UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATEMÁTICAS APLICADAS Y EN SISTEMAS

"PROGRAMACIÓN DINÁMICA ESTOCÁSTICA APLICADA A LA POLÍTICA MONETARIA EN MÉXICO: 1997-2007"

T E S I N A

QUE PARA OBTENER EL DIPLOMA EN LA :

ESPECIALIZACIÓN EN ESTADÍSTICA APLICADA

P R E S E N T A :

LIZBETH VALERIA MAYÉN ESPINOSA

ASESOR:

DR. JUAN GONZÁLEZ HERNÁNDEZ

CUIDAD UNIVERSITARIA

AGOSTO 2008

Dedicatorias

A mis padres, Jorge Mayén Sugarazo y Lydia Espinosa Barrera por comprender y apoyar todas las decisiones que he tomado durante mi vida.

A mis hermanos Jorge, Karina y Alejandro Mayén Espinosa por mantenernos siempre unidos independientemente de las circunstancias.

A mi hijo, Víctor Emiliano Ortíz Mayén, por su infinito amor incondicional, ternura e inteligencia. Emi, recuerda que mi amor por ti es del tamaño del universo.

A mis sobrinas Karina y Regina Martínez Mayén por acompañar a Emiliano en sus juegos y ser como sus hermanas.

A mis amigas y amigos que estuvieron ahí cuando los necesite: Rosario González, Cecilia Díaz y Juan González.

Al Dr. Manuel Falconi Magaña, por todas sus atenciones y apoyo para la culminación de este proyecto.

Esta tesina está especialmente dedicada a todos mis maestros del IIMAS por ser un ejemplo a seguir, dados sus conocimientos y en particular, por su sencillez humana.

Dr. Ignacio Méndez Ramírez.

M. en C. Patricia Romero Mares.

M. en C. Lety Gracia-Medrano.

Dr. Carlos Díaz Ávalos.

M. en C. Salvador Zamora Muñoz.

M. en C. Esther Pérez Trejo.

Dra. Rebeca Aguirre Hernández.

Dr. Alberto Contreras Cristán.

Dr. Juan González Hernández.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN……………………………………………………………2

I. INTRODUCCIÓN A LA PROGRAMACIÓN DINÁMICA.

1.1 Introducción……………………………………………………….5
1.2 Modelos Determinísticos………………………………………....9
1.3 Un Modelo General de Programación Dinámica………………….14

II. PROGRAMACIÓN DINÁMICA APLICADA A LA POLÍTICA MONETARIA MEXICANA.

2.1 Introducción…………………………………………………...18
2.2 Función Objetivo del Banco Central…………………………....19
2.3 Un modelo de Programación Dinámica aplicado a la economía monetaria mexicana……………………………………………..22
2.3.1 Solución al problema de Optimización………………………….29

CONCLUSIONES……………………………………………………………31

ANEXO I ……………………………………………..…...…………………31

ANEXO II ………………………………..………………..…...…………...…31

ANEXO III ……………………………………………..…...……………….31

ANEXO IV ……………………………………………..…...……………….31

BIBLIOGRAFÍA………………………...……………………………………31

INTRODUCCIÓN

La relación del dinero con el producto y el desempleo ha sido una de las discusiones más controvertidas en el campo de la macroeconomía desde hace más de treinta años. A pesar de que este debate es teórico (Levy, 1996), sus conclusiones han influido en las políticas económicas, por los efectos que se supone tiene el dinero en la determinación de los precios, de la producción y el empleo.

La teoría monetarista postula la hipótesis de la neutralidad de las variables nominales sobre las variables reales (Bullard, 1999), sin embargo concede que en el corto plazo en caso de desempleo, un aumento de la oferta monetaria puede aumentar la producción y el empleo. Desde el punto de vista neoclásico, los precios son flexibles y actúan como mecanismos automáticos para lograr el pleno empleo. Las consecuencias para la política monetaria es que su objetivo prioritario sea procurar la estabilidad de precios.

Diversos economistas (Kydland y Prescott, 1977, Barro y Gordon, 1983) han insistido que con el propósito de evitar la elección de una política monetaria subóptima,[1] la política monetaria debe ser evaluada y conducida como una regla de política (o plan de contingencia). Una ventaja adicional a la conducción de la política en base a reglas y no a discreción es que permite evaluar los efectos reales de la política conforme a lo planeado.

[1] Definen política monetaria subóptima como aquella que tiene una tasa más elevada de inflación y no un más bajo nivel de desempleo comparada con otra política que arroje una tasa de inflación más baja.

Una política monetaria conducida y evaluada en base a reglas[2] parece mejorar su instrumentación probablemente porque la credibilidad de las autoridades monetarias se acrecienta pues los participantes del mercado tienen una manera de predecir las decisiones futuras y la incertidumbre se reduce. No obstante reconocen (Taylor, 1999) que cierta discreción es requerida en la operación sin descuidar las reglas.

Todo Banco Central enfrenta un problema de control óptimo respecto a la minimización de una función de pérdida que depende del estado de un sistema con una dinámica propia. Aquí el concepto de estado del sistema incluye toda la información disponible en un tiempo dado que ayude a pronosticar su evolución futura (Woodford, 1999) y que es la condicional sobre cualquier patrón asumido por la variable de control, pero no incluye detalles de acciones pasadas o estados que no continúan ejerciendo influencia causal sobre la determinación de las variables objetivo en el presente o en fechas futuras. Este principio constituye el acercamiento de la Programación Dinámica al problema del control óptimo. Este acercamiento conduce en la actualidad a diversas discusiones de la política monetaria óptima, la que, como se verá más adelante frecuentemente asume problemas de control de este tipo.

[2] Una posible regla podría ser que el Banco Central escogiera un objetivo de inflación anual (v.g. 2%) y se apegara a él. Si además, otros bancos centrales adoptaran similares objetivos de inflación, es muy probable que habría estabilidad en los mercados de dinero internacionales.

El objetivo de la presente tesina es encontrar mediante el método de Programación Dinámica y de acuerdo con el principio de optimización de Bellman, la política monetaria óptima durante el período de 1997 a 2007 para la asignación de los recursos en concordancia con la función objetivo del Banco de México.

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN A LA PROGRAMACIÓN DINÁMICA.

1.1 Introducción

El término Programación Dinámica fue usado por Bellman para describir las técnicas usadas para estudiar una clase de problemas de optimización que tienen que ver con una secuencia de decisiones. Bellman desarrolló los principios de programación dinámica y demostró un amplio rango de aplicaciones.

Previo al desarrollo de los modelos determinísticos y estocásticos de Programación Dinámica se presentará un ejemplo inductivo para dar una idea del tipo de problemas recursivos con los que trabaja la programación dinámica.

Ejemplo 1.1

Considere las entradas de la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 & 8 & 6 \\ 4 & 2 & 9 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 2 & 6 & 9 \\ 0 & 3 & 8 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

Cada entrada representa el costo asociado con la posición. Se requiere encontrar una ruta óptima desde la esquina superior izquierda para llegar a la esquina inferior derecha. El costo de seguir cualquier ruta dada está dado por la suma de todas las entradas encontradas en el camino. Por ejemplo siguiendo un movimiento completamente vertical a lo largo de la primera columna y posteriormente uno horizontal a lo largo de la última fila nos arrojaría un costo de 2+4+ 5+ 0+ 3+ 8+ 5+ 0=27.

Con el objetivo de encontrar una ruta es pertinente construir otra matriz en la que cada entrada representa el costo mínimo para esa posición de alcanzar la esquina inferior derecha.

Etapa 0

$I_0(4,5) = C(4,5) = 0.$

Etapa 1

$I_1 = (3,5) = C(3,5) + I_0(4,5) = 9 + 0 = 9.$

$I_1 = (4,4) = C(4,4) + I_0(4,5) = 5 + 0 = 5.$

Etapa 2

$I_2 = (2,5) = C(2,5) + I_1(3,5) = 1 + 9 = 10.$

$I_2 = (3,4) = \min\{C(3,4) + I_1(3,5), C(3,4) + I_1(4,4)\} = \min\{6 + 9, 6 + 5\} = 11.$

$I_2 = (4,3) = C(4,3) + I_2(4,4) = 8 + 5 = 13.$

Etapa 3

$I_3 = (1,5) = C(1,5) + I_2(2,5) = 6 + 10 = 16.$

$I_3 = (2,4) = \min\{C(2,4) + I_2(2,5),\ C(2,4) + I_2(3,4)\} = \min\{4 + 10, 4 + 11\} = 14.$

$I_3 = (3,3) = \min\{C(3,3) + I_2(3,4),\ C(3,3) + I_2(4,3)\} = \min\{2 + 11, 2 + 13\} = 13.$

$I_3 = (4,2) = C(4,2) + I_2(4,3) = 3 + 13 = 16.$

Etapa 4

$I_4 = (1,4) = \min\{C(1,4) + I_3(1,5),\ C(1,4) + I_3(2,4)\} = \min\{8 + 16, 8 + 14\} = 22.$

$I_4 = (2,3) = \min\{C(2,3) + I_3(2,4),\ C(2,3) + I_3(3,3)\} = \min\{9 + 14, 9 + 13\} = 22.$

$I_4 = (3,2) = \min\{C(3,2) + I_3(3,3),\ C(3,2) + I_3(4,2)\} = \min\{3 + 13, 3 + 16\} = 16.$

$I_4 = (4,1) = C(4,1) + I_3(4,2) = 0 + 16 = 16.$

Etapa 5

$I_5 = (1,3) = \min\{C(1,3) + I_4(1,4),\ C(1,3) + I_4(2,3)\} = \min\{3 + 22, 3 + 22\} = 25.$

$I_5 = (2,2) = \min\{C(2,2) + I_4(2,3),\ C(2,2) + I_4(3,2)\} = \min\{2 + 22, 2 + 16\} = 18.$

$I_5 = (3,1) = \min\{C(3,1) + I_4(3,2),\ C(3,1) + I_4(4,1)\} = \min\{5 + 16, 5 + 16\} = 21.$

Etapa 6

$I_6 = (1,2) = \min\{C(1,2) + I_5(1,3),\ C(1,2) + I_5(2,2)\} = \min\{5 + 25, 5 + 18\} = 23.$

$I_6 = (2,1) = \min\{C(2,1) + I_5(2,2),\ C(2,1) + I_5(3,1)\} = \min\{4 + 18, 4 + 21\} = 22.$

Etapa 7

$I_7 = (1,1) = \min\{C(1,1) + I_6(1,2),\ C(1,1) + I_6(2,1)\} = \min\{2 + 23, 2 + 22\} = 24.$

Así tenemos que al examinar en un orden regresivo tenemos la matriz de costos mínimos:

$$\begin{bmatrix} 24 & 23 & 25 & 22 & 16 \\ 22 & 18 & 22 & 14 & 10 \\ 21 & 16 & 13 & 11 & 9 \\ 16 & 16 & 13 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

Al trabajar hacia atrás a través de la matriz partiendo de la entrada final es posible encontrar el costo mínimo para cualquier posición al comparar las dos entradas de la vecindad a la derecha y arriba.

La ruta óptima se encuentra cuando se tiene el costo mínimo 2+4+ 2+ 3+ 2+ 6+ 5+ 0= 24.

Los elementos del modelo de programación dinámica del problema anterior son:

$\textit{Horizonte de planeación } \{0,...,7\}.$

$\textit{Espacio de estados } X = \{(x,y) : x \in (1,...,4), y \in (1,...,5)\}.$

Acciones admisibles

$\{(x, y+1), (x+1, y)\} \quad x \in (1,2,3) \quad y \in (1,2,3,4).$

$\{(x, y+1)\} \quad x = 4 \quad y \in (1,2,3,4).$

$\{(x+1, y)\} \quad x \in (1,...,3) \quad y = 5.$

Índice de funcionamiento

$$I = \sum_{i=0}^{7} c(x_t, y_t).$$

Sumar los costos *de las trayectorias para ir del origen* $(1,1)$ *al destino* $(4,5)$.

Para optimizar el índice de funcionamiento se usa el principio de programación dinámica que se describirá más adelante comenzando desde el destino hasta llegar al origen.

Como se ve, al optimizar de esta manera se obtiene no solo la ruta del costo mínimo de la meta al origen, sino además el costo mínimo de cualquier punto intermedio a la meta.

1.2 Modelos Determinísticos.

Un caso típico con aplicaciones de programación dinámica se refiere a la maximización de utilidades, el cual depende la función de utilidad *U*. La utilidad representa la satisfacción obtenida por un individuo particular por realizar gastos de dinero.

El individuo gasta una cantidad *a* y la utilidad correspondiente es U(*a*).

$$U'(a) > 0 \qquad (a > 0).$$

U(*a*) es positivo y estrictamente creciente en *a*

x_0 es el capital inicial, $x_1, x_2 ....$ son los niveles de capital en el tiempo 1,2,…*T*.

Suponga que en el tiempo *t* decide gastar a_t dentro del rango

$$0 \le a_t \le x_t.. \qquad (1.2)$$

El resto del dinero se invierte hasta el tiempo *t+1*.

$$x_{t+1} = \lambda(x_t - a_t). \qquad (1.3)$$

$$\lambda > 1.$$

λ es una constante determinada por la tasa de interés.

Entonces lo que se busca es maximizar la suma de todas las utilidades obtenidas sobre un número de decisiones de gasto.

Sobre un periodo de tiempo *T* la utilidad total producida es:

$$U(a_0)+U(a_1)+.....+U(a_{T-1}). \quad (1.4)$$

El objetivo es entonces, maximizar (1.4) sujeta a las restricciones impuestas por 1.2 y 1.3.

Habría que añadir además, ciertos supuestos como ausencia de descuentos, libre competencia, (precios competitivos) y el individuo es racional (cumple con los supuestos del consumidor representativo).

Como estamos maximizando una función de *T*, las variables $a_0, a_1, ...a_{T-1}$ deben ser determinadas por el hecho de x_t debe ser no negativo para $t=1,2,.....T$.

Como el método de programación dinámica procede por inducción recursiva de *n*, es útil definir una nueva variable de tiempo:

$$n=T-t \text{ .}$$

La variable de tiempo *n* representa el número de decisiones que tienen que ser tomadas antes de que el período de interés termine en el tiempo *T*. Así $n=1,2,...T$. Es decir que se toman *T*-*t* decisiones en cada etapa, cada una de las cuales afectarán *únicamente* a la siguiente etapa.

Solución al problema de optimización.

Para optimizar (1.4) procedemos de la siguiente manera:

$$I_1(x) = \max\left\{U(a_1) : a_1 \in [0, x]\right\}.$$
$$\text{Re}\,cursivamente$$
$$I_n(x) = \max\left\{U(a_n) + I_{n+1}(\lambda(x_n - a_n))\right\}.$$

En la primera etapa hacia atrás, *1* o *T-1*, se decide cuánto se gastará en la siguiente etapa *T*, para maximizar la utilidad. En etapas previas, recursivamente, se busca maximizar una función de utilidad que está dada por lo que el individuo se gasta en ese periodo, más lo que dejo de gastar en ese periodo y que generará una ganancia de capital en el siguiente periodo. Al hacerlo recursivo se considera el presente y de alguna manera el futuro, pues existe la posibilidad de acumular un plus en la siguiente etapa. Así cada óptimo obtenido, no solo toma en cuenta la etapa actual, pero además considera la siguiente etapa. Este procedimiento garantiza que, de manera iterativa, al llegar a t=1, el óptimo obtenido es global.

Para ilustrar lo anterior se ejemplifica con una función de utilidad lineal.

$$U(a) = a \quad \forall a > 0.$$

$$Etapa\ T-1$$
$$I_{T-1}(x) = \max\left\{a_{T-1} : a_{T-1} \in [0, x]\right\} = x \quad con\ d_{T-1}(x) = x_T.$$
$$= \max\ a_{T-1} \in x[0, x].$$

Donde *d* representa la decisión, estrategia o política óptima que se toma en cada etapa. Por tanto, en la penúltima etapa *T-1*, que es la última etapa en la que se toma una decisión d_{T-1}, para maximizar la utilidad total en función del monto de capital acumulado en etapas previas x_t, y dado que ya no será posible obtener un plus o ganancia de capital a través de la tasa de interés, se decide que es necesario gastarse todo en el siguiente periodo, *T*, $d_{T-1}(x) = x_T$.

Etapa T-2

$$I_{T-2}(x) = \max\left\{a_{T-2} + I_{T-1}(\lambda(x_{T-2} - a_{T-2})) : a_{T-2} \in [0, x]\right\}.$$
$$= \max\left\{a_{T-2} + \lambda(x_{T-2} - a_{T-2}) : a_{T-2} \in [0, x]\right\}.$$

Al factorizar *a*, la función es $a_{T-2}(1-\lambda) + \lambda x_{T-2}$.

Como λ>1, el máximo se alcanza en $a_{T-2} = 0$, $d_{T-2}(x) = 0$ *e* $I_{T-2}(x) = \lambda x_{T-2}$.

Lo anterior significa que en la etapa *T-2* para alcanzar el óptimo es preciso no realizar gasto alguno en *T-2* ($a_{T-2} = 0$) y por tanto la estrategia para ese periodo es $d_{T-2}(x) = 0$.

Etapa T-3

$$I_{T-3}(x) = \max\left\{a_{T-3} + I_{T-2}(\lambda(x_{T-3} - a_{T-3})) : a_{T-3} \in [0, x]\right\}.$$
$$= \max\left\{a_{T-3} + \lambda(\lambda(x_{T-3} - a_{T-3})) : a_{T-3} \in [0, x]\right\}.$$

La función a optimizar se alcanza en $a = 0$, $d_{T-3}(x) = 0$ *e* $I_3(x) = \lambda^2 x$.

Al parecer, al repetir el proceso de manera recursiva, la estrategia óptima se alcanza cuando $d_{T-t}(x) = 0$. Esto implica que el óptimo se alcanza ahorrando todo el capital disponible y acumulado en cada periodo y se gasta todo hasta el final, o sea en *T*.

En síntesis, para la función de utilidad lineal la política óptima consiste en no gastar y mantener la misma estrategia hasta la penúltima etapa y entonces gastar todo el capital acumulado en la última etapa. La utilidad total obtenida es igual a la cantidad final gastada $a_{T-1} = \lambda^{T-1} x_0$ lo cual coincide con la fórmula dada donde la máxima utilidad total sobre la secuencia completa de periodos está dada por $I_{t-N}(x_0) = \lambda^{t-N} x_0$.

Elementos del modelo de programación dinámica.

Horizonte de planeación $T \in N$.

$X = [0, \infty]$ *Espacio de estados.*

$A(x) = [0, x]$ *Acciones admisibles.*

$X_{t+1} = \lambda(x - a) \quad t = 0,1,2,...,T-1$ *Dinámica del sistema.*

$U(x) = x$ *Función de utilidad en cada etapa.*

$I = \sum_{t=0}^{T} a_i$ *Índice de funcionamiento.*

1.3 Un Modelo General de Programación Dinámica.

Dado un horizonte de planeación y un sistema dinámico con una secuencia de estados $x_0, x_1, x_2, ...x_T$ en X, espacio de estados a tiempos 0,1,2… donde el movimiento es controlado al escoger una secuencia de acciones $a_0, a_1, a_2, ...a_T$ $en\ A,$ .el espacio de acciones, existe un costo asociado $c(x_t, a_t)$ con cada transición de un estado al siguiente y nosotros requerimos encontrar la política d_t que minimice la suma de esos costos.

Los estados $\{x_t\}_t$ y las correspondientes acciones $\{a_t\}_t$ pueden considerarse vectores de números reales.

Lo que ahora nos interesa son las decisiones secuenciales para diferentes tipos de procesos aleatorios donde dado el estado actual x_t , una acción a_t , la ley de probabilidad, la cual determina la distribución de probabilidad para el siguiente estado x_{t+1}, depende solamente de x_t, a_t y el tiempo t.

La característica esencial del modelo es que dados un x_t en el tiempo t y la elección de a_t, es posible llegar al siguiente estado x_{t+1} con una distribución de probabilidad $p(x_{t+1} | x_t, a_t)$.

El problema consiste en escoger la secuencia de acciones en orden para minimizar el costo total sobre un período T dado. Más precisamente debemos restringir nuestra atención a un solo período de duración T y emplear un criterio basado en la suma:

$$I = E\left[\sum_{t=0}^{T} c(x_t, a_t)\right]$$

El propósito será minimizar esta cantidad para un estado inicial x_0 al ir escogiendo $a_0, a_1, \ldots, a_{T-1}$.

Los principios de programación dinámica pueden ser extendidos a modelos estocásticos al incluir variables aleatorias.

Si definimos $I_t(x_t, a_t) = E\left[\sum_{j=t}^{T} c(x_j, a_j)\right]$ como el costo esperado total de una etapa y cada vez nos vamos una etapa hacia adelante $t=T, T-1, \ldots, 0$, entonces el proceso consiste en optimizar,

$$I_T(x_T, a_T) = c(x_T, a_T).$$
$$I_t(x, a) = \min\left\{c(x,a) + E\left[I_{t+1}(x_{t+1}, a_{t+1})\right]\right\}.$$
$$t = T, T-1, \ldots, 0.$$

De esta manera el problema se reduce a determinar las acciones $a_t, a_{t+1}, \ldots, a_{T-1}$, por lo que el número real de decisiones o de variables de decisión que hay que tomar es:

$$n=T-t.$$

La elección de acciones dadas a tiempos dados se apoya en el principio de Optimalidad de Bellman:

Principio de Optimalidad de Bellman.

Una política óptima tiene la propiedad de que sin importar el estado y la decisión inicial, las decisiones restantes deben constituir una política óptima con respecto al estado que resulta de la primera decisión.

Dada una política en la que se pueden introducir cambios que reducen el costo, entonces la política prevaleciente no puede ser la óptima.

1.4 Programación Dinámica Estocástica.

En los modelos determinísticos el estado x cambia en una manera predecible cuando escogemos una acción particular a. Una vez decidida una secuencia de acciones para un estado inicial, las transiciones de estado y los costos o recompensas son determinadas exactamente.

Teorema de Programación Dinámica.

Sea $I_0, I_1, .., I_T$ funciones medibles en X definidas (hacia atrás en el tiempo de T a 0) por

$$I_T(x) : \min\left\{ c(x,a) + E\left[I_{t+1}(x_{t+1}, a_{t+1}) \middle| x_t, a_t \right] \right\} \qquad (1.6)$$

$$a \in A(x)$$

$$\forall x \in X$$

$$t = T-1, T-2, ..., 0$$

Y supóngase que para cada t=0,…,N existe una función f_t^* tal que $f_t^*(x) \in A(x)$ que minimiza (1.6) $\forall x \in X$. Entonces la política $d^* = \left\{ f_0^*, ... f_{T-1}^* \right\}$ es óptima.

CAPÍTULO II

PROGRAMACIÓN DINÁMICA APLICADA A LA POLÍTICA MONETARIA MEXICANA.

2.1 Introducción

De acuerdo con la teoría neoclásica el principal papel de la política monetaria a largo plazo es la determinación del nivel de inflación. La política monetaria no afecta el producto en el corto plazo, sin embargo tiene influencia sobre la variabilidad del producto y la inflación alrededor de sus niveles promedio. Una buena política monetaria es aquella que produce baja inflación y mantiene el producto y la inflación tan estable como sea posible.

Se ha establecido que la mejor manera de lograr lo anterior es si los bancos centrales siguen una regla de política.

Aunque no existe consenso acerca de cuál sería la regla más adecuada, países como Canadá y Nueva Zelanda han adoptado objetivos de inflación a inicios de la década de los noventa. En Estados Unidos, el comportamiento de las tasas de interés parece ajustado en respuesta a movimientos de la tasa de interés (Regla de Taylor).

Si la prioridad de la política monetaria fuera estabilizar las variaciones de corto plazo en el producto e inflación con respecto al producto potencial y con respecto a la inflación objetivo respectivamente, puede existir con elevada probabilidad un *trade-off* entre las varianzas de estas dos variables. Por tanto, dado el *trade-off*, la autoridad monetaria debe minimizar una suma ponderada de las varianzas de estas variables donde los pesos se determinan de acuerdo con el punto de vista de la autoridad monetaria acerca del costo relativo de las fluctuaciones del producto alrededor de su nivel potencial y la inflación alrededor de su nivel objetivo.

2.2 Función Objetivo del Banco Central.

De acuerdo con la regla de política monetaria elegida en el marco de la teoría monetaria neoclásica, y a través de los instrumentos de política monetaria empleados por el Banco de México durante el periodo considerado, es posible establecer la función objetivo del Banco Central como:

$$Min\{I_t\}.$$

$$I = E\left[\sum_{t=0}^{43} J_t\right].$$

$$J_t = \gamma\left(\pi_t - \pi_t^*\right) + (1-\gamma)\left(\bar{y}_t - y_t\right).$$

Donde I_t es la función de pérdida del Banco Central. El objetivo es minimizar I_t sobre todas las políticas. Es decir, sobre todas las decisiones de nivel de corto, $\{C_t\}$, tasa de interés , $\{Cet_t\}$,e inflación objetivo, $\{\pi_t^*\}$ que toma el Banco Central.

π_t es el nivel de precios real trimestral.

π_t^* es el nivel de inflación objetivo para el siguiente trimestre.

$\tilde{y}_t$ es el nivel de producto potencial.

y_t es el nivel de producto real.

C_t es el nivel de corto actual con impacto en el siguiente trimestre.

Cet_t es la tasa de interés de los Cetes a 91 días para el periodo actual.

Dado $J_t = \gamma\left(\pi_t - \pi_t^*\right) + (1-\gamma)\left(\tilde{y}_t - y_t\right)$, el parámetro γ representa el ponderador para la inflación y $(1-\gamma)$ es el ponderador del producto. Obviamente éste parámetro es asignado por el Banco Central y todo depende de sus prioridades en política. Así un Banco Central cuya prioridad es únicamente preservar el poder adquisitivo puede trabajar con una γ igual a uno. Por otro lado, un Banco Central cuya prioridad sea el crecimiento económico su γ será de cero y otorgará todo el peso al nivel del PIB.

La solución a este problema produce entonces, una regla óptima o eficiente (debido al *trade-off*) de política monetaria.

Como se comentó en la introducción de la presente tesina, el objetivo de esta investigación es desarrollar un modelo de Programación Dinámica con horizonte finito asumiendo que en cada período la autoridad monetaria escoge la acción óptima tomando los resultados pasados como dados.

A través de la aplicación de un modelo de Programación Dinámica es posible plantear un escenario en el que mediante un espacio de estados, un conjunto de acciones admisibles, una dinámica del sistema, un horizonte determinado y un índice de funcionamiento se encuentre la estrategia óptima para la conducción de la política monetaria instrumentada por el Banco de México, organismo autónomo encargado de dirigir la Política Monetaria y cuyas decisiones tienen un impacto significativo sobre el crecimiento del PIB; la Inflación y el Empleo en nuestro país.

De esta manera se espera obtener una regla de política para el instrumento de política monetaria empleado que permita mejorar el bienestar de las familias a través de las intervenciones de política del Banco de México. Cabe resaltar que este tipo de trabajos hasta la realización de la presente investigación son nuevos en México.

.

2.3 Programación Dinámica aplicada a la Política Monetaria Mexicana.

Para la aplicación de la programación dinámica a la política monetaria mexicana primero fue necesario construir una base de datos que se ajustara a las necesidades del modelo en lo que se refiere al año base con el objetivo de ser congruente con el periodo de investigación.

Para tal efecto, se formó una base de datos con una muestra de 44 datos trimestrales[1] de 1997:01 a 2007:04 del PIB real base tercer trimestre de 1997=100. Esta base de datos se construyó con un cambio de base a partir de los datos proporcionados por el INEGI del PIB base 1993 a través de la obtención del Índice Implícito del PIB del nuevo año base, 1997=100.

La base de datos del Índice Nacional de Precios al Consumidor , (INPC) también se construyó a partir del cambio de base 1997=100 a partir de la base proporcionada por el Banco de México 2002=100, el cual se tomo como indicador de la inflación real. También se tomaron los datos muestrales de los CETES a 91 días como variable indicadora de la tasa de interés en México. Cabe resaltar que en México no existe una base de datos del instrumento de política monetaria empleado por el Banco de México de marzo de 1995 a diciembre de 2007 denominado Objetivo de Saldos Acumulados o "corto" por lo cual se recurrió a los *Informes de Política Monetaria* anuales publicados por el Banco de México

[1] En la base original los datos ya eran trimestrales con base 1993=100 y se realizó el cambio de base con el objetivo de contar con una serie que fuera más congruente con el periodo de estudio.

para obtener datos del "corto" trimestrales. De la misma manera fueron recabados los datos de la inflación objetivo.

El objetivo de saldos acumulados (SA) o "corto" operó de marzo de 1995 a diciembre de 2007 como instrumento de política monetaria enviando señales al mercado de dinero que impactaran sobre la tasa de interés del mercado.[2]

Cabe destacar que previo a cualquier estimación se aplicó una transformación logarítmica a todos los datos con la finalidad de tener todos los datos en la misma escala.

El producto potencial se estimó a través de la base de datos del PIB real 1997=100 a partir del siguiente modelo de regresión:

$$\hat{y}_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} 0.8 + \alpha_2 y_{t-2} 0.8^2 + \alpha_3 y_{t-3} 0.8^3 + \alpha_4 y_{t-4} 0.8^4.$$

La base de datos de las covariables se formó con los valores rezagados de la variable dependiente multiplicados por el factor 0.8[3] elevado a una potencia.

---

[2] Con el objeto de enviar señales sobre sus intenciones de política monetaria, el Banco de México da a conocer la cantidad a la que pretende llevar el "saldo acumulado de saldos diarios totales" (SA) de las cuentas corrientes de la banca a la apertura del siguiente día hábil. De esta manera, por ejemplo, un objetivo de SA igual a cero sería indicativo de la intención del Banco Central de satisfacer, a tasas de interés de mercado, la demanda de billetes y, por lo tanto, proporcionar los recursos necesarios para que ningún banco se vea obligado a incurrir en sobregiros o a acumular saldos positivos no deseados al finalizar el periodo de cómputo. Un objetivo de SA negativo señalaría la intención del Banco Central de no proporcionar a la banca los recursos suficientes a tasas de interés de mercado, obligando así a una o varias instituciones de crédito a obtener una parte de los recursos requeridos a través del sobregiro en sus cuentas corrientes. Esto último, abstrayendo de otras influencias, puede provocar un alza en las tasas de interés, ya que las instituciones tratarán de evitar pagar la elevada tasa del sobregiro, buscando obtener esos recursos en el mercado de dinero. *La Conducción de la Política Monetaria del Banco de México a través del Régimen de Saldos Acumulados.* Banco de México. Nota Técnica. Sin año de publicación.

[3] Aunque este tipo de regresión se conoce como *weigthed regression* y ha sido empleada desde tiempo atrás (Holland, Coleman, 1977) donde los pesos se determinan a partir de los datos, la elección del factor 0.8 se

Implícitamente se asume que mientras más alejado se encuentre el valor de la variable del valor actual su influencia es menor. Los coeficientes que arrojó el modelo (las alfas estimadas) se usaron posteriormente para obtener la y estimada, $\hat{y}_t$ al multiplicar cada coeficiente (cada alfa) por su correspondiente valor de la variable de la base de datos construida de las covariables.

El modelo final usado para estimar el producto potencial fue:

$$\hat{y}_t = 0.527684 + 0.460391 y_{t-1} + 0.458560 y_{t-2} - 0.4138388 y_{t-3} + 0.4609463 y_{t-4}.$$

Posteriormente se calcularon los coeficientes de regresión del logaritmo de los precios tomado del Índice Nacional de Precios al Consumidor, (π_t) y del logaritmo del PIB (y_t) con las siguientes covariables: datos rezagados un período del logaritmo del corto (C_{t-1}), del logaritmo del PIB base 1997 (y_{t-1}), del logaritmo del INPC base 1997=100 (π_{t-1}), y del logaritmo de los CETES a 91 días (Cet_{t-1}), más un término cuadrático del logaritmo del objetivo de saldos acumulados o "corto" (C_{t-1}^2) porque los residuales del modelo lineal exhibía un patrón que podía ser capturado con un término elevado al cuadrado. Las ecuaciones que se obtuvieron son las siguientes:

$$\pi_t = -13.12010 + 0.39404 C_{t-1} - 0.03996 C_{t-1}^2 + 1.17129 y_{t-1} - 0.14489 Cet_{t-1}.$$

$$y_t = 12.381388 - 0.036902 C_{t-1} + 0.001958 C_{t-1}^2 + 0.530901 \pi_{t-1} + 0.045423 Cet_{t-1}.$$

debió primordialmente por intuición económica ya que se ha demostrado que tanto el producto y la inflación presentan un componente altamente inercial.

Los residuales de ambas regresiones pasaron la prueba de normalidad lo cual permitió modelar las probabilidades de transición con una distribución de Probabilidad Normal con media cero y varianza constante. Por tanto, aunque es posible calcular la probabilidad de que la variable aleatoria P_t o Y_t se encuentre por ejemplo en la región A, al distribuirse como una Normal ya se conoce su valor esperado y su varianza. Las pruebas de bondad de ajuste de ambas regresiones se realizaron en R y en JMP y se encuentran en el ANEXO I.

$$\pi_t \sim N(-13.12010 + 0.39404C_{t-1} - 0.03996C_{t-1}^2 + 1.17129y_{t-1} - 0.14489Cet_{t-1}, 0.002116)$$
$$y_t \sim N(12.381388 - 0.036902C_{t-1} + 0.001958C_{t-1}^2 + 0.530901\pi_{t-1} + 0.045423Cet_{t-1}, 0.000884)$$

Con la información anterior se retomó la función objetivo del Banco Central:

$$Min\{I_t\}.$$
$$I = E\left[\sum_{t=0}^{43} J_t\right].$$
$$J_t = \gamma\left(\pi_t - \pi_t^*\right) + (1-\gamma)\left(\bar{y}_t - y_t\right).$$

Como se explica en el capítulo 2, en el método de la programación dinámica nos vamos al principio una etapa hacia atrás y a partir de esa etapa tenemos que tomar cierto número de decisiones en el proceso recursivo.

Dado el siguiente Modelo de Programación Dinámica, donde las acciones admisibles se tomaron de acuerdo a los valores mínimos y máximos registrados de las series en logaritmos, tenemos que[4]

$X = \left\{ \left(\pi_t , y_t \right) : \pi_t \in (0,\infty), y_t \in (0,\infty) \right\}$ Espacio de Estados.

$A = \left\{ \left(C_t , \pi_t^* \right) : C_t \in (0,\infty), \pi_t^* \in (0,\infty) \right\}$ Espacio de Acciones.

$A\left(\pi_t^*, C_t \right) = \left\{ \pi_t^* \in \left(\pi_{t-1} + \ln(0.85), \pi_{t-1} \right), C_t \in \left(2.99, 6.17 \right), Cet_t \in \left[1.64, 3.73 \right] \right\}$ Acciones Admisibles.

$T = \left\{ 1, .., 43 \right\}$ Horizonte de Planeación.

$I\left(\pi_t , y_t , \pi_t^* \right) = E\left[\sum_0^{43} c\left(\pi_t , y_t , C_t , \pi_t^* \right) \right]$ Índice de Funcionamiento.

Las acciones admisibles muestran el rango de valores factibles que pueden tomar las variables de acuerdo a su base de datos particular. En el caso del nivel de precios, dada la política permanente que mantiene Banco de México de lucha contra la inflación, se asume que en el límite inferior, la inflación presente puede tener un valor ligeramente inferior a la inflación pasada $(\pi_{t-1} + \ln(0.85))$ y en el límite superior puede tomar el valor de la inflación anterior (π_{t-1}), lo cual obviamente no es lo deseable por las autoridades monetarias.

Probabilidades Condicionales

$$\left(\pi_{t+1} \middle| \pi_t , y_t , C_t , \pi_t^* \right) \sim N\left(-13.12010 + 0.39404 C_t - 0.03996 C_t^2 + 1.17129 y_t - 0.14489 Cet, 0.002116 \right)$$

$$\left(y_{t+1} \middle| \pi_t , y_t , C_t , \pi_t^* \right) \sim N\left(12.381388 - 0.036902 C_t + 0.001958 C_t^2 + 0.530901 \pi_t + 0.045423 Cet, 0.000884 \right)$$

[4] En el caso del corto se tomaron los valores reales del corto durante el período mencionado (1997:01-2007:04) sustituyendo únicamente el valor del cuarto trimestre de 1997, que era cero debido a una política monetaria neutral, por el promedio de sus dos valores previos y subsecuentes.

Una vez resuelto el modelo de manera recursiva, claramente implica que de acuerdo con el horizonte de planeación, tenemos 43 etapas (trimestres). En cada una de las 43 etapas la autoridad monetaria toma decisiones que implícitamente implican un costo, tal como lo explica el índice de funcionamiento. En este caso, las decisiones que toma la autoridad monetaria son: la inflación objetivo del siguiente período π_t^*, y el corto que se aplica en el período actual, C_t, el cual tendrá un impacto en el siguiente periodo.

Las decisiones no se toman de manera discrecional, como ya se explicó, las decisiones siguen una regla de política monetaria que se plantea en la función objetivo del Banco Central. Es decir, en el marco de la teoría monetarista neoclásica, el Banco de México busca en cada etapa minimizar las desviaciones de la inflación real con la inflación objetivo así como de minimizar las desviaciones del producto real con el producto potencial.

Como ya se mencionó una buena política monetaria es aquella que produce baja inflación y mantiene el producto y la inflación tan estable como sea posible. Para cumplir su objetivo el Banco de México cuenta con el instrumento de política monetaria denominado "Corto" u Objetivo de Saldos Acumulados (SA).

En cada etapa la autoridad monetaria observa los valores actuales de la inflación, (π_t), y del PIB, (y_t), y decide el nivel de corto actual (C_t) que tendrá un impacto en el siguiente periodo sobre el nivel de precios y el nivel de inflación objetivo (π_t^*) para el siguiente período. Así, en la primera etapa las autoridades monetarias toman como dados los valores iniciales de la inflación (π_t) y el producto (y_t), y de acuerdo con las probabilidades de transición y dependiendo de la decisión que tome la autoridad monetaria en el presente respecto del nivel de corto (C_t) y del nivel de la inflación objetivo (π_t^*), los valores de las variables nivel de precios (π_{t+1}), y del PIB, (y_{t+1}), pasan aleatoriamente al siguiente punto.

En la siguiente etapa la autoridad monetaria observa el nivel de inflación, del producto y decide una estrategia que lleva implícita el empleo de sus instrumentos de política monetaria, así como una regla de política monetaria definida por su función objetivo y de acuerdo con las probabilidades de transición los valores de las variables pasan aleatoriamente al siguiente punto hasta completar el horizonte de planeación.

Para encontrar cuál es la política monetaria óptima se resuelve primero el problema de manera recursiva partiendo de la etapa 43 y se optimiza en cada período y se va un período más atrás en donde también se optimiza en ese período tomando en cuenta los valores acumulados del (o los) períodos subsecuentes.

En el presente trabajo se trabajó bajo el supuesto de que el Banco de México confiere la misma importancia tanto al crecimiento como a la inflación, es decir que $\gamma = \frac{1}{2}$.

2.3.1 Solución al problema de optimización

Para resolver el problema de optimización la solución inicia, dado el método recursivo de la Programación Dinámica (PD), con el cuarto trimestre de 2007 o sea en la etapa 43 que en la terminología de PD se denomina valor de salida:

Etapa 43

$I_{43} = \frac{1}{2}\left(\pi_{43} - \pi_{43}^{*} + \hat{y}_{43} - y_{43}\right)$ Valor de salida

Etapa 42

$$I_{42} = \min \frac{1}{2}\left\{\pi_{42} - \pi_{42}^{*} + \hat{y}_{42} - y_{42} + E\left(\pi_{43} - \pi_{43}^{*} + \hat{y}_{43} - y_{43}\right)\right\}$$
$$\pi_{43}^{*} \in \left[\pi_{42} + \ln(0.85), \pi_{42}\right]$$
$$C_{42} \in \left[2.99, 6.17\right]$$
$$Cet_{42} \in \left[1.64, 3.73\right]$$

Debido a que en cada etapa se minimiza la suma ponderada de las desviaciones del período actual más el valor esperado de las desviaciones de la etapa siguiente, el cual, con diferentes iteraciones también incluirá no solo el óptimo encontrado de una etapa siguiente sino además el valor esperado del óptimo considerando todas las etapas subsecuentes hasta completar el horizonte *n=43*, es posible encontrar una fórmula recursiva que permita encontrar el óptimo en cada etapa previa y así llegar a la etapa inicial con un valor óptimo que resuelva el problema al considerar todas las etapas.

Lo anterior permitió resolver el problema en Excel dado que además no existe un software para resolver problemas con programación dinámica que no sean los tradicionales como de inventario, del agente viajero, etcétera.

Después de numerosos cálculos para obtener la fórmula recursiva en Excel que se incluyen en el ANEXO II y en el ANEXO III fue posible encontrar el Valor Óptimo del Índice de Funcionamiento que fue de **-151.765524.**
Este valor se comparó con el valor del Índice de Funcionamiento real que fue de **123.0892115,** el cual dista de manera importante del valor óptimo.

A partir de los valores óptimos en logaritmo del producto y la inflación es posible obtener los valores óptimos reales haciendo uso del supuesto de Normalidad.[5]
Así el Valor Esperado Óptimo del producto para la etapa 43 fue $y_t^* = 5,372,709.16$ millones de pesos a precios de 1997, mientras que el valor real para el cuarto trimestre de 2007 obtenido con el índice de funcionamiento del gobierno fue $y_t = 4,149,989.9$ mdp precios de 1997.

Así mismo, es posible regresar a los valores óptimos de la inflación esperada $\pi_t^* = 82.53$ para el último trimestre del 2007 y contrastarla con la inflación real durante el mismo período que fue de $\pi_t = 208.2$.

[5] La transformación de logaritmos a números ordinarios se adjunta al final del trabajo como ANEXO IV.

CONCLUSIONES

El objetivo de la presente tesina fue de encontrar, dado el funcionamiento del Banco Central, una estrategia de política monetaria que condujera hacia los valores óptimos de inflación y Producto Interno Bruto para la economía mexicana durante el período de 1997 a 2007.

Se trabajó con una función de comportamiento del Banco de México propia de los Bancos Centrales cuyo objetivo prioritario no es el crecimiento, sino mantener la inflación baja y minimizar las fluctuaciones a corto plazo en el producto e inflación.

Incluso se incluyo un supuesto en este sentido poco realista al otorgar la misma prioridad al crecimiento y a la inflación al otorgar el valor de $\gamma = \frac{1}{2}$.[1]

Tanto las regresiones del producto (y_t) como de la inflación (π_t) pasaron las pruebas de diagnóstico o de bondad de ajuste lo cual permite afirmar que el modelo de programación dinámica es una representación adecuada de la realidad.

[1] Es importante señalar que los resultados de la presente investigación podrían cambiar en el caso de que se tomara un valor diferente de γ, dado que su rango es $0 \leq \gamma \leq 1$.

Adicionalmente, habría que considerar que se conservó en todo momento una posición moderada al otorgar a γ el valor de $\frac{1}{2}$ dado que el Banco de México en numerosas ocasiones ha declarado que su prioridad es únicamente mantener el poder adquisitivo de la moneda a través de una inflación baja y estable; por lo cual acepta que lo anterior impactará favorablemente pero solo de manera indirecta al crecimiento económico y al empleo.

Al contrastar los resultados obtenidos en la aplicación del modelo de Programación Dinámica con la política monetaria instrumentada por el Banco Central es factible definir que la política implementada por las autoridades monetarias fue subóptima durante el período 1987-2007 porque dados los valores óptimos y verdaderos de las variables consideradas es posible suponer que se hubiera podido encontrar una estrategia con la misma función de comportamiento adoptada, que arrojara un nivel de producto real mayor y un nivel de inflación mucho menor al verdadero.

Por tanto, este estudio arroja evidencia que muestra la existencia de potencial para mejorar la formulación de políticas macroeconómicas que permitan al Banco de México alcanzar sus objetivos de política monetaria y al mismo tiempo ampliar el bienestar social.

ANEXO I

MODELOS DE REGRESIÓN.

1) Regresión de π_t en R.

psc<-read.table("C:/Users/valemayen/Desktop/psc.txt")
> regresionpsc<-lm(psc[,1]~psc[,2]+psc[,3]+psc[,4]+psc[,5],psc)
> summary(regresionpsc)

Call:
lm(formula = psc[, 1] ~ psc[, 2] + psc[, 3] + psc[, 4] + psc[, 5], data = psc)

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.122306	-0.034789	0.001471	0.036607	0.089314

Coefficients:

		Estimate	Std. Error	t value	Pr(>|t|)
	(Intercept)	-13.12010	2.37060	-5.535	2.48e-06 ***
CORTOt-1	psc[, 2]	0.39404	0.10587	3.722	0.000638 ***
CORTO t-1 ^{2}	psc[, 3]	-0.03996	0.01148	-3.480	0.001275 **
Yt-1	psc[, 4]	1.17129	0.16490	7.103	1.78e-08 ***
CETESt-1	psc[, 5]	-0.14489	0.02398	-6.042	4.99e-07 ***

Signif. codes: 0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 0.046 on 38 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.953, **Adjusted R-squared: 0.9481**
F-statistic: 192.7 on 4 and 38 DF, **p-value: < 2.2e-16**

Los resultados de la regresión de π_t muestran que el intercepto, así como el instrumento de política monetaria, el corto, el corto elevado al cuadrado, el PIB real base 1997=100 y los Cetes a 91 días, es decir, todas las covariables rezagadas un periodo son significativas para explicar el nivel de precios o inflación en México durante el periodo considerado.

Una variable muy significativa es el intercepto, el que se podría interpretar como un instrumento de política permanente de Banco de México para luchar contra la inflación, independientemente del nivel objetivo de SA. (el cual podría ser, por ejemplo, los salarios, tipo de cambio o riesgo país).

Para efectos de la regresión, no obstante que los datos del corto proporcionados por el Banco de México en sus Informes de Política Monetaria se expresan en cifras negativas, para efectos de la construcción de esta base de datos y al correr el modelo se trabajaron con números estrictamente positivos.

De esta manera, la interpretación para la variable corto en términos lineales es que ante disminuciones paulatinas de la cantidad de dinero en circulación (al pasar de 150 a 300 millones el corto, o de 80 a 100 millones, por ejemplo) la inflación del siguiente período en realidad aumenta 39 por ciento, si todo lo demás permanece constante.

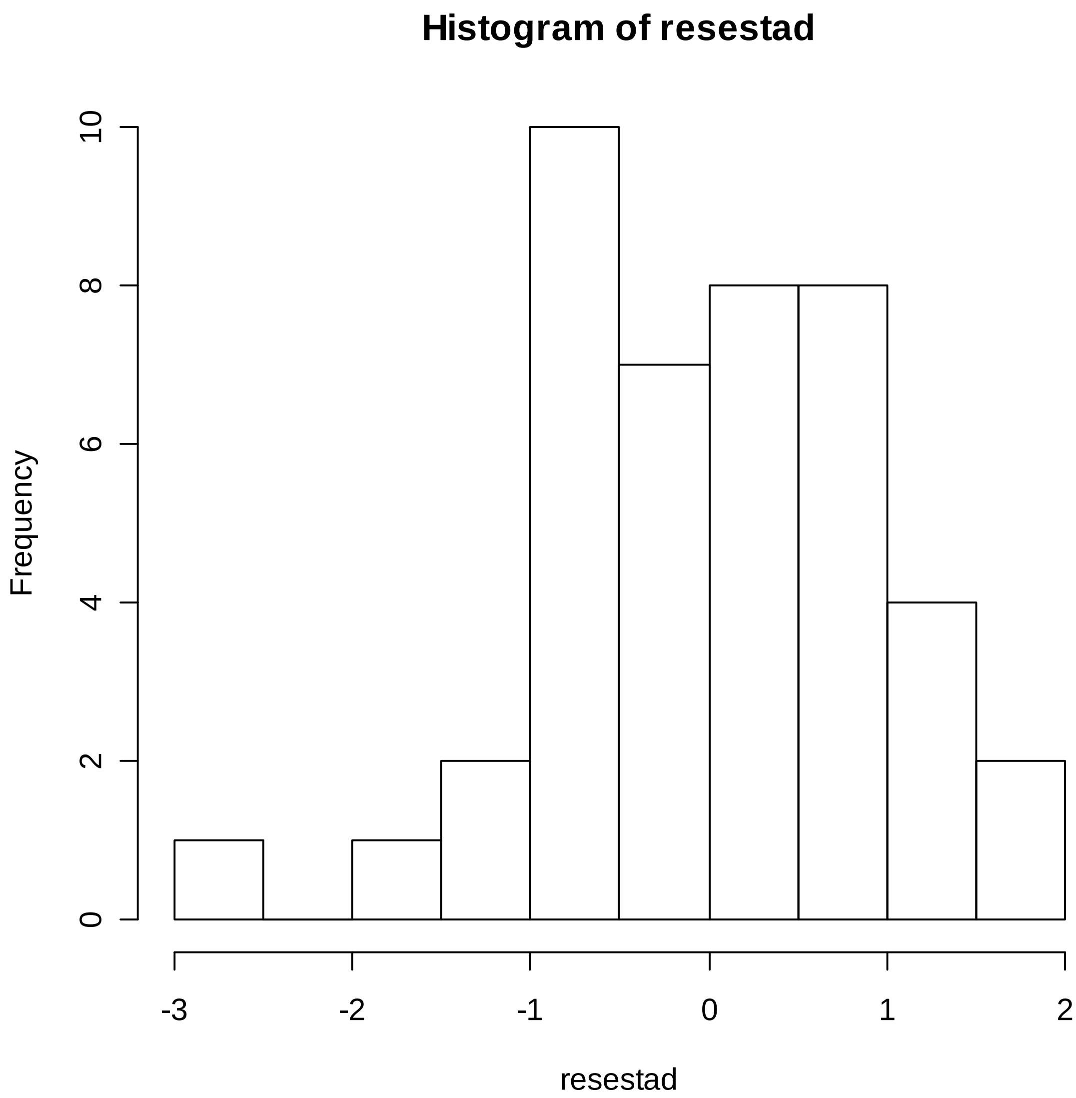
Para el caso de la variable corto en términos cuadráticos se muestra que cuando aumenta el corto al cuadrado el nivel de inflación si disminuye 0.04 por ciento. Es decir, que niveles más elevados de corto si disminuyen la inflación del siguiente período.

Por su parte, el producto tiene un efecto positivo sobre la inflación del siguiente período 117.13 %, lo cual justifica parcialmente el argumento de las autoridades monetarias por minimizar las desviaciones del PIB de su nivel potencial.

Los Cetes muestran un efecto inverso sobre la inflación del período siguiente, es decir un incremento en la tasa de interés nominal líder del período anterior, disminuye 14.5% la inflación del período actual y por tanto aumenta la tasa de interés real del período actual.

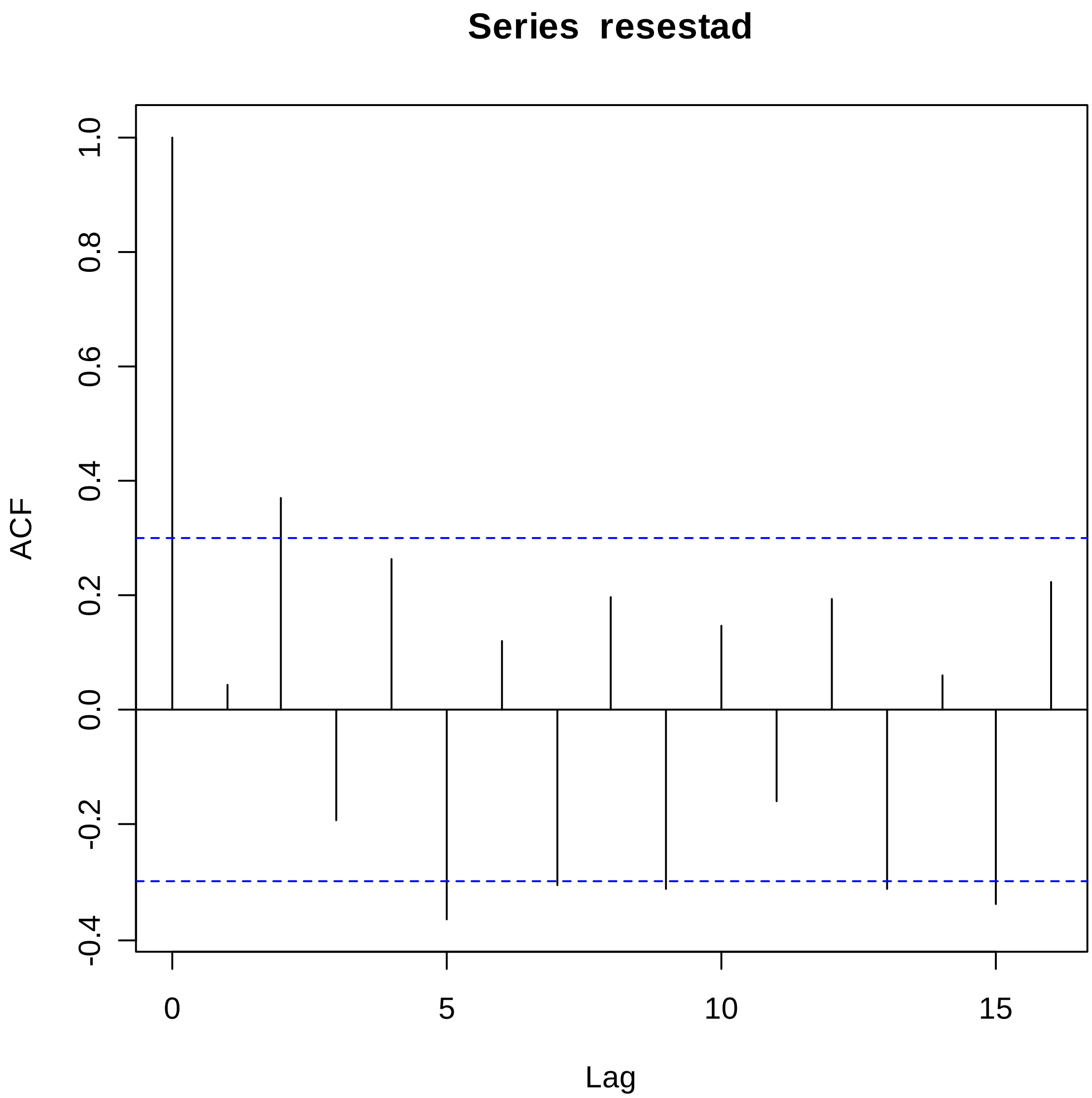
PRUEBAS DE DIAGNÓSTICO.

```
> resestad<-regresionpsc$residuals/0.046
> hist(resestad)
>
```



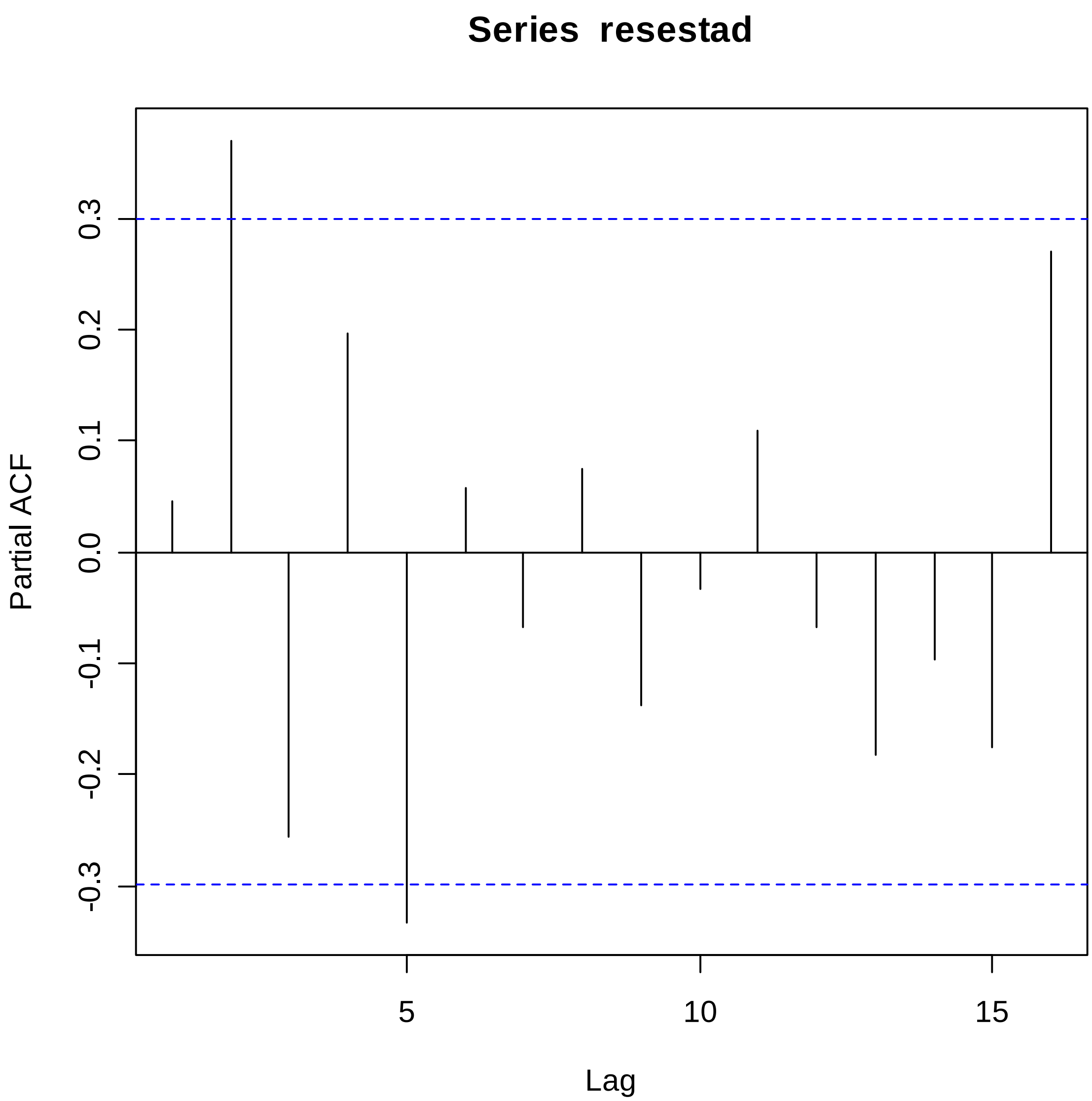
Al graficar los residuales estandarizados (se dividieron entre el error estándar **0.046** obtenido en el modelo que arroja R señalado en negritas) se observa que no obstante que se observa un pequeño pico, es posible apreciar que la gráfica de los residuales tiende a la Normal, lo cual es favorable para las pruebas de diagnóstico de la regresión.

> acf(resestad)



Existe evidencia de autocorrelación de los residuales estandarizados de los precios con los residuales de los precios del segundo, quinto, séptimo, noveno, treceavo y quinceavo trimestre. Una posible opción sería ampliar la banda del intervalo de confianza al 90 por ciento para eliminar la autocorrelación de los residuales del modelo.

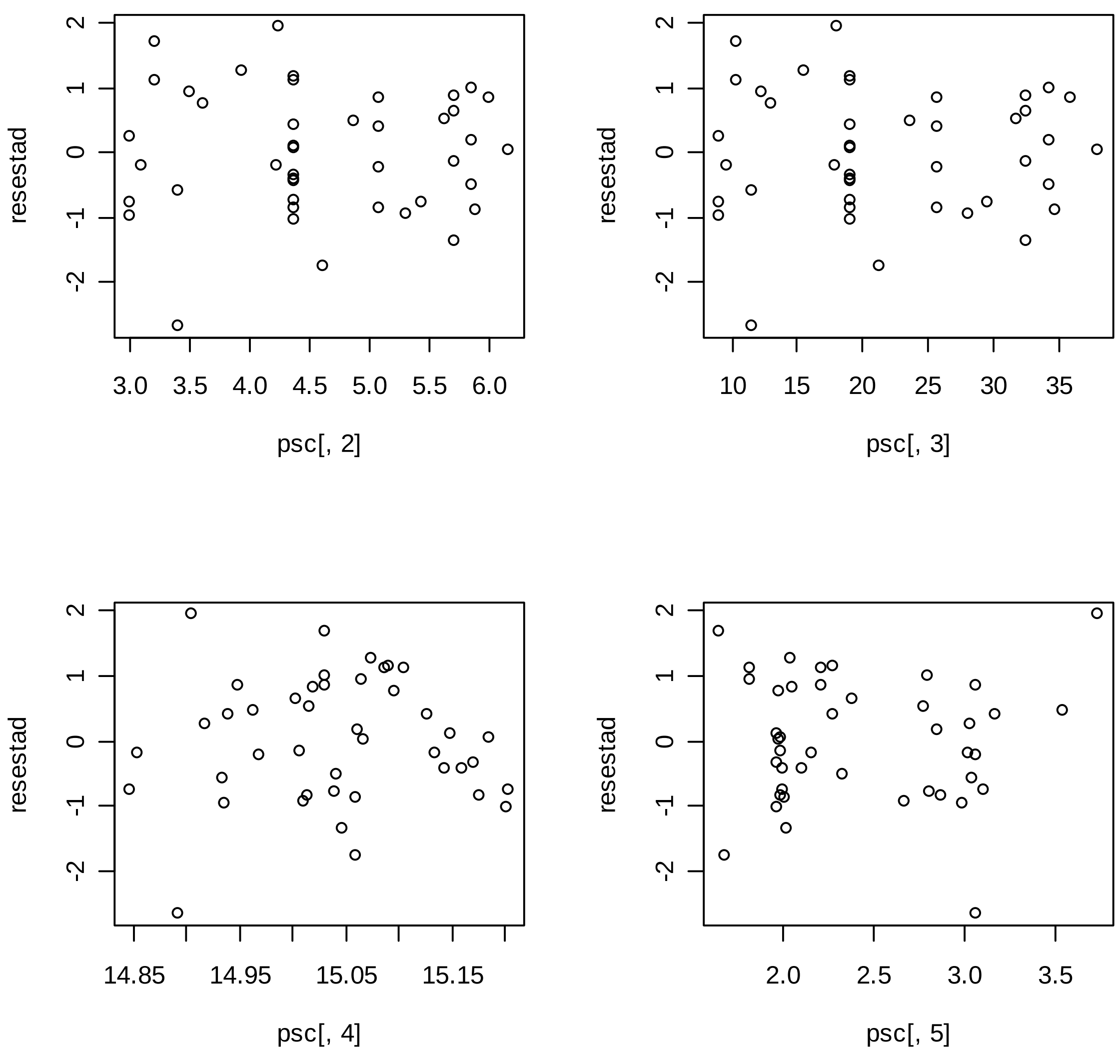
acf(resestad,type="partial")



De acuerdo con la gráfica de autocorrelación parcial existe evidencia de autocorrelación parcial en el segundo y quinto trimestre. Una posible opción, sería al igual que con el caso de autocorrelación, ampliar la banda del intervalo de confianza al 90 por ciento con la finalidad de que los residuales estandarizados del modelo de regresión pasen las pruebas de autocorrelación.

GRÁFICAS DE LOS RESIDUALES ESTANDARIZADOS vs COVARIABLES.

```
par(mfrow=c(2,2))
> plot(psc[,2],resestad)
> plot(psc[,3],resestad)
> plot(psc[,4],resestad)
> plot(psc[,5],resestad)
```

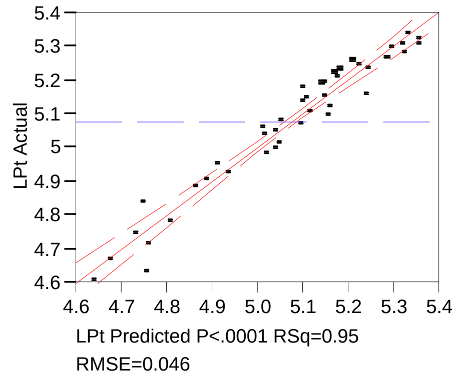


Los diagramas de dispersión de los residuales estandarizados con cada una de las covariables muestran un comportamiento aleatorio, por lo que se deduce ausencia de evidencia de correlación entre los residuales y cada covariable.

Regresión de π_t en JMP.

Whole Model

Actual by Predicted Plot



Summary of Fit

RSquare	0.953017
RSquare Adj	0.948072
Root Mean Square Error	0.045998
Mean of Response	5.076992
Observations (or Sum Wgts)	43

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Ratio
Model	4	1.6309003	0.407725	192.7023
Error	38	0.0804015	0.002116	Prob > F
C. Total	42	1.7113018		<.0001

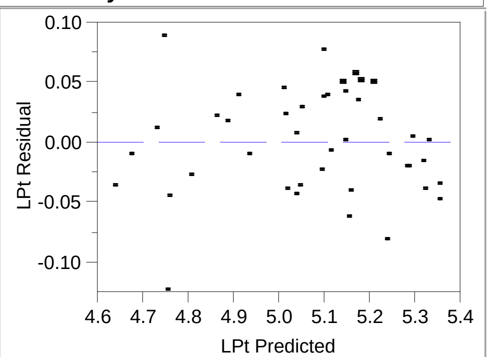
Parameter Estimates

Term	Estimate	Std Error	t Ratio	Prob>|t|
Intercept	-13.1201	2.370601	-5.53	<.0001
LCt-1	0.3940375	0.105868	3.72	0.0006
LCt-1ALCUAD	-0.039959	0.011483	-3.48	0.0013
LYt-1	1.1712878	0.164896	7.10	<.0001
LCTS91t-1	-0.144894	0.023981	-6.04	<.0001

Effect Tests

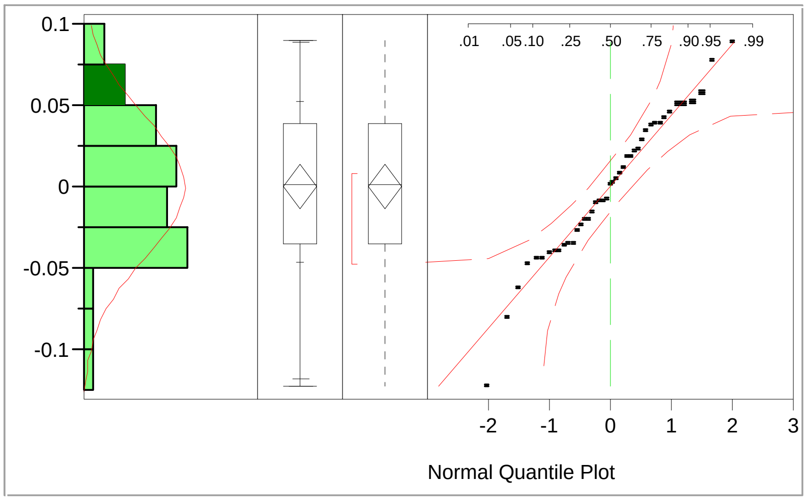
Source	Nparm	DF	Sum of Squares	F Ratio	Prob > F
LCt-1	1	1	0.02931072	13.8531	0.0006
LCt-1ALCUAD	1	1	0.02562225	12.1098	0.0013
LYt-1	1	1	0.10675502	50.4554	<.0001
LCTS91t-1	1	1	0.07723816	36.5049	<.0001

Residual by Predicted Plot



Distributions

Residual LPt



Normal(-3e-15,0.04375)

Quantiles

100.0%	maximum	0.0893
99.5%		0.0893
97.5%		0.0882
90.0%		0.0525
75.0%	quartile	0.0382
50.0%	median	0.0015
25.0%	quartile	-0.0352
10.0%		-0.0461
2.5%		-0.1181
0.5%		-0.1223
0.0%	minimum	-0.1223

Moments

Mean	-3.3e-15
Std Dev	0.043753
Std Err Mean	0.0066723
upper 95% Mean	0.0134652
lower 95% Mean	-0.013465
N	43

Fitted Normal

Parameter Estimates

Type	Parameter	Estimate	Lower 95%	Upper 95%
Location	Mu	-0.000000	-0.013465	0.0134652
Dispersion	Sigma	0.043753	0.036076	0.0556105

El resumen del modelo en JUMP muestra un adecuado nivel de ajuste **(R^2 ajustada =0.948),** la varianza del modelo pasa la prueba F y la gráfica de cuantiles de los residuales muestra un adecuado ajuste de acuerdo con la distribución Normal.

2) Regresión de y_t en R.

```
> ysc<-read.table("C:/Users/valemayen/Desktop/ysc.txt")
> regresionysc<-lm(ysc[,1]~ysc[,2]+ysc[,3]+ysc[,4]+ysc[,5],ysc)
> summary(regresionysc)

Call:
lm(formula = ysc[, 1] ~ ysc[, 2] + ysc[, 3] + ysc[, 4] + ysc[,
   5], data = ysc)

Residuals:
      Min        1Q    Median        3Q       Max
-0.048713 -0.017402 -0.002109  0.017965  0.064314
```

Coefficients:

		Estimate	Std. Error	t value	Pr(>|t|)
(Intercept)		12.381388	0.271428	45.616	< 2e-16 ***
CORTOt-1	ysc[, 2]	-0.036902	0.080124	-0.461	0.6477
CORTO^2 t-1	ysc[, 3]	0.001958	0.008524	0.230	0.8195
π_{t-1}	ysc[, 4]	0.530901	0.067649	7.848	1.81e-09 ***
Cetes91t-1	ysc[, 5]	0.045423	0.022294	2.037	0.0486 *

Signif. codes: 0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

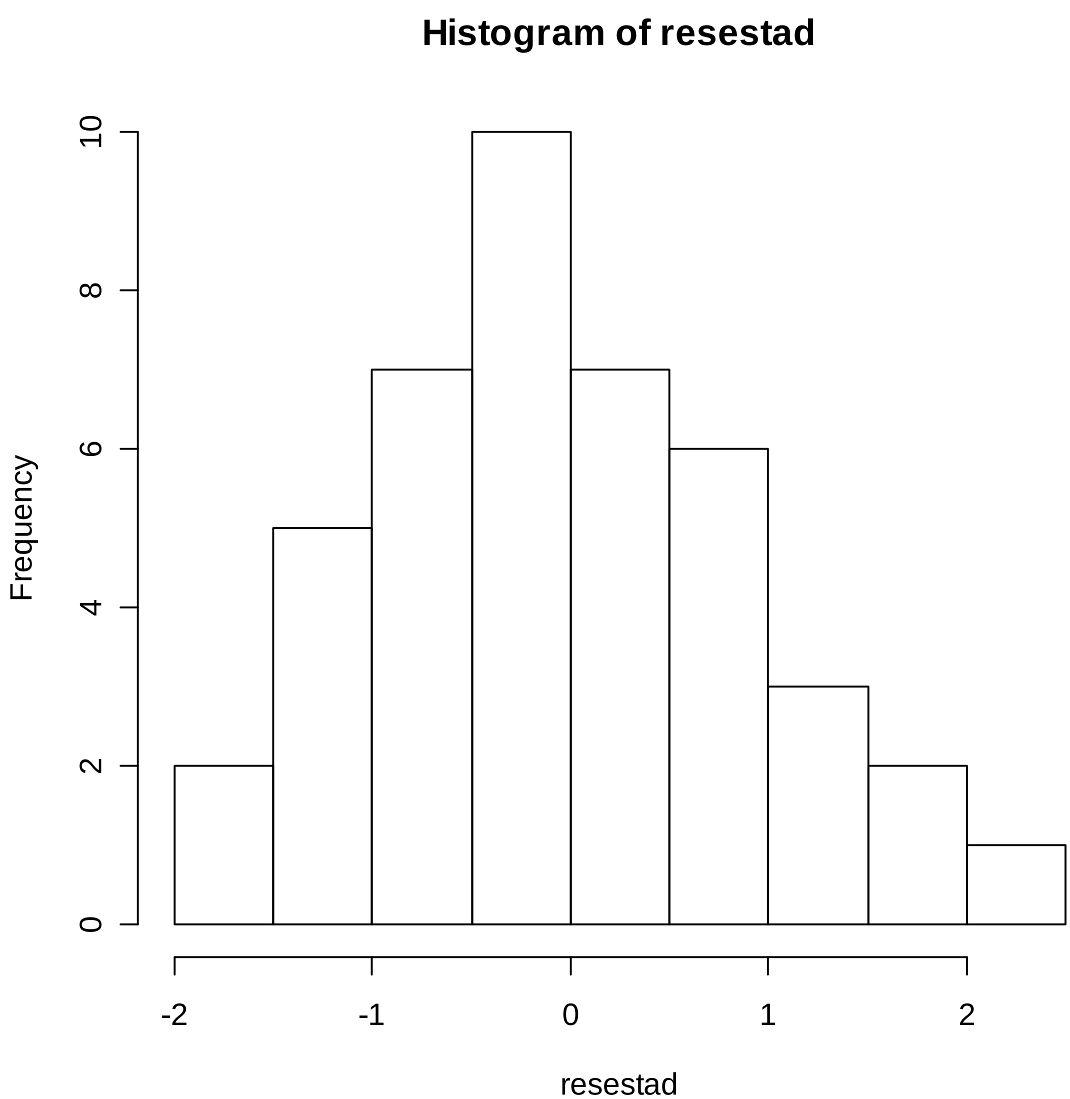
Residual standard error: 0.02973 on 38 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.9065,   **Adjusted R-squared: 0.8967**
F-statistic: 92.16 on 4 and 38 DF, p-value: < 2.2e-16

Como en el caso anterior, existe un patrón o componente inercial del producto de 1238.14% que se podría interpretar como crecimiento endógeno porque el intercepto es altamente significativo.

En este caso existe evidencia que permite afirmar que el instrumento de política monetaria denominado “corto” no afecta el crecimiento del PIB; mientras que la inflación del periodo anterior es significativa pero en términos positivos para el PIB (6.7%).
Por su parte un incremento de 1% en los Cetes, provoca un incremento de 4% sobre el producto. Por tanto, en este caso este estudio arroja evidencia para rechazar el Efecto Keynes.

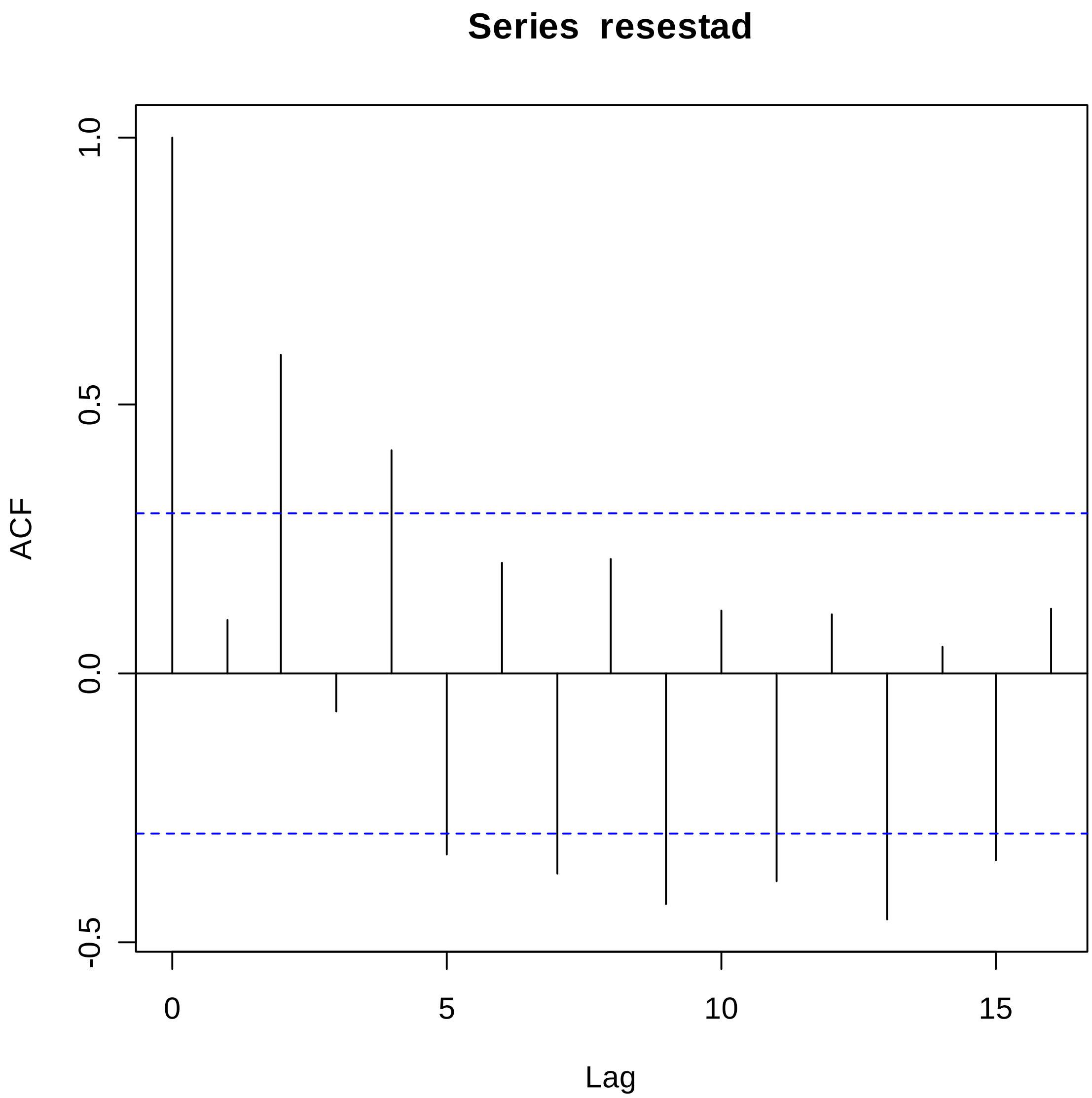
```
> resestad<-regresionycc$residuals/0.02973
> summary(resestad)
     Min.      1st Qu.     Median       Mean      3rd Qu.       Max.
-1.529e+00 -5.637e-01 -2.315e-02 -3.016e-18  5.510e-01  2.096e+00

> hist(resestad)
```



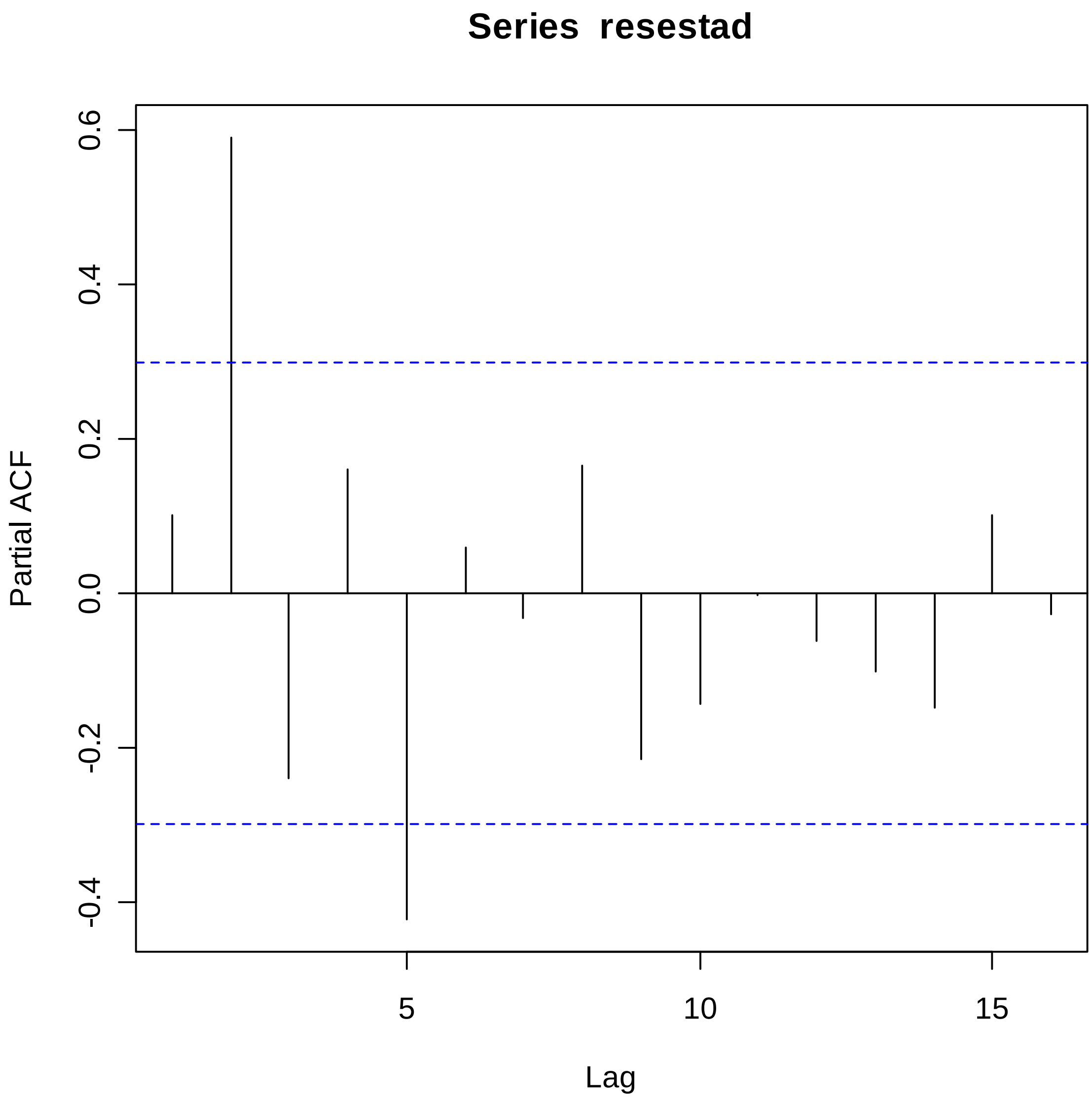
La gráfica de los residuales estandarizados tiende a la Normal, lo cual es favorable para las pruebas de diagnóstico de la regresión.

```
> acf(resestad)
```



No obstante que existe evidencia de autocorrelación de los residuales estandarizados con diferentes periodos, una posible solución sería ampliar la banda para tratar de corregir el problema.

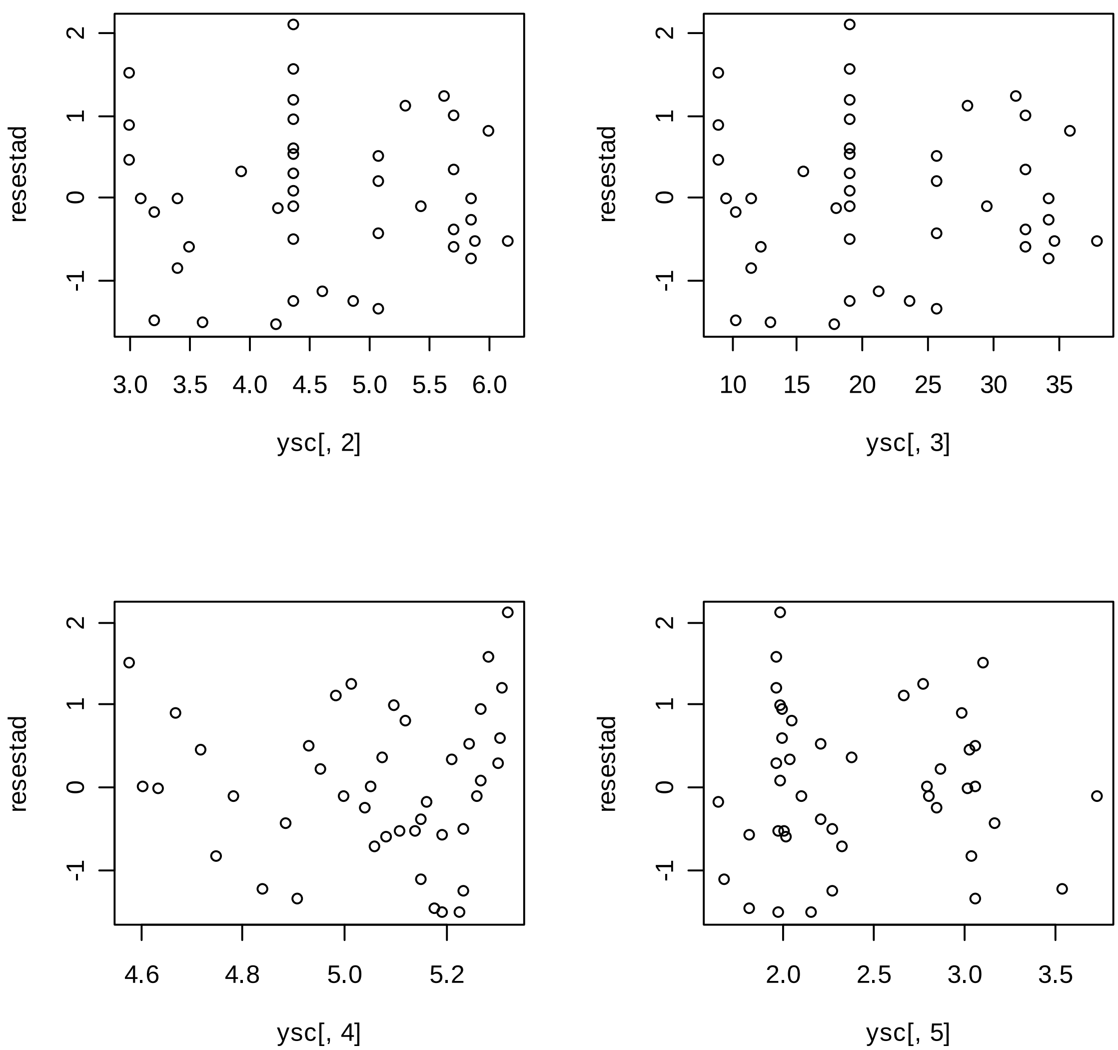
> acf(resestad,type="partial")



La gráfica de autocorrelación parcial muestra evidencia de autocorrelación con el segundo y quinto periodo, lo cual se podría solucionar también ampliando la banda del intervalo de confianza.

GRÁFICAS DE LOS RESIDUALES ESTANDARIZADOS vs COVARIABLES.

```
> par(mfrow=c(2,2))
> plot(ysc[,2],resestad)
> plot(ysc[,3],resestad)
> plot(ysc[,4],resestad)
> plot(ysc[,5],resestad)
```

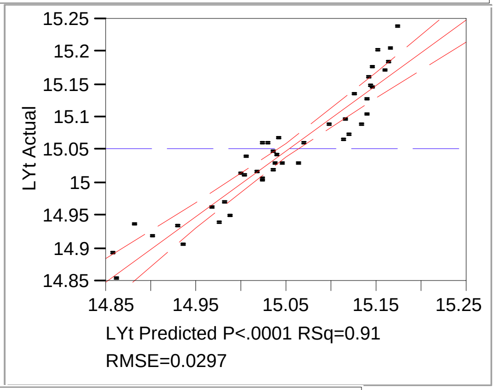


Las gráficas muestran una distribución aleatoria de los residuales con respecto a cada una de las covariables.

Regresión de y_t en JMP.

Whole Model

Actual by Predicted Plot



Summary of Fit

RSquare	0.90655
RSquare Adj	0.896713
Root Mean Square Error	0.029733
Mean of Response	15.05141
Observations (or Sum Wgts)	43

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Ratio
Model	4	0.32589818	0.081475	92.1584
Error	38	0.03359470	0.000884	Prob > F
C. Total	42	0.35949289		<.0001

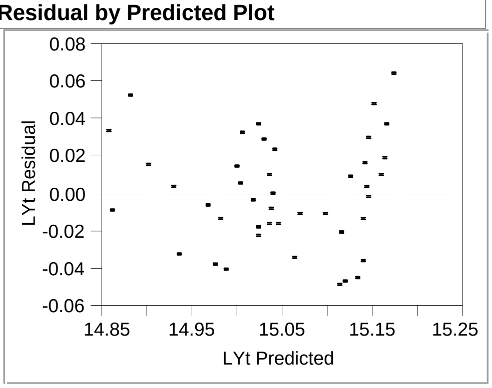
Parameter Estimates

Term	Estimate	Std Error	t Ratio	Prob>|t|
Intercept	12.381388	0.271428	45.62	<.0001
LCORTOt-1	-0.036902	0.080124	-0.46	0.6477
LCORTOt-1ALCUADRA	0.0019583	0.008524	0.23	0.8195
LPt-1	0.5309006	0.067649	7.85	<.0001
LCTt-1	0.0454231	0.022294	2.04	0.0486

Effect Tests

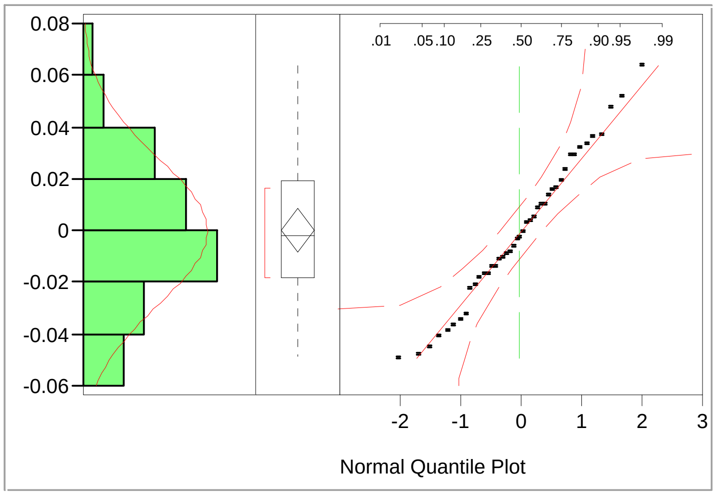
Source	Nparm	DF	Sum of Squares	F Ratio	Prob > F
LCORTOt-1	1	1	0.00018752	0.2121	0.6477
LCORTOt-1ALCUADRA	1	1	0.00004666	0.0528	0.8195
LPt-1	1	1	0.05444979	61.5898	<.0001
LCTt-1	1	1	0.00366988	4.1511	0.0486

Residual by Predicted Plot



Distributions

Residual LYt



Normal(2.5e-16,0.02828)

Quantiles

100.0%	maximum	0.0643
99.5%		0.0643
97.5%		0.0631
90.0%		0.0369
75.0%	quartile	0.0193
50.0%	median	-0.0021
25.0%	quartile	-0.0182
10.0%		-0.0398
2.5%		-0.0486
0.5%		-0.0487
0.0%	minimum	-0.0487

Moments

Mean	2.479e-16
Std Dev	0.028282
Std Err Mean	0.004313
upper 95% Mean	0.0087039
lower 95% Mean	-0.008704
N	43

Fitted Normal

Parameter Estimates

Type	Parameter	Estimate	Lower 95%	Upper 95%
Location	Mu	0.0000000	-0.008704	0.0087039
Dispersion	Sigma	0.0282820	0.023320	0.0359468

El resumen del modelo en JUMP muestra un adecuado nivel de ajuste **(R^2 ajustada =0.8967),** la varianza del modelo pasa la prueba F y la gráfica de cuantiles de los residuales muestra un adecuado ajuste de acuerdo con la distribución Normal.

ANEXO II.

MODELO DE PROGRAMACIÓN DINÁMICA.

$J_{43} = \frac{1}{2}\left(\pi_{43} - \pi_{43}^{*} + \hat{y}_{43} - y_{43}\right)$ Valor de salida

$$J_{42} = \min \frac{1}{2}\left\{\pi_{42} - \pi_{42}^{*} + \hat{y}_{42} - y_{42} + E\left(\pi_{43} - \pi_{43}^{*} + \hat{y}_{43} - y_{43}\right)\right\}$$

$$\pi_{43}^{*} \in \left[\pi_{42} + \ln(0.85), \pi_{42}\right]$$

$$C_{42} \in \left[2.99, 6.17\right]$$

$$Cet_{42} \in \left[1.64, 3.73\right]$$

$$= \min \frac{1}{2}\left\{\pi_{42} - \pi_{42}^{*} + \hat{y}_{42} - y_{42} - \pi_{43}^{*} - 13.12010 + 0.39404C_{42} - 0.03996C_{42}^{2} + 1.17129y_{42}\right.$$

$$-0.14489Cet_{42} + 0.5276849 + 0.4603919y_{42} + 0.4585609y_{41} - 0.43838y_{40} + 0.46094631y_{39}$$

$$\left.-12.381388 + 0.036902C_{42} - 0.001958C_{42}^{2} - 0.530901\pi_{42} - 0.045423Cet_{42}\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{-\pi_{42}^{*} + \hat{y}_{42} - \pi_{43}^{*} - 13.12010 + 0.5276849 - 12.381388 + (0.39404 + 0.036902)C_{42}\right.$$

$$+(-0.03996 - 0.001958)C_{42}^{2} + (1 - 0.530901)\pi_{42} + (-1 + 1.17129 + 0.4603919)y_{42}$$

$$\left.+0.4585609y_{41} + (-0.43838)y_{40} + 0.46094631y_{39} + (-0.14489 - 0.045423)Cet_{42}\right\}$$

Después de hacer cálculos se obtuvieron las siguientes variables y variables recursivas:

Variables

$K_1 = -1$
$K_2 = 1$
$K_3 = Corto^2$
$K_4 = Corto$
$K_5 = valorCorto$
$K_6 = Cetes$
$K_7 = valorCetes$
$K_8 = cons\tan te$
$K_9 = coeficiente\pi_t$
$K_{10} = coeficientey_t$
$K_{11} = coeficientey_{t-1}$
$K_{12} = coeficientey_{t-2}$
$K_{13} = coeficientey_{t-3}$

Variables recursivas

$K_1' = -1$
$K_2' = 1$
$K_3' = K_9(-0.03996) + K_{10}(0.001958)$
$K_4' = K_9(0.39404) + K_{10}(-0.036902)$

$K_5' =$ Fórmula del corto en base a los valores $a = K_3'$ y $b = K_4'$

$K_6' = K_9(-0.14489) + K_{10}(0.045423)$

$K_7' =$ Valor de los Cetes en base al signo de K_6'. Si $K_6' > 0 \Rightarrow K_7' = 1.64$.

Si $K_6' < 0 \Rightarrow K_7' = 3.73$

$K_8' = K_8 + K_9(-13.12010) + K_{10}(12.381388) + 0.5276849 + K_5^2 K_3' + K_5' K_4' + K_6' K_7'$

$K_9' = K_{10}(0.530901)$
$K_{10}' = -1 + K_9(1.17129) + 0.4603919$
$K_{11}' = K_{12} + 0.4585609$
$K_{12}' = K_{13} - 0.413838$
$K_{13}' = 0.46094631$

Valores iniciales en *t=42*

$K_1 = -1$
$K_2 = 1$
$K_3 = -0.041918$
$K_4 = 0.430942$
$K_5 = 2.99$
$K_6 = -0.190313$
$K_7 = 3.73$
$K_8 = -24.76991$
$K_9 = -0.530901$
$K_{10} = 0.6316819$
$K_{11} = 0.4585609$
$K_{12} = -0.43838$
$K_{13} = 0.46094631$

Valor Óptimo del Índice de Funcionamiento.

$$J_1 = \frac{1}{2}\{-\pi_1 + \hat{y}_1 + (-307.458231) + (-0.75747529)\pi_1 + (-1.42690717)y_1 + (0.50566921)y_0$$

$$+(0.04710831)y_{t-1} + (0.46094631)y_{t-2}\}$$
$$= \frac{1}{2}(-303.531048)$$
$$= -151.765524.$$

Bibliografía

Bather, John. *An introduction to Dynamic Programming and Sequencial Decisions.* Wiley. University of Sussex, UK. 2000.

Altman, Eitan. *Constrained Markov Decision Process.* Chapman and Hall. 1999.

Woodford, Michael. "*Optimal Monetary Policy Inertia*". Princeton University, Estados Unidos. Junio 1999.

Holland P y David Coleman. "*A system of subroutines for iteratively reweighted least squares computations*". National Bureau of Economic Research .Estados Unidos. 1977.

Dulsey & Hornstein "*Optimal Monetary Policy* " Banco de la Reserva Federal de Filadelfia, Estados Unidos. 2003.

Levy, Noemi. "*El debate sobre al dicotomía real y monetaria de la escuela neoclásica y sus implicaciones para la política monetaria y fiscal*". Investigación Económica 215, 1996 México.

Taylor. John B. *Monetary Policy Guidelines for Employment and Inflation Stability.* Symposium on Public Policy. Harvard University. 1999.

Aguiar & Martins. "*Volatilidad Macroeconómica, intercambio conflictivo y régimen de Política Monetaria en la Euroárea*". Universidad do Porto. 2002.

Peter Smith. "*Dynamic Programming in Action*" University of York. Reino Unido de la Gran Bretaña. 1988.

Banco de México. "*La Conducción de la Política Monetaria del Banco de México a través del Régimen de Saldos Acumulados*". Nota Técnica. Sin año de publicación.

Montgomery, Douglas, Elizabeth Perck y Geoffrey Vining. *Introducción al Análisis de Regresión Lineal.* CECSA, México, 2002

Martha Fernanda Flórez Torres. "*Medición de Riesgos financieros mediante Asset Liability Managment*". Universidad de los Andes, Colombia. 2005.Ball, Lawrence. "*Efficient Rules for Monetary Policy*". Johns Hopkins University, Baltimore. Estados Unidos. 1999.

Alexandre, Bacao y Drifill. "*Política Monetaria Óptima con un régimen cambiante de tipo de cambio*". Universidade do Minho. Portugal. 2007.

Yano, Kiti y Seisho Sato. "*Dynamic Instrument Rules Based on Time Varying Coefficients Vector Autoregressive Modeling and Forecast-Based Monetary Policy*". Graduate University for Advanced Studies and The Institute of Statistical Mathematics. Japón. 2005.