



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE CIENCIAS

EL CIELO EN LA TIERRA

Catedrales góticas y platonismo pitagórico

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

MATEMÁTICO

P R E S E N T A

HÉCTOR GARCÍA DE LA CADENA PÉREZ

TUTOR: M. en C. JOSÉ RAFAEL MARTÍNEZ ENRÍQUEZ

2009





Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

### Hoja de Datos del Jurado

<p>1. Datos del alumno García de la Cadena Pérez Héctor 56 43 23 80 Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Matemáticas 404008897</p>
<p>2. Datos del tutor M. en C. José Rafael Martínez Enríquez</p>
<p>3. Datos del sinodal 1 Dr. Javier Páez Cárdenas</p>
<p>4. Datos del sinodal 2 Dra. Gabriela Campero Arena</p>
<p>5. Datos del sinodal 3 Dr. Héctor Méndez Lango</p>
<p>6. Datos del sinodal 4 M. en C. Francisco de Jesús Struck Chávez</p>
<p>7. Datos del trabajo escrito El Cielo en la Tierra Catedrales góticas y platonismo pitagórico 92 p 2009</p>

# ÍNDICE

Introducción.....	1
Capítulo I: Pitágoras.....	3
1.1 Datos Históricos.....	3
1.2 Pensamiento Pitagórico.....	10
Capítulo II: Cánones Estéticos en la Antigüedad.....	17
2.1 La Proporción.....	17
2.2 La Armonía y la Razón de Oro.....	21
2.3 El Pentágono.....	25
2.4 El <i>Timeo</i> .....	27
2.5 Conclusiones.....	38
Capítulo III: El Gótico.....	39
3.1 Contexto Histórico.....	39
3.2 Ideología Medieval.....	45
3.3 La Escala Musical.....	47
3.4 Armonía sin Uniformidad.....	50
3.5 El Arquitecto.....	57
3.6 Escala Musical y Número Áureo.....	58
3.7 Los Vitrales.....	69
3.8 La Irracionalidad del Gótico.....	70
3.9 El Diseño de Chartres.....	73
3.10 Construyendo <i>ad-triangulum</i> .....	77
3.11 La Mónada.....	82
3.12 Conclusiones.....	84
Conclusiones.....	85
Bibliografía.....	88

# INTRODUCCIÓN

El título mismo de este trabajo quizá exprese lo que se buscará hacer: argumentar la influencia del platonismo pitagórico en la construcción de catedrales góticas. Para ello es necesario resaltar algunos antecedentes que logren transmitir de manera lógica y coherente el gran impacto que lo que iniciara un hombre en el siglo IV a. C. fuera a tener en construcciones realizadas más de 1,500 años después. Esta influencia es evidente para aquél que conoce el trabajo de Pitágoras y ha estudiado temas relacionados con las catedrales góticas. Afortunada o desafortunadamente, la obviedad de esta influencia –que es clara para la intuición– se tambalea frente al cuestionamiento de la mente y lo que era certidumbre es puesto a prueba por una necesidad de exhibir razones lógicas y documentadas.

Este trabajo busca primero que nada dar a conocer el trabajo e ideología del hombre de Samos. Después, cubrir conocimientos históricos básicos acerca del movimiento arquitectónico del s. XII centrado en Francia e Inglaterra, y que en el renacimiento fue bautizado como ‘el gótico’. Para algunos esto será suficiente para intuir que ambas ideologías comparten no sólo muchas herramientas matemáticas en su parte externa, sino que en el fondo están motivadas por el mismo sentimiento humano que reconoceríamos en casi todos los grandes movimientos de la historia si miráramos con más atención.

Sin embargo, si no buscáramos respaldar estos argumentos mediante los recursos que aportan la historia y nuestro conocimiento matemático, éste no sería un trabajo con seriedad académica. Para lograr respaldar estas ideas se necesitan estudiar con detalle varios elementos de las construcciones góticas. Por ello, si deseamos llevar a cabo un estudio más o menos sistemático, debemos escoger una construcción representativa de ese estilo arquitectónico debido a que cada una de estas catedrales, si bien comparten un estilo muy claro, son muy distintas una de la otra cuando las estudiamos de cerca. Por tal razón este trabajo se centró en la catedral de Chartres. Dicha catedral, además de ser un ícono del periodo gótico, ha sido objeto de ‘culto’ para varias generaciones y esto ha dado pie a tener mucha más documentación sobre ella, de todas las índoles, que sobre el resto de las catedrales.

Por lo tanto, después de presentar la vida e ideología de Pitágoras y sus seguidores, así como los hechos históricos del periodo gótico, se enfocará nuestra atención en varios elementos de la catedral de Chartres. Se analizará con cuidado, entre otras cosas, la elevación interior, el portal occidental y algunos modelos de diseño. Será interesante mostrar los resultados que estudios modernos han obtenido

en su búsqueda por descifrar las intenciones de los constructores medievales. Con este fin se presentarán estudios que incluyen diseños basados en las proporciones musicales, otros en rectángulos áureos y otros más que sugieren técnicas geométricas distintas.

Sin embargo, para relacionar estos estudios con el pensamiento pitagórico se deberán presentar ciertos conceptos matemáticos relacionados con los cánones estéticos que regían a la arquitectura, y cómo estos conceptos fueron evolucionando desde la Grecia antigua hasta la Europa medieval. Este análisis permitirá relacionar ambas ideologías y con este trasfondo se intentará penetrar en la manera de pensar de los masones-arquitectos de la Edad Media. De esta forma se podrá juzgar, de una manera objetiva, la coherencia de los modelos presentados.

Finalmente, será cuestión nada más de relacionar las ideas planteadas referentes a Pitágoras con los estudios mencionados, y observar si éstas llevan a conclusiones que fortalecen y respaldan de manera seria lo expuesto al inicio de este texto. La falta de documentación, sobre todo acerca de las construcciones góticas, vuelve difícil la tarea propuesta. El hecho de que no se estipule explícitamente en algún documento lo que se buscaba hacer con tales construcciones ha provocado desde siempre mucho escepticismo en los círculos intelectuales. Sin embargo, estos estudios han logrado bastante aceptación en el ambiente académico a medida que su seriedad y profundidad han ido aumentando, y han servido –en cierta medida– como un ‘sustituto’ de la documentación faltante. Así, se deja en manos del lector validar la tesis de este trabajo.

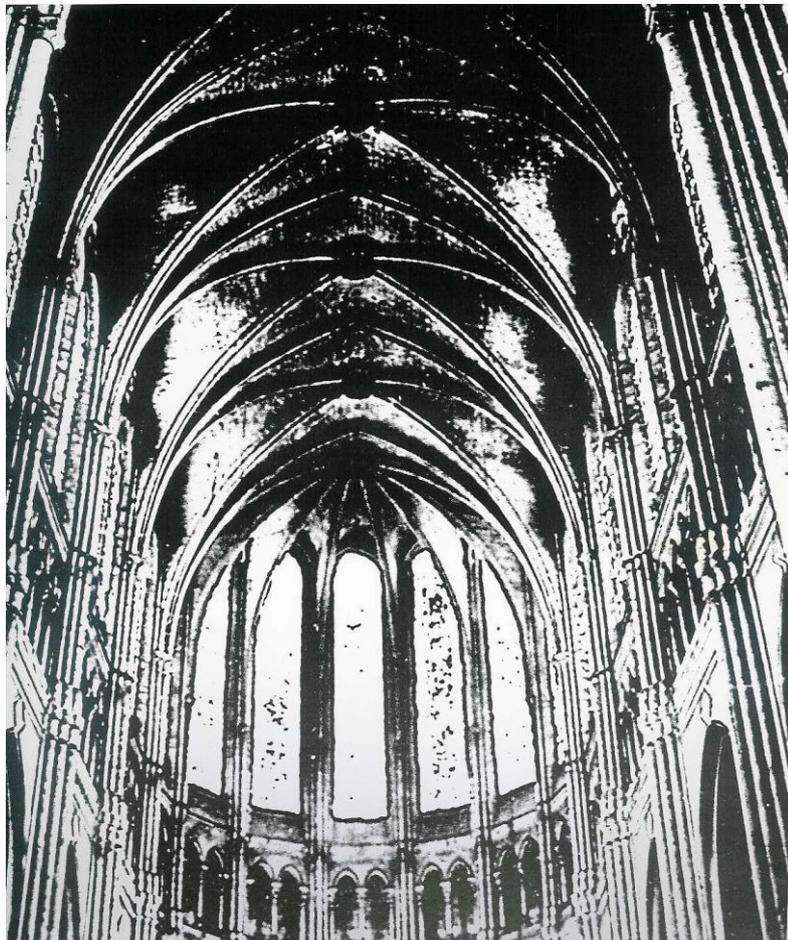
## Capítulo I

# PITÁGORAS, 'el que es único'.

### 1.1 DATOS HISTÓRICOS

Hablar de la influencia de Pitágoras en la Edad Media podría significar ofrecer un producto un tanto ambiguo y superficial. Con una mente astuta y algo de bibliografía, se pueden ofrecer rastros de 'influencia' en todo lugar y por ello podrían ser utilizados para sustentar el enunciado. Ahora bien, ¿a qué nos referimos en este trabajo cuando se habla de 'influencia'? En la vida se habla de influencia ideológica, influencia religiosa, influencia matemática, influencia social. Aquí hablaremos de la influencia como un concepto global que abarcará desde una línea de pensamiento hasta resultados matemáticos directamente relacionados, pasando en el trayecto por una cosmovisión social-religiosa fuertemente similar.

Para ello empezaremos por describir algunos hechos relevantes relacionados con Pitágoras: griego de nacimiento, su llegada a este mundo puede situarse aproximadamente en el año 580 a.C. Un personaje un tanto



**Figura 1.0**  
Espacio y luz en la arquitectura de la Catedral de Chartres

etéreo, algo huidizo, descrito por algunos como místico, por otros como matemático o como científico. Siempre inscrito en la tradición oral y no en la escrita, de Pitágoras

## PITÁGORAS

sólo quedan rastros e incipientes descripciones que los demás hicieron de él. Sabemos, o creemos saber de su vida, a partir de historias, mitos, leyendas y anécdotas que han sido recogidas en los trabajos históricos que han sobrevivido hasta nuestros días.

Conforme se analiza este conjunto de elementos del pasado, vemos a la figura de Pitágoras transformarse en mito y se vuelve cada vez más difícil crear una idea objetiva de la persona. Sabemos por Diodoro Sículo (c. 60 - 21 a.C.) que era un hombre de vida simple: sólo comía alimentos crudos, tomaba únicamente agua y en verano se cuidaba de los placeres del amor.<sup>105</sup> Flavio Aecio (quizá c. 100 a.C.) le atribuye haber establecido el término *kosmos* para referirse al orden creado por los cuatro elementos.<sup>106</sup> Aulo Cornelio Celso (murió c. 27 d.C.) lo describe como un médico reconocido<sup>107</sup> y algunos otros le atribuyeron ser el autor de algunos tratados de alquimia que circulaban en Bagdad en el siglo IX.<sup>108</sup>

Pero antes que todo Pitágoras fue reconocido como un filósofo. Marco Tulio Cicerón (106–43 a.C.) lo describe como alguien que trajo armonía al mundo, que profería augurios y adivinaciones y que sostenía que el alma es inmortal. Además, le atribuye el haber utilizado por primera vez el término *filosofía* en el sentido de “amor a la sabiduría”.<sup>109</sup> Vitruvio –o Vitrubio– (murió c. 25 a.C.) sostiene que durante el último siglo previo al nacimiento de Cristo su influencia se extendía ya a “todas las naciones”.<sup>110</sup> Autor del tratado de arquitectura más antiguo cuyo texto aún se conserva, titulado *Los Diez Libros de Arquitectura*, en él aparece por primera vez el famoso teorema donde se establece que  $a^2 + b^2 = c^2$  para triángulos rectángulos, expresión que en Occidente es conocida como el *Teorema de Pitágoras*.

De su formación se dice que fue alumno de Ferékides de Sirios y que recibió enseñanza del propio Anaximandro, y quizá incluso del mismo Tales de Mileto,<sup>111</sup> el iniciador de la escuela jónica de filosofía, la que buscaba explicar el mundo natural sin recurrir a los dioses ni a otro tipo de explicaciones que no estuvieran basadas en la materia. Además, Cicerón, Plutarco de Queronea (c. 50- c. 120 d.C.), Estrabón (c. 63 a.C. - c. 24 d.C.) y Valerio Máximo (c. 38 - c. 104 d.C.) avalan el viaje que realizó a Egipto para continuar sus estudios.<sup>112</sup> Por su parte, Antonio Diógenes (finales s.I

---

<sup>105</sup> Joost-Gaugier (2006), *Measuring Heaven*, p. 26.

<sup>106</sup> Ibid., p. 36.

<sup>107</sup> Celsus (1938), *De medicina*, Proemium,8.

<sup>108</sup> Joost-Gaugier (2006) , *Measuring Heaven*, pp. 128-131.

<sup>109</sup> Cicero (1938), *Tusculanae disputationes*, I.62; V.8-10.

<sup>110</sup> Vitruvius (1960), *De architectura*, V. Pref., 3-4 y IX.Pref.

<sup>111</sup> Lipsey R (2001), *Have You Been to Delphi?*, p. 127.

<sup>112</sup> Joost-Gaugier (2006), *Measuring Heaven*, p.29.

## PITÁGORAS

d.C.) sostiene que también realizó estudios en las tierras de caldeos, hebreos y árabes.<sup>113</sup>

Todos los relatos referentes a su persona apuntan a que era una figura admirada: algunos, como Apolonio de Triana, lo consideraban un intermediario entre Dios y el hombre. Este Apolonio escribió –durante la primera mitad del s. I d.C– una biografía de Pitágoras ahora perdida, y que no hace sino resaltar que la influencia del hombre de Samos se hace cada vez más notable entre los pensadores del mundo romano.<sup>114</sup> Se observa esto en Varrón (116-27 a.C.), quien al presentar en su *Tuberone* una analogía entre el desarrollo del feto y algunos patrones similares a la armonía musical, se apoya fuertemente en la filosofía pitagórica de Nicómaco de Gerasa (c. 50 - c.150 d.C.), uno de los pitagóricos más importantes de la edad romana y autor de *La Vida de Pitágoras, Introducción a la Geometría, Introducción a los Armónicos y Teología de la Aritmética*. Aunque casi todos estos textos se han perdido, ha sido posible acercarnos a su trabajo a través de referencias y fragmentos que sobreviven hasta el día de hoy.<sup>115</sup>

Nicómaco habla de cómo Pitágoras persuadía a sus contemporáneos de utilizar la palabra ‘sabiduría’ sólo para referirse a verdades eternas planteadas en el contexto de la ciencia y la filosofía. Argumentó, lo que lo aparta de la filosofía platónica, que la sabiduría se obtiene a partir del trabajo científico. En ese tiempo lo que se entiende por el trabajo científico abarcaba el aprendizaje, práctica y enriquecimiento de la aritmética, la geometría, la música y la astronomía (lo que Boecio llamó el *quadrivium*). Además, Nicómaco desarrolló la llamada teoría de números pitagórica que incluye, entre otros temas, la división de números en pares e impares, el análisis de las potencias de dos, los números primos, compuestos, métodos para obtener un factor común, y la clasificación de los números compuestos. Discute las proporciones conocidas por Pitágoras, Platón y Aristóteles, es decir, las llamadas series aritmética, geométrica y armónica. Es gracias a Nicómaco que conocemos el supuesto origen de la revelación mediante la cual Pitágoras intuyó que los fenómenos físicos se rigen por leyes que se expresan a través de relaciones proporcionales, en este caso numéricas.<sup>116</sup>

Algo que distingue a Pitágoras de muchos otros grandes pensadores fue que dejó tras de sí una escuela que seguía los lineamientos de vida que le eran atribuidos a él como su fundador. Estos lineamientos abarcaban reglas de silencio, simplicidad al vivir y la negación de placeres, entre otros. Todo indica que la comunidad a su

---

<sup>113</sup> Ibid., p. 32.

<sup>114</sup> Ibid., p.30.

<sup>115</sup> Ibid., p.29.

<sup>116</sup> Ver la anécdota del herrero relatada en la página 16.

## PITÁGORAS

alrededor se apegaba a un estilo de vida como el que siglos más tarde seguirían las órdenes monásticas. A lo largo de los años se formarían las leyendas e historias de sus seguidores, a quienes se conocía como los *Pitagóricos*, y desde entonces se vuelve difícil separar lo sostenido por Pitágoras de lo que añadieron sus seguidores. Estos grupos fueron profundizando las ideas quizá sólo introducidas o esbozadas por Pitágoras pero que serían desarrolladas en años posteriores. Miguel Periago describe algunos aspectos de la estructura de estas comunidades diciendo:

Los que entraban en la escuela (...) pasaban a formar parte de uno de los grupos en que se dividían los alumnos. Uno lo integraban los llamados 'matemáticos'; otro 'los acusmáticos'. Es decir, 'los que aprenden' y 'los que escuchan', respectivamente. Al parecer, los 'matemáticos' constituían la esencia del pitagorismo, los genuinos filósofos, los pitagóricos esotéricos, mientras que los 'acusmáticos', probablemente, eran filósofos de segundo rango.<sup>117</sup>

Siguiendo con la historia, cabe llamar la atención sobre los errores en los relatos históricos que nos legaron algunos escritores romanos. Plutarco de Queronea (c. 50 - c. 120 d.C.) le atribuye lo que ahora conocemos como el Teorema de Tales.<sup>118</sup> Además, describe a Pitágoras sacrificando un buey a los dioses, algo difícil de creer debido a las demás descripciones que encontramos acerca de él y en particular a su idea de que el alma, al morir quien la alberga, pasa a otro ser, sea éste humano o animal.<sup>119</sup> Apolodoro el Computista refiere que sacrificó una hecatombe habiendo hallado la existencia del triángulo rectángulo. De esto queda el epigrama siguiente: *Pitágoras, hallada / aquella nobilísima figura / bueyes mató por ello en sacrificio.*<sup>120</sup> Observamos también, en el s. II d. C., que Lucio Apuleyo (nació 123 d.C.) en su *Metamorfosis* escribe con irreverencia acerca de Pitágoras, y su sátira llega a describirlo ordenando a un asno introducir su cabeza en agua siete veces como parte de un ritual de purificación.<sup>121</sup> En esta línea de irreverencia, aunque sin errores conocidos, Luciano de Samosata (nació c. 120 d.C.) ridiculiza la leyenda de que Pitágoras poseía un muslo de oro, algo quizá creído por muchos y que constata la desmitificación que algunos escritores buscaban hacer de Pitágoras.<sup>122</sup>

---

<sup>117</sup> Porfirio (1987), *Vida de Pitágoras*, trad. con introducción y notas de M. Periago, p. 16.

<sup>118</sup> Plutarch (1969), *Moralia*, XV.81.

<sup>119</sup> "El alma haciendo un necesario giro, pasa de unos animales a otros". Atribuido a Pitágoras por Diógenes Laercio (2002). *Vidas de los filósofos ilustres*, p. 104.

<sup>120</sup> Diógenes Laercio (2002), *Vidas de los filósofos ilustres*, p. 104. Ver también Vitruvio, *Libro IX*, cap. II.

<sup>121</sup> Lucio Apuleyo, *Metamorfosis*, XI.I.

<sup>122</sup> Lucian (2000), *The Dialogues of the Dead*, V.

## PITÁGORAS

En ese mismo siglo circulaban todo tipo de ideas acerca del sabio de Samos y que lo alejan un tanto de la realidad humana y de los descubrimientos ahora atribuidos a él. Teón (c. 120 - c. 140 d.C.) le reconoce el descubrimiento de las leyes planetarias,<sup>123</sup> Numenio de Apamea (s. II d.C.) clama haber leído libros escritos por Pitágoras y toma muy en cuenta la influencia de los *Magi* en sus enseñanzas.<sup>124</sup> Por obvias razones, el contacto con estos famosos sacerdotes lo situaría en Persia en algún punto de su vida. Se le atribuyen a Pitágoras varios textos, entre ellos una *Física*, un escrito sobre educación titulado *Instituciones*, otro llamado *Política*, un *Discurso sagrado* cuyo principio es ‘*venerad obsequiosos, jóvenes, estas cosas con silencio*’, un poema dedicado a Orfeo y las *Catascopíadas* –observaciones o especulaciones–, cuyo principio es ‘*Con nadie seas imprudente*’. Que fue autor de varios libros lo atestigua Heráclito cuando dice que

Pitágoras, hijo de Mnesarco, se ejercitó en la historia de las cosas más que todos los hombres, y escogiendo este género de escritos se granjeó su saber, su mucha pericia y aún las artes destructoras de los hombres.<sup>125</sup>

Sexto Empírico (c. 200 d.C.) llega a decir que Pitágoras debió haber sido en realidad un Dios, asociándolo con Apolo.<sup>126</sup> Sabemos de varios relatos que lo relacionan con este Dios, como el que afirma que Pitágoras sólo rendía culto ante los altares dedicados a éste, o que para algunos el mismo nombre de Pitágoras, al desdoblarse en Pit-agoras, apunta a que su origen yace en el oráculo de Apolo en la rocosa Pita. Además de ello Pitágoras procuraba que sus seguidores tocaran la lira, uno de los dos ‘instrumentos’ utilizados por el hijo de Zeus y Leto, el otro siendo el arco. Y según Platón, la etimología de A-polo remite a “el que no tiene multiplicidad”, es decir, “el que es único”, “el que armoniza”, “el que mueve todo de manera unitaria”.<sup>127</sup> Estos elementos, como se puede ver, ligaban en la antigüedad a Pitágoras con Apolo, haciendo que para muchos ambos se confundieran en uno solo, o que al primero se le tomara como hijo del segundo.<sup>128</sup> Otros autores, como Plinio, sostenían que Pitágoras era practicante de magia.<sup>129</sup>

Poco a poco se ha ido armando una idea alrededor de este personaje tan importante en la época del Imperio Romano. Es evidente, además, que para poder

---

<sup>123</sup> Theon of Smyrna (1979), *Mathematics Useful for Understanding Plato*, p. 98.

<sup>124</sup> Joost-Gaugier (2006), *Measuring Heaven*, p. 40.

<sup>125</sup> Diógenes Laercio (2002), *Vidas de los filósofos ilustres*, p. 102.

<sup>126</sup> Joost-Gaugier (2006), *Measuring Heaven*, p. 41.

<sup>127</sup> Plato (1926), *Cratylus*, 404E- 406C.

<sup>128</sup> Guthrié (1987), *Pythagorean Sourcebook and Library*, pp. 123-135.

<sup>129</sup> Joost-Gaugier (2006), *Measuring Heaven*, p. 42.

## PITÁGORAS

estudiar la presencia o proyección de sus ideas en la Edad Media, tendremos que estudiar con detalle la inserción o adaptación del pitagorismo a la Iglesia Cristiana. Poco más de siete siglos después de la muerte de Pitágoras, Europa se transformaba bajo el empuje del cristianismo en todos los aspectos, fueran sociales, políticos e intelectuales. Así, los pensadores más importantes después del siglo IV d.C. fueron casi siempre parte de esta gran institución que transformó a la sociedad. Es interesante ver la adaptación de las enseñanzas de Pitágoras a las ideas cristianas, situación que se dio de manera natural debido a que en su fundamento compartían ideas centrales, como la vida en austeridad y conducida en torno de preceptos, como ofrecer los mayores beneficios para la comunidad.

Quizá uno de los primeros cristianos en aceptar el pitagorismo dentro de sus doctrinas fue Clemente de Alejandría (c. 150 d.C.),<sup>130</sup> considerado como uno de los Padres de la Iglesia.<sup>131</sup> Sexto es un personaje poco conocido en la actualidad, pero que ejerció una gran influencia con su obra *Sextou gnomai* (s. II d.C.), en donde establece una serie de lineamientos éticos que recuerdan algunas ideas del hijo de Mnesarco. Entre ellos se incluían evitar el placer, enfrentar a la muerte con alegría y siempre mostrar amor a la verdad. Este trabajo, cuyo título significa *Sentencias de Sexto*,<sup>132</sup> fue reconocido como de inspiración pitagórica por San Jerónimo y Jámblico, y poco más adelante fue adoptado por algunas órdenes (como la Benedictina) como un texto que recogía fielmente la doctrina cristiana.<sup>133</sup>

Cabe mencionar la influencia de Pitágoras en Platón (c. 428 - c. 348 a.C.), sobre todo en el diálogo conocido como el *Timeo*, en donde se describe a un dios que en ciertas secciones se constituye en un geómetra consumado, en particular en los pasajes en los que ofrece su visión de cómo fue creado el cosmos. En las palabras de *Timeo*, Platón hila una explicación de cómo generó el mundo y los seres vivos que en él habitan a partir de dos triángulos rectángulos básicos –uno isósceles y el otro un escaleno cuya hipotenusa es el doble del cateto menor– que ensamblados constituyen las caras de los cinco sólidos platónicos, mismos que –exceptuando el dodecaedro– identifica con los 4 elementos que constituyen a todos los objetos materiales.<sup>134</sup> De esta manera, la influencia de Pitágoras permea en los pensadores que rescatan esta

---

<sup>130</sup> Ibid., p. 41.

<sup>131</sup> Se conoce como Padres de la Iglesia a los teólogos más influyentes de los primeros cinco siglos de la Era Cristiana y cuyos escritos dieran forma a la doctrina cristiana. Entre los más importantes están San Jerónimo, San Clemente de Alejandría, San Gregorio y San Agustín.

<sup>132</sup> Chadwick (2003), *The Sentences of Sextus*.

<sup>133</sup> Joost-Gaugier (2006), *Measuring Heaven*, p. 117. Es relevante mencionar que la orden creada por San Benito es reconocida como la depositaria del saber y de las prácticas educativas que a lo largo de los siglos VI al X mantuvieron vivas porciones del saber clásico en Europa.

<sup>134</sup> Plato (1989), *Timaeus*, 53 c- 56 c.

## PITÁGORAS

enseñanza de Platón, la que por mucho constituye el relato más acabado y coherente de la creación disponible en la Edad Media.

Pero antes de esta época, y justo en los inicios de la Era Cristiana, aparece un personaje muy importante para la transmisión del platonismo, y por lo tanto de las ideas de Pitágoras y de su influencia en el cristianismo. Se le conoce como Pseudo-Dionisio, –por haberle sido atribuidas incorrectamente sus obras a Dionisio el Areopagita (s. I d.C)– y su importancia radica en que logró una fusión de las teorías platónicas con las cristianas. En sus escritos habla de un intelecto divino que preside en el universo, mismo que está constituido como un mundo con tres niveles, el más alto de los cuales es el correspondiente al cielo. Éstos, a su vez, consisten de 12 órdenes; hay 9 niveles de seres celestiales que median entre Dios y los hombres, y se les conoce como las nueve órdenes angelicales: Serafines, Querubines y Tronos (que constituyen la jerarquía del Padre). Dominaciones, Virtudes y Potestades (la jerarquía del Hijo). Principados, Arcángeles, Ángeles (la jerarquía del Espíritu).<sup>135</sup> También desarrolla otra idea relacionada con la luz que adquiriría una gran importancia dentro del simbolismo medieval y que influiría en el diseño de las catedrales góticas.<sup>136</sup> Algunos, como Juan de Sacrobosco (s.XIII), le atribuyen la idea de los siete climas y las divisiones de las esferas en el universo; todas éstas son ideas de carácter claramente pitagórico.<sup>137</sup>

Poco a poco este tipo de ideas fueron incorporándose al imaginario de la Europa que bajo el embate de las invasiones bárbaras se había sumido en las llamadas épocas oscuras. Pero aún ocurrían destellos culturales y, aunque mutilado, degradado, aún vibraba el saber de los antiguos. Muestra de ello es que en el siglo VII Isidoro de Sevilla retoma la importancia de los números y la idea de vestir de blanco a los sacerdotes,<sup>138</sup> ambas ideas atribuidas a Pitágoras por Diodoro Sículo en el s. I a.C. Así, de la mano de Isidoro, de Veda el Venerable, de Marciano Capella y algunos ‘enciclopedistas’ más, se llega al siglo XI y a las escuelas medievales, en donde la influencia platónica era enorme y el estudio de ideas pitagóricas formaba parte importante de las materias del *quadrivium*, aunque no siempre se hiciera referencia explícita al hombre de Samos.<sup>139</sup>

Un ejemplo de ello lo constituye la escuela de Chartres, el primer bastión del platonismo medieval, en donde Guillermo de Conches describía a Platón como uno de los pitagóricos más importantes en su *Comentario sobre el Timeo*. Tan marcada pudo

<sup>135</sup> Marsilio Ficino, *De christiana religione*, cap. XIV. Ver también: Yates(1983), *Giordano Bruno*, pp. 142-155.

<sup>136</sup> Joost-Gaugier (2006), *Measuring Heaven*, p. 118.

<sup>137</sup> Lynn (1949), *The Sphere of Sacrobosco and its Commentators*.

<sup>138</sup> Ford (1970), *The Letters of St. Isidore of Seville*, p.43.

<sup>139</sup> Joost-Gaugier (2006), *Measuring Heaven*, p. 120.

haber sido la influencia sobre Platón que muchos historiadores de la filosofía están dispuestos a sumarse a Bertrand Russell cuando afirmó que “lo que parece platonismo, una vez analizado, resulta ser en esencia pitagorismo”.<sup>140</sup> Según éste, Platón tomó del hombre de Samos, y/o de sus seguidores, “la vena religiosa, la creencia en la inmortalidad, el tono sacerdotal y todo lo relacionado con la cuestión de la caverna; junto con ello vendría el respeto por las matemáticas y su íntima ligazón del intelecto con el misticismo”.<sup>141</sup> Estos elementos, sin duda, tuvieron un gran impacto entre la comunidad chartriense, ávida de entender el mundo a través de un relato cuasi-naturalista, como lo sería el que transmite el *Timeo*, y en el que la geometría juega un papel relevante. Muestra del impacto de esta curiosidad por las matemáticas es que se cuenta con el registro de un poeta anónimo de Chartres narrando las creencias pitagóricas de sus alumnos.<sup>142</sup>

Es un hecho, aunque no tan evidente, que a partir de entonces la presencia ideológica de Pitágoras permea el cristianismo y el pensamiento medieval. Así es como aparecen Walter Burley (s. XIV), lleno de interés por los conceptos pitagóricos, Hugo de San Víctor (s.XII), quien admira a Pitágoras por haber escrito sobre aquellos temas que constituirían el *quadrivium*, Michael Psellu (1018-78), quien veía en Platón al heredero del misticismo numérico de Pitágoras, George Pachymeres (1242-c. 1316), que también habla sobre el *quadrivium*, y Theodore Metochites (1332), que hace lo mismo respecto del *Timeo* y de Pitágoras. Esta lista se puede extender, pero en lo que sigue sólo se mencionará a quienes sea necesario citar.<sup>143</sup>

### 1.2 PENSAMIENTO PITAGÓRICO

Sería sensato ahora intentar resumir de una manera clara la ideología de Pitágoras. Se han mencionado ya suficientes datos, opiniones, anécdotas y leyendas recogidas a lo largo de los años que nos ayudan a formar una imagen de quién fue Pitágoras, el hombre. Sin embargo, hay una pregunta fundamental que no ha tenido respuesta. Quizá sea la pregunta que, de ser respondida, lograría explicar la inusual atracción que el hombre de Samos ha generado durante tantos años. ¿Qué propone Pitágoras? ¿Cuáles son sus ideas y las enseñanzas que lograron influir de tal manera en el mundo occidental?

---

<sup>140</sup> Russell, B. (2000). *History of Western Philosophy*, p.56.

<sup>141</sup> *Ibid.*, p. 123.

<sup>142</sup> *Ibid.*

<sup>143</sup> *Ibid.*, pp.121-124.

## PITÁGORAS

Algo curioso sucede cuando estudiamos a Pitágoras: cuanto más lejos se encuentra un comentarista de él, más detalles nos ofrece. Cuanto más cerca, más incipiente y circunstancial se vuelve la descripción que nos presenta. Tal es el caso de Platón, quien sólo lo cita explícitamente en una ocasión,<sup>144</sup> y si bien hace referencia en varias ocasiones a 'los pitagóricos', no nos ofrece más detalles acerca de su vida o de su filosofía. Con esta perspectiva es que estudiamos a Pitágoras y a su leyenda, misma que construida con el paso del tiempo, si bien indica la afición de los pensadores por sus enseñanzas, no deja de hacernos sentir que hay cierta imprecisión en sus descripciones.

Para estudiar las doctrinas pitagóricas el texto más claro que nos ha llegado fue escrito por Jámblico, un filósofo de Calcis, quien viviendo alrededor de 800 años después de Pitágoras escribió la llamada *Colección de Doctrinas Pitagóricas*, obra en diez tomos (de los cuales sólo cuatro y parte del quinto sobreviven) en los que recogió extractos de las enseñanzas o creencias de varios filósofos antiguos, además de explicar lo que a lo largo de ese tiempo fue la ideología pitagórica.

En su texto, Jámblico describe a Pitágoras como una influencia directa en la conformación de algunos aspectos de la mitología griega, incluyendo la conceptualización de dioses, héroes y demonios. También lo sitúa como observador de fenómenos astronómicos y como practicante de la contemplación.<sup>145</sup>

Al estudiar a Pitágoras se hace manifiesta su dedicación a lo espiritual. Toda su doctrina se basa en el cultivo de virtudes que acercan al hombre a la divinidad y a la pureza del alma humana. Con base en las reminiscencias de Diodoro Sículo tenemos información sobre las reglas tan estrictas que tenía sobre el cuerpo, de los lineamientos de vida de su comunidad y de la aversión por los placeres del cuerpo que competían contra el espacio de la divinidad en el hombre.

Sin embargo, el legado más importante de Pitágoras, o al menos por lo que se le recuerda hoy, parecieran ser sus contribuciones a las matemáticas. Si hoy en día alguien es cuestionado acerca de su conocimiento sobre este hombre, son pocas las personas que conocen del filósofo y que poseen algún conocimiento sobre quién estuvo detrás del famoso *Teorema de Pitágoras*. Además, es un hecho que el desarrollo de la aritmética y la geometría fue ampliamente propiciado por él y sus seguidores.

Con el fin de establecer un marco de los contenidos o campos de estudio de algunas de las disciplinas que conformaban la cultura de la antigüedad clásica, se

---

<sup>144</sup> Platón (2002), *La República*, p. 389 .

<sup>145</sup> O'Meara(1990), *Pythagoras Revisited. Mathematics and Philosophy in Late Antiquity*, p. 40.

## PITÁGORAS

presenta un esquema que podrá explicar claramente cómo se percibía la estructura de la realidad y las ciencias que la estudian:<sup>146</sup>

<i>Estructura de la realidad</i>	<i>Sistema de Ciencias</i>
Lo divino, ser inteligible y puro	Teología, dialéctica
Matemáticas, almas, mundo permanente	Aritmética
	Geometría, psicología
	Música
	Astronomía
Objetos sensibles –sujetos a cambios–	Física, ética/política
	Ciencias de producción, disciplinas prácticas

Así, si prestamos atención a la tabla de la parte superior y se sitúa uno en el contexto de la época, todo parece explicarse de manera natural.<sup>147</sup> El objetivo fundamental de Pitágoras era tocar, aunque fuera con la mente, a ese ser divino y perfecto que regía al mundo y, por ende, alcanzar el mundo espiritual. Sin embargo, viviendo con un cuerpo físico, uno es empujado a establecer relaciones inmediatas con el mundo de los ‘objetos sensibles’, es decir, con la realidad física o material de la vida. De esta experiencia sólo se podría extraer un conocimiento inferior, la *doxa*, en tanto que se refiere a objetos y situaciones cambiantes. Los placeres del cuerpo, en casi todas las diferentes vertientes filosóficas, serían el elemento principal que nos aleja de esta divinidad.

Pitágoras creía que era la mente y el alma humana lo que nos permitía ingresar o participar en el mundo de las ciencias ‘inteligibles’. Este término, muy utilizado por Platón, indica el mundo de las ideas –al que consideraban el mundo real– aquel que podemos entender, intuir. Si bien hoy en día se considera a esta parte de la realidad humana como subjetiva y fuera de los ámbitos de la ciencia, Pitágoras decía que por medio de la razón uno puede llegar a demostrar hechos inteligibles y así volverlos científicos,<sup>148</sup> es decir, establecer las verdades mediante el intelecto, y dado que éstas se refieren a los entes ideales que sirvieran de modelo a los materiales –que percibimos a través de los sentidos– constituyen el conocimiento verdadero. De hecho, Jámblico asegura que el conocimiento pitagórico de mayor importancia, y el

<sup>146</sup> Ibid., p. 46.

<sup>147</sup> Para una discusión sobre las nociones cambiantes de lo que se considera ciencia, en particular la griega, ver Rihll (1999), pp. 1-23 y Crombie (1994), vol 1, p. xi, y contrastarlo con Barnes (1979).

<sup>148</sup> Ibid., p. 41.

## PITÁGORAS

realmente científico, era aquél que conduce a la mente a tratar con una realidad inmaterial e invariante.

En esta compilación pitagórica de Jámblico encontramos un pasaje representativo de las ideas arriba mencionadas. Para explicar el refrán “No cortes en dos lo que está en el camino”, Jámblico dice:

La filosofía es, en efecto, un camino. [El refrán] significa entonces: escoge la filosofía y el camino a la sabiduría en el que no te vas a ‘cortar en dos’, en el que encuentres, no contradicciones, sino verdades firmes e invariantes fortalecidas por demostraciones científicas a través de las ciencias y la contemplación, es decir, filosofía a la manera pitagórica (...) Esa filosofía que viaja a través de las cosas corpóreas y objetos sensibles, que pensadores recientes adoptan sin moderación (pensando que dios y las cualidades del alma y las virtudes y todas las causas primarias son en realidad del cuerpo), es resbaladiza y fácilmente reversible –observa sus distintas facetas– mientras que la filosofía que se ocupa de objetos inateriales eternos e inteligibles, que siempre se mantienen igual y no admiten ni destrucción ni cambio, [esta filosofía], como su sujeto-materia, es precisa y firme, produciendo prueba inamovible y concreta.<sup>149</sup>

Si regresamos a la tabla anterior, y tomamos en cuenta un orden vertical, se ilustra la posición de las cuatro ciencias matemáticas de ese tiempo: aritmética, geometría, música y astronomía. Se vuelven un intermediario entre el mundo de los objetos sensibles y el mundo de lo divino. Las ciencias matemáticas funcionan como un lugar de transición o de apoyo en el camino espiritual. Queda claro, entonces, la fuerza y dedicación con la que Pitágoras y sus seguidores estudiaban estas ciencias que se constituían en el puente hacia el mundo de lo inteligible, o de lo eterno.

De acuerdo con Jámblico, quien usa –quizá sin saberlo– un texto de Plotino, Pitágoras se da cuenta de que las matemáticas preparan al alma para el estudio de las ciencias inteligibles al habituarla a tratar con lo inmaterial, fortaleciéndola así para la transición hacia la contemplación de la pureza del ser. Hay varios principios matemáticos que, según él, justifican esta preparación. El uso de principios comunes racionales en las matemáticas, una imagen vaga de seres puros (refiriéndose con ello a los números), similitudes –cercanas o no–, causalidad (la relación entre la causa –seres– y el efecto –números–), la abstracción de las ideas y la perfección de los números.<sup>150</sup>

---

<sup>149</sup> Iamblichus, *On Pythagoreanism- Book II: The Protreptic*, (118, 7-26) citado en O’Meara (1990), *Pythagoras Revisited: Mathematics and Philosophy in Late Antiquity*.

<sup>150</sup> O’Meara (1990), *Pythagoras Revisited Mathematics and Philosophy in Late Antiquity*, pp. 48-49.

## PITÁGORAS

Además, las matemáticas comparten ciertas propiedades con los objetos sensibles, tales como la división (falta de unidad), los límites y la participación (cuando los objetos participan en objetos matemáticos), entre otras.<sup>151</sup>

Como las matemáticas comportan o reflejan una imagen 'vaga' de algunos aspectos de lo inteligible, lo que es cierto en el reino de las matemáticas se 'refleja' o imprime una especie de 'sombra' que guía hacia lo que es cierto en el reino inteligible. Y como los objetos sensibles recogen o simulan algunas de las imágenes de las matemáticas, lo que es cierto en el campo de las matemáticas es paradigmáticamente cierto en el universo físico.<sup>152</sup> Esto quiere decir que las matemáticas forman parte de un mundo en el que las leyes de lo sensible y de lo inteligible convergen.<sup>153</sup> Es éste un sitio intermedio donde la perfección divina, en conjunción con los límites sensibles, rigen las propiedades de los seres llamados números.

De igual manera que en el mundo exterior se buscan los distintos roles que desempeñan los habitantes de ese reino, el pensamiento de Pitágoras forma parte de un enfoque que marcaría por cientos de años las actividades humanas. Su particular punto de vista incluye, en un lugar preponderante, el estudio de cada uno de los números, e inicia lo que hoy en día se conoce como numerología. Esto no es más que el estudio de estos 'seres' –y de sus cualidades– que habitan en un mundo que, de comprenderlo, nos acercaría a las leyes eternas e invariantes del ser puro inteligible.

Para apreciar en qué se traducen estas ideas presentamos, aunque sea superficialmente, algunos ejemplos de este patrón de pensamiento: a la unidad se le considera la fuente de todos los números y su ontología le asigna el rol de la divinidad por ser indivisible, invariante, el bien mayor. Llamaron 'uno'

a la razón de la unidad, de la identidad, de la igualdad y a la causa del acuerdo y simpatía del universo y de la conservación de lo que se mantiene en una identidad inmutable.<sup>154</sup>

El dos significará la dualidad; se le relaciona con el mundo sensible, la división de la unidad, la imperfección del mundo. A la razón "de la alteridad, de la desigualdad, de todo lo divisible que se sustenta en el cambio y en la inestabilidad, lo llamaron 'biforme' y 'dualidad'".<sup>155</sup>

---

<sup>151</sup> Ibid.

<sup>152</sup> Ibid., p. 50.

<sup>153</sup> Ibid., p. 44.

<sup>154</sup> Porfirio (1987), *Vida de Pitágoras*, p.52

<sup>155</sup> Ibid, p. 52

## PITÁGORAS

Más adelante se verá con más detalle el significado de algunos de los primeros diez números así como el profundo interés por el 'tetrakys',<sup>156</sup> también llamado 'número cuaternario', una representación de la década<sup>157</sup> como el resultado de  $1+2+3+4$ . Se verá con detenimiento la gran influencia que tuvo la significación de los números para el cristianismo y la arquitectura medieval y su concreción en las catedrales góticas. Es muy importante comprender lo que motivó este planteamiento, reflexionar sobre la profundidad y seriedad con la que se estudiaban los números ya que, según la mentalidad del período tardío medieval, entender su interacción y propiedades significaba comprender tanto las leyes que regían el mundo sensible como el mundo de lo divino.

Porfirio describe cómo Pitágoras

practicaba una filosofía cuyo objetivo era preservar y liberar de determinadas trabas y ataduras a la mente que se nos ha asignado, sin la que, en modo alguno, nada sensato ni auténtico se puede conocer ni percibir, sea cual sea el sentido que utilicemos. Porque la mente por sí misma 'todo lo ve y todo lo oye; lo demás es sordo y ciego'.<sup>158</sup>

Otro elemento que se considera pitagórico y que fue recogido por Jámblico son las demostraciones lógicas realizadas por Platón unos 100 años después de que transcurriera la vida del hombre de Samos. Esta manera de 'comprobar científicamente' a través de la razón, hoy conocida como 'razonamiento socrático', es mencionada por Jámblico como una de las maneras en que los pitagóricos establecían las leyes del mundo inteligible. De hecho, utiliza como 'demostraciones pitagóricas' textos escritos por Platón y que giran en torno al alma y su inmortalidad.<sup>159</sup> Una vez más asume la fuerte influencia de Pitágoras en Platón. Jámblico pone el énfasis en el carácter 'demostrativo' de la filosofía pitagórica, haciendo referencia al silogismo lógico del que se sirven las ciencias matemáticas.<sup>160</sup>

Muchos autores señalan a los números como la base de la filosofía pitagórica. De hecho, algunos de la talla de Aristóteles<sup>161</sup> mencionan como algo exagerado el énfasis que los pitagóricos le daban a las explicaciones acerca del mundo en términos

---

<sup>156</sup> Cuenta Porfirio que en sus juramentos, los pitagóricos invocaban a Pitágoras como a un dios, y en todas sus aserciones mencionaban: "(...) por el que a nuestro linaje otorgó el número cuaternario, porque éste posee como fundamento la fuente de la perenne naturaleza".  
(Ibid, p. 36)

<sup>157</sup> Entiéndase por década la acepción ontológica del número diez.

<sup>158</sup> Porfirio (1987), *Vida de Pitágoras*, p. 50.

<sup>159</sup> Ibid., p. 42.

<sup>160</sup> Ibid., p. 47.

<sup>161</sup> "Los llamados pitagóricos se aplicaron a las matemáticas, y fueron los primeros en desarrollar esta ciencia; nutridos de ella, creyeron que su principio era el de todas las cosas." (*Metafísica*, I, 985b).

## PITÁGORAS

de números. Según la filosofía pitagórica, los números son, por naturaleza, anteriores a las cosas. Por lo tanto, las relaciones de semejanzas, las combinaciones y demás propiedades de los números se verían reflejadas en el mundo real. Estos señalamientos conforman sólo una aproximación muy superficial a la psicología pitagórica que ya se comentó, pero aún así se comprende que la razón por la cual los pitagóricos dan tanta importancia a los números es por su capacidad de compartir propiedades del mundo inteligible y del mundo sensible. Así, a través del estudio de los números, el hombre alcanza a aprehender algo de lo que significa la eternidad y a vislumbrar lo que de divino hay en sí mismo. Este es el fin último, o el objetivo que impulsaba a los pitagóricos a cultivar las matemáticas.

Con todo, es un hecho que cuando leemos algún libro acerca de Pitágoras nos enfrentamos con una serie de conceptos e ideas acerca de los números, el universo y las matemáticas a veces difíciles de comprender. En este capítulo no se ha entrado en particularidades aún cuando los pitagóricos llevaron estos conceptos a un desarrollo muy profundo y preciso en términos un tanto ontológicos. Dado que este aspecto ya no incide directamente en las prácticas e ideas que inspiraron la cultura del gótico, no nos ocuparemos de ello.

Hasta aquí nos hemos limitado a un análisis del andamiaje ideológico pitagórico, mismo que marca una dirección de pensamiento –la fuente del deseo pitagórico más profundo– y no tanto una explicación concreta de sus ideas y conclusiones. Más adelante, cuando entremos en el estudio de la Edad Media, se abordarán con detalle algunas ideas pitagóricas acerca de la proporción, la divinidad y la belleza, temas plasmados en uno de los pocos recursos bibliográficos disponibles en el siglo XII: el *Timeo* de Platón. Además, será importante señalar las ideas que el hombre de Samos tenía concernientes al universo y a los planetas, ya que las catedrales góticas tenían como parte de sus objetivos reflejar en sus planteamientos arquitectónicos las leyes naturales del universo.

## Capítulo II

# CÁNONES ESTÉTICOS EN LA GRECIA CLÁSICA

### 2.1 LA PROPORCIÓN

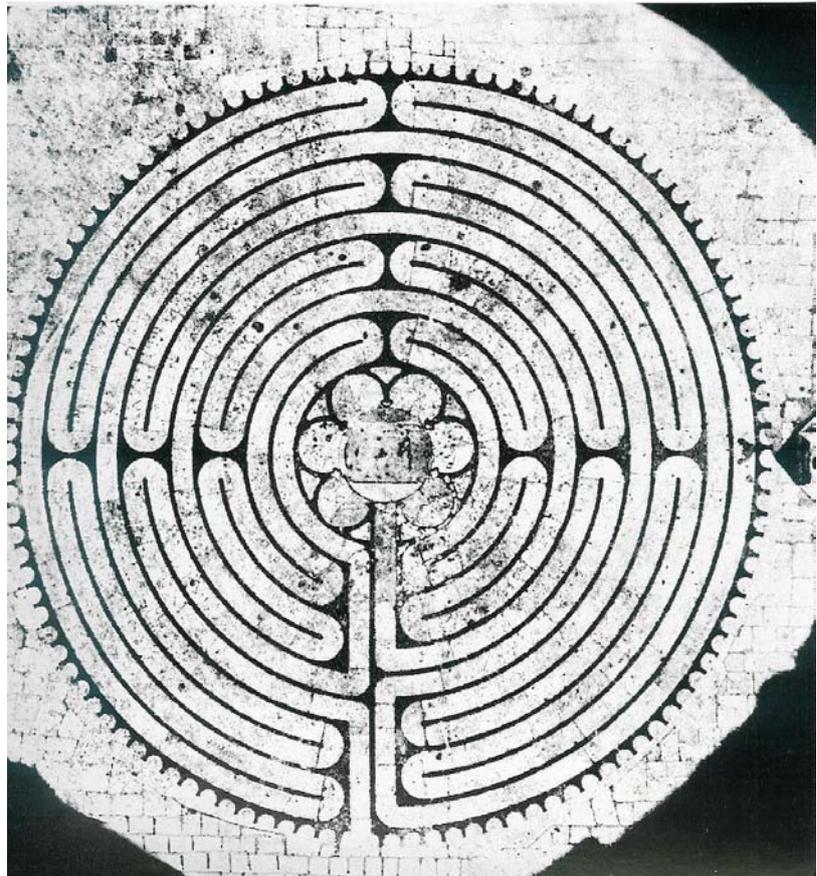
Para Pitágoras y sus seguidores, la proporción fue la base estructural sobre la cual se construyó, desde sus inicios, la escala musical. A Pitágoras se le atribuye el descubrimiento de la relación entre la longitud de las cuerdas y los tonos que producen. De hecho, gran parte del 'prestigio' desarrollado por los pitagóricos reside en su amplio conocimiento de la música. En concreto, se dice que Pitágoras descubrió las proporciones aritméticas que definen la escala musical al percibir cómo una cuerda cortada por la mitad produce el sonido de la misma nota producida por la cuerda completa pero una octava más aguda. Una cuerda cortada en razón de 3 a 2 produce el sonido de una quinta, en 4 a 3 de la cuarta, entre otras. Estos descubrimientos confirmaron a Pitágoras un supuesto metafísico: la belleza de la naturaleza podía ser transcrita a la belleza de los números. Fue debido a la música que los pitagóricos, en gran medida, se interesaron mucho en las proporciones matemáticas. La anécdota que se cuenta acerca de cómo descubrió que estas proporciones entre elementos de la misma naturaleza producen sonidos armónicos es muy ilustrativa. A esta revelación se le ha conocido como la anécdota del herrero: se cuenta que iba un día Pitágoras caminando por el pueblo, y sucedió que al pasar junto al puesto de un herrero escuchó octavas perfectas, y cuartas y quintas, todas ellas producidas cuando el martillo golpeaba contra los yunques. Así, de regreso a la casa donde se hospedaba en Crotona, Pitágoras comenzó a hacer experimentos, primero con martillos y yunques, después con cuerdas, percusiones e instrumentos de viento. El resultado, descrito por Nicómaco, fue una relación consistente y constante de los tamaños de los instrumentos con los tonos que producían.<sup>162</sup>

De esta idea se desprende el famoso término de la 'Música de las Esferas', pues los pitagóricos afirmaban que así como el sonido de cada cuerda depende de su longitud y proporción, al estar los planetas colocados a distancias determinadas de la Tierra, moviéndose con velocidades medibles y sometidos a proporciones que determinan sus periodos, deberían también producir un sonido. Así, su nota fundamental podría ser deducida a partir de la distancia con la Tierra.

---

<sup>162</sup> Joost-Gaugier (2006), *Measuring Heaven*, pp. 32-37.

Ahora, ¿qué es 'estar en proporción'? La proporción, en ese entonces, era un concepto íntimamente relacionado con la unión. Establecía los lazos en la naturaleza y el mundo: si algo estaba unido, necesariamente lo estaba porque guardaba una proporción; si algo estaba en proporción, estaba unido. Bien lo dice Timeo al referirse a que la unión más satisfactoria entre dos cosas es la que logra la fusión completa y que la proporción es lo que mejor se adapta para tal efecto. Pone como ejemplo



**Figura 2.0**  
El laberinto de Chartres

que siempre que se den tres números, si uno de ellos es la 'media' de los otros dos, – refiriéndose a la geométrica, la que era considerada la más importante—<sup>163</sup> también sucede que esta media es al primer término como el último término es a la 'media', entonces se diluye la distinción entre medio y extremos, pues ambos pueden jugar el mismo papel, y entonces todos vienen a ser lo mismo y serán todos uno.<sup>164</sup> Fue así como el platonismo adoptaba la idea de que la 'proporción' era el nexo que hacía posible las relaciones entre las cosas que se observaban en el mundo.

Lo anterior se puede ilustrar matemáticamente: digamos que se quiere ver si hay una proporción que ligue al 1 con el 4; para ello sería necesario encontrar un tercer número que los uniera, digamos el 2. Entonces se observa que 1:2::2:4, o lo que es lo mismo  $1/2 = 2/4$ , i.e.,  $4 \times 1 = 4 = 2 \times 2$ . Y se observa que 1:2::2:4 es equivalente a 2:1::4:2. Este fenómeno Platón lo describe diciendo que "todo permanece necesariamente como era",<sup>165</sup> aún cuando el medio (el 2 en este caso) pasa a ocupar la posición de los extremos y los extremos se vuelven medios. Todo este desarrollo

<sup>163</sup> Dados los números positivos  $a$  y  $b$ , la media geométrica está definida como  $\sqrt{ab}$ .

<sup>164</sup> Plato (1989), *Timaeus*, 31b-32b.

<sup>165</sup> Platón (1962), *Timeo*, p. 314.

'demuestra' que el 1 queda unido con el 4 dado que se establece la proporción, teniendo al 2 como elemento de unión.

Sobre esta idea descansa la unidad, la perfección y la belleza atribuida al creador y al mundo inteligible. Para Teón el término *proporción* es la “similitud o igualdad de más razones que una,” lo que adquiere sentido si se entiende lo que es una razón. En Euclides encontramos la siguiente definición:

Razón es la relación cualitativa en lo que se refiere a la dimensión entre dos magnitudes homogéneas. La proporción es la igualdad de razones.<sup>166</sup>

Sin embargo, para algunos escritores (como Trasilo), había tres proporciones: la aritmética, la geométrica y la armónica. Esto claramente es una referencia a las medias aritmética, geométrica y armónica. Es necesario explicar, como lo hizo Adrasto en su momento, que de las muchas medias

a la geométrica se le llamaba proporción por excelencia y primaria (...) aunque las demás medias también eran llamadas proporciones por algunos autores.<sup>167</sup>

Jámblico, al igual que Teón y que Euclides, sostiene que la “proporción es la igualdad de varias razones” y que

se debe tener como premisa que era la [proporción] geométrica la que los antiguos llamaban la proporción por excelencia, aunque hoy también se aplica a las demás medias restantes.<sup>168</sup>

Pappus –o Papo– de Alejandría (nace 290 d.C.) aclara que

una media difiere de una proporción ya que si algo es una proporción entonces también es una media, pero no a la inversa. Porque hay tres medias, una aritmética, una geométrica, y una armónica.<sup>169</sup>

Esto implica de manera bastante clara que para él sólo hay una verdadera ‘proporción’.

---

<sup>166</sup> Citado en Ghyka (1968), *El número de oro*, vol I, p. 27. Ver definiciones 3 a 6 del Libro V de *Los Elementos* de Euclides.

<sup>167</sup> Euclid (1956), *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, p. 293.

<sup>168</sup> Ibid.

<sup>169</sup> Ibid.

Entonces, si nos remitimos estrictamente a las definiciones de proporción como la igualdad de razones, podemos obtener lo que se conoce como la proporción geométrica 'discontinua' en donde los números a,b,c y d son distintos, pero donde se cumple que  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ . Sin embargo, en boca de Platón "las más bellas uniones, o 'ligas', son las establecidas por las medias proporcionales,"<sup>170</sup> y esto sucede cuando además b=c, y entonces se le conoce a la expresión anterior como proporción 'continua'.

Es importante comprender bien la definición de proporción. Es uno de los instrumentos mediante los cuales se estudió la creación en la antigüedad, en gran medida como resultado de las sorprendentes relaciones que a través de las proporciones se podían establecer en el mundo. Con el estudio de los planetas, la naturaleza, la música, se ampliaba el ámbito para el uso de las proporciones. Regresando al capítulo anterior, donde se analizaba la ideología pitagórica y se le relacionaba con el estudio de las ciencias intermedias –las que toman al mundo sensible como punto de partida y al mundo inteligible como instrumento para entenderlo-, lo dicho ahí se puede replantear diciendo que es a través del estudio de la proporción como se maneja el ámbito de las matemáticas para intentar establecer la construcción del mundo o la creación de la 'belleza'. Es así como esta idea permite un acercamiento de la realidad a la perfección inteligible.

Todas estas ideas en torno de la proporción tuvieron una gran influencia en la arquitectura. Es la manera más concreta en la que los conceptos matemáticos se materializan, ya que en dicha disciplina se busca producir la sensación de armonía y una percepción de carácter estético, y esto se pretende encontrar a través de la armonía y los cánones estéticos que se pueden definir por medio de las matemáticas, en particular recurriendo a las proporciones. Es importante enfatizar que es sobre esta idea, manejada por siglos y siglos en el terreno de la arquitectura, que descansa la ideología pitagórica, siendo las matemáticas un medio para llegar a la armonía en el mundo inteligible y de la cual nuestros sentidos captan sus manifestaciones en la naturaleza y en las obras diseñadas bajo los cánones que los humanos 'rescataron' para ser utilizados en sus construcciones.<sup>171</sup>

Algunos ejemplos que tenemos de esto en la arquitectura son el Partenón griego y el Panteón romano. Es patente para el observador la armonía estética que estos dos edificios proyectan a través de las proporciones que reflejan en su estructura. Ciertas características como la construcción circular del Panteón, o la

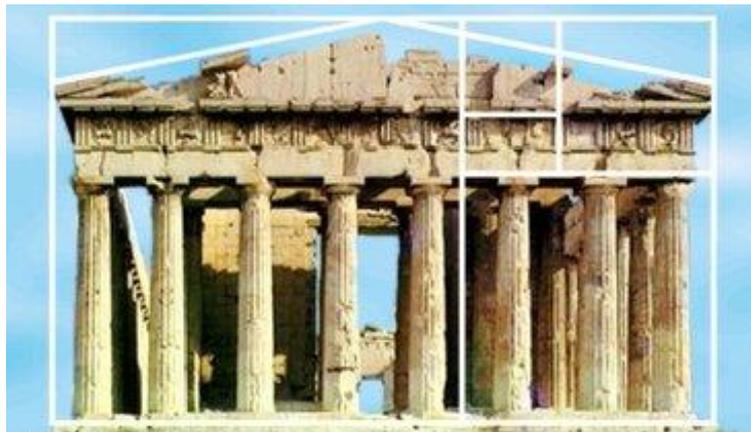
---

<sup>170</sup> Plato (1989), *Timaeus*, 53 a.

<sup>171</sup> La armonía es definida por Filolao, en el siglo V a.C. como "... el resultado de los contrarios (...) la unidad de la multiplicidad y el acuerdo entre los [elementos] discordantes..."

perfecta simetría de ambos edificios, establecen una clara relación con la mónada,<sup>172</sup> la armonía y otras de las ideas que hemos discutido anteriormente y que son atribuidas a Pitágoras.

Cuando uno emprende la tarea de medir y analizar matemáticamente las proporciones utilizadas en estos edificios es fácil caer en la tentación de 'jugar' con estas medidas hasta llegar a lo que uno necesita. Es quizá por esta razón que aunque se ha intentado hacer coincidir las proporciones del Partenón con la llamada proporción áurea, esto ha sido tema de grandes controversias. No es la intención de este trabajo defender alguno de estos puntos, sino la de llevar a cabo la presentación de los cánones de belleza griegos y romanos basados en proporciones matemáticas.



**Figura 2.1**  
Medición del Partenón con rectángulos dorados

### 2.2 LA ARMONÍA Y LA RAZÓN DE ORO

Inevitablemente tendremos que hacer una pequeña explicación de esta 'proporción divina', también llamada 'razón de oro' o 'número dorado'. Si bien este término fue introducido por primera vez en 1509 por Luca Pacioli en su *De Divina Proportione*, su definición ya se encuentra en Euclides alrededor del 300 a.C. cuando escribe en el Libro VI, def. 3 de los Elementos:

"Una línea recta se dice que está dividida en razón media y extrema, cuando así como la línea es al mayor segmento, es el mayor segmento al menor".

---

<sup>172</sup> Término atribuido originariamente a Platón en *Filebo*, V 15, descrito como una "unidad no sujeta a la generación o a la corrupción".

Una vez discutida la idea básica de la noción de proporcionalidad, se verá más adelante la manera en que Platón describe ciertas proporciones con razón 2 y 3. Sin embargo, Euclides define una proporción no en razón de un número sino de la parte en relación con un todo. Es claro el impacto que esto puede tener en la concepción de la armonía, ¿pues no es la armonía el balance o proporción de las partes con el todo, es decir, el equilibrio de cada objeto con la totalidad de la que forma parte?

Cuando hoy día se habla de armonía, generalmente uno toma ejemplos de la naturaleza para ilustrarla, para dar a entender su significado: la armonía en el cuerpo humano, la armonía en el mar, en los árboles, en los cielos, la armonía en el universo. Desde la antigüedad el hombre se ha asombrado de la perfección que a sus ojos existe en el mundo; la ha percibido en las regularidades identificadas en las órbitas celestes y eventualmente ha llegado a percibirla en las leyes que rigen algunos fenómenos en el planeta. Es esta armonía la que se ha buscado imitar y comprender desde la antigüedad.

Una de las ideas platónicas más importantes establece que no se puede aprehender esta armonía como un concepto que se genera desde la experiencia sensorial. En su sistema conceptual la idea de lo que constituye la armonía no es algo que viene de fuera, sino de un recuerdo del alma. Éste es uno de los temas que Platón toca en el *Menón*:

El alma, por ser inmortal y haber renacido muchas veces, y por haber visto muchas cosas aquí y en el otro mundo, ha aprendido todo lo aprendible. Así que no debemos sorprendernos si puede recordar el conocimiento de la virtud o de cualquier otra cosa, que, como vemos, alguna vez poseyó.<sup>173</sup>

Este es el párrafo introductorio a la larga conversación con un esclavo de Menón en el que le demuestra a éste que, por iletrado e ignorante que pudiera ser el esclavo, podrá recordar, gracias a la guía de Sócrates, la manera como puede duplicar geoméricamente el área de un cuadrado.<sup>174</sup>

Asegura Platón que desde que nacemos somos atraídos hacia lo bello, lo armónico, aún sin haber tenido nunca contacto con el mundo. Ésta es una de las pruebas, asegura, de que el alma existe desde antes que el cuerpo y, además, de que ésta forma parte del mundo inteligible donde todo es perfecto, bello e inmutable. Esto es lo que Platón considera la 'Realidad' y consiste de esencias puras o Ideas o Arquetipos de los cuales los fenómenos que percibimos con nuestros sentidos no son

---

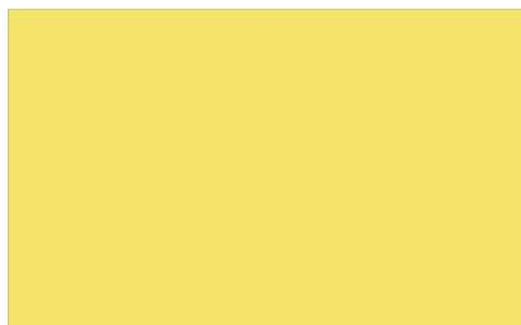
<sup>173</sup> Platón (1924). *Meno*, 81 c.

<sup>174</sup> *Ibid*, 81c-85c.

más que pálidos reflejos. Las Ideas no pueden ser percibidas por los sentidos sino exclusivamente por la razón, parte constitutiva del alma. La Geometría resulta ser el lenguaje recomendado por Platón como ejemplo más claro de cómo describir este dominio metafísico:

Y no sabes que ellos [los geómetras] utilizan las formas visibles y hablan de ellas, pero no están pensando en ellas sino en aquellas cosas de las que son una similitud, siguiendo su razonamiento en términos del cuadrado mismo y de la diagonal misma, y no basándose en las imágenes que de ellas han dibujado (...) y lo mismo ocurre en otros casos. Las cosas que moldean o dibujan (...) en su momento las tratan sólo como márgenes, pero lo que realmente buscan es lograr captar aquella realidad que sólo pueden ver con la mente.<sup>175</sup>

Por la popularidad que ha alcanzado en nuestros días, misma que tiene una larga historia, cabe explicar brevemente en qué consiste la razón de oro. De igual manera que veíamos la proporción de 2:4::4:8, decimos que la razón de esta proporción es 1/2, recordando la definición de ‘razón’ dada



**Figura 2.2**  
Un rectángulo dorado

por Euclides. Haciendo un cálculo similar, pero con la definición de razón ‘media y extrema’ dada también por este último, la razón que se desprende de la divina proporción es un número irracional, simbolizado por la letra griega  $\varphi$  (fi),<sup>176</sup> y que tiene como aproximación el número 1.618. Veamos su construcción:

Se divide una línea cualquiera en dos partes de manera que la razón entre la totalidad del segmento y una parte (la mayor) sea igual a la razón entre esta parte y la otra.

Matemáticamente, siendo las partes  $a$  y  $b$ :

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

Esta razón es denominada *razón áurea*. También se puede obtener el valor numérico a partir de la expresión anterior:

<sup>175</sup> Plato (2008), *Republic*, 510 d- 510 e

<sup>176</sup> La letra  $\varphi$  empezó a ser utilizada en siglo XX para denotar el valor de la razón dorada por ser la primera letra del nombre –en griego– del escultor griego Fidias. También, aunque con menor frecuencia, se utiliza la letra griega T (tau), la primera letra de la palabra τμή, que en griego antiguo significa “corte”.

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} \Rightarrow a^2 = b(a+b) = ba + b^2 \Rightarrow a^2 - ba - b^2 = 0.$$

Se puede despejar 'a' teniendo en cuenta que  $a > 0$  y  $b > 0$ , y esto produce:

$$a = \frac{b + \sqrt{b^2 + 4b^2}}{2} = \frac{b + \sqrt{5b^2}}{2} = \frac{b + b\sqrt{5}}{2} = \frac{b(1 + \sqrt{5})}{2}.$$

Dividiendo todo por  $b$  se obtiene:

$$\frac{a}{b} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \varphi.$$

El mismo Euclides, en su proposición 2.11, retoma la cuestión áurea bajo la forma siguiente:

(...) dividir una recta de tal forma que el rectángulo comprendido por la recta entera y uno de los segmentos sea igual al cuadrado del segmento que queda.

A partir de esta proposición se obtiene un rectángulo cuyos lados guardan la proporción áurea y al que se conoce como 'rectángulo áureo' o 'rectángulo dorado' (Fig. 2.2).

Las propiedades de este número se han venido descubriendo con el paso del tiempo, así como las múltiples maneras como se manifiesta en la naturaleza. Aún en nuestros días siguen apareciendo ejemplos de esta razón tanto en la constitución de seres vivos y no vivos, en los procesos a los que se ven sujetos y en el arte. Si bien las propiedades matemáticas de  $\varphi$  son sorprendentes, siendo entre otras cosas el límite de varias sucesiones muy interesantes (como la sucesión de cocientes de números consecutivos de la sucesión de Fibonacci), en ese entonces no se tenían las herramientas para estudiar esto a fondo, y por lo mismo no entraremos en mucho detalle.

Sin embargo, hay algunas razones por las que  $\varphi$  se relaciona continuamente con la escuela de Pitágoras. Para los seguidores del hombre de Samos, una de las cosas más sorprendentes a las que se enfrentaron fue el descubrimiento de los números irracionales, aquéllos que no se pueden expresar a través de proporciones entre números enteros. Se dice que les parecía un enigma tan grande que llegaban a

pensar que se podía deber a un error en la constitución del cosmos.<sup>177</sup> Se les conoce también como inconmensurables por la incapacidad de medirlos con exactitud, tomando como unidad de medida la de un entero o un racional. Se dice que guardaban con tal celo el secreto de la existencia de los números irracionales que cuando uno de los estudiantes (Hipócrates de Chío) lo dijo abiertamente, ellos le erigieron una tumba, simbolizando su muerte ante la fraternidad.<sup>178</sup>

### 2.3 EL PENTÁGONO

Se dice en un texto de Luciano de Samósata que el pentagrama –la llamada Pentalfa (estrella de cinco puntas dibujada con cinco trazos rectos)– era un símbolo secreto para la hermandad de los pitagóricos.<sup>179</sup> También Jámblico, en la biografía citada anteriormente, hace mención de la importancia para los pitagóricos de la creación de 'la esfera' con doce pentágonos (dodecaedro). No es casualidad que Platón le asignara al cosmos el dodecaedro,<sup>180</sup> pues se dice conocía los secretos pitagóricos.

Más adelante se verá con detalle la fuerte relación que tuvieron los números irracionales con la escuela de Pitágoras, así como su influencia en el desarrollo en las matemáticas y la arquitectura. Los números más estudiados de este tipo por los pitagóricos, debido en gran parte a su rápida aparición en triángulos de medidas muy sencillas, fueron  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$  y  $\sqrt{5}$ . La presencia de  $\sqrt{2}$  y  $\sqrt{3}$  en la arquitectura y la literatura platónico-pitagórica será evidente a medida que se avance en la lectura de este trabajo. La presencia de  $\sqrt{5}$  se muestra casi siempre 'escondida' detrás del número de oro.<sup>181</sup> Varios autores han observado cuán a menudo se repetían el pentágono y el pentagrama en los trazos y motivos de los rosetones góticos. Ghyka llega a sugerir que la inscripción de estas figuras en el círculo fue uno de los secretos geométricos de la tradición pitagórica, revelados a los profanos también por el pitagórico Hipócrates de Chío.<sup>182</sup> Esta construcción, la de un pentágono dada la longitud del lado, se encuentra en una variante empírica en los primeros manuales de geometría de la Edad Media y en el tratado de las *Proporciones* de Durero; fue

<sup>177</sup> Livio (2003), *The Golden Ratio*, p. 36.

<sup>178</sup> Ibid., p. 114.

<sup>179</sup> Ghyka (1977), *Mathematics of Art and Life*, p.113.

<sup>180</sup> Cuando Platón describe la creación del mundo y establece la relación de los sólidos platónicos, éste asigna al dodecaedro el cosmos, mientras que a los otros 4 les asigna uno de los cuatro elementos. Esto sucede en el *Timeo*; ver sección 2.4.

<sup>181</sup> Recordemos que  $\frac{1+\sqrt{5}}{2} = \varphi$

<sup>182</sup> Ghyka (1978), *El número de oro*, vol II, p. 42.

transmitida desde la Antigüedad según el método que describe Claudio Ptolomeo (c. 150 d.C.) en su *Almagesto*, basado, tal como lo menciona el propio Ptolomeo, en la división de una recta en razón media y extrema, es decir, en la razón dorada.

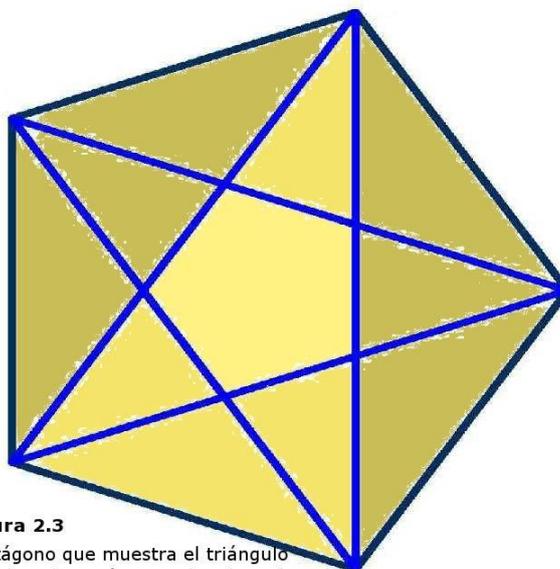
Es por esto que la relación de la escuela del hijo de Mnesarco con el uso de  $\varphi$  es tan clara. Este número es el que rige el juego de las proporciones del ya tan aceptado 'símbolo pitagórico',<sup>183</sup> así como de toda figura regular de simetría pentagonal o decagonal. Un rápido análisis de estas figuras (pentágono y pentagrama –Fig. 2.3–) nos mostrará esta estrecha relación. Entre varias de las relaciones que se conocen, una de las más citadas o utilizadas establece que en cualquier pentágono regular la razón de la diagonal con alguno de los lados es  $\varphi$ . Es por esto que el triángulo central de un pentágono recibe el nombre de triángulo dorado, es decir, con razón de 1 a  $\varphi$ . A los

triángulos laterales se les llama gnómones dorados, es decir, con razón de 1 a  $1/\varphi$ . De aquí que la habilidad de trazar una línea y dividirla en la 'media proporcional' es lo único que se requiere para construir un pentágono regular.

Es bien sabida la gran importancia que tenía el número cinco para los pitagóricos. El cinco era el

número del amor –uniendo al dos, el primer par, femenino, y el tres, el primer impar, masculino–, y también era el símbolo de la salud y la armonía. Se tiene además el registro de que en tiempos pitagóricos ya se conocían métodos geométricos para la construcción del pentágono, y de hecho es posible que se conociera el procedimiento constructivo que presenta Euclides en su libro IV.

Otro aspecto que fortalecía el simbolismo del pentágono es su capacidad de 'regenerarse' a sí mismo al trazar las 5 diagonales que unen a los vértices. Relacionado con la vida, algunas doctrinas lo colocaban como el primer número en dar



**Figura 2.3**  
Pentágono que muestra el triángulo dorado y dos gnómones dorados. El pentagrama es la estrella que une los vértices del pentágono.

<sup>183</sup> Ibid.

a luz. Igual hacia fuera que hacia dentro, el pentágono se regenera por sí sólo al unir sus varios puntos con líneas rectas.

Por estas ideas los pitagóricos le atribuían gran poder al pentágono, y quizá al número  $\varphi$ .<sup>184</sup> Algunos consideraban este conocimiento como algo heredado de los egipcios. Y si bien ellos no tenían las herramientas para descubrir sus propiedades algebraicas, es muy probable que su línea de pensamiento los haya llevado a reconocer en este número, o en esta proporción, una armonía especial dentro de la geometría y, por lo tanto, una que se pudiera reflejar en el mundo sensible e inteligible.

Es fácil encontrar en la literatura actual ejemplos en la arquitectura y en la naturaleza donde aparece  $\varphi$ , o números muy cercanos a  $\varphi$ .<sup>185</sup> Sin embargo, y posiblemente por razones del orden práctico, será imposible en muchos de los casos, si esa era la intención, recobrar exactamente esta proporción. Pero lo que queda muy claro, después de estudiar a fondo la ideología de Pitágoras, es la intención de establecer vínculos entre la armonía del mundo y las matemáticas, y viceversa. Si bien quizá no se consideraba la exactitud de la medición tal y como se hace ahora, lo que es un hecho es que buscaban la armonía y el reflejo de la perfección del mundo inteligible en el mundo sensible; esto se logra, como ya lo vimos, a través de las ciencias intermedias: las ciencias matemáticas. Por ello será importante, de ahora en adelante, observar cuándo se tiene una obra arquitectónica que refleja algún tipo de armonía, y cuando sea el caso, buscar deducir los 'intermediarios' o los conocimientos matemáticos utilizados para diseñar la obra concreta, la que se hace tangible en el mundo de los sentidos.

### 2.4 EL TIMEO

Poco a poco se han ido presentando hechos y herramientas que nos permitirán estudiar la influencia que –se puede argumentar– tuvo Pitágoras en la Edad Media. Hemos dado un marco histórico y algunos elementos de lo que se sabe de él, así como de la ideología que marcó el rumbo de estudio de los pitagóricos por cientos de años. Sin embargo, en la Edad Media se dio un fenómeno curioso: si bien había decenas de autores que habían escrito acerca de Pitágoras, muy pocos de sus escritos estaban disponibles. Los trabajos no se habían perdido ni habían sido

---

<sup>184</sup> Varios investigadores (incluido Kurt von Fritz en su artículo *The Discovery of Incommensurability by Hippasus of Metapontum*, 1945) sugieren que los pitagóricos fueron quienes descubrieron la razón dorada y algunas de las reflexiones a las que da lugar.

<sup>185</sup> Ver Huntley (1970), Livio (2003), Padovan (1999), Hemengway (2005) y cualquier edición de la *Divina Proporción* (1509) de Luca Pacioli, de la cual existen versiones en castellano.

prohibidos por alguna autoridad, simplemente estaban en el idioma equivocado para lo que era el mundo occidental en el siglo X. Muy pocas personas hablaban griego y sólo existían contadas traducciones de los pensadores antiguos, la mayor parte de ellas sólo al árabe. A ello hay que agregar que la difusión de una obra dependía de que fuera copiada por escribanos y cada una de dichas copias podía tardar meses en ser completada. La falta de rigor durante el proceso de copiado es algo que también hay que tomar en cuenta.<sup>186</sup>

Entre las pocas referencias escritas (si no es que las únicas) que los habitantes del medioevo tenían disponibles acerca de Pitágoras, se encuentran los trabajos de Boecio, los escritos de Pseudo-Dionisio y un reducido número de obras de Platón: únicamente dos copias –que al parecer pocos leían– de los *Diálogos*, el *Phaedo* y el *Menón*, y la primera parte del *Timeo*.<sup>187</sup>

Sin embargo, no por esto los pensadores griegos eran desconocidos. Se hablaba mucho del platonismo, aunque no de Platón. Se conocían algunas ideas básicas de Pitágoras a partir de los trabajos de San Agustín, San Jerónimo y Clemente de Alejandría, entre otros. Lo que faltaba eran las obras escritas, las copias de los originales, no la tradición ni los comentarios a las ideas de los grandes pensadores. Ya hablábamos en un capítulo anterior del estudio de Pitágoras presente en la escuela de Chartres, en particular en los textos de Hugo de San Víctor, entre otros personajes de la Edad Media.

En el capítulo anterior<sup>188</sup> se mencionó la clara influencia de Pitágoras sobre Platón.<sup>189</sup> Aun cuando Platón menciona poco a los pitagóricos, se sabe, por ejemplo, que su concepción del Número y la importancia que le otorga (“Los números, –dice en el *Epinomis*– son el más alto grado del conocimiento” y también “el Número es el conocimiento mismo”) proceden del pitagorismo más ortodoxo. Algunos autores sugieren incluso que Platón pudo haber sido un ‘iniciado’ que no respetó el juramento de silencio propio de los pitagóricos.<sup>190</sup> Se sabe, además, que Speusipo (c. 338 a.C.),

---

<sup>186</sup> Las circunstancias por las que pasaron varias obras en su proceso de transmisión a Occidente ilustran este comentario. Un buen ejemplo lo constituye la historia de los escritos de Arquímedes durante la Edad Media (Ver Clagett, *Archimedes in the Middle Ages*) y también la restauración del *Palimpsesto* que contiene el llamado Método de Arquímedes y que es relatado en *El Código de Arquímedes* (2007) de Netz y Noel. También es muy interesante, en conexión con esto, el artículo de R. Mckitterick, (2000) “Books and the Sciences before Print.”

<sup>187</sup> Hasta la sección 53c.

<sup>188</sup> Ver sección 1.1.

<sup>189</sup> Sobre esta cuestión ver Himi (2005), “*Pythagoreanism in Platonism*.”

<sup>190</sup> Ghyka(1978), *El número de oro*, vol I, p. 20.

sobrino de Platón, escribió un tratado sobre los números pitagóricos del que sobrevive un pequeño fragmento.<sup>191</sup>

Con estos antecedentes procederemos ahora a revisar algunos aspectos clave para nuestro trabajo que están contenidos en el *Timeo*, la obra en la que Platón nos ofrece su relato de la creación y construcción del universo realizada por un dios geómetra. Esto lo convirtió en una clara influencia en los constructores de la Edad Media, muchos de los cuales se organizarían según sus especialidades, –albañiles, picapedreros, carpinteros, vidrieros, etc.– en gremios que eventualmente darían origen a los grupos de masones tan populares, aunque por otras razones, en algunos sectores de la sociedad actual. Si bien el objetivo de esta parte no es hacer un resumen de la obra platónica, será importante recoger la información necesaria para poder comprender la manera en que Platón presenta la construcción del universo y el fondo matemático del texto.

Después de presentar una introducción de lo que será el diálogo – la cual no nos concierne para el presente trabajo– Platón comienza, en boca de Timeo, a describir la creación del universo. Inicia diciendo que el universo, por ser parte del mundo sensible, es necesariamente creado y que por lo tanto tiene un creador o un origen. Además, en busca del modelo en el cual se inspiró el arquitecto que construyó el universo, concluye que fue inspirado por el modelo de la razón, de la sabiduría y de la esencia inmutable.<sup>192</sup>

Después de enfatizar la unidad en el modelo, señala que

lo que ha comenzado a ser es necesariamente corpóreo, visible y tangible. Pero nada puede ser visible sin fuego, ni tangible sin solidez, ni sólido sin tierra. Dios, al empezar a hacer el universo, comenzó por hacerlo de fuego y tierra. Pero es imposible combinar dos cosas sin una tercera: es preciso que haya entre ellas un lazo que las una. (...) y la naturaleza de la proporción es tal que logra perfectamente este objetivo, porque cuando de tres números o de tres masas o de tres fuerzas cualesquiera el primero es al de en medio lo que es éste al primero – el medio convirtiéndose en el primero y en el último, y el primero y el último en medios–, todo permanece necesariamente como era, y como las partes están entre sí en relaciones semejantes, constituyen como antes un solo uno.<sup>193</sup>

Así es como se establece uno de los principios básicos del pitagorismo-platonismo, mismo que ejercería una gran influencia en el pensamiento medieval y que en

---

<sup>191</sup> Ibid., p. 21.

<sup>192</sup> Platón (1962), *Timeo*, p. 312.

<sup>193</sup> Ibid., p. 314.

nuestros días ha sido olvidado:<sup>194</sup> la idea de que es a través de las proporciones como se unen las cosas. Si dos elementos están en proporción, están unidos; si dos elementos están unidos, están en proporción.

Timeo continúa su narrativa de la creación del mundo y pasa a explicar físicamente el origen del mundo desde lo más elemental:

Si, por consiguiente, hubiera tenido que ser el cuerpo del universo una simple superficie y carecer de profundidad, un solo término medio habría sido suficiente para unir sus extremidades al unirse él mismo. Pero en el estado actual de las cosas, como convenía que el cuerpo del mundo fuera un sólido, y para unir sólidos son precisos no uno, sino dos términos medios, puso el Demiurgo el agua y el aire entre el fuego y la tierra, y habiendo establecido entre estas cosas una proporción exacta, de manera que el aire fuera al agua lo que el fuego es al aire, y el agua a la tierra lo que el aire es al agua, construyó y encadenó por estas relaciones el cielo visible y tangible.<sup>195</sup>

Este párrafo ha dado mucho de qué hablar entre los estudiosos de Platón, pero se intentará explicar de una manera sencilla utilizando las propiedades de los números. En el ambiente matemático, por lo menos hasta el siglo XIX, era claro que el mundo sensible –o la realidad– se encontraba en 3 dimensiones. Hoy en día se manejan las dimensiones recurriendo a distintas coordenadas. Sin embargo, bien pudiéramos decir que un número en 3 dimensiones –o que denota una tridimensionalidad– sería él mismo multiplicado 3 veces, digamos  $a^3$ . Ahora digamos que se quiere buscar la relación entre 1 y  $a^3$ , sujeto a la restricción de manejar exclusivamente números positivos. Entonces si se busca un  $x$  que pueda cumplir que  $1:x::x:a^3$ , se llegará a la ecuación  $x^2=a^3$ , y esta ecuación sólo es cierta cuando  $x=1=a$ ; por lo tanto, ningún número distinto de 1 logra esta proporción. Sin embargo, si busco que  $1:x::x:y::y:a^3$ , es decir, dos términos medios, entonces vemos claramente que  $1:a::a^2::a^2:a^3$ , y por lo tanto siempre ocurre que la unidad está 'unida' a cualquier objeto del mundo sensible (de orden 3) a través de dos términos medios ( $x=a$ ,  $y=a^2$ ). Y con este pequeño ejemplo queda clara la frase que dice que “para unir sólidos son precisos no uno, sino dos términos medios”. Y por último, si establecemos una correspondencia como la que se

---

<sup>194</sup> Esto en vista de que la explicación platónica de este hecho fue desechada desde que la filosofía natural primero y un poco después la nueva ciencia del siglo XVI y XVII presentaran nuevos mecanismos o argumentos para dar cuenta de los fenómenos naturales, y cuando no podían hacerlo simplemente lo remitían a una decisión divina.

<sup>195</sup> Platón (1962), *Timeo*, p. 314.

muestra a continuación, resulta que si fuego:=f, tierra:=t, aire:=a, agua:=b, entonces las relaciones descritas por Platón se expresarían justamente como que  $f:a::a:b::b:t$ .

La opinión de Heath sobre este asunto es esclarecedora, pues sostiene que cuando Platón habla de superficies o de sólidos, se refiere a números cuadrados o sólidos respectivamente.<sup>196</sup> Esto conlleva una alusión directa a un teorema establecido por Euclides en su libro VIII,<sup>197</sup> donde muestra que entre dos números cuadrados hay una media proporcional y que entre dos números cúbicos hay dos medias proporcionales. Esto indica que dentro del texto platónico se hace alusión o están implícitos importantes desarrollos matemáticos de la era, hecho que nos remite inmediatamente al desarrollo que Pitágoras impulsó en esta ciencia.

Sigue Platón describiendo la creación del mundo y señala que el Demiurgo le dio forma esférica, por ser ésta la más perfecta. Nos recuerda también el énfasis que los pitagóricos le dieron a la idea de unidad y lo que esto significaba en las matemáticas. Como parte esencial del proceso de creación, el Demiurgo también dotó al mundo de un alma, anterior al cuerpo y sujeto a un complicado proceso de construcción:

De la esencia indivisible y siempre la misma, y de la esencia divisible y corporal formó, combinándolas, una tercera especie de esencia intermedia, que participa a la vez de la naturaleza de lo mismo y de la de lo otro, y así se encuentra situada a igual distancia de la esencia indivisible y de la esencia corporal y divisible. Tomando después estos tres principios hizo con ellos una sola especie, uniendo a viva fuerza la naturaleza rebelde de lo otro con la de lo mismo. Mezclando a continuación lo indivisible y lo divisible con la esencia compuso con las tres cosas un solo todo, que dividió finalmente en tantas partes como le convenía, cada una de las cuales contenía a la vez partes de lo mismo, de lo otro y de la esencia.<sup>198</sup>

En este párrafo se juega con grandes ideas pitagóricas. Los pitagóricos le daban gran importancia a la mónada, que aquí se ilustra como esta esencia indivisible, y el inicio de la imperfección que constituía la díada, el mundo sensible o la esencia corporal, y con estas dos se forma una tercera esencia, la intermedia. Esto concuerda fielmente con la idea pitagórica de que el tres era el primero de los números, por ser producto de la mónada y la díada; el tres era el número de la creación, de los sólidos, de la

---

<sup>196</sup> Es decir, los números cuadrados son el producto de 2 números 'lineales' y los sólidos el producto de 3 números lineales.

<sup>197</sup> Propositiones 11 y 12.

<sup>198</sup> Platón (1962), *Timeo*, p. 316.

realidad. Así es como el Demiurgo se vale de esta tercera 'esencia' para determinar la sustancia de la que estaría compuesta el alma del mundo.

Acto seguido continúa con la división de esta mezcla que constituye el alma:

Del todo separó al principio una parte, después una segunda parte doble de la primera, una tercera que valía una vez y media la segunda y tres veces la primera, una cuarta doble de la segunda, una quinta triple de la tercera, una sexta óctuple de la primera y una séptima valiendo veintisiete veces la primera. Después de esto llenó los intervalos dobles y triples quitando del mismo todo nuevas partes y colocándolas en estos intervalos de manera que hubiera en cada uno dos partes medias, de las que la primera exceda a uno de sus extremos y sea sobrepasada por el otro en un número igual.

Para algunos matemáticos, quizá sea éste el párrafo de mayor importancia de esta obra platónica.<sup>199</sup> Su autor explícitamente menciona dos series de números de gran importancia para la ciencia. Expliquemos con detalle cuál es el proceso. Se hace mención de manera clara de la serie: 1, 2, 3, 4, 8, 9, 27. Ésta no es más que la unión de dos series geométricas que comienzan con el 1. La primera: 1, 2, 4, 8, ..., con razón 2. La segunda: 1, 3, 9, 27, ..., con razón 3. No entraremos en mucho detalle, ya que esta construcción ha sido motivo de un sinnúmero de interpretaciones sobre todo tipo de ideologías, y nos remitiremos a lo que pudiera concernir al pitagorismo y a la Edad Media.

Para ello se presenta un método de construcción de estas series. Desde los tiempos pitagóricos se conocía el siguiente proceso: dados 3 términos en proporción continua, se toman otros 3 términos formados a partir de los anteriores, uno igual al primero, otro compuesto del primero y el segundo, y el otro compuesto por el primero, 2 veces el segundo y añadido el tercero. Estos nuevos términos estarán también en proporción continua.

---

<sup>199</sup> Para los no matemáticos sería uno de los más confusos del *Timeo*.

## CÁNONES ESTÉTICOS EN LA GRECIA CLÁSICA

Veamos la tabla, misma que inicia con la tripleta 1,1,1:

1	1	1	
1	$1+1=2$	$1+2+1=4$	proporción doble
1	$1+2=3$	$1+2(2)+4=9$	proporción triple
1	$1+3=4$	$1+2(3)+9=16$	
1	5	25	
1	6	36	
1	7	49	
1	8	64	
1	9	81	
1	10	100	

A esto se le conoce como una media geométrica (proporción) entre números "cuadrados", i.e., 5 es la media y 25 el extremo, y 5 es la raíz cuadrada del extremo o éste es el cuadrado de 5.

De igual manera se construye la media geométrica entre números "cúbicos", mismos que deben tener 2 medias proporcionales entre ellos, y que se forman continuando estas sucesiones de 1, 2, 4, 8, 16, ... y 1, 3, 9, 27, ... Sólo hay que fijarse que  $1:2::2:4::4:8$  o  $1:3::3:9::9:27$  son ejemplos de esto.

Algo de gran importancia en la significación que se puede asociar con este conocimiento es que la primera de las series es la que 'nace' o 'comienza' con el primer número par (2), mientras que la segunda serie lo hace con el primer número impar (3). Cabe destacar que el 'uno' no es ni par ni impar para los pitagóricos o platónicos, pues como ya hemos discutido un poco –su relación con la unidad y el origen de los números–, no se le considera como un número en sí mismo, sino como el padre o fuente de los números.

Ilustremos de una mejor manera el llamado *Teorema de Platón* mencionado anteriormente. Éste afirma que entre 2 números 'cuadrados' consecutivos hay sólo una media que mantiene la proporción geométrica, y entre 2 'cubos' consecutivos sólo hay 2 medias. Observaremos cómo funciona este principio en las dos series con las que Platón construye la armonía del mundo.

## CÁNONES ESTÉTICOS EN LA GRECIA CLÁSICA

Raíz	cuadrado	cubo	cuadrado	sólido	cuadrado cubo	sólido	cuadrado	cubo
2	4 $2^2$	8 $2^3$	16 $4^2$	32	64 $8^2$ $4^3$	128	256 $16^2$	572 $8^3$
3	9 $3^2$	27 $3^3$	81 $9^2$	243	729 $27^2$ $9^3$	2,187	6,561 $81^2$	19,683 $27^3$

Siguiendo con la construcción, Platón describe entonces cómo esta serie es dividida en dos (las series ya mencionadas) para la construcción del mundo:

A esta nueva composición la dividió el Demiurgo en dos, cortándola en el sentido de la longitud, cruzó estas dos partes por la mitad de modo que formaran una X, las curvó después en círculo, unió las dos extremidades de cada una entre sí y con las de la otra en el punto opuesto a su intersección, y les imprimió un movimiento de rotación uniforme, pero sin desplazamiento. Hizo de manera que uno de estos círculos fuese exterior y el otro interior. Al movimiento del círculo exterior lo llamó movimiento de la naturaleza de lo mismo y al del círculo interior movimiento de la naturaleza de lo otro. (...) Asignó la superioridad al movimiento de lo mismo y de lo semejante al no dividirlo; con el movimiento interior hizo lo contrario, dividiéndolo en seis sitios que dieron lugar, al ser unidos los 7 segmentos desiguales, a siete círculos desiguales, de los que unos siguen la progresión de los dobles y otros la de los triples, de manera que cada progresión tenga tres intervalos. A estos círculos les dio movimientos contrarios y quiso que tres de entre ellos marchasen con una misma velocidad y los otros cuatro con velocidades diferentes entre sí y de la de los otros tres, todos con medida y armonía.<sup>200</sup>

Este texto encierra mucho de la construcción matemática del universo según Platón. Comenzamos con la composición (serie compuesta) que divide el Demiurgo en las dos series ya conocidas. Las dobla sobre sí mismas creando así la eclíptica con una y el

---

<sup>200</sup> Platón (1962), *Timeo*, p. 318.

ecuador celeste con la otra.<sup>201</sup> Le asigna a cada una su movimiento y así es como termina de crear el alma del universo.

Pasa después a la creación física de los astros. Recordando que para el hombre a simple vista sólo hay 7 astros visibles, divide al círculo interior en 7 secciones desiguales que a su vez los cierra, formando el mismo número de círculos que serán las órbitas de las lucernas que no siguen los movimientos de las llamadas estrellas fijas. Estas luminarias con movimientos independientes son: Luna, Mercurio, Venus, Marte, Júpiter, Saturno y el Sol.<sup>202</sup>

Después de ofrecer descripciones del funcionamiento del ser humano, que si bien están llenas de profundidad e interés, no incumben el objetivo de este trabajo, Platón pasa a describir lo que para él es “el receptáculo, o la nodriza de todo lo que nace”,<sup>203</sup> es decir, la composición del mundo físico a través de los cuatro elementos. Éste será el último tema que abordaremos de esta obra, pues es alrededor de este punto donde terminaba la traducción de Calcidio que se tenía disponible en la Edad Media.

La teoría de los cuatro elementos, asumida por Platón, se remonta a Empédocles de Agrigento (490-430 a.C.), quien explica la constitución del mundo físico como una combinación de fuego, aire, agua y tierra. Platón va en busca de cuerpos regulares que reflejen estos cuatro elementos fundamentales del mundo en la geometría. En vista de que el triángulo es la figura plana con menor número de lados que presenta una superficie, y que los sólidos más regulares tienen sus caras planas, *Timeo* considera que las figuras geométricas más adecuadas para los cuatro elementos ya mencionados son aquellas que puede formar a partir de uniones de triángulos. Una serie de consideraciones le llevan a plantear, después de aportar argumentos breves y relacionados con la estética y la belleza de ciertos triángulos, que el origen de estos cuerpos tendrá que ser el triángulo isósceles para uno, y un cierto tipo de triángulo escaleno para los otros tres. Una vez planteadas las consecuencias de esta elección, concluye:

---

<sup>201</sup> Aristotle (1987), *De Anima*, I,3.

<sup>202</sup> El orden de los planetas se tomó de un fragmento atribuido a Damascio, pensador neo-platónico del s. V d.C.

<sup>203</sup> Platón (1962), *Timeo*, p. 330.

Si hay quien reclame haber encontrado un triángulo que sea más bello que sirva para la construcción de estos cuerpos, entonces esta persona, como un amigo y no como enemigo, será el ganador (...).<sup>204</sup>

Vale la pena detenerse en este par de triángulos ya que serán parte fundamental del desarrollo en el diseño de las catedrales. Aquí Platón considera que la tierra, que relacionará más adelante con el cubo, se forma a partir de un triángulo rectángulo isósceles. Uniendo 4 de ellos –iguales– de manera que se toquen los vértices donde se unen los lados iguales, forma la cara de lo que será el hexaedro regular o cubo.

Con cálculos muy sencillos nos daremos cuenta que con este triángulo aparece la  $\sqrt{2}$  en su hipotenusa. Por otro lado, considera a un triángulo escaleno muy particular y con el cual formará los otros tres cuerpos, a saber, los relacionados con el fuego, aire y agua. El triángulo que utiliza es un triángulo rectángulo tal que “el cuadrado del cateto mayor es el triple del cuadrado del menor”.<sup>205</sup> Con cálculos similares al anterior, se puede ver que en este triángulo aparece la  $\sqrt{3}$  en uno de los catetos. La unión de 6 de estos triángulos escalenos –unidos de manera que todos se toquen con el vértice que forma el cateto menor y la hipotenusa– da lugar a un triángulo equilátero, mismo que constituirá cada una de las caras del tetraedro, octaedro e icosaedro, y que se corresponden con los elementos de Empédocles de la siguiente manera:

tetraedro ↔ fuego,  
octaedro ↔ aire,  
icosaedro ↔ agua.

Este mismo triángulo escaleno es utilizado por el Demiurgo para la construcción de la cara pentagonal del dodecaedro, que es el último sólido con caras regulares. El dodecaedro así obtenido servirá para trazar el plano del universo.

Así, con estos 5 poliedros regulares, los únicos posibles, es que Timeo ofrece una explicación de la existencia de sólo 4 elementos básicos y a los que se suma el que tiene como morada a la región por encima de la esfera de la Luna. Este elemento sería el éter.

Como se puede apreciar, parecería que hay una adecuación perfecta entre las limitantes matemáticas que obligan a que sólo haya 5 sólidos regulares –llamados perfectos y/o platónicos por haber sido utilizados por Platón como aquí se ha presentado– y que, como contraparte, sólo existan 4 elementos –los identificados por Empédocles– bajo la esfera de la Luna, y a los que se añade ese otro, el éter, que tiene como hábitat la región de lo eterno, la no sujeta a cambios. Las matemáticas y el

---

<sup>204</sup> Plato (1989), *Timaeus*, 54 a.

<sup>205</sup> Platón (1962), *Timeo*, p. 335.

mundo sensible una vez más se muestran como imágenes especulares entre el mundo de las ideas y el mundo material.

Esta correspondencia estaba en la base de la concepción platónica del mundo y, por supuesto, de las corrientes neoplatónicas que derivarían de ella, sobre todo en los tiempos en los que el cristianismo se fortalecía con una fuerte carga filosófica. Para ello recurría a diversas fuentes que iban desde Proclo (s. V d.C.) hasta Pseudo-Dionisio Areopagita (s. V y VI d.C.).

Pero retornamos a las cuestiones estético-geométricas que planteaba el *Timeo*. Al respecto, Proclo dice en su comentario a la Proporción 32, Libro I, de los *Elementos* que al referirse a estos triángulos –los elegidos por Platón para su construcción de los sólidos regulares– como “mitad de cuadrados” o “mitad de triángulos”, lo hace con miras a preparar a sus lectores para la lectura del *Timeo*,<sup>206</sup> pero las partes de su comentario donde podría haber abundado algo más al respecto están perdidas. Esta propiedad que poseían estos triángulos ‘fundamentales’ como generadores del cuadrado y del triángulo equilátero sería el inicio de los dos métodos más utilizados por los masones en el diseño de los planos de las catedrales góticas.<sup>207</sup>

Recordemos que según Timeo, dichos cuerpos son los más bellos pues

no le admitiría a nadie que existen cuerpos más bellos que estos, distintos cada uno de los demás, y que puedan ser vistos. Por lo tanto, debemos tomar juntas a estas cuatro clases de cuerpos que superan en belleza a los demás.<sup>208</sup>

Además, la construcción planteada por Timeo permite establecer tamaños relativos para los átomos, cosa que Demócrito había dejado sin explicación. Permitía también la conversión de algunos átomos en otros diferentes o la generación de átomos más grandes de un mismo tipo.

Es así como en ese universo que Platón imagina, y en el que la geometría establece la forma y las posibilidades de cambio en el mundo material, se establecen algunos de los esquemas explicativos que modularon el diseño y la supuesta fortaleza estructural que una catedral gótica debería poseer en tanto que refleja la estructura que Dios había implantado en el universo.

---

<sup>206</sup> Proclo (1970), *A commentary on the first book of Euclid's Elements*.

<sup>207</sup> Véase *ad-triangulum* y *ad-quadratum* en sección 3.7 .

<sup>208</sup> Plato (1989), *Timaeus*, 53c-54 a .

### 2.5 CONCLUSIONES

En esta sección se expusieron las ideas platónicas más relevantes en la gestación de ideas que imprimirían un sello durante el período de construcción de catedrales góticas en Europa. Recordemos un poco lo escrito anteriormente, desde que se describe al Demiurgo como un arquitecto *inspirado en un modelo basado en la razón, la sabiduría y la esencia inmutable*. Es clara la línea que se seguiría más tarde, cuando se buscaba imitar la construcción del universo por parte de Dios mediante el levantamiento de un edificio de piedra miles de años después. Este edificio, claro está, se sujetaría a un diseño pleno de significado, de igual manera que el mundo fue creado, y siguiendo un plan análogo al que Platón plantea en el *Timeo*. Y así como Platón expone que *es imposible combinar dos cosas sin una tercera: es preciso que haya entre ellas un lazo que las una*, de la misma manera se establece el principio que regiría la manera en que los constructores medievales iban a diseñar cada uno de los módulos dentro de las catedrales: utilizando siempre un lazo, o lo que es lo mismo, una proporción subyacente a cada detalle del edificio. Buscarían, como el Demiurgo platónico, *establecer entre estas cosas una proporción exacta*, que pudiera reflejar la manera en que el universo fue diseñado por el creador.

A continuación se vio el proceso mediante el cual el Demiurgo creó el 'alma' del universo. Ésta sería una sustancia intermedia entre la *esencia indivisible* y la *esencia divisible*, estableciendo una especie de balance entre la perfección y la imperfección. Así, la mónada y la díada están presentes en la creación de esta tercera sustancia. Finalmente, se describió la manera en que el Demiurgo liga los cuatro elementos del mundo con los 'sólidos platónicos' y el papel de los dos triángulos que originan esta construcción. También es importante notar la aparición de números irracionales en los triángulos, concepto que será fundamental en las construcciones góticas.

Con estos antecedentes procede ahora estudiar el periodo que cronológicamente inicia en el siglo XI d.C., y observar el proceso o desarrollo de los pilares ideológicos que se han venido desarrollando desde que el hombre de Samos iniciara el estudio de las llamadas 'ciencias intermedias', que encontrarían otra manera de expresión en lo que vino a ser conocido como período gótico y del cual las catedrales se convirtieron en su sello distintivo.

## Capítulo III

# EL GÓTICO

### 3.1 CONTEXTO HISTÓRICO

Toca ahora aportar argumentos que pretendan ilustrar y enmarcar los aspectos distintivos del periodo gótico. Como todo movimiento cultural, no tiene un momento preciso de inicio, dado que estos movimientos son el resultado de la confluencia de muchas vertientes que transforman un estado de cosas. En el caso que nos incumbe se puede afirmar que el gótico adquiere personalidad alrededor de la primera mitad del siglo XII en el entorno de París, y continuó fortaleciéndose y madurando durante los siguientes 300 ó 400 años, llegando a extenderse por casi toda Europa. No se cuenta con un dato preciso, pero la lista de catedrales góticas construidas durante este período son del orden de las centenas. Esto sin tomar en cuenta las miles de abadías (más de 500 sólo en Francia) y cientos de miles de pequeñas iglesias. Jean Gimpel, un autor muy reconocido en el campo de la arquitectura y la tecnología del Medievo, estima que entre 1050 y 1350 se cortó más piedra en Francia que en toda la historia de Egipto. También menciona que había en Francia e Inglaterra una iglesia por cada 200 habitantes.<sup>209</sup>

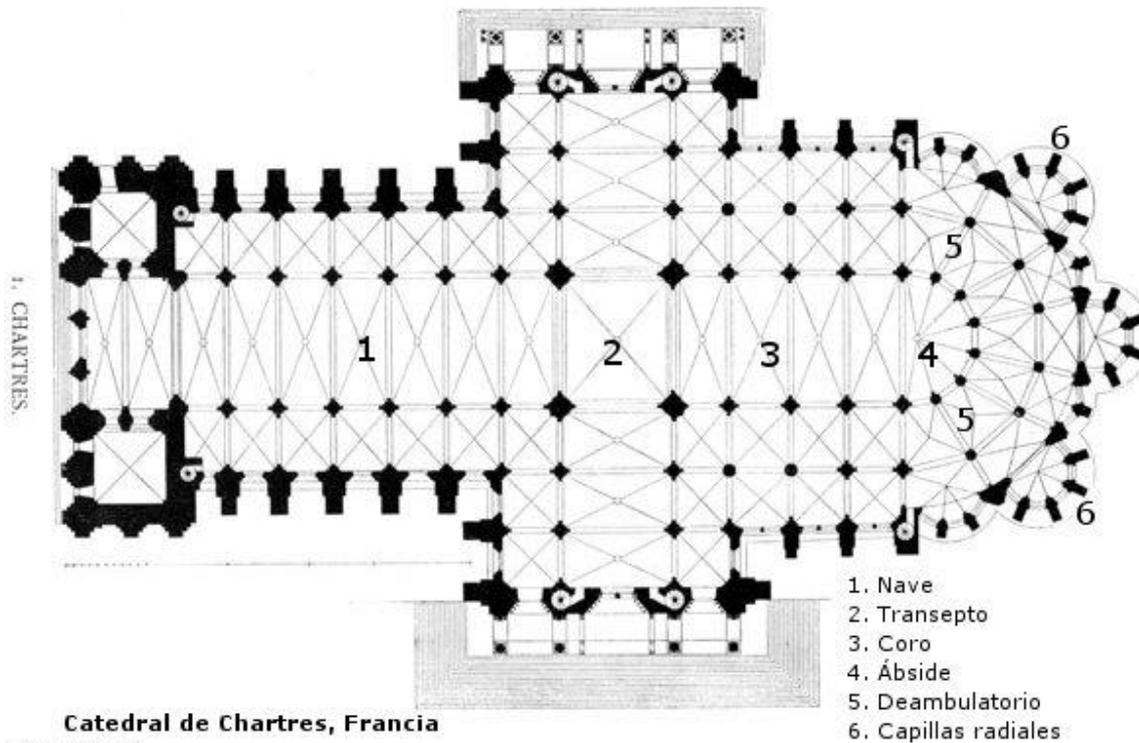
Algo sucedió en Francia que dio pie al período de construcción religiosa más importante en la historia de la humanidad. ¿Qué fue? Como generalmente encontramos en la historia, una serie de factores se conjugaron para que se diera tal fenómeno. Eran tiempos en que la sociedad feudal abandonaba el carácter estático que la había caracterizado por cientos de años y comenzaba a moverse. El origen del gótico (tomando como origen –un tanto arbitrario pero justificado– la remodelación de la basílica de San Denis ya que aparecen ahí algunas características del gótico) se da entre la primera y la segunda cruzada, tiempos en que la gente comienza a viajar por Europa y a conocer lo que sucede más allá del ‘feudo’ o villa en el que habitaban.

---

<sup>209</sup>Jean Gimpel (1984), *The Cathedral Builders*, I.

Sólo en Francia, hoy día, quedan 93 catedrales en pie de ese periodo. La última catedral gótica en construirse fue la de Milán, cuya edificación inició en el siglo XV.

## EL GÓTICO



**Catedral de Chartres, Francia**  
**Figura 3.0**  
**Plano de la Catedral de Chartres**

El gótico no surge de la nada, sus características se pueden rastrear a algunos elementos en el románico avanzado. Sin embargo, la integración de varios de sus elementos definitorios y la armonía que se logró entre ellos se alcanza por primera vez en la basílica de San Denis, a cargo del famoso Abad Suger.<sup>210</sup> A partir de aquí, el gótico comienza una expansión acelerada que logra la construcción de cientos de edificios en tiempos asombrosamente cortos dada la envergadura de las obras y tomando en cuenta la tecnología arquitectónica disponible en aquella época. A lo largo de los años, el gótico se extendió a España, Inglaterra, Italia, Escandinavia, Alemania y los Países Bajos. Sin embargo, este trabajo se enfocará en la construcción de las principales catedrales góticas francesas, y en particular en la catedral de Chartres, que se ha tomado en varias ocasiones como un emblema de este periodo.

La construcción de las catedrales era una empresa monumental. Si bien encontramos ejemplos de construcciones terminadas en tan sólo cuatro décadas, como Auxerre, Coutances y LeMans, las catedrales de Amiens, Beauvais, Bourges,

<sup>210</sup> Una vez realizadas las reformas arquitectónicas, la abadía o basílica de San Denis fue 'entregada' a la grey cristiana a través de la Gran Consagración del 11 de junio de 1144. Panofsky [1946](1979). *Abbot Suger*, p. 34.

## EL GÓTICO

Evreux, Lyon y Rouen, tomaron más de trescientos años para completarse,<sup>211</sup> y algunas, si se les observa con atención, muestran que nunca fueron terminadas.

Lo necesario para construir estos edificios es impresionante: por principio de cuentas se debía tener primero un diseño claro, aunque general, del desarrollo del proyecto. Sin embargo, esto no significaba que se detallaban los particulares del edificio, pues además de no existir nada equivalente a los planos arquitectónicos, muchos elementos, tales como grosor de columnas, acabados, tamaños de las torres, de las ventanas, entre otros, se iban decidiendo sobre la marcha y, la mayor parte de las veces, al gusto del maestro arquitecto. Por si esto no bastara para que la empresa de construcción fuera un proceso complejo, dado los lapsos que comprendía, el maestro arquitecto de una catedral era reemplazado en varias ocasiones. Las construcciones eran de tal tamaño que en ciertas secciones se tornaba crucial tener claro cada paso del proyecto para garantizar estabilidad y armonía a lo largo de los años. Algunas catedrales llegaron a tener decenas de ‘maestros masones’ distintos. Por esta razón resultaba de vital importancia plasmar de manera clara las ideas globales de quien había diseñado el edificio, mismas que eran producto de un acuerdo entre las ideas del maestro arquitecto y las peticiones de los patronos o clientes, los cuales por lo general eran clérigos.

Dados los problemas de educación que prevalecían en la Edad Media, aunado a las interrupciones continuas de los proyectos debido a los días de fiesta, las temporadas invernales y la interrupción debido a falta de fondos, o por simples desacuerdos, el problema de la ‘continuidad’ de la obra para el maestro arquitecto –o maestro masón– era de gran importancia. De la mano con el crecimiento escolástico de la época, los masones se veían obligados a idear planes de construcción en que pequeñas partes se iban completando o ‘liberando’ parcialmente para ser utilizadas por la comunidad, pero deberían estar listas para ‘conectarse’ con el resto del plan una vez que éste fuera avanzando.<sup>212</sup> Tales técnicas de ‘modulación’ denotan una gran habilidad de planeación y atención al detalle en el diseño de las catedrales góticas. Este hecho cobra especial relevancia para este trabajo pues es la clave para entender los planos de las catedrales como parte central del proyecto y no como desarrollos improvisados a lo largo de los años. Más adelante veremos un ejemplo detallado a partir de lo que nos deja ver la catedral de Chartres.

---

<sup>211</sup> Scott (2003), *The Gothic Enterprise*, p. 39.

<sup>212</sup> Ver Erwin Panofsky(2005), *Gothic Architecture and Scholasticism*, pp. 46-47.

## EL GÓTICO

Algunos estudios recientes nos indican que un edificio llegaba a tener en promedio 300 trabajadores por semana en el proyecto.<sup>213</sup> Esto sin tomar en cuenta a ayudantes y participantes de menor grado. ¿De dónde provenía toda esta gente? Las poblaciones en ese tiempo no contaban con gran número de habitantes y por ello debemos suponer que la construcción de las grandes catedrales era fuente de trabajo para mucha gente de las poblaciones vecinas. Sin embargo, estas construcciones requerían una gran habilidad y experiencia, tanto de parte de los constructores –maestros arquitectos, albañiles, picapedreros, canteros– como de quienes calificaríamos como artistas pero que en ese entonces eran considerados simplemente escultores o talladores de piedra, vidrieros, etc. Los masones eran un grupo itinerante, que viajaban buscando proyectos y cubrían las necesidades de las zonas de obra. Asimismo, el número de ‘ayudantes’ que requería cada uno de los masones o constructores se calcula en tres o cuatro para optimizar su desempeño.<sup>214</sup> Este gran número de personas era cubierto generalmente con gente de la localidad o de las áreas vecinas.

Es interesante detenerse a estudiar el origen e itinerario de los fondos para tan grandes empresas. Debido a que estos proyectos beneficiaban a varios sectores de poder en la sociedad, los fondos provenían de fuentes distintas y cada catedral tiene al respecto su propia historia,<sup>215</sup> la cual se inserta en las condiciones que permitieron dar cause a las aspiraciones de las diócesis y las agrupaciones que con sus recursos sustentaron el proyecto de insertar a su comunidad en el mapa de las catedrales góticas.

Durante los llamados ‘siglos oscuros’ en Europa, el monasticismo cristiano tomó fuerza y las comunidades de monjes florecieron por toda Italia, Inglaterra y Francia. De alguna manera ocurrió una separación de roles en la sociedad; alrededor de 1020, en un poema dedicado a Roberto el Piadoso, Adalberón –obispo de Laon– proponía un modelo de sociedad para el cristianismo: si bien todos los seres humanos eran iguales ante Dios, existían tres categorías básicas en las cuales aquéllos se distribuían. Dichas categorías se definían en términos de sus tareas habituales: los que trabajan –campesinos, herreros, costureros, etc.– los que combaten –los soldados y caballeros– y los que rezan –sacerdotes y monjes–. Cada sector tenía necesidad de

---

<sup>213</sup> Scott(2003), *The Gothic Enterprise*, p. 33.

<sup>214</sup> Ibid.

<sup>215</sup> Un estudio cuidadoso de la fuente de financiamiento de ocho catedrales – París, Amiens, Toulouse, Lyon, Estrasburgo, Cork, Poitiers y Rouen- es el tema de Kraus(1979), *Gold was the Mortar*.

## EL GÓTICO

los otros y los tres eran necesarios para lograr la armonía social aquí en la Tierra.<sup>216</sup> Como se ve, los monjes eran los encargados de rezar y de pedir por los demás, además de realizar trabajos para el mantenimiento de sus propias comunidades y sin afán de lucro. Con el paso de las décadas y los siglos, poco a poco fueron sustituyendo lo que en Roma o Grecia era el 'sacrificio', una ofrenda a Dios para recibir a cambio su gracia. Ahora, bien entrado el Medioevo, era a través de pedir a Dios y dedicarle tiempo en ceremonias litúrgicas y de devoción como se obtenía esta gracia divina. Desde épocas muy tempranas de la monarquía en la historia, los reyes fungían un rol de intermediarios entre los hombres y los dioses. Así ocurrió en Europa, en el Medio-Oriente y en el norte de África. En la civilización cristiana la base teórica de la monarquía aparece en *La ciudad de Dios*, obra en la que San Agustín introduce la idea de las Dos Ciudades: la Ciudad de Dios –constituida por el cuerpo de la comunidad de creyentes– y la Ciudad del Hombre, es decir, el mundo secular. Esta última fue creada por la divinidad para procurar la seguridad de los miembros de la Ciudad de Dios. Por consiguiente los monarcas eran colocados en su trono con el propósito de guiar a sus súbditos para que cumplieran esa tarea. Si se cuestionaba la autoridad del monarca, esto equivalía a cuestionar la autoridad de Dios. Era natural, entonces, que los monarcas intercedieran con Dios para proteger o ayudar a su pueblo. Así, en el siglo XII, los reyes buscaban el favor de Dios a través de ayudar económicamente a los monasterios y a la Iglesia. Con una acción, entonces, alcanzaban ambos propósitos.

De igual forma, al crecer las comunidades urbanas nació una cierta clase de mercaderes, quienes para de alguna manera 'compensar' el gran pecado de la usura y el comercio, ofrecían generosas donaciones a la Iglesia. De esta manera, los reyes, la nobleza y lo que más tarde constituiría la clase burguesa tenían intereses que les llevaban a contribuir en la construcción y mantenimiento de la 'casa de Dios', que por su misma naturaleza debería ser la más grande, la más digna y la más atractiva, pues esto significaba atraer la gracia de Dios hacia su comunidad.

Por otro lado, para el siglo XII la Iglesia enfrentaba tiempos difíciles en los que la confianza en la jerarquía secular estaba por los suelos, muchos de los monasterios eran relativamente independientes de la autoridad del Papa y se generaban corrientes de pensamiento que a los ojos de la Iglesia resultaban heréticas, la más representativa siendo la de los cataros. Además, la corrupción y el dispendio de las autoridades eclesiásticas provocaban serias críticas entre la población. Como respuesta a esta

---

<sup>216</sup> Micheau, F. & Zimmermann, M.(1991), *A l'ombre des cathédrales*, p.60.

## EL GÓTICO

situación, la Iglesia comenzó un periodo de reforma en el que buscaba reafirmar su autoridad como mediadora de Dios en la Tierra y a la vez intentaba suprimir el creciente número de 'herejías' que brotaban a su alrededor. Sus principales herramientas para retomar el control de la cristiandad fueron promover la unidad a través de identificar y combatir un enemigo común –organizar una especie de guerra santa dentro de Europa–, la creación de la Inquisición y la construcción de catedrales que devolverían a los creyentes la fe en un Dios que los acogía en esas magníficas moradas.

Pero además del interés de los distintos grupos de poder económico que constituían la sociedad medieval, se requería aún más para realizar los proyectos. Hacía falta la disposición y cooperación de los habitantes. Si bien se habla de varias revueltas y problemas en los lugares de construcción, las catedrales acabaron siendo un símbolo para las ciudades que luchaban por crecer. Por primera vez en muchos años, la casa que albergaba las reliquias de los santos y demás construcciones religiosas no se levantaba en las afueras de las poblaciones, tal y como sucedía con los monasterios; ahora los nuevos recintos de culto religioso, las catedrales, estaban en el centro de la actividad social. La devoción y la cercanía con Dios se hacía accesible ahora no sólo a los monjes y religiosos sino también a la gente común y corriente. Vemos entonces que la mayoría de las catedrales como Chartres, Amiens, Estrasburgo, Nuestra Señora de París, Reims, todas ellas erigidas en plazas centrales, eran acogidas por sus habitantes como la parte más importante de la ciudad. Tal vez por eso es que los habitantes soportaban el excesivo cobro de impuestos que muchas veces se implementaba para mantener la construcción en activo, uno más de los problemas que acarrearba la complejidad de los proyectos.

Para cerrar esta breve introducción, es importante señalar los elementos más representativos de la arquitectura gótica. Los arcos de ojiva, la altura de los techos, la continua subdivisión de sus elementos, los arbotantes, los inmensos vitrales con sus característicos colores, las capillas radiales, las bóvedas de crucería, todos son elementos que unidos bajo un proyecto integral, encuentran su expresión más explosiva o impactante en el periodo gótico.

Sin embargo, lo más importante es comprender lo que está detrás de estos elementos: ¿cómo es que surgen los arbotantes? ¿Qué se busca con los vitrales? ¿Para qué las capillas radiales? ¿Cuál es la función de la ventana ojival? ¿Responden estas innovaciones a necesidades estructurales o a motivaciones metafísicas? ¿O son la respuesta a ambas?

### 3.2 IDEOLOGÍA MEDIEVAL

Proporcionar respuestas a interrogantes planteadas en el inciso anterior lleva a buscar la intención y la ideología de los creadores de las catedrales. Aquí es donde se hará más evidente lo que nos atañe en el presente trabajo, es decir, la influencia tan clara que tuvieron las ideas pitagóricas en la creación de estas misteriosas construcciones.

Si bien los distintos grupos de la sociedad respondían a intereses diferentes respecto de la construcción de las catedrales, todos coincidían en el deseo de alcanzar con ellas un lugar del Cielo aquí en la Tierra. Construir la 'Nueva Jerusalén' en su ciudad, o crear un lugar digno del mundo divino en la Tierra. ¿Cómo lograrlo? ¿Cómo saber de qué manera está construido el Cielo, o qué estándares seguir para ello?

Ya se mencionó la poca variedad que había en cuanto a literatura disponible en aquella época así como la dificultad de su lectura. Sin embargo, no es tan difícil reconocer las tendencias dominantes en la ideología medieval. Quizá el pensador y autoridad más influyente, aquél que dio forma al mundo de la Edad Media, fue San Agustín. Este filósofo, originario de Hipona, y que viviera durante el siglo IV, fue reconocido como uno de los Padres de la Iglesia debido a su profundo conocimiento de la teología y de la fe. Agustín tocó muy diversos temas dentro de sus obras, pero entre ellos aborda detenidamente los temas de la armonía y la belleza en su *De Música*, y en el *Del Orden*, obras muy influyentes entre la clase culta del tiempo que nos atañe.<sup>217</sup>

Estos textos muestran que Agustín ponía énfasis en el conocimiento de las leyes matemáticas que le permitían entender la 'ciencia' de la Música y gracias a ello poder aprehender los principios numéricos que suponía rigen el mundo y gracias a los cuales no reina el caos en la Tierra. El pensamiento agustiniano tenía muy presente un pasaje bíblico según el cual Dios había "...ordenado todas las cosas según la medida, el número y el peso".<sup>218</sup> Para reforzar la importancia que le otorgaba al pensamiento matemático, San Agustín toma ejemplos de arquitectura y menciona la importancia de la armonía en las proporciones que se eligen para integrar un adecuado discurso estético. De estos pasajes y de otros similares se desprende la idea de que para San Agustín la base para comprender y reproducir los efectos de las

---

<sup>217</sup> Martínez (1997), "Los cánones del gótico", p. 6.

<sup>218</sup> Libro de la Sabiduría-Salomón.

## EL GÓTICO

leyes divinas vinculadas con la estética y la armonía son las matemáticas y, en particular, los principios relacionados con números.

Estos elementos establecen una clara relación entre la ideología agustiniana y la platónica, ligando el *Timeo* con las ideas estéticas de San Agustín. Una manera de comprender los principios matemáticos definidos por Dios<sup>219</sup> para construir el mundo es estudiar el Dios geómetra que aparece en el *Timeo*. De este modo se lograría entonces el objetivo de entender las maneras como Dios hacía sentir su presencia en la Tierra. Un pasaje representativo de la visión de Platón acerca de la belleza la encontramos en este pasaje del *Filebo*:

Lo que aquí entiendo por belleza de la forma no es lo que el vulgo comprende generalmente bajo este nombre como, por ejemplo, la de los objetos vivos o de sus reproducciones, sino algo de rectilíneo y de circular, y las superficies y cuerpos sólidos compuestos con lo rectilíneo y lo circular por medio del compás, de la cuerda y de la escuadra. Pues estas formas no son, como las otras, bellas sólo bajo ciertas condiciones, sino que son siempre bellas en sí mismas.<sup>220</sup>

Bajo esta óptica fue que los masones estudiaban las obras de San Agustín y de Platón, viendo en ellas el medio para diseñar la casa que Dios pudiera haber construido.

Es interesante estudiar algunos pasajes de la historia del arte bajo la lupa de esta idea que encontramos yace detrás del diseño de las catedrales góticas. El deseo del hombre de acercarse al mundo de lo divino es un motor recurrente para sociedades, artistas y quienes se han visto llevados a realizar grandes empresas para la humanidad. Quizá ya las tribus antiguas buscaban un acercamiento similar a través de la magia o de los ritos. Sin embargo, a medida que las posibilidades del hombre fueron aumentando gracias al desarrollo cultural y tecnológico, cambió también su noción y 'comprensión' del mundo divino. Podríamos rastrear, quizá en Egipto, o aún más atrás, enseñanzas que pretendían acercar al hombre al mundo de los dioses. Sin embargo, aquellas sociedades fueron tan distintas a la nuestra que es hasta Pitágoras (formado en Egipto) cuando comienza una línea de pensamiento con la cual nos podemos relacionar y que forma una base sobre la cual artistas y filósofos fueron refinando su conceptualización y estudio de la divinidad. Por eso cuando se estudia a Platón, San Agustín, San Jerónimo, Dionisio, Bernardo de Clairvaux, Villard de

---

<sup>219</sup> En el *Timeo* se le conoce como el Demiurgo.

<sup>220</sup> Citado en Ghyka (1978), *El Número de Oro*, vol I, p. 107.

## EL GÓTICO

Honnecourt, entre muchos otros,<sup>221</sup> lo que se encuentra es su filiación con esa línea comenzada por Pitágoras. En la Edad Media se contaba ya con cientos de años de experiencia en cuanto a diseño arquitectónico, y esta experiencia, sumada a las nuevas técnicas que se desarrollaron como parte de la empresa gótica, permitieron materializar muchos de los nuevos significados que se planteaban en las obras y diseños de estos pensadores.

Con esto en mente se revisarán planos de algunas catedrales, y se analizarán las proporciones y técnicas utilizadas para intentar relacionar este diseño con las ideas que se han venido manejando desde el inicio de este trabajo. Como resultado del presente ejercicio se abordará el concepto de 'música cristalizada', noción que se refiere a las proporciones que descubrió Pitágoras y a otras que se fueron desarrollando a partir de su teoría.

### **3.3 LA ESCALA MUSICAL**

Quizá el elemento más impresionante y el primero que llama la atención en las catedrales góticas, en comparación con las románicas, es la altura que alcanzaron. Gracias a diversos factores, entre ellos el desarrollo de las técnicas de construcción, se tenía la posibilidad de llevar los edificios a alturas antes inimaginables. Sabemos que la concepción del 'cielo' que se tiene en el cristianismo tiende a relacionarse con algo por encima de nosotros. Por esta razón es interesante estudiar la manera en que decidieron establecer las proporciones entre la altura de los edificios y su anchura.

Si bien todas las proporciones del edificio son importantes, el impacto que genera la altura del edificio en un visitante es esencial para el mensaje que se buscaba transmitir. Gracias a la majestuosidad de la construcción, el espacio que se genera entre las columnas que elevan el edificio y la altura de éste es justamente lo que produce esa sensación de elevación a un individuo de pie o sentado en la planta inferior.

Se adopta la idea expresada previamente en el sentido de que el objetivo de las catedrales era crear un espacio divino en la Tierra, y por lo tanto es claro que se debía cuidar que dicho espacio produjera las sensaciones e ideas apropiadas de acuerdo con lo que representaba el recinto. Si este espacio se hace demasiado angosto provocaría un efecto de enclaustramiento, evitando que la persona fuera capaz de percibir la altura de la construcción. Un ejemplo claro de esta situación son

---

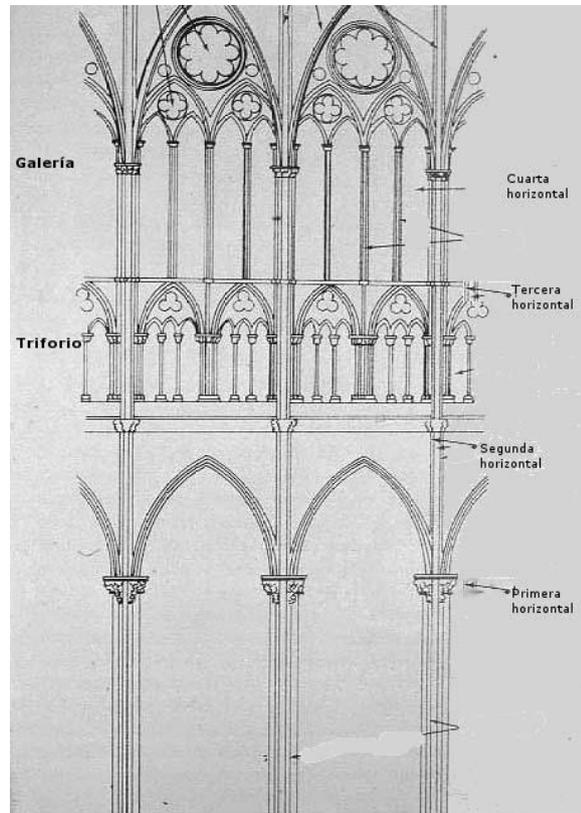
<sup>221</sup> Véase Capítulo 1.

## EL GÓTICO

los campanarios o torres. Por otro lado, si se articula una gran altura con demasiado espacio horizontal, lo que se logra es simular un espacio abierto y el individuo pierde la capacidad de percibir estímulos que lo ‘eleven’. Un ejemplo moderno de esto serían las grandes estaciones de ferrocarril. Además, todo este manejo de las dimensiones debió sujetarse a criterios derivados de la noción de simetría:

La simetría, dice Vitruvio, consiste en el acorde de medida entre los diversos elementos de la obra, (...) Cuando cada parte importante del edificio está, además, convenientemente proporcionada en razón al acorde entre lo alto y lo ancho, entre lo ancho y lo profundo, y cuando todas estas partes tienen también su lugar en la simetría total del edificio, obtenemos la euritmia.<sup>222</sup>

Un ejemplo claro de lo que se busca transmitir en un ‘espacio’ gótico lo constituye la catedral de Chartres, ampliamente reconocida como una de las cumbres del gótico francés y como el paradigma de la catedral medieval. Veamos el plano de elevación y el ancho de la nave siguiendo un estudio muy interesante realizado a mediados del siglo XX.<sup>223</sup> Si bien para los estudiosos del arte, Chartres, como otras catedrales góticas, tiene una elevación ‘tripartita’ por estar dividida en parte inferior, triforio y galería superior de vitrales, para este estudio nos fijaremos en las divisiones que están marcadas a lo largo de las columnas que suben hasta el punto más alto de la bóveda. La primera división la marca la cima de los capiteles que sostienen toda la bóveda central. Encima de las arcadas, en la base del triforio, una delgada



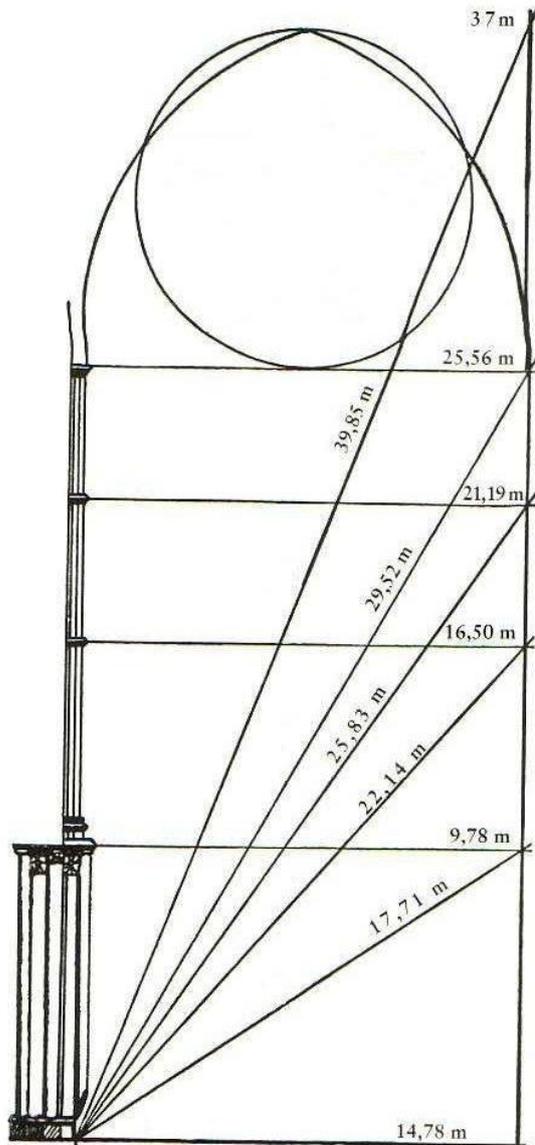
**Figura 3.1**

Esquema que ilustra la elevación interior de Chartres

<sup>222</sup> El término *euritmia* indica que la construcción refleja las proporciones del cuerpo humano. Vitruvio insiste mucho en esta “sinfonía” perfecta del juego de las proporciones en el cuerpo humano y de correspondencias análogas que el arquitecto debe establecer en el plano eurítmico de los edificios sagrados. Ghyka (1978), *El número de oro*, vol I, p. 43.

<sup>223</sup> Véase Charpentier (2002), *El Enigma de la Catedral de Chartres*, xvi.

## EL GÓTICO



**Figura 3.2**  
Esquema que muestra algunas medidas de los niveles en el interior de la Catedral de Chartres

cornisa marca la segunda horizontal. La tercera horizontal viene con la cornisa que se encuentra encima de las arcadas del triforio. Por último, la última división aparece donde descansa la bóveda central, sobre delgadas columnas de piedra (Ver Fig. 3.1).

De entrada se observa que la parte más importante de la altura, o aquella que puede ser percibida en su totalidad por estar libre de interrupciones, es la que va del suelo a la cuarta horizontal. Aunque la catedral llega a elevarse casi otros 12 m, a partir de ahí comienza la formación de la bóveda y se va llenando el espacio del centro con la curva de los soportes, lo que hace perder el impacto de la elevación real y de la insinuada a través de la perspectiva que provoca el diseño –o esqueleto– de columnas.

Cuando se enfrenta el reto de buscar proporciones con las medidas de un edificio, hay que ser

extremadamente cuidadoso. Si bien el mundo de la geometría y los números puede ser fascinante, debemos de mantener la mirada en las medidas que definen de manera clara lo que estudiamos. A veces es fácil ser seducido por razonamientos complejos que nos alejan de la realidad de los constructores. Es una delgada línea que hay que mantener balanceada y siempre soportada por el sentido común.

Busquemos entonces la ocurrencia de proporciones. El ancho de la nave es de 14.78 m. Se puede ver la altura de las distintas horizontales en la Figura 3.2. Observamos que la cuarta horizontal se levanta 25.56 m sobre la superficie. Si tomamos estas dos medidas como dos lados de un triángulo rectángulo, y utilizamos el muy conocido Teorema de Pitágoras para obtener la hipotenusa, encontraremos que ésta mide 29.52 m: justo el doble del ancho de la nave. Recordamos aquí que

## EL GÓTICO

Pitágoras fue el primero en encontrar que la proporción 2:1 es la que corresponde a notas con una octava de diferencia. Aquí comienza a insinuarse la intrusión de la armonía musical como guía para el diseño arquitectónico. Cabe notar que el triángulo rectángulo escaleno con esta proporción fue uno de los utilizados por el demiurgo del *Timeo* para generar los sólidos platónicos.

Otra división que salta a la vista es la segunda horizontal, donde comienza lo que pareciera ser la parte alta de la catedral, lo que limita como techo los pasillos laterales que se perciben estando en la nave. Esta segunda horizontal se encuentra a 16.5 m de altura, y con el mismo procedimiento anterior obtenemos la hipotenusa de 22.14 m. Esta medida guarda una relación de 3:2 con el ancho de la nave y corresponde a la quinta, o notas con 5 lugares de separación en la escala. Constituye ésta otra de las aportaciones del hombre de Samos a los vínculos entre música y matemáticas.

Asimismo, la altura de los capiteles del coro, a 9.79m del suelo, corresponde a la 'tercera' (de los intervalos modales), con una proporción de la diagonal de 6:5 con el ancho de la nave. Si bien esta proporción no era utilizada por Pitágoras, es claro que forma parte de la misma teoría estipulada por él. Nos detendremos aquí, invitando al lector a consultar el interesante estudio mencionado sobre este tema. Ahí se explica, entre otras cosas, por qué aun cuando estas medidas parecen ser bastante complicadas, en realidad son el resultado de realizar las mediciones con nuestro sistema decimal de medidas. Si estudiamos los instrumentos de la época y tomamos un tendel y una medida particular ('el pie romano'), estas proporciones corresponden a números enteros y de fácil manejo.

### **3.4 ARMONÍA SIN UNIFORMIDAD**

La elevación interior de Chartres es de los elementos que más uniformidad presentan dentro de la catedral. Ahora bien, la sensación que el espectador recibe al entrar al edificio es de inmensidad y –dada nuestra formación cultural que mucho le debe a la tradición medieval– de paz y armonía. Generalmente uno relaciona estos conceptos con uniformidad y planeación detallada. Sin embargo, es interesante que al estudiar con detalle las medidas de Chartres uno encuentra elementos discordantes. Se vuelve incluso difícil ubicar patrones similares, sobretodo si observamos los distintos 'módulos' o partes que se pudieran considerar independientes en la catedral.

## EL GÓTICO

Para empezar, si en Chartres examinamos la parte más baja del exterior de los muros es evidente que la nave tiene columnas enormes, algunas de las más grandes jamás construidas. Entre ellas se observan altas ventanas que iluminan los pasillos, terminando en una ojiva que apunta hacia arriba y marca la trayectoria por donde el agua corre en caso de lluvia. De igual manera, vemos que la nave presenta un *ritmo* sencillo y armónico de columnas y ventanas tipo a-A-a-A-a. Desde dentro se ve cómo las curvas se unen unas con otras en las columnas, ayudando a incrementar la sensación de elevación en el visitante. En otras palabras, se percibe a la nave como un todo bastante homogéneo.

Por otra parte, si vemos el Santuario<sup>224</sup> de manera aislada sería difícil creer que ambos espacios son parte del mismo edificio. Las columnas son delgadas, casi invisibles y se levantan sin articulación desde el suelo hasta el techo. Entre ellas se ha eliminado la pared, y sin transición alguna las ventanas se extienden de columna en columna. Aquí lo que predomina ante la mirada es el trabajo de los vitrales, más que el de la construcción. Si se continúa con el análisis del edificio, seguirán apareciendo diferencias fundamentales en la concepción y construcción de estas partes de la catedral.<sup>225</sup>

Entre las diferencias hay algunas que podrían incluso tomarse como contradictorias, como es el caso de lo que se percibe en las torres y los ventanales de Chartres: las columnatas de la parte sur y la elegancia de la apertura de las torres son más avanzadas, en sentido estilístico, que las que se encuentran en la parte norte, y sin embargo los ventanales más 'progresistas' están situados entre las torres del viejo estilo. ¿Por qué no al revés? ¿Por qué no se colocaron las ventanas 'nuevas' con el diseño nuevo y viceversa?

La verdad es que si se sigue poniendo atención al detalle, se van encontrando ejemplos en los que falta la homogeneidad. Esta situación ha sido ampliamente estudiada por James en su ya clásico estudio sobre la catedral de Chartres<sup>226</sup> y, por lo que dice, casi podríamos tomarlos como elementos pensados para edificios distintos. Lo que se busca al presentar este análisis es responder a la siguiente pregunta: ¿cómo es posible que con estilos tan variados, con diferencias arquitectónicas tan claras, se logre el impacto de armonía y de una 'aparente' homogeneidad en el

---

<sup>224</sup> Se le conoce así al 'corazón' del edificio, donde yace el altar principal. En Chartres esta zona comprende el coro y el ábside de la catedral (ver Figura 3.0). Generalmente la zona del Santuario está levantada unos cuantos escalones por encima del nivel de la nave.

<sup>225</sup> Véase: James (1985), *Chartres: The Masons Who built a Legend*, cap. II.

<sup>226</sup> *Ibid.*

## EL GÓTICO

trabajo?, ¿Por qué tenemos que mirar de cerca para percibir las diferencias, aunque el todo pareciera estar concebido y construido por las mismas manos y dirigidas por el mismo diseñador? La respuesta es sencilla y nos remite al origen de este trabajo. El grupo de masones encargados de la construcción de los edificios era gente que pareciera tener un origen común. Como si la gran mayoría hubieran tenido estudios similares, o hubieran sido parte de la misma 'escuela' en donde se les enseñaban ciertos principios o tradiciones que permitían imprimir esta armonía en todo su trabajo.

Aunque no se sabe todo lo que se quisiera conocer sobre las tradiciones o prácticas de estos grupos que bajo el nombre genérico de masones se encargaban de edificar las catedrales, sí es un hecho que eran versados en varios aspectos de las matemáticas. Se sabe que al menos quienes ocupaban los puestos más altos en las jerarquías –instituidas según la especialidad: vidrieros, albañiles, picapedreros, etc. – conocían a fondo el *Timeo*, y sobretodo que creían en aquel principio, estipulado por Pitágoras, según el cual si se seguían las leyes de la geometría y de los números, la armonía de las matemáticas se vería reflejada en el mundo sensible. Así, si bien cada uno de los maestros masones tenía estilos y modos diferentes, todos compartían un profundo conocimiento geométrico que aplicaban, cada uno a su manera, en la construcción de los edificios. Se verá más adelante que en algunos predominaba el diseño con base en el pentágono, en algún otro caso en el cuadrado o el triángulo, pero todos buscaban seguir las propiedades y reglas que se pueden cobijar bajo ese cuerpo o sistema de conocimiento que es la geometría, respetando el trabajo hecho anteriormente y buscando siempre la manera de 'mejorar' la armonía y diseño establecidos previamente.

Cada uno de estos maestros llevaba su propia 'medida', o unidad básica de medición, grabada en un cuadrado de acero, y con la que trabajaban y realizaban los diseños. Además, ciertas similitudes en las medidas encontradas a lo largo de los años nos llevan a pensar que estas medidas eran heredadas, y la marca de una medida en particular no era seña de un maestro masón en particular, sino de toda una organización.<sup>227</sup> Había varias 'fórmulas' para resolver un problema de diseño arquitectónico. Por ejemplo, unos doscientos años antes de Chartres, los constructores seguían ciertas reglas básicas para la construcción: para calcular el grosor de un muro lateral de una nave de iglesia se trazaba un cuadrado dentro de las paredes de la nave de manera tal que una de sus caras tocara a lo largo de toda ella una pared. Para determinar el grosor que dicha pared debía tener se trazaba un

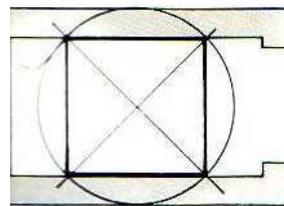
---

<sup>227</sup> Ibid., cap III.

## EL GÓTICO

círculo circunscrito al cuadrado. La recta paralela a la cara del cuadrado y tangente al círculo determinaba el grosor de la pared. Así se puede ilustrar el uso de la geometría y la aparición en este contexto arquitectónico de la razón  $\sqrt{2} : 1$ . (Ver Fig. 3.3)

Obviamente estas técnicas fueron evolucionando y el número de reglas utilizadas se incrementaba a medida que la complejidad en las construcciones aumentaba. Y para validar estas reglas que iban apareciendo, los constructores no tenían o no reconocían otra herramienta que la razón y las leyes matemáticas que ellos conocían. Gradualmente, con el paso del tiempo y con los ensayos a los que estas prácticas daban lugar, se fueron afinando



**Figura 3.3**  
Mapa de la nave de Bradford-on-Avon mostrando cómo el grosor de las paredes se relaciona con el interior en razón  $\sqrt{2} : 1$ .

estas reglas y se alcanzó el equilibrio que se necesitaba entre la teoría geométrica que se venía arrastrando desde la antigua Grecia y la estética arquitectónica práctica que se iba generando con el paso de los años. Lo que es un hecho es que la comunicación era primordial, pues se tenía que encontrar la manera de transmitir fielmente medidas, técnicas para realizar cortes en la piedra y demás procesos que formaban parte de la labor del constructor.

Toca regresar a una de las características más ilustrativas de esta 'escuela' de masones, de la cual la geometría era la base. Utilizando el compás, la regla, la escuadra, una herramienta que marcaba la proporción deseada a distintas longitudes, y el cordón, se podían dibujar de manera un tanto mecánica círculos, cuadrados y triángulos. Sólo a través de la geometría el maestro podía estar seguro de que la piedra cortada para un capitel iba a ser igual que la cortada anteriormente, y que el borde de una piedra iba a encajar con su vecina. La geometría permitió lograr la repetición y con ello la precisión.

En un afán de presentar un cuadro más completo acerca de los grupos de masones encargados de construir el edificio, se revisará un estudio que John James llevó a cabo en esta catedral.<sup>228</sup> Se cuenta, como ya se dijo, con poca documentación acerca de los masones, y por lo mismo el único lugar que resta para estudiarlos es aquél por el que son reconocidos, es decir, la propia construcción. Así, en un análisis profundo de estilos, de herramientas utilizadas, de tipos de corte en las piedras y de algunas marcas que dejaban cada uno en sus construcciones, James reconoce a 9 cuadrillas diferentes trabajando en Chartres. No se tienen los nombres reales, pero se

<sup>228</sup> Ibid.

## EL GÓTICO

reconoce la diferencia de estilos y trabajos que cada cual realizaba. Cada una de las cuadrillas, según dice James, era como un 'todo', es decir, era un equipo formado por un líder o maestro masón, sus asistentes, los escultores y toda la jerarquía de constructores —separados por especialidad—, que se tenía entonces y que dependía de la complejidad del trabajo.

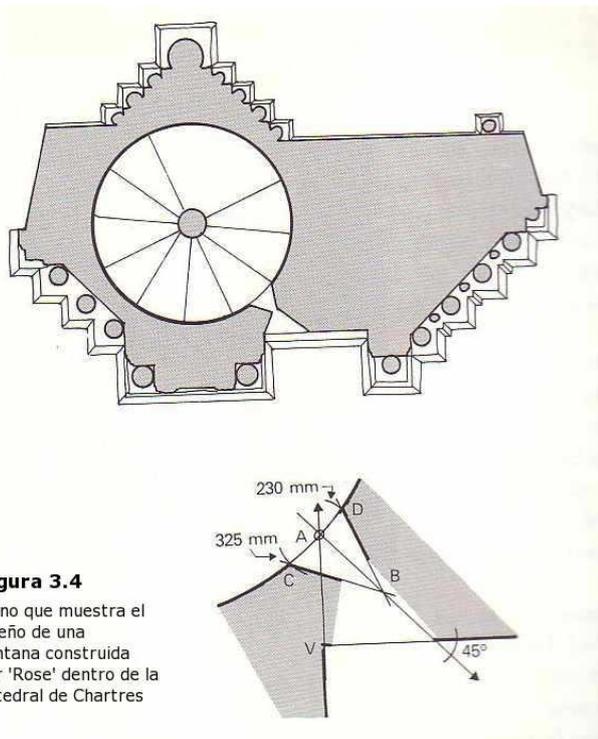
Un ejemplo de lo que se puede saber a través del análisis de la 'información' que provee el edificio mismo es presentado por James de la siguiente manera:<sup>229</sup>

Veamos una ventana hecha por la cuadrilla dirigida por Rose (bautizado así por James). Es una de las más de 50 ventanas que dan luz a las escaleras. Ésta mira hacia afuera de las escaleras del sur-oeste. En la figura 3.4 vemos que las escaleras están construidas muy cerca de una puerta por el lado derecho, con un buen descanso del lado izquierdo. Rose comenzó su construcción por este pequeño espacio del lado derecho, de manera natural

extendiendo la vertical que sube

de la orilla de la puerta hasta encontrar la circunferencia de las escaleras. Desde el punto medio de la apertura de la puerta trazó una recta hacia el punto donde se cruzan las líneas de la pared que han sido extendidas. Resulta en una línea de 45°, como se muestra en el detalle que, agrandado, aparece en la figura inferior (Fig. 3.4). Además, desde el punto A hizo dos cortes a la circunferencia: uno resulta de 325 mm y el otro de 230 mm.

La medida que se identifica en estos "cortes" ejecutados por la cuadrilla de Rose es aquella conocida en Francia como *pied-du-roi* (pie del rey), que supuestamente fue dada como regalo a Carlomagno por Haroun-al-Rashid por ahí del 789 d.C., aunque se sabe que ya había sido utilizada en Francia e Inglaterra mucho



**Figura 3.4**  
Plano que muestra el diseño de una ventana construida por 'Rose' dentro de la Catedral de Chartres

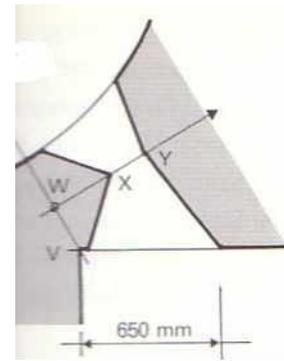
<sup>229</sup>James (1985), *Chartres: The Masons Who built a Legend*, pp. 35-37.

## EL GÓTICO

antes de esto. Esta medida equivale a 325mm. Se encuentra como base de medida en toda la zona atribuida a esta cuadrilla de masones.

Si ponemos atención al desarrollo del diseño se observa que al trazar un cuadrado de 230mm se encuentra que la diagonal medirá casi 325mm. Esta técnica, que ya vimos anteriormente en el análisis de la elevación, era muy utilizada por los masones y remite al descubrimiento de los números irracionales por parte de la escuela de Pitágoras, más de mil seiscientos años antes de la construcción de Chartres. Es una técnica que se utilizaba para relacionar las medidas entre sí, y algunos autores sugieren que a esto se

referían los masones al hablar de la 'verdadera medida'. Por último, si trazamos la medida de 2 pies o 650mm partiendo del punto inicial en la esquina de la puerta, se obtiene el punto que termina el diseño de la ventana (Fig. 3.5). Es importante observar estos dos casos en los que se utiliza *el pied-du-roi* y la geometría, que si bien son trazos simples, muestran de manera muy detallada los trazos subyacentes a la ejecución de una ventana de importancia menor dentro del proyecto global de la catedral.



**Figura 3.5**  
Plano de ventana dentro de  
la Catedral de Chartres

Esta geometría nos dice algo de Rose como artista, y quizá sirva para comprender lo que sucedía en el seno de los maestros de la construcción. Para empezar, puso el centro de la ventana en la bisectriz entre las dos superficies que se abren hacia el interior de la ventana, lo cual le permite expresar una medida de la profundidad de la ventana desde la línea que va de W a Y (Fig. 3.5). Este cambio de grosor en la escalera y la pared hace que se separen uno del otro. Si hubiera utilizado las mismas medidas de ambos lados sería algo más homogéneo, pero al utilizar su 'verdadera medida' la estructura adquiere una forma excéntrica y viva.

Echemos un vistazo ahora a la ventana inmediatamente debajo de ésta. Ambas ventanas se ven similares desde el exterior. La escalera guarda las mismas relaciones con el hueco de la ventana y a simple vista no tendrían por qué diferir. Sin embargo, las diferencias son evidentes al comparar los planos (Fig. 3.8). Se le ha identificado con la cuadrilla del maestro 'Scarlet'. Esta ventana muestra una geometría similar, pero aquí se utilizaron dos triángulos de 45° en lugar del *Pied-du-Roi* y la 'verdadera medida'. Scarlet utilizaba dos medidas: una era el pie romano de 295mm, que se encuentra a menudo en edificios medievales, y una medida que equivale a 6/5 del pie romano y que se conoce como *Ped Manualis*, el pie-y-mano. En esta ventana Scarlet

## EL GÓTICO

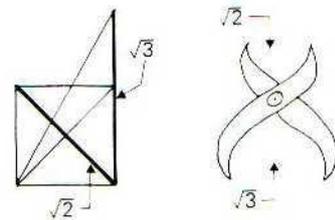
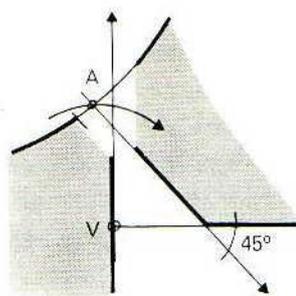
utilizó el segundo. Abrió su compás a medio *Ped Manualis* y colocándolo en el punto V trazó un arco que corta a la escalera en A. Después trazó desde ahí una línea a 45°. Después dividió el espacio desde V –en la perpendicular a V– en su proporción de  $\sqrt{2} : \sqrt{3}$ . Esta proporción la utiliza en cada una de sus ventanas y en muchos de sus moldeados; pareciera ser un estándar para él. Recordemos que una de las herramientas más utilizadas eran los divisores proporcionales, o sencillas herramientas que mostraban la proporción deseada cuando uno señalaba la línea mayor (o la menor) (Fig. 3.6).

Aparentemente quien diseñó la estructura de esta ventana trazó una línea paralela a la recta que pasa

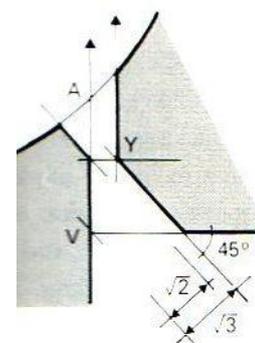
por A a 45° respecto de la horizontal que pasa por V. Esta paralela está a una distancia de  $\sqrt{2}$ , si la perpendicular a la primera paralela muestra que la distancia de V a la primera paralela es de  $\sqrt{3}$ . Y después, en donde estas líneas encontraron la pared, se trazaron líneas verticales (Fig. 3.7). Estas cuatro líneas forman la ventana. Después de todo hay una cierta sencillez en la construcción, lo cual nos dice mucho de la manera de construir de los masones. Cada detalle, por pequeño que éste fuera, tenía que ajustarse a ciertas reglas geométricas. Además, en raras ocasiones aplicaban repeticiones exactas. En estas escaleras no hay ventanas de medidas iguales. Vemos que cada una de ellas sigue un patrón similar de construcción, pero a medida que las proporciones de las escaleras cambian ligeramente, cada una de las ventanas va cambiando. Es de esta manera como la geometría permite la repetición, no exacta, pero sí guardando con el entorno cierta armonía y proporción.

Por otro lado, queda claro que si bien cada uno de los maestros tenía distintas visiones de cómo expresar la armonía en el edificio, todos utilizaban profusamente conceptos

geométricos y reglas de proporción que eran cuidadosamente obedecidas en cada uno de sus encargos. Es importante destacar que una catedral era un edificio construido más para halagar a Dios que para servir a los hombres. Se buscaba atraer la gracia



**Figura 3.6**  
Plano de ventana construida por 'Scarlet' en la Catedral de Chartres



**Figura 3.7**  
La segunda etapa de la ventana

## EL GÓTICO

divina, y por lo tanto encontramos piezas detalladamente esculpidas, por delante y por detrás, donde el ojo del hombre no llega y, sin embargo, donde podía ser admirado por Dios.<sup>230</sup> Es una concepción esencialmente distinta de la que se vive actualmente, en la que ciertos detalles carecen de calidad en sus acabados cuando se sabe que estarán fuera del alcance visual del público. Por el contrario, los constructores medievales ponían todo su empeño y conocimiento en cada detalle, por pequeño o insignificante que éste pareciera, pues su trabajo era en gran medida algo que entregaban al creador y que, para ser más preciso, estaba dedicado a la Virgen María.<sup>231</sup>



**Figura 3.8**  
La ventana inferior (líneas punteadas) es muy distinta a la ventana inmediatamente superior a ella.

### 3.5 EL ARQUITECTO

Hay otra cuestión importante en lo que se refiere a la construcción de catedrales en esa época. Ha habido grandes discusiones referentes a la libertad que tenían los masones para implementar sus diseños y sobre las demandas específicas que tenían los clientes. Al respecto, el ejemplo clásico es la Abadía de Saint Denis en Francia y la concepción de la remodelación atribuida al Abad Suger. ¿Qué tanta libertad podía haber tenido el maestro masón si la ‘idea’ había surgido de la mente de Suger?

Ya se discutió en la sección 3.1 el tiempo que tardaba la construcción de ciertas catedrales góticas. También se mencionó que sólo en la catedral de Chartres, una de las catedrales más rápidas en terminarse, se reconocen 9 cuadrillas diferentes de masones trabajando. Es obvio que alguien tenía que estar al pendiente de la continuidad del proyecto y de ir distribuyendo las labores entre los distintos equipos que se iban contratando. Se ha hablado mucho de la figura del arquitecto, aunque no se sabe con detalle si en todos los casos existía una persona con este rol y los alcances de su participación. Lo cierto es que arquitecto o no, alguien tenía que jugar este papel para ir administrando y buscando cierta uniformidad a lo largo de los años.

<sup>230</sup> Scott (2005), *The Gothic Enterprise*. p.156-157.

<sup>231</sup> La entrega mostrada por todos los que participaban en la empresa de construir una catedral permea gran parte de la novela *La Catedral del Mar* (2006), de Ildelfonso Falcones. Novela de corte histórico que constituyó un éxito editorial en fechas recientes. En ella se pone de manifiesto la devoción que se tenía por la madre de Jesucristo, que era a quien estaban dedicadas casi todas las catedrales góticas, incluida, claro está, la de Chartres.

## EL GÓTICO

Lo más probable es que en muchas ocasiones hayan sido los propios clérigos los que procuraban preservar esta armonía en su catedral o su abadía.<sup>232</sup>

De los documentos que han llegado a nosotros, y del análisis de las construcciones, se puede afirmar que la mayoría de los clientes se involucraban con mucho empeño en el proceso. De hecho, varios elementos del diseño respondían a peticiones expresas del cliente, como lo serían los rasgos principales del edificio tales como el número de columnas, el estilo de las ventanas, los motivos de las esculturas y grabados, cuestiones relacionadas con la elevación, entre otros. Además, se sabe que la mayoría de estos clérigos eran versados en las artes de la geometría y la aritmética y además conocían obras de San Agustín, Platón y Dionisio. Se le daba gran importancia a los símbolos de los números presentes en las construcciones, quizá también por el trabajo de Dionisio, mencionado en la primera parte. La elevación tripartita, la repetición de números como el seis, siete, nueve o el doce, entre otros elementos, nos llevan a volver la mirada hacia su trabajo y ahondar en la significación de esta numerología y la manera como se hacía presente.

Sin embargo, más allá de estas especificaciones, la concepción global de la obra era dejada en las manos del maestro masón. Él decidiría las medidas exactas, las proporciones finales, los acabados y grosores de las columnas, la inclinación de las ventanas, el juego de los espacios y demás pormenores que en la práctica complementaban la visión del cliente. Vemos que ambas partes buscaban construir una casa para Dios y la Virgen, y esto se lograba integrando en el diseño tantos números y símbolos como fuera posible hacerlo con sentido, es decir, con el propósito de que los significados impresos en el edificio adquirieran o mostraran una racionalidad que reflejaba su integración con las armonías cósmicas diseñadas por el Creador. La percepción de estas armonías en las proporciones y dimensiones de la catedral conducía a que la mente se sometiera ante la presencia de lo divino.

### **3.6 ESCALA MUSICAL Y NÚMERO ÁUREO**

Uno de los primeros impulsos al iniciar los estudios para la realización de este trabajo fue buscar dentro de las estructuras arquitectónicas del estilo gótico las proporciones 'pitagóricas', es decir, aquéllas relacionadas con algunas notas fundamentales de la escala musical. Como se vio previamente, podemos encontrar algunas de éstas en la elevación de la catedral de Chartres.<sup>233</sup> Hay autores, como Wim

---

<sup>232</sup> Véase James (1985), *Chartres: The Masons Who built a Legend*, cap VII.

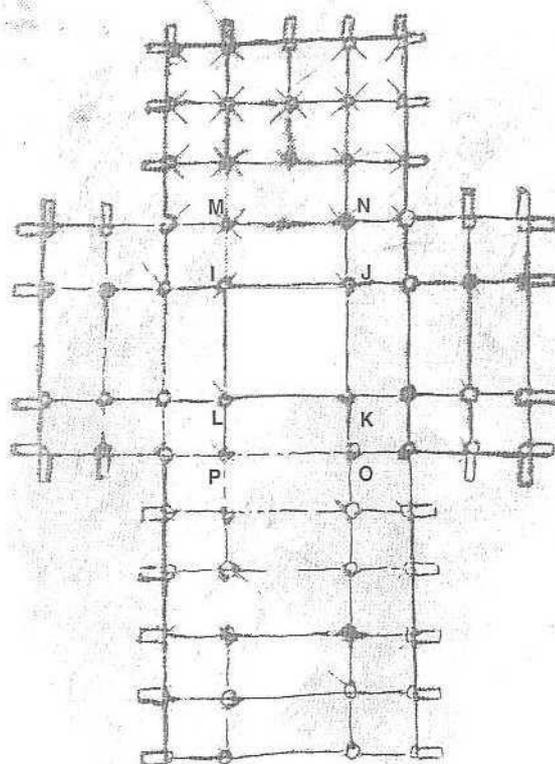
<sup>233</sup> Ver Sección 3.3 .

## EL GÓTICO

Swaan,<sup>234</sup> que han llevado a cabo largas investigaciones y sus resultados dan pie para fortalecer este supuesto. El principal problema –y casi sobre cualquier otra cuestión ubicada en esta época, salvo la materia religiosa y asuntos legales o relacionados con la conducción de los reinos– es la ausencia de textos debido a que en ese tiempo no existía la costumbre o la tradición de plasmar por escrito las ideas detrás de una construcción. Menos aún se daba que se diseñaran planos de la obra. A lo más se dibujaba el aspecto que tendrían las diferentes fachadas, torres, aperturas de las ventanas, etc., o diagramas que ilustraban detalles aislados de aquello que formaba parte de la obra. Esto último incluía diagramas de figuras en la columna, uniones de armazones de madera que utilizaban los carpinteros para sostener temporalmente ciertas estructuras, las figuras o los pasajes bíblicos que serían incluidos en los vitrales, etc.<sup>235</sup>

Pero retomemos la cuestión de las armonías musicales y el diseño arquitectónico. Ya se ha hablado del pensamiento de San Agustín, y de cómo fue que puso a la arquitectura y a la música por encima de otras artes por ser éstas “hermanas del número,” y además porque hacían uso de elementos extraídos de la teoría pitagórica y platónica del número. Swaan retoma este enunciado y nos recuerda que la serie 1:1, 1:2, 2:3 y 3:4 –cuyos elementos corresponden a los intervalos de consonancia musical perfecta (unísono, octava, quinta y cuarta)– estaba para los tiempos medievales saturada de simbolismo cristiano.<sup>236</sup>

Swaan va un poco más allá y analiza bajo esta óptica un plano (ver Fig. 3.9) encontrado en los cuadernos de Villard de Honnecourt



**Figura 3.9**  
Dibujo de Villard de Honnecourt de un típico plano cisterciense

<sup>234</sup> Ver Swaan (1981), *The Gothic Cathedral*.

<sup>235</sup> Sobre estos temas se puede consultar *Il Libro dell' Arte* de Cennino Cennini, Grodecki (1949), Fitchen (1961) y Chanfón (1994).

<sup>236</sup> Citado en Strachan (2003), *Chartres: Sacred Geometry- Sacred Space*, 2003, p. 46.

## EL GÓTICO

y que sin muchas dudas es reconocido como un plano cisterciense. Dice

Una simple aplicación de las razones de consonancia musical aparece en un plano de diseño medieval, de los cuadernos de un arquitecto-maestro-constructor del siglo 13, de una iglesia cisterciense que termina en cuadrado con bahías dobles cuadrangulares. La razón de la quinta (2:3) determina la relación del ancho a través del transepto con relación al largo total; la de la octava (1:2) la relación del pasillo lateral y la nave y también el largo y ancho del transepto; la cuarta musical (3:4) está en la proporción del coro, mientras que el 'cruce', siendo el centro litúrgico y estético de la iglesia, está basado en la razón 1:1, el unísono, la más perfecta consonancia.<sup>237</sup>

Si nos atenemos a la historia intelectual en cuyo contexto se erige la catedral de Chartres no debería sorprender que este tipo de proporciones, entre las medidas de ciertos elementos que definen las estructuras y los espacios, sean las que gobiernan el trazo del edificio. Su fundador, el obispo Fulberto (c. 960-1028), mantuvo estrechos vínculos con

teólogos del monasterio de San Emerano, uno de cuyos monjes –Otloh (c. 1010-1070)– nos dejó líneas como las siguientes: “En virtud del amor de Dios todo lo creado es armonizado en concordancia” y, posteriormente, “... las órdenes de los santos [en el cielo] resuenan y se deleitan como una única armonía bajo la influencia de la Caridad”<sup>238</sup>.

Como se ve, la palabra armonía aparece



**Figura 3.10**

San Pedro, San Pablo y San Etienne ante el Abad Gunzoy dividen las cuerdas para marcar las medidas del plano de la futura basílica de Cluny."

Miniatura de la Vida de San Hugo. Biblioteca Nacional de Francia  
lat: 17716, fol. 43, siglo XII.

<sup>237</sup> Ibid., p.48

<sup>238</sup> "Diálogos de tribus questionibus", cap. XXXIX.

## EL GÓTICO

en ambas frases y es interesante recordar cómo define Filolao (s. V a.C.) este concepto, central para la filosofía pitagórica: “La armonía es el resultado de los contrarios... la unicidad de la multiplicidad y el acuerdo entre los discordantes”.<sup>239</sup> Fue casi inmediato que Pitágoras y sus seguidores tomaran a la música como la más explícita manifestación de la armonía pues era muy sencillo vaciar –como la experiencia les mostró– relaciones matemáticas muy precisas entre la longitud de las cuerdas y las notas musicales. Desde la antigüedad, como ya se mencionó en el Capítulo II, algunas de las proporciones analizadas fueron consideradas como consonancias perfectas.

Pero este descubrimiento o clasificación fue más allá, pues a esta misma escala que ilustraba en concreto lo que se entendía por armonía la consideraban un ejemplo de la armonía como principio ordenador del cosmos y por lo tanto como fundamento de la belleza. Esta idea fue retomada por Platón en el *Timeo* para hacer que el Demiurgo –el Creador– ordenara el cosmos estableciendo entre sus partes relaciones matemáticas armoniosas.<sup>240</sup> Al generar el cuerpo del mundo, el Demiurgo acomodó sus elementos –fuego, aire, agua y tierra– según el más bello de los vínculos, que como ya se dijo era la proporción.<sup>241</sup> Por estar dotado de cuerpo y de alma, esta última gobernaba al primero y en ella instaló el Demiurgo ciertas proporciones matemáticas que por su categoría correspondían a las consonancias perfectas y el intervalo de tono. Esto hacía que el Alma del mundo participara tanto de la razón como de la armonía.<sup>242</sup>

El *Timeo* no llegó completo a Europa antes del siglo XII, y el mundo cristiano debió conformarse con la traducción y los comentarios que a esta obra hizo Calcidio, filósofo neoplatónico latino del siglo IV d.C. En sus comentarios Calcidio resalta las cuestiones musicales que toca el *Timeo*, en particular el hecho de que las facultades del alma han sido ordenadas en conformidad con la geometría, la aritmética y la música,<sup>243</sup> y que el Creador o Demiurgo –que para la Edad Media estaba plenamente identificado con Dios– había generado al alma del mundo a la manera de un instrumento de cuerda:

---

<sup>239</sup> Diels (1952), *Die Fragmente der Vorsokratiker*, 5.10.

<sup>240</sup> Plato (1989), *Timaeus*, 69b.

<sup>241</sup> *Ibid.*, 31C.

<sup>242</sup> *Ibid.*, 36 a-37 a.

<sup>243</sup> Calcidius (1962), *Timaeus*, XXXII.

## EL GÓTICO

El músico afina su instrumento... pellizcando las cuerdas con sus dedos... una después de la otra... De un modo completamente similar Dios ha modulado el alma.<sup>244</sup>

De esto se puede apreciar que la visión del alma y del mundo que refleja Calcidio es esencialmente musical.

El otro pensador que influyó notablemente en que la cristiandad medieval considerara al mundo como ordenado con base en normas que obedecían lineamientos semejantes a los de la música fue San Agustín (354-430 d.C.). Él también transmitió, en sus obras *Del Orden* y *De Música* una noción mística y estética basada en los conceptos de orden, número y armonía. Si bien estas ideas le eran heredadas del pitagorismo, el platonismo con él adquiere un carácter definitivamente cristiano en tanto que consideraba que los tres conceptos y su puesta en práctica provenían de Dios.

Poco más tarde hizo su aparición Boecio, el último de los romanos, como fue llamado en alguna ocasión, por ser la última luz intelectual que defendía los valores éticos y culturales de la civilización romana en los tiempos de la caída del imperio en manos de los bárbaros. Entre sus obras destacan, además de la conocida *Consolación de la Filosofía*, escrita mientras esperaba en prisión que se decidiera su suerte, el *De institutione arithmetica* y *De institutione musica*, obras en las que propone que la armonía es el principio rector del universo, extendiendo la noción de armonía a la totalidad del mundo sensible y dividiendo a la música en mundana, humana e instrumental. La primera, la mundana –o música cósmica– era la que regía el movimiento de los astros y el paso de las estaciones. Esta música se manifestaba en los fenómenos observados en los movimientos celestes pues la rotación de las estrellas no podía estar desprovista de un orden estable de modulación. La música humana era la que gobernaba el cuerpo y el alma y establecía la armonía entre ambos.<sup>245</sup> La instrumental era la música que se originaba al utilizarse los instrumentos creados por el hombre.

Se podría seguir presentando a una cadena de autores que entre los siglos V y XII conciben a la armonía como el principio rector del ordenamiento del mundo, pero nos limitaremos a citar a Juan Escoto Erígena (s. IX), quien inspirándose en las obras

---

<sup>244</sup> Ibid, L.

<sup>245</sup> Boecio, *De música*, II, 2.

## EL GÓTICO

del Pseudo-Dionisio (¿contemporáneo de San Agustín?), expresaba en su *De divisione naturae* que

del mismo modo que la armonía musical está formada por voces diferentes en calidad y cantidad (...) así la armonía universal está compuesta según la voluntad del Creador, por diversas subdivisiones de una única naturaleza, disonantes si se les considera separadamente.

¿No estaba introduciendo una especie de polifonía que venía a enriquecer la obra del Creador al asignarle una variedad que también venía sustentada en los términos utilizados en los manuales musicales de su época?

Estas ideas se fueron enraizando en la cultura medieval, en particular entre los miembros de las órdenes monásticas, que eran quienes por sus propias actividades estaban en contacto con la literatura tanto religiosa como filosófica. Fulberto, como ya se mencionó páginas atrás, estaba en contacto con esta cultura y la aprovechó en toda su extensión, pues además de teólogo fue también maestro de obra, músico y poeta. Su interés por la obra de Boecio le llevó a estudiarlo con gran dedicación, lo cual hizo que sus contemporáneos le consideraran tanto un teórico de la música como un practicante, pues llegó a componer varias piezas litúrgicas.

La sapiencia de Fulberto le trajo la fama y varios discípulos cuya obra e influencia hicieron que Chartres se convirtiera en un centro del saber con una enorme trascendencia. Esto explica en parte que en dicho sitio se elaborara una cosmología basada en el platonismo interpretado bajo la guía del cristianismo y que la historia dio en llamar la 'escuela de Chartres'.<sup>246</sup> Esta cosmología tenía mucho de teología y aspiraba a comprender la voluntad de Dios escudriñando su obra mediante la ciencia del 'quadriivium', la base de la enseñanza 'científica' medieval, y que comprendía, como su nombre lo indica, las cuatro disciplinas ya referidas páginas atrás. Al respecto Teodorico de Chartres –canciller de la escuela desde 1142– expresó en su *Hexamerón*.<sup>247</sup>

---

<sup>246</sup> Un recuento de la aventura intelectual que constituyó la "escuela de Chartres" y de sus disputas con los religiosos más conservadores de la época es el tema del capítulo III de *The Dawn of Modern Science*, de T. Goldstein (1980).

<sup>247</sup> Nombre con el que se designaba a los tratados que describían los seis días de la Creación, tratados que iban más allá del Génesis pues añadían comentarios del orden filosófico a lo relatado en las *Santas Escrituras*.

## EL GÓTICO

Cuatro son las herramientas que permiten conocer al Creador: la aritmética, la música, la geometría y la astronomía. En esta teología haremos uso de estos instrumentos (...) para ver en las cosas creadas la destreza del Creador.

Esto explica, entonces, las miniaturas del siglo XII y posteriores en las que aparece la figura de Dios provisto de un compás y fungiendo como el arquitecto del mundo que diseña el universo matemáticamente ordenado. (Ver Fig. 3.11)

En la *Filosofía del Mundo*, Guillermo de Conches afirmaba que era posible saber que Dios existía a través de la observación del mundo y del orden cotidiano pues, efectivamente

el mundo está  
compuesto de elementos  
contrarios (...) que han  
sido conjugados para  
componer el mundo (...)  
y ésta es la obra de un  
artífice (...) que es  
Dios.<sup>248</sup>

Una vez más reconocemos que la idea de armonía es convocada para explicar la generación del mundo y su ordenamiento. Profesor en la escuela de Chartres, su confianza en la capacidad explicativa de las ideas pitagóricas se vio reflejada en el programa iconográfico de la catedral al incluir la figura de Pitágoras en una columna en la parte derecha del Portal Real,

justo debajo de la escultura que representa la música (Fig. 3.12). Es sintomático que el universo creado no queda distanciado del mundo celestial en las expresiones



**Figura 3.11**  
Dios, el Arquitecto del Universo.  
Tomado de una 'Bible moralisé' francesa del siglo XIII.

<sup>248</sup> Conches, *Filosofía del mundo*, I,5.

Ver Wilhelm von Conches, *Philosophia*, Pretoria, 1980. Citado en Conches (1997), *Dialogue on Natural Philosophy*.

## EL GÓTICO

escultóricas que recogen en Chartres las imágenes de los pilares –espirituales e intelectuales– que inspiran o guían la arquitectura del mundo y de la catedral en particular. Por ello, Ptolomeo el cosmógrafo, Pitágoras el matemático y Aristóteles el filósofo y maestro del pensamiento racional y sistemático, aparecen en el tímpano del Portal Real acompañando a Cristo y a sus santos.

No sorprende entonces que para quienes conocen la época y sus perfiles religiosos e intelectuales sea un deleite observar, al recorrer los espacios de la catedral, que el pitagorismo de los teólogos y los filósofos naturales chartrienses no se limitó a desarrollar profundas especulaciones sobre el orden matemático de la creación y formación de elementos y planetas, y tampoco a llenar la catedral de ornamentos alusivos a las enseñanzas de corte pitagórico-platónico, sino que también se ocuparon de trasladar estas ideas al diseño arquitectónico de manera que la catedral se convirtiera en un reflejo del universo, un microcosmos que reflejaba elementos del cosmos concebido por la mente del Creador.

Después de analizar las medidas de algunas de las magnitudes básicas de la catedral, se encontró que es posible afirmar la presencia de proporciones correspondientes a las consonancias perfectas y el intervalo de tono, tanto en la planta del edificio como en la fachada occidental. Esto, como puede esperarse, se cumple de manera más o menos aproximada, pues resulta difícil lograr –aunque hubiera sido el propósito manifiesto– que la construcción resulte con las medidas exactas que se pretendían alcanzar. Curiosamente, ambos elementos fueron diseñados en los tiempos en los que el platonismo se enseñaba en Chartres, justo después de la reconstrucción que se inició con motivo del incendio del año 1050 que destruyó gran parte de lo que había sido la catedral. Los capítulos posteriores de la reconstrucción se completaron cuando el platonismo, aunque dominaba, ya no poseía el impulso original.

Para ilustrar la presencia de proporciones que remiten a consonancias musicales nos fijaremos en trazos que se pueden deducir de las partes que componen la fachada occidental, la que ostenta el llamado Portal Real, que es la entrada opuesta a donde se encuentra el altar en el interior de la catedral. En la Figura 3.13 se pueden



Figura 3.12  
Portal Oeste.  
Portal de la Virgen-derecha.  
Pitágoras y la Música.

## EL GÓTICO

apreciar varios rectángulos que enmarcan la parte central del Portal Real, uno de los cuales se sujeta –aproximadamente–, a la proporción divina, el que tiene la diagonal enumerada como d15.

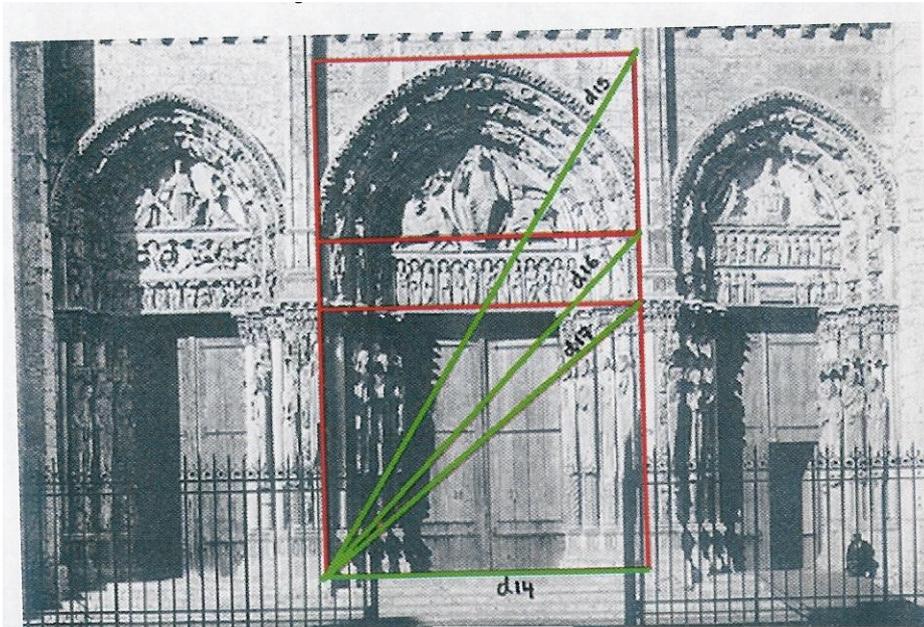


Figura 3.13  
Portal Oeste de la Catedral de Chartres

Si tomamos otros puntos de la fachada como los que definen otro triángulo, como se presenta en la Figura 3.14, hay un rectángulo áureo –coloreado en azul– que abarca los tres arcos y su altura alcanza el ápice del arco central, pasando por uno de los vértices del pentágono que se trazó inscrito al círculo que toca arriba y abajo –tangencialmente– la zona que marca el tímpano sobre la puerta central. Un segundo

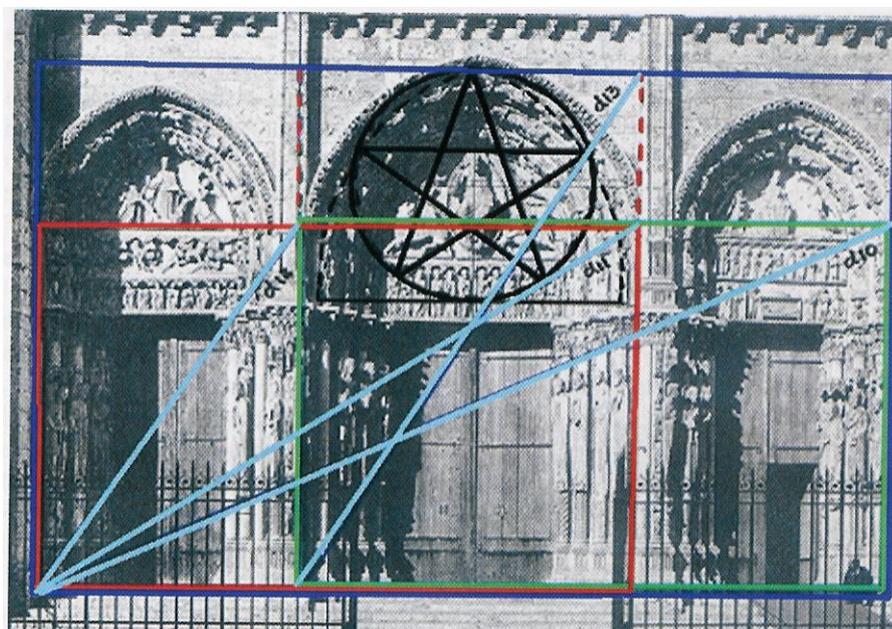


Figura 3.14

## EL GÓTICO

rectángulo áureo –en rojo– abarca las puertas norte –la de la izquierda– y la central, y su altura está determinada por el vértice del pentágono invertido que define los cruces de la estrella pentagonal. Evidentemente, también existe un rectángulo simétrico –coloreado en verde– que abarca las puertas central y sur de esta fachada. A partir de estos datos puede uno aceptar la idea de que hay una racionalidad detrás del diseño de la zona que puede uno identificar en el Portal Real: los tres rectángulos mencionados.

Pero hay algo que resulta mucho más interesante para la cuestión de las consonancias musicales y que se manifiesta al comparar las diagonales de los

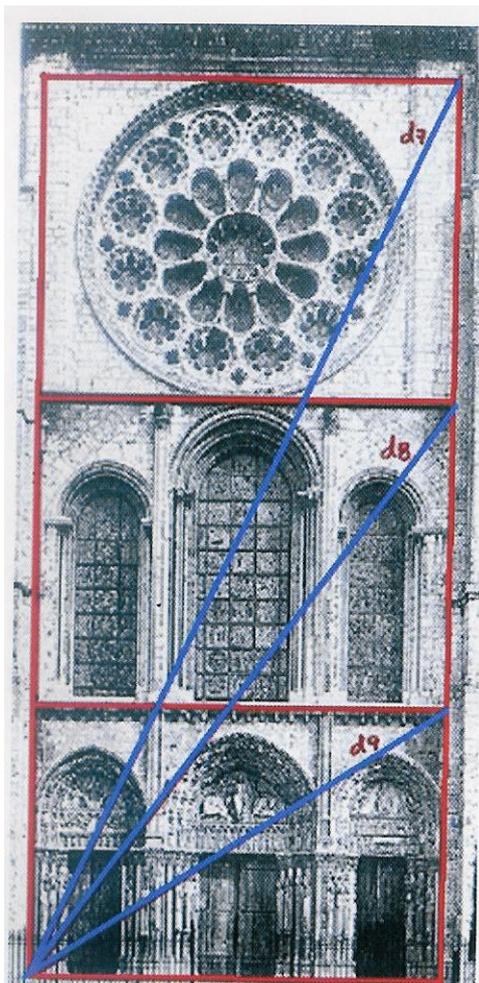


Figura 3.15

diferentes rectángulos que se muestran en las Figuras 3.13 y 3.14. Como se ha mencionado en varias ocasiones en este trabajo, hay una correspondencia bien establecida entre la longitud de una cuerda y un sonido o nota musical. Los constructores de catedrales, en particular los de Chartres, bien pudieron intentar establecer una analogía entre el ordenamiento del cosmos –que se reflejaba en proporciones y escalas musicales– y el esquema arquitectónico de esta catedral. Lo que veremos a continuación es que, dentro de un margen de error que bien podría deberse a la imposibilidad práctica de obtener como resultado lo que se plantea teóricamente, el Portal Real parece ofrecer un ejemplo concreto donde se despliegan las proporciones correspondientes a las consonancias perfectas y al intervalo de tono. Dicho de otra manera, se plantea mostrar que las proporciones  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{8}{9}$  (cuarta, quinta, octava e intervalo de tono) aparecen en

el Portal Real al comparar las diagonales de algunos de los rectángulos de las Figuras 3.13 y 3.14.

Veamos la Figura 3.13. En este caso las diagonales marcadas como d15 y d17 están en la proporción  $\frac{2}{3}$ , las diagonales d15 y d16 dan  $\frac{3}{4}$ , y las diagonales d16 y d17

## EL GÓTICO

producen  $8/9$ . Por otra parte, la proporción entre las alturas de los rectángulos con diagonales  $d_{17}$  y  $d_{15}$  es de  $1/2$ , completando así la escala musical pitagórica.

Si nos ocupamos de la Figura 3.14 tenemos que las diagonales  $d_{10}$  y  $d_{11}$  dan  $4/3$ ; las diagonales  $d_{10}$  y  $d_{12}$  dan  $1/2$ ; las diagonales  $d_{10}$  y  $d_{13}$  resultan en  $3/2$ ; las diagonales  $d_{11}$  y  $d_{12}$  producen  $2/3$ ; las diagonales  $d_{11}$  y  $d_{13}$  resultan en  $8/9$  y las diagonales  $d_{13}$  con  $d_{12}$  en  $3/4$ . Es decir, aparece toda la escala musical.

Si ahora se toma una porción mayor de la fachada y se supone que los tres niveles evidentes para cualquier observador –y que están definidos por la zona donde se ubican la puerta, la parte que contiene a los ventanales rectangulares y, por último, el lugar que alberga al rosetón que da entrada a la luz del sol poniente– corresponden a los rectángulos que se muestran en la Figura 3.15, sucede que sus diagonales  $d_9$  y  $d_7$  están en la proporción  $1/2$ , mientras que las diagonales  $d_9$  con  $d_8$  y  $d_7$  con  $d_8$ , en ambos casos dan una proporción que en cifras decimales es de aproximadamente 0.705. La nota musical más cercana a este valor sería  $3/4$ , pero implica un error de 7% aproximadamente en la construcción. Sin embargo, al calcular ciertas proporciones en las figuras 3.13 y 3.14 también aparece la misma cifra de 0.705. Tal vez esto tenga algún significado, o quizá es simplemente un módulo más que fue utilizado por el maestro que llevó a cabo el diseño.

Puede uno seguir especulando con los trazos sugeridos por el patrón arquitectónico de la fachada y, como en la Figura 3.16, mostrar otros rectángulos. También, si uno compara las dimensiones de las diagonales que se obtienen de  $d_4$ ,  $d_5$  y  $d_6$  se encuentran valores correspondientes a la escala pitagórica.

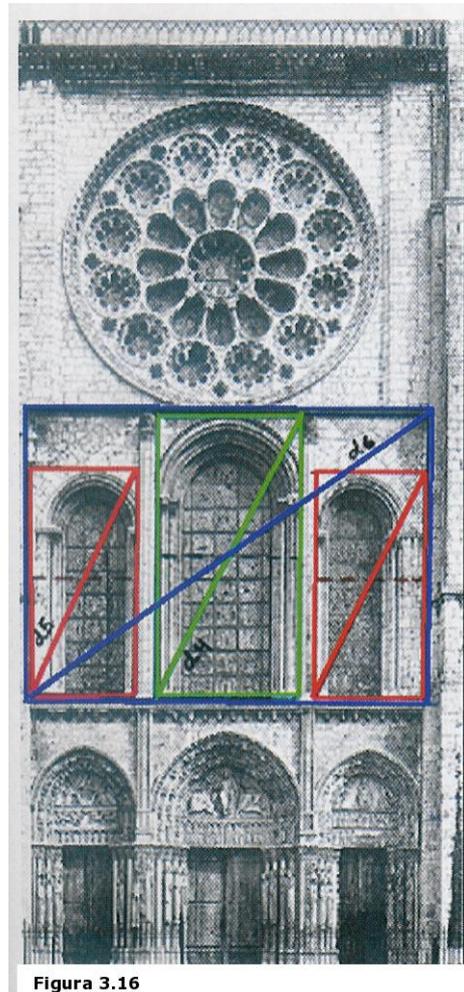


Figura 3.16

¿Hacia dónde apunta todo esto? Pues a que el Portal Real de la catedral de Chartres posee un contenido simbólico fundamental y que se expresa a través de rectángulos áureos y de la estrella de cinco puntas inscrita en un pentágono regular, elementos que obedecen a la proporción geométrica continua, misma que Platón en el

## EL GÓTICO

*Timeo*<sup>249</sup> y Calcidio en sus *Comentarios al Timeo*,<sup>250</sup> señalaron como la más bella de las relaciones matemáticas, la que permite pasar de dos a tres dimensiones. Estos elementos geométricos encuentran su concreción en las diagonales musicalmente proporcionadas de los rectángulos que se forman ante los ojos de quien contempla la entrada principal al templo. Son estas dimensiones, implícitas en el Portal Real, las que producen la sensación de belleza y armonía que debía desplegar la que sería la casa del Creador aquí en la Tierra.

### 3.7 LOS VITRALES

Este estudio lo hemos centrado en una de las fachadas de la catedral de Chartres y no se analizaron con mucho detalle los vitrales. Sin embargo, en el arte de los vitrales góticos se encuentra a menudo la presencia del pentágono. El viejo símbolo pitagórico<sup>251</sup> de armonía irradia de un modo especial en Notre-Dame de París, inscrito en el rosetón pentagonal de un vitral. También aparece en el corazón de la rosa norte de Saint-Ouen, en Rouen, y en la rosa norte de la catedral de Amiens. Nuestra Señora de París posee también dos rosas de luz (sin vitral) pentagonales, y se encuentran rosetones pentagonales en la Santa Capilla de Estrasburgo (en el corazón y en el extremo de cada punta de la gran rosa de la catedral), así como sobre todo el contorno de la abadía de Westminster, entre otras. Y recordemos que donde hay pentágonos hay también razones áureas.

Los maestros vidrieros de Chartres realmente sabían cómo explotar la luz. El sol de la mañana no es igual al que se oculta horas después, y las ventanas del lado norte, iluminadas suavemente, en especial al atardecer, por la ligera inclinación del eje de la catedral hacia el suroeste y el noreste, crean diferentes juegos de color de los que ocurren al mediodía. Alrededor de la mitad del siglo XII los maestros vidrieros realizaron 'experimentos' con azules muy pálidos, azules semejantes al de los cielos en días despejados y soleados y que han pasado a la historia como el 'azul de Chartres'. Al reducir el peso o impacto de los colores más influyentes, y recurriendo al blanco como el color de la luz, los artistas que produjeron la vidriería de Chartres crearon un espacio bañado por una luz que desplegaba armonía.

Los efectos producidos por el paso de la luz a través de esos maravillosos vitrales coloreados cambiaron radicalmente las técnicas de los vidrieros en general.

---

<sup>249</sup> Plato (1989), *Timaeus*, 32 a.

<sup>250</sup> Calcidius (1962), *Timaeus*, XVI-XVII.

<sup>251</sup> Se invita al lector a revisar el estudio que hace Matila Ghyka acerca de la transmisión de símbolos y conocimientos pitagóricos a través de los años, hasta llegar a la Edad Media. Este estudio se encuentra dentro del tercer capítulo de su libro *El Número de Oro*. Vol II y lleva el nombre de *La Lámpara debajo del Almud*.

## EL GÓTICO

Los seguidores del romanticismo del siglo XIX, siempre a la busca de enigmas históricos, inventaron el mito del secreto del vidrio azulado del siglo XII. Lo que realmente pudo haber sucedido fue que los maestros vidrieros simplemente aprovecharon que la luz de una soleada tarde del verano en el valle de Chartres no permitía la expresión plena de azules pálidos si eran utilizados demasiado profusamente. La fuerte luz de la isla de Francia requería el uso balanceado de azules saturados y de los rojos, para con ello crear un sentido general de armonía que abarcaba todo el rango de los violetas, color que caracteriza la vidriería coloreada del siglo XIII.

Los efectos que puede producir la luz se pueden apreciar si se contrasta el hecho de que la suave luz que domina la zona de Chartres y de París no permite brillar a los mosaicos adornados en oro de la misma manera que lo hace en Italia, pero en cambio, ahí la luz resulta demasiado fuerte para los rojos y azules que eran básicos para los vidrieros de Chartres. Para solventar esto, en el siglo XIV se introdujo un amarillo incandescente que subrayaba o aumentaba los juegos de la luz que atraviesan el vidrio. Los maestros vidrieros de Chartres adquirieron un gran prestigio y uno de ellos, trabajando en Rouen, firmó una de sus ventanas como: "Autor: Clemente, vidriero de Chartres". En 1220 esa referencia bastaba para sentar un nivel excepcional de calidad en su oficio.

### **3.8 LA IRRACIONALIDAD DEL GÓTICO**

El análisis de Villard de Honnecourt que se presentó en la sección anterior parece acomodar a lo escrito acerca de las consonancias musicales que parecen estar plasmadas en la cara oeste de la catedral de Chartres. Esto también podría decirse que está en consonancia con los cánones clásicos de la arquitectura. Sin embargo, las catedrales góticas forman parte de un estilo distinto a lo construido hasta entonces, y se intuye que algunas aplicaciones de la teoría de proporciones debían de cambiar. Si bien se rescata gran parte de la teoría pitagórica-platónica en la arquitectura, ésta tenía que ser renovada antes de poder crear algo genuinamente nuevo.

Hemos discutido ya el conocimiento de la geometría por parte de los masones medievales, pero hay que tomar en cuenta que ellos, más que nada, realizaban aplicaciones prácticas de ésta para llevar a cabo las construcciones. Un fenómeno que encontraremos en el estudio de las proporciones es que aunque números como  $\sqrt{2}$  o  $\sqrt{3}$  son difíciles de manejar desde el punto de vista numérico, su 'presencia' se

## EL GÓTICO

desprende de manera natural de figuras fundamentales cuando se utiliza el compás y la regla.

De hecho, fue posiblemente gracias a ello que los pitagóricos descubrieran los llamados números 'irracionales'. Más en concreto, si uno traza un triángulo rectángulo con dos lados iguales de medida 1, su diagonal medirá  $\sqrt{2}$ . La evolución de estas técnicas dieron lugar a los dos recursos más utilizados por los maestros-masones para trazar los planos de las catedrales, recursos que daban lugar a construir, se decía, *ad-quadratum* o *ad-triangulum*. En el primer caso, el plano se va desdoblado con ayuda del compás a partir de un cuadrado central,<sup>252</sup> y con ayuda de la medida de sus diagonales se va ampliando proporcionalmente hasta tener el diseño general. De manera similar, para construir *ad-triangulum* se toma un triángulo equilátero<sup>253</sup> (o un hexágono) como figura central, y se van obteniendo las proporciones finales. Con un análisis sencillo de ambos métodos, lograremos ver que la proporción que predomina en el *ad-quadratum* es  $1:\sqrt{2}$  y en el *ad-triangulum* es  $1:\sqrt{3}$ .

A partir de estas ideas, Gordon Strachan<sup>254</sup> busca verificar los argumentos de Swaan y mide el mismo plano cisterciense (Fig. 3.9), el que nos legó Villard de Honnecourt. Comenzamos con el cuadrado central, el cruce de la iglesia, en donde se busca el unísono o la razón 1:1. Aquí Strachan llega a la conclusión de que éste no es un cuadrado sino una figura de 17mm x 15mm que se aproxima a  $\frac{1:\sqrt{3}}{2}$ . Por lo tanto, el cuadrado exterior (el doble del cruce) tendrá la razón de  $1:\sqrt{3}$ . Concluye entonces que Villard de Honnecourt no sigue el simbolismo clásico de razones enteras derivadas de la música, sino un patrón basado en proporciones geométricas que se traducen en fracciones irracionales. Esto constituye para él la principal diferencia del gótico con el románico clásico.<sup>255</sup>

Si seguimos estas conclusiones de Strachan llegamos a una idea que revolucionó a las matemáticas en la antigüedad. Estos números irracionales que encontramos a menudo en las proporciones góticas fueron ampliamente estudiados por los pitagóricos. De hecho, se mencionó en un capítulo anterior cómo creían que ellos podían reflejar o ser una imperfección del cosmos, o quizá un error del Creador, y por ello guardaban el secreto de su existencia con el mayor celo. La propiedad que

<sup>252</sup> Recordemos el triángulo isósceles que genera el cuadrado en el *Timeo*.

<sup>253</sup> Platón lo forma a partir de un triángulo escaleno muy especial.

<sup>254</sup> Strachan (2003), *Chartres. Sacred Geometry, Sacred Space*, pp. 54 -58.

<sup>255</sup> *Ibid*, cap III.

## EL GÓTICO

volvía a estos números tan particulares es que no pueden ser medidos con ningún tipo de unidad de manera exacta. No importa lo fino de la medida, nunca lograremos determinar exactamente estos números. De esto se desprenden varios problemas fundamentales de las matemáticas, siendo el más famoso históricamente el de la cuadratura del círculo. Para los pitagóricos esto podía ser un descuido de la perfección por parte de quien instauró el cosmos: cualquier intento de sujeción a un patrón o unidad de medida fracasaría, y esto llevaría a que a tales entes se les clasificara como números inconmensurables. Para otros lo único que significaba era que la aritmética no alcanzaba a describir lo que sucedía en la geometría.

A fin de cuentas lo que recoge la historia es que muchas de las ideas clásicas de los griegos fueron evolucionando durante cientos de años hasta llegar al arte gótico. A lo largo de este proceso algunos supuestos fundamentales se mantuvieron como pilares, mientras que otros fueron tomando formas que resistían a la dialéctica y al desarrollo de la razón. Quizá la idea que alcanza el mayor grado de sofisticación en los años posteriores al declive de Grecia como guía de la civilización es la idea de Dios. Con la entrada y desarrollo del cristianismo en el oeste de Europa, los grandes pensadores se dedicaron a escribir y a reflexionar sobre Dios. Se había transformado la idea del demiurgo de Platón, del Zeus griego, del Apolo que era todo esplendor, y con algunos agregados de la tradición hebrea se llegó al Dios católico. Sin embargo, la teoría de la separación del mundo divino y el mundo sensible, la encrucijada que se presentaba ante el ser humano por estar en medio de estos mundos, y los esfuerzos que se debían realizar para entrar en contacto con lo divino se mantenían casi intactas. De hecho, el análisis que hemos desarrollado sobre la intención que se manifiesta detrás de las catedrales góticas es justo esto: un intento por acercar el mundo de lo divino (ahora permeado de simbolismo cristiano) al mundo de lo sensible.

Cientos de años antes, los pitagóricos ya habían buscado este acercamiento a través de las matemáticas, por ser una ciencia 'intermedia', una ciencia situada entre la perfección de lo divino y su correspondencia con lo material. Ahora, en el siglo XII, los masones y clérigos recurrían a los mismos principios y símbolos que buscaban reflejar la perfección del mundo creado por Dios. Este mundo seguía siendo un misterio, y si bien se reconocía una armonía detrás de las leyes naturales, era imposible medirla de manera exacta. Recordamos la idea platónica del mundo de las ideas: establecía que el alma había vivido en ese mundo de lo ideal antes de ocupar un sitio en el cuerpo material. De ahí se habían extraído una especie de 'moldes' de los cuales el mundo sensible era el resultado. Así, se diseñaba el 'molde' de un caballo perfecto, de un árbol, de un humano. Sin embargo, nunca se encontraría en el mundo sensible un caballo perfecto, o un árbol perfecto, o un humano perfecto; todos éstos no

## EL GÓTICO

eran más que copias del 'molde' del mundo de las ideas, imperfectas como tales. Según Platón, si todo ser humano reconoce la belleza y la 'perfección', aunque nunca la ha visto en el mundo sensible, es porque el alma ha vivido en el mundo de las ideas y las reconoce al evocar esta etapa.

Algo así sucede con la idea de Dios en la Edad Media. ¿Dónde encontrar a Dios? Todo lo observa, está en todos lados, pero no se le puede medir. Es fuente de toda perfección y armonía, y los humanos no son sino 'copias' hechas a 'imagen y semejanza' de lo perfecto. Estirando un poco la analogía de ambas vertientes, se podría decir que en la Edad Media se buscaba crear un edificio propio de este 'mundo de las ideas' pero en el mundo de lo sensible. Pero ese mundo no se puede medir, sólo se puede establecer una aproximación a él. Aquí la propiedad de los números irracionales toma otro significado; no es un error del Creador, sino una propiedad que proviene de él mismo. Son números que se asemejan a lo que existe en ese mundo divino justamente por su inconmensurabilidad. La imposibilidad de medir tales razones en este mundo de manera exacta era una manera de sugerir que era una construcción propia de otro mundo.

Lo apropiado de estos argumentos, en el marco cultural en el que se ofrecían, ha sido y será objeto de debate. Lo cierto es que el uso de proporciones geométricas sufrió una transformación en el periodo gótico, y las ideas expuestas arriba muestran un simbolismo que parece desprenderse del contexto e ideología que se ha venido estudiando en este trabajo. Es imposible encontrar el mensaje exacto que se quería transmitir, dado que no hay registros escritos que revelen explícitamente los propósitos y significados que regían la construcción de las catedrales. Lo que sí podemos afirmar es que cada detalle de la construcción tenía un significado detrás, que las relaciones geométricas y sus regularidades así lo indican, y que sólo contamos con la razón –quizá de la mano de la intuición– para descubrirlo.

### **3.9 EL DISEÑO DE CHARTRES**

Gran parte de este trabajo descansa sobre el argumento de que los maestros constructores utilizaban a la geometría y una serie de convenciones no del todo claras para dotar de significados a cada uno de sus pasos.<sup>256</sup> Esto permite entender la influencia que el trabajo de Pitágoras tuvo para ellos. Por esta razón es importante adentrarnos en el legado de alguno de estos maestros-masones, y así poder validar o refutar lo que se ha estado proponiendo. Hemos mencionado algunos ejemplos de las

---

<sup>256</sup> Fanthorpe (2006), *Mysteries and Secrets of the Masons*, pp. 213-222.

cuadrillas trabajando en Chartres, y ahora nos enfocaremos en el trabajo de 'Scarlet', por ser –según el estudio de James– quien pudo influir de manera más significativa en el diseño de la "más grande de las catedrales en el cristianismo".<sup>257</sup> Él fue el segundo maestro-masón a cargo de la obra en Chartres –sólo después de Ruby–,<sup>258</sup> a la que arribó justo después de un incendio en 1194 que casi destruye la catedral. A él le fueron encargados diseños y elementos fundamentales de la catedral. Si se estudiaran con detalle las distintas etapas de la construcción, se volvería claro para el observador que las aportaciones de Scarlet tuvieron mucho mayor impacto en la catedral que el trabajo de los otros 8 maestros que llegaron a trabajar en ésta.

Seguiremos de cerca el estudio que James realiza tras las huellas que Scarlet fue dejando en el edificio.<sup>259</sup> Cuando Scarlet recibió el proyecto de la catedral, únicamente se tenía el espacio en donde se levantaría el edificio, algunos elementos que incorporar (como la cripta y lo poco que sobrevivió al incendio) y las peticiones de los clérigos. Él debía comenzar con un diseño a partir de lo ya existente y quizá lo más relevante para decidir en un inicio era el eje que fijaría la dirección del edificio. Después de haberlo fijado, Scarlet procedió a darle forma al edificio con un diseño base que, según los estudios y razonamiento de James, corresponde a los diamantes mostrados en la Figura 3.17. Estos tres diamantes fueron la base del diseño y representarían a la Trinidad, símbolo de la vida. Para James, el maestro se basa en la descripción que hace Eusebio de la Virgen, como "guardada por sus dos humildes guardaespaldas". Y

así explica la jerarquía de los diamantes que muestra la base del diseño de Chartres, también llamada la "Casa de la Virgen".<sup>260</sup> Los puntos que comparten los cuadrados pequeños

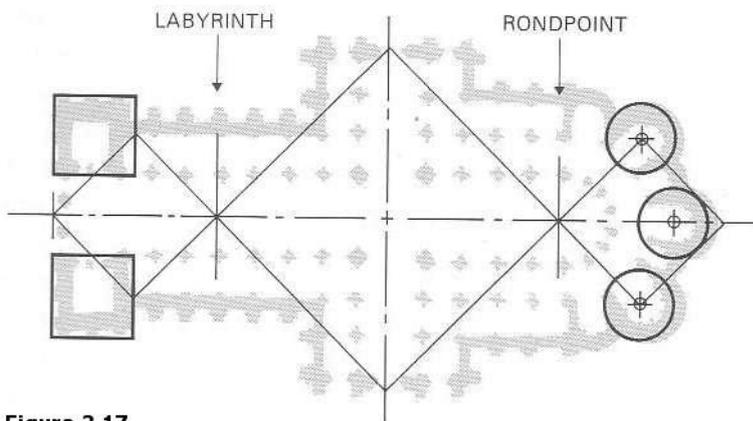


Figura 3.17

<sup>257</sup> James (1985), *Chartres: The Masons Who built a Legend*, p.112.

<sup>258</sup> *Ibid.*, p. 45.

<sup>259</sup> *Ibid.*, cap. VI.

<sup>260</sup> La sociedad feudal que imprimía su sello en el siglo XII todavía no creía posible establecer un contacto cercano con el Creador, excepto a través de un intermediario que podría ser alguno de los santos. Y en primera fila de los posibles intermediarios estaba la madre de Dios, la Virgen María, "bendita entre todas las mujeres" en una época en que una proporción elevada de los fieles del sexo femenino ofrecía su devoción a la Virgen. Casi todas las catedrales góticas francesas están dedicadas a la Virgen, y en Chartres, especialmente, la madre de Dios está en todas partes. "No hay duda de que en este sitio ha tomado el lugar de Cristo". (Favier (1990), *The World of Chartres*, p. 132).

## EL GÓTICO

con el grande  
equivalen al centro  
del *rondpoint*<sup>261</sup> en  
el este y al centro  
del famoso laberinto  
en el oeste. Ambos  
son puntos  
cruciales del diseño  
que utiliza James

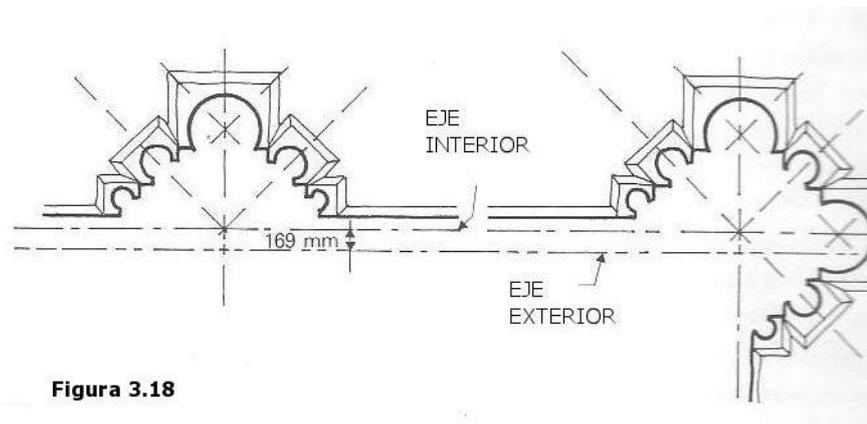


Figura 3.18

para apoyar su interpretación. De hecho, la importancia del laberinto se la atribuye al lugar tan importante que ocupa en este esquema básico. Los centros de los diamantes pequeños coinciden con los centros de las capillas radiales en el este, y con la cara interior de las torres en el oeste. Esta construcción enmarca a la capilla central en el este y ubica el exterior del 'Portal Real' de la entrada occidental. Así, con una figura muy simple se establecen las bases y los puntos más importantes de lo que será la catedral.

Scarlet aún tenía mucho por hacer y el siguiente paso fue determinar el eje y distribución que seguiría la nave, probablemente el elemento más importante para lograr un fuerte impacto en el visitante. Si estudiamos el mapa de Chartres detenidamente, veremos que el ancho de la nave (determinado por las columnas de las bahías) de la entrada al transepto es de 112 pies (nótese que Scarlet utiliza el llamado 'pie romano' y es al que siempre se refiere en su trabajo), y su división sigue un patrón de 2:4:2 (Fig. 3.19), estético a la vista y simple de realizarse. Cabe notar que en cuanto comienza el transepto (Ver Fig. 3.0) las bahías disminuyen de ancho algunos centímetros de cada lado, como siguiendo líneas paralelas a las anteriores pero por

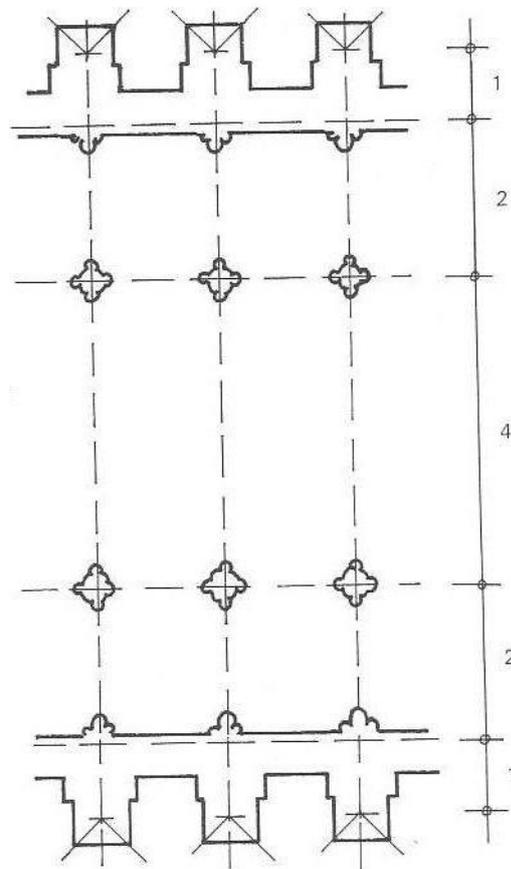


Figura 3.19

Tres bahías típicas que muestran las razones de 1:2:4:2:1 de los ejes exteriores

<sup>261</sup> Así llamado porque representa el centro del círculo que define la nave central interior, delimitada por columnas.

## EL GÓTICO

dentro. De estas medidas se deduce que el maestro-arquitecto contemplaba dos pares de ejes como parte del diseño (Fig. 3.18). Se tendrán que presentar cada uno de los pasos del diseño de Scarlet según James, para poder conciliar el resto de los detalles que se observan cuando uno mide detenidamente el edificio.

Después de definir el diseño básico mencionado, Scarlet obtiene el ancho de la nave determinado justamente por los diamantes pequeños (Fig. 3.17). Con esta medida (112 pies) traza un círculo en el centro del transepto. Ahí inscribe un hexágono. En dos de sus vértices se localizan dos de las columnas que limitan el transepto. Además, de uno de sus lados se desprende el ancho de las tres bahías adyacentes al transepto de cada lado (este y oeste), delimitando así el eje que siguen las columnas de la nave este-oeste. (Fig. 3.20)

Por otra parte, Scarlet aparentemente trazó un círculo con un diámetro de 96 pies con el mismo centro que el anterior. En esta ocasión le circunscribe un hexágono.

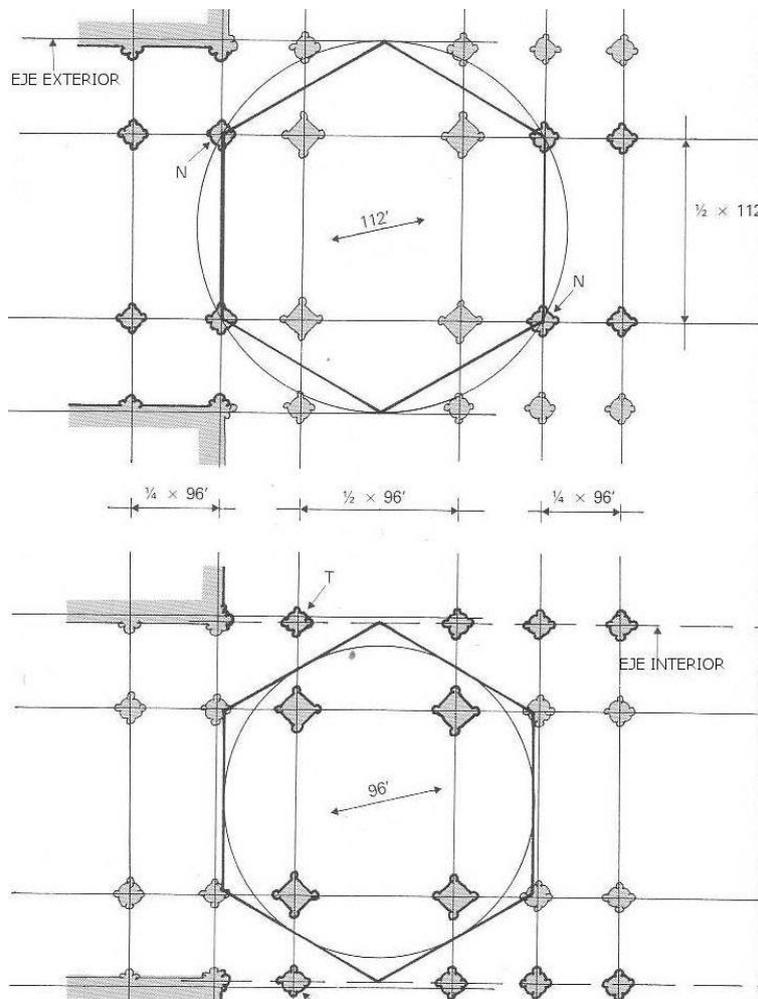


Figura 3.20

nacer, el seis es dos veces tres, dos veces la Trinidad, aunado a ser el único 'número perfecto' de la primera decena. Los números perfectos son los números tales que la suma de sus factores coincide con ellos mismos. Ésta era una propiedad estudiada

Este nuevo hexágono determina los ejes 'interiores' observados al medir el plano. Estos dos ejes se ven claramente en la columna de la esquina del transepto, como si deliberadamente se hubiera recortado el ancho de la bahía.

El hexágono es una figura muy especial y no es raro que se utilizara como parte central de los diseños góticos, sobre todo cuando el maestro-arquitecto diseñaba *ad-triangulum*. Se relaciona con la estructura y con desarrollos en este mundo. Tres es el primero de los números naturales en

## EL GÓTICO

desde los tiempos pitagóricos y el poseerla proveía a los números de un poder especial en su 'universo'. Es conveniente recordar ciertas peculiaridades de estos números, como que existe un número perfecto del 1 al 10; uno más (el 28) entre 10 y 100; uno más (el 496) entre 100 y 1,000; ahora sabemos que existe también sólo uno entre 1,000 y 10,000. Esta fascinación por los 'números perfectos' que venía de la escuela pitagórica se había mantenido durante la Edad Media, y podemos estar seguros de que era algo conocido y estudiado por alguien de la talla de Scarlet.

Ahora bien, tenemos dos diseños que parecieran estar en conflicto. Por un lado la uniformidad del patrón 2:4:2 en la primera parte de la nave, las medidas exactas y las líneas rectas. Por otra parte, con un ligero cambio en la construcción hexagonal se modifican las medidas de los ejes y parecieran desfasarse del diseño principal. Sería fácil adjudicarle estas diferencias a cambios en la dirección del proyecto, o a un descuido de los constructores. Sin embargo, el detalle revela que ambos diseños fueron creación del mismo equipo y la calidad del equipo de Scarlet es incuestionable para el observador. James busca comprender la psicología del maestro-masón tomando en cuenta la profunda intencionalidad que éste muestra en el diseño de cada detalle de su trabajo y el deseo de cada uno de los involucrados de realizar algo nunca antes creado en la Tierra. Así es como llega a la conclusión de que Scarlet está trabajando sobre los dos proyectos y no busca hacer que los ejes coincidan sino trabajar sobre ambos. Se busca una conciliación que parece imposible, pero que fue utilizada para obtener la distribución de la nave y el transepto. Hoy en día la armonía de esta distribución es evidente, y esto es la prueba más clara del éxito que logró Scarlet en esa difícil empresa.

### 3.10 CONSTRUYENDO *AD-TRIANGULUM*

Aquí podemos hacer un análisis de cómo funciona la técnica de construcción denominada *ad-triangulum* basándose en el hexágono. Pongamos atención en el primer hexágono trazado por Scarlet, y notemos los puntos ABCD (Fig. 3.21); éstos son los puntos en donde los vértices del hexágono coinciden con columnas del edificio. Notemos que AB y DC miden lo mismo que el radio del círculo circunscrito por ser un hexágono regular. Además AD y BC coinciden con el valor del diámetro de este círculo. Por lo tanto, gracias al teorema que Vitruvio le atribuye a Pitágoras obtenemos que AD y BC están en razón de  $\sqrt{3}$  con el radio del círculo. Al rectángulo ABCD se le

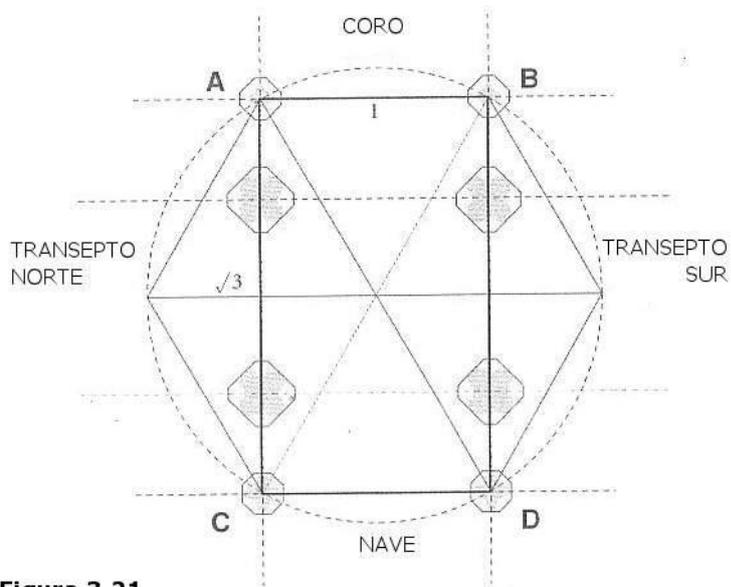
## EL GÓTICO

conoce como un rectángulo de  $\sqrt{3}$ . Este rectángulo es el que define las líneas de columnas en la nave, hacia este y oeste, además de las paredes del transepto.<sup>262</sup>

Vemos también que el cruce de la iglesia se forma con los radios de los círculos trazados, es decir, un rectángulo de 56 por 48 pies, lo cual muestra una proporción de 7:6 –nótese que

$$\frac{7\sqrt{3}}{2} = 6.062 \approx 6 - \text{entre}$$

sus lados. Si recordamos el *Timeo*, la noción o raíz de la palabra proporción



**Figura 3.21**

remitía a la idea de unir. Vemos cómo se 'unen' ambas caras de la Iglesia. Por un lado el número 6 relacionado con la Trinidad y la creación, y por lo tanto con Jesús, en la dirección principal (este-oeste), y por el otro el número 7, vinculado con María como patrona de la Filosofía y de las siete bellas artes. La propiedad de no ser tocado por ningún otro número –ningún número menor a siete lo divide y el siete no forma parte de ningún otro número de la década– lo relaciona con la virginidad de María. Estas dos visiones se 'unen' a través de la proporción, igual que el Demiurgo unía a los elementos del mundo.

Veamos entonces lo que ha sucedido. A partir de dos hexágonos y sus medidas (112 y 96 pies), se lograron ubicar las columnas alrededor del transepto con su centro, así como los ejes en donde basarse para las columnas internas y las paredes de la construcción. Se logró entender, a partir de dos figuras muy simples, cuáles serían las 'razones' geométricas que controlan el diseño básico de la planta de la catedral. Scarlet combinó dos sistemas contrarios: los módulos en la serie de 1:2:4:2:1 y el cruce en la proporción de 7:6, y las razones irracionales en la que encontramos a  $\sqrt{3}$  en el hexágono. Estos dos sistemas se reflejan en los dos ejes, y de ahí viene la separación. No hay manera de conciliar exactamente las figuras geométricas y modulares, así que los maestros aceptaban este espacio y el esfuerzo de incluirlos armónicamente en el diseño. Así, nos recuerda James que

<sup>262</sup> Strachan (2003), *Chartres: Sacred Geometry- Sacred Space*, pp. 64-65.

## EL GÓTICO

no nos debe sorprender encontrar más de un sistema geométrico habitando en un lugar, cada uno fluyendo sobre el otro, mientras se entrelazan en algunos puntos esenciales como el laberinto y el altar, que así se manifiestan como los lugares de más significado y santidad del edificio.<sup>263</sup>

Vemos en Chartres varios sistemas: en la parte externa tenemos los tres diamantes, dentro están los dos hexágonos y los ejes que de ahí surgen. El maestro logró reconciliarlos sin tanta

dificultad, trabajando en ambos y pasando de una figura a la otra: dentro de los diamantes formó dos cuadrados (Fig. 3.22), centrados en el laberinto y el 'rondpoint', y el hexágono que forma el eje interior se puede acomodar entre ellos. De ahí se

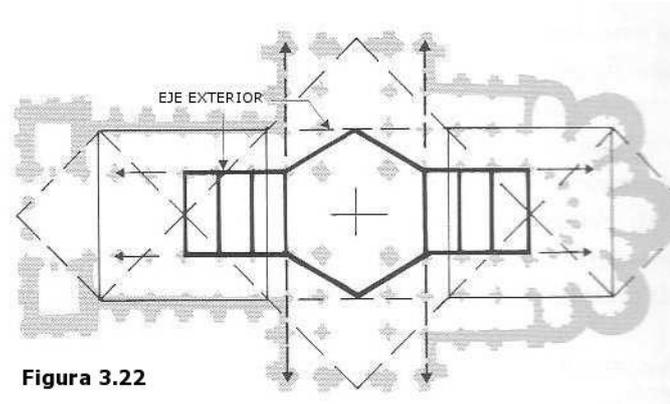


Figura 3.22

fue hacia fuera del hexágono que formó el eje exterior. Le agregó las 6 bahías que habíamos mencionado, cada una del largo del cruce o con la mitad de los 112 pies del círculo. La figura compuesta de las seis bahías –definidas por las columnas– con el hexágono embona a la perfección con los lados del diamante grande, encontrándose en el centro del laberinto y el *rondpoint*. De esta figura que James llama la 'figura de la creación' se desprenden los demás detalles del plano.

De hecho, hace unos años se tomó como base el primer hexágono descrito por James y con ello se llegó a resultados extraordinarios.<sup>264</sup> En su libro, Strachan comienza por trazar todas las diagonales que se encuentran en ese hexágono. Después construye un círculo concéntrico con el círculo inicial que medía 112 pies y le da un diámetro de 56 pies. A este círculo interno le inscribe un hexágono. En otras palabras, repite hacia dentro del hexágono inicial la misma construcción en una escala menor. Finalmente traza todas las diagonales internas de este nuevo hexágono y obtiene un juego de líneas que crea una especie de cuadrícula en el plano (Fig. 3.23). Lo interesante es observar que, salvo unas cuantas, todas las columnas de la catedral coinciden sobre estas líneas. Además se crean rombos anidados, cada uno con la proporción de  $1:\sqrt{3}$ , y con ello exhibiendo otra faceta de cómo el principio del *ad-triangulum* permea todo el diseño del edificio (Fig. 3.24).

<sup>263</sup> James (1985), *Chartres: The Masons*, p.99.

<sup>264</sup> Véase: Strachan (2003), *Chartres: Sacred Geometry- Sacred Space*, cap VI.

## EL GÓTICO

Strachan lleva esto a otro nivel de abstracción cuando asegura que este método funciona también para catedrales como Sens, Senlis, Laon y el plano cisterciense de Villard de Honnecourt.

Como ya se dijo, todo lo anterior gira en torno del hexágono central actuando como la clave para comprender el edificio y la geometría manejada por Scarlet, y por otros maestros masones. Este tipo de hallazgos han dado pie a estudiar al grupo de masones como una

escuela,

independiente de

los clérigos y de los

patrones,

evolucionando con

conceptos y teorías

propias de su

cultura. Después de

todo, quizá existe

algo de cierto en las

creencias actuales

acerca de los

orígenes de las

logias masónicas.

Lo que ahora

sabemos es que sus tradiciones alcanzaron hasta el final de la Edad Media y murieron quizá en el siglo XVI con la aparición del 'arquitecto profesional'.

Muchas preguntas se han planteado sobre la secrecía de los masones, y si tuvieron que desarrollar una cultura paralela a la sociedad medieval que operó sin mezclarse con los demás saberes o disciplinas. ¿Tenían contacto con los filósofos escolásticos o con los alquimistas de la época? ¿Los maestros trabajaban sus propias ideas de manera independiente? Preguntas que de responderse esclarecerían aún más la influencia que Pitágoras pudo haber tenido en sus tradiciones. Es un hecho que el profundo conocimiento de la tradición geométrica, tradición que abarcaba tanto las cuestiones técnicas contenidas en los primeros seis libros de los *Elementos* de Euclides como los comentarios e interpretaciones que aportaban Proclo, el Pseudo-Dionisio, San Agustín y demás pensadores que veían en las matemáticas algo más que resultados sobre líneas y figuras, daba lugar a diseños arquitectónicos que alcanzaban una armonía muy poco común, y que hace a uno preguntarse si no cabría llamarlos filósofos antes que constructores. Fueron personas avocadas al estudio de

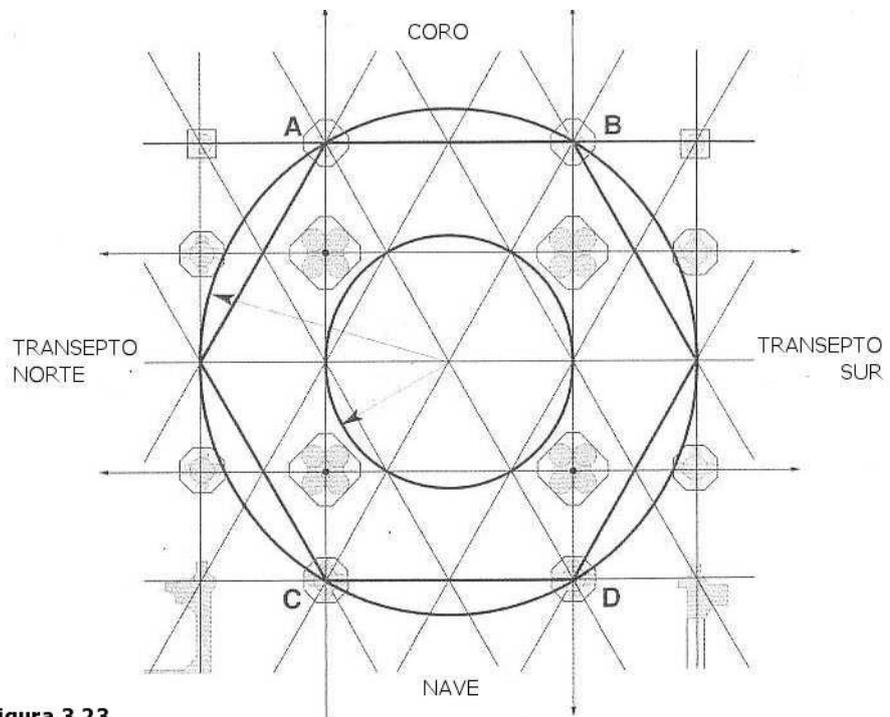


Figura 3.23

## EL GÓTICO

aquel mundo 'divino' iniciado por Pitágoras, intelectos creativos que lograron la manera de conjugar esas verdades eternas con la tecnología de construcción disponible en ese entonces. Todas estas suposiciones permanecen como algo a lo que no se puede responder con exactitud basándonos exclusivamente en argumentos objetivos, como lo serían la existencia de textos o de los planos "comentados" que pudieran haber sobrevivido a los avatares del tiempo. Como ya se mencionó previamente, no hay remanentes de ese tipo de documentación por la sencilla razón de que no existió. Las prácticas ligadas con estos proyectos no incluían el hacer planos o guardar registros de los propósitos o los avances de las construcciones. A lo más se guardaban documentos con la información relacionada con compras, gastos y salarios de quienes participaban en algún aspecto de la construcción.

Es bien sabido que la catedral de Chartres estaba dedicada a la Virgen, y como tal suena lógico que los clérigos le hayan dado a Scarlet instrucciones

explícitas de utilizar los dos números asociados con la Virgen María, el 7 y el 9. Veamos el mapa del edificio: nueve bahías en la nave contadas desde el cruce hasta el 'Portal Real', y siete sólo en la nave a partir de los pilares que soportan las torres. Hay siete bahías atravesando el transepto y nueve del laberinto al *rondpoint*. En el ábside se tienen siete capillas, y serían nueve con las del santuario. La catedral se

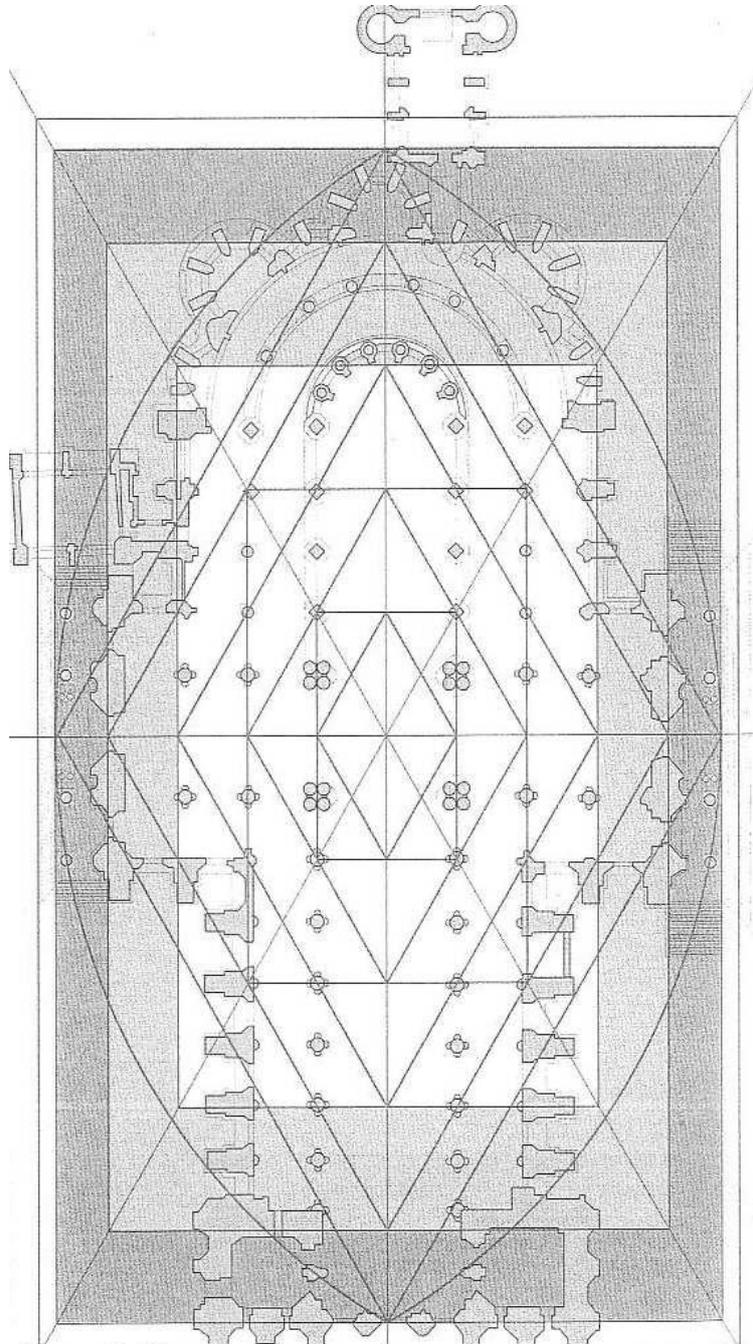


Figura 3.24

## EL GÓTICO

planeó para tener nueve torres; se tienen nueve puertas, y algunos autores consideran en total sesenta y tres rectángulos formando los pasillos y la nave, que es nueve veces siete (Ver Fig. 3.0). Se nota la intención de crear la catedral "...ordenando todas las cosas según la medida, el número y el peso", tal y como se dice que Dios construyó al mundo.

Quizá como resultado de ser tan estrictos con el manejo de los números, se sacrificaron algunas cosas, como las primeras tres bahías (de oeste a este) que se muestran aplastadas una sobre otra. Incluso hay muestras de que se tuvo que cortar la estructura de las torres por más de un metro en algunas zonas para lograr que la última bahía entrara. No se necesitan más pruebas de que la guía para crear el edificio era la geometría, y tal era su peso específico que se llegaban a sacrificar cuestiones 'estéticas' con el fin de mantener las propiedades o relaciones de los números presentes en el edificio.

### 3.11 LA MÓNADA

Cabe ahora retomar el asunto acerca del origen de los métodos de *ad-quadratum* y de *ad-triangulum*. Desde la antigüedad, y por supuesto entre los pitagóricos, el número uno o la mónada era el número que se relacionaba con Dios, la Unidad, el Cosmos, el Todo. De hecho, como ya hemos mencionado anteriormente, no se le considera un número *per se*, sino la fuente de donde provienen todos los números. Igual ocurre con la música, en donde el unísono –o tónica– vibra y 'esconde' todos los demás tonos. Esto funciona de la siguiente manera: si uno tiene una cuerda completa de algún instrumento como la guitarra o el violín, y la frota para producir un sonido, la tónica suena por delante y, además, muy tenue, se producen todas las otras notas detrás aunque sólo las escuchan aquéllos con un sentido del oído muy agudo. Por eso también en música se llega a decir que de la tónica surgen las demás notas. La tónica equivaldría a la mónada en la música. Entonces, si buscamos la equivalencia de la tónica en la arquitectura, nos encontraremos rápidamente con el cubo.

Curiosamente, muchos de los libros que estudian las proporciones y la significación de la geometría toman como base, o como un ejemplo clave en sus análisis, el templo de Salomón en Jerusalén. Hay teorías sobre el origen del gótico a partir de secretos encontrados por la orden del Temple en este recinto, y gran atención se ha puesto en las relaciones matemáticas y la arquitectura que encontramos ahí. Una razón importante de este fenómeno es que las medidas del templo de Salomón están estipuladas en la Biblia, y esto ha generado todo tipo de opiniones acerca de la

## EL GÓTICO

'geometría sagrada' y sobre lo cual se ha escrito ampliamente.<sup>265</sup> Veremos que dentro de este templo el cuarto más sagrado, aquel destinado a hospedar las famosas 'Tablas de la Ley' de Moisés, lo que justifica que fuera tenido como el sitio de mayor santidad, el Sancta Sanctorum, es un cubo perfecto. Como si en el corazón o fuente de lo que para muchos es la geometría 'sagrada' o perfecta, encontráramos de nuevo a la mónada, el elemento desde donde se desprenderían todas las demás proporciones.

El cubo es, por supuesto, el poliedro que guarda las proporciones 1:1:1 en cada una de sus caras, y es realmente el equivalente a la mónada en las tres direcciones (dimensiones) que forman el espacio real. Recordemos también que fue la figura que en el *Timeo* se relaciona con la tierra, que junto con el fuego y sus 'uniones' constituyen los 4 elementos. Tenemos entonces la representación de la mónada en el espacio, como un sólido; y recordemos ahora a Platón que nos decía que "para unir un sólido son precisos no uno, sino dos términos medios".<sup>266</sup> Surgen entonces las preguntas, ¿qué está manteniendo unida a la mónada? ¿cuáles son estos dos términos medios que permiten que el cubo exista como una unidad?

Veamos entonces primero qué mantiene unida una de las caras del cubo. Se tiene que cada lado mide 1, por lo tanto la diagonal, o el 'sostén' de esta cara, mide  $\sqrt{2}$ . Ahora veamos la diagonal, o el 'sostén', del cubo en el espacio. Dicha recta descansa sobre un triángulo que tiene como catetos a una arista (de medida 1) y a la diagonal de la cara inferior (de medida  $\sqrt{2}$ ); por lo tanto esta diagonal mide  $\sqrt{3}$ . Así, y únicamente utilizando el socorrido Teorema de Pitágoras y con cálculos muy sencillos, vemos que detrás de la unidad de la mónada en el espacio yacen las proporciones más utilizadas en la construcción de las catedrales góticas, y

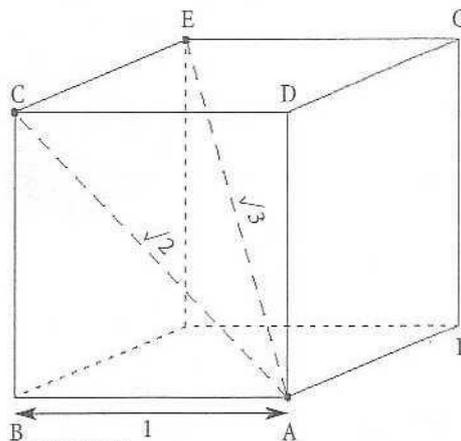


Figura 3.25

<sup>265</sup> Por 'geometría sagrada' se entiende la geometría de Euclides usada con propósitos simbólicos, generalmente al servicio de una tradición arquitectónica que pretende guardar mensajes en las formas y proporciones de sus diseños. En los últimos años, y sumándose a obras ya clásicas, han aparecido, al menos en inglés, un elevado número de escritos que tienen como objetivo detectar el uso de la llamada geometría sagrada. Sin pretender nada respecto de su seriedad científica, presento algunos títulos al respecto y obviamente se pueden encontrar más en cualquier buscador de la red electrónica – Ver lista en el Anexo a la Bibliografía y tómese en cuenta que el texto clásico de esta corriente es el de Robert Lawlor (1989).

<sup>266</sup> Véase sección 2.4.

## EL GÓTICO

éste es el origen de las unidades que definen las construcciones denominados *ad-triangulum* y *ad-quadratum*.

Pareciera además que no es casualidad que así como estas medidas configuran la mónada, las dos series que el Demiurgo platónico utiliza en el *Timeo* para crear al mundo toman las dos vertientes de estas proporciones para generar el mundo medible. Ambas nacen del 1 y una continúa como 1,2,4,8,16 mientras que la otra sigue el patrón 1,3,9,27. Pudiéramos ver a esta obra pitagórica como la base para el desarrollo de ambos métodos de diseño, aún más si recordamos que los dos triángulos a partir de los cuales se generan los 4 sólidos platónicos vinculados con los 4 elementos sublunares llevan en sus lados estas dos medidas. Y si bien las matemáticas medievales, y en particular la geometría de los masones, utilizan los avances de los matemáticos árabes y sufís,<sup>267</sup> observamos que en esencia esto remite a las bases de la geometría que tuvo sus inicios alrededor de 1,500 años antes del despertar gótico y cuyo autor fue el hombre de Samos.

### 3.12 CONCLUSIONES

Cuando nos enfrentamos al estudio de una obra arquitectónica como la que nos concierne, sin tener siquiera algo de documentación por parte de los creadores, inevitablemente se tendrán diversas opiniones acerca de los métodos utilizados en su construcción y en particular si estos métodos fueron realmente los utilizados. A lo largo de este capítulo se presentaron varios modelos probables en el diseño de la catedral de Chartres, fundamentados tanto en las medidas del edificio como en la ideología de la época. Si bien resulta imposible tener certeza objetiva de lo presentado, se incluyeron estudios legítimos que cuentan, en general, con buena aceptación en el ambiente académico. Esto, aunado a que, en la medida de lo posible se corroboraron los argumentos presentados, nos permite acercarnos a las intenciones simbólicas y a las técnicas de diseño de los constructores medievales.

---

<sup>267</sup> Así lo sostiene Strachan (2003) en los capítulos 1 y 6 de su *Sacred Geometry, Sacred Space*.

## CONCLUSIONES

Ahora bien, se mencionaba al inicio del trabajo la intención de mostrar la presencia de una 'influencia' de Pitágoras en la Edad Media. Ha llegado el momento de repasar lo que se hizo. Quizá la parte central que describía mucho de la ideología y la vida de Pitágoras era el uso de la *razón* para demostrar y exhibir lo *inteligible*. Utilizando la herramienta de las ciencias matemáticas y de algunas *ciencias intermedias* o de *transición*, Pitágoras, al igual que más tarde Platón –y otros seguidores y herederos intelectuales–, buscaron comprender y reflejar las leyes que rigen a lo divino.

Muchos años después, en el contexto de una sociedad medieval que transitaba hacia una forma de vida más rica en cuanto a la formación intelectual, se mencionaron distintas circunstancias que provocaban el deseo en varios sectores sociales de construir 'la nueva Jerusalén' en la Tierra. En otras palabras, se buscaba reflejar aquello que para Pitágoras era el ser inteligible y puro en este mundo. Después del análisis de varios elementos de la catedral de Chartres, queda claro que la herramienta con la que se enfrentó este problema en el periodo gótico fue la misma que guió al hombre de Samos, *la razón*. Sin embargo, aún cuando sea acertado, este argumento por sí solo apenas roza la superficie del sistema de ideas y la influencia que se buscaba.

Los pitagóricos se cobijaron en las matemáticas gracias en gran medida a las propiedades intermedias que éstas mostraban. Ellos veían en los números una relación de *causalidad* con todos los fenómenos, y confiaban en la *perfección* de sus resultados, pues los veían como reflejo de lo divino en la Tierra. ¿Qué tanto su cosmovisión se dejó sentir en los siglos XI y XII? La respuesta no puede ser tajante, pues la evidencia no consiste en testimonios directos como lo sería un manual o un manifiesto. En lo que respecta a su concreción en la arquitectura gótica, aún en nuestros días existe controversia en cuanto a las técnicas utilizadas por los constructores del gótico. Investigadores reconocidos se dividen en sus opiniones acerca de si las técnicas numéricas predominaban sobre las técnicas geométricas –o viceversa– en el diseño de las catedrales.<sup>268</sup>

En este trabajo se exhibió la más que probable presencia de relaciones numéricas en muchos elementos de Chartres, catedral dedicada a la Virgen María. En el número de bahías, torres y puertas a lo largo de la catedral es evidente el cuidado

---

<sup>268</sup> Se recomienda ver la discusión presente en el Capítulo X del libro de Padovan (2003), *Proportion*.

## CONCLUSIONES

que los constructores tuvieron para incluir el simbolismo mariano dentro del diseño. El particular cuidado que tenían los llamados *masones* y clérigos en incluir diseños que revelaran el papel rector de los números en las catedrales es parte de esta ideología pitagórica. Pareciera como si las supuestas propiedades del número atrajeran la presencia de aquel habitante del *cielo*, o reino de lo inteligible, con el cual se relacionaba. Esta labor del número como *intermediario* forma parte central de la ideología pitagórica.

Por otro lado, el estudio de la música fue revolucionado por los pitagóricos. La *música de las esferas* dio pie al estudio de las proporciones como 'ligas' o uniones entre elementos. Estudiaron por primera vez con detenimiento las razones enteras que se desprenden de la escala musical. Se mostró la presencia de estas razones tanto en la elevación interior de Chartres como en las diagonales encontradas en el Portal Real. Además, retomando el estudio minucioso hecho por James, se presentaron dos sistemas paralelos sobre los cuales trabajaba el maestro masón para el diseño del plano de Chartres: uno basado en razones enteras y otro en razones irracionales. Se vio también cómo estas ideas pitagóricas de unión a través de proporciones se transmitieron gracias al *Timeo* de Platón, y de ahí se infirió que los maestros arquitectos buscaban en estas proporciones la misma *unidad* estudiada por Pitágoras. Mientras más proporciones *perfectas* (medias proporcionales) se incluyeran, el edificio alcanzaría una unidad más fuerte y estable, y más digno sería de representar la casa de Dios aquí en la Tierra.

El otro gran descubrimiento de la escuela pitagórica fue la existencia de los números irracionales. Estos *seres* aparentemente incomprendidos por ellos se encuentran presentes en las figuras más elementales de la geometría y se convirtieron en parte medular del simbolismo y de las construcciones geométricas atribuidas a ellos. Se presentó la importancia del pentágono para los pitagóricos y la presencia de la razón áurea en casi todas sus relaciones. Se mostró la presencia de la figura pentagonal en varias catedrales góticas y principalmente en el rosetón occidental de Chartres. En el *Timeo* se plasmó la importancia de  $\sqrt{2}$  y  $\sqrt{3}$  cuando Platón describe los triángulos que generaban a los sólidos platónicos. De aquí, y de las series descritas por el Demiurgo se desarrollaron los métodos geométricos *ad-quadratum* y *ad-triangulum*, utilizados para diseñar planos arquitectónicos. Se describió con detalle la manera en que funciona el *ad-triangulum* en Chartres, y cómo la presencia de razones irracionales parte de la evolución de ideas pitagóricas. Con base en ello se exhibió un modelo a partir del cual todas las columnas de la catedral, así como el diseño interior, quedaba determinado por un sistema de generación de figuras que se

## CONCLUSIONES

acomoda casi a la perfección con el plano de la superficie de la catedral de Chartres, y que coexistía con un modelo paralelo sustentado en razones enteras.

Esta influencia que permea tantos aspectos de las construcciones góticas fue transmitida o inspirada en gran parte a través de los trabajos de Platón y de San Agustín que estaban disponibles en la Edad Media. Por esta razón se presentaron con detalle algunos pasajes relevantes del texto del *Timeo* y se discutieron las principales ideas para este estudio que formaban parte de las obras Agustinianas.

Se dice comúnmente que es importante conocer la Historia para no repetir los mismos errores. Aun estando de acuerdo con esa frase, mal entendida, limita mucho a esta disciplina. Cuando estudiamos la Historia y a sus grandes personajes tenemos el privilegio de la distancia crítica para valorar aquello que creemos es verdaderamente importante, y por ende separarlo de lo superfluo o circunstancial. Conocer los grandes retos que enfrentaron, así como las dificultades que debieron salvar quienes concibieron, diseñaron y construyeron estos monumentos que marcaron una época hace de la Historia una gran fuente de inspiración. Llegar a conocer el alcance que tuvo y sigue teniendo la influencia de Pitágoras, y de grandes pensadores como Platón, es un constante recordatorio de la dedicación y entrega que quisiéramos tener en lo que se considera importante de la vida, aun cuando la inercia de ésta nos empuja hacia lo mecánico y lo superfluo.

Pretender reconstruir los motivos y las formas de actuar de quienes llevaron a cabo esa gran empresa que fue la elaboración y difusión de un estilo como lo fue el gótico equivale casi a sumergirse en la forma de pensamiento de una civilización que en muchos sentidos nos es ajena. Sin embargo, cuando profundizamos lo suficiente en su pensamiento, aparecen los mismos impulsos, ideas y deseos que han estado presentes en muchos seres humanos a lo largo del tiempo sin importar el lugar o el momento histórico, y que han alcanzado su concreción de manera distinta en cada uno de estos momentos.

En cierto modo se ha buscado seguir la ruta del historiador, quien primero escucha –o lee– y que cuando ha aprendido a sumar las partes se propone repetir este relato bajo una perspectiva nueva que lo transforma gracias a su propio pasado, que es su riqueza. La historia nos trae ecos de pensamientos y hechos de quienes nos dejaron cartas, libros, paredes y estatuas, arbotantes y vidrieras, crónicas y proporciones, todo lo cual forma parte de este documento que busca leer el lenguaje –misterioso para algunos– de las catedrales góticas.

## BIBLIOGRAFÍA

- Anderson, W. *The Rise of Gothic*. Nueva York : Dorset Press , 1988.
- Aristotle. *De Anima*. Trad. de Hugh Lawson-Tancred. Nueva York: Penguin Classics, 1987.
- Barnes, Jonathan. *Pre-Socratic Philosophers*. Londres: Routledge & Keagan Paul, 1979.
- Blanco D., Feliciano. « El arte en la medicina : las proporciones divinas ». *Ciencia UANL*. No. 2, Vol. VII, Abril-Junio 2004, pp. 150-156.
- Calcidius. *Timaeus a Calcidio Translatus Commentarioque Instructus*, Jan Hendrik Waszink, (ed.). Londres : Institutum Warburgianum, 1962.
- Carrié D., Ludwig B. y Schwarz F. « La Symbolique des Cathedrales- París, Chartres, Reims, Strasbourg, Troyes », *Collection Homo religiosus*, 1989.
- Celsus. *De Medicina*. Trad. de W. G. Spencer. Nueva York : Harvard University Press, 1938.
- Cennini, Cennino. *A contemporary practical treatise on quattrocento painting*. Londres : G.Allen & Unwin, 1930.
- Chadwick, Henry. *The Sentences of Sextus*. Cambridge : Cambridge University Press, 2003.
- Chanfón, Carlos. *Wilars de Honecort : Su Manuscrito*. México : U.N.A.M.- Facultad de Arquitectura, 1994.
- Charpentier, Louis. *El Enigma de la Catedral de Chartres*. Trad. de D. Pruna, Barcelona : Ediciones Martínez Roca, 2002.
- Cicero. *Philosophical Treatises : Tusculan Disputations*. Nueva York : Harvard University Press, 29 vols, 1938.
- Clagett, Marshall. *Archimedes in the Middle Ages : Quasi-Archimedean Geometry in the 13th Century*. Nueva York : American Philosophical Society, 1984.
- Conches, William. *Dialogue on Natural Philosophy. (Dragmatica Philosophiae)*. Trad. de I. Roca y M. Curr. Indiana : University of Notre Dame Press, 1997.
- Corral, José Luis. « El lenguaje de las catedrales », *Historia National Geographic*. No. 40, 2007, pp. 78-90.
- Couturier, Marcel. « Le Temps des Cathédrales : La France », *Historia Spécial*, No. 10, Marzo-Abril 1991, pp. 100-127.
- Crombie, A.C. *Styles of Scientific Thinking in the European Tradition*. Londres : Duckworth, 3 vols, 1994.

- « Diálogos de tribus quaestionibus » ; *Patrología Latina*, CXLVI.
- Diels. *Die Fragmente der Vorsokratiker*, rev. por Walther Kranz, Berlín, 1952.
- Diógenes Laercio. *Vida de los más ilustres filósofos griegos*. Trad., prólogo y notas de José Ortiz S. Barcelona : Ed. Folio, 2 vols, 2002.
- Euclid. *The Thirteen Books of Euclid's Elements*. Trad. de T. Heath. Nueva York : Dover Publications, 1956.
- Falcones, Ildfonso. *La Catedral del Mar*. México : Grijalbo Mondadori, S.A., 2006.
- Fanthorpe, Lionel & Patricia. *Mysteries and Secrets of the Masons : The Story Behind the Masonic Order*. Ontario : Hounslow Group, 2006.
- Favier, Jean. *The World of Chartres*. Nueva York & Londres : Harry N Abrams , 1990.
- Fitchen, John. *The Construction of Gothic Cathedrals : A Study of Medieval Vault Erection*. Chicago : University of Chicago Press, 1997.
- Ford, Gordon B. *The Letters of St. Isidore of Seville*. Amsterdam : A.M. Hakkert, 1970.
- Fritz, Kurt Von. « The Discovery of Incommensurability by Hippasus of Metapontum ». *Annals of Mathematics*. Vol. 46, No. 2, Abril 1945.
- Gersh, Stephen. *Platonic Tradition in the Middle Ages : A Doxographic Approach*. Berlín : Walter de Gruyter, 2002.
- Ghyka, Matila. *The Geometry of Art and Life*. Nueva York : Dover Publications, 1977.
- Ghyka, Matila. *El Número de oro : Ritos y Ritmos Pitagóricos en el Desarrollo de la Civilización Occidental*. Barcelona : Poseidón, 2 vols, 1978.
- Gimpel, Jean. *The Cathedral Builders*. Nueva York :Evergreen Books,1984.
- Goldstein, Thomas. *The Dawn of Modern Science. From the Ancient Greeks to the Renaissance*. Nueva York : DaCapo Press [1980],1995.
- Grodecki. « Le vitrail et la architecture au XII<sup>eme</sup> et XIII<sup>eme</sup> siecle », *Gazette des Beaux Arts*, pp. 2-24.
- Guthrie, Kenneth Sylvan. *The Pythagorean Sourcebook and Library : An Anthology of Ancient Writings Which Relate to Pythagoras and Pythagorean Philosophy*. California : Red Wheel / Weiser, 1987.
- Hemenway, Priya. *Divine Proportion : Phi in Art, Nature, and Science*. Nueva York : Sterling, 2005.
- Himi, Kiyoshi. « Pythagoreanism in Platonism », *Campana*, No. 12, 2005.
- Huntley, H.E. *The Divine Proportion*. Nueva York: Dover Publications, 1970.
- Joost-Gaugier, Christiane L. *Measuring Heaven: Pythagoras and His Influence on Thought and Art in Antiquity and the Middle Ages*. Nueva York: Cornell University Press, 2006.

- James, John. *Chartres : the Masons Who Built a Legend*. Londres : Routledge & Keagan Paul, 1985.
- Kappraff, Jay. « The Arithmetic of Nicomachus of Gerasa and its Applications to Systems of Proportion », *Nexus Network Journal*, Vol II, 2000, pp. 41-55.
- Kraus, Henry. *Gold was the Mortar. The Economics of Cathedral Building*. Nueva York : Barnes & Nobles, 1979.
- Lipse, Roger. *Have You Been to Delphi ? : Tales of the Ancient Oracle for Modern Minds*. Nueva York : SUNY Press, 2001.
- Livio, Mario. *The Golden Ratio : The Story of Phi, the World's Most Astonishing Number*. Nueva York : Broadway Books, 2003.
- Lucian. *Dialogues of the Dead*. Trad. de H.W. & F. G. Fowler, Theoi E-Texts Library, 2000 .<<http://theoi.com/Text/LucianDialoguesDead1.html>>
- Lynn, T. *The Sphere of Sacrobosco and its Commentators*. Chicago : University of Chicago Press, 1949.
- Martínez, Rafael. « Los cánones del gótico », *Ciencias*, No. 45, 1997.
- Mckitterick. « Books and Sciences Before Print ». En *Books and the Sciences in History*. Ed. de Marina Frasca-Spada y Nick Jardine. Cambridge : Cambridge University Press, 2000.
- Micheau, F. y Zimmermann, M. « A l'ombre des cathédrales ». *Le Temps des Cathédrales. Historia*, No. 10, Mars-Avril, 1991.
- Netz, R. y Noel W. *El código de Arquímedes*. Trad. de Redactores en Red. México : Ed. Planeta, 2007.
- O'Meara, Dominic J. *Pythagoras Revived : Mathematics and Philosophy in Late Antiquity*. Oxford : Clarendon Press, 1990.
- Padovan, Richard. *Proportion: Philosophy, Science and Architecture*. Londres: Taylor & Francis, 1999.
- Pacioli, Luca. *La Divina Proporción*. Buenos Aires: Editorial Losada, 1946.
- Panofsky, Erwin. *Abbot Suger: On the Abbey Church of St. Denis and its Art Treasures*, Ed. y trad. de E. Panofsky. Princeton: Princeton University Press, [1946], 1979.
- Panofsky, Erwin. *Gothic Architecture and Scholasticism*. Pennsylvania : Archabbey Publications, 2005.
- Peck, Russel A. "Number as Cosmic Language." En *Essays in the Numerical Criticism of Medieval Literature*, ed. Caroline D. Eckhardt, 15-64. Lewisburg: Bucknell University Press, 1980.
- Plato. *Cratylus. Parmenides. Greater Hippias. Lesser Hippias*. Trad. de H. N. Fowler. Nueva York: Loeb Classical Library, 1926.

- Plato. *Laches. Protagoras. Meno. Euthdemus*. Trad. de W. R. M. Lamb. Nueva York: Loeb Classical Library, 1924.
- Plato. *Statesman. Philebus. Ion*. Trad. de H. N. Fowler & W.R.M. Lamb. Nueva York: Loeb Classical Library, 1925.
- Plato. *Timaeus*. Incluido en *Plato. The Collected Dialogues*. E. Hamilton y H. Cairns (eds.). Bollingen Series LXXI. Princeton: Princeton University Press, (14<sup>th</sup> printing) 1989.
- Plato. *Republic*. Trad. de Robin Waterfield. Nueva York: Oxford University Press, 2008.
- Platón. *Timeo*. Incluido en *Diálogos, vol 2*. México: Editorial Porrúa, 1962.
- Platón. *La República*, trad. Tomás y J. García. Colombia: Editorial Panamericana, 2002.
- Plutarch. *Moralia, Volume XV, Fragments*, trad. F. H. Sandbach. Nueva York: Loeb Classical Library, 1969.
- Porfirio. *Vida de Pitágoras*. Trad. y notas M. Periago. Madrid: Editorial Gredos, 1987.
- Proclo. *A commentary on the first book of Euclid's Elements*. Trad. G.R. Morrow, Princeton: Princeton University Press, 1970.
- Rihll. T.E. *Greek Science*. Oxford : Oxford University Press, 1999.
- Russel, Bertrand. *History of Western Philosophy*. Londres : Taylor & Francis Group, 1946.
- Scott, Robert A. *The Gothic Enterprise : A Guide to Understanding the Medieval Cathedral*. Berkeley : University of California Press, 2005.
- Simson, Otto von. *The Gothic Cathedral : Origins of Gothic Architecture and the Medieval Concept of Order*, Bollingen Series XL-VIII, Princeton : Princeton University Press, 1988.
- Strachan, Gordon. *Chartres : Sacred Geometry, Sacred Space*. Londres : Floris Books, 2003.
- Swaan, Wim. *The Gothic Cathedral*. Londres : Ferndale, 1981.
- Theon of Smyrna. *The Mathematics Useful for Understanding Plato*. Trad. de R. & D. Lawlor, San Diego : Wizard's Bookshelf, 1979.
- Vitruvius. *The Ten Books on Architecture*. Nueva York: Dover Publications, 1960.
- Yates, Frances. *Giordano Bruno y la tradición hermética*. Trad. de Doménec Bergada. Barcelona : Ed. Ariel, 1983. En inglés la 1a ed. es de 1964.

## ANEXO

### TEXTOS RELACIONADOS CON LA 'GEOMETRÍA SAGRADA'

Gest, Kevin L. *The Secrets of Solomon's Temple: Discover the Hidden Truth that lies at the Heart of Freemasonry*. Nueva York: Fair Winds Press, 2007.

Heath, Richard. *Matrix of Creation: Sacred Geometry in the Realm of the Planets*. Vermont: Inner Traditions, 2004.

Heath, Robin. *The Lost Science of Measuring the Earth: Discovering the Sacred Geometry of the Ancients*. Nueva York: Adventures Unlimited Press, 2006.

Hidetoshi, Fukagawa & Rothman, Tony. *Sacred Mathematics: Japanese Temple Geometry*. Princeton: Princeton University Press, 2008.

Jongeward, David. *Weaver of Worlds: From Navajo Apprenticeship to Sacred Geometry*. Vermont: Destiny Books, 1991.

Lawlor, Robert. *Sacred Geometry: Philosophy and Practice*. Nueva York: Thames & Hudson, 1989.

Michell, John. *The Dimensions of Paradise: Sacred Geometry, Ancient Science and the Heavenly Order on Earth*. Nueva York: Inner Traditions, 2008.

Pennick, Nigel. *Sacred Geometry: Symbolism and Purpose in Religious Structures*. Somerset: Cappel Bann, 1994.

Schneider, Michael S. *A Beginner's Guide to Constructing the Universe: Mathematical Archetypes of Nature, Art and Science*. Nueva York: Harper Perennial, 1995.

Skinner, Stephen. *Sacred Geometry: Deciphering the Code*. Nueva York: Sterling, 2006.

Steiner, Rudolf. *The Fourth Dimension: Sacred Geometry, Alchemy and Mathematics*. Nueva York: Steiner Books, 2001.

Starbird, Margaret. *Magdalene's Lost Legacy: Symbolic Numbers and the Sacred Union in Christianity*. Bear & Company: Nueva York, 2003.