



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES "ACATLÁN"

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



“APLICACIÓN DE LA ESTRATEGIA INSTRUCCIONAL:
APRENDIZAJE COOPERATIVO EN LA ENSEÑANZA DE
DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DE
VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS”

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE

MAESTRA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRESENTA: MA. ANDREA SUÁREZ GARCÍA

ASESOR: MTRO. JUAN BAUTISTA RECIO ZUBIETA

NAUCALPAN, ESTADO DE MÉXICO

MARZO, 2008



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

GRACIAS

A mis hijas Angélica y Paola,

Ambas mi gran aliciente y el mejor regalo que Dios me dio

A mi familia, por su apoyo incondicional

A mis profesores por su paciencia.

ÍNDICE

TEMA	Página
INTRODUCCIÓN.	3
I. MARCO TEÓRICO.	4
I.1. LA EDUCACIÓN, TEORÍAS DEL APRENDIZAJE Y PROPUESTAS DIDÁCTICAS.	4
I.1.1. La educación y sus objetivos.	4
I.1.2. Teorías del aprendizaje.	5
I.2. LA TRANSFERENCIA DEL APRENDIZAJE.	6
I.2.1. Dificultades en la transferencia del aprendizaje.	6
I.2.2. Aportaciones de las teorías del aprendizaje en su transferencia.	7
I.3. Propuestas didácticas.	9
I.3.1. Aprendizaje cooperativo.	10
II. MARCO METODOLÓGICO.	11
II.1. LAS CLASES TÍPICAS EN EL APRENDIZAJE COOPERATIVO.	11
II.1.1. Actividades interpersonales que contribuyen al aprovechamiento del estudiante.	13
II.1.2. Formación de equipos de estudiantes para el aprendizaje, que promuevan la interdependencia social positiva y el éxito académico.	14
II.1.3. Estrategias.	14
II.1.4. Lista de verificación para la implementación del aprendizaje cooperativo.	18
III. DESARROLLO.	19
III.1. ANTECEDENTES ACADÉMICOS.	19
III.2. ORGANIZACIÓN DE LAS SESIONES DE TRABAJO.	20
III.3. ESTUDIO DEL PROBLEMA.	20
III.3.1. Sesión 1. Distribuciones de probabilidad de variable aleatoria discreta.	21
III.3.2. Sesión 2. Función de distribución acumulativa y valor esperado.	24
III.3.3. Sesión 3. Distribuciones de probabilidad de variable aleatoria discreta: Binomial, Binomial Negativa, Geométrica, Hipergeométrica, Poisson.	29
IV: RESULTADOS.	33
IV.1. COMENTARIOS DE LOS ALUMNOS.	37
IV.2. ANÁLISIS DE RESULTADOS.	38
CONCLUSIONES.	39
BIBLIOGRAFÍA.	41

INTRODUCCIÓN.

En mi experiencia profesional impartiendo asignaturas del área de Matemáticas: Probabilidad, Estadística, y Ecuaciones Diferenciales, en la carrera de Matemáticas Aplicadas y Computación (M. A. C.) así como en Ingeniería Civil en la FES “Acatlán”, siempre ha sucedido que son muy pocos los alumnos que aprueban los exámenes, en promedio un 30%, de este porcentaje hay alumnos que estudiaron sólo para aprobar el examen, así que son muy contados los que realmente se puede considerar que aprendieron la asignatura que se haya evaluado. Sin embargo, la preocupación de ellos y la mía ha sido ¿por qué es tan difícil aprender Matemáticas?

Las dificultades en el aprendizaje no son únicamente de naturaleza cognitiva como veremos más adelante, es necesario utilizar estrategias instruccionales que permitan mejorar la seguridad, la confianza y la autoestima en el alumno. A esto se refiere la estrategia “aprendizaje cooperativo” que se menciona en una investigación presentada en la lectura “Actividades Instruccionales y Decisiones” de Mary Kim Prichard y Sue Bingaman (6), cuya aplicación es objetivo del presente trabajo en un tema de la asignatura de Probabilidad de la carrera de M. A. C.

De esta manera es alentador saber que existen soluciones para disminuir el alto porcentaje de reprobación y que pueda haber un verdadero aprovechamiento académico, considerando la importancia de que el profesor sea un facilitador del aprendizaje.

En la asignatura de Probabilidad de la carrera de M. A. C., es notorio que los alumnos muestran dificultad para comprender el tema que se refiere a las distribuciones de probabilidad de variables aleatorias discretas: binomial, geométrica, binomial negativa, hipergeométrica y Poisson; dicha dificultad se refiere a la comprensión tanto de las propias definiciones como también de las diferencias que existen entre ellas.

Se ha mencionado que una estrategia que permite mejorar el aprendizaje y desempeño de los alumnos es el aprendizaje cooperativo, a continuación se presenta una breve reseña del mismo.

Mary Kim Prichard y Sue Bingaman (6) mencionan en su artículo: *“el aprendizaje cooperativo en grupos pequeños es una alternativa para la instrucción en clase que facilita la discusión y la comunicación acerca de las matemáticas. Es una aproximación donde un grupo de estudiantes trabajan juntos para completar la tarea o solucionar un problema”*.

Por otra parte, la opinión de estas autoras sobre las investigaciones realizadas en la aplicación de estrategias instruccionales es: *“la investigación sobre la enseñanza, las metodologías que empiezan a usarse, y las teorías sobre las cuales se basa la investigación están cambiando. Muchas de las investigaciones discutidas en este capítulo han sido experimentadas en el proyecto, usando grupos de control experimentales y ganando puntuaciones sobre algunos instrumentos de evaluación para determinar la actividad del estudiante. En muchos casos, los investigadores no hacen consideraciones acerca de cómo los estudiantes aprenden matemáticas. Esta es una tremenda necesidad para posteriores investigaciones sobre la enseñanza de las matemáticas en escuelas de nivel superior. Los investigadores necesitan colaborar con los profesores en el aula en los procesos de la formulación de problemas, desarrollo de estudios, y en la colección y análisis de datos”*.

Esta opinión refleja que aun cuando se hacen esfuerzos por mejorar el aprendizaje de las Matemáticas, el problema no tiene una solución inmediata ni sencilla.

Sin embargo antes de abordar la aplicación del aprendizaje cooperativo como una estrategia instruccional es necesario recordar el significado de la educación y sus propósitos; las principales teorías del aprendizaje así como diferentes propuestas didácticas, para entender cómo se da la transferencia del aprendizaje; la importancia de la secuencia de actividades y de

un enfoque dialéctico constructivista, siendo necesario también comprender las conductas propias del campo afectivo que puedan existir y afectar tanto en el aprendizaje como en la interacción entre los alumnos, todos estos factores influyen en la aplicación de una estrategia instruccional.

I. MARCO TEÓRICO.

I.1. LA EDUCACIÓN, TEORÍAS DEL APRENDIZAJE Y PROPUESTAS DIDÁCTICAS.

I.1.1. La educación y sus objetivos.

De acuerdo con Lafourcade (7), el término educación indica un proceso destinado a lograr cambios duraderos y positivos en las conductas de los sujetos sometidos a su influencia, con base a objetivos definidos de modo concreto y preciso, social e individualmente aceptables, dignos de ser sufridos por los individuos en crecimiento y promovidos por los responsables de su formación. Lo cual se puede lograr a través de un proceso sistemático, que incluye la etapa de la evaluación a través de la cual podemos saber si se llevaron a cabo dichos cambio de conducta y medir el desarrollo de los mismos utilizando técnicas confiables y válidas con lo cual también podemos apreciar la eficacia del proceso educativo.

Los propósitos de la educación se manifiestan de manera muy general, obedecen a ideales que comprenden la formación integral, desarrollo y desenvolvimiento intelectual, de objetivos generales planteados para diversos niveles de enseñanza, planes de estudio, asignaturas y también de objetivos específicos. Precisamente del planteamiento y realización de dichos objetivos dependerá que se logren las metas planteadas, por lo que la tarea del docente a este respecto implica la identificación de los objetivos generales del curso y la descomposición de estos en objetivos específicos. Los niveles de conocimiento que se presentan en el área cognoscitiva son: conocimiento de conceptos y hechos específicos, principios y generalizaciones, teorías y modelos. Las conductas del área afectiva desafortunadamente no se toman en cuenta en los planes de estudio de los diferentes niveles de enseñanza, porque no se les da importancia a la formación de actitudes en el alumno y sin embargo esto puede facilitar considerablemente su aprendizaje en el área cognoscitiva.

Existen diferentes clasificaciones de las conductas, cuyo uso permite el intercambio de ideas y de materiales de evaluación entre los docentes.

Categoría de los conocimientos.

- a) Campo cognoscitivo. Considera categorías de los conocimientos como son:
- Específicos (terminología, hechos específicos), de las formas y medios de tratar con los hechos específicos (conocimiento de convenciones, de tendencias y secuencias, de clasificaciones y categorías, de los criterios, de la metodología), de los universales de las abstracciones específicas de un determinado campo (conocimiento de principios y generalizaciones, de teorías y estructuras).
 - De comprensión: traslación de un lenguaje a otro, interpretación, extrapolación.
 - De aplicación.
 - De análisis de elementos, de relaciones, de los principios de organización.
 - De síntesis: producción de una comunicación, producción de un plan o serie de operaciones, derivación de una serie de relaciones abstractas.
 - De evaluación: juicios relacionados con la evidencia interna, en relación con criterios externos.

- b) Campo afectivo. Para categorizar las conductas de tipo afectivo se consideró el grado de internalización en que estas pueden manifestarse en los alumnos, y se dividen en:
- Recepción: toma de conciencia, buena disposición para recibir un estímulo, atención seleccionada o controlada.
 - Respuesta: conformidad con la respuesta, buena disposición para responder, satisfacción con la respuesta.
 - Valoración: aceptación de un valor, preferencia por un valor, realización.
 - Organización: conceptualización de un valor, organización de un sistema de valores.
 - Caracterización por un valor o complejo de valores: disposición generalizada, caracterización.

De esta clasificación se puede deducir la complejidad e importancia de la labor y responsabilidad docente que no debe limitarse a una transmisión de conocimientos únicamente; para lograr la aplicación de la clasificación mencionada es necesario que las autoridades modifiquen las organizaciones tradicionales, que aparte de ser ineficaces, obstaculizan el proceso educacional, además es importante que las personas encargadas de llevar a cabo dicha aplicación, conozcan los mecanismos de los procesos cognoscitivos y afectivos, dado que de otra manera pueden ocasionar daños considerables en las posibilidades de desarrollo del alumno.

I. 1. 2. Teorías del aprendizaje.

Se ha observado que la dificultad para aprender Matemáticas se encuentra en los contenidos de los cursos en el nivel medio y superior así como en las metodologías de enseñanza, ambas causas además están muy relacionadas con la falta de formación sistemática de profesores de Matemáticas, así encontramos propuestas para la solución de esta problemática, como por ejemplo la de Elfriede Wenzelburger Guttenberger para nivel bachillerato (“Una nueva visión para la enseñanza de las matemáticas en el nivel medio superior”, 1981) en la que indica:

1. Uso extensivo de modelos y representaciones para ideas algebraicas.
2. Organización del álgebra alrededor de los conceptos de variable y función.
3. Una nueva relación entre conocimiento conceptual y los procedimientos en álgebra.

Sin embargo esta propuesta no es tan fácil de llevar a cabo si no se conocen los mecanismos a través de los cuales se produce la transferencia del aprendizaje,

Bruner, Gagné y Ausubel y fueron los pioneros en destacar lo cognoscitivo en el proceso educacional elaborando teorías fundamentales para la psicología educativa y para la general (1960).

Bruner rompe con la metodología y los intereses del conductismo, haciendo un análisis de las distintas estrategias en la formación de conceptos. También considera que la predisposición favorable al aprendizaje se alcanza cuando éste es significativo; así como también considera que los profesores deberían proporcionar situaciones problemáticas que estimulen a los alumnos a que descubran por sí mismos la estructura de la asignatura, porque esto lleva a lo siguiente:

- Favorece la comprensión.
- Facilita la memorización.
- Ayuda a obtener transferencias adecuadas.
- Posibilita la aplicación a nuevos problemas.

Las investigaciones de Gagné se encaminan a evaluar distintos procedimientos basados en el método de descubrimiento o en el método de principios, sin embargo la obra más importante es su teoría jerárquica del aprendizaje. Este modelo ha contribuido a que tengamos una visión más amplia del aprendizaje en relación con la complejidad humana, dotando a los distintos niveles

de aprendizaje de sistematización y funcionalidad y cuyo modelo es el más representativo de los integrativos.

Ausubel hizo trabajos referentes a la psicología del desarrollo, se caracterizó por su inclinación hacia el punto de vista cognoscitivo y el sentido autónomo que debe tener la psicología educativa, a la que define como “la especial rama de la psicología que se relaciona con la naturaleza, condiciones, resultados y evaluación del aprendizaje escolar y su retención”, limitando de esta manera el objetivo psicoeducativo al campo intelectual.

Dentro de la psicología de la educación y respecto a los autores más representativos del método de descubrimiento contra el método expositivo, Bruner y Ausubel respectivamente, se observa que ambos tienen características que dan lugar a las siguientes conclusiones:

- Según Wallen y Travers (1963): no se ha probado que unos métodos sean mejores que otros.
- En ambos métodos se comprueban los efectos motivadores del descubrimiento.
- La investigación hasta la fecha es limitada en relación con su alcance, e inconclusa. Los estudios han sido breves y muchos han usado materiales artificiales; aún más, no se ha comprobado la retención ni la aplicación a largo plazo.
- La cuestión no radica en “aprender descubriendo” sino en “aprender a descubrir”.
- Los aprendizajes germinales o mixtos, constituidos por descubrimiento y ayuda simultánea y/o progresiva, son todos superiores a los que se limitan a la recepción o al descubrimiento.
- Hay que tener presente el carácter diferencial e interactivo, al vincular tratamiento por atributos y por interacción.

Con esto se confirma la preferencia por un procedimiento mixto para aplicarse en el salón de clases, aunque diferencial, según las circunstancias.

En el problema de la integración de teorías se impone una elucidación de lo que postulan la psicología genética, la teoría de Ausubel o la del procesamiento de la información respecto de las naturalezas del vínculo epistémico entre sujeto y objeto, de la relación entre las “construcciones” y la realidad, o del significado de la “construcción” y “reconstrucción” en los conocimientos de los objetos del mundo natural o social, así como en los conocimientos de los objetos conceptuales del “saber a enseñar”.

Dado que no puede realizarse una transferencia mecánica desde los principios psicológicos a las determinaciones normativas de la didáctica, es necesario hacer un análisis de las derivaciones didácticas que pueden extraerse de las teorías del aprendizaje más significativas pudiendo apreciar dos amplios enfoques de las principales teorías del aprendizaje y que de acuerdo con “los procesos de enseñanza aprendizaje: análisis didáctico de las principales teorías del aprendizaje” de Angel I. Pérez Gómez (1994), ambos enfoques se refieren a lo siguiente:

I. 2. LA TRANSFERENCIA DEL APRENDIZAJE.

I.2.1. Dificultades en la transferencia del aprendizaje.

La teoría y la práctica didácticas necesitan de un cuerpo de conocimientos sobre los procesos de aprendizaje que cumpla dos condiciones fundamentales:

- Abarcar de forma integral y con tendencia holística, las distintas manifestaciones, procesos y tipos o clases de aprendizaje.
- Mantenerse apegado a lo real, siendo capaz de explicar no sólo fenómenos aislados producidos en el laboratorio, en condiciones especiales, sino también la complejidad de

los fenómenos y procesos del aprendizaje en el aula, en condiciones normales de la vida cotidiana.

Las razones por las que existe un desfase entre la teoría psicológica del hombre y la teoría didáctica, así como entre la teoría y la práctica didácticas, son:

- a) Las teorías del aprendizaje, son aproximaciones a menudo parciales y restringidas a aspectos y áreas concretas del aprendizaje.
- b) La mayoría de las teorías del aprendizaje han adquirido sus principios explicativos a partir de la reducción de las complejas variables de aprendizaje escolar que se realiza en la investigación de laboratorio. Se puede exigir a una teoría comprensiva que su estructura sea formal, que la lógica de sus planteamientos y su contenido táctico sean lo suficientemente amplios y flexibles para dar cabida no sólo a la explicación de lo común y homogéneo, sino a lo diferencial de lo específico. Así podremos utilizar el conocimiento disponible como herramientas mentales que orientan la búsqueda e indagación y no sólo como principios fijos de explicación.
- c) El aprendizaje escolar es un tipo de aprendizaje peculiar, por producirse dentro de una institución con una clara función social, donde el aprendizaje de los contenidos del currículo se convierten en el fin específico de la vida y las relaciones entre los individuos que conforman el grupo social.
- d) Las teorías del aprendizaje, aún comprendiendo el influjo de los elementos personales que intervienen en la escuela, han de reconocer un elevado grado de indeterminación en el aprendizaje y en las interacciones, ya que tanto alumno como profesor se involucran en forma particular en una situación, cuya dinámica es difícil de prever, ya que se encuentra influenciada por innumerables incidencias provocadas por factores extraescolares en gran medida imprevisibles.
- e) La teoría y la práctica didácticas poseen un irrenunciable componente teleológico, intencional, que desborda la naturaleza explicativa de las teorías del aprendizaje. El componente utópico e inacabado de la naturaleza humana impone permanentes resistencias a la pretensión explicativa del pensamiento y acción del hombre considerado en forma individual.
- f) En este análisis podemos afirmar que las teorías del aprendizaje suministran la información básica, pero no suficiente, para organizar la teoría y la práctica de la enseñanza. Deberá ponerse especial atención a los procesos de motivación, atención, asimilación, organización, recuperación y transferencia; esto no se lleva a cabo en el alumno como tal, sino en complejas redes sociales, de modo que las variables contingencias culturales, sociales y materiales del medio son de extraordinaria importancia para comprender y orientar los procesos de aprendizaje y desarrollo.

Otro problema que se presenta para lograr la transferencia del aprendizaje es la estructuración de materiales didácticos, aquí encontramos términos tan importantes como es secuenciación, organización cognitiva, estructuración entre otras.

I.2.2. Aportaciones de las teorías del aprendizaje en su transferencia.

Las ideas de Ausubel, Bruner, Gagné, al respecto nos ofrecen aportaciones muy útiles para lograr que la transferencia del aprendizaje se lleve a cabo de la mejor manera.

Primeramente se presenta la idea de anclaje, la cual se relaciona con el concepto de que si en una secuencia de material que debe ser aprendido, hay materiales posteriores que dependen intrínsecamente de los precedentes, entonces el material secuencialmente dependiente debe ser repasado y dominado muy bien antes de pasar a la presentación del nuevo material. A este respecto tanto Ausubel como Gagné están plenamente de acuerdo, puesto que es prerequisite que un individuo domine una etapa para pasar a la siguiente. Ausubel en forma particular

considera que las ideas–ancla quedan destacadas y facilitan así la **aprehensión** del nuevo material.

Bruner hace recomendaciones específicamente para una teoría de la instrucción (que él diferencia de la de aprendizaje), las cuales son:

- Hacer accesible la secuencia para que el estudiante perciba la estructura de los materiales.
- Promover la transferencia.
- Utilizar contrastes en las secuencias, resaltar discriminaciones.
- Evitar una simbolización prematura, brindando tantas formas icónicas de representación, como se posible.
- Posibilitar que el alumno adquiera práctica permitiéndole dos tipos de experiencia: que realice incursiones genéricas sobre el material recogiendo conceptos y nociones globales, y que profundice en temas de interés.
- Hacer revisiones periódicas a los conceptos y actividades ya aprendidas y aplicar éstos a las situaciones nuevas y más complejas mediante el “currículo en espiral”.

En las ideas de Gagné encontramos que la relación estructura que se representa en una jerarquía, describe el tema, disciplina o curso que constituyen el objetivo de la enseñanza; pero es importante tener en cuenta que lo que se representa en la jerarquía no son las informaciones que el sujeto debe tener o recibir, sino las habilidades intelectuales. En los estudios realizados por Gagné y colaboradores respecto a cómo adquieren los individuos esas capacidades intelectuales, se tiene la idea central de que en su adquisición intervienen dos grandes elementos: a) las estructuras que el sujeto necesita para realizar cierta tarea de aprendizaje y b) las habilidades intelectuales que ya posee. De tal forma que para que haya aprendizaje, se parte de habilidades intelectuales relevantes y mediante instrucciones, se induce al sujeto a adquirir competencia en las tareas o habilidades de nivel superior en la jerarquía. Estas instrucciones tienen cuatro funciones principales:

- 1) Se logra que el alumno identifique lo que se espera de él, al final del periodo de aprendizaje.
- 2) Posibilitan la identificación de los elementos de una situación estimuladora.
- 3) Aumentan la probabilidad de que el alumno recuerde, en el momento en que se le presenten las instrucciones, los materiales relacionados con el nuevo aprendizaje.
- 4) Permiten guiar el pensamiento, ayudan a promover la utilización de estrategias y habilidades intelectuales, además facilitan la integración de los conocimientos recién adquiridos con datos de la nueva situación.

Las conclusiones de los estudios que se hicieron de aspectos específicos relativos a la estructura y la secuencia del aprendizaje, son las siguientes:

- Los datos más positivos que favorecían una secuencia del material se encontraron en las experiencias con un término medio de aplicación. En investigaciones de duraciones extremas los datos eran contradictorios y no se comprobó la relevancia de la secuencia.
- El mayor beneficio del control de la secuencia por el profesor se da cuando dicho control no es ni absoluto ni totalmente ausente, se da en un nivel intermedio.
- En muchas investigaciones se confirman los descubrimientos de Gagné respecto a la transferencia del aprendizaje en tareas jerárquicas.
- El uso de organizadores avanzados para el aprendizaje de información y de conocimientos, tal como fueron definidos por Ausubel, puede ser de gran utilidad para aumentar la eficacia del aprendizaje.

I.3. PROPUESTAS DIDÁCTICAS.

Una propuesta que permite mejorar la transferencia de las ideas matemáticas en los alumnos, es la que se menciona en el artículo de David Block y Alcibíades Papacostas (1990):“Didáctica constructiva y Matemáticas: una introducción”, tiene como propósito dar la introducción a la didáctica constructivista de las matemática desde sus fundamentos para medir sus posibilidades como medio de mejorar significativamente su enseñanza y, si se aplican a otras áreas de conocimiento, también elevar el nivel académico de nuestros alumnos.

Una vez que se tiene cierta familiaridad con el problema planteado en el que se favorece la construcción del conocimiento matemático, es necesario hacer un análisis de las situaciones didácticas en las que se realiza el proceso, por lo tanto si en toda situación didáctica, intervienen cuatro sujetos protagonistas (maestro, alumno, conocimientos a enseñar y el medio), entonces y de acuerdo con Brousseau existen cuatro fases en las relaciones establecidas en las situaciones didácticas, que a continuación se mencionan:

- **Acción:** corresponde al momento en el que una vez comprendido el problema, el alumno actúa en busca de un resultado (sólo en grupo), y a partir de cierto momento puede construir una nueva estrategia.
- **Formulación:** se diseñan situaciones en las que los modelos implícitos tendrán que ser explicitados, por lo tanto no es suficiente que sólo el profesor sea el que interroge al alumno.
- **Validación:** se trata de recuperar desde una actitud crítica y reflexiva el proceso de formulación, por lo que en esta etapa se demuestra que el modelo explicitado es correcto, se explicitan y se prueban propiedades y generalidades que posiblemente fueron movilizadas en las fases anteriores.
- **Institucionalización:** el maestro juega un papel protagonista, entre otras cosas, hace que los alumnos identifiquen el instrumento construido como un conocimiento con cierto nombre y nomenclatura convencionales.

La sucesión de estas cuatro fases no es rigurosa, ni tampoco es posible distinguir con claridad unas de otras. Sin embargo se puede obtener una enseñanza en la que los conceptos no se memorizan, se aprehenden y se logra funcionalizarlos (utilizarlos en la vida cotidiana)

Reflexión.

Los docentes, no formados como tales, pero sí inmersos en la labor educativa, debemos preocuparnos de la metodología para saber enseñar y lograr que los alumnos aprendan. Fuimos formados como técnicos y habilitados como profesores y por ello, debemos interesarnos en la metodología buscando nuevos y más apropiados caminos, con los cuales satisfacer la demanda de una enseñanza liberadora.

Cuando los alumnos simplemente memorizan la información para recordarla y no la integran a las estructuras del conocimiento, establecidas previamente, el problema es la falta de esfuerzos cognitivos, llamados hábitos cognitivos deficientes.

El resultado se manifiesta cuando los alumnos pueden reproducir la información aprendida pero no la pueden usar.

Es importante no olvidar que Vigotsky le llama fosilización a la memorización, considerada como una forma de aprendizaje sin ningún futuro, por lo que dicho autor considera que los procesos cognitivos superiores son los elementos esenciales para construir el pensamiento lógico, la comprensión y la generalización.

El alumno aprende un contenido cualquiera cuando es capaz de asignarle un significado, en palabras de Piaget: “se construyen significados integrando o asimilando el nuevo material de aprendizaje a los esquemas que ya poseemos de comprensión de la realidad”.

En lo que se refiere a la función del profesor desde el constructivismo para guiar y facilitar el aprendizaje de los alumnos, no existe una respuesta única pero se pueden mencionar las que se citan a continuación:

- Ayudar al alumno a construir su propio conocimiento, guiándolo para que esa experiencia sea fructífera y no sólo le transmita conocimientos ya elaborados.
- Debe ser un promotor del desarrollo y de la autonomía de los alumnos.
- Debe promover una atmósfera de reciprocidad, de respeto y de auto confianza para el alumno, dándole oportunidad para su aprendizaje auto estructurante.

En la **concepción constructivista** y para la formación profesional del docente, en y sobre su práctica docente, **son de suma importancia los alumnos**, porque de sus conocimientos previos; del peso de sus concepciones o preconcepciones con las que se acercan al contenido del aprendizaje y de tenerlas en cuenta; del papel que juegan sus expectativas y de lo determinante que es su motivación y su auto concepto; de la importancia de sus conflictos y controversias, se obtendrán los resultados desencadenantes del cambio conceptual y **las repercusiones positivas del aprendizaje, en su interacción cooperativa con sus discípulos.**

Es así como la teoría constructivista tiene claro cómo encauzar el constructo del conocimiento en los alumnos, con **la orientación de sus profesores, quienes pueden auxiliarse con el trabajo grupal, la investigación participativa y la estructura conceptual y metodológica, para llevar a buen fin el proceso enseñanza–aprendizaje.**

Estos elementos los encontramos en la estrategia instruccional “aprendizaje cooperativo”, cuyo contenido se presenta enseguida.

I.3.1. Aprendizaje cooperativo.

Características esenciales de las estrategias eficaces del aprendizaje cooperativo.

Se ha observado que cuando los maestros usan estrategias de aprendizaje cooperativo, los estudiantes disfrutan tanto el éxito académico como el social en un grado mayor que en otras situaciones. Las estrategias de aprendizaje cooperativo son métodos organizados y altamente estructurados que con frecuencia incluyen la presentación formal de información, la práctica del estudiante y la preparación en equipos de aprendizaje, la evaluación individual del dominio y el reconocimiento público del éxito en equipo. Estos métodos han probado su eficacia en una amplia gama de materias: lectura, literatura, matemáticas, ciencias sociales y naturales, desde el nivel básico (Primaria) hasta el de bachillerato. Su eficacia se mide tanto en el proceso significativo que logran los estudiantes en todos los niveles de habilidad, como en el desarrollo de habilidades sociales que promueven la interdependencia positiva en el aula y en otros ambientes (Slavin, 1983).

El éxito de las estrategias de aprendizaje cooperativo se deriva de tres características importantes:

- Los objetivos del grupo (obtener recompensas por su trabajo).
- La responsabilidad individual (evaluación del dominio del contenido en cada estudiante).
- Iguales oportunidades para lograr éxito (los sistemas de puntuación del equipo que se basan en la aportación que hace cada individuo).

Por supuesto, los maestros creativos han inventado sus propias variantes para estas formas estandarizadas. Sin embargo, es importante recordar que las estrategias de aprendizaje cooperativo que con mayor frecuencia han mostrado generar un logro más alto en el estudiante, así como mejores relaciones sociales, siempre incluyen objetivos grupales y responsabilidad individual. Esta última asegura que todos los estudiantes tomen con seriedad las tareas del aprendizaje y que ninguna falta de dominio en el alumno se vea opacada por el éxito del otro, además para evitar que sólo uno o dos miembros del equipo se encarguen del trabajo, es necesario que los estudiantes dirijan sus energías para explicarse las ideas unos a otros, para hacerse preguntas entre sí, y para evaluar el nivel de comprensión de todos y cada uno de ellos.

Las oportunidades iguales para lograr el éxito hacen que los resultados de los esfuerzos de todos los estudiantes se recompensen por sus propios méritos, en lugar de compararlos inapropiadamente con los resultados de los alumnos más o menos capaces.

El éxito se define como el progreso en un grado mensurable en relación al propio desempeño anterior. El estudiante que cuya calificación en el examen paso de 40% en la semana pasada a 55% en la presente, contribuye a la calificación del equipo exactamente en la misma medida que el estudiante que avanzó de 80% a 95%. Dentro del sistema de reconocimiento del equipo, el progreso es la clave del éxito. Dar iguales oportunidades para lograr el éxito a todos los estudiantes en un grupo de capacidades diversas promueve la cooperación entre los estudiantes, y brinda a los alumnos más atrasados una oportunidad para hacer una contribución sólida al éxito del equipo. El asignar alumnos atrasados y adelantados en cada uno de los equipos de aprendizaje y al permitirles discutir entre ellos el contenido académico lleva a obtener un aprovechamiento mayor para todos.

II. MARCO METODOLÓGICO.

Objetivo General:

Comprobar que la enseñanza del tema “Distribuciones de Probabilidad de variables aleatorias discretas: Binomial, Geométrica, Binomial negativa, Hipergeométrica y Poisson” se mejora a través de la aplicación de la estrategia instruccional “aprendizaje cooperativo”.

Objetivos particulares:

- Establecer una propuesta didáctica en la que la función del profesor sea la de un guía.
- Formar equipos de trabajo que utilicen las bases del constructivismo, para resolver problemas del tema arriba mencionado.
- Mejorar la interacción académica y afectiva entre los alumnos.

II.1. LAS CLASES TÍPICAS EN EL APRENDIZAJE COOPERATIVO.

Las formas más populares del aprendizaje cooperativo tienen cuatro componentes:

- Presentación del contenido, usualmente en un modo de enseñanza directa,
- Práctica de la habilidad o actividades de desarrollo del concepto en equipos de aprendizaje,
- Evaluación del dominio de cada uno de los estudiantes, y
- Reconocimiento o recompensa para el equipo.

A continuación se explica en que consiste cada una de estas componentes.

a) Presentación del contenido.

El maestro presenta el contenido de la clase mediante cualquiera de los métodos estandarizados (conferencias, película, discusión guiada o lectura de textos, etc.). Como en cualquier estrategia, la suficiencia de este componente establece el alcance potencial del aprendizaje. Los estudiantes solamente pueden aprender si tienen la oportunidad de hacerlo. La presentación del contenido que hace el maestro o el control de la misma por parte de este último aseguran lo completo y preciso de lo que está disponible para el aprendizaje. El aprendizaje cooperativo no es un modelo de auto enseñanza, pero si es uno en el cual los estudiantes se ayudan unos a otros para aprender el contenido que se presentó con claridad y precisión.

b) Discusión entre los estudiantes y práctica de la habilidad en equipos de aprendizaje.

Existen dos factores que contribuyen al éxito en los equipos de aprendizaje. El primero es la heterogeneidad. Los equipos productivos son microcosmos del grupo en su conjunto. En cada equipo hay hombres y mujeres; alumnos atrasados, regulares y avanzados; y miembros de cualquier subgrupo que exista en la clase (minorías étnicas, raciales o de credo). Los equipos que se construyen sobre la base de grupos sociales pre-establecidos tienden a desviarse de la tarea, y a interactuar en aspectos que no son de tipo académico. Los equipos que se forman con el propósito de trabajar sobre aspectos académicos y que se componen de miembros con diferentes perspectivas y capacidades, tienen mayores probabilidades de dedicarse a lograr objetivos académicos. La evidencia sugiere que su éxito en esta búsqueda crea nuevos lazos sociales positivos y duraderos (Slavin, 1979).

El segundo factor responsable del éxito de los equipos es la estructura de la tarea académica. Las tareas académicas y los procedimientos para llevarlas a cabo se diseñan para que todos los miembros del equipo participen activamente. En muchas formas del aprendizaje grupal exitoso, los miembros del equipo se comprometen en la práctica grupal, en la discusión del material, y en la práctica individual.

c) Evaluación del dominio individual del estudiante.

Sin la ayuda de los miembros del equipo, cada alumno demuestra el dominio del contenido de la clase y se le evalúa de manera individual. Mientras que algunas tareas académicas que se le asignan a los equipos de aprendizaje pueden requerir al principio que los alumnos llenen juntos una hoja de trabajo, el trabajo del equipo no se termina hasta que cada uno de sus miembros sea capaz de encontrar la respuesta correcta para cada uno de los reactivos de manera independiente. Este componente estimula a los estudiantes a que tomen la clase con seriedad, y desalienta la dependencia en uno o dos miembros del equipo para lograr la **tarea grupal**. Esta última **no se define como la producción de un conjunto único de respuestas correctas, sino como el desarrollo de una habilidad en cada uno de los miembros para encontrar las respuestas correctas**. Preguntar y ayudar a los compañeros se convierte en una norma. No importa la manera en la cual el equipo de aprendizaje desempeña su misión, la evaluación del dominio se hace en forma individual, usualmente por medio de un cuestionario breve. Las decisiones que el maestro tome con respecto a volver a enseñar el tema o avanzar al siguiente, a la manera de asignar las calificaciones y de interpretar el logro académico de cada uno de sus alumnos, se basan en las calificaciones individuales.

d) Reconocimiento o recompensa.

En algunos métodos de aprendizaje cooperativo, todos los equipos que alcanzan un promedio o estándar preestablecido individual obtienen un reconocimiento público como “grandes o buenos equipos”. En gran parte el elogio y el honor sirven como pago a su esfuerzo académico, en otros métodos, el reconocimiento proviene de la demostración pública de la pericia del equipo, por

ejemplo, en una presentación. Se reconoce al progreso individual sobresaliente como evidencia del trabajo eficaz en equipo, así como del esfuerzo individual.

II.1.1. Actividades interpersonales que contribuyen al aprovechamiento del estudiante.

Las estrategias de aprendizaje cooperativo se refuerzan por su dependencia hacia el aspecto social del aprendizaje (Corno, 1987; Trimbur, 1985). A los estudiantes les gusta llevar una vida social, en las estrategias de aprendizaje cooperativo se les da una estructura en la cual pueden interactuar con los demás de manera productiva. Las clases se organizan para aprovechar el impulso de platicar, para desarrollar nuevos patrones de interacción e instrucciones, y para mejorar las oportunidades de aprendizaje para los estudiantes en todos los niveles de aprovechamiento. La parte de cada clase que demanda precisión y que esté completa (la presentación del material) la controla el maestro, quien es un experto en el contenido. La estructura de la tarea grupal controla la parte de la clase que deben manejar los alumnos. Por medio de preguntas, discusiones, textos y otros recursos, los miembros del grupo revisan el contenido, ensayan procedimientos, critican el desempeño de los demás y se preparan unos a otros para lograr el dominio del contenido; los estudiantes que necesitan aclarar algo preguntan a sus compañeros y de esta forma los estudiantes que aprenden el contenido a partir de la presentación original aprenden aún más en el proceso de repetirla (Webb, 1988). La investigación muestra de manera clara que tanto los estudiantes avanzados como los atrasados mejoran su aprovechamiento. La conversación acerca del contenido bajo estas circunstancias se convierte en un evento social. La participación en el evento social es académica, en virtud de la tarea que se le asigna al equipo.

Las tareas académicas en los métodos de aprendizaje cooperativo pueden ser simples o complejas, pero todas se estructuran para estimular a cada uno de los miembros del equipo a ayudar a los demás a lograr el dominio del contenido. Los equipos obtienen un reconocimiento cuando cada uno de sus miembros muestra un crecimiento óptimo, sin importar cuál haya sido la puntuación inicial. Las estrategias de aprendizaje cooperativo eficaces llevan así el impulso por la competencia y el reconocimiento público hacia el impulso por la interacción social exitosa. Únicamente cuando cada uno de los estudiantes progresa de manera notable, el equipo gana una recompensa.

La estimulación del trabajo en equipo productivo con frecuencia implica el requisito de volver a enseñar las habilidades en un proceso, y posiblemente, la introducción de nuevas estrategias de conducción de apoyo. Para muchos maestros y alumnos ha sido útil establecer un conjunto de guías para el proceso grupal. Entre éstas se pueden incluir:

1. Trabajar juntos *en silencio* para solucionar problemas.
2. Pedir y dar explicaciones, *no* respuestas.
3. Escuchar cuidadosamente las preguntas de los compañeros.
4. Pedir ayuda a los compañeros cuando se necesite.
5. Trabajar al ritmo adecuado para el equipo.
6. Recordar que el trabajo del equipo se termina únicamente cuando cada uno de los miembros conoce el material.
7. Pedir ayuda al maestro únicamente cuando ningún miembro de su equipo, ni ningún otro equipo pueda ayudarlo.

En gran parte, los maestros cultivan la habilidad en el proceso grupal al circular entre los estudiantes y modelar la conducta en formas que no sean un impedimento. En algún punto predeterminado durante las primeras sesiones de aprendizaje cooperativo un maestro puede detenerse para comentar los procedimientos útiles o las explicaciones particularmente valiosas que observó. Por una u otra razón, puede ser que los estudiantes no logren dominar las habilidades que la cooperación implica, o que no tengan los hábitos para usarlas en clase.

Enseñar estas habilidades dentro del contexto del grupo en su conjunto puede asegurar que se practicarán eficazmente.

II.1.2. Formación de equipos de estudiantes para el aprendizaje, que promuevan la interdependencia social positiva y el éxito académico.

Los equipos más productivos en el rendimiento académico y en la promoción del crecimiento de las habilidades sociales son aquellos cuyos miembros representan la diversidad existente en el grupo en su conjunto. Todos los subgrupos existentes en este último se deben distribuir en los diferentes equipos de aprendizaje para contribuir con sus respectivas perspectivas de manera equilibrada. La membresía voluntaria en los equipos no puede producir de manera fidedigna los intercambios dinámicos y orientados hacia la tarea que caracterizan a la mayoría de los equipos de aprendizaje eficaces.

Para formar equipos de aprendizaje, en primer lugar el profesor debe calcular el nivel de aprovechamiento actual de cada uno de sus alumnos en el grupo, cada equipo debe constituirse a lo más por cinco miembros, uno de ellos debe ser de alto aprovechamiento, otro de bajo aprovechamiento, y los demás intermedios, sin dejar de tomar en cuenta el género y el grupo étnico de manera que halla equitatividad.

Los equipos permanecen juntos durante varias semanas (cuatro a seis aproximadamente), tiempo suficiente para terminar un proyecto o una serie de tareas relacionadas, y se vuelven a formar cuando el trabajo o las condiciones cambien.

Dado que uno de los objetivos del aprendizaje en equipo es mejorar la coherencia entre los estudiantes en el grupo en su conjunto, los cambios en la membresía de los equipos pueden dar a todos los miembros diferentes oportunidades para trabajar en grupos pequeños a lo largo de un período amplio. Sin embargo, se debe permitir a cada equipo que permanezca intacto el tiempo suficiente para que se desarrolle una auténtica identificación en el equipo.

II.1.3. Estrategias.

A) Aprovechamiento en los estudiantes.

Consta de cinco elementos:

1. *Formación del equipo.* Los equipos de aprendizaje heterogéneos se forman de la manera que se ha descrito (II.2.2.4.).

2. *Presentación del contenido.* La presentación de la clase puede hacerse a través de la conferencia, la presentación de una película, un texto o lectura complementaria. Generalmente para los profesores es muy eficaz incluir tres componentes en sus presentaciones: a) una introducción, que incluye una proposición simple acerca del objetivo de la clase y tal vez algún mecanismo para atraer la atención, así como una breve revisión de las habilidades que constituyen un prerrequisito para la clase; b) el desarrollo en el que se pone énfasis en el significado; se centra en la demostración, la explicación y la evaluación informal, manteniendo una pauta activa y c) la práctica guiada, en la cual todos los estudiantes buscan dar respuestas y se seleccionan algunos al azar para que respondan y de este modo poder mantener la atención (Slavin, 1986).

3. *Práctica en equipo.* Para practicar de manera eficaz, los estudiantes necesitan que se les proporcione un conjunto de preguntas de estudio, hojas de trabajo u otros materiales para guiar su discusión. Deben tener acceso a una hoja de respuestas, cuando sea apropiado, para revisar su precisión y comprensión en las mismas. En general, la práctica en equipo incluye una ronda inicial de respuestas colectivas (práctica grupal) seguida de una práctica individual, con

revisiones y explicaciones por parte del grupo. Por ejemplo, el equipo puede practicar primero en voz alta una lista de palabras para revisar su ortografía, por turnos, y después aplicar a cada uno de los miembros pruebas prácticas. O todos los miembros del equipo pueden trabajar juntos problemas de dos palabras en voz alta antes de trabajar de manera independiente, y después comparar las respuestas de cada uno. Para preparar esta parte de la estrategia es necesario crear o encontrar los materiales de estudio apropiados. Cuando los estudiantes empiezan a trabajar por primera vez en los equipos de aprendizaje, tal vez necesiten revisar las habilidades del proceso que van a promover el trabajo, como se explicaron anteriormente. Para muchos maestros recompensar a los equipos que muestran buen comportamiento y un trabajo productivo brindándoles atención en silencio, les comunica con mayor poder a los demás equipos las expectativas con respecto a la conducta del estudiante.

4. *Evaluación y puntuación.* Para los equipos de aprendizaje el examen final se basa en las preguntas de estudio. Dicho examen puede tomar cualquier forma convencional y se puede elegir la siguiente escala: A para calificaciones que van de 90 a 100, B para aciertos de 80 a 89, y así sucesivamente. Sin embargo las puntuaciones de progreso se basan en una fórmula especial, la cual se puede establecer de diferentes maneras, sin embargo la más usual es la siguiente:

Puntuación posterior al examen	Puntos de progreso
10 ó más puntos debajo de la puntuación base*	0
10 puntos (+ / -) que la puntuación base	10
11-20 arriba de la puntuación base	20
Más de 20 puntos por encima de la puntuación base o una calificación perfecta	30

* Las puntuaciones base y las puntuaciones del examen se expresan en porcentajes.

Los puntos de progreso se calculan para cada uno de los estudiantes, y se suman los puntos de todos los miembros de un equipo.

Aquellos equipos cuyo mejoramiento grupal alcanza niveles promedio predeterminados, son elegibles para obtener certificados.

Por ejemplo:

Buenos equipo = Promedio de puntos de progreso 5 – 10

Grandes equipos = Promedio de puntos de progreso 11 – 20

Super equipos = Promedio de puntos de progreso más de 20.

B. Rompecabezas (I y II)

La forma de trabajo Rompecabezas I es la forma original de la estrategia del Rompecabezas (Aronson, 1978). En la forma original, hay grupos de expertos que son los únicos que obtienen la información acerca de los temas especiales. Esto era una limitante, porque cada uno de los miembros de un equipo de aprendizaje dependía de los expertos para obtener información. Para muchos profesores implementar esta forma de trabajo era difícil, porque con frecuencia requiere de desarrollar materiales curriculares especiales. Sin embargo, es una estrategia poderosa cuando los estudiantes investigan o emplean materiales que normalmente se organizan en áreas de pericia. También se organiza en los pasos que se indican para el Rompecabezas II, sólo que en el paso 3 (Presentación y desarrollo de la pericia) de los seis que más adelante se explicarán, cambia ligeramente: los maestros simplemente asignan preguntas de estudio que llevan a cada experto del grupo hacia diferentes fuentes de información. Cuando los grupos de expertos han desarrollado su base de información única, la llevan hacia sus respectivos equipos de aprendizaje.

El Rompecabezas II se diseñó para promover la interdependencia. Los estudiantes participan en grupos de expertos y en equipos de aprendizaje. En los grupos de expertos, los estudiantes reúnen información acerca de un aspecto de contenido complejo y se vuelven expertos en el mismo. Se separan en sus equipos de aprendizaje y comparten su pericia con sus compañeros de equipo, en donde cada uno de los mismos también se convirtió en experto en un aspecto diferente del contenido. Los compañeros de un mismo equipo se orientan entre sí para lograr el dominio del cuerpo complejo de información compartiendo su pericia. A todos los miembros del grupo se les aplica una prueba que abarca todos los aspectos del contenido. Por ejemplo, dado un tema específico de estudio, todos los estudiantes leen el mismo material de estudio, ven las mismas películas o escuchan las mismas conferencias.

Después de la presentación del material, los estudiantes que comparten el mismo tema se reúnen en grupos o equipos de expertos. Revisan las preguntas de estudio y elaboran un conjunto inclusivo de respuestas. De manera conjunta identifican toda la información que se presentó y que es relevante para su área de habilidad. Después los expertos regresan a sus equipos de aprendizaje. Los miembros del equipo presentan a los demás la información sobre sus áreas especiales. Los diferentes expertos en cada uno de los equipos de aprendizaje discuten el cuerpo completo de información.

El Rompecabezas II tiene seis elementos:

1. *Formación de equipos de aprendizaje* (como ya se mencionó anteriormente).
2. *Formación de equipos de expertos.* Se asigna un miembro por cada uno de los equipos de aprendizaje para formar equipos de heterogéneos de expertos.
3. *Presentación y desarrollo de la pericia.* A los miembros de cada uno de los equipos de expertos se les proporciona una guía de estudio que dirige la atención hacia cierta parte de la información de la presentación. Todos los estudiantes leen el mismo material, que debe incluir la información de todas las áreas de habilidad. Cuando escuchan o ven una presentación, los estudiantes toman notas acerca del material que tiene una relevancia particular para el área de habilidad que se les asignó. Después de la presentación o de la lectura, los estudiantes de cada grupo o equipo de expertos se reúnen para revisar la información relativa a su área.
4. *Compartir la pericia en los equipos de aprendizaje.* Los expertos regresan a sus equipos de aprendizaje originales, de tal manera que en éstos haya por lo menos un experto en cada área. Para dirigir su trabajo, emplean un bosquejo o guía de estudio que se diseñó para obtener toda la información relevante que posea cada uno de los expertos. Se preparan unos a otros para asegurar que todos los estudiantes que forman parte de un equipo de aprendizaje posean el dominio de todas las áreas de habilidad.
5. *Evaluación y calificación.* Se evalúa individualmente a los estudiantes acerca del contenido de todas las áreas de pericia. Las puntuaciones de progreso en los equipos de aprendizaje se calculan comparando la puntuación base con la puntuación del examen, tal como se hace en la estrategia A.
6. *Reconocimiento.* El reconocimiento al aprovechamiento de los equipos de aprendizaje aparece en el boletín o en el pizarrón de anuncios, o se asignan certificados.

C. Investigación grupal.

A diferencia de las estrategias anteriores, la investigación grupal no supone un conjunto claramente definido de datos o habilidades que deban dominarse (Sharan y Sharan, 1987). En lugar de esto, se vale de la amplitud y profundidad potenciales de temas definidos un tanto de manera general para que los estudiantes encuentren y describan áreas específicas de interés. En

la investigación grupal, los estudiantes tienen probabilidades de aprender mucho acerca de la estructura de la investigación así como de los hechos de un caso.

La productividad de los estudiantes en la investigación grupal depende en gran medida de las habilidades que tengan en los procesos grupales. En las anteriores estrategias el profesor se encargaba de la cantidad de lo que debía aprenderse y las actividades de aprendizaje se basaban en una cierta cantidad del contenido que se esperaba debía cubrirse. La simplicidad relativa del trabajo que se le asigna al grupo estimula el desarrollo de habilidades que se requieren en la interacción.

En la presente estrategia, el éxito depende en mayor medida de la manera en la cual los estudiantes se escuchan unos a otros, apoyan el trabajo y emplean las contribuciones que hacen los demás, porque la tarea del grupo es compleja. Por esta razón, la investigación grupal funciona mejor cuando los estudiantes ya han terminado algunos ejercicios para la formación del equipo y cuando ya demostraron la habilidad y la buena voluntad para trabajar en grupo. El fortalecimiento de las habilidades del proceso grupal es parte de los resultados que se planean en la investigación grupal, pero algunas habilidades se requieren desde el principio.

La investigación grupal incluye seis pasos:

1. Identificación de los temas. Usualmente esto significa presentar a los estudiantes los objetivos curriculares o los temas que permiten elegir entre varias opciones de estudio. Después de escribir en el pizarrón una breve proposición acerca del tema el profesor les pide a los alumnos que ellos mismos hagan una lista de las preguntas que consideren relevantes acerca del mismo. Después de unos minutos los alumnos comparan las listas y obtienen una más que incluye todas las ideas. Con la ayuda del profesor, los estudiantes identifican las categorías dentro de las cuales agrupar las preguntas. Todas las preguntas se enlistan en categorías de estudio. Estas representan los temas que los equipos van a tratar.

2. Formación de equipos de aprendizaje. Se forman equipos de aprendizaje de cuatro o cinco miembros cada uno, a partir del interés que muestren los estudiantes en cada uno de los temas así como de la heterogeneidad. Puede suceder que no haya voluntarios para ciertas categorías: estas se pueden eliminar. Puede suceder también que un gran número de estudiantes se sientan atraídos hacia alguna categoría en particular; en este caso, la categoría se puede subdividir en diferentes aspectos que a su vez se estudien en pequeños equipos. La primera tarea del equipo consiste en la discusión de su tema de manera más amplia y en contestar la pregunta, “¿Qué es lo que se quiere estudiar?”. Los miembros del equipo hacen una lista de preguntas relevantes, y deciden quién seguirá cuál de las líneas de investigación y con qué propósito. También identifican las fuentes de información útiles, establecen tiempos de trabajo y se reúnen con el maestro para establecer un plan de acción.

3. Investigación de los temas seleccionados. Los estudiantes realizan el trabajo que planearon. Con la ayuda del maestro, reúnen la información, deciden cuál es su significado y comparten sus reflexiones con sus compañeros.

4. Preparación de las exposiciones. Los estudiantes preparan un reporte que deberán presentar frente al grupo. Con el maestro como coordinador de todos los reportes, los miembros de los equipos deciden qué es lo que van a presentar y cómo lo harán de manera más eficaz. Los miembros del equipo escogen o asignan las diferentes tareas de la presentación o exposición, que incluyen la preparación de los medios apropiados de apoyo así como la definición de las prioridades de la presentación. En cooperación con otros equipos, los miembros establecen los criterios de exposición que todos deben seguir.

5. Instrumentación de las exposiciones frente al grupo. Los estudiantes presentan su reporte final frente al grupo en su conjunto, con cuidado de enlazar su parte de la investigación con las

partes de la misma que realizaron otros equipos, y procurando seguir las líneas de la exposición que estableció el grupo. Las exposiciones deben incluir la participación del auditorio y la retroalimentación.

6. *Evaluación del trabajo.* La evaluación se basa en criterios predeterminados y apropiados para las tareas del aprendizaje. Por ejemplo, si al principio se acordó que el grupo en su conjunto era responsable del dominio de alguna información expuesta por todos, el maestro puede ayudarles a preparar un examen regular, con preguntas que hayan elegido cada uno de los equipos a partir de la evaluación que éstos hayan hecho acerca de su importancia. Puede haber otra evaluación que se centre en las apreciaciones propias y de los compañeros acerca de la calidad y la cantidad del trabajo que cada uno realizó, y sobre la evidencia de un pensamiento complejo.

II.1.4. Lista de verificación para la implementación del aprendizaje cooperativo.

La clave para tener éxito cuando se usan las estrategias de aprendizaje cooperativo es la organización.

La planeación, la preparación de los materiales y el mantenimiento de una presencia poco notoria pero útil, asegurarán que los estudiantes obtengan los resultados académicos y sociales que la investigación ha probado. La siguiente lista de verificación es de utilidad para presentar cualquiera de las estrategias ya mencionadas.

Antes de la enseñanza.

1. Escriba el objetivo de la clase.
2. Escriba una hoja de trabajo que oriente el estudio del equipo y que contenga problemas, preguntas o temas de discusión que se deriven de los objetivos de la clase. Escriba las primeras preguntas para promover la discusión entre todos los miembros.
3. Escriba una prueba o cuestionario que esté basado en los objetivos y en la hoja de trabajo para la orientación del estudio de trabajo.
4. Forme equipos de aprendizaje heterogéneos de cuatro o cinco miembros.
5. Desarrolle y anuncie guías simples y sistemas de recompensas. Por ejemplo diseñe un pizarrón de premios o unos certificados.
6. Anuncie una fórmula para calificar los puntos de progreso y las hojas de puntuación de los equipos.

Al inicio del ejercicio de aprendizaje cooperativo

7. Anuncie a los miembros del equipo.
8. Acomode las bancas de tal manera que faciliten la interacción grupal.
9. Dé tiempo a los equipos para que ellos mismos elijan su nombre.
10. Anuncie y revise los lineamientos para el trabajo eficaz en equipo.
11. Ensaye las habilidades para el trabajo en equipo que sean nuevas o poco familiares.

Durante la clase

12. Establezca el objetivo de la clase. Gane la atención de los estudiantes.
13. Revise las habilidades de prerrequisito.
14. Enfatique el significado, la demostración.
15. Verifique la comprensión de los estudiantes y proporcióneles una práctica guiada.
16. Recuérdeles a los equipos que deben iniciar el trabajo resolviendo algunas de las preguntas de la hoja de ejercicios juntos, y explicando las respuestas.
17. Circule de equipo en equipo para proporcionarles ayuda.
18. Elogie en voz baja a los equipos que estén trabajando de manera productiva.
19. Use los nombres de los equipos con frecuencia.
20. Mantenga un nivel de ruido tolerable.

21. Modele técnicas eficaces para escuchar, hacer preguntas y ayudar.
22. Vuelva a dirigir las preguntas del estudiante hacia los compañeros en caso necesario.

Después de la clase

23. Ve a ver que se revisen los exámenes, y que se calculen los puntos de progreso y las calificaciones de los equipos tan pronto como sea posible.
24. Esté preparado para anunciar a los equipos ganadores y a los que tuvieron buen desempeño.
25. Si menciona el progreso de algún estudiante en particular, de crédito a la ayuda que proporcione el equipo a dicho estudiante.
26. Emplee la retroalimentación del estudiante para hacer los ajustes a la clase o a los procedimientos cuando sea necesario.

III. DESARROLLO.

III.1. ANTECEDENTES ACADÉMICOS.

En la asignatura de Probabilidad que se imparte en cuarto semestre de la carrera de Matemáticas Aplicadas y Computación (M. A. C.), es necesario que el alumno conozca la importancia de los fundamentos de la Probabilidad, sobre todo para aquellos que van a elegir la preespecialidad en Modelos y Simulación; el área de trabajo es muy amplia para alumnos egresados de dicha preespecialidad, puesto que es un hecho que prácticamente en todos los campos de las ciencias (exactas y sociales) se lleva a cabo la creación de modelos y la simulación de su comportamiento para obtener información y llevar a cabo la toma de decisiones.

En el programa de asignatura se menciona que la materia antecedente es Álgebra Superior, en la que aprenden teoría de conjuntos, y de las materias consecuentes se encuentran Estadística I y otras del área de Modelos y Simulación (Estadística II, Modelos de Decisión con Procesos Estocásticos, entre otras).

El primer tema de la asignatura de Probabilidad se refiere a los conceptos básicos de probabilidad, eventos aleatorios y análisis combinatorio.

En este tema se dan las bases conceptuales a través de las definiciones de fenómeno aleatorios, puntos muestrales, espacio muestral, probabilidad de un evento simple o compuesto, axiomas, y ejemplos de aplicación. Conforme se avanza en las explicaciones se manifiesta la necesidad de determinar el espacio muestral de un fenómeno aleatorio a través de técnicas de conteo, lo que nos lleva a trabajar con el análisis combinatorio (cálculo de permutaciones y combinaciones, teorema del binomio, demostraciones) y teoría de conjuntos.

El segundo tema se refiere al cálculo de probabilidad de eventos que pueden ser eventos independientes o condicionados, también se cita el caso de los mutuamente excluyentes.

En el subtema correspondiente a probabilidad condicional, se trabaja el concepto con la fórmula correspondiente y se finaliza con el teorema de Bayes.

El tercer tema se refiere al estudio de la distribución de probabilidad de variables aleatorias discretas, en donde se aplican los conceptos del primer tema y es necesario que el alumno pueda diferenciar la función masa de probabilidad de la función de distribución, distinguir el comportamiento de la variable aleatoria (binomial, binomial negativa, geométrica, hipergeométrica y Poisson), las gráficas correspondientes, así como interpretar la esperanza matemática en cada caso.

Los temas restantes se refieren a la distribución de probabilidad de variables aleatorias continuas, probabilidad conjunta y momentos (caso discreto y continuo), y finalmente convergencia en probabilidad.

El objeto de estudio del presente trabajo como ya se mencionó en el marco metodológico, es mejorar el aprendizaje del tema “Distribución de probabilidad de variables aleatorias discretas”, a través de la estrategia instruccional aprendizaje cooperativo, formando equipos de trabajo y promoviendo la interacción académica y social entre los alumnos.

III.2. ORGANIZACIÓN DE LAS SESIONES DE TRABAJO.

Se procedió de la siguiente manera, considerando la lista de verificación para la implementación del aprendizaje cooperativo:

- Se les explico a los alumnos la importancia de trabajar en equipos de trabajo y las reglas a seguir.
- Se formaron los equipos de trabajo en forma heterogénea:

Cada sesión constó de los siguientes pasos:

1. Presentación del contenido y objetivos.
2. Utilizando la instrucción directa se promovió la manifestación de ideas y propuestas de solución.
3. Se les proporcionó el o los ejercicios con que trabajarían, indicándoles en qué tiempo deberían de terminar, para que posteriormente en el pizarrón anotarán su desarrollo y resultados.
4. Se observó la participación de aquellos alumnos con características de líderes y se les invitó a que les explicarán a sus compañeros para que posteriormente también ellos escucharán las propuestas y preguntas de los demás.
5. Cuando los alumnos voluntariamente no pasaron al pizarrón, se escogió un alumno de cada equipo para que escribiera en el pizarrón sus resultados.
6. En aquellos equipos que tuvieron algún error, se invitó a que otro de los integrantes corrigiera el error con el estímulo de mejorar la calificación de su equipo.
7. Se anotaron los puntos de progreso y la puntuación por equipo, se les indicó que se autocalificaran (* ver tab. III.3.1) su trabajo en equipo con objeto de comparar la asentada por el profesor.
8. La calificación total en cada tabla por subtema está constituida por 50% en equipo y 50% individual.
9. Se resolvieron las dudas y se finalizó aportando las conclusiones, además de llevar a cabo la evaluación individual.

III.3. ESTUDIO DEL PROBLEMA.

SESIÓN 1. Distribución de probabilidad de variables aleatorias discretas.

SESIÓN 2. Función acumulativa de probabilidad, valor esperado y varianza.

SESIÓN 3. Distribuciones de probabilidad de variables aleatorias discretas: Binomial, Binomial negativa, Geométrica, Hipergeométrica y Poisson.

III.3.1. SESIÓN 1. (14 de mayo)

1. La presentación del contenido del tema:

1. Distribución de probabilidad de variables aleatorias discretas.

Objetivo:

El alumno comprenderá el concepto de variable aleatoria discreta y obtendrá la distribución de probabilidad correspondiente utilizando los resultados del espacio muestral.

Utilizando la instrucción directa y la participación de los alumnos con la aportación de ideas sobre algunos ejemplos a manera de lluvia de ideas, se presentó lo siguiente:

Definición.

Una variable aleatoria (v. a.) es una función que asocia un número real a cada elemento del espacio muestral.

Definición.

Si un espacio muestral contiene un número finito de posibilidades o una secuencia interminable con tantos elementos como números naturales existen, se le llama espacio muestral discreto.

Definición.

Una v. a. Y se denomina discreta si se puede contar su conjunto de resultados posibles, es decir si solamente puede tomar un conjunto numerable de valores.

Definición.

Una v. a. discreta asume cada uno de sus valores con una cierta probabilidad $P(Y = y)$, donde $-\infty < y < +\infty$, $0 < p(y) < 1$

De acuerdo al punto 3 (pág 20):

Se explicó el ejemplo siguiente, se trabajó la propuesta de v. a. discretas, el espacio muestral, la tabulación y las gráficas correspondientes, se promovió la manifestación de ideas y propuestas de solución, surgieron preguntas y la discusión correspondiente al objetivo planteado.

Ejemplo.

Si consideramos el siguiente fenómeno aleatorio:

Lanzamiento de una moneda, podemos observar que el espacio muestral está conformado por un total de dos posibles resultados (puntos muestrales), cara y cruz, indicado de la siguiente manera

$S = \{\text{cara, cruz}\}$, y si consideramos los siguientes eventos, sus respectivos puntos muestrales y probabilidades, tenemos lo siguiente:

A: observar cara

$A = \{C\}$

$P(A) = \frac{1}{2}$

B: observar cruz

$B = \{X\}$

$P(B) = \frac{1}{2}$

Se cumple $P(A) < 1$ y $P(B) < 1$, y también que la suma de probabilidades de los eventos asociados al lanzamiento de una moneda es $P(S) = 1$.

Para desarrollar la distribución de probabilidad del ejemplo citado, asignamos como variable aleatoria:

Y: observar el resultado al lanzar la moneda.

Si se observa cruz se le asigna a la v. a. el valor cero y si se observa cara se le asigna el valor 1, por lo tanto, se tiene:

$$P(Y=0) = p(0) = \frac{1}{2} \quad \& \quad P(Y=1) = p(1) = \frac{1}{2}$$

Tabulando estos resultados:

y	0	1
$P(Y=y) = p(y)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

La gráfica correspondiente a la función masa de probabilidad será:

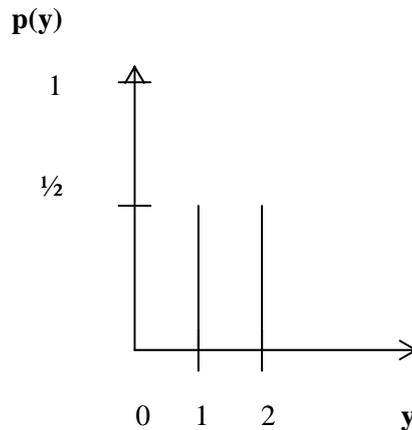


Fig. III.3.1. Distribución de probabilidad de v. a. discreta.

De acuerdo con:

b) Discusión entre los estudiantes y práctica de la habilidad en equipos de aprendizaje.(pág. 12, Componentes del aprendizaje cooperativo).

Se indicó para cada equipo que hicieran propuestas de algunas variables aleatorias discretas, indicando el espacio muestral, la tabulación y las gráficas correspondientes.

Se les asignó un tiempo de media hora.

Mi labor en esta parte consistió en observar el trabajo de cada equipo y la participación de cada alumno en el mismo.

Cuando terminaron se les invitó a que mencionaran sus ejemplos, y los escribieran en el pizarrón.

Se promovió que señalarán y corrigieran los errores.

Se hicieron las conclusiones finales y se procedió a aplicar la evaluación individual.

La evaluación individual consistió en el siguiente cuestionario.

1. Para el siguiente fenómeno aleatorio jugar con un dado y 4 cartas que tienen el Rey (4 reyes), si se define como variable aleatoria Y: observar un número en el dado y una carta. Obtener :
 - a) El espacio muestral.
 - b) Tabular la probabilidad de los eventos asociados con este fenómeno, asignando $y=0$ si se observa un número par en el dado y el valor $y = 1$ si se observa número impar en el mismo.
 - c) Dibujar la gráfica.

d) Considere el evento observar un número par y un rey ¿cuál es la probabilidad de su ocurrencia?

Los resultados se indican en la tabla siguiente:

Tabla III.3.1.

Alumno	L líder	T Tími do	Núm. Equipo	Autocalif. (trabajo en Equipo) *	Calif. asignada. (trabajo en equipo	Calif. Eval. Ind.	Total
1. Agustiniano Martínez Ariana			4	9	7	4	5.5
2. Alvarado Hernández Ana	X		4	9	8	10	9
3. Arteaga García Jannet			4	9	8	10	9
4. Benítez Pineda Arlette	X		2	9	8	7	7.5
5. Hernández Caballero José Luis			2	9	8	8.5	8.2
6. Medina Pérez Ma. Guadalupe			1	9	7	8	7.5
7. Méndez Santoyo Alejandra	X		3	9	8	7	7.5
8. Navarrete Laguna Marco		X	3	9	8	8	8
9. Pacheco Olguín Diana		X	4	9	8	7	7.5
10. Rodríguez Sandoval Saúl			3	9	7	10	8.5
11. Romero Paleta Adriana			1	9	8	8	8
12. Salazar Hernández David		X	3	9	8	10	9
13. Sánchez Magdaleno Alejandro.	X		1	9	8	8	8
14. Santana García Miguel			1	9	7	6	6.5
15. Vázquez Díaz Juan		X	2	9	7	8	7.5
16. Velásquez Flores Graciela			3	9	8	10	9
Alumnos que no trabajaron en equipo. García Rivas Jacqueline Guerrero Alvarado Silvia Hernández Hernández José Jasso Contreras Luz Laguna Chávez Hugo						NP 10 6 NP NP	NP 10 6 NP NP

III.3.2. SESIÓN 2. (16 de mayo)

1. La presentación del contenido del tema:

Función de distribución acumulativa.

Objetivo:

Distinguirá la diferencia entre la función masa de probabilidad y la función de distribución acumulativa a través de la construcción e interpretación de sus respectivas gráficas.

Utilizando la instrucción directa y la participación de los alumnos con la aportación de algunos ejemplos a manera de lluvia de ideas, se presento lo siguiente:

Definición: Sea Y cualquier v. a. La función de distribución de Y, denotada por F(y), está dada por:

$$F(y) = P(Y \leq y) , \text{ donde } -\infty < y < \infty$$

Esta función nos permite determinar si la variable aleatoria es discreta o continua. Si se trata de una distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta, como en la tabulación del ejemplo anteriormente citado:

Y	0	1
P(y)	1/2	1/2

Aplicando $F(y) = P(Y < y)$ tenemos lo siguiente:

$$F(y) = \begin{cases} 0 & \text{si } y < 0 \\ 1/2 & \text{si } 0 \leq y < 1 \\ 1/2 + 1/2 = 1 & \text{si } y \geq 1 \end{cases}$$

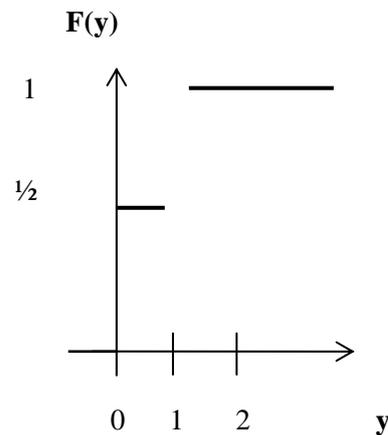


Fig. III.3.2.1. Distribución de probabilidad acumulativa.

Podemos observar en la fig. III.3.2.1 que se obtiene una gráfica escalonada, donde $0 < F(y) < 1$, puesto que se acumulan los valores de las probabilidades correspondientes a cada valor de y.

En cambio para una variable aleatoria continua se obtiene una gráfica que muestra continuidad en su trazo:

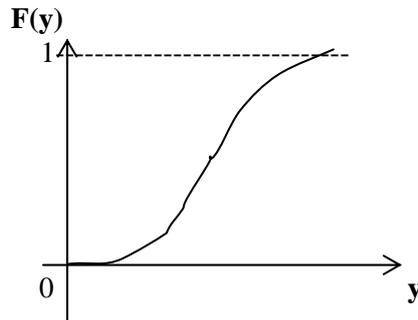


Fig. III.3.2.2. Distribución de probabilidad acumulativa (v.a. continua)

Valor esperado $E(Y)$ o Esperanza matemática.

Objetivo:

Aplicará el concepto de esperanza matemática o valor esperado y los teoremas correspondientes para caracterizar una distribución de probabilidad, obteniendo la media (primer momento con respecto al origen) y la desviación estándar (utilizando el segundo momento central).

Utilizando la instrucción directa y la participación de los alumnos con la aportación de algunos ejemplos a manera de lluvia de ideas, se presentó lo siguiente:

Valor esperado de una variable aleatoria (v. a.) o de una función de variable aleatoria.

La distribución de probabilidad para una variable aleatoria es un modelo teórico para la distribución empírica de datos asociados a una población real.

Si el modelo es una representación exacta de la realidad, las distribuciones teórica y empírica son equivalentes, por ello es importante encontrar la media y la varianza para una variable aleatoria y así obtener medidas descriptivas para la distribución de probabilidad de $p(y)$.

Definición. Sea Y una v.a. discreta con función de probabilidad $p(y)$. Entonces, el valor esperado de Y , está definido por:

$$E(Y) = \sum y p(y)$$

Si $p(y)$ es una caracterización exacta de la distribución de frecuencias de la población, entonces $E(Y) = \mu$ (media de la población).

La varianza de un conjunto de mediciones es el valor medio de $(Y - \mu)^2$ donde $Y - \mu$ es la desviación de la medición con respecto a la media.

Definición. Sea $g(Y)$ una función de una v. a. discreta Y , que tiene una función de probabilidad $p(y)$. Entonces el valor esperado de $g(Y)$ está definido por :

$$E [g(Y)] = \sum g(y) p(y)$$

Definición. La varianza de una v. a. Y está definida como el valor esperado de $(Y - \mu)^2$:

$$V(Y) = E [(Y - \mu)^2]$$

Y cuya desviación estándar es $\sigma(y) = \sqrt{V(Y)}$

Los siguientes teoremas son importantes para calcular valores esperados:

Teorema 1. Sea c una constante. Entonces $E [c] = c$

Teorema 2. Sea $g(Y)$ una función de v. a. Y y sea c una constante. Entonces:

$$E [c g(Y)] = c E [g(Y)]$$

Teorema 3. Sean $g_1(Y), g_2(Y), \dots, g_k(Y)$ funciones de la v. a. Y , entonces:

$$E [g_1(Y) + g_2(Y) + \dots + g_k(Y)] = E [g_1(Y)] + E [g_2(Y)] + \dots + E [g_k(Y)]$$

Teorema 4. $V(Y) = \sigma^2 = E [(Y - \mu)^2] = E(Y^2) - \mu^2$.

En el ejemplo del lanzamiento de la moneda, la esperanza matemática o valor esperado es el valor que se presenta con mayor probabilidad, para este ejemplo se tiene:

$$E(y) = \sum y p(y) = (0)(1/2) + (1)(1/2) = 1/2 = 0.5$$

Significa que lo que más se espera observar es cara si aproximamos $0.5 \approx 0$ ó también se puede interpretar como que lo que más se espera observar es cruz si aproximamos $0.5 \approx 1$. Si se lanza la moneda 10 veces quizá no se cumpla pero cuando se lanza 1 millón de veces, prácticamente observaremos 500,000 veces cara ó 500,000 veces cruz.

Sin embargo si se trata de una moneda cargada en donde observar cruz ($Y=1$) le correspondiera una $p(y) = 3/4$, entonces lo que más se espera observar es:

$$E(Y) = \sum y p(y) = (0)(1/2) + (1)(3/4) = 3/4 \approx 1, \text{ que se refiere al resultado cruz.}$$

De acuerdo con el punto 3 (pág 20).

Con objeto de que los alumnos confirmen la importancia de trabajar en equipo, se dio inicio con una modificación a lo establecido en la sesión anterior refiriéndose a lo siguiente:

Se les indicó que en los ejercicios propuestos primero los trabajaran individualmente asignando un tiempo de 15 minutos, luego se les invitó a pasar al pizarrón voluntariamente; tres alumnos escribieron su ejercicio, a través de la participación de todos se les indicaron los errores tanto en los valores de la $F(y)$ así como en las gráficas, en éstas últimas todos se equivocaron y no pudieron interpretar los resultados del valor esperado.

Los alumnos confirmaron que deseaban trabajar en equipo los ejemplos citados.

Posteriormente hicieron su trabajo en equipo.

b) Discusión entre los estudiantes y práctica de la habilidad en equipos de aprendizaje.
(pág.12, componentes del aprendizaje cooperativo).

Se indicó calcular la función de distribución, la tabulación y las gráficas correspondientes, para los ejercicios siguientes, y se promovió la manifestación de ideas respecto a qué representaba cada tabulación y además se les pidió que **construyeran** otra tabulación (d).

Se les indicó calcular el valor esperado y escribir la interpretación del resultado.

Surgieron preguntas y la discusión correspondiente al objetivo planteado.

Ejercicios:

a)

Y	-2	-1	0	1	2
P(y)	0	0.2	0.3	0.4	0.1

b)

Y	1	2	3	4
P(y)	0.2	0.1	0.6	0.1

c)

Y	-1	0	1	2
P(y)	0.4	0.2	0.2	0.2

d)

Y				
P(y)				

El contenido de la evaluación individual se presenta a continuación:

1. Indica la tabulación de tus calificaciones en este semestre (variable aleatoria) y su probabilidad de ocurrencia.
2. Hacer las gráficas correspondientes a la función masa de probabilidad $p(y)$ y a la función de distribución $F(y)$, y de esta última escribir los valores que adquiere de acuerdo al intervalo de la variable aleatoria.
3. Observa tu tabla y determina cuál es el valor que se espera que adquiera la variables aleatoria con mayor frecuencia.
4. Calcula el valor esperado y la varianza.

Los resultados se indican a continuación.

Tabla III.3.2.

Alumno	L Líder	T Tímido	Núm. Equipo	Autocalif. (trabajo en equipo) *	Calif. asignada. (trabajo en equipo)	Calif. eval. ind.	Total
1. Agustiniانو Martínez Ariana			4	9	6	5	5.5
2. Alvarado Hernández Ana	X		4	9	9	10	9.5
3. Arteaga García Jannet			4	9	9	10	9.5
4. Benítez Pineda Arlette	X		2	9	9	10	9.5
5. Hernández Caballero José Luis			2	9	9	10	9.5
6. Medina Pérez Ma. Guadalupe			1	9	8	10	9.0
7. Méndez Santoyo Alejandra	X		3	7	9	10	9.5
8. Navarrete Laguna Marco		X	3	9	9	10	9.5
9. Pacheco Olguín Diana		X	4	9	9	8	8.5
10. Rodríguez Sandoval Saúl			3	9	8	10	9.0
11. Romero Paleta Adriana			1	9	8	8	8.0
12. Salazar Hernández David		X	3	9	8	10	9.0
13. Sánchez Magdaleno Alejandro	X		1	9	8	8	8.0
14. Santana García Miguel			1	9	9	10	9.5
15. Vázquez Díaz Juan		X	2	9	9	10	9.5
16. Velásquez Flores Graciela			3	9	8	10	9.0
Alumnos que no trabajaron en equipo. García Rivas Jacqueline Guerrero Alvarado Silvia Hdez. Hdez José Jasso Contreras Luz Laguna Chávez Hugo						NP NP 10 7 9	NP NP 10 7 9

III.3.3. SESIÓN 3. (18 de mayo).

1. La presentación del contenido del tema:

Objetivos:

Diferenciará las distribuciones Binomial, Binomial negativa, Geométrica, Hipergeométrica, y de Poisson.

Utilizando la instrucción directa y la participación de los alumnos con la aportación de ideas sobre algunos ejemplos a manera de lluvia de ideas, se presentó lo siguiente:

DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DE VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS.

Distribución Binomial.

En este tipo de distribución la v. a. Y se refiere al número de éxitos que se dan en n pruebas o intentos. El comportamiento que se observa de la variable de interés está asociado con experimentos que presentan las siguientes características:

1. Se realizan n pruebas idénticas.
2. En cada intento o prueba pueden presentarse cualquiera de dos resultados: éxito o fracaso.
3. El éxito tiene la probabilidad de ocurrencia p y el fracaso la probabilidad q , donde $p+q=1$.
4. Las pruebas son independientes por lo que la probabilidad p se mantiene constante en cada una.
5. En n pruebas independientes la probabilidad de la intersección de y éxitos así como $(n-y)$ fracasos es:

$$\binom{n}{y} p^y q^{n-y}$$

6. Así la fórmula correspondiente para el cálculo de probabilidad será:

$$p(y) = \sum_{y=0}^n \binom{n}{y} p^y q^{n-y}$$

Distribución Binomial Negativa.

Una v. a. con una distribución binomial negativa, surge de un contexto muy similar al que lleva a la distribución geométrica. Nuevamente podemos considerar pruebas independientes e idénticas, que pueden tener como resultado éxito o fracaso. La probabilidad de éxito es p y permanece constante de una prueba a otra. Pero a diferencia de la distribución geométrica, en este caso puede ocurrir en la k -ésima prueba o intento, no sólo el primer éxito sino el y -ésimo éxito

$$p(y) = \sum_{y=0}^n \binom{k-1}{y-1} p^y q^{k-y} \quad \text{donde } 0 \leq p \leq 1 \quad y \quad k=y, y+1, y+2, \dots$$

Distribución Geométrica.

La v. a. que tiene distribución geométrica se define para un experimento muy similar al de tipo binomial, es decir, también se refiere a pruebas idénticas e independientes, y cada una puede tener dos resultados, éxito o fracaso. La probabilidad de tener éxito es igual a p y es constante para cada prueba. Sin embargo la v. a. geométrica Y se refiere al número de la prueba en la que ocurre el primer éxito, en lugar de y éxitos que ocurren en n pruebas. Así el experimento que puede consistir de n pruebas termina cuando ocurre el primer éxito, por consiguiente se podría terminar en la primera prueba o podría seguir indefinidamente.

Si únicamente ocurre un primer éxito con probabilidad p , entonces habrá q^{y-1} fracasos, así la ecuación para calcular la probabilidad de que ocurra el primer éxito en n pruebas será:

$$p(y) = pq^{y-1} \quad \text{donde } 0 \leq p \leq 1 \quad \text{con } y=1,2,3,\dots$$

Distribución Hipergeométrica.

En esta distribución podemos suponer una población que contiene un número finito N de elementos, de los cuales r elementos podrían tener alguna característica (quizá color rojo), que los diferenciará de los $N-r$ elementos que tienen otra característica (color negro), si se selecciona una muestra aleatoria de n elementos de la población nos podría interesar la v. a. Y : el número de elementos con alguna de las características en particular (rojos), estos casos favorables pueden tener un arreglo ${}_n C_r$ es decir las combinaciones ${}_r C_y$, por cada uno de los arreglos para los otros elementos ${}_{N-r} C_{n-y}$ del total de arreglos ${}_N C_n$ lo cual nos lleva a la ecuación:

$$p(y) = \frac{\binom{r}{y} \binom{N-r}{n-y}}{\binom{N}{n}}$$

Distribución de Poisson.

La distribución de Poisson proporciona muchas veces un buen modelo para la distribución de probabilidad para el número de Y de eventos raros que ocurren infrecuentemente en el espacio, tiempo, volumen o cualquier otra dimensión, en donde λ representa el valor promedio de y . Como se ha observado, proporciona un buen modelo para la distribución de probabilidad del número Y de accidentes automovilísticos, accidentes industriales u otro tipo de accidentes en una unidad de tiempo dada. Otros ejemplos de variables aleatorias con una distribución aproximada a la de Poisson, son el número de llamadas telefónicas manejadas por un conmutador en un intervalo, el número de partículas radiactivas que decaen en un periodo particular, y el número de errores que comete una secretaria la capturar los datos de una página.

$$p(y) = \frac{\lambda^y e^{-\lambda}}{y!} \quad y=0, 1, 2, \dots \quad \lambda > 0$$

Problemas de distribución de probabilidad de v. a. discreta.

Objetivo:

El alumno identificará en los problemas propuestos cuál es la variable aleatoria y a qué tipo de distribución corresponde para efectuar el cálculo correspondiente de las probabilidades.

De acuerdo a la recomendación 3 (pág 20).

Se explicaron varios ejemplos con la aportación de los alumnos y para el problema indicado más abajo, se les explico que primero deben asociar a qué tipo de distribución corresponde cada problema, para que posteriormente como ya se explico lo trabajen en equipo. Para el ejercicio del inciso d) tienen que **construir** el enunciado.

b) Discusión entre los estudiantes y práctica de la habilidad en equipos de aprendizaje. (pág.12, componentes del aprendizaje cooperativo).

Si se tiene un lote de 20 fusibles:

- a) con una probabilidad de encontrar fusibles defectuosos de 0.15, ¿cuál es la probabilidad de encontrar a lo más 3 fusibles defectuosos?
- b) considere el inciso anterior pero ahora con $p=0.15$ ¿cuál es la probabilidad de que el quinto fusible revisado sea el segundo defectuosos?
- c) si se toma una muestra de 5 fusibles y se sabe que hay 12 de color azul y 8 de color rojo, ¿cuál es la probabilidad de inspeccionar 2 de color rojo?
- d) escriba la pregunta y efectúe el cálculo que corresponda a una distribución de Poisson.

Para este último inciso algunos problemas **hechos por los alumnos** fueron:

- Si el promedio de defectuosos es de 3 fusibles ¿cuál es la probabilidad de encontrar exactamente un fusible defectuoso?
- Si el promedio de fusibles defectuosos es de 20% ¿cuál es la probabilidad de encontrar 2 fusibles defectuosos?

La evaluación individual consistió en la resolución de los problemas siguientes:

1. De acuerdo a un estudio de publicado por un grupo de sociólogos de una Universidad de Estados Unidos, aproximadamente el 60% de los adictos a un tranquilizante (Valium) lo tomaron por primera vez debido a problemas psicológicos. Encuentre la probabilidad que de 8 adictos entrevistados:
 - a) exactamente 3 hayan comenzado a usarlo debido a problemas psicológicos.
 - b) el quinto adicto entrevistado sea el tercero que comenzó a usar el tranquilizante debido a problemas psicológicos

Los resultados se indican a continuación en la tabla III.3.3.

Tabla III.3.3.

Alumno	L Líder	T Tími do	Núm. Equipo	Autocalif. (trabajo en Equipo) *	Calif. asignada. (trabajo en equipo	Calif. Eval. Ind.	Total
1. Agustiniانو Mtz. Ariana			4	10	10	7	8.5
2. Alvarado Hdez. Ana	X		4	10	10	10	10
3. Arteaga García Jannet			4	10	10	10	10
4. Benítez Pineda Arlette	X		2	10	10	8	9
5. Hernández Caballero José Luis			2	10	10	8	9
6. Medina Pérez Ma. Guadalupe			1	7	7	9	8
7. Méndez Santoyo Alejandra	X		3	10	10	7	8.5
8. Navarrete Laguna Marco		X	3	10	10	10	10
9. Pacheco Olguín Diana		X	4	10	10	10	10
10. Rodríguez Sandoval Saúl			3	10	10	6	8
11. Romero Paleta Adriana			1	7	8	10	9
12. Salazar Hernández David		X	3	10	10	9	9.5
13. Sánchez Magdaleno Alejandro	X		1	7	8	10	9
14. Santana García Miguel			1	7	8	4	6
15. Vázquez Díaz Juan		X	2	10	10	10	10
16. Velásquez Flores Graciela			3	10	10	7	8.5
Alumnos que no trabajaron en equipo. García Rivas Jacqueline Guerrero Alvarado Silvia Hdez. Hdez José Jasso Contreras Luz Laguna Chávez Hugo						7 NP NP 3 6.6	7 NP NP 3 6.6

IV. RESULTADOS.

El tema que nos ocupa en el presente trabajo ya se había tratado con el método tradicional: el profesor expone, explica, realiza algunos ejemplos y deja tarea; para evaluar a los alumnos el examen que se aplicó fue el siguiente.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

EXAMEN: TERCER PARCIAL

PROFESOR: ING. MA. ANDREA SUÁREZ GARCÍA

MATERIA: PROBABILIDAD SEM. 2007-II

NOMBRE DEL ALUMNO _____.

1. ¿Qué es una variable aleatoria discreta?
2. Si se lanza dos monedas:
 - a) Escriba los resultados del espacio muestral.
 - b) Si se define como variable aleatoria Y : observar el número de cruces, haga la tabulación correspondiente a los valores de y así como de $p(y)$.
 - c) Trace la gráfica de la función masa de probabilidad.
 - d) Trace la gráfica de la función de distribución y los valores que puede adquirir la misma.
 - e). Calcule el valor esperado.
3. Cierta tipo de árboles tienen retoños dispersos de manera aleatoria sobre un área extensa, la probabilidad de encontrar retoños es de 0.4 en el otoño. Si se inspeccionan 15 árboles, ¿cuál es la probabilidad de que haya :
 - a) 8 árboles con retoños.
 - b) entre 9 y 14 árboles con retoños.
 - c) ¿cuál es el número de árboles con retoños que más se espera observar?
4. Considere los datos del problema anterior. ¿Cuál es la probabilidad de que el cuarto árbol inspeccionado sea el primer árbol con retoños?
5. ¿Cuál de los problemas arriba escritos 3 ó 4 se refiere a una distribución binomial negativa?
6. ¿Cuál es la probabilidad de que una mesera se rehúse a servir bebidas alcohólicas únicamente a dos menores de edad, si verifica aleatoriamente sólo cinco identificaciones de entre 9 estudiantes, de los cuales 4 no son mayores de edad?
7. Una secretaria se equivoca en promedio 3 ocasiones por cuartilla capturada. En un día cualquiera, ¿cuál es la probabilidad de que cometa más de 4 errores?

Puntuación asignada de acuerdo al nivel de dificultad.

- 1) 0.5
- 2) a) 0.25 b) 0.25 c) 0.5 d) 0.5 e) 0.5
- 3) 2.0
- 4) 1.0
- 5) 0.5
- 6) 2.0
- 7) 2.0

El examen que se aplicó para efectuar la evaluación después de utilizar la estrategia instruccional “aprendizaje cooperativo” fue:

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

EXAMEN: TERCER PARCIAL

PROFESOR: ING. MA. ANDREA SUÁREZ GARCÍA

MATERIA: PROBABILIDAD SEM. 2007-II

NOMBRE DEL ALUMNO _____.

1. ¿Qué es una variable aleatoria discreta?
2. Si se lanzan dos dados, considere como v. a. Y : la suma de ambos resultados.
 - a) Escriba los resultados del espacio muestral.
 - b) Haga la tabulación correspondiente a los valores de y así como de $p(y)$.
 - c) Trace la gráfica de la función masa de probabilidad.
 - d) Trace la gráfica de la función de distribución y los valores que puede adquirir la misma.
 - e). Calcule el valor esperado.
3. Cierta tipo de árboles tienen retoños dispersos de manera aleatoria sobre un área extensa, el promedio de árboles con retoños encontrados es de 4 en el otoño. Si se inspeccionan 15 árboles, ¿cuál es la probabilidad de que haya :
 - a) exactamente 8 árboles con retoños.
 - b) al menos 2 árboles con retoños.
 - c) ¿cuál es el número de árboles con retoños que más se espera observar?
4. Considere de acuerdo con el problema anterior, que la probabilidad de encontrar retoños es de 0.6. ¿Cuál es la probabilidad de que el cuarto árbol inspeccionado sea el primer árbol con retoños?
5. ¿Cuál de los problemas 3 ó 4 se refiere a una distribución binomial negativa?
6. ¿Cuál es la probabilidad de que una mesera se rehúse a servir bebidas alcohólicas únicamente a dos menores de edad, si verifica aleatoriamente sólo cinco identificaciones de entre 9 estudiantes, de los cuales 4 no son mayores de edad?
7. Una secretaria tiene una probabilidad de 0.1 de equivocarse al capturar textos. En un día cualquiera, al capturar 15 cuartillas:
 - a) ¿Cuál es la cantidad de cuartillas que se espera se equivoque?
 - b) ¿cuál es la probabilidad de que se equivoque:
 - b.1) en 8 cuartillas capturadas?
 - b.2) entre 6 y 10 cuartillas capturadas?
 - b.3) a lo más en 3 cuartillas capturadas?

Puntuación asignada de acuerdo al nivel de dificultad.

- 1) 0.5
- 2) a) 0.25 b) 0.25 c) 0.5 d) 0.5 e) 0.5
- 3) 2.0
- 4) 1.0
- 5) 0.5
- 6) 2.0
- 7) 2.0

A continuación se muestran en la tabla IV.1 los resultados, comenzando en la forma tradicional: en la primera columna el orden en que entregaron sus exámenes, en la segunda columna los resultados del examen, y cuando **se trabaja en equipos de aprendizaje cooperativo** en la tercer columna se muestra en qué orden entregaron sus exámenes, en la cuarta columna la calificación del examen., en la quinta columna la calificación de lo que se trabajo en equipo y en la siguiente columna cuando se anexa dicha puntuación a la calificación del examen.

Se resalta en la tabla las calificaciones de aquellos alumnos con personalidad tímida y que mejoraron su calificación, en algunos otros casos también mejoró el lugar o posición en que entregaron su examen y también se indica el porcentaje de aprobados con el método tradicional y con el utilizado en equipos cooperativos.

Tabla IV.1.

ALUMNO	L Líder	T Tímido	Lugar	1°. EXAM. (Met. Tradicional)	Lugar	2°. EXAM. (Met. Aprend. Cooperativo)
1. Agustiniانو Martínez Ariana			16°	2.1	17°	2.75
2. Alvarado Hernández. Ana	X		13°	8.0	16°	9.5
3. Arteaga García Jannet			7°	5.55	18°	5.53
4. Benítez Pineda Arlette	X			NP	1°	10.0
5. Hernández Caballero José Luis			20°	5.0	20°	6.62
6. Medina Pérez Ma. Guadalupe			8°	7.0	6°	8.32
7. Méndez Santoyo Alejandra	X		21°	4.0	12°	7.82
8. Navarrete Laguna Marco		X		NP	2°	9.7
9. Pacheco Olguín Diana		X	3°	3.1	11°	6.66
10. Rodríguez Sandoval Saúl			9°	7.7	14°	9.2
11. Romero Paleta Adriana			12°	5.5	10°	9.0
12. Salazar Hernández David		X	5°	6.7	7°	9.7
13. Sánchez Magdaleno Alejandro.	X		1°	6.8	5°	4.16
14. Santana García Miguel			11°	2.5	15°	7.66
15. Vázquez Díaz Juan		X	17°	5.5	9°	8.7
16. Velásquez Flores Graciela			4°	5.4	8°	8.9
Alumnos que no trabajaron en equipo.						
García Rivas Jacqueline			15°	6.0	19°	8.3
Guerrero Alvarado Silvia			2°	6.4		NP
Hdez. Hdez José			10°	4.4		NP
Jasso Contreras Luz			6°	4.5	4°	4.85
Laguna Chávez Hugo			14°	7.25	13°	6.91
Ponce Flores Aydee			18°	2.4		NP
Mínero Gutiérrez			19°	8.3		NP
Virgilio Aguilar Janet				NP	3°	cero
				Aprobó X=35.7% = 5/16		Aprobó X= 81% = 13/16

En la tabla IV.2. se muestra el complemento de la anterior (IV.1), en la quinta columna la calificación de lo que se trabajo en equipo y en la siguiente columna cuando se anexa dicha puntuación a la calificación del examen

Tabla IV.2.

ALUMNO	L Líder	T Tími do	Lugar	2°. EXAMEN (Método Aprendizaje. Cooperativo)	Prom Calif de trabajo en Equipo.	Calif total (2°. Ex. + calif. de equipo)
1. Agustiniano Martínez Ariana			17°.	2.75	7.6	5.9
2. Alvarado Hernández. Ana	X		16°.	9.5	9	9.4
3. Arteaga García Jannet			18°.	5.53	9	6.22
4. Benítez Pineda Arlette	X		1°.	10.0	9	9.8
5. Hernández Caballero José Luis			20°.	6.62	9	7.1
6. Medina Pérez Ma. Guadalupe			6°.	8.32	7.3	8.1
7. Méndez Santoyo Alejandra	X		12°.	7.82	9	8.0
8. Navarrete Laguna Marco		X	2°.	9.7	9	9.6
9. Pacheco Olguín Diana		X	11°.	6.66	9	7.1
10. Rodríguez Sandoval Saúl			14°.	9.2	8.3	9.0
11. Romero Paleta Adriana			10°.	9.0	8	8.8
12. Salazar Hernández David		X	7°.	9.7	8.6	9.5
13. Sánchez Magdaleno Alejandro.	X		5°.	4.16	8	5.0
14. Santana García Miguel			15°.	7.66	8	7.7
15. Vázquez Díaz Juan		X	9°.	8.7	8.6	8.7
16. Velásquez Flores Graciela			8°.	8.9	8.6	8.8

IV.1. COMENTARIOS DE LOS ALUMNOS.

Comentarios de los alumnos *op sit* después de trabajar en equipo de aprendizaje cooperativo:

Yo pienso que esta forma de trabajo es mejor ya que compartimos opiniones entre los integrantes y nos podemos preguntar entre nosotros. Juan Antonio Vázquez Díaz.

La forma tradicional de enseñanza no es muy interezante sin en cambio ahora que estuvimos trabajando en equipo la teoria y los ejercicios son mas interesantes ya que entre alumnos nos resolvemos dudas y entendemos mejor como resolver los problemas con mayor facilidad, asi no te aborres en clase y te diviertes y aprendes mas. Arteaga García Jannet.

Opini3n. Me gusta m3s por que con los ejercicios sacamos dudas y con los compa1eros de clase es m3s f3cil preguntar dudas. Inclusive, lo ejercicios parecen menos dif3ciles. Aprend3 m3s, ya que las dudas que ten3a ya las aclare. La relaci3n con los integrantes del equipo fue mejor conoc3 a alguien nuevo y descubr3 que los compa1eros que ya no conoc3a me pueden ayudar m3s. Romero Paleta Adriana

Probabilidad. Es una buena forma de trabajar, por que asi los alumnos aprendemos m3s, ejercitando los conocimientos vistos en clase, las clases son muy didacticas y ayudan a reafirmar conocimientos o aclarar dudas. Es mucho mejor que la forma tradicional de ense1anza. Y mis relaciones con mis compa1eros mejoraron, por que casi no soy sociable. Benitez Pineda Arlette.

Esta forma es m3s f3cil de razonar porque a veces no sabemos una cosa o tenemos una duda y tenemos menos pena de preguntarle al compa1ero de lado. Te sientes m3s a gusto porque no te presionan si no sabes a parte de que tienes m3s confianza de preguntar algo que no sepas o de ayudarlo al de a lado. Tamb3n me gusto porque muchos compa1eros que ten3an dudas ya cada vez participan mas al resolver los ejercicios. Alvarado Hern3ndez Violeta.

Me parece que esta forma nos da la oportunidad de participar y aprender de nuestros compa1eros, es din3mica y nos motiva a aprender. La tradicional a veces me aburre y me distraigo muy f3cil. La relaci3n con mis compa1eros siempre a sido buena pero ahora tenemos m3s confianza para apoyarnos en la cuesti3n del trabajo. Medina P3rez Maria Guadalupe

La relaci3n con el trabajo en equipo fue buena ya que con essta forma de trabajar hubo mas convivencia entre nosotros, ademas pudimos plantear nuestras dudas sin que hubiera tal vez un poco de pena entre nosotros. La din3mica de trabajar en equipo fue buena y tal pareciera que las dudas que ten3amos se disiparon. Santana Garcia Miguel Angel.

Esta nueva forma de trabajo es mejor, ya que al alumno le permite ser m3s din3mico, sociable, adem3s que el aprendizaje es mejor. Yo pienso que el motivo de esto, es que uno va adaptandose a los compa1eros de trabajo y va dejando atr3s la timides acostumbrada. S3nchez Magdaleno Alejandro.

Opini3n.

En esta clase del d3a de hoy, creo que es mejor trabajar en equipo porque asi podemos pensar mejor un problema todos en equipo y tambi3n por que asi conocemos a nuestros compa1eros de trabajo. En esta actividad si apredi mejor los temas que hemos visto en clases pasadas como que si se aprende mas del tema. Agustini3no Mart3nez Ariana Patricia.

A mi me gusta mas este tipo de trabajo ya que pienso que es m3s f3cil para algunos preguntarle a un compa1ero dudas acerca de los problemas de la clase que al propio maestro y al ser varios los miembros del equipo alguno tiene que saber la forma de resolverlos y por lo tanto nadie

queda con ninguna duda. Ya que la forma tradicional para muchos es muy aburrida y más tediosa.

Salazar Hernandez David Alejandro.

Me agrada mas esta forma de trabajo porque la retención es mejor, hay apoyo entre los integrantes del equipo, el tiempo en cada tema es menor que trabajando individualmente y después de tres clases de trabajar con Alejandra y Marco mi relación con ellos mejoró.

Velásquez Flores Graciela Omayra.

Me parece bien la forma en la q, hemos trabajado en equipo por que entre nosotros nos vamos apoyando y dando ideas y tradicionalmente como q, hay personas que se cohiben mucho y hay veces q, el maestro no se da cuenta de eso y en equipo algunas personas preguntan y se aclaran sus dudas con los compañeros. Me agrada mas trabajar en equipo ya q, también me he relacionado mejor con mis otros compañeros.

Saul Rodríguez Sandoval.

ANÓNIMOS.

- Esta forma de dar clase me parece mejor a la tradicional ya que es mas dinamica, siento que se aprende mas ya que intercambiamos ideas ó nos auxiliamos entre nosotros. La relación entre los alumnos es mejor.
- me parece mejor porque a veces falto y no tengo los apuntes completos, de esta forma puedo entender mejor los problemas a que si sólo estudiara de los apuntes pedidos que me faltaban, pues creo que también mejoró la relación con las personas del grupo al integrarme en mi equipo.
- Me parece una buena forma de trabajo debido a que luego nos da pena no preguntamos las dudas que tenemos y el estar trabajando en equipo ayuda a que uno resuelva los detalles que luego no quedan muy claros y si mejoro tanto con los compañeros la relación como el aprendizaje.
- Me parece muy buena esta nueva forma de trabajo ya que las dudas que tenemos las vamos resolviendo con nuestro equipo y con (usted) ← Profesor. Se aprende un poco mas ya que lo practicas en los ejercicios y ya no se hace tedioso, me gusta mas ya que me quedan menos dudas y la otra forma es muy individualista.

IV.2. ANÁLISIS DE RESULTADOS.

Se observó que las calificaciones que obtuvieron trabajando en equipo, en la primer sesión fueron bajas (entre 7 y 8) y aumentaron conforme se avanzo en las sesiones, en la última prácticamente obtuvieron 10, estos resultados sugieren que al principio no entendían el desempeño en el trabajo en equipo y conforme se les fue guiando este mejoro, casi siempre al inicio los alumnos creen que las clases impartidas de esta forma es para distraerse y jugar.

Con respecto a la calificación individual mejora para la mayoría de los alumnos en la segunda y tercera sesión, pero esta mejoría es la que se obtiene después de que han trabajado en equipo.

Por otra parte en la forma de trabajo hubo un cambio que se hizo a propósito, en la sesión 2 de trabajo se les indicó que resolvieran los ejercicios de manera individual y los resultados fueron que la mayoría se equivocó en los cálculos y además no pudieron interpretar las gráficas, es aquí donde ellos consideraron la importancia de trabajar en equipo y aunque así se iba a continuar trabajando es interesante saber que para ellos ya era necesario.

Durante las sesiones se pudo apreciar que hacer preguntas a sus compañeros a la mayoría se les facilitó, y para resolver dudas crearon sus esquemas, después de acomodarlos pudieron dar respuesta a sus compañeros.

Varios de los ejercicios se diseñaron para que ellos modificaran y construyeran los enunciados, por ejemplo cuando se les pide que con la información que ya tienen de los diferentes tipos de comportamiento de la variable aleatoria, construyan el enunciado considerando casi los mismos elementos del problema pero que dichos enunciados se refieran a un comportamiento binomial, geométrico, etc.

De esta manera se observó que más de la mitad de los alumnos mejoraron la comprensión del tema cuando resolvieron los problemas planteados y obtuvieron resultados más favorables en la evaluación que se hace después de trabajar con equipos de trabajo cooperativos, en lo que se refiere a los promedios finales se calcularon considerando como 80% la calificación del examen y 20% la calificación de trabajo en equipo, con la finalidad de no sesgar el resultado final sobre todo en aquellos alumnos que obtuvieron una calificación más baja en el trabajo en equipo y finalmente es reconfortante que varios de ellos reconocieron que sus relaciones sociales mejoraron y esto también fue positivo para su desempeño académico, los alumnos con personalidad de líder no tienen problema para relacionarse pero los que tienden a ser tímidos, se mostraron complacidos con su desempeño.

CONCLUSIONES.

De acuerdo con las diferentes posturas constructivistas en el presente trabajo se pudo confirmar lo siguiente:

La construcción del conocimiento escolar es en realidad un proceso de elaboración, en el sentido de que el alumno selecciona, organiza y transforma la información que recibe de muy diversas fuentes, estableciendo relaciones entre dicha información y sus ideas o conocimientos previos. Así, aprender un contenido implica que el alumno le atribuye un significado, construye una representación mental a través de imágenes o proposiciones verbales, o bien elabora una especie de teoría o modelo mental como marco explicativo de dicho conocimiento.

El aprendizaje significativo, a diferencia del memorístico, se conecta con el conocimiento previo de los alumnos. De ahí los organizadores previos como materiales introductorios, genéricos e incluyentes del aprendizaje a ser desarrollado, sirven de puente al vacío, entre lo que el alumno ya conoce y lo que él necesita conocer, antes de que él pueda aprender significativamente la tarea propuesta.

El alumno adquiere el aprendizaje por descubrimiento obtener conocimiento para sí, utilizando la propia mente de uno. Con ello se contribuye significativamente al desarrollo intelectual y al mismo tiempo, se aprenden los llamados heurísticos del descubrimiento, que sólo pueden ser aprendidos en el ejercicio de la solución de problemas.

La adquisición del conocimiento es un proceso de continua autoconstrucción. La génesis del conocimiento es explicada por la función adaptativa de los sujetos en su interacción con el medio. A través de los esquemas, quedan asimilados los nuevos aspectos de la realidad y, en caso de dificultad de encaje, se produce el equilibrio necesario que suscita la modificación de esquemas, hasta lograr su acomodación.

En el presente trabajo, se aplicaron en el desarrollo de las clases los organizadores previos como materiales introductorias, referentes a los conceptos que el alumno ya conocía de las definiciones y aplicaciones del concepto de probabilidad y lo que necesita conocer para la interpretación de las variables aleatorias discretas y sus distribuciones de probabilidad; cuando trabajaron de manera individual obtuvieron conocimientos para sí mismos contribuyendo a su

desarrollo intelectual, sin embargo la adquisición de estos conocimientos se mejora cuando a través del trabajo en equipos cooperativos los alumnos logran hacer la modificación de esquemas hasta lograr su acomodación, dichos esquemas los forman para poder preguntar y resolver dudas a sus compañeros;

Vigotsky ha establecido que la cognición se establece en relaciones dialécticas entre las personas que actúan, los contextos de su actividad y la actividad misma: el aprendizaje involucra resolver problemas que emergen de los conflictos generados por los dilemas, en situaciones cotidianas, valiéndose, a su vez, de la ayuda de un instructor o compañero más avanzado que sea capaz de ofrecer su experiencia, posibilitando a su vez, **andamiajes** apropiados a la **zona de desarrollo próximo** en la que se encuentra el que aprende, esto se relaciona con el **aprendizaje cooperativo, social y negociador**.

Esta concepción es la que más se aprecia en la estrategia: el aprendizaje cooperativo, porque los alumnos resuelven los problemas planteados tratando de explicárselos a su compañeros y de esta manera asignan un significado no sólo a memorizar la información, que en el pensamiento de Vigotsky es una forma de aprendizaje sin ningún futuro, sino que los alumnos pueden construir significados y lo hacen a través de la cognición en relaciones dialécticas, entre los alumnos que actúan, resolviendo problemas que nacen al enfrentarse en este trabajo al conflicto de diferenciar la variable aleatoria **Y** de interés.

El alumno pudo diferenciar aquellas variables con un comportamiento binomial, geométrico, hipergeométrico, etc., en situaciones que se acercan a lo cotidiano como es la convivencia con sus compañeros sin la sensación quizá del autoritarismo del profesor o falta de atención del mismo, y sí con la de un orientador cuando el profesor aporta la ayuda de un instructor que sea capaz de ofrecer su experiencia, con lo cual se favorece que los alumnos compartan sus conocimientos y la discusión reflexiva que en ellos propicie el desarrollo cognitivo, así la interacción social tiene un papel fundamental en el desarrollo intelectual.

Se trato de *“Enseñar a pensar y actuar sobre contenidos significativos y contextualizados”* como lo establece la postura constructivista: rechazando la concepción del alumno como un mero receptor o reproductor del saber cultural, y no aceptando la idea de que el desarrollo escolar es la simple acumulación de aprendizajes específicos.

Organizar y aplicar la estrategia de aprendizaje cooperativo al principio requiere de invertir más tiempo, que el que probablemente estamos acostumbrados a invertir en el diseño de las clases con el método tradicional de enseñanza, sin embargo conforme se va observando que los alumnos están más dispuestos a participar y sobre todo en la obtención de calificaciones más altas, resulta muy alentador y por lo tanto es estimulante para continuar aplicando dicha estrategia.

Cuando ya se tiene más organizada esta forma de trabajo resulta que hay menos inversión de tiempo en preparar la clase y más entusiasmo, por otra parte cuando las relaciones sociales entre los alumnos se mejoran a lo largo de las sesiones, ellos asocian que de alguna manera se debe al cambio que el profesor ha hecho en el desarrollo de las clases y en su pensamiento (facilitador del aprendizaje) y por consiguiente también se favorece la actitud del alumno para con el profesor.

BIBLIOGRAFÍA.

1. Castorina, José Antonio. "Problemas Epistemológicos de las teorías del Aprendizaje en su transferencia a la Educación". *Perfiles Educativos*. Núm. 56, 1994.
2. Corno, L. "Teaching and self-regulated learning". En D. C. Berliner y B. V. Rosenshine, *Talks to Teachers* (Nueva Cork: Random House, 1987).
3. Díaz Barriga, Frida A., et al., "Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista". Ed. Mc Graw Hill, Interamericana. México, 1998.
4. "Desarrollo Cognoscitivo y Educación en la obra de Piaget". Edit. Trillas. México 1991. Pág. 151-165.
5. Hernández Hernández, Pedro. "Inicios del Movimiento Psicoinstruccional: Bruner, Ausbel y Gagné en Psicología de la Educación". Edit. Trillas. México 1991. Pág. 171-185.
6. Kim Prichard, Mary; Sue Bingaman. "Actividades Intruccionales y Decisiones. Lecturas en Educación Matemática. Núm. Seis. Introducción a la Investigación y Evaluación Educativa". 1984.
7. Lafourcade Pedro D. "Evaluación de los Aprendizajes". Biblioteca De Cultura Pedagógica". Edit. Kapeluz. Argentina, 1984.
8. Mendenhall, W., Scheaffer R. L. "Estadística Matemática con Aplicaciones". Edit. Grupo Británica Iberoamérica. México, 1990.
9. Meyer, Paul L. "Probabilidad y Aplicaciones Estadísticas". Fondo Educativo Interamericano. México, 1986.
10. Rodrigo, M. y Arney J. "La Construcción del Conocimiento Escolar". Edit. Paidós, Barcelona, 1997.
11. Scutt, Patrick. "Lecturas en Educación Matemática". Núm. Seis. Introducción a la Investigación y Evaluación Educativa.
12. Slavin, R. E. "Effects of Biracial Learning Teams on Cross-Racial Friendships". *Journal of Educational Psychology*, 71, 1979, pp.381-387.
13. Slavin, R. E. "When Does Cooperative Learning Increase Student Achievement?" *Psychological Bulletin*, 94, 1983, pp. 429-445.
14. Slavin, R. E. "An Introduction to Cooperative Learning Research". En R. E. Slavin et al, *Learning to Cooperate, Cooperating to Learn* (Nueva York: Plenum, 1985).
15. Slavin, R. E. "*Using Student Team Learning*". Baltimore, MD: Center for Research on Elementary and Middle Schools, Johns Hopkins University, 1987.

16. Slavin, R. E. "Cooperative learning: Theory, research, and practice". Englewood Cliffs, NJ. Edit. Prentice-Hall. 1990.
17. Tovar S. A., "El Constructivismo en el Proceso de Enseñanza – Aprendizaje". Instituto Politécnico Nacional. México 2001.
18. Trimbur, J. "Collaborative Learning and Teaching Writing". En B. W. McClelland y T. R. Donovan, *Perspectives on Research on Scholarship in Composition* (Nueva Cork: Modern Languages Association, 1985).
19. Vigotsky, L. S. "El desarrollo de los procesos psicológicos superiores". Edit. Grijalva. Barcelona, España, 1970.
20. Vigotsky, L. S. "Pensamiento y Lenguaje". Edit. Paidós Ibérica. Barcelona, España, 1995.
21. Walpole, R. E., Myers, R. H. "Probabilidad y Estadística". Edit. Mc Graw Hill. México 1992.
22. Webb, N. "Small Group Problem – Solving: Peer Interaction and Learning". Documento presentado en la reunión anual de la American Educational Research Association, Nueva Orleans, 1988.