



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA

**ANÁLISIS DE UN FLUJO BIFÁSICO CON TAPONES
HIDRODINÁMICOS LARGOS EN SISTEMAS DE
PRODUCCIÓN COSTA-AFUERA**

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

DOCTOR EN INGENIERÍA

INGENIERÍA MECÁNICA — TERMOFLUIDOS

P R E S E N T A:

JOSÉ ENRIQUE GUZMÁN VÁZQUEZ



TUTOR:

Dr. YURI VALERIEVICH FAIRUZOV

2009



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: **Dr. Jaime Cervantes de Gortari**
Secretario: **Dr. Francisco Javier Solorio Ordaz**
1^{er} Vocal: **Dr. Yuri Valerievich Fairuzov**
2^{do} Vocal: **Dr. Federico Méndez Lavielle**
3^{er} Vocal: **Dr. Rubén Ávila Rodríguez**

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

TUTOR DE TESIS:

Dr. Yuri Valerievich Fariuzov

Dedicatoria

Sirva el presente trabajo como homenaje a todas aquellas personas que con dedicado esfuerzo —y no en pocas ocasiones con algún sacrificio— contribuyen al avance científico y tecnológico en nuestro país.

Prefacio

La naturaleza nos recuerda cotidianamente que los flujos monofásicos constituyen un caso particular —podría decirse idealizado— de fenómenos mucho más complejos caracterizados por la circulación simultánea de varias sustancias a través de la misma región espacial. Dichos fenómenos, denominados colectivamente como flujos multifásicos, han sido motivo de numerosas investigaciones a partir de la segunda mitad del siglo XX.

A pesar de los inobjetables logros teórico-experimentales, la vastedad y riqueza fenomenológicas de este campo disciplinario han impedido producir un cuerpo teórico suficientemente “general” (y consolidado) que pueda aprovecharse en la resolución sistemática de problemas. Tal limitación metodológica ha obligado a los investigadores a tratar la mayor parte de los problemas de interés de manera individual.

A la luz de las consideraciones anteriores se aborda, en este estudio, un fenómeno particular perteneciente a la familia de los flujos intermitentes: un flujo bifásico con patrón de taponamiento hidrodinámico desarrollado. De especial interés práctico ha sido la creación de un modelo matemático apropiado para la simulación de sistemas de producción costa-afuera en los que se forman tapones de gran longitud.

Este documento condensa los desarrollos matemáticos, procedimientos experimentales y resultados obtenidos en el curso de la investigación. Durante su elaboración se ha procurado ofrecer tanto detalle como ha sido posible sin comprometer la extensión del texto. En el capítulo introductorio se establecen los marcos histórico, conceptual y metodológico; enseguida se justifica el proyecto (invocando un caso práctico) y se enumeran los objetivos específicos. En el capítulo II se hace una revisión bibliográfica de otros estudios vinculados con el fenómeno considerado. En capítulos posteriores se discuten, con detalle, la formulación del problema en cuestión, la derivación del modelo matemático propuesto (Cap. III) y el algoritmo para su integración numérica (Cap. IV). Sigue una descripción del programa experimental (Cap. V) y la presentación de los resultados obtenidos. El proceso de validación del modelo, el

estudio de “sensibilidad” y los resultados de la simulación de un sistema real, son discutidos ampliamente en los capítulos siguientes (Caps. VI a VII). Por último, las conclusiones asentadas en el capítulo VIII dan lugar a una serie de observaciones y se hacen algunas sugerencias para trabajos futuros. Un par de apéndices contienen los detalles de la formulación variacional de las ecuaciones, así como las consideraciones relativas al análisis dimensional.

Este proyecto se llevó a cabo en la prestigiosa Universidad Nacional Autónoma de México gracias a la oportunidad concedida por sus autoridades y a la colaboración de varias personas a quienes debo reconocimiento expreso.

En primer término, deseo extender un afectuoso agradecimiento a los distinguidos profesores Dr. Jaime Cervantes de Gortari, Dr. Francisco Javier Solorio Ordaz, Dr. Federico Méndez Lavielle, y Dr. Rubén Ávila Rodríguez, por haberme privilegiado con su ejemplo, visión doctrinaria y conocimiento. Con el Dr. Yuri V. Fairuzov estaré siempre obligado por su esmerada guía en el transcurso de la investigación y la elaboración de la tesis, así como por la confianza que depositó en mí para la realización de otros proyectos relevantes.

Al Mtro. Víctor Franco le agradezco el apoyo y facilidades otorgadas durante los distintos procedimientos realizados en el laboratorio de hidromecánica y flujos multifásicos. Una mención especial se requiere para el Ing. Germán J. Carmona Paredes por su invaluable asistencia durante la calibración y puesta en marcha del sistema eléctrico de la instalación experimental. El Mtro. Eduardo A. Rodal Canales también contribuyó facilitando equipo de medición y asistencia técnica. En el diseño y acondicionamiento de la instalación experimental colaboró, infatigablemente, el estimado Mtro. Andrés Arenas Fraile. Las actividades del laboratorio se facilitaron enormemente gracias al apoyo del Sr. Pérez Vargas y su equipo de colaboradores técnicos.

El entrañable Mtro. Rogelio Torres Cabrera hizo posible que la computadora se mantuviera funcionando y me procuró una estancia agradable en todo momento. A mi extraordinario amigo, el Dr. Teódulo Iván Guerrero Sarabia, le debo incontables horas de intercambio intelectual y valiosas observaciones técnicas sin las que hubiese sido difícil proseguir. Otras tantas horas de brillantes disquisiciones científicas le debo a mi admirable amigo el Dr. Enrique Moreno Méndez.

Imposible agradecer suficientemente a mi padre, a mi madre, a mi familia, y a mis amigos, por el respaldo incondicionalmente proferido.

J. Enrique Guzmán Vázquez
México D.F., abril de 2009.

Contenido

Capítulo I

Flujos de mezclas multifásicas

1.1	Introducción	1
1.1.1	Concepto físico de flujo multifásico	1
1.1.2	Clasificación de los patrones de flujo de mezclas bifásicas gas-líquido	2
1.1.3	Antecedentes históricos en el estudio de los flujos multifásicos	4
1.2	Consideraciones preliminares sobre los métodos de predicción de flujo multifásico	5
1.2.1	Método de correlaciones empíricas	7
1.2.2	Modelos rigurosos	9
1.2.3	Modelos de campos múltiples	10
1.2.4	Modelos mecanicistas	13
1.3	Consideraciones adicionales y objetivos de la investigación	15
1.3.1	El problema del flujo tapón en los sistemas de producción petrolera en instalaciones costa-afuera	15
1.3.2	Objetivos de la investigación	18

Capítulo II

Estudios relativos al fenómeno de flujo tapón en sistemas de transporte

2.1	Antecedentes bibliográficos	19
2.1.1	Flujos multifásicos en líneas horizontales e inclinadas	19
2.1.2	El fenómeno de taponamiento inducido por el perfil de la línea	21
2.1.3	Flujos bifásicos gas-líquido ascendentes en sistemas verticales	23
2.1.4	El fenómeno de taponamiento severo	24
2.1.5	Flujos tapón en sistemas con línea horizontal-tramo ascendente vertical-separador	26

Capítulo III

Modelo matemático

3.1	Formulación del problema	30
3.2	Simplificaciones consideradas para el desarrollo del modelo matemático	33
3.3	Condiciones iniciales y condiciones de frontera	35
3.3.1	Condiciones iniciales	36
3.3.2	Condiciones de frontera	36
3.4	Modelo de la línea	37
3.5	Modelo de flujo en el tramo ascendente vertical	42
3.6	Modelo de las burbujas	43
3.7	Modelo de la película líquida	46
3.8	Modelo de la descarga	53
3.8.1	Descarga de los tapones	56
3.8.2	Descarga de las burbujas	57
3.9	Modelo de la entrada	58
3.10	Sistema de ecuaciones	59
3.10.1	Ecuaciones de movimiento	59
3.10.2	Ecuaciones de las burbujas	60

Capítulo IV

Algoritmo numérico

4.1	Modelo numérico.	62
4.2	Algoritmo de resolución	63
4.2.1	Formación de los vectores de entrada	64
4.2.2	Control del error	65
4.2.3	Transformación de coordenadas	65
4.3	Algoritmo de seguimiento de tapones.	67

Capítulo V

Programa experimental

5.1	Descripción de la instalación experimental.	74
5.1.1	Subsistema hidráulico	75
5.1.2	Subsistema neumático	77
5.1.3	Sección de pruebas	79
5.1.4	Subsistema de separación	80
5.1.5	Subsistema de medición y adquisición de datos	81

5.2	Propiedades de los fluidos experimentales	83
5.3	Pruebas experimentales	83
5.4	Incertidumbre experimental	84
5.4.1	Incertidumbre asociada a las mediciones directas	85
5.4.2	Incertidumbre asociada a las mediciones indirectas	85

Capítulo VI

Validación del modelo matemático

6.1	Proceso de validación	89
6.1.1	Caracterización de los resultados experimentales	89
6.1.2	Distribuciones de las mediciones experimentales indirectas	92
6.1.3	Distribuciones de las mediciones experimentales directas	98
6.2	Comparación entre las predicciones numéricas y los resultados experimentales.	99
6.2.1	Caso No. 1	100
6.2.2	Caso No. 2	102
6.2.3	Caso No. 3	103
6.2.4	Comparación cualitativa entre la predicción y el experimento	104
6.2.5	Prueba estadística para la predicción de los valores promedio	108

Capítulo VII

Análisis de resultados y simulación de un sistema real

7.1	Análisis de la dinámica del flujo	110
7.1.1	Dinámica de flujo en la sección horizontal	110
7.1.2	Dinámica de flujo en el tramo ascendente vertical	112
7.2	Respuesta del sistema ante variaciones de parámetros	115
7.2.1	Efecto de la velocidad	116
7.2.2	Efecto de la longitud de los tapones.	117
7.2.3	Efecto de la fracción volumétrica local de líquido.	118
7.2.4	Efecto de la longitud de las burbujas	119
7.2.5	Efecto de la presión del separador	120
7.2.6	Efecto de la ruptura de un tapón.	121
7.3	Simulación de la operación de un sistema real	122
7.3.1	Simulación para una condición de operación con tapones de 350 m de longitud	122
7.3.2	Simulación para una condición de operación con tapones de 600 m de longitud	127

Capítulo VIII

Conclusiones

8.1	Sumario de la investigación	131
8.2	Conclusiones	132

8.3	Contribuciones.	132
8.4	Recomendaciones	133

Apéndice A

Formulación variacional

A.1	Principio variacional y ecuaciones de Euler-Lagrange	134
A.2	Aplicación de las ecuaciones de Euler-Lagrange para la derivación de la ecuación de movimiento de un tapón.	138
A.3	Derivación de las ecuaciones de movimiento para un número arbitrario de taponés y de burbujas	141

Apéndice B

Escalas del sistema y consideraciones sobre el análisis dimensional

B.1	Escalas del sistema experimental	144
B.2	Estimación de los órdenes de magnitud	145
B.3	Forma adimensional de las ecuaciones	147

Bibliografía

Lista de tablas

Tabla 5.1.	Propiedades de los fluidos experimentales (@ T=20 °C, P=1 atm).	83
Tabla 5.2.	Matriz de flujos volumétricos para las series experimentales.	84
Tabla 5.3.	Incertidumbre de las mediciones directas.	85
Tabla 5.4.	Incertidumbre de las mediciones indirectas (valores medidos en la entrada).	86
Tabla 6.1.	Condiciones de operación para los experimentos seleccionados.	89
Tabla 6.2.	Medias y dispersiones muestrales del experimento log20c (tabla 6.1)..	96
Tabla 6.3.	Parámetros de Weibull para las distribuciones de velocidad y longitud de tapones (experimento log20c, tabla 6.1).	97
Tabla 6.4.	Valores esperados de velocidad y longitud de los tapones (experimento log20c, tabla 6.1).	97
Tabla 6.5.	Parámetros utilizados para simular las series experimentales de la tabla 6.1...	100
Tabla 7.1.	Propiedades del crudo (@ T= 107 °C y P= 1 atm).	122
Tabla 7.2.	Valores de los parámetros utilizados en la simulación de un sistema de producción real con tapones de 350 m de longitud.	123
Tabla 7.3.	Valores de los parámetros utilizados en la simulación de un sistema de producción real con tapones de 600 m de longitud.	128
Tabla B.1.	Orden de magnitud de las variables primarias.	145

Lista de figuras

Figura 1.1.	Patrones para flujos concurrentes horizontales de mezclas bifásicas gas-líquido (Brill, J., 1999).	2
Figura 1.2.	Patrones para flujos concurrentes verticales de mezclas bifásicas gas-líquido (Brill, J., 1999).	3
Figura 1.3.	Métodos de predicción para flujos multifásicos.	6
Figura 1.4.	Intervalo de validez de la correlación experimental.	8
Figura 1.5.	Irregularidad local de la interfase y pérdida de la relación funcional.	10
Figura 1.6.	Distribución de una mezcla de cuatro campos (en flujo vertical).	11
Figura 1.7.	Iniciación de una onda finita en un conducto circular.	14
Figura 1.8.	Red submarina de recolección de crudo en instalaciones costa-afuera.	16
Figura 1.9.	Configuración geométrica de conductos que fomenta el taponamiento.	17
Figura 2.1.	Proceso de taponamiento en líneas horizontales e inclinadas..	20
Figura 2.2.	Fenómeno de taponamiento inducido por ondulaciones de la línea.	22
Figura 2.3.	Fenómeno de taponamiento en sistemas con flujo vertical ascendente.	23
Figura 2.4.	Fenómeno de taponamiento severo.	25
Figura 2.5.	Esquema del sistema experimental de Schmidt et al. (1981).	27
Figura 2.6.	Esquema del caso tratado por Miyoshi et al. (1988.)	28

Figura 3.1.	Configuración del sistema de transporte y configuración del flujo.	31
Figura 3.2.	Flujos volumétricos en el tramo vertical ascendente (BP, Forties Manual).	32
Figura 3.3.	Mapa de patrones de flujo de Baker (modificado por Bell et al.).	34
Figura 3.4.	Condición inicial del sistema ($t = 0$ s).	35
Figura 3.5.	Volúmenes de control para tapones y burbujas (descripción lagrangiana).	37
Figura 3.6.	Condición de fuerzas externas (diagrama de cuerpo libre de un tapón en un tramo inclinado).	38
Figura 3.7.	Condición de fuerzas externas para un tapón en el tramo vertical.	42
Figura 3.8.	Volumen de control para las burbujas de gas.	44
Figura 3.9.	Flujo estratificado en equilibrio (Taitel & Duckler, 1976).	48
Figura 3.10.	Fluctuación caótica de la interfase durante el proceso de descarga.	54
Figura 3.11.	Sección real disponible al flujo de gas y sección efectiva aproximada.	55
Figura 4.1.	Diagrama de flujo del algoritmo de resolución numérica.	64
Figura 4.2.	Relación geométrica entre descripciones (transformación de coordenadas).	67
Figura 4.3.	Procesos de formación y descarga de los tapones de líquido.	68
Figura 4.4.	Longitud de los tapones respecto de la longitud combinada de salida.	69
Figura 4.5.	Valores de los factores “S” en el proceso de descarga de un tapón.	71
Figura 4.6.	Valores de los factores “S” para la descarga de una burbuja.	72
Figura 5.1.	Configuración del sistema experimental.	75
Figura 5.2.	Tanques de almacenamiento y bombas de cavidad progresiva.	76
Figura 5.3.	Variadores de frecuencia para el control de las bombas.	76
Figura 5.4.	Punto de producción de la mezcla trifásica.	77
Figura 5.5.	Sistema neumático (tanque acumulador y dispositivos de regulación).	78
Figura 5.6.	Sistema de medición neumático (rotámetro de flujo y placa de orificio).	78

Figura 5.7.	Sección de pruebas configurable.	79
Figura 5.8.	Tramo vertical ascendente, línea de salida y válvula de control.	80
Figura 5.9.	Separador trifásico de tres etapas.	81
Figura 5.10.	Transductores de presión (base del tramo vertical).	81
Figura 5.11.	Equipo de adquisición de datos (NI-SCXI-1000)..	82
Figura 6.1.	Curva de presión correspondiente a la serie experimental log5b (tabla 6.1)..	90
Figura 6.2.	Curva de presión correspondiente a la serie experimental log10b (tabla 6.1).	91
Figura 6.3.	Curva de presión correspondiente a la serie experimental log20c (tabla 6.1).	92
Figura 6.4.	Distribución de velocidades de los tapones (experimento log20c, tabla 6.1).	93
Figura 6.5.	Distribución de longitudes de los tapones (experimento log20c, tabla 6.1)..	94
Figura 6.6.	Distribución de longitud de las burbujas (experimento log20c, tabla 6.1). .	95
Figura 6.7.	Distribución del flujo volumétrico de líquido (experimento log20c, tabla 6.1).	99
Figura 6.8.	Comparación correspondiente al experimento No.1 (tabla 6.2).. . . .	101
Figura 6.9.	Comparación correspondiente al experimento No.2 (tabla 6.2).. . . .	102
Figura 6.10.	Comparación correspondiente al experimento No.3 (ver tabla 6.2). . .	103
Figura 6.11.	Comparación correspondiente al experimento No. 3 (2 ^a prueba) de la tabla 6.2.	104
Figura 6.12.	Ajuste de un polinomio de Lagrange sobre un pulso de presión típico. .	105
Figura 6.13.	Comparación entre la simulación y la onda fundamental (exp.No.3, tabla 6.2).	107
Figura 6.14.	Simulación y onda fundamental (2 ^{da} prueba, exp. No.3, tabla 6.2). . . .	107
Figura 7.1.	Mapa de patrones de flujo de Tairrel y Duckler (1976) para flujos horizontales.	111
Figura 7.2.	Imagen de un tapón hidrodinámico de 0.5 m de longitud (sección horizontal).	112

Figura 7.3.	Mapa de patrones de flujo de Aziz et al. (1972) para flujos verticales..	113
Figura 7.4.	Imagen de un tapón largo en ascenso por el tramo vertical.	115
Figura 7.5.	Respuesta dinámica del sistema ante variaciones de la velocidad de los tapones..	116
Figura 7.6.	Respuesta dinámica del sistema ante variaciones de la longitud de los tapones..	117
Figura 7.7.	Respuesta dinámica del sistema ante variaciones del colgamiento.	118
Figura 7.8.	Respuesta dinámica frente a variaciones de la longitud de las burbujas.	119
Figura 7.9.	Respuesta dinámica del sistema ante variaciones de la presión del separador.	120
Figura 7.10.	Respuesta dinámica del sistema ante el desprendimiento de la cola de un tapón.	121
Figura 7.11.	Velocidades de los tapones durante el ascenso al separador ($L_{s,i}=350$ m).	124
Figura 7.12.	Presión en las burbujas de gas ($L_{s,i}=350$ m).	125
Figura 7.13.	Velocidad de un tapón descargado en el separador ($L_{s,i}=350$ m).	126
Figura 7.14.	Flujo volumétrico de aceite en el plano de entrada del separador ($L_{s,i}=350$ m).	127
Figura 7.15.	Velocidades del tapón descargado en el separador ($L_{s,i}=600$ m)..	129
Figura 7.16.	Flujos volumétricos de aceite en el plano de entrada del separador ($L_{s,i}=600$ m).	129
Figura A.1.	Variación funcional respecto de la función extrema.	135
Figura A.2.	Condición general de fuerzas externas sobre una masa de líquido (tapón).	139

Nomenclatura

Símbolos:

Variable	Descripción	Dimensiones	Unidad
d	= diámetro interno	L	m, [in]
f	= coeficiente de fricción	adim.	
g	= aceleración debida a la fuerza de gravedad	L/t ²	m/s ²
h	= entalpía	ML ² /t ²	J
h_l	= colgamiento (región de la película)	L	m
h_{desc}	= carga hidrodinámica (proceso de descarga)	L	m
m	= masa	M	kg
q	= flujo volumétrico	L ³ /t	L/s
t	= tiempo	t	s
u	= velocidad superficial (región de la película)	L/t	m/s
v	= volumen específico	L ³ /M	m ³ /kg
w	= incertidumbre (experimental)	adim.	
x	= coordenada axial	L	m
z	= coordenada vertical	L	m
A	= área	L ²	m ²
$C_{0,1}$	= coeficientes constantes	adim.	
D	= diámetro hidráulico	L	m
Eu	= número de Eotvös	adim.	
Eu	= número de Euler	adim.	
F	= fuerza externa	ML/t ²	N
Fr	= número de Froude	adim.	
H	= fracción volumétrica de líquido (colgamiento)	adim.	
H_r	= longitud del tramo ascendente vertical	L	m

K	=	parámetro libre	adim.	
L	=	longitud	L	m
N_f	=	viscosidad adimensional	adim.	
V_D	=	velocidad de deriva	L/t	m/s
V_s	=	velocidad promedio del líquido en el tapón	L/t	m/s
V_T	=	velocidad de traslación (frente del tapón)	L/t	m/s
V_{sl}	=	velocidad superficial de líquido	L/t	m/s
V_{sg}	=	velocidad superficial del gas	L/t	m/s
P_f	=	presión en la burbuja de gas	M/Lt ²	Pa
P_s	=	presión del separador	M/Lt ²	Pa
P_{atm}	=	presión atmosférica	M/Lt ²	Pa
Q	=	flujo volumétrico (película líquida)	L ³ /t	L/s
R	=	constante universal de los gases	L ² /t ² T	J/kg K
Re	=	número de Reynolds	adim.	
S	=	perímetro “mojado”	L	m
T	=	temperatura absoluta	T	K
T_f	=	período (experimento)	t	s
\forall	=	volumen	L ³	m ³

Símbolos griegos:

Variable	Descripción	Dimensiones	Unidad
a	= fracción de vacío	adim.	
	= ángulo (región película)	L/L	rad
β	= relación de diámetros	adim.	
ε	= rugosidad absoluta	L	m
λ	= colgamiento sin deslizamiento	adim.	
μ	= viscosidad dinámica	M/Lt	Pa s
ρ	= densidad	M/L ³	kg/m ³
σ	= área de contacto	L ²	m ²
τ	= esfuerzo cortante	M/Lt ²	Pa
φ	= ángulo de inclinación	L/L	rad
χ	= calidad	adim.	
ω	= frecuencia	L/Lt	rad/s

Subíndices:

Variable	Descripción
<i>desc</i>	= descarga
<i>ent</i>	= plano de entrada
<i>ex</i>	= fuera del sistema (algoritmo numérico)
<i>f</i>	= región de la burbuja, fricción (def. fuerza)
<i>g</i>	= gas
<i>hor</i>	= horizontal
<i>i</i>	= i-ésima unidad
<i>L, l</i>	= líquido
<i>lin</i>	= línea horizontal (algoritmo numérico)
<i>m</i>	= mezcla
<i>o</i>	= valor inicial
<i>obs</i>	= obstrucción
<i>p</i>	= presión (en la definición de fuerza externa)
<i>s</i>	= tapón
<i>sal</i>	= plano de salida
<i>tp</i>	= bifásico (o relativo a dos fases)
<i>wl</i>	= interfase pared-líquido
<i>wg</i>	= interfase pared-gas
<i>G</i>	= gravitatorio
<i>M</i>	= modelo
<i>P</i>	= prototipo
<i>SC</i>	= superficie de control
<i>VC</i>	= volumen de control

Superíndices:

Variable	Descripción
<i>ext</i>	= externa (def. de fuerzas)
<i>g</i>	= gas
<i>l</i>	= líquido
<i>s</i>	= ref. a la vel. superficial (proceso de salida)
<i>*</i>	= adimensional

Capítulo I

Flujos de mezclas multifásicas

“Ex nihilo nihil fit”
(Lucrecio, ca. 99 a.c.)

1.1 Introducción

1.1.1 Concepto físico de flujo multifásico

Un flujo multifásico es, por definición, la circulación simultánea de varias fases (p. ej. líquidos, sólidos y gases) a través de la misma región espacial. Los flujos multifásicos se suscitan cotidianamente en la naturaleza, en sistemas industriales (y sus diversos procesos) y en el medio que rodea a las infraestructuras creadas por el Hombre.

Sería inútil intentar hacer un recuento exhaustivo de las situaciones en que se presenta dicho fenómeno por lo que solamente se mencionan algunos casos generales. En este sentido, los flujos que ocurren en el interior de los planetas (flujos subterráneos, flujos en los mantos magmáticos, etc.) así como los flujos que ocurren en sus superficies (flujos marinos, de capas polares y atmosféricos) constituyen ejemplos comunes en el ámbito de la geofísica.

En una escala algo más reducida se tienen los flujos que hay en ríos, los flujos de sedimentos (en aludes, en cuencas, etc.) y la dispersión de contaminantes atmosféricos. En escalas mucho más pequeñas se pueden considerar los flujos en el sistema circulatorio (p. ej. procesos de trombosis y embolias ocasionados por coágulos y gases disueltos en la sangre), los flujos en el sistema nervioso (p.ej. movimiento de sustancias y nutrientes en el cerebro) y el movimiento de sustancias en sistemas biológicos (como los flujos intracelulares).

Por otra parte en la industria existen numerosos procesos que dan lugar a la aparición de flujos de mezclas multifásicas. Una lista breve debe incluir a los sistemas de generación de energía nuclear, a los sistemas de generación de energía geotérmica, a la industria petrolera, a la industria química, a la industria farmacéutica, y a la industria de alimentos. En un sentido global, todos aquellos sistemas industriales que involucran procesos de fundición, inyección, transformación de materiales, refrigeración, transporte de sustancias, etc., deben ser considerados también.

Asimismo, la interacción entre las infraestructuras y el medio que las rodea puede promover la aparición de algún tipo de flujo multifásico. Algunos ejemplos de esta categoría son los sistemas hidráulicos que incluyen: presas, puertos, canales y vías fluviales. Se pueden mencionar adicionalmente los sistemas de drenaje, sistemas de redes de abastecimiento de agua potable (y de riego), entre otros.

1.1.2 Clasificación de los patrones de flujo de mezclas bifásicas gas-líquido

Normalmente las fuerzas de flotación, turbulencia, inercia, y tensión superficial que actúan sobre las sustancias que componen la mezcla son responsables de los cambios en la configuración de las fases. Estas formas estructurales específicas son conocidas como patrones de flujo. En la figura 1.1 se ilustran los patrones para flujos horizontales y en la figura 1.2 los patrones para sistemas con flujos verticales ascendentes.

Los patrones para flujos horizontales son los siguientes: 1) flujo segregado (o estratificado), 2) flujo ondulado, 3) flujo tapón (“slug flow”), 4) flujo bache (“plug flow”), 5) flujo burbuja, 6) flujo anular, y 7) flujo disperso.

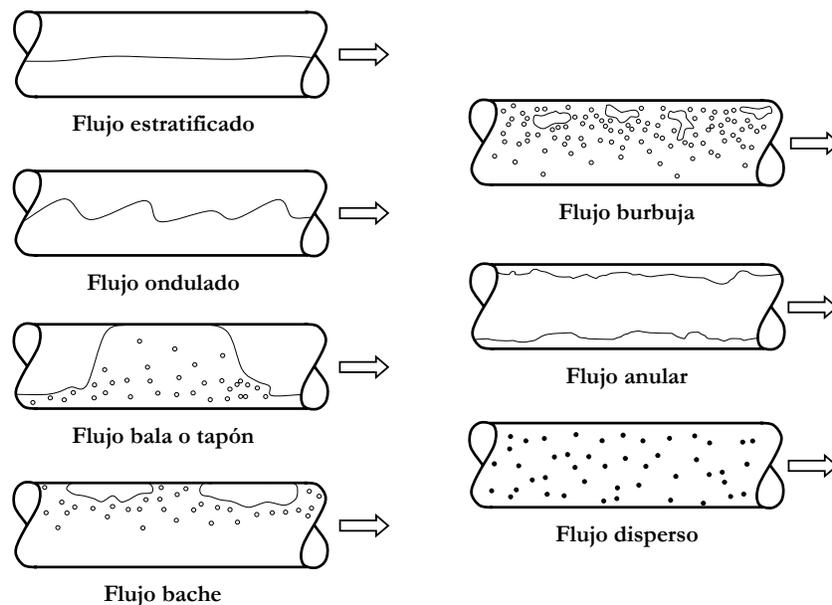


Figura 1.1. Patrones para flujos concurrentes horizontales de mezclas bifásicas gas-líquido (Brill, J., 1999).

En el caso de los sistemas con flujos verticales ascendentes la clasificación de los patrones de flujo aceptada comúnmente para mezclas bifásicas gas-líquido es la siguiente: 1) flujo burbuja, 2) flujo tapón (“slug flow”), 3) flujo agitado, y 4) flujo anular.

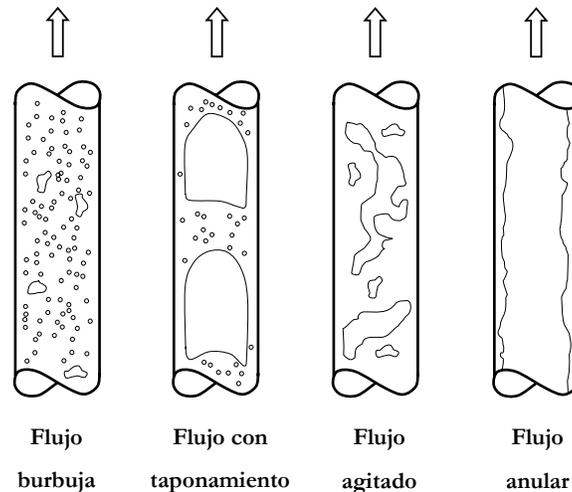


Figura 1.2. Patrones para flujos concurrentes verticales de mezclas bifásicas gas-líquido (Brill, J., 1999).

Los flujos intermitentes y, muy particularmente, el flujo tapón (o flujo con patrón de taponamiento) son de particular interés en este estudio. Comúnmente se considera que en los flujos intermitentes verticales la fase gaseosa forma burbujas geométricamente regulares conocidas como burbujas de Taylor. No debe perderse de vista, sin embargo, que en la sección vertical las burbujas de Taylor sólo son posibles cuando se logran condiciones de equilibrio cuasi-estático en el flujo (p.ej. con velocidades de deriva bajas en columnas suficientemente largas). En el caso más general los tapones formados hidrodinámicamente en la sección horizontal pueden llegar a la sección vertical con energías cinéticas elevadas, impidiendo que se alcance dicha condición de equilibrio. En ausencia de la simetría cilíndrica de las burbujas es muy difícil establecer correctamente los balances de masa y momento para describir sus propiedades. Por esta razón, los modelos existentes para la predicción del gradiente de presión en sistemas verticales poseen una utilidad limitada. Cabe mencionar que esta deficiencia se acentúa en la medida en la que los tapones de líquido se hacen más largos y la dinámica del flujo se hace más energética.

1.1.3 Antecedentes históricos en el estudio de los flujos multifásicos

Muchos de los conceptos y términos utilizados actualmente en el estudio de los flujos multifásicos se deben a Gilbert y Nind (Brill, J., 1999). Inicialmente los investigadores recurrieron a métodos gráficos rudimentarios para estudiar casos particulares. Las predicciones eran, no obstante, de baja calidad y muy pronto se hizo evidente la necesidad de considerar los procesos físicos fundamentales para avanzar en el entendimiento de los fenómenos.

A estos primeros intentos siguió el período empírico (1950-1975) en el que se dio gran impulso a los métodos experimentales. Los investigadores utilizaron extensamente los datos obtenidos en laboratorios (propiedades de las fases, características geométricas del sistema de transporte, y condiciones de frontera del sistema considerado) y, en algunos casos, los datos obtenidos en campo (principalmente en las aplicaciones industriales). A pesar de este esfuerzo las mediciones experimentales seguían siendo crudas y las correlaciones producidas a partir de ellas tenían márgenes de error considerables.

Durante el período empírico, en suma, no quedó más remedio que hacer fuertes suposiciones respecto de las características del fenómeno estudiado. Por ejemplo, los flujos eran tratados inicialmente como mezclas homogéneas y *a posteriori* se requería que cada fase fluyese con velocidad distinta para el cálculo de ciertos parámetros.

En los años que siguieron (1970-1985) se produjo un “despertar” (Brill, J., 1999) caracterizado, principalmente, por la aparición e incorporación de la computadora al estudio de problemas específicos. Los gradientes de presión se calculaban mediante la integración numérica de las ecuaciones de conservación de momento lineal en tanto que aún se dependía de correlaciones empíricas para determinar parámetros de flujo tales como: fracciones de vacío, fracciones volumétricas locales, velocidades, y pérdidas por fricción.

A pesar de este gran avance los métodos disponibles adolecían de múltiples problemas. Los mapas de patrones de flujo mostraban sus deficiencias y limitaciones pues las transiciones de un patrón de flujo a otro resultaron ser mucho más sensibles a los que originalmente no se había concedido demasiada importancia. Una vez más quedaban expuestas la naturaleza no-lineal de los procesos y la necesidad de retrotraerse a principios fundamentales para comprender los fenómenos observados.

La subsiguiente evolución de los métodos analíticos dio origen a la etapa de modelado cuyo inicio quedó marcado, en la década de los años 80, por el estudio de flujos multifásicos en reactores nucleares. Aunque los flujos en este caso particular eran más simples de modelar —pues las fases presentes en el sistema pertenecían a la misma sustancia—, los modelos surgidos en este período sirvieron como punto de partida para la creación de otros modelos de mayor complejidad que permitieron estudiar una amplia variedad de problemas.

El progreso en esta rama de estudio quedó marcado no solamente por sustancial incremento del acervo teórico —los modelos crecieron tanto en número como en sofisticación— sino también por los importantes avances en los métodos experimentales. Los densímetros nucleares de rayos Gamma, los sensores ultrasónicos y de capacitancia, los anemómetros Láser de efecto Doppler, la fotografía de alta

velocidad, los sistemas de adquisición de datos de alto desempeño, las computadoras de gran capacidad, etc., se convirtieron en elementos de uso corriente en los laboratorios.

Visto en retrospectiva es fácil sugerir que los avances en la investigación de estos fenómenos han sido fructíferos. No debe olvidarse, sin embargo, que la vastedad y complejidad de los fenómenos en este campo han impedido conocer a cabalidad los procesos físicos subyacentes en la mayoría de los casos de interés, razón por la cual debe profundizarse aún más en el estudio de estos problemas.

1.2 Consideraciones preliminares sobre los métodos de predicción de flujo multifásico

A fin de justificar la selección de algún método para el estudio se precisa de un marco conceptual que permita esclarecer las ventajas y desventajas relativas de las diferentes técnicas de análisis.

Claramente, cada método posee ventajas relativas para la determinación de ciertos parámetros de flujo; en consecuencia, los resultados surgidos de ellos no suelen ser transferibles “directamente” a otros casos. Lo anterior es particularmente cierto con los modelos empíricos basados en el desarrollo de experimentos particulares.

El diagrama mostrado en la figura 1.3 indica las dos grandes categorías en que se dividen las metodologías actuales para la predicción del flujo: la empírica y la teórico-experimental.

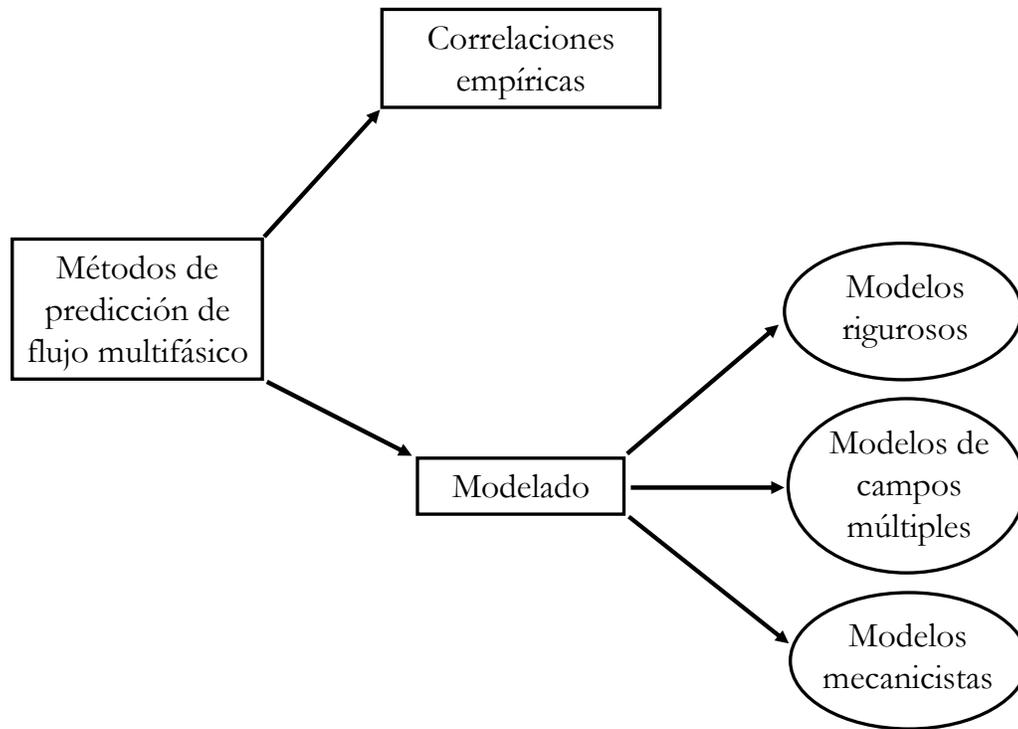


Figura 1.3. Métodos de predicción para flujos multifásicos.

A pesar de que la vía del modelado da lugar a una variedad más amplia de posibilidades de análisis que la vía empírica, la dificultad inherente a la aplicación de las ecuaciones fundamentales en la mayoría de las situaciones hace más atractiva la vía empírica.

El problema central en el análisis de flujos multifásicos intermitentes es, no obstante, análogo al de los flujos monofásicos: se requiere determinar el campo de presiones, el campo de velocidades y el campo de temperaturas en el dominio de interés. Estas variables se expresan, a su vez, en términos de las variables primarias (de espacio y tiempo) características del problema resultando relaciones funcionales del tipo $P=P(\mathbf{r},t)$, $\mathbf{V}=\mathbf{V}(\mathbf{r},t)$ y $T=T(\mathbf{r},t)$.

Por otra parte los flujos multifásicos poseen dos peculiaridades que son de suma importancia: en primer término está la configuración que adopta la materia dentro del sistema de transporte (es decir el patrón de flujo), y en segundo término la posibilidad de que se modifique esta configuración en un momento dado. Hoy se sabe que las inestabilidades de la interfase que dan lugar a dichas transiciones están ligadas en forma no-lineal a las fluctuaciones caóticas locales del régimen de flujo. Si a esto se añaden los procesos de transferencia de calor e interacciones de trabajo con los alrededores, el problema puede resultar muy difícil de abordar analíticamente.

1.2.1 Método de correlaciones empíricas

Los métodos empíricos son apropiados en aquellos casos en los que la complejidad del fenómeno dificulta la creación de modelos matemáticos rigurosos. En general se realiza un experimento concreto y se hacen mediciones globales de los efectos producidos por el flujo (aunque los detalles específicos de los procesos no se conozcan con exactitud). Un caso clásico es el diagrama de Moody para el cálculo de los efectos de fricción en flujos viscosos monofásicos. Por analogía, en el caso multifásico las técnicas experimentales han permitido la creación de los mapas de patrones de flujo. Aunque el número de variables dimensionales involucradas sea considerablemente mayor, el análisis dimensional puede aplicarse de manera sistemática para producir relaciones significativas entre los parámetros adimensionales¹

La idea de reemplazar, para un fenómeno físico dado, la relación desconocida

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

que existe entre las “n” variables dimensionales (definidas por “m” dimensiones independientes: $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$) por una relación alternativa

$$\Phi(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-m}) = 0$$

que pueda ser determinada a través de un experimento para los “n-m” grupos adimensionales

$$\Pi_i = \frac{x_{m+i}}{x_1^{p_i} x_2^{q_i} \dots x_m^{r_i}}$$

resulta muy útil cuando se precisa con prontitud de una respuesta. No obstante, es importante hacer notar que las correlaciones obtenidas de esta forma tienen cuando menos dos problemas obvios. En primer lugar, la solución no puede ser extrapolada; en segundo lugar, los mecanismos físicos del proceso no necesariamente se llegan a conocer.

El primer problema implica que la predicción de los parámetros de flujo se circunscribe exclusivamente al intervalo en el cual se ha efectuado el experimento correspondiente (figura 1.4). El segundo problema supone una seria desventaja desde el punto de vista teórico pues no es posible distinguir relaciones fundamentales entre los parámetros ni discernir los procesos físicos subyacentes.

¹ Cabe señalar que no todas las correlaciones contienen exclusivamente parámetros adimensionales. En muchos casos se reporta la correlación en términos de variables como la velocidad o el flujo volumétrico, por ejemplo.

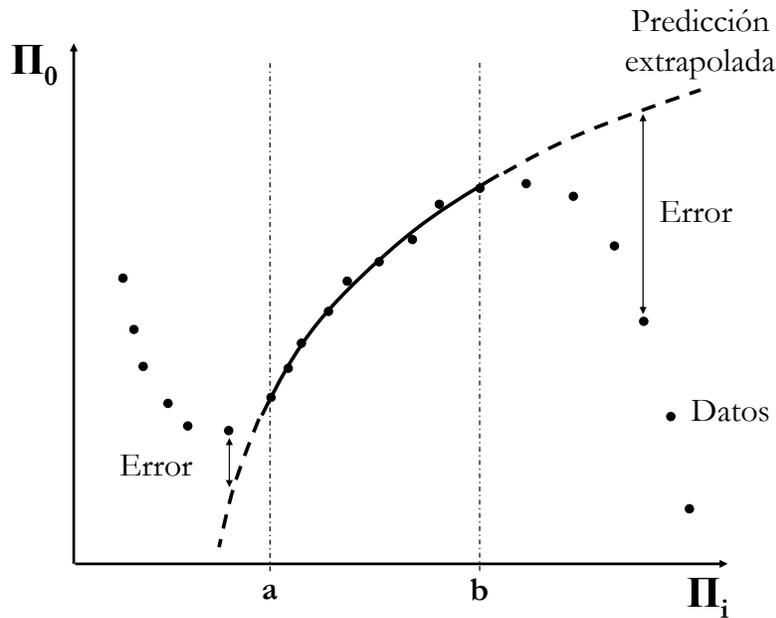


Figura 1.4. Intervalo de validez de la correlación experimental.

Existen numerosos modelos empíricos que se utilizan regularmente para la predicción, operación, y diseño de sistemas industriales (especialmente en la industria petrolera). Para el caso de flujos horizontales se tienen, por ejemplo, las correlaciones de Bell (1970), Mandhane et al. (1974), Taitel y Duckler (1976), etc. La correlación de Taitel y Duckler se emplea en el capítulo III (Modelo matemático) para el cálculo del espesor de la película líquida.

Por otro lado para los flujos verticales ascendentes existen correlaciones especializadas, entre las que destacan: las correlaciones de Hagedorn y Brown (1965), Dun y Ros (1963), Aziz et al. (1972), Beggs y Brill (1973), Mukherjee y Brill (1985). Cabe señalar que los últimos dos métodos también se pueden utilizar en flujos inclinados.

De acuerdo con Brill (Brill, J. 1999) las correlaciones empíricas para el cálculo del gradiente de presión (en mezclas bifásicas gas-líquido) pueden ser clasificadas en una de tres formas. En los métodos de la categoría “a” no se consideran ni el deslizamiento entre fases ni el patrón de flujo. La suposición básica consiste en que ambas fases fluyen a la misma velocidad; a continuación se aplica la correlación adecuada para determinar el factor de fricción bifásico. Como lo anterior implica que no se hace ninguna distinción entre los diferentes patrones de flujo, el método queda restringido exclusivamente al caso de flujos dispersos.

En la categoría “b” se considera el deslizamiento entre fases pero no el patrón de flujo. En este caso se requiere de una correlación para el factor de fricción y otra para la fracción volumétrica (colgamiento de líquido) ya que las fases pueden fluir a distintas velocidades. Ambas correlaciones se utilizan indistintamente para todos los patrones de flujo.

Por último, los métodos de la categoría “c” toman en consideración tanto el deslizamiento como el patrón de flujo. Las correlaciones para el cálculo del colgamiento y del factor de fricción deben ser complementadas con métodos para la determinación del patrón de flujo. Una vez determinado el patrón correspondiente se procede a utilizar las correlaciones correspondientes para los demás parámetros. Es importante resaltar que el gradiente de presión por aceleración depende también del patrón de flujo.

1.2.2 Modelos rigurosos

Un modelo riguroso requiere de la aplicación directa de las leyes fundamentales de conservación en cada una de las fases. Mediante estas leyes es posible calcular el gradiente total de presión

$$\left(\frac{dP}{dx}\right)_{t,k} = \left(\frac{dP}{dx}\right)_{f,k} + \left(\frac{dP}{dx}\right)_{g,k} + \left(\frac{dP}{dx}\right)_{a,k},$$

y por consiguiente la caída total de presión a través del sistema:

$$\Delta P_k = \int_0^L \left(\frac{dP}{dx}\right)_{t,k} dx.$$

Las ecuaciones fundamentales pueden ser utilizadas, en principio, en cualquier situación que se desee estudiar. No obstante, las fluctuaciones de las interfaces, las posibles transiciones del patrón de flujo asociadas a ellas, los procesos de difusión de calor y de materia, etc., hacen muy difícil una descripción analítica total del flujo en la mayoría de los casos.

Considérese por ejemplo un flujo tapón. La estructura geométrica de las fases supone los siguientes problemas técnicos para la creación de un modelo exacto: 1) la interfase que existe entre los fluidos se deforma continuamente; 2) la forma de la interfase puede dar origen a discontinuidades de las derivadas, aún en aquellas regiones donde ésta se traslada “rígidamente”; 3) pequeñas variaciones de los parámetros de flujo conducen a transiciones del patrón de flujo; 4) dichas variaciones locales (de los parámetros) quedan determinadas por la dinámica del flujo en su conjunto; 5) existen efectos de coalescencia, evolución y disipación de los tapones.

Queda claro que la utilización de la formulación diferencial para la derivación de un modelo puntual (en el sentido matemático) puede resultar inapropiada en estas circunstancias (ver figura 1.5).

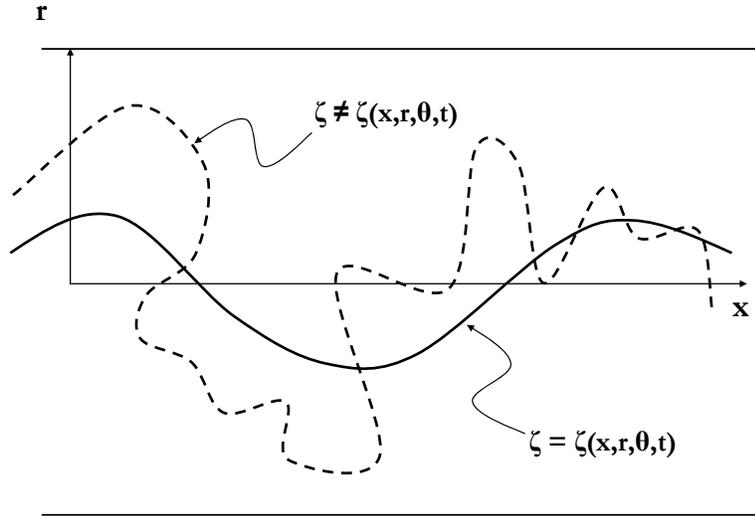


Figura 1.5. Irregularidad local de la interfase y pérdida de la relación funcional.

Dada la continua evolución de la interfase los modelos rigurosos requieren además que las condiciones de frontera incluyan funciones que dependan del tiempo. Por esto los modelos exactos encuentran su mayor utilidad en situaciones simples en las que tanto la interfase como las condiciones de frontera (que dependen de ella) pueden ser descritas por medio de relaciones funcionales suficientemente bien comportadas. Un ejemplo simple lo constituye el flujo estratificado (o segregado) con una interfase cuasi-estática.

1.2.3 Modelos de campos múltiples

Los modelos de campos múltiples se formulan con base en las leyes fundamentales de conservación escritas en términos de variables promediadas (espacial y temporalmente). Las ecuaciones se derivan para cada fase bajo la suposición de que ellas coexisten en la sección transversal de interés. Esto permite eludir el problema de la interfase en evolución y simplifica la inclusión de las condiciones iniciales y de frontera que prevalecen en los extremos del sistema.

En la figura 1.6 se ilustra la distribución de los diferentes campos que componen la mezcla multifásica. Con frecuencia —como en el caso de las emulsiones y de las burbujas— uno, o varios campos, están delimitados por interfaces discretas (representados por φ_1 y φ_2) en lugar de interfases continuas. En este sentido se concluye que un campo dado representa un fluido independiente, una fase o una configuración del flujo que sea geoméricamente o estructuralmente distinguible dentro de una misma fase o fluido dado.

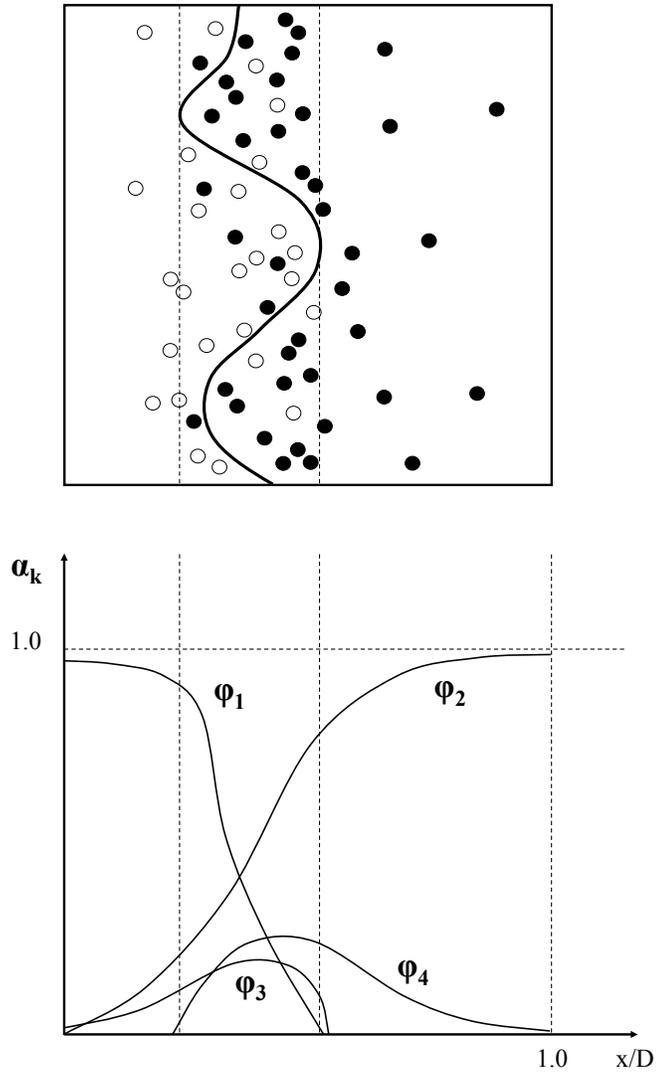


Figura 1.6. Distribución de una mezcla de cuatro campos (en flujo vertical).

Las variables primarias del flujo son ponderadas en términos de las fracciones volumétricas promedio correspondientes a cada campo

$$\langle \alpha_k \rangle = \langle \alpha(\vec{r}, t)_k \rangle \triangleq \frac{\iint_{R,T} \alpha(\vec{r}, t)_k d\vec{r} dt}{\int_R d\vec{r} \int_T dt}.$$

Expresada en función de estas fracciones la ley de conservación de masa para los campos $k=1,2,3\dots$, de un flujo axial que se desplaza en la dirección “z”, se escribe como

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho_k \langle \alpha_k \rangle] + \frac{\partial}{\partial z}[\rho_k \langle \alpha_k \rangle \langle u_k \rangle_k] = \Gamma_k + m_k^m.$$

Los términos no-homogéneos toman en consideración el aumento, o disminución, del campo correspondientes debido a los cambios de fase, Γ_k , así como el intercambio de masa entre campos, m_k^m .

Otras leyes se escriben en forma similar; por ejemplo, la ley de conservación de momento lineal

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}[\rho_k \langle \alpha_k \rangle \langle u_k \rangle_k] + \frac{\partial}{\partial z}[\rho_k \langle \alpha_k \rangle \langle u_k \rangle_k^2] = & \langle \alpha_k \rangle \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} - \rho_k \langle \alpha_k \rangle g - \\ & - F_k^D - F_k^{\gamma m} - F_k^W + \Gamma_k \bar{u}_{ik} + m_k^m \bar{u}_k^m, \end{aligned}$$

que contiene los términos correspondientes para los intercambios de fuerzas ocasionadas por el arrastre, F_k^D , por el movimiento de masas virtuales (interacción de un campo con otro), $F_k^{\gamma m}$, por el transporte de momento ante un cambio de fase, $\Gamma_k \bar{u}_{ik}$, y por el acarreo (p.ej. por condensación sobre una película), $m_k^m \bar{u}_k^m$. El término F_k^W es el que corresponde a la fricción generada entre un campo dado y las paredes del conducto.

También la ley de conservación de la energía,

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho_k \langle \alpha_k \rangle (\langle \bar{h}_k \rangle_k - \bar{p} / \rho_k)] + \frac{\partial}{\partial z}[\rho_k \langle \alpha_k \rangle \langle u_k \rangle_k \langle \bar{h}_k \rangle_k] = q_k^{mW} + q_{ik}^m + \Gamma_k h_k^{sat} + m_k^m (\bar{h}_k)_k^m,$$

es susceptible del mismo tratamiento y contiene términos que reflejan la existencia de las entalpías de flujo asociadas con los cambios de fase, $\Gamma_k h_k^{sat}$, así como del intercambio de materia entre campos, $m_k^m (\bar{h}_k)_k^m$.

Es importante señalar que al obtener los promedios de las fracciones volumétricas se pierde detalle de la distribución real de los campos, es decir, se pierde información. El precio que se paga por esta simplificación es que los términos fuente adicionales obligan a obtener relaciones constitutivas (a través de experimentos o mediante modelos mecanicistas) para cerrar el sistema de ecuaciones. Muchos códigos comerciales (p. ej. OLGA) contienen relaciones constitutivas particulares derivadas para sistemas específicos.

Los modelos de dos fluidos (muy comunes en la industria) constituyen un caso particular de los modelos de campos múltiples. En ellos se hacen simplificaciones importantes al suprimir los efectos de acarreo y asentamiento. Puesto que en estos

modelos sólo se incluyen dos campos, las fracciones volumétrica y de vacío son complementarias:

$$\langle \alpha_{gas} \rangle \Leftrightarrow \langle \alpha_{liquido} \rangle = (1 - \langle \alpha_{gas} \rangle).$$

Una simplificación adicional consiste en considerar a la mezcla como un pseudo-fluido en el que ambas fases están en equilibrio termodinámico y se desplazan con la misma velocidad. En este caso se habla de un modelo homogéneo de equilibrio y las propiedades de la mezcla son una combinación de las propiedades de cada fase

$$\rho_m = \rho_l (1 - \langle \alpha_g \rangle) + \rho_g \langle \alpha_g \rangle.$$

Las ecuaciones de conservación así derivadas son las “mismas” que se utilizan en el estudio de flujos monofásicos. La gran desventaja que acompaña a este tipo de aproximaciones es que la velocidad relativa de los diferentes fluidos no es tomada en cuenta.

1.2.4 Modelos mecanicistas

En virtud de las dificultades para derivar modelos rigurosos han surgido metodologías que combinan formulaciones teórico-experimentales para explicar uno, o más, de los procesos principales que ocurren en el flujo.

Estos modelos se caracterizan por la identificación de un proceso esencial que interviene en la dinámica del flujo (p.ej. el patrón de flujo, el espesor de la película líquida, la velocidad de ascenso de burbujas de gas en una columna de líquido, etc.). Luego el mecanismo es estudiado a la luz de las leyes fundamentales de la naturaleza. El modelo derivado sirve, entonces, para predecir la respuesta del sistema en función del estado de movimiento del mecanismo.

Un ejemplo clásico lo constituye el crecimiento de ondas infinitesimales en flujos internos que explica la transición de un patrón de flujo estratificado a un patrón de flujo intermitente (o a un patrón de flujo anular).

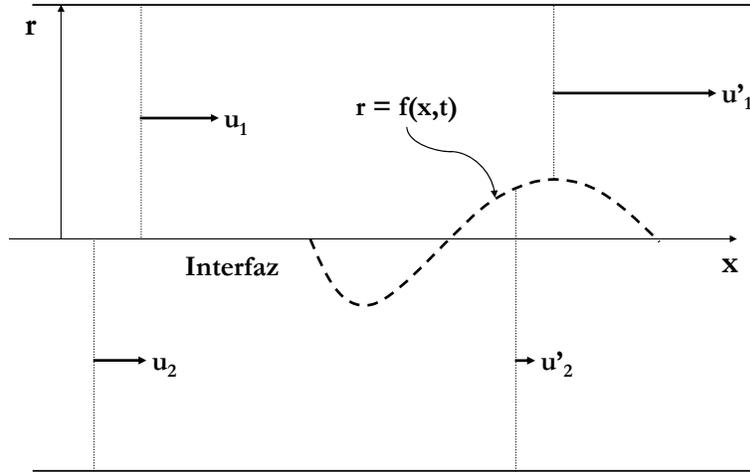


Figura 1.7. Iniciación de una onda finita en un conducto circular.

Por extensión conceptual se considera que las ondas finitas en conductos están controladas por las mismas fuerzas básicas que en el caso de las ondas infinitesimales en flujos paralelos, es decir, por el efecto Bernoulli y la fuerza de gravedad (figura 1.7).

Ello permite extender el criterio de estabilidad de Kelvin-Helmholtz (Cfr. Taitel y Duckler, 1976)

$$u_g > \left[\frac{g(\rho_l - \rho_g)h_g}{\rho_g} \right]^{1/2}$$

al estudio de flujos bifásicos (gas-líquido) en conductos inclinados de sección circular, en cuyo caso adopta la forma:

$$u_g > C_2 \left[\frac{(\rho_l - \rho_g)g \cos \alpha A_g}{\rho_g dA_l/dh_l} \right]^{1/2}; \quad C_2 = 1 - \frac{h_l}{D} \rightarrow \begin{cases} 0, & (\text{tubo lleno}) \\ 1, & (\text{tubo vacío}) \end{cases}$$

La comparación con datos experimentales ha confirmado plenamente la validez de este resultado teórico (Taitel y Duckler, 1976). Cabe destacar, en consecuencia, algunas ventajas de los modelos mecanicistas: 1) si el proceso fundamental es identificado correctamente, el modelo conduce a un resultado general expresado a través de una ecuación algebraica no-lineal o a una desigualdad; 2) el resultado analítico permite conocer la relación subyacente que existe entre las variables del fenómeno, es decir,

permite conocer la naturaleza del proceso; 3) es posible hacer predicciones teóricas de los efectos que producirían las variaciones de los parámetros de flujo.

Los modelos basados en primeros principios permiten además establecer analogías entre los fenómenos que suceden en distintos campos de estudio pero que conducen la misma formulación matemática.

A partir de lo anteriormente expuesto se propone: primero, que el fenómeno de flujo con patrón de taponamiento hidrodinámico es susceptible de ser estudiado mediante el análisis de mecanismos particulares; segundo, dado que las ecuaciones de punto son esencialmente inadecuadas en la vecindad de singularidades (de la interfase), conviene el uso de métodos energéticos basados en principios variacionales (Cfr. Anexo A), o una derivación a partir de una formulación integral de las ecuaciones fundamentales.

1.3 Consideraciones adicionales y objetivos de la investigación

1.3.1 El problema del flujo tapón en los sistemas de producción petrolera en instalaciones costa-afuera

Los flujos intermitentes —particularmente el flujo tapón— tienen una considerable importancia desde los puntos de vista científico y práctico. A pesar de ello una revisión de los estudios relacionados con el tema demuestra que la mayoría de las investigaciones se concentran en el análisis de elementos aislados de sistemas mucho más amplios y complejos. En consecuencia los aspectos primordiales del fenómeno no son comprendidos cabalmente en el contexto de los sistemas de producción.

El creciente interés de la industria en estos temas explica, en buena medida, las numerosas investigaciones orientadas a la resolución de problemas que surgen en los sistemas de producción y a la creación de nuevas tecnologías. En el ámbito nacional es destacable el caso de Petróleos Mexicanos.²

Actualmente PEMEX opera costosos complejos de producción costa-afuera³ constituidos por instalaciones marinas en donde se produce más del 70% del crudo nacional. La mezcla obtenida en estos complejos requiere ser transportada a través de extensas redes de tuberías submarinas de 0.76 m (36 in) de diámetro en las que se presenta comúnmente el fenómeno de flujo tapón. En la figura 1.8 se muestra un esquema simplificado de una red de recolección y transporte de crudo.

² PEMEX es la empresa más importante de México (y Latinoamérica) debido a sus ingresos reportados. Durante el año 2006 la empresa generó 546 mil 750 millones de pesos por ventas internas, y 511 mil 366 millones de pesos por ventas foráneas.

³ El costo por kilogramo de instalación ronda los \$20 dólares americanos.

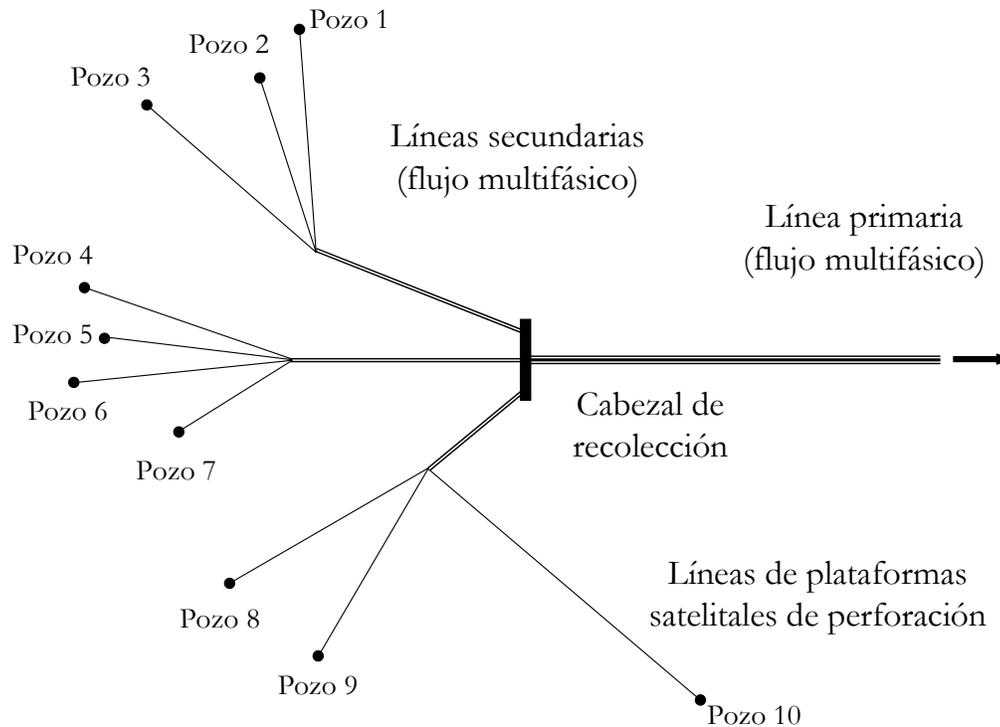


Figura 1.8. Red submarina de recolección de crudo en instalaciones costa-afuera.

El crudo extraído en los pozos es enviado directamente por tuberías secundarias a los cabezales de recolección en el fondo marino; de los cabezales parten los oleogasoductos primarios que canalizan la mezcla a los centros de procesamiento. Dicha mezcla es en realidad una composición multifásica de aceite, agua, gases asociados, sedimentos, y lodos, que deben ser separados posteriormente en las baterías diseñadas para tal propósito.

Por otro lado la declinación de los yacimientos ocasiona que la fracción de vacío aumente ostensiblemente con el tiempo. El gas disociado del crudo fomenta el taponamiento tanto en las líneas secundarias como en las líneas primarias de la red de recolección. En años recientes el fenómeno se ha acentuado hasta el punto en el que la aparición de taponamientos hidrodinámicos de gran longitud ha sido reportada en dichos sistemas. Una configuración de los conductos que es especialmente propensa a inducir la formación de taponamientos hidrodinámicos durante la operación se ilustra en la figura 1.4.

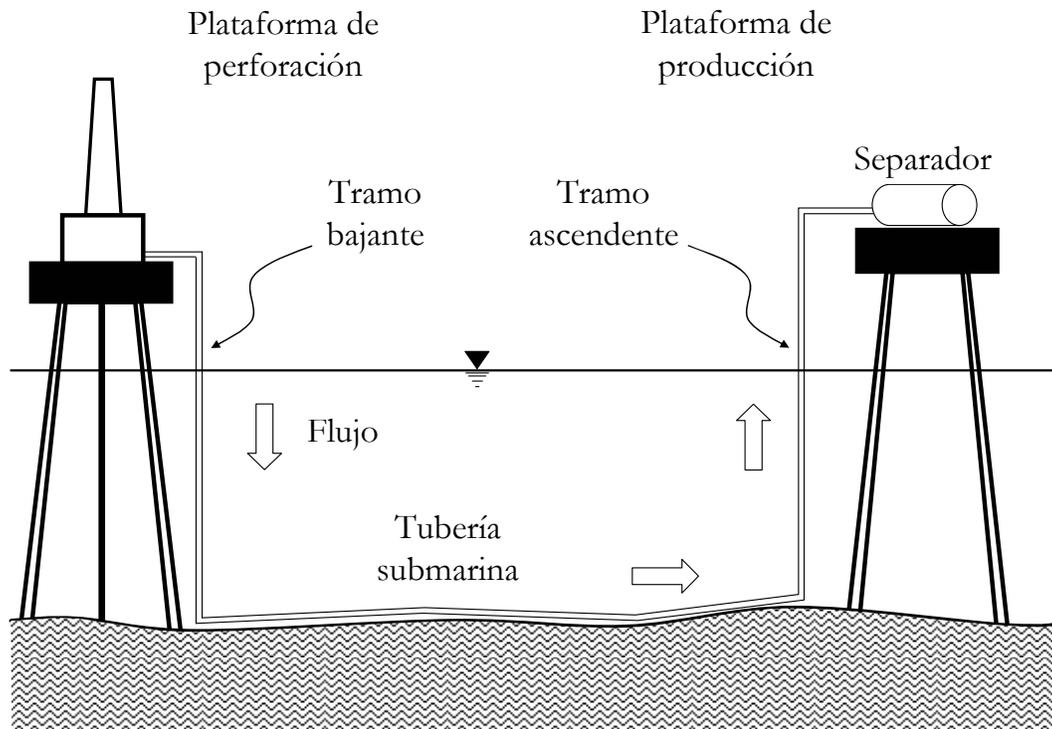


Figura 1.9. Configuración geométrica de conductos que fomenta el taponamiento.

El flujo proveniente del pozo desciende de la plataforma de perforación por un tubo “bajante” a la línea submarina. Tras desplazarse varios kilómetros (de 2 km a 50 km en promedio) el crudo asciende a la batería de separación por medio de un tubo vertical. Típicamente, los tapones formados en la línea miden entre 300 y 700 m de longitud por lo que son sustancialmente más largos que los tubos verticales (con longitudes entre 40 y 75 m). Al tener masas de varias decenas de toneladas y desplazarse con elevadas energías cinéticas, los tapones transfieren cantidades importantes de momento lineal a las tuberías, a las estructuras asociadas y a otros elementos del sistema (p. ej. válvulas, uniones, e internos de los equipos de separación).

Evidentemente la intermitencia del flujo implica, además, el surgimiento de una serie de situaciones desfavorables; se señalan las siguientes: 1) la integridad estructural de las instalaciones se ve comprometida (a causa de sobre-esfuerzos cíclicos); 2) los equipos operan de manera inestable; 3) se incrementa la probabilidad de fallas; 4) disminuye la eficiencia de separación de los productos; 5) se reduce la vida útil de los equipos (incremento de los costos de operación y mantenimiento); 6) hay pérdidas económicas ocasionadas por paros no programados; 7) aumenta el inaceptable el riesgo de pérdida de vidas humanas y de daños ecológicos severos a causa de derrames, conflagraciones, y otros accidentes. Es importante mencionar que estos problemas han sido observados y reportados con anterioridad por otros investigadores (Cfr. Hill y Woods, 1994) y por compañías como British Petroleum.

La imposibilidad de utilizar el sistema real para llevar a cabo los experimentos necesarios para la creación de modelos empíricos es una complicación adicional. La revisión bibliográfica ha revelado que la mayoría de las investigaciones realizadas hasta el momento se han concentrado en el estudio de tapones cuya longitud es menor que la de los tubos verticales ascendentes. Luego, los modelos correspondientes resultan inadecuados para la predicción de los efectos dinámicos producidos por los tapones de mayor tamaño. Tampoco es conveniente “ajustar” una solución existente debido a la elevada sensibilidad del patrón de flujo a los diversos factores que intervienen.

Se sigue de lo anterior que una investigación que atienda los problemas citados puede ser pertinente. El modelo resultante podría ser utilizado para: 1) el pronóstico de problemas potenciales relacionados con la variaciones de la operación; 2) la creación de esquemas de control para la mitigación de los efectos ocasionados por el flujo; 3) la eliminación de soluciones costosas; 4) eliminar el impacto económico ocasionado por la implementación de soluciones inadecuadas; 4) modificar la operación del sistema a fin de elevar los niveles de seguridad.

1.3.2 Objetivos de la investigación

El objetivo fundamental de esta investigación se resume de la siguiente manera: crear un modelo mecanicista basado en principios físicos fundamentales (leyes de conservación) para determinar la hidrodinámica de un flujo intermitente caracterizado por el movimiento de tapones de gran longitud.

Los objetivos específicos para llevar a cabo el estudio son los siguientes: 1) formulación del problema, 2) identificación del mecanismo, 3) realización de las suposiciones y simplificaciones necesarias, 4) derivación de las ecuaciones de movimiento, 5) resolución del sistema de ecuaciones resultante, 6) realización de los experimentos correspondientes en el laboratorio, 7) procesamiento de la información recabada, 8) validación del modelo con los datos experimentales, y 9) realización de las correcciones y modificaciones requeridas.

Otros objetivos que serán satisfechos *a posteriori* incluyen: 1) caracterización de la respuesta del flujo (sensibilidad a variaciones de los parámetros), 2) creación de una herramienta de simulación para la industria que pueda ser utilizada en las áreas de diseño, operación, prevención, mantenimiento, y capacitación de personal, y 3) identificación de potenciales soluciones para la mitigación de los efectos dinámicos.

Capítulo II

Estudios relativos al fenómeno de flujo tapón en sistemas de transporte

2.1 Antecedentes bibliográficos

En este capítulo se hace una revisión de los estudios relativos al transporte de mezclas bifásicas gas-líquido que dan origen a flujos tapón. Son de especial interés por su afinidad con el caso aquí estudiado los fenómenos de flujo con taponamiento en líneas horizontales e inclinadas, de taponamiento inducido por ondulaciones de la línea, de flujo tapón en líneas verticales ascendentes, y el fenómeno de taponamiento severo.

Al final de la sección se revisan, con cierto detalle, dos investigaciones en las que han sido estudiados sistemas de transporte compuestos por una línea horizontal, un tramo vertical ascendente y un separador, por los que circulan taponamientos cuyas longitudes son mucho menores que la altura del tramo vertical ascendente.

2.1.1 Flujos multifásicos en líneas horizontales e inclinadas

Los flujos multifásicos en líneas horizontales e inclinadas han sido ampliamente estudiados mediante la creación de modelos mecanicistas. En la figura 2.1 se muestra el proceso de formación y desarrollo de un tapón en una línea inclinada (con pendiente positiva respecto de la dirección del flujo). En este caso particular el mecanismo de formación de los taponamientos se asocia al crecimiento de ondas inestables (como se discutió en la sección 1.2.4 del capítulo I) en la interfase de un flujo ondulado.

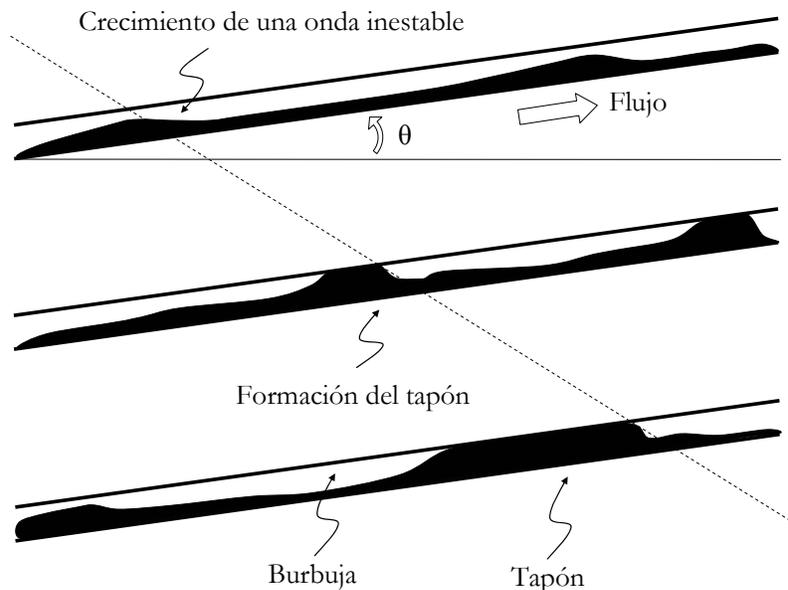


Figura 2.1. Proceso de taponamiento en líneas horizontales e inclinadas.

Taitel y Duckler (1976) produjeron un sofisticado modelo (mecanicista) que permite determinar las transiciones del patrón de flujo en estas condiciones. El modelo requirió la consideración de ecuaciones de conservación individuales para cada campo; se derivaron sendas ecuaciones para el gradiente de presión y se postuló la continuidad de la derivada de presión en la interfase. Este procedimiento permitió combinar ambas ecuaciones en una sola expresión escrita en términos de la fracción volumétrica *in situ* (calculada mediante los parámetros de Lockhart y Martinelli, 1949) del líquido.

En 1986 Barnea publicó un artículo en el que resume y unifica los diferentes métodos para la predicción del patrón de flujo en tuberías inclinadas. El modelo unificado incorpora, a su vez, otros modelos mecanicistas y permite tomar en consideración las propiedades de los fluidos, los flujos volumétricos, las características geométricas del conducto, etc. En principio, dicho modelo es aplicable para cualquier inclinación de la línea y para un amplio rango de diámetros de la tubería; sin embargo, el autor omite referencia alguna a experimentos particulares para determinar la validez general del procedimiento.

Una revisión completa de los diferentes métodos para el estudio de la transición al patrón de flujo intermitente en líneas horizontales fue realizada por Kordyban (1990). Tras la clasificación de los trabajos, hecha en términos de los procesos que conducen a la transición, se señala que el mecanismo fundamental de la transición se debe a inestabilidades de Kelvin-Helmholtz. Después Grolman y colaboradores (1996) desarrollaron una técnica para la predicción de la transición al patrón de flujo intermitente basada en el cálculo de la fracción volumétrica (es decir, el “colgamiento”). En la parte analítica se consideró el flujo de una mezcla bifásica gas-líquido en tuberías de entre 26 y 51 mm de diámetro, e inclinaciones dentro del rango $0.1^\circ - 6^\circ$. Asimismo,

incluyó una parte experimental que sirvió para cotejar las predicciones del modelo con los resultados de laboratorio. Aunque la correspondencia entre la simulación y los datos medidos en la instalación experimental fue buena, se insiste en que estos resultados están limitados a situaciones en las que la evolución de los taponos no se ve influenciada por la existencia de un tramo vertical.

Otro importante estudio experimental fue llevado a cabo por Marcano et al. (1998) con el propósito de obtener nuevas correlaciones para tuberías de 0.076 m de diámetro que permitiesen determinar las fracciones volumétricas (del tapón y la película líquida), las velocidades translacionales, las longitudes, etc. Las correlaciones obtenidas luego fueron comparadas con las ofrecidas por otros investigadores. A pesar de las ventajas de este nuevo método, las correlaciones en que se basa padecen de la misma limitación citada anteriormente: dejan de ser útiles cuando se forman taponos hidrodinámicos largos en presencia de un tramo vertical ascendente.

En su reciente investigación teórica Hong-Quan Zhang et al. (2000) produjeron un modelo para determinar el desarrollo de taponos en sistemas inclinados. Para ello realizaron balances de masa y momento alrededor de una burbuja que fungía como volumen de control. También en este caso el modelo está limitado, exclusivamente, al estudio de sistemas desprovistos de tubos verticales.

2.1.2 El fenómeno de taponamiento inducido por el perfil de la línea

En 1995 De Henau y Raithby publicaron los resultados de sus investigaciones teóricas y experimentales para el estudio del taponamiento inducido por ondulaciones de la línea. A semejanza del fenómeno de taponamiento severo, el mecanismo de formación de taponos se ubica en las partes bajas de los conductos, es decir, en la base de los tramos de ascenso.

La formación de taponos es ocasionada por la pérdida de equilibrio de la interfase gas-líquido. La figura 2.2 ilustra el instante en que la fase gaseosa penetra en la columna de líquido acumulado en la base del primer “valle” de la línea, y también la propagación de la unidad de taponamiento previamente formada.

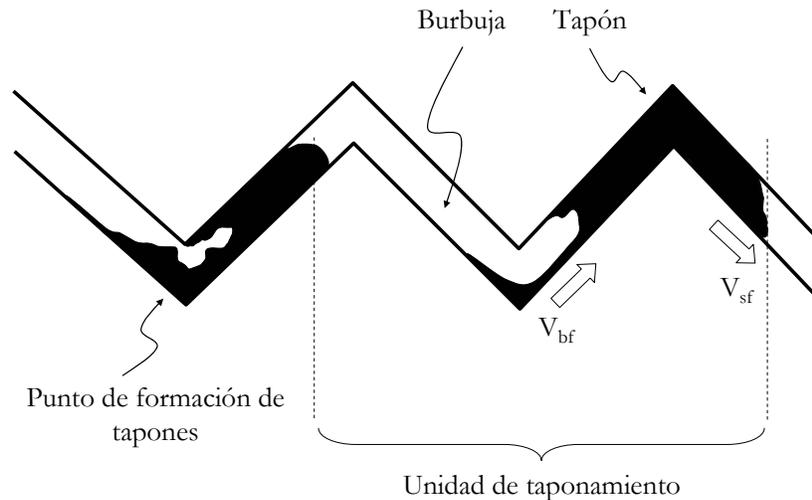


Figura 2.2. Fenómeno de taponamiento inducido por ondulaciones de la línea.

El modelo de De Henau y Raithby (1995) se basa en la aplicación de las ecuaciones de conservación (en su formulación diferencial) en cada campo, y en el establecimiento de condiciones iniciales y de frontera adecuadas. El sistema de ecuaciones fue transformado para obtener una versión discreta en un esquema numérico semi-implícito. Los resultados de las simulaciones mostraron ser muy semejantes a sus propios datos experimentales. No obstante, el modelo no contempla la existencia de tramos ascendentes verticales ni otros elementos (como los equipos de separación) en el extremo de salida. Los autores tampoco discuten los efectos ocasionados por la propagación de las ondas de presión en el extremo de entrada.

Correlaciones adicionales fueron producidas por Hill y Wood (1994) a partir de datos obtenidos en campo para determinar características de los tapones tales como: longitud, frecuencia de producción, velocidad, etc. Como sucede con otras correlaciones las predicciones son válidas únicamente dentro de los rangos experimentales de los parámetros. También se observa que los autores no presentaron ningún modelo específico para cuantificar los efectos —señalados por ellos mismos— producidos por la intermitencia del flujo.

Un estudio posterior realizado por Scott y Kouba (1990) contiene una revisión de técnicas cuantitativas para determinar las características del flujo en este tipo de sistemas. En su artículo los autores ofrecen correlaciones para determinar, entre otros parámetros, las longitudes de los tapones de líquido, las velocidades, la fracción volumétrica de líquido, etc. También se analiza el efecto de la película líquida y se señala, finalmente, la conveniencia de utilizar “isogramas” para establecer la validez de los métodos propuestos para la predicción de los parámetros de flujo. Como en los casos

anteriores, tampoco se proponen métodos de control para la intermitencia hidrodinámica ni se consideran los efectos de la transición a flujo vertical.

En una investigación previa conducida por Scott et al. (1989) se plantearon correlaciones específicas para determinar la longitud de los tapones en sistemas de tuberías de gran diámetro (de 0.41 a 0.61 m). Estas correlaciones se basan en datos recolectados durante las pruebas realizadas en el campo de producción de Prudhoe Bay. Un resultado destacable de este proyecto es la confirmación experimental del incremento de la longitud de los tapones durante su desplazamiento. Cabe mencionar que en el estudio no se ofrece ninguna información respecto del perfil topográfico de la línea utilizada para las pruebas experimentales.

2.1.3 Flujos bifásicos gas-líquido ascendentes en sistemas verticales

Los flujos intermitentes bifásicos (gas-líquido) en sistemas verticales ascendentes también han motivado numerosos estudios especializados. La mayoría de los modelos se derivan a partir de balances de masa y momento lineal alrededor de las burbujas de Taylor (figura 2.3) que se forman en condiciones cuasi-estáticas (es decir, con velocidades de deriva bajas en columnas líquidas suficientemente largas).

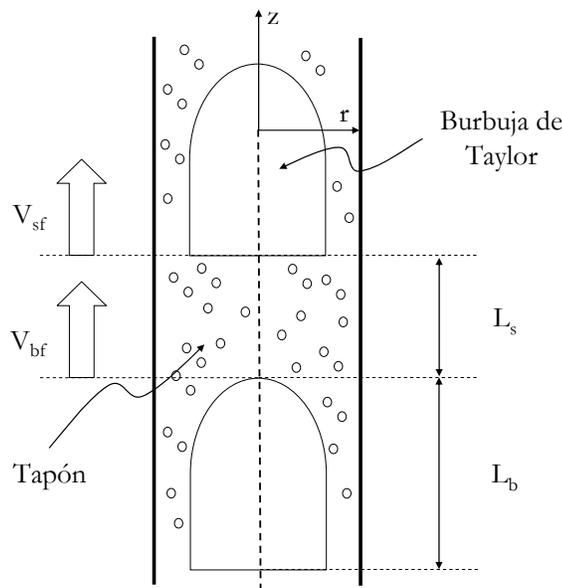


Figura 2.3. Fenómeno de taponamiento en sistemas con flujo vertical ascendente.

Tal es el caso de los trabajos de Clift, Grace, y Sollazo (1974), Fernandes, Semiat, y Duckler (1983), Sylvester (1987) y, más recientemente, Hasan, Kabir, y Srinivasan (1994). Se observa que los sistemas verticales han sido tratados en forma aislada pues los

efectos globales de la hidrodinámica de flujo en el resto del sistema de transporte han sido excluidos de los modelos (p. ej. los efectos del separador, la línea horizontal, etc.).

En el trabajo de Clift et al. (1974) se describe el fenómeno de taponamiento continuo en columnas verticales en las que se generan tapones en puntos cercanos a la base del tubo. El estudio permite predecir la interacción y coalescencia de tapones, e incluye datos experimentales propios. Se hace notar que el modelo fue desarrollado bajo la suposición de la existencia de simetría cilíndrica de las burbujas.

Un modelo más reciente basado en principios fundamentales de conservación fue desarrollado por Fernandes et al. (1983). Los balances de masa y momento fueron aplicados sobre burbujas con simetría axial en condiciones estacionarias, isotérmicas, y de equilibrio. Los autores realizaron experimentos específicos para efectos de validación de modelo y demostraron que existe una buena correspondencia entre los datos experimentales y las simulaciones. Dicho modelo es adecuado para flujos con burbujas de Taylor y permite predecir los parámetros principales del flujo (frecuencias, longitudes, velocidades, colgamientos, etc.).

Por otra parte, el modelo mecanicista de Sylvester (1987) produce resultados con diferencias promedio inferiores al 5% respecto de los datos de campo obtenidos para mezclas bifásicas gas-aceite y gas-agua. El modelo fue creado para la condición de flujo estable y desarrollado en el que persiste la simetría axial de burbujas que se desplazan con la misma velocidad que los tapones de líquido. El posible acoplamiento dinámico entre tapones no es tomado en consideración; tampoco se incorporan los efectos de descarga en la salida de la tubería vertical.

Finalmente, Hasan et al. (1994) investigaron el caso de los flujos a contracorriente de mezclas bifásicas (gas-líquido) en sistemas verticales. La realización del modelo se produjo bajo las mismas hipótesis citadas arriba y su diferencia fundamental estriba en el trabajo experimental. En este caso el líquido es suministrado por la parte superior de la tubería vertical; un flujo estabilizado de aire en la parte inferior produce las burbujas de Taylor.

2.1.4 El fenómeno de taponamiento severo

El fenómeno de taponamiento severo ocurre en sistemas en los que una línea con inclinación negativa (respecto a un plano horizontal) está conectada a un tubo vertical ascendente (como se ilustra en la figura 2.4). Esta configuración geométrica de la línea se presenta comúnmente en sistemas de producción costa-afuera, particularmente en sistemas de aguas profundas.

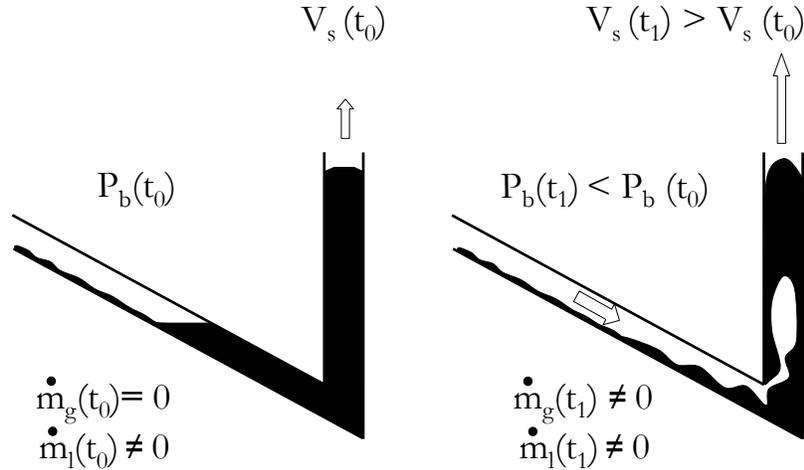


Figura 2.4. Fenómeno de taponamiento severo.

La acumulación del líquido en la parte más baja de la línea hace que el gas en el tramo inclinado se comprima; el incremento de presión empuja el líquido hasta el punto en el que la interfase alcanza el vértice de la unión. En este punto se produce un desequilibrio de fuerzas que, al desestabilizar la interfase, permite la penetración de una parte del gas presurizado hacia el cuerpo de líquido en la columna vertical. El gas que ha penetrado asciende por la columna hidrostática en forma de una burbuja que se desarrolla hasta llegar a la parte superior del tubo. A consecuencia del ascenso de estas burbujas, la columna de líquido se fragmenta formando tapones que son desplazados hacia la parte superior con velocidades sensiblemente elevadas ($V_s \sim 15$ m/s). Se debe recalcar que importantes transferencias de momento lineal tienen lugar entre el flujo y las estructuras que lo confinan (conductos, soportes, etc.) durante el proceso de descarga.

Para entender la naturaleza de este fenómeno Taitel (1985) llevó a cabo un análisis teórico de los procesos interfaciales que dan lugar a la penetración de gas en la columna vertical. Como resultado el autor presentó criterios de estabilidad con los que se puede explicar la ocurrencia cíclica del proceso. Adicionalmente, dichas predicciones teóricas fueron comparadas con los resultados experimentales de Schmidt (1977). Taitel observó, no obstante, que la configuración del aparejo experimental utilizado por Schmidt no permitía un control adecuado de la presión en la parte superior del tramo vertical y que se producía un efecto sifón en el tramo descendente.

Es notable que los métodos de control propuestos por ambos investigadores incluyan el incremento de la presión en la salida, así como el estrangulamiento del flujo. Estos métodos son objetables en virtud de que las sobre-presiones inducidas pueden repercutir en forma adversa en algunos casos; por ejemplo: 1) en sistemas que proveen naturalmente la potencia de bombeo requerida para establecer el flujo (como los sistemas

geotérmicos, yacimientos, etc.), y 2) en sistemas que se aproximan al final de su vida útil (como las redes submarinas de transporte de crudo).

Otro trabajo teórico-experimental de relevancia fue conducido por Fabre et al. (1990) para el estudio del taponamiento severo en sistemas con líneas inclinadas y horizontales conectadas a un tramo vertical ascendente. Este grupo propuso un modelo capaz de predecir las variaciones temporales de la presión, fracción de vacío, flujos volumétricos, y la altura de la columna hidrostática en el tubo vertical, para gastos moderados de gas. Los autores reconocieron que su modelo era incapaz de predecir satisfactoriamente el gradiente de presión en el caso del flujo tapón (o taponamiento convencional como lo llaman ellos).

Una extensión de estas investigaciones fue presentada por Sarica y Shoham (1990). En este trabajo se derivó un modelo simplificado basado en la aplicación de un conjunto separado de ecuaciones para la línea y el conducto vertical. Las predicciones teóricas fueron comparadas con los resultados experimentales producidos por otros investigadores, mostrando una buena coincidencia para este tipo de proceso.

2.1.5 Flujos tapón en sistemas con línea horizontal-tramo ascendente vertical-separador

Existen dos investigaciones directamente relacionadas con el fenómeno de flujo tapón en sistemas que incluyen una línea horizontal, un tramo vertical y un separador. En la primera de ellas se llevó a cabo un estudio experimental, mientras que en la segunda se realizó un análisis teórico. Como se explica a continuación, dichos trabajos fueron orientados al estudio de aspectos muy específicos de la dinámica de flujo por lo que otros efectos quedaron desatendidos.

Z. Schmidt y colaboradores (1981) llevaron a cabo experimentos con un flujo bifásico de taponamientos normales en un sistema como el que se esquematiza en la figura 2.5.

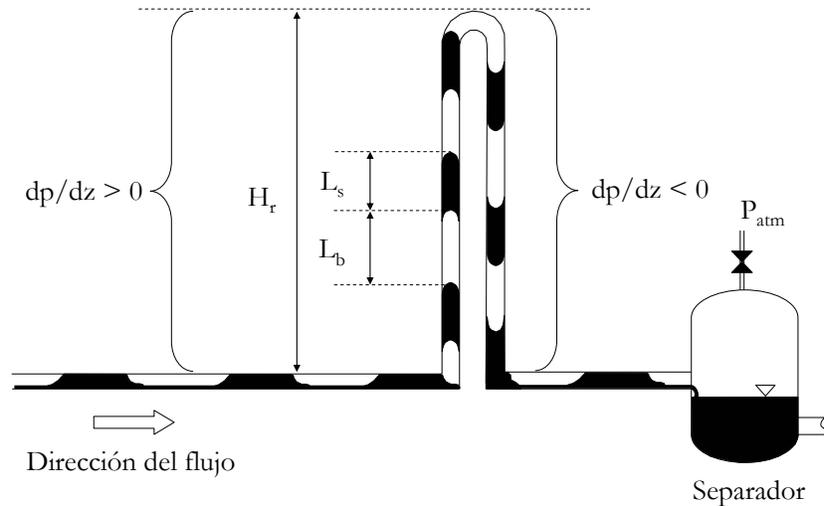


Figura 2.5. Esquema del sistema experimental de Schmidt et al. (1981).

Según la descripción de los autores la sección de prueba estaba constituida por una línea horizontal de 0.0508 m (2 pulgadas) de diámetro y 30.4 m (100 pies) de longitud (provista con un dispositivo para variar la inclinación), un tramo ascendente vertical de 15.2 m (50 pies) de altura y un separador. Por la sección de pruebas se hizo circular una mezcla de keroseno y aire a fin de producir tapones hidrodinámicos.

Debe hacerse hincapié en que los tapones generados tenían longitudes menores que la longitud del tramo vertical ascendente ($L_s < 35 d$); las longitudes máximas reportadas para los tapones totalmente desarrollados representan entre el 12% y el 16% de la longitud del tramo vertical. También es importante hacer notar que el tramo vertical estaba conectado, en forma continua, a un tubo “descendente” que llegaba al tanque separador. Esto permite suponer que el flujo en ese tramo produjo una carga hidráulica negativa que influyó en el resto de la sección de prueba. Además los autores indicaron que el tanque separador se encontraba a la misma altura que la línea horizontal, y no dejaron claramente establecido que la presión en su interior haya sido controlada durante la operación del sistema (aunque una válvula de alivio mostrada en el diagrama sugiere que así fue).

Con los datos obtenidos en los experimentos Schmidt y colaboradores ajustaron una serie de curvas a fin de producir correlaciones que permitiesen estimar los períodos de residencia de las unidades de taponamiento en el tramo ascendente. También obtuvieron correlaciones para las fracciones de vacío en el cuerpo de los tapones, de la película líquida y de las “burbujas de Dumitrescu” formadas en el interior de la sección de prueba. Por otro lado derivaron, mediante balances locales de masa, expresiones para el cálculo de las velocidades superficiales de las fases y la velocidad de la mezcla.

Con los valores estimados de las velocidades y de los períodos de residencia, las longitudes de taponos (y burbujas) podían ser determinadas inmediatamente. Llama la atención que durante la operación hayan sido observadas transiciones entre el patrón de taponamiento y el patrón de flujo anular sin pasar por el patrón de flujo agitado; más aún, los mapas de patrones de flujo que ofrecen carecen de una zona de definición para el flujo agitado.

Se concluye que el estudio está limitado para el caso de taponos cortos bajo la influencia de un flujo descendente. Por otra parte, a pesar de las semejanzas que hay entre la instalación de Schmidt et al. y la que se detalla en el capítulo V, es evidente que ambos sistemas experimentales tienen configuraciones geométricas, enfoques operativos y propósitos, distintos.

La investigación teórica llevada a cabo por Miyoshi et al. (1988) estuvo orientada, principalmente, a la determinación de los efectos producidos por el flujo tapón en la operación del separador (figura 2.6).

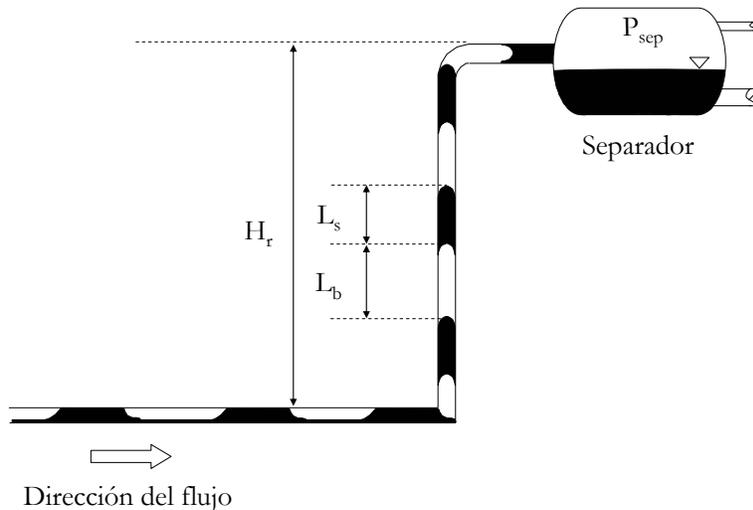


Figura 2.6. Esquema del caso tratado por Miyoshi et al. (1988.)

El propósito del estudio fue el de predecir correctamente los flujos (de líquido y de gas) en la entrada del separador con el objeto de desarrollar un método de diseño y optimización del tanque, sus elementos internos y los equipos asociados. No se llevó a cabo ningún experimento en condiciones controladas de laboratorio y los parámetros utilizados para la caracterización del flujo fueron estimados a partir de las correlaciones de Prudhoe Bay.

El modelo propuesto se elaboró mediante la aplicación del principio de conservación de momento lineal y permite conocer los efectos de la dinámica del flujo

tanto en la línea como en el tramo ascendente vertical; también se derivaron ecuaciones para estimar las variaciones de presión en las burbujas de gas. Por medio de balances de masa en la entrada del separador se obtuvieron ecuaciones para los gastos y las velocidades de ambas fases. Posteriormente, el modelo de la línea-tramo ascendente vertical fue acoplado a un modelo para el separador. En el interior del separador se definió la condición de conservación de masa para estimar los volúmenes de cada fase. Las variaciones de presión se calcularon con las expresiones para los flujos volumétricos de líquido y gas a través de las líneas de descarga. Asimismo, se tomaron en consideración las pérdidas en los accesorios y en la línea de descarga, y se utilizaron criterios específicos para determinar la condición de operación crítica de las válvulas. La utilidad del modelo en el diseño del separador quedó establecida por medio de una serie de ejemplos.

Como se indicó previamente, en estos dos trabajos han sido omitidos algunos aspectos importantes que deben ser atendidos puntualmente: 1) no hay pruebas de laboratorio para el caso en que los tapones son más largos que el tramo vertical, 2) no se consideraron los efectos de descarga de los tapones, 3) no se consideraron los efectos dinámicos en el resto del sistema (p. ej. la propagación de ondas de presión), 4) no se explicó la influencia de la película líquida.

Capítulo III

Modelo matemático

3.1 Formulación del problema

La configuración del problema analizado se ilustra en la figura 3.1. Se trata de un sistema compuesto por una línea horizontal, un tramo vertical ascendente y un separador de tres etapas (que opera con presión constante), por el cual fluye una mezcla bifásica gas-líquido.

La mezcla bifásica, constituida por agua y aire, ingresa en la entrada de la línea horizontal y circula a lo largo del sistema hasta llegar al separador trifásico situado en el extremo de salida. En algún punto alejado de la base del tramo ascendente vertical, el flujo experimenta una transición y adquiere el patrón de flujo intermitente. La formación de estos tapones puede deberse a la hidrodinámica del flujo, al perfil de la línea, o algún otro mecanismo como se ha discutido anteriormente (Cfr. capítulo II). En líneas horizontales suficientemente largas, los tapones de líquido se desarrollan y pueden alcanzar longitudes que superan la altura del tramo vertical ascendente ($L_s > H_v$).

El conducto vertical se encuentra conectado a un tramo horizontal de salida que conduce el flujo a un separador localizado a su misma altura. Dicho separador está diseñado para mantener una presión constante en su interior durante el ciclo operativo (a pesar de las variaciones volumétricas instantáneas producidas por la intermitencia del flujo). Los flujos de masa de ambas fases son conocidos y permanecen constantes durante la operación.

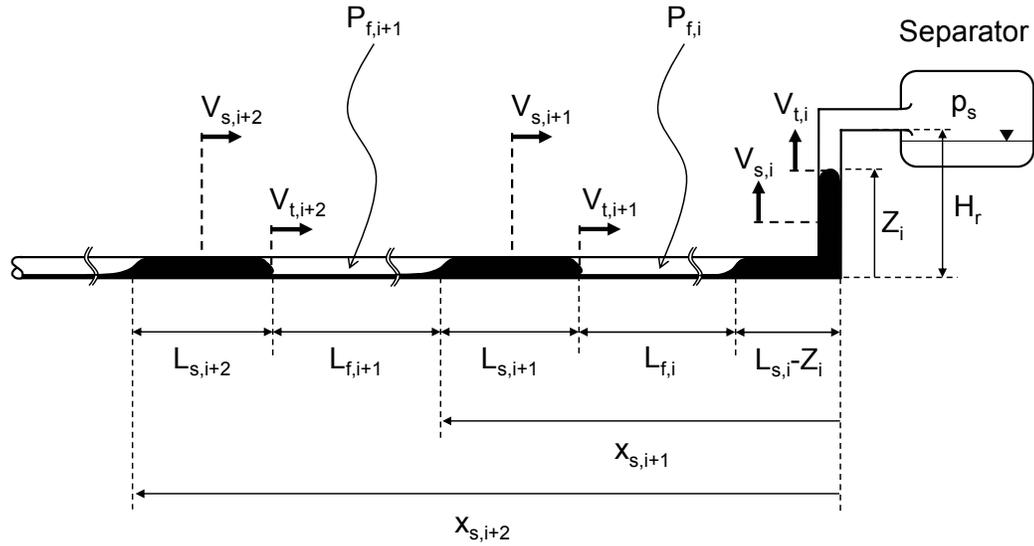


Figura 3.1. Configuración del sistema de transporte y configuración del flujo.

Inicialmente los pequeños tapones formados cerca de la entrada se disipan y coaginan con otros tapones vecinos dando lugar a estructuras más estables y de mayor tamaño ($L_s/d > 30$). Mientras que la tasa de crecimiento de los tapones recién formados disminuye, sus velocidades se incrementan considerablemente debido a las variaciones de la presión en el interior de las burbujas que se encuentran detrás de ellos. La presencia del tramo vertical naturalmente afecta el desplazamiento de los tapones pues ocasiona una sobre-presión adicional.

El avance de los tapones continúa hasta llegar al tramo vertical, donde comienzan su ascenso al separador. A la secuencia tapón-burbuja se le ha denominado anteriormente como “unidad de taponamiento”. En la presente formulación ampliamos este concepto para incluir a la película de líquido que acompaña a las burbujas.

La circulación de las unidades de taponamiento ocasiona una variación local intermitente de los gastos como se muestra en la figura 3.2. Queda claro que el estado transitorio del flujo promueve la aparición de importantes picos en el gasto de ambas fases.

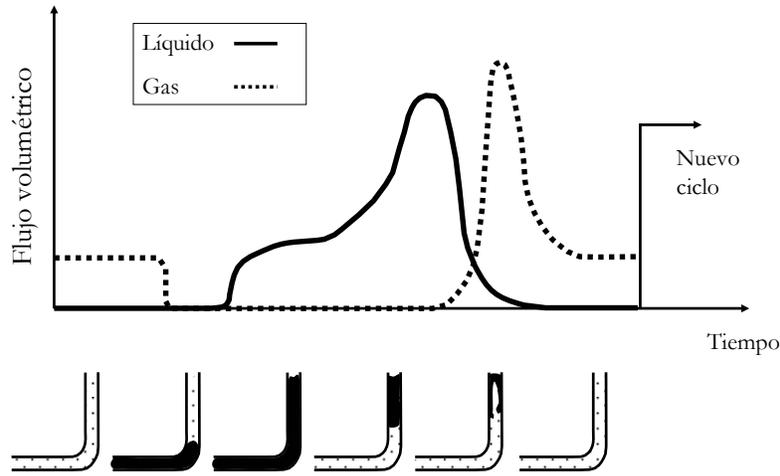


Figura 3.2. Flujos volumétricos en el tramo vertical ascendente (BP, Forties Manual).

La fuerza motriz que impulsa a las unidades de taponamiento se debe a la diferencia de presiones que existe entre las caras anterior y posterior de los tapones. En la interfase líquido-pared se encuentran permanentemente activas las fuerzas de fricción, principales responsables de la disipación de energía. Las pérdidas irreversibles en la interfase gas-pared son mucho menores que las anteriores y pueden ser simplemente ignoradas.

La acción gravitatoria sobre el flujo (concretamente sobre las masas de líquido) es, sin duda alguna, la influencia externa más importante de todas. La fuerza de gravedad actúa sobre aquella porción de líquido que se encuentra dentro de la sección vertical. Esto causa una desaceleración súbita de la unidad de taponamiento. Cuando la máxima carga hidrostática es alcanzada, la energía cinética inicial (de los tapones) puede ser insuficiente para superar el “tirón gravitacional” (en algunos casos se ha observado que la velocidad puede hacerse incluso negativa). En estas circunstancias, un tapón puede oscilar dentro del tubo vertical hasta que el incremento de presión en la burbuja que lo impulsa (ocasionada por los efectos inerciales del resto de los tapones) lo obliga a ascender.

La descarga de los tapones se debe a la combinación de dos procesos cuya manifestación externa es el “disparo” de los remanentes del líquido hacia el separador. El primero de ellos se debe a la rápida disminución de la carga hidrostática; el segundo se debe a la presión remanente en las burbujas de gas (generada durante el ascenso del tapón).

También tienen lugar fuertes pérdidas por fricción ocasionadas por la rápida expansión del gas que impulsa el tapón fuera del sistema. Particularmente durante los últimos instantes la fase gaseosa fluye con elevadas velocidades superficiales y fragmenta

el cuerpo del tapón. En este punto la fase líquida se comporta como una obstrucción para el gas que tiende a rebasarlo rápidamente y generando enormes esfuerzos cortantes en la interfase.

La suma de los procesos anteriores induce la propagación de ondas de presión a través del sistema hasta alcanzar la entrada del conducto horizontal; eventualmente, estas ondas repercuten adversamente en las condiciones que allí prevalecen.

3.2 Simplificaciones consideradas para el desarrollo del modelo matemático

La representación de un fenómeno físico a través de un modelo matemático requiere de una serie de simplificaciones y suposiciones. Aunque en este estudio se ha pretendido incluir todos los factores relevantes para la descripción fidedigna del fenómeno, otros secundarios han tenido que ser omitidos por necesidad.

En primer lugar se postula la existencia de la condición de equilibrio termodinámico; esto permite definir el estado energético que guarda el sistema macroscópico mediante el uso de coordenadas termodinámicas independientes. De esta manera otras propiedades de las sustancias (p.ej. la viscosidad, la densidad, etc.) quedan determinadas por cualesquiera dos de ellas.

Asimismo, han sido despreciados los gradientes de temperatura en todo el dominio y en todo momento. Ello supone una enorme ventaja desde el punto de vista de modelado pues la ecuación de la energía se desacopla del sistema de ecuaciones. También se sugiere en la figura 3.1 que no existen interacciones energéticas externas adicionales (trabajo y calor) por lo que la ecuación de la energía se hace innecesaria.

Por otro lado se considera que el flujo con patrón de taponamiento hidrodinámico puede desarrollarse en los términos expuestos por Scott (1990): las longitudes de taponamiento crecen a medida que éstos se desplazan por el sistema hasta adquirir valores aproximadamente constantes. Cuando el flujo alcanza esta condición se dice que los taponamientos están desarrollados y es posible obtener mediciones razonables de las longitudes promedio.

Cuando el flujo se ha desarrollado las transferencias de masa entre fases son estacionarias; esto quiere decir que el intercambio de gas y líquido entre las burbujas y los taponamientos se equilibra y las fracciones de vacío permanecen aproximadamente constantes.

También se puede suponer que la frecuencia de generación de taponamientos quedará determinada por los factores anteriores y por la dinámica global del flujo (una vez que ésta haya sido calculada al resolver las ecuaciones).

Los gastos volumétricos requeridos en la entrada para producir el flujo tapón pueden ser determinados a partir de un mapa de patrones de flujo apropiado (por ejemplo, el mapa modificado de Baker de la figura 3.3).

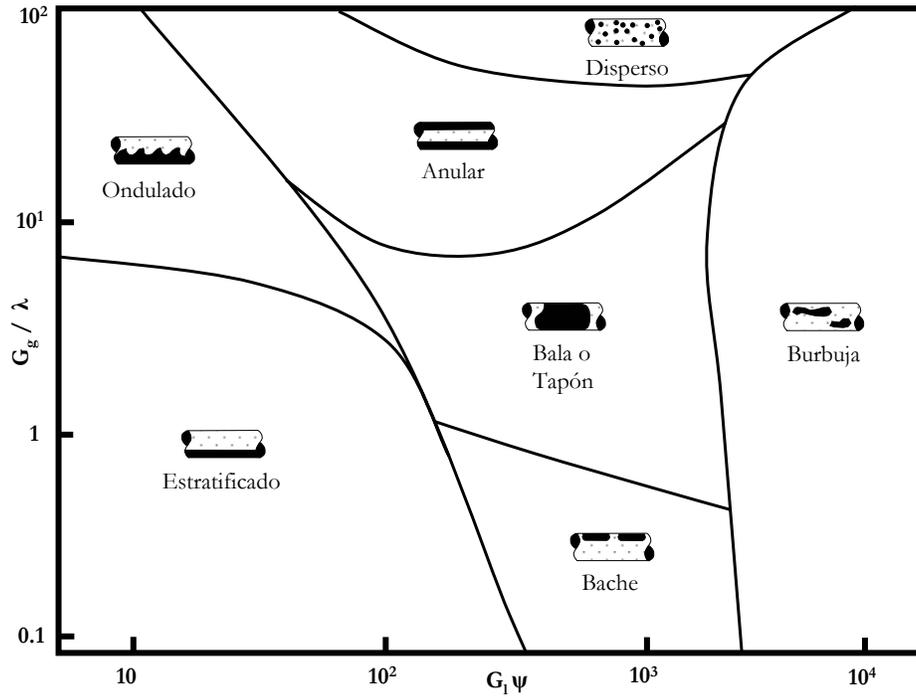


Figura 3.3. Mapa de patrones de flujo de Baker (modificado por Bell et al.).

Las coordenadas del mapa de Baker están definidas por las velocidades másicas superficiales de ambas fases

$$G_g \triangleq \frac{\dot{m}_g}{A} \quad , \quad G_l \triangleq \frac{\dot{m}_l}{A}$$

y los parámetros:

$$\lambda \triangleq \left[\left(\frac{\rho_g}{\rho_{aire}} \right) \left(\frac{\rho_l}{\rho_{agua}} \right) \right]^{1/2} \Rightarrow \lambda_{aire} \equiv 1 \quad (@ T = 20^\circ C, P = 1 \text{ bar}),$$

$$\psi \triangleq \left(\frac{\sigma_{agua-aire}}{\sigma} \right) \left[\left(\frac{\mu_l}{\mu_{agua}} \right) \left(\frac{\rho_{agua}}{\rho_l} \right)^2 \right]^{1/3} \Rightarrow \psi_{agua} \equiv 1 \quad (@ T = 20^\circ C, P = 1 \text{ bar}).$$

En la región de régimen intermitente las velocidades de la fase líquida son superiores que las del gas entre 2 y 3 órdenes de magnitud. Durante la operación del sistema las velocidades de ambas fases oscilan de tal manera que el flujo permanece dentro de esta zona.

Por último caben los siguientes dos comentarios adicionales: primero, las torcas externas sobre los cuerpos de líquido son muy pequeñas y pueden ser ignoradas (ello permite descartar la ecuación correspondiente); segundo, únicamente los valores promedio de las variables de interés (velocidad, presión, frecuencia, etc.) son relevantes desde el punto de vista de la descripción del fenómeno.

La primera condición hace innecesario el uso de la ley de conservación de momento angular. La segunda implica que las fluctuaciones (aleatorias) de los parámetros de flujo obligan a hacer consideraciones de tipo estadístico (como se establece en el capítulo VI).

3.3 Condiciones iniciales y condiciones de frontera

La definición de condiciones iniciales y de frontera apropiadas constituye una parte fundamental de la formulación del problema. Inicialmente se considera que el sistema contiene tres tapones (con sus respectivas burbujas) en el interior de la línea horizontal. Dichos tapones están distribuidos uniformemente a lo largo del tubo y el primero de ellos se localiza en la base del tramo vertical ascendente (figura 3.4).

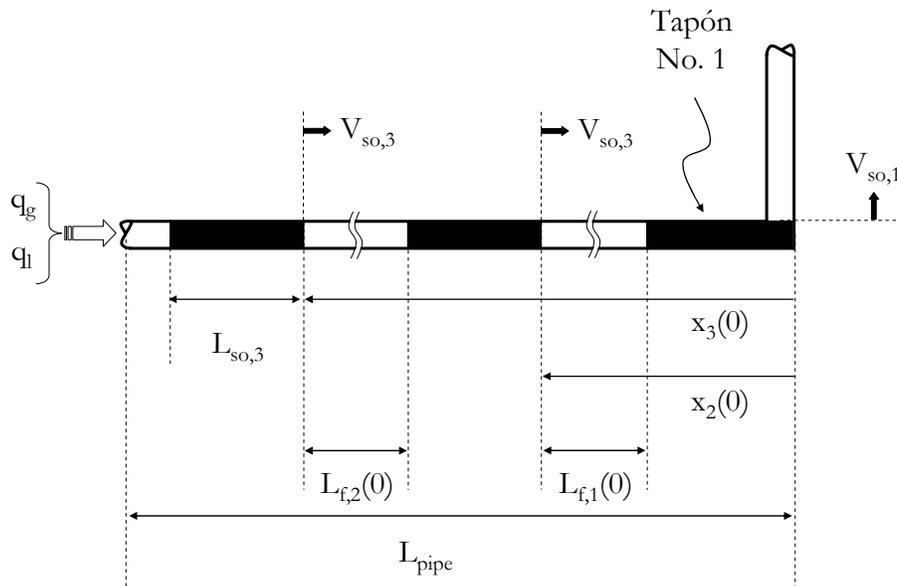


Figura 3.4. Condición inicial del sistema ($t = 0$ s).

3.3.1 Condiciones iniciales

Las longitudes iniciales de las burbujas quedan definidas en función de las posiciones relativas de los taponos distribuidos a lo largo de la línea:

$$L_{f,i} \Big|_{t=0} = x_{i+1} \Big|_{t=0} - x_i \Big|_{t=0} - L_{s,i}.$$

Las unidades de taponamiento (taponos más burbujas) comienzan desplazándose con velocidades cercanas a la velocidad promedio estimada para este régimen de flujo:

$$V_{s,i} \Big|_{t=0} = V_{s0} = V_m,$$

donde V_m es la velocidad de la mezcla: $V_m = V_{sl} + V_{sg}$. Por otra parte, el colgamiento inicial en el cuerpo de los taponos se calcula con base en una correlación apropiada; su valor se mantiene fijo para tiempos posteriores:

$$H_{s,i} \Big|_{t=0} = H_{s,i}.$$

El colgamiento de la película líquida se calcula en cada paso iterativo; a esta variable le es asignado un valor constante en el comienzo

$$H_{f,i} \Big|_{t=0} = H_{f0}.$$

3.3.2 Condiciones de frontera

En la entrada de la línea se establecen flujos volumétricos constantes para el gas y el líquido que conforman la mezcla bifásica (ver figura 3.4):

$$q_g = AV_{sg},$$

y

$$q_l = AV_{sl}.$$

En el extremo de salida se fija una presión constante para el separador:

$$P_s = P_{atm}.$$

Es importante subrayar que las condiciones de frontera permanecen constantes durante la integración numérica. No obstante, los flujos de masa y la presión en los separadores de sistemas reales varían continuamente con el tiempo. Más aún, los pulsos de presión generados por el movimiento de los taponos modifican los gastos y presiones

en las fronteras del sistema. Por tanto un modelo refinado debe incluir las posibles variaciones de estos parámetros a fin de mejorar las predicciones de las simulaciones.

3.4 Modelo de la línea

El modelo lagrangiano precisa de la aplicación de las ecuaciones de conservación de masa y momento lineal a cada uno de los tapones de manera independiente. Cada uno de estos elementos es considerado como un subsistema y es delimitado por un volumen de control adecuado, tal como se ilustra en la figura 3.5.

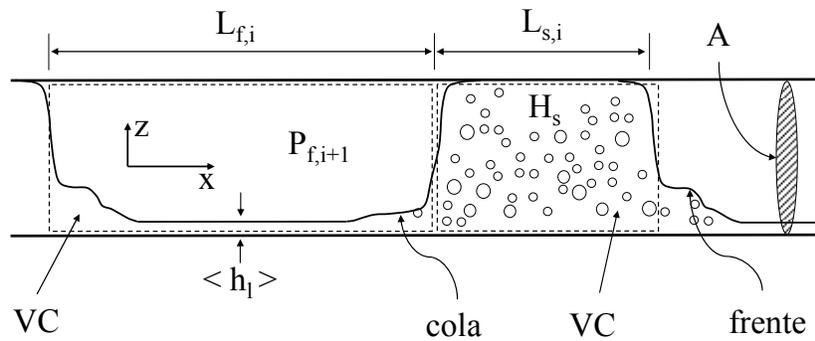


Figura 3.5. Volúmenes de control para tapones y burbujas (descripción lagrangiana).

Dado que la superficie de control es impermeable —pues por hipótesis se ha supuesto que el flujo se ha desarrollado— la ecuación de continuidad para el tapón “i+1” dentro de la línea horizontal se reduce simplemente a:

$$\frac{dm_{s,i+1}}{dt} = \frac{d}{dt}(\rho_l H_s \nabla_{s_0})_{i+1} = 0 \Rightarrow m_{s,i+1} = \rho_{s,i+1} A L_{s_0,i+1}. \quad (3.1)$$

En la expresión anterior se ha utilizado $\rho_s = \rho_l H_s$ para simplificar las expresiones.⁴ Se hace notar que en un caso más general se debe remover la restricción de flujos de masa a través de la superficie de control para obtener un balance más exacto.

La ecuación de movimiento correspondiente se puede derivar a partir de la segunda ley de Newton

$$\frac{d^2 (m_s \vec{x})_{i+1}}{dt^2} = \sum_{k=1}^p \vec{F}_k^{ext} \quad (3.2)$$

aplicada al líquido encerrado en el volumen de control; la situación dinámica general para un flujo axial (1-D) se ilustra en la figura 3.6.

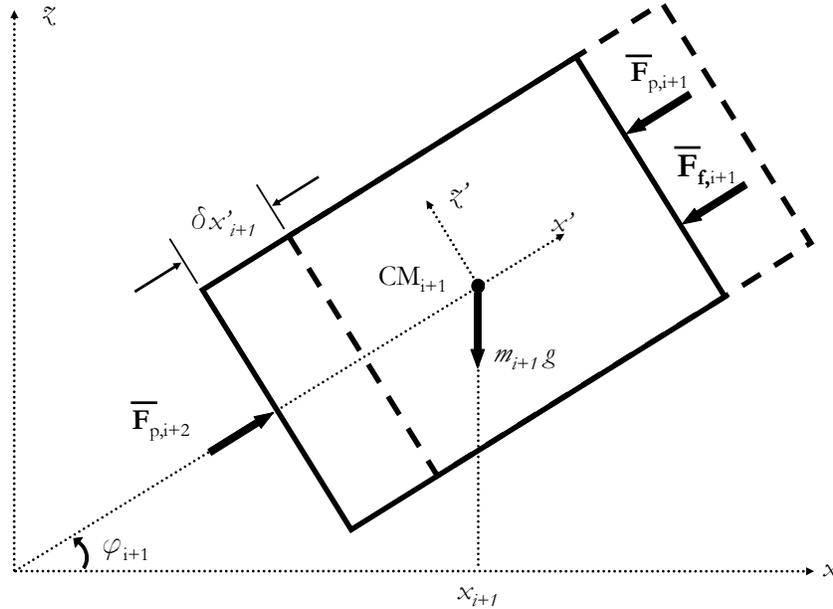


Figura 3.6. Condición de fuerzas externas (diagrama de cuerpo libre de un tapón en un tramo inclinado).

Tras incluir las fuerzas externas que actúan sobre la masa de líquido y desarrollar la expresión (3.2), se tiene

$$m_{s,i+1} \ddot{x}_{i+1}(t) = F_p(t)_{i+2} - F_p(t)_{i+1} - m_{s,i+1} g \text{ Sen } \varphi_{i+1} - F_f(t)_{i+1}. \quad (3.3)$$

Mediante la introducción del cambio de variable

⁴ H_s representa la fracción volumétrica de líquido; su complemento es la fracción de vacío en el cuerpo del tapón: $\alpha \triangleq 1 - H_s$.

$$V_s(t)_{i+1} = \frac{dx_{i+1}}{dt} \quad (3.4)$$

se reduce el orden de la ecuación (3.3), quedando ésta convenientemente expresada en términos de la velocidad del tapón:

$$m_{s,i+1} \frac{dV_s(t)_{i+1}}{dt} = F_p(t)_{i+2} - F_p(t)_{i+1} - m_{s,i+1} g \text{Sen } \varphi_{i+1} - F_f(t)_{i+1}. \quad (3.5)$$

Las fuerzas de presión y de fricción (de la masa líquida con la pared) pueden ser escritas, por su parte, en función de variables fundamentales:

$$F_p(t)_{i+2} = AP_f(t)_{i+2}, \quad (3.6)$$

$$F_p(t)_{i+1} = AP_f(t)_{i+1}, \quad (3.7)$$

y

$$F_f(t)_{i+1} = \sigma_{i+1} \tau_{i+1} = f_{L,i+1} \frac{\pi d L_{s,i+1} \rho_s V_s(t)_{i+1}^2}{2}; \quad (3.8)$$

en (3.8), σ_{i+1} es aquella parte de la superficie de control sobre la cual actúan los esfuerzos cortantes debidos al contacto con la pared del tubo. Las relaciones (3.1) y (3.3) pueden ser combinadas y arregladas para producir una versión de la ecuación de movimiento que influye todas las variables fundamentales de interés

$$\frac{dV_s(t)_{i+1}}{dt} = \frac{1}{\rho_s L_{s,i+1}} [P_f(t)_{i+2} - P_f(t)_{i+1}] - g \text{Sen } \varphi_{i+1} - \frac{2}{d} f_{L,i+1} V_s(t)_{i+1}^2. \quad (3.9)$$

La ecuación de movimiento para tapones que se desplazan a lo largo de una línea compuesta exclusivamente por secciones horizontales constituye un caso particular de la expresión anterior ya que desaparece el efecto gravitatorio

$$\frac{dV_s(t)_{i+1}}{dt} = \frac{1}{\rho_s L_{s,i+1}} [P_f(t)_{i+2} - P_f(t)_{i+1}] - \frac{2}{d} f_{L,i+1} V_s(t)_{i+1}^2. \quad (3.10)$$

Para el cálculo del coeficiente de fricción es preferible una fórmula explícita que evite la tediosa tarea de implementar una rutina numérica de iteración; en este caso se ha propuesto el uso de (Zigrang y Sylvester, 1985):

$$f_{L,i+1}^{-1/2} = -2 \log \left[\frac{2\varepsilon/d}{3.7} - \frac{5.02}{\text{Re}_{i+1}} \log \left(\frac{2\varepsilon/d}{3.7} + \frac{13}{\text{Re}_{i+1}} \right) \right], \quad (3.11)$$

que produce un error menor al 2% en la región de flujo turbulento.

La fracción volumétrica de líquido, H_s , es un parámetro que influye (a través de la densidad local en el cuerpo del tapón) en la evolución dinámica del flujo. Sin embargo, el proceso de intercambio de gas en el frente vortical de mezclado es un fenómeno muy complejo y altamente no-lineal. Este proceso depende fundamentalmente de la participación de los efectos gravitatorios, de tensión superficial, de fricción, de flotación, y de coalescencia. A consecuencia de ello el valor numérico de H_s es normalmente calculado mediante algún método empírico; por ejemplo: Gregory et al. (1978), Malnes (1982), Freschneider (1983), Barnea y Brauner (1985), y Andreussi y Bendiksen (1989)⁵.

La correlación de Marcano et al. (1998) para líneas horizontales con diámetros de 78 mm resulta conveniente porque está expresada en función de la velocidad de la mezcla:

$$H_s = \frac{1}{1.001 + 0.0179V_m + 0.0011V_m^2}. \quad (3.12)$$

Al cotejar la predicción de la correlación con las observaciones hechas en el laboratorio se obtienen errores relativos cercanos al 5% en la estimación de este parámetro. En el caso de tener líneas inclinadas se puede recurrir a la correlación de Gómez et al. (2000) (para ángulos de hasta 1.57 rad), o la correlación de Abdul-Majeed (2000) (para ligeras inclinaciones). Ambas correlaciones han sido contrastadas con abundante información experimental mostrando una exactitud razonable.⁶

La naturaleza aleatoria del proceso de formación de los tapones ha suscitado, por otra parte, la realización de numerosos estudios para su caracterización estadística. Entre las correlaciones más comunes se encuentran las de Duckler y Hubbard (1975), Nicholson et al. (1978) y Andresussi et al. (1988).

Para el caso concreto de sistemas horizontales que transportan mezclas bifásicas agua-aire en líneas con diámetros de 78 mm, Manolis (1995) propone que la longitud promedio de los tapones se desarrolla dentro del rango⁷

$$10d \leq \langle L_s \rangle \leq 25d; \quad (3.13)$$

sin embargo, los valores observados en este estudio se ajustan mejor con la predicción de Barnea y Brauner (1985):

⁵ Vid. **Ongba-Essama, C.**, *Numerical Modelling of Transient Gas-Liquid Flows (Application to Stratified & Slug Flow Regimes)*, PhD Thesis, Cranfield University, School of Engineering, Applied Mathematics and Computing Group, 2004, pp. 184-185.

⁶ *Ibid.*, pp. 196-197.

⁷ *Loc. cit.*

$$\langle L_s \rangle \sim 32d. \quad (3.14)$$

En el capítulo V (Programa experimental) se da cuenta de la dispersión estadística de las longitudes de los tapones y de otras variables medidas.

Finalmente, en relación con el cálculo del término de fricción también es pertinente hacer algunos comentarios adicionales. Una estimación más exacta de las pérdidas irreversibles se puede hacer si se considera la fracción de vacío en el interior del cuerpo del tapón⁸. En desarrollos más detallados usualmente se parte de modelos de dos fluidos (escribiendo ecuaciones de balance simplificadas para la mezcla) y especificando leyes de evolución para los desequilibrios mecánicos y el equilibrio térmico de fases (a través de la entalpía de saturación):

$$\alpha = \alpha(x, p, \dots); \quad h_G = h_G(p)_{sat}, \quad h_L = h_L(p)_{sat}.$$

Estos métodos incluyen a las correlaciones de: 1) Lockhardt-Martinelli, 2) Martinelli-Nelson; 3) Armand-Treschev, y 4) Baroczy.⁹ En este estudio se ha preferido utilizar la correlación de McAdams et al. (1942) que pondera el factor de fricción en términos de los volúmenes específicos, v , y las viscosidades absolutas μ . De esta manera, el factor de fricción que aparece en (3.9) o (3.10) queda expresado como

$$f_{fp,i+1} = f_{l,i+1} \left[1 + \chi \frac{(v_g - v_l)}{v_l} \right] \cdot \left[1 + \chi \frac{(\mu_l - \mu_g)}{\mu_l} \right]^{-1/4}; \quad (3.15)$$

el factor de fricción de la fase líquida, $f_{l,i+1}$, se calcula nuevamente con la fórmula de Zigrang y Silvester, (3.11) para una calidad χ conocida.

⁸ En la aproximación de “flujo homogéneo” existen diferentes tratamientos que incluyen, por ejemplo: 1) factor de fricción constante para el caso de flujos anulares dispersos con películas delgadas donde el fluido se dispersa en forma de pequeñas gotas; también se puede incluir el caso del fenómeno de “flasheo” de líquidos a bajas presiones; 2) factor de fricción monofásico para flujos bifásicos de muy baja (alta) calidad en el que el flujo de masa del líquido (gas) es aproximadamente igual al flujo de masa total de la mezcla; 3) factor de fricción bifásico que requiere de una ley de fricción turbulenta (p.ej. Blasius), con base en una viscosidad equivalente y la velocidad de masa total, “G”, de la mezcla:

$$f_{eq} = f_{eq}(\text{Re}_{eq}), \quad \text{Re}_{eq} = \frac{GD}{\mu_{eq}}.$$

Asimismo, se puede recurrir a modelos muy simples para las viscosidades equivalentes como en el caso de Owens (1963) y Duckler et al. (1964). También existen fórmulas de mayor complejidad como las de Ishii y Zuber (1979). *Vid.* Bergels A. E. et al., *Two-Phase Flow and Heat Transfer in the Power and Process Industries*, Hemisphere Publishing Corporation, 1981, pp. 103 a 105.

⁹ *Op. cit.*, p. 105 *et seqq.*

3.5 Modelo de flujo en el tramo ascendente vertical

La ecuación (3.9) puede especializarse para describir el movimiento de los tapones en el tramo vertical (flujo ascendente). En la figura 3.7 se muestra un esquema del volumen de control requerido para el “i-ésimo” tapón de líquido que comienza su ingreso en el tubo vertical.

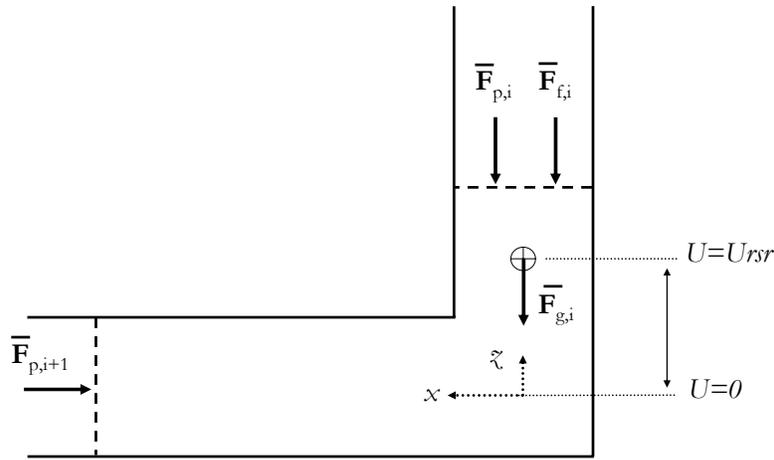


Figura 3.7. Condición de fuerzas externas para un tapón en el tramo vertical.

Las fuerzas externas que participan en este proceso son las mismas que se identificaron previamente en el caso de la línea inclinada. El cambio de dirección del flujo implica que la acción de la fuerza de la gravedad actúa exclusivamente sobre aquella porción del tapón que se ha elevado sobre el nivel de referencia (situado por conveniencia en la base del tramo vertical). El término gravitatorio debe modificarse en consecuencia.

La aplicación de la segunda ley de Newton a este tapón conduce a la expresión general

$$\rho_s A L_{s,i} \frac{dV_s(t)_i}{dt} = F_p(t)_{i+1} - F_p(t)_i - g \rho_s A z_{s,i} - F_f(t)_i. \quad (3.16)$$

Si se incorporan las definiciones particulares para las fuerzas que aparecen en la expresión, se obtiene:

$$\frac{dV_s(t)_i}{dt} = \frac{1}{\rho_s L_{s,i}} [P_f(t)_{i+1} - P_f(t)_i] - g \frac{z_{s,i}}{L_{s,i}} - \frac{2}{d} f_{L,i} V_s(t)_i^2. \quad (3.17)$$

Una ecuación especial debe ser derivada para el tapón que está próximo a llegar al separador. Por ser el “primer” tapón del sistema que será descargado, éste debe reflejar la condición de frontera que allí prevalece. Dicha condición de frontera se ve involucrada, a través del término de fuerza correspondiente, mediante la transformación

$$F_p(t)_i = AP_f(t)_i \rightarrow F_{p,i} = AP_s, \quad (3.18)$$

que al ser sustituida en (3.17) permite obtener la expresión:

$$\frac{dV_s(t)_i}{dt} = \frac{1}{\rho_s L_{s,i}} [P_f(t)_{i+1} - P_s] - g \frac{z_{s,i}(t)}{L_{s,i}} - \frac{2}{d} f_{L,i} V_s(t)_i^2. \quad (3.19)$$

Las ecuaciones (3.17) y (3.19) han sido escritas para una situación general en la que una parte del volumen de control está en la línea y otra en el tramo vertical. Eventualmente el tubo vertical quedará totalmente ocupado por una parte del cuerpo del tapón (en el caso de taponos largos), de modo que $z_{s,i}(t) \rightarrow L_{s,i}$ y

$$\frac{z_{s,i}(t)}{L_{s,i}} \rightarrow 1.$$

En otras palabras, el peso de la columna hidrostática será máximo.

La posición vertical se obtiene, en cualquier momento, mediante la integración de la velocidad vertical:

$$\int_{t=t_1}^{t=t_2} V_{s,i} dt = \int_{z=0}^{z=z_0} dz = z_i. \quad (3.20)$$

3.6 Modelo de las burbujas

Las burbujas que acompañan a los taponos también deben ser modeladas pues forman parte de la “unidad de taponamiento”. Estas burbujas tienen una importancia preponderante en el proceso global de flujo ya que la dinámica global está fuertemente condicionada por ellas. Al contraerse y expandirse, las burbujas de gas almacenan y restituyen parte de la energía transferida por los taponos. Podría decirse, en un cierto

sentido mecanicista, que las burbujas constituyen el equivalente hidro-mecánico de un “resorte ideal” para el sistema de taponés.¹⁰

La derivación de las ecuaciones precisa de un volumen de control cerrado como el que se muestra en la figura 3.8. El volumen de control contiene, casi exclusivamente, gas (la fracción de vacío es muy elevada) y la deformación axial de su superficie queda determinada por la posición relativa de los taponés adyacentes. Cabe señalar que la película líquida asociada a las burbujas debe ser modelada por separado (la derivación se detalla en la sección 3.7).

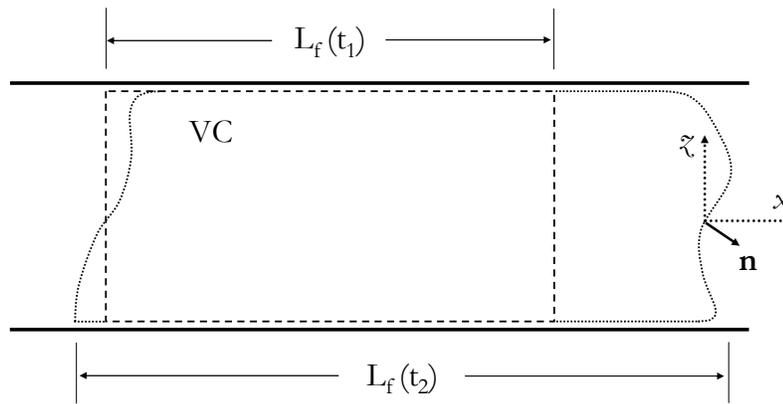


Figura 3.8. Volumen de control para las burbujas de gas.

La ecuación correspondiente se deriva a partir de la ley de conservación de masa aplicada al gas contenido en el volumen de control propuesto

$$\frac{d m_{g,i}}{dt} = 0 . \quad (3.21)$$

Esta expresión puede desarrollarse en términos de variable primarias como sigue

¹⁰ La masa de gas en las burbujas es mucho menor que la masa de líquido en los taponés; en consecuencia dichas masas son despreciables. Además, las pérdidas irreversibles en el gas son mucho menores que las pérdidas en la fase líquida por lo que su efecto también puede ser ignorado.

$$\frac{dm_{g,i}}{dt} = \frac{d[(1-H_f)\rho_g \nabla_g]_i}{dt} = 0; \quad (3.22)$$

el factor

$$\alpha = \alpha(t) \triangleq [1 - H_f(t)]$$

representa la fracción de vacío en la zona de la burbuja, $\rho_g = \rho_g(t)$ indica la densidad del gas, y $\nabla_g = \nabla_g(t) = AL_f(t)$ es el volumen instantáneo de la burbuja.

Estas relaciones permiten expandir la derivada en (3.22) para producir una representación que contenga a la densidad y el volumen

$$\rho_{g,i} \frac{d\nabla_{g,i}}{dt} + \nabla_{g,i} \frac{d\rho_{g,i}}{dt} = 0. \quad (3.23)$$

En concordancia con las observaciones experimentales es posible hacer la suposición de que el colgamiento es cuasi-estacionario en la zona la película líquida, por lo que la fracción de vacío

$$\alpha(t) \approx \langle \alpha \rangle$$

es aproximadamente igual a un valor promedio constante y puede ser eliminada de la expresión.

Por otra parte, dado que el factor de compresibilidad es mayor a 0.89 (aún en los casos más severos observados en el laboratorio) es posible utilizar la ecuación de estado de gas ideal¹¹

$$\rho_{g,i}(t) = \rho_{g,i} [P_f(t)] = \frac{P_{f,i}(t)}{RT}. \quad (3.24)$$

Al derivar (3.24) con respecto al tiempo se obtiene

$$\frac{d\rho_{g,i}}{dt} = \frac{\partial \rho_{g,i}}{\partial P_{f,i}} \cdot \frac{dP_{f,i}}{dt}. \quad (3.25)$$

El volumen de las burbujas puede ser expresado, por otro lado, como una función de las posiciones relativas de los tapones en el interior de la línea

¹¹ Debe recordarse que el modelo se desarrolla bajo el supuesto de equilibrio termodinámico.

$$\forall_{g,i}(t) = A[x(t)_i - x(t)_{i+1} - L_{s,i}], \quad (3.26)$$

y su variación temporal en términos de las velocidades respectivas

$$\frac{d\forall_{g,i}}{dt} = A[\dot{x}_i(t) - \dot{x}_{i+1}(t)] = A[V_{s,i}(t) - V_{s,i+1}(t)]. \quad (3.27)$$

Las ecuaciones (3.24), (3.25), (3.26), y (3.27) se sustituyen en (3.23); llevando a cabo el álgebra y arreglando los términos se llega a la ecuación general que describe la variación temporal de la presión en el interior de las burbujas:

$$\frac{dP_{f,i}}{dt} = \frac{[V_{s,i+1}(t) - V_{s,i}(t)]}{[x_i(t) - x_{i+1}(t) - L_{s,i}]} P_{f,i}(t). \quad (3.28)$$

3.7 Modelo de la película líquida

El modelo propuesto para la película líquida es una aplicación del modelo mecanicista de dos campos derivado por Taitel y Duckler (1976) para explicar las transiciones de los patrones de flujo en mezclas líquido-gas.

Se procede aquí de la misma forma que en los casos anteriores: se deben satisfacer simultáneamente las ecuaciones de continuidad y de momento lineal en ambos campos. Por continuidad de la masa de líquido en la película se tiene (Scott y Kouba, 1990)

$$A\rho_l u_l^s = \frac{A\rho_l L_s H_s u_s + A\rho_l L_f H_f u_f}{L_s + L_f} \quad (3.29)$$

de la que sigue, tras introducir la definición para la velocidad superficial de la fase líquida $u_l^s \triangleq Q_{l,tot}/A$, la relación

$$Q_{lf,i} = \lambda_i'^{-1} \left[Q_{l,tot} - \lambda_i'' \frac{\pi d^2 H_s V_{s,i}}{4} \right]. \quad (3.30)$$

Del balance de masa para la fase gaseosa¹²

¹² La ecuación de continuidad se ha simplificado bajo la suposición de que el campo de velocidades es uniforme a través de la superficie de control transversal a la dirección del flujo.

$$\frac{d m_{g,tot}}{dt} + \sum_{i=1}^n \dot{m}_{g,i} \Big|_{sal} - \sum_{j=1}^m \dot{m}_{g,j} \Big|_{ent} = 0$$

sigue

$$\dot{m}_{g,tot} = \dot{m}_{g,s} + \dot{m}_{g,f}; \quad (3.31)$$

la ecuación (3.31) puede ser rescrita de la siguiente manera

$$A u_g^s = \left(\frac{P_{g,i}}{P_{g,ent}} \right) \left(\frac{L_{f,i}}{L_{s,i} + L_{f,i}} \right) A u_{g,f} + \left(\frac{P_{g^s,i}}{P_{g,ent}} \right) \left(\frac{L_{s,i}}{L_{s,i} + L_{f,i}} \right) A u_{g,s}, \quad (3.32)$$

si se utiliza la ecuación de estado de gas ideal. Incorporando la definición para la velocidad superficial de la fase gaseosa, $u_g^s \triangleq Q_{g,tot} / A$, se obtiene:

$$Q_{g,i} = \lambda_i'^{-1} \left(\frac{P_{ge}}{P_{g,i}} \right) \left[Q_{g,tot} - \lambda_i'' \left(\frac{P_{g^s,i}}{P_{ge}} \right) A V_{s,i} \right]. \quad (3.33)$$

Tanto en (3.30) como en (3.33) los factores de peso están constituidos por los colgamientos sin deslizamiento

$$\lambda_i' \triangleq \frac{L_{g,i}}{L_{f,i} + L_{s,i}}, \quad (3.34)$$

y

$$\lambda_i'' \triangleq \frac{L_{s,i}}{L_{f,i} + L_{s,i}}. \quad (3.35)$$

A fin de determinar el colgamiento local de la película líquida, es necesario modelar la región de la burbuja como una región en la que las fases fluyen exhibiendo un patrón de flujo estratificado (figura 3.9).

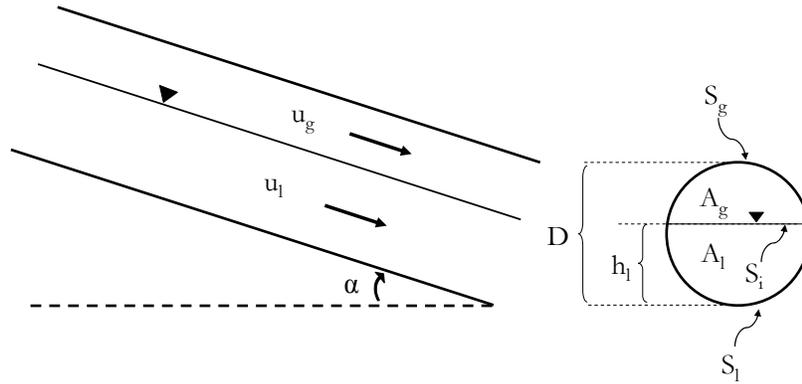


Figura 3.9. Flujo estratificado en equilibrio (Taitel & Duckler, 1976).

El rápido desplazamiento de la fase gaseosa respecto de la fase líquida produce una importante fricción interfacial que influye en el valor de la fracción volumétrica local del líquido. Por esta razón se debe aplicar la ecuación de conservación de momento lineal a cada campo por separado, obteniéndose una ecuación de movimiento para la fase líquida

$$-A_l \left(\frac{dP}{dx} \right) - \tau_{wl} S_l + \tau_i S_i + \rho_l A_l g \text{Sen } \alpha = 0, \quad (3.36)$$

y otra para la fase gaseosa

$$-A_g \left(\frac{dP}{dx} \right) - \tau_{wg} S_g + \tau_i S_i + \rho_g A_g \text{Sen } \alpha = 0. \quad (3.37)$$

En condiciones de equilibrio es posible hacer la suposición de que el gradiente de presión es igual en ambas fases; esto permite combinar las expresiones en una sola:

$$\tau_{wg} \frac{S_g}{A_g} - \tau_{wl} \frac{S_l}{A_l} + \tau_i S_i \left(\frac{1}{A_l} + \frac{1}{A_g} \right) + (\rho_l - \rho_g) g \text{Sen } \alpha = 0. \quad (3.38)$$

Los esfuerzos cortantes son evaluados de manera convencional mediante

$$\tau_{vl} = f_l \frac{\rho_l u_l^2}{2}, \quad (3.39)$$

$$\tau_{vg} = f_g \frac{\rho_g u_g^2}{2}, \quad (3.40)$$

y

$$\tau_i = f_i \frac{\rho_g (u_g - u_l)^2}{2}. \quad (3.41)$$

Los factores de fricción se calculan utilizando:

$$f_l = C_l \left(\frac{D_l u_l}{\nu_l} \right)^{-n} \quad (3.42)$$

$$f_g = C_g \left(\frac{D_g u_g}{\nu_g} \right)^{-m}. \quad (3.43)$$

Para la fricción interfacial se estima que $f_i \approx f_g$; además, los diámetros hidráulicos se definen en términos de los perímetros mojados $D_l = 4 A_l / S_l$ y $D_g = 4 A_g / (S_g + S_i)$; el perímetro de la interfase es adjudicado a la fase que se mueve con mayor celeridad.

Dado que el flujo en el sistema es completamente turbulento se deben utilizar los siguientes valores numéricos para los coeficientes: $C_l = C_g = 0.046$, y $n = m = 0.2$.

Los parámetros adimensionales

$$\frac{A_l}{D^2} \triangleq \tilde{A}_l = 0.25 \left[\pi - \cos^{-1}(2\tilde{h}_l - 1) + (2\tilde{h}_l - 1) \sqrt{1 - (2\tilde{h}_l - 1)^2} \right], \quad (3.44)$$

$$\frac{A_g}{D^2} \triangleq \tilde{A}_g = 0.25 \left[\cos^{-1}(2\tilde{h}_l - 1) + (2\tilde{h}_l - 1) \sqrt{1 - (2\tilde{h}_l - 1)^2} \right], \quad (3.45)$$

$$\frac{S_l}{D} \triangleq \tilde{S}_l = \pi - \cos^{-1}(2\tilde{h}_l - 1), \quad (3.46)$$

$$\frac{S_g}{D} \triangleq \tilde{S}_g = \cos^{-1}(2\tilde{h}_l - 1), \quad (3.47)$$

$$\frac{S_i}{D} \triangleq \tilde{S}_i = \sqrt{1 - (2\tilde{b}_l - 1)^2}, \quad (3.48)$$

$$\frac{u_l}{u_l^s} \triangleq \frac{\tilde{A}}{\tilde{A}_l}, \quad (3.49)$$

$$\frac{u_g}{u_g^s} \triangleq \frac{\tilde{A}}{\tilde{A}_g}, \quad (3.50)$$

$$y \quad \frac{h_l}{D} \triangleq \tilde{h}_l, \quad (3.51)$$

deben ser iterados numéricamente como paso previo para el cálculo de la raíz de la ecuación (3.38), de la que se obtiene la fracción volumétrica (o colgamiento local) de la película líquida. La influencia de la película líquida en el comportamiento de las burbujas se determina a través del parámetro de colgamiento local del líquido¹³

$$H_{f,i} \triangleq A_{l,i}/A. \quad (3.52)$$

El parámetro de colgamiento entra en la ecuación de continuidad de las burbujas a través de la fracción de vacío:

$$\frac{dm_{g,i}}{dt} = \frac{d}{dt} \left[(1 - H_{f,i}) \rho_g A L_{f,i} \right] = 0. \quad (3.53)$$

Sin embargo, la homogeneidad de la ecuación es un reflejo de la hipótesis de que las unidades de taponamiento se han desarrollado. En otras palabras, dado que el intercambio neto de masa entre burbujas y taponos es cero los términos fuente desaparecen de la ecuación de balance. También los gastos locales en la región de la burbuja son estacionarios por lo que la ecuación de continuidad (3.31) no depende del tiempo. Estas consideraciones permiten seguir los pasos tomados en la sección 3.6 para justificar la transformación

$$\frac{(1 - H_{f,i}) A}{RT} \rightarrow \frac{\langle \alpha \rangle A}{RT} \approx cte.,$$

que puede ser factorizada de la expresión

¹³ Para los datos experimentales con que fue validado el modelo (experimento log20 c) el valor calculado del colgamiento es aproximadamente 0.27; este valor coincide con las observaciones experimentales y con lo reportado por otros autores (Scott y Kouba, 1985).

$$\left(\frac{\langle \alpha \rangle A}{RT}\right) \frac{d(\rho_g L_{f,i})}{dt} = \frac{\langle \alpha \rangle A}{RT} \left[P_{f,i} \frac{d(L_{f,i})}{dt} + L_{f,i} \frac{d(P_{f,i})}{dt} \right] = 0 \quad (3.54)$$

para producir, finalmente,

$$\frac{dP_{f,i}}{dt} = \frac{-\Delta V_{f,i}}{\Delta L_{f,i}} P_{f,i}. \quad (3.55)$$

Este procedimiento demuestra lo siguiente: cuando las transferencias de masa entre la burbuja y el tapón son irrelevantes y, cuando la variación temporal de H_f es despreciable, la presión en las burbujas no depende de la fracción volumétrica local de líquido. Dicho de otra manera, en presencia de condiciones de flujo desarrollado la respuesta dinámica de la burbuja es aproximadamente independiente de la existencia de la película líquida.

El deslizamiento entre fases se incorpora al modelo mediante la ecuación de Nicklin et al. (1962). La velocidad de translación de los frentes de los tapones y de las burbujas se relaciona con la velocidad de la mezcla y la velocidad de deriva como sigue:

$$V_T = C_0 V_m + V_D. \quad (3.56)$$

La velocidad de deriva

$$V_D = C_1 (N_f, E_o, \varphi) \sqrt{\hat{g} d} \quad (3.57)$$

es, en general, una función que depende del inverso de la viscosidad adimensional

$$N_f = d^{3/2} \sqrt{\frac{\rho_l \Delta \rho g}{\mu_l}}, \quad (3.58)$$

del número de Eotvös

$$E_o = \frac{\Delta \rho g d^2}{\sigma}, \quad (3.59)$$

y de la inclinación φ de la línea. Al adaptar (3.56) a la nomenclatura que se ha utilizado en el desarrollo del modelo se tiene

$$V_{ts,i} = C_0 \langle V_{s,i} \rangle + C_1 \sqrt{\hat{g} d}. \quad (3.60)$$

La velocidad promedio en el cuerpo de los tapones es igual a la velocidad local de la mezcla:

$$V_{m,i} \triangleq V_{s,i} = \langle V_{s,i} \rangle = V_{sg} + V_{sl}, \quad (3.61)$$

y el factor

$$\hat{g} = \frac{g \Delta \rho}{\rho_l} \quad (3.62)$$

indica que la aceleración debida a la fuerza de gravedad puede ser ponderada, por conveniencia, en términos de la densidad de la mezcla.

Existen numerosas investigaciones que ofrecen valores específicos para los coeficientes C_0 y C_1 que aparecen en (3.60), tanto para flujos horizontales como para flujos verticales e inclinados.¹⁴ Las correlaciones de Manolis (1995) y de Woods-Hanratty (1996) han sido obtenidas para sistemas horizontales con diámetros de 78 mm y 95 mm, respectivamente, por lo que nos remitimos a ellas para la selección de estos coeficientes. En la correlación de Manolis figuran los siguientes valores:

$$C_0 = \begin{cases} 1.033, & Fr_M < 2.86 \\ 1.216, & Fr_M \geq 2.86 \end{cases}; \quad C_1 = \begin{cases} 0.477, & Fr_M < 2.86 \\ 0, & Fr_M \geq 2.86 \end{cases}$$

mientras que los valores correspondientes en la correlación de Woods y Hanratty son:

$$C_0 = \begin{cases} 1.1, & Fr_M < 3.1 \\ 1.2, & Fr_M \geq 3.1 \end{cases}; \quad C_1 = \begin{cases} 0.52, & Fr_M < 3.1 \\ 0, & Fr_M \geq 3.1 \end{cases}$$

La selección de los coeficientes requiere que el número de Froude sea evaluado en términos de la velocidad de la mezcla:

$$Fr_M = \frac{V_m}{\sqrt{g d}} = \frac{V_{sg} + V_{sl}}{\sqrt{g d}}. \quad (3.63)$$

Los números de Froude calculados para los experimentos indicados en el capítulo VI obligan a utilizar los valores del renglón inferior en cualquiera de las dos correlaciones. En el modelo las constantes toman los valores: $C_0 = 1.2$ y $C_1 = 0$.

¹⁴ Por ejemplo: Gregory y Scott (1969), Duckler y Hubbard (1975), Nicholson et al. (1978), Duckler et al. (1985), Woods y Hanratty (1996), y Petalas y Aziz (1998).

3.8 Modelo de la descarga

Cuando los tapones (y las burbujas) llegan a la parte superior del tramo ascendente vertical, éstos se encuentran con un tubo de descarga horizontal que los conduce hasta el separador. En la sección horizontal ocurren dos eventos importantes que deben ser descritos correctamente para crear una representación adecuada.

En primer lugar, la desaceleración de los tapones modifica las velocidades superficiales de cada fase haciéndolas sustancialmente distintas de las que tenían en la base del tramo ascendente vertical. Esto ocasiona un incremento del deslizamiento entre fases que se manifiesta a través de las velocidades superficiales locales:

$$u_l^s \Big|_{salida} < u_l^s \Big|_{base}$$

$$u_g^s \Big|_{salida} \gg u_g^s \Big|_{base} .$$

Naturalmente, tanto el codo como la válvula de estrangulamiento localizada en la entrada del separador provocan fuertes pérdidas por fricción que también deben ser tomadas en consideración.

En segundo lugar, tiene lugar una compleja redistribución de las fases durante la llegada de la mezcla a la parte superior del tubo vertical y durante su proyección hacia el interior del separador. Puesto que el gas se desplaza con mayor celeridad que el líquido, el flujo se desordena considerablemente en esta zona. Las inestabilidades inducidas en la interfase promueven una transición al patrón de flujo agitado (figura 3.10) en el tapón (especialmente en la cola del tapón donde se presenta una fragmentación total). Los “fragmentos” de líquido obstruyen parcialmente la sección transversal para el flujo de gas, el cual tiende a ser desalojado rápidamente a causa de la sobre-presión generada durante el ascenso del tapón. Como resultado de este proceso las pérdidas de energía por fricción en la interfase son enormes. Se ha podido confirmar a través de los experimentos, de las simulaciones y del estudio de las escalas reportado en el apéndice B, que estos efectos son relevantes en la dinámica general del flujo.

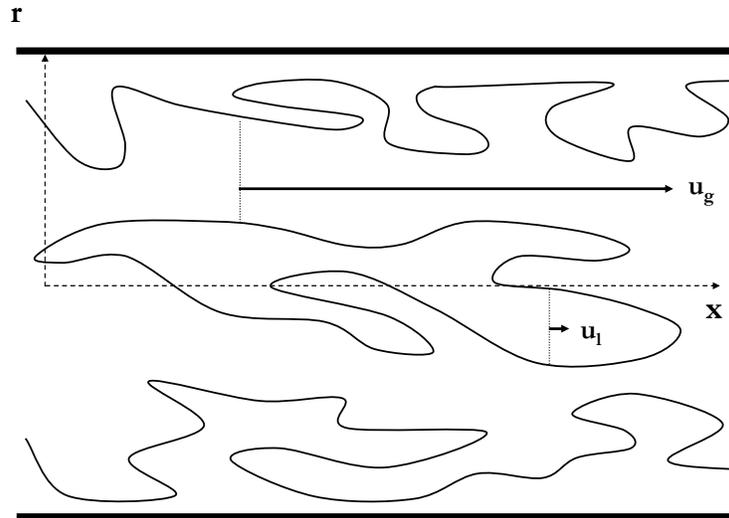


Figura 3.10. Fluctuación caótica de la interfase durante el proceso de descarga.

Una forma de modelar este flujo caótico consiste en hacer una representación de la sección disponible (para el flujo de gas) por medio de una sección transversal equivalente o efectiva (figura 3.11). De esta aproximación surgen dos parámetros libres K'_l y K''_g que deben ser ajustados mediante el uso de datos experimentales, o de campo, para producir la caída de presión observada.

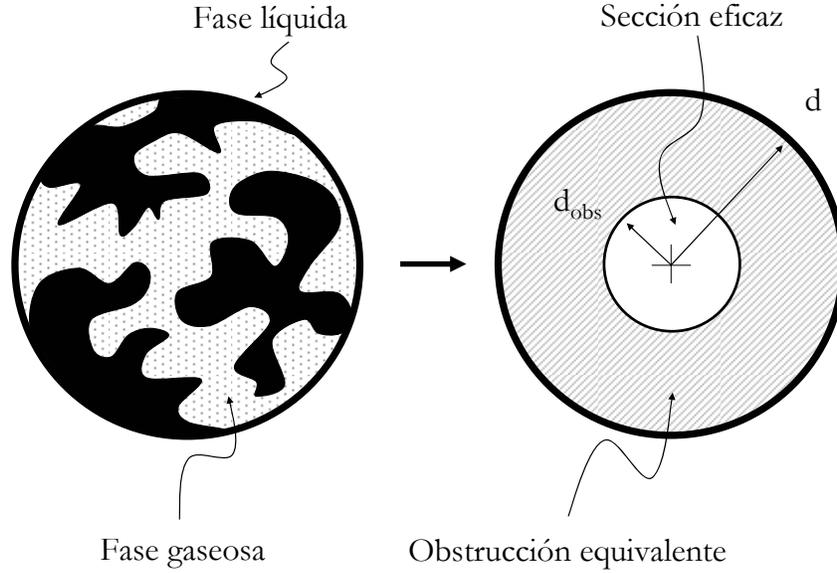


Figura 3.11. Sección real disponible al flujo de gas y sección efectiva aproximada.

Procediendo a partir de la continuidad del flujo a través de la obstrucción

$$\frac{V}{A} = \frac{V_{obs}}{A_{obs}}, \quad (3.64)$$

sigue que

$$V_{obs} = \left(\frac{d_{obs}}{d} \right)^2 V \triangleq \beta^2 V. \quad (3.65)$$

Por otro lado, en el balance de energía

$$\frac{P}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{V^2}{g} = \frac{P_{obs}}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{V_{obs}^2}{g} + h_{desc} \quad (3.66)$$

se incluye el término de pérdida de carga por fricción durante la descarga. Al despejar este término, e introducir (3.65), se obtiene

$$h_{desc} = \frac{\Delta P}{\rho g} + \frac{(1 - \beta^4) V^2}{2g}. \quad (3.67)$$

Si se divide la pérdida de carga entre la carga de velocidad en la ecuación anterior, se obtiene un coeficiente análogo al coeficiente de fricción de Darcy

$$K \triangleq \frac{\frac{h_{desc}}{(1-\beta^4)V^2}}{2g} = \frac{\Delta P}{\rho(1-\beta^4)V^2}. \quad (3.68)$$

La caída de presión se escribe en términos de este coeficiente como

$$\Delta P = K' \frac{1}{2} \rho V^2, \quad (3.69)$$

donde

$$K' \triangleq K(1-\beta^4). \quad (3.70)$$

Por último, la fórmula (3.69) es válida para la caída de presión en cualquiera de las dos fases por lo que puede ser especializada de la siguiente forma:

$$\Delta P|_k = K'_k \frac{1}{2} \rho_k V_k^2, \quad k = l, g. \quad (3.71)$$

3.8.1 Descarga de los tapones

La ecuación (3.71) se utiliza para contabilizar las pérdidas producidas por el desprendimiento de la cola del tapón en la parte superior del tramo ascendente vertical, y por el proceso de proyección del tapón hacia el interior del separador

$$\Delta P|_l = \frac{1}{2} K'_l \rho_g V_{s,i}^2. \quad (3.72)$$

La densidad del gas contenido en el cuerpo del tapón es la que debe ser incluida en esta expresión, pues es el gas el que tiende a escapar a través de las “obstrucciones líquidas”. La introducción de (3.72) en la ecuación general (3.9) conduce a una versión modificada de la ecuación de movimiento para el proceso de descarga de los tapones:

$$\frac{dV_{s,i}}{dt} = \frac{1}{\rho_l L_{s,i}} \left(P_{f,1} - P_s - \frac{1}{2} K'_l \rho_g V_{s,i}^2 \right) + T_{g,i} + T_{f,i}. \quad (3.73)$$

Por brevedad los términos gravitatorio y de fricción en la ecuación (3.73) se denotan como $T_{g,i}$ y $T_{f,i}$, respectivamente. En general, estos términos deben ser retenidos para

tomar en cuenta la acción de estas dos fuerzas en aquellos tapones que sean más largos que la longitud combinada del tramo vertical ascendente y la sección de salida.

Se debe hacer hincapié en el hecho de que las aproximaciones consideradas para la descarga de los tapones son “adecuadas” en la medida en la que el proceso es breve. Dicho de otra manera, en cuanto más rápida es la expulsión de los tapones hacia el interior del separador mejor resulta la aproximación. Las observaciones experimentales indican que los tapones son expelidos con

$$V_s \Big|_{\text{expulsión}} \sim 3-5 V_{s0},$$

por lo cual queda justificada dicha aproximación.

3.8.2 Descarga de las burbujas

Las burbujas de gas también experimentan los efectos del proceso de descarga. Concretamente, dichos efectos son importantes durante los primeros instantes de la despresurización de la burbuja. En este momento, los remanentes del líquido que aún se encuentran en el interior de la tubería son desalojados a gran velocidad a consecuencia de la presión excesiva en el interior de la burbuja. Esto induce, nuevamente, fuertes pérdidas por fricción en la interfase agitada.

El modelo correspondiente puede ser derivado a partir de la ecuación de continuidad (para la fase gaseosa) aplicada a un volumen de control que admite un flujo de salida a través de su superficie. La ecuación de conservación en este caso es no-homogénea, por lo que la fracción de vacío no puede ser cancelada de la expresión:

$$\frac{dm_{g,i}}{dt} = (1 - H_{f,i}) A \left[\rho_{g,i} \frac{dL_{f,i}}{dt} + L_{f,i} \frac{d\rho_{g,i}}{dt} \right] = -\dot{m}_{g,sal}. \quad (3.74)$$

El desarrollo de la ecuación (3.74) es completamente análogo al que se siguió en la sección 3.6 (Modelo de las burbujas). Haciendo uso de la ecuación de estado para gases ideales, introduciendo

$$\Delta P|_g = \frac{1}{2} K'_g \rho_g V_{s,i}^2, \quad (3.75)$$

y llevando a cabo algunas manipulaciones algebraicas, se llega a la ecuación que describe el estado de presión en una burbuja que sufre el proceso de descarga:

$$\frac{dP_{f,i}}{dt} = \frac{1}{(L_{bor} + H_r + L_{sal} - x_{i+1})} \left\{ P_{f,i} V_{s,i+1} + \frac{K''_g (RT)^{1/2} [P_{f,i}^2 - P_s P_{f,i}]^{1/2}}{1 - H_{f,i}} \right\}. \quad (3.76)$$

En esta ecuación se ha definido

$$K_g'' \triangleq \frac{2K_g'^{-1}}{1.2} \quad (3.77)$$

en la que se introduce el factor 1.2 (proveniente de la fórmula de Nicklin et. al., 1962) para tomar en cuenta el efecto de deslizamiento entre fases.

En relación a este modelo cabe hacer comentarios adicionales: 1) debido a la rápida caída de presión en la burbuja, la aproximación para las pérdidas es razonablemente buena; 2) se ha observado que el valor de K_g'' es similar al valor correspondiente para la descarga de los tapones; 3) después de la despresurización, la presión en la burbuja iguala a la presión en el separador y el segundo término en (3.76) se desvanece. Este estado transitorio dura menos de 2 s típicamente.

3.9 Modelo de la entrada

El flujo volumétrico de gas en la entrada de la línea introduce un término fuente en la ecuación de continuidad para las burbujas allí formadas. La ecuación para el balance de masa es

$$\frac{dm_{g,n}}{dt} = \dot{m}_{g,ent} \cdot \quad (3.78)$$

Un desarrollo algebraico similar al descrito anteriormente conduce a la expresión apropiada para la burbuja en la entrada de la línea

$$\frac{dP_{f,n}}{dt} = \frac{1}{(x_n - x_{n+1} - L_{g,ent})} \left(\frac{P_s V_{s0}}{1 - H_{f,n}} - P_{f,n} V_{s,n} \right). \quad (3.79)$$

Como en el caso de la descarga, la película líquida afecta el comportamiento de las burbujas a través la fracción de vacío. La variable $L_{g,ent}$ representa la longitud de una burbuja que está cerca de la entrada y que no ha alcanzado a desarrollarse “hidrodinámicamente” todavía.

Durante la integración numérica $L_{g,ent}$ permite eludir una singularidad en la expresión y constituye un parámetro auxiliar para describir la formación de un nuevo tapón en el algoritmo de seguimiento.

3.10 Sistema de ecuaciones

3.10.1 Ecuaciones de movimiento

Los resultados obtenidos en secciones anteriores son los elementos constitutivos del modelo propuesto. En esta sección se condensan dichos resultados en un modelo general para evaluar el estado de movimiento de un conjunto de “n” unidades de taponamiento.

La conservación del momento lineal

$$m_{s,i} \ddot{\tilde{x}}_i = \sum_{j=1}^k \bar{F}_{j,i}^{ext}; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.80)$$

aplicada al conjunto de “n” tapones da lugar al sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} m_{s,i} \ddot{\tilde{x}}_i &= F_{p,i+1} - F_{p,i} - F_{g,i} - F_{f,i} - F_{desc,i}, \\ m_{s,i+1} \ddot{\tilde{x}}_{i+1} &= F_{p,i+2} - F_{p,i+1} - F_{g,i+1} - F_{f,i+1}, \\ &\vdots \\ m_{s,i+m} \ddot{\tilde{x}}_{i+m} &= F_{p,i+m+1} - F_{p,i+m} - F_{g,i+m} - F_{f,i+m}, \\ &\vdots \\ m_{s,n} \ddot{\tilde{x}}_n &= F_{p,n} - F_{p,n} - F_{g,n} - F_{f,n}. \end{aligned} \quad (3.81)$$

Resalta en la primera ecuación del sistema el término asociado a las pérdidas irreversibles durante el proceso de descarga del tapón correspondiente. Se hace notar, por otra parte, que esta ecuación está escrita en términos de la posición vertical del frente del tapón “z” en lugar de la posición horizontal “x”.

El orden de las ecuaciones (3.81) se reduce mediante los siguientes cambios de variable:

$$\begin{aligned} V_{s,i} &= \frac{dz_i}{dt}, \\ V_{s,i+1} &= \frac{dz_{i+1}}{dt}, \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{s,i+m} &= \frac{dx_{i+m}}{dt}, \\
&\vdots \\
V_{s,n} &= \frac{dx_n}{dt}.
\end{aligned} \tag{3.82}$$

Al detallar las fuerzas en términos de las variables fundamentales, el sistema (3.81) se escribe de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\frac{dV_{s,i}}{dt} &= \frac{1}{\rho_l L_{s,i}} \left(P_{f,i+1} - P_s - \frac{1}{2} K'_l \rho_g V_{s,i}^2 \right) + T_{g,i} + T_{f,i}, \\
\frac{dV_{s,i+1}(t)}{dt} &= \frac{1}{\rho_s L_{s,i+1}} \left[P_{f,i+2}(t) - P_{f,i+1}(t) \right] - g \text{Sen } \varphi_{i+1} - \frac{2}{d} f_{L,i+1} V_{s,i+1}(t)^2, \\
\frac{dV_{s,i+2}(t)}{dt} &= \frac{1}{\rho_s L_{s,i+2}} \left[P_{f,i+3}(t) - P_{f,i+2}(t) \right] - g \text{Sen } \varphi_{i+2} - \frac{2}{d} f_{L,i+2} V_{s,i+2}(t)^2, \\
&\vdots \\
\frac{dV_{s,n}(t)}{dt} &= \frac{1}{\rho_s L_{s,n}} \left[P_{f,ent}(t) - P_{f,n}(t) \right] - g \text{Sen } \varphi_n - \frac{2}{d} f_{L,n} V_{s,n}(t)^2.
\end{aligned} \tag{3.83}$$

3.10.2 Ecuaciones de las burbujas

Las ecuaciones para las burbujas cierran el sistema simultáneo que debe ser resuelto para las variables primarias V y P. La ecuación de conservación de masa está dada por

$$\frac{dm_{g,i}}{dt} = \begin{cases} \dot{m}_{g,ent} \\ -\dot{m}_{g,sal} \\ 0 \end{cases} \tag{3.84}$$

dependiendo de la unidad de taponamiento de que se trate. De esta relación fundamental se deriva el conjunto de ecuaciones para las burbujas:

$$\begin{aligned}
\frac{dP_{f,i}}{dt} &= \frac{1}{(L_{bor} + H_r + L_{sal} - x_{i+1})} \left\{ P_{f,i} V_{s,i+1} + \frac{K_g'' (RT)^{1/2} [P_{f,i}^2 - P_s P_{f,i}]^{1/2}}{1 - H_{f,i}} \right\}, \\
\frac{dP_{f,i+1}}{dt} &= \frac{[V_{s,i+2}(t) - V_{s,i+1}(t)]}{[x_{i+1}(t) - x_{i+2}(t) - L_{s,i+1}]} P_{f,i+1}(t), \\
&\vdots \\
\frac{dP_{f,i+m}}{dt} &= \frac{[V_{s,i+m+1}(t) - V_{s,i+m}(t)]}{[x_{i+m}(t) - x_{i+m+1}(t) - L_{s,i+m}]} P_{f,i+m}(t), \\
&\vdots \\
\frac{dP_{f,n}}{dt} &= \frac{1}{(x_n - x_{n+1} - L_{g,ent})} \left(\frac{P_s V_{so}}{1 - H_{f,n}} - P_{f,n} V_{s,n} \right). \tag{3.85}
\end{aligned}$$

Naturalmente, la primera de las ecuaciones (3.85) es válida únicamente cuando la burbuja de gas ha alcanzado el plano de descarga. La última ecuación es válida para la burbuja formada en la entrada de la línea.

El conjunto de relaciones (3.82), (3.83) y (3.85), constituye un sistema simultáneo y acoplado de ecuaciones diferenciales ordinarias, no-lineales, de primer orden. Para producir una solución el sistema debe ser integrado (en la misma iteración) junto con las ecuaciones para el factor de fricción de la mezcla bifásica (3.15), el factor de fricción del líquido (3.11), las ecuaciones para determinar la fracción volumétrica de la película líquida (3.29) a (3.52), y la correlación para el colgamiento en el cuerpo del tapón (3.12).

Capítulo IV

Algoritmo numérico

4.1 Modelo numérico

La implementación del algoritmo numérico requiere la consideración de los dos aspectos siguientes: por un lado existe el problema de modelar el proceso cíclico de operación del sistema físico y, por otro, existe el problema de observar las leyes de conservación. Adicionalmente, se tiene la dificultad técnica asociada a la integración numérica del sistema simultáneo.

En primer lugar es preciso establecer la lógica del ciclo de formación y expulsión de tapones (y burbujas). Este proceso debe estar completamente vinculado a las condiciones definidas en las fronteras del sistema a fin de no violentar las leyes fundamentales. En este sentido, por ejemplo, los flujos máxicos locales se subordinan a los flujos máxicos promedio en la entrada

$$\dot{m}_l \Big|_{ent} = \dot{m}_{l_s} + \dot{m}_{l_f}$$

y

$$\dot{m}_g \Big|_{ent} = \dot{m}_{g_s} + \dot{m}_{g_f}.$$

El proceso de creación y expulsión también debe ser compatible con las presiones definidas en las fronteras. Evidentemente, la presión en el interior de la burbuja formada en la entrada debe ser superior a la presión dentro del separador ya que, de lo contrario, habría una inversión del signo del gradiente de presión.

Para efectos de la elaboración del modelo numérico, conviene expresar el sistema simultáneo de 3N ecuaciones diferenciales (descrito en el capítulo anterior) en su forma normal:

$$\frac{dy_i(t)}{dt} = f_i(t, y_1, y_2, \dots, y_{3N}), \quad i = 1, 2, \dots, 3N. \quad (4.1)$$

Las condiciones iniciales y de frontera correspondientes son:

$$y_1(t)|_{t=0} = y_{1,0}, \quad y_2(t)|_{t=0} = y_{2,0}, \quad \dots, \quad y_{3N}(t)|_{t=0} = y_{3N,0}. \quad (4.2)$$

El sistema (4.1) es integrado, junto con las condiciones (4.2), mediante el método de Rung-Kutta (4° orden). Se ha preferido este método sobre otros por las siguientes razones: 1) exactitud y precisión adecuadas (control del error), 2) rapidez de convergencia, 3) robustez frente a variaciones de los integrandos, 4) flexibilidad para el ajuste del paso temporal, y 5) sencillez para la programación.

La forma “anidada” del método de Runge-Kutta para la resolución de sistemas simultáneos de ecuaciones diferenciales puede ser consultada en Burden y Faires (1993). Asimismo, los detalles de la estructura de programación pueden ser revisados en “Numerical Recipes” (2002).

4.2 Algoritmo de resolución

El algoritmo de resolución consta de tres módulos especializados como se indica en la figura 4.1. El primer módulo contiene: 1) un bloque para la definición de parámetros, 2) un bloque para la definición de las condiciones iniciales y de frontera, y 3) una subrutina para la formación de los vectores de entrada. También se realizan en este módulo otras operaciones que incluyen el cálculo de colgamiento en el cuerpo de los tapones, de longitudes iniciales de los tapones, y de longitudes iniciales de las burbujas. Cabe mencionar que la configuración inicial de los tapones en la línea es determinada como paso previo a la formación de los vectores de entrada.

El segundo módulo está compuesto por: 1) la subrutina principal en la que se implementa el método de Rung-Kutta, 2) el bloque donde se forma el vector de resultados, 3) la subrutina que realiza la transformación de coordenadas, y 4) el bloque que devuelve el vector de resultados al programa principal. Varias operaciones adicionales se llevan a cabo en estas subrutinas, entre ellas: el cálculo de los factores de fricción y el cálculo de los flujos volumétricos locales durante el proceso de descarga.

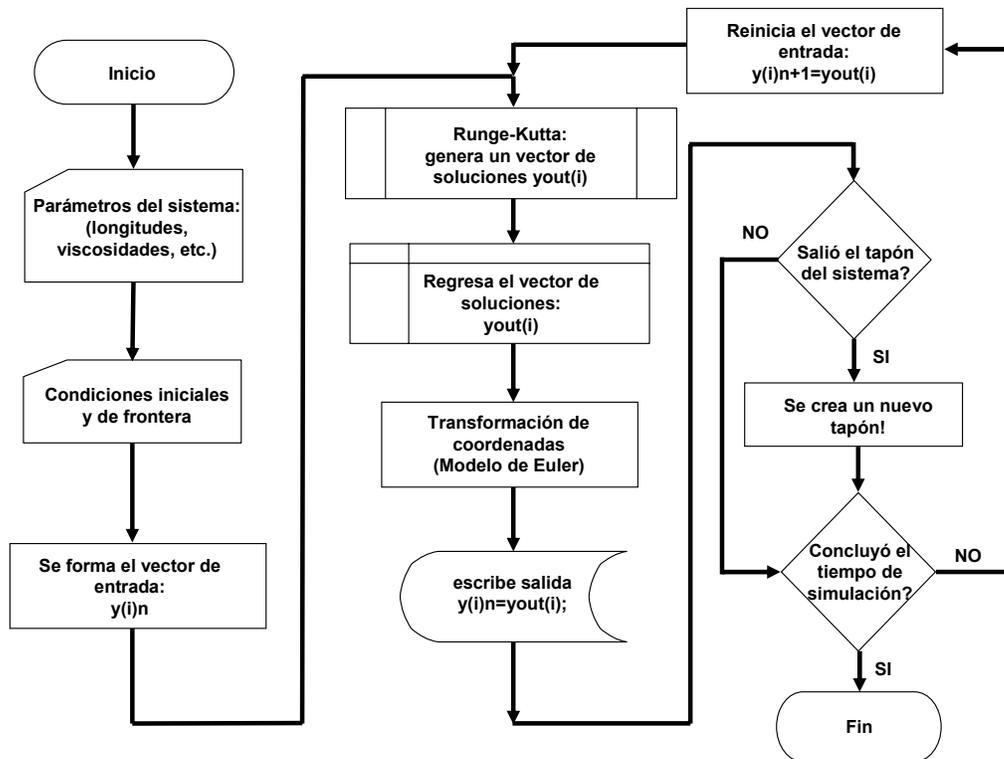


Figura 4.1. Diagrama de flujo del algoritmo de resolución numérica.

El tercer módulo está conformado por las subrutinas para la creación y expulsión de tapones y burbujas, así como por los bloques de interrogación asociados a ellas. Un elemento importante del tercer módulo es el bloque que actualiza y reinicia el vector de entrada para la siguiente iteración.

4.2.1 Formación de los vectores de entrada

Como se mencionó anteriormente, el código requiere que internamente se configure un vector de entrada que contenga al sistema de ecuaciones (4.1):

$$\mathbf{Y}'(t) = \mathbf{A}(t) \mathbf{Y}(t); \quad (4.3)$$

también es necesaria la formación de un vector de variables dependientes cuyas componentes, para la primera iteración, son las condiciones iniciales:

$$\mathbf{Y}(t_0) = \mathbf{Y}_0. \quad (4.4)$$

La integración numérica produce, en un esquema totalmente explícito, un vector de salida que contiene los valores de cada parámetro de flujo

$$\mathbf{Y}_{j+1} = \mathbf{Y}_{j+1}(t_j, \mathbf{Y}_j), \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (4.5)$$

para el tiempo “j+1”. Los valores del vector de soluciones son actualizados en iteraciones sucesivas

$$\mathbf{Y}_{j+1} \rightarrow \mathbf{Y}_j \quad (4.6)$$

mientras se agota el tiempo predeterminado para la simulación.

4.2.2 Control del error

La calidad de los resultados numéricos está supeditada al control del error. El error relativo entre los valores producidos en iteraciones sucesivas se estima mediante la fórmula:

$$|\varepsilon_a| = \left| \frac{Y_{i,j} - Y_{i,j+1}}{Y_{i,j}} \right| 100\%.$$

El límite superior para el error máximo admisible se fija con un valor seleccionado previamente:

$$|\varepsilon_a| \leq TOL = 1.0 \times 10^{-6}.$$

El proceso de integración proseguirá mientras este valor no sea alcanzado. Aunque el valor de la tolerancia se escoge con base en las recomendaciones de las referencias citadas, éste puede ser modificado para satisfacer criterios diferentes.

4.2.3 Transformación de coordenadas

Dado que el modelo del fenómeno considerado ha sido formulado mediante una descripción “lagrangiana” (Cfr. Capítulo III), los resultados que surgen de su resolución numérica tienen significado en dicha descripción. No obstante, las mediciones experimentales son esencialmente “eulerianas” puesto que la medición de los parámetros se realiza con instrumentos fijos en el marco de referencia del laboratorio. A consecuencia de ello es necesario realizar una transformación de coordenadas que permita asociar los resultados numéricos y los resultados experimentales (refiriéndolos al mismo marco de referencia).

En virtud de que en la descripción lagrangiana son especificadas las trayectorias individuales de los tapones (en función del tiempo)

$$x_i = x_i(t) \quad y_i = y_i(t) \quad z_i = z_i(t), \quad (4.7)$$

mientras que en la descripción euleriana se define el campo de velocidades

$$\vec{V}(x, y, z, t) \Rightarrow \begin{cases} u = u(x, y, z, t) \\ v = v(x, y, z, t) \\ z = z(x, y, z, t) \end{cases}, \quad (4.8)$$

las reglas de transformación

$$\frac{dx_i}{dt} = \left[\frac{dx}{dt} \right]_i = u(x_i, y_i, z_i, t), \quad (4.9)$$

$$\frac{dy_i}{dt} = \left[\frac{dy}{dt} \right]_i = v(x_i, y_i, z_i, t), \quad (4.10)$$

y

$$\frac{dz_i}{dt} = \left[\frac{dz}{dt} \right]_i = w(x_i, y_i, z_i, t), \quad (4.11)$$

constituyen el vínculo entre ambas descripciones en un instante de tiempo. Sigue, que la variación temporal de cualquier propiedad “ β ” del sistema es equivalente a la variación total de esa misma propiedad en un punto dado, justo en el instante en el que el sistema se localiza en ese punto específico; en términos matemáticos esta relación se expresa simplemente como:¹⁵

$$\frac{d\beta_i}{dt} = \left[\frac{D\beta}{Dt} \right]_i. \quad (4.12)$$

¹⁵ La propiedad $\beta_i = \beta(x_i, y_i, z_i, t)$ del sistema “ Γ ” es función exclusivamente del tiempo, por lo que $d\beta_i/dt = f(t)$. En cambio, la propiedad $\beta = \beta(x, y, z, t)$ hace que su variación sea una función tanto de la coordenada temporal como de las coordenadas espaciales: $D\beta/Dt = \partial\beta/\partial t + \vec{V} \cdot \nabla\beta = g(x, y, z, t)$. Cuando el sistema pasa por el punto de interés, $(x, y, z) \equiv (x_i, y_i, z_i)$, verificándose la expresión indicada. Cabe mencionar que el teorema de transporte de Reynolds se construye mediante este mismo expediente.

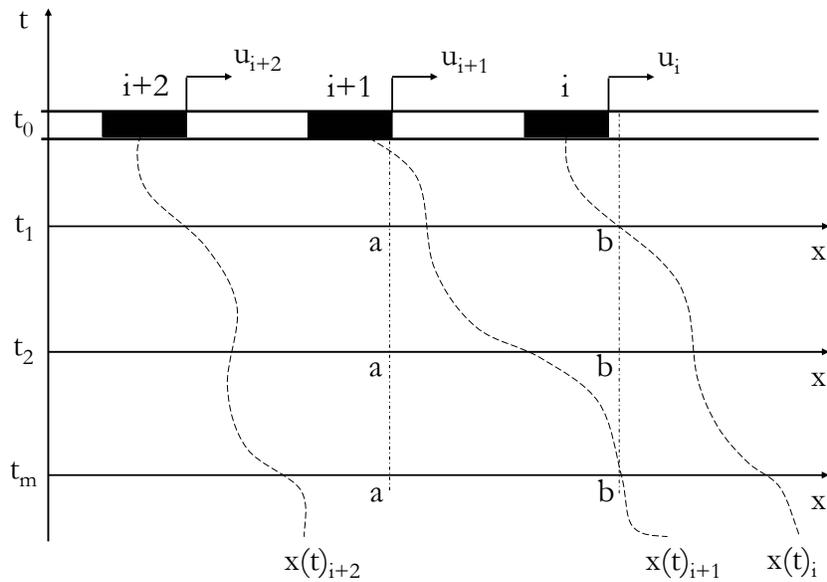


Figura 4.2. Relación geométrica entre descripciones (transformación de coordenadas).

En la figura 4.3.2 se ilustra la proyección de la trayectoria de cada tapón sobre el eje de posiciones (fijo) ante una posible evolución temporal. Como la ecuación anterior es válida en todo el dominio, al conocerse el valor de la propiedad del tapón “ $i+n$ ” en el instante “ $t+\Delta t$ ”, se conoce también la ubicación (es decir, la coordenada) de este valor en el marco de referencia del laboratorio.

4.3 Algoritmo de seguimiento de tapones

En la figura 4.3 se esquematizan los ciclos de formación y descarga de tapones de líquido en el sistema de transporte.

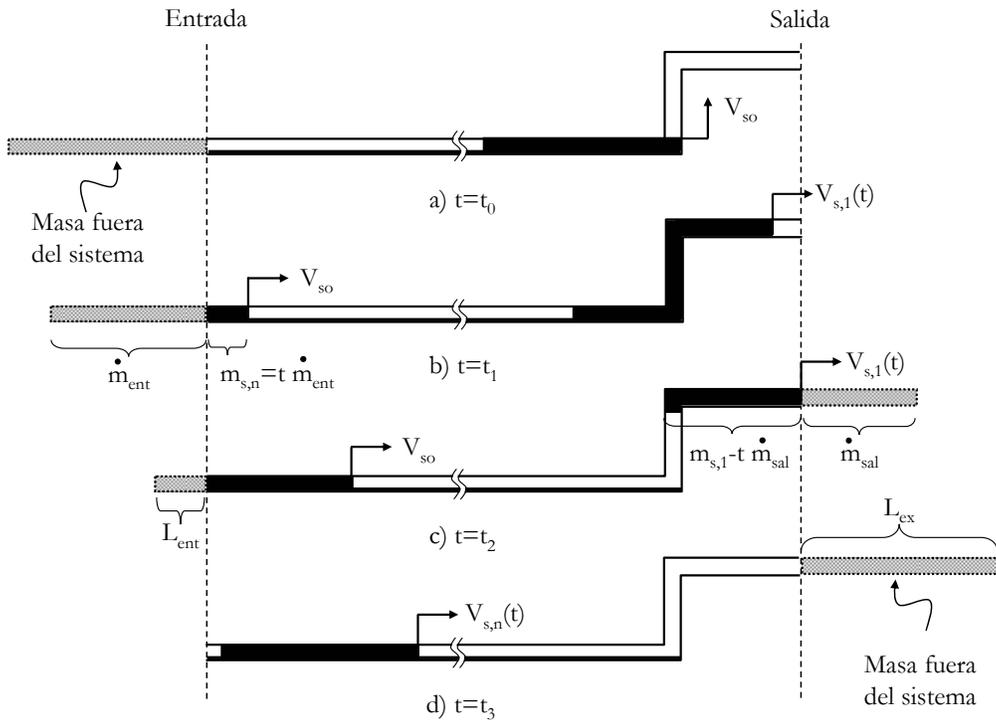


Figura 4.3. Procesos de formación y descarga de los tapones de líquido.

Como se ha aclarado previamente, la condición que debe satisfacerse durante el ciclo es la conservación de masa (de líquido y de gas). El proceso de formación se modela con el ingreso de un tapón a velocidad constante V_{so} (velocidad de la mezcla), mientras que la descarga ocurre a una velocidad variable. Las masas en ambos casos se calculan con base en los gastos de entrada y salida (siendo constante en la entrada y dependiente del tiempo en la salida: $\dot{m}_{sal} = \rho_l A V_{s,1}$).

Para facilitar la programación se recurrió a una representación 1-D de la línea, del tramo vertical ascendente y el tramo horizontal de salida. La longitud de los tapones definen los tres posibles casos que se ilustran en la figura 4.4. El caso (c) corresponde al flujo de tapones cuya longitud excede la longitud combinada del tramo vertical y del tramo horizontal de salida (es decir, tapones largos según la definición del capítulo III). La longitud de las burbujas es superior a esta longitud combinada en todos los casos.

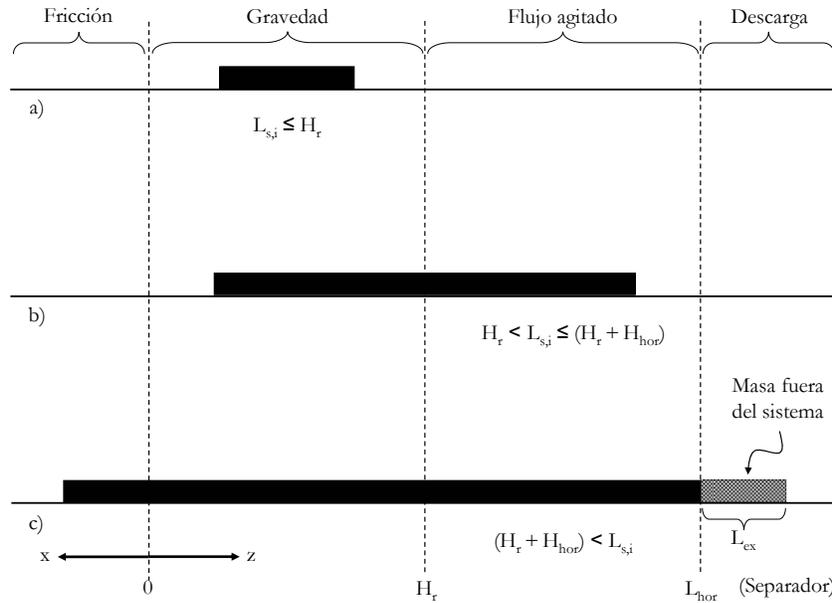


Figura 4.4. Longitud de los tapones respecto de la longitud combinada de salida.

Debido a que una parte del tapón está sujeta a las pérdidas normales por fricción de flujo (desde la entrada hasta el punto “O” en la base del tramo vertical), otra a los efectos gravitatorios (desde “O” hasta H_r) y otra a los procesos de descarga¹⁶ (desde H_r hasta L_{hor}), conviene escribir

$$\frac{dV_{s,1}(t)}{dt} = S_3 \left\{ \frac{1}{[L_{s,1} - S_2 L_{ex,1}(t)] \rho_l} \left[P_{f,1}(t) - P_s - S_1 \frac{1}{2} K'_l \rho_g(t) V_{s,1}(t)^2 \right] + S_5 \left[\frac{-g L_{sr}(t)}{L_{s,1}} \right] - \frac{2 f_{L,1}(t) [L_{s,1} - S_2 L_{ex,1}(t)]}{d L_{s,1}} V_{s,1}(t)^2 \right\} \quad (4.13)$$

para los tapones y

¹⁶ Debe recordarse que durante la descarga el flujo es agitado (desde H_r hasta el separador).

$$\begin{aligned}
\frac{dP_{f,1}(t)}{dt} = & S_3 \left\{ \frac{P_{f,1}(t)[V_{s,2}(t) - V_{s,1}(t)]}{[L_{in} + x_1(t) - L_{s,1} - x_{s,2}(t)]} \right\} \\
& + S_4 \left\{ \frac{P_{f,1}(t)V_{s,2}(t)}{[L_{bor} + H_r + L_{sal}(t) - x_{s,2}(t)]} \right. \\
& \left. - \frac{K_g'' \sqrt{2RT} [P_{f,1}(t)^2 - P_s P_{f,1}(t)]^{1/2}}{[1 - H_{f,i}(t)][L_{bor} + H_r + L_{sal}(t) - x_{s,2}(t)]} \right\}
\end{aligned} \tag{4.14}$$

para las burbujas, con la finalidad de crear entradas únicas en el vector de ecuaciones. En otras palabras, se introduce en el vector una sola ecuación (que luego es “especializada”) en lugar de varias ecuaciones que representen las distintas situaciones particulares.

La posición relativa del frente de los tapones con respecto al origen “O” es calculada dentro de un bloque de ciclos “IF” dentro del código; de este modo es posible asignar los valores

$$S_k = \begin{cases} 0 & (\text{efecto inactivo}) \\ 1 & (\text{efecto activo}) \end{cases}, \quad k = 1, 2, \dots, 5$$

adecuados para cada sección de la tubería. En la figura 4.5 se muestra la secuencia de valores para el proceso de salida de un tapón.

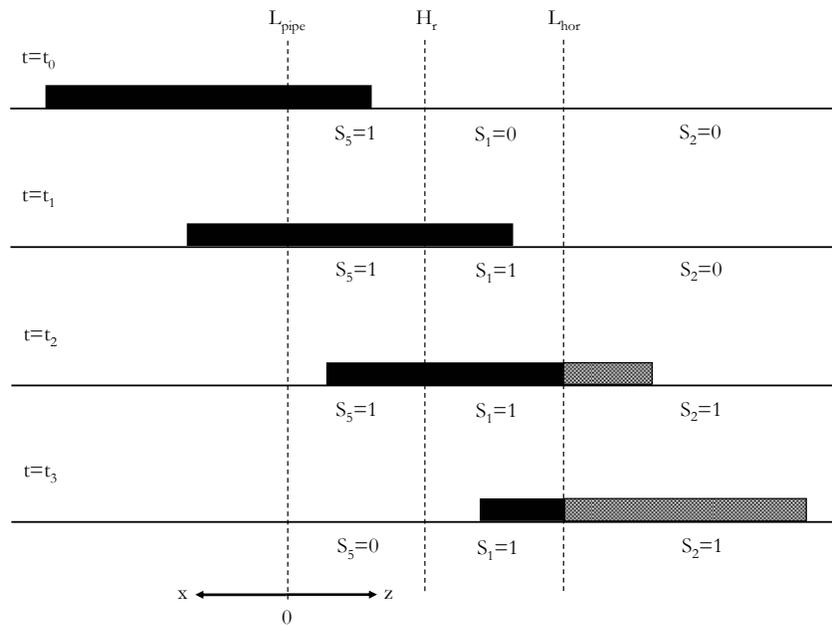


Figura 4.5. Valores de los factores “S” en el proceso de descarga de un tapón.

El factor S_3 se hace cero justo al finalizar la salida del tapón; esto coincide con el inicio de la descarga de la burbuja de gas. Nótese que este factor también elimina el primer término de (4.14) con el objeto de permitir la descarga de la burbuja. La secuencia de valores válida para los factores durante la descarga de las burbujas se muestra en la figura 4.6.

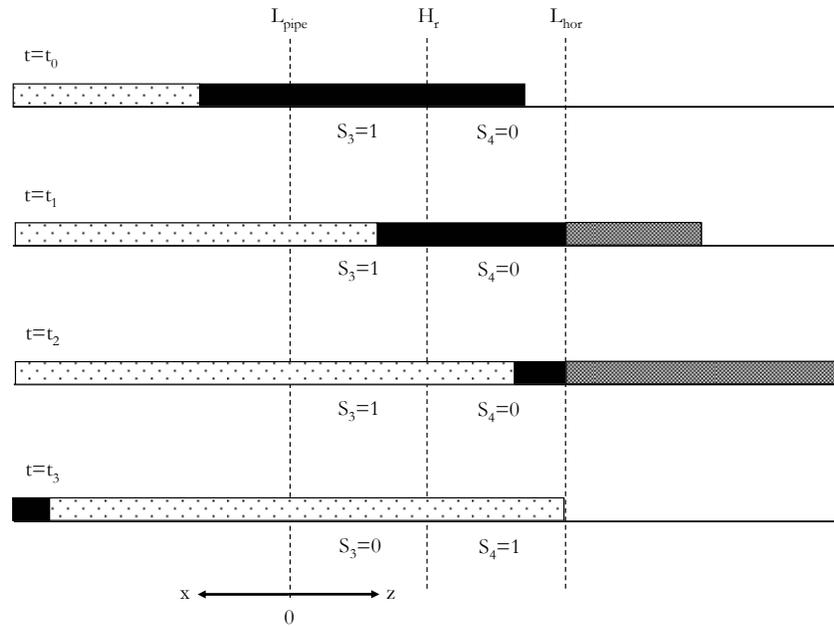


Figura 4.6. Valores de los factores “S” para la descarga de una burbuja.

En este caso la situación es más simple puesto que, o bien (4.14) se reduce a la ecuación para una burbuja que viaja por el sistema, o bien se reduce a la ecuación de una burbuja que inicia un proceso de descarga.

Es importante hacer un comentario final respecto de la determinación de la frecuencia de formación de los tapones. La compleja naturaleza del proceso de formación hace difícil una buena estimación de este parámetro. No obstante, Gregory y Scott (1969), Heywood y Richardson (1979), Manolis (1995), y Zabarar (1999), han propuesto correlaciones específicas.¹⁷ Por ejemplo, en sistemas de pequeño diámetro (45 mm) la frecuencia de los tapones podría calcularse mediante la correlación de Heywood & Richardson (1979):

$$\omega_s = 0.0434 \left[\lambda_l \left(\frac{2.02}{d} + Fr_m^2 \right) \right]^{1.02}; \quad (4.15)$$

λ_l representa el colgamiento sin deslizamiento y el número de Froude es una función de la velocidad de la mezcla:

$$Fr_m = \frac{V_m}{\sqrt{g d}} = \frac{(V_{sl} + V_{sg})}{\sqrt{g d}}. \quad (4.16)$$

¹⁷ Omgba-Essama, *Op. cit.*, pp. 198-203.

En el caso de sistemas con diámetros mayores (de hasta 590 mm) se puede recurrir a la correlación de Hill & Woods (1990):

$$\omega_s = 0.275 \frac{V_m}{3600 d} 10^{(2.68 H_f)}. \quad (4.17)$$

El colgamiento H_f es el que corresponde a la zona de flujo estratificado de equilibrio y puede ser calculado mediante el método de Taitel y Duckler (1976).

Capítulo V

Programa experimental

5.1 Descripción de la instalación experimental

Con el propósito de validar el modelo teórico se diseñó y construyó una instalación experimental flexible que permite ser configurada para representar diversos sistemas de interés. La disposición particular mostrada en la figura 5.1 contiene los elementos de una batería de producción de hidrocarburos costa afuera.

Este sistema experimental está constituido por cuatro subsistemas básicos, a saber:

- 1) Subsistema hidráulico (que operan con agua y aceite).
- 2) Subsistema neumático (para inyección de aire).
- 3) Sección de pruebas configurable (instrumentada para la visualización y la medición de los parámetros de flujo).
- 4) Subsistema de separación trifásico (para la separación y reciclamiento de las fases mencionadas).
- 5) Subsistema de medición, adquisición y procesamiento de datos.

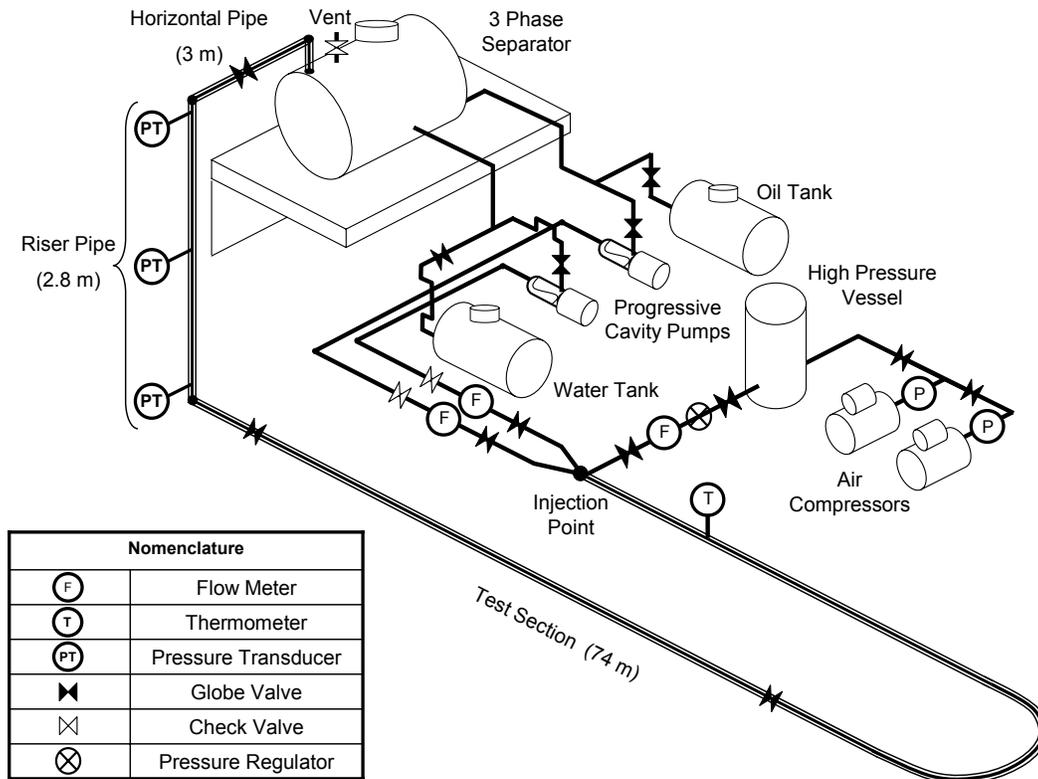


Figura 5.1. Configuración del sistema experimental.

Cada uno de los subsistemas se compone, a su vez, de varios elementos cuyas características, integración y operación se detallan a continuación.

5.1.1 Subsistema hidráulico

El sub-sistema hidráulico consta de dos tanques de almacenamiento (uno para agua y otro para aceite) con una capacidad individual de 2.8 m^3 . Cada uno de los tanques está conectado a una bomba de cavidad progresiva de 2.5 HP que impulsa al fluido correspondiente hacia la sección de pruebas (figura 5.2).



Figura 5.2. Tanques de almacenamiento y bombas de cavidad progresiva.

El control de velocidad de las bombas se efectúa por medio de variadores de frecuencia integrados a sus correspondientes circuitos de potencia. Los semiconductores de los componentes electrónicos están protegidos mediante interruptores termomagnéticos y fusibles de ultra-alto desempeño. Asimismo, el diseño del sistema de potencia contempla el balance trifásico de las cargas eléctricas y protección contra sobrecorrientes (figura 5.3).



Figura 5.3. Variadores de frecuencia para el control de las bombas.

Cada bomba impulsa a su respectiva fase a presión y gasto constantes hasta el punto de mezclado en la entrada de la sección de pruebas. La mezcla de los líquidos se produce en una conexión tipo “Y” (el puerto de inyección de aire se localiza a continuación). Los circuitos hidráulicos independientes tienen instalados medidores de

de turbina, válvulas de no-retorno y válvulas de estrangulamiento para el control de flujo como se muestra en la figura 5.4. En la parte baja de la misma figura es posible observar el punto de inyección de la fase gaseosa.



Figura 5.4. Punto de producción de la mezcla trifásica.

5.1.2 Subsistema neumático

El aire es comprimido y almacenado en un tanque acumulador de 2 m^3 . El aire es bombeado por un par de compresores que elevan la presión hasta los 17 kgf/cm^2 . El sistema neumático está provisto con válvulas de no-retorno y estrangulamiento en diferentes etapas, y permite hacer derivaciones para inyectar gas en cualquier otro punto de la sección de pruebas (figura 5.5).



Figura 5.5. Sistema neumático (tanque acumulador y dispositivos de regulación).

Un rotámetro de flujo (de bajos gastos volumétricos) es utilizado para mediciones en el intervalo que va de 50 a 1,400 L/min. Para flujos volumétricos mayores se hace circular el aire por un circuito paralelo dotado de una placa de orificio que permite mediciones de hasta 4,000 L/min (aprox.). En las figuras 5.5 y 5.6 se muestran el rotámetro de flujo, el manómetro que sirve al tanque acumulador, los reguladores de presión, y el conjunto de válvulas de control de flujo.

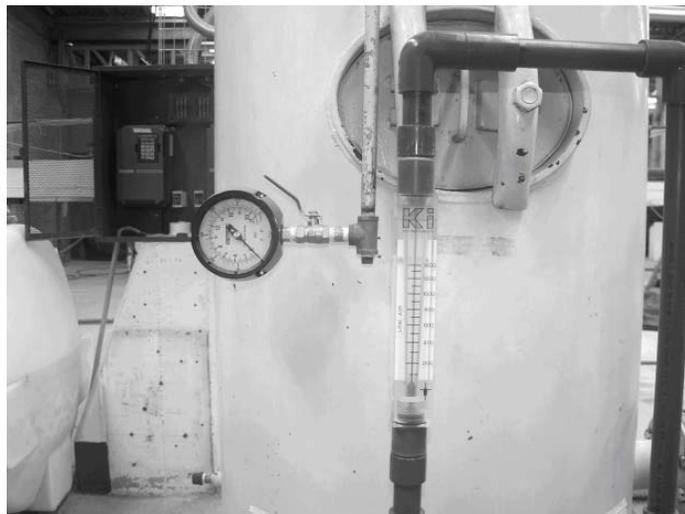


Figura 5.6. Sistema de medición neumático (rotámetro de flujo y placa de orificio).

La presión de inyección de aire es controlada mediante dos reguladores de presión manuales (conectados en paralelo) que permiten hacer ajustes continuos en el intervalo de 0.0 a 2.5 kgf/cm². Dado que la presión máxima en la línea es del mismo orden que el peso de la columna hidrostática en el tramo vertical (~ 1 kgf/cm²), los reguladores son ajustados para que la presión de inyección se efectúe con una relación mínima de 2:1. Esta relación de regulación garantiza una inyección de gas en condiciones críticas (en la válvula de mezclado) e impide oscilaciones en los instrumentos de medición ocasionadas por la propagación de “información” proveniente de la línea.

5.1.3 Sección de pruebas

La sección de pruebas tiene una longitud de 74 m (medidos desde el punto de inyección de la mezcla trifásica hasta la base del tramo vertical ascendente) y consiste de una tubería de PVC transparente de 0.0762 m (3 pg) de diámetro (cédula 40). Una serie de soportes metálicos permite ajustar la inclinación de la tubería para configurar la sección de pruebas (figura 5.7).



Figura 5.7. Sección de pruebas configurable.

Para el caso considerado en este estudio la sección de pruebas mantuvo una inclinación de 1° (positivo respecto de la horizontal en el sentido del flujo) con el objeto de desarrollar taponés hidrodinámicos largos.

La sección de pruebas se encuentra conectada a un tubo vertical por medio de un codo de 90° (de pequeño radio). El tramo vertical se eleva 2.8 m sobre la línea y tiene

tres puertos para la instalación de los transductores de presión. En la parte superior, el tubo vertical está conectado a la línea horizontal de descarga que conduce al separador.

Dicho tramo horizontal tiene una longitud de 3 m y está hecho del mismo material que el resto de la tubería. En un punto previo a la entrada del separador existe una válvula de estrangulamiento para el control de flujo (figura 5.8).



Figura 5.8. Tramo vertical ascendente, línea de salida y válvula de control.

5.1.4 Subsistema de separación

La mezcla llega al primero de tres compartimientos dentro de un tanque de separación trifásica de 3.0 m³ de capacidad. El separador ha sido instalado sobre un talud a una altura de 1.8 m (figura 5.9).

El aire de la mezcla es desalojado inmediatamente a la atmósfera a través de una ventilación en la parte superior del tanque, mientras que los líquidos pasan a un segundo compartimiento en el que ocurre una separación por estratificación. Debido al tamaño de este compartimiento, el tiempo de residencia de los fluidos se prolonga lo necesario para garantizar su completa segregación.

El tercer compartimiento tiene una mampara de menor altura que permite la decantación del aceite estratificado. Cabe aclarar que los fluidos de trabajo han sido seleccionados para evitar la formación de emulsiones estables.



Figura 5.9. Separador trifásico de tres etapas.

5.1.5 Subsistema de medición y adquisición de datos

La instalación experimental ha sido instrumentada para medir y registrar los valores de los diversos parámetros de flujo. La presión, los flujos volumétricos, y la temperatura son medidos de forma directa por los instrumentos respectivos. Por otro lado, las velocidades y las longitudes de tapones (y burbujas) son medidas de forma indirecta por medio de cámaras de video. Una serie de marcas dispuestas sobre la tubería transparente sirve como referencia para el cálculo de las velocidades.

La medición de las presiones se realiza mediante transductores de presión (colocados en distintos puntos de la sección de pruebas) que transmiten una señal análoga de corriente directa que varía entre 0.0 y 20.0 mA (figura 5.10).



Figura 5.10. Transductores de presión (base del tramo vertical).

La calibración de los transductores se ha efectuado en el intervalo de presiones manométricas comprendido entre 0.0 y 1.05 kgf/cm² (0.0 y 15.0 psi). La señal eléctrica proveniente de cada instrumento se transmite a través de cables (calibre 24 AWG y blindados contra radiofrecuencias) hasta el equipo de adquisición de datos.

Las señales son recogidas por un módulo de adquisición de datos SCXI-1000 de National Instruments (figura 5.11). El módulo está integrado, a su vez, por los siguientes elementos:

- 1) Un bloque de conexiones de 32 canales modelo SCXI-3800.
- 2) Un amplificador de señales modelo SCXI-1102.
- 3) Un codificador-modulador ADC (analog-digital converter) modelo SCXI-1600.
- 4) Software “VI-Data Logger” para la gestión de la información.

El codificador SCXI-1600 envía los datos generados (vía USB) a una computadora IBM PC-XT donde son almacenados para efectos de post-proceso y análisis (figura 5.11).



Figura 5.11. Equipo de adquisición de datos (NI-SCXI-1000).

Por su parte cada medidor de flujo genera un pulso TTL que es procesado en una unidad portátil independiente con pantalla. La información de la temperatura es registrada una sola vez al inicio de la secuencia experimental como referencia. Otras mediciones como la presión manométrica en el interior del tanque acumulador y los flujos volumétricos de aire son registrados por separado.

Las mediciones indirectas de longitud se realizaron con una cámara digital Sony DSC-T200. A partir de la descomposición de la imagen de video se obtiene una secuencia de imágenes que permite contar el número de cuadros requeridos por un frente (de tapón o de burbuja) para pasar por dos marcas separadas una distancia preestablecida (0.5 m y 1.0 m en este caso). Con base en la frecuencia de muestreo se

calcula el tiempo que este número de cuadros representa y se deduce la velocidad correspondiente. El cálculo para las longitudes es enteramente análogo y requiere del número total de cuadros que le toma a un tapón (o burbuja) pasar completamente frente a una sola marca.

5.2 Propiedades de los fluidos experimentales

Por conveniencia, los experimentos se realizaron con una mezcla de agua y aire. En la tabla 5.1 se resumen las propiedades de estos fluidos para las condiciones registradas comúnmente en el laboratorio ($T=20\text{ °C}$ y $P\approx 1\text{ atm}$). Otros valores de estas propiedades fueron interpolados según se requirió en cada situación.

Tabla 5.1. Propiedades de los fluidos experimentales (@ $T=20\text{ °C}$, $P=1\text{ atm}$).

Propiedad	Agua	Aire	Unidad
Densidad	998	1.2	[kg/m ³]
Viscosidad absoluta	1.003 E-3	1.8 E-5	[N*s/m ²]

Debe aclararse que los gradientes de temperatura en el interior del laboratorio fueron ignorados durante las pruebas. A favor de esta aproximación se argumenta de la siguiente manera: la velocidad del flujo reduce de manera sustancial el tiempo de exposición de los fluidos a zonas con temperaturas diferentes; por tanto, puede considerarse que prevalecen condiciones para flujo adiabático.

La reflexión anterior, junto con las observaciones experimentales, justifican las hipótesis y simplificaciones consideradas para la creación del modelo (Cfr. Capítulo III).

5.3 Pruebas experimentales

Los experimentos llevados a cabo se enumeran en la tabla 5.2. Se observa que cada serie experimental corresponde a una combinación particular de un gasto de líquido y de un gasto de gas. Las velocidades superficiales alcanzadas con estos gastos de entrada favorecen la aparición del flujo tapón (según se establece en el mapa de patrones de flujo de Taitel y Duckler, 1976) en la sección de pruebas.

Para pasar de una serie experimental a otra, el flujo de aire se mantuvo constante y el flujo de agua se modificó mediante el cambio de operación de la bomba correspondiente. La modificación del gasto induce un breve transitorio que termina un par de minutos después con la regularización de la frecuencia de producción de tapones.

Tabla 5.2. Matriz de flujos volumétricos para las series experimentales.

		Flujo volumétrico de líquido				
		[L/s]	1.06	2.19	3.37	4.52
Flujo volumétrico de aire	0.83	1	1 a	1b	—	—
	1.67	2	2 a	2b	2c	—
	2.50	3	3 a	3b	—	—
	3.33	4	4 a	4b	—	—
	4.17	5	5 a	5b	5c	—
	5.00	6	6a	6b	6c	6d
	5.83	7	7 a	7b	7c	—
	6.67	8	8 a	8b	—	—
	7.50	9	9 a	9b	9c	—
	8.33	10	10 a	10b	10c	—
	9.17	11	11 a	11b	11c	—
	10.00	12	12 a	12b	—	—
	10.83	13	13 a	13b	—	—
	11.67	14	14 a	14b	14c	14d
	12.50	15	—	—	—	—
	13.33	16	16 a	16b	—	—
	14.17	17	—	—	—	—
	15.00	18	18 a	18b	18c	—
	15.83	19	—	—	—	—
	16.67	20	20 a	20b	20c	—

Un total de 66 experimentos fueron realizados. Las series que no están indicadas representan experimentos que no se llevaron a cabo por alguna de las siguientes razones: 1) la serie precedente indica que los resultados del experimento en cuestión serán similares, 2) los experimentos no se pueden realizar debido al fuerte sacudimiento producido en la tubería (y posible operación inestable del sistema), y 3) debido a la poca capacidad de los compresores para mantener los flujos de aire requeridos en tales casos.

5.4 Incertidumbre experimental

A fin de establecer el nivel de confiabilidad de los datos registrados se requirió hacer una estimación de la incertidumbre asociada a cada medición. Es importante recalcar que algunos parámetros de flujo pueden ser medidos de forma directa (p. ej. la presión); otros en cambio deben ser medidos en forma indirecta a partir de variables de las que dependen funcionalmente (como en el caso de las velocidades de los tapones y las burbujas).

5.4.1 Incertidumbre asociada a las mediciones directas

Las incertidumbres relativas a la medición de presiones manométricas, flujos volumétricos de líquido y gas, y temperaturas, se encuentran dentro de los intervalos reportados por los fabricantes en los certificados de calibración. Una calibración de prueba en el laboratorio sirvió para verificar dicha información. En la tabla 5.3 se condensan las incertidumbres asociadas a los parámetros de flujo medidos en forma directa.

Tabla 5.3. Incertidumbre de las mediciones directas.

Variable	Incertidumbre
Presión en los transductores	$P = \langle P \rangle \pm 0.25\%$
Flujo volumétrico de líquido (entrada)	$q_l = \langle q_l \rangle \pm 0.75\%$
Flujo volumétrico de gas (entrada)	$q_g = \langle q_g \rangle \pm 5.0\%$

La incertidumbre en la medición del gasto de gas es mayor, en virtud de que la resolución del rotámetro de flujo es relativamente baja (100 L/min).

5.4.2 Incertidumbre asociada a las mediciones indirectas

El método de Kline y McClintock¹⁸ fue utilizado para determinar las incertidumbres relacionadas con la medición de las velocidades y de las longitudes (de tapones y burbujas). En términos generales, la respuesta experimental depende funcionalmente de “k” variables de medición

$$R = R(x_1, x_2, \dots, x_k), \quad j = 1, 2, \dots, k, \quad (5.1)$$

cada una de las cuales tiene una incertidumbre asociada w_{x_j} , de modo que

$$x_j = \langle x_j \rangle \pm w_{x_j}.$$

Las incertidumbres individuales deben reflejarse finalmente en la incertidumbre “global” de la respuesta misma:

$$R = \langle R \rangle \pm w_R.$$

¹⁸ Holman J. P., *Experimental Methods for Engineers*, 6th. Ed., McGraw-Hill International Editions, 1994, pp. 49 a 57.

Sin embargo, la propagación de las incertidumbres individuales a través de la relación funcional (5.1) no necesariamente sucede en forma lineal. Por tanto, es preciso calcular la variación de la respuesta respecto de la variación de cada uno de los parámetros

$$w_R = \left[\left(\frac{\partial R}{\partial x_1} w_{x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial x_2} w_{x_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial R}{\partial x_k} w_{x_k} \right)^2 \right]^{1/2}; \quad (5.2)$$

en esta expresión, los coeficientes $\partial R/\partial x_j$ establecen la sensibilidad de la respuesta R en relación con la variable x_j . Nótese que cada coeficiente está ponderado por su peso correspondiente w_{x_j} .

Al escribir la norma euclidiana (5.2) para la relación fundamental con la que se determinan las mediciones indirectas se producen los resultados resumidos en la tabla 5.4.

Tabla 5.4. Incertidumbre de las mediciones indirectas (valores medidos en la entrada).

Variable	Valor de la incertidumbre
Velocidad de la mezcla	$V_m = \langle V_m \rangle \pm 16.0\%$
Longitud del cuerpo de los tapones	$L_s = \langle L_s \rangle \pm 18.62\%$
Longitud de las burbujas de gas	$L_b = \langle L_b \rangle \pm 21.19\%$

Claramente, existe una gran incertidumbre asociada a la medición de estos parámetros. Es posible identificar la fuente de tales incertidumbres desarrollando el siguiente caso concreto.

En la medición de la velocidad de la mezcla se ha recurrido al uso de una cámara de video digital; en consecuencia, la respuesta experimental

$$V = V(L, N_f, T_f) \quad (5.3)$$

mantiene una relación funcional con la longitud de referencia L, el número de cuadros filmados N_f , y el período de muestreo (inverso de la frecuencia de muestreo) con el que se realizó la filmación, T_f .

Dicha relación funcional adquiere la siguiente forma

$$V = \frac{L}{N_f T_f}, \quad (5.4)$$

si se concluye que el tiempo que le toma a un tapón recorrer la distancia L (medida a lo largo del tubo) está determinado por el número de cuadros y el período de muestreo.

La incertidumbre de cada variable

$$L = \langle L \rangle \pm w_L,$$

$$N_f = \langle N_f \rangle \pm w_{N_f},$$

$$T_f = \langle T_f \rangle \pm w_{T_f},$$

debe ser proporcionada con un nivel mínimo de confianza (en este caso de 95%). En términos de la relación funcional (5.3), la norma (5.2) se expresa como

$$w_V = \left[\left(\frac{\partial V}{\partial L} w_L \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial N_f} w_{N_f} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial T_f} w_{T_f} \right)^2 \right]^{1/2},$$

que se transforma finalmente en

$$w_V = \left[\left(\frac{w_L}{N_f T_f} \right)^2 + \left(\frac{-L w_{N_f}}{N_f^2 T_f} \right)^2 + \left(\frac{-L w_{T_f}}{N_f T_f^2} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5.5)$$

tras sustituir las derivadas requeridas. Introduciendo los valores numéricos de las variables¹⁹

$$L = 0.5 \pm 0.001 \quad (m),$$

$$N_f = 2.538 \pm 0.317 \quad (cuadros),$$

y
$$T_f = 0.05 \pm 0.005 \quad (s / cuadros)$$

en la ecuación (5.5), se obtiene el siguiente resultado (para una velocidad promedio de 4 m/s):

¹⁹ Las incertidumbres w_L y w_{N_f} han sido determinadas en el laboratorio, mientras que w_{T_f} es la reportada por el fabricante de la cámara.

$$w_V = 0.6(m/s) \Rightarrow \frac{w_V}{V} \times 100 = 16.0\%.$$

El segundo término en (5.5) es el término dominante. Esto se debe a la imprecisión que ocurre en el conteo del número de cuadros para un evento dado. El problema se explica, simplemente, en términos de la baja frecuencia de muestreo que impide producir secuencias de imágenes con suficiente resolución temporal.

Por otra parte, la determinación de las longitudes depende de las velocidades medidas. Ello implica que la incertidumbre de las velocidades se propaga, a su vez, a través de la relación funcional que las vincula. Esto da origen a la elevada incertidumbre de las longitudes.

Se concluye que para mejorar las mediciones en futuros experimentos es necesario emplear una cámara con mayor resolución temporal.

Capítulo VI

Validación del modelo matemático

6.1 Proceso de validación

El modelo matemático se validó mediante una comparación entre los resultados numéricos y los resultados experimentales.

La validación se llevó a cabo en tres pasos: 1) clasificación y acondicionamiento de los datos generados por los instrumentos durante las pruebas experimentales, 2) caracterización estadística de los datos, y 3) comparación directa entre los datos obtenidos en el laboratorio y los datos producidos por el modelo.

6.1.1 Caracterización de los resultados experimentales

Las señales provenientes de los transductores de presión instalados en la base del tramo ascendente vertical se muestran en las figuras 6.1 a 6.3. Las gráficas corresponden a los experimentos indicados en la tabla 6.1.

Tabla 6.1. Condiciones de operación para los experimentos seleccionados.

Parámetro	Exp. No.1 (log5b)	Exp. No.2 (log10b)	Exp. No.3 (log20c)	Unidad
Flujo volumétrico de líquido	3.37	3.37	4.52	[L/s]
Flujo volumétrico de gas	4.17	8.33	16.67	[L/s]
Presión del separador	8.4 E4	8.4 E4	8.4 E4	[Pa]

En cada figura, la escala del eje de las ordenadas (presiones) ha sido amplificada intencionalmente para mejorar la visualización de la curva completa.

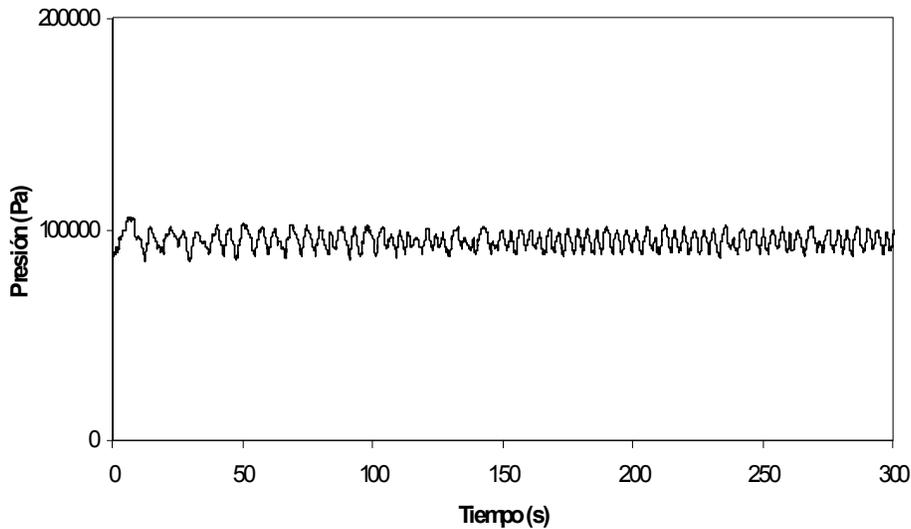


Figura 6.1. Curva de presión correspondiente a la serie experimental log5b (tabla 6.1).

En la figura 6.1 se puede observar el breve estado transitorio ocasionado por un incremento del flujo de líquido (en $t=100$ s), que permite pasar de la serie los5a a la serie log5b sin necesidad de modificar el flujo de aire. La transición dura poco más de 50 s debido a la pronta regularización de la producción de tapones de pequeña longitud (los flujos volumétricos son bajos en este caso).

El nuevo estado de intermitencia “estable” se caracteriza por una secuencia cuasi-periódica de pulsos (de presión) de mayor frecuencia y menor amplitud. Para efectos de análisis se considera que la serie log5b comienza en $t=150$ s, manteniéndose por tiempo indefinido en tanto no ocurra un nuevo cambio operativo, es decir, una modificación de una o varias condiciones de frontera.

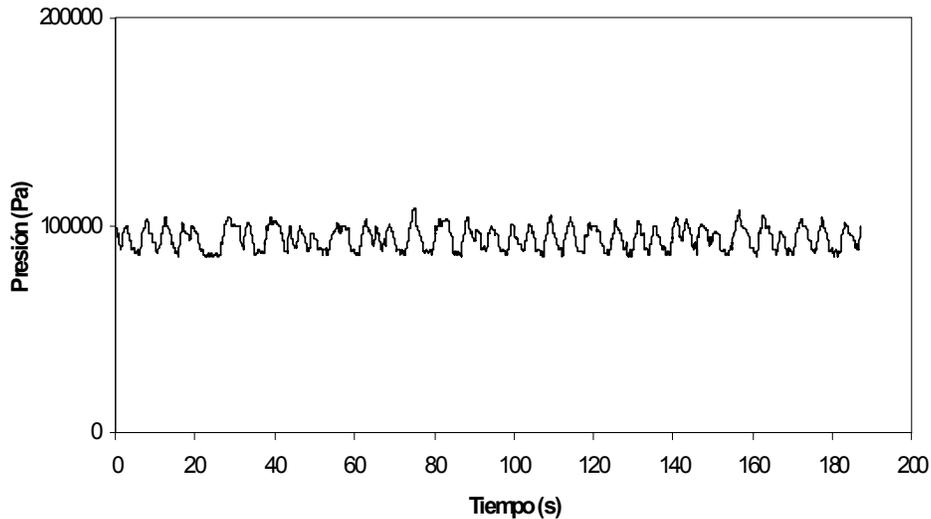


Figura 6.2. Curva de presión correspondiente a la serie experimental log10b (tabla 6.1).

Con el aumento de los flujos volumétricos los tapones se hacen más largos e inestables. Durante el ascenso, en particular, estas inestabilidades se amplifican dando lugar al desprendimiento de las colas de los tapones. A consecuencia de lo anterior, la regularidad del ciclo se ve afectada como se muestra en la figura 6.2.

Es evidente que tanto la frecuencia como la amplitud de los pulsos de presión son menos homogéneas en esta nueva condición de flujo. No obstante, se ha observado que la operación tiende a estabilizarse eventualmente, en cuyo caso los pulsos muestran propiedades cuasi-periódicas.

Se destaca que la serie experimental correspondiente a la figura 6.2 fue realizada con flujos volumétricos intermedios de gas y líquido (con valores cercanos a la parte media de la tabla 5.2).

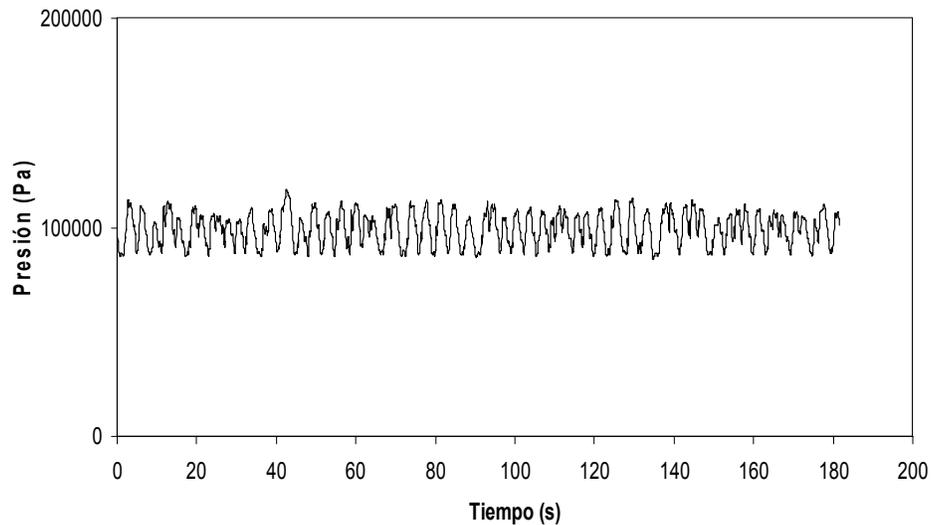


Figura 6.3. Curva de presión correspondiente a la serie experimental log20c (tabla 6.1).

La figura 6.3 muestra la respuesta del sistema para flujos volumétricos de entrada más elevados (ver tabla 6.1). Es importante hacer notar, que esta serie experimental colinda con la región de operación insegura del sistema según la tabla 5.2 (ver Capítulo V). Nuevamente, el patrón de pulsos exhibe cierta irregularidad. Sin embargo, si no se modifican las condiciones de frontera y se permite al sistema operar un tiempo suficientemente prolongado, el flujo tiende a regularizarse en los términos descritos anteriormente. La duración habitual del estado transitorio en esta condición de operación suele ser superior a los 600 segundos.

6.1.2 Distribuciones de las mediciones experimentales indirectas

Los valores de las distintas mediciones realizadas indirectamente se distribuyen de alguna particular. En consecuencia, es importante realizar un análisis estadístico con el fin de establecer la forma de la distribución, el valor promedio y la dispersión de los datos. La serie experimental elegida para dicho análisis es la serie log20c (tabla 6.1) debido a que corresponde al caso en el que se formaron tapones de mayor tamaño.

En las figuras 6.4 a 6.6 se presentan los histogramas de frecuencia para las mediciones de velocidad de los tapones, longitud de los tapones y longitud de las burbujas, respectivamente.

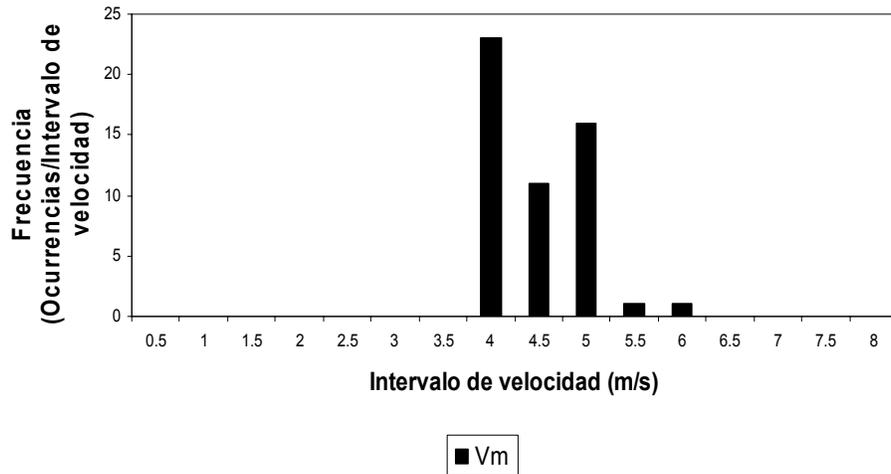


Figura 6.4. Distribución de velocidades de los tapones (experimento log20c, tabla 6.1).

En el caso de las velocidades se observa un claro sesgo de la distribución ya que se forma una cola pesada para valores superiores a los 4.5 m/s. Las velocidades mínimas registradas son de 4 m/s, mientras que las máximas llegan a valores de 6 m/s (ésta última correspondería a tapones cortos, o fragmentos de tapones, que no se desarrollaron adecuadamente).

Este parámetro tiene una distribución relativamente compacta debido a la baja dispersión de los datos. En la tabla 6.2 se presenta la estimación del valor esperado y la dispersión estadística para las velocidades y otras mediciones.

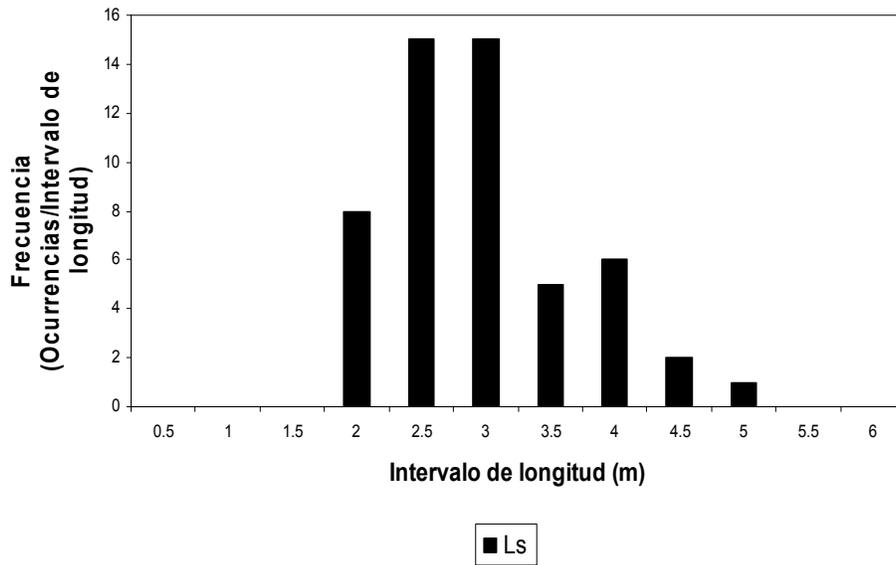


Figura 6.5. Distribución de longitudes de los tapones (experimento log20c, tabla 6.1).

El histograma de longitudes de tapones también muestra un sesgo, aunque en este caso es menos pronunciado. La distribución presenta un valor máximo situado alrededor de 3 m (recuérdese que la longitud del tramo vertical es de 2.8 m).

Se debe hacer hincapié en que la medición de las longitudes tiene sentido, puesto que los tapones han evolucionado hasta alcanzar una longitud “constante” en el momento de su llegada al tramo vertical.

Una observación importante sigue de la distribución de las longitudes de burbujas: aunque los métodos descritos en el capítulo V puedan ser utilizados para medir dicho parámetro, la distribución *per se* carece de significado.

Esto se debe a que las burbujas cambian continuamente de longitud durante su trayecto al separador impidiendo conocer la forma en la que se distribuyen. Como se puede observar, el histograma correspondiente es altamente irregular y solamente sirve para obtener un crudo valor promedio de la longitud.

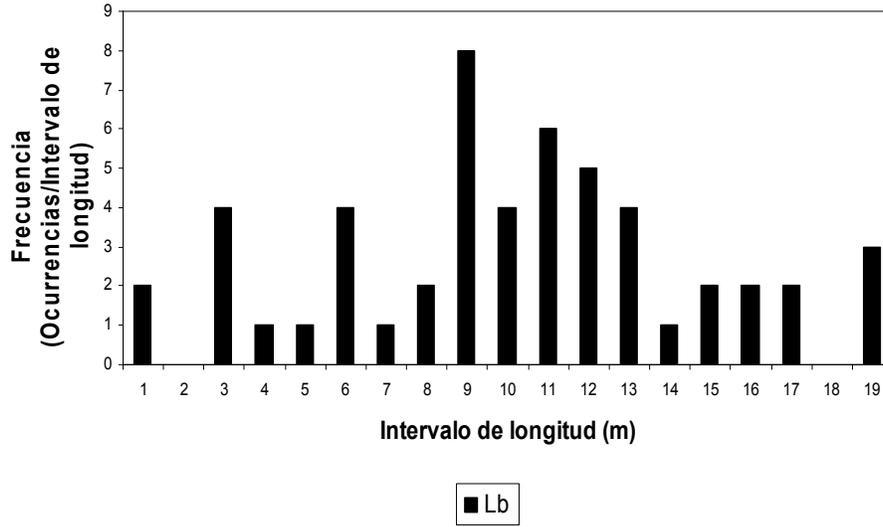


Figura 6.6. Distribución de longitud de las burbujas (experimento log20c, tabla 6.1).

El valor medio y la desviación estándar de las mediciones fueron determinados a partir de los estimadores

$$\mu_N = \langle L_s \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N L_{s,j}, \quad (6.1)$$

y

$$\sigma_N \cong \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N [L_{s,j} - \langle L_s \rangle_N]^2, \quad (6.2)$$

para muestras de N datos experimentales. Los valores de μ_N y σ_N relativos a las mediciones del experimento log20c se resumen en la tabla 6.2.

Tabla 6.2. Medias y dispersiones muestrales del experimento log20c (tabla 6.1).

Variable	Media		Dispersión	
	μ_N		σ_N	
Velocidad de los tapones	4.3	[m/s]	0.67	[m/s]
Longitud de los tapones	2.8	[m]	0.83	[m]
Longitud de las burbujas	9.8	[m]	4.12	[m]

Utilizando como modelo una distribución de Weibull²⁰ se puede hacer una caracterización de las distribuciones de velocidad y longitud de los tapones. La función de densidad de probabilidad se define por

$$p(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\beta^\alpha} (x - \gamma)^{\alpha-1} \exp \left[- \left(\frac{x - \gamma}{\beta} \right)^\alpha \right], & x - \gamma \geq 0 \\ 0, & x - \gamma < 0 \end{cases}.$$

Para cada caso se hace el cambio de variable correspondiente

$$x \rightarrow \begin{cases} V_s \\ L_s \end{cases},$$

y se ajustan el parámetro de forma α , la escala β , y el parámetro de localización γ . Por ejemplo, distribución de la longitud de los tapones está dada por

$$p(L_s) = \frac{\alpha}{\beta^\alpha} (L_s - \gamma)^{\alpha-1} \exp \left[- \left(\frac{L_s - \gamma}{\beta} \right)^\alpha \right]. \quad (6.3)$$

La media

$$\mu_L = \beta \Gamma(1 + \alpha^{-1}), \quad (6.4)$$

y la varianza

²⁰ Aunque la distribución de Weibull se utiliza normalmente en estudios de confiabilidad (para estimar la vida útil de componentes), ella ha sido modificada en otros contextos (p. ej. en el estudio de partículas se conoce bajo el nombre de Rosin-Rammler).

$$\sigma_L^2 = \beta^2 \left[\Gamma(1 + 2\alpha^{-1}) - \Gamma^2(1 + \alpha^{-1}) \right]. \quad (6.5)$$

de la distribución están expresadas en términos de la función gamma

$$\Gamma(y) = \int_0^{\infty} t^{y-1} \exp(-t) dt, \quad (6.6)$$

en la que debe realizarse el cambio $y \rightarrow 1 + \alpha^{-1}$. Al ajustar la distribución de Weibull con los valores indicados en la tabla 6.3 se obtienen las predicciones del valor esperado de velocidad y longitud de la tabla 6.4.

Tabla 6.3. Parámetros de Weibull para las distribuciones de velocidad y longitud de tapones (experimento log20c, tabla 6.1).

Variable	α	β	γ
Velocidad de los tapones	2	1.8	3
Longitud de los tapones	1.9	1.1	2

Tabla 6.4. Valores esperados de velocidad y longitud de los tapones (experimento log20c, tabla 6.1).

Variable	Valor esperado	Unidad
Velocidad de los tapones	4.32	[m/s]
Longitud de los tapones	2.67	[m]

La distribución de las longitudes de las burbujas no puede ser modelada por medio de la distribución de Weibull (o cualquier otra distribución), ya que el histograma mostrado en la figura 6.3 varía con el tiempo. Por tal motivo, se resolvió estimar únicamente el valor esperado a partir de la media muestral²¹:

$$\langle L_f \rangle \approx \mu_N \pm \frac{\tilde{\chi} \sigma_N}{\sqrt{N}}. \quad (6.7)$$

²¹ Se hace implícitamente la suposición de que un número elevado de producirá una distribución normal del valor promedio.

Fijando el valor del intervalo de confianza en $z=2.57$, el valor esperado de la longitud se encontrará (con una probabilidad mínima del 99%) dentro del rango

$$8.32 \text{ m} \leq \langle L_f \rangle \leq 11.25 \text{ m} .$$

Cabe esperar que el error en la estimación decrezca conforme aumente el número de observaciones, en virtud de que $\mu_N \rightarrow \langle L_f \rangle$, con probabilidad $\rightarrow 1$, cuando $N \rightarrow \infty$.

Por último, es importante señalar que en otras investigaciones se ha concluido que la longitud de los taponos sigue una distribución Log-Normal cuando se trata de un fenómeno de taponamiento ocasionado por ondulaciones en la línea.²² En ese caso, la distribución de las longitudes de los taponos está dada por:

$$f(L_s) = \frac{1}{(L_s)\sqrt{2\pi\sigma_N}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{(\ln(L_s) - \mu_N)^2}{\sigma_N^2} \right] \right\} .$$

6.1.3 Distribuciones de las mediciones experimentales directas

Las mediciones realizadas directamente (es decir, presiones y flujos volumétricos) se llevan a cabo con incertidumbres relativamente bajas y se caracterizan por estar distribuidas en forma normal (o gaussiana). Como ejemplo, en la figura 6.7 se muestra la distribución de las mediciones de flujo volumétrico de líquido en la entrada de la línea para la prueba log20c (tabla 6.1).

²² Cfr. Al-safran, E. M., *An Experimental and Theoretical Investigation of Slug Flow Characteristics in the Valley of a Hilly-Terrain Pipeline*, PhD Dissertation, University of Tulsa, Graduate School, 2003, pp. 98-103; FEESA Ltd., Case Study., *Hydrodynamic Slug Seize in Multiphase Flowlines*, 2003, pp. 2-3.

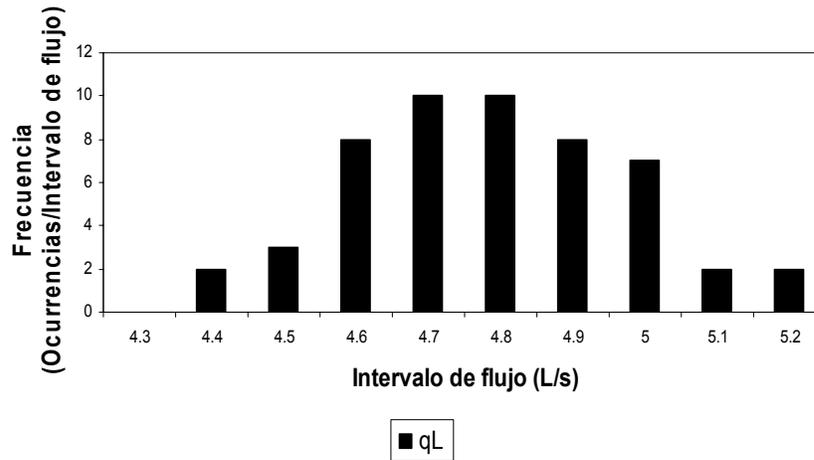


Figura 6.7. Distribución del flujo volumétrico de líquido (experimento log20c, tabla 6.1).

El valor promedio de la medición del flujo volumétrico es de 4.79 L/s y la dispersión es 0.128 L/s. Por otro lado la distribución de la medición del flujo volumétrico de aire también es gaussiana; su media y su dispersión caen dentro del intervalo de incertidumbre experimental. En la siguiente sección se utiliza la medición de las presiones para efectuar una comparación con los resultados de la simulación numérica.

6.2 Comparación entre las predicciones numéricas y los resultados experimentales

La validez y limitaciones del modelo fueron determinadas mediante la comparación directa entre los resultados experimentales y las predicciones numéricas.

Las simulaciones realizadas corresponden con las series experimentales de la tabla 6.1; los parámetros utilizados en cada una de ellas se enumeran a continuación en la tabla 6.3.

Tabla 6.5. Parámetros utilizados para simular las series experimentales de la tabla 6.1.

Parámetro	Sim. No.1 (log5b)	Sim. No.2 (log10b)	Sim. No.3 (log20c)	Unidad
Fracción volumétrica local	0.81	0.8	0.88	—
Longitud de los tapones	1.2	2	2.8	[m]
Velocidad inicial de la mezcla	3.9	3.2	4.3	[m/s]
Longitud de las burbujas	10	8.65	7.5	[m]
Velocidad superficial del líquido	0.74	0.74	0.99	[m/s]
Velocidad superficial del gas	0.91	1.83	3.65	[m/s]
Presión del separador	0.89	0.86	0.86	[kgf/cm ²]

6.2.1 Caso No. 1

El primer caso comparado es el de bajos flujos volumétricos. Las velocidades superficiales alcanzadas con estos gastos dan lugar a la aparición de tapones de pequeña longitud ($L_s < H_v$).

La superposición de las curvas de presión producidas por la simulación No. 1 (tabla 6.5) y por el experimento No. 1 (tabla 6.1) se muestra en la figura 6.8.

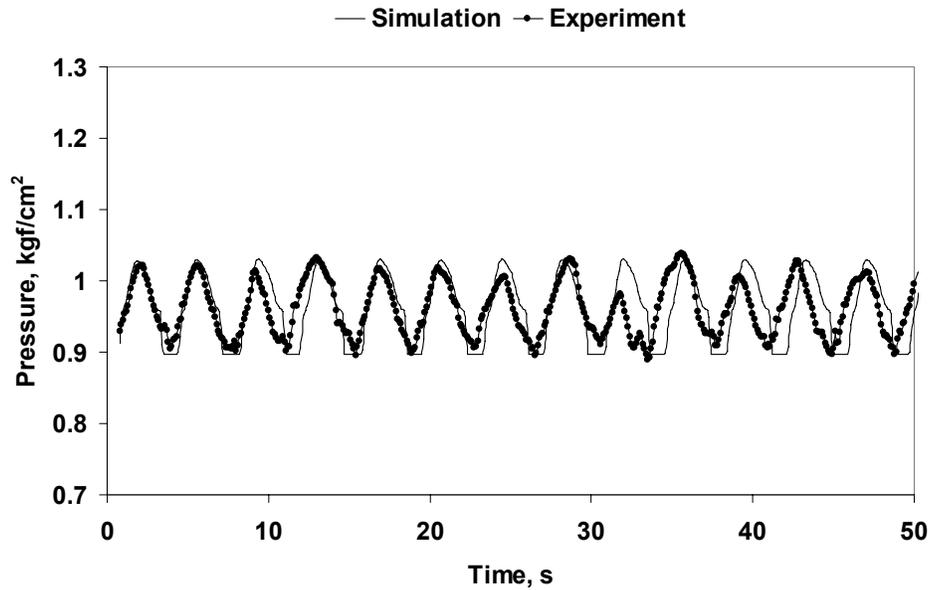


Figura 6.8. Comparación correspondiente al experimento No.1 (tabla 6.2).

Se observa que el modelo predice adecuadamente la frecuencia y la amplitud de los pulsos de presión producidos por un flujo con intermitencia dinámica estable. Dicha estabilidad se explica a través de la restauración de la secuencia de pulsos tras el ascenso de un tapón roto en $t=30$ s. No obstante, el evento produce solamente un corrimiento en la fase de la señal (a partir de $t=35$ s).

En este sentido se concluye que un flujo con tapones cortos está caracterizado por una elevada regularidad del patrón de pulsos. Esto se debe a que los tapones cortos son menos propensos a deformaciones y rupturas bajo la acción de las fuerzas involucradas.

Nótese también que los efectos del proceso de descarga son poco relevantes, pues la duración de la expulsión suele ser muy breve (muy inferior a 1 s). Además, los tapones conservan suficiente energía cinética para llegar al separador sin que se produzcan transiciones del patrón de flujo en el tramo vertical (o en el tramo de salida).

6.2.2 Caso No. 2

La comparación entre la segunda simulación de la tabla 6.5 y la curva de presión experimental correspondiente a la serie log10b (tabla 6.2) se muestra en la figura 6.9.

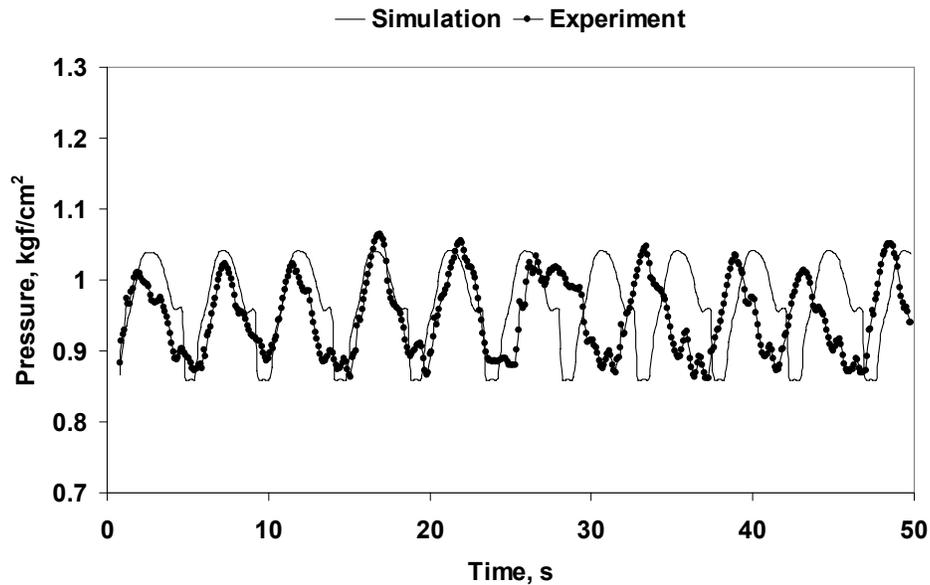


Figura 6.9. Comparación correspondiente al experimento No.2 (tabla 6.2).

Claramente la correspondencia entre ambas curvas es sensiblemente menor en presencia de tapones más largos. La pérdida de sincronía en $t=25$ s es ocasionada por un tapón cuya longitud es mayor que la del resto de los tapones en el sistema. La notable discrepancia entre las curvas experimental y teórica se debe a que la distribución de longitudes es menos compacta.

El crecimiento irregular y el desprendimiento de porciones importantes de las colas de los tapones suelen ser las causas comunes de las anomalías. En términos generales, el movimiento de un tapón largo (o corto) en el sistema se traduce en una variación de la presión y en un corrimiento de la fase de la señal. Los picos secundarios de presión (máximos locales) dan cuenta del desprendimiento de las colas.

Se ha visto también que estos efectos se van magnificando conforme aumenta el tamaño de los tapones. Sin embargo, es muy importante recalcar que al igual que en el

caso de los tapones cortos la regularidad del ciclo tiende a reestablecerse unos cuantos pulsos después.

6.2.3 Caso No. 3

La serie experimental log20c (Exp. No. 3 en la tabla 6.2) es la que corresponde al flujo de tapones largos. Los parámetros utilizados para la simulación asociada son los que se dan en la tabla 6.5 (Sim. No. 3). Desde el punto de vista de la validación, este es el resultado de mayor interés puesto que el modelo ha sido desarrollado para representar un flujo con estas características.

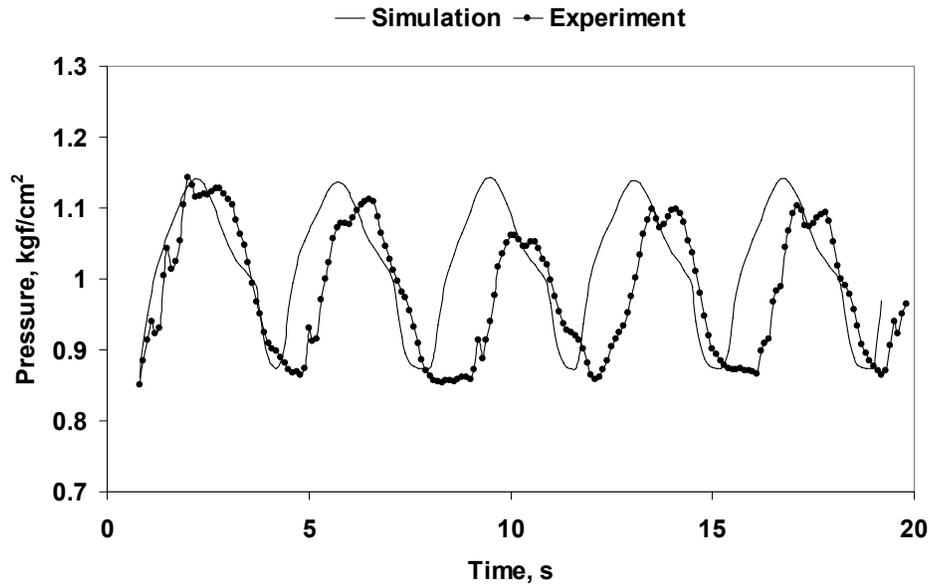


Figura 6.10. Comparación correspondiente al experimento No.3 (ver tabla 6.2).

La sincronía entre ambas secuencias de pulsos disminuye a causa de la magnificación de las inestabilidades en la interfase (figura 6.10). Nuevamente los picos de presión locales dan cuenta de los desprendimientos de las colas.

Aproximadamente en $t=9$ s un tapón de menor longitud ($L_{s,i} < L_{s,i-1}$) asciende al separador produciendo menos presión hidrostática en la columna vertical. Como en los casos anteriormente descritos, este evento viene acompañado de un corrimiento en la fase y un eventual reestablecimiento (de la frecuencia y la amplitud) de la señal.

Otra comparación entre la serie log20c y los resultados de la simulación se muestra en la figura 6.11.

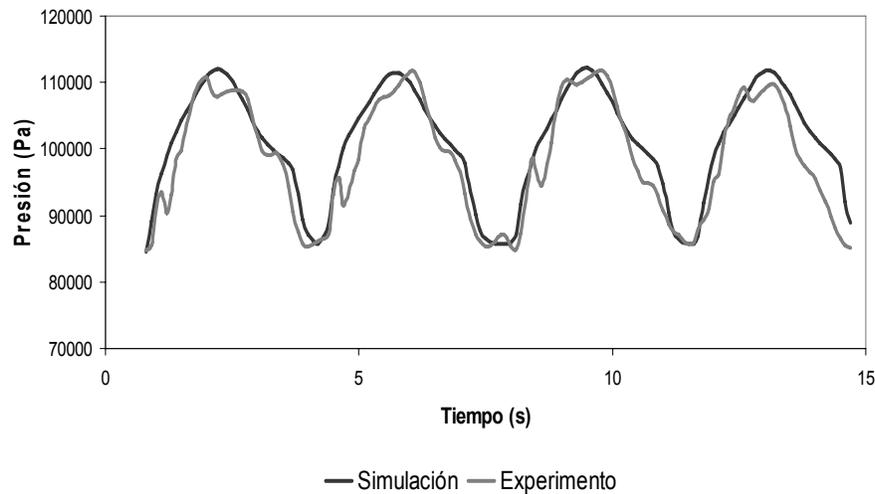


Figura 6.11. Comparación correspondiente al experimento No. 3 (2ª prueba) de la tabla 6.2.

En esta imagen se muestra la secuencia de pulsos producida por una serie de tapones que no presentaron desprendimiento de las colas ni malformaciones. Como resultado, la secuencia de pulsos mantuvo su periodicidad. Se concluye en este caso que el modelo predice razonablemente bien la variación de la presión en la base del tramo vertical —como es de esperarse si la masa de los tapones no cambia—.

Las variaciones locales de las curvas son promovidas por complejos mecanismos que no pueden ser modelados fácilmente y que, por tanto, han sido excluidos de la formulación general del problema. Ejemplos de estos procesos son la y la acumulación de líquido en la base del tramo vertical y la penetración parcial de la burbuja en el cuerpo del tapón.

6.2.4 Comparación cualitativa entre la predicción y el experimento

La evidencia experimental ha confirmado que pequeños desprendimientos aleatorios de las colas de los tapones producen irregularidades en la señal de presión. No obstante, parámetros globales como la amplitud y la frecuencia permanecen prácticamente inalterados cuando las masas desprendidas son pequeñas (en comparación con la masa total del tapón).

Dado que el modelo es incapaz de reproducir estos rasgos se considera que cabe hacer una comparación cualitativa con la onda fundamental (de la señal experimental).

Si se considera que las fluctuaciones constituyen una señal de ruido montada sobre una onda moduladora, ésta puede ser aislada mediante un análisis de Fourier (o algún método de filtrado de frecuencias).

Como alternativa práctica para evitar un análisis en el dominio de la frecuencia se propone la eliminación directa de los extremos locales en los pulsos de presión. Para ello se ajusta un polinomio de interpolación de Lagrange

$$f_n(x) = \sum_{i=0}^n \left[\prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \right] f(x_i) \quad (6.8)$$

que, al preservar las características principales de la señal, sirva como representación de la onda fundamental de los pulsos (figura 6.12).

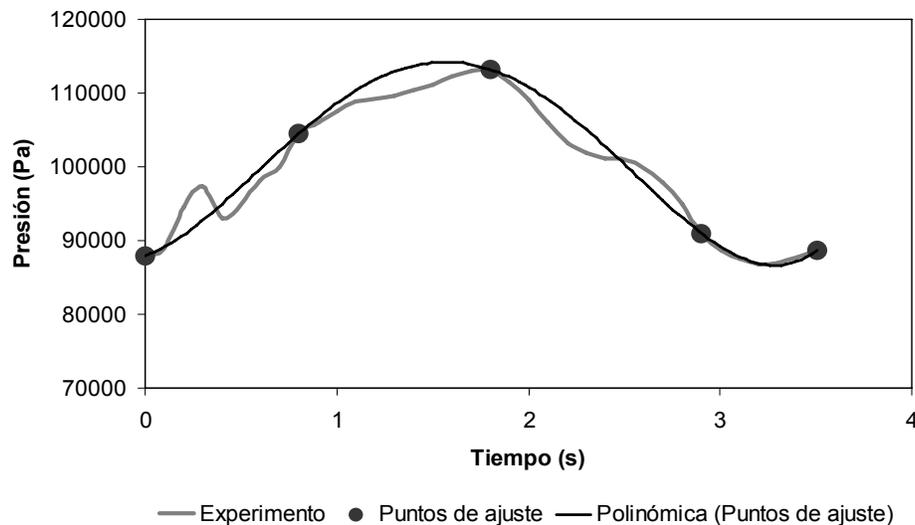


Figura 6.12. Ajuste de un polinomio de Lagrange sobre un pulso de presión típico.

Desarrollando (6.8) para los cinco puntos mostrados en la figura 6.12, se obtiene

$$\begin{aligned}
f_4(x) = & \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)(x_0-x_4)} f(x_0) + \\
& + \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)} f(x_1) + \dots + \\
& + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_4-x_0)(x_4-x_1)(x_4-x_2)(x_4-x_3)} f(x_4)
\end{aligned} \quad (6.9)$$

Este polinomio puede ser fácilmente implementado en forma numérica bajo el siguiente esquema:

$$f_n(x) = b_0 + b_1(x-x_0) + b_2(x-x_0)(x-x_1) + \dots + b_n(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{n-1}). \quad (6.10)$$

Los coeficientes

$$b_0 = f(x_0),$$

$$b_1 = f[x_1, x_0],$$

$$b_2 = f[x_2, x_1, x_0],$$

⋮

representan términos sucesivos de la expansión en serie de Taylor de la función en cuestión

$$f[x_i, x_j] = \frac{f(x_i) - f(x_j)}{x_i - x_j},$$

$$f[x_i, x_j, x_k] = \frac{f[x_i, x_j] - f[x_j, x_k]}{x_i - x_k},$$

⋮

El resultado de aplicar el procedimiento descrito a los dos experimentos de la serie log20c (Exp. No.3 de la tabla 6.2) se muestra en las figuras 6.13 y 6.14, respectivamente.

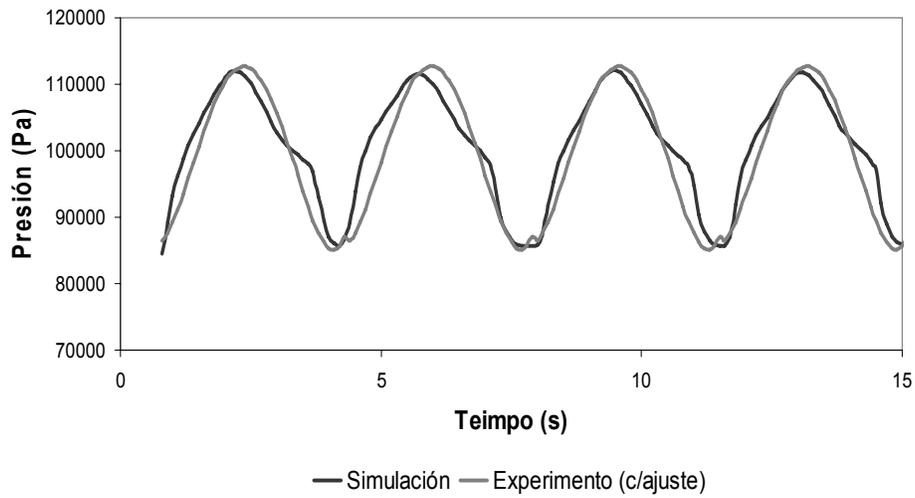


Figura 6.13. Comparación entre la simulación y la onda fundamental (exp.No.3, tabla 6.2).

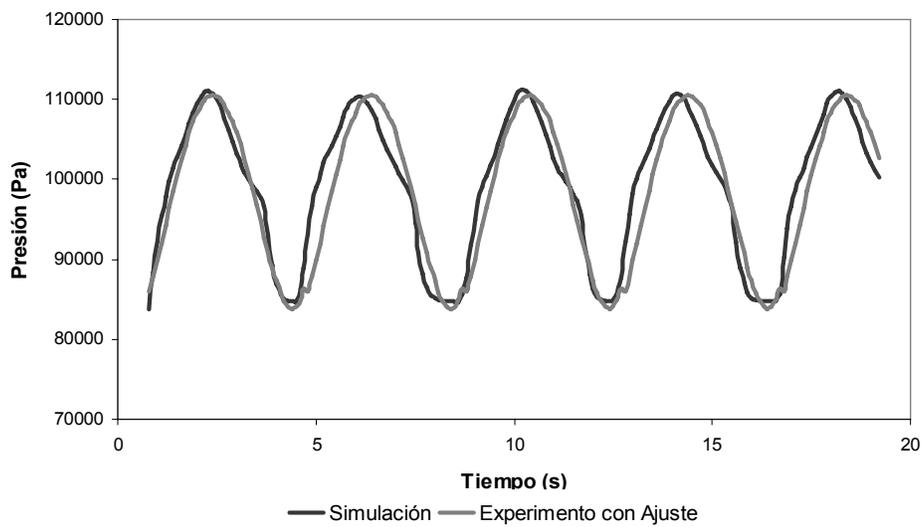


Figura 6.14. Simulación y onda fundamental (2^{da} prueba, exp. No.3, tabla 6.2).

La correspondencia entre las dos curvas sugiere que los desprendimientos pequeños son poco relevantes en la dinámica global del flujo. Por el contrario cuando ocurren grandes desprendimientos de las colas que modifican significativamente la fase y la amplitud de la señal.

Es importante subrayar que el modelo está hecho para servirse de un valor único para la longitud de los taponos (el valor esperado) en lugar de una distribución de longitudes. Esta limitación puede ser abordada en desarrollos posteriores.

6.2.5 Prueba estadística para la predicción de los valores promedio

La simple comparación entre curvas no es una prueba suficiente para establecer la calidad de los resultados. Queda entonces abierta la posibilidad de proveer una estimación cuantitativa para el grado de certidumbre de la simulación.

Cabe decir que no se trata de un asunto menor puesto que las predicciones numéricas suelen ser un factor determinante en la definición de las políticas de operación, diseño y mantenimiento de un sistema real.

Para resolver esta cuestión conviene aportar un argumento de tipo estadístico. La idea consiste en tratar ambas curvas como series independientes de datos²³ que pueden ser comparadas estadísticamente mediante la prueba “t” de Student.

La prueba permite aceptar (o rechazar) la hipótesis nula postulada para las medias

$$H_0 : \bar{x}_{m1} = \bar{x}_{m2}$$

y, en su defecto, rechazar (o aceptar) la hipótesis alternativa

$$H_1 : \bar{x}_{m1} \neq \bar{x}_{m2}$$

con un nivel mínimo de confianza preestablecido. En este estudio el nivel mínimo de confianza se fijó en 95% (es decir, hay una significación estadística de 5%).

El parámetro estadístico de Student se define como

$$t = \frac{\bar{x}_{m1} - \bar{x}_{m2}}{\left[\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2} \right]^{1/2}} \quad (6.11)$$

para dos muestras de n_1 y n_2 elementos con distinta varianza; el número de grados de libertad está dado, a su vez, por

²³ Debe aclararse que se utilizaron los datos experimentales tal como se obtuvieron en el laboratorio para esta prueba.

$$v = \frac{\left[\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2} \right]^2}{\frac{\left(\frac{\sigma_1^2}{n_1} \right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{\sigma_2^2}{n_2} \right)^2}{n_2 - 1}}. \quad (6.12)$$

Al comparar el valor del parámetro “t” calculado mediante (6.11), con el valor tabulado para la distribución de Student²⁴ (con el número de grados de libertad dado por (6.12) y la significación estadística requerida), se obtiene

$$t|_{calc} < t|_{distr@95\%}$$

por lo que es imposible rechazar H_0 .

Se concluye, en consecuencia, que las dos curvas de presión (simulada y experimental) representan a la misma distribución poblacional con una probabilidad mínima de 95%. En otras palabras, el modelo es capaz de predecir las variaciones de presión en el sistema con una certeza mínima de 95%.

²⁴ Véase por ejemplo: Holman J. P., *Experimental Methods for Engineers*, 6th Ed., McGraw-Hill International Editions, 1994, p. 93.

Capítulo VII

Análisis de resultados y simulación de un sistema real

7.1 Análisis de la dinámica del flujo

7.1.1 Dinámica de flujo en la sección horizontal

Los flujos volumétricos con los que se efectuaron las series experimentales definen el área sombreada superpuesta sobre el mapa de Taitel y Duckler (1976) mostrado en la figura 7.1. De acuerdo con el mapa, dicha zona experimental está contenida dentro de la región de flujo con patrón intermitente.

Durante los experimentos se observó que las velocidades superficiales inferiores a 0.5 m/s (de ambas fases) fomentaban el taponamiento severo en la base del tramo vertical. Al alcanzarse velocidades superficiales superiores a 1 m/s se formaron tapones hidrodinámicos en la línea. Finalmente, cuando las velocidades superaron los 5 m/s las colas de los tapones en ascenso se hicieron inestables y se desprendieron. Este efecto (que se explica con detalle más adelante) se manifiesta como un cambio local del patrón de flujo en el cuerpo de tapones largos.²⁵ El punto señalado en las figuras 7.1 y 7.3 indica la condición de operación para la serie experimental log20-c (ver tabla 5.2, capítulo V).

²⁵ Recuérdese que se habla de tapones largos cuando se cumple la condición: $L_s \geq H_r$.

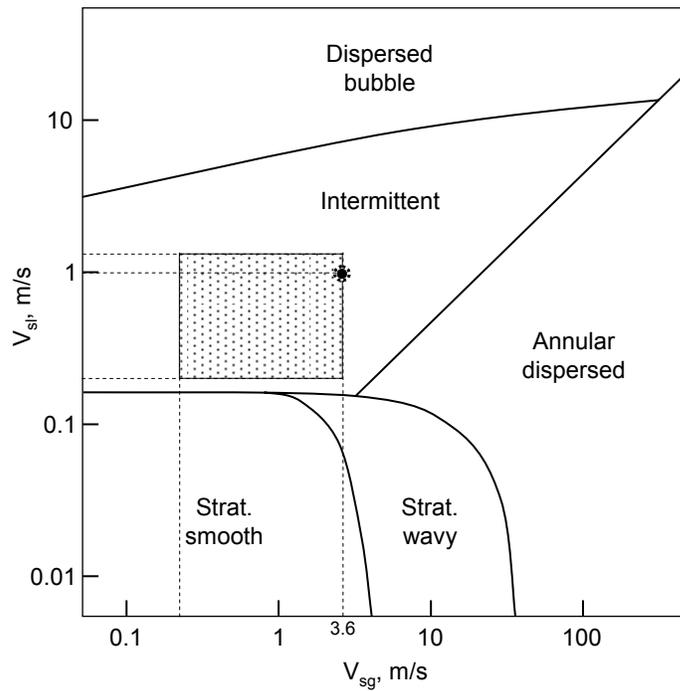


Figura 7.1. Mapa de patrones de flujo de Taitel y Duckler (1976) para flujos horizontales.

Los resultados experimentales han confirmado que el mapa de Taitel y Duckler para flujos horizontales (o con inclinaciones pequeñas) resulta adecuado para incluir el caso de taponamientos largos. En otras palabras, el mapa permite establecer las condiciones de entrada (flujos volumétricos) para la formación de taponamientos hidrodinámicos largos en la línea horizontal.

En la figura 7.2 se muestra una fotografía de una unidad de taponamiento formada en la sección (horizontal) de pruebas. En la imagen se distinguen el frente del tapón, la cola del tapón y parte de la película líquida que fluye bajo la burbuja de gas.



Figura 7.2. Imagen de un tapon hidrodinámico de 0.5 m de longitud (sección horizontal).

7.1.2 Dinámica de flujo en el tramo ascendente vertical

Dado que los tapones hidrodinámicos formados en la línea ascienden por el tubo vertical es necesario considerar un mapa de patrones distinto para el flujo en esta sección.

Una posibilidad es el mapa de Govier et al. (1957) creado para flujos bifásicos gas-líquido en sistemas concurrentes verticales. Dicho mapa (mostrado en la figura 7.3) ahora forma parte del método de Aziz et al. (1972) donde se incorporan, además, los principios fundamentales de los métodos mecanicistas modernos.²⁶

²⁶ Brill J. P., and Mukherjee H., *Multiphase Flow in Wells*, Society of Petroleum Engineers Inc., 1999, pp. 39-41.

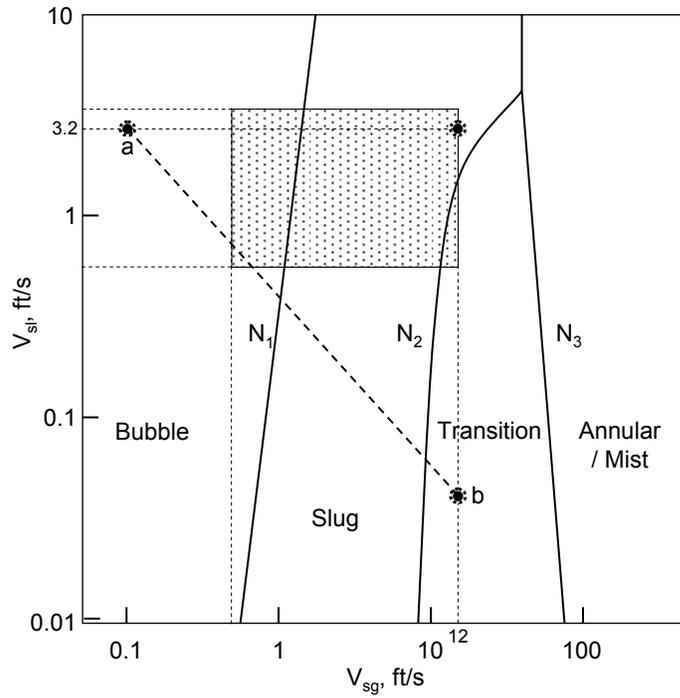


Figura 7.3. Mapa de patrones de flujo de Aziz et al. (1972) para flujos verticales.

Las coordenadas respectivas (con unidades en ft/s) se definen mediante:

$$N_x = v_{sg} \left(\frac{\rho_g}{0.0764} \right)^{1/3} \left[\left(\frac{72}{\sigma_l} \right) \left(\frac{\rho_l}{62.4} \right) \right]^{1/4},$$

y

$$N_y = v_{sl} \left[\left(\frac{72}{\sigma_l} \right) \left(\frac{\rho_l}{62.4} \right) \right]^{1/4}.$$

Las líneas de transición están dadas por:

$$N_1 = 0.51(100N_y)^{0.172},$$

$$N_2 = 8.6 + 3.8N_y,$$

y

$$N_3 = 70(100N_y)^{-0.152}.$$

Brill aclara que los factores entre corchetes han sido incluidos para extender la utilidad del mapa a situaciones en las que intervienen otros fluidos que no sean agua y aire.²⁷ También es importante recordar que el mapa fue construido con base en los balances de masa y momento aplicados a burbujas de Taylor fluyendo en sistemas donde:

$$L_{s,i}, L_{b,i} \ll H_r.$$

Ahora bien, si se consideraran exclusivamente los flujos volumétricos promedio (de agua y aire) en la entrada de la sección de pruebas, las coordenadas se reducen simplemente a

$$N_x = \langle v_{sg} \rangle, \quad N_y = \langle v_{sl} \rangle,$$

y las series experimentales se sitúan dentro de la zona rectangular indicada; la serie log20-c, por ejemplo, estaría representada por el punto localizado en el extremo derecho del rectángulo.

Sin embargo, de la línea horizontal proviene un flujo intermitente que impone la siguiente condición de “discontinuidad” en la base del tramo vertical:

$$\left. \begin{array}{l} N_x \rightarrow v_{sg} \sim \langle v_{sg} \rangle \\ N_y \rightarrow v_{sl} \ll \langle v_{sl} \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow (\text{si fluye una burbuja})$$

$$\left. \begin{array}{l} N_x \rightarrow v_{sg} \ll \langle v_{sg} \rangle \\ N_y \rightarrow v_{sl} \sim \langle v_{sl} \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow (\text{si fluye un tapón})$$

A consecuencia de ello, el mapa no puede ser utilizado de manera convencional. Esto implica que deben utilizarse los flujos instantáneos, medidos en la base del tramo vertical, en lugar de los flujos promedio registrados en la entrada de la línea.

La evidencia experimental sugiere que al ingresar tapones largos a la sección vertical, el patrón observado se sitúa en la región de flujo burbuja dentro del mapa de Govier (indicado por el punto “a” en la figura 7.3).

Por otra parte, cuando ingresan burbujas a la sección vertical, el patrón observado se sitúa dentro de la región de flujo agitado (señalado como punto “b” en la figura 7.3). Esto se debe a que una porción importante del tapón se fragmenta y produce una transición al patrón de flujo agitado en ese punto.

De las consideraciones anteriores se desprende la siguiente conclusión: en presencia de tapones hidrodinámicos largos, la operación se realiza alternadamente entre los puntos “a” y “b” del mapa.

²⁷ *Loc. cit.*

En otras palabras, el flujo no permanece en la región de taponamiento definida por los gastos promedio en la entrada, sino que transita entre los patrones de flujo agitado y burbuja.

En la figura 7.4 se muestra una fotografía de una burbuja en ascenso hacia el separador. Se puede ver, claramente, como el flujo agitado ha impedido la formación de una burbuja geoméricamente regular (burbuja de Taylor).

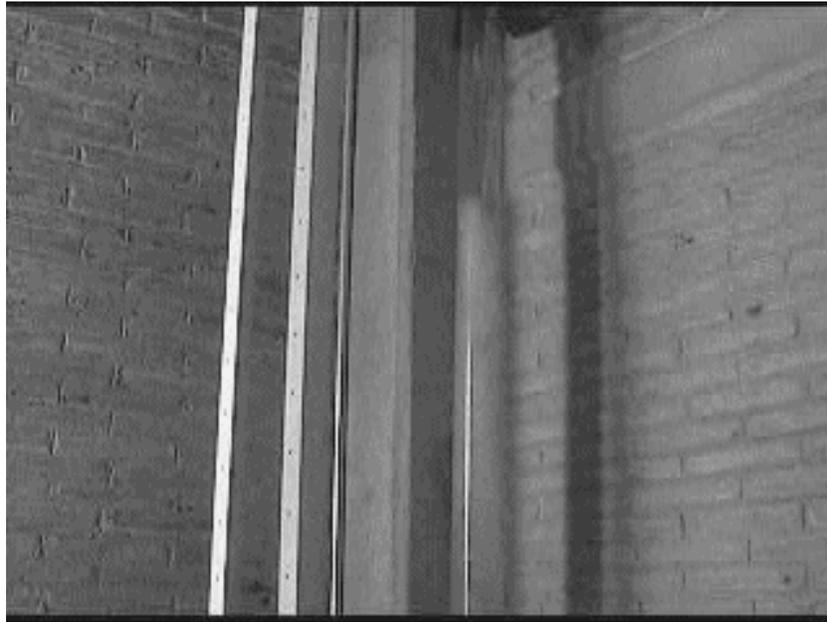


Figura 7.4. Imagen de un tapón largo en ascenso por el tramo vertical.

7.2 Respuesta del sistema ante variaciones de parámetros

Habiendo identificado y modelado algunos de los procesos fundamentales involucrados en la hidrodinámica del flujo, conviene llevar a cabo un estudio de sensibilidad. Dicho estudio permite conocer la respuesta dinámica del sistema ante posibles variaciones de las condiciones de operación.

7.2.1 Efecto de la velocidad

Para evaluar el grado de sensibilidad del sistema a las variaciones de la velocidad de los tapones se produjeron tres simulaciones y se contrastaron con un experimento (figura 7.5).

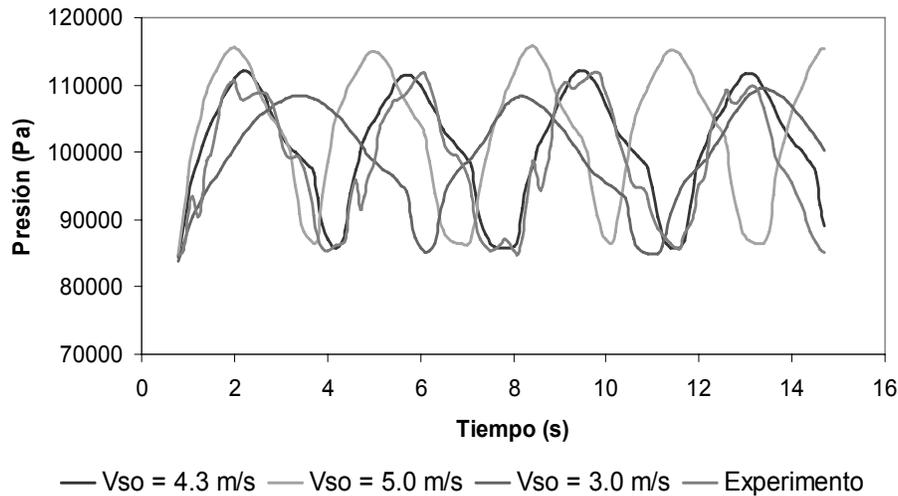


Figura 7.5. Respuesta dinámica del sistema ante variaciones de la velocidad de los tapones.

Es evidente que ligeras variaciones de la velocidad inducen cambios significativos en los dos parámetros fundamentales de la respuesta, a saber: la amplitud y la frecuencia de los pulsos de presión.

Esto se debe a la intervención no-lineal de la velocidad en las ecuaciones (p.ej. a través de los términos de fricción). Una disminución porcentual de 30.2% respecto de la velocidad promedio (4.3 m/s) supone una disminución aproximada del 28.8% en la frecuencia; la amplitud varía en menor medida (2.7% aprox.). Por el contrario, un incremento del 16.3% en la velocidad hace que la frecuencia y la amplitud aumenten en 12.5% y 5%, respectivamente.

Se concluye, entonces, que la energía cinética es un factor central en la evolución general del flujo.

7.2.2 Efecto de la longitud de los tapones

La respuesta del sistema ante variaciones de la longitud de los tapones se ilustra con el grupo de curvas de la figura 7.6.

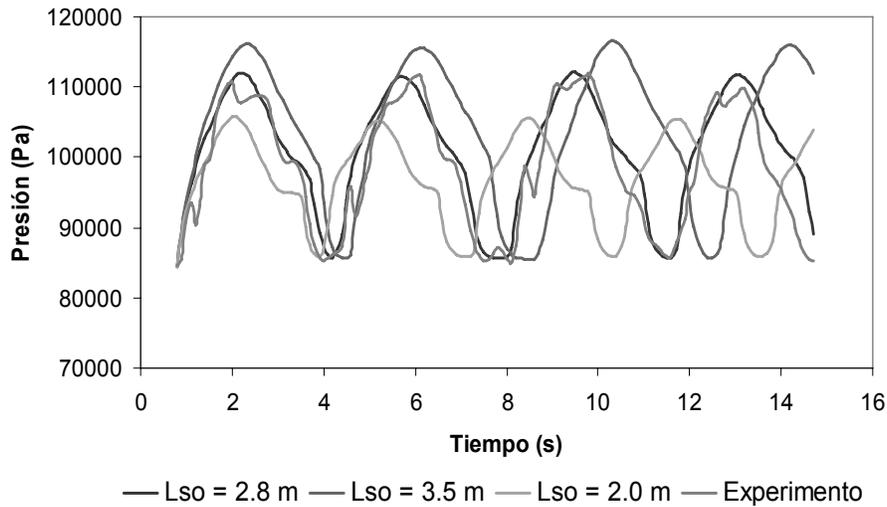


Figura 7.6. Respuesta dinámica del sistema ante variaciones de la longitud de los tapones.

Con el incremento de la longitud aumenta la masa de los tapones. Nuevamente esto repercute en la frecuencia y en la amplitud de los pulsos de presión ya que el incremento inercial produce presiones más elevadas. Por ejemplo, al formarse tapones 25% más largos la amplitud del pulso se eleva alrededor de un 5% sobre el valor de referencia (el valor experimental); en cambio, al disminuir la longitud en 28.6% la amplitud se reduce en 6.2%.

Asimismo, la frecuencia sufre un cambio como consecuencia de la variación de la longitud de los tapones. En el caso de tapones más largos la frecuencia disminuye un 7.5%, mientras que con tapones más cortos aumenta 11.3% respecto de la frecuencia experimental.

Es evidente que la longitud tiene una influencia menos significativa que la velocidad; ello se ve directamente en la relación para la variación de la energía cinética:

$$O\left(\frac{\Delta K}{\Delta L}\right) \sim \frac{1}{2} O\left(\frac{\Delta K}{\Delta V}\right).$$

7.2.3 Efecto de la fracción volumétrica local de líquido

El efecto producido por la variación de la fracción volumétrica del líquido (o colgamiento) en el cuerpo del tapón se ilustra en la figura 7.7.

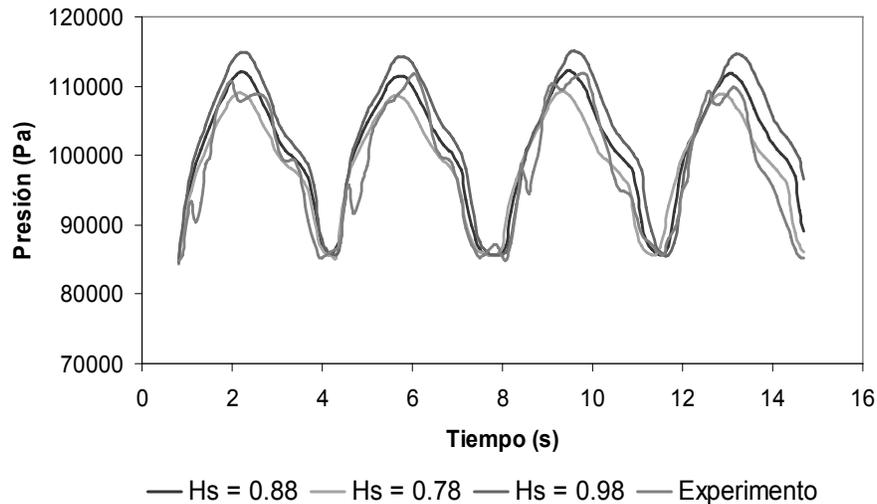


Figura 7.7. Respuesta dinámica del sistema ante variaciones del colgamiento.

Cualquier variación del colgamiento dentro del rango teórico ($0.5 \leq H_s \leq 1.0$) produce taponés más pesados (o más ligeros). En este caso, sin embargo, la repercusión que el colgamiento tiene sobre la masa puede llegar a ser un orden de magnitud inferior a la producida por las longitudes.

Como se puede observar, la influencia de este parámetro se manifiesta fundamentalmente a través de un incremento en la amplitud del pulso. Los desplazamientos en la frecuencia de la señal son poco importantes y se producen principalmente para valores de H_s cercanos a los extremos del rango teórico.

Las presiones estimadas en esta simulación son de 4.5% y 1.8% (respecto del valor experimental) para $H_s=0.98$ y $H_s=0.78$, respectivamente.

7.2.4 Efecto de la longitud de las burbujas

La longitud de las burbujas de gas es otro parámetro primordial en la evolución dinámica del flujo. La figura 7.8 muestra la respuesta del sistema a las variaciones de L_f .

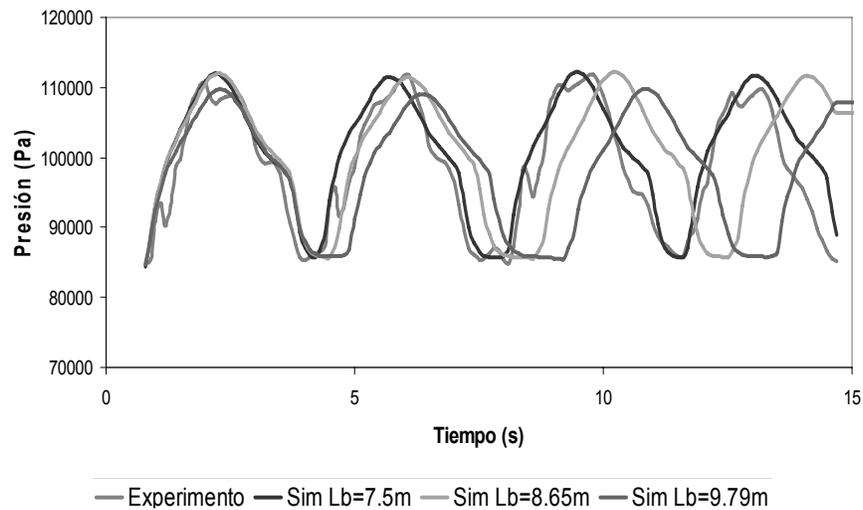


Figura 7.8. Respuesta dinámica frente a variaciones de la longitud de las burbujas.

La frecuencia del tren de pulsos es notablemente sensible a la variación de la longitud característica de las burbujas. La amplitud, por el contrario, cambia moderadamente. Por ejemplo, si se considera un incremento del 30.5% (comparación entre los casos con $L_f=7.5$ m y $L_f=9.79$ m) se observa que la frecuencia ya se ha desplazado $\pi/2$ rad/s en el cuarto ciclo, mientras que la amplitud ha disminuido menos del 10%.

Este comportamiento se explica en función del volumen de las burbujas. Queda claro que en cuanto mayor sea la longitud de las burbujas mayor será su tiempo de presurización.

Cabe señalar que la forma del pulso, en sí misma, no se modifica ostensiblemente pues está determinada principalmente por la longitud de los tapones.

7.2.5 Efecto de la presión del separador

Normalmente se hace la suposición de que el separador opera con una presión regulada (constante). En la práctica ocurren variaciones momentáneas de la presión ocasionadas por la llegada de las unidades de taponamiento. La figura 7.9 ilustra la influencia de P_s en la dinámica del flujo.

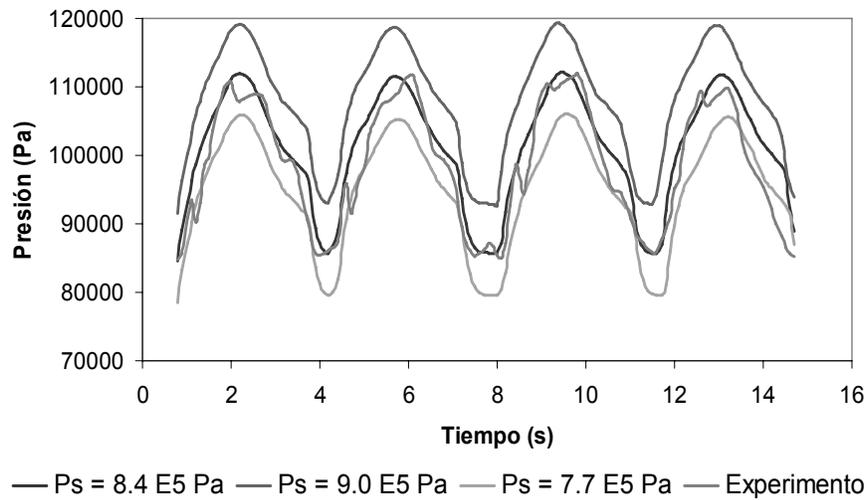


Figura 7.9. Respuesta dinámica del sistema ante variaciones de la presión del separador.

El factor constante, P_s , aparece en las ecuaciones como un factor lineal que sirve de referencia (dado que constituye una condición de frontera).

Si la presión en la entrada es compensada proporcionalmente para mantener el flujo de operación, entonces la variación de P_s ocasiona un desplazamiento de la señal sobre el eje de las presiones. La amplitud y la frecuencia no se alteran perceptiblemente.

Se debe mencionar que este es un problema de flujo representativo de la situación observada en el laboratorio; en el sistema experimental los flujos de líquido y gas se proveen de manera constante.

7.2.6 Efecto de la ruptura de un tapón

Frecuentemente sucede que los tapones no se alcanzan a desarrollar o se fragmentan durante su ascenso al separador (partes de la cola se desprenden). En la figura 7.10 se superpone una curva con desprendimiento (la señal experimental) y una curva sin desprendimiento (la simulación) para resaltar los efectos producidos por el ascenso de un tapón de menor longitud.

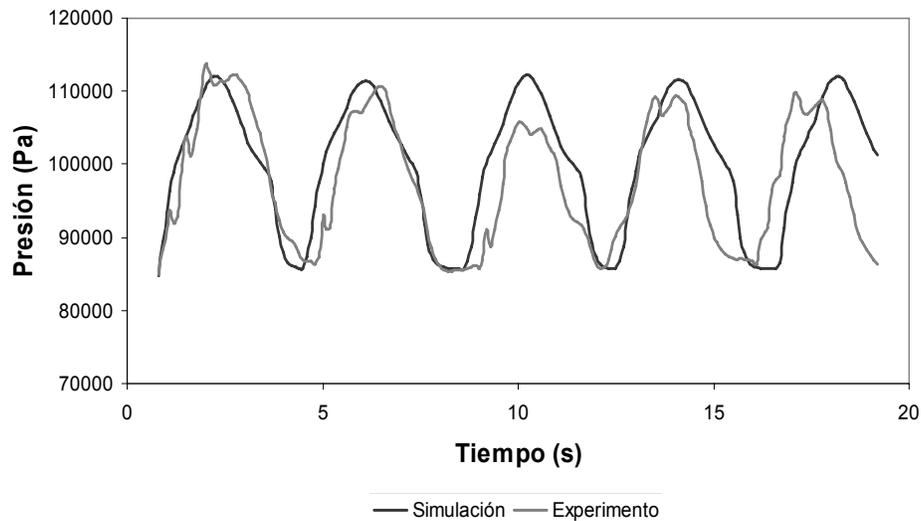


Figura 7.10. Respuesta dinámica del sistema ante el desprendimiento de la cola de un tapón.

Un tapón que ha perdido parte de su masa comienza el ascenso por el tramo vertical en $t=9$ s, aproximadamente. La presión máxima generada por este tapón (en $t=10$ s) es 20% más baja que la presión normalmente producida por tapones con longitud nominal L_s .

El movimiento de un tapón liviano provoca un estado transitorio que altera la frecuencia de los pulsos. No obstante, en ausencia de otros desprendimientos consecutivos, dicho estado transitorio termina pocos ciclos más tarde (en este caso dos ciclos después).

Finalmente, se observa que las características de la secuencia de pulsos quedan restituidas a partir de $t=16$ s.

7.3 Simulación de la operación de un sistema real

La operación de un sistema real de producción costa-afuera fue simulada con el modelo validado. El sistema en cuestión tiene la configuración mostrada en la figura 1.9 (ver capítulo I), y está constituido por una línea de 36 pulgadas (0.91 m) de diámetro cuya longitud es de 8,400 m. La altura del tramo vertical ascendente es de 70 m (ver figura 5.8, capítulo V). Las propiedades del crudo se resumen en la tabla 7.1.

Tabla 7.1. Propiedades del crudo (@ T= 107 °C y P= 1 atm).

Propiedad	Valor	Unidad
Gravedad específica	0.85	—
Grados API	35	[°API]
Viscosidad absoluta	0.91	[cp]
Viscosidad absoluta	9.1 E-4	[Pa*s]

7.3.1 Simulación para una condición de operación con tapones de 350 m de longitud

Se realizó una simulación para la operación del sistema con tapones cuya longitud típica es de 350 m de longitud. Los valores de los parámetros utilizados en la simulación se recogen en la tabla 7.2.

Tabla 7.2. Valores de los parámetros utilizados en la simulación de un sistema de producción real con tapones de 350 m de longitud.

Variable	Valor	Unidad
Colgamiento en el cuerpo de los tapones	0.45	—
Longitud de los tapones	350	[m]
Altura del tramo vertical ascendente	70	[m]
Velocidad inicial de la mezcla	10	[m/s]
Longitud de las burbujas	4,200	[m]
Longitud de la línea horizontal	8,400	[m]
Presión del separador	10	[kgf/cm ²]

Las figuras 7.11 a 7.14 muestran la respuesta del sistema durante el ciclo operativo. Se puede distinguir cómo el primer tapón pierde velocidad rápidamente al comenzar su ascenso al separador (figura 7.11).

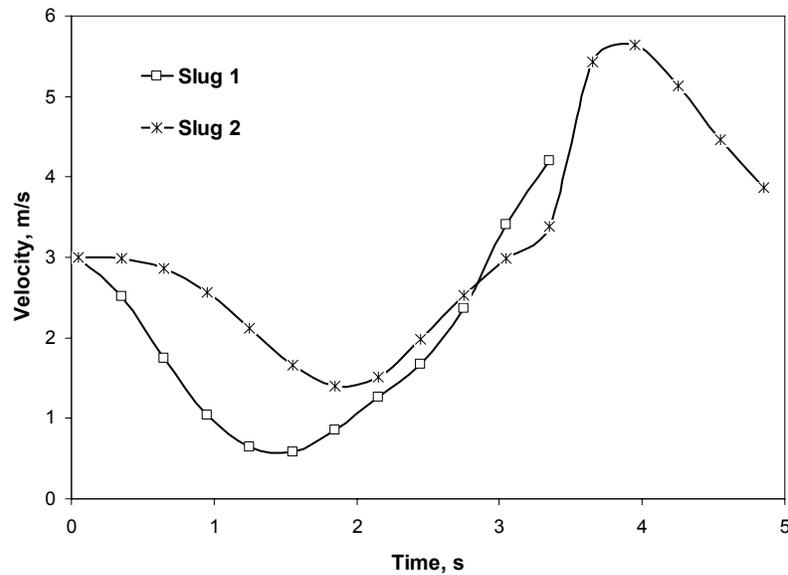


Figura 7.11. Velocidades de los tapones durante el ascenso al separador ($L_{s,i}=350$ m).

Sin embargo, el segundo tapón conserva una cantidad importante de energía cinética (en virtud de su masa). Esto provoca, consecuentemente, que la presión en el interior de la burbuja que los separa alcance su valor máximo (figura 7.12).

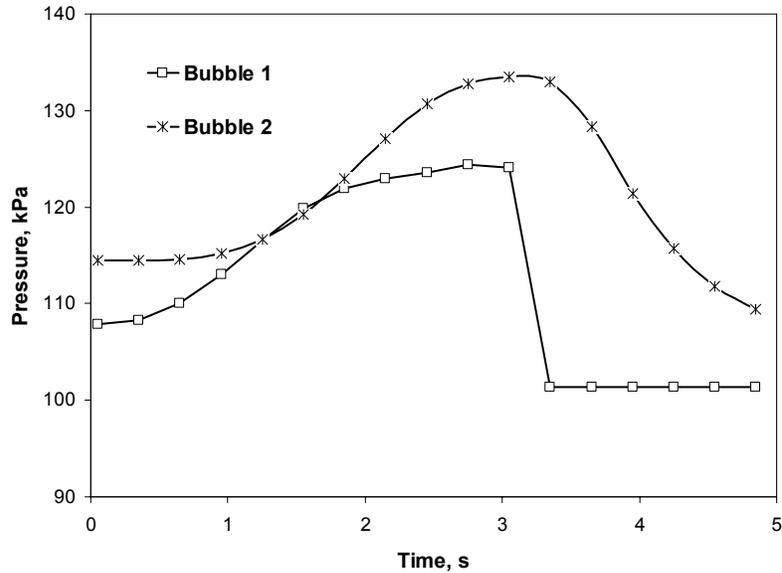


Figura 7.12. Presión en las burbujas de gas ($L_{s,i}=350$ m).

Al iniciar la descarga la velocidad del tapón se incrementa considerablemente hasta alcanzar valores que pueden exceder los 40 m/s (figura 7.13).

El tiempo aproximado para la descarga de un tapón de 350 m de longitud es de 100 s. Según los datos de campo reportados por Hill y Wood (1994) para líneas de 28 pulgadas (0.711 m) de diámetro con longitudes de 5,000 m, el proceso de descarga dura alrededor de 30 s.

Asimismo, se han registrado velocidades de descarga de 16 m/s en líneas de 24 pulgadas (0.609 m) de diámetro.

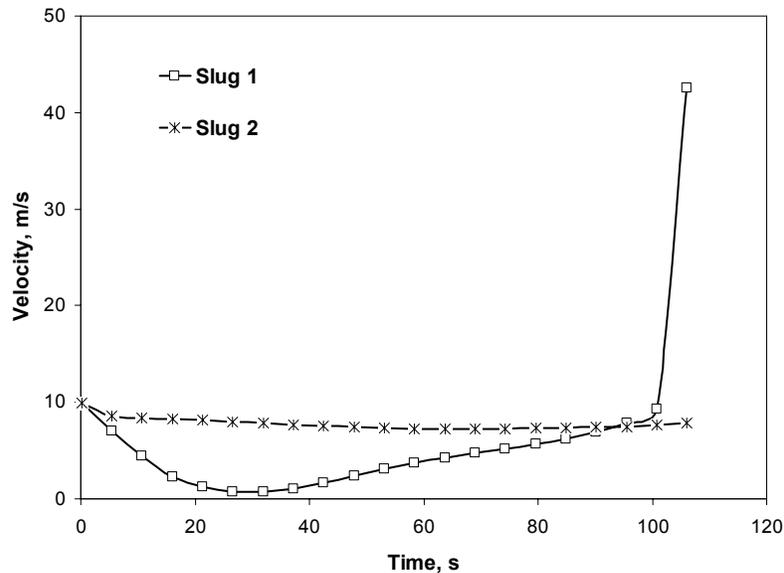


Figura 7.13. Velocidad de un tapón descargado en el separador ($L_{s,i}=350$ m).

Por otro lado, además de los efectos dinámicos (como las vibraciones y el daño a los elementos internos del separador) producidos por la descarga, el volumen de espuma generado en el interior es proporcional al flujo de aceite que ingresa (Rooker, 1983).

En la figura 7.14 (y 7.16) se puede observar que los flujos volumétricos instantáneos de aceite en el plano de entrada del separador exceden hasta 60 veces el flujo promedio; esto provoca niveles muy elevados de espuma que deben ser contemplados en el diseño del separador a fin de mantener el ciclo operativo (Miyoshi, 1988).

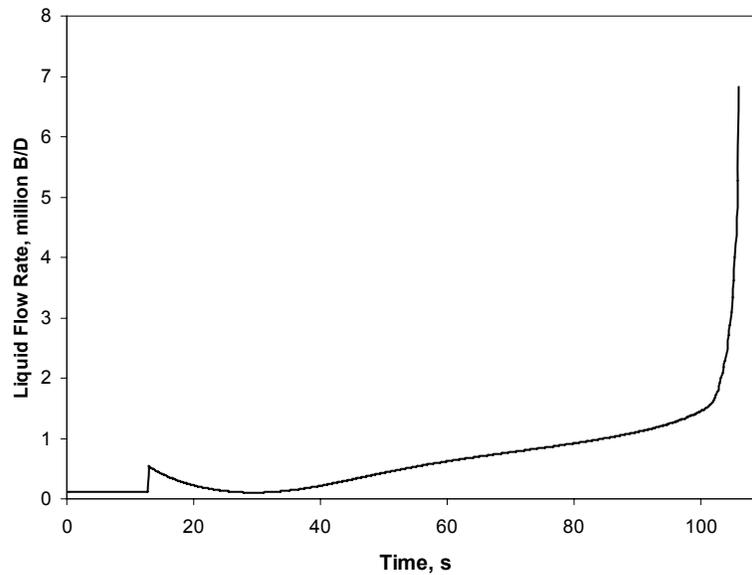


Figura 7.14. Flujo volumétrico de aceite en el plano de entrada del separador ($L_s, i=350$ m).

7.3.2 Simulación para una condición de operación con taponés de 600 m de longitud

Una segunda simulación se llevó a cabo para establecer las diferencias en la respuesta del sistema cuando se forman taponés de 600 m de longitud. Los parámetros correspondientes se resumen en la tabla 7.3.

Tabla 7.3. Valores de los parámetros utilizados en la simulación de un sistema de producción real con tapones de 600 m de longitud.

Variable	Valor	Unidad
Colgamiento en el cuerpo de los tapones	0.45	—
Longitud de los tapones	600	[m]
Altura del tramo vertical ascendente	70	[m]
Velocidad inicial de la mezcla	10	[m/s]
Longitud de las burbujas	4,200	[m]
Longitud de la línea horizontal	8,400	[m]
Presión del separador	10	[kgf/cm ²]

Los resultados de esta simulación son cualitativamente similares a los de la simulación anterior. En la nueva condición operativa (con tapones de 600 m de longitud) las velocidades alcanzadas por los tapones durante el proceso de descarga pueden rebasar los 50 m/s (figura 7.15).

En concordancia con lo discutido de la sección 7.2.2 se establece que el tamaño aumentado del tapón produce una compresión mayor en la burbuja que lo impulsa por el tramo vertical ascendente. Esto origina los efectos señalados anteriormente: elevados flujos volumétricos durante la expulsión y una fuerte descompresión de la burbuja de gas (figura 7.16).

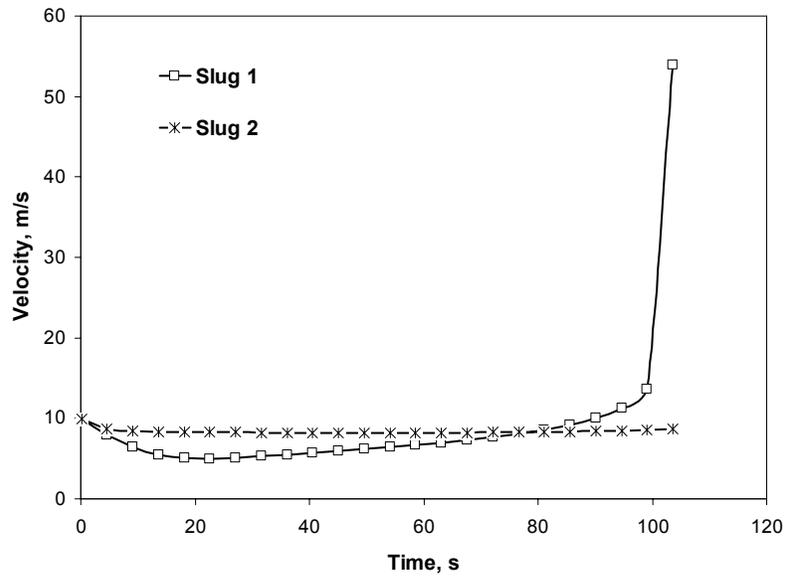


Figura 7.15. Velocidades del tapón descargado en el separador ($L_{s,i}=600$ m).

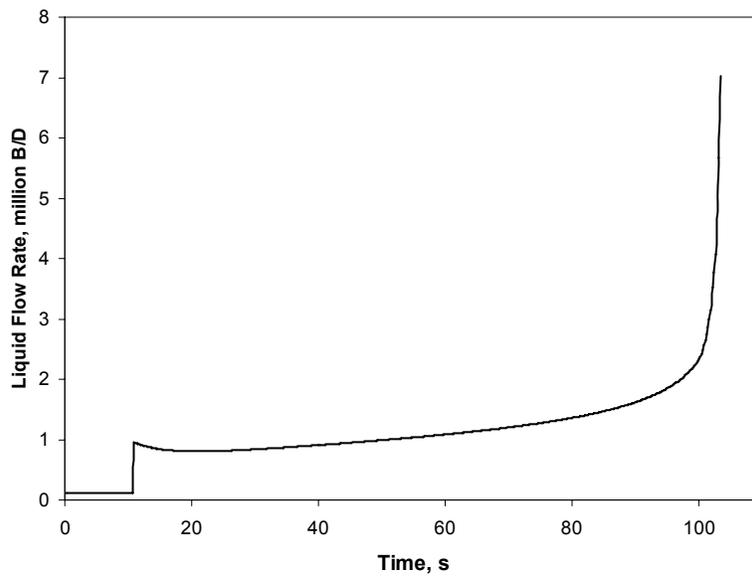


Figura 7.16. Flujos volumétricos de aceite en el plano de entrada del separador ($L_{s,i}=600$ m).

Nuevamente, la duración del proceso de descarga dura aproximadamente 100 s. Sin embargo, como puede verse en la figura 7.16, la variación del flujo en el intervalo comprendido entre 10 s y 90 s es menos acentuada que en el caso anterior.

Esto es un indicativo de que las burbujas permanecen presurizadas por más tiempo cuando los tapones en ascenso son más largos. Finalmente, el pico del flujo de aceite alcanza valores cercanos a los 7 millones de B/D en el momento final de la descarga (figura 7.16).

Capítulo VIII

Conclusiones

8.1 Sumario de la investigación

El estudio aquí presentado está constituido por las siguientes tres partes principales:

- 1) Investigación teórica.
- 2) Investigación experimental.
- 3) Simulación de un sistema real.

La investigación teórica se centró en la realización de un modelo matemático para describir el fenómeno de flujo observado. Para la elaboración del modelo se consideraron ciertas hipótesis de trabajo (p. ej., la hipótesis de flujo con tapones hidrodinámicos largos). También se hicieron algunas simplificaciones necesarias para la incorporación de mecanismos y procesos de gran complejidad en la formulación (tal es el caso del proceso de descarga).

Las ecuaciones de movimiento se derivaron mediante la aplicación de las leyes de conservación al conjunto de unidades de taponamiento. Individualmente, los tapones se caracterizaron como integrantes de un “mecanismo” cuyos elementos están en continua interacción. La película líquida también fue incluida debido a su —menos obvia— influencia en el flujo. El sistema simultáneo de ecuaciones resultante se integró numéricamente con el método de Runge-Kutta (4° orden). Las condiciones iniciales y las relaciones constitutivas permitieron cerrar dicho sistema. En cada iteración se determinaron los valores actualizados de los campos de presión y velocidad en el sistema.

La investigación experimental, por otra parte, se llevó a cabo en cuatro etapas. En primer lugar se diseñó un aparejo experimental (flexible) para representar el sistema estudiado. En segundo término se construyó, instrumentó y calibró la sección de pruebas. Un sistema de adquisición de datos fue incorporado para el manejo de la

información. En la tercera etapa se definieron las series experimentales pertinentes y se efectuaron los experimentos correspondientes. La información generada fue recopilada, ordenada y analizada estadísticamente para establecer la forma de su distribución. En la etapa final, la información procesada fue contrastada con las predicciones producidas por el modelo para efectos de validación.

Tras la validación del modelo se resolvió hacer una simulación de un sistema real. Para el análisis fue considerado un sistema petrolero de producción costa-afuera con tuberías de gran diámetro. Los resultados de la simulación se contrastaron con los datos recogidos en campo por otros investigadores.

8.2 Conclusiones

A partir de la evidencia experimental se concluye que las unidades de taponamiento se forman a través de un proceso aleatorio. Dicho proceso conduce a una distribución particular de los parámetros (longitudes y velocidades) que puede ser representada por una distribución de Weibull. También se indicó que las longitudes de las burbujas no pueden ser medidas de la misma manera porque cambian continuamente con el tiempo (se trata de un proceso estadístico no-estacionario).

Se observó que el flujo es estable, en general, pues la periodicidad de la intermitencia se reestablece pocos ciclos después de la ocurrencia de algún evento que la altere (como el desprendimiento de la cola de un tapón).

En el caso de tapones largos ($L_s > H_v$) la propensión al desprendimiento de las colas de los tapones es mayor que en el caso de tapones más cortos. También se enfatiza que estos desprendimientos alteran la fase (es decir, la frecuencia) y la amplitud de la secuencia de pulsos de presión.

En relación con el modelo se concluye que éste es capaz de predecir valores de presión y velocidad (observados experimentalmente) con exactitud razonable. A la luz de una comparación puntual entre las curvas experimental y numérica, se estableció la imposibilidad de rechazar la hipótesis nula para la igualdad de los valores promedio (con un nivel mínimo de confianza de 95%).

8.3 Contribuciones

Las contribuciones surgidas del presente estudio se enumeran a continuación:

- 1.- Los modelos mecanicistas de Miyoshi et al. (1988) y de Schmidt et al. (1981), fueron extendidos para incluir flujos con tapones hidrodinámicos largos ($L_s \geq H_v$) en sistemas compuestos por una línea horizontal, un tramo vertical ascendente y un separador.
- 2.- El modelo permitió concluir que la dinámica del flujo está fuertemente controlada por el término gravitatorio. En cuanto más largo es el tapón, mayor es la duración de la acción de la fuerza gravitatoria. Esto trae como consecuencia, importantes pérdidas de energía cinética, aumento de la presión, y desprendimientos de las colas de los tapones.

- 3.- Se demostró que la película líquida no modifica la presión de las burbujas en presencia de tapones desarrollados (en el interior del sistema de transporte). No obstante, el colgamiento afecta a las burbujas localizadas en los extremos del sistema.
- 4.- Se demostró que las velocidades de salida pueden llegar a ser muy superiores (hasta cinco veces mayores) al valor nominal de velocidad en la línea, V_{so} , durante el proceso descarga. La experiencia en el laboratorio indica que las transferencias de momento lineal asociadas producen fuertes vibraciones en los conductos y estructuras de soporte. Esto coincide con las observaciones de Hill y Wood (1994).
- 5.- Se concluyó que, en presencia de tapones largos, el patrón de flujo en el tramo vertical está determinado por los flujos instantáneos en la base del tramo vertical. Se propuso que los valores instantáneos de las velocidades superficiales deben ser utilizados en lugar de los valores promedio para utilizar mapas de patrones en sistemas verticales (p. ej. el mapa de Govier et al).
- 6.- Se señaló que los tapones largos producen transiciones entre el patrón de flujo burbuja (cuando asciende el cuerpo del tapón) y la región de flujo agitado (cuando asciende la cola del tapón).
- 7.- Por último, se concluye que el modelo matemático puede ser utilizado, previa calibración con información de campo, en la simulación de sistemas reales con tuberías de gran diámetro (36 in) para estimar el orden de magnitud de los parámetros fundamentales de flujo (como presión, velocidad, y flujos volumétricos).

8.4 Recomendaciones

En estudios futuros podría hacerse una revisión de algunas suposiciones para refinar el modelo. Concretamente, podrían permitirse intercambios de masa, procesos de difusión de calor, etc.

La formación aleatoria de tapones de distinta longitud es un paso lógico en la extensión del modelo. Claramente, se trata de un proceso estocástico en el que debe tomarse en consideración la distribución específica de las longitudes. El mismo tratamiento podría establecerse para las velocidades y otros parámetros (p. ej. los flujos, la presión del separador, etc.).

Un desarrollo de indudable relevancia práctica sería el sistema de inyección de gas en la base del tramo vertical. Anteriormente, otros investigadores han sugerido que un dispositivo de este tipo contribuiría a disminuir la amplitud de los pulsos de presión. Sin embargo, hasta el momento no ha sido presentado ningún modelo teórico ni resultados de laboratorio que sustentan dicha hipótesis.

Los procesos con flujos de tres fases también pueden ser analizados. El estudio experimental correspondiente podría ser realizado con una mezcla de agua, aceite y aire. La investigación se desarrollaría bajo la hipótesis de que los mapas de patrones de flujo existentes resultarán inadecuados en esta situación; surgiría entonces la posibilidad de crear los mapas apropiados.

Apéndice A

Formulación variacional

A.1 Principio variacional y ecuaciones de Euler-Lagrange²⁸

El problema del cálculo de variaciones (o cálculo variacional) consiste en encontrar funciones $y = f(x)$ y $\dot{y} = \dot{f}(x)$ que produzcan un valor extremo —o estacionario— de la integral

$$I = \int_a^b \mathcal{L}(y, \dot{y}, x) dx, \quad (\text{A.1})$$

cuando se tienen las condiciones de borde: $f(a) = \alpha$, y $f(b) = \beta$ ²⁹ (figura B.1).

²⁸ Cfr. Lanczos C., *The Variational Principles of Mechanics*, Dover Publications Inc., 4ª Ed., 1970. Otros textos especializados incluyen: Goldstein H. D., *Classical Mechanics*, PWS, Ed., 1980; y: Courant J., y Hilbert D., *Methods of Mathematical Physics*, Vol. 1., Springer Verlag, Ed., 1953.

²⁹ Esta condición implica inmediatamente: $[\delta f(x)]_{x=a} = [\delta f(x)]_{x=b} = 0$. *Ibid.*, pp. 56.

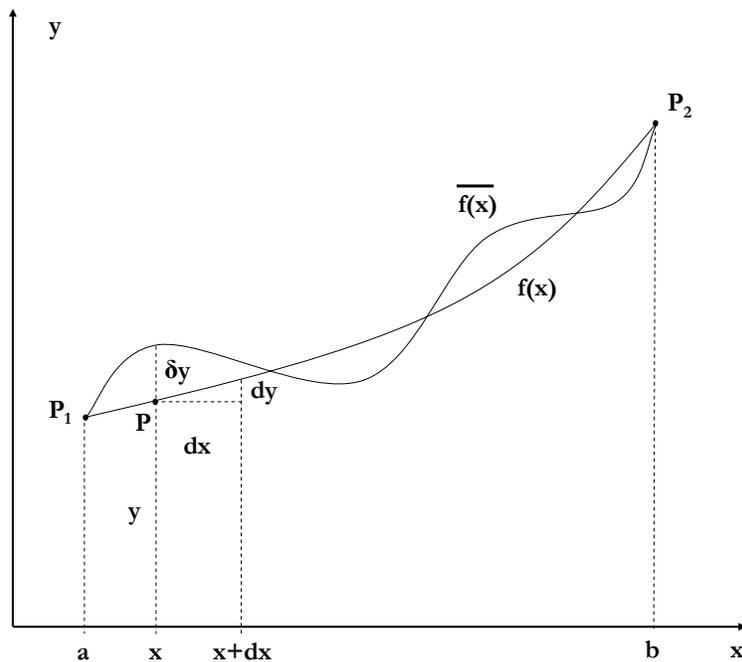


Figura A.1. Variación funcional respecto de la función extrema.

La integral de acción (A.1) alcanza un valor estacionario cuando

$$\delta I = 0. \tag{A.2}$$

La condición bajo la cual esto ocurre se establece en términos de las variaciones independientes de sus coordenadas

$$\delta y = \overline{f(x)} - f(x) = \varepsilon \phi(x), \tag{A.3}$$

$$y \quad \delta \dot{y} = \overline{\dot{f}(x)} - \dot{f}(x) = \varepsilon \dot{\phi}(x). \tag{A.4}$$

El desarrollo de (A.1) conduce finalmente a la relación

$$\frac{\delta I}{\varepsilon} = \int_a^b \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{y}} \right) \phi dy = \int_a^b E(t) \phi(t) dt. \tag{A.5}$$

Esta expresión solamente puede satisfacer el requisito impuesto por (A.2) si se cumple

$$E(t) = 0 = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{y}}, \quad (\text{A.6})$$

dado que $\phi(t)$ es una función que puede ser distinta de cero en uno o más puntos del intervalo.

En general, para un sistema con un número arbitrario de grados de libertad la integral (A.1) queda expresada en términos del número total de coordenadas generalizadas involucradas “ q_j ”:

$$I = \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L}(q_1, \dots, q_n; \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n; t) dt. \quad (\text{A.7})$$

La generalización de la condición (A.5),

$$\delta I = \int_{t_1}^{t_2} \sum_j \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j} \right) \delta q_j dt, \quad (\text{A.8})$$

permite obtener las ecuaciones de Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} = 0; \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (\text{A.9})$$

El estudio de fenómenos físicos concretos se hace posible gracias a que la densidad lagrangiana se puede expresar en términos de las energías cinética y potencial

$$\mathcal{L} \triangleq T - U.$$

Este vínculo es consecuencia del teorema de trabajo virtual de D’Alambert cuya extensión, para sistemas que dependen explícitamente del tiempo, es el principio de Hamilton.

El término “U” contiene todas aquellas fuerzas que pueden ser derivadas de una función de potencial central (por ejemplo, el potencial gravitacional). Otras fuerzas externas son involucradas a través de los términos de fuerzas generalizadas

$$Q_{q_j} = \frac{\delta W_{q_j}}{\delta q_j}. \quad (\text{A.10})$$

En el tratamiento de sistemas no-conservativos, en particular, las fuerzas de fricción disipan energía en forma de trabajo

$$dW_f = -\vec{F}_f \cdot d\vec{r}; \quad (\text{A.11})$$

tales fuerzas son comúnmente proporcionales a la velocidad y en consecuencia pueden ser derivadas a partir de la “función de disipación de Rayleigh”³⁰:

$$\vec{F}_f = -\nabla_v \mathcal{F} = -\nabla_v \left[\frac{1}{2} \sum_j (k_x v_{x,j}^2 + k_y v_{y,j}^2 + k_z v_{z,j}^2) \right]. \quad (\text{A.12})$$

La fuerza generalizada correspondiente queda entonces expresada como

$$Q_j = -\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}_j}. \quad (\text{A.13})$$

La fuerza definida por (A.13) queda finalmente incorporada al conjunto de ecuaciones de Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} = Q_j, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (\text{A.14})$$

Las ecuaciones de Euler-Lagrange constituyen una herramienta poderosa para la obtención de las ecuaciones de movimiento en sistemas de gran complejidad. Normalmente, se trata de sistemas con múltiples grados de libertad en los que resulta conveniente abandonar el enfoque geométrico de Newton para considerar, en su lugar, cantidades escalares como la energía cinética —la *vis viva* de Leibniz— y la función de trabajo. Este cambio de enfoque concede una gran flexibilidad en la elección del sistema de coordenadas, pues la formulación resulta invariante ante transformaciones del sistema de referencia utilizado.

Adicionalmente, el método constituye una vía de verificación independiente del modelo obtenido por otros medios (p. ej. a través de las leyes fundamentales de la mecánica de fluidos), y conduce a un desarrollo algebraico claro y sistemático.

El poder del método reside, no obstante, en la posibilidad de realizar una transformación de Legendre (transformación geométrica) en la que los momentos conjugados resultantes pueden ser tratados como coordenadas independientes.³¹ Con la selección de un sistema de coordenadas adecuado se puede lograr que los momentos se reduzcan a “variables cíclicas” cuya integración es inmediata.³² De lo anterior se desprende que, en principio, es factible intentar una solución analítica por esta vía.

³⁰ Goldstein, H., *Classical Mechanics*, Addison-Wesley Publishing Company, 2ª Ed., 1980, p. 24.

³¹ Lanczos, C., *Op. cit.*, pp. 161 a 167.

³² Goldstein, H., *Op. cit.*, pp. 378 *et seqq.*

A.2 Aplicación de las ecuaciones de Euler-Lagrange para la derivación de la ecuación de movimiento de un tapón

En esta sección se utilizan las ecuaciones de Euler-Lagrange para obtener la ecuación de movimiento de un tapón cualquiera que se encuentra sujeto a una condición general de fuerzas externas (figura A.2).

El lagrangiano en este caso depende exclusivamente de dos coordenadas espaciales (no hay dependencia temporal explícita)

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(\dot{q}, q), \quad q = x, z; \quad (\text{A.15})$$

el sistema de coordenadas rectangulares resulta una elección adecuada dada la configuración geométrica del sistema (el movimiento se realiza en el plano). Escribiendo el lagrangiano en términos de las energías cinética y potencial del tapón en cuestión, se tiene

$$\mathcal{L}_{i+1} \triangleq T_{i+1} - U_{i+1}. \quad (\text{A.16})$$

En forma explícita, la energía cinética está dada por

$$T_{i+1} \triangleq \frac{1}{2} m_{s,i+1} \dot{x}_{i+1}^2, \quad (\text{A.17})$$

y la energía potencial por

$$U_{i+1} \triangleq m_{s,i+1} g x_{i+1} \text{Sen } \varphi_{i+1}. \quad (\text{A.18})$$

El término gravitatorio refleja el caso general mostrado en la figura A.2. Es importante subrayar que φ_{i+1} está restringido: sólo puede adoptar valores para los cuales el deslizamiento entre fases no produce cambios en el patrón de flujo.

Otras fuerzas externas involucradas en la dinámica del tapón se ilustran en la figura A.2. Evidentemente, la fuerza de fricción es la única fuerza no-conservativa del sistema.

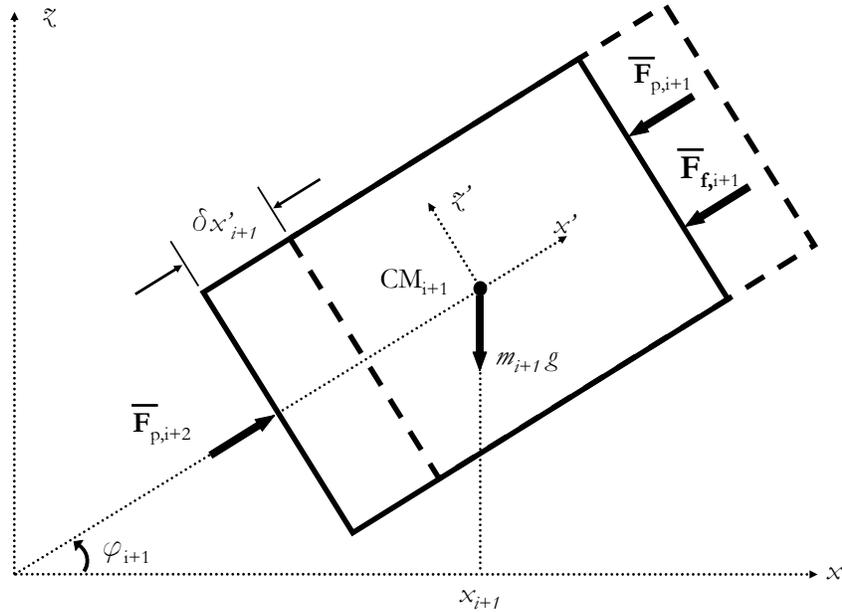


Figura A.2. Condición general de fuerzas externas sobre una masa de líquido (tapón).

El trabajo virtual producido por la acción de las fuerzas externas (sobre el cuerpo del tapón) a lo largo del desplazamiento δx , está dado por³³

$$\delta W_{x_{i+1}} = [F_p(t)_{i+2} - F_p(t)_{i+1} - F_f(t)_{i+1}] \delta x_{i+1}; \quad (A.19)$$

por definición sigue

$$Q_{x_{i+1}} \triangleq \frac{\delta W_{x_{i+1}}}{\delta x_{i+1}} = F_p(t)_{i+2} - F_p(t)_{i+1} - F_f(t)_{i+1}. \quad (A.20)$$

La ecuación de movimiento para el tapón ahora puede ser obtenida directamente a partir de la expresión

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}_{i+1}}{\partial \dot{x}_{i+1}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}_{i+1}}{\partial x_{i+1}} = Q_{x_{i+1}}. \quad (A.21)$$

Como la energía cinética no depende de la posición ni la energía potencial depende de la velocidad, (A.21) se escribe de la siguiente manera

³³ Cannon Robert H., *Dynamics of Physical Systems*, McGraw-Hill Book Company, 1967, p. 173 et seqq.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_{i+1}}{\partial \dot{x}_{i+1}} \right) + \frac{\partial U_{i+1}}{\partial x_{i+1}} = Q_{x_{i+1}}. \quad (\text{A.22})$$

Efectuando las derivadas indicadas se llega a la ecuación de movimiento para el tapón en cuestión:

$$m_{s,i+1} \ddot{x}_{i+1}(t) + m_{s,i+1} g \text{Sen } \varphi_{i+1} = F_p(t)_{i+2} - F_p(t)_{i+1} - F_f(t)_{i+1}. \quad (\text{A.23})$$

Por otra parte, la introducción del cambio de variable

$$V_{s,i+1}(t) = \frac{dx_{i+1}}{dt} \quad (\text{A.24})$$

reduce el orden de la ecuación (A.23), dejándola convenientemente expresada en términos de la velocidad

$$m_{s,i+1} \frac{dV_{s,i+1}(t)}{dt} = F_{p,i+2}(t) - F_{p,i+1}(t) - m_{s,i+1} g \text{Sen } \varphi_{i+1} - F_{f,i+1}(t). \quad (\text{A.25})$$

Las fuerzas externas deben ser expresadas en términos de las variables primarias que las definen:

$$F_{p,i+2}(t) = AP_{f,i+2}(t), \quad (\text{A.26})$$

$$F_{p,i+1}(t) = AP_{f,i+1}(t), \quad (\text{A.27})$$

y

$$F_{f,i+1}(t) = \sigma_{i+1} \tau_{i+1} = f_{L,i+1} \frac{\pi d L_{s,i+1} \rho_s V_{s,i+1}(t)^2}{2}. \quad (\text{A.28})$$

Estas relaciones son sustituidas, junto con (3.1), en (A.25) para producir la ecuación de movimiento requerida:

$$\frac{dV_{s,i+1}(t)}{dt} = \frac{1}{\rho_s L_{s,i+1}} [P_{f,i+2}(t) - P_{f,i+1}(t)] - g \text{Sen } \varphi_{i+1} - \frac{2}{d} f_{L,i+1} V_{s,i+1}(t)^2. \quad (\text{A.29})$$

A.3 Derivación de las ecuaciones de movimiento para un número arbitrario de tapones y de burbujas

Las ecuaciones de Euler-Lagrange pueden ser aplicadas *sistemáticamente* a situaciones de mayor complejidad en las que existe un número arbitrario de tapones y burbujas. Para un sistema de transporte por el que se desplazan (en forma independiente) “n” tapones, la energía cinética está dada por

$$T = \frac{1}{2} m_{s,1} \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_{s,2} \dot{q}_2^2 + \dots = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_{s,i} \dot{q}_i^2 ; \quad (\text{A.30})$$

la energía potencial (gravitacional), a su vez, se expresa como

$$U = g(m'_{s,1} q_1 + m'_{s,2} q_2 + \dots) = g \sum_{i=1}^n m'_{s,i} q_i . \quad (\text{A.31})$$

En (A.31), la prima indica la posibilidad de que únicamente una porción de la masa del tapón haya incrementado su energía potencial (caso general). El lagrangiano representa nuevamente el exceso de energía cinética sobre la energía potencial:

$$\mathcal{L} = T - U = \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{2} (m_{s,i} \dot{q}_i^2) - g(m'_{s,i} q_i) \right]. \quad (\text{A.32})$$

En términos de este lagrangiano, las “n” ecuaciones de Euler-Lagrange se expresan simplemente como:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = Q_{q_i}; \quad i = 1, 2, \dots, n . \quad (\text{A.33})$$

Las fuerzas generalizadas quedan determinadas por su relación con el trabajo virtual

$$Q_{q_i} = \frac{\delta W_{q_i}}{\delta q_i} = \sum_{j=1}^k F_j; \quad i = 1, 2, \dots, n . \quad (\text{A.34})$$

Introduciendo (A.32) y (A.34) en (A.33) y realizando las operaciones se obtiene el conjunto de ecuaciones de movimiento buscado

$$m_{s,i} \ddot{q}_i = F_{p,i+1} - F_{p,i} - F_{g,i} - F_{f,i} - F_{desc,i},$$

$$m_{s,i+1} \ddot{q}_{i+1} = F_{p,i+2} - F_{p,i+1} - F_{g,i+1} - F_{f,i+1} - F_{desc,i+1},$$

$$\begin{aligned}
 & \vdots \\
 m_{s,i+m} \ddot{q}_{i+m} &= F_{p,i+m+1} - F_{p,i+m} - F_{g,i+m} - F_{f,i+m} - F_{desc,i+m}, \\
 & \vdots \\
 m_{s,n} \ddot{q}_n &= F_{p,n} - F_{p,n} - F_{g,n} - F_{f,n} - F_{desc,n}. \tag{A.35}
 \end{aligned}$$

Se hacen nuevamente los cambios de variable usuales:

$$\begin{aligned}
 V_{s,i} &\triangleq \dot{q}_i = \frac{dq_i}{dt}, \\
 V_{s,i+1} &\triangleq \dot{q}_{i+1} = \frac{dq_{i+1}}{dt}, \\
 & \vdots \\
 V_{s,i+m} &\triangleq \dot{q}_{i+m} = \frac{dq_{i+m}}{dt}, \\
 & \vdots \\
 V_{s,n} &\triangleq \dot{q}_n = \frac{dq_n}{dt}. \tag{A.36}
 \end{aligned}$$

Evidentemente, $\dot{q}_i \rightarrow \dot{x}_i, \dot{z}_i$ y $q_i \rightarrow x_i, z_i$, dependiendo de la localización del tapón respecto del tramo vertical ascendente.

Las ecuaciones de cierre (ecuaciones de las burbujas) se derivan a partir de la ley de conservación de masa:

$$\frac{dm_{g,vis}}{dt} = 0 = \frac{d}{dt} \iiint_{VC} \rho_g \, dv + \oint\!\!\!\oint_{SC} \rho_g (\vec{V}_R \cdot \hat{n}) \, ds. \tag{A.37}$$

Los intercambios de masa entre la burbuja y los cuerpos de líquido adyacentes ocurren, principalmente, en la dirección axial; en la dirección radial el gas hace contacto con la pared de la tubería y con la película líquida que fluye debajo.

Suponiendo que existe la condición de uniformidad del campo (de velocidades) en la dirección axial, se procede a realizar la siguiente aproximación de la integral de superficie:

$$\oint_{SC} \rho_g (\vec{V}_R \cdot \hat{n}) ds \approx \dot{m}_{g,sal} - \dot{m}_{g,ent}. \quad (A.38)$$

De este modo, de (A.37) surge

$$\frac{dm_{g,sis}}{dt} = 0 = \frac{dm_{g,VC}}{dt} + \dot{m}_{g,sal} - \dot{m}_{g,ent}. \quad (A.39)$$

Para las burbujas que ya se han desarrollado, esta expresión es homogénea

$$\frac{dm_{g,sis}}{dt} = 0 = \frac{dm_{g,VC}}{dt}, \quad (A.40)$$

y se concluye que: $m_{g,sis} = m_{g,VC} \triangleq m_g$. Desarrollando (A.40) en términos de las variables primarias, sigue

$$\frac{dm_{g,i}}{dt} = \frac{d[(1-H_f)\rho_g \nabla_g]_i}{dt} = 0 \quad (A.41)$$

para las burbujas en la línea.

Finalmente, debe observarse que los intercambios de masa son distintos de cero en los planos de entrada y salida de la línea. Por tanto, de (A.39) se derivan

$$\frac{d[(1-H_f)\rho_g \nabla_g]_i}{dt} = \dot{m}_{g,ent} \quad (A.42)$$

para la burbuja de la entrada, y

$$\frac{d[(1-H_f)\rho_g \nabla_g]_i}{dt} = -\dot{m}_{g,sal} \quad (A.43)$$

para la burbuja en la salida.

Apéndice B

Escalas del sistema y consideraciones sobre el análisis dimensional

B.1 Escalas del sistema experimental

El complemento analítico del estudio de sensibilidad presentado en la sección 7.2 (pág. 116) es la estimación del orden de magnitud de los términos involucrados en las ecuaciones del modelo. El objetivo aquí es identificar la influencia que tiene la combinación particular de variables en un término dado.

Con el objeto de llevar a cabo el análisis es preciso determinar la escala de cada una de las variables del problema. En el caso que nos ocupa han sido identificadas las siguientes:

$$V_{s,i} \sim V_m,$$

$$A \sim d^2,$$

$$x_i \sim L_{so},$$

$$\rho \sim \rho_l,$$

$$P_{g,i} \sim P_s,$$

$$z_i \sim H_r.$$

Por conveniencia, estas escalas han sido asociadas al sistema experimental; su correspondiente orden de magnitud se recoge en la tabla B.1.

Tabla B.1. Orden de magnitud de las variables primarias.

Órdenes de magnitud experimentales					
$O(V_m)$	$\sim 1, 10^1$	$O(\rho_l)$	$\sim 10^3$	$O(P_s)$	$\sim 10^5$
$O(d)$	$\sim 10^{-1}$	$O(g)$	~ 1	$O(f)$	$\sim 10^{-2}$
$O(L_{so})$	~ 1	$O(H_r)$	$\sim 10^{-1}$	$O(K')$	$\sim 10^4$
$O(\rho_g)$	~ 1	$O(H_s)$	$\sim 10^{-1}$	$O(K''_g)$	$\sim 10^{-4}$

B.2 Estimación de los órdenes de magnitud

Los términos escalados se obtienen a partir de las ecuaciones:

$$\frac{dV_s(t)_i}{dt} = \frac{1}{\rho_s L_{s,i}} [P_f(t)_{i+1} - P_f(t)_i] - g \frac{z_i}{L_{s,i}} - \frac{2}{d} f_{L,i} V_s(t)_i^2 \quad (B.1)$$

y

$$\frac{dV_{s,i}}{dt} = \frac{1}{\rho_l L_{s,i}} \left(P_{f,i+1} - P_s - \frac{1}{2} K'_l \rho_g V_{s,i}^2 \right) + T_{g,i} + T_{f,i}. \quad (B.2)$$

Para (B.1) se tiene

$$\frac{\Delta V_m}{t} \sim \frac{\Delta P_s}{\rho_l L_{so}}, \frac{g h_r}{L_{so}}, \frac{f V_m^2}{d};$$

el orden de magnitud de cada uno es

$$O\left(\frac{\Delta P_s}{\rho_l L_{so}}\right) \sim 10^2,$$

$$O\left(\frac{g h_r}{L_{so}}\right) \sim 1,$$

$$y \quad O\left(\frac{fV_m^2}{d}\right) \sim 10^{-2} - 10^{-1}.$$

Esto nos permite concluir que la dinámica de los tapones que llegan al tramo ascendente vertical está dominada, principalmente, por la diferencia de presiones entre las dos caras y por la gravedad; la variación de la velocidad es proporcional a

$$\frac{\Delta V}{t} \sim \frac{\Delta P_s}{\rho_l L_{s0}}, \frac{g h_r}{L_{s0}}.$$

Claramente, en cuanto mayor es la longitud del tubo vertical, más importante se hace el efecto gravitatorio.

Por otro lado durante el proceso de descarga las pérdidas por fricción interfacial son muy elevadas; su orden de magnitud aproximado puede llegar a variar notablemente

$$O\left(\frac{K'_l \rho_g V_m^2}{\rho_l L_{s0}}\right) \sim 10^1, 10^3,$$

por lo que la fuerza de gravedad pasa a un segundo plano en el momento de la expulsión. Los términos relevantes en este proceso son

$$\frac{\Delta V}{t} \sim \frac{\Delta P_s}{\rho_l L_{s0}}, \frac{K'_l \rho_g V_m^2}{\rho_l L_{s0}}.$$

Para el análisis de las burbujas se parte de las ecuaciones

$$\frac{dP_{f,i}}{dt} = \frac{[V_{s,i+1}(t) - V_{s,i}(t)]}{[x_i(t) - x_{i+1}(t) - L_{s,i}]} P_{f,i}(t) \quad (\text{B.3})$$

$$y \quad \frac{dP_{f,i}}{dt} = \frac{1}{(L_{bor} + H_r + L_{sal} - x_{i+1})} \left\{ P_{f,i} V_{s,i+1} + \frac{K_g'' (RT)^{1/2} [P_{f,i}^2 - P_s P_{f,i}]^{1/2}}{1 - H_{f,i}} \right\}. \quad (\text{B.4})$$

En una burbuja que se encuentra dentro de la línea, la presión varía como

$$\frac{\Delta P}{t} \sim \frac{\Delta V_m}{\Delta L_{s0}} P_s \sim 10^5.$$

Como se ha discutido anteriormente, durante el proceso de descarga de la burbuja los efectos ocasionados por la fricción interfacial son sensiblemente más elevados. En los primeros instantes la magnitud del segundo término de la ecuación (B.4) puede ser aproximadamente

$$O\left(\frac{K_g''\sqrt{RT\Delta P}}{1-H_f}\right) \sim 10^4,$$

de modo que se trata de un efecto relevante en la característica de presión, pese a su corta duración.

B.3 Forma adimensional de las ecuaciones

La transformación de las ecuaciones a una forma adimensional constituye una práctica conveniente en cualquier estudio teórico. En esta forma el modelo puede ser “sustraído” del contexto físico particular en el que fue formulado. La enorme ventaja —nada obvia— que esto supone, es que el análisis se hace de manera abstracta y los resultados pueden ser extendidos a otros problemas (posiblemente en contextos muy diferentes) representados formalmente por un modelo semejante.

Recurriendo a las escalas señaladas en la sección anterior, se definen las siguientes variables adimensionales:

$$V_{s,i}^* \triangleq \frac{V_{s,i}}{V_m};$$

$$t^* \triangleq \frac{tV_m}{L_{s,i}};$$

$$x_i^* \triangleq \frac{x_i}{L_{s,i}};$$

$$d^* \triangleq \frac{d}{L_{s,i}}$$

$$P_{i+k}^* \triangleq \frac{P_{i+k}}{P_s}$$

y

$$P_g^* \triangleq \frac{\rho_l g z_i}{\rho_l V_m^2}.$$

Estas variables adimensionales pueden ser sustituidas en la ecuación (3.19) transformándola en

$$\zeta_i \frac{dV_{s,i}^*}{dt^*} = -\Delta P^* \zeta_i - P_g^* \zeta_i - 2f_i \frac{L_{s,i}}{d} V_{s,i}^{*2} \zeta_i. \quad (\text{B.5})$$

El factor común

$$\zeta_i = \frac{\rho_l V_m^2}{L_{s,i}}$$

es cancelado de (B.5) para dar lugar a la forma adimensional de la ecuación de movimiento de un tapón en el tramo vertical ascendente:

$$\frac{dV_{s,i}^*}{dt^*} = -\Delta P^* - P_g^* - 2f_i \left(\frac{L_{s,i}}{d} \right) V_{s,i}^{*2}. \quad (\text{B.6})$$

Nótese que en (B.6) aparecen los grupos adimensionales f_i y $(L_{s,i}/d)$; su inclusión será necesaria en cualquier argumento que busque establecer una condición de semejanza.

Se sigue el mismo procedimiento para transformar el resto de las ecuaciones del modelo. Por ejemplo, la versión adimensional de la ecuación para la presión en una burbuja es

$$\left(\frac{P_s V_m}{L_{s,i}} \right) \frac{dP_{f,i}^*}{dt^*} = - \left(\frac{P_s V_m}{L_{s,i}} \right) \frac{\Delta V_{s,i}^*}{\Delta x_i^*} P_{f,i}^*; \quad (\text{B.7})$$

al factorizar la cantidad entre paréntesis en la expresión anterior, sigue

$$\frac{dP_{f,i}^*}{dt^*} = - \frac{\Delta V_{s,i}^*}{\Delta x_i^*} P_{f,i}^*, \quad (\text{B.8})$$

en la que no surgen otros grupos adimensionales.

Hay dos comentarios importantes con relación a otras ecuaciones del modelo: primero, los términos asociados a los efectos de descarga en las ecuaciones (3.73) y (3.76) representan esencialmente pérdidas por fricción de modo que éstos deben ser escalados en función de la presión

$$\Delta P_{f,sal}^* = \zeta_i \Delta P_{f,sal};$$

segundo, la ecuación (B.6) también puede representar a la expresión más general (3.9) si el factor adimensional, $\text{sen}(\varphi)$, queda debidamente incluido en el término P_g^* (en el caso de la ec. (3.10) dicho término se reduce a cero).

Finalmente, las condiciones de frontera transformadas se expresan simplemente como:

$$q_l^* = \frac{q_l}{L_{s0}^2 V_m}, \quad (\text{B.9})$$

$$q_g^* = \frac{q_g}{L_{s0}^2 V_m}, \quad (\text{B.10})$$

y

$$\Delta P_{CF}^* = \frac{P_{ent} - P_s}{\rho_l V_m^2} \triangleq Eu. \quad (\text{B.11})$$

Con base en los resultados anteriores es posible, en principio, establecer las condiciones (necesarias) de semejanza geométrica y dinámica que deben cumplirse para la extensión de los resultados al prototipo:

$$\left(\frac{L_{s,i}}{d} \right)_M = \left(\frac{L_{s,i}}{d} \right)_P, \quad (\text{B.12})$$

$$\left(\frac{P_{ent} - P_s}{\rho_l V_m^2} \right)_M = \left(\frac{P_{ent} - P_s}{\rho_l V_m^2} \right)_P, \quad (\text{B.13})$$

$$\left(\frac{q_{l,g}}{L_{s,i}^2 V_m} \right)_M = \left(\frac{q_{l,g}}{L_{s,i}^2 V_m} \right)_P, \quad (\text{B.14})$$

y

$$f_{iM} = f_{iP} \Leftrightarrow (\text{Re}_d)_M = (\text{Re}_d)_P \wedge \left(\frac{\varepsilon}{d} \right)_M = \left(\frac{\varepsilon}{d} \right)_P. \quad (\text{B.15})$$

Respecto de las condiciones suficientes, es de suma importancia revisar lo que Mayinger³⁴ ha indicado acerca de las dificultades para establecer argumentos de semejanza en el estudio de los flujos bifásicos (y multifásicos).

El problema en estos casos estriba en: primero, la enorme complejidad de los fenómenos físicos —que se ve reflejada en la larga lista de variables dimensionales—; segundo, en el hecho de que estos fenómenos están acoplados (p.ej. la transferencia de

³⁴ Mayinger, F., *Scaling and Modeling Laws in Two-Phase Flow and Boiling Heat Transfer*, *Visz.* Bergles, A. E., et al.: *Two-Phase Flow and Heat Transfer in the Power and Process Industries*, Hemisphere Publishing Corporation, 1981, p. 424 *et seqq.*

calor conjugada y la hidrodinámica del flujo); tercero, en que es improbable obtener fluidos que sean termodinámicamente semejantes a las sustancias involucradas.³⁵

Asimismo, aparte del conocimiento de los campos de velocidad y temperatura, se requiere conocer también la distribución de densidades (a través de la fracción de vacío o la calidad).³⁶ Por otra parte, la forzosa ampliación de la distinción entre parámetros primarios y secundarios (del problema en cuestión) conduce a una semejanza restringida.³⁷

A pesar de estas dificultades el método dimensional ha sido utilizado con éxito, entre otros, por Baker para la determinación de patrones de flujo en sistemas de transporte horizontales (ver “Mapa de patrones de flujo de Baker”, Cap. I), por Benett (1965) en la creación del mapa de flujo vertical, por Zetzmann (1976) en la “generalización” del mapa de flujo vertical, y por Kowelczewsky (1964) para la determinación de la fracción de vacío. El escalamiento de la caída de presión condujo a Martinelli a concluir, en 1949, un trabajo de gran influencia en el ámbito de estudio de los flujos bifásicos.

Martinelli logró establecer una correlación entre el multiplicador bifásico ϕ_j^2 (expresado en términos de la caída de presión bifásica-monofásica) y el parámetro adimensional

$$X \triangleq \sqrt{\frac{(\Delta p / \Delta x)_l}{(\Delta p / \Delta x)_g}} = \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} \right)^{0.5} \left(\frac{\mu_l}{\mu_g} \right)^{0.1} \left(\frac{1 - \chi}{\chi} \right)^{0.9}$$

mediante las relaciones

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta x} \right)_{tp} \triangleq \phi_l^2 \left(\frac{\Delta p}{\Delta x} \right)_l,$$

y

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta x} \right)_{tp} \triangleq \phi_g^2 \left(\frac{\Delta p}{\Delta x} \right)_g$$

para una calidad χ dada.³⁸

Para situaciones en las que intervienen otros fenómenos de transferencia de calor como la evaporación súbita (“dryout”), la ebullición súbita (“flashing”), la

³⁵ Está claro que, aún en caso de conocerse tales fluidos, éstos no necesariamente resultan viables para el trabajo experimental (p.ej. no podrían utilizarse R11, R12 o R13 en el sistema experimental detallado en el capítulo V).

³⁶ *Ibid.*, p. 427.

³⁷ Tal es el caso del R12, que al ser escalado en términos de las propiedades críticas para hacerlo corresponder con el agua, hace surgir dos factores de corrección (uno para la fase líquida y otra para la gaseosa) obligando al investigador a seleccionar el proceso de mayor jerarquía en el fenómeno. (en *Ibid.*, p. 431).

³⁸ *Ibid.*, pp. 434 y 435.

descompresión súbita (“blowdown”), etc., se encuentran numerosas correlaciones basadas en el análisis dimensional de flujos bifásicos.³⁹

De las observaciones hechas por Mayinger se desprende, a modo de conclusión, que para establecer un argumento de semejanza es importante contar con una ley fundamental (por ejemplo, la ley de conservación de la energía, de momento, etc.) que justifique las condiciones de semejanza.⁴⁰

³⁹ *Ibid.*, pp. 437 *et seqq.*

⁴⁰ Para precisar ideas es preferible citar textualmente a Mayinger (Mayinger, en *op. cit.*): “In two-phase flow scaling is much more limited to very narrowly defined physical phenomena than in single phase fluids. For complex and combined phenomena it can be achieved not by using dimensionless numbers alone but in addition a detailed mathematical description of the physical problem —usually in the form of a computer program— must be available.”, (*Ibid.*, p. 424). Más adelante abunda: “From the theoretical point of view it is the best and most exact procedure to derive the dimensionless numbers from differential equations completely describing the interesting physical phenomenon by arranging the terms in a certain way.”, (*Ibid.*, p. 425). Finalmente sugiere: [...] “For more complicated cases the dimensionless numbers give us the approximate hydrodynamic and thermodynamic conditions for running the tests and the transfer has to be made by the help of a detailed mathematical description of the physical phenomena for example in the form of differential equations integrated in a numerical way.”, (*Loc. cit.*). Es importante subrayar que, en este contexto, Mayinger utiliza la palabra “transfer” para referirse a la extensión de los resultados del experimento al prototipo.

Bibliografía

Al-safran, E. M., *An Experimental and Theoretical Investigation of Slug Flow Characteristics in the Valley of a Hilly-Terrain Pipeline*, PhD Dissertation, U. of Tulsa Graduate School, 2003.

Alkaya B., Jayawardena S. S., and Brill J. P., *Oil-Water Flow in Slightly Inclined Pipes*, Proc. of ETCE/OMAE2000 Joint Conf., New Orleans, LA, February 2000.

Arfken, G. B., and Weber, H. J., *Mathematical Methods for Physicists*, Academic Press, 4th Ed., 1995.

Aziz K., Govier G. W., and Fogarasi M., *Pressure Drop in Wells Producing Oil and Gas*, J. Cdn. Pet. Tech., Vol. 11, 1972.

Bell K. J., Taborek J., and Fenoglio F., *Interpretation of Horizontal In-Tube Condensation Heat Transfer Correlations With a Two-Phase Flow Regime Map*, Chem. Engng. Prog., Symposium Series, Vol. 66, No. 102, 1970.

Beggs H. D., and Brill J. P., *A Study of Two Phase Flow in Inclined Pipes*, JPT, No. 607, Trans. AIME, 1973.

Bergels, A.E., Collier, J.G., Delhaye, J.M., Hewitt, G.F., and Mayinger F., *Two-Phase Flow and Heat Transfer in the Power and Process Industries*, Hemisphere Publishing Corporation, 1981.

Bird, R. B., Stewart, W. E., Lightfoot, E. N., *Fenómenos de Transporte*, 2da. Ed., Limusa-Wiley, 2006.

- Brill, J. P., and Mukherjee H.**, *Multiphase Flow in Wells*, Society of Petroleum Engineers, 1999, No. 17.
- Burden, R. L., and Faires J. D.**, *Numerical Analysis*, 5th Ed., PWS Publishing Company, Boston, 1993.
- Butkov, E.**, *Mathematical Physics*, Addison-Wesley Series in Advanced Physics, 1968.
- Callen, H. B.**, *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics*, John Wiley & Sons, 1985.
- Camacho, R.**, *Notas del Curso de Flujo Multifásico*, Facultad de Ingeniería, UNAM, 1993.
- Cannon R. H.**, *Dynamics of Physical Systems*, McGraw-Hill Book Company, 1967.
- Clift R., Grace J. R., and Sollazzo V.**, *Continuous Slug Flow in Vertical Tubes*, Journal of Heat Transfer, August 1974.
- Courant J., and Hilbert D.**, *Methods of Mathematical Physics*, Vol. 1, Springer Verlag, 1953.
- De Henau V., and Raithby G. D.**, *A Study of Terrain Induced Slugging in Two-Phase Flow Pipelines*, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 21, No. 3, 1995.
- Duns H. R., and Ros N. C. J.**, *Vertical Flow of Gas and Liquid Mixtures in Wells*, Proc. Sixth World Pet. Cong. Tokyo, No. 451, 1963.
- Fabre L., Peresson L. L., Corteville J., and Odello R., Bourgeois T.**, *Severe Slugging in Pipeline-Riser Systems*, SPE Production Engineering, August 1990.
- Fairuzov, Y. V.**, *Notas del Curso de Flujo Multifásico*, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2005.
- Fairuzov, Y. V., Guerrero-Sarabia I., Calva-Morales C., Carmona-Díaz R., Cervantes-Baza T., Miguel-Hernández N., and Rojas-Figueroa A.**, *Stability Maps for Continuous Gas-Lift Wells: A New Approach to Solving an Old Problem*, SPE 90644, 2004.
- Giordano, F. R., and Weir, M. D.**, *Differential Equations: A Modeling Approach*, Addison-Wesley Publishing Company, 1991.
- Goldstein H.**, *Classical Mechanics*, Addison-Wesley Publishing Company, 2nd Ed., 1980.
- Gregory G.A., Nicholson M. K., and Aziz K.**, *Correlation of the Liquid Volume Fraction in the Slug for Horizontal Gas-Liquid Slug Flow*, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 4, 1978.

- Grolman E., Commandeur N. C. J., Baat E. C., and Fortuin J. M. H.,** *Wavy-to-Slug Flow Transition in Slightly Inclined Gas-Liquid Pipe Flow*, AIChE Journal, Vol. 42, No.4, 1996.
- Hagedorn A. R., and Brown K. E.,** *Experimental Study of Pressure Gradients Occurring During Continuous Two-Phase Flow in Small Diameter Vertical Conduits*, JPT, Vol. 475, Trans. AIME, 1965.
- Hasan A. R., Kabir C. S., and Srinivasan S.,** *Countercurrent Bubble and Slug Flows in a Vertical System*, Chem. Eng. Science, Vol. 49, No. 16, 1994.
- Herm-Stapelberg H., and Mewes D.,** *Pressure Drop Calculation in Three-Phase Slug Flow of Water, Oil, and Air*, Int. Chem. Engineering, Vol. 34, No. 3, 1994.
- Hill T. J., and Wood D. G.,** *Slug Flow: Occurrence, Consequences and Prediction*, SPE 27960, 1994.
- Holman J. P.,** *Experimental Methods for Engineers*, 6th Ed., McGraw-Hill International Editions, 1994.
- Kordyban E.,** *Horizontal Slug Flow: A Comparison of Existing Theories*, Transactions of the ASME, Vol. 112, 1990.
- Lanczos C.,** *The Variational Principles of Mechanics*, Dover Publications Inc., 4^a. Ed., 1970.
- Landau L. D., and Lifshitz E. M.,** *Fluid Mechanics*, Course of Theoretical Physics, Vol. 6, Pergamon Press, 2nd. Ed., 1987.
- Lockhart R. W., and Martinelli R. C.,** *Proposed correlation of data for isothermal two-phase, two-component flow in pipes*, Chem. Engng. Progress, Vol. 45, No. 1, 1949.
- Mandhane J. M., Gregory G. A., and Aziz K.,** *A Flow Pattern Map for Gas-Liquid Flow in Horizontal Pipes*, Int. J. Multiphase Flow, No. 1, 1974.
- Marcano R., Chen X. T., Sarica C., and Brill J. P.,** *A Study of Slug Characteristics for Two-Phase Horizontal Flow*, SPE 39856, 1998.
- McAdams, W. H.,** *Vaporization Inside Horizontal Tubes. II. Benzene-Oil Mixtures*, Trans. ASME, 64, 1942.
- Miyoshi M., Dotty D. R., and Schmidt Z.,** *Slug-Catcher Design for Dynamic Slugging in an Offshore Production Facility*, SPE Production Engineering, November 1988.

- Mukherjee H., and Brill J. P.**, *Pressure Drop Correlations for Inclined Two-Phase Flow*, J. Energy Res. Tech, No. 107, 1985.
- O'Connor, P. D. T.**, *Practical Reliability Engineering*, John Wiley & Sons, Ltd., 4th Ed., 2002.
- O'Neil, P. V.**, *Advanced Engineering Mathematics*, 4th Ed., PWS Publishing Company, 1995.
- Olsen, H.**, *Anti-Slug Control and Topside Measurements for Pipeline-Riser Systems*, PhD Dissertation, Norwegian University of Science and Technology, 2006.
- Ongba-Essama, C.**, *Numerical Modeling of Transient Gas-Liquid Flows (Applications to Stratified and Slug Flow Regimes)*, PhD Dissertation, Cranfield University, School of Engineering, Applied Mathematics and Computing Group, 2004.
- Poblano, E., Camacho R., and Fairuzov Y. V.**, *Stability Analysis of Continuous-Flow Gas-Lift Wells*, SPE 77732, 2002.
- Renault, F.**, *A Lagrangian Slug Capturing Scheme for Gas-Liquid Flows in Pipes*, PhD Dissertation, Norwegian University of Science and Technology, Faculty of Engineering and Technology, Department of Energy and Process Engineering, 2007.
- Sarica C., and Shoham O.**, *A Simplified Transient Model for Pipeline-Riser Systems*, Chem. Eng. Science, Vol. 46, No. 9, 1991.
- Schmidt Z., Brill J. P., and Beggs H. D.**, *Experimental Study of Two-Phase Normal Slug Flow in a Pipeline-Riser Pipe System*, J. of Energy Resources Tech., Vol. 103, 1981.
- Scott S. L., and Kouba G. E.**, *Advances in Slug Flow Characterization for Horizontal and Slightly Inclined Pipelines*, SPE 20628, 1990.
- Scott S. L., Shoham O., and Brill J. P.**, *Prediction of Slug Length in Horizontal, Large Diameter Pipes*, SPE Production Engineering, August 1989.
- Sylvester N. D.**, *A Mechanistic Model for Two-Phase Vertical Slug Flow in Pipes*, Transactions of the ASME (1987), Vol. 109.
- Taitel Y.**, *Stability of Severe Slugging*, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 12, No. 2, 1986.
- Taitel Y., and Dukler A. E.**, *A Model for Predicting Flow Regime Transitions in Horizontal and Near Horizontal Gas-Liquid Flow*, AIChE Journal, Vol. 22, No. 1, 1976.
- Taitel Y., Vierkandt S., Shoham O., and Brill J. P.**, *Severe Slugging in a Riser System: Experiments and Modeling*, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 16, No. 1, 1990.

Tengesdal, J. O., *Investigation of Self-Lifting Concept for Severe Slugging Elimination in Deep-Water Pipeline/Riser Systems*, PhD Dissertation, The Pennsylvania State University Graduate School, Energy and Geo-Environmental Engineering, 2002.

Tribble, A. C., *Princeton Guide to Advanced Physics*, Princeton University Press, 1996.

White, F. M., *Fluid Mechanics*, McGraw-Hill Inc., 3rd Ed., 1994.

White, F. M., *Viscous Fluid Flow*, McGraw-Hill., 3rd Ed., International Edition 2006.

Zigrang D. J., and Sylvester N. D., *A Review of Explicit Friction Factor Equations*, J. Energy Res. Tech., Vol. 107, No. 280, 1985.

Zhang H. Q., Jayawardena S. S., Redus C. L., and Brill J. P., *Slug Dynamics in Gas-Liquid Pipe Flow*, Proc. of ETCE/OMAE2000 Joint Conference, New Orleans, LA, August 2000.