



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

FINANCIAMIENTO DE UN PLAN DE BECAS:

ASPECTOS ACTUARIALES

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE :

A C T U A R I O

P R E S E N T A :

RENÉ RESÉNDIZ BARRÓN



FACULTAD DE CIENCIAS
UNAM

TUTOR:

ACT. CARLOS FERNANDO LOZANO NATHAL

2008



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de Datos del Jurado

1. Datos del alumno Reséndiz Barrón René 55 95 92 14 Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Actuaría 09612727-8
2. Datos del tutor Act. Carlos Fernando Lozano Nathal
3. Datos del sinodal 1 Dra. María Cristina Gutiérrez Delgado
4. Datos del sinodal 2 M. en I. Fernando Eleazar Vanegas Chávez
5. Datos del sinodal 3 Act. Ernesto Gabriel Hernández Pérez
6. Datos del sinodal 4 Act. Yolanda Silvia Calixto García
7. Datos del trabajo escrito Financiamiento de un plan de becas: aspectos actuariales 106 p. 2008

Quiero agradecer a todas las personas que me ayudaron a concluir el presente trabajo, sin embargo, no sólo me refiero a quienes me auxiliaron en la asesoría y revisión del documento, pues también me refiero a todas aquellas personas que me han brindado a lo largo de la vida, su amor, apoyo, cariño y amistad.

Gracias a ellas hoy estoy aquí.

Gracias a Dios por la oportunidad de vida.

Un muy especial agradecimiento a mis padres. Gracias con su amor, cuidado, cariño y apoyo.

Gracias a ti Kika por todo el amor y apoyo incondicional. A pesar de las adversidades nunca dudaste de que lo lograríamos.

A mis hermanas, gracias por todo el cariño, apoyo y consejos que desde niños hasta la fecha hemos podido crear y compartir.

A los gorditos (sobrinos) que llenar de alegría nuestras vidas.

A mis amigos, gracias por su amistad y apoyo compartido, tanto en los momentos agradables como desafortunados. Gracias Carlos Ll, Daniel, Vero, Ale, Carlos T, Gerardo y Julio.

Gracias Universidad Nacional Autónoma de México

“No dejes que la melancolía te sofoque, que la rutina te acomode o que el miedo te impida intentar; mejor desconfía del destino, cree más en ti, gasta más horas realizando que soñando, haciendo que planeando, gasta más horas viviendo que esperando... porque aunque quién casi muere esté vivo, quién casi vive ya murió!! ”

Anónimo

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN 1

CAPÍTULO I. – ANTECEDENTES 5

1.1 Planes de beneficios para empleados 5

1.2 Esquemas de financiamiento para la educación..... 8

CAPÍTULO II. - DISEÑO DEL PLAN DE BECAS 13

2.1 Elementos del plan de becas 13

 2.1.1 Grupo elegible..... 14

 2.1.2 Requisitos de elegibilidad 14

 2.1.3 Salario..... 14

 2.1.4 Sueldo utilizado para el cálculo del beneficio..... 15

 2.1.5 Antigüedad..... 15

 2.1.6 Monto del beneficio 15

 2.1.7 Fechas y condiciones de pago..... 17

 2.1.8 Forma de pago 17

 2.1.9 Beneficios adicionales..... 18

 2.1.10 Financiamiento 18

2.2 Funcionamiento operativo..... 19

CAPÍTULO III. - MODELO ACTUARIAL.....	22
3.1 Hipótesis actuariales.....	24
3.2 Evento que origina el pago del beneficio.....	25
3.3 Obligación acumulada	28
3.3.1 Origen	28
3.3.2 Evolución.....	34
3.4 Costo anual del plan.....	45
3.5 Beneficio anticipado	51
3.6 Beneficio diferido.....	53
3.7 Pago esperado anual	56
CAPÍTULO IV. – CASO PRÁCTICO.....	59
4.1 Contexto del caso práctico.....	59
4.2 Diseño del plan de becas.....	59
4.3 Funcionamiento operativo.....	62
4.4 Valuación actuarial.....	63
4.4.1 Fecha de valuación.....	64
4.4.2 Información del personal	64
4.4.3 Método de costeo	66
4.4.4 Hipótesis actuariales.....	67
4.4.5 Resumen de los supuestos	69
4.4.6 Resultados de la valuación	71

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	75
ANEXOS	77
Anexo I. – Notación y terminología.....	78
Anexo II. – Expresiones equivalentes	84
Anexo III. – Personal de la empresa.....	88
Anexo IV. – Decremento múltiple y conmutados actuariales.....	92
Anexo V. – Resultados por trabajador.....	95
BIBLIOGRAFÍA	103
FUENTES ELECTRÓNICAS	104

INTRODUCCIÓN

Dado el valor que tiene actualmente el conocimiento, cursar una carrera universitaria además de otorgar una satisfacción personal, es una importante herramienta que brinda mayores posibilidades de movilidad social, a través de la obtención de un mejor empleo o de ingresos salariales más elevados. Este hecho repercute a su vez en una mejor calidad de vida. Además existen varias circunstancias que favorecen a la sociedad que fomenta un mayor nivel de estudios para sus habitantes, pues sus efectos trascienden directamente en ella, ya que la educación es el motor que impulsa el desarrollo económico, político, cultural y social de una nación. De ahí que el sistema de educación media superior y superior, en sus distintas modalidades, constituya un sector prioritario para el progreso nacional.

De los diversos problemas que presentan las instituciones públicas educativas de nivel superior, se pueden citar dos factores primordiales. En primer lugar, existe una escasez financiera resultado del bajo subsidio que el gasto federal y estatal otorga a este sector educativo. Por otro lado, se tiene una rápida expansión de la demanda, cuyo origen radica en el acelerado crecimiento demográfico y en el flujo de la población escolar que se genera desde la educación básica.

Estas situaciones también afectan a las tres principales instituciones educativas del sector público. En los últimos años se han presentado las siguientes cifras anuales¹: la UNAM, la UAM y el IPN aceptan solamente al 11%, 30% y 33% de sus aspirantes, respectivamente.

Como se puede observar en las cifras anteriores, es muy difícil conseguir un lugar para estudiar una carrera universitaria en el sector público. Por lo cual, los estudiantes de escasos recursos económicos egresados de nivel bachillerato que desean continuar con su formación académica pero que fallaron en el proceso de ingreso a universidades públicas, deben esperar una nueva convocatoria para realizar otra vez el examen de admisión o intentar ingresar a otra carrera con menor demanda estudiantil. El proceso anterior no aplica para los estudiantes que tienen solvencia económica, ya que ellos pueden ver en la universidad privada una verdadera oportunidad para seguir estudiando. Sin

¹ Avilés, Karina. Pág. 1

embargo se aclara que las universidades privadas generalmente destinan un número reducido de becas o créditos para el alumnado con méritos académicos que no tiene los medios económicos para costear sus estudios.

La deserción en las universidades públicas alcanza el 45%², siendo los principales factores de deserción los de tipo económico, familiar y académico. El primero de estos la causa más común, pues en ocasiones absorber los gastos de transporte, de compra de libros y material escolar están por encima de lo que puede pagar un joven promedio, si no trabaja y en algunos casos incluso si lo hace.

Por lo anterior, una gran preocupación que sufren los padres de familia hoy por hoy, constituye en tener la seguridad para afrontar los costos que generará el que sus hijos tengan una formación académica. Así que contar con un plan de ahorro y protección es de suma importancia.

De un modo ideal, los padres deberían comenzar a ahorrar para la educación de sus hijos tan pronto como éstos nazcan. Lamentablemente, la mayoría de las familias tienen otros objetivos económicos que satisfacer, como: cubrir el consumo diario, comprar un automóvil, una vivienda, entre otros. Por lo cual, el ahorro para la universidad requiere de un tipo especial de programa y sería de gran valor contar con una estrategia adecuada que ayude a acumular el dinero necesario para solventar estos gastos. Más aún, qué mejor que la empresa en la que se labore otorgará entre su paquete de prestaciones un plan de esta índole.

Tres son los motivos que sustentan la importancia de la generación de mecanismos para el financiamiento de los estudios universitarios entre la población mexicana: 1) La ausencia literaria en la aplicación de la actuaría sobre el financiamiento de planes de becas tratados como planes de beneficios para empleados. 2) La importancia que tiene la educación actualmente. 3) La existencia de que estos esquemas son de mutuo interés, tanto para la empresa como para los trabajadores.

Por otro lado, en el mercado existen algunas entidades que ofrecen diversas alternativas para financiar la formación académica de los estudiantes. Pero de la misma manera, las bases técnicas de dichos planes no están disponibles a nivel público, a pesar de que ciertos esquemas se encuentran regulados por las autoridades competentes en la materia y requieren de un sustento técnico para poder operar³.

² Alcanza 45% la deserción en universidades públicas: UAM. Pág. 1

³ Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros. Art. 36.

Por lo tanto, el desarrollo de este trabajo tiene como principal objetivo explotar el campo de la actuaría para mostrar un plan de becas como un plan de beneficios, presentando los elementos que establecen su diseño. Así mismo se construye el modelo actuarial que es necesario para cuantificar su pasivo y para determinar la forma de costearlo a través del tiempo.

Para lograr tal objetivo, la tesis está integrada por cuatro capítulos, seguidos de las conclusiones y recomendaciones, los anexos, la bibliografía y finalmente, las fuentes electrónicas.

A continuación se cita la descripción de cada una de estas secciones:

En el primer capítulo se abordarán los antecedentes. Por un lado se describirán los planes de beneficios para empleados, así como también se expondrán las ventajas y los aspectos más importantes que deben considerar las empresas que pretenden implementarlos. Por otro lado, se darán a conocer los esquemas de financiamiento existentes en nuestro país, enfocados a la educación de nivel superior, en donde principalmente se cuenta con los seguros educacionales, las becas, los créditos y los programas de trabajo-estudio.

En el segundo capítulo se definirá y exhibirá con detalle cada uno de los elementos que son necesarios para diseñar un plan de esta naturaleza. Asimismo se acentuará la importancia que tienen en el plan, pues de ello depende en gran medida la forma de financiarlo. Adicionalmente se mencionarán otros aspectos que son indispensables para su buen funcionamiento operativo.

El tercer capítulo es el más importante de todos por que es aquí donde se construirá el modelo actuarial, cuya principal función será establecer un mecanismo para financiar el pasivo proveniente del plan. Dicho modelo será originado utilizando diversos aspectos de la teoría actuarial, desde los más básicos hasta otros más complejos, como: los conmutados de vida individual y conjunta, las hipótesis demográficas, económicas y financieras, el decremento múltiple, diferentes tipos de anualidades, el método de costeo denominado crédito unitario proyectado, etc. Una vez construido el citado modelo se podrán definir otras expresiones que son necesarias para determinar más elementos que se involucran en el contexto del plan de becas, como por ejemplo: las pérdidas o ganancias actuariales, el pago de becas que se espera realizar durante un año, los factores de ajuste que se aplican por ejercer el derecho al beneficio de manera anticipada o diferida, entre otros.

En el cuarto capítulo se mostrarán los resultados obtenidos de aplicar toda la estructura técnica establecida en el capítulo anterior a un plan de becas completamente definido, considerando una base hipotética de trabajadores que formarán parte de una empresa. Entre los resultados más importantes se obtendrá el monto de la obligación acumulada y el valor de la aportación que deberá realizar la empresa para empezar a financiar el plan. También se proporcionarán los supuestos económicos, financieros y demográficos que se utilizaron para obtener tales cálculos.

Después se encontrarán las conclusiones y recomendaciones, posteriormente aparecerán los anexos. En el primero de ellos se hallará una lista que contiene la notación y la terminología utilizada en el capítulo III. En el segundo se observará el desarrollo de expresiones equivalentes que fueron utilizadas también en el capítulo III. En el tercero se darán a conocer las características del personal que fue involucrado para realizar el caso práctico. En el cuarto se hará la construcción del decremento múltiple y de algunos conmutados actuariales. En el último se presentarán los valores actuariales generados por trabajador.

Finalmente, se encontrará la bibliografía y las fuentes electrónicas que fueron consultadas para la realización del presente trabajo.

CAPÍTULO I. – ANTECEDENTES

En la presente tesis se desarrollará un mecanismo para financiar un plan de becas que tiene la finalidad de apoyar económicamente a los hijos de los trabajadores cuando cursan sus estudios de nivel superior, pero bajo el contexto de un plan de beneficios. Así pues, considerando tales características, en este capítulo se mostrarán los antecedentes hallados en el ámbito nacional. Primero se abarcarán las características que tienen los planes de beneficios que las empresas suelen otorgar a sus trabajadores, y después se darán a conocer las principales formas de financiamiento que existen para la educación de nivel superior.

1.1 Planes de beneficios para empleados

Es sabido que el Estado ejecuta determinadas políticas sociales con el fin de satisfacer las necesidades básicas de sanidad, educación y en general de seguridad social a sus habitantes; no obstante, ésta última es complementada de forma privada, siendo una práctica bastante aceptada el que las empresas incluyan dentro de su paquete de compensaciones al personal, prestaciones de previsión social,⁴ mejor conocidas como planes de beneficios.

La mayoría de estos planes se caracteriza por ser incentivos económicos o en especie, que ofrecen recompensas inmediatas o diferidas, cuya principal función es proveer al trabajador y a su familia de ciertas condiciones de seguridad y previsión en caso de situaciones imprevistas o de emergencia, otros más buscan proporcionar al empleado condiciones de descanso, diversión u ocio constructivo. Sea cual sea el tipo de plan, siempre se pretende cubrir ciertas necesidades humanas, como las: fisiológicas, de seguridad, protección, participación, reconocimiento, aceptación social o prestigio.

⁴ Previsión social: Son las erogaciones efectuadas por los patrones a favor de sus trabajadores que tengan por objeto satisfacer contingencias o necesidades presentes o futuras, así como el otorgar beneficios a favor de dichos trabajadores, tendientes a su superación física, social, económica o cultural, que les permitan el mejoramiento en su calidad de vida y en la de su familia. Ver Art. 8º de la Ley del Impuesto sobre la Renta (LISR).

Los planes de beneficios al personal, en cuanto a su exigencia se pueden clasificar de la siguiente manera⁵:

- Beneficios legales: son exigidos por la legislación laboral del país.
- Beneficios contractuales: están estipulados en los contratos colectivos de trabajo.
- Beneficios voluntarios: son concedidos libremente por la empresa, pues son creados únicamente por la voluntad del patrón, que busca un mejor ambiente de trabajo, y a su vez una mejora en la producción de sus trabajadores.

A continuación se mencionan algunos ejemplos de los planes de beneficios que existen en nuestro país:

- Beneficios por fallecimiento e invalidez.
- Asistencia médica y planes dentales.
- Servicio de comedor.
- Servicio de transporte.
- Actividades culturales: conciertos, visitas a museos, etc.
- Actividades sociales: encuentros deportivos, cine, clubes, etc.
- Beneficios posteriores al retiro: planes de pensiones y de gastos médicos.
- Premios de antigüedad, puntualidad, asistencia, seguridad, etc.
- Planes de becas para los trabajadores y para sus hijos.
- Vales de despensa.
- Vales de gasolina.
- Fondo y caja de ahorro, etc.

Si una empresa quiere tener alta la moral, productividad y competitividad de sus trabajadores, los planes deben establecerse adecuadamente para que realmente funcionen como un estímulo. Es importante que se contemplen las necesidades individuales que se presentan con mayor frecuencia, pues el beneficio otorgado debe tener una cobertura tan amplia como sea posible. Además, éste debe ser atractivo, sin perder de vista que los requisitos para concederlo sean relativamente fáciles de cumplir, para que así los trabajadores perciban que con su esfuerzo lo pueden obtener.

La empresa que establece dichos planes procura tener ventajas, tanto para la entidad como para los trabajadores, pues es claro que su presencia repercute

⁵ Lozano, Carlos F. Pág. 9

favorablemente a las dos partes. Entre las principales condiciones de mejora que se pueden obtener se citan las siguientes:

Ventajas para el trabajador:

- Reduce sentimientos de inseguridad.
- Recibe compensaciones adicionales.
- Aminora las causas de insatisfacción.
- Contribuye al desarrollo personal y al bienestar individual.

Ventajas para la empresa:

- Disminuye el ausentismo.
- Aumenta la productividad.
- Promueve un reclutamiento más efectivo de personal.
- Facilita la retención del trabajador.

En consecuencia, la compañía que brinda un atractivo paquete de compensaciones tiene una mayor posibilidad de atraer y retener al personal que le interesa. Además incide para que la tasa de rotación sea baja, pues muchos trabajadores se sentirían poco dispuestos a renunciar a prestaciones que consideran importantes, ya que en ocasiones un trabajador prefiere contar con planes de beneficios atractivos que tener un incremento salarial.

Finalmente, para concluir con este apartado se enunciarán una serie de factores que la empresa que desea implementar este tipo de planes debe tomar en cuenta, para que en el mediano y largo plazos éstos no se transformen en una serie de problemas administrativos y financieros. Sino por el contrario, ayuden al progreso de la entidad misma y de sus trabajadores. Los principales factores se señalar a continuación:

- Considerar las ventajas que pueden obtener las dos partes.
- Analizar si se puede cuantificar de forma confiable el monto de los beneficios.
- Debe aplicarse sobre bases económico-financieras que puedan sustentarse.
- Conviene visualizar el tiempo, los recursos económicos y las tareas administrativas que son necesarias para tener un adecuado funcionamiento operativo.
- Examinar las necesidades reales de los trabajadores.
- Considerar las legislaciones que aplican en la materia, principalmente en el aspecto fiscal.
- Estudiar la reacción que puede tener en la fuerza de trabajo.

1.2 Esquemas de financiamiento para la educación

A continuación se describen los principales esquemas de financiamiento que actualmente existen en el ámbito nacional sobre la educación de nivel superior. Entre los esquemas que destacan están los seguros educacionales, las becas, los créditos y los programas de trabajo-estudio.

Estas alternativas para financiar la formación académica de los estudiantes son proporcionadas principalmente por las empresas, universidades, compañías de seguros, el sector gubernamental o por fundaciones, cuyo principal objetivo es garantizar que los alumnos de escasos recursos económicos que muestran un buen desempeño académico puedan concluir su carrera universitaria.

De las diferentes opciones de financiamiento que se abordarán, los seguros educacionales son tal vez los esquemas menos conocidos, pero también los que utilizan de mejor manera la teoría actuarial para desarrollar su adecuado funcionamiento. Por tal motivo, ésta fuente financiera se expondrá con mayor apertura. Además de que su estructura y diseño tiene bastante similitud con el plan de becas propuesto en la tesis, aunque no así la forma de financiarlo, pues ésta resulta ser completamente diferente.

1) Seguros educacionales

Las compañías de seguros, al ver el problema que existe hoy en día por la inmensa demanda de alumnos que desean cursar una carrera universitaria, pero sobre todo por el difícil reto que existe para erogar los gastos que se generan al estudiar una licenciatura, han creado un producto llamado seguro educacional.

Una investigación realizada por el autor en varias aseguradoras arrojó como resultado que llámese el seguro: “*Previ Beca*”, “*EduPlan*”, “*Garantí Beca*”, “*SeguBeca*”, “*Plan Educacional*”, “*Profesional*”, “*Nueva Generación Plus*”, “*Zufuturo*”, “*Seguro Educación*”, etc., todos tienen la misma base de operación, aunque cada aseguradora le añada algunas variantes para hacerlo más atractivo.

Existen características comunes entre todos los seguros educacionales, las principales se revelan enseguida:

- Están enfocados para ser adquiridos por padres de familia, cuyas edades no deben rebasar los 65 años de edad. Además, es indispensable que tengan al menos un hijo entre las edades de 0 a 22 años.

- Las aseguradoras poseen catálogos dónde se muestran los costos de las colegiaturas de las principales universidades privadas ubicadas en el territorio nacional (no tienen convenio con ninguna de ellas). Al consultar los catálogos el contratante del seguro puede decidir cuál es la suma asegurada que más le conviene. La decisión del contratante le permitirá cumplir con el propósito de que su hijo concluya su formación educativa en la universidad elegida. Una vez definida la suma asegurada se obtiene el monto de la prima a pagar, la cual depende de tres factores principalmente: la edad del contratante, la edad de su hijo y el monto de la suma asegurada acordada.
- Para que se otorgue la suma asegurada, el beneficiario (hijo del contratante) debe cumplir los años establecidos, que en la mayoría de los casos se estipula entre los 18 a 22 años, pues es la edad en la que generalmente se estudia en la universidad.
- Este producto fue creado como un plan de financiamiento para afrontar los gastos que se originan cuando el hijo del contratante curse su carrera universitaria, no obstante, la suma asegurada puede ser utilizada para fines distintos, como por ejemplo: comprar un automóvil, invertir en un negocio o realizar algún otro proyecto. Pues realmente este seguro funciona como un “plan de ahorro” con enfoque educacional.
- Existen beneficios adicionales que hacen más interesante este tipo de productos, pues en caso de muerte o invalidez total y permanente del contratante, la aseguradora pagará en el plazo acordado la suma asegurada, sin necesidad de cubrir más primas. Conjuntamente existe un pago adicional por parte de la aseguradora en caso de sucederle cualquiera de estos percances al contratante.
- Si el beneficiario muere antes de llegar a la edad pactada, entonces la aseguradora sólo estará obligada a entregar la reserva acumulada por las primas pagadas hasta el momento del suceso.
- Para no perder el valor adquisitivo a través del tiempo, las aseguradoras consideran dentro de las características del producto que la suma asegurada pueda ser actualizada de alguna manera, entre los indicativos más usuales se encuentran: el dólar, las UDIS y la inflación.
- El plan es financiado completamente por el contratante, comúnmente realizando los pagos de las primas de forma mensual, trimestral, semestral o anual. Mientras que el beneficio puede obtenerlo en una sola

exhibición o dentro de un periodo de cinco años recibiendo desembolsos de manera mensual o anual.

En resumen, se observa que el seguro educacional tiene la estructura fundamental de un seguro dotal mixto, pues sea que el contratante llegue con vida al momento pactado o no, el hijo de éste recibirá el monto de la suma asegurada convenida.

Dichos seguros son una alternativa de ahorro para aquellos padres de familia que desean garantizar la formación académica de sus hijos. Además, en un futuro no muy lejano, la demanda para querer estudiar una carrera universitaria será todavía mayor, debido a que la matrícula de estudiantes recién egresados del nivel medio superior se unirá a la de los estudiantes de generaciones anteriores que aún no han podido ingresar a una universidad pública, pero que cada año lo siguen intentando. Conjuntamente, la morfología poblacional está sufriendo cambios importantes, pues según una estimación del Consejo Nacional de Población (CONAPO), en el año 2015 el quinquenio de 20 a 24 años de edad⁶ será uno de los más grandes que se tendrán en la población mexicana de aquel año.

2) Becas

Las becas son concesiones de asistencia financiera que tienen la característica de no ser reembolsables. Son otorgadas generalmente por el sector gubernamental, por las universidades, por ciertas fundaciones y por algunas empresas hacia el alumnado más necesitado económicamente, o bien para el que obtiene excelentes logros académicos.

Ya sea de forma asumida (voluntaria) o por cumplimientos descritos en contratos colectivos de trabajo existentes, algunas empresas brindan becas dentro de su paquete de prestaciones, favoreciendo a sus trabajadores y a los hijos de éstos. Normalmente proporcionando tales apoyos en efectivo o por medio de vales, para ser canjeados por libros y/o material escolar, principalmente.

Por otro lado, estas empresas suelen requerir comprobantes para avalar la acreditación satisfactoria de aquellas personas beneficiadas por el programa. Solicitan por ejemplo: el historial académico de la universidad o un documento que muestre la calificación obtenida en los cursos tomados (idiomas o

⁶ Consejo Nacional de Población. Pág. 23 y 24

computación), para que se pueda seguir otorgando la beca, pues en caso contrario ésta podría suspenderse.

3) Créditos

Los créditos son otro tipo de entrega financiera, usualmente dirigida hacia los estudiantes, donde éstos al recibirla tienen la obligación de devolverla en el tiempo pactado, junto con los intereses acumulados. Es frecuente hallar que el sector gubernamental, las instituciones financieras o las universidades también los brinden conjuntamente a los padres de familia involucrados, permitiendo así satisfacer los gastos de la educación universitaria de sus hijos, incluyendo las colegiaturas, libros, material, alojamiento, alimentación y transporte.

Dichas ayudas están diseñadas a menudo para complementar la cantidad de dinero que es necesaria para sufragar los costos de la educación. Es decir, el crédito suele ser la diferencia que existe entre los gastos totales universitarios y el importe que el alumno junto con sus padres pueden aportar para cubrirlos.

Por lo general, este tipo de ayuda financiera tiene una tasa de interés más baja y exige menos requisitos para solicitarla que los créditos tradicionales. Además, ésta se empieza a liquidar hasta que el estudiante egresa de la universidad o antes si cuenta con un trabajo estable.

4) Planes de trabajo-estudio

Los programas de trabajo-estudio permiten al alumno asistir a la universidad y además realizar diversas actividades en ese mismo recinto a cambio de un apoyo económico. La principal ventaja conseguida en este tipo de empleos es que usualmente se labora pocas horas a la semana y con la oportunidad de cubrir dichas actividades en un horario flexible.

Es frecuente que el instituto muestre un seguimiento minucioso, ya que en caso de que el estudiante manifieste descuido académico derivado de sus labores por realizar el trabajo, generalmente se decide suspender la participación del joven en dicho programa.

5) Otro esquema de financiamiento

En algunas universidades privadas se ha presentado, aunque es una práctica no muchas veces vista, la existencia de comités integrados por los padres de los alumnos. Los comités se agrupan con la finalidad de crear un fondo de becas para cubrir las colegiaturas, inscripciones y algunos otros gastos relacionados

con la formación educativa, en caso de que el sostén económico fallezca o se invalide. En este sentido, pretenden garantizar que el estudiante desfavorecido por el evento antes citado no abandone la carrera universitaria por falta de recursos económicos.

Crear este tipo de fondos es de gran importancia por obvias razones. Sin embargo, la situación es muy complicada para los padres de familia, por que además de cubrir los gastos derivados de la educación de su hijo, deben tener la solvencia suficiente para realizar las aportaciones pertinentes al fondo de becas.

Es común que este tipo de financiamiento no sea planeado adecuadamente, pues en ningún momento se mide la frecuencia y la posibilidad de que suceda el evento, por lo cual no se puede afirmar que las contribuciones realizadas soporten todos los percances futuros.

CAPÍTULO II. - DISEÑO DEL PLAN DE BECAS

Este capítulo muestra la estructura general que tiene un plan de beneficios al personal, en particular, de un esquema que tiene la finalidad de otorgar becas a los hijos de los trabajadores.

Un plan de becas de dicha naturaleza es definido como un arreglo de pagos, que en este caso se otorgan con cierta frecuencia y por un tiempo determinado a los hijos de los trabajadores, siempre y cuando ambos cumplan con ciertas características que previamente defina la empresa.

2.1 Elementos del plan de becas

El diseño de un plan comprende una serie de componentes, donde cada uno de ellos es de vital importancia, pues sólo hasta que todos sean definidos se puede estructurar la forma de financiarlo.

Para partir de un enfoque general de un plan de beneficios a uno particular es necesario primero identificar los alcances que presenta cada componente, para que posteriormente se delimiten las características que tendrá cada uno de ellos. Una vez que ya están identificados y especificados dichos elementos se podrá observar que todos tienen una correlación fundamental en la estructura y diseño del plan.

Los diez elementos que lo constituyen se enlistan enseguida:

2.1.1 *Grupo elegible*

2.1.2 *Requisitos de elegibilidad*

2.1.3 *Salario*

2.1.4 *Sueldo utilizado para el cálculo del beneficio*

2.1.5 *Antigüedad*

2.1.6 *Monto del beneficio*

2.1.7 *Fechas y condiciones de pago*

2.1.8 *Forma de pago*

2.1.9 *Beneficios adicionales*

2.1.10 *Financiamiento*

A continuación se presentan las principales características que envuelven cada concepto:

2.1.1 Grupo elegible

El *grupo elegible* es el conjunto de trabajadores a quienes está dirigido y enfocado el plan de becas.

Los directivos de las compañías tienen plena libertad en decidir al grupo de trabajadores que en determinado momento podrían recibir el beneficio. En la práctica, algunas empresas otorgan becas a toda su planta de personal y en otras ocasiones sólo ciertos sectores son favorecidos (confianza o sindicato, por citar algunos).

2.1.2 Requisitos de elegibilidad

Los *requisitos de elegibilidad* son las características que deben cumplir los trabajadores del *grupo elegible* para que sean considerados miembros activos en el plan.

Una manera adecuada para que la empresa modere los costos generados por las prestaciones otorgadas es sin duda, establecer algunas condiciones que deben cumplir los trabajadores para que se les pueda otorgar el beneficio estipulado. Bajo este contexto, el requisito establecido en el plan de becas debe estar condicionado, primero a que el trabajador tenga al menos un hijo con cierta edad, pero además la empresa puede solicitar algunas otras características propias del trabajador, como por ejemplo cumplir con cierta edad o *antigüedad*, entre otros.

Aunque también se puede presentar la situación en que el único *requisito de elegibilidad* sea formar parte del *grupo elegible*.

2.1.3 Salario

El *salario* es el monto de dinero a que tiene derecho el trabajador a cambio de sus labores habituales en la empresa.

Existen diferentes formas de determinarlo, la empresa puede considerar al *salario* simplemente como el sueldo nominal, mejor conocido como sueldo base. O bien, puede definirse como el sueldo integrado, el cual es resultado de incorporar algunas prestaciones al sueldo base, como por ejemplo: el aguinaldo,

los vales de despensa, el fondo de ahorro, las comisiones, los bonos, la prima vacacional, etc.

2.1.4 Sueldo utilizado para el cálculo del beneficio

Como su nombre lo dice, es el sueldo que se debe utilizar para calcular el monto de la beca que se le otorgará al hijo del trabajador.

Hay varias maneras de establecerlo, una de ellas es tomar el *salario* inmediato anterior a la fecha en que se solicite el derecho a la beca, otra es considerar el promedio de los últimos *salarios* percibidos por el trabajador bajo determinado periodo, como por ejemplo: del último semestre, del último año, etc.

2.1.5 Antigüedad

La *antigüedad* es el periodo de tiempo durante el cual un trabajador presta sus servicios en la empresa.

Aquí también existen detalles que precisar, ya que se puede computar el tiempo desde la fecha en que el trabajador ingresa a la empresa o desde que cumple los *requisitos de elegibilidad* hasta el momento en que solicite el beneficio, o solamente se puede considerar el último periodo de tiempo ininterrumpido prestado en la misma.

Vale la pena mencionar que en la práctica al referirse a un periodo ininterrumpido, se entiende como el lapso de tiempo en el que un trabajador labora de forma continua en la empresa. Donde suspender las labores por licencias sin goce de sueldo o ausencias justificadas, como las amparadas por incapacidades de riesgos de trabajo o maternidad no se consideran interrupciones de trabajo.

Por otro lado, también es necesario definir cómo será cuantificará la *antigüedad* del trabajador respecto a la unidad de tiempo. Ésta puede ser definida solamente por los años completos, por los años y meses completos, o bien por los años y partes proporcionales, por citar algunos ejemplos.

2.1.6 Monto del beneficio

El *monto del beneficio* es la suma de dinero que recibe el hijo del trabajador, por concepto de beca.

Respeto al *monto del beneficio*, en el mercado existen tres tipos de planes⁷:

- Beneficio definido: esquema que depende de una fórmula para calcular el *monto del beneficio*, comúnmente basada en las características propias del trabajador, por lo tanto, el valor de las contribuciones que son necesarias para financiar el plan resultan variables.
- Contribución definida: como su nombre lo menciona, es un esquema dónde las aportaciones que se hacen al fondo ya están definidas. Por lo cual, el *monto del beneficio* está en función de las contribuciones realizadas.⁸
- Planes híbridos: son una combinación de los dos esquemas antes mencionados.

Bajo nuestro contexto, en el caso de los planes de beneficio definido es necesario establecer una fórmula, bajo la cual se defina la manera de calcular el valor mensual de las becas. Dicha expresión puede involucrar tantas variables como se desee, sin embargo, las más comunes tienen relación con el *sueldo utilizado para el cálculo del beneficio* y/o la *antigüedad* del trabajador en la empresa.

Adicionalmente, el beneficio puede depender de factores externos, como se estableció en los antecedentes, en el caso de los seguros educacionales. También la forma de actualizar las becas puede ser determinada de acuerdo al valor del dólar, de las UDIS o de la inflación.

Por otro lado, para ayudar de alguna manera a los trabajadores más desfavorecidos económicamente, la compañía puede establecer un monto mínimo de beca a otorgar.

Finalmente, es necesario que se indique la forma bajo la cual se ajustará el *monto del beneficio* cuando éste se solicite, ya sea antes o después de cumplir las condiciones para ejercerlo de manera “normal” (ver concepto en el siguiente apartado).

⁷ Estos esquemas son comúnmente aplicados en los planes de pensiones.

⁸ Para su buen funcionamiento operativo es necesario que se tengan cuentas individuales, para que en cada una de ellas solamente exista el monto que le corresponde a un trabajador. Y así, al momento en que éste ejerza el derecho al beneficio se le entregué el dinero que se generó en su cuenta individual, la cual debió incrementarse a través del tiempo con las aportaciones periódicas e intereses ganados.

2.1.7 Fechas y condiciones de pago

Las *condiciones de pago* son los requisitos que deben cumplir tanto el trabajador como su hijo para que éste último reciba la beca. Mientras que la *fecha de pago* es definida como el momento en el cual el hijo del trabajador recibe dicho beneficio.

La empresa establece las condiciones que deben satisfacer el trabajador y su hijo, para que estén en posibilidades de solicitar el derecho a la beca, así que cuando éstas se cumplen y se ejerce el derecho, se dice que se la beca se ha solicitado de manera “normal”.

No obstante, es frecuente hallar esquemas que muestran flexibilidad sobre los requerimientos que deben cumplirse, es decir, solicitan menos años de *antigüedad* o edad para que se entregue el beneficio. Entonces cuando éstos se cumplen y se ejerce el derecho a la beca, se dice que ésta ha sido solicitada de forma “anticipada”. Análogamente se puede ejercer el derecho a la misma de manera “diferida”.

El esquema del plan de becas frecuentemente tiene como objetivo realizar una serie de pagos durante un periodo determinado y por ello, hay dos tipos de condiciones que deben cumplir el trabajador y su hijo. La primera de ellas se enfoca a las características necesarias para comenzar a recibir el beneficio y la segunda, es para continuar recibéndolo.

De lo anterior resulta primordial que la empresa tenga un control para asegurar que la beca se destine hacia los fines que fue creada. Lo cual tiene como consecuencia que dentro de las *condiciones de pago* la compañía solicite constancias de estudio con cierta frecuencia, historias académicas, comprobantes de libros y material escolar adquiridos, comprobantes de pago de cursos de idioma o computación, etc.

Por otro lado, es posible que el pago de la beca sea realizado la semana siguiente o al transcurrir una quincena o un mes después de que ésta haya sido solicitada, como la empresa lo considere más conveniente. Lo importante es que se defina con anticipación cuanto tiempo deberá esperar el hijo del trabajador para recibirla.

2.1.8 Forma de pago

La *forma de pago* se refiere a la manera en que es liquidado el *monto del beneficio* al hijo del trabajador.

De las diferentes *formas de pago*, la más común es por medio de montos mensuales, finitos y supeditados a la ocurrencia de un evento incierto (contingentes), para lo cual se deberá cumplir, como ya se ha mencionado anteriormente, con ciertas condiciones.

Se podrán agregar características adicionales a las *formas de pago*. Por ejemplo, pueden realizarse por medio de montos crecientes, decrecientes, anuales, semestral, etc.

Si se desea monitorear que el dinero de la beca sea destinado exclusivamente para fines educativos entonces se deberá excluir el pago único y las anualidades ciertas.

2.1.9 Beneficios adicionales

Los *beneficios adicionales* son aquellas prestaciones que se añaden a la cobertura principal que brinda el plan de becas.

Cuando un plan contempla *beneficios adicionales*, éstos enriquecen el bienestar de los trabajadores. Pero por otro lado, mantener un plan con estas características será más costoso para la empresa.

Se pueden agregar coberturas como: un monto mayor de beca si existe un sobresaliente desempeño académico, un determinado número de pagos ciertos en caso de que el trabajador muera o se invalide, entre otros.

2.1.10 Financiamiento

El *financiamiento* consiste en realizar la aportación de los recursos monetarios por parte de la entidad que decida patrocinar el plan de becas, para hacer frente a las obligaciones que emanan del mismo.

Dependiendo de la fuente de *financiamiento*, los planes pueden ser contributorios o no contributorios. En los primeros, tanto los empleados como la empresa están involucrados en contribuir recursos, mientras que en el segundo caso solamente la empresa realiza aportaciones.

Estas erogaciones son determinadas por medio de los resultados que arrojan las valuaciones actuariales. Es importante aclarar que dichos cálculos sugieren el valor de la contribución que se debe realizar en el transcurso de un año. Aunque no es necesario que ésta sea cubierta en una sola exhibición, si se pretende que el monto total de la aportación se realice durante ese periodo.

Es forzoso contar con un programa ordenado de pagos para generar los recursos monetarios a través del tiempo, y así evitar problemas financieros al momento de hacer frente a las obligaciones asumidas. Para cumplir estos fines, los cálculos obtenidos en las valuaciones actuariales son determinados utilizando métodos de costeo actuarial. En el siguiente capítulo se desarrollará un método específico para el *financiamiento* del plan en cuestión.

2.2 Funcionamiento operativo

En la práctica, al momento de establecer un plan de beneficios de esta naturaleza, es importante conocer algunos aspectos adicionales que son indispensables para su adecuado funcionamiento operativo.

A continuación se describen tales componentes:

1) Texto de operaciones

El *texto de operaciones* es un documento que contiene las políticas que se deben seguir para otorgar a los hijos de los trabajadores la beca establecida en el plan. Aquí también se definen ampliamente entre otros, los elementos que integran su diseño, como los desarrollados en la primera parte de este capítulo. Asimismo se enuncian los diferentes mecanismos referentes a la administración del *fondo del plan*, las modificaciones que surjan sobre el cálculo del beneficio o sobre las condiciones para solicitarlo, la responsabilidad del *comité técnico* sobre la gerencia del plan, la *legislación aplicable*, etc.

2) Comité técnico

El *comité técnico* está integrado por un grupo de personas que son asignadas por la empresa para que participen en la gestión de los procesos administrativos del plan. Entre las actividades que están a su cargo se pueden citar las siguientes: 1) proporcionar una solución a casos de controversia; 2) analizar las solicitudes que los trabajadores presentan para ejercer el derecho al beneficio; 3) dar las instrucciones necesarias para efectuar los pagos correspondientes; 4) dar ordenamiento a la institución financiera respecto a la inversión del *fondo* o 5) vigilar el cumplimiento de las obligaciones estipuladas en conformidad con el plan.

Además de las tareas mencionadas, el *comité técnico* debe velar por tener un sistema, estructura y procedimientos básicos para que el plan de becas funcione apropiadamente, analizando las políticas internas sobre el beneficio, el monitoreo, los requisitos legales necesarios para operar, etc.

3) Fondo del plan de becas

El *fondo del plan de becas* es definido como los recursos monetarios que se destinan exclusivamente para hacer frente a las obligaciones asumidas por el plan de becas. Generalmente existe un contrato celebrado entre la empresa y una institución financiera para que ésta tenga la custodia, maneje la administración y ejecute la inversión de tales recursos.

En el *fondo del plan* se ingresan todas las aportaciones que se realizan, además se incrementa con los rendimientos obtenidos y finalmente, es disminuido por los retiros que se hacen para el pago de las becas y por las comisiones que aplica dicha institución financiera por la administración del *fondo*.

4) Legislación aplicable

La *legislación aplicable* se refiere a la reglamentación federal, fiscal o de cualquier otra índole, que en sus cláusulas o artículos muestren alguna relación con los aspectos que involucra el manejo de un plan de becas.

El plan deberá ser administrado, de manera que éste y la disposición de sus recursos cumplan con lo dispuesto en la *legislación aplicable*, tal es el caso de la creación del *fondo del plan*, la deducibilidad de las aportaciones al mismo, los impuestos aplicados al trabajador, informar a las autoridades correspondientes sobre la implementación de este esquema, etc.

5) Fecha de valuación

La *fecha de valuación* es el momento en el cual se establece la obligación acumulada del plan de becas.

En la *fecha de valuación* se determina el *salario*, la *antigüedad* y la edad del trabajador, así como también el valor del *fondo del plan de becas*. Con estos datos se realizan las valuaciones actuariales pertinentes, se determina la obligación acumulada y el valor de la contribución que se necesita aportar al *fondo* para financiar el plan.

6) Divulgación

La *divulgación* es la difusión que la empresa realice hacia sus trabajadores, sobre la existencia del plan de becas.

Divulgar la presencia del plan es una tarea que la administración de la empresa deberá realizar, en la cual es indispensable dar a conocer a todos los

trabajadores involucrados el objetivo, las características y por menores que envuelven este esquema.

Además, la compañía necesita definir la estrategia más adecuada para transmitir la importancia que existe el contar con un plan de becas, pues como se estableció en los antecedentes, cuando se implementa un plan de beneficios se procura traer ventajas tanto para el empleado como para la empresa involucrada. Un efectivo proceso de comunicación y *divulgación* es de mucha importancia, para hacer que este plan aumente el bienestar de los trabajadores y además sea una herramienta exitosa de atracción y retención de los mismos en la empresa.

Si existe una buena campaña de *divulgación* desde el momento en que el trabajador ingresa a la empresa, entonces se podrán evitar en gran medida problemas financieros. Lo anterior porque mientras más pronto se considere a todos los involucrados en la valuación actuarial, la empresa tendrá más tiempo para financiar los recursos que cubrirán dicho pasivo. Por ejemplo, no resulta igual obtener un mismo monto de dinero considerando sólo cinco años para acumularlo, que si se tienen diez años para hacerlo.

CAPÍTULO III. - MODELO ACTUARIAL

En el presente capítulo se realiza una propuesta metodológica para valorar las obligaciones que emanan del multicitado plan de becas. Para ello es necesario construir un modelo actuarial, lo cual significa crear un esquema en términos actuariales para cuantificar dicho pasivo. Se empezará analizando la forma de medir el evento de pago, posteriormente se conocerá la manera para calcular el monto de beca que le corresponde al hijo de cada trabajador. Con estas bases se desarrollará una expresión para conocer su obligación acumulada a valor presente. Asimismo, se determinará la forma de financiarla, y es aquí dónde se presenta el contenido más importante de toda la tesis por que se despliega, desde su forma más básica, la estrategia que se debe seguir para acumular ordenadamente los recursos económicos en el fondo del plan de becas, a través de las aportaciones pertinentes, mejor conocidas con el nombre de *costos anuales del plan*. Además se obtendrán ecuaciones para: conocer las pérdidas y ganancias que se generan entre un año y otro, ajustar el beneficio cuando éste se solicita de manera “anticipada” o “diferida”, entre otros.

Como se señaló en el capítulo anterior, existen diez elementos que son indispensables para definir el diseño de un plan. También se explicó que para estructurar la forma de financiar el plan es necesario que ya se hayan establecido previamente algunas especificaciones del mismo. Por lo tanto, la estructura del modelo actuarial que se muestra a continuación, se puede aplicar a un plan que otorga becas a los hijos de los trabajador, pero además ya considera que se tienen definidas algunas características; entre ellas que es un plan de beneficio definido que otorga un monto mínimo de beca, la empresa le solicita al trabajador cierta *antigüedad* como *requisito de elegibilidad*, no cuenta con coberturas adicionales y finalmente, que es no contributivo.

A continuación se citan algunas notaciones (principalmente edades que en determinado tiempo tienen el trabajador y su hijo) que son necesarias para desarrollar el modelo:

k : Número mínimo de años de *antigüedad* que la empresa le solicita al trabajador para que éste pueda solicitar la beca.

Edades del hijo del trabajador:

y_0 : Edad que tiene el hijo del trabajador cuando es registrado en el plan de becas.

y : Edad que tiene el hijo del trabajador a la fecha de valuación.

A : Edad mínima permitida (anticipada), en la cual el hijo del trabajador puede empezar a recibir la beca. Sin embargo, ésta edad aún no considera si ya se cumplen los requisitos de *antigüedad* (k años) que la empresa le solicita al trabajador.

N : Edad estándar (normal), en la cual el hijo del trabajador ya puede empezar a recibir la beca. Sin embargo, ésta edad aún no considera si ya se cumplen los requisitos de *antigüedad* (k años) que la empresa le solicita al trabajador.

D : Edad máxima permitida (diferida), en la cual el hijo del trabajador puede empezar a recibir la beca. Sin embargo, ésta edad aún no considera si ya se cumplen los requisitos de *antigüedad* (k años) que la empresa le solicita al trabajador.

I^* : Edad adecuada (ideal), en la cual el hijo del trabajador ya puede empezar a recibir la beca. Se toma de origen la edad “normal”, después se incrementa con los años que son necesarios para que se cumplan los requisitos de *antigüedad* (k años) que la empresa le solicita al trabajador.

Es decir, $I^* = \max[N, \max\{k - (x_0 - w), 0\} + y_0]$.

(Los términos x_0 y w serán definidos un poco más adelante.)

I : Edad máxima que el hijo del trabajador tiene entre la edad I^* y la edad y .

Es decir, $I = \max(I^*, y)$.

Edades del trabajador:

w : Edad que tiene el trabajador cuando ingresa a la empresa.

x_0 : Edad que tiene el trabajador cuando se registra en el plan de becas.

x : Edad que tiene el trabajador a la fecha de valuación.

r : Edad máxima supuesta, en la cual el trabajador se retira de la empresa. Para fines de este modelo actuarial dicha edad es a los 65 años.

F' : Edad que tiene el trabajador cuando su hijo tiene I' años de edad.

Es decir, $F' = x_0 + (I' - y_0)$.

F : Edad máxima que el trabajador tiene entre la edad F' y la edad x .

Por lo tanto, $F = \max(F', x)$. También se cumple que: $F = x + (I - y)$.

3.1 Hipótesis actuariales

Las hipótesis actuariales son los supuestos que se utilizan para estimar la ocurrencia de eventos futuros que originan o evitan el pago de beneficios en un plan de ésta índole, por consiguiente, también sirven para estimar el número de personas que recibirán la beca, el momento en que éstas serán pagadas y el valor de las mismas. Por su entorno, las hipótesis pueden ser de dos tipos: demográficas y económico-financieras.

Las hipótesis demográficas son aquellas que abarcan las contingencias a que está expuesta una población en servicio activo, como la muerte, invalidez, rotación, retiro anticipado y retiro normal⁹ en el empleo. Cada uno de estos supuestos también es conocido como fuerza de decremento y es representado por tablas, mediante experiencias probabilísticas sobre la ocurrencia de dichos eventos.

Las hipótesis económico-financieras son los supuestos utilizados para convertir a términos monetarios los pasivos generados a través del tiempo. Son representadas por medio de la aplicación de tasas, las cuales pueden ser expresadas en términos reales o nominales. Las primeras no incluyen un efecto de inflación, mientras que las segundas ya lo asumen.

Establecido lo anterior, es conveniente definir algunas notaciones que muestran relación con dichas hipótesis actuariales:

i : Tasa anual de descuento. Donde $i \in [0,1]$.

i' : Tasa anual de rendimiento del fondo del plan de becas. Donde $i' \in [0,1]$.

j : Tasa anual de incremento al *salario*. Donde $j \in [0,1]$.

⁹ El retiro anticipado en la empresa será entendido en el modelo actuarial, como el acto originado voluntariamente por el trabajador para romper su relación laboral entre los 60 y 64 años de edad. Si éste evento sucede a los 65 años de edad entonces se conocerá como retiro normal.

ism : Tasa anual de incremento al salario mínimo. Donde $ism \in [0,1]$.

g : Tasa anual de incremento a las becas. Donde $g \in [0,1]$.

3.2 Evento que origina el pago del beneficio

Es necesario construir una expresión actuarial que represente la probabilidad de que se realice el pago. Para lo cual, primero se debe definir bajo qué condiciones se empezará a liquidar el beneficio. Quedando entonces establecido que la beca se otorgará siempre y cuando el trabajador cuente con al menos cierta *antigüedad* (k años) en la empresa, siga activo en la misma y además tenga un hijo estudiante en el rango de A a D años de edad.

Como se puede observar, es un suceso dónde se involucran simultáneamente aspectos del trabajador y de su hijo. Para empezar, es forzoso establecer la probabilidad de que el trabajador siga laborando en la empresa. Y después es preciso medir la probabilidad de que su hijo sea un estudiante activo.

Una relación laboral puede terminar por diferentes causas o contingencias, entre las principales se encuentran: la muerte, la invalidez, el retiro anticipado, el retiro normal y finalmente, se halla la rotación, que incluye el despido y la separación voluntaria. Estas contingencias son representadas por decrementos y son estimadas mediante tablas que muestran la probabilidad de que éstas ocurran, según la edad que tenga el trabajador.

Así pues, para desarrollar el modelo se utilizará la teoría de decremento múltiple y vale la pena mencionar que en todo momento se supondrá que existe independencia entre los diferentes eventos mencionados en el párrafo anterior.

Por otro lado, es necesario conocer cuales son las fuerzas de decremento que intervienen para que el hijo del trabajador cumpla con la edad establecida y además sea un estudiante activo. No hay duda que el decremento de la mortalidad influye, pues el hijo debe estar vivo. Sin embargo, también es adecuado contar con una tabla que muestre la probabilidad de ser estudiante según la edad de la persona. Esta tabla es bastante difícil de conseguir o de construir dado que se requieren datos sobre la matrícula escolar en todos los niveles educativos. Dicha información no está disponible a nivel público. Por lo anterior, éste último aspecto no se tomará en cuenta. De tal forma que sólo se considerará la probabilidad de sobrevivencia del hijo, aunque realmente la empresa pagué la beca si éste estudia y lo demuestra con la documentación pertinente. La diferencia que exista entre la experiencia real y la estimada,

como se abordará más adelante, será considerada como pérdida o ganancia actuarial, según sea el caso.

Es momento de hacer un pequeño paréntesis. Para cimentar la probabilidad de que se pagué el evento, previamente es necesario recordar algunas relaciones actuariales básicas, tal como:

$$q_x^{(\tau)} = q_x^{(m)} + q_x^{(i)} + q_x^{(Rot)} + q_x^{(r.a.)} + q_x^{(r)}$$

Es decir, la probabilidad de que se rompa la relación laboral (denotado como " τ ") de un trabajador de edad x antes de que llegue a la edad $x+1$, de acuerdo a la teoría de decremento múltiple, es igual a la suma de las probabilidades de cada una de las causas que originan que se destruya tal vínculo laboral. Donde m : corresponde al decremento de muerte, i : invalidez, Rot : rotación, $r.a.$: retiro anticipado, y finalmente r : retiro.

Por complemento, la probabilidad de que un trabajador de edad x permanezca activo en la empresa hasta la edad $x+1$ se denota de la siguiente manera:

$$p_x^{(\tau)} = 1 - q_x^{(\tau)}$$

Una relación que existe entre el número de personas que permanecen como trabajadores activos entre las edades x y $x+1$ es la siguiente:

$$l_{x+1}^{(\tau)} = l_x^{(\tau)} \cdot p_x^{(\tau)}$$

La notación del factor financiero que traslada a valor presente una unidad monetaria (1 u.m.) t años, utilizando una tasa de descuento anual i , se muestra a continuación:

$$v_i^t = \frac{1}{(1+i)^t}$$

Asimismo, el factor financiero para trasladar a valor presente 1 u.m. t años, considerando una tasa de incremento anual g (incremento anual a las becas) y una tasa de descuento anual i , será la siguiente:

$$v_{(i,g)}^t = \frac{(1+g)^t}{(1+i)^t}$$

No hay que olvidar los términos conmutados:

$$D_{x_i}^{(\tau)} = l_x^{(\tau)} \cdot v_i^x$$

$$D_{x(i,g)}^{(\tau)} = l_x^{(\tau)} \cdot v_{(i,g)}^x$$

$${}_t E_{x_i}^{(\tau)} = \frac{D_{x+t_i}^{(\tau)}}{D_{x_i}^{(\tau)}}$$

$${}_t E_{x(i,g)}^{(\tau)} = \frac{D_{x+t(i,g)}^{(\tau)}}{D_{x(i,g)}^{(\tau)}}$$

$$N_{x_i}^{(\tau)} = \sum_{t=0}^{r-x} D_{x+t_i}^{(\tau)}$$

$$N_{x(i,g)}^{(\tau)} = \sum_{t=0}^{r-x} D_{x+t(i,g)}^{(\tau)}$$

El lector ha podido observar que hasta el momento se ha enfatizado sobre la vida individual, es más, sólo se han estructurado términos actuariales sobre el trabajador. Sin embargo, es necesario involucrar al hijo de éste para así crear una expresión de vida conjunta.

Sea entonces la probabilidad que mide el pago del evento:

${}_{(I-y)}p_{x,y}^{(p)}$: Probabilidad de que un trabajador de edad x siga laborando en la empresa después de $(I-y)$ años, mientras que su hijo de edad y sobreviva $(I-y)$ años más.

En términos actuariales se tiene lo siguiente:

$${}_{(I-y)}P_{x,y}^{(p)} = {}_{(I-y)}P_x^{(\tau)} \cdot {}_{(I-y)}P_y^{(m)} = \frac{l_{x+(I-y)}^{(\tau)}}{l_x^{(\tau)}} \cdot \frac{l_{y+(I-y)}^{(m)}}{l_y^{(m)}} = \frac{l_F^{(\tau)}}{l_x^{(\tau)}} \cdot \frac{l_I^{(m)}}{l_y^{(m)}}$$

Pues se sabe que: $F = x + (I - y)$

Finalmente, la manera de trasladar este valor hacia el conjunto de edades (x, y) utilizando una tasa de descuento anual i , es como se muestra a continuación:

$${}_{(I-y)}E_{x,y}^{(p)} = {}_{(I-y)}P_x^{(\tau)} \cdot {}_{(I-y)}P_y^{(m)} \cdot v_i^{(I-y)} = \frac{l_F^{(\tau)}}{l_x^{(\tau)}} \cdot \frac{l_I^{(m)}}{l_y^{(m)}} \cdot \frac{1}{(1+i)^{(I-y)}} \quad \dots \quad (Ec.1)$$

Por lo tanto, ya se tiene una expresión para medir el evento que origina el pago de la beca y será denotada como la ecuación No. 1.

Al igual que en las expresiones anteriores, las demás notaciones de vida conjunta que se utilicen en el resto del capítulo indicarán en el primer subíndice y superíndice aspectos sobre el trabajador y en el segundo, aspectos sobre su hijo.

Dado lo anterior, ahora es preciso cuantificar la obligación acumulada del plan en cuestión.

3.3 Obligación acumulada

En este apartado se obtendrá una ecuación para conocer la obligación acumulada del plan bajo el método de costeo actuarial llamado crédito unitario proyectado. Lo cual significa obtener el valor presente actuarial del total de los beneficios asumidos, tomando en cuenta la *antigüedad* que tiene el trabajador a la fecha de valuación y considerando incrementos en su *salario* hasta el momento en que se presume ejercerá el derecho a la beca.

3.3.1 Origen

Para construir la expresión que ayude a calcular la obligación acumulada del plan de becas se admitirá que al momento w el *financiamiento* de dicho pasivo es igual a cero. No obstante, si el plan es financiado de manera adecuada se observará que cuando un trabajador tenga F años de edad, la empresa contará con los recursos suficientes para pagarle la beca convenida al hijo de este empleado.

Indicado lo anterior, se define que la fórmula que determina el valor de la beca estipulada en el plan tiene el siguiente arreglo: es un porcentaje del *sueldo utilizado para el cálculo del beneficio* multiplicado por la *antigüedad* del trabajador, además considera un beneficio mínimo, que depende del salario mínimo mensual establecido en el Distrito Federal.

El beneficio citado en el párrafo anterior sólo aplica cuando el trabajador y su hijo cumplen con las *fechas y condiciones de pago* estipuladas por la empresa.

Quedando entonces establecido que el monto de la beca (beneficio acumulado) se obtiene de la siguiente manera:

$$BA_{(x_1, y_1)(x_2, y_2)} = \begin{cases} \text{máx}[\alpha \cdot SBx_1 \cdot (x_2 - w), \lambda \cdot SMDFx_1] & \text{si } T(A)_{[16, r]} \text{ y } H(NB)_{[0, D]} \\ B(y_1) & \text{si } T(A)_{[w+k, r]}, H(B)_{[A, D+n]} \text{ y } PF(y_1) > 0 \\ 0 & \text{En cualquier otro caso.} \end{cases}$$

. (Ec. 2)

La expresión anterior muestra la forma de calcular el beneficio acumulado considerando el *salario* alcanzado por el trabajador cuando se cumplen las edades (x_1, y_1) y tomando la *antigüedad* que consigue a las edades (x_2, y_2) . Aunque realmente el *salario* depende de la edad del trabajador a la edad x_1 , mientras que la *antigüedad* adquirida es la que se obtiene cuando el trabajador tiene x_2 años de edad, con la salvedad de que ya se haya cedido el derecho a la beca, pues en este caso el beneficio depende de la edad del hijo del trabajador, siendo ésta y_1 .

La (Ec. 2) antes citada utiliza las siguientes notaciones:

α : Porcentaje aplicado al *sueldo utilizado para el cálculo del beneficio* y a la *antigüedad* del trabajador, donde $\alpha \in (0, 1]$.

SBx_1 : *Sueldo utilizado para el cálculo del beneficio* cuando el trabajador tiene x_1 años de edad.

$SMDFx_1$: Salario mínimo mensual en el Distrito Federal cuando el trabajador tiene x_1 años de edad.

Además se cumple que: $SMDF_F = SMDF_x \cdot (1 + ism)^{(F-x)}$.

λ : Factor que multiplica al $SMDFx_1$ para definir el monto mínimo de beca que la empresa le puede otorgar al hijo del trabajador.

$B(y_1)$: Monto mensual de la beca que recibe el hijo del trabajador cuando tiene y_1 años de edad.

$T(A)_{[16,r]}$: Trabajador activo en la empresa, el cual tiene una edad $x \in [16, r]$ ¹⁰.

$H(NB)_{[0,D]}$: Hijo del trabajador, el cual aún no recibe la beca y además tiene una edad $y \in [0, D]$. Puede tener cero años de edad, sin embargo, es indispensable que ya haya nacido.

$H(B)_{[A,D+n]}$: Hijo del trabajador, el cual ya recibe la beca y además tiene una edad $y \in [A, D+n]$.

Adicionalmente, se definen algunos términos que muestran relación con el número de pagos de la beca realizados por la empresa hacia los hijos de los trabajadores:

m : Frecuencia con la que se realiza el pago de las becas en un año. Para fines de este plan siempre se considera que los pagos se otorgan cada mes, es decir, $m = 12$.

n : Número máximo de años que el hijo del trabajador puede recibir la beca. Temporalidad máxima de la anualidad.

$PR(y)$: Número de pagos de la beca realizados por la empresa al hijo de un trabajador, computados hasta el momento en que el joven estudiante tenga y años de edad. Además se cumple que: $PR(y) \in [0, m \cdot n]$.

$PF(y)$: Número de pagos de la beca que a la empresa le hace falta entregar al hijo de un trabajador, contados a partir de que el joven estudiante tenga y años de edad y asumiendo que seguirá recibiendo la beca hasta consumir los n años de beneficio.
Se cumple que: $PF(y) = (m \cdot n) - PR(y)$, y que: $PF(y) \in [0, m \cdot n]$.

Anteriormente se mencionó que el término SBx representa al *sueldo utilizado para el cálculo del beneficio*, sin embargo, hasta ahora no se ha determinado concretamente la forma de obtenerlo. Por lo que es momento para definir al SBx como el promedio de los últimos doce meses de *salario* que percibe un trabajador que tiene x años de edad.

Dicho lo anterior, aún es necesario establecer más notaciones al respecto.

¹⁰ De acuerdo al Art. 23 de la Ley Federal del Trabajo (LFT) las personas mayores de 16 años ya pueden prestar libremente sus servicios para laborar, sin la autorización de sus padres o tutores.

Sal_x : *Salario* mensual que percibe un trabajador a edad x .

Sal_F : *Salario* estimado mensual que obtendrá un trabajador a edad F , generado a partir del Sal_x .

Por lo tanto, se cumple que: $Sal_F = Sal_x \cdot (1 + j)^{(F-x)}$

Entonces se tiene lo siguiente:

$$SB_x = Sal_x \cdot \left[\frac{S_{\overline{1}|j}^{(12)}}{12} \right]$$

Donde

$S_{\overline{1}|j}^{(12)}$: Monto acumulado de una serie de pagos mensuales, ciertos, anticipados y crecientes geoméricamente a una tasa anual j , realizados durante un año y cuyo primer pago es de $1/12$ u.m.

$$S_{\overline{1}|j}^{(12)} = \begin{cases} \frac{1 - v_j}{1 - v_j^{1/2}} & \text{si } j > 0 \\ 12 & \text{si } j = 0 \end{cases}$$

Lo cual significa que:

$$SB_F = Sal_x \cdot (1 + j)^{(F-x)} \cdot \left[\frac{S_{\overline{1}|j}^{(12)}}{12} \right]$$

Hay que recordar que el objetivo es definir una expresión para obtener el valor de la obligación acumulada generada por el plan y para ello aún es preciso delimitar el alcance de los pagos que realizará la empresa. Por lo cual, se asume que las becas se otorgarán de forma mensual, bajo un periodo no mayor a n años y finalmente, que éstas tendrán un incremento anual.

Una vez que la empresa ya empiece a pagar las becas, éstas se continuarán otorgando siempre y cuando el trabajador siga laborando en la misma y su hijo sea un estudiante activo, no obstante, como se estableció en el apartado anterior, es muy difícil contar con una tabla que muestre si una persona es un

estudiante, de acuerdo a su edad. Así que no será modelada esta condición en la estructura de pago, quedando entonces que la única circunstancia que debe cumplir el hijo del trabajador es estar vivo. Pero a su vez, se puede observar que entre las edades A y D la probabilidad de sobrevivencia es muy alta¹¹, es casi 1 (Ver valor de $p_y^{(m)}$ en el Anexo IV). Lo cual trae como consecuencia, para un manejo más práctico, que la anualidad para obtener el valor presente de las becas se reduzca esencialmente a la permanencia del trabajador en la empresa.

Tomando las características y condiciones mencionadas en los dos párrafos anteriores, la siguiente ecuación simboliza el valor presente que tendrán las becas:

$12 \cdot \ddot{a}_{x:n}^{(12)(\tau)}(i,g)$: Valor presente de una anualidad anticipada, cuyos pagos son realizados mensualmente durante n años, dónde el primero de ellos es de 1 u.m., condicionados a la permanencia del trabajador de edad x en la empresa. Se asume un crecimiento geométrico en el beneficio a una tasa anual g y finalmente, considera una tasa de descuento anual i .

$$12 \cdot \ddot{a}_{x:n}^{(12)(\tau)}(i,g) \approx 12 \cdot \left[\frac{N_{x(i,g)}^{(\tau)} - N_{x+n(i,g)}^{(\tau)} - \frac{11}{24} (D_{x(i,g)}^{(\tau)} - D_{x+n(i,g)}^{(\tau)})}{D_{x(i,g)}^{(\tau)}} \right] \dots \dots \dots (Ec. 3)$$

Para obtener el desarrollo de la ecuación anterior, remítase a la primera igualdad del Anexo II.

Por otro lado, para cuantificar la obligación asumida es indispensable conocer el momento en el cual se necesita realizar tales cálculos, por lo cual es forzoso definir una fecha de valuación.

Para el desarrollo del modelo actuarial se entenderá que cuando se valúe al tiempo t o a las edades (x, y) , en realidad ese es el momento preciso de la fecha de valuación. Cuando se quiera situar un año después de ésta fecha, entonces se utilizará la notación $t+1$ o $(x+1, y+1)$, y así sucesivamente.

¹¹ Dado que la beca se otorga al joven estudiante cuando cursa la educación de nivel superior o medio superior, entonces se considera que éste gozará del beneficio entre los 15 a 25 años de edad.

Hasta el momento se han mencionado los términos y expresiones únicamente para una pareja de padre e hijo, no obstante, es necesario establecer al grupo de activos con los que cuenta la empresa al tiempo t , como GA_t . No debe interpretarse tal notación como el número de trabajadores que permanecen activos en la empresa, pues lo que realmente está abarcando este concepto es al conjunto de trabajadores con sus respectivos hijos al tiempo t , que tienen la posibilidad de ejercer el derecho a la beca en un futuro. También es necesario definir al grupo de activos al tiempo t que ya están recibiendo la beca, los cuales serán denotados con el término GB_t .

Entonces la obligación acumulada al tiempo t o a las edades (x, y) del plan de becas, bajo el método de costeo actuarial crédito unitario proyectado, para el j -ésimo integrante del grupo, será expresada como $OA_{(x,y)}^{CUP_j}$ y estará definida así:

$$OA_{(x,y)}^{CUP_j} = \begin{cases} BA_{(F,I)(x,y)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)} \cdot (I-y) E_{x:y}^{(p)} & \text{si } T(A)_{[16,r]} \text{ y } H(NB)_{[0,D]} \\ BA_{(F,I)(x,y)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:PF(y)}^{(12)(\tau)} & \text{si } T(A)_{[w+k,r]}, H(B)_{[A,D+n]} \text{ y } PF(y) > 0 \\ 0 & \text{En cualquier otro caso.} \end{cases}$$

. (Ec. 4)

La expresión anterior contempla tres casos:

- En el primero de ellos, se considera solamente a los integrantes del GA_t , cuya obligación acumulada es calculada multiplicando el beneficio que se estima reciba el hijo del trabajador cuando cumpla los requisitos correspondientes, por el valor de la anualidad contingente temporal a n años y finalmente, lo anterior multiplicado por un factor actuarial que mide la probabilidad de que ocurra dicho evento.
- En el segundo caso se considera al GB_t , cuya obligación acumulada es calculada multiplicando el monto de beca otorgada, por el valor presente de la anualidad contingente, con la diferencia de que ésta sólo considera como temporalidad el número de años que al hijo del trabajador le resta por recibir la beca. Aquí no existe un factor actuarial, pues el beneficio ya está cedido.

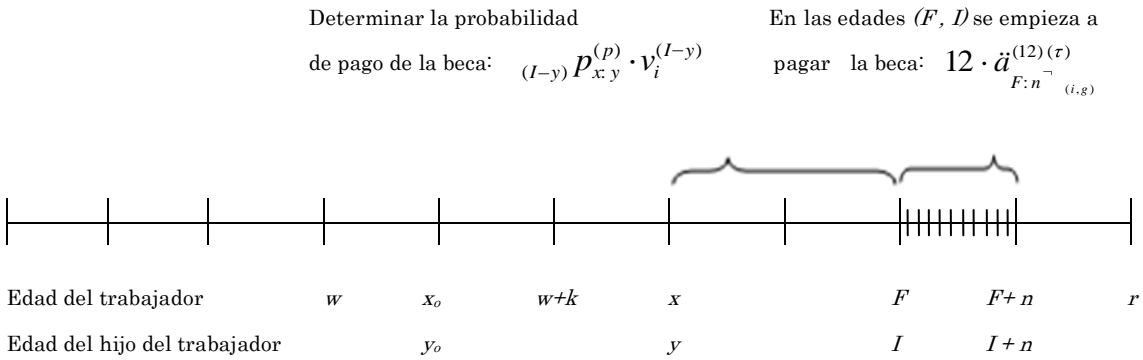
- El caso de que el grupo de trabajadores con sus respectivos hijos no estén en condiciones de cumplir los requisitos de edad y *antigüedad* establecidos por la empresa, el valor de su obligación acumulada es igual a cero, representado en el tercer caso.

En la práctica, para obtener el valor de las anualidades es importante que su temporalidad deba estar expresada en números enteros.

Por lo tanto, la obligación acumulada total asumida por la empresa al momento t , calculada bajo el método de *financiamiento* llamado crédito unitario proyectado, es la suma de la obligación acumulada de cada uno de los integrantes del GA_t y del GB_t a esa misma fecha. En seguida se muestra la expresión que la representa:

$$OA_t^{CUP} = OA_{(x,y)}^{CUP} = \sum_{GA_t+GB_t} OA_{(x,y)}^{CUP_j} \dots \dots \dots (Ec.5)$$

El siguiente esquema muestra una línea de tiempo dónde se observan algunas edades tanto del trabajador como de su hijo y que servirá de guía para entender con mayor facilidad el funcionamiento del plan de becas.



3.3.2 Evolución

En el apartado anterior se desarrolló una expresión algebraica para obtener la obligación acumulada, lo cual arroja un panorama general del valor de los recursos que son necesarios a la fecha de valuación, para hacer frente al pasivo devengado.

Es evidente que no se pagarán todas las becas al mismo tiempo, pues sólo algunos grupos (trabajador e hijo) ya cumplen con los requisitos establecidos por la empresa para solicitar el beneficio en el año t . Valiéndose de este hecho,

es indiscutible que cuando una empresa implementa un plan de becas no es necesario que ya cuente con todos los recursos para afrontar la obligación total.

Por el contrario, tiene la oportunidad de financiar dicho pasivo, es decir, de incrementar paulatinamente el monto de los recursos realizando contribuciones anuales al fondo correspondiente. Dichas aportaciones también serán conocidas con el nombre de *costos anuales del plan de becas*.

Ahora bien, para financiar la obligación acumulada es necesario utilizar un método de costeo actuarial, ya que éste por ser un esquema estructurado actuarialmente permite acumular de forma ordenada los recursos monetarios, permitiendo tener mayor seguridad de liquidar el pago de las becas pactadas en el plan. Además dicho método tiene la característica de generar los *costos anuales* considerando las características propias de los trabajadores involucrados.

Existen diversos métodos de costeo, pero eso no implica que se modifique el costo que la empresa necesita para hacer frente al total de las obligaciones adjudicadas, más bien modifica la velocidad con la que se generan los recursos a lo largo de los años de *financiamiento*.

Tal y como se comentó párrafos atrás, se utilizará el método llamado crédito unitario proyectado, el cual considera cada año de servicio prestado (*antigüedad*) como generador de una unidad adicional de derecho a los beneficios establecidos. Este método valúa cada unidad de forma separada entre los trabajadores, asignando conjuntamente una probabilidad de que ocurra el evento para así determinar la obligación acumulada total, y a su vez, establecer el valor presente actuarial del incremento que muestran los beneficios establecidos en el plan, a causa de un año más de servicio del trabajador en la empresa.

Para obtener el *costo anual del plan* primero es preciso conocer como evoluciona la obligación acumulada entre un año y otro. Para ello únicamente se considerará al GA_t , pues la obligación acumulada del GB_t ya deberá estar financiada completamente, como se apreciará más adelante cuando se desarrollen los elementos que integran dicho costo.

Entonces la obligación acumulada al tiempo t del GA_t es igual a:

$$OA_t^{CUP} = \sum_{GA_t} BA_{(F,I)(x,y)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)} \cdot (I-y) E_{x:y}^{(p)}$$

Mientras que la obligación acumulada al tiempo $t + 1$ se obtiene como sigue:

$$OA_{t+1}^{CUP} = \sum_{GA_{t+1}} BA_{(F,I)(x+1,y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)} \cdot E_{x+1:y+1}^{(p)} \dots \dots \dots (Ec. 6)$$

Es claro que la obligación acumulada cambia por que el GA_t tiene un año más de edad y de *antigüedad*, además de que los trabajadores percibieron un aumento en sus *salarios*. Pero eso no es todo, pues también cambia la estructura del grupo de participantes entre un año y otro. Para ver la composición de dicho grupo y facilitar el cálculo se supondrá que no hay nuevos ingresos y sólo se admitirá que hay grupos que salen, es decir, se modelará un grupo cerrado, el cual se puede escribir de la siguiente manera:

$$GA_{t+1} = GA_t - GD_t - GBP_t \dots \dots \dots (Ec. 7)$$

Donde:

GA_{t+1} : Grupos de activos en el año $t + 1$ que aún no solicitan el derecho a la beca. (Como se definió anteriormente.)

GD_t : Grupos que se destruyen entre el año t y $t + 1$, además tienen la característica de que no alcanzaron ha ejercer el derecho a la beca.

GBP_t : Grupos que ejercen el derecho a la beca entre el año t y $t + 1$. Es decir, grupos que reciben la beca por primera vez entre el año t y $t + 1$.

Con el fin de encontrar una nueva expresión algebraica que relacione la OA_t^{CUP} con la OA_{t+1}^{CUP} se utilizará la (Ec. 7) para escribir de otra manera la (Ec. 6).

Entonces se tiene que:

$$OA_{t+1}^{CUP} = \sum_{GA_t} BA_{(F,I)(x+1,y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)} \cdot E_{x+1:y+1}^{(p)} \dots \dots \dots (Ec. 8)$$

$$- \sum_{GD_t+GBP_t} BA_{(F,I)(x+1,y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)} \cdot E_{x+1:y+1}^{(p)}$$

En sentido estricto, el pasivo que abarca la segunda suma no se cuantifica hasta el momento $t+1$, más bien hasta el momento cuando sucede el evento correspondiente, ya sea que el grupo se destruya o solicite la beca. Pero con el fin de no complicar la expresión no se añadirán más notaciones al respecto.

Otro punto importante que vale la pena mencionar tiene relación con la anualidad contingente empleada. Ya sea que se situé en el tiempo t o $t+1$ siempre se utilizará que la temporalidad de dicha anualidad es de n años. En ocasiones esto si sucede, pero en otras no es así. Por ejemplo si un trabajador está muy cercano a la fecha de jubilación, pues tiene $r-n$ años al tiempo t , si además cumple con las condiciones necesarias y solicita la beca en ese momento, recibirá ésta durante un periodo no mayor a n años. Pero si se espera un año más y entonces solicita la beca hasta el tiempo $t+1$ sólo recibirá la beca durante un periodo no mayor a $n-1$ años.

Para no modificar el valor de la temporalidad en la anualidad contingente de acuerdo con las características de cada trabajador, es necesario construir un modelo de decremento múltiple tal que a la edad r la probabilidad de seguir laborando en la empresa sea igual a cero. Lo cual a su vez tiene como consecuencia que los términos conmutados de la edad $r+1$ sean también igual a cero. Por lo tanto, si se consigue plasmar ésta particularidad ya no habrá ningún problema en utilizar que la temporalidad de la anualidad sea n , siempre y cuando el derecho a la beca no haya sido ejercido; aunque realmente el número máximo de años que la empresa puede otorgar el beneficio sea igual al mínimo entre n y $r-F$.

Para seguir trabajando con la (Ec.8) es necesario utilizar una equivalencia, cuyo desarrollo se encuentra en la segunda igualdad del Anexo II.

Partiendo de la definición de la (Ec.1) se tiene que:

$${}_{I-(y+1)}E_{x+1:y+1_i}^{(p)} = {}_{(I-y)}E_{x:y_i}^{(p)} \cdot (1+i) + q_{x:y}^{(p)} \cdot {}_{I-(y+1)}E_{x+1:y+1_i}^{(p)} \quad \dots \dots \dots (Ec.9)$$

Por lo tanto, se consigue que:

$$OA_{t+1}^{CUP} = \sum_{GA_t} BA_{(F,I)(x+1,y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)}_{(i,g)} \cdot [{}_{(I-y)}E_{x:y_i}^{(p)} \cdot (1+i) + q_{x:y}^{(p)} \cdot {}_{I-(y+1)}E_{x+1:y+1_i}^{(p)}]$$

$$- \sum_{GD_t+GBP_t} BA_{(F,I)(x+1,y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)}_{(i,g)} \cdot {}_{I-(y+1)}E_{x+1:y+1_i}^{(p)}$$

$$\begin{aligned}
 OA_{t+1}^{CUP} &= \sum_{GA_t} [BA_{(F,I)(x,y)} + \Delta BA_{(F,I)(x,y)}] \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n-(i,g)}^{(12)(\tau)} \cdot {}_{(I-y)}E_{x:y_i}^{(p)} \cdot (1+i) \\
 &+ \sum_{GA_t} q_{x:y}^{(p)} \cdot BA_{(F,I)(x+1,y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n-(i,g)}^{(12)(\tau)} \cdot {}_{I-(y+1)}E_{x+1:y+1_i}^{(p)} \\
 &- \sum_{GD_t+GBP_t} BA_{(F,I)(x+1,y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n-(i,g)}^{(12)(\tau)} \cdot {}_{I-(y+1)}E_{x+1:y+1_i}^{(p)}
 \end{aligned}$$

Donde $\Delta BA_{(F,I)(x,y)}$ representa el incremento que tiene el $BA_{(F,I)(x,y)}$ durante el año t . Ello implica que:

$$\begin{aligned}
 OA_{t+1}^{CUP} &= [OA_t^{CUP} + \sum_{GA_t} \Delta BA_{(F,I)(x,y)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n-(i,g)}^{(12)(\tau)} \cdot {}_{(I-y)}E_{x:y_i}^{(p)}] \cdot (1+i) && \dots \dots \dots (i) \\
 &- [\sum_{GD_t} BA_{(F,I)(x+1,y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n-(i,g)}^{(12)(\tau)} \cdot {}_{I-(y+1)}E_{x+1:y+1_i}^{(p)} && \dots \dots \dots (ii) \\
 &- \sum_{GA_t} q_{x:y}^{(p)} \cdot BA_{(F,I)(x+1,y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n-(i,g)}^{(12)(\tau)} \cdot {}_{I-(y+1)}E_{x+1:y+1_i}^{(p)}] && \dots \dots \dots (iii) \\
 &- \sum_{GBP_t} BA_{(F,I)(x+1,y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n-(i,g)}^{(12)(\tau)} \cdot {}_{I-(y+1)}E_{x+1:y+1_i}^{(p)} && \dots \dots \dots (iv) \\
 &\dots \dots \dots (Ec.10)
 \end{aligned}$$

En la (Ec.10) se pueden identificar cuatro términos, algunos de ellos muestran el comportamiento esperado y otros el comportamiento real. Consecuentemente se observa que si la experiencia real coincide con la esperada el segundo y tercer término se eliminan, es decir, que si la obligación acumulada de los grupos que se destruyen sin haber ejercido el derecho a la beca resulta ser igual a la obligación acumulada de los grupos que se esperaba fueran destruidos, entonces el valor que resulta al efectuar la resta de dichos términos es igual a cero.

Por otro lado, si la experiencia estimada y la real coinciden entonces el saldo del fondo “ideal” al tiempo t deberá ser igual a la OA_t^{CUP} y además debió crecer durante el año a la $OA_t^{CUP} \cdot (1+i)$ menos el cuarto término, que representa la OA_t^{CUP} de los grupos que ejercen el derecho a la beca durante el año t .

Dado lo anterior, se puede decir que si las hipótesis reflejan de manera idéntica la experiencia real, entonces el incremento de la obligación acumulada a inicio del año t es equivalente a:
$$\sum_{GA_t} \Delta BA_{(F,I)(x,y)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)} \cdot (I-y) E_{x:y_i}^{(p)}$$

La expresión anterior es llamada costo normal del plan durante el año t , el cual es calculado bajo el método de costeo actuarial llamado crédito unitario proyectado.

$$CN_t^{CUP} = \sum_{GA_t} \Delta BA_{(F,I)(x,y)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)} \cdot (I-y) E_{x:y_i}^{(p)}$$

Lo anterior significa que:

$$CN_t^{CUP} = \sum_{GA_t} (BA_{(F,I)(x+1,y+1)} - BA_{(F,I)(x,y)}) \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)} \cdot (I-y) E_{x:y_i}^{(p)}$$

El costo normal se ha mostrado en términos muy general, pero plasmándolo al contexto del presente plan de becas (auxiliándose de la Ec. 2) resulta que:

$$CN_t^{CUP} = \sum_{GA_t} [\text{máx}\{\alpha \cdot SB_F \cdot (x+1-w), \lambda \cdot SMDF_F\} - \text{máx}\{\alpha \cdot SB_F \cdot (x-w), \lambda \cdot SMDF_F\}] \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)} \cdot (I-y) E_{x:y_i}^{(p)} \dots \dots \dots (Ec.11)$$

Se aprecia entonces que el CN_t^{CUP} es igual al valor presente del incremento que muestra el beneficio acumulado entre el año t y $t+1$, es decir, por tener un año más de vida laboral. Nuevamente es importante comentar que este concepto sólo aplica para el GA_t , cuyo pasivo es el único que no se ha terminado de financiar. Por el contrario, para el GB_t el valor del CN_t^{CUP} es cero, ya que su pasivo deberá estar financiado en su totalidad, como se apreciará más adelante.

Para llevar el fondo del plan de becas del año $t+1$ (F_{t+1}) al nivel adecuado, como se estableció párrafos atrás, éste debe incrementarse por un monto igual al CN_t^{CUP} siempre y cuando las hipótesis reflejen exactamente el comportamiento real y además se cumpla que el $F_t = OA_t^{CUP}$, es decir, bajo circunstancias idóneas, de ahí el origen del nombre, pues es el costo que se debe aumentar al fondo del plan bajo condiciones “normales”. Lo anterior también supone que ya existen los recursos suficientes para hacer frente a la obligación devengada por los grupos que están recibiendo la beca (GB_t), incluyendo los grupos que entre el año t y $t+1$ la recibieron por primera vez (GBP_t).

Sin embargo, es común que $F_t \neq OA_t^{CUP}$ por diferentes razones, como las señaladas a continuación:

- La experiencia real no coincide con las hipótesis utilizadas.
- Cuando se implementa el plan de becas ya se reconocen beneficios por servicios pasados, es decir, la obligación acumulada empieza con un valor mayor a cero.
- La estructura del beneficio se modifique años posteriores a la fecha de implementación del plan, ya sea favoreciendo o perjudicando al beneficiado.

La diferencia que existe entre el valor del F_t y la OA_t^{CUP} será conocida como la obligación acumulada no financiada al tiempo t ($OANF_t^{CUP}$).

Entonces se tiene que:

$$OANF_t^{CUP} = OA_t^{CUP} - F_t \quad \dots \dots \dots (Ec.12)$$

El resultado de esta diferencia puede ser negativo o positivo, en caso de ser el primero se dice que existe un superávit y en caso contrario se tiene un déficit. Estas mismas variaciones hacen que el CN_t^{CUP} no refleje el incremento total que se debe realizar al fondo del plan de becas entre un año y otro. Para determinar los demás elementos que acompañados a dicho costo normal den a conocer el valor del *costo anual del plan de becas*, primero es necesario saber cómo evolucionan las pérdidas o ganancias actuariales que se generan con el transcurso de los años.

Entonces por el momento es necesario olvidarse del supuesto que el $F_t = OA_t^{CUP}$, para descubrir cómo cambia el valor de éste en el tiempo.

La siguiente ecuación muestra la relación que existe entre el F_t y el F_{t+1} :

$$F_{t+1} = F_t + C_t + RF_t^i - P_t \quad \dots \dots \dots (Ec.13)$$

Donde:

F_t : Fondo del plan de becas en el año t .

(Como ya se había mencionado anteriormente.)

RF_t^i : Rendimiento del fondo (recursos monetarios) del plan de becas que se obtiene en el año t , considerando una tasa de interés anual i .

C_t : *Costo anual del plan de becas del año t* . Es la contribución que la empresa debe realizar al fondo de dicho plan en el transcurso del año t .

P_t : Pago de becas realizado durante el año t . Sólo considera el monto total de los pagos que se presume serán destinado al GBP_t .

Bajo este modelo, la OA_t^{CUP} del GB_t recibe un tratamiento especial, pues como se estableció previamente se asume que ya se tienen los recursos suficientes para soportar los pagos de las becas de los grupos que ya reciben dicho beneficio. Lo cual tiene como ventaja, olvidarse por el momento tanto de los recursos económicos como de la obligación acumulada que tiene relación con el GB_t .

Ahora es necesario encontrar una relación entre la $OANF_t^{CUP}$ y la $OANF_{t+1}^{CUP}$, para lo cual se sustituirán la (Ec.10) y (Ec.13) en la (Ec.12).

De lo anterior se sigue que:

$$\begin{aligned}
 OANF_{t+1}^{CUP} &= OA_{t+1}^{CUP} - F_{t+1} \\
 &= [OA_t^{CUP} + CN_t^{CUP}] \cdot (1+i) - \left[\sum_{GD_t} BA_{(F,I)(x+1,y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)} \cdot {}_{I-(y+1)}E_{x+1:y+1}^{(p)} \right. \\
 &\quad \left. - \sum_{GA_t} q_{x:y}^{(p)} \cdot BA_{(F,I)(x+1,y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)} \cdot {}_{I-(y+1)}E_{x+1:y+1}^{(p)} \right] \\
 &\quad - \sum_{GBP_t} BA_{(F,I)(x+1,y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)} \cdot {}_{I-(y+1)}E_{x+1:y+1}^{(p)} - [F_t + C_t + RF_t^i - P_t]
 \end{aligned}$$

Sumando un cero ($iF_t - iF_t$) para desarrollar la ecuación, se llega a que:

$$\begin{aligned}
 OANF_{t+1}^{CUP} &= OA_t^{CUP} \cdot (1+i) - F_t - iF_t + iF_t + CN_t^{CUP} \cdot (1+i) - C_t - RF_t^i \\
 &\quad - \left[\sum_{GD_t} BA_{(F,I)(x+1,y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)} \cdot {}_{I-(y+1)}E_{x+1:y+1}^{(p)} \right. \\
 &\quad \left. - \sum_{GA_t} q_{x:y}^{(p)} \cdot BA_{(F,I)(x+1,y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)} \cdot {}_{I-(y+1)}E_{x+1:y+1}^{(p)} \right]
 \end{aligned}$$

$$-\left[\sum_{GBP_t} BA_{(F, I)(x+1, y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n \overline{(i, g)}^{(12)}(\tau)} \cdot {}_{I-(y+1)}E_{x+1: y+1_i}^{(p)} - P_t \right]$$

Por lo tanto:

$$OANF_{t+1}^{CUP} = OANF_t^{CUP} \cdot (1+i) - [RF_t^i - iF_t] + [CN_t^{CUP} \cdot (1+i) - C_t]$$

$$\begin{aligned} &-\left[\sum_{GD_t} BA_{(F, I)(x+1, y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n \overline{(i, g)}^{(12)}(\tau)} \cdot {}_{I-(y+1)}E_{x+1: y+1_i}^{(p)} \right. \\ &-\left. \sum_{GA_t} q_{x: y}^{(p)} \cdot BA_{(F, I)(x+1, y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n \overline{(i, g)}^{(12)}(\tau)} \cdot {}_{I-(y+1)}E_{x+1: y+1_i}^{(p)} \right] \\ &-\left[\sum_{GBP_t} BA_{(F, I)(x+1, y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n \overline{(i, g)}^{(12)}(\tau)} \cdot {}_{I-(y+1)}E_{x+1: y+1_i}^{(p)} - P_t \right] \end{aligned}$$

. (Ec.14)

Establecido lo anterior, es necesario definir al rendimiento de las contribuciones realizadas en el año t , como $R_{C_t}^i$. Pero si la contribución se realiza a inicio de año y en una sola exhibición entonces: $R_{C_t}^i = i \cdot C_t$. Si la contribución se realiza en una sola exhibición, pero a medio año, entonces se puede escribir de la siguiente manera: $R_{C_t}^i = [(1+i)^{1/2} - 1] \cdot C_t \approx i \cdot C_t / 2$, etc.

De forma análoga, es necesario definir al rendimiento que se deja de percibir en el fondo del plan por realizar pagos de becas al GBP_t , como $R_{P_t}^i$. Pero si se realiza el pago a inicio de año entonces se tiene que: $R_{P_t}^i = i \cdot P_t$. Si se realiza el pago de becas en una sola exhibición a medio año, entonces se puede escribir así: $R_{P_t}^i = [(1+i)^{1/2} - 1] \cdot P_t \approx i \cdot P_t / 2$, etc.

Utilizando las notaciones anteriores es preciso sumar un cero de la siguiente manera: $(R_{P_t}^i - R_{P_t}^i + R_{C_t}^i - R_{C_t}^i)$, a la (Ec.14).

Esto significa que:

$$OANF_{t+1}^{CUP} = OANF_t^{CUP} \cdot (1+i) \quad (i)$$

$$-[RF_t^i - (iF_t + R_{C_t}^i - R_{P_t}^i)] \quad (ii)$$

$$-[C_t + R_{C_t}^i - CN_t^{CUP} \cdot (1+i)] \quad (iii)$$

$$\begin{aligned}
 & - \left[\sum_{GD_t} BA_{(F,I)(x+1,y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)} \cdot {}_{I-(y+1)}E_{x+1:y+1}^{(p)} \dots \dots (iv) \right. \\
 & - \sum_{GA_t} q_{x:y}^{(p)} \cdot BA_{(F,I)(x+1,y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)} \cdot {}_{I-(y+1)}E_{x+1:y+1}^{(p)} \left. \dots \dots (iv) \right] \\
 & - \left[\sum_{GBP_t} BA_{(F,I)(x+1,y+1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)} \cdot {}_{I-(y+1)}E_{x+1:y+1}^{(p)} - P_t - R_t^i \right] \dots \dots (v) \\
 & \dots \dots \dots (Ec.15)
 \end{aligned}$$

De lo anterior se observa que si la tasa de interés realmente obtenida durante el año t y la tasa de descuento en el mismo tiempo t fueran iguales, entonces resultaría que el segundo término sería igual a cero. Además si la obligación acumulada de los grupos que se destruyeran resultará ser igual a la esperada, se tendría que el cuarto término también sería igual a cero. Caso similar sucedería con el quinto término, si el pasivo de los grupos que ejercieran el beneficio fuera el mismo que se había considerado previamente. Sin embargo, lo anterior es bastante difícil que suceda en situaciones reales, así que resulta conveniente obtener una expresión para determinar el valor de las pérdidas y ganancias actuariales.

Por lo tanto, si se desean conocer las variaciones que existen entre la experiencia real y la esperada por causas demográficas, económicas y financieras, la suma del segundo, cuarto y quinto términos de la (Ec.15) mostraría el valor de las pérdidas o ganancias actuariales generadas entre el año t y $t+1$, obtenidas tanto por el fondo del plan como por la obligación acumulada. Y podrían ser calculadas de la siguiente manera:

$$\text{Ganancia}_{[t,t+1]} = (OANF_t^{CUP} + CN_t^{CUP}) \cdot (1+i) - C_t - R_{C_t}^i - OANF_{t+1}^{CUP} \dots \dots (Ec.16)$$

Una vez definido lo anterior, es momento de trabajar un poco más la expresión de la $OANF_t^{CUP}$. Como se vio anteriormente, ésta se origina cuando el monto del F_t difiere del valor de la OA_t^{CUP} , no obstante, dicha $OANF_t^{CUP}$ sufre modificaciones con el paso de los años.

Suponiendo que entre el tiempo t y $t+1$ la experiencia real fuera la misma que la esperada, entonces la evolución que tiene la obligación acumulada no financiada, partiendo de la (Ec.15), es como se muestra a continuación:

$$OANF_{t+1}^{CUP} = OANF_t^{CUP} \cdot (1+i) - [C_t + R_{C_t}^i - CN_t^{CUP} \cdot (1+i)] \dots \dots \dots (Ec.17)$$

Para desarrollar la (Ec.17) se definirán unas variables, las cuales se utilizarán en este momento, pero se explicarán con detalle un poco más adelante, cuando se aborden los componentes del *costo anual del plan de becas*.

Sea

$$CL_t^{CUP} = CN_t^{CUP} \cdot (1+i) \quad \dots \dots \dots (Ec.18)$$

PEB_t : Monto de pagos que se espera la empresa realice por concepto de becas durante el año t .

$R_{PEB_t}^i$: Rendimiento estimado, obtenido sobre el monto de pago de las becas que se espera realizar durante el año t , utilizando una tasa de interés anual i .

Entonces se tiene que:

$$\begin{aligned} OANF_{t+1}^{CUP} &= (OA_t^{CUP} - F_t) \cdot (1+i) - [C_t + R_{C_t}^i - CL_t^{CUP}] \\ &= OA_t^{CUP} + i \cdot OA_t^{CUP} - F_t - i \cdot F_t - C_t - R_{C_t}^i + CL_t^{CUP} \end{aligned}$$

Agregando un cero de la manera siguiente: $(R_{PEB_t}^i - R_{PEB_t}^i)$, se obtiene que:

$$OANF_{t+1}^{CUP} = OA_t^{CUP} + CL_t^{CUP} + (i \cdot OA_t^{CUP} - R_{PEB_t}^i) - F_t - i \cdot F_t - C_t - R_{C_t}^i + R_{PEB_t}^i$$

Definiendo:

$$CF_t = i \cdot OA_t^{CUP} - R_{PEB_t}^i \quad \dots \dots \dots (Ec.19)$$

Y sumando otro cero, como a continuación se indica: $(PEB_t - PEB_t)$, se llega a que:

$$OANF_{t+1}^{CUP} = OA_t^{CUP} + CL_t^{CUP} + CF_t - F_t - C_t - (i \cdot F_t + R_{C_t}^i - R_{PEB_t}^i) - PEB_t + PEB_t$$

Estableciendo al rendimiento esperado del fondo del plan en el año t como:

$$RF_t^i = i \cdot F_t + R_{C_t}^i - R_{PEB_t}^i \quad \dots \dots \dots (Ec.20)$$

se logra otra igualdad.

$$\begin{aligned} OANF_{t+1}^{CUP} &= (OA_t^{CUP} + CL_t^{CUP} + CF_t - PEB_t) - (F_t + C_t + RF_t^i - PEB_t) \quad \dots \dots (Ec.21) \\ &= (OA_t^{CUP} - F_t) + (CL_t^{CUP} + CF_t - PEB_t) - (C_t + RF_t^i - PEB_t) \end{aligned}$$

$$OANF_{t+1}^{CUP} = OANF_t^{CUP} + (CL_t^{CUP} + CF_t - RF_t^i) - C_t + PEB_t - PEB_t$$

Finalmente, se tiene que:

$$OANF_{t+1}^{CUP} = OANF_t^{CUP} + (CL_t^{CUP} + CF_t - RF_t^i) - C_t \quad (Ec. 22)$$

Por la (Ec.12) se sabe que $OANF_t^{CUP} = OA_t^{CUP} - F_t$, sin embargo, esta relación también aplica para el año $t+1$, es decir, $OANF_{t+1}^{CUP} = OA_{t+1}^{CUP} - F_{t+1}$. Así pues, en el lado derecho de la igualdad de la (Ec. 21) el primer bloque corresponde al valor esperado de la OA_{t+1}^{CUP} a partir de la OA_t^{CUP} y el segundo, al valor esperado del F_{t+1} a partir del F_t .

Por lo tanto, al situarse en el año t es posible estimar el valor de la obligación acumulada y del fondo del año $t+1$, utilizando las siguientes ecuaciones:

$$OA_{t+1}^{CUP} = OA_t^{CUP} + CL_t^{CUP} + CF_t - PEB_t$$

$$F_{t+1} = F_t + C_t + RF_t^i - PEB_t \quad (\text{Como ya se había establecido anteriormente.})$$

En la (Ec. 22) se aprecia que la $OANF_{t+1}^{CUP}$ se origina del valor de la $OANF_t^{CUP}$ y de otros componentes más, los cuales se han empezado a definir desde la (Ec.18) excepto uno, el más importante de todos, es decir, el *costo anual del plan de becas* " C_t ". Varias veces se ha utilizado este término a pesar de que aún no está determinada la forma de calcularlo.

3.4 Costo anual del plan

El *costo anual del plan de becas* calculado bajo el método de costeo actuarial denominado crédito unitario proyectado está integrado por cinco elementos: costo laboral, costo financiero, rendimiento esperado del fondo, amortización de la obligación acumulada no financiada y finalmente, por las pérdidas o ganancias actuariales.

A continuación se menciona con detalle cada uno de los componentes:

1) Costo laboral

El costo laboral es el valor presente del incremento que se genera en el beneficio que otorga el plan, considerando que el trabajador obtenga un año

más de *antigüedad* en la empresa, es decir, que cumpla un año más de vida laboral, de aquí el origen del nombre.

Por la (Ec.18) se tiene que el costo laboral al tiempo t es igual a:

$$CL_t^{CUP} = CN_t^{CUP} \cdot (1+i)$$

Pero plasmando este concepto en su forma básica tomando las características propias del presente plan de becas, por la (Ec.11) se tiene que, el costo laboral al tiempo t calculado bajo el método de costeo llamado crédito unitario proyectado, utilizando una tasa de descuento anual i , se determina como:

$$CL_t^{CUP} = \left(\sum_{GA_t} [\text{máx}\{\alpha \cdot SB_F \cdot (x+1-w), \lambda \cdot SMDF_F\} \right. \\ \left. - \text{máx}\{\alpha \cdot SB_F \cdot (x-w), \lambda \cdot SMDF_F\}] \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(r)} \cdot {}_{(I-y)}E_{x:y}^{(p)} \right) \cdot (1+i) \quad \dots \dots (Ec. 23)$$

2) Costo financiero

El costo financiero es el reconocimiento de los intereses devengados por la obligación acumulada en el transcurso de un año, menos los intereses que se pierden por realizar los pagos de las becas.

La (Ec.19) representa el costo financiero generado durante el tiempo t :

$$CF_t = i \cdot OA_t^{CUP} - R_{PEB_t}^i$$

Es evidente que sólo aquellos grupos que ya cumplen con los requisitos establecidos por la empresa podrán solicitar el beneficio, así que el monto de las becas que se espera pagar durante el año t no es aleatorio. Lo realmente complicado es determinar en que momento del año sucederá este evento, por lo cual para determinar los intereses que se dejan de percibir por el pago de las becas se supondrá que éstas serán liquidadas en una sola exhibición y a medio año. Como se vio anteriormente, si un pago esperado de becas se realiza a medio año, admitiendo una tasa anual i , se tiene que:

$$R_{PEB_t}^i = [(1+i)^{1/2} - 1] \cdot PEB_t \approx i \cdot PEB_t / 2.$$

Por lo tanto, en términos prácticos el costo financiero del plan de becas en el año t , calculado con una tasa de descuento anual i , se obtiene así:

$$CF_t = (OA_t^{CUP} - PEB_t / 2) \cdot i \quad (Ec. 24)$$

Para calcular la OA_t^{CUP} véanse las (Ec. 4) y (Ec. 5). Para determinar el valor del PEB_t , remítase a las (Ec. 35), (Ec. 36) y (Ec. 37), un poco más adelante.

3) Rendimiento esperado del fondo

El rendimiento esperado es el interés que el fondo del plan de becas se estima pueda obtener en un año determinado, partiendo del monto de dicho fondo a inicio del año y considerando tanto las contribuciones como los pagos de las becas que se estima serán realizados en el mismo periodo.

En la (Ec. 20) se muestra la forma de obtener el rendimiento esperado del fondo durante el año t , en ese momento se trabajó indistintamente con la tasa de descuento y la tasa de interés; pero dado que se trata de recursos monetarios e intereses generados en una institución financiera, ahora se hace hincapié de que este concepto involucra una tasa de interés del fondo.

Dicho lo anterior, el rendimiento esperado del fondo en el año t considerando una tasa anual de interés i^{\wedge} es igual a:

$$RF_t^{i^{\wedge}} = i^{\wedge} \cdot F_t + R_{C_t}^{i^{\wedge}} - R_{PEB_t}^{i^{\wedge}}$$

Al igual que lo discutido para calcular el costo financiero, también para definir este concepto es necesario suponer un momento en el cual se realizarán las aportaciones y el pago de las becas, tomando el mismo criterio se asumirá que estos sucederán a medio año y en una sola exhibición.

Finalmente, de forma práctica el rendimiento esperado del fondo del plan de becas durante el año t , utilizando una tasa anual de interés i^{\wedge} , se obtendrá de la siguiente manera:

$$RF_t^{i^{\wedge}} = (F_t + C_t / 2 - PEB_t / 2) \cdot i^{\wedge} \quad (Ec. 25)$$

Para saber el monto del F_t , no se necesita una fórmula, pues tal valor ya está dado y se encuentra en el estado de cuenta del fondo del plan de becas del año t . Para calcular el PEB_t , como ya se comentó, se requieren las (Ec. 35), (Ec. 36) y (Ec. 37). Mientras que para determinar el monto del C_t se deberá utilizar la

(Ec.29), que a su vez es el resultado de la siguiente operación: (Ec.23) + (Ec.24) – (Ec.25) + (Ec.27) + (Ec.28).

Resulta curioso que en este apartado se busca conocer el monto del $RF_t^{i^*}$ para que al final se obtenga el C_t , por lo cual este último depende del valor del primero. Sin embargo, también el primero depende del segundo como se observa en la (Ec.25).

Entonces para calcular el C_t se partirá de la (Ec.29). En esa expresión se encuentra la variable C_t de los dos lados de la igualdad. Por lo tanto, si se despeja dicha variable ya no se tendrán problemas para conseguir el valor del citado rendimiento esperado del fondo.

En conclusión, para determinar el $RF_t^{i^*}$ se deberá utilizar la (Ec.25), con la salvedad de que el C_t no se obtendrá de la (Ec.29), si no por medio de la siguiente expresión:

$$C_t = \frac{CL_t^{CUP} + CF_t - i^* \cdot F_t + i^* \cdot PEB_t / 2 + OANF_t^{CUP} + Ganancia_{[t-1,t]}}{1 + i^* / 2} \dots (Ec.26)$$

Para obtener el desarrollo completo de la (Ec.26), remítase a la tercera igualdad del Anexo II.

4) Amortización de la obligación acumulada no financiada

La obligación acumulada no financiada es el pasivo que ya está devengado, pero no así financiado. Es generado como se indico anteriormente, por tener diferencias entre la experiencia real y la estimada o por que cuando se originó el plan ya se reconocían beneficios por servicios pasados.

La $OANF_t^{CUP}$ que forma parte del *costo anual* se cuantifica únicamente el primer año de aplicación del plan, salvo que exista una modificación en la fórmula del beneficio en los años subsecuentes a su creación.

Es común que en un plan de becas los primeros pagos de beneficios se realicen pocos años después de la creación de este esquema. Por tal motivo, la empresa que lo implementa deberá reconocer la $OANF_t^{CUP}$ inicial de forma inmediata o

gradualmente siempre y cuando se llegue a cubrir dicho monto total en pocos años¹².

Lo mismo sucedería al momento que se suscite una modificación del plan, la diferencia que existiera entre la obligación acumulada del nuevo plan y la obligación acumulada del plan anterior se debería reconocer inmediatamente o en el transcurso de pocos años.

Tomando en cuenta los dos párrafos anteriores es necesario definir que en el presente plan de becas la $OANF_t^{CUP}$ inicial será reconocida dentro de los primeros 5 años posteriores a la implementación de dicho plan.

En la (Ec.12) se encuentra la expresión que permite conocer la obligación acumulada no financiada del año t . Así que tomando ésta expresión como punto de partida se tiene que la amortización de la $OANF_t^{CUP}$ se escribe de la siguiente manera:

$$\text{Amort. } OANF_t^{CUP} = (OA_t^{CUP} - F_t) / 5 \quad \dots \dots \dots (Ec. 27)$$

Para determinar el valor de la $OANF_t^{CUP}$ véanse las (Ec.4) y (Ec.5). Mientras que el valor del F_t se obtiene del estado de cuenta del fondo del plan de becas del año t .

5) Ganancias o pérdidas actuariales

Como se ha establecido anteriormente, las pérdidas o ganancias actuariales se presentan por la diferencia que existe entre la experiencia real y la estimada a una misma fecha, presentada tanto en la obligación acumulada como en el fondo del plan. Son originadas por que los supuestos utilizados (hipótesis demográficas, financieras y económicas) no reflejan de manera idéntica el comportamiento real.

De la misma manera que en la $OANF_t^{CUP}$, algunos esquemas de beneficios soportan amortizar el reconocimiento de las pérdidas y ganancias a través de los años, adaptando un criterio sensato. Pero en el plan de becas se reconocerá de forma inmediata dicho monto con el fin de enmendar inmediatamente las

¹² En la práctica, en los esquemas de planes de pensiones se tiene la oportunidad de reconocer la obligación acumulada no financiada inicial a través de los años, amortizando dicho pasivo durante el número de años de vida laboral promedio remanente de los trabajadores.

pérdidas o ganancias generadas en un año y así evitar que se acumulen históricamente tales diferencias con el transcurso del tiempo. Por definición, en el primer año de la aplicación de un plan este concepto es igual a cero.

La (Ec.16) muestra la forma de calcular las pérdidas o ganancias actuariales entre el año t y $t+1$, quedando la expresión de la siguiente manera:

$$Ganancia_{[t,t+1]} = (OANF_t^{CUP} + CN_t^{CUP}) \cdot (1+i) - C_t - R_{C_t}^i - OANF_{t+1}^{CUP} \quad \dots \quad (Ec. 28)$$

Por consiguiente, el valor de la $OANF_t^{CUP}$ se obtiene de la (Ec.12), la $OANF_{t+1}^{CUP}$ se puede obtener análogamente de la misma ecuación. El CN_t^{CUP} se consigue de la (Ec.11), el C_t de la (Ec.29) y finalmente, el $R_{C_t}^i$ se calcula de la misma manera como se obtuvo en el $RF_t^{i^{\wedge}}$ de la (Ec. 25).

En resumen, la composición del *costo anual del plan de becas* tiene la siguiente estructura: la $OANF_t^{CUP}$ que se genera desde el primer momento que se implementa el plan es reconocida gradualmente durante 5 años (4^{to} elemento del *costo*). Por otro lado, el CL_t^{CUP} , CF_t y $-RA_t^{i^{\wedge}}$ (1^{er}, 2^{do} y 3^{er} elementos del *costo*) actualizan la $OANF_t^{CUP}$ de un año, como se aprecia en la (Ec.22), y finalmente la diferencia entre lo real y lo esperado es reconocido cuando es creado, por medio de las pérdidas y ganancias actuariales (5^{to} elemento del *costo*). Por lo tanto, la $OANF_t^{CUP}$ debe tender a disminuir o desaparecer con el tiempo, si se realiza una contribución equivalente al C_t en el fondo del plan, pues por definición se debe llegar al valor del fondo ideal, es decir, $OA_t^{CUP} = F_t$.

Así pues, la suma de los cinco componentes anteriores da como resultado el *costo anual del plan* al tiempo t , que en otras palabras es la primera contribución que la empresa que implementa el plan de becas debe realizar al fondo durante el año t , con el propósito de empezar a financiar la obligación acumulada de una forma ordenada.

En conclusión, el *costo anual del plan de becas* al tiempo t está definido por el siguiente cálculo: (Ec.23) + (Ec.24) - (Ec.25) + (Ec.27) + (Ec.28). Dónde para obtener el $RF_t^{i^{\wedge}}$ definido en la (Ec.25) a su vez es necesario utilizar la (Ec.26). Quedando finalmente que:

$$C_t = CL_t^{CUP} + CF_t - RF_t^{i^{\wedge}} + Amort. OANF_t^{CUP} + Ganancia_{[t-1,t]} \quad \dots \quad (Ec. 29)$$

Hay que recordar que en el año de la creación del plan la $Ganancia_{[t-1,t]} = 0$.

3.5 Beneficio anticipado

Se ha trabajado hasta el momento bajo el supuesto de que la empresa solicita a los integrantes del GA_t que cumplan con ciertas características para que entonces tengan derecho a solicitar la beca. Pero, ¿Qué pasa si un integrante del grupo (padre e hijo) no cuenta con todas las condiciones establecidas? ¿Qué sucede si para cumplir con todos los requisitos de forma estricta, solamente falta tener un año más de *antigüedad* o de edad? Por esta razón es necesario que la empresa deba admitir la opción de que el GA_t pueda ejercer el derecho a la beca de manera “anticipada”. Claro que también es importante que se deban cumplir con ciertos requisitos, pero estos deben ser un poco más flexibles que los requisitos que son necesarios para ejercer el derecho al beneficio de forma “normal”.

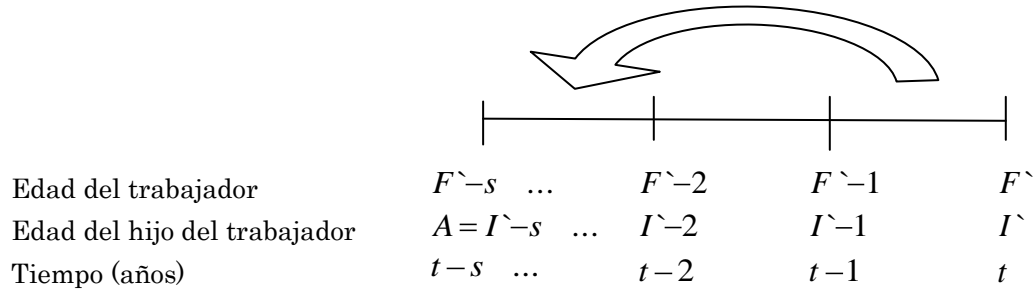
Para conocer la forma de calcular el *costo anual del plan*, en ningún momento se manejó la posibilidad de solicitar la beca de manera “anticipada”. Así que si la empresa decide otorgar el beneficio utilizando la misma fórmula definida en la (Ec. 2) a un grupo de participantes que tienen una edad inferior a (F^-, I^-) , se tendría una pérdida no considerada en el modelo actuarial; pues bajo el método de costeo utilizado, se asumían más años de aportación para generar los mismos recursos que se pagarían a las edades (F^-, I^-) , sin embargo, estas contribuciones adicionales ya no se realizarían.

Bajo el método de costeo llamado crédito unitario proyectado sólo existen dos razones para que en caso de solicitar la beca anticipadamente no se generen pérdidas actuariales. Dichas causas se citan a continuación:

- El valor de la beca sea el mismo en el año t y $t+1$, sin embargo, esto no sucede en el presente diseño del plan.
- Reducir actuarialmente el valor de la beca cuando ésta se solicita de manera “anticipada”.

El plan de becas admitirá el derecho a ejercer el beneficio de manera “anticipada”. Por lo tanto, para que no existan pérdidas actuariales es necesario construir un *factor de reducción actuarial* que aplicará en estos casos, es decir, cuando el hijo del trabajador tenga una edad $y \in [A, I^-)$.

El siguiente diagrama muestra las edades que se involucran en este intervalo de tiempo:



En el año t se tiene un *monto del beneficio* igual al $BA_{(F^-, I^-)(F^-, I^-)}$. Mientras que en el año $t-1$ se ha devengado una beca mensual equivalente al $BA_{(F^-1, I^-1)(F^-1, I^-1)}$, no obstante, este último debe ser multiplicado por un *factor de reducción actuarial* con el fin de no adquirir pérdidas actuariales. Por lo tanto, se denotará un nuevo término $BA_{(F^-1, I^-1)(F^-, I^-)}^\Psi$ que simboliza el monto de un nuevo beneficio acumulado *Psi*.

Se necesita construir una expresión equivalente, en un lado de la igualdad se debe tener un beneficio acumulado al tiempo $t-1$ multiplicado por su respectiva anualidad situada en el año t y, finalmente llevados desde el año t al año $t-1$ utilizando un factor actuarial contingente (proviene del primer caso de la Ec.4). Del otro lado de la igualdad se debe mostrar el beneficio acumulado *Psi* al tiempo $t-1$ multiplicado por su anualidad ubicada en el mismo año $t-1$. De lo anterior se tiene que:

$$BA_{(F^-1, I^-1)(F^-1, I^-1)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F^-1:n^-}^{(12)(\tau)} \cdot [I^-(I^-1)] E_{F^-1:I^-1}^{(p)} = BA_{(F^-1, I^-1)(F^-, I^-)}^\Psi \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F^-1:n^-}^{(12)(\tau)} \dots \dots \dots (Ec. 30)$$

$$BA_{(F^-1, I^-1)(F^-1, I^-1)}^\Psi = BA_{(F^-1, I^-1)(F^-1, I^-1)} \cdot \frac{\ddot{a}_{F^-1:n^-}^{(12)(\tau)} \cdot [I^-(I^-1)] E_{F^-1:I^-1}^{(p)}}{\ddot{a}_{F^-1:n^-}^{(12)(\tau)}}$$

Se ha encontrado el factor de ajuste que es necesario aplicar en caso de que se ejerza el derecho a la beca cuando falta solamente un año para cumplir con las condiciones establecidas para solicitarla de forma “normal”:

$$\frac{\ddot{a}_{F^-1:n^-}^{(12)(\tau)} \cdot [I^-(I^-1)] E_{F^-1:I^-1}^{(p)}}{\ddot{a}_{F^-1:n^-}^{(12)(\tau)}}$$

Análogamente se puede crear el factor, si en vez de 1, faltarán s años.

De forma general, el *factor de reducción actuarial* que se debe aplicar al beneficio original $BA_{(F^-, I^-, s)}$ cuando faltan s años para solicitarlo de manera “normal” y no generar pérdidas actuariales, es el siguiente:

$$FRA_s = \frac{\ddot{a}_{F^-, n^-, (i, g)}^{(12)(\tau)} \cdot [I^-(I^- - s)] E_{F^-, I^-, s}^{(p)}}{\ddot{a}_{F^-, s^-, n^-, (i, g)}^{(12)(\tau)}} \dots \dots \dots (Ec. 31)$$

Donde $FRA_s \in (0, 1]$.

El desarrollo de la expresión se presenta en la cuarta igualdad del Anexo II.

En consecuencia, si el grupo de participantes ya tienen las edades (F^-, I^-) y se aplica el FRA_0 se tiene que:

$$BA_{(F^-, I^-, s)}^{\Psi} = BA_{(F^-, I^-, s)} \cdot FRA_0$$

$$BA_{(F^-, I^-, s)}^{\Psi} = BA_{(F^-, I^-, s)} \cdot \frac{\ddot{a}_{F^-, n^-, (i, g)}^{(12)(\tau)} \cdot (I^- - I^-) E_{F^-, I^-, s}^{(p)}}{\ddot{a}_{F^-, s^-, n^-, (i, g)}^{(12)(\tau)}} = BA_{(F^-, I^-, s)}$$

Lo cual es correcto, ya que, como en dicho caso no faltan años para ejercer el derecho a la beca de manera “normal”, entonces ésta no debe ser reducida.

3.6 Beneficio diferido

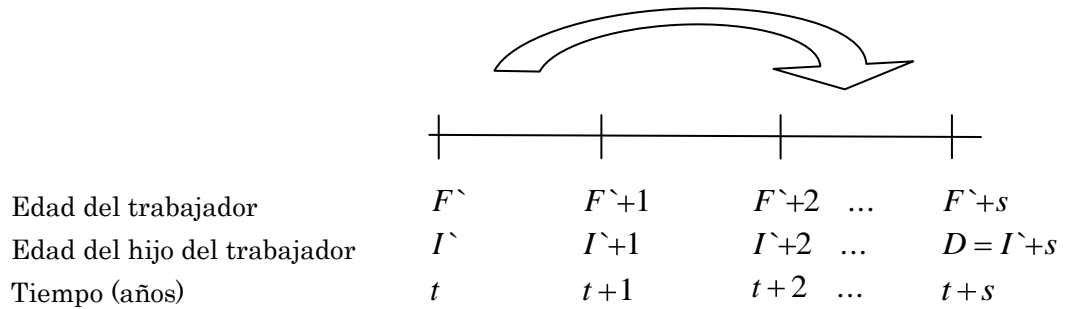
Cuando se habla de que un elemento del GA_t quiere gozar del beneficio diferidamente, significa que lo solicita al menos un año después de la primera fecha en que ya cumplió con todos los requisitos establecidos, es decir, después de las edades (F^-, I^-) .

Aún y cuando se solicite diferidamente, si la empresa opta por calcular el monto de la beca (definido en la *Ec. 2*) considerando el *salario* y la *antigüedad* alcanzados en el primer momento que se cumplieron todos los requisitos para solicitarlo de forma “normal”, es decir, en las edades (F^-, I^-) , se tendría una ganancia actuarial, a no ser que el monto de la beca al tiempo t fuera igual que al tiempo $t + 1$.

Por otro lado, si se obtuviera el monto de la beca considerando el *salario* y la *antigüedad* alcanzados al momento en que ésta es solicitada (F_{t+s}, I_{t+s}) se generaría una pérdida actuarial.

De tal suerte que, para no asumir una pérdida o ganancia actuarial causada por ejercer el beneficio diferidamente es necesario definir un *factor de incremento actuarial*.

Es entendido que en estos casos el hijo del trabajador tendría una edad $y \in (I, D]$. El siguiente diagrama considera este rango de edad.



Para obtener el citado ajuste actuarial se establecerá una equivalencia, de un lado de la igualdad se tendrá el beneficio acumulado al tiempo t multiplicado por su anualidad ubicada también en el tiempo t y trasladados con un factor actuarial contingente desde t hasta $t+s$. Del otro lado de la igualdad estará el beneficio acumulado F_i en el año $t+s$, multiplicado por su respectiva anualidad ubicada también en el tiempo $t+s$, de lo cual se obtiene que:

$$BA_{(F_{t+s}, I_{t+s})(F_{t+s}, I_{t+s})}^{\Phi} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F_{t+s}:n}^{(12)(\tau)}_{(i,g)} = BA_{(F, I)(F, I)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)}_{(i,g)} \cdot \frac{1}{s E_{F:I}^{(p)}}$$

Lo anterior es igual a:

$$[BA_{(F, I)(F, I)} + \Delta_s BA_{(F, I)(F, I)}] \cdot \ddot{a}_{F_{t+s}:n}^{(12)(\tau)}_{(i,g)} = BA_{(F, I)(F, I)} \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)}_{(i,g)} \cdot \frac{1}{s E_{F:I}^{(p)}} \dots \dots \dots (Ec. 32)$$

Desarrollando un poco más la ecuación se llega a que:

$$\ddot{a}_{F_{t+s}:n}^{(12)(\tau)}_{(i,g)} \cdot \Delta_s BA_{(F, I)(F, I)} + \ddot{a}_{F_{t+s}:n}^{(12)(\tau)}_{(i,g)} \cdot BA_{(F, I)(F, I)} = BA_{(F, I)(F, I)} \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)}_{(i,g)} \cdot \frac{1}{s E_{F:I}^{(p)}}$$

Por lo tanto:

$$\Delta_s = \frac{\frac{\ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)} - \ddot{a}_{F+s:n}^{(12)(\tau)}}{{}_s E_{F:I}^{(p)}}}{\ddot{a}_{F+s:n}^{(12)(\tau)}} = \frac{\ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)} - {}_s E_{F:I}^{(p)} \cdot \ddot{a}_{F+s:n}^{(12)(\tau)}}{{}_s E_{F:I}^{(p)} \cdot \ddot{a}_{F+s:n}^{(12)(\tau)}}$$

$$\Delta_s = \frac{\ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)}}{{}_s E_{F:I}^{(p)} \cdot \ddot{a}_{F+s:n}^{(12)(\tau)}} - 1 \quad \dots \dots \dots (Ec. 33)$$

En la (Ec. 32) se aprecia que la obligación acumulada Fi es igual a:

$$BA_{(F+s, I+s)(F+s, I+s)}^\Phi = BA_{(F, I)(F, I)} + \Delta_s BA_{(F, I)(F, I)} = BA_{(F, I)(F, I)} \cdot (1 + \Delta_s)$$

Así pues, el factor de ajuste buscado es: $(1 + \Delta_s)$.

En resumen, para que no haya pérdidas ni ganancias causado por ejercer el derecho al beneficio diferidamente s años, éste se tiene que multiplicar por un *factor de incremento actuarial*. Auxiliándose de la (Ec. 33), la expresión buscada queda de la siguiente manera:

$$FIA_s = (1 + \Delta_s) = \left(1 + \frac{\ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)}}{{}_s E_{F:I}^{(p)} \cdot \ddot{a}_{F+s:n}^{(12)(\tau)}} - 1\right)$$

$$FIA_s = \frac{\ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)}}{{}_s E_{F:I}^{(p)} \cdot \ddot{a}_{F+s:n}^{(12)(\tau)}} \quad \dots \dots \dots (Ec. 34)$$

Dado lo anterior, en las edades (F, I) se tiene que:

$$BA_{(F, I)(F, I)}^\Phi = BA_{(F, I)(F, I)} \cdot (1 + \Delta_0) = BA_{(F, I)(F, I)}$$

En la edad $(F+1, I+1)$ se llega a que:

$$BA_{(F+1, I+1)(F+1, I+1)}^\Phi = BA_{(F, I)(F, I)} \cdot (1 + \Delta_1)$$

Sucesivamente, en la edad $(F^{\wedge}+s, I^{\wedge}+s)$ se tiene que:

$$BA_{(F^{\wedge}+s, I^{\wedge}+s)(F^{\wedge}+s, I^{\wedge}+s)}^{\Phi} = BA_{(F^{\wedge}, I^{\wedge})(F^{\wedge}, I^{\wedge})} \cdot (1 + \Delta_s)$$

El desarrollo se presenta en la quinta igualdad del Anexo II.

3.7 Pago esperado anual

El pago esperado de becas no es más que el valor de los pagos que se estima se realicen durante un año, considerando tanto al grupo que aún no ejerce el derecho al beneficio (GA_t) como aquel que ya goza del mismo (GB_t) , tomando en cuenta la probabilidad de que cada grupo no se destruya en el transcurso del año, es decir, que cumpla o siga cumpliendo los requisitos definidos por la empresa, según sea el caso.

La estructura del modelo actuarial considera una edad ideal para ejercer el beneficio (F^{\wedge}, I^{\wedge}) . Por lo que, en caso de que se solicite la beca de forma “anticipada” o “diferida” el valor de ésta se ajustara actuarialmente. Por dicha razón un supuesto importante en la estimación de los pagos será que todo aquel grupo de participantes que ya cuente con las edades (F^{\wedge}, I^{\wedge}) se considerará para dicho cálculo. Adicionalmente se incluirán los pagos de los grupos que ya reciben la beca.

Es necesario estimar el monto de pagos que se realizará en el transcurso de un año; por una parte la empresa puede considerar estos pagos en la planeación de los gastos del siguiente año y por otro lado, como se estableció anteriormente es indispensable para calcular algunos elementos (costo financiero *Ec. 24* y rendimiento esperado del fondo *Ec. 25* y *Ec. 26*) que integran el *costo anual del plan de becas*.

Para obtener tan comentado pago esperado de becas es necesario conocer el valor del beneficio acumulado al tiempo t , la probabilidad de que se realice el pago en el transcurso del año, es decir, que el grupo no se destruya y finalmente, es preciso considerar el incremento que tendrán las becas.

De lo anterior se pueden observar dos casos, el primero es el pago esperado de becas que realizará la empresa al grupo de participantes que aún no recibe el beneficio $PEB_t(NB)$ y el segundo, es el pago esperado de becas para el grupo de participantes que ya la reciben $PEB_t(B)$.

Vale la pena mencionar que en el primer caso también se considera a los integrantes del GA_t que ya exceden las edades $(F^, I^)$, por lo cual se presumirá que en el transcurso del año t ejercerán el derecho al beneficio. Por tal motivo, su beca será obtenida considerando su respectivo incremento actuarial.

Para el primer caso se tiene que:

$$PEB_t(NB) = \sum_{GA_t} \begin{cases} BA_{(x,y)(x,y)} \cdot FIA_y \cdot p_x^{(\tau)} \cdot p_y^{(m)} \cdot \frac{(Vs)_{1-g}^{(12)}}{12} & \text{si } T(A)_{[w+k,r]} \text{ y } H(NB)_{[N,D+n]} \\ 0 & \text{En cualquier otro caso.} \end{cases}$$

. (Ec. 35)

La ecuación siguiente cuantifica el $PEB_t(B)$:

$$= \sum_{GB_t} \begin{cases} BA_{(x,y)(x,y)} \cdot p_x^{(\tau)} \cdot p_y^{(m)} \cdot \min[12, PF(y)] \cdot \frac{(Vs)_{1-g}^{(12)}}{12} & \text{si } T(A)_{[w+k,r]}, H(B)_{[A,D+n]} \text{ y } PF(y) > 0 \\ 0 & \text{En cualquier otro caso.} \end{cases}$$

. (Ec. 36)

Donde:

$(Vs)_{1-g}^{(12)}$: Representa el factor de crecimiento que sufrirán las becas durante un año, considerando a g como la tasa de incremento anual.

$$(Vs)_{1-g}^{(12)} = \begin{cases} \frac{g}{1 - (1+g)^{1/12}} & \text{si } g > 0 \\ 12 & \text{si } g = 0 \end{cases}$$

Finalmente, para obtener el monto total de becas que se espera pagar en el año t se tiene que:

$$PEB_t = PEB_t(NB) + PEB_t(B) \quad (Ec. 37)$$

Lo cual es resultado de la (Ec. 35) más la (Ec. 36).

Así concluye este apartado y con ello termina también el capítulo que muestra los elementos actuariales que son necesarios para realizar la valuación del presente plan de becas.

CAPÍTULO IV. – CASO PRÁCTICO

El objetivo del presente capítulo es ejemplificar la estructura de un plan de becas, mostrando el resultado que se obtenga de valorar su obligación acumulada, así como dar a conocer el monto que la empresa debe contribuir a su fondo para empezar a financiar dicho plan.

4.1 Contexto del caso práctico

Supóngase que la empresa Automotriz, S.A. de C.V. desea mejorar su paquete de prestaciones, por lo cual pretende implementar un plan de becas, con el propósito principal de otorgar a los hijos de los trabajadores dicho beneficio para que puedan solventar sus estudios universitarios; aunque también se pueda proporcionar la beca si el joven cursa la educación media superior, toma clase de idioma, computación, etc., mientras sea de carácter educativo y además el beneficiario (hijo del trabajador) se encuentre en el rango de edad establecido por la empresa.

Por lo cual, acude a la firma de consultoría Actuarios S.A. de C.V. para que conjuntamente puedan definir las características del plan de becas en cuestión. Y una vez terminado el diseño del mismo se cuantifique la obligación acumulada, determinándose el *costo anual* que la empresa deberá contribuir para crear su fondo de becas.

Considerando que un plan de esta naturaleza debe planearse con bases sólidas para afrontar los compromisos adquiridos en el corto, mediano y largo plazos, realizando un nivel de aportaciones prudente, se estableció el diseño del plan, quedando como a continuación se indica.

4.2 Diseño del plan de becas

En este apartado se formalizan, en un caso práctico, los elementos del diseño de un plan de becas, los cuales fueron mencionados en el capítulo II.

A continuación se exponen las bases que rigen el plan de becas que otorga la empresa Automotriz, S.A. de C.V. a sus trabajadores:

1) *Grupo elegible*

Podrán participar únicamente los trabajadores de planta y tiempo completo al servicio de la empresa Automotriz, S.A. de C.V. que cuenten con un contrato de trabajo individual y por un periodo indeterminado.

2) *Requisitos de elegibilidad*

Para que un trabajador sea participante del plan de becas deben cumplir con los siguientes requisitos:

- Ser parte del *grupo elegible*.
- Estar en posibilidades de cumplir un mínimo de 3 años de *antigüedad* en la empresa al momento del retiro.

3) *Salario*

Es el sueldo base o nominal mensual que recibe el trabajador a cambio de sus labores habituales en la empresa, excluye cualquier prestación, ya sea en efectivo o en especie.

4) *Sueldo utilizado para el cálculo del beneficio*

Este sueldo se obtiene de promediar el *salario* mensual que percibe el trabajador en los últimos doce meses anteriores a la fecha en que se solicite la beca.

5) *Antigüedad*

Se consideran los años y partes proporcionales cumplidos en forma ininterrumpida, desde la fecha de ingreso a la empresa hasta la fecha en que solicite el beneficio.

Las licencias sin goce de *salario* y las ausencias justificadas no se considerarán interrupciones de trabajo.

6) *Monto del beneficio*

El monto mensual de la beca se calculará siguiendo la regla:

1.5% del *sueldo utilizado para el cálculo del beneficio* por la *antigüedad*.

Cuando se ejerza el derecho al beneficio en forma “normal” (ver el apartado *fechas y condiciones de pago* inciso *a*, un poco más adelante) el monto mensual de la beca no podrá ser inferior al 25% del salario mínimo mensual vigente en el Distrito Federal al momento que sea solicitada.

En caso de ejercer el derecho al beneficio de manera “anticipada” o “diferida” (ver el apartado *fechas y condiciones de pago* incisos *b* y *c*, un poco más adelante) el monto mensual de la beca será ajustado actuarialmente.

Todas las becas tendrán un crecimiento anual de acuerdo al índice nacional de precios al consumidor (INPC).

7) *Fechas y condiciones de pago*

Las becas serán otorgadas el primer día hábil de cada mes siguiente a la fecha en que el trabajador solicite por escrito el derecho a la misma, para lo cual se deberán cumplir las siguientes condiciones:

- a) La beca podrá ser solicitada de forma “normal” siempre y cuando el trabajador esté activo en la empresa, haya cumplido al menos 3 años de *antigüedad* en la misma, su hijo tenga 18 años de edad y sea un estudiante activo.
- b) Se podrá solicitar la beca de forma “anticipada” cuando el trabajador esté activo en la empresa, haya cumplido al menos 3 años de *antigüedad* en la misma, su hijo tenga un mínimo 15 años de edad y sea estudiante activo.
- c) Finalmente, se permitirá solicitar la beca de forma “diferida” cuando el trabajador esté activo en la empresa, haya cumplido al menos 3 años de *antigüedad* en la misma, su hijo tenga un máximo de 22 años de edad y sea un estudiante activo.

Para que el hijo del trabajador siga gozando de la beca será necesario que demuestre que el dinero que se le otorga es destinado para solventar los gastos educativos, para lo cual será indispensable que entregue la constancia de estudios correspondiente acompañada de los recibos de compra del material escolar, de los libros, de copias, el recibo de pago de la colegiatura, etc. según sea el caso.

Una vez que la beca es otorgada podrá ser suspendida si ocurre alguna de las siguientes condiciones:

- El trabajador deja de laborar en la empresa.

- El hijo del trabajador fallece.
- El hijo del trabajador no es un estudiante activo, no comprueba los gastos pertinentes o no tiene calificaciones aprobatorias.
- El hijo del trabajador cumple más de 5 años recibiendo la beca.

8) *Forma de pago*

La única *forma de pago* permitida será a través de montos mensuales, los cuales se otorgarán dentro de un periodo no mayor a 5 años a partir del primer pago realizado.

Ya sea que la beca se solicite de manera “anticipada”, “normal” o “diferida” siempre aplicara la forma de pago descrita en el párrafo anterior.

9) *Beneficios adicionales*

El plan de becas no admite *beneficios adicionales*.

10) *Financiamiento*

El *financiamiento* será cubierto en su totalidad por la empresa, de acuerdo al monto de la contribución que arroje la valuación actuarial.

4.3 Funcionamiento operativo

Como se mencionó en el capítulo II, la empresa que establece un plan de becas tiene que considerar otros aspectos importantes para el buen funcionamiento del mismo, entre ellos se encuentran:

- La elaboración del texto de operaciones del plan.
- La creación de un fondo exclusivo para el pago de las becas.
- El plan debe ser administrado, de manera que éste y la aplicación de sus disposiciones cumplan con la legislación que en la materia aplique.
- La adecuada campaña de divulgación sobre la existencia de dicho plan dirigida hacia todo el personal de la empresa.
- Realizar la valuación actuarial cada año, para tener un adecuado monitoreo sobre el nivel de *financiamiento* alcanzado del total de las obligaciones asumidas, etc.

Sin embargo, no se desarrollarán estos aspectos adicionales debido a que sobrepasan los objetivos de la presente tesis.

Sólo se mencionará un poco el panorama de la legislación aplicable, pues resulta ser un tema que repercute de manera trascendental en el mantenimiento financiero del plan.

La Ley del Impuesto sobre la Renta (LISR) indica algunos aspectos importantes que considerar:

- Las becas educacionales son consideradas como gastos de previsión social, pues son erogaciones efectuadas por los patrones a favor de sus trabajadores y familias para satisfacer necesidades presentes o futuras (LISR Art. 8).
- Los gastos de previsión social son deducibles para la empresa bajo ciertas circunstancias, entre la que destaca, que deben otorgarse en forma general para todos los trabajadores. El límite máximo de deducción para gastos de previsión social (sin considerar las aportaciones al fondo de ahorro, al fondo de pensiones y jubilaciones complementarios, las erogaciones efectuadas por concepto de gastos médicos, primas de seguro de vida y de seguridad social) no será superior a diez veces el salario mínimo general (SMG) del área geográfica que corresponda al trabajador, elevado al año (LISR Art. 31 frac. XII).
- La creación de reservas y aportaciones a las mismas sólo se podrán hacer deducibles si corresponden a fondos de pensiones y primas de antigüedad (LISR Art. 33). Por lo tanto, la creación de un fondo para el plan de becas y sus respectivas aportaciones no serían deducibles.
- El monto máximo exento de impuestos para el trabajador por concepto de prestaciones de previsión social será de un SMG del área geográfica del contribuyente, elevado al año (LISR Art. 109 frac. XXVIII).

La empresa que implemente un plan de becas en su paquete de prestaciones, debería analizar el impacto que éste le generaría en el aspecto fiscal, derivado de apegarse a la LISR. Aunque no hay que perder de vista que la reciente legislación en la materia, la Ley del Impuesto Empresarial a Tasa Única (IETU), ya no considera deducibles las prestaciones de previsión social, por lo tanto, sería conveniente que también determinará el impacto que esta nueva ley le traería en un futuro.

4.4 Valuación actuarial

Ahora que ya está definido el plan, la firma Actuarios, S.A. de C.V. establecerá el método de costeo, las hipótesis económicas, financieras y demográficas que

utilizará, asimismo deberá tener a su alcance la información del personal y conocer cual es la fecha de valuación. Con ello, dará a conocer los resultados de la valuación actuarial, entre los que destacan el valor de la obligación acumulada y del *costo anual del plan*.

Como se acaba de crear el plan de becas no existe fondo alguno, sin embargo, para las próximas valuaciones será necesario que la empresa Automotriz, S.A. de C.V. también proporcione el valor del fondo del plan a la fecha de valuación.

A continuación se desglosan con más detalle cada uno de los componentes que se involucran en el contexto de la valuación actuarial:

4.4.1 Fecha de valuación

La fecha formal de la creación del plan de becas es el 31 de diciembre de 2007 y a su vez, ésta es la primera fecha de valuación. Por lo cual, las demás valuaciones serán realizadas con cifras al 31 de diciembre de cada año subsecuente.

4.4.2 Información del personal

Es indispensable que la firma Actuarios, S.A. de C.V. cuente con algunos datos del personal que labora en la empresa Automotriz, S.A. de C.V., así pues, ésta última otorgó la información pertinente. Enseguida se citan todos los campos proporcionados:

Datos del trabajador:

- Nombre.
- Fecha de nacimiento.
- Fecha de ingreso a la empresa.
- *Salario* mensual (si su hijo aún no recibe el beneficio) ó monto mensual de la beca (sólo aplica cuando su hijo ya recibe el beneficio).

Datos del hijo del trabajador:

- Nombre.
- Fecha de nacimiento.

Datos generales:

- Indicar si el hijo del trabajador ya recibe la beca o aún no lo hace.
- Fecha de alta en el plan (fecha en la cual se registran el trabajador y su hijo en el plan de becas).
- Fecha del primer pago de la beca (sólo aplica si el hijo del trabajador ya recibe el beneficio).

El listado de los trabajadores y sus hijos se muestra en el Anexo III.

Se supondrá que todos los trabajadores al servicio de la empresa cumplen con los *requisitos de elegibilidad* que se estipulan en el plan, por lo tanto, todo el personal será tomado en cuenta para realizar la valuación pertinente.

A continuación se presentan dos estadísticas del personal que fue considerado para obtener los resultados actuariales.

- En la siguiente estadística se muestra un censo poblacional de los trabajadores por grupos de edad, *antigüedad* y *salario* mensual:

Automotriz, S.A. de C.V.
Estadística del personal al 31/Dic/2007

Salario mensual

	Antigüedad									Total
	0-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40 y más	
Edad										
16-19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20-24	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5
	89,408	0	0	0	0	0	0	0	0	89,408
25-29	40	6	0	0	0	0	0	0	0	46
	543,235	44,392	0	0	0	0	0	0	0	587,626
30-34	28	13	0	0	0	0	0	0	0	41
	365,009	76,857	0	0	0	0	0	0	0	441,867
35-39	19	7	0	0	0	0	0	0	0	26
	309,089	47,678	0	0	0	0	0	0	0	356,768
40-44	13	4	0	0	0	0	0	0	0	17
	190,231	34,497	0	0	0	0	0	0	0	224,728
45-49	11	3	0	0	0	0	0	0	0	14
	105,075	22,580	0	0	0	0	0	0	0	127,655
50-54	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
	0	9,240	0	0	0	0	0	0	0	9,240
55-59	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60-64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
65-69	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70 y más	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	116	34	0	0	0	0	0	0	0	150
Sal. mensual	1,602,046	235,245	0	0	0	0	0	0	0	1,837,291

- La siguiente distribución muestra un censo poblacional de los hijos de los trabajadores registrados en el plan, por grupos de edad, años faltantes para estar en posibilidad de solicitar el beneficio de forma “normal” y por monto estimado mensual de la beca:

Automotriz, S.A. de C.V.
Estadística de los hijos de los trabajadores al 31/Dic/2007

Monto mensual de la beca

Edad	Años faltantes									Total
	0	1	2	3	4-5	6-7	8-9	10-14	15 y más	
0-3	0	0	0	0	0	0	0	0	67	67
	0	0	0	0	0	0	0	0	67,754	67,754
4-6	0	0	0	0	0	0	0	23	0	23
	0	0	0	0	0	0	0	21,363	0	21,363
7-9	0	0	0	0	0	0	4	20	0	24
	0	0	0	0	0	0	4,337	14,914	0	19,251
10-12	0	0	0	0	0	7	6	0	0	13
	0	0	0	0	0	5,188	4,996	0	0	10,184
13	0	0	0	0	7	0	0	0	0	7
	0	0	0	0	4,569	0	0	0	0	4,569
14	0	0	0	0	5	0	0	0	0	5
	0	0	0	0	2,651	0	0	0	0	2,651
15	0	0	0	3	0	0	0	0	0	3
	0	0	0	2,563	0	0	0	0	0	2,563
16	0	0	2	0	0	0	0	0	0	2
	0	0	1,187	0	0	0	0	0	0	1,187
17	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
	0	1,708	0	0	0	0	0	0	0	1,708
18	0	2	0	0	0	0	0	0	0	2
	0	845	0	0	0	0	0	0	0	845
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20 y más	3	0	0	0	0	0	0	0	0	3
	1,432	0	0	0	0	0	0	0	0	1,432
Total	3	3	2	3	12	7	10	43	67	150
Beca mensual	1,432	2,553	1,187	2,563	7,220	5,188	9,333	36,276	67,754	133,506

Ningún grupo ha ejercido el derecho a la beca a pesar de que algunos ya cumplen con las condiciones para hacerlo (como se puede apreciar), debido a que acaba de implementarse el plan.

4.4.3 Método de costeo

Se utilizó el método de costeo actuarial conocido como crédito unitario proyectado para obtener, tanto el valor de la obligación acumulada como del costo normal. Este último es necesario determinarlo para obtener el costo

laboral, que a su vez es un elemento del *costo anual del plan de becas*. (Ver el apartado 3.3.2 para conocer las características de dicho método de costeo.)

4.4.4 Hipótesis actuariales

Las hipótesis actuariales son los supuestos que se utilizan para estimar la ocurrencia de los eventos futuros que originan o evitan el pago de las becas.

Hay diversos métodos y prácticas para elegir de forma adecuada todas las hipótesis utilizadas en una valuación actuarial. Sin embargo, dichos métodos no serán analizados, debido a que ello excede los fines de la presente tesis. Así pues, sólo se citarán las hipótesis que la empresa Actuarios, S.A. de C.V. seleccionó para realizar dicho cálculo, sin justificar qué hizo para elegir las.

1) Hipótesis demográficas

Es muy probable que la empresa Automotriz, S.A. de C.V. no cuente con registros estadísticos históricos sobre las contingencias de muerte, invalidez, rotación, retiro anticipado y normal en la empresa, debido a que la aplicación del plan apenas inicia. Cuando esto sucede se utilizan tablas ya existentes, no obstante, las hipótesis elegidas se pueden modificar pasados algunos años al generarse la información histórica necesaria.

Cada una de las tablas que mostrarán tales contingencias (tablas de decremento) tienen la misma estructura, son modelos que dependen exclusivamente de la edad del trabajador, sin hacer diferencia entre hombres y mujeres.

1.a) *Tabla de mortalidad*

La tabla utilizada para reflejar el fenómeno de la mortalidad del grupo de trabajadores y de sus hijos es conocida con el nombre de: "*México 2000 - H*".

1.b) *Tabla de invalidez*

Esta fuerza de decremento tiene un impacto muy bajo entre las hipótesis demográficas. La tabla utilizada para medir el riesgo de invalidez a que están expuestos los trabajadores es llamada: "*Invalide*".

1.c) *Tabla de rotación*

Entre las hipótesis demográficas, la rotación es la fuerza de decremento que tiene mayor repercusión en la valuación actuarial. La tabla utilizada para

estimar el comportamiento de la rotación a que está expuesto el grupo de trabajadores es conocida con el nombre de: “*Alex x 3*”.

1.d) *Tabla de retiro anticipado en el empleo*

La tabla utilizada para determinar el comportamiento de ejercer el derecho al retiro durante la vejez es conocida como: “*Ret 60-65*”.

1.e) *Tabla de retiro normal en el empleo*

Finalmente, se considera que la edad máxima de un trabajador en la empresa es a los 65 años, para lo cual se utilizará la tabla conocida como: “*Fix Ret*”.

A continuación se muestran algunos valores representativos de las tablas antes mencionadas:

Edad	Porcentaje				
	Mortalidad	Invalidez	Rotación	Retiro anticipado	Retiro normal
20	0.08	0.10	17.40	-	-
25	0.07	0.10	14.10	-	-
30	0.09	0.10	11.10	-	-
35	0.11	0.11	8.40	-	-
40	0.17	0.13	6.60	-	-
45	0.25	0.18	5.40	-	-
50	0.35	0.42	3.90	-	-
55	0.67	1.00	2.40	-	-
60	1.42	1.87	-	8.66	-
61	1.60	1.87	-	10.00	-
62	1.77	1.87	-	11.66	-
63	1.88	1.87	-	15.00	-
64	2.04	1.87	-	18.33	-
65	-	-	-	-	100.00

En el Anexo IV se exponen de forma completa dichas tablas demográficas, asimismo también se podrán observar algunos conmutados actuariales contruidos a partir de éstas.

2) Hipótesis económico-financieras

En su caso particular, dichas hipótesis han sido seleccionadas en términos nominales, es decir, ya asumen un efecto de inflación estimada a largo plazo.

2.a) *Tasa de descuento*

Esta tasa es utilizada para trasladar a valor presente el valor de los pasivos, dicha tasa será del 8.00% anual.

2.b) *Tasa de incremento al salario*

Dicha tasa se utiliza para estimar el incremento que tendrá el *salario* que percibe cada trabajador con el transcurso de los años, dicha tasa será del 5.00% anual.

2.c) *Tasa de incremento al salario mínimo*

Esta tasa sirve para estimar el incremento que tendrá el salario mínimo mensual del Distrito Federal con el transcurso de los años, dicha tasa será del 4.00% anual.

2.d) *Tasa de rendimiento del fondo*

Con esta tasa se estiman los rendimientos o intereses que ganará el fondo del plan de becas durante un año, en su caso particular será del 8.50% anual.

2.e) *Tasa de crecimiento a las becas*

Esta tasa servirá para incrementar anualmente el monto de las becas, una vez que éstas sean otorgadas. Representa el incremento que se estima tendrá el INPC, en su caso se utilizará una tasa del 3.50% anual.

2.f) *Salario mínimo en el Distrito Federal*

Un dato adicional considerado es el valor del salario mínimo en el Distrito Federal al momento de la fecha de valuación, el cual es de \$1,517.10 mensuales.

4.4.5 Resumen de los supuestos

Para que el lector tenga un mejor entendimiento entre la teoría actuarial descrita en el capítulo anterior y el presente caso práctico, aprovechando que ya están definidas tanto las características del plan como las hipótesis a utilizar, se muestra a continuación un cuadro con tres columnas, en la primera se cita un concepto, en la segunda se muestra el valor que tiene dicho concepto en el caso práctico, y en la tercera se presenta la notación que tiene tal concepto en el modelo actuarial.

**PARÁMETROS Y SUPUESTOS UTILIZADOS PARA
REALIZAR LA VALUACIÓN ACTUARIAL**

PLAN DE BECAS DE LA EMPRESA AUTOMOTRIZ, S.A. DE C.V.

Concepto	Valor	Notación
Hipótesis económico- financieras (tasas anuales y nominales)		
Tasa de descuento.	8.00%	i
Tasa de incremento al <i>salario</i> .	5.00%	j
Tasa de incremento al salario mínimo.	4.00%	ism
Tasa de rendimiento del fondo.	8.50%	i^{\wedge}
Tasa de crecimiento a las becas.	3.50%	g
Factor financiero con crecimiento salarial.	0.972	$v_{(i,j)}^t$
Factor financiero con crecimiento a las becas.	0.958	$v_{(i,g)}^t$
Supuesto económico adicional		
Salario mínimo mensual en el D.F. a la fecha de valuación.	\$1,517.10	$SMDFx$
Hipótesis demográficas (tablas de decrementos) *		
Mortalidad (trabajador e hijo)	México 2000-H	$q_x^{(m)}$
Invalidez (trabajador)	Invalide	$q_x^{(i)}$
Rotación (trabajador)	Alex x 3	$q_x^{(Rot)}$
Retiro anticipado en el empleo (trabajador)	Ret 60-65	$q_x^{(r.a.)}$
Retiro normal en el empleo (trabajador)	Fix Ret	$q_x^{(r)}$

* Dicha notación no representa toda la tabla de decremento, sólo simboliza la probabilidad de que una persona sea tocada por el evento en cuestión entre las edades x y $x+1$.

Concepto	Valor	Notación
Elementos del plan de becas		
Porcentaje aplicado al <i>sueldo utilizado para el cálculo del beneficio</i> y a la <i>antigüedad</i> del trabajador.	1.50%	α
Factor que multiplica al <i>SMDFx</i> para determinar el monto mínimo de beca que la empresa le puede otorgar al hijo del trabajador.	25%	λ
Número mínimo de años de <i>antigüedad</i> que la empresa le solicita al trabajador para que éste pueda solicitar la beca.	3	k
Número máximo de años que el hijo del trabajador puede recibir la beca.	5	n
Frecuencia con la que se realiza el pago de las becas en un año.	12	m
Edad mínima permitida (anticipada), en la cual el hijo del trabajador puede empezar a recibir la beca.*	15	A
Edad estándar (normal), en la cual el hijo del trabajador ya puede empezar a recibir la beca.*	18	N
Edad máxima permitida (diferida), en la cual el hijo del trabajador puede empezar a recibir la beca.*	22	D
Fecha de valuación		
Día	31/12/2007	t

* Esta edad aún no considera si ya se cumplen los requisitos de *antigüedad* (k años) que la empresa le solicita al trabajador.

4.4.6 Resultados de la valuación

Los resultados actuariales obtenidos al valuar el plan de becas que brinda la empresa Automotriz, S.A. de C.V. a sus trabajadores se realizaron considerando:

- Las características del plan de becas descritas en el apartado 4.2.

- La fecha de valuación, el método de costeo y las hipótesis actuariales descritos en los apartados 4.4.1, 4.4.3 y 4.4.4, respectivamente.
- El listado de los trabajadores y de sus respectivos hijos que se muestra en el Anexo III.

El siguiente cuadro muestra los resultados obtenidos de la valuación actuarial:

Automotriz, S.A. de C.V.
Financiamiento del plan de becas
Resultados de la valuación actuarial al 31/Dic/2007

1. Datos del personal	
a. Número de trabajadores	150
b. Edad promedio	34.14
c. Antigüedad promedio	3.32
d. Nómina anual	\$22,047,490
e. Nómina mensual	\$1,837,291
f. Salario mensual promedio	\$12,249
2. Datos de los beneficiarios (hijos de los trabajadores)	
a. Número de beneficiarios	150
b. Edad promedio de los beneficiarios	6.22
3. Datos importantes de la valuación	
a. Obligación acumulada del personal que ya recibe la beca	\$0
b. Obligación acumulada del personal que no ha ejercido el derecho a la beca *	\$67,340
c. Obligación acumulada del personal que no ha ejercido el derecho a la beca **	\$1,181,307
d. Obligación acumulada total [3a. + 3b. + 3c.]	\$1,248,647
e. Valor del fondo	\$0
f. Porcentaje financiado [3e. / 3d.]	0.00%
4. Costo anual del plan (aplicable durante 2008)	
a. Costo laboral	\$348,178
b. Costo financiero	\$99,237
c. Rendimiento esperado del fondo ***	(\$27,754)
d. Amortización de la obligación acumulada no financiada [3d. / 5]	\$249,729
e. Pérdidas / (Ganancias) actuariales	\$0
f. Costo anual del plan de becas [4a. + 4b. + 4c. + 4d. + 4e.]	\$669,391
g. Costo anual del plan como porcentaje de la nómina [4f. / 1d.]	3.04%

* Ya cumplen con las condiciones para solicitar la beca.

** Aún no cumplen con las condiciones para solicitar la beca.

*** Esta cifra se muestra en negativo exclusivamente para fines de presentación.

A continuación se presenta con detalle el cálculo del *costo anual* del plan:

Automotriz, S.A. de C.V.
Financiamiento del plan de becas
Costo anual del plan (aplicable durante 2008)

		Porcentaje de la nómina
1. Costo Laboral		
a. Costo normal	\$322,387	
b. Tasa de descuento	8.00%	
c. Costo laboral [$1a. \times (1 + 1b.)$]	\$348,178	1.58%
2. Costo Financiero		
a. Obligación acumulada total	\$1,248,647	
b. Pago esperado de becas del año siguiente	\$16,364	
c. Obligación acumulada total promedio [$2a. - 2b./2$]	\$1,240,465	
d. Tasa de descuento	8.00%	
e. Costo financiero [$2c. \times 2d. /$]	\$99,237	0.45%
3. Rendimiento esperado del fondo		
a. Valor del fondo	\$0	
b. Contribución esperada del año siguiente	\$669,391	
c. Pago esperado de becas del año siguiente	\$16,364	
d. Valor promedio del fondo [$3a. + 3b./2 - 3c./2$]	\$326,513	
e. Tasa esperada de rendimiento del fondo	8.50%	
f. Rendimiento esperado del fondo [$-3d. \times 3e. /$]*	(\$27,754)	-0.13%
4. Amortización de la obligación acumulada no financiada [$2a. /5$]	\$249,729	1.13%
5. Pérdidas / (Ganancias) actuariales	\$0	0.00%
6. Costo anual del plan de becas [$1c. + 2e. + 3f. + 4. + 5. /$]	\$669,391	3.04%

* Esta cifra se muestra en negativo exclusivamente para fines de presentación.

Adicionalmente, en el Anexo V se presenta un listado de los resultados obtenidos por trabajador.

Hay dos resultados importantes que se exponen en los cuadros anteriores, uno de ellos es el valor de la obligación acumulada y el otro es el *costo anual del plan de becas*. Este último monto es la contribución sugerida que la empresa Automotriz, S.A. de C.V. deberá realizar para crear el fondo del plan durante el año 2008.

El *costo anual del plan de becas* que se calculará en las siguientes valuaciones, en su momento se obtendrá de la misma manera, pero habrá dos diferencias significativas:

- En los *costos anuales* subsecuentes se tendrán que reconocer las pérdidas o ganancias que se generen en su respectivo año. Hay que recordar que por definición este concepto es igual a cero el primer año de la valuación del plan.
- La amortización de la obligación acumulada no financiada tendrá un valor igual a cero una vez que se haya terminado de reconocer el monto total de la obligación acumulada no financiada inicial, lo cual sucederá cinco años después de la fecha en que se implemento dicho plan.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se cumplió el objetivo del presente trabajo, ya que se cimentó el diseño de un plan de becas dentro del contexto que muestran los planes de beneficios que las empresas suelen otorgar a su personal, además se estableció la estructura necesaria para cuantificar y financiar su obligación acumulada, valiéndose de diversos elementos de la teoría actuarial. Sin embargo, el tema tratado en esta tesis no sólo comprende un enfoque actuarial, pues también se involucraron aspectos de diversa índole, como el académico, económico, social, etc. Citado lo anterior, se obtienen los siguientes razonamientos:

- A pesar de la ausencia literaria que existe sobre las bases técnicas que rigen los diversos mecanismos de financiamiento para la educación de nivel superior, se consiguió construir el modelo actuarial que cuantifica el pasivo del plan de becas, así como también se logró determinar la forma de financiarlo a través del tiempo.
- Este trabajo se ha desarrollado aplicando principios y técnica actuarial reconocidos universalmente tanto de vida individual como conjunta, desde la medición del evento que origina el pago de la beca hasta la forma de financiar el plan en cuestión.
- La propuesta metodológica para valuar el plan de becas construida en el capítulo III representa una muestra de los bastos alcances que brinda la técnica actuarial; aunque su campo tiene muchas ramas de aplicación, se puede aprovechar y explotar su potencial en otras áreas en desarrollo.
- Es un plan orientado a mejorar el futuro de las personas y por ello de la sociedad en general, pues la educación es una de las mejores herramientas que permiten el progreso de una nación y de las personas que la integran; además este tipo de ayuda financiera fomenta y estimula la retención de los estudiantes en los recintos académicos.
- Es una base para el financiamiento de diversos sistemas educativos. El modelo actuarial propuesto puede ser ajustado para apoyar al alumnado de diferentes niveles escolares, como el básico o medio superior, o bien, la estructura del modelo diseñado puede servir de plataforma para construir planes de becas más complejos.

- Es un esquema en beneficio del trabajador y de sus hijos, dado que los gastos para cubrir la educación resultan ser una preocupación que atañe a los padres de familia actualmente.
- El plan de becas es una herramienta que sirve para atraer y retener a los trabajadores en la empresa, dada la importancia que tiene la educación en nuestros días.
- El esquema planteado puede modificarse para ser convertido en un plan contributivo. Esto significa que el trabajador junto con la empresa son responsables de financiar el plan, lo cual tiene como consecuencia generar un monto mayor de beca para otorgar al joven estudiante. Además, en caso de que se rompa la relación laboral antes de cumplir las condiciones para solicitar el beneficio, el trabajador tiene el derecho de tomar el monto de dinero recaudado por las contribuciones que éste mismo realizó, en cuyo caso también resulta ser una alternativa de ahorro.
- Se genera una obligación para el patrón, la cual en la práctica puede ser valuada actuarialmente de conformidad con lo establecido en los principios contables. La Norma de Información Financiera D-3 (NIF D-3) actualmente indica los criterios que se deben seguir para reconocer de forma adecuada los beneficios que las empresas otorgan a sus empleados. En donde, el plan de becas es definido como un beneficio directo a largo plazo, por lo tanto, para adecuarlo apropiadamente sería conveniente definir los elementos contables que indica dicha norma.

ANEXOS

Anexo I. – Notación y terminología

En el siguiente listado se muestra, tratando de seguir el orden alfabético, la notación y la terminología que fue utilizada para diseñar el modelo actuarial. Además se cita la página en la cual se uso o definió por primera vez dicho símbolo y finalmente, se indica el concepto que representa.

Notación	Página	Concepto
A	23	Edad mínima permitida (anticipada), en la cual el hijo del trabajador puede empezar a recibir la beca. Sin embargo, ésta edad aún no considera si ya se cumplen los requisitos de <i>antigüedad</i> (k años) que la empresa le solicita al trabajador.
$Amort. OANF_t^{CUP}$	49	Amortización de la obligación acumulada no financiada del año t . <i>Def. (Ec. 27)</i>
$12 \cdot \ddot{a}_{x:n}^{(12)(\tau)}_{(i,g)}$	32	Valor presente de una anualidad anticipada, cuyos pagos son realizados mensualmente durante n años, dónde el primero de ellos es de 1 u.m., condicionados a la permanencia del trabajador de edad x en la empresa. Se asume un crecimiento geométrico en el beneficio a una tasa anual g y finalmente, considera una tasa de descuento anual i . <i>Def. (Ec. 3)</i>
$B(y)$	29	Monto mensual de la beca que recibe el hijo del trabajador cuando tiene y años de edad.
$BA_{(x_1, y_1)(x_2, y_2)}$	29	Beneficio acumulado considerando el <i>salario</i> alcanzado por el trabajador cuando se cumplen las edades (x_1, y_1) y tomando la <i>antigüedad</i> que consigue a las edades (x_2, y_2) . <i>Def. (Ec. 2)</i>
$BA_{(x_1, y_1)(x_2, y_2)}^{\Phi}$	54	Beneficio acumulado incrementado actuarialmente.
$BA_{(x_1, y_1)(x_2, y_2)}^{\Psi}$	52	Beneficio acumulado reducido actuarialmente.
$\Delta BA_{(x_1, y_1)(x_2, y_2)}$	38	Incremento que presenta el $BA_{(x_1, y_1)(x_2, y_2)}$ durante un año.
C_t	40	<i>Costo anual del plan de becas</i> del año t . Es la contribución que la empresa debe realizar al fondo de dicho plan en el transcurso del año t . <i>Def. (Ec. 26) y (Ec. 29)</i> .
CF_t	44	Costo financiero devengado durante el año t . <i>Def. (Ec. 19) y (Ec. 24)</i> .

Notación	Página	Concepto
CL_t^{CUP}	44	Costo laboral devengado durante el año t . <i>Def.</i> (Ec.18) y (Ec. 23).
CN_t^{CUP}	39	Costo normal del año t , calculado bajo el método de costeo actuarial llamado crédito unitario proyectado. <i>Def.</i> (Ec.11).
D	23	Edad máxima permitida (diferida), en la cual el hijo del trabajador puede empezar a recibir la beca. Sin embargo, ésta edad aún no considera si ya se cumplen los requisitos de <i>antigüedad</i> (k años) que la empresa le solicita al trabajador.
$D_{x_i}^{(\tau)}$	27	Término conmutado que se obtiene de multiplicar $l_x^{(\tau)}$ por el factor v_i^x .
$D_{x(i,g)}^{(\tau)}$	27	Término conmutado que se obtiene de multiplicar $l_x^{(\tau)}$ por el factor $v_{(i,g)}^x$.
${}_tE_{x_i}^{(\tau)}$	27	Dotal puro de una persona de edad x y laboralmente activa diferido t años, considerando en el factor financiero una tasa de descuento anual i .
${}_tE_{x(i,g)}^{(\tau)}$	27	Dotal puro de una persona de edad x y laboralmente activa diferido t años, considerando como factor financiero a $v_{(i,g)}$.
${}_tE_{x;y_i}^{(p)}$	28	Factor contingente que muestra la probabilidad de pagar la beca a un grupo de participantes con edades (x, y) , trasladado a valor presente t años considerando una tasa de descuento anual i . <i>Def.</i> (Ec.1)
F	24	Edad máxima que el trabajador tiene entre la edad F' y la edad x .
F^\wedge	24	Edad que tiene el trabajador cuando su hijo tiene I' años de edad.
F_t	39	Saldo del fondo del año t .
FIA_s	55	Factor de incremento actuarial que se aplica cuando se ejerce el derecho al beneficio s años después de la primera fecha en que se cumplieron los requisitos para solicitar la beca de manera "normal". <i>Def.</i> (Ec. 34)
FRA_s	53	Factor de reducción actuarial que se aplica cuando se ejerce el derecho al beneficio s años antes de la primera fecha en que se cumplen los requisitos para solicitar la beca de manera "normal". <i>Def.</i> (Ec. 31)
g	25	Tasa anual de incremento a las becas.

Notación	Página	Concepto
GA_t	33	Grupo de activos que existen en el año t . Conjunto de trabajadores con sus respectivos hijos existentes en el año t , que tienen la posibilidad de ejercer el derecho a la beca en un futuro.
$Ganancia_{[t, t+1]}$	43	Ganancias actuariales generadas entre el año t y $t+1$. <i>Def. (Ec.16) y (Ec.28).</i>
GB_t	33	Grupos de trabajadores con sus respectivos hijos que ya reciben la beca en el año t .
GBP_t	36	Grupos que ejercen el derecho a la beca entre el año t y $t+1$.
GD_t	36	Grupos que se destruyen entre el año t y $t+1$, además tienen la característica de que no alcanzaron a ejercer el derecho a la beca.
$H(B)_{[A, D+n]}$	29	Hijo del trabajador, el cual ya recibe la beca y además tiene una edad $y \in [A, D+n]$.
$H(NB)_{(0, D]}$	29	Hijo del trabajador, el cual aún no recibe la beca y además tiene una edad $y \in [0, D]$.
i	24	Tasa anual de descuento.
I	23	Edad máxima que el hijo del trabajador tiene entre la edad I' y la edad y .
i'	24	Tasa anual de rendimiento del fondo del plan de becas.
I'	23	Edad adecuada (ideal), en la cual el hijo del trabajador ya puede empezar a recibir la beca. Se toma de origen la edad "normal", después se incrementa con los años que son necesarios para que se cumplan los requisitos de <i>antigüedad</i> (k años) que la empresa le solicita al trabajador.
ism	25	Tasa anual de incremento al salario mínimo.
j	24	Tasa anual de incremento al <i>salario</i> .
k	22	Número mínimo de años de <i>antigüedad</i> que la empresa le solicita al trabajador para que éste pueda solicitar la beca.
$l_x^{(r)}$	26	Número de personas de edad x que siguen como trabajadores activos en la empresa.
m	30	Frecuencia con la que se realiza el pago de las becas en un año.
n	30	Número máximo de años que el hijo del trabajador puede recibir la beca. Temporalidad máxima de la anualidad.

Notación	Página	Concepto
N	23	Edad estándar (normal), en la cual el hijo del trabajador ya puede empezar a recibir la beca. Sin embargo, ésta edad aún no considera si ya se cumplen los requisitos de <i>antigüedad</i> (k años) que la empresa le solicita al trabajador.
$N_{x_i}^{(\tau)}$	27	Término conmutado obtenido de: $\sum_{t=0}^{r-x} D_{x+t_i}^{(\tau)}$
$N_{x(i,g)}^{(\tau)}$	27	Término conmutado obtenido de: $\sum_{t=0}^{r-x} D_{x+t(i,g)}^{(\tau)}$
OA_t^{CUP}	34	Obligación acumulada del año t o a las edades (x, y) , calculada bajo el método de costeo actuarial llamado crédito unitario proyectado. <i>Def. (Ec. 5)</i>
$OA_{(x,y)}^{CUP_j}$	33	Obligación acumulada obtenida a las edades (x, y) del j -ésimo grupo de activos y calculada bajo el método de costeo actuarial llamado crédito unitario proyectado. <i>Def. (Ec. 4)</i>
$OANF_t^{CUP}$	40	Obligación acumulada no financiada del año t . <i>Def. (Ec. 12)</i>
P_t	40	Pago de becas realizado durante el año t .
$p_x^{(\tau)}$	26	Probabilidad de que un trabajador de edad x permanezca activo en la empresa hasta la edad $x+1$.
${}_t p_y^{(m)}$	27	Probabilidad de que una persona de edad y sobreviva t años más.
${}_t p_{x:y}^{(p)}$	27	Probabilidad de que un trabajador de edad x siga laborando en la empresa después de t , mientras que su hijo de edad y sobreviva t años más.
PEB_t	44	Monto de pagos que se espera la empresa realice por concepto de becas durante el año t . <i>Def. (Ec. 37)</i>
$PEB_t(B)$	56	Pago de becas que se espera la empresa realice al GB_t durante el año t . <i>Def. (Ec. 36)</i> .
$PEB_t(NB)$	56	Pago de becas que se espera la empresa realice al GA_t durante el año t . <i>Def. (Ec. 35)</i> .
$PF(y)$	29	Número de pagos de la beca que a la empresa le hace falta entregar al hijo de un trabajador, contados a partir de que el joven estudiante tenga y años de edad y asumiendo que seguirá recibiendo la beca hasta consumir los n años de beneficio.
$PR(y)$	30	Número de pagos de la beca realizados por la empresa al hijo de un trabajador, computados hasta el momento en que el joven estudiante tenga y años de edad.

Notación	Página	Concepto
$q_x^{(i)}$	26	Probabilidad de que una persona de edad x se invalide antes de llegar a la edad $x+1$.
$q_x^{(m)}$	26	Probabilidad de que una persona de edad x muera antes de llegar a la edad $x+1$.
$q_x^{(r)}$	26	Probabilidad de que una persona de edad x se retire del empleo antes de llegar a la edad $x+1$.
$q_x^{(r.a.)}$	26	Probabilidad de que una persona de edad x ejerza el derecho al retiro anticipado en el empleo antes de llegar a la edad $x+1$.
$q_x^{(Rot)}$	26	Probabilidad de que se rompa el vínculo laboral por rotación (despido o separación voluntaria) en una persona de edad x antes de que llegue a la edad $x+1$.
$q_x^{(\tau)}$	26	Probabilidad de que se rompa el vínculo laboral de una persona de edad x antes de que llegue a la edad $x+1$.
$q_{x:y}^{(p)}$	37	Probabilidad de que se rompa la relación laboral de un trabajador de edad x en el transcurso del siguiente año y/o su hijo de edad y muera en el transcurso del mismo año.
r	23	Edad máxima supuesta, en la cual el trabajador se retira de la empresa.
R_C^i	42	Rendimiento generado por realizar contribuciones al fondo en el año t , considerando una tasa de rendimiento anual i .
R_P^i	42	Rendimiento generado por realizar pago de becas en el año t , utilizando una tasa de rendimiento anual i .
$R_{PEB_t}^i$	44	Rendimiento estimado, obtenido sobre el monto de pago de las becas que se espera realizar durante el año t , utilizando una tasa de interés anual i .
$RF_t^{i^*}$	40	Rendimiento del fondo (recursos monetarios) del plan de becas que se obtiene en el año t , considerando una tasa de interés anual i^* . Def. (Ec. 20) y (Ec. 25).
s	52	Número de años transcurridos.
Sal_x	31	<i>Salario</i> mensual que percibe un trabajador a edad x .
SB_x	29	<i>Sueldo utilizado para el cálculo del beneficio</i> cuando el trabajador tiene x años de edad.
$SMDF_x$	29	Salario mínimo mensual en el Distrito Federal cuando el trabajador tiene x años de edad.

Notación	Página	Concepto
$S_{\overline{1} j}^{(12)}$	31	Monto acumulado de una serie de pagos mensuales, ciertos, anticipados y crecientes geoméricamente a una tasa anual j , realizados durante un año y cuyo primer pago es de $1/12$ u.m.
t	26	Determina el tiempo (años) en el que se está ubicado.
$T(A)_{[16,r)}$	29	Trabajador activo en la empresa, el cual tiene una edad $x \in [16, r)$.
v_i^t	26	Factor financiero para trasladar a valor presente 1 u.m. t años, utilizando una tasa de descuento anual i .
$v_{(i,g)}^t$	26	Factor financiero para trasladar a valor presente 1 u.m. t años, considerando una tasa de incremento anual g y una tasa de descuento anual i .
$(Vs)_{\overline{1} g}^{(12)}$	57	Factor de crecimiento que sufrirán las becas durante un año, considerando a g como la tasa de incremento anual.
w	23	Edad que tiene el trabajador cuando ingresa a la empresa.
x	23	Edad que tiene el trabajador a la fecha de valuación.
x_0	23	Edad que tiene el trabajador cuando se registra en el plan de becas.
(x, y)	29	Expresión utilizada para considerar a un grupo de participantes, donde el trabajador tiene x años de edad, mientras que su hijo tiene y años de edad.
y	23	Edad que tiene el hijo del trabajador a la fecha de valuación.
y_0	23	Edad que tiene el hijo del trabajador cuando es registrado en el plan de becas.
α	29	Porcentaje aplicado al <i>sueldo utilizado para el cálculo del beneficio</i> y a la <i>antigüedad</i> del trabajador.
λ	29	Factor que multiplica al $SMDF_x$ para definir el monto mínimo de beca que la empresa le puede otorgar al hijo del trabajador.
Δ_s	55	Incremento actuarial generado en el beneficio acumulado al transcurrir s años. <i>Def. (Ec.33)</i>

Anexo II. – Expresiones equivalentes

En este anexo se desarrollarán algunas igualdades de ciertas expresiones que fueron utilizadas en el capítulo III. Con el fin de no entorpecer la lectura en aquel capítulo se creo ésta sección, pues es importante conocer el origen y desarrollo de tales equivalencias.

Primera igualdad. Para obtener la expresión definida en la (Ec.3) primero es necesario recordar algunas anualidades más simples.

Se sabe que:

$$\ddot{a}_{x(i,g)}^{(12)(\tau)} \approx \ddot{a}_{x(i,g)}^{(\tau)} - \frac{11}{24}$$

Entonces se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} {}_n| \ddot{a}_{x(i,g)}^{(12)(\tau)} &= {}_nE_{x(i,g)} \cdot \ddot{a}_{x+n(i,g)}^{(12)(\tau)} \\ &\approx {}_nE_{x(i,g)} \cdot \left(\ddot{a}_{x+n(i,g)}^{(\tau)} - \frac{11}{24} \right) \\ &\approx {}_n| \ddot{a}_{x(i,g)}^{(\tau)} - \frac{11}{24} \cdot {}_nE_{x(i,g)} \end{aligned}$$

Utilizando las ecuaciones anteriores se consigue una igualdad en términos conmutados para obtener el valor presente de la anualidad que modela el pago de las becas: $12 \cdot \ddot{a}_{x:n(i,g)}^{(12)(\tau)}$

Entonces se llega a que:

$$\begin{aligned} 12 \cdot \ddot{a}_{x:n(i,g)}^{(12)(\tau)} &= 12 \cdot \left(\ddot{a}_{x(i,g)}^{(12)(\tau)} - {}_n| \ddot{a}_{x(i,g)}^{(12)(\tau)} \right) \\ &\approx 12 \left[\left(\ddot{a}_{x(i,g)}^{(\tau)} - \frac{11}{24} \right) - \left({}_n| \ddot{a}_{x(i,g)}^{(\tau)} - \frac{11}{24} \cdot {}_nE_{x(i,g)} \right) \right] \end{aligned}$$

$$12 \cdot \ddot{a}_{x:n}^{(12)}(\tau) \approx 12 \cdot \left[\ddot{a}_{x:n}^{(\tau)} - \frac{11}{24} \cdot (1 - {}_nE_x(i,g)) \right]$$

$$\approx 12 \cdot \left[\frac{N_x^{(\tau)} - N_{x+n}^{(\tau)} - \frac{11}{24}(D_x^{(\tau)} - D_{x+n}^{(\tau)})}{D_x^{(\tau)}} \right]$$

Finalmente, la expresión obtenida es la siguiente:

$$12 \cdot \ddot{a}_{x:n}^{(12)}(\tau) \approx 12 \cdot \left[\frac{N_x^{(\tau)} - N_{x+n}^{(\tau)} - \frac{11}{24}(D_x^{(\tau)} - D_{x+n}^{(\tau)})}{D_x^{(\tau)}} \right]$$

Segunda igualdad. Para mostrar que se cumple la equivalencia definida en la (Ec. 9) será necesario desarrollar la expresión del lado derecho.

Quedando entonces de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} {}_{I-(y+1)}E_{x+1:y+1}^{(p)} &= {}_{(I-y)}P_{x:y}^{(p)} \cdot (1+i) + q_{x:y}^{(p)} \cdot {}_{I-(y+1)}E_{x+1:y+1}^{(p)} \\ &= {}_{(I-y)}P_{x:y}^{(p)} \cdot v_i^{I-y} \cdot (1+i) + q_{x:y}^{(p)} \cdot {}_{I-(y+1)}P_{x+1:y+1}^{(p)} \cdot v_i^{I-(y+1)} \\ &= {}_{(I-y)}P_{x:y}^{(p)} \cdot v_i^{I-(y+1)} + (1 - p_{x:y}^{(p)}) \cdot {}_{I-(y+1)}P_{x+1:y+1}^{(p)} \cdot v_i^{I-(y+1)} \\ &= {}_{(I-y)}P_{x:y}^{(p)} \cdot v_i^{I-(y+1)} + {}_{I-(y+1)}P_{x+1:y+1}^{(p)} \cdot v_i^{I-(y+1)} - \frac{l_{x+1:y+1}^{(\tau)(m)}}{l_{x:y}^{(\tau)(m)}} \cdot {}_{I-(y+1)}P_{x+1:y+1}^{(p)} \cdot v_i^{I-(y+1)} \\ &= {}_{(I-y)}P_{x:y}^{(p)} \cdot v_i^{I-(y+1)} + {}_{I-(y+1)}P_{x+1:y+1}^{(p)} \cdot v_i^{I-(y+1)} - \frac{l_{x+1:y+1}^{(\tau)(m)}}{l_{x:y}^{(\tau)(m)}} \cdot \frac{l_{I-y+x:I}^{(\tau)(m)}}{l_{x+1:y+1}^{(\tau)(m)}} \cdot v_i^{I-(y+1)} \\ &= \cancel{{}_{(I-y)}P_{x:y}^{(p)} \cdot v_i^{I-(y+1)}} + {}_{I-(y+1)}P_{x+1:y+1}^{(p)} \cdot v_i^{I-(y+1)} - \cancel{{}_{(I-y)}P_{x:y}^{(p)} \cdot v_i^{I-(y+1)}} \\ &= {}_{I-(y+1)}P_{x+1:y+1}^{(p)} \cdot v_i^{I-(y+1)} \\ &= {}_{I-(y+1)}E_{x+1:y+1}^{(p)} \end{aligned}$$

Lo cual muestra que la igualdad se cumple.

Tercera igualdad. Partiendo de la (Ec.29) y despejando la variable C_t se debe mostrar que la equivalencia de la (Ec.26) es correcta.

Por la (Ec.29) se tiene que:

$$C_t = CL_t^{CUP} + CF_t - RF_t^{i^*} + Amort. OANF_t^{CUP} + Ganancia_{[t-1,t]}$$

Donde, por la (Ec.25) el rendimiento esperado del fondo es igual a:

$$RF_t^{i^*} = (F_t + C_t / 2 - PEB_t / 2) \cdot i^*$$

Entonces sustituyendo la (Ec.25) en la (Ec.29) se llega a que:

$$C_t = CL_t^{CUP} + CF_t - (F_t + C_t / 2 - PEB_t / 2) \cdot i^* + Amort. OANF_t^{CUP} + Ganancia_{[t-1,t]}$$

$$C_t = CL_t^{CUP} + CF_t - i^* \cdot F_t - i^* \cdot C_t / 2 + i^* \cdot PEB_t / 2 + Amort. OANF_t^{CUP} + Ganancia_{[t-1,t]}$$

$$C_t (1 + i^* / 2) = CL_t^{CUP} + CF_t - i^* \cdot F_t + i^* \cdot PEB_t / 2 + Amort. OANF_t^{CUP} + Ganancia_{[t-1,t]}$$

$$C_t = \frac{CL_t^{CUP} + CF_t - i^* \cdot F_t + i^* \cdot PEB_t / 2 + Amort. OANF_t^{CUP} + Ganancia_{[t-1,t]}}{1 + i^* / 2}$$

Por lo tanto, la igualdad citada en la (Ec.26) es correcta.

Cuarta igualdad. Para mostrar que utilizando la (Ec.31) como el *factor de reducción actuarial* no se crean pérdidas ni ganancias por ejercer el derecho al beneficio de manera “anticipada”, se debe cumplir que:

$$BA_{(F^s, I^s)(F^s, I^s)}^\Psi = BA_{(F^s, I^s)(F^s, I^s)} \cdot FRA_s$$

Así que considerando la (Ec.31):

$$BA_{(F^s, I^s)(F^s, I^s)}^\Psi = BA_{(F^s, I^s)(F^s, I^s)} \cdot \frac{\ddot{a}_{F^s:n}^{(12)(\tau)} \cdot [I^s - (I^s)] E_{F^s:I^s}^{(p)}}{\ddot{a}_{F^s:n}^{(12)(\tau)}}$$

se tiene la relación: (Proviene de la Ec.30, donde $s=1$.)

$$BA_{(F^s, I^s)(F^s, I^s)} \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F^s:n}^{(12)(\tau)} \cdot [I^s - (I^s)] E_{F^s:I^s}^{(p)} = BA_{(F^s, I^s)(F^s, I^s)}^\Psi \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{F^s:n}^{(12)(\tau)}$$

$$\begin{aligned}
& BA_{(F-s, I-s)(F-s, I-s)} \cdot \cancel{12 \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)}} \cdot [I-(I-s)] E_{F-s:I-s}^{(p)} \\
&= BA_{(F-s, I-s)(F-s, I-s)} \cdot \frac{\cancel{\ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)}} \cdot [I-(I-s)] E_{F-s:I-s}^{(p)}}{\cancel{\ddot{a}_{F-s:n}^{(12)(\tau)}}} \cdot \cancel{12 \cdot \ddot{a}_{F-s:n}^{(12)(\tau)}}
\end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$BA_{(F-s, I-s)(F-s, I-s)} \cdot [I-(I-s)] E_{F-s:I-s}^{(p)} = BA_{(F-s, I-s)(F-s, I-s)} \cdot [I-(I-s)] E_{F-s:I-s}^{(p)}$$

En consecuencia, se muestra que la igualdad se cumple.

Quinta igualdad. Para mostrar que utilizando el *factor de incremento actuarial* no se generan pérdidas ni ganancias por ejercer el derecho al beneficio de manera “diferida”, se debe cumplir la (Ec. 32) partiendo de la definición de la (Ec. 34):

Por la (Ec. 32) se obtiene que:

$$[BA_{(F, I)(F, I)} + \Delta_s BA_{(F, I)(F, I)}] \cdot \ddot{a}_{F+s:n}^{(12)(\tau)} = BA_{(F, I)(F, I)} \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)} \cdot \frac{1}{s E_{F:I}^{(p)}}$$

Al factorizar se llega a que:

$$BA_{(F, I)(F, I)} + \Delta_s BA_{(F, I)(F, I)} = BA_{(F, I)(F, I)} \cdot (1 + \Delta_s)$$

La definición del *factor de incremento actuarial* correspondiente a la (Ec. 34) es:

$$FIA_s = (1 + \Delta_s) = \frac{\ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)}}{s E_{F:I}^{(p)} \cdot \ddot{a}_{F+s:n}^{(12)(\tau)}}$$

Entonces sustituyendo en la (Ec. 32):

$$BA_{(F, I)(F, I)} \cdot \frac{\ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)}}{s E_{F:I}^{(p)} \cdot \ddot{a}_{F+s:n}^{(12)(\tau)}} \cdot \cancel{\ddot{a}_{F+s:n}^{(12)(\tau)}} = \frac{BA_{(F, I)(F, I)} \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)}}{s E_{F:I}^{(p)}}$$

Y finalmente se obtiene la igualdad, pues:

$$\frac{BA_{(F, I)(F, I)} \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)}}{s E_{F:I}^{(p)}} = \frac{BA_{(F, I)(F, I)} \cdot \ddot{a}_{F:n}^{(12)(\tau)}}{s E_{F:I}^{(p)}}$$

Anexo III. – Personal de la empresa

A continuación se presenta el listado del personal que fue involucrado para realizar la valuación actuarial descrita en el capítulo IV.

En dicho listado aparecen las abreviaturas de los campos proporcionados por la empresa Automotriz, S.A. de C.V. En seguida se describe cada una de tales abreviaturas:

No.	Número identificador del trabajador.
Nombre trab.	Nombre del trabajador.
Nac. trab.	Fecha de nacimiento del trabajador.
Ing. trab.	Fecha de ingreso del trabajador en la empresa.
Sal. / beca.	<i>Salario</i> mensual que percibe el trabajador o monto mensual de la beca que recibe el joven estudiante, éste último sólo aplica si ya se goza del beneficio.
Nombre hijo.	Nombre del hijo del trabajador.
Nac. hijo.	Fecha de nacimiento del hijo del trabajador.
Beca.	Indica si el hijo del trabajador ya recibe la beca. (Si / No)
Alta.	Fecha en la cual se registran el trabajador y su hijo al plan de becas.
Primer pago.	Fecha del primer pago de la beca, sólo aplica si el hijo del trabajador ya recibe dicho beneficio.

No.	Nombre trab.	Nac. trab.	Ing. trab.	Sal. / Beca.	Nombre hijo.	Nac. hijo.	Beca.	Alta.	Primer pago.
1	Trabajador 1	07/07/1979	01/09/2006	11,000	Hijo 1	06/09/2002	No	31/12/2007	-
2	Trabajador 2	26/04/1965	09/06/2004	19,800	Hijo 2	30/12/2001	No	31/12/2007	-
3	Trabajador 3	20/09/1963	20/08/2004	33,000	Hijo 3	14/07/1990	No	31/12/2007	-
4	Trabajador 4	08/02/1980	11/04/2006	10,263	Hijo 4	26/11/2003	No	31/12/2007	-
5	Trabajador 5	01/03/1976	09/10/2006	14,520	Hijo 5	26/11/2003	No	31/12/2007	-
6	Trabajador 6	04/12/1980	13/11/2006	17,600	Hijo 6	24/05/2004	No	31/12/2007	-
7	Trabajador 7	19/01/1984	08/03/2007	17,600	Hijo 7	02/08/2006	No	31/12/2007	-
8	Trabajador 8	06/12/1963	23/08/2004	12,826	Hijo 8	13/05/1987	No	31/12/2007	-
9	Trabajador 9	08/10/1977	23/08/2005	9,328	Hijo 9	27/11/1999	No	31/12/2007	-
10	Trabajador 10	22/11/1970	02/12/2003	20,148	Hijo 10	10/06/2005	No	31/12/2007	-
11	Trabajador 11	07/11/1972	29/08/2006	21,120	Hijo 11	15/03/2004	No	31/12/2007	-
12	Trabajador 12	15/11/1982	14/03/2007	26,796	Hijo 12	29/11/2006	No	31/12/2007	-
13	Trabajador 13	24/02/1981	18/04/2007	19,360	Hijo 13	24/10/2004	No	31/12/2007	-
14	Trabajador 14	09/11/1958	16/06/2002	10,261	Hijo 14	28/04/1993	No	31/12/2007	-
15	Trabajador 15	07/07/1961	06/09/2005	24,418	Hijo 15	19/12/1997	No	31/12/2007	-
16	Trabajador 16	25/04/1974	08/05/2007	23,540	Hijo 16	18/08/2004	No	31/12/2007	-
17	Trabajador 17	21/04/1979	29/12/2005	11,660	Hijo 17	04/10/2006	No	31/12/2007	-
18	Trabajador 18	25/10/1980	11/08/2005	15,400	Hijo 18	14/10/2005	No	31/12/2007	-
19	Trabajador 19	27/11/1978	10/03/2007	13,842	Hijo 19	29/09/2005	No	31/12/2007	-
20	Trabajador 20	25/07/1977	09/04/2007	16,060	Hijo 20	16/04/2001	No	31/12/2007	-
21	Trabajador 21	03/11/1982	14/02/2006	13,354	Hijo 21	28/07/2005	No	31/12/2007	-
22	Trabajador 22	24/05/1968	13/01/2004	12,100	Hijo 22	23/11/2000	No	31/12/2007	-
23	Trabajador 23	25/11/1969	03/01/2007	15,400	Hijo 23	14/11/1997	No	31/12/2007	-
24	Trabajador 24	05/04/1983	14/02/2007	20,988	Hijo 24	06/09/2006	No	31/12/2007	-
25	Trabajador 25	28/12/1974	25/03/2002	8,800	Hijo 25	17/09/1999	No	31/12/2007	-
26	Trabajador 26	13/01/1980	07/08/2004	8,800	Hijo 26	30/10/2005	No	31/12/2007	-
27	Trabajador 27	09/11/1981	01/01/2007	16,940	Hijo 27	21/11/2005	No	31/12/2007	-
28	Trabajador 28	04/04/1982	15/06/2006	18,260	Hijo 28	24/03/2005	No	31/12/2007	-
29	Trabajador 29	25/01/1974	28/02/2007	26,400	Hijo 29	28/10/2004	No	31/12/2007	-
30	Trabajador 30	07/09/1975	17/11/2006	12,100	Hijo 30	06/07/2006	No	31/12/2007	-
31	Trabajador 31	09/03/1963	02/04/2007	35,915	Hijo 31	23/09/2000	No	31/12/2007	-
32	Trabajador 32	13/01/1970	09/11/2006	25,652	Hijo 32	28/07/1994	No	31/12/2007	-
33	Trabajador 33	04/10/1978	13/06/2007	44,121	Hijo 33	05/04/2003	No	31/12/2007	-
34	Trabajador 34	12/06/1976	19/04/2007	16,720	Hijo 34	14/09/1999	No	31/12/2007	-
35	Trabajador 35	01/01/1977	21/06/2005	38,478	Hijo 35	09/02/2003	No	31/12/2007	-
36	Trabajador 36	19/10/1967	14/08/2006	10,727	Hijo 36	12/01/2006	No	31/12/2007	-
37	Trabajador 37	11/12/1971	28/11/2006	34,320	Hijo 37	07/03/1995	No	31/12/2007	-
38	Trabajador 38	15/07/1969	12/07/2006	12,100	Hijo 38	12/10/1993	No	31/12/2007	-
39	Trabajador 39	10/11/1975	18/08/2004	8,800	Hijo 39	21/11/2000	No	31/12/2007	-
40	Trabajador 40	26/08/1969	09/04/2007	18,656	Hijo 40	21/06/1993	No	31/12/2007	-
41	Trabajador 41	07/06/1959	12/01/2004	8,620	Hijo 41	05/02/1995	No	31/12/2007	-
42	Trabajador 42	11/02/1984	26/05/2007	23,320	Hijo 42	30/03/2006	No	31/12/2007	-
43	Trabajador 43	09/10/1972	03/03/2003	20,988	Hijo 43	19/12/2006	No	31/12/2007	-
44	Trabajador 44	06/10/1980	16/03/2007	13,992	Hijo 44	04/06/2005	No	31/12/2007	-
45	Trabajador 45	18/04/1968	11/04/2006	13,596	Hijo 45	31/07/1994	No	31/12/2007	-
46	Trabajador 46	28/01/1981	31/01/2007	25,982	Hijo 46	22/11/2003	No	31/12/2007	-
47	Trabajador 47	14/12/1964	16/06/2004	8,140	Hijo 47	24/11/1987	No	31/12/2007	-
48	Trabajador 48	28/08/1982	08/02/2007	15,400	Hijo 48	28/05/2006	No	31/12/2007	-
49	Trabajador 49	17/10/1982	07/01/2007	17,600	Hijo 49	16/02/2005	No	31/12/2007	-
50	Trabajador 50	24/10/1961	04/08/2003	11,000	Hijo 50	02/01/1998	No	31/12/2007	-

No.	Nombre trab.	Nac. trab.	Ing. trab.	Sal. / Beca.	Nombre hijo.	Nac. hijo.	Beca.	Alta.	Primer pago.
51	Trabajador 51	10/11/1981	04/02/2007	17,600	Hijo 51	16/09/2005	No	31/12/2007	-
52	Trabajador 52	05/01/1979	17/12/2005	10,074	Hijo 52	21/10/2002	No	31/12/2007	-
53	Trabajador 53	15/09/1970	20/07/2007	16,500	Hijo 53	13/09/1998	No	31/12/2007	-
54	Trabajador 54	23/02/1976	01/02/2007	22,572	Hijo 54	03/11/2001	No	31/12/2007	-
55	Trabajador 55	16/04/1976	26/01/2001	13,420	Hijo 55	28/03/2005	No	31/12/2007	-
56	Trabajador 56	27/05/1983	30/01/2007	13,200	Hijo 56	14/07/2005	No	31/12/2007	-
57	Trabajador 57	18/02/1982	03/02/2006	22,000	Hijo 57	25/05/2005	No	31/12/2007	-
58	Trabajador 58	07/12/1966	18/01/2003	6,600	Hijo 58	28/08/1991	No	31/12/2007	-
59	Trabajador 59	07/01/1977	19/03/2002	4,884	Hijo 59	12/01/2006	No	31/12/2007	-
60	Trabajador 60	22/05/1961	25/10/2005	13,420	Hijo 60	17/10/1989	No	31/12/2007	-
61	Trabajador 61	10/10/1960	10/11/2002	7,920	Hijo 61	05/02/1992	No	31/12/2007	-
62	Trabajador 62	27/03/1982	01/03/2007	16,720	Hijo 62	02/10/2004	No	31/12/2007	-
63	Trabajador 63	29/11/1977	10/07/2001	6,600	Hijo 63	17/04/2005	No	31/12/2007	-
64	Trabajador 64	15/07/1958	19/01/2003	4,840	Hijo 64	03/03/1996	No	31/12/2007	-
65	Trabajador 65	17/06/1968	05/09/2002	9,240	Hijo 65	14/04/1994	No	31/12/2007	-
66	Trabajador 66	25/08/1973	22/03/2006	20,020	Hijo 66	02/04/1998	No	31/12/2007	-
67	Trabajador 67	10/05/1963	19/10/2005	14,520	Hijo 67	05/08/2000	No	31/12/2007	-
68	Trabajador 68	31/07/1961	27/02/2004	7,700	Hijo 68	08/03/1998	No	31/12/2007	-
69	Trabajador 69	30/04/1973	10/04/2001	5,388	Hijo 69	25/12/1997	No	31/12/2007	-
70	Trabajador 70	06/02/1968	14/06/2007	15,840	Hijo 70	09/09/2003	No	31/12/2007	-
71	Trabajador 71	08/12/1975	06/02/2004	6,281	Hijo 71	29/05/2002	No	31/12/2007	-
72	Trabajador 72	18/06/1972	04/04/2001	5,786	Hijo 72	26/09/2005	No	31/12/2007	-
73	Trabajador 73	28/08/1977	16/06/2004	7,451	Hijo 73	04/01/2005	No	31/12/2007	-
74	Trabajador 74	09/07/1977	10/02/2001	3,630	Hijo 74	24/11/2000	No	31/12/2007	-
75	Trabajador 75	23/10/1973	26/06/2003	9,440	Hijo 75	13/06/2004	No	31/12/2007	-
76	Trabajador 76	18/07/1969	28/09/2004	10,107	Hijo 76	19/11/2004	No	31/12/2007	-
77	Trabajador 77	26/05/1981	02/02/2007	13,420	Hijo 77	19/08/2003	No	31/12/2007	-
78	Trabajador 78	10/05/1970	24/08/2001	3,960	Hijo 78	26/08/2005	No	31/12/2007	-
79	Trabajador 79	08/04/1970	06/10/2000	4,934	Hijo 79	13/12/2002	No	31/12/2007	-
80	Trabajador 80	01/04/1977	16/04/2003	4,400	Hijo 80	09/11/1999	No	31/12/2007	-
81	Trabajador 81	24/11/1978	22/09/2005	9,414	Hijo 81	27/08/2006	No	31/12/2007	-
82	Trabajador 82	16/04/1973	10/07/2003	4,400	Hijo 82	19/04/2006	No	31/12/2007	-
83	Trabajador 83	29/11/1965	12/08/2000	4,400	Hijo 83	09/04/1995	No	31/12/2007	-
84	Trabajador 84	17/08/1970	26/01/2000	5,060	Hijo 84	24/01/1996	No	31/12/2007	-
85	Trabajador 85	13/11/1967	09/08/2000	4,400	Hijo 85	22/07/2000	No	31/12/2007	-
86	Trabajador 86	07/02/1966	28/02/2001	8,978	Hijo 86	17/03/1995	No	31/12/2007	-
87	Trabajador 87	27/07/1975	13/01/2005	9,240	Hijo 87	06/10/2006	No	31/12/2007	-
88	Trabajador 88	03/09/1963	17/06/2004	6,463	Hijo 88	30/12/1995	No	31/12/2007	-
89	Trabajador 89	05/01/1978	27/05/2002	5,766	Hijo 89	28/07/2003	No	31/12/2007	-
90	Trabajador 90	08/04/1969	11/04/2001	14,300	Hijo 90	17/11/2005	No	31/12/2007	-
91	Trabajador 91	29/10/1971	21/04/2003	4,400	Hijo 91	18/02/2005	No	31/12/2007	-
92	Trabajador 92	13/10/1977	03/09/2002	4,400	Hijo 92	28/11/2000	No	31/12/2007	-
93	Trabajador 93	25/06/1979	16/10/2003	5,601	Hijo 93	20/09/2004	No	31/12/2007	-
94	Trabajador 94	23/09/1975	15/09/2000	5,757	Hijo 94	04/10/2000	No	31/12/2007	-
95	Trabajador 95	21/04/1961	07/05/2004	7,700	Hijo 95	21/02/1999	No	31/12/2007	-
96	Trabajador 96	12/10/1970	24/09/2002	4,400	Hijo 96	20/09/2004	No	31/12/2007	-
97	Trabajador 97	18/07/1974	09/01/2001	4,400	Hijo 97	06/11/2000	No	31/12/2007	-
98	Trabajador 98	26/09/1963	13/02/2001	16,720	Hijo 98	10/02/1999	No	31/12/2007	-
99	Trabajador 99	06/04/1975	20/02/2003	6,600	Hijo 99	16/02/2005	No	31/12/2007	-
100	Trabajador 100	16/08/1980	16/01/2003	9,240	Hijo 100	28/06/2004	No	31/12/2007	-

No.	Nombre trab.	Nac. trab.	Ing. trab.	Sal. / Beca.	Nombre hijo.	Nac. hijo.	Beca.	Alta.	Primer pago.
101	Trabajador 101	09/05/1982	29/05/2006	13,420	Hijo 101	15/02/2006	No	31/12/2007	-
102	Trabajador 102	05/01/1976	09/10/2004	5,922	Hijo 102	30/12/2006	No	31/12/2007	-
103	Trabajador 103	23/04/1974	13/11/2004	9,240	Hijo 103	31/07/2004	No	31/12/2007	-
104	Trabajador 104	28/06/1966	16/11/2004	6,600	Hijo 104	09/06/1988	No	31/12/2007	-
105	Trabajador 105	13/06/1975	16/12/2002	6,600	Hijo 105	06/01/2005	No	31/12/2007	-
106	Trabajador 106	17/11/1964	20/02/2007	13,420	Hijo 106	28/08/2002	No	31/12/2007	-
107	Trabajador 107	15/05/1961	01/05/2004	8,800	Hijo 107	14/09/1996	No	31/12/2007	-
108	Trabajador 108	01/10/1973	25/02/2007	22,220	Hijo 108	17/10/1999	No	31/12/2007	-
109	Trabajador 109	03/04/1976	17/09/2000	3,960	Hijo 109	07/05/2001	No	31/12/2007	-
110	Trabajador 110	03/12/1957	17/07/2000	9,240	Hijo 110	03/10/1992	No	31/12/2007	-
111	Trabajador 111	14/05/1983	06/01/2007	14,300	Hijo 111	18/02/2006	No	31/12/2007	-
112	Trabajador 112	17/12/1974	11/08/2003	6,600	Hijo 112	13/12/2004	No	31/12/2007	-
113	Trabajador 113	31/08/1979	10/10/2003	4,840	Hijo 113	10/12/2006	No	31/12/2007	-
114	Trabajador 114	04/11/1979	15/10/2003	4,532	Hijo 114	09/10/2006	No	31/12/2007	-
115	Trabajador 115	13/09/1959	13/12/2003	4,840	Hijo 115	30/07/1996	No	31/12/2007	-
116	Trabajador 116	02/03/1979	14/03/2003	7,656	Hijo 116	08/04/2001	No	31/12/2007	-
117	Trabajador 117	22/11/1971	16/04/2004	6,600	Hijo 117	16/01/1994	No	31/12/2007	-
118	Trabajador 118	24/06/1981	18/08/2005	6,655	Hijo 118	03/02/2006	No	31/12/2007	-
119	Trabajador 119	04/10/1977	20/01/2003	6,600	Hijo 119	18/10/1999	No	31/12/2007	-
120	Trabajador 120	14/12/1976	31/08/2006	13,420	Hijo 120	21/02/2003	No	31/12/2007	-
121	Trabajador 121	18/12/1962	06/01/2006	8,800	Hijo 121	03/11/1989	No	31/12/2007	-
122	Trabajador 122	31/10/1959	06/01/2003	4,939	Hijo 122	12/06/1994	No	31/12/2007	-
123	Trabajador 123	17/06/1963	03/01/2006	8,800	Hijo 123	21/12/2001	No	31/12/2007	-
124	Trabajador 124	06/04/1976	03/01/2006	7,700	Hijo 124	20/01/2006	No	31/12/2007	-
125	Trabajador 125	11/09/1971	06/01/2006	12,100	Hijo 125	11/09/1994	No	31/12/2007	-
126	Trabajador 126	12/10/1969	22/03/2007	18,304	Hijo 126	28/01/2001	No	31/12/2007	-
127	Trabajador 127	03/12/1978	03/03/2003	3,960	Hijo 127	21/10/2006	No	31/12/2007	-
128	Trabajador 128	22/10/1979	03/03/2003	5,592	Hijo 128	23/07/2005	No	31/12/2007	-
129	Trabajador 129	02/04/1978	18/02/2001	4,466	Hijo 129	01/07/2005	No	31/12/2007	-
130	Trabajador 130	21/12/1974	17/05/2002	3,960	Hijo 130	02/12/2004	No	31/12/2007	-
131	Trabajador 131	09/11/1970	04/06/2007	20,900	Hijo 131	13/10/2004	No	31/12/2007	-
132	Trabajador 132	03/04/1958	24/04/2002	4,400	Hijo 132	20/07/1995	No	31/12/2007	-
133	Trabajador 133	17/11/1980	18/02/2007	13,420	Hijo 133	26/09/2004	No	31/12/2007	-
134	Trabajador 134	06/06/1980	10/10/2003	11,660	Hijo 134	15/08/2003	No	31/12/2007	-
135	Trabajador 135	25/09/1967	20/06/2006	13,420	Hijo 135	02/12/1993	No	31/12/2007	-
136	Trabajador 136	01/05/1973	02/05/2003	18,480	Hijo 136	06/04/1997	No	31/12/2007	-
137	Trabajador 137	14/07/1982	27/04/2006	10,074	Hijo 137	20/10/2006	No	31/12/2007	-
138	Trabajador 138	14/01/1981	11/04/2004	5,211	Hijo 138	27/05/2006	No	31/12/2007	-
139	Trabajador 139	10/06/1980	22/04/2003	21,736	Hijo 139	06/05/2006	No	31/12/2007	-
140	Trabajador 140	27/09/1972	30/04/2004	10,260	Hijo 140	24/03/2003	No	31/12/2007	-
141	Trabajador 141	08/06/1979	29/08/2002	5,341	Hijo 141	07/01/2007	No	31/12/2007	-
142	Trabajador 142	30/12/1977	06/07/2002	5,060	Hijo 142	08/04/2005	No	31/12/2007	-
143	Trabajador 143	31/10/1975	16/04/2004	5,060	Hijo 143	13/09/1998	No	31/12/2007	-
144	Trabajador 144	22/04/1978	03/07/2002	7,700	Hijo 144	23/04/2006	No	31/12/2007	-
145	Trabajador 145	01/07/1978	31/08/2001	13,420	Hijo 145	24/07/2004	No	31/12/2007	-
146	Trabajador 146	17/02/1981	09/02/2004	5,227	Hijo 146	21/07/2006	No	31/12/2007	-
147	Trabajador 147	22/05/1977	25/10/2006	13,420	Hijo 147	18/04/2001	No	31/12/2007	-
148	Trabajador 148	13/03/1979	16/04/2007	16,016	Hijo 148	20/10/2006	No	31/12/2007	-
149	Trabajador 149	07/04/1979	05/07/2002	7,700	Hijo 149	03/12/2005	No	31/12/2007	-
150	Trabajador 150	14/06/1982	25/10/2005	8,800	Hijo 150	26/10/2006	No	31/12/2007	-

Anexo IV. – Decremento múltiple y conmutados actuariales

Los dos cuadros siguientes muestran los valores actuariales que involucran las contingencias a las que está expuesto el trabajador, y que además, fueron utilizados para realizar el caso práctico:

Edad	Mortalidad	Invalidez	Rotación	Retiro anticipado	Retiro normal	Relaciones actuariales		
	$q_x^{(m)}$	$q_x^{(i)}$	$q_x^{(Rot)}$	$q_x^{(r.a.)}$	$q_x^{(r)}$	$q_x^{(\tau)}$	$P_x^{(\tau)}$	$I_x^{(\tau)}$
16	0.000668	0.001000	0.198000	-	-	0.199668	0.800332	1,000,000
17	0.000730	0.001000	0.192000	-	-	0.193730	0.806270	800,332
18	0.000754	0.001000	0.186000	-	-	0.187754	0.812246	645,284
19	0.000757	0.001000	0.180000	-	-	0.181757	0.818243	524,129
20	0.000757	0.001000	0.174000	-	-	0.175757	0.824243	428,865
21	0.000772	0.001000	0.167400	-	-	0.169172	0.830828	353,489
22	0.000820	0.001000	0.160800	-	-	0.162620	0.837380	293,689
23	0.000763	0.001000	0.154200	-	-	0.155963	0.844037	245,929
24	0.000741	0.001000	0.147600	-	-	0.149341	0.850659	207,573
25	0.000734	0.001000	0.141000	-	-	0.142734	0.857266	176,574
26	0.000720	0.001000	0.135000	-	-	0.136720	0.863280	151,371
27	0.000680	0.001000	0.129000	-	-	0.130680	0.869320	130,675
28	0.000764	0.001000	0.123000	-	-	0.124764	0.875236	113,599
29	0.000815	0.001000	0.117000	-	-	0.118815	0.881185	99,426
30	0.000864	0.001010	0.111000	-	-	0.112874	0.887126	87,612
31	0.000939	0.001020	0.105600	-	-	0.107559	0.892441	77,723
32	0.001070	0.001030	0.100200	-	-	0.102300	0.897700	69,363
33	0.001084	0.001050	0.094800	-	-	0.096934	0.903066	62,268
34	0.001098	0.001070	0.089400	-	-	0.091568	0.908432	56,232
35	0.001112	0.001090	0.084000	-	-	0.086202	0.913798	51,083
36	0.001126	0.001110	0.080400	-	-	0.082636	0.917364	46,679
37	0.001140	0.001140	0.076800	-	-	0.079080	0.920920	42,822
38	0.001327	0.001170	0.073200	-	-	0.075697	0.924303	39,436
39	0.001508	0.001210	0.069600	-	-	0.072318	0.927682	36,450
40	0.001693	0.001260	0.066000	-	-	0.068953	0.931047	33,814
41	0.001893	0.001320	0.063600	-	-	0.066813	0.933187	31,483
42	0.002120	0.001390	0.061200	-	-	0.064710	0.935290	29,379
43	0.002255	0.001460	0.058800	-	-	0.062515	0.937485	27,478
44	0.002383	0.001560	0.056400	-	-	0.060343	0.939657	25,760
45	0.002543	0.001810	0.054000	-	-	0.058353	0.941647	24,206
46	0.002775	0.002140	0.051000	-	-	0.055915	0.944085	22,793
47	0.003120	0.002530	0.048000	-	-	0.053650	0.946350	21,519
48	0.003178	0.003000	0.045000	-	-	0.051178	0.948822	20,364
49	0.003255	0.003570	0.042000	-	-	0.048825	0.951175	19,322
50	0.003451	0.004240	0.039000	-	-	0.046691	0.953309	18,379
51	0.003865	0.005040	0.036000	-	-	0.044905	0.955095	17,521
52	0.004526	0.006000	0.033000	-	-	0.043526	0.956474	16,734
53	0.005090	0.007140	0.030000	-	-	0.042230	0.957770	16,006
54	0.005833	0.008470	0.027000	-	-	0.041303	0.958697	15,330
55	0.006701	0.010020	0.024000	-	-	0.040721	0.959279	14,696
56	0.007628	0.011800	0.021000	-	-	0.040428	0.959572	14,098
57	0.008589	0.013830	0.018000	-	-	0.040419	0.959581	13,528
58	0.010506	0.016110	0.015000	-	-	0.041616	0.958384	12,981
59	0.012379	0.018630	0.012000	-	-	0.043009	0.956991	12,441
60	0.014205	0.018650	-	0.086600	-	0.119455	0.880545	11,906
61	0.015980	0.018650	-	0.100000	-	0.134630	0.865370	10,484
62	0.017700	0.018650	-	0.116600	-	0.152950	0.847050	9,072
63	0.018846	0.018650	-	0.150000	-	0.187496	0.812504	7,685
64	0.020432	0.018650	-	0.183300	-	0.222382	0.777618	6,244
65	-	-	-	-	1.000000	1.000000	-	4,855
66	-	-	-	-	-	-	-	-
67	-	-	-	-	-	-	-	-
68	-	-	-	-	-	-	-	-
69	-	-	-	-	-	-	-	-

Edad	Conmutados básicos			Anualidad
	$v_{(i,g)}^j$	$D_{x(i,g)}^{(\tau)}$	$N_{x(i,g)}^{(\tau)}$	$12 \cdot \ddot{a}_{x:5^{-}(i,g)}^{(12)(\tau)}$
16	0.506134	506,134.00	2,448,866.88	34.26
17	0.485045	388,197.10	1,942,732.89	34.75
18	0.464835	299,950.35	1,554,535.79	35.25
19	0.445467	233,482.08	1,254,585.43	35.77
20	0.426906	183,084.87	1,021,103.35	36.31
21	0.409118	144,618.65	838,018.49	36.88
22	0.392071	115,146.84	693,399.83	37.46
23	0.375735	92,404.09	578,252.99	38.05
24	0.360079	74,742.79	485,848.90	38.64
25	0.345076	60,931.43	411,106.11	39.21
26	0.330698	50,058.01	350,174.68	39.78
27	0.316919	41,413.49	300,116.67	40.34
28	0.303714	34,501.51	258,703.18	40.91
29	0.291059	28,938.76	224,201.67	41.47
30	0.278932	24,437.88	195,262.91	42.02
31	0.267310	20,776.17	170,825.03	42.56
32	0.256172	17,768.94	150,048.86	43.09
33	0.245498	15,286.55	132,279.92	43.62
34	0.235269	13,229.56	116,993.37	44.12
35	0.225466	11,517.40	103,763.81	44.57
36	0.216071	10,086.05	92,246.40	44.94
37	0.207068	8,867.06	82,160.35	45.30
38	0.198441	7,825.61	73,293.29	45.65
39	0.190172	6,931.85	65,467.68	45.97
40	0.182248	6,162.61	58,535.84	46.26
41	0.174655	5,498.61	52,373.22	46.49
42	0.167377	4,917.43	46,874.61	46.73
43	0.160403	4,407.59	41,957.18	46.97
44	0.153720	3,959.88	37,549.59	47.22
45	0.147315	3,565.89	33,589.71	47.47
46	0.141177	3,217.90	30,023.82	47.74
47	0.135294	2,911.39	26,805.92	48.00
48	0.129657	2,640.39	23,894.53	48.26
49	0.124255	2,400.88	21,254.14	48.49
50	0.119078	2,188.50	18,853.26	48.69
51	0.114116	1,999.39	16,664.76	48.86
52	0.109361	1,830.04	14,665.37	48.99
53	0.104804	1,677.45	12,835.33	49.10
54	0.100438	1,539.67	11,157.87	49.16
55	0.096253	1,414.58	9,618.20	49.18
56	0.092242	1,300.43	8,203.62	48.86
57	0.088399	1,195.86	6,903.19	47.79
58	0.084715	1,099.71	5,707.33	45.86
59	0.081186	1,010.03	4,607.61	42.98
60	0.077803	926.32	3,597.58	38.96
61	0.074561	781.68	2,671.26	35.51
62	0.071454	648.26	1,889.58	29.48
63	0.068477	526.23	1,241.32	22.81
64	0.065624	409.75	715.10	15.44
65	0.062890	305.35	305.35	6.50
66	0.060269	-	-	-
67	0.057758	-	-	-
68	0.055351	-	-	-
69	0.053045	-	-	-

El siguiente cuadro muestra los valores actuariales que involucran el decremento de muerte aplicado al hijo del trabajador:

Edad	$q_y^{(m)}$	$p_y^{(m)}$	$l_y^{(m)}$
0	0.011327	0.988673	1,000,000
1	0.000600	0.999400	988,673
2	0.000540	0.999460	988,080
3	0.000490	0.999510	987,546
4	0.000460	0.999540	987,062
5	0.000430	0.999570	986,608
6	0.000410	0.999590	986,184
7	0.000400	0.999600	985,780
8	0.000390	0.999610	985,385
9	0.000380	0.999620	985,001
10	0.000370	0.999630	984,627
11	0.000370	0.999630	984,262
12	0.000350	0.999650	983,898
13	0.000426	0.999574	983,554
14	0.000518	0.999482	983,135
15	0.000598	0.999402	982,626
16	0.000668	0.999332	982,038
17	0.000730	0.999270	981,382
18	0.000754	0.999246	980,666
19	0.000757	0.999243	979,926
20	0.000757	0.999243	979,184
21	0.000772	0.999228	978,443
22	0.000820	0.999180	977,688
23	0.000763	0.999237	976,886
24	0.000741	0.999259	976,141
25	0.000734	0.999266	975,417
26	0.000720	0.999280	974,701
27	0.000680	0.999320	974,000
28	0.000764	0.999236	973,337
29	0.000815	0.999185	972,594
30	0.000864	0.999136	971,801
31	0.000939	0.999061	970,961
32	0.001070	0.998930	970,050
33	0.001084	0.998916	969,012
34	0.001098	0.998902	967,961

Anexo V. – Resultados por trabajador

Enseguida se proporciona una descripción detallada de los campos contenidos en la lista que muestra los resultados actuariales por trabajador:

No.	Número identificador del trabajador.
Nombre trab.	Nombre del trabajador.
Edad ing.	Edad que tiene el trabajador cuando ingresa a la empresa.
Edad trab.	Edad que tiene el trabajador a la fecha de valuación (edad actual). Es este caso, dicha edad resulta ser la misma que la alcanzada por el trabajador cuando se dio de alta en el plan de becas.
Edad F .	Edad máxima que el trabajador tiene entre la edad actual y la primera edad en la cual ya puede solicitar el derecho a la beca de forma “normal”.
Ant. trab.	<i>Antigüedad</i> que tiene el trabajador en la empresa a la fecha de valuación.
Edad hijo.	Edad actual que tiene el hijo del trabajador. En este caso, dicha edad resulta ser la misma que la alcanzada por el hijo del trabajador cuando se dio de alta en el plan de becas.
Edad I .	Edad que tiene el hijo del trabajador cuando su papá tiene F años de edad.
Años falt.	Número de años que deben transcurrir para que el trabajador esté en condiciones de solicitar la beca de manera “normal”.
$PR(y)$	Número de pagos de la beca realizados por la empresa al hijo de un trabajador, computados hasta el momento en que el joven estudiante tenga y años de edad.
$PF(y)$	Número de pagos de la beca que a la empresa le hace falta entregar al hijo del trabajador, contados a partir de que el joven estudiante tenga y años de edad y asumiendo que seguirá recibiendo la beca hasta consumir los n años de beneficio.

$BA_{(F,I)(x,y)}$	Monto mensual de la beca (beneficio acumulado) que se estima la empresa otorgará al hijo del trabajador al momento en que ésta sea solicitada de manera “normal”, o bien, el monto mensual de la beca que recibe el hijo del trabajador, si aplica.
$OA_{(x,y)}^{CUP}$	Obligación acumulada actual calculada bajo el método de costeo actuarial llamado crédito unitario proyectado (CUP).
$PEB(y)$	Monto de pagos que se espera la empresa realizará por concepto de becas al joven estudiante durante el siguiente año.
CN_t^{CUP}	Costo normal actual calculado bajo el método de costeo actuarial llamado CUP.

No.	Nombre trab.	Edad ing.	Edad trab.	Edad F.	Ant. trab.	Edad hijo.	Edad I.	Años falt.
1	Trabajador 1	27.15	28.48	41.16	1.33	5.32	18.00	12.68
2	Trabajador 2	39.12	42.68	54.68	3.56	6.00	18.00	12.00
3	Trabajador 3	40.92	44.28	44.82	3.36	17.46	18.00	0.54
4	Trabajador 4	26.17	27.89	41.79	1.72	4.10	18.00	13.90
5	Trabajador 5	30.60	31.83	45.73	1.23	4.10	18.00	13.90
6	Trabajador 6	25.94	27.07	41.47	1.13	3.60	18.00	14.40
7	Trabajador 7	23.13	23.95	40.54	0.82	1.41	18.00	16.59
8	Trabajador 8	40.72	44.07	44.07	3.35	20.64	20.64	-
9	Trabajador 9	27.88	30.23	40.14	2.35	8.09	18.00	9.91
10	Trabajador 10	33.03	37.11	52.55	4.08	2.56	18.00	15.44
11	Trabajador 11	33.81	35.15	49.36	1.34	3.79	18.00	14.21
12	Trabajador 12	24.33	25.13	42.04	0.80	1.09	18.00	16.91
13	Trabajador 13	26.15	26.85	41.67	0.70	3.18	18.00	14.82
14	Trabajador 14	43.60	49.14	52.47	5.54	14.67	18.00	3.33
15	Trabajador 15	44.16	46.48	54.45	2.32	10.03	18.00	7.97
16	Trabajador 16	33.03	33.68	48.31	0.65	3.37	18.00	14.63
17	Trabajador 17	26.70	28.70	45.46	2.00	1.24	18.00	16.76
18	Trabajador 18	24.79	27.18	42.97	2.39	2.21	18.00	15.79
19	Trabajador 19	28.28	29.09	44.84	0.81	2.25	18.00	15.75
20	Trabajador 20	29.70	30.43	41.72	0.73	6.71	18.00	11.29
21	Trabajador 21	23.28	25.16	40.73	1.88	2.43	18.00	15.57
22	Trabajador 22	35.64	39.60	50.50	3.96	7.10	18.00	10.90
23	Trabajador 23	37.11	38.10	45.97	0.99	10.13	18.00	7.87
24	Trabajador 24	23.86	24.74	41.42	0.88	1.32	18.00	16.68
25	Trabajador 25	27.24	33.01	42.72	5.77	8.29	18.00	9.71
26	Trabajador 26	24.56	27.96	43.79	3.40	2.17	18.00	15.83
27	Trabajador 27	25.14	26.14	42.03	1.00	2.11	18.00	15.89
28	Trabajador 28	24.20	25.74	40.97	1.54	2.77	18.00	15.23
29	Trabajador 29	33.09	33.93	48.76	0.84	3.17	18.00	14.83
30	Trabajador 30	31.19	32.31	48.82	1.12	1.49	18.00	16.51
31	Trabajador 31	44.06	44.81	55.54	0.75	7.27	18.00	10.73
32	Trabajador 32	36.82	37.96	42.53	1.14	13.43	18.00	4.57
33	Trabajador 33	28.69	29.24	42.50	0.55	4.74	18.00	13.26
34	Trabajador 34	30.85	31.55	41.25	0.70	8.30	18.00	9.70
35	Trabajador 35	28.47	31.00	44.11	2.53	4.89	18.00	13.11
36	Trabajador 36	38.82	40.20	56.23	1.38	1.97	18.00	16.03
37	Trabajador 37	34.96	36.05	41.23	1.09	12.82	18.00	5.18
38	Trabajador 38	36.99	38.46	42.24	1.47	14.22	18.00	3.78
39	Trabajador 39	28.77	32.14	43.03	3.37	7.11	18.00	10.89
40	Trabajador 40	37.62	38.35	41.82	0.73	14.53	18.00	3.47
41	Trabajador 41	44.60	48.57	53.67	3.97	12.90	18.00	5.10
42	Trabajador 42	23.29	23.89	40.14	0.60	1.75	18.00	16.25
43	Trabajador 43	30.40	35.23	52.20	4.83	1.03	18.00	16.97
44	Trabajador 44	26.44	27.23	42.66	0.79	2.57	18.00	15.43
45	Trabajador 45	37.98	39.70	44.28	1.72	13.42	18.00	4.58
46	Trabajador 46	26.01	26.92	40.81	0.91	4.11	18.00	13.89
47	Trabajador 47	39.50	43.04	43.04	3.54	20.10	20.10	-
48	Trabajador 48	24.45	25.34	41.75	0.89	1.59	18.00	16.41
49	Trabajador 49	24.22	25.20	40.33	0.98	2.87	18.00	15.13
50	Trabajador 50	41.77	46.18	54.19	4.41	9.99	18.00	8.01

No.	Nombre trab.	Edad ing.	Edad trab.	Edad F.	Ant. trab.	Edad hijo.	Edad I.	Años falt.
51	Trabajador 51	25.24	26.14	41.85	0.90	2.29	18.00	15.71
52	Trabajador 52	26.95	28.99	41.80	2.04	5.19	18.00	12.81
53	Trabajador 53	36.84	37.29	45.99	0.45	9.30	18.00	8.70
54	Trabajador 54	30.94	31.85	43.69	0.91	6.16	18.00	11.84
55	Trabajador 55	24.78	31.71	46.95	6.93	2.76	18.00	15.24
56	Trabajador 56	23.68	24.60	40.14	0.92	2.46	18.00	15.54
57	Trabajador 57	23.95	25.86	41.26	1.91	2.60	18.00	15.40
58	Trabajador 58	36.12	41.07	42.73	4.95	16.34	18.00	1.66
59	Trabajador 59	25.19	30.98	47.01	5.79	1.97	18.00	16.03
60	Trabajador 60	44.43	46.61	47.43	2.18	18.20	19.02	0.82
61	Trabajador 61	42.08	47.22	49.32	5.14	15.90	18.00	2.10
62	Trabajador 62	24.92	25.76	40.52	0.84	3.24	18.00	14.76
63	Trabajador 63	23.61	30.09	45.39	6.48	2.70	18.00	15.30
64	Trabajador 64	44.51	49.46	55.63	4.95	11.83	18.00	6.17
65	Trabajador 65	34.22	39.54	43.83	5.32	13.71	18.00	4.29
66	Trabajador 66	32.57	34.35	42.60	1.78	9.75	18.00	8.25
67	Trabajador 67	42.44	44.64	55.24	2.20	7.40	18.00	10.60
68	Trabajador 68	42.58	46.42	54.60	3.84	9.82	18.00	8.18
69	Trabajador 69	27.95	34.67	42.65	6.72	10.02	18.00	7.98
70	Trabajador 70	39.35	39.90	53.59	0.55	4.31	18.00	13.69
71	Trabajador 71	28.16	32.06	44.47	3.90	5.59	18.00	12.41
72	Trabajador 72	28.79	35.53	51.27	6.74	2.26	18.00	15.74
73	Trabajador 73	26.80	30.34	45.35	3.54	2.99	18.00	15.01
74	Trabajador 74	23.59	30.48	41.38	6.89	7.10	18.00	10.90
75	Trabajador 75	29.68	34.19	48.64	4.51	3.55	18.00	14.45
76	Trabajador 76	35.19	38.45	53.34	3.26	3.11	18.00	14.89
77	Trabajador 77	25.69	26.60	40.23	0.91	4.37	18.00	13.63
78	Trabajador 78	31.29	37.64	53.29	6.35	2.35	18.00	15.65
79	Trabajador 79	30.50	37.73	50.68	7.23	5.05	18.00	12.95
80	Trabajador 80	26.04	30.75	40.61	4.71	8.14	18.00	9.86
81	Trabajador 81	26.83	29.10	45.76	2.27	1.34	18.00	16.66
82	Trabajador 82	30.23	34.71	51.01	4.48	1.70	18.00	16.30
83	Trabajador 83	34.71	42.09	47.36	7.38	12.73	18.00	5.27
84	Trabajador 84	29.44	37.37	43.44	7.93	11.93	18.00	6.07
85	Trabajador 85	32.74	40.13	50.69	7.39	7.44	18.00	10.56
86	Trabajador 86	35.05	41.89	47.10	6.84	12.79	18.00	5.21
87	Trabajador 87	29.47	32.43	49.20	2.96	1.23	18.00	16.77
88	Trabajador 88	40.79	44.33	50.33	3.54	12.00	18.00	6.00
89	Trabajador 89	24.38	29.98	43.55	5.60	4.43	18.00	13.57
90	Trabajador 90	32.01	38.73	54.61	6.72	2.12	18.00	15.88
91	Trabajador 91	31.47	36.17	51.31	4.70	2.86	18.00	15.14
92	Trabajador 92	24.88	30.21	41.12	5.33	7.09	18.00	10.91
93	Trabajador 93	24.31	28.52	43.24	4.21	3.28	18.00	14.72
94	Trabajador 94	24.98	32.27	43.03	7.29	7.24	18.00	10.76
95	Trabajador 95	43.04	46.69	55.83	3.65	8.86	18.00	9.14
96	Trabajador 96	31.95	37.22	51.94	5.27	3.28	18.00	14.72
97	Trabajador 97	26.48	33.45	44.30	6.97	7.15	18.00	10.85
98	Trabajador 98	37.38	44.26	53.37	6.88	8.89	18.00	9.11
99	Trabajador 99	27.88	32.74	47.87	4.86	2.87	18.00	15.13
100	Trabajador 100	22.41	27.37	41.86	4.96	3.51	18.00	14.49

No.	Nombre trab.	Edad ing.	Edad trab.	Edad F.	Ant. trab.	Edad hijo.	Edad I.	Años falt.
101	Trabajador 101	24.06	25.65	41.78	1.59	1.87	18.00	16.13
102	Trabajador 102	28.76	31.99	48.99	3.23	1.00	18.00	17.00
103	Trabajador 103	30.56	33.69	48.27	3.13	3.42	18.00	14.58
104	Trabajador 104	38.39	41.51	41.51	3.12	19.56	19.56	-
105	Trabajador 105	27.51	32.55	47.57	5.04	2.98	18.00	15.02
106	Trabajador 106	42.26	43.12	55.78	0.86	5.34	18.00	12.66
107	Trabajador 107	42.96	46.63	53.34	3.67	11.29	18.00	6.71
108	Trabajador 108	33.40	34.25	44.04	0.85	8.21	18.00	9.79
109	Trabajador 109	24.45	31.74	43.09	7.29	6.65	18.00	11.35
110	Trabajador 110	42.62	50.08	52.84	7.46	15.24	18.00	2.76
111	Trabajador 111	23.65	24.63	40.77	0.98	1.86	18.00	16.14
112	Trabajador 112	28.65	33.04	47.99	4.39	3.05	18.00	14.95
113	Trabajador 113	24.11	28.33	45.27	4.22	1.06	18.00	16.94
114	Trabajador 114	23.95	28.16	44.93	4.21	1.23	18.00	16.77
115	Trabajador 115	44.25	48.30	54.88	4.05	11.42	18.00	6.58
116	Trabajador 116	24.03	28.83	40.10	4.80	6.73	18.00	11.27
117	Trabajador 117	32.40	36.11	40.16	3.71	13.95	18.00	4.05
118	Trabajador 118	24.15	26.52	42.61	2.37	1.91	18.00	16.09
119	Trabajador 119	25.30	30.24	40.04	4.94	8.20	18.00	9.80
120	Trabajador 120	29.71	31.04	44.18	1.33	4.86	18.00	13.14
121	Trabajador 121	43.05	45.03	46.05	1.98	18.16	19.18	1.02
122	Trabajador 122	43.19	48.17	52.62	4.98	13.55	18.00	4.45
123	Trabajador 123	42.55	44.54	56.51	1.99	6.03	18.00	11.97
124	Trabajador 124	29.74	31.73	47.79	1.99	1.94	18.00	16.06
125	Trabajador 125	34.32	36.30	41.00	1.98	13.30	18.00	4.70
126	Trabajador 126	37.44	38.22	49.30	0.78	6.92	18.00	11.08
127	Trabajador 127	24.25	29.08	45.89	4.83	1.19	18.00	16.81
128	Trabajador 128	23.36	28.19	43.75	4.83	2.44	18.00	15.56
129	Trabajador 129	22.89	29.75	45.25	6.86	2.50	18.00	15.50
130	Trabajador 130	27.41	33.03	47.95	5.62	3.08	18.00	14.92
131	Trabajador 131	36.57	37.14	51.93	0.57	3.21	18.00	14.79
132	Trabajador 132	44.05	49.74	55.29	5.69	12.45	18.00	5.55
133	Trabajador 133	26.25	27.12	41.86	0.87	3.26	18.00	14.74
134	Trabajador 134	23.35	27.57	41.19	4.22	4.38	18.00	13.62
135	Trabajador 135	38.74	40.27	44.19	1.53	14.08	18.00	3.92
136	Trabajador 136	30.00	34.67	41.93	4.67	10.74	18.00	7.26
137	Trabajador 137	23.78	25.46	42.26	1.68	1.20	18.00	16.80
138	Trabajador 138	23.24	26.96	43.36	3.72	1.60	18.00	16.40
139	Trabajador 139	22.87	27.56	43.91	4.69	1.65	18.00	16.35
140	Trabajador 140	31.59	35.26	48.49	3.67	4.77	18.00	13.23
141	Trabajador 141	23.22	28.56	45.58	5.34	0.98	18.00	17.02
142	Trabajador 142	24.51	30.00	45.27	5.49	2.73	18.00	15.27
143	Trabajador 143	28.46	32.17	40.87	3.71	9.30	18.00	8.70
144	Trabajador 144	24.20	29.69	46.00	5.49	1.69	18.00	16.31
145	Trabajador 145	23.17	29.50	44.06	6.33	3.44	18.00	14.56
146	Trabajador 146	22.98	26.87	43.42	3.89	1.45	18.00	16.55
147	Trabajador 147	29.43	30.61	41.91	1.18	6.70	18.00	11.30
148	Trabajador 148	28.09	28.80	45.60	0.71	1.20	18.00	16.80
149	Trabajador 149	23.24	28.73	44.65	5.49	2.08	18.00	15.92
150	Trabajador 150	23.37	25.55	42.37	2.18	1.18	18.00	16.82

No.	Nombre trab.	$PR(y)$	$PF(y)$	$BA_{(F,I)(x,y)}$	$OA_{(x,y)}^{CUP}$	$PEB(y)$	CN_t^{CUP}
1	Trabajador 1	0	60	632	2,974	-	365
2	Trabajador 2	0	60	1,857	19,287	-	5,418
3	Trabajador 3	0	60	1,708	70,483	-	20,977
4	Trabajador 4	0	60	657	2,685	-	630
5	Trabajador 5	0	60	657	3,485	-	1,505
6	Trabajador 6	0	60	657	2,488	-	1,637
7	Trabajador 7	0	60	739	1,397	-	639
8	Trabajador 8	0	60	630	29,761	7,215	-
9	Trabajador 9	0	60	561	4,621	-	1,525
10	Trabajador 10	0	60	2,507	14,402	-	3,530
11	Trabajador 11	0	60	822	5,100	-	3,806
12	Trabajador 12	0	60	739	1,540	-	1,840
13	Trabajador 13	0	60	683	2,246	-	1,055
14	Trabajador 14	0	60	965	32,450	-	5,857
15	Trabajador 15	0	60	1,228	21,844	-	9,415
16	Trabajador 16	0	60	683	3,737	-	2,744
17	Trabajador 17	0	60	784	2,429	-	1,215
18	Trabajador 18	0	60	1,179	3,372	-	1,411
19	Trabajador 19	0	60	710	2,378	-	308
20	Trabajador 20	0	60	584	3,904	-	757
21	Trabajador 21	0	60	804	1,931	-	1,027
22	Trabajador 22	0	60	1,202	12,986	-	3,279
23	Trabajador 23	0	60	519	7,706	-	2,155
24	Trabajador 24	0	60	739	1,642	-	1,306
25	Trabajador 25	0	60	1,213	11,593	-	2,009
26	Trabajador 26	0	60	958	2,972	-	874
27	Trabajador 27	0	60	710	1,867	-	984
28	Trabajador 28	0	60	858	2,596	-	1,686
29	Trabajador 29	0	60	683	3,563	-	4,164
30	Trabajador 30	0	60	739	2,675	-	448
31	Trabajador 31	0	60	676	8,205	-	10,940
32	Trabajador 32	0	60	548	12,160	-	10,667
33	Trabajador 33	0	60	671	3,185	-	5,791
34	Trabajador 34	0	60	561	5,461	-	1,146
35	Trabajador 35	0	60	2,693	15,402	-	6,088
36	Trabajador 36	0	60	710	4,192	-	632
37	Trabajador 37	0	60	700	14,903	-	13,673
38	Trabajador 38	0	60	444	11,325	-	2,277
39	Trabajador 39	0	60	744	5,907	-	1,753
40	Trabajador 40	0	60	427	11,767	-	3,350
41	Trabajador 41	0	60	641	16,957	-	4,271
42	Trabajador 42	0	60	710	1,551	-	1,058
43	Trabajador 43	0	60	3,408	14,665	-	3,036
44	Trabajador 44	0	60	683	2,112	-	250
45	Trabajador 45	0	60	461	11,263	-	5,637
46	Trabajador 46	0	60	687	2,602	-	2,859
47	Trabajador 47	0	60	423	19,856	4,828	-
48	Trabajador 48	0	60	710	1,600	-	499
49	Trabajador 49	0	60	683	1,894	-	1,053
50	Trabajador 50	0	60	1,051	18,705	-	4,242

No.	Nombre trab.	$PR(y)$	$PF(y)$	$BA_{(F, I)(x, y)}$	$OA_{(x, y)}^{CUP}$	$PEB(y)$	CN_t^{CUP}
51	Trabajador 51	0	60	710	1,867	-	947
52	Trabajador 52	0	60	632	3,187	-	1,088
53	Trabajador 53	0	60	540	6,831	-	59
54	Trabajador 54	0	60	607	4,205	-	3,660
55	Trabajador 55	0	60	2,836	13,221	-	1,908
56	Trabajador 56	0	60	710	1,823	-	260
57	Trabajador 57	0	60	1,282	3,879	-	2,031
58	Trabajador 58	0	60	528	18,546	-	3,747
59	Trabajador 59	0	60	906	3,486	-	602
60	Trabajador 60	0	60	451	20,012	-	9,180
61	Trabajador 61	0	60	658	24,543	-	4,775
62	Trabajador 62	0	60	683	2,068	-	772
63	Trabajador 63	0	60	1,304	5,355	-	826
64	Trabajador 64	0	60	480	10,745	-	1,931
65	Trabajador 65	0	60	877	23,116	-	4,345
66	Trabajador 66	0	60	772	9,539	-	5,359
67	Trabajador 67	0	60	801	10,210	-	4,641
68	Trabajador 68	0	60	641	10,933	-	2,847
69	Trabajador 69	0	60	785	10,669	-	1,588
70	Trabajador 70	0	60	657	4,951	-	425
71	Trabajador 71	0	60	645	4,468	-	1,146
72	Trabajador 72	0	60	1,249	6,634	-	984
73	Trabajador 73	0	60	804	3,303	-	933
74	Trabajador 74	0	60	628	4,473	-	649
75	Trabajador 75	0	60	1,237	6,969	-	1,545
76	Trabajador 76	0	60	1,005	6,268	-	1,923
77	Trabajador 77	0	60	657	2,659	-	355
78	Trabajador 78	0	60	805	4,648	-	732
79	Trabajador 79	0	60	987	7,829	-	1,083
80	Trabajador 80	0	60	561	4,874	-	337
81	Trabajador 81	0	60	739	2,167	-	869
82	Trabajador 82	0	60	710	3,449	-	299
83	Trabajador 83	0	60	608	14,502	-	1,965
84	Trabajador 84	0	60	789	14,932	-	1,883
85	Trabajador 85	0	60	816	8,811	-	1,192
86	Trabajador 86	0	60	1,150	27,429	-	4,010
87	Trabajador 87	0	60	920	3,330	-	1,125
88	Trabajador 88	0	60	480	10,472	-	2,116
89	Trabajador 89	0	60	938	4,404	-	786
90	Trabajador 90	0	60	3,077	17,675	-	2,630
91	Trabajador 91	0	60	683	3,921	-	469
92	Trabajador 92	0	60	588	4,194	-	787
93	Trabajador 93	0	60	719	2,922	-	694
94	Trabajador 94	0	60	1,053	8,360	-	1,147
95	Trabajador 95	0	60	640	10,196	-	2,793
96	Trabajador 96	0	60	707	4,238	-	804
97	Trabajador 97	0	60	769	6,412	-	920
98	Trabajador 98	0	60	2,618	39,773	-	5,781
99	Trabajador 99	0	60	978	4,833	-	994
100	Trabajador 100	0	60	1,331	4,731	-	954

No.	Nombre trab.	$PR(y)$	$PF(y)$	$BA_{(F,I)(x,y)}$	$OA_{(x,y)}^{CUP}$	$PEB(y)$	CN_t^{CUP}
101	Trabajador 101	0	60	710	1,867	-	1,058
102	Trabajador 102	0	60	739	2,675	-	375
103	Trabajador 103	0	60	882	4,825	-	1,542
104	Trabajador 104	0	60	379	17,723	4,321	-
105	Trabajador 105	0	60	1,014	5,012	-	994
106	Trabajador 106	0	60	632	5,786	-	540
107	Trabajador 107	0	60	667	14,153	-	3,856
108	Trabajador 108	0	60	561	5,598	-	4,196
109	Trabajador 109	0	60	724	5,750	-	789
110	Trabajador 110	0	60	1,171	39,653	-	5,315
111	Trabajador 111	0	60	710	1,706	-	471
112	Trabajador 112	0	60	884	4,366	-	994
113	Trabajador 113	0	60	739	2,003	-	300
114	Trabajador 114	0	60	739	2,003	-	149
115	Trabajador 115	0	60	499	10,297	-	111
116	Trabajador 116	0	60	922	6,189	-	1,289
117	Trabajador 117	0	60	444	10,901	-	2,717
118	Trabajador 118	0	60	710	2,033	-	22
119	Trabajador 119	0	60	779	6,412	-	1,298
120	Trabajador 120	0	60	632	3,612	-	1,335
121	Trabajador 121	0	60	394	16,404	-	394
122	Trabajador 122	0	60	444	12,553	-	2,346
123	Trabajador 123	0	60	607	6,405	-	906
124	Trabajador 124	0	60	710	2,916	-	110
125	Trabajador 125	0	60	461	9,819	-	4,546
126	Trabajador 126	0	60	584	5,919	-	2,368
127	Trabajador 127	0	60	739	2,167	-	110
128	Trabajador 128	0	60	865	2,683	-	555
129	Trabajador 129	0	60	981	3,729	-	544
130	Trabajador 130	0	60	683	3,375	-	575
131	Trabajador 131	0	60	683	4,094	-	1,904
132	Trabajador 132	0	60	492	12,155	-	2,136
133	Trabajador 133	0	60	683	2,246	-	271
134	Trabajador 134	0	60	1,429	6,229	-	1,476
135	Trabajador 135	0	60	444	11,702	-	4,265
136	Trabajador 136	0	60	1,781	27,834	-	5,960
137	Trabajador 137	0	60	739	1,540	-	352
138	Trabajador 138	0	60	710	2,033	-	221
139	Trabajador 139	0	60	3,264	10,126	-	2,159
140	Trabajador 140	0	60	1,042	7,324	-	1,996
141	Trabajador 141	0	60	959	2,814	-	527
142	Trabajador 142	0	60	847	3,478	-	633
143	Trabajador 143	0	60	540	5,674	-	26
144	Trabajador 144	0	60	1,354	4,870	-	887
145	Trabajador 145	0	60	2,591	11,259	-	1,779
146	Trabajador 146	0	60	739	1,956	-	319
147	Trabajador 147	0	60	584	4,400	-	1,132
148	Trabajador 148	0	60	739	2,167	-	534
149	Trabajador 149	0	60	1,354	4,532	-	825
150	Trabajador 150	0	60	739	1,796	-	491

BIBLIOGRAFÍA

ANDERSON, Arthur W: *“Pension Mathematics For Actuaries”*. EUA, Library of Congress Cataloging in Publication Data, 1992.

BOWERS, N.L. Jr. Gerber, H.U. Hickman, J.C., Jones, D.A. and Nesbitt. *“Actuarial Mathematics”*. EUA, Society of Actuaries, 1997.

CHÁVEZ, César: *“El seguro educacional como instrumento de inversión para garantizar la educación de los hijos”* “Tesis para obtener el título de actuario”. México. Universidad Nacional Autónoma de México. Facultad de estudios superiores Acatlán, 2006.

JORDAN, Chester Wallace, Jr.: *“Life Contingencies”*. EUA, Society of Actuaries, 1952.

LEY GENERAL DE INSTITUCIONES Y SOCIEDADES MUTUALISTAS DE SEGUROS. Diario Oficial de la Federación. México, 31 de agosto de 1935.

LEY DEL IETU. Diario Oficial de la Federación. México, 01 de noviembre de 2007.

LEY DEL IMPUESTO SOBRE LA RENTA. Diario Oficial de la Federación. México, 01 de octubre de 2007.

LEY FEDERAL DEL TRABAJO. Diario Oficial de la Federación. México, 01 de mayo de 1970. Pág. 4 y 5.

LOZANO, Carlos F.: *“Beneficios crecientes en un plan privado de pensiones”*. “Tesis para obtener el título de actuario”. México. Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ciencias, 1975.

LLANAS, Carlos.: *“Propuesta de plan de pensiones por fallecimiento, como beneficio para empleados”*. “Tesis para obtener el título de actuario”. México. Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ciencias, 2006.

NORMA DE INFORMACIÓN FINANCIERA D-3, Beneficios a los empleados. Consejo Mexicano para la Investigación y Desarrollo de Normas de Información Financiera. México, 2007.

RAMÍREZ, Alberto M.: *“Teoría actuarial del seguro de personas”*. México, Abril de 2004.

FUENTES ELECTRÓNICAS

AIG México. Garantí Beca.

[Fecha de consulta: 30 de mayo de 2005]. Disponible en:

http://www.aigmex.com/productos/vidaper_segurodevida.html#garanti

Alcanza 45% la deserción en universidades públicas: UAM.

[Fecha de consulta: 28 de mayo de 2007]. Disponible en:

<http://www.lasnoticiasmexico.com/81783.html>

American Express Company. Seguro Educación.

[Fecha de consulta: 02 de junio de 2005]. Disponible en:

http://home3.americanexpress.com/mexico/Personal/Insurance/Ins_education.asp

ARRULA, Adriana [et al.]: *“Planes de beneficios sociales”*.

[Fecha de consulta: 05 de mayo de 2005]. Disponible en:

<http://www.gestiopolis.com/recursos/documentos/fulldocs/rrhh/planesbensocial.htm>

Asociación Mexicana de Actuarios Consultores.

[Fecha de consulta: 02 de Octubre de 2006]. Disponible en:

<http://www.amac.org.mx/>

AVILES, Karina: *“Entre el deseo y la posibilidad”*.

[Fecha de consulta: 14 de julio de 2005]. Disponible en:

<http://www.jornada.unam.mx/2003/jul03/030728/043n1soc.php?origen=index.html&fly=1>

Banco Nacional de México. Seguro de interés garantizado.

[Fecha de consulta: 25 de junio de 2005]. Disponible en:

http://www.segurosbanamex.com/siga_cot.htm

Consejo Nacional de Población. *Proyección de la población de México, 2000 - 2050. México*, 2006.

[Fecha de consulta: 05 de diciembre de 2006]. Disponible en:

<http://www.conapo.gob.mx>

Falabella. Seguro de escolaridad y educación superior.
[Fecha de consulta: 19 de julio de 2005]. Disponible en:
<http://www.falabella.com/seguros/empresas4.shtml>

Genworth Finantial.
[Fecha de consulta: 05 de mayo de 2005]. Disponible en:
<http://www.midinero.com/gesp/home.jsp>

Grupo Financiero Inbursa. Educa Inbursa.
[Fecha de consulta: 27 de julio de 2005]. Disponible en:
<http://www.segurosinbursa.com.mx/>

Grupo Nacional Provincial. Educación Profesional.
[Fecha de consulta: 15 de marzo de 2005]. Disponible en:
<http://www.gnp.com.mx/Clientes/homegnp.nsf>

ING Comercial América. Eduplan.
[Fecha de consulta: 31 de mayo de 2005]. Disponible en:
http://seguros.ing-comercialamerica.com/vida_eduplan.asp

La educación superior en México y en el mundo.
[Fecha de consulta: 17 de marzo de 2005]. Disponible en:
<HTTP://WWW.ANUIES.MX/INDEX800.HTML>

Líneas estratégicas de desarrollo para la educación superior en México.
[Fecha de consulta: 20 de abril de 2004]. Disponible en:
<http://www.educadis.uson.mx/pagina/ftp/lineas-estrategicas-dllo-educ-mex.doc>

Mapfre Tepeyac. Plan educacional.
[Fecha de consulta: 01 de marzo de 2005]. Disponible en:
http://www.mapfretepeyac.com/vida_mercados_especificos.htm

Met Life. Nueva generación Plus.
[Fecha de consulta: 02 de junio de 2005]. Disponible en:
http://www.metlife.com.mx/ind_vida_ste.html#inicio

PATRINOS, Harry: “Financiamiento Educativo basado en la Demanda”.
[Fecha de consulta: 15 de abril de 2005]. Disponible en:
http://www.ifie.edu.mx/financiamiento_educativo_basado_en_la_demanda.htm

Seguros Atlas. Previ beca.
[Fecha de consulta: 21 de julio de 2005]. Disponible en:
<http://www.segurosatlas.com.mx/atlas/index2.html>

Seguros Monterrey New York Life. Segubeca.
[Fecha de consulta: 04 de marzo de 2005]. Disponible en:
http://www.segurosmonterrey.com.mx/cl_section/0%2C1875%2C318%2C00.html

Zurich Financial Services. Vida educación.
[Fecha de consulta: 24 de marzo de 2005]. Disponible en:
<http://www.zurich.com.mx/sitio/index.htm>