de frontera han actuado sobre el sistema: Campos electrostáticos, campos electromagnéticos, desplazamientos, deformaciones, temperaturas, etc.

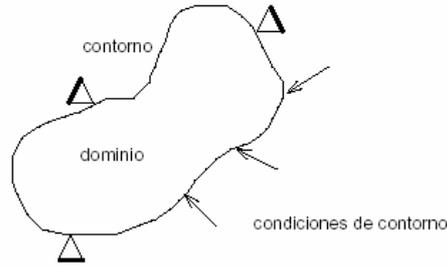


Figura 3-11. Analogía de un sistema.

El método de los elementos finitos supone, para solucionar el problema, el dominio discretizado en subdominios, denominados *elementos*. El dominio se divide mediante *puntos* (en el caso lineal), mediante *líneas* (en el caso bidimensional) o *superficies* (en el tridimensional) imaginarias, de forma que el dominio total a estudiar se aproxime mediante el conjunto de porciones (elementos) en que se subdivide. El ensamble de todos estos elementos conforma la *mall*a de elementos finitos o simplemente *mall*a. Los elementos se definen por un número discreto de puntos, llamados *nodos*, que conectan entre si los elementos. Sobre estos nodos se materializan las incógnitas fundamentales del problema.

En el caso de análisis estructurales, por ejemplo, estas incógnitas son los desplazamientos nodales, ya que a partir de éstos se puede calcular el resto de incógnitas que nos interesen: tensiones, deformaciones, etc. A estas incógnitas se les denomina *grados de libertad* de cada nodo del modelo. Los grados de libertad de un nodo son las variables que determinan el estado y/o posición del nodo.

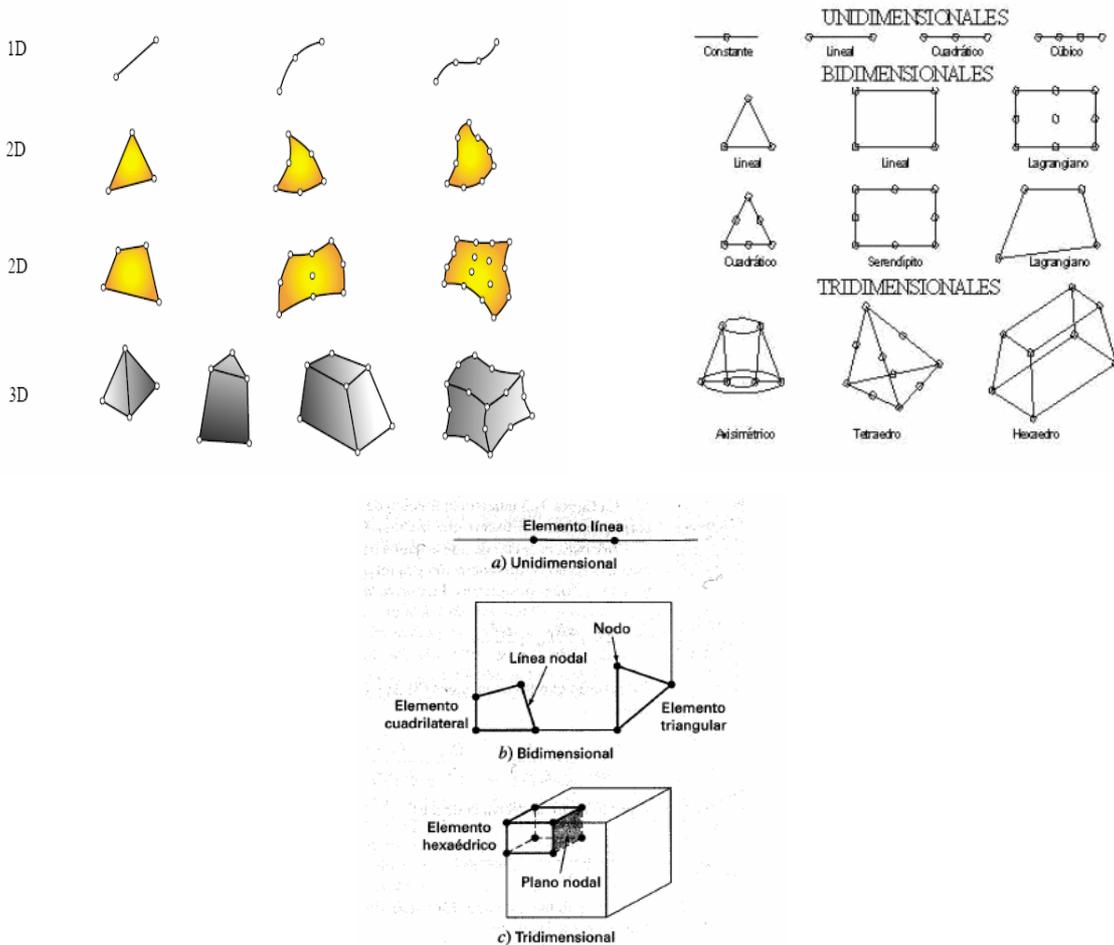
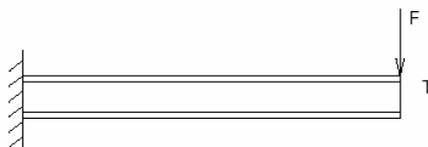


Fig. 3-12. Tipos de elementos usados en un análisis estructural.

Para un análisis estructural, por ejemplo, si el sistema a estudiar fuera una viga en voladizo con una carga puntual en el extremo y una distribución de cargas tal y como muestra en la figura:



La descomposición del dominio puede ser:

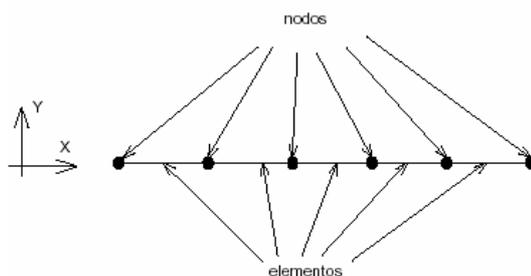


Fig. 3-13. Descomposición del dominio en nodos y elementos.

Los grados de libertad de cada nodo serán:

- Desplazamiento en dirección x
- Desplazamiento en dirección y
- Giro según z
- Temperatura

El sistema, debido a las condiciones de frontera: empotramiento, fuerza puntual, temperatura; evoluciona hasta un estado final. En este estado final, conocidos los valores de los grados de libertad de los nodos del sistema, podemos determinar cualquier otra incógnita deseada: tensiones, deformaciones, etc.

Planteando la ecuación diferencial que rige el comportamiento del continuo para el elemento, se llega a fórmulas que relacionan el comportamiento en el interior del mismo con el valor que tomen los grados de libertad nodales. Este paso se realiza por medio de unas funciones llamadas de interpolación, ya que éstas “interpolan” el valor de la variable nodal dentro del elemento.

El problema se formula en forma matricial debido a la facilidad de manipulación de las matrices por parte de las computadoras. Conocidas las matrices que definen el comportamiento del elemento (en el caso estructural serán las llamadas matrices de rigidez, amortiguamiento y masa, aunque esta terminología ha sido aceptada en otros campos de conocimiento) se ensamblan y se forma un conjunto de ecuaciones algebraicas, lineales o no, que resolviéndolas nos proporcionan los valores de los grados de libertad en los nodos del sistema.

3.6 Metodología básica en la solución de problemas con elemento finito

Antes de comenzar a resolver cualquier problema mediante un programa de Elementos Finitos conviene revisar una serie de puntos:

1. **Selección del tipo de análisis.** Podemos citar, por ejemplo: Determinar deformaciones, distribuciones de temperatura, flujos magnéticos, etc. conocer cómo evoluciona un sistema: calcular frecuencias de vibración, propagación de ondas electromagnéticas, fluidos oscilantes, etc. Este punto determinará el tipo de análisis a realizar.
2. **Generación de la geometría.** Seguramente se conoce la geometría real del problema, pero a la hora de realizar su análisis podemos simplificarla en función del objetivo del análisis, ya que es

posible que algunos o la mayoría de los detalles pueden ser redundantes y lo único que conllevan es a un consumo excesivo de tiempo de cálculo y de espacio de almacenamiento. Para ello se deben buscar posibles simetrías, antisimetrías, axisimetrías del problema, eliminación de detalles superfluos: radios, cortes a la geometría, etc.

- 3. Discretización.** Este paso consiste en dividir el dominio de la solución en elementos finitos. Una vez estudiada la geometría se podrá decidir el o los tipos de elementos a utilizar y las características de los mismos.
- 4. Asignación de propiedades de materiales.** Para la elaboración del análisis se deberá conocer en forma precisa las propiedades del o los materiales (en el caso de análisis estructurales: módulo de elasticidad, conductividad; para análisis térmicos: coeficiente de convección, conductividad térmica; para análisis electromagnéticos: conductividad eléctrica, permeabilidad, constante dieléctrica, etc.) a emplear.
- 5. Asignación de condiciones de frontera.** También serán conocidas, pero se deberán estudiar si son o no importantes o influyentes en el tipo de análisis a realizar (en algún análisis electromagnético puede darse el caso, por ejemplo, que nuestro sistema este sometido a un campo magnético externo, pero que deseemos realizar un análisis de pérdidas óhmicas causadas por una fuente de corriente inicial circulando en el sistema, en ese caso el resultado es afectado por esta primera condición). Una vez decididas las condiciones de frontera hemos de estudiar la forma de aplicarlas, si representan las condiciones reales del problema, si existe equilibrio (en el caso de que sea un análisis estático), etc. La asignación de condiciones de frontera apropiadas es una de las decisiones más complejas a la hora de realizar un análisis por elementos finitos.
- 6. Resultados.** Para poder saber si hemos realizado correctamente el análisis o si representa bien la realidad, deberemos tener una idea de cómo va a responder. Por ejemplo, si estamos analizando una tubería sometida a presión interior y los resultados nos indican que disminuye el radio deberemos pensar que hemos modelado mal el sistema, bien en la aplicación de las cargas, en el mallado, etc.

3.7 La solución de campos electromagnéticos

Para el caso de la teoría electromagnética, que es nuestro principal interés, el método de elemento finito se enfoca a la resolución de las ecuaciones de Maxwell. A partir de estas ecuaciones es posible definir casos especiales tales como son el campo electromagnético estacionario, el campo electroestático, el campo magnetostático, la propagación de ondas y el campo electromagnético cuasi-estacionario. Normalmente los programas comerciales de elemento finito cuentan con diferentes módulos de cálculo para cada uno de estos casos especiales y existe una formulación particular para cada caso.

El procedimiento típico a seguir en la solución de un problema de campos electromagnéticos, utilizando un programa de MEF es resumido en el diagrama de flujo de la figura 3-14.

3.8 Fronteras de impedancia con elemento finito

El cálculo de corrientes eddy usando el método de elemento finito en 3D, puede llegar a ser muy caro computacionalmente hablando, así como también resulta difícil construir modelos a detalle en donde el efecto piel ocurre. En modelos con dimensiones grandes, las cuales se tienen dimensiones del orden de metros, el efecto piel tiene dimensiones del orden de milímetros, por esta razón el uso de elementos sólidos en 3D suelen causar errores debido a la pobre proporción en el aspecto de estos elementos, ya que por cada elemento se calcula el efecto piel y el tamaño del modelo suele incrementarse rápidamente así como el tiempo de solución.

Es para este tipo de situaciones en donde las fronteras de impedancia han sido desarrolladas. El método solo requiere que la superficie del material sea cubierta con elementos finitos. Las propiedades del material tales como la conductividad eléctrica y la permeabilidad relativa son utilizadas para especificar estos elementos. Solo la superficie que tiene contacto con el flujo magnético necesita ser modelada puesto que muy poco flujo penetra más allá de la pared.

Las fronteras de impedancia permiten simular el efecto de las corrientes eddy en un conductor sin calcularlas explícitamente. Para asignar una frontera de impedancia, es necesario que el efecto piel (δ) del objeto que se modele sea muy pequeño en comparación a la dimensión más pequeña de la estructura (espesor de la placa). Ver tabla 1-2 del capítulo 1.

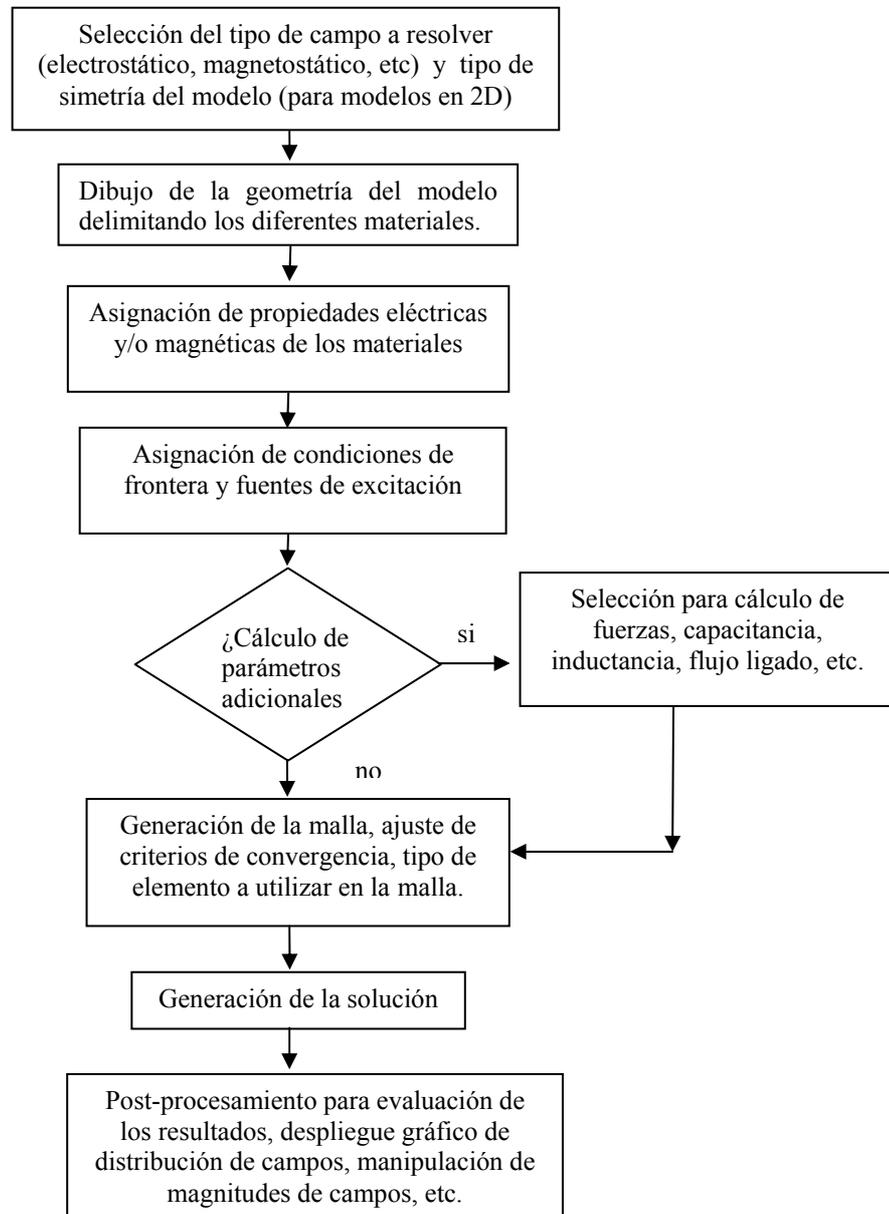


Figura 3-14. Diagrama de flujo para la solución de problemas utilizando un programa de cálculo de campos electromagnéticos por elemento finito.

En el caso particular del software utilizado, si se usa una frontera de impedancia, esta debe ser aplicada al objeto entero. Esto significa que para objetos sólidos en 3D, el objeto debe ser asignado como conductor perfecto ($\sigma = \infty$, $\mu_r = 1$) y todos sus lados (superficies) deben ser asignados con fronteras de impedancia. Para la región exterior del modelo (background), el campo magnético automáticamente es tangencial (mismo que para un conductor perfecto), de tal forma que simplemente puede seleccionarse alguna de sus superficies desde el post-procesador para calcular las corrientes eddy sobre ella.

Una vez resuelto el campo en el modelo, se analizan los resultados obtenidos y se calculan las pérdidas en el material. Las pérdidas en watts están dadas por la siguiente ecuación:

$$P = \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu_r}{8\sigma}} \int_{\text{surface}} H_t H_t^* ds \quad (3-1)$$

donde μ_r es la permeabilidad relativa, μ_0 es la permeabilidad del espacio libre: $4\pi \times 10^{-7}$ H/m, H_t es la componente tangencial del vector H sobre la frontera de impedancia y H_t^* es el complejo conjugado de la componente del vector H. Deben introducirse los valores pico de corriente en las fuentes para obtener las pérdidas máximas.

Los materiales que tienen relativamente una mayor penetración de campo (tales como el aluminio, acero inoxidable, cobre, etc.) pueden ser modelados con elementos 3D y las pérdidas óhmicas son calculadas a partir de las corrientes eddy que se generen dentro del material. En estos casos se puede usar la ecuación siguiente:

$$P = \int_{\text{Vol}} \frac{J \cdot J^*}{2\sigma} dVol \quad (3-2)$$

donde J es la densidad de corriente y J^* es el complejo conjugado de la densidad de corriente.

Para propósitos de reducir la cantidad de elementos finitos y por lo tanto el tiempo de solución, es posible afinar la malla solo en las zonas del objeto en donde nos interesa calcular con precisión las pérdidas.

Capítulo 4. Aplicación del método de elemento finito al cálculo de pérdidas en Transformadores

4.1 Introducción.

Pérdidas del transformador. Las pérdidas de un transformador incluyen las pérdidas en vacío (pérdidas en el núcleo y pérdidas por corriente de excitación) y las pérdidas en carga (pérdidas por resistencia, pérdidas por corrientes parásitas en los devanados y pérdidas por flujos dispersos).

Las pérdidas en vacío ocurren cuando el transformador es energizado con su voltaje nominal en las terminales de entrada, pero las terminales de salida están en circuito abierto, de tal forma que no haya ningún flujo de corriente. De esta forma, el flujo magnético completo está presente en el núcleo y solo la corriente de excitación necesaria circula en los devanados. Las pérdidas en vacío están predominantemente en el núcleo debido a la histéresis y las corrientes parásitas producidas por la variación en el tiempo del flujo magnético en el acero eléctrico del núcleo.

Las pérdidas bajo carga ocurren cuando en las terminales de salida del Transformador es conectada una carga, de tal forma que la corriente fluye a través del transformador, desde las terminales de entrada a las terminales de salida. Aunque las pérdidas en el núcleo también ocurren en este caso, no están consideradas como parte de las pérdidas bajo carga. Cuando se realiza la medición de pérdidas bajo carga, las terminales de salida son cortocircuitadas a tierra y solo un pequeño voltaje de impedancia es aplicado en las terminales de entrada para producir el valor deseado de corriente (corriente nominal).

Las pérdidas bajo carga son comúnmente clasificadas como: pérdidas I^2R debido al efecto joule producido por el flujo de corriente en los devanados; y pérdidas por flujos dispersos o indeterminadas (stray losses), que son debidas al flujo magnético disperso al estar en contacto con objetos metálicos tales como pared del tanque, bastidores o estructuras de soporte, y en los mismos devanados. Debido a que usualmente los conductores del devanado son frecuentemente fabricados con varias cintas en paralelo y en ocasiones con transposiciones, las pérdidas I^2R son usualmente determinadas por la resistencia D.C. de los devanados. Las pérdidas indeterminadas dependen de la conductividad, permeabilidad y la forma del objeto metálico en cuestión. Estas pérdidas se deben principalmente a las corrientes eddy inducidas en estos objetos. Aunque normalmente el objeto puede estar hecho de material ferromagnético, tales como el tanque y bastidores, sus dimensiones son tales que las pérdidas por histéresis tienden a ser pequeñas en relación a las pérdidas por corrientes eddy.

Aunque las pérdidas son usualmente una pequeña fracción de la potencia del transformador (<0.5% en transformadores de Potencia), estas pueden producir sobrecalentamientos, que pueden comprometer la operación del Transformador. Por lo que es importante para el diseñador del Transformador entender como estas pérdidas surgen y calcularlas tan exacto como sea posible, para que estos valores sean considerados en la etapa de diseño y mantenerlos a un nivel que pueda ser manejado por el sistema de enfriamiento. Por otra parte, hay que considerar el costo por cada KW que el usuario agrega a las pérdidas.

Se utilizaran métodos de análisis tales como el método de elemento finito, ya que pueden facilitar el cálculo de pérdidas indeterminadas para geometrías complejas. Debe notarse que estos métodos de cálculo aun no son rutina todavía en diseño, debido a que se requiere de elaborar una geometría para cada nuevo diseño. Aun así es posible que estos métodos sirvan para calcular distribuciones de flujo magnético y datos de pérdidas con gran exactitud, e incluso se puede llegar a hacer modelos paramétricos que puedan usarse en diferentes geometrías. La obtención de resultados confiables con este tipo de métodos debe ser validado con resultados obtenidos de mediciones hechas en laboratorio, a través de la fabricación de prototipos. Solo así estaremos en posibilidad de determinar que las pérdidas calculadas con este tipo de métodos se asemejan a las reales.

4.2 Pérdidas por Flujos de Dispersión.

Cuando se conecta una carga al secundario, y fluye una corriente, las amperes-vuelta de la bobina secundaria tienden a producir un flujo común; al mismo tiempo, suficiente flujo debe concatenar las vueltas del primario, para producir el voltaje inducido en la bobina primaria (voltaje aplicado, menos el perdido en el resistor del primario).

Así, un flujo activo debe pasar alrededor del núcleo para producir estos voltajes. De hecho, estos flujos no se separan para nada, sino se combinan. Es posible formarse una pronta imagen de la combinación para la situación de carga reactiva, en que el flujo de dispersión esta efectivamente en fase con el flujo activo y a su vez los amperes-vuelta del secundario desvían el flujo, alejándolo del núcleo y haciéndolo escaparse entre los devanados; de aquí que se le llame "flujo de dispersión o de escape".

Por otro lado y visto de otra manera podemos decir más prácticamente que debido a la reluctancia del material que constituyen a los núcleos reales y la forma geométrica economizada de los mismos, y en algunas ocasiones a la presencia del entre-hierro, algunas líneas de flujo generado por la corriente magnetizante en el bobinado primario no llegan al secundario. La manera de reducir los flujos indeseables que representan una pérdida de energía es devanar los embobinados lo más adheridos posibles al núcleo y muy juntos entre sí, utilizando devanados concéntricos, doblemente concéntricos y superpuestos.

Las pérdidas por flujos de dispersión simplemente son pérdidas por corrientes parasitas que produce el flujo de fuga al penetrar en la superficie de otros componentes metálicos conductores, tales como el núcleo, los herrajes del núcleo y el tanque.

Tabla 4-1. Distribución de pérdidas en un Transformador

Perdidas	Origen	Causa	Naturaleza	Carácter	Localización
Perdidas Totales	En Vacío	Flujo magnético común	Histéresis Magnética	Nominales	En las laminas del núcleo
				Indeterminadas	En los pasadores y elementos de montaje
			Corrientes parasitas	Nominales	En las laminas del núcleo
				Indeterminadas	En las rebabas, pasadores, etc.
		Corriente Inductora	Efecto Joule	Nominales	En las Bobinas
		Flujo de Autoinducción	Efecto Superficial	Adicionales	En las Bobinas y partes metálicas por el flujo disperso
		Flujo electrostático y corrientes de fuga	Histéresis Dieléctrica y Conducción	Empíricas	En los aislantes
	Aumento debido a la carga	Flujo magnético común	Histéresis Magnética	Nominales	En las laminas del núcleo
				Indeterminadas	En los pasadores y elementos de montaje
			Corrientes parasitas	Nominales	En las laminas del núcleo
			Indeterminadas	En las rebabas, pasadores, etc.	
Corriente de carga	Efecto Joule	Nominales	En las Bobinas		
Flujo de Autoinducción	Efecto Superficial	Adicionales	En las Bobinas y partes metálicas por el flujo disperso		

4.3 Casos de validación

Caso 1. Cálculo de pérdidas en la cubierta de un tanque de transformador, debido al paso de la Guía de boquilla penetrando la cubierta del tanque de un transformador (Simulación en 3D).

En orden de validar el método, el problema de una terminal de conexión saliendo de la parte superior de un tanque fue analizado. Este problema no puede ser resuelto con un software 2D. En este caso, una geometría simplificada fue utilizada de tal forma que pudiera ser modelado con elementos de frontera de impedancia para obtener las pérdidas, y también con un gran número de elementos 3D, así las pérdidas fueron calculadas de las corrientes eddy generadas dentro del objeto.

La geometría, mostrada en la figura 4-1, consiste de un disco circular con un barreno dentro de el. El diámetro exterior del disco es de 305mm y el diámetro del barreno es de 132mm. El espesor del disco es de 9.5mm y fabricado de Acero al Carbón con una permeabilidad de 200 y una conductividad de 4×10^6 $(\Omega\text{-m})^{-1}$. La guía es de 1270mm de longitud y tiene un diámetro de 25.4mm. La corriente *rms* en la guía es de 5,800 Amperes a 60Hz.

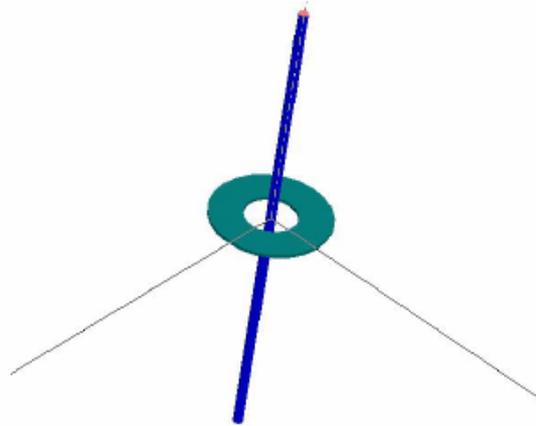


Figura 4-1. Geometría de la terminal pasando a través de una placa con un barreno en el centro, para simular una terminal cruzando la cubierta de un tanque.

La figura 4-2 muestra la densidad de pérdidas sobre la superficie de la placa con el método de fronteras de impedancia. La figura muestra que las pérdidas más altas están cerca de centro del barreno, como se esperaba.

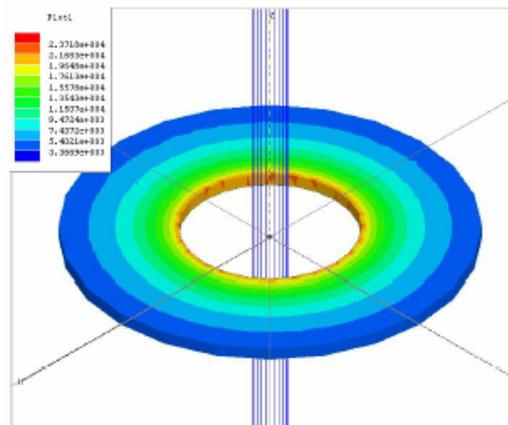


Figura 4-3. Densidad de pérdidas sobre el disco de Acero al carbón. La escala está en W/m^2 . Corrientes pico fueron usadas en la generación del mapeo, por lo que las pérdidas incluyen el factor de $\sqrt{2}$, el cual suele ser necesario, si las corrientes rms fueron utilizadas.

Las pérdidas totales fueron calculadas utilizando la siguiente ecuación:

$$P = \sqrt{\frac{\omega \mu_r \mu_o}{8\sigma}} \int_{surface} H_t \bullet H_t^* ds \quad (4-1)$$

Donde μ_r es la permeabilidad relativa, μ_o es la permeabilidad del espacio libre: $4\pi \times 10^{-7}$ H/m, H_t es la componente tangencial del vector H sobre la frontera de impedancia y H_t^* es el complejo conjugado de la componente del vector H.

Las pérdidas totales, usando la ecuación anterior, fueron de 1,095 Watts. Cuando este problema fue modelado subdividiendo internamente el disco en un gran número de elementos finitos 3D, las pérdidas fueron calculadas en la manera estándar, integrando las corrientes eddy generadas dentro del material:

$$P = \int_{Vol} \frac{J \bullet J^*}{2\sigma} dVol \quad (4-2)$$

Donde J es la densidad de corriente y J^* es el complejo conjugado de la densidad de corriente. Usando esta fórmula, las pérdidas obtenidas fueron: 1017 Watts, estando de acuerdo con los resultados obtenidos con el método de fronteras de impedancia.

Se debe notar que, de esta densidad de pérdidas conseguida en la superficie de la placa, un cálculo aproximado de la temperatura de la placa puede ser obtenida. Haciendo uso de la fórmula:

$$Q_{surf} = h\Delta T \quad (4-3)$$

Donde Q_{surf} es la densidad de pérdidas o flujo de calor en Watts/m², h es el coeficiente de transferencia de calor en Watts/m² °C, y ΔT es la elevación de temperatura en la superficie sobre la temperatura ambiente del fluido, en °C. Para encontrar la máxima temperatura asociada con estas pérdidas, se necesita ubicar en el mapeo de densidad de pérdidas, el valor más alto que cubra una mayor área razonable. El calentamiento localizado tendera a expandirse debido a la alta conductividad térmica del material. Usando este valor y un coeficiente de transferencia de calor de 70W/m², se estima una temperatura de punto más caliente (Hot-spot) de 214 °C. Esto suele aplicarse si el material fuera completamente inmerso en aceite. Para una cubierta de tanque, un valor de h más bajo suele ser usado, así la elevación de temperatura suele ser siempre alta.

Caso 2: Calculo de pérdidas por flujos dispersos componentes estructurales de transformadores de potencia utilizando fronteras de impedancia con elemento finito (Simulación en 3D).

En el presente trabajo se presenta un estudio en 3D realizado a 4 transformadores monofásicos de potencia idénticos de 100 MVA, 400 kV, para conexión a un compensador estático de vars (SVC). El objetivo es determinar las pérdidas en los componentes estructurales debidos a los flujos dispersos, mostrando el efecto de los blindajes en las distribuciones de flujo y pérdidas. En la parte final, se comparan los resultados obtenidos con el modelo de elemento finito (usando fronteras de impedancia) con los datos medidos durante las pruebas de aceptación de los transformadores.

Modelo del transformador

Se modeló un Transformador de Potencia monofásico de 60/75/100 MVA, 400/√3 - 16.7 KV, 60 Hz. 65° tipo OA/FOA/FOA.

La geometría de núcleo-bobinas, bastidores, placa seguro, tanque, etc. se modelan en sus dimensiones reales. Por razones de capacidad de cálculo numérico y sacando ventaja de la simetría, el modelo puede reducirse a ¼ del modelo completo, el cual se puede ver en la figura 4-4.

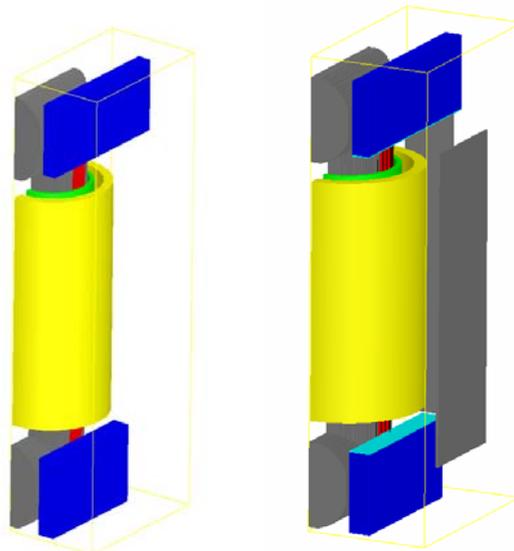


Figura 4-4. Vista en 3D del modelo del Transformador: a) Sin blindajes, b) con blindajes en tanque y bastidores.

La permeabilidad relativa del acero estructural (tanque, bastidores, placa seguro) se asume constante con un valor de 200 y con una conductividad eléctrica de 4×10^6 S/m [2]. El material del núcleo es hecho con láminas de acero al silicio. Debido a las características anisotrópicas del núcleo, son utilizados 3

diferentes valores en función del plano en el que se encuentran dichas laminaciones, los cuales son mostrados en la tabla 4-1.

Tabla 4-1. Propiedades anisotrópicas del Núcleo.

Dirección en el plano de laminaciones	μ_r	σ (S/m)
Dirección transversal	2500	2.00E+06
Dirección normal	25	0.001
Dirección del rolado	5000	2.00E+06

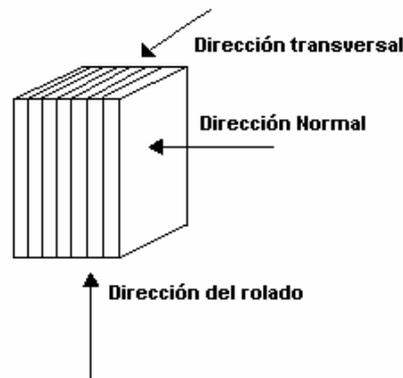


Fig. 4-5. Direcciones de los ejes en función del plano de laminaciones.

Efecto de los blindajes magnéticos en la distribución de pérdidas.

Se realizaron varios casos con el fin de analizar el comportamiento del flujo magnético en cada componente:

1. Modelo sin blindajes magnéticos
2. Modelo con blindajes en tanque
3. Modelo con blindajes en bastidores
4. Modelo con blindajes en tanque y bastidores.

Para el diseño y fabricación real del aparato, se considero el uso de ambos blindajes (tanque y bastidor), por lo tanto se dará mayor peso los resultados correspondientes al caso 4.

En la construcción de grandes transformadores, es común colocar blindajes magnéticos en las componentes para alterar la trayectoria de los flujos dispersos. Principalmente son de dos tipos: los primeros suelen ser de material altamente conductivo (aluminio, cobre, acero Inoxidable, etc.) y son colocados en las componentes estructurales para desviar el flujo a otra trayectoria; y los segundos son hechos de acero al silicio en forma de laminaciones, los cuales proporcionan una trayectoria de baja reluctancia para el flujo disperso; estos últimos son comúnmente usados para las paredes del tanque.

En este caso los blindajes usados para los bastidores son de aluminio ($\mu_r=1$, $\sigma=3.8 \times 10^7$) y para el caso de los blindajes en el tanque se usa el mismo material del núcleo, con las propiedades anisotrópicas mostradas en la tabla 1.

Resultados

Una vez ejecutada la solución del modelo, se pueden realizar algunos mapeos para analizar la distribución del campo magnético en cada una de las componentes, como se observa en la figuras 4-6, 4-7.

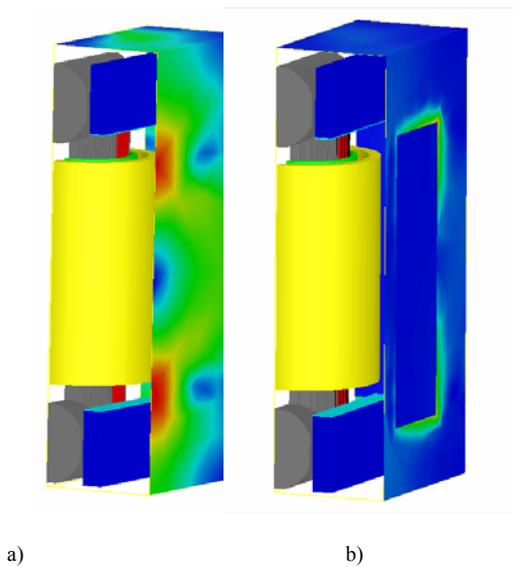


Figura 4-6. Distribución de H en el tanque: a) sin blindajes, b) con blindajes en tanque.

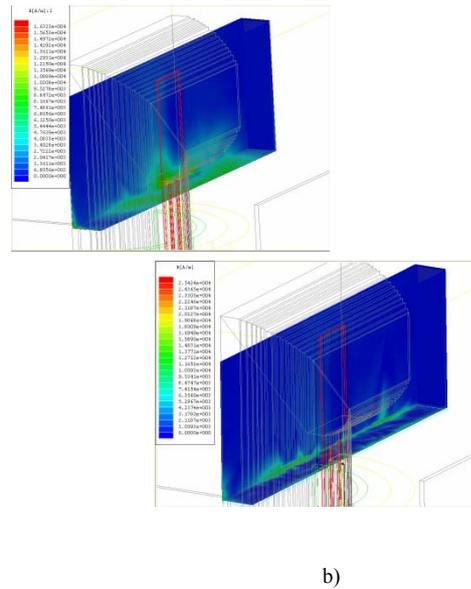


Figura 4-7. Distribución de H en bastidores: a) Sin blindajes, b) con blindajes.

Por ejemplo, en la figura 4-9 se observa el efecto de los blindajes de aluminio en los bastidores; el flujo magnético que llega a estos blindajes es desviado (aunque no en su totalidad) hacia el tanque, provocando que éste presente mayor pérdidas (ver tabla 2, casos 1 y 3). Esta situación se corrige al agregar a este modelo los blindajes magnéticos en las paredes del tanque (caso 4), mostrando que las pérdidas en el tanque disminuyen respecto al caso 3 (ver tabla 2, caso 3 y 4).

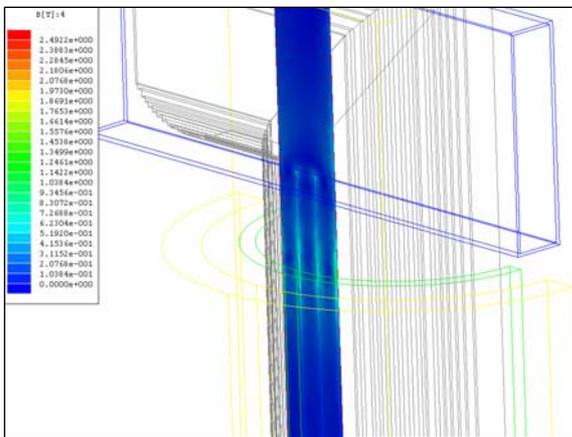


Figura 4-8 Distribución de B en la placa-seguro.

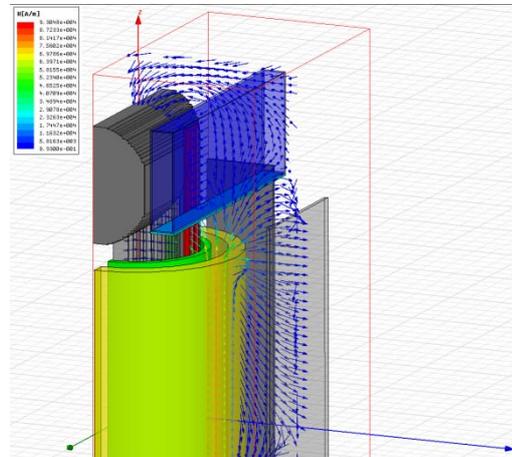


Figura 4-9: Distribución de H en componentes estructurales

Otro ejemplo se observa con la placa seguro, la cual se muestra en la figura 64. La densidad de flujo máxima se presenta justo en los bordes (superior e inferior) de las bobinas, justo en donde el campo sale del espacio alta-baja y entra al núcleo. Es común hacer ranuras a lo largo de éstas piezas, con el fin de disminuir las corrientes circulantes, y el modelo también permite visualizar este efecto.

Tabla 2. Pérdidas por flujos dispersos (W) en cada componente

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Tanque	5,178	2,024	5,844	2,216
Bastidor	4,224	2,352	3,140	1,492
Placa-seguro	28	248	292	252
Blindajes	0	0	548	488

En base a los resultados del caso 4, los cuales como ya se mencionó corresponden a la construcción final de los transformadores, se procedió a realizar una comparación contra los valores calculados con formulas analíticas y contra los valores medidos durante las pruebas de aceptación en fábrica de los transformadores.

La comparación entre las pérdidas con carga calculadas en cada componente del transformador, utilizando formulas analíticas y con el modelo de elemento finito, se resume en la tabla 3.

Hay que hacer notar que las pérdidas de borde en el núcleo, en guías y cubierta y las pérdidas en los devanados (I^2R y eddy), no fueron calculados para este modelo, debido a que el objetivo principal de este trabajo estaba principalmente enfocado al cálculo de pérdidas en componentes estructurales. Un estudio más profundo incluyendo estas componentes se presentará en un trabajo posterior.

Tabla 4-3. Pérdidas totales (W) referidas a 60 MVA.

Componente	Método Analítico	Elemento Finito
Tanque	1,123	2,216
Borde del Núcleo	6,081	6,081
Bastidor	1,216	1,492
Guías y cubierta	2,569	2,569
Placa-seguro	0	252
Blindajes	0	488
Pérdidas por flujos dispersos	10,989	13,098
Pérdidas I ² R	95,544	95,544
Pérdidas Eddies	7,891	7,891
Total (Watts)	114,424	116,533

De la tabla 4-3, se observa que existen diferencias apreciables para algunas componentes, entre las pérdidas calculadas por fórmulas analíticas y las estimadas con el modelo de elemento finito; la diferencia entre el total de pérdidas por flujos dispersos más pérdidas de eddy, entre ambos casos, es del orden del 10% con respecto al valor calculado con el modelo de elemento finito.

A pesar de que las fórmulas analíticas arrojan resultados (totales) similares a los obtenidos con el modelo, su desventaja principal es que no es posible visualizar el comportamiento del campo magnético ante modificaciones menores e intencionales en el diseño; además de que resulta prácticamente imposible determinar los puntos calientes locales (puntos donde las concentraciones de campo son grandes) dentro del transformador.

Finalmente, para validar de los resultados obtenidos en las simulaciones, se realizó una comparación contra los valores de pérdidas medidas durante las pruebas de aceptación en fábrica de los transformadores. Los valores reportados en la tabla 4-4 corresponden con el promedio de los valores medidos en las cuatro unidades fabricadas.

Tabla 4-4. Datos de prueba del transformador (pérdidas a 75°)

Devanado	Tensión	Cap KVA	I ² R	Strays	Edd	Ind @ 75°C	Wcu	Wfe	Wtotales
AT	400.00	60,000	95,508	9,876	7,891	17,767	113,275	27,533	140,808
BT	16.70	75,000	149,231	13,919	12,330	26,249	175,480	27,533	203,013
		100,000	265,299	25,468	21,919	47,388	312,687	27,533	340,220

Comparando los valores calculados y los medidos para únicamente las pérdidas indeterminadas, tenemos que las pérdidas medidas son aproximadamente un 15 % menores que las calculadas. Mientras que para las pérdidas con carga totales, el error relativo es solamente del 2.88 % respecto al valor medido.

V. Conclusiones

El uso de herramientas como el análisis por el método de elemento finito nos ayuda a tener una visión muy aproximada del comportamiento del flujo magnético dentro del transformador. Esto nos permite identificar zonas donde pueden presentarse concentraciones de flujo magnético en componentes estructurales, generando en ellas pérdidas elevadas y por ende ocasionando sobrecalentamientos excesivos. Estos puntos críticos pueden ser corregidos con el uso adecuado de blindajes magnéticos.

El uso del método de fronteras de impedancia en combinación con el método de elemento finito resultó apropiado para esta aplicación. Los resultados obtenidos fueron muy cercanos a los métodos de cálculo analíticos y resultados de prueba. La ventaja principal de usar fronteras de impedancia es que reduce de manera importante el cálculo numérico.

El error máximo entre los valores calculados y medidos para las pérdidas con carga totales resulta ser menor del 3%, validando de esta forma el modelo para estos transformadores.

El cálculo de pérdidas debidas a los flujos dispersos sigue siendo una tarea compleja. Aunque el modelo presentado arrojó resultados aceptables, es necesario continuar trabajando y ajustando los diferentes parámetros (propiedades de materiales, condiciones de carga, de frontera, etc.) del modelo, con el fin de validarlo en otras configuraciones de diseño y mejorar su precisión.

Para estudios y trabajos posteriores, es necesario incluir en el modelo el cálculo de pérdidas de borde en el núcleo, pérdidas en las guías y cubierta y las pérdidas en los devanados (I^2R y eddy). También, es necesario contar con la forma de realizar mediciones de índole magnética, cuya interpretación ayude a cuantificar las pérdidas disipadas en las componentes estructurales.

Aunque las pérdidas por cada componente y sumadas para cada una de ellas (pérdidas totales) que nos arroja el modelo, fueron como resultado muy similares a las mediciones reales realizadas sobre el transformador (lo que ya es un logro importante), sigue siendo conveniente y necesario que se realicen mediciones (con el uso de algún sensor magnético) y se contrasten componente a componente, para entonces asegurar que nuestro modelo está validado para analizar casos y arreglos más complejos.

Podemos comprobar hoy en día que el uso de programas basados en el método de elemento finito es ya una herramienta de gran utilidad en las industrias, debido a que es posible simular gran cantidad de problemas en diferentes disciplinas de la física con muy buena precisión. A medida que avance la tecnología de las computadoras añadido a la aparición de nuevos paquetes de diseño los márgenes de error en las simulaciones serán cada vez más cortos. Los resultados obtenidos usando el método de elemento finito siempre tendrán que ir de la mano con los obtenidos de las pruebas físicas (prototipos) pero solo en ciertas etapas del proceso de diseño, con el fin de validar tales resultados. Aunque los prototipos seguirán siendo necesarios, lo serán en menor medida y por lo tanto representara menor costo para las compañías el utilizar este tipo de programas.

Actualmente, muchas universidades e institutos de investigación comienzan a estar cada vez mas involucrados al incluir en sus planes de estudio el uso de programas de elemento finito, sabiendo de la necesidad que tienen las industrias de que los estudiantes egresados tanto de licenciatura como posgrado estén más preparados y listos para utilizar este tipo de herramientas.

VI. Bibliografía

- Ajuja, R., Del Vecchio, R. ,”Transformer stray loss and distribution studies using 3D finite element analysis”, 2006 TRAFOTECH.
- Holland,S:A, O’Connell, Haydock, L, “Calculating stray losses in power transformers using surface impedance with finite elements”. Transactions on Magnetics, vol. 28, No. 2, March 1992,
- Ansoft, Maxwell 3D, V11.1, Technical Notes.
- Hayt, W. “Teoría Electromagnética”. 5ª Edición. McGraw Hill.
- Kulkarni, Khaparde, “Transformer Engineering, Design and Practice”,Marcel Dekker, 2004.
- Kulkarni, Khaparde, “Stray losses in Power Transformers a review”, Power Engineering Society , Winter Meeting 2000, IEEE, Vol 3. pp 2269-2274.
- Karsai, Kerenyi, L. Kiss, “Large Power Transformers”, 1ª Edición. Elsevier.
- Chapra, Seven C. y Canale, Raymond p.; Métodos Numéricos para Ingenieros, McGraw Hill, México; 1999; 982 pag.
- Zienkewicz, O.C “El método de los Elementos Finitos”. Mc Graw-Hill. CIMNE. Barcelona .1994.
- E.E. Staff M.I.T. “Magnetic circuits and transformers” fifteenth printing, January 1965.
- L. Bean, N. Chackan, H. Moore, C. Wentz “Transformadores para la industria Eléctrica” Mcgraw Hill, Impreso en México, 1963
- Fernández, Juan C. “Ecuaciones de Maxwell” Universidad de Buenos Aires, departamento de Física Facultad de Ingeniería.
- Stephen J. Chapman, “Máquinas Eléctricas” 2º edición, McGraw-Hill, 1993. 621.31042 Ch367 1993.
- Fitzgerald, “Máquinas Eléctricas” 2º edición, McGraw-Hill, 1992. 621.31042 F576M.
- Johannes G. Lang, “El Campo Magnético” Siemens Aktiengesellschaft, Berlín 1985.
- Halliday, D.; Resnick, R.; Krane, K.S. Física. Vol.2. CECSA. México D.F. 1999. p. 661-68
- Great Experiments in Physics. Morris Shamos, editor. Holt, Rinehart and Winston, New York.
- The Feynman Lectures on Physics. R. Feynman. R. Leighton and M. Sands. Addison – Wesley. Reading.
- Source Book in Physics. W. Magie. Harvard University Press. Cambridge. Mass
- Foundations of Modern Physical Science. G. Holton and D.H.D. Roller. Addison – Wesley. Reading. Mass.
- Alonso, M.; Finn, E. Física. Addison – Wesley – Longman. México D.F. 1998.
- Schaum, D.; Van der Merwe, C.W. Física General. McGraw-Hill. México D.F. 1998. p. 237-247.
- Serway, R. Física. Tomo II. McGraw-Hill. México D.F. 1996.p. 1423-1452.
- Brueker, H. Etal. “Tracking and Imaging Elementary Particles”. Sci. American. August. 1991.
- Close, F. The Cosmic Onicn: Quarks and the Nature of the Universe. The American Institute of Physics. 1986.

- Fritsch, H. Quarks, The Stuff of Matter. London. Allen, Lane. 1983.
- Gamow, G. "Gravity and Antimatter". Sci. American. March. 1961.
- Goldman, T. Etal. "Gravity and Antimatter". Sci. American. March. 1989.
- Riordan, M. "The Discovery of Quarks". Science, 29 May 1992.
- Sears, F. W.; Zemaasky, M. W.; Young, H. D.; Freedmand, R. A. Física Universitaria. Volumen 2. Addison - Wesley. Longman. México D.F. 1996. p. 1413-1452.
- Cutnell, J. D.; Johnson, K. W. Física. Limusa, México D.F. 1999. p. 833-901
- Cromer, A. H. Física para las Ciencias de la Vida. Reverté. México D.F. 1996. p. 485-548.

Páginas webs

Propiedades Magnéticas de la Materia

<http://www.cec.uchile.cl/~cutreras/apuntes/node100.html>

Inductancia mutua de dos espiras

<http://www.cec.uchile.cl/~cutreras/apuntes/node120.html>

Reactancias e impedancias.

http://www.itlp.edu.mx/publica/tutoriales/electronica/tem2_3_.htm

Elementos de un circuito de corriente alterna

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/electromagnet/inducccion/alterna/alterna.htm>

Éter, luz y magnetismo

http://omega.ilce.edu.mx:3000/sites/ciencia/volumen2/ciencia3/078/htm/sec_5.htm

Faraday y la noción del vacio

http://omega.ilce.edu.mx:3000/sites/ciencia/volumen3/ciencia3/136/htm/sec_8.htm

Ondas Electromagnéticas

<http://www-istp.gsfc.nasa.gov/Education/Memwaves.html>

http://www.maloka.org/f2000/waves_particles/

Catalogo de imanes

<http://www.aiman-gz.com/catalogo.htm>

Paginas sobre Transformadores

<http://www.catsa.com.ar>

<http://www.coelma.com.br/>

http://www.crmagnetics.com/spanish/pr_mod17.htm

<http://www.crovisa.com/>

<http://www.df-sa.es/circuit8.html>

<http://208.55.56.109/comtrafo/>

<http://www.fbimel.com.br/fbimel/>

http://www.geocities.com/trafo_2000_2000/

<http://www.geocities.com/WallStreet/District/6485/>

http://www.iaf.es/enciclopedia/phonobox/transmonoauto_5.htm

<http://www.imc.com.br/default.htm>

<http://www.incoesa.com/>

<http://www.itd-transformadores.com.br/>

<http://www.manelcatra.com/materiale.htm>

<http://www.multinetmo.com.ar/trafooper/index.html>

http://www.polylux.com/esp/cata_esp.htm

<http://www.powerbras.com.br/>
<http://www.rale.ch/>
<http://www.tpm.ca/espagnol/interiores.htm>
<http://www.transformadores.net>
<http://www.transformadores.com>
<http://www.trafo.com.br/>
<http://www.transfcav.com.br/transfcav/default.htm>
<http://www.tro.matrix.com.br/larroyd/>
<http://www.tuscotrafo.com/>
<http://www.ubiobio.cl/electricidad/maquinas/paginas/portada.html>
<http://www.vtcw.com.mx/>
<http://www.weg.com.br>
<http://www.wtw.ind.br/>
<http://www.cepri.cl/mora/index.html>
<http://www.rhona.cl/transformadores.html>
<http://www.schaffner.cl/>
<http://werken.ubiobio.cl/>
<http://saturno.diee.unican.es/29261.htm>

Motores de pasos

<http://www.cs.uiowa.edu/~jones/step/>

Teoría Electromagnética

<http://www.lasalle.es/vina/contenidos/temasfisica/electromagnetismo/index.htm>
<http://www.colegiosanrafael.cl/gustavo/sitios4.html>
<http://www.todo-ciencia.com/fisica-mates/0i81056300d990262239.php>
<http://www-istp.gsfc.nasa.gov/Education/Mmfield.html>
<http://www.nalejandria.com/archivos-curriculares/>
<http://www.geocities.com/tresmilenariosdeliman/tema14.html>
<http://webmineral.com/help/ChemicalFormula.shtml>
<http://www.ejercitando.com.ar/teorquim/magnetita.htm>
<http://www.ifent.org/lecciones/electrostatica/eletica24.htm>
<http://www.irabia.org/web/ciencias/electricidad/electricidad/diferencia.htm>
<http://www.tochtli.fisica.uson.mx/castillo/HTM/CORRIENT.HTM>
http://www.extremadurasi.org/contenidos_docentes/electro/t3.htm#4
http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/publicaciones/publi_rocas/magnetita.htm
http://www.fluke.nl/common/country_pages/product_main.asp?locale=mxes
<http://www.unicrom.com/Tutoriales/circuitoRC.asp>
<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/magnetic/amplaw.html>
<http://www.lasalle.es/vina/contenidos/temasfisica/electromagnetismo/index.htm>
<http://www.physics.unomaha.edu/Sowell/Phys1120/Lectures/Chap20/FaradaysLaw/default.html>
http://physics.njit.edu/~cdenker/physics121_week12.pdf
<http://www.encyclopedia.com/html/F/Faradays.asp>
<http://www.fnrf.science.cmu.ac.th/theory/magnets/Induced%20Voltage.html>
<http://www.itcg.edu.mx/teoriaelectro/>
<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/electric/farlaw.html#c1>
<http://www.eui.upv.es/tele/ffi/LECCION5/I.HTM>
<http://www.csi.ull.es/~jplatas//web/cc/teoria/indext3.htm>
<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/electromagnet/fem/fem.htm>
<http://www.cec.uchile.cl/~cutreras/apuntes/node110.html>
http://www.unirioja.es/dptos/dq/fa/emo/prob_emo2/node2.html