



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN
INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA

*“Estudio de la hermeticidad en tuberías plásticas con
sistema de unión tipo espiga-campana”*

T E S I S
QUE PARA OBTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA
Ingeniería mecánica - Mecánica aplicada
P R E S E N T A:
Ing. David Becerril García

TUTOR:
Dr. Jacinto Cortés Pérez



AÑO 2008



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mis padres Julio y Bárbara
por su inagotable amor, por su apoyo constante y por su infinita comprensión. Por cultivar en mí todas sus virtudes y por enseñarme a no cometer sus pocos errores. Me debo a ustedes, y este trabajo, así como cualquier cosa positiva que realice en mi vida será de ustedes. Gracias por enseñarme lo que es amar, los adoro.

A Diana, *por creer en mí y demostrarlo con su apoyo, amistad y amor. Por no dejarme rendir cuando las cosas son difíciles y por ser ejemplo y pilar fundamental en mi vida. Gracias por dejarte encontrar y por hacerme tan feliz, eres el amor de mi vida. Te amo y haré todo lo posible por verte sonreír y feliz todos los días. U A*

A mi asesor Dr. Jacinto Cortés Pérez, *por tener fe en mí y apoyarme con su conocimiento, tiempo y paciencia para la realización de este trabajo. Por ser un verdadero ejemplo de perseverancia, fortaleza y dedicación. Por su interés y motivación para superarme y por su disposición para enseñar. Gracias por su amistad y por creer en mí.*

A mis sinodales, Dr. Arturo Barba Pingarrón, Dr. Leopoldo González González, M. en I. Mario Acosta Flores y al M. en I. Alberto Reyes Solís, por sus aportaciones y comentarios a este trabajo, y por su ayuda con el mismo. Por sus enseñanzas a lo largo de mi vida académica. Muchas gracias.

Al M. en I. Cassiodoro Domínguez por complementar este trabajo con su asesoría y sus aportaciones fundamentales. Gracias por apoyarme y creer en mí.

A la Universidad Nacional Autónoma de México por su existencia y por su cobijo. A la DGEF por su apoyo esencial para la realización de mis estudios de posgrado durante tres semestres.

A mi familia, que a pesar de no ser muy numerosa, aporta a mi vida grandes cantidades de ejemplos, de confianza y de amor. Por haber creado los cimientos de mi formación y por ser parte fundamental de mi existencia. Los quiero a todos.

A mi Abuelita Juanita, mi segunda madre, quien ya no está aquí para compartir esto, pero siempre estará presente en mi corazón y mente, y a quien siempre le deberé y agradeceré mi existencia.

A Raúl Rojo y a Fernando Paris por su valiosa ayuda para la realización de este trabajo y quienes, al igual que **Néstor, Carlos, Arturo, Arubi y Alejandro**, me han brindado su amistad. Gracias por hacer que la realización de este trabajo fuera más agradable.

Al C. José Antonio González Montaña y al Ing. Alberto Higuera por su indispensable ayuda para la realización de este trabajo.

Introducción.....i

Capítulo I Tuberías plásticas y sistemas de unión

1.1 Tuberías plásticas.....2

 1.1.1 Parámetros mecánicos en tuberías.....5

1.2 Sistemas de unión en tuberías plásticas.....7

 1.2.1 Unión soldada8

 1.2.2 Unión mediante coples(bridas).....9

 1.2.3 Unión tipo espiga-campana.....12

1.3 Normatividad aplicable a juntas.....14

 1.3.1 Norma ASTM D3212.....15

 1.3.2 NOM-001-CNA-1995.....16

Capítulo II Análisis fenomenológico de una junta tipo espiga-campa

2.1 Principios físicos de la unión tipo espiga-campana.....19

 2.1.1 Efecto de la presión interna.....20

 2.1.2 Efecto del empaque.....21

 2.1.3 Efecto del reforzamiento de la campana.....23

2.2 Modelos analíticos de referencia.....26

 2.2.1 Cascarón cilíndrico circular sometido a presión interna.....26

 2.2.2 Tubería larga presurizada con bridas rígidas en sus extremos.....28

 2.2.3 Tubería corta presurizada con bridas rígidas en sus extremos.....32

 2.2.4 Tubería larga de pared delgada sometida a compresión radial uniforme.....33

 2.2.5 Tubería larga de pared delgada sometida a una carga circunferencial uniforme35

Capítulo III Metodología de estudio

3.1 Método experimental.....	37
3.1.1 Preparación de muestras.....	37
3.1.1.1 Flexión en probetas de PVC.....	37
3.1.1.2 Presión interna en campanas.....	39
3.1.2 Instrumentos de medición.....	43
3.1.2.1 Deformaciones.....	43
3.2 Modelos numéricos.....	44
3.2.1 Campanas.....	44
3.2.1.1 Modelo geométrico.....	44
3.2.1.2 Mallado.....	46
3.2.1.3 Cargas aplicadas y restricciones.....	46

Capítulo IV Resultados y discusión

4.1 Resultados.....	49
4.1.1 Resultados experimentales.....	49
4.1.1.1 Probetas de PVC.....	49
4.1.1.2 Campanas.....	51
4.1.2 Resultados numéricos.....	57
4.1.2.1 Campanas.....	57
4.2 Análisis de resultados y discusión.....	61
4.2.1 Distribución de deformaciones a lo largo del eje del tubo.....	61
4.2.2 Análisis de desplazamiento.....	70
Conclusiones.....	74

Apéndice A. Algunos problemas en cascarones elásticos

A.1 Esfuerzo de membranas en cascarones axisimétricos.....	76
A.1.1 Cascarón cilíndrico circular.....	77
A.2 Flexión en cilindros de pared delgada sometidos a axisimétricas.....	78
A.2.1 Tubería larga presurizada con bridas rígidas en sus extremos	84
A.2.2 Tubería corta presurizada con bridas rígidas en sus extremos.....	86
A.2.3 Tubería larga de pared delgada sometida a compresión radial uniforme a lo largo de una sección circular en su distancia media.....	87
A.2.4 Tubería larga de pared delgada sometida a una carga circunferencial uniforme a lo largo de una longitud finita.....	90
Bibliografía y mesografía.....	92

Introducción

La utilización de tuberías plásticas tiene una historia considerable en los países llamados de “primer mundo” debido a la necesidad de reducir costos y emplear materiales más ligeros. Tal es el caso de las tuberías fabricadas con cloruro de polivinilo (PVC) las cuales se comenzaron a utilizar en 1923 en Alemania, o el caso de las tuberías fabricadas con polietileno (PE) disponibles en Europa a mediados del siglo pasado. Por otro lado, el desarrollo de distintas áreas ha permitido que el empleo de tuberías plásticas se extienda a diversas aplicaciones, ya que, se han mejorado las propiedades físicas y químicas de las resinas utilizadas. Asimismo, se han presentado avances en el estudio mecánico/estructural de las tuberías plásticas con lo que se ha ampliado más su campo de aplicación sustituyendo tuberías de materiales convencionales como pueden ser el acero o el concreto. Como es de esperarse, los accesorios y los métodos de unión utilizados han tenido que adaptarse a esta evolución debido a las características de las tuberías plásticas.

En México el empleo de tuberías plásticas, a pesar de tener una historia amplia, ha sido limitado a aplicaciones en las cuales las exigencias de trabajo no son grandes. Un ejemplo de esto es el hecho de que hoy en día las tuberías de PVC se encuentran en redes de drenaje domésticas en un buen porcentaje de viviendas. Sin embargo, en los últimos años se ha visto una creciente tendencia a emplear tuberías de polietileno en sistemas de agua potable, gas y drenaje. Es claro que las ventajas de las tuberías plásticas son las que han motivado su uso masivo y entre los factores que han favorecido su empleo en aplicaciones para drenajes, destaca el sistema de unión que muchas ellas emplean. Concretamente, se aprecia en diversas tuberías plásticas el empleo de juntas tipo espiga-campana la cual, suma una ventaja a estos productos debido a que facilita la instalación. Dicha ventaja se refleja en menores tiempos invertidos para el montaje de grandes redes de tuberías en las cuales se unen un gran número de tramos, generalmente de 6 m, con mucha facilidad.

El sistema de unión tipo espiga-campana consiste esencialmente de tres elementos: a) un casquillo integral en un extremo del tubo, b) una espiga que se desliza al interior del casquillo y, c) un empaque circular fabricado en un material elastomérico. En muchos casos el empaque va montado fijamente en la espiga y se inserta el conjunto en el casquillo, también llamado “campana”, de tal manera que la interferencia mecánica que se genera entre el empaque y la campana induce un sello hermético.

Existe una buena cantidad de sistemas de unión que se han desarrollado para asegurar la hermeticidad en redes de tuberías de los cuales el sistema espiga-campana es uno de los menos empleados. No obstante, las ventajas que ofrece dicho sistema justifican plenamente su uso y por ello resulta importante realizar estudios que conduzcan a mejorar su desempeño en cuanto a la hermeticidad.

De hecho, muchas empresas que actualmente producen tuberías que usan este tipo de unión, han propuesto diversas configuraciones orientadas en dicho sentido. En México se puede encontrar una amplia gama de diseños de campanas, sin embargo, es poco lo que se ha estudiado al respecto, ya que dichos diseños provienen de tecnologías extranjeras.

En términos generales, la hermeticidad de una junta se refiere a su capacidad de soportar presiones internas sin que se presente fuga del fluido contenido. En particular, en las juntas tipo espiga-campana, se ha observado que la fuga se presenta cuando la campana sufre desplazamientos perimetrales de magnitud tal que se pierde contacto entre ésta y el empaque, es decir, se pierde la interferencia mecánica. Este efecto se debe básicamente a que la campana no se encuentra sometida a presión uniforme a lo largo de su eje longitudinal. En realidad, la presión actúa hasta la región limitada por el empaque quedando el extremo libre de la misma sin carga alguna. Como se reporta en la literatura, una condición de carga similar induce en la campana expansión perimetral y flexión axisimétrica. En la práctica, la hermeticidad de una campana se evalúa mediante una prueba en la cual el conjunto espiga-campana es sometido a presión y vacío acompañado de desalineamiento. En México dichas pruebas son obligatorias para todos productos que emplean el sistema de unión tipo espiga-campana bajo la norma ASTM 3212.

En el presente trabajo se aborda la temática de hermeticidad atendiendo dos aspectos fundamentales que constituyen la base del diseño de juntas tipo espiga-campana:

- a) La caracterización del comportamiento mecánico del conjunto durante pruebas de presión interna
- b) la identificación de los parámetros que influyen en la hermeticidad de este tipo de juntas.

En particular, se presenta un estudio teórico-experimental en el que fueron analizadas cinco tipos de campanas, empleando tres tipos de sellos que incluyen dos empaques de diferentes dimensiones. En ambos casos, los modelos experimentales y numéricos, fueron sometidos a condiciones de presión interna. Dicha presión fue inducida, en los modelos experimentales, mediante la aplicación de aire comprimido para asegurar condiciones de presión constante. Asimismo, durante las pruebas realizadas a los modelos experimentales, fueron registradas las deformaciones generadas por las cargas mecánicas aplicadas a través de galgas extensométricas, las cuales fueron colocadas a cada campana en tres puntos de interés; a) en las proximidades de la transición campana-tubo, b) en la región del empaque y, c) en el extremo libre de las campanas.

Los cinco tipos de campanas estudiadas fueron propuestos a partir de un análisis fenomenológico del efecto de cierre de un tramo de tubería al ser introducido en el un cuerpo esférico rígido. Dicho efecto corresponde con el fenómeno de la flexión en tubos sometidos a cargas axisimétricas reportado en la literatura.

Una de estas campanas corresponde con el caso de referencia en el cual, la sección es constante y la transición campana-tubo es abrupta. El resto de los modelos ensayados fueron sometidos a desbastes, generándose una sección transversal no uniforme de la campana. Los resultados experimentales obtenidos fueron comparados con los resultados numéricos correspondientes y se encontró una razonable concordancia. Destaca el hecho de que los efectos de inserción y montaje de las probetas estudiadas resultaron tener una influencia en el comportamiento de las juntas mucho mayor al esperado.

Finalmente, los estudios realizados permitieron caracterizar el comportamiento mecánico de las juntas durante el proceso de inserción, montaje y aplicación de presión interna. De igual manera, dichos resultados condujeron a una propuesta de diseño de campana que mostró ofrecer mejoras sustanciales en la hermeticidad de la junta. El desarrollo de este trabajo se distribuye en cuatro capítulos de la siguiente manera.

En el primer capítulo se presenta información básica de tuberías plásticas, relacionada con su clasificación, condiciones de trabajo, comportamiento mecánico, etc. Asimismo, en este capítulo se muestran algunos de los tipos de unión más utilizados en tuberías plásticas los cuales, debido a que trabajan bajo distintos principios, requieren de elementos diferentes. Por último, se menciona la normatividad utilizada en México la cual, bajo distintos parámetros, determina la eficiencia de las juntas.

Debido a la necesidad de identificar aquellos parámetros que tienen afectación en la eficiencia de la unión tipo espiga-campana como son el uso de empaque, la transición campana-tubo y la variación en la distribución de la presión, se presenta en el **Capítulo II** un análisis de estos factores, cuyos efectos son comparados con problemas reportados en la literatura mostrados dentro de este mismo capítulo. Dicho análisis permitió determinar las modificaciones utilizadas en los modelos de campana propuestos en este trabajo.

En el **Capítulo III** se describe el procedimiento y las condiciones definidas en las pruebas de caracterización del material y de presión interna realizadas. Asimismo, se presentan las geometrías generadas de los modelos de campana propuestos. Por otro lado, se muestran los modelos utilizados en las simulaciones numéricas, así como las cargas y restricciones impuestas a éstos en los tipos de análisis correspondientes.

Finalmente, en el último capítulo se presentan los resultados obtenidos para cada una de las pruebas antes mencionadas, así como aquellos arrojados por las simulaciones numéricas realizadas. Dicha información es examinada y comparada entre sí, concluyéndose dicho capítulo con un discusión de los resultados obtenidos.

Capítulo I

Tuberías plásticas y sistemas de unión

1.1 Tuberías plásticas

Es de gran importancia para el desarrollo de este trabajo conocer las características de las tuberías plásticas que se utilizan hoy en día, así como hacer una pequeña clasificación de ellas.

A través de la historia, y gracias al avance de distintas ciencias, la utilización de materiales plásticos ha sustituido en gran medida a otros como son los materiales metálicos, cerámicos, y a diferentes materiales poliméricos (naturales). Este cambio se debe, entre otras cosas, a las mejoras económicas que estos representan, como también a sus propiedades físicas y químicas. Las tuberías no han sido la excepción, ya que también han evolucionado a lo largo de la historia gracias a los avances antes mencionados. Hoy en día tienen gran aplicación en nuestra vida cotidiana, nos proporcionan el agua que necesitamos, alejan los residuos que producimos, conducen nuestros combustibles e incluso nuestros medios de comunicación ya que protegen líneas telefónicas y eléctricas.

Por lo general, las tuberías son enterradas generando en ellas cargas que las deforman, dichas cargas dependen del material con que son confinadas y de otros factores los cuales no son relevantes para el desarrollo de este trabajo. Debido a la deformación elástica que soportan, las tuberías se clasifican en *tuberías flexibles* y *tuberías rígidas*, siendo el porcentaje de deformación el criterio para esta clasificación. Si resisten una deflexión menor al 2% de su diámetro, antes de presentarse la falla, la tubería se considera rígida (siendo un ejemplo las tuberías de concreto), mientras que una deflexión mayor clasifica la tubería como flexible (como las fabricadas con materiales termoplásticos) [1 y 2], siendo estas últimas las que tienen relevancia en este trabajo ya que las tuberías plásticas son consideradas como flexibles. En la **Figura 1.1** se muestra los comportamientos observados en tuberías rígidas y flexibles enterradas.

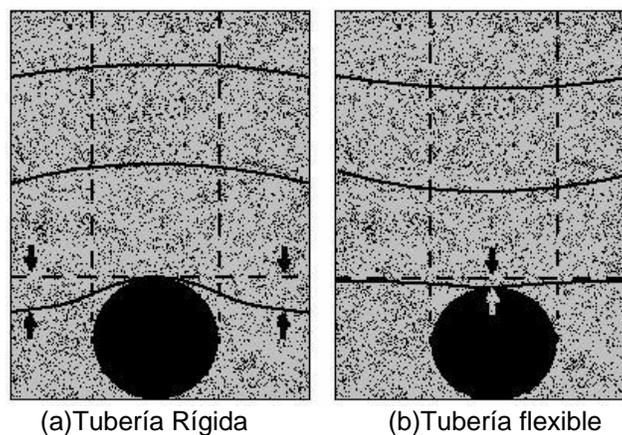
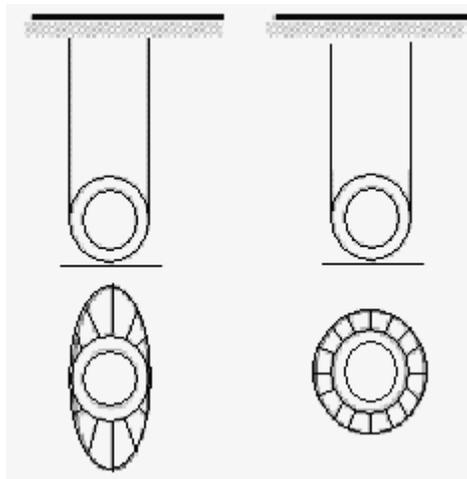


Figura 1.1 Diferencia entre tuberías rígidas y flexibles

Esta diferencia afecta principalmente la interacción que existe con el material con que son confinadas las tuberías, en otras palabras, la estructura que se forma. En el caso de las tuberías rígidas, la estructura depende exclusivamente de la tubería, y no transmite la carga recibida lateralmente, mientras que en el caso de las tuberías flexibles, las cargas si son transmitidas lateralmente al material con que son confinadas, haciendo a este último parte de la estructura [3]. La **Figura 1.2** muestra este efecto.



(a)Tubería Rígida (b)Tubería flexible

Figura 1.2 Interacción en las tuberías rígidas y flexibles [3]

Las tuberías plásticas son clasificadas, por el comportamiento que presenta el material con que son conformadas a distintas temperaturas, en materiales termoplásticos (cloruro de polivinilo PVC, polietileno PE, etc.) y materiales termofijos (resinas epóxicas, poliéster, etc.). Los primeros fluyen con un aumento de temperatura y regresan a su estado sólido cuando la temperatura baja, mientras que para los segundos, un aumento de temperatura en ellos los degrada [4].

Otra clasificación importante para el desarrollo de este trabajo es aquella que especifica el desempeño estructural de las tuberías, en otras palabras, las condiciones de carga que son generadas dentro de ellas debido al fluido que conducen, la clasificación es la siguiente:

- Trabajo por gravedad.- El fluido que conducen no genera presión interna (Al menos no constante)
- Trabajo con presión interna.- El fluido es bombeado a través de la tubería

Como se puede observar en la clasificación anterior, el tipo de trabajo al que está sometida la tubería determinará las condiciones de carga, así como las consideraciones de confinamiento antes mencionadas [1,2 y 5]. Las tuberías también se pueden clasificar por su resistencia al ataque químico y a la abrasión, las cuales no se ampliarán más debido a que no serán utilizadas en este trabajo.

Dentro de las ventajas que presentan las tuberías plásticas se pueden mencionar las siguientes:

- Son ligeras
- Baja resistencia al flujo
- Larga vida de servicio
- Fácil fabricación y bajo costo
- Se pueden unir fácilmente en obra
- Pueden ser fabricadas de varias formas (corrugaciones, filetes, costillas, etc.)

Por otro lado, las desventajas que presentan son:

- Baja resistencia mecánica
- Bajos módulos de elasticidad
- Son sensibles a la temperatura (alta y baja)
- Relación de Poisson alta
- Altos coeficientes de expansión térmica

Es debido a las propiedades y a las condiciones de trabajo antes mencionadas que las tuberías plásticas se diseñan de diferente manera. Dentro de las geometrías más comunes encontramos las tuberías de pared lisa o constante (utilizadas generalmente en condiciones de presión interna) y las tuberías corrugadas o de pared externa variable (empleadas en trabajo por gravedad como es en drenaje sanitario y pluvial). La finalidad de esta variación es mejorar la capacidad estructural de la tubería en condiciones de aplastamiento y será discutida posteriormente.

Es importante mencionar que las tuberías plásticas presentan características mecánicas particulares como son *la fluencia lenta bajo carga constante* la cual se presenta hasta la fractura o el equilibrio, reduciendo las propiedades mecánicas del material, y siendo la otra característica *la relajación de esfuerzos* que se presenta hasta un esfuerzo de equilibrio menor al esfuerzo inicial y no afecta las propiedades mecánicas. Este comportamiento se debe a que los principales materiales utilizados en la fabricación de tuberías plásticas tienen un comportamiento viscoelástico. Dicho comportamiento se presenta debido al acomodo que las cadenas poliméricas adoptan (zonas amorfas y zonas cristalinas), formando una estructura semi-cristalina, la cual presenta propiedades tanto de sólidos como de fluidos [6,7 y 8].

1.1.1 Parámetros mecánicos en tuberías

Como se ha visto hasta ahora, el diseño de una tubería depende de muchos factores, como son las propiedades del material con que es fabricada, las condiciones de instalación, las cargas externas, las condiciones de trabajo, etc. Es mediante el manejo de estos factores que se puede encontrar el diseño adecuado para las condiciones requeridas. Un elemento más que se puede manejar es la geometría de la tubería (estructura), punto del cual trata este apartado.



Figura 1.3 Tubería de polietileno con pared estructurada [15]

La modificación de la geometría de una tubería es aplicada principalmente a tuberías flexibles que trabajan por gravedad, ya que al estructurar la pared de la tubería, la interacción que se presenta entre ésta y el material con que es confinada se afecta. Las propiedades de la tubería que requieren mayor atención son: el momento de inercia del perfil de la pared, la distancia del eje neutro medido a partir del diámetro interior, así como la sección transversal [9]. El efecto que tienen estos parámetros es evidente en la **Fórmula 1.1**, conocida como *la fórmula de Iowa modificada*, la cual relaciona la deflexión de la tubería con la rigidez del anillo y con las condiciones de confinamiento [10,11].

$$\Delta y = \frac{1000K(D_L W_C + W_L)}{0.149PS + 0.061E'} \quad \text{En unidades métricas} \quad (1.1)$$

Donde:

Δy = Deflexión

K = Constante de encamado

D_L = Factor de retardo de deflexión

W_C = Carga de la columna de material de confinamiento

W_L = Cargas vivas

PS = Rigidez de la tubería

E' = Módulo de reacción del material de confinamiento

La rigidez de la tubería está dada por:

$$PS = \frac{F}{\Delta y} = B \frac{EI}{D_M^3} \quad (1.2)$$

Donde:

F = Carga

E = Modulo de elasticidad del material de la tubería

I = Momento de inercia de la sección transversal de la pared de la tubería

B = Constante igual a 53.77

D_M = Diámetro medio

Como es de suponer, al modificar la estructura de la pared del tubo se puede reducir el peso, se genera una distribución de esfuerzos diferente, y se incrementa la rigidez del anillo, lo cual permite adaptarlos a las necesidades requeridas. De acuerdo a estudios consultados [12], se observo que en una tubería de PEAD con pared estructurada, los esfuerzos que se generan en la pared interna de ésta al ser confinada son predominantemente de compresión, cuando se genera un cambio geométrico tal que se presenta una forma elíptica en el tubo (comportamiento que coincide con otros autores) [13], con lo que se previene la aparición y la propagación de grietas.

Por otro lado, los límites de deflexión son determinados para evitar una curvatura reversa (ver **Figura 1.4b**), un exceso de deformación, y prevenir así el aplastamiento del tubo, ya que esto puede provocar una reducción en la capacidad del flujo en la tubería y/o fugas en las juntas. Esto se logra aumentando la rigidez de la tubería, la cual es una medición de laboratorio que determina la fuerza necesaria para flexionar una tubería flexible al 5% de su diámetro interior [9,14].

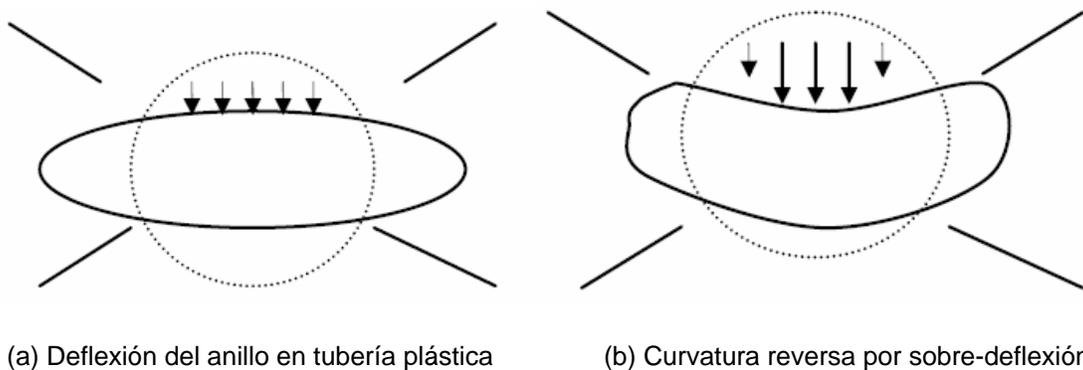


Figura 1.4 Deflexión y sobre-deflexión en tuberías plásticas [14]

Los parámetros geométricos, como es de esperarse, son modificados dependiendo del diseño de cada fabricante, así como de las propiedades de la resina utilizada para la fabricación, dándose entonces, estabilidad estructural y características de desempeño. Un ejemplo de esta clasificación [15], es la que maneja la AASHTO M294 (American Association of State Highway and Transportation Official), la cual define la estructura en tuberías de PEAD de la siguiente manera:

- **Tipo C** la cual consiste de sección transversal totalmente circular, con corrugaciones por dentro y por fuera de la tubería.
- **Tipo S** la cual consta de dos paredes, la interna lisa y la externa estructurada (Ilustrada en la **Figura 1.3**)
- **Tipo D** la cual consiste de una pared interna lisa, una externa también lisa unidas entre si por elementos en espiral o anulares.

La geometría también determinará el tipo de unión que será utilizada para la tubería. En el caso de las tuberías lisas de PEAD se utiliza por lo general el método de unión de soldadura a tope, mientras que para las tuberías corrugadas del mismo material, suele utilizarse la unión tipo espiga-campana [16]. A continuación se explican éstas y otras uniones.

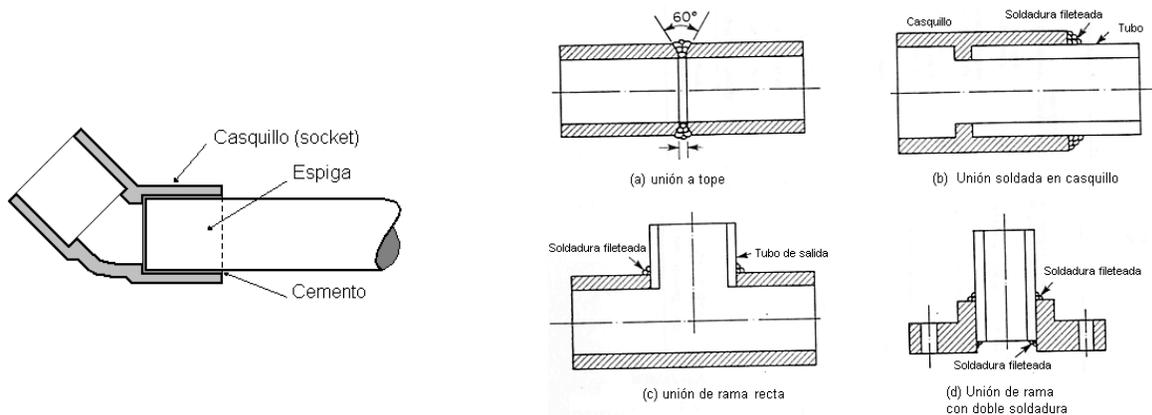
1.2 Sistemas de unión en tuberías plásticas

Las uniones en tuberías se utilizan para adaptar accesorios como son: válvulas, t's, codos, reductores, entre otros. Otra función importante de éstas es el unir dos tramos de tubería y así, ampliar una red. Es debido a lo anterior que lo que se busca en una unión o junta es, por un lado, tener continuidad en el flujo (en la red), y por otro evitar pérdidas en ella (hermeticidad), punto de suma importancia para el desarrollo de este trabajo. Existen distintos tipos de uniones las cuales cumplen con los parámetros mencionados de diferentes maneras, y por ello, con una eficiencia distinta. Se pueden encontrar uniones químicas (como es el cementado) y uniones mecánicas (como es el sistema espiga-campana del cual trata este trabajo). La elección del tipo de unión dependerá, entre otros factores, de la eficiencia que se busque en ella debido al trabajo al que esté sometida, a la facilidad que se busque en la instalación, y al costo que involucra cada una de las distintas uniones. Como se vio en la sección anterior, las propiedades de las tuberías plásticas con respecto a otras (como son las tuberías de acero, cemento, etc.) distan mucho entre si, sin embargo, los parámetros de continuidad en el flujo y hermeticidad en las juntas son similares para todos los tipos de tuberías, y es por ello que las bases de diseño para las uniones tienen similitudes. A continuación se presentan algunos de los principales tipos de juntas que se utilizan en tuberías, así como una breve descripción de las características de cada una de ellas.

1.2.1 Unión soldada

Las tuberías termoplásticas pueden ser soldadas de manera relativamente sencilla mediante soldadura con solvente (cementado) y por medio térmico (soldadura térmica), ambas ilustradas en la **Figura 1.5**. La soldadura con solvente se realiza con uniones tipo casquillo (socket) principalmente. Para esta unión el material adhesivo, cuya elección depende de los materiales que se desean unir, es aplicado al extremo de la tubería, así como al lugar donde será insertado este extremo, como puede ser un casquillo (socket), una válvula, etc. Una vez insertadas las piezas, se tienen tiempos de secado, los cuales dependen del material adhesivo utilizado para tal unión.

Para el caso del soldado térmico o soldadura con gas caliente, se utilizan diferentes tipos de gases como son el aire, nitrógeno, oxígeno, dióxido de carbono, etc., los cuales pasan por un soplete que los calienta, ya sea eléctricamente o por flama. La utilización de estos gases depende del material que se quiere unir por ejemplo, para el caso del PVC se utiliza oxígeno, el cual ofrece una unión más fuerte, mientras que para el polietileno (alta y baja densidad) se utilizan gases inertes o nitrógeno, esto debido a que el polietileno es sensible al oxígeno el cual causa oxidación en la superficie [3,17 y 18].



(a) Unión cementada en un codo de 45 °

(b) Diferentes tipos de unión soldada térmicamente

Figura 1.5 Uniones soldadas [3 y 17]

Este tipo de unión también es ampliamente aplicado a tuberías de materiales metálicos, en los cuales, existen diferentes parámetros para la elección del tipo de soldadura ya que, se tienen distintos puntos de fusión para cada material, e incluso, en la literatura consultada se recomiendan tratamientos térmicos para algunos materiales [17]. Para el caso de tuberías fabricadas con materiales termofijos, no se puede utilizar la soldadura térmica ya que, como se mencionó anteriormente, estos materiales se degradan con un aumento de temperatura.

Se puede observar que en las uniones soldadas (tanto térmicas como cementadas) se cumplen los parámetros de continuidad en el flujo y de hermeticidad antes mencionados, siendo el adhesivo o el material fundido el que encargado de realizar ambas funciones, debido a que se conforma una estructura monolítica, siendo éstas las ventajas de este tipo de unión ya que por su naturaleza, evita fugas e infiltraciones, por lo cual pueden ser utilizadas en condiciones de alta presión tanto de líquidos como de gases [18]. La desventaja principal de este tipo de unión es la complejidad para ser realizada en campo, así como el costo que implica debido al equipo que se requiere.

Existe otro tipo de unión conocida como electrofusión [ver **Figura 1.6**] que se utiliza en tuberías termoplásticas, la cual es importante mencionar en este apartado debido a las similitudes que tiene con la soldadura por temperatura. Ésta consiste en hacer fluir una corriente eléctrica a través de materiales conductores, los cuales pueden o no estar integrados en la junta. Al fluir la corriente, se genera un aumento de temperatura el cual funde las partes que se desean unir. Una vez fundido el material se aplica una fuerza para provocar que ambas superficies fluyan y se unan [18].

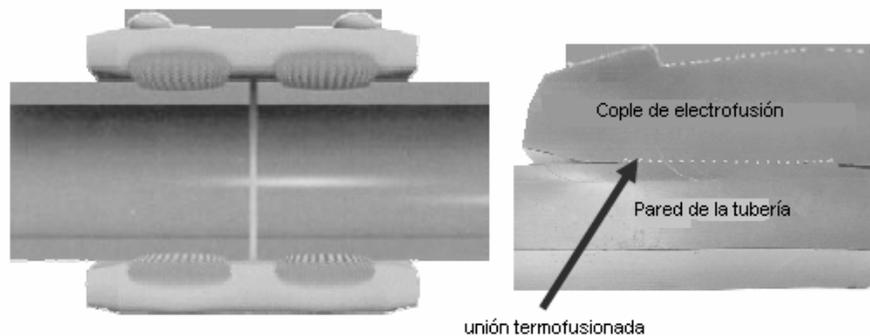


Figura 1.6 Unión termofusionada en una tubería de PE [18]

1.2.2 Unión mediante coples (bridas)

Esta unión es de tipo mecánica y consiste en anillos barrenados montados a los extremos de cada una de las piezas que se quieran unir. Existen distintas maneras para montar las bridas a los elementos a unir, como son: por soldadura, roscadas, por traslape, integrales, etc. [17,19]. Distintos tipos de bridas son mostradas en la **Figura 1.7**. El material de la brida depende de la tubería sobre la cual será montada, así como de las características que se busquen en la junta.

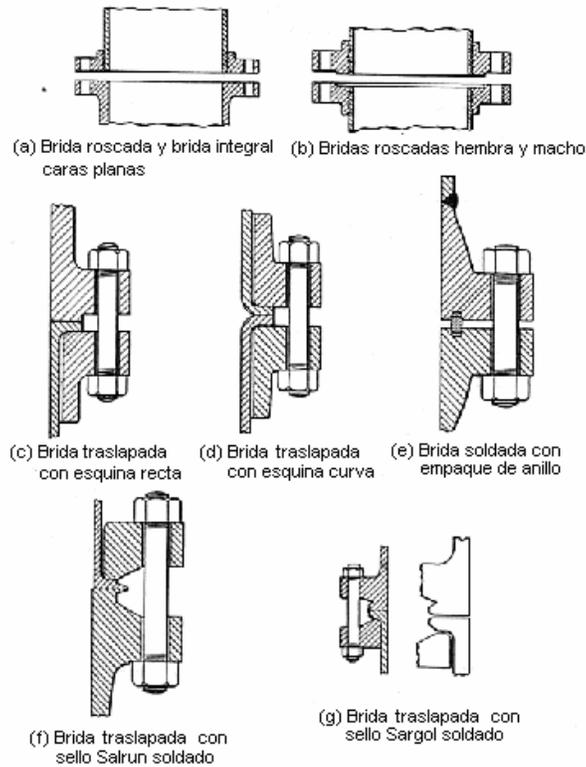


Figura 1.7 Tipos de bridas utilizadas comúnmente para unión [17]

Como se puede observar en la figura anterior, las bridas montadas sobre las piezas que se desean unir son acopladas mecánicamente entre si mediante pernos y tuercas, con lo que se logra la continuidad en el flujo. Para cumplir el parámetro de hermeticidad, este tipo de junta se auxilia de otros elementos como pueden ser empaques, o empaques de anillo, los cuales son insertados entre las caras de contacto de las bridas, y al ser comprimidos por la acción mecánica de los pernos y tuercas, fluyen a la menor imperfección de maquinado en las caras de las bridas [17]. En la **Figura 1.8** se muestran los principales componentes de la junta embrizada.



Figura 1.8 Unión por medio de una brida en un tubo de PVC [20]

Los empaques utilizados en este tipo de unión pueden ser fabricado de distintos materiales, como son materiales elastoméricos, corcho, materiales metálicos, etc. La elección del empaque depende del tipo de condiciones a las que estará sometido [17,19], ya que se debe considerar la presión de trabajo, la temperatura, la naturaleza del fluido a transportar, etc. El principio de sello hidráulico que los empaques proporcionan es de gran relevancia para el desarrollo de este trabajo, ya que este principio es utilizado de manera similar en las uniones tipo espiga-campana las cuales se explican en el apartado siguiente.

Entre las principales ventajas para este tipo de juntas se encuentra la facilidad para montar y desmontar por mantenimiento [18,20], y la hermeticidad que se genera por acción de los pernos y tuercas sobre el empaque, permitiéndole su uso en condiciones de alta presión, tanto de líquidos como de gases. Debido a la complejidad de esta junta, los costos son elevados, haciendo de esto una desventaja. El montaje de este tipo de uniones, a pesar de no ser muy complejo, implica un tiempo mayor al necesario con otro tipo de juntas, por lo que puede ser considerado como una desventaja. En esta sección cabe mencionar algunos otros tipos de juntas que, a pesar de no ser embridadas, trabajan de manera similar. Lo que se busca es (por medio de pernos, tornillos y tuercas) generar una presión sobre un empaque y así lograr hermeticidad y fijación de las partes a unir. Ejemplos de estas uniones son: la unión universal, la unión Victaulic, unión de manga de compresión, entre otras.

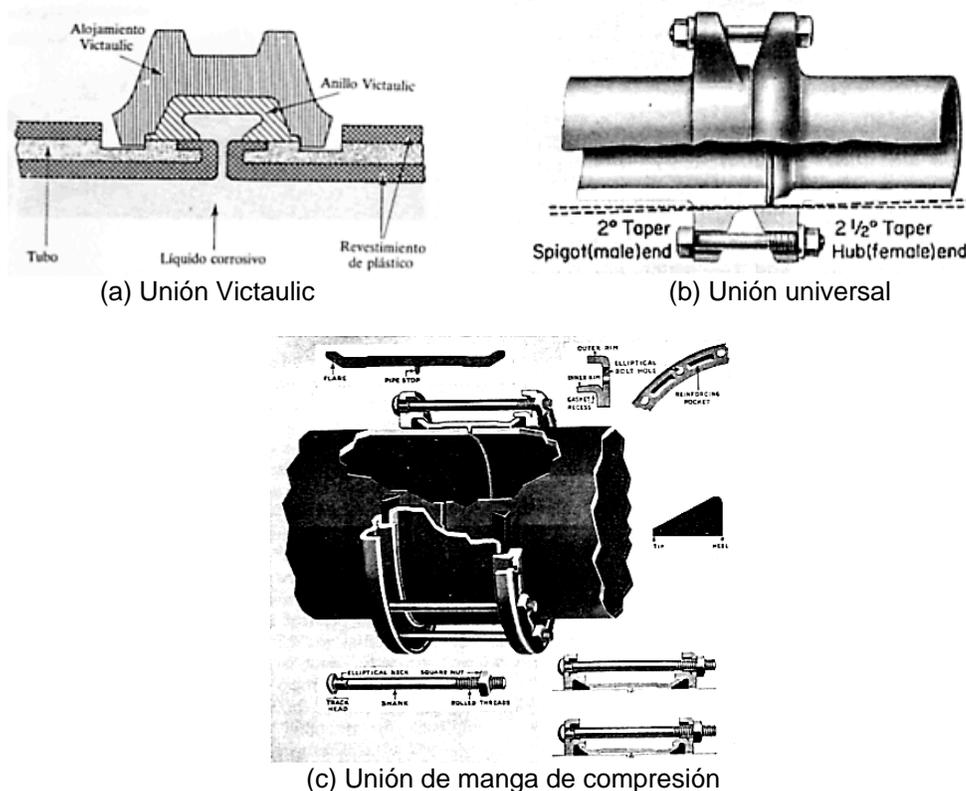


Figura 1.9 Distintos tipos de unión mecánica [17,19]

1.2.3 Unión tipo espiga-campana

Finalmente se encuentra la unión tipo espiga-campana (también conocida como Anger), la cual se estudia en el presente trabajo. Este tipo de unión, clasificada como mecánica, consta de tres elementos principales, los cuales son: la campana (casquillo o “socket” integral a la tubería), la espiga (parte a insertar), y el empaque de anillo o “gasket”. El principio de funcionamiento de esta unión es relativamente sencillo, la espiga o tubo se inserta en el casquillo (destinado para este fin), mientras que el empaque se coloca entre ambas partes para generar un sello hermético [17,19 y 21]. La **Figura 1.10** ilustra esta unión.

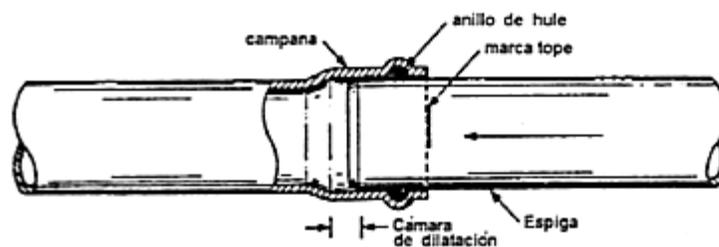


Figura 1.10 Unión tipo espiga-campana en tubería de PVC [21]

La distribución de los elementos antes mencionados, así como su geometría y material, varía dependiendo de la aplicación que se le da a la junta, así como del tipo de tubo que se desea unir. Es debido a esto que se puede encontrar una gran variedad de uniones tipo espiga-campana, así como variaciones de ésta. Como se puede ver en la **Figura 1.10**, en tuberías de PVC, la campana está conformada con un nicho donde se aloja el empaque (en este caso de material elastomérico) y el elemento que cumple la función de espiga, es simplemente un extremo de tubo lubricado con un pequeño bisel. Estas dos últimas características tienen la finalidad de facilitar la inserción [3,20].

El empleo de este tipo de unión también se extiende a tuberías de materiales metálicos. Como se mencionó anteriormente, la distribución de sus elementos principales difiere de un diseño a otro, y en algunos casos se auxilia de otros elementos como se puede ver en la **Figura 1.11b**. Ejemplos de juntas que utilizan este principio son las juntas tipo Tyton, la unión de bola-casquillo, la unión Stanlock, ilustradas en la **Figura 1.11** [17,19].

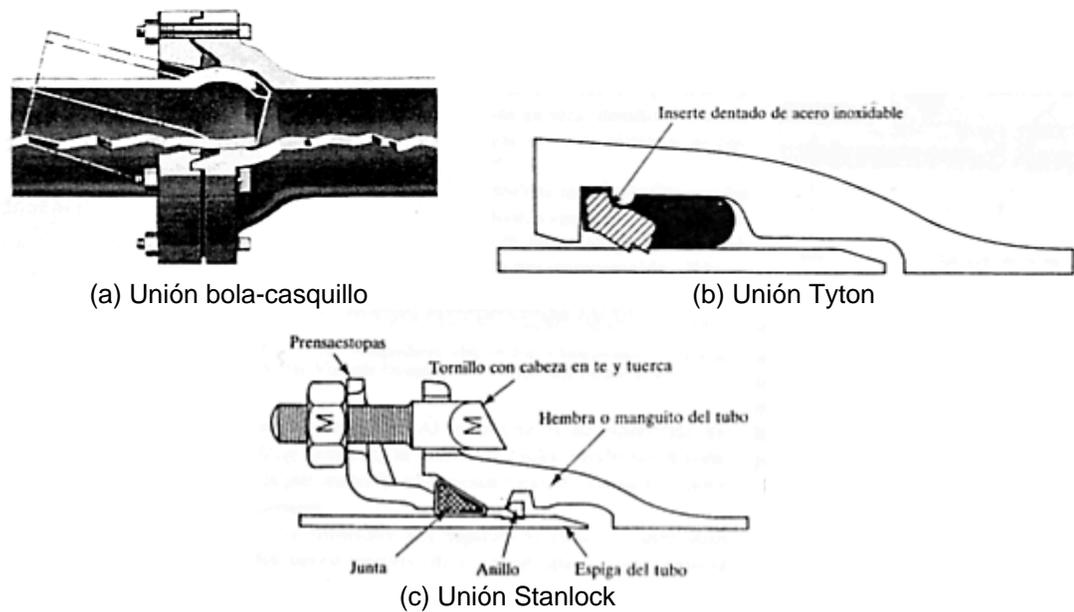


Figura 1.11 Otras uniones que trabajan con un principio similar al sistema espiga-campana[17,19]

Para el caso de tuberías corrugadas de polietileno, el empaque se aloja en las corrugaciones de la espiga, la cual es insertada en la campana (ver **Figura 1.12**) generándose así la compresión necesaria para efectuar el sello hermético (distribución similar a la utilizada en la propuesta de este trabajo). En este caso, la unión mecánica se realiza debido a la fricción que se genera entre la campana y el empaque de anillo, cumpliendo este último con los parámetros básicos necesarios en una junta (mencionados anteriormente).

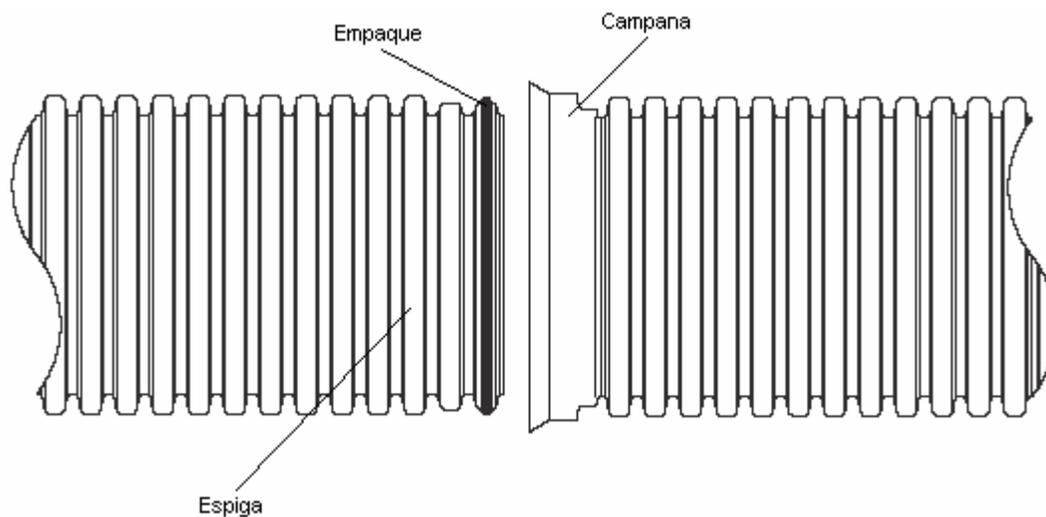


Figura 1.12 Unión tipo espiga-campana en tubería de PEAD [18]

De manera similar a las bridas, la selección del empaque depende del tipo de trabajo que se busque en la junta, así como el tipo de fluido que será transportado. También dependerá del tipo de junta espiga-campana que sea seleccionada, ya que como se ha visto hasta ahora, existe una gran variedad de ellas.

Las principales ventajas que presentan este tipo de juntas son las siguientes: facilidad y rapidez de montaje, economía tanto en la fabricación como en la instalación, presentan (a diferencia de otras juntas) menor rigidez lo cual permite desplazamientos angulares y lineales relativos entre las espiga y la campana. La principal desventaja que se encuentra en este tipo de unión es la poca hermeticidad que presentan a altas presiones o con manejo de gases y es por ello que no son recomendadas para trabajar con estas condiciones [17]. Estas ventajas y desventajas pueden cambiar según el tipo de unión, materiales, etc.

Para concluir esta sección es necesario remarcar que existe una gran variedad de uniones, por lo cual se hizo una selección de las más utilizadas, las cuales muestran características generales presentes en otros tipos de juntas. Asimismo, fueron excluidos otros tipos de uniones debido a que no son de importancia para el enfoque de este trabajo.

1.3 Normatividad aplicable a juntas

Existe una gran cantidad de organismos internacionales que regulan desde los materiales con que son fabricados los elementos de una tubería, hasta las condiciones de trabajo que se deben cumplir mediante normas, en las cuales se especifican pruebas que deben ser acreditadas bajo los parámetros especificados para que el producto pueda ser utilizado en las aplicaciones que se busquen, en otras palabras, se trata de asegurar un buen desempeño en los elementos normalizados. Es debido a lo anterior que una cantidad considerable de normas son utilizadas para estandarizar el uso de las tuberías. Algunos de los organismos antes mencionados se enlistan a continuación:

- ASTM (American society for testing and materials)
- ANSI (American national standards institute)
- CSA (Canadian standards association)
- AASHTO (American association of state highway and transportation officials)

Es importante mencionar a estos organismos debido a que en México se utilizan normas internacionales como parámetro de calidad, como es el caso de la norma **ASTM D 3212**, la cual es empleada para asegurar la hermeticidad en juntas que utilizan sellos elastoméricos en tuberías plásticas, tema central de este trabajo. Por otro lado existe en México la **NOM-001-CNA-1995**, la cual es una prueba de campo a diferencia de la **ASTM D 3212**, pero que de igual manera, establece los parámetros necesarios para que un sistema se considere hermético.

1.3.1 Norma ASTM D3212

Esta norma lleva por título “Especificaciones estándar en juntas para drenajes en tuberías plásticas que utilizan sellos elastoméricos flexibles”, la cual como ya se mencionó, es empleada como prueba de control de calidad, es decir, busca asegurar un buen comportamiento en los elementos que utilizan este tipo de unión antes de la instalación. El método de prueba y los requerimientos de esta norma se describen a continuación.

Se realiza un arreglo de la unión con los elementos necesarios (espiga o tubo, empaque elastomérico y campana u otro adaptador]), el cual es sometido a una presión interna positiva y negativa. Los extremos libres de los elementos son sellados mediante cementado o mecánicamente, y en caso de que el fabricante lo especifique, se lubrica el sello de la junta a evaluar. El arreglo de esta prueba se muestra en la **Figura 1.13**.

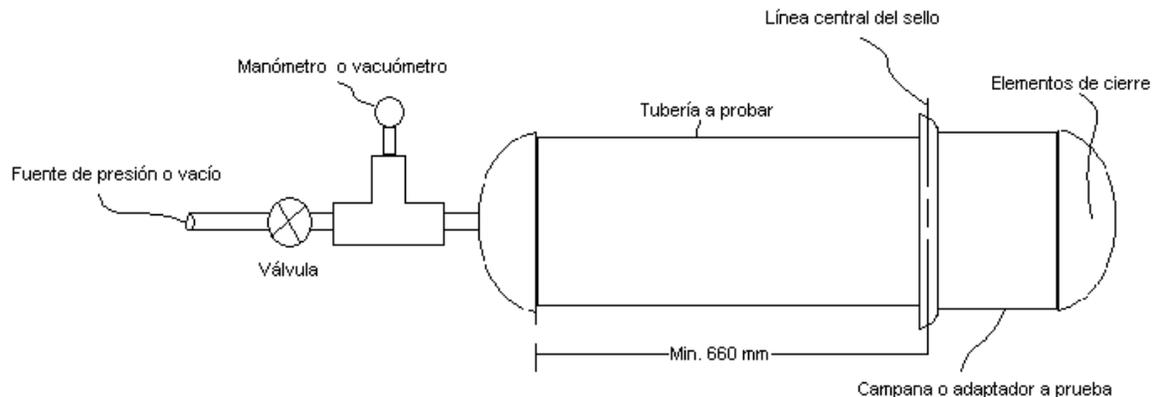


Figura 1.13 Arreglo de prueba norma ASTM D3212

Para la prueba de presión positiva, se llena el conjunto con agua y se aplica una presión de 74 kPa por un periodo de 10 min., si se presentan fugas visibles en la junta se considera como falla. Por otro lado, para la prueba de vacío, el arreglo es llenado con aire y se aplica una presión negativa de 74 KPa, la válvula es cerrada y se retira la línea que genera el vacío. Una vez hecho esto, se espera un tiempo de 10 min. para verificar fugas antes de realizar alguna otra prueba, la presión no debe variar más de 3 KPa. Cuando las condiciones de una prueba posterior son alcanzadas, se debe esperar de nuevo 10 min. , periodo durante el cual no debe haber una variación mayor de 17 KPa en la presión. Se sugiere realizar esta prueba después de la prueba de presión positiva para que el sello este asentado.

Las pruebas antes descritas se deben realizar en condiciones de alineamiento recto, así como en condiciones donde se genere el valor máximo de desalineamiento angular definido por el fabricante, cumpliéndose en ambas, los requisitos de hermeticidad antes descritos.

Otra de las pruebas que se definen en esta norma ocupa un nuevo arreglo de prueba (ver **Figura 1.14**), mediante el cual se genera una deflexión del 5 % del diámetro exterior (medida a partir de que la carga hace contacto con la parte superior de la tubería), y se realizan las pruebas de presión positiva y negativa.

Si se presenta falla durante cualquiera de las pruebas antes mencionadas, se considera que el producto no cumple con los requerimientos de esta especificación. Es importante mencionar que la norma sugiere que las pruebas sean realizadas de manera alternativa, pero no es un requisito para considerar el resultado satisfactorio.

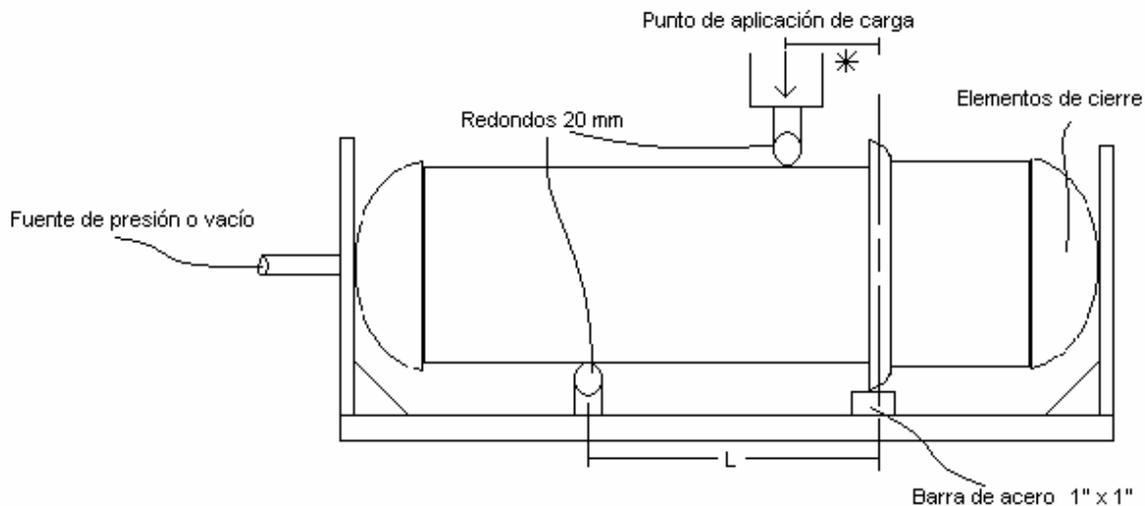


Figura 1.14 Arreglo de prueba con deflexión normal ASTM D3212

1.3.2 NOM-001-CNA-1995

Esta norma oficial mexicana lleva por título “*Sistema de alcantarillado sanitario – Especificaciones de hermeticidad*” en la que se establecen pruebas de campo que tienen como finalidad, como su nombre lo indica, determinar si una instalación del sistema de alcantarillado sanitario es hermética. Es importante destacar que esta norma es aplicable a cualquier tipo de tubería, junta y accesorio, sin embargo, esta norma hace referencia a otras que estandarizan los elementos antes mencionados.

Para el caso de tuberías, la prueba consiste en llenar lentamente con agua el sistema con la finalidad de expulsar el aire contenido en la parte superior de éste (con los extremos sellados), por lo que se debe hacer desde la parte más baja del sistema (dependiendo el material de la tubería se tienen tiempos de prellenado). Esta prueba debe realizarse en tramos comprendidos entre dos pozos de visita y debe asegurarse su posición, esto es, cubriendo la tubería con el material de relleno y dejando descubiertas las juntas.

Una vez realizado lo anterior, se debe generar en el sistema una presión manométrica de 0.05 MPa (medición referida al centro del diámetro de la tubería y en el punto más bajo del tramo de prueba) con lo que se puede comenzar a tomar el tiempo de la prueba el cual es de 15 min (en el caso de prellenados de 1 hora, se debe mantener la presión antes mencionada por 15 min. antes de comenzar la prueba). Si es necesario, se puede agregar agua para sustituir el volumen absorbido. La línea de alcantarillado se considera hermética si el agua agregada durante el periodo de la prueba no excede valores dados en la siguiente tabla.

Tabla 1.1 Valores permisibles de acuerdo al material de la tubería

Material de la tubería	Diámetro nominal	Tiempo de prellenado (horas)	Agua agregada en L/m² de superficie interna mojada	Presión de prueba MPa
Fibrocemento	Todos los diámetros nominales	24	0.02	0.05
Plástico (PVC y PEAD)	Todos los diámetros nominales	1	0.02	0.05
Concreto simple	Hasta 600 mm	24	0.15	0.05
Concreto reforzado	Todos los diámetros nominales	24	0.10	0.05

También se puede realizar una prueba neumática, la cual podrá ser aplicada a diámetros nominales que no excedan 630 mm, siempre que los responsables de los sistemas de alcantarillado sanitario consideren factible la ejecución de tal prueba. Ésta consiste en someter lentamente al sistema a una presión de aire de 0.03 MPa por encima de la carga de agua producida por el nivel freático sobre la tubería en su caso, pero no mayor a 0.06 MPa. Una vez alcanzada esta presión, se regula el suministro de aire para mantener la presión interna por lo menos 2 minutos (con la finalidad de regularizar la temperatura del aire). Con la presión estabilizada, se suspende el suministro de aire y se puede comenzar el conteo del tiempo. Para determinar la aceptabilidad de la prueba, se tienen tiempos especificados para ciertas caídas de presión, lo cuales determinan si la prueba es aceptable o no. El manejo de estos valores no es de importancia para este trabajo por lo cual serán omitidos.

El procedimiento para realizar esta prueba en descargas domiciliarias y en pozos de visita es similar, es por ello y por la poca relación con este trabajo que no se ampliará su descripción. Con la información recopilada se hace un muestreo para determinar la hermeticidad de los sistemas.

Capítulo II

Análisis fenomenológico de una junta tipo espiga-campana

2.1 Principios físicos de la unión tipo espiga-campana

Como se vio en el capítulo anterior, los distintos tipos de unión funcionan de maneras diferentes pero su finalidad es la misma, dar continuidad al flujo que conducen y evitar fugas. Asimismo, también se vio que para cumplir con lo anterior, cada tipo de unión utiliza distintos elementos así como diferentes distribuciones de estos, sin embargo, en la literatura consultada, muchos de los parámetros de diseño para cada tipo de unión son omitidos. Esto es debido probablemente a dos factores; algunos de tales parámetros son presentados de manera implícita o, estos son omitidos por los diseñadores para proteger su obra. Es por lo anterior que muchos parámetros importantes del diseño tienen que ser inferidos, ya que la modificación de tales parámetros, como es de esperarse, afectará la eficiencia de la junta.

Para el caso de la unión soldada (descrita en el **Capítulo I**), los dos extremos se unen entre si mediante temperatura o cementado de diferente manera. Como se puede recordar, para la unión cementada se sugiere un casquillo, esto debido a que al tener mayor área de contacto entre las partes a unir, el material adhesivo funcionará mejor, siendo éste el parámetro más evidente en este tipo de unión. En el caso de la unión por temperatura, la soldadura es el factor que define la eficiencia de la junta, ya que se puede variar la cantidad del material de aporte, la temperatura y la manera con que es fundido dicho material, la profundidad de la soldadura, el tipo de unión (a tope, tipo casquillo, etc.), entre otros, por lo que son los anteriores los principales parámetros de este tipo de unión (parámetros similares a los de la electrofusión).

Las uniones embridadas, como se vio, funcionan por la acción mecánica que se realiza por la utilización de pernos, tornillos y tuercas. Tal acción comprime el empaque que se coloca entre las caras de las bridas dándose así la hermeticidad en la junta. De aquí se puede inferir que la afectación de la acción mecánica determinará el rendimiento de la junta, ya que existen uniones de este tipo las cuales no utilizan empaque, como es el caso de bridas hechas de polietileno, las cuales al tener sus caras moleteadas, pueden ser utilizadas en condiciones de baja presión [18]. Como se puede observar, el efecto que se obtiene por la acción mecánica es que el material fluye hacia las imperfecciones existentes (fenómeno presente con la utilización de empaques) determinándose así la eficiencia de este tipo de unión.

Un efecto similar al de las uniones embridadas se presenta en las uniones tipo espiga-campana. Como se recordará, este tipo de unión tiene como principales elementos la campana, la espiga (inserte) y el empaque, el cual se coloca entre los otros dos elementos los cuales generan la acción mecánica que lo comprime, fluyendo a las imperfecciones al igual que en las juntas embridadas, y generando la hermeticidad. Se puede notar que la presión ejercida sobre el empaque depende de la geometría de la espiga, de la campana, y de los materiales con que estos dos últimos son fabricados ya que, como está bien establecido, los

materiales termoplásticos (utilizados en tuberías plásticas) tienen bajos módulos de elasticidad lo cual se traduce en mayores deformaciones. Son estos parámetros y otros existentes en este tipo de unión los que se describen y analizan a continuación, ya que, mediante la manipulación de éstos se puede modificar la eficiencia de la junta.

2.1.1 Efecto de la presión interna

Como se mencionó anteriormente, las tuberías pueden ser utilizadas en diferentes aplicaciones, las cuales determinan las condiciones de trabajo a las que estarán sometidas. De igual manera, se ha visto que las uniones tipo espiga-campana son utilizadas en condiciones de trabajo por gravedad en las cuales, como su nombre lo indica, el fluido que conducen es transportado sin necesidad de bombeo. Sin embargo, las normas vistas en el capítulo anterior aplicadas a este tipo de unión definen pruebas en las cuales se generan condiciones de presión interna, por lo que es importante recordar que en la definición de trabajo por gravedad se menciona que pueden trabajar con presión interna pero no constante ya que, como es de suponerse, ciertas condiciones pueden generar presión en la tubería. Un ejemplo de esto es cuando las tuberías trabajan a su máxima capacidad lo cual genera columnas de agua en los pozos de visita, dándose así condiciones de presión interna.

Por otro lado, las condiciones que se generan por efecto de la presión interna en un cilindro ya están bien establecidas, y se describen en el estudio de un *cilindro sometido a presión interna* (el cual es un caso particular del análisis de *cascarones axisimétricos sometidos a presión uniforme*) [22]. En tal estudio, como se verá en la siguiente sección de este capítulo, se considera que la presión se aplica uniformemente a través del cilindro el cual tiene sus extremos libres, restricciones que generan una expansión radial uniforme (desplazamientos uniformes) en todo el cilindro, causada por esfuerzos tangenciales a la superficie del mismo. Dichas restricciones, como se puede ver en la **Figura 2.1**, no se cumplen en la unión tipo espiga-campana ya que, como se ha visto hasta ahora, en ésta la presión no se aplica uniformemente (debido al empaque). Asimismo, la geometría de la campana cambia con respecto a la del resto de la tubería, lo cual puede ser considerado como una restricción de desplazamiento.

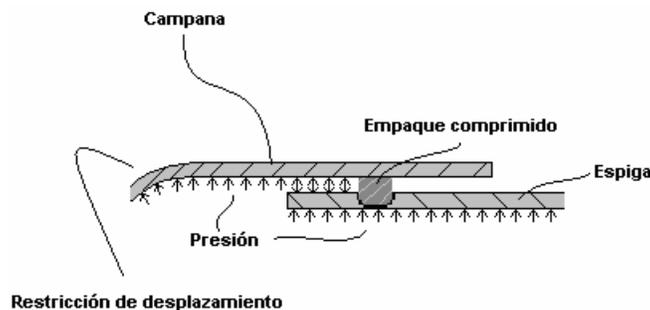


Figura 2.1 Esquema de la distribución de presión en una unión tipo espiga-campana

La **Figura 2.1** muestra una configuración en la que el empaque está montado sobre la espiga (como la utilizada en uniones de PEAD). En dicha figura se puede observar que la presión, a pesar de no ser constante a lo largo de la campana, genera una expansión radial similar a la que se presenta en un cilindro con extremos libres sometido a presión uniforme. Debido a las condiciones antes descritas, es conveniente mencionar también el problema de *tuberías presurizadas con bridas rígidas en sus extremos*, ya que el efecto que se presenta por el salto de presión y por la restricción de desplazamiento, es análogo hasta cierto punto con el del problema de las bridas, cuyo comportamiento se describirá posteriormente. Con esto podemos concluir que la expansión dependerá de las propiedades del material, de la magnitud y distribución de la presión, así como de la geometría de la campana, siendo estos últimos los parámetros que determinarán la eficiencia de la unión. Esto se debe a que al generarse un mayor desplazamiento en la campana, la acción mecánica de la que se habló anteriormente, se afecta reduciéndose así la hermeticidad en la unión. Como se puede ver en la **Figura 2.1**, la distribución de la presión en la campana dependerá de la posición del empaque del cual se hablará a continuación, así como del efecto que éste tiene sobre la campana.

2.1.2 Efecto del empaque

Antes de describir el efecto que el empaque tiene en la unión tipo espiga campana, es importante recordar que existen distintas maneras de distribuir los elementos en este tipo de unión, lo que varía la afectación que tiene cada uno de estos en la junta. Como se recordará, en tuberías de PVC, la unión espiga-campana tiene una distribución en la cual el empaque se aloja en la campana, mientras que en tuberías de PEAD, el sello hidráulico se coloca en la espiga, siendo este último caso el analizado en este trabajo. Con esta última distribución, se puede inferir que la introducción del empaque (montado sobre la espiga) generará desplazamientos en la campana y en la espiga debido a la interferencia mecánica que existe (expansión y compresión diametral respectivamente). A su vez, esta interferencia comprimirá el empaque dándose así, como ya se ha mencionado, las condiciones de hermeticidad. Esto se esquematiza en la **Figura 2.2**.

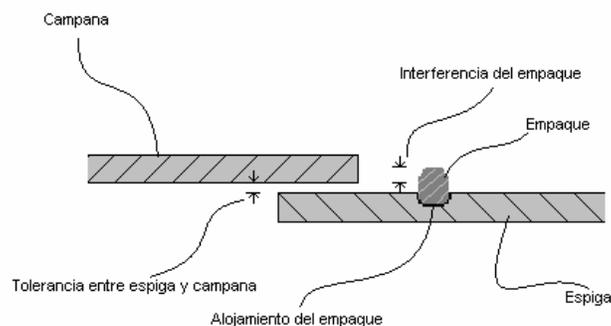


Figura 2.2 Esquema de la unión espiga-campana antes de ser insertada

Si consideramos la espiga como rígida, solamente la campana se verá afectada por la inserción. Para visualizar este efecto, se realizó una prueba en la cual, un elemento rígido fue colocado dentro de un tubo flexible. Los resultados de dicha prueba se ilustran en la **Figura 2.3**, en la que se pueden observar diferentes fenómenos conforme la inserción progresa.

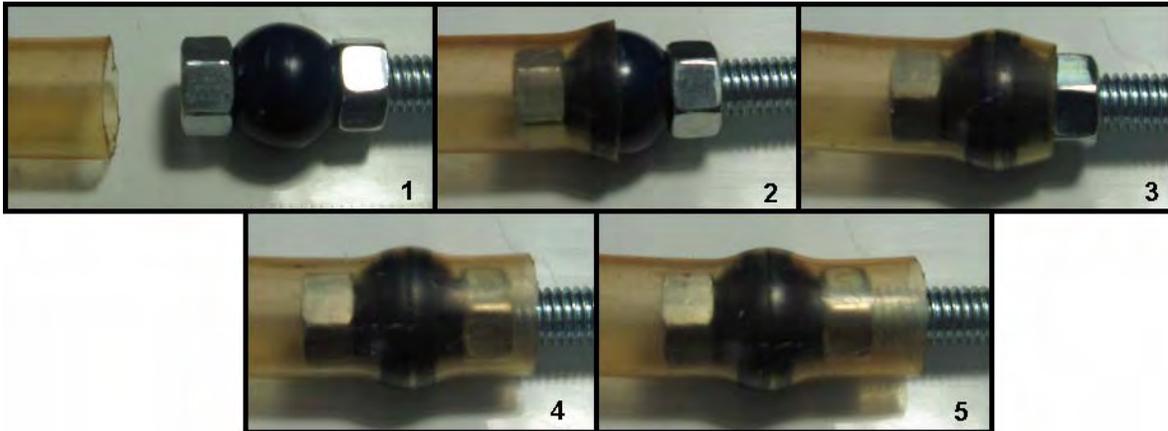


Figura 2.3 Efecto esfera-tubo

Como se puede observar en la **Figura 2.3**, cuando el elemento rígido es insertado en el tubo flexible, este último comienza a expandirse, adoptando la forma del elemento rígido. Una vez superada la parte más amplia de la esfera, el tubo comienza a cerrarse conforme se avanza en la inserción, hasta que recupera su geometría original (siempre y cuando no se deforme plásticamente). Es claro que las condiciones de esta prueba no son las mismas a las presentes en la unión tipo espiga-campana que se analiza, sin embargo nos permite visualizar de manera más sencilla el efecto que ejerce el empaque sobre la campana pudiendo considerarse como una presión localizada. Asimismo, se puede observar que conforme se supera la esfera, el tubo recobra su diámetro original a una distancia crítica medida a partir de la parte más amplia de la esfera.

Un fenómeno similar es reportado en la literatura, y se conoce como *tubería larga de pared delgada sometida a compresión radial uniforme* [22]. En éste se generan condiciones equivalentes de desplazamiento a las que se presentan en la prueba de la esfera-tubo. De acuerdo a este análisis, por las condiciones de presión localizada, se generan momentos flexionantes y fuerzas de corte, lo cual determina la naturaleza del desplazamiento. Este fenómeno es un caso particular de *flexión en cilindros de pared delgada sometidos a cargas axisimétricas*, el cual será ampliado más adelante. Con los fenómenos descritos anteriormente podemos inferir que al modificarse la interacción del empaque con la campana se alterará la eficiencia de la junta. Asimismo, podemos observar que la distancia del tubo que supera al empaque en la inserción (zona sin presión) es un factor importante en el comportamiento de la unión. Por último es importante mencionar que la misma interferencia mecánica que comprime el empaque, genera fricción entre éste y la campana lo cual evita que esta última y la espiga se separen.

2.1.3 Efecto del reforzamiento de la campana

En los puntos anteriores de esta sección, se han descrito los principales parámetros que afectan la eficiencia de la junta tipo espiga-campana (con la configuración mencionada anteriormente), los cuales como ya se ha mencionado, pueden ser modificados para mejorar el desempeño de la junta. Tales parámetros se enlistan a continuación.

- Distribución de la presión (posición del empaque)
- Geometría de la campana (restricciones de desplazamiento)
- Interacción empaque-campana
- Longitud de la campana

Como se ha visto, estos efectos afectan la expansión radial de la campana, reduciendo la acción mecánica que comprime el empaque modificándose así la hermeticidad de la junta. Dicha expansión, como puede notarse, no es uniforme a lo largo de la campana debido a la variación de la presión, así como a las restricciones de desplazamiento que son impuestas por la distribución de los parámetros antes mencionados los cuales generan momentos y fuerzas de corte (efectos que se describirán posteriormente). Es por lo anterior que se puede concluir que para mejorar la hermeticidad en este tipo de unión se deben generar condiciones en las cuales el desplazamiento en la sección de la campana que interactúa con el empaque sea mínimo cuando se aplica la presión, por lo que la magnitud del desplazamiento en el resto de la campana no tiene relevancia en la hermeticidad si no afecta la compresión del empaque (y siempre que no genere esfuerzos de cedencia). Asimismo, es fácil observar que las condiciones antes mencionadas se pueden lograr de muchas maneras, ya que dependen de la modificación de los parámetros de la junta antes mencionados y de las combinaciones de éstas.

Una manera para prevenir la expansión radial en la campana, y quizás la más evidente, es haciendo más rígida a esta última. Esto, como es de esperarse, se puede lograr de distintas maneras como es; mediante el aumento de la sección, utilizando materiales que tengan módulos de elasticidad más altos o, utilizando elementos adicionales que limiten el desplazamiento (cinturones). Esta última solución, puede ser considerada como una combinación de las anteriores ya que, como es de esperarse, los módulos de elasticidad de estos elementos deben ser mayores a los de la campana, lo que es equivalente a aumentar la sección en la campana (o la sección del cinturón si fuera del mismo material que la campana). Para comprender los efectos que el cinturón genera, se puede estudiar el problema de una *tubería larga de pared delgada sometida a compresión radial uniforme a lo largo de una sección circular en su distancia media*. En este problema, a pesar de que las condiciones no son iguales, se presenta un comportamiento similar al del cinturón, y será explicado posteriormente.

La solución del cinturón es aplicada en uniones de tuberías corrugadas de PEAD que trabajan por gravedad. En éstas se utiliza una banda cerámica (fibra de vidrio orientada embebida en resina) la cual es termofusionada a la campana en la sección que interactúa con el empaque. Esta adaptación se muestra en la **Figura 2.4**. De aquí se puede inferir que la posición del cinturón afectará las condiciones de desplazamiento, por lo cual se puede considerar como un parámetro más en la eficiencia de la junta.

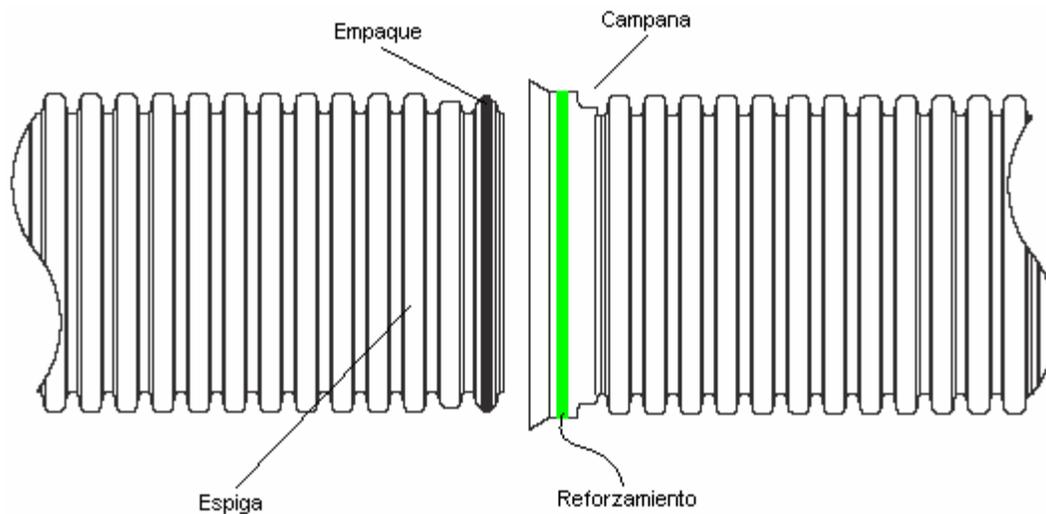


Figura 2.4 Unión tipo espiga-campana en tubería de PEAD reforzada con banda cerámica

Esta modificación ha mostrado tener una buena eficiencia en las pruebas de calidad de hermeticidad mencionadas en el **Capítulo I**, ya que la utilización de la banda cerámica cumple con las condiciones de restricción de desplazamiento antes mencionadas (debido a que su módulo de elasticidad es mayor al del PEAD), sin embargo, al ser colocada las fibras que contiene se rompen (por los esfuerzos que se generan en el montaje), efecto que disminuye las propiedades mecánicas de la banda. Asimismo, para realizarse la termofusión se requiere una máquina específica, con lo que se generan mayores costos en la fabricación de la tubería. Por otro lado, esta unión con la modificación de la banda ha mostrado deficiencias en pruebas de campo y en la práctica, las cuales pueden deberse a distintos factores como pueden ser; el manejo del tubo (afectación de la integridad de la banda), el rompimiento de las fibras al ser montada la banda, desalineamientos severos en el montaje de la unión (provocando que la banda no trabaje correctamente), deslizamiento del empaque (generado por la inserción), entre otros.

Como se puede notar, la problemática antes mencionada puede evitarse de distintas maneras; cuidando el manejo del tubo, rediseñando la máquina que coloca la banda cerámica, aumentando la anchura de la banda en la campana, utilizando un cinturón de otro material, etc. Tales soluciones implican costos más altos en la producción, así como tiempos de instalación y fabricación mayores, lo

que se traduce en menor productividad y costos más elevados en la tubería. Es por lo anterior que muchas de las soluciones antes mencionadas no son viables, por lo que la utilización de la banda cerámica es cuestionable.

Como ya se mencionó, la utilización de dicha banda es una solución particular al problema de la expansión radial de la campana, pero no es la única ya que, como se puede recordar, modificando ciertos parámetros específicos se pueden generar condiciones que favorezcan la hermeticidad. Es por lo anterior, y por la problemática que presenta la utilización de la banda cerámica, que se propone en este trabajo una solución la cual tiene como base principal de diseño la modificación de la geometría de la campana. En esta solución se busca generar las condiciones de desplazamiento favorables sin la utilización de elementos añadidos (como es el caso de la banda) ya que, como es de esperarse, la utilización de estos implica tiempo de montaje. Asimismo es preferible no tener elementos extraños para evitar desprendimientos, esfuerzos residuales (por la temperatura del montaje), fragilidad en el manejo, etc. Por otro lado, la solución que se propone en este trabajo, no tiene como finalidad rigidizar la campana, por lo que no se considera la utilización de mayor cantidad de material, lo cual se traduciría en mayores costos a largo plazo.

Para generar condiciones favorables para la hermeticidad, se propone reducir el espesor en una sección de la campana la cual está situada en la parte donde existe afectación debida a la presión (ver **Figura 2.5**). Esta reducción, como es de esperarse y como se verá en la siguiente sección, generará un mayor desplazamiento en esa sección, sin embargo, con esto se busca favorecer las condiciones de expansión radial en la sección de la campana que interactúa con el empaque. Con las condiciones antes descritas, se presenta un efecto similar al de la esfera-tubo visto anteriormente, el cual tiende a cerrar el tubo una vez superado el empaque (zona sin presión), lo cual ayuda a mejorar la hermeticidad.

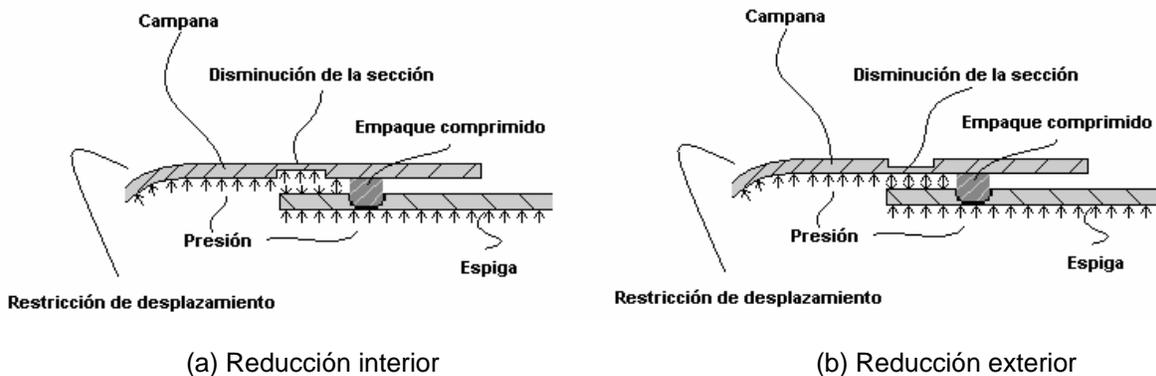


Figura 2.5 Variación en la sección de la campana

La disminución de la sección, como se puede ver en la **Figura 2.5**, se realizó en la parte interior y en la parte exterior de tubos de PVC de 3 “, variando así la afectación de ésta.

Por otro lado, también se hicieron modificaciones en la transición campana-tubo (cambió geométrico), con lo que se obtuvieron condiciones distintas en las restricciones de desplazamiento antes mencionadas. Con los cambios efectuados, se realizaron pruebas de presión interna a las juntas, las cuales se instrumentaron con galas extensométricas para medir la afectación por el cambio de geometría. Asimismo, se instrumentó y sometió a presión una junta cuya geometría no se alteró, esto con la finalidad de comparar el comportamiento de los tubos alterados. Del método de prueba y de los resultados obtenidos se hablará en los siguientes capítulos de este trabajo.

En la siguiente sección se describen algunos problemas de mecánica en los cuales se presentan fenómenos similares a los encontrados con la utilización de la banda, con la discontinuidad de la presión, con el cambio de geometría entre el tubo y la campana, así como con la variación de la sección que se propone aquí.

2.2 Modelos analíticos de referencia

En esta sección se describen problemas mecánicos reportados en la literatura en los cuales, a pesar de que las condiciones no coinciden con aquellas presentes en los problemas analizados en este trabajo, permiten hacer analogías así como facilitar la comprensión de los fenómenos presentes en la utilización y variación de los parámetros mencionados en la sección anterior.

Tales problemas requieren de un desarrollo extenso para llegar a la solución, sin embargo, es importante comprenderlo de manera clara ya que en éste se consideran distintos factores los cuales, como es de esperarse, tienen gran afectación en el resultado. Es por lo anterior que en esta sección se mencionarán de manera breve a aquellos problemas que tienen relación con este trabajo, presentando su desarrollo completo en el **Apéndice A** de este escrito.

2.2.1 Cascaron cilindrico circular sometido a presión interna

Este problema es un caso particular del de *cascarones axisimétricos sometidos a presión uniforme* el cual se considera como una membrana (debido a su espesor). Para el análisis de este problema se utilizan coordenadas esféricas debido a la simplicidad que esto representa. Asimismo, el esfuerzo normal a la superficie σ_r se desprecia debido a que su valor es mucho menor al de los esfuerzos tangenciales a la superficie [22]. Con estas consideraciones, se utilizan las ecuaciones de equilibrio de esfuerzo (en coordenadas esféricas), y se hacen las analogías pertinentes para la geometría cilíndrica (ver **Figura 2.6**), con lo que se obtienen las siguientes ecuaciones de esfuerzo:

$$\sigma_{\phi} = \frac{P_i \cdot r_m}{2h} \quad (2.1a)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{P_i \cdot r_m}{h} \quad (2.1b)$$

Donde:

P_i = Presión interna

r_m = Radio medio del cilindro

h = Espesor del cilindro

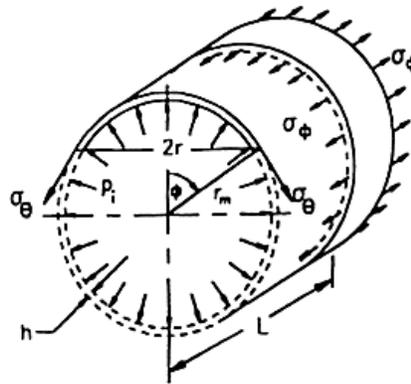


Figura 2.6 Cascarón cilíndrico circular [22]

Como se puede observar no se consideran variaciones a lo largo del espesor. El desplazamiento se obtiene a partir de la ley de Hooke para coordenadas cilíndricas y sustituyendo los valores de esfuerzo antes mencionados con lo que se obtiene que:

$$u_r = \frac{P_i r_m^2}{2Eh} (2 - \nu) \quad (2.2)$$

Este problema se relaciona con las condiciones que se generan en una junta, y es por ello que es importante mencionarlo. Sin embargo, como se puede notar, este análisis no considera variación en la distribución de la presión, ni restricciones en el desplazamiento, por lo que es necesario analizar otros problemas. Asimismo soluciones similares a las encontradas en cascarones cilíndricos circulares son obtenidas a partir de análisis en coordenadas polares e incluso de desarrollos más sencillos [23] en los cuales no se considera el efecto que se tiene en el esfuerzo tangencial paralelo al eje de simetría σ_{ϕ} .

2.2.2 Tubería larga presurizada con bridas rígidas en sus extremos

Como se puede esperar, las condiciones que se presentan en este problema generarán flexión en la tubería. Es por esto, que se debe conocer primero el caso general de *flexión en cilindros de pared delgada sometidos a cargas axisimétricas*. Asimismo, esta solución general será utilizada para explicar otros problemas particulares presentados en esta sección.

El caso general de flexión se aplica cuando existen restricciones en el desplazamiento de la tubería o cuando la presión es discontinua, lo cual permite comprender el efecto que se tiene en las juntas debido a los parámetros mencionados en la sección anterior. Asimismo, permite explicar los efectos que se presentan debido a la reducción en la sección de la campana propuesta en este trabajo. El desarrollo del caso general de flexión parte de un análisis de los desplazamientos que se presentan bajo las condiciones ya mencionadas las cuales generan momentos flexionantes y fuerzas de corte [22,24 y 25]. Este desplazamiento, así como las cargas que se generan y el sistema de referencia se muestran en la **Figura 2.7**.

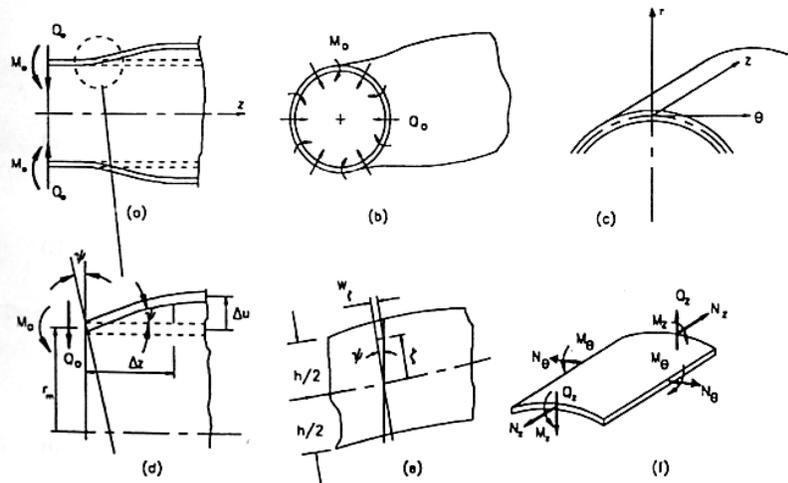


Figura 2.7 Cargas de borde (a y b), ejes de referencia (c), desplazamientos (d y e) y resultantes de esfuerzos (f) en cilindros de pared delgada sometidos a flexión [22]

Conociendo los desplazamientos, se calculan las deformaciones, las cuales se utilizan a su vez en las relaciones esfuerzo-deformación. Conociendo las ecuaciones de equilibrio de esfuerzo en ausencia de fuerzas de cuerpo en el sistema de referencia apropiado, y los esfuerzos (al igual que en el caso de cascarones cilíndricos circulares $\sigma_r = 0$) se encuentra la siguiente ecuación después de integrar a lo largo del espesor h (ver **Apéndice A**):

$$\int_{-h/2}^{h/2} \left[\frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} - \frac{E}{(1-\nu^2)r_m} \left((1-\nu^2) \frac{u}{r_m} - \nu \frac{d^2 u}{dz^2} \zeta \right) \right] d\zeta = \frac{\partial Q_z}{\partial z} - \frac{Eh}{r_m} u = 0 \quad (2.3)$$

Donde:

ζ = Distancia medida a partir de la mitad de la sección h

$$\int_{-h/2}^{h/2} \tau_{zr} d\zeta = Q_z$$

Este análisis forma parte del estudio de placas y cascarones elásticos, por lo que las relaciones del desplazamiento con el momento flexionante M_z y la fuerza de corte Q_z encontradas en la sección de placas, se extienden a los cascarones. Tales relaciones están dadas por:

$$M_z = -D \frac{d^2 u}{dz^2} \quad (2.4)$$

$$Q_z = \frac{dM}{dz} = -D \frac{d^3 u}{dz^3} \quad (2.5)$$

Donde D es la rigidez a la flexión del elemento y esta definido por:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

Sustituyendo el valor de Q_z en la **Ecuación 2.3** se encuentra la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + 4\beta^4 u = 0 \quad (2.6)$$

Donde

$$\beta^4 = \frac{Eh}{4r_m D} = \frac{3(1-\nu^2)}{r_m^2 h^2}$$

De la **Ecuación diferencial 2.6** se obtiene la siguiente solución reducida:

$$u = e^{-\beta z} (A \cdot \text{sen} \beta z + B \cdot \text{cos} \beta z) \quad (2.7)$$

El desplazamiento u dado por la **Ecuación 2.7** se debe a las cargas de borde solamente, y en donde A y B son constantes que dependen de las condiciones de frontera. Utilizando las ecuaciones para las resultantes de esfuerzo obtenidas de la teoría de placas (ver **Apéndice A**) se obtienen las componentes del esfuerzo debidas a la flexión en cualquier punto (ζ, z) dentro de la pared del cascarón:

$$\sigma_z = \pm \frac{M_z}{h^3/12} \zeta \quad (2.8a)$$

$$\sigma_\theta = \pm \frac{\nu M_z}{h^3/12} \zeta + \frac{Eu}{r_m} \quad (2.8b)$$

Donde:

E = Módulo de elasticidad de la tubería

r_m = Radio medio

$$M_z = -D \frac{d^2 u}{dz^2} = 2D\beta^2 e^{-\beta z} (A \cdot \cos \beta z - B \cdot \text{sen} \beta z)$$

Y el esfuerzo de corte promedio que actúa sobre el espesor está dado por:

$$\tau_{rz} = \frac{Q_z}{h}$$

Debe notarse que el esfuerzo de anillo debido a la restricción lateral (**Ecuación 2.8b**) consta de dos términos, el primero debido a la flexión el cual se distribuye linealmente a través de la sección, y el segundo es un esfuerzo uniforme agregado en la membrana.

Con el problema general de flexión definido, se pueden particularizar sus soluciones a las del caso de *tubería larga presurizada con bridas rígidas en sus extremos* en el cual, como ya se mencionó, se presentan condiciones similares a las presentes en la utilización del cinturón en la campana, en el cambio de geometría del tubo a la campana, así como en la reducción de sección propuesta en este trabajo. Este caso se muestra en la **Figura 2.8** y es aplicable cuando $L > 2\pi/\beta$ y cuando existen elementos que limitan el desplazamiento en los extremos como su nombre lo indica.

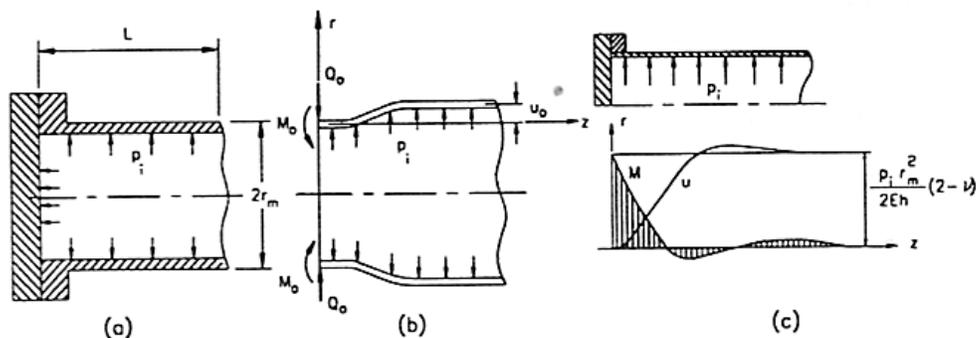


Figura 2.8 Tubería larga presurizada con bridas rígidas en sus extremos, (b) resultantes de esfuerzos y (c) distribución del desplazamiento y de momentos a lo largo de la tubería[22]

Tales restricciones provocan reacciones localizadas Q_0 y M_0 cuando la presión p_i es generada, las cuales son aplicadas de manera uniforme en la circunferencia de la sección restringida [22,24 y 25]. Asimismo, los desplazamientos en esta región son *cero*, por lo que la suma de desplazamientos debidos a la presión interna y a la presión localizada provocada por la restricción deben ser *cero* en $z=0$, esto es:

$$u_c + u_0 = \frac{p_i r_m^2}{Eh} + e^{-\beta z} (A \cdot \sin \beta z + B \cdot \cos \beta z) = \frac{p_i r_m^2}{Eh} + B = 0 \quad (2.9)$$

Donde

u_c = Desplazamiento debido a la presión interna omitiendo el esfuerzo tangencial a lo largo del eje, el cual se considerará después por superposición

u_0 = Desplazamiento debido a la presión localizada evaluado en $z=0$

Resultado que se utiliza para encontrar las condiciones de frontera en la solución del desplazamiento en el caso general de flexión (ver **Ecuación 2.7**) y posteriormente el momento flexionante (ver **Ecuación 2.4**) con lo que se obtiene que:

$$u = -\frac{p_i r_m^2}{Eh} e^{-\beta z} (\sin \beta z + \cos \beta z) \quad (2.10)$$

$$M = -D \frac{d^2 u}{dz^2} = 2Du_c \beta^2 e^{-\beta z} (\cos \beta z - \sin \beta z) \quad (2.11a)$$

es máximo en $z=0$

$$M_{\max} = M_0 = 2Du_c \beta^2 = \frac{p_i}{2\beta^2} \quad (2.11b)$$

Conociendo el valor del momento se pueden conocer las componentes de esfuerzo σ_ϕ ($\sigma_\phi = \sigma_z$ por analogía) y σ_θ con ayuda de las **Ecuaciones 2.8**, las cuales alcanzan un valor máximo en ($z=0$, $\zeta=h/2$) y en un valor de z alejado de la brida respectivamente. Como se puede notar, el valor máximo del esfuerzo tangencial σ_θ es igual al que se presenta en un cilindro sometido a presión interna sin restricciones (ver **Apéndice A**). Por último la fuerza de corte se obtiene sustituyendo el valor del desplazamiento de la **Ecuación 2.10** en la **Ecuación 2.5**:

$$Q = -4Du_c \beta^3 e^{-\beta z} \cos \beta z \quad (2.12a)$$

Cuyo valor es máximo en $z = 0$

$$Q_{\max} = Q_0 = -4Du_c\beta^3 \quad (2.12b)$$

Mediante el cual se puede calcular el esfuerzo de corte como se mostró anteriormente. Como se puede ver en la **Figura 2.8c**, el efecto que la restricción de desplazamiento tiene sobre la tubería se nulifica conforme z aumenta (alejamiento de la restricción) dejando solamente el efecto generado por la presión interna.

2.2.3 Tubería corta presurizada con bridas rígidas en sus extremos

En este caso la tubería se considera corta ya que $L < 2\pi/\beta$, se ilustra en la **Figura 2.9** y se diferencia del problema anterior debido a que el efecto que cada restricción tiene afecta a la otra [22,26]. La solución de este problema se obtiene de manera similar a la tubería larga, partiendo de la **Ecuación 2.7** de desplazamiento para la flexión general vista anteriormente. Con ésta se definen las condiciones de frontera apropiadas con lo que se genera la ecuación de desplazamiento que, como se ha visto, nos permite calcular el momento flexionante el cual está definido por:

$$M_0 = \frac{p_i}{2\beta^2} \frac{\sinh \beta L - \sin \beta L}{\sinh \beta L + \sin \beta L} \quad (2.13)$$

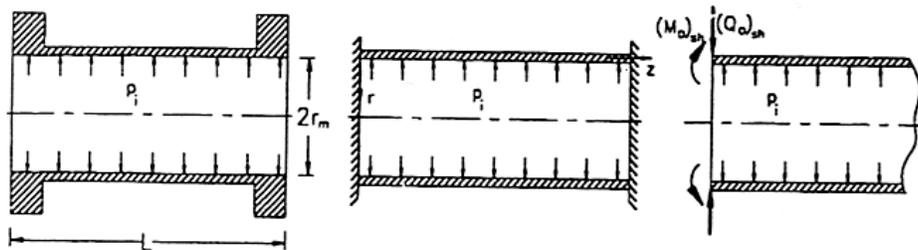


Figura 2.9 Tubería corta presurizada con bridas rígidas en sus extremos [22]

Como ya se vio, con el desplazamiento y con el momento flexionante se puede calcular la fuerza de corte y los componentes de esfuerzo con un desarrollo similar al utilizado en el problema de la tubería larga. Como se ha visto hasta ahora, la longitud de la campana en la unión tipo espiga-campana es un parámetro que afecta la hermeticidad. Asimismo, el salto de presión provocado por el empaque, así como el cambio de geometría del tubo a la campana, generan restricciones de desplazamiento similares a las vistas en los problemas de *tubería corta y larga presurizada con bridas rígidas en sus extremos* por lo que es importante conocerlos.

2.2.4 Tubería larga de pared delgada sometida a compresión radial uniforme

El empaque, como se describió anteriormente, afecta el desplazamiento de la campana provocando un efecto similar al que se genera por la presencia de presión interna en la zona donde existe la interacción empaque-campana. Para comprender este fenómeno y las condiciones que se generan debido a él, se describe el problema de *tubería larga de pared delgada sometida a compresión radial uniforme* (ver **Figura 2.10**), en el que se presentan condiciones similares a las descritas por la presencia del empaque.

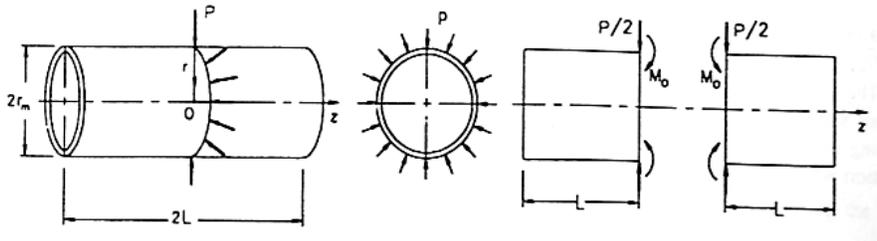


Figura 2.10 Tubería larga de pared delgada sometida a compresión radial uniforme;
 (a) Diagrama de carga, (b) Resultante de esfuerzo en 0 [22]

Como se puede observar, en este problema se aplica una fuerza por unidad de longitud P en la distancia media de la tubería, condición equivalente a someter al elemento a una carga de borde $P/2$ y a un momento M_0 por unidad de longitud de circunferencia. Con estas condiciones se determinan las condiciones de frontera en la ecuación general de desplazamiento de elementos en flexión (**Ecuación 2.7**) con lo que se obtienen las siguientes relaciones:

$$u = -\frac{P}{8D\beta^3} e^{-\beta z} (\text{sen}\beta z + \text{cos}\beta z) \quad (2.14)$$

y

$$M = -D \frac{d^2 u}{dz^2} = \frac{P}{4\beta} e^{-\beta z} (\text{cos}\beta z - \text{sen}\beta z) \quad (2.15)$$

Máximos en $z = 0$

El desplazamiento y el momento flexionante decrecen rápidamente conforme se alejan del punto de aplicación de la fuerza en ambas direcciones, positiva y negativa, efecto similar al ocurrido en el problema de tubería larga presurizada con bridas rígidas en los extremos [22,26]. Asimismo, conociendo el desplazamiento y el momento flexionante se pueden calcular las componentes de esfuerzo con ayuda de las **Ecuaciones 2.8** (ver **Apéndice A**).

Por otro lado, este planteamiento puede ser utilizado para calcular el momento flexionante y la fuerza de corte que se generan en un *tubo largo presurizado reforzado por anillos* como el mostrado en la **Figura 2.11**, donde la distancia más corta entre anillos debe cumplir con la restricción $L > 2\pi/\beta$.

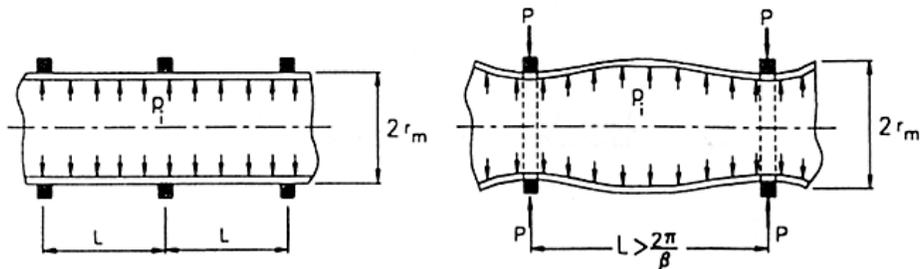


Figura 2.11 Tubería larga reforzada por anillos rígidos [22]

Se puede notar que en la sección donde actúa el anillo no existe desplazamiento, por lo que el desplazamiento u generado por la presión interna debe eliminarse por el efecto del anillo, esto es:

$$\frac{p_i r_m^2}{2Eh} (2 - \nu) = \frac{P}{8D\beta^3} \quad (2.16)$$

Con esto, se puede encontrar el valor de la fuerza P aplicada, la cual nos permite encontrar los valores máximos del momento flexionante, de la fuerza de corte y de los esfuerzos. Como se puede notar, las condiciones de este problema son similares a las que se presentan con la utilización de la banda cerámica, sin embargo, existe un problema más el cual presenta mayores similitudes a esta situación. Dicho problema se presenta a continuación.

2.2.5 Tubería larga de pared delgada sometida a una carga circunferencial uniforme

Este problema nos permite comprender de manera más clara el efecto que se tiene cuando se utiliza un elemento tipo cinturón que restringe el desplazamiento. Esto se debe a que la carga uniforme es aplicada a lo largo de una longitud finita. Dicho problema se esquematiza en la **Figura 2.12**.

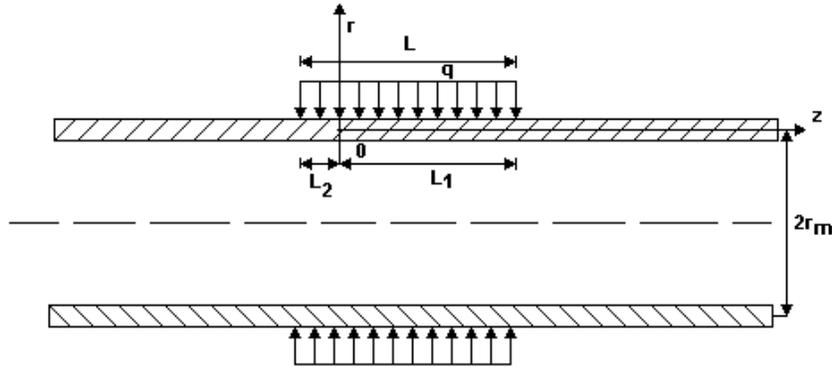


Figura 2.12 Tubería larga de pared delgada sometida a carga uniforme circunferencial a lo largo de una longitud finita [22]

Como ya se mencionó, este problema es similar al de la *tubería reforzada por anillos* vista anteriormente, por lo que su solución tiene similitudes [22]. El desplazamiento Δu en el punto O producida por la carga de anillo $q \cdot \Delta z$ a una distancia Δz medida a partir del origen se obtiene con ayuda de la **Ecuación 2.7**. Conociendo el desplazamiento Δu se integra para encontrar el desplazamiento u debido a la carga qL el cual queda definido por:

$$u = -\frac{qr_m^2}{2Eh} \left[2 - e^{-\beta L_1} \cos(\beta L_1) - e^{-\beta L_2} \cos(\beta L_2) \right] \quad (2.17)$$

Cuando $L_1 = L_2$, ocurre la máxima deflexión a la mitad de la carga distribuida. Si L_1 y L_2 son muy grandes, la deflexión se aproxima a qr_m^2 / Eh , valor similar al que se presenta en un cilindro con bordes libres sometido a una presión externa uniforme q .

Capítulo III

Metodología de estudio

3.1 Método experimental

En esta sección se describen las pruebas realizadas para el desarrollo de este trabajo así como la descripción y obtención de las probetas utilizadas. Por otro lado, dichas probetas fueron instrumentadas en puntos específicos con la finalidad de obtener datos necesarios para el desarrollo de este trabajo. De igual manera, se mencionará el procedimiento realizado para obtener las distintas mediciones y el quipo utilizado para tal efecto. Los resultados obtenidos serán presentados y analizados en el siguiente capítulo.

3.1.1 Preparación de muestras

3.1.1.1 Flexión en probetas de PVC

Se obtuvieron probetas de un tubo de PVC de 3 pulg. de diámetro para ser sometidas a flexión. Las dimensiones de éstas se determinaron con base a las limitaciones inherentes a la geometría del tubo y se muestran en la **Tabla 3.1**. Asimismo cada probeta se instrumentó con dos galgas extensométricas uniaxiales tipo EA-06-060LZ-120 (Vishay Micro-Measurements TM). En la **Figura 3.1** se muestra la posición de los extensómetros así como las dimensiones y el sistema de referencia utilizado.

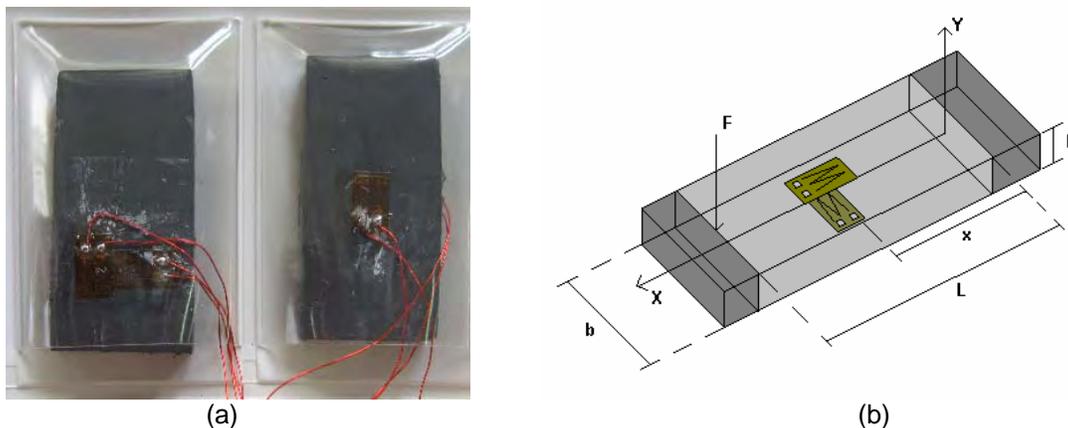


Figura 3.1 Probeta de PVC instrumentada (a), dimensiones y sistema de referencia (b)

Tabla 3.1 Dimensiones de probetas para flexión obtenidas de un tubo PVC de 3 pulg.

Probeta	Base de la sección transversal en mm. b	Altura de la sección transversal en mm. h	Longitud de la viga en mm. L	Distancia del empotramiento A la zona de estudio en mm. x
F1-PVC	14.2	4.65	18.5	10.5
F2-PVC	14.1	4.4	21.4	9.4

Se utilizó un arreglo de viga en cantilever en ambas probetas, sometiendo a cada una a distintas cargas. Asimismo, se utilizó un arreglo de medio puente en la instrumentación con la finalidad de compensar por temperatura debido a que se utilizaron extensómetros cuyo coeficiente de expansión térmica no correspondía con el del PVC. Por lo anterior fue necesario instrumentar a su vez un trozo de PVC obtenido del mismo tubo que las probetas antes descritas (utilizando la misma clase de extensómetros). Dado que las dimensiones de tal elemento no tienen importancia, serán omitidas. El arreglo de carga se muestra en las **Figuras 3.2** y **3.3**, y los resultados de estas pruebas serán presentados y analizados posteriormente.



Figura 3.2 Probeta F1-PVC sometida a flexión en arreglo en cantilever



Figura 3.3 Probeta F1-PVC sometida a flexión en arreglo en cantilever

3.1.1.2 Presión interna en campanas

Para simular la junta espiga-campana, así como las variaciones mencionadas en el capítulo anterior, se maquinó un tubo de PVC de 3 pulg. de diámetro de pared gruesa. Se generaron cinco campanas, una espiga y 2 tapas para la realización de estas pruebas. Las geometrías y dimensiones (en mm.) se muestran en las Figuras 3.4 a la 3.9.

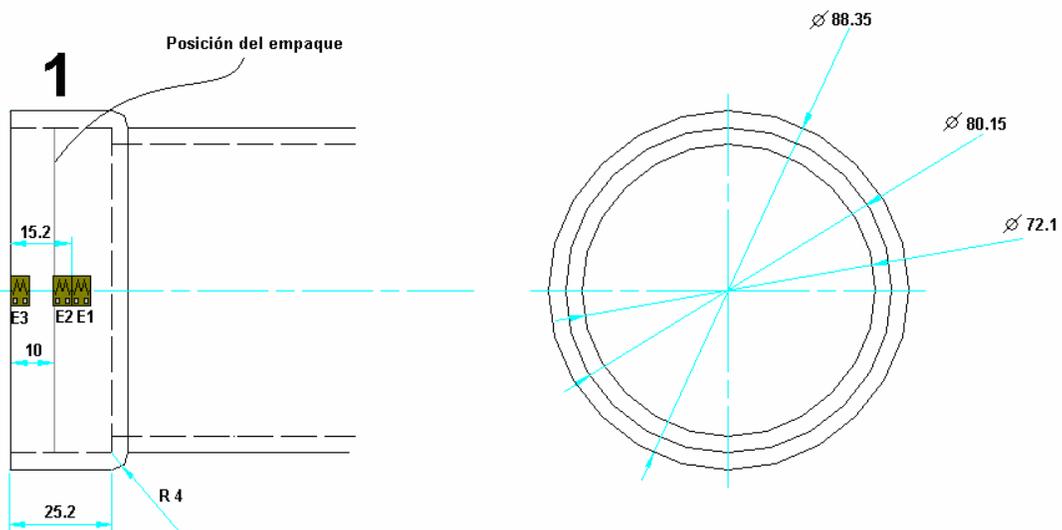


Figura 3.4 Geometría y dimensiones de la campana 1 instrumentada

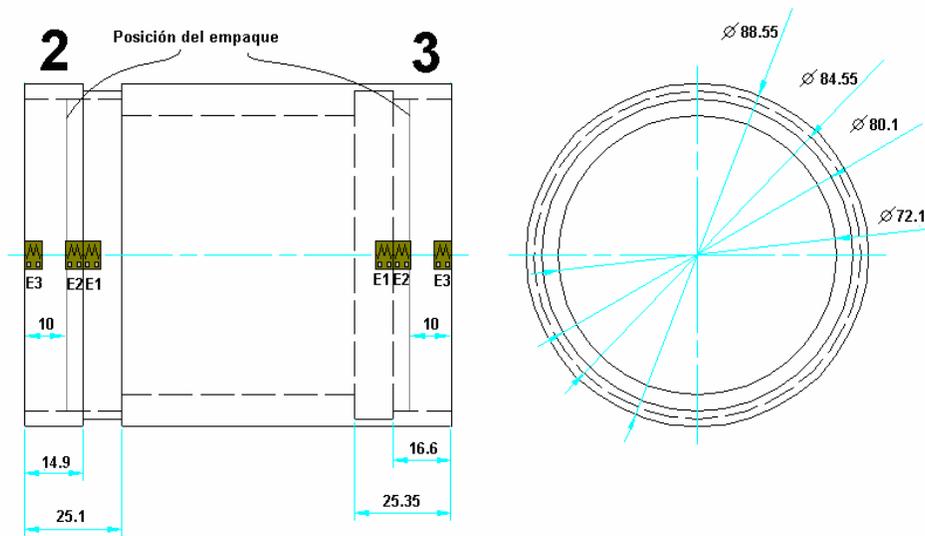


Figura 3.5 Geometría y dimensiones de las campanas 2 y 3 instrumentadas

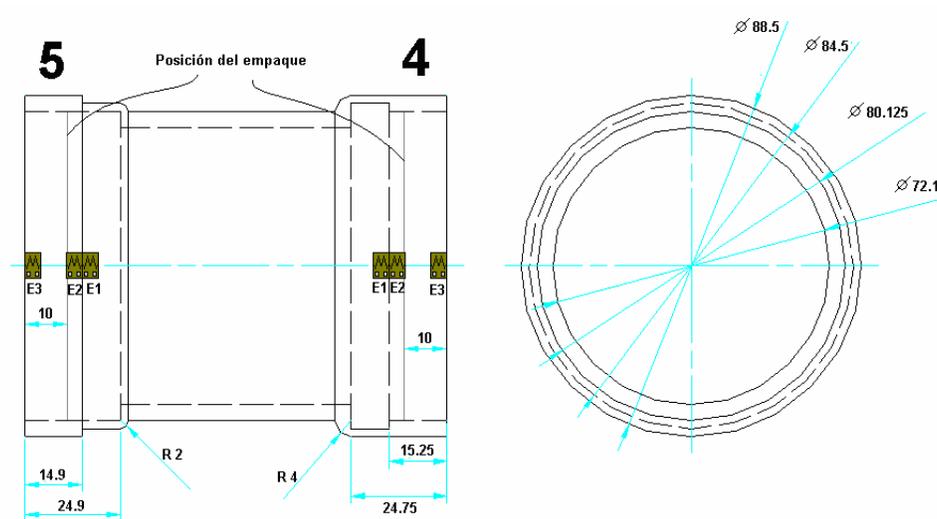


Figura 3.6 Geometría y dimensiones de las campanas 4 y 5 instrumentadas

Para facilitar la futura referencia de estas probetas se utilizará la nomenclatura mostrada en la **Tabla 3.2**.

Tabla 3.2 Nomenclatura empelada en campanas

Campana	Nomenclatura	Descripción
1	C1-PVC-00-CF	Sin desgaste y con filete en la sección de transición al tubo
2	C2-PVC-DE-SF	Con desgaste externo y sin filete en la sección de transición al tubo
3	C3-PVC-DI-SF	Con desgaste interno y sin filete en la sección de transición al tubo
4	C4-PVC-DI-CF	Con desgaste interno y con filete en la sección de transición al tubo
5	C5-PVC-DE-CF	Con desgaste externo y con filete en la sección de transición al tubo

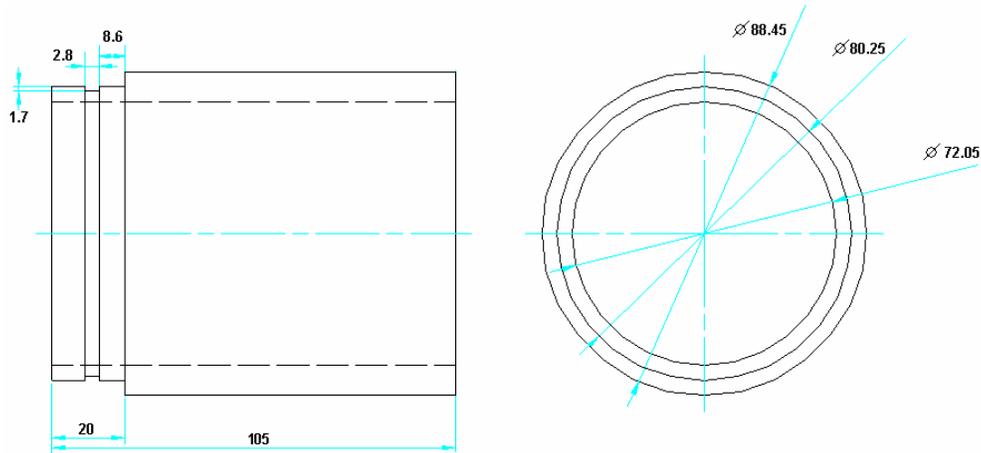


Figura 3.7 Geometría y dimensiones de la espiga

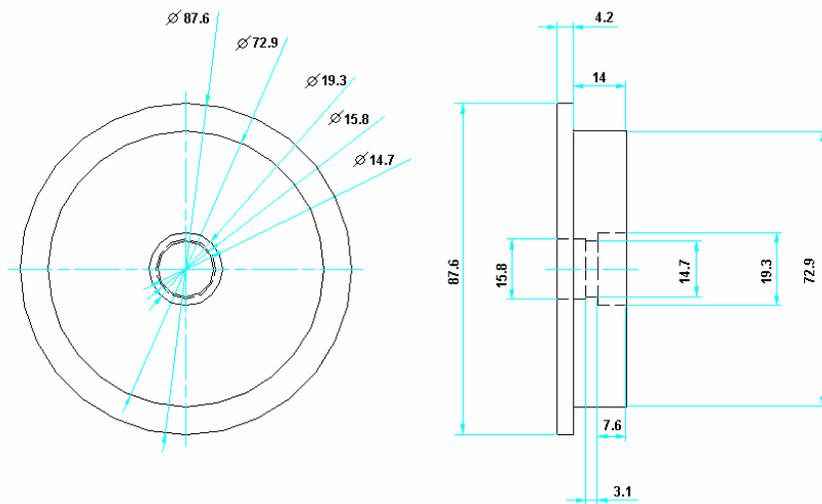


Figura 3.8 Geometría y dimensiones de la tapa 1

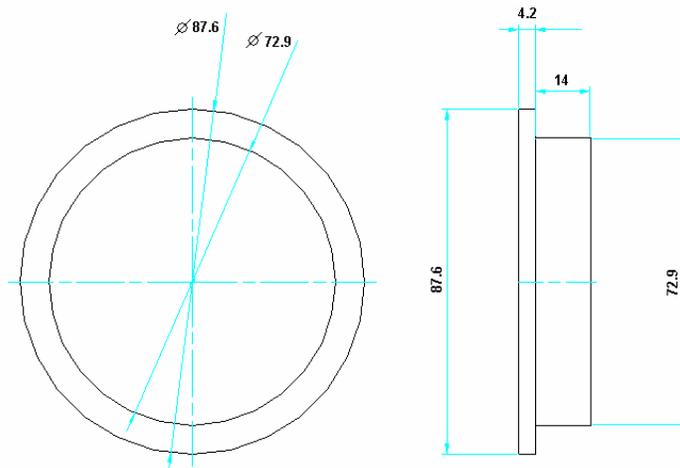


Figura 3.9 Geometría y dimensiones de la tapa 2

Con las geometrías generadas se instrumentó cada campana con tres galgas extensométricas uniaxiales tipo EA-06-060LZ-120 (Vishay Micro-Measurements™). Las posiciones de los extensómetros en cada campana se muestran en las **Figuras 3.4** a la **3.6**. Asimismo, se utilizó un arreglo de medio puente para compensar por temperatura debido a los extensómetros utilizados. Al igual que con las probetas de PVC antes mencionadas, se instrumentó un trozo de material del tubo para dicha compensación (instrumentado con la misma clase de extensómetros utilizados en las campanas).

Una vez hecho lo anterior se montó cada campana sobre la espiga y se colocaron las tapas en los extremos abiertos. La junta montada e instrumentada se ubicó entre dos placas de madera las cuales se unieron entre si con 4 espárragos y con tuercas (banco de pruebas). Este arreglo se muestra en la **Figura 3.10**. Para generar presión se utilizó una bomba manual (y se midió con un manómetro tipo Burdon), esto a través de la tapa 2.



Figura 3.10 Arreglo para la prueba de presión en juntas tipo espiga-campana de PVC.

Para generar hermeticidad en este arreglo se utilizaron distintos elementos para tal fin. Asimismo se varió la afectación de las tapas de madera antes mencionadas. Estos métodos de prueba se describen en la **Tabla 3.3**. La ubicación de los empaques utilizados se muestra en las **Figuras 3.4** a la **3.6**.

Tabla 3.3 Pruebas realizadas a juntas tipo espiga-campana de PVC

Campana	Prueba 1 pi (repetida 3 veces)	Prueba 2 pi (repetida 3 veces)	Prueba 3 pi (repetida 3 veces)	Prueba 4 pi (repetida 2 veces)
C1-PVC-00-CF	Sello hermético con cinta teflón y ajuste manual de las placas de madera	Sello hermético con empaque elastomérico tipo O-ring de 2 mm. y ajuste manual de las placas de madera	Sello hermético con empaque elastomérico tipo O-ring de 2.7 mm. y ajuste manual de las placas de madera	Sello hermético con empaque elastomérico tipo O-ring de 2.7 mm. y ajuste con herramienta de las placas de madera
C2-PVC-DE-SF	“	“	“	“
C3-PVC-DI-SF	“	“	“	“
C4-PVC-DI-CF	“	“	“	“
C5-PVC-DE-CF	“	“	“	“

3.1.2 Instrumentos de medición

3.1.2.1 Deformaciones

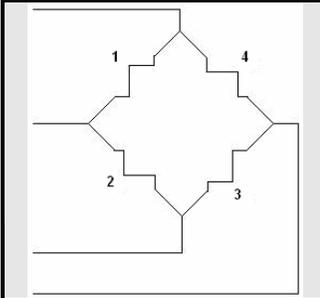
Para medir las deformaciones generadas en las galgas extensométricas utilizadas en las pruebas de flexión en probetas de PVC y en juntas tipo espiga-campana de PVC sometidas a presión se utilizó un indicador de deformaciones P-3500 (Vishay Micro-Measurements TM) el cual se muestra en la **Figura 3.11**.



Figura 3.11 Indicador de deformaciones P-3500

Como se recordará se utilizaron distintos arreglos de instrumentación en las pruebas antes mencionadas. En la **Tabla 3.4** se esquematizan los circuitos de cuarto de puente y medio puente utilizados [27].

Tabla 3.4 Arreglo en cuarto de puente y medio puente.

		Cuarto de puente	Medio puente
	Resistencia	Valor	Valor
	1	Activa	Activa
	2	Cte.	Cte.
	3	Cte.	Cte.
4	Cte.	Referencia	

3.2 Modelos numéricos

Se realizaron simulaciones numéricas de las diferentes campanas descritas anteriormente. Para dichas simulaciones se utilizó el programa Algor versión 19. En la siguiente sección se describirá el procedimiento utilizado y las restricciones impuestas para cada modelo.

3.2.1 Campanas

3.2.1.1 Modelo geométrico

Para la simulación de las campanas sometidas a presión se realizaron dibujos seccionados (en tres elementos) en un programa CAD con las siguientes geometrías y dimensiones (en milímetros), los cuales fueron exportados a Algor. Asimismo en las **Figuras 3.12** a la **3.14** se presentan las nomenclaturas utilizadas para cada modelo.

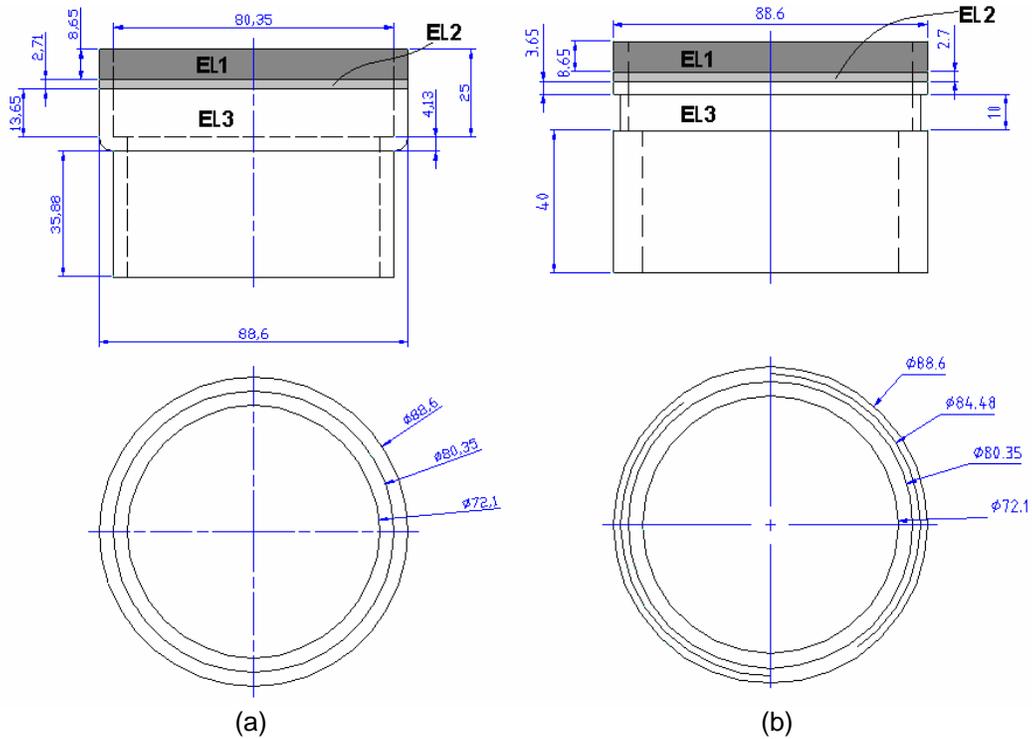


Figura 3.12 Geometría y dimensiones modelo; MNC1-PI-00-CF (a), MNC2-PI-DE-SF (b).

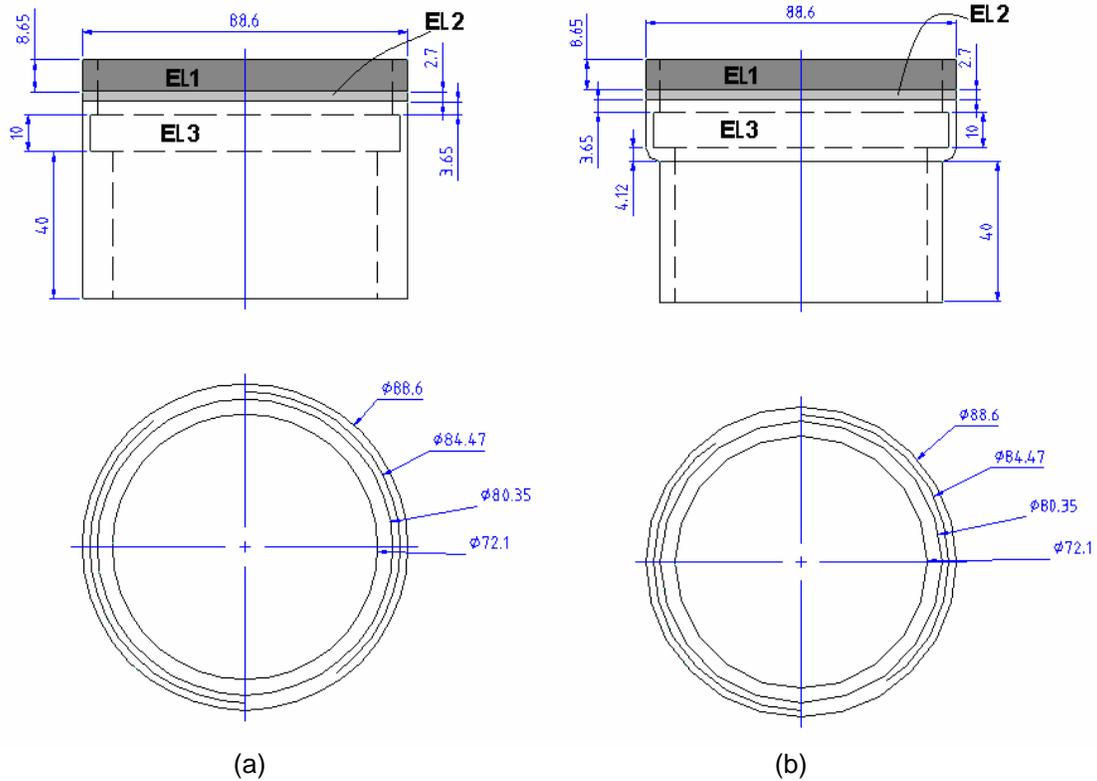


Figura 3.13 Geometría y dimensiones modelo; MNC3-PI-DI-SF (a), MNC4-PI-DI-CF (b).

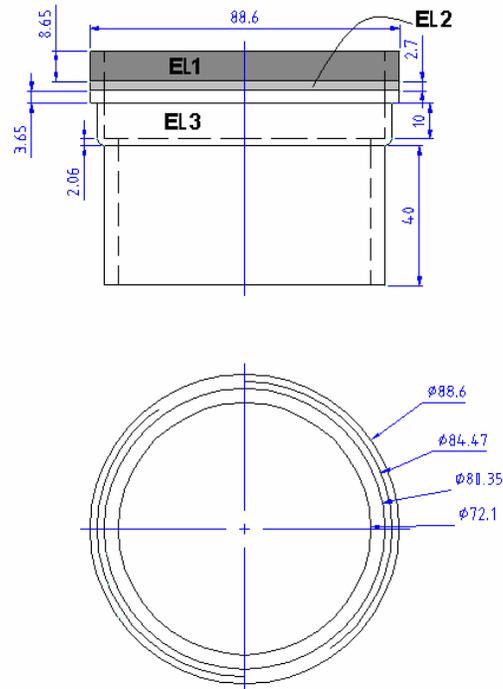


Figura 3.14 Geometría y dimensiones modelo MNC5-PI-DE-CF.

3.2.1.2 Mallado

Se determinó un análisis tipo “tensión estática con modelos de materiales lineales” debido a las condiciones presentes en el método experimental visto anteriormente. Definida esta condición, los modelos para las campanas se mallaron con elementos tridimensionales y con un tamaño de la malla del 40% (parámetros del programa) generándose con esto una malla semi-fina para cada uno de los modelos y para sus elementos (contacto tipo pegado entre elementos). Con esto se busco obtener resultados confiables en la simulación sin utilizar demasiado tiempo de máquina.

3.2.1.3 Cargas aplicadas y restricciones

Con la finalidad de simular presión interna en los modelos, se aplicaron presiones de superficie (partes internas) con magnitudes diferentes en cada uno de los elementos de los modelos mostrados en las **Figuras 3.12** a la **3.14**. Estas condiciones se describen en la **Tabla 3.5**. Asimismo, se restringieron los desplazamientos y las rotaciones en un extremo de cada uno de los modelos. Las condiciones de carga y restricciones se muestran en la **Figura 3.15** para el modelo MNC1-PI-00-CF y se definieron de manera similar en el resto de los modelos.

Tabla 3.5 Presiones por sección para cada modelo de campana definidas en la Simulación 1 Pi.

Modelo	Valor de presión de superficie en N/mm ² Sección EL1	Valor de presión de superficie en N/mm ² Sección EL2	Valor de presión de superficie en N/mm ² Sección EL3
MNC1-PI-00-CF	0	0.6896 (100 Psi)	0.2069 (30 Psi)
MNC2-PI-DE-SF	0	0.6896 (100 Psi)	0.2069 (30 Psi)
MNC3-PI-DI-SF	0	0.6896 (100 Psi)	0.2069 (30 Psi)
MNC4-PI-DI-CF	0	0.6896 (100 Psi)	0.2069 (30 Psi)
MNC5-PI-DE-CF	0	0.6896 (100 Psi)	0.2069 (30 Psi)

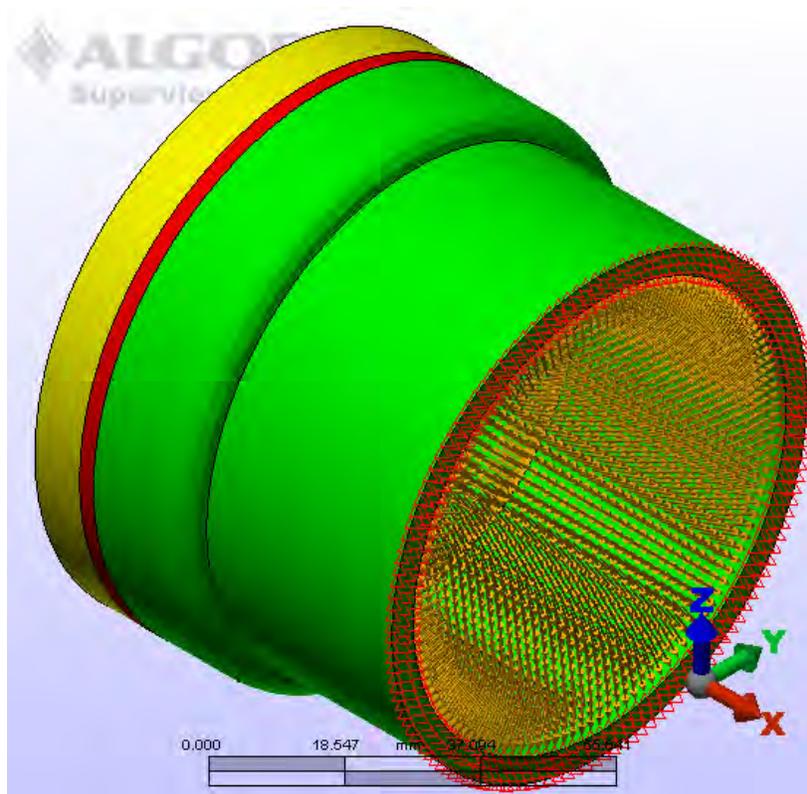


Figura 3.15 Cargas y restricciones en el modelo MNC1-PI-DE-CF.

Capítulo IV

Resultados y discusión

4.1 Resultados

A continuación se presentarán los resultados obtenidos para cada una de las pruebas descritas en el capítulo anterior, clasificándose en pruebas experimentales y simulaciones numéricas. Dichos resultados serán analizados y discutidos en la siguiente sección de este capítulo.

4.1.1 Resultados experimentales

4.1.1.1 Probetas de PVC

Estas probetas fueron sometidas a distintas cargas en el arreglo de viga en cantilever descrito en el capítulo anterior. Con estos valores se calcularon los esfuerzos generados en cada probeta (en la posición de los extensómetros) mediante la **Fórmula 4.2**. Asimismo se midieron las deformaciones generadas por tales cargas mediante las galgas extensométricas en las posiciones antes mencionadas.

$$\sigma_x = \frac{F(L-x)c}{I} \quad (4.1)$$

Donde:

F = Fuerza aplicada

L = Distancia del punto de aplicación de la carga al empotramiento

x = Distancia del empotramiento al punto de interés (posición de extensómetro)

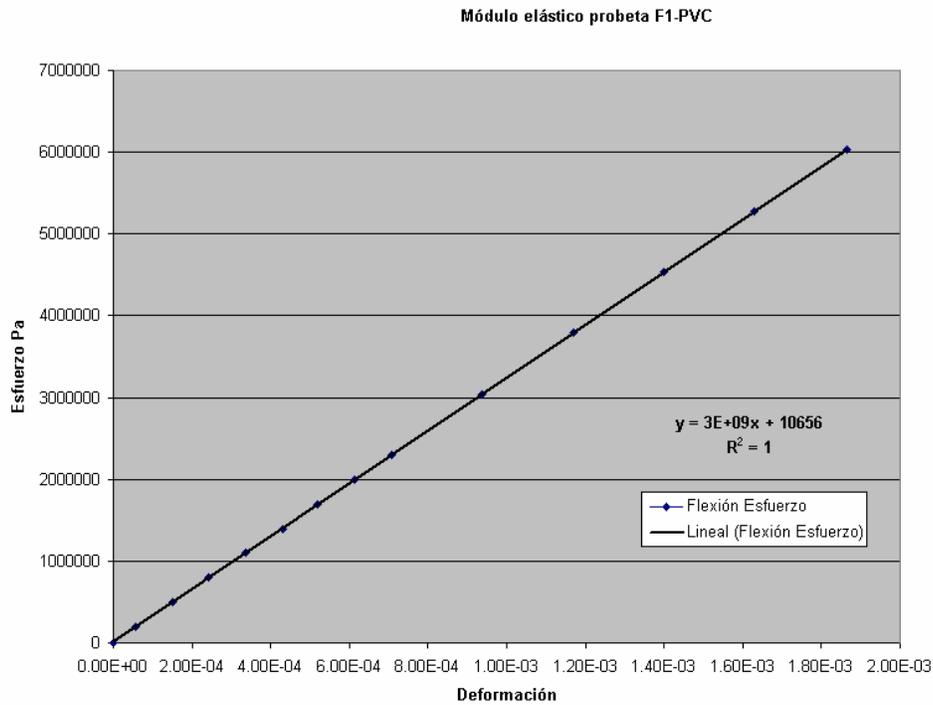
c = Distancia del eje neutro, en el sistema de referencia mostrado, al punto de estudio a lo largo del eje y (h/2 debido a la posición del extensómetro)

I = Momento de inercia de área

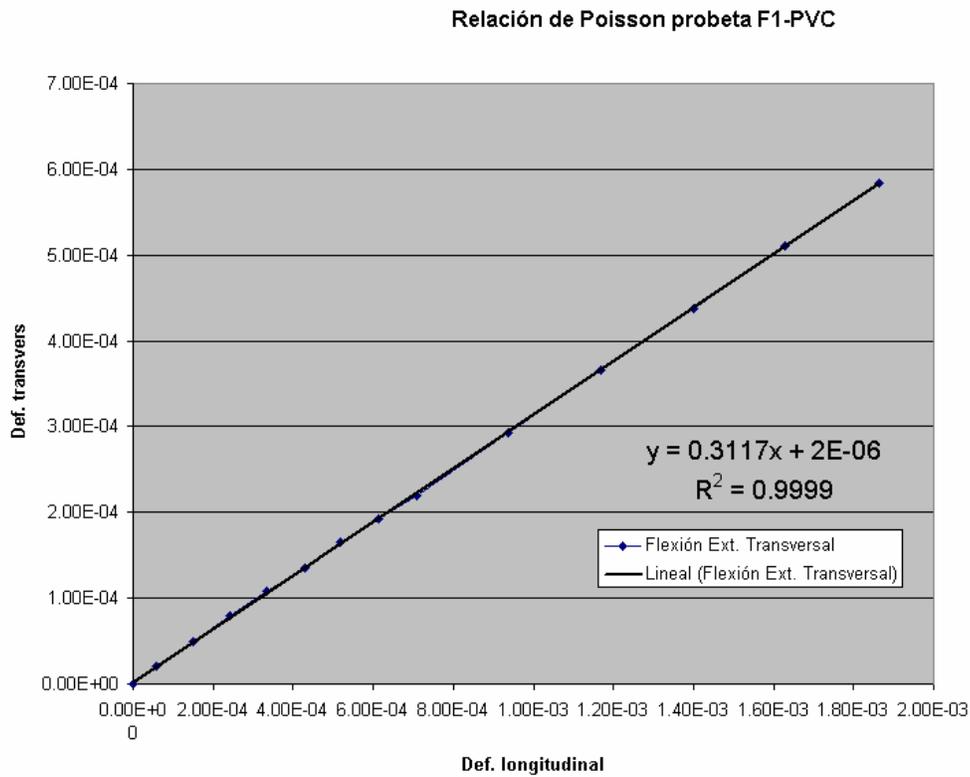
Mediante la gráfica ajustada “esfuerzo-deformación” se calculó el módulo de elasticidad E para cada probeta siendo éste la pendiente (deformaciones de los extensómetros paralelos al eje neutro). De manera similar, se calculó la relación de Poisson graficando las deformaciones longitudinales contra las transversales registradas en cada probeta. Los resultados obtenidos se presentan en la **Tabla 4.1** y en la **Figura 4.1** se muestran ejemplos de las gráficas utilizadas.

Tabla 4.1 Módulo de elasticidad E y relación de Poisson ν calculados para probetas de PVC sometidas a flexión

Probeta	Módulo de elasticidad E en GPa	Relación de Poisson ν
F1-PVC	3.27	0.32
F2-PVC	3.3	0.332



(a)



(b)

Figura 4.1 Gráficas; “esfuerzo-deformación” probeta F1-PVC (a), “deformación longitudinal-deformación transversal” probeta F1-PVC (b)

4.1.1.2 Campanas

Cada una de las campanas montada sobre la espiga en los arreglos descritos en el capítulo anterior se sometió a distintas presiones, registrándose las deformaciones en cada uno de los extensómetros. A continuación se presentan las gráficas “presión-deformación” de los valores promedio obtenidos en las campanas para cada una de las pruebas. Dichos resultados se agrupan por extensómetro con la finalidad de observar los distintos comportamientos. En la **Figura 4.2** se muestra la campana C1-PVC-00-CF con la finalidad de recordar la posición de los extensómetros, ya que la ubicación de estos en cada campana es similar.

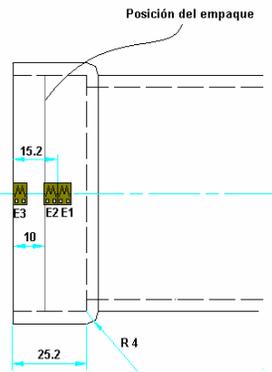


Figura 4.2 Posición e identificación de los extensómetros en la campana C1-PVC-00-CF

Resultados para la **Prueba 1 pi** “sello hermético con cinta teflón y ajuste manual de las placas de madera”

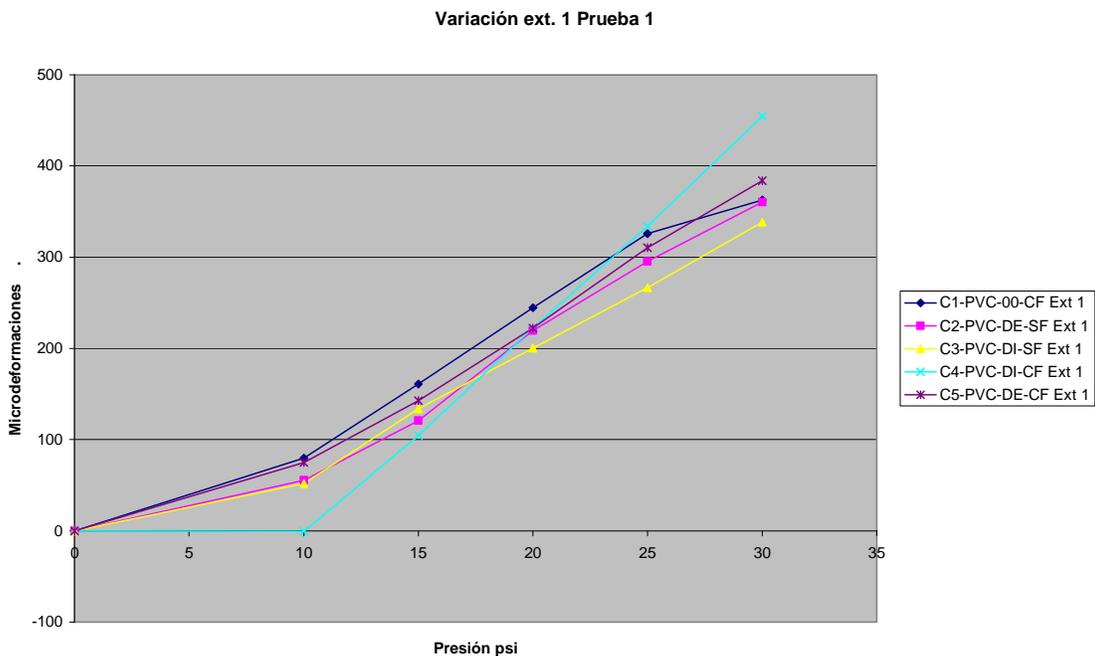


Figura 4.3 Resultados de las campanas sometidas a presión interna **Prueba 1 pi ext. 1**

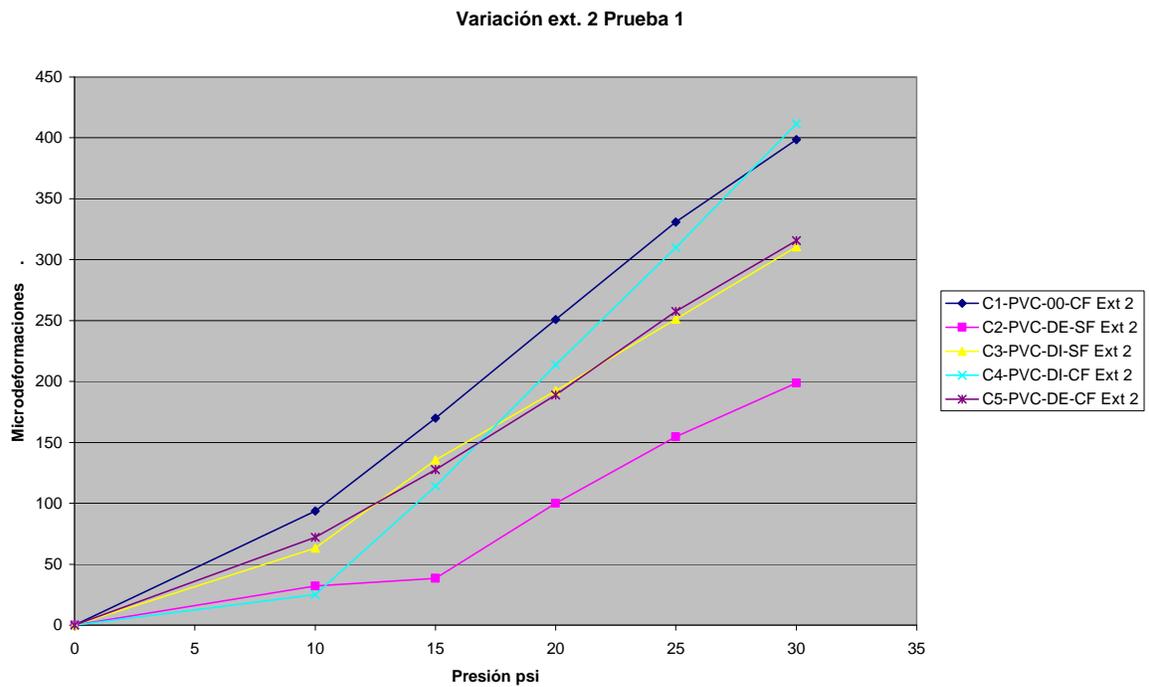


Figura 4.4 Resultados de las campanas sometidas a presión interna *Prueba 1 pi ext. 2*

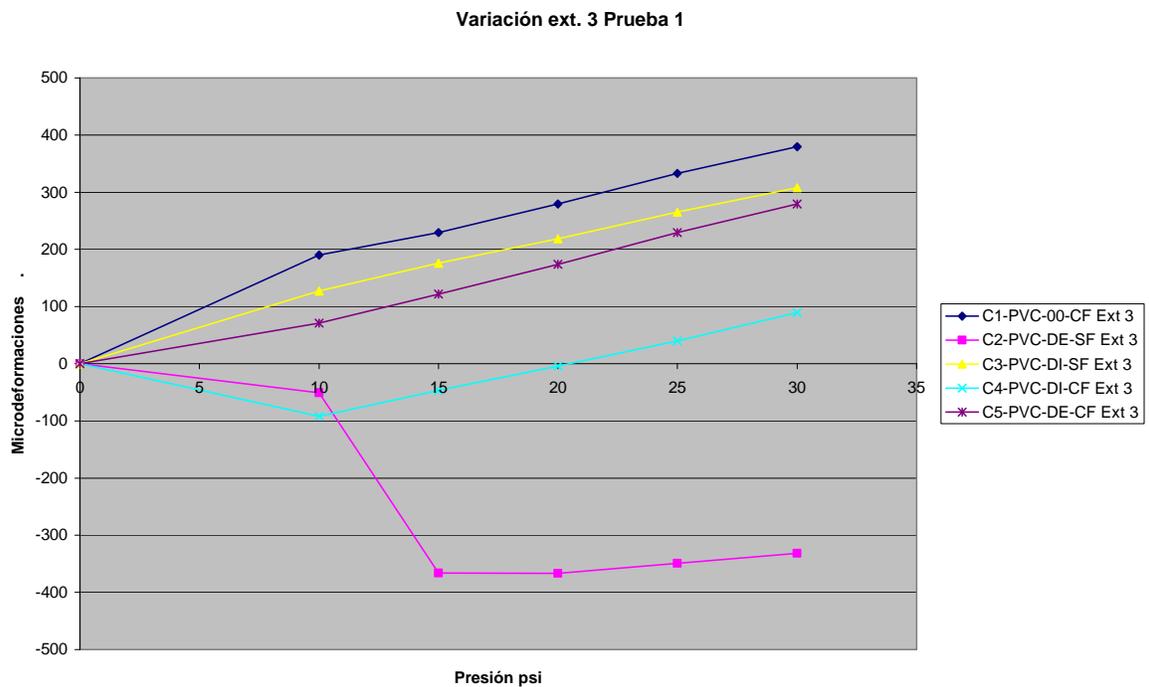


Figura 4.5 Resultados de las campanas sometidas a presión interna *Prueba 1 pi ext. 3*

Resultados para la **Prueba 2 pi** “sello hermético con empaque elastomérico tipo O-ring de 2 mm. y ajuste manual de las placas de madera”

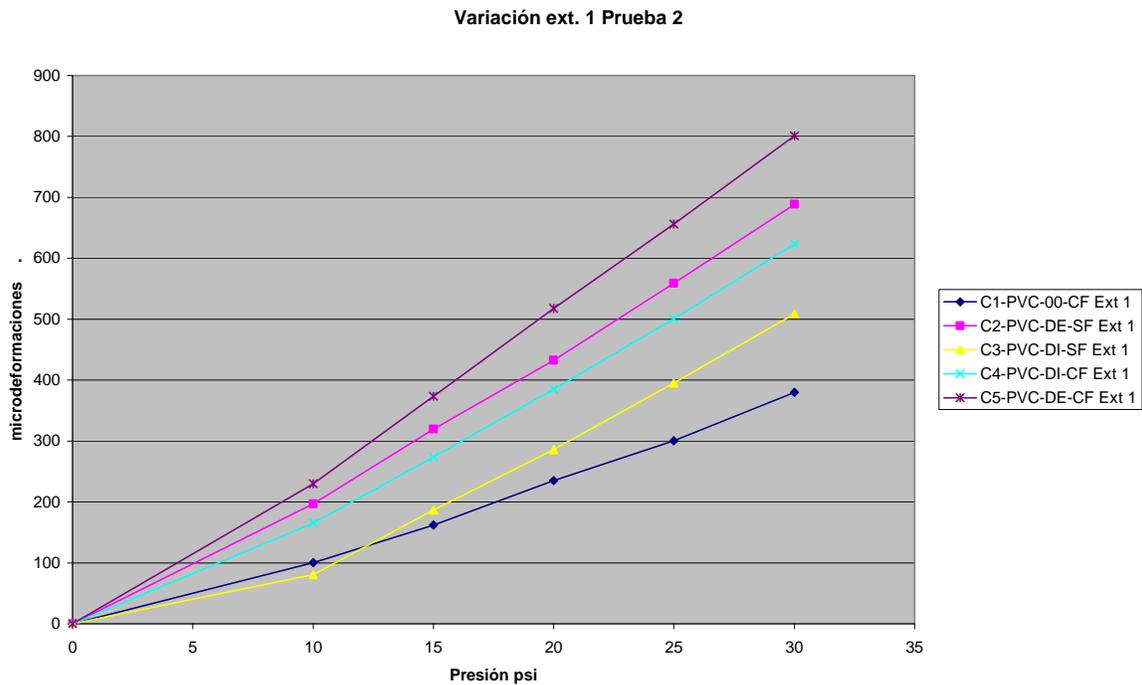


Figura 4.6 Resultados de las campanas sometidas a presión interna Prueba 2 pi ext. 1

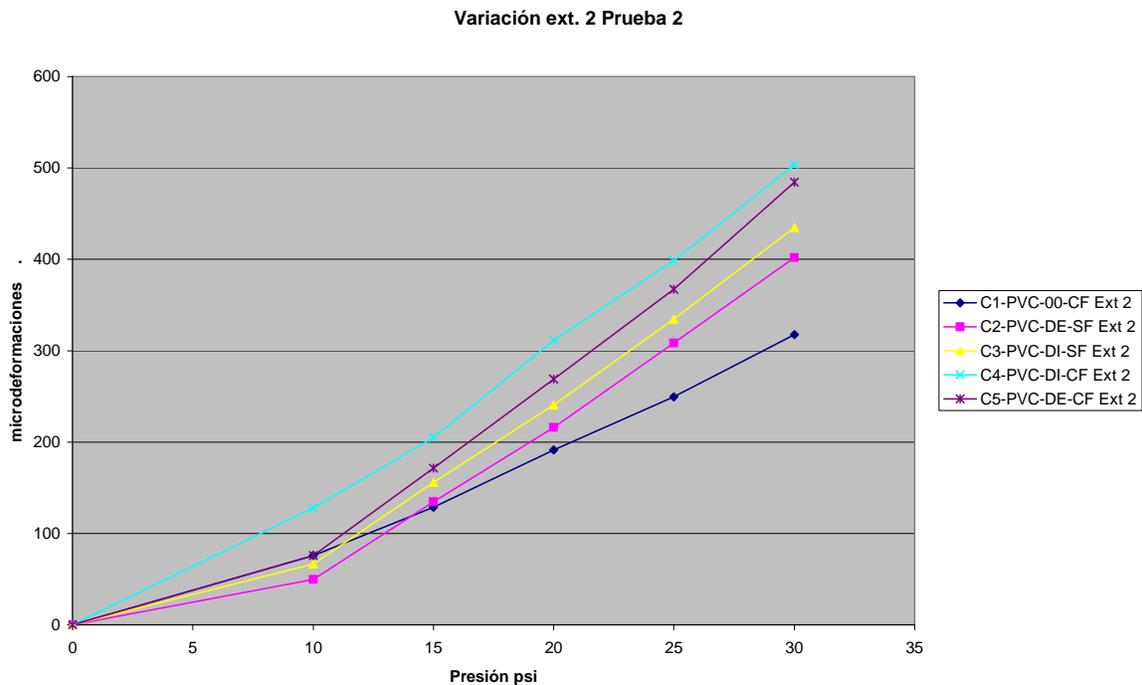


Figura 4.7 Resultados de las campanas sometidas a presión interna Prueba 2 pi ext. 2

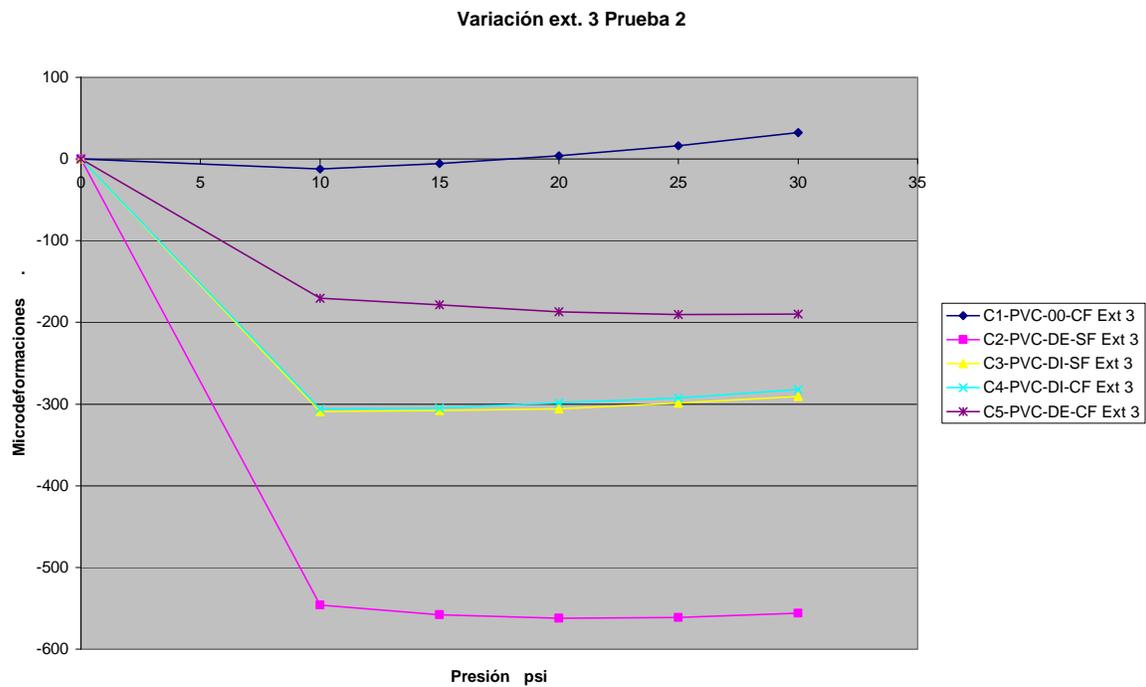


Figura 4.8 Resultados de las campanas sometidas a presión interna Prueba 2 pi ext. 3

Resultados para la **Prueba 3 pi** “sello hermético con empaque elastomérico tipo O-ring de 2.7 mm. y ajuste manual de las placas de madera”

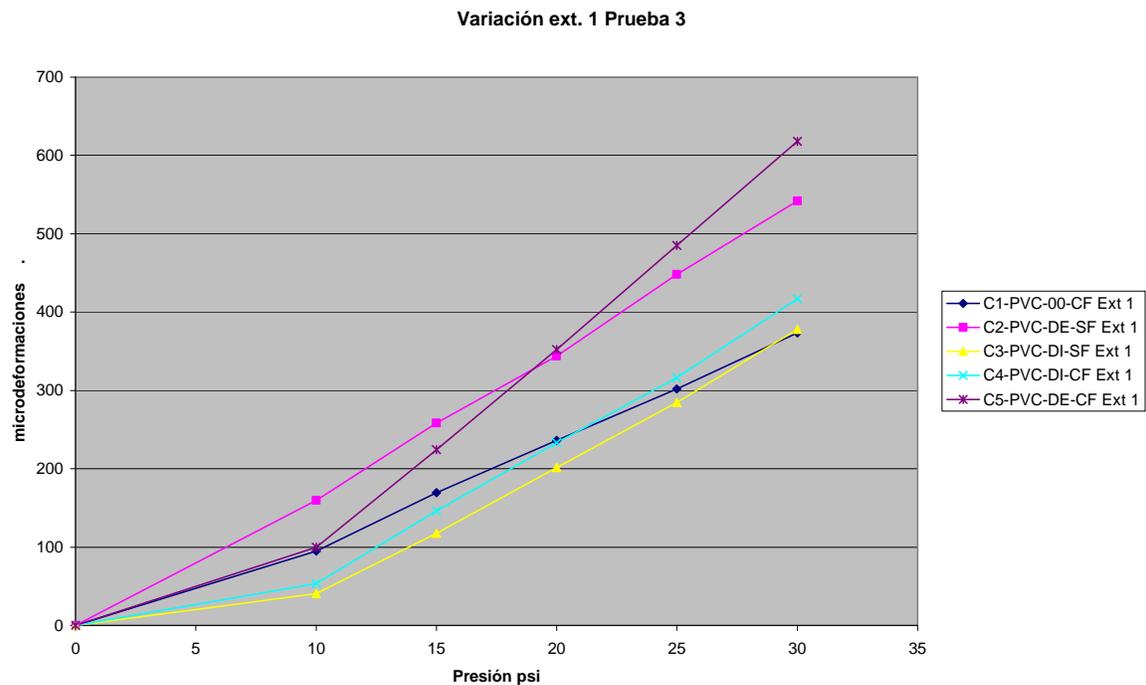


Figura 4.9 Resultados de las campanas sometidas a presión interna Prueba 3 pi ext. 1

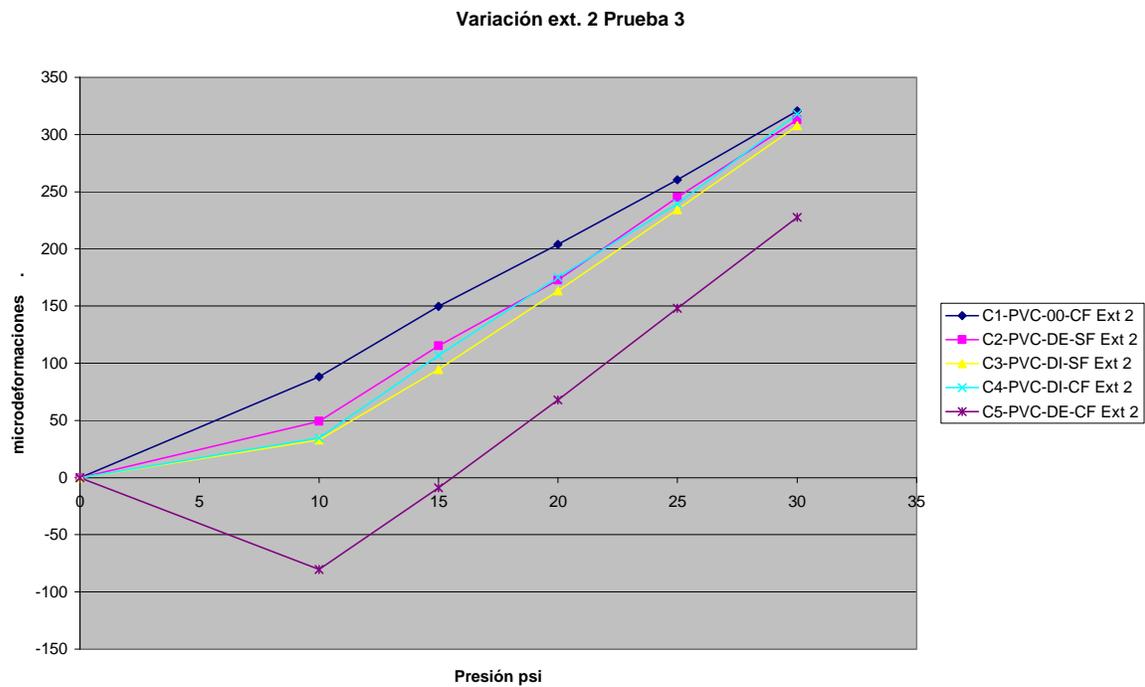


Figura 4.10 Resultados de las campanas sometidas a presión interna Prueba 3 *pi ext. 2*

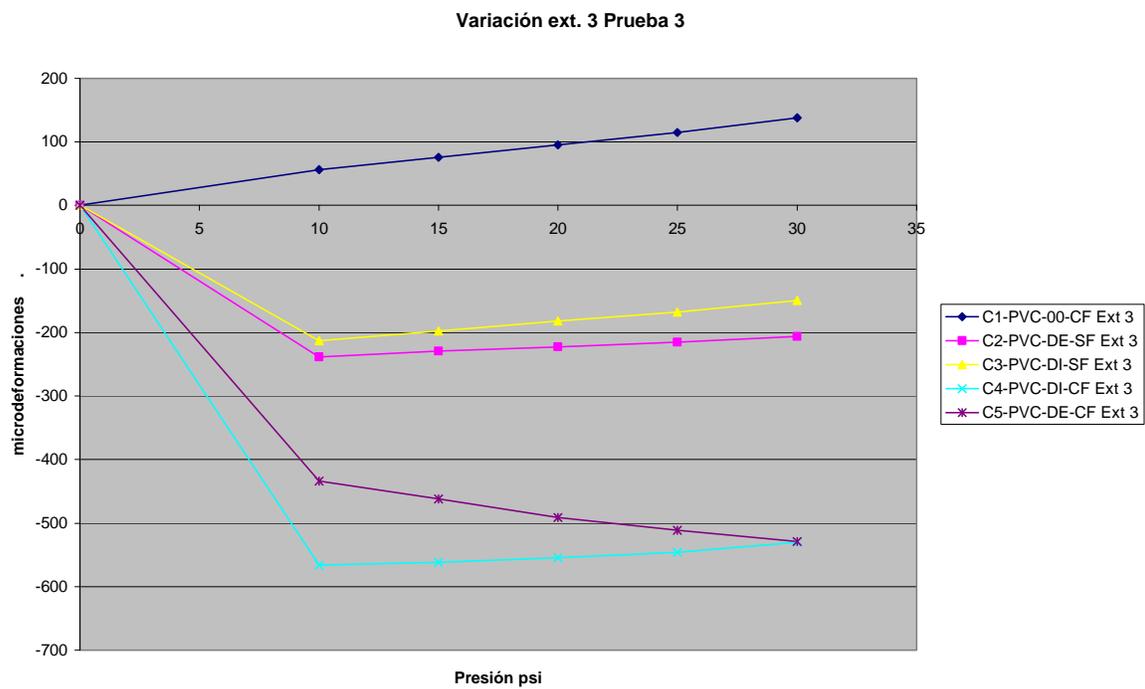


Figura 4.11 Resultados de las campanas sometidas a presión interna Prueba 3 *pi ext. 3*

Resultados para la **Prueba 4 pi** “sello hermético con empaque elastomérico tipo O-ring de 2.7 mm. y ajuste con herramienta de las placas de madera”

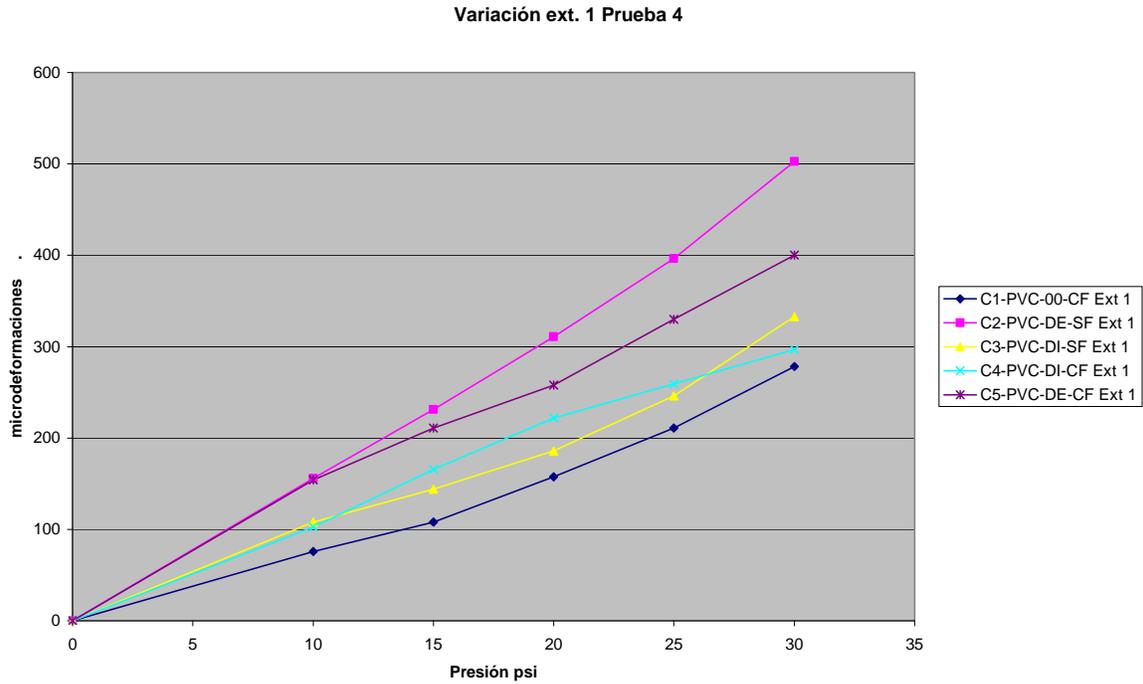


Figura 4.12 Resultados de las campanas sometidas a presión interna Prueba 4 pi ext. 1

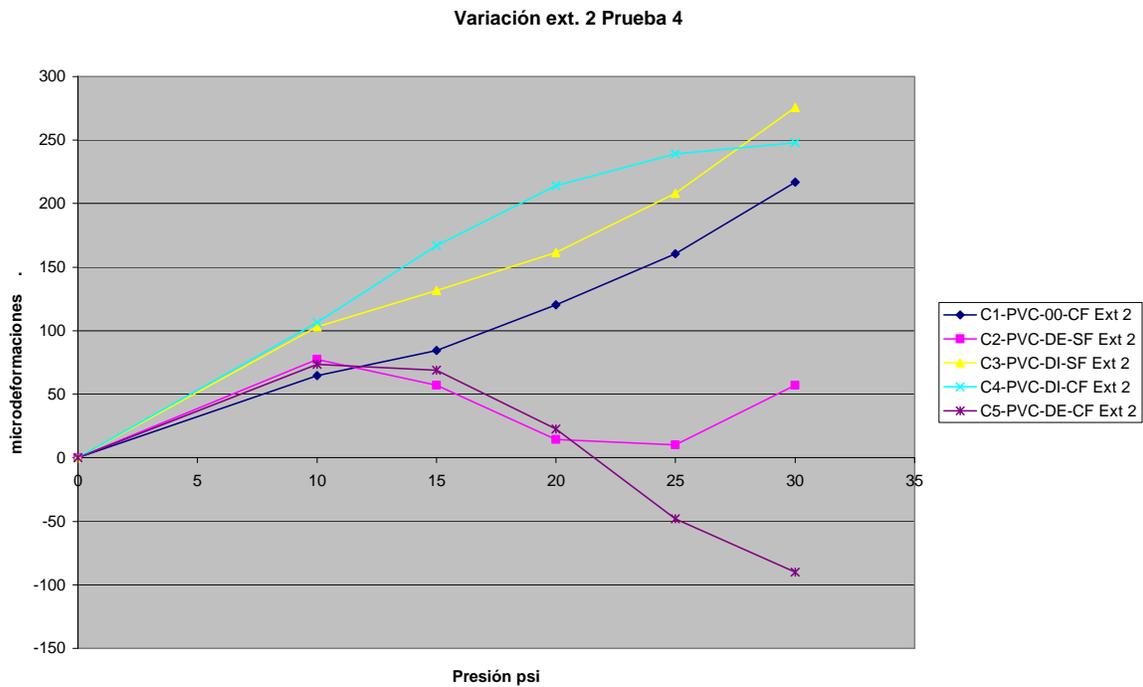


Figura 4.13 Resultados de las campanas sometidas a presión interna Prueba 4 pi ext. 2

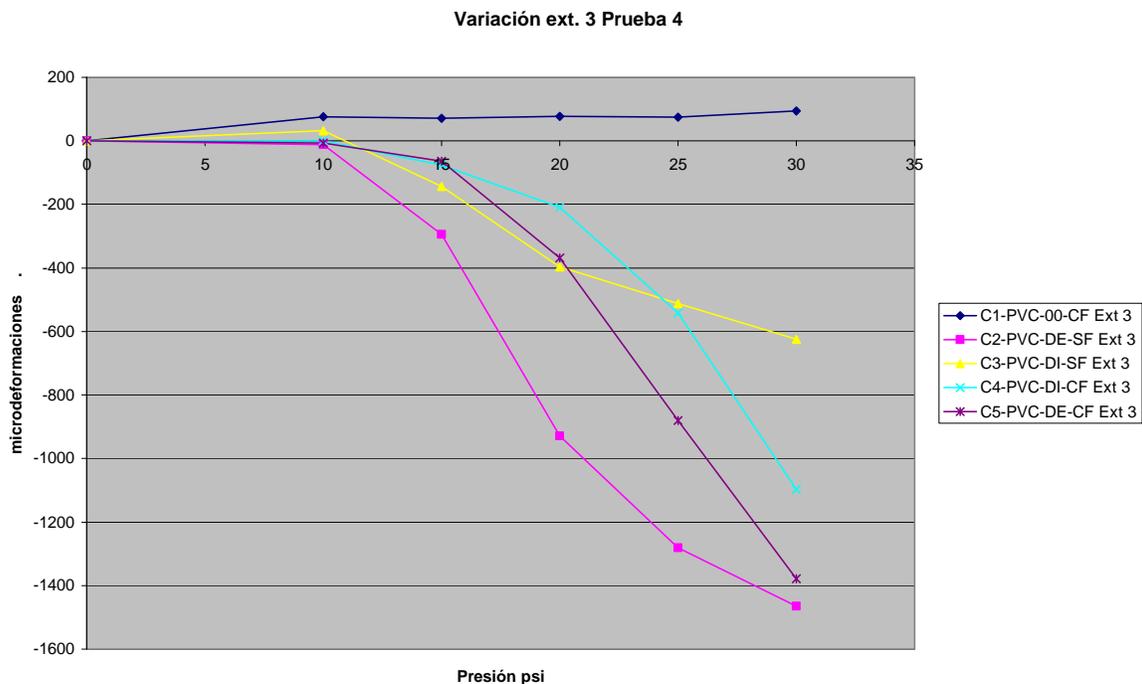


Figura 4.14 Resultados de las campanas sometidas a presión interna *Prueba 4 pi ext. 3*

4.1.2 Resultados numéricos

4.1.2.1 Campanas

Para realizar las simulaciones descritas en el **Capítulo III** fue necesario definir las propiedades mecánicas de los modelos los cuales, como se recordará, fueron seccionados con la finalidad de aplicar las condiciones de carga (presión interna). Es por lo anterior que las propiedades definidas en cada sección de los modelos fueron las mismas. Los valores utilizados para tales propiedades fueron los obtenidos de las pruebas de flexión de probetas de PVC cuyos resultados se presentaron en la sección 4.1.1.1 de este capítulo (módulo elástico de 3 GPa, y relación de Poisson de 0.325).

Definidas las condiciones de carga, las restricciones y las propiedades mecánicas se realizaron las simulaciones para cada uno de los modelos. Como se mencionó anteriormente, el programa permite visualizar distintos resultados, de los cuales se utilizaron los de desplazamientos y los de deformación, debido a los parámetros que se querían observar y a las condiciones presentes en el método experimental correspondiente. Asimismo, es importante mencionar que los resultados para los desplazamientos y para las deformaciones presentados a continuación fueron seleccionados en la dirección en la cual, por la vista de la figura, es más sencillo apreciar su magnitud.

Debido a que los resultados se presentan por colores en el modelo y se comparan con una tabla valor-color, al final de las figuras se presentará una tabla con los resultados en secciones de interés para una mejor comprensión (**Tabla 4.2**).

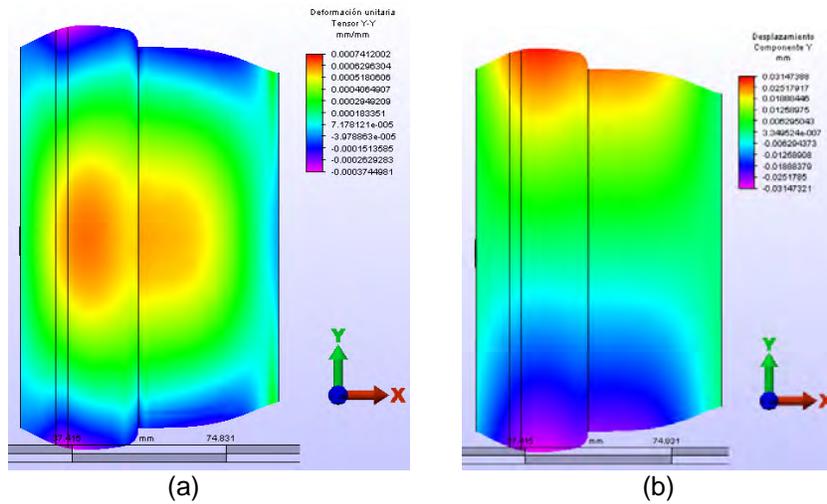


Figura 4.15 Resultados simulación presión interna modelo MNC1-PI-00-CF; deformaciones componente vertical ϵ_{yy} (a), desplazamientos componente “y” (b).

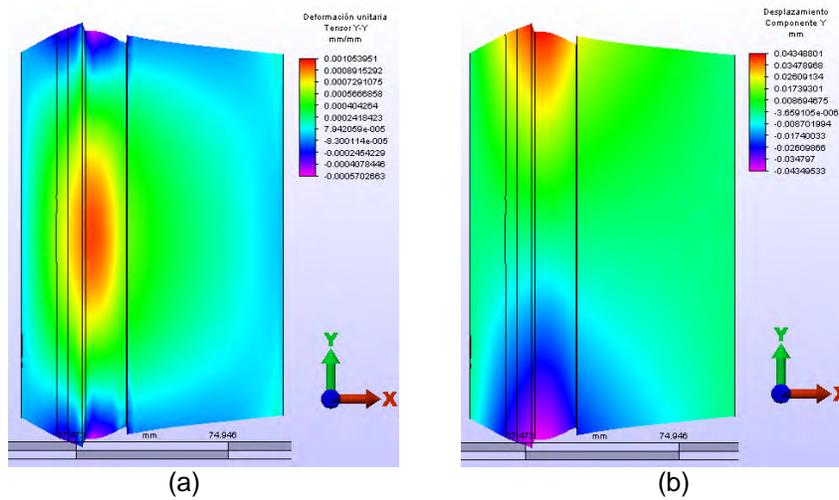


Figura 4.16 Resultados simulación presión interna modelo MNC2-PI-DE-SF; deformaciones componente vertical ϵ_{yy} (a), desplazamientos componente “y” (b).

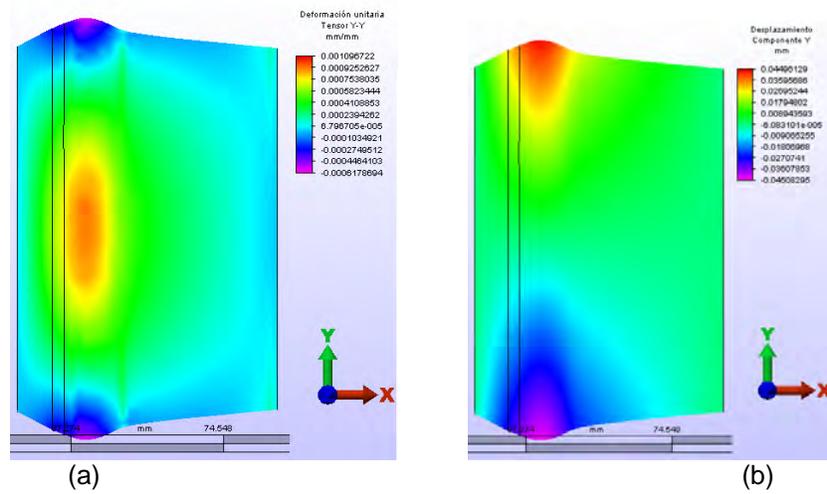


Figura 4.17 Resultados simulación presión interna modelo MNC3-PI-DI-SF; deformaciones componente vertical ϵ_{yy} (a), desplazamientos componente “y” (b).

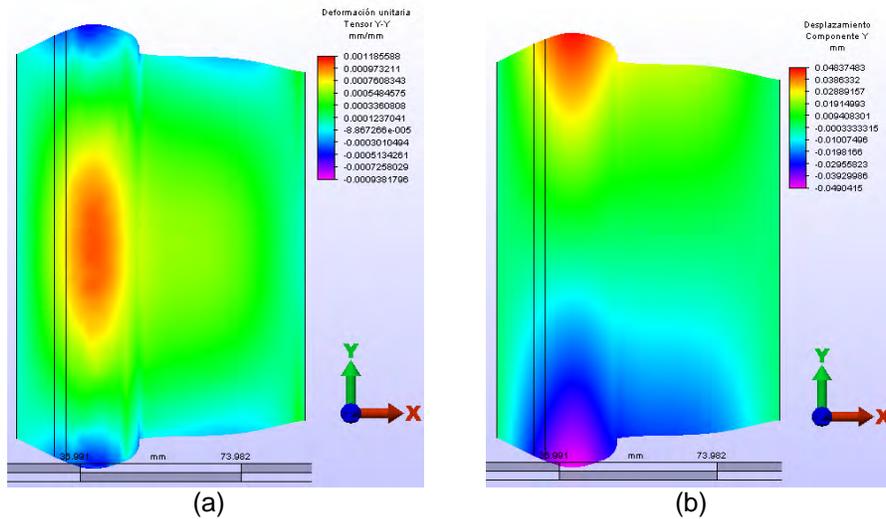


Figura 4.18 Resultados simulación presión interna modelo MNC4-PI-DI-CF; deformaciones componente vertical ϵ_{yy} (a), desplazamientos componente “y” (b).

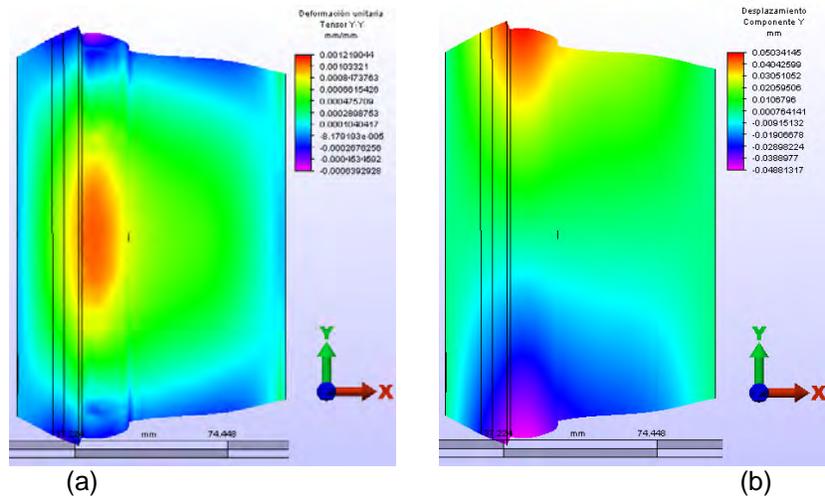


Figura 4.19 Resultados simulación presión interna modelo MNC5-PI-DE-CF; deformaciones componente vertical ϵ_{yy} (a), desplazamientos componente “y” (b).

Tabla 4.2 Resultados de las simulaciones a modelos tipo campana (presión interna 30 psi y presión en la zona del empaque de 100 psi)

Modelo	Deformaciones en la posición del extensómetro E1	Deformaciones posición extensómetro E2	Deformaciones posición extensómetro E3	Desplazamiento en el extremo libre de la campana en mm
MNC1-PI-00-CF	0.00074	0.00063	0.000295	0.0105
MNC2-PI-DE-SF	0.00105	0.00081	0.000241	0.0029
MNC3-PI-DI-SF	0.00096	0.00075	0.000154	-0.00011
MNC4-PI-DI-CF	0.00097	0.00080	0.000123	-0.0031
MNC5-PI-DE-CF	0.00103	0.00084	0.000092	-0.00303

4.2 Análisis de resultados y discusión

Como se puede ver en los resultados mostrados en la sección anterior, existen una serie de aspectos en los que los se observan coincidencias entre los resultados numéricos y los experimentales pero también se observan algunas discrepancias que deben ser precisadas.

4.2.1 Distribución de deformaciones a lo largo del eje del tubo

En las **Figuras 4.3** a la **4.14** y en las **Figuras 4.15** a la **4.19**, las cuales muestran los valores de deformación tangencial tanto medidos como calculados de cada campana ensayada se puede apreciar claramente que, en general, la deformación más alta se registra en los puntos cercanos a la transición campana-tubo en todos los casos. Asimismo se observa que los valores de deformación disminuyen al alejarse de dicha transición hacia el extremo libre en todas las campanas. Es importante mencionar que los valores experimentales de deformación tomados como referencia son aquellos correspondientes a la máxima presión aplicada (30 Psi).

Es evidente que en las pruebas experimentales realizadas a la misma campana, definidas como **Prueba 1 pi** a la **4 pi**, los valores de deformación registrados difieren entre sí debido a que, como se mencionó oportunamente, dichas pruebas fueron realizadas bajo diferentes condiciones de montaje y empleando tres tipos diferentes de empaques. No obstante, es claro que la variación de la deformación sigue el mismo patrón en todos los casos; las deformaciones disminuyen en los puntos más alejados de la transición campana-tubo. Como se mencionó en el **Capítulo II**, uno de los objetivos del estudio fue determinar los parámetros de la hermeticidad en las juntas entre los cuales se identificaron, la geometría de la campana y las dimensiones del empaque. Asimismo, en dicho capítulo se mencionó la afectación del cambio de sección campana-tubo, cuyo efecto puede ser interpretado como una restricción de desplazamiento como el presentado en el problema analítico de referencia “*tubería presurizada con bridas rígidas en sus extremos*” [22]. Se puede observar que el comportamiento que se describe en dicho problema es similar al que se presentó en los modelos ensayados, sin embargo, cabe mencionar que la restricción de no desplazamiento definida en el problema analítico no se presentó en los modelos ensayados.

Es importante destacar que la magnitud de las deformaciones en la región cercana a la transición campana-tubo es en general más alta, tanto en las pruebas experimentales como en las simulaciones, en aquellas campanas desbastadas interna o externamente, comportamiento que se puede asociar a que la sección transversal en dichos casos es menor. Como se vio en el problema de “*cascarón cilíndrico sometido a presión interna*” [22] descrito en el **Capítulo II**, la variación del diámetro y del espesor de la pared tiene afectación directa en el esfuerzo tangencial σ_θ y por consiguiente en la deformación correspondiente.

Asimismo, en el grupo de muestras desbastadas, se aprecia claramente que las deformaciones en la región del extremo libre de la campana son más pequeñas en comparación con las registradas en la campana de sección constante (C1-PVC-00-CF experimental y/o MNC1-PI-00-CF numérico). De hecho los resultados numéricos muestran claramente que los valores de deformación son cercanos a cero para las campanas desbastadas e incluso en el caso de la campana MNC5-PI-DE-CF dichos valores se tornan negativos, lo cual puede interpretarse como un efecto de cierre de dichas campanas en su extremo libre. Como se discutirá posteriormente, dicho efecto se hace evidente en el análisis de los desplazamientos. En este punto es importante destacar que, en las pruebas experimentales, los valores negativos registrados son numéricamente mayores a los que muestra la simulación correspondiente lo cual está asociado a ciertos efectos de inserción de la campana y montaje de la muestra, los cuales serán discutidos posteriormente. Dichos valores presentan un corrimiento descendente debido a que el instrumento de medición fue calibrado a cero, después de la inserción y montaje de la muestra en todos los casos de prueba.

En realidad, como se puede apreciar en las curvas experimentales mostradas en las **Figuras 4.3** a la **4.14** obtenidas bajo las diversas condiciones de montaje, las deformaciones en cada extensómetro instalado cambian conforme se incrementa la presión. Asimismo, en dichas gráficas se puede observar que en todos los casos, a valores pequeños de presión, la deformación presenta un comportamiento poco uniforme mientras que a valores mayores de presión tienden a estabilizarse y cierta proporcionalidad se presenta. Este comportamiento es particularmente crítico en las pruebas experimentales definidas como **Prueba 4 pi** que corresponden con aquellas en las cuales se empleo un empaque de mayor sección y la fijación de la muestra se realizó empleando una herramienta de “apriete”. Por otro lado, en las curvas correspondientes a las pruebas en las cuales no se empleó dicha herramienta, el comportamiento tiende a ser más uniforme a valores de presión bajos.

Como se mencionó anteriormente, se presentaron una serie de dispersiones entre los valores medidos y los numéricos las cuales fueron explicadas mediante la evaluación de los factores encontrados que influyeron en los experimentos. Dichos factores fueron:

- a) La inserción de la campana en la espiga
- b) El montaje y fijación de la muestra en el banco de pruebas
- c) Cierta efecto de disminución de la presión del empaque sobre la campana así como un deslizamiento de la campana respecto a la espiga, a valores de presión elevados.

A continuación se describe de manera general, la forma en que fueron evaluados dichos aspectos.

En las **Figuras 4.20** a la **4.22** se muestran los valores de deformación registrados en cada uno de los extensómetros colocados en las campanas durante la inserción de la espiga y el montaje en el banco de prueba. Los tres valores que se muestran, corresponden con: la deformación al insertar la campana, al montarla en el banco de prueba ajustando las placas de sujeción manualmente y a un ajuste de las placas empleando una herramienta de “apriete”.

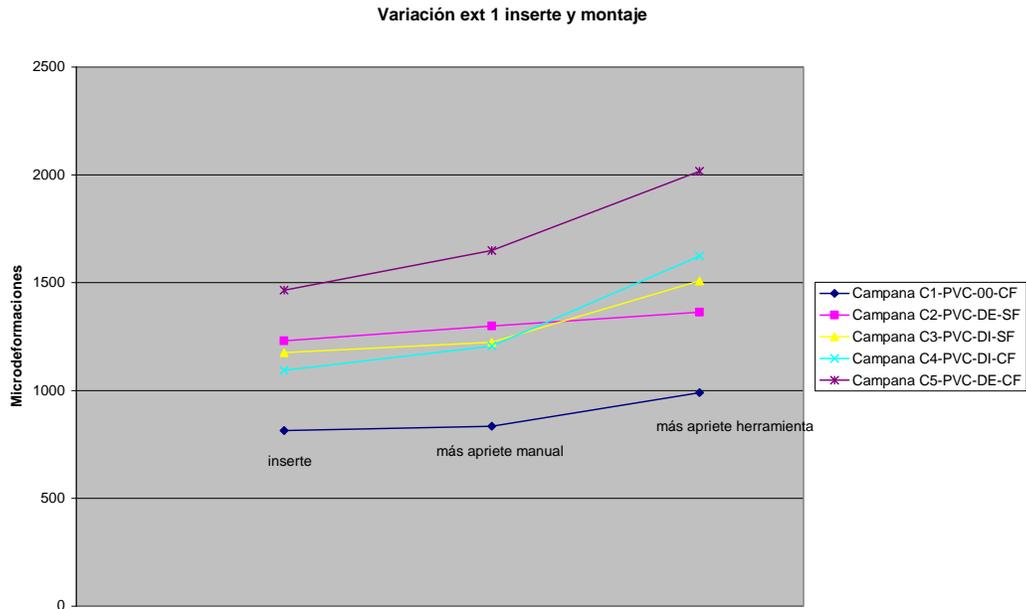


Figura 4.20 Deformaciones registradas en el extensómetro 1 durante la inserción y el montaje para cada campana.

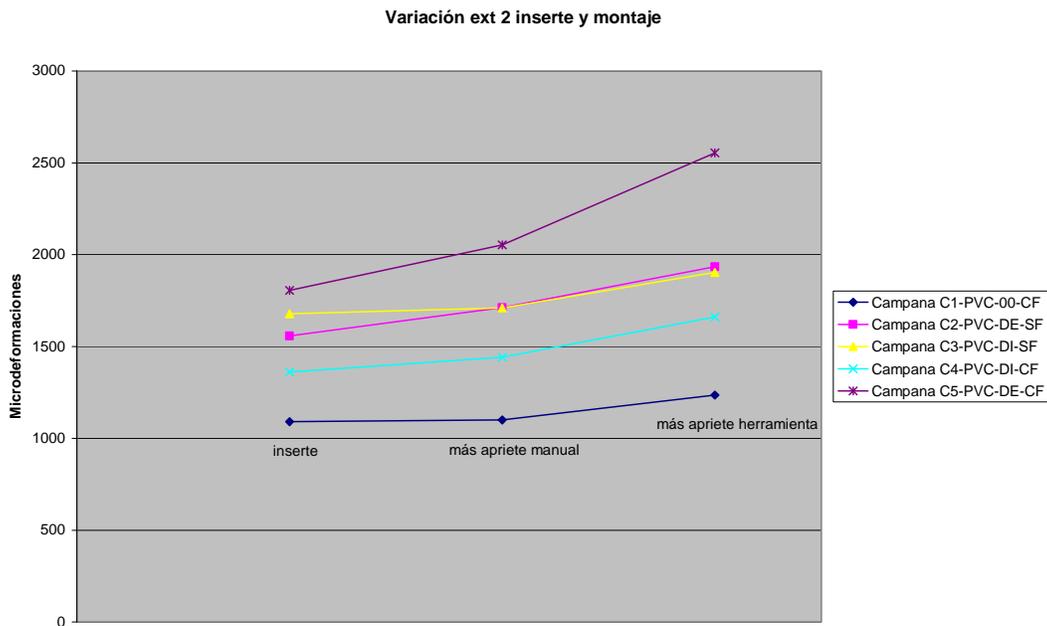


Figura 4.21 Deformaciones registradas en el extensómetro 2 durante la inserción y el montaje para cada campana.

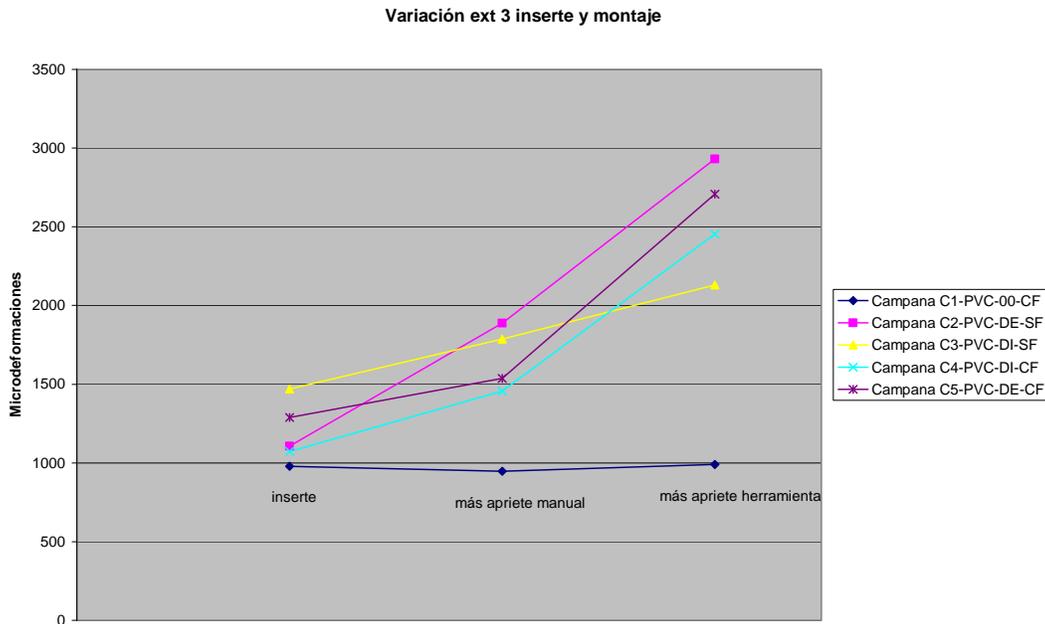


Figura 4.22 Deformaciones registradas en el extensómetro 3 durante la inserción y el montaje para cada campana.

Como se puede ver en las gráficas de las **Figuras 4.20** a la **4.22** en todos los casos, es decir, todas las campanas y todos los extensómetros, se presentan deformaciones positivas durante el proceso de inserción y montaje, y en particular las deformaciones se incrementan considerablemente cuando se ajusta la muestra con la herramienta. Destaca también el hecho de que el extensómetro 3 de la campana C1-PVC-00-CF, aunque presenta una deformación positiva al ser insertada la espiga, se mantiene prácticamente constante al montarla en el banco de pruebas aún después de ser ajusta con la herramienta. En contraposición a lo anterior, se observó en el resto de las campanas que el mismo extensómetro 3 es el que mayores incrementos de deformación presenta al ajustar la campana con la herramienta. Los efectos de inserción y montaje descritos anteriormente resultan de suma importancia para la interpretación de los resultados obtenidos en las pruebas experimentales debido a que los valores presentados en las **Figuras 4.3** a la **4.14** deben ser trasladados sobre el eje vertical ya que dichas mediciones fueron realizadas sin considerar tal efecto.

En la **Simulación 1 pi** realizada a cada uno de los modelos de campana se consideró que la función del empaque era solamente limitar la zona de acción de la presión a la que se sometió la junta y por lo tanto que no tenía gran influencia sobre las deformaciones inducidas en la campana, por lo que se asignó una presión relativamente baja en la región donde actuaría el empaque. Sin embargo, la medición de las deformaciones asociadas a la inserción, presentadas en las **Figuras 4.20** a la **4.22**, muestran claramente que la presión que genera el empaque sobre la campana es mucho mayor a la estimada en las **Simulación 1 pi** e incluso, las deformaciones inducidas por éste son mucho mayores que las

que se inducen al aplicar la presión en el interior del conjunto espiga-campana. En las **Figura 4.23** a la **4.25** se muestran las simulaciones calculadas para las campas MNC1-PI-00-CF, MNC4-PI-DI-CF y MNC5-PI-DE-CF, las cuales fueron realizadas considerando una presión generada por el empaque de magnitud tal que se inducen deformaciones del mismo orden que las que se midieron en las pruebas de inserción. En dichas figuras se aprecia que los valores de deformación, incrementan respecto a los obtenidos originalmente, sin embargo se mantienen las mismas tendencias mencionadas anteriormente, es decir la distribución de las deformaciones es mayor en la región cercana a la transición campana-tubo y van disminuyendo en la dirección contraria siendo las menores las del extremo libre de la campana. Destaca el hecho de que en la campana MNC1-PI-00-CF la máxima deformación se presenta en la zona cercana al empaque. El efecto que el empaque tiene sobre la campana puede relacionarse con el problema analítico de referencia “*tubería larga de pared delgada sometida a compresión radial uniforme*” ya que, a pesar de presentarse condiciones distintas, se puede considerar que el empaque genera una carga perimetral localizada como la descrita en dicho problema [22].

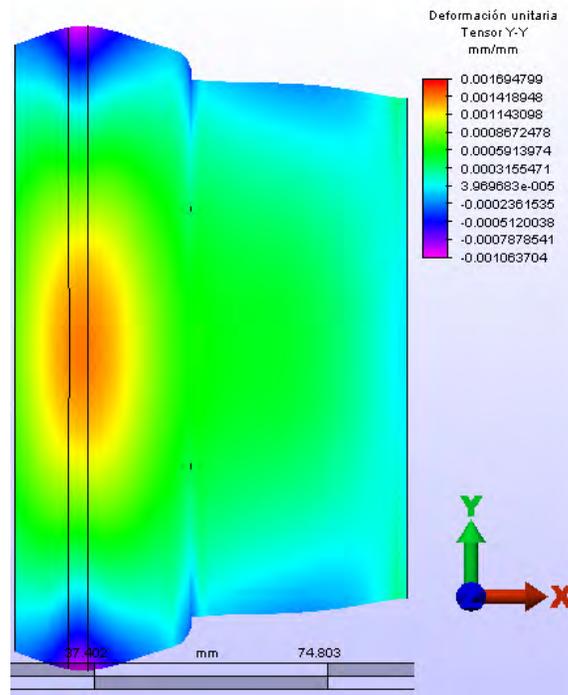


Figura 4.23 Resultados de deformación componente vertical ϵ_{yy} de la simulación del modelo MNC1-PI-00-CF con una presión del empaque de 2.586 N/mm^2 (375 Psi) y presión interna de 0.2069 N/mm^2 (30 Psi)

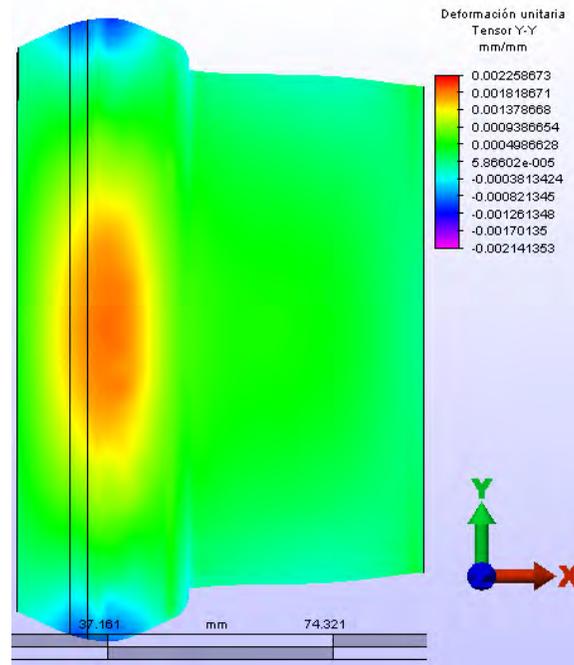


Figura 4.24 Resultados de deformación componente vertical ϵ_{yy} de la simulación del modelo MNC4-PI-DI-CF con una presión del empaque de 2.586 N/mm^2 (375 Psi) y presión interna de $0.2069 \cdot 2.586 \text{ N/mm}^2$ (30 Psi)

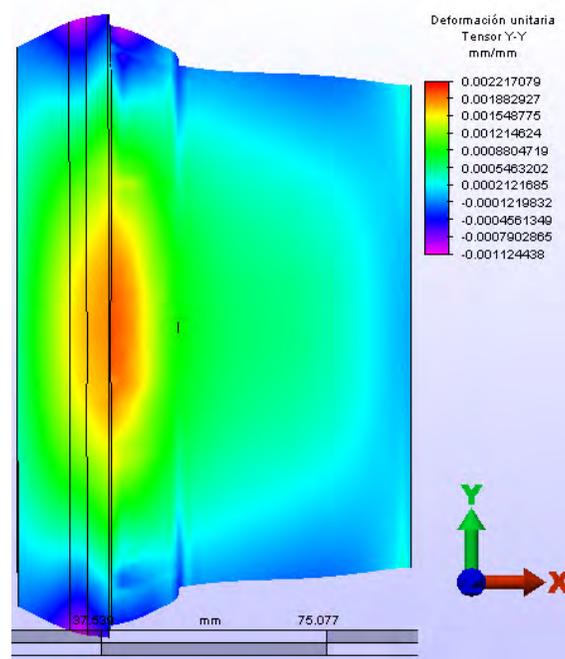
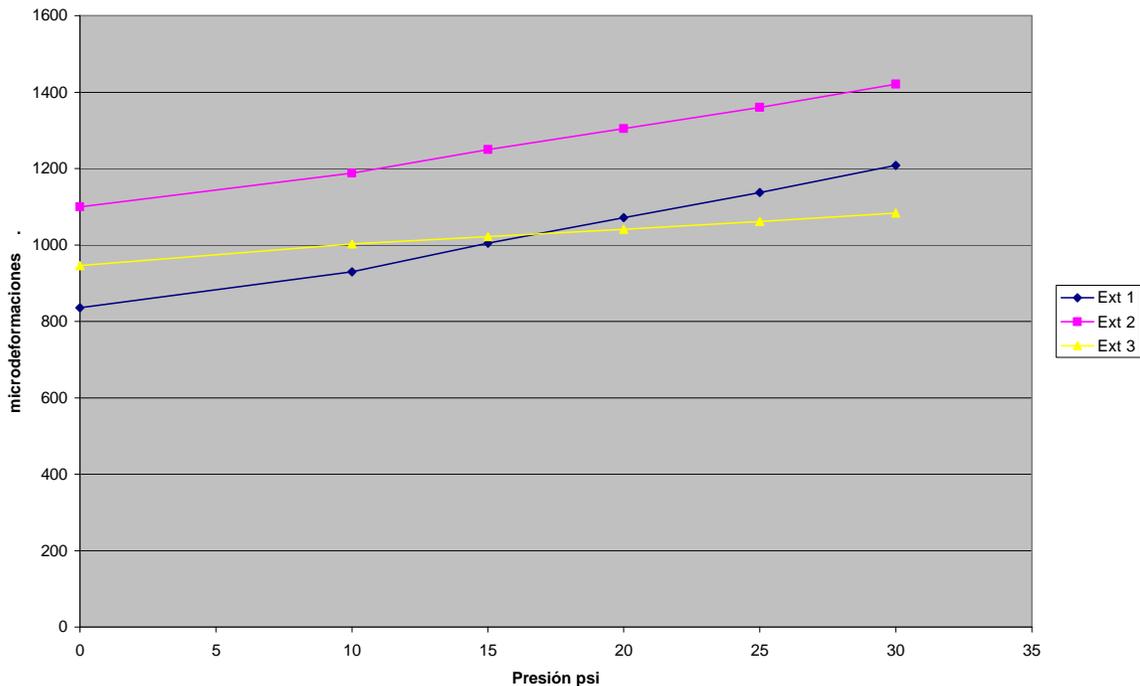
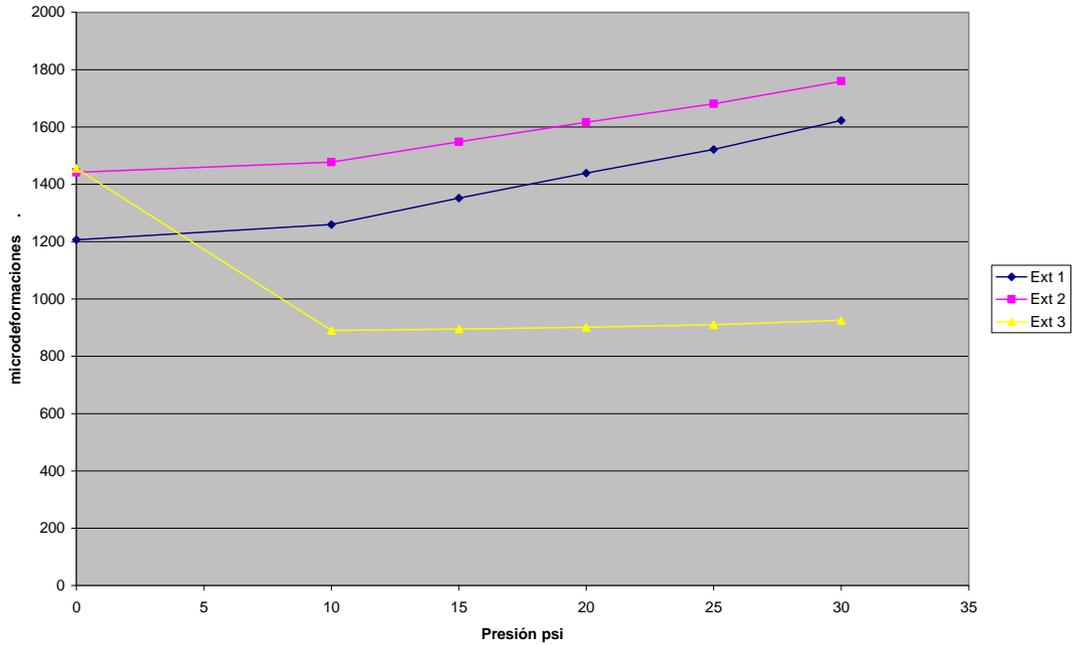


Figura 4.25 Resultados de deformación componente vertical ϵ_{yy} de la simulación del modelo MNC5-PI-DE-CF con una presión del empaque de 2.586 N/mm^2 (375 Psi) y presión interna de $0.2069 \cdot 2.586 \text{ N/mm}^2$ (30 Psi)

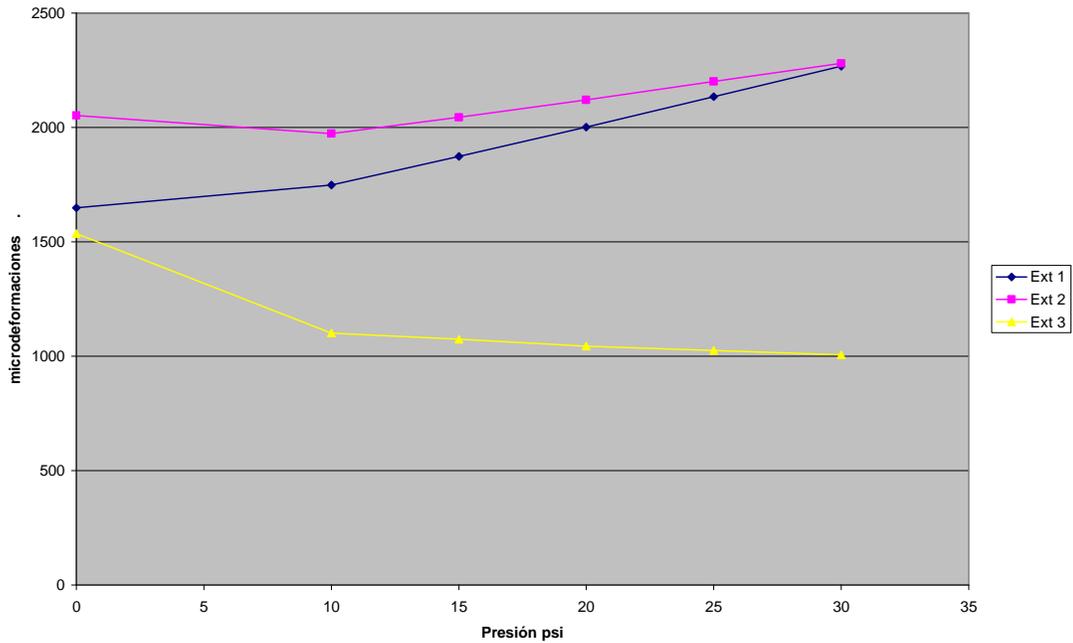
En las **Figuras 4.26** a la **4.28** se muestran las gráficas microdeformaciones-presión correspondientes a las campanas C1-PVC-00-CF, C4-PVC-DI-CF y C5-PVC-DE-CF con el empaque de mayor sección ajustadas manualmente, a las cuales se les sumó los valores de deformación obtenidos en las pruebas de inserción y montaje antes mencionadas. En dichas gráficas se aprecia que los valores de deformación obtenidos a la presión de 30 Psi se aproximan más a los arrojados por la simulación correspondiente que se muestra en las **Figuras 4.23** a la **4.25**. En realidad, los resultados experimentales no corresponden de manera exacta con los numéricos debido a que existen factores inherentes a las pruebas que no pudieron ser definidos en las simulaciones correspondientes. En particular, como se mencionó anteriormente, se detectaron dos condiciones concretas; a) cierta disminución del contacto entre el empaque y la campana al incrementar la presión interna y b) un desplazamiento de la posición original de la campana sobre el empaque originado por el efecto de apertura que se genera por la componente axial de la presión sobre el dispositivo de prueba.



4.26 Gráfica microdeformación-presión ajustada con los valores de inserción y montaje de la campana C1-PVC-00-CF



4.27 Gráfica micodeformación-presión ajustada con los valores de inserción y montaje de la campana C4-PVC-DI-CF



4.28 Gráfica micodeformación-presión ajustada con los valores de inserción y montaje de la campana C5-PVC-DE-CF

Por otro lado, es importante destacar que el extensómetro 3 de la campana C5-PVC-DE-CF, en los casos de **Prueba 2 pi**, **Prueba 3 pi** y **Prueba 4 pi**, presenta una disminución gradual de la deformación conforme se incrementa la presión aplicada.

Este efecto se puede apreciar en las animaciones del modelo numérico correspondiente, y puede ser interpretado como una consecuencia de la aplicación sucesiva de cargas sobre la campana. Es decir, esto se puede relacionar con el hecho de que en realidad, al realizar el experimento la campana fue sometida primero a la carga del empaque y posteriormente a la presión interna. En la **Figura 4.29** se presentan las deformaciones de la campana MNC5-PI-DE-CF al ser sometida a las siguientes condiciones de carga:

- a) Sólo a la presión del empaque
- b) Sólo a la presión interna
- c) A ambas cargas.

Como se puede apreciar en la **Figura 4.29a**, las deformaciones debidas al empaque son positivas en toda la sección presentando valores máximos en la región del empaque. Asimismo, en la **Figura 4.29b** donde sólo se aplicó la presión interna, se aprecia que la distribución de las deformaciones cambia sustancialmente. La región donde se presentan las máximas deformaciones se desplaza hacia la zona de transición campana-tubo y en el extremo libre, las deformaciones toman valores negativos.

Finalmente, en la simulación donde se combinaron las dos cargas, la distribución de las deformaciones muestra que la zona de máxima deformación se desplaza ligeramente hacia la zona del empaque y nuevamente la deformación disminuye hacia el extremo libre aunque en esta región presenta valores positivos (ver **Figura 4.29c**).

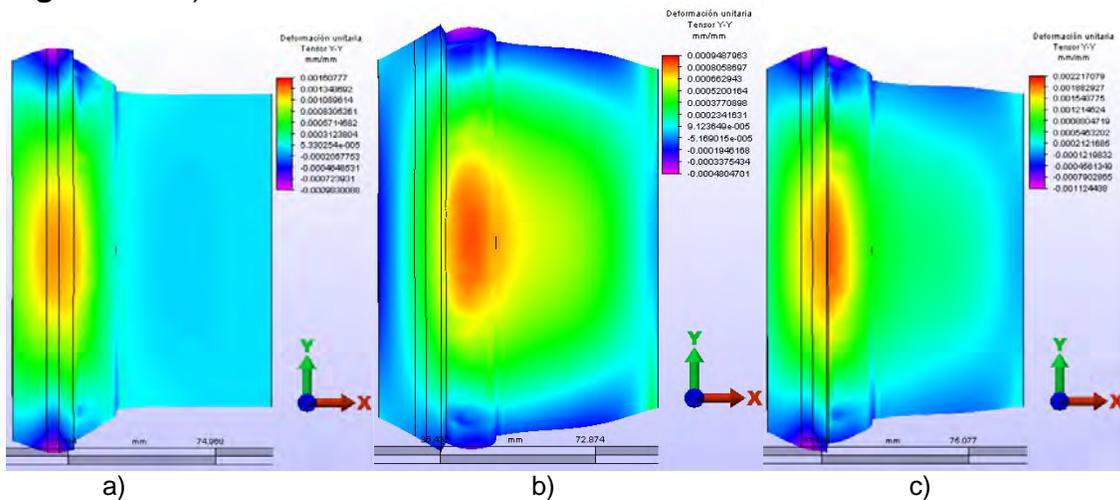


Figura 4.29 Deformaciones componente vertical ϵ_{yy} en la campana MNC5-PI-DE-CF; a) Sólo presión en la región del empaque (375 PSI) , b) Sólo presión interna (30 Psi), c) Ambas cargas.

Estos resultados indican que por un lado, el empaque induce una apertura del extremo libre de la campana mientras que, la presión interna genera un efecto contrario.

Cabe destacar que dicho efecto no se aprecia en la campana MNC1-PI-00-CF, la cual se simuló bajo las mismas condiciones, por lo que tal efecto está asociado al desbaste y al filete de la transición campana-tubo aplicados a la campana MNC5-PI-DE-CF. Este mismo efecto se presentó en menor medida en el resto de las campanas y se puede apreciar en la **Tabla 4.3**.

Tabla 4.3 Deformaciones tangenciales en campanas con distintas condiciones de carga (en la posición de los extensómetros de las probetas experimentales)

Sólo presión empaque (375 psi)			
Campana	Ext. 1 micro-def	Ext. 2 micro-def	Ext. 3 micro-def
MNC1-PI-00-CF	1000	1100	927
MNC5-PI-DE-SF	1028	1288	768
MNC5-PI-DI-SF	1057	1300	800
MNC4-PI-DI-CF	1100	1500	800
MNC5-PI-DE-CF	1150	1350	830
Sólo presión interna (30 psi)			
Campana	Ext. 1 micro-def	Ext. 2 micro-def	Ext. 3 micro-def
MNC1-PI-00-CF	420	267	0
MNC5-PI-DE-SF	700	420	-100
MNC5-PI-DI-SF	650	350	-90
MNC4-PI-DI-CF	750	450	-80
MNC5-PI-DE-CF	800	500	-120
Presión interna 30 (psi) y empaque (375 psi)			
Campana	Ext. 1 micro-def	Ext. 2 micro-def	Ext. 3 micro-def
MNC1-PI-00-CF	1250	1500	850
MNC5-PI-DE-SF	2000	1590	748
MNC5-PI-DI-SF	1434	1500	750
MNC4-PI-DI-CF	1800	1550	500
MNC5-PI-DE-CF	2000	1650	400

4.2.2 Análisis de desplazamiento

Como se mencionó anteriormente, el comportamiento mostrado en la campana C5-PVC-DE-CF (MNC5-PI-DE-CF modelo numérico) indica que al aplicar la presión interna se presenta cierto efecto de cierre en el extremo libre de la misma. Este efecto es muy favorable para mejorar la hermeticidad del sistema ya que contribuye a mantener el contacto entre el empaque y la campana al incrementar la presión interna. En contraste, las pruebas realizadas a la campana C1-PVC-00-CF (MNC1-PI-00-CF modelo numérico) muestran claramente que, al aumentar la presión interna, la deformación en el extremo libre de la campana incrementa progresivamente, es razonable suponer que en algún momento se presentará una pérdida de contacto del empaque con la campana y en consecuencia habrá fuga.

Los efectos generados por las distintas geometrías de las campanas, así como por las condiciones de carga, tienen similitud, como ya se ha mencionado, con algunos problemas particulares del problema de “flexión en cilindros de pared delgada sometidos a cargas axisimétricas” presentados en el **Capítulo II**.

Como se recordará, las condiciones de carga en dichos problemas generan momentos y fuerzas de corte los cuales determinan las deformaciones (y desplazamientos) a lo largo de la tubería [22]. Estos efectos se presentan, en mayor o menor medida, en las campanas analizadas en este trabajo debido a que: a) en todas las campanas la distribución de la presión no es uniforme, b) la sección de las campanas no es constante, y c) existe un cambio de sección en la transición campana-tubo. El análisis de estos factores se realizará únicamente para las campanas definidas como C1-PVC-00-CF (MNC1-PI-00-CF modelo numérico) y C5-PVC-DE-CF (MNC5-PI-DE-CF modelo numérico) debido a que, la primera es un modelo de referencia, y la segunda presentó un comportamiento de cierre más evidente (efecto presente en el resto de las campanas desbastadas).

Para el caso de la campana C1-PVC-00-CF (MNC1-PI-00-CF modelo numérico), la variación en la distribución de la presión a lo largo de ésta debida a la presencia del empaque provoca que los esfuerzos tangenciales disminuyan progresivamente en la región donde no existe presión. Asimismo, debido a que la sección en esta campana es constante, los momentos que se presentan debido a la variación de la presión no son de magnitud suficiente para generar el efecto de cierre en el extremo libre de la campana. Al analizar la campana C5-PVC-DE-CF (MNC5-PI-DE-CF modelo numérico), se observó que debido al desbaste generado en ésta, la concentración de deformaciones es mayor en esta región lo que provoca mayores desplazamientos. Asimismo, el cambio de sección en la región de la campana genera deflexiones de magnitud suficiente para provocar el efecto de cierre en el extremo libre de la campana. Por otro lado, se observó que la presencia del filete en la zona de transición campana-tubo favorece a una mayor concentración de esfuerzos (deformaciones) en la región del desbaste, provocándose así, mayores desplazamientos en dicha región. Por último es importante mencionar que, como se ha visto, el empaque favorece el efecto apertura mencionado en la campana C1-PVC-00-CF (MNC1-PI-00-CF modelo numérico) y se opone al efecto de cierre descrito en las campanas desbastadas.

Los resultados mostrados hasta este punto, muestran la variación de la deformación en las campanas, sin embargo, los modelos numéricos desarrollados para simular los comportamientos correspondientes son capaces de simular los desplazamientos asociados. Analizar tales desplazamientos asociados a los patrones de deformación, permite apreciar con mayor precisión el efecto de cierre debido a la presión interna en la campana MNC5-PI-DE-CF así como el de apertura continua de la campana MNC1-PI-00-CF debida a la misma condición de carga. En la **Figuras 4.30** y **4.31** se muestran los resultados de las simulaciones para los desplazamientos obtenidos en los dos casos mencionados en las cuales se pueden apreciar los efectos de apertura y cierre mencionados (reflejado en un desplazamiento menor). Asimismo, en la **Tabla 4.4**, se presenta una relación de los desplazamientos en el extremo libre de la campana, correspondientes a todas las campanas estudiadas en el presente trabajo.

En dicha tabla se aprecia claramente que el efecto de cierre mencionado anteriormente no sólo se presenta en la campana MNC5-PI-DE-CF sin embargo, es en ésta donde dicho comportamiento es más evidente.

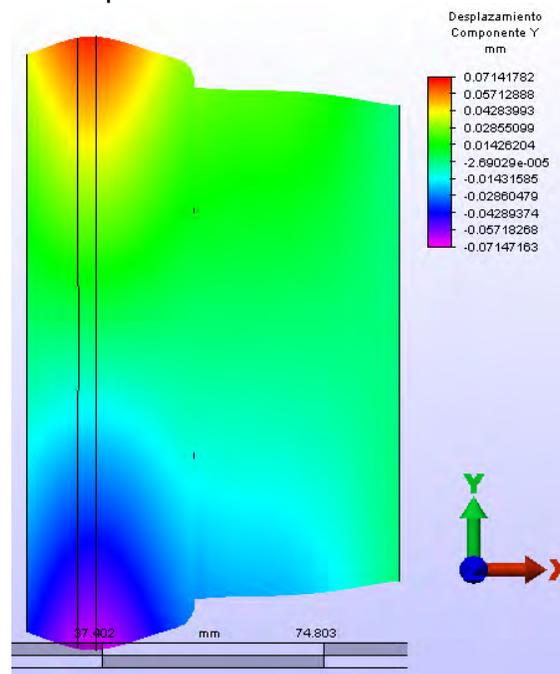


Figura 4.30 Desplazamientos componente “y” en el modelo MNC1-PI-00-CF simulada con: presión interna 30 Psi, y presión en la zona del empaque de 375 Psi

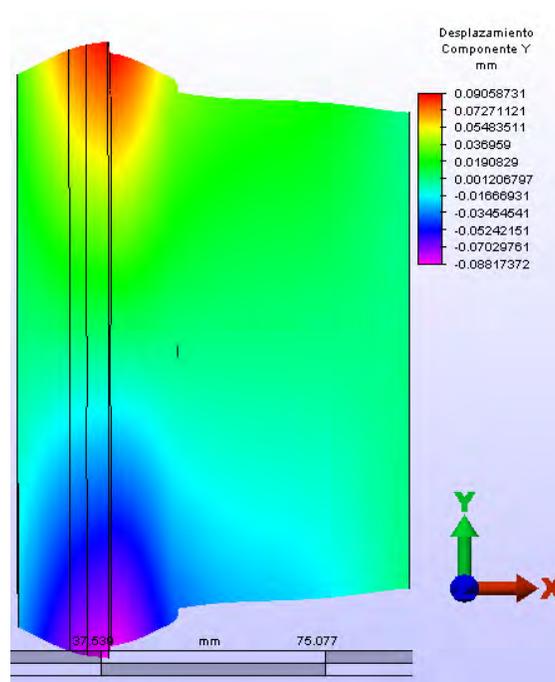


Figura 4.31 Desplazamientos componente “y” en el modelo MNC5-PI-DE-CF simulada con: presión interna 30 Psi, y presión en la zona del empaque de 375 Psi

Tabla 4.4 Desplazamientos componente “y” en el extremo libre de los modelos numéricos simulados con: presión interna 30 Psi, y presión en la zona del empaque de 375 Psi

Modelo	Desplazamiento en el borde del extremo libre en mm.
MNC1-PI-00-CF	0.0428
MNC2-PI-DE-SF	0.0331
MNC3-PI-DI-SF	0.0343
MNC4-PI-DI-CF	0.0250
MNC5-PI-DE-CF	0.0200

Como se puede ver en la **Figura 4.32**, la campana C5-PVC-DE-CF presenta una sección transversal no uniforme, ya que fue desbastada en la región cercana a la transición campana-tubo, y debido al filete de dicha transición se generó una disminución de la pared del tubo tal que se aprecia un escalón doble en la geometría de la campana. De acuerdo con los resultados obtenidos, dichas manipulaciones realizadas a la campana, son las responsables del comportamiento obtenido y constituyen una propuesta de rediseño de la campana que mejora la eficiencia de la junta en términos de hermeticidad. Como se indicó al inicio del presente trabajo, los objetivos del mismo fueron: la caracterización del comportamiento mecánico de las juntas durante las pruebas de presión interna y la elaboración de una propuesta de diseño que mejorara la eficiencia de las juntas tipo espiga-campa que se emplean actualmente en tuberías plásticas. Es claro que dichos objetivos fueron alcanzados aunque es importante mencionar que es recomendable continuar con estos estudios para evaluar la gama de campanas que actualmente emplean diversos fabricantes así como para implantar la propuesta desarrollada en el presente trabajo a nivel industrial.

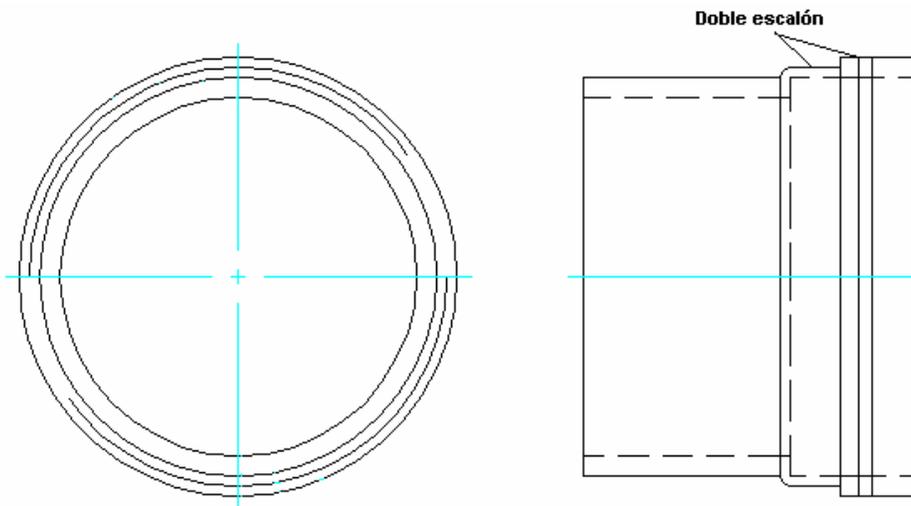


Figura 4.32 Geometría utilizada para el modelo numérico y en el método experimental definidas como MNC5-PI-DE-CF y C5-PVC-00-CF respectivamente.

Conclusiones

Los resultados obtenidos en el presente trabajo, condujeron a las siguientes conclusiones, las cuales pueden ser agrupadas en dos puntos centrales:

- Caracterización del comportamiento mecánico de la junta tipo espiga-campana sometida a presión interna.
- Propuesta de diseño de una campana que mejora las propiedades de hermeticidad de la junta.

En lo referente a la caracterización del comportamiento mecánico de la junta, se concluyó lo siguiente:

- a) Las cargas principales a las que se somete una junta tipo espiga-campana son: la presión perimetral ejercida por el empaque sobre la campana y la presión interna aplicada en una región de la campa acotada por el empaque.
- b) La carga que mayores deformaciones induce en la campana es la presión del empaque ya que son alrededor de tres veces las generadas por la presión interna.
- c) El ajuste de las juntas empleando herramientas de “apriete” en el banco de prueba, genera esfuerzos tangenciales ($\sigma_{\theta\theta}$) de magnitud considerable que pueden alterar los resultados de las pruebas de presión en las juntas.
- d) En los casos estudiados la magnitud de la presión perimetral localizada, que ejerce el empaque sobre la campana, es diez veces mayor que la presión interna e induce deflexiones en el extremo libre de la campana que promueven la fuga en la junta.
- e) En el caso de la campana con sección constante, la aplicación de la presión interna genera deflexiones que se suman a las inducidas por el empaque durante la inserción. En consecuencia, esta junta es la más propensa a presentar fuga.

Los puntos anteriores indican claramente que la función del empaque no se limita a generar un sello hermético por interferencia mecánica como se pensaba. Debido a lo anterior no se puede considerar que un empaque de mayor sección garantiza mayor hermeticidad. En realidad, el análisis presentado en este trabajo muestra que los parámetros de la hermeticidad de la junta son: 1) la magnitud de la sección transversal del empaque, 2) la geometría de la sección transversal de la campana y 3) la posición relativa del empaque respecto al extremo libre de la campana.

Por otro lado, en lo referente a la propuesta de diseño de una campana que mejora la hermeticidad de la junta se llegó a las siguientes conclusiones:

- a) Con excepción de la campana con sección transversal constante, los efectos de la presión interna se opusieron a los efectos inducidos por la presión del empaque. En particular, la campana C5-PVC-DE-CF (MNC5-PI-DE-CF numérico) presentó de manera más acentuada dicho efecto.
- b) En la simulación numérica practicada al modelo MNC5-PI-DE-CF bajo condiciones de presión interna únicamente, se aprecia claramente un efecto de cierre en el extremo libre al analizar los patrones de desplazamientos. Este efecto es el responsable de que las deformaciones inducidas por el empaque sean recuperadas al aplicar la presión interna.
- c) El efecto descrito en el inciso anterior se asocia al hecho de que la campana MNC5-PI-DE-CF presentó un desbaste externo en la región adyacente a la transición campana-tubo que resultó más eficiente que en los casos de las campanas en las que el desbaste fue en la pared interna.

En suma las características de la campana C5-PVC-DE-CF (MNC5-PI-DE-CF modelo numérico), la cual mostró un mejor comportamiento, fueron: la disminución localizada de la sección transversal así como un filete en la transición campana-tubo.

Perspectivas

Los resultados obtenidos en el presente estudio muestran claramente que el análisis de la hermeticidad en las campanas es un tema que no ha sido agotado. Asimismo, se recomienda implementar industrialmente las modificaciones propuestas en el presente trabajo en tuberías plásticas que se fabrican en México.

En particular se propone la realización de una serie de estudios que puedan contribuir a mejorar la hermeticidad de este tipo de juntas que, como se mencionó en varias ocasiones, resulta ser muy conveniente en la práctica. Algunos de los estudios que se sugieren son:

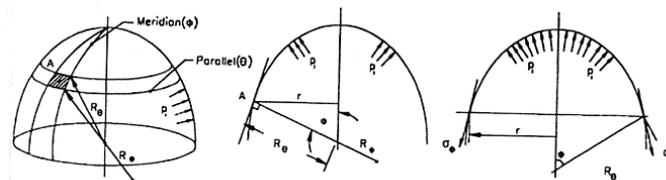
- a) La influencia de la variación de la longitud de la campana.
- b) La influencia de la rigidez de la campana y de la espiga.
- c) Análisis de la junta en condiciones de confinamiento

Apéndice A. Algunos problemas en cascarones elásticos

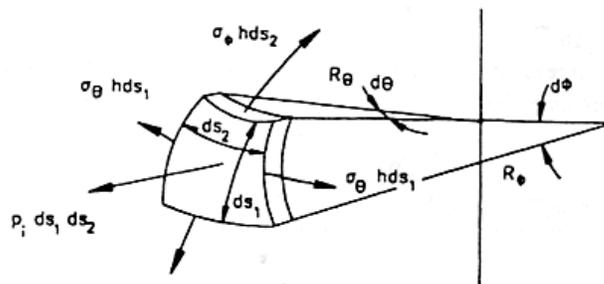
A.1 Esfuerzos de membrana en cascarones axisimétricos

Un cascarón axisimétrico es un sólido de revolución generado por la rotación de una curva continua (meridiano) alrededor de un eje de simetría. El espesor del cascarón, el cual es pequeño comparado con los radios de curvatura, es medido normal a la superficie media y puede ser constante o variable a lo largo del meridiano. Para este problema, la carga es considerada axisimétrica y por lo general, consiste de una componente normal a la superficie media (normalmente presiones externas o internas).

Tal es el caso de cascarones axisimétricos sometidos a presión uniforme, en el cual, no se consideran cambios abruptos en su espesor ni en sus radios de curvatura como se muestra en la **Figura A.1**. Asimismo, es importante mencionar que el esfuerzo normal a la superficie σ_r es despreciable en comparación con los esfuerzos tangenciales que se generan, por lo cual no es considerado en el análisis de este problema.



(a) Geometría y radios de curvatura



(b) Equilibrio estático

Figura A.1 Cascarón axisimétrico sometido a presión uniforme

El estudio de este caso parte de las ecuaciones de equilibrio de esfuerzo en el sistema de referencia mostrado en la figura anterior. Como puede observarse en este análisis no se consideran esfuerzos de corte, por lo que sólo se determinan dos componentes de esfuerzo normal σ_ϕ (esfuerzo meridional) σ_θ (esfuerzo de anillo). Las ecuaciones de equilibrio de esfuerzo se presentan a continuación:

$$\frac{\sigma_\phi}{R_\phi} + \frac{\sigma_\theta}{R_\theta} = \frac{P_i}{h} \quad (\text{A.1a})$$

$$\sigma_\phi = P_i \frac{r}{2h \cdot \text{sen}\phi} \quad (\text{A.1b})$$

A.1.1 Cascarón cilíndrico circular

Este es un caso particular del problema en cascarones axisimétricos sometidos a presión uniforme, por lo que su solución tiene base en éste. Al considerar un cascarón cilíndrico circular de radio r_m y longitud L sometido a presión interna, mostrado en la **Figura A.2**, y al hacer una analogía con la **Ecuación A.1b** se obtiene que:

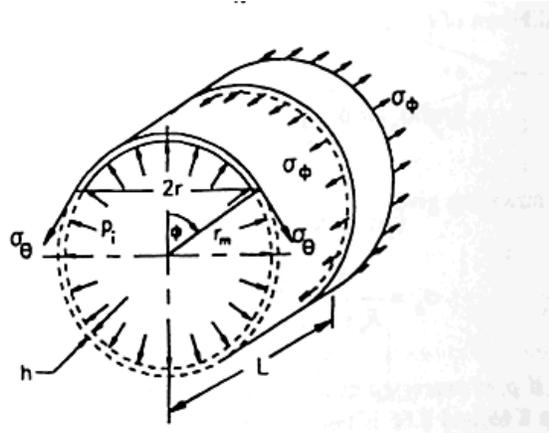


Figura A.2 Cascarón cilíndrico circular

$$\sigma_\phi = \frac{\pi \cdot r_m^2 \cdot P_i}{2h \cdot r_m \cdot h} = \frac{P_i \cdot r_m}{2h} \quad (\text{A.2a})$$

Y dado que en el caso del cilindro $R_\phi = \infty$ y $R_\theta = r_m$ de la **Ecuación A.1a** se obtiene que:

$$\sigma_\theta = \frac{P_i \cdot r_m}{h} \quad (\text{A.2b})$$

Para calcular el desplazamiento radial, se considera un comportamiento elástico lineal y se utiliza la ley de Hooke (en coordenadas cilíndricas), en la cual se sustituyen los valores de las **Ecuaciones A.2a y A.2b** de la siguiente manera:

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{u}{r} = \frac{1}{E}(\sigma_{\theta} - \nu\sigma_{\phi}) \quad (\text{A.3})$$

$$u = \frac{P_i r_m^2}{2Eh}(2 - \nu) \quad (\text{A.4})$$

Resultados similares son encontrados para el esfuerzo tangencial a la curvatura del cilindro (esfuerzo de anillo) utilizando coordenadas polares aplicadas a problemas planos de elasticidad, cuyo análisis no considera el esfuerzo tangencial a lo largo del cilindro L , y en donde la variación del esfuerzo normal a la superficie es despreciado de igual manera debido al espesor delgado [22]. Asimismo, en la literatura se pueden encontrar análisis más sencillos para calcular el esfuerzo tangencial en un anillo, los cuales presentan resultados similares a los presentados en el cilindro de pared delgada [23]. Es por lo anterior que estos análisis no serán desarrollados.

A.2 Flexión en cilindros de pared delgada sometidos a cargas axisimétricas

En cilindros de pared delgada sometidos a presión interna o externa, se puede presentar flexión localizada de la pared en secciones donde la pared está restringida lateralmente o cuando la distribución de presión es discontinua. Estas condiciones son comunes en contenedores de presión, en especial en sus extremos donde se colocan bridas o tapas, y también cuando se utilizan rigidizadores de anillo. En la siguiente figura se muestran casos donde esta teoría es aplicada.

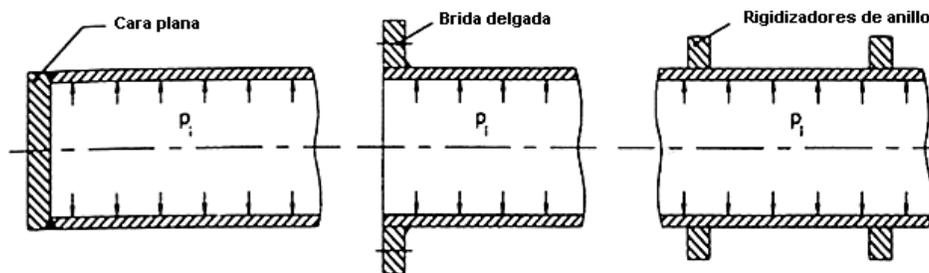


Figura A.3 Fuentes de flexión localizada en cilindros de pared delgada sometidos a presión interna

Se puede observar que como resultado de las condiciones mostradas en la **Figura A.3** se generaran momentos flexionantes y cortantes, por lo que el análisis para la presión interna descrito anteriormente no será considerado. La forma que adoptará el cilindro después de ser aplicada la carga, así como las resultantes de esfuerzo y el sistema de referencia se muestran en la **Figura A.4**. Asimismo en la **Figura A.5** se muestra el análisis de desplazamiento del cual parte la formulación del problema.

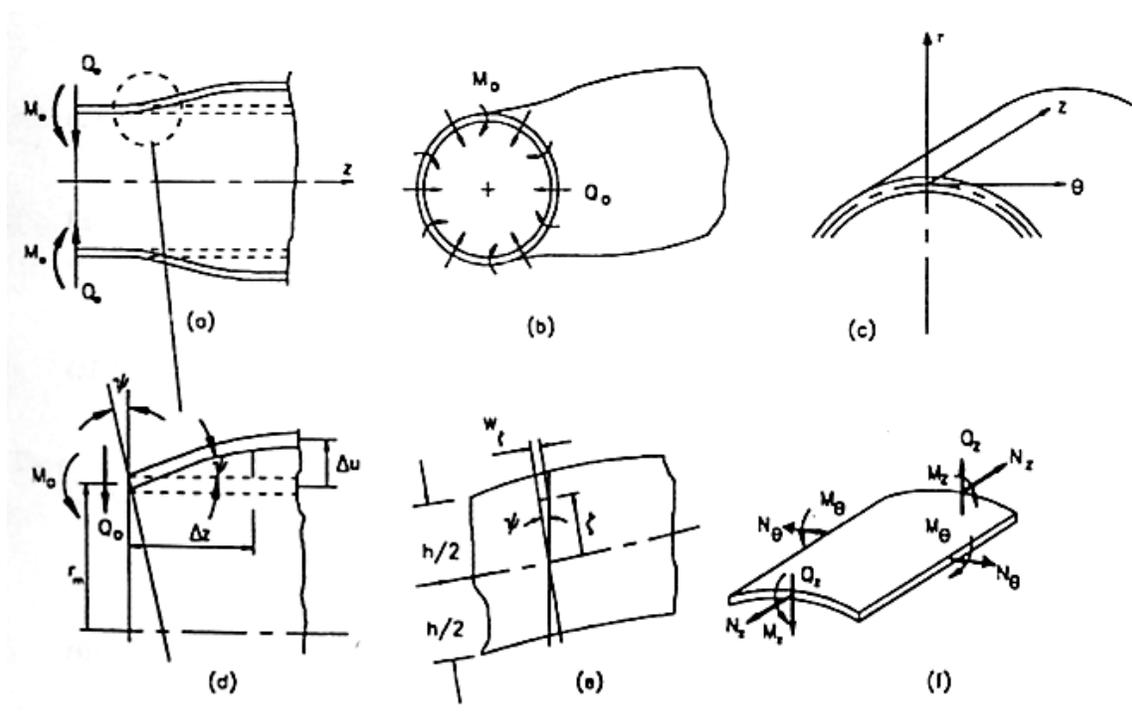


Figura A.4 Cargas de borde (a y b), ejes de referencia (c), desplazamientos (d y e) y resultantes de esfuerzos (f) en cilindros de pared delgada sometidos a flexión

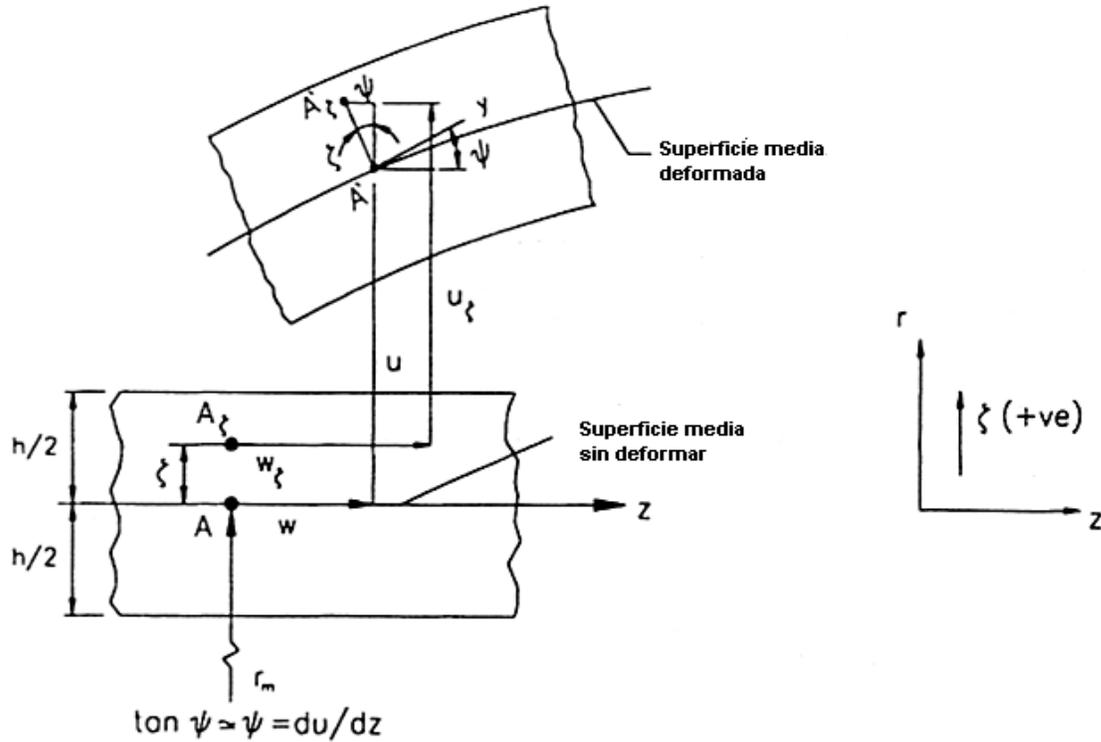


Figura A.5 Análisis detallado de desplazamientos en cilindros de pared delgada sometidos a flexión

Por simplicidad, en el estudio de este problema se utilizan coordenadas polares, con lo cual se obtienen las siguientes funciones para las deformaciones:

$$(\varepsilon_z)_\zeta = \frac{dw}{dz} - \frac{d^2u}{dz^2} \zeta \quad (A.5a)$$

$$(\varepsilon_\theta)_\zeta = \frac{u}{r_m + \zeta} \cong \frac{u}{r_m} \quad (A.5b)$$

Donde:

r_m = Radio medio

Este resultado parte del análisis de deformaciones y desplazamientos en coordenadas polares, así como de los parámetros mostrados en la **Figura A.5**. Considerando que el esfuerzo normal a la superficie es despreciable esto es $\sigma_r = 0$, de las relaciones esfuerzo-deformación para coordenadas polares y considerando que el esfuerzo resultante $N_z = 0$ se generan las siguientes funciones para los esfuerzos:

$$\sigma_z = -\frac{E}{1-\nu^2} \frac{d^2 u}{dz^2} \zeta \quad (\text{A.6a})$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} \left((1-\nu^2) \frac{u}{r_m} - \nu \frac{d^2 u}{dz^2} \zeta \right) \quad (\text{A.6b})$$

Es importante mencionar que el esfuerzo resultante N_z genera esfuerzos uniformes en la membrana, por lo que puede ser tratado por separado para después ser superpuesto su efecto a los esfuerzos de flexión. Al sustituir las **Ecuaciones A.6** en las ecuaciones de equilibrio de esfuerzo en coordenadas polares en ausencia de fuerzas de cuerpo (recordando que $\sigma_r = 0$), e integrando a través del espesor h se obtiene que:

$$\frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} - \frac{\sigma_\theta}{r_m} = 0$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} \left[\frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} - \frac{E}{(1-\nu^2)r_m} \left((1-\nu^2) \frac{u}{r_m} - \nu \frac{d^2 u}{dz^2} \zeta \right) \right] d\zeta = \frac{\partial Q_z}{\partial z} - \frac{Eh}{r_m} u = 0 \quad (\text{A.7})$$

Donde:

$$\int_{-h/2}^{h/2} \tau_{zr} d\zeta = Q_z$$

Por otro lado, se tienen ecuaciones que relacionan el desplazamiento u con el momento flexionante M_z y con el cortante Q_z de la siguiente manera:

$$M_z = -D \frac{d^2 u}{dz^2} \quad (\text{A.8})$$

$$Q_z = \frac{dM}{dz} = -D \frac{d^3 u}{dz^3} \quad (\text{A.9})$$

Donde D es la rigidez a la flexión del elemento y esta definido por:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

Este análisis forma parte del estudio de placas y cascarones, y es del tratado de placas que las **Ecuaciones A.8** y **A.9** son obtenidas. Para encontrar el desplazamiento u , se sustituye el valor de Q_z de la **Ecuación A.9** en la **Ecuación A.7** con lo que se obtiene la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + 4\beta^4 u = 0 \quad (\text{A.10})$$

Donde

$$\beta^4 = \frac{Eh}{4r_m D} = \frac{3(1-\nu^2)}{r_m^2 h^2}$$

La solución general para la **Ecuación A.10** consiste en dos términos y está dada por:

$$u = e^{-\beta z} (A \cdot \text{sen} \beta z + B \cdot \text{cos} \beta z) + e^{\beta z} (C \cdot \text{sen} \beta z + D \cdot \text{cos} \beta z) \quad (\text{A.11})$$

Donde A , B , C y D son constantes

El primer término de la ecuación decrece rápidamente conforme z aumenta, mientras que el segundo incrementa. Dado que el efecto de las cargas de borde es localizado, u debe aproximarse a cero conforme z se incrementa. Esto requiere que las constantes $C = D = 0$, por lo que las constantes A y B estarán determinadas por condiciones de frontera, por lo que la **Ecuación A.11** se reduce de la siguiente manera:

$$u = e^{-\beta z} (A \cdot \text{sen} \beta z + B \cdot \text{cos} \beta z) \quad (\text{A.12})$$

Por lo que el desplazamiento dado por la **Ecuación A.12** es generado por las cargas de borde únicamente.

Finalmente, las resultantes de esfuerzo (ver **Figura A.4f**) que actúan en el elemento tipo cascarón se expresan con ayuda de las **Ecuaciones A.6**, y considerando que en la teoría de placas el esfuerzo resultante se obtiene de integrar los esfuerzos sobre el espesor constante de la placa [22,24,25], de la siguiente manera:

$$N_{\theta} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{\theta} d\zeta = \frac{Ehu}{r_m} \quad (\text{A.13a})$$

$$M_z = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_z \cdot \zeta \cdot d\zeta = -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \frac{d^2u}{dz^2} = -D \frac{d^2u}{dz^2} \quad (\text{A.13b})$$

$$M_{\theta} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{\theta} \cdot \zeta \cdot d\zeta = -\frac{\nu Eh^3}{12(1-\nu^2)} \frac{d^2u}{dz^2} = \nu M_z \quad (\text{A.13c})$$

$$Q_z = \frac{dM_z}{dz} = -D \frac{d^3u}{dz^3} \quad (\text{A.13d})$$

Esto da como resultado los componentes de esfuerzo debidos a la flexión en cualquier punto (ζ, z) dentro de la pared del cascarón, definidos por:

$$\sigma_z = \pm \frac{M_z}{h^3/12} \zeta \quad (\text{A.14a})$$

$$\sigma_{\theta} = \pm \frac{\nu M_z}{h^3/12} \zeta + \frac{Eu}{r_m} \quad (\text{A.14b})$$

Donde:

$$M_z = -D \frac{d^2u}{dz^2} = 2D\beta^2 e^{-\beta z} (A \cdot \cos \beta z - B \cdot \text{sen} \beta z)$$

Y el esfuerzo de corte promedio que actúa sobre el espesor está dado por:

$$\tau_{zr} = \frac{Q_z}{h} \quad (\text{A.15})$$

Debe notarse que el esfuerzo de anillo debido a la restricción lateral (**Ecuación A.14b**) consta de dos términos, el primero debido a la flexión el cual se distribuye linealmente a través de la sección, y el segundo es un esfuerzo uniforme en la membrana agregado.

A.2.1 Tubería larga presurizada con bridas rígidas en sus extremos

Habiendo definido el problema generalizado flexión de *cilindros de pared delgada sometidos a cargas axisimétricas*, se puede hablar ahora de algunos casos particulares. El primer caso es el de una *tubería larga presurizada con bridas rígidas en sus extremos*, el cual se define como “larga” cuando $L > 2\pi/\beta$ y se muestra en la **Figura A.6**.

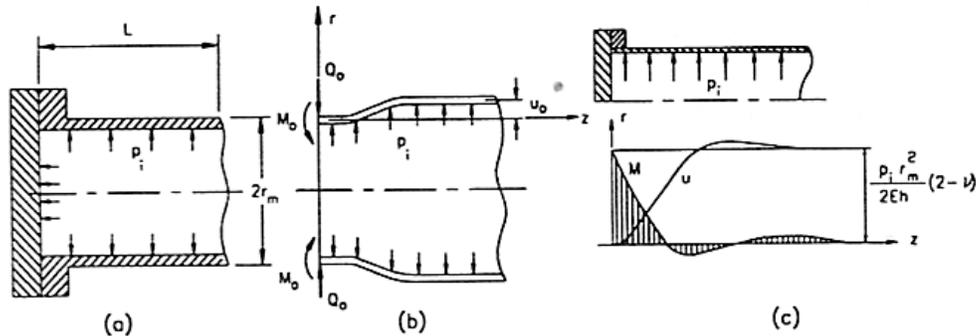


Figura A.6 Tubería larga presurizada con bridas rígidas en sus extremos, (b) resultantes de esfuerzos y (c) distribución del desplazamiento y de momentos a lo largo de la tubería

En éste, la brida previene que la tubería se expanda radialmente por efecto de la presión interna p_i , lo cual provoca reacciones localizadas Q_0 y M_0 [22,24,25]. Estas últimas, como se puede ver en la figura anterior, se distribuyen de manera uniforme en la circunferencia en la sección que está restringida. Asimismo, en esta sección, el desplazamiento, como es de esperarse, es *cero*. En otras palabras, la suma de desplazamientos debidos a la presión interna y a la presión localizada (obtenidos anteriormente) debe ser *cero* en $z=0$.

$$u_c + u_0 = \frac{P_i r_m^2}{Eh} + e^{-\beta z} (A \cdot \sin \beta z + B \cdot \cos \beta z) = \frac{P_i r_m^2}{Eh} + B = 0 \quad (A.16)$$

Donde

u_c = Desplazamiento debido a la presión interna omitiendo el esfuerzo tangencial a lo largo del eje, el cual se considerará después por superposición

u_0 = Desplazamiento debido a la presión localizada evaluado en $z=0$

Con lo que se obtiene que:

$$B = -u_c = -\frac{P_i r_m^2}{Eh}$$

Y dado que en la restricción $z = 0$; $du/dz = 0$

$$A = B = -u_c = -\frac{p_i r_m^2}{Eh}$$

Sustituyendo estas condiciones en la **Ecuación A.12** se encuentra que el desplazamiento u está definido por:

$$u = -\frac{p_i r_m^2}{Eh} e^{-\beta z} (\sin \beta z + \cos \beta z) \quad (\text{A.17})$$

Con lo que el momento flexionante, de acuerdo con la **Ecuación A.8**, resulta:

$$M = -D \frac{d^2 u}{dz^2} = 2Du_c \beta^2 e^{-\beta z} (\cos \beta z - \sin \beta z) \quad (\text{A.18a})$$

Y es máximo en $z=0$

$$M_{\max} = M_0 = 2Du_c \beta^2 = \frac{p_i}{2\beta^2} \quad (\text{A.18b})$$

Para calcular el esfuerzo total se superponen los efectos de la presión interna y los efectos de la presión localizada, esto es sustituyendo el valor del momento M_0 de la **Ecuación A.18b** en la **Ecuación A.14a** (recordando que el valor máximo ocurre en $\zeta=h/2$) y sumando el valor del esfuerzo obtenido en la **Ecuación A.2a** (donde la dirección meridional Φ es denotada aquí por z) se encuentra el esfuerzo tangencial máximo a lo largo del eje de simetría, esto es:

$$(\sigma_z)_{\max} = \frac{6M_{\max}}{h^2} + \frac{p_i r_m}{2h} \quad (\text{A.19a})$$

Sustituyendo el valor de M_{\max} , así como los de D y β en la ecuación anterior, en $z = 0$ se obtiene que:

$$(\sigma_z)_{\max} = \frac{3}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \frac{p_i r_m}{h} + \frac{p_i r_m}{2h} \quad (\text{A.19b})$$

De igual manera se calcula el esfuerzo total del anillo superponiendo el efecto de la presión interna (**Ecuación A.14b**) evaluada en $\zeta=h/2$, y el generado por la presión interna (**Ecuación A.2b**) se obtiene:

$$(\sigma_\theta)_{\text{total}} = \frac{\nu 6M}{h^2} + \frac{Eu}{r_m} + \frac{p_i r_m}{h} \quad (\text{A.20a})$$

Evaluando en $z = 0$ donde el momento flexionante es máximo y donde el desplazamiento obtenido en la **Ecuación A.17** tiene un valor de $u = -p_i r_m^2 / Eh$

$$(\sigma_\theta)_{z=0} = \frac{\nu 6M_{\max}}{h^2} \quad (\text{A.20b})$$

Mientras que el valor máximo del esfuerzo de anillo ocurre lejos de la brida, en otras palabras, es el mismo que el calculado para la presión interna donde no existe la restricción de desplazamiento

$$(\sigma_\theta)_{\max} = \frac{p_i r_m}{h}$$

El cortante se calcula utilizando la **Ecuación A.9** y sustituyendo en esta el valor del momento flexionante de la **Ecuación A.18a** con lo que se obtiene que:

$$Q = -4Du_c \beta^3 e^{-\beta z} \cos \beta z \quad (\text{A.21a})$$

Cuyo valor es máximo en $z = 0$

$$Q_{\max} = Q_0 = -4Du_c \beta^3 \quad (\text{A.21b})$$

Con lo que se puede calcular el esfuerzo de corte definido por la **Ecuación A.15**. La distribución del desplazamiento y del momento flexionante a lo largo de la tubería mostrada en la **Figura A.6c** indica la naturaleza localizada de los esfuerzos que se generan en la pared de la tubería, por lo cual se puede ver que conforme z aumenta (alejamiento de la brida) el efecto que esta tiene se nulifica dejando solamente los efectos generados por la presión interna.

A.2.2 Tubería corta presurizada con bridas rígidas en sus extremos

Por otro lado, el problema se analiza de manera distinta cuando $L < 2\pi/\beta$, caso que se define como *tubería corta presurizada con bridas rígidas en sus extremos* y se muestra en la **Figura A.7**. En esta, a diferencia del problema de tubería larga, el efecto de los momentos flexionantes y de los cortantes generado por cada brida afecta a la otra. Para encontrar la solución a este problema se puede utilizar la **Ecuación general A.12** con las condiciones de frontera apropiadas con lo que se obtiene, después de manipulación algebraica [22,26], la solución para el momento flexionante en los elementos rígidos la cual es mostrada a continuación:

$$M_0 = \frac{p_i}{2\beta^2} \frac{\sinh \beta L - \sin \beta L}{\sinh \beta L + \sin \beta L} \quad (\text{A.22})$$

La ecuación anterior nos permite calcular los esfuerzos y el momento cortante de la misma manera que se calcularon cuando la tubería se consideraba larga.

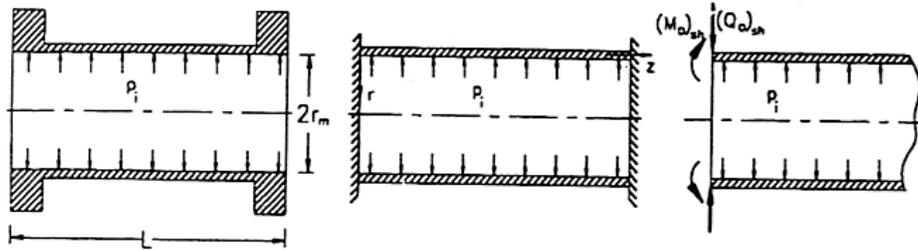


Figura A.7 Tubería corta presurizada con bridas rígidas en sus extremos

A.2.3 Tubería larga de pared delgada sometida a compresión radial uniforme a lo largo de una sección circular en su distancia media

Otro caso particular se puede encontrar en la literatura, el cual es nombrado como *tubería larga de pared delgada sometida a compresión radial uniforme a lo largo de una sección circular en su distancia media*, y se muestra en la **Figura A.8**. En esta se considera una fuerza por unidad de longitud P , condición que equivale a someter al elemento a una carga de borde $P/2$ y a un momento M_0 por unidad de longitud de circunferencia.

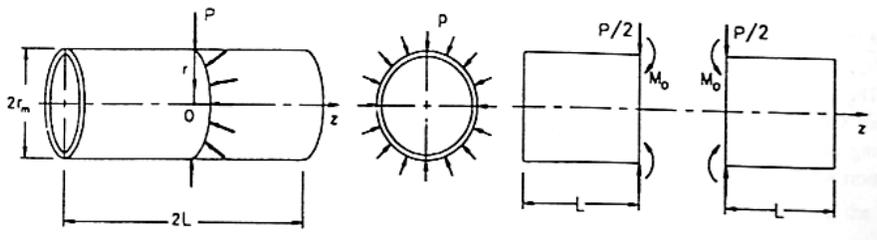


Figura A.8 Tubería larga de pared delgada sometida a compresión radial uniforme a lo largo de una sección circular en su distancia media; (a) Diagrama de carga, (b) Resultante de esfuerzo en 0

Para obtener la solución de este caso particular, se utiliza de nueva cuenta la **Ecuación general para el desplazamiento A.12**, en la cual se aplican las condiciones de frontera para calcular los valores de las constantes A y B , de la siguiente manera:

$$\text{En } z = 0: Q = \frac{P}{2} \text{ y } \psi = \frac{du}{dz} = 0$$

Donde

$$\frac{du}{dz} = e^{-\beta z} [A(\cos \beta z - \sin \beta z) - B(\cos \beta z + \sin \beta z)] \quad (\text{A.23})$$

Evaluado en $z = 0$ se obtiene:

$$\frac{du}{dz} = \beta(A - B) = 0$$

\therefore

$$A = B$$

Y el desplazamiento queda definido por:

$$u = Ae^{-\beta z} (\sen \beta z + \cos \beta z) \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{du}{dz} = -2A\beta e^{-\beta z} \sen \beta z \quad (\text{A.25})$$

De la **Ecuación A.13d** vista anteriormente y evaluando en $z = 0$; $Q = P/2$, se obtiene el valor de A:

$$Q = -D \frac{d^3 u}{dz^3} = -D \cdot 4A\beta^3 e^{-\beta z} \cos \beta z$$

$$\text{en } z = 0 : Q = \frac{P}{2}$$

$$\frac{P}{2} = -4DA\beta^3$$

\therefore

$$A = -\frac{P}{8D\beta^3}$$

Por lo que el desplazamiento y el momento flexionante se definen respectivamente de la siguiente manera:

$$u = -\frac{P}{8D\beta^3} e^{-\beta z} (\text{sen}\beta z + \text{cos}\beta z) \quad (\text{A.26})$$

Y

$$M = -D \frac{d^2 u}{dz^2} = \frac{P}{4\beta} e^{-\beta z} (\text{cos}\beta z - \text{sen}\beta z) \quad (\text{A.27})$$

Como se puede observar, el desplazamiento máximo y el momento flexionante máximo ocurren en $z = 0$, esto es:

$$u_{\max} = -\frac{P}{8D\beta^3} \quad (\text{A.28})$$

$$M_{\max} = \frac{P}{4\beta} \quad (\text{A.29})$$

El desplazamiento y el momento flexionante decrecen rápidamente conforme se alejan del punto de aplicación de la fuerza en ambas direcciones, positiva y negativa, efecto similar al ocurrido en el problema de tubería larga presurizada con bridas rígidas en los extremos.

Los esfuerzos máximos por flexión en $z = 0$, $\zeta = h/2$ se obtienen utilizando las **Ecuaciones A.14** para $p_i = 0$ así como utilizando la **Expresión A.29** con lo que se obtiene que:

$$(\sigma_z)_{\max} = \frac{3P}{2\beta h^2} \quad (\text{A.30a})$$

$$(\sigma_\theta)_{\max} = \frac{3\nu P}{2\beta h^2} - \frac{P\beta r_m}{2h} \quad (\text{A.30b})$$

La solución de este problema puede ser utilizado para obtener los momentos flexionantes y el cortante en un *tubo largo presurizado reforzado por anillos rígidos*, donde la distancia más corta entre dos anillos consecutivos satisface la condición $L > 2\pi/\beta$ como se muestra en la **Figura A.9**.

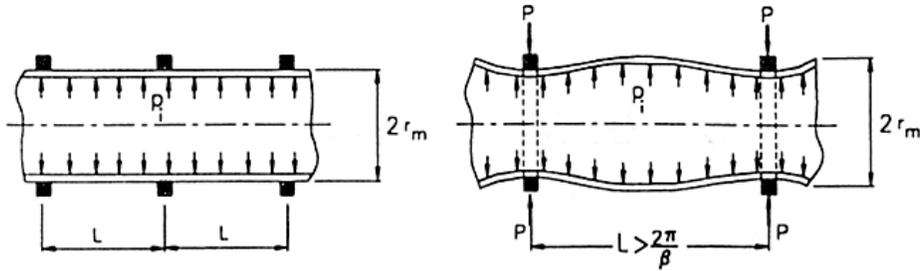


Figura A.9 Tubería larga reforzada por anillos rígidos

Como se puede ver, en la sección del anillo se debe cumplir con la condición de no desplazamiento radial, por lo tanto, el desplazamiento u debido a la presión interna debe cancelarse por el efecto del anillo, esto es:

$$\frac{p_i r_m^2}{2Eh} (2 - \nu) = \frac{P}{8D\beta^3} \quad (\text{A.31})$$

Esta condición determinará la magnitud de la fuerza P , por lo que se pueden utilizar las **Ecuaciones A.29** y **A.30** para calcular los valores máximos del momento flexionante y de los esfuerzos [22,26].

A.2.4 Tubería larga de pared delgada sometida a una carga uniforme circunferencial a lo largo de una longitud finita

El último caso que se encuentra en la literatura que tiene relación con el análisis de este trabajo, es aquel donde se aplica una carga uniformemente distribuida en una distancia finita (ver **Figura A.10**) en un tubo largo de pared delgada. Para este caso se utiliza la solución obtenida para el problema de la *tubería larga reforzada por anillos rígidos* vista anteriormente.

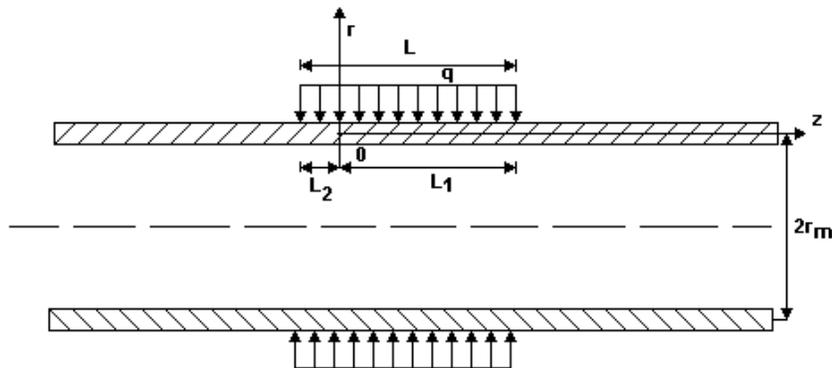


Figura A.10 Tubería larga de pared delgada sometida a carga uniforme circunferencial a lo largo de una longitud finita

La deflexión Δu en el punto O producida por la carga de anillo de $q \cdot \Delta z$ a una distancia Δz a partir de O es obtenida a partir de la **Ecuación A.12** y se obtiene que:

$$\Delta u = -\frac{q\Delta z}{8D\beta^3} e^{-\beta z} (\text{sen}\beta z + \cos\beta z) \quad (\text{A.32})$$

Y la deflexión en el punto O debida a la carga total qL se obtiene por integración de la siguiente manera:

$$u = -\frac{q}{8D\beta^3} \left[\int_0^{L_1} e^{-\beta z} (\text{sen}\beta z + \cos\beta z) dz + \int_0^{L_2} e^{-\beta z} (\text{sen}\beta z + \cos\beta z) dz \right]$$

Con lo que se obtiene que:

$$u = -\frac{qr_m^2}{2Eh} \left[2 - e^{-\beta L_1} \cos(\beta L_1) - e^{-\beta L_2} \cos(\beta L_2) \right] \quad (\text{A.33})$$

Cuando $L_1 = L_2$, ocurre la máxima deflexión a la mitad de la carga distribuida. Si L_1 y L_2 son muy grandes, la deflexión se aproxima a qr_m^2 / Eh , valor similar al que se presenta en un cilindro con bordes libres sometido a una presión externa uniforme q [22].

Bibliografía y mesografía

- [1] MOSER A. P. Buried pipe design, McGraw-Hill (2001)
- [2] WATKINS Reynold and ANDERSON Loren, Structural mechanics of buried pipes, CRC press (2000)
- [3] http://www.nacobre.com.mx/Man_AP_01-%20Introducción.asp
- [4] RUBIN I. , Materiales plásticos, propiedades y aplicaciones, Noriega Editores (2002)
- [5] Plastic Pipe Institute, PE handbook Capítulo 6 Diseño, pp 185, 208-209 , www.plasticpipe.org
- [6] MASE, George and MASE Thomas, Continuum mechanics for engineers, Ed. CRC press (1999)
- [7] CHEMAL Eringen, Mechanics of continua, Ed. John Wiley & Sons, Inc.
- [8] CALCOTE Lee, Introduction to continuum mechanics, Ed. D. Van Nostrand company, inc. (1968)
- [9] ADS mexicana S.A. de C.V., Manual técnico ADS, <http://www.drentec.net/>
- [10] Plastic Pipe Institute , Capítulo 5 Método de diseño pp 17-18 , www.plasticpipe.org
- [11] Plastic Pipe Institute , Reporte técnico 19 pp 5 , www.plasticpipe.org
- [12] CORTÉS-PÉREZ J., SOUZA J.A., BISIACCHI G., PULOS G. Estudio del comportamiento mecánico en tuberías con pared estructurada de PEAD para drenajes sanitarios, memorias del X congreso anual SOMIM, pp 314-323 (2004)
- [13] Plastic Pipe Institute , Capítulo 4 estructura tubería/relleno pp 11-12 , www.plasticpipe.org
- [14] SADMX S.A. de C.V., Diseño de tuberías plásticas, pp 5, <http://www.sadmex.com/>
- [15] Plastic Pipe Institute, Uso de productos de PEAD corrugado, pp 2, , www.plasticpipe.org

- [16] Plastic Pipe Institute, PE handbook Capítulo 11 Rehabilitación, pp 402, ,
www.plasticpipe.org
- [17] CROCKER and KING, Piping handbook, Editorial McGraw-Hill (1967)
- [18] Plastic Pipe Institute, PE handbook capítulo 9 juntas, pp 329-335,
www.plasticpipe.org
- [19] KENTISH D.N.W, Tuberías industriales, diseño, selección, cálculo y accesorios, Editorial URMO (1989)
- [20] http://www.asumincol.net/union_push_on_procedimiento.htm
- [21] VALDEZ y ALBA, Abastecimiento de agua potable vol. II, Facultad de Ingeniería e Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (1994)
- [22] RAGAB Andel-Rahman, Engineering solid mechanics, fundamentals and applications, CRS press (1999)
- [23] HIBBELER R.C., Mecánica de materiales, Ed. Prentice Hall (1997)
- [24] TIMOSHENKO S. and GERE M:, Theory of elastic stability, Ed. Mc.Graw-Hill (1961)
- [25] DOGHRI Issam, Mechanics of deformable solids, ed. Springer (2000)
- [26] TIMOSHENKO S. and WOINOWSKY S., Theory of plates and shells, ed. Mc.Graw-Hill (1959)
- [27] DALLY James and RILEY William, Experimental stress analysis, McGraw-Hill. (1991)