



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

MAESTRIA EN DOCENCIA PARA LA
EDUCACION MEDIA SUPEIOR

FACULTAD DE CIENCIAS

GUIA DIDACTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LA TEORIA
GENERAL DE LA RELATIVIDAD EN EL BACHILLERATO

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE

**MAESTRO EN DOCENCIA PARA LA EDUCACION
MEDIA SUPERIOR (FISICA)**

P R E S E N T A

EDUARDO FEDERICO ELIOSA LEON

DIRECTORA DE TESIS: DRA. BEATRIZ ELIZABETH FUENTES MADARIAGA

MÉXICO, D. F.

AGOSTO 2008

A MIS PADRES FEDERICO Y CARMEN:

Por los hermosos momentos que compartimos juntos
Por su amor y el ejemplo de superación,
Honestidad y responsabilidad que me inculcaron
Durante toda su vida.

**A MI ESPOSA MARÍA ELENA Y A MIS HIJAS
MARIELI ITZEL, ESBAIDE ARANZAZÚ Y
FRANCIS VALERIA:**

Con profundo amor, por su comprensión, aliento,
ayuda y paciencia.

A MIS HERMANOS HÉCTOR Y CARMINA:

Por su apoyo y consejo para llegar a la meta
anhelada.

A TODOS MIS FAMILIARES.

A TODOS MIS AMIGOS.

AGRADECIMIENTOS

Mi más sincero agradecimiento a la Dra. Beatriz E. Fuentes Madariaga por su gran apoyo y por la dirección, observaciones y corrección de este trabajo.

A los sinodales Dra. María de los Ángeles Ortiz Flores, M. en C. Julieta Fierro Gossman, M. en C. Mirna Villavicencio Torres y M. en Psic. Educ. Marquina Terán Guillén, por sus valiosos comentarios que orientaron y enriquecieron el trabajo.

A los profesores: Jorge Barojas Weber, Martiniano Arredondo Galván, María Sabina Ruiz Chavarría, Mauricio Beuchot Puente, María del Pilar Segarra Alberú por sus enseñanzas. En especial a las maestras Matilde Moreno Bello Cañibe y Leticia Barba Martín.

Al Sr. Víctor Manuel Moreno Rivero por su apoyo en la realización de algunos dibujos.

A mis compañeros de la Maestría: Ana Laura González Quijano, Carlos García Torres, Enrique Flores Medina, Jonás Torres Montealbán y Ramón Pérez Vega, por su amistad y por los gratos momentos que compartimos juntos.

A la Escuela Nacional Preparatoria No. 8 "Miguel E. Schulz", por las facilidades otorgadas para la realización de esta tesis y a la Universidad Nacional Autónoma de México, por la creación de la Maestría en Docencia para la Educación Media superior (MADEMS), que satisface una necesidad en la actividad docente universitaria.

Al AAPAUNAM por su apoyo para la realización del examen de grado.

NOTA ACLARATORIA

Cuando se comenzó a desarrollar este trabajo, se tenía la idea de elaborar una guía que sirviera para enseñar la Teoría General de la Relatividad en el Bachillerato.

La guía debería ser un instrumento didáctico útil que apoyara eficazmente a los docentes en la enseñanza de la Teoría General de la Relatividad.

Pero conforme se fue avanzando en la realización de la tesis, se observó que se apoyaba en gran medida en las analogías como la estrategia de enseñanza utilizada.

Así como en otras actividades de enseñanza y aprendizaje.

Por esta razón, se considera que el título más adecuado para la presente tesis debería ser:

“El uso de analogías para la enseñanza y aprendizaje de cuatro conceptos de la Teoría General de la Relatividad en el Bachillerato”.

ÍNDICE

	Contenido	Página
	Nota aclaratoria	3
	Introducción.	8
	1. Capítulo 1 Marco teórico de la enseñanza y el aprendizaje.	10
	1.1 Objetivos.	11
	1.2 Fundamentación académica.	12
	1.3 Marco Teórico.	14
	1.3.1 La enseñanza y el aprendizaje: una perspectiva psicopedagógica.	15
	1.3.2 El modelo constructivista.	15
	1.3.3 Estrategias de enseñanza.	22
	1.3.4 Estrategias de aprendizaje.	26
	1.3.5 Clasificación de las estrategias de aprendizaje	27
	1.3.6 Analogías.	32
	1.3.7 Captura conceptual.	38
	1.3.8 La historia de la física	38
	1.3.9 La planeación de la instrucción.	39
	1.3.10 El proceso de evaluación.	41
	2. Capítulo 2 Fundamentación Teórica de la Teoría Especial y General de la Relatividad.	44
	2.1 Fundamentación Teórica de la Teoría Especial de la Relatividad.	45
	2.1.1 Transformaciones de Galileo.	45
	2.1.2 Relatividad Newtoniana.	47
	2.1.3 Electromagnetismo, relatividad de Galileo y éter.	48
	2.1.4 Experimento de Michelson-Morley.	51
	2.1.5 La Teoría Especial de la Relatividad.	55
	2.1.6 La relatividad de la simultaneidad.	56
	2.1.7 Transformaciones de Lorentz.	59
	2.1.8 Algunas consecuencias de las transformaciones de Lorentz.	60
	2.1.8.1 Dilatación del tiempo.	60
	2.1.8.2 Contracción de la longitud.	64
	2.2 Fundamentación Teórica de la Teoría General de la Relatividad.	66
	2.2.1 La Teoría General de la Relatividad.	66
	2.2.2 El principio de equivalencia.	66
	2.2.3 Deformación del espacio-tiempo.	72
	2.2.4 Desviación gravitacional de la luz.	74
	2.2.5 Características de las lentes gravitacionales.	78
	2.10 Hoyos negros.	83
	3. Capítulo 3 Propuesta de enseñanza y aprendizaje de la Teoría Especial y General de la Relatividad en el bachillerato	89
	3.1 Introducción.	90
	3.2 Ubicación de la asignatura en el Plan de Estudios de la Escuela Nacional	90

Preparatoria.	
3.3 Exposición de motivos y propuestas generales del curso.	91
3.4 Características del curso.	91
3.5 Propuesta didáctica.	92
3.6 Planeación didáctica de la Teoría Especial de la Relatividad.	94
3.7 Actividades de enseñanza y aprendizaje de la Teoría Especial de la Relatividad.	95
3.8 Planeación didáctica de la Teoría General de la Relatividad.	97
3.9 Actividades de enseñanza y aprendizaje de la Teoría General de la Relatividad.	98
3.10 Experiencia didáctica en el laboratorio utilizando la analogía de una lente gravitacional.	100
3.11 Experiencia didáctica en el laboratorio empleando la analogía de la deformación del espacio-tiempo.	108
3.12 Experiencia didáctica en el laboratorio usando la analogía de un agujero negro.	115
Capítulo 4 Análisis de Resultados.	121
4 Análisis e Interpretación de Resultados.	122
4.1 Evaluación de los resultados de la Teoría General de la Relatividad	122
4.1.1 Introducción.	122
4.2 Ciclo escolar 2005-2006.	123
4.2.1 Examen diagnóstico del ciclo escolar 2005-2006.	123
4.2.2 Interpretación de las concepciones previas de la TGR detectadas en los alumnos del ciclo 2005-2006.	127
4.2.3 Examen final del ciclo escolar 2005-2006.	133
4.2.4 Interpretación de los conceptos de la TGR logrados por los alumnos del ciclo 2005-2006.	137
4.3 Ciclo escolar 2006-2007.	148
4.3.1 Examen diagnóstico del ciclo escolar 2006-2007.	148
4.3.2 Interpretación de las concepciones previas de la TGR detectadas en los alumnos del ciclo 2006-2007.	150
4.3.3 Examen final del ciclo escolar 2006-2007.	163
4.4 Resultados globales del ciclo escolar 2005-2006.	169
4.4.1 Resultados del examen diagnóstico del ciclo escolar 2005-2006.	169
4.4.2 Resultados del examen final del ciclo escolar 2005-2006.	172
4.4.3 Aspectos generales detectados en el ciclo escolar 2005-2006.	175
4.5 Resultados globales del ciclo escolar 2006-2007.	178
4.5.1 Resultados del examen diagnóstico del ciclo escolar 2006-2007.	178
4.5.2 Resultados del examen final del ciclo escolar 2006-2007.	180
4.5.3 Aspectos generales detectados en el ciclo escolar 2006-2007.	183
Capítulo 5 Conclusiones.	185
Conclusiones.	186
Anexos	189
Anexo 1 Velocidad de escape.	190
Anexo 2 Subtema 3.3 del Programa de estudios de Astronomía de la Escuela Nacional Preparatoria.	192

Anexo 3 Documento para los alumnos: Biografía de Albert Einstein.	193
Anexo 4 Cuestionario de la biografía de Albert Einstein.	223
Anexo 5 Lecturas sugeridas de la Teoría Especial de la relatividad.	225
Anexo 6 Plan de clase.	228
Anexo 7 Plan de clase.	229
Anexo 8 Plan de clase.	230
Anexo 9 Plan de clase.	231
Anexo 10 Plan de clase.	232
Anexo 11 Plan de clase.	234
Anexo 12 Plan de clase.	235
Anexo 13 Subtema 5.4 del Programa de estudios de Astronomía de la Escuela Nacional Preparatoria..	237
Anexo 14 Subtema 5.8 del Programa de estudios de Física III de la Escuela Nacional Preparatoria..	238
Anexo 15 Documento para los alumnos: La Teoría General de la Relatividad.	239
A.15.1 Geometría y Gravitación.	239
A.15.2 La Teoría General de la Relatividad.	244
A.15.3 El principio de equivalencia.	244
A.15.4 Deformación del espacio-tiempo.	249
A.15.5 Desviación gravitacional de la luz.	252
A.15.6 Corrimiento gravitacional al rojo.	255
A.15.7 La precesión del perihelio de Mercurio.	260
A.15.8 La Relatividad General y la velocidad de la luz.	263
A.15.9 Lentes gravitacionales.	264
A.15.10 Fuentes puntuales.	265
A.15.11 La teoría cosmológica del Big Bang.	266
A.15.12 Los agujeros negros.	269
A.15.13 Los cuasares.	274
A.15.14 Dos aplicaciones de la Relatividad General.	275
A.15.15 Materia oscura.	276
A.15.16 Ondas gravitacionales.	277
Anexo 16 Cuestionario de la Teoría General de la Relatividad.	281
Anexo 17 Lecturas sugeridas de la Teoría General de la relatividad.	284
Anexo 18 Plan de clase.	287
Anexo 19 Plan de clase.	288
Anexo 20 Plan de clase.	289
Anexo 21 Plan de clase.	290
Anexo 22 Plan de clase.	291
Anexo 23 Plan de clase.	292
Anexo 24 Plan de clase.	293
Anexo 25 Crucigrama.	294

Anexo 26 Sopa de letras.	296
Créditos de figuras.	298
Bibliografía.	302

Introducción

El trabajo aquí desarrollado está motivado por la necesidad de satisfacer una carencia de gran importancia en la enseñanza de la física en el bachillerato.

A lo largo de 18 años de quehacer docente en la Escuela Nacional Preparatoria, he notado la inexistencia de propuestas didácticas para la enseñanza de la Teoría General de la Relatividad (TGR).

Es por esta razón que la presente “Guía Didáctica para la Enseñanza de la Teoría General de la Relatividad en el Bachillerato” es un recurso que se pone a la disposición de los profesores para su uso en las aulas del bachillerato universitario.

También se pone a consideración de los alumnos a quienes se les dará la biografía de Albert Einstein y un documento escrito acerca de la Teoría General de la Relatividad. Asimismo, se realizarán las experiencias didácticas, con el uso de las analogías: de la deformación del espacio-tiempo, de un agujero negro y del efecto de lente gravitacional, con la finalidad de que los alumnos conozcan con cierto detalle esta teoría trascendental de la física contemporánea.

La presente obra constituye una propuesta didáctica en la que se aplican los conocimientos adquiridos en las diferentes asignaturas de la Maestría en Docencia para la Educación Media Superior (MADEMS Física) que constituyen una herramienta valiosa empleada en la elaboración de esta tesis.

Este trabajo se orienta siguiendo las tres líneas de formación de la Maestría: la disciplinaria, la psicopedagógico-didáctica y la socio-ético-educativa.

En el desarrollo de esta tesis se revisaron libros de física de nivel bachillerato. Y se encontró que únicamente cinco libros contienen la Teoría Especial de la Relatividad (TER) y sólo tres contienen además la Teoría General de la Relatividad.

Este hecho es revelador porque indica la gran ausencia de la Teoría de la Relatividad como tema de estudio en los libros de consulta del nivel medio superior.

Ante esta situación es urgente elaborar estrategias didácticas para la enseñanza eficaz de esta teoría que suscita gran interés en los educandos.

Se considera que este es uno de los trabajos pioneros que sobre el tema se han realizado en México, a nivel bachillerato; y su importancia radica en tratar de estimular a otros profesores para que desarrollen nuevas estrategias didácticas y de este modo, se pueda extender y mejorar la enseñanza de la Teoría de la Relatividad en este nivel educativo.

Es importante mencionar que para la realización de esta tesis se tuvo que poner al día los conocimientos elementales de la Teoría General de la Relatividad, incluyendo todos los nuevos avances en la materia hasta este siglo XXI, para lo cual se consultaron revistas y libros especializados en el tema, mismos que son leídos por un restringido público, en su mayoría constituido por profesionistas del área físico-matemática.

Razón por la cual, este trabajo representa un esfuerzo por poner al alcance de los alumnos de bachillerato, los conceptos básicos de la Teoría General de la Relatividad de manera amena pero sin perder formalidad. Intentando con ello motivarlos para que se decidan probablemente a elegir la carrera de física para estudiar en mayor profundidad esta deslumbrante teoría, o por lo menos, lograr que tengan una formación académica integral lo más completa posible para que sean capaces de entender el mundo contemporáneo en el que viven y en el que la relatividad tiene diversas e importantes aplicaciones.

Es por esto que la presente obra trata de contribuir a llenar el enorme hueco de la enseñanza de la Teoría General de la Relatividad en el nivel medio superior.

Esta obra consta de las siguientes partes:

El capítulo 1 comprende la descripción de los propósitos del presente trabajo, la fundamentación académica, el marco teórico de la enseñanza y del aprendizaje, las estrategias de enseñanza y de aprendizaje, particularmente la de las analogías, por ser la estrategia empleada en este trabajo.

En el capítulo 2, se presenta la fundamentación teórica que está integrada por conceptos de la Teoría Especial de la Relatividad, así como de la Teoría General de la Relatividad y está dirigida a los profesores.

El capítulo 3 está integrado por la planeación didáctica de las Teorías Especial y General de la Relatividad dentro del Programa de Estudios de Astronomía de la Escuela Nacional Preparatoria; contiene también las herramientas didácticas utilizadas como son: los exámenes diagnóstico y final de la TER y de la TGR, las experiencias didácticas a través del uso de analogías de la deformación del espacio-tiempo, de un agujero negro y de una lente gravitacional.

En el capítulo 4, se halla el análisis y la interpretación de los resultados obtenidos con los alumnos de bachillerato, así como la evaluación de estos resultados en función del aprendizaje adquirido por los alumnos.

En el capítulo 5, se encuentran las conclusiones que se basan en el análisis y la evaluación de los logros alcanzados por los estudiantes en torno al aprendizaje de los conceptos fundamentales de la Teoría General de la Relatividad.

Y finalmente, en los anexos se encuentran: la deducción matemática de la velocidad de escape, los temas 3.3 y 5.4 del Programa de Estudios de Astronomía de la Escuela Nacional Preparatoria, el tema 5.8 del Programa de Estudios de Física III de la ENP, el material para los alumnos que consta de las lecturas de: la biografía de Albert Einstein y de la Teoría General de la Relatividad, con sus cuestionarios respectivos, las lecturas sugeridas de la Teoría Especial y General de la Relatividad, para los profesores y también para los estudiantes, materiales didácticos como son: un crucigrama, una sopa de letras y los planes de clase de la Teoría Especial y General de la Relatividad.

CAPÍTULO 1

Marco Teórico de la Enseñanza y el aprendizaje

1.1 Objetivos

La enseñanza de la Física Moderna y de la Teoría de la Relatividad, en particular, enfrenta grandes retos en el bachillerato:

La elaboración de este trabajo tiene los siguientes propósitos:

- 1) Contribuir a la construcción de materiales de apoyo didáctico para la enseñanza de algunos aspectos de la Teoría General de la Relatividad.
- 2) Aportar una propuesta didáctica que sirva para enriquecer o aumentar el conocimiento de los profesores acerca de las nociones fundamentales de la Teoría General de la Relatividad.
- 3) Enfatizar las pruebas experimentales que han otorgado validez a la teoría relativista.
- 4) Difundir el conocimiento de la aplicación práctica de la Teoría de la Relatividad, como lo es la comunicación vía satélite (telefonía celular), los viajes espaciales, el estudio de las partículas elementales y de la cosmología.
- 5) Impulsar el conocimiento de la Teoría de la Relatividad como una visión moderna y más completa del universo.

Como propósitos particulares se pretende:

- 1) Que el alumno aprenda cuatro conceptos relativistas: la deformación del espacio-tiempo, la desviación gravitacional de la luz, las características de una lente gravitacional y del agujero negro.
- 2) Que el profesor disponga de actividades de enseñanza para abordar el estudio de los cuatro conceptos relativistas arriba mencionados.
- 3) Que el alumno comprenda la importancia y el alcance de los conceptos básicos de la Teoría General de la Relatividad y su repercusión en el conocimiento de la estructura y funcionamiento del universo.

La presente Guía Didáctica se inscribe en el enfoque disciplinario del Programa de Estudios de la asignatura de Astronomía de la Escuela Nacional Preparatoria (ENP, 2005) que menciona que:

“Estará sujeto a revisión continua, con el fin de hacer las observaciones necesarias al Consejo Académico de Bachillerato”.

Además señala que:

“...los temas a tratar se apoyan en prototipos o modelos didácticos de bajo costo que los alumnos y los profesores manipulan en una continua interacción. Además de sociodramas, secuencias didácticas teórico experimentales...”

Partes de la guía se pusieron a prueba en el ejercicio de la práctica docente I, II Y III, con alumnos de 6º año de la Escuela Nacional Preparatoria No. 8.

Para la elaboración del material se tomaron en cuenta las diversas opiniones de los profesores y los compañeros de la Maestría en Docencia para la Enseñanza Media Superior (MADEMS) y de la tutora de tesis, los cuales lo enriquecieron con sus valiosas observaciones.

La tesis se ajusta al propósito general de la Maestría en Docencia para la Enseñanza Media Superior (MADEMS), (UNAM, 2003), a saber:

“Formar sólida y rigurosamente, con un carácter innovador, multidisciplinario y flexible, profesionales de la educación a nivel de Maestría, para un ejercicio docente adecuado a las necesidades de la Enseñanza Media Superior”.

1.2 Fundamentación Académica

Es necesario abordar a la mayor brevedad posible el estudio de la Teoría General de la Relatividad en el bachillerato.

La Teoría Especial de la Relatividad cumplió ya 100 años de haber sido enunciada por Einstein. El nacimiento de la mecánica cuántica también ocurrió hace un siglo.

Sin embargo, la enseñanza de la Teoría de la Relatividad y de los temas de la Física Moderna, en general, en el nivel medio superior es casi nula.

Esto puede deberse a diversos factores entre los cuales se encuentran:

1.- La complejidad de los conceptos de la teoría de la relatividad porque en su mayor parte contradicen el “*sentido común*” de la gente.

2.- La dificultad de la comprensión de las ideas relativistas debido al hecho de que no podemos apreciar los fenómenos inherentes a la relatividad, puesto que nos movemos con rapidez insignificante comparada con la de la luz.

3.- La extensión del Programa de Estudios de la asignatura de Física III de la Escuela Nacional Preparatoria (ENP, 2005), es muy grande y no bastan las 120 horas que se le asignan al año. Muchos profesores no alcanzan a cubrir la 5ª unidad llamada “Estructura de la materia”, en la que se abordan los temas del “Origen y evolución del universo” y de la “Relatividad general”, como parte del subcapítulo 5.8 “Partículas elementales y cosmología”.

Es importante mencionar que estos dos subtemas son los últimos del curso de Física III.

Por lo anteriormente mencionado, se puede decir que no se realiza el estudio de la Física Moderna en el nivel de bachillerato.

4.- El escaso o nulo conocimiento y dominio de los conceptos básicos relativistas por parte de los profesores, debido a la ignorancia del tema o a una deficiente preparación académica respecto a la Teoría de la Relatividad.

La citada complejidad de los conceptos relativistas radica en el hecho de que los conceptos se refieren a situaciones que ocurren en el macrocosmos de la ciencia y no en el mesocosmos de los alumnos (Pozo, 1996).

Los estudiantes (y aún los maestros) no poseen referencias cotidianas de los sucesos relativistas, ya que éstos se aprecian únicamente cuando los cuerpos se mueven a grandes velocidades, comparables con la de la luz.

Y los fenómenos que suceden en la vida diaria, en el mesocosmos estudiantil, se desarrollan a velocidades muy pequeñas, insignificantes respecto a la de la luz. De tal suerte que los eventos relativistas permanecen ocultos a los alumnos, se puede considerar que pertenecen a un mundo imaginario más que real, es decir, parecen existir en un “mundo virtual” (Pozo, op. cit.).

La teoría de la relatividad pertenece al macrocosmos de la ciencia, puesto que ocurre en escalas de distancia muy grandes en las que se encuentran los planetas, las estrellas, las galaxias, etc. Y por otro lado, pertenece también al microcosmos, como por ejemplo los electrones y protones que viajan en los grandes aceleradores y la travesía de los muones desde las capas altas de la atmósfera hacia la superficie terrestre. Existen fenómenos como el efecto fotoeléctrico y los rayos X, que tienen diversas aplicaciones tecnológicas y que son fenómenos de naturaleza relativista; pero aún así, hace falta acercar más la Teoría de la Relatividad a los estudiantes, porque parece estar lejana a nuestra percepción y al entendimiento de los alumnos (Pozo, op. cit.).

Por estas razones, es muy difícil para los estudiantes (y aún para los profesores) imaginarse lo que sucede en los cuerpos que viajan a grandes velocidades, cercanas a la de la luz.

Desde luego la luz es un fenómeno ordinario, conocido por toda la gente, también es un fenómeno relativista, pero su comprensión y su estudio teórico no es sencillo ni está cercano a la gente.

Con la finalidad de superar gradualmente todas estas dificultades, es imperativo que los profesores del nivel medio superior comiencen a enseñar de manera sistemática los temas de la Teoría de la Relatividad.

Si no se hace así, ¿Cuánto tiempo tendremos que esperar para enseñarla? ¿Acaso otro siglo más?

No podemos seguir escuchando impasibles expresiones como la siguiente: “*los profesores de bachillerato sólo enseñan la física del siglo XIX*”.

No es posible seguir rehuyendo la problemática de la enseñanza de la física contemporánea en el nivel medio superior, so pretexto de que es muy compleja y extremadamente difícil de enseñar.

Es decir, no debemos continuar esquivando o ignorando deliberadamente el desafío que representa el estudio formal de la Física Moderna, y específicamente de la Teoría de la Relatividad, en la enseñanza media superior.

Si no enfrentamos el desafío corremos el peligro de quedar atrasados respecto del conocimiento de frontera de la física y de su aplicación tecnológica en la sociedad actual.

Estaríamos condenados a ser una nación cada vez más dependiente científica y tecnológicamente de los países del primer mundo y cerraríamos las puertas a nuestro desarrollo.

Por eso es necesario y urgente enfrentar este reto y diseñar propuestas didácticas que sean útiles en la enseñanza de estos temas.

1.3 Marco Teórico

La Teoría de la Relatividad, en realidad consta de dos teorías: la especial y la general, comprende el estudio de diversos fenómenos que ocurren cuando un cuerpo viaja a una velocidad cercana a la lumínica.

Este trabajo se avoca a estudiar los conceptos básicos de la Teoría General de la Relatividad

En primer término, para enseñar aspectos fundamentales de la Teoría de la Relatividad, es preciso conocer las preconcepciones o ideas previas que poseen los estudiantes del bachillerato.

Estas características, así como su grado de madurez psicológica, son importantes para incidir eficazmente en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los conceptos relativistas.

Ausubel (1978) afirma al respecto:

“de todos los factores que influyen en el aprendizaje, el más importante consiste en lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese en consecuencia”.

La presente obra para la enseñanza de la Teoría General de la Relatividad va dirigida a los alumnos del bachillerato, cuyo nivel psicológico es posible ubicar en el período de las operaciones formales, de acuerdo a Piaget.

French (1997-1998) afirma que:

“la teoría especial de la relatividad no es fundamentalmente difícil o complicada; en una forma simple, puede ser presentada nada más con el álgebra de la enseñanza secundaria. Su desafío es conceptual, porque se exige que nosotros abandonemos nuestras ideas intuitivas con las cuales hemos crecido. Esto no es un problema trivial...”

En cuanto a la Teoría General de la Relatividad, se puede decir que es más compleja que la Teoría Especial, por su mayor nivel de abstracción, pero sobre todo por su complicada descripción matemática. Y definitivamente no es posible enseñarla empleando matemáticas de nivel bachillerato.

Hoy en día los estudiantes son bombardeados por una gran cantidad de información a través de los medios masivos de comunicación. Lo arriesgado de esto es que la información llega casi sin filtro a las mentes estudiantiles y originan algunas concepciones científicas erróneas.

Al parecer, los medios de comunicación masiva como son: la televisión, el cine, la radio, el internet, la prensa, las revistas, etc. influyen en la fabricación de ideas previas en los estudiantes en torno a la relatividad.

Actualmente existen películas que tratan temas como los viajes en el tiempo, hacia el futuro y hacia el pasado, los viajes interestelares, los agujeros negros, etc. que cautivan la imaginación de los alumnos y que, desafortunadamente, son fuente, de creación de concepciones alternativas de los estudiantes acerca de fenómenos que aborda la Teoría de la Relatividad.

1.3.1 La enseñanza y el aprendizaje: una perspectiva psicopedagógica.

Los elementos que constituyen el proceso de enseñanza-aprendizaje son:

El acto de enseñar y aprender

Esto implica que hay uno que conoce (el que puede enseñar), y otro que desconoce (el que puede aprender).

Significa, por otra parte, que el que pueda enseñar, quiera enseñar y sepa enseñar (profesor). Asimismo, significa que el que pueda aprender, quiera aprender y sepa aprender (alumnos) (Hernández P., 1995).

Además de estos elementos personales, está lo que se quiere enseñar o aprender (*contenidos curriculares*) y los procedimientos o instrumentos para enseñarlo o aprenderlo (*medios*).

Lo que ocurre también es que cuando se enseña algo es para conseguir alguna meta (*objetivos*). Por otro lado, cuando ocurre ese acto de enseñar y aprender, acontece en una situación determinada por ciertas condiciones físicas, sociales y culturales (*contexto*).

El aprendizaje es una parte medular del proceso cognitivo y como tal, forma parte del quehacer docente que busca su mejoramiento, a través del uso de nuevos métodos y teorías en el aula.

El aprendizaje es un proceso en el que se modifican las conductas verbales y las no verbales.

Es por esto que es de suma importancia que los profesores establezcan condiciones ambientales conductuales (estímulos) que les garanticen que sus alumnos alcancen los objetivos o metas trazados.

Las conclusiones de estudios realizados indican firmemente que el docente es el factor más importante, fuera de la casa, que afecta el aprendizaje y el desarrollo del alumno. Los docentes que tienen objetivos claros procuran activamente el aprendizaje y usan métodos eficientes que producen resultados (Eggen P. D. y Kauchak D. P., 2005).

1.3.2 El modelo constructivista

¿Qué es el constructivismo?

Mario Carretero (1993, citado en Díaz Barriga F., Hernández G., 2007) argumenta lo siguiente:

“Básicamente puede decirse que es la idea que mantiene que el individuo tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos no es un mero producto del ambiente ni un simple

resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores. En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia fiel de la realidad, sino una construcción del ser humano. ¿Con qué instrumentos realiza la persona dicha construcción? Fundamentalmente con los esquemas que ya posee, es decir, con lo que ya construyó en su relación con el medio que le rodea. Dicho proceso de construcción depende de dos aspectos fundamentales:

- *De los conocimientos previos o representación que se tenga de la nueva información, o de la actividad o tarea a resolver.*
- *De la actividad externa o interna que el aprendiz realice al respecto.”*

Diversos autores han postulado que es mediante la realización de aprendizajes significativos que el alumno construye significados que enriquecen su conocimiento del mundo físico y social, potenciando así su crecimiento personal. De esta manera, los tres aspectos clave que debe favorecer el proceso instruccional serán el logro del aprendizaje significativo, la memorización comprensiva de los contenidos escolares y la funcionalidad de lo aprendido.

Según Coll (1988, citado en Díaz Barriga F., Hernández G., 2007) la finalidad última de la intervención pedagógica es desarrollar en el alumno la capacidad de realizar aprendizajes significativos por sí solo en una amplia gama de situaciones y circunstancias (aprender a aprender).

De acuerdo con Coll (1990, citado en Díaz Barriga F., Hernández G., 2007) la concepción constructivista se organiza en torno a tres ideas fundamentales:

- 1) *El alumno es el responsable último de su propio proceso de aprendizaje. Él es quien construye (o más bien reconstruye) los saberes de su grupo cultural, y éste puede ser un sujeto activo cuando manipula, explora, descubre o inventa, incluso cuando lee o escucha la exposición de los otros.*
- 2) *La actividad mental constructiva del alumno se aplica a contenidos que poseen ya un grado considerable de elaboración.* Esto quiere decir que el alumno no tiene en todo momento que descubrir o inventar en un sentido literal todo el conocimiento escolar. Debido a que el conocimiento que se enseña en las instituciones escolares es en realidad el resultado de un proceso de construcción a nivel social, los alumnos y profesores encontrarán ya elaborados y definidos una buena parte de los contenidos curriculares.
- 3) *La función del docente es engarzar los procesos de construcción del alumno con el saber colectivo culturalmente organizado.* Esto implica que la función del profesor no se limita a crear condiciones óptimas para que el alumno despliegue una actividad mental constructiva, sino que debe orientar y guiar explícita y deliberadamente dicha actividad.

David P. Ausubel, como otros teóricos cognoscitivistas, postula que el aprendizaje implica una reestructuración activa de las percepciones, ideas, conceptos y esquemas que el aprendiz posee en su estructura cognitiva.

Podríamos clasificar su postura como constructivista (el aprendizaje no es una simple asimilación pasiva de información literal, el sujeto la transforma y estructura) e interaccionista (los materiales de estudio y la información exterior se interrelacionan e interactúan con los esquemas de conocimiento previo y las características personales del aprendiz) (Díaz Barriga F., Hernández G., 2007).

En síntesis, el **aprendizaje significativo** es aquel que conduce a la creación de estructuras de conocimiento mediante la relación sustantiva entre la nueva información y las ideas previas de los estudiantes.

Pero ¿qué procesos y estructuras entran en juego para lograr un aprendizaje significativo? Según Ausubel, se dan cambios importantes en nuestra estructura de conocimientos como resultado de la asimilación de la nueva información; pero esto sólo es posible si existen ciertas condiciones favorables.

La estructura cognitiva está integrada por esquemas de conocimiento, los cuales son abstracciones o generalizaciones que los individuos hacen a partir de objetos, hechos y conceptos (y de las interrelaciones que se dan entre éstos) que se organizan *jerárquicamente*. Lo anterior quiere decir que procesamos la información que es menos inclusiva (hechos y proposiciones *subordinados*) de manera que llegue a ser subsumida o integrada por las ideas más inclusivas (denominadas conceptos y proposiciones *supraordinadas*).

Es indispensable tener siempre presente que la estructura cognitiva del alumno tiene una serie de antecedentes y conocimientos previos, un vocabulario y un marco de referencia personal, lo cual es además un reflejo de su madurez intelectual. Este conocimiento resulta crucial para el docente, pues Ausubel piensa que es a partir del mismo que debe planearse la enseñanza.

El aprendizaje significativo implica un procesamiento muy activo de la información por aprender. Así, por ejemplo, cuando se aprende significativamente a partir de la información contenida en un texto académico, se hace por lo menos lo siguiente (Díaz Barriga F., Hernández G., 2007):

1. Se realiza un juicio de pertinencia para decidir cuáles de las ideas que ya existen en la estructura cognitiva del aprendiz son las más relacionadas con las nuevas ideas o contenidos por aprender.
2. Se determinan las discrepancias, contradicciones y similitudes entre las ideas nuevas y las previas.
3. Con base en el procesamiento anterior, la información nueva vuelve a reformularse para poderse asimilar en la estructura cognitiva del sujeto.
4. Si una “reconciliación” entre ideas nuevas y previas no es posible, el aprendiz realiza un proceso de análisis y síntesis con la información, reorganizando sus conocimientos bajo principios explicativos más inclusivos y amplios.

Es de gran importancia que el estudiante posea ideas previas pertinentes como antecedente necesario para aprender, ya que sin ellas, aun cuando el material de aprendizaje esté “bien elaborado”, poco será lo que el aprendiz logre.

Es decir, puede haber aprendizaje significativo de un material potencialmente significativo, pero también puede darse la situación de que el alumno aprenda por repetición debido a que no esté motivado o dispuesto a hacerlo de otra forma, o porque su nivel de madurez cognitiva no le permita la comprensión de contenidos de cierto nivel de complejidad. En este sentido resaltan dos aspectos (Díaz Barriga F., Hernández G., 2007):

- a) La necesidad que tiene el docente de comprender los procesos motivacionales y afectivos subyacentes al aprendizaje de sus alumnos, así como de disponer de algunos principios y estrategias efectivos de aplicación en clase.
- b) La importancia que tiene el conocimiento de los procesos de desarrollo intelectual y de las capacidades cognitivas en las diversas etapas del ciclo vital de los alumnos.

Es evidente que las variables relevantes del proceso de aprendizaje significativo son múltiples y complejas y que todas ellas deben tomarse en cuenta tanto en la fase de planeación como en la impartición de los contenidos curriculares, sin descuidar los episodios de evaluación y asesoramiento de los alumnos.

Asimismo, el docente no debe olvidar que aunque enfrenta situaciones determinadas por el contexto escolar o por la historia previa de sus estudiantes, su campo de acción son todos aquellos aprendizajes sociales y académicos que puede promover en sus alumnos. Si bien por una parte está el alumno con su estructura cognitiva particular, con su propia idiosincrasia y capacidad intelectual, con una serie de conocimientos previos (algunas veces limitados y confusos), y con una motivación y actitud para el aprendizaje propiciada por sus experiencias pasadas en la escuela y por las condiciones actuales imperantes en el aula, el docente llega a influir favorablemente en todas ellas (Díaz Barriga F., Hernández G., 2007).

Por otra parte, están los contenidos y materiales de enseñanza, y si éstos no tienen un significado lógico potencial para el alumno se propiciará un aprendizaje rutinario y carente de significado. Aquí nuevamente el profesor puede potenciar dichos materiales de aprendizaje al igual que las experiencias de trabajo en el aula y fuera de ella, para acercar a los alumnos a aprendizajes más significativos.

Las fases del aprendizaje significativo son (Díaz Barriga F., Hernández G., 2007):

1. Fase inicial del aprendizaje:

- El aprendiz percibe a la información como constituida por *piezas o partes aisladas* sin conexión conceptual.
- El aprendiz tiende a memorizar o interpretar en la medida de lo posible estas piezas, y para ello usa su conocimiento esquemático.
- El procesamiento de la información es global y éste se basa en: escaso conocimiento sobre el dominio a aprender, estrategias

generales independientes de dominio, uso de conocimientos de otro dominio para interpretar la información (para comparar y usar analogías).

- La información aprendida es concreta (más que abstracta) y vinculada al contexto específico.
- Uso predominante de estrategias de repaso para aprender la información.
- Gradualmente el aprendiz va construyendo un panorama global del dominio o del material que va a aprender, para lo cual emplea su conocimiento esquemático, establece analogías (con otros dominios que conoce mejor) para representarse ese nuevo dominio, construye suposiciones basadas en experiencias previas, etc.

2. Fase intermedia del aprendizaje:

- El aprendiz empieza a encontrar relaciones y similitudes entre las partes aisladas y llega a configurar esquemas y mapas cognitivos acerca del material y el dominio de aprendizaje en forma progresiva. Sin embargo, estos esquemas no permiten aún que el aprendiz se conduzca en forma automática o autónoma.
- Se va realizando de manera paulatina un procesamiento más profundo del material. El conocimiento aprendido se vuelve *aplicable* a otros contextos.
- Hay más oportunidad para reflexionar sobre la situación, material y dominio.
- El conocimiento llega a ser más abstracto, es decir, menos dependiente del contexto donde originalmente fue adquirido.
- Es posible el empleo de estrategias elaborativas u organizativas tales como: mapas conceptuales y redes semánticas (para realizar conductas metacognitivas), así como para usar la información en la solución de tareas-problema, donde se requiera la información a aprender.

3. Fase terminal del aprendizaje:

- Los conocimientos que comenzaron a ser elaborados en esquemas o mapas cognitivos en la fase anterior, llegan a estar más integrados y a funcionar con mayor autonomía.
- Como consecuencia de ello, las ejecuciones comienzan a ser más automáticas y a exigir un menor control consciente.
- Igualmente las ejecuciones del sujeto se basan en estrategias específicas del dominio para la realización de tareas como solución de problemas, respuestas a preguntas, etc.
- Existe mayor énfasis en esta fase sobre la ejecución que en el aprendizaje, dado que los cambios en la ejecución que ocurren se deben a variaciones provocadas por la tarea, más que a rearrreglos o ajustes internos.
- El aprendizaje que ocurre durante esta fase probablemente consiste en: a) la acumulación de información en los esquemas preexistentes y b) aparición progresiva de interrelaciones de alto nivel en los esquemas.

Con frecuencia los docentes se preguntan de qué depende el olvido y la recuperación de la información aprendida, ¿por qué olvidan los alumnos tan pronto lo que han estudiado?, ¿de qué depende que puedan recuperar la información estudiada?

En el marco de la investigación cognitiva referida a la construcción de esquemas de conocimiento, se ha encontrado lo siguiente (Díaz Barriga F., Hernández G., 2007):

1. La información desconocida y poco relacionada con conocimientos que ya se poseen o demasiado abstracta, es más vulnerable al olvido que la información familiar, vinculada a conocimientos previos o aplicable a situaciones de la vida cotidiana.
2. La incapacidad para recordar contenidos académicos previamente aprendidos o para aplicarlos se relaciona a cuestiones como:
 - Es información aprendida mucho tiempo atrás.
 - Es información poco empleada o poco útil.
 - Es información aprendida de manera inconexa.
 - Es información aprendida repetitivamente.
 - Es información discordante con el nivel de desarrollo intelectual y con las habilidades que posee el sujeto.
 - Es información que posee el sujeto, pero que no la entiende ni puede explicarla.
 - El alumno no hace el esfuerzo cognitivo necesario para recuperarla o comprenderla.

En vista de lo anterior se sugiere al docente una serie de principios de instrucción que se desprenden de la teoría del aprendizaje verbal significativo (Díaz Barriga F., Hernández G., 2007):

1. El aprendizaje se facilita cuando los contenidos se le presentan al alumno organizados de manera conveniente y siguen una secuencia lógica y psicológica apropiada.
2. Los contenidos escolares deben presentarse en forma de sistemas conceptuales (esquemas de conocimiento) organizados, interrelacionados y jerarquizados, y no como datos aislados y sin orden.
3. La activación de los conocimientos y experiencias previos que posee el aprendiz en su estructura cognitiva, facilitará los procesos de aprendizaje significativo de nuevos materiales de estudio.
4. El establecimiento de “puentes cognitivos” (conceptos e ideas generales que permiten enlazar la estructura cognitiva con el material por aprender) pueden orientar al alumno a detectar las ideas fundamentales, a organizarlas e integrarlas significativamente.
5. Los contenidos aprendidos significativamente (por recepción o por descubrimiento) serán más estables, menos vulnerables al

olvido y permitirán la transferencia de lo aprendido, sobre todo si se trata de conceptos generales e integradores.

6. Puesto que el alumno en su proceso de aprendizaje, y mediante ciertos mecanismos autorregulatorios, puede llegar a controlar eficazmente el ritmo, secuencia y profundidad de sus conductas y procesos de estudio, una de las tareas principales del docente es estimular la motivación y participación activa del sujeto y aumentar la significatividad potencial de los materiales académicos.

Basándose en los postulados ausubelianos, la secuencia de organización de los contenidos curriculares consiste en diferenciar de manera progresiva dichos contenidos, yendo de lo más general e inclusivo a lo más detallado y específico (conceptos supraordinados - conceptos subordinados, información simple – información compleja), estableciendo al mismo tiempo relaciones entre contenidos del mismo nivel (conceptos coordinados) para facilitar la reconciliación integradora.

De acuerdo con Coll, Pozo, Sarabia y Valls (1992, citado en Díaz Barriga F., Hernández G., 2007), los contenidos que se enseñan en los currículos de todos los niveles educativos pueden agruparse en tres áreas básicas: conocimiento declarativo, procedimental y actitudinal.

Se puede definir el *saber qué* como aquella competencia referida al conocimiento de datos, hechos, conceptos y principios. Algunos han preferido denominarlo conocimiento declarativo, porque es un saber que *se dice*, que *se declara* o que se conforma por medio del lenguaje.

El conocimiento declarativo está compuesto por dos tipos de conocimiento: el factual y el conceptual (Pozo, 1992; citado en Díaz Barriga F., Hernández G., 2007).

El *conocimiento factual* es el que se refiere a datos y hechos que proporcionan información verbal y que los alumnos deben aprender en forma literal o “al pie de la letra”.

El *conocimiento conceptual* es más complejo que el factual. Se construye a partir de conceptos, principios y explicaciones, los cuales no tienen que ser aprendidos en forma literal, sino abstrayendo su significado esencial o identificando las características definitorias y las reglas que los componen.

Para promover el aprendizaje conceptual es necesario que los materiales de aprendizaje se organicen y estructuren correctamente, lo cual les provee de una riqueza conceptual que pueda ser explotada por los alumnos. También es necesario hacer uso de los conocimientos previos de los alumnos y hacer que éstos se impliquen cognitiva, motivacional y efectivamente en el aprendizaje. El profesor debe planear actividades donde los alumnos tengan oportunidades para explorar, comprender y analizar los conceptos de forma significativa, ya sea mediante una estrategia expositiva o por descubrimiento.

El *saber hacer* o *saber procedimental* es aquel conocimiento que se refiere a la ejecución de procedimientos, estrategias, técnicas, habilidades, destrezas, métodos, etc. Se puede decir, que a diferencia del saber qué, que es de tipo declarativo y teórico, el saber procedimental es de tipo práctico, porque está basado en la realización de varias acciones u operaciones.

El *saber ser* o *saber actitudinal-valoral* es uno de los contenidos escasamente atendidos hasta hace poco tiempo en todos los niveles educativos, a pesar de que siempre ha estado presente en el aula, aunque sea de manera implícita u “oculta”. En la década pasada se intentó incorporar tales saberes de manera explícita en el currículo escolar, no sólo a nivel de la educación básica, sino también en el nivel medio, en el bachillerato y gradualmente en la educación superior. Se ubican bajo los rubros de educación moral o ética, enseñanza de valores y actitudes, desarrollo humano, educación para los derechos humanos y la democracia, y educación cívica, entre otros.

1.3.3 Estrategias de enseñanza

Una *estrategia* es un procedimiento flexible, heurístico (nunca como algoritmo rígido) y adaptable que la emplea el alumno o el agente de enseñanza, dependiendo de los distintos dominios de conocimiento, contextos o demandas de los episodios o secuencias de enseñanza de que se trate (Díaz-Barriga, F; 2007).

Las estrategias de enseñanza son procedimientos que el agente de enseñanza utiliza en forma reflexiva y flexible para promover el logro de aprendizajes significativos en los alumnos.

Es necesario tener presentes *cinco aspectos esenciales* para considerar qué tipo de estrategia es la indicada para utilizarse en ciertos momentos de la enseñanza, dentro de una sesión, un episodio o una secuencia instruccional, a saber (Díaz-Barriga, F; 2007):

1. Consideración de las características generales de los aprendices (nivel de desarrollo cognitivo, conocimientos previos, factores motivacionales, etc.).
2. Tipo de dominio del conocimiento en general y del contenido curricular en particular, que se va a abordar.
3. La intencionalidad o meta que se desea lograr y las actividades cognitivas y pedagógicas que debe realizar el alumno para conseguirla.
4. Vigilancia constante del proceso de enseñanza (de las estrategias de enseñanza empleadas previamente, si es el caso), así como del progreso y aprendizaje de los alumnos.
5. Determinación del contexto intersubjetivo (por ejemplo, el conocimiento ya compartido) creado con los alumnos hasta ese momento, si es el caso.

Cada uno de estos factores y su posible interacción constituyen un importante argumento para decidir por qué utilizar alguna estrategia y de qué modo hacer uso de ella.

A continuación se presentarán algunas estrategias de enseñanza que han demostrado una alta efectividad en diversas investigaciones, al ser introducidas como apoyos ya sea en textos académicos o en la dinámica del proceso de enseñanza-aprendizaje escolar (Balluerka, 1995; Díaz-Barriga y Luke, 1977; Eggen y Kauchak, 1999; Hernández y García, 1991; Mayer, 1984, 1989 y 1990; West, Farmer y Wolf, 1991; citados en Díaz-Barriga, F; 2007).

ESTRATEGIA	DESCRIPCIÓN
Objetivos	Enunciados que establecen condiciones, tipo de actividad y forma de evaluación del aprendizaje del alumno. Como estrategias de enseñanza compartidas con los alumnos, generan expectativas apropiadas.
Resúmenes	Síntesis y abstracción de la información relevante de un discurso oral o escrito. Enfatizan conceptos clave, principios y argumento central.
Organizadores previos	Información de tipo introductoria y contextual. Tienden un puente cognitivo entre la información nueva y la previa.
Ilustraciones	Representaciones visuales de objetos o situaciones sobre una teoría o tema específico (fotografías, dibujos, dramatizaciones, etc.).
Organizadores gráficos	Representaciones visuales de conceptos, explicaciones o patrones de información (cuadros sinópticos, cuadros C-Q-A).
Analogías	Proposiciones que indican que una cosa o evento (concreto y familiar) es semejante a otro (desconocido y abstracto o complejo).
Preguntas intercaladas	Preguntas insertadas en la situación de enseñanza o en un texto. Mantienen la atención y favorecen la práctica, la retención y la obtención de información relevante.
Señalizaciones	Señalamientos que se hacen en un texto o en la situación de enseñanza para enfatizar u organizar elementos relevantes del contenido por aprender.
Mapas y redes conceptuales	Representaciones gráficas de esquemas de conocimiento (indican conceptos, proposiciones y explicaciones).
Organizadores textuales	Organizaciones retóricas de un discurso que influyen en la comprensión y el recuerdo.

Tabla 1.1 Estrategias de enseñanza.

Existen estrategias de enseñanza que pueden incluirse al *inicio* (preinstruccionales), *durante* (coinstruccionales) o *al final* (postinstruccionales) de una sesión, episodio o secuencia de enseñanza-aprendizaje.

Las *estrategias preinstruccionales* por lo general preparan al estudiante en relación con qué y cómo va a aprender; esencialmente tratan de incidir en la activación o la generación de conocimientos y experiencias previas pertinentes. Algunas de las estrategias preinstruccionales más usadas son los objetivos y los organizadores previos.

Las *estrategias coinstruccionales* apoyan los contenidos curriculares durante el proceso mismo de enseñanza-aprendizaje. Cubren funciones para que el aprendiz mejore la atención e igualmente detecte la información principal, logre una mejor codificación y conceptualización de los contenidos de aprendizaje, y organice, estructure e interrelacione las ideas importantes. Se trata de funciones relacionadas con el logro de un aprendizaje con comprensión (Shuell, 1988; citado en Díaz-Barriga, F; 2007).

Aquí se incluyen estrategias como ilustraciones, redes y mapas conceptuales, analogías y cuadros C-Q-A (C = lo que se conoce, Q = lo que se quiere conocer/aprender y A = lo que se ha aprendido), entre otras.

Y las *estrategias postinstruccionales* se presentan al término del episodio de enseñanza y permiten al alumno formar una visión sintética, integradora e incluso crítica del material. En otros casos le permiten incluso valorar su propio aprendizaje. Dentro de este tipo de estrategias se encuentran los resúmenes finales, organizadores gráficos (cuadros sinópticos simples y de doble columna), redes y mapas conceptuales.

Otra clasificación importante es la que se refiere a los procesos cognitivos activados por las estrategias (Cooper, 1990; Díaz-Barriga, 1993; Kiewra, 1991; Mayer, 1984; West, Farmer y Wolf, 1991; citados en Díaz-Barriga, F; 2007).

En la siguiente tabla se indica el proceso al que predominantemente se asocian las estrategias.

Proceso cognitivo en el que incide la estrategia	Tipos de estrategias de enseñanza
Generación de expectativas apropiadas	Objetivos o intenciones
Activación de los conocimientos previos	Situaciones que activan o generan información previa (Actividad focal, introductoria, discusiones guiadas, etc.)
	Objetivos
Orientar y guiar la atención y el aprendizaje	Señalizaciones
	Preguntas insertadas
Mejorar la codificación de la información nueva	Ilustraciones
	Gráficas
	Preguntas insertadas
Promover una organización global más adecuada de la información nueva a aprender (mejorar las conexiones internas)	Resúmenes
	Mapas y redes conceptuales
	Organizadores gráficos (cuadros sinópticos simples y de doble columna, cuadros C-Q-A)
	Organizadores textuales
Para potenciar y explicitar el enlace entre conocimientos previos y la información nueva por aprender (mejorar las conexiones externas)	Organizadores previos
	Analogías
	Cuadros C-Q-A

Tabla 1.2 Clasificación de las estrategias de enseñanza según el proceso cognitivo atendido.

En lo que respecta a este trabajo, se centrará en las estrategias que promueven el enlace entre los conocimientos previos y la nueva información que se ha de aprender, asegurando una mayor significatividad de los aprendizajes logrados. De acuerdo con Mayer (1984; citado en Díaz-Barriga, F; 2007), a este proceso de integración entre lo “previo” y lo “nuevo” se le denomina: construcción de “conexiones externas”.

Se recomienda utilizar estas estrategias antes o durante la instrucción para lograr mejores resultados en el aprendizaje. Las estrategias típicas de enlace entre lo previo y lo nuevo son las de inspiración ausubeliana: los organizadores previos y las analogías.

En la siguiente tabla, se presentan de manera resumida los principales efectos esperados de aprendizaje en el alumno con cada una de las estrategias. El profesor debe tener presente este tipo de información para tomar las mejores decisiones pedagógicas.

Estrategias de enseñanza

Efectos esperados en el alumno

Objetivos

Dan a conocer la finalidad y alcance del material y cómo manejarlo. El alumno sabe qué se espera de él al terminar de revisar el material. Ayudan a contextualizar sus aprendizajes y a darles sentido.

Actividades que generan y activan información previa (foco introductorio, discusión guiada, etc.)

Activan sus conocimientos previos.

Crean un marco de referencia común.

Ilustraciones

Facilitan la codificación visual de la información.

Preguntas intercaladas

Permiten que practique y consolide lo que ha aprendido. Mejora la codificación de la información relevante. El alumno se autoevalúa gradualmente.

Señalizaciones

Le orientan y guían en su atención y aprendizaje. Identifican la información principal; mejoran la codificación selectiva.

Resúmenes

Facilitan que recuerde y comprenda la información relevante del contenido por aprender.

Organizadores previos

Hacen más accesible y familiar el contenido.

Con ellos, se elabora una visión global y contextual.

Analogías

Sirven para comprender información abstracta. Se traslada lo aprendido a otros ámbitos.

Mapas y redes conceptuales

Son útiles para realizar una codificación visual y semántica de conceptos, proposiciones y explicaciones.

Contextualizan las relaciones entre conceptos y proposiciones.

Organizadores textuales

Facilitan el recuerdo y la comprensión de las partes más importantes del discurso.

Tabla 1.3 Estrategias y efectos esperados en el aprendizaje de los alumnos.

1.3.4 Estrategias de aprendizaje

Uno de los objetivos más valorados y perseguidos dentro de la educación a través de todos los tiempos es la de *enseñar a los alumnos a que se vuelvan aprendices autónomos, independientes y autorregulados, capaces de aprender a aprender*.

Se ha conseguido identificar los factores por los que los estudiantes obtienen resultados satisfactorios, a pesar de situaciones didácticas a las que se han enfrentado. Han aprendido a aprender porque (Díaz-Barriga, F; 2007):

- Controlan sus procesos de aprendizaje.
- Se dan cuenta de lo que hacen.
- Captan las exigencias de la tarea y responden consecuentemente.
- Planifican y examinan sus propias realizaciones, pudiendo identificar los aciertos y las dificultades.
- Emplean estrategias de estudio pertinentes para cada situación.
- Valoran los logros obtenidos y corrigen sus errores.

Aprender a aprender implica la capacidad de reflexionar en la forma en que se aprende y actuar en consecuencia, autorregulando el propio proceso de aprendizaje mediante el uso de estrategias flexibles y apropiadas que se transfieren y adaptan a nuevas situaciones.

Las estrategias de aprendizaje tienen las siguientes características:

- ◇ Son procedimientos o secuencias de acciones.
- ◇ Son actividades conscientes y voluntarias.
- ◇ Pueden incluir varias técnicas, operaciones o actividades específicas.
- ◇ Persiguen un propósito determinado: el aprendizaje y la solución de problemas académicos y/o aquellos otros aspectos vinculados con ellos.
- ◇ Son más que los “hábitos de estudio” porque se realizan flexiblemente.
- ◇ Pueden ser abiertas (públicas) o encubiertas (privadas).
- ◇ Son instrumentos con cuya ayuda se potencian las actividades de aprendizaje y solución de problemas (Kozulin, 2000; citado en Díaz-Barriga, F; 2007).
- ◇ Son instrumentos socioculturales aprendidos en contextos de interacción con alguien que sabe más.
- ◇ Una definición formal de las estrategias de aprendizaje es la siguiente: se dice que son procedimientos (conjuntos de pasos, operaciones o habilidades) que un aprendiz emplea en forma consciente, controlada e intencional como instrumentos flexibles para aprender significativamente y solucionar problemas (Díaz-Barriga, Castañeda y Lule, 1986; Gaskins y Elliot, 1998; citado en Díaz-Barriga, F; 2007).

Los tres rasgos más característicos de las estrategias de aprendizaje son (Pozo y Postigo, 1993; citado en Díaz-Barriga, F; 2007).

- a) La aplicación de las estrategias es controlada y no automática; requieren necesariamente de una toma de decisiones, de una actividad previa de planificación y de un control de su ejecución. En este sentido, las estrategias de aprendizaje precisan de la aplicación del conocimiento metacognitivo y, sobre todo, autorregulador.
- b) La aplicación experta de las estrategias de aprendizaje requiere de una reflexión profunda sobre el modo de emplearlas. Es necesario que se dominen las secuencias de acciones e incluso las técnicas que las constituyen y que se sepa además cómo y cuándo aplicarlas flexiblemente.
- c) La aplicación de las mismas implica que el aprendiz las sepa seleccionar inteligentemente de entre varios recursos y capacidades que tenga a su disposición. Se utiliza una actividad estratégica en función de demandas contextuales determinadas y de la consecución de ciertas metas de aprendizaje.

La ejecución de las estrategias de aprendizaje ocurre asociada con otros tipos de recursos y procesos cognitivos de que dispone el aprendiz. Diversos autores concuerdan con la necesidad de distinguir entre varios tipos de conocimiento que se poseen y se utilizan durante el aprendizaje (Brown, 1975; Flavell y Wellman, 1977; citados en Díaz-Barriga, F; 2007). Por ejemplo:

1. *Procesos cognitivos básicos*: son todas aquellas operaciones y procesos involucrados en el procesamiento de la información, como atención, percepción, codificación, almacenaje y mnémicos, recuperación, etc.
2. *Conocimientos conceptuales específicos*: Se refiere al bagaje de hechos, conceptos y principios que el aprendiz posee sobre distintos temas de conocimiento el cual está organizado en forma de un reticulado jerárquico constituido por esquemas, Brown (1975; op.cit) ha denominado *saber* a este tipo de conocimiento. Por lo común se denomina “conocimientos previos”.
3. *Conocimiento estratégico*: este tipo de conocimiento tiene que ver directamente con lo que se ha llamado estrategias de aprendizaje. Brown (1975; op. cit.) lo describe de manera acertada con el nombre de *saber cómo conocer*.
4. *Conocimiento metacognitivo*: se refiere al conocimiento que poseemos sobre qué y cómo lo sabemos, así como al conocimiento que tenemos sobre nuestros procesos y operaciones cognitivas cuando aprendemos, recordamos o solucionamos problemas. Brown (op. cit.) lo describe con la expresión: *conocimiento sobre el conocimiento*.

Estos cuatro tipos de conocimiento interactúan en formas intrincadas y complejas cuando el aprendiz utiliza las estrategias de aprendizaje.

1.3.5 Clasificación de las estrategias de aprendizaje

Existen varias clasificaciones de las estrategias de aprendizaje pero aquí se describirán dos clasificaciones: en una de ellas se analizarán las estrategias según el tipo de proceso cognitivo y finalidad perseguidos (Pozo, 1990; citado en Díaz-Barriga, F; 2007), ver la tabla 1.4; en la otra se agrupan las estrategias

según su efectividad para determinados materiales de aprendizaje (Alonso, 1991, citado en Díaz-Barriga, F; 2007).

Las *estrategias de recirculación* de la información se consideran como las más primitivas empleadas por cualquier aprendiz. Dichas estrategias suponen un procesamiento de carácter superficial y son utilizadas para conseguir un aprendizaje “al pie de la letra” de la información. La estrategia básica es el repaso, el cual consiste en repetir una y otra vez (recircular) la información que se ha de aprender en la memoria de trabajo, hasta lograr establecer una asociación para luego integrarla en la memoria a largo plazo. Las estrategias de repaso simple y complejo son útiles especialmente cuando los materiales que se han de aprender no poseen o tienen escasa significatividad lógica, o cuando tienen poca significatividad psicológica para el aprendiz; de hecho puede decirse que son (en especial, el repaso simple) las estrategias básicas para el logro de aprendizajes *repetitivos o memorísticos* (Alonso, 1991; Pozo, 1989; citados en Díaz-Barriga, F; 2007).

Las *estrategias de elaboración* suponen básicamente integrar y relacionar la nueva información que se va a aprender con los conocimientos previos pertinentes (Elosúa y García, 1993; citados en Díaz-Barriga, F; 2007). Son de dos tipos: simple y compleja; la distinción entre ambas radica en el nivel de profundidad con que se establezca la integración. También puede distinguirse entre elaboración visual (por ejemplo, imágenes visuales simples y complejas) y verbal-semántica (por ejemplo, estrategia de “parafraseo”, elaboración inferencial o temática, etc.). Es evidente que estas estrategias permiten un tratamiento y una codificación más sofisticados de la información que se ha de aprender, porque atienden de manera básica a su significado y no a sus aspectos superficiales.

Las *estrategias de organización* de la información permiten hacer una reorganización constructiva de la información que ha de aprenderse. Mediante el uso de dichas estrategias es posible organizar, agrupar o clasificar la información, con la intención de lograr una representación correcta de ésta, explotando ya sea las relaciones posibles entre sus distintas partes y/o las relaciones entre la información que se ha de aprender y las formas de organización esquemática internalizadas por el aprendiz (Monereo, 1990; Pozo, 1990; citados en Díaz-Barriga, F; 2007).

Tanto en las estrategias de elaboración como en las de organización, la idea fundamental no es simplemente reproducir la información aprendida, sino ir más allá, con la elaboración u organización del contenido; esto es, descubriendo y construyendo significados para encontrar sentido en la información. Esta mayor implicación cognitiva (y afectiva) del aprendiz, a su vez permite una retención mayor que la producida por las estrategias de recirculación.

Proceso	Tipo de estrategia	Finalidad objetivo	Técnica o habilidad
Aprendizaje memorístico	Recirculación de la información	Repaso simple	<ul style="list-style-type: none"> • Repetición simple y acumulativa • Subrayar • Destacar • Copiar
Aprendizaje significativo	Elaboración	Apoyo al repaso (seleccionar)	<ul style="list-style-type: none"> • Palabra clave • Rimas • Imágenes mentales • Parafraseo
		Procesamiento simple	<ul style="list-style-type: none"> • Palabra clave • Rimas • Imágenes mentales • Parafraseo
	Organización	Procesamiento complejo	<ul style="list-style-type: none"> • Elaboración de inferencias • Resumir • Analogías • Elaboración conceptual
Clasificación de la información		<ul style="list-style-type: none"> • Uso de categorías • Redes semánticas 	
		Jerarquización y organización de la información	<ul style="list-style-type: none"> • Mapas conceptuales • Uso de estructuras textuales

Tabla 1.4 Una clasificación de las estrategias de aprendizaje.

En la clasificación propuesta por Alonso (1997; citados en Díaz-Barriga, F; 2007). Se sigue una aproximación inversa a la anterior, ya que las *estrategias son clasificadas según el tipo de contenidos declarativos* para los que resultan de mayor efectividad (Ver tablas 1.5 y 1.6).

Estrategia	Condiciones de aplicación	Características
Repetición: simple parcial acumulativa	Es especialmente efectiva en la modalidad acumulativa para aprender términos que se han de recordar en un orden determinado.	Simple: Se repite varias veces cada término Parcial: Se repiten juntos grupos de términos. Acumulativa: En cada repetición se añade otro término más a los de la vez anterior.
Organización categorial	Especialmente útil cuando se han de aprender conjuntos de nombres en un orden cualquiera.	Consiste en agrupar los nombres en función de categorías de pertenencia.
Elaboración verbal y visual	Especialmente útil cuando se requiere aprender palabras que han de usarse asociadas a un contexto (términos de una lengua) o pares de palabras que han de ir asociadas (ej. nación y capital).	Consiste en crear una frase en la que aparezca el término o términos a aprender, o en crear una imagen que facilite su asociación.

Tabla 1.5 Estrategias de aprendizaje para contenidos declarativos de tipo factual (términos, listas o pares de términos).

Estrategia	Condiciones de aplicación	Características
<i>Representación gráfica de redes conceptuales</i>	<i>Especialmente útil cuando se pretende integrar la información de un texto en una representación única y coherente.</i>	<i>Los conceptos y sus relaciones se representan mediante redes donde los conceptos se incluyen en espacios cerrados y las relaciones –jerárquicas, secuenciales o de agrupamiento- se representan mediante flechas con una letra que indica el tipo de relación.</i>
<i>Resumir textos</i>	<i>Especialmente útil cuando se necesita expresar en forma sintética y ordenada la información más importante de un texto, de acuerdo con un propósito definido.</i>	<p><i>Una vez definido el propósito del resumen (por ejemplo: extraer la información más importante con vista a un examen), las reglas a seguir son:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <i>1. Completar la progresión sistemática del texto.</i> <i>2. Determinar el tema global del texto y el de cada párrafo.</i> <i>3. Borrar de cada párrafo la información trivial o redundante.</i> <i>4. Si lo anterior no es suficiente, incluir nombres de categorías supraordinales para resumir series de elementos que sean ejemplos de las mismas, siempre que sea posible.</i> <i>5. Si lo anterior no es suficiente, y si es posible, inventar una expresión que signifique lo mismo que el conjunto de elementos del texto, de forma más breve.</i> <i>6. Seleccionar de cada párrafo los aspectos que finalmente resuman el texto.</i> <i>7. Identificar la estructura interna del texto (descripción, comparación, etc.) para organizar el resumen.</i>

Tabla 1.6 Estrategias de aprendizaje para contenidos declarativos complejos (conceptos, proposiciones, explicaciones).

Estrategia	Condiciones de aplicación	Características
Elaboración conceptual	Es fundamental cuando el objetivo es asimilar los nuevos conocimientos en profundidad de modo que resulten fácilmente aplicables en contextos distintos.	Implica establecer un puente entre el contenido a aprender y el proporcionado por otras fuentes distintas o, sobre todo, por los conocimientos previos que se posee. No es una estrategia en sentido estricto, pues no es posible decir qué pasos seguir para aplicarla, sino un procedimiento que implica la aplicación de diferentes reglas: pensar en ejemplos, traducir las ideas en procedimientos, establecer comparaciones, inferir reglas o principios, etc.
Hacer anotaciones y formular preguntas	Es útil durante la lectura de un texto, para facilitar el recuerdo de puntos concretos y sus posibles implicaciones, siempre que se tenga claro qué se ha de aprender para poder identificarlo al leer y recogerlo en las preguntas y anotaciones. Esto es, presupone una conciencia clara del objetivo de aprendizaje a conseguir.	Consiste en escribir en forma declarativa o en forma de pregunta, breves reflexiones o cuestiones sobre puntos particulares del texto, de modo que facilite la conexión de dicho punto con otros puntos del texto o con los conocimientos previos.

Tabla 1.6 Estrategias de aprendizaje para contenidos declarativos complejos (continuación).

1.3.6 Analogías

El presente trabajo se centra fundamentalmente en el empleo de analogías para la enseñanza de cuatro conceptos relativistas que son: la deformación del espacio-tiempo, el agujero negro, la desviación gravitacional de la luz y la lente gravitacional.

Se seleccionaron las analogías como estrategia de enseñanza porque permiten a los estudiantes visualizar o tener una idea aproximada de los conceptos relativistas arriba citados, que se caracterizan por ser abstractos o por tener una gran complejidad conceptual.

Es por lo tanto necesario resaltar los aspectos básicos de las analogías.

A través de la historia de la ciencia, las analogías han jugado un papel importante en la explicación, en la profundización y en el descubrimiento del conocimiento.

Una analogía es una proposición que indica que un objeto o evento es semejante a otro (Curtis y Reigeluth, 1984; Glynn, 1990; citados en Díaz Barriga F., Hernández G., 2007). Se manifiesta cuando:

- Dos o más objetos, ideas, conceptos o explicaciones son similares en algún aspecto; aunque entre ellos puedan existir diferencias en otro sentido.
- Cuando una persona extrae una conclusión acerca de un factor desconocido sobre la base de su parecido con algo que le es familiar.

Varios autores (Curtis y Reigeluth, op.cit.; Dagher, 1998; Glynn, op.cit.; citados en Díaz Barriga F., Hernández G., 2007) consideran que una analogía se estructura de cuatro elementos:

- a) El tópico o concepto blanco que se va a aprender, que usualmente, es abstracto y complejo.
- b) El concepto vehículo (o también llamado análogo) con el que se establecerá la analogía.
- c) Los términos conectivos que vinculan el tópico con el vehículo.
- d) La explicación que pone en relación de correspondencia las semejanzas entre el tópico y el vehículo.

Según Glynn (op.cit.; citado en Díaz Barriga F., Hernández G., 2007), una analogía será eficaz si con ella se consigue lograr el propósito de promover un aprendizaje con comprensión del tópico. Para valorar la eficacia, se consideran los siguientes aspectos:

- 1) La cantidad de elementos comparados.
- 2) La similitud de los elementos comparados.
- 3) La significación conceptual de los elementos comparados.

Como estrategia de enseñanza, se recomienda considerar los siguientes pasos para su aplicación, de acuerdo al modelo TWA (Teaching-with-Analogies = Enseñando con Analogías), (Glynn, S., Duit, R., Thiele, R., 1995):

1. Introducir el concepto *tópico* que el alumno debe aprender.
2. Evocar el *vehículo* cuidando que sea familiar y concreto para el alumno. Aquí se solicita la intervención de los alumnos para que comiencen a buscar las similitudes y se vayan perfilando las conclusiones.
3. Establecer las comparaciones mediante un “mapeo” (ver fig. 1.1) entre el tópico y el vehículo, identificando las partes o características estructurales o funcionales en que se asemejan. En tal caso se utilizan profusamente los *conectivos* “es semejante a ...”, “se parece en...”. En este paso también están disponibles otros recursos instruccionales como las ilustraciones (dibujos, fotografías, etc.), para facilitar la comparación.

4. Emplear algún recurso visual (por ejemplo, un diagrama, un mapa conceptual) en el que se plasmen e integren las similitudes identificadas en la comparación.
5. A partir de las comparaciones y contrastaciones, derivar una serie de *conclusiones* sobre el aprendizaje logrado del tópico.
6. Indicar los *límites* de la analogía (el vehículo se parece al tópico pero no es igual), reconociendo que lo más importante es aprender el tema.
7. Evaluar los resultados determinando el conocimiento que los alumnos lograron sobre los atributos importantes del tópico e identificar los errores que pudieron derivarse del uso de la analogía.

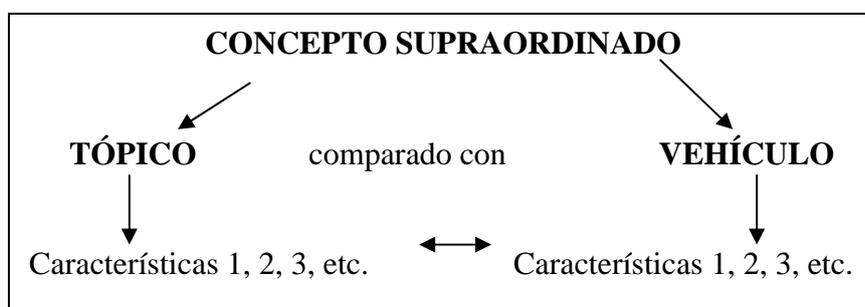


Fig. 1.1 Representación abstracta de una analogía, con sus partes constituyentes. Las características del tópico son mapeadas en las características del vehículo. Los conceptos tópico y vehículo están subordinados a un concepto supraordinado.

Aunque un mapeo de características a través de palabras es algunas veces suficiente para desarrollar una analogía, es preferible hacer mapeos gráficos o con dibujos porque activan el proceso cognitivo de la formación de imágenes mentales.

Un concepto supraordinado es aquel que genera dominios conceptuales diferentes en una analogía. A menudo, es difícil identificar y clasificar el concepto supraordinado.

Ningún tópico se “mapea” perfectamente en el vehículo; si el tópico y el vehículo son idénticos, entonces se trata del mismo concepto. Todos los vehículos fallan en algún punto y dos vehículos no son completamente parecidos entre sí.

La similitud entre el tópico y el vehículo generalmente produce que entre ellos haya un concepto supraordinado que los subsuma o los incluya. Es importante identificar dicho concepto porque permitiría el establecimiento de nuevas analogías alternativas, que podrían en un momento dado enriquecer la comprensión de los alumnos.

Se hace hincapié en que esta estrategia de enseñanza debe emplearse sólo cuando la información que se va a aprender se preste para relacionarla con conocimientos aprendidos anteriormente, si y sólo si el alumno los conoce bien. Puesto que el hecho de que el alumno relacione la información nueva con datos sueltos o endebles, provocaría confusiones y no se justificaría el uso de la estrategia (Díaz Barriga F., Hernández G., 2007).

Tampoco hay que confundir las analogías con los ejemplos. Estos últimos son instancias de un concepto determinado; mientras que la analogía es una comparación entre dos o más conceptos en relación con sus características o elementos componentes.

Las funciones de las analogías son (Díaz Barriga F., Hernández G., 2007):

- Emplear activamente los conocimientos previos para asimilar la información nueva.
- Proporcionar experiencias concretas o directas que preparen al alumno para experiencias abstractas y complejas.
- Favorecer el aprendizaje significativo mediante la familiarización y concretización de la información.
- Mejorar la comprensión de contenidos complejos y abstractos.
- Fomentar el razonamiento analógico en los alumnos o lectores.

Algunas recomendaciones para el empleo de analogías son las siguientes (Díaz Barriga F., Hernández G., 2007):

1. Asegúrese que el vehículo ciertamente contenga los elementos pertinentes (los que interesa enfatizar) con los cuales se comparará con el tópico y que exista similitud entre ellos.
2. Cerciórese de que el contenido o situación con la que se establecerá la analogía sea comprensible y conocida para el alumno, de otra forma, la analogía será confusa y no significativa.
3. Estructure la analogía considerando los elementos constituyentes ya señalados: tópico, vehículo, conectivos y explicación y supervise la aplicación que haga de ella.
4. Vigile que la analogía no “vaya demasiado lejos” en el sentido de ir más allá del punto de similitud, pues esto la invalida.
5. Explique al alumno las diferencias y limitaciones de la analogía propuesta. Se debe saber hacer uso de la analogía y reconocer en qué momento es necesario desprenderse de ella.
6. Emplee analogías cuando se enseñen contenidos abstractos y difíciles.
7. Anime a los alumnos, después de que se hayan familiarizado con la estrategia, a construir conjuntamente con usted las analogías y luego a que lo hagan en forma colectiva (en pequeños grupos) o autónoma.

Los profesores y los autores de los libros de texto usan frecuentemente analogías para explicar los conceptos complejos a los estudiantes. A través de sus clases, cuando responden a las preguntas de los alumnos, los profesores introducen sus explicaciones con expresiones coloquiales, del estilo de: “Es como”, “Es lo mismo que”, “No es diferente que” y “piensen en esto como si”.

En los libros de texto, los autores usan expresiones más formales como: “Similarmente”, “Parecido a”, “En comparación a” y “En contraste con”. Estas expresiones son maneras de decir: “Déjenme presentar una analogía”.

Desafortunadamente, las analogías de los profesores y de los escritores de libros de texto pueden hacer más daño que beneficio (Glynn et al, 1995). Esto se debe a que los mentores y los escritores carecen de guías para el uso de las analogías, algunas veces las usan de manera no sistemática, causando confusión y concepciones erróneas en sus estudiantes.

El conocimiento del profesor y del alumno experto se basa en relaciones de la información aprendida, es decir, su conocimiento existe en forma de redes interrelacionadas, es fácilmente almacenable, rápidamente recuperado y aplicado exitosamente. Desafortunadamente, el conocimiento de los alumnos es aprendido casi totalmente de memoria, la consecuencia de esto es un sistema que se olvida fácilmente y no está listo para transferirse a situaciones nuevas, relacionadas que pudiera encontrar el estudiante.

Por estas razones, los docentes deben sugerir varias analogías a los alumnos. Cada vehículo tiene sus características correspondientes y no correspondientes; algunos vehículos serán mejores para algunos propósitos que otros.

Cuando se les proporcionan varias analogías a los estudiantes, son capaces de enfocar el concepto tópico desde diversas perspectivas y por lo tanto de alcanzar un entendimiento más completo del mismo. Cuando están razonando los alumnos en términos de varias analogías, es menos probable que igualen (o confundan) cualquier analogía con el tópico. Los vehículos adicionales no se necesitan desarrollar en detalle como el primer vehículo. Con escribir una o dos oraciones que enfatizen sus características únicas, será suficiente.

Una analogía puede involucrar una familia entera de conceptos, con conceptos que varían en el grado de semejanza que comparten entre sí.

Una analogía construida por un maestro entre un concepto visto anteriormente en una clase y otro visto después es efectiva porque existe cierta seguridad de que el primer concepto es familiar a cualquier estudiante.

De manera ideal, una analogía elaborada efectivamente entre dos conceptos ayudará a los estudiantes a transferir su conocimiento propio hacia el entendimiento, la organización y visualización del nuevo conocimiento. El resultado es que los alumnos observan cómo las características de un concepto se ajustan entre sí y cómo el concepto en cuestión se conecta con otros conceptos. Los estudiantes generalizan su comprensión hacia un concepto supraordinado.

La efectividad de una analogía generalmente aumenta a medida de que se incrementa el número de características similares entre el tópico y el vehículo.

Los profesores se deben tomar su tiempo para asegurar que los alumnos estén familiarizados con las características básicas del concepto tópico antes de intentar elaborar una analogía. En el salón de clases deben cuestionar a los aprendices sobre aspectos concernientes al tópico antes de mapear las características compartidas entre el concepto tópico y el vehículo.

El razonamiento analógico nos ayuda a entender nuevos fenómenos y resolver nuevos problemas tomando en cuenta nuestras experiencias pasadas. Aunque también existe un lado oscuro. Cuando los alumnos sobregeneralizan y mapean características que no corresponden a los conceptos, pueden surgir concepciones alternativas.

Los seres humanos parecemos tener una tendencia natural hacia el razonamiento analógico, estamos en efecto “predispuestos” a pensar analógicamente.

Los profesores y los autores de libros de texto expertos aprovechan al máximo el razonamiento analógico en vez de ignorarlo. Hacen un uso efectivo de la analogía y enfatizan en los estudiantes la idea de que el pensamiento analógico es poderoso, pero limitado y que pueden surgir ideas equivocadas cuando se lleva una analogía demasiado lejos.

Por ejemplo, Millar et al. (citado en Glynn S. et al, 1995) en su libro de texto explica a los alumnos:

“Los modelos y las analogías pueden ser de gran valor en física si se usan con cuidado y discriminación. Es importante, por ejemplo, guardarse contra el peligro de creer que un modelo o analogía es una representación exacta de un sistema físico. Siempre se debe ver un modelo críticamente y recordar que una analogía significa no más que: bajo ciertas condiciones especiales, el sistema físico que se estudia se comporta como si..”

Las analogías son espadas de doble filo. Un vehículo puede usarse para explicar y aún predecir algunos aspectos del concepto tópico; sin embargo, en algún punto, cualquier analogía falla y, si la analogía se lleva más allá de ese punto, pueden crearse las concepciones erróneas. Debido a que dos conceptos no son nunca completamente idénticos, siempre existirán diferencias entre las características que los definen.

Es un prerequisite el hacer un examen cuidadoso de todos los rasgos de una analogía para utilizarla efectivamente en la educación. Cuando los docentes usan una analogía, deben anticipar las posibles fuentes de las concepciones alternativas causadas por las analogías y eliminarlas señalando a los estudiantes donde falla la analogía. Los profesores deben propiciar en los estudiantes una discusión en la que se identifiquen las limitaciones de la analogía.

Es ventajoso para los estudiantes construir sus propias analogías porque entonces los alumnos pueden usar su propio conocimiento relevante. Esto asegura que las analogías serán significativas. Además, los pupilos que puedan construir sus propias analogías se volverán más independientes en su

aprendizaje. Podrán anclar nuevos conceptos, usando el razonamiento analógico como una manera de entender esos conceptos.

Este proceso de elaboración de analogías por los alumnos está relacionado con una característica del proceso de la metacognición, a saber, que los aprendices son capaces de supervisar, integrar y extender su propio aprendizaje (Hewson, 1998).

De esta forma se incrementará y enriquecerá la ecología conceptual de los estudiantes (Strike et al, 1992).

1.3.7 Captura Conceptual

Para que sea exitosa la captura conceptual de los conocimientos básicos relativistas en los alumnos bachilleres se debe procurar que las nuevas concepciones sean (Hewson, op. cit.):

- Inteligibles: que sean entendibles, que tengan sentido para los estudiantes.
- Plausibles: que sean consistentes.
- Productivas: que logren algo de valor o puedan resolver los problemas insolubles o sugieran nuevas ideas.

La captura conceptual se puede lograr con el uso de técnicas de enseñanza adecuadas, como son las analogías, entre otras.

El aprendizaje significativo es el proceso de integración de conocimiento nuevo con el conocimiento existente. Este proceso es complejo y es el resultado de una interacción de procesos cognitivos claves tales como la formación de imágenes, la organización y la elaboración de analogías. La interacción de estos procesos conduce a la construcción de las relaciones conceptuales.

Algunas veces se piensa que los alumnos de ciencia registran pasiva y automáticamente la información transmitida por los profesores. Por el contrario, los estudiantes de ciencia consumen activamente la información y cuando aprenden significativamente desafían la información que se les presente, luchan con ella e intentan hallarle sentido, integrándola con lo que ya saben.

1.3.8 La historia de la física

Se pretende que los alumnos comprendan los conceptos de: la deformación del espacio-tiempo, de la desviación gravitacional de la luz, de la lente gravitacional y del agujero negro

Para lograr esto, se usa la historia de la ciencia como herramienta auxiliar, particularmente se emplea la historia de:

- 1) Las matemáticas, considerando el 5º postulado de Euclides y algunas propiedades de la geometría euclidiana y el surgimiento posterior de las geometrías no euclidianas de Lobachevski y de Riemann.

- 2) La física, con el nacimiento de la Teoría Especial de la Relatividad y su evolución hasta la Teoría General de la Relatividad.
- 3) La astronomía, con el establecimiento de la teoría del Big Bang acerca del origen del universo, del descubrimiento de los cuasares y de las lentes gravitacionales, del surgimiento de la radioastronomía, así como del estudio de los agujeros negros.

Todo lo anteriormente citado está vinculado con la Teoría General de la Relatividad, ya sea como herramienta matemática útil en la creación de esta teoría o como aplicación de la misma en el estudio de los fenómenos en cuestión.

Se hace uso del pensamiento de Jung, que considera que se debe entender la ciencia actual como una continuación de la “tradición” científica de los siglos anteriores y de este modo, *“el enfoque histórico puede ser el principal camino para preparar a los estudiantes para el cambio conceptual”*.

En este tenor, se utiliza la biografía de Albert Einstein para mostrar sus rasgos humanos, su vida que tiene momentos deslumbrantes y también posee sucesos dramáticos.

Al final, se impone el reconocimiento a su gran labor científica y su riqueza como ser humano.

Todo lo anterior, además, tiene la intención de exhibir que la ciencia no es todopoderosa ni infalible sino que también tiene errores. Y que los científicos algunas veces realizan sus descubrimientos de manera fortuita.

Se desea transmitir la idea de que la generación del nuevo conocimiento científico no es fácil ni inmediata, sino que la mayoría de las ocasiones requiere un gran esfuerzo y sacrificio de parte de los científicos, y que, usualmente es el resultado del trabajo arduo de muchos hombres y rara vez de uno solo.

1.3.9 La planeación de la instrucción

En el inicio del siglo XXI aparecen en el campo de la educación formal, la planeación y el diseño de la instrucción como elementos importantes e innovadores en el contexto de las competencias propias de todo maestro.

Los recientes hallazgos de la investigación educativa y los planteamientos de la socialización de la educación respecto de los cambios sociales que experimentan los jóvenes y los adultos en el aula, han puesto en evidencia la necesidad de realizar un mejor trabajo en el diseño instruccional de los docentes.

Una teoría de diseño educativo es una teoría que ofrece una guía explícita sobre la mejor forma de ayudar a que la gente aprenda y se desarrolle (Reigeluth Ch., 1999).

Los elementos del diseño son (Hernández P., 1995):

- a) De una *dimensión implícita*, constituida por las valoraciones, tendencias o propósitos educativos (teoría educativa de las políticas, de los profesores de un centro o de un profesor en concreto).
- b) De un *currículum*, que se expresa a través de los contenidos informativos, habilidades o hábitos que se han de enseñar.
- c) De unos *objetivos específicos u operativos*, a través de los cuales se concreta el *currículum*.
- d) De unos *medios*, formados por métodos, procedimientos, estrategias o instrumentos para obtener los objetivos propuestos.
- e) De unos *elementos personales*, representados por el profesor como agente de la enseñanza y los alumnos como agentes del aprendizaje.
- f) De un *contexto*, que lo configuran la situación y condiciones físicas y socioculturales donde se desarrolla la enseñanza.

Existen dos aspectos principales en cualquier situación educativa: las circunstancias bajo las cuales se realiza la enseñanza y los resultados educativos deseados de la misma.

Las *circunstancias educativas* incluyen (Reigeluth Ch., 1999):

1. La naturaleza de lo que se va a aprender (por ejemplo, el modo en que se aprenden los conocimientos difiere de aquel en el que se aprenden las técnicas).
2. La naturaleza del alumno (por ejemplo, los conocimientos anteriores, las estrategias de aprendizaje, así como las motivaciones).
3. La naturaleza del ambiente del aprendizaje (por ejemplo, solo en casa, en un aula con 26 alumnos, en un pequeño equipo en la oficina).
4. La naturaleza de las limitaciones al desarrollo del aprendizaje (por ejemplo, de cuánto tiempo y dinero disponemos para planificar y desarrollar la enseñanza).

El segundo aspecto principal de cualquier circunstancia educativa son los *resultados educativos deseados* que incluyen los niveles de eficacia, de rentabilidad y de interés, que son (Reigeluth Ch., 1999):

- El nivel de eficacia es una cuestión de lo bien que funciona la enseñanza y viene indicado por el buen resultado (el grado de competencia) que hayan obtenido los objetivos del aprendizaje.
- El nivel de rendimiento es el nivel de eficacia de la enseñanza dividido por el tiempo y/o los costos de la enseñanza.
- El nivel de interés es el grado en el que los alumnos disfrutan de la enseñanza. Un ejemplo sería el de los alumnos interesándose en saber dónde podrían aprender más cosas sobre un tema concreto.

1.3.10 El proceso de evaluación

La evaluación educativa es una actividad compleja y al mismo tiempo constituye una tarea necesaria y esencial en la labor docente.

Si se evoca aquella frase que Albert Einstein escribió en una de las paredes de su estudio *“no todo lo que cuenta es evaluable, ni todo lo que puede evaluarse cuenta”*, y en ese sentido, si se considera que sólo pudiese interesar la evaluación dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje, ésta seguirá siendo una tarea de gran complejidad porque le exige al docente analizar este proceso de muchas aristas y enfrentarse a una serie de asuntos y problemas difíciles de abordar, de carácter psicopedagógico, teórico-práctico, administrativo-institucional y sociocultural (Díaz Barriga F., Hernández G., 2007).

La evaluación es *parte integral de una buena enseñanza*, de hecho se puede decir que no es posible concebir adecuadamente a la enseñanza sin evaluación.

Sin la actividad evaluativa difícilmente se podría estar seguro de que ocurriera algún tipo de aprendizaje, cualquiera que éste fuera, o nos costaría mucho saber apenas un poco sobre los resultados y la eficacia de la acción docente y de los procedimientos de enseñanza utilizados. Sin la información que nos proporciona la evaluación, tampoco se tendrían argumentos suficientes para proponer correcciones y mejoras (Díaz Barriga F., Hernández G., 2007).

Evaluar implica seis aspectos centrales (Jorba y Casellas, 1997; Miras y Solé, 1990; Santos, 1993; Wolf, 1988; citados en: Díaz Barriga F., Hernández G., 2007):

1. La demarcación del objeto, situación o nivel de referencia que se ha de evaluar: identificación de los objetos de evaluación.
2. El uso de determinados criterios para la realización de la evaluación. Estos criterios deben tomar como fuente principal las intenciones educativas predefinidas en la programación del plan de clase, del programa y/o del currículo en cuestión. Existen dos tipos de criterios: de realización (nombran los actos concretos que se esperan de los alumnos) y de resultados (contemplan aspectos tales como: pertinencia, precisión, originalidad, volumen de conocimientos utilizados, etc.).
3. Una cierta organización mínima necesaria para la obtención de la información. La sistematización se consigue mediante la aplicación de las diversas técnicas, procedimientos e instrumentos evaluativos que hagan emerger los indicadores en el objeto de evaluación y su pertinencia.
4. Construir una representación lo más fidedigna posible del objeto de evaluación, a partir de la obtención de la información y mediante la aplicación de las técnicas adecuadas. Esta comprensión será más rica si se toma en cuenta un mayor número de elementos y fuentes para construirla.
5. La emisión de juicios. Con base en los puntos anteriores será posible elaborar un juicio de naturaleza esencialmente cualitativa sobre lo que se ha evaluado. Tras la confrontación entre los criterios predefinidos en las intenciones educativas y los indicadores emergerá este juicio valorativo que constituye la esencia de la evaluación.

6. La toma de decisiones. Este acto realizado a partir del juicio construido constituye indudablemente el porqué y para qué de la evaluación. Las decisiones que se tomen en la evaluación pueden ser de dos tipos: de carácter estrictamente pedagógico (para lograr ajustes y mejoras necesarias de la situación de aprendizaje y/o de enseñanza) y de carácter social (las cuales tienen que ver con asuntos como la acreditación, la promoción, etc.).

Existen dos clases de funciones que es posible distinguir en la evaluación de los aprendizajes: la función pedagógica y la función social (Coll y Martín, 1996; Coll y Onrubia, 1999; Jorba y Sanmartí, 1993; Marchesi y Martín, 1998; citados en: Díaz Barriga F., Hernández G. Op. cit.).

La *función pedagógica* tiene que ver directamente con la comprensión, regulación y mejora de la situación de enseñanza y aprendizaje. En este sentido, se evalúa para obtener información que permita, en un momento determinado, saber qué pasó con las estrategias de enseñanza y cómo es que están ocurriendo los aprendizajes de los alumnos, para que en ambos casos sea posible realizar las mejoras y ajustes necesarios. Los objetos de la evaluación no sólo son los procesos de aprendizaje de los alumnos, sino también el proceso mismo de la enseñanza.

La *función social* de la evaluación se refiere a los usos que se dan de ésta más allá de la situación de enseñanza y aprendizaje, y que tienen que ver con cuestiones tales como la selección, la promoción, la acreditación, la certificación y la información a otros. Esta función ha tendido a prevalecer por encima de la anterior debido a la idea de que evaluar es aplicar exámenes al final del proceso instruccional o que es calificar y asignar un número que certifique si se ha aprendido o no.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje, la evaluación es un aspecto de gran importancia y trascendencia.

Existen diversas interpretaciones de lo que es la evaluación, como por ejemplo:

- tradicionalmente la evaluación se visualiza como una prueba, un examen, un control y se contempla como una mera recopilación de datos cuya finalidad es calificar el rendimiento de un alumno exclusivamente desde el punto de vista de los conocimientos adquiridos (Pérez et al, 1998).

En un sentido más amplio, se aprecia que la evaluación es parte del proceso didáctico e implica para los estudiantes una toma de conciencia de los aprendizajes adquiridos, y para los docentes, una interpretación de las implicaciones de la enseñanza en esos aprendizajes (Litwin et al, 2001).

El proceso de evaluar consiste en registrar el comportamiento del alumno ante una situación dada y señalar lo adecuado o inadecuado del conocimiento adquirido en base a un patrón de referencia previamente establecido.

La evaluación del aprendizaje adquirido por los alumnos es un aspecto primordial del proceso de enseñanza-aprendizaje porque:

- ❖ Permite conocer los aspectos que se hallan en los conceptos científicos que dificultan la comprensión de los estudiantes.

- ❖ Permite descubrir las fortalezas y debilidades de los profesores en su quehacer docente.
- ❖ Promueve la reflexión posterior de los docentes acerca de su labor académica con el fin de proponer acciones tendientes a mejorar su desempeño en el aula.

La evaluación que se propone realizar a los alumnos será:

- Diagnóstica
- Sumativa
- Formativa

La planeación de clase la debe hacer el profesor tomando en cuenta las concepciones alternativas de los estudiantes, por ello es muy importante diseñar instrumentos diagnósticos adecuados para indagar dichas concepciones así como los conocimientos previos de los alumnos.

Primeramente se realizará una evaluación diagnóstica de los conocimientos previos que pudieran poseer los alumnos respecto a los conceptos fundamentales de la teoría general de la relatividad, al efecto de la masa de los cuerpos sobre su entorno. De antemano se espera que no existan o que sean muy pobres o erróneas esas nociones, sin embargo es útil efectuar esa indagación para que sirva como base para determinar si hubo captura conceptual de los conocimientos básicos de la relatividad por parte de los estudiantes.

La evaluación diagnóstica se efectuará a través de la aplicación de un examen diagnóstico inicial, cuyos reactivos (ver las secciones 4.2.1 y 4.3.1) se elaboraron de acuerdo a las indicaciones de Hernández (2002) respecto al examen de opción múltiple:

- El cuerpo o base debe contener la información importante.
- Se escogen cuatro opciones para elegir.
- Las opciones deben tener una extensión similar.
- Las opciones deben tener coherencia lógica.

Se trata de indagar en la ecología conceptual de los alumnos aquellas ideas previas que poseen que son debidas a su experiencia personal y que quizá están influenciadas por el cine, la televisión, las revistas y los libros de ciencia ficción y aún de los libros de texto de física.

Otra parte de la evaluación será sumativa en la que se asignará una calificación al estudiante.

También se realizará con los alumnos una evaluación formativa, es decir, se hará un análisis continuo del desempeño de los estudiantes para corregir sobre la marcha las deficiencias encontradas en su aprendizaje y en la propia labor docente. La finalidad que se persigue es la mejora continua del aprendizaje estudiantil (Pérez et al, op. cit).

CAPÍTULO 2

Fundamentación Teórica de la Teoría Especial y General de la Relatividad

2.1 Fundamentación Teórica de la Teoría Especial de la Relatividad

2.1.1 Transformaciones de Galileo

En primer lugar es necesario definir lo que se entiende por evento. Se dice que un evento es un suceso que ocurre independientemente del sistema de referencia elegido para su descripción y también en forma independiente del observador.

Se puede ubicar un evento en un lugar en el espacio que se especifica mediante tres coordenadas x , y y z y además se sitúa temporalmente con la coordenada t .

Para describir un evento es necesario primeramente elegir un sistema de referencia.

Un sistema de referencia “inercial” se define como un sistema de referencia en el que se obedece la primera ley de Newton (ley de la inercia), es decir es aquél que está en reposo o se mueve con velocidad constante.

Para fines prácticos, se puede considerar a la Tierra aproximadamente como un sistema inercial, así que cualquier sistema de referencia fijo en la Tierra también se considera como inercial. Sin embargo, estrictamente hablando, esto no es cierto, puesto que sobre los marcos de referencia fijos en la Tierra, actúa la fuerza de Coriolis y otras fuerzas ficticias.

Como ejemplos se pueden mencionar: un autobús, un submarino y un avión que se mueven uniformemente, o sea con velocidad constante, todos estos se consideran sistemas coordenados inerciales.

No siendo así, un coche de carreras y un tren que se mueven aceleradamente.

La teoría especial de la relatividad estudia los sucesos que ocurren sólo en sistemas de referencia inerciales.

Los cuerpos sujetos a estudio pueden moverse aceleradamente pero los sistemas en sí, se mueven de manera uniforme.

Considérese dos sistemas inerciales S y S' ; el segundo se mueve con velocidad constante v respecto al primero, como se indica en la figura 2.1.

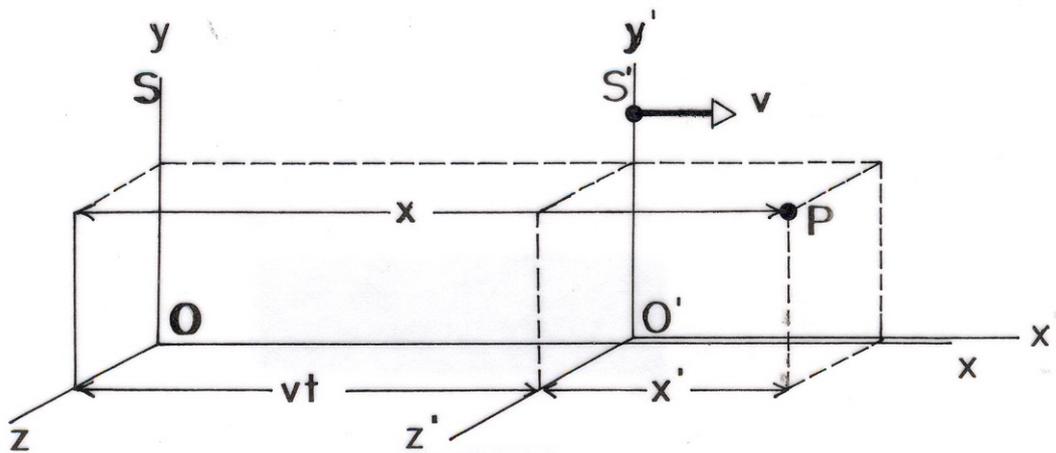


Fig. 2.1 Dos sistemas inerciales que tienen un eje común $x-x'$, y sus ejes $y-y'$, $z-z'$ son paralelos.

Para simplificar el siguiente análisis, considérese que los ejes de los sistemas son paralelos entre sí y que el movimiento se realiza a lo largo del eje común x, x' .

Es conveniente señalar que es equivalente considerar a S moviéndose a velocidad $-v$ con respecto a S' , que considerar a S' moviéndose con velocidad v respecto a S.

Supóngase que ocurre un evento en el punto P. Se describe este movimiento en S usando las coordenadas x, y y z y el tiempo t con respecto al origen O.

La descripción del movimiento por otro observador fijo en S' se hace mediante el uso de las coordenadas x', y' y z' y el tiempo t' con respecto al origen O' .

Ahora bien, ¿Cuál es la relación que existe entre las coordenadas x, y, z y t y las coordenadas x', y', z' y t' ?

Para contestar a esta pregunta, supóngase que los relojes de cada observador marcan 0 en el instante en que coinciden los orígenes O y O' de los sistemas S y S' respectivamente, que tienen un movimiento relativo entre sí.

Entonces las transformaciones galileanas de las coordenadas que relacionan las mediciones x, y, z y t con x', y', z' y t' son (Resnick, 1996):

$$\begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned} \quad (2.1)$$

Estas ecuaciones concuerdan con las ideas de la física clásica y se deducen de la fig. 2.1

Según la física clásica, es posible definir el tiempo independientemente del sistema de referencia elegido, por lo que:

$$t' = t \quad (2.2)$$

Lo cual significa físicamente que el tiempo transcurre de la misma forma en todos los marcos de referencia. Es decir, el tiempo es una magnitud "*universal*" o "*absoluta*", lo que implica que es el mismo para cualquier marco de referencia en movimiento.

De las ecuaciones (2.1) y (2.2) se deduce que el intervalo de tiempo existente entre dos eventos, digamos P y Q, es el mismo para todos los observadores, o sea:

$$t'_P - t'_Q = t_P - t_Q \quad (2.3)$$

De forma similar la distancia entre dos puntos, A y B medida en un instante dado, es la misma para cada observador; es decir:

$$x'_B - x'_A = x_B - x_A \quad (2.4)$$

Las transformaciones galileanas, son independientes del marco de referencia y del movimiento relativo existente entre dos sistemas de referencia dados, o lo que es lo mismo, del movimiento relativo entre dos observadores que miden un evento.

2.1.2 Relatividad Newtoniana

En la concepción newtoniana, la aceleración es la misma en todos los sistemas de referencia inerciales.

La física clásica, considera que el movimiento del sistema de referencia no influye en la *masa inercial*. En consecuencia, el producto ma será igual para todos los observadores inerciales. Y como $\vec{F} = m\vec{a}$, es la definición clásica de fuerza, entonces cada observador medirá la misma fuerza.

Es decir; (Resnick, 1996):

“Las leyes newtonianas del movimiento y las ecuaciones del movimiento de una partícula serían exactamente iguales en todos los sistemas de referencia inerciales”.

Una consecuencia importante del análisis anterior (Resnick, 1981), es que ningún experimento mecánico, efectuado completamente en el interior de un sistema inercial, es capaz de indicarle al observador qué tipo de movimiento es el que tiene dicho sistema con respecto a cualquier otro sistema de referencia inercial.

Si una persona se encuentra jugando ping pong a bordo de un vagón cerrado de un tren que viaja con un movimiento uniforme rectilíneo, entonces será incapaz de decir en base al movimiento de la pelota cómo se mueve el tren respecto al suelo.

No existe un sistema en el que sea posible determinar la velocidad de un sistema de referencia de manera absoluta. Es decir, no existe un sistema de referencia preferente, puesto que las leyes de la mecánica son las mismas para todos los marcos de referencia inerciales.

Esto implica que, no se puede realizar un experimento mecánico que sea útil para detectar una velocidad absoluta a través del vacío.

Por ejemplo, la aceleración y las leyes de Newton del movimiento son invariantes ante transformaciones galileanas, o sea, no cambian al aplicarles estas últimas.

Esto está de acuerdo con el *principio de relatividad de Galileo* (Hacyan, 2005) que expresa que:

“Las leyes de la física son las mismas en todos los sistemas de referencia inerciales”.

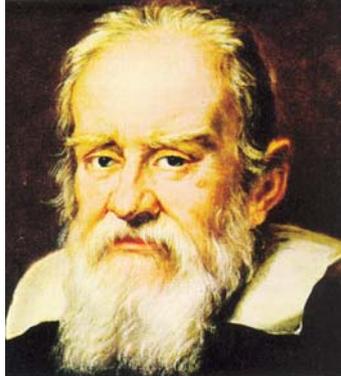


Fig. 2.2 Galileo Galilei.

Newton expresó el principio de relatividad de la siguiente manera (Resnick, 1996):

“Los movimientos de los cuerpos en un espacio dado son los mismos entre sí, independientemente de que ese espacio esté en reposo o se desplace uniformemente en línea recta”.

2.1.3 Electromagnetismo, relatividad de Galileo y éter

Se revisarán brevemente las características del éter y la importancia de su postulación.

Respecto al sistema de referencia absoluto, Hacyan (2005) dice:

“Newton nunca rechazó el principio de relatividad de Galileo, pero insistió en postular la existencia de un espacio absoluto, que sería un sistema de referencia especial y único, con respecto al cual el Universo en su conjunto estaría en reposo. Es conveniente aclarar que la existencia de un sistema de referencia universal no contradice el principio de relatividad de Galileo, puesto que éste es válido ya sea en un sistema de referencia universal y absoluto o en cualquier otro sistema inercial”.

Existía otra razón relacionada con el problema de la gravitación, que motivó a Newton a considerar la idea de un espacio absoluto. No obstante que toda su teoría mecánica funcionaba con gran precisión, Newton no se sentía satisfecho porque pensaba que su teoría tenía una laguna fundamental: carecía de una explicación física acerca de la naturaleza de las fuerzas que actuaban en la atracción gravitacional.

La ley de gravitación de Newton describe de modo cuantitativo cómo actúa la fuerza gravitacional entre los cuerpos masivos, pero no aclara la naturaleza de dicha fuerza. En su obra *“Philosophiae Naturalis Principia Mathematica”*,

Newton es capaz de contestar a la pregunta de ¿cómo se atraen los cuerpos masivos? Pero no puede resolver la cuestión de ¿por qué se atraen? Newton propuso como solución momentánea la existencia de una fuerza de *acción a distancia* que actuaba entre los cuerpos masivos.



Fig. 2.3 Isaac Newton.

Newton consideró que el vacío no estaba realmente vacío sino que todo el espacio está lleno de una sutil sustancia llamada *éter*, que era imperceptible para los humanos, pero a través del cual se produce la atracción gravitacional. La idea de un éter que llena todo el Universo no era nueva, sino que había sido propuesta por diversos filósofos antes de Newton. El filósofo francés René Descartes había intentado explicar el movimiento de los planetas por medio de torbellinos en el éter; los cuales fueron desechados en favor de la atracción gravitacional newtoniana, pero el éter siguió atrayendo poderosamente la atención de los sucesores de Descartes y Newton.

Una vez aceptada la existencia del éter por los científicos de aquella época y hasta principios del siglo XX, era natural suponer que existía un sistema en el cual el éter estuviera en reposo, este sería el sistema de referencia absoluto. Todos los movimientos de los cuerpos se podían referir, en última instancia, a ese sistema cósmico.

Existía otra complicación con el principio de relatividad de Galileo, las leyes del electromagnetismo. En el modo como las planteaba Maxwell no cumplían este principio, ya que al pasar de un sistema de referencia a otro, las ecuaciones de Maxwell adquirirían una forma distinta, lo cual resultaba en leyes de la física diferentes.

Las ecuaciones maxwellianas del electromagnetismo únicamente podían ser válidas en un sistema de referencia muy especial que los físicos consideraron que era el espacio absoluto.

Para aclarar esto se utilizará el siguiente ejemplo sencillo: el campo magnético actúa sobre una partícula cargada si ésta se encuentra moviéndose; la fuerza ejercida es directamente proporcional a la velocidad (y perpendicular a la dirección del movimiento). De acuerdo con la ley de Ampère, una corriente eléctrica produce un campo magnético, el cual puede actuar sobre una partícula de carga " q " que se mueve en forma paralela a la corriente. Se puede ver que el alambre conductor atrae a la partícula con una fuerza proporcional a su velocidad (fig. 2.4).

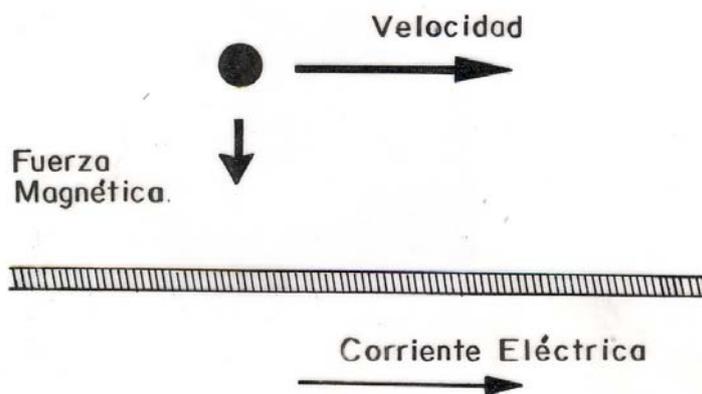


Fig. 2.4 Una partícula cargada siente una fuerza de atracción (o repulsión) producida por una corriente eléctrica.

Pero ¿qué sucede en un marco de referencia que se mueve junto con la partícula cargada? En ese marco, la partícula está en reposo y, por lo tanto, la corriente eléctrica no debe ejercer ninguna fuerza sobre ella, ya que el campo magnético no actúa sobre partículas en reposo. Este es un ejemplo de que las leyes físicas no son invariantes respecto al sistema de referencia. En este caso, se ha llegado al resultado contradictorio de que una partícula es atraída o no por una corriente eléctrica dependiendo del marco de referencia en que se observe.

Una solución de la paradoja es postular la existencia de un sistema de referencia privilegiado en el que las leyes del electromagnetismo tienen una forma muy especial; este marco de referencia se puede determinar objetivamente, por medio de experimentos físicos.

Es decir, en el caso de una partícula que se mueve a lo largo de una corriente eléctrica, se debe tomar en cuenta no sólo la velocidad de la partícula con respecto al alambre conductor, sino también su velocidad con respecto a ese sistema de referencia privilegiado.

Se puede aceptar la existencia de un sistema de referencia absoluto admitiendo la existencia real del éter como una sustancia universal en donde ocurren todos los fenómenos electromagnéticos. El sistema de referencia absoluto debe coincidir con el marco de referencia en el que las estrellas, en promedio, semejan estar fijas. La manera más directa de determinar la velocidad de un sistema de referencia con respecto al éter es medir la velocidad de la luz, ésta debe variar en función de la velocidad del sistema de referencia con respecto al éter en reposo.

Este hecho se usó cuando se intentó medir por primera vez la velocidad de la Tierra en el éter. El espacio absoluto parecía tener una realidad física, más allá de la necesidad subjetiva de la existencia de un punto de referencia universal con respecto al cual se puedan definir en forma única todos los movimientos.

Se consideraba que se podía confirmar realmente, aún de manera indirecta, la existencia del éter a través de experimentos en donde se utilizara la luz.

Si la luz tiene una velocidad bien definida con respecto al éter, entonces esta velocidad debe cambiar según el movimiento del observador. Esto se puede

comprender considerando la siguiente situación: un barco se mueve con una cierta velocidad constante con respecto al agua en reposo, ese mismo barco al ir navegando por un río se moverá con respecto a tierra firme con mayor o menor velocidad dependiendo si navega a favor o en contra de la corriente de agua. Para un observador situado en tierra firme, la velocidad del barco será menor si se mueve en sentido opuesto al río porque hay que restar la velocidad del agua a la del barco, en tanto que si el barco se mueve en el mismo sentido del río, las dos velocidades se suman.

Una situación análoga debe suceder con la luz, cuya velocidad es fija con respecto al éter, de acuerdo con Maxwell.

Maxwell también apoyaba el argumento a favor de la existencia del éter en el que no se aceptaba que una perturbación electromagnética (como la luz) se pudiera propagar en el vacío, por eso los físicos de fines del siglo XIX y principios del siglo XX apoyaban la idea de su existencia aún cuando le atribuían propiedades extrañas como densidad cero y transparencia perfecta, además supusieron que era el medio en el que viajaba la luz con velocidad c .

2.1.4 Experimento de Michelson-Morley

Se dedujo que un observador que se estuviera moviendo con velocidad v a través del éter sería capaz de determinar la velocidad c' para un haz de luz, donde $c' = c + v$. Para comprobar esto, Albert Abraham Michelson y Edward W. Morley idearon un experimento.

Si existiera el éter, la Tierra en su rotación y traslación se ha de mover a través de él y un observador ubicado en la Tierra debería sentir un “viento de éter”, cuya velocidad sería v con respecto a la Tierra. Si se considerara que v es igual a la velocidad orbital de la Tierra alrededor del Sol, aproximadamente de 30 km/s, entonces $v/c \approx 10^{-4}$. Los experimentos ópticos que en esa época tenían la precisión de primer orden de v/c no pudieron detectar el movimiento absoluto de la Tierra a través del éter.

Todos los científicos de la época estuvieron de acuerdo en que se requería un experimento que midiera el efecto de segundo orden, es decir, que midiera $(v/c)^2$, como una prueba no ambigua de la hipótesis del éter.

Cabe aclarar que no es muy grande el efecto de primer orden ($v/c \approx 10^{-4}$, efecto de una parte en 10 000), en cambio, el efecto de segundo orden es extremadamente pequeño ($(v/c)^2 = 10^{-8}$, efecto de una parte en 100 millones).

Michelson (1852-1931), ver fig. 2.5, fue el inventor del interferómetro óptico cuya alta sensibilidad hizo posible la puesta en marcha del experimento para detectar al éter.

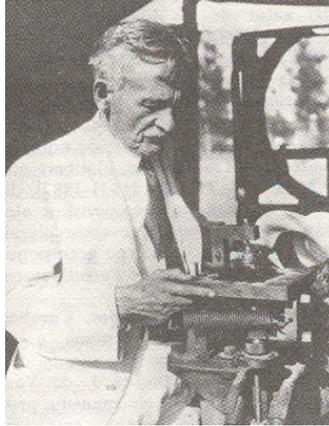


Fig. 2.5 Albert A. Michelson.

Michelson realizó el experimento por vez primera en 1881; y luego en 1887 en colaboración con Edward E. Morley llevó a cabo una versión más precisa del experimento. Por su invención del interferómetro y sus múltiples experimentos ópticos, le fue otorgado el premio Nobel de Física a Michelson en 1907, siendo el primer norteamericano laureado de esta forma.

En seguida se describe el experimento de Michelson y Morley. El interferómetro (fig. 2.6) está fijo sobre la Tierra. Si se considera que el éter está fijo con respecto al Sol, entonces la Tierra (y el interferómetro con ella) se mueve a través del éter con una rapidez de 30 km/s, en direcciones diferentes según sean las estaciones (fig. 2,7).

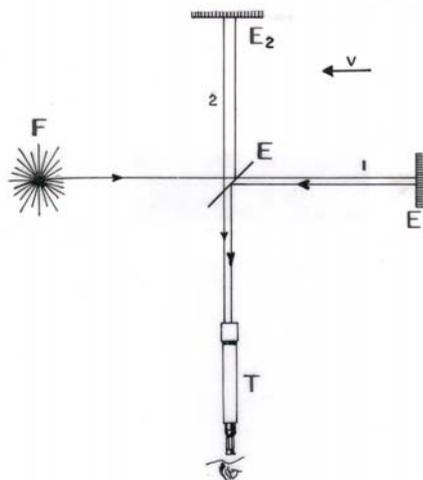


Fig. 2.6 Versión simplificada del interferómetro de Michelson-Morley.

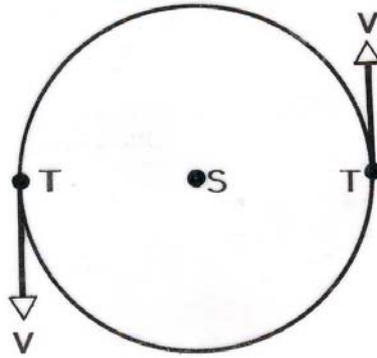


Fig. 2.7 La Tierra T se desplaza a una velocidad orbital de 30 km/s. Invierte la dirección de su velocidad cada seis meses.

En primera instancia se desprecia el movimiento de rotación de la Tierra. En el laboratorio hay una fuente de luz F (fija con respecto al interferómetro) que emite un haz (ondas planas o haces paralelos) el cual se divide en dos haces distintos por medio del espejo semiplatedado E, este espejo deja pasar el haz 1 a través de él, pero refleja el haz 2. Luego el espejo E_1 refleja el haz 1 y el espejo E_2 refleja el haz 2, de modo que ambos haces regresan al espejo E, donde el haz 1 se refleja parcialmente y el haz 2 pasa de manera parcial; de este modo los dos haces inciden en el telescopio T interfiriéndose mutuamente. Esta interferencia puede ser constructiva o destructiva según sea la diferencia de fase que tengan los haces entre sí. El espejo semiplatedado está inclinado 45° con respecto a las direcciones seguidas por los haces. Si E_1 y E_2 son casi perpendiculares entre sí, entonces en el telescopio se observará un espectro de interferencia en forma de rayas casi paralelas (ver fig. 2.8).

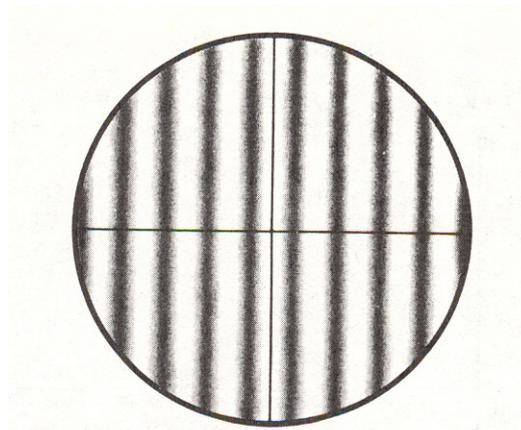


Fig. 2.8 Espectro clásico de interferencia según se ve en el telescopio T, cuando E_1 y E_2 no forman un ángulo recto exacto.

Para estudiar con detalle la deducción de la diferencia de fase de los haces luminosos, véase (Resnick, 1996).

Michelson y Morley montaron el interferómetro sobre una gran plancha de piedra para darle estabilidad y dejaron flotar el aparato en mercurio, de modo que pudiera girar suavemente sobre su pivote central (ver fig. 2.9).

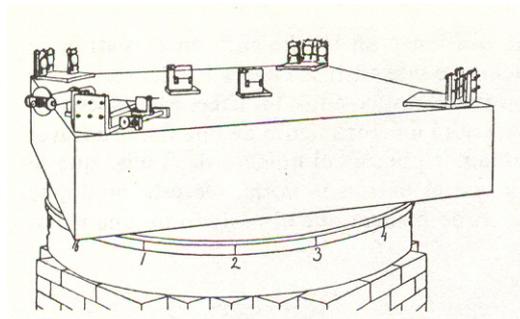


Fig. 2.9 Montaje del aparato de Michelson-Morley.

Se hicieron observaciones a medida que la Tierra gira sobre su propio eje y durante todas las estaciones del año (conforme la Tierra gira alrededor del sol) y no se observó ningún cambio en la velocidad de la luz. Por lo que la conclusión experimental fue que la velocidad de la luz es constante y el éter no tiene existencia física.

Este resultado, fue un golpe demoledor a la hipótesis del éter, y el experimento fue repetido por muchos experimentadores durante más de 50 años. El resultado fue confirmado ampliamente.

Una manera de interpretar el resultado negativo del experimento de Michelson y Morley es concluir que la velocidad de la luz medida es la misma, es decir c , en todas direcciones para todo sistema inercial: de modo que en cualquier sistema, las velocidades “contra la corriente” y “perpendicular a la dirección de la corriente” serán iguales a c , en vez de $|c+v|$. Sin embargo, tal conclusión es incompatible con las transformaciones galileanas de velocidad.

La velocidad medida de la luz no depende del movimiento del observador, y todos los sistemas inerciales son equivalentes para la propagación de la luz y no se puede encontrar evidencia experimental que indique la existencia de un sistema inercial único, es decir, del éter. Por lo tanto, el resultado negativo del experimento de Michelson y Morley descarta la existencia del éter y con él, la de un sistema de referencia absoluto.

Los científicos de aquella época intentaron “salvar al éter” y al mismo tiempo explicar el resultado del experimento de Michelson y Morley.

Propusieron varias hipótesis, entre las que cabe destacar la de la contracción de la longitud hecha por el físico irlandés G. F. FitzGerald en 1872, quien propuso que todos los cuerpos (entre ellos, el interferómetro) sufrían una contracción en su longitud en la misma dirección de su movimiento con respecto al éter estacionario. Esta contracción tiene justamente el valor numérico que contrarresta el cambio de la velocidad de la luz.

El factor de contracción $\sqrt{1-v^2/c^2}$ que explicaba la discrepancia, lo dedujo H. A. Lorentz, físico holandés, pero ni FitzGerald ni Lorentz poseían una teoría adecuada para explicar este hecho.

Ante estos sucesos se especuló que quizás las leyes de la mecánica dadas por Newton *no* fueran del todo correctas. Entonces habría necesidad de reformular dichas leyes. En este caso las leyes de transformación correctas serían otras que fueran compatibles con el electromagnetismo y con la nueva mecánica.

2.1.5 La Teoría Especial de la Relatividad

En 1905, Albert Einstein (1879-1955), quien aparentemente no conocía varios trabajos importantes sobre la materia, encontró la solución a la dificultad que enfrentaba la física. En su artículo “Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento” (Einstein, 1905) escribió:

“ninguna propiedad de los hechos observados corresponde al concepto del reposo absoluto; (...) en todos los sistemas de coordenadas en que son válidas las ecuaciones de la mecánica, también lo son las ecuaciones equivalentes de la electrodinámica y de óptica ...en sí damos esto por supuesto (lo que desde ahora se llamará el Principio de la Relatividad), y además hacemos otra suposición adicional – la cual a primera vista es del todo irreconciliable con la anterior- a saber, que la luz se propaga en el vacío a una velocidad c independientemente del estado de movimiento del cuerpo emisor. Estas dos suposiciones son suficientes para darnos una teoría simple y lógica de la electrodinámica de cuerpos en movimiento, la cual se base en la teoría maxwelliana sobre los cuerpos en reposo”.

Se pueden sintetizar los postulados de Einstein, de la siguiente manera:

1.- *Las leyes de la física son iguales en todos los sistemas inerciales. No existe ningún sistema inercial preferido. (Principio de la relatividad).*

2.- *La velocidad de la luz en el espacio libre tiene el mismo valor c en todos los sistemas inerciales (Principio de la constancia de la velocidad de la luz).*

El principio de la relatividad de Einstein va más allá del principio de relatividad de Newton – que se refería únicamente a las leyes de la mecánica - para incluir *todas* las leyes de la física. Afirma que es imposible determinar si un sistema inercial está en reposo o en movimiento, mediante *cualquier* medición física, únicamente se puede hablar del movimiento *relativo* de dos sistemas.

Por consiguiente, ninguna clase de experimento físico realizado completamente *en el interior* de un sistema inercial puede informar a un observador cuál es el movimiento de su sistema con respecto a cualquier otro sistema inercial. El segundo principio mencionado que contradice totalmente a la transformación galileana de velocidades (ecuaciones 2.1 y 2.2), concuerda indudablemente con el experimento de Michelson y Morley.

Es por eso, que se puede dejar caer una moneda en un avión que viaja a 700 km/hr y cae exactamente igual como lo hace en la Tierra.

Para apreciar el segundo postulado, imagine a un astronauta que parte de una estación espacial. Al cabo de un rato, la estación emite un pulso luminoso y el astronauta observa que el pulso lumínico lo rebasa con la velocidad c .

Más tarde, el astronauta observa un pulso luminoso procedente de otra nave espacial que se aproxima a él. También ve que la luz se acerca con una velocidad de c .

De esta forma se aprecia que la velocidad de la luz es constante en el espacio libre, no importa el estado de movimiento del emisor o del receptor.

2.1.6 La relatividad de la simultaneidad

En *Conversations with Albert Einstein* (Conversaciones con Albert Einstein), R. S. Shankland (1963; citado en Resnick, R., 1981)¹ escribe:

“Pregunté al profesor Einstein cuánto tiempo, antes de 1905, había trabajado en la teoría especial de la relatividad. Me dijo que empezó a los 16 años y trabajó diez años en ella, primero como estudiante, cuando sólo podía dedicarle parte del tiempo, pero siempre tuvo presente el problema. Abandonó muchos intentos fallidos, ¡hasta que se le ocurrió que el tiempo era sospechoso!”

¿A qué se refería Einstein con aquello del tiempo? Pues a la suposición hecha de modo inconsciente y no confesada, de que existe un tiempo universal que es igual para todos los observadores.

Una consideración básica de la mecánica newtoniana era que la misma escala del tiempo se aplica a todos los sistemas inerciales de referencia.

En los *Principia* Newton escribió:

“Matemáticamente el tiempo absoluto y verdadero, por su propia naturaleza, fluye de la misma manera, sin relación alguna con ninguna cosa externa”

Para establecer una escala de tiempo universal, se debe poder decir, independientemente del marco de referencia, si dos eventos A y B ocurrieron al mismo tiempo. Einstein hizo ver que cuando se dice que un tren llega a las 7 en punto, esto significa que la posición exacta de la manecilla horaria del reloj está en el 7 y la manecilla minuterá está en el 12, y la llegada puntual del tren ocurren al mismo tiempo.

Supóngase que dos eventos suceden en el mismo lugar, en un sistema particular de referencia, y que en ese lugar tenemos un reloj que registra el tiempo en que ocurre cada evento. Si la lectura es la misma para cada uno de los eventos se pueden considerar lógicamente que son *simultáneos*. Pero ¿qué pasa si los dos eventos suceden en *diferentes* lugares? Ahora imagínese que hay un reloj en las posiciones de cada uno de los eventos (naturalmente que el reloj de A debe ser de la misma naturaleza que el de B). Estos relojes pueden registrar el tiempo en que ocurren los eventos, pero previamente se deben sincronizar, esto se debe hacer tomando en cuenta el tiempo finito de transmisión de la señal.

Para hacer esto, considérese dos observadores situados en el mismo marco de referencia, digamos S (ver fig. 2.10) midiendo el tiempo con relojes independientes pero idénticos. Imagine que un observador se encuentra en el origen y el otro se encuentra en un punto distante x .

¹ La cita es tomada de: *Am. J. Phys.* **31**, p. 47, enero de 1963.

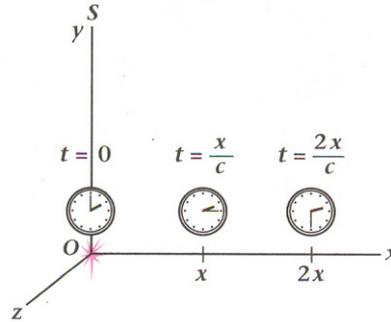


Fig. 2.10 Un reloj a una distancia x del origen puede sincronizarse con respecto a un reloj en el origen.

Pueden sincronizar sus relojes del siguiente modo. Un pulso de luz emitido por el observador en el origen en el tiempo $t = 0$ requiere un intervalo de tiempo x/c para llegar al segundo observador en x . Cuando el observador ve el destello, ajusta su reloj en el tiempo $t = x/c$. De esta manera los dos relojes están sincronizados. Otros observadores en S pueden ajustar sus relojes de un modo similar.

Los observadores en otro marco de referencia S' , que se mueve con velocidad constante relativa al marco S (fig. 2.11), también pueden medir el tiempo con relojes idénticos. Utilizando el mismo procedimiento, tienen la posibilidad de sincronizar sus relojes con un reloj en el origen de S' . De esta forma, un reloj en cualquier punto x' medido en el marco S' se ajusta en $t' = x'/c$ cuando un pulso de luz que se emitió desde el origen de S' en $t' = 0$ llega al punto x' .

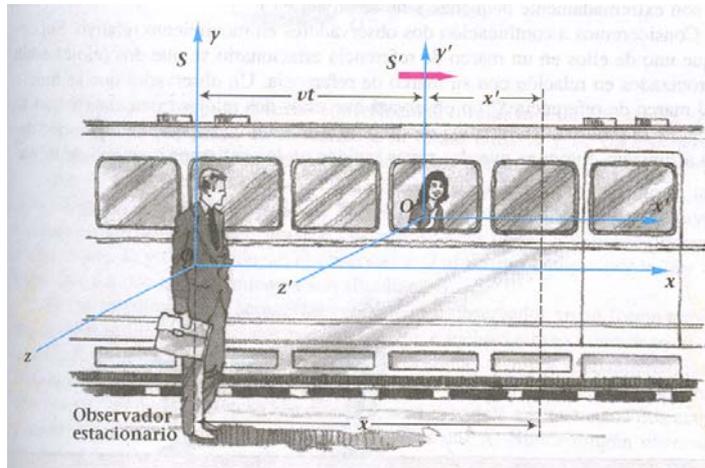


Fig. 2.11 El marco de referencia S' se mueve con velocidad constante en la dirección positiva de x relativa al marco estacionario S del observador.

En el instante en el que coinciden los orígenes de los dos marcos de referencia se pueden sincronizar los relojes en este sitio. Entonces, cuando un observador en S registra un acontecimiento que ocurre en el punto x en el tiempo t , un observador en S' registra el mismo acontecimiento en una posición medida como x' y en un tiempo t' , sin embargo, el tiempo medido en el marco S' depende no sólo del tiempo t de un reloj en el marco S , sino también de la *posición* de ese reloj. Cuanto mayor es la separación del reloj en S desde el origen de este mismo marco, tanto mayor es la diferencia entre t y t' .

Supóngase que un observador inercial se da cuenta que dos eventos independientes son simultáneos. ¿Le parecerán simultáneos estos mismos

eventos a un observador que los mida en otro sistema inercial que se esté moviendo a una velocidad v con respecto al primero? Si la respuesta es no, la simultaneidad no es independiente del sistema de referencia utilizado para describir los sucesos. En vez de ser absoluta, la simultaneidad sería un concepto relativo. En realidad esto es exactamente lo que sucede.

Para entender lo anterior, considérese un ejemplo. La fig. 2.12 ilustra un ejemplo pensado por Einstein. Suponga que dos rayos inciden en los extremos opuestos de un vagón que se mueve hacia la derecha con velocidad v relativa a un observador O que se encuentra de pie cerca de los rieles a la mitad entre A y B (fig. 2.12a)). Un pasajero O' que viaja en el vagón observa los mismos dos rayos. Sin embargo puesto que el observador O' se está moviendo hacia la derecha, el pulso de luz proveniente de la derecha llega a él antes que el pulso de la izquierda (figs. 2.12b) y 2.12c)) y concluye que el rayo de la derecha incide primero en el vagón.

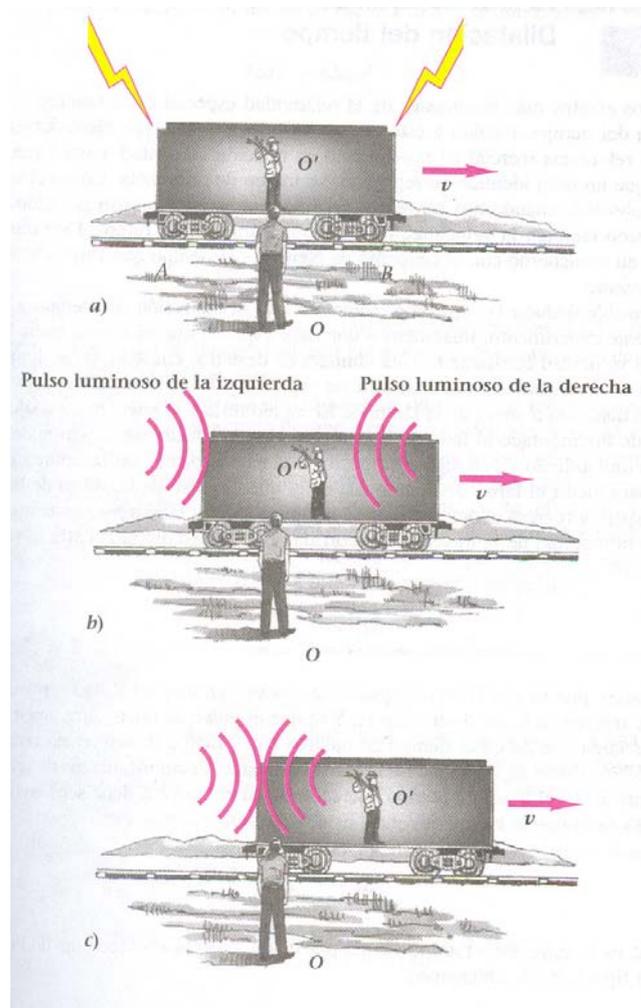


Fig. 2.12 Simultaneidad de eventos.

A pesar de ello, los pulsos luminosos provenientes de izquierda y derecha llegan al observador O al mismo tiempo, por lo que concluye que los acontecimientos son simultáneos.

Por consiguiente, dos eventos que son simultáneos en un marco de referencia inercial no necesariamente son simultáneos en otro marco de referencia inercial que se mueve en relación con el primero.

Ahora bien, se podría haber supuesto que los rayos cayeron de tal modo que el observador O' los vio como simultáneos. En ese caso, las señales luminosas llegan simultáneamente a O' pero no a O. Ahora el observador O viaja en un vagón de tren hacia la izquierda con la misma velocidad v respecto al observador O'. Pero en esta situación, las señales no llegan a O simultáneamente, el rayo de la izquierda llega a O antes que el rayo de la derecha.

Por lo tanto, *ninguno* de los sistemas inerciales de referencia es preferente. Se aprecia entonces, que la simultaneidad es un verdadero concepto relativo, no absoluto. El orden cronológico de dos eventos que *suceden en el mismo lugar* puede determinarse absolutamente. Es en el caso de dos eventos *separados* en el espacio cuando la simultaneidad es relativa.

2.1.7 Transformaciones de Lorentz

Las transformaciones galileanas deben ser reemplazadas por otras que concuerden con los experimentos.

Se puede ver la deducción completa de las transformaciones de Lorentz en el libro de Resnick (1981) o en el Resnick (1996), ver las referencias No. 49 y 48 respectivamente, al final de esta obra.

Las transformaciones son las siguientes:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \frac{t - (v/c^2)x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{aligned} \tag{2.5}$$

Que fueron denominadas por Poincaré las *ecuaciones de transformación de Lorentz*.

Al resolver las ecuaciones (2.5) para x , y , z y t , en función de las coordenadas del sistema S', se obtiene:

$$\begin{aligned} x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= \frac{t' + (v/c^2)x'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{aligned} \tag{2.6}$$

Su forma es idéntica a las ecuaciones (2.5), excepto que v cambia a $-v$. Lo que significa que desde S' , el sistema S se mueve hacia la izquierda; mientras que, desde S , el sistema S' se mueve hacia la derecha.

Un requisito indispensable es que para velocidades pequeñas, en comparación con c (es decir, para $v/c \ll 1$) las ecuaciones de Lorentz, se deben reducir a las ecuaciones (aproximadamente) correctas de la transformación galileana. Este es el caso, ya que cuando $v/c \ll 1$, se puede considerar que $v^2/c^2 = 0$ y $v/c^2 = 0$. Sustituyendo estos dos últimos términos en la ecuación (2.5) se obtiene:

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

Es decir, se obtienen nuevamente las ecuaciones (2,1) y (2.2)., ver p. 46.

2.1.8 Algunas consecuencias de las transformaciones de Lorentz

2.1.8.1 Dilatación del tiempo

Uno de los efectos más fascinantes de la relatividad especial es el fenómeno de la dilatación del tiempo. Debido a este efecto, un reloj mecánico (o biológico) en un marco de referencia inercial en movimiento en relación con usted marcha más lentamente que un reloj idéntico en reposo en su marco de referencia. Como el mismo Einstein observó: cuando nos movemos no sólo cambiamos nuestra posición en el espacio, sino también la velocidad a la cual avanzamos en el futuro. Esta idea está en desacuerdo con el concepto de Newton del tiempo que fluye absoluta y uniformemente.

Se deducirá la expresión matemática de la dilatación del tiempo a partir del siguiente experimento. Imagínese una nave espacial que se mueve hacia la derecha con velocidad constante v . Una lámpara de destellos emite un pulso luminoso que viaja hacia arriba hasta que alcanza un espejo fijo en el techo de la nave espacial a una distancia d sobre la lámpara (ver fig. 2.13). El espejo refleja el pulso hacia abajo a un detector de luz montado a un lado de la lámpara. Un observador en el marco de referencia en movimiento S' , en reposo respecto de la nave espacial, utiliza un reloj electrónico para medir el lapso de tiempo Δt_0 en el que el pulso de luz viaja de la lámpara al espejo y regresa al detector (fig. 2.13a)).

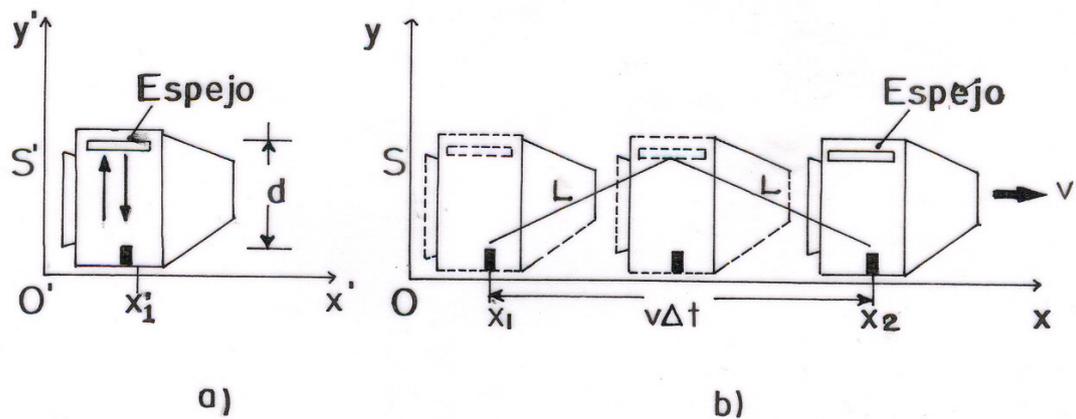


Fig. 2.13 Dilatación del tiempo.

Este lapso de tiempo está dado por la longitud de la trayectoria recorrida por el pulso dividida entre la velocidad de la luz:

$$\Delta t_0 = \frac{2d}{c}$$

Sin embargo, puesto que la nave se mueve con una velocidad v relativa al marco de referencia S , un observador en S ve que el pulso de luz recorre una trayectoria más larga que $2d$ en el intervalo de tiempo Δt medido en su marco de referencia (fig. 2.13b)). Como la velocidad de la luz es la misma en ambos marcos de referencia (primer postulado), el lapso de tiempo que se mide en el marco S debe ser mayor que el medido en el marco en movimiento, y está dado por:

$$\Delta t = \frac{2L}{c}$$

donde $2L$ es la trayectoria total recorrida por la luz. Al aplicar el teorema de Pitágoras en la fig. 2.13b), se obtiene:

$$\left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 = d^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2$$

Puesto que $2d/c$ es Δt_0 en el marco de referencia S' , se encuentra que:

$$(\Delta t)^2 = (\Delta t_0)^2 + \frac{v^2}{c^2}(\Delta t)^2$$

Después de reordenar los términos, se llega a:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2.7)$$

En consecuencia, un observador que se mueve con respecto al reloj observa que se estira el intervalo de tiempo indicado por ese reloj. Por esta razón, se denomina a este efecto *dilatación del tiempo*.

En relatividad, se considera un *sistema propio* como aquel en el que un cuerpo está en reposo. El *tiempo propio* es el tiempo registrado por un reloj fijo al cuerpo o evento observado. De forma equivalente, el *intervalo de tiempo propio* es el intervalo de tiempo que hay entre dos eventos que ocurren en el mismo lugar; o bien, el intervalo de tiempo medido con el mismo reloj en un solo lugar. Un *tiempo no propio* (o impropio) es el que se mide con dos diferentes relojes en dos lugares distintos.

De este modo, Δt_0 , en la ecuación (2.7) representa el intervalo de tiempo propio y Δt es el intervalo de tiempo impropio.

La cantidad $\sqrt{1-v^2/c^2}$ es el mismo factor que usó Lorentz para explicar la contracción de la longitud. Al recíproco de esta cantidad se le llama el *factor de Lorentz* γ (gamma). Esto es:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (2.8)$$

De este modo se puede expresar la ecuación de la dilatación del tiempo en una forma más sencilla:

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 \quad (2.9)$$

Se puede mostrar que el factor γ siempre es mayor que 1, para cualquier rapidez v mayor que cero. Como la rapidez v siempre es menor que c , la relación v/c siempre es menor que 1; ocurre lo mismo con v^2/c^2 , por lo que el valor de $1-v^2/c^2$ también es menor que 1, y la raíz cuadrada $\sqrt{1-v^2/c^2}$ también es menor que 1. Pero la cantidad recíproca γ es mayor que 1 y Δt_0 multiplicado por un factor mayor que 1 produce un valor mayor que Δt_0 ; esto es, produce un alargamiento o dilatación del tiempo.

Considérese el caso en que $v = 0$. Aquí, la relación v^2/c^2 es cero, y para las rapideces cotidianas, donde v es demasiado pequeña comparada con c , la relación es prácticamente cero, entonces $1-v^2/c^2$ tiene el valor de 1, al igual que $\sqrt{1-v^2/c^2}$, con lo cual $\gamma = 1$. Entonces se ve que $\Delta t = \Delta t_0$, por lo que los intervalos de tiempo parecen iguales en distintos marcos de referencia.

Para tener una idea más precisa de los valores numéricos, se calcularán algunos valores del factor de Lorentz, γ , en función de $\beta = v/c$, ver tabla 2.1. La gráfica correspondiente se muestra en la fig. 2.14.

β	0	0.100	0.300	0.500	0.600	0.800	0.900	0.990	0.995
$1/\sqrt{1-\beta^2}$	1	1.005	1.048	1.154	1.250	1.667	2.294	7.092	10.012

Tabla 2.1 Valores numéricos de $\beta = v/c$ para la dilatación del tiempo.

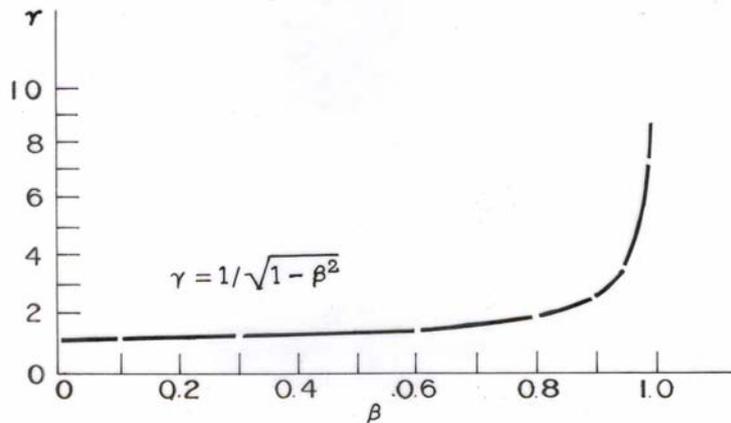


Fig. 2.14 Gráfica de la dilatación del tiempo.

Imagínese que v es el 50% de la rapidez de la luz. Entonces se sustituye $0.5c$ en lugar de v , en la ecuación de la dilatación del tiempo, y después de realizar las operaciones aritméticas se obtiene $\gamma = 1.154$; así que $\Delta t = 1.154\Delta t_0$. Esto significa que si se apreciara un reloj dentro de una nave espacial que viajara a la mitad de la velocidad de la luz, veríamos que el segundero tardaría 69 segundos en dar una vuelta, mientras que un observador que fuera junto al reloj lo vería tardar 60 segundos. Al 99.5% de la rapidez de la luz, $\gamma = 10.012$ y $\Delta t = 10.012\Delta t_0$; se vería que el segundero del reloj de la nave tarda alrededor de 10 minutos en dar una vuelta mientras que en otro reloj junto al observador requiere sólo 1 minuto.

En el caso límite, si fuera posible que un reloj viajara a la velocidad de la luz, parecería que no está funcionando. Se mediría un intervalo infinito de tiempo entre sus tictacs. Esto se aprecia en la gráfica de la fig. 2.14. Cuando el valor γ crece hasta infinito a medida que el objeto, en este caso, la nave espacial (con el reloj a bordo) viajara con una rapidez cada vez mayor, es decir, cada vez más cercana a la de la luz.

Si un observador pasara rápidamente frente a nosotros y verificara un reloj que estuviera en nuestro marco de referencia, vería que nuestro reloj se retrasa tanto como nosotros vemos que se retrasa el de él. Cada quien ve que el reloj del otro se retrasa.

Se ha confirmado en muchas ocasiones la dilatación del tiempo en los aceleradores de partículas. Las vidas medias de las partículas radiactivas en rápido movimiento se incrementan al aumentar su rapidez, y el aumento es exactamente lo que indica la ecuación de Einstein.

En 1971, cuatro relojes atómicos de cesio viajaron a bordo de aviones, dando la vuelta al mundo; uno hacia el este y el otro hacia el oeste. Estos relojes marcaron horas distintas después de sus viajes redondos. En relación con la escala atómica del tiempo del Observatorio Naval en Estados Unidos, las diferencias observadas de tiempo, en millonésimas de segundo, coincidieron con la predicción de Einstein. Hoy en día, con relojes atómicos en órbita en torno a la Tierra, como parte del sistema de posicionamiento global, son esenciales los ajustes por efecto de la dilatación del tiempo, para usar las señales de los relojes en la localización de puntos sobre la Tierra.

2.1.8.2 Contracción de la longitud

Ahora se va a examinar la contracción de la longitud. Considérese una varilla que está en reposo en el marco de referencia S' y su longitud en reposo es L' . Se coloca un foco (flash) en un extremo y un espejo en el otro (ver fig. 2.15a).

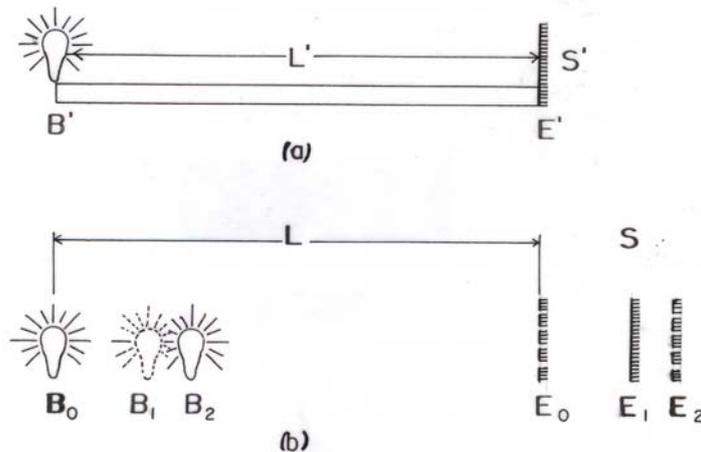


Fig. 2.15 Contracción de la longitud.

El observador S' mide el tiempo que tarda un destello en ir del foco B' al espejo E' y regresar al punto de partida. Este intervalo de tiempo, $\Delta t' = 2L'/c$, es propio, pues se mide con un solo reloj y en un mismo punto. ¿Cómo se ve esta secuencia de eventos desde el marco de referencia S ? Mientras el pulso de luz viaja hacia el espejo y regresa al punto de partida, la varilla se mueve hacia la derecha (ver fig. 2.15b). En seguida se calculará el tiempo (Δt_1) que tarda el pulso en llegar al espejo. El pulso luminoso debe recorrer no sólo la distancia L (la longitud de la varilla en S), sino también la distancia $v\Delta t_1$ que el espejo ha recorrido durante este tiempo. Como en este marco de referencia la velocidad de la luz es c , tenemos que:

$$\Delta t_1 = (L + v\Delta t_1)/c, \text{ o sea, } \Delta t_1 = L/(c - v).$$

A continuación se calculará el tiempo Δt_2 que tarda el pulso luminoso en regresar del espejo al foco. En este caso, el pulso de luz recorre una distancia menor a L , debido a que, durante este tiempo, el foco se ha trasladado hacia la derecha. Por lo tanto, $\Delta t_2 = (L - v\Delta t_2)/c$, o sea $\Delta t_2 = L/(c + v)$. Por lo tanto, el tiempo que tarda el pulso luminoso en hacer el recorrido total, de ida y vuelta, es:

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{L}{c - v} + \frac{L}{c + v} = \frac{2cL}{c^2 + v^2} = \frac{2L/c}{1 - v^2/c^2}$$

Este intervalo de tiempo no es propio, ya que fue medido con dos relojes que están en dos lugares diferentes de S (en B_0 y B_2). La ecuación (2.7) $\Delta t' = \Delta t\sqrt{1 - v^2/c^2}$, da la relación existente entre los intervalos de tiempo propio $\Delta t'$ e impropio Δt de estos dos eventos (la emisión de un pulso luminoso

desde el foco y el regreso de dicho pulso al foco). Si se sustituye a $\Delta t'$ por su valor $2L'/c$, se obtiene:

$$\frac{2L'}{c} = \frac{2L}{c} \frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{(1-v^2/c^2)}$$

de donde se deduce que:

$$L = L' \sqrt{1-v^2/c^2} \quad (2.10)$$

Es decir, el observador en S registra una medida de la varilla más corta que la del observador en reposo respecto de la varilla. Este efecto se conoce como *contracción de la longitud* o *contracción de Lorentz*.

La longitud L' representa la longitud propia en la ecuación (2.10) y L es la longitud impropia.

Para tener una idea de los valores numéricos se realizará una gráfica del recíproco del factor de Lorentz γ^{-1} en función de $\beta = v/c$, ver la tabla 2.2 y la gráfica correspondiente en la fig. 2.16.

β	0	0.100	0.300	0.500	0.600	0.800	0.900	0.990	0.995
$\sqrt{1-v^2/c^2}$	1	0.995	0.954	0.866	0.800	0.600	0.436	0.141	0.099

Tabla 2.2 Valores numéricos de $\beta = v/c$ para la contracción de la longitud.

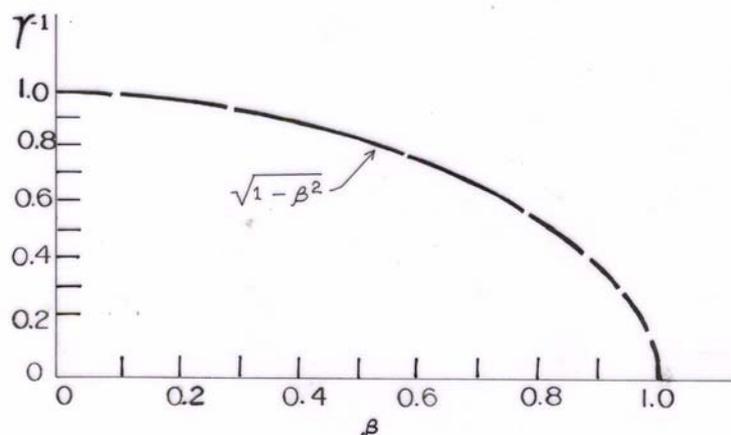


Fig. 2.16 Gráfica de la contracción de la longitud.

Imagine que un objeto está en reposo, de modo que $v = 0$. Al sustituir $v = 0$ en la ecuación de Lorentz, se ve que $L = L'$, como era de esperarse. Al sustituir diversos valores grandes de v en la ecuación de Lorentz se empieza a ver que la L calculada es cada vez menor. A 99.5% de c , se contraería aproximadamente a la décima parte de su longitud original. Si el objeto se pudiera mover a c , su longitud sería cero.

Conviene recalcar que la contracción sólo es en la dirección del movimiento. Por ejemplo, si un objeto se mueve en la dirección horizontal, no hay contracción vertical.

2.2 Fundamentación Teórica de la Teoría General de la Relatividad

2.2.1 La Teoría General de la Relatividad

La relatividad especial requiere que se modifiquen las leyes clásicas del movimiento. Sin embargo, las leyes del electromagnetismo de la física clásica, incluyendo la ley de fuerza de Lorentz, permanecen válidas en relatividad. ¿Qué se puede decir de la fuerza gravitacional, es decir de la ley de gravitación de Newton? ¿Requiere la relatividad que se le modifique? A pesar de su gran éxito en armonizar las observaciones experimentales, se tiene una sospecha de la teoría de gravitación de Newton conceptualmente por ser una teoría de acción a distancia (Resnick R., 1981).

Se supone que la fuerza gravitacional de interacción entre cuerpos se transmite instantáneamente, es decir, con velocidad infinita, en contradicción al requerimiento relativístico de que la velocidad límite de una señal es c , la velocidad de la luz. Existen preocupaciones en cuanto a la interpretación de las masas en la ley de gravitación. Por una parte, existe la igualdad de la masa inercial y la masa gravitatoria, lo cual en la física clásica es en apariencia un accidente. Con seguridad debe haber un significado físico de esta igualdad. Por otro lado, el concepto relativista de masa-energía indica que aún en partículas de masa en reposo cero se observan propiedades de masa (por ejemplo, inercia y peso). Pero tales partículas son excluidas de la física clásica. Si la gravedad actúa sobre ellas, se debe encontrar cómo incorporar este hecho en una teoría de gravitación.

En 1911, Einstein enunció su principio de equivalencia, que se tomó como punto de partida para la elaboración de una nueva teoría de gravitación. En 1916, publicó su teoría de la relatividad general, en la que los efectos gravitacionales se propagan a la velocidad de la luz y las leyes de la física son reformuladas de modo que sean invariantes con respecto a observadores acelerados (no inerciales). El principio de equivalencia es confirmado ampliamente por los experimentos. **La convicción de Einstein, de que las leyes de la naturaleza se deben expresar en la misma forma en todo marco de referencia, acelerado o no, fue la principal motivación que lo condujo a la teoría de la relatividad general** (Hewitt P., 2004).

2.2.2 El principio de equivalencia

Considérense dos sistemas de referencia:

- 1) Un sistema de referencia no acelerado (inercial), el de la derecha S, ver fig. 2.17, en el que hay un campo gravitacional uniforme, y

- 2) Un sistema de referencia que acelera uniformemente con respecto a un sistema inercial pero en el que no existe un campo gravitacional, el de la izquierda S' , ver fig. 2.17.

Estos dos sistemas son físicamente equivalentes; es decir, los experimentos que se lleven a cabo bajo condiciones idénticas en estos dos sistemas darán lugar a resultados idénticos. Este es el *principio de equivalencia* de Einstein.

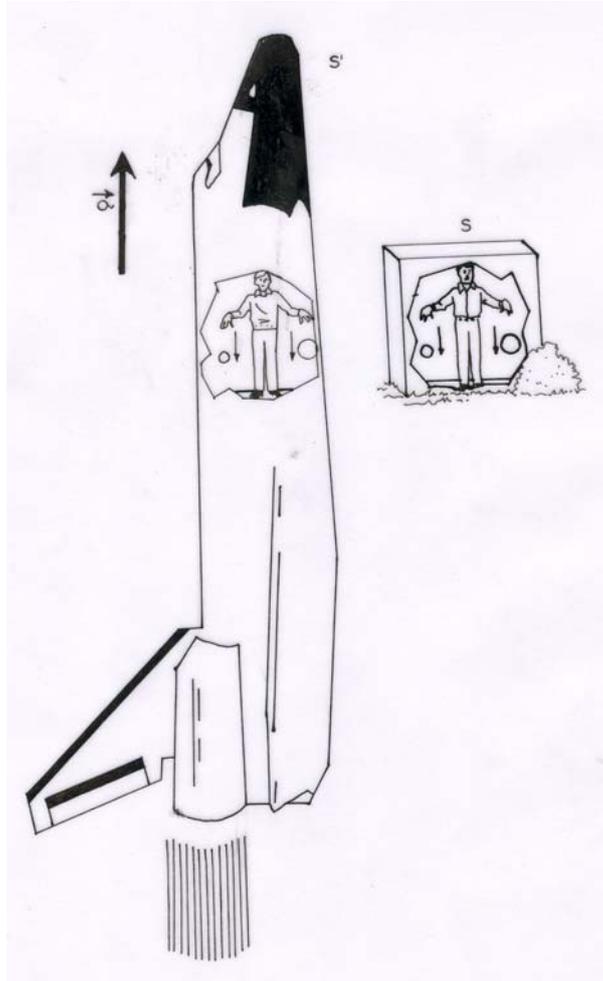


Fig. 2.17 El principio de equivalencia.

Einstein señaló que del principio de equivalencia se concluye que no se puede hablar de la aceleración absoluta de un sistema de referencia, sino de aceleración relativa de la misma manera que se concluyó de la teoría de la relatividad especial que no se puede hablar de velocidad absoluta de un sistema de referencia, sino de una velocidad relativa. Esta analogía a la relatividad especial es formal, ya que no hay aceleración absoluta siempre que se considere que no hay igualmente campo gravitacional absoluto. También se concluye del principio de equivalencia (*no es un accidente*) que la masa inercial y la masa gravitacional son iguales.

Esta equivalencia hubiera sido interesante, pero no revolucionaria, si sólo se aplicara a los fenómenos mecánicos, pero Albert fue más allá y afirmó que el principio es válido para todos los fenómenos naturales, como los ópticos y los electromagnéticos.

¿Qué es la teoría general de la relatividad? Es una teoría de gravitación en la que Einstein no sólo considera que los efectos de la gravedad pueden ser descritos en términos de un espacio-tiempo curvo sino que va más allá y obtiene la relación entre la curvatura del espacio-tiempo y la distribución de materia. En presencia de un campo gravitacional, la geometría del espacio-tiempo, descrita por la métrica, es curva.

Hay dos preguntas que deben ser contestadas:

- 1) Dada una cierta distribución de materia, ¿Qué es la métrica del espacio-tiempo? Y,
- 2) Dada la métrica, ¿Cómo se mueve la materia?

Para entender lo que es la métrica y con ella el concepto de espacio-tiempo, se comenzará considerando un espacio de dos dimensiones, como por ejemplo una superficie plana, la cual se ubica en un plano cartesiano elegido como marco de referencia, se puede describir cualquier punto P del plano, llamando "x" a la distancia de ese punto al eje vertical y "y" a la distancia de ese punto al eje horizontal, ver fig. 2.18. Si se especifica el valor de "x" y de "y", se determina un punto, a los valores "x" y "y" se les denomina coordenadas y sólo existen dos porque el espacio considerado tiene dos dimensiones.

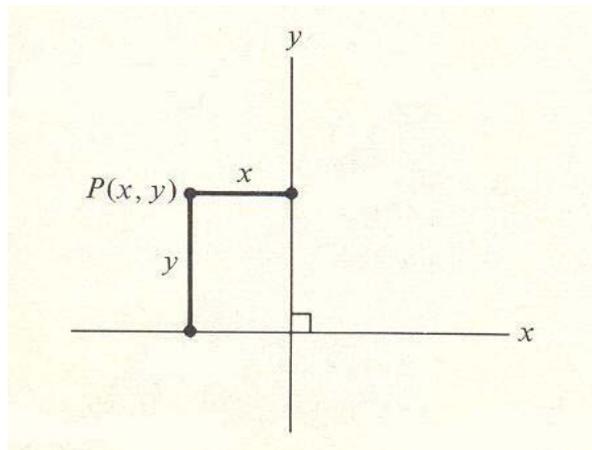


Fig. 2.18 Representación de un punto en dos dimensiones.

Considérese ahora dos puntos, el primero P_1 con coordenadas (x_1, y_1) y el segundo P_2 con coordenadas (x_2, y_2) , véase la fig. 2.19. Si se denomina ds la distancia entre los puntos P_1 y P_2 , entonces según el teorema de Pitágoras, la distancia está dada por:

$$ds = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (2.11)$$

Sean $dx = x_2 - x_1$ y $dy = y_2 - y_1$, entonces el cuadrado de esta distancia es:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 \quad (2.12)$$

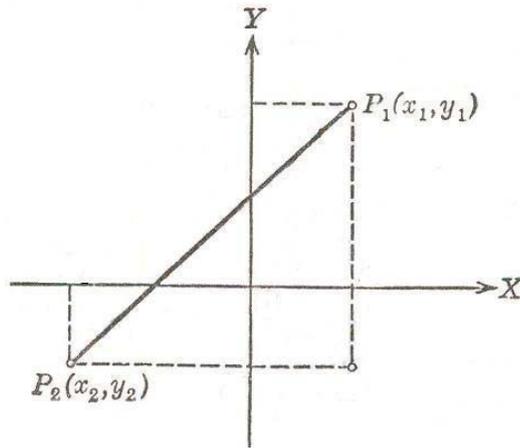


Fig. 2.19 Representación de la distancia entre dos puntos en un plano bidimensional.

Las consideraciones anteriores se pueden extender a un espacio de tres dimensiones, en este caso, se necesitan tres coordenadas "x", "y" y "z" para precisar un punto, ver la fig. 2.20.

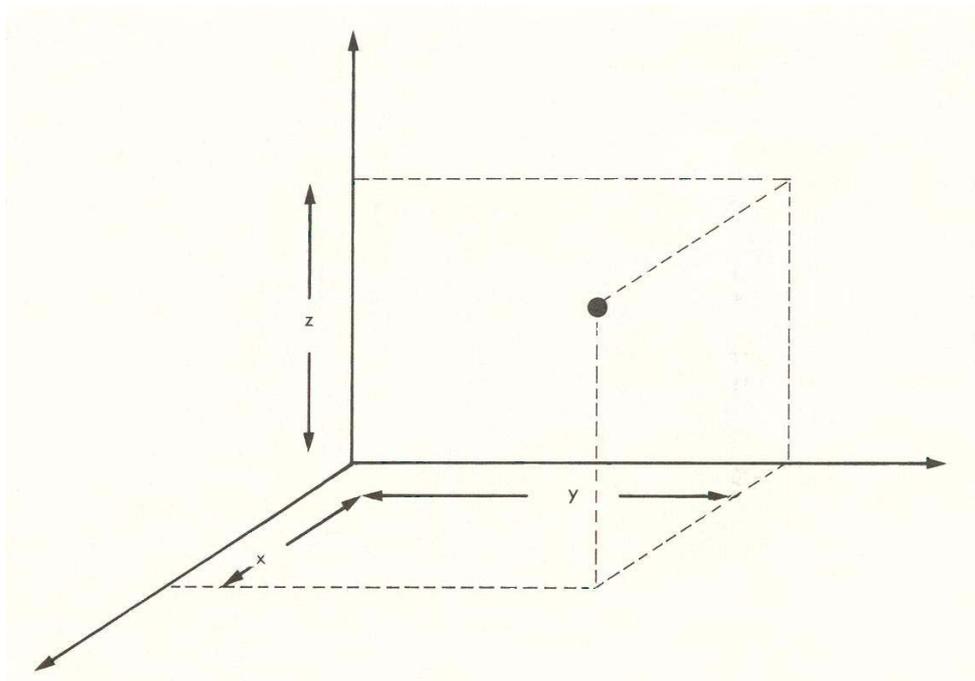


Fig. 2.20 Representación de un punto en tres dimensiones.

de modo similar al caso bidimensional, el cuadrado de la distancia entre dos puntos en el espacio es:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad (2.13)$$

Y en el espacio.tiempo de cuatro dimensiones, se puede especificar un suceso con cuatro coordenadas "x", "y", "z" y "t", los tres primeros determinan la posición del suceso y el último fija el momento en que ocurrió.

En la Teoría de la Relatividad, se puede definir una *seudodistancia*, al cuadrado, entre dos sucesos con coordenadas (x_1, y_1, z_1, t_1) y (x_2, y_2, z_2, t_2) mediante la fórmula:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2t^2 \quad (2.14)$$

donde c es la velocidad de la luz.

La razón de que el último término tenga un signo negativo es que la distancia entre dos puntos debe poseer una propiedad fundamental: ser invariante con respecto a cambios del sistema de referencia elegido.

Piénsese en una regla de madera cuya longitud es un metro, esta no cambia su longitud real porque se le observe de frente, de lado o de cabeza. En el caso del espacio-tiempo, la seudodistancia definida por la ec. (2.14) es invariante al pasar de un marco de referencia a otro. Si se consideran dos sucesos S_1 y S_2 que ocurren uno después del otro, la seudodistancia entre ellos no depende de quién los mida, es decir, es invariante del observador (del mismo modo que la distancia entre los extremos de la regla es invariante).

El espacio-tiempo en el que las “distancias” se miden según la ecuación (2.14) se denomina *espacio de Minkowski*.

Después de un arduo trabajo de ocho años, Einstein obtuvo las ecuaciones de campo de la relatividad general que relacionan la curvatura del espacio-tiempo con la densidad de masa-energía.

Se necesitan diez cantidades en cada punto para especificar la distribución de energía y momentum. ¿Cómo especificamos la curvatura del espacio-tiempo? Los detalles matemáticos son complicados.

La conservación de la energía y del momentum impone cuatro restricciones en las diez componentes de energía-momentum lo que hace más difícil la situación, dado que la energía y el momentum se pueden intercambiar en el campo gravitacional.

Einstein notó que las restricciones en las componentes de energía-momentum tenían exactamente la forma que las cuatro restricciones de las componentes de la llamada “*curvatura de Einstein*”. Estas últimas restricciones surgen del hecho de que un cambio pequeño en el sistema de coordenadas produce un cambio en la métrica, pero la curvatura debe ser independiente de tal cambio de coordenadas.

Albert concluyó que la densidad de energía-momento y la curvatura del espacio-tiempo deben ser proporcionales. Einstein escogió las ecuaciones más simples posibles y se aseguró de que de ellas se derivarían las mismas ecuaciones y predicciones de la teoría de Newton, para cantidades de materia que se mueven lentamente y poseen poca masa. Las ecuaciones de campo de Einstein se pueden escribir en la forma (Hey T., Walters P., 1997):

$$E_{\mu\nu} = \frac{8\pi G T_{\mu\nu}}{c^4} \quad (2.15)$$

Donde los subíndices μ y ν significan las cuatro posibles direcciones del espacio-tiempo. Las cantidades $E_{\mu\nu}$ y $T_{\mu\nu}$ se llaman “tensores”. Un tensor es la generalización de un vector y juntos $E_{\mu\nu}$ y $T_{\mu\nu}$ tienen $4 \times 4 = 16$ componentes.

De hecho, dado que son tensores simétricos sólo diez de esas componentes son independientes. El tensor de la izquierda, $E_{\mu\nu}$ se conoce como el “*tensor de curvatura de Einstein*”. Está relacionado con el “*tensor de curvatura de Riemann*” que es aún más general y que cuantifica la razón en que una geodésica se desvía de otra geodésica cercana. El “*tensor de energía-momentum*”, $T_{\mu\nu}$, actúa como la fuente de gravedad y las constantes de proporcionalidad son justamente la constante de gravitación universal de Newton G y la velocidad de la luz c .

Otra forma de la ecuación de campo de Einstein es (Hacyan S., 2001):

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (2.16)$$

En la que el miembro izquierdo de la ec. (2.16), describe la geometría del espacio-tiempo y el miembro derecho representa la distribución de materia y energía.

Las ecuaciones de campo significan que (Hey T., Walters P., 1997):

“La curvatura del espacio-tiempo es proporcional a G veces la densidad de energía-momentum”.

Las ecuaciones de campo determinan la curvatura.

El principio de equivalencia dice la manera como responde la materia. Los cuerpos en caída libre siguen las geodésicas de la superficie.

En la teoría de gravitación newtoniana, el campo gravitacional está determinado por la distribución de la materia en el espacio (es decir, por la cantidad de materia). En cada punto del espacio existe sólo un valor. En la teoría de Einstein, las cosas son más complicadas. Primero que nada, la materia, influenciada por las fuerzas, está en movimiento y genera una distribución de momentum. De acuerdo a la relatividad, para los observadores en movimiento, la energía y el momentum se mezclan, tal como el espacio y el tiempo. Dado que la masa es energía, y la energía y el momentum son compañeros, no debe ser sorprendente que la relatividad general requiera más que la densidad de masa en cada punto.

La situación es similar a la del electromagnetismo, donde los campos magnéticos son generados por corrientes eléctricas, es decir, cargas en movimiento. En la gravitación, los campos gravitacionales son generados por “*corrientes de momentum*”, o sea, por materia en movimiento, aunque el análisis completo es muy complejo para ser descrito aquí. Ciertamente la teoría

einsteiniana requiere diez cantidades en cada punto para describir la materia en movimiento en un campo gravitacional.

Los efectos dependientes del momentum no están presentes en la teoría de Newton, por lo tanto es imprescindible que la nueva teoría de gravitación sea capaz de reproducir todo el éxito de su predecesora newtoniana. Aparte de la densidad de materia, las otras nueve mediciones que son necesarias para describir el movimiento de la materia involucran la velocidad relativa a la velocidad de la luz. En esta escala, las velocidades de los planetas en el sistema solar son muy pequeñas. La velocidad de la Tierra es únicamente de un diezmilésimo de la velocidad de la luz y se puede usar de manera segura la gravitación de Newton para la mayoría de los propósitos prácticos.

Cualquier teoría científica exitosa debe ser capaz de realizar predicciones que puedan ser probadas mediante experimentos. Einstein era un buen científico, y tuvo mucho cuidado en esto. En marzo de 1916, escribió una versión más inteligible y coherente de la relatividad general. Concluyó su artículo con una sección breve acerca de tres pruebas experimentales de su teoría:

- 1) El corrimiento gravitacional al rojo.
- 2) La desviación gravitacional de la luz, y
- 3) La precesión del perihelio de Mercurio.

Ahora se sabe que la prueba del corrimiento gravitacional al rojo depende únicamente del principio de equivalencia y no de las relaciones específicas de la materia y la curvatura contenida en las ecuaciones de campo de Einstein. De hecho, el corrimiento gravitacional al rojo fue la última de las predicciones en ser verificada, hasta 1960, con el experimento de Pound y Rebka.

2.2.3 Deformación del espacio-tiempo

La gravedad ocasiona que el espacio sea no euclidiano. Las leyes de la geometría euclidiana ya no son válidas al aplicarlas a objetos que están sujetos a campos gravitacionales intensos.

Las reglas de la geometría euclidiana son propias de diversas figuras que se pueden trazar sobre una superficie plana, algunas de ellas son:

- La razón de la circunferencia de un círculo entre su diámetro es igual a π .
- Todos los ángulos de un triángulo suman 180° .
- La distancia más corta entre dos puntos es una línea recta.
- Por un punto fuera de una línea recta, pasa una y sólo una recta paralela a la línea dada.

Las reglas de la geometría euclidiana son válidas en un espacio plano, pero si se trazan las figuras en una superficie curva, como la de una esfera o una silla de montar, ya no se cumplen estas reglas, ver figs. 2.21 y 2.22.



Fig. 2.21 Espacio esférico.

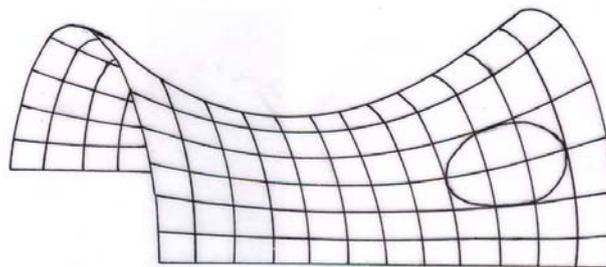


Fig. 2.22 Espacio de silla de montar.

En el espacio sideral, se considera que (Hewitt P., 2004):

- ◆ Si la suma de los ángulos de un triángulo es 180° , se dice que el espacio es plano.
- ◆ Si la suma es mayor de 180° , se dice que el espacio es esférico (elíptico) o con curvatura positiva.
- ◆ Si la suma es menor de 180° , se dice que el espacio tiene forma de silla de montar (hiperbólico) o con curvatura negativa.

Por supuesto que las líneas que forman los triángulos de la fig. 2.21, no son “rectas” desde una perspectiva tridimensional, pero son “las más rectas” o las distancias *más cortas* entre dos puntos, si nos confinamos a la superficie curva. A esas líneas de distancia mínima se les denomina *líneas geodésicas*, o simplemente **geodésicas**.

El espacio en torno al Sol tiene curvatura positiva. Los planetas que giran en torno al Sol viajan a lo largo de geodésicas tetradimensionales en este espacio-tiempo con curvatura positiva. Los objetos en caída libre, los satélites y los rayos luminosos, todos se mueven a lo largo de geodésicas en el espacio-tiempo tetradimensional.

Es posible que todo el universo tenga una curvatura general. Si la curvatura es negativa, tiene sus extremos abiertos, como la silla de montar de la fig. 2.22 y se prolonga sin límites. Si tiene una curvatura positiva, se cierra sobre sí misma. Un ejemplo familiar de un espacio con curvatura positiva es la

superficie de la Tierra. Nuestro planeta forma una curvatura cerrada tal que si se viaja a lo largo de una geodésica se regresa al lugar de donde se partió.

Es necesario el uso de una nueva geometría para desarrollar la teoría general de la relatividad, más que considerar al espacio como una región vacía, es un medio flexible que se puede doblar o torcer. La forma en que se dobla y se tuerce describe un campo gravitacional. La relatividad general es una geometría del espacio-tiempo tetradimensional curvo. La presencia de la masa produce la *curvatura* o *deformación* del espacio-tiempo. En lugar de visualizar fuerzas de gravitación entre masas, se abandona por completo la noción de fuerza y se imaginan masas que en su movimiento son dirigidas por la distorsión del espacio-tiempo que ocupan. Son las elevaciones, depresiones y torcimientos del espacio-tiempo físico los que son fenómenos de la gravedad.

No es posible visualizar las elevaciones y depresiones tetradimensionales en el espacio-tiempo, porque somos seres tridimensionales. Sin embargo, se puede tener una idea aproximada de ese torcimiento imaginando una analogía simplificada en dos dimensiones: una esfera pesada descansado a la mitad de una tela elástica. Mientras más masiva sea la esfera, más penetra o tuerce la superficie bidimensional, véase la fig. 2.23. Una canica que rueda por la tela, alejada de la esfera, seguirá una trayectoria relativamente rectilínea, mientras que otra que rueda cerca de la esfera se desviará al atravesar la superficie deformada. Si la curva se cierra sobre sí misma, su forma es la de una elipse. Los planetas en órbita en torno al Sol recorren, en forma parecida, una geodésica tetradimensional en el espacio-tiempo deformado que rodea al Sol.

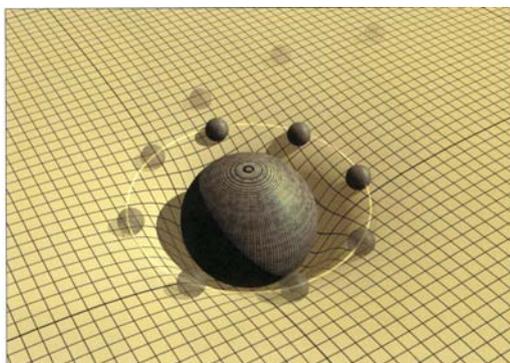


Fig. 2.23 Deformación del espacio-tiempo.

2.2.4 Desviación Gravitacional de la Luz

En 1704, Sir Isaac Newton fue quien primero postuló que el campo gravitacional de un objeto masivo sería capaz de desviar los rayos luminosos.

“¿Acaso los cuerpos no interactúan con la luz en función de la distancia, y por su acción desvían sus rayos, y acaso no sufren la mayor [desviación] cuando están a la menor distancia?”

Albert Einstein propuso un efecto similar, en concordancia con su Teoría General de la Relatividad, en 1919.

De acuerdo con el principio de equivalencia, si la luz se desvía por efecto de la aceleración, debe desviarse también por efecto de la gravedad. Pero, ¿Cómo puede la gravedad desviar a la luz? En concordancia con la física de Newton, la gravitación es la interacción entre masas; una pelota en movimiento se desvía por la interacción entre su masa y la masa de la Tierra. Pero, ¿Y la luz, que es energía pura y no tiene masa? La respuesta de Einstein fue que la luz no tiene masa, pero tiene energía. La gravedad tira de la energía de la luz, porque la energía equivale a la masa.

Esta fue la primera respuesta de Einstein antes de terminar de desarrollar su teoría de la relatividad general. Después presentó una explicación más profunda: que la luz se desvía al propagarse por una geometría del espacio-tiempo que está flexionada. La masa de la Tierra es demasiado pequeña como para torcer en forma apreciable el espacio-tiempo que la rodea, que es prácticamente plano, (en el sentido geométrico de Euclides); así, cualquier flexión de la luz en nuestra cercanía inmediata no se detecta de ordinario. Pero cerca de cuerpos con masa mucho mayor que la de la Tierra, la flexión de la luz es lo suficientemente grande como para poderla detectar.

Por cierto, es importante mencionar que, también la luz se desvía en el campo gravitacional terrestre, pero no demasiado. No lo notamos porque el efecto es diminuto. Por ejemplo, en un campo gravitacional constante de 1 g, un rayo dirigido horizontalmente “caerá” una distancia vertical de 4.9 metros en 1 segundo (igual que una pelota de béisbol), pero recorrerá una distancia horizontal de 300 000 kilómetros en ese segundo. Apenas se apreciará su desviación estando cerca del punto de partida (Hewitt P., 2004).

La primera predicción de Einstein concerniente a la desviación de la luz de las estrellas que pasan cerca del Sol la realizó en 1911 (antes de que completara la teoría general de la relatividad). La magnitud del efecto (menos de un segundo de arco, donde un grado contiene 3600 segundos de arco) debería ser igual al obtenido al aplicar la mecánica newtoniana a la luz, suponiendo que la luz es un flujo de partículas.

En noviembre de 1915, Einstein revisó su predicción usando su nueva teoría general de la relatividad, encontró que la desviación correcta era exactamente el doble de su primera predicción.

El valor doble se debía a que, en la teoría einsteiniana, el espacio mismo, así como el espacio-tiempo, está curvado.

En el caso de la luz, la energía y el momentum son iguales (usando unidades apropiadas) y este argumento sugiere correctamente que la relatividad general debe predecir el doble del valor newtoniano para la deflexión luminosa.

Otra manera más intuitiva de entender la desviación extra tiene que ver con el curvamiento del espacio cerca del Sol. Una sección bidimensional del espacio curvo en la vecindad del Sol puede representarse como una superficie elástica con una pelota pesada sobre ella que representa al Sol. Los rayos luminosos

siguen las *geodésicas* de esta superficie. Los cálculos originales de Einstein predijeron la deflexión de la luz relacionada a las líneas rectas locales.

El aspecto crítico es la cantidad que debe sumarse al resultado. Las ecuaciones de campo de Einstein de la relatividad general dan la respuesta: el resultado es una deflexión adicional que es igual a su predicción original.

Esta predicción pone a prueba la teoría de Einstein debido a que otras posibles teorías de gravitación predicen una curvatura diferente y otra deflexión adicional diferente. La teoría de gravitación de *Brans-Dicke* que fue propuesta como una alternativa a la de Albert, da una predicción distinta para la desviación luminosa.

¿Cómo se puede medir una desviación tan pequeña? Un rayo de luz que pase cerca de la orilla del Sol, se puede observar únicamente durante un eclipse solar total. El astrónomo alemán Edwin Finley-Freundlich tuvo que abandonar una expedición para probar la primera predicción (incorrecta) de Einstein debido a que estalló la Primera Guerra Mundial.

Europa estaba en guerra en la época en que Albert terminaba su teoría general, en noviembre de 1915, con la predicción revisada y corregida de la desviación. Aunque no existía una comunicación directa entre los científicos alemanes e ingleses durante la guerra, el físico holandés Willem de Sitter le envió el artículo de Einstein a Arthur Eddington en Cambridge. Eddington reconoció inmediatamente el poder y la importancia del trabajo de Einstein y empezó a planear una expedición para medir la deflexión de la luz estelar predicha.

Einstein predijo que la luz de las estrellas que pase cerca del Sol sería desviada un ángulo de 1.75 segundos de arco, lo suficientemente grande como para poderlo medir. Aunque las estrellas no son visibles cuando el Sol está en el firmamento, la desviación de su luz se puede observar durante un eclipse solar total (Hewitt P., 2004). Una estrella que se encontrara directamente atrás del Sol debería ser visible durante un eclipse solar total, (ver fig. 2.24).

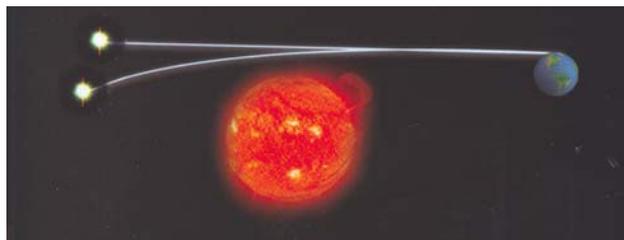


Fig. 2.24 Desviación gravitacional de la luz.

La mejor oportunidad sería el eclipse del 29 de mayo de 1919, durante el cual el Sol pasaría por delante del gran número de estrellas brillantes del cúmulo de las Híadas. El desenlace de la guerra estaba todavía en duda cuando solicitó el permiso y el apoyo del gobierno británico. Los eclipses tienen la costumbre de ser observables en lugares muy remotos, y este no iba a ser la excepción. Arthur Eddington condujo un equipo a la Isla de Príncipe, en la costa de África Occidental, un segundo equipo bajo la dirección de Andrew Crommelin fue enviado a Sobral, en el norte de Brasil (Hey T., Walters P., 1997).

Otro problema con los eclipses es que los mejores planes elaborados pueden ser estropeados por el clima. En el día del eclipse, Eddington estaba muy ansioso cuando repentinamente empezó a llover torrencialmente. Afortunadamente, durante el breve lapso de cinco minutos que duró el eclipse total, el cielo se aclaró y Eddington pudo tomar algunas fotografías. Únicamente dos placas contenían imágenes estelares confiables. Procedió a comparar las posiciones medidas de las estrellas con sus posiciones tomadas en otra época del año cuando el Sol está en otra posición. Eddington tenía los resultados de tales mediciones y encontró que la deflexión estaba de acuerdo con las predicciones de Einstein. Dijo después (Hoffmann, B., 1987):

“¡Ese fue el momento más feliz de mi vida!”.

La expedición a Sobral fue más afortunada, y Eddington pudo concluir (citado en: Hey T., y Walters P. 1997):

“La evidencia de las placas de Príncipe es suficiente para descartar la posibilidad de la ‘mitad de la deflexión’ (resultado de 1911, sin la contribución del espacio curvo), y las placas de Sobral la excluyen con gran certeza”.

Se anunciaron los resultados de la expedición del eclipse en una reunión de la Royal Astronomical Society, el 6 de noviembre de 1919. En esa ocasión, Ludwick Silberstein se levantó y señaló hacia el retrato de Newton, diciendo :

“Debemos a ese gran hombre, el proceder muy cuidadosamente al modificar o retocar su Ley de Gravitación”.

Nadie podía proveer la respuesta entusiasta de la prensa en considerar a Einstein como el nuevo símbolo de la posguerra. El *New York Times* reportó(citado en: Hey T., y Walters P. 1997):

“Las luces se curvan en los cielos. Los científicos están más o menos emocionados con los resultados de la observación del eclipse”.

Desde las mediciones iniciales realizadas durante el eclipse solar total de 1919, se ha vuelto práctica normal el medir esa desviación. Una fotografía tomada del cielo oscurecido en torno al Sol eclipsado muestra la presencia de las estrellas brillantes cercanas a él. Las posiciones de las estrellas se comparan con las de otras fotografías de la misma región tomadas en otras ocasiones, durante la noche, con el mismo telescopio. En todos los casos, la desviación de la luz de las estrellas ha respaldado la predicción de Einstein.

Aunque el análisis de Eddington de las mediciones del eclipse apoyó las predicciones de Einstein, estaba limitado a una precisión del 10 al 20%. Hasta 1973, hubo varias expediciones para observar eclipses, pero a pesar del avance tecnológico, sólo se había obtenido un modesto aumento en la precisión.

En 1973, las mediciones ópticas fueron superadas por otra técnica más precisa.

La teoría general de la relatividad predice que las ondas de radio serán desviadas gravitacionalmente por un objeto masivo, de la misma manera como lo son las ondas de luz.

¿De qué manera la radioastronomía ha contribuido a realizar algunas de las mediciones (con una resolución más fina) de la astronomía moderna?

La respuesta está en el uso del *radiointerferómetro*. Consiste en dos radiotelescopios, separados por una distancia de varios kilómetros. Esta distancia se llama la *línea base*. Ambos telescopios reciben ondas de radio provenientes de la misma fuente, pero, dependiendo de la dirección de la fuente, la señal tiene que viajar más lejos hacia uno de los telescopios. Cuando se recombinan las señales, la diferencia en las longitudes de las trayectorias se muestra como un efecto de interferencia de ondas típico, de manera similar al famoso experimento de Michelson y Morley. Dado que únicamente un ligero cambio en la dirección puede alterar una cancelación de dos ondas y convertirlas en un reforzamiento, tales interferómetros pueden tener un gran poder de resolución.

Usando la radiointerferometría es posible medir la desviación con gran precisión. El problema es que se necesita buscar una fuente estrecha de ondas de radio (no las ondas de radio provenientes de una galaxia, las cuales se pueden extender más allá de un grado). Afortunadamente, el descubrimiento de los cuasares en los 60's proveyó la clase de objetos que se necesitaban para la mejor prueba posible: son radioemisores parecidos a las estrellas y tienen un tamaño angular pequeño.

Durante varios días, en octubre de 1969, los radioastrónomos en Owens Valley y Goldstone, en California, esperaron a que los cuasares brillantes 3C273 y 3C279 pasaran cerca del Sol. El 8 de octubre, el cuasar 3C279 pasó detrás del Sol y el 3C273 estaba a sólo 4 grados de distancia (Clifford, 2005). Los dos grupos de radioastrónomos usaron el ángulo entre los dos cuasares para medir la desviación gravitacional de las ondas de radio. Ambos grupos obtuvieron un resultado que estaba en concordancia con la relatividad general con un 10% de incertidumbre. No era mucho mejor que las mediciones ópticas, pero a diferencia de aquellas, este experimento podía repetirse cada octubre. En 1975, usando los mismos cuasares, y también otro trío de cuasares, los radioastrónomos mejoraron la precisión de su experimento alcanzando hasta un 1% de incertidumbre.

2.2.5 Características de las lentes gravitacionales

¿Qué es una lente gravitacional?

Es un cuerpo masivo que desvía o distorsiona la luz proveniente de una estrella o galaxia, por efecto de su masa. Este cuerpo masivo se encuentra situado entre la estrella emisora de luz y el observador.

De acuerdo a la Teoría General de la Relatividad, la luz que pasa a una distancia "b" de un cuerpo de masa M, es desviada en un ángulo α , dado por (ver Mollerach, S., Roulet, E., 2002):

$$\alpha \approx \frac{4GM}{bc^2} = \frac{2R_s}{b} \quad (2.17)$$

Donde R_s es el radio de Schwarzschild, véase la ec. (2.30).

Esta aproximación se cumple mientras la desviación gravitacional de la luz sea pequeña, con $\alpha \ll 1$.

La ecuación (2.17) predice exactamente un valor doble de la desviación obtenida al usar la ley de gravitación de Newton, véase (Sparke, L. S., Gallagher III, J. S., 2000), considerando que la luz está formada por partículas (fotones) que viajan a la velocidad c .

Utilizando la ecuación (2.17) se puede calcular el sitio donde se encontrará la imagen de una estrella, si se encuentra enfrente de ella un objeto de masa M que actúa como *lente gravitacional*.

Tal objeto está ubicado en L en la fig. 2.25. Si no estuviera presente, se observaría la estrella S' en el cielo a un ángulo β respecto al eje óptico, es decir, respecto a la línea que une al observador O con la lente L .

Considérese que el ángulo $\beta \approx y/d_s$, si la distancia $d_s \gg y$.

Debido a que la luz es desviada en un ángulo α , la estrella se ve situada en un ángulo θ respecto a la dirección OL . Si x es la distancia entre la línea OL e I , la posición aparente de la imagen de la estrella; se puede apreciar de la fig. 2.25 que cuando la desviación es pequeña, $x - y = \alpha d_{LS}$.

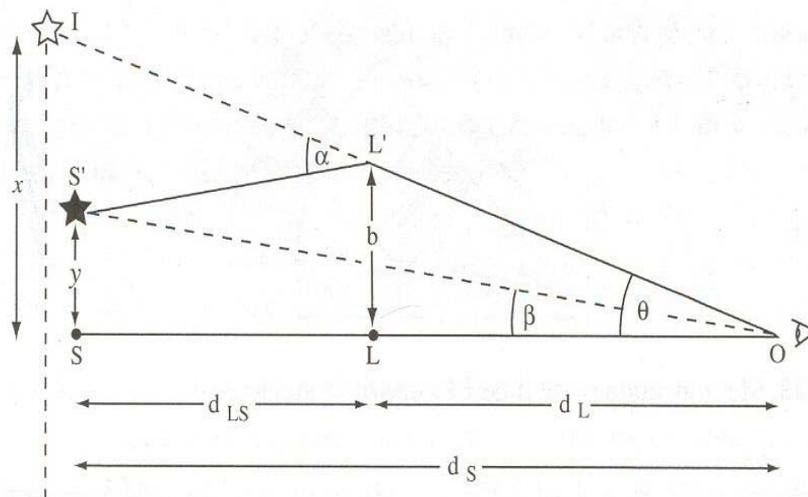


Fig. 2.25 Lente gravitacional de masa M situado en L .

Usando la siguiente expresión, para la longitud del arco s :

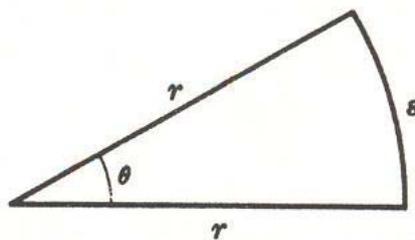


Fig. 2.26 Longitud de arco.

$$s = r\theta \quad (2.18)$$

donde s es la longitud de arco, r el radio del círculo y θ es el ángulo subtendido por la longitud de arco.

Es posible obtener, de la fig. 2.25 y de la ecuación (2.18), lo siguiente:

$$\Theta d_s = \beta d_s + \alpha d_{LS} \quad (2.19)$$

Considerando el ángulo de desviación reducido

$$\hat{\alpha} = \alpha \frac{d_{LS}}{d_s} \quad (2.20)$$

El ángulo de desviación $\hat{\alpha}$ se define como la diferencia entre la dirección inicial y la dirección final del rayo luminoso (ver Schneider, P., Ehlers, J., Falco, E. E.; 1992).

Dividiendo entre d_s , la ecuación (2.19) se puede escribir del siguiente modo:

$$\beta = \theta - \hat{\alpha} \quad (2.21)$$

Esta es la llamada *ecuación de las lentes*, que describe la relación entre las posiciones real y aparente de la fuente luminosa.

Para las lentes puntuales, utilizando las ecuaciones (2.17) y (2.20) y el hecho de que la distancia mínima del rayo luminoso a la lente gravitacional es: $b = \theta d_L$, el ángulo de desviación resulta:

$$\hat{\alpha} = \frac{d_{LS}}{d_s d_L} \frac{4GM}{c^2 \theta} = \frac{1}{\theta} \theta_E^2 \quad (2.22)$$

donde θ_E es el denominado *ángulo de Einstein* y se define como:

$$\theta_E = \sqrt{\frac{d_{LS} 4GM}{d_s d_L c^2}} \quad (2.23)$$

La ecuación (2.21) se transforma en una ecuación de segundo grado para el ángulo θ en la dirección formada por la dirección del eje óptico OL y la imagen I de la estrella.

$$\theta^2 - \beta\theta - \theta_E^2 = 0 \quad (2.24)$$

Resolviendo la ec. (2.24) para cualquier ángulo fijo β de la fuente luminosa, es posible obtener los valores de los ángulos θ que corresponden a las posiciones de las imágenes de las estrellas.

Un resultado interesante es que cuando están perfectamente alineados, el cuerpo que actúa como lente gravitacional y la fuente luminosa, esto es, cuando $\beta = 0$, debido a la simetría de la lente (puntual) se forma una imagen que tiene el aspecto de un anillo de radio angular θ_E , como se muestra en la fig. 2.27. Esta clase de imágenes se llaman los *anillos de Einstein*, y se esperan observar también cuando se alinean en el eje óptico (línea lente-estrella), un cuerpo que actúa como lente gravitacional y que posee simetría esférica con una estrella situada atrás de la lente.

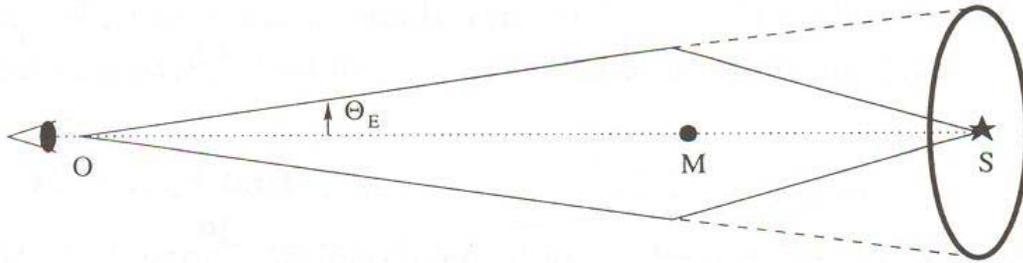


Fig. 2.27 Anillo de Einstein formado por una lente gravitacional M en línea con una estrella S.

En el caso general, respecto de la posición de la fuente luminosa, existirán dos imágenes con posiciones angulares:

$$\theta_{\pm} = \frac{\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2}}{2} = \frac{\beta}{2} \pm \theta_E \sqrt{1 + \frac{\beta^2}{4\theta_E^2}} \quad (2.25)$$

Las imágenes se encuentran cerca de la línea determinada por la fuente luminosa y la lente gravitacional y en lados opuestos a la lente, esto se debe a que una solución de la ec. (2.24) es positiva y la otra es negativa, como se muestra en la ec. (2.25) y en la fig. 2.28.

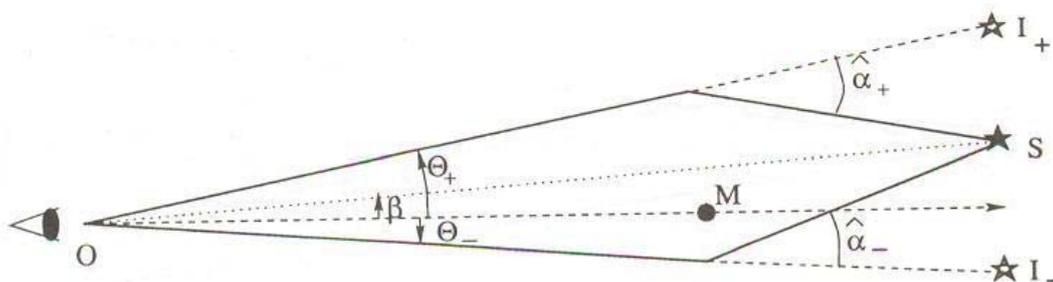


Fig. 2.28 Posición de las dos imágenes formadas por una lente gravitacional puntual.

La separación angular entre dos imágenes está dada por:

$$\Delta\theta = \theta_+ - \theta_- = 2\theta_E \sqrt{1 + \frac{\beta^2}{4\theta_E^2}} \quad (2.26)$$

Cuando la desviación de la fuente luminosa respecto al eje óptico es pequeña comparada con el ángulo de Einstein, $\beta < \theta_E$, la separación de las imágenes es aproximadamente el doble del ángulo de Einstein.

Si la lente no es esféricamente simétrica, o el sistema no es coaxial en tres dimensiones, aparecen arcos o un conjunto de varias imágenes, como por ejemplo, cinco imágenes puntuales, véase la fig. 2.29, (Dultzin, 1997).

Para mayor información consulte la siguiente dirección electrónica:

http://omega.ilce.edu.mx:3000/sites/ciencia/volumen1/ciencia2/53/htm/sec_12.html

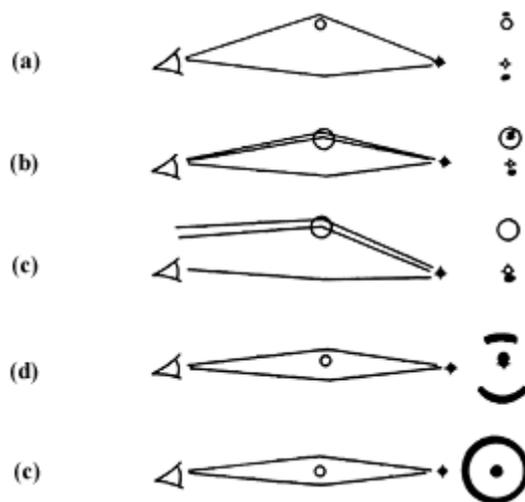


Fig. 2.29 a) Imágenes formadas por diversas configuraciones de lentes gravitacionales.

La figura 2.29a) muestra dos pequeñas imágenes que se forman como consecuencia de una lente pequeña desalineada, en 2.29b) una lente grande y masiva forma una imagen triple, en 2.29c) se forman dos imágenes cuando la lente está muy desalineada; en 2.29d) una desalineación muy pequeña forma imágenes en forma de arcos y en 2.29e) la imagen es un círculo o anillo como resultado de una alineación perfecta entre el observador, la lente y el objeto lejano.

La fig. 2.30a) muestra una imagen que se cree que es desviada gravitacionalmente por una galaxia próxima a la línea de visión. En 2.30b) se exhibe otra imagen formada por una galaxia fuera del eje de visión, existe un quinto punto en el centro de la imagen, pero es demasiado débil que no se logra ver. 2.30c) Estructura formada en la fuente Q2237+0305, obtenida en el cercano infrarrojo con el telescopio de campo amplio del JPL, presenta cinco imágenes distintas con el mismo desplazamiento al rojo, 1.695. La escala muestra 2 segundos de arco (Lipson, S. G. et al, 1995).

La figura 2.30c), se forma con la luz que proviene de una fuente a una distancia de ocho mil millones de años luz, la cual es desviada por el campo

gravitacional de una galaxia situada a 400 millones de años luz de la Tierra (Jones y Childers, 2001).

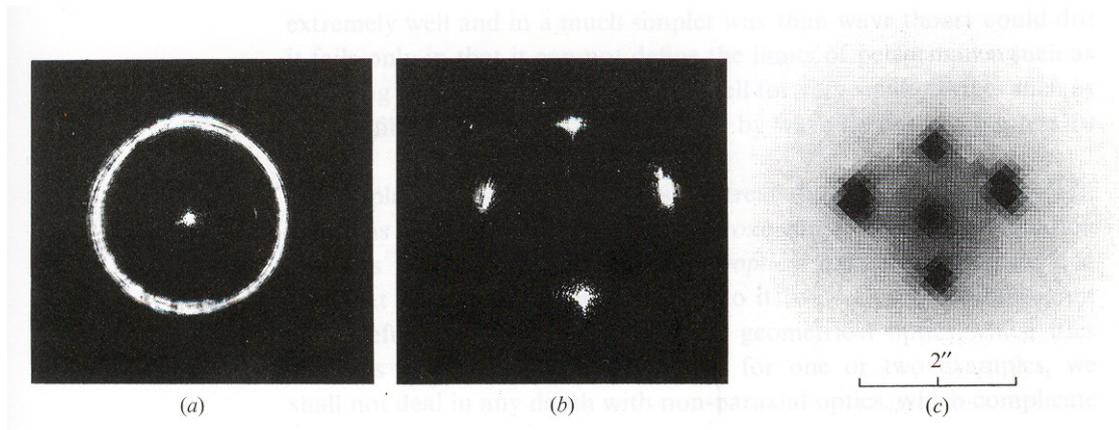


Fig. 2.30 a) Imagen formada en la lente colocada en el eje de visión. b) Lo mismo que en (a) pero fuera del eje. c) Estructura formada en la fuente Q2237+0305.

Para visualizar estos conceptos y entenderlos mejor, se recurre a una analogía en la que se emplea la base de una copa de vino como lente. Esta experiencia didáctica se discute en la sección 3.10 de la presente tesis.

2.2.6 Hoyos negros

¿Qué es un hoyo negro?

Es una estrella que está en la fase final de su evolución y se comprime bajo la acción de su propia gravedad (Hacyan, 2005) hasta formar una pequeña estrella que posee un enorme campo gravitacional que ni siquiera la luz puede escapar de él (Moring G. F., 2004).

El concepto de hoyo negro data del siglo XVIII, con las ideas del científico británico John Michell y del matemático y filósofo francés, Pierre Simon de Laplace.

Michell pensó que si la luz estaba compuesta de partículas diminutas o *corpúsculos* como los llamaba Newton, entonces deberían poseer una masa diminuta, y en consecuencia deberían sentir la atracción gravitatoria de un cuerpo masivo (Calle C. I., 2005).

Este personaje consideró que los corpúsculos de luz que abandonan el Sol no son afectados en gran medida por la gravedad solar. Pero, ¿qué le sucedería a la luz en el interior de una estrella más pequeña que el Sol pero con su misma masa?

En este caso la velocidad de escape (la velocidad mínima que debe tener un cuerpo para escapar de una estrella) debe ser mayor que la velocidad de escape de un objeto en la superficie del Sol, que es de 617 km/s.

Michell usó la ley de gravitación universal de Newton para calcular las velocidades de escape de estrellas pequeñas y masivas.

A medida que la estrella es más pequeña, su superficie está cada vez más cerca de su centro, y la gravedad es cada vez mayor en su superficie y por lo tanto es mayor su velocidad de escape.

Michell consideró que era posible la existencia de una estrella lo suficientemente pequeña y masiva que tuviera la velocidad de escape de la luz. Una estrella más pequeña que ésta y con la misma masa tendría un campo gravitatorio tan grande que ni siquiera la luz podría escapar.

Este científico calculó el *tamaño crítico* de una estrella cuya velocidad de escape es la de la luz. Considerando que la estrella tenga la masa del Sol, entonces debe poseer un diámetro de 6 km (o un radio de 3 km) para ser una *estrella oscura*, una estrella de la que no puede escapar la luz. Otra estrella que tenga una masa del doble de la solar deberá poseer un *diámetro crítico* dos veces mayor (12 km) y así sucesivamente.

Michell imaginó que el universo debería contener un gran número de estrellas menores que el tamaño crítico. Estas estrellas serían invisibles para el hombre, deberían ser agujeros negros.

Este científico británico presentó sus cálculos e ideas en la Royal Society de Londres en noviembre de 1783. Unos años más tarde, Pierre Simon de Laplace menciona la posible existencia de estas estrellas oscuras en su popular libro "*El Sistema del mundo*" (Calle C. I., 2005), en 1795 sin mencionar a Michell.

Laplace era un hombre brillante y exitoso, pero algunas veces era renuente a dar crédito a otros.

A Laplace se le ocurrió el concepto de agujero negro de la siguiente manera:

Si se arroja un proyectil verticalmente hacia arriba se observa que alcanza una altura máxima que depende de la velocidad con la que fue lanzado, mientras mayor sea la velocidad inicial más alto llegará antes de caer. Pero si al proyectil se le proporciona una velocidad inicial mayor a 11.5 km/s subirá y no volverá a caer, escapándose de forma definitiva de la atracción gravitatoria terrestre. A esta velocidad mínima se le llama *velocidad de escape* y tiene diferentes valores para distintos planetas y estrellas (Hacyan S., 2005).

La velocidad de escape desde la superficie de un cuerpo esférico es, (ver anexo 1):

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad (2.27)$$

Donde M es la masa del cuerpo, R su radio y G es la constante de Gravitación Universal.

En principio, es posible considerar que exista un cuerpo que sea tan masivo o tan compacto que la velocidad de escape de su superficie sea superior a la velocidad de la luz, c . En esta situación, se puede pensar que los haces luminosos no pueden escapar de ese cuerpo. Este argumento impulsó a Laplace a postular la existencia de cuerpos oscuros.

Despejando R de la ecuación (2.27), se obtiene:

$$R = \frac{2GM}{v_{esc}^2} \quad (2.28)$$

Ahora bien, un cuerpo esférico de masa M tendrá una velocidad de escape igual a la de la luz, si su radio mide:

$$r_g = \frac{2GM}{c^2} \quad (2.29)$$

Donde r_g es el *radio gravitacional* y es directamente proporcional a la masa del cuerpo. Si un cuerpo esférico tiene un radio menor al radio gravitacional, la velocidad de escape de su superficie es mayor a la velocidad de la luz.

El radio gravitacional que corresponde a un cuerpo como el Sol es de 3 kilómetros, lo que implica que una estrella como el Sol que se comprima hasta llegar a ese radio se convertiría en el cuerpo oscuro de Laplace.

El radio gravitacional que corresponde a un cuerpo como la Tierra es de aproximadamente 1 centímetro (Hacyan S., 2005).

Debido a que en el siglo XVIII no se sabía si la luz se comportaba como cualquier partícula bajo la influencia de la gravedad y era difícil aceptar la idea de la existencia de estrellas cien millones de veces más masivas que el Sol, o cuerpos celestes de la misma masa del Sol pero comprimidos hasta un radio de 3 km; Laplace, en ese entonces, ya convertido en Marqués de Laplace; juzgó que esas especulaciones no eran dignas de un noble y prestigiado científico y eliminó toda mención de esos cuerpos oscuros de las ediciones posteriores de su "*Sistema del mundo*" publicadas en plena restauración borbónica (Hacyan S., 2005).

La primera solución exacta de la ecuación de Einstein (ver las ecuaciones (2.15) y 2.16)), corresponde a un caso físico real y fue encontrada en 1915 por Karl Schwarzschild, un astrónomo alemán, quien se formuló la siguiente pregunta: ¿Cómo deforma al espacio-tiempo una distribución esférica de masa?

El espacio-tiempo resultante debe poseer propiedades de simetría alrededor de la masa esférica, lo cual simplifica notablemente las ecuaciones. La solución que encontró fue el espacio-tiempo de Schwarzschild, que es un espacio riemanniano que describe la región externa de un cuerpo esférico de masa M y radio arbitrario.

Las partículas se mueven en este espacio a lo largo de geodésicas. El resultado obtenido por Schwarzschild fue publicado en julio de 1916, dos meses después de su muerte.

Si se considera una esfera de masa M con un radio menor que el *radio de Schwarzschild*. Este radio es el de una superficie cuya velocidad de escape es la de la luz, a tal superficie se le denomina *horizonte de eventos*:

$$r_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (2.30)$$

entonces suceden cosas extrañas: la luz emitida desde su superficie o desde cualquier punto interior de la esfera con radio r , no logra llegar al radio crítico y queda atrapada para siempre.

Esta descripción es la misma que hace Laplace de los cuerpos oscuros y el valor del radio gravitacional, véase la ec. (2.29) calculado con la mecánica clásica es idéntico al del radio de Schwarzschild, ec. (2.30) calculado con la ecuación de Einstein (ver las ecuaciones (2.15) y 2.16)), de la Teoría General de la Relatividad.

Es decir, se trata de la descripción de un agujero negro. En otras palabras, es la representación física de un espacio-tiempo que existe alrededor de un cuerpo masivo con un radio igual o menor que su radio de Schwarzschild, ver las figuras 2.31 y 2.32.

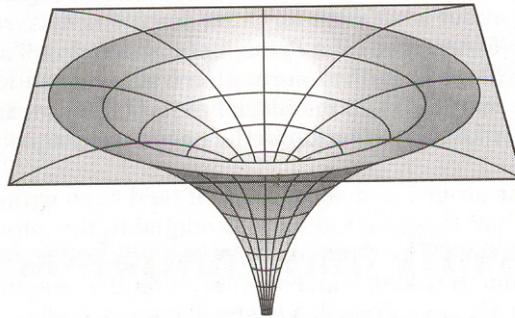


Fig. 2.31 Representación de un agujero negro.

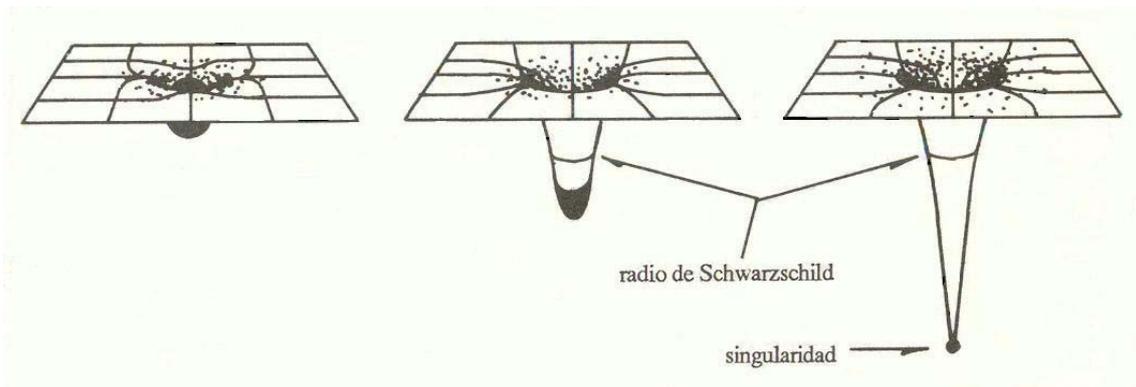


Fig. 2.32 Superficie de una esfera masiva comprimida hasta convertirse en un hoyo negro.

La superficie esférica que tiene un radio igual de Schwarzschild se llama *horizonte de eventos* del hoyo negro. La luz únicamente puede cruzar el horizonte de afuera hacia adentro y una vez que lo atraviesa ya no puede salir nunca.

Los sucesos que ocurren en el interior de un hoyo negro no son visibles en nuestro universo ni influyen en él.

De manera natural surge la pregunta: ¿Cómo se forma un agujero negro?

La respuesta concierne con la muerte de las estrellas. Al final de su evolución las estrellas mueren pero existen tres muertes estelares diferentes dependiendo de sus masas.

En su etapa adulta, las estrellas producen luz y calor mediante procesos de fusión termonuclear, en los que transforman hidrógeno en helio liberando una

gran cantidad de energía. Estos procesos duran un largo período de tiempo. Una vez que se agota el combustible nuclear, si la estrella tiene un núcleo con una masa menor de $1\frac{1}{2}$ masas solares, se expande hasta alcanzar un diámetro cientos de veces mayor, convirtiéndose en una *gigante roja*.

Después de haber alcanzado su máximo tamaño, la estrella se colapsa hasta un tamaño similar al de la Tierra, o sea, se transforma en una *enana blanca*.

Si la estrella tiene un núcleo con una masa comprendida entre $1\frac{1}{2}$ y 3 masas solares, entonces al terminar su combustible nuclear, desaparece la presión interna que contrarresta la atracción gravitacional provocando un colapso rápido y violento.

Esto crea altísimas presiones que ocasionan la fusión de los protones y electrones para formar neutrones, lo que se denomina una *estrella de neutrones*, con la liberación de una gran cantidad de energía. Las capas exteriores de la estrella absorben esta energía y salen disparadas hacia fuera, mientras el núcleo continúa comprimiéndose.

Las capas exteriores explotan espectacularmente originando una *supernova*. Durante los primeros meses de la explosión, la supernova alcanza el brillo de mil millones de soles.

Algunas veces las estrellas de neutrones forman *pulsares*. Un pulsar es una estrella de neutrones que gira y emite pulsos de radio (Rodríguez, L. F., 1990).

Si el núcleo de la estrella tiene una masa mayor que 3 masas solares entonces, según el estudio de Oppenheimer y Snyder, realizado en 1938, nada impide que la estrella siga colapsándose hasta originar un agujero negro.

En 1963, Roy Kerr, un neozelandés que estaba trabajando en la Universidad de Texas, encontró una nueva solución a la ecuación de campo de Einstein (ver las ecuaciones (2.15) y 2.16)), esta vez, describía la curvatura del espacio-tiempo que rodea a una estrella en rotación. Rápidamente, Brandon Carter, Roger Penrose y otros relativistas hallaron que esta solución describía la geometría del espacio-tiempo no sólo de una estrella en rotación sino también la de un hoyo negro en rotación.

El agujero negro de Kerr era una extensión de los hoyos negros de Schwarzschild que no giraban. Se trataba de una solución más general.

Existen otras soluciones de la ecuación de campo de Einstein como la de Reissner-Nordstrom que analiza la curvatura del espacio-tiempo alrededor de agujeros negros con carga eléctrica y la de Kerr-Newman que ofrece un estudio de los hoyos negros rotantes y con carga eléctrica. Para una discusión más detallada de estas soluciones, se puede consultar el libro de Shahen Hacyan: "*Los hoyos negros y la curvatura del espacio-tiempo*".

Todo lo anteriormente expuesto es muy interesante, pero ¿En verdad existen los agujeros negros? ¿Se han detectado algunos o de qué modo se pueden detectar?

Los hoyos negros se pueden detectar a través de la energía radiada por la materia que cae al *disco de acreción* que lo rodea. Se llama *acreción* al

proceso por el que un cuerpo cósmico, como una estrella, atrae gravitacionalmente y absorbe el gas que se encuentra en sus alrededores. Debido a esta atracción gravitacional y a la rotación del sistema formado por el agujero negro y una estrella, el gas de la estrella fluye por una zona pequeña de su atmósfera, localizada frente al hoyo negro y no cae directamente en él sino que gira a su alrededor formando un *disco de acreción*. Los astrofísicos han calculado que la temperatura en la parte central de un disco de acreción puede alcanzar varios millones de grados. La materia calentada a algunos miles de grados (como la superficie del Sol) emite la mayor parte de su luz en el rango de luz visible del espectro electromagnético. En cambio, la materia calentada a varios millones de grados emite luz principalmente en forma de rayos X.

De esta forma, el gas de un disco de acreción, poco antes de caer al agujero negro, se calienta demasiado y emite rayos X.

La emisión intensa de rayos X en un sistema binario no necesariamente delata la presencia de un hoyo negro, porque puede tratarse también de una estrella de neutrones. El parámetro crucial que permite distinguir entre un agujero negro y una estrella de neutrones es la masa.

Actualmente el mejor candidato para tener un hoyo negro es el sistema Cygnus X-1, que lleva el número 1665 en el catálogo Henry Draper (HD) de estrellas y está ubicado a 10 000 años luz de la Tierra. HD 1665 es un sistema binario constituido por una estrella gigante muy caliente, que da una vuelta cada 5 días y medio alrededor de otro cuerpo masivo invisible. Las estimaciones de la masa de ese compañero invisible arrojan un resultado de 7 masas solares (Hacyan, 2005).

Actualmente, la mayoría de los astrónomos están convencidos de que el compañero invisible de Cygnus X-1, es un agujero negro.

Otro candidato es el sistema binario LMC X-3 en la Nube Mayor de Magallanes.

En 1986, se descubrió el sistema binario A0620-00 que emite rayos X y está situado a 3 000 años luz. La masa del compañero invisible es de 3 masas solares, lo cual parece indicar que es un hoyo negro.

A pesar de estos sorprendentes descubrimientos, no se ha logrado confirmar plenamente la existencia de los agujeros negros. Sin embargo, un número cada vez más creciente de astrónomos está convencido de la existencia real de estos enigmáticos objetos estelares.

La coherencia de la Teoría General de la Relatividad y de las observaciones experimentales referentes a los agujeros negros y al colapso gravitacional han convencido a muchos físicos de considerar seriamente a los hoyos negros.

CAPÍTULO 3

Propuesta de enseñanza y aprendizaje de la Teoría Especial y General de la Relatividad en el bachillerato

3.1 Introducción

Con la finalidad de organizar los contenidos temáticos pertinentes para estructurar una guía didáctica para la enseñanza en el bachillerato de la Teoría General de la Relatividad, se toma como fundamento el Programa de Estudios de la asignatura de Astronomía de la ENP (Escuela Nacional Preparatoria), específicamente:

- El tema 3.3:
“Evolución y muerte de las Estrellas”
En particular en lo que se refiere a los agujeros negros.
- El tema 5.4:
“La Astronomía del Futuro”
En lo concerniente a realizar viajes interestelares y poder viajar más rápidamente.

Además se considera como referente el curso de Física III, de 4º año de bachillerato, en lo concerniente a:

- El tema 5.8:
“Partículas elementales y cosmología”
Contenido:
Relatividad.

La planeación de la guía didáctica se realizó como una actividad principal de los cursos de práctica docente II y III.

La práctica docente III se realizó en esta asignatura considerando 9 sesiones de 50 minutos, cada una.

3.2 Ubicación de la asignatura en el plan de estudios

Los datos de la asignatura son:

Nombre: Astronomía.

Clave: 1723

Colegios: Física y Geografía.

Áreas: I (Físico-matemáticas y de las Ingenierías)

II (Químico-Biológicas)

Año escolar en que se imparte: 6º año.

Categoría de la asignatura: optativa

Carácter de la asignatura: Teórico.

No. de horas semanales: 3.

No. de horas anuales estimadas: 90.

3.3 Exposición de motivos y propósitos generales del curso

Por ser una materia optativa, el curso de Astronomía ofrece una amplia gama de opciones para su impartición, además de contar con el apoyo de las asignaturas de Física y Matemáticas que los alumnos cursan en forma simultánea. Su carácter teórico-práctico fomenta la capacidad crítica, creativa y de razonamiento del alumno.

El estudio de esta asignatura le ayudará a generar interés por estudiar una carrera científica.

Propósitos generales del curso (ENP tomo VIII, 1997):

- 1) Mostrar un panorama general de la Astronomía a nivel básico para complementar la cultura científica del alumno.
- 2) Mostrar las interrelaciones que existen entre las diversas ciencias, en particular la Física, las Matemáticas, la Biología y la Astrofísica para adquirir una visión general de las ciencias y de sus métodos de trabajo.
- 3) Desarrollar las habilidades psicomotrices de los alumnos mediante la construcción y uso de diversos instrumentos de observación, prototipos didácticos, modelos, maquetas, etc.
- 4) Es muy importante destacar que en esta asignatura se pretende mostrar al alumno cómo el astrónomo construye su conocimiento.

3.4 Características del curso

Entre las características distintivas del curso de Astronomía se encuentran las siguientes (ENP tomo VIII, 1997):

- Este programa incluye acontecimientos recientes ocurridos en Astrofísica (cometas descubiertos en los últimos tiempos, sondas en funcionamiento), así como el uso de las últimas versiones de software educativo, programas de video, revistas y libros. Estará, además, sujeto a revisión continua, con el fin de hacer las observaciones necesarias al Consejo Académico de Bachillerato.
- El curso se estructurará a partir de estrategias didácticas que implican gran participación de los alumnos: en la mayoría de los casos, los temas a tratar se apoyan en prototipos o modelos didácticos de bajo costo que los alumnos y los profesores manipulan en una continua interacción. Además de sociodramas, secuencias didácticas teórico experimentales, visitas guiadas, talleres de instrumentación, sesiones en el planetario, observaciones del cielo con telescopios y binoculares, teleconferencias, manejo de programas de Astronomía por computadora, acceso a la red por parte de profesores y alumnos.

3.5 Propuesta didáctica

La propuesta didáctica consiste en el uso de las analogías como estrategia de enseñanza.

Para los profesores

El propósito es que los profesores conozcan y usen las analogías de: la lente gravitacional, de la deformación del espacio-tiempo y del agujero negro, para hacer que los alumnos visualicen o se formen una idea de los conceptos de: la deformación del espacio-tiempo, de la desviación gravitacional de la luz, de la lente gravitacional y del hoyo negro.

- La desviación gravitacional de la luz a través del empleo de la analogía de una lente gravitacional utilizando la base de una copa de vino cortada en su cuello, para simular el efecto de la lente gravitatoria, véase la sección 3.10 Experiencia didáctica en el laboratorio utilizando la analogía de una lente gravitacional.
- La deformación del espacio-tiempo se muestra con el uso de un cedazo de tela elástica fijo a un bastidor de madera y pelotas de diferente material: metal, madera, esponja y plástico, véase la sección 3.11 Experiencia didáctica en el laboratorio empleando la analogía de la deformación del espacio-tiempo.
- El agujero negro se ilustra mediante la utilización de un bote de plástico con una media de licra negra sujeta a su boca y el lanzamiento de pelotas de metal, madera, esponja y plástico, ver la sección 3.12 Experiencia didáctica en el laboratorio usando la analogía de un agujero negro.

Las analogías se realizan empleando material de fácil adquisición (ver las secciones 3.10, 3.11 y 3.12).

Para lograr esto, se proporciona material escrito a los docentes, que se encuentra en la fundamentación teórica de la Teoría Especial y General de la Relatividad (ver capítulo 2); y que comprende la información indispensable para la enseñanza de los conceptos relativistas arriba citados.

Además se describen los planes de clase (ver los anexos) para implementar la enseñanza de los conceptos relativistas mencionados y que se ponen a la disposición de los mentores.

Se recomienda la exposición de los temas de la relatividad con el auxilio de presentaciones en Power Point.

Para medir cualitativamente el grado de aprendizaje logrado por el alumno se aplica un examen diagnóstico al principio de las sesiones de clase y un examen final al término de las mismas.

Asimismo, el examen diagnóstico sirve para indagar las concepciones previas de la TGR que poseen los estudiantes, ver secciones 4.2.1 Examen

diagnóstico del ciclo 2005-2006 y 4.3.1 Examen diagnóstico del ciclo 2006-2007.

Los exámenes finales se pueden ver en las secciones: 4.2.3 Examen final del ciclo 2005-2006 y 4.3.3 Examen final del ciclo 2006-2007.

La filmación en video de las clases realizadas es una herramienta valiosa que es de gran apoyo en la reflexión del quehacer docente. Esta opción también fue utilizada.

Para los estudiantes

Se les da a los alumnos dos lecturas: una de la biografía de Albert Einstein y la otra de la Teoría General de la Relatividad (ver los anexos 3 y 15).

El propósito de que los estudiantes lean la biografía de Albert Einstein es mostrarles los rasgos esenciales de su personalidad, tanto en el aspecto científico como en el de ser humano, para que comprendan mejor al hombre del siglo XX.

Se les pide que lean en casa las dos lecturas anteriormente citadas y que elaboren un resumen y contesten los cuestionarios correspondientes (ver los anexos 4 y 16).

Se les encomienda la elaboración de resúmenes y contestación de cuestionarios de temas de la relatividad especial y general contenidos en los libros de Paul Hewitt (2004), Jones, E., Childers, R. (2001) y Paul Tippens (2007).

Se les proporcionan herramientas didácticas de apoyo como son: un crucigrama de la biografía de Einstein (ver anexo 25) y una sopa de letras, utilizando las palabras clave de la TGR (ver anexo 26).

3.6 Planeación didáctica de la Teoría Especial de la Relatividad

La planeación didáctica propuesta en torno al subtema 3.3 “Evolución y muerte de las estrellas” es:

CONTENIDO	ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	SELECCIÓN DE LECTURAS Y MATERIAL DIDÁCTICO	MECANISMOS DE EVALUACIÓN
3.3 Evolución y muerte de las estrellas	<p>Análisis de información integrada en torno a la TER</p> <p>Definir: marco de referencia, marco de referencia absoluto, éter, simultaneidad, dilatación del tiempo, contracción de la longitud</p> <p>Comparar las transformaciones de Galileo con las de Lorentz</p>	<p>Examen diagnóstico* sobre conceptos previos de la TER</p> <p>Tarea: Lectura de casa. Capítulo 35 de la TER del libro de Paul Hewitt, p. 686-715</p> <p>Resumen escrito de la lectura arriba citada</p> <p>Cuestionario acerca de la TER</p> <p>Lectura de casa: Biografía de Einstein*</p> <p>Cuestionario sobre la biografía de Einstein</p> <p>Crucigrama sobre la biografía de Einstein</p> <p>Presentación de los temas de la TER en Power Point*</p> <p>Elaboración de las gráficas de la dilatación del tiempo y de la contracción de la longitud</p> <p>Resolución de problemas de la dilatación del tiempo y de la contracción de la longitud</p>	<p>Lectura: Capítulo 35 de la TER del libro de Paul Hewitt, p. 686-715</p> <p>Lectura: Biografía de Einstein*</p> <p>Libros: Hewitt, Paul. <i>Física conceptual</i>. México, Ed. Pearson, 2004.</p> <p>Jones, E., Childers, R. <i>Física Contemporánea</i>. México, Mc Graw-Hill, 2001</p> <p>Tippens, Paul. <i>Física, conceptos y aplicaciones</i>. Chile, Mc Graw-Hill, 2007.</p> <p>* Material para estudiantes elaborado por Eduardo Eliosa León.</p>	<p>Participación en clase</p> <p>Cuestionarios</p> <p>Resumen</p> <p>Tareas</p> <p>Crucigrama</p> <p>Lecturas</p> <p>Examen</p> <p>Elaboración de material didáctico</p>

Compárese con el temario oficial contenido en el Subtema 3.3 del Programa de Estudios de Astronomía de la Escuela Nacional Preparatoria, mostrado en el anexo 2.

3.7 Actividades de enseñanza y aprendizaje de la Teoría Especial de la Relatividad

Las actividades de enseñanza y aprendizaje que se aplicaron en el aula con los alumnos de bachillerato y que integran la planeación didáctica de la Teoría Especial de la Relatividad son:

- En la primera clase se aplica el examen diagnóstico para explorar los conceptos previos que poseen los alumnos acerca de la Teoría Especial de la Relatividad. Las preguntas correspondientes al tema mencionado son desde la pregunta 1 hasta la 10 del examen que se muestra en la sección 4.2.1.
- La segunda sesión se dedica al estudio de los “Marcos de referencia”, haciendo hincapié en las características de los sistemas de referencia: con movimiento uniforme. Así como en el significado de la existencia de un marco de referencia absoluto y el concepto de éter.
Es adecuado dar ejemplos de movimiento referido a distintos marcos de referencia para poder apreciar claramente sus rasgos distintivos. Y para esclarecer la idea de que la descripción de un movimiento depende del marco de referencia que se use.
Es pertinente exhibir la película del PSSC titulada “Marcos de Referencia”, aunque ya es vieja y está filmada en blanco y negro, es interesante e ilustrativa. No obstante, se debe tratar de sustituirla por otra versión más reciente, a color, o elaborar una nueva película con escenas similares (ver anexo 6).
- En la tercera clase se explica con detalle el experimento de Michelson-Morley y sus implicaciones en lo que concierne a la no existencia de un marco de referencia absoluto (el éter) y respecto a la constancia de la rapidez de la luz.
Se enuncian los postulados de la Teoría Especial de la Relatividad (ver p. 55 y el anexo 7).
- En la cuarta sesión se da una explicación minuciosa de la simultaneidad de eventos, así como del concepto de espacio-tiempo (ver anexo 8).
- En la quinta clase se procede a definir la dilatación del tiempo y a deducir matemáticamente su fórmula, considerando el Teorema de Pitágoras y operaciones algebraicas sencillas (ver anexo 9).
Se deja como tarea el cálculo de la dilatación del tiempo que experimenta un cuerpo que se mueve con la rapidez de la luz.
- En la sexta sesión, se divide al grupo por equipos, uno por fila y se realizan varios ejercicios numéricos. Primero, el profesor realiza el cálculo de la dilatación del tiempo que sufre un cuerpo que viaja a $0.5c$. Y después, los alumnos calculan la dilatación del tiempo que ocurre en objetos que viajan a rapidez de $0.9c$, $0.99c$, $0.9999c$ y pasan al pizarrón a escribir los cálculos. Y se analiza el caso límite de la dilatación del tiempo que experimenta un cuerpo que viaja a $v = c$, (ver anexo 10). Se procede a dibujar la gráfica de dilatación del tiempo vs velocidad.
- En la séptima clase, se explicó la paradoja de los gemelos, considerando:

- Un reloj de luz en el interior de una nave espacial estacionaria situada a cierta distancia de la Tierra.
- Los pulsos luminosos enviados por un vehículo espacial que viaja acercándose a la Tierra.
- Los destellos luminosos procedentes de una nave espacial que se aleja de la Tierra.
- La frecuencia y el tiempo que tardan los pulsos luminosos en llegar a la Tierra durante el viaje redondo de un vehículo espacial.
- Integrando las ideas anteriores al caso de la paradoja de los gemelos en dos situaciones diferentes:
 - a) Los destellos luminosos son enviados por la nave espacial hacia la Tierra.
 - b) Los pulsos luminosos son enviados por un emisor desde la Tierra.

La explicación se debe dar con el auxilio de una presentación de Power Point alusiva al tema (o en su defecto con acetatos, de preferencia a color) debido a la dificultad de realizar los dibujos en el pizarrón, (ver anexo 11). De este modo se ayuda en gran medida a los alumnos en el seguimiento de las ideas y a estimular su imaginación.

- En la octava sesión se ve el concepto de la contracción de la longitud. Se divide al grupo en equipos, uno por fila, y se realizan varios ejercicios numéricos. Inicialmente el maestro efectúa el cálculo de la contracción de la longitud que experimenta un cuerpo que viaja a $0.5c$. Y después, los alumnos calculan la contracción de la longitud de objetos que viajan a rapidezces de $0.9c$, $0.99c$, $0.9999c$ y pasan al pizarrón a escribir las operaciones aritméticas (ver anexo 12).
Se analiza el caso límite de la contracción de la longitud que sufre un cuerpo que viaja a la rapidez de la luz ($v = c$), (ver anexo 12).
Se procede a dibujar en el pizarrón, la gráfica de la contracción de la longitud vs velocidad.
- En la novena sesión se lleva a cabo el examen final que será de gran utilidad en la medición cualitativa del aprendizaje de los conceptos relevantes de la TER logrado por los alumnos, ver sección 4.2.3.

3.8 Planeación didáctica de la Teoría General de la Relatividad

La planeación didáctica propuesta en torno al subtema 5.4 “La astronomía del futuro” es:

CONTENIDO	ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	SELECCIÓN DE LECTURAS Y MATERIAL DIDÁCTICO	MECANISMOS DE EVALUACIÓN
5.4 La astronomía del futuro	<p>Análisis de información orientada alrededor la TGR</p> <p>Definir: principio de equivalencia, corrimiento gravitacional al rojo, precesión del perihelio de Mercurio, desviación gravitacional de la luz, deformación del espacio-tiempo, lente gravitacional, agujero negro, ondas gravitacionales</p> <p>Utilizar * analogías:</p> <p>1) empleando una tela elástica para explicar la deformación del espacio-tiempo</p> <p>2) utilizando una copa de vino cortada en su cuello, para mostrar el efecto de lente gravitacional</p> <p>3) usando una tela elástica sujeta a un bote para explicar la naturaleza de un hoyo negro.</p>	<p>Examen diagnóstico para* indagar concepciones previas de la TGR</p> <p>Tarea: Lectura de casa. Capítulo 36 de la TGR del libro de Paul Hewitt, p. 720-731</p> <p>Resumen escrito de la lectura arriba anotada</p> <p>Cuestionario referente a la TGR</p> <p>Lectura de casa: La Teoría* General de la Relatividad</p> <p>Cuestionario concerniente a* la lectura arriba mencionada</p> <p>Presentación de los temas de* la TGR en Power Point</p> <p>Sopa de letras con* información de la TGR</p> <p>Elaboración de un modelo didáctico de hoyo negro o de lente gravitacional con material barato y de fácil adquisición</p>	<p>Evaluación diagnóstica referente a los conocimientos previos de la TGR</p> <p>Lectura: Capítulo 36 de la TGR del libro de Paul Hewitt, p. 720-731</p> <p>Lectura: La Teoría General de la Relatividad *</p> <p>Cuestionarios sobre las lecturas</p> <p>Libros: Hewitt, Paul. <i>Física conceptual</i>. México, Ed. Pearson, 2004.</p> <p>Jones, E., Childers, R. <i>Física Contemporánea</i>. México, Mc Graw-Hill, 2001</p> <p>Tippens, Paul. <i>Física, conceptos y aplicaciones</i>. Chile, Mc Graw-Hill, 2007.</p> <p>* Material para estudiantes elaborado por Eduardo Eliosa León.</p>	<p>Participación en clase</p> <p>Cuestionarios</p> <p>Resumen</p> <p>Tareas</p> <p>Sopa de letras</p> <p>Lecturas</p> <p>Examen</p> <p>Elaboración de material didáctico</p>

Compárese con el temario oficial contenido en el Subtema 5.4 del Programa de Estudios de Astronomía de la Escuela Nacional Preparatoria, mostrado en el anexo 13 y con el Subtema 5.8 del Programa de Estudios de Física III de la ENP, exhibido en el anexo 14.

3.9 Actividades de enseñanza y aprendizaje de la Teoría General de la Relatividad

Las actividades de enseñanza y aprendizaje que se aplicaron en el aula con los alumnos de bachillerato y que integran la planeación didáctica de la Teoría General de la Relatividad son:

- ◇ En la primera clase se aplica el examen diagnóstico para explorar los conceptos previos que poseen los alumnos acerca de la Teoría General de la Relatividad. Las preguntas correspondientes al tema citado son desde la pregunta 11 hasta la 20 del examen que se muestra en la sección 4.2.1.
- ◇ En la segunda sesión se exhibe la biografía de Albert Einstein con el apoyo de una presentación en Power Point referente al tema (ver anexo 18). Se pide a los alumnos que lean la lectura: Biografía de Albert Einstein, (ver anexo 3).
Se deja de tarea a los estudiantes que contesten el cuestionario referente a la Biografía de Albert Einstein, véase el anexo 4.
Se encomienda a los pupilos que elaboren un crucigrama acerca de la vida de Einstein, como ejemplo ver el anexo 25.
- ◇ En la tercera sesión se explica el principio de equivalencia, la desviación gravitacional de la luz y el eclipse solar total de 1919 como prueba de la validez de la TGR, con ayuda de una presentación en Power Point referente al tema (ver anexo 19).
Se asigna a los estudiantes la lectura de la Teoría General de la Relatividad, ver el anexo 15.
Se encomienda a los aprendices que resuelvan el cuestionario sobre la lectura de la TGR, véase el anexo 16.
Se proporciona a los estudiantes una sopa de letras de la TGR (ver anexo 26) y se les pide que encuentren las palabras clave.
- ◇ En la cuarta clase se explicará el concepto de lente gravitacional, como un ejemplo de la desviación de la luz ocasionada por un campo gravitacional. Se mencionan las características principales de una lente gravitacional. Se emplea como auxiliar una presentación de Power Point concerniente al tema (ver anexo 20).
Se realiza una experiencia didáctica en el laboratorio mediante el uso de una analogía de la lente gravitacional, ver sección 3.10.
- ◇ En la quinta sesión se explican los conceptos del corrimiento gravitacional al rojo y de la precesión del perihelio de Mercurio, usando como herramienta auxiliar una presentación en Power Point del tema (ver anexo 21).
- ◇ En la sexta clase se hace un recordatorio del quinto postulado de Euclides, y de algunas propiedades geométricas como la suma de los ángulos interiores de un triángulo y el concepto de línea recta. Se revisan los rasgos básicos de las geometrías de Riemann y de Lobachevski, con la ayuda de una presentación en Power Point del tema.
Se realiza una experiencia didáctica en el laboratorio mediante el uso de una analogía de la geometría de Riemann (ver anexo 22).
Se usan pelotas de unicel, para mostrar la suma de los ángulos interiores de un triángulo tridimensional, pero se pueden utilizar también para este fin, algunas frutas como: naranjas, melones, etc.

- ◇ En la séptima sesión se explica el concepto de la deformación del espacio-tiempo, con el auxilio de una presentación en Power Point concerniente al tema (ver anexo 23).
Se realiza una experiencia didáctica en el laboratorio mediante el uso de una analogía de la deformación del espacio-tiempo, ver sección 3.11.
Se sugiere practicar el lanzamiento de la pelota de unicel sobre la tela elástica, porque no es una cuestión sencilla observar su movimiento en círculos o elipses alrededor de la pelota metálica.
- ◇ En la octava clase, se estudia el concepto de agujero negro resaltando sus rasgos importantes, apoyándose con una presentación de Power Point acerca de este tema (ver anexo 24).
Se pone en marcha una experiencia didáctica en el laboratorio mediante la utilización de una analogía de un hoyo negro, ver sección 3.12.
- ◇ En la novena sesión se lleva a cabo el examen final que será de gran utilidad en la medición cualitativa del aprendizaje de los conceptos relevantes de la TGR logrado por los alumnos, ver sección 4.2.3.

3.10 Experiencia didáctica en el laboratorio utilizando una analogía de la lente gravitacional.

Lente gravitacional

La desviación de la luz ocasionada por un campo gravitacional se observa mediante una analogía de lente gravitacional empleando una copa de vino cortada en el cuello de su base (Lotze K. H., 1995).

Características de la copa de vino

La copa de vino es del tipo ilustrado en la figuras 3.1 y 3.2, que se denomina copa de coñac. Tiene una altura de 9.35 cm, su cuello tiene una altura de 2.6 cm y un grosor en la parte ancha de 1 cm y en su parte más angosta de 0.9 cm, véase las figuras 3.1 y 3.3.

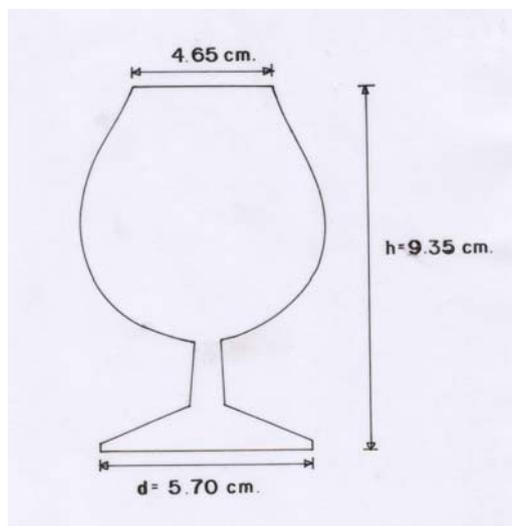


Fig. 3.1 Copa de coñac.



Fig. 3.2 Copa de coñac.

Se corta la copa de vino en el punto más alto de su cuello, es decir, el que está próximo a su cuerpo.

Es importante mencionar que se debe tener mucho cuidado al cortar el cuello de la copa, porque el cristal es frágil, y se rompe fácilmente. Lo cual puede ocasionar cortaduras. Esta situación dificulta la realización del corte. También se debe lijar la cara superior del cuello de la copa hasta obtener una superficie lo más lisa posible, aunque no debe ser transparente sino opaca. Dado que el proceso del corte del cuello de la copa conlleva un cierto peligro, se recomienda encomendar el corte al personal de una tienda de vidrios. Una vez finalizado el corte, la base de la copa resultante se muestra en las figuras. 3.3 y 3.4.

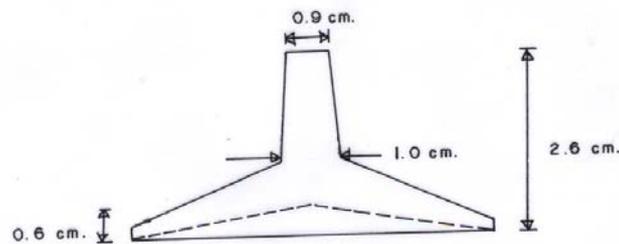


Fig. 3.3 Base cortada de copa de coñac.

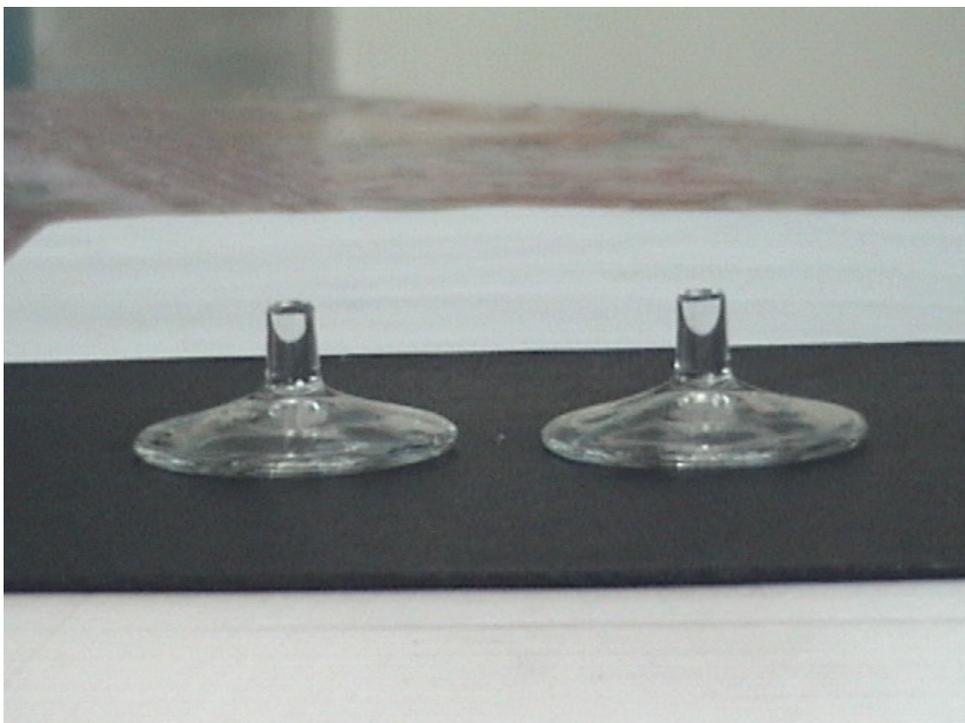


Fig. 3.4 Bases cortadas de copas de coñac.

Analogía de la lente gravitacional

El material se coloca como se ilustra en las figuras 3.5 y 3.6.



Fig. 3.5 Lente gravitacional

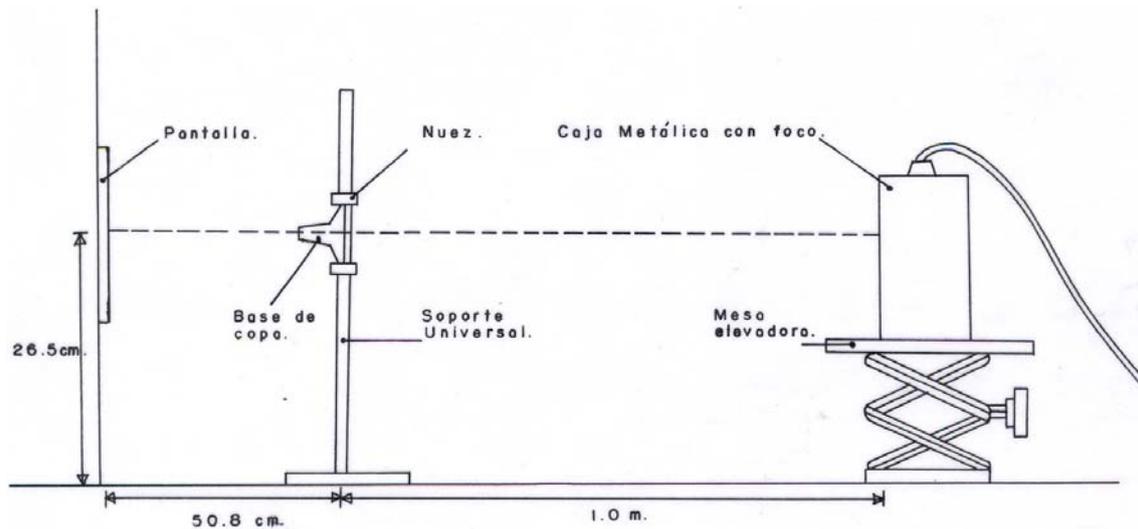


Fig. 3.6 Dispositivo experimental de la analogía de lente gravitacional.

La copa de vino cortada en el cuello de su base se sujeta mediante una nuez en un soporte universal, se emplea una fuente de luz que consiste en un foco incandescente de 25 W colocado dentro de una caja metálica con una rendija de $3.2 \times 7.8 \text{ cm}^2$, ver fig. 3.7, la cual es situada a una distancia de un metro de la base de la copa de vino. La caja metálica con el foco incandescente únicamente sirve para proporcionar más iluminación y se pueda apreciar mejor la imagen formada en la base de la copa.

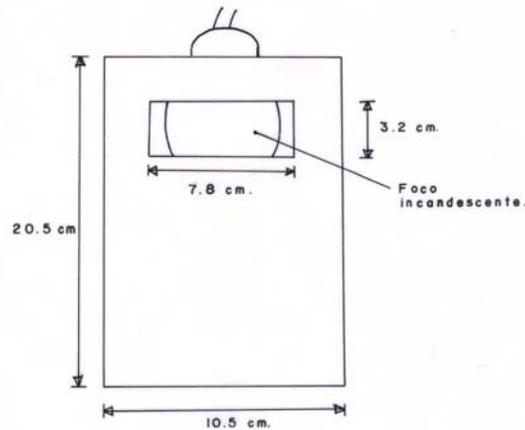


Fig. 3.7 Caja metálica con ranura y con un foco incandescente de 25 W en su interior.

En el extremo opuesto se pone una pantalla de cartulina blanca formando una línea recta con la lente (base de la copa de vino) y el foco. La distancia de separación de la base de la copa y la pantalla es de 50.8 cm.

La pantalla tiene dibujado un círculo rojo de aproximadamente 2 cm. de diámetro. Se enciende el foco. A continuación se busca el mejor ángulo desde el cual sea posible observar un anillo, en vez del círculo rojo.

En la presente demostración experimental, el ángulo fue de 13° respecto a la línea recta horizontal que une la figura de la pantalla con la copa de vino, como se indica en la fig. 3.8.

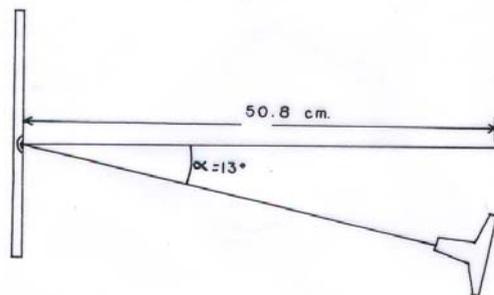


Fig. 3.8 Ángulo formado por la base de la copa de coñac y el círculo de la pantalla.

Se explica a los estudiantes que la desviación de la luz ocasionada por un campo gravitacional se puede apreciar mediante el uso de una analogía de lente gravitacional.

La analogía consiste en el empleo de la base de la copa de coñac que juega el papel de una galaxia o estrella que actúa como lente gravitacional. El círculo rojo pintado en la pantalla representa una estrella que emite luz que es desviada por la otra galaxia o estrella que funciona como lente gravitatoria, antes de llegar a un observador terrestre.

La luz estelar que arriba a un observador situado en la Tierra está simbolizada en la figura que se forma en la base de la copa de coñac. De esta manera, esa figura es la imagen de tal objeto estelar captada desde la Tierra, ya sea por un

observador o por un instrumento como el Telescopio Espacial Hubble, véase fig. 3.9.

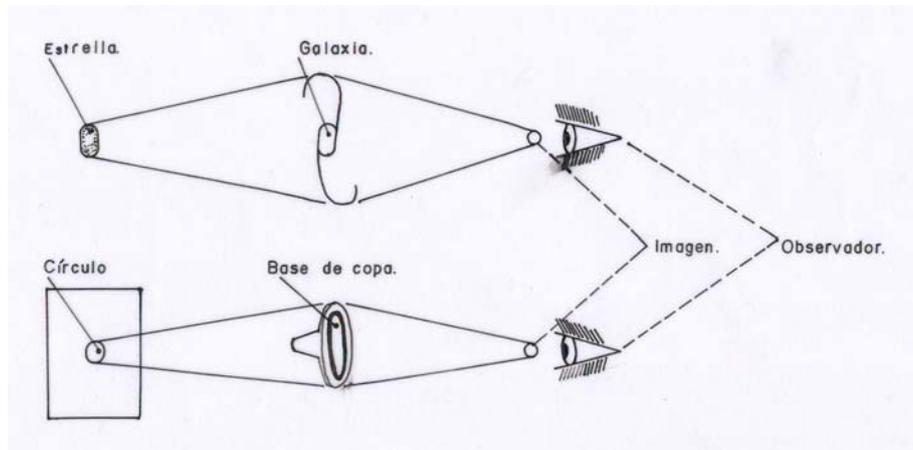


Fig. 3.9 Analogía de una lente gravitacional.

Variando la distancia entre la lente y la fuente luminosa, así como también modificando la distancia entre la lente y la pantalla, es posible observar imágenes que forman figuras tales como arcos, arcos y anillos rotos, dos puntos lineales y tres o cuatro puntos no lineales, formando éstos últimos un arreglo en forma de cruz, ver las figuras 3.10, 3.12 y 3.14. Las imágenes se comparan con fotografías de estrellas y galaxias tomadas por el Telescopio Espacial Hubble, ver las figuras 3.11, 3.13 y 3.15; y se discute su semejanza.



Fig. 3.10 Dos puntos. Imagen tomada en el laboratorio.

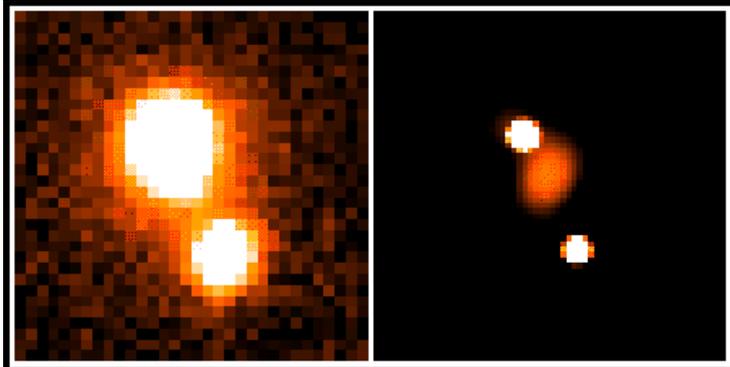


Fig. 3.11 Dos puntos. Imagen tomada con el Telescopio Espacial Hubble.



Fig. 3.12 Dos arcos. Imagen tomada en el laboratorio.



Fig. 3.13 Dos arcos. Imagen tomada con el Telescopio Espacial Hubble.



Fig. 3.14 Un anillo. Imagen tomada en el laboratorio.

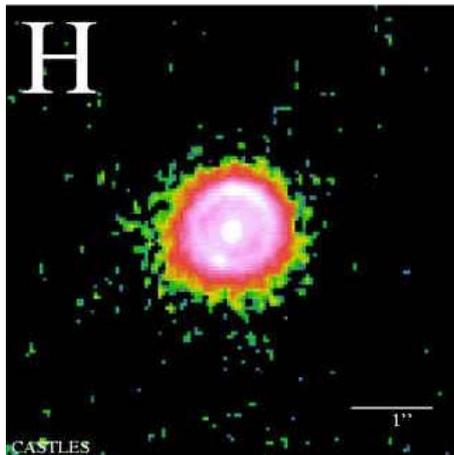


Fig. 3.15 Un anillo. Imagen tomada con el Telescopio Espacial Hubble.

La figura 3.13 en la que se observan dos arcos es la de un cuerpo estelar denominado: SDSS J120540.43+491029.3.

Para mayor información consulte la siguiente dirección electrónica:
<http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/exotic/gravitational%20lens/2005/32/image/d/>

La figura 3.15 en la que se muestra un anillo de Einstein corresponde al objeto estelar llamado: B1938+666.

Para mayor información consulte la siguiente dirección electrónica:
<http://www.cfa.harvard.edu/castles/Individual/B1938.html>

Al comparar las imágenes formadas en la base de la copa de vino y las que son captadas por el Telescopio Espacial Hubble, se aprecia una gran semejanza entre ellas.

Se explica a los alumnos que el anillo formado en la base de la copa de vino, ver fig. 3.14, ocurre debido a que los rayos luminosos provenientes del punto rojo de la pantalla (que desempeña el papel de la estrella emisora de luz) que inciden en la parte plana de la base de la copa cerca de la orilla son desviados en menor cantidad que aquellos que inciden en el centro de la base de la copa

o cerca de él. Además en el eje de la copa existe más cantidad de vidrio, lo que convierte a esa región en una zona altamente refractora de la luz.

Por todo lo anterior, se puede mencionar que la base de la copa de vino simula de manera bastante aproximada la desviación gravitacional de un haz luminoso.

Aunque también es preciso recalcar a los estudiantes que la analogía tiene una limitación y es que la desviación del haz luminoso por la base de la copa de vino se debe a efectos ópticos más no a efectos gravitacionales.

Se pide a los alumnos que formen equipos de 5 personas cada uno y contesten el siguiente cuestionario:

DESVIACIÓN GRAVITACIONAL DE LA LUZ

CUESTIONARIO

- 1.- ¿Por qué se observa un anillo en vez del punto rojo de la pantalla?
- 2.- ¿Influye la forma de la lente (base de la copa de vino) en la formación del anillo?
- 3.- ¿Qué les sucede a los rayos luminosos que inciden en la orilla de la lente?
- 4.- ¿Qué ocurre a los rayos luminosos que inciden en el centro de la lente?
- 5.- ¿Sucedería lo mismo si se usa una lente que tenga otra forma?
- 6.- ¿Crees que esto ocurra con la luz proveniente de una estrella, y que viaje hacia la Tierra, y en su camino atraviesa una galaxia que está ubicada justo en la línea de visión entre la estrella y un observador en la Tierra?
- 7.- Si la galaxia no estuviera situada en la misma línea de visión de la estrella emisora de luz y el observador, pero aún así, la luz estelar atravesara la galaxia antes de llegar a la Tierra. ¿Qué tipo de imagen de la estrella llegaría al observador?
- 8.- ¿Qué le sucedería a la luz que pasara cerca de una estrella masiva y por qué?
- 9.- ¿Qué representa físicamente la base de la copa de vino?
- 10.- ¿Qué representa físicamente el punto rojo en la pantalla?

3.11 Experiencia didáctica en el laboratorio empleando una analogía de la deformación del espacio-tiempo.

Deformación del espacio-tiempo

Se visualizará la deformación del espacio-tiempo causada por un cuerpo masivo con la ayuda de un cedazo rectangular de tela negra elástica (Lotze K. H., 1995), (Hewitt P., 2004). El cedazo rectangular consta de un bastidor de madera de 86 cm x 77 cm, construido con tiras de madera de pino de 2 cm de grosor y 5 cm de altura, ver las figuras 3.16 y 3.17.

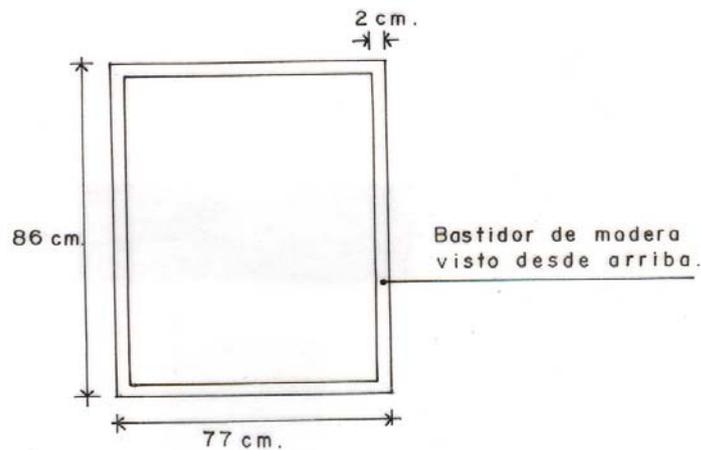


Fig. 3.16 Un bastidor de madera usado para la construcción del cedazo.

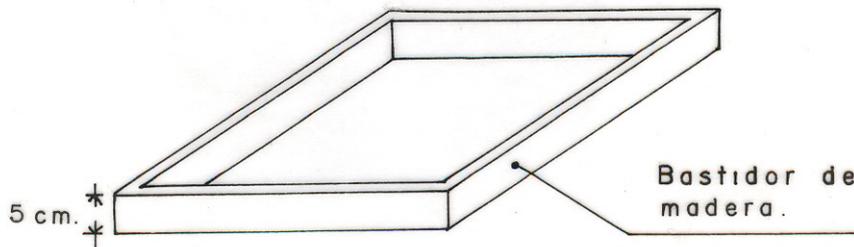


Fig. 3.17 Vista lateral del bastidor.

Se dibuja un cuadrículado, usando pintura blanca ahulada, sobre un pedazo de tela de licra negra elástica con dimensiones de 96 cm x 87 cm. Se emplea la técnica de serigrafía, trazando la cuadrícula con líneas perpendiculares de 0.4 cm de grosor, tal que formen cuadrados de 1 cm de lado, como se muestra en la figura 3.18.

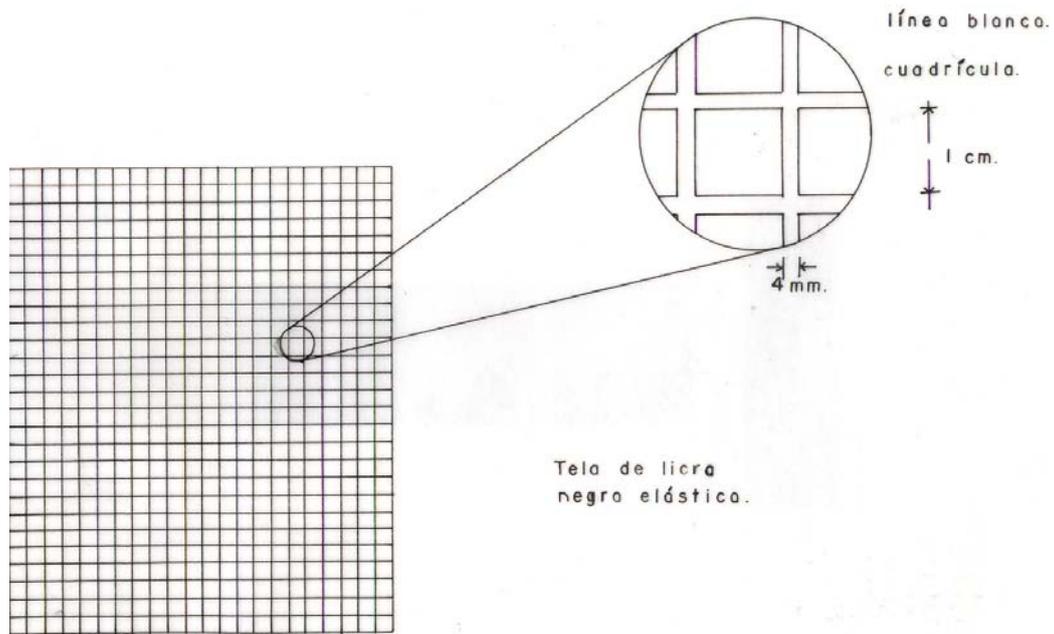


Fig. 3.18 Cuadrículado de la tela negra elástica.

La tela de licra se corta dejando una orilla de 10 cm después del contorno del cuadrículado con el propósito de extenderla completamente sobre el bastidor de madera y doblar las orillas de sus lados hacia las caras internas del bastidor y fijar la tela elástica firmemente con chinchetas colocadas en estas caras internas. El cedazo de tela de licra queda como se muestra en la fig. 3.19.



Fig. 3.19 Tela negra elástica y cuadrículada.

Se procede a realizar la analogía de la deformación del espacio-tiempo de la siguiente manera: se coloca el cedazo sustentándolo en dos mesas adyacentes del laboratorio de física. Se deposita una pelota de madera en el centro y se observa la deformación que produce en la tela, véase las figuras 3.20 y 3.21.



Fig. 3.20 Tela de licra deformada por una pelota de madera.



Fig. 3.21 Vista de perfil de la deformación causada por la pelota de madera.

Después se quita la pelota de madera y en su lugar se sitúa una pelota metálica, se aprecia nuevamente la deformación que produce.

Se observa que la pelota metálica se hunde más en la tela que la pelota de madera, provocando que la tela de licra se deforme más.

Esto se debe a que la pelota metálica es más masiva que la de madera y, por lo tanto, distorsiona en mayor medida el espacio a su alrededor, ver las figuras 3.22, 3.23 y 3.24.



Fig. 3.22 Tela de licra deformada por una pelota metálica.



Fig. 3.23 Acercamiento de la tela de licra deformada por la pelota metálica.



Fig. 3.24 Vista de perfil de la deformación causada por la pelota metálica.

Se explica que la tela representa el espacio-tiempo que se curva a causa del cuerpo masivo. En seguida, se arroja una pelota de unicel al cedazo y se observa su movimiento alrededor de la primera pelota. Si se lanza adecuadamente, se observará un movimiento circular o más bien elíptico de la pelota de unicel alrededor de la otra pelota, véase la fig. 3.25.



Fig. 3.25 Movimiento de una pelota de ping pong alrededor de la pelota metálica.

Se explica a los alumnos que se trata de una analogía bidimensional de la curvatura del espacio-tiempo, sin embargo, esto ocurre en todas direcciones y que es la causa de que se muevan los planetas en órbitas elípticas alrededor del Sol.

De esta forma Einstein, visualiza la fuerza de atracción gravitacional de Newton, como una deformación del espacio-tiempo originada por un cuerpo masivo.

Es importante mencionar a los alumnos que la cuadrícula de la tela de licra es únicamente para poder apreciar mejor la deformación y que, de ninguna manera, debe pensarse que el espacio-tiempo es cuadriculado.

Ni tampoco debe considerarse que el espacio-tiempo es de color negro, para evitar esto, puede usarse tela de licra de otro color.

Es pertinente señalar a los estudiantes que la analogía tiene las siguientes limitaciones:

- 1) Representa la deformación del espacio solamente en dos dimensiones, y no en tres, como sucede en el universo real.
- 2) El tiempo definitivamente no está incluido, por lo que la deformación ocurre solamente en el espacio y no en el espacio-tiempo.

Pero también tiene las siguientes ventajas:

- 1) La tela elástica permite imaginar aproximadamente la deformación del espacio-tiempo causada por un cuerpo masivo.
- 2) La deformación aumenta a medida que se incrementa la masa del cuerpo.

Se indica a los alumnos que formen equipos de 5 personas cada uno y contesten el siguiente cuestionario (ver página siguiente):

DEFORMACIÓN DEL ESPACIO-TIEMPO

CUESTIONARIO

- 1.- ¿Qué sucede en la tela de licra cuando se deposita una pelota de madera en su centro?
- 2.- ¿A qué crees que se deba esto?
- 3.- Ahora quita la pelota de madera y coloca otra pelota metálica en el centro del cedazo. ¿Qué ocurre en la tela de licra, bajo la acción de esta nueva pelota?
- 4.- ¿Es mayor o menor el hundimiento de la tela elástica, en comparación con el sucedido con la pelota de madera?
- 5.- ¿Por qué crees que pasa esto?
- 6.- Ahora, arroja una pelota de ping pong, de tal modo que viaje alrededor de la pelota metálica situada en el centro del cedazo. ¿Aproximadamente, cómo es la trayectoria del movimiento de la pelota de ping pong?
- 7.- ¿A qué tipo de movimiento se asemeja el descrito por la pelota de ping pong?
- 8.- ¿Qué representa físicamente la tela elástica?
- 9.- ¿Sucedería lo mismo en un lugar cercano a una estrella como el Sol?
- 10.- ¿Qué representa físicamente la pelota metálica?
- 11.- ¿Qué representa físicamente la pelota de ping pong?
- 12.- ¿Cuáles son las semejanzas del espacio circundante al agujero negro con respecto a la tela elástica?
- 13.- ¿Cuáles son las diferencias del movimiento de un objeto que se encuentre próximo a un hoyo negro con respecto al de la pelota de ping pong alrededor de la pelota metálica?

3.12 Experiencia didáctica en el laboratorio usando una analogía del agujero negro.

Agujero negro

El concepto de agujero negro se puede apreciar empleando un bote de plástico de 62 cm de altura y 43 cm de diámetro (las medidas pueden variar), al que se sujeta una media negra de licra en su abertura superior, ver fig. 3.26.



Fig. 3.26 Bote con una media de licra atada.

Una vez que la media está fija en la boca del bote, se ata con un hilo cáñamo negro la parte inferior de la media, en el fondo del bote, al que previamente se hace un pequeño orificio suficiente para que lo atraviese el hilo. De este modo la media queda atada y se ocasiona un hundimiento similar a un túnel dirigido hacia el interior del bote, de modo parecido a la imagen que se tiene de la deformación del espacio-tiempo alrededor de un hoyo negro, ver las figuras 3.27 y 3.28 (compárese con las fig. 2.31 y 2.32).



Fig. 3.27 Deformación de la tela de licra que semeja un agujero negro.

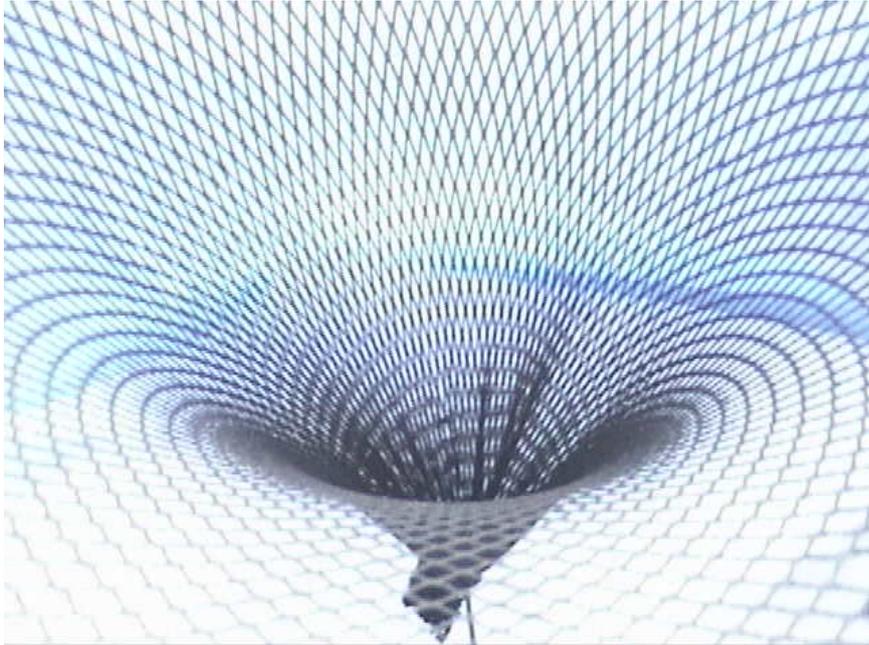


Fig. 3.28 Acercamiento de la deformación de la tela de licra.

Después se arrojan al bote, pelotas de distinto material como: unicel, esponja, plástico, etc., una a la vez, de tal forma que giren alrededor de la media hundida cayendo al mismo tiempo hacia el interior de la media, véase la fig. 3.29.



Fig. 3.29 Movimiento de una pelota de ping pong en torno a la media de licra que simula un hoyo negro.

Este movimiento de la pelota alrededor del hundimiento de la media semeja el movimiento de un cuerpo o materia estelar en torno de un agujero negro, en el sentido de que es atrapado y devorado el cuerpo o materia por el hoyo negro.

Es importante mencionar a los estudiantes que la orilla de la media de licra que rodea la boca del bote, simboliza el “horizonte de eventos” o “radio de Schwarzschild” del agujero negro, una vez que se suelta la pelota en esa región ya no puede escapar de la atracción gravitacional del hoyo negro y es tragado por él.

También se les indica que la pared y el fondo interiores del bote se cubrieron con una tela blanca para que hiciera contraste con la media de licra negra y se pudiera observar más fácilmente su deformación, aunque esta situación no representa adecuadamente el interior de un agujero negro.

La analogía de un agujero negro tiene las mismas limitaciones que la analogía de la deformación del espacio-tiempo y además presenta otra limitación que consiste en que podemos ver el movimiento de la pelota una vez que atraviesa el horizonte de eventos, y esto no sucedería en la realidad. Es decir, no se imita el atrapamiento de la luz en el interior de un hoyo negro, de ser así, ya no seríamos capaces de observar el movimiento de la pelota.

La analogía de un agujero negro tiene las siguientes ventajas:

- 1) La media de licra negra elástica permite visualizar aproximadamente la deformación del espacio-tiempo alrededor de un agujero negro.
- 2) La media de licra elástica deformada simula de manera adecuada del movimiento de un cuerpo alrededor de un hoyo negro.

El agujero negro puede construirse también utilizando un bote de pintura comercial de 19 litros, que tiene 36 cm de altura y 30,2 cm de diámetro, al cual también se ata una media negra de licra. Se deposita una pelota de madera en su centro produciéndose un hundimiento de la media debido al peso de la pelota ver la fig. 3.30.

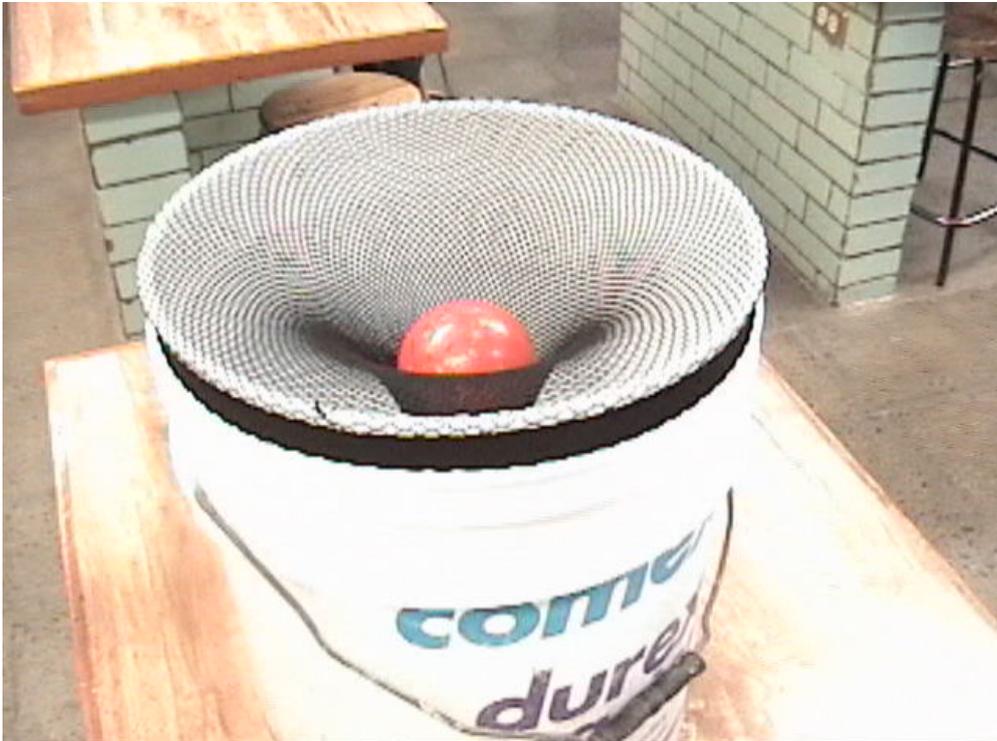


Fig. 3.30 Bote de 19 L de pintura con una media de licra y una pelota de madera.

Después se quita la pelota de madera y se coloca una pelota metálica en el centro de la media, lo que ocasiona un notable hundimiento de la media, mayor

que el producido por la pelota de madera, esto se debe a la mayor masa y peso de la pelota metálica, véase las figuras 3.31 y 3.32.



Fig. 3.31 Bote de 19 L de pintura con una media de licra y una pelota metálica.



Fig. 3.32 Deformación de la media de licra por la pelota metálica.

También en el bote, se lanzan una por una, pelotas de distinto material como: unicel, esponja, plástico, etc., de modo tal que giren alrededor de la media deformada y caigan simultáneamente hacia su interior, ver fig. 3.33.



Fig. 3.33 Pelota de ping pong moviéndose alrededor de la pelota metálica.

Se comunica a los alumnos que formen equipos de 5 personas cada uno y contesten el siguiente cuestionario (ver página siguiente):

AGUJERO NEGRO

CUESTIONARIO

- 1.- ¿Qué es lo que deforma la media de licra?
- 2.- ¿Qué forma tiene la deformación de la media ?
- 3.- ¿Cómo es el movimiento de una pelota cuando se arroja en la media sujetada del borde del bote?
- 4.- ¿Se asemeja el movimiento de la pelota al movimiento que tendría un cuerpo o la materia moviéndose en un disco de acreción alrededor de un hoyo negro?
- 5.- ¿Le sucede lo mismo a la luz?
- 6.- ¿Qué parte de la media de licra representa el “horizonte de eventos” de un agujero negro?
- 7.- ¿Qué le ocurre a la pelota cuando cruza el “horizonte de eventos” de la media de licra?
- 8.- ¿Una vez que la pelota ha atravesado el “horizonte de eventos” de la media de licra, puede salir del interior de ésta?
- 9.- ¿Ocurre algo similar en un hoyo negro?
- 10.- ¿Qué representa físicamente la media de licra?

CAPÍTULO 4

Análisis de Resultados

4 Análisis e interpretación de resultados

En el curso de práctica docente II se realizó la planeación didáctica de la Teoría Especial de la Relatividad conforme a los objetivos del programa de estudios de Astronomía de la Escuela Nacional Preparatoria.

En la práctica docente III se realizó una nueva planeación referente a la Teoría General de la Relatividad, acorde a los objetivos oficiales.

4.1 Evaluación de resultados de la Teoría General de la Relatividad

4.1.1 Introducción

En este capítulo se intentará realizar un ejercicio de reflexión de la labor docente propia, tomando como fundamento la planeación didáctica que orienta la práctica docente, misma que fue analizada y enriquecida por las valiosas sugerencias del Supervisor MADEMS: Fernando López Sánchez (ENP 8), del Profesor de práctica docente: Jorge Barojas Weber (Facultad de Ciencias, UNAM) y de la tutora de esta tesis: Beatriz Elizabeth Fuentes Madariaga (Facultad de Ciencias, UNAM).

La práctica docente se realizó con el grupo 611 de la Escuela Nacional Preparatoria No. 8 "Miguel E. Schulz" en dos ciclos escolares: 2005-2006 y 2006-2007.

El grupo del ciclo escolar 2005-2006 constaba de 17 alumnos, y el grupo del ciclo escolar 2006-2007 tenía 18 estudiantes.

El tema impartido fue la Teoría General de la Relatividad, y se dio en la asignatura de Astronomía.

El temario que se cubrió en las sesiones de la TGR (Teoría General de la Relatividad), se presenta a continuación:

- 1) El experimento de Michelson-Morley
- 2) Postulados de la Teoría Espacial de la Relatividad
- 3) Simultaneidad
- 4) Dilatación del tiempo
- 5) Paradoja de los gemelos
- 6) Contracción de la longitud
- 7) Equivalencia masa-energía
- 8) Biografía de Albert Einstein
- 9) El principio de equivalencia
- 10) La desviación gravitacional de la luz
- 11) El corrimiento gravitacional al rojo
- 12) La precesión del perihelio de Mercurio
- 13) La geometría del espacio-tiempo
- 14) La deformación del espacio tiempo por un cuerpo masivo.

4.2 Ciclo escolar 2005-2006.

4.2.1 Examen diagnóstico del ciclo escolar 2005-2006

Se realizaron dos exámenes, uno diagnóstico y el otro final, con el grupo 611, del ciclo escolar 2005-2006.

El examen diagnóstico se elaboró con el fin de conocer las ideas previas acerca del tema que tienen los alumnos y es el siguiente:

ASTRONOMÍA

EXAMEN DIAGNÓSTICO

Nombre: _____ Grupo: _____

Fecha: _____.

Instrucciones:

Contesta cada pregunta con letra legible.

Tiempo estimado: 50 minutos.

PREGUNTAS

- 1.- ¿Qué es un marco de referencia?
- 2.- ¿Qué es un marco de referencia con movimiento uniforme?
- 3.- ¿Qué es un marco de referencia absoluto?
- 4.- Describe el experimento de Michelson-Morley.
- 5.- Escribe los dos postulados de la Teoría de la Relatividad Especial de Einstein.
- 6.- ¿Qué entiendes por eventos simultáneos?
- 7.- ¿Qué es el espacio-tiempo?
- 8.- ¿Qué es la dilatación del tiempo?
- 9.- ¿Qué es la contracción de la longitud?
- 10.- ¿Qué es la equivalencia de la masa y la energía?
- 11.- ¿Qué es el principio de equivalencia?
- 12.- ¿Qué significa la desviación de la luz por la gravedad?
- 13.- ¿Qué es el corrimiento gravitacional al rojo?
- 14.- ¿Qué es la precesión de Mercurio?
- 15.- ¿Es válida la geometría euclidiana en el espacio-tiempo? ¿Por qué?
- 16.- ¿Qué es una geodésica?
- 17.- ¿Qué es la deformación del espacio-tiempo?
- 18.- ¿Qué es un agujero negro?
- 19.- ¿Para qué tipo de movimiento se aplica la Teoría de la Relatividad?
- 20.- Menciona un ejemplo en donde se verifique la Teoría de la Relatividad.

El examen diagnóstico se aplicó a 16 estudiantes y los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 4.1.

En algunos casos, las respuestas contenían frases verdaderas, sin embargo; la idea no era del todo correcta, por lo que se les asignó el valor de 0.5, en todas las tablas de resultados.

Cuando los estudiantes contestaban “no sé” o dejaban la pregunta sin responder, fueron considerados dentro del rubro “no saben”

Pregunta	Respuestas Acertadas	Respuestas Erróneas	No saben
1	10	3	3
2	6.5	5.5	4
3	0	5	11
4	0	0	16
5	0.5	10	5.5
6	10	5	1
7	5	11	0
8	2.5	10.5	3
9	7	5	4
10	3.5	10.5	2
11	0	5	11
12	5.5	6.5	4
13	0	2	14
14	0	3	13
15	0.5	3.5	12
16	0	8	8
17	6	5	5
18	14.5	1.5	0
19	0	6	10
20	5	3	8

**Tabla 4.1 Resultados del examen diagnóstico del ciclo escolar
2005-2006.**

El estudio de los resultados, muestra la siguiente información:

Pregunta	Concepciones previas halladas en los alumnos
1. ¿Qué es un marco de referencia?	<i>Es un punto en el espacio. Es una cosa u objeto a estudiar. Es un punto que se utiliza para investigarlo. Es el objeto que se estudia y puede tener un movimiento uniforme que puede ser acelerado o no acelerado.</i>
2. ¿Qué es un marco de referencia con movimiento uniforme?	<i>Lo mismo pero tiene velocidad y distancia igual. Es un intervalo indeterminado y constante, es decir, prolongado en donde entra una referencia. Es un marco que se mueve con correspondencia al punto observado.</i>
3. ¿Qué es un marco de referencia absoluto?	<i>Que está determinado, como si estuviera limitado. Es en el que se pueden realizar muchas observaciones diferentes. Es como una variable constante, que no cambia.</i>
4. Describe el experimento de Michelson-Morley.	<i>No fue contestada por ningún alumno, lo que indica una ignorancia total al respecto.</i>
5. Escribe los dos postulados de la Teoría de la Relatividad Especial de Einstein.	<i>Todo es relativo, nada es real ni puede ser comprendido. La $E = mc^2$ y además que el espacio y el tiempo son uno y son relativos. El primero indica que la velocidad de la luz no puede ser rebasada y el segundo que el universo es curvo.</i>
6. ¿Qué entiendes por eventos simultáneos?	<i>Que son eventos o fenómenos distintos que ocurren al mismo tiempo. Que son eventos que pueden ser o no ser; es decir que son eventuales. Son eventos que pasan seguidos después de un lapso. Dos o más sucesos que se entrelazan entre sí.</i>
7.- ¿Qué es el espacio-tiempo?	<i>Es para mí todo lo existente. Es el espacio y lugar en que todo está y pasa. Es el plano en que se ubica el Sistema Solar.</i>
8.- ¿Qué es la dilatación del tiempo?	<i>Es cuando un cuerpo viaja a la velocidad de la luz en el vacío porque se supone que a esta velocidad no existe el tiempo. El tiempo nunca es constante ya que sufre dilataciones y contracciones. Cuando se contrae el plano espacio-tiempo.</i>
9.- ¿Qué es la contracción de la longitud?	<i>Es cuando se reduce la distancia entre dos puntos. La contracción de las masas. El cambio de masa o de la materia.</i>
10.- ¿Qué es la equivalencia de la masa y la energía?	<i>+ masa - energía, - masa + energía. Podría ser el tiempo, o sus transformaciones una de otra, como metamorfosis. La cantidad de éstas en cuanto a fuerza. Podría ser el equilibrio entre la masa y la energía.</i>

Pregunta	Concepciones previas halladas en los alumnos
11.- ¿Qué es el principio de equivalencia?	<p>Trata sobre como la masa nos da energía y viceversa, si la aceleramos a la velocidad de la luz al cuadrado.</p> <p>Es cuando comienza la equivalencia, o sea, la igualdad entre masa y energía.</p>
12.- ¿Qué significa la desviación de la luz por la gravedad?	<p>Son las lentes gravitacionales que cuando la luz pasa cerca de un cuerpo pesado es desviada en otra dirección.</p> <p>Masa muy grande que tiende a desviarlos.</p> <p>Es el desplazamiento de la luz por el campo magnético.</p>
13.- ¿Qué es el corrimiento gravitacional al rojo?	No existen concepciones previas. El grupo muestra una gran ignorancia acerca de este tópico.
14.- ¿Qué es la precesión de Mercurio?	No hay ideas previas. El grupo ignora este tema.
15.- ¿Es válida la geometría euclidiana en el espacio-tiempo? ¿Por qué?	No existen concepciones alternativas.
16.- ¿Qué es una geodésica?	<p>Ciencia que se concentra en todo lo relacionado a la extracción de cosas de la Tierra, sus minerales, su composición.</p> <p>Es algo sobre la Tierra y sus suelos, o los temblores o sismos.</p> <p>Forma de la Tierra o forma redonda.</p> <p>Ciencia de la descripción de fuerza.</p> <p>Curva que rota a la Tierra.</p> <p>Es la curvatura que provoca un cuerpo debido a su peso en el espacio-tiempo.</p>
17.- ¿Qué es la deformación del espacio-tiempo?	<p>Es la curvatura que provocan los dos como la desviación de la luz.</p> <p>Es cuando el sistema solar cambia a algo no usual.</p> <p>Es el cambio de plano a una tendencia a hacerse hoyo por el peso de un cuerpo.</p> <p>Un hoyo negro.</p> <p>Es la curvatura del universo.</p>
18.- ¿Qué es un agujero negro?	<p>Es una enorme curvatura del espacio-tiempo y ejerce una gran fuerza de atracción sobre los cuerpos cercanos.</p> <p>Es la última fase de una estrella (algunas) que se convierte en un grandísimo campo de atracción.</p> <p>Es una gran fuerza de atracción que se forma por la inclinación de algo o por la muerte de una estrella.</p> <p>Una inmensidad que se forma cuando la curvatura del espacio-tiempo aumenta.</p>
19 - ¿Para qué tipo de movimiento se aplica la Teoría de la Relatividad?	<p>Curvilíneo.</p> <p>Uniforme.</p> <p>Tiro parabólico.</p> <p>Para el alejamiento de las galaxias entre sí.</p>
20.- Menciona un ejemplo en donde se verifique la Teoría de la Relatividad.	Cuando ocurre un eclipse se ven estrellas que están por detrás de la masa solar.

Tabla 4.2 Concepciones previas de la TGR detectadas en los alumnos del ciclo 2005-2006.

4.2.2 Interpretación de las concepciones previas de la TGR detectadas en los alumnos del ciclo 2005-2006.

Después de efectuar un análisis de los conceptos previos que poseen los alumnos, se detectó lo siguiente:

- Un marco de referencia es definido vagamente como un “*punto en el espacio*” sin especificar para qué sirve o para qué se usa ese punto.

El sistema de referencia es considerado como “*una cosa u objeto a estudiar*” lo cual evidencia una confusión entre el objeto de estudio y el lugar desde el cual se mide alguna característica del objeto estudiado.

El marco de referencia es visto “como un punto que se utiliza para investigarlo”, lo cual está mal redactado o bien exhibe una inconsistencia lógica puesto que se usa un punto para autoinvestigarse, eso no es posible.

El sistema de referencia también es visto “*como un objeto que se estudia y puede tener un movimiento uniforme que puede ser acelerado o no acelerado*”, en donde se presenta la misma confusión entre el objeto de estudio y el marco de referencia.

- Al tratar de definir lo que es un marco de referencia con movimiento uniforme, algunos alumnos consideran que es “*lo mismo pero tiene velocidad y distancia igual*”. El término “*lo mismo*” se refiere a la contestación de la pregunta 1, la cual en algunos casos estaba equivocada, y por lo tanto invalida la respuesta de la pregunta 2; la palabra “*igual*” atañe a ambas magnitudes, a la velocidad y a la distancia, y en el caso de la distancia es por supuesto incorrecta, por lo que es necesario que los estudiantes aclaren la aplicación de esta palabra.

El sistema de referencia con movimiento uniforme es considerado como “*un intervalo indeterminado y constante, es decir, prolongado en donde entra una referencia*”. El alumno visualiza el marco de referencia como un intervalo (que como lugar es válido, pero es más sencillo considerar un punto) pero no menciona que la velocidad de este intervalo debe ser constante.

El marco de referencia con movimiento uniforme, es visto vagamente como “*un marco que se mueve con correspondencia al punto observado*”, puesto que no se describe qué tipo de correspondencia existe entre el marco de referencia y el punto observado.

- Las concepciones previas de los alumnos respecto al marco de referencia absoluto son: “*Que está determinado, como si estuviera limitado*”, “*Es en el que se pueden realizar muchas observaciones diferentes*”, “*Es como una variable constante, que no cambia*”. Todos estos conceptos son imprecisos y vagos, apuntan lejanamente hacia la idea de un sistema de referencia único, en reposo e inmutable, desde el cual se pueden estudiar todos los fenómenos físicos.
- Respecto al experimento de Michelson-Morley. No fue contestada por ningún alumno, lo que indica una ignorancia total al respecto, es decir no existen concepciones previas.

- Los dos postulados de la TER (Teoría Especial de la Relatividad) son descritos por los alumnos con enunciados del tipo:

“Todo es relativo, nada es real ni puede ser comprendido”. Esta afirmación es de índole filosófica y no física.

“La $E = mc^2$ y además que el espacio y el tiempo son uno y son relativos”. Existe una confusión de la expresión matemática de la equivalencia de la masa y la energía con un postulado de la TER, el otro enunciado es parcialmente correcto puesto que el espacio y el tiempo se unen formando una entidad que es el espacio-tiempo. Sin embargo, estos no son los postulados enunciados por Einstein en la TER.

Los dos postulados de la TER dicen que: *“El primero indica que la velocidad de la luz no puede ser rebasada y el segundo que el universo es curvo”*. La primera aseveración es correcta y constituye el segundo postulado de la TER, y la segunda afirmación no es un postulado relativista, sino es una consecuencia de la TGR (Teoría General de la Relatividad).

- En lo referente a los eventos simultáneos, algunos alumnos consideran:

“Que son eventos o fenómenos distintos que ocurren al mismo tiempo”. Tienen una idea correcta de la simultaneidad.

Otros alumnos piensan *“que son eventos que pueden ser o no ser, es decir que son eventuales”*. Lo que representa una equivocación, esta aseveración tiene la apariencia de ser más filosófica que física.

Los eventos simultáneos *“son eventos que pasan seguidos después de un lapso”*. En esta aseveración se concede más importancia a la ocurrencia de eventos, uno tras otro, en vez del hecho de ocurrir al mismo tiempo.

Los eventos simultáneos son *“dos o más sucesos que se entrelazan entre sí”*. La respuesta es ambigua porque no especifica qué tipo de entrelazamiento existe entre los sucesos, además está mal redactada debido a que utiliza el pleonasma *“entrelazar entre sí”*.

- Al referirse al espacio-tiempo, los alumnos dicen:

“Es para mí todo lo existente”. Este argumento tiene algo de verdad, aunque es más preciso decir que el espacio-tiempo es en donde se encuentra todo lo existente.

“Es el espacio y lugar en que todo está y pasa” También esta aseveración posee algo de verdad, aunque le falta considerar al tiempo, menciona “espacio” y “lugar” que son sinónimos y se refieren a dimensiones espaciales, pero a la dimensión temporal se refiere vagamente con la palabra “pasa” que intenta decir “transcurre”.

“Es el plano en que se ubica el Sistema Solar”. Esta consideración es parcialmente correcta, debido a que el Sistema Solar no está en un “plano” sino en un espacio-tiempo tetradimensional y éste no sólo abarca nuestro Sistema Solar sino a todo el universo.

Algunos alumnos mencionan las dimensiones físicas de un cuerpo proyectadas al espacio-tiempo como son: largo, ancho, altura y tiempo.

La mayor parte de las concepciones equivocadas dicen que el espacio-tiempo es la cuarta dimensión, confunden la noción de un espacio y tiempo con una característica general de los espacios que es: la dimensión.

- La dilatación del tiempo:

“Es cuando un cuerpo viaja a la velocidad de la luz en el vacío porque se supone que a esta velocidad no existe el tiempo”. En esta aseveración se intenta decir que el tiempo transcurre más lento y que suponiendo que el cuerpo lograra alcanzar la velocidad de la luz únicamente viajaría por el espacio y no por el tiempo.

“El tiempo nunca es constante ya que sufre dilataciones y contracciones”. El alumno tiene la concepción previa de que el tiempo se contrae.

La dilatación del tiempo ocurre *“cuando se contrae el espacio-tiempo”*. Estas son ideas previas inventadas o motivadas por la fantasía.

Las únicas concepciones previas correctas sólo manifiestan que el tiempo se alarga pero no hacen referencia a que este efecto es dependiente de la velocidad de la luz.

- En cuanto a la contracción de la longitud, los estudiantes consideran que: *“es cuando se reduce la distancia entre dos puntos”*. Esta concepción es correcta aunque incompleta porque no se menciona que este efecto ocurre cuando un cuerpo viaja a velocidades cercanas a la de la luz, ni que sucede únicamente en la dirección de movimiento.

La contracción de la longitud es: *“la contracción de las masas”*. La idea previa muestra una ambigüedad, porque en el caso general, una contracción de las masas implica una reducción tridimensional de las dimensiones corpóreas de la masa y no una contracción en una sola dirección (o dimensión).

La contracción de la longitud es: *“el cambio de masa o de la materia”*. Esta aseveración es vaga, porque no especifica qué tipo de cambio sucede en la masa.

- Respecto a la equivalencia de la masa y la energía, los estudiantes consideran que:

“+ masa – energía, - masa + energía”. Esta concepción previa indica que existe una dependencia inversamente proporcional entre la masa y la energía.

Es *“la cantidad de éstas en cuanto a fuerza”*. Esta idea previa señala que se ignora que la fuerza es una magnitud diferente de la masa y la energía, y que la relación de la fuerza con la energía es a través del trabajo que realiza dicha fuerza. Y por otro lado, que la relación de la masa con la fuerza se da mediante la segunda ley de Newton:

“Podría ser el equilibrio entre la masa y la energía”. Esta concepción previa sugiere la idea de un equilibrio entre la masa y la energía.

Sólo tres personas escribieron la famosa fórmula: $E = mc^2$, pero no explicaron su significado.

- En relación al principio de equivalencia, los estudiantes dicen que:

“Trata sobre como la masa nos da energía y viceversa, si la aceleramos a la velocidad de la luz al cuadrado”.

“Es cuando comienza la equivalencia, o sea, la igualdad entre masa y energía”.

Las concepciones previas de los alumnos apuntan a que confunden el principio de equivalencia con la equivalencia de la masa y la energía.
- La desviación de la luz por la gravedad:

“Son las lentes gravitacionales que cuando la luz pasa cerca de un cuerpo pesado es desviada en otra dirección”. El alumno da un ejemplo de la desviación gravitacional de la luz que lo constituyen las lentes gravitacionales.

Es una *“masa muy grande que tiende a desviarlos”.* Esta concepción previa contiene la causa que ocasiona la desviación gravitacional de la luz, que es la masa, a través de la deformación del espacio-tiempo que origina. Sin embargo, la descripción no es muy precisa.

“Es el desplazamiento de la luz por el campo magnético”. Esta idea alternativa manifiesta que la desviación gravitacional de la luz se debe a un campo magnético y no a la deformación del espacio-tiempo.
- En lo concerniente al corrimiento gravitacional al rojo. No existen concepciones previas. El grupo muestra una gran ignorancia acerca de este tópico.
- Respecto a la precesión del perihelio de Mercurio, los estudiantes no tienen ninguna concepción previa, es decir, ignoran totalmente el tema.
- En relación a la cuestión de si *“Es válida la geometría euclidiana en el espacio-tiempo? ¿Por qué?”* Prácticamente no existen ideas alternativas de los estudiantes al respecto. Desconocen por completo el tema.
- La geodésica es:

“Ciencia que se concentra en todo lo relacionado a la extracción de cosas de la Tierra, sus minerales, su composición”.

“Es algo sobre la Tierra y sus suelos, o los temblores o sismos”.

“Forma de la Tierra o forma redonda”.

Las concepciones previas de los alumnos indican una relación de la geodésica con algo perteneciente al planeta Tierra, puesto que el término “Geo” significa “Tierra”. Literalmente “Geodésica” quiere decir: *“divisor de la Tierra”.*

“Ciencia de la descripción de fuerza”. Esta idea alternativa se refiere a la descripción de la dinámica clásica en vez de la TGR.

“Curva que rota a la Tierra”. Esta concepción alternativa está muy próxima a la definición de la geodésica. Faltó agregar que es una curva que divide a la Tierra en dos partes iguales, y sobre todo es la distancia mínima entre dos puntos en el espacio-tiempo.

- La deformación del espacio-tiempo:

“Es la curvatura que provoca un cuerpo debido a su peso en el espacio-tiempo” La idea previa del alumno es cercana a la descripción teórica de la deformación del espacio-tiempo. Sin embargo, la magnitud del “peso” deben remplazarla los alumnos por la “masa” puesto que es la causante directa de la deformación. Esto es un indicio de la confusión que reina en los estudiantes acerca de los conceptos de masa y peso.

“Es la curvatura que provocan los dos como la desviación de la luz”. Aquí la frase “los dos” se refiere al espacio y al tiempo, de tal forma que la concepción alternativa es que el espacio y el tiempo se curvan en sí mismos. Además esta idea previa indica que esta curvatura se manifiesta como la desviación luminosa, siendo precisamente al revés, es decir, la desviación de la luz es provocada por la deformación espacio-temporal.

“Es el cambio de plano a una tendencia a hacerse hoyo por el peso de un cuerpo”. La concepción previa señala que el alumno se forma una imagen mental de un espacio plano (euclidiano) que se transforma en un agujero negro, aunque se debe corregir el hecho de que sucede por la acción de la masa y no del peso.

“Un hoyo negro”. En esta idea alternativa se concibe la deformación del espacio-tiempo como un agujero negro, el cual es un ejemplo drástico de este tipo de deformación.

“Es la curvatura del universo”. Esta concepción previa considera la curvatura del universo en términos globales como una deformación del espacio-tiempo. La ciencia está lejos aún de responder a esta cuestión. Más bien, la deformación espacio-temporal se contempla a escala menor, a nivel de una estrella, de una galaxia, o un cúmulo de galaxias.

- El agujero negro es visto por los alumnos como:

“Es una enorme curvatura del espacio-tiempo y ejerce una gran fuerza de atracción sobre los cuerpos cercanos”.

“Es la última fase de una estrella (algunas) que se convierte en un grandísimo campo de atracción”. En esta idea alternativa se debe precisar de que se trata de la última fase de la vida de una estrella.

“Es una gran fuerza de atracción que se forma por la inclinación de algo o por la muerte de una estrella”. La concepción previa debe ser más explícita porque el término “inclinación de algo” es ambiguo e incorrecto, tal vez el alumno alude a la curvatura del espacio-tiempo.

“Una inmensidad que se forma cuando la curvatura del espacio-tiempo aumenta”. Esta idea alternativa evoca el abismo del hoyo negro, pero nunca menciona que posee un campo de atracción gravitacional enorme.

Ninguna de las concepciones previas señala el hecho de que el campo gravitacional de un agujero negro es tan intenso que ni la luz puede escapar de él.

Aún así, fue la concepción alternativa más frecuente en los estudiantes, lo que sugiere que los alumnos saben acerca del hoyo negro debido a la amplia

difusión que ha tenido este tema por los medios masivos de comunicación: cine, televisión, periódicos, revistas, libros, etc.

- La Teoría de la Relatividad se aplica para movimientos del tipo:

“Curvilíneo”.

“Uniforme”.

“Tiro parabólico”.

“Para el alejamiento de las galaxias entre sí”.

Las ideas previas no contemplan el hecho de que la Teoría de la Relatividad se aplica para movimientos de objetos que se mueven a velocidades próximas a la de la luz, sólo en el caso de la última concepción previa detectada, si se trata de galaxias que viajan a grandes velocidades, entonces se aplica en ellas la Teoría de la Relatividad.

- En lo referente a mencionar un ejemplo en donde se verifique la Teoría de la Relatividad, los alumnos consideran:

Que “*cuando ocurre un eclipse se ven estrellas que están por detrás de la masa solar*”. Esta concepción alternativa está próxima al conocimiento aceptado, pero estrictamente hablando, hace falta mencionar que el eclipse debe ser solar total.

“*En la explosión de una bomba atómica*”. También esta idea previa está cercana a un concepto correcto, pero debe especificar que se refiere a la comprobación de la equivalencia de la masa y la energía.

“*Agujeros blancos y negros*”. Esta concepción previa indica la idea de la verificación de la TGR a través del concepto de deformación del espacio-tiempo. Sin embargo, la existencia de los agujeros blancos y negros aún no está plenamente comprobada.

“*La llegada de los rayos emitidos por el Sol*”. Esta idea alternativa parece indicar la deformación del espacio-tiempo alrededor del Sol y la dilatación del tiempo y contracción de la distancia Sol-Tierra para la luz. Sin embargo, falta que el alumno exprese su idea más explícitamente.

4.2.3 Examen final del ciclo escolar 2005-2006

Al final de la práctica docente se realizó un examen final para medir cualitativamente el avance en el aprendizaje logrado por los alumnos.

El examen fue aplicado a 17 alumnos y es prácticamente el mismo Examen Diagnóstico, (ver p. 123) con ligeras variaciones, a continuación se muestra dicho examen:

ASTRONOMÍA

EXAMEN FINAL

Nombre: _____ Grupo: _____
Fecha: _____.

Instrucciones:

Contesta cada pregunta con letra legible.

Tiempo estimado: 50 minutos.

PREGUNTAS

- 1.- ¿Qué es un marco de referencia?
- 2.- ¿Qué es un marco de referencia con movimiento uniforme?
- 3.- ¿Qué es un marco de referencia absoluto?
- 4.- Describe el experimento de Michelson-Morley.
- 5.- Escribe los dos postulados de la Teoría de la Relatividad Especial de Einstein.
- 6.- ¿Qué entiendes por eventos simultáneos?
- 7.- ¿Qué es el espacio-tiempo?
- 8.- ¿Qué es la dilatación del tiempo?
- 9.- ¿Qué es la contracción de la longitud?
- 10.- ¿Qué es la equivalencia de la masa y la energía?
- 11.- ¿Qué es el principio de correspondencia?
- 12.- ¿Qué es el principio de equivalencia?
- 13.- ¿Qué significa la desviación de la luz por la gravedad?
- 14.- ¿Es válida la geometría euclidiana en el espacio-tiempo? ¿Por qué?
- 15.- ¿Qué es una geodésica?
- 16.- ¿Qué es la deformación del espacio-tiempo?
- 17.- ¿Qué es la precesión del perihelio de Mercurio?
- 18.- ¿Qué es un agujero negro?
- 19.- ¿Para qué tipo de movimiento se aplica la Teoría de la Relatividad?
- 20.- Menciona un ejemplo en donde se verifique la Teoría de la Relatividad.

Los resultados se muestran en la Tabla 4.3.

Pregunta	Respuestas Acertadas	Respuestas Erróneas	No saben
1	9	8	0
2	6.5	10.5	0
3	9	8	0
4	2	7	8
5	9	6	2
6	12	4	1
7	2	13	2
8	9	8	0
9	8.5	7.5	1
10	7	6	4
11	3	7	7
12	3	7	7
13	11.5	4.5	1
14	6.5	6.5	4
15	1.5	6.5	9
16	7.5	7.5	2
17	0.5	3.5	13
18	15	2	0
19	5	11	1
20	8.5	4.5	4

**Tabla 4.3 Resultados del examen final del ciclo escolar
2005-2006.**

El estudio de los resultados, muestra la siguiente información:

Pregunta	Concepciones halladas en los alumnos
1. ¿Qué es un marco de referencia?	<i>Es un lugar donde se observa y se mide un movimiento.</i> <i>Es como algo que toma cierta cosa, como partida, límite. También un espacio determinado.</i> <i>Es como una trayectoria, como cuando un cohete es lanzado desde la Tierra hacia el universo y este puede variar.</i> <i>Un punto en el que se efectúa un fenómeno.</i> <i>Es un cierto punto del cual se estudia.</i> <i>Es un punto en que se registra una parte de un todo.</i>
2. ¿Qué es un marco de referencia con movimiento uniforme?	<i>Es aquel en donde un cuerpo se mueve a velocidad constante.</i>
3. ¿Qué es un marco de referencia absoluto?	<i>Es aquel que se toma para estudiar algún fenómeno sin importar si tiene movimiento uniforme o no.</i> <i>Es aquel respecto del cual se observan o miden los movimientos.</i>
4. Describe el experimento de Michelson-Morley.	----- -----
5. Escribe los dos postulados de la Teoría de la Relatividad Especial de Einstein.	----- -----
6. ¿Qué entiendes por eventos simultáneos?	<i>Dos eventos que ocurren al mismo tiempo.</i> <i>Que pueden ocurrir seguidamente varios eventos.</i> <i>Cosas que pasan rápidamente o cosas que pasan a veces.</i>
7.- ¿Qué es el espacio-tiempo?	<i>Es la cuarta dimensión en la cual está el universo.</i> <i>Son los postulados de la teoría de la relatividad.</i>
8.- ¿Qué es la dilatación del tiempo?	<i>Es aquella que se da cuando un cuerpo viaja a grandes velocidades, esto ocasiona que el tiempo se dilate o se contraiga dependiendo del movimiento del cuerpo.</i> <i>Cuando el tiempo se expande o prolonga más de lo adecuado.</i> <i>Cuando se viaja a velocidades cercanas a la de la luz, el tiempo se contrae.</i>
9.- ¿Qué es la contracción de la longitud?	<i>Esta es cuando un cuerpo en el espacio se mueve con una aceleración y la distancia se hace relativamente "más pequeña".</i> <i>El espacio y el tiempo sufren cambios para un objeto en movimiento. La magnitud de la contracción está relacionada con la magnitud de la dilatación del tiempo.</i> <i>Es el acortamiento del tiempo con relación a la velocidad de la luz.</i> <i>Cuando un cuerpo se hace más pequeño dependiendo su velocidad.</i>
10.- ¿Qué es la equivalencia de la masa y la energía?	<i>Mientras más masa más energía.</i> <i>Unidades que se pueden llamar iguales.</i>

Pregunta	Concepciones halladas en los alumnos
11.- ¿Qué es el principio de correspondencia?	-----
12.- ¿Qué es el principio de equivalencia?	<i>Dos puntos que son iguales. Esta se refiere a la igualdad o equivalencia que dos magnitudes pueden tener, como la masa y la energía.</i>
13.- ¿Qué significa la desviación de la luz por la gravedad?	<i>Significa que hay fuerzas mayores de la gravedad hacia la luz o viceversa. Que todo el espacio, su gravedad y tiempo afectan las acciones de cualquier cuerpo.</i>
14.- ¿Es válida la geometría euclidiana en el espacio-tiempo? ¿Por qué?	<i>No, porque no concuerda. No, porque en el momento de usar esta geometría en el espacio-tiempo, ésta tiende a cambiar la longitud.</i>
15.- ¿Qué es una geodésica?	<i>Geo de Tierra, dística-estudio o tratado. Materia que explica los cambios que sufre la Tierra interiormente y sus características Ciencia de la Tierra y su movimiento. Ciencia órbita que sigue un planeta. Es la forma del espacio. Agujero negro.</i>
16.- ¿Qué es la deformación del espacio-tiempo?	<i>Es el curvamiento que surge por otros cuerpos como el Sol, los planetas, los agujeros negros, etc. Es la deformación ocasionada por el peso de un objeto.</i>
17.- ¿Qué es la precesión del perihelio de Mercurio ?	<i>Son las órbitas que va formando Mercurio y existe una desviación.</i>
18.- ¿Qué es un agujero negro?	<i>Es una gran curvatura del espacio-tiempo la cual tiende a atraer todo lo que esté cerca de ella. Son espacios, los cuales pueden hacerte llegar a otro lugar y tiempo. Es cuando una estrella o planeta se dilata de tal forma que la presión que crea forma éste.</i>
19 - ¿Para qué tipo de movimiento se aplica la Teoría de la Relatividad?	<i>Para los cuerpos con movimientos uniformes. Para el movimiento uniforme y el movimiento uniforme acelerado. Para el movimiento rectilíneo uniforme.</i>
20.- Menciona un ejemplo en donde se verifique la Teoría de la Relatividad.	<i>La paradoja de los gemelos. El movimiento de rotación y traslación de la Tierra.</i>

Tabla 4.4 Concepciones finales de la TGR detectadas en los alumnos del ciclo 2005-2006.

4.2.4 Interpretación de los conceptos de la TGR logrados por los alumnos del ciclo 2005-2006.

El estudio de los resultados muestra la siguiente información:

- Un marco de referencia:

“Es un lugar donde se observa y se mide un movimiento”. Este concepto es correcto.

“Es como algo que toma cierta cosa, como partida, límite. También un espacio determinado”. Aquí se nota que el alumno trata pero no logra llegar al concepto de un marco de referencia.

“Es como una trayectoria, como cuando un cohete es lanzado desde la Tierra hacia el universo y este puede variar”. Esta idea es equivocada, el marco de referencia no es una trayectoria.

“Un punto en el que se efectúa un fenómeno”. Este concepto no es verdadero, debido a que el marco de referencia no es necesariamente el lugar de ocurrencia de un suceso.

“Es un cierto punto del cual se estudia”. Este concepto refleja una idea aproximada del marco de referencia, pero está mal redactada.

“Es un punto en que se registra una parte de un todo”. Lo cual es una concepción vaga.

- Un marco de referencia con movimiento uniforme:

“Es aquel en donde un cuerpo se mueve a velocidad constante”. Esta idea se puede interpretar de dos formas: la primera, que se trata únicamente de la definición de un movimiento uniforme sin involucrar al sistema de referencia, por lo que la idea estaría equivocada. La segunda, es considerar que el alumno toma al marco de referencia como un cuerpo, por lo que la idea es parcialmente correcta debido a que un marco de referencia, en general, no es un cuerpo, sino un punto, un lugar.

- Un marco de referencia absoluto:

“Es aquel que se toma para estudiar algún fenómeno sin importar si tiene movimiento uniforme o no”. Esta concepción es vaga e imprecisa.

“Es aquel respecto del cual se observan o miden los movimientos” También es muy impreciso y vago este concepto.

No mencionan la propiedad principal de que un marco de referencia absoluto es un lugar en reposo respecto del cual se miden todos los movimientos.

- El experimento de Michelson-Morley es descrito de la siguiente manera:

“Dispararon un haz de luz en diferentes direcciones para observar si en la dirección del movimiento de rotación de la Tierra se movía más rápido, pero resultaron de iguales velocidades, con lo que se desechó la creencia de la existencia del éter”.

Este concepto es acertado porque señala a grandes rasgos las características de este experimento.

“Consistía en una serie de espejos que rebotaban la luz, ellos querían constatar que existía el éter pero en vez de eso calcularon la velocidad de la luz”. Esta idea se considera correcta, sin embargo, falta puntualizar que la velocidad de la luz es la misma, es decir no varía.

- Los dos postulados de la Teoría de la Relatividad Especial son:

“1. Se refiere al cambio en el tiempo debido al movimiento en el espacio.

2. Es igual sólo que considerando la aceleración”. Esta idea está equivocada.

- Los eventos simultáneos son:

“Dos eventos que ocurren al mismo tiempo”. Lo cual es un concepto correcto.

Los *“que pueden ocurrir seguidamente varios eventos”*. Lo cual es una idea incorrecta, aquí se ve que persiste aún la idea de una secuencia de sucesos.

“Cosas que pasan rápidamente o cosas que pasan a veces”. Lo cual es una concepción errónea, sobrevive la idea de poner énfasis en la rapidez con que se desarrolla un suceso o el carácter esporádico de un evento.

- El espacio-tiempo:

“Es la cuarta dimensión en la cual está el universo”. Esta concepción revela que confunden el espacio-tiempo con la cuarta dimensión representada por el tiempo.

“Son los postulados de la teoría de la relatividad”. Esto significa que los postulados relativistas son la esencia del espacio-tiempo, lo cual es un concepto equivocado.

- La dilatación del tiempo:

“Es aquella que se da cuando un cuerpo viaja a grandes velocidades, esto ocasiona que el tiempo se dilate o se contraiga dependiendo del movimiento del cuerpo”. Este concepto es casi correcto de no ser por el hecho de que menciona que el tiempo “se contrae”, lo cual es falso.

“Cuando el tiempo se expande o prolonga más de lo adecuado”. Lo cual es una concepción vaga puesto que no menciona a qué se debe que el tiempo se dilate.

“Cuando se viaja a velocidades cercanas a la de la luz, el tiempo se contrae”. La idea exhibe una confusión de la dilatación del tiempo con la contracción de la longitud.

- La contracción de la longitud

“Esta es cuando un cuerpo en el espacio se mueve con una aceleración y la distancia se hace relativamente ‘más pequeña’ ”. La idea es correcta a medias, debido a que no menciona que la contracción de la longitud ocurre a velocidades próximas a la lumínica.

“El espacio y el tiempo sufren cambios para un objeto en movimiento. La magnitud de la contracción está relacionada con la magnitud de la dilatación del tiempo”. Esta concepción es vaga e incorrecta, la única relación de la contracción de la longitud con la dilatación del tiempo es que ambas suceden cuando un objeto viaja a grandes velocidades cercanas a la luminosa.

“Es el acortamiento del tiempo con relación a la velocidad de la luz”. Esta concepción sugiere que el estudiante confunde la contracción de la longitud con la dilatación del tiempo. Por supuesto, está equivocada la idea porque el tiempo no se acorta.

“Cuando un cuerpo se hace más pequeño dependiendo su velocidad”. Este concepto debe precisar que la velocidad debe ser próxima a la de la luz.

En ninguna respuesta se mencionó el hecho de que la contracción de la longitud ocurre únicamente en la dirección de movimiento del objeto.

- La equivalencia de la masa y la energía

“Mientras más masa más energía”. Este concepto es cierto, pero es impreciso, no menciona explícitamente la relación entre masa y energía.

“Unidades que se pueden llamar iguales”. Esta idea refleja un pobre aprendizaje del curso de Física III, la masa y la energía no son unidades sino magnitudes, y no son del mismo tipo.

Sólo dos alumnos escribieron la ecuación: $E = mc^2$, pero sin explicarla.

- El principio de correspondencia, es considerado como:

“Dos puntos diferentes que pueden ser compatibles”. Esta idea es ajena a la pregunta, es decir, no tiene nada que ver con ella. Sin embargo, varios estudiantes la mencionan.

- El principio de equivalencia, es visto por los alumnos como:

“Dos puntos que son iguales”. Esta concepción quizá tiene un sentido geométrico, pero no corresponde a la pregunta. Se confunde la idea geométrica de equivalencia de dos puntos con la equivalencia relativista de un marco de referencia con aceleración constante y un marco de referencia gravitacional.

“Esta se refiere a la igualdad o equivalencia que dos magnitudes pueden tener, como la masa y la energía”. En esta idea, el estudiante confunde la equivalencia masa-energía con el principio de equivalencia.

- La desviación de la luz por la gravedad

“Significa que hay fuerzas mayores de la gravedad hacia la luz o viceversa”. Esta concepción es errónea.

“Que todo el espacio, su gravedad y tiempo afectan las acciones de cualquier cuerpo”. Esta idea es vaga, no precisa lo que es la desviación gravitacional de la luz.

- Respecto a la cuestión ¿Es válida la geometría euclidiana en el espacio-tiempo? ¿Por qué?

“No, porque no concuerda”. La idea de que la geometría euclidiana no es válida en el espacio-tiempo es correcta, sin embargo, el término “no concuerda” es muy ambiguo, porque no especifica en qué consiste la falta de concordancia de la geometría euclidiana con el espacio-tiempo.

“No, porque en el momento de usar esta geometría en el espacio-tiempo, ésta tiende a cambiar la longitud” Esta concepción es correcta a medias, la justificación está equivocada, porque es falso que la geometría euclidiana cambie la longitud de los objetos en el espacio-tiempo.

- La geodésica es vista por los alumnos, como:

“Geo de Tierra, dística-estudio o tratado”

“Materia que explica los cambios que sufre la Tierra interiormente y sus características”

“Ciencia de la Tierra y su movimiento”. Las concepciones muestran que persiste la idea de algo relacionado con la Tierra.

“Ciencia órbita que sigue un planeta”. Esta idea no es precisa, pero en el fondo apunta al hecho de que los planetas se mueven en órbitas establecidas por la deformación del espacio-tiempo, y que se mueven a lo largo de geodésicas.

“Es la forma del espacio” Esta es una concepción claramente incorrecta. Los científicos están muy lejos aún de describir qué forma o aspecto posee el espacio-tiempo.

- La deformación del espacio-tiempo es:

Un *“agujero negro”*. Esta idea es correcta a medias porque cita un ejemplo de deformación del espacio-tiempo, pero no describe qué es la deformación.

“Es el curvamiento que surge por otros cuerpos como el Sol, los planetas, los agujeros negros, etc.”. Lo cual es un concepto correcto.

“Es la deformación ocasionada por el peso de un objeto”. Esta idea es casi correcta, pero el alumno confunde el peso con la masa.

- La precesión del perihelio de Mercurio

“Son las órbitas que va formando Mercurio y existe una desviación”. Este concepto es correcto a medias, porque no menciona que las órbitas son las que describe Mercurio en su viaje alrededor del Sol, y no especifica tampoco que el perihelio también gira en torno al Sol.

- Un agujero negro:

“Es una gran curvatura del espacio-tiempo la cual tiende a atraer todo lo que esté cerca de ella”. Este concepto es correcto.

“Son espacios, los cuales pueden hacerte llegar a otro lugar y tiempo”. Esta idea es errónea porque describe a un agujero de gusano y no a un hoyo negro.

“Es cuando una estrella o planeta se dilata de tal forma que la presión que crea forma éste”. Esta concepción está equivocada, porque no es la presión la que origina al agujero negro, sino el colapso gravitacional, quizá el

estudiante intentó decir la “presión hacia el interior” que es de tipo gravitacional.

A pesar de esto, esta pregunta fue la mejor contestada.

- En lo concerniente al tipo de movimiento donde se aplica la Teoría de la Relatividad, los estudiantes consideran que:

“Para los cuerpos con movimientos uniformes”.

“Para el movimiento uniforme y el movimiento uniforme acelerado”.

“Para el movimiento rectilíneo uniforme”. Todas estas ideas son incorrectas debido a que no mencionan que el movimiento debe ser a gran velocidad, cercana a la de la luz.

- Respecto al ejemplo en donde se verifica la Teoría de la Relatividad, los alumnos mencionan:

“La paradoja de los gemelos”. Aún cuando esta paradoja forma parte del bagaje teórico relativista, no es una verificación de la Teoría de la Relatividad.

“El movimiento de rotación y traslación de la Tierra”. Esta idea es ajena a la pregunta quizá el alumno intentó decir la precesión del perihelio de Mercurio.

Examinando las preguntas que registraron un aumento de respuestas correctas se encontró lo siguiente:

De manera general hubo un aumento de respuestas acertadas en 16 preguntas, lo cual representa un 84.2% del total de preguntas, mientras que en 2 preguntas (1 y 7) disminuyó el número de aciertos, lo cual constituye el 10.5% del total, y en una pregunta (2) permaneció constante el número de respuestas correctas, lo que representa un 5.3% del examen.

Al efectuar una comparación del examen diagnóstico y el final se encuentran los siguientes resultados:

- ◇ En la pregunta 3 se detecta el mayor aumento de respuestas correctas: 0 aciertos en el examen diagnóstico y 9 en el examen final.

En dos respuestas de la pregunta 3 referente al concepto de marco de referencia absoluto, los alumnos dicen:

“Es un lugar inmóvil fijo al mismo espacio, que sirve de referencia para todos los movimientos”.

En otras dos contestaciones los estudiantes escriben:

“Es desde donde se pueden hacer todas las mediciones ya que sirve para todas. No existe”.

En otra respuesta, un alumno afirma:

“Es de donde se puede realizar cualquier observación sea cual sea”.

Se puede apreciar que algunos estudiantes lograron aprender las características esenciales de un marco de referencia absoluto, que son:

- 1) Su inmovilidad o estado de reposo y,
- 2) Que es útil para realizar todas las mediciones de algún fenómeno físico.

Sin embargo, otros únicamente recordaron la segunda característica.

Por lo que el aprendizaje es parcial, ocurre a la mitad.

- ◇ En la pregunta 5 el número de respuestas correctas es: 0.5 del examen diagnóstico y 9 en el examen final.

Esta pregunta concerniente al enunciado de los dos postulados de la Teoría Especial de la Relatividad tuvo 7 contestaciones correctas y 4 correctas a medias.

Las respuestas medio acertadas dicen:

- *“1º La luz cae por efectos de la gravedad a la misma velocidad que cualquier otro cuerpo.*
2º La luz en el vacío conserva su velocidad.”
- *“Todas las leyes de la naturaleza son iguales en todos los marcos de referencia con movimiento uniforme”.*
- *“La luz siempre viaja a la misma velocidad”.*

De estos resultados es posible indicar que dos alumnos aprendieron que la velocidad de la luz es constante en el universo, lo cual es correcto, pero olvidaron el primer postulado.

En cambio, otros dos aprendices mencionaron acertadamente el primer postulado, olvidando el segundo.

En términos globales se puede señalar que el 41.2% del grupo logró el aprendizaje de los postulados de la TER, en tanto que el 23.5% únicamente aprendió un postulado, lo que representa la mitad del conocimiento.

Es apropiado señalar que dos alumnos confundieron los dos postulados de la TER con el principio de equivalencia y con la desviación gravitacional de la luz, lo cual puede deberse al intento de los aprendices de contestar correctamente al azar.

- ◇ La pregunta 8 tuvo 2.5 respuestas acertadas en el examen diagnóstico en contraste con las 9 del examen final.

Esta pregunta se refiere a la dilatación del tiempo y tuvo 8 respuestas correctas y 2 medio correctas:

Las últimas mencionan que:

“Es una alteración del tiempo, que nos lleva ya sea al pasado o futuro”.

“Que el tiempo va lento en el espacio”.

En estas dos aseveraciones los alumnos nunca señalan que el tiempo se dilata a medida que un cuerpo se mueve a velocidades cada vez más próximas a la de la luz.

En la primera respuesta, el viaje hacia el pasado no es posible realizarlo físicamente.

- ◇ La pregunta 12 tuvo 5.5 aciertos en el examen diagnóstico y 11.5 en el examen final.

Esta pregunta respecto a la desviación gravitacional de la luz tuvo 10 respuestas acertadas y 3 medio correctas.

Los estudiantes afirman:

“Que existe un campo de gravitación enormemente fuerte”.

“Cuando un objeto de gran masa se posa en la luz ésta se desvía por la gran cantidad de energía en ésta”.

Una estudiante puso lo siguiente:

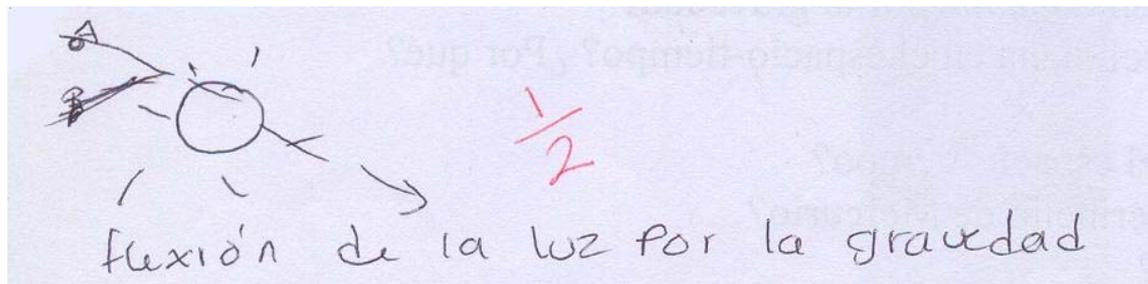


Figura 4.1 Dibujo de la desviación gravitacional de la luz elaborado por una alumna.

La primera respuesta menciona la causa que ocasiona la desviación de la luz pero no alude al efecto, es decir, a la desviación lumínica propiamente dicha.

La segunda contestación sugiere que el alumno se refiere al campo gravitacional de un cuerpo masivo que desvía la luz, es decir, confunde la energía con el campo gravitacional y la redacción no es clara.

La tercera respuesta es puramente pictórica, a través de un dibujo en el que la alumna plasma el concepto de desviación gravitacional de la luz, pero sin explicarlo con palabras.

Es preciso comparar esta respuesta con la de otro alumno que dice:

“Cualquier cuerpo celeste posee campo gravitacional, por lo tanto puede atraer a la luz debido a su desviación relativista”.

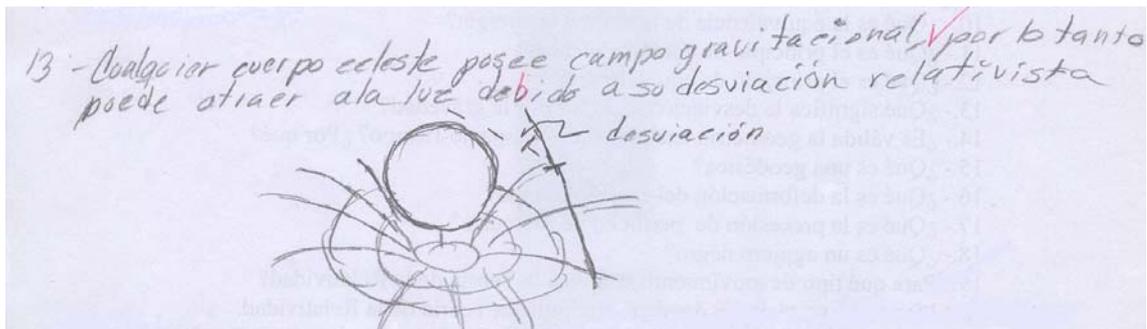


Figura 4.2 Otro dibujo de la desviación gravitacional de la luz elaborado por un alumno.

La cual constituye una mejor contestación aunque la redacción tampoco es totalmente clara, puesto que debe especificar que la desviación de la luz se debe al campo gravitatorio del cuerpo celeste. Sin embargo, observando el dibujo da a entender que el cuerpo masivo también distorsiona el espacio-tiempo lo cual provoca la desviación luminosa.

- ◇ La pregunta 15 tuvo 0.5 aciertos en el examen diagnóstico contra 6.5 en el examen final.

La pregunta 15 que concierne a la validez de la geometría euclidiana en el espacio-tiempo tuvo 4 respuestas correctas y 5 parcialmente acertadas.

Las contestaciones correctas son del tipo:

“No, porque la geometría euclidiana es plana y la del espacio-tiempo es curva”.

Las respuestas parcialmente acertadas son del estilo:

“No, porque ningún cuerpo en el espacio es plano o tiene lados planos”.

Los aprendices señalan que no es válida la geometría euclidiana en el espacio-tiempo, pero no justifican adecuadamente su respuesta. No mencionan que la geometría euclidiana se usa en espacios planos (o bidimensionales) y al intentar aplicarla al espacio-tiempo (de 4 dimensiones) ya no se cumplen algunas propiedades de esta geometría, como el paralelismo de dos líneas rectas y la suma de los ángulos internos de un triángulo.

- ◇ La pregunta 19 tuvo 0 aciertos en el examen diagnóstico contra 5 en el examen final.

Las respuestas correctas son del tipo:

La Teoría de la Relatividad se aplica *“para movimientos muy rápidos, con velocidades cercanas a la de la luz”.*

Se puede apreciar que indican de manera explícita el factor principal que es la gran velocidad de los objetos, muy cercana a “*c*”.

- ◇ La pregunta 10 tuvo 3.5 respuestas acertadas en el examen diagnóstico contra 7 en el examen final.

Esta pregunta versa sobre la equivalencia entre la masa y la energía y tuvo 6 contestaciones correctas y 2 parcialmente acertadas.

Las respuestas parcialmente correctas son del tipo:

“Son las propiedades de la materia, en la cual éstas son iguales entre sí”.

“Unidades que se pueden llamar iguales”.

Aunque las respuestas apuntan a la esencia de la materia y la energía que es la misma, es decir, son dos aspectos de una entidad más fundamental, no llegan a especificar la equivalencia entre la materia y la energía a través de la famosa fórmula $E = mc^2$.

- ◇ La pregunta 20 tuvo 5 contestaciones correctas en el examen diagnóstico contra 8.5 en el examen final.

Esta pregunta solicita un ejemplo en el que se verifique la Teoría de la Relatividad y tuvo 8 aciertos y una respuesta parcialmente correcta, la cual es:

“En el viaje espacial”.

Aquí el estudiante no especifica qué clase de fenómeno ocurre en un viaje espacial, por lo que resulta incompleta, considerando el hecho de que, en efecto, en un viaje espacial es factible verificar la dilatación del tiempo, entre otros fenómenos relativistas.

- ◇ La pregunta 11 tuvo 0 respuestas acertadas en el examen diagnóstico y 3 en el examen final.

En esta pregunta que indaga sobre el principio de equivalencia, cabe mencionar que dos alumnos confundieron este principio con la equivalencia entre la materia y la energía. El término *“equivalencia”* confunde a los estudiantes.

Una respuesta correcta indica que:

“Las fuerzas gravitacionales y las de aceleración son equivalentes entre sí”.

Aunque menciona únicamente la fuerza, en el fondo apunta a que las mediciones realizadas en 2 sistemas de referencia: uno acelerado y el otro sujeto a un campo gravitacional uniforme, son equivalentes entre sí.

- ◇ La pregunta 4 tuvo 0 contestaciones correctas en el examen diagnóstico y 2 en el examen final.

Esta pregunta que alude al experimento de Michelson-Morley.

Las respuestas correctas son:

“Dispararon un haz de luz en diferentes direcciones para observar si en la dirección del movimiento de rotación de la Tierra se movía más rápido, pero resultaron de iguales velocidades, con lo que se desechó la creencia de la existencia del éter”.

“Consistía en una serie de espejos que rebotaban la luz, ellos querían constatar que existía el éter, pero en vez de eso calcularon la velocidad de la luz”.

Se debe hacer notar que algunos estudiantes confundieron el experimento de Michelson-Morley con el principio de equivalencia y con la desviación gravitacional de la luz.

- ◇ La pregunta 6 tuvo 10 contestaciones correctas en el examen diagnóstico inicial y 12 en el examen final.

Respecto a los eventos simultáneos, una respuesta errónea fue:

“Fenómenos que suceden en el mismo espacio tiempo”.

Aquí el alumno no señala que los fenómenos ocurran al mismo tiempo.

- ◇ La pregunta 9 tuvo 7 respuestas acertadas en el examen diagnóstico contra 8.5 en el examen final.

Esta pregunta que se refiere al concepto de la contracción de la longitud, tuvo 7 contestaciones correctas y 3 parcialmente correctas:

$$“L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}”$$

“Ésta es cuando un cuerpo en el espacio se mueve con una aceleración y la distancia se hace relativamente ‘más pequeña’.

En la primera respuesta, el alumno escribe correctamente la fórmula de la contracción de la longitud, pero no la explica.

En la segunda respuesta, le falta mencionar al aprendiz que la contracción de la longitud ocurre a velocidades muy grandes comparables a la lumínica.

- ◇ La pregunta 16 tuvo 0 contestaciones correctas en el examen diagnóstico en contraste con 1.5 en el examen final.

Esta interrogante que versa sobre la noción de geodésica tuvo la siguiente respuesta parcialmente correcta:

“Es la línea que posee un cuerpo casi esférico para trasladarse de un punto a otro”.

Aquí la redacción no es del todo precisa, en lugar de decir “posee”, el estudiante debe decir “describe”, y además debe especificar que el movimiento del cuerpo se efectúa en el espacio-tiempo.

En algunos alumnos persiste la misma idea de que la geodésica es algo relacionado con la Tierra, no pudo ser cambiada esta idea.

- ◇ La pregunta 17 tuvo 6 respuestas correctas en el examen diagnóstico y 7.5 en el examen final.

Esta pregunta concerniente a la deformación del espacio-tiempo tuvo 5 contestaciones acertadas y 5 parcialmente correctas.

Las respuestas parcialmente acertadas son del tipo:

“Es cuando por un cuerpo muy grande curva el espacio-tiempo”.

En esta contestación no se expresa que la deformación del espacio-tiempo es causada por la masa del cuerpo.

“Es aquella inducida por cuerpos celestes sobre la tela negra espacio-tiempo”.

Aunque la analogía del espacio-tiempo con la tela negra es útil, el estudiante no comprendió que únicamente es una similitud con el espacio-tiempo y que además es limitada, ya que no lo representa completamente puesto que se trata de un espacio de sólo 2 dimensiones espaciales.

Otras contestaciones parcialmente correctas relacionan la deformación espacio-temporal con un agujero negro o un cuerpo masivo, pero no indican que es la masa de estos objetos celestes la que causa dicha deformación.

- ◇ La pregunta 14 tuvo 0 respuestas correctas en el examen diagnóstico y 0.5 en el examen final, fue la pregunta que casi ningún alumno pudo contestar acertadamente. Lo cual es una indicación de la gran dificultad que presenta para ser entendida y aprendida por los alumnos.
- ◇ La pregunta 18 tuvo 14.5 respuestas correctas en el examen diagnóstico contra 15 en el examen final.

Esta pregunta fue la que tuvo el mayor número de aciertos. Lo que refleja la gran popularidad del agujero negro entre los estudiantes.

- ◇ La pregunta 2 no tuvo ningún cambio, permaneció con las mismas 6,5 respuestas correctas.
- ◇ La pregunta 1 tuvo 10 contestaciones acertadas en el examen diagnóstico contra 9 en el examen final, es decir, sucedió una disminución de un acierto. Sin embargo, fue la cuarta respuesta mejor contestada, al igual que las preguntas 5 y 8.
- ◇ La pregunta 7 tuvo 5 respuestas correctas en el examen diagnóstico en contraste con 2 en el examen final, o sea, en este caso ocurrió un decremento de 3 aciertos.

Es la pregunta que mayor número de respuestas erróneas tuvo, lo que es un indicio de la enorme complejidad y dificultad para ser aprendido el concepto de espacio-tiempo.

4.3 Ciclo escolar 2006-2007

Se realizaron cuatro exámenes: un diagnóstico, un final, y dos intermedios de monitoreo con el grupo del ciclo escolar 2006-2007.

El examen diagnóstico se elaboró con el fin de conocer las ideas previas acerca del tema que tienen los alumnos y es el siguiente:

4.3.1 Examen diagnóstico del ciclo escolar 2006-2007

ASTRONOMÍA

EXAMEN DIAGNÓSTICO

Nombre: _____ Grupo: _____

Fecha: _____.

Instrucciones:

Contesta cada pregunta con letra legible.

Tiempo estimado: 50 minutos.

PREGUNTAS

- 1.- Describe alguna teoría del origen del Universo.
- 2.- ¿El tiempo y el espacio existen independientemente del Universo?
- 3.- Da una descripción del tiempo.
- 4.- ¿Qué es un espacio de una dimensión?
- 5.- Da dos ejemplos de un espacio de una dimensión.
- 6.- ¿Qué es un espacio de dos dimensiones?
- 7.- Da dos ejemplos de un espacio de dos dimensiones.
- 8.- ¿Qué es un espacio de tres dimensiones?
- 9.- Escribe dos ejemplos de un espacio de tres dimensiones.
- 10.- ¿Cuántas dimensiones tiene el mundo en que vivimos?
- 11.- ¿Según Einstein qué orden de dimensión representa el tiempo en el mundo real?
- 12.- ¿Qué dicen los postulados de Euclides acerca de las líneas paralelas y de la suma de los ángulos interiores de un triángulo?
- 13.- ¿Qué dicen los postulados de la teoría de la relatividad especial?
- 14.- ¿Cómo se llama la geometría que se usa en la teoría de la relatividad general?
- 15.- ¿Qué es una geodésica?
- 16.- ¿Según Einstein a qué se debe la atracción gravitacional de los cuerpos?
- 17.- ¿Qué es la desviación gravitacional de la luz?
- 18.- ¿Se ha comprobado alguna vez la desviación gravitacional de la luz?
- 19.- ¿Cómo es el espacio-tiempo alrededor de un agujero negro?
- 20.- ¿Qué es el corrimiento al rojo gravitacional?

El examen diagnóstico se aplicó a 15 estudiantes y los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 4.5.

Pregunta	Respuestas Acertadas	Respuestas Erróneas	No saben
1	14	0	1
2	9	6	0
3	9	6	0
4	3.5	7.5	4
5	3	8	4
6	5	8	2
7	5	4	6
8	8	5	2
9	10	2	3
10	8	7	0
11	9	3	3
12	4	2	9
13	0	3	12
14	0	3	12
15	0	3	12
16	0.5	4.5	10
17	1	4	10
18	2	1	12
19	3.5	1.5	10
20	0	1	14

Tabla 4.5. Resultados del examen diagnóstico del ciclo escolar 2006-2007.

4.3.2 Interpretación de las concepciones previas de la TGR detectadas en los alumnos del ciclo 2006-2007.

El estudio de los resultados, muestra la siguiente información:

- Respecto al origen del Universo, los estudiantes mencionan que:
“Hay varias teorías acerca del origen del universo, la más aceptada es el Big Bang, la cual dice que toda clase de materia se encontraba en un punto del universo y llegó a un punto en el que estalló y se creó el universo (los planetas, estrellas, constelaciones, etc.)”.
Este concepto es correcto. Fue la pregunta mejor contestada, ya que tuvo el mayor número de aciertos.
- En referencia a si ¿El tiempo y el espacio existen independientemente del Universo?, los alumnos consideran que:
“Sí”. Esta idea previa además de estar equivocada carece de argumento.
“Son dependientes del universo”. Esta concepción es correcta y sugiere que el tiempo y el espacio nacieron junto con el universo.
- En lo concerniente a la naturaleza del tiempo, los alumnos estiman:
“Que es relativo, es una medida”. Este concepto es correcto a medias porque no especifica qué cosa mide el tiempo.
“La distancia que tarda en desplazarse un cuerpo”. En esta idea previa existe una grave confusión entre la distancia y el tiempo, muestra lagunas acerca del concepto elemental del tiempo.
“Que es una unidad”. En esta concepción previa existe una confusión entre lo que significa unidad y magnitud.
“Magnitud, en la cual nos expresa la tardanza de algo realizado, es la cuarta dimensión”. El concepto es correcto, aunque debería decir “duración” en vez de “tardanza”.
- Un espacio de una dimensión es:
“Un cuerpo que sólo ocupa un lugar”. En esta idea previa se confunde la propiedad general de los cuerpos de ocupar un lugar en el espacio (volumen) con la naturaleza de un espacio de una dimensión.
“Son los objetos que podemos observar una cara o un lado, sin ver el ancho y el volumen”. La concepción previa es incorrecta, porque considera la cara o el lado de un objeto, y por tanto, se habla de un cuerpo de dos dimensiones y de un volumen, que es un espacio de tres dimensiones.
- Respecto a los dos ejemplos de un espacio de una dimensión, los estudiantes mencionan:
“Un punto”. Esta idea alternativa ignora que el punto tiene dimensión cero.
“Un cuerpo que hace movimientos”. Esta concepción previa es errónea, porque ignora que el cuerpo es tridimensional.

“La cara de una hoja en blanco y una línea recta”. El concepto es correcto a medias debido a que la hoja en blanco es bidimensional.

“Una fotografía y una pintura”. La idea previa está equivocada, porque no reconoce que los objetos citados tienen dos dimensiones (considerando despreciable su grosor).

- Un espacio de dos dimensiones:

“Es un espacio donde hay dos tiempos distintos”. La concepción previa es errónea, el tiempo es único (considerando objetos que viajen a velocidades muy lejanas de la velocidad de la luz).

“Respecto al plano cartesiano son ‘x’ y ‘y’”. Esta idea alternativa, en sentido estricto, es errónea porque “x” y “y” son las coordenadas de un punto de dimensión cero, y el objeto bidimensional es el plano cartesiano y toda superficie que se encuentre en él.

“Dos líneas”. Lo cual es una concepción previa errónea, pues cada línea tiene sólo una dimensión.

- En lo concerniente a dar dos ejemplos de un espacio de dos dimensiones:

“Un cuadrado, un rectángulo”. Este ejemplo es correcto.

“Una línea”. Este ejemplo está equivocado, ya que la línea tiene sólo una dimensión.

“Figuras geométricas”. Este ejemplo es ambiguo porque no especifica de cuáles figuras geométricas se trata.

- Un espacio de tres dimensiones:

“Es donde encontramos objetos que en el plano serían x, y, y z”. En esta idea previa nuevamente existe confusión entre puntos (x,y,z) (de dimensión cero) representados en el espacio y cuerpos que se encuentran en el espacio tridimensional.

“Nosotros en el universo”. Este ejemplo es erróneo, porque nosotros vivimos en un espacio tetradimensional.

“Donde existe el largo, ancho y altura de un cuerpo (volumen)”. Lo cual es un concepto correcto.

- En lo referente a dar dos ejemplos de un espacio de tres dimensiones, los alumnos expresan:

“Una goma, un lápiz”.

“Una pelota, un ser humano”.

“Un cubo, una esfera”.

Estos son ejemplos correctos.

“El mundo en que vivimos”. Este ejemplo es erróneo debido a que nosotros vivimos en un mundo tetradimensional, tomando en cuenta el tiempo, según la Teoría de la Relatividad.

- Concerniente a la pregunta: ¿Cuántas dimensiones tiene el mundo en que vivimos?

“Tres dimensiones”. Lo cual es una idea alternativa errónea, falta considerar una dimensión más: el tiempo

“Una dimensión”. Lo cual, también es una concepción previa alejada de la teoría relativista.

- Respecto a la cuestión de ¿Cuál dimensión representa el tiempo en el mundo real?, se encontró lo siguiente:

“Una dimensión”. Es una idea alternativa incorrecta porque no menciona de cuál dimensión se trata.

“La cuarta, pero no es visible, ni tangible”. Lo cual es un concepto correcto.

- En cuanto a mencionar los postulados de Euclides referentes a las líneas paralelas y a la suma de los ángulos interiores de un triángulo, se observó:

“Que son líneas curvas, no rectas”. Lo cual es una concepción previa en la que se confunde la geometría euclidiana con otra geometría que no es euclidiana.

“Que las líneas paralelas nunca se intersectan en ningún punto, que la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo siempre va a ser 180°”. Lo cual es un concepto correcto.

- ¿Qué dicen los postulados de la teoría de la relatividad especial?

“Que la relatividad depende de cada persona”. Esta concepción previa está equivocada porque la relatividad no depende de cada persona sino está vinculada al marco de referencia que se use.

“Que el tiempo es relativo, pues en el espacio cambia tomando en cuenta la distancia y la energía”. Esta idea alternativa es errónea, debido a que el tiempo depende de la velocidad a la que un objeto se mueva y no de la distancia y la energía.

“Depende del punto en que lo veas”. Esta es una concepción alternativa equivocada, únicamente alude al concepto de relatividad, si se considera el punto como un sistema de referencia.

Ninguna de estas ideas previas menciona los postulados de la TER (Teoría Especial de la Relatividad).

- La geometría que se usa en la teoría de la relatividad general se llama:

“Geometría Analítica”. Esta concepción previa está equivocada.

- Una geodésica es:

“Centro de gravedad de la Tierra”.

“Es lo relativo a la Tierra”.

“Es geo, Tierra, déstica, creo que es 10 o algo que ver con las dimensiones, o imán”.

Las tres son ideas previas alejadas del significado de una geodésica. La palabra “geo” la relaciona el alumno con la palabra “Tierra”.

- La atracción gravitacional de los cuerpos se debe, según Einstein:
 - *“A la masa de los cuerpos”*. Aunque es un concepto correcto, es incompleto porque falta decir que la masa ocasiona una deformación del espacio-tiempo que actúa como campo gravitacional.
 - *“A la energía”*.
 - *“A los electrones, neutrones y protones de los cuerpos”*
 - *“Al campo magnético que poseen”*

Todas estas son concepciones previas que no describen la fuente que produce la atracción gravitacional de los cuerpos.

- La desviación gravitacional de la luz:
 - *“Es cuando la luz es desviada por el magnetismo de un cuerpo (Tierra)”*
 - *“La fuerza gravitacional de la Tierra, junto a las capas atmosféricas de la Tierra, ‘distorsionan’ la luz.”*

Estas ideas previas están equivocadas porque la desviación de la luz no es producida por el magnetismo de un cuerpo y la distorsión de la luz al llegar a la Tierra, ocasionada por la dispersión y refracción que ocurre en las capas atmosféricas es otro fenómeno diferente. Existe confusión entre este fenómeno y la desviación gravitacional de la luz.

 - *“Se comprobó en un eclipse solar”*. Esta concepción alternativa es acertada, aunque falta precisar que se trató de un eclipse solar total.

- Un agujero negro:
 - *“Es una dimensión desconocida”*. La idea alternativa tiene la apariencia de ser fantástica o provenir de la ciencia ficción.
 - *“Existen dos teorías, un agujero podría ser la puerta para poder viajar en el tiempo, la otra es que viajemos a un universo paralelo al nuestro”*. La concepción previa define a un agujero de gusano y no al espacio-tiempo que está alrededor de un hoyo negro.
 - *“Se va curvando como un embudo”*. Lo cual es un concepto correcto.

- El corrimiento al rojo gravitacional es:
 - *“Supuestamente tiene que ver con la temperatura y la distancia a la que se encuentra”* Esta idea previa muestra que el alumno no tiene ni la más remota idea de lo que se le pregunta.

Se realizó un examen intermedio, para monitorear el avance en el aprendizaje que habían logrado los estudiantes.

El examen fue realizado por 17 alumnos.

El examen es el siguiente:

ASTRONOMÍA

EXAMEN DE MONITOREO 1

Nombre: _____ Grupo: _____
Fecha: _____.

Instrucciones:

Contesta cada pregunta con letra legible.

Tiempo estimado: 50 minutos:

PREGUNTAS

- 1.- Se requiere tiempo para que la luz vaya de un punto a otro, siguiendo una trayectoria. Si esa trayectoria se ve más larga debido al movimiento, ¿qué sucede con el tiempo que tarda la luz en recorrer esa trayectoria más larga?
- 2.- ¿A qué se llama “dilatación del tiempo”?
- 3.- ¿Cuál es la expresión matemática del factor γ (gamma) de Lorentz?
- 4.- ¿Cómo difieren las mediciones del tiempo para eventos en un marco de referencia que se mueve al 50% de la rapidez de la luz en relación con nosotros?
- 5.- ¿Cómo difieren las mediciones del tiempo para eventos en un marco de referencia que se mueve al 99.5% de la rapidez de la luz en relación con nosotros?
- 6.- Si vemos que el reloj de alguien se atrasa debido al movimiento relativo, ¿verá él que también nuestros relojes se atrasan? ¿O verá que nuestros relojes se adelantan?
- 7.- ¿Cuál es la prueba experimental de la dilatación del tiempo?
- 8.- ¿Qué longitud parecería tener una regla de un metro si se moviera como una jabalina bien lanzada, pero al 99.5% de la rapidez de la luz?
- 9.- ¿Qué longitud parecería tener la regla de un metro de la pregunta anterior si se moviera con su longitud perpendicular a la dirección de su movimiento? ¿Por qué es distinta tu respuesta de la respuesta anterior?
- 10.- Si estuvieras viajando en un cohete con gran rapidez, ¿te parecerían contraídas las reglas de un metro a bordo? Defiende tu respuesta.

Los resultados del examen de monitoreo 1, del ciclo escolar 2006-2007, se muestran en la tabla 4.6.

Pregunta	Respuestas Acertadas	Respuestas Erróneas	No saben
1	8	7	2
2	8	7	2
3	3.5	2.5	11
4	1.25	14.75	1
5	1.5	13.5	2
6	4.5	11.5	1
7	1	15	1
8	4.25	9.75	3
9	1	9	7
10	7.5	7.5	2

Tabla 4.6 Resultados del examen de monitoreo 1, del ciclo escolar 2006-2007.

El estudio de los resultados, muestra la siguiente información:

- ◇ Se requiere tiempo para que la luz vaya de un punto a otro, siguiendo una trayectoria. Si esa trayectoria se ve más larga debido al movimiento, ¿qué sucede con el tiempo que tarda la luz en recorrer esa trayectoria más larga?

“La luz siempre va a la misma velocidad por lo que aunque la trayectoria parezca más larga por el movimiento, la luz la recorre en la misma velocidad y en la distancia real”. El alumno no dice nada respecto al tiempo, no toma en cuenta realmente, la constancia de la velocidad de la luz, si la trayectoria se ve más larga, entonces el tiempo también se alarga o “dilata” para conservar el valor constante de la velocidad lumínica.

“El tiempo va a ser el mismo”. Lo cual es incorrecto.

“El tiempo es más corto”. Esta idea es incorrecta. Quizá confunde la dilatación del tiempo con la contracción de la longitud.

“Es mucho más rápido el tiempo”. Esta concepción es equivocada.

“Transcurre más lentamente”

“Se dilata”

Los dos últimos conceptos son correctos.

- ◇ La dilatación del tiempo es:

“La dilatación del tiempo, es la reducción del tiempo debido a la velocidad que lleva (mientras más velocidad más se reduce el tiempo)”. El estudiante usa el término “reducción” como sinónimo de la palabra “atraso” o “lento”. Se debe tener cuidado, porque la redacción no es muy clara, la idea es incorrecta.

“Es cuando una cierta trayectoria se ve muy larga debido al movimiento”. La concepción no dice nada acerca del tiempo.

“A la diferencia de tiempo que hay entre la Tierra y el universo, que en el universo es más lento”. Esta idea es ambigua, el tiempo depende de la velocidad a la que viaje un cuerpo, si viaja cada vez más rápido, entonces el tiempo se alarga; no se sabe si en el universo, en general, el tiempo transcurre más lentamente.

“Cuando el tiempo que tarda la luz en llegar de un punto a otro es menor”. La concepción es incorrecta.

“Cuando existe una velocidad cercana a la velocidad de la luz, el tiempo pierde dimensión y se frena”. La idea es “rara”, no está claro lo que quiere decir con la expresión ‘pierde dimensión’. Sin embargo, concluye que el tiempo se frena (se detiene). La concepción es correcta a medias.

“Es cuando viajas a grandes velocidades, el tiempo se prolonga y por consecuencia, pasa más lentamente”. Lo cual es un concepto correcto.

- ◇ El factor γ (gamma) de Lorentz es:

“ $\sqrt{1-v^2/c^2}$ ”. Estrictamente hablando la concepción es incorrecta, puesto que el factor de Lorentz γ (gamma) es: $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$.

- ◇ Respecto a la cuestión de ¿cómo difieren las mediciones del tiempo para eventos en un marco de referencia que se mueve al 50% de la rapidez de la luz en relación con nosotros?

Sólo dos estudiantes hicieron correctamente los cálculos aritméticos,

usando la fórmula: $t = \frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ y el resultado es: $t = 0.866t_0$, lo que significa

que el intervalo de tiempo relativista es sólo el 86.6% del intervalo de tiempo propio.

- ◇ En referencia a la pregunta de ¿cómo difieren las mediciones del tiempo para eventos en un marco de referencia que se mueve al 99.5% de la rapidez de la luz en relación con nosotros?

Únicamente un alumno realizó correctamente el cálculo aritmético, usando la fórmula de la dilatación del tiempo, y el resultado es:

$t = 0.0998t_0$, lo que representa que el intervalo de tiempo relativista es únicamente el 9.98% del intervalo de tiempo propio.

- ◇ Si vemos que el reloj de alguien se atrasa debido al movimiento relativo, ¿verá él que también nuestros relojes se atrasan? ¿O verá que nuestros relojes se adelantan?

“Verá que los relojes se adelantan”. Lo cual es una idea equivocada.

“Verá que nuestros relojes se atrasan”. Lo cual es un concepto correcto, puesto que el efecto de la dilatación del tiempo se aprecia en relación a otro sistema referencia.

- ◇ La prueba de la dilatación del tiempo es:

“La paradoja de los gemelos” Pero no se puede considerar estrictamente como prueba seria, puesto que no se ha demostrado experimentalmente.

“En naves espaciales con relojes atómicos dan un viaje y uno se queda en la Tierra, todos los relojes están sincronizados y al regresar se ve la diferencia de tiempo”. Esta idea es correcta a medias, el alumno recuerda aunque no de manera muy precisa el experimento de los relojes atómicos de cesio, uno se queda en tierra y otro es transportado en un jet y viaja alrededor de la Tierra, al regresar se comparan los relojes y se comprueba la dilatación del tiempo.

Ninguna respuesta mencionó el experimento de detección de los muones como prueba fehaciente de la dilatación del tiempo.

- ◇ Respecto al problema de ¿Qué longitud parecería tener una regla de un metro si se moviera como una jabalina bien lanzada, pero al 99.5% de la rapidez de la luz?

Sólo dos estudiantes hicieron correctamente las operaciones aritméticas, usando la fórmula de la contracción de la longitud: $L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$ y el resultado es: $L = 0.099L_0$, es decir, la regla mediría aproximadamente 10 cm.

- ◇ Referente al problema de ¿Qué longitud parecería tener la regla de un metro de la pregunta anterior si se moviera con su longitud perpendicular a la dirección de su movimiento? ¿Por qué es distinta tu respuesta de la respuesta anterior?

“Un metro”. Sólo un alumno respondió de esta manera, aunque no argumentó su respuesta.

- ◇ Si estuvieras viajando en un cohete con gran rapidez, ¿te parecerían contraídas las reglas de un metro a bordo? Defiende tu respuesta.

“Si, porque a la hora de pasar por donde está la regla, por la velocidad y por la distancia se ve más reducida”. Esta idea es errónea, porque el observador y la regla están viajando en el mismo cohete (es decir, en el mismo marco de referencia).

“Si, porque voy en movimiento y la regla no, entonces vería que se contrae la regla”. El alumno no se da cuenta que las reglas también viajan a bordo del cohete junto con el observador. La concepción está equivocada.

“Si, porque con la rapidez del cohete, existe una contracción. Vería todo un poco más pequeño”. En esta idea, el estudiante no reconoce que la contracción de la longitud se observa en otros sistemas de referencia, y que el observador y las reglas están en el mismo sistema de referencia.

“No, porque tendría el mismo marco de referencia de la regla, y por lo tanto, no me percataría de ningún cambio”. Lo cual es un concepto correcto.

Se realizó un segundo examen de monitoreo para indagar el avance en el aprendizaje que habían logrado los estudiantes.

Se realizó el examen a 14 alumnos.

El examen se muestra a continuación:

ASTRONOMÍA

EXAMEN DE MONITOREO 2

Nombre: _____ Grupo: _____
Fecha: _____.

Instrucciones:

Contesta cada pregunta con letra legible.

Tiempo estimado: 50 minutos:

PREGUNTAS

- 1.- ¿Cuál es la diferencia principal entre la teoría especial de la relatividad y la teoría general de la relatividad?
- 2.- En una nave espacial que acelere a g , lejos de la gravedad terrestre, ¿Cómo se compara el movimiento de una pelota dejada caer dentro de la nave con el de una pelota dejada caer en la Tierra?
- 3.- Exactamente, ¿Qué es lo *equivalente* en el principio de equivalencia?
- 4.- ¿Qué efecto tiene una gravitación intensa sobre las mediciones del tiempo?
- 5.- ¿Qué camina más lento, un reloj en el último piso de un gran rascacielos o uno en la puerta de entrada de la calle?
- 6.- ¿Cómo se compara la frecuencia de determinada línea espectral observada en la luz del sol, con la frecuencia de esa raya observada en una fuente sobre la Tierra?
- 7.- Si vemos los eventos que suceden en una estrella que se esté colapsando hasta transformarse en un agujero negro, ¿Vemos que el tiempo transcurre más aprisa o más lento?
- 8.- De todos los planetas ¿Por qué Mercurio es el mejor candidato para encontrar la prueba de la relación entre gravitación y espacio?
- 9.- ¿En qué clase de campo gravitacional son válidas las leyes de Newton?
- 10.- ¿Cómo se llama la geometría que se usa en la teoría de la relatividad general?
- 11.- ¿Qué es una geodésica?

- 12.- ¿Según Einstein a qué se debe la atracción gravitacional de los cuerpos?
 13.- ¿Qué es la desviación gravitacional de la luz?
 14.- ¿Qué es una lente gravitacional?
 15.- ¿Qué son las ondas gravitacionales?

Los resultados del examen de monitoreo 2, del ciclo escolar 2006-2007, se muestran en la tabla 4.7.

Pregunta	Respuestas Acertadas	Respuestas Erróneas	No saben
1	0.5	6.5	7
2	0	13	1
3	0	3	11
4	5	2	7
5	2	10	2
6	1	4	9
7	10	1	3
8	4.5	2.5	7
9	3.5	2.5	8
10	1	1	12
11	4.5	3.5	6
12	0.5	5.5	8
13	8.5	1.5	4
14	0	1	13
15	1	6	7

Tabla 4.7. Resultados del examen de monitoreo 2, del ciclo escolar 2006-2007.

El estudio de los resultados, muestra la siguiente información:

- La diferencia principal entre la teoría especial de la relatividad y la teoría general de la relatividad es:

“Que la especial habla más detalladamente de la relatividad”. Esta concepción es errónea.

“La forma en que se aplica, si en la Tierra o en el espacio, con o sin gravedad”. Esta idea está equivocada.

“Que la teoría general trata sobre la gravedad de los cuerpos muy grandes como las estrellas”. Esto no es necesariamente cierto.

“La teoría general habla de la gravitación intensa respecto de Mercurio, la desviación gravitacional de la luz y el corrimiento al rojo” Este concepto es correcto a medias, porque no menciona explícitamente la diferencia con la relatividad especial.

- En una nave espacial que acelere a g , lejos de la gravedad terrestre, ¿Cómo se compara el movimiento de una pelota dejada caer dentro de la nave con el de una pelota dejada caer en la Tierra?

“La de la nave va a flotar y la de la Tierra va a caer al piso”.

“El movimiento de la pelota de la nave es más lento por la falta de atracción gravitacional, por lo mismo la de la Tierra caerá más rápido”.

En estas ideas los alumnos no están considerando el efecto de la aceleración de la nave.

“Dentro de la nave se va a desviar demasiado hacia un lado, mientras que en la Tierra sólo es una proporción mínima”. El estudiante confunde el principio de equivalencia con la desviación gravitacional de una pelota lanzada horizontalmente.

- Lo *equivalente* en el principio de equivalencia es:

“La relación masa-energía”. Los dos estudiantes que contestaron de esta manera, confundieron la equivalencia masa-energía con el principio de equivalencia.

- En referencia a la cuestión de ¿Qué efecto tiene una gravitación intensa sobre las mediciones del tiempo?

“Lo afecta de modo importante, pues varía, a mayor gravitación el tiempo transcurre más rápido”. Esta idea está equivocada.

“Las retrocede o las avienta”. Esta concepción es ambigua, está mal redactada y no se entiende lo que quiere decir el estudiante.

- Respecto a la pregunta: ¿Qué camina más lento, un reloj en el último piso de un gran rascacielos o uno en la puerta de entrada de la calle?

“El reloj en el último piso de un rascacielos por estar a mayor altura”.

“Los dos caminan a la misma velocidad”.

“Igual porque están en un mismo marco de referencia”

Estas ideas son incorrectas porque no consideran el hecho de que el reloj ubicado en la puerta de la calle está sujeto a un campo gravitacional más intenso que el situado en lo alto del rascacielos.

- En lo concerniente a la cuestión de ¿cómo se compara la frecuencia de determinada línea espectral observada en la luz del sol, con la frecuencia de esa raya observada en una fuente sobre la Tierra?, se encuentra que:

“La frecuencia debería ser la misma ya que la velocidad de la luz es constante”. La concepción es errónea porque sucede una disminución de la frecuencia de la luz solar debido al mayor campo gravitacional del Sol.

“Su frecuencia cambia porque el espectro de los rayos solares es mayor al que se puede observar en la Tierra”. El término “la frecuencia cambia” es correcto, pero incompleto porque no detalla de qué manera cambia. El término “el espectro de los rayos solares es mayor” es erróneo. La idea es correcta a medias.

- Dentro de un agujero negro, ¿Vemos que el tiempo transcurre más aprisa o más lento?

“Más aprisa”. Lo cual es una concepción errónea.

“Vemos que el tiempo transcurre más lento”. Lo cual es un concepto correcto.

Fue la pregunta mejor contestada.

- Acerca de la cuestión de ¿Por qué Mercurio es el mejor candidato para encontrar la prueba de la relación entre gravitación y espacio?, se tiene que:

“Por la cercanía de Mercurio con el Sol”. Esta idea es correcta a medias, porque falta mencionar que está sujeto al campo gravitacional del Sol que es el más intenso del sistema solar.

“Por su cercanía al Sol y su campo gravitacional”. Lo cual es un concepto correcto.

- ¿En qué clase de campo gravitacional son válidas las leyes de Newton?

“En todos sólo que en unos en mayor y menor grado”. Esta concepción está equivocada porque en campos gravitacionales intensos ya no se cumple la teoría newtoniana.

“En el terrestre”. Esta idea es correcta a medias, debido a que excluye a otros campos gravitacionales poco intensos.

“En donde los campos gravitacionales no son tan grandes”. Este concepto es correcto.

- La geometría que se usa en la teoría de la relatividad general se llama:

“Geometría geodésica”. Lo cual es una concepción incorrecta.

“No euclidiana”. La noción es correcta, aunque no especifica que se trata de la geometría de Riemann.

- Una geodésica es:

“Es la deformación angular que sufren los objetos de acuerdo a una ‘expansión’ o una ‘contracción’”. El estudiante confunde la deformación en las magnitudes físicas de los objetos con la deformación del espacio-tiempo.

“Una unidad de tiempo”. Es una concepción incorrecta.

“Líneas que se pueden curvar”. Es una idea vaga, imprecisa.

“Son líneas que marcan sobre la Tierra” Este concepto es medio correcto.

Estas tres últimas ideas no dicen explícitamente que una geodésica es la distancia mínima entre dos puntos en el espacio.

“Línea curva que es la distancia más corta entre dos puntos en el espacio”. Lo cual es un concepto correcto.

“Son las líneas que forman ángulos de un triángulo [cuya suma es] distinta de 180°”. Esta idea es acertada.

- La atracción gravitacional de los cuerpos, según Einstein, se debe a:

“Se debe a la materia oscura, la cual no es palpable pero mantiene juntos a los cuerpos en el espacio”. La concepción no se puede evaluar debido a que no se conoce aún con certeza la naturaleza de la materia oscura, pero se considera incorrecta porque Einstein no consideró esta clase de materia.

“A sus cargas”. Esta idea sugiere la noción de las cargas eléctricas lo que a su vez sugiere la fuerza eléctrica, lo cual está equivocado.

“Porque tenemos masa y por lo tanto tenemos gravedad”. La noción es medio correcta, porque efectivamente la atracción gravitacional de los cuerpos se debe a las masas, pero según Einstein éstas provocan deformaciones en el espacio-tiempo que atraen a los cuerpos, es decir, ya no concibe a la fuerza de atracción gravitacional como gravedad.

- La desviación gravitacional de la luz es:

“El cambio en su trayectoria que sufre la luz debido a la gravedad”. Lo cual es un concepto acertado.

- Una lente gravitacional es:

“Es una lente que capta las ondas gravitacionales”. Lo cual es una concepción incorrecta.

- Las ondas gravitacionales son:

“Es la energía de los cuerpos”.

“El área de atracción”.

“Hasta donde llega la magnitud de una onda en el espacio”.

“Son las ondas que marcan la tendencia y el alcance de la gravedad”.

“La fuerza que ejercen los cuerpos con respecto a otros”.

Todas estas ideas son vagas y equivocadas.

“Son ondas muy débiles y son difíciles de medir, que se dan al chocar o estallar algún objeto [estelar]”. Este concepto es correcto aunque no menciona que es una onda de vibración.

4.3.3 Examen final del ciclo escolar 2006-2007

Al final de la práctica docente se realizó un examen final para medir cualitativamente el avance en el aprendizaje logrado por los alumnos.

El examen fue aplicado a 18 alumnos y es el que se muestra a continuación:

ASTRONOMÍA

EXAMEN FINAL

Nombre: _____ Grupo: _____

Fecha: _____.

Instrucciones:

Contesta cada pregunta marcando la opción correcta.

Tiempo estimado: 30 minutos:

PREGUNTAS

- 1.- ¿Cuántas dimensiones y de qué tipo, tiene el mundo en que vivimos?
a) Dos espaciales y dos temporales. c) Tres espaciales y una temporal.
b) Cuatro espaciales y una temporal. d) Una espacial y cuatro temporales.
- 2.- Si un cuerpo viaja con una velocidad cercana a la de la luz. Un observador externo (OE) aprecia que el tiempo transcurre:
a) Más rápido para el cuerpo viajero. c) Más lento para el cuerpo viajero.
b) Igual para el cuerpo viajero. d) Más rápidamente para él (OE).
- 3.- Si un cuerpo viaja con una velocidad cercana a la de la luz. Un observador externo, aprecia que la longitud del cuerpo viajero, en la dirección de su movimiento es:
a) Más grande. c) Es inalterable.
b) Más pequeña. d) Se alarga y se contrae.
- 4.- La teoría especial de la relatividad estudia el movimiento de los cuerpos en marcos de referencia:
a) Con velocidad constante. c) Con aceleración constante.
b) Con velocidad nula. d) Con aceleración variable.
- 5.- La teoría general de la relatividad estudia el movimiento de los cuerpos en marcos de referencia:
a) Con velocidad constante. c) Con aceleración constante.
b) Con velocidad nula. d) Con aceleración variable.
- 6.- Si se deja caer una pelota en una nave espacial que acelera a g , lejos de la gravedad terrestre, entonces la pelota:
a) Caer con una velocidad de 9.8 m/s . c) Caer con mayor aceleración de g .
b) Caer con una aceleración de 9.8 m/s^2 . d) No caer, flota en la nave.

7.- Lo equivalente en el principio de equivalencia es:

- a) La velocidad y la gravedad.
- b) La velocidad de la luz y la gravedad.
- c) La aceleración y la gravedad.
- d) La rapidez y la gravedad.

8.- ¿Qué ocasiona una gravitación intensa sobre las mediciones del tiempo?

- a) Las detiene.
- b) Las adelanta.
- c) Las atrasa.
- d) Las deja inalteradas.

9.- ¿Cómo se llama la geometría que se usa en la teoría de la relatividad general?

- a) Einsteniana.
- b) Newtoniana.
- c) Euclidiana.
- d) Riemanniana.

10.- Una geodésica es la línea que es la distancia _____ entre dos puntos en el espacio.

- a) Máxima.
- b) Mínima.
- c) Curva.
- d) Recta.

11.- ¿Según Einstein, a qué se debe la atracción gravitacional de los cuerpos?

- a) Al producto de sus masas.
- b) Al cuadrado inverso de sus distancias.
- c) A la curvatura del espacio-tiempo.
- d) Al espacio-tiempo plano.

12.- Según Einstein, un cuerpo masivo distorsiona el espacio-tiempo, formando:

- a) Una elipse.
- b) Una curvatura.
- c) Una roseta.
- d) Un círculo.

13.- La deformación del espacio-tiempo es causada por:

- a) Las geodésicas del espacio-tiempo.
- b) Las aceleraciones de los cuerpos.
- c) Las masas de los cuerpos.
- d) La geometría del espacio-tiempo.

14.- La desviación gravitacional de la luz de una estrella, se observa:

- a) En un eclipse parcial lunar.
- b) En un eclipse total lunar.
- c) En un eclipse parcial solar.
- d) En un eclipse total solar.

15.- Una lente gravitacional esta formada por un cuerpo:

- a) Ligero que corta la luz.
- b) Masivo que retarda la luz.
- c) Ligero que acelera la luz.
- d) Masivo que desvía la luz.

16.- A medida que se acerca un cuerpo a un agujero negro, el tiempo:

- a) Transcurre más rápido.
- b) Transcurre Igual.
- c) Transcurre más lento.
- d) Se detiene al instante.

17.- El perihelio de la órbita de Mercurio es el punto:

- a) Más cercano al Sol.
- b) Más alejado del Sol.
- c) Intermedio al Sol.
- d) Divisor del Sol.

18.- La precesión del perihelio de Mercurio causa que su órbita se mueva, describiendo:

- a) Una elipse.
- b) Una roseta.
- c) Una parábola.
- d) Una hipérbola.

19.- Mercurio es el mejor candidato para probar la relación entre gravitación y espacio por:

- a) La menor distancia al Sol.
- b) El mayor campo gravitacional del Sol.
- c) El mayor campo magnético del Sol.
- d) El mayor viento solar.

20.- ¿En qué clase de campo gravitacional son válidas las leyes de Newton?

- a) En el de un agujero negro.
- b) En el de un cuasar.
- c) En el de nuestro Sol.
- d) En el de una supernova.

Los resultados se muestran en la Tabla 4.8. En esta tabla desaparece el rubro “No saben” y es reemplazado por el de “No contestó” al cual se asignan las respuestas que los educandos dejaron en blanco. Para efectos de porcentaje los resultados del rubro “No contestó” se suman a las respuestas erróneas de la pregunta correspondiente.

Pregunta	Respuestas Acertadas	Respuestas Erróneas	No contestó
1	15	3	0
2	14	4	0
3	11	7	0
4	14	4	0
5	12	6	0
6	5	12	1
7	11	7	0
8	12	6	0
9	5	13	0
10	9	9	0
11	9	7	2
12	14	4	0
13	13	5	0
14	16	2	0
15	14	3	1
16	10	8	0
17	18	0	0
18	8	10	0
19	8	9	1
20	8	8	2

**Tabla 4.8. Resultados del examen final del ciclo escolar
2006-2007.**

El estudio de los resultados, arroja la siguiente información:

Al lado derecho de cada opción, se anota entre paréntesis el número de alumnos que la escogieron. La respuesta correcta está indicada con letras negritas.

ASTRONOMÍA

EXAMEN FINAL RESUELTO

- ❖ 1. ¿Cuántas dimensiones y de qué tipo, tiene el mundo en que vivimos?
- a) Dos espaciales y dos temporales. (0) **c) Tres espaciales y una temporal. (15)**
b) Cuatro espaciales y una temporal. (3) d) Una espacial y cuatro temporales. (0)

- ❖ 2. Si un cuerpo viaja con una velocidad cercana a la de la luz. Un observador externo (OE) aprecia que el tiempo transcurre:
- a) Más rápido para el cuerpo viajero. (1) **c) Más lento para el cuerpo viajero.** (14)
 b) Igual para el cuerpo viajero. (3) d) Más rápidamente para él (OE). (0)
- ❖ 3. Si un cuerpo viaja con una velocidad cercana a la de la luz. Un observador externo, aprecia que la longitud del cuerpo viajero, en la dirección de su movimiento es:
- a) Más grande. (7) c) Es inalterable. (0)
b) Más pequeña. (11) d) Se alarga y se contrae. (0)
- ❖ 4. La teoría especial de la relatividad estudia el movimiento de los cuerpos en marcos de referencia:
- a) Con velocidad constante.** (11) c) Con aceleración constante. (4)
 b) Con velocidad nula. (0) d) Con aceleración variable. (3)
- ❖ 5. La teoría general de la relatividad estudia el movimiento de los cuerpos en marcos de referencia:
- a) Con velocidad constante. (4) **c) Con aceleración constante.** (12)
 b) Con velocidad nula. (1) d) Con aceleración variable. (1)
- ❖ 6. Si se deja caer una pelota en una nave espacial que acelera a g , lejos de la gravedad terrestre, entonces la pelota:
- a) Cae con una velocidad de 9.8 m/s. (1) c) Cae con mayor aceleración de g . (0)
b) Cae con una aceleración de 9.8 m/s^2 . (5) d) No cae, flota en la nave. (11)
 No contestó: (1).
- ❖ 7. Lo equivalente en el principio de equivalencia es:
- a) La velocidad y la gravedad. (2) **c) La aceleración y la gravedad.** (11)
 b) La velocidad de la luz y la gravedad. (5) d) La rapidez y la gravedad. (0)
- ❖ 8. ¿Qué ocasiona una gravitación intensa sobre las mediciones del tiempo?
- a) Las detiene. (3) **c) Las atrasa.** (12)
 b) Las adelanta. (3) d) Las deja inalteradas. (0)
- ❖ 9. ¿Cómo se llama la geometría que se usa en la teoría de la relatividad general?
- a) Einsteniana. (2) c) Euclidiana. (9)
 b) Newtoniana. (2) **d) Riemanniana.** (5)
- ❖ 10. Una geodésica es la línea que es la distancia _____ entre dos puntos en el espacio.
- a) Máxima. (2) c) Curva. (6)
b) Mínima. (9) d) Recta. (1)
- ❖ 11. ¿Según Einstein a qué se debe la atracción gravitacional de los cuerpos?
- a) Al producto de sus masas. (6) **c) A la curvatura del espacio-tiempo.** (9)
 b) Al cuadrado inverso de sus distancias. (1) d) Al espacio-tiempo plano. (0)
 No contestó: (2).

- ❖ 12. Según Einstein, un cuerpo masivo distorsiona el espacio-tiempo, formando:
- a) Una elipse. (2) c) Una roseta. (2)
b) Una curvatura. (14) d) Un círculo. (0)
- ❖ 13. La deformación del espacio-tiempo es causada por:
- a) Las geodésicas del espacio-tiempo. (0) **c) Las masas de los cuerpos.** (13)
b) Las aceleraciones de los cuerpos. (2) d) La geometría del espacio-tiempo. (3)
- ❖ 14. La desviación gravitacional de la luz de una estrella, se observa:
- a) En un eclipse parcial lunar. (0) c) En un eclipse parcial solar. (1)
b) En un eclipse total lunar. (1) **d) En un eclipse total solar.** (16)
- ❖ 15. Una lente gravitacional está formada por un cuerpo:
- a) Ligeramente que corta la luz. (0) c) Ligeramente que acelera la luz. (0)
b) Masivo que retarda la luz. (3) **d) Masivo que desvía la luz.** (14)
No contestó: (1).
- ❖ 16. A medida que se acerca un cuerpo a un agujero negro, el tiempo:
- a) Transcurre más rápido. (7) **c) Transcurre más lento.** (10)
b) Transcurre igual. (1) d) Se detiene al instante. (0)
- ❖ 17. El perihelio de la órbita de Mercurio es el punto:
- a) Más cercano al Sol.** (18) c) Intermedio al Sol. (0)
b) Más alejado del Sol. (0) d) Divisor del Sol. (0)
Fue la pregunta mejor contestada.
- ❖ 18. La precesión del perihelio de Mercurio causa que su órbita se mueva, describiendo:
- a) Una elipse. (7) c) Una parábola. (1)
b) Una roseta. (8) d) Una hipérbola. (2)
- ❖ 19. Mercurio es el mejor candidato para probar la relación entre gravitación y espacio por:
- a) La menor distancia al Sol. (9) c) El mayor campo magnético del Sol. (0)
b) El mayor campo gravitacional del Sol. (8) d) El mayor viento solar. (0)
No contestó: (1).
- ❖ 20. ¿En qué clase de campo gravitacional son válidas las leyes de Newton?
- a) En el de un agujero negro. (4) **c) En el de nuestro Sol.** (8)
b) En el de un cuasar. (3) d) En el de una supernova. (1)
No contestó: (2).

4.4 Resultados globales del ciclo escolar 2005-2006.

Los porcentajes se calculan dividiendo el número de alumnos correspondiente al rubro de cada pregunta de las tablas de resultados entre el número total de alumnos que presentaron el examen diagnóstico.

Por ejemplo, en la pregunta 13 que trata del corrimiento gravitacional al rojo, 14 alumnos de un total de 16, desconocen la respuesta, por lo que, $14/16 = 0.875$ lo que significa el 87.5% del total de educandos del grupo.

4.4.1 Resultados del examen diagnóstico del ciclo 2005-2006.

En el examen diagnóstico del ciclo 2005-2006, se observó que:

No saben

- ◇ El 100% del grupo ignora en qué consiste el experimento de Michelson-Morley.
- ◇ El 87.5% de los estudiantes no sabe nada respecto al corrimiento gravitacional al rojo.
- ◇ El 81.3% de los alumnos no sabe lo que es la precesión de Mercurio.
- ◇ El 75% de los aprendices ignora si es válida la geometría euclidiana en el espacio-tiempo.
- ◇ El 68.8% del grupo no sabe qué es un marco de referencia absoluto, así como tampoco conoce qué es el principio de equivalencia.
- ◇ El 62.5% de los estudiantes ignora para qué tipo de movimiento se aplica la Teoría de la Relatividad.
- ◇ El 50% de los aprendices no sabe qué es una geodésica, ni tampoco es capaz de mencionar un ejemplo donde se verifique la Teoría de la Relatividad.

La representación gráfica de los resultados se puede ver en la fig. 4.3.

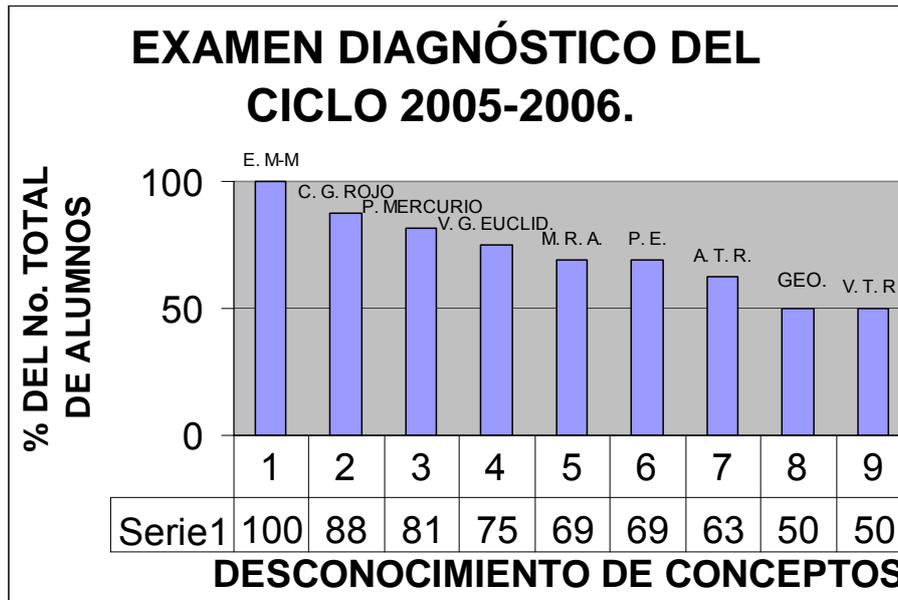


Fig. 4.3 Desconocimiento de conceptos del examen diagnóstico del ciclo escolar 2005-2006.

En la gráfica de la figura 4.3, los conceptos son:

- 1 E.M.M. = El experimento de Michelson-Morley.
- 2 C.G.ROJO = El corrimiento gravitacional al rojo.
- 3 P.MERCURIO = La precesión del perihelio de Mercurio.
- 4 V.G.EUCLID. = Validez de la geometría euclidiana.
- 5 M.R.A. = Marco de referencia absoluto.
- 6 P.E. = Principio de equivalencia.
- 7 A.T.R. = Aplicación de la Teoría de la Relatividad.
- 8 GEO. = Geodésica.
- 9 V.T.R. = Verificación de la Teoría de la Relatividad.

Respuestas erróneas

- El 68.8% del grupo tuvo respuestas erróneas acerca de lo que es el espacio-tiempo.
- El 65.6% de los estudiantes se equivocó en los conceptos de dilatación del tiempo y de la equivalencia de la masa y la energía.
- El 62.5% de los alumnos mencionó de manera equivocada los postulados de la TER.
- El 50% de los educandos respondió erróneamente el concepto de geodésica.
- El 40.6% de los aprendices tuvo respuestas erradas respecto a la desviación de la luz por la gravedad.

La representación gráfica de los resultados se puede ver en la fig. 4.4.

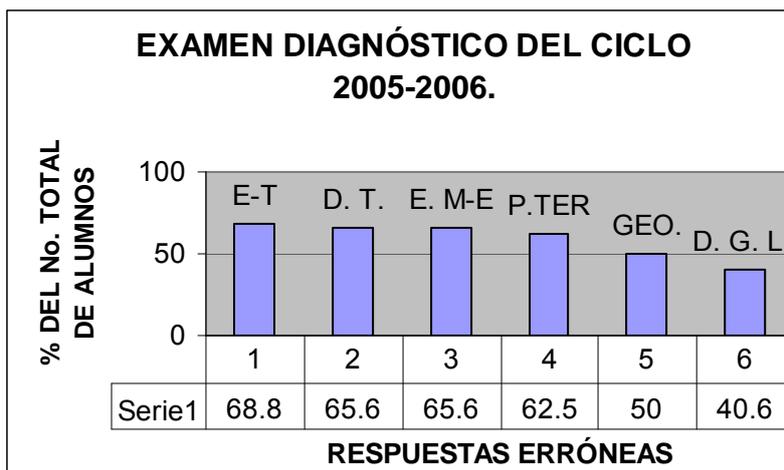


Fig. 4.4 Respuestas erróneas del examen diagnóstico del ciclo escolar 2005-2006.

En la gráfica de la figura 4.4, las respuestas erróneas corresponden a:

- 1 E-T = Espacio-tiempo.
- 2 D.T. = Dilatación del tiempo.
- 3 E. M-E = Equivalencia masa-energía.
- 4 P. TER = Postulados de la TER.
- 5 GEO = Geodésica.
- 6 D.G.L. = Desviación gravitacional de la luz.

Respuestas acertadas

- ❖ El 90.6% de los alumnos sabe lo que es un agujero negro.
- ❖ El 62.5% del grupo sabe lo que es un marco de referencia y también lo que son los eventos simultáneos.
- ❖ El 43.8% de los estudiantes conoce lo que es la contracción de la longitud.
- ❖ El 40.6% de los aprendices conoce lo que es un marco de referencia con movimiento uniforme.

La representación gráfica de los resultados se puede ver en la fig. 4.5.

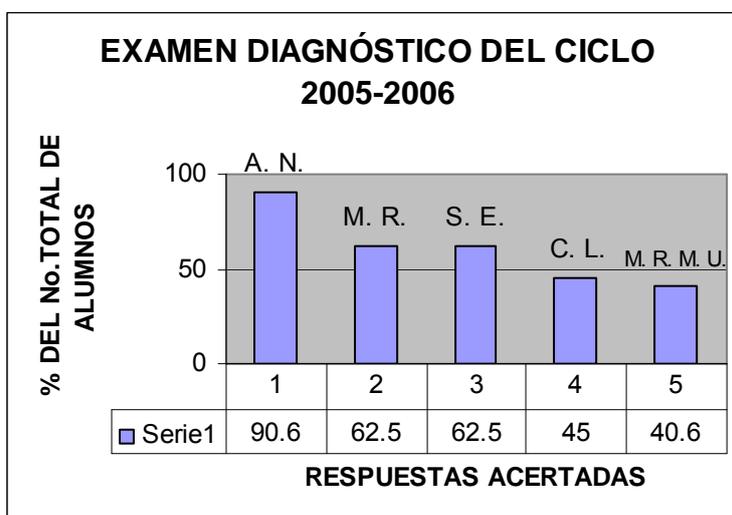


Fig. 4.5 Respuestas acertadas del examen diagnóstico del ciclo escolar 2005-2006.

En la gráfica de la figura 4.5, las respuestas acertadas corresponden a las preguntas de:

- 1 A.N. = Agujero negro.
- 2 M.R. = Marco de referencia.
- 3 S.E. = Simultaneidad de eventos.
- 4 C.L. = Contracción de la longitud.
- 5 M.R.M.U. = Marco de referencia con movimiento uniforme.

4.4.2 Resultados del examen final del ciclo 2005-2006.

En lo concerniente al examen final del ciclo 2005-2006, se observa que:

No saben

- ◇ El 76.5% del grupo no conoce qué es la precesión del perihelio de Mercurio.
- ◇ El 52.9% de los estudiantes no sabe qué es una geodésica.
- ◇ El 47.1% de los alumnos no sabe en qué consiste el experimento de Michelson-Morley.
- ◇ El 41.2% de los aprendices no conoce lo que son los principios de correspondencia ni de equivalencia.

La representación gráfica de los resultados se puede ver en la fig. 4.6.

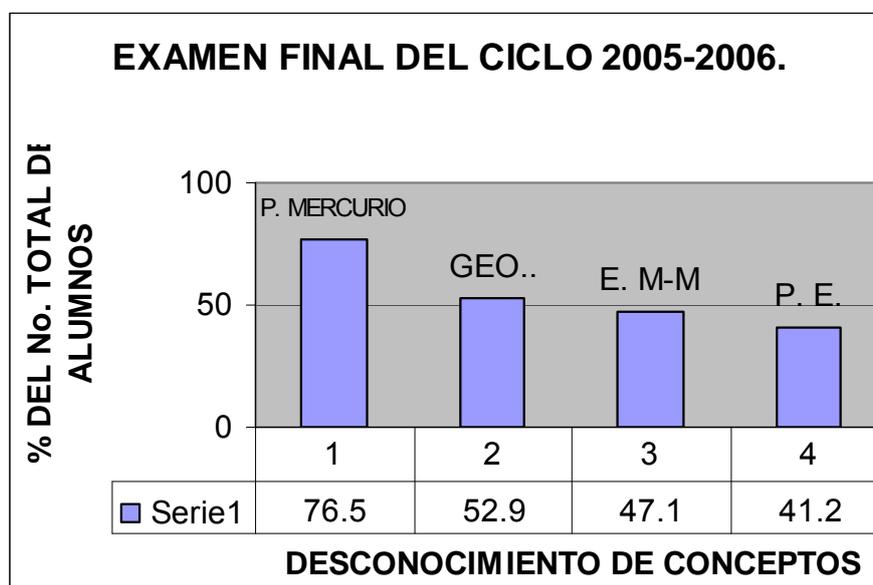


Fig. 4.6 Desconocimiento de conceptos del examen final del ciclo escolar 2005-2006.

En la gráfica de la figura 4.6, los conceptos son:

- 1 P. MERCURIO = La precesión del perihelio de Mercurio.
- 2 GEO = Geodésica.

- 3 E.M-M. =Experimento de Michelson-Morley.
- 4 P.E. = Principio de equivalencia.

Respuestas erróneas

- El 76.5% del grupo tuvo repuestas erróneas acerca de qué es el espacio-tiempo.
- El 64.7% de los estudiantes se equivocó en el tipo de movimiento donde se aplica la Teoría de la Relatividad.
- El 61.8% de los alumnos contestó erróneamente la definición de un marco de referencia con movimiento uniforme.
- El 47.1% de los aprendices tuvo errores en las cuestiones acerca de qué es un marco de referencia, un marco de referencia absoluto y qué es la dilatación del tiempo.
- El 44.1% del grupo contestó equivocadamente las preguntas acerca de la deformación del espacio-tiempo y de la contracción de la longitud.
- El 41.2% de los estudiantes se equivocó en las contestaciones del experimento de Michelson-Morley y de los principios de correspondencia y equivalencia.

La representación gráfica de los resultados se puede ver en la fig. 4.7.

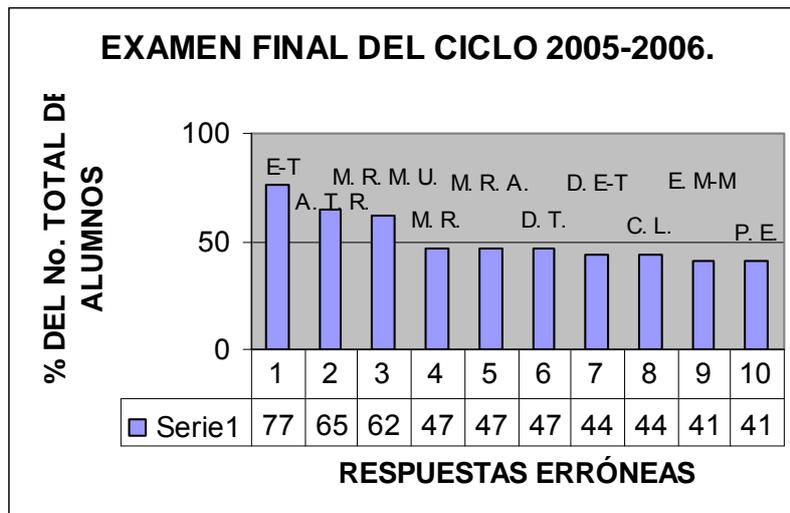


Fig. 4.7 Respuestas erróneas del examen final del ciclo escolar 2005-2006.

En la gráfica de la figura 4.7, las respuestas erróneas corresponden a:

- 1 E-T = Espacio-tiempo.
- 2 A.T.R. = Aplicación de la Teoría de la Relatividad.
- 3 M.R.M.U. = Marco de referencia con movimiento uniforme.
- 4 M.R. = Marco de referencia.
- 5 M.R.A. = Marco de referencia absoluto.
- 6 D.T. = Dilatación del tiempo.
- 7 D. E-T = Deformación del espacio-tiempo.
- 8 C.L. = Contracción de la longitud.

9 E. M-M = Experimento de Michelson-Morley.
 10 P.E. = Principio de equivalencia.

Respuestas acertadas

- El 88.2% del grupo sabe lo que es un agujero negro.
- El 70.6% de los estudiantes conoce lo que son los eventos simultáneos.
- El 67.6% de los alumnos sabe qué es la desviación de la luz por la gravedad.
- El 52.9% de los aprendices conoce lo que son: un marco de referencia, un marco de referencia absoluto, la dilatación del tiempo y los dos postulados de la Teoría Especial de la Relatividad.
- El 50% de los estudiantes sabe qué es la contracción de la longitud y es capaz de proporcionar un ejemplo de verificación de la Teoría de la Relatividad.
- El 44.1% del grupo tiene una idea correcta de la deformación del espacio-tiempo.
- El 41.2% de los alumnos conoce la equivalencia de la masa y la energía.

La representación gráfica de los resultados se puede ver en la fig. 4.8.

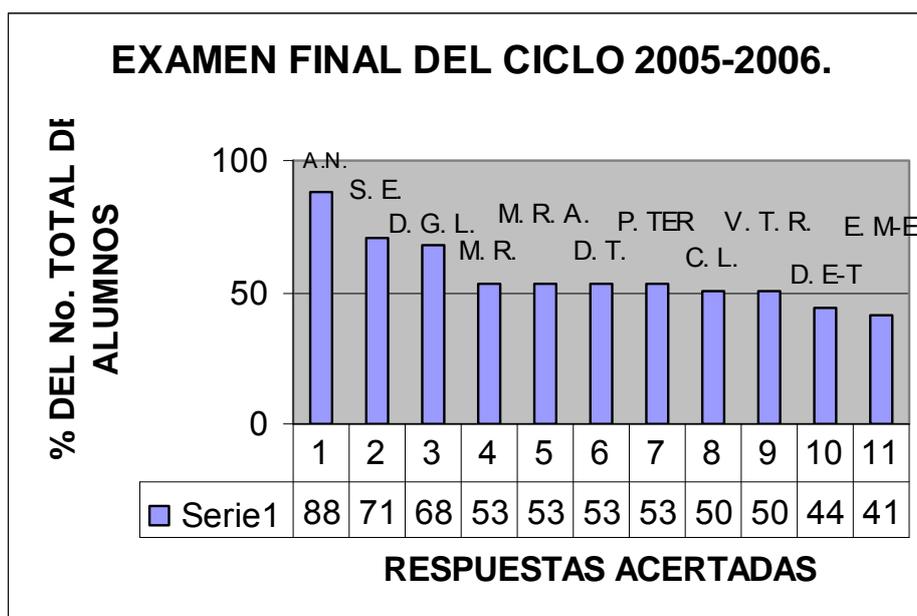


Fig. 4.8 Respuestas acertadas del examen final del ciclo escolar 2005-2006.

En la gráfica de la figura 4.8, las respuestas acertadas conciernen a:

- 1 A.N. = Agujero negro.
- 2 S.E. = Simultaneidad de eventos.
- 3 D.G.L. = Desviación gravitacional de la luz.
- 4 M.R. = Marco de referencia.
- 5 M.R.A. = Marco de referencia absoluto.
- 6 D.T. = Dilatación del tiempo.
- 7 P. TER = Postulados de la TER.
- 8 C.L. = Contracción de la longitud.

- 9 V.T.R. = Verificación de la Teoría de la Relatividad.
- 10 D. E-T = Deformación del espacio-tiempo.
- 11 E. M-E = Equivalencia de la masa y la energía.

4.4.3 Aspectos generales detectados en el ciclo escolar 2005-2006.

Captura conceptual

De modo general, podemos señalar que lograron una captura conceptual:

- ❖ El 52.9% de los alumnos, en relación a la noción de marco de referencia absoluto. La diferencia de los alumnos que desconocían esta noción (11) en el examen diagnóstico (ED) y el número de educandos que contestó acertadamente esta pregunta (9) en el examen final (EF), es de 2 alumnos, lo que representa un porcentaje de $2/17 = 0.1176 \approx 11.8\%$ de avance.
- ❖ El 52.9% de los estudiantes, respecto a los dos postulados de la TER, es decir, se incrementó el porcentaje de conocimiento del 3.1% al 52.9%.
- ❖ El 38.2% de los alumnos, en referencia al campo de validez de la geometría euclidiana. Se logró disminuir el porcentaje de desconocimiento de los aprendices de un 75% hasta un 23.5%, lo que representa un avance del 47%.
- ❖ El 29.4% referente al tipo de movimiento donde se aplica la Teoría de la Relatividad.
- ❖ El 17.6% del grupo, en relación al principio de equivalencia.
- ❖ El 11.8% de los alumnos, respecto del experimento de Michelson-Morley.
- ❖ El 8.8% de los estudiantes, respecto de la noción de una geodésica.
- ❖ El 2.9% de los aprendices, en relación a la precesión del perihelio de Mercurio.

La representación gráfica de los resultados se puede ver en la fig. 4.9.

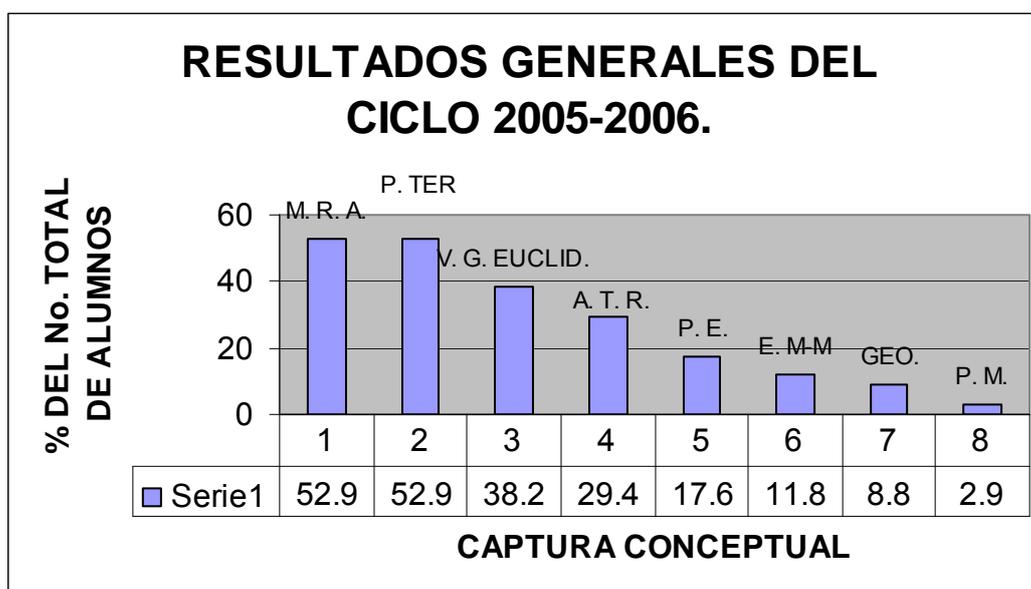


Fig. 4.9 Resultados generales de captura conceptual del ciclo escolar 2005-2006.

En la gráfica de la figura 4.9, los resultados conciernen a:

- 1 M.R.A. = Marco de referencia absoluto.
- 2 P. TER = Postulados de la TER.
- 3 V.G. EUCLID = Validez de la geometría euclidiana.
- 4 A.T.R. = Aplicación de la Teoría de la Relatividad.
- 5 P.E. = Principio de equivalencia.
- 6 E. M-M = Experimento de Michelson-Morley.
- 7 GEO. = Geodésica.
- 8 P.M. = Precesión del perihelio de Mercurio.

Incremento de captura conceptual

Aumentó el porcentaje de captura conceptual de:

- ❖ Los eventos simultáneos de un 62.5% a un 70.6%.
- ❖ La desviación gravitacional de la luz de un 34.4% a un 67.6%
- ❖ La noción de la dilatación del tiempo de un 15.6% a un 52.9%.
- ❖ La contracción de la longitud de un 43.8% a un 50%.
- ❖ Mención de un ejemplo en donde se verifica la Teoría de la Relatividad, de un 31.3% a un 50%.
- ❖ La deformación del espacio-tiempo de un 37.5% a un 44.1%.
- ❖ La equivalencia de la masa y la energía de un 21.9% a un 41.1%.

La representación gráfica de los resultados se puede ver en la fig. 4.10.

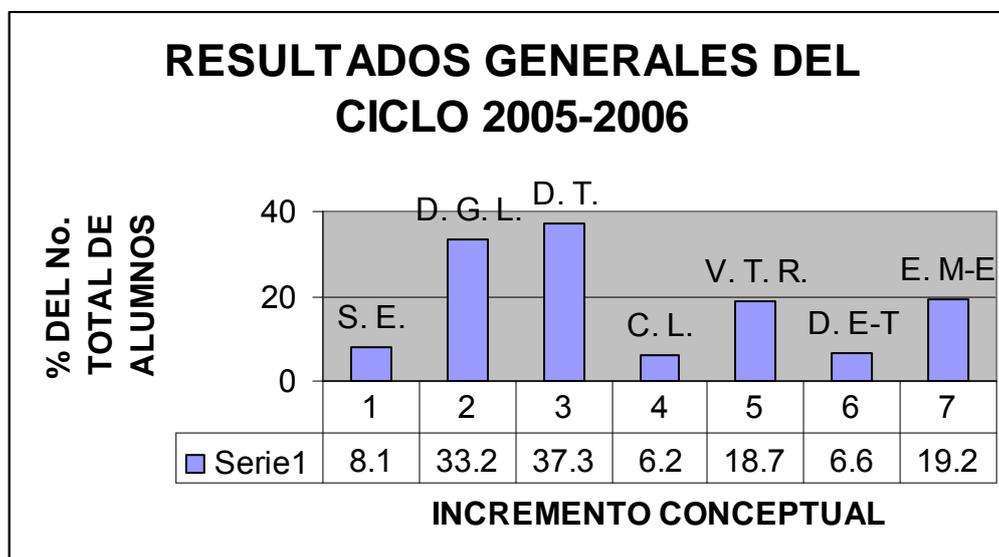


Fig. 4.10 Resultados generales de incremento conceptual del ciclo escolar 2005-2006.

En la gráfica de la figura 4.10, los resultados conciernen a:

- 1 S.E = Simultaneidad de eventos.
- 2 D.G.L. = Desviación gravitacional de la luz.
- 3 D.T. = Dilatación del tiempo.
- 4 C.L. = Contracción de la longitud.

5 V.T.R. = Verificación de la Teoría de la Relatividad.

6 D.E-T = Deformación del espacio-tiempo.

7 E. M-E = Equivalencia de la masa y la energía.

Decremento de captura conceptual

En los tópicos en donde se registró una disminución del porcentaje de captura conceptual fue en:

- ◇ La noción del marco de referencia, del 62.5% al 52.9%
- ◇ El concepto de espacio-tiempo, del 31.3% al 11.8%
- ◇ La idea de agujero negro, del 90.6% al 88.2%.

Tomando en cuenta el hecho de que faltó un alumno de realizar el examen diagnóstico inicial, se considera que la concepción previa del agujero negro permanece constante, es decir, no hubo captura conceptual.

La representación gráfica de los resultados se puede ver en la fig. 4.11.

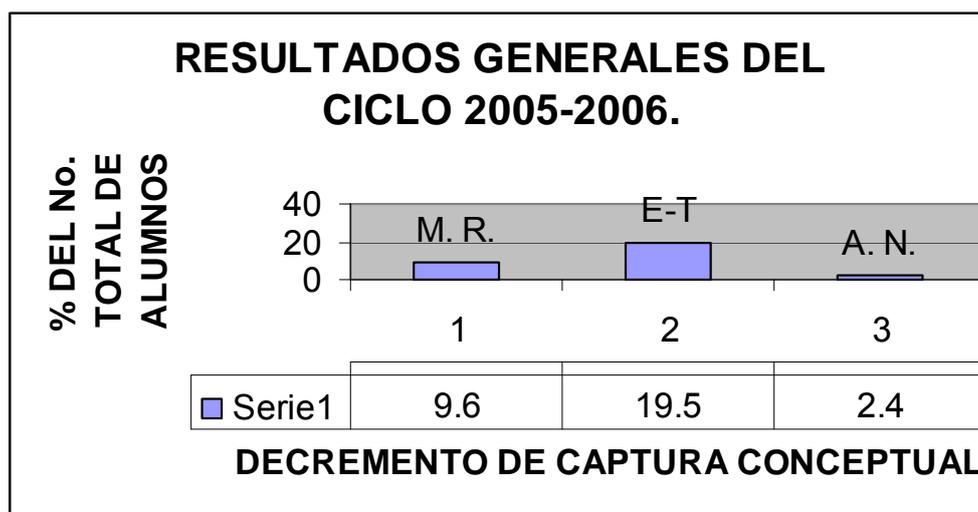


Fig. 4.11 Resultados generales de decremento conceptual del ciclo escolar 2005-2006.

En la gráfica de la figura 4.11, los resultados corresponden a:

1 M.R. = Marco de referencia.

2 E-T = Espacio-tiempo.

3 A.N. = Agujero negro.

4.5 Resultados globales del ciclo escolar 2006-2007.

4.5.1 Resultados del examen diagnóstico del ciclo 2006-2007.

En el examen diagnóstico del ciclo escolar 2006-2007, se observa que:

No saben

- El 93.3% del grupo ignora lo que es el corrimiento gravitacional al rojo.
- El 80% de los estudiantes no saben nada acerca de: los postulados de la TER, el nombre de la geometría usada en la TGR, la noción de geodésica y la comprobación de la desviación gravitacional de la luz.
- El 66.7% de los alumnos no conocen nada en referencia a: la idea einsteiniana de la atracción gravitacional de los cuerpos, a la desviación gravitacional de la luz y a la noción del espacio-tiempo alrededor de un agujero negro.
- El 60% de los aprendices desconoce acerca de los postulados de Euclides respecto de las líneas paralelas y de la suma de los ángulos interiores de un triángulo.
- El 40% del grupo no es capaz de mencionar dos ejemplos de un espacio de dos dimensiones.

La representación gráfica de los resultados se puede ver en la fig. 4.12.

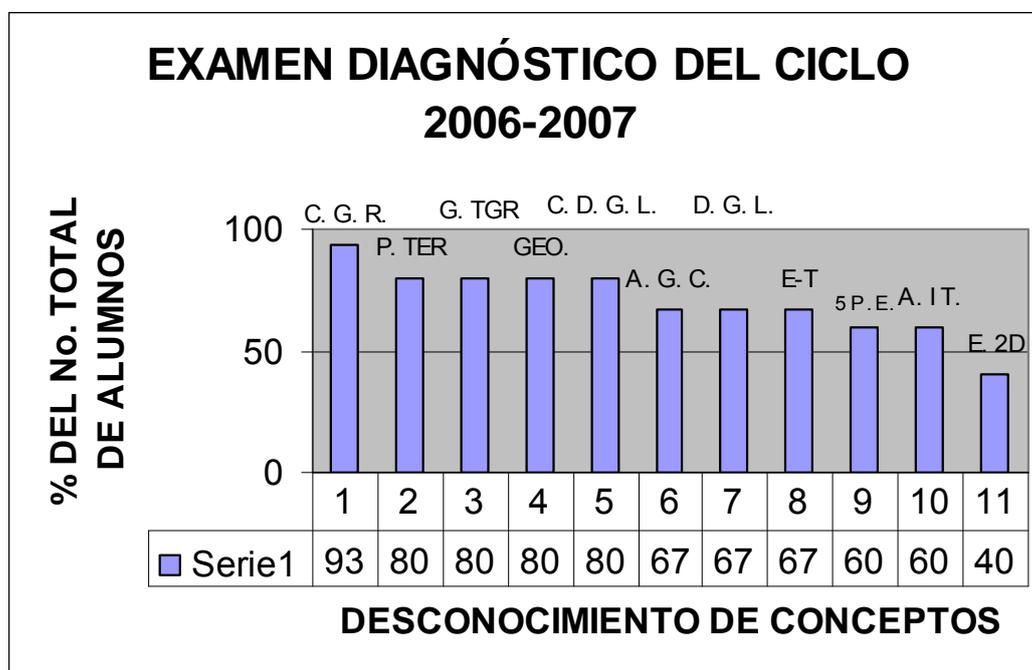


Fig. 4.12 Desconocimiento de conceptos del examen diagnóstico del ciclo escolar 2006-2007.

En la gráfica de la figura 4.12, los conceptos son:

- 1 C.G.R. = Corrimiento gravitacional al rojo.
- 2 P. TER = Postulados de la TER.
- 3 G. TGR = Geometría usada en la TGR.

- 4 GEO. = Geodésica.
- 5 C.D.G.L. = Comprobación de la desviación gravitacional de la luz.
- 6 A.G.C. = Atracción gravitacional de los cuerpos.
- 7 D.G.L. = Desviación gravitacional de la luz.
- 8 E-T = Espacio- tiempo alrededor de un agujero negro.
- 9 5 P.E. = 5° Postulado de Euclides.
- 10 A.I.T. = Suma de ángulos interiores de un triángulo.
- 11 E. 2D = Espacio de 2 dimensiones.

Respuestas erróneas

- El 53.3% del grupo proporcionó equivocadamente dos ejemplos de un espacio de una dimensión y describió erróneamente un espacio de dos dimensiones.
- El 50% de los estudiantes describió equivocadamente un espacio de una dimensión.
- El 46.7% de los alumnos no acertó al número de dimensiones que tiene el mundo en que vivimos.
- El 40% de los aprendices se equivocó al contestar a la pregunta de si el tiempo y el espacio existen independientemente del universo y también acerca del concepto del tiempo.

La representación gráfica de los resultados se puede ver en la fig. 4.13.

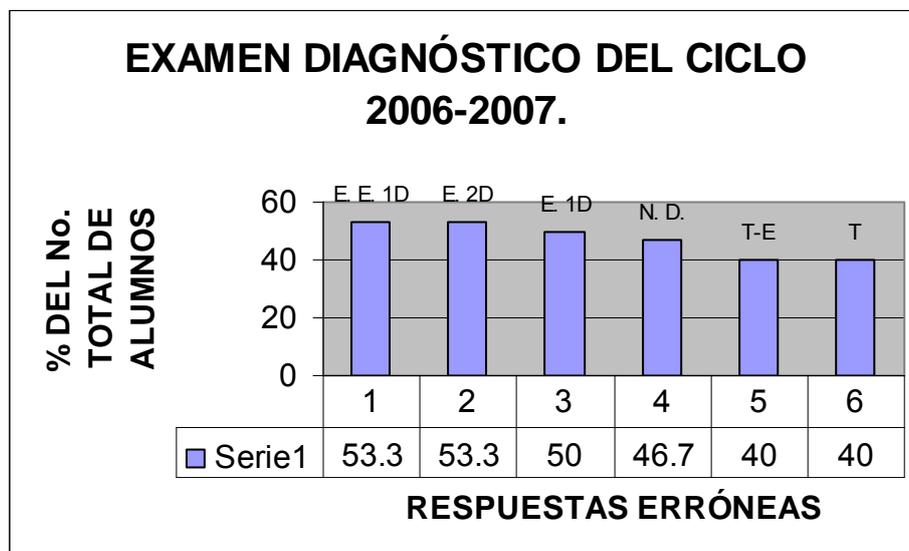


Fig. 4.13 Respuestas erróneas del examen diagnóstico del ciclo escolar 2006-2007.

En la gráfica de la figura 4.13, las respuestas erróneas corresponden a:

- 1 E.E. 1D = Dos ejemplos de espacios de una dimensión.
- 2 E. 2D = Un espacio de dos dimensiones.
- 3 E. 1D = Un espacio de una dimensión.
- 4 N. D. = Número de dimensiones de nuestro mundo.
- 5 T-E = Tiempo y espacio independientes del universo.
- 6 T = Tiempo.

Respuestas acertadas

- El 93.3% del grupo sabe acerca del origen del universo.
- Las dos terceras partes (66.7%) de los alumnos son capaces de escribir dos ejemplos de un espacio de tres dimensiones.
- El 60% de los estudiantes conoce lo concerniente a la cuestión de si el espacio y el tiempo existen independientemente del universo, acerca del concepto del tiempo y también referente a cuál dimensión representa el tiempo en el mundo real.
- El 53.3% de los alumnos sabe cuántas dimensiones posee el mundo en que vivimos y también qué es un espacio de tres dimensiones.

La representación gráfica de los resultados se puede ver en la fig. 4.14.

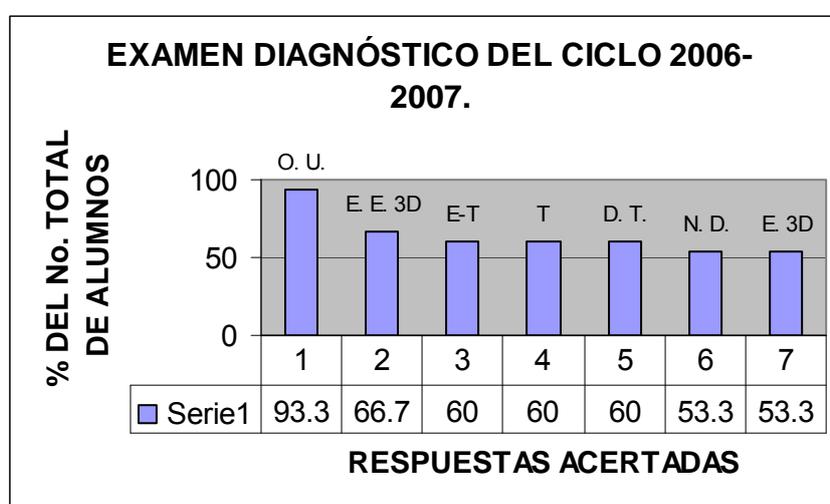


Fig. 4.14 Respuestas acertadas del examen diagnóstico del ciclo escolar 2006-2007.

En la gráfica de la figura 4.14, las respuestas acertadas se refieren a:

- 1 O.U. = Origen del universo.
- 2 E.E. 3D = Ejemplos de espacios de tres dimensiones.
- 3 E-T = Tiempo y espacio independientes del universo.
- 4 T = Tiempo.
- 5 D.T. = Dimensión del tiempo.
- 6 N.D. = Número de dimensiones de nuestro mundo.
- 7 E. 3D = Espacios de tres dimensiones.

4.5.2 Resultados del examen final del ciclo 2006-2007.

En lo referente al examen final del ciclo 2006-2007, se observa que:

Respuestas erróneas

- ◇ El 72.2% del grupo contestó equivocadamente a la pregunta acerca de lo que sucede, si se deja caer una pelota en una nave espacial que acelera a

g , lejos de la gravedad terrestre, y también al nombre de la geometría usada en la TGR.

- ◇ El 55.6% de los estudiantes respondió erróneamente a la pregunta de la precesión del perihelio de Mercurio, y la razón de porqué este planeta es el mejor candidato para probar la relación entre la gravitación y el espacio y también respecto a la clase de campo gravitacional en donde son válidas las leyes de Newton.
- ◇ La mitad (50%) de los alumnos se equivocó en su respuesta de la geodésica y de la causa de la atracción gravitacional de los cuerpos.
- ◇ El 44.4% de los aprendices tuvo una respuesta errada respecto a lo que le sucede al tiempo a medida que se aproxima un cuerpo a un agujero negro.

La representación gráfica de los resultados se puede ver en la fig. 4.15.

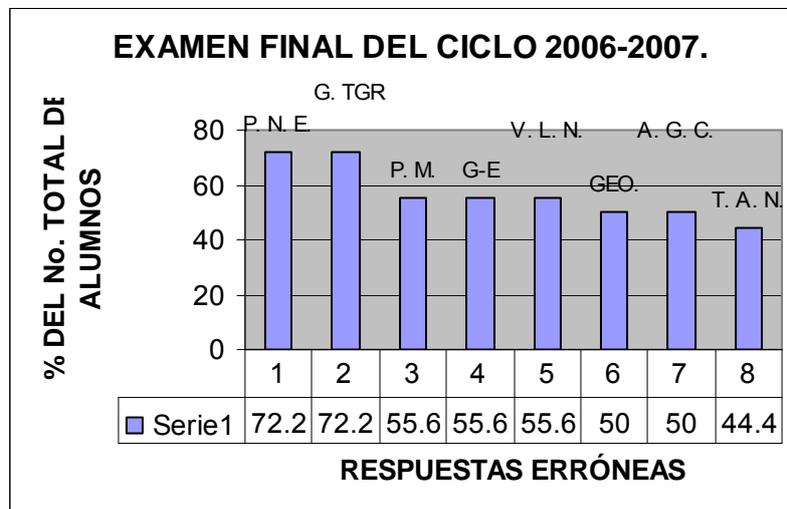


Fig. 4.15 Respuestas erróneas del examen final del ciclo escolar 2006-2007.

En la gráfica de la figura 4.15, las respuestas erróneas se refieren a:

- 1 P.N.E. = Una pelota en una nave espacial acelerada.
- 2 G. TGR = Geometría usada en la TGR.
- 3 P.M. = Precesión del perihelio de Mercurio.
- 4 G-E = Relación entre gravitación y espacio.
- 5 V.L.N. = Campo gravitacional donde valen las leyes de Newton.
- 6 GEO. = Geodésica.
- 7 A.G.C. = Atracción gravitacional de los cuerpos.
- 8 T.A.N. = Tiempo en un agujero negro.

Respuestas acertadas

- Todo el grupo (100%) sabe qué es el perihelio de la órbita de Mercurio.
- El 88.9% de los estudiantes sabe en qué momento es posible observar la desviación gravitacional de la luz de una estrella.
- El 83.3% de los alumnos conoce cuántas dimensiones y de qué tipo tiene el mundo en que vivimos.

- El 77.7% de los pupilos sabe acerca de: la dilatación del tiempo, de qué estudia la TER, de la deformación del espacio-tiempo y de la lente gravitacional.
- El 72.2% de los aprendices sabe la causa de la deformación del espacio-tiempo.
- Las dos terceras partes (66.7%) de los alumnos saben qué estudia la TGR, así como los efectos de la gravitación sobre el tiempo.
- El 61.1% del grupo conoce la contracción de la longitud y también el principio de equivalencia.
- El 55.6% de los estudiantes sabe qué le sucede al tiempo en la proximidad de un agujero negro.
- La mitad (50%) de los alumnos conoce qué es una geodésica y también la atracción gravitacional de los cuerpos.
- El 44.4% de los aprendices sabe lo que es la precesión del perihelio de Mercurio y porqué este planeta es el mejor candidato para probar la relación entre gravitación y espacio, así como el tipo de campo gravitacional donde son válidas las leyes de Newton.

La representación gráfica de los resultados se puede ver en la fig. 4.16.

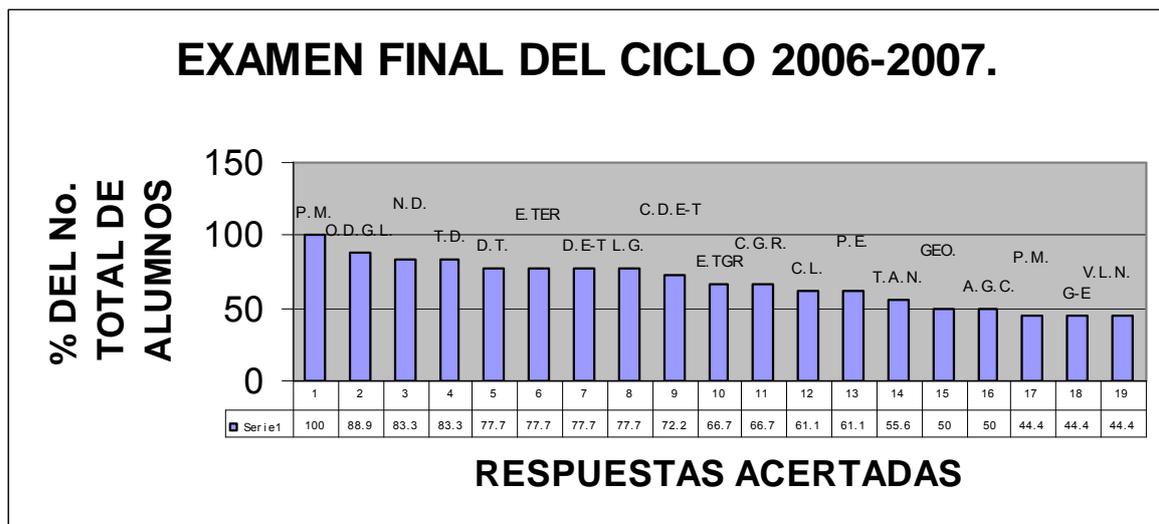


Fig. 4.16 Respuestas acertadas del examen final del ciclo escolar 2006-2007.

En la gráfica de la figura 4.16, las respuestas acertadas se refieren a:

- 1 P.M. = Perihelio de la órbita de Mercurio.
- 2 O.D.G.L. = Observación de la desviación gravitacional de la luz.
- 3 N.D. = Número de dimensiones de nuestro mundo.
- 4 T.D. = Tipo de dimensiones de nuestro mundo.
- 5 D.T. = Dilatación del tiempo.
- 6 E. TER = Campo de estudio de la TER.
- 7 D. E-T = Deformación del espacio-tiempo.
- 8 L.G. = Lente gravitacional.
- 9 C.D.E-T = Causa de la deformación del espacio-tiempo.

- 10 E. TGR = Campo de estudio de la TGR.
- 11 C.G.R. = Corrimiento gravitacional al rojo.
- 12 C.L = Contracción de la longitud.
- 13 P.E. = Principio de equivalencia.
- 14 T.A.N. = Tiempo cerca del agujero negro.
- 15 GEO. = Geodésica.
- 16 A.G.C. = Atracción gravitacional de los cuerpos.
- 17 P.M. = Precesión del perihelio de Mercurio.
- 18 G-E = Relación de gravitación-espacio.
- 19 V.L.N. = Campo gravitacional donde valen las leyes de Newton.

4.5.3 Aspectos Generales detectados en el ciclo escolar 2006-2007.

Captura conceptual

De manera general es posible indicar que los estudiantes alcanzaron una captura conceptual:

- El 27.8% del grupo, en relación al nombre de la geometría en la TGR. Se disminuyó el porcentaje de desconocimiento de los alumnos, de un 80% a un 72.2%, lográndose un avance del 7.8%.
- El 50% de los estudiantes, respecto a la definición de geodésica. Se redujo el porcentaje de desconocimiento de los pupilos de un 80% a un 50% lo que representa una mejoría del 30%.
- La mitad del grupo (50%), en relación a la idea einsteniana de la atracción gravitacional de los cuerpos. Disminuyó el porcentaje de desconocimiento, de un 66.7% hasta un 50%, lo que constituye un avance del 16.7%.
- El 60.7% de los alumnos, en cuanto al concepto de la desviación gravitacional de la luz. Se incrementó el porcentaje de conocimiento de un 6.7% a un 60.7%, lo que representa un avance del 50%.
- El 83.3% de los aprendices concerniente al número de dimensiones que tiene el mundo en que vivimos. Hubo un aumento en el porcentaje de conocimiento, del 53.3% al 83.3% lográndose un avance del 30%.

La representación gráfica de los resultados se puede ver en la fig. 4.17.

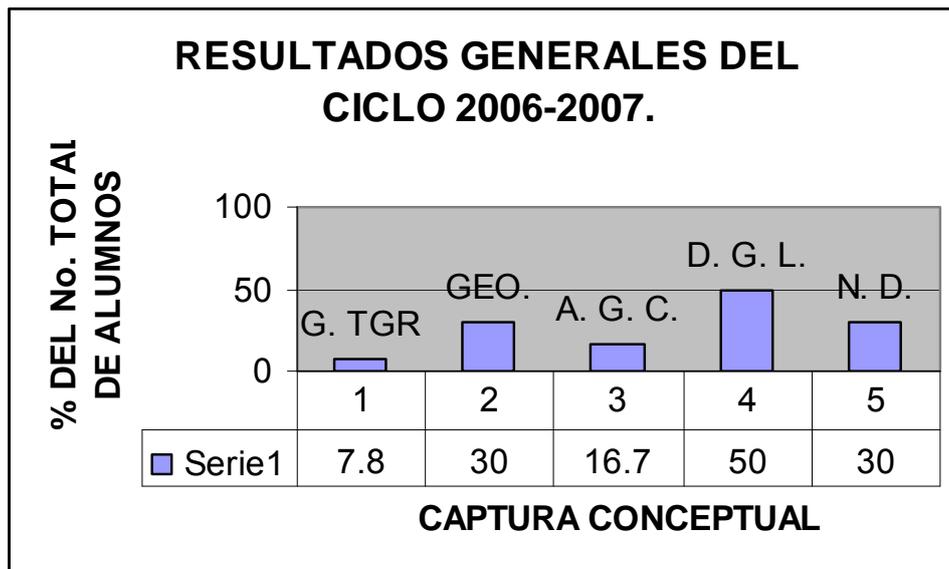


Fig. 4.17 Resultados generales de captura conceptual del ciclo escolar 2006-2007.

En la gráfica de la figura 4.17, la captura conceptual se refiere a:

- 1 G. TGR = Geometría de la TGR.
- 2 GEO. = Geodésica.
- 3 A.G.C. = Atracción gravitacional de los cuerpos.
- 4 D.G.L. = Desviación gravitacional de la luz.
- 5 N.D. = Número de dimensiones de nuestro mundo.

Conclusiones

Conclusiones

Se hicieron realidad, el diseño y la puesta en funcionamiento de diversas actividades de enseñanza y aprendizaje en el bachillerato, utilizando las estrategias de enseñanza y aprendizaje basadas en las analogías aplicadas en los conceptos de la Teoría General de la Relatividad que son: la deformación del espacio-tiempo, la desviación gravitacional de la luz, el efecto de lente gravitacional y el agujero negro.

Se presenta una propuesta viable de trabajo didáctico, en la que es posible abordar los conceptos considerando el aspecto histórico del surgimiento de la Teoría General de la Relatividad.

Las experiencias didácticas se realizaron en el laboratorio empleando material de fácil adquisición por los alumnos.

- Tomando como sustento los resultados de los exámenes diagnóstico y final de los ciclos escolares 2005-2006 y 2006-2007, se puede inferir que los estudiantes lograron un aprendizaje de tipo memorístico, en las siguientes nociones:
 - ◇ Número de dimensiones que tiene el mundo físico en que vivimos.
 - ◇ Desviación gravitacional de la luz.
 - ◇ Marco de referencia absoluto.
 - ◇ Los postulados de la Teoría Especial de la Relatividad.
 - ◇ Concepto de Geodésica.
 - ◇ Idea de Einstein acerca de la atracción gravitacional de los cuerpos.
 - ◇ El campo de validez de la geometría euclidiana.
 - ◇ Tipo de movimiento donde se aplica la Teoría de la Relatividad.
 - ◇ Nombre de la geometría utilizada en la Teoría General de la Relatividad.
 - ◇ El principio de equivalencia.
 - ◇ El experimento de Michelson-Morley.
 - ◇ La precesión del perihelio de Mercurio.

Es posible mencionar que fueron de gran utilidad las analogías de la deformación del espacio-tiempo, de la desviación gravitacional de la luz, del efecto de lente gravitacional y del agujero negro, porque los resultados obtenidos indican que los alumnos lograron un aprendizaje aceptable aún cuando sea basado en la memoria.

- De manera sorprendente se encuentra que los educandos poseen concepciones previas respecto a algunos temas de la Teoría de la Relatividad como son:
 - ◇ El origen del universo.
 - ◇ Los agujeros negros.
 - ◇ Ejemplos de espacios de tres dimensiones.
 - ◇ Los eventos simultáneos.
 - ◇ Marcos de referencia.
 - ◇ La existencia dependiente del espacio y del tiempo en el universo.

- ◇ El concepto del tiempo y su identificación como la cuarta dimensión.
- ◇ El espacio tetradimensional en el que vivimos.

De manera general y en concordancia con los resultados obtenidos es posible afirmar que:

- Los resultados obtenidos fueron satisfactorios, puesto que los estudiantes lograron aprender nuevos conceptos, en algunos casos, y en otros lograron aumentar y enriquecer sus conocimientos previos acerca de la Teoría de la Relatividad.
- El uso de las analogías fue adecuado para ilustrar los conceptos de la deformación del espacio-tiempo, de la desviación gravitacional de la luz, del efecto de lente gravitacional y del agujero negro, lográndose la comprensión de los educandos, en distinta medida, a pesar de la complejidad de los conceptos.
- El uso de las analogías tomando en consideración las ideas previas de los alumnos debe hacerse con especial cuidado, señalando de manera clara las ventajas y limitaciones de las analogías para convertirlas verdaderamente en recursos eficaces.
- La planeación didáctica es una herramienta valiosa porque permite estructurar las estrategias de enseñanza y aprendizaje elegidas por el profesor, para diseñar planes de clase cada vez más eficientes en la consecución del aprendizaje de los conceptos a enseñar. Es decir, la planeación didáctica auxilia al profesor a contestar las cuestiones fundamentales del quehacer docente: el ¿qué enseñar?, ¿para qué enseñar? y ¿cómo enseñar?.
- El empleo de la historia de la física del siglo XX en la enseñanza-aprendizaje de conceptos de la Teoría General de la Relatividad construye un puente comunicante hacia la base de conocimientos del bachillerato, al exhibir las ideas y acontecimientos que originaron la creación de la Teoría de la Relatividad (tanto Especial como General) por Albert Einstein. Esto se logra con el auxilio de una lectura guiada con cuestionario y con las sesiones en el aula.
- El uso de presentaciones en Power Point, de crucigramas y sopa de letras alusivos al tema, son herramientas didácticas auxiliares que apoyan de modo eficaz el logro de la captura de los conceptos de la Teoría General de la Relatividad, por parte de los estudiantes.
- El estudio realizado arroja resultados interesantes y estimulantes que sugieren la continuación del trabajo en esta línea de investigación para reconocer las dificultades de aprendizaje que presentan los aprendices en torno a los conceptos relativistas, con el objeto de superarlas y mejorar la comprensión de los conceptos.

- La investigación futura en este tema debería producir nuevo material didáctico como animaciones y simulaciones por computadora de distintos fenómenos relativistas, para extender el conocimiento de la Teoría de la Relatividad hacia los estudiantes del bachillerato.

Anexos

ANEXO 1

Velocidad de escape

La ecuación:

$$\Delta U = U_b - U_a = -W_{ab} \quad (\text{A.1.1})$$

Expresa el cambio ΔU en la energía potencial de un sistema en el cual actúa la fuerza de gravedad, cuando el sistema cambia de la configuración "a" a la configuración "b". W_{ab} es el trabajo que desarrolla esa fuerza.

La energía potencial del sistema en una configuración arbitraria "b" es:

$$U_b = -W_{ab} + U_a \quad (\text{A.1.2})$$

Considérese el caso general de dos partículas de masas "m" y "M" separadas por una distancia "r".

Las partículas están separadas inicialmente por una distancia r_a y la separación cambia a r_b .

Supóngase que M esté situada en el origen de coordenadas y que "m" se mueve hacia M. En la fig. A.2.1 puede verse que r y ds (el vector desplazamiento) están en direcciones opuestas, de modo que $ds = -dr$. El trabajo efectuado por una fuerza F cuando la partícula se mueve de "a" a "b" es (Resnick et al, 1994):

$$\begin{aligned} W_{ab} &= \int_a^b \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = -\int_a^b F dr = -\int \frac{GmM}{r^2} dr = -GmM \int_{r_a}^{r_b} \frac{dr}{r^2} \\ &= -GmM \left(\frac{-1}{r} \right) \Big|_{r_a}^{r_b} = GmM \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.1.3})$$

Entonces:

$$\Delta U = -W_{ab} = GmM \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right) \quad (\text{A.1.4})$$

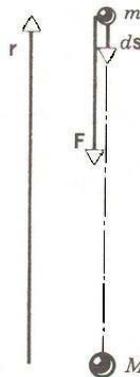


Fig. A.1.1 Una partícula de masa M ejerce una fuerza gravitatoria F sobre una partícula de masa m ubicada en r.

Se elige la configuración de referencia que sea una separación infinita de las partículas ($r_a \rightarrow \infty$) y se define a $U(\infty)$ igual a cero:

Entonces, la energía potencial es:

$$U(r) = -W_{ab} + 0 \quad (\text{A.1.5})$$

$$U(r) = -\frac{GMm}{r} \quad (\text{A.1.6})$$

El signo menos indica que la energía potencial es negativa en cualquier distancia finita.

Un proyectil que se dispara hacia arriba va perdiendo velocidad, llegará momentáneamente al reposo y regresará a la Tierra. Sin embargo, existe una velocidad mínima con la que el proyectil se moverá hacia arriba para siempre.

Sea un proyectil de masa “m” que escapa de la superficie de la Tierra, a la velocidad crítica “v”. Tiene una energía cinética “K” dada por $\frac{1}{2}mv^2$ y una energía potencial “U” dada por la ecuación (A.1.6), es decir:

$$U(R_T) = -\frac{GM_T m}{R_T} \quad (\text{A.1.7})$$

Donde M_T es la masa de la Tierra y R_T es su radio.

Cuando el proyectil haya llegado al infinito, no tendrá energía cinética ni energía potencial. Por lo que, su energía total en el infinito es cero. A partir de la ley de la conservación de la energía, su energía total en la superficie es cero, o sea:

$$K + U = 0$$

Esto conduce a :

$$\frac{1}{2}mv^2 + \left(-\frac{GM_T m}{R_T}\right) = 0$$

Despejando “v”, resulta:

$$v = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} \quad (\text{A.1.8})$$

Lo cual es la velocidad de escape.

ANEXO 3

Documento para los alumnos: Biografía de Albert Einstein

Albert Einstein nació en Ulm, Alemania, el 14 de marzo de 1879, año en que falleció James Clerk Maxwell. Sus padres fueron Hermann Einstein y Pauline Koch y tenía una hermana dos años menor que él, llamada Maja (Fierro, J., Domínguez, H., 2007).

Los padres de Albert, según todas las informaciones de que se dispone, formaban un matrimonio bien cimentado. Él, un hombre de negocios optimista, liberal y de buen carácter; ella una ama de casa tranquila y amante del arte, aficionada a tocar el piano cuando sus labores domésticas se lo permitían.



Fig. A.3.1 Los padres de Albert Einstein.

Albert comenzó a hablar después de los tres años, es decir mucho más tarde que los demás niños.



Fig. A.3.2 Primera fotografía conocida de Einstein.

Sus padres en ocasiones temieron que pudiera ser un retrasado mental.

El pequeño Albert se sentía inclinado hacia la soledad. Su hermana Maja recordaba que Albert prefería los juegos que exigían paciencia y perseverancia, como levantar complicadas estructuras con bloques y construir castillos de naipes de hasta catorce pisos, en vez de jugar con otros niños (Hoffmann, B.,1987). Desde la infancia, Albert se estremecía al ver u oír los desfiles militares porque le repugnaba la simple idea de desfilar mecánicamente siguiendo el ritmo absurdo marcado por el sonido de un tambor.



Fig. A.3.3. Albert y su hermana Maja.

Sus calificaciones escolares demuestran que tenía grandes aptitudes para las matemáticas, la física y para tocar el violín.

Su afición por la física nació alrededor de los cuatro o cinco años, cuando tuvo una enfermedad que lo obligó a guardar reposo en cama. Su padre le llevó una brújula magnética para que jugara. Muchos niños se han divertido con este juguete. Pero el efecto que produjo en el pequeño Albert fue tremendo. En su autobiografía el anciano Einstein recordaba con intensidad la admiración que le había invadido tantos años antes: veía una aguja aislada e inalcanzable totalmente cerrada, y sin embargo dominada por un impulso invisible que la hacía dirigirse con decisión hacia el norte. No importa que la aguja magnética fuera algo tan vulgar (o tan maravilloso) como un péndulo que tiende hacia la Tierra. La aguja magnética fue para el niño Albert una revelación. Esta experiencia le produjo, como él mismo dijo (Fierro, J., Domínguez, H., 2007): *“una impresión profunda y duradera”*.

En cuanto a las matemáticas, su tío Jakob le brindó una valiosa ayuda. Antes de que estudiara geometría, su tío Jacob le había hablado del teorema de Pitágoras: la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa. Albert quedó fascinado. Tras incesantes esfuerzos, encontró la forma de demostrar el teorema –proeza extraordinaria dadas las circunstancias, y que llenaría de satisfacción al niño y a su tío.

Sin embargo, esta satisfacción debió de ser insignificante comparada con la emoción que le embargó más tarde con un pequeño manual de geometría euclidiana que le absorbió por completo. Tenía entonces doce años, y el libro le produjo un impacto tan fuerte como el de la brújula magnética, siete años antes. En sus *Notas Autobiográficas* habla entusiasmado del “santo librito de geometría” (Hoffmann, B., 1987), y dice:

“Había afirmaciones, por ejemplo la de la intersección de las tres alturas de un triángulo en un punto, que –sin ser evidentes- podían demostrarse con tal certeza que parecía absurda la menor duda. Esta lucidez y certeza me produjeron una impresión indescriptible”.

Einstein habló con amargura de su vida escolar. Lo que más le molestaba eran los rígidos y repetitivos métodos de formación predominantes en aquella época. Este rechazo aumentó cuando a la edad de diez años, abandonó la escuela elemental para ingresar en el Instituto Luitpold. En 1955, escribió (citado en Hoffmann, B., 1987):

“Como alumno no fui ni muy bueno ni muy malo. Mi punto más débil era mi mala memoria, sobre todo cuando había que memorizar palabras y textos”.

Su profesor de griego llegó a decirle: *“Nunca llegarás a nada”*. No se puede decir que fuera un alumno destacado pero son interesantes las siguientes palabras suyas (citado en Hoffmann, B., 1987):

“Sólo en matemáticas y física, y gracias a mi esfuerzo personal, me adelanté con mucho al programa oficial de estudios. También podría decir lo mismo de la filosofía en lo que al plan de estudios se refiere”.

Su aprendizaje del violín da una clave de su evolución. El propio Einstein dijo más tarde (citado en Hoffmann, B., 1987):

“Recibí clases de violín entre los seis y los catorce años, pero no tuve suerte con mis profesores. Para ellos la música se reducía a una práctica mecánica. Sólo comencé a aprender de verdad a los trece años, sobre todo después de enamorarme de las sonatas de Mozart. El deseo de reproducir, en cierta medida su contenido artístico y su encanto singular me obligó a mejorar mi técnica. Lo conseguí gracias a dichas sonatas, sin necesidad de un adiestramiento sistemático. En general, creo que el amor es mejor maestro que el sentido del deber, en mi caso al menos, fue así”.

Siendo niño, Albert leyó libros de divulgación científica con *“atención embelesada”* como más tarde describió. Estos libros no llegaron accidentalmente a sus manos. Se los había proporcionado deliberadamente Max Talmey, perspicaz estudiante de medicina que durante algún tiempo acudió todas las semanas a casa de los Einstein. Recordando aquellos días, Talmey escribió (citado en Hoffmann, B., 1987):

“Le recomendé que leyera a Kant. Albert sólo tenía trece años, y sin embargo, las obras de Kant incomprensibles para la mayoría de los mortales, le parecían muy claras”.



Fig. A.3.4 Maja y Albert, de doce y catorce años de edad, respectivamente.

Un sorprendente resultado de los libros científicos sobre el impresionante Albert fue que de repente se volvió antirreligioso. No sólo dejó de ser creyente, sino que se convirtió en un escéptico fundamentalmente receloso ante toda autoridad. Esta desconfianza hacia la autoridad, que nunca le abandonó por completo, resultaría de gran importancia. Sin ella, no habría adquirido la enorme independencia de espíritu que le dio el valor necesario para poner en tela de juicio las opiniones científicas tradicionales, y de esa manera revolucionar la física.

Tras unos años de prosperidad la fábrica de Hermann y de Jakob Einstein en Munich tuvo graves dificultades. En 1894, la abandonaron y ambas familias se trasladaron a Italia a probar fortuna con una fábrica situada en Pavía, cerca de Milán. Sin embargo, decidieron que Albert se quedara en el Instituto hasta que terminara el curso.

El Instituto no le proporcionaba demasiadas alegrías. No pudo disimular la aversión que sentía por los profesores del Instituto y hacia sus métodos rígidos. Esto, por supuesto, no le cayó bien al profesorado. Ni tampoco el hecho de que les hiciera preguntas que no podían responder. Einstein, en una carta escrita en 1940, describió la situación de la siguiente forma (citado en Hoffmann, B., 1987):

“Cuando estaba en séptimo curso en el Instituto Luitpold me llamó el profesor encargado de mi clase (se trata del mismo profesor de griego que había profetizado a Einstein que nunca llegaría a nada) y me expresó su deseo de que abandonara el centro. Al responderle que no había hecho nada malo, se limitó a comentar: ‘Tu mera presencia hace que la clase no me respete’”.

Con sus quince años, marginado y sólo. Albert decidió abandonar el Instituto. Esta decisión desesperada es toda una demostración del profundo malestar que experimentaba en Munich. Hay otros indicios que lo confirman. Antes de la partida de sus padres había decidido cambiar de nacionalidad. Sin embargo, la ley no se lo permitía, por ser menor de edad. No obstante, su decisión era firme y los motivos profundos.



Fig. A.3.5 Albert Einstein a los catorce años.

Albert abandonó su triste existencia en Munich y se reunió con su familia en Milán. El período siguiente fue uno de los más felices de su vida. No dejó que ninguna obligación escolar o estatal estropeará su recién estrenada libertad. Para bien o para mal, vagabundó de un sitio a otro, mental y corporalmente, dejando de lado toda preocupación, se convirtió en un espíritu independiente, embelesado con la libertad y se dedicó a estudiar únicamente las materias que le agradaban.

Peró esta situación no duró mucho tiempo. El negocio de Hermann Einstein comenzó a tener problemas y éste le recomendó a su hijo que pensara en el futuro.

En Zurich, dentro de la zona suiza de habla alemana, estaba la famosa Escuela Politécnica Federal (Eidgenössische Technische Hochschule o ETH), conocida familiarmente como Politécnico. En 1895, Albert se presentó en la citada Escuela para hacer los exámenes de ingreso en el Departamento de Ingeniería.

No aprobó.

Fue un golpe muy doloroso. Afortunadamente, este fracaso no fue una catástrofe.

Albin Herzog, director del Politécnico de Zurich lo instó a que no se desanimara y que tratara de conseguir un diploma en la Escuela Cantonal suiza de Aargau, en la ciudad de Aarau (De la Peña, L., 2006).

En Aarau, para sorpresa y entusiasmo de Albert, se respiraba una atmósfera de reconfortante libertad, muy distinta de la del Instituto de Munich. Einstein tuvo la suerte de alojarse en la casa de uno de los profesores, Jost Winteler, y los Winteler le trataron casi como si fuera de la familia. Su estrecha relación con los Winteler se fortalecería más todavía, pues uno de los hijos de la familia se casaría con su hermana Maja.



Fig. A.3.6 Einstein (sentado primero a la izquierda) en la Escuela Cantonal de Aarau, en 1896.

A los dieciséis años de edad, Albert había conseguido aprender cálculo por su cuenta, y su intuición física era extraordinaria.

A los dieciséis años, estando en Aarau, **Albert se preguntaba qué impresión le causaría una onda luminosa a alguien que avanzara a su misma velocidad. En esta pregunta está contenido el germen de la teoría de la relatividad** (Hoffmann, B.,1987), y en aquella época no había nadie en el mundo que pudiera dar una respuesta satisfactoria. Einstein encontró una, pero tardó diez años en desarrollarla.

Einstein obtuvo su diploma en Aarau, superado el problema de la edad podía solicitar el ingreso en la Escuela Politécnica de Zurich. Fue admitido en el otoño de 1896. Con el ejemplo de Jost Winteler, Einstein pensaba que la enseñanza podía ser una mejor forma de ganarse la vida. Con esa intención, se matriculó en unos cursos para la formación de profesores especializados en matemáticas y ciencias. Sus tíos de Génova le resolvieron los problemas económicos inmediatos al concederle una ayuda de cien francos al mes.

En el Politécnico de Zurich, a Einstein le costaba mucho ponerse a estudiar algo que no le interesaba. La mayor parte del tiempo la pasaba sólo, explorando alegremente el mundo maravilloso de la ciencia, realizando experimentos y estudiando las obras de los grandes científicos y filósofos. Algunas de estas obras las leía con su compañera de origen serbio, Mileva Maric, con la que más tarde se casó.



Fig. A.3.7 Einstein en el Politécnico de Zurich.

En esta época se dio cuenta de que le interesaba la física más que las matemáticas. Sin embargo las clases le parecían un estorbo. Acudía a ellas esporádicamente y en general, con poco entusiasmo. De manera que nuevamente estuvo a punto de ocurrir un desastre, pero consiguió salvarse apuradamente. Su compañero Marcel Grossmann, matemático brillante, se había percatado del talento de Einstein. Se hicieron amigos. Grossmann era un hombre meticuloso. Asistía a todas las clases y, además, tomaba unos apuntes detallados y claros y permitió encantado que Albert los estudiara. Gracias a esto, Einstein pudo aprobar los exámenes. Obtuvo el título en 1900.



Fig. A.3.8 Marcel Grossmann.

Entre las materias que llegó a dominar estaba la teoría del electromagnetismo de Maxwell.

Con ayuda de su padre solicitó la ciudadanía suiza, en octubre de 1899. En febrero de 1901, se convirtió en ciudadano suizo.

Sus cuatro años en el Politécnico no habían sido del todo agradables. Como él mismo decía en sus *Notas Autobiográficas* (citado en Hoffmann, B., 1987):

“Había que meterse en la cabeza todo lo que indicaba el programa, tanto si te gustaba como si no. Esta imposición me resultaba tan desagradable que, cuando aprobé el examen final, durante todo un año experimenté cierta aversión a estudiar cualquier problema científico”.

Tras la obtención de su título. Einstein vivió una mala racha. Parecía que nada le salía bien. Su franqueza y su desconfianza hacia la autoridad le habían granjeado la antipatía de los profesores.

Albert se había quedado sin la ayuda que recibía todos los meses y tuvo que buscar trabajo desesperadamente. Cuando intentó lograr algún puesto en la universidad, lo rechazaron. Einstein logró sobrevivir gracias a que fue encontrando diversos trabajos esporádicos, tales como realizar cálculos, enseñar en una escuela o dar clases particulares.

Su amigo Marcel Grossmann le ayudó a superar los difíciles momentos que estaba pasando. Él no podía ofrecer a Einstein el puesto de profesor auxiliar que tenía, pero había hablado muy en serio con su padre sobre los problemas

de Einstein, y el padre había recomendado a Einstein ante su amigo Friedrich Haller, director de la oficina suiza de patentes, en Berna.

El 2 de diciembre de 1901, se produjo una vacante en la oficina de patentes. Einstein solicitó inmediatamente el puesto: ingeniero de segunda. Y por fin, el 23 de junio de 1902, Albert comenzó a trabajar en la oficina de patentes suiza en calidad de experto técnico de tercera clase, con un modesto sueldo de 3500 francos al año.

Pronto se adaptó al cargo. Estaba encantado de verse libre de un mundo académico hostil que tantos quebraderos de cabeza le había producido. Había conseguido un refugio en el que en sus ratos libres podía trabajar tranquilamente, pero con verdadera pasión, en sus ideas. En este invernadero tan insólito fue madurando su genio.



Fig. A.3.9 Einstein en la Oficina de Patentes en Berna

En 1902, un rumano, Maurice Solovine, fue a ver a Einstein para tomar clases particulares de física y entablaron una animada discusión. A partir de entonces, se vieron periódicamente. Pronto se les unió Konrad Habicht, matemático amigo de Einstein. Así nació lo que aquellos tres hombres bautizaron cariñosamente con el nombre de “Academia Olympia”. Lo mismo que otras personas se reúnen para jugar a las cartas, Einstein y sus amigos se veían para hablar de filosofía y de física y, de vez en cuando, de literatura o de cualquier otro tema que se les ocurriera, con pasión y muchas veces tumultuosamente. La Academia Olympia era algo serio, pero sobre todo una fuente de distracción (Fierro, J., Domínguez, H., 2007).



Fig. A.3.10 La Academia Olympia: Konrad Habicht, Maurice Solovine y Einstein.

Solovine fijó después su residencia en París, trabajando como editor y escritor y fue el traductor oficial de las obras de Einstein al francés. Habicht se marchó de Berna en 1904 y Solovine un año más tarde, por lo que la Academia tuvo una existencia muy breve. Pero los tres amigos siguieron en contacto, y conservaron el recuerdo de la Academia.

El 10 de octubre de 1902 murió el padre de Albert. Falleció demasiado pronto para comprender la verdadera talla de su hijo.

Pero pudo encontrar en la ciencia un antídoto para su dolor. En 1903, se casó con Mileva Maric, perteneciente a la iglesia ortodoxa griega, los padrinos fueron Solovine y Habicht. El primer hijo de Einstein, Hans Albert, nació en 1904 y el segundo, Eduard, en 1910.



Fig. A.3.11 Mileva Maric y Einstein.

Michele Besso, animado por Einstein, aceptó un empleo en la misma oficina de patentes. Besso, de origen italiano era ingeniero. Las ideas de Einstein se estaban acercando a un punto culminante y espectacular, y Einstein y Besso solían hablar de ellas no sólo en la oficina sino también mientras iban de casa al trabajo. Al adoptar una postura deliberadamente crítica, Besso ayudó a Albert a perfeccionar sus concepciones. Fue la piedra angular de las ideas de Einstein.



Fig. A.3.12 Michel Besso y su prometida Ana, hija de Jost Winteler, 1898.

En 1905 el genio de Einstein se abrió como una flor deslumbrante. Fue un año fabuloso. En los anales de la física, puede compararse con los años 1665-1666, cuando la peste que asolaba a Inglaterra obligó al joven Newton a abandonar Cambridge para retirarse a su casa en el tranquilo ambiente de Woolsthorpe, donde (en total secreto) desarrolló el cálculo, hizo importantes descubrimientos sobre la luz y el color y emprendió el camino que le llevaría, años más tarde, a culminar su majestuosa obra de la ley de la gravitación universal (Hoffmann, B., 1987).

De finales de 1900 a 1905, el concepto de *quantum* desarrollado por Max Planck permaneció en el olvido. Parecía que en todo el mundo sólo había una persona capaz de tomarlo en serio. Ese hombre era Einstein. Vio inmediatamente la importancia de la obra de Planck, y el 17 de marzo de 1905, tres días después de cumplir los veintisiete años, envió a *Annalen der Physik* el primero de los cuatro artículos que había mencionado a Habicht, precisamente el que era “muy revolucionario”.

El artículo de Einstein titulado: “*Sobre el punto de vista heurístico concerniente a la generación y conversión de luz*”, comenzaba con una observación profundamente sencilla que llegaba hasta el fondo del problema. Había, señalaba él, un conflicto fundamental en la forma que los físicos teóricos consideraban la materia y la radiación. Trataban la materia como si estuviera compuesta de partículas. Pero las ecuaciones de Maxwell, que eran ecuaciones de campo, trataban la radiación como algo uniforme y continuo, sin el menor rastro de discontinuidad. Por eso, cuando se estudiaba la materia y la radiación al mismo tiempo, las teorías tradicionales entraban en conflicto. No cabía esperar que se mezclaran armónicamente. Einstein, demostraría que el enfrentamiento era matemáticamente inevitable.

¿Cuál era el remedio? Einstein era plenamente consciente de los enormes triunfos de la teoría ondulatoria electromagnética aplicada a la luz. Pero sabía que existían situaciones en las que también fallaba y propuso audazmente la hipótesis de que la luz podía estar formada por partículas.

Al proponerlo, no estaba dando palos de ciego como un aficionado cualquiera. Einstein no se habría atrevido a formular una idea tan escandalosa sin tener sólidas razones. Tuvo que proceder con audacia y con cautela al mismo tiempo, apoyándose en los puntos firmes que divisaba en medio de la confusión.

Einstein citó de Wien una fórmula sobre la entropía de la radiación. La comparó con la fórmula del cuerpo negro del propio Wien y demostró que dicha entropía adquiriría entonces la forma matemática característica de un gas, *y por tanto de partículas*. Luego, comparando esto de otra manera con la fórmula probabilística de Boltzmann, Einstein demostró que estas partículas de luz debían ser de tal manera que la proporción *energía/frecuencia* tuviera precisamente el valor que Planck había utilizado para los saltos de sus *quanta*. De este modo, Einstein propagó la “infección” del quantum a la luz.

Frente a la teoría ondulatoria de la luz que era la dominante en esa época, Einstein se mantuvo firme. Sabía que, gracias a las nuevas pruebas obtenidas, también Maxwell era vulnerable.

Albert demostró que las ventajas de sus ideas eran notables, sobre todo porque se daban en lugares donde la luz se entremezclaba con la materia y donde la teoría de Maxwell resultaba inadecuada. Einstein mostró que sus quanta de luz podían explicar un efecto muy conocido relacionado con la fluorescencia. Hizo ver también que podían explicar un fenómeno que se observaba cuando la luz ultravioleta atravesaba los gases. Y, sobre todo, aplicó su idea al *efecto fotoeléctrico*, o liberación de los electrones de los metales gracias a la luz. Este último aspecto es muy importante. Tres años antes, el físico alemán Philipp Lenard había iniciado los experimentos sobre el efecto fotoeléctrico. Insistió en que los resultados de su trabajo se contradecían claramente con lo que se podía esperar aplicando la teoría de Maxwell. Por ejemplo, al aumentar la frecuencia de la luz aumentaba la energía de los electrones liberados, hecho que no tenía ningún sentido desde una perspectiva maxwelliana (Ramírez, 1988).

Einstein demostró que la idea de los quanta de luz era capaz de explicar con suma facilidad los sorprendentes resultados obtenidos por Lenard. Considérese, por ejemplo, el efecto del cambio de frecuencia. Proyectar la luz sobre el metal equivalía a arrojar sobre él quanta de luz. Como la razón *energía/frecuencia* tenía un valor fijo, a mayor frecuencia mayor energía, y por tanto mayor sería el impacto producido por la luz sobre el electrón con el que chocara. No es extraño que los electrones se desprendieran del metal con mayor energía cuando aumentaba la frecuencia de la luz. Los demás efectos extraños podían explicarse con la misma facilidad, y Einstein consiguió deducir una fórmula fotoeléctrica muy sencilla allí donde la complicada teoría de Maxwell resultaba inútil. Los resultados fotoeléctricos superaban con mucho lo que por entonces se sabía de forma experimental.

Los físicos no recibieron la idea de Einstein con los brazos abiertos. Ocurrió exactamente lo contrario. Planck y otros científicos de gran talla encontraron enseguida graves objeciones al concepto de quanta de luz. Por fortuna, Einstein tenía muchas más ideas sobre el quantum. La teoría del calor interno, en cuanto energía de movimiento de las partículas de los gases, que chocaban entre sí y de las vibraciones internas de los sólidos, había logrado importantes éxitos. Pero ya antes de 1900 tropezó con grandes dificultades que ponían en peligro su supervivencia. En 1907, Einstein la salvó. Decía que si como él pensaba había que tomarse en serio la idea de Planck, ésta debía de tener aplicación en todos los tipos de vibraciones internas, sin ninguna excepción. Demostró de qué manera podían resolverse las principales dificultades mediante el quantum, y en especial eliminó las discrepancias experimentales relacionadas con las vibraciones térmicas internas de los sólidos, y dedujo la existencia de relaciones insospechadas, que luego se verificaron experimentalmente.

Como consecuencia de estas investigaciones de Einstein sobre el quantum, y dado que éste no parecía tan peligroso cuando se le encerraba dentro de los límites de la materia como cuando se dejaba suelto, otros físicos comenzaron a considerar seriamente la idea de Planck y, junto con Einstein, a aplicarla con magníficos resultados. Pero no demostraron ningún entusiasmo por los quanta de luz de Einstein. Intentaron comprobar experimentalmente su fórmula fotoeléctrica, pero los experimentos resultaban difíciles y todavía en 1913 los resultados eran poco concluyentes. En dicho año, Planck y un selecto grupo de

científicos tuvieron la oportunidad de expresar su opinión acerca de Einstein. Aunque hablaban en términos muy elogiosos de su trabajo, manifestaban sus reservas sobre su idea de los quanta de luz, dando a entender con delicadeza que no había que reprochar a tan audaz innovador por haberse excedido.

El investigador norteamericano Robert Millikan, tras medir con precisión la carga eléctrica del electrón, buscaba nuevos terrenos que conquistar. Como correspondía a su personalidad, buscó con toda intención un problema especialmente difícil y decidió investigar el efecto fotoeléctrico. Estuvo trabajando diez años, con el propósito de demostrar de una vez por todas que la increíble teoría de Einstein no encajaba con los resultados experimentales. Con gran sorpresa de su parte, comprobó que había entre ambos una maravillosa concordancia. Sin embargo, cuando publicó sus resultados finales en 1916, no se resignó a aceptar la idea revolucionaria de los quanta de luz. No obstante, cada vez era más claro que, a pesar de los enormes problemas que suscitaban, los quanta de luz debían tomarse muy en serio y que, Einstein, ya en 1905, había sido más lúcido que todos sus contemporáneos. Tanta importancia adquirió el quantum de luz –la partícula de luz- que se le dio el derecho de tener un nombre propio, el de *fotón*. Pero para ello, tuvieron que pasar veinte años después de su concepción. Millikan obtuvo el premio Nobel en 1928. Y cuando Einstein lo recibió en 1921, lo único que se mencionaba en el documento oficial era su descubrimiento de la explicación del efecto fotoeléctrico.

Lo curioso era que el efecto fotoeléctrico había sido descubierto por Heinrich Hertz, precisamente mientras realizaba los experimentos que confirmaban la predicción de Maxwell y que llevaron a Hertz a reconocer como indudable la teoría ondulatoria de la luz.

El segundo artículo, titulado *“Sobre el movimiento requerido por la teoría cinética molecular del calor de las partículas suspendidas en fluidos en reposo”* al parecer lo terminó un mes después del primero. Lo envió a la Universidad de Zurich como posible tesis doctoral. Kleiner, en 1901, había rechazado la tesis inicialmente propuesta por Einstein, por considerarla demasiado breve. Einstein lo envió de nuevo añadiendo una sola frase, y fue aceptado. De esta forma consiguió el doctorado en 1905.

Einstein introduce los conceptos básicos de la naturaleza real del movimiento browniano, observado por primera vez en 1828 por el botánico escocés Robert Brown. Deduce una ecuación básica de desplazamiento molecular que predice entre otras cosas, el número de Avogadro y el tamaño de las moléculas del líquido bajo estudio. En este artículo Albert define el átomo como parte esencial de la materia y, con ello, da el primer paso hacia la demostración directa del concepto de la cuantización de la materia.

Albert estaba seguro de que si la teoría molecular del calor interno era válida, tenía que producirse el movimiento browniano. No sabía por esa época, que en 1888, el físico francés M. Gouy había llegado ya a la conclusión de que el movimiento browniano era una forma de calor, ni que en 1906, independientemente de Einstein, el físico polaco Marian von Smoluchowski expondría un punto de vista semejante.

El 30 de junio de 1905, llegó a *Annalen der Physik* el tercero de los cuatro artículos escritos por Einstein, el que con toda justicia se hizo tan famoso. En este artículo titulado: “*Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento*” elabora una teoría relacionada con los conceptos maxwellianos del electromagnetismo y deduce, por primera vez, los términos sobre la dilatación del tiempo, el incremento de masa y la contracción de la longitud, con lo cual provoca una revolución en la concepción del mundo físico. Aquí Einstein explica que, según la teoría electromagnética de Maxwell, la velocidad de la luz es una constante universal y, partiendo del postulado sobre la relatividad del movimiento como única referencia válida, deriva una serie de ecuaciones necesarias para cambiar las leyes matemáticas de la naturaleza de un sistema de observación a otro en movimiento relativo uniforme. Como consecuencia de esto, Einstein obtiene la dilatación del tiempo y la contracción de la longitud y generaliza la mecánica de Newton la cual sólo puede aplicarse cuando las velocidades de desplazamiento son pequeñas en comparación con la velocidad de la luz. Esto es lo que posteriormente se conocería como “*relatividad especial*” (Ramírez, 1988).

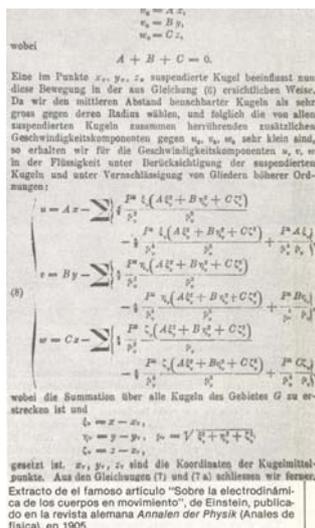


Fig. A.3.13 El artículo “Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento” en *Annalen der Physik*.

Poincaré había realizado interesantes precisiones. Habló provisionalmente, y a partir de 1899 con mayor confianza, de lo que en 1904 llamó el *principio de la relatividad*. Se dio cuenta de que era necesario cambiar radicalmente la teoría de Newton. Diseminadas en las obras de Poincaré, encontramos sorprendentes premoniciones de las ideas y resultados de la teoría de la relatividad.



Fig. A.3.14 Jules Henri Poincaré.

En junio de 1905, casi al mismo tiempo que Einstein, Poincaré envió a diversas revistas científicas dos artículos denominados “*Sobre la dinámica del electrón*”, que se basaban en gran parte en un artículo escrito por Lorentz en 1904.

Albert no sabía nada de los dos artículos de Poincaré, todavía sin publicar cuando publicó el suyo. Tampoco conocía el artículo de Lorentz de 1904. En realidad, el método de Einstein es muy diferente. Además, consiguió la trasposición de las ecuaciones de Maxwell sin la menor falla.

La presencia de fórmulas casi idénticas era inevitable pues la relatividad tiene una estrecha conexión matemática con las ecuaciones de Maxwell y con las matemáticas de la propagación ondulatoria. De hecho, la transformación matemática esencial de la relatividad –una fórmula que Poincaré bautizó en 1905 con el nombre de “*transformación de Lorentz*”- había sido descubierta ya por el físico irlandés Joseph Larmor en 1898, tomando como base las ecuaciones de Maxwell, una transformación casi idéntica había sido descubierta por el físico alemán Waldemar Voigt en un estudio del movimiento ondulatorio realizado ya en 1887, año del experimento de Michelson-Morley.

La afirmación de FitzGerald y Lorentz de que los objetos se contraen en la dirección de su movimiento a través del éter, era acertada. Einstein obtuvo una fórmula idéntica para la dimensión de tal contracción. Pero en la teoría de Einstein es un efecto recíproco y relativo: “A” comprueba que las medidas longitudinales de “B” se contraen en comparación con las suyas, mientras que “B” descubre que las de “A” son más cortas que las suyas. Nada podría revelar más llamativamente la revolucionaria audacia de las ideas de Einstein, en comparación con las de sus antecesores Lorentz y Poincaré. Los tres admitían la transformación de Lorentz, en la que había consecuencias asombrosas. Pero, al interpretarla, ni Lorentz ni Poincaré se atrevieron a confiar plenamente en el principio de la relatividad. Si “A” está en reposo, las unidades de longitud de “B” se contraerían. Pero en la explicación de estos dos científicos no se decía nada de que “B” observara la misma contracción en “A”. Tácitamente, se suponía que “B” comprobaría que las de “A” eran más largas. En cuanto al funcionamiento de los relojes, no dijeron nada parecido a las explicaciones de Einstein.

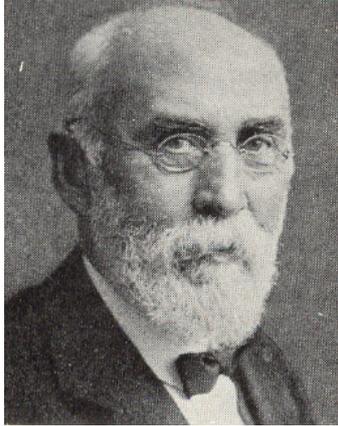


Fig. A.3.15 Hendrik Antoon Lorentz.

Cuando llegó el momento de dar el paso decisivo, a Poincaré le faltó el valor y se aferró a los esquemas tradicionales de pensamiento y a las ideas consagradas sobre el espacio y el tiempo.

Al realizar el cambio revolucionario del espacio y del tiempo, Albert se dejó influenciar por las ideas de Mach, cuyo libro de crítica a la mecánica newtoniana había leído en sus días de estudiante, gracias a Besso.

En el cuarto artículo de invaluable trascendencia, titulado “*¿Depende la inercia de un cuerpo de su contenido de energía?*”. Einstein deriva, también por primera vez, la equivalencia entre energía y masa ($E = mc^2$). Utiliza los resultados de su publicación anterior y algunas de las ideas de su artículo sobre el efecto fotoeléctrico para analizar el comportamiento de una partícula eléctrica en movimiento, vista desde dos marcos de referencia distintos y encuentra que si la energía de la partícula disminuye, su masa disminuye proporcionalmente (tal como lo establece la ecuación anterior) Con dicho resultado, Einstein demostró que la masa y la energía no son sólo equivalentes, sino intercambiables. Esto se ha comprobado muchas veces en los enormes aceleradores de partículas, que transforman la materia en energía y la energía en materia.

Einstein encontró un nuevo e importante aliado en el matemático ruso-germano Hermann Minkowski, catedrático de la famosa Universidad de Gotinga, en Alemania.

Minkowski había sido profesor de matemáticas en el Politécnico de Zurich cuando Einstein estudió allí y había asistido a sus clases de forma muy irregular y por eso en aquellas fechas Minkowski tenía la impresión de que Einstein era un “holgazán”.



Fig. A.3.16 Hermann Minkowski.

En 1908, Albert pasó a ser *Privatdozent* en la Universidad de Berna, este puesto no estaba remunerado con un salario fijo, ni en Berna ni en ninguna parte. Einstein ganó muy poco con sus clases en esta Universidad, los únicos que asistían de forma habitual eran Besso y uno o dos alumnos más.

En aquellos momentos, Einstein no era muy buen profesor. Tenía cosas más importantes en que pensar. Pero si quería obtener una cátedra, tenía que pasar por los ritos de iniciación tribal propios del mundo académico. Lo hizo a regañadientes y con actitud rebelde.

En la primavera de 1909 llegó la esperada autorización para crear en la Universidad de Zurich una nueva plaza de profesor adjunto (*professor extraordinarius*) de física teórica. El concejal Ernst propuso a Friedrich Adler para el puesto, pero éste renunció en favor de Einstein quien, entonces, fue elegido para el cargo el 7 de mayo de 1909, a la edad de treinta años.

El 21 de septiembre de 1908, Minkowski presentó en Colonia una versión técnica (de su conferencia en Gotinga), en el LXXX Congreso de Científicos y Físicos alemanes. Su intervención es famosa, entre otras cosas, por la provocativa afirmación con que comenzó (citado en Hoffmann, B., 1987):

“A partir de ahora, el espacio en sí mismo y el tiempo en sí mismo están llamados a hundirse por completo en la oscuridad; sólo una especie de unión entre ambos podría conservar una existencia independiente”.

Los tiempos y espacios particulares de diferentes observadores no existen aisladamente. En la teoría de la relatividad –hacia ver Minkowski- todos pertenecen a un ámbito único, universal y público, que es un conglomerado de espacio y tiempo. Se llama *espacio-tiempo* y tiene cuatro dimensiones. El tiempo constituye una dimensión en condiciones parecidas a las tres dimensiones del espacio.

El siguiente Congreso, el LXXXI, se celebró en Salzburgo, y ante declaraciones tan inquietantes hechas por un hombre de la categoría de Minkowski no es extraño que invitaran al propio Einstein. En este congreso tuvo ocasión de conocer a Planck.

El siguiente artículo importante de Einstein, apareció en 1911 con el título: *“Sobre la influencia de la gravitación en la propagación de la luz”*. Aquí Einstein hace referencia al pensamiento más afortunado de su vida: el del principio de

equivalencia y lo aplica al comportamiento de la luz en un campo gravitacional considerablemente intenso, como el producido por el Sol.

En este mismo año, a pesar de las dificultades originadas por el hecho de que fuera judío y extranjero, le ofrecieron el puesto de profesor titular en la Universidad de Praga donde Mach había ocupado el puesto de rector. Fue en este lugar donde el físico vienés Paul Ehrenfest, alumno de Boltzmann, conoció a Einstein por primera vez. Los dos científicos entablaron una animada discusión que duró dos días casi ininterrumpidos. Al acabar se pusieron a interpretar dúos musicales, con Einstein al violín y Ehrenfest al piano. En su diario Ehrenfest anotó: *“Sí, seremos amigos. He sido intensamente feliz”*.

Grossmann, Heinrich Zangger (amigo íntimo de Einstein y director del Instituto de Medicina Forense de Zurich) y otros comenzaron a buscar la forma de que Albert volviera a Zurich, así que solicitaron a personajes importantes que expusieran la opinión que les merecía Einstein, a lo cual Marie Curie y Poincaré, entre otros, escribieron cartas elogiosas de él.

En enero de 1912, Einstein recibió la oferta de incorporarse como profesor al Politécnico de Zurich, con un contrato por diez años. En aquellos tiempos fue un hombre muy solicitado. Estando en Praga, recibió ofertas para ir de profesor a Utrecht, a Leiden –en este caso como sucesor de Lorentz que estaba a punto de retirarse- y a Viena. Pero Einstein tenía el corazón puesto en Zurich y ya se había comprometido con el Politécnico. En el verano de 1912 escribió a Zangger y, hablando de la oferta de Viena en la que le proponían un sueldo magnífico. *“No la acepté...Habría sido poco noble de mi parte venderme de esta manera a espaldas de los demás”*.

Así pues en octubre de 1912, Einstein volvió como profesor al Politécnico de Zurich, sin embargo, su estancia fue breve, Planck y Nernst estaban haciendo planes para llevarlo a Berlín y lograron que se trasladara con su familia, en abril de 1914. Había alcanzado la cumbre de su profesión y era valorado por los científicos de todo el mundo. Pero todavía no era muy conocido por el gran público. En el verano de ese mismo año, Mileva se llevó a los niños a Zurich, era el fin de su matrimonio.



Fig. A.3.17 Mileva Einstein con sus hijos, Hans Albert y Eduard, 1914.

En 1916, en la revista alemana *Annalen der Physik*, Albert Einstein publicó la obra científica de mayor trascendencia heurística, epistemológica y filosófica del siglo XX: *“El fundamento de la teoría general de la relatividad”*, que se

conoce desde entonces como relatividad general. En ella, Einstein desglosó los principios que modificarían, por segunda vez en diez años, el pensamiento científico del siglo XX. Su contenido es una extensión de los conceptos y métodos de la relatividad especial y abarca, entre otras cosas, la descripción de los fenómenos naturales vistos desde sistemas de referencia, ya no en movimiento relativo con velocidad constante, sino en movimiento relativo uniformemente acelerado (Ramírez, 1988). Con el intento fallido de tratar de justificar los fenómenos gravitacionales basándose en el método de la relatividad especial, Einstein comprendió que sus conceptos matemáticos originales debían generalizarse. El concepto de relatividad especial debía someterse a una drástica generalización. En concordancia con el pensamiento más afortunado de su vida, Einstein descubrió que la gravitación puede compararse equivalentemente con situaciones donde existen aceleraciones uniformes, y concluyó que su nueva teoría incluía, como caso particular, la teoría gravitacional newtoniana.

En 1916, el astrónomo holandés Willem de Sitter envió a su colega inglés Arthur Eddington una copia de un complicado artículo de Einstein en el que explicaba la teoría general de la relatividad. A Eddington le entusiasmó. En un detallado informe oficial decía (citado en Hoffmann, B., 1987): *“Independientemente de que sea correcta o no, debemos examinar atentamente esta teoría, por ser uno de los más bellos ejemplos de la capacidad de razonamiento matemático”*.

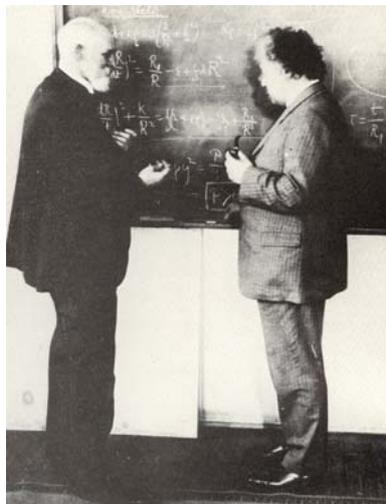


Fig. A.3.18 De Sitter y Einstein.

En ese mismo año de 1916, Albert publicó tres trabajos más de importancia. En el primero presentado en junio ante la Academia Prusiana de Ciencias, Einstein propone la existencia de radiación gravitacional. Con base en la relatividad general, descubrió que las ondas gravitacionales al igual que las ondas electromagnéticas de Maxwell, poseen únicamente dos estados independientes de polarización, y que también viajan a través del espacio vacío a la velocidad de la luz. En las otras dos publicaciones, Einstein describe los procesos matemáticos que rigen la interacción entre materia y radiación. Ahondando más en su análisis sobre el efecto fotoeléctrico, y sin incurrir en nuevas hipótesis sobre el comportamiento de la materia, Albert dedujo un método nuevo para la derivación de la ley cuántica de Planck. Ello le permitió establecer las

condiciones bajo las cuales ocurren las emisiones y absorciones de luz espontánea y estimulada. Sin embargo, a pesar de que estos resultados son fundamentales para la física cuántica, el hecho de mayor importancia para Einstein fue haber deducido que los cuantos de luz acarrean impulso. Publicó este descubrimiento el año siguiente en la revista *Physik Zeitschrift*.

En febrero de 1917, Einstein abrió un nuevo capítulo en el estudio a gran escala del universo al presentar su primer artículo sobre cosmología relativista titulado "*Consideraciones cosmológicas de la teoría general de la relatividad*", ante la Academia Prusiana de Ciencias. Motivado por las ideas de Ernst Mach acerca del origen de la inercia, y apoyándose en su teoría general de la relatividad, Einstein elaboró un modelo cosmológico que señalaba, a grandes rasgos, que el universo debía ser, aparte de finito e ilimitado, estático, homogéneo e isotrópico (Ramírez, 1988). En 1917, aún no se aceptaba que el universo fuera dinámico. Incluso las observaciones de aquel entonces demostraban lo contrario, lo cual influyó enormemente en el hecho de que Einstein introdujera, en su modelo original, un término cosmológico que evitara la predicción del comportamiento dinámico del cosmos. Sin embargo años más tarde, cuando se enteró de los resultados experimentales del astrónomo estadounidense Edwin Hubble sobre la expansión del universo, se dio cuenta de que el error más grave de su carrera, había sido el haber introducido el término cosmológico (según él mismo lo confiesa) (Hoffmann, B., 1987).

Al año siguiente, Einstein elaboró un segundo artículo sobre radiación gravitacional, y en 1919 completó un escrito que llamó: "*¿Desempeñan los campos gravitacionales una parte esencial en la estructura de las partículas elementales de la materia?*" Ambos trabajos fueron presentados ante la Academia Prusiana de Ciencias. En el primero, Albert hace un recuento de varios de los aspectos característicos de las ondas gravitacionales. En el segundo escrito, considerado por muchos como el primer paso de Einstein hacia la construcción de una teoría unificadora de campos, discute los inconvenientes tanto de la teoría newtoniana como de la relatividad general para explicar la naturaleza de los constituyentes más elementales de la materia, y sugiere asimismo la posibilidad de que la gravitación es la que mantiene unido al átomo.

En otros asuntos, el 2 de febrero de 1919 el matrimonio de Einstein terminó en divorcio amistoso. Mileva recibió la custodia de los hijos y Einstein debería correr a cargo de los gastos de los tres.

En plena primera guerra mundial, Eddington y Frank Dyson, astrónomo oficial inglés, planificaron con la ayuda del gobierno dos expediciones, una a Sobral (Brasil) y otra a la isla portuguesa de Príncipe, junto a la costa occidental africana. El 29 de mayo de 1919, tal como había indicado Dyson, iba a apreciarse en dicho lugar un eclipse total de Sol especialmente favorable. El objetivo de las expediciones era verificar la teoría de Einstein, desarrollada en la capital del bando enemigo.

A pesar del mal tiempo dominante en Príncipe – en su informe oficial Eddington escribió: "*desde el 10 de mayo sólo llovió la mañana del eclipse*"- en algunas fotografías realizadas por Eddington y su ayudante a través del telescopio se veían estrellas en medio de las nubes. Impaciente Eddington realizó mediciones micrométricas en las fotografías más claras y con gran satisfacción

descubrió que confirmaban la nueva teoría. Más tarde dijo que aquel había sido el momento más importante de su vida.

A comienzos de septiembre llegaron hasta Einstein rumores de que los resultados del eclipse habían sido favorables, y el 22 de septiembre de 1919 Lorentz le envió un telegrama en que le confirmaba tales rumores. Einstein respondió con otro telegrama: *“Muchísimas gracias a ti y a Eddington. Saludos.”* Así, el 27 de septiembre Einstein tuvo la enorme satisfacción de enviar a su madre, enferma en Suiza, una tarjeta postal en la que decía: *“Querida madre: Hoy tengo buenas noticias. H. A. Lorentz me ha comunicado que las expediciones inglesas han confirmado la desviación de la luz en las proximidades del Sol...”*



Fig. A.3.19 Telegrama en el que se avisa a Einstein el éxito de la desviación de la luz por el Sol.

El 6 de noviembre de 1919, se celebró en Londres una histórica reunión conjunta de la Royal Society y de la Royal Astronomical Society. Un retrato de Newton dominaba la escena desde un lugar de honor en la pared, mientras Joseph Thomson, descubridor del electrón, galardonado con el premio Nobel y presidente de la Royal Society, aclamaba la obra de Einstein como *“uno de los mayores logros de la historia del pensamiento humano, por no decir el mayor de todos ellos”*, y el astrónomo real informaba oficialmente de que los resultados de las expediciones organizadas con ocasión del eclipse confirmaban la concepción de Einstein, no la de Newton.

La espectacularidad de aquel acontecimiento se vio subrayada por el fin de la guerra. Los periódicos ingleses no hicieron demasiado por relacionar a Einstein con Alemania y comunicaron con entusiasmo la trascendental noticia, que rápidamente se difundió por otros países. En diciembre de 1919, Eddington escribía a Einstein diciendo (citado en Hoffmann, B., 1987):

“...Toda Inglaterra está hablando de su teoría. Ha causado un impacto sensacional...Es lo mejor que podría haber ocurrido para mejorar las relaciones científicas entre Inglaterra y Alemania.”



Fig. A.3.20 Arthur Eddington.

El destino daba un giro imprevisto a los sucesos. La luz estelar, con su ligera desviación, había deslumbrado al gran público, y de repente Einstein se convirtió en una celebridad mundial. Este hombre esencialmente sencillo, buscador solitario de la belleza cósmica, era ahora un símbolo mundial, objeto de veneración y de odios profundamente arraigados.

En Berlín, en los años de la guerra, pasó muchos días en la casa del primo de su padre, Rudolf Einstein, cuya esposa era hermana de la madre de Albert. Su hija Elsa era prima por ambas partes. Siendo niña había jugado muchas veces con Albert en Munich. Al quedarse viuda se había trasladado a la casa de su padre con sus dos hijas, Ilse y Margot. En 1917, año en que Einstein tuvo una grave enfermedad gástrica, Elsa le atendió con gran esmero. Siempre había habido una fuerte unión entre ellos, y en junio de 1919 contrajeron matrimonio. La madre de Einstein tenía un cáncer incurable. A finales de 1919 fue con una enfermera a Berlín para pasar al lado de su hijo sus últimos días. Y allí murió en febrero de 1920. Einstein estaba inconsolable.



Fig. A.3.21 Einstein y su esposa Elsa, 1931.

La guerra había sido durísima, y cuando se interrumpieron los combates las pasiones generadas por la guerra seguían todavía muy enconadas, tanto entre los vencedores como entre los vencidos. En diciembre de 1919, la Royal Astronomical Society de Inglaterra decidió conceder a Einstein su medalla de oro de 1920, pero los miembros más “patrióticos” consiguieron los votos suficientes para impedir la ratificación de tal decisión, con el resultado de que aquel año no se entregó ninguna medalla. La Royal Astronomical Society no conseguiría entregar su medalla de oro a Einstein hasta el año de 1926.

En 1920 se desarrolló en Alemania una campaña antisemita. Contaba con un fuerte respaldo económico y tenía como objetivo denigrar a Einstein y atacar su teoría, judía o comunista. Indignados ante tal actitud, Laue, Nernst y Rubens publicaron una declaración conjunta en la prensa. En ella deploraban los ataques personales a Einstein, defendían la relatividad y declaraban que, aún prescindiendo de esta teoría, Einstein era un físico de talla excepcional.

En marzo de 1921, Chaim Weizmann, dirigente sionista que sería con el tiempo el primer presidente de Israel, envió desde Inglaterra un emisario que informó a Einstein de sus planes de crear una universidad hebrea en Jerusalén. Weizmann quería que el científico le acompañara en una visita que pensaba realizar a América para obtener fondos. En cuanto se supo que Albert tenía intenciones de viajar a América, los presidentes de las distintas instituciones académicas le hicieron llegar una auténtica avalancha de invitaciones en las que le proponían conferencias, visitas y distinciones académicas. Los americanos recibieron a Einstein con un entusiasmo que éste no lograba entender. El 2 de abril de 1921, mientras el barco atracaba, los periodistas le asediaron a bordo. El alcalde de Nueva York organizó un recibimiento oficial, como si de un héroe de guerra se tratara. El presidente Harding lo invitó a la Casa Blanca. Y, sobre todo, el ciudadano medio se encariñó con él, dejándose cautivar por su sencillez. En los círculos académicos fue recibido con cordialidad. La Universidad de Columbia le impuso una medalla, la Universidad de Princeton le hizo *doctor honoris causa*. En una recepción organizada en su honor en Princeton al pedirle que expresara su opinión acerca de ciertos experimentos que parecían rebatir las concepciones relativistas y prerrelativistas, contestó: *“Dios es astuto y sutil pero no malicioso”*. En su respuesta, Einstein explicaba lo que quería decir con aquello: la naturaleza oculta sus secretos porque es sublime, no porque sea tramposa.

En cuanto a la recolección de fondos, la presencia de Einstein fue un gancho muy fuerte y se consiguieron varios millones de dólares para el Fondo Nacional Judío que los destinaría para la construcción de una facultad de Medicina.

En su viaje de regreso de América, se detuvo brevemente en Inglaterra, donde había recibido invitaciones para dar conferencias en la Universidad de Manchester y en el King's College de la Universidad de Londres. Sus conferencias provocaron enorme entusiasmo. Durante su estancia fue tratado como un verdadero héroe del espíritu. La Universidad de Manchester le concedió el título de *doctor honoris causa*. En Londres, se alojó como invitado de honor en casa del estadista y filósofo vizconde Haldan, y la visita contribuyó en gran medida a la causa de la reconciliación internacional.

En junio de 1921, Einstein llegó de nuevo a Alemania, donde poco tiempo después el nuevo observatorio astronómico fue bautizado en su honor con el nombre de *“Torre de Einstein”*.

En marzo de 1922, en gran parte gracias a los esfuerzos de Paul Langevin, quien tuvo que luchar contra la fuerte oposición de algunos patriotas franceses, Einstein dio una serie de conferencias en el College de France, en París. Allí, tuvo el placer de ver a su amigo Solovine, de los tiempos de la Academia Olympia.

En octubre de 1922, un editor invitó a Einstein a Japón, donde pasó unas semanas. A su paso se formaban verdaderas multitudes deseosas de verlo en persona. Fue recibido por la emperatriz. Los periódicos competían entre sí para informar de sus actividades. Fue colmado de honores y de toda clase de regalos y se dejó cautivar por el singular encanto de los japoneses.

La noticia de que se le había concedido el premio Nobel de 1921 (Hoffmann, B., 1987), llegó a Japón antes de que llegara el barco en el que viajaba. El premio se le otorgó “*por sus servicios a la física teórica y, en especial, por su descubrimiento de la ley del efecto fotoeléctrico*”. En el documento oficial no se mencionaba explícitamente la relatividad. Al no estar presente para recibir el premio, el embajador sueco en Alemania llevó personalmente el diploma y la medalla a Berlín para entregárselos a Einstein. Cuando más tarde Albert pronunció en Suecia el discurso de aceptación del premio Nobel, hizo caso omiso de las palabras del documento oficial de la concesión y habló de la teoría de la relatividad.



Fig. A.3.22 Einstein en Göteborg, Suecia, en su discurso del Premio Nobel, en julio de 1923.

Es interesante escuchar los comentarios de un violinista profesional sobre la técnica musical de Einstein. Boris Schwarz decía que su tono era muy puro, con poco *vibrato*, pues no le gustaba el tono vibrante y sensual del siglo XIX. Esto encajaba con las preferencias musicales de Albert. Le encantaba la música del siglo XVIII: Bach, Vivaldi y Mozart (sobre todo Mozart). Beethoven, en su apasionado tono de *do menor* le resultaba demasiado emotivo.

Era del conocimiento público que a Einstein le encantaba relajarse recorriendo en vela el río Havel y los lagos próximos a Berlín. Disfrutando el calor del sol y la soledad, mientras su mente vagaba por el universo.



Fig. A.3.23 Einstein tocando el violín.

A mediados de la década de los años 20, Einstein y Jakob Grommer publicaron un artículo en respuesta a los trabajos pioneros de Theodor Kaluza y Hermann Weyl sobre la unificación de los campos. Weyl desarrolló su trabajo utilizando un aspecto generalizado del espacio-tiempo relativista; Kaluza, por su parte, se basó en un análisis de la relatividad en cinco dimensiones. Einstein y Grommer estudiaron cuidadosamente ambos trabajos. Sin embargo, se limitaron a buscar, en el contexto de la teoría de Kaluza, soluciones libres de singularidades matemáticas; es decir, ecuaciones que señalaran el comportamiento correcto de las partículas en las regiones del espacio que estuvieran libres de fuentes gravitacionales y electromagnéticas.

Las dos últimas contribuciones trascendentales de Einstein a la ciencia aparecieron en 1924 y 1925. Ambas fueron presentadas a la Academia Prusiana de Ciencias y están directamente relacionadas con la mecánica estadística. Después de enterarse del novedoso método estadístico empleado por el científico hindú Satyendra Bose para la derivación de la ley cuántica de Planck. Einstein concibió la idea de emplearlo también en la descripción de los átomos. A grandes rasgos, la teoría de Bose define la radiación electromagnética como una especie de gas constituido por fotones y regido por una nueva estadística cuántica. Albert amplió el uso de esta estadística. Se apoyó en una hipótesis desarrollada previamente por el físico francés Louis de Broglie, acerca de las propiedades corpúsculo-ondulatorias de la materia y, asumiendo que la materia se comporta como un gas cuántico, logró ampliar al nivel atómico el terreno de aplicación de la teoría de Bose. Con ello estructuró lo que hoy se conoce como la mecánica cuántica con estadística de Bose-Einstein.

Los inviernos de 1930-31, y el siguiente Albert los pasó en los Estados Unidos. Einstein acudió como profesor invitado al California Institute of Technology, en Pasadena, cuyo director era por aquel entonces Millikan. Cuando Hitler subió al poder, los Einstein estaban en Pasadena. Albert comprendió al instante que no podría volver a Alemania, y en marzo de 1933, en una declaración muy dura, anunció públicamente su decisión de no regresar. Fue a Bélgica, al pueblecito de Le Coq-sur-Mer, donde, por orden del rey, estuvo protegido algún tiempo, día y noche, por guardaespaldas. Hubo muchos rumores de que se produciría algún atentado contra su vida.

Del exterior de Alemania llegaron numerosas ofertas académicas, en las mismas fechas en que los nazis confiscaban su cuenta bancaria y el contenido de la caja de seguridad de su esposa, así como su querida casa de Caputh (el inexistente regalo de la ciudad de Berlín que ahora le arrebataba el Estado). Las obras de Einstein formaron parte de una lista de creaciones ilustres que los nazis arrojaron a la hoguera.

El 28 de marzo de 1933, Einstein renunció a la Academia Prusiana, que, como supo más tarde, había estado a punto de expulsarlo. En una sesión plenaria de la Academia Prusiana, celebrada el 2 de mayo de 1933, Planck hizo una declaración llena de valor (citado en Hoffmann, B., 1987):

“Creo que hablo en nombre de mis colegas físicos de la Academia y también en nombre de la mayoría abrumadora de todos los físicos alemanes al afirmar: Einstein no es sólo uno de nuestros muchos físicos de talla; es además, el físico con cuyas obras, publicadas por nuestra Academia, la física ha experimentado un progreso cuya importancia sólo puede compararse con los avances logrados por Johannes Kepler e Isaac Newton...”.

Einstein llegó el 17 de octubre de 1933 a los Estados Unidos acompañado de su esposa, su secretaria y su colaborador Walter Mayer. Su llegada constituyó un gran acontecimiento. Casi inmediatamente, el presidente Roosevelt invitó a los Einstein a pasar una noche en la Casa Blanca y cuando se produjo el encuentro en el mes de enero siguiente, Roosevelt y Einstein encontraron puntos comunes en su amor a la navegación en vela, de la que ambos podían hablar como verdaderos expertos. Pero también hablaron del sombrío panorama que se cernía sobre Europa.

Hablando de otro tema, ¿Qué opinaba Einstein de los fotones? El problema estaba siempre dándole vueltas en la cabeza. No le dejaba un minuto de reposo. ¿Cómo era posible que los fotones individuales se comportaran como partículas cuando chocaban con los átomos y sin embargo se desplazaban con propiedades como las de las ondas, como si cada uno de ellos pudiera estar en muchos lugares al mismo tiempo? De Broglie había complicado el enigma onda-partícula porque había incluido no sólo a la luz sino también a la materia, con lo que su presencia alcanzaba a toda la física. Esto si que lo aceptaba Einstein. La omnipresencia es de por sí una forma de unidad. Bohr había llegado a la conclusión de que debemos acostumbrarnos a considerar a la onda y a la partícula como imágenes complementarias. Pero el instinto de Einstein se rebelaba ante esta perspectiva.



Fig. A.3.24 Bohr y Einstein reflexionando.

A finales de 1927, en el quinto Congreso Solvay, el enfrentamiento fue muy patente. Bohr y Heisenberg decían que la indeterminación era inevitable: que dada la ausencia de una causalidad estricta, lo más que se podía lograr eran las posibilidades. Bohr estaba de acuerdo. Pero Einstein no. No quería aceptar lo que iba contra su propio instinto. Estaba convencido de que aquella teoría era incompleta. Y presentó una serie de ingeniosos argumentos para confirmar sus puntos de vista. Nunca se había visto la mecánica cuántica sometida a un ataque tan formidable y penetrante. Pero Bohr y sus aliados, a pesar de estar acosados, se mantuvieron en sus posiciones. Precisaron sus conceptos en medio de la batalla, rechazaron una a una las objeciones de Einstein, y éste, a pesar de todo su talento e ingenio, tuvo que declararse en retirada.

Einstein resumió su intuición sobre la teoría cuántica en la famosa frase: *“Gott gürfelt nicht”* que utilizó de varias formas y en varias ocasiones. Se puede traducir como *“Dios no juega a los dados”*.

En una carta escrita a un librepensador en 1953, Einstein explicaba que al hablar de Dios que no jugaba a los dados no se refería *“ni a Yahvé ni a Júpiter, sino al Dios inmanente de Spinoza”*. Y, en otra carta escrita en 1945, continuaba diciendo algo que le gustaba repetir con frecuencia (citado en Hoffmann, B., 1987): *“Debemos admirar humildemente la bella armonía de la estructura de este mundo, en la medida en que podamos comprenderlo. Eso es todo”*. Parece que, según Einstein, la armonía del universo caería por tierra si, utilizando su metáfora, Dios jugara a los dados.

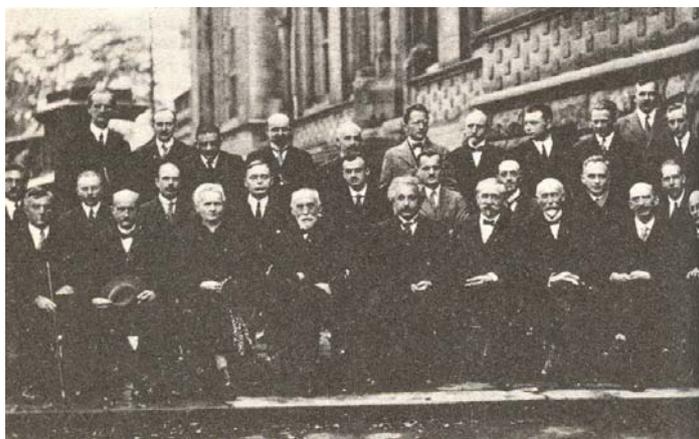


Fig. A.3.25 Congreso Solvay de 1927.

Por otro lado, en 1939, Fermi, Szilard y otros profesores de la Universidad de Columbia habían dado un nuevo paso hacia la bomba atómica al confirmar que en la fisión del uranio se producen neutrones.

Nadie podía saber todavía si era posible hacer una bomba atómica. Pero los físicos extranjeros que vivían en los Estados Unidos, se daban perfecta cuenta de lo que ocurriría con la civilización si las dictaduras ganaban la carrera de la bomba atómica. La situación sería también mala en el caso de que fueran las democracias las que la ganaran. Ante esto Fermi intentó poner en antecedentes a la marina de Estados Unidos. No consiguió más que una reacción de cortesía.

Szilard y Eugene Wigner, húngaro de nacimiento y profesor de física teórica en la Universidad de Princeton fueron a ver a Einstein y le hablaron del peligro de

una posible reacción nuclear en cadena, con la intención inicial de pedirle que utilizara su influencia ante la reina de Bélgica para impedir que los nazis pusieran sus manos en el uranio del Congo Belga. Hubo otra visita de Szilard a Einstein en Nassau Point, en esta ocasión lo acompañó el físico húngaro Edward Teller. Albert ayudó a redactar y luego firmó una carta dirigida a Roosevelt que después se haría famosa. Está fechada el 2 de agosto de 1939 y decía entre otras cosas (citado en Hoffmann, B., 1987):

“Ciertos trabajos realizados por E. Fermi y L. Szilard, de los que tengo información manuscrita, me hacen pensar que el uranio puede convertirse en una nueva e importante fuente de energía en un futuro inmediato. Algunos aspectos de la situación parecen merecedores de atención y, si fuera necesario, de una intervención rápida por parte de la Administración. Creo que es mi deber llamarle la atención sobre los siguientes datos... Es posible pensar... en la construcción... de nuevas bombas con una potencia muy superior a las actuales. Una sola de estas nuevas bombas, trasladada en barco o explotada en un puerto, podría destruir sin problemas todo el puerto, y parte del territorio circundante. Sin embargo, es posible que estas bombas sean demasiado pesadas para ser transportadas en avión... Tengo entendido que Alemania ha interrumpido la venta del uranio de las minas de Checoslovaquia, que ahora están en sus manos. La explicación de esta medida tan rápida puede ser que el hijo del subsecretario de Estado alemán, Von Weizsäcker, trabaja en el Instituto Kaiser Wilhelm, en Berlín, donde se están realizando en la actualidad pruebas con el uranio”.



Fig. A.3.26 Einstein y Szilard.

La carta quedó en segundo plano. Así, que el 7 de marzo de 1939, con ayuda de Sachs, Einstein escribió una segunda carta que fue más urgente que la primera. Roosevelt la recibió a los pocos días. La decisión oficial para la construcción de la bomba atómica se dio el 6 de diciembre de 1941. Un año después, el 2 de diciembre de 1942, Fermi al frente de un equipo de científicos, produjo en Chicago la primera reacción nuclear autónoma en cadena (la primera combustión nuclear realizada por el hombre). El 16 de julio de 1945 se hizo una prueba en una zona desértica de Nuevo México y se produjo el primero de los terribles hongos atómicos. Finalmente el 6 de agosto se lanzó la primera bomba atómica sobre la ciudad japonesa de Hiroshima, y el 9 de agosto una segunda bomba atómica, más potente que la primera, fue lanzada sobre Nagasaki, ambas con devastadores resultados.

Por otro lado, el 22 de junio de 1940, Einstein, su hija Margot y su secretaria, se convirtieron en ciudadanos de los Estados Unidos.

En 1946, tras la derrota de la Alemania nazi, fue invitado a ingresar de nuevo en la Academia de Baviera, a lo cual Albert se negó, diciendo: *“Los alemanes han exterminado a mis hermanos judíos; no quiero saber nada de los alemanes...”*. También se negó a reanudar relaciones oficiales con el Instituto *Kaiser Wilhelm* rebautizado con el nombre de Instituto Planck.

Y se mantuvo en esta postura hasta el final de sus días.

Tras la muerte de Chaim Weizmann, Einstein recibió la petición de sucederle en el cargo de presidente del Estado de Israel. Albert se sintió profundamente conmovido, pero declinó la oferta amablemente, diciendo que carecía de la preparación y experiencia necesarias.

La mecánica cuántica es el producto de muchas mentes, no obstante, la colaboración del propio Einstein en su desarrollo fue trascendental. Y respecto a la monumental teoría general de la relatividad, fue, en gran parte, creación de un solo hombre, y figura por tanto entre los mayores logros científicos de todos los tiempos.

En sus *Notas Autobiográficas*, al hablar de esta teoría, Einstein tiene que exponer algunas dificultades del sistema newtoniano. De repente se detiene y se dirige directamente a Newton, diciendo (citado en Hoffmann, B., 1987):

“Y basta ya de todo esto, Newton, perdóname. Tú encontraste el único camino posible, en tu tiempo, para un hombre dotado de increíble capacidad intelectual y creativa. Los conceptos que tú creaste siguen dominando nuestra forma de pensar, aunque ahora sabemos que debemos sustituirlos por otros más alejados de la esfera de la experiencia inmediata. Es la única forma de llegar a una comprensión más profunda de la manera en que se interrelacionan las cosas”.

¿Cómo era el hombre que hablaba así con Newton a través de los siglos? Era un hombre humilde y profundamente sencillo que conservaba la capacidad de admiración de un niño. Su sentido de lo misterioso y de lo trágico se manifiesta en estas palabras dirigidas en 1939 a la reina madre de Bélgica: *“Doy gracias al destino por haber hecho de mi vida una experiencia apasionante, por haber hecho que mi vida parezca llena de sentido”.*

Era, por naturaleza, un rebelde que disfrutaba rompiendo los convencionalismos. Siempre que podía, se vestía pensando en la comodidad, no en la apariencia. Lo externo representaba muy poco para él. Sólo era fuente de molestias y complicaciones absurdas. Buscaba en todo la sencillez. Su pasión era la ciencia, y a continuación la música. Su hermana cuenta que cuando tocaba el violín había veces en que se detenía de repente y exclamaba: *“¡Ya lo he encontrado!”* refiriéndose, claro está, a la solución de un problema científico. Su violín, como su ciencia, le acompañaba a todas partes. Hiciera lo que hiciera, la ciencia siempre formaba parte de sus pensamientos.

En su fama mundial veía una especie de crédito (un don del destino) que debía utilizar para bien de todos. Sabía lo mucho que pesaba su nombre. Defendió apasionadamente la causa de la libertad humana y su conciencia le impulsaba a apoyar las causas nobles.

En una ocasión escribió (citado en Hoffmann, B., 1987):

“Mi sentido apasionado de la justicia y de la responsabilidad social ha estado siempre en claro contraste con mi escasa necesidad de contacto directo con otros seres humanos y comunidades de hombres. Soy en verdad un “viajero solitario” y nunca he entregado todo mi corazón a mi país, a mi casa, a mis amigos, ni siquiera a mi familia más inmediata. Ante todos estos vínculos he conservado una sensación de distancia y una necesidad de soledad – sentimientos que van en aumento con los años”.

En otra ocasión redactó: *“La experiencia más bella que podemos tener es la del misterio. Es la emoción fundamental que está en la base del verdadero arte y de la verdadera ciencia”.*

En el fondo, era un artista que utilizaba como medio de expresión la ciencia. Y era un apasionado. Muchas veces, cuando le venía una idea, trabajaba en ella hasta el límite de sus fuerzas. Si la idea se mostraba recalcitrante, volvía sobre ella una y otra vez, año tras año, con increíble persistencia.

Alarmado por la carrera de armamentos, Bertrand Russell estaba preparando una declaración que, esperaba él, sería firmada por un grupo selecto de distinguidos intelectuales de todo el mundo. Era una advertencia del peligro que amenazaba a la humanidad. Se dirigió a Einstein solicitando su ayuda, que éste le prestó encantado. La larga declaración Russell-Einstein, preguntaba abiertamente: *“¿Vamos a acabar con la raza humana; o por el contrario, la humanidad va a renunciar a la guerra?”.*

En los días que le quedaban de vida, Einstein no pudo permanecer en silencio. Y, como consecuencia del manifiesto, se organizaron varias reuniones y conferencias internacionales que influyeron en cierta forma en los intentos (totalmente insuficientes) de controlar la proliferación de las armas atómicas.



Fig. A.3.27 La última foto de Einstein, cuando cumplió 76 años, en 1955.

El 18 de abril de 1955, alrededor de la una de la madrugada su corazón dejó de latir.

Dos siglos antes, cuando murió Newton, su cuerpo quedó expuesto al público, mientras el mundo lloraba su muerte. Sus cenizas fueron depositadas solemnemente en la abadía de Westminster, en el corazón de Londres, junto a los restos de los más distinguidos hijos de Inglaterra.

Cuando murió Einstein, hubo gran consternación en todo el mundo. Pero él había indicado que no quería ni funeral, ni tumba, ni monumento. En una ceremonia privada, en presencia de sus más íntimas amistades y familiares, fue incinerado cerca de Trenton, Nueva Jersey. Por propio deseo, se mantuvo en secreto el destino de sus cenizas, para evitar que algún lugar del mundo, por humilde que fuera pudiera convertirse en un relicario.

Ahora con esta biografía, ya tenemos una ligera idea acerca de la personalidad de Albert Einstein.

ANEXO 4

Cuestionario de la biografía de Albert Einstein

- 1.- ¿Cuándo y en qué lugar nació Albert Einstein?
- 2.- ¿Qué experiencia vivida por Einstein en su infancia, le dejó una impresión profunda y duradera y despertó su interés por la física?
- 3.- ¿Qué clase de libro le inspiró admiración por las matemáticas?
- 4.- ¿Qué situaciones le molestaban en su vida escolar?
- 5.- ¿A qué edad y con qué pregunta surgió la idea de la relatividad en Einstein?
- 6.- ¿Qué hecho importante sucedió en la oficina de patentes suiza?
- 7.- ¿Cuándo y con quién se casó por primera vez Einstein?
- 8.- ¿Cuántos hijos tuvo Einstein en su primer matrimonio y cómo se llamaban?
- 9.- ¿Cuándo apareció y cómo se llamaba el primer artículo de Einstein?
- 10.- ¿De qué trataba el primer artículo de Einstein?
- 11.- ¿Cuándo apareció y cómo se llamaba el segundo artículo de Einstein?
- 12.- ¿De qué trataba el segundo artículo de Einstein?
- 13.- ¿Cuándo apareció y cómo se llamaba el tercer artículo de Einstein?
- 14.- ¿De qué trataba el tercer artículo de Einstein?
- 15.- ¿Cuándo apareció y cómo se llamaba el cuarto artículo de Einstein?
- 16.- ¿De qué trataba el cuarto artículo de Einstein?
- 17.- ¿Con cuál evento se confirmó la Teoría General de la Relatividad por primera vez?
- 18.- ¿Quién llevó a cabo la primera comprobación de la TGR?
- 19.- ¿Cuándo y con quién se casó Einstein por segunda vez?
- 20.- ¿En qué año recibió el Premio Nobel Einstein y por qué se le otorgó?
- 21.- ¿Con cuál físico sostuvo Einstein apasionadas discusiones sobre la mecánica cuántica?
- 22.- ¿Cuáles eran las ideas de Einstein acerca de la física cuántica?
- 23.- ¿Cuál es la famosa frase pronunciada por Einstein respecto a la naturaleza estadística de la física cuántica?
- 24.- ¿En qué año escribió la segunda carta Einstein dirigida a Roosevelt?
- 25.- ¿Qué decía, en términos generales, la segunda carta de Einstein a Roosevelt?

- 26.- ¿Cuándo y en dónde lanzó EUA, las primeras bombas atómicas?
- 27.- ¿Con qué finalidad se escribió la declaración Russell-Einstein?
- 28.- ¿Aparte de la física, cuál fue la otra afición de Einstein?
- 29.- ¿En qué año falleció Einstein?

ANEXO 5

Lecturas Sugeridas de la Teoría Especial de la Relatividad

A continuación se presenta una lista de lecturas sugeridas que puede usarse para cubrir los diferentes temas de la Teoría Especial de la Relatividad en el bachillerato:

- Marcos de referencia

1) El libro de Shahen Hacyan. Ver bibliografía, referencia No. 22, pp. 11-34.

- El Experimento de Michelson–Morley

1) “El Experimento de Michelson–Morley”, del libro de Paul Hewitt. Ver bibliografía, referencia No. 28, pp. 687-688.

2) El libro de Paul Tippens. Ver bibliografía, referencia No. 52, p. 646.

3) El libro de Jones y Childers. Ver bibliografía, referencia No. 33, p. 786.

4) El libro de Eugene Hecht. Ver bibliografía, referencia No. 24, pp. 952-953.

5) El libro de Robert Resnick. Ver bibliografía, referencia No. 48, pp. 27-35.

6) El libro de Robert Resnick. Ver bibliografía, referencia No. 49, pp. 16-25.

7) El libro de Martin Gardner. Ver bibliografía, referencia No. 18, pp. 11-32.

8) El libro de Fierro y Domínguez. Ver bibliografía, referencia No. 13, pp. 38-40.

- Postulados de la Teoría Especial de la Relatividad

1) “Postulados de la teoría de la relatividad especial”, del libro de Paul Hewitt. Ver bibliografía, referencia No. 28, pp. 688-689.

2) El libro de Paul Tippens. Ver bibliografía, referencia No. 52, pp. 732-733.

3) “Postulados de Einstein de la relatividad especial”, del libro de Jones y Childers. Ver bibliografía, referencia No. 33, pp. 786-787.

4) “Los dos postulados”, del libro de Eugene Hecht. Ver bibliografía, referencia No. 24, pp. 954-957.

5) “Los postulados de la teoría de la relatividad especial”, del libro de Robert Resnick. Ver bibliografía, referencia No. 48, pp. 42-44.

6) “Los postulados de la teoría de la relatividad especial”, del libro de Robert Resnick. Ver bibliografía, referencia No. 49, pp. 31-34.

7) El libro de Martin Gardner. Ver bibliografía, referencia No. 18, pp. 39-41.

8) El libro de Fierro y Domínguez. Ver bibliografía, referencia No. 13, pp. 42-47.

- Simultaneidad de Eventos

1) “Simultaneidad”, del libro de Paul Hewitt. Ver bibliografía, referencia No. 28, p. 690.

2) “Hechos simultáneos: la relatividad del tiempo”, del libro de Paul Tippens. Ver bibliografía, referencia No. 52, pp. 733-734.

3) “Simultaneidad”, del libro de Jones y Childers. Ver bibliografía, referencia No. 33, pp. 791-793.

4) “Simultaneidad y tiempo”, del libro de Eugene Hecht. Ver bibliografía, referencia No. 24, pp. 957-961.

5) “La relatividad de la simultaneidad”, del libro de Robert Resnick. Ver bibliografía, referencia No. 48, pp. 53-58.

6) “La relatividad de la simultaneidad”, del libro de Robert Resnick. Ver bibliografía, referencia No. 49, pp. 47-52.

- 7) El libro de Martin Gardner. Ver bibliografía, referencia No. 18, pp. 41-44.
- 8) El libro de Fierro y Domínguez. Ver bibliografía, referencia No. 13, pp. 48-50.

- Espacio-Tiempo

- 1) “Espaciotiempo”, del libro de Paul Hewitt. Ver bibliografía, referencia No. 28, pp. 691-692.
- 2) “Espacio y tiempo”, del libro de libro de Shahen Hacyan. Ver bibliografía, referencia No. 22, pp. 46-48.
- 3) El libro de Martin Gardner. Ver bibliografía, referencia No. 18, pp. 100-104.
- 4) El libro de Fierro y Domínguez. Ver bibliografía, referencia No. 13, pp. 50-51.

- Dilatación del tiempo

- 1) “Dilatación del tiempo”, del libro de Paul Hewitt. Ver bibliografía, referencia No. 28, pp. 693-696.
- 2) El libro de Paul Tippens. Ver bibliografía, referencia No. 52, p. 736.
- 3) “Dilatación del tiempo”, del libro de Jones y Childers. Ver bibliografía, referencia No. 33, pp. 794-796.
- 4) “El reloj del sombrerero: dilatación del tiempo”, del libro de Eugene Hecht. Ver bibliografía, referencia No. 24, pp. 962-965.
- 5) El libro de Robert Resnick. Ver bibliografía, referencia No. 48, pp. 63-65.
- 6) El libro de Robert Resnick. Ver bibliografía, referencia No. 49, pp. 58-60.
- 7) El libro de Martin Gardner. Ver bibliografía, referencia No. 18, pp. 51-53.
- 8) El libro de Banesh Hoffmann. Ver bibliografía, referencia No. 32, pp. 101-114.
- 9) El libro de Fierro y Domínguez. Ver bibliografía, referencia No. 13, pp. 51-56.

- La paradoja de los gemelos

- 1) “El viaje del gemelo”, del libro de Paul Hewitt. Ver bibliografía, referencia No. 28, pp. 697-702.
- 2) “La paradoja de los gemelos”, del libro de Jones y Childers. Ver bibliografía, referencia No. 33, p. 798.
- 3) “El efecto de los gemelos”, del libro de Eugene Hecht. Ver bibliografía, referencia No. 24, pp. 967-969.
- 4) “La paradoja de los mellizos”, del libro de Robert Resnick. Ver bibliografía, referencia No. 49, pp. 189-195.
- 5) “La paradoja de los mellizos”, del libro de Martin Gardner. Ver bibliografía, referencia No. 18, pp. 135-149.
- 6) El libro de Banesh Hoffmann. Ver bibliografía, referencia No. 32, pp. 123-126.
- 7) El libro de Fierro y Domínguez. Ver bibliografía, referencia No. 13, pp. 56-57.

- La contracción de la longitud

- 1) “Contracción de la longitud”, del libro de Paul Hewitt. Ver bibliografía, referencia No. 28, pp. 706-707.
- 2) El libro de Paul Tippens. Ver bibliografía, referencia No. 52, pp. 734-735.
- 3) “Contracción de la longitud”, del libro de Jones y Childers. Ver bibliografía, referencia No. 33, pp. 797-799.
- 4) “Alicia se encoge: contracción de la longitud”, del libro de Eugene Hecht. Ver bibliografía, referencia No. 24, pp. 965-967.
- 5) El libro de Robert Resnick. Ver bibliografía, referencia No. 48, pp. 62-63.

- 6) El libro de Robert Resnick. Ver bibliografía, referencia No. 49, pp. 57-58.
- 7) El libro de Martin Gardner. Ver bibliografía, referencia No. 18, pp. 48-51.
- 8) El libro de Fierro y Domínguez. Ver bibliografía, referencia No. 13, pp. 61-62.

- Equivalencia masa-energía

- 1) "Masa, energía y $E = mc^2$ ", del libro de Paul Hewitt. Ver bibliografía, referencia No. 28, pp. 710-713.
- 2) "Masa y energía", del libro de Paul Tippens. Ver bibliografía, referencia No. 52, pp. 737-738.
- 3) "Masa y energía", del libro de Jones y Childers. Ver bibliografía, referencia No. 33, pp. 799-802.
- 4) "Energía relativista", del libro de Eugene Hecht. Ver bibliografía, referencia No. 24, pp. 974-977.
- 5) "La equivalencia de masa y energía", del libro de Robert Resnick. Ver bibliografía, referencia No. 48, pp. 113-122.
- 6) "Equivalencia de masa y energía", del libro de Robert Resnick. Ver bibliografía, referencia No. 49, pp. 122-134.
- 7) El libro de Martin Gardner. Ver bibliografía, referencia No. 18, pp. 68-72.
- 8) El libro de Shahen Hacyan. Ver bibliografía, referencia No. 22, pp. 41-43.
- 9) El libro de Fierro y Domínguez. Ver bibliografía, referencia No. 13, pp. 63-67.

ANEXO 6

Plan de clase

Segunda sesión 2005-2006.

Objetivo

Que los alumnos reconozcan la importancia y la utilidad de los marcos de referencia para la descripción del movimiento de los cuerpos.

Material

- 1.- Televisión
- 2.- Videocassetera
- 3.- Película "Marcos de Referencia" del PSSC.
- 4.- Gis
- 5.- Pizarrón

Estrategias Didácticas sugeridas

- 1.- Ver la película: "Marcos de Referencia" del PSSC, y hacer un resumen de los conceptos más importantes.
- 2.- Se definirá: ¿Qué es un marco de referencia?
- 3.- ¿Qué es un marco de referencia con movimiento uniforme?
- 4.- ¿Qué es un marco de referencia con movimiento uniforme acelerado?
- 5.- Se proporcionarán ejemplos de los diferentes tipos de sistemas de referencia.
- 6.- Se discutirá: ¿Qué implica la existencia de un marco de referencia absoluto?
- 7.- Se describirá el concepto del éter.
- 8.- Se dejará como tarea leer el libro de Shahen Hacyan. Ver bibliografía, referencia No. 22, pp. 11-34, (ver también el anexo 5 de lecturas sugeridas) y hacer un resumen de los conceptos más importantes y entregarlo la siguiente clase.

ANEXO 7

Plan de clase

Tercera sesión 2005-2006.

Objetivo

Que los estudiantes conozcan el experimento de Michelson-Morley y su implicación en la no existencia del éter.

Que los alumnos conozcan los postulados de la Teoría Especial de la Relatividad y su enorme importancia como pilares de esta teoría.

Material

- 1.- Computadora
- 2.- Cañón
- 3.- Pantalla
- 4.- Presentación en Power Point del experimento de Michelson-Morley y de los postulados de la TER.
- 5.- Gis
- 6.- Pizarrón

Estrategias Didácticas sugeridas

- 1.- Se describirá el experimento de Michelson-Morley, con ayuda de una presentación en Power Point.
- 2.- Se recalcará la importancia del concepto del éter.
- 3.- Se enunciarán y explicarán los postulados de la Teoría Especial de la Relatividad, con el auxilio de una presentación en Power Point.
- 4.- Se dejará como tarea leer los libros 1), 2) y 3) de las lecturas sugeridas acerca del experimento de Michelson-Morley y de los postulados de la Teoría Especial de la Relatividad (ver anexo 5) y hacer un resumen de los conceptos más importantes y entregarlo la siguiente clase.

ANEXO 8

Plan de clase

Cuarta sesión 2005-2006.

Objetivo

Que los alumnos conozcan el significado relativista de la simultaneidad de eventos.

Que los estudiantes conozcan la importancia de la noción de espacio-tiempo en la Teoría de la Relatividad.

Material

- 1.- Computadora
- 2.- Cañón
- 3.- Pantalla
- 4.- Presentación en Power Point del concepto de espacio-tiempo.
- 5.- Gis
- 6.- Pizarrón

Estrategias Didácticas sugeridas

- 1.- Se discutirá: ¿Qué es la simultaneidad de eventos?
- 2.- Se analizará el concepto de espacio-tiempo.
- 3.- Se dejará como tarea leer los libros 1), 2) y 3) de las lecturas sugeridas acerca de la simultaneidad de eventos y del concepto de espacio-tiempo (ver anexo 5) y hacer un resumen de los conceptos más importantes y entregarlo la siguiente clase.

ANEXO 9

Plan de clase

Quinta sesión 2005-2006.

Objetivo

Que los alumnos identifiquen el concepto de la dilatación del tiempo y que interpreten su significado físico.

Material

- 1.- Computadora
- 2.- Cañón
- 3.- Pantalla
- 4.- Presentación en Power Point de la dilatación del tiempo.
- 5.- Gis
- 6.- Pizarrón

Estrategias Didácticas sugeridas

- 1.- El profesor define ¿Qué es la dilatación del tiempo?
- 2.- El profesor deduce en forma matemática, la fórmula de la dilatación del tiempo, usando el Teorema de Pitágoras y haciendo operaciones algebraicas sencillas, auxiliándose de una diapositiva de la presentación en Power Point (o en su defecto de un acetato).
- 3.- El profesor borra el procedimiento matemático y pide a un alumno que pase al pizarrón para que repita la deducción de la fórmula antes citada, ayudado por sus compañeros.
- 4.- El profesor hace hincapié en los pasos clave de la deducción matemática de la fórmula.
- 5.- Se deja de tarea al grupo, realizar el cálculo de la dilatación del tiempo que experimenta un cuerpo que se mueve con la rapidez de la luz.
- 6.- Se dejará como tarea leer los libros 1), 2) y 3) de las lecturas sugeridas acerca de la dilatación del tiempo (ver anexo 5) y hacer un resumen de los conceptos más importantes y entregarlo la siguiente clase.

Deducción de la ecuación de la dilatación del tiempo

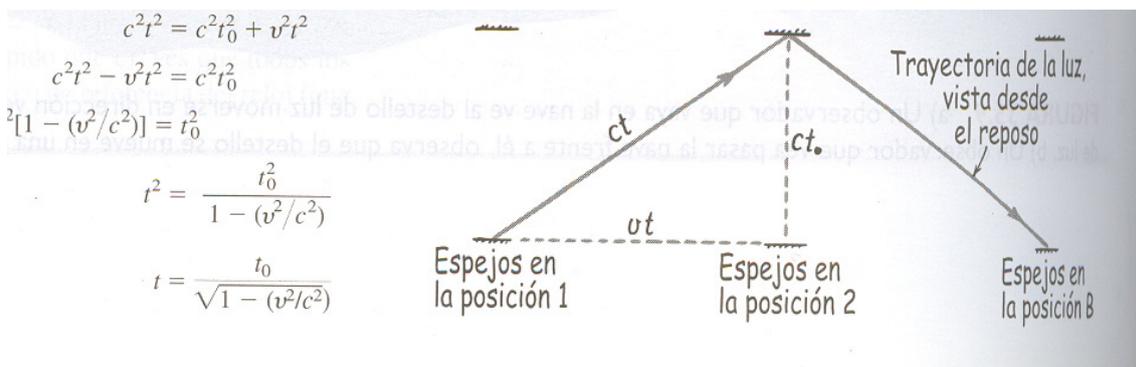


Fig. A.9.1 Deducción matemática de la fórmula de la dilatación del tiempo

ANEXO 10

Plan de clase

Sexta sesión 2005-2006.

Objetivo

Que el estudiante realice algunos cálculos numéricos de la dilatación del tiempo que experimentan algunos cuerpos e interprete su significado físico.

Material

- 1.- Gis
- 2.- Pizarrón
- 3.- Calculadora
- 4.- Reglas de madera de 1 m.

Estrategias Didácticas sugeridas

- 1.- Realizar varios ejemplos numéricos. Primero el profesor realiza el cálculo de la dilatación del tiempo de un cuerpo que viaja a $v = 0.5c$. Y después, por equipos, los alumnos calculan la dilatación del tiempo que ocurre en objetos que viajan a rapidezces de $0.9c$, $0.99c$, $0.9999c$ y pasan al pizarrón a escribir los cálculos.
- 3.- Se analiza el caso límite de la dilatación del tiempo que experimenta un cuerpo que viaja a $v = c$.
- 4.- Se realiza la gráfica de dilatación del tiempo vs velocidad, en el pizarrón, utilizando los resultados obtenidos.

Cálculos numéricos

1) $v = 0.5c$

$$(v/c)^2 = (0.5c/c)^2 = 0.25 \quad \sqrt{1-0.25} = \sqrt{0.75} = 0.866 \quad t = t_0/0.866 \quad t = 1.15t_0$$

2) $v = 0.9c$

$$(v/c)^2 = (0.9c/c)^2 = 0.81 \quad \sqrt{1-0.81} = \sqrt{0.19} = 0.4358 \quad t = t_0/0.4358 \quad t = 2.29t_0$$

3) $v = 0.99c$

$$(v/c)^2 = (0.99c/c)^2 = 0.9801 \quad \sqrt{1-0.9801} = \sqrt{0.0199} = 0.1410 \quad t = t_0/0.1410 \\ t = 7.09t_0$$

4) $v = 0.9999c$

$$(v/c)^2 = (0.9999c/c)^2 = 0.998 \quad \sqrt{1-0.998} = \sqrt{0.0002} = 0.01414 \quad t = t_0/0.01414 \\ t = 70.7t_0$$

5) $v = c$ (Caso límite)

$$(v/c)^2 = (c/c)^2 = 1 \quad \sqrt{1-1} = \sqrt{0} = 0 \quad t = t_0/0 \quad t = \infty$$

Significa físicamente que el tiempo se alarga infinitamente, es decir, se detiene.

ANEXO 11

Plan de clase

Séptima sesión 2005-2006.

Objetivo

Que el alumno identifique y explique con sus propias palabras “La Paradoja de los Gemelos”.

Material

- 1.- Computadora
- 2.- Cañón
- 3.- Pantalla
- 4.- Presentación en Power Point de la paradoja de los gemelos.

Estrategias Didácticas sugeridas

1.- Se explicará la “Paradoja de los Gemelos” gradualmente, auxiliándose con una presentación en Power Point del tema, considerando:

- Un reloj de luz en el interior de una nave espacial estacionaria situada a cierta distancia de la Tierra.
- Los pulsos luminosos enviados por un vehículo espacial que viaja acercándose a la Tierra.
- Los destellos luminosos procedentes de una nave espacial que se aleja de la Tierra.
- La frecuencia y el tiempo que tardan los pulsos luminosos en llegar a la Tierra durante el viaje redondo de un vehículo espacial.
- Integrando las ideas anteriores al caso de la paradoja de los gemelos en dos situaciones diferentes:
 - a) Los destellos luminosos son enviados por la nave espacial hacia la Tierra.
 - b) Los pulsos luminosos son enviados por un emisor desde la Tierra.

2.- Se pide a los alumnos que lean los libros 1), 2) y 3) de las lecturas sugeridas acerca de la paradoja de los gemelos (ver anexo 5), y que elaboren un breve resumen o mapa conceptual de las ideas o conceptos más relevantes.

ANEXO 12

Plan de clase

Octava sesión 2005-2006.

Objetivo

Que el alumno interprete con sus propias palabras el significado físico de la contracción de la longitud.

Material

- 1.- Computadora
- 2.- Cañón
- 3.- Pantalla
- 4.- Presentación en Power Point de la contracción de la longitud
- 5.- Gis
- 6.- Pizarrón
- 7.- Calculadora

Estrategias Didácticas sugeridas

- 1.- Se define ¿Qué es la contracción de la longitud?, con la ayuda de una presentación en Power Point del tema.
- 2.- Realizar varios ejemplos numéricos. Primero el profesor efectúa el cálculo de la contracción de la longitud de un cuerpo que viaja a $v = 0.5c$. Y después, por equipos, los alumnos calculan la contracción de la longitud que experimentan objetos que viajan a rapidez de $0.9c$, $0.99c$, $0.9999c$ y pasan al pizarrón a escribir los cálculos.
- 3.- Se analiza el caso límite de la contracción de la longitud que experimenta un cuerpo que viaja a la rapidez de la luz ($v = c$).
- 4.- Se elabora la gráfica de la contracción de la longitud vs velocidad, en el pizarrón, utilizando los resultados obtenidos.
- 5.- Se pide a los alumnos que lean los libros 1), 2) y 3) de las lecturas sugeridas acerca de la contracción de la longitud (ver anexo 5), y que elaboren un breve resumen de las ideas o conceptos más relevantes.

Cálculos numéricos

1) $v = 0.5c$

$$(v/c)^2 = (0.5c/c)^2 = 0.25 \quad \sqrt{1-0.25} = \sqrt{0.75} = 0.866 \quad L = 0.866L_0$$

2) $v = 0.9c$

$$(v/c)^2 = (0.9c/c)^2 = 0.81 \quad \sqrt{1-0.81} = \sqrt{0.19} = 0.4358 \quad L = 0.4358L_0$$

$$3) v = 0.99c$$

$$(v/c)^2 = (0.99c/c)^2 = 0.9801 \quad \sqrt{1-0.9801} = \sqrt{0.0199} = 0.1410 \quad L = 0.1410L_0$$

$$4) v = 0.9999c$$

$$(v/c)^2 = (0.9999c/c)^2 = 0.9998 \quad \sqrt{1-0.9998} = \sqrt{0.0002} = 0.01414 \quad L = 0.01414L_0$$

$$5) v = c \quad (\text{Caso límite})$$

$$(v/c)^2 = (c/c)^2 = 1 \quad \sqrt{1-1} = \sqrt{0} = 0 \quad L = 0L_0 = 0 \text{ m.}$$

Significa físicamente que la longitud del objeto, se vuelve cero, es decir, desaparece, en la dirección de movimiento.

ANEXO 13

Subtema 5.4 del Programa de Estudios de Astronomía de la Escuela Nacional Preparatoria.

Propósito de la unidad 5 (ENP tomo VIII, 1997):

El alumno adquirirá una visión global sobre el origen y la expansión del Universo que le permita discriminar la información que reciba sobre estos temas y que valore la aventura intelectual del hombre en búsqueda del origen propio y de todo lo que lo rodea.

HORAS	CONTENIDO	DESCRIPCIÓN DEL CONTENIDO	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS SUGERIDAS (actividades de aprendizaje)
	5.3. Vida extraterrestre	-Describir las condiciones mínimas para que se desarrolle la vida en la Tierra y los sitios donde se ha buscado y se piensa buscar vida extraterrestre.	-El alumno diseña un extraterrestre -El profesor proyecta la película “Contacto” y analiza las posibilidades de que exista vida en otros planetas y junto con los alumnos analizan su contenido y lo comparan con la teoría.
	5.4. La Astronomía del futuro	- Discutir el proyecto SETI y “ET at home”	-El alumno recopila informes sobre ovnis en los periódicos y, con la guía del profesor, los discute en forma grupal
		- Discutir el problema de los ovnis	-El profesor analiza con sus alumnos los avances científicos y tecnológicos realizados para <ul style="list-style-type: none"> a) obtener mayor información sobre el exterior b) realizar viajes interplanetarios y poder viajar más rápidamente c) poder subsistir fuera de nuestro planeta
		- Comprender que la Astrofísica es una ciencia en plena evolución con muchas interrogantes por delante.	

ANEXO 14

Subtema 5.8 del Programa de Estudios de Física III de la Escuela Nacional Preparatoria.

Propósito de la unidad 5 (ENP tomo VI, 1997):

Que el alumno adquiera una visión global de la estructura de la materia, tanto en sus aspectos de sustancia como de carga eléctrica y de radiación, además de entender algunos experimentos cruciales y las principales líneas de pensamiento que sustentan la visión moderna sobre la materia, así como el origen y evolución del universo.

HORAS	CONTENIDO	DESCRIPCIÓN DEL CONTENIDO	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS SUGERIDAS (actividades de aprendizaje)
	<p>5.5 La teoría atómica de la radiación: -La radiación electromagnética y la luz. -La hipótesis cuántica de Planck. -El efecto fotoeléctrico.</p> <p>5.6 Modelos atómicos: -El descubrimiento de radiactividad. -El experimento de Rutherford. -Espectroscopia y el modelo atómico de Bohr.</p> <p>5.7 Física nuclear: -Decaimiento radiactivo. -Detectores de radiactividad. -Aplicaciones de la radiactividad y la energía nuclear. -Fisión y fusión nucleares.</p> <p>5.8 Partículas elementales y cosmología: -Las interacciones fundamentales. -Partículas elementales. -Origen y evolución del universo. -Relatividad general.</p>	<p>Describirá la estructura de los átomos, la cuantización de la energía, la emisión y absorción de luz, y algunos procesos nucleares. Adquirirá, además, nociones básicas sobre las partículas elementales, así como sobre el origen y evolución del universo.</p>	<p>Dada la complejidad conceptual de algunos de los temas de esta unidad, su carácter es esencialmente informativo. La actividad principal de aprendizaje será la lectura de textos y artículos recomendados por el profesor y la discusión grupal de los mismos. El profesor indicará qué partes del material escrito leerán directamente los alumnos y cuáles serán leídas y comentadas por él frente al grupo. Otro aspecto importante en esta unidad es la organización de series de conferencias dictadas por especialistas que aborden los temas de mayor complejidad.</p>

ANEXO 15

Documento para los alumnos: La Teoría General de la Relatividad

A.15.1 Geometría y gravitación

Dado que la Teoría General de la Relatividad se basa en una geometría no-euclidiana, se desarrollará a continuación un breve bosquejo histórico de este tipo de geometría.

La geometría no-euclidiana surgió de un problema con la geometría de Euclides. Aproximadamente en el año 300 A.C. Euclides de Alejandría, ver fig. A.15.1, escribió “*Los Elementos*”, 13 libros que presentaban en forma sistemática la geometría. El nombre curioso se debe a la creencia de Platón acerca de la existencia de una relación entre “los elementos” griegos – tierra, fuego, aire y agua- y los sólidos regulares – el cubo, el tetraedro, el octaedro y el icosaedro (El quinto sólido regular, el dodecaedro, fue identificado con el éter) (Filloy, E., 1998).

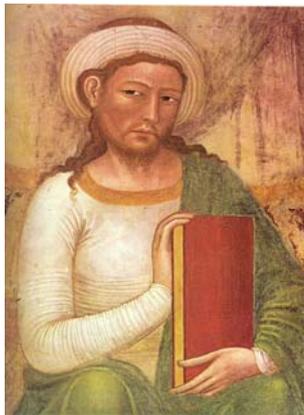


Fig. A.15.1 Euclides.

La aproximación a la geometría realizada por Euclides formó la base de la enseñanza de la asignatura por más de dos mil años. La geometría de Euclides se basa en 5 postulados o axiomas, que se consideraron verdaderos y evidentes por sí mismos.

Sin embargo, el quinto axioma, el llamado postulado de las paralelas no era obvio. Se ha establecido en muchos modos equivalentes, y en su forma original no se mencionaba la palabra “paralela”. Actualmente, la forma estándar de este postulado se conoce como el “axioma de Playfair” en honor al matemático inglés John Playfair (Filloy, E., 1998). En esta forma, el quinto postulado establece que:

“Dada una línea recta y un punto fuera de ella, existe una y sólo una línea recta que pasa por ese punto y no intersecta a la línea original”.

Ésta es la línea paralela a la primera. Con el correr de los años, los matemáticos empezaron a pensar que el axioma no era obvio y algunos dudaron de su validez. Hacia el final del siglo XVIII, Immanuel Kant, el gran filósofo y científico alemán, declaró que era verdadera la geometría euclidiana e independiente de la experiencia.

A pesar de esta aseveración tan intimidante, en 1817, Karl Friedrich Gauss escribió (Hey T., Walters P., 1997):

“Estoy cada vez más convencido de que no se puede demostrar la necesidad de nuestra geometría [euclidiana]....debemos considerar a la geometría que posee igual rango, no con la aritmética, que es puramente lógica, sino con la mecánica, que es empírica”.

En otras palabras, Gauss dijo que la verdadera geometría del espacio debería ser determinada por el experimento – y no postulada como axiomas. Gauss véase la fig. A.15.2, era un famoso matemático, astrónomo y físico, pero también era un ingeniero que practicaba la agrimensura.



Fig. A.15.2 Karl F. Gauss.

Gauss realizó el experimento de medir los ángulos de un triángulo con lados de 100 kilómetros de longitud. Aunque no encontró desviaciones significativas de Euclides, Gauss continuó trabajando en el problema, guardando para sí mismo, sus dudas heréticas. En una carta de 1824, escribió (Hey T., Walters P., 1997):

“Ciertamente, de cuando en cuando, he expresado en broma el deseo de que la geometría Euclidiana no sea correcta”.

La geometría no-euclidiana fue descubierta independientemente, y más o menos simultáneamente por tres hombres: un alemán, Gauss; un húngaro, Janos Bolyai y un ruso Nikolai Ivanovich Lobachevski. En 1823, Lobachevski, ver fig. A.15.3, repentinamente tuvo la inspiración de que se podría construir una nueva geometría sin el quinto axioma de Euclides. En la geometría de Lobachevski anunciada por primera vez en 1826 y publicada en 1829, la suma de los ángulos de un triángulo es menor de 180 grados.



Fig. A.15.3 Nikolai I. Lobachevski.

Cuando, en 1840, Gauss se enteró del trabajo de Lobachevski, propuso la elección del ruso a la Academia de Gotinga, lo cual se realizó dos años después.

Wolfgang Bolyai era un amigo húngaro de Gauss quien había pasado la mayor parte de su vida intentando probar el quinto axioma de Euclides. Cuando se enteró que su hijo Janos, quien llegó a ser un oficial del ejército húngaro, estaba realizando la misma tarea, le escribió tratando de disuadirlo (Hey T., Walters P., 1997):

“¡Por Dios, te lo ruego, desiste! Ya que al igual que las pasiones sensuales [este trabajo] puede absorber todo tu tiempo, y minar tu salud, tu tranquilidad y felicidad”.

Estas fuertes palabras no bastaron para persuadir a Janos para abandonar su primer amor: la búsqueda de geometrías no-euclidianas. En 1829, Janos le envió sus conclusiones a su padre y éste a su vez, le pidió su opinión a Gauss sobre el trabajo no ortodoxo de su hijo. Gauss le contestó que era incapaz de elogiar el trabajo de Janos, puesto que significaría un autoelogio, debido a que él mismo había tenido puntos de vista similares durante varios años. Wolfgang Bolyai publicó el trabajo de su hijo en 1831, como un apéndice de uno de sus propios libros.

El tema de la geometría no-euclidiana despertó escaso interés hasta que se publicó la correspondencia de Gauss sobre este asunto, después de su muerte ocurrida en 1855.

El descubrimiento de la geometría no-euclidiana en el siglo XIX causó una gran sorpresa. Janos Bolyai, expresó su alegría, exclamando (Hey T., Walters P., 1997):

“He realizado descubrimientos maravillosos que me encuentro lleno de asombro. Después de todo he creado otro nuevo mundo”.

El otro paso importante lo dio Bernhard Riemann, quien rescató la geometría no-euclidiana del olvido y la colocó dentro de la corriente principal de estudio matemático.

Siendo joven, Riemann, ver fig. A.15.4, estaba estudiando para ser sacerdote, y empezó a dudar de otro axioma de Euclides, a saber:

“Que una línea recta puede ser extendida infinitamente en cualquier dirección”.

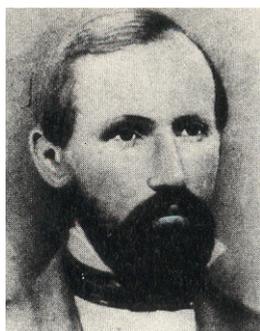


Fig. A.15.4 Bernhard Riemann.

Riemann convenció a su padre de cambiar su carrera y mejor estudiar matemáticas con Gauss en Gotinga. Riemann propuso que las líneas pueden ser finitas en longitud pero no tener fin. Esto se puede visualizar considerando el Ecuador terrestre como una línea recta, un concepto que es consistente con la definición de una línea recta como la distancia mínima entre dos puntos. No hay nada especial respecto al Ecuador, cualquier línea recta que pasa por dos puntos situados en la superficie de una esfera forma parte de un *círculo máximo*, definido de tal forma que si se corta la esfera a través del círculo máximo, ésta queda dividida exactamente en dos mitades.

Esta generalización de la noción de línea recta se llama **geodésica** (divisora de la Tierra). Las geodésicas son trayectorias de longitud mínima y se definen como líneas rectas en una superficie dada. En la nueva geometría de Riemann, no existen las líneas paralelas y los ángulos interiores de un triángulo suman más de 180° . Una geometría con tales propiedades se conoce como una *geometría de Riemann* o *elíptica*. Los matemáticos ahora reconocen dos tipos de geometrías no-euclidianas. La otra geometría se conoce como *geometría de Lobachevski* o *hiperbólica*, en la que la suma de los ángulos internos de un triángulo es menor de 180° , y existe más de una línea que pasa por un punto tal que sea paralela a otra línea dada (Hewitt P., 2004).

En 1853, cuando Gauss tenía 76 años de edad, solicitó a su alumno estrella, Riemann que diera una conferencia en la facultad de Gotinga, para acceder a su puesto de profesor. La tradición era que el aspirante a profesor presentara tres temas posibles para la conferencia, pero la elección del tema se haría sólo entre las dos primeras opciones. Por esta razón no había preparado por completo su tercer tema, "*Los fundamentos de la Geometría*". Para Gauss el deseo de escuchar a su mejor alumno hablar acerca de la materia en la que se había esforzado tanto durante mucho tiempo, era irresistible. Así que rompió con la tradición y escogió el tercer tema. Después de varios aplazamientos, Riemann dictó la conferencia titulada: "*Acerca de las hipótesis que subyacen en el fundamento de la geometría*", en junio de 1854. Al final del evento, Gauss estaba enormemente entusiasmado. Lo que había hecho Riemann era extender los resultados de Gauss de la curvatura de superficies bidimensionales a espacios de muchas dimensiones que no se pueden visualizar muy fácilmente.

En la geometría de Euclides, la distancia entre dos puntos se puede calcular en términos de sus coordenadas cartesianas (sus valores "x" y "y") usando el Teorema de Pitágoras. La posición de un punto en el globo terráqueo puede especificarse en términos de latitud y longitud. La distancia entre dos puntos que están en una esfera, muy cercanos entre sí, se puede calcular usando una fórmula complicada que contiene más términos que sólo las diferencias de latitud y longitud de los dos puntos. Es una situación complicada porque una distancia que corresponde a una diferencia de un grado de longitud depende del sitio donde esté uno colocado en la superficie. Una diferencia de un grado de longitud en el Ecuador corresponde a una distancia de aproximadamente 110 km, pero ésta disminuye cuando uno se mueve hacia una latitud norte o sur, hasta que se hace cero en los polos. Riemann descubrió que las distancias en cualquier superficie pueden calcularse mediante una generalización del

teorema de Pitágoras que tiene nuevas cantidades llamadas en conjunto, la *métrica* de la superficie.

Riemann extendió esta geometría a más de dos dimensiones y a superficies cuya curvatura varía de lugar en lugar. Esta geometría no-euclidiana era exactamente la herramienta matemática que Einstein necesitaba para construir su nueva teoría de la gravitación.

Las regiones pequeñas de espacio en caída libre están libres de gravedad y son válidas dentro de estas regiones, la relatividad especial y las otras leyes de la física. El problema es cómo unir estas regiones pequeñas. Al igual que una región pequeña en la superficie terrestre se ve como un espacio “plano” (euclidiano), cuando se unen estas regiones se encuentra que el espacio es curvo. Para un sitio pequeño de la superficie terrestre es adecuado usar un mapa plano pero, a medida que se aumenta el área cubierta por el mapa, aparecen distorsiones. Por ejemplo, es bien sabido que los mapas que dan el tamaño correcto de los lugares cercanos al Ecuador, presentan grandes distorsiones en las regiones polares. ¿De qué manera pueden unirse estas regiones en caída libre para construir una teoría de la gravedad?

Si se incrementa el tamaño de estos sitios aparecen las fuerzas gravitacionales de marea. Lo que se necesita es alguna manera de describir los efectos de la gravedad que actúa sobre una región grande. La respuesta que dio Einstein consiste en la noción de “espacio-tiempo”.

Einstein tuvo tremendas dificultades en transformar esta idea en una teoría consistente y completa. Describe su sentir en esa época con estas palabras (Hey T., Walters P., 1997):

“Si todos los sistemas [acelerados] son equivalentes, entonces no funciona la geometría euclidiana en todos ellos. Eliminar la geometría y mantener las leyes [físicas] es equivalente a describir pensamientos sin palabras. Debemos buscar las palabras antes de que podamos expresar los pensamientos. ¿Qué debemos buscar ahora? El problema permaneció irresoluble para mí hasta 1912, cuando repentinamente me di cuenta de que la teoría de Gauss de las superficies tenía la clave para resolver este misterio. Me dí cuenta de que los fundamentos de la geometría poseían un significado físico. Mi querido amigo, el matemático Grossmann estaba ahí cuando regresé de Praga a Zurich. Por él supe por primera vez acerca de Ricci y más tarde de Riemann. Entonces le pregunté a mi amigo si mi problema podía resolverse usando la teoría de Riemann”.

Durante su estancia en Zurich, Einstein le escribió a un amigo (Hoffmann, B., 1987):

“Estoy ocupado exclusivamente con el problema de la gravitación, y espero, con la ayuda de un amigo matemático, superar todas las dificultades. Una cosa es cierta, que nunca en mi vida había estado tan atormentado. He llegado a adquirir gran respeto por las matemáticas, cuyos aspectos más sutiles había considerado hasta ahora, en mi ingenuidad, como puro lujo. Comparada con este problema, la teoría original de la relatividad es un juego de niños”.

A.15.2 La Teoría General de la Relatividad

La relatividad especial requiere que se modifiquen las leyes clásicas del movimiento. Sin embargo, las leyes del electromagnetismo de la física clásica, incluyendo la ley de fuerza de Lorentz, permanecen válidas en relatividad. ¿Qué se puede decir de la fuerza gravitacional, es decir de la ley de gravitación de Newton? ¿Requiere la relatividad que se le modifique? A pesar de su gran éxito en armonizar las observaciones experimentales, se tiene una sospecha de la teoría de gravitación de Newton conceptualmente por ser una teoría de acción a distancia (Resnick R., 1981).

Se supone que la fuerza gravitacional de interacción entre cuerpos se transmite instantáneamente, es decir, con velocidad infinita, en contradicción al requerimiento relativístico de que la velocidad límite de una señal es c , la velocidad de la luz. Existen preocupaciones en cuanto a la interpretación de las masas en la ley de gravitación. Por una parte, existe la igualdad de la masa inercial y la masa gravitatoria, lo cual en la física clásica es en apariencia un accidente. Con seguridad debe haber un significado físico de esta igualdad. Por otro lado, el concepto relativista de masa-energía indica que aún en partículas de masa en reposo cero se observan propiedades de masa (por ejemplo, inercia y peso). Pero tales partículas son excluidas de la física clásica. Si la gravedad actúa sobre ellas, se debe encontrar cómo incorporar este hecho en una teoría de gravitación.

En 1911, Einstein enunció su principio de equivalencia, que se tomó como punto de partida para la elaboración de una nueva teoría de gravitación. En 1916, publicó su teoría de la relatividad general, en la que los efectos gravitacionales se propagan a la velocidad de la luz y las leyes de la física son reformuladas de modo que sean invariantes con respecto a observadores acelerados (no inerciales). El principio de equivalencia es confirmado ampliamente por los experimentos. **La convicción de Einstein, de que las leyes de la naturaleza se deben expresar en la misma forma en todo marco de referencia, acelerado o no, fue la principal motivación que lo condujo a la teoría de la relatividad general** (Hewitt P., 2004).

A.15.3 Principio de Equivalencia

Imagínese un laboratorio cerrado y sin visión hacia fuera, ver fig. A.15.5 los experimentos hechos dentro del laboratorio deberían ser suficientes para definir si el laboratorio es un sistema inercial, sin necesidad de referirse a otros sistemas externos.

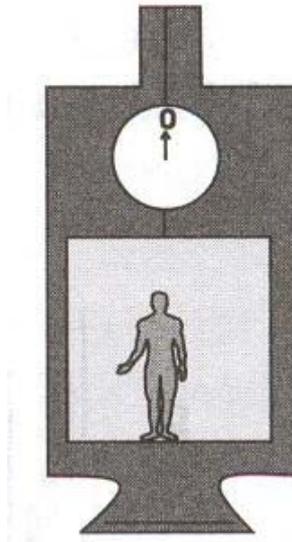


Fig. A.15.5 Laboratorio cerrado.

Supóngase que en el interior del laboratorio hay una báscula. Si una persona se para encima de ella, se da cuenta que marca 70 Kg. Se puede considerar que su peso es aproximadamente 700 N. Uno diría que hay una fuerza actuando, la fuerza de gravedad, véase la fig. A.15.6.

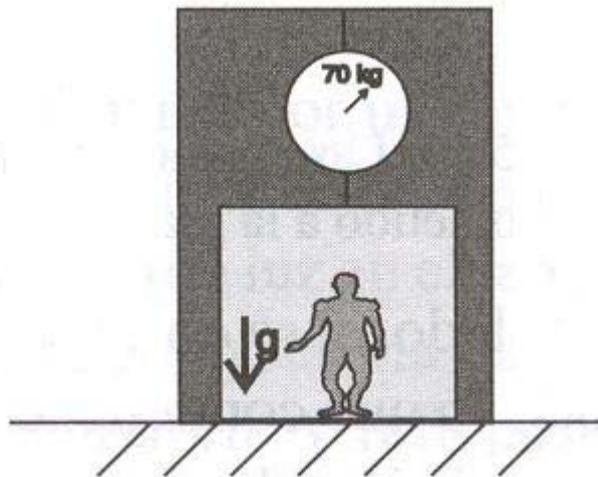


Fig. A.15.6 Laboratorio sobre el suelo terrestre.

Pero, ¿qué ocurre si se traslada el mismo laboratorio a un lugar alejado de la gravedad de la Tierra y del Sol? Y se encienden los motores que le dan una aceleración constante de 9.8 m/s^2 , ver fig. A.15.7 ¿Qué se encuentra?

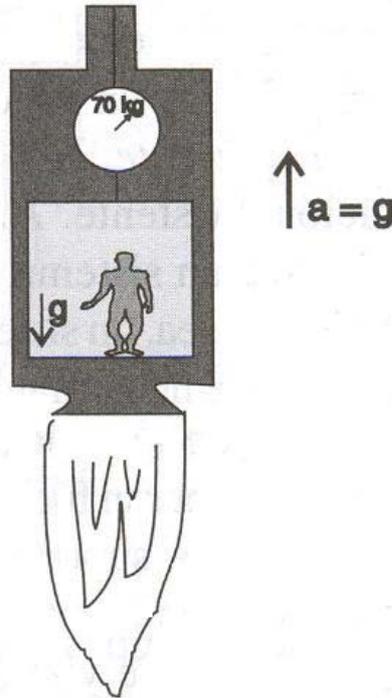


Fig. A.15.7 Laboratorio propulsado con una aceleración $a = g$.

Se observa que la persona parada en la báscula lee también 70 kg. Dado que el laboratorio está cerrado, no es posible saber lo que ocurre afuera, dentro de él se puede decir que el laboratorio está igualmente en el campo gravitatorio de la Tierra. En realidad, no se puede distinguir entre una fuerza inercial causada por una aceleración y una fuerza gravitacional causada por la Tierra.

De la misma forma que no se puede distinguir, sólo por medio de experimentos mecánicos, entre una aceleración pura y la aceleración de una fuerza gravitacional, tampoco puede hacerse entre un movimiento uniforme inercial en un espacio libre de fuerzas y un movimiento acelerado en un campo gravitacional.

Considérese el caso de un ascensor que está detenido en un piso sujetado con una tensión T . De manera natural actúa la gravedad dentro del ascensor. Si una persona que está dentro del elevador suelta una piedra, ésta acelera y cae al suelo, ver fig. A.15.8. Esto es lo mismo que ocurriría si el ascensor estuviera lejos de la Tierra y se acelerara con un valor igual al valor de la gravedad. Es exactamente el ejemplo del laboratorio descrito anteriormente.

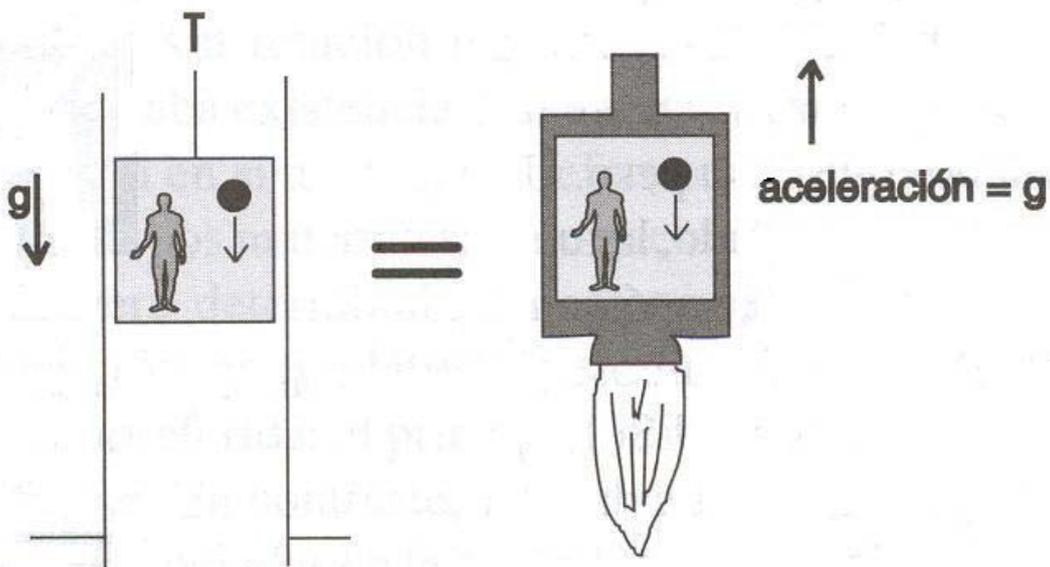


Fig. A.15.8 Las condiciones físicas del ascensor son iguales si está sometido a la gravedad o a una aceleración $a = g$.

¿Qué es la teoría general de la relatividad? Es una teoría de gravitación en la que Einstein no sólo considera que los efectos de la gravedad pueden ser descritos en términos de un espacio-tiempo curvo sino que va más allá y obtiene la relación entre la curvatura del espacio-tiempo y la distribución de materia. En presencia de un campo gravitacional, la geometría del espacio-tiempo, descrita por la métrica, es curva.

Hay dos preguntas que deben ser contestadas:

- 1) Dada una cierta distribución de materia, ¿Qué es la métrica del espacio-tiempo? Y,
- 2) Dada la métrica, ¿Cómo se mueve la materia?

Después de un arduo trabajo de ocho años, Einstein obtuvo las ecuaciones de campo de la relatividad general que relacionan la curvatura del espacio-tiempo con la densidad de masa-energía.

Se necesitan diez cantidades en cada punto para especificar la distribución de energía y momentum. ¿Cómo especificamos la curvatura del espacio-tiempo? Los detalles matemáticos son complicados.

La conservación de la energía y del momentum impone cuatro restricciones en las diez componentes de energía-momentum lo que hace más difícil la situación, dado que la energía y el momentum se pueden intercambiar en el campo gravitacional.

Einstein notó que las restricciones en las componentes de energía-momentum tenían exactamente la forma que las cuatro restricciones de las componentes de la llamada "*curvatura de Einstein*". Estas últimas restricciones surgen del hecho de que un cambio pequeño en el sistema de coordenadas produce un

cambio en la métrica, pero la curvatura debe ser independiente de tal cambio de coordenadas.

Albert concluyó que la densidad de energía-momento y la curvatura del espacio-tiempo deben ser proporcionales. Einstein escogió las ecuaciones más simples posibles y se aseguró de que de ellas se derivarían las mismas ecuaciones y predicciones de la teoría de Newton, para cantidades de materia que se mueven lentamente y poseen poca masa. Las ecuaciones de campo de Einstein se pueden escribir en la forma (Hey T., Walters P., 1997):

$$E_{\mu\nu} = \frac{8\pi G T_{\mu\nu}}{c^4} \quad (\text{A.15.1})$$

Donde los subíndices μ y ν significan las cuatro posibles direcciones del espacio-tiempo. Las cantidades $E_{\mu\nu}$ y $T_{\mu\nu}$ se llaman "tensores". Un tensor es la generalización de un vector y juntos $E_{\mu\nu}$ y $T_{\mu\nu}$ tienen $4 \times 4 = 16$ componentes.

De hecho, dado que son tensores simétricos sólo diez de esas componentes son independientes. El tensor de la izquierda, $E_{\mu\nu}$ se conoce como el "*tensor de curvatura de Einstein*". Está relacionado con el "*tensor de curvatura de Riemann*" que es aún más general y que cuantifica la razón en que una geodésica se desvía de otra geodésica cercana. El "*tensor de energía-momento*", $T_{\mu\nu}$, actúa como la fuente de gravedad y las constantes de proporcionalidad son justamente la constante de gravitación universal de Newton G y la velocidad de la luz c .

Otra forma de la ecuación de campo de Einstein es (Hacyan S., 2001):

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (\text{A.15.2})$$

En la que el miembro izquierdo de la ec. (A.15.2), describe la geometría del espacio-tiempo y el miembro derecho representa la distribución de materia y energía.

Las ecuaciones de campo significan que (Hey T., Walters P., 1997):

"La curvatura del espacio-tiempo es proporcional a G veces la densidad de energía-momento".

Las ecuaciones de campo determinan la curvatura.

El principio de equivalencia dice la manera como responde la materia. Los cuerpos en caída libre siguen las geodésicas de la superficie.

En la teoría de gravitación newtoniana, el campo gravitacional está determinado por la distribución de la materia en el espacio (es decir, por la cantidad de materia). En cada punto del espacio existe sólo un valor. En la teoría de Einstein, las cosas son más complicadas. Primero que nada, la materia, influenciada por las fuerzas, está en movimiento y genera una

distribución de momentum. De acuerdo a la relatividad, para los observadores en movimiento, la energía y el momentum se mezclan, tal como el espacio y el tiempo. Dado que la masa es energía, y la energía y el momentum son compañeros, no debe ser sorprendente que la relatividad general requiera más que la densidad de masa en cada punto.

La situación es similar a la del electromagnetismo, donde los campos magnéticos son generados por corrientes eléctricas, es decir, cargas en movimiento. En la gravitación, los campos gravitacionales son generados por “*corrientes de momentum*”, o sea, por materia en movimiento, aunque el análisis completo es muy complejo para ser descrito aquí. Ciertamente la teoría einsteniana requiere diez cantidades en cada punto para describir la materia en movimiento en un campo gravitacional.

Los efectos dependientes del momentum no están presentes en la teoría de Newton, por lo tanto es imprescindible que la nueva teoría de gravitación sea capaz de reproducir todo el éxito de su predecesora newtoniana. Aparte de la densidad de materia, las otras nueve mediciones que son necesarias para describir el movimiento de la materia involucran la velocidad relativa a la velocidad de la luz. En esta escala, las velocidades de los planetas en el sistema solar son muy pequeñas. La velocidad de la Tierra es únicamente de un diezmilésimo de la velocidad de la luz y se puede usar de manera segura la gravitación de Newton para la mayoría de los propósitos prácticos.

Cualquier teoría científica exitosa debe ser capaz de realizar predicciones que puedan ser probadas mediante experimentos. Einstein era un buen científico, y tuvo mucho cuidado en esto. En marzo de 1916, escribió una versión más inteligible y coherente de la relatividad general. Concluyó su artículo con una sección breve acerca de tres pruebas experimentales de su teoría:

- 1) El corrimiento gravitacional al rojo.
- 2) La desviación gravitacional de la luz, y
- 3) La precesión del perihelio de Mercurio.

Ahora se sabe que la prueba del corrimiento gravitacional al rojo depende únicamente del principio de equivalencia y no de las relaciones específicas de la materia y la curvatura contenida en las ecuaciones de campo de Einstein. De hecho, el corrimiento gravitacional al rojo fue la última de las predicciones en ser verificada, hasta 1960, con el experimento de Pound y Rebka.

A.15.4 Deformación del espacio-tiempo

La gravedad ocasiona que el espacio sea no euclidiano. Las leyes de la geometría euclidiana ya no son válidas al aplicarlas a objetos que están sujetos a campos gravitacionales intensos.

Las reglas de la geometría euclidiana son propias de diversas figuras que se pueden trazar sobre una superficie plana, algunas de ellas son:

- La razón de la circunferencia de un círculo entre su diámetro es igual a π .
- Todos los ángulos de un triángulo suman 180° .

- La distancia más corta entre dos puntos es una línea recta.
- Por un punto fuera de una línea recta, pasa una y sólo una recta paralela a la línea dada.

Las reglas de la geometría euclidiana son válidas en un espacio plano, pero si se trazan las figuras en una superficie curva, como la de una esfera o una silla de montar, ya no se cumplen estas reglas, ver figs. A.15.9 y A.15.10.

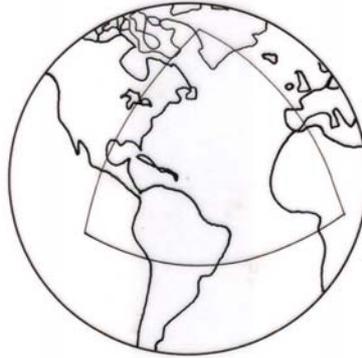


Fig. A.15.9 Espacio esférico.

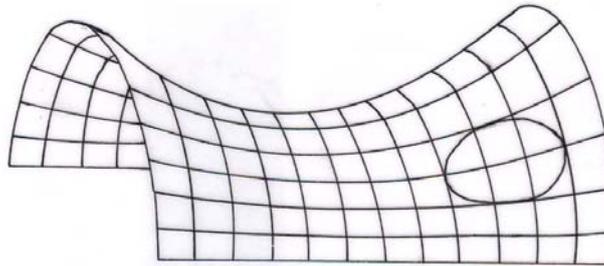


Fig. A.15.10 Espacio de silla de montar.

En el espacio sideral, se considera que (Hewitt P., 2004):

- ◆ Si la suma de los ángulos de un triángulo es 180° , se dice que el espacio es plano.
- ◆ Si la suma es mayor de 180° , se dice que el espacio es esférico (elíptico) o con curvatura positiva.
- ◆ Si la suma es menor de 180° , se dice que el espacio tiene forma de silla de montar (hiperbólico) o con curvatura negativa.

Por supuesto que las líneas que forman los triángulos de la fig. A.15.9, no son “rectas” desde una perspectiva tridimensional, pero son “las más rectas” o las distancias *más cortas* entre dos puntos, si nos confinamos a la superficie curva. A esas líneas de distancia mínima se les denomina *líneas geodésicas*, o simplemente **geodésicas**.

El espacio en torno al Sol tiene curvatura positiva. Los planetas que giran en torno al Sol viajan a lo largo de geodésicas tetradimensionales en este espacio-

tiempo con curvatura positiva. Los objetos en caída libre, los satélites y los rayos luminosos, todos se mueven a lo largo de geodésicas en el espacio-tiempo tetradimensional.

Es posible que todo el universo tenga una curvatura general. Si la curvatura es negativa, tiene sus extremos abiertos, como la silla de montar de la fig. A.15.10 y se prolonga sin límites. Si tiene una curvatura positiva, se cierra sobre sí misma. Un ejemplo familiar de un espacio con curvatura positiva es la superficie de la Tierra. Nuestro planeta forma una curvatura cerrada tal que si se viaja a lo largo de una geodésica se regresa al lugar de donde se partió.

Es necesario el uso de una nueva geometría para desarrollar la teoría general de la relatividad, más que considerar al espacio como una región vacía, es un medio flexible que se puede doblar o torcer. La forma en que se dobla y se tuerce describe un campo gravitacional. La relatividad general es una geometría del espacio-tiempo tetradimensional curvo. La presencia de la masa produce la *curvatura* o *deformación* del espacio-tiempo. En lugar de visualizar fuerzas de gravitación entre masas, se abandona por completo la noción de fuerza y se imaginan masas que en su movimiento son dirigidas por la distorsión del espacio-tiempo que ocupan. Son las elevaciones, depresiones y torcimientos del espacio-tiempo físico los que son fenómenos de la gravedad.

No es posible visualizar las elevaciones y depresiones tetradimensionales en el espacio-tiempo, porque somos seres tridimensionales. Sin embargo, se puede tener una idea aproximada de ese torcimiento imaginando una analogía simplificada en dos dimensiones: una esfera pesada descansado a la mitad de una tela elástica. Mientras más masiva sea la esfera, más penetra o tuerce la superficie bidimensional, véase la fig. A.15.11. Una canica que rueda por la tela, alejada de la esfera, seguirá una trayectoria relativamente rectilínea, mientras que otra que rueda cerca de la esfera se desviará al atravesar la superficie deformada. Si la curva se cierra sobre sí misma, su forma es la de una elipse. Los planetas en órbita en torno al Sol recorren, en forma parecida, una geodésica tetradimensional en el espacio-tiempo deformado que rodea al Sol.

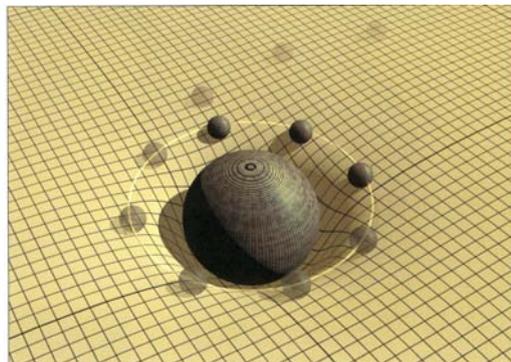


Fig. A.15.11 Deformación del espacio-tiempo.

A.15.5 Desviación Gravitacional de la Luz

En 1704, Sir Isaac Newton fue quien primero postuló que el campo gravitacional de un objeto masivo sería capaz de desviar los rayos luminosos.

“¿Acaso los cuerpos no interactúan con la luz en función de la distancia, y por su acción desvían sus rayos, y acaso no sufren la mayor [desviación] cuando están a la menor distancia?”

Albert Einstein propuso un efecto similar, en concordancia con su Teoría General de la Relatividad, en 1916.

De acuerdo con el principio de equivalencia, si la luz se desvía por efecto de la aceleración, debe desviarse también por efecto de la gravedad. Pero, ¿Cómo puede la gravedad desviar a la luz? En concordancia con la física de Newton, la gravitación es la interacción entre masas; una pelota en movimiento se desvía por la interacción entre su masa y la masa de la Tierra. Pero, ¿Y la luz, que es energía pura y no tiene masa? La respuesta de Einstein fue que la luz no tiene masa, pero tiene energía. La gravedad tira de la energía de la luz, porque la energía equivale a la masa.

Esta fue la primera respuesta de Einstein antes de terminar de desarrollar su teoría de la relatividad general. Después presentó una explicación más profunda: que la luz se desvía al propagarse por una geometría del espacio-tiempo que está flexionada. La masa de la Tierra es demasiado pequeña como para torcer en forma apreciable el espacio-tiempo que la rodea, que es prácticamente plano, (en el sentido geométrico de Euclides); así, cualquier flexión de la luz en nuestra cercanía inmediata no se detecta de ordinario. Pero cerca de cuerpos con masa mucho mayor que la de la Tierra, la flexión de la luz es lo suficientemente grande como para poderla detectar.

Por cierto, es importante mencionar que, también la luz se desvía en el campo gravitacional terrestre, pero no demasiado. No lo notamos porque el efecto es diminuto. Por ejemplo, en un campo gravitacional constante de 1 g , un rayo dirigido horizontalmente “caerá” una distancia vertical de 4.9 metros en 1 segundo (igual que una pelota de béisbol), pero recorrerá una distancia horizontal de 300 000 kilómetros en ese segundo. Apenas se apreciará su desviación estando cerca del punto de partida (Hewitt P., 2004).

La primera predicción de Einstein concerniente a la desviación de la luz de las estrellas que pasan cerca del Sol la realizó en 1911 (antes de que completara la teoría general de la relatividad). La magnitud del efecto (menos de un segundo de arco, donde un grado contiene 3600 segundos de arco) debería ser igual al obtenido al aplicar la mecánica newtoniana a la luz, suponiendo que la luz es un flujo de partículas.

En noviembre de 1915, Einstein revisó su predicción usando su nueva teoría general de la relatividad, encontró que la desviación correcta era exactamente el doble de su primera predicción.

El valor doble se debía a que, en la teoría einsteiniana, el espacio mismo, así como el espacio-tiempo, está curvado.

En el caso de la luz, la energía y el momentum son iguales (usando unidades apropiadas) y este argumento sugiere correctamente que la relatividad general debe predecir el doble del valor newtoniano para la deflexión luminosa.

Otra manera más intuitiva de entender la desviación extra tiene que ver con el curvamiento del espacio cerca del Sol. Una sección bidimensional del espacio curvo en la vecindad del Sol puede representarse como una superficie elástica con una pelota pesada sobre ella que representa al Sol. Los rayos luminosos siguen las *geodésicas* de esta superficie. Los cálculos originales de Einstein predijeron la deflexión de la luz relacionada a las líneas rectas locales.

El aspecto crítico es la cantidad que debe sumarse al resultado. Las ecuaciones de campo de Einstein de la relatividad general dan la respuesta: el resultado es una deflexión adicional que es igual a su predicción original.

Esta predicción pone a prueba la teoría de Einstein debido a que otras posibles teorías de gravitación predicen una curvatura diferente y otra deflexión adicional diferente. La teoría de gravitación de *Brans-Dicke* que fue propuesta como una alternativa a la de Albert, da una predicción distinta para la desviación luminosa.

¿Cómo se puede medir una desviación tan pequeña? Un rayo de luz que pase cerca de la orilla del Sol, se puede observar únicamente durante un eclipse solar total. El astrónomo alemán Edwin Finley-Freundlich tuvo que abandonar una expedición para probar la primera predicción (incorrecta) de Einstein debido a que estalló la Primera Guerra Mundial.

Europa estaba en guerra en la época en que Albert terminaba su teoría general, en noviembre de 1915, con la predicción revisada y corregida de la desviación. Aunque no existía una comunicación directa entre los científicos alemanes e ingleses durante la guerra, el físico holandés Willem de Sitter le envió el artículo de Einstein a Arthur Eddington en Cambridge. Eddington reconoció inmediatamente el poder y la importancia del trabajo de Einstein y empezó a planear una expedición para medir la deflexión de la luz estelar predicha.

Einstein predijo que la luz de las estrellas que pase cerca del Sol sería desviada un ángulo de 1.75 segundos de arco, lo suficientemente grande como para poderlo medir. Aunque las estrellas no son visibles cuando el Sol está en el firmamento, la desviación de su luz se puede observar durante un eclipse solar total (Hewitt P., 2004). Una estrella que se encontrara directamente atrás del Sol debería ser visible durante un eclipse solar total, (ver fig. A.15.12).

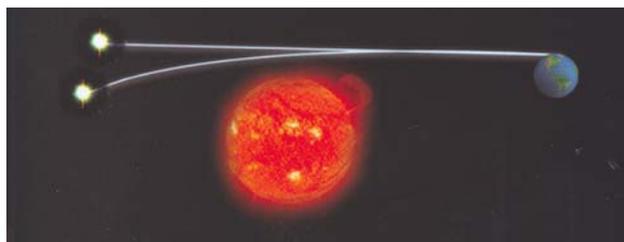


Fig. A.15.12 Desviación Gravitacional de la luz.

La mejor oportunidad sería el eclipse del 29 de mayo de 1919, durante el cual el Sol pasaría por delante del gran número de estrellas brillantes del cúmulo de

las Hiadas. El desenlace de la guerra estaba todavía en duda cuando solicitó el permiso y el apoyo del gobierno británico. Los eclipses tienen la costumbre de ser observables en lugares muy remotos, y este no iba a ser la excepción. Arthur Eddington condujo un equipo a la Isla de Príncipe, en la costa de África Occidental, un segundo equipo bajo la dirección de Andrew Crommelin fue enviado a Sobral, en el norte de Brasil (Hey T., Walters P., 1997).

Otro problema con los eclipses es que los mejores planes elaborados pueden ser estropeados por el clima. En el día del eclipse, Eddington estaba muy ansioso cuando repentinamente empezó a llover torrencialmente. Afortunadamente, durante el breve lapso de cinco minutos que duró el eclipse total, el cielo se aclaró y Eddington pudo tomar algunas fotografías. Únicamente dos placas contenían imágenes estelares confiables. Procedió a comparar las posiciones medidas de las estrellas con sus posiciones tomadas en otra época del año cuando el Sol está en otra posición. Eddington tenía los resultados de tales mediciones y encontró que la deflexión estaba de acuerdo con las predicciones de Einstein. Dijo después (Hoffmann, B., 1987):

“¡Ese fue el momento más feliz de mi vida!”.

La expedición a Sobral fue más afortunada, y Eddington pudo concluir (Hey T., Walters P., 1997):

“La evidencia de las placas de Príncipe es suficiente para descartar la posibilidad de la ‘mitad de la deflexión’ (resultado de 1911, sin la contribución del espacio curvo), y las placas de Sobral la excluyen con gran certeza”.

Se anunciaron los resultados de la expedición del eclipse en una reunión de la Royal Astronomical Society, el 6 de noviembre de 1919. En esa ocasión, Ludwick Silberstein se levantó y señaló hacia el retrato de Newton, diciendo (Hey T., Walters P., 1997):

“Debemos a ese gran hombre, el proceder muy cuidadosamente al modificar o retocar su Ley de Gravitación”.

Nadie podía prever la respuesta entusiasta de la prensa en considerar a Einstein como el nuevo símbolo de la posguerra. El *New York Times* reportó (Hey T., Walters P., 1997):

“Las luces se curvan en los cielos. Los científicos están más o menos emocionados con los resultados de la observación del eclipse”.

Desde las mediciones iniciales realizadas durante el eclipse solar total de 1919, se ha vuelto práctica normal el medir esa desviación. Una fotografía tomada del cielo oscurecido en torno al Sol eclipsado muestra la presencia de las estrellas brillantes cercanas a él. Las posiciones de las estrellas se comparan con las de otras fotografías de la misma región tomadas en otras ocasiones, durante la noche, con el mismo telescopio. En todos los casos, la desviación de la luz de las estrellas ha respaldado la predicción de Einstein.

Aunque el análisis de Eddington de las mediciones del eclipse apoyó las predicciones de Einstein, estaba limitado a una precisión del 10 al 20%. Hasta 1973, hubo varias expediciones para observar eclipses, pero a pesar del

avance tecnológico, sólo se había obtenido un modesto aumento en la precisión.

En 1973, las mediciones ópticas fueron superadas por otra técnica más precisa.

La teoría general de la relatividad predice que las ondas de radio serán desviadas gravitacionalmente por un objeto masivo, de la misma manera como lo son las ondas de luz.

¿De qué manera la radioastronomía ha contribuido a realizar algunas de las mediciones (con una resolución más fina) de la astronomía moderna?

La respuesta está en el uso del *radiointerferómetro*. Consiste en dos radiotelescopios, separados por una distancia de varios kilómetros. Esta distancia se llama la *línea base*. Ambos telescopios reciben ondas de radio provenientes de la misma fuente, pero, dependiendo de la dirección de la fuente, la señal tiene que viajar más lejos hacia uno de los telescopios. Cuando se recombinan las señales, la diferencia en las longitudes de las trayectorias se muestra como un efecto de interferencia de ondas típico, de manera similar al famoso experimento de Michelson y Morley. Dado que únicamente un ligero cambio en la dirección puede modificar una cancelación de dos ondas y convertirlas en un reforzamiento, tales interferómetros pueden tener un gran poder de resolución.

Usando la radiointerferometría es posible medir la desviación con gran precisión. El problema es que se necesita buscar una fuente estrecha de ondas de radio (no las ondas de radio provenientes de una galaxia, las cuales se pueden extender más allá de un grado). Afortunadamente, el descubrimiento de los cuasares en los 60's proveyó la clase de objetos que se necesitaban para la mejor prueba posible: son radioemisores parecidos a las estrellas y tienen un tamaño angular pequeño.

Durante varios días, en octubre de 1969, los radioastrónomos en Owens Valley y Goldstone, en California, esperaron a que los cuasares brillantes 3C273 y 3C279 pasaran cerca del Sol. El 8 de octubre, el cuasar 3C279 pasó detrás del Sol y el 3C273 estaba a sólo 4 grados de distancia (Clifford, 2005). Los dos grupos de radioastrónomos usaron el ángulo entre los dos cuasares para medir la desviación gravitacional de las ondas de radio. Ambos grupos obtuvieron un resultado que estaba en concordancia con la relatividad general con un 10% de incertidumbre. No era mucho mejor que las mediciones ópticas, pero a diferencia de aquellas, este experimento podía repetirse cada octubre. En 1975, usando los mismos cuasares, y también otro trío de cuasares, los radioastrónomos mejoraron la precisión de su experimento alcanzando hasta un 1% de incertidumbre.

A.15.6 Corrimiento gravitacional al rojo

Las consecuencias experimentales más importantes del principio de equivalencia son: el corrimiento gravitacional al rojo y la dilatación del tiempo debida a la influencia de un campo gravitacional.

Se aplicará el principio de equivalencia para ver que puede haber efectos gravitatorios que no son explicados por la teoría clásica. Considerar un pulso de radiación (un fotón) emitido por un átomo A en reposo en el sistema S. (Por ejemplo, una nave espacial en reposo sobre la superficie terrestre). Un campo gravitacional uniforme en g está dirigido hacia abajo en S, cayendo el fotón una distancia d a través de este campo antes de que sea absorbido por el detector D, ver fig. A.15.13a). Para analizar el efecto de la gravedad sobre el fotón, se considerará la situación equivalente mostrada en la fig. A.15.13b). Aquí se tiene un átomo y un detector separados por una distancia d en un sistema S' en el que no hay campo gravitacional, el sistema S' (por ejemplo, una nave en el espacio interestelar) está acelerado uniformemente hacia arriba respecto a S con $a = g$.

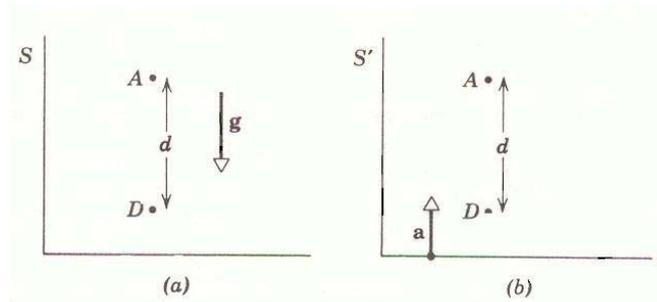


Fig. A.15.13 Corrimiento gravitacional al rojo

Cuando el fotón es emitido considérese que tiene una velocidad u en este sistema. La velocidad del detector, cuando el fotón lo alcanza, es $u + at$, donde t es el tiempo de vuelo del fotón. Pero t es aproximadamente d/c y $a = g$ de modo que la velocidad del detector al absorberlo es $u + (gd/c)$. El detector tiene una velocidad de aproximación, con respecto al emisor, de $v = gd/c$, independiente de u . Por consiguiente, la frecuencia recibida, ν' , es mayor que la emitida, ν , y usando la fórmula del efecto Doppler, se obtiene la siguiente relación (Resnick R., 1981):

$$\frac{\nu'}{\nu} = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} = \sqrt{\frac{c+gd/c}{c-gd/c}} \cong 1 + gd/c^2 \quad (\text{A.15.3})$$

Por el principio de equivalencia, se debía obtener el mismo resultado en el sistema S. Sin embargo, en este sistema A y D se encuentran en reposo y no hay efecto Doppler que explique el aumento en frecuencia. Sin embargo, hay un campo gravitacional, y el resultado en S' indica que este campo debe actuar sobre el fotón. Supóngase que el fotón tiene una *masa gravitacional* igual a su masa inercial, E/c^2 . Así, al caer una distancia d en un campo gravitacional de intensidad g , el fotón gana una energía $(E/c^2)gd$. ¿Cómo se puede relacionar la energía E a la frecuencia ν ? Considérese la relación cuántica $E = h\nu$, donde h es la constante de Planck. Usando esta relación, de modo que la energía del fotón, al ser absorbido en D, es su energía de emisión inicial más la energía ganada al caer de A a D, o $h\nu + (h\nu/c^2)gd$. Si se denomina esta energía de absorción $E' = h\nu'$, entonces se tendrá:

$$h\nu' = h\nu + \frac{h\nu g d}{c^2}$$

o

$$\frac{\nu'}{\nu} = 1 + \frac{g d}{c^2}$$

Que es el mismo resultado obtenido en el sistema S'.

Se puede demostrar en relatividad que E es proporcional a ν , ya que, de la transformación relativista de energía y cantidad de movimiento, se concluye que la energía en un pulso electromagnético cambia en el mismo factor que su frecuencia, cuando se le observa en un sistema de referencia diferente. La conclusión es que, al caer en un campo gravitacional, la luz adquiere mayor energía y frecuencia (su longitud de onda disminuye y se dice que se desvía hacia el azul). Por supuesto, si se hubieran invertido el emisor y el detector, se habría llegado a la conclusión que, al elevarse contra un campo gravitacional, disminuyen la energía y la frecuencia de la luz (su longitud de onda aumenta y se dice que se desvía hacia el rojo).

El 9 de marzo de 1960, la oficina editorial de la revista *Physical Review Letters* recibió un trabajo de Robert V. Pound y Glen A. Rebka de la Universidad de Harvard, titulado “*Peso aparente de los fotones*”. El trabajo describía el primer éxito en la medición de laboratorio del cambio de frecuencia o longitud de onda de la luz al caer en un campo gravitacional. El fenómeno se conoce como *corrimiento gravitacional al rojo* y es la primera de las tres famosas predicciones que hizo Einstein empleando la relatividad general. El trabajo de Pound y Rebka fue aceptado y se publicó en el número del 1° de abril (Clifford, 2005).

Einstein fue quien obtuvo el resultado de que la rapidez de los relojes es menor en regiones de menor potencial gravitacional que en regiones de mayor potencial gravitacional. Además, recalcó la importancia del corrimiento gravitacional hacia el rojo sugerido por la teoría y la necesidad de atribuir una masa gravitacional $m = E/c^2$ a una energía E .

El desplazamiento gravitacional hacia el rojo implica que el tiempo es detenido por efecto de un campo gravitacional. En los relojes atómicos, la medida del tiempo se realiza mediante las vibraciones de microondas. Cuando se observa desde lo alto de un edificio, el reloj colocado en el fondo será visto que funciona más lentamente en comparación con otro reloj idéntico situado en lo alto.

De manera similar, la luz que cae desde lo alto del edificio ganará energía y será desplazada hacia el azul, un espectador que está en el fondo observará el reloj situado en la parte alta que funciona más rápido. Ambos observadores concuerdan en que el tiempo, medido por estos relojes, transcurre más lentamente en un campo gravitacional mayor.

¿De qué manera se puede observar el corrimiento al rojo predicho por Einstein? En su artículo original, Albert sugirió que el corrimiento gravitacional al rojo podía ser observado en la luz proveniente de las estrellas. En la práctica, esta observación es muy difícil de hacer. En el caso de la luz emitida por los átomos en la superficie del Sol, éstos tienen movimientos violentos ocasionados por las columnas de gas que suben y bajan provocando

desplazamientos Doppler tanto al rojo como al azul. Fue hasta la década de los 60's cuando estos efectos de la superficie solar se entendieron mejor, y fue posible realizar alguna prueba de la contribución gravitacional al corrimiento al rojo. En 1971, Joseph Snider utilizó el espectro solar para mostrar que la predicción de Einstein concordaba con los datos dentro de un rango de incertidumbre del 5%.

De modo sorprendente, se descubrió que las mejores pruebas del desplazamiento gravitacional al rojo surgen de experimentos efectuados en la Tierra.

El experimento consiste en medir el corrimiento al rojo que sufre la luz que viaja del fondo hacia la parte alta de un edificio. El edificio empleado en la práctica fue la *Torre Jefferson* del edificio de física de la Universidad de Harvard, ver fig. A.15.14; y los científicos que lo hicieron fueron Robert V. Pound y Glen A. Rebka Jr.

El desafío del experimento en una torre de 74 pies (22.55 m) de altura es que el desplazamiento en la frecuencia predicha es muy pequeño, únicamente de 2 partes en 1000 billones. La dificultad es que, cuando la luz es emitida por un átomo excitado, el átomo retrocede en la dirección opuesta para conservar el momentum. Este retroceso causa un desplazamiento Doppler que aumenta en gran proporción la frecuencia de la luz emitida tal que se hace imposible registrar el pequeño corrimiento gravitacional al rojo.

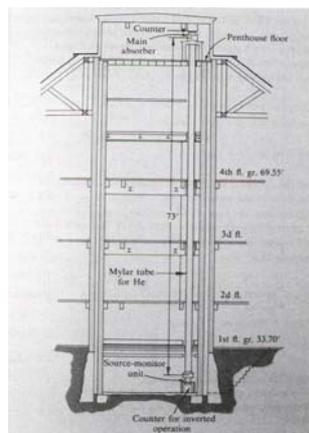


Fig. A.15.14 Torre Jefferson

El experimento de Pound y Rebka se hizo posible gracias a un fenómeno descubierto por el físico alemán Rudolf Ludwig Mössbauer, ver fig. A.15.15. De 1955 a 1957, estaba realizando una investigación para obtener su doctorado en el Max Planck Institute en Heidelberg (Clifford, 2005). Descubrió que era posible eliminar la mayor parte de este retroceso de fotones emitidos por un núcleo radiactivo encerrado en un cristal. Mössbauer originalmente usó un isótopo de iridio, pero un efecto idéntico se obtiene usando un núcleo radiactivo de hierro. El núcleo del cobalto radiactivo puede capturar un electrón y transmutarlo en un núcleo excitado de hierro 57 (Fe_{57}). Este isótopo de hierro es muy inestable y emite muy rápidamente un fotón de rayos gamma de una frecuencia muy precisa. Cuando un núcleo de hierro decae o absorbe un fotón, debe retroceder para conservar el momentum. Lo que descubrió Mössbauer fue que si tal núcleo está incrustado en ciertos tipos de cristal, entonces las

fuerzas de los átomos que lo rodean transfieren el momentum de retroceso al cristal entero, en vez de sufrirlo el átomo individual de hierro.



Fig. A.15.15 Mössbauer.

La gran masa del cristal únicamente se moverá muy lentamente para balancear el momentum, y de esta forma el desplazamiento Doppler es casi eliminado. Mössbauer recibió el premio Nobel de Física en 1961, un año después del experimento de Pound y Rebka.

Pound y Rebka, ver figs. A.15.16 y A.15.17, colocaron la fuente de rayos gamma de Fe_{57} en el fondo de la Torre Jefferson en una plataforma móvil hidráulicamente. El absorbedor de Fe_{57} colocado en la parte alta solamente absorbía los rayos gamma en su frecuencia original. Con el propósito de medir el efecto del corrimiento al rojo, Pound y Rebka levantaban lentamente la plataforma a medida que la fuente emitía los rayos gamma. Esto producía un leve desplazamiento Doppler hacia la parte azul del espectro que compensaba el corrimiento gravitacional al rojo. Este corrimiento podía determinarse midiendo el desplazamiento Doppler requerido para producir la absorción máxima.



Fig. A.15.16 Pound.



Fig. A.15.17 Rebka.

La velocidad necesaria era de alrededor de 2 milímetros/hora. Con el fin de descartar posibles errores, se repitió el experimento con la fuente situada en lo alto de la Torre y el absorbedor en el fondo. El trabajo de Pound y Rebka confirmó el corrimiento gravitacional al rojo con una incertidumbre del 10%. Una versión mejorada de este experimento fue hecha por Pound y Snider, obteniendo una concordancia con la predicción einsteniana dentro de un rango de incertidumbre del 1% (Hey T., Walters P., 1997).

El cambio fraccional predicho en la frecuencia $(\nu' - \nu)/\nu$ o $\Delta\nu/\nu$, es gd/c^2 , y aún considerando d la distancia del nivel del mar a la montaña más alta de la Tierra, su valor es sólo de 10^{-12} . Sin embargo, Pound Y Rebka pudieron confirmar la predicción.

Para dicho desplazamiento pequeño se tiene (Resnick R., 1981):

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{gd}{c^2} = \frac{(9.8m/seg^2)(22.5m)}{(3 \times 10^8 m/seg)^2} \cong 2.5 \times 10^{-15}$$

con una fuente de rayos gamma, y teniendo gran cuidado en controlar las variables necesarias, Pound y Rebka observaron este efecto gravitacional increíblemente pequeño sobre los fotones y confirmaron la predicción cuantitativa. Su resultado, comparando la observación experimental con el cálculo teórico fue:

$$\frac{(\Delta\nu)_{exp}}{(\Delta\nu)_{teo}} = 1.05 \pm 0.10$$

En una medición más refinada del experimento original, Pound y Snider en 1965 encontraron:

$$\frac{(\Delta\nu)_{exp}}{(\Delta\nu)_{teo}} = 0.9990 \pm 0.0076$$

Se puede generalizar fácilmente el resultado a los fotones emitidos desde la superficie de las estrellas y observados en la Tierra. Aquí, se asume que el campo gravitacional no requiere ser uniforme y que el resultado depende solamente de la diferencia de potencial entre la fuente y el observador. Por lo tanto, en lugar de gd se tiene GM_s/R_s , y debido a que el fotón *pierde* energía al pasar por el campo gravitacional de la estrella, se obtiene:

$$\nu' \cong \nu \left(1 - \frac{GM_s}{R_s c^2} \right) \quad (A.15.4)$$

Este es en esencia el *corrimiento gravitacional al rojo*, porque la luz en la parte visible del espectro es desviada hacia el extremo rojo. Este efecto es distinto de la desviación Doppler hacia el rojo de las estrellas que se alejan.

A.15.7 La precesión del perihelio de Mercurio

En 1859, Urbain Jean Joseph Le Verrier, ver fig. A.15.18, en ese entonces director del Observatorio de París, analizó detalladamente el movimiento de Mercurio y descubrió una discrepancia. Si uno toma en cuenta únicamente la atracción gravitacional del Sol, la órbita de Mercurio estaría fija en el espacio. Uno de los efectos que surgen al incluir las *perturbaciones* pequeñas de los

demás planetas es que la orientación de la órbita ya no está fija sino que gira lentamente.



Fig. A.15.18 Le Verrier.

El perihelio de Mercurio es el punto de su órbita que está más cercano al Sol. Con estas perturbaciones, la línea que va del perihelio al Sol gira (precesa) de tal forma que la órbita describe una roseta, como se indica en la fig. A.15.19.

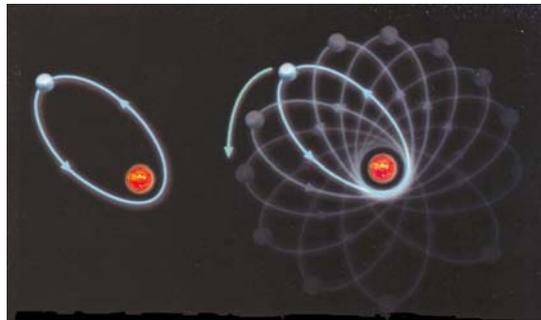


Fig. A.15.19 La precesión del perihelio de Mercurio forma una roseta.

La órbita de Mercurio gira 574 segundos de arco por siglo, y Le Verrier calculó la contribución de los planetas restantes a esta precesión. El planeta más cercano, Venus, contribuye en mayor cantidad con 277 segundos de arco, Júpiter que es 400 veces más masivo que Venus, contribuye con 153 segundos de arco, la Tierra colabora con otros 90 segundos de arco y el resto de los planetas ocasionan 10 segundos de arco. Entonces existen 43 segundos que no pueden ser explicados con este análisis (Hacyan, 2005), (Clifford, 2005). Le Verrier propuso la existencia de otro planeta llamado Vulcano para explicar esta discrepancia. Este planeta debería estar más cercano al Sol que Mercurio. Se realizaron búsquedas del planeta que resultaron infructuosas. La precesión del perihelio de Mercurio permaneció como uno de los más grandes problemas de la Astronomía sin resolver, hasta que Einstein formuló su nueva teoría de la gravitación.

En la relatividad general, se pueden identificar tres efectos diferentes (inexistentes en la gravitación newtoniana) que contribuyen a la precesión del perihelio de Mercurio.

Primero, la fuerza gravitacional depende de la velocidad. A medida que un planeta se mueve hacia el Sol, aumenta su velocidad. Esta fuerza dependiente de la velocidad causa que el planeta vaya un poco más lejos en su viaje alrededor del Sol de lo que sería en la Teoría de Newton.

El segundo efecto es la curvatura del espacio. La distancia en el espacio curvo alrededor del Sol es diferente de su valor en un espacio plano, de tal forma que la trayectoria no se cierra a la manera newtoniana.

El tercer efecto lo constituye el hecho de que la gravedad actúa sobre todo tipo de energía, incluyendo la energía del campo gravitacional mismo. Esto es característico de una teoría “*no lineal*”. Aunque se presenten estos efectos como si fueran distintos, en realidad no se pueden separar claramente.

El resultado final de la precesión predicha por la relatividad general es exactamente 43 segundos de arco por siglo. Cuando Einstein vio que este resultado era una consecuencia natural de su teoría, “*sin ninguna hipótesis especial*”, se sintió muy feliz. Abraham Pais escribe (Hey T., Walters P., 1997):

“Este descubrimiento fue, yo creo, la experiencia más fuerte en la vida científica de Einstein, quizás de toda su vida. La Naturaleza le había hablado”.

En la década de los 60’s, mediante el uso de las computadoras modernas y los nuevos datos de radar se verificó la predicción del perihelio de la relatividad general, no sólo para Mercurio sino también para Venus, la Tierra y el asteroide Icaro.

El desafío a Einstein comenzó en 1960 cuando Robert Dicke y su estudiante graduado en Princeton, Carl Brans, elaboraron una teoría alternativa de gravitación. Esta teoría incorporaba el mismo principio de equivalencia de Einstein, pero difería en su predicción de la curvatura del espacio-tiempo. Como un resultado, la teoría de *Brans-Dicke* como fue llamada, predecía una variación del perihelio de Mercurio un poco menor que la que hacía la teoría de Einstein.

Con el propósito de probar esta diferencia, Dicke y H. Mark Goldenberg efectuaron una serie de mediciones para determinar si el Sol es exactamente esférico. Si el Sol estuviera ligeramente achatado en los polos, este *achatamiento* causaría una mayor contribución a la variación del perihelio de una órbita planetaria. Cuando reportaron sus resultados Dicke y Goldenberg en 1966, manifestaron que el achatamiento del Sol era lo suficientemente grande para contribuir con otros 3 segundos de arco por siglo a la precesión del perihelio de Mercurio (Clifford, 2005). Este resultado levantó una gran polémica que no se ha resuelto todavía, aunque muchos astrónomos piensan hoy en día que el achatamiento solar es menor que el propuesto por Dicke y Goldenberg.

Un resultado importante fue el descubrimiento de las vibraciones solares. En 1976, Henry Hill y sus colegas, que trabajaban en el observatorio solar en Santa Catalina cerca de Tucson, Arizona, descubrieron que el Sol está en continua vibración. La superficie solar sufre distorsiones regulares con períodos que van desde algunos minutos a algunas horas.

Estas nuevas incertidumbres en la física del Sol complican la situación. La teoría de Brans-Dicke llegó y se fue, pero existen varias preguntas que ocasionan que la prueba del perihelio de Mercurio basada en la relatividad general ya no sea la confirmación sólida que una vez pareció ser.

A.15.8 La Relatividad General y la velocidad de la luz

En 1964, fue propuesta una cuarta prueba de la relatividad general por el físico estadounidense Irwin Shapiro, véase la fig. A.15.20. Estaba trabajando en el MIT (Massachusetts Institute of Technology) en mediciones mejoradas de las distancias planetarias usando la nueva técnica del radar.

Incluía la medición del intervalo de tiempo entre la emisión y la recepción de señales de radar que rebotaban en la superficie del planeta. En 1961, se usó esta técnica para medir la distancia del mayor acercamiento de Venus a la Tierra. El eco que viajaba de regreso era muy débil, pero se podía detectar, y combinado con la velocidad de la luz, el tiempo registrado daba una medida de la distancia con una precisión de cerca de 100 km. Antes de estas mediciones con radar las incertidumbres eran del orden de decenas de miles de kilómetros. Shapiro tuvo la idea de usar el radar para probar la teoría general de la relatividad. Si la señal de radar pasara cerca del Sol, habría un retraso del tiempo debido a la dilatación gravitacional del tiempo y al principio de equivalencia. En este caso, también habría una contribución adicional debida a la curvatura del espacio. Cualquier retraso en tiempo causado por la desviación de la trayectoria de la luz debería ser despreciable.



Fig. A.15.20 Shapiro.

¿Qué tan grande es el efecto predicho y qué tan factible es medirlo?

Se espera que el efecto sea mayor cuando la Tierra y otro planeta estén en línea recta en lados opuestos del Sol (una posición que se conoce como “*conjunción superior*”). Los cálculos efectuados para Marte predicen un retraso en el tiempo de viaje redondo de 250 microsegundos. Dado que la luz viaja a 75 kilómetros en ese tiempo, esto corresponde a una diferencia en la distancia Tierra-Marte de la mitad de la distancia antes citada, aproximadamente 40 km (Clifford, 2005).

En base al experimento, se puede decir que la luz tarda más tiempo para completar un viaje redondo cuando pasa cerca del Sol. Es posible describir esta situación considerando que la luz se hace más lenta si se desea, pero la única cantidad “medible” es el “*retraso*” del tiempo. Shapiro calculó los retrasos del tiempo en 1961 y 1962, pero concluyó que la antena de radar no era lo suficientemente poderosa para generar un eco medible en las grandes distancias requeridas.

La situación cambió en 1964 con la instalación del radar de Haystack; un retraso de 250 microsegundos, en principio, era posible detectarse, dado que el radar podía registrar hasta decenas de microsegundos.

Después de que Shapiro publicó su artículo en el que predecía el retraso del tiempo, la potencia del radar Haystack aumentó en un factor de 5. En 1966 y 1967 se efectuaron medidas de Mercurio y Venus y los resultados apoyaron la relatividad general dentro de un rango de incertidumbre del 20%. A finales de 1970, la precisión de las mediciones aumentó y concordaron con la predicción de Shapiro dentro un margen de incertidumbre de un 5% (Clifford, 2005). Es difícil mejorar el experimento usando el radar en los planetas debido a las incertidumbres asociadas con las montañas y los valles que están en la superficie de los mismos.

En el JPL (Jet Propulsion Laboratory) de California, los científicos consideraron la posibilidad de medir el retraso del tiempo usando los vehículos habilitados como laboratorios espaciales en vez de los planetas.

Después de que las naves Mariner 6 y 7 terminaron sus estudios, fueron realizados varios cientos de medidas cerca de la conjunción superior de estas naves, en 1970. Los atrasos del tiempo estaban de acuerdo con las predicciones de la relatividad general dentro de un rango de incertidumbre del 3%.

Las medidas más precisas se hicieron combinando las técnicas de uso de la superficie del planeta y de la nave espacial. En 1976 llegó la misión Vikingo a Marte: consistía de dos artefactos espaciales que descendieron al suelo marciano y enviaron espectaculares panorámicas de la superficie marciana.

Estos artefactos constituyeron una fuente fija ideal de ondas de radio útiles para el experimento del retraso del tiempo.

Se tomaron datos durante un año y se analizaron cuidadosamente los resultados. El resultado final se anunció en 1978 y estaba en concordancia con las predicciones de Shapiro con una precisión de una parte en 1000 ó de 0.1% (Clifford, 2005).

A.15.9 Lentes Gravitacionales

Aunque Newton fue el primero en sugerir el efecto de lente gravitacional, a través de la desviación de la luz, considerando la masa de sus corpúsculos de luz; su teoría fue desacreditada por la teoría ondulatoria de la luz, en boga en esa época, que consideraba que la luz era una onda, no una partícula. No fue sino hasta que Einstein formuló su teoría de la relatividad general, que fueron entendidos más ampliamente los conceptos de la desviación gravitacional de la luz.

La Teoría General de la Relatividad establece, entre otras cosas, que los objetos muy masivos que poseen campos gravitacionales intensos son capaces de deformar el espacio-tiempo y “curvar” la estructura de dicho espacio-tiempo alrededor de esos objetos. Cualquier rayo luminoso que atravesase una región curvada de espacio-tiempo continuará viajando en línea recta. La luz que emerge de este espacio-tiempo curvado parecerá que viaja en una dirección desviada, en vez de continuar en su trayectoria original.

Una visualización más fácil de hacer es imaginar que la gravedad jala los rayos luminosos hacia el objeto masivo y los desvía de su trayectoria inicial (ver fig. A.15.21).

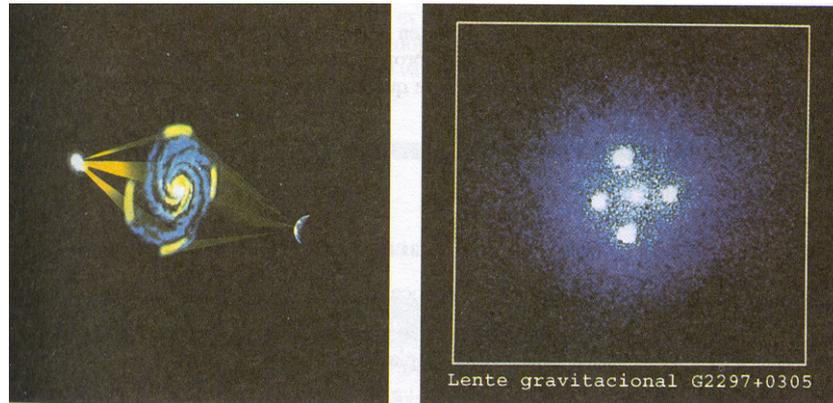


Fig. A.15.21 Lente gravitacional G2297+0305.

Nuestro Sol crea efectos de lente gravitacional que se pueden observar durante los eclipses solares totales cuando la luz proveniente de las estrellas localizadas directamente atrás del Sol es desviada y es posible ver las estrellas cerca de la orilla del Sol. Algunos objetos del espacio lejano, de manera similar; pueden desviar la luz de estrellas que normalmente están ocultas detrás de ellos.

El efecto de lente gravitacional fue observado experimentalmente, por primera vez, en 1979.

A.15.10 Fuentes puntuales

Para que se pueda apreciar el efecto de lente gravitacional considerando a la Tierra como punto de observación, nuestro planeta debe estar casi directamente alineado tanto con los objetos deformados como con el objeto que provoca la deflexión luminosa.

Si una fuente puntual tal como una estrella o un cuasar sufre una desviación luminosa, será posible ver imágenes múltiples. El número de imágenes depende de la estructura de los objetos que actúan como lentes.

En el ejemplo mostrado en la fig. A.15.22, la luz no sólo pasa a través del centro de la galaxia, sino también por las orillas, siendo desviada hacia el observador, y de este modo se crea una imagen triple. El número de imágenes depende de la estructura de la galaxia deflectora.

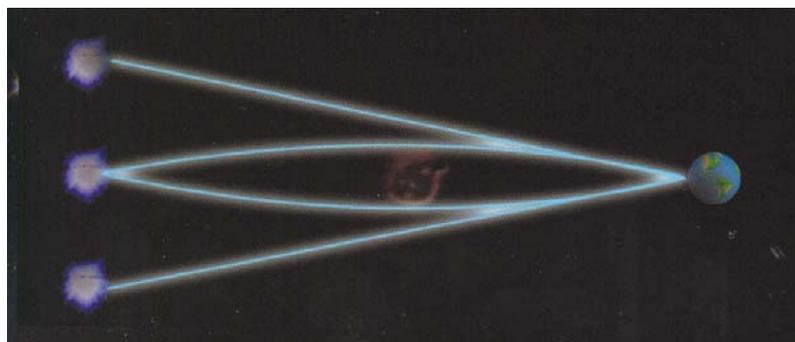


Fig. A.15.22 Lente gravitacional

Recientemente, se ha observado que varias imágenes de radio y de infrarrojo de cuasares muy distantes tienen diversas componentes, todas con los mismos espectros (lo que indica una fuente común).

Los cuasares y las estrellas no son los únicos objetos que son sensibles a los efectos de desviación gravitacional. Las galaxias también pueden desviar la luz de otras galaxias. La luz que es emitida por las galaxias no proviene de una fuente puntual sino de una fuente extensa porque la luz de una galaxia está formada por la de las estrellas que se esparcen a través de cientos de miles de años luz. Cuando esta gran cantidad de luz es deflectada por otra galaxia que se encuentra en la línea de visión del observador, se puede apreciar un arco de luz alrededor de la lente.

Si las dos galaxias están alineadas exactamente con la Tierra, la imagen de la galaxia más distante aparecerá en la forma de un halo alrededor de la galaxia más cercana.

A.15.11 La teoría cosmológica del Big Bang

Después de su impresionante éxito con la teoría general de la relatividad, Einstein empezó a pensar acerca de las implicaciones de su teoría del universo como un todo. En 1917 escribió un artículo que dio comienzo a un nuevo campo de la física, que se llamaría “*cosmología relativista*”.

Aunque Einstein tuvo la audacia de elaborar el primer modelo matemático del universo, también perdió su temple en el momento crucial.

En vez de predecir la expansión del universo que descubrió Hubble, lo cual es una solución que resulta de forma natural de sus propias ecuaciones de campo. Einstein escogió modificar la gravedad e introducir una nueva fuerza repulsiva. Esto estaba descrito por un término extra que agregó a sus ecuaciones de campo gravitacional, el llamado “*término cosmológico*”, En una conversación con George Gamow, Albert expresó que la introducción del término cosmológico había sido el “*error más grande*” que había cometido en su vida.

La negación de Einstein a considerar seriamente las consecuencias radicales de su teoría puede comprenderse por el estado de la astronomía en 1917. En esa época, no estaba claro que hubiera algo más después de nuestra galaxia y también se concebía al universo como un lugar estático.

Después de que Einstein publicara su solución estática, Willem de Sitter, mostró que era posible obtener otra solución diferente a las ecuaciones de campo modificadas.

La siguiente contribución importante fue hecha por un ruso notable, Alexander Alexandrovitch Friedmann, ver fig. A.15.23, quien fue originalmente un matemático pero se sintió fascinado por la meteorología y el problema del vuelo. Durante la Primera Guerra Mundial, sirvió a la Fuerza Aérea Rusa, ayudando a desarrollar artefactos de navegación.



Fig. A.15.23 Friedmann

Después de la Revolución Rusa, Friedmann trabajó como profesor y empezó a estudiar las ecuaciones de campo de Einstein. Demostró que si se eliminaba el término cosmológico era posible obtener soluciones que describían universos en expansión. En 1922, Friedmann envió un artículo con sus proposiciones a una revista alemana de investigación. Cuando se publicó el artículo, Einstein escribió un comentario crítico que comenzaba así (Hey T., Walters P., 1997):

“Los resultados obtenidos en el trabajo citado concerniente a un universo no estacionario me parecen sospechosos....”

Un año más tarde, Albert admitió que los resultados de Friedmann eran matemáticamente correctos, pero todavía creía que no eran relevantes para el universo estático observado por los astrónomos (Hacyan, 2005). Friedmann dividió sus soluciones en dos clases: una en la que el universo se expandiría por siempre, y otra en la que la densidad de materia era suficientemente grande para que la atracción gravitacional detuviera la expansión y ocasionara un eventual colapso.

Trágicamente, Friedmann murió en 1925, a la edad de 37 años, sin haber recibido el reconocimiento a su trabajo.

Actualmente, los modelos de Friedmann del universo en expansión forman la base de la cosmología moderna.

En 1923, Hubble fotografió la “*nebulosa espiral de Andrómeda*” con el telescopio de 100 pulgadas de Mount Wilson y usó las estrellas variables Cefeidas para deducir que la nebulosa se encontraba un millón de años luz más lejos que nuestra galaxia, la Vía Láctea. El nombre “*Galaxia de Andrómeda*” reemplaza el término anticuado de nebulosa.

En los años 50's, el astrónomo Walter Baade estimó que la galaxia de Andrómeda estaba más lejos de lo que Hubble había calculado.

El siguiente paso significativo en el estudio del universo fue dado por Hubble. En 1912, Vesto Slipher del Observatorio Lowell fue capaz de obtener una fotografía del espectro de la galaxia de Andrómeda lo suficientemente preciso para medir el desplazamiento Doppler de sus líneas espectrales. Dedujo que se está acercando a una velocidad aproximada de 300 km/seg. En 1925, Slipher había acumulado medidas de los corrimientos Doppler de 41 galaxias, que mostraban que la mayoría de estas galaxias se estaban alejando de nosotros.

En 1919, Hubble estableció que la velocidad a la que las galaxias se alejan de nosotros aumenta en proporción directa a su distancia. Esta relación se conoce como la *Ley de Hubble*:

$$v = H \times d \quad (\text{A.15.5})$$

Donde “v”, es la velocidad de la galaxia y “d” es la distancia respecto a nosotros. La constante de proporcionalidad, H, es llamada la constante de Hubble.

Las observaciones de Hubble impresionaron profundamente a Einstein, quien en 1930, viajó a Mount Wilson para conocer al astrónomo, quedando convencido de la expansión del universo, véase fig. A.15.24.



Fig. A.15.24 Einstein con Hubble que fuma pipa.

Einstein formalmente abandonó su término cosmológico en un artículo que redactó en 1931, en el que se refería a los descubrimientos experimentales de Hubble, “*que eran tomados en cuenta en su teoría general de una manera natural, sin forzarla*”.

En 1930, el trabajo observacional de Hubble dejó en claro que el universo se estaba expandiendo, pero las soluciones de Friedmann a las ecuaciones de campo de Einstein originales (sin modificar) permanecían enterradas y olvidadas en la literatura.

Georges Lemaître, un sacerdote jesuita belga que era estudiante de Eddington, le escribió a éste, diciéndole que había publicado una solución no-estática en 1927. Eddington le dio entonces una gran publicidad al artículo de Lemaître. A diferencia de Friedmann, Lemaître fue capaz de relacionar su solución al universo en expansión recientemente descubierto: las galaxias se alejan debido a que la fábrica de espacio-tiempo en sí, se está extendiendo.

Pero, ¿Qué causa la expansión del universo? Para contestar esta pregunta se debe “correr” hacia atrás la película del universo.

En 1931, Lemaître especuló que el universo se originó de un “átomo primigenio” que contenía la masa total del universo, y que la expansión observada fue ocasionada por la explosión del átomo cósmico, nuestro universo presente representa las cenizas y humo de aquella explosión. Esta es la teoría del *Big Bang* (Gran Explosión) del origen del universo.

Irónicamente, este nombre fue acuñado por el astrónomo británico Fred Hoyle durante un programa de radio de la BBC en el que explicó una teoría rival, el modelo del “*Estado Estacionario*”.

Las implicaciones de la teoría del Big Bang fueron estudiadas por el físico de origen ruso George Gamow, ver fig. A.15.25, quien estudió bajo la enseñanza de Friedmann, y consideró en detalle cómo pudieron crear los elementos que se ven en nuestro entorno, las reacciones nucleares que ocurrieron después del estallido primordial del Big Bang.



Fig. A.15.25 Gamow.

El trabajo crucial fue elaborado por Gamow en la Universidad George Washington en EUA, con un estudiante llamado Ralph Alpher. Los resultados de Gamow y Alpher fueron publicados en la revista "*Physical Review*", el 1º de abril de 1948, citando también como autor, al amigo de Gamow y posterior Premio Nobel, Hans Bethe.

En 1948, los colaboradores de Gamow, Alpher y Robert Hermann escribieron un artículo sugiriendo que, si el universo empezó con una explosión a una temperatura de varios millones de grados, deberían existir vestigios de esta explosión en forma de un "mar" de radiación electromagnética de baja energía. En 1965, Arno Penzias y Robert Wilson descubrieron la radiación de fondo cósmica de microondas de 3 grados Kelvin, que confirmaba la teoría del Big Bang.

Más recientemente, las mediciones de la radiación de fondo de microondas hechas por el satélite COBE (Cosmic Background Explorer Satellite) proporcionaron noticias sobresalientes.

Después de la euforia de su descubrimiento, los astrónomos se percataron de que la aparente uniformidad de la radiación de fondo causaba problemas para la teoría del Big Bang en términos de la escala de tiempo aparentemente corta para la formación de las galaxias. Los datos del satélite COBE revelaron "rizos" en el "mar" de radiación de fondo que aliviaron estos problemas.

A.15.12 Los agujeros negros

Probablemente una de las ideas más conocidas de la astronomía moderna es la de un "agujero negro", un objeto tan masivo que ni aún la luz puede huir a su atracción.

Esta idea se remonta a la época de John Michell y Pierre Simon Laplace, ver fig. A.15.26. Hoy en día, tales objetos cautivan la imaginación del público después de que John Wheeler acuñó la frase de "agujero negro" en una conferencia en Nueva York en 1967. Un hoyo negro constituye el punto final más extremo en la evolución de una estrella. Es el remanente de una estrella colapsada cuyo campo gravitacional es tan intenso que está rodeada por una

región del espacio-tiempo de la que ni siquiera la luz logra escapar, véase fig. A.15.27. La conexión de tales objetos con la teoría general de la relatividad comienza con el astrónomo alemán Karl Schwarzschild, ver fig. A.15.28.



Fig. A.15.26 Laplace.



Fig. A.15.27 Agujero negro.



Fig. A.15.28 Schwarzschild.

En enero y febrero de 1916, Einstein leyó dos artículos en la Academia Prusiana de Ciencias en representación de Schwarzschild, quien estaba desempeñando el servicio militar. El primer artículo contenía una solución exacta de las ecuaciones de la teoría general relativista para una masa puntual estática, ésta se conoce como la “*solución de Schwarzschild*”. Aunque ambos, Einstein y Schwarzschild consideraban una “*masa puntual*” como una idealización irreal, la solución contiene la esencia de un agujero negro. La masa puntual está rodeada por una región de espacio-tiempo de la que la luz no puede sustraerse. La frontera de esta región se llama el “*radio de Schwarzschild*” u “*horizonte de eventos*”.

Karl Schwarzschild falleció el 11 de mayo de 1916, de una enfermedad que contrajo cuando estaba en el frente del ejército ruso.

El efecto gravitacional en el espacio-tiempo curvo que está alejado del radio de Schwarzschild que rodea a un hoyo negro es exactamente el mismo que el provocado por una estrella de la misma masa, y la luz que pasa lejos del agujero negro, será desviada ligeramente. A medida que la luz se aproxima al hoyo negro, la desviación se incrementará más y más. A una cierta distancia crítica, el rayo luminoso será capturado y describirá una órbita circular alrededor del agujero negro. Adentro de lo que se llama la “*esfera fotónica*” (una esfera con un radio igual a la distancia crítica de aproximación), está el “*horizonte de eventos*”; una vez que la luz o cualquier otra cosa lo atraviesa y se acerca más al hoyo negro, nunca más podrá escapar. Después de que ha

sido cruzado el horizonte de eventos, nada puede ser comunicado al universo exterior. Más aún, esta teoría parece estar en el reino de la ciencia ficción.

¿Son los agujeros negros, objetos físicos realmente observables, o son meramente artefactos de nuestras idealizaciones matemáticas?

Con el propósito de entender cómo se forman los hoyos negros, se debe revisar el conocimiento de la evolución estelar. Una estrella como nuestro Sol no se colapsa gravitacionalmente (las fuerzas gravitacionales dentro de la estrella tienden a causar un colapso de la estrella sobre sí misma) debido a la presión que existe hacia fuera por efecto de las reacciones nucleares que ocurren en su interior. Cerca del fin de la vida de una estrella, el combustible nuclear que alimenta estas reacciones se agota y la estrella empieza a contraerse bajo la acción de la gravedad.

El destino último de la estrella depende de su masa. Una estrella no muy masiva como el Sol, expulsara algunas de sus capas exteriores para formar la llamada "*nebulosa planetaria*", permitiendo que el núcleo remanente se contraiga para formar una estrella "*enana blanca*": Ésta tiene casi la misma masa del Sol y tiene un volumen del tamaño de la Tierra. Por consiguiente, la densidad de la materia de una enana blanca es aproximadamente un millón de veces más densa que la materia normal de la Tierra, y consiste de núcleos atómicos vagando en un "*mar*" de electrones. Es la resistencia de estos electrones a ser aplastados lo que impide un colapso gravitacional mayor.

Las estrellas más masivas que el Sol pueden tener un final más espectacular. Subrahmanyam Chandrasekhar, un astrofísico hindú, demostró que si la masa de la estrella es mayor que 1.4 masas solares, el llamado "*límite de Chandrasekhar*", la oposición de los electrones a ser comprimidos no es lo suficientemente fuerte para vencer a las fuerzas gravitacionales que intentan causar un colapso mayor. En consecuencia, los electrones son jalados por los protones para formar neutrones a través de una reacción nuclear débil y el colapso final del núcleo es muy rápido y violento. La explosión estelar resultante es espectacular y fue llamada "*supernova*" por Walter Baade y Fritz Zwicky en 1934. La mayor parte del material es arrojado al espacio y Baade y Zwicky propusieron que se creaba una forma exótica de materia llamada "*estrella de neutrones*". La densidad de la materia contenida en tales objetos es tal que una estrella de neutrones que sea el doble de masiva que nuestro Sol ocupará una esfera de sólo 16 km de diámetro.

El descubrimiento de los "*pulsares*" en 1967, y su posterior identificación como estrellas de neutrones en rotación, fueron pasos decisivos para la aceptación de la posible existencia de objetos aún más extraños, como son los agujeros negros.

La teoría moderna de los hoyos negros empezó en 1939 con un artículo de J. Robert Oppenheimer y Hartland Snyder titulado "*Sobre la continuación de la contracción gravitacional*". Su artículo mostró que si el núcleo de una estrella en colapso tiene suficiente masa, entonces la presión de los neutrones será insuficiente para evitar el posterior colapso de una estrella de neutrones. Escribieron (Hey T., Walters P., 1997):

“La estrella tiende a cerrarse a sí misma de toda comunicación con un observador distante, únicamente persiste su campo gravitacional”.

Una característica importante de este cálculo proveniente de la relatividad general es que a medida que la estrella se comprime más y más, la presión misma se agrega a la fuerza de atracción universal, para acelerar el colapso. A pesar de esta sugerencia concreta, muchos físicos incluidos el mismo Einstein desconfiaban de la “*singularidad de Schwarzschild*” y no tomaron en serio la propuesta de Snyder y Oppenheimer.

El tema de los agujeros negros fue resucitado en los 60's debido a un resultado teórico descubierto por un matemático de Nueva Zelanda y por el hallazgo de los cuasares. En 1963, Roy Kerr descubrió una nueva solución exacta de las ecuaciones de campo de Einstein. Esta solución, se reconoce ahora como la solución para un hoyo negro en rotación ¿Son éstas las únicas soluciones? Después de varios años de investigación, el problema fue resuelto finalmente por Werner Israel, Brandon Carter y Stephen Hawking en un teorema conocido de manera críptica como que “*los agujeros negros no tienen pelo*”. Esto resume el hecho de que cualesquiera características adicionales, o “pelo” que se intente añadir al núcleo que se colapsa, las únicas cosas que importan son la masa y el momento angular de giro del hoyo negro (Calle C. I., 2005).

En los 60's, Hawking, Roger Penrose, véase las figs. A.15.29 y A.15.30, y otros probaron teoremas fundamentales de los hoyos negros. Su conclusión fue que los agujeros negros eran inevitables en cualquier teoría de gravitación que contenga una fuerza atractiva y en donde se cumpla la equivalencia de Einstein de la masa y la energía.



Fig. A.15.29 Hawking.

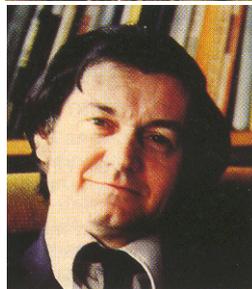


Fig. A.15.30 Penrose.

Es posible hablar de la física de los hoyos negros. Una parte fundamental de la teoría de los agujeros negros surge de un teorema demostrado por Hawking en 1972. Establece que el área del horizonte de eventos de un hoyo negro nunca disminuye, lo cual es otra forma de enunciar la segunda ley de la termodinámica que establece que la entropía nunca decrece.

En una aplicación ingeniosa de la mecánica cuántica al espacio-tiempo alrededor de los hoyos negros, Stephen Hawking propuso que los agujeros negros supermasivos tenían baja temperatura y que los de poca masa poseían una alta temperatura.

Hawking sugirió también que los minihoyos negros de poca masa pudieron haberse formado en el Big Bang y se evaporaron dando lugar a explosiones violentas y espectaculares (Hacyan S., 2005).

Este análisis teórico acerca de la estructura de la singularidad usando la teoría general de la relatividad es de gran belleza matemática. Pero ¿Existe alguna evidencia experimental de la existencia de los agujeros negros?

Necesariamente, toda la evidencia observacional de los hoyos negros es indirecta y por tanto sujeta a la duda y al debate.

Un primer problema lo es el distinguir entre los agujeros negros y las estrellas de neutrones. Una estrella de neutrones ocasiona una distorsión notable del espacio-tiempo en la vecindad de su superficie, y la materia que cae hacia la estrella de neutrones o hacia el hoyo negro se acelerará a velocidades cercanas a la velocidad de la luz. Entonces se espera que tanto las estrellas de neutrones como los agujeros negros sean fuentes poderosas de rayos X (fotones de muy alta energía) originados por la materia cargada en su caída al interior de tales objetos astronómicos. La búsqueda de hoyos negros comienza con las fuentes de rayos X del cielo.

¿Cómo se distingue entre los rayos X debidos a los agujeros negros y aquellos procedentes de las estrellas de neutrones? El parámetro clave es la masa del objeto en cuestión. Un objeto con una masa de alrededor de 3 veces la masa del Sol, no puede ser una estrella de neutrones, sería inestable en un colapso posterior (Hacyan S., 2005). Pero, ¿Cómo se puede medir la masa de tal objeto? La respuesta está en las fuentes binarias de rayos X. Se cree que la mitad de las estrellas de nuestra galaxia se encuentran en sistemas binarios, tales sistemas están formados por dos estrellas que están en órbita alrededor de sí mismas. En los sistemas binarios ópticos, el movimiento de cada estrella en órbita se puede identificar mediante el desplazamiento Doppler de la luz de las estrellas. Los períodos de tales sistemas ópticos binarios varían desde unas pocas horas, para sistemas cercanos, hasta cientos de años. A partir del período de rotación orbital, los astrónomos son capaces de deducir información acerca de las masas de las estrellas. Algunas veces únicamente una de las estrellas compañeras puede identificarse visualmente. Si se conoce la masa de la estrella observada, entonces es posible calcular la masa de la estrella que no se ve mediante el uso del período orbital.

¿Se puede usar esta misma técnica para los sistemas de rayos X binarios?

En diciembre de 1970, se lanzó al espacio un satélite que detectaba rayos X desde la costa de Kenia. Se llamaba "Uhuru" que significa "Libertad" en Swahili. Este satélite descubrió cientos de fuentes de rayos X lo cual colocó a la radioastronomía a la vanguardia de la investigación científica. Una de las fuentes catalogadas por Uhuru se denominaba Cignus X1 (la primera fuente de rayos X que se identificaba en la constelación del Cisne) (Hacyan S., 2005).

Las medidas realizadas de la fuente fueron lo suficientemente precisas para identificar a la compañera óptica del sistema: era una estrella brillante azul que parecía orbitar a una compañera invisible cada cinco días y medio. Usando la mejor estimación de la masa de la estrella visible, los astrónomos fueron capaces de calcular la masa de la fuente de rayos X, y resultó ser de aproximadamente seis masas solares, y por tanto era demasiado grande para ser una estrella de neutrones. Aunque la evidencia es indirecta, esta fuente constituye uno de los mejores candidatos a ser agujero negro. Se han analizado otras fuentes binarias de rayos X y se han identificado otros candidatos a hoyos negros, así como también muchas estrellas de neutrones.

La coherencia general de la teoría y del experimento referente a las estrellas de neutrones, agujeros negros y el colapso gravitacional han convencido a muchos físicos de considerar seriamente a los hoyos negros.

A.15.13 Los cuasares

Existen muchas preguntas interesantes que esperan respuesta de los físicos y astrónomos que estudian los agujeros negros. La naturaleza de los cuasares es todavía uno de los temas más debatidos en astrofísica, y un gran número de astrónomos actualmente creen que los hoyos negros supermasivos forman parte de la respuesta. El primer cuasar fue identificado por Maarten Schmidt en 1963. Consideró que el extraño espectro óptico del objeto 3C 273 era debido a su gran corrimiento Doppler al rojo. Se piensa que esto ocurre porque está muy lejano, los desplazamientos Doppler al rojo grandes significan grandes velocidades que a su vez corresponden a grandes distancias de acuerdo a la Ley de Hubble. Además de los grandes corrimientos Doppler al rojo, la otra característica notable de los cuasares es la gran cantidad de energía que irradian, a pesar del hecho de que ocupan una porción diminuta del espacio. En la época de su descubrimiento, el objeto cuasiestelar 3C 273, ver fig. A.15.31, estaba tan distante como las galaxias más lejanas hasta entonces conocidas, y brilla con una intensidad de aproximadamente mil veces la de nuestra galaxia (Dultzin D., 1997).



Fig. A.15.31 Cuasar 3C 273.

Una propiedad fascinante de los cuasares es la variación observada en su brillo óptico. Un buen ejemplo es el cuasar 3C 279, que aumentó su brillantez por un factor de 25 en 1936 y 1937. Se ha observado que algunos cuasares alteran su intensidad luminosa en escalas de tiempo tan cortas como una semana o menos. Lo significativo de esta variación es que permite imponer un límite en el tamaño de la fuente de energía en el corazón mismo de los cuasares.

Supóngase que la fuente varía en intensidad durante un período de una semana. La luz de la parte posterior al objeto que tiene un diámetro de una semana-luz, llega hasta nosotros una semana después que la luz emitida por la parte frontal del cuasar. El hecho de que se observe una variación de una semana significa que la fuente debe ser menor que una semana-luz. ¡Esta distancia es cerca de diez veces el tamaño de nuestro sistema solar, para una fuente de energía más poderosa que cien galaxias!

Los cuasares son ejemplos de objetos conocidos como “*núcleos activos de galaxias*”. La explicación más popular de la enorme energía generada por tales objetos es que proviene de un agujero negro supermasivo.

A.15.14 Dos aplicaciones de la relatividad general

En 1979, sesenta años después de la confirmación por primera vez de la desviación de la luz de las estrellas, se realizó una observación aún más espectacular. Fue el descubrimiento del “doble cuasar” conocido como Q0957+561.

Este consiste en imágenes ópticas y de radio de un par de cuasares separados por aproximadamente 6 segundos de arco. En sí, esto no sería notable, a no ser por el hecho de que los parámetros de ambos cuasares (los desplazamientos Doppler al rojo y el espectro) eran esencialmente idénticos. El astrónomo Dennis Walsh, y sus colegas Robert Carswell y Roy Weymann, que estaban trabajando en la Universidad de Arizona y en el Observatorio Nacional de Kitt Peak, propusieron que estaban viendo dos imágenes del mismo cuasar, y que algo que estaba situado a lo largo de la línea de visión, un objeto masivo ocasionaba una desviación de la luz del cuasar y formaba una imagen doble.

La sugerencia fue comprobada cuando Peter Young y sus colegas descubrieron una débil galaxia gigante ubicada entre las dos imágenes, usando el Telescopio Hale de 200 pulgadas del Observatorio de Mount Palomar. Los corrimientos al rojo del cuasar y de la galaxia confirmaron que la galaxia está ciertamente en la distancia que existe entre la Tierra y el cuasar.

La idea del efecto de lente gravitacional no es nueva. Arthur Eddington y Oliver Lodge especularon sobre esta posibilidad en 1919, y en los 30's la cuestión fue tomada más seriamente por el astrónomo suizo Fritz Zwicky. En un artículo de 1936, el mismo Einstein señaló que la desviación de la luz por cuerpos masivos podía tener extrañas consecuencias, pero pensó que los alineamientos requeridos eran sumamente improbables de ocurrir (Dultzin D., 1997).

En contraste, Zwicky sugirió que el efecto de lente gravitacional podía tener un mayor impacto en la cosmología, permitiendo “*pesar*” las nebulosas y habilitar telescopios de dimensiones interestelares con los que se aumentaban las fuentes observadas. Al cabo de 40 años, las ideas de Zwicky empezaron a cumplirse. Desde el descubrimiento de la primera imagen doble de un cuasar, se han observado seis patrones de imágenes diferentes de cuasares, tales como “*arcos*” o arcos incompletos, dos puntos, cuatro puntos en forma de cruz formados por galaxias que tienen grandes desplazamientos Doppler al rojo y anillos de fuentes de radio extendidas.

¿Cómo se forman tales imágenes? Existen dos diferencias esenciales entre las lentes gravitacionales y las lentes ópticas convencionales. Primero, para las

lentes ópticas delgadas existe una dependencia lineal entre el ángulo de deflexión y la distancia del rayo al eje de simetría del sistema óptico. Esto significa que existe un único rayo que conecta una fuente puntual a cada punto en el plano de observación. Por el contrario, las lentes gravitacionales no tienen una dependencia lineal simple de la desviación luminosa con el desplazamiento Doppler al rojo. Este comportamiento no lineal indica que puede haber más de un rayo que une a la fuente con el observador, este es el origen de las imágenes múltiples. La segunda diferencia radica en que en vez de tratarse de una fuente fija de luz, para las lentes gravitacionales, se tiene un observador fijo y una fuente extendida. El foco puntual típico de las imágenes ópticas es una idealización raramente presente en la naturaleza. Es más común la situación en la que varios rayos incidentes a distintas distancias del eje óptico son enfocados a diferentes puntos.

Se pueden aproximar diversos ejemplos considerando que la materia de la lente está distribuida suavemente, pero en algunos casos es necesario tomar en cuenta a las estrellas individuales de una galaxia deflectora. La primera situación se conoce como “*macrodesviación*” y la última como “*microdesviación*”.

A.15.15 Materia oscura

Uno de los enigmas más grandes del Universo es la “*materia oscura*”. Se acepta en la actualidad que la distribución de estrellas observada comprende sólo una fracción de la masa del universo. Las observaciones de nuestra galaxia, de las galaxias espirales y elípticas, y de las velocidades de las galaxias en el interior de los cúmulos galácticos, únicamente son consistentes con las leyes de la física conocidas, si existe una gran cantidad de materia adicional que no puede ser detectada a través de su radiación electromagnética, es por esta razón que se le denomina “*materia oscura*” (Matos T., 2004).

Con las lentes gravitacionales, se pueden usar los fotones para probar los efectos gravitacionales de la materia que intervienen, de manera similar a como es usada la desviación de electrones para explorar el núcleo atómico.

Las lentes gravitacionales son útiles en determinar la geometría del universo a grandes escalas. Han confirmado de manera confiable la relación corrimiento Doppler al rojo-distancia para los cuasares, en el sentido de que las fuentes de gran desplazamiento Doppler al rojo aparecen situadas más allá de las lentes de bajo corrimiento Doppler al rojo.

Otro uso de una lente gravitacional fue sugerido por Zwicky, y consiste en el uso de las lentes como telescopios gigantes. En los espectaculares ejemplos de los arcos azules y los anillos de radio, algunas partes de la fuente son aumentadas en gran escala. Es posible usar la microdesviación como una herramienta de resolución fina de los cuasares.

A.15.16 Ondas gravitacionales

Otra tema relacionado con la relatividad general, son las ondas gravitacionales y el pulsar binario conocido como PRS 1713 + 16. Clifford Will (2005) ha llamado a este pulsar “*el primer sistema conocido en el que la gravedad relativista puede ser usada como una herramienta práctica para la determinación de parámetros astrofísicos*”. ¿Cómo puede ser posible esto y qué tiene que ver tal sistema con las ondas gravitacionales? Ya se ha mencionado que en la teoría de gravitación de Newton, la interacción es instantánea. La gravitación de Einstein es una teoría de campo, como la del electromagnetismo y al igual que esta última teoría, las perturbaciones o cambios en el campo no se propagan instantáneamente sino que están limitadas por la velocidad de la luz.

En el electromagnetismo, las perturbaciones son ondas luminosas, por lo tanto, para la gravitación se espera que existan ondas gravitacionales. Un modo de visualizar tales ondas es usando la representación del espacio como una tela elástica con las estrellas causando abolladuras en la tela, ver fig. A.15.32. Imagine un sistema binario de estrellas que están girando alrededor de su centro de gravedad común. En el modelo de la tela elástica del universo, esto puede representarse como un par de balines que se mueven uno alrededor del otro. A medida que se mueven, los rizos de las distorsiones en la tela elástica se propagarán alejándose de la perturbación: los rizos son una visualización de las ondas gravitacionales. Si las ondas gravitacionales encuentran materia a su paso, le causarán un diminuto temblor.

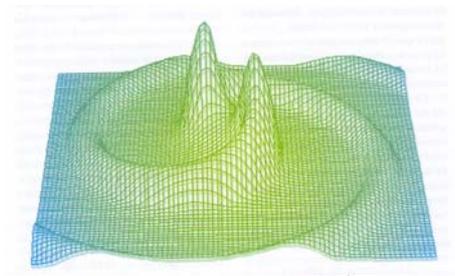


Fig. A.15.32 Ondas gravitacionales.

Einstein consideró la posibilidad de existencia de tales ondas gravitatorias en 1916, sin embargo, en vez de imaginar un sistema binario, calculó la energía emitida en forma de ondas gravitacionales por un sistema parecido a una “*pesa gimnástica*” (dos bolas unidas mediante una barra). Dado que la fuerza gravitacional es demasiado débil comparada con la fuerza electromagnética, se espera que sea pequeñísima la energía de las ondas gravitatorias.

Clifford Will (2005), da el siguiente ejemplo, para una de las más poderosas fuentes de ondas gravitacionales, una estrella que se colapsa para formar un agujero negro en nuestra galaxia, la perturbación gravitacional correspondiente ocasionará que dos masas que están separadas por una distancia de un metro, se muevan alejándose una centésima parte del diámetro de un núcleo atómico, o aproximadamente 10^{-17} m.

En 1968, Joseph Weber, de la Universidad de Maryland, ver fig. A.15.33, estremeció al mundo científico porque anunció que había detectado ondas gravitacionales de una intensidad mil veces mayor que la estimada. Varios grupos construyeron detectores de ondas gravitatorias, y se vio que Weber se equivocó: Los intentos de detectar las ondas gravitacionales en forma directa están en marcha, hoy en día., pero en 1978, Russell Hulse y Joe Taylor “robaron cámara” con una sorprendente confirmación indirecta de la radiación gravitacional. Hulse era un estudiante graduado que trabajaba con Taylor que tenía encomendada la labor de rastrear el cielo del verano de 1974, en busca de nuevos pulsares con el radiotelescopio de Arecibo, en Puerto Rico. Hulse y Taylor fueron lo suficientemente persistentes y perceptivos para darse cuenta que las curiosas variaciones que observaron en la débil señal del pulsar PRS 1713 + 16 eran significativas. Estas variaciones se debían al movimiento del pulsar alrededor de su estrella compañera. Los datos mostraron que el período orbital era aproximadamente de 7 horas 45 minutos, lo que explicaba el desplazamiento diario de 45 minutos en el patrón de variación del período.



Fig. A.15.33 Weber.

A partir del corrimiento Doppler de la señal dedujeron que la velocidad orbital del pulsar varía de 75 km/seg a 300 km/seg. Esta velocidad máxima, cerca de un milésimo de la velocidad de la luz, debe compararse con la velocidad orbital de la Tierra de 30 km/seg. Conociendo la velocidad y el período orbital del pulsar, Hulse y Taylor fueron capaces de calcular que la circunferencia de su órbita es igual a la circunferencia del Sol. Entonces el pulsar debe estar separado de su estrella compañera por una distancia aproximada de un radio solar (Hey T., Walters P., 1997).

Para un sistema binario, la distancia del mayor acercamiento se llama “periastro”. En diciembre de 1974, Taylor y Hulse midieron el ritmo de avance del periastro y resultó ser de 4 grados/año. Esto es 36 000 veces más grande que el avance del perihelio de Mercurio, debido a la combinación de su tamaño intrínseco mayor y al hecho de que el pulsar completa más órbitas por año que Mercurio. Suponiendo que la teoría general relativista es correcta, es factible estimar la masa total del sistema doble de estrellas. Este número se ha determinado con gran precisión y el resultado es 2.8275 masas solares (Clifford W., 2005). El pulsar binario PRS 1713 + 16 es inusual en otro aspecto. Se sabe que los pulsares tienen períodos de emisión de pulsos que son muy estables, pero que, al examinar detalladamente se aprecia que se detienen muy lenta y

gradualmente. Después de desechar los efectos del desplazamiento Doppler de los datos, se descubrió que el pulsar se detenía a un ritmo increíblemente lento (sólo un 4% en un millón de años). Esta constancia extraordinaria facilitó la realización de un análisis detallado de las variaciones del período del pulsar.

Además del corrimiento Doppler ordinario, se hacen correcciones pequeñas debidas a la dilatación del tiempo y al corrimiento gravitacional al rojo. Empleando la teoría general de la relatividad, es posible determinar las masas relativas de las dos estrellas. Los cálculos revelan que las dos estrellas tienen casi la misma masa. El candidato más probable para ser compañero del pulsar es una estrella de neutrones con su haz pulsante apuntando en dirección opuesta a la Tierra.

¿Qué tiene que ver esto con las ondas gravitacionales? El sistema binario giratorio es equivalente al cuerpo radiante en forma de pesa de gimnasia de Einstein, por lo que se espera que el pulsar emita ondas gravitatorias. Debido a la distancia que separa al pulsar de la Tierra, la radiación predicha es demasiado débil para ser detectada directamente, sin embargo, se piensa que el sistema radia energía en forma de ondas gravitacionales.

La pérdida de energía gravitacional debe manifestarse como una disminución pequeña del período orbital del pulsar (unas setenta y cinco millonésimas partes de un segundo por año para un período de 27 000 segundos). En diciembre de 1978, justo a tiempo para celebrar el centenario del nacimiento de Einstein, Joe Taylor anunció que las mediciones efectuadas, concordaban con las predicciones de Einstein. Cinco años después, los nuevos datos registrados por Taylor mejoraron la precisión de las medidas. La predicción de Einstein estaba de acuerdo con el experimento, dentro de un rango de error del 3%. Este resultado constituye un sonoro éxito de la relatividad general y refuerza la confianza en el uso de la teoría como una herramienta para el estudio de nuevos fenómenos.

Es enormemente difícil detectar las ondas gravitacionales, y hasta la fecha no se ha confirmado su detección. Se espera que unos detectores más sensibles recién construidos detecten ondas gravitacionales producidas por las supernovas, que pueden irradiar hasta el 0.1% de su masa en forma de este tipo de onda, y quizá las producidas por eventos todavía más cataclísmicos, como choques entre los agujeros negros (Hewitt P., 2004).

En junio de 1960 apareció un trabajo del matemático y físico inglés Roger Penrose en la revista *Annals of Physics* con el título de "*Una aproximación por Spinor a la relatividad general*". Se trataba de un trabajo de alta matemática, que delineaba una técnica de cálculo elegante y compacta para resolver ciertos problemas de la relatividad general. La teoría tenía una vieja reputación de ser extremadamente difícil de abordar matemáticamente, más este nuevo método hizo que algunas operaciones se tornaran sorprendentemente sencillas (Bartusiak, 2002).

Hasta ese momento, los relativistas generales tenían fama de vivir en torres de marfil intelectuales, entregados a abstrusos cálculos de formidable complejidad, cuyos cálculos eran imposibles de comprender. Pero los nuevos relativistas, a quienes representaba gente como Penrose, hicieron dos cosas muy

importantes. Primero aportaron nuevas técnicas matemáticas que simplificaron y redujeron muchos cálculos, al punto que algunos de ellos se podían calcular de una manera menos complicada. También ayudaron a eliminar algo del misterio que cubría a este tema y con su colaboración se volvió más simple y efectiva la enseñanza de la relatividad general a las nuevas generaciones de físicos. Segundo, captaron la importancia de centrar la atención en las consecuencias físicamente observables o detectables de la teoría, en vez de enredarse en cuestiones de gran belleza matemática.

La teoría general de la relatividad es uno de los mayores éxitos intelectuales de todos los tiempos. Su originalidad y enfoque no ortodoxo exceden al de la teoría especial de la relatividad. Y aún más que en la teoría especial, fue casi completamente el trabajo de un solo hombre, Albert Einstein. El impacto filosófico de la teoría de la relatividad en el pensamiento del hombre ha sido profundo y las posibilidades abiertas para la ciencia por él, son literalmente sin fin.

ANEXO 16

Cuestionario de la Teoría General de la Relatividad

- 1.- ¿Quién fue un oficial del ejército ruso pionero de la geometría no-euclidiana?
- 2.- ¿Qué dice la geometría euclidiana respecto a los ángulos interiores de un triángulo?
- 3.- ¿Qué dice el 5º postulado de Euclides?
- 4.- ¿Cómo se llama el espacio en que se desarrolla la geometría euclidiana?
- 5.- ¿Quiénes fueron los descubridores de la geometría no-euclidiana?
- 6.- ¿Cuánto vale la suma de los ángulos interiores de un triángulo, en la geometría de Lobachevski?
- 7.- ¿Qué nombre recibe la geometría no-euclidiana de Lobachevski?
- 8.- ¿Quién fue el alumno destacado de Gauss, que desarrolló una geometría no-euclidiana?
- 9.- ¿Qué valor tiene la suma de los ángulos interiores de un triángulo, en la geometría de Riemann?
- 10.- ¿Qué nombre recibe la geometría no-euclidiana de Riemann?
- 11.- ¿Qué significa la palabra “geodésica” y cómo se define?
- 12.- ¿Qué dice el principio de equivalencia de Einstein?
- 13.- ¿Esencialmente qué es la Teoría General de la Relatividad?
- 14.- ¿Qué relacionan las ecuaciones de campo de la TGR?
- 15.- ¿Cuál es la forma matemática de las ecuaciones de campo y qué significan sus términos?
- 16.- ¿Cuáles son las tres pruebas experimentales de la TGR que propuso Einstein?
- 17.- ¿Qué efecto produce la masa en el espacio-tiempo?
- 18.- ¿Quién fue el primer científico que consideró que el campo gravitacional de un objeto masivo podría desviar la luz?
- 19.- ¿En qué año propuso Einstein un efecto similar?
- 20.- ¿En qué medida predijo Einstein que sería desviada la luz de las estrellas que pasara cerca del Sol?
- 21.- ¿En qué lugares se observó el eclipse solar total de 1919?
- 22.- ¿Cuándo y en dónde fueron anunciados los resultados del eclipse solar

total de 1919, en relación a la desviación gravitacional de la luz?

23.- ¿Actualmente qué técnica se usa para medir la desviación gravitacional de la luz?

24.- ¿En qué consiste el corrimiento gravitacional al rojo?

25.- ¿Quiénes comprobaron por primera vez el desplazamiento gravitacional al rojo?

26.- ¿Qué efecto se utiliza para medir el corrimiento gravitacional al rojo y quién lo descubrió?

27.- ¿En qué consiste el efecto Mössbauer?

28.- ¿Quién fue el primero en descubrir la precesión del perihelio de Mercurio?

29.- ¿En qué consiste la precesión del perihelio de Mercurio?

30.- ¿Cuál es el nombre de la teoría rival de la relatividad?

31.- ¿Quién propuso una cuarta prueba de la TGR?

32.- ¿En qué consiste la cuarta prueba de la TGR?

33.- ¿Qué técnica se utiliza actualmente para medir el retraso gravitacional del tiempo y cuándo se anunciaron los resultados?

34.- ¿Cuándo fue observado por primera vez el efecto de lente gravitacional?

35.- ¿Qué es una lente gravitacional?

36.- ¿Qué objetos astronómicos actúan como lentes gravitacionales?

37.- ¿De qué depende la formación de distintas imágenes que ocasiona la lente gravitacional?

38.- ¿Qué aspectos tienen las imágenes que forman las lentes gravitacionales?

39.- ¿Fue un acierto o error de Einstein, la inclusión del “término cosmológico” en sus ecuaciones de campo gravitacional?

40.- ¿Quién fue el matemático ruso que obtuvo nuevas soluciones de las ecuaciones de campo de Einstein?

41.- ¿Qué proponían las soluciones de Friedmann?

42.- ¿Quién descubrió la expansión del universo y en qué fecha?

43.- ¿Qué dice la ley de Hubble?

44.- ¿Quién pensó la idea de un “átomo primigenio” en el origen del universo y cuándo sucedió?

45.- ¿Quién acuñó el término “Big Bang”?

46.- ¿Qué dice la teoría del Big Bang?

47.- ¿Qué estudió George Gamow en relación a la teoría del Big Bang?

48.- ¿Quiénes descubrieron la radiación de fondo cósmica y cuándo lo hicieron?

- 49.- ¿Quiénes pensaron por primera vez en la existencia de los agujeros negros?
- 50.- ¿Quién inventó el término “hoyo negro” y cuándo lo hizo?
- 51.- ¿Qué es un agujero negro?
- 52.- ¿Quién publicó un artículo científico en el cual se halla la esencia de un hoyo negro?
- 53.- ¿Qué es el radio de Schwarzschild u horizonte de eventos?
- 54.- ¿Qué descubrimiento sucedido en 1967, fue un paso decisivo para la aceptación de la posible existencia de los agujeros negros?
- 55.- ¿Cuándo y con qué comenzó la teoría moderna de los hoyos negros?
- 56.- ¿Quiénes descubrieron un teorema que dice de manera oculta que “los agujeros negros no tienen pelo”?
- 57.- ¿Qué significa este teorema?
- 58.- ¿Cuál fue la conclusión a la que llegaron Stephen Hawking y Roger Penrose, en los 60's, acerca de los hoyos negros?
- 59.- ¿Qué establece el teorema de Hawking de 1972?
- 60.- ¿Qué propuso Hawking respecto a los agujeros negros supermasivos y a los poco masivos?
- 61.- ¿Qué objeto estelar es el mejor candidato a ser un hoyo negro?
- 62.- ¿Quién descubrió el primer cuasar?
- 63.- ¿Qué es un cuasar?
- 64.- ¿Qué consecuencias tuvo el descubrimiento del doble cuasar conocido como Q0957+561?
- 65.- ¿A qué hecho se debe la postulación de la existencia de la materia oscura?
- 66.- ¿Quién postuló la posibilidad de existencia de las ondas gravitacionales?
- 67.- ¿Quién anunció que había detectado las ondas gravitacionales en 1968?
- 68.- ¿Qué son las ondas gravitacionales?
- 69.- ¿Quién midió el período orbital del pulsar PRS1713+16 en 1978?
- 70.- ¿Por qué son significativas las mediciones del período orbital del pulsar PRS1713+16 de 1978?
- 71.- ¿Quién elaboró un trabajo que hace más sencillas algunas operaciones de la TGR y cuándo lo hizo?

ANEXO 17

Lecturas sugeridas de la Teoría General de la Relatividad

A continuación se presenta una lista de lecturas sugeridas que puede utilizarse para cubrir los diferentes temas de la Teoría General de la Relatividad en el bachillerato.

Los libros mencionados se encuentran debidamente citados en la bibliografía al final del presente trabajo.

- El principio de equivalencia

- 1) "Principio de equivalencia", del libro de Paul Hewitt. Ver bibliografía, referencia No. 28, pp. 721-722.
- 2) "El principio de equivalencia", del libro de Jones y Childers. Ver bibliografía, referencia No. 33, pp. 809-810.
- 3) "El principio de equivalencia y la teoría general de la relatividad", del libro de Robert Resnick. Ver bibliografía, referencia No. 49, pp. 197-198.
- 4) El libro de Banesh Hoffmann. Ver bibliografía, referencia No. 32, pp. 131-139.
- 5) "El principio de equivalencia", del libro de Shahen Hacyan. Ver bibliografía, referencia No. 22, pp. 86-92.
- 6) El libro de Martin Gardner. Ver bibliografía, referencia No. 18, pp. 79-83.
- 7) El libro de Clifford M. Will. Ver bibliografía, referencia No. 57, pp. 30-36.
- 8) El libro de Fierro y Domínguez. Ver bibliografía, referencia No. 13, pp. 73-74 y 78-79..

- La desviación gravitacional de la luz

- 1) "Flexión de la luz por la gravedad", del libro de Paul Hewitt. Ver bibliografía, referencia No. 28, pp. 722-724.
- 2) El libro de Jones y Childers. Ver bibliografía, referencia No. 33, p. 814.
- 3) El libro de Robert Resnick. Ver bibliografía, referencia No. 49, pp. 202-204.
- 4) El libro de Banesh Hoffmann. Ver bibliografía, referencia No. 32, pp. 139-140 y pp. 155-156.
- 5) "La desviación de la luz", del libro de Shahen Hacyan. Ver bibliografía, referencia No. 22, pp. 104-106.
- 6) El libro de Martin Gardner. Ver bibliografía, referencia No. 18, pp. 117-122.
- 7) "La luz se desvía de su camino recto y angosto", del libro de Clifford M. Will. Ver bibliografía, referencia No. 57, pp. 60-76.
- 8) El libro de Fierro y Domínguez. Ver bibliografía, referencia No. 13, pp. 81-83.

- El corrimiento gravitacional al rojo

- 1) "Gravedad y tiempo: corrimiento gravitacional al rojo", del libro de Paul Hewitt. Ver bibliografía, referencia No. 28, pp. 724-727.
- 2) El libro de Jones y Childers. Ver bibliografía, referencia No. 33, pp. 812-813.
- 3) "El corrimiento gravitacional hacia el rojo", del libro de Robert Resnick. Ver bibliografía, referencia No. 49, pp. 198-201.
- 4) El libro de Banesh Hoffmann. Ver bibliografía, referencia No. 32, p. 139.

- 5) "El corrimiento al rojo", del libro de Shahen Hacyan. Ver bibliografía, referencia No. 22, pp. 109-112.
- 6) El libro de Martin Gardner. Ver bibliografía, referencia No. 18, pp. 116-117.
- 7) "El corrimiento gravitacional hacia el rojo de la luz y los relojes", del libro de Clifford M. Will. Ver bibliografía, referencia No. 57, pp. 43-59.

- La precesión del perihelio de Mercurio

- 1) "Gravedad y espacio: movimiento de Mercurio", del libro de Paul Hewitt. Ver bibliografía, referencia No. 28, pp. 727-728
- 2) El libro de Jones y Childers. Ver bibliografía, referencia No. 33, pp. 815-816.
- 3) El libro de Robert Resnick. Ver bibliografía, referencia No. 49, pp. 202-204.
- 4) El libro de Banesh Hoffmann. Ver bibliografía, referencia No. 32, p. 153-155.
- 5) "El movimiento del perihelio de Mercurio", del libro de Shahen Hacyan. Ver bibliografía, referencia No. 22, pp. 102-104.
- 6) El libro de Martin Gardner. Ver bibliografía, referencia No. 18, pp. 113-116.
- 7) "El avance del perihelio de Mercurio ¿Triunfo o problema?", del libro de Clifford M. Will. Ver bibliografía, referencia No. 57, pp. 77-89.
- 8) El libro de Fierro y Domínguez. Ver bibliografía, referencia No. 13, pp. 79-81.

- La deformación del espacio-tiempo

- 1) "Gravedad, espacio y una nueva geometría", del libro de Paul Hewitt. Ver bibliografía, referencia No. 28, pp. 728-730 y p. 731.
- 2) El libro de Jones y Childers. Ver bibliografía, referencia No. 33, pp. 813-814.
- 3) El libro de Robert Resnick. Ver bibliografía, referencia No. 49, p. 202.
- 4) El libro de Banesh Hoffmann. Ver bibliografía, referencia No. 32, p. 151-153.
- 5) "La curvatura del espacio-tiempo", del libro de Shahen Hacyan. Ver bibliografía, referencia No. 22, pp. 98-100.
- 6) "Gravedad y espacio-tiempo", del libro de Martin Gardner. Ver bibliografía, referencia No. 18, pp. 93-109.
- 7) "El camino recto hacia el espacio-tiempo curvo", del libro de Clifford M. Will. Ver bibliografía, referencia No. 57, pp. 26-42.
- 8) El libro de Fierro y Domínguez. Ver bibliografía, referencia No. 13, pp. 76-77.

- Lentes gravitacionales

- 1) El libro de Jones y Childers. Ver bibliografía, referencia No. 33, p. 815.
- 2) El libro de Shahen Hacyan. Ver bibliografía, referencia No. 22, pp. 107-109.
- 3) El libro de Clifford M. Will. Ver bibliografía, referencia No. 57, pp. 75-76.
- 4) El libro de Dultzin D. Ver bibliografía, referencia No. 9, pp. 140-145.

- Ondas gravitacionales

- 1) "Ondas gravitacionales", del libro de Paul Hewitt. Ver bibliografía, referencia No. 28, pp. 730-731.
- 2) El libro de Martin Gardner. Ver bibliografía, referencia No. 18, pp. 109-110.
- 3) El libro de Marcia Bartusiak. Ver bibliografía, referencia No. 2.
- 4) El libro de Clifford M. Will. Ver bibliografía, referencia No. 57, pp. 142-159 y pp. 179-185.

Agujeros negros

- 1) "Hoyos negros", del libro de Shahen Hacyan. Ver bibliografía, referencia No. 22, pp. 112-114.
- 2) El libro de Shahen Hacyan. Ver bibliografía, referencia No. 21.
- 3) "Quasars, pulsars y agujeros negros", del libro de Martin Gardner. Ver bibliografía, referencia No. 18, pp. 173-186.
- 4) El libro de Clifford M. Will. Ver bibliografía, referencia No. 57, pp. 174-179.

ANEXO 18

Plan de clase

Segunda sesión 2006-2007.

Objetivo

Que el estudiante conozca los rasgos principales de la personalidad del autor de la Teoría de la Relatividad, considerado “El hombre del siglo XX”: Albert Einstein.

Material

- 1.- Computadora
- 2.- Cañón
- 3.- Pantalla
- 4.- Presentación en Power Point de la biografía de Albert Einstein.

Estrategias Didácticas sugeridas

- 1) Se pide a los alumnos que lean la lectura: Biografía de Albert Einstein, ver anexo 3.
- 2) Se deja de tarea a los estudiantes que contesten el cuestionario referente a la Biografía de Albert Einstein, véase el anexo 4.
- 3) Se encomienda a los pupilos que elaboren un crucigrama acerca de la vida de Einstein, como ejemplo ver el anexo 25.

ANEXO 19

Plan de clase

Tercera sesión 2006-2007.

Objetivo

Que el alumno traduzca a su propio lenguaje el significado físico del principio de equivalencia y de la desviación de la luz por la gravedad de un objeto masivo.

Asimismo analice el significado físico del eclipse solar total de 1919 como prueba de la validez de la Teoría General de la Relatividad.

Material

- 1.- Computadora
- 2.- Cañón
- 3.- Pantalla
- 4.- Presentación en Power Point del principio de equivalencia, de la desviación gravitacional de la luz y del eclipse solar total de 1919.
- 5.- Gis
- 6.- Pizarrón

Estrategias Didácticas sugeridas

- 1) Se definirá:
 - a) El principio de equivalencia.
 - b) La desviación gravitacional de la luz.

Con la ayuda de una presentación en Power Point del principio de equivalencia, de la desviación gravitacional de la luz y del eclipse solar total de 1919.

- 2) Se asigna a los estudiantes la lectura de la Teoría General de la Relatividad, ver el anexo 15.
- 3) Se encomienda a los aprendices que resuelvan el cuestionario sobre la lectura de la TGR, véase el anexo 16.
- 4) Se proporciona a los estudiantes una sopa de letras de la TGR (ver anexo 26) y se les pide que encuentren las palabras clave.
- 5) Se pide a los alumnos que lean los libros 1), 2) y 3) de las lecturas sugeridas acerca del principio de equivalencia y de la desviación gravitacional de la luz (ver el anexo 17), y que elaboren un breve resumen de las ideas o conceptos más relevantes.

ANEXO 20

Plan de clase

Cuarta sesión 2006-2007.

Objetivo

Que el alumno conozca el significado físico de una lente gravitacional, a través de una demostración didáctica en el laboratorio usando una analogía.

Material

- 1.- Computadora
- 2.- Cañón
- 3.- Pantalla
- 4.- Presentación en Power Point de una lente gravitacional.
- 5.- Una base de copa de vino cortada
- 6.- Un soporte universal
- 7.- Unas pinzas
- 8.- Un foco incandescente de 25 W
- 9.- Una caja metálica con ranura
- 10.- Una mesa elevadora

Estrategias Didácticas sugeridas

- 1) Se definirá el concepto de lente gravitacional, con la ayuda de una Presentación en Power Point del tema.
- 2) Se realizará una demostración didáctica en el laboratorio usando una analogía de lente gravitacional, ver sección 3.10.
- 3) Se encomienda de tarea a los alumnos la contestación del cuestionario de la p. 107.
- 4) Se deja de tarea a los alumnos que lean los libros 1), 2) y 3) de las lecturas sugeridas acerca de la lente gravitacional (ver el anexo 17), y que elaboren un breve resumen de las ideas o conceptos más relevantes.

ANEXO 21

Plan de clase

Quinta sesión 2006-2007.

Objetivo

Que el alumno traduzca a su propio lenguaje el significado físico del corrimiento al rojo gravitacional y de la precesión del perihelio de Mercurio, y reconozca su importancia como pruebas de validez de la Teoría General de la Relatividad.

Material

- 1.- Computadora
- 2.- Cañón
- 3.- Pantalla
- 4.- Presentación en Power Point del corrimiento gravitacional al rojo y de la precesión del perihelio de Mercurio.

Estrategias Didácticas sugeridas

- 1) Se definirá el concepto del corrimiento gravitacional al rojo y de la precesión del perihelio de Mercurio, con el auxilio de una presentación en Power Point del tema.
- 2) Se deja de tarea a los alumnos que lean los libros 1), 2) y 3) de las lecturas sugeridas acerca del corrimiento gravitacional al rojo y de la precesión del perihelio de Mercurio (ver el anexo 17), y que elaboren un breve resumen de las ideas o conceptos más relevantes

ANEXO 22

Plan de clase

Sexta sesión 2006-2007.

Objetivo

Que el alumno conozca las características básicas de la geometría no euclidiana que se usa en la Teoría General de la Relatividad.

Material

- 1.- Computadora
- 2.- Cañón
- 3.- Pantalla
- 4.- Presentación en Power Point de la geometría no euclidiana que se usa en la Teoría General de la Relatividad.
- 5.- 5 pelotas de unicel grandes
- 6.- 5 plumones.

Estrategias Didácticas sugeridas

- 1) Se recordará el quinto postulado de Euclides y el axioma de la suma de los ángulos interiores de todo triángulo y la noción de línea recta.
- 2) Se explicaran los rasgos básicos de las geometrías no euclidianas de Riemann y Lobachevski, auxiliándose con una presentación en Power Point alusiva al tema.
- 3) Se realizará una experiencia didáctica en el laboratorio usando una analogía de la geometría de Riemann.

Geometría de Riemann

Se ejemplificará la geometría del espacio-tiempo usando pelotas de unicel y repartiendo una para cada equipo de 5 personas, junto con un plumón.

A continuación se pide a los estudiantes que se imaginen que la pelota es el planeta Tierra. Trazamos una línea recta a partir del Polo Norte que llegue y sea perpendicular al Ecuador. Después trazamos otra línea recta, perpendicular a la primera y la dibujamos nuevamente desde el Polo Norte hasta el Ecuador.

Finalmente unimos estas dos líneas con otra línea trazada a lo largo del Ecuador y formamos un triángulo tridimensional que se llama cuadrante terrestre.

Luego se pide a los alumnos que digan cuánto vale la suma de los ángulos interiores del triángulo. Los estudiantes deben concluir que la suma de los ángulos interiores del triángulo debe ser mayor de 180° , en este caso, 270° .

ANEXO 23

Plan de clase

Séptima sesión 2006-2007.

Objetivo

Que el estudiante conozca el concepto de la deformación del espacio-tiempo y su importancia en la visualización de la gravitación.

Material

- 1.- Computadora
- 2.- Cañón
- 3.- Pantalla
- 4.- Presentación en Power Point de la deformación del espacio-tiempo.
- 5.- Cedazo de tela elástica de 86 cm x 77 cm
- 6.- Pelota: metálica, de madera
- 7.- 1 pelota de: unicel, ping pong, esponja.

Estrategias Didácticas sugeridas

- 1) Se definirá el concepto de deformación del espacio-tiempo con la ayuda de una presentación en Power Point referente al tema.
- 2) Se realizará una experiencia didáctica en el laboratorio usando una analogía de la deformación del espacio-tiempo, ver sección 3.11.
- 3) Se encomienda de tarea a los alumnos la contestación del cuestionario de la p. 114.
- 4) Se deja de tarea a los alumnos que lean los libros 1), 2) y 3) de las lecturas sugeridas acerca de la deformación del espacio-tiempo (ver el anexo 17), y que elaboren un breve resumen de las ideas o conceptos más relevantes.

ANEXO 24

Plan de clase

Octava sesión 2006-2007.

Objetivo

Que el estudiante conozca el concepto de agujero negro y sus características más importantes.

Material

- 1.- Computadora
- 2.- Cañón
- 3.- Pantalla
- 4.- Presentación en Power Point de un agujero negro.
- 5.- Bote de basura de 62 cm de altura y 43 cm de diámetro (las medidas pueden variar), con una media negra de licra sujeta a su borde superior.
- 6.- Pelota: metálica, de madera
- 7.- 1 pelota de: unicel, ping pong, esponja.

Estrategias Didácticas sugeridas

- 1) Se definirá el concepto de agujero negro con la ayuda de una presentación en Power Point referente al tema.
- 2) Se realizará una demostración didáctica en el laboratorio usando una analogía de hoyo negro, ver sección 3.12.
- 3) Se encomienda de tarea a los alumnos la contestación del cuestionario de la p. 120.
- 4) Se deja de tarea a los alumnos que lean los libros 1), 2) y 3) de las lecturas sugeridas acerca de los agujeros negros (ver el anexo 17), y que elaboren un breve resumen que contenga las ideas principales.

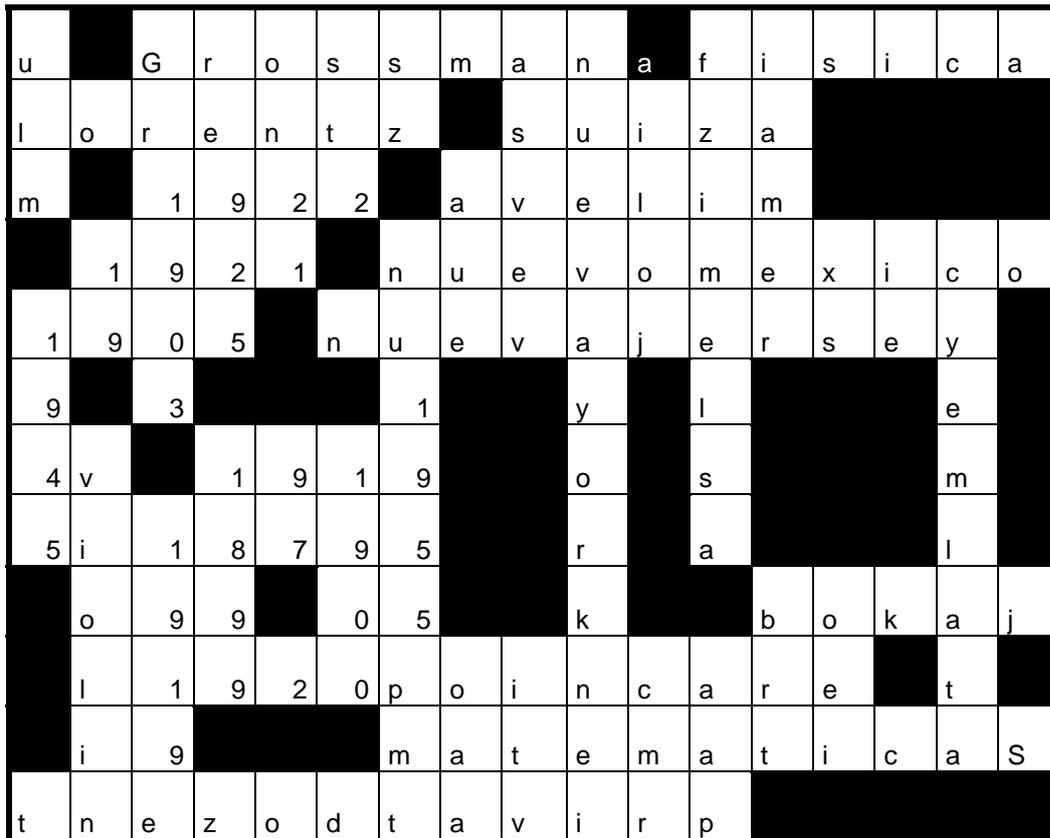
ANEXO 25

Crucigrama

Después de haber realizado la lectura de la biografía de Einstein, se dispuso como tarea a los estudiantes la realización de un crucigrama acerca de la biografía citada.

Un ejemplo de crucigrama es el siguiente:

Crucigrama de Einstein



Horizontales

1. Compañero que ayudó a Einstein para titularse.
2. Materia favorita de Einstein.
3. Antecesor de la teoría relativista.
4. País al que emigró de Alemania.
5. Año en que recibe el Premio Nobel.
6. Nombre de la primera esposa de Einstein (invertido).
7. Año en el que visita E.U.A. por primera vez.
8. Lugar donde se probó la bomba atómica.
9. Año en que obtiene su doctorado.
10. Lugar donde se cree que incineraron el cuerpo de Einstein.
11. Año en que se divorció de su primera esposa.
12. Año en que nació Einstein.
13. Nombre de su tío.
14. Año en que muere la mamá de Einstein.
15. Matemático antecesor de la teoría relativista.

16. Materia favorita.
17. Puesto que desempeñó en 1908 en la Universidad de Berna.

Verticales

1. Lugar donde nació Einstein.
2. Año en que se probó la bomba atómica.
3. Instrumento musical favorito de Einstein.
4. Año en que se casa por primera vez.
5. Año en que se casa por segunda vez.
6. Año en que obtuvo la ciudadanía suiza.
7. Año en que se titula en el Instituto Politécnico de Zurich.
8. Año en que fallece Einstein.
9. A qué lugar llegó Einstein por primera vez en E.U.A.
10. Nombre de la segunda esposa de Einstein.
11. Nombre del estudiante de medicina que visitaba a la familia de Einstein.

Reyes Rodríguez Luis Oswaldo.

Grupo: 611.

Fecha: 22/Marzo/2007.

ANEXO 26

Sopa de letras

Una vez que los alumnos leyeron el documento escrito de la Teoría General de la Relatividad, se les proporcionó una sopa de letras que contiene las palabras clave de la lectura, como la que se muestra a continuación:

R	X	N	T	D	X	Y	K	H	E	L	T	O	V	Y	V	K	C	U	N	X	W	P	T	N	A	C	
J	A	M	A	W	X	B	P	O	M	D	G	T	J	D	G	F	M	F	Y	T	Y	S	E	Y	T	A	
K	O	P	L	Q	V	N	I	Y	X	F	P	F	I	Q	O	I	B	G	V	W	I	C	W	Q	E	V	
S	B	D	C	G	R	O	R	O	H	D	E	S	G	N	J	L	N	W	M	T	A	P	J	Y	S	C	
P	R	E	C	E	S	I	O	N	V	Y	V	A	V	F	N	T	W	Q	U	N	P	T	I	U	K	P	
F	K	L	X	F	O	R	N	E	Q	U	I	V	A	L	E	N	C	I	A	K	Y	X	V	D	Q	F	
V	A	J	R	W	A	N	E	G	I	W	G	B	G	X	G	U	O	L	P	H	W	J	B	V	R	V	
T	C	N	T	E	C	O	R	R	I	M	I	E	N	T	O	T	P	Q	V	U	S	P	E	K	U	H	
N	X	L	K	L	X	A	F	O	N	G	V	S	F	I	Q	E	U	F	I	T	O	D	O	T	Q	E	
L	U	H	D	M	S	L	Q	H	N	B	A	P	N	X	W	Y	M	H	A	L	U	D	C	Z	X	T	
P	R	F	C	V	X	K	H	T	J	V	J	A	K	Q	R	V	E	V	J	V	L	O	L	E	I	N	
I	L	S	H	D	R	T	C	Y	Q	Y	A	C	A	M	A	R	C	O	A	B	I	A	E	T	I	A	
L	D	M	P	C	K	G	B	U	W	R	L	I	G	T	C	X	E	N	G	W	F	S	Y	E	W	U	
I	C	P	N	M	Q	R	M	Q	P	T	Q	O	J	D	E	K	C	D	Y	S	Y	Q	T	N	O	N	
L	G	N	Q	C	A	C	R	P	N	R	Y	N	T	G	N	L	N	V	A	B	M	X	S	F	D	W	P
T	O	G	H	N	R	O	E	C	E	C	L	I	P	S	E	H	P	S	G	P	N	R	J	X	T	S	
F	V	O	C	M	T	W	R	S	F	U	N	E	C	M	R	N	D	P	J	I	M	I	E	I	X	G	
E	G	C	U	J	E	D	I	S	E	S	D	M	I	K	A	J	D	I	E	B	T	R	J	K	W	N	
G	I	H	M	O	D	O	H	Q	R	M	R	P	Y	F	C	N	B	O	I	A	Y	U	X	E	K	N	
A	F	K	B	G	Q	F	E	U	E	L	J	O	A	U	I	D	R	J	W	P	L	S	N	C	D	V	
R	B	A	R	I	N	F	L	E	N	T	E	W	H	Q	O	T	G	B	R	C	Q	E	M	O	C	R	
J	C	N	A	L	M	D	I	C	C	O	Q	L	G	E	N	E	R	A	L	R	C	T	W	K	D	O	
M	Y	Z	I	E	J	C	O	T	I	N	V	S	T	M	S	P	A	J	O	E	J	F	B	W	B	V	
L	I	E	U	J	E	T	N	V	A	M	N	L	U	A	B	A	V	A	U	D	H	W	V	T	Q	X	
O	D	O	F	T	Q	U	E	S	Y	F	B	V	E	L	O	C	I	D	A	D	N	T	W	T	B	D	
X	G	E	C	D	F	I	J	S	N	C	T	N	Y	U	Y	B	T	N	O	I	P	R	F	J	K	C	
A	I	E	N	W	N	W	U	F	U	I	V	X	C	Z	V	X	A	U	M	Q	L	K	Y	W	J	Q	
R	Q	R	U	W	M	P	B	E	K	S	U	D	B	J	P	N	C	L	J	A	N	H	P	M	N	A	
P	R	W	S	I	Q	R	J	R	G	H	D	L	U	X	N	T	I	N	C	I	E	U	B	I	V	L	
R	D	I	T	E	H	T	N	U	O	L	U	N	G	D	E	F	O	R	M	A	C	I	O	N	K	M	
D	O	X	E	K	V	A	T	F	C	O	W	K	V	R	A	G	N	P	N	M	E	B	N	N	D	R	
L	E	G	Q	I	U	R	N	S	M	C	K	E	O	T	C	B	A	K	H	G	S	A	J	P	S	G	
O	I	E	S	C	E	H	P	E	N	A	X	D	X	E	R	E	L	A	T	I	V	I	D	A	D	B	
M	P	C	W	B	N	M	G	Q	V	L	A	N	F	W	C	U	X	W	C	R	F	D	N	C	E	B	
N	H	D	L	N	A	M	J	F	U	V	K	U	M	N	C	D	S	N	M	N	G	X	M	A	S	A	
M	Q	A	N	B	X	W	I	Y	R	B	B	K	V	P	U	L	O	F	W	W	Y	B	T	N	V	G	
D	X	J	J	Y	K	P	A	E	K	B	V	H	T	F	N	Q	R	J	X	S	Y	X	R	J	I	Q	
M	F	N	C	B	K	P	S	Q	S	L	O	P	M	S	N	B	C	D	C	N	N	H	M	R	A	Q	
V	U	U	X	G	R	B	G	S	S	I	E	Y	K	B	M	S	H	S	E	W	I	T	D	U	C	P	
A	F	L	M	V	O	X	T	D	B	A	G	D	G	B	G	P	V	S	E	H	G	X	C	N	I	F	
N	X	T	V	N	X	T	E	D	G	S	F	Y	N	S	Q	E	K	A	N	K	H	R	J	G	O	Q	
U	T	C	N	S	R	D	H	W	H	U	N	F	N	L	U	V	N	I	Y	J	D	O	I	L	N	I	

Palabras clave a encontrar:

- | | |
|-------------------|-----------------|
| 1. ACELERACIÓN | 13. LENTE |
| 2. ALBERT | 14. LUZ |
| 3. CORRIMIENTO | 15. MARCO |
| 4. DEFORMACIÓN | 16. MASA |
| 5. DESVIACIÓN | 17. OBSERVADOR |
| 6. ECLIPSE | 18. ONDAS |
| 7. EINSTEIN | 19. PERIHELIO |
| 8. EQUIVALENCIA | 20. PRECESIÓN |
| 9. ESPACIOTIEMPO | 21. REFERENCIA |
| 10. GRAVITACIONAL | 22. RELATIVIDAD |
| 11. GENERAL | 23. VELOCIDAD |
| 12. HOYO NEGRO | |

CRÉDITOS DE FIGURAS

1. Doce mil grandes. (1982). Enciclopedia Biográfica Universal Promexa, Vol. 3, Ciencias Exactas. Ed. Promexa, Milán.

Figuras:

- 2.2 Pintura de Justus Sustermans. Florencia, Palazzo Pitti. p. 95.
- 2.3 Foto Freeman, Londres, Nacional Portrait Gallery. p. 151.
- A.15.1 Detalle de la *Glorificación de la Sabiduría*, de Andrea di Bonaiuto, Florencia, Iglesia de Santa Maria Novella. p. 73.
- A.15.2 Culver Pictures. p. 99.
- A.15.3 p. 139.
- A.15.4 The Granger Collection. p. 183.
- A.15.18 Servicio de Información de la Embajada Francesa. American Heritage. p. 137.
- A.15.25 The Granger Collection. p. 97.
- A.15.26 The Granger Collection. p. 133.
- A.3.14 The Granger Collection. p. 173.
- A.3.15 Consulado General de los Países Bajos. p. 140.
- A.3.18 Wide World Photos. p.195.
- A.3.20 Milán, Museo de Ciencia y Técnica. p. 66.

2. Gran Diccionario Enciclopédico Ilustrado. (1972). Reader's Digest, E.U.A.

Figura:

- 2.5 p. 286.

3. Resnick, Robert. (1996). Conceptos de relatividad y teoría cuántica. México, Ed. Limusa.

Figuras:

- 2.8 p. 30.
- 2.9 p. 32.

4. Jones, E., Childers, R. (2001). Física Contemporánea. México, Mc Graw-Hill.

Figuras:

- 2.10 p. 792.
- 2.11 p. 791.
- 2.12 p. 793.
- A.15.21 p. 815.

5. Lipson, S. G., Lipson, H., Tannhauser, D. S. (1995). Optical Physics. U.K. Cambridge University Press.

Figura:

- 2.29 p. 35.

6. Dultzin, Déborah. (1997). *Cuasares*. Colección La ciencia para todos, No. 53, México, Fondo de Cultura Económica.

Figura:

- 2.28 p. 142.

7. Ramírez A., Francisco S. (1988). Reseña de la obra científica de Albert Einstein: un tributo a su intelecto, en Ciencia y Desarrollo, Vol. XIV, No. 83 noviembre-diciembre.

Figuras:

- A.3.1 p. 132 y 133.
- A.3.3 p. 131.

- A.3.13 p. 135.
8. Hacyan, Shahan. (2005). Relatividad para principiantes, Colección La ciencia para todos, No. 78, México, Fondo de Cultura Económica.
- Figuras:
- A.3.9 p. 35.
 - 2.20 p. 31.
9. Hacyan, Shahan. (2005). Los Hoyos Negros y la Curvatura del Espacio-Tiempo, Colección La ciencia para todos, No. 50, México, Fondo de Cultura Económica.
- Figura:
- 2.31 p. 85.
10. Hoffmann, Banesh. Einstein. (1987). Salvat Editores S. A., Barcelona.
- Figuras:
- A. 3.5 p. 35.
 - A. 3.6 p. 36.
 - A. 3.7 p. 39.
 - A. 3.12 p. 49.
 - A. 3.22 p. 139.
 - A. 3.23 p. 213.
 - A. 3.24 p. 167.
 - A. 3.26 p. 179.
11. Hawking, Stephen. (2004). El universo en una cáscara de nuez. Ed. Crítica Planeta. España.
- Figura:
- 2.23 (A.15.11) p. 34.
12. ¿Cómo ves? (2005). Año 7, No. 78, mayo. UNAM, México.
- Figuras:
- 2.24 (A.15.12) p. 27.
 - A.15.19 p. 27.
 - A.15.22 p. 29.
13. Resnick, Robert. (1981). Introducción a la teoría especial de la relatividad. México, Ed. Limusa.
- Figura:
- A.15.13 p. 199.
14. Resnick R., Halliday, D. y Krane, K. S. (1994). Física, volumen 1, cuarta edición México, Ed. CECOSA.
- Figura:
- A.1.1 p. 394.
15. Hey, Tony, Walters, Patrick. (1997). Einstein's Mirror. U.K., Cambridge University Press.
- Figuras:
- A.3.19 The A. E. Archives. The Jewish National and University Library, The Hebrew University of Jerusalem. Israel. p. 193.
 - A.15.14 p. 178.
 - A.15.15 p. 179.
 - A.15.16 p. 180.
 - A.15.17 p. 180.
 - A.15.20 p. 203.
 - A.15.24 p. 216.

- A.15.27 p. 225. Es la impresión de un artista acerca del sistema binario de rayos X, Cignus X1. Griffith Observatory, Lois Cohen.
 - A.15.28 p. 221.
 - A.15.33 p. 232.
16. Fridman, A. A. (2003). El mundo como espacio y tiempo. Moscú, Ed. URSS.
Figuras:
- A.15.23 contraportada.
 - A. 3.16 p. 117.
17. Muy interesante. Año 5, No. 1, enero de 1988. Ed. Samra. México.
Figuras:
- A.15.29 p. 7.
 - A.15.30 p. 7.
18. Seeds, Michael. Horizons Exploring the Universe. Thomson, Brooks/Cole. Canadá. 2004.
Figura:
- A.15.31 p. 287.
19. ¿Cómo ves? Año 6, No. 68, julio de 2004. UNAM, México.
Figuras:
- A.15.32 p. 13.
20. De la Peña, Luis. Albert Einstein: Navegante solitario. Colección La ciencia para todos, No. 31, México, Fondo de Cultura Económica, 2006.
Figura:
- A.3.2 p. 121.
 - A.3.8 p. 121.
 - A.3.10 p. 121.
 - A.3.21 p. 121.
 - A.3.25 p. 121.
 - A.3.27 p. 121.
21. Fierro, Julieta y Domínguez, Héctor. Einstein un científico de nuestro tiempo. Lectorum. México. 2007.
Figuras:
- A.3.4 p. 16.
 - A.3.17 p. 19.
22. Braun, Eliezer. Una faceta desconocida de Einstein. Colección La ciencia desde México, No. 19, México, Fondo de Cultura Económica, 1986.
Figura:
- A.3.11 p. 64.
23. Hewitt, Paul. Física conceptual. México, Ed. Pearson, 2004.
Figura:
- A.9.1 p. 694.
24. Calle, Carlos I. Einstein for Dummies. E.U.A, Wiley Publishing, Inc, 2005.
Figura:
- 2.30 p. 203.
25. Sparke, Linda S. y Gallagher III, John S. Galaxies in the Universe. E.U.A. Cambridge University Press. 2000.
Figura:
- 2.25 p. 91.
26. Mollerach, Silvia y Roulet, Esteban. Gravitational Lensing and Microlensing. Singapur. Wold Scientific Publishing Co. 2002.

Figuras:

- 2.26 p. 31.
- 2.27 p. 32.

27. Quintana G., Hernán. Espacio, Tiempo y Universo. Colombia, Alfaomega. 2002.

Figuras:

- A.15.5 p. 107.
- A.15.6 p. 107.
- A.15.7 p. 107.
- A.15.8 p. 108.

BIBLIOGRAFÍA

1. Ausubel, D. P., Novak, J. D. y Hanesian, H. (1993). *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México, Trillas.
2. Bartusiak, Marcia (2002). *La sinfonía inacabada de Einstein*. España, Ed. Océano.
3. Braun, Eliezer. (1986). *Una faceta desconocida de Einstein*. Colección La ciencia desde México, No. 19, México, Fondo de Cultura Económica.
4. Calle, Carlos I. (2005). *Einstein for Dummies*. E.U.A, Wiley Publishing, Inc.
5. Cooper, J. (1999). *Estrategias de enseñanza. Guía para una mejor instrucción*. México, Ed. Limusa.
6. De la Peña, Luis. (2006). *Albert Einstein: Navegante solitario*. Colección La ciencia para todos, No. 31, México, Fondo de Cultura Económica.
7. Díaz Barriga, F., Hernández, G. (2007) *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. México, Mc Graw-Hill.
8. Doce mil grandes. (1982). Enciclopedia Biográfica Universal Promexa, Vol. 3, Ciencias Exactas. Milán, Ed. Promexa.
9. Dultzin, Déborah. (1997). *Cuasares*. Colección La ciencia para todos, No. 53, México, Fondo de Cultura Económica.
10. Eggen, P. D. y Kauchak, D. P. (2005). *Estrategias docentes. Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades de pensamiento*. México. Fondo de Cultura Económica.
11. Escuela Nacional Preparatoria. (1997). *Programas de Estudio 1996. Cuarto Año, tomo VI*. México, Universidad Nacional Autónoma de México, Escuela Nacional Preparatoria.
12. Escuela Nacional Preparatoria. (1997). *Programas de Estudio 1996. Sexto Año, tomo VIII*. México, Universidad Nacional Autónoma de México, Escuela Nacional Preparatoria.
13. Fierro, Julieta y Domínguez, Héctor (2007). *Einstein un científico de nuestro tiempo*. México, Lectorum.
14. Filloy Y., Eugenio (1998). *Didáctica e Historia de la Geometría Euclidiana*. Serie Cultura y Matemáticas, Colección: Sociedad Mexicana de Matemática Educativa. México, Grupo Editorial Iberoamérica, S. A. de C. V.
15. French, Anthony P. (1997-1998). *The nature of physics*, en Connectig Research in Physics Education with Teacher Education, International Comission on Physics Education.
16. Fridman, A. A. (2003). *El mundo como espacio y tiempo*. Moscú, Ed. URSS.
17. Furió Más, Carles J. (1996). *Las concepciones alternativas del alumnado en ciencias: dos décadas de investigación*. Resultados y tendencias en Las ideas del alumnado en ciencias, España. Alambique. No. 7.
18. Gardner, Martin. (1986). *La explosión de la relatividad*. España, Biblioteca Científica Salvat No. 45.
19. Glynn, S., Duit, R., Thiele, R. (1995). *Teaching Science with Analogies: A Strategy for Constructing Knowledge*, en Learning Science in the Schools, New Jersey. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
20. Gran Diccionario Enciclopédico Ilustrado. (1972). E.U.A., Reader's Digest.
21. Hacyan, Shahan. (2005). *Los Hoyos Negros y la Curvatura del Espacio-Tiempo*, Colección La ciencia para todos, No. 50, México, Fondo de Cultura Económica.

22. Hacyan, Shahan. (2005). *Relatividad para principiantes*, Colección La ciencia para todos, No. 78, México, Fondo de Cultura Económica.
23. Hawking, Stephen. (2004). *El universo en una cáscara de nuez*. España, Ed. Crítica Planeta.
24. Hecht, Eugene. (1999). *Física 2 Álgebra y Trigonometría*. México, International Thomson Editores.
25. Henson, K. (2000). *Psicología educativa para la enseñanza eficaz*. México, Ed. Thomson.
26. Hernández, P. (1995). *Diseñar y enseñar*. Ed. Narcea, 1995.
27. Hernández, R. (2002). *Aprendamos a elaborar exámenes escritos*. Costa Rica, EUNED.
28. Hewitt, Paul. (2004). *Física conceptual*. México, Ed. Pearson.
29. Hewson, P., Beeth, M., Thorley, R. (1998). *Teaching for conceptual change*, en International Handbook of Science Education, Ed. Fraser, B., Tobin, K. Gran Bretaña. Kluwer Academic Publishers, Gran Bretaña.
30. Hey, Tony, Walters, Patrick. (1997). *Einstein's Mirror*. U.K., Cambridge University Press.
31. Hoffmann, Banesh. (1987). *Einstein*. Barcelona, Salvat Editores S. A.
32. Hoffmann, Banesh. (1985). *La relatividad y sus orígenes*. España, Editorial Labor, S.A.
33. Jones, E., Childers, R. (2001). *Física Contemporánea*. México, Mc Graw-Hill.
34. Krieger, Martin H. (1987). *The physicist's toolkit*. American Journal of Physics 55 (11), pp. 1033-1038. E.U.A.
35. Lipson, S. G., Lipson, H., Tannhauser, D. S. (1995). *Optical Physics*. U.K. Cambridge University Press.
36. Litwin, E. (2001). *La evaluación: campo de controversias y paradojas o un nuevo lugar para la buena enseñanza*, en La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo, Camilloni, A. et al, Argentina, Paidós.
37. Lotze, Karl H. (1995). *Special and General Relativity and Cosmology for teachers and High School Students* en Thinking Physics for Teaching, Nueva York, Plenum Press.
38. Matos, Tonatiuh. (2004). *¿De qué está hecho el universo? Materia oscura y energía oscura*. Colección La ciencia para todos, No. 204, México, Fondo de Cultura Económica.
39. Mayer, Richard E. (1999). *Diseño educativo para un aprendizaje constructivista*, en Diseño de la instrucción. Teorías y modelos. Un Nuevo paradigma de la teoría de la instrucción. Parte I, Reigeluth, Ch., España, Santillana.
40. Mollerach, Silvia y Roulet, Esteban. (2002). *Gravitational Lensing and Microlensing*. Singapur. World Scientific Publishing Co.
41. Moring, Gary F. (2004). *The Complete Idiot's Guide to Understanding Einstein*. E.U.A., Alpha.
42. Nieto Gil, Jesús M. (2001). *La autoevaluación del profesor. Cómo evaluar y mejorar su práctica docente*. Barcelona. Ed. Cisspraxis.
43. Pérez, M.C., Moreno, J.M. (1998). *Evaluación y detección de dificultades en el aprendizaje de física y química en el segundo ciclo de ESO*, cap. 1, pp. 3-16.
44. Pozo, Juan I. (1996). *Las ideas del alumnado sobre la ciencia: de dónde vienen, a dónde van ...y mientras tanto qué hacemos con ellas*, en Las ideas del alumnado en ciencias, España. Alambique. No. 7.

45. Quintana G., Hernán. (2002). *Espacio, Tiempo y Universo*. Colombia, Alfaomega.
46. Ramírez A., Francisco S. (1988). *Reseña de la obra científica de Albert Einstein: un tributo a su intelecto*, en Ciencia y Desarrollo, Vol. XIV, No. 83 noviembre-diciembre, México.
47. Reigeluth, Charles M. (1999). *Diseño de la instrucción. Teorías y modelos. Un Nuevo paradigma de la teoría de la instrucción. Parte I*. España, Santillana.
48. Resnick, Robert. (1996). *Conceptos de relatividad y teoría cuántica*. México, Ed. Limusa.
49. Resnick, Robert. (1981). *Introducción a la teoría especial de la relatividad*. México, Ed. Limusa.
50. Resnick, R., Halliday, D. y Krane, K. S. (1994). *Física, volumen 1, cuarta edición* México, Ed. CECSA.
51. Rodríguez, Luis F. (1990). *Un universo en expansión*. Colección La ciencia desde México, No. 1, México, Fondo de Cultura Económica.
52. Tappan, Paul. (2007). *Física, conceptos y aplicaciones*. Chile, Mc Graw-Hill.
53. Scheider, P., Ehlers, J. y Falco, E. E. (1992). *Gravitational Lenses*. Hong Kong, Srpinger-Verlag.
54. Seeds, Michael. (2004). *Horizons Exploring the Universe*. Canadá. Thomson, Brooks/Cole.
55. Sparke, Linda S. y Gallagher III, John S. (2000) *Galaxies in the Universe*. E.U.A. Cambridge University Press.
56. Strike, K., Posner, G. (1992). *A revisionist theory of conceptual change*, en Philosophy of science, cognitive psychology and educational theory and practice, Ed. Dusch, R., Hamilton, R., E.U.A. State University of New York Press.
57. Will, Clifford. (2005). *¿Tenía razón Einstein?* Barcelona, Gedisa editorial.

Referencias electrónicas

<http://www.pgss.mcs.cmu.edu/1997/volume16/physics/GL/GL-I.html>

<http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/exotic/gravitational%20lens/2005/32/image/d/>

<http://www.cfa.harvard.edu/castles/Individual/B1938.html>

http://omega.ilce.edu.mx:3000/sites/ciencia/volumen1/ciencia2/53/htm/sec_12.html