



Universidad Nacional Autónoma de México

---

Facultad de Ciencias

# Interferencia con Fotones Heraldos

TESIS

que para obtener el título de:

FÍSICO

presenta:

Gustavo Armendáriz Peña



Director de tesis: Dr. Víctor Manuel Velazquez Aguilar

Julio 2008



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# ÍNDICE

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
I.1 Hacia el surgimiento de la Mecánica Cuántica.....	1
I.2 Experimento de Taylor (1909).....	3
I.3 Experimento de Hanbury Brown y Twiss.....	4
<b>Capítulo 1: Cuantización del campo electromagnético</b>	<b>6</b>
1.1 Cuantización del campo electromagnético.....	6
<b>Capítulo 2: Interferómetro de Mach-Zehnder</b>	<b>12</b>
2.1 Interferómetro de Mach-Zehnder.....	12
2.2 Alineación del Interferómetro de Mach-Zehnder.....	13
2.3 Interferometría de Mach-Zehnder con luz blanca.....	17
2.4 Tratamiento cuántico de un Interferómetro de Mach-Zehnder.....	19

**Capítulo 3: Producción de fotones correlacionados** **25**

3.1 Primer experimento con fotones individuales: P. Grangier, G. Roger y A. Aspect.....25

3.2 Cristales BBO.....28

3.3 Experimento con Fotones Heraldos..... 29

    3.3.1 Alineamiento del láser y montaje del cristal BBO.....29

    3.3.2 Montaje de los colectores de luz y detectores.....31

    3.3.3 Caracterización del ruido del SPCM.....33

    3.3.4 Determinación del camino de fotones infrarrojos.....34

    3.3.5 Montaje del IMZ sobre el camino de fotones infrarrojos.....35

    3.3.6 Primer experimento.....36

    3.3.7 Segundo experimento.....37

**Capítulo 4: Resultados y conclusiones** **38**

4.1 Resultados y análisis de los resultados.....38

    4.1.1 Resultado del primer experimento.....38

    4.1.2 Resultado del segundo experimento.....39

4.2 Valoración de los resultados y conclusiones.....41

**Apéndice A: Procesos paramétricos ópticos** **44**

A.1 Generación de segundo armónico (GSA).....44

A.2 Generación por suma de frecuencias (GSF).....46

A.3 Generación por diferencia de frecuencias (GDF).....	47
<b>Apéndice B: SPDC Tipo I</b>	<b>49</b>
<b>Apéndice C: Características específicas del material usado</b>	<b>52</b>
<b>Apéndice D: Cálculo para el desfasamiento fino</b>	<b>55</b>
<b>Apéndice E: Circuito de coincidencias</b>	<b>58</b>
<b>Apéndice F: Diámetro del haz de fotones convertidos</b>	<b>60</b>
<b>Referencias y Bibliografía</b>	<b>62</b>

# INTRODUCCIÓN

## I.1 HACIA EL SURGIMIENTO DE LA FÍSICA CUÁNTICA

La evolución del entendimiento de la luz ha sido difícil y ha requerido de mucho tiempo. De hecho, desde hace muchos siglos la misteriosa naturaleza de la luz originó que se relacionara hasta con la religión y muchas otras creencias espirituales. Por otro lado, la luz también se estudió formalmente; uno de los primeros en hacerlo fue Sir Issac Newton. Basándose en ideas similares a las que dieron origen a su teoría de la Gravitación Universal, Newton modeló el comportamiento de la luz como un conjunto de corpúsculos que se caracterizaban por tener masas diferentes según el color de la luz. De hecho, en este modelo, los corpúsculos de colores hacia el rojo eran lo más masivos, mientras que los azules eran los menos masivos. Con este modelo, que es incompleto, Newton pudo explicar la dispersión de la luz y algunos otros fenómenos. Sin embargo, esta forma de pensar no llegó a ser tan popular como lo llegó a ser la teoría ondulatoria de la luz. El primero en formular esta teoría fue el físico Christian Huygens. La idea principal de esta teoría es un principio que lleva su nombre y que se limita a predecir el comportamiento de la luz, mas no a explicarlo. Con la llegada de la óptica de Huygens muchos fenómenos se explicaron mejor y de una forma más natural, pero fue hasta la publicación de los trabajos de Maxwell, en 1861, que se explicó la naturaleza de la luz a partir de suponerla como una onda electromagnética. Esta teoría verificó teóricamente el valor encontrado para la velocidad de la luz y, finalmente, parecía que todos los fenómenos ópticos podían ser explicados basados en la teoría electromagnética de Maxwell, pero no fue así.

Hacia estos años, el físico alemán Gustav Robert Kirchhoff había iniciado sus trabajos en espectroscopía. Notó que los materiales, al ser calentados, emitían una radiación muy particular. De hecho, Kirchhoff descubrió que, al hacer pasar esta radiación por un prisma, aparecían líneas de colores

únicos por cada elemento químico. Así, Kirchhoff fue capaz de identificar hasta varios elementos cuando analizaba radiación mezclada. Después comenzó también a estudiar la luz o radiación que absorbían los distintos elementos químicos. Poco a poco, se dió cuenta que las líneas de radiación que emitía un elemento determinado al ser calentado, correspondían justo a los huecos del espectro de absorción de los mismos elementos. Entonces, imaginó que si un objeto emitía en todos los colores posibles (i.e. en todas las frecuencias) al ser calentado, debería también absorber todos los colores. Por tanto, este objeto debería aparecer totalmente negro. Kirchhoff llamó a éste un Cuerpo negro. El comportamiento de la radiación que emitía tal cuerpo al ser calentado parecía clara, el problema era que la física de la época no podía explicar ni predecir tal comportamiento. A este problema se le llamó la catástrofe ultravioleta. [11]

Otro fenómeno interesante fue observado por Alexander Edmond Becquerl, en 1839, después por Willoughby Smith en 1837, y respotado formalmente por Heinrich Hertz en 1887. Sin embargo, fue hasta 1899 que Joseph John Thomson concretó el problema en un experimento muy famoso: notó que la corriente eléctrica producida por el desprendimiento de los electrones de una placa metálica cuando se le hacía incidir un haz de luz, dependía más del color de la luz que de su intensidad.

Estos dos problemas, la catástrofe ultravioleta y el efecto fotoeléctrico, como los conocemos hoy, llevaron a sus límites a la ciencia conocida hasta entonces, por lo que tuvieron que surgir nuevas explicaciones. Max Planck fue el primero en introducir la idea de niveles de energía discretos en la radiación del cuerpo negro para resolver la catástrofe ultravioleta. Albert Einstein, en uno de sus artículos famosos de 1905, extrapoló la idea de Planck diciendo que la energía no sólo se emitía en forma discreta, sino que también la absorción era discreta, con lo que resolvía el problema del efecto fotoeléctrico. Después, en 1913, Niels Bohr usó la idea básica de la cuantización de la energía en la dinámica atómica logrando predecir la posición de las líneas espectrales atómicas. El siguiente gran paso lo dió Louis de Broglie en su tesis doctoral de 1924, donde relacionó íntimamente a una partícula con una onda. Entre 1925 y 1926, Werner Heisenberg, Erwin Schrödinger y Paul Dirac fundaron formalmente la mecánica cuántica. También establecieron la forma matemática de operar la teoría y otras herramientas actuales como la teoría de perturbación y la evolución de los estados cuánticos. Lógicamente, por estos años se puso de moda hablar sobre “cuántos” de energía de radiación, entre otras cosas, pero aún no tenía un nombre particular. Extrañamente, quien propuso el término “fotón” en 1926, fue un químico llamado Gilbert Lewis. Pocos años después, Enrico Fermi y Paul Dirac empezaron a estudiar la interacción de la luz con fuentes atómicas. Después, en la década de los 1930's, Victor Weisskopf y Eugene Paul Wigner aplicaron las nuevas ideas desarrolladas de la mecánica cuántica no relativista a la dinámica de emisión espontánea y la florescencia resonante, prediciendo así la ley de decaimiento exponencial para estados excitados.

Los trabajos de Polykarp Kusch sobre las anomalías del momento magnético del electrón, junto con el de Willis Eugene Lamb y Robert Retherford sobre el desplazamiento de niveles electrónicos en el átomo de hidrógeno, mostraron la importancia de considerar al vacío como un campo con consecuencias observables. Así, Hendrik B.G. Casimir mostró que las fuerzas intermoleculares en la interacción de van der Waals era intrínsecamente electrodinámica. Además, mostró que dos placas

metálicas en el vacío se atraen como consecuencia de la resonancia de la energía electromagnética cuántica (teoría cuántica de campos).

Por otro lado, a pesar de todos los trabajos realizados en torno a la teoría cuántica, en 1935 se publicó un artículo que puso en duda la completez de esta teoría: Albert Einstein, Boris Podolsky y Nathan Rosen mostraron que las correlaciones cuánticas predecían aparentes contradicciones con la teoría de la relatividad. Treinta años después, John Stewart Bell concretó el problema en una teoría que se comprobaría experimentalmente hasta casi 20 años después. Esto abrió una gran brecha hacia la teoría de la información.

## I.2 EXPERIMENTO DE TAYLOR (1909)

En 1909, Geoffrey Ingram Taylor, del Trinity College en Cambridge, Inglaterra, realizó el ya conocido experimento de difracción a través de una rendija, utilizando luz muy atenuada. El objetivo de Taylor era investigar el comportamiento de la luz en “unidades indivisibles” (como Taylor las llamaba antes de que se les diera el nombre de “fotones” en 1926) en el fenómeno de la difracción a través de una rendija. [2]

La fuente de luz que usó Taylor era una simple flama de una lámpara de gas. Para disminuir la intensidad de la luz hasta trabajar sólo con las unidades indivisibles de luz, Taylor usó varias placas de vidrio ahumadas entre la flama y la rendija. Para esto, Taylor tuvo que investigar cuántas placas de vidrio ahumado eran necesarias para lograr su objetivo. El método que usó fue simple: Expuso placas fotográficas a la luz de la flama opacada por distinto número de vidrios ahumados y midió el tiempo en el que las placas se velaban igualmente. Tomando en cuenta la cantidad de energía necesaria para velar una placa, Taylor pudo saber cuántas placas eran necesarias para que en promedio llegaran unidades indivisibles de luz individualmente. El cálculo reveló que tenía que exponer la placa durante 2000 horas, es decir, casi 3 meses.

El resultado del experimento fue el siguiente: La placa fotográfica mostraba las mismas franjas que al hacer el experimento con distintas intensidades de luz; es decir, las franjas eran tan claras y bien definidas como al usar menos vidrios ahumados. Taylor concluyó que estas unidades indivisibles de luz se comportaban de la misma forma cuando iban en grupo, que cuando, en promedio, viajaban individualmente. Más aún, este resultado se extrapoló al caso de la interferencia.

Muchos años después, se encontró que este experimento en realidad no probaba que “fotones individuales interfirieran o se difractaran” de la misma forma que lo hacía la luz clásica. En realidad, las fuentes térmicas (como la flama de una lámpara de gas) no producen fotones individuales, sino que emite fotones amontonados (bunched photons); es decir, conjuntos de fotones que viajan en grupo. El primer experimento confiable que reportó evidencia de que fotones individuales también interferían, fue hasta 1986, a cargo de P. Grangier *et al* [4].

## I.3 EXPERIMENTO DE HANBURY BROWN & TWISS

La coherencia óptica se ha investigado desde hace muchos años usando la amplitud de interferencia: una correlación de primer orden. En los 1950's, Hanbury Brown and Twiss trabajaron con la intensidad de las correlaciones como una herramienta en un interferómetro estelar. En particular, en 1956, publicaron un artículo titulado "Correlation between photons in two coherent beams of light". Este trabajo daría origen a una nueva forma de estudiar a la luz.

El último artículo que Hanbury Brown y Twiss habían publicado antes del mencionado en el párrafo anterior[12], trató de cómo hacer un nuevo interferómetro para medir el diámetro angular de algunas radio-estrellas. En este interferómetro las señales se detectan en forma independiente y, después, se mide la correlación entre las fluctuaciones de la intensidad, pues la fase relativa de las señales de radio se pierde. El éxito de tal interferómetro los llevó a suponer que el mismo principio podría funcionar también para estrellas visibles cambiando las antenas de radio por espejos y los detectores de radio-frecuencia por celdas fotoeléctricas. Así pues, como una función de la separación entre los espejos, se mediría la correlación entre las fluctuaciones de las señales eléctricas de las celdas cuando una estrella iluminara el interferómetro.

El planteamiento de este interferómetro abrió un nuevo problema a investigar: ¿La coherencia óptica se preserva en el proceso de detección por emisión fotoeléctrica? La forma en la que Hanbury Brown y Twiss lo plantearon es la siguiente:

*“Es, claramente, esencial para la operación de tal sistema [el interferómetro óptico], que el tiempo de llegada de los fotones a los dos fotocátodos esté correlacionado cuando los haces de luz incidentes sobre los dos espejos son coherentes. Sin embargo, hasta donde sabemos, este efecto fundamental nunca ha sido observado directamente con luz, y por lo tanto su existencia se ha cuestionado mucho. Más aún, no existe la certeza de que la correlación se preserve por completo en el proceso de emisión fotoeléctrica.” [1]*

Para responder investigar el problema, Hanbury Brown y Twiss construyeron el experimento mostrado en la Figura I.1.

El experimento consistió en: 1)medir la correlación de las intensidades entre los dos detectores cuando se encontraban en la misma posición relativa; y 2)medir la misma correlación cuando los detectores se encuentran separados por dos veces el diámetro del detector (posición en la que la correlación teórica es virtualmente cero, pues los detectores estarían midiendo distintas señales). En la tabla 1.1 se muestra la tabla de los datos obtenidos en el experimento.

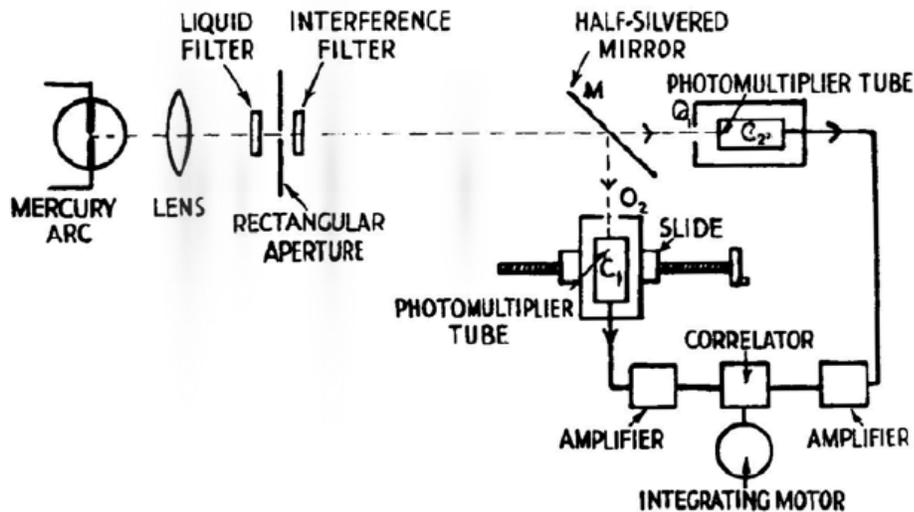


Figura I.1 Diagrama del experimento de Hanbury Brown y Twiss

Table 1. COMPARISON BETWEEN THE THEORETICAL AND EXPERIMENTAL VALUES OF THE CORRELATION

	Cathodes superimposed ( $d = 0$ )		Cathodes separated ( $d = 2\alpha = 1.8\text{cm}$ )	
	Experimental ratio of correlation to r.m.s. deviation $S_c(0)/N_e$	Theoretical ratio of correlation to r.m.s. deviation $S(0)/N$	Experimental ratio of correlation to r.m.s. deviation $S_c(d)/N_e$	Theoretical ratio of correlation to r.m.s. deviation $S(d)/N$
1	+ 7.4	+8.4	-0.4	$\sim 0$
2	+ 6.6	+8.0	+0.5	$\sim 0$
3	+ 7.6	+8.4	+1.7	$\sim 0$
4	+ 4.2	+5.2	-0.3	$\sim 0$

Tabla I.1 Resultados del experimento de Hanbury Brown y Twiss.

La conclusión a la que llegaron Hanbury Brown y Twiss es que, además de que los dos fotones en los dos haces coherentes de luz están correlacionados, la correlación se preserva en el proceso de detección por emisión fotoeléctrica y concuerda con lo predicho por la teoría clásica electromagnética. Más aún, este resultado mostró que, al menos, fuentes térmicas como las estrellas, emiten “fotones amontonados”. Tiempo después, esto llevó al desarrollo de la teoría de la estadística de fotones y conteo de fotones. Así pues, la óptica cuántica se inició como una materia independiente.

# CAPÍTULO I: CUANTIZACIÓN DEL CAMPO

## 1.1 CUANTIZACIÓN DEL CAMPO ELECTROMAGNÉTICO UNIMODAL

En esta sección se presentará un estudio concreto del caso de la radiación de un campo confinado en una caja unidimensional a lo largo de el eje  $z$ . Las paredes de esta caja son perfectamente conductoras en  $z=0$  y  $z=L$  (la longitud de la caja es  $L$ ).

Dadas las condiciones del problema, sabemos que el campo eléctrico debe desvanecerse en las fronteras, tomando la forma de una onda estacionaria. Aquí asumimos, también, que no hay fuentes de radiación; es decir, no hay corrientes o cargas ni cualquier medio dieléctrico en la cavidad. Por otro lado, supongamos que el campo está polarizado en la dirección del eje  $x$ , es decir:

$$\vec{E}(r, t) = \vec{e}_x E_x(z, t) \quad \text{ec. 1.1}$$

donde  $\vec{e}_x$  es un vector unitario de polarización.

Ahora bien, las ecuaciones de Maxwell sin fuente y en unidades del SI, son:

$$\nabla \times \vec{E} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{ec. 1.2}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{ec. 1.3}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{ec. 1.4}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad \text{ec. 1.5}$$

Un campo unidimensional que satisface las ecuaciones anteriores y las condiciones a la frontera está dado por:

$$E_x(z, t) = \left( \frac{2\omega^2}{V\epsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}} q(t) \text{sen}(kz) \quad \text{ec. 1.6}$$

donde  $\omega$  es la frecuencia del modo y  $k$  es el número de onda relacionado con la frecuencia de acuerdo a:  $k = \omega/c$ . Las condiciones de frontera en  $z=L$  permite que la frecuencia en la ecuación 1.6 puedan ser varias, bajo la restricción de que  $\omega_m = c(m\pi/L)$ , con  $m = 1, 2, \dots$ ; nosotros asumimos que tal  $\omega$  es cualquier  $\omega_m$  y simplemente ignoramos el resto por ahora.  $V$  se refiere al volumen efectivo de la cavidad, mientras que  $q(t)$  es un factor de dependencia temporal, con dimensiones de longitud. (Más adelante, se notará que  $q(t)$  se manifestará como una posición canónica).

Sustituyendo la ecuación 1.6 en 1.3, encontramos que el campo magnético en la cavidad está dado por:

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{e}_y B_y(z, t) \quad \text{ec. 1.7}$$

donde:  $B_y(z, t) = \left( \frac{\mu_0 \epsilon_0}{k} \right) \left( \frac{2\omega^2}{V\epsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}} \dot{q}(t) \cos(kz) \quad \text{ec. 1.8}$

Ahora bien, si  $q(t)$  actúa como una posición canónica, entonces  $\dot{q}(t)$  funciona como un momento canónico para una partícula de masa unitaria, i.e.  $p(t) = \dot{q}(t)$ .

La energía clásica o hamiltoniano  $H$  del campo unimodal está dado por:

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2} \int dV [\epsilon_0 \vec{E}^2(\vec{r}, t) + \frac{1}{\mu_0} \vec{B}^2(\vec{r}, t)] \\ &= \frac{1}{2} \int dV [\epsilon_0 E_x^2(\vec{r}, t) + \frac{1}{\mu_0} B_y^2(\vec{r}, t)] \end{aligned} \quad \text{ec. 1.9}$$

Y a partir de las ecuaciones 1.6 y 1.8, sustituyéndolas en la ecuación 1.9, se puede deducir que:

$$H = \frac{1}{2}(p^2 + \omega^2 q^2) \quad \text{ec. 1.10}$$

Aquí resulta más natural intuir la comparación con oscilador armónico, pues, formalmente, el campo unimodal es equivalente; es decir, además de unos factores de escala, los campos eléctricos y magnéticos juegan el papel de la posición y momento canónicos.

Ahora identifiquemos a estas variables  $p$  y  $q$  como los operadores  $\hat{p}$  y  $\hat{q}$ . Estos operadores deben satisfacer la relación de conmutación canónica:

$$[\hat{q}, \hat{p}] = i\hbar \quad \text{ec. 1.11}$$

Luego entonces, el campo eléctrico y magnético unimodales se convierten en los operadores:

$$\hat{E}_x(z, t) = \left(\frac{2\omega^2}{V\epsilon_0}\right)^{\frac{1}{2}} \hat{q}(t) \text{sen}(kz) \quad \text{ec. 1.12}$$

y 
$$\hat{B}_y(z, t) = \left(\frac{\mu_0\epsilon_0}{k}\right) \left(\frac{2\omega^2}{V\epsilon_0}\right)^{\frac{1}{2}} \hat{p}(t) \text{cos}(kz) \quad \text{ec. 1.13}$$

Por lo tanto, el hamiltoniano se convierte en:

$$\hat{H} = \frac{1}{2}(\hat{p}^2 + \omega^2 \hat{q}^2) \quad \text{ec. 1.14}$$

Los operadores  $\hat{q}$  y  $\hat{p}$  son hermitianos y, por tanto, corresponden a cantidades observables. Por otro lado, sin embargo, introducimos los operadores no hermitianos (y, por lo tanto, no observables) de aniquilación y de creación a través de las siguientes dos relaciones:

$$\hat{a} = (2\hbar\omega)^{-\frac{1}{2}}(\omega\hat{q} + i\hat{p}) \quad \text{ec. 1.15}$$

$$\hat{a}^\dagger = (2\hbar\omega)^{-\frac{1}{2}}(\omega\hat{q} - i\hat{p}) \quad \text{ec. 1.16}$$

Ahora, si expresamos a  $\hat{p}$  y  $\hat{q}$  en términos de  $\hat{a}$  y  $\hat{a}^\dagger$ , podemos encontrar que los campos eléctrico y magnético se pueden expresar como:

$$\hat{E}_x(z, t) = \epsilon_0(\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \text{sen}(kz) \quad \text{ec. 1.17}$$

$$\hat{B}_y(z, t) = \beta_0 \frac{1}{i} (\hat{a} - \hat{a}^\dagger) \cos(kz) \quad \text{ec. 1.18}$$

donde:

$$\epsilon_0 = \left( \frac{\hbar \omega}{\epsilon_0 V} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \beta_0 = \left( \frac{\mu_0}{k} \right) \left( \frac{\epsilon_0 \hbar \omega^3}{V} \right)^{\frac{1}{2}}$$

representan el campo eléctrico y magnético “por fotón”<sup>1</sup>, respectivamente. Y, recordando que el conmutador entre  $\hat{a}$  y  $\hat{a}^\dagger$  es 1, de las ecuaciones 1.17 y 1.18 podemos deducir que:

$$\hat{H} = \hbar \omega \left( \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) = \hbar \omega \left( \hat{n} + \frac{1}{2} \right) \quad \text{ec. 1.19}$$

donde  $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$  es el operador de número.

La dependencia temporal de los operadores de creación y aniquilación puede deducirse a partir de la ecuación de Heisenbert. En general, para un operador arbitrario  $\hat{O}$  que no tenga dependencia explícita en el tiempo, la ecuación de Heisenbert dice que:

$$\frac{d\hat{O}}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{O}] \quad \text{ec. 2.20}$$

Para el caso del operador de aniquilación, tenemos que:

$$\frac{d\hat{a}}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{a}] = -i\omega \hat{a} \quad \text{ec. 2.21}$$

La solución de esta ecuación diferencial es:

$$\hat{a}(t) = \hat{a}(0) e^{-i\omega t} \quad \text{ec. 2.22}$$

Análogamente para el operador de creación, tenemos que:

$$\hat{a}^\dagger(t) = \hat{a}^\dagger(0) e^{i\omega t} \quad \text{ec. 2.23}$$

Ahora bien, sea  $|n\rangle$  un eigenestado de la energía de un campo unimodal, con el eigenvalor de energía  $E_n$  tal que:

---

1 En realidad, esto no es del todo correcto, pues en estos campos, para un número definido de fotones, el promedio es cero. Aún así, son medidas muy útiles de las fluctuaciones del campo cuantizado.

$$\hat{H}|n\rangle = \hbar\omega\left(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}\right)|n\rangle = E_n|n\rangle \quad \text{ec. 2.24}$$

Si multiplicamos por  $\hat{a}^\dagger$  (por la izquierda), entonces podemos generar una nueva ecuación de eigenvalores:

$$\hbar\omega\left(\hat{a}^\dagger\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}\hat{a}^\dagger\right)|n\rangle = E_n\hat{a}^\dagger|n\rangle \quad \text{ec. 2.25}$$

Recordando las relaciones de conmutación para los operadores de creación y aniquilación, podemos reescribir la ecuación 2.25 como:

$$\hbar\omega\left[(\hat{a}^\dagger\hat{a} - \hat{a}^\dagger) + \frac{1}{2}\hat{a}^\dagger\right]|n\rangle = E_n\hat{a}^\dagger|n\rangle \quad \text{ec. 2.26}$$

$$\circ \quad \hbar\omega\left(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}\right)(\hat{a}^\dagger|n\rangle) = (E_n + \hbar\omega)(\hat{a}^\dagger|n\rangle) \quad \text{ec. 2.27}$$

el cual es un problema de eigenvalores para el eigenestado  $(\hat{a}^\dagger|n\rangle)$ , con el eigenvalor de energía  $E_n + \hbar\omega$ . Ahora es claro que  $\hat{a}^\dagger$  es llamado el operador de creación, pues “crea” un cuanto de energía  $\hbar\omega$ . Análogamente a este resultado, si multiplicamos la ecuación 2.24 por el operador  $\hat{a}$ , obtenemos que:

$$\hat{H}(\hat{a}|n\rangle) = (E_n - \hbar\omega)(\hat{a}|n\rangle) \quad \text{ec. 2.28}$$

donde es evidente que el operador  $\hat{a}$  destruye o aniquila un cuanto de energía (o un fotón). Claramente, si repetimos el procedimiento de la ecuación 2.28, los eigenvalores de la energía disminuirán en múltiplos de  $\hbar\omega$ . Sin embargo, la energía del oscilador armónico debe ser siempre positiva, lo que nos dice que debe haber un eigenvalor de energía “mínimo”,  $E_0 > 0$ , con el correspondiente eigenestado  $|0\rangle$  tal que:

$$\hat{H}(\hat{a}|0\rangle) = (E_0 - \hbar\omega)(\hat{a}|0\rangle) = 0 \quad \text{ec. 2.29}$$

$$\text{pues } \hat{a}|0\rangle = 0 \quad \text{ec. 2.30}$$

Por lo tanto, el problema de eigenvalores para el estado base es:

$$\hat{H}|0\rangle = \hbar\omega\left(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}\right)|0\rangle = \frac{1}{2}\hbar\omega|0\rangle \quad \text{ec. 2.31}$$

Este eigenvalor de energía mínimo es llamado *energía de punto cero*:  $\hbar\omega/2$  .  
 Ahora bien, a partir de que:  $E_{n+1} = E_n + \hbar\omega$  los eigenvalores de energía son:

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right), \quad n=0,1,2,\dots \quad \text{ec. 2.32}$$

Por otro lado, para el operador de número tenemos que:

$$\hat{n}|n\rangle = n|n\rangle \quad \text{ec. 2.33}$$

Pero los estados de número deben estar normalizados de acuerdo a  $\langle n|n\rangle = 1$  . Entonces, para el estado  $\hat{a}|n\rangle$  tenemos que:

$$\hat{a}|n\rangle = c_n|n-1\rangle \quad \text{ec. 2.34}$$

donde  $c_n$  es una constante a determinar. Ahora, el producto entre  $\hat{a}|n\rangle$  consigo mismo es:

$$\begin{aligned} \langle n|\hat{a}^\dagger(\hat{a}|n\rangle) &= \langle n|\hat{a}^\dagger\hat{a}|n\rangle = n \\ &= \langle n-1|c_n^*c_n|n-1\rangle = |c_n|^2 \end{aligned} \quad \text{ec. 2.35}$$

de donde vemos que  $c_n = \sqrt{n}$  , por lo que podemos reescribir la ecuación 2.34 como:

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \quad \text{ec. 2.36}$$

Procediendo de manera análoga, podemos mostrar que:

$$\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \quad \text{ec. 2.37}$$

De estos últimos resultados, es claro que los estados de número  $|n\rangle$  se deben generar a partir del estado base  $|0\rangle$  simplemente repitiendo la acción del operador de creación; es decir:

$$|n\rangle = \frac{(\hat{a}^\dagger)^n}{\sqrt{n!}}|0\rangle \quad \text{ec. 2.38}$$

Pues bien, estas partículas llamadas fotones de energía  $\hbar\omega$  (y con masa unitaria asociada) que se comportan como un oscilador armónico dentro de un campo electromagnético cuántico, son las partículas de las que se hablará y con las que se tratará en los capítulos siguientes.

# CAPÍTULO II:

## INTERFERÓMETRO MACH-ZEHNDER

### 2.1 INTERFERÓMETRO DE MACH-ZEHNDER

El experimento estudiado en esta tesis pretende repetir el experimento de Taylor [2] en una versión moderna siguiendo técnicas de producción de fotones con antibunching (i.e. fuentes de partículas individuales). Para ello se utilizó un cristal no lineal (descrito en el Capítulo III) y un interferómetro de Mach-Zehnder.

El interferómetro de Mach-Zehnder (IMZ) es un interferómetro que trabaja en base a la división de amplitudes de un frente de ondas planas incidentes. Consiste, esencialmente, de dos divisores de haz y dos espejos totalmente reflejantes, además de un sistema de desfaseamiento entre los caminos ópticos dentro del aparato.

Una de las características principales de este interferómetro es que sus dos caminos ópticos están separados. Esto genera la desventaja de una alineación relativamente difícil. En contraposición a ello, una vez alineado es muy estable y tiene la gran ventaja de hacer que la luz sólo interactúe hasta la salida del interferómetro y no desde antes, como ocurre en el interferómetro de Michelson, por ejemplo.

Para obtener una mayor visibilidad de la interferencia con esta fuente con antibunching, la diferencia de los caminos ópticos de nuestro IMZ debe ser casi cero. En la siguiente sección se describe un método para alinear un IMZ asegurando que la diferencia de caminos ópticos sea prácticamente cero.

## 2.2 ALINEACIÓN DEL INTERFERÓMETRO DE MACH-ZEHNDER

Antes de iniciar el alineamiento de nuestro interferómetro, es muy importante la planeación de todo el montaje. Las razones son diversas, pero tal vez la más importante es la estabilidad de todo el experimento. Es sabido que los experimentos en óptica son muy susceptibles a vibraciones que van desde la mesa hasta el suelo del laboratorio y el edificio donde se encuentran. Por ello, es muy recomendable realizar todo el experimento (desde la alineación del interferómetro hasta los experimentos con fotones con antibouncing) en un laboratorio donde haya pocas vibraciones externas. En este caso, el laboratorio (Taller de Óptica Avanzada, en el edificio Tlahuizalpan de la Facultad de Ciencias) donde se realizaron los experimentos, está muy bien ubicado, pues está en el sótano del edificio y en un área poco transitada por la comunidad de la facultad. Aún así, el factor más importante en la estabilidad del interferómetro y de todo el experimento, es la altura de los elementos ópticos con respecto de la mesa óptica. Es decir, entre más bajos (o más cercanos a la mesa óptica) se coloquen los elementos ópticos (cubos divisores de haz, espejos, láseres, detectores), mayor estabilidad se obtendrá a corto y largo plazo.

El material que se usó para alinear el IMZ es el siguiente (mayores detalles en el Apéndice C):

- Mesas ópticas pequeñas.
- Láser bicolor.  $\lambda_1 = 593.6$  y  $\lambda_2 = 604.3$ nm.
- Vidrio esmerilado (para usarse como difusor en las fuentes de luz blanca).
- Soporte universal con pinzas de 3 dedos para montar el vidrio esmerilado.
- Dos espejos planos de alta reflectividad en el infrarrojo cercano.
- Dos cubos divisores de haz no polarizantes.
- Dos plataformas planas para montar los cubos divisores de haz.  
(Una de estas plataformas se fijó a la mesa óptica y otra a un desplazador micrométrico.)
- Dos desplazadores micrométricos.
- Porta postes.
- Postes.
- Dos iris con monturas para ser fijados a la mesa óptica.
- Pantallas, hojas de papel y marcadores.
- Vernier.

1. Primero se colocó el láser sobre una de las mesas ópticas de forma que el haz pasara justo por encima de una de las líneas principales de hoyuelos para tornillos en otra mesa óptica (en la que se montaría el interferómetro). Después, sobre esta línea se colocaron uno de los cubos divisores de haz y uno de los espejos. Idealmente, el láser se debería colocar sobre un elevador rígido, pero, a falta de uno disponible (el láser violeta, sobre el cual se necesita mucha estabilidad y se usa en varios experimentos, está montado sobre el elevador rígido), se recurrió simplemente a bloques de hojas de papel. Esta

técnica, por supuesto poco ortodoxa y vulnerable a desalineación por accidente, tiene una gran ventaja: permite colocar el láser a una altura desada con gran precisión (la precisión del grosor de una hoja de papel). La altura del haz fue, aproximadamente, donde estarían los centros de los cubos del IMZ. Además, colocándolo el láser sobre dos columnas de papel, resulta sencillo el control de la inclinación del láser. Esto con el objetivo de que el haz sea totalmente paralelo a la mesa óptica donde estará el IMZ.

Para mantener alineado el láser, es muy práctico usar dos irises: uno cerca (casi a la salida del láser) y otro lejos (a más de un metro). Sin embargo, se podrá comprobar que es más eficiente sustituir el segundo iris por un punto en una pantalla lejana (con 2 metros basta, pero entre más lejana, mejor). Si el primer iris estaba demasiado cerrado, generaba difracción de fraunhofer. Esto entorpecía la precisión para pintar el punto en la pantalla lejana, por lo que se cuidó que la abertura del iris fuera sólo un poco mayor que el spot del láser. Aún así, debido a la difracción, aumenta dos o tres veces de diámetro. El punto que se pintaba en la pantalla era pequeño, pues la referencia (bastante fiable) sería el centro del spot, sin importar su tamaño.

2. Se montó el primer cubo divisor de haz no polarizante sobre su plataforma y se fijó a la mesa óptica verificando que:

- a) la luz láser atravesase al cubo justo por el centro,
- b) el haz reflejado fuese paralelo a la mesa óptica,
- c) el haz reflejado pase justo por encima de una línea de hoyuelos para tornillos perpendicular al haz principal.

Después “fijamos” el spot del haz reflejado con un punto en otra pantalla lejana (Figura 2.1).

*Nota: Si la cara reflejante del cubo (la interfaz) estuviera justo a  $45^\circ$  respecto de las caras externas del cubo, deberíamos encontrar un reflejo (el de la cara del cubo frente al láser) que regresara a la salida del láser. Esto no ocurre, pues, de fábrica, se cuida que los haces que interaccionen sólo sean los importantes (el transmitido y el reflejado a la salida del cubo) y no todos. De lo contrario, dentro de un IMZ (por ejemplo), habrían otros haces interactuando e interfiriendo, efecto que irremediablemente afectaría la interferencia a la salida del IMZ. Tomando esto en cuenta, en lo siguiente se omitirá que existen estos reflejos ajenos al experimento, pues aparecerán en todo el proceso de alineación.*



Figura 2.1. Montaje del primer cubo divisor de haz.

3. Se montó el primer espejo sobre uno de los dos haces a la salida del primer cubo (ver Figura 2.2). El espejo se colocó a 10cm del cubo, pues la estabilidad, así como la facilidad para alinear el IMZ, es mayor cuando los elementos ópticos están cerca (i.e. no más de 20cm). Para alinear el espejo se buscó que el haz que reflejara este espejo:

- a) fuera paralelo a la mesa óptica,
- b) fuera paralelo al haz transmitido en el cubo,
- c) pasara justo por encima de una línea de hoyuelos para tornillos.

Para asegurarse que los haces fueran paralelos, se midió la separación de los spots con un vernier. La medición se hizo, primero, justo a la salida del cubo y el espejo. Después, esta distancia debía ser la misma en la pantalla lejana.

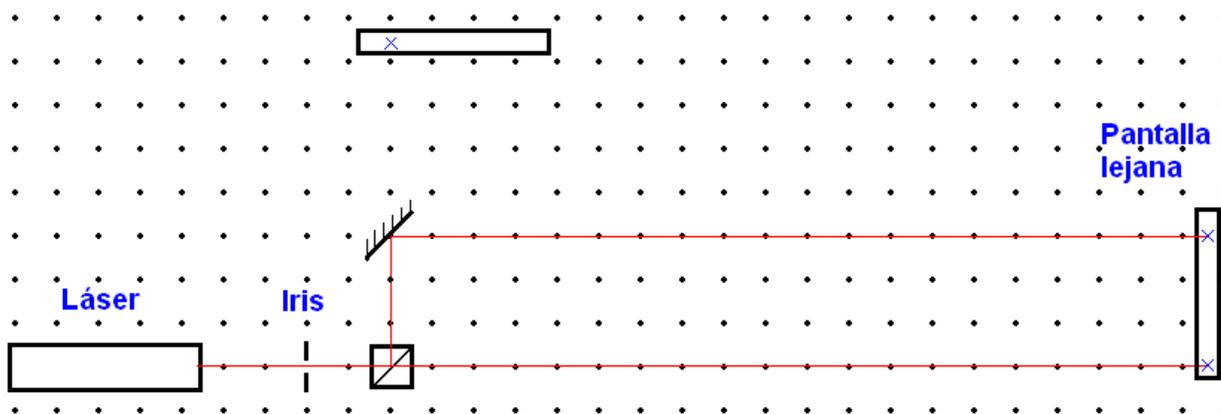


Figura 2.2. Montaje del primer espejo.

Una vez alineado este espejo se puede desmontar con confianza. Para realinearlo bastará con girar los tornillos de la montura del espejo para regresar el spot del láser al punto fijado en la pantalla.

4. El segundo espejo se montó sobre un desplazador micrométrico y a la otra salida del cubo divisor de haz. Este desplazador se usará para provocar el desfazamiento de caminos ópticos dentro del IMZ. Para alinear este espejo, se desmontó el primero y se repitió el punto 3 (Figura 2.3).

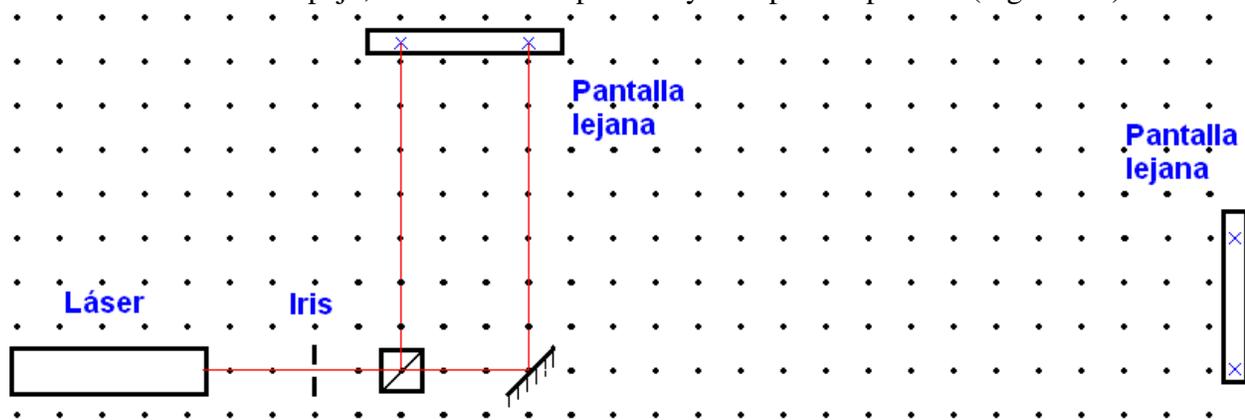


Figura 2.3. Montaje del segundo espejo.

Una vez alineado el segundo espejo, se montó el primero con la seguridad de que también estaba bien alineado.

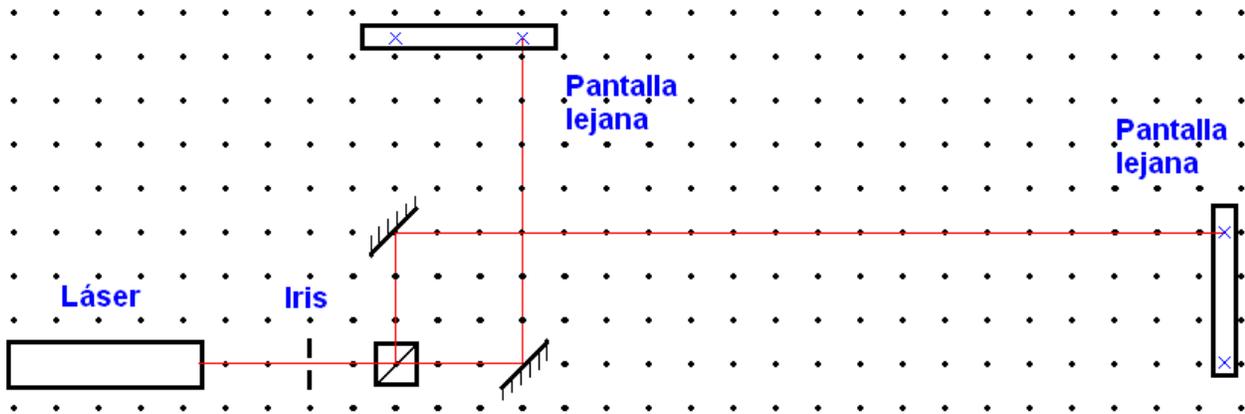


Figura 2.4. Los dos espejos montados y alineados.

5. Con los espejos fijos y alineados, se montó el segundo cubo sobre otro desplazador micrométrico, además de su plataforma con libertad de peraltaje en 2 ejes.. Por comodidad, la dirección de este desplazamiento era paralela a uno de los haces (Figura 2.5). La alineación de este cubo es la más importante y sutil, así que se hizo con más cuidado que las 3 anteriores. Aquí, sólo se buscó que uno de los haces reflejados en el cubo (cualquiera de los dos) fuera paralelo al transmitido en la misma salida (Figura 2.5). Para hacerlo, de nuevo se recurrió al vernier, pues se midió la distancia del centro de los spots a la salida del cubo y en la pantalla para verificar que fuera la misma.

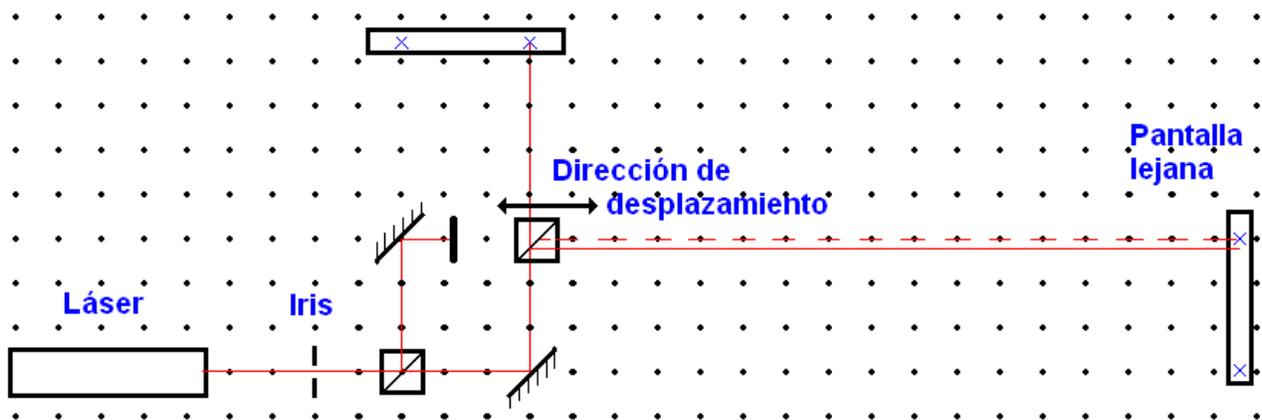
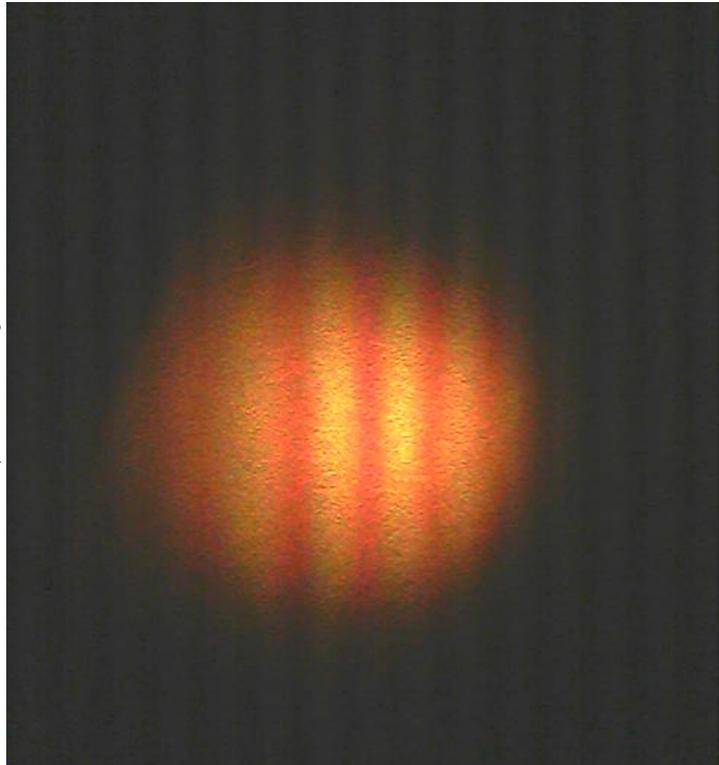


Figura 2.5. Montaje del segundo cubo.

Finalmente, sólo se movió el tornillo micrométrico del desplazador hasta observar un perfecto empalme entre los haces de cada salida del IMZ. Para verificar que el alineamiento fue correcto, se bloquearon los dos brazos del IMZ (uno a la vez) y se comprobó que, en cada caso, había un spot en cada una de las marcas correspondientes en las dos pantallas lejanas.

Al terminar el alineamiento, sobre cada una de las pantallas se observaron franjas de interferencia tan grandes que fácilmente sobrepasaban el tamaño mismo del spot. Para observar tales franjas, con ayuda del tornillo micrométrico correspondiente, se desplazó el espejo que provocaba el desfaseamiento entre los caminos ópticos.



*Figura 2.6. Interferencia usando el láser bicolor. Ilustrativamente, se tomó una foto de cuando las franjas no eran tan gruesas, pero se podía lograr franjas cuyo grosor sobrepasaba el tamaño mismo del spot.*

## 2.3 INTERFEROMETRÍA DE MACH-ZEHNDER CON LUZ BLANCA

El método descrito en la sección anterior resultó tan eficiente que, al terminarlo, se podía asegurar que la diferencia de caminos ópticos entre cada brazo del IMZ era menor a  $50 \mu\text{m}$ . Para reducir esta diferencia de caminos ópticos lo más posible, se buscó encontrar interferencia de luz blanca. La razón es que ésta, al tener muchas frecuencias (o un ancho de banda espectral muy grande) tiene una longitud de coherencia muy pequeña y la interferencia se hace visible para una diferencia de caminos ópticos casi igual a cero. Para observar la interferencia, primero se usó un espectrómetro (éste, mediante una interfaz, es capaz de mostrar el espectro en vivo en una computadora, lo cual resulta muy útil). Si el interferómetro está cerca de la diferencia de caminos ópticos igual a cero, el espectrómetro debe mostrar máximos y mínimos alternados en las intensidades a lo largo del ancho espectral de la fuente[10]. Sin embargo, en las ocasiones en las que se usó el espectrómetro, el IMZ no estaba bien alineado, por lo que resultó irrelevante el uso de esta herramienta. De igual forma, y en las mismas ocasiones que el espectrómetro, se usó una rejilla de difracción de superficie parabólica para proyectar

la difracción de la salida del IMZ como una imagen en una pantalla blanca. Por las mismas razones que en el caso del espectrómetro, tampoco se obtuvo un resultado útil. Sin embargo, se encontró que, una vez que se ha alineado el IMZ con mucho cuidado, las franjas de interferencia de luz blanca son tan contrastantes cuando se miran directamente con el ojo que ya no es necesario hacer uso de herramientas como el espectrómetro o la rejilla de difracción. Este resultado es muy importante, pues muestra que no es necesario contar con equipo muy caro (como un espectrómetro que muestre el espectro en tiempo real) para lograr una diferencia de cero en los caminos ópticos de un IMZ.

A la entrada del IMZ, se montaron 3 distintas fuentes de luz blanca:

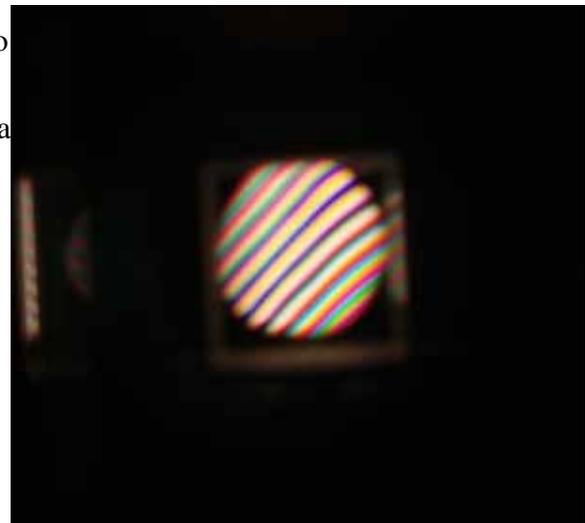
a) *Lámpara fluorescente*. La longitud de coherencia de esta lámpara (algunos cientos de micras) es mucho mayor a la de muchas fuentes térmicas o de luz blanca. Por esta razón, esta lámpara era la primera en usarse al terminar la alineación del IMZ, pues los primeros intentos de alineación fueron burdos y sólo esta lámpara mostraba interferencia.

Debido a la forma de esta lámpara (un tubo en forma de U de 2 cm de diámetro, con emisión de luz homogénea en la superficie del tubo), no fue necesario colocar el vidrio esmerilado entre la lámpara y la entrada del IMZ para observar la interferencia. Sin embargo, convertir esta fuente blanca en difusa (usando el vidrio esmerilado) fue útil para no cansar al ojo durante las mediciones.



*Figura 2.7. Fotografía de una de las salidas del IMZ usando a la lámpara fluorescente como fuente de luz.*

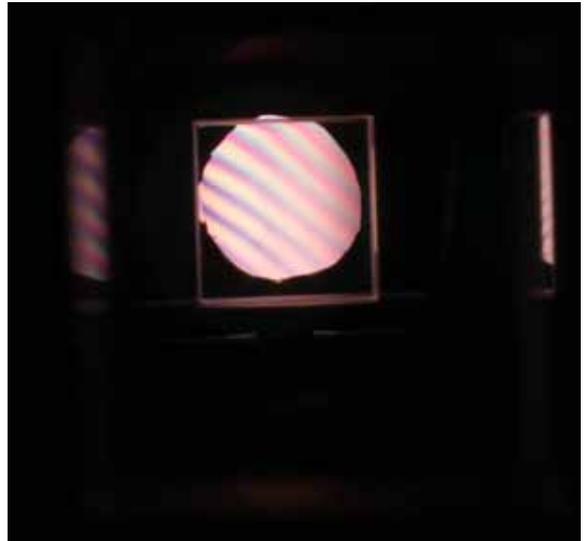
b) *Foco de filamento (75W, para operar en 125V)*. Cuando la diferencia de caminos ópticos del IMZ era prácticamente cero, se encontraron franjas de interferencia muy contrastantes. En este caso sí es necesario usar el vidrio esmerilado, pues la intensidad de la luz está concentrada en el filamento y dificulta la observación de las franjas. Con este método fácilmente se puede aproximar la longitud de coherencia para fuentes poco coherentes, como las térmicas. Así pues, se encontró que la longitud de coherencia de este foco es aproximadamente de  $60 \mu\text{m}$ .



*Figura 2.8. Fotografía de una de las salidas del IMZ usando al foco de filamento como fuente de luz.*

c) *Led blanco* (3 V). A pesar de nuestras expectativas, la fuente más incoherente de estas 3 fue el led. Además, las franjas de interferencias aparecieron más borrosas y el número de franjas era poco menor que al usar el foco. La longitud de coherencia de este led fue aproximadamente  $45 \mu\text{ m}$ .

Finalmente, se fijaron (lo más firmemente posible) todos los elementos del interferómetro en el punto en el que, usando el led o el foco, las franjas de interferencia más contrastantes (i.e. las negras, que eran sólo 2 o 3) se vieran en el centro.



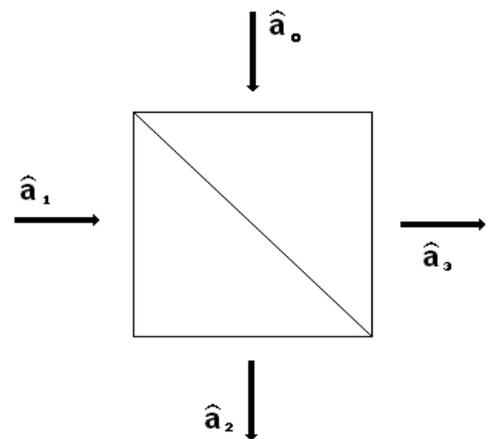
*Figura 2.9. Fotografía de una de las salidas del IMZ usando al led blanco como fuente de luz.*

## 2.4 TRATAMIENTO CUÁNTICO DE UN INTERFERÓMETRO DE MACH-ZEHNDER

En esta sección se presenta el tratamiento cuántico de fotones individuales incidiendo por sólo una de las entradas de un IMZ. Se comenzará describiendo el comportamiento cuántico de un divisor de haz (BS por sus siglas del inglés Beam Splitter) y luego se usará este resultado para describir la evolución completa del estado incidente del IMZ. Finalmente, se obtendrá la probabilidad de encontrar un fotón en alguna de las salidas del IMZ.

A diferencia del tratamiento clásico, el tratamiento cuántico de un BS exige contemplar los estados de las dos entradas del BS, pues en el caso en que no haya fotones en una de las entradas del IMZ (o en las dos), el vacío cuántico se hace presente. Así pues, cuando no hay fotones que incidan en una de las entradas del BS, se tiene el estado  $|0\rangle$  (i.e. el vacío cuántico).

Sean  $\hat{a}_0$  y  $\hat{a}_1$  dos estados de entrada cualesquiera en un BS, y sean  $\hat{a}_2$  y  $\hat{a}_3$  los estados de salida de tal BS (ver Figura 9). Así pues, suponiendo el caso general en el que existe una posible anisotropía del BS, tenemos que:



*Figura 2.10. Estados de entrada y salida en un BS cuántico.*

$$\hat{a}_2 = t' \hat{a}_0 + r \hat{a}_1 \quad (\text{ec. 2.1})$$

$$\hat{a}_3 = r' \hat{a}_0 + t \hat{a}_1 \quad (\text{ec. 2.2})$$

donde  $t$  y  $t'$  son las transmitancias en cada dirección del BS, mientras que  $r$  y  $r'$  son las reflectancias respectivas.

Para simplificar el problema<sup>2</sup>, ahora supongamos que se tiene un BS con una constante dieléctrica homogénea e isotrópica, y que en el BS no se crean ni destruyen los fotones incidentes. Esto implica que ahora sólo se deben tomar en cuenta los desfases ocasionados en los reflejos. Aquí es importante recordar que los reflejos producen en la luz un desfase de  $e^{i(\pi/2)}$ , factor que se reduce simplemente a la unidad imaginaria “ $i$ ”. Así pues, para un BS 50:50 (i.e. del 100% de luz incidente, el 50% es reflejado y el 50% es transmitido), los estados  $\hat{a}_2$  y  $\hat{a}_3$  están dados por:

$$\hat{a}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a}_0 + i \hat{a}_1) \quad (\text{ec. 2.3})$$

$$\hat{a}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} (i \hat{a}_0 + \hat{a}_1) \quad (\text{ec. 2.4})$$

Por otro lado, ya que el BS no crea ni destruye fotones, se debe cumplir que:

$$|0\rangle_0 |0\rangle_1 \rightarrow |0\rangle_2 |0\rangle_3 \quad (\text{ec. 2.5})$$

Ahora bien, si incide sólo un fotón en el BS, el estado completo incidente  $\Psi_0$  es  $|0\rangle_0 |1\rangle_1$ . Pero este estado puede ser descrito como el operador de creación actuando sobre una de las entradas de vacío cuántico, es decir:

$$|\Psi_0\rangle = |0\rangle_0 |1\rangle_1 = \hat{a}_1^\dagger |0\rangle_0 |0\rangle_1 \quad (\text{ec. 2.6})$$

Y de acuerdo con las ecuaciones 2.3 y 2.4,  $\hat{a}_1^\dagger$  puede ser descrita en términos de  $\hat{a}_2$  y  $\hat{a}_3$  a través de la siguiente deducción. Despejando  $\hat{a}_0$  de la ecuación 3, se tiene que:

$$\hat{a}_0 = \sqrt{2} \hat{a}_2 - i \hat{a}_1 \quad (\text{ec. 2.7})$$

Sustituyendo en la ecuación 4, se obtiene que:

---

<sup>2</sup> La mayoría de los divisores de haz (BS) que se usan en óptica, son isotrópicos (al menos en los dos ejes principales del BS), pues, entre otras razones, se busca que no haya una diferencia o preferencia entre los caminos ópticos posibles para la luz incidente.

$$\hat{a}_3 = \frac{i}{\sqrt{2}}(\sqrt{2}\hat{a}_2 - i\hat{a}_1) + \frac{\hat{a}_1}{\sqrt{2}} \quad (\text{ec. 2.8})$$

Desarrollando y agrupando, se tiene que:

$$\hat{a}_3 = i\hat{a}_2 + \sqrt{2}\hat{a}_1 \quad (\text{ec. 2.9})$$

Y despejando  $\hat{a}_1$  se obtiene que:

$$\hat{a}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_3 - i\hat{a}_2) \quad (\text{ec. 2.10})$$

Para obtener  $\hat{a}_0$  sólo sustituimos el resultado anterior en la ecuación 7:

$$\hat{a}_0 = \sqrt{2}\hat{a}_2 - \frac{i}{\sqrt{2}}(\hat{a}_3 - i\hat{a}_2) \quad (\text{ec. 2.11})$$

Desarrollando y reagrupando tenemos que:

$$\hat{a}_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_2 - i\hat{a}_3) \quad (\text{ec. 2.12})$$

Como era de esperarse, las ecuaciones 2.10 y 2.12 recuperan el comportamiento del BS descrito en las ecuaciones 2.3 y 2.4. La diferencia de un desfase negativo en los términos del reflejo se debe al sentido de la trayectoria del estado a través del BS.

Y ahora sí, a partir de la ecuación 10, podemos obtener  $\hat{a}_0^\dagger$ :

$$\hat{a}_1^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_3^\dagger + i\hat{a}_2^\dagger) \quad (\text{ec. 2.13})$$

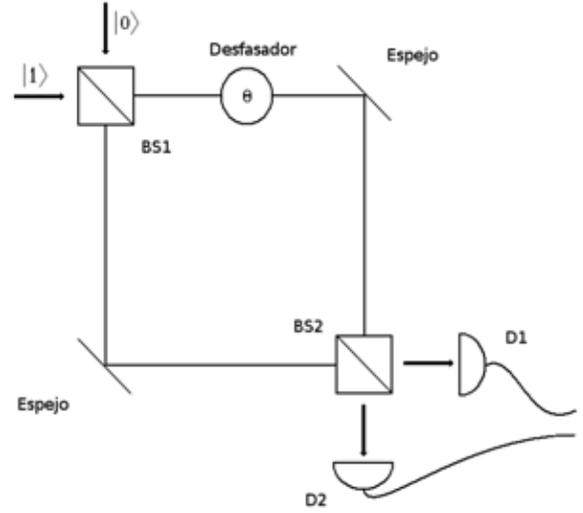
Ahora bien, a partir de las ecuaciones 13 y 6 se puede describir el estado de salida del BS:

$$\begin{aligned} |\Psi_0\rangle &= \hat{a}_1^\dagger |0\rangle_0 |0\rangle_1 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(i\hat{a}_2^\dagger + \hat{a}_3^\dagger) |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_2 |1\rangle_3 + i|1\rangle_2 |0\rangle_3) \end{aligned} \quad (\text{ec. 2.14})$$

Este resultado es muy importante e interesante, pues nos dice que, al hacer incidir un fotón individual a través de un BS, a la salida tenemos un estado enredado de un fotón con el vacío. Más aún, el fotón incidente sale (o es detectado) por la salida 2 o por la salida 3, pero no por las dos de manera simultánea, probando así que el fotón no se divide como partícula cuántica.

Analizemos ahora el caso completo de un IMZ (ver Figura 2.11). En éste, el primer elemento que tenemos es un BS al que llamaremos BS1. Luego, en sólo uno de los brazos de nuestro IMZ, se coloca un desfasador de caminos ópticos (que denotamos con  $\theta$ ). Le siguen dos espejos planos y, finalmente, un segundo BS (BS2). Para recolectar la información de nuestro IMZ, en las salidas del IMZ (i.e. en las dos salidas del BS2), se colocan dos detectores: D1 y D2.

Ahora bien, supongamos, sin pérdida de generalidad, que sólo un fotón incide por una de las entradas del IMZ. Entonces, de acuerdo a la ecuación 2.14, el estado  $|\Psi_{BS1}\rangle$  (i.e. el estado a la salida del BS1), está descrito por la siguiente ecuación:



**Figura 2.11. IMZ cuántico con sólo un fotón incidiendo.**

$$|\Psi_0\rangle \rightarrow |\Psi_{BS1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle|1\rangle + i|1\rangle|0\rangle) \quad (\text{ec. 2.15})$$

El desfasador es un elemento que se describe como  $e^{i\theta}$ . Este elemento sólo afecta a uno de los dos caminos ópticos dentro del IMZ. De acuerdo a la Figura 10, el primer sumando de la ecuación 2.15 es quien sufre este desfase:

$$|\Psi_{BS1}\rangle \rightarrow |\Psi_\theta\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{i\theta}|0\rangle|1\rangle + i|1\rangle|0\rangle) \quad (\text{ec. 2.16})$$

Los siguientes elementos ópticos son los espejos. Hay uno para cada uno de los caminos ópticos, lo que implica que habrá un desfase en cada uno de los caminos ópticos. Esto se traduce, de nuevo, como un desfase de  $e^{i(\pi/2)} = i$  en cada uno de los sumandos de la ecuación 16, pero dado que ocurre en los dos, se puede omitir sin pérdida de generalidad. Así pues, el siguiente elemento óptico es el último dentro del IMZ, el BS2. Para obtener  $\Psi_{sal}$  (i.e. el estado final a la salida del IMZ), se aplica el resultado de la ecuación 14 en cada uno de los sumandos de la ecuación 16.

$$|0\rangle|1\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle|1\rangle + i|1\rangle|0\rangle) \quad (\text{ec. 2.17})$$

$$|1\rangle|0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle|0\rangle + i|0\rangle|1\rangle) \quad (\text{ec. 2.18})$$

Ahora bien, sustituyendo en la ecuación 16 se tiene que:

$$|\Psi_{\theta}\rangle \rightarrow |\Psi_{sal}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{e^{i\theta}}{\sqrt{2}} (|0\rangle|1\rangle + i|1\rangle|0\rangle) + \frac{i}{\sqrt{2}} (|1\rangle|0\rangle + i|0\rangle|1\rangle) \right] \quad (\text{ec. 2.19})$$

Factorizando se tiene que:

$$|\Psi_{sal}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \left( \frac{e^{i\theta}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) |0\rangle|1\rangle + \left( i \frac{e^{i\theta}}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}} \right) |1\rangle|0\rangle \right] \quad (\text{ec. 2.20})$$

Finalmente, desarrollando y reagrupando, tenemos que el estado a la salida del IMZ es:

$$|\Psi_{sal}\rangle = \frac{1}{2} \left[ (e^{i\theta} - 1) |0\rangle|1\rangle + i(e^{i\theta} + 1) |1\rangle|0\rangle \right] \quad (\text{ec. 2.21})$$

A partir del resultado anterior, ahora podemos calcular la probabilidad de que sólo uno de los dos detectores, D1 o D2, encuentre un fotón a la salida del IMZ. Para hacerlo, se hace una proyección del estado que se busca sobre  $\Psi_{sal}$ . Con el objetivo de facilitar el entendimiento de este desarrollo, sean:

$$|\Psi_{01}\rangle = \frac{1}{2} (e^{i\theta} - 1) |0\rangle|1\rangle \quad (\text{ec. 2.22})$$

$$|\Psi_{10}\rangle = \frac{i}{2} (e^{i\theta} + 1) |1\rangle|0\rangle \quad (\text{ec. 2.23})$$

Luego entonces, la probabilidad de obtener el estado  $|0\rangle|1\rangle$  (que llamaremos  $P_{01}$ ) está dada por:

$$\begin{aligned} P_{01} &= \langle \Psi_{01} | \Psi_{sal} \rangle = \Psi_{01}^{\dagger} \Psi_{sal} \\ &= \left[ \frac{1}{2} (e^{-i\theta} - 1) \langle 1 | \langle 0 | \right] \left\{ \frac{1}{2} [(e^{i\theta} - 1) |0\rangle|1\rangle + i(e^{i\theta} + 1) |1\rangle|0\rangle \right\} \end{aligned} \quad (\text{ec. 2.24})$$

Desarrollando y factorizando el 1/2, se tiene que:

$$\begin{aligned} P_{01} &= \frac{1}{4} \left\{ (e^{-i\theta} - 1)(e^{i\theta} - 1) \langle 1 | \langle 0 | 0 \rangle | 1 \rangle \right. \\ &\quad \left. + i(e^{-i\theta} - 1)(e^{i\theta} + 1) \langle 1 | \langle 0 | 1 \rangle | 0 \rangle \right\} \end{aligned} \quad (\text{ec. 2.25})$$

Recordando que  $\langle 1 | \langle 0 | 0 \rangle | 1 \rangle = 1$ , y que  $\langle 1 | \langle 0 | 1 \rangle | 0 \rangle = 0$ , podemos reescribir la ecuación 2.25 como:

$$P_{01} = \frac{1}{4}(1 - e^{-i\theta} - e^{i\theta} + 1) = \frac{1}{4}[2 - 2(\frac{e^{-i\theta} + e^{i\theta}}{2})] \quad (\text{ec. 2.26})$$

Factorizando un 2 e identificando al  $\cos(\theta)$ , finalmente se obtiene que:

$$P_{01} = \frac{1}{2}(1 - \cos\theta) \quad (\text{ec. 2.27})$$

Análogamente, para obtener la probabilidad de obtener el estado  $|1\rangle |0\rangle$ , proyectamos de la siguiente manera:

$$P_{10} = \langle \Psi_{10} | \Psi_{sal} \rangle = \Psi_{10}^\dagger \Psi_{sal} \quad (\text{ec. 2.28})$$

Mediante un procedimiento similar al anterior, se puede obtener que:

$$P_{10} = \frac{1}{2}(1 + \cos\theta) \quad (\text{ec. 2.29})$$

Claramente, el comportamiento de estos resultados (ecuaciones 27 y 29) es el de un armónico que depende sólo de  $\theta$ , es decir, del desfasador. De hecho, la curva que describe  $P_{01}(\theta)$  está desfasada por un factor de  $\pi$  respecto de la curva de  $P_{10}(\theta)$ . En este experimento, tal desfasador está controlado por un tornillo micrométrico que mueve uno de los dos espejos del interferómetro.

# CAPÍTULO III:

## PRODUCCIÓN DE FOTONES

### CORRELACIONADOS

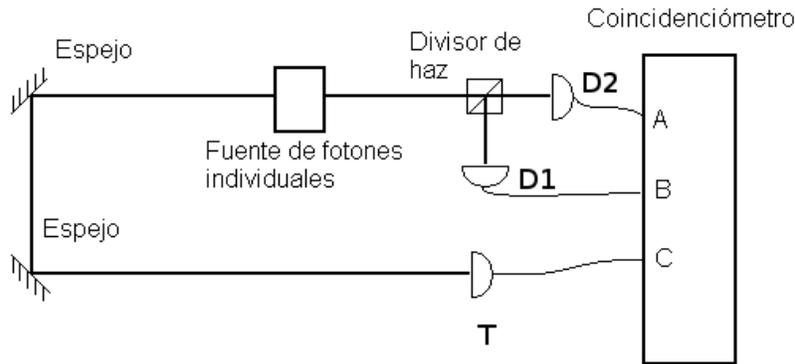
#### 3.1 PRIMER EXPERIMENTO CON FOTONES INDIVIDUALES:

**P. GRANGIER, G. ROGER Y A. ASPECT**

Después de que a mediados del siglo pasado se mostró que el experimento de Taylor de 1909 podía ser explicado con física clásica, desarrollar un experimento bajo la misma intención se convirtió prácticamente en un reto. Más aún, en las décadas de los 60's y los 70's, los trabajos de óptica cuántica experimental se vieron casi abandonados debido, principalmente, al poco desarrollo tecnológico. Casi ochenta años después del experimento de Taylor en 1909, en 1986 Philip Grangier, Gerard Roger y Allan Aspect lograron observar, tal como lo hubiese querido Taylor, interferencia con fotones individuales.

Como es de esperarse, lo primero que hicieron Grangier *et al.* fue asegurarse de que la fuente que usaban en verdad emitía fotones individuales. Esta fuente consistía, básicamente, en una pequeña muestra de  $\text{Ca}^{48}$  que emitía pares individuales de fotones cuando se excitaba de la forma adecuada (para este bombeo se usó un láser). Además, debido a la conservación de momento, los fotones producidos en

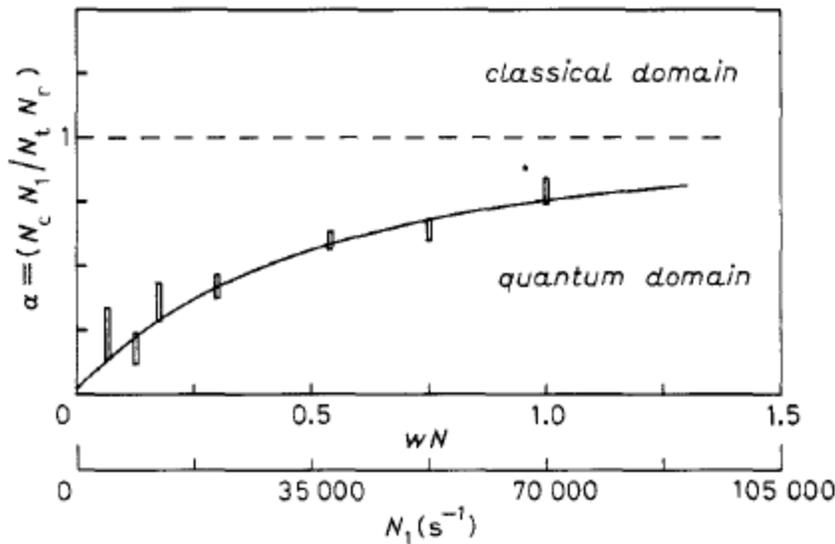
este proceso eran emitidos en direcciones opuestas. La figura 3.1 muestra un esquema de este primer experimento.



**Figura 3.1 Experimento para comprobar la fuente de fotones individuales.**

Uno de los fotones es dirigido al detector T (testigo), mientras que el otro es enviado a un divisor de haz 50:50. A las salidas del divisor se colocan los detectores D1 y D2. Finalmente, los tres detectores se conectan a un correlacionador temporal (o coincidiómetro).

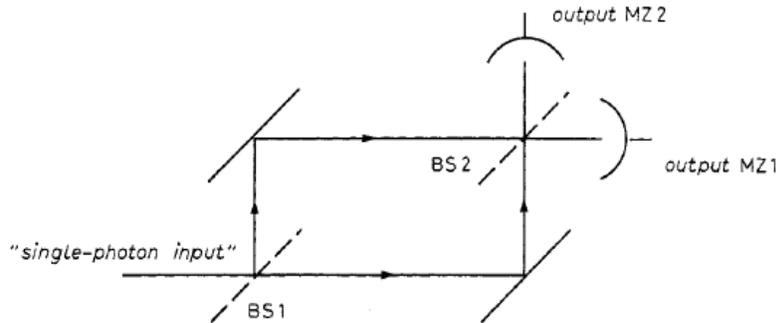
Ahora bien, si es verdad que esta fuente emitía pares de fotones individuales, el experimento debe arrojar como resultado una alta correlación temporal entre los detectores T y D1, al igual que entre T y D2; y, más importante aún, una alta anticorrelación entre los detectores D1 y D2. Y eso fue lo que encontraron Grangier et al.



**Figura 3.2 Parámetro de anticorrelación como función del número de cuentas registradas en el experimento de Grangier et al. [4]**

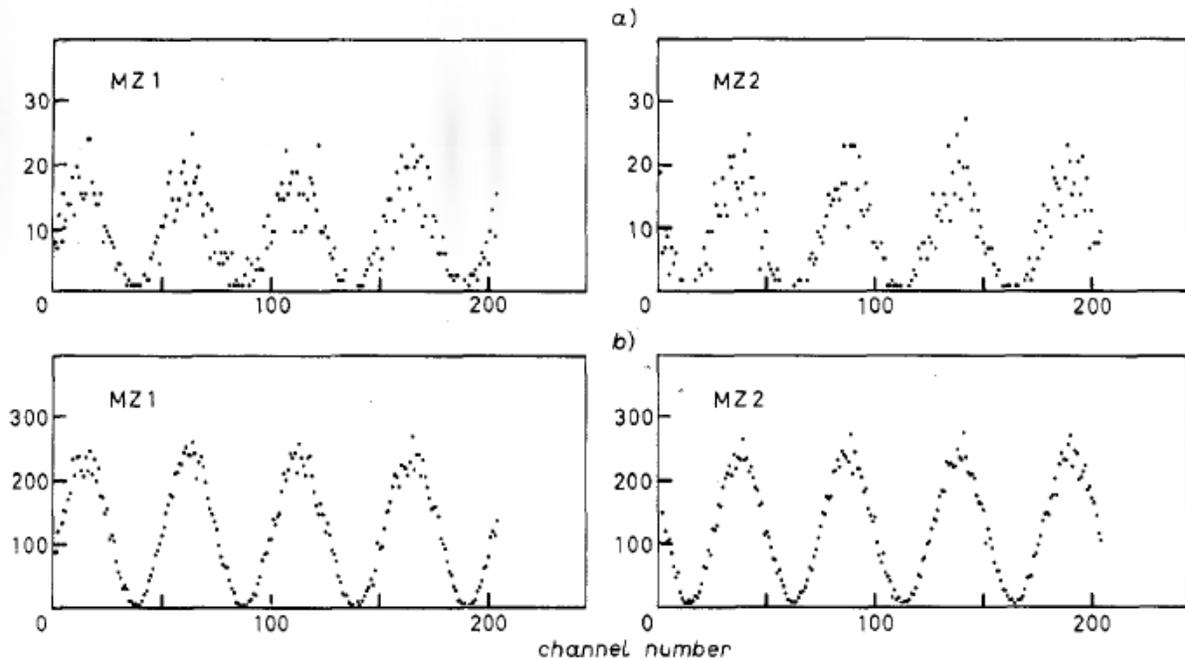
Esta fuente de fotones individuales (i.e. sólo un brazo de la fuente) se usó para buscar algo muy

similar a lo que había buscado Taylor en 1909. La diferencia es que esta vez no sería a través de rendijas, sino de un interferómetro ya muy conocido: el interferómetro de Mach-Zehnder. Se usó este interferómetro por que cuenta con dos grandes ventajas: los caminos posibles dentro del interferómetro son muy independientes (punto que no cumple el interferómetro de Michelson, por ejemplo) y no hay interacción sino hasta la salida; y casi todos los fotones que entran al interferómetro salen y pueden ser detectados (característica que se dificultaría en el experimento con rendijas).



**Figura 3.3 Experimento de interferencia con fotones individuales. [4]**

El resultado del experimento fue contundente. Se registraron franjas de interferencia bastante claras. La visibilidad de las franjas fue del 98%. Además, los máximos de las gráficas del detector MZ1 corresponden justo con los mínimos de las gráficas del detector MZ2, fenómeno que corresponde a los resultados ya conocidos en el IMZ clásico.



**Figura 3.4 Resultado del experimento con fotones individuales. Las gráficas de la izquierda corresponden al**

detector MZ1, mientras que las de la derecha al MZ2. Las gráficas superiores muestran los conteos en un tiempo de 1s, mientras que las inferiores son el resultado de conteo durante 15s.

La alta anticorrelación encontrada entre los detectores D1 y D2 están en total desacuerdo con la física clásica, pero corresponden a lo explicado en la cuántica. Más aún, realizar un experimento de interferencia usando esta fuente y con tanto éxito muestra la naturaleza cuántica de partículas como lo son los fotones.

## 3.2 CRISTALES BBO

Los cristales  $\beta$ -BaB<sub>2</sub>O<sub>4</sub> (casi siempre abreviados como BBO) son materiales ópticos no-lineales y con una alta birrefringencia uniaxial negativa. Estos cristales se caracterizan por ser casi totalmente transparentes sobre un gran ancho de banda: desde el ultravioleta hasta el infrarrojo cercano, cuentan con una amplia capacidad de acoplamiento de fase y baja susceptibilidad higroscópica. Otra característica importante de los BBO es que son capaces de generar fotones por generación de segundo armónico (GSA), por generación por diferencia de frecuencias (GDF) y por generación de suma de frecuencias (GSF). (Ver apéndice A.)

El ángulo entre el eje óptico del cristal y la trayectoria del rayo de bombeo se determina durante su construcción. Éste ángulo  $\theta$ , llamado ángulo de corte, está relacionado con los índices de refracción ordinario y extraordinario del cristal de la siguiente forma:

$$\frac{\sin^2(\theta)}{n_e^2(\omega_b)} + \frac{\cos^2(\theta)}{n_o^2(\omega_b)} = \frac{1}{n_e^2(\omega_b, \theta)} = \frac{\sec^2 \alpha}{n_o^2(\frac{1}{2}\omega_b)} \quad (\text{ec.3.1})$$

Donde  $\omega_b$  es la frecuencia del rayo de bombeo y  $\alpha$  es el ángulo entre la dirección del haz de bombeo y los fotones producto de la conversión paramétrica descendente espontánea producida en el cristal. (Ver Apéndice B.)

Por otro lado, para precisar los coeficientes ordinario y extraordinario usamos las Ecuaciones de Sellmeier. Estas ecuaciones, determinadas experimentalmente [6], son:

$$n_o(\lambda)^2 = 2.7359 + \frac{0.01878}{(\lambda^2 - 0.01822)} - 0.01354\lambda^2 \quad (\text{ec. 3.2})$$

$$n_e(\lambda)^2 = 2.3753 + \frac{0.01224}{(\lambda^2 - 0.01667)} - 0.01515\lambda^2 \quad (\text{ec. 3.3})$$

Donde  $\lambda$  es la longitud de onda y debe estar dada en  $\mu$  m. Los parámetros que se usaron para este experimento son: longitud de onda del rayo de bombeo  $\lambda = 405\text{nm} = 0.405 \mu$  m; y ángulo de corte del

crystal  $\theta = 30^\circ$ . Sustituyendo estos valores en las ecuaciones 3.2 y 3.3, la ecuación 3.1 nos queda:

$$\frac{\sin^2(30^\circ)}{(1.5671)^2} + \frac{\cos^2(30^\circ)}{(1.6919)^2} = \frac{1}{n_e^2(\omega_b, \theta)} = \frac{\sec^2 \alpha}{(1.6603)^2} \quad (\text{ec. 3.4})$$

Despejando  $\alpha$  de la ecuación anterior, obtenemos que  $\alpha = 3.065^\circ$ . Este es el ángulo, respecto del eje óptico del cristal, al que salen los fotones de la conversión pero dentro del cristal. Para conocer el ángulo al que los fotones salen del cristal con respecto del haz de bombeo, recurrimos a la Ley de Snell.

$$n_0 \sin(\alpha) = n \sin(\alpha')$$

Donde  $n_0$  es el índice de refracción que le corresponde a los fotones una vez convertidos dentro del cristal ( $n_0 = 1.6603$ );  $n$  es el índice de refracción del aire ( $n = 1.000293$ ) y  $\alpha'$  es el ángulo al que los fotones salen del cristal con respecto del rayo de bombeo. Sustituyendo los valores correspondientes, obtenemos que  $\alpha' = 5.091^\circ$ .

Durante el experimento, encontrar el camino de los fotones convertidos es un paso determinante, a pesar de que el ancho de este cono es de 5.9mm (ver Apéndice F), el área de detección de los detectores (el filtro infrarrojo y la lente acopladora) debe ser totalmente perpendicular al haz incidente. De no ser así (con algunos grados de error), el número de cuentas puede disminuir hasta el 10% o menos. Por esta razón, determinar el ángulo teórico al que debemos encontrar los fotones convertidos antes de hacer el experimento, es muy importante y útil.

### 3.3 EXPERIMENTO CON FOTONES HERALDOS

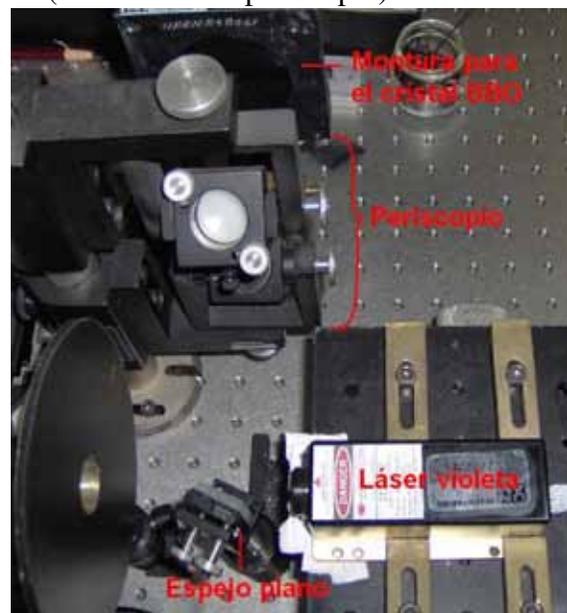
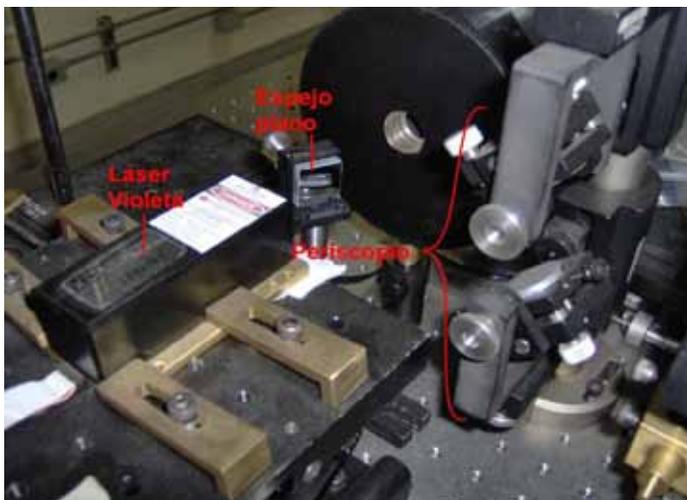
El experimento se realizó en la mesa principal de trabajo del Taller de Óptica Avanzada del Tlahuizcalpan. Aquí, continuamente se realizan otros experimentos. En particular, el experimento de fotones enredados requiere, entre otras cosas, del láser violeta y de su estabilizada en la posición. Por tal motivo, para no mover el láser de su posición, se colocó un espejo (con libertad de giro en 2 dimensiones, para facilitar la alineación) frente al láser para desviar el haz hacia un periscopio y, finalmente, hacia el cristal BBO. El spot que salía del periscopio se fijó en una pantalla lejana (aprox. 4m) de forma que, si se requería el láser para el experimento de fotones enredados, simplemente se quitaba el primer espejo; para recuperar la alineación de la incidencia del láser en el cristal BBO, basta con colocar el espejo y redirigir el spot final al mismo punto en la pantalla lejana.

#### 3.3.1 Alineamiento del láser y montaje del cristal BBO

En primer lugar, se generan los fotones infrarrojos a través de la conversión paramétrica descendente en el cristal BBO. Para ello, se requirió del siguiente material (para mayores detalles, ver Apéndice C):

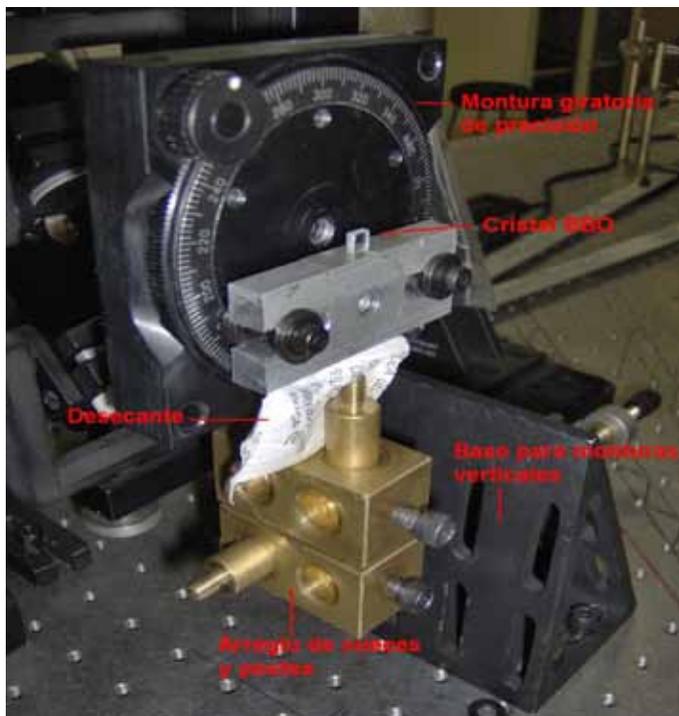
- Láser de diodo de 25mW, con polarización horizontal,  $\lambda = 405 \text{ nm}$ .
- Mesa elevadora estable.
- Cristal BBO ( $\beta\text{-BaB}_2\text{O}_4$ ).
- Espejo plano vertical.
- Periscopio
- Base rotatoria.
- Porta postes.
- Postes.
- Nueces de latón.
- Soporte para monturas laterales.

Se comenzó fijando la mesa elevadora a la mesa óptica. Sobre ésta, con ayuda de 4 piezas de latón, se fijó el láser violeta. A pesar de que no era importante que el láser fuera paralelo a la mesa óptica, sí se hizo con ayuda de dos íris colocados uno a la salida del láser y otro a 2 metros sobre la mesa óptica. Después se fijó un porta poste a la mesa óptica, a la salida del láser. Aquí se colocó el poste que portaba al espejo plano. Con este espejo, se dirigió el láser hacia el periscopio. La razón de usar el periscopio es que el IMZ quedaría muy alto para el láser, pues el interferómetro estaba montado sobre una mesa óptica pequeña. Por tanto, el haz que salía del periscopio debía estar a la altura de la mitad de la cara del BS1 (i.e. le entrada del IMZ que estaba montado sobre la mesa óptica pequeña) y ser paralelo a la mesa óptica. Para asegurarse de que el haz a la salida del periscopio fuera paralelo a la mesa óptica, se colocó un iris a la salida del periscopio y otro a unos cuantos metros. Para fijar esta posición (recordando que en ocasiones se tendría que quitar el primer espejo plano para usar el láser en otro experimento), se pintó una marca pequeña en la pared (a 4 metros del periscopio).



*Figura 3.5 Arreglo de espejos para dirigir el láser al cristal BBO*

A continuación se colocó el cristal BBO. Para hacerlo, primero se fijó el soporte para monturas laterales a la mesa de trabajo. Aquí se montó un arreglo de nueces y postes de latón (ver Figura 3.6). Sobre uno de estos postes de colocó la base rotatoria, a la que se la atornilló una pieza de aluminio como base para el cristal. A pesar de que los cantos del cristal son planos y perpendiculares a la cara principal, con ayuda de cinta adhesiva de doble cara, pegamos el cristal a la pieza de aluminio cuidando que el láser incidiera normalmente al cristal.



*Figura 3.6 Soporte para el cristal BBO*

### **3.3.2 Montaje de los colectores de luz y detectores**

Una vez montado el láser y el cristal BBO, se conectan los colectores para determinar los caminos que toman los fotones infrarrojos provenientes de la conversión paramétrica descendente. Aquí se usó el siguiente material (para mayores detalles, ver Apéndice C):

- Porta postes.
- Postes.
- Base rotatoria.
- Monturas para lente con cabeceo ajustable.
- Anillo metálico para lente acopladora.
- Lentes acopladoras.
- Filtros infrarrojos.
- Fibras ópticas multimodo.
- Piezas metálicas con orificios para tornillos. (Estas piezas se usarán como “topes” para fijar las posiciones de la mesa óptica pequeña y uno de los detectores.)
- Tarjeta SPCM (Módulo de conteo de fotones individuales, por sus siglas en inglés).
- Láser para nivelar (Stereon)

Lo primero que se hizo fue montar los colectores. Para ello se sujetó el anillo de aluminio en la montura para lente. Luego se atornilló la lente acopladora en el anillo de aluminio y se fijó la fibra óptica a la lente acopladora. Después se procedió a alinear todo este arreglo para que la mayor cantidad de luz entrara a la fibra óptica. La altura del colector se controló montándolo sobre un poste y un porta poste. El detector se colocó justo enfrente del camino del láser violeta, de modo que incidiera normalmente y en el centro de la lente acopladora. Para encontrar la posición del detector en la que mayor cantidad de luz entre a la fibra óptica, se puso una pantalla frente al cristal BBO. En la pantalla se buscó que aparecieran los anillos de Newton moviendo los tornillos de cabeceo de la montura para lente. Una vez localizados estos anillos, el centro debería coincidir con el láser (ver Figura 3.7).



*Figura 3.7 Anillos de Newton formados por el reflejo de la lente acopladora proyectados sobre una pantalla frente al cristal BBO. La fotografía fue tomada en blanco y negro por problemas con la resolución de la cámara. En el extremo derecho se puede apreciar la montura rotatoria y se alcanza a ver el punto brillante del láser.*

A continuación, sin mover el colector, se colocaron los filtros. Con ayuda de cinta adhesiva de doble cara y una navaja, se pegó el filtro por delante de la lente acopladora cuidando que la cinta adhesiva no afectara el área activa de la lente acopladora. Ya que los filtros están diseñados para que la luz les incida normalmente, sin mover los tornillos de la montura para lente, se buscó que el reflejo del láser en el filtro, retroalimentara al láser (i.e. que regresara a la salida del láser). En general es difícil que esto suceda con precisión, pero es importante acercarlo lo más posible.

Este proceso se realizó para los dos colectores de luz. La única diferencia fue que el porta poste de uno de los colectores estaba montado sobre una base rotatoria. Este colector sería quien se colocaría en una de las salidas del IMZ. El otro colector simplemente se sostenía con su porta poste.

A pesar de que la luz que entra a la tarjeta SPCM pasa por filtros infrarrojos y la lente acopladora sólo enfoca totalmente la longitud de onda que nos interesa, hay mucha luz que atraviesa los filtros y llega hasta los fotodiodos de avalancha de la tarjeta SPCM. Por esta razón, a partir de este punto, los experimentos se realizaron sin la iluminación principal del laboratorio. Durante la realización de los experimentos usamos “leds” azules para desplazarnos en el laboratorio sin interferir con los resultados.

### 3.3.3 Caracterización del ruido del SPCM

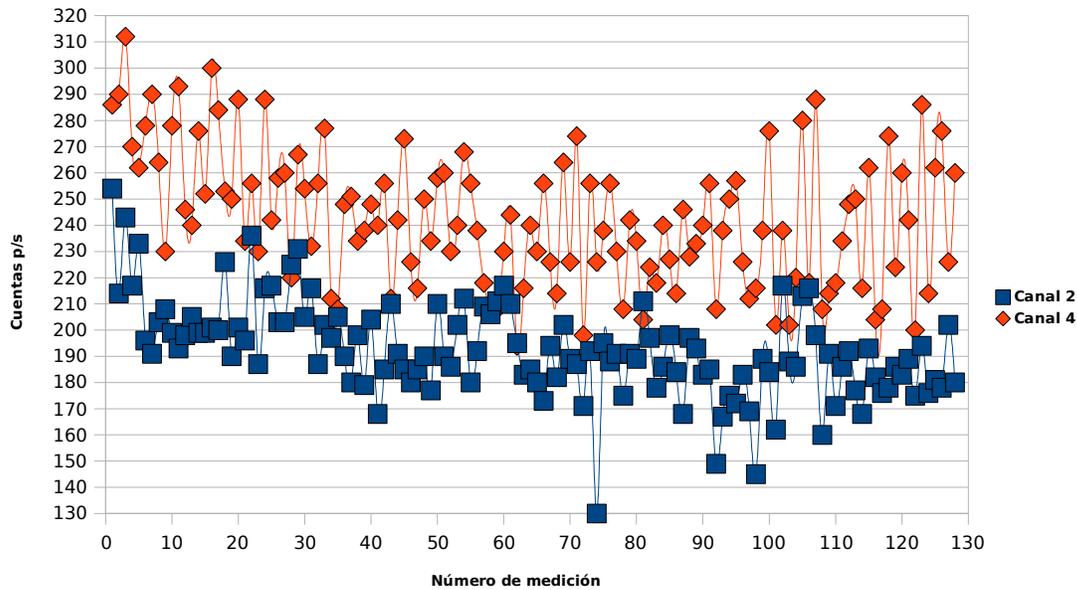
El SPCM es una tarjeta que trabaja en base a un arreglo de fotodiodos de avalancha (4 fotodiodos de Si, Perkin – Elmer mod. SPCM-AQ4C), operados en modo Geiger. Cada canal es capaz de detectar fotones individuales generando pulsos TTL de 25ns de salida por cada fotón detectado. Cada canal tiene un máximo de 2 Mega-cuentas por segundo. Las conexiones de entrada de fibra óptica en cada uno de estos canales es del tipo FC y una conexión para la señal de salida del tipo BNC. La cuenta oscura (ruido ocasionado por pulsos accidentales dentro de los fotodiodos) es menor a 500 cuentas por segundo. Para operar, el SPCM requiere de 3 fuentes de voltaje que le ofrezcan 2V, 5V y 30V. (Los requerimientos de las fuentes están dadas en el manual del SPCM.) Según información del fabricante, la eficiencia de esta tarjeta es del 60% para la detección de fotones con longitud de onda de 800nm.

Para caracterizar el ruido del SPCM usamos el siguiente material (para mayores detalles, ver Apéndice C):

- Fuentes de alimentación para la tarjeta SPCM.
- Contador de fotones.
- Generador de funciones arbitrarias.
- Cables coaxiales.

Se programó el contador de fotones para que sólo detectara pulsos mayores a los 300 mV. Para ajustar la ventana de conteo, se acopló el generador de funciones. Éste emitía pulsos cuadrados a una frecuencia de 1Hz que se utilizaron como “trigger” para el contador de fotones.

El SPCM cuenta con 4 canales, pero sólo usamos los canales 2 y 4. Las salidas de estos dos canales se conectaron al contador de fotones y, después de obstruir la mayor cantidad de luz posible, se tomaron 17 períodos de conteo. A continuación se muestra la gráfica de la cuenta negra de los canales 2 y 4.



*Gráfica 3.1 Cuenta negra de los canales 2 y 4 del SPCM. Al principio, los dos canales muestran un mayor ruido, pero después de un tiempo, se estabilizan.*

A pesar de que el promedio de cuentas es relativamente grande (192.55 cuentas por segundo para el canal 2 y 242.77 cuentas por segundo para el canal 4), las fluctuaciones son bastante pequeñas (la desviación estándar para el canal 2 es 18.37, y para el canal 4 es 25.7). Es decir, el ruido es bastante estable y para los casos necesarios se podrá restar el promedio del ruido a la medición que se haya obtenido con alta confiabilidad.

*NOTA IMPORTANTE: Antes de realizar una medición con el SPCM, se debían encender las fuentes durante 2 o 3 min. Este tiempo bastaba para regularizar la intensidad de corriente eléctrica y voltaje entrante en el SPCM, y así obtener cuentas más confiables. Por otra parte, en períodos muy prolongados (i.e. más de 2 horas), las fuentes se calientan demasiado ocasionando que las cuentas fluctúen. En estos casos, lo mejor es apagar las fuentes y dejarlas enfriar durante media hora. Sin embargo, las cuentas que se obtienen al reencender las fuentes no son exactamente las mismas. Afortunadamente, las relaciones entre las cuentas sí mantienen una proporción constante (por ejemplo, entre máximos y mínimos, para este experimento).*

### 3.3.4 Determinación del camino de fotones infrarrojos

El siguiente paso fue determinar el ángulo (y, por lo tanto, el camino) al que saldrían los fotones infrarrojos producto de la conversión paramétrica descendente. Para ello, sabíamos que el ángulo al que debía salir el cono de fotones infrarrojos del cristal (según el ángulo de corte con el que se pidió al fabricante  $\theta = 30^\circ$ ) era  $5^\circ$ . Se colocó un detector a aproximadamente a  $5^\circ$  y a una distancia poco mayor que la mesa óptica pequeña donde estaba montado el IMZ. Esto se hizo con el objetivo de marcar, sobre la mesa óptica principal, los caminos de fotones infrarrojos que nos interesaban<sup>3</sup> y que la marca permaneciera visible una vez montada la mesa óptica pequeña con el IMZ.

Con toda la electrónica encendida (contador de fotones, generador de señales y fuentes de energía de la tarjeta SPCM) y el láser encendidos, se buscaron los fotones infrarrojos. Una vez localizadas estas posiciones (donde el contador de fotones mostraba un máximo:  $28450 \pm 251$  cuentas para un detector y  $25627 \pm 204$  cuentas para el otro), se colocó una marca sobre la mesa óptica. En uno de los dos casos, inmediatamente después se fijó el detector (detector testigo o DT) atornillando algunas piezas metálicas. El detector que se fijó sería quien colectaría a los fotones “testigo” de nuestro experimento.

A pesar de que los detectores estaban a la misma altura y sabíamos que la producción de fotones es en pares que viajan diametralmente opuestos en el cono, debíamos asegurarnos de que los fotones que llegaban a cada detector correspondían a los mismos pares (i.e. que cada fotón que llegaba a un detector, tenía un “hermano” el cual llegaba al otro detector al mismo tiempo). Para ello, usamos el *circuito de coincidencias* [9] [13] (Ver Apéndice E). La función de este circuito es la siguiente: Cuando dos señales de salida de la tarjeta SPCM llegan al circuito de coincidencias con una diferencia de tiempo menor a 8ns, el circuito emite otra señal eléctrica similar a las de salida de la tarjeta SPCM. Finalmente, esta nueva señal se envía al contador de fotones.

Así pues, se buscó el número de coincidencias con los detectores en las posiciones fijadas y se encontró que las coincidencias por segundo eran del orden de 1000 coin/s.

### 3.3.5 Montaje del IMZ sobre el camino de fotones infrarrojos

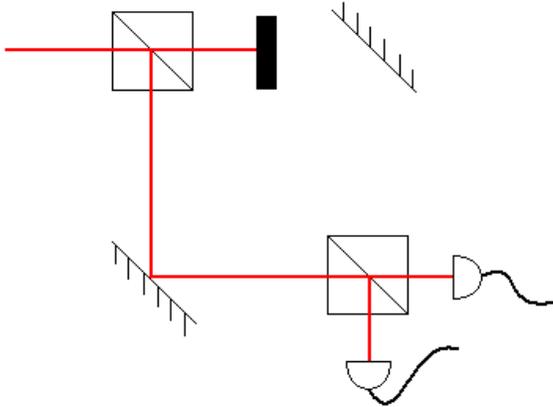
Este paso fue uno de los más difíciles del experimento. Se llevó el IMZ (montado sobre la mesa óptica pequeña) a la mesa óptica principal y se fijó el detector sobrante (detector señal o DS) a una de las salidas del interferómetro. Con ayuda del láser para nivelar (este láser no emite un spot, sino una línea recta) se colocó el IMZ sobre el camino de los fotones “señal” (i.e. los diametralmente opuestos a los que se eligieron como “testigos”) con el mayor cuidado posible. Después, usando el contador de fotones, se “afinó” la posición del IMZ hasta obtener un máximo en las cuentas. Dado que este máximo de cuentas que se encontró para este camino de fotones fue 25627, se esperaba encontrar poco más de 10000 cuentas a la salida del IMZ, pues el resto de los fotones se pierden en la otra salida del IMZ y,

---

<sup>3</sup> Recordemos que esta conversión paramétrica descendente produce pares de fotones formando un cono con vértice en el cristal BBO, de acuerdo al ángulo de corte. Además, los fotones de cada par son diametralmente opuestos en ese cono. Los “fotones infrarrojos que nos interesaban” son los pares de fotones que están a la misma altura que el cristal y que el láser violeta.

algunos, a lo largo del IMZ. El máximo de fotones a la salida del IMZ fue 11156.

Una vez hayada esta posición, se debía asegurar que ese total de fotones provinieran de cada uno de los brazos del IMZ. Para hacerlo, se bloqueó uno de los brazos y se encontró que llegaban aproximadamente 5150 fotones por segundo cuando se bloqueaba un brazo y 5950 fotones por segundo cuando se bloqueaba el otro brazo. (También se midieron las coincidencias, como de las que se hablan adelante, entre estos dos detectores, y se encontró que eran aprox. 70 cuentas/min.)



**Figura 3.8 Comprobación de los caminos de fotones infrarrojos a través del IMZ**

A pesar de que muchos fotones pasarían a través del IMZ, los únicos que interesan en este experimento son los provenientes de la conversión paramétrica descendente. Para tomar en cuenta sólo a esos fotones usamos el *circuito de coincidencias* (ver Apéndice E). Recordemos que este circuito nos dice cuándo un fotón llega a un detector al mismo tiempo (i.e. durante una ventana de tiempo de 25ns) que otro fotón llega al otro detector. Es decir, los fotones infrarrojos provenientes de la conversión paramétrica descendente espontánea que atraviesan el IMZ y llegan a DS, son monitoreados a través de sus fotones pares que llegan a DT. Estos fotones son conocidos como *heraldos*.

El circuito de coincidencias se conectó de la siguiente manera: El circuito cuenta con 2 entradas y una salida (la coincidencia). A las entradas se conectan las señales de salida del SPCM, y la señal de salida del circuito se conectó al contador de fotones. Finalmente se procedió a buscar interferencia usando los fotones heraldos.

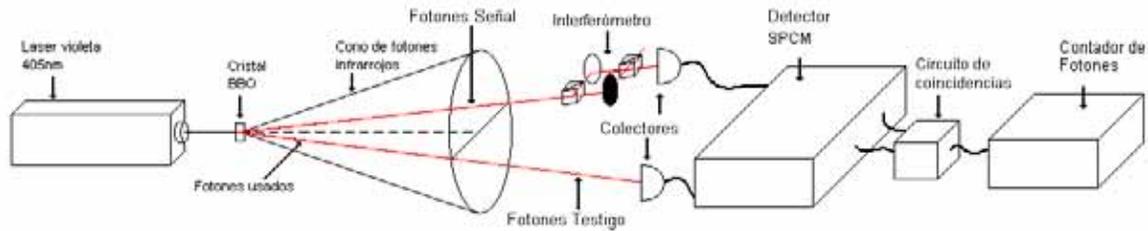


Figura 3.9 Diagrama esquemático del montaje experimental completo.

### 3.3.6 Primer experimento

La principal dificultad del primer experimento fue que no conocíamos la longitud de coherencia de los fotones infrarrojos y, peor aún, no conocíamos el ancho de las franjas de interferencia. El problema que generó esto fue que no sabíamos el tamaño que debía ser cada paso en nuestro desfasador (i.e. en el desplazador micrométrico de uno de los espejos del IMZ). La graduación mínima del tornillo micrométrico es de  $10 \mu\text{m}$ , así que se comenzó a buscar “máximos y mínimos” en el número de cuentas<sup>4</sup> en pasos de  $20 \mu\text{m}$  y  $10 \mu\text{m}$ . Rápidamente se notó que las fluctuaciones en el número de cuentas no tenían una tendencia aparente. Esto significaba que los pasos debían ser mucho más grandes o más pequeños. Haciendo pasos de hasta  $50$  y  $60 \mu\text{m}$ , fue claro que los pasos debían ser más pequeños. La primera serie de datos completa se tomó en pasos de aproximadamente  $5 \mu\text{m}$  (pero dado el método usado, la incertidumbre de los pasos era de casi el %50).

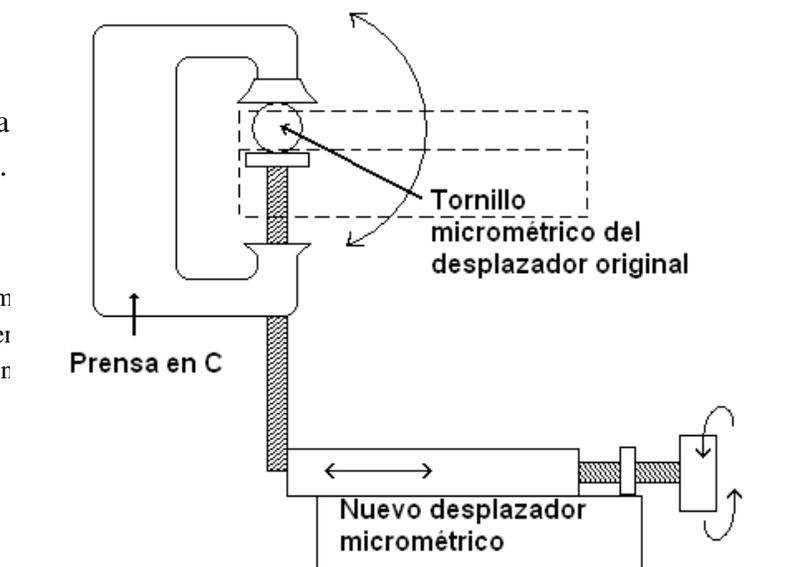
Como se verá en el siguiente capítulo, no se encontró un comportamiento armónico y/o definido. Por esta razón, se tomó la decisión de reconstruir el experimento desde el alineamiento del IMZ, hasta su montaje sobre el camino de fotones infrarrojos y el alineamiento de los detectores.

### 3.3.7 Segundo experimento

Una vez remontado todo el experimento, de nuevo se buscaron máximos y mínimos en las cuentas. Esta vez las oscilaciones en el número de cuentas fueron muy claras. Sin embargo, oscilaciones completas aparecían en desfases de camino óptico menores a  $10 \mu\text{m}$ . Esto obligó a modificar el mecanismo de desfase en el IMZ para obtener mayor resolución que  $10 \mu\text{m}$ .

El problema se redujo a

<sup>4</sup> Para buscar los máximos y mínimos, prim cuentassolía ser mayor que el de coincider fluctuación en la intensidad que incidía er



“girar” el tornillo micrométrico del desplazador, en pasos de menor tamaño. Para resolverlo se le fijó una palanca (una prensa en C) conectada a un nuevo desplazador micrométrico.

Con este nuevo sistema, fácilmente se lograron desfasamientos en pasos veinte veces menores a  $10 \mu\text{ m}$ , es decir, de  $0.5 \mu\text{ m}$  (ver Apéndice D). Esta vez, el comportamiento de las coincidencias fue claramente armónico.

*Figura 3.10 Sistema de desplazamiento fino usando dos desplazadores micrométricos y una palanca adaptada.*

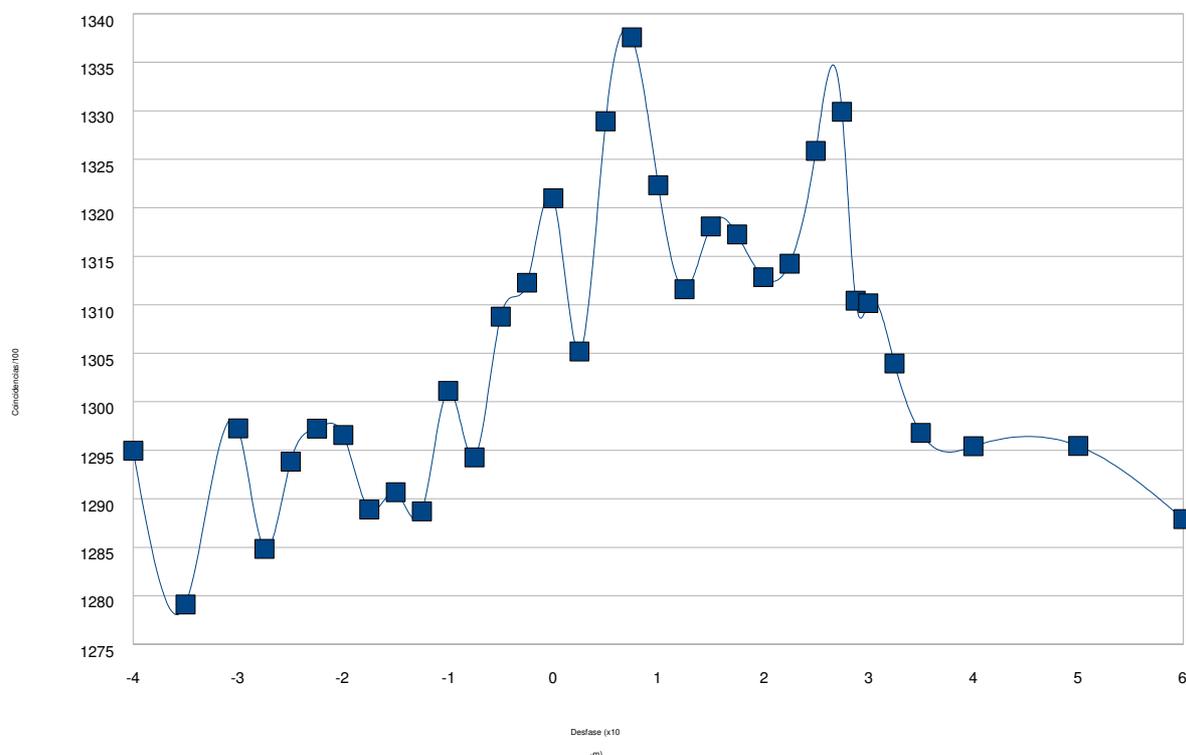
# CAPÍTULO IV:

## RESULTADOS Y CONCLUSIONES

### 4.1 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

#### 4.1.1 Resultado del primer experimento:

A continuación se muestra la gráfica del primer experimento. La adquisición de datos fue hecha manualmente y se hizo en un tiempo poco menor a 2 horas. Después se capturaron los datos en una hoja de cálculo usando el programa OpenOffice.org 2.4.0. Las líneas que unen a los puntos correspondientes a cada dato, son líneas suavizadas que ajustó el programa al momento de crear la gráfica. Estas líneas sólo se utilizan como un apoyo visual.

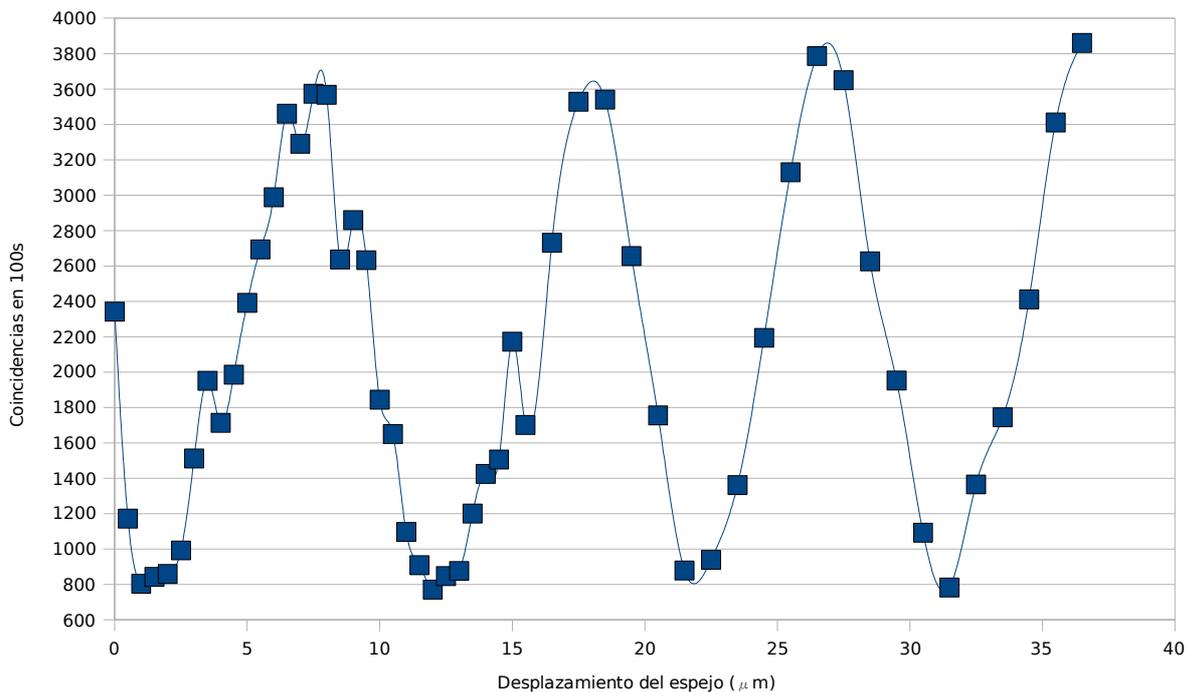


*Gráfica 4.1 Resultado del primer experimento. No hay evidencia clara de un comportamiento armónico.*

A pesar de que no hay una evidencia clara de oscilaciones armónicas en la Gráfica 4.1, las fluctuaciones no son totalmente ruidosas. Se puede apreciar que entre 0 y  $30 \mu\text{m}$  las coincidencias son ligeramente mayores. A partir de este resultado, podemos inducir información útil del primer experimento: Aparentemente sí hay un intervalo donde las coincidencias pueden aumentar independientemente de la buena alineación del IMZ. Es decir, ahora se sabe que para el segundo experimento lo mejor es buscar la interferencia dentro de un intervalo menor a  $20 \mu\text{m}$ . De lo contrario, el comportamiento armónico parecerá estar “montado” sobre otra curva; es decir, los máximos y mínimos tendrán una separación constante pero el número de coincidencias promedio decrecerá conforme el desfase se aleje de dicho intervalo.

### 4.1.2 Resultado del segundo experimento

La adquisición de los datos se hizo de la misma manera que en el primer experimento. De nuevo, las líneas entre los puntos son un ajuste de la hoja de cálculo como apoyo visual. Los datos que se tomaron corresponden a las coincidencias durante 100 segundos. Primero, de 0 a  $15.5 \mu\text{m}$ , los datos fueron tomados en pasos de  $0.5 \mu\text{m}$ ; dado que el comportamiento ya era claro, los siguientes datos se tomaron en pasos de  $1 \mu\text{m}$  hasta  $36.5 \mu\text{m}$ . Los datos se tomaron continuamente a lo largo de 2.5 horas.



**Gráfica 4.2 Segundo experimento. La incertidumbre corresponde a la altura de los cuadros de cada medición. El comportamiento armónico es claro. Además, se nota una periodicidad regular.**

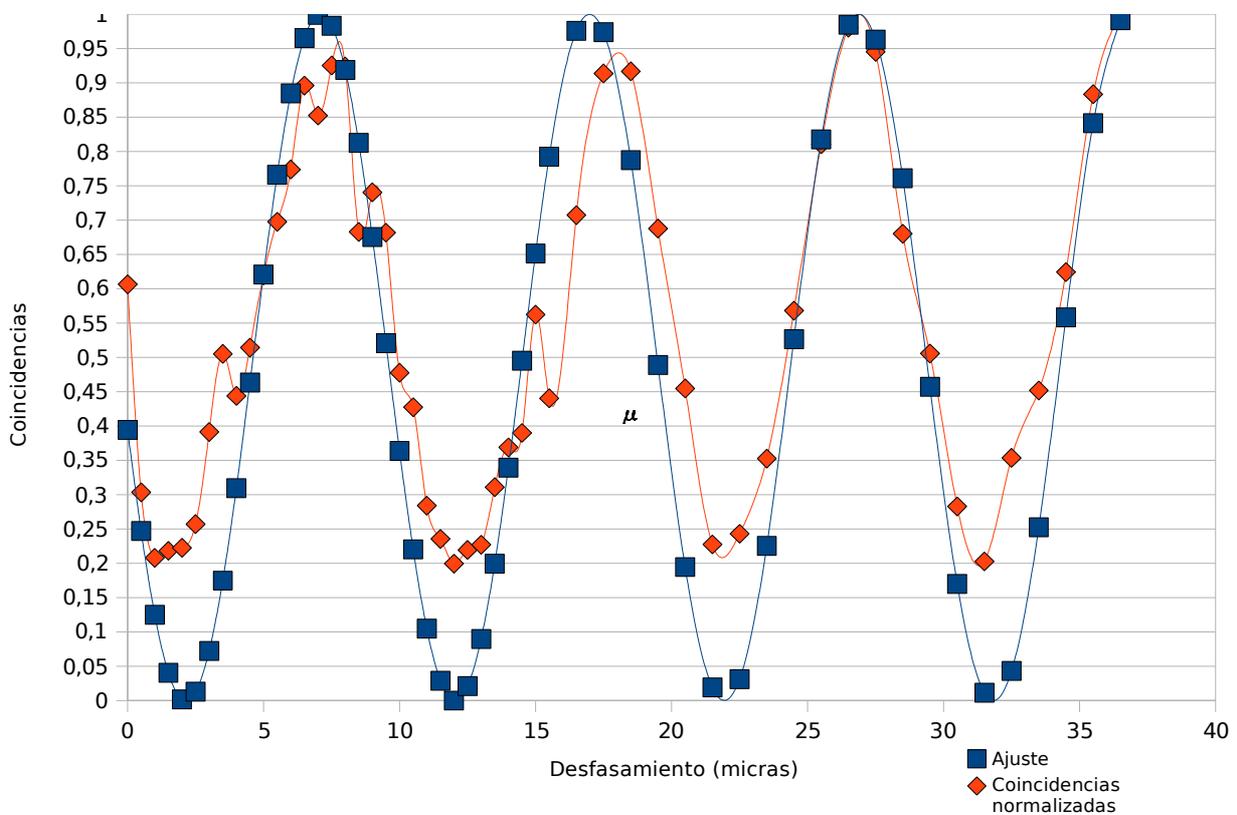
Esta vez se puede observar un comportamiento sinusoidal muy claro. Los dos primeros máximos en el número de coincidencias son muy similares (3573 y 3540, respectivamente), al igual que los 4 mínimos que aparecen en la gráfica (804, 771, 879 y 783). Sin embargo, los dos últimos

máximos aumentaron drásticamente (aunque conservando la tendencia armónica). Más aún, da la impresión de que el siguiente máximo en las coincidencias será aún mayor.

De acuerdo a la ecuación 2.4.29 (se usó esta ecuación y no la 2.4.27 sólo por comodidad), se hizo un ajuste de una función que sólo difiere por una fase dentro del argumento del coseno.

$$f(x) = \frac{1}{2}(1 + \cos(ax - b)) \quad \text{ec. 4.1}$$

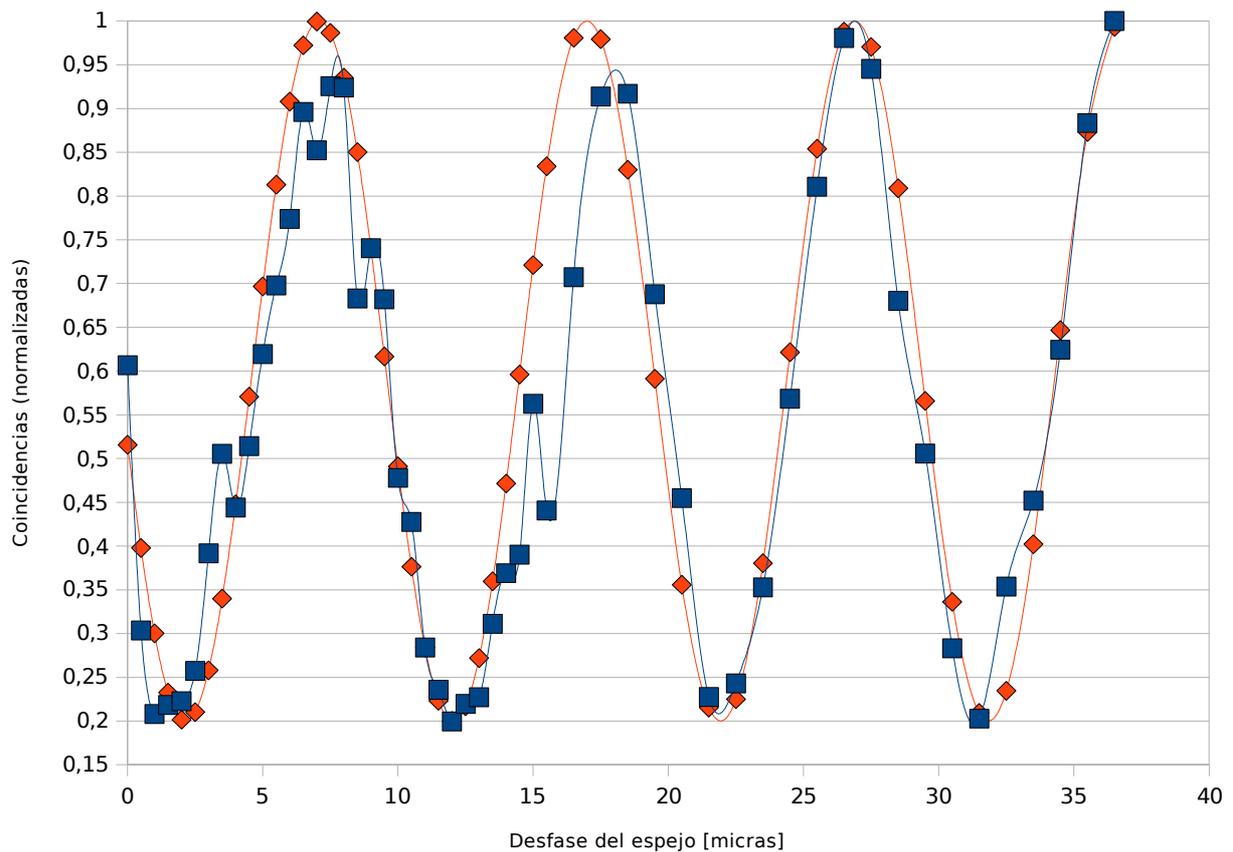
Donde  $x$  es el desfase entre los caminos ópticos del IMZ,  $a = 2\pi/9.9$  (pues el período de la Gráfica 4.2 es  $9.9 \mu\text{m}$ ), y  $b = 4.5$  es una fase para acoplar la función a la gráfica y hacer una mejor comparación. La siguiente gráfica presenta los datos de la Gráfica 4.2 pero normalizados; sobrepuesto también se presenta la **función** ajustada (ec. 4.1).



**Gráfica 4.3 Interferencia con fotones heraldos. Resultados del segundo experimento (normalizados) y función armónica ajustada. La visibilidad de la interferencia es del 80.03%**

A excepción del segundo pico de la gráfica, la función de la ec. 4.1 se ajusta muy bien. Los máximos y mínimos están casi sobre la misma línea vertical. Esto se debe a que la periodicidad de los mínimos en la gráfica roja es prácticamente constante:  $9.9 \mu\text{m}$ .

Si ahora ajustamos una función del tipo  $f(x) = (0.4(\sin(ax - b)) + 1) + c$  donde  $a$  y  $b$  son los parámetros mencionados arriba, entonces  $c$  corresponde a “1 menos la visibilidad de interferencia”, que en este caso es casi 20%. (Gráfica 4.4)



*Gráfica 4.4 Interferencia con fotones heraldos (cuadros azules). Ajuste (rombos rojos) hecho de acuerdo a la visibilidad.*

## 4.2 VALORACIÓN DE LOS RESULTADOS Y CONCLUSIONES

A partir de la Gráfica 4.3, se puede decir que el problema principal del primer experimento fue el IMZ; es decir, estaba mal alineado. La razón es que el cristal BBO sí estaba produciendo los pares de fotones infrarrojos pues se detectaron muchas coincidencias de fotones. Además, el número de coincidencias se mantuvo relativamente constante a pesar de ocasionar muchos desfases en los caminos ópticos del IMZ.

El segundo experimento mostró un comportamiento claramente armónico a lo largo de tres y media períodos. La periodicidad, uno de los puntos más importantes en una función armónica, es casi constante a lo largo toda la gráfica: aprox.  $9,9 \mu\text{ m}$ . El otro punto, la amplitud, comenzó a variar hacia los últimos datos. El experimento duró más del tiempo que se recomendó en la sección 3.5.2. En general, como se notó en este experimento y en otros realizados con el SPCM [9], cuando las fuentes llevaban más de 2 horas encendidas, parecían calentarse más de lo debido, lo que ocasiona fluctuaciones en el número de cuentas. Por otro parte, es muy probable que también en este caso los fotodiodos del SPCM también se calentaran, volviéndose más vulnerables a la detección de radiación termoiónica.

Las coincidencias que se obtuvieron en el primer resultado eran mucho más que las obtenidas en el segundo. Sin embargo, la visibilidad de la interferencia en el segundo resultado fue muy grande y clara. Tal vez el número de coincidencias bajó debido a un accidente en la montura del cristal BBO: la segunda vez que se montó, las pinzas con las se colocó el cristal rompieron una esquina del BBO. El área efectiva del cristal es de  $25 \text{ mm}^2$ , pero esta imperfección puede ser suficiente para alterar la dirección de los fotones infrarrojos en la conversión paramétrica descendente. En cualquier caso, el resultado fue evidente. El experimento que reporta P. Grangier *et al* [4] muestra interferencia con una visibilidad del 98%, pero la fuente que ellos usaron es de fotones individuales, no provenientes de una conversión paramétrica descendente. La visibilidad de la interferencia en este experimento es del 80,03%. Este número tal vez podría aumentar con dos métodos distintos:

- 1) El área efectiva en nuestros detectores es de un círculo de 0.5cm de diámetro (i.e.  $1.57 \text{ cm}^2$ ). Por otro lado, recordando las fotografías de la interferencia de luz blanca, hay varias franjas visibles en medio centímetro. Aún tomando en cuenta que las franjas usando otra longitud de onda cambian su separación y, por tanto, el número de franjas visibles en la misma área, podemos afirmar que hay más de una sola franja que está entrando al detector al mismo tiempo. Nuestro detector sólo nos dice el promedio de fotones que le llegan en su área efectiva, mas no la distribución de tales fotones. Así pues, a pesar de desfazar los caminos ópticos de forma que obtengamos un mínimo a la salida del IMZ, el detector “ve” las franjas de luz vecinas y también las cuenta. Por lo tanto, una forma en la que tal vez la visibilidad de la interferencia aumente, es colocando un iris a la entrada del detector para eliminar la posibilidad de “contar” franjas vecinas.
- 2) En el primer experimento prácticamente no se observaron oscilaciones en las coincidencias al desfazar los caminos ópticos del IMZ. Cuando se alineó con más cuidado el IMZ en el segundo experimento, aparecieron las oscilaciones que se buscaban. Por lo tanto, tal vez si se alinea el IMZ aún con más precisión, la visibilidad de la interferencia puede aumentar.

Desafortunadamente, aún realizando cuidadosamente estas dos opciones, es difícil aumentar la visibilidad de la interferencia y llegar al 100%. Eso se debe a que la fuente que se usa en este experimento no es una fuente perfecta de fotones individuales, sino de fotones que presentan una estadística poissoniana con un máximo en 1. Es decir, aún cuando corresponda un mínimo en una salida del IMZ, como habrá ocasiones en que se produzca más de un par simultáneo en la conversión paramétrica descendente, puede ser que al llegar al segundo BS haya al menos un fotón que tome el camino hacia el detector y sea contabilizado. Sin embargo, también recordemos que el orden de coincidencias que tenemos es de 1000 por segundo, lo que nos dice que, como una muy buena aproximación, los fotones llegan a los detectores muy separados unos de otros.

El IMZ es, sino la mejor, una de las mejores opciones para realizar interferencia con fuentes de muy pocos fotones a la vez (por ejemplo, fotones totalmente individuales). Sus principales ventajas son:

- El area efectiva de trabajo es muy grande, prácticamente del tamaño de la fuente (cuando ésta no rebasa el área de los espejos o los divisores de haz). Por ejemplo, una doble rendija casi no permite el paso de fotones, lo que se traduce en tiempos de adquisición de datos muy grandes.
- Los fotones recorren caminos independientes. De esta forma, sólo interactúan una vez. El caso del interferómetro de Michelson, los fotones van y regresan por el mismo camino. Esto produce otra interferencia que se transforma en pequeñas oscilaciones (máximos y mínimos) dentro de la principal.
- A pesar de que la alineación es de las más difíciles, una vez alineado es muy estable y confiable.

Definitivamente la alineación del IMZ es vital en este experimento. Lo más difícil es asegurar que el desfase entre caminos ópticos sea menor a  $50 \mu\text{m}$ . El método para la alineación propuesto en esta trabajo de tesis, resuelve este problema detalladamente. Existen métodos publicados en artículos [10] y en libros de texto [7], pero no resuelven los detalles importantes a los que se enfrenta un óptico experimental durante la construcción de un IMZ. Más aún, este método no requiere de rejillas de difracción ni espectrómetros para encontrar la interferencia de luz blanca. Estas ventajas, sumadas a su confiabilidad, convierten al método expuesto en esta tesis en una excelente opción para su uso desde la docencia en licenciatura hasta la investigación de punta en óptica y óptica cuántica experimental.

# APÉNDICE A: PROCESOS PARAMÉTRICOS ÓPTICOS

Los procesos paramétricos ópticos son aquellos en los que se conserva la energía y el momento cuando interactúan fotones en un medio no lineal. Por tal motivo, en estos procesos los estados inicial y final del medio son los mismos. Además, como consecuencia de esto y del principio de incertidumbre, en los procesos paramétricos los electrones pueden ocupar “niveles de energía virtuales” por períodos de tiempo del orden de  $\hbar/\Delta E$ , donde  $\Delta E$  es la diferencia de energía entre el nivel virtual y el nivel real más cercano o posible. En contra posición, en los procesos no-paramétricos, la población de electrones sólo se mueve de un nivel real a otro. Además, para describir los procesos paramétricos usamos simplemente susceptibilidades reales, mientras que para describir los no-paramétricos, es necesario usar susceptibilidades complejas.

A continuación se hace una breve descripción de los procesos paramétricos no lineales conocidos como Generación de Segundo Armónico, Generación por Suma de Frecuencias y Generación por Diferencia de Frecuencias

## A.1 GENERACIÓN DE SEGUNDO ARMÓNICO (GSA)

Primeramente, supongamos a un campo eléctrico debido a un rayo láser:

$$\tilde{E}(t) = E e^{-i\omega t} + E^* e^{i\omega t} \quad \text{ec. A1}$$

Ahora bien, si el rayo incide en un cristal para el cual la susceptibilidad de segundo orden no es cero, la polarización no lineal que es creada en el cristal será:

$$\tilde{P}^{(2)}(t) = \chi^{(2)} \tilde{E}^2(t) = 2\chi^{(2)} E E^* + (\chi^{(2)} E^2 e^{-2i\omega t} + \chi^{(2)} E^{*2} e^{2i\omega t}) \quad \text{ec. A2}$$

la cual, claramente, consiste de una contribución de frecuencia cero y una contribución a frecuencia  $2\omega$ .

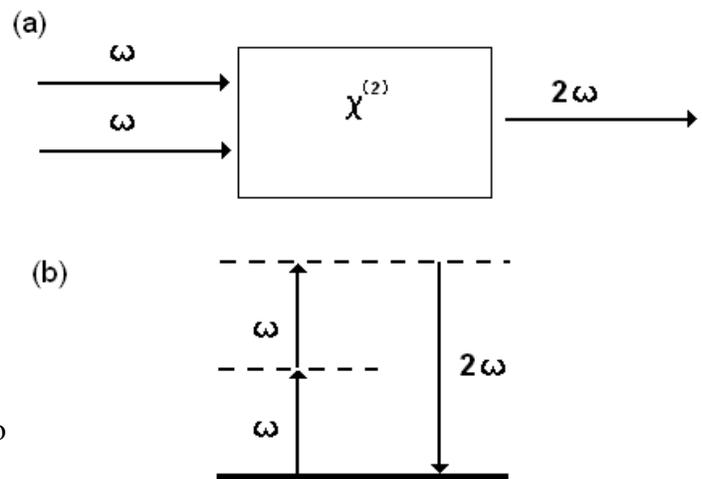
Por otro lado, la ecuación de onda en un medio no lineal es de la forma [9]:

$$\nabla^2 \bar{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \tilde{P}^{nl}}{\partial t^2} \quad \text{ec. A3}$$

donde  $\tilde{P}^{nl}$  es la polarización asociada con la respuesta no lineal.

Así pues, sustituyendo la ecuación A.2 en A.3, tenemos una generación de radiación a la frecuencia del segundo armónico  $2\omega$  (de acuerdo al segundo término de la ecuación A.2). Además, ya que el primer término de la ecuación A.2 no depende del tiempo, éste no genera radiación electromagnética; sin embargo, esta contribución de la polarización no lineal lleva a un proceso conocido como “rectificación óptica”, en la cual un campo eléctrico estático es creado dentro del cristal no lineal.

Para visualizar la generación del segundo armónico, consideremos la interacción en términos del intercambio de fotones entre las varias frecuencias que componen el campo (ver Figura A.1). Aquí, dos fotones de frecuencia  $\omega$  son destruidos y un fotón de frecuencia  $2\omega$  es creado simultáneamente en un solo proceso cuántico. Los niveles virtuales de energía alcanzados debido a cada uno de los fotones de frecuencia  $\omega$  (uno después de otro), no son niveles propios de la energía del átomo libre, sino que son resultado de la combinación de energía de uno de los eigenestados del átomo y uno o más fotones del campo de radiación.



**Figura A.1 (a) Geometría del segundo armónico. (b) Diagrama de niveles de energía en GSA.**

Una vez generado el fotón de frecuencia  $2\omega$ , su dirección de propagación se determina a partir de la conservación de momento; es decir, se debe cumplir que:

$$\vec{k}_{2\omega} = 2\vec{k}_{\omega} \quad \text{ec. A4}$$

Y recordando que  $|\vec{k}| = \frac{\omega n}{c}$ , podemos reescribir la ecuación A4 como:

$$n_{2\omega} = n_{\omega} \quad \text{ec. A5}$$

Es decir, la luz de frecuencia  $2\omega$  se debe propagar igualmente que la luz de bombeo dentro del material. Además, esto ocasiona que la componente de luz generada paralela al campo de bombeo, se propague en fase con el campo de bombeo. De no ser así, la interacción de los fotones dentro del medio puede transformarse en interferencia destructiva.

## A.2 GENERACIÓN POR SUMA DE FRECUENCIAS (GSF)

El proceso de Generación por Suma de Frecuencias es, esencialmente, muy parecido al de Generación de Segundo Armónico. La principal diferencia radica en que las dos ondas de entrada tienen frecuencias distintas (recordemos que en la Generación del Segundo Armónico las dos ondas incidentes son iguales). Podemos describir este proceso mediante la amplitud compleja de la polarización no-lineal correspondiente:

$$P(\omega_1 + \omega_2) = 2\chi^{(2)} E_1 E_2 \quad \text{ec. A6}$$

donde  $\chi^{(2)}$  es la susceptibilidad no lineal, y  $E_1$  y  $E_2$  son las componentes (de frecuencias distintas) del campo incidente al medio no-lineal. En este proceso, un átomo absorbe un fotón de frecuencia  $\omega_1$  y otro de frecuencia  $\omega_2$ , de forma que pasa a un nivel virtual de energía más alto (ver Figura A.2). Después de un tiempo dado por el principio de incertidumbre, el átomo decae mediante la emisión de un fotón de frecuencia  $\omega_3$ , tal que:

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 \quad \text{ec. A7}$$

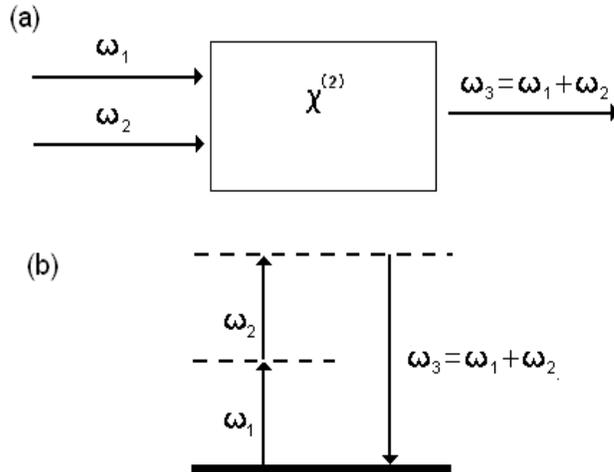


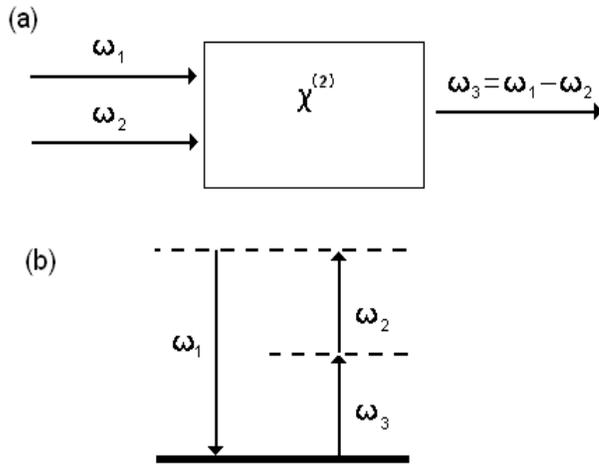
Figura A.2 (a) Geometría de la interacción.  
 (b) Diagrama de niveles de energía en GDF

### A.3 GENERACIÓN POR DIFERENCIA DE FRECUENCIAS (GDF)

Análogamente a la ecuación A6, este proceso es descrito por la polarización no-lineal de la forma:

$$P(\omega_1 - \omega_2) = 2\chi^{(2)} E_1 E_2^* \quad \text{ec. A8}$$

En este proceso, para que el fotón de frecuencia  $\omega_3$  sea creado, primero debe ser destruido (o absorbido) un fotón de frecuencia  $\omega_1$  y un fotón de la frecuencia de entrada menor  $\omega_2$  debe ser creado. En otras palabras, este último fotón ( $\omega_2$ ) es quien determina (o induce) la creación del fotón que se busca (el de frecuencia  $\omega_3$ ) (ver Figura A.3). Así pues, el campo de frecuencia menor ( $\omega_2$ ) es amplificado por el proceso. Por esta razón, el proceso de GDF también es conocido como Amplificación Paramétrica Óptica. De acuerdo a la descripción en niveles de energía, el átomo absorbe un fotón a frecuencia  $\omega_1$  saltando al nivel virtual más alto. Este nivel decae por el proceso de emisión de dos fotones que es estimulado por la presencia del campo de frecuencia  $\omega_2$ . Sin embargo, esta emisión de dos fotones puede ocurrir incluso si el campo de frecuencia  $\omega_2$  no es aplicado. En este caso, los campos generados son mucho más débiles, pues son creados por *emisión espontánea* de dos fotones de un nivel virtual. Este proceso es conocido como fluorescencia espontánea o *conversión espontánea paramétrica descendente*. (Ver Apéndice B).



**Figura A.2 (a) Geometría de la interacción.  
 (b) Diagrama de niveles de energía en GDF**

En el proceso de GDF, la presencia de radiación a las frecuencias  $\omega_2$  y  $\omega_3$  puede estimular la emisión de fotones adicionales a estas frecuencias. Ahora bien, si el cristal no-lineal usado en este proceso es colocado dentro de un resonador óptico, los campos a las frecuencias  $\omega_2$  y/o  $\omega_3$  pueden reforzarse y amplificarse. Este dispositivo se conoce como Oscilador Paramétrico Óptico.

# APÉNDICE B:

## SPDC, TIPO I

La conversión espontánea paramétrica descendente (SPDC por sus siglas en inglés) ocurre cuando un fotón de bombeo interactúa con un medio no-lineal y se divide (a través de una emisión espontánea) en dos fotones (señal y testigo) sujetos a las condiciones de conservación de energía y momento:

$$\omega_s + \omega_t = \omega_b \quad \text{y} \quad \vec{k}_s + \vec{k}_t = \vec{k}_b \quad \text{ec. B1}$$

donde los subíndices s, t y b se refieren a los fotones señal, testigo y bombeo, respectivamente. Las condiciones de acoplamiento de fase tipo I producen fotones señal y testigo con la misma polarización, la cual es ortogonal a la polarización del fotón de bombeo. El par de fotones señal y testigo producidos pueden caer en cualquier plano común con el rayo de fotones de bombeo. El conjunto de pares de fotones señal y testigo, todos con polarización opuesta al rayo de bombeo, forman conos concéntricos al rayo de bombeo con ángulos definidos de acuerdo a la división de energía del fotón de bombeo; es decir, la conservación de energía y momento definen los ángulos de cada par convertido. Para encontrar los ángulos de acoplamiento de fase  $\alpha$  y  $\beta$  para un par señal-testigo, recordaremos que, en general:

$$|\vec{k}_j| = \frac{\omega_j n(\omega_j)}{c} \quad \text{ec. B2}$$

Además, haremos la aproximación  $n_o(\omega_s) = n_o(\omega_b) = n_o(\omega_t)$ . Esta aproximación toma en cuenta el

caso degenerado de la GDF (Apéndice A), donde  $\omega_t = \omega_s$ , con lo que se obtendrá que los fotones convertidos tendrán una frecuencia igual a la mitad de la frecuencia de bombeo:  $\omega_t = \omega_s = \frac{1}{2} \omega_b$ . Por último, suponiendo que en el material donde incide la luz no hay dispersión ni absorción, el índice de refracción ordinario es independiente de la frecuencia.

A partir de la ecuación B1 podemos obtener las ecuaciones correspondientes de momento en las componentes  $x$  y  $y$ :

$$\vec{k}_{sx} + \vec{k}_{tx} = \vec{k}_{bx} \quad \text{y} \quad \vec{k}_{sy} + \vec{k}_{ty} = \vec{k}_{by} \quad \text{ec. B3}$$

Por otro lado, de la Figura B1 vemos que:

$$k_{sx} = |\vec{k}_s| \cos \alpha; \quad k_{tx} = |\vec{k}_t| \cos \beta; \quad k_{sy} = |\vec{k}_s| \sin \alpha; \quad k_{ty} = |\vec{k}_t| \sin \beta \quad \text{ec. B4}$$

Entonces, sustituyendo las ecuaciones B4 en B3, tenemos que:

$$|\vec{k}_s| \sin \alpha + |\vec{k}_t| \sin \beta = k_{by} \quad \text{y} \quad |\vec{k}_s| \cos \alpha + |\vec{k}_t| \cos \beta = k_{bx} \quad \text{ec. B5}$$

Pero, por conservación de momento en la dirección  $y$  del fotón de bombeo,  $k_{by} = 0$ ; además, por la ecuación B2 podemos escribir las ecuaciones B5 como:

$$\frac{\omega_s n_o(\omega_s)}{c} \sin \alpha + \frac{\omega_t n_o(\omega_t)}{c} \sin \beta = 0 \quad \text{ec. B6}$$

$$\frac{\omega_s n_o(\omega_s)}{c} \cos \alpha + \frac{\omega_t n_o(\omega_t)}{c} \cos \beta = k_{bx} = \frac{\omega_b n_e(\omega_b, \theta)}{c} \quad \text{ec. B7}$$

Es decir, las ecuaciones B6 y B7 representan un sistema de dos ecuaciones con  $\alpha$  y  $\beta$  como incógnitas.

Por otro lado, la polarización de bombeo que provoca la conversión es paralela al eje óptico del material no-lineal, ocasionando que sufra una refracción extraordinaria; consecuentemente, los fotones convertidos (o creados) salen con una polarización ortogonal a la de bombeo y al eje óptico, por lo que estos se refractan de acuerdo al índice de refracción ordinario. Además, la suposición de la degeneración y la de la igualdad de los índices de refracción ordinarios, para todas las frecuencias involucradas, transforma la ecuación B6 en:

$$\frac{\frac{1}{2} \omega_b n_o(\frac{1}{2} \omega_b)}{c} \sin \alpha + \frac{\frac{1}{2} \omega_b n_o(\frac{1}{2} \omega_b)}{c} \sin \beta = 0$$

ecuación que se puede simplificar como:

$$\text{sen } \alpha = -\text{sen } \beta \quad \Rightarrow \quad \alpha = -\beta \quad \text{ec. B8}$$

Sustituyendo esta relación en la ecuación B7 encontramos que:

$$\frac{\frac{1}{2} \omega_b n_o(\frac{1}{2} \omega_b)}{c} \cos \alpha + \frac{\frac{1}{2} \omega_b n_o(\frac{1}{2} \omega_b)}{c} \cos \alpha = \frac{\omega_b n_e(\omega_b, \theta)}{c}$$

Simplificando obtenemos que:

$$\cos \alpha = \frac{n_e(\omega_b, \theta)}{n_o(\frac{1}{2} \omega_b)} \quad \Rightarrow \quad \frac{\sec \alpha}{n_o(\frac{1}{2} \omega_b)} = \frac{1}{n_e(\omega_b, \theta)} \quad \text{ec. B9}$$

Por otro lado, el índice de refracción  $n_e(\omega_b, \theta)$  que sufre el rayo de fotones de bombeo, depende del ángulo que éste haga con el eje óptico del cristal. Este índice de refracción se deduce a partir de la birrefringencia del material [9] y está dada por la siguiente ecuación:

$$\frac{\text{sen}^2 \theta}{n_e^2} + \frac{\text{cos}^2 \theta}{n_o^2} = \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{n^2(\theta)} \quad \text{ec. B10}$$

Finalmente, al sustituir la ecuación B9 en B10, llegamos a que:

$$\frac{\text{sen}^2 \theta}{n_e^2(\omega_b)} + \frac{\text{cos}^2 \theta}{n_o^2(\omega_b)} = \frac{1}{n_e^2(\omega_b, \theta)} = \frac{\sec^2 \alpha}{n_o^2(\frac{1}{2} \omega_b)} \quad \text{ec. B11}$$

Cabe mencionar que, dados los índices de refracción y el ángulo de corte del cristal, la ecuación B11 puede ser resuelta explícitamente.

# APÉNDICE C:

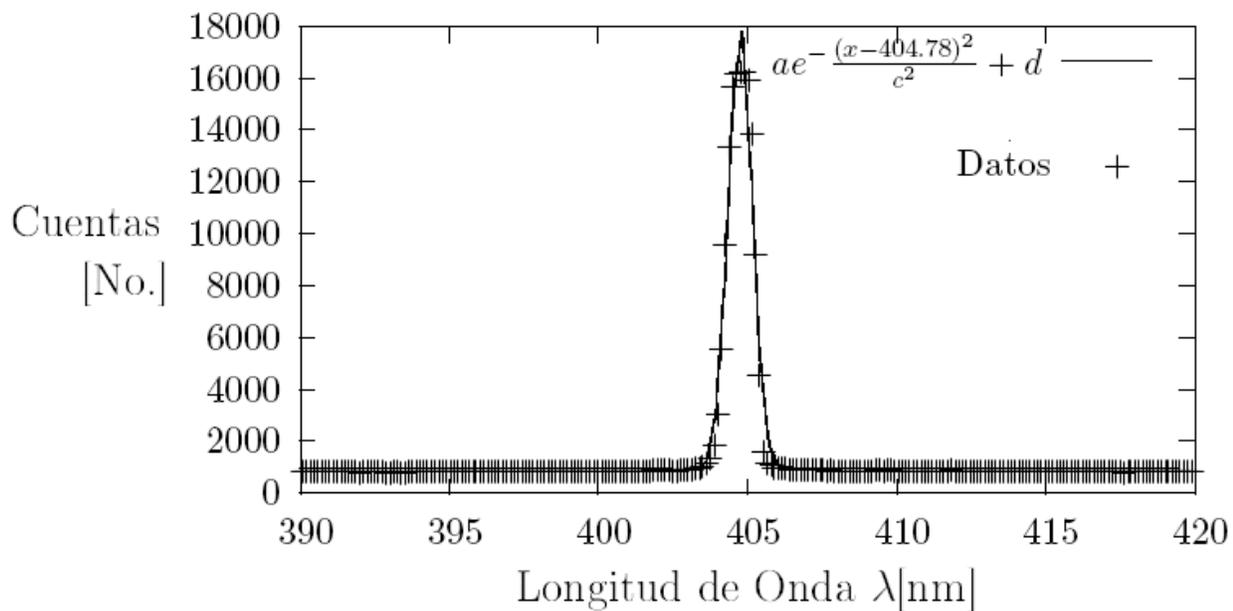
## CARACTERÍSTICAS ESPECÍFICAS DEL MATERIAL USADO

<i>Material</i>	<i>Modelo</i>	<i>Especificaciones</i>
Láser de diodo violeta	B&M Tek inc. Modelo BWB-405-20E/55872	$\lambda = 404.78 \text{ nm}$ Polarización horizontal. Potencia: 25mW Ancho de banda: 1.2nm El spot del láser es un óvalo vertical de aproximadamente 2mm x 1mm. (*)
Mesa elevadora estable	NRS, mod. 280	
Mesa óptica pequeña	Newport (sin mod.)	1m x 1m
Láser bicolor	Melles Griot	Láser de HeNe. Potencia de: 15mW. $\lambda_1 = 593.6 \text{ nm}$ y $\lambda_2 = 604.3 \text{ nm}$ .
Vidrio esmerilado	(sin marca)	
Soporte universal		Con pinza de 3 dedos

Espejos planos de alta reflectividad en IF cercano	Newport, modelo MGM2	Cada espejo cuenta con una montura que permite movimiento de giro en 2 dimensiones.
Cubos divisores de haz no polarizantes	Edmund Optics	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Diseñados para longitudes de onda de 780 a 1080nm (infrarrojo cercano).</li> <li>- Transmitancia: <math>45\% \pm 5\%</math>.</li> <li>- Reflectancia: <math>45\% \pm 5\%</math>.</li> <li>- Absorción: <math>&lt; 10\%</math></li> <li>- Polarización: <math>&lt; 6\%</math></li> <li>- Incertidumbre de ángulo: <math>\pm 2</math> min arc.</li> </ul>
Plataformas planas	Newport, modelo MP100-P	Con libertad de giro fino en dos dimensiones
Desplazadores micrométricos		
Iris	(sin marca)	Con montura para fijar en una mesa óptica
Vernier		
Lámpara fluorescente		
Led blanco	Steren	Led de 5V
Foco de filamento		Foco de 75W
Espejo plano vertical simple	Edmund Scientific, modelo 2810	La montura del espejo permite giro de precisión en 2 ejes.
Periscopio	Oriel Stratfor, mod 12401	Montura de espejos independientes. La inclinación de los espejos puede ser ajustados con tornillos de precisión.
Base rotatoria	Newport, MRSP-2	La graduación mínima es de $2^\circ$
Cristal BBO	PHOTOP, Prisma BBO	<p>5x5mm de área activa</p> <p>2mm de espesor</p> <p>Para conversión de 405 a 810 nm, con recubrimiento P</p>
Porta-postes	Newport Modelo MVPH-2 y MVPH-3	
Postes	Newport (sin Mod.)	
Soporte para monturas	Newport, M-360-90	

laterales		
Base rotatoria	Newport, BUP-2	
Monturas para lente con cabeceo ajustable	Newport (sin Mod.)	
Anillo metálico para lente acopladora	(sin marca)	Este anillo fue diseñado especialmente para estas lentes y fue construido en un torno particular.
Lentes acopladoras	ThorLabs mod. F220FC-B, f=11mm, 600-1050nm	Diámetro: 5mm
Filtros infrarrojos	Thin Film Imaging Technologies, 810-10 7213	Diámetro: 7mm
Fibra óptica		Fibra Multimodo con conectores FC-FC; 62.5/125 $\mu$ m.
Piezas fijadoras metálicas		Adaptadas con orificios para tornillos. Éstas fueron usadas como topes.
Fotodiodos de avalancha (Tarjeta SPCM)	Perkin – Elmer mod. SPCM-AQ4C	Eficiencia cuántica de la tarjeta para 810 nm: 60%
Nivel con láser	Steren	Con montura para tripie.
Fuentes de alto voltaje y corriente		
Contador de fotones	Stanford Research Systems, SR 400	Dos canales de conteo. Impedancia de los canales: 50 $\Omega$
Generador de funciones arbitrarias	Sony Tektronix, AFG 320	Dos canales de salida.
Cables coaxiales		Distintas longitudes para lograr diferentes retrasos.
Prensa en C		Prensa pequeña ajustable.

(\*) Caracterización del láser de diodo. El pico de la longitud de onda está en  $404.78 \pm 0.02 \text{ nm}$ . El ancho de banda es de apenas  $1.2 \text{ nm}$ . El ajuste de la gráfica se realizó con el software libre gnuplot.



*Gráfica C1. Caracterización del láser violeta.*

# APÉNDICE D: CÁLCULO PARA EL DESFAZAMIENTO FINO

Para mover un desplazador micrométrico comúnmente se usa un tornillo micrométrico adaptado. La mayoría de estos tornillos (en particular, los que se usaron en el trabajo de esta tesis) tienen una graduación mínima de  $10\ \mu\text{m}$ . Por otro lado, el desfase de caminos ópticos dentro del IMZ usado en este experimento, requiere ser en pasos menores a  $10\ \mu\text{m}$ , pues la periodicidad de los máximos y mínimos es del mismo orden de magnitud.

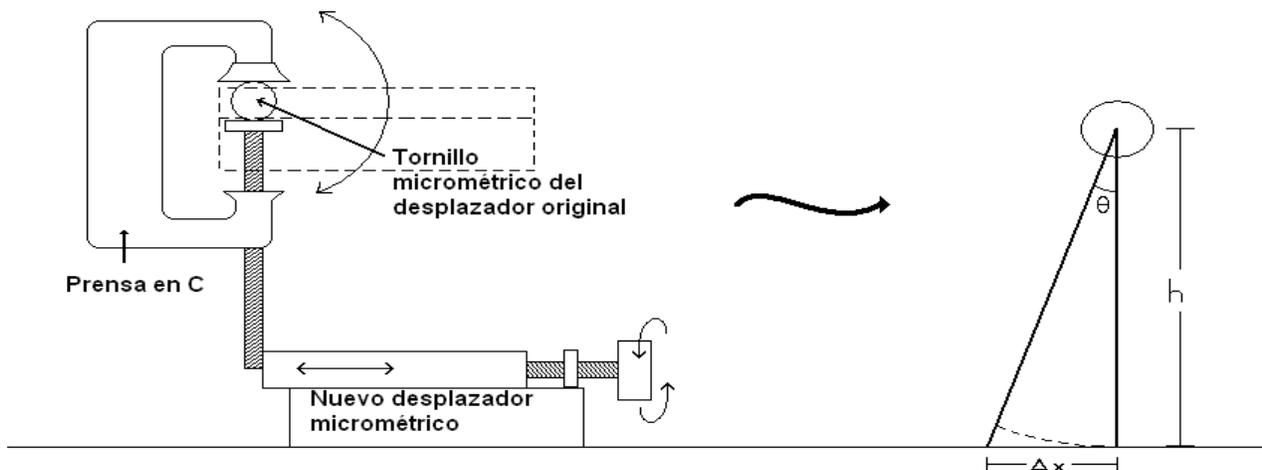


Figura D1. Esquema de palanca adaptada al tornillo micrométrico.

Como solución a este problema, se adaptó un sistema al desplazador micrométrico que ocasiona tal desfaseamiento de caminos ópticos. El objetivo en concreto era, simplemente, lograr mover el tornillo micrométrico más lenta y controladamente. Así pues, se colocó una “palanca” fija al tornillo micrométrico del desplazador, de forma que, controlando esta palanca mecánicamente, se pudo controlar el movimiento de nuestro desplazador micrométrico con mayor fineza. (Figura D1).

La palanca que se fijó al tornillo micrométrico fue una palanca en C. De esta forma, podíamos fijar nuestra palanca en una posición arbitraria inicial sin restricciones. La Figura D1 (derecha) muestra el problema analítico a resolver:  $\theta$  es el ángulo que se mueve el tornillo micrométrico,  $h$  es la longitud de la palanca ( $h=4.7\text{cm}$ ), y  $\Delta x$  es el desplazamiento (controlado con el segundo desplazador micrométrico) que se debe hacer para lograr un giro de  $\theta$  en el tornillo micrométrico. Tales parámetros están relacionados de la siguiente manera:

$$\tan \theta = \frac{\Delta x}{h} \quad \text{ec. D1}$$

El parámetro que se puede controlar es  $\Delta x$ , por lo que la ecuación D1 se transforma en una función de  $\theta$ , es decir,  $\Delta x(\theta)$ :

$$\Delta x = h \tan \theta \quad \text{ec. D2}$$

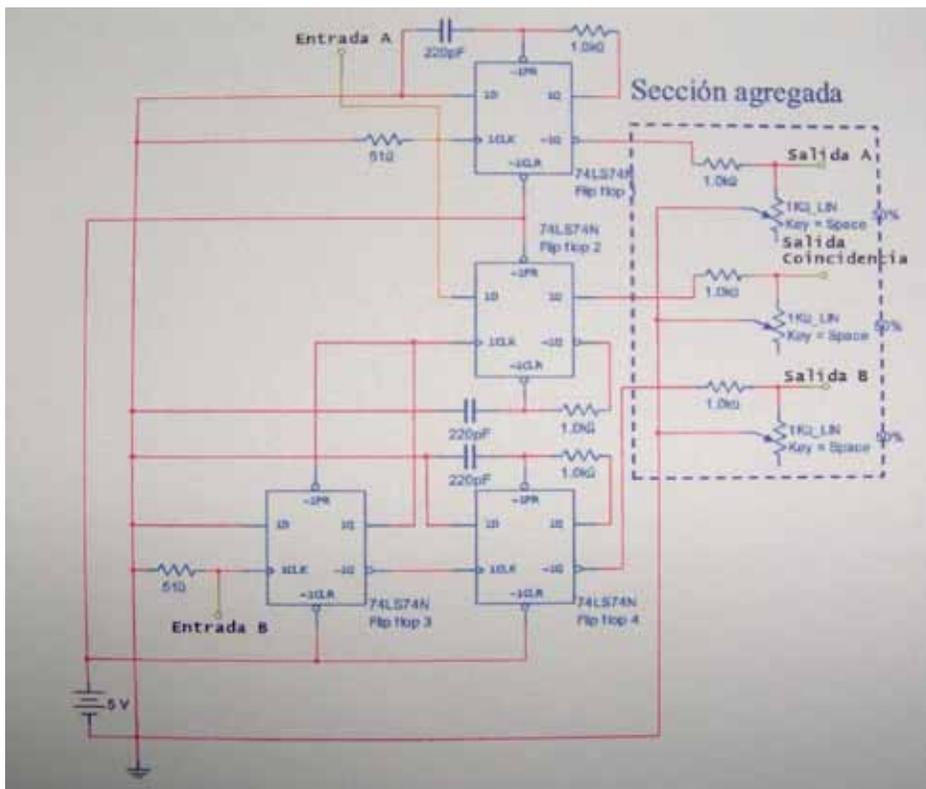
Por otro lado, para obtener la relación que hay entre el ángulo que se gira el tornillo micrométrico y el desplazamiento final, tenemos que un giro completo del tornillo ( $360^\circ$ ) equivale a  $50 \mu\text{m}$  de desplazamiento final. Dado que esta relación es lineal, obtenemos que para dar pasos de  $0.5 \mu\text{m}$ , el tornillo debe ser girado  $0.36^\circ$ . Finalmente, de acuerdo a la ecuación D2, para lograr tales pasos, se hizo una tabla de las posiciones  $x$  a las que se debe colocar el segundo desplazador micrométrico. Por ejemplo, para lograr el primer giro de  $0.36^\circ$ , el cálculo fue el siguiente:

$$\Delta x = h \tan \theta = 4.7\text{cm} \tan (0.36^\circ) = 0.0295\text{cm} = 29.5 \mu\text{m}$$

Es decir, se debe mover el segundo desplazador micrométrico  $29.5 \mu\text{m}$  para hacer un paso de  $0.5 \mu\text{m}$  en el primero desplazador micrométrico, i.e. en el desfaseamiento entre los caminos ópticos del IMZ. Para el segundo giro de  $0.36^\circ$ , se hace el mismo cálculo para  $\theta = 0.72^\circ$  y análogamente para los cálculos siguientes. La tabla con tales resultados no se muestra en este apéndice porque carece de importancia, pues el “cero” de las posiciones de los tornillos micrométricos fue totalmente arbitraria.

# APÉNDICE E:

## CIRCUITO DE COINCIDENCIAS



Entradas				Salidas	
PR	CLR	CLK	D	$Q$	$\bar{Q}$
L	H	x	x	H	L
H	L	x	x	L	H
L	L	x	x	H	H
H	$\uparrow H$		H	H	L
H	$\uparrow H$		L	L	H
H	H	L	x	$Q_0$	$\bar{Q}_0$

Tabla E.1 Tabla de verdad del circuito

Figura E.1 Diagrama esquemático del circuito de coincidencias.

Los flip-flops 1. y 4 simplemente retransmiten un pulso recibido en CLK a  $\bar{Q}$ . La duración del pulso desde  $\bar{Q}$  depende de la constante de tiempo determinada por la combinación RC entre

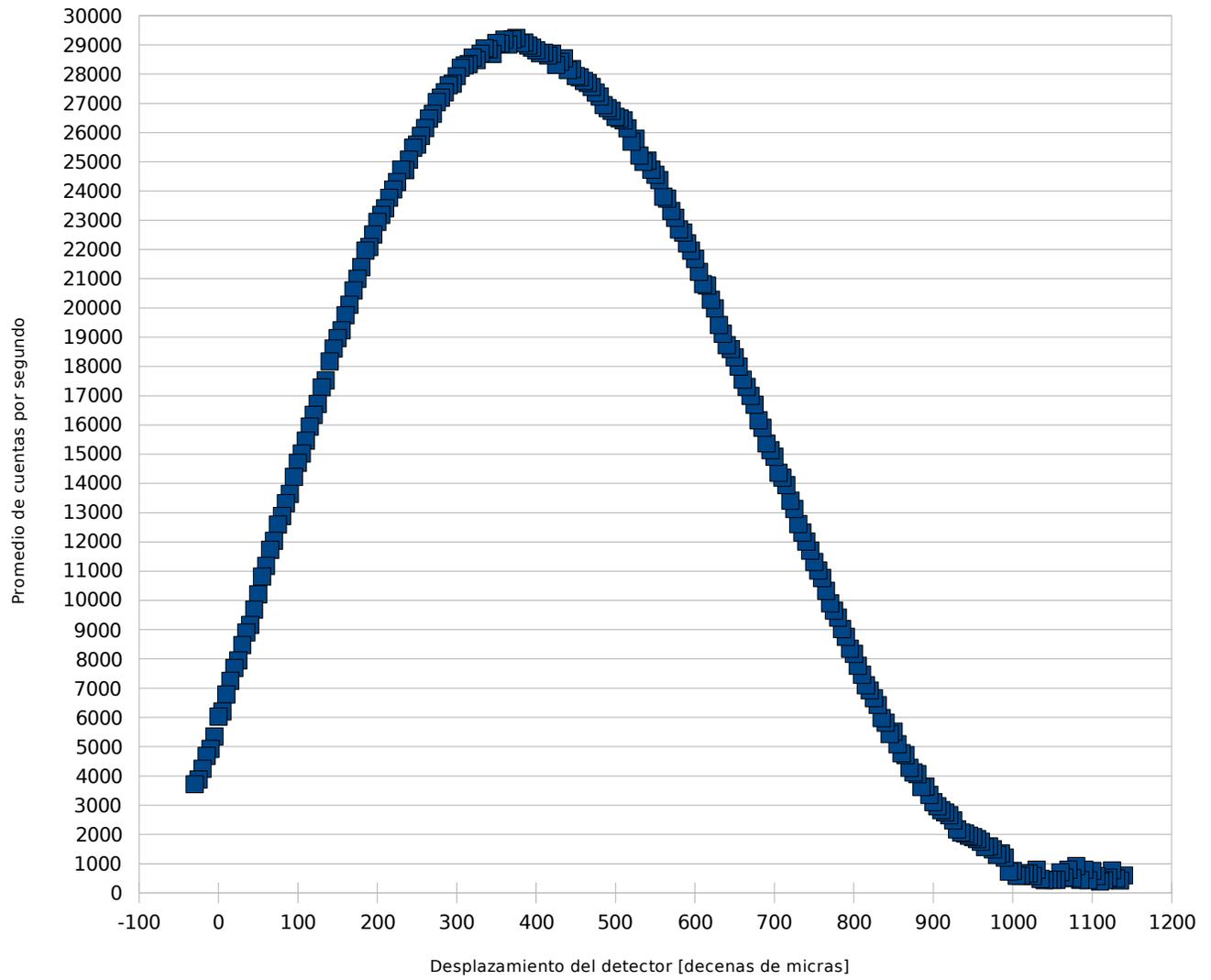
$Q$  y PR (control preset), que para el capacitor y resistor escogidos es de  $(1k\Omega)(220pF) = 220ns$ . El flip-flop 3 retrasa la señal de la entrada B por un tiempo que va de 6.5ns a 19.5ns (según las especificaciones de fábrica), el tiempo para que el flip-flop se reajuste (reset). En el caso de una señal coincidente, la señal de la entrada A coloca a D (información de entrada) en el flip-flop2 en H (nivel alto) antes de que la subida del pulso retrasado en B active el circuito. La combinación RC del flip-flop 2 determina la longitud de la señal de coincidencia. La detección de coincidencia sólo ocurre si A está en H, de forma que la ventana de coincidencia para los pulsos de 25 ns es de 25 ns.

# APÉNDICE F:

## DIÁMETRO DEL HAZ DE FOTONES CONVERTIDOS

Además de conocer el ángulo al que teóricamente se encuentran los fotones provenientes de la conversión espontánea paramétrica descendente (Sección 3.3), es importante conocer el ancho o diámetro del haz que forman estos fotones en uno de los brazos del cono; es decir, el ancho del cono. Para medirlo se montó un detector sobre un desplazador micrométrico. Primero se comprobó que el detector llegara a su máximo ( $29163 \pm 245$  cuentas por segundo) de cuentas dentro de la carrera del desplazador para poder tomar cuentas de los fotones adelante y atrás de este máximo. Los pasos de desplazamiento del detector (perpendicularmente al haz infrarrojo) fueron de  $10 \mu\text{m}$ , y se tomaron 10 mediciones por cada paso. Finalmente, se hizo una gráfica del número de cuentas versus el desplazamiento del detector. (Gráfica F1)

De acuerdo a la Gráfica F1, el ancho del cono infrarrojo es de  $4.10 \text{ mm}$  si se supone a la curva como una gaussiana, pues, y muy importante, se puede apreciar una clara simetría en la forma de la gráfica. El máximo de cuentas fue  $29240 \pm 246$  en un segundo.



**Gráfica F1. Ancho del cono infrarrojo. (4.1 mm). Máximo de cuentas:  $29240 \pm 246$**

# BIBLIOGRAFÍA

- [1] Hanbury Brown, R. and Twiss, R.Q., *Correlations between photons in two coherent beams of light*, Nature, 1956.
- [2] Taylor, G. I., *Interference fringes with feeble light*, Trinity College, Cambridge, Reino Unido, 1909.
- [3] Steffen Rath, *The Hanbury Brown-Twiss and related experiments*, taken from a talk for the seminar on quantum optics by Prof. Immanuel Bloch, University of Mainz, 2004.
- [4] Grangier P., G Roger and A. Aspect, *Experimental evidence for a Photon Anticorrelation effect on a beam splitter: a new light on single-photon interference*, Europhysics, Lett., 1(4), pp. 173-179, 1986.
- [5] Wikipedia, The Free Enciclopedia, [http://en.wikipedia.org/wiki/Beta\\_barium\\_borate](http://en.wikipedia.org/wiki/Beta_barium_borate)
- [6] Kato, K., "Second-harmonic generation to 2048 Å in  $\beta$ -BaB<sub>2</sub>O<sub>4</sub>". *IEEE Journal of Quantum Electronics* **22**: 1013--1014, 1986.
- [7] Hecht, Eugen, *Optics*, Adelphi University, 4ª edición, 2002.
- [8] Gerry, Christopher and Peter Knight, *Introductory Quantum Optics*, Cambridge University press, 2005.
- [9] Barrios Barocio, Érick, *Prueba experimental de la Desigualdad de Bell*, Universidad Nacional Autónoma de México, Fac. de Ciencias, Febrero 2008.

- [10] E. J. Galvez, C. H. Holbrow, M. J. Pysher, J. W. Martin, N. Courtemanche, L. Heilig, and J. Spencer, *Interference with correlated photons: Five quantum mechanics experiments for undergraduates*, American Journal of Physics **73**, 127-140 (2004).
- [11] Beiser, Arthur, *Concepts of Modern Physics*, McGraw-Hill Higher Education, 6ª edición, 2003.
- [12] Hanbury Brown, R., Twiss, R. Q., Phil.Mag., 45, 663 (1954).
- [13] De Icaza Astiz, Yannick A., *Análisis de coincidencias de fotones correlacionados*, Universidad Nacional Autónoma de México, Fac. de Ciencias, Agosto 2007.