



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MÉXICO

# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

## Programa de maestría y doctorado en psicología **Psicología educativa y del desarrollo**

De las competencias subjetivas al conocimiento  
objetivo en aprendizaje autorregulado

### **T E S I S**

Que para obtener el grado  
de **Doctor en Psicología** presenta

**David Martín Santos Melgoza**

#### COMITÉ

Dra. Sandra Nicolasa  
Castañeda Figueiras  
Tutora Principal

Dr. Miguel López Olivas

Dr. Ignacio Méndez Ramírez

Dr. Serafín Mercado Doménech

Dr. Daniel González  
Lomeli



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# Dedicatoria

*a mi esposa con mucho cariño  
a mis hijos, baluarte del entendimiento que tengo de la vida  
a mi madre y a mi padre cuyo cariño me enseñó el valor del sacrificio  
a Sandra que me condujo en el proceso con alegría y compromiso  
a mis amigos: Tito, Lagart, Landa, Maurilio con quienes encontré  
un espacio lúdico en el que pude recrear mis inquietudes académicas*

# Índice

<b>Introducción</b>	.....	9
<b>Constructos centrales del proyecto</b>	.....	19
Criterios de organización cognitiva	.....	21
<b>El problema</b>	.....	27
¿Cuál es la diferencia entre conocimiento objetivo y objetivación de la información?	.....	35
Objetivar la información en la enseñanza matemática	.....	39
La situación de aprendizaje como contexto para la objetivación de la información individual	.....	32
<b>La investigación</b>	.....	49
Las variables	.....	52
Objetivo de la investigación	.....	64
<b>Método</b>		
<b>Primera etapa</b>	.....	67

El Inventario de estilos de argumentación de información matemática y motivacional .....	69
Características del instrumento .....	73
Diseño y validación del IDEAMATEMATICA .....	78
Resultados de la validación del instrumento IDEAMATEMATICA .....	82
Diseño y validación del instrumento para la evaluación De los Conocimientos Básicos Previos al Álgebra .....	88
Resultados de la validación del Instrumento para la evaluación de los Conocimientos Básicos Previos al Álgebra .....	94
Programas de instrucción .....	96
<b>Segunda etapa</b>	
<b>La investigación</b> .....	109
<b>Procedimiento</b> .....	119
<b>Resultados</b> .....	121
Resultados referidos al desempeño previo al tratamiento .....	123
Comparación pre y post tratamiento .....	129
Modelo de las vías estructurales de influencia causal .....	136
<b>Conclusiones y Discusión</b> .....	163
<b>Referencias</b> .....	118
Anexo a .....	168
Anexo b .....	186

## INTRODUCCIÓN

Las premisas teóricas, al igual que las prácticas utilizadas para fomentar y evaluar el aprendizaje han variado, a lo largo de la historia, conforme han cambiado los intentos por dar respuesta a preguntas fundamentales sobre la naturaleza del sistema cognitivo, los mecanismos que controlan su desarrollo y, en consecuencia, lo que se considera es de utilidad para fomentarlo en escenarios educativos (Castañeda, 2004a).

En la actualidad, con la aparición de las teorías cognitivas del aprendizaje, el aprendiz es visto como un agente activo que no nada más construye nuevo conocimiento, sino que lo integra a su base general de conocimientos y lo aplica a situaciones tanto cotidianas como novedosas. En otras palabras, se reconoce que es el aprendiz el que requiere comprometerse, directa e intencionalmente, en la manera en la que el proceso de aprendizaje ocurre (Weinstein, Powdrill, Husman, Roska y Dierking, 1998; Castañeda, op. cit., entre otros).

Con base en este supuesto, el interés de los investigadores se ha centrado en entender el procesamiento que el sujeto realiza sobre lo que va a ser aprendido y en controlar los mecanismos responsables de que este procesamiento sea estratégico y autorregulado. Se asume que los aprendices serían capaces de seleccionar información relevante, de elaborarla y estructurarla adecuadamente, de monitorear y regular su propio procesamiento cognitivo y su orientación

motivacional, si se comprometen en desarrollar las estrategias que les permitan ser más activos y eficientes (véase Schunk y Zimmerman, 1994; Efklides, 1998; Pintrich, 1998, Castañeda, 2004b).

Pero la investigación que nos permita entender cómo es que el aprendizaje objetiviza ciertas cualidades de la información para tomar conciencia de que ésta es conocimiento, independiente de la creencia o disposición del que lo construye, no ha sido suficiente. Menos aún cuando lo que interesa es identificar mecanismos responsables de la objetivación durante episodios de aprendizaje autorregulado específicos.

Con base en esta necesidad, desarrollamos una línea de investigación cuyo objetivo es entender el proceso de objetivación de la información en tareas de aprendizaje que, para el caso que nos ocupa, es en tareas de naturaleza algebraica.

Las nociones subyacentes a esta línea de trabajo refieren a la distinción popperiana entre conocimiento subjetivo y objetivo (Miller, 1995), por una parte, y al uso que los estudiantes dan a las evidencias generadas durante el episodio de aprendizaje, por la otra. En este contexto, se asume que la información a ser aprendida tiene estructura y orden, donde conocimientos académicos objetivos, como los de las matemáticas, son cualitativamente distintos de la información subjetiva de los estudiantes, v. gr., sus creencias epistemológicas respecto a esos conocimientos académicos.

Así, los mecanismos de estructuración y ordenamiento que se utilizan en unos y otros conocimientos se constituyen en objeto de análisis, en vías de entender

los mecanismos responsables de la objetivación de información. Por ejemplo, en matemáticas, el conocimiento científico enseñado muestra organización, coherencia y unidad específica, características que representan una sistematización del conocimiento distinta a la de la información que el sujeto cognoscente tiene antes de interactuar con ese conocimiento. Siguiendo a Popper (en Miller, 1995, pp. 63) asumimos que “el conocimiento en este sentido objetivo, es del todo independiente de la pretensión de alguien de saber; también es independiente de la creencia de alguien, o de su disposición a sentir, a afirmar algo o actuar. El conocimiento en el sentido objetivo, es conocimiento sin cognoscente: es conocimiento sin sujeto que conoce”.

En un episodio de aprendizaje ambos componentes, los subjetivos y los objetivos, interactúan. Por un lado, se encuentra el conocimiento académico que tiene la característica inherente de ser objetivo, pues tiene una estructura estable y definida; por el otro, está el proceso de construcción de ese conocimiento que se mueve en un continuo de lo subjetivo a lo objetivo.

En este sentido, el componente subjetivo del conocimiento es, en sí mismo, objeto de conocimiento para un tercero (el profesor, por ejemplo) o, incluso para el mismo estudiante, si lo objetiva y lo vuelve independiente de su propio juicio.

Es hasta fechas relativamente recientes que se comienza la exploración de los componentes críticos que están presentes en el procesamiento de estructuras de metaconocimiento<sup>1</sup> durante episodios de aprendizaje (Bandura,

1985; Manassero y Vázquez, 1995; Pintrich y Schunk, 1996). En la literatura observamos que algunos autores centran su atención en la interacción entre las estructuras psicológicas de los individuos que aprenden y el conocimiento objeto de aprendizaje. La tendencia general en la investigación ha sido separar el análisis de los aspectos subjetivos de los objetivos involucrados en el proceso de apropiación del conocimiento. Por ejemplo, autores como Masterpasqua (1989) distinguen competencias subjetivas de objetivas, en donde las primeras se identifican con emociones y los significados motivacionales de valoraciones, así como con las expectativas sobre habilidades adaptativas, mientras que las segundas se identifican con habilidades y conocimientos en sí mismos. La tendencia más reciente, y que va ganando importancia, es aquella que integra en la investigación el análisis de la interacción de ambos componentes en el contexto del aprendizaje autorregulado. Interpretaciones como la de Smith y Siegel (2004), en la que se distinguen nueve aspectos del continuo creer-conocer, que aluden al problema del estudiante que dice “conocer” cuando la información es subjetiva y del que dice “creer” cuando la base del conocimiento es bien razonada y justificada, vuelven más evidente la necesidad de profundizar el estudio de las estructuras metacognitivas implicadas.

En el presente trabajo, se conceptuó el proceso de construcción de conocimiento como una toma de conciencia, por un lado, del hecho que el conocimiento es un

objeto independiente de las propias consideraciones, creencias o disposiciones, y por el otro, de que su validez como representación está dada en función de un sistema nomológico. Ahora bien, si consideramos que esta toma de conciencia representa la transformación del saber individual en un saber objetivo, se puede decir que habilidades, conocimientos y actitudes de los estudiantes son objetivables y, en esa medida, pueden lograr el estatus de conocimiento objetivo. También, se puede decir que la auto conceptualización que de éstos hace el estudiante constituyen conocimientos subjetivos o creencias, y en este sentido el saber objetivo de este hecho no transforma a las creencias o valoraciones en conocimiento, lo que podemos decir que alcanza el nivel de conocimiento objetivo es el saber del estatus asignado a las ideas en función de su fuente de validez.

Entonces, identificar mecanismos que permitan diferenciar el estatus asignado a la información (creencias vs. conocimientos), más que sólo describir partes de un continuo dará luz sobre el mismo proceso de objetivación.

Aun cuando se ha generado evidencia sólida que apoya el hecho de que creencias, valoraciones y expectativas tienen una fuerte influencia sobre la motivación de los estudiantes, particularmente, sobre su preferencia y nivel de compromiso cognitivo con tareas académicas específicas (Bandura, 1985; Manassero y Vázquez, 1995; Pintrich y Schunk, 1996), cabe señalar aquí, que el estudio de las competencias subjetivas que les subyacen no ha vinculado componentes críticos

que trabajan sobre la estructura del conocimiento, objeto del aprendizaje.

Debido a que la investigación se ha movido entre dos polos, concibiéndolos, en su mayoría como independientes, ora en aspectos subjetivos, ora en aspectos objetivos, resulta importante integrar en la investigación ambos. Así, identificar qué creencias o conocimientos fomentan comportamientos particulares, al igual que entender cómo es que se llega a estas creencias o conocimientos, se constituyen en aspectos centrales de la investigación en aprendizaje autorregulado.

Y en este sentido, la distinción entre competencias subjetivas y objetivas y el de las cualidades de la información, objeto de la instrucción escolar, puede expresarse en nuevos términos, los de la identificación del estatus de las ideas y los de la identificación de los mecanismos de validación empleados.

En otras palabras, la línea de trabajo se centra en el proceso de objetivación, entendido éste como la toma de conciencia que el individuo hace sobre: a) la información como entidad independiente de él mismo, b) la transformación de la información en un objeto de conocimiento y c) la necesidad de valorar ese conocimiento mediante criterios de verdad.

Es decir, interesa conocer como es que el estudiante asigna algún estatus a la información que procesa, concibiéndola ya como conocimiento o como creencia e identificar cuáles criterios utiliza para asignar el estatus. Poco se conoce del impacto que este proceso tiene sobre el aprendizaje autorregulado. Es necesario entender cómo se transforma el grado de justeza con la que se argumenta la

veracidad de una información a partir de evidencias validas y pertinentes, a la par que identificar cuándo el estudiante asume la información como un conocimiento y de qué depende este hecho. Se asume que este mecanismo autorregulatorio ayudaría al estudiante a construir el conocimiento, sea éste de información escolar objetiva o del procesamiento subjetivo experimentado durante el aprendizaje.

Sin menoscabar las evidencias generadas acerca de la determinación del papel de las creencias epistemológicas (véase Schommer, 1994, Pintrich y Hofer, 1997) y las del impacto de la capacidad argumentativa de los estudiantes sobre el procesamiento profundo (Kuhn, 1992), aún se mantiene la necesidad de indagar las transformaciones que sufre el estatus de las ideas en los discentes y el grado de conciencia que ellos pueden tener acerca de los cambios esperados en tal estatus.

Finalmente, queda revisar cómo se ha utilizado un poderoso recurso cognitivo, el de la argumentación, en la autorregulación de la actividad cognitiva constructiva. Si bien es cierto que la argumentación ha mostrado ser útil para el estudio del desarrollo epistemológico (Kuhn, *ibidem*), dado que se construye a partir del razonamiento hipotético deductivo (Shapiro, 1998), también lo es que, en la práctica, los aprendices producen inferencias que no, necesariamente, se corresponden con mecanismos de este tipo de lógica (Heysse, 1997).

Aunque los juicios que se elaboran sobre conocimiento científico se basan en deducciones, en el razonamiento cotidiano éstos se estructuran sobre una base inductiva. En total acuerdo con Holland y Nisbett (1988), consideramos que la

inducción permite al sujeto interrelacionar una gran cantidad de componentes de pensamiento que, para efectos de nuestra línea de trabajo, son básicos para profundizar en el análisis de la información accesible al estudiante y al de su procesamiento. La estructura cognitiva del aprendiz interactúa con la estructura del conocimiento a ser aprendido para configurar una tercera estructura combinada (Castañeda, Lugo, Pineda y Romero, 1998). Así, la naturaleza de la información con la que los estudiantes enfrentan un episodio de aprendizaje es múltiple por lo que es necesario indagar la interacción entre los componentes formales de lo que va a ser aprendido y los psicológicos utilizados durante el proceso de aprender.

<sup>1</sup> Recurriendo a la distinción común en epistemología para distinguir el conocimiento objeto del conocimiento del conocimiento.

# Constructos centrales

Con fines expositivos, es importante enfatizar que en una situación de aprendizaje el estudiante puede no tener conciencia (o ser sabedor) de qué y cómo aprender o por qué y para qué actuar. En este sentido, para que el estudiante dirija su comportamiento, es necesario que el estudiante haga objeto de conocimiento sus habilidades, tanto para identificar la información disponible, para entenderla como un objeto analizable, como para ganar, gradualmente, conciencia de lo que se requiere hacer para tener éxito en el manejo de la información, ya que ésta es, en si misma, objeto de conocimiento que orienta al estudiante en la construcción de la precisión con la que la información representa o no la realidad.

En este contexto, la noción de toma de conciencia es central, pues la conducta voluntaria y el cómo opera ésta están implícitos. Para Efklides (1998), por

ejemplo, la metacognición es un sistema instrumental de toma de conciencia. Las estructuras inherentes al conocimiento a ser aprendido sirven de guía al comportamiento del aprendiz dado que agrupan la acción y la emoción en dos clases de esquemas: los autorregulatorios y los metamotivacionales. Gracias a los primeros, el aprendiz recibe información acerca de la validez y la pertinencia de los conocimientos contenidos en el contexto de aprendizaje, así como, en un segundo momento, de las habilidades requeridas para manejarlos; los segundos, agrupan conocimientos de las emociones asociadas, dados ciertos contextos y tareas específicas.

Con base en lo anterior, se propone que el análisis de los esquemas regulatorios y sus pautas de criterio pueden ser llevado a cabo a partir de tres nociones fundamentales: conciencia, conocimiento y sistematicidad. De estas nociones derivamos algunos rasgos característicos del sistema cognitivo humano y lo relacionamos con sendas características de los esquemas de conocimiento y situaciones académicas.

## Criterios de organización cognoscitiva

El aprendizaje autorregulado se erige como un concepto central y no necesariamente inherente a los sujetos, pero susceptible de ser adquirido. Se ha visto que correlaciona con el éxito en la consecución de metas. Dicho constructo apela a la idea del sujeto como ente activo que puede influir en los resultados de su propio aprendizaje. En el tenor de este proyecto, la autorregulación, como pauta de comportamiento, es entendida como la disposición a actuar y a comprometerse cognitivamente pero, también, como consecuencia de *pautas informáticas estructurales sistémicas*. Es decir, los criterios de organización cognitiva de un estudiante se asocian tanto con las pautas de criterio contenidas en las situaciones de comunicación escolarizada, como con las estructuras de los contenidos del aprendizaje. En el presente trabajo, una pauta de criterio está constituida por las reglas y los mecanismos que, en conjunto, se utilizan para validar los contenidos insertos en esquemas de conocimiento. Estas pautas están presentes en: a) los esquemas de conocimiento del sujeto, b) los contenidos del aprendizaje y c) la comunicación escolar de los contenidos. Debido a que la interacción de estas

pautas se da en contextos, sujetos y contenidos específicos en una situación de acción<sup>2</sup>, las denominamos pautas informáticas estructurales sistémicas.

Por otro lado, la noción de conocer, en este trabajo también es central. Se entiende al acto de conocer como a un estado inmanente que surge de la interacción entre: a) un dominio específico de conocimiento, b) los parámetros constitutivos del sistema cognitivo en un estado temporal específico (entre los que se encuentran patrones de criterio y esquemas de información), c) la consecución de una meta dada, d) los patrones de criterio empleados por los profesores y el sistema escolar, y e) el contexto de una situación problemática<sup>3</sup> académica.

Pero el conocimiento tiene una característica también fundamental: la sistematicidad; característica que también corresponde al orden del contexto. Se puede decir que el conocimiento alcanza esta categoría en el momento en que la información alcanza un cierto grado de organización. La sistematización

---

<sup>2</sup>Usando la terminología de Habermas, para quien una situación de acción se constituye por el ámbito de necesidades actuales de entendimiento y de posibilidades actuales de acción.

<sup>3</sup>En el sentido que Popper caracteriza al conocimiento objetivo de una situación dada.

cognitiva que el individuo hace de la información que se le presenta depende, en gran medida, de las propiedades sistémicas del conocimiento por adquirir y de las pautas estructurales con las que comúnmente se le presenta.

En una situación educativa, las estructuras del ambiente son las pautas de reconocimiento que evocan los criterios de valoración con los que el sujeto toma posición o asume alguna actitud respecto de la situación que enfrenta. En este punto es relevante hacer notar que los esquemas metacognitivos son una subclase de nuestra categoría de conocimiento y que éstos comparten características formales de validez y pertinencia con los contenidos significativos. Sin embargo, la clase particular que se refiere a las estrategias de aprendizaje, tienen la característica de ser heurísticos que, por un lado, hacen una amplia y muy abstracta modelación de situaciones de aprendizaje, apelando a la capacidad del sujeto para lograr la identificación de los elementos comunes o generalizables de las situaciones que se modelan, y por otro, la “extensión” o el conjunto de situaciones a las que se aplican.

Los procesos de regulación, en tanto esquemas de conocimiento, constituyen mediadores entre la adaptación y el aprendizaje. En otras palabras, son

interacciones que median el conocimiento objetivo del mundo físico y los estados de conciencia generados durante su adquisición. En este contexto, las habilidades metacognitivas representan procesos adaptativos de estabilización entre lo que se ha decidido hacer y las demandas derivadas de las pautas de criterio establecidas por el proceso instruccional mismo. Así, la capacidad del aprendiz para argumentar surge como un mecanismo regulatorio gracias al cual él justifica la validez y pertinencia de sus construcciones y sienta las bases para el desarrollo de estrategias metacognitivas y, más aún, la posibilidad de generar mayor *conciencia autorregulatoria*.

Partiendo de la idea de que el conocimiento académico es cualitativamente distinto de la información subjetiva, las reglas de ordenamiento que se utilizan en ambos vienen a ser objeto de análisis para poder entender la interacción individual en el salón de clases, especialmente, por la validez social que el primero tiene respecto del segundo. La organización, coherencia y unidad del conocimiento científico enseñado representa un tipo de sistematización distinta a la que se encuentra en el sujeto que conoce. Fundamento mi argumentación en el discernimiento que hace Popper (Miller, 1995, pp. 63), entre información subjetiva y objetiva. “La

primera consiste en un estado mental o de conciencia, o en la disposición para comportarse o reaccionar”, mientras que el segundo se compone de problemas, teorías y argumentos como tales. “El conocimiento en este sentido objetivo, es del todo independiente de la pretensión de alguien de saber; también es independiente de la creencia de alguien, o de su disposición a sentir, a afirmar algo o actuar. Entre los “habitantes” de un mundo objetivo de conocimientos según Popper se encuentran: los sistemas teóricos, los problemas y situaciones problemáticas, los argumentos de crítica, los estados de una discusión o estados de argumentos de crítica y los contenidos de publicaciones periódicas, libros y bibliotecas.

Ahora bien, se toma al individuo como a un sistema cognitivo y se le atribuye, de la misma manera que lo hace Rescher (1981), las funciones de inteligibilidad, organización racional y verificación. Y aclaro que, por sistematización no se entiende el simple ordenamiento de datos, sino al patrón de criterio que se utiliza para determinar qué es lo que en “realidad sabemos”. Entendiendo que lo que en “realidad sabemos”, en el caso de la organización sistemática de la información del individuo, son creencias subjetivas que pueden ser incluso (por llamarlo de alguna manera) conocimiento falso. En el caso de la verificación, en los sistemas

conceptuales de las teorías, las situaciones problemáticas, en fin, en el mundo objetivo, la validez del conocimiento a partir de los criterios de comprobación de éste es de un rigor convencional, mientras que en los individuos los criterios de certificación, al ser de carácter ontológico, son pragmáticos, funcionales, adaptativos y exclusivos del individuo. Es decir, mientras que la sistematización de la información que desarrolla un individuo tiene una base ontológica, la del conocimiento científico se establece desde una posición epistemológica. Apoyándonos en la reflexión de Tugendhat (1993) para hablar del saber inmediato que, en este caso los estudiantes tienen de sí, podemos generar la distinción entre el saber inmediato irreflexivo y la conciencia teórica en la que un individuo se refiere a sí mismo de una manera constatativa a partir de hipótesis personales. El objetivo de esta precisión es acentuar la importancia de la adquisición de estrategias valorativas y de validación respecto de los factores que pueden ser determinantes en la consecución y alcance de una meta determinada mas allá de la generalización que puedan o no hacer los estudiantes de sus valoraciones, creencias o expectativas. De esta manera se establece que el proceso de conocimiento requiere del reconocimiento de la naturaleza y carácter de la información a la que se le asigna el estatus de conocimiento.

# El problema

El problema objeto de esta investigación se define desde la posibilidad del actuar consciente de lo que se quiere y cómo es viable lograrlo. Se abordó la temática del *qué* se conoce respecto de nuestras metas y posibilidades de lograrlo, enfocando nuestra atención, no únicamente a las estructuras de conocimiento, sino también al proceso mediante el que se construyen dichas estructuras. De interés particular, es el proceso mediante el cuál el estudiante elabora explicaciones de su condición actual como estudiante en función del desarrollo de tareas académicas y de la manera en que fundamenta tales explicaciones.

En los procesos subyacentes al involucramiento cognitivo en la consecución de metas, se apela a dos preguntas básicas: ¿para qué actuar? y ¿cómo actuar? que se encuentran en función de la información que se tiene y de cómo se ha tenido

acceso a ésta. Esta interacción, generada al momento que se plantea una situación problemática para el estudiante, se sigue en la investigación que se ha desarrollado en lo concerniente a motivación e inteligencia.

Se reconoce que la motivación juega un papel fundamental en la manera en la que los estudiantes se comprometen en la consecución de las metas académicas. Las creencias y valoraciones de los estudiantes desempeñan una función determinante en la dirección y la fuerza del compromiso con la tarea (Manasero y Vazquez, 1995; Entwistle, Kozeki y Tait 1989; Wigfield y Eccles, 1992, Weiner, B., 1979). Y en lo que toca a lo intelectual, la investigación lo relaciona con habilidades del estudiante para disponer de los recursos propios y contextuales en el éxito de un objetivo planteado (Boekaerts, 1995). Ambos han sido estudiados por separado en el proceso de la autorregulación. Así, se han estudiado factores que los definen y su correlación en tareas de logro académico.

Las evidencias han mostrado, entonces, que existe un vínculo entre estos dos constructos y que éste afecta a ambos de forma recíproca. En este proyecto nos enfocamos a estudiar este vínculo, en particular, porque la relación entre

los aspectos motivacionales y los de la aptitud o habilidad cognitiva, no ha sido plenamente estudiada en lo que respecta a la interacción de la información disponible con las pautas de procesamiento que siguen los sujetos en la validación de la información.

En trabajos como los que ha desarrollado Kuhn (2000), o como lo ilustra la revisión hecha por Hofer y Pintrich (1997), encontramos un interés por ahondar en el entendimiento de, como lo llama Kuhn (op cit), la dimensión objetiva y subjetiva del proceso, o como otros autores lo han abordado haciendo la distinción entre teorías personales y teorías científicas (Pérez y Pozo, 1992).

La realidad es independiente del entendimiento, por mucho que el entendimiento pueda dar cuenta, en alguna medida, de la relación que mantenemos con la realidad. Ninguna representación es la realidad y en estas representaciones están incluidas las de carácter científico y las personales; en este sentido, las creencias, valoraciones, expectativas y conocimientos son equivalentes en el sentido de ser todos considerados *información*. Y al hablar de información apelo a la precisión con la que ésta representa la realidad, y hago la distinción entre estructuras de conocimiento y procesos de generación de estas estructuras.

Es decir, la información que manejamos respecto de la realidad representa hechos y relaciones entre éstos. La precisión con que esta información pueda representar estos hechos y estas relaciones ha tenido que ver históricamente con la validez de los juicios que se elaboran para explicarlos, y en la medida que estos juicios pueden ser sometidos a ciertos mecanismos de comprobación, es el rango de conocimiento que se asigna a tal información.

El acto de conocer los propios procesos de conocimiento es un hecho que se vuelve objeto de conocimiento y en este sentido puede ser sujeto a los mismos mecanismos de validación de los que se ha hablado en este trabajo. Boekaerts (1996) observa que las nuevas generaciones de modelos de aprendizaje autodirigido adolecen de un procedimiento adecuado para la evaluación de las valoraciones, juicio que apoya el sentido de nuestro análisis. Los instrumentos de evaluación, nos dice, recogían el reporte de la interpretación general que los sujetos creen experimentan ante situaciones específicas de aprendizaje, los ítems empleados han sido descripciones de situaciones que, pretendidamente, representan situaciones reales de aprendizaje. Para salvar esta limitación, propone analizar la

subjetividad de las creencias en el aprendizaje autodirigido en términos de niveles de apreciación y su correspondencia con niveles de situaciones objetivas<sup>4</sup>.

En la propuesta, el interés se centra en cómo aproximarse objetivamente al estudio de las valoraciones de los estudiantes, lo cual es muy interesante en tanto sienta las bases para dar seguimiento a las transformaciones de las competencias subjetivas. Se reconoce la importancia del papel que juegan las valoraciones o creencias de los estudiantes en el compromiso cognitivo que asumen ante tareas académicas y, finalmente, en sus posibilidades de aprender. Tiene como fin explícito el de objetivar la información subjetiva del estudiante, para estudiar la relación que existen entre esta información y el desempeño académico. Sin embargo, un aspecto que se desprende de estas observaciones es la cuestión de cómo el estudiante transforma sus creencias en conocimiento objetivo.

Aun cuando la propuesta de Boekaerts (op. cit) enfrenta la objetivación de las valoraciones de los estudiantes, deja de lado la validez del conocimiento que el

---

<sup>4</sup> *Nótese que el sentido de la noción de objetividad utilizado por estos autores es diferente al que se le da en este trabajo.*

estudiante desarrolla sobre sí mismo, en la dirección que le da a sus actos y en la aplicación de sus conocimientos. En este contexto, se interpreta que se ha hecho una caracterización de la subjetividad en términos, ora de expectativas, ora de atribuciones causales o de creencias de auto-eficacia, pero no se ha profundizado en el proceso que siguen las valoraciones de los estudiantes en su aparición como esquemas de “conocimiento”. De lo que surge la pregunta ¿el estudiante es capaz de construir conocimiento objetivo de su conocimiento y de la manera en que lo construye? ¿De ser así, qué características debe tener este conocimiento para que se le considere objetivo?

Se puede uno aproximar desde diferentes niveles a este problema. Podemos, por ejemplo, distinguir entre el estatus<sup>5</sup> de la información y la conciencia que se tiene de tal estatus. Y de este aspecto podemos revisar tanto las normas para asignar el estatus de la información como la relación que mantiene la capacidad para identificar el estatus con el aprendizaje. Este análisis representa, desde este

---

<sup>5</sup> Por estatus de la información se entiende como el nivel de validez y/o subjetividad de ésta. Asumiendo que se da diferente estatus a una información en función del respaldo o evidencia que le sustenta, por lo que tiene mayor estatus una información cuando la consideramos conocimiento que cuando la consideramos creencia o expectativa.

punto de vista, un puente o continuo en el estudio de la transformación de teorías personales a científicas.

Por otra parte y aún con la variedad de aproximaciones existentes para interpretarla, existe la convicción general de que la inteligencia debe ser estudiada en el contexto donde ocurre (Kuhn, 1992). Pero en relación con el aprendizaje autorregulado, se le ha estudiado de forma independiente respecto de la motivación y solo se ha evaluado la manera en que correlacionan con las competencias subjetivas respecto de condiciones específicas de aprendizaje (Helmke, Schneider y Weinert 1986; Helmke, 1989). En este sentido, el razonamiento que se produce en la elaboración de explicaciones, hipótesis y razones para comportarse, es la fase en la que se lleva a cabo la interacción necesaria para la construcción, reordenamiento, y extensión de las estructuras de conocimiento que posibilitan el control meta cognitivo, y hay que apuntar que esta habilidad cognitiva ha comenzado a estudiarse en contextos reales como índice de capacidad intelectual (Kelly y Green, 1998; Kelly y Takao, 2001; Kuhn, 1992).

Para el fin perseguido en este trabajo, el uso de la argumentación como medio de valoración de lo que se sabe y de cómo se sabe es planteado en coordinación

con la perspectiva crítica del modelo de Boekaerts enunciada antes. Se plantea la necesidad de generar aproximaciones fundamentadas en sistemas nomológicos claramente definidos que permitan dar carácter objetivo al estudio de las estructuras de información desarrolladas por los estudiantes respecto de su comportamiento, con el propósito explícito de evaluar el proceso de pensamiento en contexto real y observar la interacción entre factores metamotivacionales y metacognitivos. Kuhn (2000) plantea el estudio de las dimensiones objetivas y subjetivas en el contexto de estudio de lo que ella denomina el *desarrollo de entendimiento epistemológico*, empero su distinción continua siendo en el sentido de entender la dimensión objetiva como la parte verdadera del entendimiento o como si este entendimiento verdadero fuera el representante auténtico de la realidad.

Sin embargo, el problema de objetivación no es exclusivo del conocimiento objetivo, tal y como es entendido por Kuhn. Resta aún entender la objetivación de las denominadas competencias subjetivas (Masterpasqua, op. cit).

## ¿Cuál es la diferencia entre conocimiento objetivo y objetivación de la información?

Se plantea la distinción de, por un lado, los niveles de estudio del proceso, o lo que es lo mismo, del qué se conoce<sup>6</sup> (el conocimiento de nuestro propio conocimiento, el conocimiento de estrategias dadas situaciones específicas, el conocimiento de cómo regular nuestro conocimiento, entre otros); y por el otro la validez del conocimiento generado en torno al sujeto de conocimiento como objeto de su propio conocimiento, es decir el cómo se sabe lo que se cree saber.

Pasamos de pensar en el conocimiento como una representación mental implícita a la representación mental explícita del conocimiento, en el que esta última es entendida como la objetivación de la primera. En este punto, observamos que la representación mental del conocimiento incluye a las reglas respecto de cómo

---

<sup>6</sup>En adelante el término conocimiento se empleará indistintamente para referirse a las competencias objetivas y subjetivas, y solo cuando sea necesario se indicará la diferencia cuando se apela al conocimiento objetivo o subjetivo respectivamente.

conocer y nos enfrentamos con la naturaleza apriorística de muchas de ellas y la dificultad para el acceso a éstas incluso para el propio sujeto. Por lo que restringimos nuestro estudio a las reglas a posteriori, las que se han generado a través de la experiencia que en el aprendizaje escolar aparecen como conocimientos nuevos, y a las que se producen como producto de la instrucción.

Es por esto que es relevante y muy pertinente la separación que hace Pintrich (1998) entre conocimiento metacognitivo y estrategias metacognitivas, pues ambos conceptos apelan a aspectos distintos en la autorregulación del comportamiento, tener conocimiento acerca de la cognición implica conocer el estado de nuestros pensamientos, pero no basta conocer dicho estado para poder dirigirlo. Cuando un estudiante se plantea o le es planteado un objetivo académico se encuentra en una situación adaptativa en la que su posibilidad de éxito responde al orden y claridad de la información que se le plantea, así como de su capacidad para ordenar y distinguir la información pertinente. En caso de que la primera no se encuentre con orden y claridad suficiente, dependerá en mayor medida de qué tanto el estudiante cuenta con lo que llamo sensibilidad al orden. Esta sensibilidad es la capacidad para dar cuenta de los criterios de verdad

que soportan la estructura de conocimiento expuesta, lo que corresponde con la adquisición o elaboración de “conocimiento” metacognitivo; y, por otro lado, de la habilidad para sistematizar la información y sus acciones, la cual significa el grado de capacidad que tiene el estudiante para asignar criterios de validez a la información que va asimilando y que corresponde con la capacidad para elaborar y aplicar estrategias metacognitivas.

Una primera hipótesis que se propone probar es que el interés, cuando se trabaja con la instrucción de habilidades metacognitivas, no debe ser puesto en enseñar o plantear como objetivo de aprendizaje, el proporcionar información ordenada respecto de secuencias de acciones y tipos de información, sino la sensibilidad y disposición a ordenar y sistematizar dicha información además de distinguir las fuentes de los criterios para validarla.

Esta propuesta plantea la necesidad de estudiar la relación entre los motivos para actuar y las maneras de actuar con los “saberes” y creencias y su respectiva validez dado un proceso de razonamiento en la elaboración de conocimiento metacognitivo y estrategias metacognitivas, usando como táctica de inducción autorregulatoria,

el proceso de argumentación. Es decir, identificar la relación y los mecanismos responsables de cómo ocurre la interacción entre los motivos y las maneras para actuar con lo que se sabe y cómo se sabe en términos de conocimiento válido dadas condiciones objetivas de comunicación de conocimientos académicos. Por lo tanto, en el presente trabajo el foco de la atención cae en el estudio de la interacción de conocimientos objetivos (habilidades y conocimientos sobre contenidos académicos y sus situaciones) y el conocimiento y las competencias subjetivas (creencias, expectativas, valoraciones) en estudiantes adolescentes mediante el análisis de la habilidad para identificar y utilizar evidencia que apoye el desarrollo del conocimiento a través de la argumentación razonada de situaciones de aprendizaje.

## **Objetivar la información en la enseñanza matemática**

En el contexto de la enseñanza matemática, el proceso de aprendizaje no necesariamente corre de manera paralela al proceso cognitivo subyacente a la solución de un problema. Resolver un problema matemático implica dar respuestas en función de datos que mantienen una relación entre sí de acuerdo con restricciones impuestas por el problema mismo. Cumplir con estas restricciones es, en todo caso, resolver el problema. En la enseñanza de matemáticas en el nivel medio superior se busca que el estudiante entienda, de manera general, las características compartidas por clases de problemas. Las soluciones a los problemas se consiguen mediante la aplicación de algoritmos y se pretende que el aprendizaje corra en este sentido. Es decir, el interés no es solamente que el estudiante resuelva el problema, sino que lo haga mediante el uso adecuado del procedimiento indicado.

Aun cuando se considera que en las situaciones de aprendizaje el estudiante asume un compromiso cognitivo con la tarea que enfrenta, la solución a un

problema académico de este tipo puede representar, en términos adaptativos para el estudiante, un medio para alcanzar múltiples fines. Así, la dirección de la atención y, lógicamente, el carácter del compromiso dependerán del fin seleccionado o activo<sup>7</sup>. Por ejemplo, para un estudiante dado resolver el problema podría representar construir una respuesta inteligible para que el profesor lo califique aprobatoriamente; para otro, el fin podría representar construir la respuesta correcta para el problema planteado y para un tercero, el fin podría ser entender los principios que rigen la solución general de los problemas del mismo tipo. La dirección de la atención es distinta para cada caso. Por lo tanto, que el estudiante construya la solución al problema no implica, obligadamente, que haya generado el aprendizaje deseado, ya que su atención podría haber sido puesta en diferentes aspectos de su persona y del contexto.

Al enfrentar la situación de aprendizaje, el discente puede ser capaz de dar cuenta de algunos de estos aspectos; sin embargo, el nivel de conciencia inmediata<sup>8</sup> con

---

<sup>7</sup> para indicar que el sujeto puede no tener conocimiento claro del fin último que guía su comportamiento.

<sup>8</sup> Conocimiento que representa el estado de conciencia respecto de la propia situación cognitiva, sin que medie aún nuevo razonamiento que permita inferir nueva información respecto de la situación en cuestión; por lo que hablamos indistintamente de conciencia o conocimiento inmediato.

el que inicia la tarea puede variar respecto a diferentes factores personales y contextuales, mismos que intervienen importantemente en su compromiso en la tarea y en el desempeño en ésta.

La investigación sobre aprendizaje autorregulado ha identificado componentes motivacionales (Pintrich, 1998, Weinstein, 1998, Castañeda, 1998), que tienen que ver con apreciaciones de los estudiantes respecto del valor de la tarea, de su capacidad para enfrentar la situación, de las expectativas que tienen sobre la tarea, entre otros. Todos ellos tienen en común que se les considera información subjetiva que surge paralelamente a la construcción de conocimiento objetivo. Entonces, analizar el conocimiento que tiene el estudiante en la situación de aprendizaje implica distinguir el estatus de la información que el estudiante maneja de la situación que enfrenta puesto que no toda la información es subjetiva y algunos conocimientos considerados objetivos pueden ser dados por verdaderos, de manera dogmática, por lo que el estudiante no los construye concientemente.

Hacer conciente el estatus epistemológico de las ideas incluidas en el episodio de aprendizaje se constituye así en un foco de interés que requiere mayor atención en

la investigación sobre aprendizaje autorregulado. Sus supuestos teóricos son:

1.- los sujetos autorregulados son concientes, en alguna medida, de que el proceso de aprendizaje no es el mismo que el proceso de solución de un problema.

2.- En el proceso de solución de un problema los sujetos autorregulados deben hacer auto observaciones dirigidas a reconocer el estatus de sus ideas.

3.- La conciencia o conocimiento inmediato que el estudiante tiene de su posición en el contexto de aprendizaje es una función de diferentes habilidades necesarias para la construcción de conocimiento académico, entre las que se encuentran las habilidades de objetivación, de argumentación, de identificación de evidencia y de auto monitoreo (o auto observación), que en su conjunto emergen del acto de reflexión que el estudiante hace de su actuar cuando aprende.

4.- El proceso de autorregulación emerge cuando el estudiante objetiva la situación y la transforma en un objeto de análisis.

En síntesis, en la autorregulación del proceso de solución de problemas matemáticos, surgen ideas que impactan tanto la motivación como el tipo de compromiso cognitivo que el estudiante asume ante la tarea. La investigación ha mostrado como las metas toman el control de los procesos atencionales, memorísticos y motivacionales.

Sin embargo, el hacer conciente o tener conocimiento (para usar un término menos general) del estatus epistemológico de las ideas que emergen en la situación de aprendizaje representa un proceso paralelo al de autorregular el propio aprender. Este proceso paralelo puede representar un componente estratégico para el control del proceso amplio de autorregulación.

En este contexto, la argumentación juega un papel importante. Argumentar es un ejercicio que implica reflexión. Podemos inclinarnos a pensar que es el proceso natural mediante el cual se identifica y / o cambia el estatus de las ideas esgrimidas en el argumento. Además, implica otra serie de habilidades entre las que se encuentran las de expresión e identificación de evidencia. Por lo tanto, el proceso de argumentar válidamente, proceso lógico deductivo, tiene también

componentes psicológicos, que no son menos importantes para el estudio del acto de argumentar.

La estrategia que en este trabajo se plantea para este fin, parte de la asunción de lo que se habrá de considerar como conocimiento objetivo<sup>9</sup>, pues los contenidos del pensamiento auto referencial han sido catalogados como de naturaleza subjetiva y la información que emerge en un episodio de aprendizaje surge desde el individuo y su interpretación.

La distinción entre valoración, creencia, expectativa, entre otros similares. no pierde actualidad en tanto que lo que nos interesa determinar es el conocimiento que el sujeto puede tener del estatus de éstas. Es decir, el estudiante puede tener una creencia y considerarla un conocimiento o no tener claridad al respecto de que es una creencia. La definición que se toma como base para este análisis es la propuesta por Popper. Por lo tanto, partimos del entendido de que el conocimiento objetivo es independiente de la creencia de alguien, o de su disposición a sentir, a

---

<sup>9</sup> *O conocimiento propiamente dicho ya que para algunos filósofos el conocimiento es por naturaleza objetivo*

afirmar algo o actuar y entendemos que lo que aquí se enuncia como conocimiento tiene una naturaleza convencional y corresponde con lo que Popper denomina *mundo numero 3* para distinguirlo del mundo físico y del mundo de las ideas. Como ya se dijo, para Popper, los conocimientos objetivos representan teorías, hipótesis y situaciones problemáticas. Es entonces, bajo estas consideraciones, que se coloca como punto central la necesidad de argumentar cuando se regula el propio aprendizaje, ya que de esta manera se objetivan los contenidos del pensamiento auto referencial en función de alcanzar una meta de aprendizaje.

Someter a análisis las razones personales mediante la argumentación o justificación de éstas abre la posibilidad, según nuestra posición, para que el estudiante incorpore sus competencias subjetivas a un análisis objetivo que él mismo puede hacer de la situación problemática que enfrenta, dada una tarea académica.

Podemos observar, como lo muestra la investigación sobre creencias epistemológicas (véase Pintrich y Hoffer, 1997), que los individuos difieren entre sí en el grado de conciencia que tienen respecto de la naturaleza del

conocimiento. El auto reporte representa el conocimiento inmediato del estudiante respecto de la propia situación cognitiva. Y podemos agregar que la justificación de por qué piensa de esa manera, representa el estatus epistemológico actual de las ideas expuestas.

Por otra parte, en la manifestación del autorreporte y su justificación se muestra el grado de atención y conocimiento que los estudiantes tienen de su propio proceso de aprendizaje durante el episodio de aprendizaje. Al autorregularse, los estudiantes inician un reconocimiento que implica la identificación del estatus que sus ideas tienen en cuanto se constituyen como creencias o como conocimiento fundados en evidencia válida. Esto a su vez implica reconocer la fuente de la sanción que las sustenta. Por ende, el proceso, al que llamamos objetivación, implica los procesos metacognitivos involucrados en la autorregulación del comportamiento cuando se pretende alcanzar una meta y los relativos al proceso de razonamiento; entendido este último como el proceso a partir del cual se asignan criterios de verdad o validez a la información que tiene utilidad y es guardada con la finalidad de ser utilizada posteriormente.

De esta manera, la interfase entre los aspectos de comportamiento y los de la construcción y reelaboración de estructuras de conocimiento objetivo es, desde nuestra perspectiva, la capacidad de argumentar. Cabe aclarar aquí que la habilidad para argumentar no es la misma que la habilidad de un sujeto para objetivar la información que maneja, pero al parecer, es el medio formal más adecuado para establecer un desarrollo convencional de sus estructuras de conocimiento.

Introducir la distinción popperiana nos es útil para valorar la interacción entre los procesos de producción de conocimiento con los de recuperación de memoria y de éstos con la disposición al compromiso cognitivo en situaciones de aprendizaje académico, que, como se observa en la literatura sobre el tópico, se integran a partir de la emergencia de teorías personales respecto del conocimiento y del cómo se aprende (Zimmerman & Schunk, 2001; Boekaerts, Pintrich & Zeidner, 2000).

Ahora bien y dado que, por un lado, tenemos a un sujeto que valora, cree y espera cosas de sus comportamientos ante situaciones dadas; y por el otro, tenemos al mismo sujeto con un bagaje de información, mas o menos formal, concerniente a

situaciones académicas de la misma naturaleza a la que se enfrenta, la distinción que se hace de la información del sujeto y de la información matemática objetiva está dada por el proceso de validación al que el estudiante sujeta cada una. Consideramos que la diferencia estriba en la naturaleza de los criterios que se emplean para la validación de las inferencias. Es decir, la naturaleza objetiva o subjetiva de la información como una función entre la estructura lógica y el reconocimiento que el individuo hace acerca de la independencia que esta estructura tiene con respecto de cualquier otro sistema de creencias o explicación. En este sentido, las ideas puestas a discusión y sometidas a las normas epistemológicas que dan validez al conocimiento experimentan un proceso al que denominamos, como ya hemos dicho, de objetivación.

### **La situación de aprendizaje como contexto para la objetivación de la información individual**

Tomando como base al mundo objetivo como lo define Popper, encontramos que él habla de problemas o situaciones problemáticas, como parte del conocimiento objetivo. Toda vez que se puede establecer un patrón de criterio convencional para

la validación de las conclusiones en una situación problemática dada, me parece que esta idea coteja con la intención de Boekaerts de enfrentar la objetivación de la relación sujeto-situación. Esto es, el análisis del contexto se canaliza a un problema particular con características específicas a las que se les correlaciona con las apreciaciones de los estudiantes respecto de éstas, a las que en este contexto denominaré estados de conciencia. Ella dice que las características de personalidad en un individuo corresponden con un único patrón de apreciaciones. Para nosotros esta correlación puede explicarse a partir de entender que los individuos presentan tendencias al uso sistemático de pautas de criterio en la validación de lo que creen saber. Luego entonces, dirigimos nuestra atención a las habilidades de los estudiantes para distinguir de la estructura formal de la comunicación los contenidos significativos y la evidencia que sustenta su validez.

En el modelo del aprendizaje adaptable de Boekaerts se propone el análisis de la vaguedad en las interpretaciones que los estudiantes hacen de situaciones de aprendizaje a partir de episodios de aprendizaje específico. En el modelo se entienden como diferentes la capacidad para procesar información, la inclinación que se tiene para trabajar en campos específicos del contexto escolar

y la sensibilidad a las particularidades ambientales dadas condiciones locales. Se distinguen los parámetros objetivos de los subjetivos indicando que hay tres niveles de evaluación, tanto para las apreciaciones, como para las situaciones: el nivel súper ordinal, el nivel medio y la situación específica. Para Boekaerts las aptitudes, que son conductas latentes o inferidas en los sujetos, forman la base de la conducta orientada a una meta pero se encuentran mediadas con respecto de la tarea a partir de las apreciaciones y su estudio axiológico.

Afin con su propuesta metodológica y para argumentar a favor es útil considerar lo que Habermas (1989, T.II, p. 175) denomina fragmento de mundo de vida relevante para la situación, que se activa o toma sentido en lo que denomina una situación de acción o lo que es lo mismo el ámbito de necesidades actuales de entendimiento y de posibilidades actuales de acción. Sin embargo, no se piensa de la misma manera respecto de cómo se explica la causalidad contexto-apreciación-acción. Pues desde el análisis previo, la atención debe ser puesta en la evaluación de los criterios o patrones de criterio (en el sentido sistémico) de los que se derivan las valoraciones que hacen los estudiantes de las situaciones que enfrentan.

Las valoraciones que resultan del entendimiento decimos que son fundamentadas, por lo tanto, el proceso de razonamiento que explica la situación de aprendizaje debe ser inducido cuando no aparece de manera natural. La enunciada sensibilidad al contexto en el Modelo del Aprendizaje Adaptativo, adquiere una significación distinta en el contexto del presente trabajo, ya que aquí el interés está en la capacidad de discernir y usar constatativamente la evidencia a favor del entendimiento y justificación del conocimiento de las propias competencias. Y en este sentido una diferenciación que es de utilidad en la evaluación científica de los procesos de razonamiento como los que nos ocupan, es entender como cualitativamente diferentes a los procesos de fijación o aceptación de creencias (aprendizaje) de los procesos de acción y de los de elección de fines o valoración de hechos.

Para explicar la utilidad de esto último recorro a la noción de estado estacionario y ajusto la definición de competencia que hace Chomsky (1983) en el marco de su trabajo sobre lingüística y que nos dice que es una propiedad abstracta que se atribuye al estado estacionario al que llega el locutor ideal. Esta definición empata, en el contexto de este trabajo, con la idea de asumir que el ordenamiento

de los esquemas de conocimiento que hacen los individuos es, por así decirlo, de naturaleza gramatical dado que la estructura informática del entorno contribuye en la definición del contenido significativo de la información que manipula el sujeto cognoscente marcando, de esta manera, la forma en que se hará la incorporación o modificación de esquemas de conocimiento.

Por otro lado, en los procesos de aprendizaje, acción y elección el individuo ejecuta, dado un universo posible de acción, una serie de procedimientos insertos en el estado estacionario como reglas de uso latente para situaciones pertinentes. Y en este sentido lo que denomina Kuhn (2000) desarrollo de entendimiento epistemológico, aquí entra en juego cuando se propone que, a partir de enfrentar al estudiante con el desarrollo de juicios ante situaciones problemáticas (nuevamente en el sentido que las entiende Popper) mediante la argumentación de razones para actuar y modos de actuación. La regulación de la conducta, desde la instrucción, debe ser enfocada al desarrollo de la habilidad en los estudiantes para hacer de su conocimiento tácito, o como lo denomina Masterpascua: competencias subjetivas, el objeto de conocimiento para desarrollar su capacidad de autodeterminación.

En resumen, de la revisión de la literatura sobre autorregulación podemos desprender cuatro componentes importantes para nuestro trabajo:

a) el control de la “vaguedad semántica”, implícita en estudios realizados con cuestionarios de rasgos (Boekaerts, 1996), que ha sido enfrentado restringiendo la interpretación de las valoraciones de los sujetos a episodios específicos de aprendizaje. En nuestro trabajo y a efectos de abordar el proceso de objetivación de las valoraciones que los estudiantes hacen sobre su desempeño ante tareas académicas, esta restricción será incluida y la denominaremos problematizar la situación, tal como lo propone Popper para el análisis del conocimiento objetivo;

b) la distinción, y sus implicaciones didácticas, entre el conocimiento objetivo implicado en los contenidos formales del curso y las valoraciones subjetivas que al respecto construye el estudiante;

c) la capacidad que el aprendiz muestra para distinguir entre ambos que será considerada como una función del patrón de criterio a partir del cual el

estudiante valida tanto información del contexto de aprendizaje, como la de sus autovaloraciones y

d) el patrón de criterio utilizado por el profesor para establecer la comunicación del conocimiento objetivo a sus alumnos, así como la regularidad con la que favorece el establecimiento y la aplicación de dichos patrones de criterio en ellos.

De esta manera, la intención de este trabajo fue investigar el proceso de construcción, reordenamiento y extensión de estructuras de conocimiento y control metacognitivo en tareas académicas con contenido matemático en el nivel de bachillerato, más que lograr una caracterización del conocimiento objetivo en contexto escolar.

En la investigación que aquí se presenta, se analizó el proceso de transición que va de las creencias y las valoraciones subjetivas a la sistematización, ordenamiento y validación que hacen los estudiantes de la información disponible sobre sí mismos, tomando como dominio específico su desempeño en tareas académicas en matemáticas de nivel medio superior. Se recurrió a la evaluación de tareas en

línea, en tiempo real, en las que el estudiante mostró su habilidad para distinguir y utilizar la evidencia en la validación y sistematización de la información disponible ante situaciones de aprendizaje que le demandan comprometerse cognitivamente en la búsqueda de una meta u objetivo instruccional.

Dado que existen mecanismos regulatorios que, en alguna medida, determinan la adaptación de los estudiantes a las demandas del sistema educativo, la tesis central de este proyecto plantea que: la sensibilidad de los estudiantes a los patrones de criterio establecidos por los conocimientos objetivos y subjetivos, por una parte, así como su habilidad para sustentar la validez de sus contenidos de pensamiento mediante usos apropiados de evidencias válidas y pertinentes, por la otra, son condición necesaria para la construcción de los conocimientos metacognitivos y el desarrollo de estrategias autorregulatorias requeridas.

Tanto la sensibilidad a los criterios como la habilidad para sustentar razones de validez, se objetivan mediante el proceso de argumentación y deben derivar y son expresados mediante una tendencia a la sistematización de la información y a un

comportamiento de aproximación a la solución de problemas académicos. Por lo tanto, podemos expresar en términos de hipótesis generales lo siguiente:

H1) a mayor sensibilidad de los estudiantes a los patrones de criterio, mayor capacidad de estructuración de conocimiento autorregulatorio y,

H2) a mayor habilidad para, con evidencia válida y pertinente, sustentar la validez de contenidos de pensamiento e información de dominio académico específico, mayor capacidad para desarrollar estrategias autorregulatorias.

# La investigación

La tesis central de este trabajo planteó que dadas dos condiciones: a) la sensibilidad de los estudiantes a los patrones de criterio de validación de la información, por una parte y b) su habilidad para argumentar los contenidos de pensamiento que surgen durante un episodio de aprendizaje, por el otro, se facilita la construcción del conocimiento metacognitivo y el desarrollo de habilidades autorregulatorias. Se asume que tanto la sensibilidad a los patrones de criterio de validación, como la habilidad para sustentar contenidos de pensamiento son componentes de la argumentación que subyace al proceso de objetivación de información -objetiva y autorreferencial-, en tanto que el proceso de construcción de conocimiento metacognitivo y el de desarrollo de habilidades autorregulatorias son componentes de un proceso general de autorregulación del aprendizaje.

Dada la tesis planteada y para efectos de esta investigación, estudiar la construcción de conocimiento y el desarrollo de estrategias autorregulatorias en función de la ejecución argumentativa, durante un episodio de aprendizaje, requiere haber distinguido, al menos, dos niveles en la autorregulación del aprendizaje:

- el primero refiere a la conciencia inmediata de los estudiantes al respecto de valoraciones, expectativas y creencias acerca de la solución intentada y el estatus epistemológico de las ideas utilizadas durante un episodio de aprendizaje. La evaluación de tal conciencia, para efectos de nuestro estudio, se centra en las demandas de solución a tres problemas, uno lógico, otro probabilístico y el tercero, algebraico.
- el segundo, refiere a la conciencia mediata, generada por la argumentación al respecto de la autorregulación del aprendizaje. Tal conciencia es verificada en la argumentación que el estudiante elabora acerca de la validez y la pertinencia de lo aprendido, así como de las estrategias utilizadas a lo largo del proceso de aprendizaje.

Dada la concepción de un proceso autorregulatorio de dos niveles mutuamente retroalimentados y recursivos se hipotetizó que:

- H1') El proceso de aprendizaje de contenidos algebraicos ocurre tras verificarse un proceso de objetivación de información relativa al contenido en cuestión.
  
- H2') El proceso implica la integración paulatina de nuevas estructuras de conocimiento de sí mismo y nuevas estrategias para dirigir la propia conducta.
  
- H3') Existe una relación causal que implica la influencia de variables conceptualizadas en un nivel regulatorio del aprendizaje sobre variables de un nivel regulatorio en el contexto de la solución de problemas que tienen como fin promover el aprendizaje; las cuales finalmente influyen en las variables conceptualizadas desde el proceso de objetivación de la información derivada del episodio global de aprendizaje.

## Las variables:

El razonamiento matemático fue el marco para la evaluación del proceso en los niveles planteados mediante la presentación de tres problemas que exigen razonamiento deductivo e inductivo. Uno es de carácter probabilístico, otro lógico-deductivo y, el último, algebraico. Se dispone la evaluación a partir de éstos, sobre la base de que se evalúa el entendimiento y conocimiento inmediato de la información matemática con la que se enfrentan los problemas, y que no se quiere evaluar solamente el conocimiento y dominio de los algoritmos algebraicos con los que cuenta el estudiante, por lo que no se plantea más que un problema de cada tipo y se solicita la justificación amplia y razonada de las respuestas y su pertinencia al contexto. Consideramos (al igual que Sutherland, Rojano, Bell, y Lins, 2001) que al enseñar álgebra hay que brincar el obstáculo de no enseñar solamente manipulaciones de símbolos sino la importancia anticipatoria y probatoria del razonamiento algebraico. Por lo tanto, al usar, además de un problema algebraico, que es el conocimiento blanco en nuestro análisis, un problema inductivo y uno deductivo, se pretende comparar el saber inmediato del estudiante respecto de la noción de relación causal y de relación probable con

el uso de algoritmos aplicados a problemas de razonamiento que implican uso de conocimiento algebraico.

Por lo tanto, las variables de esta investigación se operacionalizaron para evaluar el desempeño de los estudiantes durante un episodio de aprendizaje matemático. Las medidas incluidas representan diferentes aspectos del proceso de objetivación de información, por un lado, y de los niveles autorregulatorios previamente indicados, por el otro. De esta manera, las variables de interés se clasificaron en:

- Capacidad para objetivar información -objetiva y autorreferencial-, entendida como a) la sensibilidad de los estudiantes a los patrones de criterio de validación de la información y b) la habilidad para sustentar contenidos de pensamiento que surgen durante el proceso autorregulatorio, así como durante el procesamiento de información de dominio académico específico.
- a. Respecto a la sensibilidad a los patrones de criterio se entiende que es la capacidad de los estudiantes para identificar las relaciones causales

y probabilísticas entre los eventos que ocurren y son observables en un problema, concepto o relación matemática, así como en las situaciones que se presentan durante un episodio de aprendizaje. Las variables medidas son:

VD<sub>1</sub> Sensibilidad a la relación entre desempeño y resultados de aprendizaje. Ésta se entiende como la percepción del estudiante de su desempeño y la percepción de logro en función de los resultados obtenidos en el episodio de aprendizaje. Para tal fin, se evaluó la percepción del esfuerzo empeñado en la tarea y lo que denominamos memoria prospectiva, que es el grado de recuerdo de las metas planteadas y su relación con la percepción de haberlas conseguido. Ambas se evaluaron a partir de una escala de 5 puntos.

VD<sub>2</sub> Sensibilidad a las metas de aprendizaje. Es entendida como el grado de conocimiento que tienen los estudiantes al final de la tarea del planteamiento que se, al inicio del episodio de aprendizaje, de las metas y su relación objetiva con las metas realmente alcanzadas. El establecimiento de metas se calificó en función de la claridad y especificidad de las metas

propuestas; mientras que el autocontrol percibido se calificó de acuerdo con la percepción de cumplimiento y la relación entre esta percepción y lo que efectivamente se planteó en las metas.

VD<sub>3</sub> Sensibilidad a la evidencia para sustentar la solución de problemas. Esta fue entendida como la capacidad del estudiante para dar cuenta del fundamento que subyacía a cada una de sus respuestas; para tal fin se les pidió que explicaran si su respuesta era correcta y por qué creían eso en cada uno de los tres problemas planteados. En el modelo la sensibilidad a la evidencia fue considerada para cada uno de los tipos de problemas.

VD<sub>4</sub> Confianza en la solución planteada a cada uno de los problemas. Esta fue entendida como el grado de seguridad que el estudiante planteaba en la solución que ofrecía a cada uno de los problemas. También fueron consideradas en el modelo las respuestas de manera independiente para cada uno de los problemas planteados.

VD<sub>5</sub> Origen de la sanción que dan los estudiantes a los argumentos expuestos sobre la correcta solución de los problemas. Esta fue entendida como el origen interno o externo, objetivo o subjetivo de los argumentos planteados para defender la validez de las respuestas dadas para cada problema.

- b. En lo que se refiere a la habilidad para sustentar contenidos de pensamiento que surgen durante el proceso autorregulatorio, así como durante el procesamiento de información de dominio académico específico, ésta es entendida como la capacidad de los estudiantes para analizar y sintetizar mediante la expresión escrita el curso de las ideas que surgen durante un episodio de aprendizaje. Las variables fueron definidas en torno a los siguientes contenidos de pensamiento:

VD<sub>6</sub> Habilidad para sustentar qué es el conocimiento. En esta variable interesó, por un lado, la caracterización que se hacía del conocimiento en función del tipo de palabra usada para tal caracterización, si era un verbo un adjetivo un sustantivo vacío o un sustantivo definitorio y, por el otro, el grado de reflexión respecto al ámbito - objetivo o subjetivo - manifiesto en los argumentos expuestos para sustentar lo que es el conocimiento.

VD<sub>7</sub> Habilidad para sustentar expectativas relacionadas con el episodio de aprendizaje. En esta variable interesó la argumentación que se hacía de lo esperado a lo largo del episodio de aprendizaje y la coherencia entre la argumentación y el desempeño observado durante el episodio de aprendizaje. Fue evaluada con un criterio de calificación que se daba en su conjunto a 6 reactivos de respuesta abierta. Se calificaron conjuntamente estos reactivos pues la argumentación que se daba en cada una por separado era validada con respecto a la relación que mantenían las respuestas entre sí, representando de esta manera un índice de claridad en las expectativas puestas en el episodio de aprendizaje. Los reactivos valoraron la argumentación de: a) las metas de aprendizaje, b) a que se debía poner atención, y c) de la influencia de sus habilidades en el episodio de aprendizaje.

VD<sub>8</sub> Habilidad para sustentar la actuación en el episodio de aprendizaje. La *habilidad para sustentar la actuación en el episodio de aprendizaje* fue evaluada a través de 5 reactivos de respuesta abierta. En este caso, también se dio una calificación a los 5 reactivos en función de la relación que mantenían las respuestas entre sí en términos de la claridad sobre el desempeño en el

episodio de aprendizaje. Los reactivos evaluaron la argumentación sobre la dificultad experimentada durante el aprendizaje, sobre la eficacia que se consideró se tuvo en el desarrollo de la tarea, sobre la importancia de los resultados obtenidos, sobre las emociones experimentadas y sobre la habilidad que se tiene para aprender álgebra.

VD<sub>9</sub> Habilidad para traducir razonamiento e inferencias matemáticas en expresiones verbales y viceversa. La *habilidad para traducir razonamiento e inferencias matemáticas en expresiones verbales y viceversa* evaluó la capacidad de los estudiantes para representar y entender una misma situación problemática expresada tanto verbalmente como matemáticamente. Ésta fue evaluada mediante la argumentación del problema y su expresión matemática calificándose el entendimiento de la situación problemática y su representación matemática.

VD<sub>10</sub> Habilidad para expresar ideas de manera ordenada. La *habilidad para expresar ideas de manera ordenada* evaluó la estructura expositiva de

los argumentos expuestos y se calificó la suficiencia de la exposición y la secuencia de las ideas en cada uno de los argumentos expuestos.

VD<sub>11</sub> Habilidad para expresar de manera coherente los argumentos. La *habilidad para expresar de manera coherente los argumentos* evaluó la integración de las oraciones en ideas globales relacionadas pertinentemente entre sí, que dieran cabida a argumentos válidos en función de lo justificado a partir de hechos que pudieron ser corroborados con el desempeño objetivo y los resultados del episodio de aprendizaje.

VD<sub>12</sub> Habilidad para sustentar información de dominio académico específico. La *habilidad para sustentar información de dominio académico específico* se evaluó con la misma estrategia de las dos variables anteriores, utilizando varios reactivos para contrastar la relación entre las respuestas. Para evaluar la argumentación hecha sobre un contenido específico de conocimiento se considero la explicación que daban de lo que consideran que son las matemáticas, la importancia atribuida al conocimiento

matemático y explicar si la naturaleza de las matemáticas es considerada artificial o natural.

- Con relación a la habilidad autorregulatoria entendida como: a) capacidad para estructurar conocimiento autorregulatorio y b) desarrollar estrategias autorregulatorias, se definieron las siguientes variables:
  - a. Habilidad para estructurar conocimiento autorregulatorio en torno a:
    - VD<sub>13</sub> La auto valoración de la relación emocional establecida con tareas de la misma índole. El cual evaluó el autorreporte del estudiante de cómo percibía su desempeño previo en tareas de aprendizaje matemático. Aquí se evaluó lo que el estudiante percibe de si mismo de manera general al trabajar en el aprendizaje de contenidos algebraicos, como la autoeficacia, la capacidad para concentrarse, la necesidad de apoyo, la importancia del éxito en el aprendizaje matemático y la importancia de la tarea.
    - VD<sub>14</sub> La auto valoración del estado emocional presente en el episodio

de aprendizaje. Aquí se evaluó el auto reporte del estado emocional del estudiante al iniciar y al terminar el episodio de aprendizaje.

VD<sub>15</sub> La auto valoración del compromiso cognitivo en el episodio de aprendizaje. Aquí se evalúa la fuerza atribuida al compromiso con el que se enfrentan a la situación de aprendizaje planteada.

VD<sub>16</sub> La auto valoración de la inclinación a las matemáticas. Aquí se evalúa el agrado o desagrado que reporta el estudiante que experimenta cuando estudia matemáticas.

VD<sub>17</sub> La auto valoración de la dificultad percibida en el conocimiento matemático. Esta considera, la dificultad atribuida al aprendizaje matemático, el origen de esta dificultad, la confianza del uso de algoritmos matemáticos, la percepción de aptitudes y la necesidad de apoyo.

b. Desarrollo de estrategias autorregulatorias útiles para:

VD<sub>18</sub> Sistematizar la conducta. En esta variable se valoró que tan ordenado era el comportamiento del estudiante en la consecución de la solución en

los problemas planteados. Se evaluó mediante la revisión de lo escrito para plantear la respuesta a los tres problemas. Tomando en cuenta la ubicación, orden y secuencia seguida.

VD<sub>19</sub> Sistematizar la información. La *capacidad para sistematizar la información* valoró la clasificación de los datos en términos de la importancia que estos mantenían con la solución del problema.

VD<sub>20</sub> Efectividad en la solución de problemas de naturaleza algebraica. La *efectividad en la solución de los problemas* fue valorada a través de la combinación de dos criterios: el de la solución correcta y el del uso de algoritmos matemáticos. Dado que, para resolver los problemas no es condición obligada usar el algoritmo se calificó no solo en función de que la respuesta fuera correcta o errónea, sino si los estudiantes usaban algoritmos algebraicos o solo el razonamiento. De esta manera podíamos observar quienes resolvían los problemas puesto que entendían qué condiciones se debían satisfacer aunque no conocieran el procedimiento algebraico,

y quienes, además, conocían este procedimiento; también, se observó quienes lograron la solución mediante el procedimiento y no entendieron por qué sí o no era correcta la respuesta. Además de distinguir de los que planteaban una respuesta incorrecta usando algoritmos algebraicos de los que fracasaban intuitivamente.

VD<sub>21</sub> Efectividad en la solución de problemas de naturaleza probabilística. Aquí también se evaluó la correcta solución al problema en función del uso o no uso de estrategia, no obstante, en la comprensión de la solución se considero el entendimiento de la relación probabilística entre los eventos planteados en el problema.

VD<sub>22</sub> Efectividad en la solución de problemas de naturaleza lógica. Aquí se evaluó de igual manera que en los dos problemas anteriores y la comprensión evaluada fue la de las reglas implicadas en el razonamiento deductivo necesario para arribar a la solución.

## Objetivo de investigación

A partir de las definiciones anteriores, interesó investigar efectos derivados de intervenciones instruccionales diferentes. En un caso, la intervención proporcionó instrucción en habilidades argumentativas referidas a sustentar contenidos de pensamiento autorreferencial; en otro, se apoyó el aprendizaje de contenidos de ecuaciones lineales y en el tercero, se apoyó tanto la instrucción en habilidades argumentativas, como en contenidos de ecuaciones lineales.

Con base en lo anterior, el arreglo planteó las siguientes variables independientes:

VI<sub>1</sub> Instrucción en habilidades para el uso de evidencias y desarrollo de habilidades de argumentación. Este programa provee información sobre lo que es argumentar contenidos de pensamiento auto referencial, así como conocimiento y como se lleva acabo esta tarea de manera formal.

VI<sub>2</sub> Instrucción para la comprensión de las ecuaciones lineales de primer grado. En este programa se trabajó sobre la comprensión de tres conceptos

fundamentales en torno a la solución de problemas mediante el uso de ecuaciones lineales, el concepto de relación funcional, el de ecuación y el de solución en nociones algebraicas de ecuaciones lineales

VI<sub>3</sub> Instrucción en habilidades para el uso de evidencias y desarrollo de habilidades de argumentación durante un episodio de aprendizaje matemático. En este programa se integran los contenidos de los otros dos programas de instrucción en función de una estrategia de monitoreo del aprendizaje estructurado a partir del establecimiento de metas y la argumentación de lo aprendido en los dos aspectos: la habilidad para argumentar el proceso de aprendizaje y la solución de problemas con ecuaciones lineales.

El desarrollo de la investigación se planeo en dos etapas. En la primera, se diseñaron y validaron las herramientas de medición –con las que se operacionalizaron las variables– y se diseñaron los procedimientos instruccionales requeridos. En la segunda etapa se aplicaron instrumentos y la intervención instruccional, se analizaron datos y se elaboraron conclusiones.

# Método

## Primera etapa

En esta etapa se desarrollaron los instrumentos de evaluación y los programas de instrucción. A continuación se describen los instrumentos de evaluación y los programas de instrucción, conjuntamente con el proceso de construcción de cada una de estas herramientas.

Los instrumentos de evaluación desarrollados fueron:

- El Inventario de estilos de argumentación de información matemática y motivacional (IDEAMATEMATICA)
- La prueba de Conocimientos Básicos Previos al álgebra.

Para evaluar la argumentación sobre la aplicación y reordenamiento de nociones algebraicas en la solución de problemas mediante ecuaciones de primer grado, así como para evaluar estructuras metacognitivas asociadas con la autorregulación, se diseñó, validó y confiabilizó una prueba que mide habilidades previas y adquiridas durante la intervención. También se incluyó la evaluación de conocimientos respecto a creencias y expectativas acerca de auto valoraciones de los estudiantes. A este instrumento lo denominamos Inventario de estilos de argumentación de información matemática y motivacional (IDEAMATEMATICA).

## **El Inventario de estilos de argumentación de información matemática y motivacional (Ideamatemática)**

El inventario IDEAMATEMATICA es un instrumento de aplicación colectiva que evalúa, mediante autovaloraciones y por ejecución, la justificación que estudiantes de nivel medio superior aducen de la información útil para la solución de problemas matemáticos y de la información subjetiva que determina el tipo de compromiso cognitivo que asumen ante la situación escolar planteada. Establece un perfil de comunicación de razones y creencias que los estudiantes aducen respecto de su comportamiento, de su información matemática y de sí mismos al enfrentar situaciones de aprendizaje que involucran razonamiento algebraico, deductivo e inductivo.

La evaluación se hace con referencia a una tarea de aprendizaje. En este sentido, no se evalúan rasgos de los individuos, sino los estados particulares de estos individuos en determinados momentos del proceso de aprendizaje y sus determinantes contextuales. La intención de evaluar las explicaciones y argumentos es la de

estructurar una perspectiva lingüístico-analítica de objetivación de contenidos de pensamiento auto referencial en procesos de aprendizaje. Por lo tanto, el instrumento es sensible a la naturaleza de la información involucrada en el acto de fundamentar las razones para comportarse. La información se clasifica tomando como criterio la definición hecha por Popper de conocimiento objetivo (Miller, 1995) para diferenciar entre conocimiento propiamente dicho y la información subjetiva que maneja el sujeto. De esta manera, con base en la clase de criterios que usa el estudiante para justificar sus razones, se evalúa la conciencia del sujeto respecto del conocimiento como objeto, que posee una estructura en la que se encuentran definidas la prescripción y descripción de su naturaleza.

Por lo tanto, el IDEAMATEMATICA permite evaluar la magnitud de la capacidad que el estudiante tiene para dar cuenta de las justificaciones que subyacen a una acción desde un punto de vista psicológico, o en el sentido antes expresado, su capacidad para reconocer un objeto de conocimiento como estructura teórica independiente del sujeto cognoscente. Se propone, además de identificar las creencias, expectativas y valoraciones del estudiante sobre la tarea y sus capacidades, dimensionar su capacidad para identificar evidencia que

fundamenten las razones de estas creencias o conocimientos. La evaluación se hace con base en las estructuras formales que fundamentan el conocimiento objetivo –como modelo de comparación respecto de las estructuras cognitivas de los estudiantes-. Esto permite comparar cualidades particulares de la información que los sujetos manejan al enfrentar la solución de problemas que exigen la posesión de información objetiva y válida; y al mismo tiempo, evaluar el estatus epistemológico que los estudiantes le otorgan a sus ideas y juicios auto referenciales en términos de sus propios criterios.

En este sentido, se han construido varios modelos que ofrecen explicación al respecto de los mecanismos y/o estructuras del razonamiento inferencial, con un creciente interés por no solo dar cuenta de la estructura del conocimiento objetivo, sino por entender como los individuos manejan toda clase de información y sus fuentes de validez, que no necesariamente se basan en criterios lógicos (Wolff & Song, 2003; Heysse, 1997). En este sentido, en el instrumento se da, más o menos, el mismo peso a la información relevante con la que se cuenta para la solución de problemas algebraicos, y la relacionada con las creencias, valores y otras informaciones subjetivas inmanentes al compromiso de la solución. En este

instrumento, las habilidades de argumentación toman forma y son verificables a través de la conducta verbal, pero no las identificamos con ésta. La habilidad para argumentar además representan una función de otras habilidades y estrategias de acción que las personas implementan usualmente en su proceso adaptativo.

De hecho, estas características aparecen cuando los estudiantes enfrentan una situación de aprendizaje, y consecuentemente, es importante estudiar el papel que juega el hecho de que un estudiante sea capaz de distinguir el estatus de conocimiento que le atribuye a sus ideas.

## Características del instrumento

El IDEAMATEMATICA es una prueba de lápiz y papel que evalúa tres componentes del proceso de objetivación del conocimiento en un episodio de aprendizaje, dos de los componentes atañen a pensamientos auto referenciales y ejecuciones en dos niveles del proceso de autorregulación y uno a argumentaciones en aprendizaje de contenidos de dominio específico.

Los componentes relacionados con los dos niveles del proceso autorregulatorio son: a) la autorregulación del aprendizaje y b) la autorregulación de las soluciones intentadas ante problemas de diferente naturaleza matemática. La autorregulación del aprendizaje es inducida en el instrumento mediante un conjunto de demandas que solicitan al ejecutante establecer la validez y pertinencia, tanto de lo aprendido, como de las estrategias utilizadas para lograr el aprendizaje. Tales demandas dan oportunidad de evaluar la conciencia mediada por el proceso autorregulatorio del aprendizaje. Por su parte, la autorregulación de las soluciones intentadas es inducida por demandas diferenciales derivadas de la naturaleza del problema (lógica, probabilística y algebraica). De la misma manera que en la autorregulación

del aprendizaje, las demandas hechas en el nivel autorregulatorio de la solución del problema dan oportunidad de evaluar la conciencia del ejecutante durante este episodio pero la naturaleza de la conciencia evaluada es la inmediata. Esto es, la referida a valoraciones, expectativas y creencias acerca de la solución intentada y su asociación con componentes de la tarea criterio.

La tercera porción del IDEAMATEMATICA evalúa la naturaleza de las argumentaciones elaboradas por los estudiantes para justificar la validez de las conclusiones acerca de los resultados de su propio aprendizaje. A diferencia de las otras dos porciones, en ésta el interés se enfoca a evaluar si el alumno identifica la estructura subyacente a las ideas del dominio específico que está trabajando, si es capaz de comunicar argumentos, por escrito, mediante ideas ordenadas y coherentes, si establece la relación entre la tarea solicitada y su desempeño como aprendiz, así como el establecimiento y seguimiento de expectativas plausibles referidas al episodio de aprendizaje particular.

En el proceso de construcción del instrumento se distinguen dos etapas. En la primera se estableció el diseño de observación. Para ello, se definieron los

constructos a ser investigados en el proceso de objetivación de información. Con este fin, se utilizaron 72 criterios (ver anexo 1), mismos que fueron agrupados en 18 variables, concebidas y ordenadas para distinguir los tres constructos en estudio: el proceso autorregulatorio, la ejecución en la tarea y la habilidad argumentativa. Estos tres constructos conformarían las tres sub escalas del instrumento. En esta primera etapa también se realizaron la validación inter jueces de los constructos y un análisis factorial exploratorio de los datos del instrumento recabados con una muestra de estudiantes de primer año de preparatoria. Toda vez obtenidos los resultados de la validación con jueces y del análisis factorial, en una segunda etapa, las variables fueron modificadas, en los aspectos señalados por esos resultados, con la finalidad de lograr una mejor definición de éstas. La versión resultante incluyó 22 variables dependientes, tomando como punto de partida los índices que conformaban las 18 variables originales. La tabla 1 muestra las 18 variables originales y su correspondencia con las 22 variables de la versión final. Algunas de estas variables cambiaron en cuanto a su agrupación en las sub escalas: en algunos casos tuvieron que separarse y en otros fueron reagrupadas para conformar una nueva y única variable. Así, la segunda etapa de la construcción y validación del instrumento, permitió desarrollar un modelo cualitativo que intenta dar cuenta

de las relaciones causales entre las variables durante el proceso de objetivación de información.

Variabes del instrumento	Constructos de evaluación en la investigación :	Variabes dependientes	Criterios del instrumento
1 Estado emocional	Autorreporte del estado emocional	VD14	C36 a C40
2 Compromiso cognitivo	Autorreporte del compromiso cognitivo	VD15	C43 a C45
3 Inclinación	Autorreporte de la inclinación a las matemáticas	VD16	C41 y C42
4 metas de aprendizaje	Sensibilidad de los estudiantes a las metas de aprendizaje	VD2	C9 y C10
5 Tipo de objeto	<b>Habilidad para sustentar que es el conocimiento</b>	VD6	C16, C17
6 Accesibilidad al conocimiento			
7 Posición epistemológica			
8 relación emocional que se ha tenido con tareas de la misma índole	El conocimiento de la relación emocional que se ha tenido con tareas de la misma índole	VD13	C1 a C5
9 relación entre desempeño y resultados de aprendizaje	Sensibilidad de los estudiantes a la relación entre desempeño y resultados de aprendizaje	VD1	C6 y C8
10 Relación con conocimiento mat.	Dificultad percibida en el conocimiento matemático	VD17	C11 a C15
11 Relación entre mate. y realidad			
12 Tendencia a la sistematización	Capacidad para sistematizar la conducta	VD18	C21 a C23
	Capacidad para sistematizar la información	VD19	C24 a C26
13 Ejecución	Efectividad en la solución de problemas de álgebra	VD20	C18
	Efectividad en la solución de problemas de probabilidad	VD21	C19
	Efectividad en la solución de problemas de lógica	VD22	C20

14 Confianza en ejecución	<b>Confianza de los estudiantes en la solución dada a los problemas</b>	VD4	C27 a C29
15 Identificación de evidencia	<b>Sensibilidad de los estudiantes a la evidencia para sustentar la solución de un problema</b>	VD3	C30 a C32
16 Origen de la sanción	<b>Origen de la sanción que dan los estudiantes a los argumentos expuestos sobre la correcta solución de los problemas</b>	VD5	C33 a C35
17 Análisis y síntesis	Habilidad para sustentar expectativas del episodio de aprendizaje	VD7	C46 a C51
	Habilidad para sustentar la actuación en el episodio de aprendizaje	VD8	C52 a C56
	Habilidad para sustentar información de dominio académico específico	VD12	C57 a C60
	Habilidad para traducir razonamiento e inferencias matemáticas en expresiones verbales y viceversa	VD9	C61 a C63
18 Articulación gramatical	Habilidad para expresar ideas de manera ordenada	VD10	C64 a C66
	Habilidad para expresar de manera coherente los argumentos	VD11	C67 a C 72

Tabla 1. Variables, constructos y criterios.

En la definición de variables importó considerar dos distinciones: la relativa al tipo de evaluación -ejecución o autorreporte-, y la relativa a la fase o momento de la evaluación al contestar el instrumento -antes, durante o al final de la ejecución-. Fueron incluidas con la doble finalidad de: evaluar los dos niveles autorregulatorios y tener parámetros relativos a las apreciaciones de los estudiantes y contrastarlas con su desempeño objetivo.

## **Diseño y validación del IDEAMATEMATICA**

Se desarrollo un estudio de validación de constructo de los componentes que subyacen al instrumento que mide la objetivación de información relevante en episodios de aprendizaje, mediante argumentación. Seis expertos en Auto regulación y Cognición Humana validaron las definiciones dadas a los constructos y el ajuste de sus reactivos. Los coeficientes de concordancia de Kendall mostraron valores aceptables para los 18 componentes que subyacen a los constructos utilizados. Con base en las observaciones de los jueces se realizaron los ajustes necesarios y el instrumento modificado fue aplicado a una muestra aleatoria de 86 estudiantes del primer año de preparatoria. Con los datos se corrió un análisis factorial exploratorio que agrupó los 18 constructos en cuatro factores que explicaron el 70.73% de la varianza observada. Los índices obtenidos permiten establecer que el instrumento muestra validez para indagar procesos de objetivación de información relevante en episodios de aprendizaje, como el suscitado en la investigación.

## Validación del instrumento

### Participantes

\* Una muestra no probabilística de seis jueces expertos, con grado de Doctor en Psicología, especialistas en Cognición Humana y con más de diez años de experiencia en investigación en aprendizaje complejo.

\* Una muestra aleatoria de 86 estudiantes, hombres y mujeres, inscritos al primer año de preparatoria de la Universidad Autónoma Chapingo.

ESCENARIO: Oficinas de los expertos y salones de clases

### Instrumentos

IDEAMATEMATICA, mide los estilos de argumentación de los estudiantes respecto de sus competencias objetivas y manejo de información matemática cuando resuelve problemas algebraicos.

Escala de Validación del instrumento anterior que recoge los juicios de los expertos respecto a las definiciones de los constructos y el ajuste de los ítems a éstos (véase anexo 1).

### **Procedimiento**

Con el objetivo de validar los constructos, se seleccionaron seis expertos de acuerdo con los criterios de inclusión antes descritos. Se usó una escala tipo Likert de cinco puntos para recabar las valoraciones de los jueces acerca de las definiciones de los constructos y el ajuste de los reactivos a éstos. Las respuestas de los expertos se registraron mediante dos observadores independientes. Los datos fueron analizados mediante el estadístico  $W$  de Kendall para determinar el coeficiente de concordancia entre los expertos. Cuando el coeficiente de concordancia no satisfacía los parámetros deseados, las dimensiones fueron modificadas de acuerdo con las observaciones de los expertos.

Para validar el instrumento que mide la habilidad argumentativa, se seleccionaron al azar 86 participantes de una población de 1100 estudiantes del primer año

de preparatoria. Las respuestas fueron calificadas de acuerdo con un protocolo previamente validado por tres jueces independientes. Las calificaciones de las variables evaluadas se agruparon para conformar las calificaciones correspondientes a cada dimensión del modelo. Con las dieciocho dimensiones resultantes se corrió un análisis factorial exploratorio con rotación oblimin. Sólo se aceptaron eigenvalores mayores a uno y dimensiones que explicaron una proporción de varianza igual o mayor al cinco por ciento.

## Resultados de la validación del instrumento IDEAMATEMATICA

### Validación de Constructos por Expertos

Como se muestra en la tabla 2, el Coeficiente de Kendall global es aceptable. Las 18 variables muestran también coeficientes aceptables (ver tabla 3), no obstante, fueron modificadas de acuerdo con las observaciones de los expertos acerca de su definición o de la construcción de los items.

Variables	18
Expertos	6
W de Kendall	,625
Significatividad	,03

Tabla 2. Validación General

Variables	W de Kendall	Signif.
Estado emocional	,886	,001
Compromiso cognitivo	,812	,049
Atribución de consecuencias	,887	,003
Tipo de objeto	,654	,081
Accesibilidad al conocimiento	,616	,125
Manejo emocional	,884	,003
Manejo del tiempo	,812	,149
Inclinación	,569	,129
Relación con conocimiento mat.	,802	,034
Relación sujeto-objeto	,802	,034
Posición epistemológica	1,000	,010
Tendencia a la sistematización	1,000	,010
Ejecución	,542	,001
Confianza en ejecución	,862	,022
Identificación de evidencia	,786	,000
Origen de la sanción	,648	,125
Análisis y síntesis	,880	,003
Articulación gramatical	,670	,001

Tabla 3. Coeficiente de Kendall por varia

## Análisis factorial exploratorio

La matriz que se presenta en la tabla 4 muestra la solución y reducción de las 18 variables en cuatro componentes principales.

	Componentes			
	1	2	3	4
Estado emocional 2	0.797	-0.468	1.009	2.351
Compromiso cognitivo 2	0.19	-0.696	0.197	1.041
Metas de aprendizaje 1	0.382	-0.247	0.092	0.554
tipodeobj+	0.0E+01	-0.063	0.032	-0.536
Accesibilidad al conocimiento 1	-0.474	-0.376	1.81	-0.712
relación emocional que se ha tenido con tareas de la misma índole 1	-0.954	-1.1	2.586	-0.587
Relación entre desempeño y resultados de aprendizaje 1	0.554	-0.272	0.282	0.222
Proclividad 1	0.248	0.025	0.241	0.266
Relación entre mi conocimiento y el conocimiento matemático 1	0.262	-0.455	0.258	0.376
Relación entre la matemática y la realidad 2	0.419	0.224	-0.1	-0.156
Naturaleza	0.204	-0.179	-0.092	-0.465
Tendencia a la sistematización 2	2.941	2.247	0.868	-0.587
Efectividad 2	0.925	1.162	-0.098	0.304
Confianza 2	0.312	0.388	0.156	0.189
Identificación de evidencia 2	1.131	1.071	0.479	0.212
Fuente de la sanción 2	1.045	1.169	0.153	0.031
Análisis y síntesis 3	2.526	0.824	0.409	0.102
Articulación gramatical 3	4.243	-3.003	-0.476	-0.578

Tabla 4. Matriz de cuatro factores

Estos cuatro componentes explicaron el 70.73% de la varianza. El análisis factorial exploratorio agrupo las variables de los niveles autorregulatorios y los relativos al proceso de objetivación de tal manera que sugiere la relación entre aspectos distintos que se afectan entre sí durante el proceso de objetivación observado en un episodio de aprendizaje. El análisis clasifica las variables en cuatro factores, aunque se excluyen tres variables. Sin agruparse quedan las variables naturaleza, artificial o natural, del conocimiento matemático; el tipo de objeto que se considera que es el conocimiento y la inclinación a las matemáticas. El primer componente agrupa las variables tendencia a la sistematización, relación entre la matemática y la realidad, identificación de evidencia, fuente de la sanción, análisis y síntesis, articulación gramatical y relación entre desempeño y resultados de aprendizaje. Este factor representa la capacidad del estudiante para monitorear y regular su comportamiento en función de objetivos definidos. Por un lado, este factor se constituye de la capacidad del estudiante para ordenar su comportamiento, de la sensibilidad a la evidencia y la comprensión de la matemática como un sistema de representación de la realidad, y por el otro la capacidad que tienen para argumentar su comportamiento y su aprendizaje en función del establecimiento de metas. El segundo factor reúne a las variables confianza y efectividad que representa la

interacción entre el resultado obtenido y el entendimiento del problema expresado en términos de la confianza de haber dado la respuesta correcta. El tercer factor representa la interacción entre las variables relación emocional que se ha tenido con tareas de la misma índole y accesibilidad al conocimiento, que implica que la percepción que el estudiante tiene de la dificultad que le representa aprender esta directamente influenciada por las experiencias pasadas. El cuarto y último factor muestra que existe una relación entre el estado emocional de los estudiantes, el grado de compromiso que asumen en el episodio de aprendizaje, la percepción de dificultad atribuida al aprendizaje matemático y el establecimiento de metas.

Los resultado, tanto en lo que se refiere a los juicios de los expertos, como a los generados por el análisis factorial exploratorio, permiten, por un lado, establecer la validez del instrumento para evaluar el proceso de objetivación de información relevante en el episodio de aprendizaje utilizado, y por el otro, apreciar una primera aproximación a la relación entre las variables involucradas en el episodio de aprendizaje relacionadas con el proceso de objetivación de información relevante para la autorregulación del aprendizaje. Los datos sugieren que las dimensiones propuestas para evaluar la capacidad de argumentación podrían ser

índice objetivo de habilidad auto-regulatoria en situaciones de aprendizaje. Los datos sustentan la idea de que la argumentación puede considerarse un índice de capacidad para objetivar información. Además, la interacción de ésta capacidad con variables autorregulatorias durante el episodio de aprendizaje emerge como un proceso auto-regulatorio en sí mismo. Por otra parte, consideramos que la evidencia apoya la idea de que las creencias, en un extremo, y los conocimientos en el otro, son cualidades de la información que emergen de un solo proceso que depende de la habilidad de los sujetos para identificar el origen de la sanción en la validación de información.

Este fue el primer paso en la validación del constructo objetivación de información relevante en episodios de aprendizaje matemático; no obstante, en un segundo momento con base en los resultados de este estudio se formuló una explicación hipotética que permitió modelar la interacción causal entre las variables propuestas. Los resultados de esta modelación se exponen mas adelante en la sección correspondiente.

## **Diseño y validación del instrumento para la evaluación de los conocimientos básicos previos al álgebra**

El segundo instrumento desarrollado y que también se diseñó y validó mediante la consulta a expertos fue la *prueba objetiva de Conocimientos básicos previos al álgebra*. Este instrumento se desarrolló para evaluar el dominio de los sujetos sobre contenidos matemáticos precurrentes a las habilidades y conocimientos que serían enseñados en el episodio de aprendizaje con la finalidad de asegurar la equiparabilidad entre los estudiantes antes de las intervenciones, tratando de controlar los conocimientos previos como variable extraña que pudiera sesgar el desempeño de los estudiantes durante la investigación.

*La prueba de conocimientos básicos previos al álgebra* tiene como objeto evaluar el grado de dominio que los estudiantes tienen de los conocimientos que son precurrentes para el aprendizaje del álgebra. Evalúa con base en tres criterios generales de apropiación del conocimiento: Interpretación, Ejecución y Apercepción

El criterio de interpretación pretende evaluar el grado de dominio que el estudiante tiene de la aritmética como lenguaje. Por lo tanto evalúa el uso correcto

de los símbolos que componen el lenguaje matemático y el conocimiento de los axiomas fundamentales de la aritmética. En este sentido el estudiante puede tener algún grado de comprensión del problema que se le pide resolver, pero esto no se toma en cuenta en esta área, pues lo que se evalúa no es razonamiento, sino dominio del contenido indicado. Es decir el criterio de calificación es si usa o no correctamente los símbolos y reglas de escritura involucrados en la representación del problema expuesto.

El criterio de ejecución evalúa el conocimiento de los procedimientos matemáticos dada una o varias operaciones para la solución del problema. También aquí, solo se evalúa si el estudiante conoce o no el procedimiento matemático.

El criterio de aperccepción o comprensión evalúa la comprensión de las abstracciones y su naturaleza formal, normativa y deductiva. En este caso se califica con un criterio escalar de 5 puntos.

En este criterio además de evaluar la eficacia en la respuesta se valora el desempeño y se asigna una calificación en función del grado de apropiación de contenidos

matemáticos pero considerando la comprensión y el razonamiento al enfrentar el problema. Por lo tanto, el reactivo permite dos elementos de evaluación: el primero permite caracterizar al estudiante respecto del uso apropiado de estrategias matemáticas, mientras que el segundo permite valorar los pasos que el estudiante sigue en la solución del problema, al margen de algoritmos matemáticos.

La razón de utilizar estos criterios de calificación se encuentra en el hecho de interpretar los conocimientos matemáticos como un cuerpo de información objetiva y formal con solamente una interpretación posible; no obstante, también se interpreta que el aprendizaje o apropiación de estos contenidos es más bien una construcción que parte de la subjetividad, y la solución de un problema puede ser interpretada de manera que el resultado es satisfactorio prácticamente, aunque no se entienda o conozca el carácter formal y preciso de la matemática.

Los conocimientos previos al álgebra son del campo de la aritmética, donde se encuentran las bases deductivas en las que se construye el conocimiento algebraico. Sin embargo, resolver un problema mediante algoritmos matemáticos no implica que se conozca la naturaleza de la solución ni del carácter del

razonamiento matemático. Por lo tanto, el tercer criterio que utilizamos tiene el objeto de evaluar este entendimiento del razonamiento que no se encuentra implícito en la enseñanza de los algoritmos. Los dos primeros se plantean con la finalidad de hacer comparaciones estadísticas con criterios cuantitativos, además de la necesidad de contar con un instrumento que ofrezca criterios simples de evaluación para determinar el tipo de carencia que un estudiante tiene al iniciar el aprendizaje del álgebra de ecuaciones lineales de primer grado. Se hace la consideración explícita de que el uso de criterios cuantitativos no se contrapone con la visión constructiva del proceso de aprendizaje que se desea promover.

Ahora bien, no se hace una evaluación exhaustiva del conocimiento de todos los procedimientos y axiomas que constituyen la matemática puesto que se considera que los conceptos planteados representan adecuadamente la naturaleza y carácter, tanto de la aplicación de procedimientos y lenguaje, como de los aspectos teórico-conceptuales que constituyen la matemática. Lo que si nos interesa, es evaluar que el estudiante entienda el carácter abstracto de la matemática, que alcanza su mayor expresión en los conceptos. La expresión simbólica de los algoritmos son las conclusiones prácticas del razonamiento, y no se puede evaluar al margen

de la comprensión mínima de su naturaleza explicativa. Este hecho comienza desde el entendimiento de la normatividad en la aritmética, pero es más evidente en el álgebra, cuyo principal objeto no es la manipulación de símbolos, sino la anticipación y prueba con fundamento en la abstracción de regularidades de la misma índole. En este sentido, estamos de acuerdo con Dettori (2001) cuando dice que lo que importa no es aprender a encontrar soluciones numéricas a problemas algebraicos sino entender la naturaleza y el poder del esquema teórico de solución del álgebra.

## **Validación del instrumento**

### **Participantes**

- Una muestra no probabilística de cinco jueces expertos, profesores investigadores del Área de Matemáticas del Departamento de Preparatoria Agrícola de la Universidad Autónoma Chapingo, profesores de álgebra y con más de diez años de experiencia en la docencia.

- ESCENARIO: Oficinas de los expertos

## **Instrumentos**

- Instrumento para la Evaluación de los Conocimientos Básicos Previos al Álgebra
- Escala de Validación del instrumento anterior que recoge los juicios de los expertos respecto a las definiciones de los constructos y el ajuste de los ítems a éstos (véase anexo 2).

## **Resultados de la validación del Instrumento para la evaluación de los Conocimientos Básicos Previos al Álgebra**

Para la validación de los constructos y los ítems, se seleccionaron seis expertos de acuerdo con los criterios de inclusión antes descritos. Se usó una escala tipo Likert de cinco puntos para recabar las valoraciones de los jueces acerca de las definiciones de los constructos y el ajuste de los reactivos a éstos. Las respuestas de los expertos se registraron mediante dos observadores independientes. Los datos fueron analizados mediante el estadístico  $W$  de Kendall para determinar el coeficiente de concordancia entre los expertos. Cuando el coeficiente de concordancia no satisfacía los parámetros deseados, las dimensiones fueron modificadas de acuerdo con las observaciones de los expertos.

La concordancia observada entre las observaciones de los cinco expertos fue bastante aceptable, con una  $W$  de 0,708 para 3 constructos, con significatividad de 0,04. De estos datos y a partir de las modificaciones hechas en función de las sugerencias de los mismos expertos concluimos que el instrumento evalúa

validamente el conocimiento aritmético de acuerdo a los tres constructos planteados.

## Programas de instrucción

Se desarrollaron tres programas de instrucción para la investigación, el primero, dirigido a instruir sobre habilidades argumentativas generales, el segundo dirigido a instruir sobre ecuaciones lineales de primer grado y el último dirigido a instruir en habilidades argumentativas en ecuaciones lineales de primer grado. Los programas se elaboraron para diferenciar entre aprendizaje cognitivo (en el caso de la enseñanza de ecuaciones lineales), metacognitivo (en el caso de la instrucción conjunta de las ecuaciones lineales y habilidad argumentativa) y metacognitivo general (en el caso de la instrucción de habilidades argumentativas sin contexto específico de aprendizaje).

La introducción de las variables independientes, que se dirigen a la manipulación de la habilidad para argumentar mediante la enseñanza de estrategias específicas en contexto de aprendizaje matemático, tiene como finalidad hacer evidente las relaciones diferenciales de nuestras variables dependientes. Por tal motivo, cabe aclarar que la investigación se estructuró en base a un dominio de conocimiento

matemático, dadas las características analítico - deductivas inherentes a este tipo de pensamiento. Esta característica de las matemáticas permite contrastar los elementos inferenciales, característicos de la argumentación, con los de la capacidad de distinción que los estudiantes pueden tener acerca de las relaciones causales y probabilísticas involucradas en la toma de decisiones. Por su parte, la elección del uso de las ecuaciones lineales como contenido fundamental de aprendizaje se debe al nivel académico que cursan los sujetos del estudio y a los programas propios de este nivel.

Al tiempo que se corrió la investigación, los estudiantes ya habían tenido la experiencia de aprendizaje de estos contenidos; no obstante, y en tanto nuestro interés se dirigía al aprendizaje conceptual y no al de procedimientos y uso de algoritmos, se consideró adecuado demandar una tarea paralela al uso de procedimientos, dicha tarea demandó al estudiante entender el origen de los conceptos implicados en el álgebra de ecuaciones lineales.

Los tres programas instruccionales compartieron características con la finalidad de controlar otras variables atribuibles a técnicas de enseñanza. Con esta finalidad,

se homogenizaron los programas en desarrollo bajo los cinco principios que para el diseño de instrucción efectiva propuso Merrill (2001):

- 1.- la solución debe estar basada en la solución de problemas e involucrar cuatro fases de instrucción;
- 2.- primero se debe activar el conocimiento relevante con el que el estudiante ya cuenta;
- 3.- se debe hacer una demostración del conocimiento y habilidades objeto de aprendizaje;
- 4.- se debe proveer la posibilidad de practicar los nuevos conocimientos y habilidades;
- 5.- proveer la posibilidad e incorporar el nuevo conocimiento y habilidades a su vida diaria.

Por esta razón, en los tres programas se planteó a los estudiantes el aprendizaje en función del desarrollo de ejercicios que implicaban la correcta aplicación de los principios enseñados. En el caso de los programas de aprendizaje de habilidades

argumentativas generales y de habilidades argumentativas en ecuaciones lineales, se pidió que se argumentaran tanto sus expectativas (al inicio), como sus logros (al final) de aprendizaje respecto del programa que se les estaba impartiendo; en el caso del programa de enseñanza de ecuaciones lineales de primer grado se les pidió a los estudiantes resolvieran tres problemas mediante una estrategia diseñada con el programa Excell, esta misma estrategia fue utilizada en el programa enseñanza de habilidades argumentativas en ecuaciones lineales.

Con la finalidad de que el diseño de los programas fuera pertinente y válido, se buscó la asesoría y colaboración de dos profesores de matemáticas, uno de lógica y dos expertos en autorregulación del comportamiento.

*Programa instruccional de uso de evidencias y desarrollo de habilidades de argumentación.* Este programa provee información sobre lo que es argumentar contenidos de pensamiento auto referencial, así como conocimiento y como se lleva acabo esta tarea de manera formal. En este programa se hizo hincapié al respecto de cómo caracterizar e identificar evidencia, cómo estructurar las premisas y las conclusiones para desarrollar argumentos válidos y en la necesidad

de hacer conciente la cualidad relativa de la información<sup>10</sup> que se tiene respecto de uno mismo y de los conocimientos aprendidos.

*Programa instruccional para la comprensión de las ecuaciones lineales de primer grado.* En este programa se trabajó sobre la comprensión de tres conceptos fundamentales en torno a la solución de problemas mediante el uso de ecuaciones lineales, el concepto de relación funcional, el de ecuación y el de solución. En este programa se usaron computadoras para poder representar, a través de la hoja de cálculo Excell, la función o funciones subyacentes a la solución de los problemas planteados. Primero se planteaba un problema y se analizaba de acuerdo al número de variables involucradas, primero con una variable y después con dos. El primer problema para resolver contenía una sola variable. Se ilustraba cómo estos representaban una función y se expresaba en términos matemáticos, como en el ejemplo:

Si se tienen dos números que sumados entre sí dan como resultado 40 y uno de los números es 15 ¿cuál es el otro?       $x + y = 40$ ;    $x = 15$

---

<sup>10</sup> Es decir, si se le considera conocimiento o creencia

En seguida se ilustraba la representación algebraica a través del programa Excel. Para tal efecto se tenían que elaborar dos columnas, una para los valores de “x” y otra para los de “y”. Estas columnas se hacían siempre con formulas que vinculaban entre si las columnas, de tal manera que solo era necesario introducir un número en la primera celda. Es decir, la primera celda de la columna de las “x” se introducía un número cualquiera, en la siguiente celda de esa columna se introducía una formula para indicarle a la maquina que se sumara uno a la celda superior previa, posteriormente esta formula se repetía en 20 celdas de la columna de manera consecutiva descendente, de tal manera que se lograba una columna de números consecutivos que dependían del primer número, si por ejemplo el primer número era el uno se tenía como resultado una columna del 1 al 21. En la segunda columna, la columna de las “y”, se introducía la función que resultaba de despejar una de las variables en la representación algebraica del problema planteado (se suele despejar y):

La representación algebraica del problema  $x + y = 40$

La representación algebraica de la función  $y = 40 - x$

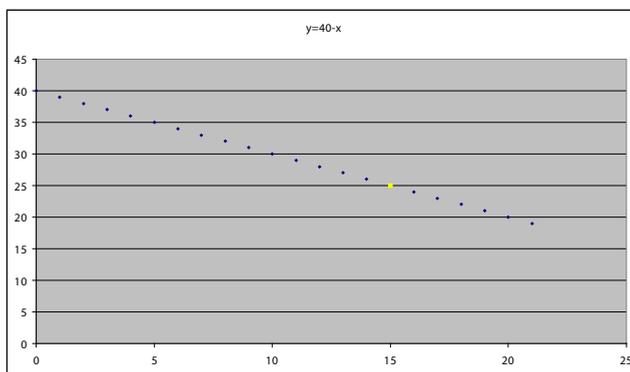
La forma de introducir la función era poner una formula en la columna adyacente a la columna de la x que indicara el desarrollo de la operación  $40-x$  de tal forma que x era el valor de la celda en la columna previamente definida para las x.

	A	B	C	D	E	F
1						
2		X	$Y=40-X$			
3		1	39			
4		2	38			
5		3	37			
6		4	36			
7		5	35			
8		6	34			
9		7	33			
10		8	32			
11		9	31			
12		10	30			
13		11	29			
14		12	28			
15		13	27			
16		14	26			
17		15	25			
18		16	24			
19		17	23			
20		18	22			
21		19	21			
22		20	20			
23		21	19			
24						

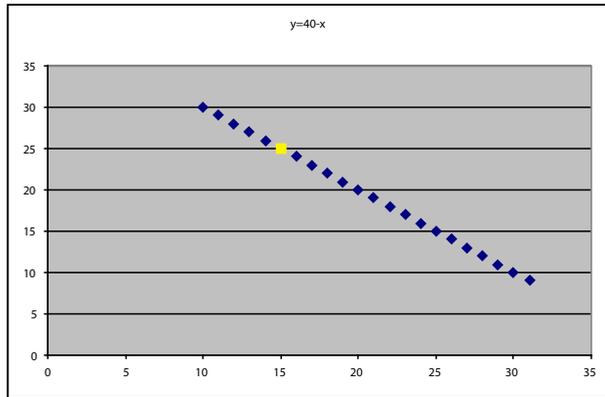
Tabla 5. valores que cumplen el criterio de solución del problema

A continuación se ilustraba cómo la solución del problema consistía en identificar el valor de la “y” que cumplía con el criterio de sumar 40 cuando la x vale 15 (véase tabla 5).

Finalmente se graficaba un segmento de línea que representaba una recta con algunos datos que cumplían con lo especificado en la función. Esto último se ilustró gracias a que el programa Excel, que es una hoja electrónica de cálculo, permite observar los cambios instantáneamente al introducir un nuevo valor en la primera celda. De esta manera, si se introducía en lugar del número 1 al número 10 el segmento de recta representado en el plano cartesiano era uno diferente (ver gráficas 1 y 2), no obstante forma parte de la misma recta de la función. Y se hacía hincapié en que encontrar la solución al problema cuando se desconoce el valor de una de las dos variables (en este caso se asigna la “x” al valor conocido) representa identificar el valor de “y” en un punto específico de la recta, pues a cada valor de “x” le corresponde uno y solo uno de los valores de “y”.



Gráfica 1.



Gráfica 2.

Cuando el problema enunció dos cantidades desconocidas se ilustró que el problema representaba dos funciones vinculadas entre sí. De igual forma que con el problema de una variable se daban indicaciones para que el alumno formara una tabla, a partir de formulas, que representara los datos de dos funciones referidas al mismo valor de “x”. Por lo que se elaboró una columna para los valores de “x” y una columna para cada función o valores de “y”. En el problema:

Si la suma de las edades de un padre y su hijo da 60 y si restamos 15 años a la edad del padre tenemos el doble de la edad del hijo. ¿Cuáles son las edades del padre y del hijo?

El primer paso fue representar algebraicamente las condiciones del problema, identificándose las siguientes dos ecuaciones, si tomamos como “y” la edad del padre

$$1) x + y = 60$$

$$2) y - 15 = 2x$$

al despejar la “y” las funciones fueron

$$1) y = 60 - x$$

$$2) y = 2x + 15$$

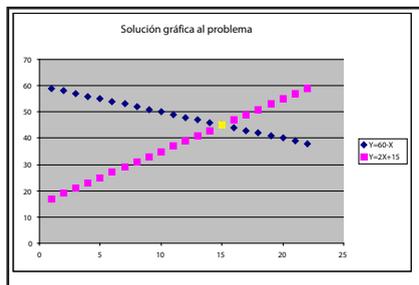
En este caso, los datos se introdujeron a las columnas de la hoja de cálculo tomando en consideración las instrucciones para el primer problema, con el añadido de que la segunda columna de “y” también fue referida mediante formulas a los valores de la columna de la “x”.

Se hacía la observación de cómo la solución al problema se encontraba cuando los valores de la “x” y la “y” eran los mismos en ambas funciones (ver tabla 6). Finalmente se daban indicaciones para generar la gráfica de los datos. Y de igual manera se hizo el ejercicio de cambiar el primer valor, sustituyendo por 10 o por

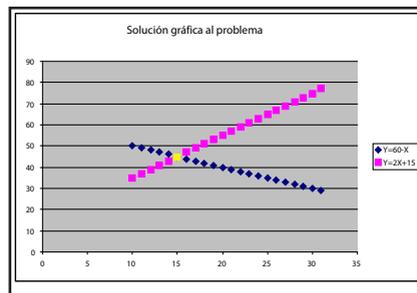
cualquier otro número (se les permitió experimentar) el valor inicial, es decir, el de la primera celda de la columna de las “x” para que pudieran ver como cambiaban en la gráfica los segmentos representados de las funciones. Las representaciones gráficas que tuvieron que conseguir los alumnos fueron semejantes a las que muestran la gráficas 3 y 4.

	A	B	C	D	E	F
1						
2		X	$Y=60-X$	$Y=2X+15$		
3		1	59	17		
4		2	58	19		
5		3	57	21		
6		4	56	23		
7		5	55	25		
8		6	54	27		
9		7	53	29		
10		8	52	31		
11		9	51	33		
12		10	50	35		
13		11	49	37		
14		12	48	39		
15		13	47	41		
16		14	46	43		
17		15	45	45		
18		16	44	47		
19		17	43	49		
20		18	42	51		
21		19	41	53		
22		20	40	55		
23		21	39	57		
24						

Tabla 6. coincidencia de variables en todas las funciones



Gráfica 3



Gráfica 4

La finalidad de trabajar con la hoja de cálculo fue permitir al estudiante tener una representación gráfica que, además, le permitiera observar directamente la dependencia funcional en las relaciones planteadas en los problemas. De esta manera se contó con los medios para proveer de evidencia a las conclusiones de aprendizaje que se deseaban conseguir durante el episodio de aprendizaje.

*Programa instruccional de uso de evidencias y desarrollo de habilidades de argumentación durante un episodio de aprendizaje matemático.* En este programa se integran los contenidos de los otros dos programas de instrucción en función de una estrategia de monitoreo del aprendizaje estructurado a partir del establecimiento de metas y la argumentación de lo aprendido en los dos aspectos: la habilidad para argumentar el proceso de aprendizaje y la solución de problemas con ecuaciones

lineales. Las estrategias de enseñanza son las mismas que las utilizadas en los otros dos programas, la diferencia es que están integrados de manera dependiente un contenido del otro de manera recíproca.

# Segunda etapa

## La investigación

En esta etapa se especificó el modelo de relaciones causales que explica teóricamente el proceso de objetivación de información, es decir, se especificó el modelo teórico.

El modelo teórico del proceso de objetivación de información, subyacente al instrumento IDEAMATEMATICA, asume que el estudiante toma decisiones y autorregula su aprendizaje en función del conocimiento y las estrategias autorregulatorias que se activan durante la ejecución solicitada, por una parte, y por el andamiaje provisto durante el episodio de aprendizaje, por la otra. En él se evalúan, tanto el desempeño en la tarea de aprendizaje, como las autovaloraciones

de los estudiantes sobre sus capacidades y comportamiento en la tarea actual de aprendizaje y en tareas previas similares.

El modelo a ser probado quedó definido por tres dimensiones que, a su vez, agrupan a 22 variables, de la manera siguiente:

1ª Dimensión “Autorregulación del Aprendizaje”. Esta dimensión fue conformada con cuatro variables teóricas que son:

- 1) capacidad del estudiante para argumentar lo que considera es el conocimiento,
- 2) sensibilidad a las metas de aprendizaje,
- 3) sensibilidad a la relación entre el desempeño en la tarea y los resultados de aprendizaje derivados de ella y 4) autovaloraciones de desempeños previos en tareas de la misma índole.

2ª Dimensión “Autorregulación en la solución de problemas”. Esta dimensión fue conformada con doce variables teóricas:

- 1) estado de ánimo,
- 2) compromiso cognitivo con la tarea,
- 3) inclinación hacia las matemáticas,

- 4) dificultad atribuida a las matemáticas,
- 5) sistematización de la conducta,
- 6) sistematización de la información,
- 7) efectividad de la ejecución en álgebra,
- 8) efectividad de la ejecución en probabilidad,
- 9) efectividad de la ejecución en lógica,
- 10) fuente de la sanción,
- 11) identificación de evidencia y
- 12) confianza en la respuesta.

3ª Dimensión “Naturaleza de la Argumentación”. Esta dimensión se conformó con seis variables teóricas:

- 1) habilidad para sustentar expectativas plausibles de aprendizaje antes del episodio,
- 2) habilidad para argumentar la adecuación de la ejecución después del episodio de aprendizaje,
- 3) habilidad para sustentar información de dominio académico específico
- 4) habilidad para traducir razonamiento e inferencias matemáticas en expresiones verbales y viceversa,
- 5) habilidad para expresar ideas de manera ordenada y
- 6) habilidad para expresar de manera coherente los argumentos. Las tres primeras

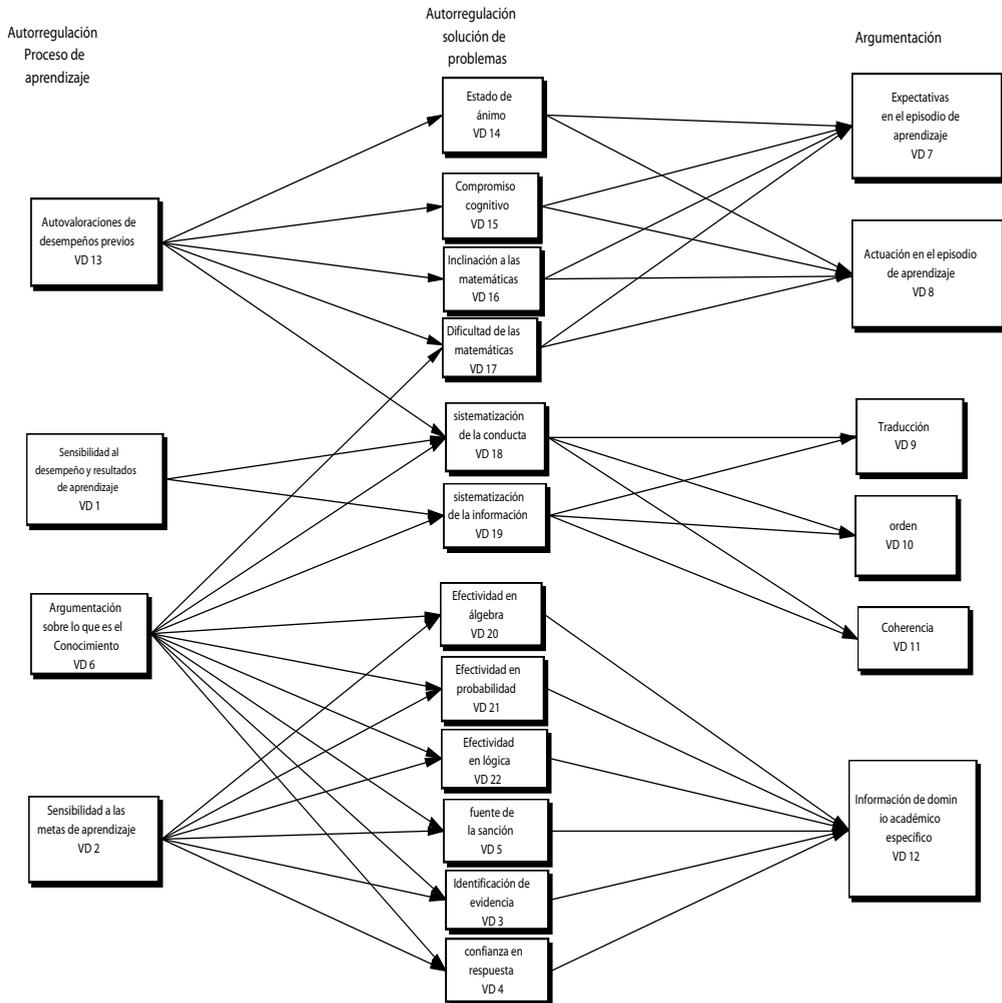


Figura 1. Representación gráfica del modelo sometido a prueba

variables atañen a contenidos de pensamiento durante el aprendizaje y las tres últimas a aspectos formales de la expresión.

Como puede verse en la figura 1, el modelo de análisis de trayectorias de objetivación de información hipotetizó que cuatro variables relacionadas con la autorregulación del aprendizaje tienen influencia directa sobre variables de autorregulación en solución de problemas e indirecta con variables de objetivación de información. Así, por ejemplo, se hipotetizó que durante la autorregulación del aprendizaje, las autovaloraciones de desempeños previos en tareas de la misma índole influye directamente sobre el estado de ánimo, el compromiso cognitivo, la inclinación hacia las matemáticas, la dificultad atribuida a las matemáticas y la sistematización de la conducta, e indirectamente sobre la habilidad para argumentar acerca de expectativas y sobre la autovaloración que el sujeto hace de su desempeño en el episodio de aprendizaje. Con relación a la sensibilidad a la relación entre el desempeño en la tarea y los resultados de aprendizaje derivados de ella, se hipotetizó que esta variable se relaciona directamente con la sistematización de la conducta y de la información e indirectamente con la habilidad para traducir razonamiento e inferencias matemáticas en expresiones

verbales y viceversa, además de con las habilidades para expresar ideas de manera coherente y ordenada. También, se consideró que la sensibilidad a las metas de aprendizaje tendría una influencia directa sobre la eficacia en el desempeño del estudiante en la solución de los problemas, en la identificación de la evidencia, la fuente de la sanción y la confianza en las respuestas y una influencia indirecta sobre la habilidad para sustentar información de dominio académico específico. Finalmente, se hipotetizó que la capacidad del estudiante para argumentar lo que considera es el conocimiento influye directamente en las variables que representan la eficacia, la organización y el agrado por la tarea e indirectamente en las seis variables relativas a la objetivación de la información mediante la argumentación.

### **Diseño de investigación**

Se utilizó un diseño de cuatro grupos independientes pre - post test, con medidas repetidas. Los cuatro grupos fueron conformados por tres grupos experimentales y uno testigo para evaluar posibles efectos diferenciales de los

tipos de instrucción sobre los constructos establecidos implicados en el proceso de autorregular el comportamiento cuando se propone alcanzar metas de aprendizaje. (Tabla 7).

	Grupos				
		Argumentación	Matemáticas	Argumentación y matemáticas	Testigo
Procedimiento	Prueba de conocimientos previos al álgebra		X	X	
	IDEAMATEMATICA 1ª aplicación	X	X	X	X
	Instrucción	X	X	X	
	IDEAMATEMATICA 2ª aplicación	X	X	X	X

Tabla 7 diseño experimental

**Participantes:** Muestra de 100 alumnos del primer año de bachillerato seleccionados de acuerdo con la manera en que fueron asignados a los grupos académicos. La asignación de la aplicación de los procedimientos experimentales se hizo de manera aleatoria. En la medida de lo posible, se mantuvo un número equivalente de estudiantes conforme a su edad y sexo. Los estudiantes se

encontraban inscritos a la Preparatoria Agrícola de la Universidad Autónoma Chapingo, hombres y mujeres. 25 estudiantes conformaron cada grupo. Al final del experimento, sólo terminaron 87 alumnos.

### **Criterios de inclusión en el estudio.**

- Estudiantes regulares de primer año de preparatoria.
- Estudiantes con 100% de asistencia al procedimiento experimental que se desarrolló durante la clase de Desarrollo Humano I.

### **Escenario**

Salón de clases del área de cómputo

### **Materiales y equipo**

Se aplicaron los siguientes materiales:

- El IDEAMATEMATICA, que como se expuso previamente es una

prueba para evaluar habilidades para usar evidencia y argumentar la validez de la información auto referencial durante episodios de aprendizaje. También es un instrumento de lápiz y papel de aplicación colectiva.

- La prueba de conocimientos previos de matemáticas. El cual es un instrumento de aplicación colectiva de lápiz y papel que evalúa conocimientos básicos de Aritmética que son necesarios para iniciar el aprendizaje del Álgebra
- Los programas de uso de evidencias y desarrollo de habilidades de argumentación y de ecuaciones lineales. Mediante los cuales se dio instrucción sobre lo que es argumentar y como se lleva acabo esta tarea de manera formal respecto de los contenidos de pensamiento auto referencial.

**Se utilizó el equipo siguiente:**

- 25 computadoras PC con procesadores Pentium V.

- Base de datos en EXCEL, la cual es un software para computadora que sirve como hojas de cálculo electrónica y permite mediante la tabulación de datos generar gráficas.

# Procedimiento

- 1.- Se seleccionaron al azar cuatro grupos del primer año de la Preparatoria Agrícola de la Universidad Autónoma Chapingo
- 2.- Se aplicaron los instrumentos IDEAMATEMATICA a los cuatro grupos y de Conocimientos Básicos Previos al Álgebra a los dos grupos con los que se trabajó con ecuaciones lineales.
- 3.- Se impartió la instrucción a los tres grupos experimentales conforme a lo previsto.
- 4.- Se pidió a los estudiantes la elaboración de resúmenes de cada sesión y un autorreporte de aprendizaje que incluyera las conclusiones de las sesiones instruccionales.

5.- Se aplicó la segunda parte del IDEAMATEMATICA a todos los grupos

6.- Se capturaron los datos y se corrieron los análisis estadísticos planeados.

# Resultados

Se realizaron análisis, descriptivos e inferenciales de los datos arrojados por los instrumentos de evaluación con el fin de:

- 1) describir la muestra y los instrumentos utilizados,
- 2) establecer la presencia o no de efectos significativos derivados de la manipulación experimental, así como
- 3) para establecer asociación entre variables.

El análisis se realizó tanto entre grupos como entre variables y sus respectivos índices.

Se utilizó el paquete SPSS, release 11.

La presentación de los resultados se hace en cuatro segmentos. En el primero se presenta la comparación de los grupos de acuerdo con el desempeño global previo al tratamiento experimental en función, tanto de los procesos de objetivación y autorregulación evaluados, como de los conocimientos básicos previos al aprendizaje del álgebra de los dos grupos a los que se les enseñó ecuaciones lineales de primer grado. El segundo segmento presenta la comparación de los resultados obtenidos por los estudiantes en la evaluación de los procesos de objetivación y autorregulación antes y después de llevarse a cabo la instrucción y la comparación entre los grupos del desempeño posterior a la instrucción. En el tercer segmento se presenta el modelo que probó las vías estructurales de influencia causal a través de las creencias y habilidades autorregulatorias, el desempeño en un episodio de aprendizaje de contenidos algebraicos, y la argumentación (como proceso de objetivación) de los contenidos de pensamiento inmanentes del episodio de aprendizaje. Finalmente, se presenta el análisis cualitativo respecto de las respuestas abiertas de los sujetos.

## 1º. Resultados referidos al desempeño previo al tratamiento

### Conocimientos Básicos Previos al Aprendizaje del Álgebra

Los primeros resultados que se exponen corresponden a la prueba de Conocimientos Básicos Previos al Álgebra, este instrumento evalúa en función de tres criterios de dominio matemático:

- interpretación,
- ejecución y
- comprensión.

La finalidad del análisis realizado fue establecer si existía equivalencia entre grupos antes de recibir la intervención instruccional.

Los datos fueron analizados por un análisis de varianza simple para muestras independientes. Los resultados obtenidos del ANOVA muestran que no hay diferencias significativas en ninguna de sus tres sub-pruebas (tabla 8) entre los dos grupos experimentales.

		Prueba de Levene para igualdad de varianza		Prueba t para igualdad de medias	Grados de libertad	Sig. (2-colas)	Diferencias de medias	Diferencia del error estandar	95% intervalo de confianza de las diferencias	
		F	Sig.	t					Lower	Upper
		INTERP	Asumiendo igualdad de varianza	.230					.634	-1.535
Asumiendo varianzas no iguales				-1.527	38.449	.135	-1.6320	1.06880	-3.79487	.53080
EJECUCI	Asumiendo igualdad de varianza	.349	.558	-1.082	41	.286	-.5952	.55011	-1.70621	.51574
	Asumiendo varianzas no iguales			-1.079	39.732	.287	-.5952	.55184	-1.71078	.52030
COMPR	Asumiendo igualdad de varianza	1.555	.219	-.893	41	.377	-.9913	1.10975	-3.23253	1.24985
	Asumiendo varianzas no iguales			-.889	38.509	.380	-.9913	1.11526	-3.24808	1.26540

Tabla 8 Prueba de muestras independientes

No obstante, para poder determinar las razones de esta interacción se hace necesario llevar a cabo mas contrastes pero ahora entre los componentes de la prueba de acuerdo con la manera en que se conforman las variables de la investigación.

Para tal efecto, se corrieron análisis de varianza simple y análisis con el modelo general lineal para pruebas repetidas para cada uno de las variables.

Los cuatro grupos (tres experimentales y el control), fueron evaluados previamente al procedimiento de instrucción, con el “Inventario de Estilos de argumentación

de información matemática y motivacional” (IDEAMATEMATICA), con la finalidad de tener un parámetro de comparación para el desempeño obtenido en los procesos, tanto de objetivación de información, como el de autorregulación del aprendizaje antes y después de la instrucción dada en cada grupo.

Al finalizar la investigación fue necesario determinar que la variación en el desempeño de los grupos no fuera atribuible a algún sesgo significativo entre ellos al iniciar la investigación. Por lo tanto, se llevó a cabo un análisis de varianza de las calificaciones obtenidas por los grupos antes del tratamiento.

Al iniciar la investigación se conformaron cuatro grupos con 25 estudiantes cada uno, no obstante, al finalizar el procedimiento el primer y segundo grupo quedaron con 21 estudiantes, el tercero con 22 y el cuarto con 23. La asignación de los tratamientos a los grupos se hizo de manera aleatoria y sin conocer los promedios de los grupos respecto de la primera aplicación del IDEAMATEMATICA. El primer grupo recibió instrucción en argumentación, el segundo en matemáticas, el tercero en argumentación y matemáticas y el cuarto fungió como grupo control. El análisis de varianza del desempeño en el IDEAMATEMATICA antes de

la intervención instruccional entre los grupos muestra diferencia con una F de 3.746 significativa al nivel de 0.014 con 3 grados de libertad.

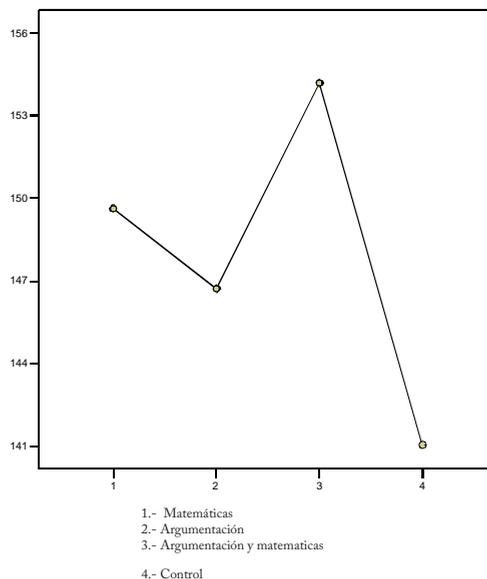
Al realizar los contrastes entre los grupos se encuentra que el grupo con menor promedio fue el grupo control. Dado que el estadístico Levene tuvo un valor de .125 con significatividad de .945 con 3 grados de libertad, se rechaza la hipótesis de varianzas diferentes y se asume homogeneidad entre estas. Los resultados de la prueba de contraste asumiendo homogeneidad de varianza se muestran en la tabla 9.

Tabla 9 Prueba de Contraste

	Contrast	Value of Contrast	Std. Error	t	df	Sig. (2-tailed)
Assume equal variances	Argumentación vs. matemáticas	2.90	4.158	.699	83	.487
	Argumentación vs. Argumentación y matemáticas	-4.56	4.110	-1.110	83	.270
	Argumentación vs. Control	8.58	4.067	2.109	83	.038
	Matemáticas vs. Argumentación y matemáticas	-7.47	4.110	-1.817	83	.073
	Matemáticas vs. Control	5.67	4.067	1.394	83	.167
	Argumentación y matemáticas Vs. control	13.14	4.018	3.270	83	.002

Como se observa en la gráfica 5, las diferencias en las medias de calificación fueron significativas para las comparaciones entre a) el grupo control y el grupo que recibió instrucción en argumentación y b) entre el grupo control y el grupo que recibió instrucción tanto en argumentación y matemáticas, no obstante para el momento que se realizó la primera evaluación no se había suministrado ningún tipo de instrucción.

Gráfica 5 medias grupales de las calificaciones  
antes del tratamiento.



Gráfica 5 Medias de los grupos

La significatividad de las diferencias encontradas entre los grupos antes de la instrucción hizo necesario tomar en consideración que las diferencias encontradas después podrían atribuirse a un sesgo en el muestreo. Por lo tanto, se consideró al grupo como una posible covariable y se utilizó el procedimiento estadístico para descartar esta posibilidad.

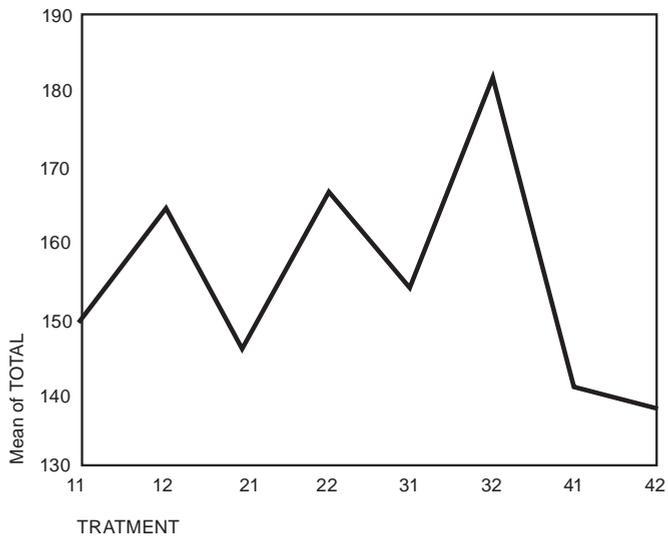
## 2º Comparación pre y post tratamiento

La comparación entre el desempeño observado en la primera y la segunda aplicación del IDEAMATEMATICA se llevó a cabo mediante análisis de varianza univariado. Se contrastaron los tratamientos y se utilizó la variable grupo como co-variable dadas las diferencias encontradas en la primera aplicación, como ya se dijo, con la finalidad de descartar que las diferencias entre el desempeño previo y posterior a la instrucción se debieran a las diferencias encontradas en los grupos antes de administrarse la instrucción y no a la instrucción misma. En la prueba univariada se obtuvo una F de 9.930, significativa al .002, con un grado de libertad lo que permite decir que las diferencias son atribuibles al tratamiento.

La prueba de Levene indicó igualdad de error de varianza entre los grupos, con una significatividad de .403 y una F igual a 1.044 para 7 y 166 grados de libertad. Las medias de los grupos se muestran en la tabla 10 y en la gráfica 6.

Tratamiento	Media	Desviación Estandar	N
11	149.62	12.824	21
12	165.05	15.829	21
21	146.71	11.459	21
22	166.95	17.687	21
31	154.18	15.695	22
32	181.64	19.015	22
41	141.04	13.448	23
42	138.74	18.895	23
Total	155.28	20.839	174

Tabla 10 medias antes y después



Gráfica 6 Medias pre y post

Se observa un mejor desempeño para la segunda aplicación en los grupos que recibieron instrucción, no así para el grupo control. La tabla 11 muestra los resultados de la prueba del efecto entre sujetos.

Tabla 11. Prueba del efecto entre sujetos

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	33341.861(a)	7	4763.123	18.923	.000	.444
Intercept	781070.146	1	781070.146	3103.127	.000	.949
Gpo	.000	0	.	.	.	.000
Tratment	29260.153	6	4876.692	19.375	.000	.412
Error	41782.898	166	251.704			
Total	4270368.000	174				
Corrected Total	75124.759	173				

a R Cuadrada = .444 (R Cuadrada ajustada = .420)

En la prueba de contraste, al comparar la primera con la segunda aplicación por grupo, se confirmó que las diferencias son significativas en los tres grupos que recibieron instrucción, para el grupo control la diferencia no es significativa. La tabla 12 muestra los resultados de la comparación entre primera y segunda aplicación cuando se asume homogeneidad de varianza.

Tabla 12 Comparación entre primera y segunda aplicación

(I) antes de la instrucción	(J) después de la instrucción	Diferencia Media (I-J)	Error estandar	Signif.	95% Intervalo de confianza	
					Lower Bound	Upper Bound
Gpo. 1	Argumentación	-15.429*	4.896	.002	-25.095	-5.762
Gpo. 2	Matemáticas	-20.238*	4.896	.000	-29.905	-10.571
Gpo. 3	Argumentación y matemáticas	-27.455*	4.784	.000	-36.899	-18.010
Gpo. 4	Sin instrucción	2.304	4.678	.623	-6.932	11.541

Basado en las medias marginales estimadas

\* Es significativa al nivel de .05

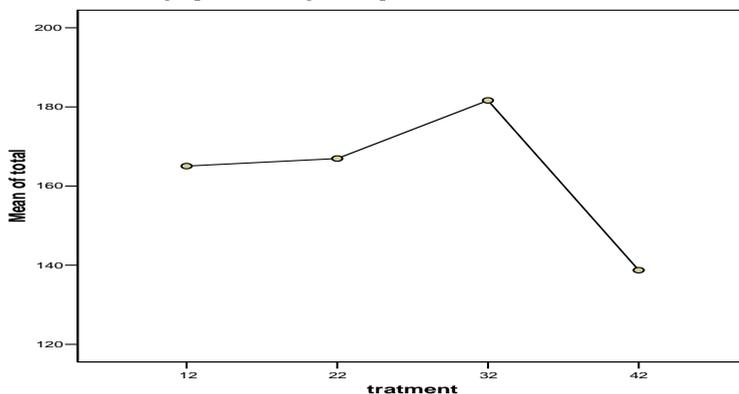
Por otro lado, al comparar el desempeño de los grupos en la segunda aplicación el análisis de varianza arrojó una F de 22.358, significativa por debajo del nivel de .01. El estadístico Leven tuvo un valor de .222 con significatividad de .881 por lo que se asume homogeneidad de varianza. La prueba de contraste muestra diferencias en todas las comparaciones a excepción de la comparación entre el grupo que recibió instrucción en argumentación y el que recibió instrucción en matemáticas. Es decir, son diferentes significativamente los grupos que recibieron instrucción con el grupo control, pero además hay una diferencia significativa entre el grupo que recibió instrucción tanto en argumentación como en matemáticas respecto de los que recibieron instrucción sólo en argumentación o sólo en matemáticas. La

tabla 13 muestra los resultados de la prueba de contrastes asumiendo igualdad de varianza y la gráfica 7 muestra las medias de los grupos en la segunda aplicación

Tabla 13. Prueba de contraste

Contraste	Valor del Contraste	Error estándar	t	df	Sig. (2-colas)
Argumentación vs. matemáticas	-1.90	5.537	-.344	83	.732
Argumentación vs. argumentación y matemáticas	-16.59	5.473	-3.031	83	.003
Argumentación vs. Control	26.31	5.415	4.858	83	.000
Matemáticas vs. argumentación y matemáticas	-14.68	5.473	-2.683	83	.009
Matemáticas vs. Control	28.21	5.415	5.210	83	.000
argumentación y matemáticas vs. Control	42.90	5.350	8.018	83	.000

Gráfica 7 Medias de los grupos en la segunda aplicación



### **3° Modelo de las vías estructurales de influencia causal**

En primer lugar, se estableció la homogeneidad entre ítems para cada una de las tres dimensiones del instrumento mediante análisis de consistencia interna de Alfa de Cronbach. Establecida su consistencia interna se procedió a evaluar el ajuste estadístico del modelo teórico mediante un análisis de trayectorias. Finalmente, en función del modelo ajustado, se calcularon los coeficientes de senderos entre las variables.

#### **Análisis de consistencia interna**

Para la dimensión que evalúa el proceso de autorregulación del aprendizaje se obtuvo un Alfa = 0.657, con media de 36.11 y desviación estándar de 5.4 para 16 ítems; para la dimensión de autorregulación del proceso de ejecución de la solución de un problema, el Alfa fue igual a 0.821, la media de 87.8 par y la desviación estándar de 11.5 para 32 ítems; finalmente para la dimensión

de la habilidad argumentativa se obtuvo un Alfa de 0.868, con media de 23.9 y desviación estándar de 6.5 para 24 ítems.

### **Ajuste estadístico del modelo**

Probamos el modelo estructural propuesto sobre los datos crudos con el programa EQS (Bentler, 1995). Debido a que en algunas de las variables los datos no tuvieron una distribución estadística normal, se utilizó el método robusto para la corrección de estimadores que no presentan este tipo de distribución. El modelo presentó buen ajuste, de acuerdo al método robusto se encontró una Chi cuadrada de 184.77 con 171 grados de libertad, con una probabilidad asociada de 0.223, el valor del Índice de ajuste Comparativo (IAC) de 0.99, el del IBBAN de .90 y el IBBANN de 0.99 y el RMSEA un valor de .022. En la figura 2 se presenta el modelo ajustado con los resultados del análisis de trayectorias.

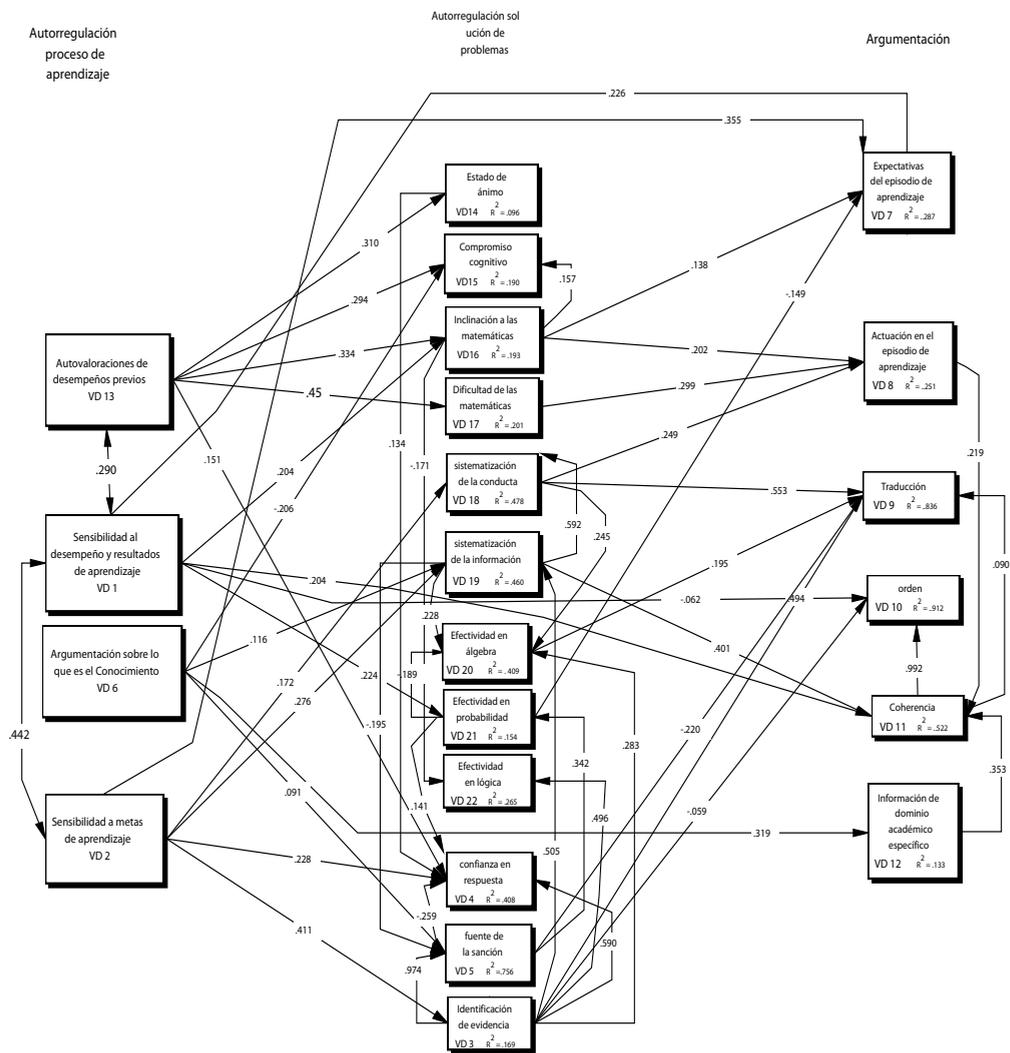


Figura 2 Modelo ajustado y resultados del análisis de trayectorias

La influencia entre variables se representa mediante flechas uni y bidireccionales, donde las primeras representan coeficientes de regresión y las segundas de correlación. También, se muestran los valores del coeficiente estimado. Todos los coeficientes que aparecen en la gráfica son valores estadísticamente significativos. Tocante a las ligas bidireccionales se observan sólo dos correlaciones, la primera entre las autovaloraciones de desempeños previos en tareas de la misma índole y la sensibilidad a la relación entre el desempeño en la tarea y los resultados de aprendizaje derivados de ella, y la segunda entre esta última y la sensibilidad a las metas de aprendizaje, con coeficientes de .290 y .442 respectivamente, la variable capacidad del estudiante para argumentar lo que considera es el conocimiento no correlacionó con ninguna de las otras variables independientes.

En la gráfica se muestran influencias: directas e indirectas. La directa es representada por la liga que une dos variables sin que medie ninguna otra. La indirecta es representada por la relación entre dos variables pero mediada por, al menos, una variable más (Manzano, 2000). Sin embargo, la influencia total de una variable, que es la suma de todo el cambio atribuido a las influencias recibidas por ésta (Manzano, ob cit), debe ser calculada para facilitar el análisis.

En la gráfica pueden apreciarse las trayectorias de influencia de cada variable; no obstante, el análisis es mas sencillo en términos de influencias totales, pues la presentación e interpretación de los datos en estos términos se simplifica. Por lo tanto, se presentan a continuación las influencias significativas totales que son recibidas por cada una de las variables, primero en cuanto a la solución de los problemas y finalmente en cuanto a la argumentación.

### **Influencias totales recibidas por las variables de autorregulación en la solución a los problemas**

Las influencias significativas totales mostraron que:

- 1) El estado de ánimo es influido solamente por autovaloraciones de desempeños previos en tareas de la misma índole, con un coeficiente de regresión de .315
- 2) El compromiso cognitivo recibe influencia de autovaloraciones de desempeños previos en tareas de la misma índole (.347), capacidad del estudiante para argumentar lo que considera es el conocimiento (.206) y de inclinación hacia las matemáticas (.157).

- 3) La inclinación hacia las matemáticas recibe influencia de autovaloraciones de desempeños previos en tareas de la misma índole (.334) y de sensibilidad a la relación entre el desempeño en la tarea y los resultados de aprendizaje derivados de ella (.204)
- 4) La dificultad atribuida a las matemáticas recibe influencia solamente de autovaloraciones de desempeños previos en tareas de la misma índole (.449)
- 5) La sistematización de la conducta recibe influencia de sistematización de la información (.592), sensibilidad a las metas de aprendizaje (.459), identificación de evidencia (.299) y capacidad del estudiante para argumentar lo que considera es el conocimiento (.068)
- 6) La sistematización de la información recibe influencia de identificación de evidencia (.505), de sensibilidad a las metas de aprendizaje (.484) y de capacidad para argumentar lo que considera es el conocimiento (.116)
- 7) La efectividad en la solución a problemas de naturaleza algebraica recibe influencia de identificación de evidencia (.429), sistematización de la información (.412), sensibilidad de los estudiantes a las metas de

- aprendizaje (.333), sistematización de la conducta (.245), sensibilidad a la relación entre desempeño en la tarea y los resultados de aprendizaje (.042) y de manera negativa de efectividad en la solución a los problemas de naturaleza probabilística (-.189)
- 8) La efectividad en la solución a problemas de naturaleza probabilística recibe influencia de fuente de la sanción (.342), identificación de evidencia (.229), sensibilidad a la relación entre el desempeño en la tarea y los resultados de aprendizaje derivados de ella (.224) y de manera negativa de sistematización de la información (-.206)
- 9) La efectividad en la solución a los problemas de naturaleza lógica recibe influencia de identificación de evidencia (.496), sensibilidad a las metas de aprendizaje (.204), autovaloraciones de desempeños previos en tareas de la misma índole (.057), y de manera negativa en sensibilidad a la relación entre el desempeño en la tarea y los resultados de aprendizaje derivados de ella (-.035) y en inclinación hacia las matemáticas (-.171)
- 10) La confianza en la respuesta recibe influencia de sensibilidad a las metas de aprendizaje (.397), identificación de evidencia (.395),

autovaloraciones de desempeños previos en tareas de la misma índole (.193), efectividad en la solución a problemas de naturaleza probabilística (.141), estado de ánimo (.134) y sensibilidad a la relación entre el desempeño en la tarea y los resultados de aprendizaje derivados de ella (.032)

- 11) La fuente de la sanción recibe influencia de identificación de evidencia (.876), sensibilidad a las metas de aprendizaje (.306), capacidad del estudiante para argumentar lo que considera es el conocimiento (.091) y de manera negativa de sistematización de la información (-.195)
- 12) Finalmente, la identificación de evidencia solamente recibe influencia de la sensibilidad a las metas de aprendizaje (.411)

# Discusión y Conclusiones

La evidencia obtenida permite establecer que los constructos teóricos subyacentes al proceso de objetivación, estudiados en esta investigación, fueron apoyados por los puntajes de las medidas correspondientes, por lo que se puede decir que son válidos. Igualmente, el modelo resultante mostró un buen ajuste empírico, lo que confirma relaciones hipotetizadas en el modelo teórico, es decir, interacción entre variables autorregulatorias -en los dos niveles declarados del proceso-, con variables de objetivación de información, así como interacciones entre autorregulatorias solamente. De igual manera, los puntajes permitieron validar el constructo “Capacidad para argumentar lo que se considera es el conocimiento”.

En los dos niveles autorregulatorios (de problemas y de aprendizaje), tanto como en el específico para argumentar acerca de lo que se considera es el

conocimiento, el modelo estructural obtenido mostró relaciones de dependencia. Las relaciones entre variables se mostraron tanto entre como dentro de cada nivel. Son muy complejas y muchas deberán ser sometidas a nuevas y más específicas investigaciones. Aquí, describiremos las conclusiones más relevantes para los intereses originales de la investigación.

Con relación al nivel autorregulatorio del aprendizaje, aquel en el que se evaluó la posible influencia de a) el monitoreo de metas de aprendizaje y b) la argumentación acerca de lo que es el conocimiento, se encontró que:

1. El monitoreo de metas de aprendizaje se presentó en tres aspectos:
  - a) sobre el desempeño –tanto en la tarea actual como en las previas–,
  - b) la conciencia o conocimiento inmediato de las metas de aprendizaje y
  - c) la evaluación de los resultados de aprendizaje.
2. La interacción entre estos aspectos muestra una correlación estadísticamente significativa.
3. Sin embargo, la correlación entre estos aspectos y la capacidad para argumentar lo que se considera es el conocimiento no correlacionó significativamente.

4. Tanto las variables de autorregulación del aprendizaje como las de la capacidad para argumentar lo que se considera es el conocimiento, mostraron tener influencia sobre el nivel autorregulatorio de la solución a los problemas.

5. También éstas variables influyeron sobre las argumentaciones solicitadas de la información inmanente del episodio de aprendizaje.

6. Todo lo anterior sugiere que si bien variables de autorregulación del aprendizaje y de argumentar acerca de lo que es el conocimiento tienen influencia sobre el episodio de aprendizaje, su influencia es diferencial al nivel de la regulación de la resolución de los problemas y al nivel de la justificación de cual información es relevante para el episodio de aprendizaje.

7. Un aspecto a ser enfatizado lo constituye el papel que jugó la argumentación de lo que se considera que es el conocimiento sobre la habilidad para sustentar información de dominio académico específico. Su asociación apoya el planteamiento acerca de que las creencias epistemológicas juegan un papel importante en el proceso de construcción de conocimiento (Kuhn, 2000).

Con relación al nivel autorregulatorio de la solución a los problemas, aquel en el que se evaluó el desempeño del estudiante durante tareas problematizadas que tuvieron la finalidad de ilustrar los conceptos algebraicos objeto del aprendizaje, se encontró que

8. Del análisis de las variables de la autorregulación de la solución a los problemas, es relevante señalar que estado de ánimo, compromiso cognitivo, confianza en la respuesta y efectividad en lógica, no presentaron influencias totales significativas sobre la objetivación de información, su participación es marginal en el proceso de autorregulación en la solución de los problemas.

9. Las variables estado de ánimo, compromiso cognitivo y confianza en la respuesta, que son autovaloraciones de los estudiantes durante el episodio de aprendizaje no mostraron influir la objetivación de la información.

10. Sin embargo, sí se observaron argumentaciones válidas con respecto a la objetivación del conocimiento durante la ejecución en el episodio de aprendizaje, lo que apoya la idea de insensibilidad de los estudiantes a la influencia que variables afectivo motivacionales tiene sobre la variable desempeño.

11. Dada la insensibilidad de los estudiantes a variables autorregulatorias (cognitivo y afectivo motivacionales), es factible una construcción dogmática de esquemas de información a la que se le asigna estatus epistemológico de “conocimiento”, cuando en verdad no se tienen elementos formales para sustentarlos como tales.

12. La variable efectividad en lógica, variable cognitiva que exige del estudiante un razonamiento deductivo, tampoco mostró influir significativamente en el desempeño del estudiante. Sugiere que la autorregulación al nivel de solucionar problemas con ecuaciones lineales del aprendizaje de contenidos matemáticos primer grado no lleva necesariamente a la generalización de conclusiones de tipo causal, implicadas en el razonamiento deductivo demandado al resolver problemas de diferente índole.

13. Lo anterior, se relaciona con las limitaciones observadas en cuanto a la generalización de la aplicación del conocimiento algebraico. En este sentido, es necesario extender y profundizar investigación en torno al papel de la sensibilidad de los estudiantes a las relaciones causales y su relación con la elaboración del concepto de causalidad en.

Con relación a la influencia de la autorregulación del aprendizaje sobre la solución a los problemas, se encontró que:

14. Una interacción muy interesante con las variables que evalúan el desempeño autorregulado al resolver problemas. Entre lo mas relevante se encuentra el hecho de que la sensibilidad a las metas influye en todas las variables que evalúan el desempeño en la solución de los problemas con excepción de la efectividad en probabilidad. Recordemos que el tipo de razonamiento implicado en los problemas de naturaleza probabilística es de tipo inductivo y formalmente requiere de diferente conocimiento procedural (Holland y Nisbet, 1998). Este dato confirma hallazgos que ponen en el centro de cualquier actividad autorregulada el papel de las metas (Pintrich, 1998).

15. También se observa que las autovaloraciones acerca de desempeños previos en tareas de la misma índole influyen, principalmente, sobre variables que evalúan autovaloraciones del desempeño en la tarea actual de aprendizaje (Boekaerts, 1996).

16. Las autovaloraciones acerca de desempeños previos en tareas de la misma índole también influyen sobre la efectividad en lógica. Lo cual toma sentido pues, por un lado, observamos que las autovaloraciones de los estudiantes no impactan significativamente en la información objetivada, pero sí en una medida que tiene que ver con su capacidad lógica de razonamiento, lo cual implica que el estudiante se percibe correctamente en cuanto a su capacidad para comprender las relaciones lógicas de los problemas, no así con respecto a lo conseguido en el episodio de aprendizaje.

17. En este sentido, es posible concluir que la sensibilidad de los estudiantes a los mecanismos implicados en la objetivación de la información no se encuentra plenamente desarrollada. En nuestro sistema educativo es comprensible pues al estudiante se le estimula a preocuparse por la calificación y no por el aprendizaje. Esta última conclusión se complementa cuando se observa que la sensibilidad a la relación entre el desempeño en la tarea y los resultados de aprendizaje derivados de ella influye en la efectividad en la solución a los problemas y la inclinación

a las matemáticas. En este sentido, se observa una desconexión entre la capacidad para dar seguimiento al aprendizaje y la autovaloración de lo que ocurre en los episodios de aprendizaje.

18. Por otro lado, y con relación a la estructura formal característica del conocimiento es relevante la influencia que muestra la capacidad del estudiante para argumentar lo que considera es el conocimiento en la sistematización, tanto de la conducta, como de la información, y en el compromiso cognitivo. Es decir, por un lado tenemos que el ser sensible a las metas de aprendizaje, a la relación entre desempeño y resultados conlleva un mejor desempeño en la solución de los problemas dados durante el episodio de aprendizaje y, por el otro, a mejor caracterización del conocimiento mayor orden en el desempeño y mayor compromiso en la tarea. Con todo, la influencia de la capacidad de lo que se considera es el conocimiento no alcanza a ser significativa en ninguna de las variables de efectividad.

19. Ahora bien, en esta tarea de aprendizaje algebraico, la sistematización de la información como la del comportamiento influyó directamente sobre

la efectividad en la solución a los problemas. No obstante, es sobresaliente que la sistematización de la conducta e información no recibe influencia de la sensibilidad a la relación entre el desempeño en la tarea y los resultados de aprendizaje derivados de ella, ni de las autovaloraciones de desempeños previos en tareas de la misma índole, pero sí recibe influencia de la sensibilidad a las metas de aprendizaje y de la capacidad para argumentar lo que se considera es el conocimiento; lo cual tiene sentido, pues, por un lado, la claridad de lo que se quiere y de lo que es el objeto de conocimiento permite un mejor ordenamiento del comportamiento, y por el otro, la capacidad para identificar las razones por las que una información se considera conocimiento permite una estructuración más adecuada del conocimiento que está siendo adquirido.

20. Otro hecho importante, está relacionado con la identificación de evidencia. Todas las variables que evaluaron el desempeño del estudiante en el episodio de aprendizaje influyen sobre todas las variables que miden la objetivación de la información, con excepción de la argumentación de conocimiento de dominio específico, la cual recibe influencia de la capacidad para argumentar lo que se considera es el conocimiento.

21. La influencia de las variables de identificación de evidencia mostró ser significativa sobre la efectividad en la solución de los problemas de lógica y de álgebra, no así con la efectividad en probabilidad, lo que implica que los estudiantes fueron menos sensibles a la relación probabilística entre eventos que a la relación causal, y que esta sensibilidad tuvo mayor peso en el desempeño en la tarea de aprendizaje algebraico.

22. Las influencias de variables como sensibilidad a la evidencia, a las metas y a los resultados de aprendizaje apoyan la importancia de la sensibilidad a las relaciones causales, mediatas e inmediatas, sobre el proceso de objetivación de información como proceso de construcción de conocimiento.

23. Por lo que concluimos que esta sensibilidad a las relaciones causales representa un constructo que cobija diferentes dimensiones de la interpretación de una situación problemática en un episodio de aprendizaje y que conforma un componente fundamental del estudio del proceso de objetivación de información.

Tocante a la investigación previa, se observa que los resultados son congruentes con los hallazgos de otros autores relativos al proceso autorregulatorio; variables como sensibilidad a las metas e inclinación hacia las matemáticas influyen en el desempeño de los estudiantes, pues podemos observar, por ejemplo, que la sensibilidad a las metas aumenta la efectividad en la solución de problemas de naturaleza algebraica con un índice de .333 mientras que la inclinación hacia las matemáticas se ve fortalecida por autovaloración de desempeños previos en tareas de la misma índole (.334) y por la sensibilidad a la relación entre el desempeño en la tarea y los resultados de aprendizaje derivados de ella (.204).

En lo concerniente al proceso de objetivación y su relación con la autorregulación, es digno de mención que en el nivel autorregulatorio del aprendizaje hay correlaciones significativas entre las variables propiamente autorregulatorias, pero no entre éstas y la capacidad para argumentar lo que se considera como conocimiento. Sin embargo, en lo que respecta al nivel autorregulatorio de la solución a los problemas, la capacidad para argumentar lo que se considera como conocimiento sí muestra influencia, principalmente sobre el compromiso cognitivo (.206). Y con respecto a las variables de argumentación su influencia recae sobre la habilidad para argumentar información de dominio académico

específico (.336), siendo notorio que la argumentación de lo que se considera como conocimiento fue la única variable que mostró influencia sobre esta.

De acuerdo con nuestro punto de vista teórico, el desarrollo de estructuras metacognitivas relativas al estatus epistemológico de las ideas que emergen de una situación del aprendizaje es fundamental en la autorregulación del proceso de apropiación del conocimiento, es importante destacar que, si bien es cierto que los resultados apoyan la relación según la cual *a mayor entendimiento de lo que se considera como conocimiento existe un mejor desempeño académico*, también lo es que los estudiantes no son del todo conscientes de la relación entre el conocimiento en sí y el proceso de apropiación que experimentan. Esta última conclusión se desprende de la ausencia de influencia que se observa entre las variables del proceso de autorregulación del aprendizaje con la capacidad para argumentar lo que se considera como conocimiento; pero también se deriva de la falta de influencia de esta última sobre la confianza en la respuesta, pese a que la confianza en la respuesta sí se ve influenciada por la identificación de evidencia (.395) y por la sensibilidad a las metas de aprendizaje (.397).

En términos de las conclusiones que emergen de esta investigación, es menester

discutir la necesidad de ampliar y profundizar investigación en el campo de la autorregulación, por lo menos en los siguientes cinco aspectos:

A) El primero atañe a la interacción existente entre las creencias epistemológicas y los niveles autorregulatorios mostrados por los estudiantes durante el proceso de objetivación, en un episodio de aprendizaje. En este aspecto, es necesario generar evidencias que permitan profundizar el entendimiento de los diversos mecanismos -cognitivos y autorregulatorios- comprometidos en el proceso de objetivación. Si bien este estudio arroja evidencia de una influencia diferencial de la *capacidad para argumentar lo que se considera es el conocimiento* y del *monitoreo de las metas de aprendizaje* sobre el *desempeño en la tarea* y en las *argumentaciones solicitadas de la información inmanente del episodio de aprendizaje*, es importante determinar cuales son los orígenes de tal influencia, ya sean éstos de carácter funcional adaptativo y/o cultural.

B) La función de las autovaloraciones motivacionales sobre el proceso de objetivación constituye otra área de interés a ser profundizada. En no pocos casos, la información auto-referencial de los estudiantes sobre aspectos afectivos acerca

de su ejecución durante el episodio de aprendizaje mostró, en esta investigación, estar desvinculada de los resultados de aprendizaje obtenidos. Esta incongruencia podría estar asociada a que las autovaloraciones del desempeño están más ligadas a la preocupación que tiene el estudiante por pasar la materia que a la validación de lo que realmente aprendió y por esto la falta de sensibilidad al proceso de objetivación de información, propio del aprendizaje académico autorregulado.

C) La función que juega la comprensión del concepto de relación causal en el aprendizaje de ecuaciones lineales de primer grado, constituye otra área de interés. El entendimiento de este tipo relación es aplicable al propio comportamiento y sus consecuencias y forma parte de los fundamentos deductivos empleados en el álgebra.

D) La función de la sensibilidad a la evidencia en los diferentes niveles autorregulatorios y sus efectos en el proceso de objetivación de información. En este sentido, es importante subrayar que más allá de la mera identificación de relaciones causales entre eventos, es necesario entender qué es la relación causal y cuáles eventos mantienen la relación funcional durante el episodio de

aprendizaje, ya que de esto depende el control que el estudiante puede tener de su comportamiento.

E) Finalmente, es importante subrayar la importancia de comprender el papel de la asignación de un estatus epistemológico a la información que surge durante un episodio de aprendizaje y los mecanismos que subyacen tal asignación. En el transcurso de esta investigación fue posible observar que los estudiantes asignan un estatus de creencia o conocimiento a la información que manejan no siempre en función de las evidencias y que en ocasiones la fuente de la sanción empleada para sustentar su información como “conocimiento” no necesariamente es en términos formalmente válidos.

El aporte derivado de los hallazgos observados en esta investigación a la teoría de la autorregulación consiste en arrojar luz sobre un proceso subjetivo que conlleva la intención, tanto social como individual, de conformar estructuras cognitivas de carácter objetivo que se han caracterizado como elementos concretos producidos por la cultura y entendidos como “el conocimiento” actual de la realidad. No obstante, es importante subrayar que la pregunta de investigación en el presente

estudio es de carácter general y que muchas otras preguntas se erigen de los resultados obtenidos en la misma, a los que habrá que dar seguimiento en subsecuentes investigaciones.

Con todo, a la luz de los datos de la presente investigación se puede pensar que el proceso de objetivación de información se produce de mejor manera en la medida en que hay mayor conciencia del sujeto que conoce sobre la independencia del conocimiento a ser aprendido respecto de cualquier interpretación personal. En este sentido, las implicaciones de estos hallazgos sobre la práctica didáctica, se dirigen hacia la necesidad de desarrollar en los estudiantes la habilidad para diferenciar la estructura argumentativa de los pensamientos y su validez lógica; toda vez que el estatus epistemológico que el estudiante otorga a la información que surge durante un episodio de aprendizaje es una asignación personal que se hace ora en función de criterios subjetivos, ora en función de criterios objetivos. Es decir, la información que adquiere un estudiante tras un proceso de aprendizaje escolar puede bien transformarse en dogma con poco potencial explicativo o en un instrumento cognitivo perfectamente bien diferenciado que permite al individuo que lo ha desarrollado establecer criterios de análisis que garantizan

posturas individuales más científicas y tendientes a una mayor efabilidad de la comprensión de la realidad. Puesto que la estructura argumentativa conlleva un ordenamiento formal que recíprocamente da y toma forma en el pensamiento del estudiante.

El modelo teórico que se plantea en el presente estudio integra un número extenso de variables en una compleja red de interacciones. Las variables relativas al proceso de autorregulación del aprendizaje, así como las relaciones entre ellas han sido ampliamente estudiadas y documentadas en múltiples investigaciones previas; no obstante, plantear la existencia del proceso de objetivación y los constructos que le subyacen implicó especificar una serie de relaciones hipotéticas en torno al proceso de construcción de conocimiento propiamente dicho. La demostración empírica de la existencia del proceso de objetivación, por principio de cuentas, representa la evidencia medular del presente estudio pues nos traslada a un escenario diferente, tanto metodológicamente hablando, como en lo que se refiere a los aspectos considerados en la investigación del proceso autorregulatorio hasta la fecha. En el nuevo escenario, se plantea una diferenciación doble al interior del estatus epistemológico de la información: la que el discente asigna a la información

durante un episodio de aprendizaje, por un lado, y la conciencia que tiene él mismo de la asignación de este estatus, dado el proceso de autorregulación del aprendizaje, por el otro. En tanto que, desde la perspectiva teórica que se defiende en esta investigación, se considera al conocimiento como un objeto independiente del sujeto que conoce, la conciencia de la independencia de este objeto y de la asignación de un estatus epistemológico a la información que se maneja durante un episodio de aprendizaje se erigen como dos elementos fundamentales para la comprensión del proceso autorregulatorio experimentado por los estudiantes cuando se plantean metas de aprendizaje.

Por otra parte, el valor intrínseco del modelamiento estructural de procesos complejos, como los analizados en esta investigación, a partir del análisis de las vías estructurales de influencia causal representa una valiosa herramienta que hace posible contrastar una gran cantidad de variables evaluadas a lo largo de un episodio de aprendizaje, y de esta manera integrar los datos, más que simplemente elaborar conclusiones independientes sobre cada constructo.

Asimismo, permite explorar todos los posibles efectos directos e indirectos entre variables que el modelo teórico podría no haber tomado en cuenta pero que

saltan a la luz en el modelo empírico, como sucedió en nuestro caso donde, aun cuando algunas relaciones causales hipotetizadas no fueron confirmadas o bien no habían sido predichas por el modelo teórico, en lo general y con base en los resultados obtenidos, fue posible establecer que las variables autorregulatorias del aprendizaje tienen influencia causal sobre la autorregulación de la solución al problema planteado y sobre la naturaleza de las argumentaciones que el estudiante elabora para objetivar el conocimiento durante episodios de aprendizaje.

No obstante, es importante señalar que habría sido necesario, metodológicamente hablando, contar con al menos dos grupos de cada uno de los tratamientos, para de esta manera conseguir un mejor control de los posibles efectos aleatorios propios del muestreo y que complican la interpretación de los efectos causales de interés. El diseño de investigación, a pesar de haber contemplado un gran número de variables, estableció preguntas muy generales de carácter exploratorio, lo que limitó las conclusiones a la confirmación del planteamiento teórico del constructo de objetivación de información y de las interacciones entre variables sugeridas, que ya es por si mismo importante, pero que, sin embargo, se encuentra lejos de ofrecer una comprensión completa del proceso de objetivación de información y su papel en un episodio de aprendizaje autorregulado.

Por último, se subraya la importancia de dar continuidad a la investigación sobre el tópico de la objetivación de la información, quizás no solamente en torno a las líneas sugeridas por los resultados, sino en dirección de un planteamiento teórico más amplio que de cuenta del proceso de construcción de conocimiento, tanto de carácter formal y científico, como del autorregulatorio en función de la fundamentación formalmente pertinente y lógica, pero sobre todo, en el marco de un proceso autónomamente dirigido que de pie a nuevos conocimientos de carácter metacognitivo que ofrezcan mayor control del propio comportamiento, ya no únicamente en un escenario educativo, sino en los procesos adaptativos que los sujetos deben enfrentar una vez finalizados sus estudios.

# Referencias

- Bandura, A. (1985). Social foundations of thought and action. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall
- Boekaerts, M. (1996). Personality and the psychology of learning. European Journal of Personality, 10, 377-404.
- Boekaerts, M. (1995) International Handbook of Personality and intelligence. En D. H. Saklofske y M. Zeidner (Eds.). New York : Plenum Press.
- Castañeda, S. y Martínez, R. (1999). Enseñanza y Aprendizaje Estratégicos. Modelo integral de evaluación e instrucción. Revista Latina de Pensamiento y Lenguaje. 4, 251-278
- Chomsky, N., Piaget, J., Furió, S. & Piattelli-Palmarini, M (1983) Teorías del lenguaje, teorías del aprendizaje: el debate entre Jean Piaget y Noam Chomsky. Crítica. Barcelona, España
- Efkliides, A. (1998) El papel de las habilidades cognitivas y el afecto en el aprendizaje de las matemáticas y la ciencia. En S. Castañeda (Ed.) Evaluación y fomento del desarrollo intelectual en la enseñanza de ciencias,

artes y técnicas. Perspectiva internacional en el umbral del siglo XXI. (pp. 265-298). México D. F. : CONACYT, UNAM y Miguel Angel Porrúa.

Entwistle, N., Kozeki, B. Y Tait, H. (1989) Pupils Perceptions of School and Teachers II-Relationships with motivation an approaches to learning. J. Educ. Psychol. 59, 340-350.

Flavell, J. , Mumme, D. , Green, F. And Flavell, E. (1992) Young children´s understanding of different types of beliefs. Child Development 63, pp. 960-977.

Habermas, J. (1989) Teoría de la acción comunicativa, 2 tomos. Tr. M. Jiménez Redondo. Buenos Aires, Taurus.

Helmke, A., Schneider, W., & Weinert, F.E. (1986). Quality of instruction and classroom learning outcomes: Results of the German contribution to the Classroom Environment Study of IEA. Teaching and Teachers Education, 2, 1-18.

Helmke, A., (1989). The impact of student self-concept of ability and task motivation on different indicators of effort at school. International Journal of Educational Research, 13 (8), 281-295.

Hofer, B. K. y Pintrich, R. P. (1997). The development of epistemological theories: Beliefs about knowledge and knowing and their relation to learning. Review of Educational Research, 67 (1) 88-140.

Holland, J. K. Y Nisbet, R. E. (1988). Induction En J. R. Sternberg y E. E. Smith (compiladores): The psychology of human thought. Cambridge: Cambridge University Press.

- Kelly, G.J., & Green, J. (1998). The social nature of Knowing: Toward a sociocultural perspective on conceptual change and knowledge construction. In B. Guzzetti, & C. Hynd (Eds.), Perspectives on conceptual change: Multiple ways to understand knowing and learning in a complex world, pp 145-181. Mahwah, NJ Erlbaum.
- Kelly, G.J. y Takao, A. (2001) Epistemic Levels in Argument: An analysis of university oceanography students use of evidence in Writing. The annual meeting of the National Association for Research in Science Teaching, New Orleans, LA, April 28-May 1.
- Kuhn, D. (1992) Thinking as argument. Harvard Educational Review, 62 (2), 155-178.
- Kuhn, D. (2000). The development of epistemological understanding. Cognitive Development, 15 (3), 309-328.
- Manzano Patiño, Abigail P., (2000). “Movilización de plomo en hueso durante el embarazo. Una aplicación de los modelos de ecuaciones estructurales”. Tesis de Maestría UNAM, México
- Manassero, M. A. y Vázquez, A. (1995). Atribuciones causales de alumnado y profesorado sobre el rendimiento escolar: Consecuencias para la práctica educativa. Rvta. Interuniversitaria de Formación del Profesorado, 24, sep-dic. 125-141.
- Masterpasqua, F. (1989). A competence paradigm for psychological practice. American Psychologist, 44 (11), 1366-1371.
- Merrill, M. D. (2001) First principles of instruction. J. Struct. Learn. & Intel. Sys. 14 459-466.

- Miller, D. (compilador) (1995) Popper Escritos Selectos. Fondo de Cultura Económica. México, D.F.
- Pérez Echeverría, M. P. y Pozo, J. I. (1992). La influencia de los conocimientos previos en el razonamiento inductivo, 1 (1), 75-95.
- Perner, J. (1991) Understanding the representational mind, MIT Press, Cambridge, MA.
- Pintrich, P.R., Schunk, D.H. (1996). Motivation in education: Theory, research and applications. New Jersey: Prentice-Hall.
- Pintrich, P.R. (1998) El papel de la motivación en el aprendizaje académico autorregulado. En S. Castañeda (Ed.) Evaluación y fomento del desarrollo intelectual en la enseñanza de ciencias, artes y técnicas. Perspectiva internacional en el umbral del siglo XXI. (pp. 229-262), México D. F. : CONACYT, UNAM y Miguel Angel Porrúa.
- Rescher, N., (1981) La sistematización cognoscitiva. Fondo de Cultura Económica. México, D.F.
- Schunk, D. y Zimmerman, B. J. (1994) Self-regulation of learning and performance: Issues and educational applications. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ.
- Tugendhat, E. (1993) Autoconciencia y Autodeterminación: Una interpretación lingüístico-analítica. Fondo de Cultura Económica, Madrid España.
- Weiner, B. (1979). A theory of motivation for some classroom experiences. Journal of Educational Psychology, 71, 3-25.

Weinsten y R.E. Mayer “The Teaching of Learning Strategies”, M. C. Wittrock (Ed.), Handbook of Research on Teaching, 3a ed., Macmillan Publishing Company, Nueva York, 1986, pp. 315-327.

Weinstein, C. E., Powdrill, L., Husman, J., Roska, L. A. y Dierking, D. R. (1998) Aprendizaje estratégico: un modelo conceptual, instruccional y de evaluación. En S. Castañeda (Ed.). Evaluación y fomento del desarrollo intelectual en la enseñanza de ciencias, artes y técnicas. Perspectiva internacional en el umbral del siglo XXI. (pp. 197-228), México D. F. : CONACYT, UNAM y Miguel Angel Porrúa.

Wigfield y Eccles (1992) The development of achievement task values: A theoretical analysis. Developmental Review, 12, 265-310.

Zimmerman & Schunk, 2001; Boekaerts, Pintrich & Zeidner, 2000

# **Anexo a**

## **Inventario de estilos de argumentación de información matemática y motivacional**

### **IDEAMATEMATICA**

#### **Instrucciones:**

El propósito de este cuestionario es el de conocer cómo se relacionan las creencias que los estudiantes tienen acerca del conocimiento con las razones que los llevan a comprometerse en su estudio. También le interesa conocer cómo se relacionan las habilidades para justificar puntos de vista y maneras de expresarlos cuando los estudiantes se enfrentan a la resolución de problemas. Contiene preguntas sobre cómo enfrentas problemas de naturaleza matemática y de cómo te sientes en esas situaciones. Deberás responder, en algunos casos, eligiendo la opción que te parezca más apropiada, y en otros explicando, con tus propias palabras, las razones por las que piensas de esa manera. Es muy importante que trates de dar las respuestas que consideras más apropiadas. También es importante que cuando se te pida explicar las razones por la que das esas respuestas, **todas las explicaciones** que escribas sean lo más claras y completas que puedas.

Este cuestionario no tiene valor sobre tu calificación y los resultados que obtengas sólo serán conocidos por tí. Es muy importante que al resolverlo hagas tu mejor esfuerzo y no dejes de contestar alguna pregunta.

Tienes una hora y media para resolver el cuestionario. El cuestionario se divide en dos partes:

En la primera parte se te pide que leas tres problemas y que contestes varias preguntas relacionadas con las ideas y afectos que la lectura de ellos despertó en ti.

En la segunda parte se te pide que desarrolles las soluciones a los problemas.

Tendrás una hora y media para resolver todo el cuestionario por eso es muy recomendable que administres adecuadamente el tiempo con el que cuentas. Antes de contestar asegúrate de haber comprendido las instrucciones, los problemas y lo que se te pide en cada pregunta

Nombre del sustentante:

Grado y Grupo:

Apellido paterno

Apellido materno

Nombre(s)

Edad: \_\_\_\_\_ Lugar de origen: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

A continuación se te dan tres problemas que debes leer con mucha atención y cuidado. Toda vez que hayas terminado de leer los problemas levanta tu mano y el profesor te recogerá esta parte y te entregará la siguiente.

**Lee los siguientes problemas, todavía no tienes que contestarlos, lee con atención.**

- A) Las edades de un padre y su hijo suman 60 años. Si la edad del padre se disminuyera en 15 años se tendría el doble de la edad del hijo. Hallar ambas edades.
- B) De Los tres prisioneros que se encuentran en cierto calabozo, uno tiene visión normal, el segundo solo tiene un ojo y el tercero está totalmente ciego. El carcelero les dijo a los prisioneros que de tres sombreros blancos y dos rojos, seleccionaría tres para colocarlos sobre las cabezas de los prisioneros. Ninguno de ellos podría ver el color de su sombrero. El carcelero ofreció la libertad al prisionero con visión normal si le podría decir qué color tiene su sombrero. Para evitar una respuesta acertada sólo por casualidad, el carcelero amenazó con la ejecución como castigo para cualquier respuesta incorrecta. El primer prisionero no le pudo decir de que color era su sombrero. En seguida, el carcelero hizo la misma oferta al prisionero tuerto. El segundo prisionero tampoco le pudo decir el color de su sombrero. El carcelero no hizo la oferta al prisionero ciego, pero accedió a hacérsela cuando éste se lo pidió. El prisionero ciego le dijo: No tengo necesidad de ver; De lo que mis amigos con ojos han dicho, ¡Claramente veo que el color de mi sombrero es \_\_\_\_\_!
- C) Miguel, Antonio, Pedro y Jonás son cuatro artistas creativos de gran talento. Uno de ellos es bailarín, otro pintor, otro cantante y uno de ellos es escritor, aunque no necesariamente en ese orden.
1. Miguel y Pedro estaban en el recital en el que hizo su debut el cantante
  2. Antonio y el escritor han encargado sus retratos al pintor
  3. El escritor, cuya biografía de Jonás fue un *best seller*, está planeando escribir una biografía de Miguel
  4. Miguel nunca ha oído hablar de Pedro
- ¿A qué se dedica cada uno de ellos?

Nombre del sustentante: \_\_\_\_\_ Grado y Grupo: \_\_\_\_\_ tiempo \_\_\_\_\_  
Apellido paterno      Apellido materno      Nombre(s)

**En esta primera parte nos interesa conocer tu estado de ánimo antes de comenzar a resolver los ejercicios y como te percibes cuando aprendes.**

Nota: La tarea no se refiere solamente a responder esta evaluación sino a las clases que el profesor les indicó que impartirá como parte de una actividad completa de aprendizaje.

1. Tu estado de ánimo en este momento es

- a) muy negativo
- b) negativo
- c) regular
- d) positivo
- e) muy positivo

2. El estado de ánimo que tiene en este momento te ocurre

- a) muy rara vez
- b) ocasionalmente
- c) con poca frecuencia
- d) frecuentemente
- e) muy frecuentemente

3. Qué tan claramente sabes cuáles son los motivos por los que te sientes de esa manera.

- a) muy confundido
- b) confundido
- c) inseguro
- d) claro
- e) muy claro

4. La situación que propició tus emociones tiene que ver con:  
(puedes escoger mas de una opción)

- a) la dificultad de las clases de este semestre
- b) tus objetivos en la vida
- c) tus calificaciones
- d) tu forma de ser
- e) tu relación con amigos u otras personas
- f) la tarea que estás iniciando
- g) tus éxitos o fracasos
- h) no sabes
- i) otra \_\_\_\_\_

Explica brevemente \_\_\_\_\_

5. Crees que el estado de ánimo que tienes en este momento influirá en la tarea que estás realizando:

- a) seguramente influirá de forma negativa
- b) probablemente influya negativamente
- c) no creo que influya
- d) probablemente influya positivamente
- e) seguramente influirá de forma positiva

6. ¿Cuál es la razón por la que te comprometes en resolver esta tarea?

- a) obligación o para escapar de un castigo
- b) responsabilidad
- c) no lo sé
- d) porque me gusta distraerme con este tipo de tareas
- e) porque deseo aprender bien este conocimiento

7. ¿Qué tan importante es para ti resolver bien esta tarea?

- a) Nada importante
- b) poco importante
- c) indiferente
- d) algo importante
- e) muy importante

8. Escribe cuáles son las metas que te propones alcanzar en esta tarea

¿Qué harás para alcanzar tus metas?

9. ¿Cuál es el valor principal que tienen esta tarea para ti?

- a) irrelevante
- b) valiosa para terminar el semestre
- c) valiosa porque me gana el respeto de los demás
- d) valiosa porque aprenderé matemáticas
- e) valiosa porque conoceré más sobre mi forma de aprender

¿Por qué piensas de esta manera?

10. Da una explicación de lo que tu piensas que es el conocimiento y en dónde se encuentra. (es muy importante que expliques ambas cosas, tanto qué es, como dónde se encuentra)

11. Piensas que aprender para ti es

- a) muy difícil
- b) difícil
- c) ni difícil ni fácil
- d) fácil
- e) muy fácil

12. Justifica tu elección

13. ¿Qué tan eficaz te consideras al desarrollar problemas de matemáticas?

- a) rara vez hago bien las cosas y con frecuencia fracaso
- b) algunas veces hago bien las cosas y rara vez consigo lo que me propuse
- c) con frecuencia hago bien las cosas pero no consigo lo que me propuse
- d) algunas veces consigo lo que me planteo
- e) con frecuencia consigo las metas que me planteo

¿Por qué?

14. ¿Crees poder manejar adecuadamente tus emociones y de esta manera poder concentrarte para enfrentar esta tarea?

- a) no puedo concentrarme y no puedo comenzar a trabajar
- b) me distraigo facilmente y no consigo terminar lo que inicié
- c) me concentro poco tiempo pero me distraigo y a veces no termino lo que inicié
- d) me concentro lo suficiente y logro terminar aunque con dificultad lo que inicié
- e) me concentro muy bien y siempre termino sin dificultad lo que inicié

15. ¿Cuándo estudias matemáticas, cuanto apoyo necesitas?

- a) mucho, siempre necesito alguien que me esté explicando
- b) bastante, puedo estudiar pero necesito supervisión todo el tiempo
- c) la ayuda que necesito es para organizar mis temas y tiempo de estudio
- d) poco, solo para aclarar dudas
- e) nada, puedo hacerlo solo

16. ¿Qué tan importante es para ti tener éxito en esta tarea que vas a realizar ?

- a) nada importante
- b) poco importante
- c) indiferente
- d) importante
- e) muy importante

17. ¿Qué tan importante es para ti tener éxito cuando estudias matemáticas?

- f) nada importante
- g) poco importante
- h) indiferente
- i) importante
- j) muy importante

18. ¿Para qué sería importante tener éxito en tu desempeño en tareas matemáticas, incluyendo esta tarea?

19. ¿Cuánto piensas esforzarte al desarrollar esta tarea?

- a) no me esforzaré
- b) solo haré lo que pueda hacer sin cansarme
- c) intentaré responder lo que me piden
- d) me esforzaré lo suficiente para conseguir resolver lo que me piden
- e) me esforzaré mucho para sacar el máximo provecho de la tarea.

20. ¿De acuerdo con las instrucciones que se te dieron cuáles son las cosas a las que le debes poner atención en esta tarea?

**Las preguntas de la siguiente sección tienen que ver con tu relación con las matemáticas, elige la opción que represente tu opinión.**

21. ¿Qué es lo que sientes al hacer tareas matemáticas?

- a) desagrado
- b) miedo
- c) indiferencia
- d) desconfianza
- e) gusto

¿por qué?

22. ¿Qué tan dispuesto estás para aprender álgebra?

- a) nada dispuesto
- b) poco dispuesto
- c) indiferente
- d) con alguna disposición
- e) muy dispuesto

¿por qué?

23. ¿Cuánta confianza tienes en tu conocimiento de álgebra?

- a) Tengo mucha desconfianza
- b) Desconfío un poco
- c) poca confianza
- d) mi confianza es suficiente
- e) plena confianza

¿por qué?

24. ¿Qué tanta habilidad tienes para el aprendizaje de las matemáticas?

- a) ninguna habilidad
- b) poca habilidad
- c) no lo sé
- d) algunas habilidades
- e) bastantes habilidades

¿por qué piensas eso?

25. ¿De acuerdo a lo que sabes de álgebra qué tanta utilidad práctica conoces que tenga este conocimiento en la vida cotidiana?

- a) ninguna utilidad
- b) poca utilidad
- c) no lo sé
- d) alguna utilidad
- e) mucha utilidad

¿por qué?

Explica cuales usos conoces del conocimiento algebraico

26. Explica qué son las matemáticas

27. Las matemáticas :

- a) existe en la naturaleza y se van descubriendo
- b) son inventadas por el hombre

¿por qué?

Nombre del sustentante: \_\_\_\_\_ Grado y Grupo: \_\_\_\_\_ tiempo \_\_\_\_\_  
Apellido paterno      Apellido materno      Nombre(s)

**Lee el primer problema nuevamente y contesta lo que se te pide.**

**Las edades de un padre y su hijo suman 60 años. Si la edad del padre se disminuyera en 15 años se tendría el doble de la edad del hijo. Hallar ambas edades.**

28. En el espacio siguiente organiza la solución y escribe ordenadamente las operaciones que se requieren para dar tu respuesta.

29. Qué estrategia o plan seguiste para resolver el problema, describe lo que hiciste tan amplia y ordenadamente como puedas.

30. ¿Tienes seguridad de que tu respuesta es correcta?

Fundamenta lo mejor que puedas la(s) razón(es) por la que crees que tu respuesta es la correcta o en su defecto las razones por las que dudas. En esta respuesta se califica tu habilidad para argumentar, por lo que te solicitamos lo hagas lo mejor que puedas.

Lee el segundo problema nuevamente y contesta lo que se te pide.

De Los tres prisioneros que se encuentran en cierto calabozo, uno tiene visión normal, el segundo solo tiene un ojo y el tercero esta totalmente ciego. El carcelero les dijo a los prisioneros que de tres sombreros blancos y dos rojos, seleccionaría tres para colocarlos sobre las cabezas de los prisioneros. Ninguno de ellos podría ver el color de su sombrero. El carcelero ofreció la libertad al prisionero con visión normal si le podría decir que color tiene su sombrero. Para evitar una respuesta acertada solo por casualidad, el carcelero amenazo con la ejecución como castigo para cualquier respuesta incorrecta. El primer prisionero no le pudo decir de que color era su sombrero. En seguida, el carcelero hizo la misma oferta al prisionero tuerto. El segundo prisionero tampoco le pudo decir el color de su sombrero. El carcelero no hizo la oferta al prisionero ciego, pero accedió a hacérsela cuando este se lo pidió. El prisionero ciego le dijo: No tengo necesidad de ver; De lo que mis amigos con ojos han dicho, ¡Claramente veo que el color de mi sombrero es \_\_\_\_\_!

31. En el espacio siguiente organiza la solución y escribe ordenadamente las operaciones que se requieren para dar tu respuesta.

32. Recuerda las cosas que pensaste e hiciste para resolver el problema y describelas tan amplia y ordenadamente como puedas.

33. ¿Tienes seguridad de que tu respuesta es correcta?

Fundamenta lo mejor que puedas la(s) razón(es) por la que crees que tu respuesta es la correcta, o en su defecto las razones por las que dudas. En esta respuesta se califica tu habilidad para argumentar, por lo que te solicitamos lo hagas lo mejor que puedas.

**Lee el tercer problema nuevamente y contesta lo que se te pide.**

Miguel, Antonio, Pedro y Jonás son cuatro artistas creativos de gran talento. Uno de ellos es bailarín, otro pintor, otro cantante y uno de ellos es escritor, aunque no necesariamente en ese orden.

- 1) Miguel y Pedro estaban en el recital en el que hizo su debut el cantante
- 2) Antonio y el escritor han encargado sus retratos al pintor
- 3) El escritor, cuya biografía de Jonás fue un *best seller*, está planeando escribir una biografía de Miguel
- 4) Miguel nunca ha oído hablar de Pedro

¿A qué se dedica cada uno de ellos?

34. En el espacio siguiente organiza la solución y escribe ordenadamente las operaciones que se requieren para dar tu respuesta.

35. Recuerda las cosas que pensaste e hiciste para resolver el problema y describelas tan amplia y ordenadamente como puedas.

36. ¿Tienes seguridad de que tu respuesta es correcta?

Fundamenta lo mejor que puedas la(s) razón(es) por la que crees que tu respuesta es la correcta o en su defecto las razones por las que dudas. En esta respuesta se califica tu habilidad para argumentar, por lo que te solicitamos lo hagas lo mejor que puedas.

En esta última parte nos interesa saber que piensas al haber finalizado la tarea

37. ¿De las metas que te planteaste al iniciar esta tarea, cuántas has conseguido alcanzar hasta este momento?

¿Cuáles?

38. ¿De acuerdo con lo que pasó durante el tiempo en el que estuviste desarrollando el ejercicio, cómo influyeron tus sentimientos y habilidades en el resultado obtenido en la tarea?

- a) no pude concentrarme y no pude siquiera iniciar a trabajar
- b) me distraje todo el tiempo y no conseguí terminar todo
- c) me concentré poco tiempo y terminé pero no confío en mis respuestas
- d) me concentré suficiente y logré terminar aunque con dificultad los tres ejercicios
- e) me concentré muy bien y terminé sin dificultad y confío en mis respuestas

Justifica por qué crees que ocurrió de esta manera

---

# Anexo b

## Conocimientos previos al álgebra

La prueba de conocimientos básicos previos al álgebra tiene como objeto evaluar el grado de dominio que los estudiantes tienen de los conocimientos que son precurrentes para el aprendizaje del álgebra. Evalúa con base en tres criterios generales de apropiación del conocimiento:

- 1) interpretación
- 2) ejecución
- 3) aperccepción

El criterio de interpretación pretende evaluar el grado de dominio que el estudiante tiene de la aritmética como lenguaje. Por lo tanto evalúa el uso correcto de los símbolos que componen el lenguaje matemático y el conocimiento de los axiomas fundamentales de la aritmética. En este sentido el estudiante puede tener algún grado de comprensión del problema que se le pide resolver, pero esto no se toma en cuenta en esta área, pues lo que se evalúa no es razonamiento, sino dominio del contenido indicado. Es decir el criterio de calificación es si usa o no correctamente los símbolos y reglas de escritura involucrados en la representación del problema expuesto.

El criterio de ejecución evalúa el conocimiento de los procedimientos matemáticos dada una o varias operaciones para la solución del problema. También aquí, solo se evalúa si el estudiante conoce o no el procedimiento matemático.

El criterio de apercepción evalúa la comprensión de las abstracciones y su naturaleza formal, normativa y deductiva. En este caso se califica con un criterio escalar de 3 puntos.

- a) lo desconoce
- b) lo entiende
- c) lo define

El criterio de desconocimiento se aplica cuando el estudiante se apega únicamente al saber que tiene de los algoritmos matemáticos, sin reflexión sobre la relación entre representación y realidad.

El criterio de entendimiento se aplica al estudiante que muestra reflexión sobre la naturaleza de los conceptos y procedimientos, pero que no distingue la precisión e importancia de los conceptos y su estructura axiomático-deductiva.

El criterio de definición se aplica cuando el estudiante define correctamente los conceptos y da muestra de conocer formal y reflexivamente la naturaleza deductiva y abstracta de la matemática.

La razón de utilizar estos criterios de calificación se encuentra en el hecho de interpretar los conocimientos matemáticos como un cuerpo de información objetiva y formal con solamente una interpretación posible; no obstante, también se interpreta que el aprendizaje o apropiación de estos contenidos es más bien una construcción que parte

de la subjetividad, y la solución de un problema puede ser interpretada de manera que el resultado es satisfactorio prácticamente, aunque no se entienda o conozca el carácter formal y preciso de la matemática. Los conocimientos previos al álgebra son del campo de la aritmética, donde se encuentran las bases deductivas en las que se construye el conocimiento algebraico. Sin embargo, resolver un problema mediante algoritmos matemáticos no implica que se conozca la naturaleza de la solución ni del carácter del razonamiento matemático. Por lo tanto, el tercer criterio que utilizamos tiene el objeto de evaluar este entendimiento del razonamiento que no se encuentra implícito en la enseñanza de los algoritmos.

No se hace una evaluación exhaustiva del conocimiento de todos los procedimientos y axiomas que constituyen la matemática, puesto que se considera que los conceptos planteados representa adecuadamente la naturaleza y carácter, tanto de la aplicación de procedimientos y lenguaje, como de los aspectos teórico-conceptuales que constituyen la matemática. Lo que si nos interesa, es evaluar que el estudiante entienda el carácter abstracto de la matemática, que alcanza su mayor expresión en los conceptos. La expresión simbólica de los algoritmos son las conclusiones prácticas del razonamiento, y no se puede evaluar al margen de la comprensión mínima de su naturaleza explicativa. Este hecho comienza desde el entendimiento de la normatividad en la aritmética, pero es más evidente en el álgebra, cuyo principal objeto no es la manipulación de símbolos, sino la anticipación y prueba con fundamento en la abstracción de regularidades de la misma índole.

En este sentido, estamos de acuerdo con Dettori (2001) cuando dice que lo que importa no es aprender a encontrar soluciones numéricas a problemas algebraicos sino entender la naturaleza y el poder del esquema teórico de solución del álgebra.

### Bibliografía

Dettori, En Sutherland, R., Rojano, T., Bell, A. y Lins, R. (Eds.). (2001) Perspectives on school algebra [Perspectivas del álgebra escolar]. Netherlands: Kluwer Academic Publisher.

## CONTESTA LO QUE SE TE PIDE

### I.- Expresa matemáticamente los siguientes problemas y sus soluciones:

- 1.- Si un chocolate cuesta seis pesos ¿cuánto dinero se necesita para comprar nueve?
- 2.- Un número es mayor que otro, que a su vez es menor que un tercero, y este tercer número es menor o igual que cero.
- 3.- El cuadrado de seis más la raíz cuadrada del producto de dos más nueve por cuatro.
- 4.- Tres veces cinco más la raíz cuadrada de tres y el resultado dividido entre dos
- 5.- El cociente de la raíz cuadrada de diez dividida entre dos multiplicado por la diferencia de ocho menos cuatro
- 6.- Restarle a un número el mismo número es igual a cero
- 7.- La suma de los cuadrados de dos números es seiscientos trece y el número mayor es dieciocho. Hallar el menor.
- 8.- Un número multiplicado por sí mismo cuatro veces menos el cociente de cuatro entre dos.

Resuelve:

Seguridad en respuesta

9.-  $(8 - 1) - (5 - 3) =$  \_\_\_\_\_ seguro inseguro

10.-  $-25 - (-2+3+4) =$  \_\_\_\_\_ seguro inseguro

11.-  $-25 + (-2) =$  \_\_\_\_\_ seguro inseguro

12.-  $-5+3 \cdot 4 - 2 \cdot 7 =$  \_\_\_\_\_ seguro inseguro

13.-  $-5+3 \cdot 4 - 2 \cdot 7 =$  \_\_\_\_\_ seguro inseguro

II.- De acuerdo con tus conocimientos en matemáticas, responde a las siguientes preguntas lo más amplio y claro que puedas

14.- Cual es la diferencia entre magnitud y cantidad \_\_\_\_\_

---



---



---



---



---



---



---



---

15.- ¿Qué es un Teorema?

---



---



---



---



---



---



---



---

16.- ¿Qué es un Postulado?

---

---

---

---

---

---

---

17.- ¿Qué es un Problema?

---

---

---

---

---

---

---

18.- ¿Qué es el álgebra?

---

---

---

---

---

---

---

### III.- Cuál es el factor común en las siguientes operaciones y escribe el resultado:

seguridad en respuesta

$$19.- 7 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ seguro } \text{ inseguro}$$

$$20.- 8 \cdot 5 + 6 \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ seguro } \text{ inseguro}$$

$$21.- 9 \cdot 2 - 7 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ seguro } \text{ inseguro}$$

### IV.- Desarrolla las operaciones indicadas:

$$22.- 5 \cdot 4 / 2 + 9 / 3 - 8 / 2 \cdot 3 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ seguro } \text{ inseguro}$$

$$23.- (3 + 2) / 5 + (8 + 10) / 3 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ seguro } \text{ inseguro}$$

$$24.- (30 - 20) / 2 + (6 \cdot 5) / 3 + (40 - 25) / (9 - 6) = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ seguro } \text{ inseguro}$$

### V.- Contesta lo que se te pide:

25.- ¿Qué es un número primo?

---



---



---



---



---



---



---

26.- ¿Qué es el Máximo Común Divisor?

---

---

---

---

---

---

---

27.- ¿Qué es el Mínimo Común Múltiplo?

---

---

---

---

---

---

---