



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**REVISIÓN DE UN REQUISITO ADICIONAL PARA
EL DISEÑO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A
TORSIÓN**

T E S I S

**PARA OBTENER LA LICENCIATURA EN:
INGENIERÍA CIVIL
ESTRUCTURAS**

PRESENTA:

ISAAC FELIPE LIMA CASTILLO

DIRECTOR DE TESIS:

DR. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ

MÉXICO D.F. ABRIL DE 2008





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
LICENCIATURA EN INGENIERÍA**

**REVISIÓN DE UN REQUISITO ADICIONAL
PARA EL DISEÑO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A TORSIÓN**

TESIS PARA OBTENER LA LICENCIATURA EN INGENIERÍA CIVIL
ESTRUCTURAS
PRESENTA
ISAAC FELIPE LIMA CASTILLO

DIRECTOR DE TESIS: DR. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ

MÉXICO D.F., ABRIL DE 2008

Agradecimientos

A mi padre Manuel Humberto Lima M.†
a quien siempre llevo en mi corazón.
Gracias por enseñarme a ser constante
para alcanzar todas mis metas.
Siempre te extraño.

A mi mamá, Ma. del Carmen Castillo M. De
quien he recibido una gran cantidad de cariño,
este extraordinario sentimiento me ha servido
para que todos los días supere los momentos
difíciles.

A mis hermanos, Manuel, Flor, Yuri e
Iliana, por estar siempre conmigo y
brindarme su amistad incondicional.

A mis sobrinos Mario, Adrian, Alonso,
Yuri y Emiliano, por ser combativos y
entusiastas en todos sus retos.

A Su Young Park, la mujer con quien
descubrí el sentimiento más noble del mudo.

Al Dr Escobar, por enseñarnos dentro
y fuera de las aulas que la tenacidad
tiene su recompensa.

A la UNAM de quien aprendí que:
“Por mi raza hablará el espíritu”

A mis profesores que me brindaron los conocimientos
necesarios para cumplir mi compromiso profesional con
la sociedad.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

CAPÍTULO 1. CAUSAS Y EFECTOS DE LOS SISMOS

1.1. LOS SISMOS	2
1.1.1. Causas de los sismos	2
1.2. LAS ONDAS SÍSMICAS	3
1.3. INTENSIDAD Y MAGNITUD DE LOS SISMOS	4
1.4. LOS SISMOS EN MÉXICO	5
1.4.1. En la zona norte de México.....	6
1.4.2. En la zona centro de México.....	6
1.4.3. En la zona sur de México.....	6
1.5. REGIONES SÍSMICAS EN MÉXICO	6
1.6. COMPORTAMIENTO INELÁSTICO	7
1.6.1. Comportamiento inelástico por geometría.....	7
1.6.2. Comportamiento inelástico por los materiales.....	8
1.7. EFECTOS DE LOS SISMOS EN LAS ESTRUCTURAS.....	8
1.7.1. Respuesta de las estructuras.....	8
1.8. TERREMOTO DEL 19 DE SEPTIEMBRE DE 1985 EN MÉXICO	9

CAPÍTULO 2. DISEÑO POR TORSIÓN SÍSMICA

2.1. LA TORSIÓN EN EDIFICIOS	10
2.1.1. Comportamiento de una estructura con efectos de torsión en el intervalo elástico ...	10
2.1.2. La torsión en estructuras debido al comportamiento inelástico	10
2.1.3. La torsión en estructuras especiales	10
2.2. MODELOS SIMPLIFICADOS	11
2.3. MODELOS TRIDIMENSIONALES	11
2.4. ANÁLISIS SÍSMICO SEGÚN LAS NTCDS DEL RCDF	11
2.4.1. Predimensionamiento.....	11
2.4.2. Selección del tipo de análisis	12
2.4.2.1. <i>Método simplificado de análisis</i>	12
2.4.2.2. <i>Análisis dinámico</i>	12
2.4.3. ANÁLISIS SÍSMICO ESTÁTICO	12
2.4.3.1. <i>El coeficiente sísmico c</i>	12
2.4.3.2. <i>Factor de comportamiento sísmico Q</i>	13
2.4.4. Revisión de desplazamientos laterales	13
2.4.5. Revisión de las fuerzas sísmicas	13
2.4.6. Condiciones de regularidad	13
2.4.7. Efectos de torsión	13
2.4.8. Combinación de fuerzas.....	15
2.5. REQUISITO ADICIONAL DE DESPLAZAMIENTOS	15
2.5.1 Revisión del requisito	16
2.6. ANÁLISIS INELÁSTICO.....	17
2.6.1. Demanda de ductilidad.....	17

CAPÍTULO 3. PROPUESTA DE ANÁLISIS POR TORSIÓN SÍSMICA

3.1.	DESCRIPCIÓN DEL MODELO ESTUDIADO.....	18
3.2.	ANÁLISIS ELÁSTICO.....	19
3.2.1.	Análisis estático equivalente.....	19
3.2.2.	Revisión de desplazamientos laterales.....	19
3.2.3.	Diseño por torsión utilizando el Procedimiento Simplificado de Diseño.....	19
3.3.	CÁLCULO DEL ÁNGULO DE TORSIÓN.....	23
3.3.1.	Fundamento teórico.....	24
3.4.	ANÁLISIS INELÁSTICO.....	25
3.4.1.	Ecuaciones de movimiento.....	26
3.4.2.	Programa DYNDIR.....	27

CAPÍTULO 4. RESULTADOS

4.1.	ANÁLISIS ESTÁTICO EQUIVALENTE.....	29
4.2.	REDUCCIÓN DE LAS FUERZAS SÍSMICAS ESTIMANDO EL PERIODO FUNDAMENTAL DE LA ESTRUCTURA.....	29
4.3.	REVISIÓN DE DESPLAZAMIENTOS LATERALES.....	30
4.4.	REVISIÓN DEL REQUISITO ADICIONAL DE DESPLAZAMIENTOS.....	31
4.5.	ANÁLISIS POR TORSIÓN UTILIZANDO EL PROCEDIMIENTO SIMPLIFICADO DE DISEÑO.....	34
4.6.	CÁLCULO DEL ÁNGULO DE TORSIÓN.....	39
4.7.	ANÁLISIS INELÁSTICO.....	42
4.8.	ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	47

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1.	CONCLUSIONES.....	48
5.2.	RECOMENDACIONES.....	49

REFERENCIAS

INTRODUCCIÓN

En este trabajo se buscan nuevos caminos para ayudar a los ingenieros a mejorar el diseño y análisis de estructuras. Se propone un nuevo requisito para estimar si una estructura tiene problemas de torsión, aplicando el Procedimiento simplificado de diseño PSD, y encontrar las ventajas que pueden existir al utilizar el análisis no lineal.

CAPÍTULO 1

CAUSAS Y EFECTOS DE LOS SISMOS

1.1. LOS SISMOS

La corteza terrestre experimenta movimientos imperceptibles, trepidatorios u oscilatorios. Cuando estos movimientos son más intensos, empiezan a sentirse y se observan sus efectos en las construcciones.

Los sismos se clasifican en:

- a) microsismos, cuando son imperceptibles
- b) macrosismos, cuando son percibidos por el hombre causando daños en estructuras
- c) megasismos, cuando son tan violentos que pueden producir la destrucción de edificios, la ruina de ciudades enteras y gran número de víctimas, (SSN 1990).

Los macrosismos y megasismos son los conocidos con el nombre de terremotos, (SSN 1990).

1.1.1. Causas de los sismos

La corteza terrestre está formada por placas tectónicas del tamaño de continentes. Estas placas tienden a empujarse o a meterse unas dentro de otras de manera muy lenta, a veces sólo algunos milímetros por año. Sin embargo, cuando se rompen de manera abrupta, generan terremotos, que son la respuesta, en forma de ondas sísmicas ante un movimiento brusco de las placas tectónicas.

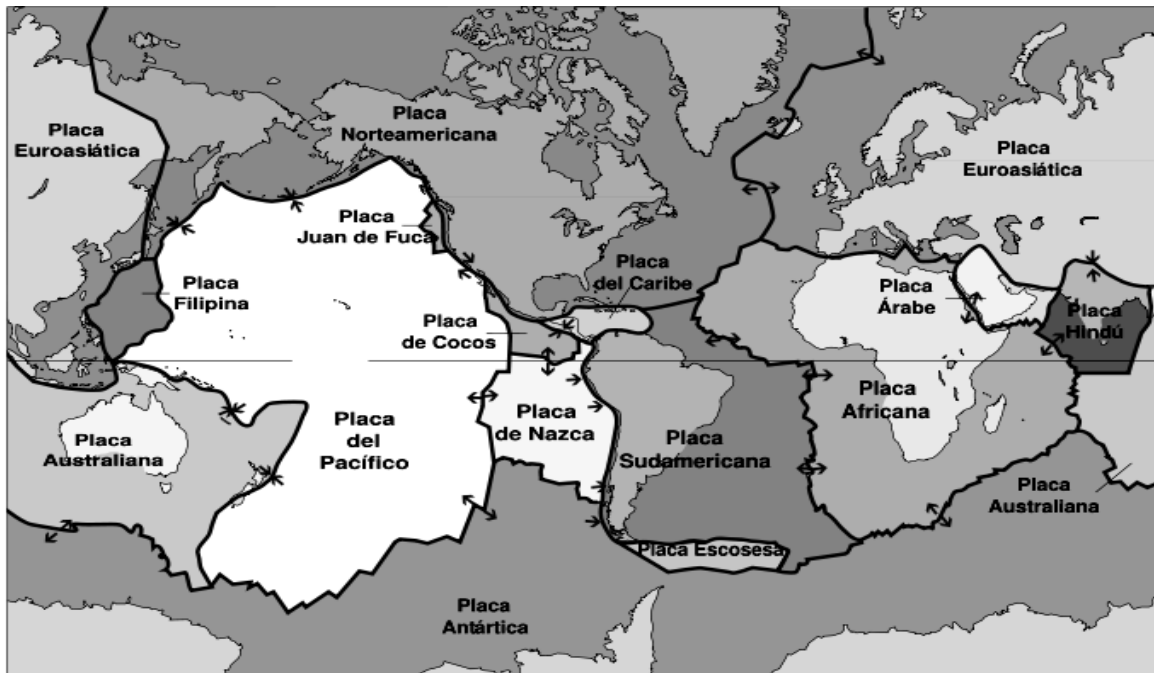


Figura 1.1. Placas tectónicas

([http:// Placa tectónica - Wikipedia, la enciclopedia libre](http://Placa tectónica - Wikipedia, la enciclopedia libre))

1.2. LAS ONDAS SÍSMICAS

El lugar donde se genera el choque de las placas tectónicas (fig. 1.1), se llama “hipocentro” o “foco sísmico”, la proyección hacia la superficie terrestre se llama “epicentro”. Las ondas sísmicas viajan a través de los estratos de suelo provocando vibraciones. Estos movimientos son registrados en los sismógrafos.

Las ondas sísmicas pueden ser primarias (P) ú ondas secundarias (S) (fig 1.2). Las ondas (L) o de superficie, pueden ser ondas RL iguales a las (P) y las ondas LQ iguales a las (S), (SSN 1990).

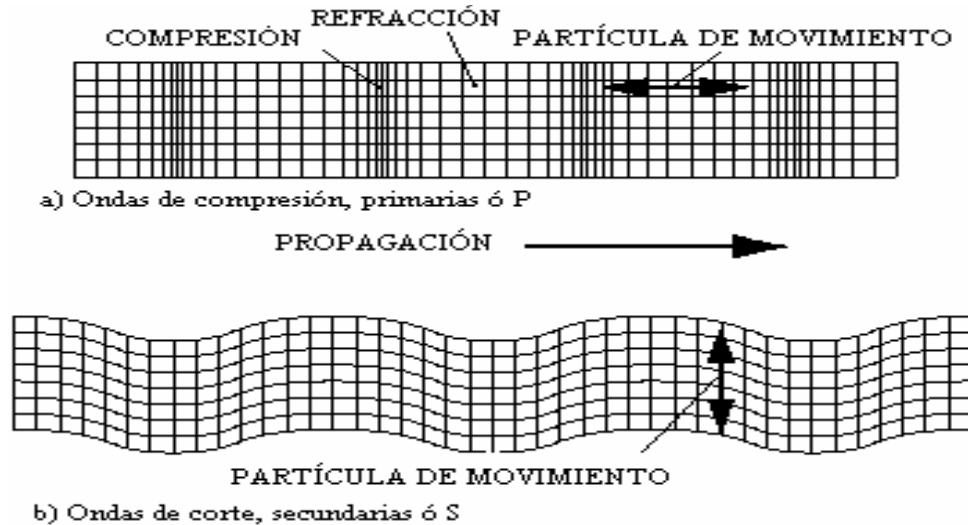


Figura 1.2. Propagación de ondas en un bloque sólido

(<http://www.ssn.unam.mx/SSN/Doc/Cuaderno1/ch2.html#ONDAS>)

La aceleración del suelo durante un terremoto puede registrarse por medio de un aparato llamado acelerógrafo. Este consiste en una masa conectada a un resorte muy flexible a la base del aparato. La masa posee una pluma que registra los movimientos relativos masa-base. La gráfica obtenida se llama acelerograma (fig. 1.3) y su eje horizontal representa el tiempo mientras que el eje vertical la aceleración registrada.



Figura 1.3. Acelerograma de un terremoto

<http://www.procuno.com/users/manuel/sismolog.htm>

1.3. INTENSIDAD Y MAGNITUD DE LOS SISMOS

La intensidad en la escala de Mercalli (1902), fue diseñada por el sismólogo italiano Giuseppe Mercalli. Está basada en el daño que sufren las estructuras y en la sensación percibida por la gente. Ésta escala se aplica a toda una región donde se reporta un evento sísmico. Depende de la energía del terremoto, tipo de suelo, tipo de ondas que llegan al sitio en donde se registra, la distancia al epicentro, la forma en que la población sintió el terremoto. Es la siguiente:

- I. Sacudida sentida por muy pocas personas en condiciones especialmente favorables.
- II. Sacudida sentida sólo por pocas personas en reposo, especialmente en los pisos altos de los edificios. Los objetos suspendidos pueden oscilar.
- III. Sacudida sentida claramente en los interiores, especialmente en los pisos altos de los edificios, muchas personas no lo asocian con un temblor. Los vehículos de motor estacionados pueden moverse ligeramente. Vibración como la originada por el paso de un carro pesado. Duración estimable.
- IV. Sacudida sentida durante el día por muchas personas en los interiores, por pocas en el exterior. Por la noche algunas despiertan. Vibración de vajillas, vidrios de ventanas y puertas; los muros crujen. Sensación como de un carro pesado chocando contra un edificio, los vehículos de motor estacionados se balancean claramente.
- V. Sacudida sentida casi por todo el mundo; muchos despiertan. Algunas piezas de vajilla, vidrios de ventanas, etcétera, se rompen; pocos casos de agrietamiento de aplanados; caen objetos inestables. Se observan perturbaciones en los árboles, postes y otros objetos altos. Se detienen los relojes de péndulo.
- VI. Sacudida sentida por todo mundo; muchas personas atemorizadas huyen hacia afuera. Algunos muebles pesados cambian de sitio; pocos ejemplos de caída de aplanados o daño en chimeneas. Daños ligeros.
- VII. Advertido por todos. La gente huye al exterior. Daños sin importancia en edificios de buen diseño y construcción. Daños ligeros en estructuras ordinarias bien construidas; daños considerables en las débiles o mal planeadas; ruptura de algunas chimeneas. Estimado por las personas conduciendo vehículos en movimiento.
- VIII. Daños ligeros en estructuras de diseño especialmente bueno; considerable en edificios ordinarios con derrumbe parcial; grande en estructuras débilmente construidas. Los muros salen de sus armaduras. Caída de chimeneas, pilas de productos en los almacenes de las fábricas, columnas, monumentos y muros. Los muebles pesados se vuelcan. Arena y lodo proyectados en pequeñas cantidades. Cambio en el nivel del agua de los pozos. Pérdida de control en las personas que guían carros de motor.
- IX. Daño considerable en las estructuras de diseño bueno; las armaduras de las estructuras bien planeadas se desploman; grandes daños en los edificios sólidos, con derrumbe parcial. Los edificios salen de sus cimientos. El terreno se agrieta notablemente. Las tuberías subterráneas se rompen.
- X. Destrucción de algunas estructuras de madera bien construidas; la mayor parte de las estructuras de mampostería y armaduras se destruyen con todo y cimientos; agrietamiento considerable del terreno. Las vías del ferrocarril se tuercen. Considerables deslizamientos en las márgenes de los ríos y pendientes fuertes. Invasión del agua de los ríos sobre sus márgenes.
- XI. Casi ninguna estructura de mampostería queda en pie. Puentes destruidos. Anchas grietas en el terreno. Las tuberías subterráneas quedan fuera de servicio. Hundimientos y derrumbes en terreno suave. Gran torsión de vías férreas.
- XII. Destrucción total. Ondas visibles sobre el terreno. Perturbaciones de las cotas de nivel. Objetos lanzados en el aire hacia arriba.

Después de un terremoto, el SSN envía una encuesta a todos los funcionarios de las zonas afectadas, los cuales contestan con base en la observación de daños, que sufren los diferentes tipos de construcciones.

La magnitud de un sismo en la escala de Richter Tabla 1.1., representa la energía sísmica liberada por cada terremoto. El Dr. Charles F. Richter (1935) demostró que entre mayor era la energía intrínseca de un terremoto, mayor era la amplitud del movimiento del terreno en una distancia dada. Utilizando sismógrafos, se registra la amplitud de la onda sísmica, a la que se le asocia una magnitud, este valor representa la energía liberada por cada sismo. Esta escala crece en forma semilogarítmica, es decir, el aumento de un punto representa un incremento de energía de diez o más veces, (SSN 1990).

Tabla 1.1. Escala de Richter

<http://www.ssn.unam.mx/SSN/Doc/Richter/richter.htm>

Magnitud en escala Richter	Efectos del terremoto
Menos de 3.5	Generalmente no se siente, pero es registrado
3.5-5.4	A menudo se siente, pero sólo causa daños menores.
5.5-6.0	Ocasiona daños ligeros a edificios.
6.1-6.9	Puede ocasionar daños severos en áreas donde vive mucha gente.
7.0-7.9	Terremoto mayor. Causa graves daños.
8 o mayor	Gran terremoto. Destrucción total comunidades cercanas

1.4. LOS SISMOS EN MÉXICO

México está localizado en una de las regiones sísmicas más activas del mundo. Por lo que la probabilidad de que ocurran eventos de gran magnitud es alta. En México, las placas principales son la de Cocos, la de Norteamérica, la del Pacífico y la del Caribe.

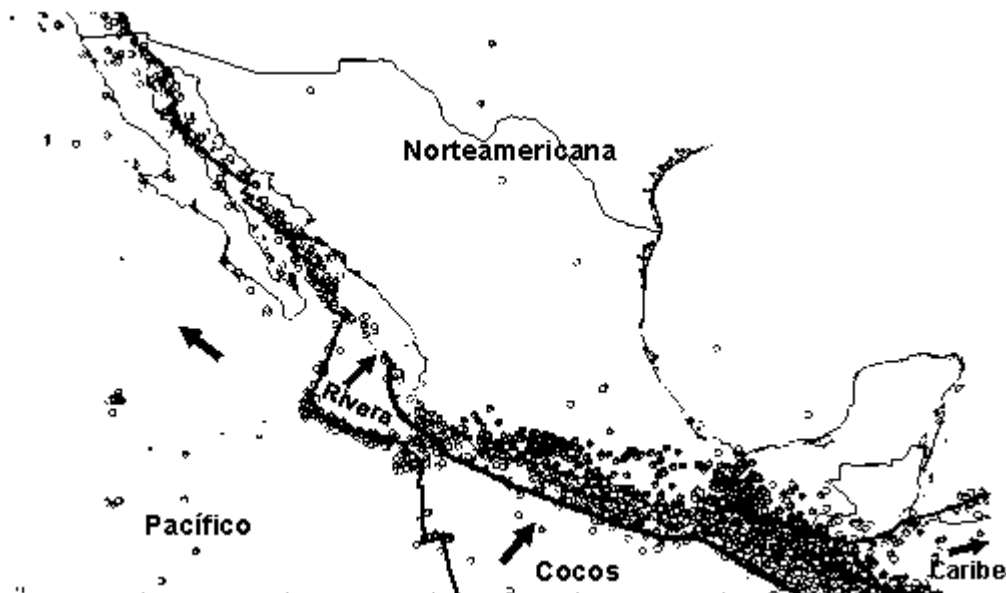


Figura 1.2. Zonas de ruptura en México

<http://tlacaelel.igeofcu.unam.mx/~vladimir/sismos/100a%F1os.html>

1.4.1. En la zona norte de México

En los Estados de Sonora, Chihuahua, Durango, Zacatecas, Tamaulipas, Nuevo León, Coahuila, Sinaloa y San Luís Potosí no se han presentado eventos sísmicos de consideración. Mientras que en la península de Baja California Norte cerca de Estados Unidos de América es donde se presentan mayores eventos. Los sismos de Baja California Norte el 16 de octubre de 1902, con magnitud de 7.8 en la escala de Richter y Golfo de California de 6.7 son los últimos de los que se tienen registro.

1.4.2. En la zona centro de México

La región que comprenden los Estados de Veracruz y Tlaxcala se caracterizan por ser inexistente la actividad sísmica. A diferencia de la zona que comprenden Colima, Nayarit, Jalisco, Michoacán, Puebla y el Distrito Federal, donde se han observado que las consecuencias de los sismos son mayores. Por ejemplo tenemos, Michoacán, 19 de septiembre de 1985 de magnitud 8.1, Michoacán, 20 de septiembre de 1985 de magnitud 7.5, Michoacán 1997 con magnitud de 7.1, Puebla 1999 con magnitud de 7.0 en la escala de Richter, sismo de Colima 21 de Enero 2003 magnitud 7.6 entre otros.

1.4.3. En la zona sur de México

Otra zona fuera de peligro sísmico es la que comprenden los Estados de Yucatán, Quinta Roo, Campeche, Tabasco. Mientras que Guerrero, Oaxaca y Chiapas son lugares en donde se han presentado sismos importantes. Como en Oaxaca 1999-09-30 magnitud 7.4, sismo de Coyuca de Benitez, Guerrero 7 de Octubre 2001 magnitud 6.1, sismo de Chiapas 16 de Enero 2002 magnitud 6.7, sismo de Guerrero 1 de Enero 2004 magnitud 6.3

1.5. REGIONES SÍSMICAS EN MÉXICO

El país está dividido en 4 zonas sísmicas diferentes basado en la cantidad de eventos sísmicos, por su intensidad, magnitud y frecuencia con que se han presentado. Para hacer esta división se utilizaron la historia de registros que se tienen documentados. Mientras que en la zona A no se han presentado sismos importantes en los últimos 80 años, en las zonas B y C se han registrado pocos eventos sísmicos y en la zona D es donde con más frecuencia se presentan terremotos importantes. Estos registros son de las últimas cuatro décadas, (SSN 1990).



Figura 1.3. Regionalización sísmica de México, (SSN 1990)

A pesar de que el Distrito Federal está ubicado en la zona B, debido a las condiciones del suelo, se ha hecho una división especial.

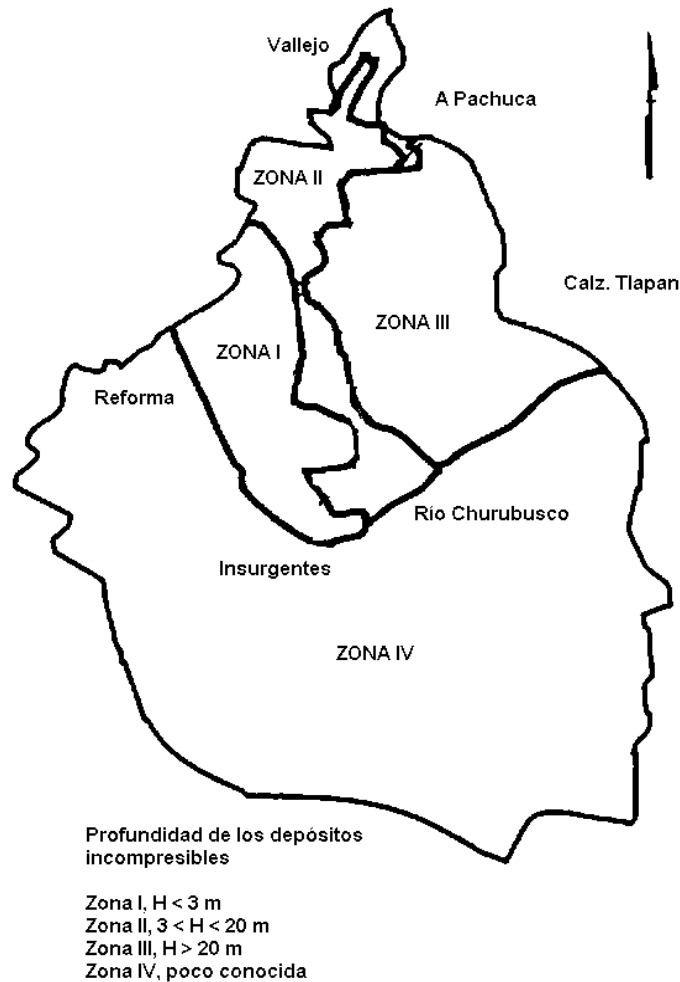


Figura 1.4. Zonificación del Distrito Federal, según el tipo de suelo, (Bazán y Meli, 2000)

1.6. COMPORTAMIENTO INEÁSTICO

Después de que las estructuras alcanzan su capacidad de carga, ya sea en su geometría o en sus materiales, empieza el intervalo inelástico. En él, la geometría alcanza grandes desplazamientos, mientras que algunos de sus elementos empiezan a deformarse hasta alcanzar el colapso de la estructura. Este comportamiento se puede considerar adecuado porque permite una gran disipación de energía.

1.6.1. Comportamiento inelástico por la geometría

La no linealidad por geometría puede suceder cuando las estructuras son muy esbeltas. Se debe a los grandes desplazamientos en la configuración geométrica, a las cargas inducidas por deformación, por ejemplo los puentes atirantados.

En el caso de fuerzas laterales, particularmente cuando no existen muros ni sistemas rigidizantes equivalentes, se pueden originar desplazamientos horizontales apreciables Δ . Estas, y las cargas verticales P sobre las columnas producen momentos iguales a $P\Delta$, que a su vez generan desplazamientos laterales adicionales. De allí que este fenómeno se conoce como efecto $P-\Delta$, o efectos de segundo orden.

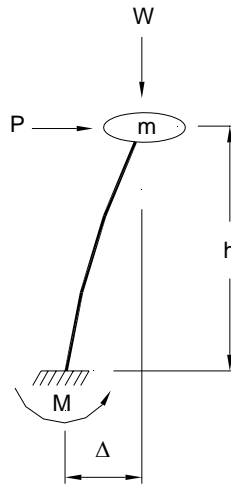


Figura 1.5. Efectos $P\Delta$ en un sistema de un grado de libertad (Bazán y Meli, 2000)

1.6.2. Comportamiento inelástico por los materiales

Tiene lugar cuando las curvas carga-deformación de los materiales que constituyen los miembros estructurales son sensiblemente no lineales, reflejando además estados de falla como agrietamientos y fluencias que causan cambios bruscos en dichas curvas (Bazán y Meli, 2000)

1.7. EFECTOS DE LOS SISMOS EN LAS ESTRUCTURAS

Los efectos más representativos de los sismos, son los movimientos en la superficie terrestre, deslizamientos del suelo, derrumbes, desprendimientos de rocas, aludes de nieve, barro y agua, tsunamis, asentamientos de suelo, licuefacción de arenas saturadas.

El movimiento que llega a la base de una construcción debido al sismo, es un movimiento transitorio. En general, se consideran tres movimientos de traslación: dos horizontales y uno vertical. Las tres componentes son de gran importancia, sin embargo el vertical no se toma en cuenta para edificios de gran tamaño, (Perea y Esteva, 2005).

1.7.1. Respuesta de las estructuras

La respuesta de una estructura ante un sismo dependerá de sus características dinámicas. Éstas son sus frecuencias y modos de vibración y su amortiguamiento. A continuación se presenta de cómo es afectada por sismo una estructura de varios niveles.

- a) Las ondas sísmicas provocan un movimiento en el suelo.
- b) La cimentación y el primer piso empiezan a moverse, los pisos superiores aún no registran ningún desplazamiento.

- c) Con el tiempo, los pisos superiores también se empiezan a desplazar, los inferiores tienen un mayor movimiento que los superiores, incluso podrían tener direcciones opuestas.
- d) Los elementos estructurales se desplazan hasta cierto límite, podrían fracturarse y desplomarse.
- e) Dependiendo de la rigidez, capacidad de carga, desplazamientos relativos, refuerzo adecuado, la estructura podría presentar daño en algunas partes o fallar.

1.8. TERREMOTO DEL 19 DE SEPTIEMBRE DE 1985 EN MÉXICO

Con una magnitud de 8.1 en la escala de Richter, este evento es de los más recordados, ya que tuvo un gran impacto en la sociedad, influyó en los nuevos reglamentos de construcción, en la instrumentación de diferentes zonas del país, así como en la inversión de recursos federales para atenuar los daños de los terremotos posteriores.

Este suceso provocó un cambio en la actitud de los habitantes de la ciudad de México, desde la educación en las escuelas pasando por las oficinas de gobierno, hasta la organización de los comités para coordinar la evacuación en los inmuebles.

Desde entonces existen muchas preguntas aún sin una respuesta satisfactoria. Por ejemplo, se dice que podría ser que la ciudad está sobre suelo blando, sin embargo desde 1976 se tomaron las previsiones necesarias para evitar el desastre, ni siquiera se alcanzó la aceleración máxima de 0.24 seg. en 1985, (Lomnitz, 1990).

Sin embargo existen otros sismos que han superado la magnitud del de 1985, pero este es recordado por la cantidad de destrucción que provocó.

CAPÍTULO 2

DISEÑO POR TORSIÓN SÍSMICA

2.1. LA TORSIÓN EN EDIFICIOS

En una estructura la torsión se produce en los planos horizontales del edificio, tratando de hacerlo girar alrededor de su eje vertical.

2.1.1. Comportamiento de una estructura con efectos de torsión en el intervalo elástico

Fundamentalmente en el intervalo elástico, la torsión se debe a la no coincidencia entre la resultante de los empujes del sismo que se determinan en los diferentes niveles y la resultante de los elementos resistentes, puede obedecer a tres causas.

- a) La distribución asimétrica de la masa con respecto a la rigidez
- b) Distribución de la rigidez de manera asimétrica con respecto al centro de gravedad del piso.
- c) La combinación de las dos anteriores.

Generalmente se presentan en edificios situados en esquinas debido a que sus muros colindantes son mucho más rígidos que sus columnas cerca de la fachada. Por otra parte los edificios de gran altura en donde existen huecos para escaleras o muros alrededor de los ascensores, provocan asimetrías importantes que pueden variar de piso a piso.

2.1.2. La torsión en estructuras debido al comportamiento inelástico

Considerando el tipo de diseño, la calidad de la construcción de los elementos, las diferencias de fabricación de los mismos, los daños que se vayan presentando, definen la respuesta real. Por esta razón, puede presentarse torsión en los diferentes pisos, adicionales a la supuesta, por el modelo elástico que no abarca más variables que la rigidez de los elementos. En consecuencia, el diseño debe contemplar en el modelo elástico una torsión adicional, que usualmente recibe el nombre de torsión accidental, aunque resulta preferible considerarla más como una torsión previsible dentro de los principios del diseño no lineal, que como algo fortuito. Regularmente se toma como una fracción de la dimensión en planta, medida perpendicularmente a la acción sísmica, (Cardona, 1999).

2.1.3. La torsión en estructuras especiales

La torsión natural de estructuras especiales, aunque sean simétricas, el movimiento del suelo puede generar torsión en el edificio, sobre todo cuando son muy alargadas o tienen salientes importantes. Por lo que se debe planear de manera adecuada la ubicación de los elementos resistentes, evitando en la medida de lo posible la asimetría entre el centro de rigidez (CR) y el centro de masa (CM).

2.2. MODELOS SIMPLIFICADOS

En el sismo de 1985 se observó que una gran cantidad de daños en edificios, fueron provocados por efectos de torsión, debido a modificaciones del diseño inicial. Esto provocó asimetrías en la distribución de sus elementos resistentes, algunos de estos sobrepasaron su resistencia de fluencia, que tuvo como consecuencia el colapso de la estructura, (Meli y Rosenblueth, 1986).

Después de 1985, empezaron los investigadores a preguntarse qué sucedía con los modelos que se habían utilizado hasta entonces para el diseño de las estructuras, los cuales no estiman el deterioro de los materiales, ya que mientras la revisión por torsión está basada en el comportamiento lineal el Reglamento está basado en el comportamiento no lineal.

En un principio, se aceptó que se utilizaran modelos de cortante simplificados de un nivel, para identificar los parámetros estructurales más relevantes que influyen en su respuesta sísmica global. Con estos datos se estudia la respuesta de las estructuras asimétricas.

Aún y cuando han sido de gran utilidad los modelos simplificados, tiene la desventaja de que es difícil extrapolar los resultados a edificios de varios pisos.

2.3. MODELOS TRIDIMENSIONALES

Afortunadamente, el acceso a programas de análisis estructural y la mejoría en computadoras más potentes, ayudan a modelar estructuras en 3 dimensiones. Se tiene la gran ventaja de poder observar el comportamiento de un edificio cuando resiste un evento sísmico. Hace posible estandarizar los criterios de diseño así como la interpretación de Reglamentos de construcción.

Uno de los beneficios es el estudio del fenómeno de torsión, la ubicación del centro de masa de cada nivel, la distribución de la rigidez como respuesta a las fuerzas sísmicas laterales. La diferencia de posición entre el centro de masa y el punto de concentración de la resultante de las fuerzas de reacción de los diferentes elementos resistentes, (PAHO y OPS 1989).

2.4. ANÁLISIS SÍSMICO SEGÚN LAS NTCDS DEL RCDF

De acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo NTCDS del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, RCDF, como primera prioridad se debe asegurar las vidas humanas, tomando en cuenta que deberá resistir la edificación a un evento sísmico de gran magnitud. Pasan a segundo término los daños estructurales que eventualmente pueden presentarse.

2.4.1. Predimensionamiento

Para lograr un prediseño adecuado se deberá antes que nada, revisar la separación mínima de colindancia (sección 1.10 NTCDS), una ubicación adecuada de los elementos resistentes, evitando en lo posible configuraciones asimétricas, proporcionando rigidez en las dos direcciones principales, de ser posible formar una estructura, simétrica, regular, continua y sencilla.

2.4.2. Selección del tipo de análisis

Se tiene la oportunidad de seleccionar análisis dinámicos, estático o el método simplificado.

2.4.2.1 Método simplificado de análisis

Este método tiene que cumplir dos requisitos (sección 2.1 NTDS), en el inciso a, por una parte comenta que el 75% de la estructura estará soportada por muros, mientras que la excentricidad accidental no será mayor al 10% de la dimensión medida en planta, mientras que en el inciso b, se refiere a la relación entre ancho y largo de la estructura y el inciso c, a la limitación de que no será mayor de 13m. Estos límites nos conducen a aplicar el método a estructuras muy poco comunes, ya que por las necesidades arquitectónicas es difícil encontrar estructuras tan simples.

2.4.2.2 Análisis dinámico

Aquí el Reglamento indica que se pueden usar dos tipos, el análisis modal y el cálculo paso a paso.

El análisis modal está basado en los modos de vibrar de la estructura. Es fácil poder resolver la ecuación diferencial, hace que sea de gran utilidad su aplicación. Sin embargo sigue siendo un método lineal. También está tomando en cuenta el efecto de la torsión accidental, trasladando $\pm 0.1b$ las fuerzas sísmicas resultantes para cada dirección del análisis. Para obtener las fuerzas actuantes en cada elemento, se suman las fuerzas, desplazamientos o momentos, debidos a la participación de cada uno de los modos naturales de vibrar.

En el análisis paso a paso se utilizan al menos 4 acelerogramas representativos del lugar, independientes entre sí y que tengan en cuenta el comportamiento no lineal de las estructura, NTCDS (2004).

2.4.3. Análisis estático

Éste método está basado en encontrar, la distribución de un conjunto de fuerzas equivalentes, que reflejen la fuerza sísmica, con base en el lugar en donde está ubicada la construcción y el tipo de estructuración que la conforman,

$$F_i = \frac{c}{FRQ} \frac{\sum W_i}{\sum W_i h_i} W_i h_i \quad (2.1)$$

donde:

W_i peso de la i -ésima masa

h_i altura de la i -ésima masa sobre el desplante

c coeficiente sísmico

Q factor de comportamiento sísmico

FR factor de corrección por irregularidad

2.4.3.1 El coeficiente sísmico c

Constituye el índice más importante para de la acción sísmica que emplea las NTCDS (2004) tanto para el análisis estático como dinámico (Bazán y Meli 2000). Es el cociente de el peso W entre la

fuerza cortante horizontal V , $c=V/W$, es decir es una fuerza cortante horizontal que actúa en la base del edificio como una fracción del peso total del sismo. El coeficiente sísmico varía según el riesgo sísmico del sitio, según el tipo de suelo y según la importancia de la construcción. Se puede observar cómo en la Ciudad de México, se tienen mayores coeficientes sísmicos en lugares donde los estratos llegan a medir hasta veinte metros de profundidad mientras que en la Zona de Lomas baja considerablemente. Por otro lado cubre el hecho de evitar que estructuras estratégicas para la nación sean dañadas por un sismo, por lo que cuida este aspecto multiplicando las estructuras de tipo A por 1.5. Siendo el coeficiente sísmico la ordenada espectral de aceleraciones de un espectro de diseño, los cuales se usan para análisis dinámico modal.

2.4.3.2 Factor de comportamiento sísmico Q

Sería muy caro construir un edificio para resistir sismos severos ya que sólo se deformará elásticamente. Debido a esto, las NTCDS, toman en cuenta la capacidad de las estructuras para comportarse inelásticamente. De esta forma la estructura puede disipar energía mediante histéresis, sin perder su resistencia. Esto limita la probabilidad de un colapso ante sismos intensos, aunque existan daños, mientras que para sismos moderados la estructura no sufre daños importantes.

2.4.4. Revisión de desplazamientos laterales

El hecho de multiplicar los desplazamientos relativos por Q , es debido a que, por una parte, se sabe que se debe diseñar la estructura, para una resistencia mucho menor a la que se requiere para el máximo sismo, pero tendrá una ductilidad suficiente que por medio de histéresis disipe la energía, (sección 1.8, NTCDS).

2.4.5. Reducción de las fuerzas sísmicas

Esta reducción se debe a que si el periodo de la estructura se encuentra fuera de las zonas de ordenadas máximas del espectro sísmico se pueden hacer reducciones importantes, si se conoce T o si $T > T_a$, no se hará ninguna reducción porque se encuentra en la zona plana del espectro, si $T < T_a$ está en la rama ascendente del espectro, por ser periodos muy cortos, para estar del lado de la seguridad, (sección 4.1, NTCDS).

2.4.6. Condiciones de regularidad

Existen 3 condiciones para clasificar la irregularidad de una estructura basadas en la simetría de sus elementos, en la relación de su altura, en la relación entre el largo y el ancho de sus plantas, el porcentaje de huecos con respecto al área total de piso. Por otra parte, se pueden clasificar en estructuras fuertemente irregulares, lo que provoca una corrección de Q , hasta del setenta por ciento de su valor, (sección 6, NTCDS).

2.4.7. Efectos de torsión

Debido a la asimetría de las estructuras, es frecuente que el centro de rigidez no coincida con el CM de la estructura, provocando que exista un punto llamado centro de torsión, CT, como consecuencia tiene un movimiento de traslación y uno de rotación.

Las coordenadas del CM de cada piso se calculan como

$$y_{CM} = \frac{\sum P_i y_i}{\sum P_i} \quad (2.2)$$

$$x_{CM} = \frac{\sum P_i x_i}{\sum P_i} \quad (2.3)$$

donde:

P_i , son las cargas verticales en el entrepiso

x_i coordenada del *i-ésimo* elemento con respecto a un punto de referencia en dirección X

y_i coordenada del *i-ésimo* elemento con respecto a un punto de referencia en dirección Y

Las coordenada del centro de torsión CT, pueden obtenerse como

$$x_{CT} = \frac{\sum R_{iy} x_i}{R_{iy}} \quad (2.2)$$

$$y_{CT} = \frac{\sum R_{ix} y_i}{R_{ix}} \quad (2.3)$$

donde:

R_{ix} rigidez de entrepiso del elemento *i-ésimo* elemento resistente en dirección x

R_{iy} rigidez de entrepiso del elemento *i-ésimo* elemento resistente en dirección y

x_i coordenada del *i-ésimo* elemento con respecto a un punto de referencia en dirección X

y_i coordenada del *i-ésimo* elemento con respecto a un punto de referencia en dirección Y

A la distancia entre el centro de masa, CM, y el centro de torsión, CT, se llama excentricidad de rigideces, e_s . Se obtiene de la siguiente forma

$$e_s = x_{CM} - x_{CT} \quad (2.4)$$

$$e_s = y_{CM} - y_{CT} \quad (2.5)$$

El momento de diseño se tomará por lo menos igual a la fuerza cortante de entrepiso multiplicada por la excentricidad que para cada marco o muro resulte más desfavorable de las siguientes, (sección 8.5, NTCDS).

$$1.5e_s + 0.1b \quad (2.6)$$

$$e_s - 0.1b \quad (2.7)$$

donde:

e_s excentricidad directa en el entrepiso considerado

b dimensión máxima en planta medida perpendicularmente a la dirección del movimiento del terreno que se esté analizado

2.4.8. Combinaciones de fuerzas

Para evaluar los efectos de la torsión sísmica, se deberá revisar la estructura en ambas direcciones, simultáneamente, siempre y cuando se considere que el sismo no tendrá la misma intensidad en ambas direcciones, con el 100 % en una dirección y el 30 % de la fuerza ortogonal en la otra dirección.

2.5. REQUISITO ADICIONAL DE DESPLAZAMIENTOS

Páez (2005), propuso revisar los desplazamientos de entrepiso para determinar si las estructuras tiene problemas de torsión.

$$\Delta_i = \Delta_0 + \Delta_{ti} \quad (2.8)$$

donde:

Δ_0 desplazamiento sin efecto de torsión

Δ_{ti} desplazamiento debido a la torsión

Como:

$$\Delta_0 = \frac{V_{ti}}{\sum k_i} \quad (2.9)$$

$$\Delta_{ti} = \frac{V_{ti}}{k_i} \quad (2.10)$$

donde:

V_{ti} cortante por torsión

k_i rigidez de los elementos en la dirección correspondiente a la excitación sísmica

Pero:

$$V_{ti} = k_i \Delta_{ti} = k_i x_i \theta_i = k_i x_i \frac{M_t}{K_\theta} = k_i x_i \frac{V_y e_d}{K_\theta} \quad (2.11)$$

Denominado radio de giro normalizado a:

$$\rho = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{K_\theta}{\sum k_i}} \quad (2.12)$$

La rigidez torsional de entrepiso es

$$K_\theta = \sum k_i b^2 \rho^2 \quad (2.11)$$

$$V_{ti} = k_i x_i \frac{V_y e_d}{\sum k_i \rho^2 b^2} = k_i x_i \Delta_0 \frac{e_d}{\rho^2 b^2} \quad (2.13)$$

$$\Delta_i = \Delta_0 \pm \frac{k_i x_i}{k_i} \Delta_0 \frac{e_d}{\rho^2 b^2} = \Delta_0 \left(1 \pm x_i \frac{e_d}{\rho^2 b^2}\right) \quad (2.14)$$

$$\Delta_1 = \Delta_0 \left(1 - |x_1| \frac{e_{d1}}{\rho^2 b^2}\right) \quad (2.15)$$

$$\Delta_3 = \Delta_0 \left(1 + x_3 \frac{e_{d1}}{\rho^2 b^2}\right) \quad (2.16)$$

La localización de los elementos resistentes, con respecto al CR, pueden expresarse como:

$$|x_1| = 0.5 - \eta \quad (2.17)$$

$$x_3 = 0.5 + \eta \quad (2.18)$$

Donde η es la distancia al centro geométrico del piso;

$$\frac{1}{4.5} \leq \frac{\Delta_1}{\Delta_3} = \frac{\Delta_0 \left(1 - \frac{e_{d1}}{\rho^2 b^2} (0.5 - \eta)\right)}{\Delta_0 \left(1 + \frac{e_{d1}}{\rho^2 b^2} (0.5 + \eta)\right)} \quad (2.19)$$

$$\rho^2 \geq e_{d1} \left[0.5 \frac{(\Delta_1 + \Delta_3)}{(\Delta_3 - \Delta_1)} + \eta \frac{(\Delta_1 - \Delta_3)}{(\Delta_3 - \Delta_1)} \right] \quad (2.20)$$

La propuesta final es (Páez, 2005):

$$\frac{1}{4.5} \leq \frac{\Delta_1}{\Delta_3} \quad (2.20)$$

2.5.1. Revisión del requisito

Este requisito adicional de diseño propuesto por, Páez (2005) permite de manera muy sencilla, calcular el efecto de la torsión en los entresijos. Esto es, se puede saber si el efecto de la torsión es o no despreciable. Esta medida se define por la relación de desplazamientos absolutos de cada entre piso está definida dentro, $(1/4.5 < \Delta_{\text{máx}}/\Delta_{\text{mín.}} < 4.5)$ donde $\Delta_{\text{mín.}}$ es el desplazamiento mínimo del borde del entrepiso y , $\Delta_{\text{máx}}$ es el desplazamiento máximo del borde del entrepiso, ésta condición, para ambos modelos, si se encuentra fuera de este intervalo, se puede suponer que la estructura tendrá problemas de torsión, en cualquier estructura se pueden seguir los siguientes pasos.

- a) Análisis sísmico estático equivalente (ec. 2.1)
- b) Calcular el CM, (ecs. 2.2 y 2.3)
- c) Efectuar el análisis con un programa comercial (SAP 2000), utilizando las fuerzas equivalentes, ubicadas en el CM
- d) Revisar los desplazamientos relativos (sección 1.8, NTCDS)

- e) Obtener los desplazamientos máximos y mínimos de los bordes del entrepiso ($\Delta_{\text{máx.}}$, $\Delta_{\text{mín.}}$)
- f) Revisar si cumple o no cumple con el requisito ($1/4.5 < \Delta_{\text{máx.}}/\Delta_{\text{mín.}} < 4.5$)

2.6. ANÁLISIS INELÁSTICO

El criterio de diseño tradicional de edificios sometidos a sismos fuertes ha sido permitir el ingreso de los materiales en el intervalo no lineal con el fin de absorber energía provocando deformaciones permanentes. Se tienen que tomar en cuenta dos aspectos importantes:

- a) El dimensionamiento para garantizar que la acción inelástica ocurra en un punto apropiado de la estructura
- b) El detallado para asegurar una ductilidad adecuada en los puntos de falla

2.6.1. Demanda de ductilidad

Es la capacidad estructural de soportar desplazamientos debido a comportamiento inelástico.

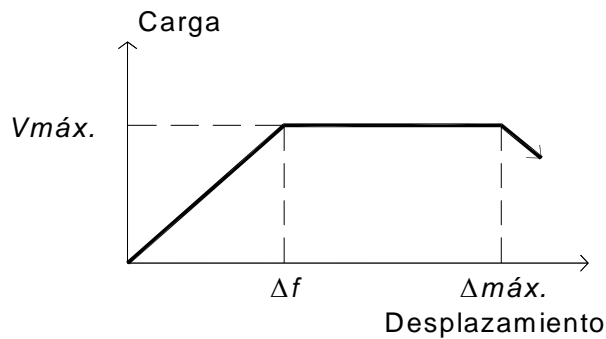


Figura 2.1. Comportamiento elasto-plástico de un material (Bazán y Meli, 2000)

Durante un sismo severo los materiales y en general las estructuras, tienen un comportamiento lineal hasta cierto límite, Δf , en el momento que alcanzan su capacidad máxima de carga, entran en el intervalo no lineal, las estructuras y los materiales llegan a tener grandes desplazamientos, varias veces mayores a las que se presentan en el intervalo lineal. Cuando el material alcanza su desplazamiento máximo, $\Delta_{\text{máx.}}$, se presenta la falla, (fig. 2.1).

La capacidad que necesita una estructura para resistir un sismo, sin que ocurra el colapso, aunque sobrepase su límite elástico, es la relación entre su desplazamiento máximo y su desplazamiento de fluencia.

$$\mu = \frac{\Delta_{\text{max.}}}{\Delta_{\text{fluencia}}} \quad (2.20)$$

CAPÍTULO 3

3.1. DESCRIPCIÓN DEL MODELO ESTUDIADO

Este modelo fue estudiado por Tso (1990) (fig 3.1). Con él, se estudió la excentricidad con el fin de analizar los efectos de la torsión sísmica, en los elementos estructurales. Tomando como base las características de este modelo, se proponen los modelos 1 y 2 con secciones y propiedades diferentes. (Tabla 3.1).

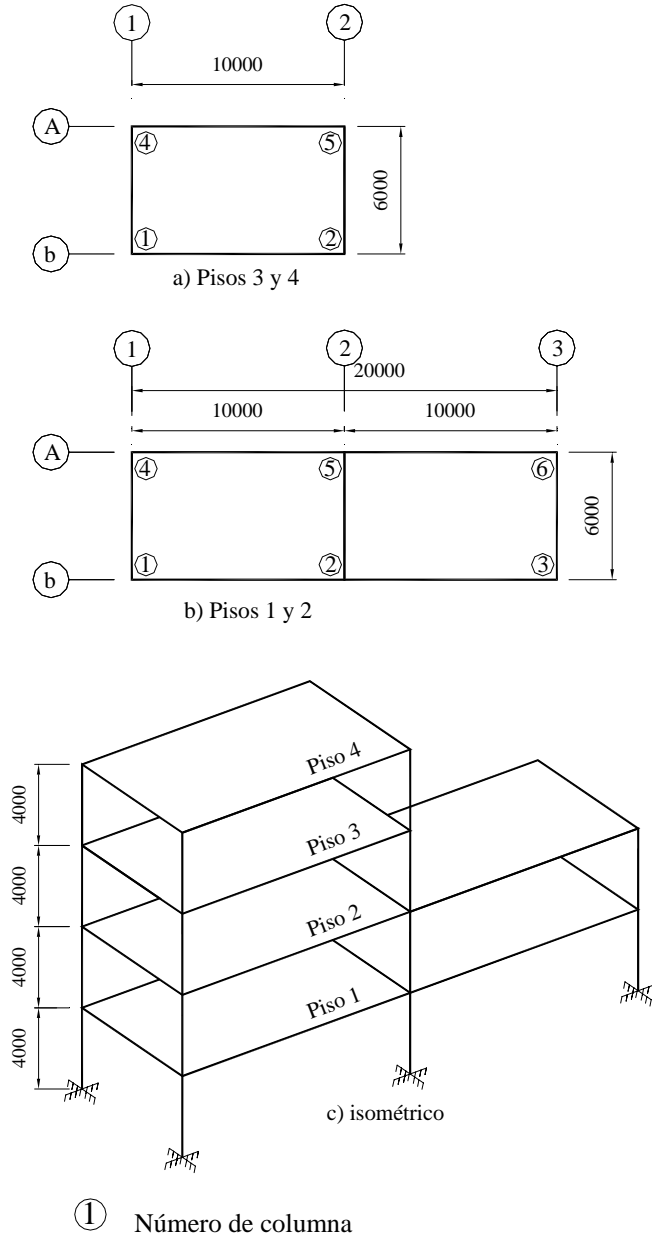


Figura 3.1. Modelo estudiado (cotas en mm)

Tabla 3.1. Características de los modelos estudiados

modelo	$I_x=I_y$ m^4	A m^2	E KN/m^2	elemento
1	0,1	0,1	23.7E+04	columnas 2 y 5
1	0,05	0,1	27E+04	columnas 1, 4, 3 y 6
2	0,1	0,1	23.7E+04	columnas 2 y 5
2	0,01	0,1	27E+04	columnas 1 y 4
2	0,015	0,1	27E+04	columnas 3 y 6
1	0,1	0,1	3000	trabes
2	0,1	0,1	3000	trabes

3.2. ANÁLISIS ELÁSTICO

3.2.1 Análisis estático equivalente

De acuerdo con las NTCDS del RCDF se selecciona el tipo de análisis que se va a aplicar a la estructura. En este caso, por las características del modelo, el más adecuado es el análisis sísmico estático (sección 2.2 NTCDS).

Para el análisis estático se supondrá que la estructura está ubicada en la zona sísmica IIIa, con lo que le corresponde el coeficiente sísmico $C=0.4$ y de acuerdo con el tipo de estructura, el factor de comportamiento sísmico es $Q=4$, (NTCDS, 2004).

Después, se revisan las condiciones de regularidad (sección 6.1 NTCDS), se observa que no cumple con los incisos 2, 3 y 11, por lo que es, una estructura irregular. De las dos condiciones (de la sección 6.1 de las NTCDS), sólo la primera no se cumple, por lo que se aplica la corrección por irregularidad. Así, en este caso es $0.8Q$. Utilizando la ec 2.1. Se obtienen las fuerzas del análisis estático equivalente, las cuales se aplicarán en el CM de la estructura. Para ello, se utiliza un programa comercial, en este caso SAP2000, (Computers and Structures, Inc. 1997).

3.2.2 Revisión de desplazamientos laterales

Se revisaron los desplazamientos laterales (sección 6.1 NTCDS). Primero se obtienen los desplazamientos absolutos, para cada una de las direcciones en que se presenta el sismo. Con ellos se calculan los desplazamientos relativos de entrepiso, para cada dirección del análisis. Éstos no deben ser mayores que $0.006h$ donde h es la altura de entrepiso.

3.2.3 Diseño por torsión utilizando el Procedimiento Simplificado de Diseño

Para analizar los modelos por torsión, se utilizó el Procedimiento simplificado de diseño, (PSD) (Escobar, et al., 2002, 2004) con la ayuda de cualquier programa comercial. La ventaja de utilizar este procedimiento es que con un solo análisis, se pueden encontrar las fuerzas para el diseño de los elementos sujetos a torsión. Consiste de los siguientes pasos

- Se calcula el CC (ec. 3.3 y ec. 3.4) de cada piso de la estructura, teniendo en cuenta los huecos o salientes que existan.
- De acuerdo con las características del modelo, se puede aplicar el método de análisis sísmico estático. Con este procedimiento, se obtiene un conjunto de fuerzas equivalentes que se aplican en el centro de cortante, CC . Al impedir los giros alrededor de un eje vertical, provoca que el modelo sólo tenga movimiento de traslación como en la fig 3.2. Cuando se efectúa el análisis con un programa comercial (por ejemplo con el SAP 2000) y se utilizan las condiciones anteriores, se obtiene el cortante directo de cada elemento resistente, esto se hace para las dos direcciones ortogonales.

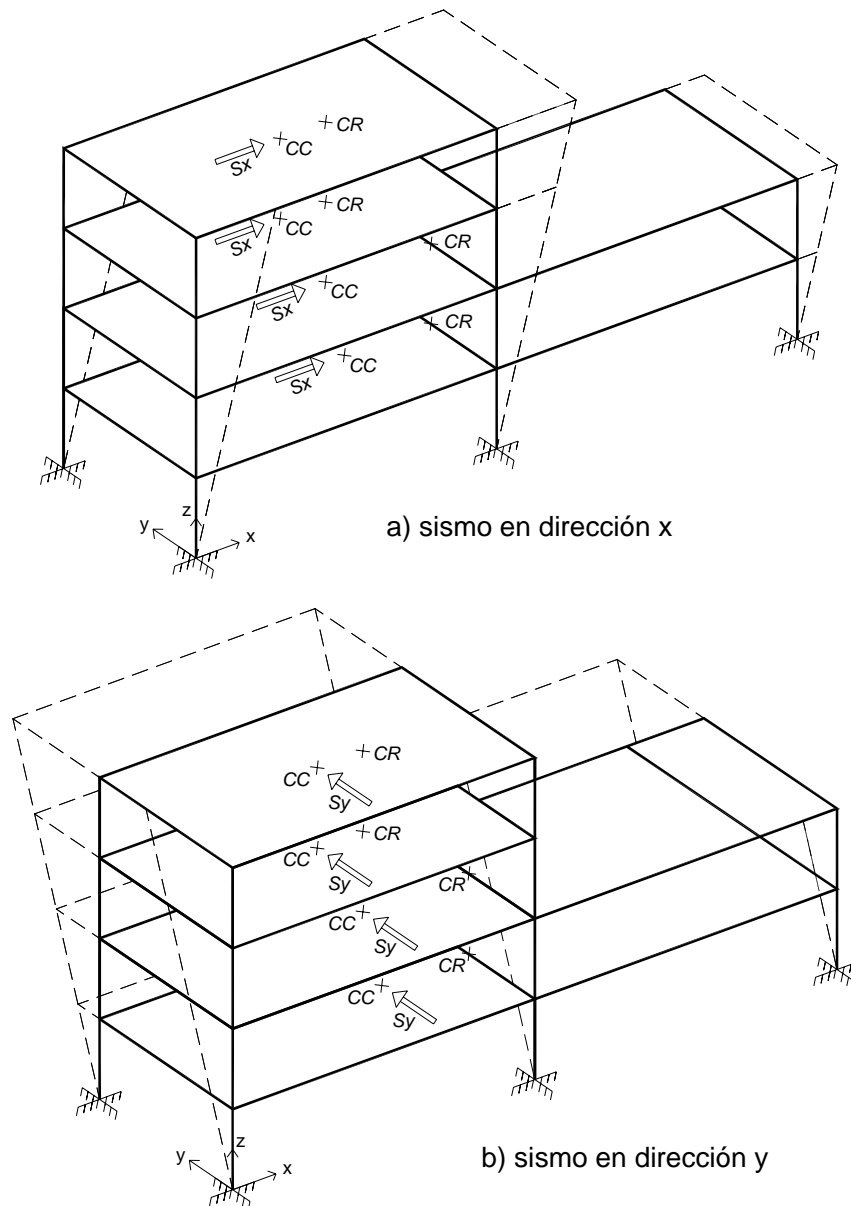


Figura 3.2. Modelo impidiendo el giro, únicamente traslación en la dirección X y Y

- Con los cortantes directos que se obtienen en el punto anterior, se calculan las coordenadas de CR y CC de cada uno de los entrepisos, de la siguiente forma.

$$x_{CR} = \frac{\Sigma(Vdy_i x_i)}{Vy_j} \quad (3.1)$$

$$y_{CR} = \frac{\Sigma(Vdx_i y_i)}{Vx_j} \quad (3.2)$$

donde:

Vdx_i cortante directo del i -ésimo elemento resistente en dirección X

Vdy_i cortante directo del i -ésimo elemento resistente en dirección Y

Vx_j cortante de entrepiso en la dirección X en el entrepiso j

Vy_j cortante de entrepiso en la dirección Y en el entrepiso j

x_i coordenada respecto a un punto de referencia en las dirección X en el entrepiso j

y_i coordenada respecto a un punto de referencia en las dirección Y en el entrepiso j

$$x_{CC} = \frac{\Sigma Fy_j x_{CM}}{Vy_j} \quad (3.3)$$

$$y_{CC} = \frac{\Sigma Fx_j y_{CM}}{Vx_j} \quad (3.4)$$

donde:

Fx_j fuerza sísmica lateral en el entrepiso j , en dirección X , aplicada en el CM , permitiendo únicamente la traslación de los pisos.

Fy_j fuerza sísmica lateral en el entrepiso j , en dirección Y , aplicada en el CM , permitiendo únicamente la traslación de los pisos

Vdx_i cortante directo del i -ésimo elemento resistente en dirección X

Vdy_i cortante directo del i -ésimo elemento resistente en dirección Y

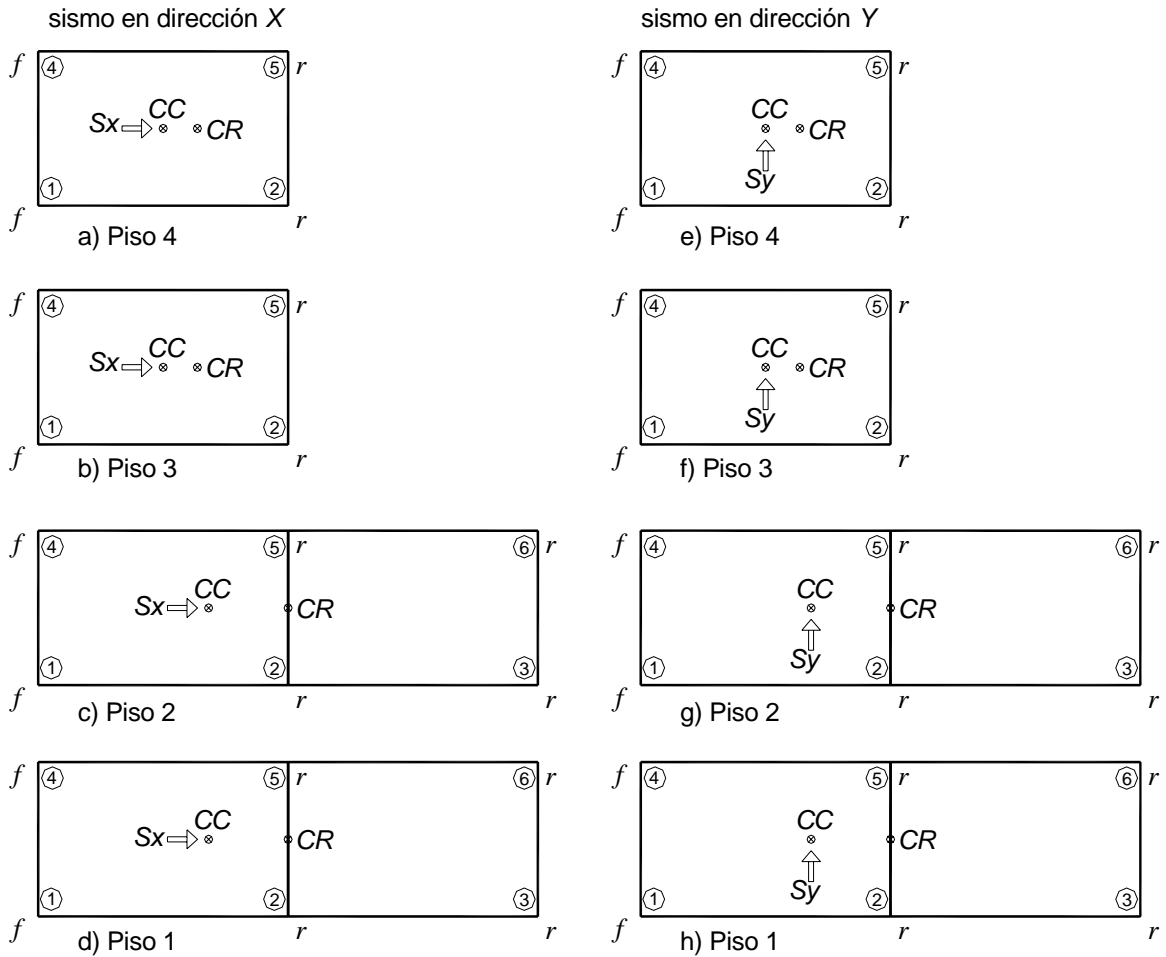
Vx_j cortante de entrepiso en la dirección X , en el entrepiso j

Vy_j cortante de entrepiso en la dirección Y , en el entrepiso j

x_{CM} coordenada del centro del CM en dirección X

y_{CM} coordenada del centro del CM en dirección Y

- d) En la fig. 3.3 se clasifican los elementos resistentes como rígidos si están localizados del mismo lado de CR con respecto a CC, y como flexibles en caso contrario.



① Número de columna

Figura 3.3. Clasificación de los elementos de acuerdo a su ubicación con respecto al CC ó CR, en rígidos (r) o flexibles (f)

- e) Calcular la excentricidad estática, como la diferencia de CC y CR (ecs. 3.1, a 3.4)
- f) Calcular la excentricidad estática normalizada como $e = |e_s/b|$, en valor absoluto de la excentricidad estática, e_s se calcula con la ecs. 2.4 y 2.5.
- g) Se obtiene el radio de giro normalizado, el cual es muy importante para el estudio de estructuras asimétricas, se calcula para cada una de las direcciones X y Y , dy_j y dx_j son los desplazamientos relativos, que se obtiene del análisis estático, únicamente con movimiento de traslación.

$$\rho_{xj} = \frac{I}{b_{xj}} \sqrt{\frac{\sum Vdy_i x_i^2 / dy_j + \sum Vdx_i y_i^2 / dx_j}{\sum Vdx_i / dx_j}} \quad (3.5)$$

$$\rho_{yj} = \frac{1}{b_{yj}} \sqrt{\frac{\sum Vdy_i x_i^2 / dy_j + \sum Vdx_i y_i^2 / dx_j}{\sum Vdy_i / dy_j}} \quad (3.6)$$

- h) Con estos valores se calculan los factores de amplificación por torsión FAT, para cumplir con las NTCDS, con $\alpha=1.5$, $\beta=0.1$ y $\delta=1.0$. $\zeta = x_i/b$

$$FATf_i = 1 + \frac{\zeta_i}{\rho^2} (0.1 + 1.5e) \quad (3.7)$$

$$FATr_i = 1 + \frac{\zeta_i}{\rho^2} (0.1 - e) \quad (3.8)$$

$$\zeta = \frac{x_i}{b} \quad (3.9)$$

donde:

x_i distancia del i -ésimo elemento con respecto al CR

b dimensión máxima en planta de la estructura, perpendicular a la dirección de excitación sísmica que se analiza.

- i) Para obtener las fuerzas totales de diseño (fuerzas cortantes, axiales, momentos flexionantes, etc.) en los elementos estructurales, multiplicando las fuerzas producidas en ellos por los cortantes directos, o momentos, calculados con el análisis estático.

$$V_{tot_i} = FATf_i (Vd_i) \quad (3.10)$$

$$V_{tot_i} = FATr_i (Vd_i) \quad (3.11)$$

3.3. CÁLCULO DEL ÁNGULO DE TORSIÓN

En busca de otro parámetro para caracterizar estructuras con problemas de torsión. Se presenta la deducción del ángulo de torsión tomando en cuenta las características de la estructura. Se obtiene piso por piso, este valor se compara para los modelos 1 y 2. Ya que uno cumple con el requisito adicional de desplazamientos, y el otro no, se observa cómo es el cambio brusco de las dimensiones de un piso al otro

Se toman en cuenta los datos indispensables, la rigidez, k , la fuerza cortante de entrepiso, Vxi , los desplazamientos en las direcciones X y Y , se obtiene la excentricidad estática entre el CR y el CC , por otra parte se hace uso de los resultados que se obtienen de un análisis sísmico estático, utilizando el SAP 2000.

3.3.1 Fundamento teórico

Un ejemplo típico es una planta tipo, de cualquier estructura, en donde se aplica una fuerza cortante en el CC, lo que provoca un giro alrededor del CR. Al producto de la fuerza Vx_i por la excentricidad estática, se le denomina momento de torsión, M_T . Por otra parte la suma de las rigideces multiplicadas por el cuadrado de la distancia al CR, en las dos direcciones ortogonales X y Y .

Se obtendrá el ángulo por torsión de la fig. 3.4, en donde se muestra el giro que provoca la fuerza cortante Vx_i , con una excentricidad e_y .

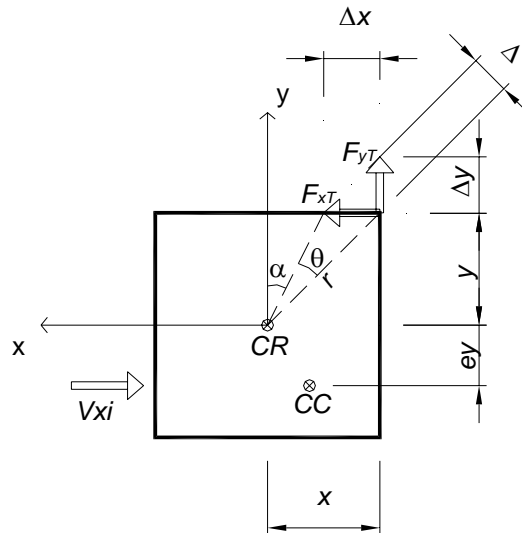


Figura 3.4. Ángulo por torsión

De la figura 3.4, se obtiene el momento de torsión

$$M_T = Vx_i \cdot e_y \quad (3.12)$$

El momento de torsión se descompone en dos direcciones ortogonales

$$Fx_{T_j} = Kx_j \cdot \Delta_x \quad (3.13)$$

$$Fy_{T_j} = Ky_j \cdot \Delta_y \quad (3.14)$$

$$\cos \alpha = \frac{\Delta_x}{\Delta} \therefore \Delta_x = \Delta \cos \alpha \quad (3.15)$$

$$\text{seno} \alpha = \frac{\Delta_y}{\Delta} \therefore \Delta_y = \Delta \text{seno} \alpha \quad (3.16)$$

Entonces:

$$Fx_{T_j} = Kx_j \cdot \Delta \cos \alpha \quad (3.17)$$

$$Fy_{T_j} = Ky_j \Delta \text{seno } \alpha \quad (3.18)$$

Pero si θ es pequeño:

$$\cos \alpha = \frac{y}{r} \quad ; \quad \text{seno } \alpha = \frac{x}{r} \quad (3.19)$$

Entonces:

$$Fx_{T_j} = Kx_j \Delta \frac{y}{r} \quad (3.20)$$

$$Fy_{T_j} = Ky_j \Delta \frac{x}{r} \quad (3.21)$$

Pero:

$$\Delta = \theta r \quad (3.22)$$

Entonces:

$$Fx_{T_j} = Kx_j \theta r \frac{y}{r} = Kx_j \theta y \quad (3.23)$$

$$Fy_{T_j} = Ky_j \theta r \frac{x}{r} = Ky_j \theta x \quad (3.24)$$

El momento de torsión de cada una de estas fuerzas con respecto al CT de entrepiso es:

$$Mx_i = Fx_{T_j} y = Kx_j \theta y^2 \quad (3.25)$$

$$My_i = Fy_{T_j} x = Ky_j \theta x^2 \quad (3.26)$$

El momento de torsión será:

$$M_T = Mx_i + My_i = Kx_j \theta y^2 + Ky_j \theta x^2 \quad (3.27)$$

En general, para todos los elementos resistentes del entrepiso:

$$M_T = \Sigma Kx_j \theta y_j^2 + \Sigma Ky_j \theta x_j^2 = \theta (Kx_j y_j^2 + Ky_j x_j^2) \quad (3.28)$$

El ángulo de torsión es:

$$\therefore \theta = \frac{M_T}{Kx_j y_j^2 + Ky_j x_j^2} \quad (3.29)$$

3.4. ANÁLISIS INELÁSTICO

El análisis no lineal de estructuras, ha cobrado gran interés por parte de los investigadores, debido a la tendencia de diseñar con base en los estados últimos. La intención es aprovechar las características dúctiles de las estructuras para absorber deformaciones.

3.4.1 Ecuaciones de movimiento

En la fig. 3.5 se tiene el sistema de una masa unida por un resorte y un amortiguador, que tiene un desplazamiento horizontal u .

Al excitar este sistema con un sismo se presenta un desplazamiento horizontal s , en la ecuación de equilibrio dinámico (ec. 3.3) aparece la fuerza de inercia, igual a masa por su aceleración absoluta, $m\ddot{u}$. La fuerza de rigidez, k , y la de amortiguamiento, c , son respectivamente, proporcionales al desplazamiento u y a la velocidad \dot{u} de la masa con respecto a su base.

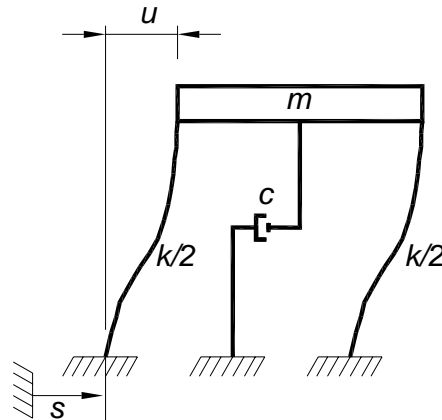


Figura 3.5. Modelo de un grado de libertad con amortiguamiento (Bazán y Meli, 2000)

La ec. 3.30 constituye un sistema lineal de un grado de libertad, con amortiguamiento viscoso

$$m a + c v + k u = -m \ddot{s} \quad (3.30)$$

donde:

m matriz de masas

c fuerza de amortiguamiento

k la matriz de rigideces geométrica

a aceleración de la masa

v velocidad de la masa con respecto a la base

u desplazamiento de la masa

Cuando se consideran los efectos no lineales, el término que representa las fuerzas restitutivas, Ku se ha remplazado por $[F(u) - K_g u]$, la ecuación de equilibrio dinámico es de la forma

$$m a + c v + [F(u) - k_g u] = -m \ddot{s}(t) \quad (3.31)$$

donde:

m matriz de masas

c fuerza de amortiguamiento

k la matriz de rigideces geométrica que toma en cuenta los efectos de esbeltez

$F(u)$ vector de fuerzas que es función no lineal del vector de los desplazamientos u

a aceleración absoluta

v velocidad de la masa con respecto a la base

u desplazamiento de la masa

R vector que contiene unos en los lugares correspondientes a los grados de libertad

Uno de los métodos para solucionar las ecuaciones de equilibrio dinámico, es el propuesto por Newmark (1962). Como ejemplo tenemos un sistema de un grado de libertad. Está basado en conocer en un instante t la solución, para calcular la respuesta en el instante próximo $t+\Delta t$. Suponemos que se conocen u , v y a son el desplazamiento, velocidad y aceleración, respectivamente, de la masa m . Con el subíndice 1, para denotar sus valores en $t+\Delta t$. La ec. 3.30 será

$$m a_1 + c v_1 + k u_1 = -mR \ddot{s} \quad (3.32)$$

Definiendo $\Delta a = a_1 - a$, $\Delta v = v_1 - v$ y $\Delta u = u_1 - u$ y restando 3.30 y 3.32 se tiene que

$$m \Delta a + c \Delta v + k \Delta u = -mR (\ddot{s}_1 - \ddot{s}) \quad (3.33)$$

- a) Se calcula la matriz $k^* = k + (2/\Delta t) c + (4/\Delta t^2) m$ y su inversa $[k^*]^{-1}$. Se debe recalcularse cada vez que cambie la rigidez tangente y debe añadirse a la fuerza desbalanceada Δs^* .
- b) Para cada incremento de tiempo.
 1. Calcular $\Delta s^* = -mR (\ddot{s}_1 - \ddot{s}) + [4/\Delta t m + 2c]v + 2ma$ y $\Delta u = [k^*]^{-1} \Delta s^*$
 2. Calcular $\Delta v = [2/\Delta t] \Delta u - v$ y $\Delta a = [4/\Delta t^2] \Delta u - [4/\Delta t] v - 2a$
 3. Los vectores de aceleraciones, velocidades y desplazamientos en $t_1 = t + \Delta t$ son:
 $a_1 = a + \Delta a$; $v_1 = v + \Delta v$; $u_1 = u + \Delta u$

Cuando se inicia un nuevo paso, el sistema está en reposo los vectores de desplazamiento y velocidad y aceleración son nulos. El equilibrio dinámico se satisface si $a(0) = -R \ddot{s}(0)$, (Bazán y Meli 2000).

3.4.2 Programa DYNDIR

El comportamiento no lineal de los materiales, tiene vital importancia en el comportamiento inelástico de la geometría del modelo, ya que de manera local los materiales empiezan a deformarse.

Para este análisis se utilizó el programa DYNDIR, elaborado en 1979, en la Universidad de Auckland Nueva Zelanda (Gilles, 1978)

El modelo se analizó con el componente E-W del registro sísmico del 19 de septiembre de 1985, ubicado en la Secretaría de Comunicaciones y Transportes. Con los resultados del análisis elástico lineal, se obtuvieron los momentos resistentes, para diseñar las columnas y vigas. Revisados todos los elementos, se calculó el momento último con el área de acero final.

El modelo se analizó en tres dimensiones, respetando la geometría y las propiedades de sus elementos, el modelo dinámico de la estructura se presentó por masas concentradas en sus centros de masa, la masa trasnacional, el diafragma rígido en cada nivel, empotramiento en la base.

Los resultados del análisis no lineal, son una representación de desplazamientos máximos para cada nudo, sin embargo también se pueden obtener los desplazamientos en para cada segundo que dura el sismo.

La intención del análisis no lineal, es modelar estructuras, que se comporten lo más cercanamente posible a la realidad, tomando en cuenta la degradación de sus elementos, por consecuencia se pierde rigidez.

Característica de los modelos utilizados en el programa DYNDIR.

- Las conexiones viga columna se consideran rígidas
- El modelo se comporta como un marco de cortante
- La base es rígida

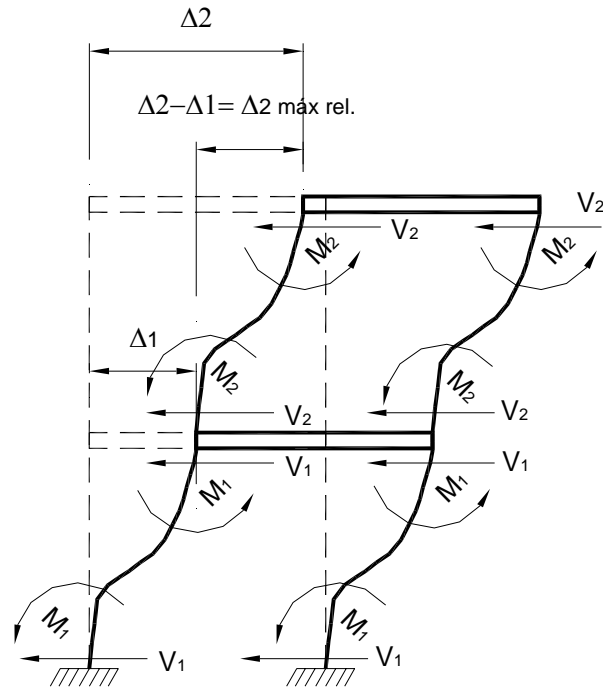


Figura 3.5. Marco de cortante.

Utilizando la ecuación

$$\frac{4M_i}{h} = F_i \quad (3.34)$$

donde:

M_i es el momento de fluencia

F_i es la fuerza cortante de fluencia

h altura de entrepiso

k_i rigidez del elemento

$$\frac{\text{Fuerza cortante}}{\Delta \text{ relativos}} = K_i \quad (3.35)$$

Con las ecs. 3.34 y 3.35 se obtienen los desplazamientos de fluencia Δ_y .

$$\frac{F_y}{K_i} = \Delta_y \quad (3.36)$$

CAPÍTULO 4

RESULTADOS

4.1. ANÁLISIS ESTÁTICO EQUIVALENTE

En la tabla 4.1 se presentan las fuerzas equivalentes a partir de un análisis sísmico estático (ec. 2.1). Las fuerzas horizontales que se obtienen de éste análisis se ubican en el CM de cada piso. Éste análisis es igual para el modelo 1 y modelo 2 (fig. 3.1). Se utilizó un coeficiente sísmico $c=0.4$, el factor de reducción por irregularidad de $FR= 0.8$ y el factor de comportamiento sísmico $Q=4.0$.

Tabla 4.1. Análisis estático equivalente

Piso	W_i KN	H_i m	$W_i \cdot h_i$ KN*m	F_i KN	V_i KN
4	10	16	160	2,31	2,31
3	10	12	120	1,73	4,04
2	20	8	160	2,31	6,35
1	20	4	80	1,15	7,50
	$\Sigma W_i =$ 60		$\Sigma W_i \cdot h_i =$ 520	7,50	

4.2. REDUCCIÓN DE LAS FUERZAS SÍSMICAS ESTIMANDO EL PERIODO DE VIBRACIÓN DE LA ESTRUCTURA

Los resultados del cálculo del período de los dos modelos se presentan en las Tablas 4.2 y 4.3. Se observa que en los dos casos, $T > T_a$ (sección 4, NTCDS 2004), por lo que no es necesario hacer la reducción de las fuerzas sísmicas.

Tabla 4.2. Cálculo del periodo fundamental de la estructura (modelo 1)

Piso	x_i m	$W_i \cdot x_i^2$ KN-m ²	$F_i \cdot x_i$ KN*m
4	0,0165	0,0027	0,0380
3	0,0136	0,0018	0,0235
2	0,0098	0,0019	0,0225
1	0,0049	0,0005	0,0057
	$\Sigma W_i \cdot x_i^2 =$	0,007	0,090

$$T = 0,560 \text{ s}$$

Tabla 4.3. Cálculo del periodo fundamental de la estructura (modelo 2)

Piso	x_i	$W_i \cdot x_i^2$	$F_i \cdot x_i$
	m	KN-m ²	KN*m
4	0,0199	0,0039	0,0460
3	0,016	0,0026	0,0283
2	0,0115	0,0026	0,0266
1	0,0058	0,0006	0,0067
$\Sigma W_i \cdot x_i^2 =$		0,0060	0,0617

T= 0,629 s

4.3. REVISION DE DESPLAZAMIENTOS LATERALES

En la Tabla 4.4 para el modelo 1 y Tabla 4.5 para el modelo 2, se muestran los desplazamientos absolutos para cada columna correspondiente a cada piso, además se obtienen los desplazamientos relativos, se comparan contra lo dispuesto en la sección 1.8 NTCDS (2004).

Tabla 4.4. Revisión de desplazamientos relativos (modelo 1)

Piso	Columna 1		Requisito	Columna 2		Requisito	Columna 3		Requisito
	$\Delta_{\text{absolutos}}$	$\Delta_{\text{relativos}}$	< 0,006h	$\Delta_{\text{absolutos}}$	$\Delta_{\text{relativos}}$	< 0,006h	$\Delta_{\text{absolutos}}$	$\Delta_{\text{relativos}}$	< 0,006h
	m	m	m	m	m	m	m	m	m
4	0,0165	0,014	OK	0,0133	0,009	OK			
3	0,0136	0,019	OK	0,0105	0,011	OK			
2	0,0098	0,022	OK	0,0069	0,014	OK	0,0039	0,004	OK
1	0,0049	0,023	OK	0,0034	0,013	OK	0,0018	0,003	OK

Piso	Columna 4		Requisito	Columna 5		Requisito	Columna 6		Requisito
	$\Delta_{\text{absolutos}}$	$\Delta_{\text{relativos}}$	< 0,006h	$\Delta_{\text{absolutos}}$	$\Delta_{\text{relativos}}$	< 0,006h	$\Delta_{\text{absolutos}}$	$\Delta_{\text{relativos}}$	< 0,006h
	m	m	m	m	m	m	m	m	m
4	0,0165	0,014	OK	0,0133	0,009	OK			
3	0,0136	0,019	OK	0,0105	0,011	OK			
2	0,0098	0,022	OK	0,0069	0,014	OK	0,0039	0,004	OK
1	0,0049	0,023	OK	0,0034	0,013	OK	0,0018	0,003	OK

Tabla 4.5. Revisión de desplazamientos relativos (modelo 2)

Piso	Columna 1		Requisito	Columna 2		Requisito	Columna 3		Requisito
	$\Delta_{\text{absolutos}}$	$\Delta_{\text{relativos}}$	< 0,006h	$\Delta_{\text{absolutos}}$	$\Delta_{\text{relativos}}$	< 0,006h	$\Delta_{\text{absolutos}}$	$\Delta_{\text{relativos}}$	< 0,006h
	m	m	m	m	m	m	m	m	m
4	0,0199	0,0035	OK	0,0118	0,0024	OK			
3	0,0164	0,0049	OK	0,0095	0,0028	OK			
2	0,0116	0,0057	OK	0,0067	0,0034	OK	0,0018	0,0011	OK
1	0,0058	0,0058	OK	0,0032	0,0032	OK	0,0006	0,0006	OK

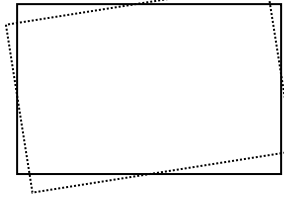
Piso	Columna 4		Requisito	Columna 5		Requisito	Columna 6		Requisito
	$\Delta_{\text{absolutos}}$	$\Delta_{\text{relativos}}$	< 0,006h	$\Delta_{\text{absolutos}}$	$\Delta_{\text{relativos}}$	< 0,006h	$\Delta_{\text{absolutos}}$	$\Delta_{\text{relativos}}$	< 0,006h
	m	m	m	m	m	m	m	m	m
4	0,0199	0,0035	OK	0,0118	0,0024	OK			
3	0,0164	0,0049	OK	0,0095	0,0028	OK			
2	0,0116	0,0057	OK	0,0066	0,0034	OK	0,0018	0,0011	OK
1	0,0058	0,0058	OK	0,0032	0,0032	OK	0,0006	0,0006	OK

Los desplazamientos absolutos y los desplazamiento relativos de las Tablas 4.4 y 4.5 se grafican en la fig. 4.3 y fig. 4.4

4.4. REVISIÓN DEL REQUISITO ADICIONAL DE DESPLAZAMIENTOS ($1/4,5 \leq \Delta_{\text{máx.}} / \Delta_{\text{mín.}} \leq 4,5$)

Para cada uno de los pisos se revisó el requisito adicional de desplazamientos, utilizando los desplazamientos absolutos de los bordes de cada piso como se muestra en las fig.4.1 y 4.2.

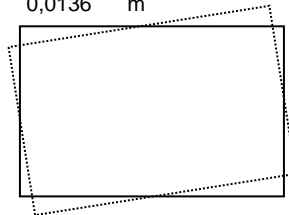
$\Delta_{\text{máx.}} = 0,0165 \text{ m}$ $\Delta_{\text{mín.}} = 0,0133 \text{ m}$



$\Delta_{\text{máx.}}/\Delta_{\text{mín.}} = 1,2346$ cumple con el requisito

a) piso 4

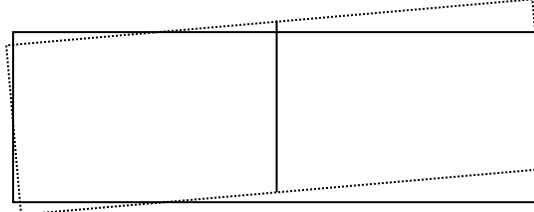
$\Delta_{\text{máx.}} = 0,0136 \text{ m}$ $\Delta_{\text{mín.}} = 0,0105 \text{ m}$



$\Delta_{\text{máx.}}/\Delta_{\text{mín.}} = 1,2905$ Cumple con el requisito

b) piso 3

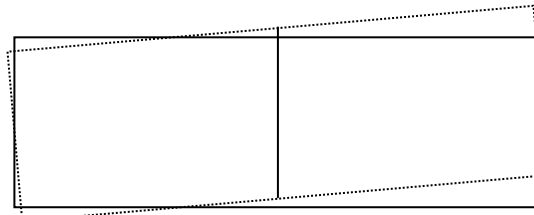
$\Delta_{\text{máx.}} = 0,0098 \text{ m}$ $\Delta_{\text{mín.}} = 0,0039 \text{ m}$



$\Delta_{\text{máx.}}/\Delta_{\text{mín.}} = 2,4797$ Cumple con el requisito

c) piso 2

$\Delta_{\text{máx.}} = 0,0049 \text{ m}$ $\Delta_{\text{mín.}} = 0,0018 \text{ m}$

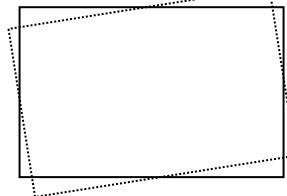


$\Delta_{\text{máx.}}/\Delta_{\text{mín.}} = 2,6776$ Cumple con el requisito

d) piso 1

Figura 4.1.Revisión del requisito adicional (modelo 1)

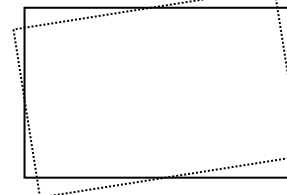
$\Delta_{\text{máx,}} = 0,0199 \text{ m}$ $\Delta_{\text{mín,}} = 0,0118 \text{ m}$



$\Delta_{\text{máx,}}/\Delta_{\text{mín,}} = 1,6898$ Cumple con el requisito

a) piso 4

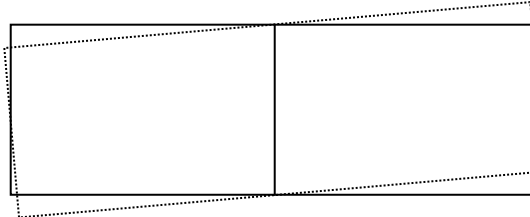
$\Delta_{\text{máx,}} = 0,0164 \text{ m}$ $\Delta_{\text{mín,}} = 0,0095 \text{ m}$



$\Delta_{\text{máx,}}/\Delta_{\text{mín,}} = 1,7263$ Cumple con el requisito

b) piso 3

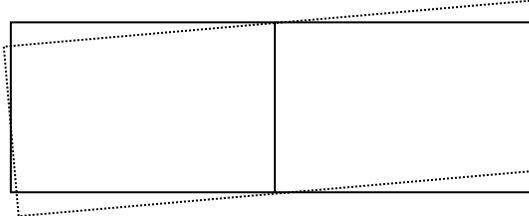
$\Delta_{\text{máx,}} = 0,0116 \text{ m}$ $\Delta_{\text{mín,}} = 0,0018 \text{ m}$



$\Delta_{\text{máx,}}/\Delta_{\text{mín,}} = 6,6000$ No cumple con el requisito

c) piso 2

$\Delta_{\text{máx,}} = 0,0058 \text{ m}$ $\Delta_{\text{mín,}} = 0,0006 \text{ m}$



$\Delta_{\text{máx,}}/\Delta_{\text{mín,}} = 8,9368$ No cumple con el requisito

d) piso 1

Figura 4.2. Revisión del requisito adicional (modelo 2)

4.5. ANÁLISIS POR TORSIÓN UTILIZANDO EL PROCEDIMIENTO SIMPLIFICADO DE DISEÑO

En la Tabla 4.6 se presenta la localización del CC (ecs. 3.3 y 3.4), se considera una distribución de masas uniforme en cada piso para los modelos 1 y 2.

Tabla 4.6 Cálculo del CC, (modelos 1 y 2).

Piso 1 y 2						
A	L	Peso	Xc	Yc	Peso*Xc	Peso*Yc
m	m	KN	m	m	KN m ²	KN m ²
6	20	20	10	3	200	60
Σ Peso=		20		Σ=	200	60
Centro de cortante						
X _{cc} =		10	m			
Y _{cc} =		3	m			
Piso 3 y 4						
A	L	Peso	Xc	Yc	Peso*Xc	Peso*Yc
m	m	KN	m	m	KN m ²	KN m ²
6	10	10	5	3	50	30
Σ Área=		10		Σ=	50	30
Centro de cortante						
X _{cc} =		5	m			
Y _{cc} =		3	m			

A continuación se realizó el análisis estructural, utilizando el SAP 2000, para obtener los cortantes directos de cada columna, en cada piso, para las dos direcciones ortogonales. En la Tabla 4.7 y Tabla 4.8 se muestran los resultados del modelo 1, en las Tablas 4.9 y 4.10 el modelo 2.

Tabla 4.7 Cortantes directos en dirección X, (modelo 1)

Piso	Vd1x	Vd2x	Vx (tot.)	Fx (tot.)
	KN	KN	KN	KN
4	1,15	1,15	2,308	2,308
3	2,02	2,02	4,038	1,731
2	3,17	3,17	6,346	2,308
1	3,75	3,75	7,500	1,154

Tabla 4.8 Cortantes directos en dirección Y, (modelo 1)

Piso	Vd1y	Vd2Y	Vd3y	Vy (tot.)	Fy (tot.)
	KN	KN	KN	KN	KN
4	1,10	1,21		2,308	2,308
3	1,92	2,12		4,038	1,731
2	2,06	2,24	2,05	6,346	2,308
1	2,42	2,66	2,42	7,500	1,154

Tabla 4.9 Cortantes directos en dirección X, (modelo 2)

Piso	Vd1x KN	Vd2x KN	Vx (tot.) KN	Fx (tot.) KN
4	1,15	1,15	2,31	2,31
3	2,02	2,02	4,04	1,73
2	3,17	3,17	6,35	2,31
1	3,75	3,75	7,50	1,15

Tabla 4.10 Cortantes directos en dirección Y, (modelo 2)

Piso	Vd1y KN	Vd2Y KN	Vd3y KN	Vy (tot.) KN	Fy (tot.) KN
4	0,42	1,89		2,31	2,31
3	0,74	3,30		4,04	1,73
2	0,88	3,90	1,57	6,35	2,31
1	1,04	4,62	1,84	7,50	1,15

Con las ecs 3.1, a 3.4, y los datos de la Tablas anteriores, se obtienen el *CR* y *CC* para cada piso. Los resultados se presentan en la Tabla 4.11 y Tabla 4.12. De acuerdo con la posición que guardan con respecto al *CC* o al *CR*, se clasifican los elementos en rígidos, *r*, o flexibles, *f*.

Tabla 4.11 CR y CC (modelo 1)

Piso	X_{CR} m	Y_{CR} m	X_{CC} m	Y_{CC} m
4	5,23	3,00	5,00	3,00
3	5,25	3,00	5,00	3,00
2	9,98	3,00	6,82	3,00
1	10,00	3,00	7,31	3,00

Tabla 4.12 CR y CC (modelo 2)

Piso	X_{CR} m	Y_{CR} m	X_{CC} m	Y_{CC} m
4	8,18	3,00	5,00	3,00
3	8,17	3,00	5,00	3,00
2	11,08	3,00	6,82	3,00
1	11,07	3,00	7,31	3,00

Con las ecs. 2.2, a 2.5 se obtuvo la excentricidad estática para las dos direcciones. Posteriormente se obtuvo el valor absoluto de la excentricidad estática normalizada. Los resultados se muestran en las Tablas 4.13 y 4.14.

Tabla 4.13 Cálculo de e_s y $|e_s/b|$ para X y Y (modelo 1)

Piso	e_{sx} m	e_{sy} m	$ e_{sx}/b $ m	$ e_{sy}/b $ m
4	-0,23	0,00	0,02	0,00
3	-0,25	0,00	0,02	0,00
2	-3,16	0,00	0,16	0,00
1	-2,69	0,00	0,13	0,00

Tabla 4.14 Cálculo de e_s y $|e_s/b|$ para X y Y (modelo 2)

Piso	e_{sx} m	e_{sy} m	$ e_{sx}/b $ m	$ e_{sy}/b $ m
4	-3,18	0,00	0,32	0,00
3	-3,17	0,00	0,32	0,00
2	-4,26	0,00	0,21	0,00
1	-3,76	0,00	0,19	0,00

Con los desplazamientos de la Tabla 4.4 para el modelo 1 y de la Tabla 4.5 para el 2, aplicando las ecs. 3.5 y 3.6 se obtuvo el radio de giro normalizado para las dos direcciones de análisis.

Tabla 4.15 Radio de giro normalizado (modelo 1)

Piso	ρ_{xi}	ρ_{yi}	ρ_{xi}^2	ρ_{yi}^2
4	0,803	0,638	0,645	0,408
3	0,857	0,615	0,734	0,378
2	1,271	0,437	1,615	0,191
1	1,368	0,432	1,872	0,186

Tabla 4.16 Radio de giro normalizado (modelo 2)

Piso	ρ_{xi}	ρ_{yi}	ρ_{xi}^2	ρ_{yi}^2
4	0,682	0,567	0,466	0,321
3	0,721	0,537	0,519	0,289
2	1,006	0,352	1,012	0,124
1	1,083	0,344	1,174	0,118

A continuación se calcularon los factores de amplificación por torsión, FAT , utilizando las ecs. 3.7, a 3.9 para los elementos. Para obtener el cortante de total se multiplicó el FAT por el cortante directo del análisis estático.

Tabla 4.17 Cálculo del *FAT* y el cortante de diseño *Vtot.*, para el piso 4, (modelo 1)

Columna	Tipo	ζ_i	<i>FAT</i>	<i>Vdx</i> KN	<i>Vtot.</i> KN	dirección
1x	Flexible	0,500	1,078	0,58	0,62	
2x	Rígido	0,500	1,078	0,58	0,62	X
4x	Flexible	0,500	1,078	0,58	0,62	
5x	Rígido	0,500	1,078	0,58	0,62	
1y	Flexible	0,523	1,173	0,55	0,65	
2y	Rígido	0,477	1,090	0,60	0,66	Y
4y	Flexible	0,523	1,173	0,55	0,65	
5y	Rígido	0,477	1,090	0,60	0,66	

Tabla 4.18 Cálculo del *FAT* y el cortante de diseño *Vtot.*, para el piso 4, (modelo 2)

Columna	Tipo	ζ_i	<i>FAT</i>	<i>Vdx</i> KN	<i>Vtot.</i> KN	dirección
1x	Flexible	0,500	1,107	0,58	0,64	
2x	Rígido	0,500	1,107	0,58	0,64	X
4x	Flexible	0,500	1,107	0,58	0,64	
5x	Rígido	0,500	1,107	0,58	0,64	
1y	Flexible	0,818	2,468	0,21	0,52	
2y	Rígido	0,182	1,000	0,94	0,94	Y
4y	Flexible	0,818	2,468	0,21	0,52	
5y	Rígido	0,182	1,000	0,94	0,94	

Como se puede apreciar en las Tablas 4.17 y 4.18, el *FAT* es mayor en el modelo 2 que en el 1. Para cada modelo, las columnas 1 y 4 son las que tienen los valores más altos de *FAT*. Sin embargo, el cortante directo en las Tablas 4.17b y 4.18b, es mayor para las columnas 2 y 4.

Tabla 4.19 Cálculo del *FAT* y el cortante de diseño *Vtot.*, para el piso 3, (modelo 1)

Columna	Tipo	ζ_i	<i>FAT</i>	<i>Vdx</i> KN	<i>Vtot.</i> KN	dirección
1x	Flexible	0,500	1,068	1,01	1,08	
2x	Flexible	0,500	1,068	1,01	1,08	X
4x	Rígido	0,500	1,068	1,01	1,08	
5x	Rígido	0,500	1,068	1,01	1,08	
1y	Flexible	0,525	1,190	0,96	1,14	
2y	Rígido	0,475	1,095	1,06	1,16	Y
4y	Flexible	0,525	1,190	0,96	1,14	
5y	Rígido	0,475	1,095	1,06	1,16	

Tabla 4.20 Cálculo del FAT y el cortante de diseño V_{tot} , para el piso 3, (modelo 2)

Columna	Tipo	ζ_i	FAT	Vdx KN	Vtot. KN	dirección
1x	Flexible	0,500	1,096	1,01	1,11	
2x	Flexible	0,500	1,096	1,01	1,11	X
4x	Rígido	0,500	1,096	1,01	1,11	
5x	Rígido	0,500	1,096	1,01	1,11	
1x	Flexible	0,817	2,628	0,37	0,97	
2x	Rígido	0,183	1,000	1,65	1,65	Y
4x	Flexible	0,817	2,628	0,37	0,97	
5x	Rígido	0,183	1,000	1,65	1,65	

En las Tablas 4.19 y 4.20, se observa los valores del FAT en el modelo 1 piso 3 son mayores que en el modelo 2 piso 3.

Tabla 4.21 Cálculo del FAT y el cortante de diseño V_{tot} , para el piso 2, (modelo 1)

Columna	Tipo	ζ_i	FAT	Vdx KN	Vtot. KN	dirección
1x	Flexible	0,500	1,031	1,06	1,09	
2x	Flexible	0,500	1,031	1,06	1,09	
3x	Flexible	0,500	1,031	1,06	1,09	X
4x	Rígido	0,500	1,031	1,06	1,09	
5x	Rígido	0,500	1,031	1,06	1,09	
6x	Rígido	0,500	1,031	1,06	1,09	
1x	Flexible	0,499	1,878	1,03	1,93	
2x	Rígido	0,001	1,000	1,12	1,12	
3x	Rígido	0,501	1,000	1,02	1,02	Y
4x	Flexible	0,499	1,878	1,03	1,93	
5x	Rígido	0,001	1,000	1,12	1,12	
6x	Rígido	0,501	1,000	1,02	1,02	

Tabla 4.22 Cálculo del FAT y el cortante de diseño V_{tot} , para el piso 2, (modelo 2)

Columna	Tipo	ζ_i	FAT	Vdx KN	Vtot. KN	dirección
1x	Flexible	0,500	1,049	1,06	1,11	
2x	Flexible	0,500	1,049	1,06	1,11	
3x	Flexible	0,500	1,049	1,06	1,11	X
4x	Rígido	0,500	1,049	1,06	1,11	
5x	Rígido	0,500	1,049	1,06	1,11	
6x	Rígido	0,500	1,049	1,06	1,11	
1x	Flexible	0,554	2,874	0,44	1,26	
2x	Rígido	0,054	1,000	1,95	1,95	
3x	Rígido	0,446	1,000	0,78	0,78	Y
4x	Flexible	0,554	2,874	0,44	1,26	
5x	Rígido	0,054	1,000	1,95	1,95	
6x	Rígido	0,446	1,000	0,78	0,78	

Al comparar el *FAT*, de las Tablas 4.21 y 4.22 para los dos modelos, contra los resultados de las Tablas 4.23 y 4.24, se observa que son mayores en el piso 1 que en el piso 2.

Tabla 4.23 Cálculo del FAT y el cortante de diseño *Vtot*, para el piso 1, (modelo 1)

Columna	Tipo	ζ_i	<i>FAT</i>	<i>Vdx</i> KN	<i>Vtot.</i> KN	dirección
1x	Flexible	0,500	1,027	1,25	1,28	
2x	Flexible	0,500	1,027	1,25	1,28	
3x	Flexible	0,500	1,027	1,25	1,28	X
4x	Rígido	0,500	1,027	1,25	1,28	
5x	Rígido	0,500	1,027	1,25	1,28	
6x	Rígido	0,500	1,027	1,25	1,28	
1x	Flexible	0,500	1,811	1,21	2,19	
2x	Rígido	0,000	1,000	1,33	1,33	
3x	Rígido	0,500	1,000	1,21	1,21	Y
4x	Flexible	0,500	1,811	1,21	2,19	
5x	Rígido	0,000	1,000	1,33	1,33	
6x	Rígido	0,500	1,000	1,21	1,21	

Tabla 4.24 Cálculo del FAT y el cortante de diseño *Vtot*, para el piso 1, (modelo 2)

Columna	Tipo	ζ_i	<i>FAT</i>	<i>Vdx</i> KN	<i>Vtot.</i> KN	dirección
1x	Flexible	0,500	1,043	1,25	1,30	
2x	Flexible	0,500	1,043	1,25	1,30	
3x	Flexible	0,500	1,043	1,25	1,30	X
4x	Rígido	0,500	1,043	1,25	1,30	
5x	Rígido	0,500	1,043	1,25	1,30	
6x	Rígido	0,500	1,043	1,25	1,30	
1x	Flexible	0,553	2,785	0,52	1,45	
2x	Rígido	0,053	1,000	2,31	2,31	
3x	Rígido	0,447	1,000	0,92	0,92	Y
4x	Flexible	0,553	2,785	0,52	1,45	
5x	Rígido	0,053	1,000	2,31	2,31	
6x	Rígido	0,447	1,000	0,92	0,92	

4.6. CÁLCULO DEL ÁNGULO DE TORSIÓN

Con la finalidad de observar el comportamiento de una estructura, cuando tiene cambios bruscos de un piso a otro.

En este caso se observa que entre el piso 2 y el piso 1 existe una diferencia del 50% en sus dimensiones.

- a) Calcular el análisis sísmico estático para los dos modelos.

Tabla 4.25 Análisis estático equivalente (modelo 1 y modelo 2)

Piso	W_i KN	h_i m	$W_i \cdot h_i$ KN*m	F_i KN	V_i KN
4	10	16	160	2,31	2,31
3	10	12	120	1,73	4,04
2	20	8	160	2,31	6,35
1	20	4	80	1,15	7,50
	$\Sigma W_i =$ 60	$\Sigma W_i \cdot h_i =$	520	7,50	

- b) Utilizando las fuerzas cortantes del análisis elástico, se calcula el CM , CT y e_s , en ambas direcciones, con las ecs. 2.2, a 3.4. Al comparar la e_s , de las Tablas 4.26 y 4.27, entre los modelos 1 y 2, se observa que, los valores de la excentricidad son mayores en los pisos 4 y 3 del modelo 2 mientras que en el piso 2 son muy parecidos entre sí. La excentricidad va aumentando en los pisos superiores en los dos modelos.

Tabla 4.26 Cálculo de CC , CR y e_s , (modelo 1)

Piso	V_j KN	CC m	CR m	$e_s = X_{CC} - X_{CR}$ m
4	2,308	5,000	5,060	0,060
3	4,038	5,000	5,072	0,072
2	6,346	6,818	6,512	0,307
1	7,500	7,308	6,707	0,601

Tabla 4.27 Cálculo de CC , CR y e_s , (modelo 2)

Piso	V_j KN	CC m	CR m	$e_s = X_{CC} - X_{CR}$ m
4	2,308	5,000	6,490	1,490
3	4,038	5,000	6,509	1,509
2	6,346	6,818	7,173	0,355
1	7,500	7,308	7,360	0,052

- c) En las Tablas 4.28, a 4.31, utilizando la distancia del elemento al CR x_i o y_i , los desplazamientos absolutos, los desplazamientos relativos, la rigidez de entrepiso, aplicando la expresión $\Sigma Kx_j \cdot y^2$ en la dirección Y y $\Sigma Ky_j \cdot x^2$ en la dirección X .

Tabla 4.28 Cálculo de $\Sigma K_{xj} \cdot y^2$ y $\Sigma K_{yj} \cdot x^2$ para cada piso (modelo 1)

Piso	Columna	x_i m	Δ , abs, m	Δ rel. m	K_i KN/m	$\Sigma K_{yj} \cdot x^2$ KN/m	dirección	
4	4 y 5	3,00	0,00094	0,00002	48076,9	865384,6	X	
	1 y 2	3,00			48076,9			
3	4 y 5	3,00	0,00092	0,00004	48076,9	865384,6		
	1 y 2	3,00			48076,9			
2	4,5 y 6	3,00	0,00088	0,00041	7664,4	137959,9		
	1,2 y 3	3,00			7664,4			
1	4,5 y 6	3,00	0,00046	0,00046	8134,5	146420,8		
	1,2 y 3	3,00			8134,5			
4	1 y 4	5,06	0,01647	0,00292	390,4	19754,8		Y
	2 y 5	4,94			399,9			
3	1 y 4	5,07	0,01355	0,00378	526,5	26703,8		
	2 y 5	4,93			541,9			
2	1 y 4	6,51	0,00977	0,00487	648,9	68457,0		
	2 y 5	3,49			460,0			
	3 y 6	13,49			194,3			
1	1 y 4	6,71	0,00490	0,00490	746,9	82378,5		
	2 y 5	3,29			540,8			
	3 y 6	13,29			242,9			

Tabla 4.29 Cálculo de $\Sigma K_{xj} \cdot y^2$ y $\Sigma K_{yj} \cdot x^2$ para cada piso (modelo 2)

Piso	Columna	x_i M	Δ , abs, m	Δ rel. m	K_i KN/m	$\Sigma K_{yj} \cdot x^2$ KN/m	dirección	
4	4 y 5	3,00	0,0024	0,0004	3296,7	59340,7	X	
	1 y 2	3,00			3296,7			
3	4 y 5	3,00	0,0021	0,0006	3256,8	58622,8		
	1 y 2	3,00			3256,8			
2	4,5 y 6	3,00	0,0015	0,0007	4592,0	82656,1		
	1,2 y 3	3,00			4592,0			
1	4,5 y 6	3,00	0,0008	0,0008	4813,9	86649,6		
	1,2 y 3	3,00			4813,9			
4	1 y 4	6,49	0,0199	0,0035	228,81	14.850,00		Y
	2 y 5	3,51			423,08			
3	1 y 4	6,51	0,0164	0,0049	290,72	18.921,83		
	2 y 5	3,49			541,95			
2	1 y 4	7,17	0,0116	0,0057	332,75	23.433,65		
	2 y 5	2,83			760,07			
	3 y 6	12,83			18,59			
1	1 y 4	7,36	0,0058	0,0058	375,00	26.854,59		
	2 y 5	2,64			873,29			
	3 y 6	12,64			35,96			

- d) Con las ecs. 3.12 y 3.29, se obtuvo el momento de torsión MT y el ángulo de torsión θ . En la Tabla 4.30 se muestra los resultados. Mientras que para el modelo 1, en el piso 1, es mayor el ángulo por torsión, en los pisos 2, 3, y 4 son mayores en el modelo 2.

Tabla 4.30 Comparación de MT y θ , para los modelos 1 y 2

Piso	Modelo 1		Modelo 2	
	MT	θ	MT	θ
	KN*m		KN*m	
4	0,14	1,56E-07	3,44	4,63E-05
3	0,29	3,28E-07	6,09	7,86E-05
2	1,95	9,43E-06	2,25	2,12E-05
1	4,51	1,97E-05	0,39	3,46E-06

4.7. ANÁLISIS INELÁSTICO

En las Tablas 4.31 y 4.32, en la primera columna están los valores de la fuerza de fluencia F_y , con el que se obtuvo el desplazamiento de fluencia dy , así como la rigidez k . Los desplazamientos máximos absolutos se determinan del análisis no lineal utilizando el programa DYNDIR, con estos últimos se encontraron los valores de los desplazamientos máximos relativos.

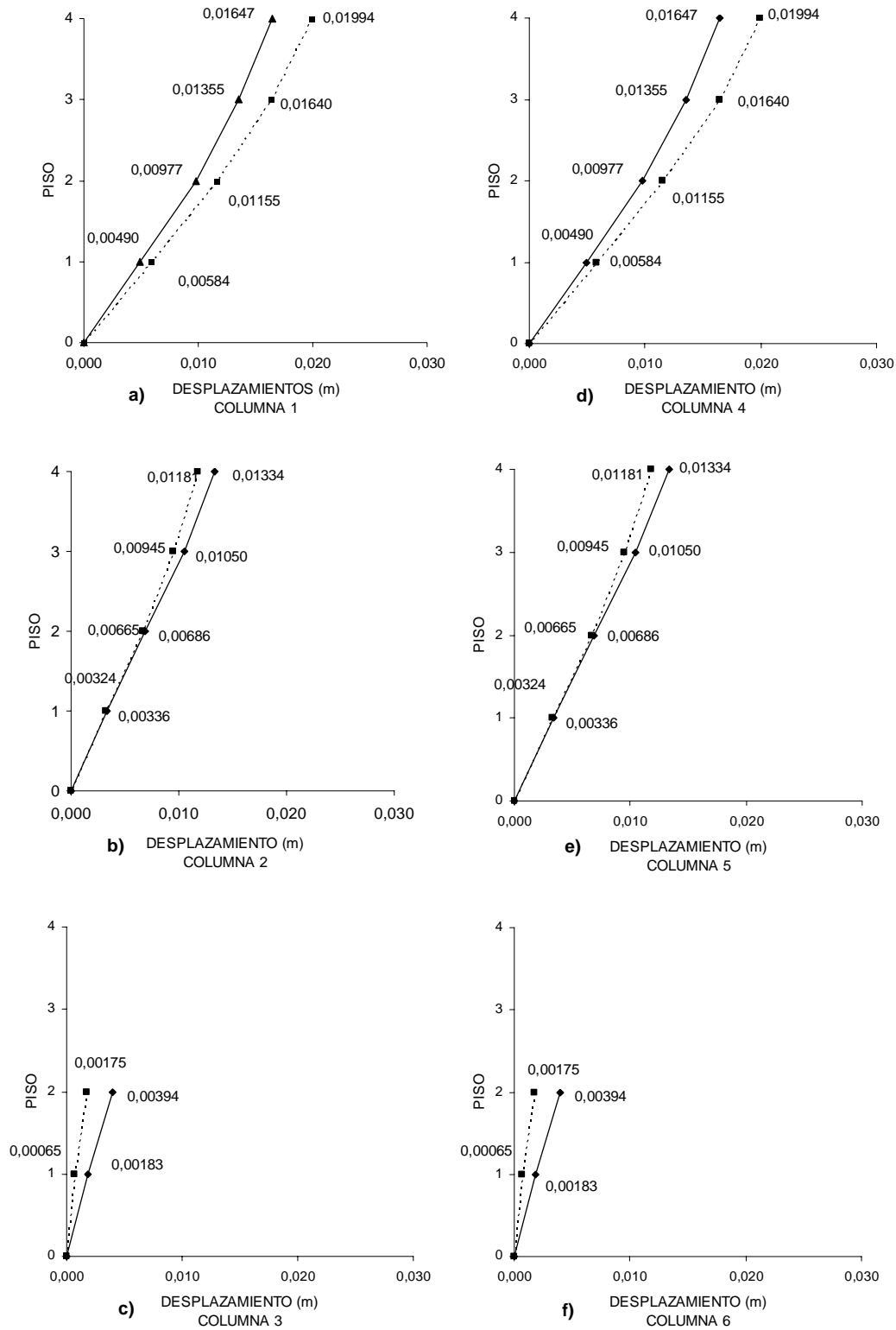
Con la ec. 2.25 se obtiene la demanda de ductilidad en el modelo 1 y 2. El análisis se hizo para la dirección más desfavorable del los modelos, en este caso dirección Y . Los resultados se presentan en la fig. 4.6.

Tabla 4.31 Demanda de ductilidad del modelo 1

F_y	dy	k	u	μ
KN	m	KN/m	m	
1,26	0,0032	398,03	0,0016	0,49
1,38	0,0032	437,50	0,0057	1,79
1,26	0,0032	398,03	0,0049	1,55
1,26	0,0032	398,03	0,0019	0,60
1,38	0,0032	437,50	0,0033	1,04
1,26	0,0032	398,03	0,0046	1,46
1,05	0,0027	388,68	0,0055	2,04
1,16	0,0027	422,64	0,0044	1,61
1,05	0,0027	386,07	0,0027	0,99
1,05	0,0027	388,68	0,0048	1,79
1,16	0,0027	422,64	0,0033	1,22
1,05	0,0027	386,07	0,0026	0,95
0,98	0,0027	370,66	0,0004	0,14
1,08	0,0026	408,97	0,0022	0,82
1,08	0,0026	408,97	0,0012	0,45
0,56	0,0017	335,37	0,00003	0,02
0,61	0,0017	368,20	0,00003	0,02
0,56	0,0017	335,37	0,00001	0,01
0,61	0,0017	368,20	0,00001	0,01

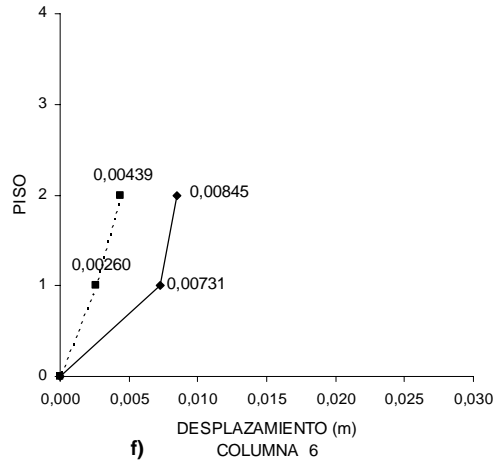
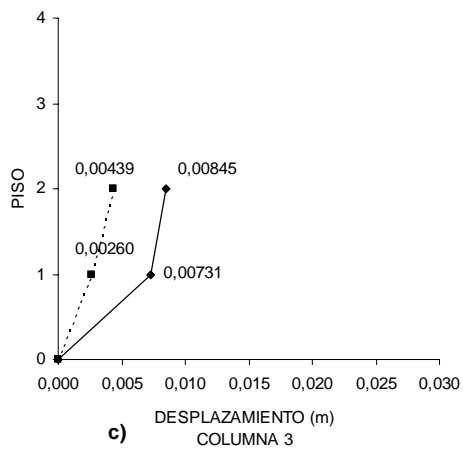
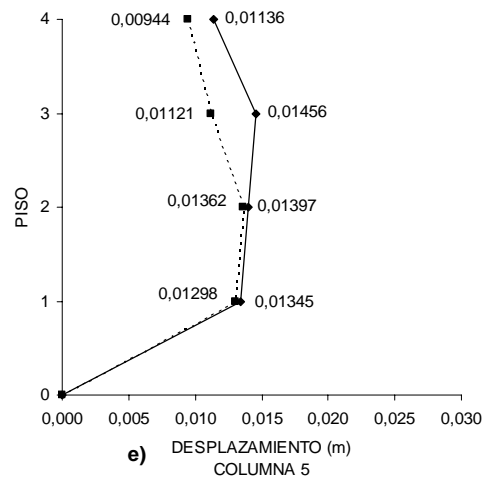
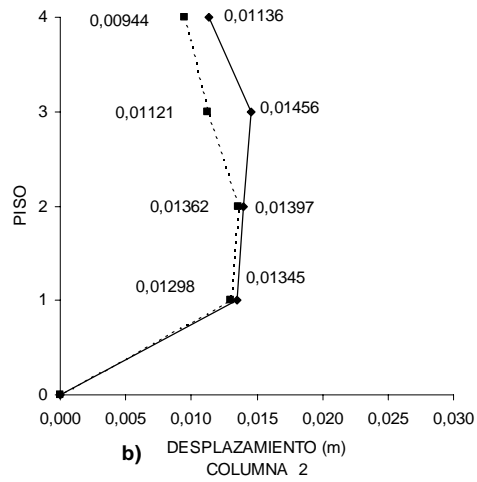
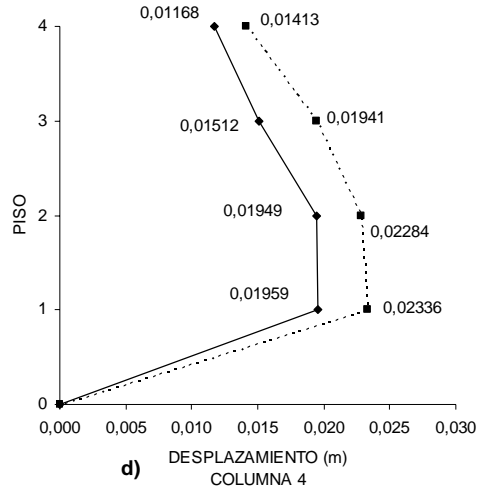
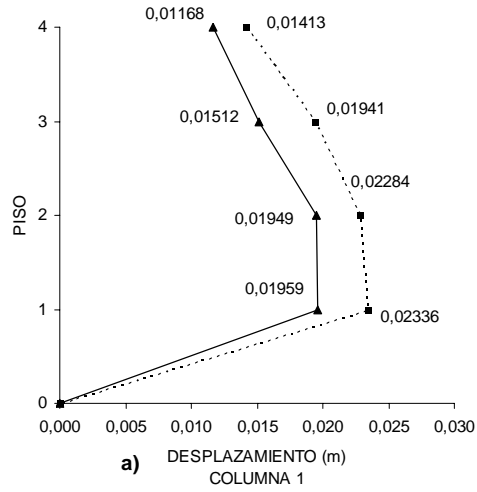
Tabla 4.33 Demanda de ductilidad del modelo 2

Fy KN	dy m	k KN/m	u m	μ
0,55	0,0028	196,23	0,0073	2,63
2,42	0,0028	871,70	0,0083	3,00
0,96	0,0028	347,17	0,0059	2,14
0,55	0,0028	196,23	0,0071	2,53
2,42	0,0028	871,70	0,0058	2,09
0,96	0,0028	347,17	0,0057	2,04
0,46	0,0024	189,66	0,0048	1,98
2,02	0,0024	840,52	0,0049	2,04
0,80	0,0024	337,53	0,0035	1,45
0,46	0,0024	189,66	0,0047	1,93
2,02	0,0024	840,52	0,0039	1,63
0,80	0,0024	337,53	0,0034	1,41
0,38	0,0021	179,61	0,0004	0,17
1,69	0,0021	800,60	0,0016	0,76
0,38	0,0010	370,66	0,0000	0,02
1,69	0,0041	408,97	0,0017	0,41
0,22	0,0014	156,72	0,00007	0,05
0,95	0,0014	704,36	0,00002	0,01
0,22	0,0014	156,72	0,00006	0,05
0,95	0,0014	704,36	0,00002	0,01



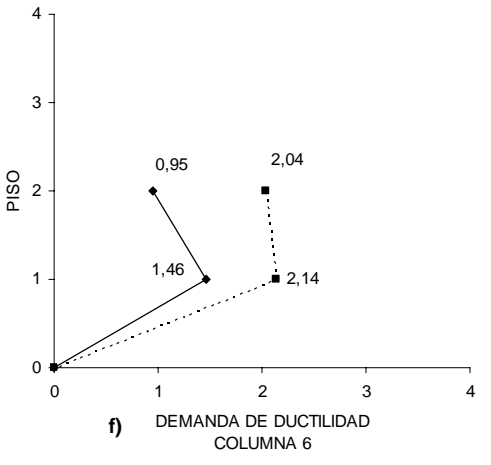
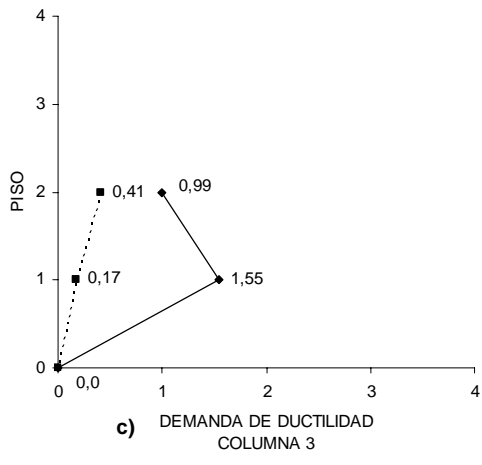
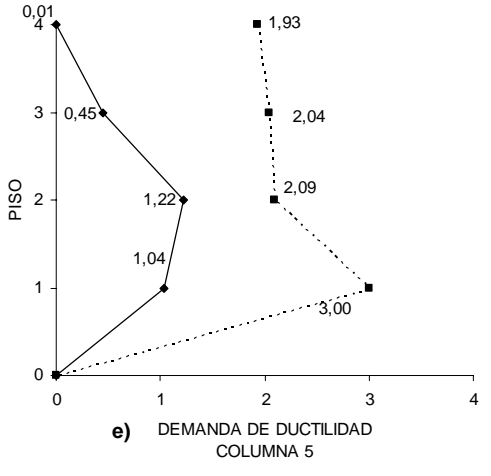
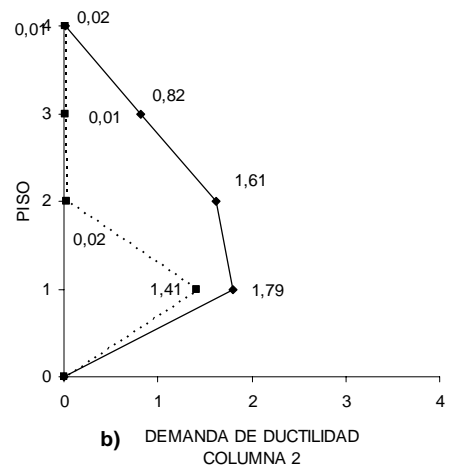
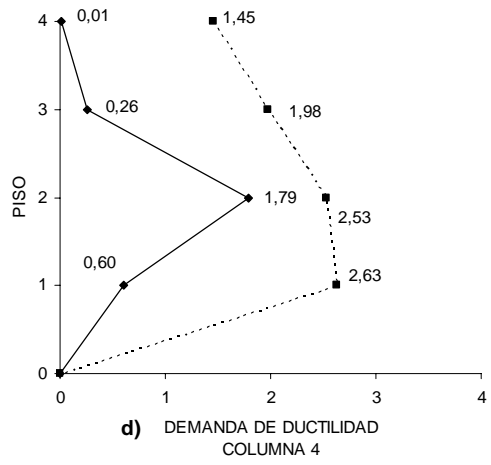
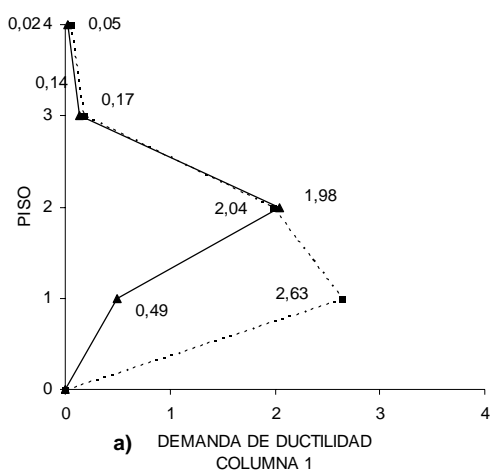
————— Desplazamientos del modelo 1 (dentro del requisito)
 - - - - - Desplazamientos del modelo 2 (fuera del requisito)

Figura 4.3. Desplazamientos absolutos de los modelos 1 y 2, en dirección Y

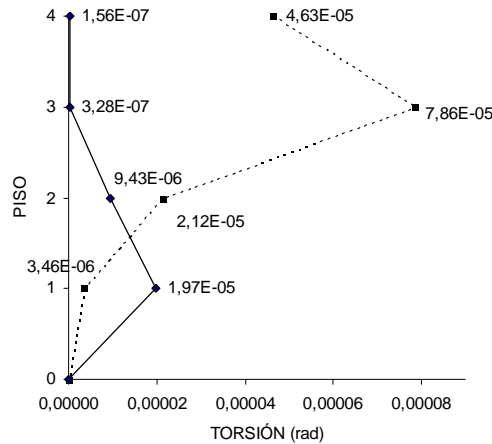


————— Desplazamientos del modelo 1 (dentro del requisito)
 - - - - - Desplazamientos del modelo 2 (fuera del requisito)

Figura 4.4. Desplazamientos relativos de los modelos 1 y 2, en dirección Y



— Demanda de ductilidad modelo 1 (dentro del requisito)
 - - - Demanda de ductilidad modelo 2 (fuera del requisito)
Figura 4.5. Demanda de ductilidad de los modelos 1 y 2, en dirección Y



————— Ángulo de torsión modelo 1 (dentro del requisito)
 - - - - - Ángulo de torsión modelo 2 (fuera del requisito)

Figura 4.6 Ángulo de torsión en cada piso

4.8. ANÁLISIS DE RESULTADOS

1. Al comparar los desplazamientos de los modelos en estudio, (fig. 4.3. y 4.4), se observa que los de las columnas 2, 3, 5 y 6 del modelo 1 son mayores que los del modelo 2, ambos modelos cumplen con las NTCDS, (2004).
2. Para el modelo 1, se revisó el requisito adicional de desplazamientos en todos los pisos. Se observa cómo del piso 1 al 4 se incrementa el valor del requisito en la fig. 4.1. Esto se debe a que la excentricidad y la fuerza cortante es mayor en los pisos inferiores que en los superiores.
3. Para el modelo 2, (fig. 4.2), se observa que los pisos 1 y 2, no cumplen con el requisito adicional lo que hace que la estructura tenga problemas de torsión. Este comportamiento se debe a que las columnas 1, 2, 3 y 4 tienen un momento de inercia menor que las columnas 2 y 5 (Tabla 3.1 y fig. 3.1).
4. Comparando la Tabla 4.8 con la 4.10, en donde se muestran los cortantes directos en dirección Y, para los modelos 1 y 2 respectivamente, se observa que la diferencia entre los cortantes directos de cada marco, es menor en el modelo 1, con respecto a la diferencia entre el cortante directo de cada marco en el modelo 2. Se debe al efecto de torsión que, distribuye de manera desigual los cortantes directos.
5. En la fig. 4.6., se observa que la diferencia del ángulo de torsión entre piso y piso es mayor en el modelo 2. Esto provoca que la distorsión de entrepiso convierta al modelo 2, en una estructura con problemas ante los efectos de torsión.
6. En la fig 4.6., en los pisos 3 y 4 del modelo 2 se observa una fuerte distorsión de entrepiso, a pesar de que los valores de la excentricidad sean menores que en los pisos 1 y 2.
7. En la fig 4.6., se observa como la distorsión en los pisos 1 y 2 del modelo 2, afecta en forma considerable, a los pisos 3 y 4, en forma inversa sucede en el modelo 1.
8. En la fig. 4.5, se observa que el primer piso del modelo 2, tiene la mayor demanda de ductilidad, después en el segundo piso, va disminuyendo conforme van aumentando los pisos. Lo mismo sucede, al revisar el requisito adicional de desplazamientos ($1/4.5 < \Delta_{\text{máx.}} / \Delta_{\text{mín.}} < 4.5$). Debido a que en los pisos inferiores están concentradas los mayores esfuerzos.
9. Por otra parte, las demandas de ductilidad del modelo 2, tiene más elementos en el intervalo no lineal, lo que provoca un mejor desempeño, de esta forma se evitan concentraciones de energía en un sólo elemento.
10. Comparando los modelos 1 y 2, con base en la fig. 4.5. El modelo 2 tiene más elementos en el intervalo no lineal, siendo el más irregular de los dos.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. CONCLUSIONES

Se evaluó la respuesta de modelos estructurales asimétricos, utilizando como base el análisis sísmico estático de las NTCDS (2004).

Se utilizaron dos criterios para observar el comportamiento de las estructuras en caso de un sismo severo. Primero se utilizó un requisito adicional de desplazamiento propuesto, de aplicación muy simple, el segundo, el ángulo de torsión, el cual tiene una aplicación más elaborada. Con ambos es posible diagnosticar si una estructura tiene problemas de torsión

Con el fin de obtener las fuerzas cortantes de diseño, se utilizó, el Procedimiento Simplificado de Diseño, este procedimiento es de fácil aplicación.

Para obtener los desplazamientos máximos absolutos, a partir de los cuales, se puede calcular la demanda de ductilidad, se utilizó el programa DYNDIR

Se estudiaron dos modelos de 4 pisos, en donde los pisos 1 y 2 están formados por dos marcos longitudinales y tres transversales, los pisos 3 y 4 son la extensión únicamente de dos marcos transversales junto con los dos marcos longitudinales, los cuales representan una estructura en forma de una L. El modelo 1 está estructurado con un mayor momento de inercia en el marco central, en el cual no presenta una gran asimetría. En el modelo 2 el momento de inercia se incrementa progresivamente en los marcos transversales, por lo que en los pisos 1 y 2 presentan una mayor asimetría que el modelo anterior

A los dos modelos se les aplicaron los siguientes análisis.

- a) Análisis sísmico estático equivalente, cumpliendo con las NTCDS (2004).
- b) Se verificó que cumplan con lo que establece el inciso 1.8 de las NTCDS (2004), en lo que se refiere a la revisión de desplazamientos relativos.
- c) Con los desplazamientos absolutos, de los bordes de cada piso, se revisó el requisito adicional de desplazamientos.
- d) Se aplicó el Procedimiento Simplificado de Diseño, para obtener las fuerzas de diseño (fuerzas cortantes, momentos flexionantes).
- e) Se realizó el análisis no lineal
- f) Con la información anterior se obtuvo la demanda de ductilidad de cada columna

El diseño por torsión con las NTCDS (2004) del RCDF, se basa en el incremento de la fuerza para aumentar la resistencia de los elementos estructurales. Así, se pretende obtener una estructura que asegure un buen comportamiento ante los efectos de la torsión sísmica lo que no necesariamente se cumple.

El requisito adicional de diseño por torsión propone revisar los desplazamientos de los bordes de cada piso para observar si la estructura puede llegar a tener problemas de torsión. Con esta información es posible proponer un incremento de la rigidez en ciertos elementos para evitar un comportamiento indeseable.

Utilizando el requisito adicional de diseño por torsión, se concluye que no todas las estructuras que cumplen con NTDS del RCDF, están exentas de problemas de torsión.

El PSD, es un herramieta que facilita el cálculo de las fuerzas de diseño por torsión, este procedimiento de igual manera que el propuesto en las NTCDS (2004) aumenta la resistencia.

5.2. RECOMENDACIONES

- a. Es necesario elaborar más análisis lineales y no lineales de estructuras asimétricas en donde la excentricidad sea debida a la distribución de la masa, de igual manera estudiar, que pasa con la excentricidad debida a la distribución de la rigidez.
- b. Aplicar el PSD ya que es un procedimiento de fácil aplicación, que puede ser utilizada en los despachos de cálculo
- c. Verificar que además de cumplir con el RCDF, cumpla con el requisito adicional de diseño por torsión
- d. Diseñar de acuerdo con el RCDF
- e. Proponer en base a la investigación, revisiones de fácil aplicación para diagnosticar cuales estructuras tienen problemas de torsión de tal forma que se pueda observar la probable solución.

REFERENCIAS

- Bazán E. y Meli R. (2000) “Diseño Sísmico de Edificios”, Editorial Limusa
- Cardona O. D. (1999) “Vulnerabilidad Sísmica de Hospitales Fundamentos Para Ingenieros” Editorial CIMNE
- Computers and Structures, Inc. (1997) “Integrated Finite Element Analysis and Desing of Structures SAP 2000”
- Escobar J. A., Cisneros C. y Gómez R. (2004) “Evaluación de criterios de diseño por torsión sísmica estática para edificios de varios pisos” Revista de Ingeniería Sísmica, No. 71, 2004, pp. 63-89
- Lomnitz C. (1988) “Las causas probables de la catástrofe sísmica del 19 de septiembre de 1985” Instituto de Geofísica, UNAM. Ciencia y desarrollo, septiembre/octubre 1988 Vol. XIV Núm 82, CONACYT
- Meli R. y Rosenbluet E. (1986), “El temblor de 1985 : Causas y efectos, en la ciudad de México”, Revista del IMCyC, No. 5
- NTCDS (2004), “Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo”, (6 de octubre 2004)
- PAHO y OPS (1989), “Análisis de Riesgo en el Diseño de Hospitales en Zonas Sísmicas” (Pan American Health Organization (PAHO) / Organización Panamericana de la Salud (OPS), 1989, 203 p.)
- Páez A. (2005), “Respuesta no-lineal de modelos estructurales de un solo piso”, Requisito Complementario para Diseño de Edificios por Torsión Sísmica, 2005, pp. 25-58
- Perea T., y Esteva L. (2005) “Componente vertical de registros sísmicos y su efecto en la respuesta sísmica no lineal” Revista de ingeniería sísmica, 2005 No. 72, pp. 45-79
- RCDF (2004), Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, (6 de octubre 2004)
- SSN (1990), Servicio Sismológico Nacional, Instituto de Geofísica, Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), <http://www.ssn.unam.mx>
- Tso W. K. (1990) “Static eccentricity concept for torsional moment estimations” Journal of Structural Engineering, vol 6, No. 5, May, 1990 pp. 1199-1212.