



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

INMUNIZACIÓN DE PASIVOS ACTUARIALES
DE FONDOS DE PENSIONES A TRAVÉS
DE SWAPS DE TASA DE INTERÉS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

A C T U A R I O

P R E S E N T A:

JESSICA VICTORIA PARADA MARTÍNEZ



TUTOR:
M. EN C. AGUSTÍN ROMÁN AGUILAR

2008



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

Agradezco a mi asesor Agustín Román Aguilar y mis sinodales por haberme servido de guía para la realización de este trabajo, agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México por haberme permitido adquirir los conocimientos necesarios para convertirme en una profesionista así como a los profesores que durante mi estadía en la Facultad de Ciencias contribuyeron con sus conocimientos y empeño a mi formación y a todas aquellas personas que durante este proceso me han brindado su apoyo.

Hoja de Datos del Jurado

1. Datos del alumno.

Apellido paterno: Parada
Apellido materno: Martínez
Nombre (s): Jessica Victoria
Teléfono: 57 56 39 10
Universidad: Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad o escuela: Facultad de Ciencias
Carrera: Actuaría
No. de cuenta: 300217933

2. Datos del tutor

Grado: M en C
Apellido paterno: Román
Apellido materno: Aguilar
Nombre(s): Agustin

3. Datos del sinodal 1

Grado: Dra
Apellido paterno: Bernabé
Apellido materno: Rocha
Nombre(s): Araceli

4. Datos del sinodal 2

Grado: Dr
Apellido paterno: Lorenzo
Apellido materno : Valdés
Nombre(s): Arturo

5. Datos del sinodal 3

Grado: Act
Apellido paterno: Pérez Tejada
Apellido materno : López
Nombre(s): Fernando Alonso

6. Datos del sinodal 4

Grado: Act
Apellido paterno: Ramos
Apellido materno : García
Nombre(s): Sandra Cristina

3. Datos del trabajo escrito.

Título: Inmunización de Pasivos Actuariales de Fondos de Pensiones a través de Swaps de tasa de interés
Subtítulo: Inmunización de Pasivos Actuariales de Fondos de Pensiones a través de Swaps de tasa de interés
No. de páginas: 43 p
Año: 2008

Índice

Introducción.....	2
I. La Duración y Convexidad para la Inmunización del Pasivo Actuarial.....	3
II. Análisis de la Duración y Convexidad de los Fondos de Pensiones Privados.....	12
III. Inversión del Activo del Fondo de Pensiones.....	16
IV. Características de los Swaps para cubrir los Pasivos.....	19
V. Caso Práctico.....	23
VI. Forma Opcional de Inmunización con varios <i>Swaps</i>	36
Conclusiones.....	37
Anexos.....	38
Glosario.....	40
Bibliografía	

Introducción

El presente trabajo tiene como objetivo dar una alternativa de inversión de la cartera de deuda del activo de un fondo de pensiones de beneficio definido para inmunizar una parte del pasivo por medio de *swaps* de tasa de interés.

Primero se introducen los conceptos de duración y convexidad, así como la relación de éstos en la inmunización del pasivo. Se mostrará teóricamente cómo se debe realizar el calce de la duración y la convexidad entre los activos y pasivos del fondo de pensiones.

También se obtendrá una aproximación por fórmulas teóricas, de las duraciones y convexidades de los pasivos actuariales de una muestra de empresas establecidas en México, que cuentan con un fondo de pensiones.

En el tercer capítulo se dará una perspectiva general y actual de las inversiones de los activos de los fondos de pensiones en México, así como una breve descripción de dichas inversiones en el mercado mexicano, tanto en deuda (renta fija) como en capitales (renta variable).

El capítulo cuatro abarca la introducción a los *swaps* de tasa de interés, las características de estos contratos, así como las ventajas y desventajas de los mismos. Además se señalan algunos resultados importantes para el cálculo de las duraciones y convexidades de los *swaps* de tasa de interés.

En el siguiente capítulo se presentará un caso práctico aplicando la teoría expuesta en los capítulos anteriores, con información actual. Primero se calculará la duración y convexidad del pasivo de un fondo de pensiones, se calcularán la duración y convexidad de la cartera de deuda, después por medio de un *swap* de tasa de interés se inmunizará el pasivo aumentando la duración y convexidad de la cartera de deuda y se analizarán los resultados.

En el último capítulo y como una extensión del trabajo se plantea una forma opcional de inmunización a través de la combinación de tres *swaps* mediante un sistema de ecuaciones, para realizar una aproximación más exacta de la duración y convexidad del pasivo.

I. La Duración y Convexidad para la Inmunización del Pasivo Actuarial

El concepto de duración es comúnmente usado en los activos de renta fija, como los bonos. Este concepto se define como el plazo promedio de los flujos que se reciben de un bono. También es visto como una medida de riesgo de los bonos porque indica la sensibilidad en el precio de un bono cuando cambia la tasa de rendimiento.

Otra interpretación de la duración es: el tiempo que en promedio el comprador de un bono tiene que esperar para recibir el pago de los flujos de efectivo. Un bono cupón cero que vence en n años tendrá una duración de n años. Sin embargo un bono que paga cupones periódicos con vencimiento en n años, puede tener una duración menor a n años. Esto es porque algunos de los pagos de efectivo son recibidos por el comprador antes del año n .

Por otra parte un plan de pensiones¹ es cualquier arreglo monetario que proporcione pagos mensuales de por vida a una persona, empezando en una fecha establecida, donde el monto del pago mensual se determina de acuerdo a la fórmula del beneficio que se estableció al iniciar el plan.

Es así como se hace la siguiente analogía entre un bono y el pasivo de un plan de pensiones: el pasivo se puede ver como un bono que solo tiene una serie de cupones que deben ser pagados (pagos a los retirados) y que no tiene principal. Dichos cupones o mejor llamados flujos de efectivo, son traídos a valor presente en el momento de la valuación a una tasa de descuento i . Con esto se obtendría el precio del bono y siguiendo la analogía en el caso de los pasivos su valuación.

Tasa de descuento

Cabe mencionar que para los planes de pensiones de Beneficio Definido se necesitan seleccionar la hipótesis de la tasa de descuento para determinar la valuación de los pasivos laborales (beneficios futuros).

¹ En el campo de las pensiones privados existen tres tipos de planes:

Beneficio Definido: los más usados, son los planes en los que se define el monto final de la pensión a través de fórmulas actuariales, donde generalmente se tomen en cuenta la antigüedad y el salario del trabajador.

Contribución Definida: planes en los que los trabajadores aportan cierta cantidad, y el monto final de la pensión es desconocido.

Híbridos: Combinación de los dos anteriores.

De acuerdo a algunos estándares contables (FAS 87)², se sugiere que la tasa de descuento seleccionada refleje el valor del dinero en el tiempo del beneficio futuro a cubrir y que refleje las tasas de retorno actuales disponibles en instrumentos de renta fija.

Inmunización

La duración juega un papel importante en las estrategias de inversión particularmente en la inmunización. La inmunización es una técnica utilizada para carteras de renta fija y es desarrollada a partir del concepto de duración que permite al inversionista estar relativamente seguro de poder hacer frente a una determinada corriente de pagos futuros en el futuro.

Para tener más clara la idea considérese un grupo cerrado de pensionados. El beneficio anual de pagos para este grupo puede ser estimado con cierto grado de incertidumbre. La dirección de finanzas de la compañía podría sugerir eliminar el riesgo en la tasa de interés de esas obligaciones comprando un bono cuyos pagos del principal e intereses se ajustan a los pagos esperados del beneficio que se les otorgará a los retirados. En teoría el director de finanzas sólo está encargado de usar los flujos de efectivo del portafolio para pagar los beneficios a los trabajadores. El director podría sugerir asegurar el pago de las obligaciones futuras a través de una inversión que se realice ahora y que en el futuro pueda seguir dando los flujos necesarios, es decir calzar parte del activo con el pasivo.

Se puede tratar de obtener un resultado similar invirtiendo en un portafolio que tenga la misma duración que los pasivos (pagos a los retirados). Esto elimina los riesgos en las tasas de interés y de descuento. Al usar la estrategia del calce de la duración se requerirán algunas reinversiones, es decir compras y ventas de instrumentos para seguir manteniendo la misma duración de la cartera inicial. Además se pueden inyectar flujos de efectivo (rebalancear el portafolio) para que la duración de los activos se ajuste con la duración de las obligaciones de retiro (pasivos).

Calce Pasivo/ Activo

En el proceso de calzar la duración del activo con la del pasivo son hechas varias hipótesis;

- El tamaño y plazo de tiempo de las salidas de efectivo son conocidos.
- La tasa de interés usada en el proceso de calce puede ser alcanzada por el rendimiento de los activos.

² *Statement of Financial Accounting Standards No.87*. Boletín Internacional para el Registro de Pasivos Laborales por separación de la Relación Laboral.

Esta última hipótesis introduce el concepto de riesgo de mercado por los cambios en las tasas de interés en los activos.

A continuación se muestra que el riesgo de inversión puede ser reducido si los primeros dos momentos, duración y convexidad, del activo y pasivo son calzados.

Supóngase un conjunto discreto de flujos de efectivo $\{CF_t\}$, donde CF_t representa el flujo al tiempo t , estos flujos además pueden representar una entrada de efectivo del activo (en el caso de que el CF sea positivo) o pasivo (en el caso de que el CF sea negativo).

El valor nominal de los flujos está dado por:

$$Nom = \sum_{t=0}^w CF_t$$

donde w es el valor máximo de t y CF_t es distinto de cero.

El valor de los flujos, bajo la tasa de interés i , es:

$$VP = \sum_{t=0}^w v(i)^t CF_t$$

donde

$$v(i) = 1/(1+i)$$

La duración o primer momento está dada por la siguiente expresión

$$D1(i) = \frac{\sum_{t=0}^w t \cdot v(i)^t CF_t}{\sum_{t=0}^w v(i)^t CF_t}$$

La convexidad es definida como el segundo momento de los flujos de efectivo, y está dada por:

$$D2(i) = \sum_{t=0}^w t^2 v(i)^t CF_t / \sum_{t=0}^w v(i)^t CF_t$$

Generalizando se puede decir que la función de distribución de los flujos de efectivo esta definida de la siguiente forma:

$$Dn(i) = \sum_{t=0}^w t^n v(i)^t CF_t / \sum_{t=0}^w v(i)^t CF_t$$

Para algunos casos donde el pago de flujos es muy cercano el uno del otro, se puede pensar en una distribución continua. Para estos flujos, se aproxima el conjunto de flujos discretos $\{CF_t\}$, con una tasa $\sigma(t)$, así que $\sigma(t)dt$ representa los flujos de efectivo que hay entre t y $t + dt$ (con dt muy pequeño). De ésta forma se puede definir la función de densidad de los flujos $\rho(i,t)$ de la siguiente forma:

$$\rho(i,t) = v(i)^t \cdot \sigma(t) / \int_0^w v(i)^t \cdot \sigma(t) dt$$

Utilizando ésta definición se obtienen las siguientes expresiones:

$$Nom = \int_0^w \sigma(t) dt$$

$$VP = \int_0^w v(i)^t \cdot \sigma(t) dt$$

$$D = D1(i) = \int_0^w t \cdot \rho(i,t) dt$$

$$C = D2(i) = \int_0^w t^2 \cdot \rho(i,t) dt$$

$$Dn(i) = \int_0^w t^n \cdot \rho(i,t) dt$$

De ésta forma, $Dn(n = 1,2,3\dots)$ son claramente momentos de la función de distribución de los flujos de efectivo dados por $\rho(i,t)$.

Ahora sí los pagos de los trabajadores fueran semanales, los beneficios podrían ser aproximados a flujos de efectivo cada vez más cercanos en el tiempo por lo que se podría hablar de una función de distribución continua.

Por lo anterior será necesaria la conversión de flujos de efectivo discretos para trabajar con ellos de forma continua, así que se utiliza la delta de Dirac $\delta(x - x_0)$.

Definición delta de Dirac

Considérese una función $f(x)$, entonces

$$\int_a^b f(x) \cdot \delta(x - x_0) dx = \begin{cases} f(x_0), & a \leq x_0 \leq b \\ 0 & e.o.c \end{cases}$$

Al aplicar ésta definición al conjunto discreto $\{CF_{t_0}, CF_{t_1}, CF_{t_2} \dots CF_{t_m}\}$

$$\sigma(t) = \sum_{m=0}^w CF_{t_m} \cdot \delta(t - t_m)$$

aplicando integrales de ambos lados se obtiene

$$\int_0^w \sigma(t) dt = \sum_{m=0}^w \int_0^w CF_{t_m} \cdot \delta(t - t_m) dt$$

Por definición de la delta de Dirac

$$\int_0^w \sigma(t) dt = \sum_{m=0}^w CF_{tm}$$

$$\int_0^w t^n \cdot \rho(i, t) dt = \sum_{m=0}^w t^n \cdot v(i)^{tm} \cdot CF_{tm} / \sum_{m=0}^w v(i)^{tm} \cdot CF_{tm}$$

A través del desarrollo anterior se ha llegado a la definición de $D1$ para el caso continuo.

Ahora que se tienen los fundamentos básicos se analizará el caso más común dentro de la inmunización.

Cuando los flujos de efectivo del pasivo

$$VP_p(i) = \int_0^{w_p} v(i)^t \cdot \sigma_p(t) dt$$

son ajustados con un activo que tiene el mismo valor presente que el pasivo en $t = 0$

$$VP_A(i) = \int_0^{w_A} v(i)^t \cdot \sigma_A(t) dt$$

y sí con el tiempo la tasa de interés cambia a j es así como el activo y pasivo pueden ser ajustados si cumplen,

$$VP_p(j) = VP_A(j)$$

se observa que la solución trivial al problema es cuando

$$\sigma_A(t) = \sigma_p(t)$$

en este caso, como $VP_p(i)$ y $VP_A(i)$ son funciones de las tasa de interés, entonces su diferencia es independiente de i

$$VP_p(i) - VP_A(i) = \int_0^{\max(w_p, w_A)} v(i)^t \cdot 0 \cdot dt = 0$$

Siempre se puede transferir la obligación a un tercero, cambiando un simple flujo de pagos iguales al precio de venta del activo. La compra de bonos cupón cero, que maduran mientras el pasivo se vuelve una deuda, puede ser una posible solución.

Cuando $\sigma_A(t)$ y $\sigma_p(t)$ no son iguales, la solución se aproxima por la expansión de Taylor del valor presente, éste es visto como una función de la tasa de interés. En particular para $j = i + \Delta i$.

$$VP_p(j) = \sum_{n=0}^{\infty} (i/n!) \cdot [d^n \cdot VP_p(k) / dk^n] I_{k=i} (\Delta i)^n$$

$$VP_A(j) = \sum_{n=0}^{\infty} (i/n!) \cdot [d^n \cdot VP_A(k) / dk^n] I_{k=i} (\Delta i)^n$$

Es así como

$$VP_p(j) - VP_A(j) =$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (i/n!) \cdot [d^n \cdot VP_p(k) / dk^n - d^n \cdot VP_A(k) / dk^n] I_{k=i} (\Delta i)^n$$

Tomando en cuenta que se desea que el $VP_p(j) = VP_A(j)$, esto solo puede ser obtenido si cada componente

$$a_n = (1/n!) \cdot [d^n \cdot VP_p(k) / dk^n - d^n \cdot VP_A(k) / dk^n] I_{k=i}$$

es igual a cero. De ésta forma se concluye que para que se cumpla la igualdad $VP_p(j) = VP_A(j)$ primero se debe cumplir también $\sigma_A(t)$ igual a $\sigma_p(t)$. Al obtener la solución se debe observar

que ésta no sólo es una solución trivial pero sí es la única solución exacta (sí se satisfacen todos los ordenes).

Para i pequeña, se puede esperar que los términos con mayor grado en la expansión de Taylor decrezcan rápidamente, de tal forma que se puede tener un grado aceptable de error si sólo los dos primeros términos son calzados.

Para que el primer término sea calzado, se sustituye $n = 1$ en la solución

$$\Rightarrow \quad dVP_P(k) / dkI_{k=i} = dVP_A(k) / dkI_{k=i} \dots \dots \dots (1)$$

Por definición de VP_P

$$\begin{aligned} dVP_P(k) / dkI_{k=i} &= \int_0^w \sigma_P(t) \cdot dv(k)^t / dkI_{k=i} dt \\ &= -v(i) \int_0^w t \cdot v(i)^t \cdot \sigma_P dt \\ &= -v(i) \cdot D1_P(i) \cdot VP_P \end{aligned}$$

Generalizando para el activo

$$dVP_A(k) / dkI_{k=i} = -v(i) \cdot D1_A(i) \cdot VP_A$$

Al observar este desarrollo se puede concluir que la ecuación (1) será satisfecha si:

$$D1_P = D1_A$$

ésta es la condición usual para que la duración de los pasivos y activos sean calzados. En los siguientes capítulos la duración se denotará con la letra D .

De la misma forma si se desea calzar el término de segundo orden de la solución, además de que se debe cumplir la condición anterior, se necesita que se cumpla la siguiente condición:

$$D2_P = D2_A$$

éste término introduce el concepto de convexidad (se denotará con la letra C).

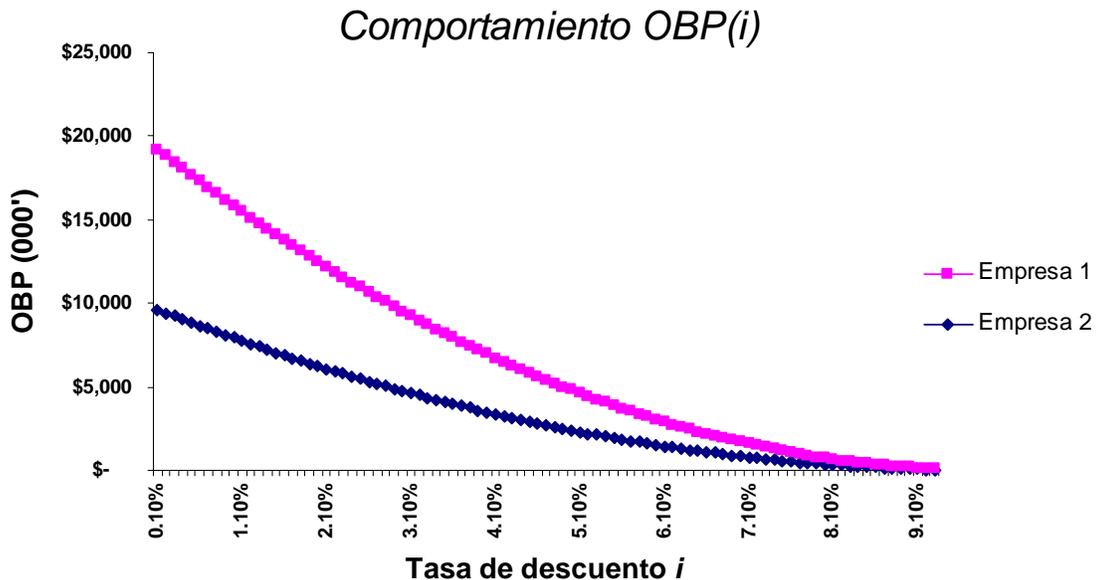
En conclusión se puede tener una buena aproximación para el calce si se toman en cuenta los dos primeros términos de la solución por expansión de serie de Taylor, al ajustar la duración y la convexidad del pasivo y activo.

II. Análisis de la Duración y Convexidad de los Fondos de Pensiones Privados

En este capítulo se estimará la duración y convexidad que tienen en promedio los pasivos de los planes de pensiones que cuentan con un fondo de pensiones.

Dichos pasivos para efectos contables son mejor conocidos como *OBP* (Obligación por Beneficios Proyectados) o valor presente de las obligaciones futuras. El valor presente se determina con la tasa de descuento i .

La relación entre el *OBP* y la tasa de descuento i se puede ver gráficamente de la siguiente forma



Se puede observar que el $OBP(i)$ es una función decreciente, es decir si aumenta la tasa de descuento i el valor del *OBP* disminuye. Además, se trata de una función continua por lo que se puede hacer una aproximación de la duración y la convexidad por medio de la aproximación del segundo y tercer término de la expansión de Taylor.

Se sabe que si $f(i)$ es una función continua, se puede aproximar $f(i + \Delta i)$ con la expansión de Taylor con los tres primeros términos y se obtienen las siguientes fórmulas:

$$\Rightarrow f(i + \Delta i) \approx f(i) + f'(i) \cdot \Delta i + \frac{1}{2} f''(i)(\Delta i)^2 + \varepsilon$$

$$f(i - \Delta i) \approx f(i) - f'(i) \cdot \Delta i + \frac{1}{2} f''(i)(\Delta i)^2 + \varepsilon$$

donde $\Delta i \rightarrow 0$ y ε es el error de la aproximación.

En este caso la función es $OBP(i)$. Se sustituye en las fórmulas anteriores y se obtiene:

$$OBP(i + \Delta i) \approx OBP(i) + OBP'(i) \cdot \Delta i + \frac{1}{2} OBP''(i)(\Delta i)^2 + \varepsilon \dots\dots\dots (1)$$

$$OBP(i - \Delta i) \approx OBP(i) - OBP'(i) \cdot \Delta i + \frac{1}{2} OBP''(i)(\Delta i)^2 + \varepsilon \dots\dots\dots (2)$$

Duración

Se multiplican las ecuaciones (1) y (2) por el factor $\frac{1}{OBP(i)}$ y se tiene:

$$\frac{OBP(i + \Delta i)}{OBP(i)} \approx \frac{1}{OBP(i)} * \left[OBP(i) + OBP'(i) \cdot \Delta i + \frac{1}{2} OBP''(i)(\Delta i)^2 \right] + \varepsilon \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{OBP(i - \Delta i)}{OBP(i)} \approx \frac{1}{OBP(i)} * \left[OBP(i) - OBP'(i) \cdot \Delta i + \frac{1}{2} OBP''(i)(\Delta i)^2 \right] + \varepsilon \dots\dots\dots (4)$$

se restan las ecuaciones anteriores y se despeja $D \approx \frac{OBP'(i)}{OBP(i)}$ también conocido como duración que arroja el cambio porcentual del valor de los pasivos (en los bonos es el precio) con respecto a los cambios en las tasas de interés. Es así como se obtiene una aproximación de la duración de los pasivos con cierto grado de error (ε).

$$D \approx \frac{OBP(i + \Delta i) - OBP(i - \Delta i)}{2 * OBP(i) * \Delta i} + \varepsilon$$

tomando $OBP(i + \Delta i)$ y el $OBP(i - \Delta i)$ como términos conocidos.

Convexidad

Con la duración conocida se vuelven a tomar las ecuaciones (3) y (4) y ahora sumando estas dos ecuaciones y despejando para $C \approx \frac{OBP''(i)}{OBP(i)}$ se obtiene:

$$C \approx \frac{OBP(i + \Delta i) - 2 * OBP(i) + OBP(i - \Delta i)}{OBP(i) * (\Delta i)^2} + \varepsilon^2$$

con este resultado se obtiene una aproximación a la convexidad.

Descripción de los datos

Los datos que se han tomado como referencia son muy cercanos a lo que pasa En un fondo de pensiones real. Se analizan varios planes de pensiones privados, los cuáles tienen las siguientes características en común:

- Tienen un fondo de pensiones
- Un tercero administra su fondo: casa de bolsa, banco o aseguradora
- Son planes los cuáles tienen obligaciones mayores a los 7 millones de pesos
- La mayoría de ellos, casi el 80% de la muestra, corresponden a planes de pensiones que pertenecen al sector financiero como bancos, o casas comerciales, y el resto pertenece al sector alimenticio, farmacéutico y de la transformación.

Resultados

Al realizar el análisis de las empresas antes descritas y con la base teórica del capítulo anterior sobre el cálculo de la duración se han obtenido los siguientes resultados:

# FONDO	DURACION	CONVEXIDAD
1	12.6	73.2
2	13.0	61.4
3	10.9	43.7
4	11.3	56.2
5	7.9	29.7
6	19.1	112.2
7	12.0	47.1
8	9.5	36.0
9	9.6	44.2
10	11.5	45.5
11	12.1	51.9
12	20.1	122.7
Promedio	14.4	75.7
Mínimo	7.9	29.7
Máximo	20.1	122.7

En conclusión la duración de los fondos de pensiones privados es en promedio de 14.4 años y la convexidad de 75.7.

III. Inversión del Activo del Fondo de Pensiones

Desde 2006 la CONSAR¹ realiza un registro electrónico de los planes de pensiones privados con el propósito de tener una visión global del monto de ahorro con el cuál México podrá enfrentar el envejecimiento de la población en las próximas décadas.

De acuerdo con este registro y para tener una visión (clara y actual) de dichos planes de pensiones privados se citan los siguientes puntos importantes:

- Los activos de los planes de pensiones privados crecieron de 202,436 millones de pesos al cierre de 2006 a 325,194 millones de pesos en el cierre de 2007.
- El número de planes registrados aumentó de 1,629 en 2006 a 1,702 en 2007.
- El 69% de los planes son de beneficio definido, 11% de contribución definida y 20% híbridos o mixtos.
- El 66% del monto de los activos están invertidos en deuda, 31% en renta variable y 3% en inversión en el extranjero mayoritariamente en renta variable.
- Sólo el 6% de los planes registrados no cuenta con un fondo de pensiones establecido sino que financian sus obligaciones mediante una reserva contable.
- Del 94 % de los planes 49% son administrados por bancos, 29% por casas de bolsa, 8% por una aseguradora, 7 % por una operadora de sociedad de inversión y un 1% por otros.

De lo anterior se derivan las inversiones que se hacen de una cartera de un fondo de pensiones privado. Existen dos grandes rubros en los que se invierte en la actualidad: deuda y capitales.

¹ Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro. Se encarga de coordinar, regular, supervisar y vigilar los sistemas de ahorro para el retiro desde mayo de 1996.

Deuda o Renta Fija

La deuda o renta fija se refiere a todos los instrumentos que se encuentran en el mercado de deuda como son: CETES, bonos, pagarés bancarios, obligaciones, certificados bursátiles y papel comercial. Los instrumentos de deuda pueden ser emitidos por empresas privadas, organismos descentralizados y los gobiernos Federal y Municipal. Dentro de las características principales que tienen este conjunto de instrumentos se encuentran las siguientes:

- Se tiene menor volatilidad en sus precios que las acciones.
- Existe un valor nominal, que es el precio de referencia la momento de hacer la emisión del instrumento.
- Son de corto plazo: vencimiento menor a un año; mediano: con vencimiento de un año a tres años; ó largo plazo: con vencimiento mayor a tres años.
- Dan al tenedor un flujo fijo de pagos o pago que se determinan de acuerdo a una fórmula conocida.
- Tienen una fecha de vencimiento, la cual indica el tiempo en el que el tenedor tendrá su inversión si no decide vender el instrumento.
- Existe un mercado secundario para estos instrumentos, lo cual los vuelve instrumentos muy líquidos.

Renta Variable o Capitales

La renta variable o capitales se refiere a los instrumentos llamados acciones. Las acciones representan parte del capital social de una empresa. En México cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores y sus características principales son las siguientes:

- Existe una gran variación de los precios, por lo que existe una alta volatilidad.
- No existe un vencimiento de los instrumentos.
- Existe una ganancia o pérdida de capital derivada de la variación por las utilidades de la empresa emisora.

- El rendimiento esperado para cierto periodo es variable.
- No se maneja el concepto de duración debido a que no existe el vencimiento de estos instrumentos.

Como se ha citado anteriormente la inversión de la cartera de un fondo de pensiones en promedio oscila entre el 65% y 70% en instrumentos de deuda y entre 35% y 30% en renta variable local² e internacional³, sin embargo con esta inversión no siempre se obtiene el perfil de riesgo deseado, en éste caso una duración larga.

En base al capítulo anterior los pasivos de los fondos de pensiones tienen en promedio una duración mayor a 14 años, así que para alcanzar esa duración en la cartera de deuda, es necesario invertir gran capital de la cartera en instrumentos con una duración similar. Sin embargo en México dentro del mercado de deuda existen pocos instrumentos que ofrecen este perfil deseado. Como ejemplo; en la actualidad sólo existen dos bonos gubernamentales con plazos de 20 y 30 años, éste último emitido en octubre 2006.

En la búsqueda de nuevas alternativas de inversión, que puedan crear el perfil de riesgo deseado en la cartera de deuda del fondo de pensiones. En el presente trabajo se proponen los *swaps* de tasa de interés.

² Renta variable local: es el conjunto de títulos de capitales (acciones) que son emitidos por una empresa local, en este caso una empresa mexicana.

³ Renta variable internacional: es el conjunto de títulos de capitales (acciones) que son emitidos por empresas extranjeras.

IV. Características de los Swaps para cubrir los Pasivos

Un *swap* es un acuerdo contractual hecho directamente entre particulares para intercambiar una serie de flujos de efectivo en intervalos específicos (fechas de pago) dentro de la vida del contrato.

El valor de un *swap* es calculado de una forma similar al precio de un bono, es decir como el valor presente de los flujos futuros, tanto para la parte que paga como la contraparte que recibe.

Los *swaps* son negociados en el mercado *over the counter (OTC)*. Estos mercados se caracterizan por no estar totalmente estandarizados, en el *OTC* se realizan contratos hechos a la medida, el precio de los contrato no se rige por la oferta y la demanda y se negocia entre las partes.

El vencimiento de un *swap* está entre un rango de 2 a 30 años comúnmente, y el tamaño de la transacción varía significativamente, por ejemplo en Estados Unidos de América el mínimo que se requiere para realizar la transacción de un *swap* de tasa de interés, es de 1 millón de dólares.

La *Internacional Swap Dealers Association ISDA* (Asociación Internacional de Agentes de *Swaps*) ha establecido algunos términos con el fin de estandarizar estos contratos. A pesar de estos estándares, un *swap* puede ser un acuerdo único, ya que se adapta a las necesidades de ambas partes.

Algunas de las características más representativas de los *swaps* son las siguientes:

- No es forzoso que exista el intercambio del principal.
- El riesgo crédito está limitado a una fracción del monto nominal¹, ya que los flujos de efectivo a intercambiar son solo un porcentaje (diferencial entre las tasas) por el monto nominal.
- Estructura flexible de flujos.

¹ Es llamado así o monto notional al capital que sirve para determinar el tamaño del *swap* y que es usado como base para el cálculo de los intereses que se piensan intercambiar, dicho capital no es necesario intercambiar de hecho hasta podría estar en equipo de la empresa

Existen diferentes tipos de *swaps*, lo que los distingue unos de otros es el tipo de pago que va a ser intercambiado, en el presente trabajo se hablará sólo de los *swaps* de tasa de interés.

Los *swaps* de tasa de interés son contratos en los cuales una contraparte se compromete a dar una tasa de interés fija mientras la parte que recibe dicha tasa se compromete a entregar una tasa variable.

Los *swaps* de tasa de interés se usan en las carteras de renta fija por dos razones principales:

1. Para modificar la exposición a los cambios en las tasas de interés de la cartera, es decir, por medio de un *swap* se puede modificar el perfil de la duración de una cartera.
2. Sirven como una inversión alternativa de renta fija en instrumentos para cambiar el perfil de pagos.

Es así como la aplicación de la duración, es otra razón por la cual los *swaps* son tan comercializados. Cada contraparte en los *swaps* puede obtener alguna de los siguientes beneficios:

- Aumentar la duración al pagar flujos de efectivo flotantes y recibir flujos de efectivo fijos.
- O bien, reducir la duración al pagar flujos de efectivo fijos y recibir flujos de efectivo flotantes.

Es importante mencionar como afecta la duración en instrumentos dependiendo si son de tasa de interés fija o flotante:

1. Para instrumentos de tasa fija, la duración será mayor, pues el cambio en la tasa de interés será el cambio del valor presente de los flujos de efectivo fijos.
2. Para instrumentos de tasa flotante, la duración será pequeña porque los flujos de efectivo futuros varían con las tasas de interés y el valor presente es estable con respecto a los cambios en las tasas de interés.

Los instrumentos de tasa flotante pueden tener una duración diferente de cero si la fecha para en que revisan tasa estos instrumentos es grande. Ya se ha mencionado que la duración de un bono cupón cero son los días que le faltan para su vencimiento, la duración de los pagos flotantes donde el pago siguiente es conocido se puede definir como el tiempo que falta para el siguiente pago.

Para la contraparte que paga una tasa flotante en un *swap*, la duración de este instrumento puede ser expresada como:

$$D1_{\text{pagaflo tate}} = D1_{\text{fijo}} - D1_{\text{flo tate}} > 0$$

La contraparte que recibe los flujos de efectivo fijos, toma la posición de recibir tasa fija y pagar tasa flotante en un *swap*, de esta manera incrementa la duración de la cartera de renta fija. Esta operación es muy similar a la que se tendría, suponiendo que en una cartera se venden los bonos existentes de tasa flotante para comprar bonos con mayor duración.

Análogamente se define la duración de un *swap* donde se paga tasa fija y se recibe una tasa flotante.

$$D1_{\text{pagafijo}} = D1_{\text{flo tate}} - D1_{\text{fijo}} < 0$$

Al cambiar la duración también cambiará una cantidad determinada de la cartera relativa al monto nocional del *swap* y al valor de la cartera

Ventajas

- Pueden extender el vencimiento de los activos o los pasivos según sea el caso.
- Los costos de transacción son frecuentemente más bajos que los obtenidos de la exposición de las tasa de interés con los bonos.
- Son instrumentos con una estructura flexible de pagos por lo que se adecuan a las necesidades del comprador.

Desventajas

- No es fácil deshacer un *swap*.
- En el *swap* de tasa de interés donde se paga tasa flotante y se recibe tasa fija, se tiene un aumento en el riesgo de mercado por la exposición de las tasas de interés.

En conclusión, se podría realizar un *swap* de tasa de interés para extender la duración de los activos pagando tasa flotante y recibiendo una tasa fija. Tomando en cuenta la cantidad del valor de la cartera que se debe invertir en el *swap* al considerar que la exposición a las tasas de interés puede aumentar, aunque siempre se tendrán costos de transacción más bajos que los que operan con bonos.

V. Caso Práctico

En éste capítulo se aplicarán los conceptos desarrollados en los capítulos anteriores sobre un caso práctico, que se propone sea muy apegado a lo que actualmente está pasando en los fondos de pensiones.

Se hacen los siguientes supuestos sobre el caso:

- La Compañía tiene un plan de pensiones de beneficio definido para sus trabajadores.
- Cuenta con un fondo de pensiones para el plan.
- Su fondo es administrado por un órgano externo (casa de bolsa, banco, administradora) la cual es la encargada de invertir en diversos instrumentos de deuda y renta variable (capitales).
- Se supone que la hipótesis actuarial con la que se valúan los pasivos actuariales son constantes.
- La mezcla de activos es de 80% en deuda y 20% renta variable (capitales).
- Debido a que la parte de deuda es el 80%, sólo se calzará el 80% del activo con el pasivo.
- En $t = 0$ el valor presente de los pasivos es igual al valor presente de los activos con la tasa de interés j .
- Los datos utilizados del pasivo y el activo son datos al inicio de 2007.

Duración y Convexidad del Pasivo

Primero se analizará la parte del *OBP* o también conocido como obligaciones futuras. Supongamos que la empresa tiene \$534,793,301 pesos de pasivo actuarial calculado al 30 de enero de 2007.

Aplicando las fórmulas del capítulo II, para obtener una aproximación a la duración y la convexidad de los pasivos, se tiene:

DURACION	CONVEXIDAD
13.0	61.4

Con este resultado se tratará de igualar la duración y convexidad de los activos, específicamente de la cartera de deuda, tomando en cuenta que la inversión en deuda representa el 80% de los activos y que dicho monto es muy similar a los pasivos, es así que sólo se calzará el 80% del pasivo.

Se le llamará $D1_{objetivo}$ a la duración del pasivo a la que se debe llegar con la cartera de deuda y $D2_{objetivo}$ a la convexidad.

Cartera de Inversión

Ahora se analiza la parte del activo. Los siguientes instrumentos forman la cartera de inversión de deuda:

Emisora	Serie	Unidades	Valor de mercado	%
CEDEVIS	04U	77,091	\$ 23,935,592	5.6%
CEDEVIS	05U	73,278	\$ 24,582,422	5.8%
METROCB	05U	68,576	\$ 22,470,292	5.3%
ARCA	03-2	244,608	\$ 24,720,064	5.8%
BIMBO	02-2	219,693	\$ 25,052,075	5.9%
BONOS	110714	195,952	\$ 22,833,978	5.4%
BONOS	131219	248,331	\$ 24,961,432	5.9%
BONOS	151217	229,306	\$ 23,029,798	5.4%
BONOS	130620	134,377	\$ 14,188,063	3.3%
BPAT	101223	97,040	\$ 9,652,881	2.3%
BPAT	110324	107,304	\$ 10,670,817	2.5%
LIVEPCB	06	253,440	\$ 25,188,356	5.9%
TELMEX	02-4	189,296	\$ 21,619,529	5.1%
KIMBER	03-2	261,859	\$ 26,348,265	6.2%
KOF	03-3	233,681	\$ 24,763,002	5.8%
CETES	070510	975,823	\$ 9,567,220	2.3%
CETES	070524	911,658	\$ 8,912,908	2.1%
CETES	070301	888,993	\$ 8,839,724	2.1%
CETES	070315	812,045	\$ 8,051,779	1.9%
CETES	070329	917,939	\$ 9,076,639	2.1%
CETES	070426	982,393	\$ 9,659,263	2.3%
CETES	070607	940,715	\$ 9,170,341	2.2%
CETES	070412	858,730	\$ 8,466,903	2.0%
REPORTO			\$ 28,967,285	6.8%
Total			\$ 424,728,627	100%

Es importante mencionar que esta cartera de deuda es obtenida a partir de la información al 31 de enero de 2007 y representa el 80% del pasivo laboral del fondo de pensiones. Se puede observar que la inversión está distribuida en instrumentos gubernamentales como Bonos y CETES, en instrumentos corporativos de tasa nominal y tasa real¹, como Arca 03-2 y Cedevis 04U y un porcentaje en liquidez llamada reporto².

¹ Los instrumentos de tasa real son los que otorgan una tasa por arriba de la inflación.

² Reporto: operación de venta de un valor con pacto obligatorio de re compra por parte del vendedor a un precio y en un plazo previamente acordados. Las operaciones de reporto solo se pueden realizar con valores de deuda.

Perfil de la Cartera

Son tres conceptos principales los que se deben tomar en cuenta: la duración, convexidad y tasa de rendimientos de los instrumentos. A continuación se muestra cada instrumento con su respectivo análisis para obtener la duración, convexidad y tasa de rendimiento de la cartera total.

Emisora	Serie	Unidades	Valor de mercado	%	Duración	Convexidad	Tasa de rendimiento
CEDEVIS	04U	77,091	\$ 23,935,592	5.6%	3.3	17.2	4.5
CEDEVIS	05U	73,278	\$ 24,582,422	5.8%	3.8	20.0	4.7
METROCB	05U	68,576	\$ 22,470,292	5.3%	5.1	28.2	4.9
ARCA	03-2	244,608	\$ 24,720,064	5.8%	3.1	12.2	8.5
BIMBO	02-2	219,693	\$ 25,052,075	5.9%	4.1	21.4	6.9
BONOS	110714	195,952	\$ 22,833,978	5.4%	3.7	16.6	6.2
BONOS	131219	248,331	\$ 24,961,432	5.9%	5.2	34.6	7.9
BONOS	151217	229,306	\$ 23,029,798	5.4%	6.3	51.2	7.9
BONOS	130620	134,377	\$ 14,188,063	3.3%	4.9	29.9	7.9
BPAT	101223	97,040	\$ 9,652,881	2.3%	0.2	13.3	7.4
BPAT	110324	107,304	\$ 10,670,817	2.5%	0.2	14.9	7.4
LIVEPCB	06	253,440	\$ 25,188,356	5.9%	4.1	19.3	8.0
TELMEX	02-4	189,296	\$ 21,619,529	5.1%	4.1	21.8	7.0
KIMBER	03-2	261,859	\$ 26,348,265	6.2%	4.8	28.9	8.8
KOF	03-3	233,681	\$ 24,763,002	5.8%	2.7	9.2	8.3
CETES	070510	975,823	\$ 9,567,220	2.3%	0.3	0.1	7.3
CETES	070524	911,658	\$ 8,912,908	2.1%	0.3	0.2	7.3
CETES	070301	888,993	\$ 8,839,724	2.1%	0.1	0.0	7.1
CETES	070315	812,045	\$ 8,051,779	1.9%	0.1	0.0	7.1
CETES	070329	917,939	\$ 9,076,639	2.1%	0.2	0.0	7.2
CETES	070426	982,393	\$ 9,659,263	2.3%	0.2	0.1	7.2
CETES	070607	940,715	\$ 9,170,341	2.2%	0.3	0.2	7.3
CETES	070412	858,730	\$ 8,466,903	2.0%	0.2	0.1	7.2
REPORTO			\$ 28,967,285	6.8%	0.0	0.0	7.5
Total			\$ 424,728,627		3.1	17.6	7.6

Como se había mencionado, la duración de los instrumentos que revisan tasa ó también conocidos como instrumentos de tasa flotante tienen una menor duración que los instrumentos de tasa fija (bonos). Sin embargo la ponderación de los instrumentos da resultados importantes. La duración de la cartera es de 3.1 años, la convexidad de 17.6 años y la tasa de rendimiento es de

7.6³. Es necesario destacar que en promedio la duración de las carteras de los fondos de pensiones en México es de 3 años.

A continuación se realizan los cálculos de la cartera anterior separando los instrumentos de tasa flotante y los instrumentos de tasa fija. Estos resultados serán de utilidad más adelante.

Perfil de la Cartera tasa fija

Emisora	Serie	Unidades	Valor de mercado	%	Duración	Convexidad	Tasa de rendimiento
CEDEVIS	04U	77,091	\$ 23,935,592	7.9%	3.3	17.2	4.5
CEDEVIS	05U	73,278	\$ 24,582,422	8.1%	3.8	20.0	4.7
METROCB	05U	68,576	\$ 22,470,292	7.4%	5.1	28.2	4.9
ARCA	03-2	244,608	\$ 24,720,064	8.1%	3.1	12.2	8.5
BIMBO	02-2	219,693	\$ 25,052,075	8.2%	4.1	21.4	6.9
BONOS	110714	195,952	\$ 22,833,978	7.5%	3.7	16.6	6.2
BONOS	131219	248,331	\$ 24,961,432	8.2%	5.2	34.6	7.9
BONOS	151217	229,306	\$ 23,029,798	7.6%	6.3	51.2	7.9
BONOS	130620	134,377	\$ 14,188,063	4.7%	4.9	29.9	7.9
LIVEPCB	06	253,440	\$ 25,188,356	8.3%	4.1	19.3	8.0
TELMEX	02-4	189,296	\$ 21,619,529	7.1%	4.1	21.8	7.0
KIMBER	03-2	261,859	\$ 26,348,265	8.7%	4.8	28.9	8.8
KOF	03-3	233,681	\$ 24,763,002	8.2%	2.7	9.2	8.3
\$ 303,692,869					4.2	23.6	7.0

Se observa que la duración aumentó a 4.2 años, y también se incrementó la convexidad, esto sucede debido a que para los cálculos sólo se toman en cuenta los instrumentos con tasa de interés fija.

³ El cálculo de la tasa de rendimiento sólo toma en cuenta los instrumentos con tasa nominal porque no se les ha descontado la inflación.

Perfil de la Cartera tasa flotante

Emisora	Serie	Unidades	Valor de mercado	%	Duración	Convexidad	Tasa de rendimiento
BPAT	101223	97,040	\$ 9,652,881	8.0%	0.2	13.3	7.4
BPAT	110324	107,304	\$ 10,670,817	8.8%	0.2	14.9	7.4
CETES	070510	975,823	\$ 9,567,220	7.9%	0.3	0.1	7.3
CETES	070524	911,658	\$ 8,912,908	7.4%	0.3	0.2	7.3
CETES	070301	888,993	\$ 8,839,724	7.3%	0.1	0.0	7.1
CETES	070315	812,045	\$ 8,051,779	6.7%	0.1	0.0	7.1
CETES	070329	917,939	\$ 9,076,639	7.5%	0.2	0.0	7.2
CETES	070426	982,393	\$ 9,659,263	8.0%	0.2	0.1	7.2
CETES	070607	940,715	\$ 9,170,341	7.6%	0.3	0.2	7.3
CETES	070412	858,730	\$ 8,466,903	7.0%	0.2	0.1	7.2
REPORTO			\$ 28,967,285	23.9%	0.0	0.0	7.5
			\$ 121,035,758		0.2	2.4	7.3

Ahora se han dejado los instrumentos de tasa flotante para realizar los cálculos de la duración y convexidad, los cuales arrojan resultados inferiores a los cálculos de la cartera total debido a que solo se toman en cuenta los instrumentos con tasa flotante.

Aplicación del Swap

Continuando con la idea descrita en capítulos anteriores sobre la inmunización del pasivo, la duración de la cartera de deuda debe aumentar de 3.1 años a 13 años ($D_{objetivo}$) y la convexidad debe ser similar a la convexidad del pasivo de 61.4 ($C_{objetivo}$).

Para realizar esta modificación por medio de un *swap* de tasa de interés se deben intercambiar flujos de efectivo flotantes por flujos de efectivo fijos. Se observa que la cartera tiene el 16.9 % invertido en CETES más un 11.6 % en los BPAT y reporto, por lo que en total el 28.5% de la cartera esta invertido en tasa flotante y se puede esperar que realizando reinversiones (es decir, que cuando los instrumento alcancen su vencimiento, se deberá volver a comprar instrumentos con la misma características, en este caso de tasa flotante) se podrá conservar una estructura similar a estos porcentajes iniciales. Con la adquisición del *swap* la empresa decide intercambiar tasa flotante de CETES28d por una tasa fija.

Construcción del Swap tasa flotante – tasa fija

Características

- Monto nocional o de referencia: \$100,000,000MXN.
- Tasa fija: 8.01% (bono M20A al 31 de enero de 2007).
- Tasa flotante: Cete28d + 18bps⁴.
- Fecha de valuación: 31/01/2007.
- Periodicidad del intercambio de flujos: semestralmente.
- Vencimiento del *swap*: 28/01/2025.
- Base: No. de días actuales /360.
- Con intercambio del monto nocional en el último pago.

A continuación se detalla la elección de las características del *swap* para este caso.

Monto Nocional o de Referencia

El monto nocional o de referencia del *swap* se determina con base en el activo total de la empresa (incluso este monto puede estar invertido en equipo). En este caso el monto nocional es de \$100,000,000 MXN ya que representa la parte de la cartera que esta invertido en instrumentos de tasa flotante y por lo tanto con alta liquidez⁵. En el *swap* se necesita liquidez de ambas partes para hacer frente a las variaciones de las tasas, aunque por la construcción del *swap* dichas variaciones deberían ser pequeñas por lo que un monto nocional tan grande como la liquidez de la cartera es suficiente.

⁴ En el lenguaje financiero se le llama punto base o *basis point* al 0.01% (se abrevia *bps*).

⁵ El concepto de instrumentos con alta liquidez hace referencia a los instrumentos que se pueden vender fácilmente en el mercado.

Tasa Fija

Se escoge como tasa fija, la tasa de rendimiento que tiene el bono gubernamental a 20 años (Bono M20A) al 31 de enero de 2007 ya que el *swap* tiene un vencimiento similar a este instrumento. La pregunta que surge aquí es ¿por qué no es mejor comprar el Bono M20A directamente sin hacer el *swap*? La respuesta está dada por dos razones:

- Primero, se tendrían que vender gran parte de los instrumentos de la cartera de deuda como los instrumentos de tasa flotante. Lo que implica costos de transacción y tener poca diversificación del riesgo por tener un alto porcentaje de la cartera invertido en un solo instrumento a largo plazo. El principal riesgo de tener todo el capital invertido en el Bono a 20 años está en la exposición a los cambios en las tasas de interés lo cual afectaría el rendimiento del portafolio.
- Al comprar el Bono M20A para alcanzar la duración deseada, se obtendría poca liquidez en la cartera, lo cuál no es conveniente para un plan de pensiones ya que es necesario tener una parte importante con liquidez para cubrir los pagos a los pensionados. Al conservarse la cartera de tasa flotante o de corto plazo, en caso de que se presentarán necesidades extraordinarias de recursos, podría vencerse una parte de ella y obtener los recursos necesarios.

Tasa Flotante

Se había mencionado anteriormente, la tasa flotante que será intercambiada es la tasa CETE28d. Generalmente la tasa flotante se establece en el contrato de *swaps* y se va registrando conforme va transcurriendo la vida del *swap* en cada fecha de pago del mismo. En este caso para tener una construcción más acertada del *swap* se estimará dicha tasa flotante a partir de las tasas *forwards* sobre una curva de tasas CETES⁶. La curva de las tasas *forwards* es creciente durante los 3 primeros años del inicio del *swap* y a partir de los 3 años se ha supuesto que las tasas se mantienen constantes, debido a que la curva de CETES28d sobre la cual se realiza el cálculo de las tasas forward se mantiene *flat* (constante) a partir de tres años, pues una aproximación mayor a este periodo origina tasas muy elevadas para el plazo de 28 días que se ha mencionado.

⁶ Ver Anexos

Para que en el establecimiento del valor del *swap* sea cero, es decir que no exista ventaja para ninguna de las partes, se acostumbra agregar una sobretasa (*s*) a la tasa flotante para tratar de igualar las posiciones desde el inicio del *swap*. En este caso y por la razones antes descritas se ha estimado una sobretasa (*s*) de 18*bps*. En conclusión la tasa flotante que se utiliza es la tasa CETE28d + 18*bps*.

Fechas de Pago

La periodicidad del intercambio de flujos será semestralmente. En un *swap* de tasa de interés no se es conveniente que el pago de los flujos sea muy grande (por ejemplo un año) porque los cambios en las tasa de interés pueden ser significativos y por lo tanto los diferenciales entre las tasas fija y flotante podrían llegar a ser muy grandes.

El inicio del *swap* es el 28/01/2007 y el vencimiento es 18 años después (28/01/2025). Para tener consistencia con la cartera de deuda la fecha de valuación del *swap* será el 31/01/2007.

A continuación se muestran la tabla de amortizaciones de los pagos del *swap*.

SWAP TASA DE INTERÉS

Fecha de Valuación	31/01/2007
Periodicidad	Semestral

No. de Periodo	Fecha de Intercambio	Monto Ncional	No. de Días transcurridos	Tasa Fija (Bonos M20A 31/01/07)	Tasa Flotante (CETE28d +18 pbs)	Intereses (Pata Fija)	Valor Presente Intereses (Tasa Fija)	Intereses (Pata Flotante)	Valor Presente Intereses (Tasa Flotante)
1	28-01-07	100,000,000	2	8.01%	7.19%	44,500	44,483	39,932	39,917
2	28-07-07	100,000,000	181	8.01%	7.61%	3,982,750	3,843,864	3,782,284	3,650,389
3	28-01-08	100,000,000	362	8.01%	7.61%	4,027,250	3,746,494	3,825,204	3,558,534
4	28-07-08	100,000,000	546	8.01%	7.83%	4,094,000	3,659,897	4,002,399	3,578,009
5	28-01-09	100,000,000	728	8.01%	7.85%	4,049,500	3,474,938	3,966,506	3,403,720
6	28-07-09	100,000,000	912	8.01%	8.08%	4,094,000	3,361,406	4,128,192	3,389,479
7	28-01-10	100,000,000	1093	8.01%	8.08%	4,027,250	3,160,763	4,063,005	3,188,826
8	28-07-10	100,000,000	1277	8.01%	8.08%	4,094,000	3,067,971	4,130,348	3,095,210
9	28-01-11	100,000,000	1458	8.01%	8.08%	4,027,250	2,897,028	4,063,005	2,922,749
10	28-07-11	100,000,000	1642	8.01%	8.08%	4,094,000	2,825,129	4,130,348	2,850,212
11	28-01-12	100,000,000	1823	8.01%	8.08%	4,027,250	2,667,717	4,063,005	2,691,402
12	28-07-12	100,000,000	2007	8.01%	8.08%	4,094,000	2,601,509	4,130,348	2,624,606
13	28-01-13	100,000,000	2189	8.01%	8.08%	4,049,500	2,469,570	4,085,453	2,491,496
14	28-07-13	100,000,000	2373	8.01%	8.08%	4,094,000	2,395,047	4,130,348	2,416,312
15	28-01-14	100,000,000	2554	8.01%	8.08%	4,027,250	2,261,599	4,063,005	2,281,678
16	28-07-14	100,000,000	2738	8.01%	8.08%	4,094,000	2,205,470	4,130,348	2,225,051
17	28-01-15	100,000,000	2919	8.01%	8.08%	4,027,250	2,082,584	4,063,005	2,101,074
18	28-07-15	100,000,000	3103	8.01%	8.08%	4,094,000	2,030,898	4,130,348	2,048,929
19	28-01-16	100,000,000	3284	8.01%	8.08%	4,027,250	1,917,739	4,063,005	1,934,765
20	28-07-16	100,000,000	3468	8.01%	8.08%	4,094,000	1,870,144	4,130,348	1,886,748
21	28-01-17	100,000,000	3650	8.01%	8.08%	4,049,500	1,775,298	4,085,453	1,791,059
22	28-07-17	100,000,000	3834	8.01%	8.08%	4,094,000	1,721,725	4,130,348	1,737,012
23	28-01-18	100,000,000	4015	8.01%	8.08%	4,027,250	1,625,793	4,063,005	1,640,228
24	28-07-18	100,000,000	4199	8.01%	8.08%	4,094,000	1,585,444	4,130,348	1,599,520
25	28-01-19	100,000,000	4380	8.01%	8.08%	4,027,250	1,497,105	4,063,005	1,510,397
26	28-07-19	100,000,000	4564	8.01%	8.08%	4,094,000	1,459,950	4,130,348	1,472,912
27	28-01-20	100,000,000	4745	8.01%	8.08%	4,027,250	1,378,603	4,063,005	1,390,843
28	28-07-20	100,000,000	4929	8.01%	8.08%	4,094,000	1,344,389	4,130,348	1,356,325
29	28-01-21	100,000,000	5111	8.01%	8.08%	4,049,500	1,276,206	4,085,453	1,287,537
30	28-07-21	100,000,000	5295	8.01%	8.08%	4,094,000	1,237,695	4,130,348	1,248,684
31	28-01-22	100,000,000	5476	8.01%	8.08%	4,027,250	1,168,732	4,063,005	1,179,109
32	28-07-22	100,000,000	5660	8.01%	8.08%	4,094,000	1,139,727	4,130,348	1,149,845
33	28-01-23	100,000,000	5841	8.01%	8.08%	4,027,250	1,076,223	4,063,005	1,085,778
34	28-07-23	100,000,000	6025	8.01%	8.08%	4,094,000	1,049,513	4,130,348	1,058,831
35	28-01-24	100,000,000	6206	8.01%	8.08%	4,027,250	991,035	4,063,005	999,834
36	28-07-24	100,000,000	6390	8.01%	8.08%	4,094,000	966,439	4,130,348	975,020
37	28-01-25	100,000,000	6572	8.01%	8.08%	4,049,500	917,425	4,085,453	925,571
38	28-07-25	100,000,000	6756	8.01%	8.08%	104,094,000	22,622,538	104,130,348	22,630,437
Total								97,418,090	97,418,044

Duración y Convexidad del Swap

Del capítulo anterior se recuerdan las siguientes fórmulas de duración del *swap* (D) y convexidad del *swap* (C):

$$D_{\text{pagaflo tan te}} = D_{\text{fijo}} - D_{\text{flo tan te}} > 0$$

$$C_{\text{pagaflo tan te}} = C_{\text{fijo}} - C_{\text{flo tan te}} > 0$$

Se puede conocer fácilmente la duración y convexidad de la tasa flotante y de la tasa fija del *swap*.

El cálculo de la duración de la pata flotante, esta dado por el número de días del plazo a la revisión de tasa flotante entre 360 días. Es decir en promedio el *swap* realiza pagos cada 182 días, entonces la duración de la pata flotante es 0.5. La convexidad se puede obtener considerando sólo un periodo revisable, es decir del día 0 al día 182 por ejemplo. La convexidad para la tasa flotante es de 0.22.

Con respecto a la pata fija como los flujos que serán intercambiados a lo largo del tiempo son conocidos, la duración y convexidad se estiman con las fórmulas usuales que se utilizan para los bonos⁷.

Los resultados son $D_{\text{fijo}} = 9.7$, $D_{\text{flo tan te}} = 0.5$, $C_{\text{fijo}} = 138.1$ y $C_{\text{flo tan te}} = 0.2$

Al sustituir se tiene:

$$D_{\text{pagaflo tan te}} = 9.2$$

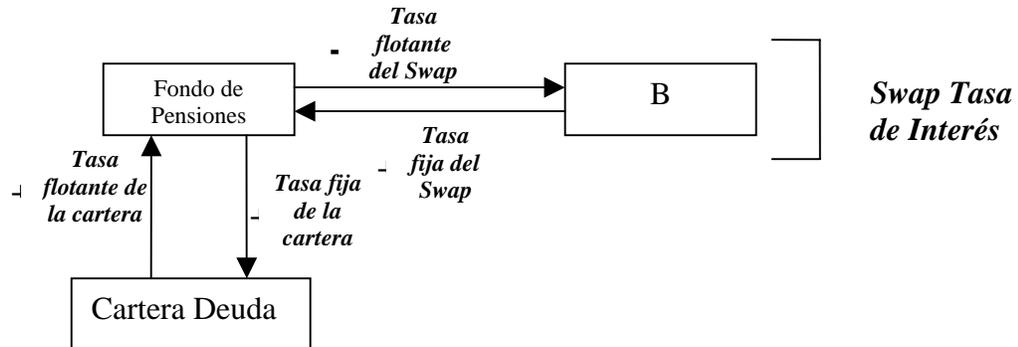
$$C_{\text{pagaflo tan te}} = 137.9$$

⁷ Ver Anexo

Duración y Convexidad de la Cartera Total

Ahora sólo es necesario estimar cuál es la duración y convexidad de los activos invertidos en renta fija incluyendo el *swap* de tasa de interés.

Para simplificar la explicación, se observa el siguiente esquema



Se observa que la cartera de deuda sirve para entregar la tasa flotante a la contraparte A del *swap*, que a su vez entrega otra tasa flotante a la contraparte B. La contraparte B entrega la tasa fija asignada en el *swap* a la contraparte A, y además se queda la tasa fija de la cartera de deuda inicial. El esquema trata de simplificar los cálculos de duración y convexidad de los activos invertidos en la cartera de deuda con la inclusión del *swap*. De ésta forma se puede pensar en las siguientes fórmulas para el cálculo de la duración y convexidad quedarían de la siguiente forma:

$$D_{TOTAL} = D_{T.Flo\ tan\ te.Cartera} - D_{Pata.Flo\ tan\ te.Swap} + D_{Pata.Fija.Swap} + D_{T.Fija.Cartera}$$

$$C_{TOTAL} = C_{T.Flo\ tan\ te.Cartera} - C_{Pata.Flo\ tan\ te.Swap} + C_{Pata.Fija.Swap} + C_{T.Fija.Cartera}$$

Sustituyendo con los resultados obtenidos anteriormente

$$D_{TOTAL} = 0.2 - 0.5 + 9.7 + 4.2 = 13.6$$

$$C_{TOTAL} = 2.4 - 0.2 + 138.1 + 23.6 = 163.9$$

En conclusión de este capítulo se observa que la duración del total de la cartera de deuda con la inclusión del *swap* es de 13.6 la cuál calza con la duración del pasivo ($D_{objetivo}$) de 13. Con respecto a la aproximación de segundo grado o convexidad, se obtuvo que la convexidad de la cartera total es de 163.9 mientras que la convexidad del pasivo es de 61.4 ($C_{objetivo}$). En conclusión se ha logrado calzar el 80% de la parte de los activos invertidos con el 80% del pasivo actuarial del fondo, con una muy buena aproximación de la duración, mientras que la convexidad no es tan buena.

VI. Forma Opcional de Inmunización con varios Swaps

Indudablemente la pregunta que surge es ¿cómo se puede hacer una mejor aproximación de la convexidad de la cartera de deuda total para calzar con la convexidad del pasivo?. Es importante considerar que no sólo se buscará calzar convexidad sino que también la duración al mismo tiempo. Es decir, en este caso en particular, no sería suficiente calzar la convexidad de la cartera de deuda total, sino que se debe cuidar que la duración que se tiene no descalce con los pasivos. Este puede ser un ejercicio sumamente difícil, sino se involucran más *swaps* en la cartera de deuda.

Los *swaps* tienen la ventaja de ser contratos específicos para cubrir necesidades particulares. Es así como se puede plantear un sistema de ecuaciones en donde se plantean tres *swaps* con diferentes montos nominales, duraciones y convexidades.

$$MONTO_{LIQUIDEZ} = \alpha_1 * MN_{SWAP_1} + \alpha_2 * MN_{SWAP_2} + \alpha_3 * MN_{SWAP_3}$$

$$D_{Objetivo} = \alpha_1 * D_{SWAP_1} + \alpha_2 * D_{SWAP_2} + \alpha_3 * D_{SWAP_3} + cte$$

$$C_{Objetivo} = \alpha_1 * C_{SWAP_1} + \alpha_2 * C_{SWAP_2} + \alpha_3 * C_{SWAP_3} + cte2 \dots\dots con \sum_{i=1}^3 \alpha_i = 1$$

El monto se refiere al monto que esta en la cartera de deuda con alta liquidez y que se podría tomar como referencia para determinar el monto nominal (*MN*) de cada *swap*. La duración objetivo y convexidad objetivo son las duraciones y convexidades del pasivo a las que se desean llegar. Las constantes (*cte* y *cte2*) se refieren a las duraciones y convexidades que se tienen inicialmente en la cartera de deuda. Es decir

$$cte = D_{T.Flo\ tan\ te.Cartera} + D_{T.Fija.Cartera}$$

$$cte2 = C_{T.Flo\ tan\ te.Cartera} + C_{T.Fija.Cartera}$$

Al resolver el sistema de ecuaciones para α_i ($i = 1,2,3$), se tendrán exactamente qué porcentajes se deben comprar de cada uno de los *swaps* y de esta forma calzar activos y pasivos del fondo de pensiones.

Conclusiones

Por medio de argumentos matemáticos se obtuvo como resultado, que una buena aproximación para calzar los activos y pasivos de una empresa es cuando se igualan la duración y convexidad de estos.

Con respecto a los pasivos actuariales y también con argumentos matemáticos se obtuvieron fórmulas cerradas para el cálculo de la duración y convexidad. De una muestra de 12 empresas se obtuvo, que en promedio la duración de los pasivos laborales de esos fondos de pensiones privados fue de 14.4 años para la duración y 75.7 para la convexidad.

Por medio de cifras de la CONSAR se pudo observar que los activos de los fondos de pensiones privados han aumentado en el último año en un 60% con respecto al año anterior. Las inversiones de dichos activos al 2007, fueron en un 66% en instrumentos de deuda y un 34% en instrumentos de capitales.

La inmunización de activos y pasivos se realiza generalmente con Bonos, sin embargo una buena alternativa para inmunizar activos y pasivos son los *swaps* de tasa de interés, por las ventajas que ofrecen como una estructura flexible de pagos.

En la aplicación y utilizando datos reales se realizó una aproximación para calzar activos y pasivos a través de la duración y convexidad. Se hizo una buena aproximación de primer orden, es decir con la duración (matemáticamente aproximando la derivada), pero para el caso de la convexidad no sucedió lo mismo. Es así como se presentó una extensión del trabajo, involucrando más 3 *swaps* en la cartera de deuda.

Muchas veces la técnica de inmunización puede resultar algo teórica y difícil de llevar a la práctica. En la realidad pueden existir otros factores (políticos, sociales y económicos) que se deben tomar en cuenta para tener una inmunización contra los posibles cambios en las tasas de interés que puedan afectar los valores de los pasivos actuariales y activos de una empresa.

ANEXOS

Cálculo Duración Pata Fija

Periodo i	No. de Días transcurridos	t_i	$F_i * VP^{t_i}$	%	$F_i * VP^{-t_i} * t_i$
1	2	0.0	44,483	0.0%	244
2	181	0.5	3,843,864	3.9%	1,906,135
3	362	1.0	3,746,494	3.8%	3,715,701
4	546	1.5	3,659,897	3.8%	5,474,805
5	728	2.0	3,474,938	3.6%	6,930,835
6	912	2.5	3,361,406	3.5%	8,398,910
7	1093	3.0	3,160,763	3.2%	9,464,971
8	1277	3.5	3,067,971	3.1%	10,733,697
9	1458	4.0	2,897,028	3.0%	11,572,239
10	1642	4.5	2,825,129	2.9%	12,709,211
11	1823	5.0	2,667,717	2.7%	13,323,966
12	2007	5.5	2,601,509	2.7%	14,304,733
13	2189	6.0	2,469,570	2.5%	14,810,655
14	2373	6.5	2,395,047	2.5%	15,571,089
15	2554	7.0	2,261,599	2.3%	15,824,994
16	2738	7.5	2,205,470	2.3%	16,544,044
17	2919	8.0	2,082,584	2.1%	16,654,966
18	3103	8.5	2,030,898	2.1%	17,265,413
19	3284	9.0	1,917,739	2.0%	17,254,396
20	3468	9.5	1,870,144	1.9%	17,768,930
21	3650	10.0	1,775,298	1.8%	17,752,975
22	3834	10.5	1,721,725	1.8%	18,085,193
23	4015	11.0	1,625,793	1.7%	17,883,726
24	4199	11.5	1,585,444	1.6%	18,239,120
25	4380	12.0	1,497,105	1.5%	17,965,261
26	4564	12.5	1,459,950	1.5%	18,255,369
27	4745	13.0	1,378,603	1.4%	17,921,841
28	4929	13.5	1,344,389	1.4%	18,154,771
29	5111	14.0	1,276,206	1.3%	17,870,387
30	5295	14.5	1,237,695	1.3%	17,955,057
31	5476	15.0	1,168,732	1.2%	17,534,189
32	5660	15.5	1,139,727	1.2%	17,673,567
33	5841	16.0	1,076,223	1.1%	17,222,509
34	6025	16.5	1,049,513	1.1%	17,324,145
35	6206	17.0	991,035	1.0%	16,850,312
36	6390	17.5	966,439	1.0%	16,919,308
37	6572	18.0	917,425	0.9%	16,518,683
38	6756	18.5	22,622,538	23.2%	418,733,877
			97,418,090		949,090,224

$$D1 = \frac{\sum_{t=i}^n t_i * F_i * VP^{-t_i}}{\sum_{t=i}^n F_i * VP^{-t_i}} = \boxed{9.7}$$

Cálculo Convexidad Pata Fija

Periodo <i>i</i>	No. de Días transcurridos	t_i	t_i^2	$F_i * VP^{t_i}$	%	$F_i * VP^{t_i} * t_i^2$	$F_i * VP^{t_i} * t_i^2 * (1 + r)$
1	2	0.0	0.0	44,483	0.0%	1	1
2	181	0.5	0.2	3,843,864	3.9%	945,234	499,203
3	362	1.0	1.0	3,746,494	3.8%	3,685,161	3,397,716
4	546	1.5	2.2	3,659,897	3.8%	8,189,708	7,558,315
5	728	2.0	4.0	3,474,938	3.6%	13,823,693	12,789,981
6	912	2.5	6.2	3,361,406	3.5%	20,985,769	19,519,727
7	1093	3.0	9.0	3,160,763	3.2%	28,343,050	26,545,486
8	1277	3.5	12.2	3,067,971	3.1%	37,553,237	35,432,508
9	1458	4.0	16.0	2,897,028	3.0%	46,225,546	43,732,212
10	1642	4.5	20.2	2,825,129	2.9%	57,174,037	54,237,847
11	1823	5.0	24.9	2,667,717	2.7%	66,546,820	63,298,842
12	2007	5.5	30.2	2,601,509	2.7%	78,656,438	75,021,703
13	2189	6.0	36.0	2,469,570	2.5%	88,823,353	84,947,601
14	2373	6.5	42.3	2,395,047	2.5%	101,233,410	97,080,499
15	2554	7.0	49.0	2,261,599	2.3%	110,731,604	106,474,253
16	2738	7.5	56.3	2,205,470	2.3%	124,102,992	119,657,368
17	2919	8.0	64.0	2,082,584	2.1%	133,194,094	128,767,730
18	3103	8.5	72.3	2,030,898	2.1%	146,779,664	142,289,267
19	3284	9.0	81.0	1,917,739	2.0%	155,242,294	150,897,199
20	3468	9.5	90.3	1,870,144	1.9%	168,829,172	164,551,862
21	3650	10.0	100.0	1,775,298	1.8%	177,529,755	173,499,320
22	3834	10.5	110.3	1,721,725	1.8%	189,968,847	186,162,925
23	4015	11.0	121.0	1,625,793	1.7%	196,720,983	193,297,558
24	4199	11.5	132.3	1,585,444	1.6%	209,824,837	206,736,310
25	4380	12.0	144.0	1,497,105	1.5%	215,583,135	212,980,344
26	4564	12.5	156.4	1,459,950	1.5%	228,267,137	226,126,945
27	4745	13.0	169.0	1,378,603	1.4%	232,983,932	231,419,403
28	4929	13.5	182.4	1,344,389	1.4%	245,164,018	244,182,600
29	5111	14.0	196.1	1,276,206	1.3%	250,234,375	249,905,758
30	5295	14.5	210.4	1,237,695	1.3%	260,471,302	260,839,500
31	5476	15.0	225.1	1,168,732	1.2%	263,060,867	264,140,260
32	5660	15.5	240.5	1,139,727	1.2%	274,061,348	275,937,246
33	5841	16.0	256.1	1,076,223	1.1%	275,607,325	278,239,105
34	6025	16.5	272.5	1,049,513	1.1%	285,967,056	289,486,023
35	6206	17.0	289.1	991,035	1.0%	286,501,474	290,805,980
36	6390	17.5	306.5	966,439	1.0%	296,203,778	301,474,961
37	6572	18.0	324.2	917,425	0.9%	297,426,800	303,537,298
38	6756	18.5	342.6	22,622,538	23.2%	7,750,591,988	7,931,421,394
						97,418,090	13,456,892,252

$$D_2 = \frac{\sum_{t=i}^n t_i^2 * F_i * VP^{-t_i-1}}{\sum_{t=i}^n F_i * VP^{-t_i}} = \boxed{138.1}$$

Glosario

Cartera: Designación genérica que comprende los valores o efectos comerciales y documentos a cargo de clientes que forman parte del activo de una empresa comercial, de un banco o de una sociedad en general.

CETES (Certificados de la Tesorería): Son títulos de crédito al portador emitidos por el Gobierno Federal en mercado de dinero, con un plazo máximo de un año, para fines de control del circulante y financiamiento del gasto público. Se colocan con descuento a un precio menor a su valor de amortización, por lo que el rendimiento que se obtiene al invertir en ellos es a través de ganancias de capital.

Convexidad: Representa el cambio en el precio de un activo o bono ante una modificación en el rendimiento, calculado a partir de la duración. Matemáticamente consiste en determinar la segunda derivada.

Curvas de Mercado: Permiten conocer las expectativas del mercado, así como valorar instrumentos de mostrador y reportos, se estiman las tasas a distintos plazos tomando como nodo principales los instrumentos de renta fija existentes.

Duración: Representa una medida de la sensibilidad de un bono o de un fondo mutuo de bonos a los movimientos de la tasa de interés.

Fechas del *Swap* de Tasa de Interés: Es la fecha en que la acumulación de la tasa fija/o flotante empieza, ésta fecha no necesariamente coincide con la fecha de la transacción.

Fecha de Vencimiento: Fecha en la que expira la relación contractual.

Inflación: Es el aumento generalizado y sostenido en los precios. Tiene como consecuencia la reducción del valor del dinero en el tiempo.

Interés: El interés es lo que se paga por el uso del dinero; representa un costo o premio sobre el importe del capital prestado o tomado a préstamo.

Plan de Pensiones: Arreglo normalmente financiero que proporciona pagos periódicos de por vida a una persona, a partir de una fecha establecida, donde el monto del pago se determina a partir de una fórmula acordada (en vez de que el monto del dinero se acumule en una cuenta).

Plan de Pensiones de Beneficio Definido: Es aquél plan en el que está predeterminada la cuantía de las prestaciones a recibir por los beneficiarios

Plan de Pensiones de Contribución Definida: Es aquél plan en el que se encuentra predeterminada la cuantía de las aportaciones por parte de los partícipes del plan, no garantizando el monto de las prestaciones futuras

Política de Inversión: Trata sobre la asignación de los recursos y gastos esperados, y pondera el riesgo asumido al buscar un nivel determinado de utilidades. Se ve reflejado en los activos del negocio.

Rendimiento: Beneficio producido por una inversión a través de ganancias de capital, intereses o dividendos. Es normalmente expresado como un porcentaje del monto invertido.

Rendimiento Esperado de los Activos: Es el interés que se espera obtengan los activos asignados al financiamiento del plan durante el año fiscal.

Riesgo: Es el impacto que pueden sufrir los activos o los flujos de una institución ante un cambio inesperado del mercado.

Riesgo Crédito: Riesgo que existe por el incumplimiento de pago.

Riesgo de Mercado: Es el que afecta al tenedor de cualquier tipo de valor, ante las fluctuaciones de precio ocasionadas por los movimientos normales del mercado.

Monto Nocial o de Referencia: Determina el tamaño del swap y es usado como base para el cálculo de los pagos que se piensan intercambiar

Pasivo Actuarial (*Accrued Liability*): Es la proporción del valor actual probable de los beneficios futuros del plan de pensiones correspondiente a los derechos acumulados por servicios pasados.

Productos Derivados: Familia o conjunto de instrumentos financieros, cuya principal característica es que están vinculados a un valor subyacente o de referencia. Los principales productos derivados son los futuros, las opciones, los *warrants*, las opciones sobre futuros y los *swaps*.

OBP (Obligación por Beneficios Proyectados): Valor Presente de los beneficios actuales por servicios pasados, calculado sobre el sueldo proyectado a la fecha de retiro. También se puede ver como el objetivo de gastos el cual se intenta reconocer a través del tiempo.

Swap: Acuerdo generalmente privado entre dos compañías para cambiar flujos de dinero en una fecha futura determinada.

Swap de Tasa de Interés (*Interest Rate Swap, IRS*): Contrato por el cual una parte de la transacción se compromete a pagar a la otra parte un tipo de interés fijado por adelantado, y la segunda parte se compromete a pagar a la primera un tipo de interés variable sobre el mismo nominal.

Valuación Actuarial: Estimación del costo probable de un plan de retiro y asignación sistemática a cada período contable una porción del costo total.

Valor Presente: Es el valor actual del dinero cuyo monto se considera equivalente a un ingreso o egreso futuro de dinero. Este se calcula utilizando a partir de una tasa de descuento en un periodo determinado.

$$VP = \frac{1}{(1+i)}$$

Tasa de descuento: Tasa de interés utilizada para el cálculo del Valor Presente.

Volatilidad: Grado de fluctuación que manifiesta el precio a través del tiempo.

Bibliografía

BENDER, ROBERT K. Asset/ Liability Matching (Five Moments), 1998.

EALLES, BRIAN A. Derivatives Instruments: A guide to Theory and Practice. Primera edición, 2003. Butterworth Heineman, págs. 257.

CHANCE, DON M. An Introduction to Derivatives. Cuarta edición, 1998. The Dryden Press, págs. 618.

CHANCE, DON M. Analysis of Derivatives for the CFA. Primer edición, 2003. AIMR, págs. 656.

DUBOFSKY, DAVID A, MILLER, THOMAS. Derivatives, Valuation and Risk Management. Primer edición, 2003. Oxford University Press, págs. 646.

FABOZZI, FRANK J. Fixed Income Analysis. Segunda edición, 2004. CFA Institute, págs. 626.

HULL, JOHN C. Options, Futures and other Derivatives. Tercera edición, 1997. Prentice Hall, págs. 572.

LUENBERGER, DAVID G. Investment Science. Primer edición, 1998. Oxford University Press, págs. 594.

NEFTI, SALIH N. An Introduction to the Mathematics of Financial Derivatives. Segunda edición, 2000. Academic Press, págs 527.

WELLINGTON MANAGEMENT. An Introduction to Interest rate Swaps - Commonly Used Fixed Income Derivatives, Septiembre 2006.