



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA

**APLICACIÓN DEL MODELO DE LANCHESTER DE  
FUEGO DIRIGIDO EN LOS ENFRENTAMIENTOS DEL  
ESTADO EN CONTRA DEL NARCOTRÁFICO**

**TESIS**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

**INGENIERÍA DE SISTEMAS-INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES**

P R E S E N T A

**ING. GUILLERMO HIRAM OCHOA VILLA**

TUTOR INTERNO:

**DRA. PATRICIA BALDERAS CAÑAS**

TUTOR EXTERNO:

**M.I. JAVIER FUENTES MAYA**

ABRIL 2009





Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## *AGRADECIMIENTOS*

---

A mi esposa e hija, por su paciencia, apoyo y profundo cariño... son ustedes quienes me impulsan a ser mejor cada día...

A mis padres, les agradezco infinitamente el ejemplo y apoyo que me han brindado... estoy orgulloso de ser su hijo...

A mis hermanas, quienes con su alegría, fortaleza y compañía me han ayudado a ser mejor persona... son un ejemplo a seguir...

A todo el personal de la Armada de México que me brindó su apoyo y confianza durante el desarrollo de estos estudios...

Al Conacyt, gracias por su apoyo... nuestro país necesita de instituciones como ésta para salir adelante...

A mis profesores de la Maestría, gracias por todos los conocimientos vertidos... fueron verdaderamente un pilar en mi desarrollo profesional...

Al personal de sinodales: Dr. Juan Manuel Estrada Medina, Dr. Javier Suarez Rocha y M.I. Arturo Fuentes Zenón... gracias por sus consejos y recomendaciones... los cuales fueron fundamentales para la conclusión de este estudio...

A la Dra. Patricia Balderas Cañas, gracias por su confianza, consejos y profesionalismo...

Al M.I. Javier Fuentes Maya, le agradezco su confianza y apoyo incondicionales... gracias por creer en la realización de este estudio...

Al M.I. Alberto Fuentes Maya, gracias por sus consejos, paciencia y amistad...

# Aplicación del Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido en los Enfrentamientos del Estado en contra del Narcotráfico

## Indice

	<b>Página</b>	
Resumen	i	
Abstract	iii	
Introducción	v	
Objetivo	viii	
<b>Capítulo 1.- El Narcotráfico en México</b>		
1.1	Antecedentes Históricos del Narcotráfico en México	1
1.2	El narcotráfico en la actualidad	9
1.2.1	Principales Cártels de la droga en México	9
1.2.2	Estados del país con mayor presencia del narcotráfico	12
1.3	El narcotráfico en la sociedad	13
1.3.1	Consumo de drogas	13
1.4	El Estado en el combate al narcotráfico	16
1.4.1	El Narcotráfico como problema de Seguridad Nacional	16
1.4.2	Empleo de las Fuerzas Armadas en el combate al Narcotráfico	19
<b>Capítulo 2.- Investigación de Operaciones aplicada a conflictos</b>		
2.1	Antecedentes Históricos de la Investigación de Operaciones	24
2.2	Empleo de la Investigación de Operaciones durante La Segunda Guerra Mundial	27
2.3	La investigación de Operaciones aplicada a conflictos después de la Segunda Guerra Mundial	28
<b>Capítulo 3.- Ecuaciones de Lanchester</b>		
3.1	Introducción a las Ecuaciones de Lanchester	31
3.2	Modelos de Lanchester	32
3.2.1	Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido (Ley Cuadrada)	32
3.2.2	Modelo de Lanchester de Fuego de Área (Ley Lineal)	35
3.2.3	Modelo de Lanchester de Guerra de Guerrillas (Ley Mixta)	37
3.2.4	Coefficientes de Aniquilamiento	39

## **Capítulo 4.- Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido**

	<b>Página</b>
<b>4.1</b> Conflictos de baja intensidad	41
<b>4.2</b> Importancia del empleo del Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido en los enfrentamientos del Estado en contra del Narcotráfico	43
<b>4.3</b> Desarrollo del Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido	45
4.3.1 Forma General del Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido	49
<b>4.4</b> Ejemplos del Planteamiento del Modelo	60
4.4.1 Cálculo experimental de los Coeficientes de Aniquilamiento	67
<b>4.5</b> Importancia del valor de los Coeficientes de Aniquilamiento	72

## **Capítulo V.- Aplicación del Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido en los enfrentamientos del Estado en contra del Narcotráfico**

<b>5.1</b> Aplicación del Modelo	77
5.1.1 Enfrentamiento 1	78
5.1.2 Enfrentamiento 2	82
5.1.3 Enfrentamiento 3	87

## **Conclusiones y Posibles líneas de investigación**

<b>6.1</b> Conclusiones	93
<b>6.2</b> Posibles líneas de investigación	96

<b>ANEXO I</b>	97
----------------	----

## **Bibliografía y Referencias**

Bibliografía Básica	103
Bibliografía Recomendada	103
Artículos	103
Mesografía	104

Desde hace algunas décadas el tráfico ilegal de estupefacientes ha sido desarrollado por gran cantidad de personas, no obstante, con el paso del tiempo ha ido evolucionando de tal forma que se ha convertido en una actividad sumamente lucrativa. El narcotráfico, ha sido en los últimos años un tema de gran importancia dentro de la agenda de seguridad nacional, sin embargo, es al inicio de la presente administración, en donde, el Estado ha declarado una lucha frontal en torno a los diversos cárteles, por esta razón, éstos últimos han llevado a cabo diversas acciones con el fin de de cumplir con sus objetivos, ya que han adquirido armamento cada vez más sofisticado, así como también han decidido enfrentar de forma violenta a las distintas instituciones encargadas de combatir el crimen.

Lo anterior ha propiciado que se produzcan diversos enfrentamientos armados entre estos grupos delincuenciales y miembros de las instituciones dedicadas al combate a la delincuencia, resultando en muchas ocasiones, bajas por parte de las fuerzas del estado.

En diversas ocasiones se formulan preguntas acerca de la capacidad que tiene el estado para combatir a este tipo de grupos violentos. Esta es la razón principal de este estudio: aplicar un modelo que permita obtener conclusiones en relación a los enfrentamientos armados entre grupos de narcotraficantes y los miembros de las distintas instituciones del estado destinadas para tal fin.

Dentro de la literatura relacionada con este tema, no se encontró ningún estudio en el cual se aplicara un modelo matemático que modelara este tipo de enfrentamientos, por lo que el presente trabajo resulta un primer acercamiento para el desarrollo de futuros estudios acerca de este tema tan relevante en nuestros días.

Mediante el *Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido*, también llamado *Ley al Cuadrado de Lanchester* o *Ley Cuadrada*, se realizaron algunos modelajes de enfrentamientos armados entre fuerzas del Estado y elementos del Narcotráfico, de igual forma se desarrollaron diversos escenarios con los cuales fue posible obtener conclusiones, la cuales serán de gran ayuda para poder mejorar la toma de decisiones en lo relativo a estos enfrentamientos.

## *ABSTRACT*

---

For some decades the illegal traffic of drugs has been developed by many people, nevertheless, over time has evolved and become in a very lucrative activity.

Drug trafficking has become a very important topic for national security; however, it is at the beginning of the current administration where the State has announced a real fight against the different cartels. Therefore, drug traffickers have carried out several actions to meet their objectives; they have acquired more sophisticated armament and they have also decided to violently oppose the various government institutions responsible for combating crime.

The previous events had led to several armed confrontations between criminal groups and members of various state institutions responsible for crime combat, resulting in many cases, low by the forces of the State.

In several occasions there is a doubt about the capacity of the State to fight the violent crime groups; this is the main reason of this research: to apply a model that allows to draw conclusions in relation to armed confrontation between drug traffickers and members of various state institutions responsible for crime combat.

Within the literature on this topic, we did not find any research which applies a mathematic model to simulate this type of confrontations; therefore, the present work is a first approach to the development of future researches about this topic so relevant today.

Through the Lanchester model for directed fire, also called square law, modeling was made about several armed combats between State forces and elements of narcotics. Equally developed several scenarios for which it was possible to draw

conclusions, which will be of great help to improve decision making regarding these confrontations.

## *INTRODUCCIÓN*

---

El narcotráfico es considerado una de las manifestaciones más importantes de la delincuencia organizada y las medidas para destruirlo van desde elaboración de políticas públicas para combatir las adicciones hasta enfrentamientos violentos con grupos de narcotraficantes.

Desde hace ya varias décadas el tema forma parte de la Agenda de Seguridad Nacional, sin embargo, no fue hasta principios del presente sexenio donde se declara abiertamente una lucha frontal con toda la fuerza del Estado Mexicano para su combate.

Existen numerosas teorías y estudios referentes a la lucha que hoy en día enfrenta el Estado Mexicano en el combate al narcotráfico, en las cuales se especula en la forma en la cual se está llevando a cabo, si ésta tendrá resultados positivos o si se perderá, también se hacen numerosas conjeturas acerca de cuanto tiempo durará esta batalla, sin embargo, en su mayoría, estos estudios y teorías no son realizados empleando modelos matemáticos.

El problema del narcotráfico es un problema complejo de orden fundamentalmente económico y que atenta a la salud pública y a la seguridad nacional.

Nuestro interés en esta tesis es modelar los enfrentamientos violentos entre la fuerzas del Estado y el narcotráfico, de esta forma poder obtener conclusiones que permitan a las instituciones del Estado involucradas una mejor planeación para modernizar la tecnología y mejorar el adiestramiento de su personal, de tal forma que sea posible incrementar la detención de narcotraficantes y la disminución de las pérdidas humanas de los miembros de la fuerza armada.

Después de la Segunda Guerra Mundial, Frederic W. Lanchester, un matemático inglés, desarrollo un modelo para simular el enfrentamiento entre dos bandos. El

modelo estaba basado en un sistema de ecuaciones diferenciales simultáneas, semejante al modelo de crecimiento de las poblaciones, pero con coeficientes negativos. De sus estudios fueron desarrollados varios modelos, los cuales tuvieron diversas aplicaciones, principalmente en la guerra.

Uno de los modelos desarrollados por Lanchester, fue el *Modelo de Fuego Dirigido*, también llamado *Ley al Cuadrado de Lanchester* o *Ley Cuadrada*, el cual, será el empleado en el desarrollo del presente estudio con el fin de realizar simulaciones de enfrentamientos llevados a cabo entre fuerzas del Estado y elementos del Narcotráfico, así como de desarrollar diversos escenarios con los cuales sea posible obtener conclusiones que puedan ayudar a mejorar la toma de decisiones en lo relativo a estos enfrentamientos.

En el Capítulo I, se hace mención a los antecedentes históricos del narcotráfico en nuestro país, como fue penetrando y evolucionando en nuestra sociedad a través de los años hasta la actualidad, también se hace referencia de porqué el narcotráfico es considerado un problema de seguridad nacional y las razones por las cuales hoy en día se emplean a las Fuerzas Armadas para su combate.

En el Capítulo II, se refiere a la aplicación de la Investigación de Operaciones en los conflictos, como se ha empleado históricamente la I de O en la guerra, principalmente en la Segunda Guerra Mundial, en donde fue empleada en mayor medida para la solución y optimización de diversos problemas tácticos y estratégicos, hasta nuestros días, en donde es usada en infinidad de investigaciones, así como aplicaciones relacionadas con el combate.

El Capítulo III trata de las Ecuaciones de Lanchester, los modelos mayormente empleados y su aplicación en el combate. Se explica de forma breve como se representan dichos modelos, así como las condiciones que se deben cumplir para su aplicación.

El Capítulo IV se refiere al Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido, en donde se explica con mayor detalle su aplicación. Se hace mención de la fórmula general del modelo y su deducción. De igual manera, se hace referencia a los conflictos de baja intensidad, en los cuales, está contemplado el narcotráfico, así como la justificación del porqué se optó por emplear este modelo en el presente estudio.

En el Capítulo V se aplicó el modelo de Lanchester de Fuego Dirigido con la finalidad de modelar algunos de los enfrentamientos del Estado en contra del Narcotráfico, también fueron creados diversos escenarios a partir de enfrentamientos ocurridos, en los cuales se modificaron algunas condiciones iniciales con el fin de obtener conclusiones acerca de cómo pueden ser mejoradas las operaciones desarrolladas en los enfrentamientos.

Para finalizar, se establecieron diversas conclusiones acerca del presente estudio, las cuales están fundamentadas en la investigación y análisis realizados, tomando en consideración las diferentes aplicaciones del modelo llevadas a cabo para tal efecto.

Gracias a la realización de este trabajo, se pudieron establecer algunas posibles líneas de investigación, las cuales podrán complementar este estudio, ya que éste representa solo un primer acercamiento sobre el empleo de los modelos de Lanchester.

Se espera que el presente trabajo de investigación sea una fuente de referencia para futuros estudios desarrollados en este tema. Teniendo siempre presente que uno de los principales objetivos de esta tesis fue realizar una aportación que sea de gran utilidad para mejorar la toma de decisiones.

## OBJETIVO

---

Hay un reconocimiento mundial de que gran cantidad de conflictos se manifiestan en la actualidad como conflictos de baja intensidad. Algunos de los cuales se expresan como crimen organizado: narcotráfico, piratería, robo, tráfico de indocumentados, secuestro, extorsión, etc. Lo que ha dado lugar, entre otros aspectos, a un incremento en la inseguridad pública, así como un mayor comercio de sustancias ilícitas.

Actualmente, el Estado Mexicano enfrenta una lucha en contra de la delincuencia organizada. En donde, en muchas ocasiones se han llevado a cabo enfrentamientos violentos, teniendo como consecuencia, víctimas por parte de ambos lados.

El presente estudio estará enfocado a modelar los combates violentos que enfrenta el Estado Mexicano en contra del Narcotráfico, mediante el empleo del Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido, con el cual se puedan realizar diversos escenarios con el fin de poder establecer formas de evaluación acerca de las acciones realizadas y establecer escenarios posibles que permitan la disminución de los riesgos asociados a este problema.

## El narcotráfico en México

---

### 1.1 Antecedentes Históricos del Narcotráfico en México

El narcotráfico en nuestro país ha tenido una rápida evolución en los últimos años. Los medios de comunicación han venido jugando un papel de suma importancia, ya que gracias a ellos la información fluye de forma rápida en todas direcciones. Es común hoy en día, escuchar en la radio, ver en la televisión o leer en los medios impresos la gran cantidad de actividades relacionadas entorno a este tema, sin embargo, el narcotráfico no es una actividad que recientemente se venga desarrollando en nuestro país, ya que existen datos de finales del siglo XIX que muestran que la población de nuestro país ya tenía conocimiento de cierto tipo de drogas, así como de sus efectos.

En la víspera del siglo XX algunos tipos de drogas (como la marihuana, hojas de coca, flores y jarabes de amapola, adormidera, opio, entre otras) podían ser adquiridos fácilmente en las farmacias, ya que formaban parte de algunos *remedios* usados para combatir enfermedades como el asma<sup>1</sup>. También resultaba común ver anunciados en medios impresos anuncios relacionados con estos fármacos, así como las propiedades curativas con que éstos contaban.

Los *medicamentos* eran preparados en las mismas farmacias, o también en ellas se les indicaba a los compradores la forma de realizar sus propios compuestos medicinales. De esta forma, cualquier persona con ciertos recursos contaba con capacidad de adquirir este tipo de productos, ya que, aparte de poder obtenerlos en las boticas, también era posible conseguirlos en tlapalerías y mercados, los cuales eran lugares en donde los farmacéuticos no tenían ningún control sobre estos productos. Una vez

---

<sup>1</sup> Luis Astorga. *El siglo de las drogas*. Primera Edición. México. Editorial Plaza Janés. 2005. Página 17.

adquiridos, la gente que hacía caso a las indicaciones proporcionadas por los farmacéuticos tomaba las dosis que les eran recomendadas, sin embargo, resultaba muy sencillo hacer caso omiso a estas recomendaciones y de esta manera se podían hacer compuestos con otras dosis u otros componentes.

Fue entonces cuando se principió a tener registro de intoxicaciones provocadas por el consumo de estas sustancias, así como de las adulteraciones que se realizaban por personas ajenas a la profesión farmacéutica.

En 1883, se publica un “Proyecto de reglamento sobre el expendio de medicinas y otras sustancias de uso industrial en boticas, droguerías y otros establecimientos”, en el cual aparece una lista de productos peligrosos y entre ellos figura la marihuana. De la misma forma se estableció que las personas dedicadas a recolectar y vender productos medicinales tenían que vender aquellos que eran nocivos o peligrosos solo a los farmacéuticos<sup>2</sup>. Eso contribuyó de alguna forma a que los precios se elevaran y esto fue trayendo consigo un incremento en las adulteraciones de estas sustancias, y, por lo tanto, un incremento en las intoxicaciones debido a la falta de calidad de los opiáceos, así como de la deficiente forma de su preparación.

Diversas empresas farmacéuticas empleaban cierto tipo de estupefacientes como sustancia base para la elaboración de remedios cuyo fin era contrarrestar enfermedades o sus síntomas. A fines del siglo XIX, la empresa farmacéutica *Bayer* comunicaba que para combatir la tos la heroína era un remedio muy eficaz. Este “remedio” podía ser adquirido fácilmente en boticas. De la misma forma, eran recomendados otros remedios a base de lo que hoy se conoce como enervantes, como el extracto de fluido de peyote, el cual era usado como tónico cardiaco, solo por hacer mención de unos cuantos, ya que en esos tiempos, era muy común encontrar que para combatir males como la anemia, debilidad, agotamiento, vértigo, problemas respiratorios, del corazón,

---

<sup>2</sup> Luis Astorga. *El siglo de las drogas*. Primera Edición. México. Editorial Plaza Janés. 2005. Pág. 20-22.

la digestión, incluso para la lactancia se empleaban sustancias de este tipo. También resultaba habitual que estos remedios fueran usados por todo tipo de gente y de todas las edades.

En el año de 1909 se llevó a cabo en la ciudad de Shanghai la primera reunión internacional con el fin de proponer el control de cierto tipo de drogas, principalmente del opio y sus derivados. Posteriormente, en 1912, en la Haya, se realizó la Convención Internacional de Opio, en la que México empezó a participar con su aprobación y ratificación de los tratados que se proponían. En 1920, las autoridades sanitarias de nuestro país manifestaron su interés en establecer unas “Disposiciones sobre el cultivo y comercio de productos que degeneran la raza”<sup>3</sup>, en donde se intentaba prohibir el cultivo y comercialización de la marihuana.

El 8 de enero de 1925, el Presidente de la República Plutarco Elías Calles expidió un decreto en donde se establecían las bases para la importación de opio, morfina, cocaína y otras drogas. En este nuevo decreto se señalaban los productos cuya importación estaría sujeta al permiso del Departamento de Salubridad Pública, también se hacía mención de que estos productos podían ser introducidos o importados al país sin el permiso correspondiente cuando no excedieran de ciertas cantidades (del total introducido al país), por ejemplo: 2 % de opio, 0.2 % de morfina, 20 % de hojas de coca, entre otros.

Al año siguiente, en 1926, la prohibición del opio y de la marihuana se extendería a otros productos como la adormidera. Con estas medidas implantadas los comerciantes y consumidores de estos productos se convirtieron en “traficantes” y “viciosos”, los cuales ya eran vistos como criminales.

En el siglo pasado, en la década de los veinte, los fumaderos se extendían en diversos estados de la República Mexicana, se conoce que había fumaderos

---

<sup>3</sup> Luis Astorga. *El siglo de las drogas*. Primera Edición. México. Editorial Plaza Janés. 2005. Pág. 28.

en Culiacán, Mazatlán, Navolato, Hermosillo, Mexicali, Guadalajara, así como en la Capital del País. Se mencionaba que los propietarios de estos lugares eran de nacionalidad china y que sus principales clientes también. Se aseguraba que muchos mexicanos ya visitaban esos centros, de la misma forma se mencionaba que “algunos altos funcionarios públicos se dedican a proteger el tráfico de drogas”.<sup>4</sup>

Desde finales del siglo XIX se tenía la idea de que sustancias como la marihuana tenían efectos nocivos para el ser humano si su consumo no se supervisaba por médicos o farmacéuticos, sin embargo no fue hasta principios del siglo pasado, en los años veinte, en donde se inició un control más específico con la prohibición de su cultivo, así como de su comercialización.

En el Código Penal de 1931, se establece que “los delitos de tráfico de drogas y toxicomanía” pasan a ser de carácter federal. Posteriormente, en ese mismo año, entra en vigor el Reglamento Federal de Toxicomanía.<sup>5</sup> Se decía que el Departamento de Salubridad crearía hospitales con el fin de dar tratamiento a los adictos y que aquellos que no pudieran pagar, serían atendidos de forma gratuita.

A principios de 1937 se llevó a cabo una junta encabezada por el titular del Departamento de Salubridad Pública, a la cual asistieron los principales representantes de las dependencias federales relacionadas con la justicia de la época. En esta reunión se señaló que México era un centro de concentración y distribución de estupefacientes. También se mencionaba acerca del problema que representaba que las instituciones policiales persiguieran los delitos contra la salud, que los jueces dejaran libres a los traficantes y se lamentaban de la ineficiencia de las campañas y se comentó

---

<sup>4</sup> Luis Astorga. *El siglo de las drogas*. Primera Edición. México. Editorial Plaza Janés. 2005. Pág. 31

<sup>5</sup> Luis Astorga. *El siglo de las drogas*. Primera Edición. México. Editorial Plaza Janés. 2005. Pág. 43

que antes a los agentes se les pagaba con la propia droga, de tal forma que éstos también resultaban ser vendedores.<sup>6</sup>

En el año de 1940, entró en vigor un nuevo reglamento, el cual difería del anterior en que en la sección de consideraciones se afirmaba que el reglamento anterior fue dictado “para combatir la toxicomanía y el tráfico de drogas” y que establece que como sistema la persecución y denuncia de los toxicómanos y traficantes de drogas. Sin embargo, el 3 de julio de 1940 un decreto suspendería la vigencia del reglamento por tiempo indefinido. Siendo la explicación la siguiente: “Con motivo de la guerra actual se ha dificultado grandemente la adquisición de tales drogas, ya que de los laboratorios de los países europeos es donde directa o indirectamente se ha venido abasteciendo el Departamento de Salubridad Pública... mientras dure la guerra europea, el expresado Departamento se encuentra en la imposibilidad de poder cumplir con el reglamento de que se trata, debido a la imposibilidad de adquirir las drogas”.<sup>7</sup>

Ciertamente, durante la Segunda Guerra Mundial, se generó una escasez de productos derivados del opio o de la coca, esto trajo como consecuencia un incremento en el cultivo de la adormidera y mariguana en diversas partes del mundo, México no pudo ser la excepción. Los precios de la heroína, del cigarro de mariguana, entre otros tipos de estupefacientes tuvieron una mayor demanda, así como un incremento en su valor comercial.

Una vez terminada la Segunda Guerra Mundial, Estados Unidos tuvo gran influencia dentro de la ONU, y a través de la Comisión de Narcóticos, se empezó a conformar una geopolítica de las drogas encabezada por este país. A partir de esto, los gobiernos mexicanos empezarían a mostrarse

---

<sup>6</sup> Luis Astorga. *El siglo de las drogas*. Primera Edición. México. Editorial Plaza Janés. 2005. Pág. 39.

<sup>7</sup> Luis Astorga. *El siglo de las drogas*. Primera Edición. México. Editorial Plaza Janés. 2005. Pág. 46.

complacientes ante las demandas de los gobiernos de Estados Unidos y Canadá en materia de drogas.<sup>8</sup>

Desde el año de 1947, las campañas contra el cultivo y tráfico de drogas fueron dirigidas por la Procuraduría General de la República (PGR), dejando de ser las autoridades sanitarias (Departamento de Salubridad Pública y posteriormente Secretaría de Salubridad y Asistencia) las encargadas de llevar a cabo esta tarea. Con esto se dejan por un lado las cuestiones relacionadas con la salud, dando mayor énfasis a la destrucción de cultivos, así como a la detención de traficantes, productores y consumidores. Siendo las estadísticas de decomisos, incineraciones y detenciones una medida del éxito o fracaso de las campañas.<sup>9</sup>

El negocio del tráfico de opio rápidamente fue creciendo, extendiéndose por diversas clases sociales. La prensa jugó un papel muy importante, ya que gracias a ella, se pudo vislumbrar de mejor manera el movimiento social que el tráfico de drogas generaba, el cual, para este tiempo ya era prácticamente imposible pasarlo inadvertido. Entre los detenidos por este negocio ilícito ya se podían observar síndicos, comisarios, ex presidentes municipales, restauranteros, comerciantes, campesinos, entre otros. Sin embargo, los que normalmente eran consignados eran éstos últimos, ya que los dueños (los que normalmente obtenían los mayores beneficios) casi nunca eran descubiertos, pues habitualmente las operaciones en busca de traficantes se realizan en los centros de producción y no en los círculos sociales y políticos en donde las influencias juegan un papel de mayor peso.<sup>10</sup>

Se tiene registro que en los años cincuenta, los enfrentamientos armados entre policías, militares y “gomeros” resultan cada vez más frecuentes. También los asesinatos de traficantes, incluso mujeres, por bandas

---

<sup>8</sup> Luis Astorga. *El siglo de las drogas*. Primera Edición. México. Editorial Plaza Janés. 2005. Pág. 69

<sup>9</sup> Luis Astorga. *El siglo de las drogas*. Primera Edición. México. Editorial Plaza Janés. 2005. Pág. 63.

<sup>10</sup> Luis Astorga. *El siglo de las drogas*. Primera Edición. México. Editorial Plaza Janés. 2005. Pág. 80.

contrarias, o de funcionarios relacionados con ellos. El tráfico de enervantes por tierra y mar se incrementa de forma notoria.

En los años sesenta, aparece la palabra “narcotraficante”, no obstante esta palabra sería mayormente empleada a partir de los años setenta, haciendo relación a los “gomeros”, de la misma forma hacen su aparición palabras como “narcófero” y “mariguanero”, aunque su uso no sería muy frecuente. La palabra “narcotraficante” vendría posteriormente a sustituir casi por completo la diversidad de nombres dados a los diversos agentes sociales relacionados con el cultivo, procesamiento, consumo y tráfico de fármacos prohibidos.

También existen datos en donde se menciona que durante el transcurso de los años sesenta, en algunas ocasiones se llegaron a presentar enfrentamientos que involucraban a elementos de la PGR que viajaban en avionetas y personas que se encontraban en los sembradíos. También se tiene conocimiento de que se llegaron a dar enfrentamientos entre policías y miembros de bandas delictivas, habiendo bajas por ambos lados.

Los asesinatos a funcionarios públicos por parte de sicarios no son propios de este nuevo siglo. En el año de 1969, en Culiacán, Sinaloa, fue asesinado el Jefe de la Policía Judicial de ese estado, quien fuera mayor de Ejército Mexicano, esto marcó una nueva relación entre las autoridades y los traficantes.<sup>11</sup>

En el año de 1977 inició de forma oficial una operación antinarcotráfico, en donde se dio la participación de aproximadamente diez mil soldados, la cual fue denominada “Operación Cóndor”. Nunca antes se había desarrollado una contienda tan grande en contra del tráfico de enervantes. El gobernador de ese estado en aquella época aseveró: “Se quitará de encima una lacra social que veníamos padeciendo y que por negligencia fue creciendo”.<sup>12</sup>

---

<sup>11</sup> Luis Astorga. *El siglo de las drogas*. Primera Edición. México. Editorial Plaza Janés. 2005. Pág. 102.

<sup>12</sup> Luis Astorga. *El siglo de las drogas*. Primera Edición. México. Editorial Plaza Janés. 2005. Pág. 115.

Los asesinatos de funcionarios públicos, tanto civiles como militares ya se podían observar en esos tiempos. En lugares como Sinaloa, fueron acribillados mandos policiales con armas de grueso calibre como rifles R-15 (de origen estadounidense), AK-47 (de origen ruso), entre otras armas.

Entrada la década de los ochenta y noventa, el tráfico de drogas ilícitas adquiere tales proporciones que ya es imposible que este problema pase desapercibido por la sociedad. Es común observar en la televisión, escuchar por la radio y leer en periódico y revistas el problema que representa el narcotráfico para el país.

Resultaba muy frecuente que muchas de las personas capturadas por realizar estos ilícitos pertenecieran a corporaciones policiacas. Una explicación muy acostumbrada era (y sigue siendo) que el personal que forma parte de las corporaciones policiacas recibe salarios muy bajos. Esto puede resultar ventajoso para las organizaciones criminales, ya que para aquellas personas encargadas de mantener el orden y la legalidad, al recibir un salario muy bajo, con el cual no puedan solventar sus necesidades básicas (y no básicas también), un soborno puede significar que puedan acceder a otro nivel socioeconómico. Lo anterior, aunado a la falta de preparación y ética, resultan elementos fundamentales para que la corrupción se pueda llevar a cabo.

En estas décadas se llevaron a cabo numerosas detenciones de capos, lugartenientes y de gente involucrada con el tráfico de estupefacientes, sin embargo, hubo también un elevado número de asesinatos, tanto a servidores públicos, muchos de ellos relacionados con el narcotráfico o con traficantes de drogas.

Un caso muy conocido fue el del narcotraficante Rafael Caro Quintero, quien aparte de ser traficante de drogas, también era sospechoso de de diversos

secuestros y asesinatos. A esta persona se le describió como “jefe de un ejército de narcotraficantes armados, que se calcula en un millar, dueño de 36 casas en Guadalajara y otras propiedades en Zacatecas, Sinaloa y Sonora, dueño o accionista de trescientas empresas en Guadalajara y poseedor de una fortuna estimada en cien mil millones de pesos”<sup>13</sup>

En este nuevo milenio se han venido tomando diversas medidas para combatir el tráfico de drogas, una de ellas es el incremento del uso de las Fuerzas Armadas en el combate al narcotráfico y al crimen organizado. Con el empleo de las Fuerzas Armadas, el Gobierno Federal pretende contener y controlar el tráfico de enervantes, un problema que como se ha visto se encuentra muy arraigado en nuestro país.

## **1.2 El Narcotráfico en la actualidad.**

### **1.2.1 Principales cárteles de la droga en México**

Es común que a las organizaciones relacionadas con el tráfico de drogas se les denomine “cárteles” (debido a su gran uso se ha definido como: organización ilícita vinculada al tráfico de drogas o armas). Cuyos nombres principalmente se asocian con las ciudades que les sirven normalmente como base de operaciones. La mayor parte de los principales líderes del tráfico de enervantes de nuestro país, que desarrollan sus operaciones dentro del territorio nacional, son originarios del Estado de Sinaloa, ya que los traficantes sinaloenses han logrado controlar el mayor número de zonas de producción, de rutas y de sitios de

---

<sup>13</sup> Luis Astorga. *El siglo de las drogas*. Primera Edición. México. Editorial Plaza Janés. 2005. Pág. 138.

las fronteras para poder trasladar la droga hacia Estados Unidos a través de sus organizaciones.<sup>14</sup>

Estas organizaciones, en ocasiones hacen alianzas, se fusionan, hacen acuerdos o también, luchan entre ellas con el fin de obtener el control de ciertos territorios. Esto genera muchas veces, violentas batallas entre cárteles, en donde resultan bajas en los elementos que los integran.

Debido a lo anterior, resulta difícil para las autoridades, definir el número de cárteles que operan en territorio nacional, y resulta más complicado aún, poder determinar el número de integrantes con que cuenta cada cártel, ya que diariamente ingresan nuevos integrantes a sus filas, así como otros elementos causan baja de las mismas.

El ex zar antidrogas del gobierno de los Estados Unidos durante la administración de William Clinton, Barry Mc Caffrey, dijo que en México existen al menos 130 cárteles de narcotraficantes y 100 de ellos operan en la frontera Norte.<sup>15</sup>

Posteriormente, el 23 de mayo de ese mismo año, se publica la siguiente noticia: "Al menos en los últimos cinco años, los *cárteles* mexicanos se han consolidado como los principales introductores de cocaína en el mercado estadounidense, señala la Procuraduría General de la República (PGR) a partir de información de las agencias Central de Inteligencia (CIA) y antidrogas (DEA) de Estados Unidos. Asimismo, agrega que en el país existen al menos 100 bandas y grupos dedicados al narcotráfico, 85 por ciento de los cuales operan en la frontera norte, y que entre las principales organizaciones delictivas destacan los *cárteles* de Ciudad Juárez, Sinaloa, Tijuana, del Golfo y del Milenio, así como otros de menor "impacto delictivo", los cuales básicamente operan en el centro y sur del

---

<sup>14</sup> Luis Astorga. *Seguridad, Traficantes y Militares. El poder y la sombra*. Primera Edición. México. Tusquets Editores. 2007. Pág. 166-167.

<sup>15</sup> Noticieros Televisa. *130 Cárteles de la droga en México: Mc Caffrey*. 12 de enero del 2005.

país y se dedican a fomentar el consumo y distribución de drogas entre jóvenes y niños.”<sup>16</sup>

En ese mismo año, en el mes de diciembre, la PGR revela información acerca de que en el país operan fundamentalmente siete cárteles de la droga, de la misma forma, informa que estos cárteles se han asociado de diferente manera a células de colaboradores, que operan con cierta independencia económica, en distintos niveles, y que son protegidas en todo momento por estos grupos criminales.<sup>17</sup>

No obstante, se puede mencionar, que en abril del año 2007, la SSP, informó que “sólo existen tres cárteles en México, el de los hermanos Arellano Félix, el cual se encuentra disminuido; el del Golfo, que a su vez cuenta con disputas internas y el del Milenio, afirmó el subsecretario de Estrategia e Inteligencia Policial, Patricio Patiño Arias, quien consideró que el plan del gobierno federal contra el crimen organizado está bien y no debe ser modificado, porque se están combatiendo las estructuras y no sólo se busca detener a los líderes”.<sup>18</sup>

Lo anterior, se contrapone a lo establecido por la PGR en diciembre del año 2005, y a las versiones anteriormente citadas. Por lo que no se puede asegurar de forma contundente, cuantos cárteles de la droga operan en nuestro país, ya que existen diversas versiones de diferentes instituciones dedicadas al combate del tráfico de enervantes, las cuales, cuentan con sus propios órganos de inteligencia, lo que hace pensar que sería mucho más conveniente si existiera una mayor coordinación e intercambio de información entre ellas.

Los cárteles de la droga cuentan con una gran organización. Su área de influencia en la mayoría de la ocasiones contempla diversos estados de la

---

<sup>16</sup> La Jornada. *Cárteles Mexicanos, lejos de ser desmantelados, se consolidan*. 23 de mayo del 2005.

<sup>17</sup> La Crónica de hoy. *Siete grandes cárteles de la droga operan en México: PGR*. 28 de diciembre del 2005.

<sup>18</sup> La Jornada. *En México sólo hay tres cárteles: SSP*. 20 de abril de 2007.

República Mexicana, incluso, llegan a operar en otros países (Estados Unidos), esto nos hace pensar acerca de su enorme potencial, tanto económico, como logístico y humano. Como ejemplo se puede mencionar al Cártel del Golfo, el cual, opera con un brazo de corte paramilitar, integrado por ex elementos de las Fuerzas Armadas, llamados Los Zetas, quienes actúan en forma de comando para realizar ajustes de cuentas, pero también para controlar las zonas de influencia.<sup>19</sup>

### 1.2.2 Estados del país con mayor presencia del narcotráfico

De acuerdo con un informe de la Procuraduría General de la República (PGR), los principales cárteles de la droga en México (conforme a sus investigaciones) tienen áreas de influencia en casi todo el territorio Mexicano, como sigue:<sup>20</sup>

El Cártel de Tijuana, tiene su zona de influencia y operación en Tijuana, Mexicali, Tecate, Ensenada y El Valle.

El Cártel de Colima, mantiene su área de influencia en 7 estados, a saber: Baja California, Nuevo León, Aguascalientes, Jalisco, Colima, Michoacán y Distrito Federal.

El Cártel de Juárez, mantiene su área de influencia en 21 estados: Chihuahua, Sonora, Coahuila, Sinaloa, Durango, Zacatecas, Nuevo León, Tamaulipas, así como en Jalisco, Michoacán, Querétaro, Morelos, Distrito Federal, Puebla, Oaxaca, Veracruz, Tabasco, Chiapas, Campeche, Yucatán y Quintana Roo.

El Cártel de Sinaloa, mantiene su área de influencia en 17 estados de la República, como Baja California, Sonora, Sinaloa, Durango, Zacatecas,

---

<sup>19</sup> La Crónica de hoy. *Siete grandes cárteles de la droga operan en México: PGR*. 28 de diciembre del 2005.

<sup>20</sup> La Crónica de hoy. *Siete grandes cárteles de la droga operan en México: PGR*. 28 de diciembre del 2005.

Nayarit, Nuevo León, Tamaulipas, Jalisco, Colima, Guanajuato, México, Morelos, Distrito Federal, Guerrero, Chiapas y Quintana Roo.

El Cártel del Golfo, tiene sus principales centros de operación en Nuevo Laredo, Matamoros, Reynosa y Miguel Alemán en Tamaulipas y Morelia en Michoacán.

Sobre el grupo de Pedro Díaz Parada “El Cacique Oaxaqueño”, la PGR señala que este cártel fue conformado en los años 70. Su área de influencia se ubica en 7 estados de la República: Chihuahua, Durango, Tamaulipas, Distrito Federal, Veracruz, Oaxaca y Chiapas.

Acerca del “Cártel del Milenio”, la PGR apunta que hasta hace poco era considerado como una banda menor, sin embargo, hoy su área de influencia abarca Nuevo León, Tamaulipas, Jalisco, Colima, Michoacán y Distrito Federal.

### **1.3 El Narcotráfico en la Sociedad.**

#### **1.3.1 Consumo de drogas**

El consumo de drogas es un complejo fenómeno que tiene consecuencias adversas en la salud de quien las consume, pero también afecta en cierta medida a la integración familiar, en el desarrollo y en la estabilidad social.

El gobierno de nuestro país, empezó en la década de los setentas, a tomar acciones con la finalidad de atender este problema, se buscaba prevenir su consumo, así como el número de usuarios, de tal forma que los daños generados por su consumo se vieran reducidos.

El uso de drogas se ha extendido por todo el mundo, México no ha sido la excepción, ya que se ha convertido en un fenómeno global. Originalmente, nuestro país era considerado como productor o de tránsito, sin embargo, se han registrado incrementos en los consumos de drogas. Con el tiempo se ha visto que las organizaciones del narcotráfico han tomado diferentes medidas, con las cuales han diversificado su modo de operación, esto ha originado que cierta cantidad de droga se quede en nuestro territorio para ser distribuida, con esto, se promueve su consumo en la población, teniendo como consecuencia un incremento en su consumo.

Según datos de la Secretaría de Salud Pública, en México, la marihuana es una de las sustancias más consumidas, la cocaína en menor medida. Dentro del contexto mundial del consumo de drogas, señala que México se encuentra dentro de los países que cuentan con un bajo consumo de drogas, junto con países como Bélgica, Bolivia, Colombia, Costa Rica, Finlandia, Panamá y Suecia, con consumos mucho menores que en países como Alemania, Chile, España y Francia. Los países que encabezan la lista con un mayor consumo de drogas son: Australia, Canadá, Dinamarca, Gran Bretaña y, por supuesto, Estados Unidos.<sup>21</sup>

El doctor Cristóbal Ruiz Gaytán, secretario técnico del Consejo Nacional Contra las Adicciones (CONADIC), en su participación en el Primer Congreso Internacional de Experiencias Municipales, señaló que en México existen 3.5 millones de personas entre los 12 y 65 años de edad que han usado alguna droga ilegal por lo menos alguna vez en su vida. De estos, casi tres millones se ubican en zonas urbanas. También señaló

---

<sup>21</sup> Secretaría de Salud. Diagnóstico y tendencias del uso de drogas en México. [www.salud.gob.mx/unidades/cdi/documentos/CDM1-6.htm](http://www.salud.gob.mx/unidades/cdi/documentos/CDM1-6.htm)

que se estima que 570 mil personas consumen drogas ilícitas de manera regular.<sup>22</sup>

En nuestro país se lleva a cabo la Encuesta Nacional de Adicciones (ENA), esta encuesta es realizada en conjunto por la Secretaría de Salud por medio del Consejo Nacional Contra las Adicciones, el Instituto Nacional de Psiquiatría Dr. Ramón de la Fuente Muñiz y la Dirección General de Epidemiología, en Coordinación con el Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI).

Dentro de este estudio, con referencia al consumo de drogas, se pretende determinar el consumo de drogas médicas, drogas ilegales (mariguana, cocaína e inhalables) y otras drogas, así como conocer a que edad se están consumiendo las drogas, número de veces que se han utilizado, lugar o fuente de obtención y frecuencia del uso a lo largo de la vida. Con este estudio, se cuenta con información estadística sobre las características del uso de drogas entre la población a nivel nacional.<sup>23</sup>

La última Encuesta Nacional de Adicciones (ENA) se realizó en el año de 2002, teniendo algunos resultados en cuanto al uso de drogas en la población mexicana como se expresa a continuación:

La población de 12 a 65 años que en alguna ocasión ha consumido drogas es de 3 508 641 personas (5.03 %).

Dentro de las drogas que se consumen, la que mayor demanda tiene entre la población es la mariguana, con un total de 2 430 285 personas (3.48 %) que la consumen, seguida de la cocaína, con 857 766 personas (1.23 %).

---

<sup>22</sup> Secretaría de Salud. Contener el avance de las adicciones, sólo con políticas de prevención. Comunicado de prensa No. 436. 24 de agosto de 2005.

<sup>23</sup> Encuesta Nacional de Adicciones. [www.inegi.gob.mx](http://www.inegi.gob.mx)

Otro dato importante en esta encuesta es el lugar o fuente de obtención. Teniendo como primer lugar un amigo, con 1 957 846 personas (55.8 %). En menor medida, las drogas pueden conseguirse en la calle, según 1 045 546 personas (29.8 %) que las han obtenido en la vía pública. El promedio de edad de la población que ha consumido marihuana es de 18.5 años, y el promedio en el que las personas inician el consumo de cocaína es de 22.24 años.

Del total de las personas que en alguna ocasión han consumido algún tipo de droga tan solo 171 293 personas (4.88 %) han solicitado ayuda, esto es, que 3 337 348 personas (95.12 %) no lo han hecho.

Los datos anteriormente citados, nos pueden dar una idea más clara sobre que sector de la población puede resultar más vulnerable al consumo de drogas, así como también, puede arrojar datos importantes acerca de las estrategias que el Gobierno puede realizar para reducir su consumo.

## **1.4 El Estado en el combate al Narcotráfico**

### **1.4.1 El Narcotráfico como problema de Seguridad Nacional**

Algunas décadas atrás el narcotráfico no estaba contemplado como un problema que afectara la seguridad nacional de algún país, ya que las amenazas que los estados contemplaban como un problema de seguridad nacional eran aquellos que provenían de enemigos externos, no se consideraba que algún peligro que pudiera dañar los intereses de un gobierno pudiera estar dentro de su propio territorio.

Timothy Dunn señala que en los Estados Unidos de Norteamérica, después de llevarse a cabo la doctrina contrainsurgente en la década de los sesenta (siendo presidente John F. Kennedy), se agregaron nuevas amenazas a la seguridad nacional de aquel país, entre las cuales figuraba el tráfico de drogas. En ese mismo país, en 1986, siendo presidente Ronald Reagan se firmó un documento llamado *Nacional Security Decisión Directive 221*, donde se consignaba por primera vez que el tráfico de drogas era una amenaza para la seguridad nacional de Estados Unidos y se autorizó, la participación del Departamento de Defensa en un número importante de actividades antidroga.<sup>24</sup> Luis Astorga, en su libro *Seguridad, Traficantes y Militares. El poder y la sombra* dice: “Inmediatamente después, el gobierno mexicano <<descubre>> que la tesis de Reagan también es válida para su caso y por decisión del entonces presidente, Miguel de la Madrid Hurtado, la integra en su esquema de seguridad nacional”.<sup>25</sup>

Durante los gobiernos de Miguel de la Madrid y de Carlos Salinas no se emplearon a las Fuerzas Armadas de forma directa en el combate al narcotráfico. En su libro, *México: un paso difícil a la modernidad*, el ex presidente de nuestro país, Carlos Salinas de Gortari explica porque tomó la decisión de no emplear a las Fuerzas Armadas en el combate al narcotráfico: “Mi gobierno se opuso a que el Ejército Mexicano efectuara investigaciones y combatiera a las bandas de narcotraficantes. Era innecesario otorgarle responsabilidades que en un país de leyes competen a las policías especializadas. Además no podía soslayarse el riesgo de que los traficantes intentaran corromper a miembros del Ejército, institución fundamental para la salvaguarda de cualquier país. Por eso el combate al tráfico de drogas se le asignó específicamente a la Policía Judicial Federal”.<sup>26</sup>

---

<sup>24</sup> Luis Astorga. *Seguridad, Traficantes y Militares. El poder y la sombra*. Primera Edición. México. Tusquets Editores. 2007. Pág. 11.

<sup>25</sup> Luis Astorga. *Seguridad, Traficantes y Militares. El poder y la sombra*. Primera Edición. México. Tusquets Editores. 2007. Pág. 12.

<sup>26</sup> Carlos Salinas de Gortari. *México: un paso difícil a la modernidad*. Primera Edición. Plaza & Janes Editores. 2000. Págs. 350-368.

Luis Astorga, en su libro *Seguridad, Traficantes y Militares. El poder y la sombra*, haciendo referencia a la decisión de Salinas de no emplear al Ejército dice: “Su temor a la corrupción de los militares y su idea de México como un país de leyes donde las policías especializadas podían hacer el trabajo requerido en asunto de tráfico de drogas indican que Salinas pensaba que el gobierno que él dirigía era capaz de controlar el fenómeno sin necesidad de emplear medidas extremas... Los traficantes tenían ciertamente poder, pero la fuerza de Estado era muy superior, parecía decir.”<sup>27</sup>

Durante el gobierno del Doctor Ernesto Zedillo (1994-2000) las Fuerzas Armadas fueron empleadas de forma creciente en el combate al narcotráfico.

De la misma forma, durante el sexenio del Lic. Vicente Fox, el Ejército y la Marina desarrollaron tareas antinarcotráfico. Los atentados del 11 de septiembre de 2001 a las torres gemelas, en Nueva York, Estados Unidos, marcaron un nuevo giro en la agenda de seguridad de ese país, en donde llegaron a ser relacionados a los terroristas con los traficantes de drogas. Estados Unidos, a causa de los atentados, trató de extender el perímetro de su seguridad territorial hasta la frontera norte de Canadá y el sur de México.

A raíz de estos acontecimientos, en México, el Gobierno Federal tomó medidas más severas contra el narcotráfico y el terrorismo. La vigilancia de las instalaciones estratégicas, como plataformas petroleras, presas y estaciones generadoras de electricidad, así como de las fronteras norte y sur se vio altamente reforzada, ya que son considerados como puntos vitales de la seguridad y economía de nuestro país. La Secretaría de la Defensa Nacional, en un informe de labores presentado en agosto del año 2002, señaló que: “El fenómeno del narcotráfico ha sido identificado como uno de

---

<sup>27</sup> Luis Astorga. *Seguridad, Traficantes y Militares. El poder y la sombra*. Primera Edición. México. Tusquets Editores. 2007. Pág. 22.

los más grandes retos en los últimos tiempos y se ha definido como la más grave amenaza a la seguridad nacional y la más violenta.”<sup>28</sup>

En el Plan Nacional de Desarrollo 2007-2012, se establece que “no se debe permitir que ningún estado de la República sea rehén del narcotráfico, del crimen organizado o de la delincuencia. Una de las manifestaciones más violentas de la delincuencia organizada la representan los cárteles del narcotráfico... El narcotráfico genera inseguridad y violencia, degrada el tejido social, lastima la integridad de las personas y pone en riesgo la salud física y mental del activo más valioso que tiene México: los niños y los jóvenes. Como manifestación de la delincuencia organizada, el narcotráfico desafía al Estado y se convierte en una fuerte amenaza para la seguridad nacional”.<sup>29</sup>

#### 1.4.2 Empleo de las Fuerzas Armadas en el combate al Narcotráfico

El empleo de las fuerzas Armadas en el combate al narcotráfico está justificado, en el artículo 89, fracción VI de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, en donde se establece que entre las facultades y obligaciones del presidente está la de: “Preservar la seguridad nacional, en los términos de la ley respectiva y disponer de la totalidad de la fuerza armada permanente, o sea, del Ejército, de la Armada y de la Fuerza Aérea para la seguridad interior y defensa exterior de la Federación”<sup>30</sup>, por tal motivo, al ser considerado el narcotráfico un problema de seguridad nacional, fue considerado el uso de las Fuerzas Armadas para este fin.

Tomando en consideración a partir del sexenio en que el Doctor Ernesto Zedillo Ponce de León gobernaba nuestro país. Durante este sexenio, fueron tomadas medidas en contra del narcotráfico, empleando a las Fuerzas

---

<sup>28</sup> El Universal. *Narcotráfico, el principal flagelo para la seguridad*. 14 de agosto del 2002.

<sup>29</sup> Plan Nacional de Desarrollo 2007-2012. [www.presidencia.gob.mx](http://www.presidencia.gob.mx).

<sup>30</sup> Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos. Artículo 89, fracción VI.

Armadas cada vez con mayor frecuencia. Para su empleo, se argumentó que el narcotráfico se había convertido en un problema de Seguridad Nacional. Durante este sexenio, el tráfico de enervantes (y todos los inconvenientes que éste generaba) tuvo una escalada en comparación con los años anteriores, los decomisos se incrementaron, así como las detenciones a presuntos narcotraficantes, lo cual hacía notar las grandes proporciones de este problema.

Posteriormente, una vez iniciado el gobierno del Licenciado Vicente Fox Quesada al frente de nuestro país, también se optó por emplear a las Fuerzas Armadas en la lucha en contra del narcotráfico. De esta forma, éstas estuvieron facultadas para intervenir en todos los aspectos de la lucha en contra del tráfico de estupefacientes. Se habló mucho (y en diversos casos se criticó) acerca de que por primera vez la PGR tuviera un mando de extracción militar. El gobierno de Estados Unidos llegó a elogiar la colaboración de México en la lucha contra el narcotráfico en 2003, pues se llevaron a cabo la captura de importantes cabecillas y la confiscación de grandes cantidades de droga. En el Informe sobre la Estrategia para el Control Internacional de Narcóticos, en el capítulo sobre México, Estados Unidos destaca los esfuerzos de la PGR, así como de la SEDENA, ya que, desarrollaron fuertes operaciones para la erradicación de los cultivos de amapola y de hachís, lo que ayudó a mantener las reducciones registradas en los últimos años, según el informe.<sup>31</sup>

Los atentados del 11 de septiembre del año 2001 tuvieron un impacto en la relación de Estados Unidos con el resto del mundo, incluido nuestro país. Estados Unidos modificó su agenda de seguridad. En algunos casos, se asoció el tráfico de drogas con el terrorismo, ya que algunos grupos terroristas recurrieron al narcotráfico como un medio para financiar sus actividades, dándoles el nombre de “narcoterroristas”.

---

<sup>31</sup> El Universal Online. *Elogia EU combate de México al narcotráfico*. 1 de marzo de 2004.

Estados Unidos reforzó la vigilancia en sus fronteras, sin embargo, esto no ha hecho que disminuya la circulación de droga en territorio estadounidense, ni que los precios de las drogas se hayan incrementado.<sup>32</sup>

Felipe Calderón Hinojosa, siendo candidato para asumir la Presidencia de la República, advirtió que de resultar triunfador en la contienda del 2 de julio del 2006 “el narcotráfico tendrá en mí a su peor pesadilla”<sup>33</sup>

De la misma forma, siendo candidato, ofreció aplicar una política enérgica de Estado, cuyo fin será el de combatir a los centros de distribución de drogas. También, propuso promover la prevención y rehabilitación de todos aquellos que padecen problemas adictivos.

Dentro del Plan Nacional de Desarrollo 2007-2012 se menciona lo siguiente: “Los recursos producto del narcotráfico dan a las bandas criminales un poder enorme para la adquisición de distintas formas de transporte, armas de alto poder y sistemas avanzados de comunicación, así como equipamiento que con gran frecuencia supera al de los cuerpos policíacos encargados de combatirlos y de prevenir los delitos asociados a dicha actividad. Por eso es necesaria la colaboración de las Fuerzas Armadas en esta lucha”<sup>34</sup>

En base a los objetivos establecidos dentro del Plan Nacional de Desarrollo 2007-2012, el Presidente Felipe Calderón Hinojosa inició la operación antinarcóticos. Los primeros días de haber iniciado el gobierno del Presidente Calderón, el entonces Secretario de Gobernación, Francisco Ramírez Acuña, anunció la primera Operación Conjunta de las Secretarías de Gobernación, Defensa, Marina y la PGR, en la cual se pretendió erradicar cultivos ilícitos, establecer puestos de control antidrogas en carreteras, registrar a personas y

---

<sup>32</sup> Luis Astorga. *Seguridad, Traficantes y Militares. El poder y la sombra*. Primera Edición. México. Tusquets Editores. 2007. Pág. 25.

<sup>33</sup> Noticieros Televisa. *El narcotráfico tendrá en mí a su peor pesadilla: Calderón*. 21 de enero del 2006.

<sup>34</sup> Plan Nacional de Desarrollo 2007-2012. [www.presidencia.gob.mx](http://www.presidencia.gob.mx).

órdenes de aprehensión, ubicación y desmantelamiento de puntos de venta de drogas.<sup>35</sup>

En dicho operativo participaron más de 5 mil elementos de las diferentes instituciones y dependencias (Gobernación, Defensa, Marina y PGR). Según un mensaje dado a conocer en Los Pinos, los titulares de la SSP, Marina, Defensa, Gobernación y PGR dieron a conocer los primeros resultados del operativo: 13 presuntos narcotraficantes detenidos, se reconocieron mil 100 plantíos de marihuana, mil 100 cartuchos de diferentes calibres; tres fusiles AK-47 y 10 cargadores para fusil AR-15, entre otros.<sup>36</sup>

Como parte de la estrategia de seguridad del Presidente Felipe Calderón, fueron transferidos a la PFP aproximadamente 10 mil militares; de los cuales 7 mil 500 pertenecientes al Ejército y 2 mil 500 a la Armada de México. Se llevó a cabo una ceremonia con el fin de formalizar el traspaso, la cual se llevó a cabo en las instalaciones del Campo Militar No. 37, en el Estado de México. En dicha ceremonia, el presidente Calderón hizo mención del crecimiento de la delincuencia y criminalidad como amenazas a la seguridad pública, a lo que el presidente dijo: “No podemos permitir que ningún estado de la República sea rehén del narcotráfico, del crimen organizado o de la delincuencia común”.<sup>37</sup>

Con el desarrollo de este operativo conjunto, se inicia una nueva etapa en el combate al narcotráfico y al crimen organizado, que hasta el momento no había tenido precedentes. Los resultados que se obtendrán, hasta el momento son inciertos. Los investigadores, analistas y académicos que estudian sobre el tema, sugieren distintos desenlaces en torno a este tema. Sin embargo, solo con el paso del tiempo y dependiendo de las acciones

---

<sup>35</sup> El Universal Online. *Anuncian Operación Conjunta en Michoacán*. 11 de diciembre de 2006.

<sup>36</sup> El Universal Online. *Arranca operativo en Michoacán; detienen a 13*. 11 de diciembre de 2006.

<sup>37</sup> Luis Astorga. *Seguridad, Traficantes y Militares. El poder y la sombra*. Primera Edición. México. Tusquets Editores. 2007. Pág. 195.

empleadas en la lucha en contra del narcotráfico y el crimen organizado, podremos conocer si las decisiones tomadas fueron las acertadas.

## Investigación de Operaciones aplicada a conflictos

---

### 2.1 Antecedentes Históricos de la Investigación de Operaciones

Desde tiempos muy remotos ha habido una colaboración muy estrecha entre militares y científicos con el fin de poder aplicar métodos que les permitan obtener información para la toma de decisiones. Muchos expertos consideran el inicio de la Investigación Operativa en el siglo III A.C., durante la II Guerra Púnica, en donde Arquímedes diseñó máquinas para la defensa de la ciudad de Siracusa, estas máquinas eran, entre otras, catapultas, también se dice que construyó un espejos cóncavos con los que incendiaba las embarcaciones romanas enemigas al enfocarlas con los rayos del sol. Estas medidas de defensa, podrían ser descritas como la primera aplicación de un arma dirigida.<sup>1</sup>

En 1503, Leonardo DaVinci participó como ingeniero en la guerra contra Pisa ya que conocía técnicas para realizar bombardeos, construir barcos, vehículos acorazados, cañones, catapultas, y otras máquinas bélicas.<sup>2</sup>

En los siglos XVII y XVIII, Newton, Leibnitz, Bernoulli y Lagrange, trabajaron en obtener máximos y mínimos condicionados de ciertas funciones. El matemático francés Jean Baptiste-Joseph Fourier esbozó métodos de la actual programación lineal.

Thomas Edison, durante la Primera Guerra Mundial, dirigió diversas investigaciones relacionadas con la guerra submarina para la marina de los Estados Unidos.<sup>3</sup>

---

<sup>1</sup> J.S. Przemieniecki. *Mathematical Methods in Defense Analyses*. 1994. Segunda Edición. Institute of Aeronautics and Astronautics. Capítulo I. Pág. 1

<sup>2</sup> H. A. Simon and A. Newell. *Heuristic problem solving: the next advance in operations research*. Carnegie Institute of Technology. Pittsburgh, PA, and The Rand Corporation, Santa Monica, CA. 1958.

En los años veintes del siglo pasado se desarrollan los modelos de inventarios, así como los modelos de tiempos y movimientos, mientras que los modelos de línea de espera se originan con los estudios de Erlang, a principios del siglo pasado. En la segunda y tercera décadas del siglo anterior los problemas de asignación fueron estudiados con métodos matemáticos por los húngaros König y Egervary. En 1939 el ruso Kantorovich estudió los problemas de distribución. John Von Neuman desarrolla en 1937 lo que años más tarde culminaría como la Teoría de Juegos y la Teoría de Preferencias.

En 1947, George Dantzig, tomando en consideración el trabajo realizado por muchos investigadores, desarrolló el método Simplex, con lo cual dio inicio a lo que hoy conocemos como Programación Lineal.<sup>4</sup>

A principios de los años cuarenta, tomando en consideración el interés del ejército estadounidense de proporcionar la alimentación necesaria al menor costo para su ejército, George J. Stigler formuló un problema particular conocido comúnmente como problema de la dieta,<sup>5</sup> el cual fue resuelto mediante un método heurístico, cuya solución distó muy poco de la solución aportada años más tarde por el Método Simplex.

Durante los años 1941 y 1942, Kantorovich y Koopmans estudiaron de forma independiente el problema del transporte, al cual se le conoció como problema de Koopmans-Kantorovich.

Sin embargo, se considera que el inicio de la Investigación de Operaciones fue durante la Segunda Guerra Mundial, en donde, se llevaron a cabo investigaciones militares para lograr una mayor efectividad en el combate, ya que había una gran necesidad de poder asignar recursos a las tropas, los

---

<sup>3</sup> J.S. Przemieniecki. *Mathematical Methods in Defense Analyses*. 1994. Segunda Edición. *Institute of Aeronautics and Astronautics*. Capítulo I. Pág. 2

<sup>4</sup> Juan Prawda Witenberg. *Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones*. Ed. Limusa

<sup>5</sup> S. Garner Garille and S. I. Gass. *Stigler's Diet Problem Revisited*. *Operations Research*, Vol. 49, No. 1 Enero-Febrero. 2001. Pág.1-13.

cuales resultaban en su mayoría escasos, esto afectaba en gran medida a las operaciones militares dentro del teatro de operaciones.<sup>6</sup>

Durante las décadas de los cincuenta y sesenta, debido al gran éxito que tuvieron las operaciones militares, se observó que gran parte de la problemática que se tuvo en la guerra tenía similitudes con los problemas que enfrentaba la industria, por esta razón, se empezaron a aplicar diversas metodologías en este campo con sus respectivas adecuaciones, como en la alimentación, ganadería, distribución de campos de cultivo en agricultura, transporte de mercancías, localización, distribución de personal, problemas de redes, de colas, entre muchos más.

“Además del rápido desarrollo teórico, el segundo factor que dio un gran ímpetu a la investigación de operaciones fue el advenimiento de las computadoras. Para manejar de una manera efectiva los complejos problemas inherentes a esta disciplina, por lo general se requiere un gran número de cálculos; llevarlos a cabo a mano puede resultar casi imposible. Entonces el desarrollo de la computadora electrónica digital, con su capacidad para realizar cálculos aritméticos, miles o tal vez millones de veces más rápido que los seres humanos, fue una gran ayuda para la investigación de operaciones.”<sup>7</sup>

Actualmente el uso de las computadoras personales se encuentra muy difundido, éstas cuentan cada vez con mayor capacidad para resolver problemas de gran complejidad computacional, lo que facilita aún más la solución de cálculos, y mediante el empleo de diversos *softwares*, que resultan ser de gran ayuda para la resolución y simulación de distintos escenarios se convierten en una herramienta poderosa para la toma de decisiones.

---

<sup>6</sup> Historia de la Investigación Operativa. <http://www.phpsimplex.com/pages/historia.htm>

<sup>7</sup> Frederick S. Hillier, G.J. Lieberman. *Introducción a la Investigación de Operaciones*. Quinta Edición. Mc. Graw Hill.

### 2.1.1 Empleo de la Investigación de Operaciones durante La Segunda Guerra Mundial

La Investigación de Operaciones durante la Segunda Guerra Mundial fue empleada en mayor medida para la solución y optimización de diversos problemas tácticos y estratégicos. La I de O tuvo una gran cantidad de aplicaciones en operaciones navales, aeronavales y militares.

Durante la batalla de Inglaterra, la Fuerza Aérea Alemana contaba con mayor capacidad de combate aéreo que los ingleses, ya que estos tenían una menor cantidad de aeronaves, por tal motivo, el gobierno británico convocó a científicos de diversas disciplinas bajo la dirección de P. M. S. Blackett, de la Universidad de Manchester para estudiar el uso de un nuevo sistema antiaéreo controlado por radar. El grupo de investigación fue conocido como el “Circo de Blackett”, el cual estaba formado por tres fisiólogos, cuatro matemáticos, un físico, un astrofísico, un oficial militar y un agrimensor.<sup>8</sup> Este grupo de científicos estableció la localización óptima de las antenas de los radares, consiguiendo duplicar la efectividad de su sistema de defensa aérea.

En el año de 1938 el ejército estadounidense integró el Laboratorio de Desarrollo Balístico (Ballistic Research Laboratory), en donde fueron realizados análisis de Investigación de Operaciones en áreas relacionadas con control y tablas de tiro, así como de letalidad en combate, para distintos tipos de sistemas de armas.<sup>9</sup>

---

<sup>8</sup> Introducción a la Investigación de Operaciones. UPIICSA IPN.  
[http://www.upiicsa.ipn.mx/polilibros/portal/Polilibros/P\\_Terminados/Investigacion\\_de\\_Operaciones\\_Careaga/Common/IO-introduccion.htm](http://www.upiicsa.ipn.mx/polilibros/portal/Polilibros/P_Terminados/Investigacion_de_Operaciones_Careaga/Common/IO-introduccion.htm)

<sup>9</sup> Seth Bonder. *Army Operations Research-Historical perspectives and lessons learned. Operations Research*. 2002 INFORMS. Vol. 50, No. 1. Enero-febrero 2002. Pág. 25.

A los pocos meses de que Estados Unidos se incorporara en esta guerra, la fuerza aérea, el ejército y la marina iniciaron actividades de Investigación de Operaciones. Para el “Día D” (invasión aliada de Normandía), en la fuerza aérea se habían formado veintiséis grupos de investigación de operaciones, cada uno con aproximadamente diez científicos. En la marina ocurrió un proceso semejante. En 1942, Philip M. Morris, del Instituto Tecnológico de Massachussets, encabezó un grupo para analizar datos de los ataques aeronavales en contra de submarinos alemanes.<sup>10</sup>

Durante esta guerra fueron desarrolladas gran cantidad de investigaciones, con lo que se pudieron mejorar las operaciones navales y militares, como las antisubmarinas (lo que generó mayor eficiencia en el combate a submarinos alemanes), las operaciones logísticas, como el transporte de tropas (con lo que se optimizaron recursos y se transportaron mayor cantidad de efectivos), de igual forma se pudieron hacer más eficientes las misiones de bombardeo, de desembarco, de patrulla, entre otras. Así mismo, se pudo evaluar el tipo de armamento con el que se contaba, como cañones, bombas y torpedos, y se analizaron los mejores métodos para su empleo en la destrucción de blancos, como buques, arsenales, submarinos, fábricas, entre otros. Las anteriores son solo por mencionar algunas de las aplicaciones en donde la investigación de operaciones contribuyó en gran medida en el desarrollo de las operaciones navales y militares durante esta guerra.

## **2.2 La Investigación de Operaciones aplicada a conflictos después de la Segunda Guerra Mundial**

---

<sup>10</sup> Peter Horner. *History in the Making*. Revista electrónica: *Operations Research/Management Science Today*. <http://www.lionhrtpub.com/orms/orms-10-02/frhistory.html>

Después de la Segunda Guerra Mundial fueron desarrolladas gran cantidad de actividades bélicas en las que estuvo relacionada la Investigación de Operaciones, sobre todo en la época donde tuvo lugar la “Guerra Fría”.

Seth Bonder<sup>11</sup> describe el desarrollo de la Investigación de Operaciones en el ejército de los Estados Unidos de América de acuerdo a su experiencia a lo largo de cuarenta años de servicio.<sup>12</sup>

En el año de 1948 se creó la Oficina de Investigación de Operaciones (*Operations Research Office*) en la Universidad de *John Hopkins*, en donde fueron realizadas tareas como diseño de fuerzas, tipos de estructura de la fuerza en el teatro de operaciones, entre otras.

A finales de los años sesenta, el ejército norteamericano creó la Oficina del Sub Jefe de Estado Mayor, convirtiéndose en el principal usuario de los análisis de Investigación de Operaciones, particularmente para el Análisis de Sistemas de Armas Dirigidas (*WSAD*).

Durante esta época también fue creado el Sistema de Actividades de Análisis de Material del Ejército (*AMSAA*), en donde, hasta la fecha se llevan a cabo diversos estudios de Investigación de Operaciones para el desarrollo de sistemas de armas.

También fue creado el sistema *CARMONETTE*, el cual era un modelo en donde se representaban diversos procesos militares como puntería, tiro, desplazamiento de fuerzas, entre otros, éstos eran integrados a través del tiempo con el fin de obtener diversos escenarios del combate.

Investigaciones posteriores fueron realizadas con el fin de desarrollar un conjunto de sistemas con características específicas, las cuales, serían

---

<sup>11</sup> Dr. Seth Bonder. Ha sido líder en la aplicación de la Investigación de Operaciones en la Defensa Nacional estadounidense. Fungió como el 27 presidente de de la Sociedad de Investigación de Operaciones de América y de la Sociedad de Investigación de Operaciones Militares. [www.informs.org](http://www.informs.org)

<sup>12</sup> Seth Bonder. *Army Operations Research-Historical perspectives and lessons learned. Operations Research*. 2002 INFORMS. Vol. 50, No. 1. Enero-febrero 2002. Págs. 25-34.

empleadas por los desarrolladores de la siguiente generación de sistemas blindados de armas (tanques, vehículos de combate, etc.), en los que se tomarían en consideración características como velocidad, autonomía, probabilidad de detección de blancos, supervivencia y varios más.

En esta época fueron empleadas las ecuaciones de Lanchester (Lanchester 1916) en diversos modelos en donde se requería predecir los coeficientes de aniquilamiento (a través del tiempo) de dos fuerzas que se enfrentan.

Durante la “Guerra Fría” (1950-1989) se llevaron a cabo diversas investigaciones, gracias a éstas, se tuvo un gran crecimiento en las aplicaciones de la IdeO en combinación con el armamento recientemente desarrollado y con la operatividad del ejército.

La necesidad de emplear la Investigación de Operaciones continúa en las décadas de los setentas y ochentas con la creación de nuevos sistemas de armas como el tanque “M1”, helicópteros como el “*BlackHawk*” y el “Apache”, así como el Sistema de Defensa Aérea “*Patriot*”, entre otros, y con la incorporación de nuevas tecnologías como la fibra óptica, los sistemas láser, las municiones inteligentes, entre muchas más.

La Operación “Tormenta del Desierto” (*Desert Storm*) abrió nuevos caminos en relación a las guerras y combates que hasta nuestros días se han llevado a cabo, en donde, el desarrollo tecnológico empleado en el campo de batalla ha resultado de gran importancia, de la misma forma, dada su profunda aplicación a lo largo del tiempo en las operaciones militares, la Investigación de Operaciones juega un papel fundamental en el desarrollo de conflictos y en la toma de decisiones.

## Ecuaciones de Lanchester

---

### 3.1 Introducción a las Ecuaciones de Lanchester

En 1916, Frederic Lanchester desarrolló un análisis matemático del combate aéreo, desde esa fecha, hasta nuestros días, su análisis ha sido de gran utilidad como base en la aplicación de algunas teorías del combate, de igual forma, algunos de sus modelos han sido empleados para determinar las pérdidas de efectivos en el combate.

Los enfrentamientos, sin importar sus dimensiones (ya sean guerras, batallas, combates, etc.) cuentan con diversos factores, los cuales no son regulares, esto ocasiona que determinarlos se convierta en una tarea muy complicada. En la mayoría de los casos, dichos factores no pueden ser establecidos con la seguridad suficiente como para garantizar que su uso en el desarrollo de modelos matemáticos de cualquier complejidad arrojen resultados completamente confiables. Sin embargo, en ocasiones resulta vital desarrollar modelos matemáticos, empleando factores aproximados a los reales, con los cuales, se puedan crear escenarios que favorezcan a la toma de decisiones.<sup>1</sup>

Los modelos matemáticos aplicados al combate van desde formas muy simplificadas hasta modelos sumamente complejos, esto dependerá de los factores que se encuentren involucrados en el combate, o bien, de aquellos que sean contemplados dentro del modelo.

Los modelos de Lanchester están basados en un sistema de ecuaciones diferenciales simultáneas, semejantes a los modelos de crecimiento de las

---

<sup>1</sup> Philip M. Morse y George E. Kimball. *Methods of Operations Research*. Primera Edición. Cambridge Massachusetts. M.I.T. 1963. Pág. 63.

poblaciones, pero, a diferencia de éstos, son empleados coeficientes negativos, ya que al utilizarlos es posible obtener el aniquilamiento de dos fuerzas que se enfrentan. Estas ecuaciones diferenciales, para facilitar su solución, deben representar formas muy simplificadas de la guerra, por este motivo, su rango de aplicación podría parecer pequeño. Sin embargo, dentro de nuestro estudio, resultan ser una herramienta poderosa, ya que estas ecuaciones nos brindan datos importantes, los cuales, si son interpretados de forma correcta, podrán ser un factor fundamental en la toma de decisiones.

### **3.2 Modelos de Lanchester**

Existen diversos modelos de las Ecuaciones de Lanchester, de los cuales, aquellos que son mayormente empleados son los siguientes:

- a) Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido (Ley Cuadrada)
- b) Modelo de Lanchester de Fuego de Área (Ley Lineal)
- c) Modelo de Lanchester de Guerra de Guerrillas (Ley Mixta)

#### **3.2.1 Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido (Ley Cuadrada)**

El Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido es empleado cuando se enfrenta una fuerza  $X$  contra una fuerza  $Y$ , en donde, el daño que la fuerza  $X$  infrinja a  $Y$  dependerá de su poderío y viceversa. El poderío de ambas fuerzas está relacionado con el número de efectivos, así como de su armamento y de su entrenamiento (efectividad en el combate), entre otros factores.

En este modelo, las fuerzas que se enfrentan tienen conocimiento de la **localización y de la condición de las fuerzas opositoras**, por lo que, cuando un elemento de una fuerza dispara y acierta en una unidad contraria, inmediatamente dirige su fuego hacia otra unidad.

Para el desarrollo de este modelo, se emplea un sistema de ecuaciones diferenciales simultáneas, en las cuales, se establece que la fuerza  $X$  se irá agotando en el tiempo dependiendo del poderío de la fuerza  $Y$ , de la misma forma, la fuerza  $Y$  se irá agotando dependiendo del poderío de la fuerza  $X$ .

Este modelo se representa de la siguiente forma:

$$\frac{dY}{dt} = -\beta X \quad [3.1]$$

$$\frac{dX}{dt} = -\alpha Y \quad [3.2]$$

Donde:

$t$  = Tiempo

$Y$  = Cantidad de efectivos de la fuerza  $Y$

$X$  = Cantidad de efectivos de la fuerza  $X$

$\alpha$  = Coeficiente de aniquilamiento de  $Y$  (efectividad en el combate)

$\beta$  = Coeficiente de aniquilamiento de  $X$  (efectividad en el combate)

De las ecuaciones [3.1] y [3.2] se observa que el poderío de la fuerza  $X$  está representada por el producto  $\beta X$ , de igual forma, el poderío de  $Y$  está definido por el producto  $\alpha Y$ . El poderío de ambas fuerzas irá disminuyendo conforme una fuerza aniquile a la otra.

De esta forma,  $\frac{dY}{dt}$ , representa el aniquilamiento (cambio) de la fuerza  $Y$  en función del tiempo, el cual será proporcional al poderío de la fuerza  $X$ .

Los coeficientes de aniquilamiento (eficiencia o efectividad en el combate) están relacionados con el entrenamiento, destreza, armamento (entre otros) de los elementos que componen una fuerza. De tal forma que, un elemento de una fuerza que tenga mayor coeficiente de aniquilamiento que un elemento de la fuerza oponente contará con mayores posibilidades de aniquilar a su rival.

Para el empleo de estas ecuaciones se debe considerar que durante el combate se cumplen las siguientes condiciones:<sup>2</sup>

- a) Ambas fuerzas son homogéneas y se mantienen continuamente en combate. Esto significa que ambas fuerzas son equivalentes, o sea, que los elementos o efectivos que componen ambas fuerzas tienen características similares. Asimismo, una vez que ambas fuerzas inician el combate, se considera que no habrá pausas durante su desarrollo.
- b) Cada elemento o unidad (o arma individual) opera a su máxima capacidad.
- c) Cualquier daño colateral dentro del área del blanco es despreciable. Esto es, que los daños ocurridos durante el desarrollo del combate de todo aquello que no forme parte de los efectivos de ambas fuerzas no es tomado en consideración.

---

<sup>2</sup> J.S. Przemieniecki. Mathematical Methods in Defense Analyses. 1994. Segunda Edición. Institute of Aeronautics and Astronautics. Capítulo IV. Pág. 90

- d) Los coeficientes de aniquilamiento  $\alpha$  y  $\beta$  también incluyen las probabilidades que el blanco sea destruido cuando es impactado.
- e) La tasa (coeficiente) de efectividad de disparo es independiente de la fuerza opositora.
- f) Cada unidad está consciente de la localización y condición de todas las fuerzas opositoras, tal que su fuego es dirigido solo a las unidades vivas o a las armas en funcionamiento. De esta forma, cuando el blanco es destruido, la búsqueda inicia inmediatamente hacia un nuevo blanco.
- g) El fuego es uniformemente distribuido sobre las unidades sobrevivientes.

### 3.2.2 Modelo de Lanchester de Fuego de Área (Ley Lineal)

Durante un enfrentamiento, resultaría ideal poder contar con información precisa acerca de la localización del enemigo, de la cantidad de efectivos con que cuenta la fuerza oponente, de aquellos blancos que han sido acertados, entre otras. De esta forma se podría representar un combate altamente organizado ya que se contaría con información muy importante sobre el estado de la fuerza contraria. Sin embargo, muchas veces no se cuenta con información suficiente de la fuerza opositora.

Por lo anteriormente expuesto, a diferencia del modelo anterior, este modelo representa un **combate entre dos fuerzas, las cuales no tienen conocimiento de la localización exacta de sus oponentes**, sino que suponen que el enemigo se encuentra en un área determinada, de igual forma, no conocen con exactitud el daño que han causado a su rival, esto hace que se lleve a cabo una organización diferente (al modelo de fuego dirigido) para el desarrollo del combate, en donde, el fuego será dirigido a cierta área en la que se encuentra probablemente la fuerza opositora.

Este Modelo se representa de la siguiente manera:

$$\frac{dX}{dt} = -\alpha XY \quad [3.3]$$

$$\frac{dY}{dt} = -\beta YX \quad [3.4]$$

Donde:

$t$  = Tiempo

$Y$  = Cantidad de efectivos de la fuerza  $Y$

$X$  = Cantidad de efectivos de la fuerza  $X$

$\alpha X$  = Tasa a la cual  $Y$  aniquila a  $X$

$\beta Y$  = Tasa a la cual  $X$  aniquila a  $Y$

Tomando en consideración dos fuerzas que se enfrentan ( $Y$  y  $X$ ), la tasa a la que una sola unidad de  $Y$ , usando fuego de área agota a  $X$  está representada por  $\alpha X$ , en donde, la constante  $\alpha$  depende de diversos aspectos, como lo son: la tasa de fuego, la letalidad de su armamento o su entrenamiento, conjuntamente con el grado en que  $X$  está protegido contra el fuego de área de la fuerza  $Y$ .

De esta forma,  $\alpha X$  es la tasa a la que una unidad de  $Y$  agota a  $X$ , sin embargo, debe ser considerado que habrá un cierto número de unidades de la fuerza  $Y$  haciendo fuego, por lo tanto, la tasa a la cual  $Y$  agota a  $X$  ( $\alpha X$ ) se multiplicará por la cantidad de elementos de  $Y$  que se encuentran disparando.

Similarmente,  $Y$  estará recibiendo fuego de área de  $X$ , por lo tanto, la tasa a la que una unidad de  $X$  agota a  $Y$  es  $\beta Y$ , y teniendo en cuenta que existen  $X$  unidades disparando, la tasa de agotamiento para  $Y$  se incrementará  $X$  veces.

Al igual que en el modelo de fuego dirigido (Ley Cuadrada) para el empleo de estas ecuaciones se debe considerar que se cumplen las siguientes suposiciones durante el combate:<sup>3</sup>

- a) Ambas fuerzas son homogéneas y se mantienen continuamente en combate.
- b) Cada elemento o unidad (o arma individual) opera a su máxima capacidad.
- c) Cualquier daño colateral dentro del área del blanco es despreciable.
- d) Los coeficientes de aniquilamiento  $\alpha$  y  $\beta$  también incluyen las probabilidades que el blanco sea destruido cuando es impactado.
- e) La tasa (coeficiente) de efectividad de disparo es independiente de la fuerza opositora. El resto de las suposiciones son diferentes a las antes mencionadas, en las que se incluye lo siguiente:
- f) Cada unidad se concentra solo en el área en donde se encuentran las fuerzas enemigas y dirige su fuego a esa área sin recibir información alguna acerca de las bajas o del daño causado a la fuerza oponente.
- g) Todas las unidades están distribuidas uniformemente en toda el área.

### 3.2.3 Modelo de Lanchester de Guerra de Guerrillas (Ley Mixta)

Este modelo es una combinación de los dos anteriores, ya que representa **una situación de combate en la que una fuerza es atacada por sorpresa**, o sea, que una fuerza es emboscada. De tal forma que una fuerza que embosca tendrá ventaja sobre la emboscada, ya que podrá ver la localización de sus opositores, de esta manera tendrá oportunidad de seleccionar anticipadamente sus objetivos, así como también, podrá observar el daño que ha propiciado al

---

<sup>3</sup> J.S. Przemieniecki. Mathematical Methods in Defense Analyses. 1994. Segunda Edición. Institute of Aeronautics and Astronautics. Capítulo IV. Pág. 95.

enemigo. Por otra parte, la fuerza que es emboscada no podrá observar con certeza a la fuerza que la está atacando, y tampoco tendrá oportunidad de visualizar el daño que ha causado a su opositor, de esta forma, el modelo que emplea es el de fuego área.

De esta forma, el sistema de ecuaciones estará representado de la siguiente manera:

En el caso de que la fuerza  $X$  embosque a la fuerza  $Y$ :

$$\frac{dY}{dt} = -\beta X \quad [3.5]$$

$$\frac{dX}{dt} = -\alpha XY \quad [3.6]$$

$t$  = Tiempo

$Y$  = Cantidad de efectivos de la fuerza  $Y$

$X$  = Cantidad de efectivos de la fuerza  $X$

$\alpha X$  = Tasa a la cual  $Y$  aniquila a  $X$

$\beta$  = Coeficiente de aniquilamiento de la fuerza  $X$

En este tipo de enfrentamiento, supongamos que la fuerza  $Y$  es emboscada por la fuerza  $X$ , entonces la fuerza  $Y$  estará expuesta al fuego dirigido de  $X$ , de tal forma que la fuerza  $Y$  no podrá responder de igual forma al ataque y, de esta manera, mientras  $Y$  no determine la ubicación de los elementos de la fuerza  $X$  empleará fuego de área en su contra.

En la ecuación [3.5] tenemos que la fuerza  $X$  embosca a la fuerza  $Y$  y establece el modelo de fuego dirigido (Ley Cuadrada), por otra parte, en la ecuación [3.6] la fuerza  $Y$  (la cual es emboscada) empleará fuego de área, en la cual tenemos que  $\alpha X$  será la razón a la que una unidad de  $Y$  agota a  $X$ , y

tomando en cuenta que habrá un determinado número de  $Y$  unidades haciendo fuego, la tasa de agotamiento para  $X$  se incrementará  $Y$  veces.

Como se puede observar, una fuerza que embosca a otra tendrá una ventaja sobre la fuerza emboscada, ya que podrá contar con el factor sorpresa, así como la posibilidad de elegir los blancos, esto permite que una fuerza numérica pequeña tenga ventaja sobre otra fuerza de mayores dimensiones.

### **3.2.4 Coeficientes de Aniquilamiento**

Dentro de los modelos de Lanchester los coeficientes de aniquilamiento (coeficientes de eficiencia en el combate) juegan un papel fundamental en la solución de los diferentes sistemas de ecuaciones.

En los diferentes modelos descritos con antelación los coeficientes de aniquilamiento están representados por  $\alpha$  y  $\beta$ , los cuales están basados en la eficiencia de combate que tienen los diversos elementos que participan en un enfrentamiento. Esta eficiencia puede relacionarse con el entrenamiento de las tropas, tipo de armas empleadas en el combate, recursos (ya sean económicos, logístico o bélicos), comunicaciones, inteligencia, entre otros, los cuales, al relacionarse con el número de efectivos de las distintas fuerzas que se enfrentan, serán un factor determinante en el desarrollo de un combate.

Los coeficientes de aniquilamiento dentro de los modelos tienen signo negativo, ya que estos representan el desgaste (aniquilamiento) de una fuerza sobre la otra. Tomando como ejemplo el modelo de Lanchester de fuego directo, el cual está representado por:

$$\frac{dY}{dt} = -\beta X$$

$$\frac{dX}{dt} = -\alpha Y$$

Este sistema de ecuaciones nos representa lo siguiente: una fuerza  $Y$  al enfrentarse a una fuerza  $X$  tendrá una variación a través del tiempo, la cual será negativa (disminuye). Este decremento será proporcional al producto  $\beta X$ , esto es, que entre mayor sea dicho producto, mayor será la variación negativa de  $Y$ . Por otra parte,  $X$  también variará en el tiempo, solo que esta variación dependerá del producto  $\alpha Y$ . El signo negativo representa que dos fuerzas que se enfrentan a través del tiempo tendrán un desgaste (aniquilamiento) el cual dependerá de la eficiencia en el combate (coeficiente de aniquilamiento) de cada bando, así como de su estado de fuerza (cantidad de efectivos).

De esta forma, la fuerza  $Y$  ganará el combate si tiene un mayor coeficiente de aniquilamiento ( $\alpha$ ) o si su estado de fuerza ( $Y$ ) es mayor que el de su adversario (o ambas son mayores), tal que  $\alpha Y > \beta X$ , en el caso contrario, la fuerza  $X$  ganará el enfrentamiento.

## Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido

---

### 4.1 Conflictos de Baja Intensidad

Un conflicto de baja intensidad es una confrontación político-militar entre dos estados contendientes o grupos bajo una guerra convencional y sobre la rutina. Con frecuencia involucra luchas prolongadas relacionadas con principios e ideologías. El conflicto de baja intensidad va desde la subversión hasta el uso de la fuerza armada. Está conformada por diversos factores, entre los cuales están agentes políticos, económicos, de información, así como cuestiones militares. Estos conflictos se desarrollan normalmente en los países denominados del Tercer Mundo.

En el Manual “FM 100-20 Operaciones Militares en Conflictos de Baja Intensidad” del Ejército de los Estados Unidos (*Field Manual 100-20 “Military Operations in Low Intensity Conflicts”*) se establece que existen cuatro grandes categorías de las operaciones militares en los Conflictos de Baja Intensidad (CBI), los cuales son:<sup>1</sup>

*Apoyo a la Insurgencia y Contrainsurgencia:*

Están relacionadas con el mantenimiento del apoyo a la población. Como son distribuidos los esfuerzos entre construir apoyos para estos grupos o para socavar el apoyo y la legitimidad de sus oponentes, lo cual en ocasiones es un dilema tanto para la insurgencia como para la contrainsurgencia.

*Combate al Terrorismo*

---

<sup>1</sup> *Field Manual 100-20 Military Operations in Low Intensity Conflict.* [www.globalsecurity.org](http://www.globalsecurity.org)

El objetivo principal del combate al terrorismo es proteger instalaciones, unidades y elementos de la amenaza del terrorismo. El combate al terrorismo incluye acciones de antiterrorismo y contraterrorismo tomando en consideración todo el espectro del conflicto. El programa del combate al terrorismo está designado para proveer acciones coordinadas antes, durante y después de algún atentado terrorista.

#### *Operaciones de Mantenimiento de Paz*

Son operaciones militares que mantienen el estado de paz obtenida por esfuerzos diplomáticos en alguna región. La fuerza de mantenimiento de paz normalmente está autorizada para usar la violencia en caso de ser necesario, en la mayoría de los casos, ésta es usada solo en defensa propia.

#### *Operaciones de Contingencia para el mantenimiento de la paz*

Estas operaciones incluyen aquellas relacionadas con el apoyo en casos y zonas de desastre, así como operaciones antidrogas. El común denominador de este tipo de operaciones es la rápida movilización del esfuerzo, enfocado a resolver el problema. En ocasiones, la crisis es de tal magnitud, que las operaciones requieren una penetración más profunda, así como el establecimiento de líneas de comunicación más complejas cuando se trata de un ambiente hostil. Esta categoría posiblemente requiere de ciertas restricciones y del selectivo uso de la fuerza en actos violentos.

Las operaciones en los conflictos de baja intensidad pueden involucrar dos o más de las categorías descritas previamente, en donde las similitudes y diferencias entre estas categorías son de gran importancia en el planeamiento de las operaciones.

## **4.2 Importancia del empleo del Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido en los Enfrentamientos del Estado en contra del Narcotráfico**

Como fue mencionado con anterioridad, los conflictos de baja intensidad son una derivación de la guerra convencional, en donde, una fuerza regular combate en contra de una fuerza irregular.

El problema del narcotráfico en nuestro país ha venido evolucionando en las últimas décadas. Hoy en día, el narcotráfico cuenta con una gran cantidad de recursos provenientes de la venta de estupefacientes, sin embargo, también han incursionado en el desarrollo de negocios “lícitos” con lo que han podido incrementar su poder económico, así como su influencia en gran cantidad de Ciudades y Estados de la República Mexicana y también en el extranjero.

El tráfico ilícito de armas es un problema que hasta hoy no ha podido ser resuelto, es muy notorio que ha habido un incremento en la tecnología de las armas usadas por los narcotraficantes, con lo que su poder de fuego ha aumentado de forma significativa, haciendo cada vez más difícil la tarea de los cuerpos policíacos de enfrentar a estos grupos, ya que no cuentan con los recursos ni con el entrenamiento suficientes para combatirlos de forma eficiente. Este es uno de los motivos por lo que en los últimos años se ha estado empleando a las Fuerzas Armadas en contra del narcotráfico, así como también se han establecido instituciones como la Policía Federal Preventiva (PFP) y como la Agencia Federal de Investigación (AFI), sin embargo, estas últimas todavía carecen de los recursos materiales y humanos necesarios para poder enfrentar los problemas del país para los cuales fueron creadas.

De esta forma, las Fuerzas Armadas, en conjunto con la PFP, AFI, así como con los distintos cuerpos policíacos y de investigación de nuestro país se encuentran desarrollando una gran cantidad de operativos en contra del narcotráfico, en donde, en numerosas ocasiones se han generado diversos enfrentamientos, en los cuales, ha habido bajas por parte de ambos lados.

Estos enfrentamientos se han llevado a cabo entre dos fuerzas (fuerzas del Estado y del Narcotráfico), en donde, las fuerzas de Estado una vez que localizan a los narcotraficantes, al pretender detenerlos, con frecuencia se dan combates entre ellos.

El Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido tiene gran aplicación en este tipo de enfrentamientos, ya que en la mayor parte de los casos, las fuerzas que se enfrentan están conscientes de la localización y condición de las fuerzas opositoras, por lo que, cuando una unidad dispara y acierta en una unidad contraria, inmediatamente dirige su fuego hacia otra unidad. Los combates llegan a su fin cuando una fuerza termina con la otra, o bien, cuando una fuerza, al darse cuenta de su incapacidad para ganar el combate se rinde.

El Modelo de Lanchester de Fuego de Área no tiene tanta aplicación como el anterior, debido a que en gran parte de los casos, los enfrentamientos entre las fuerzas de Estado y Narcotraficantes tienen lugar en zonas urbanas, o en lugares donde existe población civil ajena a los combates, es por esto, que aunque se tenga conocimiento del área donde presuntamente se encuentran narcotraficantes, los efectivos del Estado no abrirán fuego hasta que no los hayan localizado de forma plena. Por su parte, los narcotraficantes, si hacen fuego en contra de los efectivos del Estado, incrementarán las posibilidades de ser localizados.

En ocasiones se han dado casos que los narcotraficantes han emboscado a las fuerzas del Estado, sin embargo, en gran parte de los casos en los que se han desarrollado este tipo de enfrentamientos, la fuerza emboscada casi de forma inmediata ha podido ubicar a la fuerza opositora, de esta forma, emplea fuego dirigido y no fuego de área.

La Ley Cuadrada (como se pudo apreciar en el Capítulo III) es conveniente ser empleada por la fuerza que tenga superioridad, ya que al final del combate, siempre tendrá un número mayor de sobrevivientes, a diferencia del combate cuando se realiza bajo la Ley Lineal.

En teoría, la fuerza del Estado, en cuanto a capacidad bélica se refiere, cuenta con superioridad sobre el narcotráfico, es por esto, que al llevarse a cabo un enfrentamiento, deberá siempre seleccionar combatir bajo las condiciones de la Ley Cuadrada de Lanchester.

Por lo anteriormente expuesto, para el desarrollo de la presente tesis, se optó por emplear el Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido, ya que mediante la aplicación de este modelo, en base a información obtenida de los diversos medios de comunicación, se pretende calcular de forma experimental los coeficientes de aniquilamiento de las fuerzas del Estado y de los grupos de Narcotraficantes, con la finalidad de simular dichos enfrentamientos, de tal forma que, tomando en consideración los datos obtenidos, se desarrollen escenarios con los cuales se puedan obtener conclusiones, que ayuden al Estado a mejorar la toma de decisiones en los enfrentamientos que se llevan a cabo entre efectivos de las Fuerzas Armadas y Policiacas de nuestro país en contra del Narcotráfico.

### **4.3 Desarrollo del Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido**

Para el caso de los enfrentamientos armados entre dos fuerzas el sistema de ecuaciones se representa de la forma siguiente:

$$\frac{dY}{dt} = -\beta X \quad [4.1]$$

$$\frac{dX}{dt} = -\alpha Y \quad [4.2]$$

Donde:

$Y$  cantidad de efectivos de la fuerza  $Y$   
 $\alpha$  coeficiente de aniquilamiento de la fuerza  $Y$   
 $X$  cantidad de efectivos de la fuerza  $X$   
 $\beta$  coeficiente de aniquilamiento de la fuerza  $X$   
 $t$  tiempo

El enfrentamiento inicia en el tiempo  $t_{(0)}$ , en donde, ambas fuerzas tendrán un número inicial de efectivos  $Y_{(0)}$  y  $X_{(0)}$ , durante el enfrentamiento ambas fuerzas se irán aniquilando dependiendo de su coeficiente de aniquilamiento así como de su estado de fuerza. Lo anterior significa que  $Y$  ganará si el producto  $\alpha Y > \beta X$ , en el caso contrario  $X$  ganará. El enfrentamiento finaliza cuando alguno de los dos bandos es aniquilado completamente, esto es,  $Y_{(t)} = 0$  o  $X_{(t)} = 0$ .

Es importante tener en cuenta que para el empleo de este sistema de ecuaciones durante el enfrentamiento deben cumplirse las condiciones establecidas para este modelo, las cuales fueron mencionadas en el Capítulo III.<sup>2</sup>

Para simplificar el análisis, los coeficientes de aniquilamiento (efectividad en el combate)  $\alpha$  y  $\beta$  se tomarán como constantes.

El sistema está formado por las ecuaciones [4.1] y [4.2], en donde, multiplicamos ambos lados de [4.1] por  $\alpha Y$ , de la misma forma, multiplicamos ambos lados de [4.2] por  $\beta X$ , obteniendo lo siguiente:

---

<sup>2</sup> Capítulo III. Ecuaciones de Lanchester. Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido (Ley Cuadrada). Pág.32

$$\alpha Y \left[ \frac{dY}{dt} = -\beta X \right]$$

$$\alpha Y \frac{dY}{dt} = -\beta X \alpha Y$$

$$\beta X \left[ \frac{dX}{dt} = -\alpha Y \right]$$

$$\beta X \frac{dX}{dt} = -\alpha Y \beta X$$

Por lo tanto:

$$\alpha Y \frac{dY}{dt} = -\alpha Y \beta X \quad [4.3]$$

$$\beta X \frac{dX}{dt} = -\alpha Y \beta X \quad [4.4]$$

Las ecuaciones [4.3] y [4.4] tienen iguales lados derechos, por lo que tenemos:

$$\alpha Y \frac{dY}{dt} = \beta X \frac{dX}{dt} \quad [4.5]$$

De la ecuación [4.5] podemos eliminar la dependencia del tiempo, multiplicando por  $dt$ , con lo que se obtiene una ecuación diferencial, la cual se expresa de la forma siguiente:

$$\alpha Y dY = \beta X dX \quad [4.6]$$

Se integra en cada lado de la ecuación, para conocer las condiciones del enfrentamiento a lo largo del periodo, que toma de  $Y_0$  a  $Y_t$  y de  $X_0$  a  $X_t$ .

$$\int_{Y_0}^{Y_t} \alpha Y dY = \int_{X_0}^{X_t} \beta X dX$$

$$\alpha \int_{Y_0}^{Y_t} Y dY = \beta \int_{X_0}^{X_t} X dX$$

$$\alpha \left[ \frac{Y^2}{2} \right]_{Y_0}^{Y_t} = \beta \left[ \frac{X^2}{2} \right]_{X_0}^{X_t}$$

Multiplicando ambos lados de la ecuación por (-1) se obtiene:

$$\alpha [Y_0^2 - Y_t^2] = \beta [X_0^2 - X_t^2]$$

De la ecuación anterior podemos obtener la siguiente:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[X_0^2 - X_t^2]}{[Y_0^2 - Y_t^2]} \quad [4.7]$$

De la ecuación [4.7] podemos observar que durante un enfrentamiento, la tasa de bajas o tasa de disminución de la fuerza de combate es proporcional al número de unidades de la fuerza opositora. En este modelo se aplica el principio de concentración, siendo su principio básico el concentrar el fuego de una fuerza en el enemigo, de tal forma que la fuerza  $Y$  al disparar sobre la fuerza  $X$ , de tal forma que se generen bajas en esta última, el fuego dirigido de  $Y$  se irá concentrando en las unidades que permanezcan “vivas” de  $X$ , de este modo, la rapidez con que  $Y$  aniquile a  $X$  se incrementará con el tiempo, esto sucede de la misma forma cuando la fuerza  $X$  dispara sobre la fuerza  $Y$ .

De esta forma, tomando en cuenta lo anterior, una fuerza superior a otra tendrá mayor posibilidad de ganar el combate si se enfrenta bajo las condiciones de este modelo.

#### 4.3.1 Forma General del Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido

El Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido está basado en un sistema de ecuaciones diferenciales simultáneas, en donde son empleados coeficientes negativos (coeficientes de aniquilamiento), con los cuales, dependiendo del número de efectivos de cada fuerza, se podrá obtener la cantidad de bajas de ambas fuerzas.

De las ecuaciones [4.1] y [4.2], (las cuales representan el Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido), se obtiene la solución general de este modelo, considerando los coeficientes de aniquilamiento  $\alpha$  y  $\beta$  como constantes, de tal forma que la deducción de la forma general se facilite, como sigue:

Si se deriva la ecuación [4.1] con respecto al tiempo se obtiene como resultado una ecuación diferencial de segundo orden.

De la ecuación [4.1]

$$\frac{dY}{dt} = -\beta X$$

Aplicando la segunda derivada:

$$\begin{aligned}\frac{d^2Y}{d^2t} &= -\frac{d}{dt}(\beta X) \\ &= -\beta \frac{dX}{dt} \\ &= \beta\alpha Y\end{aligned}$$

$$\frac{d^2Y}{d^2t} - \beta\alpha Y = 0 \quad [4.8]$$

Para la resolución de este modelo es importante considerar, que para el tiempo  $t = 0$ ,  $X$  y  $Y$  representan el estado de fuerza inicial de ambas fuerzas.

Para determinar el valor de la fuerza  $Y$  en un tiempo  $t$ .

Sea  $k = \alpha\beta$

$$\frac{d^2Y}{d^2t} - kY = 0$$

Sea  $P = \frac{dY}{dt}$

$$\frac{d^2Y}{d^2t} = -\frac{d}{dt}(\beta X)$$

$$\frac{d^2Y}{d^2t} = -\frac{d}{dt} \left[ -\frac{dY}{dt} \right]$$

$$\frac{d^2Y}{d^2t} = \frac{d}{dt} P$$

Aplicando la regla de la cadena, tenemos que:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{dP}{dY} \cdot \frac{dY}{dt}$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{dP}{dY} P$$

$$\therefore \frac{d^2Y}{d^2t} = \frac{dP}{dt} = \frac{dP}{dY} P = kY$$

$$\frac{dP}{dY} P = kY$$

$$PdP = kYdY$$

Integrando  $PdP = kYdY$  se obtiene:

$$\int PdP = k \int YdY$$

$$\frac{P^2}{2} = k \frac{Y^2}{2} + C_1$$

$$P^2 = kY^2 + 2C_1$$

$$P = \sqrt{kY^2 + 2C_1}$$

$$P = \sqrt{k \left[ Y^2 + \frac{2C_1}{k} \right]}$$

Considerando que  $P = \frac{dY}{dt}$

$$\frac{dY}{dt} = \sqrt{k} \left[ \sqrt{Y^2 + \frac{2C_1}{k}} \right]$$

Despejando  $dt$

$$dt = \frac{dy}{\sqrt{k} \left[ \sqrt{Y^2 + \frac{2C_1}{k}} \right]}$$

$$\frac{1}{\sqrt{k}} \int \frac{dy}{\left[ \sqrt{Y^2 + \frac{2C_1}{k}} \right]} = \int dt$$

$$\frac{1}{\sqrt{k}} \int \frac{dy}{\sqrt{Y^2 + \frac{2C_1}{k}}} = t + C_2$$

$$\frac{1}{\sqrt{k}} \int \frac{dy}{\sqrt{\left[\sqrt{\frac{2C_1}{k}}\right]^2 + Y^2}} = t + C_2$$

$$\frac{1}{\sqrt{k}} \operatorname{senh}^{-1} \left[ \frac{Y\sqrt{k}}{\sqrt{2C_1}} \right] = t + C_2$$

$$\operatorname{senh} \left[ \operatorname{senh}^{-1} \left[ \frac{Y\sqrt{k}}{\sqrt{2C_1}} \right] \right] = (t + C_2)\sqrt{k}$$

$$\frac{Y\sqrt{k}}{\sqrt{2C_1}} = \operatorname{senh} \left[ (\sqrt{kt}) + (\sqrt{k}C_2) \right]$$

$$\frac{Y\sqrt{k}}{\sqrt{2C_1}} = \operatorname{senh}(\sqrt{kt}) \cosh(\sqrt{k}C_2) + \cosh(\sqrt{kt}) \operatorname{senh}(\sqrt{k}C_2)$$

$$Y = \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \left[ \operatorname{senh}(\sqrt{kt}) \cosh(\sqrt{k}C_2) + \cosh(\sqrt{kt}) \operatorname{senh}(\sqrt{k}C_2) \right]$$

$$Y = \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \operatorname{senh}(\sqrt{kt}) \cosh(\sqrt{k}C_2) + \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \cosh(\sqrt{kt}) \operatorname{senh}(\sqrt{k}C_2)$$

$$Y = \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \operatorname{senh}(\sqrt{kt}) \cosh(\sqrt{k}C_2) + \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \cosh(\sqrt{kt}) \operatorname{senh}(\sqrt{k}C_2)$$

Para  $t = 0$

$$Y = \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \sinh(\sqrt{k}(0)) \cosh(\sqrt{k}C_2) + \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \cosh(\sqrt{k}(0)) \sinh(\sqrt{k}C_2)$$

$$Y_{(0)} = \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \sinh(\sqrt{k}C_2)$$

Sustituyendo  $Y_{(0)}$  en  $Y_{(t)}$

$$Y_{(t)} = \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \sinh(\sqrt{k}(t)) \cosh(\sqrt{k}C_2) + Y_{(0)} \cosh(\sqrt{k}(t))$$

Considerando que  $\frac{dY}{dt} = -\beta X$

Derivando  $Y_{(t)}$

$$\frac{dY}{dt} = \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \cosh(\sqrt{k}C_2) \cosh(\sqrt{k}(t))(\sqrt{k}) + Y_{(0)} \sinh(\sqrt{k}(t))(\sqrt{k})$$

Recordando que  $\frac{dY}{dt} = -\beta X$

Tenemos que:

$$-\beta X = \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \cosh(\sqrt{k}C_2) \cosh(\sqrt{k}(t))(\sqrt{k}) + Y_{(0)} \sinh(\sqrt{k}(t))(\sqrt{k})$$

Despejando  $X$  :

$$X = -\frac{\sqrt{2C_1}}{\beta\sqrt{k}} \cosh(\sqrt{k}C_2) \cosh(\sqrt{k}(t))(\sqrt{k}) - \frac{Y_{(0)}}{\beta} \sinh(\sqrt{k}(t))(\sqrt{k})$$

Para  $t = 0$

$$X_{(0)} = -\frac{\sqrt{2C_1}}{\beta\sqrt{k}} \cosh(\sqrt{k}C_2) \cosh(\sqrt{k}(0))(\sqrt{k}) - \frac{Y_{(0)}}{\beta} \sinh(\sqrt{k}(0))(\sqrt{k})$$

$$X_{(0)} = -\frac{\sqrt{2C_1}}{\beta\sqrt{k}} \cosh(\sqrt{k}C_2) \cosh(\sqrt{k}(0))(\sqrt{k}) - \frac{Y_{(0)}}{\beta} \sinh(\sqrt{k}(0))(\sqrt{k})$$

$$X_{(0)} = -\frac{\sqrt{2C_1}}{\beta} \cosh(\sqrt{k}C_2)$$

Sustituyendo  $X_{(0)}$  en  $Y_{(t)}$

$$Y_{(t)} = \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \sinh(\sqrt{k}(t)) \cosh(\sqrt{k}C_2) + Y_{(0)} \cosh(\sqrt{k}(t))$$

$$X_{(0)} = -\frac{\sqrt{2C_1}}{\beta} \cosh(\sqrt{k}C_2)$$

$$Y_{(t)} = \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \cosh(\sqrt{k}C_2) \sinh(\sqrt{k}(t)) + Y_{(0)} \cosh(\sqrt{k}(t))$$

$$Y_{(t)} = \left[ -\frac{\beta}{\sqrt{k}} \right] \left[ -\frac{\sqrt{2C_1}}{\beta} \right] \cosh(\sqrt{k}C_2) \sinh(\sqrt{k}(t)) + Y_{(0)} \cosh(\sqrt{k}(t))$$

$$Y_{(t)} = -\left[ \frac{\beta}{\sqrt{k}} \right] X_{(0)} \sinh(\sqrt{k}(t)) + Y_{(0)} \cosh(\sqrt{k}(t))$$

Tomando en consideración que  $k = \alpha\beta$

$$Y_{(t)} = -\left[\frac{\beta}{\sqrt{\alpha\beta}}\right] X_{(0)} \sinh(\sqrt{\alpha\beta}(t)) + Y_{(0)} \cosh(\sqrt{\alpha\beta}(t))$$

$$Y_{(t)} = -\left[\frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha}}\right] X_{(0)} \sinh(\sqrt{\alpha\beta}(t)) + Y_{(0)} \cosh(\sqrt{\alpha\beta}(t))$$

De lo anterior, obtenemos la ecuación general para determinar el estado de fuerza de la fuerza  $Y$  en un tiempo  $t$ :

$$Y_{(t)} = Y_{(0)} \cosh(\sqrt{\alpha\beta}(t)) - X_{(0)} \left[\frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha}}\right] \sinh(\sqrt{\alpha\beta}(t)) \quad [4.9]$$

De forma similar se realiza la deducción de la ecuación general para determinar la cantidad de efectivos de una fuerza  $X$  en un tiempo  $t$ , siendo la ecuación general la siguiente (su desarrollo se encuentra en el Anexo I):

$$X_{(t)} = X_{(0)} \cosh(\sqrt{\alpha\beta}(t)) - Y_{(0)} \left[\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}\right] \sinh(\sqrt{\alpha\beta}(t)) \quad [4.10]$$

**Durante la realización del presente trabajo de investigación se consultaron diversas fuentes bibliográficas con el fin de conocer el desarrollo para la obtención de la forma general del Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido, sin embargo, no fue posible contar con la bibliografía en la cual se encontrara su desarrollo, por tal motivo, dada la importancia que representa para este estudio, se llevó a cabo la tarea de realizar la deducción para la**

**obtención de la Forma General del Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido, obteniendo como resultado las fórmulas [4.9] y [4.10] <sup>3</sup>.**

De esta forma, resolviendo las ecuaciones generales de este modelo, es posible determinar, para un cierto tiempo  $t$ , la cantidad de efectivos de las fuerzas que se enfrentan y, a su vez, calcular las bajas que se presenten durante el combate.

Para conocer cual fuerza gana el combate:

De la ecuación [4.6]:

$$\alpha Y dY = \beta X dX$$

Integrando la ecuación [4.6]:

$$\int \alpha Y dY = \int \beta X dX$$

$$\alpha Y^2 - \beta X^2 = k \quad [4.11]$$

De la ecuación [4.12] podemos deducir lo siguiente:

Si  $X = 0$ , esto es, si la fuerza  $X$  es aniquilada, tenemos que:

$$\alpha Y^2 = k$$

$$Y = \sqrt{\frac{k}{\alpha}} \quad [4.12]$$

De la ecuación [4.13] podemos determinar que  $k > 0$ , en este caso, la fuerza  $Y$  gana, puesto que la fuerza  $X = 0$ . Por otro lado, si  $Y = 0$ , o sea, si la fuerza  $Y$  es agotada, tenemos lo siguiente:

$$-\beta X^2 = k$$

---

<sup>3</sup> J.S. Przemieniecki. Mathematical Methods in Defense Analyses. 1994. Segunda Edición. Institute of Aeronautics and Astronautics. Capítulo IV. Pág. 91

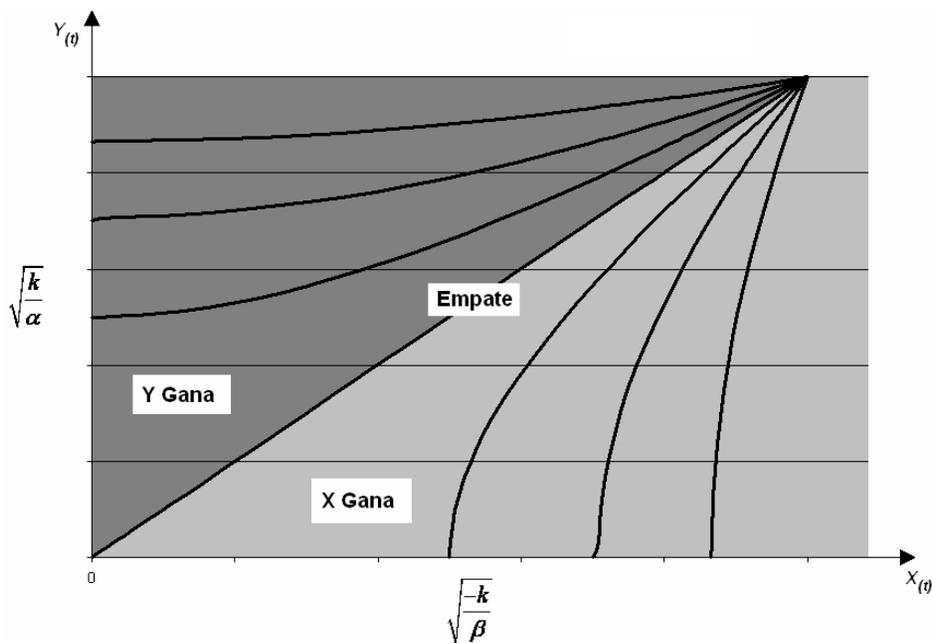
$$X = \sqrt{\frac{-k}{\beta}} \quad [4.13]$$

Para este caso  $k < 0$ , por lo que se dice que  $X$  gana, ya que la fuerza  $Y = 0$ .

Luego entonces, si  $Y = X$ , entonces  $k = 0$ , en este caso tendremos un empate en el enfrentamiento.

La ecuación [4.12] representa una ecuación hiperbólica, siendo posible graficar diversas curvas dando distintos valores a las variables de la ecuación. De esta forma, se podrá representar un enfrentamiento entre dos fuerzas, y dependiendo de los coeficientes de aniquilamiento  $\alpha$  y  $\beta$ , así como del valor de  $Y$  y de  $X$ , se obtendrá un valor para  $k$ . Con esto, definimos que, cuando  $k > 0$ , entonces la fuerza  $Y$  gana, si  $k < 0$ , la fuerza  $X$  gana, y si  $k = 0$  habrá un empate, ya que las fuerzas serán iguales.

Es posible establecer gráficamente cuando en un enfrentamiento el resultado es empate o si alguna de las dos fuerzas vence a su oponente. La siguiente gráfica nos muestra lo anteriormente señalado.



**Figura 4.1.** Hipérbolas para distintos valores de  $\alpha$  y  $\beta$ , considerando  $X_{(0)}$  y  $Y_{(0)}$  igual a 10

Podemos definir tres casos:

a) Empate

Se presenta cuando  $\alpha Y^2 = \beta X^2$ , ya que en esta situación el resultado de la ecuación [4.12] será igual a cero. Gráficamente tenemos una recta, como se muestra en la figura 4.1.

b) Y gana

Se presenta cuando  $\alpha Y^2 > \beta X^2$ , de esta forma  $k$  tendrá un valor mayor a cero ( $k > 0$ ). En la figura 4.1 se muestra que las curvas que definen este caso inician en un punto determinado del cuadrante y terminan en un punto donde  $X = 0$ , mientras que  $Y > 0$ . Lo anterior nos indica que la fuerza  $X$  se agotó en tanto que la fuerza  $Y > 0$ .

c) X gana

Este resultado se obtiene cuando  $\alpha Y^2 < \beta X^2$ , de esta forma  $k$  tendrá un valor negativo ( $k < 0$ ). En la figura 4.1 se puede apreciar que el conjunto de curvas (para este caso) tienen su inicio en un punto del cuadrante (dependiendo de los valores iniciales  $Y_{(0)}$  y  $X_{(0)}$ ) y terminan en un punto donde  $Y = 0$  y  $X > 0$ , esto es, que la fuerza  $X$  agotó (aniquiló) a la fuerza  $Y$ .

Tomando en consideración los tres casos anteriores:

- a. En caso de empate. ¿Bajo qué condiciones  $X$  o  $Y$  podrían ganar el enfrentamiento?
- b. Cuando  $Y$  es superior a  $X$ . ¿De qué forma podría ganar  $X$ ?
- c. Cuando  $X$  es superior a  $Y$ . ¿De qué manera podría  $Y$  vencer a  $X$ ?

Para responder las preguntas anteriores se consideran tres opciones:

- a. Modificar el valor de los coeficientes de aniquilamiento  $\alpha$  o  $\beta$ .
- b. Cambiar el valor de  $X$  o de  $Y$  (cantidad de efectivos de las fuerzas).
- c. Una combinación de las dos opciones anteriores.

Lo anterior puede ser explicado de la siguiente forma:

Si  $X = Y$ , ganará el combate aquella fuerza que tenga un mayor coeficiente de aniquilamiento.

Si  $\alpha = \beta$ , ganará el enfrentamiento la fuerza que tenga mayor cantidad de efectivos. Dado lo anterior, suponiendo que se enfrenta la fuerza  $X$  contra la fuerza  $Y$ , siendo que  $X > Y$  y que  $\beta > \alpha$ , la fuerza  $Y$  solo podrá ganar el enfrentamiento si incrementa su coeficiente de aniquilamiento ( $\alpha$ ) o si aumenta su cantidad de efectivos ( $Y$ ), o ambas, de tal forma que se logre la condición  $\alpha Y^2 > \beta X^2$  ( $k > 0$ ).

$\alpha$  y  $\beta$  son los coeficientes de aniquilamiento de las fuerzas  $Y$  y  $X$ , respectivamente, los cuales representan, entre otras cosas, el entrenamiento, el tipo de armamento, la tecnología, esto es, la efectividad, la eficiencia en el combate o el poder de aniquilamiento que tiene una fuerza. En tanto que  $X$  y  $Y$ , representan la cantidad de efectivos de ambas fuerzas, por lo que (tomando como ejemplo el caso anterior), la fuerza  $Y$  solo ganará si incrementa su cantidad de efectivos ( $Y$ ), o si incrementa el entrenamiento de

sus elementos (o si emplea un armamento de mayor poderío o la tecnología empleada en el combate) o una combinación de las anteriores.

#### 4.4 Ejemplos del Planteamiento del Modelo

##### Ejemplo A

Suponiendo que dos fuerzas ( $X$  y  $Y$ ) se enfrentan en un combate, en donde la fuerza  $X$  cuenta con 5 efectivos y tiene un coeficiente de aniquilamiento ( $\beta$ ) de 0.1 y la fuerza  $Y$  está compuesta también por 10 elementos y su coeficiente de aniquilamiento ( $\alpha$ ) es 0.025.

a) ¿Qué fuerza ganará el combate?

Mediante el empleo de la ecuación [4.7], se puede determinar la cantidad de efectivos que tendrá cada fuerza al final de la contienda. La fuerza  $Y$  tiene mayor número de elementos, por lo que podría parecer que ésta tiene mayor oportunidad de ganar el enfrentamiento, de esta manera, se considerará que la fuerza  $X$  al final del combate tendrá 0 elementos, de modo que, al realizar el cálculo, se podrá conocer la cantidad de efectivos que tendrá la fuerza  $Y$  cuando  $X_{(t)} = 0$ .

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[X_0^2 - X_t^2]}{[Y_0^2 - Y_t^2]}$$

$$\frac{0.025}{0.1} = \frac{[(5)^2 - 0]}{[(10)^2 - Y^2]}$$

$$0.25 = \frac{[25 - 0]}{[100 - Y^2]}$$

$$100 - Y^2 = \frac{25}{0.25}$$

$$Y^2 = -100 + 100$$

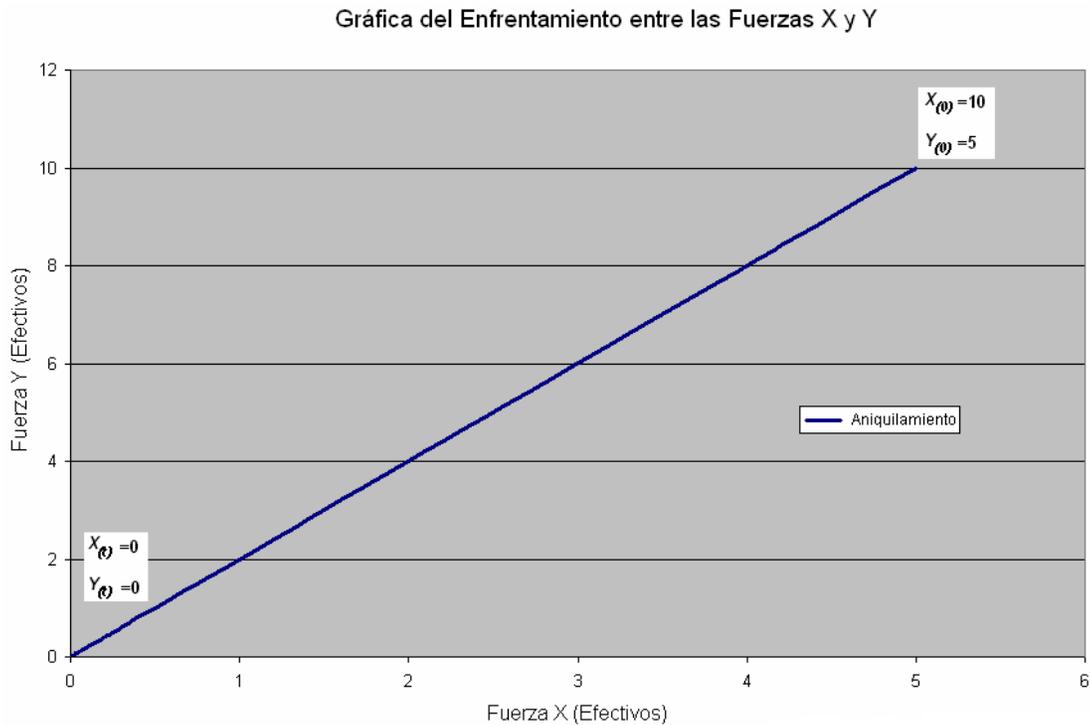
$$Y = \sqrt{-100 + 100}$$

$$Y = 0$$

De esta forma, se observa que al final del enfrentamiento, la fuerza  $Y$  tiene un estado de fuerza igual a 0, por lo que se puede decir que ambas fuerzas resultaron ser iguales, ya que al final del combate ambas fuerzas se aniquilan por completo.

Mediante un *kernell* denominado *Matlab*, se realizó un programa, en donde, se resuelve el Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido, en el cual, son introducidos como datos de entrada los valores de los coeficientes de aniquilamiento de ambas fuerzas y el estado de fuerza inicial de cada una de ellas. El modelo se resuelve para un cierto valor de tiempo ( $t$ ), en donde, se obtiene como datos de salida los diferentes valores de cada una de las fuerzas a lo largo del enfrentamiento, de esta forma, conociendo estos datos, se pueden graficar, de tal forma que se pueda tener una visión más clara de la forma en que se desarrolla el enfrentamiento.

En la figura 4.2 se muestra gráficamente la solución del ejemplo A.



**Figura 4.2.** *Enfrentamiento entre las fuerzas X y Y*

Como se puede observar, el cálculo del problema empleando *Matlab* coincide con el resultado obtenido empleando la fórmula [4.7]. En la figura anterior se observa como ambas fuerzas se van desgastando a lo largo del combate, en la parte superior derecha de la figura, se muestran las condiciones iniciales de ambas fuerzas ( $X_{(0)} = 5$  y  $Y_{(0)} = 10$ ), y en la parte inferior izquierda las condiciones finales del enfrentamiento, donde  $X_{(t)} = 0$  y  $Y_{(t)} = 0$ .

En este caso, gráficamente se aprecia que la fuerza  $Y$  y la  $X$  resultaron ser iguales, ya que aunque el número de elementos de la fuerza  $Y$  es mayor al de la fuerza  $X$ , el coeficiente de aniquilamiento de  $X$  es superior al de la fuerza  $Y$ , de tal forma que se cumple la condición  $\alpha Y^2 = \beta X^2$  ( $k = 0$ ).

Esto es, tomando en consideración la ecuación [4.12] tenemos que:

$$\alpha Y^2 - \beta X^2 = k$$

$$\left[ (0.025)(10)^2 \right] - \left[ (0.1)(5)^2 \right] = k$$

$$0 = k$$

De esta manera, al ser  $k = 0$ , se cumple la condición en la cual la fuerza  $Y$  y la fuerza  $X$  resultan ser iguales, o sea, al final del enfrentamiento hay un empate.

### Ejemplo B

Suponiendo que dos fuerzas ( $X$  y  $Y$ ) se enfrentan en un combate, en donde la fuerza  $X$  cuenta con 20 efectivos y tiene un coeficiente de aniquilamiento ( $\beta$ ) de 0.027 y la fuerza  $Y$  está compuesta por 50 elementos y su coeficiente de aniquilamiento ( $\alpha$ ) es de 0.018.

a) ¿Qué fuerza ganará el combate?

Tomando en consideración la ecuación [4.7] el enfrentamiento anterior puede ser resuelto:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[X_0^2 - X_t^2]}{[Y_0^2 - Y_t^2]}$$

$$\frac{0.018}{0.027} = \frac{[(20)^2 - 0]}{[(50)^2 - Y^2]}$$

$$0.666 = \frac{[400 - 0]}{[2500 - Y^2]}$$

$$2500 - Y^2 = \frac{400}{0.666}$$

$$Y^2 = 2500 - 600.6$$

$$Y = \sqrt{1899.4}$$

$$Y = 43.6$$

Gráfica del Enfrentamiento entre las Fuerzas X y Y

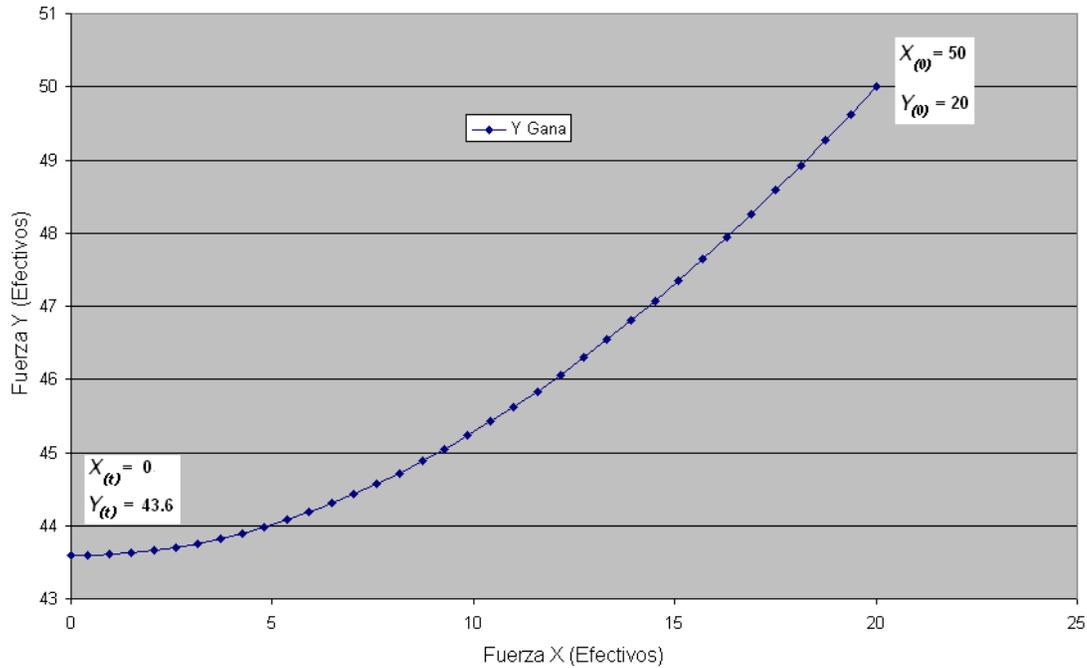


Figura 4.3. Enfrentamiento entre las fuerzas X y Y

Al igual que en el ejemplo A, se solucionó este caso empleando *Matlab*, introduciendo los valores de los coeficientes de aniquilamiento y la cantidad de efectivos de ambas fuerzas. El modelo se resuelve para un cierto valor de tiempo ( $t$ ). En la figura 4.3 se muestra gráficamente la solución del ejemplo B.

El cálculo del ejemplo empleando *Matlab* coincide con el resultado obtenido empleando la fórmula [4.7]. En la figura anterior se observa como ambas fuerzas se van desgastando a lo largo del combate, en la parte superior derecha de la figura, se muestran las condiciones iniciales de ambas fuerzas ( $X_{(0)} = 20$  y  $Y_{(0)} = 50$ ), y en la parte inferior izquierda las condiciones finales del enfrentamiento, donde  $X_{(t)} = 0$  y  $Y_{(t)} = 43.6$ .

En este caso se aprecia que la fuerza Y resultó ser muy superior a la X, ya que aunque el coeficiente de aniquilamiento de X es superior al de la fuerza

Y, el número de efectivos de Y es tal que se cumple la condición  $\alpha Y^2 > \beta X^2$  ( $k > 0$ ).

Esto es, tomando en consideración la ecuación [4.12] tenemos que:

$$\begin{aligned} \alpha Y^2 - \beta X^2 &= k \\ [(0.018)(43.6)^2] - [(0.027)(0)^2] &= k \\ 34.2 &= k \end{aligned}$$

De esta manera, al ser  $k > 0$ , se cumple la condición en la cual la fuerza Y gana el enfrentamiento.

### Ejemplo C

Tomando los mismos coeficientes de aniquilamiento ¿Cuántos elementos debería tener la fuerza X para ganar el enfrentamiento de tal forma que la fuerza X al final del enfrentamiento tenga al menos 10 efectivos?

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[X_0^2 - X_t^2]}{[Y_0^2 - Y_t^2]}$$

$$\frac{0.018}{0.027} = \frac{[X^2 - (10)^2]}{[(50)^2 - 0]}$$

$$0.666(2500) = [X^2 - 100]$$

$$1665 = [X^2 - 100]$$

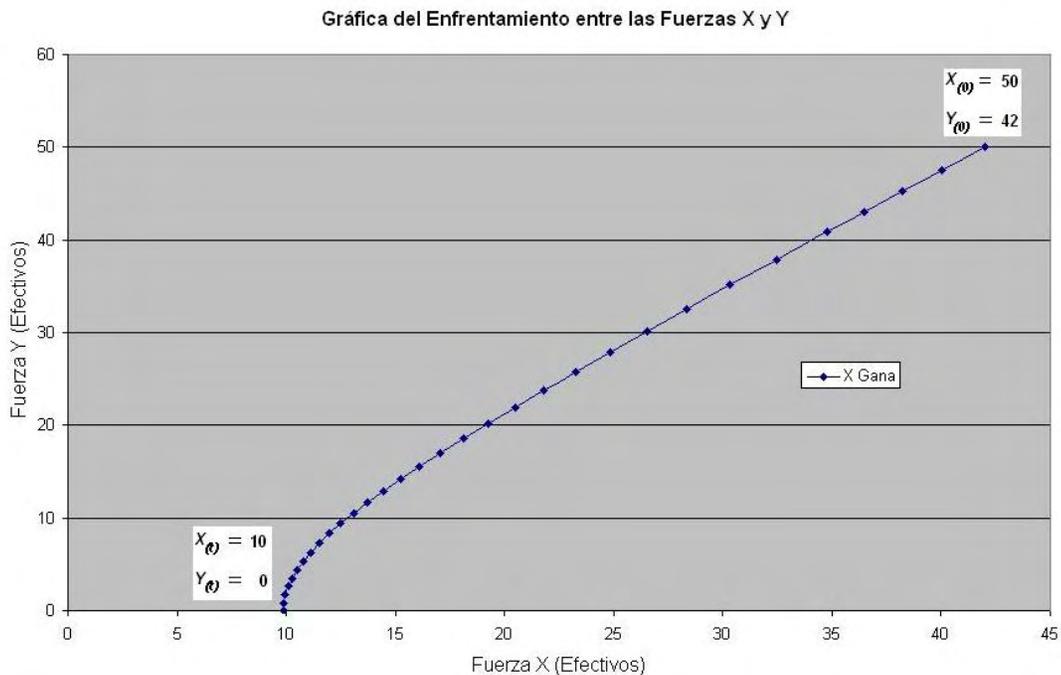
$$1765 = X^2$$

$$X = \sqrt{1765}$$

$$X = 42.01$$

En la figura 4.4 se muestra gráficamente la solución de este ejemplo. Se aprecia también que ambas fuerzas se van reduciendo en el transcurso del combate. Asimismo, en la parte superior derecha de la figura, se muestran las condiciones iniciales de ambas fuerzas ( $X_{(0)} = 42$  y  $Y_{(0)} = 50$ ), y en la parte inferior izquierda las condiciones finales del combate, donde  $X_{(t)} = 10$  y  $Y_{(t)} = 0$ . En este caso, se puede apreciar que al modificar el número de efectivos de la fuerza X, se tuvo como resultado que al finalizar el enfrentamiento, X cuenta con mayor cantidad de efectivos que la fuerza Y ( $X_{(t)} = 10$  y  $Y_{(t)} = 0$ ).

Lo anterior es debido a que la fuerza X, al tener mayor coeficiente de aniquilamiento ( $\beta$ ), en combinación con su número de efectivos, puede acabar con la fuerza Y, la cual, al inicio del enfrentamiento contaba con 50 efectivos, sin embargo, su coeficiente de aniquilamiento no resultó ser lo suficientemente grande como para aniquilar a la fuerza X. De esta forma, la condición  $\beta X^2 > \alpha Y^2$  ( $k < 0$ ) se cumple, lo cual significa que X gana.



**Figura 4.4.** Enfrentamiento entre las fuerzas X y Y

Esto es, tomando en consideración la ecuación [4.12] tenemos que:

$$\begin{aligned}\alpha Y^2 - \beta X^2 &= k \\ \left[ (0.018)(0)^2 \right] - \left[ (0.027)(42)^2 \right] &= k \\ -47.6 &= k\end{aligned}$$

De esta manera, al ser  $k < 0$ , se cumple la condición en la cual  $X$  gana el enfrentamiento.

#### 4.4.1 Cálculo experimental de los Coeficientes de Aniquilamiento

Es posible calcular los coeficientes de aniquilamiento de forma experimental cuando se conocen los datos de un enfrentamiento.

Para calcular estos coeficientes, se puede emplear la fórmula [4.7]

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[X_0^2 - X_t^2]}{[Y_0^2 - Y_t^2]}$$

El cálculo experimental de los coeficientes de aniquilamiento puede ser explicado mediante el desarrollo de un ejemplo:

##### Ejemplo D

Una fuerza  $Y$  compuesta por 53 elementos se enfrenta a una fuerza  $X$  de 9 efectivos. El resultado del enfrentamiento es el siguiente: la fuerza  $X$  es aniquilada en su totalidad, mientras que la fuerza  $Y$  pierde 7 efectivos.

Con los datos anteriores es posible calcular la relación entre los coeficientes de aniquilamiento.

De la ecuación [4.7]

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[X_0^2 - X_t^2]}{[Y_0^2 - Y_t^2]}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[(9)^2 - (0)^2]}{[(53)^2 - (46)^2]}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[81 - 0]}{[2809 - 2116]}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[81]}{[693]}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = 0.11$$

$$\alpha = 0.11\beta$$

Lo anterior significa que  $\beta$  es aproximadamente 9 veces superior al coeficiente  $\alpha$ , de tal forma, que la fuerza  $Y$  gana el enfrentamiento debido a que su superioridad numérica junto con su coeficiente de aniquilamiento ( $\alpha$ ) fue superior al número de efectivos de la fuerza  $X$  y su respectivo coeficiente de aniquilamiento.

Resulta conveniente plantear otro posible caso, en donde, a partir de ciertos valores conocidos del enfrentamiento, se puede calcular cual debe

ser el coeficiente de aniquilamiento que debe tener una fuerza para vencer a otra que cuenta con mayores condiciones de ganar.

### Ejemplo E

Tomando en consideración los datos del ejemplo B, en el cual la cantidad de efectivos al inicio del enfrentamiento es ( $X_{(0)} = 20$  y  $Y_{(0)} = 50$ ) y los coeficientes de aniquilamiento son ( $\beta = 0.027$  y  $\alpha = 0.018$ ).

¿Con qué coeficiente de aniquilamiento ( $\beta$ ),  $X$  derrotaría a  $Y$  de tal forma que la fuerza  $X$  al final del enfrentamiento tenga un estado de fuerza al menos de 10 elementos?.

De la ecuación [4.7]

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[X_0^2 - X_t^2]}{[Y_0^2 - Y_t^2]}$$

$$\frac{0.018}{\beta} = \frac{[(20)^2 - (10)^2]}{[(50)^2 - 0]}$$

$$\frac{0.018}{\beta} = \frac{[400 - 100]}{[2500 - 0]}$$

$$2500(0.018) = 300(\beta)$$

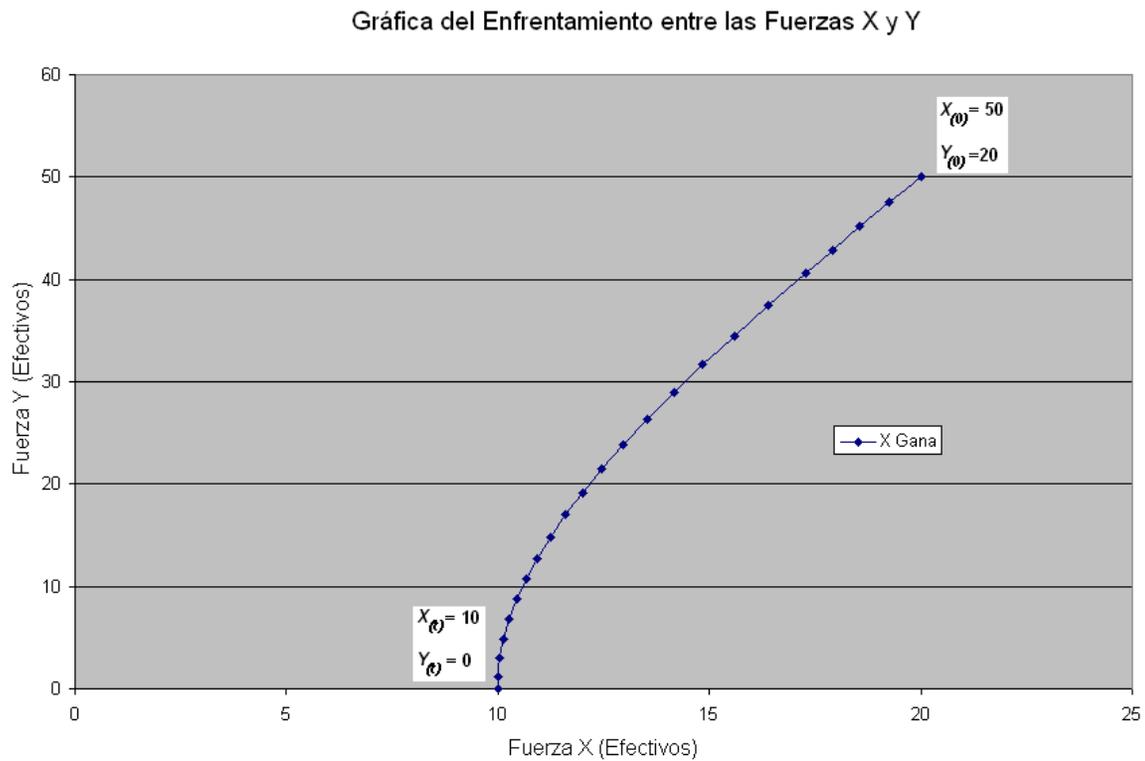
$$\beta = \frac{2500(0.018)}{300}$$

$$\beta = 0.15$$

De esta forma, la fuerza  $X$  tendrá que incrementar su coeficiente de aniquilamiento ( $\beta$ ) de 0.027 a 0.15 para poder vencer a la fuerza  $Y$ .

Los datos obtenidos del nuevo coeficiente ( $\beta = 0.15$ ), así como el coeficiente de aniquilamiento de la fuerza  $Y$  ( $\alpha = 0.018$ ) son introducidos junto con los datos del estado de fuerza inicial de ambas fuerzas en el programa desarrollado en *Matlab*, donde, una vez realizada la simulación, con los datos obtenidos se realiza una gráfica, la cual se muestra en la figura 4.5, en ella se puede observar como la fuerza  $X$  aniquila a la fuerza  $Y$ .

En la parte superior derecha de la figura, se muestran las condiciones iniciales de ambas fuerzas ( $X_{(0)} = 20$  y  $Y_{(0)} = 50$ ), y en la parte inferior izquierda las condiciones finales del combate, donde  $X_{(t)} = 10$  y  $Y_{(t)} = 0$ .



**Figura 4.5.** Enfrentamiento entre las fuerzas  $X$  y  $Y$ . La fuerza  $X$  aniquila a la fuerza  $Y$

En este caso, se puede apreciar que al modificar el coeficiente de aniquilamiento  $\beta$  ( $\beta = 0.15$ ), la fuerza X, tendrá mayor eficiencia en el combate, lo cual se traduce en que esta fuerza, con un menor número de efectivos que la fuerza Y  $Y_{(0)} = 50$ , logra obtener la victoria en el enfrentamiento, ya que  $X_{(t)} = 10$  y  $Y_{(t)} = 0$ . De esta forma, la condición  $\beta X^2 > \alpha Y^2$  ( $k < 0$ ) se cumple, lo cual significa que X gana. Lo anterior representa la importancia que tienen los coeficientes de aniquilamiento en el desarrollo de enfrentamientos.

Considerando la ecuación [4.12] tenemos que:

$$\begin{aligned} \alpha Y^2 - \beta X^2 &= k \\ \left[ (0.018)(0)^2 \right] - \left[ (0.15)(20)^2 \right] &= k \\ -60 &= k \end{aligned}$$

De esta manera, al ser  $k < 0$ , se cumple la condición en la cual X gana el enfrentamiento.

Mediante el desarrollo de los ejemplos anteriores se puede observar que existe la posibilidad de calcular de forma experimental el coeficiente de aniquilamiento de una fuerza, de esta manera, se puede conocer en un determinado momento que tanto tendría que incrementar una fuerza su eficiencia en el combate para poder ganar un enfrentamiento. En ocasiones incrementar de forma significativa este coeficiente, podría resultar muy complicado, por lo que, otra opción para ganar un combate podría ser el incremento del estado de fuerza, o bien, una combinación de ambas. Esto dependerá de las capacidades de cada fuerza de poder incrementar ya sea, su eficiencia en el combate, o su estado de fuerza inicial.

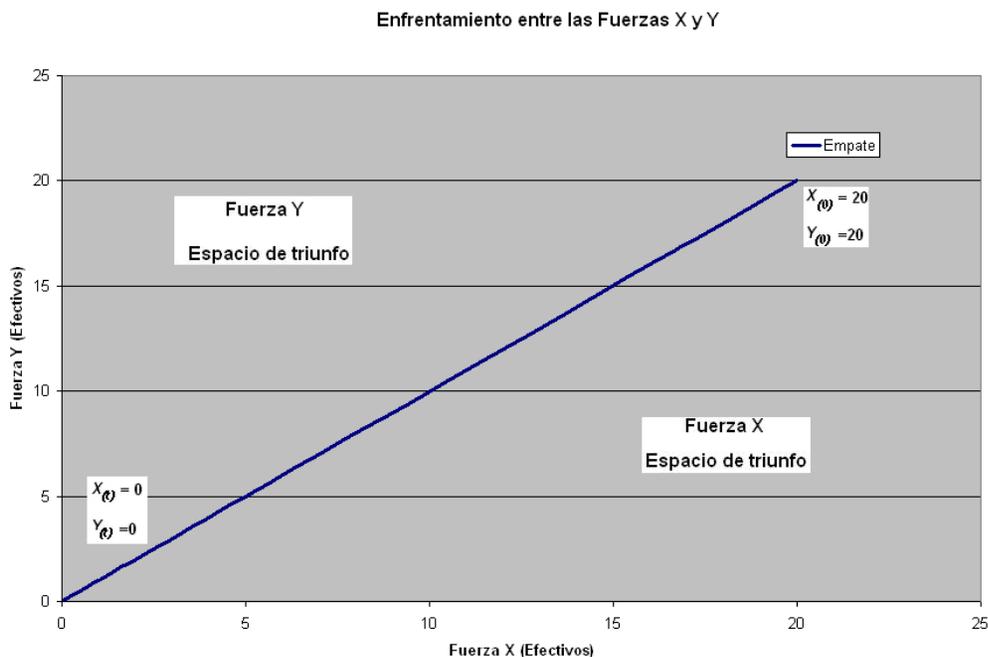
#### 4.5 Importancia del valor de los coeficientes de aniquilamiento

En muchas ocasiones, cuando no se tiene capacidad de incrementar la eficiencia en el combate (coeficiente de aniquilamiento) de una fuerza, se recurre al incremento de la cantidad de efectivos. Esta puede ser una solución (aparentemente), ya que si se incrementa la cantidad de efectivos de una fuerza de forma significativa se puede llegar a ganar el enfrentamiento, sin embargo, ésta puede resultar no ser la mejor alternativa en la búsqueda de opciones para ganar un enfrentamiento.

Con el empleo de diversas gráficas, construidas a partir de algunos ejemplos, se podrá interpretar el valor que tienen los coeficientes de aniquilamiento dentro de los enfrentamientos.

##### Ejemplo F

Considerando que dos fuerzas tienen exactamente los mismos coeficientes de aniquilamiento ( $\alpha = \beta = 0.025$ ), así como igual estado de fuerza inicial ( $X_{(0)} = 20$  y  $Y_{(0)} = 20$ ).



**Figura 4.6.** Enfrentamiento entre las fuerzas X y Y. Hay empate.

En la figura 4.6 se observa que el resultado del enfrentamiento es un empate, de esta forma, se puede ver que el desarrollo del enfrentamiento se describe por una línea recta, ya que ambas fuerzas se irán desgastando de forma uniforme a lo largo del enfrentamiento. Esto es, para un cierto valor de  $t$ , las fuerzas  $X$  y  $Y$  tendrán el mismo valor (mismo estado de fuerza).

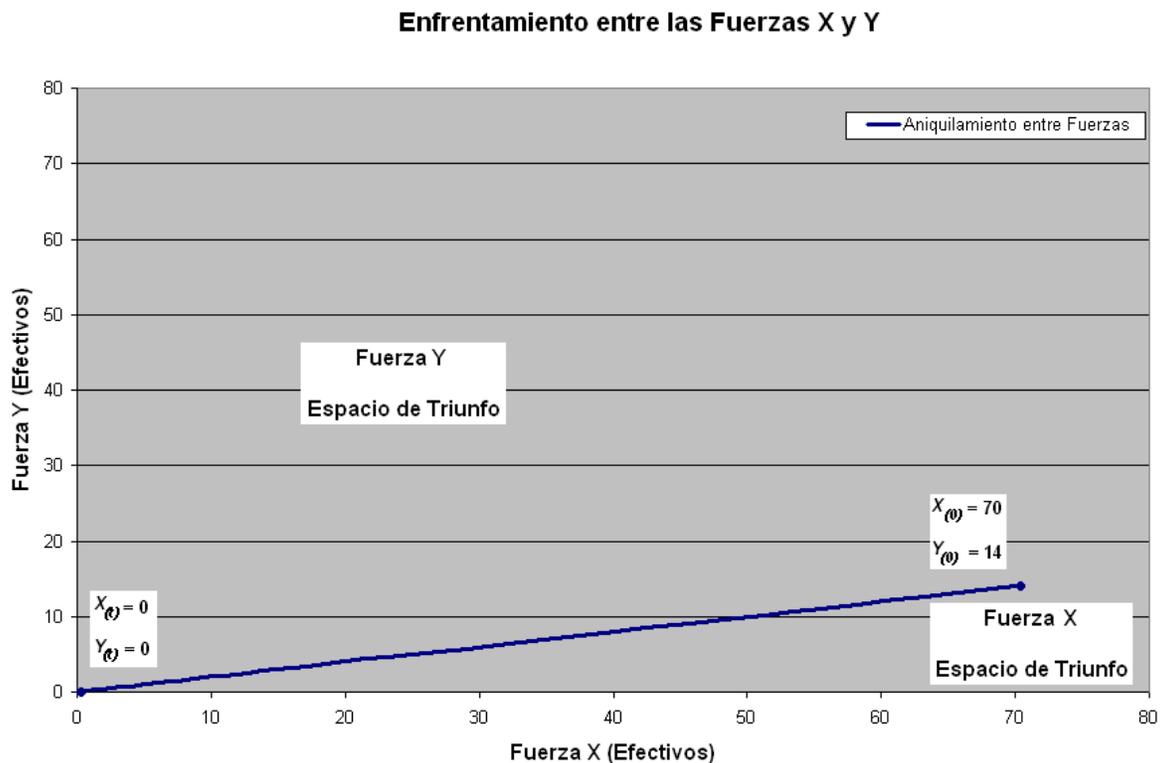
Si se observa con detenimiento la gráfica, la recta tiene su origen en un punto donde  $X_{(0)} = 20$  y  $Y_{(0)} = 20$ , y al finalizar el enfrentamiento termina en un punto donde  $X_{(t)} = 0$  y  $Y_{(t)} = 0$ . Como se puede observar, la recta divide en dos partes iguales el espacio de soluciones, esto representa que, el área de triunfo de la fuerza  $X$  es igual al área de triunfo de la fuerza  $Y$ . Esto significa que ambas fuerzas al tener características semejantes (iguales coeficientes de aniquilamiento y número de efectivos), podrán inclinar la balanza a su favor en el enfrentamiento si modifican su coeficiente de aniquilamiento o su estado de fuerza inicial o ambas. En el caso de que los coeficientes de aniquilamiento permanezcan sin cambio, ganará aquella fuerza que incremente sus efectivos en cualquiera de los valores ( $X$  o  $Y$ ) comprendidos en su espacio de triunfo para un cierto tiempo ( $t$ ).

Si una fuerza tiene un coeficiente de aniquilamiento muy superior al de su oponente, necesitará menor cantidad de efectivos para ganar el combate, en el caso contrario, la fuerza que tiene menor coeficiente de aniquilamiento, requerirá una cantidad de elementos muy superior para ganar la batalla, o incluso, para poder igualar el combate.

Lo anterior significa que una fuerza con un alto coeficiente de aniquilamiento ampliará su espacio de triunfo, al suceder esto, el espacio de triunfo de la fuerza opositora se reducirá, por lo que, tendrá mayor dificultad de poder ganar el enfrentamiento.

## Ejemplo G

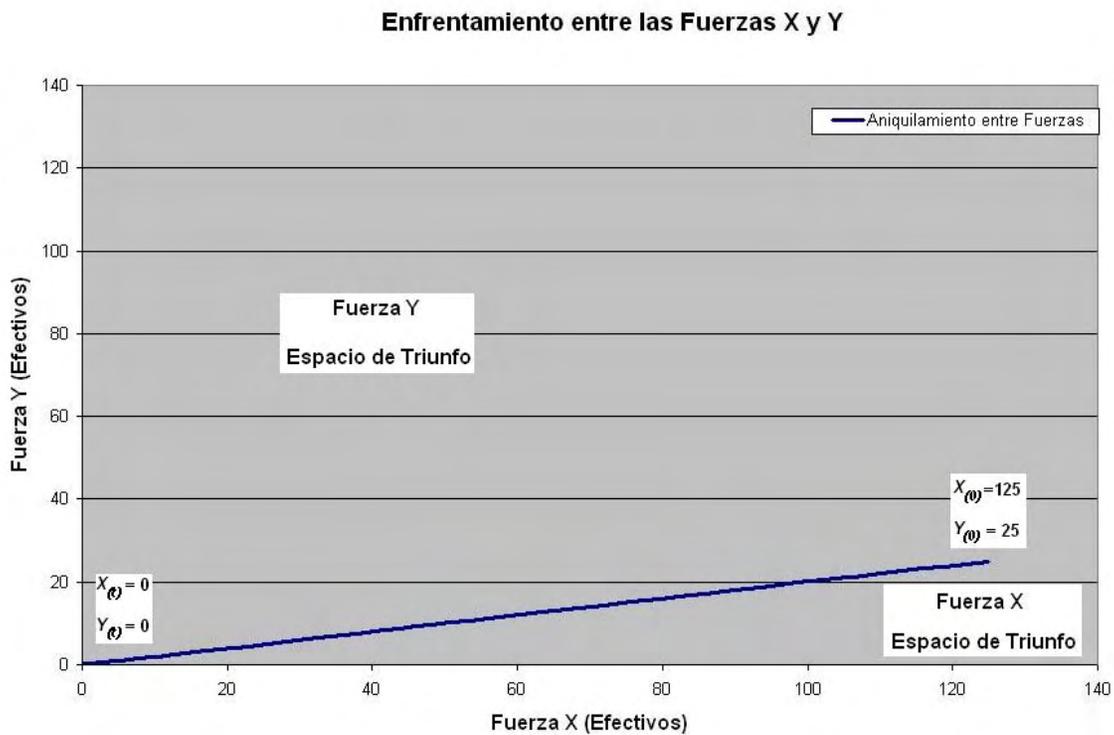
Suponiendo que se enfrentan la fuerza  $X$  contra la fuerza  $Y$ , teniendo  $X$  un coeficiente de aniquilamiento ( $\beta$ ) de 0.004 y un estado de fuerza de 70 elementos, la fuerza  $Y$  tiene un coeficiente de aniquilamiento ( $\alpha$ ) de .1 y un estado de fuerza de 14 efectivos ( $X_{(0)} = 70$  y  $Y_{(0)} = 14$ ).



**Figura 4.7.** Enfrentamiento entre las fuerzas  $X$  y  $Y$ . El resultado es un empate.

En este caso (ver figura 4.7) se observa que existe prácticamente un empate al final del enfrentamiento, ya que ambas fuerzas se aniquilan prácticamente en su totalidad. Sin embargo, se puede apreciar en la gráfica que el espacio de triunfo de la fuerza  $X$  es mucho menor al de la fuerza  $Y$ , de tal forma que si los coeficientes de aniquilamiento no se modifican, si la fuerza  $Y$

incrementara el número de sus efectivos, podría resultar muy complicado para la fuerza  $X$  ganar el enfrentamiento, ya que si la fuerza  $Y$  en lugar de 14 elementos, tuviera 25 (lo cual no es un número elevado), la fuerza  $X$  tendría que aumentar a aproximadamente 125 elementos para igualar las condiciones (empate), lo cual representa un incremento de casi el doble de los efectivos que se tenían.



**Figura 4.8.** Enfrentamiento entre las fuerzas  $X$  y  $Y$ . El resultado es un empate.

No obstante, se denomina empate porque al final del enfrentamiento ambas fuerzas terminan con el mismo número de efectivos (ver figura 4.8), pero, si se analiza este caso desde otra perspectiva (considerando el caso donde  $X_{(0)} = 125$  y  $Y_{(0)} = 25$  que ), la fuerza  $Y$  prescindirá de 25 efectivos mientras que la fuerza  $X$  habrá perdido 125 elementos, lo cual, resulta ser un número muy grande.

Los coeficientes de aniquilamiento juegan un papel fundamental en el desarrollo de los enfrentamientos, de esta forma, aquella fuerza que tenga mayor eficiencia en el combate y el número de efectivos adecuado tendrá mayores posibilidades de éxito, a diferencia de una fuerza que tiene menor capacidad combativa, pues al no contar con un coeficiente de aniquilamiento aceptable, tendrá que emplear mayor cantidad de efectivos para tener condiciones de enfrentar a un rival con mayor eficiencia en el combate, sin embargo, el hecho de tener un número mayor de efectivos no garantiza la victoria, de tal modo que una fuerza que por su bajo coeficiente de aniquilamiento requiera de un elevado número de elementos, tendrá que considerar que la proporción de efectivos con los cuales se enfrentarán a su adversario sea suficiente para derrotarlo, pues de lo contrario, tendrán pocas posibilidades de ganar y alta probabilidad de perder un número considerable de elementos.

## **Aplicación del Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido en los enfrentamientos del Estado en contra del Narcotráfico**

---

Para el desarrollo del presente capítulo se aplicará el Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido en algunos enfrentamientos llevados a cabo entre efectivos del Estado en contra de Narcotraficantes, de la misma forma, se modelarán algunos escenarios haciendo modificaciones de las condiciones de los combates, de esta forma, se podrá obtener información acerca de cómo se hubieran desarrollado dichos enfrentamientos, esto resulta ser de gran utilidad, ya que una vez conociendo el resultado de los diversos escenarios se podrán obtener conclusiones que puedan ayudar a mejorar la toma de decisiones.

La información de los enfrentamientos que se presentarán a continuación fue recopilada de diversos medios informativos, como la prensa escrita, radio, televisión, así como de medios electrónicos de información. De igual forma, las variaciones realizadas a los enfrentamientos modelados con el fin de crear los diversos escenarios, fueron hechas de forma arbitraria, pero apegadas a la realidad, obedeciendo a datos obtenidos en los medios informativos en cuanto a número de efectivos que participan en los enfrentamientos (por ambos bandos), solo con el fin de poder determinar la importancia que tiene en la mayoría de los casos la cantidad de efectivos que participan en los combates.

### **5.1 Aplicación del Modelo**

Para el caso de los enfrentamientos armados entre efectivos del Estado en contra de grupos de narcotraficantes el sistema de ecuaciones es representado de la forma siguiente:

$$\frac{dY}{dt} = -\beta X \quad [5.1]$$

$$\frac{dX}{dt} = -\alpha Y \quad [5.2]$$

Donde:

$Y$  cantidad de efectivos del Estado

$\alpha$  coeficiente de aniquilamiento de las fuerzas del Estado

$X$  cantidad de efectivos del narcotráfico

$\beta$  coeficiente de aniquilamiento del narcotráfico

$t$  tiempo

### 5.1.1 Enfrentamiento 1

#### A) Modelado del Enfrentamiento

El 8 de marzo del presente año se llevó a cabo un enfrentamiento entre efectivos federales y sicarios en la ciudad de Chihuahua. Según información publicada en los principales diarios, el enfrentamiento tuvo una duración de dos horas, en donde participaron aproximadamente 9 sicarios y 50 elementos federales.

El resultado de este enfrentamiento (según versiones publicadas) fue por parte de las fuerzas federales un muerto y 5 heridos y de los sicarios fue de 1 detenido, 6 fallecidos y 2 heridos.<sup>1</sup>

Según los datos publicados por los diferentes diarios del país, tenemos que, la fuerza inicial de los efectivos del Estado  $Y_{(0)}$  es de 50, en tanto que el estado de fuerza inicial de los sicarios  $X_{(0)}$  es de 9 elementos.

---

<sup>1</sup> La Crónica. *Balacera en Chihuahua deja seis sicarios y un federal muertos*. 9 de marzo de 2008. [www.cronica.com.mx](http://www.cronica.com.mx).

Al finalizar el enfrentamiento el estado de fuerza final de los efectivos del estado es de 44 (se tomará a los heridos como bajas, ya que fueron alcanzados por los disparos de su rival) y el de los sicarios es de 0 (se tomarán a los heridos y al detenido también como bajas). La duración del enfrentamiento ( $t$ ) fue de 2 horas.

Con la información obtenida es posible modelar el enfrentamiento, así como crear diferentes escenarios que nos permitan obtener conclusiones para mejorar la toma de decisiones.

Para calcular de forma experimental los coeficientes de aniquilamiento, tomaremos los datos anteriormente señalados.

De la ecuación [4.7]

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[X_0^2 - X_t^2]}{[Y_0^2 - Y_t^2]}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[(9)^2 - (0)^2]}{[(50)^2 - (44)^2]}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[81 - 0]}{[2500 - 1936]}$$

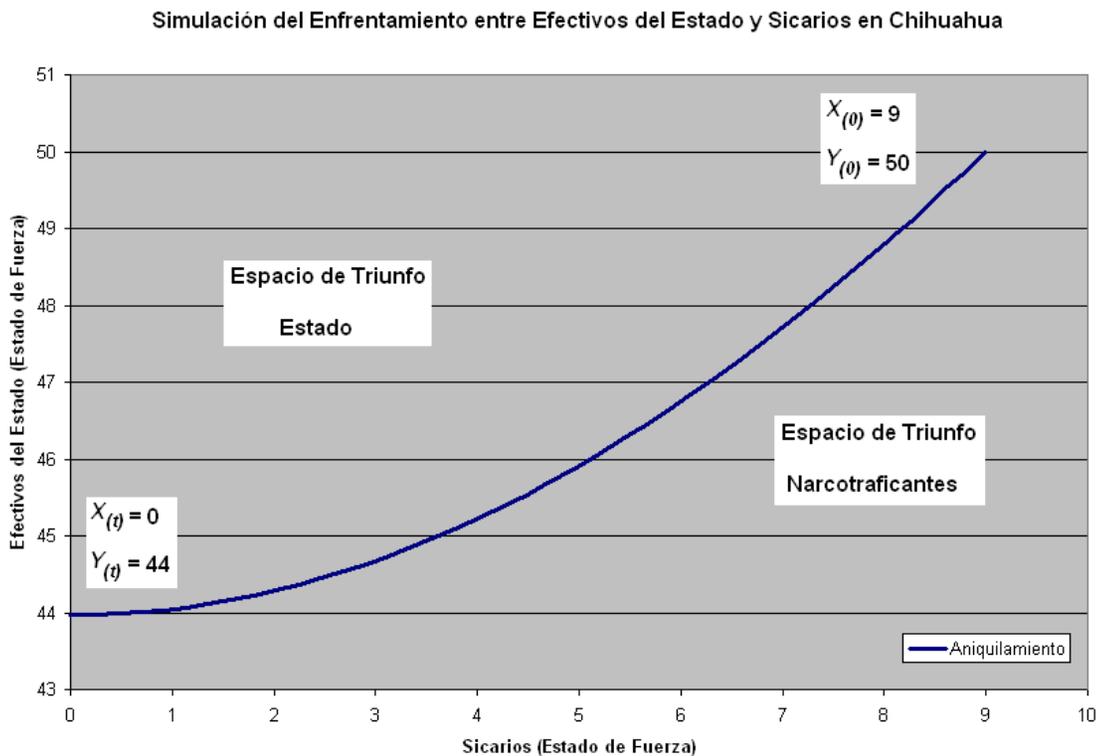
$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[81]}{[564]}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = 0.1436$$

$$\alpha = 0.1436\beta$$

Lo anterior significa que en este caso, el coeficiente de aniquilamiento del grupo de Narcotraficantes ( $\beta$ ) es aproximadamente 7 veces mayor al coeficiente de aniquilamiento de los efectivos del Estado ( $\alpha$ ), de tal forma que, en este caso, los efectivos del estado presentan una desventaja muy grande en relación a los coeficientes de aniquilamiento de los sicarios con los cuales se enfrentaron. Esto quiere decir que, en este caso, cada sicario tiene una eficiencia siete veces mayor en el combate que cada elemento de la fuerza del Estado.

Una vez conociendo la relación que existe entre los coeficientes de aniquilamiento de ambos bandos, mediante el empleo de *Matlab*, es posible modelar lo que fue el enfrentamiento que se llevó a cabo en la ciudad de Chihuahua. El modelado del enfrentamiento se presenta a continuación (figura 5.1):



**Figura 5.1.** Modelado del enfrentamiento entre efectivos del Estado y Sicarios en Chihuahua

El modelado del enfrentamiento nos muestra que aunque los efectivos del Estado tienen un menor coeficiente de aniquilamiento en comparación con los sicarios, la cantidad de efectivos empleados fue suficiente para poder ganar el combate, ya que al final del enfrentamiento la cantidad de efectivos del Estado fue de 44, en tanto que los efectivos de los sicarios al final del enfrentamiento fue de 0.

#### B) Escenario 1

En base a lo anterior, es posible desarrollar un escenario, en donde sean modificados los coeficientes de aniquilamiento de la fuerza del Estado, de tal forma que la relación entre ambos coeficientes de aniquilamiento sea de 4 a 1 (en lugar de 7 a 1), esto es, para representar un posible caso en el que las fuerzas del narcotráfico fueran cuatro veces superiores a las del estado, considerando el mismo estado de fuerza inicial de ambos bandos. En la figura 5.2 se muestra el modelado del escenario anteriormente descrito, el cual fue desarrollado en *Matlab*, teniendo los siguientes resultados:

En la figura 5.2, el modelo nos muestra que con una relación de los coeficientes de aniquilamiento de 4 a 1, teniendo el mismo estado de fuerza inicial para ambos bandos, los efectivos del estado ganan el enfrentamiento, y al final del mismo, habrán perdido a 3 elementos en lugar de los 6 elementos que perdieron en el enfrentamiento llevado a cabo el 8 de marzo de 2008, en tanto que los sicarios, en este escenario, al igual que en el combate desarrollado el 8 de marzo, tuvieron todas las bajas. Lo anterior significa, que un incremento del coeficiente de aniquilamiento de los efectivos del estado traerá como consecuencia la pérdida de una cantidad menor de efectivos de las fuerzas federales.

Simulación del Enfrentamiento entre Efectivos del Estado y Sicarios en Chihuahua

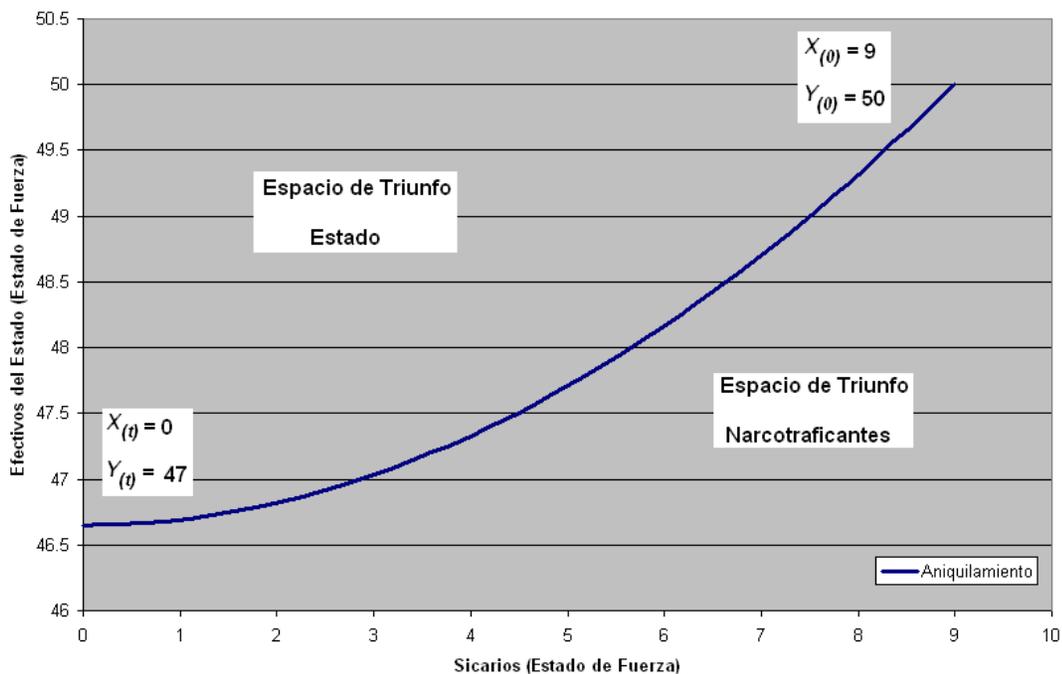


Figura 5.2. Escenario modelado del enfrentamiento entre efectivos del Estado y Sicarios en Chihuahua

### 5.1.2 Enfrentamiento 2

#### A) Modelado del Enfrentamiento

El jueves 17 de enero de 2008, se desarrolló un enfrentamiento entre aproximadamente una veintena de sicarios con al menos medio millar de elementos del Grupo Aeromóvil de Fuerzas Especiales (GAFE) del Ejército Mexicano, Policías Federales, Estatales y Municipales, en la zona de La Mesa, una de las más concurridas y transitadas de Tijuana. El enfrentamiento tuvo una duración de alrededor de 3 horas, con un saldo extraoficial de siete muertos y cuatro detenidos por parte de los sicarios y de cuatro heridos por parte de las fuerzas federales.

La fuerza inicial de los efectivos del Estado  $Y_{(0)}$  es de 500, en tanto que el estado de fuerza inicial de los sicarios  $X_{(0)}$  es de 20 elementos, al final del enfrentamiento tenemos que el estado de fuerza final de los efectivos del estado es de 496 y el de los sicarios es de 7 fallecidos y 4 detenidos (en este caso se tomarán a los detenidos como bajas). La duración del enfrentamiento ( $t$ ) fue de 3 horas.<sup>2</sup>

Los datos anteriormente mencionados nos proporcionan la información suficiente para poder calcular de forma experimental los coeficientes de aniquilamiento.

De la ecuación [4.7]

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[X_0^2 - X_t^2]}{[Y_0^2 - Y_t^2]}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[(20)^2 - (9)^2]}{[(500)^2 - (496)^2]}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[400 - 81]}{[250000 - 246016]}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[319]}{[3984]}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = 0.08$$

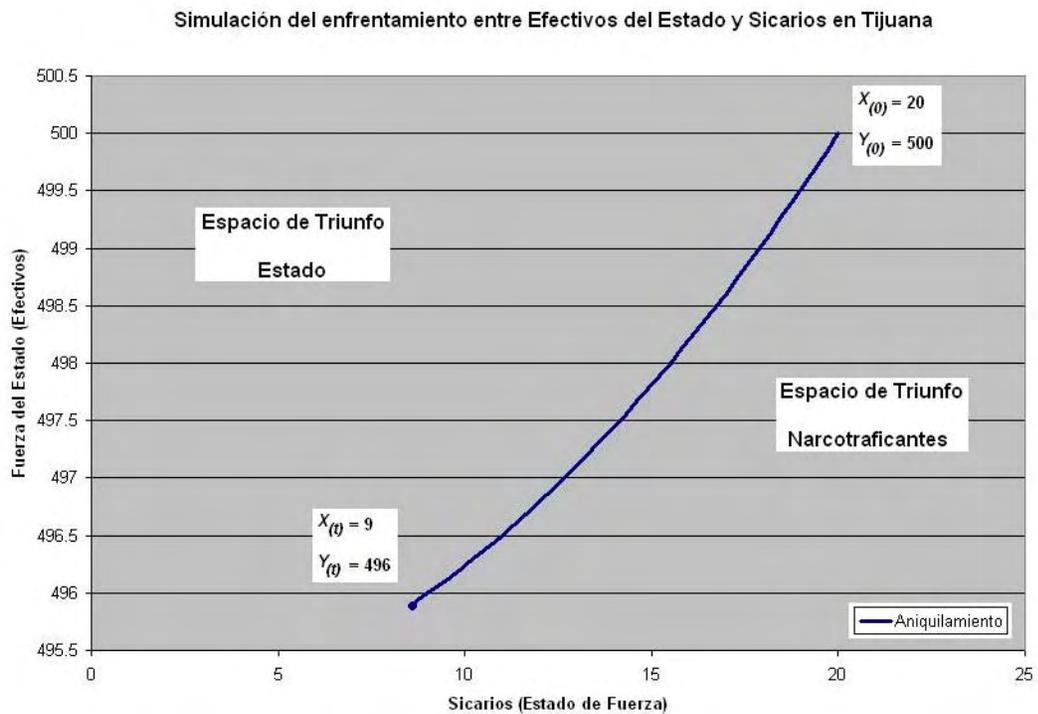
$$\alpha = 0.08\beta$$

---

<sup>2</sup> La Jornada. *Hallan siete cadáveres tras tiroteo en Tijuana*. 18 de enero de 2008. [www.jornada.unam.mx](http://www.jornada.unam.mx)

Lo anterior significa que en este caso,  $\beta$  es aproximadamente 12.5 veces superior al coeficiente  $\alpha$ , de tal forma que, en este caso, los efectivos del estado presentan una gran desventaja en relación a los coeficientes de aniquilamiento de los sicarios con los cuales se enfrentaron.

Una vez conociendo la relación que existe entre los coeficientes de aniquilamiento de ambos bandos, mediante el empleo de *Matlab*, es posible realizar una simulación de lo que fue el enfrentamiento que se llevó a cabo en la ciudad de Tijuana. El modelado del enfrentamiento se presenta en la siguiente figura:



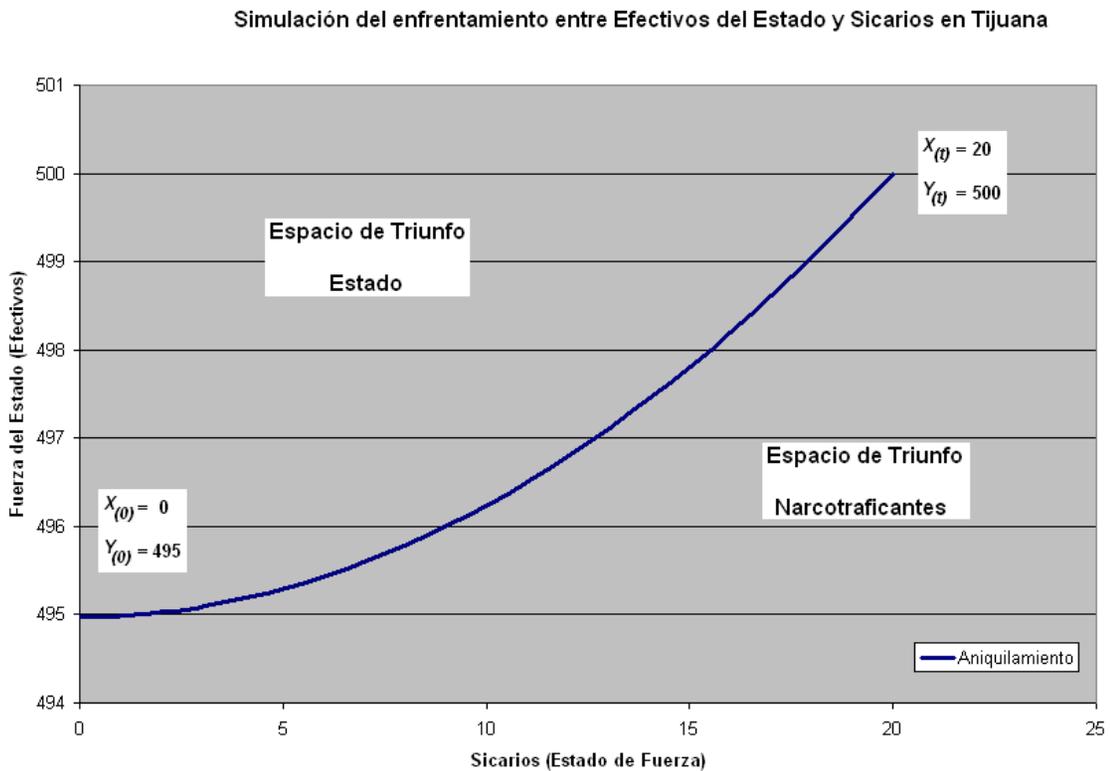
**Figura 5.3.** Modelado del enfrentamiento entre efectivos del Estado y Sicarios en Tijuana

En la figura 5.3 se aprecia que los efectivos del Estado no aniquilan por completo a los sicarios, esto se debió a que los 9 sicarios que no fueron detenidos o alcanzados por una bala, escaparon.

## B) Escenario 1

Sin embargo, si estos sicarios no se hubieran dado a la fuga, es decir, si hubieran permanecido en el lugar donde se desarrollaba el enfrentamiento el escenario hubiera sido como el mostrado en la figura 5.4.

En la figura 5.4 se observa que si todos los elementos que participaron en el enfrentamiento hubieran permanecido en el lugar del combate, el resultado hubiera sido que los efectivos del Estado ganarían de igual forma, pero, a diferencia del caso real, los sicarios hubieran acertado a otro elemento del estado, en tanto que los efectivos del Estado hubieran acabado con todos los sicarios. Esto hace referencia a la importancia que tiene el emplear un número elevado de elementos cuando se enfrenta a una fuerza con un poder de aniquilamiento mucho mayor

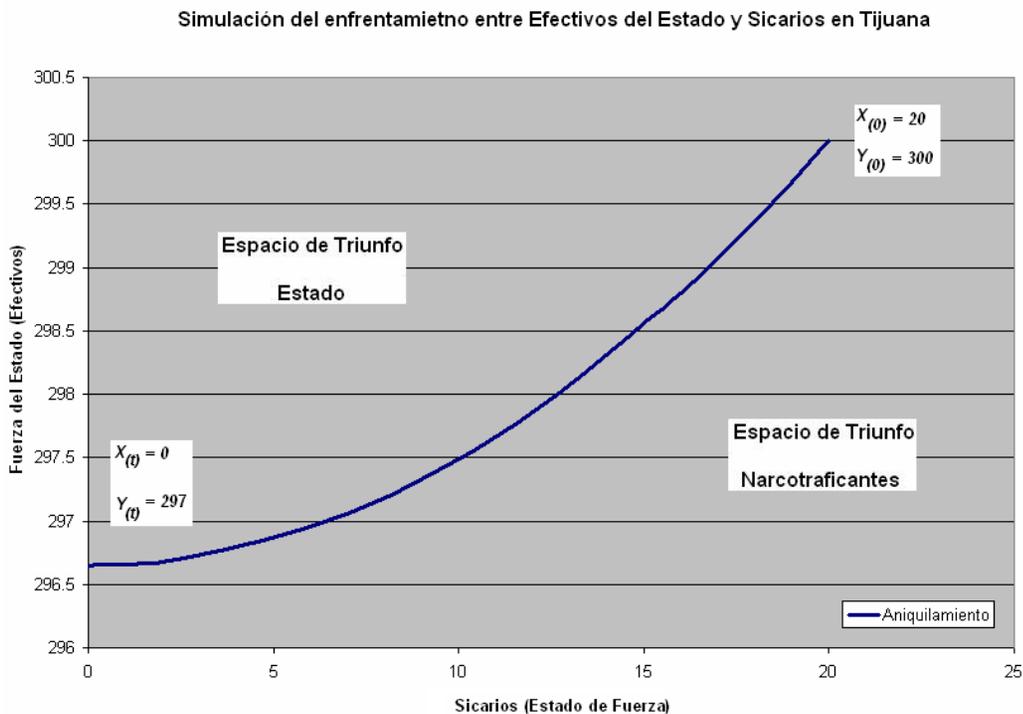


**Figura 5.4.** Escenario modelado del enfrentamiento entre efectivos del Estado y Sicarios en Tijuana

### C) Escenario 2

Ahora bien, en base a la información de este enfrentamiento, se puede considerar otro escenario, en donde, en el enfrentamiento participan un número menor de efectivos del Estado ( $Y_{(0)} = 300$ ), pero con una mayor eficiencia en el combate, de tal forma que la relación entre los coeficientes de aniquilamiento sea de 5 a 1, en lugar de 12.5 a 1. Se considera el mismo estado de fuerza inicial de los narcotraficantes ( $X_{(0)} = 20$ ), con el mismo coeficiente de aniquilamiento ( $\beta$ ).

En la figura 5.5, se muestra que si el número de efectivos del Estado hubiera sido 300, con un coeficiente de aniquilamiento mayor (relación entre coeficientes de aniquilamiento de 5 a 1), los efectivos del Estado hubieran perdido aproximadamente 3 elementos, en tanto que, considerando que todos los sicarios permanecen en el lugar del enfrentamiento, éstos, al igual que en el escenario anterior, también habrían presentado la totalidad de las bajas.



**Figura 5.5.** Escenario modelado del enfrentamiento entre efectivos del Estado y Sicarios en Tijuana

En este último escenario, los elementos del Estado, cuentan con menor cantidad de personal, pero con una mejor capacidad combativa, lo que les permite incorporar un mayor poder de aniquilamiento. Por esta razón, al final del combate pierden menor cantidad de hombres, logrando obtener el triunfo con mayor eficiencia.

### 5.1.3 Enfrentamiento 3

El 7 de mayo de 2007 se llevó a cabo uno de los enfrentamientos más violentos entre las fuerzas Federales y sicarios. Dicho enfrentamiento tuvo lugar en la ciudad de Apatzingán, Michoacán, en donde participaron 4 sicarios en contra de 350 elementos pertenecientes a las fuerzas federales. El saldo después del enfrentamiento fue de 3 soldados del ejército heridos, por parte de los sicarios fallecieron los cuatro.

#### A) Modelado del Enfrentamiento

La fuerza inicial de los efectivos del Estado  $Y_{(0)}$  es de 350, en tanto que el estado de fuerza inicial de los sicarios  $X_{(0)}$  es de 4 elementos, al final del enfrentamiento tenemos que el estado de fuerza final de los efectivos del estado es de 347 ( $Y_{(t)}$ ) y el de los sicarios es  $X_{(t)} = 0$  (en este caso se tomarán a los detenidos como bajas). La duración del enfrentamiento ( $t$ ) fue de aproximadamente 90 minutos.<sup>3</sup>

Con los datos anteriormente mencionados es posible realizar el cálculo experimental de los coeficientes de aniquilamiento.

---

<sup>3</sup> La Jornada Michoacán. *Enfrentamiento en Apatzingán deja 4 sicarios muertos y 3 soldados heridos*. 8 de mayo de 2007. [www.lajornadamichoacan.com.mx](http://www.lajornadamichoacan.com.mx).

De la ecuación [4.7]

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[X_0^2 - X_t^2]}{[Y_0^2 - Y_t^2]}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[(4)^2 - (0)]}{[(350)^2 - (347)^2]}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[16 - 0]}{[122500 - 120409]}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{[16]}{[2091]}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = 0.00765$$

$$\alpha = 0.00765\beta$$

Lo anterior significa que en este caso, después de calcular de forma experimental los coeficientes de aniquilamiento, tenemos que el coeficiente  $\beta$  es aproximadamente 130 veces superior al coeficiente  $\alpha$ , esto significa que la eficiencia en el combate de los sicarios es superior que la de los efectivos federales (cálculo experimental).

Considerando la relación que existe entre ambos coeficientes, de la misma forma que en los casos anteriores, se realizó una simulación de este enfrentamiento empleando *Matlab*, obteniendo los siguientes resultados:

Simulación del Enfrentamiento entre efectivos del Estado y Sicarios en Apatzingán

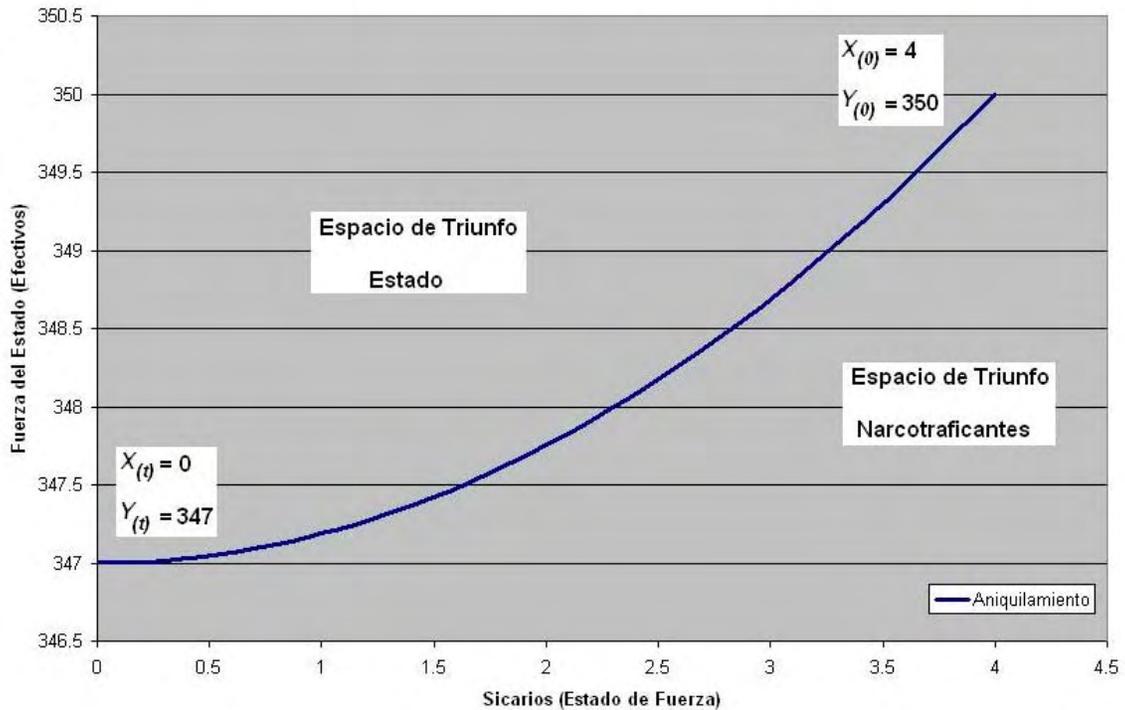


Figura 5.6. Modelado del enfrentamiento entre efectivos del Estado y Sicarios en Apatzingán

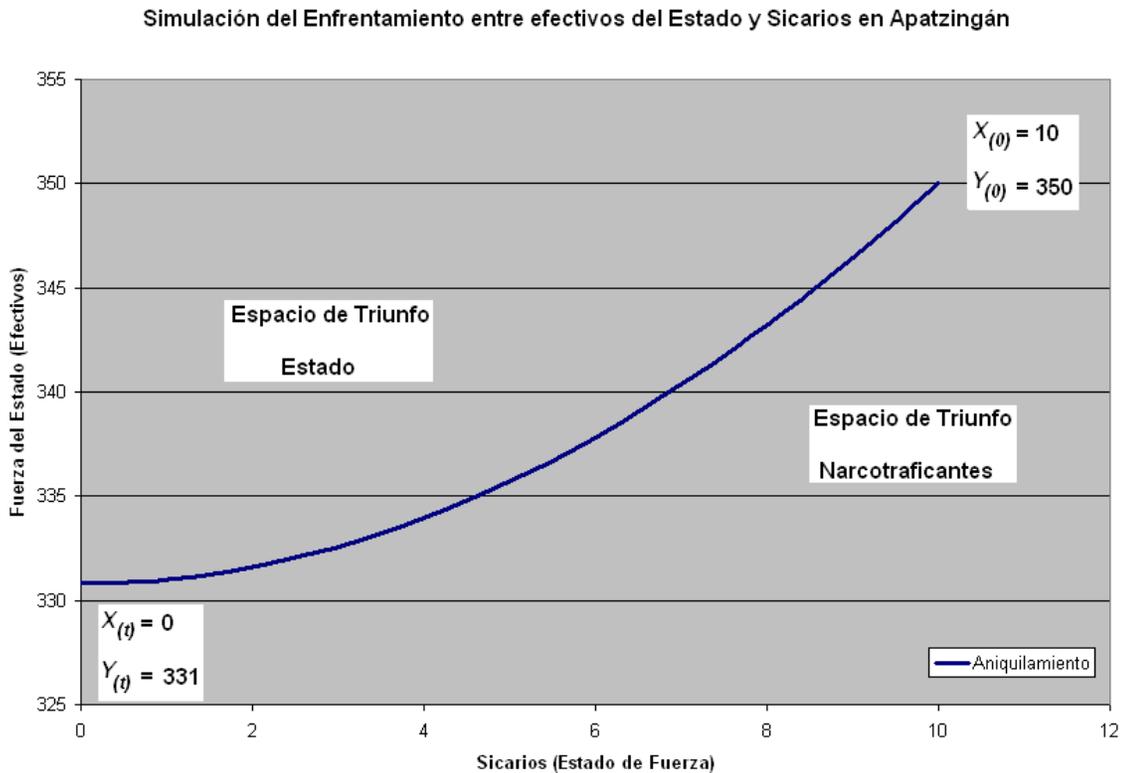
En la figura 5.6, después de haber aplicado el modelo, se aprecia que aunque la relación entre los coeficientes de aniquilamiento favorece en gran medida a los sicarios, los efectivos del Estado ganan el combate, debido a que contaron con una cantidad de efectivos mucho mayor que la de los sicarios, sin embargo, la fuerza del Estado perdió 3 elementos, lo que refleja la capacidad de los sicarios en este enfrentamiento.

### B) Escenario 1

De los datos obtenidos en la simulación anterior se puede desarrollar un nuevo escenario, en donde la cantidad de sicarios sea mayor, con la finalidad de conocer el daño que podrían haber ocasionado 10 sicarios en

contra de los 350 federales, tomando en consideración los mismos coeficientes de aniquilamiento.

El escenario anteriormente descrito se muestra en la figura 5.7:



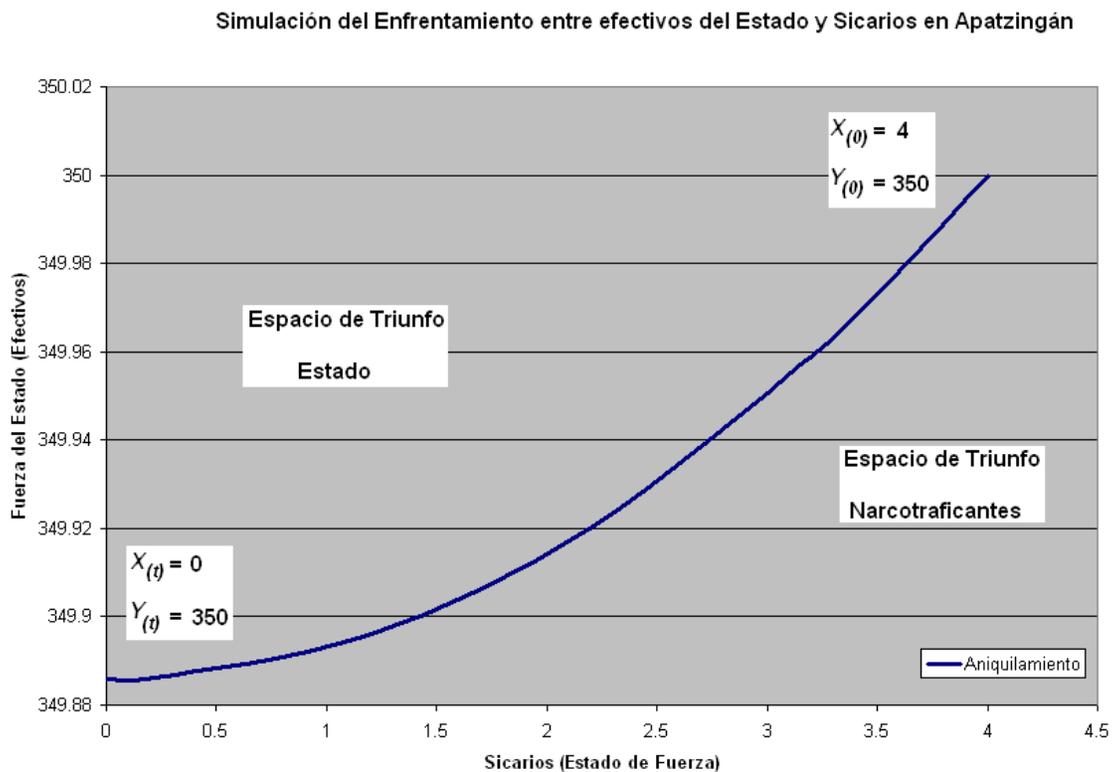
**Figura 5.7.** Escenario modelado del enfrentamiento entre efectivos del Estado y Sicarios en Apatzingán

Del escenario anterior se observa que si los 350 efectivos del Estado hubieran enfrentado a 10 sicarios (solo 6 más), también habrían ganado el combate, pero, hubieran perdido a 19 elementos, lo cual es una diferencia muy grande en comparación al enfrentamiento simulado con antelación (la diferencia es de 16 elementos).

Se podría pensar que 350 efectivos en contra de 10 es una diferencia importante (y lo es), pero en el caso en donde la relación de los coeficientes de aniquilamiento es tan grande se puede perder una cantidad importante de efectivos, como se muestra en el escenario anteriormente simulado.

### C) Escenario 2

Ahora bien, considerando los datos de las fuerzas iniciales del inciso (A), y suponiendo que los efectivos del Estado cuentan con mejor armamento y entrenamiento, de tal forma que la relación entre los coeficientes de aniquilamiento sea de 5 a 1 (a favor de los sicarios), se puede desarrollar el siguiente escenario (figura 5.8):



**Figura 5.7.** Escenario modelado del enfrentamiento entre efectivos del Estado y Sicarios en Apatzingán

De este escenario se puede observar que prácticamente no habría bajas por parte de los efectivos del Estado, en cambio, las bajas por parte de los sicarios serían las mismas que en los casos anteriores, esto pone de manifiesto la importancia de tener mejor entrenamiento y armamento, de esta forma, se tendría una mayor efectividad en el combate.

---

## **Conclusiones y Posibles Líneas de Investigación**

---

### **Conclusiones**

El narcotráfico en México es un problema muy complejo, el cual, cada vez resulta para las autoridades de nuestro país más complicado combatirlo.

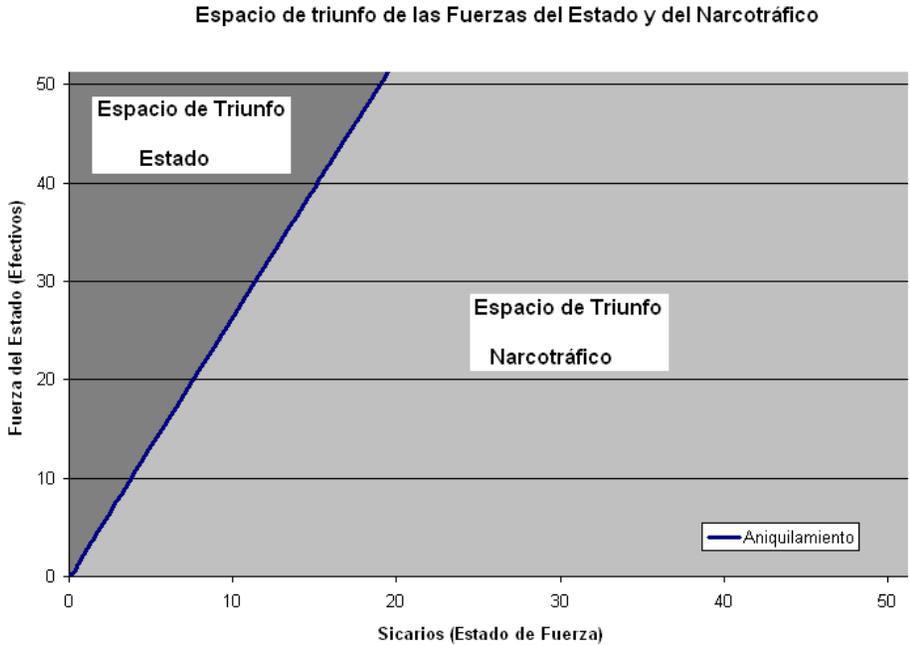
El gobierno Federal, junto con los gobiernos Estatales y Municipales, han decidido afrontar este problema tan arraigado en nuestro país. Se han desarrollado operativos conjuntos integrando diversas instituciones y dependencias del gobierno, con los cuales ha sido posible obtener resultados satisfactorios, debido a que ha sido posible el decomiso de grandes cantidades de estupefacientes, de armas, así como la detención de gente relacionada con el narcotráfico. Sin embargo, esto ha generado una ola de inseguridad en nuestro país que hasta ahora no había tenido precedente. Los enfrentamientos violentos entre efectivos del Estado y grupos de narcotraficantes han aumentado de forma estrepitosa, ya que estos últimos ahora cuentan con armamento de alta tecnología, el cual es empleado en contra de los elementos de seguridad del país, quienes, en muchas ocasiones no cuentan con las herramientas necesarias para combatir al crimen de forma efectiva.

Al simular los enfrentamientos entre efectivos del Estado en contra de grupos de narcotraficantes empleando el Modelo de Lanchester de Fuego Dirigido, se obtuvieron resultados tangibles con la realidad, de esta forma, se crearon diversos escenarios con los cuales se pudo tener una idea más clara acerca de cómo hacer frente a este problema y tomar mejores decisiones con el fin de reducir los riesgos en los combates.

No obstante, los grupos de narcotraficantes no solo han incrementado la tecnología de su armamento, sino también su entrenamiento, esto les brinda una

mayor efectividad a la hora de combatir. Por otra parte, los diferentes cuerpos de seguridad de nuestro país, a los cuales se les ha conferido la difícil tarea de combatir al narcotráfico, en muchas ocasiones carecen de armamento y de entrenamiento suficiente para combatir de forma efectiva a los sicarios, esto trae como consecuencia una desventaja importante cuando ambas partes se enfrentan.

Lo anterior se pudo comprobar al calcular de forma experimental los coeficientes de aniquilamiento, tanto de los grupos de narcotraficantes como de las fuerzas del orden, donde resultó que existe una gran desventaja por parte de las fuerzas federales, ya que su coeficiente de efectividad en el combate resultó ser mucho menor que el de su contraparte. Por tal motivo (como se aprecia en la figura 6.1), al simular los enfrentamientos, se puede observar que el Espacio de Triunfo de los efectivos del Estado es menor que el de las fuerzas opositoras, por esta razón es necesario el empleo de una gran cantidad de efectivos del estado para obtener resultados favorables en los enfrentamientos.



**Figura 6.1.** Espacio de triunfo entre las fuerzas del Estado y Sicarios

La figura 6.1 muestra los espacios de triunfo de los efectivos del Estado, así como de los sicarios, los cuales corresponden a la simulación del enfrentamiento llevado a cabo en la ciudad de Tijuana, en donde se observa que el espacio de triunfo del Estado es mucho menor que el de su oponente, esto pone de manifiesto la menor capacidad o eficiencia en el combate de las fuerzas del Estado.

De acuerdo con el presente estudio, existen dos formas de obtener mejores resultados cuando se lleve a cabo un enfrentamiento entre ambas fuerzas.

Primeramente, se requiere emplear mayor cantidad de efectivos por parte del estado en el combate al narcotráfico, debido a que con esta medida se incrementará la posibilidad de éxito en los enfrentamientos (como se pudo observar en los escenarios desarrollados en el capítulo V).

La otra es, sin duda, incrementar de forma sustancial el armamento y entrenamiento de aquellos elementos destinados a enfrentar al crimen organizado, de tal forma, que su efectividad en el combate sea mucho mayor que con la que hoy cuentan.

Es bien sabido que el Estado no cuenta con recursos (tanto materiales como humanos) ilimitados, sin embargo, se debe tomar en consideración que la gente destinada a combatir este problema debe contar con un entrenamiento muy superior al que tienen hoy en día, dicho entrenamiento requiere tiempo y recursos. Por otro lado, el tener personal altamente capacitado no sirve de mucho si no cuenta con el equipo necesario para desarrollar de forma exitosa las tareas encomendadas, esto quiere decir que, se requiere destinar mayor cantidad de recursos económicos para poder dotar al personal de las diferentes instituciones destinadas a combatir al crimen, del material necesario para desarrollar de forma eficiente su misión.

Por tal motivo, el Estado debe poner especial énfasis a estos dos aspectos (ya que ambos están íntimamente relacionados entre si), ya que al incrementarlos de forma significativa se podrán obtener mejores resultados en los enfrentamientos, y de esta forma, poder incrementar la detención de narcotraficantes y la disminución de las pérdidas humanas de los miembros de la fuerza armada.

### **Posibles Líneas de Investigación a seguir**

El Modelo presentado en este trabajo de investigación representa un primer acercamiento acerca de la simulación de los combates entre efectivos del Estado en contra de grupos de Narcotraficantes.

Hoy en día, este fenómeno resulta de gran importancia para todos los habitantes de nuestro país, por lo que resulta necesario crear escenarios cada vez más complejos, los cuales proporcionen mayor información que nos permitan tomar mejores decisiones en relación a este problema.

Por tal motivo, se sugieren las siguientes líneas de investigación:

- Cálculo probabilístico de los coeficientes de aniquilamiento para su aplicación en el modelo, de tal forma que sea posible contar con información acerca de un enfrentamiento antes de llevarlo a cabo.
- Posible aplicación de la Teoría de Juegos en la creación de escenarios que modelen los enfrentamientos entre efectivos del Estado y sicarios.
- Estudio acerca de cómo incrementar la efectividad en el combate de las instituciones destinadas a la seguridad del país.
- Estudio del impacto que tiene el presupuesto asignado a las instituciones destinadas a combatir el crimen en relación a su eficiencia.

---

---

# Bibliografía y Referencias

---

## BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- Astorga, Luis (2005). *El siglo de las drogas*. México. Ed. Plaza Janés, 1ª Edición.
- Astorga, Luis (2007). *Seguridad, Traficantes y Militares. El poder y la sombra*. México. Ed. Tusquets Editores, 1ª Edición.
- Salinas de Gortari, Carlos (2000). *México: un paso difícil a la modernidad*. México. Ed. Plaza & Janes Editores, 1ª Edición.
- Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos.
- Przemieniecki, J.S (1994). *Mathematical Methods in Defense Analyses*. Estados Unidos. Institute of Aeronautics and Astronautics. 2<sup>da</sup> Edición.
- Prawda Witenberg, Juan. *Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones*. México. Ed. Limusa
- Hillier, Frederick S. y Lieberman, G.J. *Introducción a la Investigación de Operaciones*. México. Mc. Graw Hill, 5<sup>ta</sup> Edición.
- Morse, Philip M. y Kimball, George E (1963). *Methods of Operations Research*. Cambridge Massachusetts. MIT. 1ª Edición.

## BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA

- Fernández Menendez, Jorge (2004). *El Otro Poder. Narcotráfico, Política y Violencia en México*. México. Ed. Punto de Lectura. 1ª Edición.
- Gutiérrez, Alejandro (2007). *Narcotráfico. El Gran Desafío de Calderón*. México. Ed. Planeta. 1ª Edición.
- Fogiel, M. (2000). *Problem Solvers. Differential Equations*. EUA. Ed. Research & Education Association. 5<sup>ta</sup> Edición.
- Leithold, Louis (1998). *El Cálculo*. México. Ed. Oxford University Press México. 7ª Edición.
- DiPrima, Richard C. y Boyce, William (1978). *Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera*. México. Ed. Limusa. 1ª Edición.
- Carmona, Isabel (1996). *Ecuaciones Diferenciales*. México. Ed. Longman de México. 4<sup>ta</sup> Edición.

## ARTÍCULOS

- Noticieros Televisa. *130 Cárteles de la droga en México: Mc Caffrey*. 12 de enero del 2005.
- La Jornada. *Cárteles Mexicanos, lejos de ser desmantelados, se consolidan*. 23 de mayo del 2005.

- La Crónica de hoy. *Siete grandes cárteles de la droga operan en México: PGR*. 28 de diciembre del 2005.
- La Jornada. *En México sólo hay tres cárteles: SSP*. 20 de abril de 2007.
- La Crónica de hoy. *Siete grandes cárteles de la droga operan en México: PGR*. 28 de diciembre del 2005.
- Secretaría de Salud. Contener el avance de las adicciones, sólo con políticas de prevención. Comunicado de prensa No. 436. 24 de agosto de 2005.
- El Universal. *Narcotráfico, el principal flagelo para la seguridad*. 14 de agosto del 2002.
- Noticieros Televisa. *El narcotráfico tendrá en mí a su peor pesadilla: Calderón*. 21 de enero del 2006.
- H. A. Simon and A. Newell. *Heuristic problem solving: the next advance in operations research*. Carnegie Institute of Technology. Pittsburgh, PA, and The Rand Corporation, Santa Monica, CA. 1958.
- S. Garner Garille and S. I. Gass. *Stigler's Diet Problem Revisited*. *Operations Research*, Vol. 49, No. 1 Enero-Febrero. 2001. Pág.1-13.
- Seth Bonder. *Army Operations Research-Historical perspectives and lessons learned*. *Operations Research*. 2002 INFORMS. Vol. 50, No. 1. Enero-febrero 2002. Pág. 25.

## MESOGRAFÍA

- Secretaría de Salud. Diagnóstico y tendencias del uso de drogas en México. [www.salud.gob.mx/unidades/cdi/documentos/CDM1-6.htm](http://www.salud.gob.mx/unidades/cdi/documentos/CDM1-6.htm)
- Encuesta Nacional de Adicciones. [www.inegi.gob.mx](http://www.inegi.gob.mx)
- Plan Nacional de Desarrollo 2007-2012. [www.presidencia.gob.mx](http://www.presidencia.gob.mx).
- El Universal Online. *Elogia EU combate de México al narcotráfico*. 1 de marzo de 2004.
- Plan Nacional de Desarrollo 2007-2012. [www.presidencia.gob.mx](http://www.presidencia.gob.mx).
- El Universal Online. *Anuncian Operación Conjunta en Michoacán*. 11 de diciembre de 2006.
- El Universal Online. *Arranca operativo en Michoacán; detienen a 13*. 11 de diciembre de 2006.
- Historia de la Investigación Operativa. <http://www.phpsimplex.com/pages/historia.htm>  
Introducción a la Investigación de Operaciones. UPIICSA IPN. [http://www.upiicsa.ipn.mx/polilibros/portal/Polilibros/P\\_Terminados/Investigacion de Operaciones\\_Careaga/Common/IO-introduccion.htm](http://www.upiicsa.ipn.mx/polilibros/portal/Polilibros/P_Terminados/Investigacion_de_Operaciones_Careaga/Common/IO-introduccion.htm)
- Peter Horner. *History in the Making*. Revista electrónica: *Operations Research/Management Science Today*. <http://www.lionhrtpub.com/orms/orms-10-02/frhistory.html>

- *Field Manual 100-20 Military Operations in Low Intensity Conflict.*  
[www.globalsecurity.org](http://www.globalsecurity.org)
- La Crónica. *Balacera en Chihuahua deja seis sicarios y un federal muertos.* 9 de marzo de 2008.  
[www.cronica.com.mx](http://www.cronica.com.mx).
- La Jornada. *Hallan siete cadáveres tras tiroteo en Tijuana.* 18 de enero de 2008.  
[www.jornada.unam.mx](http://www.jornada.unam.mx)
- La Jornada Michoacán. *Enfrentamiento en Apatzingán deja 4 sicarios muertos y 3 soldados heridos.* 8 de mayo de 2007.  
[www.lajornadamichoacan.com](http://www.lajornadamichoacan.com)

## Deducción de la Ecuación General (Parte complementaria)

---

De la misma forma en la que fue realizada la deducción de la ecuación general para determinar el estado de fuerza de la fuerza  $Y$  en un tiempo  $t$  se desarrolla la deducción de la ecuación general para determinar el estado de fuerza de la fuerza  $X$  en un tiempo  $t$ , como sigue:

De la ecuación [4.2]

$$\frac{dX}{dt} = -\alpha Y$$

Aplicando la segunda derivada:

$$\begin{aligned}\frac{d^2 X}{d^2 t} &= -\frac{d}{dt}(\alpha Y) \\ &= -\alpha \frac{dY}{dt} \\ &= \alpha\beta X\end{aligned}$$

$$\frac{d^2 X}{d^2 t} - \alpha\beta X = 0$$

Se debe tomar en cuenta que para el tiempo  $t = 0$ ,  $X$  y  $Y$  representan el estado de fuerza inicial de ambas fuerzas.

Para determinar el valor de la fuerza  $X$  en un tiempo  $t$ .

Sea  $k = \alpha\beta$

$$\frac{d^2 X}{d^2 t} - kX = 0$$

$$\text{Sea } P = \frac{dX}{dt}$$

$$\frac{d^2 X}{d^2 t} = -\frac{d}{dt}(\alpha Y)$$

$$\frac{d^2 X}{d^2 t} = -\frac{d}{dt} \left[ -\frac{dX}{dt} \right]$$

$$\frac{d^2 X}{d^2 t} = \frac{d}{dt} P$$

Aplicando la regla de la cadena, tenemos que:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{dP}{dX} \cdot \frac{dX}{dt}$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{dP}{dX} P$$

$$\frac{dP}{dX} \frac{dX}{dt} = \frac{dP}{dt} = \frac{dP}{dX} P = kX$$

$$PdP = kXdX$$

Integrando  $PdP = kXdX$  se obtiene:

$$\int PdP = k \int XdX$$

$$\frac{P^2}{2} = k \frac{X^2}{2} + C_1$$

$$P^2 = kX^2 + 2C_1$$

$$P = \sqrt{kX^2 + 2C_1}$$

$$P = \sqrt{k \left[ X^2 + \frac{2C_1}{k} \right]}$$

Considerando que  $P = \frac{dX}{dt}$

$$\frac{dX}{dt} = \sqrt{k \left[ \sqrt{X^2 + \frac{2C_1}{k}} \right]}$$

Despejando  $dt$

$$dt = \frac{dX}{\sqrt{k \left[ \sqrt{X^2 + \frac{2C_1}{k}} \right]}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{k}} \int \frac{dX}{\left[ \sqrt{X^2 + \frac{2C_1}{k}} \right]} = \int dt$$

$$\frac{1}{\sqrt{k}} \int \frac{dX}{\left[ \sqrt{X^2 + \frac{2C_1}{k}} \right]} = t + C_2$$

$$\frac{1}{\sqrt{k}} \int \frac{dX}{\left[ \sqrt{\left[ \sqrt{\frac{2C_1}{k}} \right]^2 + X^2} \right]} = t + C_2$$

$$\frac{1}{\sqrt{k}} \operatorname{senh}^{-1} \left[ \frac{X\sqrt{k}}{\sqrt{2C_1}} \right] = t + C_2$$

$$\operatorname{senh} \left[ \operatorname{senh}^{-1} \left[ \frac{X\sqrt{k}}{\sqrt{2C_1}} \right] \right] = (t + C_2)\sqrt{k}$$

$$\frac{X\sqrt{k}}{\sqrt{2C_1}} = \sinh\left[(\sqrt{kt}) + (\sqrt{k}C_2)\right]$$

$$\frac{X\sqrt{k}}{\sqrt{2C_1}} = \sinh(\sqrt{kt})\cosh(\sqrt{k}C_2) + \cosh(\sqrt{kt})\sinh(\sqrt{k}C_2)$$

$$X = \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \left[ \sinh(\sqrt{kt})\cosh(\sqrt{k}C_2) + \cosh(\sqrt{kt})\sinh(\sqrt{k}C_2) \right]$$

$$X = \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \sinh(\sqrt{kt})\cosh(\sqrt{k}C_2) + \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \cosh(\sqrt{kt})\sinh(\sqrt{k}C_2)$$

$$X = \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \sinh(\sqrt{kt})\cosh(\sqrt{k}C_2) + \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \cosh(\sqrt{kt})\sinh(\sqrt{k}C_2)$$

Para  $t = 0$

$$X = \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \sinh(\sqrt{k}(0))\cosh(\sqrt{k}C_2) + \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \cosh(\sqrt{k}(0))\sinh(\sqrt{k}C_2)$$

$$X_{(0)} = \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \sinh(\sqrt{k}C_2)$$

Sustituyendo  $X_{(0)}$  en  $X_{(t)}$

$$X_{(t)} = \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \sinh(\sqrt{k}(t))\cosh(\sqrt{k}C_2) + X_{(0)} \cosh(\sqrt{k}(t))$$

Considerando que  $\frac{dX}{dt} = -\alpha Y$

Derivando  $X_{(t)}$

$$\frac{dX}{dt} = \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \cosh(\sqrt{k}C_2) \cosh(\sqrt{k}(t))(\sqrt{k}) + X_{(0)} \sinh(\sqrt{k}(t))(\sqrt{k})$$

Recordando que  $\frac{dX}{dt} = -\alpha Y$

Tenemos que:

$$-\alpha Y = \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \cosh(\sqrt{k}C_2) \cosh(\sqrt{k}(t))(\sqrt{k}) + X_{(0)} \sinh(\sqrt{k}(t))(\sqrt{k})$$

Despejando  $Y$ :

$$Y = -\frac{\sqrt{2C_1}}{\alpha\sqrt{k}} \cosh(\sqrt{k}C_2) \cosh(\sqrt{k}(t))(\sqrt{k}) - \frac{X_{(0)}}{\alpha} \sinh(\sqrt{k}(t))(\sqrt{k})$$

Para  $t = 0$

$$Y_{(0)} = -\frac{\sqrt{2C_1}}{\alpha\sqrt{k}} \cosh(\sqrt{k}C_2) \cosh(\sqrt{k}(0))(\sqrt{k}) - \frac{X_{(0)}}{\alpha} \sinh(\sqrt{k}(0))(\sqrt{k})$$

$$Y_{(0)} = -\frac{\sqrt{2C_1}}{\alpha\sqrt{k}} \cosh(\sqrt{k}C_2) \cosh(\sqrt{k}(0))(\sqrt{k}) - \frac{X_{(0)}}{\alpha} \sinh(\sqrt{k}(0))(\sqrt{k})$$

$$Y_{(0)} = -\frac{\sqrt{2C_1}}{\alpha} \cosh(\sqrt{k}C_2)$$

Sustituyendo  $Y_{(0)}$  en  $X_{(t)}$

$$X_{(t)} = \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \sinh(\sqrt{k}(t)) \cosh(\sqrt{k}C_2) + X_{(0)} \cosh(\sqrt{k}(t))$$

$$Y_{(0)} = -\frac{\sqrt{2C_1}}{\alpha} \cosh(\sqrt{k}C_2)$$

$$X_{(t)} = \frac{\sqrt{2C_1}}{\sqrt{k}} \cosh(\sqrt{k}C_2) \sinh(\sqrt{k}(t)) + X_{(0)} \cosh(\sqrt{k}(t))$$

$$X_{(t)} = \left[ -\frac{\alpha}{\sqrt{k}} \right] \left[ -\frac{\sqrt{2C_1}}{\alpha} \right] \cosh(\sqrt{k}C_2) \sinh(\sqrt{k}(t)) + Y_{(0)} \cosh(\sqrt{k}(t))$$

$$X_{(t)} = -\left[ \frac{\alpha}{\sqrt{k}} \right] Y_{(0)} \sinh(\sqrt{k}(t)) + X_{(0)} \cosh(\sqrt{k}(t))$$

Tomando en consideración que  $k = \alpha\beta$

$$X_{(t)} = -\left[ \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha\beta}} \right] Y_{(0)} \sinh(\sqrt{\alpha\beta}(t)) + X_{(0)} \cosh(\sqrt{\alpha\beta}(t))$$

$$X_{(t)} = -\left[ \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} \right] Y_{(0)} \sinh(\sqrt{\alpha\beta}(t)) + X_{(0)} \cosh(\sqrt{\alpha\beta}(t))$$

De lo anterior, obtenemos la ecuación general para determinar el estado de fuerza de la fuerza  $Y$  en un tiempo  $t$ .

$$X_{(t)} = X_{(0)} \cosh(\sqrt{\alpha\beta}(t)) - Y_{(0)} \left[ \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} \right] \sinh(\sqrt{\alpha\beta}(t))$$