



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE  
MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**“SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL FLUJO DEL RÍO  
CARRIZAL A TRAVÉS ESTRUCTURAS HIDRÁULICAS  
DE CONTROL”**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
INGENIERO MECÁNICO

P R E S E N T A:

**JOSÉ MANUEL CUBOS RAMÍREZ**

DIRECTOR DE TESIS: DR. WILLIAM VICENTE Y RODRÍGUEZ



MÉXICO, D.F. CD. UNIVERSITARIA

DICIEMBRE 2008



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# Contenido

---

## CAPÍTULO 1

### INTRODUCCIÓN

1.1	Generalidades	1
1.2	Principales Alternativas Numéricas	4
1.3	Objetivo	6
1.4	Estructura de la Tesis	7

## CAPÍTULO 2

### ECUACIONES DE TRANSPORTE

2.1	Introducción	9
2.2	Continuidad	11
2.3	Conservación de Cantidad de Movimiento	11
2.4	Modelo RANS	12
2.5	Promedio de Reynolds	13

## CAPÍTULO 3

### MÉTODO DE SOLUCIÓN

3.1	Introducción	19
3.2	Método de Volúmenes Finitos	19
3.3	Método “Cut-Cell”	27
3.3.1	Discretización de las Celdas Cortadas	29
3.3.1.1	Término Transitivo	30
3.3.1.2	Término Convectivo	31
3.3.1.3	Término Difusivo	32
3.3.1.4	Término Fuente	33
3.3.2	Puntos de Intersección	33

## CAPÍTULO 4

### SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL FLUJO EN EL RÍO CARRIZAL

4.1	Introducción	39
4.2	Configuración Experimental	39
4.3	Detalles Numéricos	43
4.4	Resultado de la Simulación	48
4.4.1	Campos de Velocidad	49
4.4.2	Campos de Presión	52
4.4.3	Energía Cinética Turbulenta	53
4.5	Capacidad de Descarga de las Estructuras	56

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

5.1	Introducción	59
5.2	Flujo del Río	60
5.3	Trabajos Futuros	61

## Apéndice A

1-A	Introducción	63
2-A	Cierres de Segundo Orden	63
3-A	Modelos de Viscosidad Turbulenta	68
4-A	Modelo k- $\epsilon$ (modelo de turbulencia utilizado en esta tesis)	69

## Apéndice B

1-B	Introducción	77
2-B	Esquemas Lineales	78
a)	Diferencias desplazadas de primer orden	78
b)	Diferencias Centradas	78
c)	Híbrido	79

## APÉNDICE C

1-C Archivo de datos de entrada Q1 81

2-C Q1 81

REFERENCIAS 83

---

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

---

### 1.1 Generalidades

La existencia de zonas urbanas, industriales, agropecuarias y vías de comunicación en zonas potencialmente inundables es una realidad cada vez más frecuente en nuestro país. Si los riesgos asociados a la interacción entre la acción humana y el medio hídrico no son controlados generan graves e incluso algunas veces irreversibles perjuicios, incluidos vidas humanas.



Estas zonas conocidas como inundables son anegadas durante eventos extraordinarios, por ejemplo aguaceros intensos, crecientes poco frecuente o avalanchas. Estos eventos provocan en muchas ocasiones desbordamiento de corrientes naturales como lo son los ríos debido a la incapacidad del cauce para contener el caudal que se presenta. La inundación es, pues, un fenómeno tipo hidráulico, prueba de ello es que pueden ocurrir inundaciones sin que haya crecidas o un evento hidro-meteorológico extraordinario.

Son muy pocos los casos en los cuales es posible solucionar los problemas de inundaciones de forma permanente. Algunas de las razones más importantes que no permiten la solución son el costo de las obras, los conflictos socioeconómicos de las regiones que conllevan intereses en el uso de la tierra, y la escasa factibilidad económica de este tipo de proyectos. Por esta razón se utilizan los términos Control de Inundaciones o Mitigación de los efectos de las Inundaciones para indicar que estos proyectos tratan de prevenir daños mayores y ofrecen protección hasta un cierto nivel de riesgo.

El termino control de inundaciones es un tema discutido constantemente en torno al Estado de Tabasco territorio propenso históricamente a sufrir inundaciones ya que está constituido por una amplia planicie costera por las que escurren las corrientes provenientes del sur del país entre los que se encuentran los ríos más caudalosos de México, el Usumacinta y Grijalva considerados como maduros ya que se encuentran en la zona más baja de su caudal y la planicie por la que corren les permite tener corrientes anchas y lentas, además de ser un estado con una gran densidad de cuerpos de agua.

El río Grijalva se divide en varios brazos, conocidos con los nombres de río Carrizal, río Samaria y río Mezcalapa que convergen en torno a la Ciudad de Villahermosa capital del estado donde se vuelven a unir y reciben nuevamente el nombre de río Grijalva.

En el año de 1999, al desbordarse el río Carrizal, se inundó una parte importante de la Ciudad de Villahermosa, Tab. Con el propósito de disminuir el riesgo de que se desborde nuevamente dicho río, la Comisión Nacional del Agua (CNA) institución responsable de los recursos hidrológicos del país, encargó a la Comisión Federal de Electricidad (CFE) el diseño de obras hidráulicas para regular el gasto en este río.

Es común, que cualquier diseño de una estructura hidráulica se realice con fórmulas teóricas basadas en hipótesis y coeficientes empíricos mencionados y recomendados ampliamente en la literatura técnica, y también con modelos matemáticos de flujo unidimensional y bidimensional. Sin embargo, debido a que el flujo en dichas estructuras hidráulicas es notoriamente tridimensional, siempre se recomienda revisar cualquier diseño de una obra hidráulica de esta magnitud con un modelo físico.

La CNA solicitó al Instituto de Ingeniería de la UNAM (II) hacer la revisión, mediante un modelo físico, del funcionamiento hidráulico de dos estructuras de control diseñadas por personal técnico de la CFE, para controlar el gasto que fluye por el río Carrizal, Tabasco.

Esta estructura se distingue por incluir un canal en la margen izquierda del río con descarga controlada por tres compuertas radiales (con dos pilas y un tanque amortiguador) y una curva vertical aguas abajo de ellas y en la margen derecha un vertedor de canal con descarga libre a partir del NAMO. El correspondiente modelo se construyó con escala 1:60 en el Laboratorio de Hidráulica Fluvial del Instituto de Ingeniería, UNAM.

La principal característica de esta obra es la de estrechar la sección del cauce para controlar el gasto de  $850 \text{ m}^3/\text{s}$ , gasto de diseño; por ello, la propia estructura controla el gasto de diseño sin la ayuda de compuertas. Esta estructura produce un remanso apreciable, aun con las compuertas totalmente abiertas, que probablemente inducirá el depósito del sedimento aguas arriba de ella.

Un objetivo de esta estructura era orientar hacia el centro del cauce el flujo del canal de margen izquierda del río, para evitar la incidencia sobre la margen derecha, creando con esto una socavación local en la descarga. Otros retos relacionados con este canal era evitar el nivel de fluctuaciones, de velocidad, remolinos (turbulencia) y homogeneizar lo mejor posible el perfil de velocidades en este.

En cuanto al vertedor lateral, se pretende lograr la disminución de las fluctuaciones de la superficie Libre del agua y evitar la socavación en la descarga sobre el lecho del río.



Al observar el campo de velocidades en el modelo físico es posible proponer el rediseño o las modificaciones necesarias para que las estructuras funcionen de manera adecuada y segura, inclusive disminuyendo el costo económico de la obra, lo cual es un ahorro para la economía del país. Conviene recordar que el hecho de que falle una estructura hidráulica (obra civil), además del daño económico, se pueden tener pérdidas de vidas humanas.

Si bien el estudio en modelos físicos de estructuras hidráulicas, es de vital importancia, la utilización de modelos numéricos puede evitar, en cierta medida, los altos costos del modelo físico al probar diferentes configuraciones. Esto aunado con otras aportaciones como la obtención de mayor información del flujo, tiempos más cortos de estudio y fácil manejo de los resultados. Por estos motivos, en este trabajo se presenta una forma alternativa de diseño de estructuras hidráulicas, basada en la dinámica de fluidos computacional (CFD).

El modelado numérico constituye una poderosa herramienta para obtener un conocimiento cuantitativo preciso de procesos físicos en general, y de flujos hidrodinámicos en particular. El uso de métodos numéricos para predecir flujos hidrodinámicos proporciona información sobre variables relevantes como la forma de la lámina de agua, las variaciones de caudal, la presión o la concentración de contaminantes, en caso de flujos tanto estacionarios como no estacionarios. Hoy en día, se trata de una práctica necesaria dentro de la tecnología hidráulica moderna, ya que ofrece la posibilidad de evaluar, de una forma no muy costosa, la respuesta de los sistemas hidráulicos frente a una gran variedad de situaciones prácticas.

## **1.2 Principales Alternativas Numéricas**

La Simulación Numérica Directa (Direct Numerical Simulation, DNS), la alternativa de Ecuaciones Promediadas (Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations, RANS) y la Simulación de Grandes Escalas (Large Eddy Simulation, LES), son básicamente las tres alternativas para simular el flujo en estudio.

Con la DNS se discretizan directamente y son resueltas numéricamente, las ecuaciones instantáneas que gobiernan el movimiento del flujo reactivo, las cuales, son válidas tanto para flujo laminar como turbulento. Dichas ecuaciones son, la de conservación de masa, la de cantidad de movimiento, la de energía y la de especies químicas. La discretización resuelve todas las escalas de las variables del flujo, ya sean espaciales o temporales, y por tanto no requiere de ninguna aproximación o modelo. Si se tiene un flujo turbulento sin reacción, para capturar todas las escalas, el número de puntos de la discretización (espacio-temporal) es función del número de Reynolds elevado al cubo. Si el problema incluye especies reactivas, aparecerán escalas aún menores, que exigirán más detalle en la simulación. Cuando el flujo del sistema de interés es mayormente turbulento y con un número de Reynolds muy grande, la aplicación de este método está limitada por la potencia del equipo de cómputo.

La Simulación de Grandes Escalas (LES) trata de resolver las ecuaciones para las fluctuaciones de mayor tamaño, modelando sobre ellas el efecto de las de menor tamaño. Esta técnica puede mejorar sustancialmente la predicción del flujo, sobre todo en flujos con estructuras transitorias de vorticidad que dominan los procesos, sigue teniendo un alto costo en memoria y tiempo de cómputo, ya que los cálculos son tridimensionales.

La alternativa de Ecuaciones Promediadas (RANS), usada en este trabajo y explicada a mayor detalle en el capítulo 2, es extensamente utilizada en casos prácticos de interés industrial. Consiste en promediar todas las escalas de las fluctuaciones turbulentas, espaciales y temporales y resolver las ecuaciones de transporte en términos de variables medias del sistema. Este sistema se simula en tres dimensiones y en coordenadas cartesianas y se modela mediante alguno de los llamados modelos de turbulencia, para este caso, el modelo  $k-\epsilon$  [14], descrito en el apéndice A.

Por tales características de la DNS y LES, se discierne que la opción más viable para el estudio del fenómeno a tratar es la alternativa RANS. Esta alternativa es usada en el código numérico de Dinámica de Fluidos Computacionales, PHOENICS (Parabolic Hyperbolic or Elliptic Numerical Integration Code Series), que es el código utilizado para la simulación del sistema a resolver en esta tesis.

### 1.3 Objetivo

El objetivo de esta tesis es simular numéricamente el flujo del río Carrizal aguas arriba y abajo de las obras hidráulicas construidas para controlar el gasto, analizar el adecuado funcionamiento de estas estructura, calcular el gasto que pasa a través de cada uno de los canales y comparar los resultados obtenidos mediante la simulación con datos medidos experimentalmente por la Coordinación de Hidráulica del (II) [1] mediante la construcción de un modelo físico de la sección de río a simular.

La hidrodinámica se modela a partir de resolver las ecuaciones de transporte de conservación de cantidad de movimiento y masa promediadas en el tiempo (promedio de Reynolds) por medio del método de volúmenes finitos. El sistema se cierra vía un modelo de turbulencia. El modelo utilizado fue el modelo k- $\epsilon$  estándar (Launder (1974) y Jones (1972)).

Igualmente se usa el método ASAP (por sus siglas en ingles *Arbitrary Source Allocation Procedure*). El ASAP es un método del tipo 'cut cell' que utiliza una malla cartesiana y una frontera interna, que generalmente es un cuerpo sólido con una geometría compleja. Las celdas que se encuentran dentro de la geometría compleja, se consideran como sólido impidiendo el flujo del fluido por ellas. Todas las ventajas de utilizar una malla cartesiana se guardan para las celdas fuera del cuerpo complejo donde el fluido fluye. Las celdas parcialmente libres, con una parte dentro del cuerpo, necesitan un tratamiento especial. En el caso del método del volumen finito, se determinan las intersecciones de la malla con el cuerpo obteniéndose las áreas libres de sus fronteras y su volumen libre. Para estas celdas las ecuaciones de transporte son modificadas por términos fuentes que están relacionados con interpolaciones de diferente orden. Los cuerpos con geometría complejas se realizan con *Autocad*<sup>®</sup> principalmente para el caso de batimetrías y con *SolidEdge*<sup>®</sup> en el caso de geometrías más complejas. En el presente trabajo se utilizó este último paquete.

## **1.4 Estructura de la Tesis**

A continuación de este capítulo, como introducción, en donde se explica algunos motivos para la elaboración de esta tesis, se presenta el capítulo 2, en el cual se presentan las ecuaciones de transporte que gobiernan el movimiento del flujo que se dispersa en el ambiente. También se deducen las ecuaciones promediadas que resuelven el modelo numérico.

En el capítulo 3 se presenta el método de solución, que es utilizado en la resolución de las ecuaciones de transporte descritas en el capítulo anterior que describe el flujo.

En el capítulo 4 se muestra los resultados de la simulación numérica del río, además de visualizar el comportamiento del río.

En el capítulo 5 se presentan las conclusiones y las recomendaciones para posteriores investigaciones.

Los apéndices A, B y C presentan los esquemas de discretización del término convectivo, los modelos de turbulencia utilizados y el archivo Q1.

# CAPÍTULO 2

## ECUACIONES DE TRANSPORTE

---

### 2.1 Introducción

Las ecuaciones constitutivas para fluidos están bien establecidas y son, básicamente, en la forma de un conjunto acoplado de ecuaciones diferenciales parciales, conocidas como ecuaciones de Navier-Stokes las cuales son apropiadas para el modelado del flujo de un río. Distintas formas de resolver numéricamente las ecuaciones da lugar a diferentes técnicas de CFD en el que diversas formas de estas ecuaciones pueden ser empleadas. En el marco de las técnicas de las diferencias finitas y los volúmenes finitos, el método de solución más común se conoce como Simulación Numérica Directa (DNS) el cual necesita alto número de celdas y requiere mucha memoria y tiempo de cálculo. En el método DNS, la forma transitoria de las ecuaciones de Navier-Stokes se resuelve numéricamente por medio de técnicas seudoespectrales y espectrales. Sin embargo, debido a la complejidad de la industria en general, así como del medio ambiente, los problemas y la limitación en la capacidad de los actuales sistemas informáticos, la DNS esta hoy en día todavía limitado principalmente a su uso para el estudio de algunos muy simples pero fundamentales problemas de flujo, como un simple canal turbulento, los flujos en tuberías y el flujo en las capas mezcladas de un avión, etc. Cuando la DNS se emplea para simulaciones de flujos turbulentos con altos números de Reynolds, tales como las corrientes de río, un número excesivamente grande de celdas computacionales debe ser empleado con el fin de resolver los más pequeños vórtices de turbulencia, y por lo general esto no es práctico en los niveles actuales de las técnicas informáticas.

Un planteamiento más común para el modelo turbulento de la corriente de un río es utilizar las ecuaciones promediadas (Reynolds, o Favre, Averaged Navier-Stokes Equations, RANS) y la incorporación de un apropiado modelo de turbulencia. Esto tiene la ventaja de que la malla computacional empleada es suficiente. Sin embargo, es evidente que, incluso cuando se utiliza RANS, a veces es muy difícil de resolver el modelo complejo e inestable de la corriente en un río en 3D con grandes dimensiones, debido a las limitaciones en la potencia de los ordenadores. Esto es particularmente cierto cuando el problema investigado es parte de un río verdadero donde la corriente es turbulenta con formas irregulares, como bancos y lechos. Por lo tanto, diversas simplificaciones a las ecuaciones que rigen tienen que ser realizados con el fin de reducir las dimensiones del problema.

Los parámetros fundamentales para describir el flujo en un río son la presión y la velocidad del flujo. Si se supone un flujo incompresible y Newtoniano, entonces esos parámetros son gobernados por las ecuaciones constitutivas de Navier-Stokes que se basan en los principios físicos básicos de conservación de masa y momentum.

Para un flujo incompresible y turbulento se introduce la alternativa empleada en este trabajo para la simulación del flujo, la Alternativa de Ecuaciones Promediadas (Reynolds o Favre Averaged Navier-Stokes Equations, RANS), que es el promediado temporal de las ecuaciones mencionadas en el párrafo anterior.

Las ecuaciones instantáneas de transporte que gobiernan el flujo que se ha estudiado numéricamente en esta tesis son: de continuidad y de cantidad de movimiento, que pueden ser escritas en un sistema de coordenadas cartesiano de la siguiente manera:

## 2.2 Continuidad

La ley de conservación de masa es una declaración general de naturaleza cinemática, es decir, independiente de la naturaleza del fluido o de las fuerzas que actúan sobre éste. Expresa el hecho empírico de que en sistema fluido, la masa no puede desaparecer del sistema, ni ser creada. La cantidad  $U$  es, en este caso, la masa específica  $U = \rho$  en  $\text{Kg}/\text{m}^3$ .

Como se señaló anteriormente, no existe flujo difusivo para el transporte de masa, lo que significa que la masa sólo puede ser transportada por convección. Con el flujo convectivo definido por  $\vec{F}_c = \rho \vec{v}$  y en ausencia de fuerzas externas de masa la ecuación de continuidad, que expresa la conservación de masa, puede escribirse como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.1)$$

donde  $\vec{v}$  y  $\rho$  son, respectivamente, la velocidad y la densidad instantáneas de la mezcla reactiva.

## 2.3 Conservación de Cantidad de Movimiento

La conservación de cantidad de movimiento del flujo es descrita a través de la ecuación:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau} + \rho \vec{f}_m \quad (2.2)$$

donde  $p$  es la presión,  $\vec{\tau}$  es el tensor de esfuerzos viscosos y  $\vec{f}_m$  son las fuerzas másicas, por ejemplo la gravedad,  $g$ .

Según la ley de Navier-Poisson el tensor de esfuerzos viscosos es [2]:

$$\vec{\tau} = \mu(\nabla\vec{v} + \nabla\vec{v}^T) + \left(\mu_v - \frac{2}{3}\mu\right)(\nabla \cdot \vec{v})\vec{\delta} \quad (2.3)$$

donde  $\mu$  es la viscosidad molecular de la mezcla,  $\mu_v$  es el coeficiente de viscosidad volumétrico y  $\vec{\delta}$  es el tensor delta de Kronecker. Generalmente, el coeficiente de viscosidad volumétrico es despreciado [3].

Si se sustituye la ecuación (2.3) en (2.2), se obtienen las ecuaciones de Navier- Stokes:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{v}) + \nabla \cdot (\rho\vec{v}\vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \left[ \mu(\nabla\vec{v})^T - \frac{2}{3}(\nabla \cdot \vec{v})\vec{\delta} \right] + \rho\vec{g} \quad (2.4)$$

## 2.4 Modelo RANS

El flujo en los sistemas analizados en esta Tesis, como en la mayor parte de los problemas de interés práctico, es turbulento. Una de las características de los flujos turbulentos es la variación aleatoria e irregular tanto en el espacio como en el tiempo de las propiedades del fluido. En promedio, la no linealidad de las ecuaciones de Navier-Stokes incrementa los términos que deben de ser modelados. La complejidad de la turbulencia, la cual fue discutida brevemente arriba hace improbable que cualquier modelo simple de promedio



de Reynolds sea capaz de representar todos los flujos turbulentos; así entonces, los modelos de turbulencia deberían ser considerados como aproximaciones de ingeniería bastante más que leyes científicas.

El promediado de las ecuaciones instantáneas de conservación es una de las alternativas para la simulación de flujos turbulentos en ríos. Con este método se promedian todas las fluctuaciones de las escalas temporales; es decir, todas las fluctuaciones son consideradas como parte de la turbulencia y se resuelven las ecuaciones de transporte para los valores medios de las propiedades del fluido.

En flujos con densidad variable se pueden usar dos tipos de promedio. Uno es el promedio de Reynolds [4], no ponderado con la densidad, y usado generalmente en flujos con densidad constante, y el otro es el propuesto por Favre [2 y 5], que es ponderado con la densidad.

## 2.5 Promedio de Reynolds

En un flujo constante, cada variable puede ser escrita como la suma del valor del promedio del tiempo y una fluctuación alrededor de ese valor.

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (2.5)$$

Donde

$$\bar{\phi}(x_i) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \phi(x_i, t) dt \quad (2.6)$$

Aquí  $t$  es el tiempo y  $T$  promedio del intervalo. Este intervalo debe de ser grande comparado con el típico tiempo de escalas de las fluctuaciones; así, estamos interesados

en el límite de  $T \rightarrow \infty$  (Figura 1). Si  $T$  es suficientemente grande,  $\bar{\phi}$  no depende del tiempo en que el promediado empezó.

Si el flujo es inestable, el promedio del tiempo no puede ser usado y debe de ser reemplazado por un conjunto de promedios.

$$\bar{\phi} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \phi^{(i)} \quad (2.7)$$

donde  $N$  es el número de miembros del conjunto y debe ser lo suficientemente grande para eliminar los efectos de las fluctuaciones. Este tipo de promedio puede ser aplicado a cualquier fluido. Usamos el término *Promedio de Reynolds* para referirnos a cualquiera de esos procesos de promediado; aplicando esto a las ecuaciones de Navier-Stokes obtenemos las ecuaciones RANS.

La presencia del tensor de Reynolds y el escalar de flujo turbulento en la ecuación de conservación significa que esta última no está cerrada, es decir, contiene más variables que las ecuaciones que hay. Cerrarla requiere del uso algunas aproximaciones, las cuales normalmente toman la forma del tensor de Reynolds y el escalar de flujo turbulento en términos de las cantidades promedio.

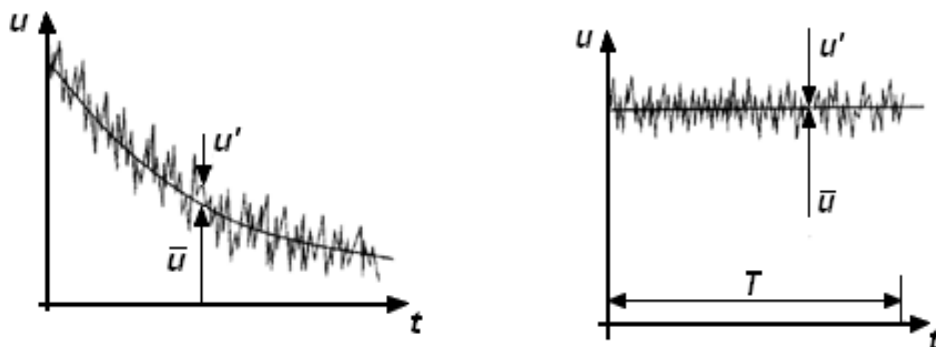


Fig.1 Promedio de tiempo para un flujo estable y promedio de tiempo para un flujo inestable

De la ecuación (2.6) se tiene que  $\overline{\phi'} = 0$ . Por lo tanto, promediando cualquier término lineal en la ecuación de conservación da un término idéntico para la cantidad promediada. De un término cuadrático no lineal obtenemos dos términos, el producto del promedio y una covarianza.

Como resultado, la ecuación de conservación contiene términos tales como  $\overline{\rho \vec{v}' \vec{v}'}$ , llamado el *Esfuerzo de Reynolds*, y  $\overline{\rho \vec{v}' \phi'}$ , conocido como *Escalar Turbulento de Flujo*, entre otros. Estos no pueden ser representados únicamente por términos de las cantidades promediadas

Si se aplica el promedio de Reynolds a las ecuaciones instantáneas de continuidad, cantidad de movimiento, se obtiene [4]:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = \\ -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot \left[ \underbrace{\mu \left( \nabla \vec{v} + (\nabla \vec{v})^T - \frac{2}{3} (\nabla \vec{v}) \vec{\delta} \right)}_{\text{I}} \right] - \underbrace{\nabla \cdot (\rho \vec{v}' \vec{v}')}_{\text{II}} + \rho \vec{g} \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \bar{\phi})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \bar{\phi}) = \\ -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot \left[ \mu \left( \nabla \bar{\phi} + (\nabla \bar{\phi})^T - \frac{2}{3} (\nabla \bar{\phi}) \vec{\delta} \right) \right] - \nabla \cdot (\rho \vec{v}' \phi') \end{aligned} \quad (2.10)$$

Las ecuaciones anteriores tienen una forma idéntica a las correspondientes ecuaciones instantáneas, con un término adicional  $\overline{\vec{v}' \phi'}$ , que involucra las fluctuaciones de la velocidad

y el escalar  $\phi$ , y que representa físicamente el transporte convectivo de  $\phi$  por movimientos turbulentos.

Si el promedio de Reynolds se aplica en la ecuación homogénea se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\bar{\phi}_z) + \nabla \cdot (\rho\bar{\vec{v}}\bar{\phi}_z) = \nabla \cdot (\Gamma\nabla\bar{\phi}_z) - \nabla \cdot (\overline{\rho\vec{v}'\phi'_z}) \quad (2.11)$$

Las ecuaciones anteriores tienen una forma idéntica a las correspondientes ecuaciones instantáneas, con un término adicional  $\overline{\vec{v}'\phi'_z}$ , que involucra las fluctuaciones de la velocidad y el escalar  $\phi$ , y que representa físicamente el transporte convectivo de  $\phi$  por movimientos turbulentos. En flujos turbulentos, el término (I) de las ecuaciones anteriores es generalmente despreciable frente al término (II). Por lo tanto, las ecuaciones (2.8), (2.9) y (2.10) se escriben como:

$$\nabla \cdot (\rho\bar{\vec{v}}) = 0 \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial(\rho\bar{\vec{v}})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\bar{\vec{v}}\bar{\vec{v}}) = -\nabla\bar{p} - \nabla \cdot (\overline{\rho\vec{v}'\vec{v}'}) + \rho\bar{\vec{g}} \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial(\rho\bar{\phi})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\bar{\vec{v}}\bar{\phi}) = -\nabla\bar{p} - \nabla \cdot (\overline{\rho\vec{v}'\phi'}) \quad (2.14)$$

Es posible derivar ecuaciones por correlaciones del más alto orden, por ejemplo para el tensor de esfuerzos de Reynolds, pero éste contiene todavía más. (y de un orden más alto) correlaciones desconocidas que requieren aproximaciones de modelación. Esas

ecuaciones serán introducidas después, pero el punto importante es que es imposible derivar un grupo cerrado de ecuaciones exactas. Las aproximaciones presentadas son llamadas “modelos de turbulencia”.

Si el flujo es de baja velocidad ( $Ma \ll 1$ ) generalmente se supone que las fluctuaciones de la presión son despreciables [6].

Los flujos turbulentos  $\overline{\vec{v}'\phi'}$ , de las ecuaciones (2.12), (2.13) y (2.14) son términos desconocidos que requieren modelización. El cierre del término  $\overline{\rho\vec{v}'\vec{v}'}$  de la ecuación media de cantidad de movimiento (2.9) se trata en el apéndice A.

El tratamiento del término  $\overline{\rho\vec{v}'\phi'}$ , se puede consultar en Jones et al [6] y [7], y Lindstedt [8].

# CAPÍTULO 3

## MÉTODO DE SOLUCIÓN

---

### 3.1 Introducción

El método de volúmenes finitos, es un método de solución a las ecuaciones presentadas en el capítulo anterior, las cuales componen la hidrodinámica del flujo medio. Este método está relacionado con otros métodos numéricos de aproximación como lo son los de elementos finitos y diferencias finitas. Por ello, en este capítulo se presenta dicho método de solución.

### 3.2 Método de Volúmenes Finitos

Mediante una ecuación general, se pueden representar las ecuaciones medias de continuidad, cantidad de movimiento y del modelo de turbulencia, donde la variable dependiente está representada por  $\bar{\phi}$ :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\bar{\phi}) + \nabla \cdot (\rho\bar{\mathbf{v}}\bar{\phi}) - \nabla \cdot (\Gamma_{\phi}\nabla\bar{\phi}) = \bar{S}_{\phi} \quad (3.1)$$

Donde  $\Gamma_{\phi}$  es el coeficiente de difusión y  $\bar{S}_{\phi}$  es el término fuente. Los términos del lado izquierdo de la ecuación (3.1) son el término transitorio, convectivo y difusivo, respectivamente. Los

términos  $\Gamma_\phi$  y  $\bar{S}_\phi$  están especificados para cada variable  $\bar{\phi}$ . En el caso de la ecuación de continuidad  $\bar{\phi} = 1$

Esta ecuación general (3.1), se puede discretizar con el método de volúmenes finitos. Con este método, el dominio se divide en pequeños volúmenes de control (figura 1), asociando a cada uno de ellos un punto nodal. De manera similar, se discretiza el tiempo en intervalos temporales. La ecuación diferencial resultante, se integra en cada volumen de control y en cada intervalo temporal, y el resultado es una ecuación discretizada que relaciona los valores de  $\bar{\phi}$  para un determinado grupo de puntos nodales. Esta ecuación algebraica expresa el principio de conservación de  $\bar{\phi}$  en el volumen finito, de la misma manera que la ecuación diferencial lo expresa para un volumen infinitesimal. La ecuación algebraica para un nodo  $P$  puede expresarse en forma general como:

$$a_P \bar{\phi}_P = \sum_{i,I=E,W,N,S,H,L} a_i \bar{\phi}_I + a_T \bar{\phi}_T + B \quad (3.2)$$

Donde el subíndice  $I$  representa las celdas vecinas,  $i$  la cara entre las celdas  $P$  e  $I$ ,  $T$  el valor correspondiente en el intervalo temporal anterior, y  $B$  el término fuente. La deducción detallada de la ecuación (2) puede consultarse en ([9] y [4]), así como en un gran número de textos de dinámica de fluidos computacional.

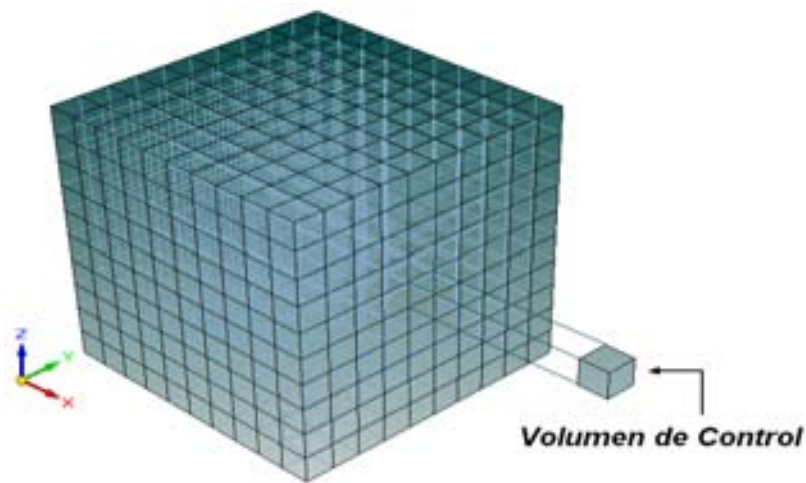


Figura 1. Representación del sistema discretizado en volúmenes finitos.

En el caso de una malla cartesiana, escalona (“staggered”) y uniforme (celdas de iguales dimensiones espaciales), se puede emplear por sencillez un volumen de control bidimensional, como el que se muestra en la figura 2 (el espesor de la celda en dirección  $z$  puede considerarse la unidad.) En una malla escalonada, las variaciones se encuentran definidas en el centro de la celda, mientras que las componentes de velocidad en cada dirección, correspondientes a la celda, se encuentran desplazadas a las caras de la celda.

En la figura 2, se muestra la notación de la celda y de sus vecinas. Dada una celda  $P$ , sus vecinas se nombrarán según las iniciales de los puntos cardinales (en inglés) en las direcciones “ $x$ ” e “ $y$ ” y como “ $Low$ ” y “ $High$ ” en la dirección  $z$ . Las caras de la celda se nombran con la misma nomenclatura, pero con letras minúsculas. A su vez, el tiempo también se discretiza. Las celdas en la dirección temporal se llaman intervalos temporales. La celda  $P$  en el paso temporal se nota como  $T$ .

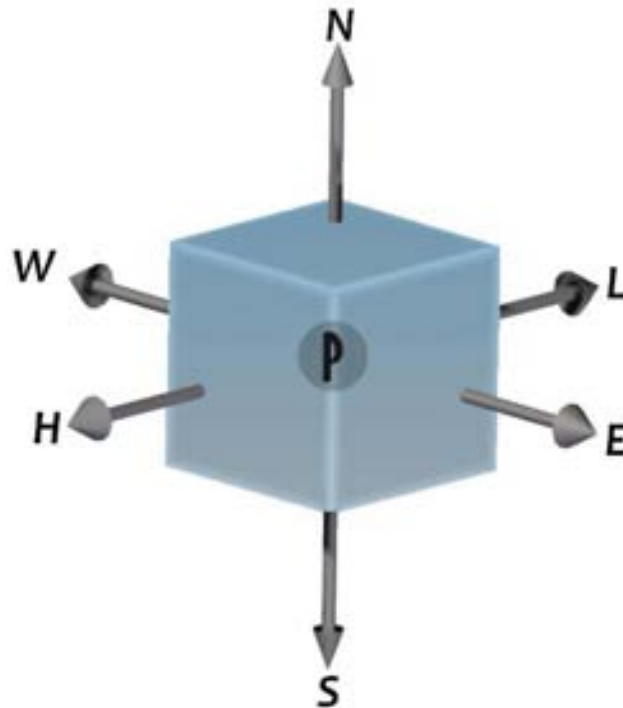


Figura 2. Diagrama esquemático de un volumen de control tridimensional.



A continuación, se presentan los términos de la ecuación discretizada (3.2).

Definiendo tres expresiones mediante los símbolos  $F, D$  y  $Pe$  como:

$$F = \rho \vec{v}_i, \quad D = \frac{\Gamma}{\delta_i}, \quad Pe = \frac{F}{D} \quad (3.3)$$

Donde  $\vec{v}_i$  es la velocidad en la cara  $i$ ,  $\delta_i$  es la distancia entre los nodos que incluyen la cara  $i$  y  $Pe$  es de número de Peclet, que es una relación entre la convección y la difusión. Las expresiones para  $F$  y  $D$  representan el efecto de los términos convectivo y difusivo, respectivamente, de la ecuación de transporte (3.1).

Los coeficientes  $a_i$  de la ecuación (3.2) son:

$$a_i = D_i f(|Pe|_i) + \max(-F_i, 0) \quad (3.4)$$

Los valores  $F$  y  $D$  en la cara de la celda de la ecuación (3.4) son:

$$F_i = (\rho \vec{v})_i \Delta_i \quad D_i = \frac{\Gamma_i \Delta_i}{(\delta_i)}, \quad i = n, s, e, w \quad (3.5)$$

donde  $\Delta_i$  es la longitud de la cara  $i$ .

Para determinar  $F_i$  se necesita conocer  $\rho$  y  $\vec{u}_i$  en la cara de la celda. El cálculo del término convectivo de la ecuación de transporte (3.1) requiere también el conocimiento de la variable escalar,  $\bar{\phi}$  en la cara de la celda. La velocidad  $\vec{v}_i$  está calculada en la cara de la malla escalonada; pero  $\rho$  y  $\bar{\phi}$  están calculados en el nodo y necesitan ser interpolados a la cara para calcular los coeficientes  $a_i$  de la ecuación discretizada (3.1).

La obtención de estas variables en la cara de la celda es importante para la precisión y convergencia de la solución. El cálculo de  $\rho$  y  $\bar{\phi}_i$  da lugar a los llamados esquemas de discretización. La función  $f(|Pe|)$  de la ecuación (4) depende del esquema de interpolación; por ejemplo, en el esquema de diferencias desplazadas,  $f(|Pe|) = 1$ . Para el sistema híbrido [9]:

$$f(|Pe|) = \max(0.1 - 0.5|Pe|) \quad (3.6)$$

En el apéndice B se presentan estos esquemas de discretización lineales con más detalle, pues son los que se utilizarán en esta tesis en la discretización del término convectivo de las ecuaciones de cantidad movimiento, energía, especies químicas y modelo de turbulencia.

El coeficiente para el término transitorio es:

$$a_T = \frac{\bar{P}_T \Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (3.7)$$

Para el cálculo del término  $D_i$  (3.5) se necesita obtener el coeficiente de difusión,  $\Gamma$ , en la cara de la celda. El coeficiente  $\Gamma$  no es necesariamente una constante, probablemente puede ser función de valores variables que se conocen en los nodos (por ejemplo, la temperatura) y por tanto es necesario interpolarlo en la cara. Esta interpolación puede ser aritmética o armónica. Como ejemplo, para la cara e, estas interpolaciones son:

$$\Gamma_e = \frac{\Delta x (\Gamma_P + \Gamma_E)}{2\delta x_e} \quad \Gamma_e = \frac{2\delta x_e}{\Delta x \left( \frac{1}{\Gamma_P} + \frac{1}{\Gamma_E} \right)} \quad (3.8)$$

El término fuente de la ecuación general (3.1),  $\bar{S}_\phi$  se linealiza como:

$$\bar{S}_\phi = \bar{S}_{\phi,c} + \bar{S}_{\phi,v} \tilde{\phi}_p \quad (3.9)$$

donde el término  $\bar{S}_{\phi,v}$  se elige de acuerdo a la relación existente entre  $\bar{S}_\phi$  y  $\bar{\phi}$ , en caso de depender el primero del segundo. El objetivo de la linealización del término fuente es mejorar la convergencia de la solución.

Con esta suposición, los términos  $\mathbf{B}$  y  $\mathbf{a}_p$  de la ecuación (3.2) son:

$$B = \bar{S}_{\phi,c} \Delta x \Delta y + a_T \bar{\phi}_T \quad (3.10)$$

$$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s + a_T - \bar{S}_{\phi,v} \Delta x \Delta y \quad (3.11)$$

La ecuación (3.2) se aplica en cada celda del dominio, para cada  $\bar{\phi}$  y para cada paso temporal  $\Delta t$ , por lo que se tiene un sistema de ecuaciones lineales (los coeficientes  $a$  pueden depender, directa o indirectamente de  $\bar{\phi}$ , por lo que el sistema es realmente pseudo-lineal). Para resolver este sistema de ecuaciones se puede utilizar cualquier método de resolución de ecuaciones lineales.

En el cálculo de las velocidades a partir de las ecuaciones de cantidad de movimiento, se tiene el inconveniente de que la presión, cuyo gradiente aparece como término fuente en las ecuaciones de cantidad de movimiento, no tiene una ecuación propia para calcularla. Una solución ampliamente utilizada, es transformar la ecuación de continuidad en una ecuación para la presión.

Entre los algoritmos iterativos que se basan en este procedimiento, están los de la familia SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure- Linked Equations), ([10], [9] y [8]). El algoritmo utilizado en esta tesis para resolver el problema de acoplamiento velocidad-presión pertenece a esta familia.

El proceso de solución de este sistema de ecuaciones es iterativo y durante éste, las ecuaciones del sistema, en general, no se cumplen; el balance entre la parte izquierda y derecha de la ecuación se denomina residuo. La convergencia del proceso iterativo se da cuando los residuos disminuyen.

Para procurar acelerar esta convergencia, se utiliza un método de relajación de algunas de las variables dependientes y propiedades. Se emplean dos tipos de relajación: la inercial y la lineal. La relajación inercial se emplea para las velocidades y los parámetros de turbulencia, y aumenta la diagonal de la matriz de coeficientes el agregar a la ecuación de cualquier variable  $\bar{\phi}$ , el término fuente:

$$\bar{S}_{\phi,r} = \frac{\rho V_P}{\Delta t_f} (\bar{\phi}_P^{(n-1)} - \bar{\phi}_P^{(n)}) \quad (3.12)$$

donde  $V_P$  es el volumen de la celda  $P$ ,  $\Delta t_f$  es el intervalo de tiempo falso y el superíndice  $n$  se refiere al número de iteración.

Para la presión y la densidad se emplea la relajación lineal dada por:

$$\bar{\phi}_P^{(n)} = \alpha \bar{\phi}_P^{sol} + (1 - \alpha) \bar{\phi}_P^{(n-1)} \quad (3.13)$$

donde  $\alpha$  es el factor de relajación, el superíndice “*sol*” se refiere al valor de la propiedad proporcionado por el “solver” en la iteración actual. El factor de relajación  $\alpha$ , normalmente toma valores entre 0 y 1.

El criterio de convergencia utilizado para detener el proceso iterativo para un paso temporal dado y pasar al siguiente es tal que, para cada variable, la suma de los valores absolutos de los residuos en todo el dominio sea menor que un determinado porcentaje de un valor de referencia.

En este trabajo, se usa el código de Dinámica de Fluidos Computacional, PHOENICS [12], para resolver las ecuaciones que describen la aerodinámica del flujo, recordando que son, la de continuidad, de cantidad de movimiento, de energía, de especies químicas y de turbulencia.

En geometrías complejas usualmente es difícil hacer una subdivisión en multibloques. Las alternativas a la generación de mallas en geometrías complejas son el uso de las mallas BFC (Body Fitted Coordinates) o celdas cortadas (Cut-Cell Method).

Las Mallas BFC se caracterizan por la deformación del Volumen de control hasta obtener la geometría deseada, sin embargo la representación de la batimetría de un río se vuelve complicada y no se obtiene una representación del todo exacta, aunque se tiene la ventaja de que las celdas se acoplan a la malla y la discretización de ecuaciones se trata como ya se ha mencionado.

En las Celdas cortadas, la malla computacional es cortada del entorno para conformar la geometría de interés.

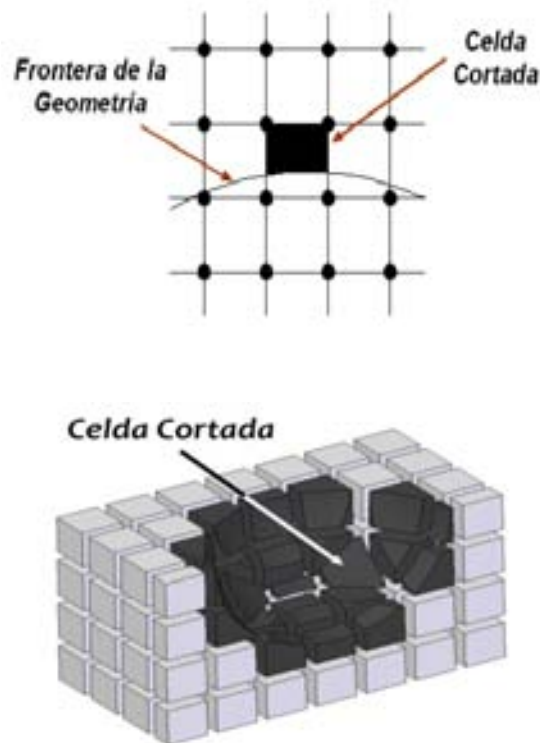


Figura 3 Malla cartesiana en 2 y 3 dimensiones.

La desventaja obvia de este tipo de mallado es que no representa adecuadamente la curvatura o la inclinación de las superficies. Es por esto que en un caso donde se emplea el método “cut-cell” se tiene tres tipos de celdas

### **3.3 Método “Cut-Cell”**

Una de las primeras tareas a enfrentarse en la Dinámica de Fluidos Computacional es la generación de una adecuada malla computacional [14]. Aunque hay una gran variedad de técnicas de generación de mallas, la generación de una malla adecuada para geometrías complejas y geometrías con varios elementos es todavía una tarea complicada. Los dos enfoques tradicionales son el uso de una estructurada malla adaptada al cuerpo utilizando una estructura con varios bloques en que los bloques pueden ser superpuestos y el uso de un completamente desorganizado mallado adaptado al cuerpo Fig. 4.

En este tipo de aproximaciones, el mallado se adapta lo más posible a la geometría del cuerpo. Este es uno de los más sofisticados métodos para generar un mallado para satisfacer los requerimientos de homogeneidad y continuidad del tamaño de celda.

Los sistemas de generación de malla estructurados discretizan las fronteras de las superficie del dominio del fluido usando cuadriláteros denominados malla de superficie y llenan el interior con hexaedros. La malla interna del dominio se denomina volumen de malla. La generación de una malla estructurada empieza distribuyendo puntos a lo largo de los límites curvos. El procedimiento usual es colocar los nodos más densos en las regiones con alta curvatura. Usando la distribución de puntos sobre las fronteras curvas, la malla es generada.

Las mallas no estructuradas se componen típicamente de triángulos en 2D y tetraedros en 3D. En el caso de las mallas no estructuradas, los nodos y las mallas de las celdas son casi ordenados al azar, esto lleva a una gran flexibilidad en la geometría de las mallas no estructuradas ya que la malla no necesita formar ninguna topología predeterminada.

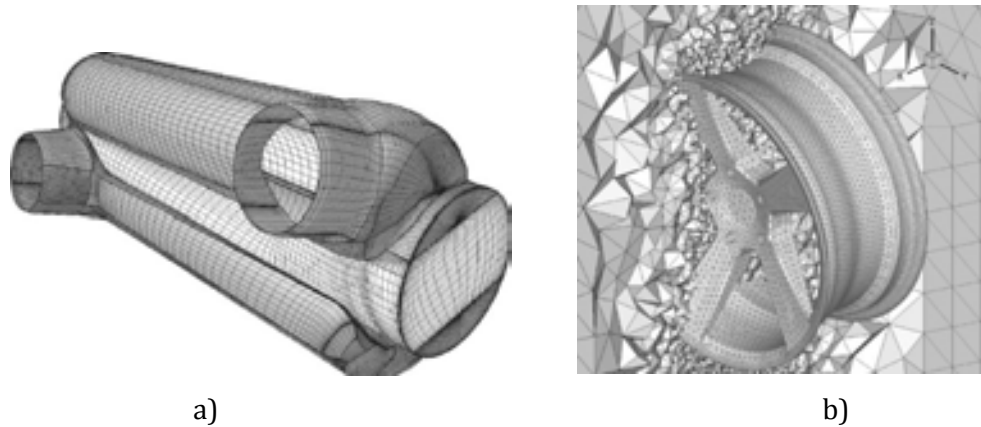


Fig. 4 Malla a) Estructurada b) No estructurada

Ambos enfoques requieren de esfuerzos significantes para asegurar que la malla generada es de suficiente calidad y que la geometría representada proporcionara una solución de calidad. Incluso en casos donde una descripción detallada de la geometría es disponible desde un sistema CAD, la generación de mallado todavía puede ser una tarea complicada. Requiriendo mucho más tiempo para generar el mallado que para simular el flujo del fluido.

Un planteamiento alternativo es el uso de “Cartesian Cut-Cells”. Este enfoque conceptual “corta” cuerpos sólidos fuera de un fondo de malla cartesiana. Aunque originalmente fue desarrollado para flujos potenciales, el método ha sido satisfactoriamente aplicado a las ecuaciones de Euler en dos y tres dimensiones [15,16,17], para las ecuaciones de aguas superficiales y extendido a tratar con bajas velocidades en flujos incompresibles y flujos que involucran movimiento de material en zonas de interacción.

Las ecuaciones gobernantes son discretizadas usando la técnica de los volúmenes finitos con una consideración especial dada para el tratamiento de los límites de las celdas cortadas. La Fig. 5 muestran algunos tipos de celdas cortadas sobre una superficie escalonada y también alrededor de un cilindro. Esas celdas son tratadas usando un método de interpolación de celdas cortadas híbrido. Los detalles de discretización para la técnica de celdas cortadas son dado primero.

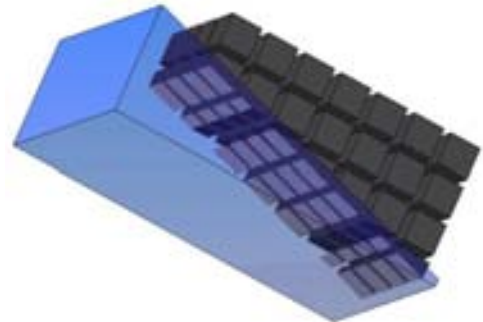
### 3.3.1 Discretización de las Celdas Cortadas

La integración de las ecuaciones diferenciales que gobiernan el flujo sobre un volumen de control regular ha sido discutida en muchos textos [9,13]. Sin embargo, esta integración sobre celdas irregulares merece atención. La integración puede ser expresada como:

$$\int \int \frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{\phi}) dx dy + \int \int \nabla \cdot (\rho \bar{v} \bar{\phi}) dx dy - \int \int \nabla \cdot (\Gamma_{\phi} \nabla \phi) dx dy = \int \int \bar{S}_{\phi} dx dy \quad (3.14)$$

Donde las integrales se aplican sobre la extensión de una celda en particular

***Celdas Cortadas Sobre una Superficie Escalonada***



***Celdas Cortadas Alrededor de un Cilindro***

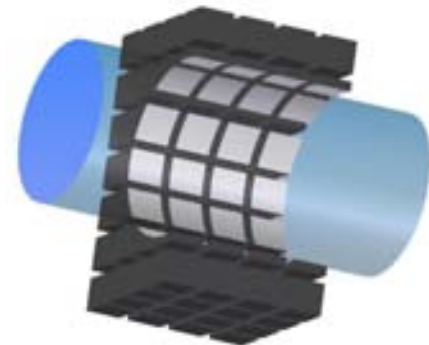


Fig. 5 Celdas cortadas en un límite sólido



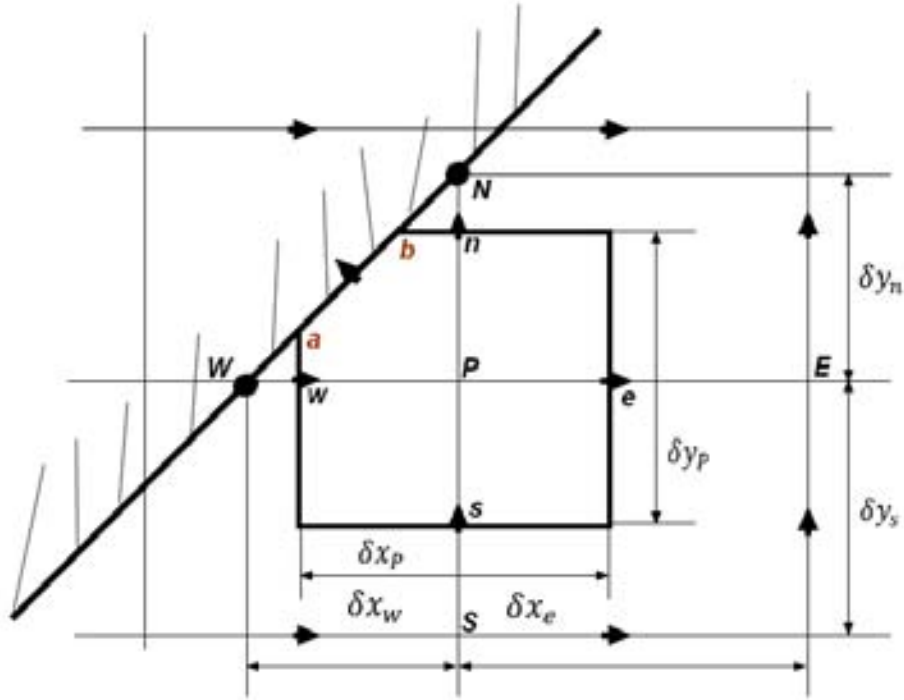


Fig. 6 Límite de las celdas cortadas en una malla cartesiana escalonada

### 3.3.1.1 Término transitivo

Para el límite del volumen de control cortado mostrado en la Fig. 6, la discretización llega a ser.

$$\iint \frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{\phi}) dx dy = \frac{(\rho \phi)_P^n - (\rho \phi)_P^o}{\Delta t} A_p \quad (3.15)$$

Donde los subíndices  $n$  y  $o$  representan los nuevos y viejos valores para un tiempo de paso  $\Delta t$ .  $A_p$  es el área del límite de celda "P" mostrado en la Fig. 6 y éste necesita ser evaluado para cada límite de celda cortada. Para una celda normal sin cortar, sin embargo  $A_p = \Delta x_p \Delta y_p$ .

### 3.3.1.2 Término Convectivo

El flujo convectivo puede ser evaluado como:

$$\int \int \nabla \cdot (\rho \bar{v} \bar{\phi}) dx dy = c_n \phi_n - c_s \phi_s + c_e \phi_e - c_w \phi_w \pm c_{ab} \phi_{ab} \quad (3.16)$$

Donde  $\phi_n, \phi_s, \phi_e, \phi_w$  y  $\phi_{ab}$  son los valores de  $\phi$  al norte, sur, este, oeste, y en la cara ab de la celda siendo integradas.  $c_n, c_s, c_e, c_w$  y  $c_{ab}$  como flujos de masa en cada cara y serán evaluadas de la siguiente manera

$$c_n = q_n (\rho v)_n \Delta x_p \quad (3.17)$$

$$c_s = q_s (\rho v)_s \Delta x_p \quad (3.18)$$

$$c_e = q_e (\rho v)_e \Delta y_p \quad (3.19)$$

$$c_w = q_w (\rho v)_w \Delta y_p \quad (3.20)$$

$$c_{ab} = \rho u_{ab} \Delta S_{ab} \quad (3.21)$$

Donde el flujo de masa a través de las caras de las celdas por ejemplo  $(\rho v)_n$  son interpoladas linealmente basadas en el valor de su nodo vecino por el volumen de control  $u$  y  $v$ . Para volúmenes de control escalares a causa del escalonamiento adoptado esos flujos de masa son disponibles sin necesidad de interpolación.  $\Delta x_p$  y  $\Delta y_p$  son mostrados en la Fig. 6.  $u_{ab}$  es la velocidad normal a la superficie cortada  $ab$  y  $\Delta S_{ab}$  Es el tamaño de la superficie de la celda cortada  $ab$ .

Para tomar el valor de la propiedad en la cara de cada celda en cuenta en las ecuaciones (3.17)-(3.21) cuatro coeficientes son introducidos. Estos están definidos como:

$$q_n = \frac{\Delta x_n}{\Delta x_p}, \quad q_s = \frac{\Delta x_s}{\Delta y_p}, \quad q_e = \frac{\Delta y_e}{\Delta y_p}, \quad q_w = \frac{\Delta y_w}{\Delta y_p}, \quad (3.22)$$

Donde  $\Delta x_n, \Delta x_s, \Delta y_e, \Delta y_w$  son los tamaños reales de las caras celdas norte, sur, este, oeste. Para los límites de las celdas cortadas esos factores varían entre 0 y 1. Para las celdas cortadas mostradas en la Fig.5 La integración de los términos de convección involucra la evaluación de los flujos de convección a través de las caras  $n, s, e, w$  y  $ab$ . Para una superficie impermeable el flujo convectivo en  $ab$  es cero. Como parte del cálculo del flujo  $\phi$  debe ser evaluado en las caras de las celdas.

### 3.3.1.3 Término Difusivo

El término difusivo puede ser integrado como

$$\begin{aligned} \int \int \nabla \cdot (\Gamma_\phi \nabla \phi) dx dy = & \left[ q_n \Delta x_p \Gamma_{\phi_n} \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - q_n \Delta x_p \Gamma_{\phi_n} \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n \right] \\ & + \left[ q_e \Delta x_p \Gamma_{\phi_e} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - q_w \Delta x_p \Gamma_{\phi_w} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] - (1 - q_w) \Delta y_p \Gamma_{\phi_{ab}} \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_{ab} \\ & + (1 - q_n) \Delta x_p \Gamma_{\phi_{ab}} \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_{ab} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Donde el subíndice  $ab$  representa el valor del parámetro en la cara  $ab$  de la frontera de la celda cortada mostrada en la Fig. 6.

La tarea clave en la discretización del término difusivo es la precisa evaluación de los gradientes de la cara de la celda de  $\phi$ . Aquí, para las caras interiores, son usadas diferencias de segundo orden. Sin embargo, esto es menos directo para conseguir aproximaciones de gradientes de alto orden para los lados de las caras en los límites ( $n, w$  y  $ab$  en la Fig. 6) de una celda cortada.

### 3.3.1.4 Término Fuente

$$\int \int \bar{S}_\phi dx dy = S_\phi A_P \quad (3.24)$$

Habiendo evaluado la convección, el flujo difusivo y los términos fuente, las ecuaciones discretizadas para  $\phi$  pueden ser escritas en forma general.

$$a_P \phi_P = \sum a_{nb} \phi_{nb} + S_P \quad (3.25)$$

Donde el subíndice  $nb$  indica los vecinos de la celda “P”. Las detalladas expresiones del coeficiente  $a_P$  y  $a_{nb}$  en la ecuación (3.25) dependen del esquema particular adoptado para discretizar el término convectivo.

### 3.3.2 Puntos de Intersección

El método cartesiano “cut-cell” proporciona una flexible y eficiente alternativa al tradicional método BFC. La aproximación del método “cut-cell” usa un fondo con una malla cartesiana para la mayoría de los dominios con un especial manejo aplicado a las celdas que son cortadas por cuerpos sólidos y así mantienen una frontera conformando la malla.

Una malla cartesiana “cut-cell” es generada por “cortar” los cuerpos sólidos fuera de un fondo de malla cartesiana. Esto resulta en formación de líquido, sólido y cuadrículas cortadas [17]. Con el fin de generar las celdas cortadas, las superficies de los cuerpos son representadas usando poli líneas cuyos nudos son definidos en la dirección contraria a las manecillas del reloj.

Así,

$$P_i = \{(x_0, y_0), \dots, (x_j, y_j), \dots, (x_n, y_n)\} \quad (3.26)$$

Define la  $i$ -ésima región sólida.

Los puntos de intersección de un determinado segmento de línea, definidos por empezar y terminar en las coordenadas  $(x_s, y_s)$  y  $(x_e, y_e)$  respectivamente, se encuentran de la siguiente manera. Antes de proceder, es necesario determinar tanto la pendiente  $Q$  del segmento de línea como las celdas donde se encuentran el punto inicial y final. La ubicación  $(I_s, J_s)$  de la celda que contiene la coordenada inicial.

$$I_s = \text{int} \left( \frac{x_s - x_0}{\Delta x} \right) + 1 \quad \text{y} \quad J_s = \text{int} \left( \frac{y_s - y_0}{\Delta y} \right) + 1 \quad (3.27)$$

Donde  $x_0$  y  $y_0$  son las coordenadas de la esquina inferior izquierda del dominio computacional. La ubicación  $(I_e, J_e)$  que corresponde al punto final es encontrada de una manera similar. Por conveniencia también se identifica en cuál de los cuatro cuadrantes  $(0^\circ, 90^\circ]$ ,  $(90^\circ, 180^\circ]$ ,  $(180^\circ, 270^\circ]$ ,  $(270^\circ, 360^\circ]$  descansa la pendiente.

La intersección requerida de puntos puede ser ahora encontrada. La figura 7 muestra un segmento de línea cortando un fondo de malla cartesiana. Supongamos que los puntos de intersección del segmento de línea con la celda  $(i, j)$  se encuentran. Claramente el punto  $\mathbf{a}$  en el cual el segmento de línea atraviesa la celda es de hecho conocido por que es el punto de salida de la celda cortada previa. Por lo tanto, sólo es necesario determinar el punto de salida,  $\mathbf{b}$ , para la celda  $(i, j)$ . Dado que  $\mathbf{a}$  está del lado izquierdo de la celda y  $Q \in (0^\circ, 90^\circ]$ , el punto de salida deberá situarse por encima y a la derecha de  $\mathbf{a}$  localizando el punto de salida ya sea en la parte superior o en la parte derecha de la celda. Los puntos de intersección  $\mathbf{b}$  entre el segmento de línea y la línea  $y_{j+1} = y_0 + (j + 1)\Delta y$ , y  $\mathbf{c}$ , entre el segmento de línea y la línea  $x_{i+1} = x_0 + (i + 1)\Delta x$ , son encontrados. Puesto que  $y_c > y_{j+1}$  el punto de salida deberá ser  $(x_b, y_b)$ .

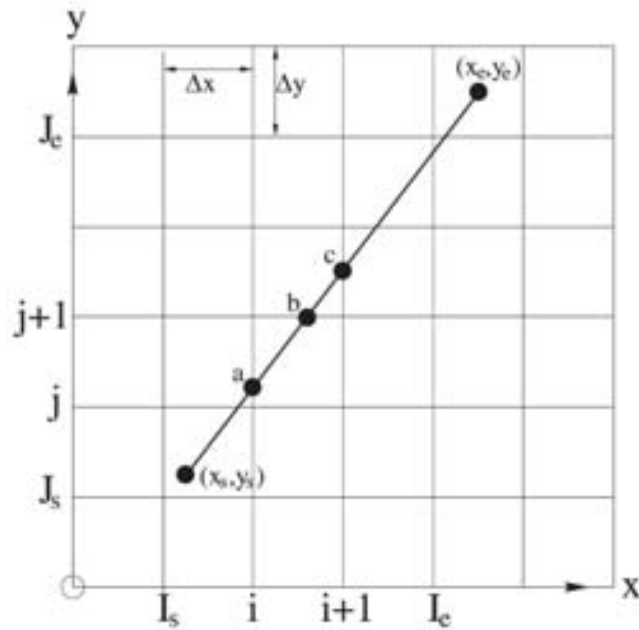


Fig. 7 Puntos de intersección en un segmento de línea

Este proceso es repetido para todas las subsecuentes celdas intersecadas por el segmento de línea hasta alcanzar la celda  $(I_e, J_e)$ . Los casos donde  $Q$  descansa sobre otro cuadrante se pueden tratar análogamente.

Un enfoque similar se puede usar en un espacio de tres dimensiones, pero la superficie del cuerpo es definida usando una triangulación de superficie adaptada. En esta superficie, la triangulación tiene sólo la suficiente calidad para dar una correcta representación del cuerpo ya que no se usa directamente para discretizar la solución del flujo, representaciones obtenidas de sistemas CAD son apropiadas normalmente.

Inicialmente, todas las celdas en el fondo de la malla son marcadas como celdas de flujo o celdas sólidas. Una vez que todas las intersecciones de las celdas cortadas han sido establecidas, las celdas que intersecan la frontera de cualquier región sólida son registradas como celdas cortadas. Barridas a través de la malla son hechas para identificar que celdas o serie de celdas son delimitadas por sólidos o celdas parcialmente cortadas, éstas son registradas como celdas sólidas. Tres tipos de celdas son formadas en el dominio computacional. Estas son las celdas cortadas y dos tipos de celdas sin cortar llamadas celdas de flujo y celdas sólidas Fig. 8.

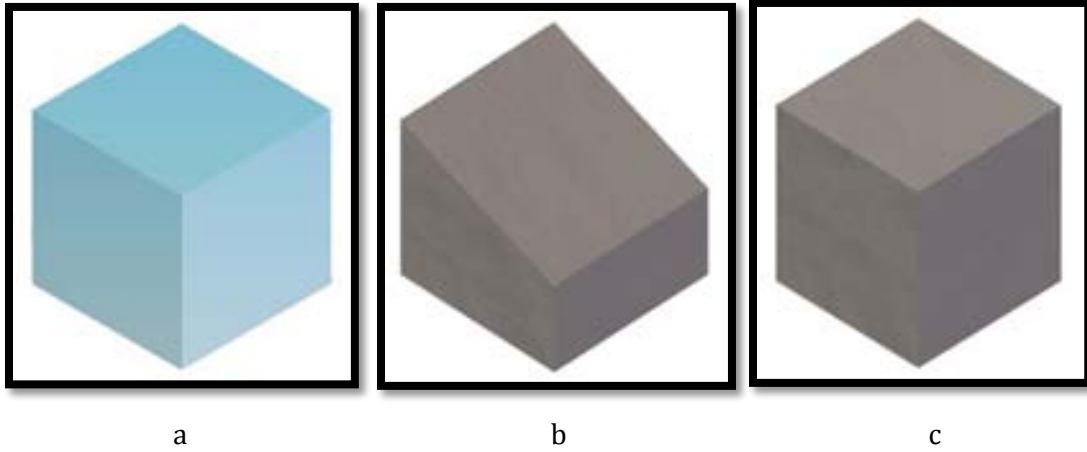


Fig. 8 a) Celda de Flujo b) Celda Cortada c) Celda Sólida

Para un método de volúmenes finitos, la dirección de la normal hacia el exterior debe de ser conocida para cada cara del sólido, y el área de cada cara de las celdas no cortadas y el volumen de las celdas sin cortar de las celdas debe de ser determinado. En la implementación original, 16 tipos de celdas se utilizaron para calcular esta información geométrica. El área del fluido en los lados de las celdas puede ser calculada, basándonos en los puntos de intersección en los bordes de las celdas. Si la cara de los sólidos es ahora aproximada a un cuadrilátero no plano, este vector normal y el área pueden ser calculados usando [18,19].

$$|S| = \sqrt{(S_x^L - S_x^R)^2 + (S_y^L - S_y^R)^2 + (S_z^L - S_z^R)^2} \quad (3.28)$$

$$n = \frac{1}{|S|} \begin{pmatrix} S_x^R - S_x^L \\ S_y^R - S_y^L \\ S_z^R - S_z^L \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

$$V = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^M P_i \cdot n_i S_i \quad (3.30)$$

Donde  $S_{xyz}^{LR}$  es la cara derecha o izquierda de la celda cartesiana cuando es vista desde la dirección  $x$ ,  $y$  o  $z$ .  $P_i$ ,  $n_i$  y  $S_i$  son el centroide, el vector normal y el área en la  $i$ -ésima cara de la celda.

Dentro del método cartesiano "cut-cell" es necesario usar un volumen finito, solucionador de flujo, basado en conducción y balance de flujo alrededor de los bordes de las celdas. Este planteamiento permite el inusual número de bordes que existirán en las celdas cortadas a ser consideradas.



# CAPÍTULO 4

## SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL FLUJO EN EL RÍO CARRIZAL

---

### 4.1 Introducción

En este capítulo se presentan los resultados de la simulación numérica del flujo en un río. La configuración a simular representa el modelo físico de las obras de control en el río Carrizal, para la cual se tienen datos a partir de mediciones experimentales [1]. Estos resultados son predichos por el modelo presentado en el capítulo 2 y cuyas ecuaciones son resueltas por el método presentado en el capítulo 3.

Inicialmente se muestra la configuración experimental del río, así como los detalles numéricos que se usaron para simular el flujo del mismo. Después se presenta un análisis cualitativo de los resultados del modelo numérico. Finalmente son comparadas las predicciones con los datos experimentales.

### 4.2 Configuración Experimental

La configuración experimental a simular, consta de una sección del río Carrizal (figura 1). Esta sección se localiza en el punto de partida de los ríos Samaria y Carrizal en el poblado Macayo en los límites entre Tabasco y Chiapas.

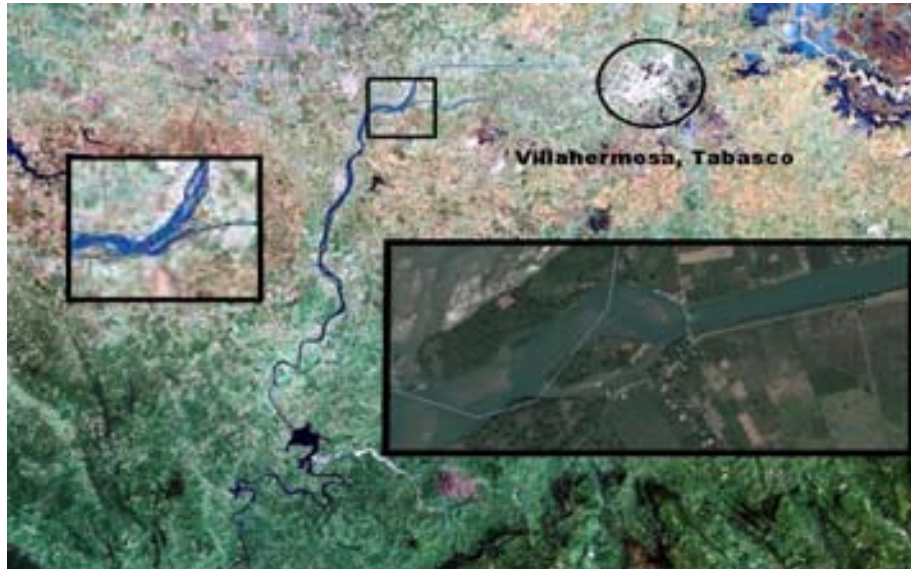


Fig. 1 Sección del río a simular

Una descripción esquemática de la configuración experimental del modelo físico de la estructura de control sobre el río Carrizal [1], se presenta en la figura 2.

Esta estructura se distingue por incluir un canal con descarga controlada por tres compuertas radiales en la margen izquierda del río (con dos pilas y un tanque amortiguador) y un vertedor de canal lateral en la margen derecha. El correspondiente modelo se construyó con escala 1:60 en el Laboratorio de Hidráulica Fluvial del Instituto de Ingeniería, UNAM.



Fig. 2 Modelo Físico Escala 1:60

La batimetría del río en la sección donde se construyeron las obras de control así como el diseño de éstas se muestra en la Figura 3.

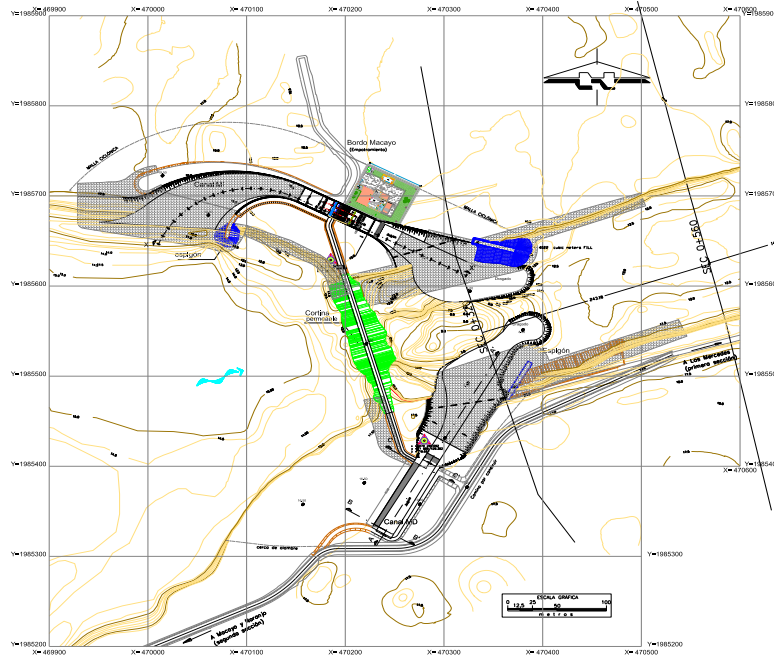


Fig. 3 Batimetría del río.

Canal de margen izquierda:

- a) El ancho del canal de sección rectangular es de 15 m, en la zona donde se localizan las pilas.
- b) Cuenta con tres compuertas radiales, con ancho de 5 m cada una, y a dos pilas de 1 m de ancho.
- c) Hay un tanque amortiguador aguas abajo de las pilas. La profundidad del tanque es de 6 [m] con longitud de 34.17 [m]. Se incluyen cinco dientes (baffles) de 2.5 [m] de altura por 1.8 m de ancho; dicho tanque termina con un umbral con ángulo de inclinación de 45 grados con respecto a la horizontal, por lo que la plantilla del canal de descarga empieza a la elevación 8.00 msnm; después, la plantilla del canal continúa en forma horizontal hasta la descarga al río.

En las Figs. 4 y 5 se muestran las dimensiones del diseño ensayado en el modelo del tanque amortiguador y de los dientes que se incluyen en el mismo.

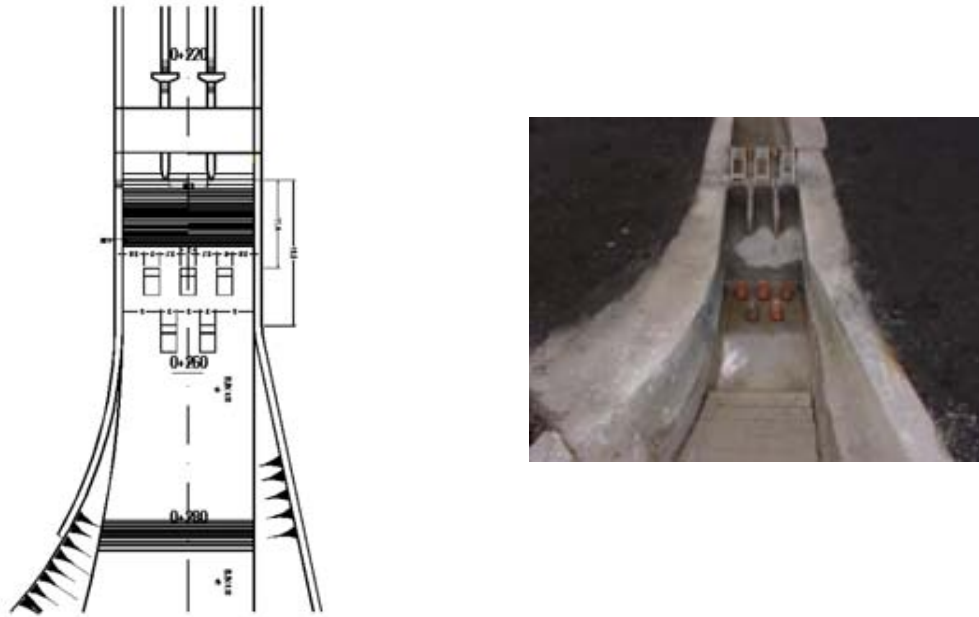


Fig. 4 Vista en planta del tanque amortiguador del canal de margen izquierda (Acotaciones en m)

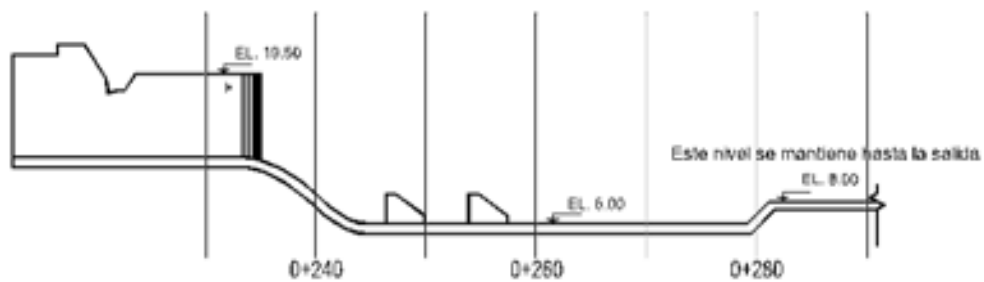


Fig. 5 Perfil longitudinal del tanque amortiguador del canal de margen izquierda (Acotaciones en m)

Vertedor de canal lateral:

- a) La longitud de la cresta vertedora es de 83 [m].
- b) El ancho de la plantilla del canal es de 20.0 [m] con pendiente horizontal, talud de 0.5:1 y longitud de 86.6 [m]. La elevación de la plantilla del canal es de 9 msnm.

- c) Al final del canal colector se tiene una transición para pasar al canal de descarga que es de sección trapezoidal, con talud 2:1. La longitud del canal de descarga es de casi 150 [m], con pendiente de plantilla horizontal, a la elevación 8.00 msnm.

En las fig. 6 se muestra las dimensiones del diseño final del vertedor de canal lateral y de los dientes que se incluyen en la plantilla del canal colector.

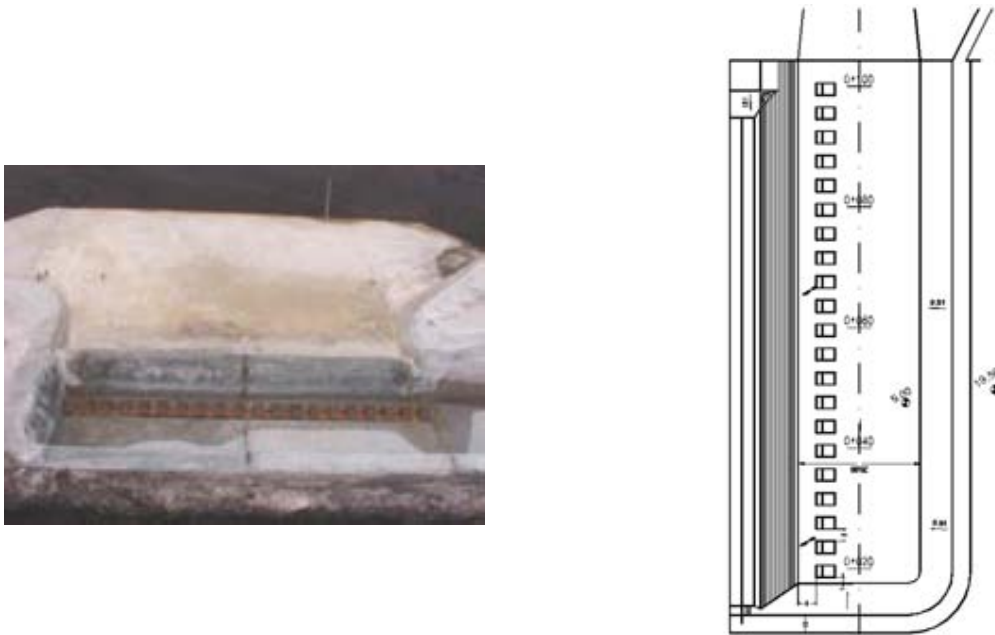


Fig. 6 Vista en planta de las dimensiones finales del canal colector

### 4.3 Detalles Numéricos

El flujo de río presentado anteriormente, se simula con el modelo descrito en el capítulo 3. La simulación del flujo se realiza en tres dimensiones (en coordenadas cartesianas). La Fig. 7 muestra la zona que representa esquemáticamente la zona de estudio de interés.



Fig. 7 Representación esquemática de las Obras Hidráulicas

El modelo numérico (Fig. 8) se realizó en base a las dimensiones del prototipo del río y se escaló 1:60 al igual que el modelo físico.

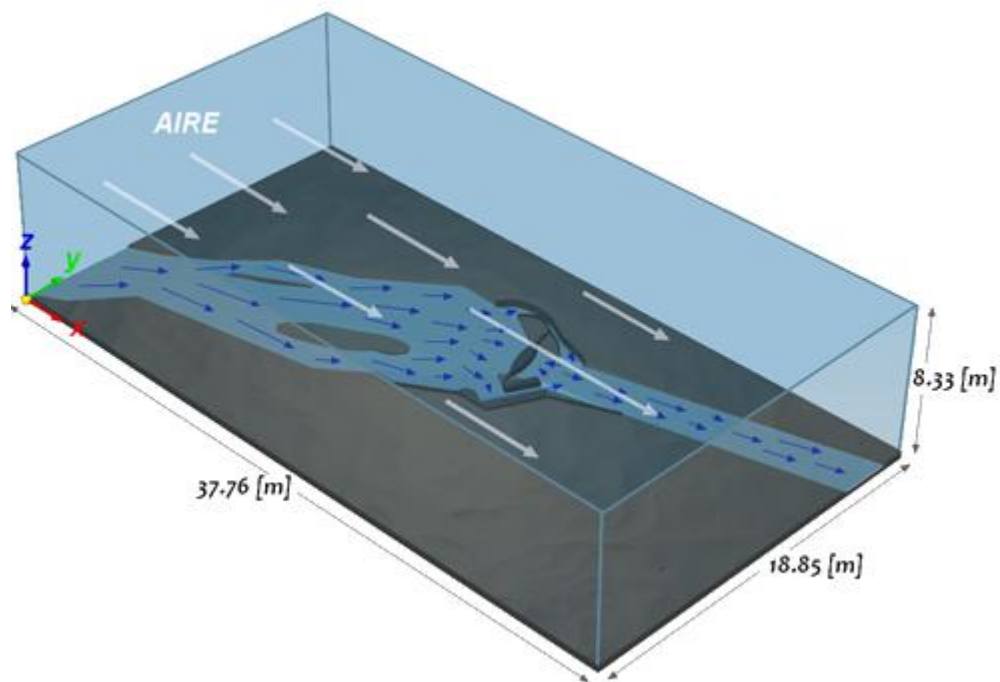


Fig. 8 Representación Esquemática de la Simulación

El dominio del cálculo se discretiza en el plano X-Y, cuya configuración se ilustra en la figura 9. La discretización en el plano X-Z es representada en la figura 10. La discretización en el plano Y-Z es representada en la figura 11.

La figura 8 representa el mallado del plano X-Y, la discretización se realiza de la siguiente manera: para el eje X, se divide en tres subdominios o regiones de importancia, comenzando del lado izquierdo hacia el lado derecho, las cuales constan:

SUBREGIÓN	CELDAS	LONGITUD [m]
1	40	16.8
2	60	6.77
3	20	14.18

*Tabla 1 Subregiones en la Dirección X*

De tal forma, que se tiene una distancia total de la región en la dirección X de la simulación de 37.76 [m]. La mayor concentración de las celdas por unidad de longitud, se encuentran en la 2ª región.

El eje Y de igual manera se divide en tres regiones, las cuales son:

SUBREGIÓN	CELDAS	LONGITUD [m]
1	45	8
2	70	7.8
3	5	3.05

*Tabla 2 Subregiones en la Dirección Y*

De tal forma, que se tiene una distancia total de la región en la dirección Y de la simulación de 18.85 [m]. La mayor concentración de las celdas por unidad de longitud, se encuentran en la 2ª región.

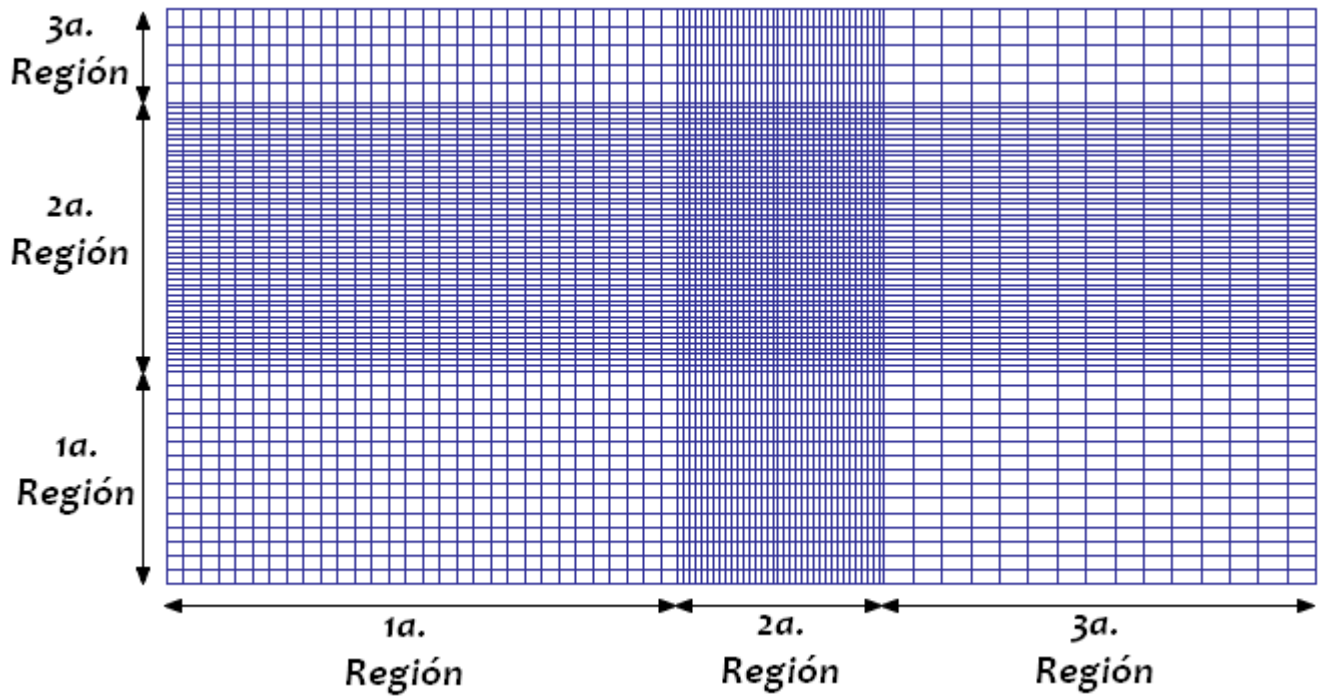


Fig. 9 Mallado en el Plano X-Y

El mallado en el plano X-Z, como se muestra en la figura 9, representa la discretización en la dirección del eje X, que se hizo la descripción anteriormente; para el eje Z, se divide en tres subdominios o regiones de importancia, las cuales constan:

SUBREGIÓN	CELDAS	LONGITUD [m]
1	8	.33
2	4	.5
3	8	8.33

Tabla 3 Subregiones en la Dirección Z

De tal forma, que se tiene una distancia total de la región en la dirección Z de la simulación de 8.33 [m]. La mayor concentración de las celdas por unidad de longitud, se encuentran en la 1ª, y 2ª región.



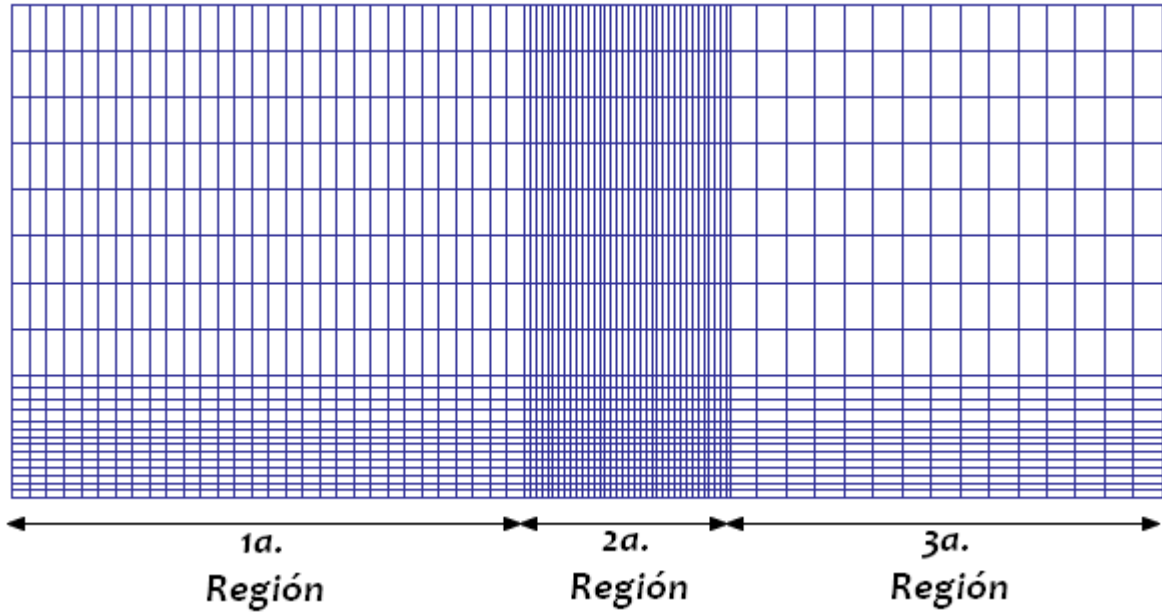


Fig. 10 Mallado en el Plano X-Z

De tal forma, que se tiene una distancia total de la región en la dirección Y de la simulación de 500 [m]. La mayor concentración de las celdas por unidad de longitud, se encuentran en la 1ª, 2ª y 3ª región.

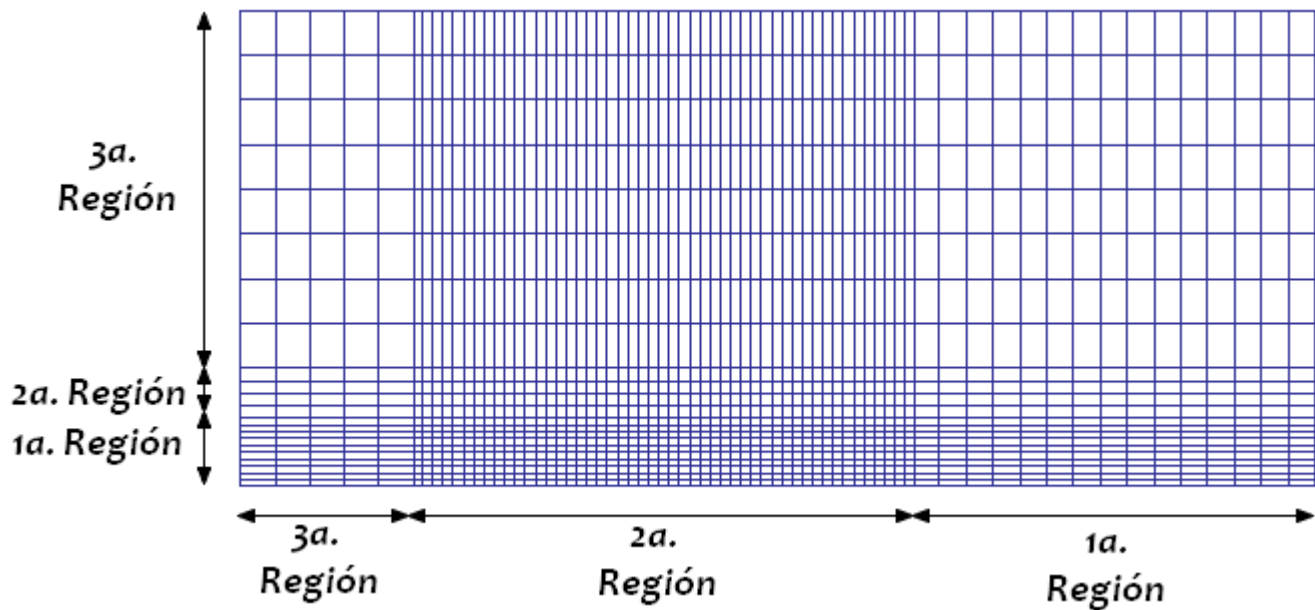
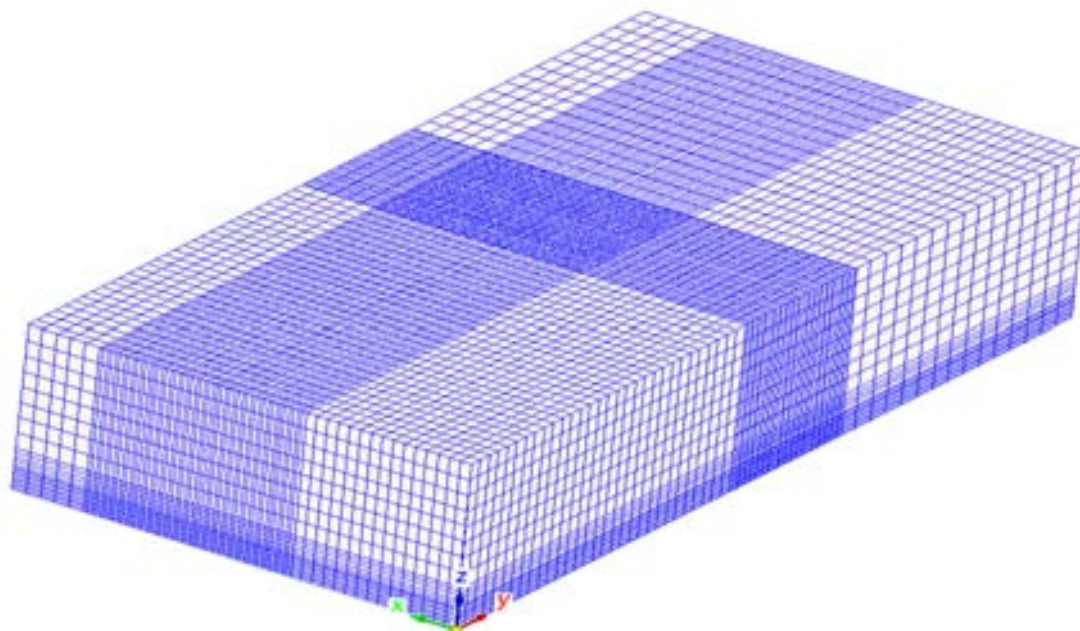


Fig. 11 Mallado en el Plano Y-Z

El mallado total del dominio se muestra en la Figura 12.



*Fig. 12 Mallado en Todo el Dominio*

#### **4.4 Resultado de la Simulación**

A continuación se presentan los resultados obtenidos en las simulaciones en el modelo numérico. La principal característica de la obra simulada es la de estrechar la sección del cauce para controlar el gasto de  $850 \text{ m}^3/\text{s}$  en el prototipo; por ello, al igual que en el modelo físico no se incluyen las compuertas.

En la Figura 13 se muestra un esquema del funcionamiento hidráulico en la descarga de las estructuras, donde se presentan los patrones de flujo observados para el gasto. Como se observa, en esta alternativa el flujo del canal de margen izquierda se orienta mejor hacia el centro del cauce del río, por lo que ya no incide sobre la margen derecha, y no hay socavación local en la descarga.

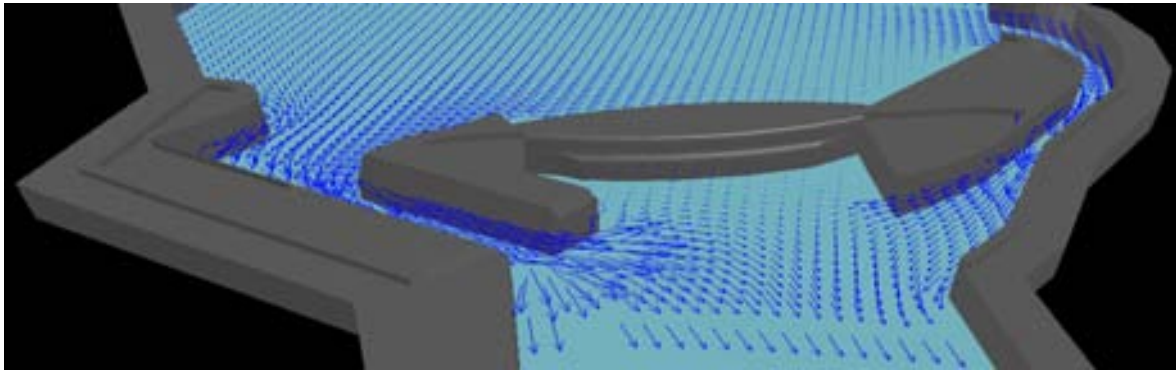


Fig. 13 *Funcionamiento Hidráulico de las Obras*

#### 4.4.1 Campos de Velocidad

En la fig. 14 se presenta el campo de velocidades del río. Como era de esperarse el flujo de agua del río se divide en el vertedor y en el canal. Las magnitudes de la velocidad en estas secciones se ven incrementadas por la disminución en el área de la sección transversal de estas estructuras.

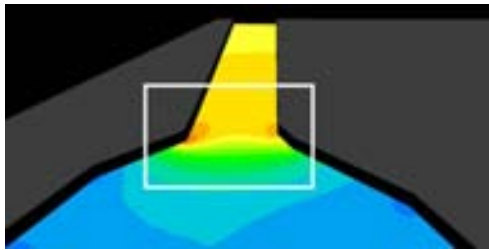
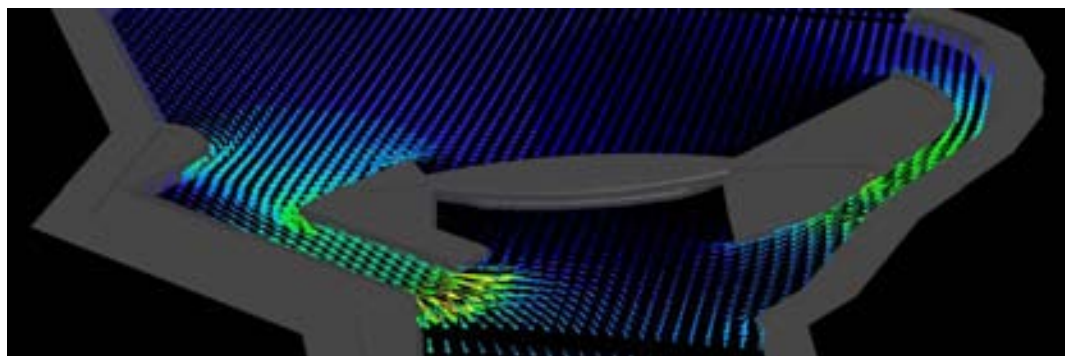


Fig. 14 a) *Campos de Velocidad sin obras*



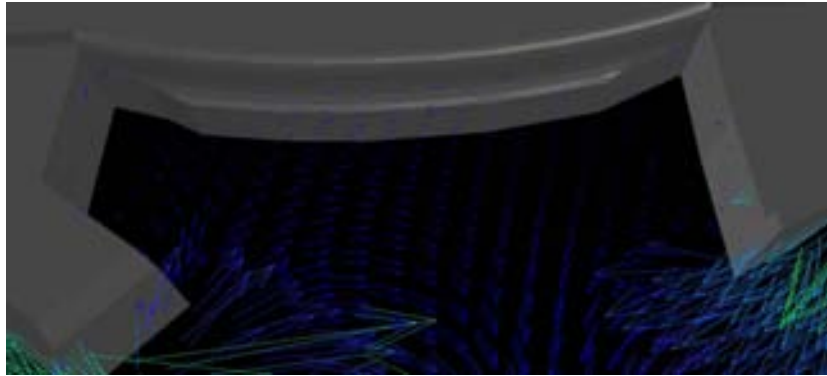
0.000E+00

3.055E-01

6.110E-01

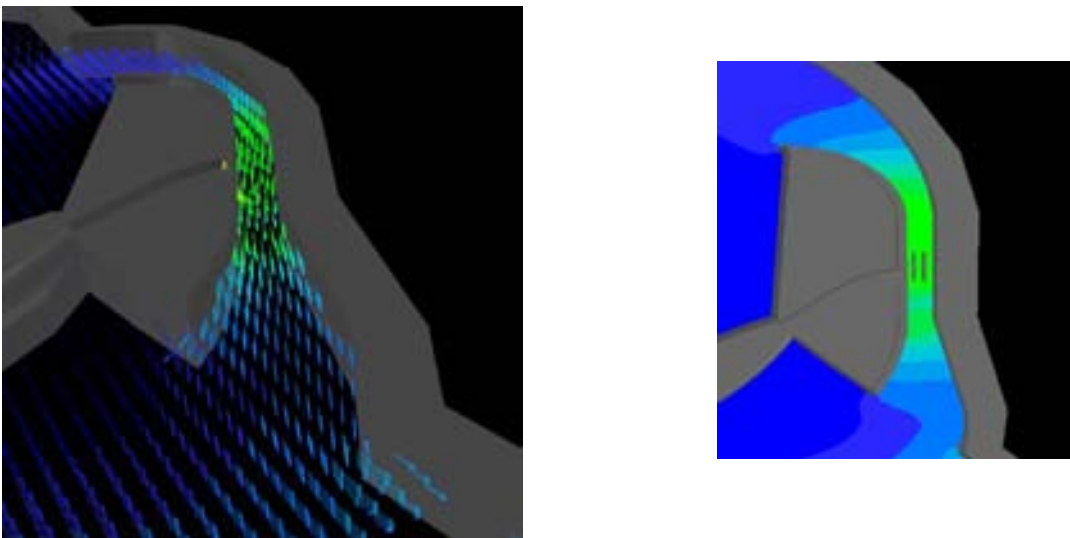
Fig. 14 b) *Campos de Velocidad con obras*

Aguas abajo, después de estas estructuras se aprecia la formación de una zona de recirculación en la cual se generan zonas de baja presión (Figura 15).



*Fig. 15 Zona de Recirculación*

Para el canal izquierdo las velocidades más altas se concentran en el área de las compuertas (Figura 16) que para esta simulación permiten el paso libre del agua, mostrando un flujo constante hasta antes de llegar al tanque amortiguador. El diseño del canal, el cual incluye una hilera de dientes en el tanque amortiguador reguló los valores de la velocidad, y la pendiente del tanque al lecho del río limita el efecto de socavación en la descarga.

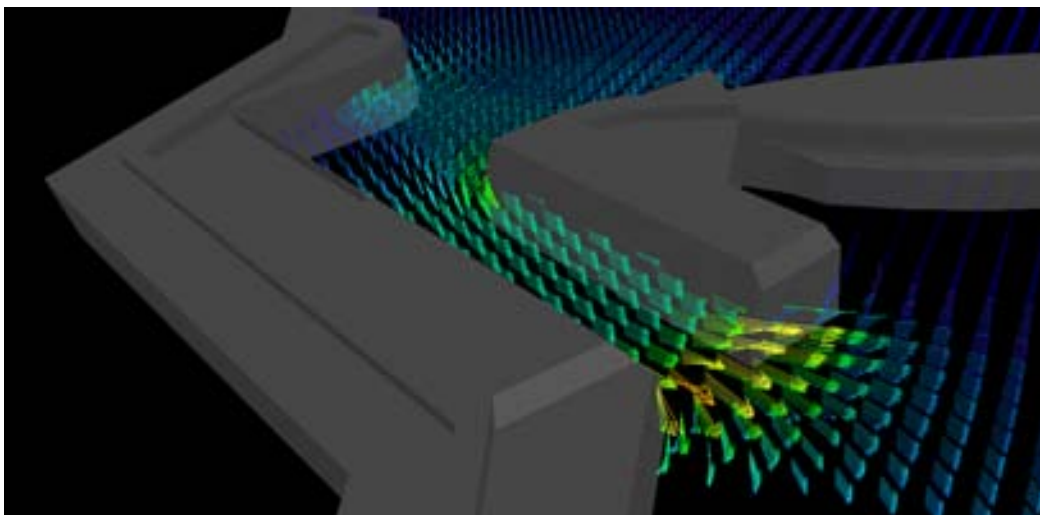


*Fig. 16 Campos de Velocidad en el Canal Izquierdo*

En el vertedor ubicado en el margen derecho se presentan cambios en las direcciones de la velocidad y zonas de recirculación a la entrada al canal colector.

El diseño del vertedor el cual incluye una hilera de dientes en la plantilla del canal colector permite disminuir la velocidad y mejorar considerablemente el flujo, después de esta hilera se puede notar una zona de remanso y un flujo homogéneo el cual se mantiene hasta la salida del canal colector.

A la salida del canal al lecho del río, la velocidad del agua y la capacidad de arrastre de la corriente es elevada (Figura 17), este efecto se presenta como consecuencia de la diferencia de cotas entre fondo del canal y el lecho del río, esto provoca socavación en esta sección. Este fenómeno es común cuando se tiene presencia de obras civiles como lo son las obras de control, sin embargo dado que este fenómeno es lento y que los campos de velocidad son relativamente bajos se considera que el funcionamiento de esta estructura es adecuado; sin embargo, se podría revisar el diseño para en vías de obtener un mejor desempeño.



*Fig. 17 Campos de Velocidad en el Vertedor Derecho*

#### 4.4.2 Campos de Presión

Vectores de Presión se muestran en la Figura 18 donde podemos apreciar una zona de baja presión a la salida del canal y del vertedor, en la zona próxima a la pared permeable debido a la formación de una zona de recirculación, mientras que la máxima presión se encuentra en la parte posterior de la pared donde el flujo choca y dirige hacia alguno de los canales.

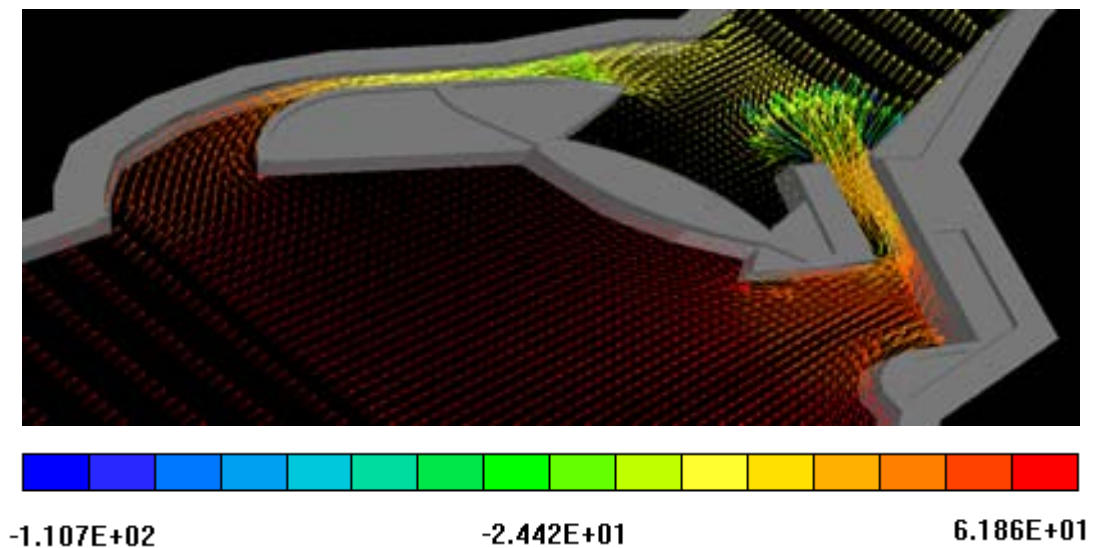


Fig. 18 Campos de Presión

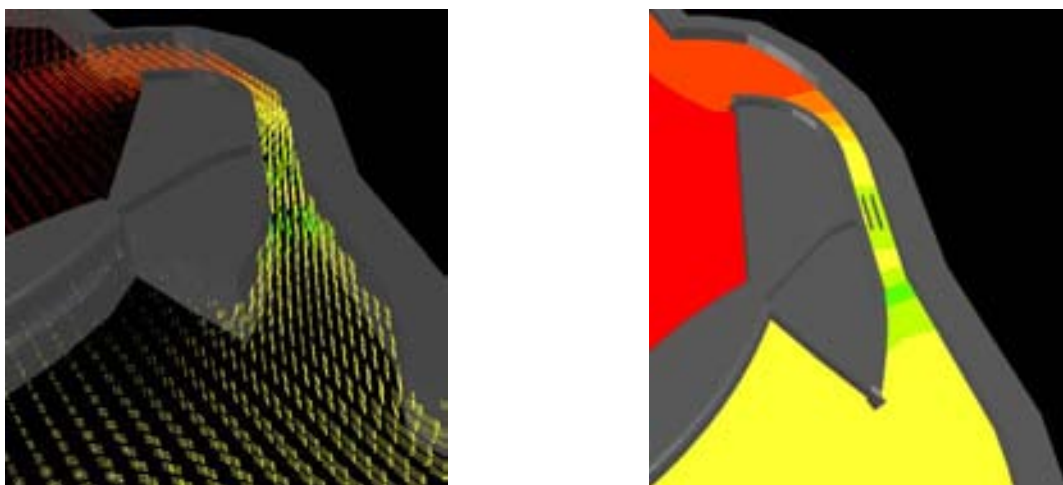
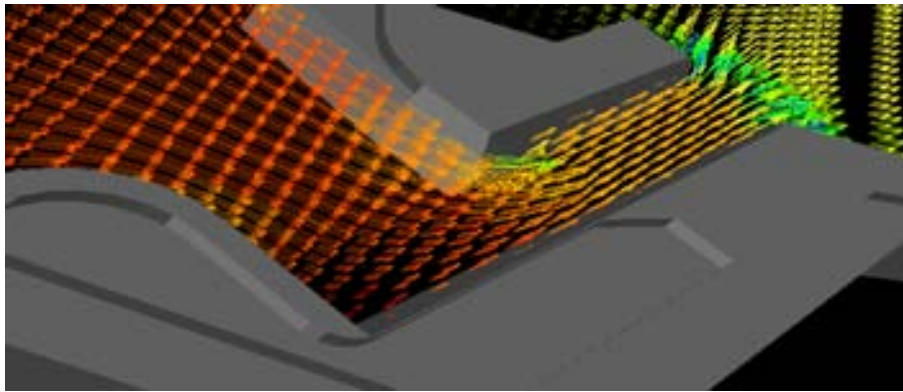


Fig. 19 Campos de Presión en el Canal Izquierdo

En el canal conector del vertedor se presentan cambios de presión en la plantilla del canal, se observa que dicha la presión disminuye en magnitud al momento de pasar por la hilera de dientes incluida en el diseño (Figura 20).

Es conveniente aclarar que el diseño donde se incluyen dientes en la plantilla del canal colector, hecho por la Coordinación de Hidráulica del II [1] y que permite mejorar notablemente el flujo en dicho canal, no ha sido estudiado en forma extensiva; de hecho, esto es una novedad. Este estudio repercutiría seguramente en un ahorro considerable en la construcción del canal colector, además de tener mayor seguridad en el diseño estructural del canal.



*Fig. 20 Campos de Presión en el Vertedor Derecho*

#### **4.4.3 Energía Cinética Turbulenta**

Es común que el funcionamiento hidráulico del canal colector de un vertedor de canal lateral presente fluctuaciones notables. Esto se debe al efecto de la turbulencia que se tiene por la presencia de corrientes secundarias (flujo helicoidal) y ondas superficiales; este comportamiento es un caso clásico de un flujo notablemente tridimensional y espacialmente variado (Figura 21).

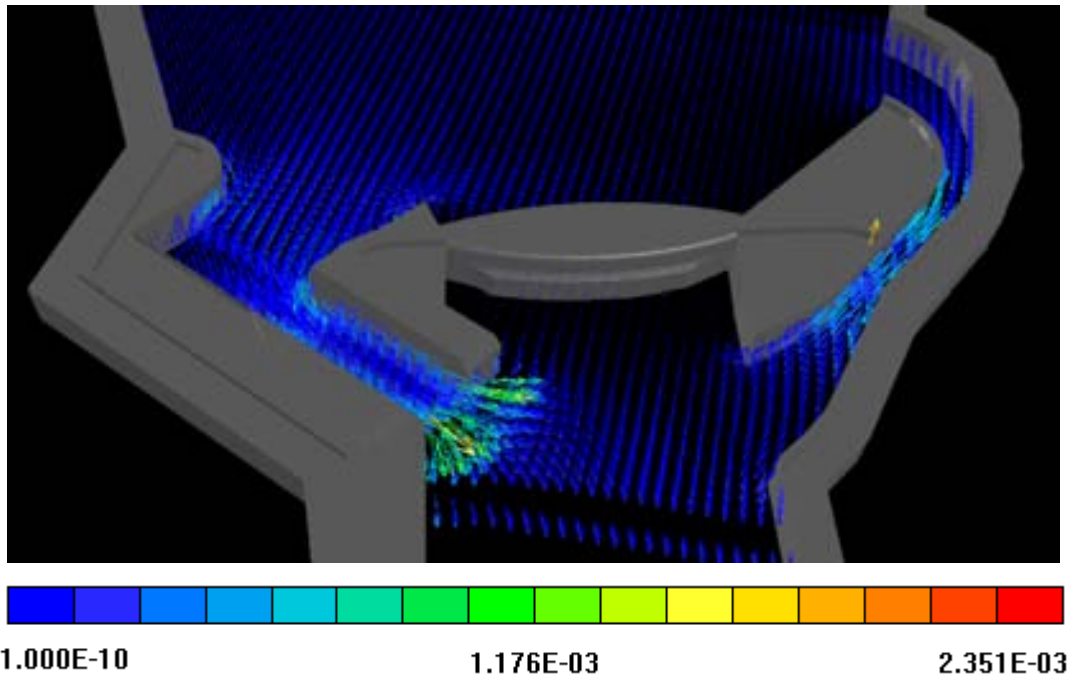


Fig. 21 *Energía Cinética Turbulenta*

Para el caso del canal izquierdo en un diseño original presentaba fluctuaciones notables y salida de las compuertas (Figura 22); sin embargo, disminuye en el canal amortiguador, el canal de descarga presenta turbulencia apreciable, aunque el grado de socavación local en la descarga es mínimo.

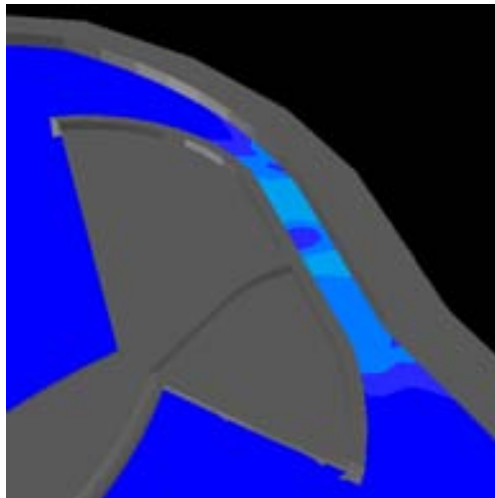
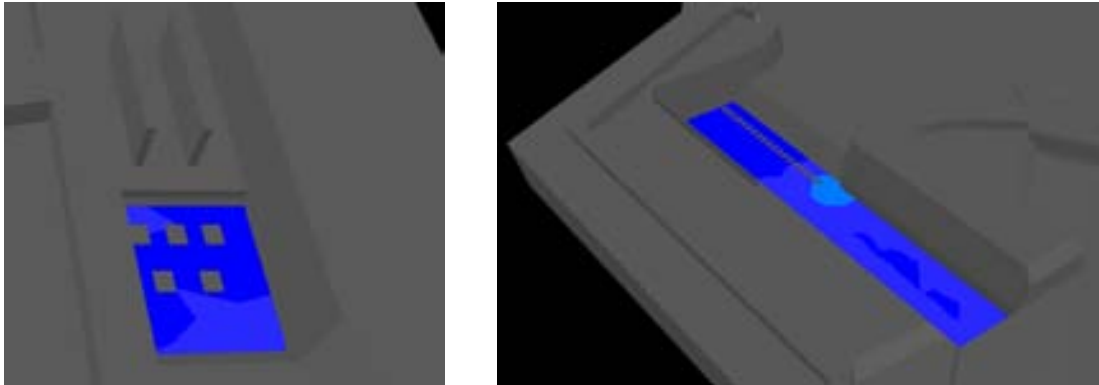


Fig. 22 *Energía Cinética Turbulenta en el Canal izquierdo*

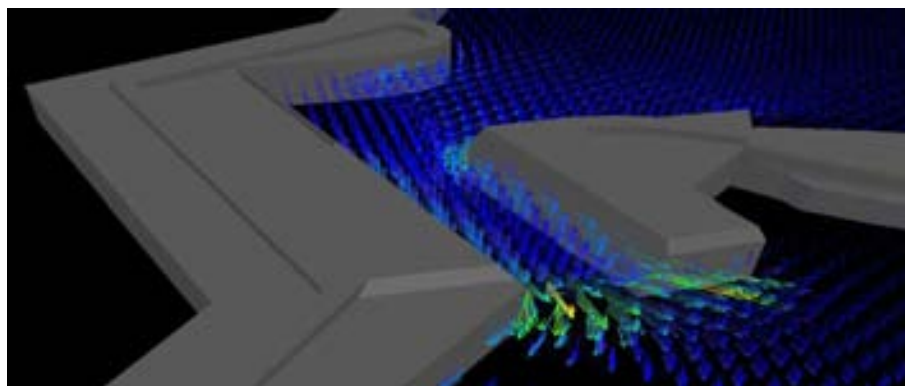


Con el propósito de disminuir aún más las fluctuaciones de la superficie libre del agua, incluyó una hilera de dientes en la plantilla del canal colector, estos dientes se colocaron a 3.00 m del pie del cimacio, se obtiene un funcionamiento bastante aceptable (Figura 23).



*Fig. 23 Energía Cinética Turbulenta en los Tanques Amortiguadores*

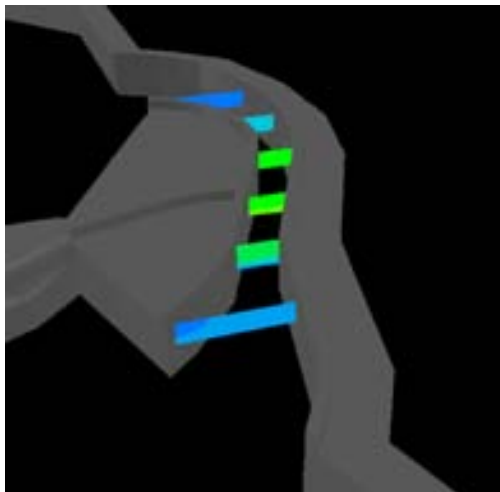
Con este diseño implementado en el modelo físico y a la vez simulado numéricamente, en el cual se incluye el tanque amortiguador, una hilera de dientes y el cambio en la pendiente a la salida al canal de descarga, se simuló el flujo bajo condiciones normales de operación y en general su funcionamiento se considera satisfactorio, teniendo menor turbulencia en el canal de salida y sin socavación en la descarga (Figura 24).



*Fig. 24 Energía Cinética Turbulenta en el Vertedor Derecho*

## 4.5 Capacidad de Descarga de las Estructuras

Para calcular el gasto que pasa a través del canal del margen izquierdo se tomo la velocidad del modelo numérico a la salida del canal y se escaló al prototipo usando el número de Froude para obtener el gasto descargado.



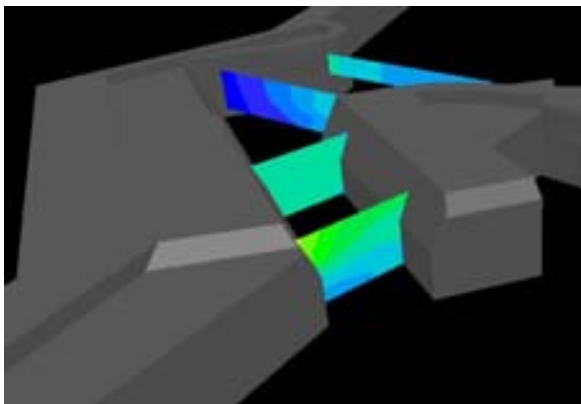
$$V_{mod} = .16 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$$V_{prot} = 1.2 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$$\dot{Q}_{mod} = 511 \left[ \frac{m^3}{s} \right]$$

Fig. 25 Contornos de Velocidad en el Canal Izquierdo

Para calcular el gasto que pasa a través del vertedor del margen derecho se tomo la velocidad del modelo numérico igual a la salida y se escaló al prototipo para obtener el gasto.



$$V_{mod} = .38 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$$V_{prot} = 2.9 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$$\dot{Q}_{mod} = 348 \left[ \frac{m^3}{s} \right]$$

Fig. 26 Contornos de Velocidad en el Vertedor Derecho

	<b>GASTO MODELO FÍSICO</b> [m <sup>3</sup> /s]	<b>GASTO DE DISEÑO</b> [m <sup>3</sup> /s]	<b>GASTO MODELO NUMÉRICO</b> [m <sup>3</sup> /s]
Canal Margen Izquierdo	490	528	511
Vertedor Margen Derecho	350	322	348
<b>TOTAL</b>	<b>840</b>	<b>850</b>	<b>859</b>

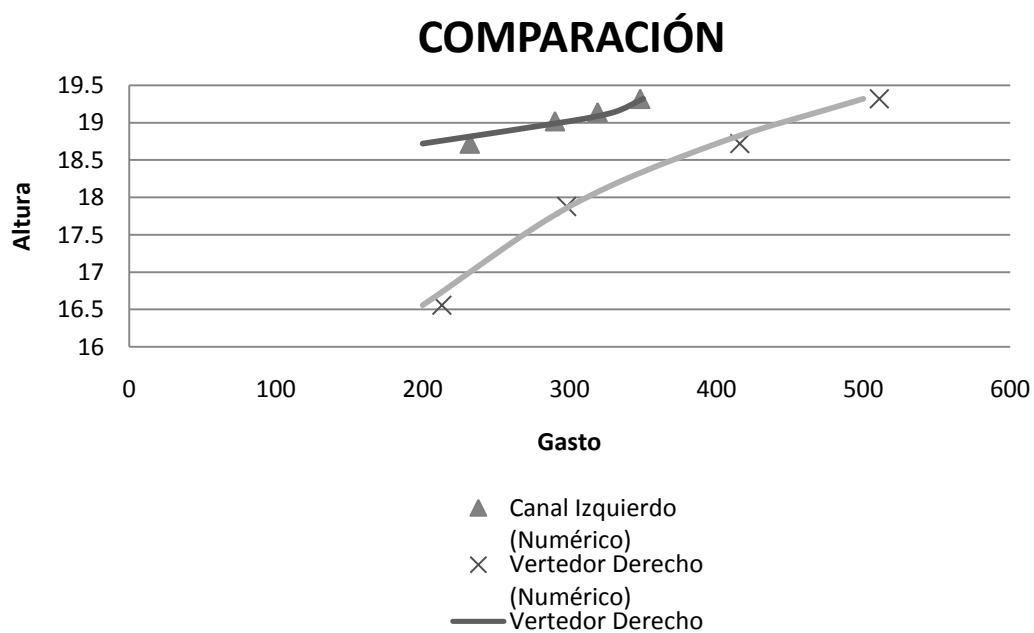
Tabla 4 Capacidad de Descarga

	<b>MODELO FÍSICO</b> [%]	<b>DISEÑO</b> [%]
Gasto Canal Margen Izquierdo	4.2	3.2
Gasto Vertedor Margen Derecho	.6	8
<b>GASTO TOTAL</b>	<b>2.2</b>	<b>1.1</b>

Tabla 5 Modelo Numérico Vs Gasto del Modelo Físico y de Diseño

	MODELO NUMÉRICO Vs DISEÑO [%]	MODELO FÍSICO Vs DISEÑO [%]
Gasto Canal Margen Izquierdo	3.2	7.2
Gasto Vertedor Margen Derecho	8	8.7
<b>GASTO TOTAL</b>	<b>1.1</b>	<b>1.2</b>

Tabla 5 Error del Modelo Físico y Numérico Respecto al Gasto de Diseño



Gráfica 1

Comparación de gastos del modelo físico y el numérico en diferentes cotas

# CAPÍTULO 5

## CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

---

### 5.1 Introducción

En este trabajo de tesis, se ha simulado el flujo de agua en un río. El modelo numérico empleado puede permitir un estudio detallado del flujo con el fin de evaluar estructuras hidráulicas de una manera sencilla. La ventaja de este modelo radica en su versatilidad para usar geometrías complejas aplicadas en mallas cartesianas, que repercutirá en tiempo de cálculo y facilidad de convergencia del método numérico.

El método utilizado en la simulación se basa en la resolución de las ecuaciones promediadas con el método de volúmenes finitos. Las ecuaciones que se resuelven son: continuidad y conservación de la cantidad de movimiento en términos de valores medios. El término de convección turbulenta resultante del promedio de la ecuación de transporte, se modela mediante modelo de turbulencia del tipo  $k - \epsilon$ . La descarga se simula en tres dimensiones y los resultados se comparan con los obtenidos en el experimento.

Un método de tipo "*cut-cell*" es utilizado, el cual usa mallas cartesianas con excepción de las zonas donde la malla cruza con la geometría compleja (batimetría/estructuras hidráulicas). Todas las ventajas de usar mallas cartesianas son mantenidas y sólo en las zonas de intersección es necesario un tratamiento más elaborado. Para este caso Las intersecciones de la geometría compleja con la malla son determinadas y los volúmenes y áreas libres calculadas para estas celdas. Las ecuaciones de transporte son modificadas a partir de términos fuente que toman en consideración estas modificaciones. Este método ha mostrado su capacidad en el estudio de diferentes flujos con geometría compleja. La ventaja de este modelo radica en su versatilidad para

usar geometrías complejas aplicadas en mallas cartesianas, que repercutirá en tiempo de cálculo y facilidad de convergencia del método numérico.

## **4.2 Flujo del Río**

Las magnitudes de la velocidad en estas secciones se ven incrementadas por la disminución en el área de la sección transversal de estas estructuras. Aguas abajo, después de estas estructuras se aprecia la formación de una zona de recirculación en la cual se generan zonas de baja presión.

El flujo del canal de margen izquierda se orienta mejor hacia el centro del cauce del río, por lo que ya no incide sobre la margen derecha, y no hay socavación local en la descarga a diferencia del vertedor del margen derecho donde se aprecia socavación a la salida del canal.

El diseño sugerido por la Coordinación de Hidráulica del Instituto de Ingeniería permite que el flujo presente bajos niveles de fluctuación y remolinos (turbulencia) y homogeneizó el perfil de velocidades en ambos canales.

Los dientes incluidos en este diseño y la ubicación y dimensiones de los tanques amortiguadores controlaron los cambios de presión al paso por ambos canales y más importante, a la salida de éstos. Esta información es importante para el ahorro en la construcción de ambos canales, además de tener mayor seguridad en el diseño estructural de éstos.

Con el diseño del tanque amortiguador (pendiente y dimensiones) para el canal izquierdo, bajo condiciones normales de operación, su funcionamiento se considera satisfactorio, teniendo menor turbulencia en el canal de salida y sin socavación en la descarga.

El vertedor, si bien capta un gasto mayor que el de diseño (8 %), se considera que la diferencia no es significativa, ya que es menor del 10%. El canal de margen izquierda conduce menos gasto que el de diseño (3.2 %); por ello, en el balance se compensan ambos efectos, y entonces con la suma

del caudal de las dos estructuras se puede descargar el gasto de diseño con una buena aproximación (98.9 %).

Finalmente al comparar los resultados obtenidos con el modelo físico también se tienen buenas aproximaciones; con el vertedor la diferencia es del 4.2 % y con el canal del margen derecho es del .6% y la diferencia entre los gastos totales de descarga es apenas del 2.2 %.

Es muy importante hacer notar que para el manejo de avenidas no se necesitan las compuertas, ya que las propias estructuras tienen la capacidad de dejar pasar aproximadamente el gasto de diseño ( $850 \text{ m}^3/\text{s}$ ) con una diferencia de solo 1.1 %.

## **4.2 Trabajos Futuros**

En este primer trabajo, no se ha considerado transporte de sedimentos; sin embargo convendría analizar el arrastre y transporte de sedimentos y que en determinado momento puede traer consigo un efecto sobre los cimientos de la estructura.

# Apéndice A

## Modelos de Turbulencia

---

### 1-A Introducción

En este apéndice se introducen, de forma concisa, algunos de los modelos que se pueden utilizar para representar el efecto de la turbulencia en el flujo del río simulado en esta tesis. Los modelos se clasifican en dos categorías:

- Modelos de tipo “difusividad turbulenta”, esencialmente variantes del método conocido como  $k-\varepsilon$ .
- Cierres de segundo orden, en la forma de modelos de transporte de los esfuerzos de Reynolds.

En primer lugar se presentará la ecuación exacta para los esfuerzos de Reynolds, seguida por los cierres de segundo orden que constituyen el transporte de esfuerzos Reynolds utilizado en este trabajo. A continuación se presenta el modelo de turbulencia  $k-\varepsilon$  estándar, que es el modelo utilizado en esta tesis.

### 2-A Cierres de Segundo Orden

La ecuación de transporte exacta para los esfuerzos de Reynolds  $\overline{u_i u_j}$  es [24]:



$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \overline{\rho u_i'' u_j''} + \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{\rho u_k u_i'' u_j''} = - \underbrace{\left( \overline{u_i'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} u_j'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}} \right)}_{(a)} \\
& - \underbrace{\left( \overline{u_i'' \frac{\partial p'}{\partial x_j} + u_j'' \frac{\partial p'}{\partial x_i}} \right)}_{(b)} - \frac{\partial}{\partial x_k} \underbrace{\overline{\rho u_i'' u_j'' u_k''}}_{(c)} \\
& - \bar{\rho} \underbrace{\left( \overline{u_i'' u_k'' \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} + u_j'' u_k'' \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k}} \right)}_{(d)} \\
& - \underbrace{\left( \overline{\tau_{ik} \frac{\partial u_j''}{\partial x_k} + \tau_{ik} \frac{\partial u_i''}{\partial x_k}} \right)}_{(e)} \tag{A.1}
\end{aligned}$$

Los términos del lado derecho de la ecuación (A.1) representan: El efecto del gradiente de presión media (a) , la correlación entre gradientes de presión fluctuante y fluctuaciones de velocidad (b), el transporte turbulento de los esfuerzos de Reynolds (c), la producción de los esfuerzos de Reynolds por velocidad de deformación media(d), y la disipación viscosa (e). De los términos anteriores, en (a), (b), (c), y (e) están presentes correlaciones desconocidas, y por tanto requieren modelización.

Si se hace uso de la definición (2.5) del capítulo 2, el término que expresa el efecto del gradiente de presión media (a), se puede escribir como:

$$- \left( \overline{u_i'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} u_j'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}} \right) = \frac{\overline{\rho' u_j''}}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\overline{\rho' u_i''}}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \tag{A.2}$$

La correlación  $\overline{\rho' u_j''}$  se puede modelar de una ecuación de conservación truncada como ([24]):

$$\overline{\rho' u_j''} = -\frac{1}{4.3} \frac{\tilde{k}}{\tilde{\varepsilon}} u_i'' u_j'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \quad (\text{A.3})$$

donde  $k = 1/2 u_i'' u_i''$  es la energía cinética turbulenta y  $\tilde{\varepsilon}$  es su tasa de disipación. La contribución de este término es muy pequeña y frecuentemente se desprecia ([11] y [30]).

Con fines de modelización, la correlación entre gradientes de presión fluctuante y fluctuaciones de velocidad, (b), frecuentemente se divide en una parte re-distributiva y una parte isótropa [25]:

$$\left( \overline{u_i'' \frac{\partial p'}{\partial x_j} + u_j'' \frac{\partial p'}{\partial x_i}} \right) = - \left( \overline{u_i'' \frac{\partial p'}{\partial x_j} + u_j'' \frac{\partial p'}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} u_k'' \frac{\partial p'}{\partial x_k}} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{u_k'' \frac{\partial p'}{\partial x_k}} \quad (\text{A.4})$$

La parte isótropa se divide en dos términos, uno de transporte por presión y otro de dilatación por presión:

$$-\frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{u_k'' \frac{\partial p'}{\partial x_k}} = \underbrace{-\frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{\frac{\partial p' u_k''}{\partial x_k}}}_{(I)} + \underbrace{-\frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{p' \frac{\partial u_k''}{\partial x_k}}}_{(II)} \quad (\text{A.5})$$

En flujos de baja velocidad  $Ma \ll 1$ , el término (II) de la ecuación (A.5) generalmente se desprecia [24]. El término (I) se suma al término de transporte turbulento de los esfuerzos de Reynolds © para formar el término:

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \mathbf{C}_{ijk} \cong \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \overline{\rho u_i'' u_j'' u_k''} + \frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{p' u_k''} \right) \quad (\text{A.6})$$

El término  $C_{ijk}$  se modela mediante un cierre de tipo gradiente [27]:

$$C_{ijk} = -C_s \frac{\tilde{k}}{\varepsilon} u_k'' u_i'' \frac{\partial u_j''}{\partial x_l} \quad (\text{A.7})$$

El término  $\Theta$  es la correlación de la disipación viscosa:

$$\overline{\tau_{ik} \frac{\partial u_j''}{\partial x_k}} + \overline{\tau_{ik}'' \frac{\partial u_i''}{\partial x_k}} = \overline{\rho} \varepsilon_{ij} \quad (\text{A.8})$$

Si se supone isotropía local, el término  $\varepsilon_{ij}$  se puede escribir en función de la disipación de energía cinética turbulenta  $\varepsilon$  como [24]:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad (\text{A.9})$$

La tasa de disipación de la energía cinética turbulenta,  $\varepsilon$ , se calcula de la siguiente ecuación de transporte, deducida por procedimientos similares a los utilizados en el caso de densidad constante [24]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \overline{\rho \varepsilon} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{\rho \varepsilon u_j} = & \underbrace{-C_{\varepsilon 1} \overline{\rho} \frac{\tilde{\varepsilon}}{\tilde{k}} u_k'' u_j'' \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_j}}_{(A)} - \underbrace{C_{\varepsilon 2} \overline{\rho} \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{\tilde{k}}}_{(B)} + \underbrace{C_{\varepsilon 3} \frac{\tilde{\varepsilon}}{\tilde{k}} \frac{\overline{\rho' u_j''}}{\overline{\rho}} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_j}}_{(C)} \\ & + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left( C_{\varepsilon} \overline{\rho} \frac{\tilde{k}}{\tilde{\varepsilon}} u_j'' u_k'' \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_j} \right)}_{(D)} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

donde, de acuerdo con lo expuesto anteriormente, el término  $\Theta$  se desprecia.

La parte redistributiva de la correlación entre gradientes de presión fluctuante y fluctuaciones de velocidad, expresión (A.4), usualmente se divide en dos partes: una que incluye cantidades turbulentas, y otra que incluye la tasa de deformación media.

Modelos para este término se han propuesto por ejemplo por Launder et al [7] (modelo ML), Gibson y Younis [28] (modelo MG) y Musonge [29] (modelo MJ). Denotando al término redistributivo como  $\Pi_{ij}$ , los modelos se escriben como:

$$\begin{aligned} \Pi_{ij} = & -C_1 \bar{\rho} \bar{\epsilon} \left( \frac{u_i'' u_j''}{\tilde{k}} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \right) + C_2 \delta_{ij} \bar{\rho} u_i'' u_m'' \frac{\partial \tilde{u}_l}{\partial x_m} - C_3 \bar{\rho} P_{ij} + C_4 \bar{\rho} \tilde{k} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \\ & - \frac{2}{3} C_4 \bar{\rho} \tilde{k} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - \left( \frac{2}{3} C_2 + C_3 \right) \left( \bar{\rho} u_i'' u_j'' \frac{\partial \tilde{u}_l}{\partial x_i} + \bar{\rho} u_i'' u_i'' \frac{\partial \tilde{u}_l}{\partial x_j} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

donde  $P_{ij} = -\left( u_i'' u_k'' \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_k} + u_j'' u_k'' \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k} \right)$ .

Las constantes de las ecuaciones (A.7), (A.10), y (A.11) se presentan en la tabla 1.

Sustituyendo las ecuaciones (A.6), (A.9) y (A.11) en la ecuación de los esfuerzos de Reynolds (A.1) se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho u_i'' u_j'' \right) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \rho \tilde{u}_k u_i'' u_j'' \right) = & \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \rho_{ijk} \right) - \rho \left( u_i'' u_k'' \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_k} + u_j'' u_k'' \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k} \right) \\ & - \frac{2}{3} \bar{\rho} \bar{\epsilon} \delta_{ij} + \Pi_{ij} \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Modelo	MG	ML	MJ
C <sub>e1</sub>	1.4	1.44	1.40
C <sub>e2</sub>	1.8	1.90	1.90
C <sub>e3</sub>	0.15	0.15	0.18
C <sub>e4</sub>	0.22	0.21	0.22
C <sub>1</sub>	3	1.50	3.00
C <sub>2</sub>	0.3	-0.582	-0.44
C <sub>3</sub>	-	0.764	0.46
C <sub>4</sub>	-	-0.182	-0.23

Tabla 1: Constantes de las ecuaciones (A.7), (A.10) y (A.11).

### 3-A Modelos de Viscosidad Turbulenta

Un método alternativo para determinar los esfuerzos de Reynolds  $\overline{u_i''u_j''}$ , son los modelos basados en el concepto de viscosidad turbulenta, que suponen que, de la misma manera que en flujo laminar los esfuerzos viscosos son proporcionales al gradiente de la velocidad, en un flujo turbulento los esfuerzos causados por las fluctuaciones turbulentas son proporcionales al gradiente de la velocidad media. Esta relación entre los esfuerzos de Reynolds y las variables medias es:

$$\overline{\rho u_i'' u_j''} = -\overline{\rho} \nu_T \left( \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \left( \overline{\rho} \tilde{k} + \overline{\rho} \nu_T \frac{\partial \overline{u}_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (\text{A.13})$$

Donde  $\nu_T \left[ \frac{\mu_T}{\overline{\rho}} \right]$  es la viscosidad turbulenta. A diferencia de la viscosidad molecular  $\nu = \mu/\overline{\rho}$ ,  $\nu_T$  no es una propiedad del fluido, sino una característica del estado del flujo, y puede variar significativamente de un punto a otro dentro del mismo flujo.

Para el flujo turbulento de escalar, el concepto de viscosidad turbulenta (o, propiamente, de difusividad turbulenta se expresa como:

$$\rho u_i'' u_\alpha'' = -\bar{\rho} \frac{\nu_T}{S_{C_T}} \frac{\partial \tilde{\phi}_\alpha}{\partial x_i} \quad (\text{A.14})$$

donde  $S_{C_T}$  es el número de Schmidt/Prandtl turbulento.

La viscosidad turbulenta  $\nu_T$  puede calcularse de diferentes formas, dando lugar a una variedad de modelos con un número de variable de ecuaciones diferenciales. Los más populares de estos modelos son, probablemente, los de la familia del modelo  $k - \varepsilon$ . Las variantes utilizadas en este trabajo se presentan a continuación.

#### 4-A Modelo k-ε (modelo de turbulencia utilizado en esta tesis)

En este modelo, se define como:

$$\nu_T = C_\mu \frac{\tilde{k}^2}{\tilde{\varepsilon}} \quad (\text{A.15})$$

Donde  $C_\mu$  es una constante determinada experimentalmente. Los valores de  $\tilde{k}$  y  $\tilde{\varepsilon}$  se calculan a través de la ecuaciones de transporte.

La ecuación para la energía cinética turbulenta,  $\tilde{k}$  se obtiene de la ecuación (A.1), haciendo  $i = j$ , aplicando la hipótesis de isotropía local, y dividiendo entre dos:

$$\frac{\partial \tilde{k}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \tilde{u}_j \tilde{k} + \bar{\rho} u_i'' u_j'' \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial}{\partial x_j} \underbrace{\left( \frac{1}{2} \overline{\rho u_j'' u_i'' u_i''} \right)}_{(a)} - \bar{\rho} \tilde{\varepsilon} \quad (\text{A.16})$$

Los esfuerzos de Reynolds  $\overline{u_i''u_j''}$  se expresan de acuerdo con la ecuación (A.13).

El término (a) se aproxima como:

$$-\left(\frac{1}{2}\overline{\rho u_j''u_i''u_i''}\right) \approx \frac{\mu_T}{\sigma_k} \frac{\partial \tilde{k}}{\partial x_j} \quad (\text{A.17})$$

Sustituyendo las expresiones (A.13) y (A.17) en la ecuación (A.18), se obtiene:

$$\frac{\partial \tilde{k}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \tilde{u}_j \tilde{k} \right) = \bar{\rho} \left( P_k - \varepsilon \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \bar{\rho} \frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial \tilde{k}}{\partial x_j} \right) \quad (\text{A.18})$$

donde:

$$P_k = \nu_T \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{2}{3} \left( \tilde{k} + \nu_T \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} \quad (\text{A.19})$$

Aplicando hipótesis similares a las utilizadas para la ecuación de  $\tilde{k}$  (A.18), la ecuación para la disipación de la energía cinética turbulenta,  $\tilde{\varepsilon}$ , se obtiene a partir de la ecuación (A.10):

$$\frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \tilde{u}_j \tilde{\varepsilon} \right) = \bar{\rho} \frac{\tilde{\varepsilon}}{\tilde{k}} \left( C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \tilde{\varepsilon} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \bar{\rho} \frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_j} \right) \quad (\text{A.20})$$

Las constantes de las ecuaciones (A.18) y (A.20) se muestran en la tabla 2.

$C_\mu$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$
0.09	1.0	1.314	1.44	1.92

Tabla 2: Constantes del modelo  $k-\varepsilon$  estándar.

El modelo  $k-\varepsilon$  tal y como ha sido presentado se comporta satisfactoriamente en flujos sencillos, normalmente flujos parabólicos para los que el modelo fue desarrollado en los años 70's. En flujos más complejos, incluyendo aquellos con rotación o con curvatura apreciable en las líneas de corriente (como los investigados en esta tesis), las hipótesis de isotropía en las que se basa el modelo no son aplicables, y las predicciones proporcionadas por el modelo son, en general, menos satisfactorias. La popularidad de este tipo de modelos, en la que sin duda juega un papel importante su sencillez y economía, ha dado lugar a una serie de modificaciones, o variantes, que intentan paliar estas deficiencias sin tener que abandonar la hipótesis de viscosidad turbulenta a favor de cierres de segundo orden.



# Apéndice B

## Esquemas de Discretización

---

### 1-B Introducción

En este apéndice se presentan los esquemas lineales que se usan en la discretización de término convectivo de la ecuación general (2.1) introducida en el capítulo 2.

En la formulación de la ecuación discretizada (2.2), se requiere conocer la densidad  $\rho$  y la variable escalar,  $\phi$ , en la cara de la celda. Estas variables se calculan en el nodo de la celda, por lo que es necesario interpolar entre celdas para conocer su valor en la cara. Este cálculo de  $\phi$  y  $\rho$  en la cara de la celda da lugar a los llamados esquemas de discretización. La determinación de los valores de estas variables en la cara es importante para la precisión y convergencia de la solución numérica.

A continuación, se presentan los esquemas de discretización lineales que se usan en esta tesis. Estos esquemas se describirán en base al sistema de celdas que se ilustra en la figura 1. Como ejemplo, se obtendrá el valor de  $\phi$  en la cara  $e$  de la celda P. La velocidad en la cara  $e$  se considerará, sin pérdida de generalidad, positiva ( $u_e > 0$ ).

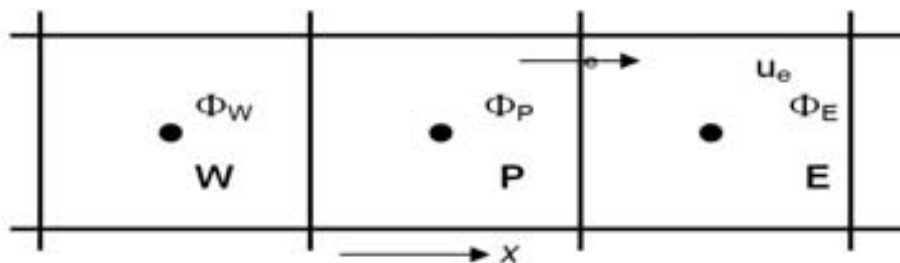


Figura 1: Diagrama esquemático de celdas.

## 2-B Esquemas Lineales

### a) Diferencias desplazadas de primer orden

Con este esquema se supone que el valor de la variable  $\phi$  en la cara e es igual al nodo adyacente aguas arriba, es decir, para  $u_e > 0$  [29]:

$$\phi_e = \phi_P \quad (\text{B.1})$$

Esta alternativa es de implementación sencilla, acotada y altamente estable casi bajo cualquier situación pero tiene los inconvenientes de su precisión, que es de primer orden y de presentar problemas de difusión numérica. Esta falsa difusión es mayor si en el flujo no hay una alineación en la dirección de la dirección del flujo y las líneas de malla, como por ejemplo en flujos de recirculación.

### b) Diferencias Centradas

Este esquema supone la variación lineal de  $\phi$  entre los nodos P y E; por tanto, el valor de la cara e es:

$$\phi_e = \frac{\phi_E + \phi_P}{2} \quad (\text{B.2})$$

Este esquema tiene una precisión de segundo orden pero tiene el inconveniente de no estar acotado, por lo que puede presentar inestabilidades numéricas. El límite de estabilidad de este esquema viene dado en función del número de Peclet (ecuación 3.3 del capítulo 3), que es un parámetro comparativo entre los procesos convectivo y difusivo.

Para situaciones en que los procesos convectivos dominan sobre los difusivos ( $Pe > 2$ ), por ejemplo flujos con número de Reynolds altos, el esquema presenta oscilaciones numéricas.

### c) Híbrido

Este esquema fue introducido por Spalding [30] y consiste en combinar los esquemas de diferencias desplazadas y centradas para calcular el valor de la propiedad  $\phi$  en la cara del volumen de control. La selección del esquema se hace en función del número de Peclet de la celda:

- Si  $Pe \leq 2$ , se usan diferencias centradas:

$$\phi_e = \frac{\phi_E + \phi_P}{2} \quad (\text{B.3})$$

- Si  $Pe > 2$ , se usan diferencias desplazadas:

$$\phi_e = \phi_P, \quad Pe > 2 \quad (\text{B.4})$$

Para flujos con bajo número de Reynolds/Peclet el esquema utilizando es el de diferencias centradas, y por tanto resulta de orden 2; sin embargo, el esquema presenta problemas asociados al esquema de diferencias desplazadas cuando el flujo está dominado por los procesos de convección  $Pe > 2$ .

Los esquemas lineales de alto orden presentan una buena precisión, pero no están acotados, por lo que pueden presentar oscilaciones numéricas. Su uso no es recomendado en el cálculo de cantidades que no aceptan valores negativos, o en general de cantidades acotadas (tales como concentraciones), pues las oscilaciones introducidas por el modelo pueden sacar al escalar de su dominio de definición.

## 1-C Archivo de datos de entrada Q1

El archivo Q1 contiene los datos de las condiciones de frontera para la simulación numérica.

A continuación, se presenta el archivo Q1, escrito en el lenguaje de entrada del programa Phoenix, PIL (Phoenix Input Language).

## 2-C Q1

```
TALK=T;RUN( 1, 1)
```

```
*****
Q1 created by VDI menu, Version 3.5, Date 05/06/03
CPVNAM=VDI;SPPNAM=Core
*****
IRUNN = 1 ;LIBREF = 0
*****
Group 1. Run Title
TEXT(No title has been set for this run. )
*****
Group 2. Transience
STEADY = T
*****
Groups 3, 4, 5 Grid Information
* Overall number of cells, RSET(M,NX,NY,NZ,tolerance)
RSET(M,120,120,20)
*****
Group 6. Body-Fitted coordinates
*****
```

Group 7. Variables: STOREd,SOLVEd,NAMED

ONEPHS = T

\* Non-default variable names

NAME(149) =VPOR ; NAME(150) =EPKE

\* Solved variables list

SOLVE(P1 ,U1 ,V1 ,W1 )

\* Stored variables list

STORE(EPKE,VPOR)

\* Additional solver options

SOLUTN(P1 ,Y,Y,Y,N,N,Y)

TURMOD(KEMODL)

\*\*\*\*\*

Group 8. Terms & Devices

\*\*\*\*\*

Group 9. Properties

TEMP0 = 2.730000E+02

RHO1 = 1.000000E+03

ENUL = 1.100000E-06

CP1 = 1.000000E+00

PRT (EP ) = 1.314000E+00

\*\*\*\*\*

Group 10. Inter-Phase Transfer Processes

\*\*\*\*\*

Group 11. Initialise Var/Porosity Fields

FIINIT(P1 ) = 1.000000E-01 ;FIINIT(U1 ) = 5.000000E-02

FIINIT(VPOR) = 1.000000E+00

CONPOR(PARED , 0.00,CELL ,1,120,1,120,19,20)

INIADD = F

\*\*\*\*\*

Group 12. Convection and diffusion adjustments

No PATCHes used for this Group

\*\*\*\*\*

Group 13. Boundary & Special Sources

INLET (INLET ,WEST ,2,0,0,0,0,1,1)

VALUE (INLET ,P1 , 9.110000E+01)

VALUE (INLET ,U1 , 8.110000E-02)

VALUE (INLET ,V1 , 0.000000E+00)

VALUE (INLET ,W1 , 0.000000E+00)

VALUE (INLET ,KE , 0.000000E+00)

VALUE (INLET ,EP , 0.000000E+00)

EGWF = T

\*\*\*\*\*

Group 14. Downstream Pressure For PARAB

\*\*\*\*\*

Group 15. Terminate Sweeps

LSWEEP = 10000  
RESFAC = 1.000000E-03

\*\*\*\*\*

Group 16. Terminate Iterations

\*\*\*\*\*

Group 17. Relaxation

RELAX(P1 ,LINRLX, 3.000000E-01)  
RELAX(U1 ,FALSDT, 1.000000E-04)  
RELAX(V1 ,FALSDT, 1.000000E-04)  
RELAX(W1 ,FALSDT, 1.000000E-04)  
RELAX(KE ,FALSDT, 1.000000E-04)  
RELAX(EP ,FALSDT, 1.000000E-04)  
KELIN = 3

\*\*\*\*\*

Group 18. Limits

VARMAX(P1 ) = 1.000000E+05 ;VARMIN(P1 ) = -1.000000E+05  
VARMAX(U1 ) = 1.000000E+01 ;VARMIN(U1 ) = -1.000000E+01  
VARMAX(V1 ) = 1.000000E+01 ;VARMIN(V1 ) = -1.000000E+01  
VARMAX(W1 ) = 1.000000E+01 ;VARMIN(W1 ) = -1.000000E+01

\*\*\*\*\*

Group 19. EARTH Calls To GROUND Station

USEGRD = T ;USEGRX = T  
GENK = T  
ASAP = T  
PARSOL = T

\*\*\*\*\*

Group 20. Preliminary Printout

ECHO = T

\*\*\*\*\*

Group 21. Print-out of Variables

\*\*\*\*\*

Group 22. Monitor Print-Out

IXMON = 1 ;IYMON = 1 ;IZMON = 11  
NPRMON = 100000  
NPRMNT = 1  
TSTSWP = -1

\*\*\*\*\*

Group 23. Field Print-Out & Plot Control

NPRINT = 100000  
ISWPRF = 1 ;ISWPRL = 100000  
No PATCHes used for this Group

\*\*\*\*\*

Group 24. Dumps For Restarts

GVIEW(P,-3.288419E-01,-4.649174E-01,8.220187E-01)  
GVIEW(UP,3.033620E-01,-8.762996E-01,-3.742600E-01)

> DOM, SIZE, 3.776000E+01, 1.885000E+01, 5.000000E-01  
> DOM, MONIT, 3.150000E-01, 5.000000E-02, 3.327780E-01  
> DOM, SCALE, 1.000000E+00, 1.000000E+00, 1.000000E+00  
> DOM, SNAPSIZ, 1.000000E-02  
> GRID, RSET\_X\_1, 40, 1.000000E+00  
> GRID, RSET\_X\_2, 60, 1.000000E+00  
> GRID, RSET\_X\_3, 20, 1.000000E+00  
> GRID, RSET\_Y\_1, 5, 1.000000E+00  
> GRID, RSET\_Y\_2, 40, 1.000000E+00  
> GRID, RSET\_Y\_3, 70, 1.000000E+00  
> GRID, RSET\_Y\_4, 5, 1.000000E+00  
> GRID, RSET\_Z\_1, 8, 1.000000E+00  
> GRID, RSET\_Z\_2, 4, 1.000000E+00  
> GRID, RSET\_Z\_2, 8, 1.000000E+00

> OBJ, NAME, ESTRUCTU  
> OBJ, POSITION, 0.000000E+00, 0.000000E+00, 0.000000E+00  
> OBJ, SIZE, 3.776000E+01, 1.885000E+01, 5.000000E-01  
> OBJ, CLIPART, rionew  
> OBJ, ROTATION24, 0  
> OBJ, TYPE, BLOCKAGE  
> OBJ, MATERIAL, 198

> OBJ, NAME, ENTRADA  
> OBJ, POSITION, 0.000000E+00, 0.000000E+00, 0.000000E+00  
> OBJ, SIZE, 0.000000E+00, 1.580000E+01, 3.300000E-01  
> OBJ, CLIPART, cube3t  
> OBJ, ROTATION24, 1  
> OBJ, TYPE, USER\_DEFINED

> OBJ, NAME, B3  
> OBJ, POSITION, 3.776000E+01, 7.000000E+00, 0.000000E+00  
> OBJ, SIZE, 0.000000E+00, 1.185000E+01, 3.300000E-01  
> OBJ, CLIPART, cube12t  
> OBJ, ROTATION24, 1  
> OBJ, TYPE, OUTLET  
> OBJ, PRESSURE, 0.000000E+00  
> OBJ, TEMPERATURE, SAME  
> OBJ, COEFFICIENT, 1.000000E+03  
> OBJ, TURBULENCE, SAME , SAME

```
> OBJ, NAME, B4
> OBJ, POSITION, 1.680000E+01, 0.000000E+00, 0.000000E+00
> OBJ, SIZE, 6.776670E+00, 1.000000E+00, 3.30000E-01
> OBJ, CLIPART, cube14
> OBJ, ROTATION24, 1
> OBJ, TYPE, BLOCKAGE
> OBJ, MATERIAL, 198
STOP
```



# REFERENCIAS

---

- [1] Jiménez, A.A., Osnaya, J., Gracia, J. y Franco, V. 2004 “Estudio en un modelo físico de las estructuras de control sobre el río Carrizal, en el Estado de Tabasco”, Informe final, elaborado para CNA, Instituto de Ingeniería, UNAM.
  
- [2] Aris, R. Vectors, Tensors and the Basic Equations of Fluid Mechanics. Prentice Hall International Series in the Physical and Chemical Engineering Sciences. 1962.
  
- [3] Warnatz, J., Mass, U., Dibble, R. W. Combustion. Springer. 1996.
  
- [4] Ferziger, H. H., Peric, M. Computational Methods for Fluid Dynamics. Springer-Verlag. 1996.
  
- [5] Favre, A. Problems of Hydrodynamics and Continuum Mechanics. SIAM. 1969.
  
- [6] Jones, W. P. Models for Turbulent Flows with Variable Density and Combustion. En *W. Kollmann*, editor, “*Prediction Methods for Turbulent Flows*”. Lecture Series 1979-2. Von Karman Institute for Fluid Dynamics. Rhode Saint Genese, Bélgica. 1979.
  
- [7] Jones, W. P. Turbulence Modeling and Numerical Solutions Methods for Variable Density and Combustion Flows. pp 306-374. Academic Press. 1994.
  
- [8] Lindstedt, R. P., Váos, E. M. Modeling of Premixed Flames with Second Moment Methods. *Combustion and flame*, 116:461-485. 1999
  
- [9] Patankar, S. V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Science. Hemisphere Publishing Corporation. 1980.

- [10] Patankar, S. V., Spalding, D. B. A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three Dimensional Parabolic Flows. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 15. pp. 1787-1806. 1972.
- [11] Spalding, D. B. *Mathematical Modeling of Fluid Dynamics, Heat Transfer and Mass Transfer Process*. Technical Report HTS/8011, Imperial College of Science Technology and Medicine. 1980.
- [12] Ludwig, J. C., Qin, H. Q., Spalding, D. B. *The PHOENICS Reference Manual*. Technical Report CHAM TR/200, CHAM Ltd, London. 1989.
- [13] H.K. Versteeg, W. Malalasekera, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*, Addison-Wesely, Reading MA, 1995.
- [14] J. Thompson, Z. Warsi, C. Wayne-Mastin, *Numerical Grid Generation: Foundation and Applications*, Elsevier, Amsterdam, 1985.
- [15] M. Berger, R. LeVeque, *An Adaptive Cartesian Mesh Algorithm for the Euler Equations in Arbitrary Geometries*, AIAA paper 89-1930-CP, 1989.
- [16] J. Quirk, *An alternative to unstructured grids for computing gas dynamic flows around arbitrarily complex two-dimensional bodies*, *Comput. Fluids* 23 (1) (1994) 125–142.
- [17] G. Yang, D. Causon, D. Ingram, R. Saunders, P. Batten, *A Cartesian cut cell method for compressible flows. Part A. Static body problems*, *Aeronaut. J.* 101 (1001) (1997) 47–56.
- [18] G. Yang, D. Causon, D. Ingram, *Calculation of compressible flows about complex moving geometries using a 3D Cartesian cut cell method*, *Int. J. Numer. Methods Fluids* 33 (2000) 1121–1151.
- [19] S. Cieslak, S. Ben Khelil, I. Choqiet, A. Merlen, *Cut cell strategy for 3D blast wave numerical simulation*, *Shock Waves* 10 (6) (2001) 421–429

- [20] Paul D. Bates, Stuart N. Lane, Robert I. Ferguson, Computational Fluid Dynamics Applications in Environmental Hydraulics, 2005
- [21] CFE, 2004, "Proyecto Ejecutivo de la Estructura de Control Mp3 del Río Carrizal, Subdirección Técnica, Gerencia de Estudio y Proyectos, México.
- [22] Henderson, F. M., 1966, Open Channel Flow. Macmillan Company, New York
- [23] Naudascher, E., 2000, "Hidráulica de Canales", Limusa, Noriega Editores, México
- [24] Briggs, G.A. Plume Rise and Buoyancy Effects. Atmospheric Science and Power Production, pp. 327-366. 1984.
- [25] Biagioli, F. Comparison Between Presumed and Monte Carlo PDF Transport Methods for Turbulent Combustion Modeling. AIAA-Journal of Propulsion and Power, 13(1):109-116. 1997.
- [26] Launder, B. E., Reece, G. J., Rodi, W. Progress in the development of a Reynolds stress turbulence closure. Journal of Fluid Mechanics, 65:537. 1975.
- [7] Jones, W. P. Turbulence Modeling and Numerical Solutions Methods for Variable Density and Combustion Flows. pp 306-374. Academic Press. 1994.
- [27] Daly, B. J., Harlow, F. H. Transport Equations in Turbulence. Physics of Fluids, 3(11):2634-2649. 1970.
- [28] Dahm WJA, Southerland K, Band Buch KA (1991) Direct, high resolution, four-dimensional measurements of the fine scale structure of  $Sc \gg 1$  molecular mixing in turbulent flows. Phys Fluids A 3(5):1115–1127.
- [29] Lumey, J. L. Pressure-Strain Correlation. Physics of Fluids. 18(6):750. 1975.

- [30] Spalding, D. B. A Novel Finite-Difference Formulation for Differential Expressions Involving Both First and Second Derivates. *Int. Journal. Num. Methods Engineering*, 4, pp. 551. 1972.