



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

TÍTULO DE LA TESIS

ANÁLISIS ESTADÍSTICO
DEL ÍNDICE DE PRECIOS
Y COTIZACIONES EN
MÉXICO

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

ACTUARIO

PRESENTA:

RICARDO LÓPEZ BAUTISTA

TUTORA

ACT. MARTHA MARTÍNEZ JUÁREZ

2009



FACULTAD DE CIENCIAS
UNAM



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

FACULTAD DE CIENCIAS

División de Estudios Profesionales



ACT. MAURICIO AGUILAR GONZÁLEZ
Jefe de la División de Estudios Profesionales
Facultad de Ciencias
Presente.

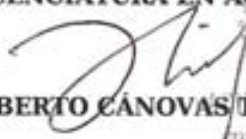
Por este medio hacemos de su conocimiento que hemos revisado el trabajo escrito titulado:

"Análisis Estadístico del Índice de Precios y Cotizaciones en México"

realizado por **López Bautista Ricardo**, con número de cuenta **087284429**, quien opta por titularse en la opción de **Tesis** de la licenciatura en **Actuaría**. Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Tutor(a) Propietario	Act.	Martha Martínez Juárez	
Propietario	M. en C.	Alberto de la Rosa Elizalde	
Propietario	Mat.	Margarita Elvira Chávez Cano	
Suplente	Dra.	Ruth Selene Fuentes García	
Suplente	M. en C.	Inocencio Rafael Madrid Ríos	

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"
Ciudad Universitaria, D.F., a 31 de octubre del 2007.
**EL COORDINADOR DEL COMITÉ DE TITULACIÓN
DE LA LICENCIATURA EN ACTUARÍA**


ACT. ROBERTO CÁNOVAS THERIOT
CONSEJO DEPARTAMENTAL
DE
MATEMÁTICAS

Señor sinodal: antes de firmar este documento, solicite al estudiante que le muestre la versión digital de su trabajo y verifique que la misma incluya todas las observaciones y correcciones que usted hizo sobre el mismo.

A mi tía Magochis

Por su apoyo y confianza, por no molestarse al tomar el papel de madre y padre, ya que siempre ha estado conmigo dándome su cariño y consejos que han sido para llenar gran parte de mi vida.

A mis hermanas y hermano

Que gracias al amor, sus apoyos, confianza y, sobre todo, mi profunda admiración por su coraje y valentía con que han luchado para lograr sus metas, que ha sido impulso para cumplir una de las mías.

A mi amada Lilia

Por su comprensión, sus palabras de aliento y su amor, quien compartir conmigo su tiempo y sus espacio.

A mis amigos de siempre

Por compartir conmigo sus sueños y problemas, así como por regalarme su amistad.

A mi otra familia, Bautista Osorno

Portadora de amor y confianza. A ella le debo gran parte de lo que he aprendido en la vida.

AGRADECIMIENTOS

A la Profesora Martha Martínez Juárez

Quien me inquieto e impulso en el desarrollo de este trabajo con sus importantes aportaciones y estímulo, así como por su valiosa y desinteresada colaboración. Que a lo largo de este tiempo en ningún momento no ha escatimado esfuerzo y ha sido generosa al transmitir sus conocimientos para el desarrollo de este trabajo.

A mis padres

Por enseñarme que las cosas se aprenden con paciencia y se ganan con trabajo.

Al honorable jurado:

M. en C. Alberto de la Rosa Elizalde,
Mat. Margarita Elvira Chávez Cano,
Dra. Ruth Selene Fuentes García, y
M. en C. Inocencio Rafael Madrid Ríos.

ÍNDICE	Página
INTRODUCCIÓN	
CAPÍTULO I	
I. EL SISTEMA FINANCIERO MEXICANO	1
I.1. OBJETIVO DEL SISTEMA FINANCIERO MEXICANO	2
I.1.1. Regulación y Vigilancia del Sistema Financiero Mexicano	2
I.1.2. Marco Normativo del Sistema Financiero Mexicano	3
I.2. CONFORMACIÓN DEL SISTEMA FINANCIERO MEXICANO	3
I.2.1. Autoridades del Sistema Financiero Mexicano	4
I.2.2. Entidades e Intermediarios del Sistema Financiero Mexicano	7
I.2.3. Órganos de Apoyo	8
CAPÍTULO II	
II. MERCADO MEXICANO DE VALORES	11
II.1. DEFINICIÓN Y FUNCIONES DEL MERCADO MEXICANO DE VALORES.	11
II.2. CLASIFICACIÓN DEL MERCADO MEXICANO DE VALORES.	12
II.2.1. De acuerdo a si es o no la primera transacción.	12
II.2.2. De acuerdo a su organización.	13
II.2.3. De acuerdo al periodo de vigencia de los valores.	14
II.2.4. De acuerdo al tipo de rentabilidad que otorgan los valores o por el destino de los recursos.	16
II.3. PARTICIPANTES QUE INTERVIENEN EN EL MERCADO MEXICANO DE VALORES	17
II.3.1. Entidades Emisoras.	17
II.3.2. Intermediarios bursátiles.	17
II.3.3. Inversionistas.	17
II.4. MARCO NORMATIVO DEL MERCADO DE VALORES	20

CAPÍTULO III

III. MERCADO ACCIONARIO	23
III.1. CARACTERÍSTICAS DEL MERCADO ACCIONARIO O DE RENTA VARIABLE.	23
III.2. INSTRUMENTOS DEL MERCADO ACCIONARIO O RENTA VARIABLE.	23
III.2.1. Acciones.	24
III.2.1.1. Objetivo de la Colocación de Acciones.	25
III.2.1.2. Contenido en una Acción.	25
III.2.1.3. Clasificación de las Acciones.	26
III.2.1.4. Rendimiento de las Acciones.	27
III.2.1.5. Serie o Emisión Accionaria.	30
III.2.1.5.1. Tipos de Series o Emisores Accionarias.	30
III.2.1.5.2. Características Generales de una Serie o Emisión Accionaria.	31
III.3. INSTRUMENTOS DE DEUDA OPERADOS EN EL MERCADO DE CAPITALES.	33
III.3.1. Características de los Instrumentos de Deuda.	34
III.4. INDICADORES DEL MERCADO DE CAPITALES.	41
III.4.1. Índice de Precios y Cotizaciones (IPC).	42
III.4.1.1. Selección de la Muestra.	43
III.4.1.2. Formula para Calcular el IPC.	43
III.4.1.3. Factores de Ajuste.	44
III.4.2. Índice de México (INMEX).	45
III.4.2.1. Fórmula para calcular el INMEX.	45
III.4.3. Índice de Mediana Capitalización (IMC30).	46
III.4.3.1. Objetivo del IMC30.	47
III.4.3.2. Características Generales.	47
III.4.3.3. Selección de la Muestra.	48
III.4.3.4. Revisión de la muestra.	49
III.4.3.5. Cálculo del IMC30.	49
III.4.3.6. Fórmula de cálculo del IMC30.	49
III.4.3.7. Factores de ajuste.	50

CAPÍTULO IV

IV. MARCO TEÓRICO DE REGRESIÓN LINEAL SIMPLE Y APLICACIÓN EN EL CASO DE LA EMISORA “NAFTRA C2”.	51
IV.1. MODELO DE REGRESIÓN LINEAL SIMPLE.	51
IV.2. ESTIMACIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS.	52
IV.3. ESTIMACIÓN DE β_0 Y β_1 .	52
IV.4. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN.	56
IV.5. PROPIEDADES DE LOS ESTIMADORES POR MÍNIMOS CUADRADOS Y EL MODELO DE REGRESIÓN.	57
IV.6. ESTIMACIÓN DE σ^2 .	60
IV.7. PRUEBA DE HIPÓTESIS DE LA PENDIENTE Y DE LA ORDENADA AL ORIGEN.	62
IV.7.1. Prueba t .	62
IV.7.2. Prueba de significancia de la regresión.	64
IV.8. ESTIMACIÓN DE INTERVALOS EN LA REGRESIÓN LINEAL SIMPLE.	69
IV.9. COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN.	71
IV.10. ANÁLISIS DE RESIDUALES.	72
IV.10.1. Definición de residuales.	73
IV.10.2. Métodos para escalar residuales.	73
IV.10.2.1. Residuales estandarizado.	73
IV.10.2.2. Residuales estudentizados.	74
IV.10.2.3. Residuales PRESS.	75
IV.10.2.4. R de Student.	76
IV.11. DIAGNÓSTICO PARA BALANCEO E INFLUENCIA.	77
IV.11.1. Importancia de detectar observaciones influyentes.	77
IV.11.2. Balanceo.	79
IV.11.3. La D de Cook.	80
IV.11.4. Durbin-Watson.	82
IV.11.5. Gráficas de residuales.	83
IV.12. INTERPRETACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS DEL MODELO DE REGRESIÓN.	84

IV.12.1. Interpretación y análisis estadístico del modelo de regresión: Rendimiento del IPC y Rendimiento de NAFTRA C2.	84
IV.12.2. Interpretación y análisis estadístico del modelo de regresión: Rendimiento del IPC y Rendimiento de AMX L.	89
IV.12.3. Interpretación y análisis estadístico del modelo de regresión: Rendimiento del IPC y Rendimiento de AMTEL A1.	93
IV.13. SÍNTESIS DEL ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS DEL MODELO DE REGRESIÓN SIMPLE.	97
CAPÍTULO V	
V. USO DE COMPONENTES PRINCIPALES PARA CONSTRUIR INDICADORES BURSÁTILES Y PARA DISEÑAR PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN.	105
V.1. CRITERIO ALTERNO PARA SELECCIONAR EMISORAS QUE CONFORMEN EL IPC.	106
V.1.1. Construcción del Índice de Dinámica Bursátil (IDB).	110
V.1.2. Análisis de Resultados del IDB.	112
V.2. CRITERIO ALTERNO PARA SELECCIONAR EMISORAS QUE CONFORMEN UN PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN.	113
V.2.1. Construcción del Índice de Bursatilidad (IB).	116
V.3. EL MODELO DE MERCADO.	117
V.3.1. Diversificación.	119
V.3.2. Riesgo total de la cartera.	119
V.4. MODELO DE MARKOWITZ.	123
V.5. EL MODELO DE MERCADO Y LAS PROPORCIONES DE MARKOWITZ.	125
V.5.1. El portafolio propuesto en términos del Modelo de Mercado.	126
V.6. OTROS USOS DE LA BETA DEL MERCADO.	128
V.6.1. Requerimientos de Capital.	128
V.7. APLICACIÓN PRÁCTICA EN UNA INSTITUCIÓN FINANCIERA.	131
V.8. ESTADÍSTICAS DE SENSIBILIDAD IPC.	132
V.8.1. Estadísticas de Sensibilidad	132
CONCLUSIÓN.	135

APÉNDICE A.- NOTAS SOBRE COMPONENTES PRINCIPALES.**ANEXOS A Y B****ÍNDICE DE FIGURAS**

	Página
FIGURA 4. 1. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN DE LOS RENDIMIENTOS EDITADOS EN TABLA 4.1.	56
FIGURA 4.2. GRÁFICAS DE NAFTRA C2.	85
FIGURA 4.3. GRÁFICAS DE AMX L.	91
FIGURA 4.4. GRÁFICAS DE AMTEL A1.	95

ÍNDICE DE TABLAS Y CUADROS

TABLA 4.1. DATOS DE LOS RENDIMIENTOS DEL IPC Y DE LA EMISORA NAFTRA C2.	55
TABLA 4.2. ANÁLISIS DE VARIANZA PARA PROBAR LA SIGNIFICACIA DE LA REGRESIÓN LINEAL SIMPLE RENDIMIENTO IPC & NAFTRA C2.	69
CUADRO 4.1.- REPRODUCCIÓN DE LAS ESTADÍSTICAS DE SENSIBILIDAD.	99
CUADRO 4.2.- INTERVALOS DE CONFIANZA.	100
CUADRO 4.3.- PRUEBAS DE HIPÓTESIS POR EMISORA.	101

BIBLIOGRAFÍA

INTRODUCCIÓN

El presente estudio del Índice de Precios y Cotizaciones, consiste esencialmente en dos tipos de Análisis Estadísticos; Análisis de Regresión Simple y Análisis de Componentes Principales, el primero para evidenciar el estatus de sus parámetros, y el segundo para proponer otra alternativa para seleccionar las emisoras más bursátiles para conformar el IPC.

La Bolsa Mexicana de Valores emite mensualmente, entre una extensa información, las Estadísticas de Sensibilidad (Anexo A), estas estadísticas son utilizadas por un sin número de usuarios entre los que destacan Instituciones Reguladoras como son: La Secretaría de Hacienda y Crédito Público, La Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, La Comisión Nacional Bancaria y de Valores, Instituciones Bancarias, Instituciones Aseguradoras, Inversionistas particulares, sin dejar de mencionar los estudiosos del tema de Inversiones. De ahí se deriva su relevante importancia.

Es importante señalar que La Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV), así como La Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF), en virtud del ámbito que les compete, han expedido las Reglas de Operación que entre otros temas contiene “El Régimen de Inversión de Instituciones Financieras” y, en cuyas reglas, hacen referencia a las Estadísticas de Sensibilidad emitidas por la BMV.

Estas estadísticas de sensibilidad son el resultado de relacionar, a través de un modelo de regresión lineal, dos variables; el rendimiento diario del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC), con el rendimiento diario de las emisoras que lo conforman. El presente trabajo reproduce las estadísticas de sensibilidad a través del análisis de regresión lineal, para analizar sus parámetros. Además se propone una medida estadística multivariada, Índice de la Dinámica Bursátil (IDB), como alternativa, para seleccionar las emisoras que intervienen para el cálculo del IPC, posteriormente con la muestra seleccionada se propone otra medida estadística

multivariada, Índice Bursátil (IB), para seleccionar valores de acuerdo a su bursatilidad y conformar un portafolio de inversión.

La importancia del uso de estas estadísticas, para acatar el régimen legal, la selección de las emisoras representativas del mercado mexicano, así como conformación de portafolios de inversión motivó el desarrollo del presente trabajo. El cual, se inicia con el entorno de las inversiones como primer capítulo, con un esbozo de lo que es el Sistema Financiero Mexicano (SFM), su objetivo, las autoridades encargadas de la regulación y vigilancia, el marco normativo, y la estructura del Sistema Financiero Mexicano.

En el segundo capítulo, se expone el Mercado de Valores (MV), los principales participantes e Instituciones que intervienen en este mercado, los Mercados que conforman el Mercado de Valores.

En el tercer capítulo, se presenta el mercado accionario, instrumentos negociables en bolsa, acciones, instrumentos de deuda en el mercado de capitales, y algunos indicadores entre los que destaca el Índice de Precios y Cotizaciones, motivo de análisis del presente estudio.

En el cuarto capítulo, se presenta el modelo de Regresión Lineal Simple, en el que se realiza las estimaciones de los parámetros, pruebas de hipótesis, intervalos de confianza, otras estadísticas, en la medida que se va desarrollando, se va aplicando al caso de el rendimiento del IPC & el rendimiento de NAFTRA C2 cuyo propósito es ilustrativo del estudio, ya que éste, se aplicó a todas y cada una de las emisoras que conforman el IPC. Posteriormente, se hace un Análisis de Residuales, e Influencia y su correspondiente interpretación, en donde se evidencia contundentemente la situación de las estadísticas de sensibilidad emitidas por la BMV. Aunque, el Análisis de Residuales, y de Influencia, se realizó para todas y cada una de las emisoras que conforman el IPC, se presenta particularmente de las emisoras, NAFTRA C2, AMX L y AMTEL A1, debido a que

son los activos que se proponen en el siguiente capítulo para conformar un portafolio de inversión.

En el quinto capítulo, se aplica la técnica multivariada, Componentes Principales, para crear dos índices que mide la magnitud de la bursatilidad, uno como método alternativo para seleccionar la muestra representativa de las emisoras que conforman el IPC y, el otro, como método alternativo para conformar un portafolio de inversión.

Se presenta el Modelo de Mercado, después la obtención del portafolio óptimo a través del Modelo de Markowitz y, posteriormente, se calcula la beta ponderada haciendo uso de las betas modificadas como consecuencia del análisis estadístico del IPC. Este capítulo termina con la presentación de otros usos de la Beta del Mercado.

Para el Análisis Estadístico, se elaboraron los siguientes cuadros y Gráficas:

1. Cuadro 4.1, Reproducción de las Estadísticas de Sensibilidad.

En este cuadro se presentan reproducidas las estadísticas de sensibilidad que emite la BMV y algunas más. De manera general, se puede decir que las cifras coinciden hasta el tercer decimal, lo cual es excelente.

2. Cuadro 4.2, Pruebas de Hipótesis por Emisora para probar Tendencia.

3. Gráficas de Regresión, Varianza de Residuales Escalados, y Prueba de Normalidad por Emisor.

Por último, se presenta una serie de comentarios concluyentes.

I. EL SISTEMA FINANCIERO MEXICANO

En las diferentes actividades que se desarrollan, no sólo en México sino en el mundo, con dinero, bonos, acciones, opciones u otro tipo de herramientas financieras, existen organizaciones o instituciones que realizan movimientos, negocios o transacciones, que hacen el conjunto orgánico de instituciones, tanto públicas como privadas, por medio de las cuales se captan, administran, regulan y dirigen, el ahorro como la inversión por una parte y el crédito por la otra; siendo donde se ponen en contacto a oferentes y demandantes de recursos financieros, dentro del marco de la legislación correspondiente, y es a través del cual se realizan las transacciones o intercambio de activos financieros y de dinero.

Las instituciones del sistema financiero mexicano, median entre las personas u organizaciones con recursos disponibles y aquellas que necesitan y solicitan estos recursos. De esta forma, cumplen con dos funciones fundamentales: la captación y la colocación.

La captación, es recolectar recursos, que puede realizarse, por la vía del ahorro o la inversión de las personas físicas y morales. Estas personas pueden realizar depósitos en cuentas de bancos o comprar títulos, siendo posible, en ambos casos, obtener una ganancia, que se da por el pago de intereses.

La colocación permite poner dinero en circulación en la economía; es decir, las instituciones financieras toman el dinero o los recursos que obtienen a través de la captación y, con éstos, otorgan créditos a las personas, empresas u organizaciones que los solicitan, o realizan inversiones que les generen ganancias, a partir de su incursión en alguna de las modalidades del sistema, esto sería como los préstamos solicitados por empresas a través de la llamada "emisión de títulos" (o "emisión de papeles").

Los integrantes del sistema financiero mexicano reciben, de manera directa o indirecta, un beneficio económico por el desempeño de su actividad; en el caso de una institución privada con fines lucrativos como los bancos, casas de bolsa, etc.,

lo obtiene mediante una comisión o interés; en los casos de una institución privada no lucrativa como asociaciones, academias, etc., lo consiguen a través de las cuotas de sus agremiados que sí adquieren ganancias económicas, y en la figura de los organismos gubernamentales como la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, Comisión Nacional Bancaria y de Valores, entre otras, es a razón de la vía impuestos sobre las actividades económicas que se generan dentro del sistema o a raíz del mismo, y que recauda el gobierno en su conjunto; al mismo tiempo, éste también surge de manera directa mediante la colocación de instrumentos gubernamentales de inversión.

I.1. OBJETIVO DEL SISTEMA FINANCIERO MEXICANO

El objetivo del Sistema Financiero Mexicano, es colocar la inversión de las personas, empresas u organizaciones que lo tienen (oferentes) con las personas, empresas u organizaciones que necesitan dinero (demandantes) para que éstas sean financiadas y obtengan un crédito, permitiendo que se realicen transacciones; cumpliendo con la función de ayudar a la circulación eficiente del dinero en la compra, venta o transferencia de dinero entre las personas, empresas u organizaciones donde se utilizan instrumentos como: billetes y monedas en pesos mexicanos o de otros países como el dólar, cheques, pagarés, letras de cambio, pagarés de tarjetas de crédito conocidos como vouchers.

Por un lado, el sistema financiero canaliza el ahorro hacia la inversión, reduciendo el riesgo de ésta y aumentando las posibilidades de desarrollar proyectos que generen crecimiento, empleo y riqueza. De esta forma, el sistema financiero incrementa la liquidez de aquéllos que la necesitan y que no tienen otra forma de obtenerla y aprovechar las economías de escala.

I.1.1. Regulación y Vigilancia del Sistema Financiero Mexicano

Las instituciones y organismos que integran el Sistema Financiero Mexicano están bajo la rectoría de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP) y, en su

caso, por la supervisión independiente del Banco de México, mejor conocido como BANXICO.

BANXICO regula el sistema financiero sobre todo desde el punto de vista del sistema de pagos. El sistema de pagos involucra el dinero que usamos, el uso de dinero de otros países que circula en México, y también el dinero representado mediante instrumentos como dinero en efectivo, documentos (títulos de crédito) o medios electrónicos.

La **SHCP** regula y supervisa las instituciones del sistema financiero mediante varios organismos que dependen de ella a los cuales se les llama autoridades del sistema financiero, las cuales son: Comisión Nacional Bancaria y de Valores, Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro, y Comisión Nacional para la Protección y Defensa de los Usuarios de Servicios Financieros.

I.1.2. Marco Normativo del Sistema Financiero Mexicano

La delegación de accionar del Sistema Financiero Mexicano y la calidad de este sistema dentro de los objetivos de desarrollo equilibrado y productivo, se encuentran en los artículos 25, 26 y 28 de la Constitución Políticas de los Estados Unidos Mexicanos.

De dicho ordenamiento se desprende el marco jurídico que norma de las diversas instituciones u organismos interrelacionados en el sistema financiero.

I.2. CONFORMACIÓN DEL SISTEMA FINANCIERO MEXICANO

El Sistema Financiero Mexicano se conforma de Autoridades, Entidades e Intermediarios y Órganos de Apoyo, ha continuación exponemos una descripción breve del quehacer de éstos en el Sistema.

I.2.1. Autoridades del Sistema Financiero Mexicano

Las Autoridades del Sistema Financieras son quienes se encargan de proporcionar y regular el marco normativo como son: la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, el Banco de México, la Comisión Nacional Bancaria y de Valores, la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, la Comisión Nacional de Sistemas de Ahorro para el Retiro, la Comisión Nacional para la Protección y Defensa de los Usuarios de Servicios Financieros, y el Instituto para la Protección al Ahorro Bancario.

a) **SECRETARÍA DE HACIENDA Y CRÉDITO PÚBLICO (SHCP).**- Es la dependencia rectora del sistema financiero mexicano y tiene a su cargo múltiples e importantes facultades respecto del mismo, las cuales se encuentran establecidas en diversos textos legales entre los principales tenemos: Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos; Ley Orgánica de la Administración Pública Federal; Reglamento Interior de la SHCP; Manual de Organización General de dicha dependencia, y leyes del Sistema Financiero Mexicano.

Es una dependencia gubernamental centralizada, integrante del Poder Ejecutivo Federal, cuyo titular es designado por el Presidente de la República; de acuerdo con lo dispuesto por la Ley Orgánica de la Administración Pública Federal y por su Reglamento Interior, tiene la función gubernamental orientada a obtener recursos monetarios de diversas fuentes para financiar el desarrollo del país, consiste en recaudar directamente los impuestos, derechos, productos y aprovechamientos; así como captar recursos complementarios, mediante la contratación de créditos y empréstitos en el interior del país y en el extranjero.

Asimismo, se encarga de determinar los criterios generales normativos y de control aplicables a las instituciones que participan en el mercado de valores, así como de proponer políticas de orientación y regulación de las entidades financieras que concurren a dicho mercado. Igualmente, ésta encargada de

otorgar o renovar concepciones o autorizaciones para la constitución y operación de bolsas de valores, instituciones para el depósito de valores y casas de bolsa.

- b) **BANCO DE MÉXICO (BANXICO).**- Es un Organismo Constitucional Autónomo, con personalidad jurídica y patrimonio propio. Se trata de una entidad separada de la administración central que, goza de plena autonomía técnica y orgánica, y creada por la ley para la realización de atribuciones del estado que consisten en funciones de regulación monetaria, crediticia y cambiaria.

Su finalidad es proveer a la economía del país de moneda nacional, como consecuencia tiene como objetivo prioritario procurar la estabilidad del poder adquisitivo de la moneda, dentro de sus funciones tiene el de regular la emisión y circulación, la intermediación y los servicios financieros, y el sistema de pago; operar como banco de reserva y acreditante de última instancia, así como promover el sano desarrollo del sistema financiero mexicano.

La autonomía del Banco Central impide que el poder público emplee crédito del Banco Central para financiar su gasto, como sustituto de los impuestos o de la emisión de bonos. Endeudarse con terceros resulta más costoso que hacerlo con el Banco Central, ya que hay que pagarles la tasa de interés del mercado.

- c) **COMISIÓN NACIONAL BANCARIA Y DE VALORES (CNBV).**- Es un Órgano Desconcentrado de la SHCP, con autonomía técnica y facultades ejecutivas en los términos de la propia Ley de la CNBV. Tiene por objeto supervisar (a través de las facultades de inspección, vigilancia, prevención y corrección que le confieren las leyes y disposiciones aplicables) y regular, en el ámbito de su competencia, a las entidades financieras, a fin de procurar su estabilidad y correcto funcionamiento, así como mantener y fomentar el sano y equilibrado desarrollo del sistema financiero en su conjunto, en protección de los intereses del público.

- d) **COMISIÓN NACIONAL DE SEGUROS Y FIANZAS (CNSF).**- Es un Órgano Desconcentrado de la SHCP cuyas funciones son: la inspección y vigilancia de las instituciones y de las sociedades mutualistas de seguros, así como de las demás personas y empresas que determina la Ley sobre la materia; su participación es importante al momento de regular a quienes intervienen en los Grupos Financieros.

Nota: Esta Comisión no participa directamente en el Mercado de Valores, puesto que el organismo gubernamental que actúa en él es la Comisión Nacional Bancaria y de Valores. Sin embargo, se consideró prudente incluir a esta autoridad, ya que su participación es importante al momento de regular a quienes intervienen en dicho mercado.

- e) **COMISIÓN NACIONAL DEL SISTEMA DE AHORRO PARA EL RETIRO (CONSAR).**- Es un Órgano Administrativo Desconcentrado de la SHCP, con autonomía técnica y facultades ejecutivas con competencia funcional propia en los términos de la Ley de los Sistemas de Ahorro para el Retiro.

La CONSAR tiene como compromiso regular y supervisar la operación adecuada de los participantes del nuevo sistema de pensiones, así como otorgar, modificar o revocar autorizaciones para la creación de afores y siefores. Su misión es la de proteger el interés de los trabajadores, asegurando una administración eficiente y transparente de su ahorro, que favorezca un retiro digno y coadyuve al desarrollo económico del país.

- f) **COMISIÓN NACIONAL PARA LA PROTECCIÓN Y DEFENSA DE LOS USUARIOS DE SERVICIOS FINANCIEROS (CONDUSEF).**- Tiene como finalidad promover, asesorar, proteger y defender los derechos e intereses de los usuarios frente a las instituciones financieras, arbitrar sus diferencias de manera imparcial y proveer a la equidad en las relaciones entre éstos, brindando orientación y asesoría, toma parte en la conciliación, en el procedimiento de arbitraje en amigable composición y en el arbitraje de estricto derecho y ofrece defensoría legal ante los tribunales competentes.

La comisión está facultada para actuar como conciliador y su principal objetivo es la protección y defensa de los derechos e intereses del público usuario de los servicios financieros.

- g) **INSTITUTO PARA LA PROTECCIÓN AL AHORRO BANCARIO (IPAB).**- Tiene por objetivo proteger el ahorro, proporcionar a las instituciones en beneficio de las personas un sistema para la protección de ahorro bancario que garantice el pago, a través de la asunción por parte del instituto, en forma subsidiaria y limitada.

Es responsable, en coordinación con otras autoridades financieras, de dar seguimiento y de definir la situación de los bancos con problemas de insolvencia, en dado caso, liquidando sus activos y pagando sus obligaciones garantizadas; contribuye en varias formas a consolidar la confianza en el sistema al implementar programas de saneamiento.

I.2.2. Entidades e Intermediarios del Sistema Financiero Mexicano

Las Entidades del Sistema Financiero Mexicano, para el presente trabajo las congregaremos en dos Subsistemas: Subsistema Bancario y Subsistema Bursátil o No Bancario.

Las Instituciones que forman parte del subsistema bancario están autorizadas a otorgar crédito, en tanto que las no bancarias, cuando se trata de crédito, sólo pueden hacer intermediación es decir, solo pueden actuar poniendo en contacto al oferente y al demandante de recursos financieros a través de la operación de los títulos de crédito. En este sentido, se dice que los bancos actúan en materia de crédito de forma directa, en tanto, que las no bancarias lo hacen de manera indirecta.

A) Las Entidades del Subsistema Bancario Mexicano, se catalogan como Bancos de Comerciales y de Desarrollo.

- 1.- **Bancos de Comerciales.**- Agrupa a las instituciones de crédito autorizadas a realizar funciones de crédito, ahorro, depósito y fideicomiso; que a través

de varios productos captan, el dinero de ahorradores e inversionistas y lo prestan, a las personas o empresas que lo necesitan y que cumplen con los requisitos para ser sujetos de crédito, se le identifica como Banca Privada.

2.- **Bancos de Desarrollo.**- Es intermediario especializado en canalizar recursos financieros y técnicos hacia sectores de la economía que el gobierno considera trascendentes o prioritarias para el desarrollo económico equilibrado del país, operando recursos de crédito para actividades, dirigidos a atender y solucionar problemáticas de financiamiento regional o municipal, así como el fomentar la exportación, creación de nuevas empresas. Se les dice de segundo piso pues sus programas de apoyo o líneas de financiamiento la realizan a través de 7 instituciones: Nacional Financiera, Banco Nacional de Crédito Rural, Banco Regional de Crédito Rural, Banco Nacional de Comercio Exterior, Banco Nacional de Obras Públicas, Financiera Nacional Azucarera, Banco Nacional del Ejército, Fuerza Área y Armada, a las cuales se les identifica como Bancas Pública.

B) Las Entidades del Subsistema Bursátil o No Bancario, están constituido por: Instituciones del Mercado de Valores; Organizaciones Facilitadoras o Auxiliares de Crédito; Aseguradoras y Afianzadoras, y por Órganos de Apoyo.

1.2.3. Órganos de Apoyo

A) Instituto para el Depósito de Valores (INDEVAL).- El objeto de éste, es la guarda, administración, compensación, liquidación y transferencia de valores.

B) Fondo de Apoyo al Mercado de Valores (FAMEVAL).- El Objeto de este fideicomiso, administrado por el Banco de México, es el de preservar la estabilidad financiera de las casas de bolsa y los especialistas bursátiles participantes, así como procurar el cumplimiento de las obligaciones contraídas por los mismos con su clientela, provenientes de operaciones y servicios propios de su actividad profesional, objeto de protección expresa del Fondo.

- C) Asociación Mexicana de Intermediarios Bursátiles, A. C. (AMIB).**- Tiene como objetivos: representar y defender los intereses de los participantes del mercado de valores, ante todo tipo de instancias públicas y privadas; actuar como organismo autorregulatorio en coordinación y complemento de los órganos de regulación y autorregulación de los mercados de valores y de instrumentos derivados, así como coordinar la eficaz definición de las necesidades de los participantes del mercado de valores, en materia de instrumentos, modalidades operativas, infraestructura y servicios para la mejora continua del sistema de intermediación bursátil, incluyendo la gestión e instrumentación de las normas públicas y autorregulatorias en las que se sustente el desarrollo permanente de los mercados de valores y de instrumentos derivados.
- D) Instituto Mexicano del Mercado de Capitales, A. C. (IMMEC).**- Tiene como objetivo, desarrollar y difundir el conocimiento del Mercado de Valores, a través de promover la formación de recursos humanos calificados; realizar estudios e investigaciones sobre el mercado y difundir nuevas técnicas bursátiles.
- E) Academia de Derecho Bursátil.**- Tiene como objetivo el estudio, la divulgación y la investigación del Derecho Bursátil y ha cobrado importancia por la profundidad de sus estudios, sus publicaciones y sus eventos de alto nivel técnico.

Los Intermediarios, son aquellas personas morales autorizadas para realizar operaciones de correduría, tendientes a poner en contacto la oferta y la demanda de valores, así como efectuar operaciones por cuenta propia, con valores emitidos o garantizados por terceros respecto de las cuales se haga oferta pública, de igual forma administrar y manejar carteras de valores propiedad de terceros.

II. MERCADO MEXICANO DE VALORES

En el mercado de valores los fondos que se canalizan, se documentan en títulos-valores, apelándose al ahorro público, al de los particulares y al de las empresas en general. A estos se les ofrece una rentabilidad por orientar sus dineros hacia inversiones productivas y no para consumo.

Aquí se negocian esencialmente acciones, bonos y obligaciones corporativas. Las negociaciones de los valores se efectúan en forma abierta al público, en igualdad de condiciones para los oferentes y demandantes, lo que promueve la creación de títulos negociables, permitiendo un impulso al mercado de capitales en el que se contrata capital-riesgo mediante los títulos de capitalización o acciones, que pueden resultar muy rentables, pero también pueden generar pérdidas para el inversionista.

Los Valores son acciones, obligaciones, bonos, certificados y demás títulos de crédito y documentos que se emitan en serie o en masa, incluyendo las letras de cambio, pagarés y títulos opcionales que se emiten en la forma citada y, en su caso, al amparo de un acta de emisión cuando por disposición de la ley o de la naturaleza de los actos que en la misma se contengan, así se requiera.

II.1. DEFINICIÓN Y FUNCIONES DEL MERCADO MEXICANO DE VALORES

Se puede definir como el mecanismo o sistema que permite la concurrencia de oferentes y demandantes de valores, este mercado facilita la emisión, colocación y distribución de valores inscritos en el Registro Nacional de Valores e Intermediarios, a cargo de la Comisión Nacional de Valores, y aprobados para su listado por la Bolsa Mexicana de Valores.

El Mercado de Valores es el conjunto de normas y participantes (emisores, intermediarios, inversionistas y otros agentes económicos) que tiene como objetivo permitir el proceso de emisión, colocación, distribución e intermediación de los

valores inscritos en el Registro Nacional de Valores e Intermediarios. Es una modalidad para intervenir y obtener recursos económicos.

El Mercado de Valores es un segmento del Sistema Financiero Mexicano que:

- Tiene lugar principalmente en las bolsas de valores y que procura la canalización directa de recursos financieros hacia los sectores que los requieren, mediante el mecanismo de emisión, colocación y negociación de títulos-valores de corto, mediano y largo plazo;
- Canaliza recursos de capitales en forma directa desde los sectores oferentes hacia los sectores productivos, de mediano y largo plazo hacia las actividades productivas, mediante la emisión y negociación de títulos valores en los ámbitos bursátiles y extra bursátiles, y
- Canaliza el ahorro de mediano y largo plazo, en forma directa, hacia el financiamiento de las actividades productivas; mediante la emisión y negociación de títulos-valores.

II.2. CLASIFICACIÓN DEL MERCADO MEXICANO DE VALORES

La negociación de valores y la canalización de recursos financieros hacia las actividades productivas que se dan, en el sistema financiero mexicano, a través del mercado de valores, estas pueden ser clasificadas bajo los siguientes criterios:

II.2.1. --- De acuerdo a si es o no la primera transacción

- a) **Mercado Primario** (o de distribución original).- Es aquel en el cual se realiza la primera distribución, emisión o circulación inicial de títulos-valores que hace el emisor con el fin de obtener directamente los recursos que requiere.

Lo constituyen colocaciones nuevas resultantes de aumentos en el capital o en el pasivo de las empresas y que reportarán recursos adicionales para su consolidación, expansión o diversificación. Estas colocaciones generalmente se realizan mediante oferta pública hecha explícita y detallada en un prospecto

o folleto autorizado por la CNBV, en el que se proporciona información básica de la empresa emisora y las características de la emisión.

Este mercado se encarga de la negociación de valores que son colocados por primera vez en el mercado, establece entonces una corriente o flujo de recursos entre el inversionista y el emisor, de acuerdo a los términos establecidos nominalmente en los títulos originales o las actas de autorización de la asamblea correspondiente.

- b) **Mercado Secundario**.- Comprende todas las negociaciones u operaciones que se realizan con posterioridad a la primera colocación. Esto es cuando se realiza la compra y venta de los títulos-valores que ya han sido adquiridos en el mercado primario, es decir, están en poder de los primeros compradores y éstos desean volver a venderlos para recuperar su inversión. Son operaciones que se realizan entre inversionistas, y que proporcionan liquidez a los propietarios de los títulos.

A través de éste, se negocian los valores que ya han sido emitidos y cuyo objeto es dar liquidez a sus tenedores. No son resultado de aumento de capital o de pasivo de las empresas emisoras, sino de venta de partes sociales, en el caso de las acciones, o de adquisición de deuda, en el de valores de renta fija como las obligaciones y el papel comercial.

Como se trata de un mercado que otorga liquidez, la negociación, a diferencia del mercado primario, se desliga de las condiciones nominales y se liga a las condiciones del mercado.

II.2.2. --- De acuerdo a su organización

- a) **Mercado Bursátil**.- Conformado por ofertas, demandas y negociaciones de valores inscritos en el Registro del Mercado de Valores y en las bolsas de valores, realizadas por los intermediarios de valores autorizados.

En el mercado bursátil se realizan operaciones de compra-venta de valores ya emitidos, bajo normas especiales, que promueven el desarrollo de un mercado

libre y organizado, donde predominan las fuerzas de la oferta y la demanda, así como la existencia de amplia información, bajo el principio de máxima transparencia. La entidad que facilita la negociación y centraliza las operaciones de este mercado, es la Bolsa de Valores.

- b) **Mercado Extrabursátil**. - Se desarrolla fuera de las bolsas de valores, con la participación de intermediarios de valores autorizados e inversionistas institucionales, con valores inscritos en el Registro del Mercado de Valores.

Todas las transacciones que se realizan fuera del marco del Mercado Bursátil conforman el Mercado Extrabursátil. Las operaciones extrabursátiles no se realizan en la Bolsa de Valores

II.2.3. De acuerdo al periodo de vigencia de los valores

- a) **Mercado de Dinero**. - Es en el que se lleva a cabo operaciones o transacciones mercantiles con activos financieros emitidos a plazo menor a un año.

Estos instrumentos representan la participación en la deuda del emisor, es decir el emisor nos debe (nosotros somos su acreedor). También es común que se les llame papeles gubernamentales, bancarios o privados dependiendo de quien es el emisor.

En el mercado de dinero como inversionista puede accederse a través de una casa de bolsa o de un banco. Salvo el caso de los papeles privados que sólo pueden accederse a través de una casa de bolsa.

En el caso de tesorerías grandes también se pueden contratar operaciones con papeles gubernamentales y bancarios de forma directa a través de los brokers de mercado de dinero (“empresas que administran mecanismos para facilitar las operaciones con valores”), pero será necesario contratar de forma adicional un banco liquidador y un custodio de valores.

En el Mercado de Dinero, es de particular interés las operaciones e intervenciones que realiza el Banco de México (BANXICO) para cumplir la política monetaria de México, pues afectan el nivel de tasas del sistema financiero y su liquidez, mediante la realización de:

- I. Subastas semanales de valores del Gobierno Federal y del IPAB.
- II. Operaciones de mercado abierto con BREMs y recompras de los instrumentos anteriores.

- b) **Mercado de Capitales**.- Es un punto de concurrencia de fondos provenientes de las personas, empresas y gobierno, con los demandantes de dichos fondos que normalmente lo solicitan para destinarlo a la formación de capital fijo, ofreciendo diversas alternativas para la captación de recursos. La característica de este mercado se fundamenta en que la oferta y demanda de recursos es a mediano y largo plazo (más de un año).

La figura de este mercado es la intermediación bursátil, a través de la cual se da emisión y colocación de acciones, obligaciones, bonos, certificaciones y pagares, para ofrecerlos en ambos casos a los inversionistas.

En este mercado se pueden realizar las operaciones siguientes: compra-ventas, préstamo de valores, ventas en corto, y arbitrajes.

En algunos casos también se podrá encontrar catalogados dentro de este mercado otros instrumentos con características especiales como:

- I. Obligaciones Convertibles en Acciones, es deuda que en determinado momento puede convertirse en acciones de la emisora en lugar de amortizar su valor al final del plazo.
- II. Warrants, que son instrumentos financieros derivados que cotizan en la BMV también llamadas opciones porque permiten al comprador elegir entre ejercer los derechos que concede el instrumento o no.

II.2.4. --- De acuerdo al tipo de rentabilidad que otorgan los valores o por el destino de los recursos

- a) **Mercado para la Mediana Empresa Mexicana** (antes denominado mercado Intermedio), conocido también como Sector B, por su protocolo en el RNVI, se crea por iniciativa y con el apoyo de Nacional Financiera con el propósito de desarrollar y fomentar fuentes alternas de financiamiento para empresas de esta magnitud que no tienen acceso normalmente a recursos ágiles y adecuados y permitir a las empresas medianas el allegarse de recursos de capital fresco, para proyectos de inversión productivos.
- b) **Mercado Principal o tradicional**, se negocian los valores de las empresas que al listarse o registrarse cubren todos los requisitos de capitalización tradicionales, valores que representan financiamiento que según el destino al cual se aplique, tienen documentación, operación y definición de precios, que en esencia son distintos, por lo tanto, se clasifica a su vez por el destino de los Recursos que capta mediante los instrumentos:

I. Renta Variable, y

II. Renta Fija o de Deuda.

Cuando los recursos que se captan se destinan a la formación de capital es decir, a la adquisición de activos fijos que permanecerán en la empresa por largo plazo, se denomina mercado de capitales. Los recursos provenientes del financiamiento obtenido, como puede ser por la emisión de Acciones o una emisión de Obligaciones para financiar un proyecto de expansión de la planta productiva, se transforman en activos fijos como inmuebles o maquinaria; a este tipo de inversión se le denomina formación de capital. Un proyecto así requiere generalmente de mucho tiempo para madurar y generar los flujos necesarios para que se pueda autoliquidar.

II.3. PARTICIPANTES QUE INTERVIENEN EN EL MERCADO MEXICANO DE VALORES

En el Mercado Mexicano de Valores, existen tres elementos fundamentales que intervienen siendo: las Entidades Emisoras, los Intermediarios Bursátiles y los Inversionistas.

II.3.1. Entidades Emisoras

Son los organismos o empresas que, cumpliendo con las disposiciones establecidas y siendo representadas por una casa de bolsa, ofrecen al público inversionista, en el ámbito de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), valores tales como acciones, títulos de deuda y obligaciones.

II.3.2. Intermediarios bursátiles

Son las casas de bolsa autorizadas para actuar en el mercado bursátil. Sus principales actividades son: realizar operaciones de compraventa de valores; brindar asesoría a las empresas en la colocación de valores y a los inversionistas en la constitución de sus carteras; recibir fondos por concepto de operaciones con valores, y realizar transacciones con valores a través del sistema BMV-SENTRA Capitales, por medio de sus operadores.

Los operadores de las casas de bolsa deben estar registrados y autorizados por la CNBV y la BMV. Las comisiones que las casas de bolsa cobran a sus clientes por el servicio de compra-venta de acciones están sujetas a negociación entre las partes.

II.3.3. Inversionistas

Son personas físicas o morales, nacionales o extranjeras, que, a través de una casa de bolsa colocan sus recursos a cambio de valores, para obtener rendimientos. En los mercados bursátiles del mundo, destaca la participación del grupo de los llamados “inversionistas institucionales”, representado por sociedades de inversión, fondos de pensiones, y otras entidades con alta capacidad de inversión y amplio conocimiento del mercado y de sus implicaciones.

Pensando en los que realmente reciben el beneficio tenemos a Emisores e Inversionistas, mismos que expondre en una forma más detallada.

- 1) **Emisores**.- Son las personas morales (empresas u organismos) que colocan u ofrecen al público inversionista sus valores tales como acciones, títulos de deuda y obligaciones, cumpliendo con las disposiciones establecidas y siendo representadas por una casa de bolsa y que forma el mercado primario al vendérselos a los inversionistas. Son las que pagan los rendimientos por dividendos e intereses, y también tienen la responsabilidad de devolver el dinero al final del plazo en instrumentos de deuda. El mercado de valores les permite obtener financiamiento.

En el caso de la emisión de acciones, las empresas que deseen realizar una oferta pública deberán cumplir con los requisitos de listado y, posteriormente, con los requisitos de mantenimiento establecidos por la BMV; además de las disposiciones de carácter general, contenidas en las circulares emitidas por la CNBV.

- a) **Emisores de Valores**.- Son las entidades económicas que requieren de financiamiento para la realización de diversos proyectos. Además de requerir de financiamiento, cumplen con los requisitos de inscripción y mantenimiento establecidos por las autoridades para garantizar el sano desempeño del mercado. Entre éstos se tienen: Empresas Industriales, Comerciales y de Servicios; Instituciones Financieras; Gobierno Federal; Gobiernos Estatales, e Instituciones u Organismos Gubernamentales.

Donde la oferta del Mercado está representada por las empresas que suscriben y ofrecen valores representativos de un financiamiento, destinados a proveer de recursos financieros para fines operativos o de dispersión de la participación. Existiendo la necesidad de diferenciar a los emisores en públicos y privados en virtud a los riesgos inherentes a la inversión en valores emitidos por éstos.

- a.1) Emisores públicos.- Son los organismos y dependencias del Gobierno Federal, de los Estados, y las empresas paraestatales que emiten valores objeto de oferta pública, como medio de financiamiento y/o regulación.
- a.2) Emisores Privado.- Son aquellas empresas privadas inscritas en la sección de valores del Registro Nacional de Valores e Intermediarios que emiten valores objeto de intermediación en el mercado bursátil.

La emisión de valores genera o amplía la actividad productiva de las empresas a través de la obtención de recursos para su crecimiento y diversificación. Sólo las Sociedades Anónimas pueden emitir acciones ya que éstas representan un derecho de propiedad sobre la entidad emisora; por consiguiente, los Gobiernos por su naturaleza normalmente no pueden emitir acciones.

- 2) Inversionistas.- Los Inversionistas (o público inversionista) representan en general la demanda de valores cuando es superávitario. Son el grupo de entidades que tienen recursos disponibles para su inversión. Este factor constituye los recursos que contribuyen al financiamiento de las empresas y por consecuencia al desarrollo económico del país.

En el Mercado de Valores participan diversos tipos de inversionistas: Personas Físicas; Personas Morales, e Inversionistas Institucionales (como son los fondos de ahorro, de pensiones, las SIEFORES y las Sociedades de Inversión, entre otros).

A estos sumamos a los inversionistas bursátiles que a través de quienes se tiene contacto entre los inversionistas para realizar sus operaciones en la Bolsa Mexicana de Valores y las emisoras u otros inversionistas: Casas de Bolsa, y Distribuidoras de Sociedades de Inversionistas.

Estos agentes económicos demandan diferentes instrumentos financieros (valores), con el propósito de obtener los mayores rendimientos posibles respecto a los riesgos que están dispuestos a asumir. Y pueden ser: Personas físicas y morales tanto mexicanas como extranjeras; Gobierno Federal o Estatal; Sociedades de Inversión; Inversionistas Institucionales, e Instituciones Financieras, que, como ya se señaló es a través de una casa de bolsa que colocan sus recursos a cambio de valores, para obtener rendimientos. En los mercados bursátiles del mundo destaca la participación del grupo de los llamados "inversionistas institucionales", representado por sociedades de inversión, fondos de pensiones, y otras entidades con alta capacidad de inversión y amplio conocimiento del mercado y de sus implicaciones.

II.4. Marco Normativo del Mercado de Valores

Las leyes y normativa que regulan el quehacer del Mercado de Valores en México son las siguientes:

- **Ley del Mercado de Valores.**- Regula las ofertas públicas de las emisoras, las actividades de todos los participantes en el mercado, la intermediación que realizan las casas de bolsa, el Registro Nacional de Valores e Intermediarios (sustentado por la CNBV) y a las autoridades responsables de promover el equilibrado y eficiente desarrollo del mercado, y garantizar la igualdad de oportunidades en el mismo.
- **Ley de Sociedades de Inversión.**- Regula el funcionamiento de las sociedades de inversión y de sus operadores, y el papel de las autoridades encargadas de vigilar su sano desarrollo y estricto apego al marco normativo vigente.
- **Reglamento General de la Bolsa Mexicana de Valores.**- Define las normas operativas de admisión, suspensión y exclusión de socios de la institución, requisitos de listado y mantenimiento de valores, y las reglas generales de operación.

- **Código de Ética Profesional de la Comunidad Bursátil Mexicana.**- Signado por todos los intermediarios bursátiles, este código establece la integridad del mercado como principal objetivo. Su propósito concreto es evitar la manipulación de precios y el uso de la información privilegiada, protegiendo la libre competencia. Este marco ha contribuido en gran medida a hacer de la Bolsa Mexicana de Valores una de las bolsas más reconocidas en el mundo a nivel de confiabilidad y transparencia.

Otras disposiciones que rigen en el mercado de valores son: la Ley de Agrupaciones Financieras, la Ley de Instituciones de Crédito, la Ley de Inversión Extranjera, la Ley de Títulos y Operaciones de Crédito, la Ley General de Sociedades Mercantiles, las Leyes Mercantiles y de Procedimientos Civiles y el Código de Comercio.

III. MERCADO ACCIONARIO

Mercado Accionario o Renta Variable.- Es en donde se ofertan y demandan acciones comunes en el mercado de valores, o títulos representativos del capital social de una empresa.

Capital Social.- Esta representado por títulos que han sido emitidos a favor de los accionistas o socios, como evidencia de su participación en la entidad. Las características de los títulos se establecen tanto en los estatutos de la entidad como en las leyes que los regulen.

III.1. CARACTERÍSTICAS DEL MERCADO ACCIONARIO O DE RENTA VARIABLE

- ◆ Tiene fecha de emisión (fecha de oferta pública o fecha de colocación);
- ◆ Su fecha de vencimiento es indefinida;
- ◆ Pago de dividendos;
- ◆ Liquidación 48 horas (dos días hábiles posteriores a su concertación);
- ◆ La liquidez del papel esta implícita en la bursatilidad del mismo, y
- ◆ Factores que influyen en la oferta y demanda (políticos, económicos y sociales) nivel nacional e internacional y situación financiera de la empresa.

III.2. INSTRUMENTOS DEL MERCADO ACCIONARIO O RENTA VARIABLE

Instrumentos de Renta Variable.- El inversionista participa en la propiedad y el emisor no se compromete a la devolución del capital ni al pago periódico y regular de rendimientos, esto implica que la utilidad del inversionista esta en función de los resultados del emisor como son dividendos y ganancias de capital principalmente. Los recursos producto de una emisión de acciones se incorporan al capital de la empresa.

El inversionista tiene la opción de participar en el financiamiento de la empresa mediante la adquisición de títulos denominados Acciones o Certificados de

Participación Ordinarios (CPO's) y que son representativos del capital social de la empresa. Según la naturaleza del instrumento, existen emisiones de Certificados de Participación Ordinarios, tanto en el sector de Renta Variable como de Renta Fija.

III.2.1. Acciones

Las Acciones son títulos que representan parte del capital social de una empresa que son colocados entre el público inversionista a través de la BMV para obtener financiamiento. La tenencia de las acciones otorga a sus compradores los derechos de un socio.

Es en títulos el Valor Nominativo que representa una parte alícuota o proporcional del capital social de una empresa que transfiere un derecho de propiedad sobre bienes muebles e inmuebles e incorpora los derechos y obligaciones corporativos y patrimoniales que corresponden al socio tenedor. Esto significa que el propietario de una acción es socio de la empresa en la parte proporcional que representa su acción y su importe representa el límite de la obligación que este contrae ante terceros y la empresa misma.

El plazo de en este valor no existe, pues la decisión de vender o retenerlo reside exclusivamente en el tenedor, el precio esta en función al desempeño de la empresa y de las expectativas que haya sobre su desarrollo. Asimismo, en su precio también influyen elementos externos que afectan al mercado en general.

Por el riesgo implícito de invertir en acciones, se debe de evaluar cuidadosamente los factores que podrían afectar el precio de la acción, tanto del entorno económico nacional e internacional (análisis técnico) como de la propia empresa (análisis funcional: situación financiera, administración, valoración del sector donde se desarrolla, etcétera).

Las acciones pueden ser conceptuadas en tres formas distintas:

- 1.- Partes del capital social;

2.- Expresión de deberes u obligaciones, y

3.- Derechos corporativos y patrimoniales.

3.1.- Derechos corporativos

a) Poder para integrar los órganos sociales, y

b) Derecho a voz y voto en los órganos sociales y la realización de actos que permitan o faciliten el ejercicio de otros derechos al socio.

3.2. Derechos Patrimoniales.- Se refiere a la participación de los accionistas en los dividendos en efectivo o especie que son decretados en sus asambleas, así como el derecho de suscripción o preferencia en la adquisición de nuevas acciones, por aumento de capital.

III.2.1.1. Objetivo de la Colocación de Acciones

El objeto de la emisión de acciones es el financiamiento a largo plazo, puesto que representan la parte proporcional de la propiedad de la empresa, los recursos captados por su colocación son convertidos en Activos de la Emisora y los recursos no podrán entonces liquidarse –por parte de la emisora– hasta que ésta se liquide, pero al ser propietario proporcional, tendrá derecho a los rendimientos que ésta genere, sólo que los rendimientos no están predeterminados pues dependen de la gestión de los administradores, si hay una buena administración habrá buenos resultados, de lo contrario, pueden generarse pérdidas, por ello se dice que estos valores son de rendimiento variable ya que no tienen rendimiento ni plazo de vencimiento predeterminado lo cual implica también un alto riesgo. En la operación en bolsa están sujetos al pago de comisiones tanto el comprador como el vendedor, así como el emisor en la colocación primaria.

III.2.1.2. Contenido en una Acción

- 1) La serie y folio del título y/o certificado provisional;
- 2) Denominación, duración y domicilio de la empresa;

- 3) Nacionalidad de la sociedad;
- 4) Objeto social;
- 5) Capital Social;
- 6) Número de acciones que ampara al título;
- 7) Tipo de acción;
- 8) Derechos (patrimoniales o corporativos según el tipo de acción);
- 9) Firma del presidente y secretario del Consejo de Administración y/o consejo;
- 10) Contiene los cupones de fácil desprendimiento que se enumeran progresivamente desde el 1 hasta n cupones, de los cuales cada uno equivale al cobro de dividendos o derechos, y
- 11) En la parte posterior contiene una sección para endoso.

III.2.1.3. Clasificación de las Acciones

Las acciones se clasifican en cuanto a los derechos de sus tenedores siendo en: comunes u ordinarias, y preferentes o de voto limitado.

- a) **Comunes u ordinarias:** son las que otorgan los mismos derechos e imponen las mismas obligaciones a todos sus tenedores. Estos tienen el derecho a voz y voto en las asambleas de accionistas, así como igualdad de derechos para percibir dividendos cuando la empresa obtenga utilidades.
- b) **Preferentes o de voto limitado:** en caso de liquidación de la empresa, se liquidan antes que cualquier otro tipo de acción que exista en circulación. No tienen derecho de voto en las asambleas de accionistas, salvo cuando se acuerde que tienen voto limitado en las asambleas extraordinarias a las que se convoque para tratar asuntos como prórroga de la duración, disolución de la sociedad y otros. En ocasiones se llega a pactar un dividendo especial.

Las acciones preferentes se subdividen en:

- i) Acciones Preferentes con Dividendos Acumulativos o No Acumulativos: Son aquellas en las cuales se ha pactado que, independientemente de los resultados que haya obtenido la empresa, tienen derecho a un rendimiento anual fijo y que en caso de que los resultados de la empresa en un ejercicio no le permitan cubrir el dividendo pactado, ésta se los acreditará y les será cubierto en el próximo ejercicio o hasta que las ganancias de la empresa lo permita.
- ii) Acciones Participantes o No Participantes: Son acciones que tienen derecho a participar, además del dividendo fijo, en uno extraordinario sobre el resto de las utilidades, ya sea el dividendo de las comunes o cuando las utilidades llegan a superar un porcentaje determinado.
- iii) Acciones Convertibles: Son aquellas para las cuales se ha pactado que después de un período previamente fijado se transforman en acciones comunes. Se emiten como preferentes para después ser cambiadas por otro valor.

En la actualidad la mayor parte de las acciones en circulación son comunes.

III.2.1.4. Rendimiento de las Acciones

En la operación a través de Bolsa de Valores, las ganancias de capital son exentas de impuesto para los inversionistas individuales (personas físicas), ya que son una opción rentable para su patrimonio, y son un ingreso acumulable para personas morales.

El rendimiento para el inversionista se presenta en dos formas:

- 1.- Dividendos que genera la empresa.
- 2.- Ganancias de capital, que es el diferencial –en su caso– entre el precio al que se compró y el precio al que se vendió la acción.

Los dividendos generalmente provienen o se reparten de la cuenta de Utilidad Fiscal Neta (CUFIN o UFIN), cuando es así, quedan exentos del pago de impuesto sobre la renta (ISR), pues ya tuvieron su efecto fiscal dentro de la emisora y de esta manera se evita un impuesto en cascada.

Por otra parte, los dividendos que **NO** provienen de la Cuenta de Utilidad Fiscal Neta (CUFIN) son gravados tanto para las personas físicas como morales, con retención definitiva del 35%.

El rendimiento de las acciones puede ser de carácter interno, porque la empresa genere utilidades que podrán ser repartidas como dividendos, que se definen como la forma en que la empresa reparte las utilidades entre los accionistas, los dividendos pueden ser:

- a) En Efectivo.- Cuando las utilidades son entregadas en “efectivo”;
- b) En Especie.- Cuando las utilidades se reparten en bienes o servicios, y

Lo que se ha denominado como Dividendo en Acciones, que en realidad son una Capitalización de Utilidades que no se puede o no se desea repartir. Este tipo de utilidades son retiradas de la cuenta de Utilidades (de resultados) y dadas de alta o abonadas a la cuenta de Capital Social, generándose así un movimiento virtual sin efecto de flujos, pero al tratarse de un cambio del Capital Social, debe corresponder un cambio en el número de acciones en circulación que en este caso, se emiten y son entregadas a los accionistas en forma proporcional y gratuita.

Pero el rendimiento de las acciones puede ser externo, es decir, provenir del mercado y no directamente de la empresa, puede ser que el precio de las acciones se eleve porque los inversionistas generen expectativas optimistas sobre el desarrollo de la empresa y estén dispuestos a pagar un mayor precio por participar en esas nuevas expectativas, si esto sucede, entonces se generan rendimientos que pueden ser ganancia de capital o plusvalía.

La Ganancia de Capital es la diferencia entre el precio de venta y, el precio de compra de un valor. Si la diferencia es negativa, entonces se denomina Pérdida de Capital.

$$\text{Ganancia de Capital} = \text{PV} - \text{PC}$$

En donde:

$$\text{PV} = \text{Precio de Venta}$$

$$\text{PC} = \text{Precio de Compra}$$

La Plusvalía es la diferencia entre el valor que tiene un título y, el precio de compra (o costo). También si la diferencia es negativa entonces se llama Minusvalía.

$$\text{Plusvalía} = \text{V} - \text{PC}$$

En donde:

$$\text{V} = \text{Valor del título}$$

$$\text{PC} = \text{Precio de Compra (o Costo)}$$

La ganancia de capital es una utilidad realizada, en tanto que la plusvalía NO lo es, es solo una “valuación”, no ha sido realizada.

Los derechos de los valores que se negocian en el mercado es ejercido contra la entrega de cupones, estos son desprendibles y son el “comprobante” o “recibo” por el ejercicio del derecho, por regla se entrega un cupón por cada derecho que se aplica. Están numerados y deben ser aplicados consecutivamente, no se deben “saltar números”.

Esto es, supóngase que se tiene una acción de 20 acciones y se desprende el cupón 4, esto que significa, que una vez cortado un cupón, efecto que se conoce como ex-cupón, quedan vigentes el resto de los cupones, la acción a partir de este momento se cotiza con cupón vigente No. 4 pues el tres y anteriores ya han sido ejercidos (desprendidos), pueden ejercerse simultáneamente varios cupones, en

este caso el número del ex-cupón será en correspondiente al último cupón que se corta.

III.2.1.5. Serie o Emisión Accionaria

Es un grupo de acciones las cuales cuentan con características homogéneas, tales como el tipo de inversionista que puede adquirirlas, así como los derechos específicos derivados de las mismas, de acuerdo con las políticas de dividendos y de las decisiones del consejo administrativo de la empresa. Todas las emisoras pueden emitir más de un tipo de serie o emisiones, incluso de manera consecutiva con previa inscripción en el Registro Nacional de Valores e intermediarios.

III.2.1.5.1. Tipos de Series o Emisores Accionarias

* En un tiempo representó a la acciones nominativas, actualmente representan las series únicas sin utilización de letra alguna.

- A.** Serie Ordinaria reservada para accionistas mexicanos, y que solo pueden ser adquiridas por extranjeros a través de inversiones neutras o de Adra.
- A1.** Ordinaria en la que participan en forma directa accionistas mexicanos y representa la parte fija del capital, también llamada clase 1.
- A2.** Ordinaria en la que participan en forma directa accionistas mexicanos y representa la parte variable del capital, también llamada clase 2.
- AA.** Series accionarias no negociables de Telmex que se encuentran en fideicomiso.
- B.** Ordinaria, conocida como libre Suscripción, por lo que puede ser adquirida directamente por inversionistas extranjeros.
- B1.** Ordinaria, conocida como libre Suscripción, por lo que puede ser adquirida directamente por inversionistas extranjeros, representa la parte variable del capital también llamada clase 2.

- CP.** Certificado Provisional.
- CPO.** Certificado de Participación Ordinaria de Libre Suscripción, estas acciones otorgan derechos de voto restringido.
- F.** Series de emisores filiales que están en poder de empresas controlados por extranjeros.
- L.** Voto limitado. Puede ser adquirida por inversionistas nacionales o extranjeros.
- UB.** Unidades vinculadas que representan acciones de la serie B.
- UBC.** Unidades vinculadas que representan acciones de la serie B y C.
- UBD.** Unidades vinculadas que representan acciones de la serie B y D.
- 1.** Ordinaria en la que participan en forma directa accionistas mexicanos y representa la parte fija del capital, también llamada clase 1.
- 2.** Ordinaria en la que participan en forma directa accionistas mexicanos y representan la parte variable del capital, también llamada de clase 2.

III.2.1.5.2. Características Generales de una Serie o Emisión Accionaria

- 1.** Es emitida por las sociedades anónimas en general, instituciones de seguros y fianzas, grupos financieros, bancos, casas de bolsa y empresas industriales, comerciales y de servicios.
- 2.** La empresa emisora es garantía, de acuerdo a sus antecedentes financieros.
- 3.** El monto es de acuerdo a la situación financiera de la empresa emisora.
- 4.** El valor nominal varía según el emisor.
- 5.** El rendimiento se obtiene por el diferencial entre el precio de compra y el precio de venta, menos comisiones cobradas por el intermediario, tanto a la compra como a la venta, más los dividendos pagados, en su caso.
- 6.** Son consideradas inversiones de largo plazo, aunque en realidad no tienen

fecha de vencimiento, ya que su vigencia depende de la existencia misma de la empresa cuyo capital representan.

7. La custodia está a cargo de Indeval (depósito en administración).
8. Están intermediarias por las Casas de Bolsa.
9. Su colocación puede darse a través de la oferta pública o privada, primaria o secundaria.
10. Los adquirientes de acciones colocadas a través del mercado de valores son generalmente los siguientes:
 - Personas físicas o morales de nacionalidad mexicana o extranjera, cuando no exista cláusula de exclusión.
 - Instituciones de seguros y fianzas.
 - Arrendadoras financieras, uniones de crédito y empresas de factoraje.
 - Sociedades de inversión común.
 - Fondos de pensiones.
 - Almacenes generales de depósito.

Es importante destacar que los adquirentes antes mencionados pueden quedar excluidos de, o limitados a, algún porcentaje en colocaciones en particulares.

11. El destino de los fondos se da en dos aspectos:

Primario: Financiamiento para cubrir necesidades de compra de activos, planes de expansión, integración y proyectos de inversión.

Secundario: Aumento del capital de la empresa.

12. No existe amortización; sin embargo, la empresa puede llevar a cabo la recompra de sus acciones, mediante oferta pública y en condiciones que la propia empresa determine.

Ventajas

- ↻ Utilidad en compra-venta, es decir, ganancia de capital, la cual está exenta de impuestos en el caso de las personas físicas.
- ↻ Rendimiento por pago de dividendos en efectivo y/o en acciones que decreta la empresa emisora al conocer el resultado de sus operaciones
- ↻ Alternativa para diversificar el patrimonio.
- ↻ Las acciones con alta bursatilidad pueden venderse o comprarse con relativa facilidad, dependiendo de las condiciones del mercado.

Desventajas

- ↻ Los precios se rigen por la oferta y la demanda, y hay muchos factores que pueden ocasionar un alza o una baja en el valor de las acciones.
- ↻ Liquidez relativa de 48 horas, dependiendo de la demanda y de las condiciones del mercado en general.
- ↻ Cobro de comisión al inversionista, a la compra y a la venta.

III.3. INSTRUMENTOS DE DEUDA OPERADOS EN EL MERCADO DE CAPITALES

Instrumentos de Renta Fija o Deuda.- el inversionista se convierte en acreedor del emisor y por lo tanto el emisor se compromete al pago de un interés periódico y regular y, a la devolución del capital prestado al vencimiento del plazo convenido, independientemente de los resultados que tenga la empresa, e incorpora el producto de la colocación a su pasivo. Los títulos emitidos representan pasivos de largo plazo para el emisor y según sus características se puede emitir obligaciones o CPO's.

Títulos de Deuda.- Son instrumentos financieros que en adición a que constituyen para una parte una cuenta por cobrar y para la otra una cuenta por pagar, poseen

un plazo determinado y generan al poseedor del título, flujos de efectivo a lo largo del plazo de los mismos.

Los Instrumentos de Deuda a diferencia de las acciones, son títulos que incorporan la obligación del Emisor de reintegrar suscriptor o inversionista el Principal (capital) y, en su caso, periódicamente un flujo de intereses o rendimientos por el uso de ese capital, por lo que el riesgo del inversionista, es DIRECTO, y se refiere a la posibilidad de pago del capital y de los intereses por parte del emisor, por lo que este riesgo se denomina RIESGO EMISOR. Adicionalmente el inversionista, asume un riesgo que tiene que ver con en nivel general de tasa de interés y sus fluctuaciones, se denomina RIESGO MERCADO, este, en algunos casos solo toma la forma de minusvalía o costo de oportunidad, pero en otros cristaliza en pérdidas reales que pueden afectar al capital mismo en forma parcial. Por estos riesgos, ahora suele llamarse a los de instrumentos de Renta fija, INSTRUMENTOS de DEUDA en forma genérica.

III.3.1. Características de los Instrumentos de Deuda

Hay características especiales en los diferentes instrumentos de deuda que determinan el valor de los títulos. Estas características se deben detallar en el prospecto de colocación en el que se especifican las obligaciones del emisor para con el tenedor que van desde promesas sobre los activos reservados para liquidar a los tenedores hasta estipulaciones sobre el tiempo exacto y la forma de amortizar los títulos y el pago de los rendimientos.

Los diferentes instrumentos tienen distintos niveles de riesgo en función al plazo, las garantías, la calidad crediticia del emisor y el propio instrumento y éstas diferencias se reflejan, o debieran reflejarse, en los rendimientos esperados que ofrecen los papeles, siendo Obligaciones Industriales; Obligaciones Subordinadas; Certificados de Participación, y Obligaciones Convertibles.

1.- Obligaciones Industriales.- Es un título de crédito que representa la participación individual de sus tenedores en un crédito colectivo a cargo del

Emisor. Otorgan una tasa de interés fija o variable periódicamente contra entrega de los cupones respectivos y pueden estar sujetas a amortizaciones anticipadas según el prospecto de emisión.

Una de las principales características de las obligaciones es su plazo, que varía normalmente entre cinco y siete años por lo que son instrumentos catalogados como de largo plazo. Son créditos que normalmente se destinan para el financiamiento de proyectos de inversión cuya maduración y flujo de efectivo se da en el largo plazo, como las ampliaciones en la capacidad instalada.

Al ser títulos emitidos a plazo mayor de un año, el régimen fiscal de los rendimientos y ganancia de capital es exento para personas físicas y acumulables para personas morales sin retención.

La ley establece que en todas las emisiones de obligaciones deben representarse los intereses de los obligacionistas por un representante común. Este tendrá la encomienda de vigilar el cumplimiento y legalidad de los compromisos que de la emisión se deriven.

Existen varios tipos de obligaciones en el mercado en función a la garantía que otorguen y a la mecánica de operación de las mismas.

Las obligaciones representan una opción de financiamiento a largo plazo para el emisor y un instrumento con rendimientos atractivos para el inversionista. Así que de acuerdo a su garantía pueden ser clasificadas:

- Hipotecarias.- Están garantizadas con hipoteca sobre bienes inmuebles y en algunos casos muebles o semovientes propiedad de la sociedad emisora.
- Quirografarias.- Este tipo de obligaciones se emiten sin garantía específica, es decir, están garantizadas solo por el buen nombre de la empresa y por la solvencia económica y moral de la misma, solvencia respaldada por todos los bienes y activos sin hipotecar.

- Con garantía fiduciaria.- Se establece que la sociedad emisora deberá crear un fideicomiso con la garantía que se especifique en la emisión, (de cartera, hipotecaria, porcentaje de las ventas, etc.) cuyos fideicomisarios serán los propietarios de los títulos en la parte que les corresponde. Lo anterior implica que la garantía está constituida en un fideicomiso por lo que sigue un tratamiento de ley distinto ya que el propietario de dicha garantía es el fiduciario.

Este tipo de obligaciones permite dar mayor variedad a la garantía en función a que los bienes fideicomitados pueden ser presentes o futuros, tangibles o intangibles. El establecer una garantía, permite que el crédito se coloque a una sobretasa menor.

- Obligaciones prendarias.- Aquellas que están garantizadas por diversos bienes sobre los cuales se establece prenda.

En lo relativo a la mecánica de operación y pago las obligaciones pueden ser:

- a) Rendimiento capitalizable.- Como su nombre lo indica, parte de los intereses se van capitalizando para formar parte del “valor nominal” durante los primeros años de vigencia para que posteriormente vaya amortizando con pagos superiores a los intereses devengados. Por tal motivo, el valor nominal del título se incrementa a cada fecha de pago del cupón durante el período de capitalización y se irá reduciendo paulatinamente hasta la fecha de su vencimiento donde el valor nominal será cero.
- b) Obligaciones Indizadas.- En estas Obligaciones el valor nominal esta indizado al tipo de cambio o al “Índice de inflación” sea esta medido por medio del INPC (Índice Nacional de Precios al Consumidor) o la UDI (Unidades de Inversión), u otros factores o índices, por lo que tanto su valor nominal como los rendimientos se ajustan en la misma proporción

en la que lo haga el tipo de cambio respecto de la moneda en la que esté denominada la obligación o los índices que se apliquen en su caso.

2.- Obligaciones Subordinadas.- Son títulos que amparan deudas colectivas contraídas por la empresa (usualmente Bancos), no tienen garantía específica y se denominan subordinadas porque, en caso de liquidación o quiebra de la emisora, subordinan su pago, a la liquidación de todas las deudas de la institución, es decir, se pagarían después de todas las otras deudas de la emisora, pero antes de repartir a los tenedores de las acciones de la emisora el remanente social. Cuando además de subordinadas, son convertibles, se consideran así mismo instrumentos híbridos en la medida en que eventualmente se convierten en acciones.

3.- Certificados de Participación.- En términos generales, los certificados de participación son la parte individual de créditos colectivos afectados por un fideicomiso, los certificados representan:

- a) El derecho a una parte proporcional de los rendimientos de los valores, derechos o bienes de cualquier clase, que tenga un fideicomiso irrevocable para ese propósito la sociedad fiduciaria que los emite.
- b) El derecho a una parte proporcional del derecho de propiedad o de la titularidad de esos bienes, derechos o valores.
- c) El derecho a una parte proporcional del producto neto que resulta de la venta de dichos bienes, derechos o valores.

Y según sea el bien o derecho fideicomitado un bien mueble o inmueble, se reconocen dos tipos de certificado.

- a) Certificados de Participación Ordinaria (CPO's), y
- b) Certificados de Participación Inmobiliaria (CEPI's).
 - a.1) Los Certificados de Participación Ordinaria (CPO's).- Son títulos representativos de crédito garantizado por bienes muebles o

derechos afectados por fideicomiso (bien fideicomitado). Se consideran bienes muebles aquellos que pueden ser trasladados sin afectar su función. Los CPO's más conocidos son los que afectan a las acciones o CPO's sobre acciones. Estos certificados se emiten para captar recursos de los inversionistas en acciones, sin afectar la proporción de control corporativo que se ejerce en las emisoras o para captar recursos de inversionistas extranjeros en emisoras que tienen limitaciones de este carácter. Sus Derechos patrimoniales son idénticos a los de una acción, pero sus derechos corporativos son cedidos al fideicomiso.

- b.1) Los Certificados de Participación Inmobiliarios (CEPI's).- Son títulos de Crédito que representan los derechos de sus tenedores sobre determinados inmuebles comprometidos como patrimonio de un fideicomiso; su objeto es ofrecer a las empresas una alternativa de financiamiento a través del Mercado de Valores ofreciendo en garantía algún inmueble de su propiedad. En este caso, los pagos de interés y el valor de amortización de los certificados dependen del valor del inmueble fideicomitado a la fecha de pago correspondiente, por lo que su operatividad es muy similar a las obligaciones con rendimientos capitalizables.

Certificados de participación inmobiliarios con rendimientos capitalizables (CEPI's). Al igual que las obligaciones con rendimientos capitalizables, este tipo de CEPI's van capitalizando parte de sus intereses durante los primeros años de vigencia y después van amortizando con pagos mayores a los intereses devengados, por tal motivo el valor nominal se incrementa cada periodo de pago durante el periodo de capitalización y posteriormente se reduce paulatinamente hasta el vencimiento.

Existen emisiones que realizan amortizaciones fijas a partir del valor nominal ajustado después del periodo de capitalización.

Los rendimientos y características son similares a las obligaciones Quirografarias e hipotecarias, solo varía en el esquema de amortización.

El régimen fiscal es igual que el de todas las obligaciones y CEPI's es, exento para personas físicas, acumulable para personas morales.

Certificados de Plata (CEPLATA).- Son certificados de participación ordinarios nominativos representativos de los derechos que sus tenedores tienen sobre un fideicomiso cuyo patrimonio consiste en Onzas Troy de Plata, calidad "GOOD DELIVERY".

El plazo del fideicomiso es por treinta años prorrogables de acuerdo a los tenedores de dichos certificados. Estos títulos no amortizan por lo que al vencimiento se hace la entrega efectiva de las Onzas Troy respaldadas por cada certificado; cada uno de ellos está respaldado por cien Onzas Troy, Sin embargo está previsto que si el titular comprueba ser industrial de la plata y estar inscrito en el padrón respectivo tendrá derecho a solicitar en cualquier tiempo que la emisora le adjudique plata en igual cantidad y calidad que la amparada en los certificados.

El precio de los CEPLATAS estará determinado por el precio que tenga la plata en Nueva York al tipo de cambio libre vigente en el momento de que se realice la operación.

4.- Obligaciones Convertibles.- Son títulos de crédito que representan una deuda colectiva a cargo de la emisora. Los tenedores de estos títulos recibirán una cantidad por concepto de intereses en la forma periódica que se haya

estipulado en el acta de emisión de estas obligaciones y a su vencimiento natural o anticipado, podrán optar entre recibir la amortización de la deuda en efectivo, o bien convertir sus títulos en otro valor, generalmente, acciones comunes o preferentes de la misma emisora.

A este último tipo de instrumentos se le suele denominar híbridos, ya que tienen características de instrumentos de deuda y de instrumentos de renta variable al estar ligados al capital de la empresa.

Según el tipo de emisión de que se trate, éstas pueden ser de conversión forzosa en un plazo determinado o a elección del tenedor.

El objeto primordial de estos valores, es el procurar recursos a las empresas a través de apalancamiento, con la posibilidad futura de convertir esta deuda en capital, permitiendo a las firmas una mayor capacidad de financiamiento posterior.

Las obligaciones convertibles ofrecen múltiples ventajas, tanto a las emisoras como a los inversionistas; a continuación mencionamos las más importantes:

- Si la empresa que requiere de financiamiento y considera que la cotización de sus acciones en el Mercado es muy baja, no emite nuevas acciones, pues el monto recaudado por la emisión sería mínimo.
- La flexibilidad inherente al empleo de obligaciones convertibles, le permite a la firma realizar una planeación más racional de su estructura financiera.
- Brinda la posibilidad a las emisoras de endeudarse a bajas tasas de interés lo que implica bajos costos de capital durante un período de baja rentabilidad en la operación, dando a los inversionistas la posibilidad de participar en las ganancias potenciales de capital derivadas de la buena marcha de la empresa.
- Para el obligacionista, estos títulos ofrecen la ventaja de asegurar un valor mínimo como acciones comunes en caso de que precio de las acciones a

que se tiene derecho disminuya; si el precio aumenta el inversionista se beneficia ejerciendo la conversión.

Esta disminución de riesgo para el inversionista está compensada con una tasa de rendimiento inferior, con relación a la de obligaciones comunes.

- Dependiendo del precio de mercado de las acciones, las obligaciones convertibles podrán cotizarse sobre o bajo par, lo que permitirá al inversionista el obtener una ganancia de capital en el mercado secundario (si el precio de las acciones es atractivo), aún sin que se haya cumplido el plazo para la conversión.

III.4. INDICADORES DEL MERCADO DE CAPITALES

La finalidad del cálculo o construcción de Índices de Precios Accionarios es obtener el valor representativo de un conjunto de acciones, en un momento específico del tiempo.

Un Índice de Precios de Acciones representa el valor de un conjunto de títulos accionarios en el tiempo. Las fluctuaciones en los precios de los valores cotizados en la Bolsa Mexicana de Valores responden a la libre interacción entre la oferta y la demanda. La tendencia general de las variaciones en precios de las acciones, generada por las operaciones de compraventa durante la sesión de remates, se refleja, en tiempo real, mediante el cálculo de índices accionarios.

Un índice accionario se construye con series accionarias seleccionadas con base en su representatividad, en el giro de los emisores (sector económico al que pertenecen), bursatilidad (facilidad con que se puede comprar o vender una acción) y valor de mercado o capitalización (último precio de la acción por el número de acciones en circulación). El número y tipo de series accionarias consideradas para el cálculo de cada uno de los índices, varía en función del índice de que se trate.

III.4.1. Índice de Precios y Cotizaciones (IPC)

El Índice de Precios y Cotizaciones, se considera el indicador del desarrollo del mercado accionario en su conjunto, en función de las variaciones de precios de una selección de acciones (o muestra) balanceada, ponderada y representativa del conjunto de acciones cotizadas en la Bolsa Mexicana de Valores.

La muestra empleada para su cálculo se integra por emisoras de distintos sectores de la economía y se revisa semestralmente. En caso de que alguna emisora ya no cumpla con el criterio de selección, se le reemplaza por alguna otra que si califique.

El peso relativo de cada una de las series accionarias que componen la muestra para el cálculo del Índice de Precios y Cotizaciones se explica por su valor de mercado. Es decir, se trata de un índice ponderado por valor de capitalización. Esto significa que el cambio en el precio de una acción integrante del índice influye en su evolución de acuerdo al peso relativo que dicha acción tiene en la muestra. Así, un cambio en el precio de una serie accionaria con un alto valor de mercado, impacta en mayor medida el valor Índice de Precios y Cotizaciones que cuando ocurre un cambio equivalente en el precio de una serie accionaria de menor valor de mercado.

La fecha base de cálculo del principal índice bursátil es el 30 de octubre de 1978 = 100. Se consideran en él 35 series accionarias clasificadas como de alta y media bursatilidad, es decir, las más negociadas del mercado tanto por volumen como por importe.

A diferencia de otros índices de este tipo, el valor del Índice de Precios y Cotizaciones se relaciona con el día anterior y no con el valor de la fecha base, debido a que la muestra es revisada periódicamente con el objeto de considerar a las emisoras líderes, y no permitir que ésta se vuelva anacrónica y obsoleta, perdiendo consecuentemente su representatividad.

III.4.1.1. Selección de la Muestra

El procedimiento aplicado por la Bolsa Mexicana de Valores para la selección de la muestra toma en cuenta el índice de bursatilidad, el cual se calcula considerando el desempeño, durante los últimos seis meses, de las siguientes variables:

- ✓ Importe negociado;
- ✓ Volumen de acciones negociadas;
- ✓ Rotación (Importe / valor de capitalización);
- ✓ Número de operaciones efectuadas, y
- ✓ Importe representativo por operación.

El valor de capitalización de las emisoras, que constituye el ponderador en el cálculo del Índice de Precios y Cotizaciones, es también considerado para la selección de la muestra.

La muestra se somete a revisión y actualización con una periodicidad semestral. Los cambios en la muestra -series accionarias que entran y salen de ella- se dan a conocer con cinco días hábiles de anticipación al inicio del nuevo periodo, con la finalidad de dar tiempo suficiente a los participantes del mercado para ajustar sus portafolios de inversión, si lo consideran pertinente.

III.4.1.2. Formula para Calcular el IPC

La fórmula para calcular el Índice de Precios y Cotizaciones es la siguiente:

$$I_t = I_{t-1} \left(\frac{\sum_i^n P_{it} * Q_{it}}{\sum_i^n P_{it-1} * Q_{it-1} * F_{it}} \right)$$

en dónde:

$$I_t = \text{IPC del día } t.$$

P_{it} = Precio de la emisora i en el día t^* .

Q_{it} = Acciones de la emisora i en el día t .

F_{it} = Factor de ajuste por derechos pagados por la acción i al día t .

t_{-1} = Día hábil inmediato anterior.

$i = 1, 2, 3, \dots, n$.

n = Número de emisoras en la muestra.

- * El P_{it} empleado para determinar el valor del IPC de las 14:50 a las 15:00 hrs., equivale al promedio del P_{it} , ponderado por el volumen de los 10 minutos anteriores a que se efectúe el cálculo del índice. El objetivo es obtener un precio que sea representativo de las operaciones realizadas durante los últimos 10 minutos de operación, para emplearlo en el cálculo del cierre del índice.

La suma del valor de capitalización de la sesión de remates de todas las emisoras incluidas en la muestra, dividido entre la suma del valor de capitalización del día anterior, determina la variación del IPC de un día a otro.

III.4.1.3. Factores de Ajuste

En virtud de que el valor de capitalización de las emisoras es utilizado como elemento ponderador dentro de la muestra, cualquier cambio en el número de valores inscritos modifica el valor del índice. En consecuencia, se requiere modificar el valor de las emisoras que decreten derechos (pago de dividendos) o registren movimientos corporativos (escisiones, fusiones, suscripción, capitalización), aplicando un factor de ajuste al valor de capitalización del día previo a la emisión del derecho o del movimiento corporativo, para eliminar su influencia sobre el precio de las series accionarias que componen el Índice de Precios y Cotizaciones y así mantener su fidelidad.

Estos ajustes son necesarios para poder hacer comparable la cartera de un día a otro de capital. En este caso, el capital es reducido en una proporción determinada por el factor y por el precio de redención de las acciones, fijado por la empresa.

III.4.2. Índice de México (INMEX)

El INMEX es un índice ponderado por el valor de capitalización de las emisoras que integran la muestra. A diferencia del Índice de Precios y Cotizaciones, la ponderación (peso relativo) de una sola serie accionaría no puede ser mayor a 10% al comienzo o inicio del periodo de vigencia de la muestra.

El INMEX se ajusta por valor de capitalización y por derechos decretados por las emisoras. Sin embargo, no se ajusta por dividendos en efectivo.

La muestra del INMEX abarca de 20 a 25 emisoras en sus series más representativas y con los niveles más altos de bursatilidad. En la muestra, únicamente se incluye una serie por emisora. La serie seleccionada será la más representativa de la emisora en cuanto a bursatilidad, capitalización y liquidez. Se consideran series accionarias de emisoras cuyo valor de mercado mínimo sea de \$100 millones de dólares.

La muestra es revisada cada seis meses. El tamaño de la muestra no es fijo y puede ser modificado al momento de la revisión, de acuerdo con el número de emisoras que en ese momento cumplan con los criterios de selección.

III.4.2.1. Fórmula para calcular el INMEX:

$$I_t = I_{t-1} \left(\frac{\sum_i^n P_{it} * Q_{it}}{\sum_i^n P_{it-1} * Q_{it-1} * F_{it}} \right)$$

donde:

I_t = INMEX del día t.

P_{it} = Precio de la emisora i el día t .

Q_{it} = Acciones de la emisora i en día t inscritas en la Bolsa Mexicana de Valores*.

F_{it} = Factor de ajuste por derechos de la acción el día t .

$t-1$ = Día hábil inmediato anterior.

i = 1, 2, 3, ..., n .

n = Número de emisoras en la muestra.

* Número de éstas que, multiplicado por su precio, no excede el 10% del valor del mercado del INMEX.

La fecha base del INMEX es el 30 de diciembre de 1991= 100.

III.4.3. Índice de Mediana Capitalización (IMC30)

La Bolsa Mexicana de Valores genera 13 índices generales: el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC), el Índice México (INMEX), el Índice de Precios del Mercado para la Mediana Empresa Mexicana (IP-MMEX), 7 Índices Sectoriales y 3 Índices para Sociedades de Inversión.

Por sus características, el Índice de Precios y Cotizaciones e INMEX incluyen en sus muestras a emisoras cuyas series accionarias tienen niveles altos de capitalización. El IP-MMEX, índice representativo del Mercado para la Mediana Empresa, perdió su razón de ser en enero de 1999 cuando la Bolsa Mexicana de Valores integró la operación del mercado de capitales incorporando la sección B o Mercado de la Mediana Empresa, a la sección principal. Es por ello que la Bolsa Mexicana de Valores consideró necesario desarrollar un nuevo índice que refleje en forma particular el comportamiento de las emisoras que se ubican dentro del nivel medio de capitalización del mercado y que además cuentan con niveles de bursatilidad adecuados.

En este sentido, la Bolsa Mexicana de Valores desarrolló el Índice de Mediana Capitalización-IMC30, conformado por 30 series accionarias representativas de este importante estrato del mercado accionario mexicano.

La bursatilidad representa el nivel de negociación de una emisión en el mercado accionario, y es medida a través del Índice de Bursatilidad que calcula y publica mensualmente la Bolsa Mexicana de Valores.

III.4.3.1. Objetivo del IMC30

El Índice de Mediana Capitalización (IMC30), tiene como objetivo constituirse como un indicador representativo y confiable del mercado accionario mexicano para empresas de media capitalización.

Asimismo, este índice pretende servir a las Sociedades de Inversión y al Mercado de Derivados, como valor de referencia de instrumentos indizados.

Emisoras cuyo valor de capitalización (precio de mercado x número de acciones) esta más cerca del valor promedio de capitalización del mercado accionario mexicano

III.4.3.2. Características Generales

Las principales características del IMC30 son las siguientes:

Representatividad de las empresas de capitalización media, ya que incorpora los conceptos de tamaño y operatividad de las emisoras que integran su muestra, a través de:

- 1) La mayor cercanía a la media del nivel de capitalización del mercado.
- 2) Los mejores niveles de bursatilidad en este estrato del mercado.
- 3) La estructura de cálculo contempla el valor de capitalización, el cual es utilizado como ponderador.
- 4) La revisión de la muestra se realiza semestralmente con el objeto de actualizar su representatividad.

5) Base: 29 de enero de 1999 = 100.

III.4.3.3. Selección de la Muestra

El proceso de selección de la muestra se realiza de la siguiente manera:

- a) Se delimita un "grupo de emisoras" de media capitalización dentro del mercado accionario a través de un proceso estadístico.
- b) El "grupo de emisoras" se ordena de mayor a menor cercanía al nivel medio del valor de capitalización.
- c) Posteriormente, se identifica el nivel de bursatilidad de cada emisora, tomando la calificación más alta de sus series.
- d) De este grupo se eligen las 30 emisoras que cumplen simultáneamente con la mayor cercanía al valor medio de capitalización y con los mejores niveles de bursatilidad (alta y media).
- e) Estas 30 emisiones seleccionadas van a formar parte de la muestra del índice.
- f) El procedimiento estadístico aplicado por la Bolsa Mexicana de Valores para la selección de la muestra considera todas las emisoras vigentes del mercado accionario, obteniendo el valor de capitalización de cada una y ordenando estos valores en forma descendente. Posteriormente, se eliminan los extremos y se transforma la serie de datos por medio de la aplicación de una raíz cuadrada con el objeto de normalizar dicha serie y de esta forma encontrar el valor medio de capitalización. Finalmente se determina el "grupo de emisoras" localizadas en un rango más/menos media desviación estándar, respecto al valor medio de capitalización.
- g) En caso de que no se completen las 30 series, se seleccionarán aquellas emisiones en el mejor lugar del siguiente estrato de bursatilidad (bursatilidad baja).

III.4.3.4. Revisión de la muestra

La muestra se somete a revisión y actualización con una periodicidad semestral. Esto se realiza el último día hábil de los meses de diciembre y junio de cada año.

Con la finalidad de dar tiempo suficiente a los participantes en el mercado para adecuar sus portafolios de inversión, los cambios en la muestra (series accionarias que se incorporan o desincorporan de ella), se dan a conocer los primeros días hábiles del mes anterior al inicio de su vigencia, a través del Boletín Bursátil, impreso y electrónico, que difunde a diario la propia BMV.

III.4.3.5. Cálculo del IMC30

El IMC30 refleja el cambio diario en el valor de capitalización de una muestra de valores. Esto permite evaluar la trayectoria de las emisoras seleccionadas. Conocer su mecánica de cálculo facilita la tarea de reproducir o emular su comportamiento en portafolios tales como sociedades de inversión, carteras de valores, así como emitir productos derivados (warrants) vinculados a este índice.

El IMC30 es un índice ponderado por el valor de capitalización de las emisoras que integran la muestra. Derivado de esta ponderación, se logra en el IMC30 una apropiada distribución de la participación de las emisoras.

III.4.3.6. Fórmula de cálculo del IMC30

La fórmula de cálculo del IMC30 es la siguiente:

$$I_t = I_{t-1} \left(\frac{\sum P_{it} * Q_{it}}{\sum P_{it-1} * Q_{it-1} * F_{it}} \right)$$

donde:

I_t = Índice en tiempo t.

P_{it} = Precio de la emisora i el día t.

Q_{it} = Acciones de la emisora i el día t (cantidad de acciones inscritas de la emisora i el día t).

F_{it} = Factor de ajuste por ex derechos de la emisora i en el día t .

$I = 1, 2, 3, \dots, n$ ($n=30$).

La suma del valor de capitalización al cierre de la sesión de remates de todas las emisoras incluidas en la muestra, dividida entre la suma del valor de capitalización del cierre del día anterior, determina la variación del IMC30 de un día a otro.

III.4.3.7. Factores de ajuste

Considerando la fórmula elaborada para el cálculo del IMC30, donde el valor de capitalización de cada empresa determina su ponderación, cualquier cambio en el número de valores inscritos modificará la estructura del índice.

En este sentido, se emplean mecanismos estadísticos para modificar el valor de las emisoras que decreten derechos y/o movimientos corporativos (pago de dividendos, capitalizaciones, escisiones, suscripciones, splits, etc.), aplicando un factor de ajuste al valor de capitalización del día previo a la aplicación del derecho o del movimiento corporativo.

De esta forma, se eliminan los efectos del derecho o movimiento corporativo en el desarrollo del índice, permitiendo que sólo refleje el comportamiento de las emisoras con relación al mercado.

IV. MARCO TEÓRICO DE REGRESIÓN LINEAL SIMPLE Y APLICACIÓN EN EL CASO DE LA EMISORA “NAFTRA C2”.

IV.1. EL MODELO DE REGRESIÓN LINEAL SIMPLE

Es un modelo con un solo regresor x que tiene relación con una respuesta y , donde la relación es una línea recta. Este modelo de regresión lineal simple es

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon \quad (1)$$

donde la ordenada al origen β_0 y la pendiente β_1 son parámetros desconocidos, y ε es un componente aleatorio de error. Se supone que los errores tienen promedio cero y varianza σ^2 desconocida. Además, se supone que los errores son no correlacionados, esto es que el valor de un error no depende del valor de cualquier otro error.

El regresor x está controlado por el analista de datos, se puede medir con error despreciable, mientras que la respuesta y es una variable aleatoria. Hay una distribución de probabilidades de y para cada valor posible de x . La media de esta distribución es:

$$E(y|x) = \beta_0 + \beta_1 x \quad (2.a)$$

y la varianza es

$$Var(y|x) = Var(\beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon) = \sigma^2 \quad (2.b)$$

Así, la media de y es una función lineal de x , aunque la varianza de y no depende del valor de x . Además, ya que los errores no están correlacionados, las respuestas tampoco lo están.

A los parámetros β_0 y β_1 son llamados **coeficientes de regresión**. La pendiente β_1 es el cambio de la media de la distribución de y producido por un cambio

unitario en x . Si el intervalo de los datos incluye a $x = 0$, entonces la ordenada al origen, β_0 , es la media de la distribución de la respuesta y cuando $x = 0$.

IV.2. ESTIMACIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS.

Los parámetros β_0 y β_1 son desconocidos y se deben estimar con los datos de la muestra. Supongamos que hay n pares de datos: (y_1, x_1) , (y_2, x_2) , ..., (y_n, x_n) . Para el presente trabajo estos datos son observaciones de registros históricos que corresponden a rendimientos del Índice de Precios y Cotizaciones, y rendimientos de la emisora como abcisa, en un determinado periodo.

IV.3. ESTIMACIÓN DE β_0 y β_1 .

Para estimar β_0 y β_1 se usa el método de mínimos cuadrados. Esto es, se obtienen β_0 y β_1 tales que la suma de los cuadrados de las diferencias entre las observaciones y_i es el ajuste rectilíneo. Según la ecuación (1) se puede escribir

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

La ecuación (1) es un modelo poblacional de regresión, mientras que la ecuación (3) es un modelo muestral de regresión, escritos en términos de los n pares de datos $(y_i, x_i)_{(i=1,2,\dots,n)}$. Así, el criterio de mínimos cuadrados es

$$S(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \quad (4)$$

Los estimadores, por mínimos cuadrados, de β_0 y β_1 , que se designarán por $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$, y deben satisfacer:

$$\left. \frac{\partial S}{\partial \beta_0} \right|_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i) = 0$$

$$\left. \frac{\partial S}{\partial \beta_1} \right|_{\beta_0, \beta_1} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) x_i = 0$$

Se simplifican estas dos ecuaciones y se obtiene

$$\begin{aligned} n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i &= \sum_{i=1}^n y_i \\ \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_i + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 &= \sum_{i=1}^n y_i x_i \end{aligned} \quad (5)$$

Estas últimas ecuaciones son llamadas ecuaciones normales de mínimos cuadrados. Su solución es la siguiente:

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \quad (6)$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i x_i - \frac{\sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i}{n}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n}} \quad (7)$$

en donde

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad \text{y} \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

son los promedios de y_i y x_i , respectivamente. Por consiguiente, β_0 y β_1 en las ecuaciones (6) y (7) son los estimadores por mínimos cuadrados de la ordenada al origen y la pendiente, respectivamente. El modelo ajustado de regresión lineal simple es, entonces

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x \quad (8)$$

La ecuación (8) produce un estimado puntual, de la media de y para una determinada x .

La ecuación (7) se puede escribir en forma compacta como sigue:

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (9)$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n y_i x_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^n y_i\right)\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)}{n} = \sum_{i=1}^n y_i (x_i - \bar{x}) \quad (10)$$

Entonces la Ecuación (7) se puede escribir

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \quad (11)$$

La diferencia entre el valor observado y_i y el valor ajustado correspondiente \hat{y}_i se llama **residual**. Matemáticamente, el i -ésimo residual es

$$\begin{aligned} e_i &= y_i - \hat{y}_i \\ &= y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (12)$$

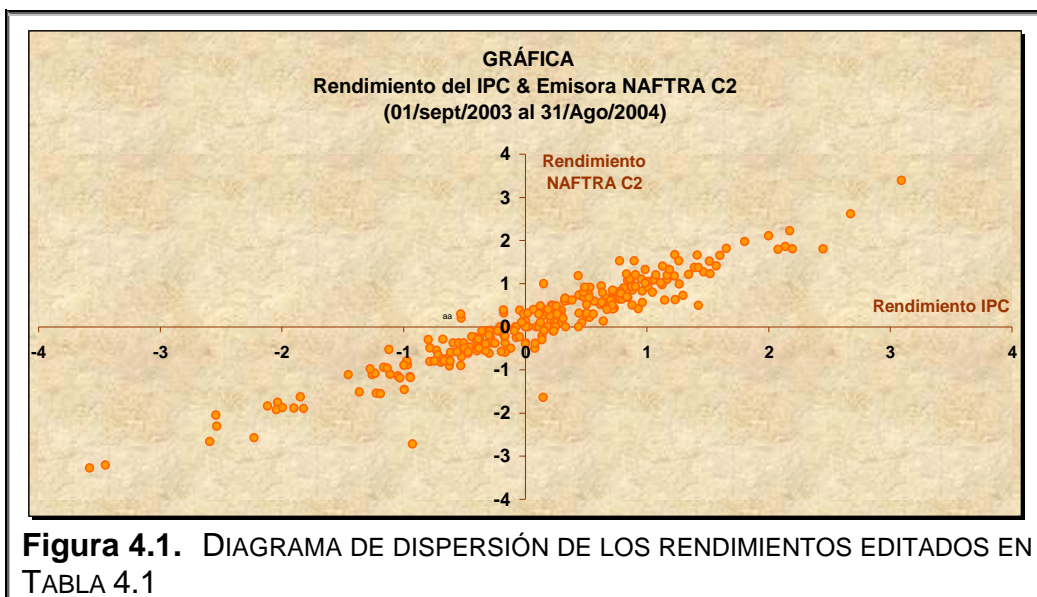
Se ilustra la forma de la aplicación de la regresión lineal simple, para el caso de los rendimientos del IPC y de la emisora NAFTRA C2, correspondientes a 254 rendimientos observados del periodo de 1º de septiembre del 2003 a 1º septiembre del 2004.

TABLA 4.1. DATOS DE LOS RENDIMIENTOS DEL IPC Y DE LA EMISORA NAFTRA C2

Obs.	Rend_xi IPC	Rend_yi NAFTRA C2	Obs.	Rend_xi IPC	Rend_yi NAFTRA C2	Obs.	Rend_xi IPC	Rend_yi NAFTRA C2	Obs.	Rend_xi IPC	Rend_yi NAFTRA C2	Obs.	Rend_xi IPC	Rend_yi NAFTRA C2
1	0.53218	0.91743	52	2.07758	1.79426	103	0.63472	0.73145	154	-1.45186	1.10906	205	-0.02337	0.09804
2	0.52307	0.64935	53	1.22516	1.17509	104	-1.11924	-0.52632	155	-0.71744	-0.65421	206	0.44053	-
3	0.61759	0.51613	54	0.43846	0.23229	105	-0.16370	-0.21164	156	0.00471	-0.37629	207	-0.52786	0.29383
4	0.00466	0.12837	55	1.36393	1.51339	106	2.17515	2.22694	157	0.62882	0.56657	208	0.08135	0.39063
5	0.72362	0.76923	56	0.62483	0.94563	107	0.71612	0.62241	158	-0.28406	-0.09390	209	0.00385	-
6	0.50532	0.50891	57	2.22907	2.57611	108	0.29548	-0.61856	159	0.15620	-0.09398	210	1.42443	1.37255
7	1.04586	1.13924	58	0.19362	-0.12019	109	1.41190	1.65975	160	-1.16323	-0.94073	211	-0.20288	0.09671
8	0.02354	-	59	2.04424	1.92539	110	0.72961	0.81633	161	1.00338	1.04463	212	-0.19608	-0.58083
9	0.09244	-	60	1.51971	1.22699	111	0.78332	-0.80972	162	0.71836	0.84586	213	-0.17958	0.38948
10	0.37614	0.25608	61	1.16531	1.09091	112	0.71780	0.40816	163	-0.67947	-0.74557	214	-0.99125	1.45490
11	0.21251	0.12837	62	0.84170	1.07914	113	0.85800	1.11789	164	-0.39573	-0.56338	215	-0.78153	0.49213
12	0.22512	0.25641	63	1.16486	1.18624	114	0.22912	-0.10050	165	-3.44803	-3.21058	216	-0.66620	0.79130
13	1.57154	1.40665	64	0.77889	0.82063	115	0.21857	0.50302	166	-2.54274	-2.04878	217	0.67388	0.39880
14	0.29727	0.25221	65	0.16622	0.34884	116	0.95315	1.10110	167	-0.32443	-0.39841	218	0.47877	0.79444
15	0.96558	0.88050	66	0.94610	1.15875	117	0.24742	-	168	2.44659	1.80000	219	-0.56014	0.59113
16	0.24311	0.12690	67	0.29145	0.35170	118	0.52158	-0.69307	169	-1.38988	-1.37525	220	-1.90235	1.88305
17	0.59213	0.38023	68	0.46044	0.47059	119	1.82184	-1.89432	170	-2.11629	-1.84109	221	-0.33069	-
18	0.20737	-	69	0.23370	0.47281	120	-1.25739	-1.11789	171	-2.59113	-2.66535	222	0.48959	0.90909
19	0.18387	-	70	0.94425	-1.17647	121	0.92827	0.41110	172	-0.62340	-0.91278	223	-0.02781	0.10010
20	0.64396	0.12723	71	1.03120	-1.19048	122	0.72694	0.81883	173	-3.57900	-3.27533	224	1.04796	0.80000
21	-0.17712	0.38119	72	1.18651	1.32530	123	0.77468	1.52284	174	2.19828	1.79894	225	-0.37975	0.29762
22	1.46629	1.26582	73	1.22164	1.54578	124	0.11766	0.50000	175	0.44123	0.72765	226	0.00270	0.39801
23	2.03322	1.75000	74	0.12437	0.48309	125	1.65466	1.80905	176	0.96402	0.82559	227	-0.79761	0.29970
24	0.80982	0.89059	75	0.81130	0.72115	126	-0.49906	-0.49358	177	0.02279	0.30706	228	0.13858	0.30060
25	-0.28652	-0.37831	76	1.23133	1.67064	127	-0.52699	0.19841	178	-1.84646	-1.63265	229	2.00133	2.11055
26	0.11131	-	77	0.53054	0.23474	128	1.42234	0.49505	179	1.29653	0.72614	230	-0.29051	0.09843
27	0.16537	0.37975	78	-	-	129	0.01118	0.29557	180	0.38509	0.61792	231	-0.29998	0.19704
28	1.59919	1.65184	79	0.50275	0.23419	130	0.97263	-0.78585	181	0.44177	0.30706	232	0.55764	0.29615
29	0.15157	1.00000	80	0.32633	0.58411	131	-0.16512	-0.59406	182	0.11834	0.30612	233	0.56848	0.59055
30	0.14329	0.24752	81	0.04539	-0.23229	132	-0.99700	-0.89641	183	0.70349	0.61038	234	0.31168	0.19569
30	0.92583	2.71605	82	1.12834	1.39697	133	-2.53420	-2.31156	184	1.00804	0.91001	235	-1.27195	-0.97656
32	0.54547	0.38071	83	0.47998	0.68886	134	1.14643	0.61728	185	0.71443	0.50100	236	-0.08833	0.09862
33	0.07088	0.25478	84	0.27191	0.34208	135	0.46740	-0.61350	186	0.90464	1.19641	237	-1.99436	1.87562
34	0.27660	0.38314	85	0.26048	0.11364	136	0.87771	0.92593	187	-1.23296	-1.08374	238	-0.52777	0.90543
35	0.20293	0.25445	86	2.67538	2.61067	137	0.83140	1.22324	188	0.07848	0.49801	239	0.98614	1.31980
36	0.77338	0.63452	87	0.17285	-0.22124	138	-0.07430	-	189	0.07005	0.40040	240	-0.61458	0.80160
37	-0.28400	-0.25221	88	0.66117	0.66519	139	0.88093	0.50352	190	-0.61165	-0.59821	241	-0.37838	0.50505
38	-0.50656	0.37927	89	0.78686	0.77093	140	1.10920	-1.10220	191	-0.74435	-0.80241	242	-0.22461	-0.10152
39	0.39611	0.50761	90	0.73055	0.54645	141	1.26477	1.51976	192	-1.51399	-1.51668	243	-1.11229	-1.01626
40	0.79499	0.63776	91	0.28815	0.21978	142	1.07182	1.19760	193	3.09249	3.39645	244	0.98500	1.00604
41	0.29740	0.38023	92	0.13725	-0.21930	143	1.80227	1.97239	194	-0.31345	-0.09634	245	0.83545	0.69721
42	-0.04440	0.37879	93	0.32905	0.65934	144	0.84303	0.67698	195	-1.13282	-0.96432	246	0.18908	0.39565
43	1.23328	0.62893	94	0.39797	-0.32751	145	0.22536	0.48031	196	0.11224	0.29211	247	0.43388	1.18227
44	0.52213	0.75000	95	0.64202	0.54765	146	0.12663	0.09560	197	-0.15630	-	248	0.25396	0.48685
45	2.13681	1.86104	96	0.53036	0.21786	147	0.46667	0.09551	198	-1.18939	-1.55340	249	0.52600	0.67829
46	0.34830	0.60901	97	0.86826	1.08696	148	0.89727	1.52672	199	1.26493	0.98619	249	0.14879	1.63619
47	0.40879	0.24213	98	1.12605	0.96774	149	0.96336	0.56391	200	-0.67598	-0.29297	251	-0.38592	0.29354
48	1.34316	1.21359	99	0.73411	0.42599	150	0.32789	0.65421	201	0.23376	-0.09794	252	0.26161	0.29441
49	1.05446	1.07914	100	0.17658	0.31813	151	-0.32514	-0.55710	202	0.48215	0.68627	253	-0.24958	-0.39139
50	0.69390	0.83037	101	0.88257	0.84567	152	0.30147	0.09337	203	-0.35670	-0.09737	254	0.63513	0.78585
51	0.07871	-	102	0.50429	0.31447	153	0.90680	0.93284	204	-0.46791	0.58480	-	-	-

IV.4. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN.

Para explorar la relación entre los rendimientos del IPC y los rendimientos de la emisora j -ésima en este caso NAFTRA C2, es útil preparar un diagrama de dispersión de ambos rendimientos, como se muestra en la figura 4.1. Los puntos son graficados asignando los valores de la variable independiente x (rendimientos del IPC) al eje horizontal y los valores de la variable dependiente y (rendimientos de la emisora NAFTRA C2) al eje vertical.



En el diagrama de dispersión que se muestra en la figura 4.1, se observa el grado de relación entre el rendimiento del IPC y el rendimiento de la emisora NAFTRA C2, y que parece razonable la hipótesis tentativa del modelo de línea recta:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$$

Para estimar los parámetros del modelo se calcula primero

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n} = 241.95, \text{ y}$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n} = 231.75$$

Por lo tanto

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = 0.95784 \quad \text{y} \quad \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} = 0.00314$$

El ajuste por mínimos cuadrados es

$$\hat{y} = -0.00314 + 0.9578x.$$

IV.5. PROPIEDADES DE LOS ESTIMADORES POR MÍNIMOS CUADRADOS Y EL MODELO DE REGRESIÓN.

Los estimadores por cuadrados mínimos $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$ tienen algunas propiedades importantes. Estos estimadores son combinaciones lineales de las observaciones y_i

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \sum_{i=1}^n c_i y_i$$

donde $c_i = \frac{(x_i - \bar{x})}{S_{xx}}$, para $i = 1, 2, \dots, n$

Los estimadores $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$ por mínimos cuadrados son estimadores insesgados de los parámetros β_0 y β_1 del modelo.

Demostración

$$E(\hat{\beta}_1) = E\left(\sum_{i=1}^n c_i y_i\right) = \sum_{i=1}^n c_i E(y_i)$$

$$= \sum_{i=1}^n c_i (\beta_0 + \beta_1 x_i) = \beta_0 \sum_{i=1}^n c_i + \beta_1 \sum_{i=1}^n c_i x_i$$

Ya que se supuso que $E(\varepsilon_i) = 0$.

Ahora se puede demostrar en forma directa que $\sum_{i=1}^n c_i = 0$ y que $\sum_{i=1}^n c_i x_i = 1$,

entonces

$$E(\hat{\beta}_1) = \beta_1$$

Si se supone que el modelo es correcto $[E(y_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i]$, entonces $\hat{\beta}_1$ es un estimador insesgado de β_1 . De igual manera se puede demostrar que $\hat{\beta}_0$ es un estimador insesgado de β_0 es decir,

$$E(\hat{\beta}_0) = \beta_0$$

La varianza de $\hat{\beta}_1$ se calcula como sigue:

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{\beta}_1) &= \text{Var}\left(\sum_{i=1}^n c_i y_i\right) \\ &= \sum_{i=1}^n c_i^2 \text{Var}(y_i) \end{aligned} \quad (13)$$

ya que las observaciones y_i son no correlacionadas, por lo que la varianza de la suma es igual a la suma de las varianzas. La varianza de cada término en la suma es $c_i^2 = \text{Var}(y_i)$ y hemos supuesto que $\text{Var}(y_i) = \sigma^2$; en consecuencia

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{\beta}_1) &= \sigma^2 \sum_{i=1}^n c_i^2 = \frac{\sigma^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{S_{xx}^2} \\ &= \frac{\sigma^2}{S_{xx}} \end{aligned} \quad (14)$$

La varianza de $\hat{\beta}_0$ es

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{\beta}_0) &= \text{Var}(\bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}) \\ &= \text{Var}(\bar{y}) + \bar{x}^2 \text{Var}(\hat{\beta}_1) - 2\bar{x} \text{Cov}(\bar{y}, \hat{\beta}_1) \end{aligned}$$

La varianza de \bar{y} es $\text{Var}(\bar{y}) = \frac{\sigma^2}{n}$ se puede demostrar que la covarianza entre \bar{y} y $\hat{\beta}_1$ es cero. Así

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{\beta}_0) &= \text{Var}(\bar{y}) + \bar{x}^2 \text{Var}(\hat{\beta}_1) \\ &= \sigma^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

Otro resultado importante acerca de la calidad de los estimadores por mínimos cuadrados $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$ es el teorema de Gauss-Markov, que establece que para el modelo de regresión (1) con la hipótesis $E(\varepsilon) = 0$, $\text{Var}(\varepsilon) = \sigma^2$ y con errores no correlacionados, los estimadores por mínimos cuadrados son insesgados y tienen varianza mínima en comparación con todos los demás estimadores insesgados que sean combinaciones lineales de las y_i . Con frecuencia se dice que **los estimadores por mínimos cuadrados son los estimadores lineales insesgados “óptimos”, implicando que son de varianza mínima.**

Hay varias otras propiedades útiles del ajuste por mínimos cuadrados:

1. La suma de los residuales en cualquier modelo de regresión que contenga una ordenada al origen $\hat{\beta}_0$ siempre es igual a cero, esto es,

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i = 0$$

Esta propiedad es consecuencia de la primera de las ecuaciones normales.

2. La suma de los valores observados y_i es igual a la suma de los valores ajustados \hat{y}_i

$$\sum_{i=1}^n y_i = \sum \hat{y}_i$$

3. La línea de regresión de mínimos cuadrados siempre pasa por el centroide de los datos, que es el punto (\bar{x}, \bar{y}) .
4. La suma de los residuales, ponderados por el valor correspondiente de la variable regresora, siempre es igual a cero:

$$\sum_{i=1}^n x_i \varepsilon_i = 0$$

5. La suma de los residuales, ponderados por el valor ajustado correspondiente, siempre es igual a cero:

$$\sum_{i=1}^n \hat{y}_i \varepsilon_i = 0.$$

IV.6. ESTIMACIÓN DE σ^2 .

Además de estimar β_0 , β_1 , y σ^2 , se puede obtener intervalos de confianza para cada uno. En el caso ideal, este estimador no debería depender de la adecuación del modelo ajustado. Eso sólo es posible cuando hay varias observaciones de y para cuando menos un valor de x o cuando se dispone de información anterior acerca de σ^2 se obtiene de la suma de cuadrados de residuales, o suma de cuadrados de error.

$$SS_{Res} = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (16)$$

Así se llega a

$$SS_{Res} = \sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2 - \hat{\beta}_1 S_{xy} \quad (17)$$

Pero

$$\sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \equiv SS_T$$

es la suma de cuadrados corregida de las observaciones de la respuesta, por lo que

$$SS_{Res} = SS_T - \hat{\beta}_1 S_{xy} \quad (18)$$

La suma de cuadrados de residuales tiene $n - 2$ grados de libertad, porque dos grados de libertad se asocian con los estimados β_0 y β_1 que se usan para obtener \hat{y}_i .

El valor esperado de SS_{Res} es $E(SS_{Res}) = (n - 2)\sigma^2$, por lo que un estimador insesgado de σ^2 es

$$\sigma^2 = \frac{SS_{Res}}{n - 2} = MS_{Res} \quad (19)$$

La cantidad MS_{Res} se llama cuadrado medio residual. La raíz cuadrada de $\hat{\sigma}^2$ se llama, a veces el error estándar de la regresión y tiene las mismas unidades que la variable de respuesta y .

Ya que $\hat{\sigma}^2$ depende de la suma de cuadrados residuales, cualquier violación de las hipótesis sobre los errores del modelo, o cualquier especificación equivocada de la forma del modelo pueden dañar gravemente la utilidad de $\hat{\sigma}^2$ como estimador de σ^2 . Como $\hat{\sigma}^2$ se calcula con los residuales del modelo de regresión, se dice que es un estimador de σ^2 dependiente del modelo.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{24.88}{254 - 2} = 0.09872$$

IV.7. PRUEBA DE HIPÓTESIS DE LA PENDIENTE Y DE LA ORDENADA AL ORIGEN

Es de interés probar hipótesis y establecer intervalos de confianza de los parámetros del modelo. Estos procedimientos requieren hacer la hipótesis adicional de que los errores ε_i del modelo estén distribuidos normalmente. Así las hipótesis completas son: que los errores estén distribuidos en forma normal independiente, con media cero y varianza σ^2 [NID(0, σ^2)].

IV.7.1. Prueba t .

Se desea probar la hipótesis que la pendiente es igual a una constante, por ejemplo a β_{10} .

Las hipótesis correspondientes son

$$\begin{aligned} H_0 : \beta_1 &= \beta_{10} \\ H_1 : \beta_1 &\neq \beta_{10} \end{aligned} \quad (20)$$

en donde se ha especificado una alternativa bilateral. Como los errores ε_i son NID(0, σ^2), las observaciones y_i son NID($\beta_0 + \beta_1 x_i$, σ^2). Ahora $\hat{\beta}_1$ es una combinación lineal de las observaciones, de modo que $\hat{\beta}_1$ está distribuido normalmente con media β_1 (donde β_1 es el valor medio o promedio de la población muestra) y varianza $\frac{\sigma^2}{S_{xx}}$, usando la media y la varianza de $\hat{\beta}_1$. Por

consiguiente, el estadístico

$$Z_0 = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_{10}}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{S_{xx}}}}$$

está distribuido $N(0,1)$ si es cierta la hipótesis nula $H_0 : \beta_1 = \beta_{10}$. Si se conociera σ^2 . Ya se ha visto que MS_{Res} es un estimador insesgado de σ^2 . Es demostrable

que $(n-2)MS_{\text{Res}}/\sigma^2$ tiene una distribución χ_{n-2}^2 y que MS_{Res} y $\hat{\beta}_1$ son independientes. De la definición del estadístico t .

Si $Z \approx N(0,1)$, $V \approx \chi_v^2$ y Z y V son independientes, entonces

$$\frac{Z}{\sqrt{\frac{V}{v}}} \approx t_v$$

en donde t_v es la distribución t con v grados de libertad.

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_{10}}{\sqrt{\frac{MS_{\text{Res}}}{S_{xx}}}} \quad (21)$$

sigue una distribución t_{n-2} si es cierta la hipótesis nula $H_0: \beta_1 = \beta_{10}$.

La cantidad de grados de libertad asociados con t_0 es igual a la cantidad de grados de libertad asociados con MS_{Res} . Así, la razón t_0 es el estadístico con que se prueba $H_0: \beta_1 = \beta_{10}$. El procedimiento de prueba calcula t_0 y compara su valor observado de acuerdo con la ecuación

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_{10}}{\sqrt{\frac{MS_{\text{Res}}}{S_{xx}}}}$$

con el punto porcentual o área bajo la curva, correspondiente a los extremos de la distribución, $\alpha/2$ superior de t_{n-2} de la distribución $(t_{\alpha/2, n-2})$. Este procedimiento rechaza la hipótesis nula si

$$|t_0| > t_{\alpha/2, n-2} \quad (22)$$

También se podría usar el método del valor P para tomar la decisión.

El denominador del estadístico t_0 se llama con frecuencia el error estándar estimado, o más sencillamente el error estándar de la pendiente. Esto es

$$se(\hat{\beta}_1) = \sqrt{\frac{MS_{Res}}{S_{xx}}} \quad (23)$$

Por lo anterior, se ve con frecuencia a t_0 escrito en la forma

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_{10}}{se(\hat{\beta}_1)} \quad (24)$$

Se puede usar un procedimiento parecido para probar hipótesis acerca de la ordenada al origen. Para probar

$$\begin{aligned} H_0 : \beta_1 &= \beta_{00} \\ H_1 : \beta_1 &\neq \beta_{00} \end{aligned} \quad (25)$$

se podría usar el estadístico de prueba

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_0 - \beta_{00}}{\sqrt{MS_{Res} \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}} \right)}} = \frac{\hat{\beta}_0 - \beta_{00}}{se(\hat{\beta}_0)} \quad (26)$$

en donde $se(\hat{\beta}_0) = \sqrt{MS_{Res} \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}} \right)}$ es el error estándar de la ordenada al origen. La hipótesis nula $H_0 : \beta_1 = \beta_{00}$ se rechaza si $|t_0| > t_{\alpha/2, n-2}$.

IV.7.2. Prueba de significancia de la regresión.

Un caso especial muy importante de la ecuación (26) es el planteamiento de las siguientes hipótesis:

$$\begin{aligned} H_0 : \beta_1 &= 0 \\ H_1 : \beta_1 &\neq 0 \end{aligned} \quad (27)$$

estas hipótesis se relacionan con la significancia de la regresión. El no rechazar $H_0 : \beta_1 = 0$ implica que no hay relación lineal entre x y y esto puede implicar que x tiene muy poco valor para explicar la variación de y o que la verdadera

relación entre x y y no es lineal. Por lo tanto, sino se rechaza $H_0 : \beta_1 = 0$, equivale a decir que no hay relación lineal entre x y y .

Sí, se rechaza $H_0 : \beta_1 = 0$, implica que x si tiene valor para explicar la variabilidad de y . Sin embargo rechazar $H_0 : \beta_1 = 0$ podría equivaler a que el modelo de línea recta es adecuado, aunque se podría obtener mejores resultados agregando términos polinomiales en x .

El procedimiento de prueba para $H_0 : \beta_1 = 0$, se puede establecer por dos métodos:

- a) El primero tan sólo usa el estadístico t , y
- b) Análisis de Varianza.

Método a). Este método, se ha utilizado para probar la significancia de la regresión para la emisora NAFTRA C2, como se muestra a continuación, donde $se(\hat{\beta}_1)$ fue:

$$se(\hat{\beta}_1) = 0.0220$$

el estadístico de prueba es:

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_1}{se(\hat{\beta}_1)} = 47.4179$$

Si se escoge $\alpha = 0.05$, el valor crítico de t es $t_{0.025, 252} = 1.9694$. Así se rechazaría $H_0 : \beta_1 = 0$ y se llegaría a la conclusión que hay una relación lineal entre el Rendimiento del IPC y el Rendimiento de NAFTRA C2.

Se rechaza $H_0 : \beta_1 = 0$ porque $47.4179 > 1.9694$. Se concluye que la pendiente de recta de regresión verdadera no es cero. El valor de p para esta prueba es menor que 0.01, puesto que, cuando H_0 es verdadera, la probabilidad de obtener un valor de t igual o mayor que 47.4179 es 0.025 y la probabilidad de obtener un valor del igual o menor que 1.9694 es también de 0.025. Puesto que 47.4179 es mayor que 1.9694, la probabilidad de observar un valor t tan grande o mayor que

47.41792, cuando la hipótesis nula es verdadera, es menor que 0.025. El doble de este valor es 0.05.

Método b). También, se realizó un análisis de varianza a la emisora NAFTRA C2 para probar la significancia de la regresión.

Este análisis se basa en una partición de la variabilidad total de la respuesta y .

Para obtener esta partición se comienza con la identidad

$$y_i - \bar{y} = (\hat{y}_i - \bar{y}) + (y_i - \hat{y}_i) \quad (28)$$

Se elevan al cuadrado ambos lados de la ecuación (28) y se suma para todas las n observaciones y se obtiene:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 + \left[2 \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})(y_i - \hat{y}_i) \right]$$

$$\text{donde } \left[2 \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})(y_i - \hat{y}_i) \right] = 2 \sum_{i=1}^n \hat{y}_i (y_i - \hat{y}_i) - 2\bar{y} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)$$

$$= 2 \sum_{i=1}^n \hat{y}_i e_i - 2\bar{y} \sum_{i=1}^n e_i = 0$$

ya que la suma de los residuales siempre es igual a cero y la suma de residuales ponderados por el valor ajustado \hat{y}_i correspondiente también es igual a cero. Por lo anterior

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (29)$$

El lado izquierdo de la ecuación (29) es la suma corregida de cuadrados de las observaciones, SS_t , que mide la variabilidad total en las observaciones. Los dos componentes de SS_t miden respectivamente, la cantidad de variabilidad en las observaciones y_i explicada por la línea de regresión, y la variación residual que queda sin explicar por la línea de regresión. Se ve que

$$SS_{\text{Res}} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

es la suma de cuadrados de error de la ecuación (16).

$$SS_R = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$$

es la suma de cuadrados de regresión, o del modelo.

La ecuación (29) es la identidad fundamental del análisis de varianza para un modelo de regresión. Otra forma de escribirla.

$$SS_T = SS_R + SS_{\text{Res}} \quad (30)$$

Si se comparan las ecuaciones (30) y (18), se ve que la suma de cuadrados de regresión se puede calcular como sigue:

$$SS_R = \hat{\beta}_1 S_{xy} \quad (31)$$

La cantidad de grados de libertad se determina como sigue.

La suma de cuadrados, SS_T tiene $df_T = n - 1$ grados de libertad, porque se perdió un grado de libertad como resultado de la restricción $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})$ para las desviaciones $y_i - \bar{y}$.

La suma de cuadrados del modelo o de la regresión es SS_R y tiene $df_R = 1$ grado de libertad, porque SS_R queda completamente determinado por un parámetro, que es $\hat{\beta}_1$. Por último, se dijo que SS_{Res} tiene $df_{\text{Res}} = n - 2$ $df_T = n - 2$ grados de libertad, porque se imponen dos restricciones a las desviaciones $y_i - \hat{y}_i$ como resultado de estimar $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$. Los grados de libertad tienen una propiedad aditiva:

$$\begin{aligned} df_T &= df_R + df_{\text{Res}} \\ n - 1 &= 1 + (n - 2) \end{aligned} \quad (32)$$

Se puede aplicar la prueba F normal del **análisis de varianza** para probar la hipótesis $H_0 : \beta_1 = 0$. Es demostrable que:

1. $SS_{Res} = (n - 2)MS_{Res}$ sigue una distribución χ_{n-2}^2
2. Si es cierta la hipótesis nula $H_0 : \beta_1 = 0$, entonces SS_R tiene una distribución χ_{n-2}^2 , y
3. SS_{Res} y SS_R son independientes.

Definición de Estadística de F .

Sean $V \approx \chi_v^2$ y $W \approx \chi_w^2$ son independientes entonces, para probar $H_0 : \beta_1 = 0$, se calcula el estadístico F_0 de prueba y se rechaza $H_0 : \beta_1 = 0$, si $F_0 > F_{\alpha,1,n-2}$.

$$F_0 = \frac{SS_R / df_R}{SS_{Res} / df_{Res}} = \frac{SS_R / 1}{SS_{Res} / (n - 2)} = \frac{MS_R}{MS_{Res}} \quad (33)$$

F_0 sigue una distribución $F_{1,n-2}$. Los valores esperados de estos cuadrados medios son:

$$E(MS_{Res}) = \sigma^2$$

$$E(MS_R) = \sigma^2 + \beta_1^2 S_{xx}$$

ANÁLISIS DE VARIANZA PARA PROBAR LA SIGNIFICACIA DE LA REGRESIÓN LINEAL SIMPLE				
FUENTE DE VARIACIÓN	SUMA DE CUADRADOS	GRADOS DE LIBERTAD	CUADRADO MEDIO	F_0
REGRESIÓN	$SS_R = \hat{\beta}_1 S_{xy}$	1	$MS_R = \frac{SS_R}{1} = \frac{\hat{\beta}_1 S_{xy}}{1}$	MS_R / MS_{Res}
RESIDUAL	$SS_{Res} = SS_T - \hat{\beta}_1 S_{xy}$	$n - 2$	$MS_{Res} = \frac{SS_{Res}}{n - 2}$	
TOTAL	SS_T	$n - 1$		

FUENTE DE VARIACIÓN	SUMA DE CUADRADOS	GRADOS DE LIBERTAD	CUADRADO MEDIO	F_0	VALOR P
REGRESIÓN	221.9813	1	221.98136	2,257.38	9.01E-128
RESIDUAL	24.8789	253	0.098336		
TOTAL	246.8603	254			

IV.8. ESTIMACIÓN DE INTERVALOS EN LA REGRESIÓN LINEAL SIMPLE

En esta sección, se describe la estimación de los parámetros de la regresión.

Intervalos de Confianza de β_0, β_1 y σ^2 .

Además, de los estimadores puntuales de β_0, β_1 y σ^2 , también, se pueden obtener estimadores de intervalos de confianza para estos parámetros. El ancho de dichos intervalos es una medida de la calidad general de la recta de regresión. Si los errores se distribuyen en forma normal e independiente, entonces la distribución de muestreo tanto de

$$\frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{se(\hat{\beta}_1)} \text{ y } \frac{\hat{\beta}_0 - \beta_0}{se(\hat{\beta}_0)}$$

es t , con $n - 2$ grados de libertad. Así un intervalo de confianza de $100(1 - \alpha)$ por ciento para la pendiente se determina con

$$\hat{\beta}_1 - t_{\alpha/2, n-2} se(\hat{\beta}_1) \leq \beta_1 \leq \hat{\beta}_1 + t_{\alpha/2, n-2} se(\hat{\beta}_1) \quad (34)$$

y un intervalo de confianza de $100(1 - \alpha)$ por ciento para la ordenada al origen β_0 es

$$\hat{\beta}_0 - t_{\alpha/2, n-2} se(\hat{\beta}_0) \leq \beta_0 \leq \hat{\beta}_0 + t_{\alpha/2, n-2} se(\hat{\beta}_0) \quad (35)$$

Si los errores están distribuidos en forma normal e independiente, $(n-2)MS_{Res} / \sigma^2$ es ji-cuadrada con $n-2$ grados de libertad. Así,

$$P\left\{\chi_{1-\alpha/2, n-2}^2 \leq \frac{(n-2)MS_{Res}}{\sigma^2} \leq \chi_{\alpha/2, n-2}^2\right\} = 1-\alpha$$

y en consecuencia, un intervalo de confianza de $100(1-\alpha)$ por ciento para σ^2 es

$$\frac{(n-2)MS_{Res}}{\chi_{\alpha/2, n-2}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-2)MS_{Res}}{\chi_{1-\alpha/2, n-2}^2} \quad (36)$$

A continuación se presentan los intervalos de confianza de 95% para β_1 y σ^2 de la regresión rendimientos del IPC & rendimientos de NAFTRA C2,

El error estándar de $\hat{\beta}_1 = 0.9578$ es $se(\hat{\beta}_1) = 0.0202$, y $t_{0.025, 252} = 1.969$

$$\hat{\beta}_1 - t_{0.05/2, 252} se(\hat{\beta}_1) \leq \beta_1 \leq \hat{\beta}_1 + t_{0.05/2, 252} se(\hat{\beta}_1)$$

$$0.9578 - (1.969) * (0.0202) \leq \beta_1 \leq 0.9578 + (1.969) * (0.0202)$$

$$0.91805 \leq \beta_1 \leq 0.99763$$

El error estándar de $\hat{\beta}_0 = 0.0031$ es $se(\hat{\beta}_0) = 0.0199$, y $t_{0.025, 252} = 1.969$

$$\hat{\beta}_0 - t_{\alpha/2, n-2} se(\hat{\beta}_0) \leq \beta_0 \leq \hat{\beta}_0 + t_{\alpha/2, n-2} se(\hat{\beta}_0)$$

$$\hat{\beta}_0 - t_{0.05/2, 252} se(\hat{\beta}_0) \leq \beta_0 \leq \hat{\beta}_0 + t_{0.05/2, 252} se(\hat{\beta}_0)$$

$$0.003142 - (1.969) * (0.0199) \leq \beta_0 \leq 0.003142 + (1.969) * (0.0199)$$

$$0.0359 \leq \beta_0 \leq 0.04228$$

Por último, el

$$\sigma^2 = MS_{Res} = 0.0987, \quad \chi_{(1-0.95)/2, 252}^2 = 297.86 \quad \text{y} \quad \chi_{(0.975)/2, 252}^2 = 209.92$$

$$\frac{(254-2)*0.0987}{297.86} \leq \sigma^2 \leq \frac{(254-2)*0.0987}{209.92}$$

$$0.8419 \leq \sigma^2 \leq 0.1194.$$

IV.9. COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN

La cantidad $R^2 = \frac{\sum (\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2} = \frac{SS_R}{SS_T}$ se llama coeficiente de determinación.

Como SS_T es una medida de la variabilidad de y sin considerar el efecto de la variable regresora x y SS_R es una medida de la variabilidad de y que queda después de haber tenido en consideración a x , R^2 se llama, con frecuencia, la proporción de la variación explicada por el regresor x . Ya que $0 \leq SS_{Res} \leq SS_T$, entonces $0 \leq R^2 \leq 1$. Los valores de R^2 cercanos a 1 implican que la mayor parte de la variabilidad de y está explicada por el modelo de regresión. Para el modelo de regresión con los rendimientos del IPC & Rendimiento de NAFTRA C2, sucede, que

$$R^2 = \frac{221.9814}{246.8603} = 0.8992$$

por tanto, el 89.92% de la variabilidad de el rendimiento de NAFTRA C2 queda explicada por el modelo de regresión.

La magnitud de R^2 también depende del intervalo de variabilidad de la variable regresora. En general, R^2 aumenta a medida que aumenta la dispersión de las x y disminuye cuando disminuye la dispersión de las x , siempre y cuando sea correcta la forma supuesta del modelo. Hahn [1973] observa que el valor esperado de R^2 en una regresión rectilínea es, aproximadamente,

$$E(R^2) = \frac{\hat{\beta}_1^2 S_{xx}}{\hat{\beta}_1^2 S_{xx} + \sigma^2}$$

Es claro que el valor esperado de R^2 aumentará (o disminuirá), según el caso, cuando aumente (o disminuya) S_{xx} , que es una medida de la dispersión de las X .

IV.10. ANÁLISIS DE RESIDUALES

Las principales premisas al estudiar el análisis de regresión son las siguientes:

1. La relación entre la respuesta y y los regresores es lineal, al menos en forma aproximada.
2. El término de error e tiene media cero.
3. El término de error e tiene varianza σ^2 .
4. Los errores no están correlacionados.
5. Los errores tienen distribución normal.

Las hipótesis 4 y 5 implican que los errores son variables aleatorias independientes. Se requiere la premisa 5 para probar hipótesis y para estimar intervalos.

Siempre se debe tener en cuenta que la validez de estas premisas es dudosa, y se deben hacer análisis para examinar la adecuación del modelo.

Las clases de inadecuación de modelo, que se describen aquí, tienen consecuencias potenciales graves. Las grandes violaciones a las premisas pueden producir un modelo inestable. En general, no se pueden detectar desviaciones respecto a las premisas básicas examinando los estadísticos estándar de resumen, como por ejemplo los estadísticos t , F ó R^2 . Éstas son propiedades "globales" del modelo, y como tal no aseguran la adecuación del mismo.

A continuación, se presentan varios métodos de utilidad para **diagnosticar** violaciones de las premisas básicas de regresión. Esos métodos de diagnóstico se basan principalmente en el estudio de los residuales del modelo.

IV.10.1. Definición de Residuales

$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

Se puede considerar que un residual es la desviación entre los datos y el ajuste, también es una medida de la variabilidad de respuesta que no explica el modelo de regresión, los residuales son valores observados, de los errores del modelo, por lo que toda desviación de las premisas de los errores se debe reflejar en los residuales. Una forma muy efectiva de investigar lo bien que se ajusta el modelo a los datos, es graficar los residuales.

Los residuales tienen varias propiedades importantes. Tienen media cero, y su varianza promedio aproximada se estima con:

$$\frac{\sum_{i=1}^n (e_i - \bar{e})^2}{n - p} = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n - p} = \frac{SS_{Res}}{n - p} = MS_{Res}$$

IV.10.2. Métodos para escalar residuales.

Es mejor trabajar con residuales escalados. Los residuales escalados son útiles para determinar observaciones que sean **atípicas** o valores extremos, esto es, observaciones que en algún aspecto estén separadas del resto de los datos.

IV.10.2.1 Residuales estandarizados

Ya que la varianza aproximada de un residual se estima con MS_{Res} el cuadrado medio de los residuales, un escalamiento lógico de los residuales sería el de los residuales estandarizados

$$d_i = \frac{e_i}{\sqrt{MS_{Res}}}$$

Los residuales estandarizados tienen media cero y varianza aproximadamente unitaria, en consecuencia, un residual estandarizado grande (por ejemplo $d_i > 3$) indica que se trata de un valor atípico potencial.

IV.10.2.2 Residuales estudentizados

Si, se usa el MS_{Res} como la varianza del i -ésimo residual e_i , sólo se tendrá una aproximación. Se puede mejorar el escalamiento de residuales dividiendo e_i , entre desviación estándar exacta del i -ésimo residual.

Las violaciones de las premisas del modelo están, con más probabilidad, en los puntos más remotos y pueden ser difíciles de detectar por inspección de los residuales ordinarios e_i o de los residuales estandarizados d_i , porque en general, sus residuales serán menores.

Entonces, un procedimiento lógico es examinar los **residuales estudentizados**

$$r_i = \frac{e_i}{\sqrt{MS_{Res}(1-h_{ii})}}$$

En lugar de e_i ó d_i , cuando la forma del modelo es correcta estos residuales estudentizados tiene varianza constante $Var(r_i)=1$, independiente del lugar de x_i . En muchos casos, la varianza de los residuales se estabiliza, en especial para conjuntos grandes de datos. En esos casos podrá haber poca diferencia entre los residuales estandarizados y los estudentizados.

Así, los residuales estandarizados y los estudentizados aportan con frecuencia información equivalente. Sin embargo, ya que cualquier punto con un residual grande y también una h_{ii} grande tiene una influencia potencial muy grande sobre el ajuste por mínimos cuadrados, se recomienda por lo general examinar los residuales estudentizados.

Algunos de esos puntos son muy fáciles de apreciar, examinando los residuales estudentizados para un modelo de regresión lineal simple. Si sólo hay un regresor, es fácil demostrar que los residuales estudentizados son

$$r_i = \frac{e_i}{\sqrt{MS_{\text{Res}} \left[1 - \left(\frac{1}{n} + \frac{(x_i - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right) \right]}}$$

IV.10.2.3. Residuales PRESS

Los residuales estandarizados y los estudentizados son efectivos para detectar valores atípicos. Otro método para hacer que los residuales sean útiles en la determinación de valores atípicos, consiste en examinar la cantidad que se calcula partiendo de $y_i - \hat{y}_i$ siendo $\hat{y}_{(i)}$ el valor ajustado de la i -ésima respuesta, basado en todas las observaciones, excepto esa i -ésima. La lógica de este método es que si la i -ésima observación y_i realmente es atípica, el modelo de regresión basado en todas las observaciones estará demasiado influido por esta observación. Esto puede conducir a un valor ajustado \hat{y}_i muy parecido al valor observado y_i , y en consecuencia el residual ordinario e_i será pequeño. Por lo anterior, será difícil detectar el valor atípico. Sin embargo, si se elimina la i -ésima observación, entonces \hat{y}_i no puede estar influido por esa observación, así que el residual que resulte probablemente indique la presencia del valor atípico.

Si, se elimina la i -ésima observación, se ajusta el modelo de regresión a las $n-1$ observaciones restantes, y se calcula el valor predicho de y_i , correspondiente a la observación omitida, el **error de predicción** correspondiente es

$$e_i = y_i - \hat{y}_{(i)}$$

Este cálculo de error de predicción, se repite para cada observación $i = 1, 2, \dots, n$. A esos errores de predicción, se les suele llamar residuales PRESS (por su empleo

para calcular la suma de cuadrados de error de predicción, en inglés prediction error sum of squares.

Al principio, parecería que el cálculo de PRESS residuales requiere el ajuste de n regresiones diferentes. Sin embargo, es posible calcularlos a partir de los resultados de un solo ajuste por mínimos cuadrados a todas las n observaciones. Sucede que el i -ésimo residual PRESS es

$$e_{(i)} = \frac{e_i}{1 - h_{ii}}$$

Es fácil de ver en esta ecuación que el residual PRESS no es más que el residual ordinario ponderado por los elementos diagonales de la matriz de sombrero h_{ii} . Los residuales asociados con puntos para los que h_{ii} es grande tendrán PRESS residuales grandes. Esos puntos, en general, serán puntos de **gran influencia**. En general, una gran diferencia entre el residual ordinario y el PRESS residual indica un punto donde el modelo se ajusta bien a los datos, pero un modelo formado sin ese punto hace malas predicciones.

IV.10.2.4. R de Student

El residual estudentizado r_i que, se describió arriba, se considera con frecuencia como diagnóstico para valores atípicos. Se acostumbra usar MS_{Res} como estimador de σ^2 al calcular r_i . A esto se le llama **escalamiento interno** del residual, porque MS_{Res} es un estimado de σ^2 generado internamente que se obtiene al ajustar el modelo a las n observaciones. Otro método sería usar un estimado de σ^2 basado en un conjunto de datos con la i -ésima observación eliminada. Al estimado de σ^2 obtenido, se le representa por $S_{(i)}^2$. Se puede demostrar que

$$S_{(i)}^2 = \frac{(n - p)MS_{Res} - e_i^2 / (1 - h_{ii})}{n - p - 1}$$

El estimador de σ^2 , en la ecuación anterior, se usa en lugar de MS_{Res} para obtener un residual estudentizado externamente, que se suele llamar R de Student o R-Student, y se define como

$$t_i = \frac{e_i}{\sqrt{S_{(i)}^2(1-h_{ii})}}$$

En muchos casos t_i será poco distinto del residual estudentizado r_i . Sin embargo, si la i -ésima observación es influyente, entonces $S_{(i)}^2$ puede diferir bastante de MS_{Res} y entonces el estadístico R de student será más sensible a este punto.

Con frecuencia se debe considerar la detección de valores atípicos en forma simultánea con la detección de valores influyentes.

IV.11. DIAGNÓSTICO PARA BALANCEO E INFLUENCIA

Cabe remarcar que la ubicación de las observaciones en el espacio de x puede jugar un papel importante en la determinación de los coeficientes de regresión. También es importante centrar la atención en los valores atípicos, u observaciones que tienen valores inusuales de y .

IV.11.1. Importancia de detectar observaciones influyentes

Se ha dicho que los valores atípicos se identifican con frecuencia por los residuales desacomodadamente grandes, y que esas observaciones también pueden afectar a los resultados de la regresión. Considérese el caso de una regresión lineal simple entre x y y en donde un punto identificado con A está alejado, en el espacio de x , del resto de la muestra, pero está casi en la recta de regresión que pasa por el resto de los puntos de muestra. Éste es un ejemplo de un *punto de balanceo*, que es un valor desacomodado de x , y que puede controlar ciertas propiedades del modelo. Ahora bien, este punto no afecta las estimaciones de los coeficientes de regresión, pero ciertamente sí tiene un efecto

marcado sobre las estadísticas de resumen del modelo, como R^2 y sobre los errores estándar de los coeficientes de regresión. Ahora considérese el punto identificado con A que tiene una abscisa X moderadamente inusual, y el valor de y también es inusual. Este es un punto de influencia o valor influyente, esto es, que tiene un impacto notable sobre los coeficientes del modelo, porque "jala" al modelo de regresión en su dirección.

A veces, se ve que un pequeño subconjunto de los datos ejerce una influencia desproporcionada sobre los coeficientes y las propiedades del modelo. En un caso extremo, los estimados de parámetro pueden depender más del subconjunto influyente de puntos que de la mayor parte de los datos. Es obvio que este caso es indeseable; se prefiere un modelo de regresión que sea representativo de todas las observaciones en la muestra, y no sea un artefacto para unas cuantas. En consecuencia, se desea localizar esos puntos influyentes y evaluar su impacto sobre el modelo. Si esos puntos son en realidad valores "malos", se deberían eliminar de la muestra. Por otro lado, puede que no haya nada de malo en ellos, pero si controlan las propiedades clave del modelo, sería bueno conocerlo, porque podrían afectar el uso final del modelo de regresión.

Es importante usar diagnósticos para balanceo e influencia junto con las técnicas de análisis de residuales. A veces, se encuentra que un coeficiente de regresión puede tener un signo que no tiene sentido desde el punto de vista científico o técnico, o un regresor que se sabe es importante, pero que puede ser insignificante estadísticamente, o un modelo que se ajusta bien a los datos, y que siendo lógico para la aplicación, puede producir malas predicciones. Estos casos pueden deberse a una o quizás a unas, pocas observaciones influyentes. Por lo anterior, determinar esas observaciones puede arrojar bastante luz sobre los problemas con el modelo.

IV.11.2. Balanceo

Como se observó arriba, el lugar de los puntos en el espacio de X tiene importancia potencial en la determinación de las propiedades del modelo de regresión. En particular, los puntos alejados o remotos tienen un impacto desproporcionado sobre los estimados de los parámetros, los errores estándar, valores predichos y estadísticas de resumen del modelo. La matriz de sombrero

$$H = X(X'X)^{-1}X'$$

desempeña un papel importante en la identificación de observaciones influyentes. Como se dijo antes, H determina las varianzas y covarianzas de \hat{y} y de e , porque $Var(\hat{y}) = \sigma^2 H$ y $Var(e) = \sigma^2(1-H)$. Los elementos h_{ij} de la matriz H pueden ser vistos como la cantidad de balanceo o palanqueo ejercido por la j -ésima observación y_j sobre el i -ésimo valor ajustado \hat{y}_i .

Con frecuencia, la atención se dirige hacia los elementos diagonales h_{ii} de la matriz H sombrero, que se pueden expresar como:

$$h_{ii} = x_i'(X'X)^{-1}x_i'$$

siendo x_i' el i -ésimo renglón de la matriz X . La diagonal de la matriz de sombrero es una medida estandarizada de la distancia de la i -ésima observación al centro (o al centroide) del espacio de x . Así, los elementos grandes en la diagonal indican observaciones que son potencialmente influyentes, por estar lejos, del resto de la muestra en el espacio de x . Sucede que el tamaño promedio de los elementos de la diagonal es

$$\bar{h} = p/n$$

Porque,

$$\sum_{i=1}^n h_{ii} = \text{rango}(H) - \text{rango}(X) = p,$$

y por tradición se supone que toda observación para la cual la diagonal del sombrero es más del doble del promedio $2 * p/n$ está suficientemente alejada del resto de los datos como para considerarse un punto de balanceo.

Los puntos de balanceo serán influyentes en los coeficientes de regresión. Como en el ejemplo anteriormente descrito, el punto A tendrá un elemento diagonal grande en la matriz de sombrero, y con seguridad será un punto de balanceo, pero casi no tiene efecto sobre los coeficientes de regresión por estar casi en la recta que pasa por las observaciones restantes. Como los elementos diagonales de la matriz de sombrero sólo examinan el lugar de la observación en el espacio de x , será conveniente examinar los residuales estudentizados, o los residuales R de Student junto con las h_{ii} . Las observaciones con elementos diagonales grandes y también con residuales grandes probablemente serán influyentes. Por último, nótese que al usar el valor de corte $2 * p/n$ también se debe tener cuidado de evaluar las magnitudes tanto de p como de n . Habrá casos en los que $2 * p/n > 1$, y en esos casos no se aplica el corte.

IV.11.3. La D de Cook

Se ha dicho que es preferible tener en cuenta el lugar del punto en el espacio de x y también la variable de respuesta, al medir la influencia. Cook [1977, 1979] ha sugerido una forma de hacerlo, con una medida de la distancia, elevada al cuadrado, entre el estimado por mínimos cuadrados basado en los n puntos $\hat{\beta}$, y el estimado obtenido eliminando el i -ésimo punto, por ejemplo $\hat{\beta}_{(i)}$. Esta medida de la distancia se puede expresar como sigue:

$$D_i(X'X, pMS_{Res}) = D_i \frac{(\hat{\beta}_{(i)} - \hat{\beta})' X'X (\hat{\beta}_{(i)} - \hat{\beta})}{pMS_{Res}}$$

Los puntos con grandes valores de D_i tienen gran influencia sobre el estimado de $\hat{\beta}$ por mínimos cuadrados.

La magnitud de D_i , se suele evaluar comparándola con $F_{\alpha,p,n-p}$. Si $D_i = F_{\alpha,p,n-p}$, entonces al eliminar el punto i se movería $\hat{\beta}_i$ hacia la frontera de una región de confianza aproximada de 50% para β , basándose en el conjunto completo de datos. Es un desplazamiento grande e indica que el estimado por mínimos cuadrados es sensible al i -ésimo punto de datos. Como $F_{\alpha,p,n-p} \approx 1$, se suelen considerar como influyentes los puntos para los que $D_i > 1$. En el caso ideal sería bueno que cada estimado $\hat{\beta}_i$ permaneciera dentro de los límites de la región de confianza de 10 ó de 20%. Esta recomendación de corte se basa en la semejanza de D_i con la ecuación del elipsoide de confianza de la teoría normal. La medida de distancia D_i no es una estadística F . Sin embargo, usar el corte igual a una unidad funciona muy bien en la práctica.

La estadística D_i , se puede reexpresar como sigue:

$$D_i = \frac{r_i^2 \text{Var}(y_i)}{p \text{Var}(e_i)} = \frac{r_i^2}{p} \frac{h_{ii}}{(1-h_{ii})}$$

Así se ve que, además de la constante p , la D_i es el-producto del cuadrado del i -ésimo residual estudentizado por $h_{ii}/(1-h_{ii})$. Se puede demostrar que esta relación es la distancia del vector x_i al centroide de los datos restantes. Así, D_i está formada por un componente que refleja lo bien que se ajusta el modelo a la i -ésima observación y_i , y un componente que mide lo alejado que el punto está del resto de los datos. Cualquiera de los componentes (o ambos), pueden contribuir a un valor grande de D_i . Así, en D_i se combinan la magnitud del residual para la i -ésima observación y la ubicación de ese punto en el espacio de \mathcal{X} , para evaluar su influencia.

Ya que $X\hat{\beta}_i - X\hat{\beta} = y_{(i)} - \hat{y}$, otra forma de expresar la medida de distancia de Cook es

$$D_i = \frac{(\hat{y}_{(i)} - \hat{y})' (\hat{y}_{(i)} - \hat{y})}{pMS Res}$$

Así, otra forma de interpretar la distancia de Cook es el cuadrado de la distancia euclidiana (sin considerar $pMS Res$) que se mueve el vector de los valores ajustados cuando se elimina la i -ésima observación.

Los diagnósticos de balanceo e influencia son una parte muy importante para quién construye modelos. Pretende ofrecer una mejor comprensión de los datos y señalar cuáles observaciones merecen más escrutinio.

Por regla general, si el punto muestra realmente es inválido será adecuado descartar la observación. Sin embargo, si el análisis indica que un punto influyente es una observación válida, no hay justificación para su eliminación.

IV.11.4 Durbin–Watson

Es la prueba más frecuentemente empleada para detectar la presencia de autocorrelación en los modelos de regresión.

El estadístico d de Durbin-Watson se define como:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

$$d \approx 2(1 - \hat{\rho})$$

$$\text{Donde } \hat{\rho} = \frac{\sum_{i=2}^n e_i e_{i-1}}{\sum_{i=1}^n e_i^2}$$

Teniendo en cuenta los límites de variación del coeficiente de correlación empírico, $-1 \leq \hat{\rho} \leq 1$, se puede deducir el rango de variación del estadístico de Durbin-Watson y el signo de la autocorrelación,

$\hat{\rho} = -1$ $d \approx 4$ se considera que existe autocorrelación negativa

$\hat{\rho} = 0$ $d \approx 2$ indica ausencia de autocorrelación

$\hat{\rho} = 1$ $d \approx 0$ se puede admitir que existe autocorrelación positiva

Para las emisoras:

$$\text{NAFTRA C2} \quad d = \frac{\sum_{t=2}^{254} (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{254} e_t^2} = 2.61$$

$$\text{AMX L} \quad d = \frac{\sum_{t=2}^{254} (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{254} e_t^2} = 2.08$$

$$\text{AMTEL A1} \quad d = \frac{\sum_{t=2}^{254} (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{254} e_t^2} = 2.14$$

En el cuadro 4.1 se observa el valor de la estadística Durbin-Watson para cada una de las emisoras que conforman el IPC.

IV.11.5 Gráficas de residuales.

El análisis gráfico de los residuales es una forma muy efectiva de investigar la adecuación del ajuste de un modelo de regresión, y para comprobar las premisas básicas. En la sección IV.12 se presentan las gráficas básicas de residuales,

concretamente, de residuales originales, escalado y estudentizado porque tienen varianza constante.

IV.12. INTERPRETACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS DEL MODELO DE REGRESIÓN

El análisis de residuales, se realizó para todos y cada uno de los valores que conforman el IPC; no obstante, se presenta ampliamente para los valores: **NAFTRA C2**, **AMX L**, y **AMTEL A1** posteriormente se presenta una síntesis de 30 valores o emisoras que conforman el Índice de Precios y Cotizaciones.

IV.12.1. Interpretación y análisis estadístico del modelo de regresión: Rendimiento del IPC y Rendimiento de NAFTRA C2.

Las estimaciones de los parámetros con los 254 rendimientos son:

EMISORA	Coef_Beta β	Coef_Alfa α	Err_Stand σ	Coef_Deter R^2	Err_stand $se(\beta)$	Err_stand $se(\alpha)$	Num Obs.	MSres	Coef_Corr ρ
Rend_yi NAFTRA C2	0.95785	0.00314	0.3142	0.8992	0.0202	0.01987	254	0.09873	0.9483

El Coeficiente de Determinación, en el caso de NAFTRA C2, revela que el **89.92%** de la variabilidad del rendimiento de NAFTRA C2, se explica con un ajuste rectilíneo al rendimiento del IPC.

El Coeficiente de Correlación, igual a **0.9483**, correlación alta y positiva, se interpreta que existe una relación muy alta entre el rendimiento del IPC y el rendimiento de NAFTRA C2, lo que significa que tienen el comportamiento muy similar, es decir, si el mercado crece también NAFTRA C2 crece con la misma intensidad y en el mismo sentido.

La Información sobre la Beta, nos indica que NAFTRA C2, es un valor defensivo por tener un riesgo menor aunque muy cercano al riesgo de mercado, lo que

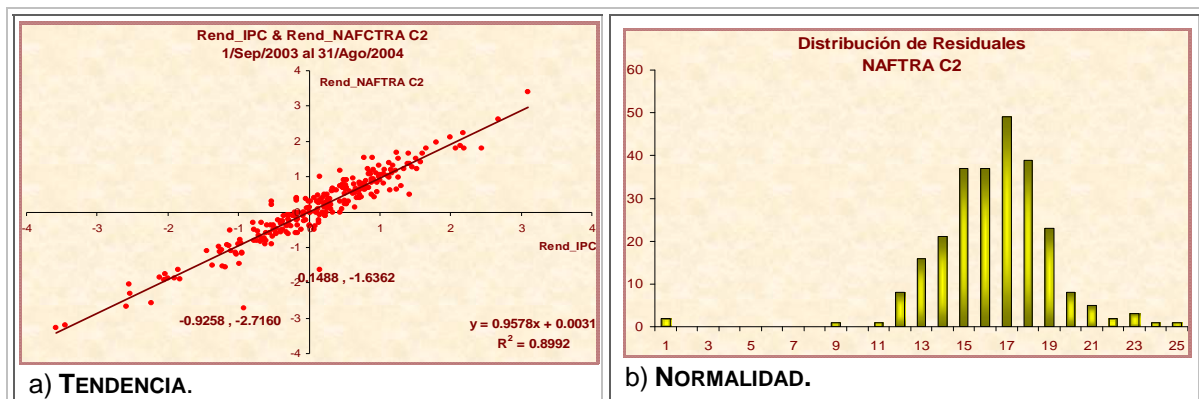
significa que el rendimiento de NAFTRA C2 crece, casi, en la misma proporción que el mercado en su conjunto.

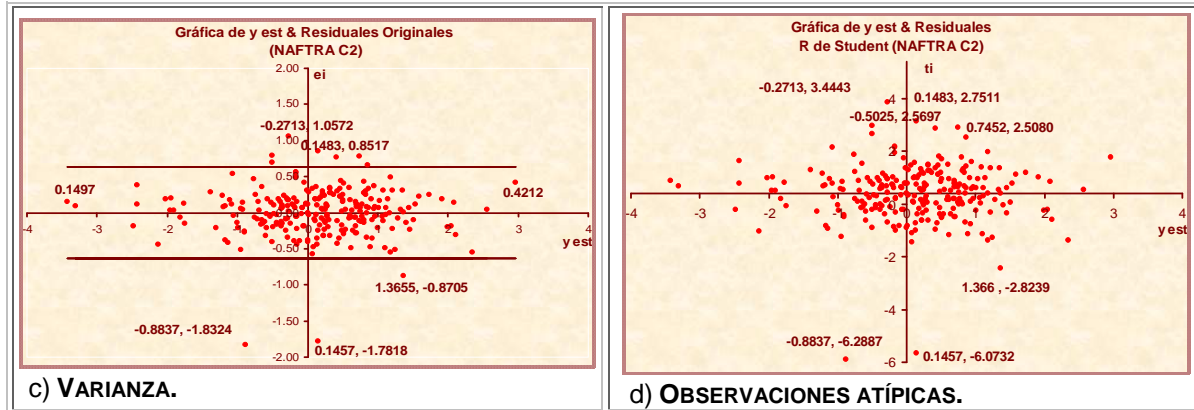
El método de Análisis de Varianza, en la que $H_0 : \beta_1 = 0$ contra $H_1 : \beta_1 \neq 0$, en la cual se rechaza $H_0 : \beta_1 = 0$, si $F_0 > F_{\alpha,1,n-2}$.

El resultado fue $F_0 = 2,257.38 > F_{\alpha,1,254-2} = 3.8786$ y cuyo ρ valúe es $9.01E-128$, entonces se rechaza $H_0 : \beta_1 = 0$. Esto significa que hay evidencia suficiente para suponer que existe relación lineal entre el rendimiento de NAFTRA C2 y el rendimiento del IPC. Esta es una conclusión que es reforzada por la prueba t , $t_0 = 47.42 > F_{\alpha,1,249} = 1.969$, en la que también se rechaza $H_0 : \beta_1 = 0$.

Para visualizar sí el modelo de regresión cumple con las premisas básicas, se presentan a continuación cuatro gráficas; en la gráfica a) se observa la tendencia; en la gráfica b) se observa si los errores tienen distribución normal; en la gráfica c) se observa si los errores se distribuyen aleatoriamente y alrededor del cero, es decir, se espera que no sigan ningún patrón de comportamiento, en estas últimas gráficas se pueden detectar las observaciones atípicas, y en la gráfica d) se hace más notorio las observaciones atípicas.

FIGURA 4.2 Gráficas de NAFTRA C2





En la figura 4.2, se observa la gráfica (a) de tendencia Rend_IPC & Rend_NAFTRA C2, donde se aprecia que tiene sentido la regresión de rendimiento de NAFTRA C2 y el rendimiento del IPC, es decir, el modelo de regresión es representativo de todas las observaciones. Además, en esta gráfica se detectan y remarcan **dos observaciones** sospechosas que posteriormente se analizan con residuales.

Los estadísticos t , F , ρ , y R^2 , son propiedades globales del modelo que no aseguran por completo la adecuación del modelo, además no son suficientes para detectar violaciones a las premisas básicas.

Para diagnosticar éstas violaciones, se realiza un estudio de los residuales del modelo de regresión rendimiento IPC & rendimiento NAFTRA C2, en virtud de que toda violación de las premisas de los errores, se reflejan en los residuales. En la figura 4.2, se observa en la gráfica (b) que los errores se distribuyen como una normal, también en la gráfica (c) de residuales originales, se observa que los errores se encuentra alrededor del cero y distribuidos en forma aleatoria, ya que no siguen ningún patrón de comportamiento, además, están dentro de una banda por lo que indica que son de varianza constante; asimismo, visualizan observaciones atípicas, mismas que se remarcan en la gráfica (d) Residuales estudentizados. Por último, se obtuvo una Durbin-Watson igual a 2.57, que indica que los errores están no correlacionados.

Para el Análisis de Residuales se calcularon:

1. Residuales Originales $e_i = y_i - \hat{y}_i$;
2. Residuales estandarizados $d_i = \frac{e_i}{\sqrt{MS_{Res}}}$;
3. Residuales estudentizados $r_i = \frac{e_i}{\sqrt{MS_{Res}(1-h_{ii})}}$;
4. Residuales press $e_{(i)} = \frac{e_i}{1-h_{ii}}$;
5. R de Student $t_i = \frac{e_i}{\sqrt{S_{(i)}^2(1-h_{ii})}}$, y
6. El cuadrado de Residuales press $e_{(i)}^2 = \left(\frac{e_i}{1-h_{ii}}\right)^2$.

Y, cuyos resultados de NAFTRA C2 fueron:

Obs.	e_i	Obs.	d_i	Obs.	r_i	Obs.	h_{jj}	Obs.	$e_{(i)}$	Obs.	$S_{(i)}^2$	Obs.	t_i	Obs.	$e_{(i)}^2$	Obs.	D_i
Observaciones Atípicas Superiores																	
25	1.057	25	3.365	25	3.372	173	0.061	25	1.062	53	0.099	25	3.444	31	3.415	31	0.1468
29	0.852	29	2.711	29	2.716	165	0.057	29	0.855	101	0.099	29	2.751	250	3.200	250	0.0639
207	0.796	207	2.534	207	2.542	193	0.040	207	0.801	78	0.099	207	2.570	25	1.128	128	0.0428
123	0.778	123	2.475	123	2.482	171	0.034	123	0.782	210	0.099	123	2.508	128	0.775	168	0.0419
247	0.764	247	2.430	247	2.435	166	0.033	247	0.767	209	0.099	247	2.460	29	0.731	193	0.0394
Observaciones Atípicas Inferiores																	
43	-0.556	43	-1.768	43	-1.776	26	0.004	168	-0.561	29	0.096	43	-1.784	209	0.000		
188	-0.576	188	-1.834	188	-1.838	196	0.004	188	-0.579	128	0.096	188	-1.847	210	0.000		
128	-0.870	128	-2.770	128	-2.786	182	0.004	128	-0.880	25	0.095	128	-2.824	78	0.000		
250	-1.782	250	-5.671	250	-5.682	146	0.004	250	-1.789	250	0.086	250	-6.073	101	0.000		
31	-1.832	31	-5.832	31	-5.857	74	0.004	31	-1.848	31	0.086	31	-6.289	53	0.000		

De acuerdo a este cuadro, se presenta el cálculo de residuales escalados para detectar observaciones con valores extremos o atípicos. En las gráficas de Residuales Originales yest & e_i y Residuales R de Student yest & t_i , se marcan

observaciones atípicas de las cuales las observaciones números 31 y 250, se observan muy alejadas del resto. Y de acuerdo a las D_i de Cook, se consideraron como observaciones influyentes. Además, los valores extremos superiores y valores extremos inferiores coinciden con los valores extremos superiores e inferiores de los residuales d_i , los residuales estudentizados r_i , los residuales press $e_{(i)}$ y los residuales R-Student t_i , por último, en el cuadrado de los residuales $e_{(i)}$, se observa los valores más extremos y estos corresponden a las observaciones números 31 y 250, ya visualizada en la gráficas de Residuales Originales yest & e_i y Residuales R de Student yest & t_i .

Cabe enfatizar que, una observación atípica no se puede quitar arbitrariamente, porque esta situación se puede deber a un error de captura en los datos o, tal vez, se trate de una situación normal de la emisora o quizás también algún movimiento corporativo o, posiblemente, a un evento insólito en el comportamiento de la emisora, por ende, se debe analizar muy específica y detalladamente lo que sucedió en esa fecha y evaluar si se quita o no. Este análisis tan detallado, pero importantísimo, queda fuera del alcance del presente estudio, pero para fines ilustrativos, se trabajó como si se pudiera quitar a las observaciones atípicas, sólo para mejorar las estimaciones de los parámetros del modelo de regresión.

Y en este último sentido se tiene:

EMISORA	Coef_Beta β	Coef_Alfa α	Err_Stand σ	Coef_Deter R^2	Err_stand $se(\beta)$	Err_stand $se(\alpha)$	Núm Obs.	MSres	Coef_Corr ρ
Rend_yi NAFTRA C2	0.95785	0.00314	0.3142	0.8992	0.0202	0.01987	254	0.09873	0.9483
SIN OBS ATÍPICAS 31 Y 250	0.95001	0.01834	0.2699	0.9224	0.0174	0.01711	252	0.07283	0.9604

Se observa que **aumenta** el porcentaje de variación explicado R^2 , **mejora** el coeficiente de correlación, el error estándar **disminuye**, así mismo el error

estándar de α y β . Por lo tanto, el rango de los intervalos de confianza es más angosto. El cuadrado medio de los residuales también se ve favorecido, ya que **disminuye**. Consecuentemente, quitando dos observaciones influyentes **mejora el modelo de regresión Rend_IPC & Rend_NAFTRA C2**.

IV.12.2. Interpretación y análisis estadístico del modelo de regresión: Rendimiento del IPC y Rendimiento de AMX L.

Las estimaciones de los parámetros con los 254 rendimientos son:

EMISORA	Coef_Beta β	Coef_Alfa α	Err_Stand σ	Coef_Deter R^2	Err_stand $se(\beta)$	Err_stand $se(\alpha)$	Núm Obs.	MSres	Coef_Corr ρ
Rend_yi AMX L	1.39933	0.00841	0.9915	0.6566	0.0637	0.06271	254	0.98316	0.8103

El Coeficiente de Determinación, es igual a 0.6566 que, en el caso de AMX L, señala que el **65.66 %** de la variabilidad del rendimiento de AMX L, se explica con un ajuste rectilíneo al rendimiento del IPC.

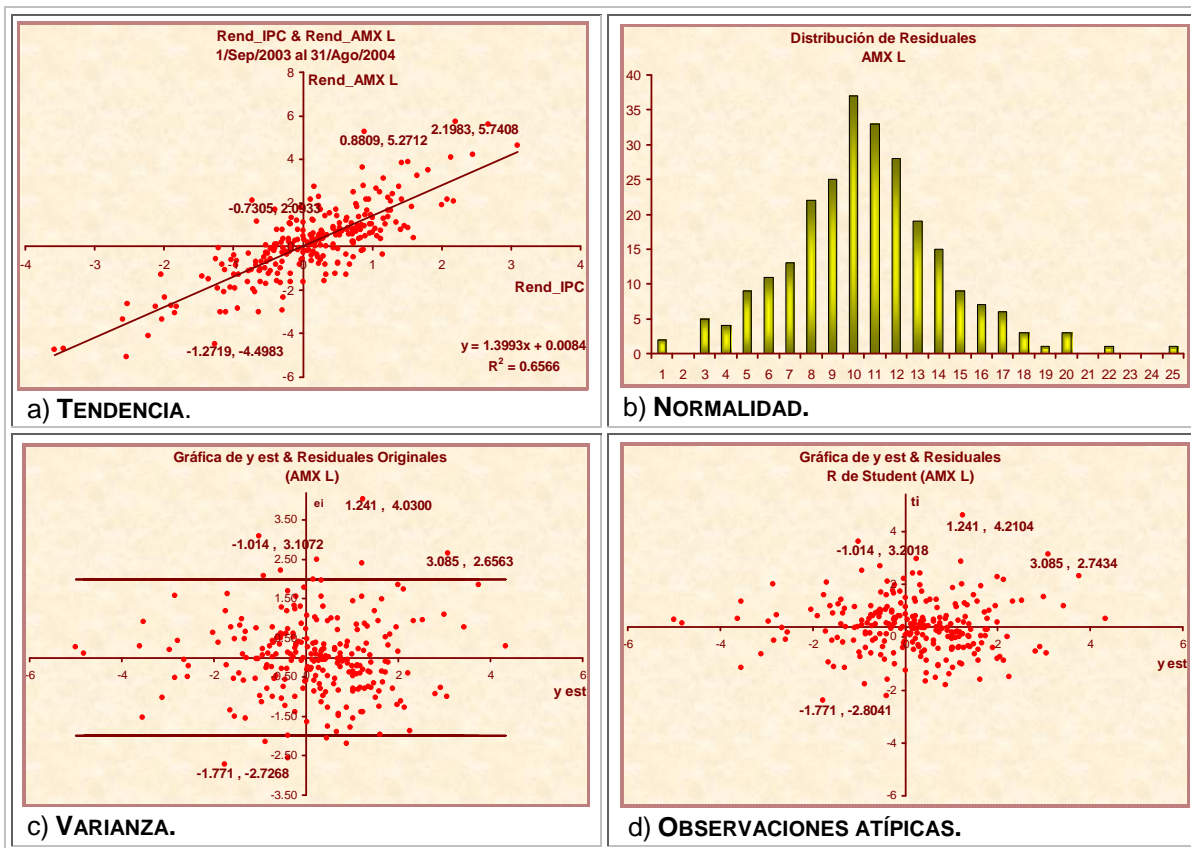
El Coeficiente de Correlación, igual a **0.8103**, correlación alta y positiva, el cual se traduce en existencia de una relación alta entre el rendimiento del IPC y el rendimiento de AMX L, lo que significa que tienen el comportamiento similar, es decir, si el mercado crece también AMX L crece con la misma intensidad y en el mismo sentido.

La Beta, en este caso, indica que AMX L es un valor ofensivo por tener un riesgo mayor que 1, es decir, es mayor al riesgo de mercado, lo que significa que el rendimiento de AMX L crece en una mayor proporción que el mercado en su conjunto.

El método de Análisis de Varianza, en la que $H_0 : \beta_1 = 0$ contra $H_1 : \beta_1 \neq 0$, en la cual se rechaza $H_0 : \beta_1 = 0$, si $F_0 > F_{\alpha,1,n-2}$.

El resultado fue $F_0 = 483.79 > F_{\alpha,1,254-2} = 3.8786$ y cuyo ρ valúe es $1.43E-60$, entonces se rechaza $H_0 : \beta_1 = 0$. Esto significa que hay evidencia suficiente para suponer que existe relación lineal entre el rendimiento de AMX L y el rendimiento del IPC. Esta conclusión es reforzada por la prueba t , $t_0 = 21.95 > F_{\alpha,1,249} = 1.969$, en la que también se rechaza $H_0 : \beta_1 = 0$.

FIGURA 4.3 Gráficas de AMX L



En la figura 4.3, se observa la gráfica (a) de tendencia Rend_IPC & Rend_ AMX L, donde se aprecia que tiene sentido la regresión del rendimiento de AMX L y el rendimiento del IPC, es decir, el modelo de regresión es adecuado. Además, en

esta gráfica se detectan **varias observaciones** sospechosas que posteriormente se analizan con residuales.

Se reitera que, los estadísticos t , F , ρ , y R^2 , son propiedades globales del modelo que no aseguran por completo la adecuación del modelo, además no son suficientes para detectar violaciones a las premisas básicas.

Para diagnosticar éstas violaciones a las premisas básicas de regresión, se realiza un estudio de los residuales del modelo de regresión, rendimiento IPC & rendimiento AMX L, en virtud de que toda violación de las premisas de los errores, se reflejan en los residuales. En la figura 4.3, se observa en la gráfica (b) que los errores se distribuyen como una normal, también en la gráfica (c) de residuales originales, se observa que los errores se encuentra alrededor del cero y distribuidos en forma aleatoria, ya que no siguen ningún patrón de comportamiento, además, están dentro de una banda por lo que indica que son de varianza constante; asimismo, visualizan observaciones atípicas, mismas que se remarcan en la gráfica (d) residuales estudentizados. Por último, se obtuvo una Durbin-Watson igual a 2.09, que indica que los errores están no correlacionados.

Para el Análisis de Residuales, se calcularon los residuales escalados anteriormente (Ver IV.10.2), y cuyos resultados de AMX L fueron:

Obs.	e_i	Obs.	d_i	Obs.	r_i	Obs.	h_{jj}	Obs.	$e_{(i)}$	Obs.	$S_{(i)}^2$	Obs.	t_i	Obs.	$e_{(i)}^2$
Observaciones Atípicas Superiores															
139	4.0300	139	4.0644	139	4.0773	173	0.0606	139	4.0556	31	0.9871	139	4,2104	139	16.4481
90	3.1072	90	3.1337	90	3.1446	165	0.0567	90	3.1289	96	0.9871	90	3,2018	90	9.7902
174	2.6563	174	2.6790	174	2.7085	193	0.0404	174	2.7153	81	0.9871	174	2,7434	235	7.6169
65	2.5033	65	2.5246	65	2.5296	171	0.0344	65	2.5132	46	0.9871	65	2,5573	174	7.3729
113	2.4106	113	2.4312	113	2.4387	166	0.0333	113	2.4256	83	0.9871	113	2,4631	230	6.5636
Observaciones Atípicas Inferiores															
234	-2.049	234	-2.067	234	-2.071	26	0.0039	234	-2.058	230	0.9611	234	-0.085	83	0.0006
103	-2.140	103	-2.158	103	-0.165	196	0.0039	103	-2.154	174	0.9583	103	-2.181	46	0.0002
3	-2.181	3	-2.199	3	-2.205	182	0.0039	3	-2.192	235	0.9571	3	-0.222	81	0.0001
230	-2.550	230	-2.571	230	-2.577	146	0.0039	230	-2.562	90	0.9483	230	-2.607	96	0.0001
235	-2.726	235	-2.750	235	-2.766	74	0.0039	235	-2.759	139	0.9220	235	-2.804	31	0.0000

Este último cuadro, se presenta el cálculo de residuales escalados para detectar observaciones con valores extremos ó atípicos. En las gráficas de Residuales Originales yest & e_i y Residuales R de Student yest & t_i , se marcan observaciones atípicas de las cuales las observaciones números 90, 139, 174 y 235, se observan muy alejadas del resto. Y, de acuerdo a las D_i de Cook, se consideraron como observaciones influyentes. Además, los valores extremos superiores y valores extremos inferiores coinciden con los valores extremos superiores e inferiores de los residuales d_i , los residuales estudentizados r_i , los residuales press $e_{(i)}$ y los residuales R-Student t_i ; por último, en el cuadrado de los residuales $e_{(i)}$, se observa los valores más extremos y estos corresponden a las observaciones números 90, 139, 174 y 235, ya visualizada en la gráficas de Residuales Originales yest & e_i y Residuales R de Student yest & t_i .

Como en el caso anterior, para fines ilustrativos se trabaja como si se pudiera quitar a las observaciones atípicas, sólo para mejorar las estimaciones de los parámetros del modelo de regresión.

Para mejorar las estimaciones de los parámetros del modelo de regresión, se quitaron las observaciones atípicas, para fines ilustrativos, obteniendo:

EMISORA	Coef_Beta β	Coef_Alfa α	Err_Stand σ	Coef_Deter R^2	Err_stand $se(\beta)$	Err_stand $se(\alpha)$	Núm Obs.	MSres	Coef_Corr ρ
Rend_yi AMX L	1.39933	0.00841	0.9915	0.6566	0.0637	0.06271	254	0.98316	0.8103
Sin Obs , 90, 139, 174 y 235	1.35779	-0.01459	0.9131	0.6764	0.0596	0.05819	250	0.83374	0.8224

Se observa que **umenta** el porcentaje de variación explicado R^2 , **mejora** el coeficiente de correlación, el error estándar **disminuye** así mismo el error estándar de α y β . Por lo tanto, el rango de los intervalos de confianza es más angosto. El cuadrado medio de los residuales, también, se ve favorecido ya que

disminuye. Consecuentemente, quitando **cuatro observaciones influyentes** mejora el modelo de regresión Rend_IPC & Rend_AMX L.

IV.12.3. Interpretación y Análisis Estadístico del Modelo de Regresión: Rendimiento del IPC y Rendimiento de AMTEL A1.

Las estimaciones de los parámetros con los 254 rendimientos son:

EMISORA	Coef_Beta β	Coef_Alfa α	Err_Stand σ	Coef_Deter R^2	Err_stand $se(\beta)$	Err_stand $se(\alpha)$	Num Obs.	MSres	Coef_Corr ρ
Rend_yi AMTEL A1	1.36830	0.07149	1.0264	0.6305	0.0660	0.06492	254	1.05357	0.7940

El Coeficiente de Determinación, en el caso de AMTEL A1, revela que el **63.05%** de la variabilidad del rendimiento de AMTEL A1, se explica con un ajuste rectilíneo al rendimiento del IPC.

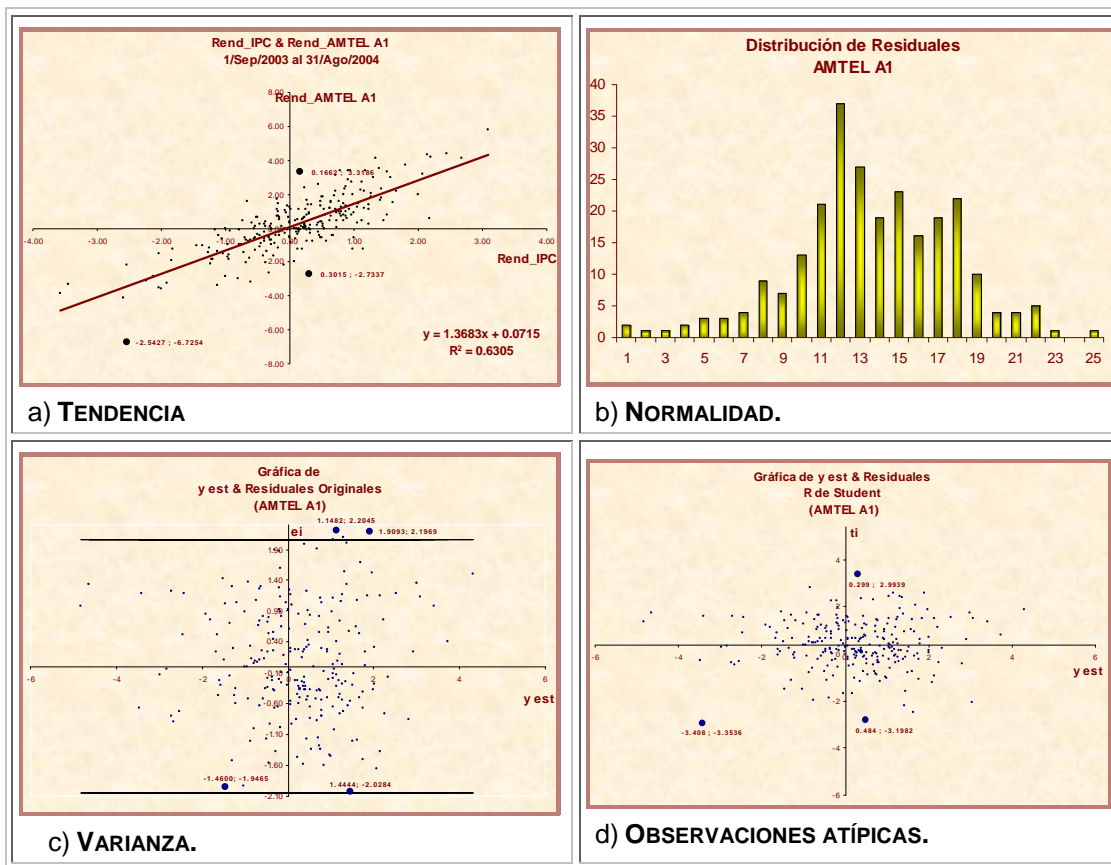
El Coeficiente de Correlación, igual a **0.7940**, correlación alta y positiva, se interpreta que existe una relación muy alta entre el rendimiento del IPC y el rendimiento de AMTEL A1, lo que significa que tienen el comportamiento muy similar, es decir, si el mercado crece también AMTEL A1 crece con la misma intensidad y en el mismo sentido.

La Información sobre la Beta, nos indica que AMTEL A1, es un valor ofensivo por tener un riesgo mayor que 1, es decir es mayor al riesgo de mercado, lo que significa que el rendimiento de AMTEL A1 crece en una mayor proporción que el mercado en su conjunto.

El método de Análisis de Varianza, en la que $H_0 : \beta_1 = 0$ contra $H_1 : \beta_1 \neq 0$, en la cual se rechaza $H_0 : \beta_1 = 0$, si $F_0 > F_{\alpha, 1, n-2}$.

El resultado fue $F_0 = 431.66 > F_{\alpha,1,254-2} = 3.8786$ y cuyo ρ valúe es $1.53E-56$, entonces se rechaza $H_0 : \beta_1 = 0$. Esto significa que hay evidencia suficiente para suponer que existe relación lineal entre el rendimiento de AMTEL A1 y el rendimiento del IPC. Esta es una conclusión que es reforzada por la prueba t , $t_0 = 20.74 > F_{\alpha,1,249} = 1.969$, en la que también se rechaza $H_0 : \beta_1 = 0$.

FIGURA 4.4 Gráficas de AMTEL A1



En la figura 4.4, se observa la gráfica (a) de tendencia Rend_IPC & Rend_ AMTEL A1, donde, se aprecia que tiene sentido la regresión del rendimiento de AMTEL A1 y el rendimiento del IPC, es decir, el modelo de regresión es adecuado. Además, en esta gráfica se detectan **varias observaciones** sospechosas que posteriormente se analizan con residuales.

Se insiste en que, los estadísticos t , F , ρ , y R^2 siendo propiedades globales del modelo no aseguran por completo la adecuación del modelo, y que no son suficientes para detectar violaciones a las premisas básicas de regresión.

Para diagnosticar éstas violaciones, se realiza un estudio de los residuales del modelo de regresión, rendimiento IPC & rendimiento AMTEL A1, en virtud de que toda violación de las premisas de los errores, se reflejan en los residuales. En la figura 4.4, se observa en la gráfica (b) que los errores se distribuyen como una normal, también en la gráfica (c) de residuales originales, se observa que los errores se encuentra alrededor del cero y distribuidos en forma aleatoria, ya que no siguen ningún patrón de comportamiento, además, están dentro de una banda por lo que indica que son de varianza constante; asimismo, visualizan observaciones atípicas, mismas que se remarcan en la gráfica (d) residuales estudentizados. Por último, se obtuvo una Durbin-Watson igual a 2.15, que indica que los errores están no correlacionados.

Para el Análisis de Residuales, de igual forma se efectuaron los cálculos de los residuales escalados, de tal forma que los resultados de AMTEL A1 fueron:

Obs.	e_i	Obs.	d_i	Obs.	r_i	Obs.	h_{jj}	Obs.	$e_{(i)}$	Obs.	$S_{(i)}^2$	Obs.	t_i	Obs.	$e_{(i)}^2$
Observaciones Atípicas Superiores															
65	3.0197	65	2.9419	65	2.9477	173	0.0606	65	3.0316	215	1.0578	65	2.9939	166	11.7788
216	2.4382	216	2.3755	216	2.3832	165	0.0567	216	2.4542	180	1.0578	216	2.4058	152	10.4382
89	2.2045	89	2.1478	89	2.1540	193	0.0404	48	2.2193	191	1.0578	89	2.1697	65	9.1907
48	2.1969	48	2.1404	48	2.1512	171	0.0344	89	2.2173	141	1.0578	48	2.1669	134	8.5112
186	2.0914	186	2.0376	186	2.0442	166	0.0333	186	2.1050	112	1.0578	186	2.0572	239	7.0228
Observaciones Atípicas Inferiores															
106	-2.4539	106	-2.3907	106	-2.4167	26	0.0039	106	-2.5074	239	1.0300	106	-2.4403	112	0.0008
239	-2.6315	239	-2.5637	239	-2.5727	196	0.0039	239	-2.6501	134	1.0241	239	-2.6020	141	0.0006
134	-2.8933	134	-2.8188	134	-2.8305	182	0.0039	134	-2.9174	65	1.0213	134	-2.8709	191	0.0001
152	-3.2177	152	-3.1348	152	-3.1412	146	0.0039	152	-3.2308	152	1.0163	152	-3.1982	180	0.0001
166	-3.3177	166	-3.2322	166	-3.2875	74	0.0039	166	-3.4320	166	1.0124	166	-3.3536	215	0.0000

Este último cuadro, se presenta el cálculo de residuales escalados para detectar observaciones con valores extremos o atípicos. En las gráficas de Residuales Originales yest & e_i y Residuales R de Student yest & t_i , se marcan

observaciones atípicas de las cuales las observaciones números 65, 152 y 166, se observan muy alejadas del resto. Y de acuerdo a las D_i de Cook, se consideraron como observaciones influyentes. Además, los valores extremos superiores y valores extremos inferiores coinciden con los valores extremos superiores e inferiores de los residuales d_i , los residuales estudentizados r_i , los residuales press $e_{(i)}$ y los residuales R-Student t_i ; por último, en el cuadrado de los residuales $e_{(i)}$, se observa los valores más extremos y estos corresponden a las observaciones números 65, 152 y 166, ya visualizada en la gráficas de Residuales Originales yest & $e_{(i)}$ y Residuales R de Student yest & t_i .

Tal que, se tiene:

EMISORA	Coef_Beta β	Coef_Alfa α	Err_Stand σ	Coef_Deter R^2	Err_stand $se(\beta)$	Err_stand $se(\alpha)$	Núm Obs.	MSres	Coef_Corr ρ
Rend_yi ANTELA1	1.36830	0.07149	1.0264	0.6305	0.0660	0.06492	254	1.05357	0.7940
Sin Obs; 65,152 y 166	1.33252	0.08921	0.9650	0.6398	0.0630	0.0630	254	0.93132	0.7999

Se observa que **umenta** el porcentaje de variación explicado R^2 , **mejora** el coeficiente de correlación, el error estándar **disminuye**, así mismo el error estándar de α y β . Por lo tanto, el rango de los intervalos de confianza es más angosto. El cuadrado medio de los residuales, también, se ve favorecido, ya que **disminuye**. Consiguientemente, quitando **cuatro observaciones influyentes mejora el modelo de regresión Rend_IPC & Rend_ AMTEL A1**.

IV.13. SÍNTESIS DEL ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS DEL MODELO DE REGRESIÓN SIMPLE

Los resultados obtenidos del Modelo de Regresión Simple; rendimiento del IPC y el rendimiento y cada una de las 30 emisoras que conforman el IPC en el periodo 1º de septiembre del 2003 al 1º de septiembre del 2004.

El análisis se realizó con los rendimientos del IPC & rendimientos de NAFTRA C2. El análisis completo se efectuó con los rendimientos de todas las emisoras que conforman el IPC. En el cuadro 4.1, se reproducen las estadísticas de sensibilidad de las emisoras que conforman el IPC y que son difundidas por la bolsa; en el cuadro 4.2, se presentan los correspondientes intervalos de confianza de los parámetros de cada emisora; en el cuadro 4.3, se presentan las pruebas estadísticas para ver si cumplen las correspondientes hipótesis planteadas.

Los resultados obtenidos de este análisis, se presentan como una síntesis en tres grupos de resultados, su interpretación y ajustes para mejorar el modelo de regresión. El primero conformado por las emisoras, en las que se pudo mejorar el modelo de regresión; el segundo grupo, conformado por las emisoras en las que no se pudo mejorar el modelo de regresión a pesar de cumplir con algunas premisas de regresión, y el último grupo, conformado con emisoras que de entrada no cumplían con ninguna de estas premisas.

CUADRO 4.1.- REPRODUCCIÓN DE LAS ESTADÍSTICAS DE SENSIBILIDAD.

Emisora y Serie	Coefficiente Beta β	Coefficiente Alfa α	Error Estándar	Coefficiente de Determinación	Error Estándar de Beta β	Error Estándar de Alfa α	Núm. de Observ.	Término de Error e media cero	Término de Error ε $\sigma^2 = k$	Errores ε_i no Correlación
ALFA A	1.1274	0.0206	1.4685	0.3614	0.0944	0.0929	254	0	2.1564	2.09
AMTEL A1	1.3683	0.0715	1.0264	0.6305	0.0660	0.0649	254	0	1.0536	2.14
AMX L	1.3993	0.0084	0.9915	0.6566	0.0637	0.0627	254	0	0.9832	2.08
ARA *	0.8039	0.0122	1.5880	0.1975	0.1021	0.1004	254	0	2.5219	1.70
ARCA *	0.4965	0.0336	1.2467	0.1321	0.0801	0.0789	254	0	1.5543	2.10
BIMBO A	0.8569	0.0676	1.4549	0.2499	0.0935	0.0920	254	0	2.1168	2.32
C *	0.3024	0.0093	1.0399	0.0751	0.0669	0.0658	254	0	1.0815	2.22
CEMEX CPO	0.9610	-0.0458	1.0137	0.4632	0.0652	0.0641	254	0	1.0275	1.93
CIE B	0.5948	0.0235	1.2020	0.1904	0.0773	0.0760	254	0	1.4449	2.13
COMERCI UBC	1.0330	0.1187	1.5864	0.2893	0.1020	0.1003	254	0	2.5167	1.84
CONTAL *	0.8015	-0.0416	1.7786	0.1632	0.1143	0.1125	254	0	3.1634	1.82
ELEKTRA *	1.0113	0.2122	1.9633	0.2030	0.1262	0.1242	254	0	3.8544	1.74
FEMSA UBD	0.8256	-0.0186	1.3154	0.2744	0.0846	0.0832	254	0	1.7302	2.05
GCARSO A1	0.8737	0.0830	1.1941	0.3395	0.0768	0.0755	254	0	1.4258	1.97
GFINBUR O	0.8098	0.0716	1.6850	0.1815	0.1083	0.1066	254	0	2.8393	2.14
GFNORTE O	1.0191	0.0562	1.4766	0.3138	0.0949	0.0934	254	0	2.1803	1.91
GMEXICO B	1.4670	0.2383	1.9802	0.3451	0.1273	0.1252	254	0	3.9214	1.53
GMODELO C	0.5062	-0.0451	1.0010	0.1971	0.0644	0.0633	254	0	1.0019	2.02
GSANBOR B-1	0.4631	0.1155	1.5955	0.0748	0.1026	0.1009	254	0	2.5456	2.24
KIMBER A	0.3986	0.0369	0.9761	0.1380	0.0628	0.0617	254	0	0.9527	2.20
NAFTRA C2	0.9578	0.0031	0.3142	0.8992	0.0202	0.0199	254	0	0.0987	2.61
PEÑOLES *	1.0700	0.1989	2.9698	0.1108	0.1909	0.1878	254	0	8.8196	1.77
SAVIA A	0.7142	0.1069	7.7282	0.0081	0.4968	0.4888	254	0	59.7248	1.78
SORIANA B	0.9517	0.0580	1.3622	0.3191	0.0876	0.0862	254	0	1.8555	1.92
TELECOM A1	0.9643	-0.0180	1.1046	0.4225	0.0710	0.0699	254	0	1.2202	2.18
TELMEX L	0.8216	-0.0564	0.7868	0.5115	0.0506	0.0498	254	0	0.6190	2.06
TLEVISA CPO	1.2059	-0.0250	1.0628	0.5528	0.0683	0.0672	254	0	1.1295	1.87
TVAZTCA CPO	1.1757	0.0298	1.9482	0.2591	0.1252	0.1232	254	0	3.7956	1.95
VITRO A	0.8052	-0.0191	1.9411	0.1418	0.1248	0.1228	254	0	3.7678	1.96
WALMEX V	0.9542	-0.0390	0.8885	0.5255	0.0571	0.0562	254	0	0.7894	1.86

CUADRO 4.2.- INTERVALOS DE CONFIANZA.

Emisora y Serie	t_0	$t_{\alpha/2, n-2}$	Límite Inferior de Beta β	Límite Superior de Beta β	Límite Inferior de Alfa α	Límite Superior de Alfa α	Límite Inferior de σ^2	Límite Superior de σ^2	Ji Cuadrada $X^2_{\alpha/2, n-2}$	Ji Cuadrada $X^2_{1-(\alpha/2), n-2}$
ALFA A	11.9418	1.9694	0.9415	1.3133	-0.1623	0.2035	1.8388	2.6091	297.8638	209.9227
AMTEL A1	20.7355	1.9694	1.2383	1.4983	-0.0564	0.1994	0.8984	1.2748	297.8638	209.9227
AMX L	21.9519	1.9694	1.2738	1.5249	-0.1151	0.1319	0.8384	1.1896	297.8638	209.9227
ARA *	7.8742	1.9694	0.6028	1.0050	-0.1856	0.2100	2.1505	3.0514	297.8638	209.9227
ARCA *	6.1944	1.9694	0.3486	0.6543	-0.1217	0.1889	1.3254	1.8807	297.8638	209.9227
BIMBO A	9.1618	1.9694	0.6727	1.0412	-0.1136	0.2488	1.8051	2.5612	297.8638	209.9227
C *	4.5229	1.9694	0.1707	0.4341	-0.1203	0.1388	0.9222	1.3086	297.8638	209.9227
CEMEX CPO	14.7466	1.9694	0.8327	1.0893	-0.1720	0.0805	0.8762	1.2432	297.8638	209.9227
CIE B	7.6972	1.9694	0.4426	0.7470	-0.1263	0.1732	1.2321	1.7483	297.8638	209.9227
COMERCI UBC	10.1284	1.9694	0.8321	1.2339	-0.0790	0.3163	2.1461	3.0452	297.8638	209.9227
CONTAL *	7.0094	1.9694	0.5763	1.0267	-0.2631	0.1799	2.6976	3.8277	297.8638	209.9227
ELEKTRA *	8.0123	1.9694	0.7627	1.2599	-0.0324	0.4567	3.2868	4.6637	297.8638	209.9227
FEMSA UBD	9.7630	1.9694	0.6591	0.9921	-0.1824	0.1453	1.4754	2.0935	297.8638	209.9227
GCARSO A1	11.3820	1.9694	0.7226	1.0249	-0.0657	0.2317	1.2158	1.7252	297.8638	209.9227
GFINBUR O	7.4757	1.9694	0.5965	1.0232	-0.1383	0.2815	2.4212	3.4355	297.8638	209.9227
GFNORTE O	10.7358	1.9694	0.8322	1.2061	-0.1277	0.2401	1.8592	2.6381	297.8638	209.9227
GMEXICO B	11.5234	1.9694	1.2163	1.7177	-0.0083	0.4850	3.3439	4.7447	297.8638	209.9227
GMODELO C	7.8662	1.9694	0.3795	0.6329	-0.1698	0.07960	0.8544	1.2123	297.8638	209.9227
GSANBOR B-1	4.5147	1.9694	0.2611	0.6651	-0.0833	0.3142	2.1707	3.0801	297.8638	209.9227
KIMBER A	6.3517	1.9694	0.2750	0.5222	-0.0846	0.1585	0.8124	1.1527	297.8638	209.9227
NAFTRA C2	47.4179	1.9694	0.9181	0.9976	-0.0360	0.0423	0.0842	0.1195	297.8638	209.9227
PE&OLES *	5.6044	1.9694	0.6940	1.4460	-0.1710	0.5688	7.5208	10.6714	297.8638	209.9227
SAVIA A	1.4375	1.9694	-0.2643	1.6927	-0.8557	1.0695	50.9296	72.2751	297.8638	209.9227
SORIANA B	10.8675	1.9694	0.7792	1.1242	-0.1117	0.2276	1.5823	2.2551	297.8638	209.9227
TELECOM A1	13.5882	1.9694	0.8244	1.1041	-0.1556	0.1196	1.0405	1.4764	297.8638	209.9227
TELMEX L	16.2438	1.9694	0.7220	0.9212	-0.1544	0.0416	0.5278	0.7490	297.8638	209.9227
TLEVISA CPO	17.6490	1.9694	1.0713	1.3404	-0.1573	0.1074	0.9632	1.3667	297.8638	209.9227
TVAZTCA CPO	9.3865	1.9694	0.9290	1.4223	-0.2128	0.2725	3.2367	4.5926	297.8638	209.9227
VITRO A	6.4521	1.9694	0.5594	1.0509	-0.2608	0.2227	3.2130	4.5589	297.8638	209.9227
WALMEX V	16.7056	1.9694	0.8417	1.0667	-0.1497	0.0717	0.6732	0.9552	297.8638	209.9227

CUADRO 4.3.- PRUEBAS DE HIPÓTESIS POR EMISORA.

Emisora y Serie	F_0	$F_{\alpha,1,252}$	Si $F_0 > F_{\alpha,1,n-2}$ Se rechaza $H_0 : \beta_1 = 0$	Valor crítico de F	$X^2_{.025,252}$	$X^2_{.975,252}$	t_0	$t_{.025,252}$	Si $ t_0 > t_{\alpha/2,n-2}$ Se rechaza $H_0 : \beta_1 = 0$
ALFA A	143.1731	3.8786	Se rechaza Ho	1.99E-26	297.8638	209.9227	11.9418	1.9694	Se rechaza Ho
AMTEL A1	431.6666	3.8786	Se rechaza Ho	1.53E-56	297.8638	209.9227	20.7355	1.9694	Se rechaza Ho
AMX L	483.7962	3.8786	Se rechaza Ho	1.43E-60	297.8638	209.9227	21.9519	1.9694	Se rechaza Ho
ARA *	62.2486	3.8786	Se rechaza Ho	9.24E-14	297.8638	209.9227	7.8742	1.9694	Se rechaza Ho
ARCA *	38.5228	3.8786	Se rechaza Ho	2.21E-09	297.8638	209.9227	6.1944	1.9694	Se rechaza Ho
BIMBO A	84.2711	3.8786	Se rechaza Ho	1.62E-17	297.8638	209.9227	9.1618	1.9694	Se rechaza Ho
C *	20.5379	3.8786	Se rechaza Ho	9.04E-06	297.8638	209.9227	4.5229	1.9694	Se rechaza Ho
CEMEX CPO	218.3266	3.8786	Se rechaza Ho	5.24E-36	297.8638	209.9227	14.7466	1.9694	Se rechaza Ho
CIE B	59.4813	3.8786	Se rechaza Ho	2.87E-13	297.8638	209.9227	7.6972	1.9694	Se rechaza Ho
COMERCI UBC	102.9918	3.8786	Se rechaza Ho	1.64E-20	297.8638	209.9227	10.1284	1.9694	Se rechaza Ho
CONTAL *	49.3272	3.8786	Se rechaza Ho	2.01E-11	297.8638	209.9227	7.0094	1.9694	Se rechaza Ho
ELEKTRA *	64.4523	3.8786	Se rechaza Ho	3.78E-14	297.8638	209.9227	8.0123	1.9694	Se rechaza Ho
FEMSA UBD	95.6944	3.8786	Se rechaza Ho	2.30E-19	297.8638	209.9227	9.7630	1.9694	Se rechaza Ho
GCARSO A1	130.0642	3.8786	Se rechaza Ho	1.44E-24	297.8638	209.9227	11.3820	1.9694	Se rechaza Ho
GFINBUR O	56.1073	3.8786	Se rechaza Ho	1.16E-12	297.8638	209.9227	7.4757	1.9694	Se rechaza Ho
GFNORTE O	115.7151	3.8786	Se rechaza Ho	1.86E-22	297.8638	209.9227	10.7358	1.9694	Se rechaza Ho
GMEXICO B	133.3148	3.8786	Se rechaza Ho	4.92E-25	297.8638	209.9227	11.5234	1.9694	Se rechaza Ho
GMODELO C	62.1232	3.8786	Se rechaza Ho	9.73E-14	297.8638	209.9227	7.8662	1.9694	Se rechaza Ho
GSANBOR B-1	20.4630	3.8786	Se rechaza Ho	9.37E-06	297.8638	209.9227	4.5147	1.9694	Se rechaza Ho
KIMBER A	40.5045	3.8786	Se rechaza Ho	9.20E-10	297.8638	209.9227	6.3517	1.9694	Se rechaza Ho
NAFTRA C2	2,257.3800	3.8786	Se rechaza Ho	9.01E-128	297.8638	209.9227	47.4179	1.9694	Se rechaza Ho
PE&OLES *	31.5338	3.8786	Se rechaza Ho	5.17E-08	297.8638	209.9227	5.6044	1.9694	Se rechaza Ho
SAVIA A	2.0746	3.8786	No se rechaza Ho	1.51E-01	297.8638	209.9227	1.4375	1.9694	No se rechaza Ho
SORIANA B	118.5704	3.8786	Se rechaza Ho	6.97E-23	297.8638	209.9227	10.8675	1.9694	Se rechaza Ho
TELECOM A1	185.0998	3.8786	Se rechaza Ho	5.60E-32	297.8638	209.9227	13.5882	1.9694	Se rechaza Ho
TELMEX L	264.9074	3.8786	Se rechaza Ho	3.39E-41	297.8638	209.9227	16.2438	1.9694	Se rechaza Ho
TLEVISA CPO	312.7233	3.8786	Se rechaza Ho	4.71E-46	297.8638	209.9227	17.6490	1.9694	Se rechaza Ho
TVAZTCA CPO	88.4657	3.8786	Se rechaza Ho	3.35E-18	297.8638	209.9227	9.3865	1.9694	Se rechaza Ho
VITRO A	41.7950	3.8786	Se rechaza Ho	5.22E-10	297.8638	209.9227	6.4521	1.9694	Se rechaza Ho
WALMEX V	280.1836	3.8786	Se rechaza Ho	8.54E-43	297.8638	209.9227	16.7056	1.9694	Se rechaza Ho

PRIMER GRUPO: AMTEL A1, AMX L, NAFTRA C2, TELMEX L, TLEVISA CPO, WALMEX V.

El Coeficiente de Determinación de este grupo, estuvo arriba del 50% de la variabilidad del rendimiento de la emisora con respecto a la variabilidad del rendimiento del IPC y, en donde, se acepta que esta relación se puede modelar con un ajuste rectilíneo.

Las betas de AMTEL A1, AMX L y TLEVISA CPO en virtud de que son mayores a la unidad, indican que son valores ofensivos aunque cercano al riesgo de mercado. La betas de NAFTRA C2, TELMEX L y WALMEX V, resultaron menores que la unidad, lo que indican es que son valores defensivos aunque cercano al riesgo de mercado.

Conforme a cuatro 4.3 “PRUEBAS DE HIPÓTESIS POR EMISORA”, donde se planteo $H_0 : \beta_1 = 0$ contra $H_1 : \beta_1 \neq 0$, en la cual se rechaza $H_0 : \beta_1 = 0$, si $F_0 > F_{\alpha,1,n-2}$ el resultando $F_0 > F_{\alpha,1,n-2}$ entonces se rechazó $H_0 : \beta_1 = 0$, siendo que hay evidencia suficiente para suponer que existe relación lineal entre el rendimiento de las emisoras y el rendimiento del IPC, que es apoyada por la prueba t , en la que también se rechazó $H_0 : \beta_1 = 0$.

Se observó en las gráficas de tendencia Rend_IPC & Rend_Emisora que tienen sentido la regresión del rendimiento de la emisora y el rendimiento del IPC, es decir, el modelo de regresión es representativo de todas las observaciones; de igual forma que los errores se distribuyen como una normal, así mismo de residuales originales, que los errores se encuentra alrededor del cero y distribuidos en forma aleatoria, ya que no siguen ningún patrón de comportamiento, además están dentro de una banda por lo que indica que son de varianza constante, en todas las gráficas se detectan observaciones sospechosas.

Por último, y de acuerdo a la prueba de Durbin-Watson, los errores están no correlacionados.

Para el análisis de residuales, se calcularon los residuales escalados para detectar observaciones con valores extremos o atípicos. En las gráficas de Residuales Originales yest & e_i y Residuales R de Student yest & t_i , se marcan observaciones atípicas, es decir, observaciones muy alejadas del resto. Y de acuerdo a las D_i de Cook, se consideraron como observaciones influyentes. Además, los valores extremos superiores y valores extremos inferiores coinciden con los valores extremos superiores e inferiores de los residuales d_i ; los residuales estudentizados r_i , los residuales press $e_{(i)}$ y los residuales R-Student t_i ; por último, en el cuadrado de los residuales $e_{(i)}$ se observa los valores más extremos.

Para mejorar las estimaciones de los parámetros del modelo de regresión se quitaron observaciones influyentes. Para este grupo de emisoras, se observa que **umenta** el porcentaje de variación explicado R^2 , **mejora** el coeficiente de correlación, el error estándar **disminuye**, así mismo el error estándar de α y β , por lo tanto el rango de los intervalos de confianza son mas angostos. El cuadrado medio de los residuales, también, se ve favorecido ya que **disminuye**. Por lo tanto, quitando dos observaciones influyentes **mejora el modelo de regresión Rend_IPC & Rend_Emisora**.

SEGUNDO GRUPO: ALFA A, ARA*, ARCA*, BIMBO A, C*, CEMEX CPO, CIE B, COMERCI UBC, CONTAL*, ELEKTRA, FEMSA UBD, GCARSO A1, GFINBUR O, GFNORTE O, GMEXICO B, GMODELO C, GSANBOR B-1, KIMBER A, PEÑOLES, SORIANA B, TELECOM A1, TVAZTCA, y CPO VITRO A.

El Coeficiente de Determinación de este grupo estuvo abajo del 50% de la variabilidad del rendimiento de la emisora con respecto a la variabilidad del rendimiento del IPC y en donde ya no se acepta que esta relación se puede modelar con un ajuste rectilíneo.

El coeficiente de correlación estuvo debajo de 50% revelando que no existe una buena relación entre el rendimiento del IPC y el rendimiento de las emisoras de este segundo grupo.

Las betas de ALFA A, COMERCI UBC, ELECTRA, GFNORTE O, GMEXICO B, PEÑOLES y TVAZTCA CPO, en virtud de que son mayores a la unidad, indican que son valores ofensivos por tener un riesgo mayor aunque cercano al riesgo de mercado. La betas de ARA*, ARCA*, BIMBO A, C*, CEMEX CPO, CIE B, CONTAL*, FEMSA UBD, GCARSO A1, GFINBUR O, GMODELO C, GSANBOR B-1, KIMBER A, SORIANA B, TELECOM A1, y VITRO A, resultaron menores que la unidad, lo que indican es que son valores defensivos por tener un riesgo menor aunque cercano al riesgo de mercado.

En el método de análisis de Varianza en la que se planteo $H_0 : \beta_1 = 0$ contra $H_1 : \beta_1 \neq 0$, en la cual se rechaza $H_0 : \beta_1 = 0$ si $F_0 > F_{\alpha,1,n-2}$, el resultando $F_0 > F_{\alpha,1,n-2}$ entonces se rechazó $H_0 : \beta_1 = 0$. Esto significa que, hay evidencia suficiente para suponer que existe relación lineal entre el rendimiento de las emisoras y el rendimiento del IPC. Esta es una conclusión que es apoyada por la prueba t , en la que, también se rechaza $H_0 : \beta_1 = 0$. Sin embargo y en virtud de lo bajo del coeficiente de determinación sólo se presentan gráficas de tendencia y de coeficiente de determinación.

Por último y de acuerdo a la prueba de Durbin-Watson los errores están no correlacionados.

Para el Análisis de Residuales, como en el primer grupo, se calcularon los residuales escalados para detectar observaciones con valores extremos ó atípicos. Resultó inútil quitar observaciones influyentes ya que no mejoraron el modelo en ningún sentido.

TERCER GRUPO: conformado por una sola emisora SAVIA A.

En este grupo resultó desde las estimaciones globales que no cumplían con las premisas básicas.

Por lo que, se concluye que los datos no se ajustan aceptablemente al Modelo de Regresión Lineal Simple.

Por lo tanto, estas betas son inconvenientes para usarlas en Portafolios de Inversión, Requerimientos de Capital u otras.

V. USO DE COMPONENTES PRINCIPALES PARA CONSTRUIR INDICADORES BURSÁTILES Y PARA DISEÑAR PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN

En el mercado de valores, y en particular en el Mercado Accionario, un índice muy importante es sin duda, el Índice de Bursatilidad, índice emitido mensualmente por la Bolsa Mexicana de Valores (BMV). El Índice de Bursatilidad mide la facilidad con que un valor puede ser negociado, es un parámetro que indica el grado de operatividad que registra una acción, esto es, indica el grado de compra / venta de un título valor.

El rango del índice de Bursatilidad es de 0 hasta 10 y, la clasificación de acciones con base en su bursatilidad es:

Bursatilidad mínima	0.00 - 4.58
Bursatilidad baja	4.59 - 6.33
Bursatilidad media	6.34 - 8.00
Bursatilidad alta	8.00 -10.00

La BMV mide la bursatilidad con tres variables:

1. Importe Negociado;
2. Número de Operaciones, y
3. Importe Representativo por Operación.

Con estas tres variables en las dos siguientes secciones se propone el uso de Componentes Principales (Apéndice A) para construir dos índices: el Índice de la Dinámica Bursátil (IDB) en la primera sección y el Índice de Bursatilidad (IB) en la segunda sección. Estos dos índices se construyen de igual forma, la diferencia es el marco de referencia, en el Índice Dinámica Bursátil se utilizan 138 emisoras que cotizaron en la BMV, periodo abril-septiembre del 2004, y para el IB se utilizan las 30 emisoras que componen el Índice de Precios y Cotizaciones del mismo periodo.

IV.1. CRITERIO ALTERNO PARA SELECCIONAR EMISORAS QUE CONFORMEN EL IPC

En esta sección se propone medir el dinamismo o actividad bursátil de las acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores a través de la construcción de una medida estadística multivariada que para efectos de este trabajo se denomina Índice de la Dinámica Bursátil (IDB).

Se utilizó información que, se obtuvo de la publicación trimestral de la BMV del trimestre Abril-Septiembre del 2004 de 138 emisoras, en las que presenta las variables que se consideran para el cálculo de la bursatilidad.

Procedimiento específico para el IDB

Sea la Matriz X con: 138 observaciones (emisoras) de 3 variables:

Importe Negociado (IMPORTE), Número de Operaciones (NUM_OPER), y Importe Representativo por Operación (IMP_RE)

NUM	EMISER	IMPORTE	NUM_OPER	IMP_RE	NUM	EMISER	IMPORTE	NUM_OPER	IMP_RE
1	TELMEXL	33,034,662,753	40,413	493,077	21	ARA*	2,061,331,643	10,933	89,400
2	AMXL	31,593,994,013	60,705	238,800	22	TVAZTCACPO	2,216,320,594	9,914	74,642
3	WALMEXV	21,151,555,820	42,490	246,410	23	ELEKTRA*	2,300,098,461	5,961	129,400
4	CEMEXCPO	17,593,761,394	39,794	261,200	24	HYLSAMXL	1,557,594,162	9,980	92,250
5	TLEVISACPO	9,237,114,568	29,770	197,360	25	URBI*	1,822,181,559	6,533	107,200
6	ALFAA	8,803,364,146	34,365	166,320	26	BIMBOA	1,627,002,010	7,015	75,268
7	GMEXICOB	8,764,064,438	32,855	159,210	27	GFINBURO	985,337,353	6,167	80,500
8	FEMSAUBD	6,555,898,575	20,372	199,920	28	HOMEX*	806,499,489	3,824	113,322
9	ICA*	6,038,140,111	39,411	79,500	29	PE&OLES*	719,864,786	5,594	53,892
10	GFNORTEO	6,030,714,499	20,618	156,100	30	ARCA*	604,577,582	3,887	63,300
11	GMODELOC	5,736,911,646	16,466	142,500	31	C*	1,196,423,126	1,067	118,580
12	HYLSAMXB	4,348,204,280	29,030	88,713	32	DESCB	522,796,449	6,581	32,800
13	NAFTRAC2	5,444,035,753	9,215	266,500	33	CIEB	556,105,134	2,867	50,600
14	GEOB	4,024,218,164	22,012	93,137	34	GCC*	583,429,315	906	182,050
15	AMTELA1	4,184,744,692	8,113	163,599	35	VITROA	437,341,376	4,406	36,400
16	COMERCIUBC	2,359,854,775	13,457	82,260	36	GRUMAB	483,506,852	1,344	131,220
17	GCARSOA1	2,528,620,661	7,778	140,700	37	CONTAL*	346,436,720	3,469	42,300
18	KIMBERA	2,464,755,686	7,542	144,513	38	IMSAUBC	316,144,465	2,250	56,500
19	TELECOMA1	2,575,149,228	7,118	137,481	39	SAREB	303,698,696	1,900	47,950
20	SORIANAB	2,010,049,623	8,438	132,040	40	KOFL	316,691,086	1,841	46,550

NUM	EMISER	IMPORTE	NUM_OPER	IMP_RE	NUM	EMISER	IMPORTE	NUM_OPER	IMP_RE
41	SAVIAA	215,147,842	6,856	14,000	90	GMDB	3,815,898	141	5,700
42	GSANBORB-1	233,286,391	1,966	40,700	91	GPH1	12,135,330	17	18,500
43	GISSA*	220,558,774	424	187,000	92	SANLUIPCPO	3,590,208	138	5,600
44	ASURB	161,308,189	730	99,855	93	SANMEXB	8,855,205	27	10,550
45	ALSEA*	160,484,878	722	101,075	94	DERMETB	5,317,754	171	2,005
46	CEL*	148,166,675	2,529	20,000	95	ACCELSAB	7,000,048	127	1,716
47	GFBBB	346,034,451	183	158,400	96	GENSEGB	1,501,510	75	18,000
48	ICHB	120,357,161	345	130,000	97	CERAMICUB	3,826,806	28	19,000
49	TS*	99,589,549	132	464,000	98	CAMESA*	5,539,478	40	5,950
50	USCOMB-1	145,826,893	590	31,385	99	SAB*	3,979,490	55	5,800
51	SIMECB	71,607,341	718	52,650	100	TEKHEMA	2,428,123	119	3,800
52	AMXA	113,542,299	435	43,575	101	POSADASA	7,409,922	20	7,100
53	BACHOCOUBL	68,254,749	198	114,488	102	CMOCTEZ*	1,195,770	22	56,000
54	HOGARB	45,531,119	1,080	17,250	103	IXEGFO	5,308,195	69	2,000
55	TELMEXA	44,104,029	442	34,748	104	TMMA	1,563,456	25	26,000
56	GIGANTE*	33,399,149	226	64,125	105	GACCIONB	6,740,320	20	5,700
57	MASECAB	41,851,469	217	50,500	106	VALUEGFO	5,613,101	25	2,950
58	VALLEB	29,591,507	485	20,000	107	EKCO*	2,295,370	45	3,750
59	LAMOSAB	22,460,490	275	49,500	108	GFGBMO	2,085,870	45	2,500
60	NADROB	22,222,743	230	56,948	109	UNEFONA	970,571	72	3,050
61	KIMBERB	107,356,760	56	33,180	110	GENSEGA	496,998	33	17,550
62	FRAGUAB	49,411,936	116	33,500	111	BEVIDESB	1,186,406	59	2,779
63	LIVEPOL1	24,905,989	152	51,860	112	CINTRAA	744,807	90	2,700
64	CNCIB	16,371,121	1,080	6,000	113	GFINTERO	7,594,036	49	330
65	GMARTI*	132,392,638	56	12,500	114	IASASA*	841,058	110	1,706
66	RCENTROA	16,843,102	186	34,750	115	HERDEZ*	1,262,400	29	5,000
67	PATRIAA	6,931,325	995	8,500	116	GPROFINO	1,754,240	20	5,000
68	DESCA	19,896,958	148	17,000	117	PARRAS*	722,701	46	1,105
69	CABLECPO	116,734,100	32	11,500	118	PROCORPB	1,179,860	4	6,200
70	CMRB	13,068,189	285	8,240	119	SANLUIA	281,593	44	1,485
71	GCORVIUBL	7,372,686	135	26,410	120	CONVERB	594,694	8	3,700
72	MEDICAB	20,829,551	105	9,500	121	DIANA*B	1,577,239	28	237
73	GMODERN*	15,326,950	48	33,000	122	GMACMAB	1,066,380	8	1,150
74	GEUPECB	11,515,220	44	47,400	123	GFMULTIO	153,625	17	3,950
75	MOVILAB	8,091,962	76	34,400	124	PROCORPA	558,000	3	6,200
76	PATRIAB	4,548,350	733	4,250	125	NUTRISA*	233,047	36	776
77	CIDMEGA*	8,953,666	271	6,000	126	MINSAC	257,500	7	2,500
78	GNP*	21,458,690	37	21,350	127	CODUSAA	143,873	12	1,268
79	LIVEPOLC-1	24,012,130	38	16,540	128	AGRIEXPA	88,192	92	91
80	FEMSAUB	11,156,281	35	38,400	129	GOMO*	80,214	13	1,120
81	BAFARB	7,952,111	40	34,250	130	TLEVISAA	41,600	7	4,800
82	INVEXO	8,680,100	69	12,750	131	DIXON*	119,900	3	900
83	COLLADO*	8,133,310	150	5,270	132	DIANA*A	78,480	5	800
84	HILASALA	6,567,516	165	5,250	133	EDOARDOB	138,745	11	140
85	GNPPENS*	16,311,527	30	13,400	134	GFGBML	14,762	11	690
86	CYDSASAA	3,955,065	217	5,600	135	ARISTOSA	5,000	1	5,000
87	PYPB	4,444,302	100	10,600	136	EMPAQB	12,000	11	60
88	POSADASL	8,416,339	67	6,800	137	CBARKAA	3,903	1	697
89	CERAMICULD	8,147,740	26	19,360	138	MADISAB	310	1	310

Cuya Matriz de Correlación R es

	IMPORTE	NUM_OPER	IMP_RE
IMPORTE	1.00	0.89	0.70
NUM_OPER	0.89	1.00	0.64
IMP_RE	0.70	0.64	1.00

Y, se resuelve $(R - \lambda I)X = 0$, cuyos valores característicos son:

$$\lambda_1 = 2.489, \lambda_2 = 0.407, \text{ y } \lambda_3 = 0.104$$

Cada λ_i representa la varianza explicada por su respectivo índice

VARIANZA TOTAL EXPLICADA			
ÍNDICE	AUTOVALORES		
	TOTAL	% DE LA VARIANZA	% ACUMULADO
1	2.489	82.961	82.961
2	0.407	13.567	96.528
3	0.104	3.472	100.000

Para $\lambda_1 = 2.489$ se encuentra el vector característico

$$a_1 X = 0$$

resultando

$$X = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.9772 \\ 0.8861 \end{pmatrix}$$

Para encontrar la correlación de las variables con el primer índice del vector X . Que se denotará por c_1 , se normaliza X

$$X_N = \frac{X}{|X|}$$

	0.6041
$X =$	0.5904
	0.5353

Se multiplica X_N por $\sqrt{\lambda_1}$

$$c_1 = X_N \sqrt{\lambda_1}$$

Correlación del índice con cada variable

IMPORTE	0.9531
NUM_OPER	0.9313
IMP_RE	0.8445

Para obtener los factores F_1 del índice uno se transpone c_1

$$c_1^T = 0.9531 \quad 0.9313 \quad 0.8445$$

Se encuentra la inversa de la matriz de correlación R

	IMPORTE	NUM_OPER	IMP_RE
IMPORTE	5.641	-4.241	-1.237
NUM_OPER	-4.241	4.868	-0.139
IMP_RE	-1.237	-0.139	1.951

Y se multiplica c_1^T por R^{-1}

Para obtener

$$F_1 = c_1^T R^{-1}$$

	IMPORTE	0.3829
$F_1 =$	NUM_OPER	0.3742
	IMP_RE	0.3393

Estos son los factores que se necesitan para el cálculo de índice.

V.1.1. Construcción del Índice de Dinámica Bursátil (IDB).

El índice consiste en la combinación lineal:

$$IB_i = Az_{1i} + Bz_{2i} + Cz_{3i} \quad (37)$$

Donde: $i = 1, 2, 3, \dots, 138$

A , B y C , son los factores F_1 del índice uno

z_{ji} = variable j-ésima estandarizada

$$z_{1i} = \frac{IMPORTE_i - mediaIMPORTE}{desvestIMPORTE}$$

$$z_{2i} = \frac{\#OPER_i - media\#OPER}{desvest\#OPER}$$

$$z_{3i} = \frac{IMP_RE_i - mediaIMP_RE}{desvestIMP_RE}$$

NUM	EMISER	IMPORTE	NUM_OPE	IMPOR_R	FI	NUM	EMISER	IMPORTE	NUM_OPE	IMPOR_R	FI
1	TELMEXL	33,034,662,753	40,413	493,077	5.69	70	HOGARB	45,531,119	1,080	17,250	-0.41
2	AMXL	31,593,994,013	60,705	238,800	5.25	71	FMMA	1,563,456	25	26,000	-0.41
3	WALMEXV	21,151,555,820	42,490	246,410	3.77	72	VALLEB	29,591,507	485	20,000	-0.42
4	CEMEXCPO	17,593,761,394	39,794	261,200	3.45	73	GNP*	21,458,690	37	21,350	-0.43
5	ALFAA	8,803,364,146	34,365	166,320	2.14	74	CERAMICU	8,147,740	26	19,360	-0.44
6	TLEVISACP	9,237,114,568	29,770	197,360	2.14	75	CERAMICU	3,826,806	28	19,000	-0.44
7	GMEXICOB	8,764,064,438	32,855	159,210	2.05	76	GPH1	12,135,330	17	18,500	-0.44
8	ICA*	6,038,140,111	39,411	79,500	1.74	77	GENSEGB	1,501,510	75	18,000	-0.44
9	FEMSAUBD	6,555,898,575	20,372	199,920	1.59	78	DESCA	19,896,958	148	17,000	-0.44
10	TS*	99,589,549	132	464,000	1.44	79	GENSEGA	496,998	33	17,550	-0.45
11	GFNORTEO	6,030,714,499	20,618	156,100	1.37	80	LIVEPOLC	24,012,130	38	16,540	-0.45
12	NAFTRAC2	5,444,035,753	9,215	266,500	1.37	81	PATRIAA	6,931,325	995	8,500	-0.45
13	HYLSAMXB	4,348,204,280	29,030	88,713	1.26	82	CNCIB	16,371,121	1,080	6,000	-0.46
14	GMODELOC	5,736,911,646	16,466	142,500	1.14	83	GMARTI*	132,392,638	56	12,500	-0.46
15	GEOB	4,024,218,164	22,012	93,137	1.00	84	CABLECPO	116,734,100	32	11,500	-0.46
16	AMTELA1	4,184,744,692	8,113	163,599	0.80	85	GNPPENS*	16,311,527	30	13,400	-0.46
17	KIMBERA	2,464,755,686	7,542	144,513	0.56	86	INVEXO	8,680,100	69	12,750	-0.46
18	GCARSOA1	2,528,620,661	7,778	140,700	0.56	87	PYPB	4,444,302	100	10,600	-0.47
19	TELECOMA	2,575,149,228	7,118	137,481	0.52	88	CMRB	13,068,189	285	8,240	-0.48
20	COMERCIU	2,359,854,775	13,457	82,260	0.51	89	SANMEXB	8,855,205	27	10,550	-0.48
21	SORIANAB	2,010,049,623	8,438	132,040	0.50	90	MEDICAB	20,829,551	105	9,500	-0.48
22	ELEKTRA*	2,300,098,461	5,961	129,400	0.42	91	PATRIAB	4,548,350	733	4,250	-0.48
23	ARA*	2,061,331,643	10,933	89,400	0.42	92	CIDMEGA*	8,953,666	271	6,000	-0.49
24	HYLSAMXL	1,557,594,162	9,980	92,250	0.36	93	CYDSASAA	3,955,065	217	5,600	-0.49
25	TVAZTCACP	2,216,320,594	9,914	74,642	0.33	94	POSADASL	8,416,339	67	6,800	-0.49
26	GCC*	583,429,315	906	182,050	0.32	95	POSADASA	7,409,922	20	7,100	-0.49
27	URBI*	1,822,181,559	6,533	107,200	0.31	96	GMDB	3,815,898	141	5,700	-0.49
28	GISSA*	220,558,774	424	187,000	0.30	97	SANLUISCP	3,590,208	138	5,600	-0.49
29	BIMBOA	1,627,002,010	7,015	75,268	0.18	98	HILASALA	6,567,516	165	5,250	-0.49
30	GFBBB	346,034,451	183	158,400	0.18	99	COLLADO*	8,133,310	150	5,270	-0.49
31	HOMEX*	806,499,489	3,824	113,322	0.16	100	CAMESA*	5,539,478	40	5,950	-0.49
32	GFINBURO	985,337,353	6,167	80,500	0.12	101	SAB*	3,979,490	55	5,800	-0.49
33	GRUMAB	483,506,852	1,344	131,220	0.12	102	PROCORPE	1,179,860	4	6,200	-0.49
34	C*	1,196,423,126	1,067	118,580	0.11	103	PROCORPA	558,000	3	6,200	-0.49
35	ICHB	120,357,161	345	130,000	0.05	104	GACCIONB	6,740,320	20	5,700	-0.50
36	BACHOCOL	68,254,749	198	114,488	-0.03	105	HERDEZ*	1,262,400	29	5,000	-0.50
37	PE&OLES*	719,864,786	5,594	53,892	-0.03	106	GPROFINO	1,754,240	20	5,000	-0.50
38	ALSEA*	160,484,878	722	101,075	-0.06	107	ARISTOSA	5,000	1	5,000	-0.50
39	ASURB	161,308,189	730	99,855	-0.06	108	TEKHEMA	2,428,123	119	3,800	-0.50
40	ARCA*	604,577,582	3,887	63,300	-0.07	109	TLEVISAA	41,600	7	4,800	-0.50
41	DESCB	522,796,449	6,581	32,800	-0.10	110	EKCO*	2,295,370	45	3,750	-0.50
42	CIEB	556,105,134	2,867	50,600	-0.16	111	GFMULTIO	153,625	17	3,950	-0.50
43	VITROA	437,341,376	4,406	36,400	-0.17	112	CONVERB	594,694	8	3,700	-0.51
44	IMSAUBC	316,144,465	2,250	56,500	-0.18	113	UNEFONA	970,571	72	3,050	-0.51
45	CONTAL*	346,436,720	3,469	42,300	-0.19	114	DERMETB	5,317,754	171	2,005	-0.51
46	SAVIAA	215,147,842	6,856	14,000	-0.19	115	CINTRAA	744,807	90	2,700	-0.51
47	SAREB	303,698,696	1,900	47,950	-0.23	116	BEVIDESB	1,186,406	59	2,779	-0.51
48	KOFL	316,691,086	1,841	46,550	-0.23	117	VALUEGFO	5,613,101	25	2,950	-0.51
49	GIGANTE*	33,399,149	226	64,125	-0.24	118	ACCELSAB	7,000,048	127	1,716	-0.51
50	GSANBORB	233,286,391	1,966	40,700	-0.26	119	GFGBMO	2,085,870	45	2,500	-0.51
51	SIMECB	71,607,341	718	52,650	-0.27	120	IXEGFO	5,308,195	69	2,000	-0.51
52	NADROB	22,222,743	230	56,948	-0.27	121	IASASA*	841,058	110	1,706	-0.51
53	CMOCTEZ*	1,195,770	22	56,000	-0.29	122	MINSAC	257,500	7	2,500	-0.51
54	LIVEPOL1	24,905,989	152	51,860	-0.30	123	SANLUIA	281,593	44	1,485	-0.51
55	MASECAB	41,851,469	217	50,500	-0.30	124	PARRAS*	722,701	46	1,105	-0.51
56	LAMOSAB	22,460,490	275	49,500	-0.30	125	CODUSAA	143,873	12	1,268	-0.52
57	AMXA	113,542,299	435	43,575	-0.31	126	GMACMAB	1,066,380	8	1,150	-0.52
58	GEUPECB	11,515,220	44	47,400	-0.32	127	GOMO*	80,214	13	1,120	-0.52
59	CEL*	148,166,675	2,529	20,000	-0.33	128	NUTRISA*	233,047	36	776	-0.52
60	TELMEXA	44,104,029	442	34,748	-0.36	129	DIXON*	119,900	3	900	-0.52
61	USCOMB-T	145,826,893	590	31,385	-0.36	130	GFINTERO	7,594,036	49	330	-0.52
62	FEMSAUB	11,156,281	35	38,400	-0.36	131	AGRIEXPA	88,192	92	91	-0.52
63	RCENTROA	16,843,102	186	34,750	-0.37	132	DIANA*A	78,480	5	800	-0.52
64	KIMBERB	107,356,760	56	33,180	-0.37	133	GFGBML	14,762	11	690	-0.52
65	FRAGUAB	49,411,936	116	33,500	-0.37	134	CBARKAA	3,903	1	697	-0.52
66	MOVILAB	8,091,962	76	34,400	-0.37	135	DIANA*B	1,577,239	28	237	-0.52
67	BAFARB	7,952,111	40	34,250	-0.38	136	MADISAB	310	1	310	-0.52
68	GMODERN*	15,326,950	48	33,000	-0.38	137	EDOARDOB	138,745	11	140	-0.52
69	GCORVIUB	7,372,686	135	26,410	-0.40	138	EMPAQB	12,000	11	60	-0.52

V.1.2. Análisis de Resultados del IDB

Las variables están altamente correlacionadas situación que favorece para la creación del índice IDB.

El Índice creado explica el 82.96 % del total, el cual es un porcentaje bastante aceptables lo que significa que de la dimensión original que es de tres, por considerar tres variables originales de interés, se puede reducir a una, la nueva variable estadística construida IDB, a costa de una pequeña pérdida de información.

En el Anexo B, se presenta las 138 emisoras con las tres variables de interés y ordenadas de mayor a menor de acuerdo al IDB, objeto de esta sección. Se observa que la IDB no se contrapone con el de la BMV, es decir, el IDB es una buena medida de la dinámica bursátil, salvo por algunos casos de los cuales se discuten dos: la emisora TS* la bursatilidad medida por la BMV la coloca en el lugar 49, el IDB la coloca en el lugar décimo porque aunque en la variable IMPORTE y NUM_OPER no tiene un alto número de operaciones, si es alto en el importe representativo (IMPOR_RE). Otro caso que llama la atención es la emisora CMOCTEZ, la BMV la coloca en el lugar 102 mientras que el IDB la coloca en el lugar 53 debido a que si bien tiene un IMPORTE negociado pequeño y NUM_OPER pequeño, no lo es en la tercera variable IMPOR_RE.

A manera de ilustración se revisa el conjunto de emisoras que la BMV considera como de Bursatilidad Alta, y que el IDB también lo considera también como las más bursátiles salvo por escasas emisoras. En cuanto al tamaño de cada emisora reflejado en el informe de la BMV se diría que son muy homogéneas, mientras que en el IDB, se observa que existe una gran varianza entre las emisoras de este grupo. Por la magnitud de las variables originales, estas evidencian que son observaciones de varianza considerable.

IV.2. CRITERIO ALTERNO PARA SELECCIONAR VALORES QUE CONFORMEN UN PORTAFOLIO DE INVERSIÓN

El problema básico que enfrenta cada inversionista, es determinar qué valores poseer, de manera que la cartera o portafolio que elija va ha ser tal que cumpla con sus expectativas de liquidez, rendimiento, riesgo y plazo.

En esta sección se intenta medir la liquidez; para tal efecto, se construye una medida estadística multivariada que se designa como Índice de Bursatilidad (IB) que mide la facilidad con que un valor puede ser negociado, que indica el grado de operatividad que registra una acción, esto es indica el grado de compra/venta de un título valor.

En esta sección, se seleccionan a partir del IDB 30 emisoras y que conforman el IPC. Para este IB se consideran las mismas variables que en el IDB, de tal forma que permitan medir la intensidad bursátil de las 30 emisoras seleccionadas para el IPC. Cabe remarcar que, las emisoras que selección la BMV para conformar el IPC son las más bursátiles de acuerdo al IDB.

Sea la Matriz X, con 30 observaciones (emisoras) de 3 variables: Importe Negociado (IMPORTE), Número de Operaciones (NUM_OPER) y Importe Representativo por Operación (IMP_RE)

NUM	EMISER	IMPORTE	NUM_OPER	IMPOR_RE
1	TELMEXL	33,034,662,753	40,413	493,077
2	AMXL	31,593,994,013	60,705	238,800
3	WALMEXV	21,151,555,820	42,490	246,410
4	CEMEXCO	17,593,761,394	39,794	261,200
5	TLEVISACPO	9,237,114,568	29,770	197,360
6	ALFAA	8,803,364,146	34,365	166,320
7	GMEXICOB	8,764,064,438	32,855	159,210
8	FEMSAUBD	6,555,898,575	20,372	199,920
9	GFNORTEO	6,030,714,499	20,618	156,100
10	GMODELOC	5,736,911,646	16,466	142,500
11	NAFTRAC2	5,444,035,753	9,215	266,500
12	AMTELA1	4,184,744,692	8,113	163,599
13	COMERCIUB	2,359,854,775	13,457	82,260
14	GCARSOA1	2,528,620,661	7,778	140,700
15	KIMBERA	2,464,755,686	7,542	144,513
16	TELECOMA1	2,575,149,228	7,118	137,481
17	SORIANAB	2,010,049,623	8,438	132,040
18	ARA*	2,061,331,643	10,933	89,400
19	TVAZTCACP*	2,216,320,594	9,914	74,642
20	ELEKTRA*	2,300,098,461	5,961	129,400
21	BIMBOA	1,627,002,010	7,015	75,268
22	GFINBURO	985,337,353	6,167	80,500
23	PE&OLES*	719,864,786	5,594	53,892
24	ARCA*	604,577,582	3,887	63,300
25	C*	1,196,423,126	1,067	118,580
26	CIEB	556,105,134	2,867	50,600
27	VITROA	437,341,376	4,406	36,400
28	CONTAL*	346,436,720	3,469	42,300
29	SAVIAA	215,147,842	6,856	14,000
30	GSANBORB-	233,286,391	1,966	40,700

Cuya Matriz de correlación R es

	IMPORTE	NUM_OPER	IMP_RE
IMPORTE	1.0000	0.9135	0.8454
NUM_OPER	0.9135	1.0000	0.7066
IMP_RE	0.8454	0.7066	1.0000

Y, se resuelve $(R - \lambda I)X = 0$, cuyos valores característicos son:

$$\lambda_1 = 2.6465, \lambda_2 = 0.2992, \text{ y } \lambda_3 = 0.0542$$

Cada λ_i representa la varianza explicada por su respectivo índice

VARIANZA TOTAL EXPLICADA			
ÍNDICE	AUTOVALORES		
	TOTAL	% DE LA VARIANZA	% ACUMULADO
1	2.6465	88.220	88.22
2	0.2992	9.975	98.195
3	0.0542	1.805	100.00

Para λ_1, λ_2 , y λ_3 , se encuentra el vector característico

$$AX = 0$$

Que normalizado $X_N = \frac{X}{|X|}$, se obtiene:

$X_N =$	0.602905	-0.119492	-0.788814
	0.572807	-0.623388	0.532240
	0.555336	0.772728	0.307398

Para encontrar la correlación de las variables con su correspondiente CP se multiplica X_N por $\sqrt{\lambda_i}$

$$c_i = X_N \sqrt{\lambda_i}$$

Correlación del índice con cada variable

IMPORTE	0.98082829	-0.06536534	-0.18358442
NUM_OPER	0.93186292	-0.34100954	0.12387083
IMP_RE	0.90344035	0.42270231	0.07154226

Para obtener los factores F_1 del índice uno se transpone C_i

	IMPORTE	NUM_OPER	IMP_RE
$C_1^T =$	0.98082829	0.93186292	0.90344035
$C_2^T =$	-0.06536534	-0.34100954	0.42270231
$C_3^T =$	-0.18358442	0.12387083	0.07154226

Se encuentra la inversa de la matriz de correlación R

11.6726	-7.3716	-4.6587
-7.3716	6.6525	1.5310
-4.6587	1.5310	3.8565

Y se multiplica c_i^T por R^{-1} , para obtener los factores de componentes principales

$$F_i = C^T R^{-1}$$

	F_1	F_2	F_3
IMPORTE	0.370599774	-0.218439746	-3.389322806
# OPER	0.352098520	-1.139595407	2.286894617
#IMP_RE	0.341359229	1.412598622	1.320808162

En virtud de que la primera componente explica el 88.22% de la varianza es suficiente para la construcción del índice de bursatilidad. Sólo los factores F_1 se necesitan para el cálculo de Índice.

V.2.1. Construcción del Índice de Bursatilidad (IB).

De igual forma que, para construir el IDB, el índice de bursatilidad consiste en la combinación lineal de acuerdo con la ecuación 37.

Ordenando las 30 emisoras de acuerdo al IB, se obtuvo:

NUM	EMISER	IMPORTE	NUM_OPER	IMPOR_RE	F ₁	F ₂	F ₃
1	TELMEXL	33,034,662,753	40,413	493,077	2.97	2.62	-1.98
2	AMXL	31,593,994,013	60,705	238,800	2.49	-2.58	-1.83
3	WALMEXV	21,151,555,820	42,490	246,410	1.64	-0.84	-0.38
4	CEMEXCPO	17,593,761,394	39,794	261,200	1.48	-0.33	0.81
5	TLEVISACPO	9,237,114,568	29,770	197,360	0.66	-0.30	1.69
6	ALFAA	8,803,364,146	34,365	166,320	0.64	-1.09	2.13
7	GMEXICOB	8,764,064,438	32,855	159,210	0.58	-1.08	1.82
8	FEMSAUBD	6,555,898,575	20,372	199,920	0.34	0.51	1.36
11	NAFTRAC2	5,444,035,753	9,215	266,500	0.27	2.35	1.02
9	GFNORTEO	6,030,714,499	20,618	156,100	0.17	-0.13	1.00
10	GMODELOC	5,736,911,646	16,466	142,500	0.01	-0.01	0.31
12	AMTELA1	4,184,744,692	8,113	163,599	-0.17	0.96	-0.06
15	KIMBERA	2,464,755,686	7,542	144,513	-0.33	0.77	0.27
14	GCARSOA1	2,528,620,661	7,778	140,700	-0.33	0.69	0.23
16	TELECOMA1	2,575,149,228	7,118	137,481	-0.36	0.70	0.07
17	SORIANAB	2,010,049,623	8,438	132,040	-0.37	0.53	0.41
13	COMERCIUBO	2,359,854,775	13,457	82,260	-0.42	-0.58	0.35
20	ELEKTRA*	2,300,098,461	5,961	129,400	-0.43	0.67	-0.11
18	ARA*	2,061,331,643	10,933	89,400	-0.46	-0.28	0.19
19	TVAZTCACPO	2,216,320,594	9,914	74,642	-0.53	-0.42	-0.23
21	BIMBOA	1,627,002,010	7,015	75,268	-0.62	-0.18	-0.43
25	C*	1,196,423,126	1,067	118,580	-0.62	0.91	-0.56
22	GFINBURO	985,337,353	6,167	80,500	-0.65	-0.03	-0.23
23	PE&OLES*	719,864,786	5,594	53,892	-0.77	-0.36	-0.58
24	ARCA*	604,577,582	3,887	63,300	-0.78	-0.10	-0.66
26	CIEB	556,105,134	2,867	50,600	-0.85	-0.20	-0.97
27	VITROA	437,341,376	4,406	36,400	-0.87	-0.52	-0.89
28	CONTAL*	346,436,720	3,469	42,300	-0.87	-0.36	-0.91
29	SAVIAA	215,147,842	6,856	14,000	-0.90	-1.03	-0.74
30	GSANBORB-1	233,286,391	1,966	40,700	-0.92	-0.27	-1.12

Con este IB, se puede seleccionar las acciones que ofrezcan facilidad de negociar (comprar/vender).

Tomando en cuenta por una parte, los valores: TELMEX L, AMX L, AMTEL A1, NAFTRA C2, TLEVISA y WALMAR, donde el modelo de regresión resultó aceptablemente adecuado y, por otra parte, su bursatilidad es alta. Se desea hacer

un portafolio con 3 valores: NAFTRA C2, AMX L y AMTEL A1, para encontrar la proporción correspondiente a cada valor, en la siguiente sección (V.3) se aplica el modelo de Markowitz.

V.3. EL MODELO DE MERCADO

En esta sección, se presenta el Modelo de Regresión lineal Simple conceptualizado en términos financieros. William Sharpe desarrolló el referido modelo, denominado Modelo de Mercado, en el que se relaciona el rendimiento del mercado (variable independiente) y el rendimiento del título o cartera (variable dependiente).

Sea que, el rendimiento de una acción ordinaria durante un periodo dado está relacionado con el rendimiento durante el mismo periodo que, se ha ganado en un índice de mercado. Si el valor del índice ha subido, entonces es probable que la acción haya subido, y si el valor del índice ha bajado, entonces es probable que la acción haya bajado. Una manera de captar esta relación es con el modelo de mercado:

$$r_i = \alpha_{il} + \beta_{il}r_l + e_{il} \quad 5.1.$$

donde: r_i = Rendimiento del valor i para algún periodo dado.

r_l = Rendimiento del índice de mercado l para el mismo periodo.

α_{il} = Término de intersección.

β_{il} = Término de pendiente.

e_{il} = Error aleatorio.

Una vez calculados los rendimientos del título y del mercado se tendrá un par de series de valores representativas de cada uno de ellos, a través de los cuales se

calcula una regresión lineal mínimo cuadrática, y de ella se extrae los valores de alfa y beta. A la recta de regresión se la conoce como línea característica del título.

ALFA α .- Este término indica el rendimiento promedio de la emisora cuando el rendimiento del mercado es nulo (esto es cuando el mercado no se mueve ni alza ni a la baja).

$$a = \bar{r}_i - \hat{\beta} \bar{r}_I$$

BETA β .- Este término indica la volatilidad del rendimiento de la emisora con respecto a una variación del rendimiento del mercado, y se conoce como el coeficiente de volatilidad, es la pendiente del modelo de mercado de un valor y mide la sensibilidad de los rendimientos del valor con respecto a los rendimientos del índice de precios y cotización. El término de pendiente del modelo de mercado se conoce también como beta y es igual a:

$$\beta_{iI} = \frac{\sigma_{iI}}{\sigma_I^2} \quad 5.2.$$

Donde σ_{iI} expresa la covarianza de los rendimientos de la acción i y el índice de precios y cotización, y σ_I^2 expresa la varianza de los rendimientos del índice de precios y cotización. Un valor que tiene un rendimiento que refleja el rendimiento del índice de precios y cotización tendrá una beta igual a uno y una intersección de cero, lo que da como resultado un modelo de mercado que es $r_i = r_I + e_{iI}$.

Los valores con betas mayores que 1 son más volátiles que el índice de precios y cotización, y se conocen como valores agresivos. Por el contrario, los valores con betas menores que 1 son menos volátiles que el índice de precios y cotización y se conocen como valores defensivos. Si el término de pendiente β_{iI} es positivo, el modelo de mercado indica que entre más alto es el rendimiento del índice de precios

y cotización, es probable que el rendimiento del valor sea más alto. El valor esperado del error aleatorio es cero.

ERROR ALEATORIO.- El término e_{it} que aparece en el modelo de mercado, se conoce como error aleatorio, muestra que el modelo no explica perfectamente los rendimientos del valor. La diferencia entre lo que es realmente el rendimiento y lo que se espera que sea, dado el rendimiento del índice de precios y cotización, se atribuye al efecto del error aleatorio. El error aleatorio es una variable aleatoria que tiene una distribución de probabilidades con una media cero y una desviación expresada como σ_{ei} .

V.3.1. Diversificación

Según el modelo de mercado, el **riesgo total** de cualquier valor i , medido por su varianza y expresado como σ_i^2 , consta de dos partes:

- a) El riesgo de mercado o sistemático, y
- b) El riesgo único o específico.

Es decir, σ_i^2 es igual a lo siguiente:

$$\sigma_i^2 = \beta_{it}^2 \sigma_I^2 + \sigma_{ei}^2 \quad 5.3.$$

donde σ_I^2 expresa la varianza de rendimientos del índice de precios y cotización, $\beta_{it}^2 \sigma_I^2$ expresa el riesgo de mercado del valor i , y σ_{ei}^2 expresa el riesgo único del valor i como la mide la varianza del error aleatorio, e_{it} en el modelo de mercado.

V.3.2. RIESGO TOTAL DE LA CARTERA

Cuando el rendimiento de cada valor riesgoso de una cartera se relaciona con el rendimiento del índice de precios y cotización como lo especifica el modelo de

mercado, ¿qué puede decirse acerca del riesgo total de la cartera?. Si la proporción de fondos invertidos en el valor i para una cartera dada \mathbf{p} se expresa como X_i , entonces el rendimiento de esta cartera será:

$$r_p = \sum_{i=1}^N w_i r_i \quad 5.4.$$

La sustitución del lado derecho de la ecuación del modelo de mercado por r_i en la ecuación 5.4., da como resultado el modelo de mercado siguiente para la cartera:

$$r_p = \sum_{i=1}^N w_i (\alpha_{iI} + \beta_{iI} r_I + e_{iI}) \quad 5.5.$$

$$= \sum_{i=1}^N w_i \alpha_{iI} + \left(\sum_{i=1}^N w_i \beta_{iI} \right) r_I + \sum_{i=1}^N w_i e_{iI}$$

$$= \alpha_{pI} + \beta_{pI} r_I + e_{pI}$$

donde:

$$\alpha_{pI} = \sum_{i=1}^N w_i \alpha_{iI} \quad 5.6.$$

$$\beta_{pI} = \sum_{i=1}^N w_i \beta_{iI} \quad 5.7.$$

$$e_{pI} = \sum_{i=1}^N w_i e_{iI} \quad 5.8.$$

En las ecuaciones 5.6 y 5.7, la intersección vertical (α_{pI}) y la beta (β_{pI}) de la cartera son promedios ponderados de las intersecciones y las betas de los valores respectivamente, utilizando sus proporciones relativas en la cartera como ponderaciones. Del mismo modo, la ecuación 5.8, el error aleatorio de la cartera (e_{pI}) es un promedio ponderado del error aleatorio de los valores, utilizando nuevamente las proporciones relativas de la cartera como ponderaciones. Por lo tanto, el modelo

de mercado de la cartera es una extensión directa del modelo de mercado de los valores individuales dados en la ecuación 5.1.

De la ecuación 5.5 podemos deducir que el riesgo total de una cartera, medido por la varianza de los rendimientos de la cartera y expresado como σ_p^2 será:

$$\sigma_p^2 = \beta_{pl}^2 \sigma_I^2 + \sigma_{ep}^2 \quad 5.9.$$

donde:

$$\beta_{pl}^2 = \left[\sum_{i=1}^N w_i \beta_{il} \right]^2 \quad 5.10.$$

y, suponiendo que los componentes del error aleatorio de los rendimientos del valor no están correlacionados,

$$\sigma_{ep}^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_{ei}^2 \quad 5.11.$$

La ecuación 5.9 muestra que el riesgo total de cualquier cartera se puede ver como si viera dos componentes similares a los dos componentes del riesgo total de un valor individual. De acuerdo con lo anterior, estos componentes también se conocen como riesgo de mercado (ecuación 5.10) y riesgo único (ecuación 5.11).

La diversificación aumentada puede conducir a la reducción del riesgo total de una cartera. El riesgo se reduce porque el tamaño del riesgo único de la cartera se reduce mientras el riesgo de mercado de la cartera sigue siendo aproximadamente del mismo tamaño.

a) Riesgo de mercado de cartera

En general, cuanto más diversificada sea una cartera, es decir, entre más valores haya en la cartera, más pequeña será cada proporción w_i . La beta de la cartera, no disminuirá ni aumentará significativamente, a menos que se haga un esfuerzo deliberado al respecto, agregando a la cartera valores betas relativamente bajos o

altos, respectivamente. Es decir puesto que la beta de una cartera es un promedio de las betas de sus valores, no hay razón alguna para suponer que aumentar la diversificación hará que la beta de la cartera y, por lo tanto, el riesgo de mercado de cartera, cambien en una dirección particular.

La diversificación conduce a promediar el riesgo de mercado.

Este concepto tiene sentido porque cuando las perspectivas económicas son malas o buenas, el precio de la mayoría de los valores disminuirá o aumentará. Independientemente de la cantidad de diversificación, los rendimientos de la cartera siempre serán susceptibles a las influencias del mercado.

b) Riesgo único de una cartera

En una cartera, algunos valores se elevarán como resultado de las buenas noticias inesperadas específicas para la compañía que emitió valores (por ejemplo, la aprobación inesperada de una patente). Otros valores de la cartera bajarán como resultado de malas noticias inesperadas específicas para la compañía (como un accidente industrial). En el futuro, muchas compañías tendrán aproximadamente tantas buenas noticias como malas, por lo que habrá poco impacto directo anticipado en el rendimiento de una cartera "bien diversificada". En otras palabras, a mayor diversificación de una cartera, menor será su riesgo único y, a su vez, su riesgo total.

Esta relación se puede cuantificar con precisión si se asume que los componentes del error aleatorio de los rendimientos del valor no están correlacionados, como en la ecuación 5.11. Si las cantidades invertidas en todos los valores son iguales, entonces la proporción X_j será igual a $1/N$, y el nivel de riesgo único, como se muestra en la ecuación 5.11, será igual a:

$$\sigma_{ep}^2 = \sum_{i=1}^N \left[\frac{1}{N} \right]^2 \sigma_{ei}^2 \quad 5.12.$$

$$= \frac{1}{N} \left[\frac{\sigma_{e1}^2 + \sigma_{e2}^2 + \dots + \sigma_{eN}^2}{N} \right] \quad 5.13.$$

El valor que está entre corchetes en la ecuación 5.13, es simplemente el riesgo único promedio de los valores componentes. Pero el riesgo único de la cartera sólo tiene una enésima parte del tamaño de este riesgo único promedio, porque el término $1/N$ aparece fuera de los corchetes. Conforme la cartera se diversifica más, aumenta la cantidad de valores que contiene, es decir N . A su vez, $1/N$ se hará más pequeño, y la cartera tendrá un riesgo único menor. Es decir, la diversificación puede reducir sustancialmente el riesgo único.

V.4. MODELO DE MARKOWITZ

El análisis del coeficiente beta, el coeficiente de determinación, la variable de las observaciones y la liquidez de las emisoras, constituyen un criterio alternativo para **seleccionar** los valores para conformar una cartera o portafolio de inversión. La asignación de la proporción estará en función del rendimiento que se desea obtener y de la aversión al riesgo. El Modelo de Markowitz, constituye una forma de obtener esta asignación.

Sea, entonces, una selección de los tres valores siguientes:

1. AMX L;
2. NAFTRA C2, y
3. AMTEL A1.

y un rendimiento esperado requerido del 50% con una volatilidad de 21.61%.

El modelo de Markowitz determina para cada valor, la proporción que dado el rendimiento esperado requerido, minimiza el riesgo al que se está dispuesto.

Sea: AMX L= activo 1, NAFTRA C2 = activo 2 y AMTEL A1= activo 3, se tiene que:

AMX L:	$\mu_1 = 0.4607$	$\sigma_1 = 0.2691$	$\sigma_1^2 = 0.0724$
NAFTRA C2:	$\mu_2 = 0.3087$	$\sigma_2 = 0.1574$	$\sigma_2^2 = 0.0248$
AMTEL A1:	$\mu_3 = 0.6111$	$\sigma_3 = 0.2686$	$\sigma_3^2 = 0.0721$

Además, los coeficientes de correlación entre cada par de activos son:

$$\rho_{12} = 0.7682, \quad \rho_{13} = 0.7594 \quad \text{y} \quad \rho_{23} = 0.7468$$

Entonces el problema puede plantearse como:

$$\text{Min } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 w_i w_j \sigma_{ij}$$

sujeto a

$$0.4607w_1 + 0.3087w_2 + 0.6111w_3 = 0.50$$

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1$$

$$w_i \geq 0$$

Definición: Una cartera con rendimiento esperado μ es eficiente si la varianza asociada a ella es la mínima entre todas las posibles carteras que proporcionan el mismo rendimiento esperado.

Se tiene que

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 w_i w_j \sigma_{ij} = \sum_{i=1}^3 w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=i+1}^3 w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

Para el portafolio de inversión referido y conformado por tres activos, la proporción de cada uno de los activos y la varianza mínima:

$$w_1 = 13.83\%; w_2 = 29.88\%; w_3 = 56.29\%; \mu_p = 50.00\%; \sigma_p = 21.98; \sigma_p^2 = 466.99$$

V.5. EL MODELO DE MERCADO Y LAS PROPORCIONES DE MARKOWITZ

De la aplicación del Modelo de Mercado con las betas originales y las proporciones obtenidas por el Modelo de Markowitz para un portafolio de tres acciones referidas, se obtienen los siguientes resultados:

ACCIÓN	DESV. STAND. REND. MERCADO	DESV. STAND. REND. EMISORA	CORR. REND. EMIS&MER
	σ_m	σ_i	ρ_{im}
AMX L	0.9779	1.6888	0.8103
NAFTRA C2	0.9779	0.9878	0.9483
AMTEL A1	0.9779	1.6852	0.7940

ACCIÓN	BETA	COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN
	$\beta_i = \rho_{im} \frac{\sigma_i}{\sigma_m}$	$(\rho_{im})^2$
AMX L	1.399	0.656
NAFTRA C2	0.957	0.899
AMTEL A1	1.368	0.6305

La información sobre la Beta nos indica que las inversiones en AMX L y AMTEL A1 son “Ofensivos”, crecen en mayor proporción al mercado, y son muy sensibles a cambios de este.

Si suponemos que el inversionista tiene un capital de un millón de pesos, entonces el portafolio de inversión óptimo con $\mu_p = 50\%$ y $\sigma_p = 21.61\%$, será:

ACCIONES	PROPORCIÓN	MONTO DE INVERSIÓN
AMX L	13.83 %	\$ 138,287.60
NAFTRA C2	29.88 %	\$ 298,777.08
AMTEL A1	56.29 %	\$ 562,935.33
T O T A L	100.00 %	\$ 1,000,000.00

Esta combinación hace que la beta del portafolio sea:

$$\beta_p = \sum_{i=1}^3 \beta_i w_i = 1.25$$

lo cual indica que el portafolio sea “ofensivo”.

V.5.1. El portafolio propuesto en términos del Modelo de Mercado

El Rendimiento del IPC & Rendimiento de valor i .

$$r_i = \alpha_{il} + \beta_{il} r_l + e_{il}$$

$$i = \text{NAFTRA_C2};$$

$$I = \text{IPC}$$

$$\sigma_i^2 = \beta_{il}^2 \sigma_l^2 + \sigma_{ei}^2$$

$$\sigma_l^2 = \text{Riesgo Total}$$

$$\beta_{il}^2 \sigma_l^2 = \text{Riesgo mercado del valor NAFTRA C2}$$

$$\sigma_{ei}^2 = \text{Riesgo único de NAFTRA C2}$$

$$\sigma_i^2 = 0.9757$$

$$\beta_{il}^2 \sigma_l^2 = 0.8774$$

$$\sigma_{ei}^2 = 0.0983$$

Riesgo Total del portafolio se tiene:

$$\sigma_p^2 = \beta_{pl}^2 \sigma_l^2 + \sigma_{ep}^2$$

$$\beta_{pl}^2 = \left[\sum_{i=1}^N w_i \beta_{il} \right]^2$$

$$\sigma_{ep}^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_{ei}^2$$

	$\beta_{il}^2 \sigma_l^2$	σ_{ei}^2	σ_l^2
AMXL	1.8726	0.9793	2.8519
NAFTRA C2	0.8774	0.0983	0.9757
AMTEL A1	1.7904	1.0494	2.8398
SUMA	4.5404	2.1270	6.5574

Rendimiento Ponderado

$$r_p = \sum_{i=1}^N w_i r_i$$

$$r_p = 13.83 * 0.4607 + 29.88 * 0.3087 + 56.29 * 0.6112$$

$$= 0.50$$

	α_{pl}	β_{pl}	e_{pl}
AMX L	0.008408	1.399332	0.979277
NAFTRA C2	0.003142	0.957845	0.098335
AMTEL A1	0.071493	1.368302	1.049402

$$r_p = \sum_{i=1}^N w_i (\alpha_{il} + \beta_{il} r_l + e_{il})$$

$$= \alpha_{pl} + \beta_{pl} r_l + e_{pl}$$

RENIPC	EMISORA	$\alpha * 254$	$\beta * \text{RENIPC}$	$\alpha * 254 + \beta * \text{RENIPC}$	w_i	% REND.
0.3140	AMX L	2.357	43.9334	46.0775	0.1383	6.37
	NAFTRA C2	0.7981	30.0725	30.8706	0.2988	9.22
	AMTEL A1	18.1593	42.9592	61.1185	0.5629	34.41
						50.00

V.6. OTROS USOS DE LA BETA DEL MERCADO**V.6.1 Requerimientos de Capital.**

La Secretaría de Hacienda y Crédito Público publica el lunes 15 de julio de 1996, la reforma de capitalización para sociedades de crédito, instituciones de banca de desarrollo, correspondiente a las operaciones sujetas a riesgos, tanto de mercado como de crédito, en ejercicio de las atribuciones que le confieren las fracciones XX y XXXIV del artículo 6o. del Reglamento Interior de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, expide: “*REGLAS PARA LOS REQUERIMIENTOS DE CAPITALIZACIÓN DE LAS SOCIEDADES NACIONALES DE CRÉDITO, INSTITUCIONES DE BANCA DE DESARROLLO*”.

Para fines del presente trabajo sólo, se presentan lo concerniente al Riesgo de Mercado, que a la letra dice:

“ . . .

IV.35.1. Posiciones.

Se determinará la posición neta corta (negativa) o neta larga (positiva) por cada divisa. Para determinar dichas posiciones se tomarán en cuenta los activos y pasivos que señale el Banco de México en las disposiciones correspondientes, considerando a los metales preciosos como una divisa más.

IV.35.2. *Se sumarán por un lado las posiciones netas cortas y, por el otro, las posiciones netas largas.*

IV.35.3. Requerimiento de capital.

El requerimiento de capital será la cantidad que resulte de aplicar un coeficiente de cargo por riesgo de mercado del 12.0 por ciento al mayor valor absoluto de las sumas de las posiciones netas obtenidas conforme a IV.35.2.

IV.36.23. Posición neta del portafolio.

Se determinará la posición neta del portafolio accionario, sumando algebraicamente las posiciones netas de las acciones que se obtengan conforme a IV.36.21.

IV.36.3. *Determinación del Coeficiente Beta Ponderado de la Posición Total Larga y de la Posición Total Corta.*

El Coeficiente Beta Ponderado de la Posición Total Larga y de la Posición Total Corta se determinarán dividiendo la suma de los resultados que se obtengan al multiplicar la posición neta de cada serie accionaría por el correspondiente coeficiente Beta publicado en el "Boletín Bursátil", entre el monto de la respectiva posición total conforme se establece en el Anexo "A".

Para efectos del cálculo del párrafo anterior y sin perjuicio de lo señalado en el tercer párrafo de IV.36.12. y IV.36.13., en el caso de los futuros, contratos adelantados, opciones y títulos opcionales, sobre canastas de acciones e índices accionarios, que computarán individualmente como una acción más, se determinarán las respectivas "Betas", realizando una ponderación igual a la del párrafo anterior respecto del correspondiente portafolio de acciones de las canastas e índices.

Los cálculos de los dos párrafos anteriores deberán efectuarse con los respectivos coeficientes Beta relativos al día último del mes inmediato anterior al mes de que se trate.

IV.36.4. Determinación de la Diversificación del Portafolio.

Se determinará la diversificación del portafolio mediante la aplicación de la fórmula siguiente:

$$D = \frac{1}{\sum_{i=1}^N P_i^2}$$

donde:

N= Número de series accionarias distintas

$$P_i = \frac{\text{Posición Neta}_i}{\text{Posición Total}} = \frac{\text{Posición Neta}_i}{\sum_{i=1}^N \text{Abs}(\text{Posición Neta}_i)}$$

Posición Neta i = Valor absoluto de la suma algebraica de la posición activa y pasiva de la serie accionaría i .

Posición Total = Suma de los valores absolutos de las posiciones netas de cada serie accionaría, largas y cortas.

Si N es cuando menos igual o mayor a 10, se tienen inversiones en cuando menos 10 series accionarias cotizadas en bolsa, tales inversiones son en cuando menos 7 emisoras y el resultado de la fórmula es igual o superior a 10, se considerará que el portafolio está suficientemente diversificado, en caso contrario se considerará que no está suficientemente diversificado.

IV.36.5. Requerimientos de capital.

IV.36.51. *Por riesgo general de mercado.*

El requerimiento de capital por riesgo general de mercado será el que se obtenga de aplicar un 12 por ciento al valor absoluto de la posición neta del portafolio referida en IV.36.23.

IV.36.52. *Por riesgo específico.*

El requerimiento de capital por riesgo específico será el que se obtenga de aplicar individualmente al valor absoluto de la posición total larga y al de la total corta, determinadas conforme IV.36.22.:

- a) Un 4 por ciento o el factor que se obtenga de multiplicar por 0.08 el respectivo coeficiente Beta ponderado de la posición, el que resulte superior, tratándose de portafolios suficientemente diversificados;*
- b) Un 8 por ciento o el factor que se obtenga de multiplicar por 0.11 el respectivo coeficiente Beta ponderado de la posición, el que resulte superior, tratándose de portafolios no suficientemente diversificados.*

Para estos efectos, el coeficiente Beta ponderado y la diversificación del portafolio, serán los que se determinen conforme a IV.36.3 y IV.36.4, respectivamente.

IV.36.53. *Por riesgo de liquidez.*

El requerimiento de capital por riesgo de liquidez será el que se obtenga de aplicar un 4 por ciento al valor absoluto de las posiciones netas por cada serie accionaría, activas y pasivas, determinadas conforme a IV.36.21., relativas a las acciones de baja, mínima y nula bursatilidad, a las no cotizadas en bolsa, a las del Mercado de la Pequeña y Mediana Empresa y a las que hayan visto suspendida su cotización.

IV.36.6. *Programas de capitalización de deuda aprobados por la Secretaría.*

La Secretaría, oyendo la opinión del Banco de México, podrá establecer requerimientos de capital menores a los establecidos en IV.36.5, para aquellas inversiones accionarias que se deriven de la capitalización de créditos, vinculadas con programas de la Banca de Desarrollo o promovidos por el Gobierno Federal, siempre y cuando la participación accionaria que resulte del conjunto de las instituciones, no sea superior al 49 por ciento del capital de cada empresa.

... ”

V.7. Aplicación Práctica en una Institución Financiera

De acuerdo a las reglas, para el Requerimiento de Capital, se necesita la información de los siguientes conceptos:

NUMERAL	CONCEPTO
	BETA DE LA POSICIÓN LARGA
	BETA DE LA POSICIÓN CORTA
IV.36.21 IV.36.23	POSICIÓN NETA
IV.36.22	POSICIÓN TOTAL LARGA
IV.36.22	POSICIÓN TOTAL CORTA
	POSICIÓN TOTAL
IV.36.4	$\rho_i P_i$
IV.36.4	$\rho_i^2 P_i^2$
IV.36.3	BETA LARGA
IV.36.3	BETA CORTA
	BETA NETA
	LIQUIDEZ LARGA
	LIQUIDEZ CORTA

Datos de la información son:

I.1. CONCEPTO	CANTIDAD
Posición Bruta Larga	35,811,775.20
Posición Bruta Corta	117,309,759.84
Posición Total Larga	35,258,894.40
Posición Total Corta	116,756,879.04
Posición Neta del portafolio	81,497,984.64
Beta Posición total larga	1.0461
Beta Posición total Corta	0.9999
Coefficiente de Diversificación	1.6678
Número de series accionarias distintas del portafolio	51
Número de series accionarias distintas cotizadas en Bolsa del portafolio	37
Número de emisoras en que se distribuyen las series accionarias distintas cotizadas en Bolsa, del portafolio.	34
Posición de Riesgo de Liquidez	
Posiciones Netas Largas	14,684
Posiciones Netas Cortas	0
Suma de los montos que se compensan al determinar la posición neta de cada serie accionaria	552,881

Finalmente, se obtiene el Requerimiento de Capital correspondiente

NUMERAL	REQUERIMIENTO DE CAPITAL	CANTIDAD	%	TOTAL
IV.36.51	Por Riesgo General de Mercado:			
		81,497,985	0.12	9,779,758
IV.36.52	Por Riesgo Específico :			
	Posición Total Larga:			
	Posición	35,258,894		
	Coefficiente Beta	1.0461		
	Diversificado	NO	0.1151	4,057,192
	Posición Total Corta :			
	Posición	116,756,879		
	Coefficiente Beta	0.9999		
	Diversificado	NO	0.1100	12,842,526
				16,899,718
IV.36.53	Por Riesgo de Liquidez:			
	Posiciones Netas Largas	14,684	0.04	587
	Posiciones Netas Cortas	0	0.04	0
	TOTAL			587
	TOTAL			26,680,064

V.7. ESTADÍSTICAS DE SENSIBILIDAD IPC.

V.7.1. Estadísticas de Sensibilidad

En este apartado, se aplica la teoría desarrollada en el Capítulo IV, a las emisoras que cotizaron en bolsa, en el periodo Septiembre del 2003 a Septiembre del 2004, y que conformaron el IPC, el propósito es reproducir las Estadísticas de Sensibilidad que emite la BMV, además de obtener más estadísticas y gráficas para evaluar el modelo de Regresión Lineal Simple, utilizado para generar las estadísticas antes mencionadas.

El reporte que emite la BMV, se presenta a continuación, el cual se reprodujo no en su totalidad, debido a la falta de información completa. Así que de las 55 emisoras que conformaron el IPC y que se usaron para elaborar el reporte Estadísticas de

Sensibilidad del Mercado en el periodo de la muestra: 01/sep/2003 al 31/ago/2004, en el presente trabajo, sólo se trabajaron con 30 emisoras, que de cualquier manera son ilustrativas para los propósitos que se persigue en el presente trabajo.

REPRODUCCIÓN DE LAS ESTADÍSTICAS DE SENSIBILIDAD.

Emisora y Serie	Coefficiente Beta β	Coefficiente Alfa α	Error Estándar	Coefficiente de Determin.	Error Estándar de Beta β	Error Estándar de Alfa α	No. de Obs.	Término de Error e media cero	Término de Error ε $\sigma^2 = k$	Errores ε_i no corr.
ALFA A	1.1274	0.0206	1.4685	0.3614	0.0944	0.0929	254	0	2.1564	2.09
AMTEL A1	1.3683	0.0715	1.0264	0.6305	0.0660	0.0649	254	0	1.0536	2.14
AMX L	1.3993	0.0084	0.9915	0.6566	0.0637	0.0627	254	0	0.9832	2.08
ARA *	0.8039	0.0122	1.5880	0.1975	0.1021	0.1004	254	0	2.5219	1.70
ARCA *	0.4965	0.0336	1.2467	0.1321	0.0801	0.0789	254	0	1.5543	2.10
BIMBO A	0.8569	0.0676	1.4549	0.2499	0.0935	0.0920	254	0	2.1168	2.32
C *	0.3024	0.0093	1.0399	0.0751	0.0669	0.0658	254	0	1.0815	2.22
CEMEX CPO	0.9610	-0.0458	1.0137	0.4632	0.0652	0.0641	254	0	1.0275	1.93
CIE B	0.5948	0.0235	1.2020	0.1904	0.0773	0.0760	254	0	1.4449	2.13
COMERCI UBC	1.0330	0.1187	1.5864	0.2893	0.1020	0.1003	254	0	2.5167	1.84
CONTAL *	0.8015	-0.0416	1.7786	0.1632	0.1143	0.1125	254	0	3.1634	1.82
ELEKTRA *	1.0113	0.2122	1.9633	0.2030	0.1262	0.1242	254	0	3.8544	1.74
FEMSA UBD	0.8256	-0.0186	1.3154	0.2744	0.0846	0.0832	254	0	1.7302	2.05
GCARSO A1	0.8737	0.0830	1.1941	0.3395	0.0768	0.0755	254	0	1.4258	1.97
GFINBUR O	0.8098	0.0716	1.6850	0.1815	0.1083	0.1066	254	0	2.8393	2.14
GFNORTE O	1.0191	0.0562	1.4766	0.3138	0.0949	0.0934	254	0	2.1803	1.91
GMEXICO B	1.4670	0.2383	1.9802	0.3451	0.1273	0.1252	254	0	3.9214	1.53
GMODELO C	0.5062	-0.0451	1.0010	0.1971	0.0644	0.0633	254	0	1.0019	2.02
GSANBOR B-1	0.4631	0.1155	1.5955	0.0748	0.1026	0.1009	254	0	2.5456	2.24
KIMBER A	0.3986	0.0369	0.9761	0.1380	0.0628	0.0617	254	0	0.9527	2.20
NAFTRA C2	0.9578	0.0031	0.3142	0.8992	0.0202	0.0199	254	0	0.0987	2.61
PE&OLES *	1.0700	0.1989	2.9698	0.1108	0.1909	0.1878	254	0	8.8196	1.77
SAVIA A	0.7142	0.1069	7.7282	0.0081	0.4968	0.4888	254	0	59.7248	1.78
SORIANA B	0.9517	0.0580	1.3622	0.3191	0.0876	0.0862	254	0	1.8555	1.92
TELECOM A1	0.9643	-0.0180	1.1046	0.4225	0.0710	0.0699	254	0	1.2202	2.18
TELMEX L	0.8216	-0.0564	0.7868	0.5115	0.0506	0.0498	254	0	0.6190	2.06
TLEVISA CPO	1.2059	-0.0250	1.0628	0.5528	0.0683	0.0672	254	0	1.1295	1.87
TVAZTCA CPO	1.1757	0.0298	1.9482	0.2591	0.1252	0.1232	254	0	3.7956	1.95
VITRO A	0.8052	-0.0191	1.9411	0.1418	0.1248	0.1228	254	0	3.7678	1.96
WALMEX V	0.9542	-0.0390	0.8885	0.5255	0.0571	0.0562	254	0	0.7894	1.86

CONCLUSIÓN

Esta sección es muy importante para los fines que persigue el desarrollo del presente trabajo; que es evidenciar el estatus del uso de las famosas betas en el ámbito financiero, y en este sentido se observó lo siguiente:

Dado que en un modelo de regresión lineal simple es importante comprobar que se cumplan con las premisas:

1. La relación entre la variable respuesta y y la variable regresora es lineal, al menos en forma aproximada.
2. El término de error e tiene media cero.
3. El término de error e tiene varianza σ^2 .
4. Los errores no están correlacionados.
5. Los errores tienen distribución normal.

La premisa 1. lo cumple cabalmente en el caso de la regresión; rendimiento del IPC & rendimiento de NAFTRA C2 , y aceptablemente en el caso de AMX L y el caso de AMTEL A1, en todos los demás casos no tienen tan marcado el comportamiento lineal. El rendimiento del IPC & rendimiento de cada emisora, siempre se puede ajustar a una recta pero los rendimientos de las observaciones quedan muy dispersos, situación que se ve reflejada en los errores estándar de los parámetros correspondientes y por ende en la amplitud de los correspondientes intervalos de confianza. Asimismo, se ve reflejado en la baja correlación que existe entre el rendimiento de cada emisora y el rendimiento del IPC, eso se traduce en que a movimientos que experimenta el rendimiento del IPC no se observa movimientos similares en el rendimiento de las emisoras. La premisa 2. la cumple en todos los casos. La premisa 3. sólo la cumple cabalmente en el caso de

NAFTRA C2 y aceptablemente en el caso de AMX L, así como en el caso de AMTEL A1, en todos los demás casos 250 no la cumple aceptablemente, ya que en casi todos los casos aunque efectivamente el error e tiene varianza σ^2 , también contienen rendimientos aberrantes, es decir, muy separados de los demás. Por lo que toca a la premisa 4. en casi todos los casos los errores no están autocorrelacionados. En cuanto a la premisa 5. los errores tienen distribución normal; esta premisa sólo la cumple cabalmente el caso de NAFTRA C2 y aceptablemente en el caso de AMX L y el caso de AMTEL A1, en todos los demás casos no la cumple aceptablemente.

Con respecto al Coeficiente de Determinación, todavía, es más grave ya que siendo éste el porcentaje que explica la variable regresora (rendimiento del IPC), a la variable de respuesta (rendimiento de la emisora), y de acuerdo a los resultados obtenidos, se concluye que:

El rendimiento del IPC no explica aceptablemente el rendimiento de cada emisora; por lo tanto, la beta correspondiente no es una medida que represente verazmente la sensibilidad de los rendimientos de la emisora con respecto a los rendimientos del IPC, es recomendable que debido a la deficiencia estadística de **este parámetro no se utilice para:**

- El Requerimiento de Capital;
- La construcción de Portafolios diversificados y no diversificados;
- Réplicas de Portafolios o Portafolios Sintéticos;
- Como medida de sensibilidad, u
- Otros usos.

Es recomendable, entonces, modelar el Mercado Mexicano con otra alternativa estadística de tal forma que se refleje mejor el comportamiento del mencionado Mercado Mexicano.

Un asunto también, mucho muy importante, es sin duda la selección de las emisoras que conforman el IPC, la BMV uno de los criterio que usa para conformar el IPC, es seleccionar las emisoras más bursátiles, y en este sentido el presente trabajo hace un análisis de Componentes Principales para evaluar la factibilidad de hacer un índice bursátil que midiera la bursatilidad de las emisoras, y que en este trabajo denominamos IDB, y en éste análisis se concluye que sí es factible construir este IDB a través de la técnica de Componentes Principales.

El IDB propuesto es una medida de la Dinámica Bursátil, para seleccionar valores que conformen el IPC, ya que coloca a cada emisora en el lugar que le corresponde, de tal forma que mide la dinámica de cada una con respecto a las demás.

En cuanto a la bursatilidad, la BMV separa en cuatro estratos las emisoras calificados como de alta, media, baja y nula bursatilidad, medidos a través de tres variables que no se ponen a discusión; sin embargo, me quiero referir sólo al estrato que la bolsa califica como de alta bursatilidad, para señalar que dentro de este estrato, la varianza de las variables con que mide la bursatilidad, entre sus emisoras que lo componen es muy grande, lo cual no es lo que se pretende al hacer estratos.

En otras palabras, las emisoras clasificadas dentro del estrato de alta bursatilidad y a juzgar por la magnitud de las variables que la componen, en este estrato quedan las emisoras de alta bursatilidad, pero también quedan emisoras de bursatilidad "plus", es decir, emisoras cuya bursatilidad están muy por encima de las demás de este estrato. Es indiscutible que esta situación debe ser del conocimiento de todos aquellos que se dedican a invertir en valores que cotizan en bolsa; por lo tanto, se propone el uso de un índice de bursatilidad que refleje

una medida con más precisión para tomar decisiones con más conocimiento de causa.

APÉNDICE A.

NOTAS SOBRE COMPONENTES PRINCIPALES

ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES

La idea geométrica de Componentes Principales, se atribuye a Karl Pearson (1901), sus trabajos sobre ajustes ortogonales precedieron el Análisis de Componentes Principales. A Harold Hotelling (1933), se atribuye la derivación matricial y los cálculos por medio de multiplicadores de Lagrange.

En muchas aplicaciones estadísticas se requiere contar con un conjunto de variables que no estén correlacionadas. Surge así el siguiente problema:

Dado un conjunto de k variables aleatorias $\{x_1, \dots, x_k\}$, se busca encontrar una transformación ortogonal de ellas a otras $\{z_1, \dots, z_k\}$, tal que z_1 se encuentre en la dirección de mayor variabilidad de los datos, z_2 se encuentre en la segunda dirección de mayor variabilidad y que sea ortogonal a z_1 y así sucesivamente. Las variables z_1, \dots, z_k cumplen con que

$$\text{var}(z_1) \geq \text{var}(z_2) \geq \dots \geq \text{var}(z_k) \text{ y } \text{Cov}(z_i, z_j) = 0, \text{ para toda } i \neq j.$$

A las variables transformadas $\{z_1, \dots, z_k\}$, se les llama Componentes Principales (CP). Nótese que los CP son ortogonales, es decir, no están correlacionados entre sí, y las variables $\{x_1, \dots, x_k\}$ están muy correlacionadas se observará que la nube de puntos formada por los n individuos a los que se miden estas variables, que está en R^k , a menudo se localiza colapsada en un subespacio vectorial R^s de dimensión menor que alguna $s < k$. En estos casos, al considerar este subespacio, se reduce la dimensionalidad del problema y así se puede recurrir a modelos estadísticos mucho más

sencillos, con menor cantidad de parámetros y de variables, que describen adecuadamente el fenómeno de interés. La ortogonalidad de la transformación es deseable porque así se pueden preservar las distancias euclidianas entre los individuos a los que miden estas k variables. Así, los CP permiten reducir la dimensión k del problema a uno de dimensión menor $s < k$. De tal manera que la suma de las varianzas de los s CP, representan una proporción cercana al total de la suma total de las varianzas de las variables originales

$$\sum_{i=1}^k \text{var}(x_i).$$

Consideremos una matriz X con n observaciones de k variables

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{k1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1n} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix}$$

en donde las observaciones se han expresado en forma de desviaciones respecto a las medias muestrales, ya que, nos vamos a referir al estudio de la variación de los datos. Para construir las CP, se toma una transformación lineal de las variables originales:

$$z = A'x$$

donde z es el vector de componentes principales $K \times 1$, A' de $k \times K$ es la matriz de la transformación lineal y es tal que proviene de la descomposición espectral de la matriz de covarianzas Σ de las variables originales $\{x_1, \dots, x_k\}$.

Por ser Σ simétrica y semidefinida positiva, $\Sigma = A\Lambda A'$ donde A es de $k \times k$ contiene los eigenvectores de Σ y es ortonormal, esto es $AA' = I$. La matriz Λ es diagonal y contiene los autovalores λ_i ordenados de manera

decreciente en la diagonal. Este resultado se puede obtener de manera analítica como se describe a continuación:

Sea $a_1^t x$ la transformación que genera el primer CP, entonces se busca que

$$z_{1t} = a_{11}x_{1t} + a_{21}x_{2t} + \dots + a_{k1}x_{kt}$$

$$z_1 = a_1^t x$$

sea tal que $\text{var}(z_1)$ sea máxima, con $\text{var}(z_1) = \text{var}(a_1^t x) = a_1^t \Sigma a_1$ donde Σ es la matriz de covarianzas $k \times k$ de x .

La función anterior se maximiza bajo la restricción de $a_1^t a_1 = 1$ o equivalentemente que $AA^t = I_k$ para que la transformación sea ortogonal y así se preserven las distancias euclidianas entre los individuos. Nótese que la distancia euclidiana al cuadrado entre z_i y z_j es

$$\begin{aligned} d^2(z_{(i)}, z_{(j)}) &= (z_{(i)} - z_{(j)})^t (z_{(i)} - z_{(j)}) \\ &= (A^t x_{(i)} - A^t z_{(j)})^t (A^t x_{(i)} - A^t z_{(j)}) \\ &= (x_{(i)} - x_{(j)})^t AA^t (x_{(i)} - x_{(j)}) \\ &= (x_{(i)} - x_{(j)})^t (x_{(i)} - x_{(j)}) \\ &= d^2(x_{(i)}, x_{(j)}) \end{aligned}$$

Así pues, se tienen las restricciones $a_i a_i^t = 1$ para $i = 1, \dots, p$, y

$$a_i a_j^t = 0, \quad \text{para } i \neq j$$

Por lo tanto, para encontrar al primer CP(z_1), se maximiza $a_1^t \sum a_1$ bajo $a_1^t a_1 = 1$, utilizando la técnica de multiplicadores de Lagrange. Así se busca maximizar sobre a_1 sobre la siguiente función

$$G(a_1, \lambda) = a_1^t \sum a_1 - \lambda(a_1^t a_1 - 1)$$

donde λ es el multiplicador de Lagrange correspondiente.

Al derivar con respecto a a_1 e igualar a cero, se obtiene

$$\sum a_1 - \lambda a_1 = 0, \text{ por lo que}$$

$$\sum a_1 = \lambda a_1$$

De aquí se observa que a_1 es un eigenvector de Σ y λ su eigenvalor correspondiente. Además

$$\text{var}(z_1) = \text{var}(a_1^t x) = a_1^t \text{var}(x) a_1 = a_1^t \sum a_1 = a_1^t \lambda a_1 = \lambda a_1^t a_1 = \lambda$$

entonces la expresión es máxima cuando λ es el eigenvalor más grande de Σ . Ordenados de mayor a menor, con λ_1 el mayor, se ve que $\text{var}(z_1) = \lambda_1$

Para el segundo CP(z_2) se procede de manera similar. Pero ahora se agrega la restricción de que

$$\text{Cov}(a_1^t x, a_2^t x) = a_1^t \text{var}(x) a_2 = a_1^t \sum a_2 = a_2^t (\sum a_1) = a_2^t (\lambda_1 a_1) = \lambda_1 a_2^t a_1 = \lambda_1 a_1^t a_2 = 0$$

Luego, se maximiza $a_2^t \sum a_2$, bajo $a_2^t a_2 = 1$ y $a_1^t a_2 = 0$

Usando ahora dos multiplicadores de Lagrange, se tiene

$$G(a_1, a_2, \lambda, \phi) = a_2^t \sum a_2 - \lambda(a_2^t a_2 - 1) - \phi a_1^t a_2$$

donde λ y ϕ son los multiplicadores de Lagrange. Derivando se obtiene

$$\frac{dG(a_1, a_2, \lambda, \phi)}{da_2} = 2\sum a_2 - 2\lambda a_2 - \phi a_1.$$

Igualando a cero y multiplicando por a_1' por la izquierda, se tiene

$$2a_1' \sum a_2 - 2\lambda a_1' a_2 - \phi a_1' a_1 = 0$$

Los primeros términos de la expresión son cero, por la restricción de $Cov(a_1'x, a_2'x) = 0$ y $a_1 a_1' = 1$, esto implica que no queda más que $\phi = 0$, por lo tanto, se obtiene $\sum a_2 - \lambda a_2 = 0$, esto es $\sum a_2 = \lambda a_2$, por lo que a_2 es un eigenvector de Σ y λ su eigenvalor correspondiente.

Si se quiere maximizar la expresión, λ tiene que ser tan grande como sea posible, entonces debe ser el segundo mayor de Σ .

La demostración para los siguientes componentes principales es similar, considerando las restricciones que se generan. El resultado es que para cada componente principal, se cumple que los eigenvalores a_3, a_4, \dots, a_p , asociados con los eigenvalores ordenados de manera decreciente $\lambda_3, \lambda_4, \dots, \lambda_p$, son los que generan el tercer, cuarto, hasta el p-ésimo CP.

Así, la matriz de covarianzas de los componentes principales es

$$\text{var}(z) = \text{var}(A'x) = A' \text{var}(x)A = A' \sum A = A' A \Delta A' A = \Delta$$

Entonces la varianza total de las variables originales, se puede expresar como

$$\sum_{i=1}^k \text{var}(x_i) = \text{tr}(\Sigma) = \text{tr}(A \Delta A') = \text{tr}(A A' \Delta) = \sum_{i=1}^k \lambda_i$$

Por lo tanto, la suma de las varianzas de las variables originales es igual a la suma de las varianzas de los CP.

Cuando se realiza este procedimiento con una matriz de covarianzas Σ , las variables con mayor varianza tienden a dominar los primeros componentes principales. Para evitar este efecto, es recomendable estandarizar las variables (restándoles su media y dividiendo entre la desviación estándar). Así, se genera el vector aleatorio X^* . La matriz de covarianzas de X^* es, finalmente, la matriz de correlación R del vector aleatorio original x .

Las variables estandarizadas tienen varianza 1, por lo tanto, la suma de sus varianzas es k entonces, por

$$\sum_{i=1}^k \text{var}(x_i) = \sum_{i=1}^k \lambda_i$$

Se cumple que si $R = A\Delta A^t$,

$$\text{tr}(R) = \text{tr}(\Delta) = k$$

La correlación entre el primer CP y las variables X se obtiene de la siguiente forma:

El vector $X'z_1$ da los productos cruzados entre z_1 y cada variable X .

$$\text{Pero, } X'z_1 = X'Xa_1 = \lambda_1 a_1$$

Entonces la correlación entre X_i y z_1 es

$$r_{i1} = \frac{\lambda_1 a_{i1}}{\sqrt{\lambda_1} \sqrt{\sum_{i=1}^n x_{it}^2}}$$

$$= \frac{a_{i1} \sqrt{\lambda_1}}{\sqrt{\sum_{t=1}^n x_{it}^2}} \quad i = 1, \dots, k$$

en donde a_{i1} es el elemento i -ésimo del vector a_1 . En general, la correlación entre X_i y z_j es

$$r_{ij} = \frac{a_{ij} \sqrt{\lambda_j}}{\sqrt{\sum_{t=1}^n x_{it}^2}} \quad i, j = 1, \dots, k$$

Cuando se realiza el análisis de CP sobre una matriz de correlaciones, las correlaciones entre las variables originales y la j -ésima CP están dadas por

$$c_j = a_N \sqrt{\lambda_j}$$

donde a_N el j -ésimo vector característico normalizado.

Para obtener los coeficientes para el cálculo de puntuaciones

$$F_t = c_j' R^{-1}$$

Las puntuaciones son:

$$y_{ij} = F_t \left(\frac{x_{ij} - \bar{x}}{\sqrt{s_{ij}}} \right) \quad \text{y} \quad y_{rj} = a_j' \left(\frac{x_{ij} - \bar{x}}{\sqrt{s_{ij}}} \right)$$

J. Johnston.- Métodos de Econometría, Otros Métodos Multivariantes (Página 343).

ANEXO A

ESTADÍSTICAS DE SENSIBILIDAD DEL MERCADO

STOCK MARKET SENSITIVITY

PERIODO DE LA MUESTRA: 01/SEP/2003 AL 31/AGO/2004

SAMPLE PERIOD: 01/SEP/2003 TO 31/AUG/2004

EMISORA Y SERIE ISSUER AND SERIES	COEFICIENTE BETA COEFFICIENT	COEFICIENTE ALFA ALPHA COEFFICIENT	ERROR ESTANDAR STANDARD DEVIATION	COEFICIENTE DE DETERMINACION DETERMINATION COEFFICIENT	ERROR ESTANDAR DE BETA STANDARD DEVIATION OF BETA	ERROR ESTANDAR DE ALFA STANDARD DEVIATION OF ALPHA	NUMERO DE OBSERVACIONES* NUMBER OF OBSERVATIONS*
ALFA A	1.127375	0.020616	1.468471	0.361379	0.094408	0.092876	254
ALSEA *	0.392375	0.237809	1.604402	0.064305	0.103147	0.101473	254
AMTEL A1	1.369698	0.074632	1.025250	0.531483	0.065913	0.064844	254
AMX A	0.794462	0.087455	1.369900	0.244091	0.088071	0.086642	254
AMX L	1.399332	0.008408	0.991573	0.556602	0.063748	0.062714	254
ARA *	0.803949	0.012196	1.588035	0.197474	0.102095	0.100438	254
ARCA *	0.496481	0.033631	1.240716	0.132140	0.080151	0.078851	254
ASUR B	0.298371	0.128295	1.942309	0.022154	0.124871	0.122845	254
BACHOCO UBL	0.157161	0.031426	1.686443	0.008269	0.108421	0.106662	254
BIMBO A	0.856928	0.067598	1.454933	0.249843	0.093538	0.092020	254
C *	0.302429	0.009273	1.039900	0.075101	0.066857	0.065772	254
CEL *	1.014578	0.114684	3.188261	0.088610	0.204972	0.201647	254
CEMEX CPD	0.960977	-0.045764	1.013673	0.463193	0.065169	0.064112	254
CIE B	0.594840	0.023468	1.202030	0.190360	0.077278	0.076025	254
COMERCI UBC	1.032992	0.118059	1.586431	0.289302	0.101992	0.100037	254
CONTAL *	0.801517	-0.041602	1.778603	0.163163	0.114346	0.112491	254
DESC B	0.615379	-0.054395	2.048405	0.079740	0.131692	0.129655	254
ELEKTRA *	1.011340	0.212153	1.963250	0.203044	0.126217	0.124169	254
FEMSA UBD	0.825553	-0.018560	1.315391	0.274403	0.084566	0.083194	254
FRAGUA B	-0.006537	0.261597	1.235263	0.000027	0.079415	0.078126	254
GCARSO A1	0.873755	0.082987	1.194075	0.339532	0.076767	0.075521	254
GCC *	0.515403	0.203605	1.314933	0.128542	0.084537	0.083165	254
GEO B	0.865882	0.064606	1.609632	0.217423	0.103483	0.101804	254
GFBB B	0.388260	0.071971	1.069321	0.112353	0.068747	0.067631	254
GFNBUR O	0.809625	0.071593	1.685032	0.181507	0.108331	0.106573	254
GFNORTE O	1.019142	0.056192	1.478573	0.313835	0.094929	0.093389	254
GISSA *	0.126704	0.092569	1.038309	0.014095	0.088753	0.086570	254
GMEXICO B	1.458288	0.268096	1.989016	0.340408	0.127874	0.125799	254
GMODELO C	0.506219	-0.045083	1.000980	0.197148	0.064352	0.063308	254
GRUMA B	0.319937	0.103388	0.959614	0.096430	0.061694	0.060692	254
OSANBOR B-1	0.445214	0.117671	1.600375	0.069164	0.102888	0.101219	254
HOGAR B	0.346728	0.042016	2.426867	0.019221	0.156023	0.153492	254
HOMEX *	0.313524	-0.079573	1.158438	0.043795	0.220856	0.170931	46
HYLSAMX B	0.709064	0.346596	2.881889	0.054928	0.185276	0.182270	254
HYLSAMX L	0.971477	0.329066	1.333059	0.231892	0.312554	0.231489	34
ICA *	1.094733	0.233261	2.843234	0.124598	0.182791	0.179825	254
ICH B	0.415455	0.325118	2.178040	0.033753	0.140026	0.137754	254
MSA UBC	0.359162	0.207999	1.878883	0.033901	0.120780	0.118821	254
KIMBER A	0.398906	0.036929	0.970052	0.138023	0.062750	0.061732	254
KOF L	0.492168	-0.061310	1.731289	0.072003	0.111304	0.109498	254
NAFTRAC O2	0.957873	0.003139	0.314163	0.899247	0.020197	0.019870	254
PE&OLES *	1.070024	0.198926	2.969779	0.110825	0.190927	0.187829	254
SARE B	0.606550	-0.081504	1.380020	0.167366	0.092481	0.094663	216
SAVIA A	0.714274	0.106089	7.728174	0.008135	0.496844	0.488782	254
SIMEC B	0.862687	0.748055	11.022519	0.005847	0.708637	0.697139	254
SORIANA B	0.951723	0.057958	1.362152	0.319120	0.087573	0.086152	254
TELECOM A1	0.964324	-0.018042	1.104594	0.422545	0.071014	0.069862	254
TELMEX A	0.716565	-0.045708	0.830356	0.416904	0.053384	0.052517	254
TELMEX L	0.821654	-0.056378	0.786717	0.511542	0.050578	0.049757	254
TLEVISA CPO	1.205894	-0.024969	1.062765	0.552795	0.068325	0.067217	254
TVAZTCA CPO	1.193416	0.041122	1.950204	0.264453	0.125379	0.123344	254
URBI *	0.317987	0.098775	1.148228	0.065985	0.132029	0.126298	83
USCOM B-1	0.252950	0.084499	1.844629	0.022207	0.105733	0.104018	254
VITRO A	0.805151	-0.019058	1.941092	0.141769	0.124793	0.122768	254
WALMEX V	0.954759	-0.038773	0.887908	0.526091	0.057084	0.056157	254

* El número de observaciones es igual a los días operados en el periodo de la muestra.

* The number of observations equals the trading days in the sample period

ANEXO B

EMISORA <i>ISSUER</i>			IMPORTE	NUMERO DE	IMPORTE	INDICE DE BURSATILIDAD			
			Apr - Sep	OPERACIONES	REPRESENTATIVO	Sep	Ago	Jul	
			<i>AMOUNT*</i>	<i>NUMBER OF</i>	<i>REPRESENTATIVE</i>	<i>MARKETABILITY INDEX</i>			
			<i>Apr - Sep</i>	<i>TRANSACTIONS</i>	<i>AMOUNT</i>	<i>Sep</i>	<i>Aug</i>	<i>Jul</i>	
				<i>Apr - Sep</i>	<i>PER TRANSACTION</i>	<i>Sep</i>	<i>Aug</i>	<i>Jul</i>	
					<i>Apr - Sep</i>	<i>HIGH MARKETABILITY</i>			
BURSATILIDAD ALTA									
1	TELMEX	L	33,034,662,753	40,413	493,077	9.889	9.902	9.913	ALTA
2	AMX	L	31,593,994,013	60,705	238,800	9.827	9.818	9.831	ALTA
3	WALMEX	V	21,151,555,820	42,490	246,410	9.628	9.626	9.644	ALTA
4	CEMEX	CPO	17,593,761,394	39,794	261,200	9.574	9.479	9.470	ALTA
5	TLEVISA	CPO	9,237,114,568	29,770	197,360	9.258	9.287	9.314	ALTA
6	ALFA	A	8,803,364,146	34,365	166,320	9.246	9.108	9.082	ALTA
7	GMEXICO	B	8,764,064,438	32,855	159,210	9.223	9.241	9.245	ALTA
8	FEMSA	UBD	6,555,898,575	20,372	199,920	9.065	9.113	9.149	ALTA
9	ICA	*	6,038,140,111	39,411	79,500	9.018	8.995	9.040	ALTA
10	GFNORTE	O	6,030,714,499	20,618	156,100	8.991	8.980	9.044	ALTA
11	GMODELO	C	5,736,911,646	16,466	142,500	8.896	8.885	8.959	ALTA
12	HYLSAMX	B	4,348,204,280	29,030	88,713	8.870	8.809	8.741	ALTA
13	NAFTRAC	2	5,444,035,753	9,215	266,500	8.862	8.880	8.862	ALTA
14	GEO	B	4,024,218,164	22,012	93,137	8.784	8.726	8.741	ALTA
15	AMTEL	A1	4,184,744,692	8,113	163,599	8.648	8.612	8.646	ALTA
16	COMERCI	UBC	2,359,854,775	13,457	82,260	8.478	8.400	8.446	ALTA
17	GCARSO	A1	2,528,620,661	7,778	140,700	8.467	8.457	8.453	ALTA
18	KIMBER	A	2,464,755,686	7,542	144,513	8.457	8.456	8.504	ALTA
19	TELECOM	A1	2,575,149,228	7,118	137,481	8.443	8.482	8.536	ALTA
20	SORIANA	B	2,010,049,623	8,438	132,040	8.413	8.344	8.425	ALTA
21	ARA	*	2,061,331,643	10,933	89,400	8.404	8.325	8.339	ALTA
22	TVAZTCA	CPO	2,216,320,594	9,914	74,642	8.357	8.309	8.376	ALTA
23	ELEKTRA	*	2,300,098,461	5,961	129,400	8.350	8.377	8.409	ALTA
24	HYLSAMX	L	1,557,594,162	9,980	92,250	8.310	7.963	7.506	ALTA
25	URBI	*	1,822,181,559	6,533	107,200	8.270	8.125	8.049	ALTA
26	BIMBO	A	1,627,002,010	7,015	75,268	8.181	8.182	8.201	ALTA
27	GFINBUR	O	985,337,353	6,167	80,500	8.025	8.063	8.195	ALTA
28	HOMEX	*	806,499,489	3,824	113,322	7.916	7.800	7.723	ALTA
BURSATILIDAD MEDIA									
29	PE&OLES	*	719,864,786	5,594	53,892	7.824	7.898	7.935	MEDIA
30	ARCA	*	604,577,582	3,887	63,300	7.714	7.842	7.896	MEDIA
31	C	*	1,196,423,126	1,067	118,580	7.685	7.949	8.004	MEDIA
32	DESC	B	522,796,449	6,581	32,800	7.672	7.731	7.763	MEDIA
33	CIE	B	556,105,134	2,867	50,600	7.558	7.651	7.755	MEDIA
34	GCC	*	583,429,315	906	182,050	7.542	7.623	7.591	MEDIA
35	VITRO	A	437,341,376	4,406	36,400	7.537	7.559	7.741	MEDIA
36	GRUMA	B	483,506,852	1,344	131,220	7.526	7.287	7.400	MEDIA
37	CONTAL	*	346,436,720	3,469	42,300	7.443	7.485	7.551	MEDIA
38	IMSA	UBC	316,144,465	2,250	56,500	7.364	7.382	7.507	MEDIA
39	SARE	B	303,698,696	1,900	47,950	7.271	7.242	7.303	MEDIA
40	KOF	L	316,691,086	1,841	46,550	7.267	7.342	7.366	MEDIA
41	SAVIA	A	215,147,842	6,856	14,000	7.254	7.208	7.157	MEDIA
42	GSANBOR	B-1	233,286,391	1,966	40,700	7.172	7.259	7.253	MEDIA
43	GISSA	*	220,558,774	424	187,000	7.078	7.091	7.086	MEDIA
44	ASUR	B	161,308,189	730	99,855	7.002	6.981	7.111	MEDIA
45	ALSEA	*	160,484,878	722	101,075	7.000	7.084	7.097	MEDIA
46	CEL	*	148,166,675	2,529	20,000	6.960	6.978	6.976	MEDIA

47	GFBB	B	346,034,451	183	158,400	6.934	8.573	9.319	MEDIA
48	ICH	B	120,357,161	345	130,000	6.777	6.887	6.835	MEDIA
49	TS	*	99,589,549	132	464,000	6.746	5.500	5.300	MEDIA
50	USCOM	B-1	145,826,893	590	31,385	6.660	6.679	6.714	MEDIA
51	SIMEC	B	71,607,341	718	52,650	6.636	6.519	6.422	MEDIA
52	AMX	A	113,542,299	435	43,575	6.582	6.479	6.497	MEDIA
53	BACHOCO	UBL	68,254,749	198	114,488	6.444	6.567	7.045	MEDIA
54	HOGAR	B	45,531,119	1,080	17,250	6.377	6.460	6.748	MEDIA
55	TELMEX	A	44,104,029	442	34,748	6.280	6.274	6.262	MEDIA

BURSATILIDAD BAJA

<i>LOW MARKETABILITY</i>									
56	GIGANTE	*	33,399,149	226	64,125	6.158	6.217	6.232	BAJA
57	MASECA	B	41,851,469	217	50,500	6.155	6.257	6.136	BAJA
58	VALLE	B	29,591,507	485	20,000	6.075	6.046	5.992	BAJA
59	LAMOSAS	B	22,460,490	275	49,500	6.047	6.061	6.036	BAJA
60	NADRO	B	22,222,743	230	56,948	6.026	6.148	6.155	BAJA
61	KIMBER	B	107,356,760	56	33,180	5.948	5.776	5.757	BAJA
62	FRAGUA	B	49,411,936	116	33,500	5.938	6.715	6.697	BAJA
63	LIVEPOL	1	24,905,989	152	51,860	5.924	5.930	6.125	BAJA
64	CNCI	B	16,371,121	1,080	6,000	5.866	6.100	---	BAJA
65	GMARTI	*	132,392,638	56	12,500	5.788	5.777	4.832	BAJA
66	RCENTRO	A	16,843,102	186	34,750	5.784	5.943	5.883	BAJA
67	PATRIA	A	6,931,325	995	8,500	5.688	5.620	5.534	BAJA
68	DESC	A	19,896,958	148	17,000	5.608	5.569	5.693	BAJA
69	CABLE	CPO	116,734,100	32	11,500	5.583	5.562	5.515	BAJA
70	CMR	B	13,068,189	285	8,240	5.512	5.358	5.279	BAJA
71	GCORVI	UBL	7,372,686	135	26,410	5.412	4.687	4.509	BAJA
72	MEDICA	B	20,829,551	105	9,500	5.398	5.433	5.807	BAJA
73	GMODERN	*	15,326,950	48	33,000	5.378	5.326	5.103	BAJA
74	GEUPEC	B	11,515,220	44	47,400	5.357	5.116	5.147	BAJA
75	MOVILA	B	8,091,962	76	34,400	5.340	5.225	5.077	BAJA
76	PATRIA	B	4,548,350	733	4,250	5.337	5.453	5.496	BAJA
77	CIDMEGA	*	8,953,666	271	6,000	5.326	5.405	5.514	BAJA
78	GNP	*	21,458,690	37	21,350	5.302	5.276	5.120	BAJA
79	LIVEPOL	C-1	24,012,130	38	16,540	5.283	5.284	5.348	BAJA
80	FEMSA	UB	11,156,281	35	38,400	5.240	4.993	4.619	BAJA
81	BAFAR	B	7,952,111	40	34,250	5.159	5.281	5.645	BAJA
82	INVEX	O	8,680,100	69	12,750	5.112	5.215	5.256	BAJA
83	COLLADO	*	8,133,310	150	5,270	5.110	4.196	4.587	BAJA
84	HILASAL	A	6,567,516	165	5,250	5.077	4.548	4.943	BAJA
85	GNPPENS	*	16,311,527	30	13,400	5.067	5.094	4.928	BAJA
86	CYDSASA	A	3,955,065	217	5,600	5.029	5.042	5.013	BAJA
87	PYP	B	4,444,302	100	10,600	4.991	4.898	4.678	BAJA
88	POSADAS	L	8,416,339	67	6,800	4.956	4.932	4.761	BAJA
89	CERAMIC	ULD	8,147,740	26	19,360	4.922	4.768	4.706	BAJA
90	GMD	B	3,815,898	141	5,700	4.906	5.084	5.422	BAJA
91	GPH	1	12,135,330	17	18,500	4.904	3.719	4.120	BAJA
92	SANLUIS	CPO	3,590,208	138	5,600	4.880	4.760	4.851	BAJA
93	SANMEX	B	8,855,205	27	10,550	4.820	6.073	6.071	BAJA
94	DERMET	B	5,317,754	171	2,005	4.816	5.112	5.059	BAJA
95	ACCELSA	B	7,000,048	127	1,716	4.775	4.698	4.435	BAJA
96	GENSEG	B	1,501,510	75	18,000	4.737	4.436	4.254	BAJA
97	CERAMIC	UB	3,826,806	28	19,000	4.733	4.508	4.582	BAJA

BURSATILIDAD MINIMA

<i>MINIMUM MARKETABILITY</i>									
98	CAMESA	*	5,539,478	40	5,950	4.673	4.450	4.467	MINIMA
99	SAB	*	3,979,490	55	5,800	4.665	5.197	5.410	MINIMA
100	TEKCHEM	A	2,428,123	119	3,800	4.647	4.353	4.197	MINIMA
101	POSADAS	A	7,409,922	20	7,100	4.602	4.585	4.576	MINIMA
102	CMOCTEZ	*	1,195,770	22	56,000	4.593	4.483	4.495	MINIMA

103	IXEGF	O	5,308,195	69	2,000	4.568	4.596	3.813	MINIMA
104	TMM	A	1,563,456	25	26,000	4.530	4.534	4.587	MINIMA
105	GACCION	B	6,740,320	20	5,700	4.528	4.494	4.554	MINIMA
106	VALUEGF	O	5,613,101	25	2,950	4.393	4.268	4.379	MINIMA
107	EKCO	*	2,295,370	45	3,750	4.364	4.319	4.267	MINIMA
108	GFGBM	O	2,085,870	45	2,500	4.248	4.340	4.310	MINIMA
109	UNEFON	A	970,571	72	3,050	4.214	4.042	4.270	MINIMA
110	GENSEG	A	496,998	33	17,550	4.208	4.155	3.784	MINIMA
111	BEVIDES	B	1,186,406	59	2,779	4.193	4.358	4.550	MINIMA
112	CINTRA	A	744,807	90	2,700	4.176	5.076	5.091	MINIMA
113	GFINTER	O	7,594,036	49	330	4.172	4.258	3.855	MINIMA
114	IASASA	*	841,058	110	1,706	4.161	3.392	2.925	MINIMA
115	HERDEZ	*	1,262,400	29	5,000	4.147	4.845	5.050	MINIMA
116	GPROFIN	O	1,754,240	20	5,000	4.135	4.309	4.388	MINIMA
117	PARRAS	*	722,701	46	1,105	3.787	3.802	3.909	MINIMA
118	PROCORP	B	1,179,860	4	6,200	3.637	3.684	3.623	MINIMA
119	SANLUIS	A	281,593	44	1,485	3.585	3.672	3.576	MINIMA
120	CONVER	B	594,694	8	3,700	3.525	3.708	3.411	MINIMA
121	DIANA	*B	1,577,239	28	237	3.521	3.853	3.768	MINIMA
122	GMACMA	B	1,066,380	8	1,150	3.424	3.372	3.323	MINIMA
123	GFMULTI	O	153,625	17	3,950	3.379	3.629	3.786	MINIMA
124	PROCORP	A	558,000	3	6,200	3.356	---	---	MINIMA
125	NUTRISA	*	233,047	36	776	3.335	3.137	2.935	MINIMA
126	MINSA	C	257,500	7	2,500	3.176	3.313	3.300	MINIMA
127	CODUSA	A	143,873	12	1,268	3.014	3.810	3.809	MINIMA
128	AGRIEXP	A	88,192	92	91	2.852	2.391	2.128	MINIMA
129	GOMO	*	80,214	13	1,120	2.851	2.801	2.901	MINIMA
130	TLEVISA	A	41,600	7	4,800	2.827	3.612	2.845	MINIMA
131	DIXON	*	119,900	3	900	2.511	2.502	2.678	MINIMA
132	DIANA	*A	78,480	5	800	2.510	2.550	2.448	MINIMA
133	EDOARDO	B	138,745	11	140	2.492	3.014	2.966	MINIMA
134	GFGBM	L	14,762	11	690	2.240	2.259	2.245	MINIMA
135	ARISTOS	A	5,000	1	5,000	1.733	2.659	2.623	MINIMA
136	EMPAQ	B	12,000	11	60	1.642	1.578	1.843	MINIMA
137	CBARKA	A	3,903	1	697	1.229	1.225	1.174	MINIMA
138	MADISA	B	310	1	310	0.364	0.364	0.309	MINIMA

NOTAS:

- 1.- La información operativa es de los últimos 6 meses.
- 2.- No se consideran en la muestra emisoras suspendidas.
- 3.- No se incluyen "picos" (número de acciones menores a un lote), ni "paquetes" (operaciones que representan más de un 1% de las acciones que hay en circulación).
- 4.- El cálculo del Índice considera las siguientes variables:
 - A) Importe negociado
 - B) Número de operaciones
 - C) Importe representativo por operación (el cual corresponde a la mediana del importe de los últimos 6 meses).

NOTES:

- 1.- Trading data corresponds to the last 6 months.
- 2.- Suspended issuers are not included in the sample.
- 3.- Marketability Index does not include odd-lots or "packages" (transactions representing 1% or more than outstanding shares).
- 4.- Calculation of the Index includes the following variables:
 - A) Value traded
 - B) Number of the transactions
 - C) The representative value traded by transaction (which is the median of the value traded the last 6 months).

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA FINANZAS

1. Carteras de Inversión, Fundamentos Teóricos y Modelos de Selección Óptima. Javier Márquez Diez-Canedo. Editorial Limusa. 1981.
2. El Mercado de Dinero y Capitales y el Sistema Financiero Mexicano. José de Jesús Arturo de Alba Monroy. Editorial Pac. 2000.
3. Finanzas en Administración. J. F. Weston y E. F. Brigham. Editorial Interamericana.
4. Fundamentos de Inversiones Teoría y Práctica. Alexander. Sharpe. Bailey. Editorial Prentice Hall.
5. Inducción al Mercado de Valores. BMV-Educación. Bolsa Mexicana de Valores. 1998.
6. Mercado de Dinero y Capitales. Nacional Financiera. Ricardo López Fonseca.
7. Mercado de Dinero y Capitales. Instituto del Mercado de Valores. S.C.
8. Prácticas Bursátiles C.N.B.V.
9. Prácticas Bursátiles para el Mercado de Capitales. Centro Educativo del Mercado de Valores. Asociación Mexicana de Intermediarios Bursátiles.
10. Sistema Financiero de México. Eduardo Villegas Hernández y Rosa María Ortega Ochoa. Editorial McGraw-Hill. 2002.
11. Tesis de Administración de Portafolios de Inversión. Act. Mario Alberto Páez Bernal. 2004.
12. Tesis de Inversiones: Mercado de Títulos de Deuda y Capitales. Act. Ramiro Huerta Ramos. 2004.

BIBLIOGRAFÍA ESTADÍSTICA:

1. Análisis de Datos Multivariantes; Daniel Peña; Mc Graw Hill.
2. Introducción al Análisis de Regresión Lineal; Mongamery-Peck-Vining 3ª. Edición. CECSA.
3. Métodos de Econometría: J. Johnston; Vicens Universidad.
4. Pronósticos en los Negocios; John E Hanke. Octava edición.

PÁGINAS EN INTERNET

1. www.banxico.org.mx. Banco de México.
2. www.bmv.com.mx. Bolsa Mexicana de Valores.
3. www.cnbv.gob.mx. Comisión Nacional Bancaria y de Valores.
4. www.cnsf.gob.mx. Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.
5. www.condusef.gob.mx. Comisión Nacional para la Protección y Defensa de los Usuarios de Servicios Financieros.
6. www.consar.gob.mx. Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro.
7. www.lindo.com. Lindo Systems Inc., Lindo versión 6.1.
8. www.mexder.com.mx. Mercado Mexicano de Derivados.
9. www.shcp.gob.mx. Secretaría de Hacienda y Crédito Público. Reglamento Interior de la SHCP del 23 de enero de 2003.