UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

INSTITUTO DE INGENIERÍA

DESARROLLO Y APLICACIÓN DE ESPECTROS DE PELIGRO UNIFORME EN LA EVALUACIÓN Y DISEÑO SÍSMICO DE ESTRUCTURAS BASADOS EN EL DESEMPEÑO

$\mathbf{T} \to \mathbf{S} \to \mathbf{I}$

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE DOCTOR EN INGENIERÍA INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

> PRESENTA MAURO P. NIÑO LÁZARO

TUTOR DR. A. GUSTAVO AYALA MILIÁN



CIUDAD UNIVERSITARIA ABRIL 2008



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

- Presidente: Dr. Mario G. Ordaz Schroeder
- Secretario: Dr. Amador Terán Gilmore
- Vocal: Dr. A. Gustavo Ayala Milián
- 1^{er.} Sumplente: Dr. Oscar López Bátiz
- 2^{do.} Sumplente: Dr. Eduardo Reinoso Angulo

Lugar donde se realizó la tesis:

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

TUTOR DE TESIS:

DR. A. GUSTAVO AYALA MILIÁN

FIRMA

 $A \because L \because G \because D \because G \because A \because D \because U$

Dedícate al estudio, no para ufanarte de tu sabiduría, sino porque solo el hombre que sabe, puede ayudar más y mejor.

A mis padres:

Carmen Lázaro Hernández.

Quién con su vida me ha mostrado que luchando es como se ganan las batallas.

у

Mauro Niño Torres.

Por enseñarme el significado de saber, saber hacer y saber ser.

A mis hermanas:

Alejandra y Dulce.

Por mantener mis sueños en el cielo y mis pies en el suelo.

A mi tía:

 $\acute{A}gueda\ L\acute{a}zaro\ Hern\acute{a}ndez$

Por su apoyo total.

Agradecimientos

Agradezco al *Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología* el apoyo económico recibido durante mis estudios de doctorado.

Agradezco al Instituto de Ingeniería y a la Dirección General de Estudios de Posgrado de la Universidad Nacional Autónoma de México por todas las oportunidades y apoyos económicos otorgados para llevar a cabo este trabajo de investigación doctoral.

De una manera muy especial, agradezco al *Dr. A. Gustavo Ayala Milián*, director de esta tesis, por compartir su tiempo y conocimientos conmigo al discutir no solamente los diversos temas académicos que me han formado como profesionista, sino también los innumerables temas personales que me han formado como ser humano.

Agradezco al *Dr. Mario Ordaz Schroeder*, por el apoyo y los acertados comentarios hechos a lo largo de esta investigación doctoral, a los *Drs. Amador Terán Guilmore, Oscar López Bátiz*, y *Eduardo Reinoso Angulo*, por la revisión minuciosa y los invaluables comentarios que enriquecieron el contenido de este trabajo.

Agradezco *al grupo de trabajo* del Dr. G. Ayala por las discusiones entabladas sobre los distintos temas académicos y por la retroalimentación obtenida de ellas.

Además, agradezco a los profesores *Tatjana Isakovic* y *Matej Fischinger*, y a todo el grupo de trabajo de *IKPIR* de la *Universidad de Ljubljana*, Eslovenia, por el apoyo brindado y por el trabajo desarrollado en conjunto durante mi estancia de investigación en esa universidad.

Finalmente, agradezco a la *Comunidad Europea* el apoyo económico brindado para realizar una estancia de investigación en el Laboratorio Europeo para la Evaluación Estructural (*ELSA*) del Centro Conjunto de Investigación (*JRC*) en Ispra, Italia.

Resumen

Esta tesis presenta una formulación para obtener espectros de peligro uniforme de utilidad en el diseño y evaluación de estructuras de concreto reforzado empleando simulaciones de Monte Carlo y conceptos avanzados de las teorías de peligro sísmico y de probabilidades. Para ello, se utilizan registros sísmicos sintéticos de diferentes magnitudes que se obtienen con un método de simulación sísmica que emplea registros de sismos pequeños como funciones de Green empíricas. El método de simulación mejorado en esta tesis mejora los existentes en el sentido de que considera una mejor descripción de la fuente sísmica mediante el uso de dos frecuencias de esquina y emplea un esquema una suma aleatoria de señales divida en dos etapas. Los espectros de peligro uniforme obtenidos, corresponden a un nivel de desempeño definido por una demanda de ductilidad constante e igual a cuatro, considerando las incertidumbres existentes en la definición de la demanda sísmica, en el periodo fundamental, en la resistencia, en la relación de rigidez de posfluencia a rigidez inicial y en la sobrerresistencia.

Como una aplicación de los espectros obtenidos, se presenta un método aproximado para la evaluación sísmica de puentes, que también puede ser empleado para su diseño basado en desempeño, para los que la demanda sísmica puede definirse por uno de estos espectros. Este método considera, de manera aproximada, la participación al desempeño estructural de los modos superiores de vibrar y de los efectos inelásticos a través del uso de análisis modales espectrales evolutivos sobre curvas de respuesta no lineales de sistemas simplificados de referencia correspondientes a las variables modales iniciales. Con base en un estudio paramétrico de respuestas de diferentes tipos de puentes sometidos a sismos de diferentes intensidades, se encuentra que este y otros métodos aproximados pueden fallar debido a la ocurrencia de una condición de irregularidad definida en términos del cambio en el orden de participación de los modos de vibrar de una estructura durante su respuesta inelástica ante una acción sísmica dada. Se ilustra la aparición de esta condición cuando se usa un procedimiento de análisis estadístico de datos a los datos de respuesta calculados. Con este procedimiento, conocido como expansión de Karhunen-Loève, es posible conocer aproximadamente las propiedades dinámicas instantáneas de una estructura durante su respuesta y detectar por tanto, la aparición de esta condición.

En esta tesis se concluye que las mejoras hechas al método de simulación sísmica representan una contribución importante para la definición de registros sintéticos realistas que a falta de registros de sismos reales, permitan desarrollar los espectros para evaluar una estructura existente o diseñar una nueva de manera consistente con la filosofía de evaluación y diseño sísmico de estructuras basado en desempeño. Se concluye también que, la definición de las demanda sísmica mediante espectros de peligro uniforme que consideren no solamente el efecto de las incertidumbres en la excitación sísmica, sino también en las propiedades estructurales, representa una mejora en la forma en cómo se han definido hasta el momento estas demandas, esto es, considerando tasas de excedencias de un índice de desempeño y no tasas de excedencia de intensidades sísmicas. Finalmente, de la aplicación del método de evaluación sísmica propuesto, se concluye que es posible obtener resultados aceptables, comparables con los obtenidos de las estadísticas de análisis no lineales paso a paso con un ensamble de registros. Sin embargo, la posibilidad de que ocurra una condición de irregularidad durante la respuesta sísmica, representa una limitante en la aplicación de cualquier método aproximado de evaluación o diseño en uso, particularmente para puentes, en los que, los cambios en el orden de participación de sus modos son comunes durante su respuesta inelástica.

Abstract

This thesis presents a formulation to obtain uniform hazard spectra for the design and evaluation of reinforced concrete structures using the Monte Carlo simulation method and advanced concepts of the theories of seismic hazard and probability. To achieve this, synthetic earthquake records of different magnitudes are simulated with a new method that uses small magnitude records as empirical Green functions. This simulation method improves other existent in as much as it uses a better description of the seismic source through two corner frequencies and a scheme of random summation of signals divided in two stages. The uniform hazard spectra obtained correspond to a life safety seismic performance level characterized by a constant ductility demand of four, and consider the uncertainties in the seismic excitation, the fundamental period, the lateral strength, the post-yielding to initial stiffness ratio and the over-strength.

As application of the spectra obtained, an approximate procedure for the seismic evaluation of bridges which can also be used for their performance based design is proposed. This method considers, in an approximate way, the participation to structural performance of higher modes of vibration and the inelastic behaviour through the use of evolutive modal spectral analyses based on the nonlinear response curves of simplified reference systems corresponding to the initial modal variables. Based on a parametric study of responses of different types of bridges subjected to earthquake records of different intensities it is found that this and other approximate methods may fail due to the occurrence of an irregularity condition defined in terms of the changes in the order of participation of the vibration modes of a structure during their inelastic response to a given seismic demand. The appearance of this condition is illustrated when the statistical data analysis procedure is applied to calculated response data. With this procedure, known as the Karhunen-Loève expansion, it is possible to know approximately the instantaneous dynamic properties of a structure during its response and therefore to detect, the appearance of this condition.

This thesis concludes that the improvements to the seismic simulation method represents an important contribution to the definition of realistic synthetic records which, lacking real earthquake records, allow the development of spectra for the evaluation or design of existent and new structures correspondingly, in consistency with the performance based design philosophy. It also concludes that the definition of seismic demands as uniform hazard spectra, considering not only the uncertainties in the seismic excitation but also in the structural properties, represents an improvement in the way in which this demands have been defined up till now, i.e., considering rates of exceedence of a performance index and not of intensities. Finally, from the application of the proposed evaluation method, it is concluded that it is possible to obtain acceptable results, comparable with those estimated from the statistics of results derived from responses obtained through non-linear step-by-step analyses of a set of simulated records. However, the possibility that a condition of irregularity occurs during seismic response represents a limitation in the application of any approximate method of evaluation or design currently used, particularly for bridges in which changes in the order of participation of their modes are common during their inelastic response.

Índice general

1.	Intr	oducci	ón	1
2.	Ant	ecedentes		
	2.1.	Incerti	dumbres epistémicas y aleatorias	5
	2.2.	Sismic	idad, movimientos sísmicos y demandas en las estructuras $\ . \ .$	6
		2.2.1.	Fuente Sísmica	7
		2.2.2.	Análisis de peligro sísmico	10
	2.3.	Capac	idad estructural y evaluación de su desempeño	11
		2.3.1.	Propiedades de los materiales	11
		2.3.2.	Incertidumbre en la capacidad de sistemas estructurales	12
		2.3.3.	Códigos y normas	13
	2.4.	Ingeni	ería sísmica basada en desempeño	14
	2.5.	Diseño	sísmico basado en desempeño	15
3.	\mathbf{Sim}	ulaciór	ı sísmica	17
	3.1.	Peligro	o sísmico	17
		3.1.1.	Modelo de Poisson	18
		3.1.2.	Modelo del temblor característico	20
	3.2.	Simula	ación de registros sísmicos utilizando funciones de Green empíricas	21

		3.2.1.	Simulación sísmica con la fuente descrita por una frecuencia de esquina y un esquema de suma aleatoria de una sola etapa	23
		3.2.2.	Simulación sísmica con la fuente descrita por dos frecuencias de esquina y un esquema de suma aleatoria de una sola etapa	26
		3.2.3.	Aplicación de la formulación planteada	31
		3.2.4.	Simulación sísmica utilizando funciones de Green empíricas con un esquema de suma aleatoria dividida en dos etapas	40
		3.2.5.	Simulaciones obtenidas considerando el esquema de suma di- vidida en dos etapas con la fuente sísmica definida por dos frecuencias de esquina	46
4.	Esp	ectros	de peligro uniforme	52
	4.1.	Espect ca par	ros de peligro uniforme con incertidumbre en la demanda sísmi- a evaluar la excedencia del nivel de desempeño	52
	4.2.	Espect ca y en nivel d	ros de peligro uniforme con incertidumbre en la demanda sísmi- n las propiedades estructurales para evaluar la excedencia del le desempeño	55
		4.2.1.	Procedimiento para la obtención de espectros de peligro uni- forme	56
		4.2.2.	Espectros de peligro uniforme con incertidumbre en el periodo de vibrar	58
		4.2.3.	Espectros de peligro uniforme con incertidumbre en la re- sistencia lateral	60
5.	Esp y el	ectros perioc	de peligro uniforme con incertidumbre en la resistencia lo de vibrar	67
	5.1.	Formu	lación de la función de densidad de probabilidades	67
		5.1.1.	Factor de correlación ρ	69
	5.2.	Espect	cros de peligro uniforme obtenidos	70
		5.2.1.	Importancia de la dispersión en los datos	73

		5.2.2.	Espectros elásticos de peligro uniforme	73
	5.3.	Comp	aración con el reglamento de construcciones del Distrito Federal	77
	5.4.	Efecto	de la sobrerresistencia en los EPU	79
	5.5.	Efecto	de la incerti dumbre en la rigidez de posfluencia en los EPU	81
6.	Eva	luaciói	n sísmica de puentes basada en desempeño	85
	6.1.	Introd	ucción	85
	6.2.	Princi	pales parámetros en la influencia de respuesta en puentes	87
	6.3.	Métod	los de evaluación del desempeño sísmico existentes	88
		6.3.1.	Método de la curva de capacidad y método $N2$	88
		6.3.2.	Análisis del Empujón Modal (<i>MPA</i>)	89
		6.3.3.	Procedimiento Estático No lineal Modal Evolutivo $(MANSP)$	89
		6.3.4.	Principales desventajas y una solución propuesta	90
	6.4.	Metod	ología de evaluación sísmica propuesta	95
		6.4.1.	Definición de la demanda sísmica	97
		6.4.2.	Determinación de propiedades	98
		6.4.3.	Obtención de la curva de respuesta del sistema de <i>1GDL</i> de referencia	98
		6.4.4.	Determinación del punto de desempeño	100
		6.4.5.	Obtención de la curva de respuesta	101
		6.4.6.	Obtención de la respuesta final	102
	6.5.	Aplica	ción	103
		6.5.1.	Descripción de las estructuras analizadas	103
		6.5.2.	Demanda sísmica	104
		6.5.3.	Obtención de la curva de respuesta del sistema de referencia de 1GDL	105

	6.6.	Evaluación del método propuesto	10
	6.7.	Expansión de Karhunen-Loève	12
		6.7.1. Introducción	12
		6.7.2. Aplicaciones	14
7.	Con	clusiones y recomendaciones 14	42
	7.1.	Conclusiones	42
	7.2.	Recomendaciones	45

Índice de figuras

2.1.	Matriz de Desempeño	16
3.1.	Definición de frecuencia de esquina	23
3.2.	Definición de frecuencia de 2 frecuencias de esquina	27
3.3.	Distribución acumulada de probabilidades para un $\Delta \sigma = 25$ bares	33
3.4.	Media de los espectros de respuesta para un $\Delta \sigma = 25$ bares. \hdots	33
3.5.	Media de la intensidad de Arias para un $\Delta \sigma = 25$ bares. $\hfill \ldots \hfill hfill \ldots \hfill \ldots $	34
3.6.	Distribución acumulada de probabilidades para un $\Delta\sigma=150$ bares	35
3.7.	Distribución acumulada de probabilidades para un $\Delta\sigma=150$ bares	36
3.8.	Media de la intensidad de Arias para un $\Delta\sigma=150$ bares	36
3.9.	Funciones acumuladas de probabilidades	38
3.10	. Intensidad de Arias promedio	39
3.11	. Comparación de los espectros elásticos promedio	40
3.12	. Funciones de distribución de probabilidades	47
3.13	. Ruptura de cel das en el tiempo, registro en estación PNIG $\ .\ .\ .\ .$	48
3.14	. Registro de aceleraciones del sismo del 30/09/1999 obtenido en la estación PNIG.	48
3.15	. Ruptura de celdas en el tiempo, registro en estación SCT	49
3.16	. Registro de aceleraciones del sismo del 19/09/1985 obtenido en la estación SCT.	49

3.17.	Medias de espectros elásticos de las simulaciones realizadas	50
3.18.	Medias de espectros elásticos.	51
4.1.	Probabilidad de exceder una resistencia dada	55
4.2.	Densidad de probabilidad para un periodo T_{μ} determinado	58
4.3.	Representación esquemática de la evaluación de las tasas de exceden- cia tomando en cuenta la incertidumbre del periodo de vibrar	59
4.4.	Representación esquemática de la evaluación de las tasas de exceden- cia tomando en cuenta la incertidumbre en la resistencia estructural	61
4.5.	Superficies de curvas de tasas de excedencia	62
4.6.	Espectros de peligro uniforme	63
4.7.	Comparación de espectros de peligro uniforme	64
4.8.	EPU con distintos valores de ζ para el periodo de vibrar $\ .\ .\ .\ .$	65
4.9.	EPU con distintos valores de ζ para la resistencia lateral $\ . \ . \ . \ .$	65
5.1.	Ponderación de una superficie de $\eta(R,T)$ por la densidad de proba- bilidad conjuntas	69
5.2.	Densidad de probabilidad conjunta para diferentes valores de $\rho.$	71
5.3.	Superficie de curvas de tasas de excedencia con un $\rho=-0.3$	72
5.4.	Espectros de peligro uniforme con distintos valores de ρ	72
5.5.	Espectros de peligro uniforme con diferentes valores de ζ_R y ζ_T	74
5.6.	Comparación de EPU	75
5.7.	Espectros elásticos de peligro uniforme	76
5.8.	Comparación de espectros elásticos de peligro uniforme	76
5.9.	Comparación de EPU de $\mu=4$ con uno reducido del $RCDF.$	77
5.10.	. Comparación de EPU de $\mu = 4$ con uno reducido del $RCDF$	78
5.11.	Representación de la mediana de la resistencia y la resistencia nominal.	79

5.12. Representación de la sobrerresistencia
5.13. Comparación de <i>EPU</i> elásticos donde se incluye la sobrerresistencia, con uno elástico del <i>RCDF</i>
5.14. EPU de $\mu = 4$ con distintos valores de α
5.15. EPU de $\mu = 4$ con distintos valores de α
6.1. Descripción del puente $V213P$ a analizar
6.2. Demanda sísmica empleada
6.3. Primera rama de la curva de respuesta de los sistemas de <i>1GDL</i> de referencia para a) <i>V123P</i> y b) <i>V213P</i>
6.4. Segunda rama de la curva de respuesta de los sistemas de <i>1GDL</i> de referencia para a) <i>V123P</i> y b) <i>V213P</i>
6.5. Tercera rama de la curva de respuesta de los sistemas de <i>1GDL</i> de referencia para a) <i>V123P</i> y b) <i>V213P</i>
6.6. Curva de respuesta para el sistema de $1GDL$ del puente $V123P$ 109
6.7. Curva de respuesta para el sistema de $1GDL$ del puente $V213P$ 109
6.8. Comparación del espectro del <i>EC8</i> con la media y la media más y menos una desviación estándar
6.9. Estadísticas de desplazamientos para a) $V123P$ y b) $V213P.$ 111
6.10. Evolución de formas modales en puente V213P
6.11. Datos de entrada correpondientes al $GDL2$ para realizar análisis KL . 116
6.12. Periodo instantáneo para a) GDL1 y b) GDL2
6.13. Descripción del marco plano analizado.
6.14. Desplazamientos obtenidos en cada nivel del marco plano 119
6.15. Aceleraciones absolutas obtenidas en cada nivel del marco plano 119
6.16. Desplazamientos modales obtenidos
6.17. Fuerzas modales obtenidas

6.18. Formas modales elásticas
6.19. Masa modales instantáneas. $\ldots \ldots 121$
6.20. Periodos instantáneos
6.21. Geometría del puente $V123P$ y su concentración de masas
6.22. Demanda sísmica
6.23. Desplazamientos obtenidos en cada pila del puente
6.24. Aceleraciones absolutas obtenidas en cada pila del puente
6.25. Desplazamientos modales obtenidos
6.26. Fuerzas modales obtenidas
6.27. Formas modales elásticas
6.28. Desplazamientos modales
6.29. Masa modales instantáneas
6.30. Periodos instantáneos
6.31. a) Desplazamientos y b) Aceleración absoluta de <i>GDL1</i>
6.32. Periodos instantáneos de sistemas de 1 grado de libertad 129
6.33. Desplazamientos obtenidos en cada nivel del marco plano
6.34. Aceleraciones absolutas obtenidas en cada nivel del marco plano $\ .\ .\ .$ 130
6.35. Desplazamientos modales obtenidos
6.36. Fuerzas modales obtenidas
6.37. Desplazamientos modales obtenidos
6.38. Formas modales elásticas
6.39. Masas modales instantáneas
6.40. Periodos instantáneos
6.41. Desplazamientos obtenidos en cada pila del puente
6.42. Aceleraciones absolutas obtenidas en cada pila del puente

6.43. Desplazamientos modales obtenidos
6.44. Fuerzas modales obtenidas
6.45. Formas modales elásticas instantáneas
6.46. Desplazamientos modales
6.47. Masas modales instantáneas
6.48. Periodos instantáneos
6.49. Resultados obtenidos con la metodología propuesta y análisis no lin- eales paso a paso
6.50. Historias de aceleraciones de los cabezales de las pilas
6.51. Historias de desplazamientos de los cabezales de las pilas
6.52. Periodos instantáneos en el tiempo del puente V213P
6.53. Formas modales instantáneas y su representación gráfica 140
6.54. Comparación de formas modales obtenidas del análisis de valores car- acterísticos y del análisis <i>KL</i>

Índice de tablas

3.1.	Datos para simulación con $\Delta \sigma = 25$ bares
3.2.	Datos para simulación con $\Delta \sigma = 150$ bares
3.3.	Momentos sísmicos para diferentes magnitudes
3.4.	Parámetros sísmicos para la fuente del sismo Oaxaca y el sismo usado como semilla
6.1.	Propiedades geométricas y mecánicas de la superestructura 103
6.2.	Propiedades geométricas y mecánicas de las pilas
6.3.	Propiedades dinámicas de los puentes V123P y V213P
6.4.	Propiedades dinámicas de <i>V123P</i> y <i>V213P</i> con una articulación plástica
6.5.	Propiedades dinámicas de <i>V123P</i> y <i>V213P</i> con dos articulaciones plásticas
6.6.	Datos de los sistemas de 1GDL
6.7.	Datos del marco plano
6.8.	Datos de la superestructura

Capítulo 1

Introducción

En la práctica de la ingeniería sísmica, existen muchas situaciones donde aspectos esenciales que caracterizan el desempeño estructural no pueden ser definidos de una forma precisa, ya sea debido a la falta de información, o a que no se cuentan con los modelos analíticos que los puedan representar adecuadamente. Al momento de que un ingeniero estructurista realiza un diseño, éste no conoce con certidumbre las propiedades físicas de los materiales, sea concreto y/o acero, que forman un determinado elemento estructural, ni tampoco la calidad de la mano de obra que tendrá en los trabajos de construcción. Hasta cierto punto, estas incertidumbres se podrían controlar por medio de estrictos controles de calidad, pruebas e inspecciones, pero esto aumentaría excesivamente los costos de la estructura, sin con esto eliminarse las incertidumbres existentes. Debido a lo anterior, se acepta que existan estas incertidumbres pero que sin embargo, es conveniente se tomen en cuenta al momento del diseño en vez de simplemente ignorarlas. En el caso de los movimientos sísmicos, no es posible saber donde y cuando va a ocurrir un evento, así como tampoco es posible conocer la magnitud y características del mismo. Nuevamente, en principio, esta incertidumbre se podría reducir si se conociese la evolución del estado de esfuerzos de las capas tectónicas, la resistencia de la roca o suelo en la falla y todas las propiedades físicas de la corteza terrestre, relevantes a la ocurrencia y propagación de la fuente al sitio de interés de los sismos.

La dificultad y el costo involucrados en reducir estas incertidumbres hacen que desafortunadamente este problema no sea resuelto, por lo que, es necesario aceptar que existe una falta de conocimiento y encontrar la mejor forma de trabajar con lo que realmente se conoce del problema. De este modo, surgen numerosas líneas de investigación, donde la probabilidad y estadística son herramientas importantes que ayudan a minimizar esta falta de conocimiento. Así, cuando se formulan nuevos criterios de diseño, es necesario especificar el movimiento del suelo que deberán resistir las estructuras a ser diseñadas conociendo cual es la probabilidad de que estas condiciones de diseño sean excedidas. Como las características de los futuros movimientos sísmicos no se conocen, es necesario utilizar otro tipo de información que ayude a solucionar el problema, por ejemplo, información estadística de los eventos ocurridos. Si se pudiera conocer donde van a generarse los próximos eventos sísmicos y que tan grandes y de qué características serían, se podría realizar una estimación del movimiento del suelo en un sitio de interés, sin embargo, no se cuenta con este conocimiento, con lo que sí se cuenta es con los datos de eventos que ocurrieron anteriormente en el sitio o sitios similares.

Por lo tanto, en esta tesis se presenta la formulación para obtener espectros de peligro uniforme de utilidad en el diseño y evaluación de estructuras de concreto reforzado. Para ello, esta tesis está dividida en 7 capítulos, incluyendo está introducción. En el segundo capítulo se presentan de manera breve los antecedentes que han dado origen a esta investigación.

Debido a que para obtener los espectros de peligro uniforme que se plantean en esta tesis se emplearán simulaciones de Monte Carlo, es necesario contar con una cantidad suficiente de registros sísmicos de diferentes magnitudes, lo cual, desafortunadamente, no es posible. Por tal motivo, en el tercer capítulo se aborda el tema de la simulación sísmica, realizando mejoras a un método ya propuesto donde se emplean sismos pequeños como funciones de Green empíricas para obtener los registros sísmicos de interés, estas mejoras consisten en la descripción de la fuente sísmica a través de dos frecuencias de esquina y en la división del esquema de suma aleatoria empleado en dos etapas. En el cuarto capítulo se presentan las formulaciones para obtener espectros de peligro uniforme de ductilidad constante, donde además de involucrar la incertidumbre de la demanda sísmica, se toma en cuenta y de manera independiente, la incertidumbre del periodo estructural y de la resistencia lateral. En el capítulo 5 se presenta la formulación para tomar en cuenta y de manera simultánea, la incertidumbre de la demanda sísmica, el periodo fundamental de vibrar y la resistencia lateral. Además se proponen expresiones para tomar en cuenta la incertidumbre de la rigidez de posfluencia y de la sobrerresistencia. En el capítulo 6 se presenta un planteamiento para la evaluación sísmica de estructuras donde la demanda sísmica se puede definir con un espectro suavizado como los obtenidos en los capítulos previos; ésta formulación toma en cuenta y de manera implícita, la participación de los modos superiores de vibrar a través del uso de análisis modales espectrales evolutivos. De los resultados obtenidos en este capítulo, se define el concepto de irregularidad estructural que consiste en el cambio de orden y participación de los modos de vibrar en la respuesta estructural, donde, para entenderla y poder plantear una solución se hace uso de procedimientos de análisis estadísticos de datos como es la expansión de Karhunen-Loève, para ello, se supone que el sistema a analizar se puede modelar como un proceso estocástico ergódico y a través del cual, se conocen las propiedades dinámicas de la estructura y su participación instantánea en la respuesta global para cualquier instante de tiempo. Finalmente, en el capítulo 7 se presentan las conclusiones y recomendaciones derivadas de este trabajo de investigación.

Capítulo 2

Antecedentes

La ingeniería sísmica, como otras ramas de la ingeniería estructural, tiene como objetivo el lograr un diseño funcional y económico que esté preparado para resistir las demandas desconocidas bajo las cuales se verá sometida una estructura durante su vida útil. Debido a las deficiencias en el conocimiento de las cargas y las necesidades para un diseño seguro, muchas estructuras tienen márgenes de seguridad sustancialmente grandes para las cargas actuales a las cuales están sujetas. Estas estructuras están sobrediseñadas en el sentido de que el conocimiento deficiente sobre las fuerzas sísmicas y otro tipo de fuerzas llevan a resistencias que "probablemente" jamás se alcanzarán o bien, de alcanzarse, a mecanismos de colapso no contemplados en el diseño. Este margen de seguridad, o conservatismo, es una medida necesaria para tratar las incertidumbres que inevitablemente se encuentran presentes en el diseño de estructuras. Es particularmente apropiado el tener márgenes sustanciales de seguridad en instalaciones críticas como aquellas donde se encuentran reactores nucleares o grandes presas, donde una falla podría ocasionar grandes desastres en la seguridad pública.

Los ingenieros que se dedican al diseño, tradicionalmente se han enfrentado con incertidumbres que las han sobrellevado utilizando consideraciones conservadoras en el análisis y diseño, por ejemplo, postulando los peores escenarios a los cuales pudiera estar sujeta una estructura, o utilizando factores de seguridad muy grandes. Estas medidas proporcionan un margen de seguridad desconocido contra la falla estructural. Comúnmente, las decisiones tomadas son conservadoras, lo cual puede llevar a erogaciones grandes de recursos y, ocasionalmente, pueden resultar perjudiciales en lo que a seguridad estructural se refiere. En los últimos años, se ha tenido un desarrollo importante en las áreas del análisis estructural basado principalmente en los métodos de la probabilidad y la estadística que fundamentan una decisión ante la presencia de una incertidumbre.

Confrontado con la necesidad para manejar las enormes incertidumbres asociadas con la ocurrencia y características de los sismos y la respuesta de las estructuras, los ingenieros dedicados a la ingeniería sísmica han utilizado conceptos como el de peligro sísmico utilizando metodologías que se basan en el análisis probabilista para obtener mapas de peligro sísmico, lo que lleva, en cierta medida, a considerar la incertidumbre de la ocurrencia y características de eventos sísmicos futuros.

Las incertidumbres generalmente son grandes y juegan un papel importante en la toma de decisiones, una fuente de esta incertidumbre es que los sismos destructivos son eventos raros, donde su ocurrencia durante la vida útil de una estructura es incierta, además, el conocimiento de sus características y sus efectos se considera limitado. Otra razón es que las pérdidas sociales, económicas y humanas debido a eventos sísmicos se determinan con base en muchos factores y variables, sobre los cuales se tiene un conocimiento generalmente incompleto. Con el paso del tiempo, la información básica ha crecido, los modelos (de recurrencia sísmica, propagación del movimiento, efectos locales, respuesta estructural, etc.) se han vuelto más precisos y nuestra habilidad para reducir pérdidas ha mejorado, sin embargo, las incertidumbres siguen presentes en el diseño.

2.1. Incertidumbres epistémicas y aleatorias

Es común que en el análisis probabilista de comportamiento sísmico se haga una distinción entre incertidumbres que reflejan la variabilidad de los resultados de un experimento repetitivo (incertidumbre aleatoria) y la incertidumbre debida a la falta de conocimiento (incertidumbre epistémica). La incertidumbre en la resistencia de cilindros de concreto o las demandas sísmicas futuras son algunos ejemplos de incertidumbre aleatoria, mientras que la incertidumbre relacionada con el desplazamiento lateral de una estructura ante una acción sísmica o la capacidad sísmica de una falla son ejemplos de incertidumbres epistémicas.

Podría parecer que caracterizar una incertidumbre como epistémica o aleatoria es evidente por sí misma, pero de hecho, la calidad epistémica/aleatoria no es un atributo absoluto de las incertidumbres. De hecho, esto depende de la representación estocástica o determinista que se haga de un fenómeno. Para entender mejor esta situación, se hace una analogía entre la naturaleza y un generador de números aleatorios (GNA). El GNA es un algoritmo completamente determinista, cuyos resultados tienen propiedades de frecuencia relativa que se pueden describir por una función de densidad de probabilidades. Ambos, el algoritmo determinista y la distribución de todos sus resultados dan una correcta representación del GNA a diferentes niveles de detalle. El mecanismo determinista es una descripción más fundamental de los GNA y se pueden usar para predecir los valores exactos de futuras observaciones (si uno conoce el estado actual del generador, *i.e.*, el valor de la semilla) donde la distribución de todos los términos genera solamente las propiedades de la secuencia de generación.

Así como los resultados del GNA, los sismos se generan fundamentalmente de una forma determinista (cuando un estado físico crítico se alcanza por el inicio de una fractura y su rápida propagación a lo largo de la falla). La física detrás del fenómeno es bien entendida, pero el inicio de la fractura y la propagación dependen de los esfuerzos locales, deformaciones, geometría y propiedades de resistencia de la roca que, con la tecnología actual, no se está en condiciones de evaluar y modelar. De esta forma, se recurre a representaciones estadísticas de la ocurrencia en tiempo y espacio de sismos y sus magnitudes. Sin embargo, esta representación es incompleta con relación a la descripción determinista detallada del proceso físico. De igual forma, se hacen consideraciones similares para la atenuación del movimiento del suelo y sus efectos en las estructuras expuestas.

Una diferencia entre el problema complejo de los sismos y el de un generador de números aleatorios mucho más simple es que en el caso sísmico existen leyes físicas y teorías matemáticas en las cuales están basados los modelos de formulación.

2.2. Sismicidad, movimientos sísmicos y demandas en las estructuras

En la evaluación sísmica de una estructura, es conveniente describir su desempeño en términos de demanda y capacidad. La demanda puede representarse por las fuerzas (cortante, momentos flexionantes, fuerzas axiales, momentos de volteo) y/o los parámetros de respuesta (desplazamientos, velocidades, aceleraciones, distorsiones de entrepiso, ductilidades, disipación de energía) de la estructura, causados por la demanda sísmica. La capacidad de un sistema es la fuerza máxima o la respuesta máxima que éste puede soportar sin alcanzar un estado límite preestablecido. La falla de un elemento o de un sistema se puede describir por varios índices de desempeño de interés para los ingenieros de la práctica, por ejemplo, uno de los índices de desempeño más usados son las distorsiones de entrepiso para varios estados de desempeño como servicio o estado último. En teoría, la capacidad y la demanda dependen de la excitación y de las propiedades estructurales. Si se considera un desempeño específico para un sistema estructural en un periodo dado de tiempo, la demanda queda definida por una función altamente incierta que cambia en tiempo dependiendo de las características de la excitación sísmica durante ese tiempo ya que la capacidad es primordialmente una propiedad del sistema para un tipo de excitaciones dado, la cual también es incierta. Es común utilizar la respuesta máxima o la fuerza máxima en un periodo dado de tiempo como una demanda variable.

2.2.1. Fuente Sísmica

Para un periodo de tiempo específico, el estudio probabilista de una demanda sísmica para un sistema y en un sitio dados puede venir de diferentes eventos sísmicos ocurridos en diferentes tiempos y de diferentes magnitudes, distancias focales y la geometría de las superficies de ruptura y sus características. La aleatoriedad y la incertidumbre de los parámetros más importantes se describen a continuación.

Ocurrencia en el tiempo de eventos sísmicos

La ocurrencia aleatoria en el tiempo de los eventos sísmicos se puede modelar por un proceso aleatorio, desde la simple secuencia de Bernoulli o un proceso de Poisson, hasta el más complejo proceso de Markov. Estos modelos permiten calcular la probabilidad del número de ocurrencias en un periodo de tiempo. Los modelos de Bernoulli o Poisson son modelos que no dependen del tiempo, es decir, modelos que no tienen memoria en el sentido que la probabilidad de ocurrencia del número de eventos sísmicos generados dependen solamente del intervalo de tiempo considerado y son independientes de los eventos que han sucedido anteriormente. El único parámetro en estos modelos es la probabilidad anual de ocurrencia. A pesar de las anteriores consideraciones que restringen a los modelos, su formulación es robusta y son los más comúnmente usados, y de los cuales se deriva el concepto de periodo de retorno. El periodo de retorno es comúnmente usado sin ningún comentario respecto a la consideración que se hace de que los modelos de donde es obtenido son independientes del tiempo.

Localización del epicentro

La localización exacta del epicentro en un sismo futuro es desconocida. Modelos de distribución espacial aleatoria se pueden usar para este propósito. Por ejemplo, anteriormente se han utilizado modelos de línea o de área donde se considera que el epicentro sigue cierta distribución sobre una línea o sobre una región bien definida. Tales distribuciones se pueden obtener basándose en las estadísticas de ocurrencia registradas de eventos pasados. Por ejemplo, para el caso de utilizar el modelo de Poisson, se puede expresar la media de la tasa de ocurrencia de eventos futuros por unidad de área como una función de su localización (x,y) o como (l) como función de la longitud que define la fuente. Entonces se puede evaluar la probabilidad de ocurrencia de varios eventos dentro del área o a lo largo de la línea. La tasa de ocurrencia de eventos en una determinada región, la magnitud aleatoria y la distribución espacial del epicentro dada la ocurrencia en tiempo, se puede usar para modelar la aleatoriedad temporal y espacial de eventos futuros.

Superficie de ruptura

Existen muchos parámetros aleatorios que describen la fuente como son el tamaño y la geometría de la superficie de ruptura, la caída de esfuerzos y la variación en los deslizamientos dentro de la superficie pueden ser también factores importantes de considerar. Los efectos de la aleatoriedad de estos parámetros son, hasta cierto punto, tomados en cuenta en las ecuaciones de atenuación y rara vez considerados explícitamente en los análisis sísmicos. La excepción es cuando se simulan eventos sísmicos de gran magnitud de forma individual.

Propagación y efectos de sitio

Cuando las ondas sísmicas se propagan desde la fuente a través de las rocas o suelos, hasta la superficie en el sitio de interés, se genera un efecto de atenuación o amplificación, incrementándose con esto, la incertidumbre de la magnitud real de las ondas sísmicas. Los efectos de muchos otros parámetros asociados con la fuente generalmente se incluyen en un modelo de atenuación. Como resultado, la aleatoriedad en el modelo de atenuación es generalmente grande, teniendo como resultado dispersiones de atenuación para varias intensidades de movimientos sísmicos como son las aceleraciones espectrales y la velocidad, todo esto basado en los desplazamientos que se generan en las distintas fuentes.

Excitación sísmica y respuesta estructural

La demanda sobre una estructura en un determinado periodo de tiempo futuro, son los movimientos del suelo y las respuestas estructurales que ellos producen. Estos son funciones impredecibles y aleatorias en el tiempo. En teoría, estos movimientos pueden ser modelados por un proceso aleatorio continuo cuyos parámetros dependen de la fuente, la propagación, el sitio y las propiedades estructurales. La excitación del terreno dada la ocurrencia de un sismo en el futuro, es por lo tanto un proceso aleatorio continuo en el tiempo que depende de una magnitud m, una distancia ry de las condiciones del sitio, es decir a (t-m,r.s). La respuesta estructural es, por lo tanto, también un proceso aleatorio que depende de la excitación y de las propiedades estructurales. A pesar que estos modelos de procesos aleatorios, tanto para la excitación sísmica como para la respuesta estructural se han desarrollado con base en la teoría de procesos aleatorios y en el método de vibraciones aleatorias, la no estacionariedad en la excitación y la no linealidad de respuestas dinámicas de los sistemas, hacen difícil estás consideraciones teóricas para sistemas reales.

Medidas de intensidad de la excitación sísmica

En la evaluación del desempeño, las demandas en la respuesta estructural están generalmente descritas en términos de las máximas respuestas tales como el desplazamiento global máximo, máximas distorsiones de entrepiso o la disipación de energía durante un evento sísmico. Estás demandas se pueden considerar como variables aleatorias y su valor máximo anual o simplemente, el valor máximo en un determinado periodo de tiempo de los comúnmente usados. La incertidumbre en estas variables se puede definir basándose en las propiedades estructurales así como también en las de la fuente, la propagación de las ondas y las características del sitio. Para simplificar el problema, los ingenieros han tratado de encontrar algunas medidas de intensidad sísmica claves que estén correlacionadas con la demanda estructural. La aceleración máxima del suelo, la velocidad y el desplazamiento han sido parámetros que tradicionalmente se usan para este propósito. Desafortunadamente, estás medidas muestran poca correlación con la respuesta estructural ya que las propiedades estructurales no están consideradas. Luco y Cornell (2007) examinan un número de medidas de intensidad que reflejan las propiedades estructurales tales como el periodo fundamental y el amortiguamiento, los cuales se obtuvieron de un extenso análisis de regresión hecho para estructuras de acero con diferentes diseños y configuraciones bajo distintos registros obtenidos de diferentes eventos sísmicos. Esos resultados muestran que la aceleración espectral o desplazamientos espectrales para el periodo fundamental de la estructura con un amortiguamiento del 5% del crítico generalmente arrojan buenos resultados. Para incorporar los efectos de los modos superiores de vibrar y de la respuesta inelástica, se han creado nuevas formas de medir la intensidad de la respuesta estructural, ésta consiste en la combinación de la aceleración o del desplazamiento correspondiente al primer modo y al segundo modo así como también la combinación de la aceleración elástica e inelástica correspondientes al primer modo. Estos resultados son aún mejores que los obtenidos cuando se utiliza solamente la respuesta elástica correspondiente al periodo fundamental de la estructura. Para considerar los efectos bidireccionales de la excitación, Wang y Wen (2000) proponen un desplazamiento espectral bidireccional que se define como el máximo de la suma de los vectores de desplazamiento en las dos direcciones principales de los dos periodos fundamentales principales de la estructura.

2.2.2. Análisis de peligro sísmico

La incertidumbre en la excitación sísmica se puede describir aproximadamente en términos de una variable aleatoria de diferentes intensidades como la aceleración espectral máxima en un determinado lapso de tiempo. La probabilidad de excedencia de tal variable aleatoria se conoce generalmente como la curva de peligro sísmico.

Existen procedimientos que permiten evaluar las aceleraciones espectrales para diferentes periodos correspondientes a una probabilidad de excedencia dada. El espectro resultante se conoce como espectro peligro uniforme (ERPU), el cual define la tasa de excedencia de la respuesta estructural y mediante el cual se puede describir de una forma eficiente el peligro sísmico y la demanda generada por un movimiento del suelo en la estructura ya que la respuesta de una estructura elástica correspondiente a una probabilidad de excedencia dada se puede definir fácilmente usando cualquier método de superposición modal. Para sistemas que presentan un comportamiento no lineal, el ERPU no se aplica directamente ya que la superposición modal no es válida. A pesar de que se han hecho grandes esfuerzos por extender la aplicación del *ERPU* a sistemas no lineales. Basándose en las investigaciones realizadas en un extenso número de sistemas de un grado de libertad (1GDL) bajo diversos registros sísmicos, diversos investigadores (Nassar y Krawinkler, 1992; Miranda y Bertero, 1994; Collins et al., 1996) han obtenido espectros inelásticos de peligro uniforme. Así también, se han desarrollado reglas empíricas para que los espectros de peligro uniforme inelásticos se obtengan a partir de espectros elásticos de peligro uniforme (Miranda y Bertero, 1994; Quiroz, 2004). Los espectros de peligro uniforme proporcionan para una relación de ductilidad dada de un sistema de un grado de libertad y un periodo dado, una resistencia de fluencia, correspondiente a una probabilidad de excedencia dada de esa relación de ductilidad. Es necesario mencionar que la gran mayoría de las estructuras reales no se pueden describir adecuadamente por un sistema de 1GDL ya que los efectos de los modos superiores no se pueden incluir, por lo tanto, la aplicación de los espectros inelásticos de peligro sísmico es limitada.

2.3. Capacidad estructural y evaluación de su desempeño

La capacidad estructural se puede definir como la fuerza, el desplazamiento, velocidad o aceleración máximos que un elemento o un sistema estructural pueden resistir sin alcanzar un estado límite preestablecido. Por esto, la capacidad estructural depende de las propiedades de los materiales, de las dimensiones de los elementos, de la configuración estructural, del estado límite que se considera, de los métodos y modelos que se utilizan para definir dicha capacidad y de la naturaleza e intensidad de la demanda sísmica a la que se encuentre sujeta. Por lo tanto, al igual que dicha demanda, las incertidumbres (aleatorias y epistémicas) son características importantes que deben tomarse en cuenta en la evaluación de la capacidad y por lo tanto, es necesario considerarlas.

2.3.1. Propiedades de los materiales

La capacidad de los elementos y sistemas estructurales depende directamente de las resistencias de los materiales, las cuales son inevitablemente aleatorias. Esta aleatoriedad se puede modelar mediante una variable aleatoria definida a través de datos de pruebas experimentales. Para esto, es común utilizar los dos primeros momentos, es decir, la media y la desviación estándar para describir el valor central y su variación. La resistencia real de los materiales de un elemento dado puede diferir de forma significativa de los valores nominales que se usan para el cálculo de la capacidad del elemento estructural. Obviamente, esta variabilidad depende del material, del proceso de fabricación y de los métodos de ensaye utilizados para obtener el valor real. En general, la variabilidad en elementos de mampostería o madera es mucho mayor que aquella que se presenta en elementos de concreto, y más aún, que en elementos de acero.

2.3.2. Incertidumbre en la capacidad de sistemas estructurales

La descripción de la incertidumbre del comportamiento de sistemas estructurales ante excitaciones dinámicas es más compleja que para elementos estructurales, ya que un sistema estructural consiste de muchos elementos estructurales y su comportamiento depende de la interacción que existe entre estos, especialmente cuando el sistema presenta un comportamiento dentro del rango no lineal.

Los estados límite (niveles de desempeño) más comúnmente usados son aquellos que corresponden a diferentes niveles de daño. Como un ejemplo, se tienen los niveles de desempeño que propone el documento Vision 2000 (SEAOC, 1995) en función del daño ocurrido en las estructuras: completamente operacional (despreciable), operacional (ligero), seguridad de vidas (moderado), colapso incipiente (severo) y colapso (total); donde cada nivel de desempeño se relaciona con un nivel de respuesta estructural indicado, para el caso de edificios, por un nivel de distorsión de entrepisos temporal y uno permanente. Por lo tanto, para este caso en especial, la incertidumbre en la capacidad estructural se puede definir en términos de la capacidad de distorsiones de entrepiso para diferentes niveles de desempeño, como la capacidad media de distorsión y su coeficiente de variación. Estructuras hechas de diferentes materiales, configuraciones y diseños, tendrán diferentes límites en su capacidad de distorsión de entrepiso. Además, para determinar dichas capacidades de distorsión se debe tener presente que el análisis involucrado es una combinación entre conocimientos analíticos y la experiencia del diseñador.

2.3.3. Códigos y normas

A pesar de que en los reglamentos actuales se ha considerado la incertidumbre de las acciones sísmicas dentro del área del diseño sísmico definida por la tasa de excedencia de la intensidad sísmica, en la gran mayoría de los procedimientos que aparecen en los reglamentos de diseño, la incorporación de las demás incertidumbres se hace seleccionando una demanda sísmica de diseño definida en términos de una probabilidad de ocurrencia, esta demanda sísmica se usa en conjunto con una serie de factores que involucran la influencia del periodo estructural, las condiciones de suelo, el comportamiento inelástico, la importancia de la estructura a diseñar, etc. Estos factores se determinan con base en el análisis, el juicio y la experiencia del diseñador, y muchas veces, se evalúan de tal forma que las demandas sísmicas que se obtienen no varían de forma significativa de aquellas que se obtendrían con procedimientos convencionales. Por lo tanto, a pesar de la simplicidad y la facilidad de ponerlo en práctica, existe una gran desventaja de los resultados obtenidos con este tipo de consideraciones, pues la confiabilidad del diseño obtenido es difícil de cuantificar o simplemente, queda indefinida.

En las nuevas tendencias del diseño sísmico, el análisis de probabilidad de ocurrencia de un estado límite consiste en determinar la capacidad estructural requerida para obtener una determinada probabilidad ante un conjunto de estados límite. Estos procedimientos representan un gran paso hacia la meta final de poder tomar en cuenta de una forma explícita las incertidumbres tanto en la capacidad como en la demanda y su aparición en las normas y códigos. A pesar de este avance, existen otras preguntas por resolver relacionadas con el diseño sísmico, algunas de ellas son las referentes a cual es la seguridad que ofrece este diseño y cómo se deberían establecer las curvas de desempeño esperado basadas en la probabilidad de ocurrencia de un nivel de desempeño establecido.

Un elemento de suma importancia en los procedimientos de diseño es la selección de los niveles de desempeño y la probabilidad de ocurrencia aceptable asociada a ellos para poder definir la probabilidad de excedencia para cada uno de los diferentes peligros a los cuales va a estar expuesta la estructura durante su vida útil. Por ejemplo, en zonas donde los eventos sísmicos y los huracanes representan un peligro para las estructuras, ¿sería correcto emplear una probabilidad uniforme de ocurrencia para el diseño contra cada una de estas acciones?. La selección de niveles de peligro para el diseño y los requisitos a cubrir respecto al desempeño estructural siempre han estado sujetos a la experiencia y juicios del diseñador y no con base en el propio desempeño estructural definido en función de índices de desempeño como la ductilidad, los desplazamientos o las distorsiones de entrepiso.

2.4. Ingeniería sísmica basada en desempeño

Resultados de la evaluación del desempeño de estructuras durante sismos destructivos recientes en diferentes partes del mundo han mostrado que los reglamento de diseño sísmico actuales no siempre proporcionan un nivel de seguridad adecuado debido a que las recomendaciones de diseño no garantizan los niveles de desempeño que una estructura debería desarrollar cuando se encuentra sujeta a las demandas de diseño. Debido a esto, la tendencia de los nuevos procedimientos de diseño sísmico enfatiza el control del desempeño estructural proponiendo varios objetivos de diseño sísmico a través de diversos niveles de desempeño asociados con varios niveles de diseño sísmico.

Es importante mencionar que los procedimientos de diseño sísmico por desempeño usan el mismo concepto de diseño estructural que ha sido empleado durante muchos años en la mayoría de los reglamentos de construcción alrededor del mundo. En estos reglamentos, los niveles de desempeño comúnmente usados han sido para resistir sismos frecuentes sin daño estructural y sismos extraordinarios evitando el colapso.

La diferencia básica entre los procedimientos de diseño que emplean la filosofía del llamado Diseño Sísmico Basado en Desempeño (DSBD) y los métodos de diseño previos, es el uso de objetivos de diseño específicos, así como el empleo de niveles de desempeño basados en índices que representan de mejor manera el comportamiento de las estructuras, de su contenido y de sus elementos no estructurales.

Los criterios actuales utilizados para el diseño de estructuras resistentes a sismos, permiten que se disipe parte de la energía inducida por los sismos a través de incursiones en el rango no lineal de comportamiento de los elementos estructurales, es decir, se acepta que las estructuras experimenten algún tipo de daño bajo la acción de sismos intensos. Para ello, las normas de diseño sísmico actuales se basan en espectros elásticos de diseño reducidos para obtener espectros inelásticos de diseño, este procedimiento presenta el inconveniente de que los espectros de diseño son envolventes de las demandas sísmicas máximas medidas en función de su intensidad, sin proporcionar información sobre la relación de estas demandas sísmicas con las medidas de desempeños reales a las que estará sometida una estructura. Actualmente
existen diferentes maneras de obtener espectros inelásticos derivados de espectros elásticos, estos procedimientos se basan en métodos numéricos, lo cual nos permite obtener las demandas reales de resistencia que una estructura requiere para lograr cierto nivel de desempeño.

2.5. Diseño sísmico basado en desempeño

Este trabajo utiliza conceptos de DSBD como los propuestos por Vision 2000 (SEAOC, 1995), el cual formalizó un marco teórico de diseño basados en desempeño en los Estados Unidos. Este documento utiliza explícitamente el concepto de objetivos de diseño, el cual relaciona en un proceso de diseño, los niveles de desempeño y diseño sísmico.

En el documento Vision 2000, los niveles de desempeño, conocidos como estados límite en los reglamentos actuales, son la representación del estado de daño máximo aceptado en una estructura. Por su parte los niveles de diseño sísmico representan el nivel de peligro sísmico del sitio donde se ubicará la estructura. Los niveles de peligro sísmico están representados por el periodo de retorno o la probabilidad de excedencia de cierta intensidad sísmica específica.

Las definiciones anteriores se ilustran en la matriz de objetivos de diseño para edificios, fig. 2.1, la cual fue propuesta por el comité Visión 2000 (SEAOC, 1995). Cada una de las casillas de esta matriz representa un objetivo de diseño formados por un nivel de desempeño y un nivel de diseño correspondiente a la probabilidad de excedencia de una intensidad sísmica, fig. 2.1. Sin embargo, empleando estos niveles de diseño, no se tiene información alguna sobre la tasa de excedencia de los niveles de desempeño para los que se está diseñando la estructura.

Para corregir la deficiencia mencionada previamente, en esta tesis se propone el uso de objetivos de desempeño correspondientes a parejas formadas por niveles de desempeño, contra niveles de diseño sísmico asociados a tasas de excedencia de los niveles de desempeño correspondientes.

Empleando la modificación propuesta, es necesario obtener espectros de diseño sísmico basados en desempeño para un objetivo de desempeño establecido. Estos espectros serán de peligro uniforme, ya que corresponden a una tasa de excedencia uniforme para los niveles de desempeño propuestos. Figura 2.1: Matriz de objetivos de diseño sísmico basados en desempeño, Vision 2000 (SEAOC, 1995).

En esta tesis se utiliza un índice de desempeño para caracterizar los niveles de desempeño, el cual corresponde a la ductilidad de desplazamientos que se define como la relación del desplazamiento máximo espectral y el desplazamiento de fluencia de la estructura, además, la incertidumbre en propiedades estructurales tanto dinámicas como mecánicas, esto es, se involucra la aleatoriedad del periodo fundamental de vibrar, de la resistencia lateral y de la sobrerresistencia en la determinación de la excedencia del nivel de desempeño dado un escenario sísmico definido por el peligro sísmico de un sitio.

Capítulo 3

Simulación sísmica

3.1. Peligro sísmico

El peligro sísmico es un parámetro que cuantifica la ocurrencia de futuros eventos sísmicos y las acciones sísmicas asociadas que pueden tener efectos negativos en la infraestructura, las vidas humanas y las actividades que estos desarrollan. El peligro sísmico se expresa en términos de la probabilidad de que el valor de un determinado parámetro (aceleración, desplazamiento, velocidad) se exceda en un periodo de tiempo; e. g. una probabilidad del 10% de exceder en 50 años un determinado valor dado de aceleración.

Hasta el momento, no ha sido posible predecir los fenómenos sísmicos de una forma determinista, por lo tanto es necesario recurrir a modelos probabilistas que permitan predecir la futura actividad sísmica en términos de probabilidades. La validez de los resultados obtenidos depende de la cantidad y calidad de los datos empleados. La información sobre los eventos sísmicos y su generación es aún muy escasa, con muy pocos registros sísmicos disponibles debido a que el registro de los mismos comenzó al finalizar el siglo XIX, periodo relativamente corto en términos de la escala de tiempo involucrada en los procesos tectónicos, los cuales abarcan periodos de miles y millones de años. De modo que la extrapolación hacia el futuro a partir de datos recolectados en un plazo muy corto no está libre de incertidumbres, las cuales se incrementan debido a los parámetros que se utilizan en los modelos probabilísticas y las hipótesis adoptadas sobre la sismicidad y las leyes de atenuación.

Estudios tempranos sobre la estimación de pérdidas debidas a sismo especificaban el

peligro sísmico en función de la Intensidad de Mercalli Modificada (*IMM*), recientemente, se han hecho estudios donde se han adoptado espectros de seudoaceleraciones, seudovelocidades o desplazamientos espectrales, ya que estos describen de una mejor forma el efecto de los movimientos sísmicos en el comportamiento e integridad de las estructuras, sin embargo, a pesar de que las seudoaceleraciones o seudovelocidades espectrales son los parámetros más utilizados en la ingeniería sísmica, éstos no parecen ser los mejores parámetros que caracterizan el peligro sísmico real. A pesar de que la *IMM* es relativamente más clara en este concepto, las metodologías para la estimación de pérdidas se deben desarrollar de tal forma que el peligro, los riesgos y las pérdidas puedan ser entendidos tanto por los ingenieros encargados del diseño como por los dueños de las estructuras y los usuarios de las mismas.

Desafortunadamente, información sobre las medidas de la incertidumbre que se necesitan considerar para llevar a cabo un análisis sísmico probabilista (ASP) no está disponible en muchos de los casos. Por ejemplo, las incertidumbres epistémicas asociadas a las curvas de peligro sísmico que representan un estimado de la mediana del peligro para un sitio en específico para una seudoaceleración espectral dada no es suficiente para conocer el comportamiento de una estructura ante estas acciones, pues en la definición de dichas curvas no se toman en cuenta las propiedades estructurales. Además, las incertidumbres epistémicas asociadas a este peligro son muchas, especialmente aquí, en México, donde no ha sido posible definir de una forma adecuada todas las fuentes potenciales de sismos intensos. El impacto de una incertidumbre tan grande en el proceso de toma de decisiones solamente se puede especular, pero de todas formas, este seguirá siendo muy grande.

Para disminuir en lo posible estas incertidumbres, es importante definir las fuentes conocidas y su patrón de generación de eventos sísmicos, aún con la poca información con la que se cuenta. Con base en lo anterior, diversos investigadores han definido dos modelos de ocurrencia principalmente, uno correspondiente a un proceso de Poisson y el otro denominado del Temblor Característico (Singh *et al.*, 1981), en este trabajo se hablará del último, ya que se considera es el más realista para definir el peligro sísmico del sitio de interés.

3.1.1. Modelo de Poisson

La metodología para evaluar el riesgo sísmico generalmente se basa en el proceso de Poisson, el cual supone que los eventos, al menos, los movimientos fuertes, se producen de un modo aleatorio e independiente, es decir, los tiempos de ocurrencia, las coordenadas de las fuentes y las magnitudes son variables mutuamente independientes. Es decir, la ocurrencia de un evento no tiene influencia en la ocurrencia de otro, y la probabilidad de que dos eventos sucedan en el mismo sitio y al mismo tiempo, es casi cero.

En su forma más general, el proceso de Poisson se puede expresar como:

$$P_n(t) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^n}{n!} \tag{3.1}$$

donde $P_n(t)$ es la probabilidad de ocurrencia de n eventos en un intervalo de tiempo $t \ge \lambda$ es la tasa o frecuencia media de ocurrencia por unidad de tiempo.

La ecuación anterior da la probabilidad de que ocurran n eventos en un periodo de tiempo t. para obtener la probabilidad de tener al menos un evento en el mismo intervalo de tiempo t, se puede emplear la siguiente expresión:

$$P(1) = 1 - e^{-\lambda t} (3.2)$$

Si se requiere conocer el número de eventos de magnitud mayor a M, se utilizan las expresiones que definan las relaciones de recurrencia como son

$$\log N(M) = \alpha - \beta M \tag{3.3}$$

donde N(M) es el número de eventos de una magnitud mayor que M por unidad de tiempo y α y β son coeficientes sísmicos que dependen de cada región; la magnitud M se expresa en la escala de Richter. Para cada fuente sísmica se determinan en esta forma los coeficientes α y β que definen la tasa media de actividad sísmica de la fuente.

Normalizando esta expresión con respecto al tiempo y al área o a la longitud que define a una fuente en particular, se obtiene que

$$\log N'(M) = \alpha' - \beta M \tag{3.4}$$

19

donde N'(M) es la tasa media normalizada del número de eventos de magnitud mayor a M por unidad de tiempo y por unidad de área o longitud; $\alpha' = -ln(AT)$ para una fuente de área A. $\alpha' = \alpha - ln(LT)$ para una fuente de línea. A se define en términos de grados de latitud y longitud; L es la longitud de la fuente en términos de grados de latitud y longitud y T es el lapso durante el cual se obtuvieron los datos. De esta forma, el número medio de eventos con magnitud mayor a M, para una unidad de área o longitud, y por unidad de tiempo está dado por la relación

$$N'M) = e^{\alpha' - \beta M} \tag{3.5}$$

donde N'(M) es equivalente a λ . Sustituyendo esta equivalencia en la ec. 3.5, se tiene que

$$P_n(t) = \frac{e^{[-exp(\alpha'+\beta M)t][-exp(\alpha'+\beta M)t]^n}}{n!}$$
(3.6)

Sustituyendo las relaciones de recurrencia normalizadas en la expresión que define el modelo de ocurrencia de Poisson y tomando en cuenta el tipo de fuente, se tiene que

$$P(M > m, t) = \frac{e^{[-N'(m)t][-N'(m)t]^n}}{n!}$$
(3.7)

donde P(M > m, t) es la probabilidad de que ocurran n eventos de magnitud M mayor a m en un periodo de tiempo t.

3.1.2. Modelo del temblor característico

Los tiempos entre grandes eventos de subducción muestran claramente que el proceso que les da origen no se puede modelar como un proceso de Poisson. El proceso se puede visualizar como constituido por periodos de acumulación de energía de deformación por efecto de la subducción de la placa y su repentina liberación durante un temblor. Después de un temblor, es necesario un nuevo periodo de acumulación de energía hasta que se sobrepase la resistencia de las rocas dando lugar a un nuevo temblor. Surge entonces la noción de brecha sísmica para designar a un segmento del área de contacto entre las placas en el cual no se ha producido un temblor de importancia en un lapso relativamente grande. Los grandes temblores que han ocurrido recientemente se han generado en sitios considerados como brechas sísmicas. Entre ellas, destaca la brecha sísmica de Guerrero, en cuya zona noroeste (desde Petatlán hasta cerca de Acapulco) no se han generado grandes temblores en los últimos 80 años, y cuya porción sureste (desde Acapulco hasta Ometepec) no ha dado lugar a eventos importantes desde los terremotos de 1957 y 1962. La noción de brecha sísmica y la naturaleza no poissoniana de la ocurrencia de temblores hace que, en general, el riesgo sísmico crezca con el tiempo que ha transcurrido sin temblar.

Existe un consenso general en la comunidad científica de que actualmente la zona de más alto potencial sísmico en el país es la costa de Guerrero (Singh *et al.*, 1981). En esta región ocurrieron grandes temblores en 1899. Después de esta intensa actividad, han ocurrido pocos sismos en la zona. Teniendo en cuenta que los datos del siglo XIX no son confiables, Singh y Ordaz (1994) evalúan un déficit anual de momento sísmico para esta brecha con valores comprendidos entre 15 y $20x10^{27}$ dinas-cm. Un momento sísmico acumulado de 10 a $20x10^{27}$ dinas-cm puede generar 1 ó 2 terremotos de M = 8, o bien, de 2 a 4 sismos de M = 7.8.

Debido a lo anterior, es necesario diseñar las nuevas estructuras y evaluar las ya existentes con demandas sísmicas que representen la magnitud de estos posibles eventos sísmicos, de tal forma que la seguridad y el desempeño de estos sea el esperado por los diseñadores, dueños y usuarios. Con la finalidad de lograr dicho objetivo y debido a la falta de registros sísmicos con estas características, es necesario realizar simulaciones de los registros que estos eventos pueden producir de tal forma que se puedan desarrollar y aplicar nuevos métodos de diseño y evaluación estructural.

3.2. Simulación de registros sísmicos utilizando funciones de Green empíricas

El acelerado desarrollo que en las últimas décadas han tenido los métodos aproximados de evaluación y diseño sísmico basados en resultados de análisis no-lineales ha mostrado la necesidad de contar con suficientes registros sísmicos o señales simuladas confiables que sean de utilidad para probar y aplicar estos nuevos métodos. A pesar del gran avance en la tecnología de registro de movimientos sísmicos del terreno con buena precisión y el incremento de estaciones de registro y de redes acelerográficas, el número de registros disponibles con las características requeridas por investigadores e ingenieros que desarrollan o usan estos métodos de evaluación y diseño sísmico no es suficiente. Debido a esto, en el pasado reciente se han desarrollado una variedad de métodos de simulación de movimientos sísmicos con la finalidad de generar catálogos completos de registros sísmicos en sitios de interés.

En la actualidad, la mayoría de los métodos para simular registros de movimientos del terreno se basan en procesos de regresión, cuantitativos, empíricos o estocásticos que independientemente de cómo se describan, su formulación involucra muchas consideraciones que requieren de parámetros geofísicos no necesariamente conocidos, lo cual se convierte en un problema para las personas que no están directamente relacionadas con esta área de conocimiento.

Uno de los métodos más aceptados es el método de la función de Green empírica ya que este considera tanto la incertidumbre y la física de la fuente así como su patrón de propagación. En la aplicación de este método, la transformada de Fourier del espectro de aceleraciones de una señal originada en una fuente se define usando solamente una frecuencia de esquina, sin embargo, estudios recientes han mostrado que el espectro de aceleraciones de la fuente se puede describir de mejor forma por un espectro empírico caracterizado por dos frecuencias de esquina.

Frecuencia de esquina

En sismología, una frecuencia de esquina se define como aquella donde el espectro de amplitudes de Fourier suavizado de un registro sísmico cambia su pendiente. Esta frecuencia de esquina es una propiedad del espectro de Fourier relacionada con las características de la fuente. Generalmente, el espectro de Fourier de desplazamientos de un registro sísmico tiene la forma que se presenta en la fig. 3.1, en ella se aprecia que esta se puede aproximar como una función constante en bajas frecuencias misma que decae como ω^{-2} en altas frecuencias.

Figura 3.1: Definición de frecuencia de esquina.

3.2.1. Simulación sísmica con la fuente descrita por una frecuencia de esquina y un esquema de suma aleatoria de una sola etapa

El procedimiento de simulación propuesto en este trabajo es una variante del método original de Hartzel (1978), donde una señal sísmica en un sitio particular se simula como la suma pesada de señales producidas en fuentes elementales en las que se divide la fuente. Hartzel (1978) propone utilizar una señal base o función de Green empírica la correspondiente a un registro de un sismo de pequeña magnitud registrado en el mismo sitio que incluye de una manera implícita los efectos de trayectoria y de atenuación de las ondas sísmicas, así como los efectos de sitio, minimizando de esta manera las incertidumbres asociadas a estas variables. Joyner y Boore (1986) proponen para la construcción de un evento simulado un esquema de suma de contribuciones de estas fuentes elementales con tiempos de ruptura definidos por una función de densidad de probabilidades fdp uniforme a lo largo de la duración del evento sísmico, sin embargo, el uso de esta distribución da lugar a señales con espectros que presentan huecos en los espacios vecinos a las frecuencias de esquina y a sus múltiplos enteros. Wennerberg (1990) mejora el esquema de suma propuesto por Jovner y Boore usando una fdp que define el retraso de los tiempos de ruptura y que elimina los huecos en las frecuencias del espectro del evento simulado. Sin embargo,

este autor hace ver que su aproximación sobreestima la región de altas frecuencias del espectro. Con base en lo anterior, Ordaz *et al.* (1995) derivan una *fdp* del retraso de los tiempos de ruptura que, de acuerdo con el procedimiento de suma original de Joyner y Boore (1986), produce historias sintéticas de aceleraciones en el tiempo que, en promedio, concuerdan con la ley de escalamiento ω^2 en todo el rango de frecuencias, (Aki, 1967). Estos autores consideran que la información que se requiere para obtener un registro sintético del movimiento del terreno esperado en el mismo sitio de un sismo con un momento sísmico M_{0e} y una frecuencia de esquina ω_{ce} , el cual se origina en el mismo sitio y tiene el mismo mecanismo focal que un sismo de pequeña magnitud $a_s(t)$, con momento sísmico M_{0s} y frecuencia de esquina ω_{cs} obtenido en el mismo sitio en el que se desean simular las señales, son, además del registro del sismo pequeño, los momentos sísmicos y la caída de esfuerzos del sismo de pequeña magnitud y del sismo a simular.

Considerando que la fuente del evento objetivo (a simular) está dividida en N de celdas de igual tamaño, que la *j*-ésima celda se rompe en un tiempo t_j , y que la señal $\xi a_s(t)$ que genera tiene un espectro de Fourier $\xi A_s(\omega)$ señal resultante $A_e(\omega)$ se puede definir mediante la siguiente ecuación (Joyner y Boore, 1986):

$$A_e(\omega) = \xi A_s(\omega) \sum_{j=1}^{N} e^{-i\omega t_j}$$
(3.8)

Ordaz *et al.* (1995) muestran que si los t_j 's son aleatorios, independientes e igualmente distribuidos con una $fdp \ p(t)$, el valor esperado de $|A_e(\omega)|^2$ está dado por

$$E[|A_e(\omega)|^2] = \xi^2 |A_s(\omega)|^2 [N + (N^2 - N)|P(\omega)|^2]$$
(3.9)

donde $P(\omega)$ es la transformada de Fourier de p(t) y la esperanza de la relación espectral de Fourier entre la señal simulada y la señal original dada por

$$R(\omega) = \sqrt{\frac{E[|A_e(\omega)|^2]}{|A_e(\omega)|^2}} \approx \xi \sqrt{[N + (N^2 - N)|P(\omega)|^2]}$$
(3.10)

Por definición, si la frecuencia es igual a cero, entonces P(0) = 1, por lo tanto, R(0) = N. Por otro lado, si $|P(\omega)|$ tiende a desaparecer cuando $\omega \to \infty$, entonces $R(\infty) = N^{1/2}$. El considerar que la fuente sigue el modelo ω^2 implica que la relación espectral entre el evento objetivo y el sismo de pequeña magnitud, $H(\omega)$, sea

$$H(\omega) = \frac{M_{0e}}{M_{0s}} \left[\frac{1 + (\omega/\omega_{cs})^2}{1 + (\omega/\omega_{ce})^2} \right]$$
(3.11)

Para cumplir con las condiciones anteriores, el número de celdas en que se divide la fuente debe estar dado por

$$N = \left(\frac{M_{0e}}{M_{0s}}\right)^{\frac{4}{3}} \left(\frac{\Delta\sigma_e}{\Delta\sigma_s}\right)^{-\frac{4}{3}}$$
(3.12)

y el factor de escala por

$$\xi = \left(\frac{M_{0e}}{M_{0s}}\right)^{-\frac{1}{3}} \left(\frac{\Delta\sigma_e}{\Delta\sigma_s}\right)^{\frac{4}{3}}$$
(3.13)

donde $\Delta \sigma$ es la caída de esfuerzos, la cual está relacionada con la frecuencia de esquina ω_c por (Brune, 1970)

$$\omega = 2\pi 4.9 \times 10^6 \beta \left(\frac{\Delta\sigma}{M_0}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{3.14}$$

donde β es la velocidad de las ondas s en km/s, M_0 es el momento sísmico en dinacm y $\Delta \sigma$ es la caída de esfuerzos expresada en bares. Con los valores de N y ξ dados en las ecs. 3.12 y 3.13, el esquema de suma arroja un escalamiento correcto tanto en bajas como en altas frecuencias. Sin embargo, para frecuencias intermedias, $R(\omega)$ depende de $P(\omega)$ y por lo tanto, depende de la selección de la distribución de probabilidad de los retrasos de los tiempos de ruptura p(t). Si se requiere que el modelo de escalamiento se cumpla para todas las frecuencias, entonces $H(\omega)$ debe ser igual a $R(\omega)$ para todas las frecuencias, por lo tanto, igualando las ecs. 3.10 y 3.11 se tiene que

$$|P(\omega)| = \frac{\sqrt{1 + \alpha(\omega/\omega_{ce})^2}}{1 + (\omega/\omega_{ce})^2}$$
(3.15)

donde

$$\alpha = \frac{2\omega_{ce}^2}{\omega_{ce}^2 + \omega_{cs}^2}$$

Por lo que, imponiendo la condición de que $P(\omega)$ debe ser real y, de acuerdo a Wennerberg (1990), la fdp del retraso de los tiempos de ruptura correspondiente a una frecuencia de esquina está dada por

$$p(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{1 + \alpha(\omega/\omega_{ce})^2}}{1 + (\omega/\omega_{ce})^2} e^{i\omega t} d\omega$$
(3.16)

Se observa que p(t) se extiende hasta infinito en ambos extremos, por lo tanto, los tiempos de ruptura pueden ser negativos. Además, no existe una probabilidad cero de que el tiempo total de ruptura de la simulación sea mayor que la duración de la ruptura $T_d = \frac{2}{\omega_{ce}}$ (Hanks y McGuire, 1981). Por otro lado, para una simulación, el número relativo de sub-eventos que ocurren fuera de la ventana de ruptura esperada T_d es muy pequeño, sin embargo, si p(t) se truncara para excluir todas los tiempos de ruptura de una cierta ventana, entonces se podrían generar "huecos" en algunas frecuencias en el espectro del evento objetivo (Ordaz *et al.*, 1995).

3.2.2. Simulación sísmica con la fuente descrita por dos frecuencias de esquina y un esquema de suma aleatoria de una sola etapa

Debido a que el considerar una sola frecuencia de esquina en el espectro de desplazamientos de la fuente sísmica no conduce generalmente a una buena idealización de la región de frecuencias altas (*e.g.* frecuencias mayores que 10Hz en la fig. 3.1), García *et al.* (2004) muestran que un modelo empírico de fuente descrito con dos frecuencias de esquina en general lleva a una mejor descripción de los espectros de los sismos de subducción, como aquellos que ocurren en la brecha sísmica de Guerrero, fig. 3.2. Figura 3.2: Definición de frecuencia de 2 frecuencias de esquina.

Con la finalidad de mejorar el método de la función de Green empírica para simular registros sísmicos propuesta por Ordaz *et al.* (1995), en este trabajo se propone que la fdp del retraso de los tiempos de ruptura se obtenga considerando, en vez de una sola frecuencia de esquina, dos (García *et al.*, 2004), *i.e.*,

$$A(\omega) = \frac{M_0 \omega^2}{\sqrt{[1 + (\frac{\omega}{\omega_a})^2][1 + (\frac{\omega}{\omega_b})^2]}}$$
(3.17)

donde ω_a y ω_b son las dos frecuencias de esquina que describen la fuente. Para los sismos mexicanos, ω_a se define como

$$\omega_a = 2\pi \ 4.962 \times 10^{10} / M_0^{0.454} \tag{3.18}$$

para eventos sísmicos de magnitud mayor a 5.3. Para obtener ω_b , se requiere que el nivel espectral de altas frecuencias del espectro de la fuente descrito con dos frecuencias de esquina, $\omega_a \omega_b M_0$, sea igual al nivel correspondiente del espectro de la fuente descrito solamente con una frecuencia de esquina según el modelo ω^2 , $\omega_c^2 M_0$, por lo tanto, ω_b se define como

$$\omega_b = 2\pi \ 10528 \ \Delta\sigma^{2/3} / M_0^{0.213} \tag{3.19}$$

Por lo tanto, el cociente de la señal a encontrar y la señal fuente se define de la siguiente manera

$$H(\omega) = \frac{A_e(\omega)}{A_s(\omega)} \tag{3.20}$$

donde $A_e(\omega)$ y $A_s(\omega)$ son los espectros de aceleraciones de la señal sísmica esperada y de la señal original. Tomando la definición de $A(\omega)$ de la ec. 3.17, se tiene que

$$H(\omega) = \frac{\omega^2 M_{0e}}{\omega^2 M_{0s}} \left(\frac{\left[1 + (\omega/\omega_{as})^2\right] \left[1 + (\omega/\omega_{bs})^2\right]}{\left[1 + (\omega/\omega_{ae})^2\right] \left[1 + (\omega/\omega_{be})^2\right]} \right)^{1/2}$$
(3.21)

$$H(\omega) = \frac{M_{0e}}{M_{0s}} \left(\frac{\left[1 + (\omega/\omega_{as})^2\right] \left[1 + (\omega/\omega_{bs})^2\right]}{\left[1 + (\omega/\omega_{ae})^2\right] \left[1 + (\omega/\omega_{be})^2\right]} \right)^{1/2}$$
(3.22)

Cuando la frecuencia es igual a cero, se tiene que la relación $H(\omega)$ es un cociente de momentos sísmicos

$$H(0) = \frac{M_{0e}}{M_{0s}}$$
(3.23)

y cuando $\omega \to \infty$

$$H(\infty) = \frac{M_{0e}}{M_{0s}} \frac{\omega_{ae}\omega_{be}}{\omega_{as}\omega_{bs}}$$
(3.24)

No olvidando que se debe cumplir

$$R(\omega) = H(\omega) \tag{3.25}$$

Cuando $\omega=0$

$$\xi N = \frac{M_{0e}}{M_{0s}} \qquad \text{por lo tanto} \qquad \xi = \frac{1}{N} \frac{M_{0e}}{M_{0s}} \tag{3.26}$$

Cuando $\omega \to \infty$

$$\xi N^{1/2} = \frac{M_{0e}}{M_{0s}} \frac{\omega_{ae} \omega_{be}}{\omega_{as} \omega_{bs}}$$
(3.27)

ya que $\omega_a = 2\pi \ 4.962 \times 10^{10}/M^{0.454}$ y $\omega_b = 2\pi \ 10598 \ \Delta \sigma_b/M^{0.213}$, entonces

$$\xi N^{1/2} = \frac{\Delta \sigma_{ae} \Delta \sigma_{be}}{\Delta \sigma_{as} \Delta \sigma_{bs}} \left(\frac{M_{0e}}{M_{0s}}\right)^{1/3} \tag{3.28}$$

Sustituyendo la ec. 3.26 en 3.28, se tiene que:

$$N^{-1/2} = \frac{\Delta \sigma_{ae} \Delta \sigma_{be}}{\Delta \sigma_{as} \Delta \sigma_{bs}} \left(\frac{M_{0e}}{M_{0s}}\right)^{-2/3} \tag{3.29}$$

Por lo tanto, el número de celdas en que está dividida la fuente que genera el evento sísmico esperado es:

$$N = \left(\frac{\Delta\sigma_{as}\Delta\sigma_{bs}}{\Delta\sigma_{ae}\Delta\sigma_{be}}\right)^2 \left(\frac{M_{0e}}{M_{0s}}\right)^{4/3} \tag{3.30}$$

Sustituyendo el valor de N (ec. 3.30) en la ec. 3.26, se tiene que:

$$\xi = \frac{M_{0e}}{M_{0s}} \left(\frac{\Delta \sigma_{ae} \Delta \sigma_{be}}{\Delta \sigma_{as} \Delta \sigma_{bs}}\right)^2 \left(\frac{M_{0e}}{M_{0s}}\right)^{-4/3} \tag{3.31}$$

Por lo tanto, el factor de escala con el que se debe afectar la señal semilla para obtener el registro sísmico esperado será:

$$\xi = \left(\frac{\Delta\sigma_{ae}\Delta\sigma_{be}}{\Delta\sigma_{as}\Delta\sigma_{bs}}\right)^2 \left(\frac{M_{0e}}{M_{0s}}\right)^{-1/3} \tag{3.32}$$

Sustituyendo los valores de las caídas de esfuerzos en términos de las frecuencias de esquina y de los momentos sísmicos se tiene que

$$N = \left(\frac{\omega_{as}\omega_{bs}}{\omega_{ae}\omega_{be}}\right)^2 \left(\frac{M_{0e}}{M_{0s}}\right)^{4/3} \left(\frac{M_{0e}}{M_{0s}}\right)^{-4/3}$$
$$N = \left(\frac{\omega_{as}\omega_{bs}}{\omega_{ae}\omega_{be}}\right)^2$$
(3.33)

por lo tanto

$$\xi = \left(\frac{\omega_{ae}\omega_{be}}{\omega_{as}\omega_{bs}}\right)^2 \left(\frac{M_{0e}}{M_{0s}}\right)^{-1/3} \left(\frac{M_{0e}}{M_{0s}}\right)^{4/3}$$
$$\xi = \left(\frac{\omega_{ae}\omega_{be}}{\omega_{as}\omega_{bs}}\right)^2 \left(\frac{M_{0e}}{M_{0s}}\right)$$
(3.34)

Los valores de N y ξ son correctos sí y solo sí la equivalencia entre $H(\omega)$ y $R(\omega)$ se cumple para frecuencias intermedias así como lo hace en las fronteras de las frecuencias. Así, de las relaciones entre $H(\omega)$ y $R(\omega)$ se tiene

$$R(\omega) = \xi \sqrt{N + (N^2 - N)|P(\omega)|^2}$$
(3.35)

por lo tanto:

$$\xi \sqrt{N + (N^2 - N)|P(\omega)|^2} = \frac{M_{0e}}{M_{0s}} \left(\frac{\left[1 + (\omega/\omega_{as})^2\right] \left[1 + (\omega/\omega_{bs})^2\right]}{\left[1 + (\omega/\omega_{ae})^2\right] \left[1 + (\omega/\omega_{be})^2\right]} \right)^{1/2}$$
(3.36)

$$|P(\omega)|^{2} = \frac{\left(\frac{1}{\xi}\frac{M_{0e}}{M_{0s}}\right)^{2}\frac{\left[1+(\omega/\omega_{as})^{2}\right]\left[1+(\omega/\omega_{bs})^{2}\right]}{\left[1+(\omega/\omega_{ae})^{2}\right]\left[1+(\omega/\omega_{be})^{2}\right]} - N}{N^{2} - N}$$
(3.37)

Sustituyendo los valores de N y ξ en $|P(\omega)|$ ec. 3.37, la función de densidad de probabilidades del retraso de los tiempos de ruptura de las N celdas, en función de la frecuencia estará dada por:

$$|P(\omega)| = \sqrt{\frac{\left[1 + (\omega/\omega_{as})^2\right] \left[1 + (\omega/\omega_{bs})^2\right] \left(\frac{\omega_{as}\omega_{bs}}{\omega_{ae}\omega_{be}}\right)^2 - 1}{\left(\frac{\omega_{as}\omega_{bs}}{\omega_{ae}\omega_{be}}\right)^2 - 1}}$$
(3.38)

Finalmente, la función de densidad de probabilidades del retraso de los tiempos de ruptura se puede expresar de la siguiente forma

$$p(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{\left[1 + (\omega/\omega_{as})^2\right] \left[1 + (\omega/\omega_{bs})^2\right] \left(\frac{\omega_{as}\omega_{bs}}{\omega_{ae}\omega_{be}}\right)^2 - 1}{\left(\frac{\omega_{as}\omega_{bs}}{\omega_{ae}\omega_{be}}\right)^2 - 1}} e^{i\omega t} \, \mathrm{d}\omega \qquad (3.39)$$

3.2.3. Aplicación de la formulación planteada

Para validar los efectos de las mejoras hechas a la fdp del retraso de los tiempos de ruptura, se simulan registros sísmicos asociados al mismo momento sísmico que el del sismo del 19 de septiembre de 1985 con la nueva fdp y con el procedimiento original (Ordaz *et al.*, 1995). Se espera que los sismos a simular tengan las mismas características que el registrado en la estación SCT de la ciudad de México, ubicada en suelo blando.

Para usar la formulación anterior en la aproximación que involucra solamente una frecuencia de esquina (1FE), la duración total de la ruptura, T_D , se considera igual a $2\pi/\omega ce$ (Hanks y McGuire, 1981). Por otro lado, cuando se consideran dos frecuencias de esquina (2FE), Boatwright y Choy (1992) consideran que la duración total debe ser

$$T = \frac{\pi}{\omega_{ae}} \tag{3.40}$$

Para este ejemplo, la función de Green empírica empleada corresponde al registro del evento sísmico ocurrido el 25 de abril de 1989, registrado en la estación SCT. Dicho sismo tiene las siguientes características

$$M_{0s} = 2.4 \times 10^{26} \text{ dinas-cm};$$

$$\Delta \sigma = 150 \text{ bar};$$

$$\omega_{as} = 0.329 \text{ rad/s};$$

$$\omega_{bs} = 4.612 \text{ rad/s};$$

$$\omega_{cs} = 1.235 \text{ rad/s}$$

Se sabe que el evento a simular tiene un momento sísmico $M_{0e} = 1.58 \times 10^{28}$ dinascm. Para enfatizar las diferencias que existen entre usar una o dos frecuencias de esquina, se simularon 1000 registros sísmicos con cada uno de los métodos y para diferentes caídas de esfuerzos.

El sismo que se pretende simular presentó una caída de esfuerzos de $\Delta \sigma = 25$ bares, con este valor de la caída de esfuerzos se simularon los registros sísmicos, siendo los resultados los que a continuación se presentan

	1FE	2FE
$\omega_{ae} \; [rad/s]$	-	4.916×10^{-02}
$\omega_{be} [\mathrm{rad/s}]$	-	5.734×10^{-02}
$\omega_{ce} \; [rad/s]$	1.679×10^{-01}	-
T_D [s]	37.42	63.91
ξ	0.02269	0.02269
N	2909	2909

Tabla 3.1: Datos para simulación con $\Delta \sigma = 25$ bares.

Como se observa en la fig. 3.3, las fdp son semejantes, lo que indica que en la nueva formulación, la caída de esfuerzos utilizada no afecta de manera importante si la definición de la fdp del retraso de los tiempos de ruptura se obtiene con una o dos frecuencias de esquina.

Figura 3.3: Distribución acumulada de probabilidades para un $\Delta \sigma = 25$ bares.

En la fig. 3.4 se muestra una comparación entre el espectro del sismo que se quiere simular y los promedios de los espectros de los sismos que se obtuvieron utilizando una y dos frecuencias de esquina.



Figura 3.4: Media de los espectros de respuesta para un $\Delta \sigma = 25$ bares.

Como se observa en la fig. 3.4, las ordenadas espectrales son significativamente menores a las del espectro del sismo que se pretende simular, esto se debe a que una de las consideraciones en las que se basa la ley de escalamiento ω [2 que se usa en este

método de simulación es que se debe utilizar el mismo valor de la caída de esfuerzos para el evento a simular que el que se produjo en el sismo que se utiliza como semilla (Aki, 1967) de tal forma que los resultados que se obtengan sean consistentes con los obtenidos de eventos reales.

A continuación, en la fig. 3.5 se muestran las intensidades de Arias del sismo que se pretende simular y el promedio de las intensidades de Arias de los sismos simulados con una y dos frecuencias de esquina.

Figura 3.5: Media de la intensidad de Arias para un $\Delta \sigma = 25$ bares.

Considerando que tanto el sismo objetivo como el usado como semilla tienen la misma caída de esfuerzos, se realiza una segunda serie de simulaciones, en esta ocasión utilizando una caída de esfuerzos $\Delta \sigma_e = 150$ bar. Con este valor se obtienen los resultados que se muestran en la tabla 3.2 y en la fig. 3.6 se presentan las fdp's del retraso de los tiempos de ruptura correspondientes a estos nuevos resultados.

En la fig. 3.7 se muestran los promedios de los espectros simulados considerando una caída de esfuerzos de 150 bares y se comparan con el espectro del sismo que se quiere simular. En esta figura se observa que, aún cuando las ordenadas espectrales son menores que las del espectro del sismo esperado, éstas son mayores que las que se presentan cuando se considera una caída de esfuerzos de 25 bares, lo que quiere decir que el factor de escala que se obtiene corresponde de mejor manera al modelo ω^2 que se considera.

	1FE	2FE
$\omega_{ae} \; [rad/s]$	-	4.916×10^{-02}
$\omega_{be} [\mathrm{rad/s}]$	-	1.893
$\omega_{ce} [\mathrm{rad/s}]$	3.051×10^{-01}	-
T_D [s]	20.59	63.91
ξ	0.24766	0.24766
N	265	265

Tabla 3.2: Datos para simulación con $\Delta \sigma = 150$ bares.

Figura 3.6: Distribución acumulada de probabilidades para un $\Delta \sigma = 150$ bares.

En la fig. 3.8, se observa que la energía del sismo representada a través de la intensidad de Arias se simula mejor cuando se utilizan dos frecuencias de esquina.

Cuando se comparan las intensidades de Arias del sismo del 19 de septiembre de 1985 registrado en la estación SCT1 con el promedio de las intensidades de Arias de los registros simulados anteriormente con una y dos frecuencias de esquina, la intensidad correspondiente al evento sísmico real es mayor que la que se obtiene al utilizar una sola frecuencia de esquina y comparable a la correspondiente a dos frecuencias de esquina.



Figura 3.7: Distribución acumulada de probabilidades para un $\Delta \sigma = 150$ bares.

Figura 3.8: Media de la intensidad de Arias para un $\Delta \sigma = 150$ bares.

De igual forma, con la fdp del retraso de los tiempos de ruptura mejorada se simularon registros sísmicos de distintas magnitudes y se compararon con sismos simulados con la formulación original de Ordaz *et al.* (1995). Se simularon 1000 sismos por magnitud, en el rango de 7.2 a 8.2 con incrementos de magnitud de 0.1, es decir, un total de 11000 señales. Para esta simulación se volvió a utilizar como semilla el registro obtenido en la estación SCT del sismo del 25 de abril de 1989. Cabe mencionar que para esta simulación se considera que todos los sismos de todas las magnitudes corresponden a la misma caída de esfuerzos, *i.e.*, $\Delta \sigma = 150$ bar. En la tabla 3.3 se muestran los momentos sísmicos correspondientes a las magnitudes consideradas, obtenidos con la ec. 3.41 (Sauter, 1989), los cuales son datos de entrada para las simulaciones hechas.

$$M_0 = 10^{(M_w + 10.7)(3/2)} \tag{3.41}$$

$M_{0e}(dina - cm)$
7.07946×10^{26}
1.00000×10^{27}
1.41254×10^{27}
$1.99526 imes 10^{27}$
2.81838×10^{27}
3.98107×10^{27}
$5.62341 imes 10^{27}$
7.94328×10^{27}
1.12202×10^{28}
1.58489×10^{28}
2.23872×10^{28}

Tabla 3.3: Momentos sísmicos para diferentes magnitudes.

En la fig. 3.9 se presentan las funciones de probabilidades acumuladas del retraso de los tiempos de ruptura para todas las magnitudes consideradas y los dos casos estudiados, 3.9 a) cuando se utilizan 2FE y 3.9 b) cuando se utiliza solamente 1FE. En esa misma figura se puede observar que cuando se utiliza solamente una sola frecuencia de esquina, la función de probabilidad acumulada del retraso de los tiempos de ruptura no cambia significativamente, es decir, dicha probabilidad se puede considerar independiente de la magnitud del evento sísmico, sin embargo, cuando se utilizan dos frecuencias de esquina, se observa que la función de probabilidad acumulada cambia con la magnitud, lo cual implica que los tiempos de ruptura se describen de mejor forma cuando se introduce esta nueva consideración.

Figura 3.9: Funciones acumuladas de probabilidades tomando en cuenta a
)2FEy b)1FE.

En la fig. 3.10 se presenta el promedio de la evolución de la intensidad de Arias para cada magnitud considerada y los dos planteamientos utilizados en este trabajo. Se observa que, en general, las intensidades de Arias de las señales del modelo con dos frecuencias de esquina son mayores que las de las señales con una frecuencia de esquina, lo que evitaría una subestimación del contenido de energía de los registros simulados. Este mismo efecto se observa en la fig. 3.11 en la que los espectros de respuesta promedios de las señales del modelo con frecuencia de esquina tienen coordenadas mayores que las de una frecuencia de esquina en todas las magnitudes estudiadas.

Figura 3.10: Intensidad de Arias promedio tomando en cuenta a) 2FE y b) 1FE.

Por lo tanto, si se utilizan para fines de evaluación o diseño estructural registros sísmicos simulados con la formulación que involucra 2FE, los resultados de desempeño estructural obtenidos deberían ser más aproximados a los correspondientes a un sismo real que si se emplean registros sísmicos simulados considerando 1FE.



3.2.4. Simulación sísmica utilizando funciones de Green empíricas con un esquema de suma aleatoria dividida en dos etapas

Wennerberg (1990) mostró que independientemente de la función de densidad de probabilidades que se use en el proceso de simulación, un esquema de suma simple no genera una fuente compleja creíble, por lo tanto, propone un esquema de suma aleatoria dividido en dos etapas, basado en la densidad de probabilidades del retraso de los tiempos caracterizadas por un espectro de amplitudes determinado por la relación del espectro ω^2 . Los registros que se obtienen con esta formulación, son más realistas, sin embargo incluyen muchas frecuencias altas si se comparan con el modelo ω^2 esperado. Kohrs-Sansorny *et al.* (2005) proponen deducir de la formulación de suma dividida en dos etapas y de las leyes de escalamiento, un esquema de suma que genere registros sintéticos más realistas. Este esquema de suma se caracteriza, además de los parámetros definidos por Joyner y Boore (1986), por la función de densidad de probabilidades del retraso de los tiempos de ruptura que se usan en la primera y segunda etapa. Sin embargo, este método solamente es eficiente en un contexto donde la distancia menor entre la fuente y el punto de interés es lo suficientemente grande comparada con las dimensiones de la fuente y con la máxima longitud de onda considerada (condición de fuente lejana).

De lo comentado anteriormente, en esta tesis se propone emplear los conocimientos que hasta el momento se tienen, es decir, se pretende simular registros sísmicos considerando un esquema de suma dividido en dos etapas donde la fuente sísmica se define considerando dos frecuencias de esquina, conservando la simplicidad en los datos de entrada que se requieren para la simulación (momentos sísmicos y caída de esfuerzos del sismo semilla y de los sismos a simular).

Descripción del esquema de suma dividido en dos etapas

Kohrs-Sansorny *et al.* (2005) simulan registros sísmicos usando registros de eventos pequeños como funciones de Green empíricas asociadas a un momento sísmico y solamente a una frecuencia de esquina. En la primera etapa se genera un número pequeño N_1 de celdas que se rompen en tiempo t_i definidos por una función de densidad de probabilidades $p_1(t)$ sobre todo el rango de duración T_1 . La duración de la fuente se deduce de la frecuencia de esquina f_{1e} a través de la relación $T_1 = 1/f_{ce}$. Para la segunda etapa se generan N_2 celdas que se rompen en un tiempo t_j definido por una segunda función de densidad de probabilidades $p_2(t)$ en una ventana de duración $T_2 < T_1$ centrada en cada tiempo de retraso generado en la primera etapa. En total, se rompen N_1N_2 celdas, se suman y se escalan utilizando el factor ξ .

Formulación del esquema de suma aleatoria dividida en dos etapas con la fuente sísmica definida por dos frecuencias de esquina

La formulación que se presenta en este trabajo para la simulación de señales sísmicas utilizando funciones de Green empíricas tiene como bases la descripción de la fuente sísmica definida con dos frecuencias de esquina y dos funciones de densidad de probabilidades del retraso de los tiempos de ruptura que definen la suma de las N celdas en dos etapas.

Los datos de entrada que se requieren son solamente los momentos sísmicos, las caídas de esfuerzos tanto de la señal semilla como de la señal a simular y un valor de la velocidad de la onda S, (β). En este caso, el valor de β está tomado de García *et al.* (2004), el cual es de 4.68 km/s.

El proceso de suma en dos etapas lo propone originalmente Wennerberg (1990), posteriormente lo retoman Kohrs-Sansorny *et al.* (2005) donde la relación de las esperanzas de las señales simuladas y la señal semilla está dada por

$$R(\omega) = N\xi \left[\frac{1 + (N_1 - 1)|P_1(\omega)|^2}{N_1}\right]^{1/2} \left[\frac{1 + (N_2 - 1)|P_2(\omega)|^2}{N_2}\right]^{1/2}$$
(3.42)

donde N es el número total de celdas en que se divide la falla, ξ es el factor de escala de las aceleraciones, N_1 es el número de eventos que ocurren en la primera etapa del esquema de suma y N_2 es el número de subeventos que ocurren en cada uno de los eventos que forman N_1 , $|P_1(\omega)| \ge |P_2(\omega)|$ son los espectros de amplitudes de las densidades de probabilidades de los retrasos en los tiempos de ocurrencia de los eventos y subeventos respectivamente.

Por lo tanto, para tomar en cuenta las dos etapas en las que se divide el esquema de suma, la expresión propuesta originalmente por Joyner y Boore (1986), ec. 3.8, se modifica de la siguiente forma

$$A_e(\omega) = \xi A_s(\omega) \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{k=1}^{N_2} e^{-i\omega t_{jk}}$$
(3.43)

Además, dado que el esquema de suma está dividido en dos etapas, la relación espectral entre las señales simuladas y la señal semilla, $H(\omega)$ se define como

$$H(\omega) = \frac{M_{0e}}{M_{0s}} \left[\frac{1 + (\omega/\omega_{s2})^2}{1 + (\omega/\omega_{e1})^2} \right] \left[\frac{1 + (\omega/\omega_{s1})^2}{1 + (\omega/\omega_{e2})^2} \right]$$
(3.44)

Sin embargo, si se consideran dos frecuencias de esquina en la definición de la fuente sísmica y de igual forma, se consideran dos etapas en el esquema de suma, se tiene que la relación espectral $H(\omega)$ queda como:

$$H(\omega) = \frac{M_{0e}}{M_{0s}} \left[\frac{\left[1 + (\omega/\omega_{ae2})^2\right] \left[1 + (\omega/\omega_{be2})^2\right]}{\left[1 + (\omega/\omega_{ae1})^2\right] \left[1 + (\omega/\omega_{be1})^2\right]} \frac{\left[1 + (\omega/\omega_{ae1})^2\right] \left[1 + (\omega/\omega_{be2})^2\right]}{\left[1 + (\omega/\omega_{ae2})^2\right] \left[1 + (\omega/\omega_{be2})^2\right]} \right]^{1/2}$$
(3.45)

Siguiendo el esquema de suma propuesto por Ordaz *et al.* (1995) y debido a la dependencia de $R(\omega)$ en la selección de $P(\omega)$ para frecuencias intermedias, $R(\omega)$ debe ser igual a $H(\omega)$, lo cual se expresa en la siguiente ecuación

$$\left[\frac{\left[1+(\omega/\omega_{ae2})^2\right]\left[1+(\omega/\omega_{be2})^2\right]}{\left[1+(\omega/\omega_{ae1})^2\right]\left[1+(\omega/\omega_{be1})^2\right]}\frac{\left[1+(\omega/\omega_{as1})^2\right]\left[1+(\omega/\omega_{be1})^2\right]}{\left[1+(\omega/\omega_{ae2})^2\right]\left[1+(\omega/\omega_{be2})^2\right]}\right]^{1/2} =$$

$$\left[\frac{1+(N_1-1)|P_1(\omega)|^2}{N_1}\right]^{1/2} \left[\frac{1+(N_2-1)|P_2(\omega)|^2}{N_2}\right]^{1/2}$$
(3.46)

Donde, para definir $|P_1(\omega)| \ge |P_2(\omega)|$ la expresión anterior se desglosa en dos ecuaciones de la siguiente manera

$$\left[\frac{\left[1+(\omega/\omega_{ae2})^2\right]\left[1+(\omega/\omega_{be2})^2\right]}{\left[1+(\omega/\omega_{be1})^2\right]\left[1+(\omega/\omega_{be1})^2\right]}\right]^{1/2} = \left[\frac{1+(N_1-1)|P_1(\omega)|^2}{N_1}\right]^{1/2}$$
(3.47)

$$\left[\frac{\left[1+(\omega/\omega_{as1})^2\right]\left[1+(\omega/\omega_{bs1})^2\right]}{\left[1+(\omega/\omega_{be2})^2\right]\left[1+(\omega/\omega_{be2})^2\right]}\right]^{1/2} = \left[\frac{1+(N_2-1)|P_2(\omega)|^2}{N_2}\right]^{1/2}$$
(3.48)

Entonces, despejando $|P_1(\omega)|$ y $|P_2(\omega)|$ de las ecuaciones anteriores, se tiene que

$$|P_{1}(\omega)|^{2} = \left[\frac{\left(\frac{\omega_{ae2}\omega_{be2}}{\omega_{ae1}\omega_{be1}}\right)^{2} \frac{\left[1 + (\omega/\omega_{ae2})^{2}\right] \left[1 + (\omega/\omega_{be2})^{2}\right]}{\left[1 + (\omega/\omega_{ae1})^{2}\right] \left[1 + (\omega/\omega_{be1})^{2}\right]} - 1}{\left(\frac{\omega_{ae2}\omega_{be2}}{\omega_{ae1}\omega_{be1}}\right)^{2} - 1}\right]^{1/2}$$
(3.49)

$$|P_{2}(\omega)|^{2} = \left[\frac{\left(\frac{\omega_{as1}\omega_{bs1}}{\omega_{ae2}\omega_{be2}}\right)^{2} \frac{\left[1 + (\omega/\omega_{as1})^{2}\right] \left[1 + (\omega/\omega_{bs1})^{2}\right]}{\left[1 + (\omega/\omega_{ae2})^{2}\right] \left[1 + (\omega/\omega_{be2})^{2}\right]} - 1}{\left(\frac{\omega_{as1}\omega_{bs1}}{\omega_{ae2}\omega_{be2}}\right)^{2} - 1}\right]^{1/2}$$
(3.50)

Las funciones de densidad de probabilidades de los tiempos de ruptura para cada una de las etapas se define como

$$p_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |P_1(\omega)| e^{i\omega t} \mathrm{d}t$$
(3.51)

$$p_2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |P_2(\omega)| e^{i\omega t} \mathrm{d}t$$
(3.52)

Las expresiones para obtener las frecuencias de esquina ω_{as1} , ω_{bs1} , ω_{ae1} y ω_{be1} son, de acuerdo a García *et al.* (2004)

$$\omega_{as1} = 2\pi \ (4.962 \times 10^{10}) / M_{0s}^{0.454} \tag{3.53}$$

$$\omega_{bs1} = 2\pi \ (1.0598 \times 10^4) \ \Delta \sigma_s^{2/3} / M_{0s}^{0.213} \tag{3.54}$$

$$\omega_{ae1} = 2\pi \ (4.962 \times 10^{10}) / M_{0e}^{0.454} \tag{3.55}$$

$$\omega_{be1} = 2\pi \ (1.0598 \times 10^4) \ \Delta \sigma_e^{2/3} / M_{0e}^{0.213} \tag{3.56}$$

Sin embargo, para definir las expresiones de ω_{ae2} y ω_{be2} se parte de que

$$\omega_1^2 = \omega_a \omega_b \qquad \text{y}$$

$$\frac{\omega_a}{\omega_b} = \frac{4682015}{\Delta\sigma^{2/3}M_0^{0.241}} \tag{3.57}$$

Donde ω_1 es la frecuencia de esquina definida por Brune (1970) y ω_a y ω_b son las frecuencias de esquina definidas por García *et al.* (2004).

Entonces, para la segunda etapa se tiene que

$$\omega_{e2}^2 = \frac{\omega_{ae2}}{\omega_{be2}} \tag{3.58}$$

Que en términos de ω_{be2} resulta

$$\omega_{e2}^2 = \frac{4682015}{\Delta\sigma^{2/3}M_0^{0.241}} \;\omega_{be2}^2 \tag{3.59}$$

Despejando ω_{be2} , su valor se define como

$$\omega_{be2} = \omega_{e2} \sqrt{\frac{\Delta \sigma^{2/3} M_0^{0.241}}{4682015}} \tag{3.60}$$

de Kohrs-Sansorny et al. (2005) se considera que

$$\omega_{e2} = N_1^{1/4} \omega_{e1} \tag{3.61}$$

 ${\rm donde}$

$$N_1 = \frac{\omega_{s1}}{\omega_{e1}} \tag{3.62}$$

sustituyendo el valor de N_1 en la expresión que define ω_{e2}

$$\omega_{e2} = \omega_{s1}^{1/4} \omega_{e1}^{3/4} \tag{3.63}$$

Sustituyendo el valor de ω_{e2} en ω_{be2} se obtiene

$$\omega_{be2} = \omega_{s1}^{1/4} \omega_{e1}^{3/4} \sqrt{\frac{\Delta \sigma^{2/3} M_0^{0.241}}{4682015}} \tag{3.64}$$

Finalmente, sustituyendo en la ec. 3.64 los valores de ω_{s1} y ω_{e1} definidos en términos de dos frecuencias de esquina, la expresión para ω_{be2} resulta

$$\omega_{be2} = (\omega_{as1}\omega_{bs1})^{1/8} (\omega_{ae1}\omega_{be1})^{3/8} \sqrt{\frac{\Delta\sigma^{2/3}M_0^{0.241}}{4682015}}$$
(3.65)

Despejando el valor de ω_a de la relación ω_a/ω_b para la segunda etapa se obtiene

$$\omega_{ae2} = \frac{4682015}{\Delta\sigma^{2/3} M_0^{0.241}} \,\omega_{be2} \tag{3.66}$$

3.2.5. Simulaciones obtenidas considerando el esquema de suma dividida en dos etapas con la fuente sísmica definida por dos frecuencias de esquina

La nueva definición del esquema de suma considerando dos frecuencias de esquina en la definición de la fuente sísmica presenta características importantes en el sentido que, con dos frecuencias de esquina, se está considerando de una mejor manera su contenido de frecuencias y la influencia de éste en las características de la excitación sísmica. Con esta formulación, la variabilidad introducida por el esquema de suma en dos etapas produce historias en el tiempo más realistas, además que existe la posibilidad de generar una multitud de procesos de ruptura diferentes entre ellos.

Con la finalidad de probar la modificación al método planteado, se simularon registros sísmicos con características semejantes al producido en Oaxaca el 30 de septiembre de 1999 y además, para un sismo de magnitud igual a 8.2 para un sitio de suelo blando en la Ciudad de México. Para tal fin, se consideraron como funciones de Green empíricas el sismo del 1 de octubre de 1999 ($M_w = 4.65$) registrado en la estación PNIG y el sismo de 25 de abril de 1989 registrado en la estación SCT. En la fig. 3.12 se muestran las funciones de distribución de probabilidades del retraso de los tiempos de ruptura para las diferentes etapas de suma para cada uno de los eventos a simular. Además, en la tabla 3.4 se muestran los datos para de los sismos de Oaxaca, necesarios para la simulación. Los datos para simular el sismo ocurrido en Michoacán, fueron los presentados en secciones previas.

- Figura 3.12: Funciones de distribución de probabilidades de los tiempos de ruptura para cada una de las etapas. a) Oaxaca 30/09/1999 y b) Michoacán 19/09/1985.
- Tabla 3.4: Parámetros sísmicos para la fuente del sismo Oaxaca y el sismo usado como semilla.

	M_0	$\Delta \sigma$
	dina-cm	bares
Semilla	9.4×10^{22}	7.5
Objetivo	10^{27}	108

Se ha observado que cuando se simulan registros sísmicos considerando solamente una etapa en el esquema de suma, se presenta una gran concentración de energía alrededor de la mitad de la duración de la ruptura, sin embargo, cuando la suma de las celdas se divide en dos etapas, la energía se distribuye de mejor manera a lo largo de la duración, lo que produce registros sintéticos que se pueden asociar con una multitud de procesos de ruptura. Para ilustrar lo anterior, en la fig. 3.13 y 3.15 se presentan historias de ruptura de celdas en algunas de las simulaciones sísmicas realizadas y los registros que se obtienen con estas historias de rupturas.

Figura 3.13: Ruptura de celdas en el tiempo con $M_w = 7.5$ y $\Delta \sigma = 108$ en la estación PNIG y registros obtenidos.

Los registros sísmicos simulados que se presentan en la fig. 3.13, presentan una buena aproximación al registro del evento sísmico objetivo obtenido en la misma estación, fig. 3.14.

Figura 3.14: Registro de aceleraciones del sismo del 30/09/1999 obtenido en la estación PNIG.

Figura 3.15: Ruptura de celdas en el tiempo con $M_w = 8.2$ y $\Delta \sigma = 150$ en la estación SCT y registros obtenidos.

De igual manera que los registros sísmicos simulados para la estación PNIG, los registros que se presentan en la fig. 3.15, presentan una buena aproximación al registro del evento sísmico objetivo, obtenido en la estación SCT, fig. 3.16.

Figura 3.16: Registro de aceleraciones del sismo del 19/09/1985 obtenido en la estación SCT.

Para cumplir con los objetivos de esta tesis, se simularon registros sísmicos empleando una de las semillas usadas en la sección anterior (25 de abril de 1989). Los registros a simular corresponden a distintas magnitudes que van desde 7.2 hasta 8.2 con un incremento de 0.1 en magnitud, en total, se simularán registros sísmicos para 11 magnitudes. En la fig. 3.17 se presentan los promedios de los espectros elásticos para cada una de las magnitudes de los registros simulados. Figura 3.17: Medias de espectros elásticos de las simulaciones realizadas

Como resultado de la evolución que se ha presentado a lo largo de este capítulo sobre la simulación de registros sísmicos empleando sismos pequeños como funciones de Green empíricas, en la fig. 3.18 se muestran las medias de los espectros elásticos cuando se considera en la formulación, una frecuencia de esquina y una etapa en el esquema de suma (1FE-1ST), dos frecuencias de esquina y una etapa en el esquema de suma (2FE-1ST) y finalmente, dos frecuencias de esquina y dos etapas en el esquema de suma (2FE-2ST), las cuales se comparan con el espectro elástico del registro del sismo del 19 de septiembre de 1985 obtenido en la estación SCT en la dirección este-oeste.


Figura 3.18: Medias de espectros elásticos.

Con las mejoras hechas a la formulación original, las cuales se muestran en este capítulo, se obtuvieron los registros sísmicos que se utilizarán en el siguiente capítulo en la obtención de espectros de peligro uniforme, ya que se considera que los cambios realizados llevan a una mejor representación del fenómeno sísmico en lo referente a la ruptura de la falla al considerar el esquema de suma aleatorio en dos etapas y una descripción de la fuente sísmica con dos frecuencias de esquina.

Capítulo 4

Espectros de peligro uniforme

4.1. Espectros de peligro uniforme con incertidumbre en la demanda sísmica para evaluar la excedencia del nivel de desempeño

Parte del trabajo que se debe realizar para avanzar en la implementación de los procedimientos de *DSBD* consiste en identificar cuales son los índices de desempeño que mejor representan el desempeño sísmico de las estructuras, así como sus niveles de desempeño asociados, ya que por el momento, no existe consenso en este tema que es de suma importancia, debido a que los diferentes tipos de estructuras no presentan el mismo desempeño antes las accione sísmicas a las que se ven sometidas durante su vida útil. Un parámetro importante que define el comportamiento estructural ante acciones sísmicas, pero definitivamente no el único, es el periodo de vibrar.

Como se ha comentado, los procedimientos de *DSBD* tienen como objetivo lograr estructuras que se comporten de acuerdo con lo esperado ante el sismo para el cual fue diseñada, por lo cual es necesario que el diseño se lleve a cabo para varios niveles de desempeño. Además, sería conveniente definir una probabilidad de excedencia del nivel de desempeño para el que se diseñan las estructuras de tal forma que éste no sea excedido más veces que aquellas que se haya supuesto y aceptado en su diseño.

Desafortunadamente, hasta el momento, en los diferentes reglamentos que empiezan a utilizar la filosofía del *DSBD* solo se emplean como parámetros de diseño, niveles de desempeño asociados a la probabilidad de que se exceda cierta intensidad sísmica, pero no existe información respecto a la probabilidad de que se exceda el nivel de desempeño considerado. Esto se debe a que únicamente se emplea la frecuencia con la que ocurren las intensidades sísmicas de un sitio específico, pero no se toman en cuenta las características de la estructura que se diseña y menos aún, el desempeño de ésta.

Por la razón anterior, se han hecho trabajos donde se empieza a tomar en cuenta no solamente la excedencia de una determinada intensidad sísmica, sino también la probabilidad de exceder un determinado nivel de desempeño para un determinado escenario sísmico. Avelar *et al.* (2003) proponen usar espectros de peligro uniforme obtenidos para un objetivo de diseño establecido con tasa de excedencia uniforme de un nivel de desempeño específico donde se consideran las propiedades de la estructura como deterministas y de manera directa.

Considerando que la tasa de excedencia de una intensidad sísmica definida en términos de aceleraciones se expresa como el número esperado de veces por unidad de tiempo en que se excede algún valor de intensidad a través de la siguiente expresión (Esteva, 1976):

$$\eta(a) = \sum_{i=1}^{N} \int_{M_0}^{M_U} -\frac{\mathrm{d}\lambda_i(M)}{\mathrm{d}M} \ P(A > a | M, L_i) \ \mathrm{d}M$$
(4.1)

donde la sumatoria abarca la totalidad de las fuentes sísmicas, N, y $P(A > a | M, L_i)$ es la probabilidad de que la intensidad exceda un cierto valor, dadas la magnitud del sismo, M, y la distancia entre la *i*-ésima fuente y el sitio, L_i . Las funciones $\lambda_i(M)$ son las tasas de actividad de las fuentes sísmicas. La integral se realiza desde M_{0i} hasta M_{Ui} , lo que indica que se toma en cuenta, para cada fuente sísmica, la contribución de todas las magnitudes.

Además, si se considera que el problema consiste en cuantificar la tasa de excedencia de un nivel de desempeño específico, la cual se expresa como el número esperado de veces por unidad de tiempo en que la respuesta de una estructura excede cierto nivel de desempeño cuando se le somete a sismos de distintas magnitudes y fuentes que definen el peligro sísmico de un sitio, entonces, la ecuación que define esta tasa de excedencia se debe establecer en términos de la suma sobre todas las posibles fuentes sísmicas y magnitudes consideradas, del producto de la derivada de la tasa de excedencia de magnitudes de la *i*-ésima fuente sísmica, por la probabilidad condicional de que la estructura exceda el nivel de desempeño establecido dado que ocurre un sismo de cierta magnitud M a una determinada distancia L_i , por lo tanto, la ec.4.1 se expresa de la siguiente forma

$$\eta(R,T) = \sum_{i=1}^{N} \int_{M_0}^{M_U} -\frac{\mathrm{d}\lambda_i(M)}{\mathrm{d}M} P_{r,i}(R_d > R | T, R, M, L_i) \,\mathrm{d}M$$
(4.2)

donde R es el nivel de desempeño sísmico considerado para la estructura en estudio, $P_{r,i}(R_d > R|T, R, M, L_i)$ es la probabilidad de que la respuesta R_d exceda el nivel de desempeño considerado, dado que ocurrió un sismo de cierta magnitud a la distancia L_i para la *i*-ésima fuente sísmica; $\lambda(M)$ representa la sismicidad local de la *i*-ésima fuente.

Considerando que existe solamente una fuente que define el peligro sísmico, y a manera ilustrativa, se considera que el índice de desempeño está definido por una ductilidad de desplazamientos igual a 4, la ec. 4.2 se puede definir como

$$\eta(R,T) = \int_{M_0}^{M_U} -\frac{d\lambda(M)}{dM} P_r(\mu > 4|T,R,M) \, dM$$
(4.3)

Considerando que el sistema estructural tenga una ductilidad mayor que 4 es igual a la probabilidad de que el sistema tenga una resistencia menor a la requerida para alcanzar dicha ductilidad, por lo tanto, se tiene que

$$\eta(R,T) = \int_{M_0}^{M_U} -\frac{d\lambda(M)}{dM} P_r(R_d > R|T, R, M) \, dM$$
(4.4)

donde R_d es la resistencia necesaria que se debe proporcionar a la estructura de tal forma que esta desarrolle el nivel de desempeño establecido, fig. 4.1.

Hecho el planteamiento anterior, es necesario evaluar la probabilidad condicional de exceder el nivel de desempeño preestablecido, esta evaluación se puede realizar a través de una formulación de procesos estocásticos e.g. Flores y Ayala (2003) o bien, a través de simulaciones con el método de Monte Carlo.

Una vez que se calcula la tasa de excedencias de las magnitudes $\lambda(M)$ y la probabilidad condicional de que la estructura exceda el nivel de desempeño para el cual Figura 4.1: Probabilidad de exceder una resistencia dada.

se diseña, se procede a calcular la integral sobre todas las magnitudes de la ec. 4.4 que correspondan a la sismicidad local en estudio.

De esta evaluación, se obtiene una superficie formada por familias de curvas de periodo *vs.* resistencia, la característica de las curvas pertenecientes a cada familia es que tienen una tasa uniforme de exceder el nivel de desempeño correspondiente, en otras palabras, cada familia representa un espectro donde cada una de las ordenadas tienen la misma probabilidad de exceder el estado límite preestablecido.

4.2. Espectros de peligro uniforme con incertidumbre en la demanda sísmica y en las propiedades estructurales para evaluar la excedencia del nivel de desempeño

El estudio de la dinámica estructural no lineal tiene una historia amplia en la que se han desarrollado una gran cantidad de métodos con la finalidad de predecir el comportamiento y las demandas sísmicas futuras. En los últimos años, estos métodos se han enfocado en el desempeño estructural de una forma más explícita. Sin embargo, las demandas sísmicas que se utilizan no siempre están bien definidas. Esto se observa porque hasta el momento, los diferentes reglamentos que empiezan a mencionar la filosofía del diseño sísmico basado en desempeño solo emplean como parámetros, un nivel de desempeño y la probabilidad de exceder cierta intensidad sísmica, pero no existe información respecto a la probabilidad de exceder el nivel de desempeño considerado. Esto se debe a que únicamente se emplea la frecuencia con la que ocurren sismos con las intensidades sísmicas deseadas en un sitio específico, pero no se toman en cuenta de manera explícita, las propiedades de la estructura que se diseña y los efectos que estas intensidades producen en ella.

Por la razón anterior, se han hecho trabajos donde se empieza a tomar en cuenta el desempeño de las estructuras ante acciones sísmicas, parámetro que describe de una forma más clara la situación de las estructuras ante un determinado escenario sísmico y que permite tomar decisiones, tanto para los ingenieros de la práctica como para los propietarios de las construcciones, sobre el tipo de estructura que se quiere diseñar y construir. Prueba de ello son los trabajos que se han hecho al respecto dentro de un marco probabilista por autores como Bazzuro y Cornell (1994a,b) y Shome (1999). Sin embargo, los procedimientos que se muestran en estos trabajos no consideran dentro de su formulación la incertidumbre que se presenta en las características estructurales (mecánicas y dinámicas) pues calculan solamente la respuesta probabilista de un modelo estructural dado. Por lo tanto, en este trabajo se consideró importante desarrollar un planteamiento para definir los efectos que se producen al modelar la respuesta de las estructuras de concreto reforzado de manera probabilista, esto es, considerar que algunas de sus propiedades reales pueden ser diferentes de aquellas consideradas originalmente en el diseño, y con las cuales la estructura responderá ante las acciones sísmicas.

4.2.1. Procedimiento para la obtención de espectros de peligro uniforme

Es bien conocido que la fuente de incertidumbre más importante en la estimación del desempeño de edificios nuevos o existentes es la evaluación de las características de futuros movimientos sísmicos en el sitio de interés. Esto se observa de forma clara al revisar diferentes códigos de diseño alrededor del mundo, y en especial, el reglamento de construcciones del Distrito Federal (RCDF), donde los espectros elásticos y de diseño están definidos en términos de aceleraciones, las cuales se supone tienen una misma tasa de excedencia.

No es difícil demostrar que existen muchas incertidumbres al modelar estructuras de concreto reforzado sujetas a acciones sísmicas, dentro de ellas se puede considerar aquella relacionada con la estimación de la rigidez y la resistencia de los elementos debido a la contribución del acero de refuerzo, el cual tiende a aumentar la rigidez del elemento a medida que incrementa su resistencia lateral, y el agrietamiento, cuyo efecto reduce la rigidez del sistema. Debido a que el objetivo de esta tesis es la obtención de espectros de peligro uniforme, no se tomó en cuenta la incertidumbre presente en la capacidad de deformación, ya que esto involucraría una confiabilidad más que una excedencia de un nivel de desempeño. Es por esto que en la práctica, es común encontrar una gran dispersión de los resultados obtenidos con diferentes métodos de medición en comparación con las expresiones empíricas que se establecen en varios códigos de diseño y en propuestas de varios investigadores, y sobre todo, con los periodos nominales considerados al momento de realizar el diseño, llevando con esto a subestimar o sobreestimar la demanda sísmica a la cual realmente se verá sujeta la estructura.

Durante el desarrollo de este trabajo, se ha hablado de la importancia que representa el considerar como incierta la demanda sísmica a la cual va a estar sujeta una estructura, ahora se presenta la influencia que representa evaluar la estructura cuyas características dinámicas (periodo fundamental de vibrar) se consideran como inciertas y cuya demanda sísmica también se considera incierta, todo esto expresado en términos de la tasa de excedencia del nivel de desempeño estructural.

Una expresión propuesta para obtener espectros de peligro uniforme que tomen en cuenta estas incertidumbres y no solamente la excedencia de cierta intensidad sísmica, fue la propuesta por Esteva (1976)

$$E(\nu_f) = \int_0^\infty f_R(r) \int_0^\infty -\frac{\partial \nu_y(u)}{\partial u} P_F(r|u) \, \mathrm{d}u \mathrm{d}r$$
(4.5)

donde la primera integral que aparece en esta ecuación se puede considerar como una integral múltiple que involucra todas las incertidumbres que se presentan en las propiedades estructurales, $\nu_y(u)$ es la tasa de excedencia de un evento sísmico de característica u, parámetros necesarios para obtener la esperanza de la tasa de excedencia de un parámetro de respuesta estructural, $E(\nu_f)$.

La ec. 4.5 es la expresión que se utiliza para evaluar el peligro sísmico de un determinado sitio de interés, sin embargo Avelar *et al.* (2003) y Niño (2003) la han usado para obtener espectros de peligro uniforme con tasas de excedencia de un nivel de desempeño propuesto. Además, como se ha comentado anteriormente, los valores y datos de las propiedades geométricas y mecánicas que definen el comportamiento de las estructuras, utilizados en los despachos de ingeniería, rara vez coinciden con los que finalmente tendrá la estructura diseñada.

4.2.2. Espectros de peligro uniforme con incertidumbre en el periodo de vibrar

Para involucrar la incertidumbre del periodo de vibrar en la definición de la probabilidad de la excedencia del nivel de desempeño, se parte de asumir que existe una probabilidad condicional de la respuesta estructural, la cual no solamente depende de la magnitud sísmica, sino también del periodo estructural. Lo anterior se puede expresar con una generalización de la ec. 4.5 de tal forma que en la evaluación de la excedencia de un nivel de desempeño se tome en cuenta la variación que existe entre el periodo nominal de vibración y el periodo real, entonces, recordando la ec. 4.3.

$$\eta(R,T) = \int_{M_0}^{M_U} -\frac{\mathrm{d}\lambda(M)}{\mathrm{d}M} P_r(\mu > 4|T,R,M) \,\mathrm{d}M$$

donde T es el periodo de la estructura, que ahora se considera incierto, y que se puede definir con una función de densidad de probabilidades, como la que de manera esquemática se presenta en la fig. 4.2.

Figura 4.2: Densidad de probabilidad para un periodo T_{μ} determinado.

Para entender la modificación propuesta, en la fig. 4.3 se presenta de manera ilustrativa, una superficie formada por curvas de excedencia del nivel de desempeño considerando las propiedades estructurales deterministas y la curva de la función de densidad de probabilidades que define la variación del periodo. Se aprecia que la superficie de tasas de excedencia será la misma en todo el proceso de cálculo; sin embargo, la curva de densidad de probabilidad cambiará de acuerdo al periodo de vibrar que se esté evaluando. Figura 4.3: Representación esquemática de la evaluación de las tasas de excedencia tomando en cuenta la incertidumbre del periodo de vibrar

Diversos investigadores han reportado que la distribución log-normal es la que mejor se ajusta a la dispersión que los periodos estructurales presentan en la práctica con referencia a los periodos nominales de diseño (Quiroz, 2004); por lo tanto, la distribución de probabilidad del periodo será la siguiente:

$$P(T) = \Phi \left(\frac{1}{\zeta_{T_{\mu}}} \quad \ln \frac{T}{T_{\mu}}\right) \tag{4.6}$$

siendo T_{μ} el periodo nominal y $\zeta_{T_{\mu}}$ la desviación estándar del logaritmo natural de T.

Entonces, la ec. 4.3 se modifica de tal forma que la tasa de excedencia de un nivel de desempeño dado, considerando la incertidumbre en su periodo real de vibrar se evalúe como

$$\gamma(R, T_{\mu}) = \int_0^\infty \eta(R, T) p_T(T|T_{\mu}) \,\mathrm{d}T \tag{4.7}$$

Siendo $\eta(R,T)$ la tasa de excedencia del nivel de desempeño para cada periodo considerado y $p_T(T|T_{\mu})$ la densidad de probabilidad del periodo T dado que se diseñó con un periodo nominal T_{μ} .

4.2.3. Espectros de peligro uniforme con incertidumbre en la resistencia lateral

Recordando que la tasa de excedencia de un nivel de desempeño para una estructura que tiene propiedades estructurales deterministas se puede evaluar con

$$\eta(R,T) = \int_{M_0}^{M_U} -\frac{\mathrm{d}\lambda(M)}{\mathrm{d}M} \ P_r(\mu > 4 | T,R,M) \ \mathrm{d}M$$

de igual manera, se debe recordar que así como existen variaciones entre el periodo nominal de vibrar utilizado en el diseño y el que realmente presenta la estructura ya construida, de igual forma se presentan diferencias entre la resistencia nominal de diseño y la resistencia real; estas dispersiones son consecuencias de distintos factores, tal como la uniformización de armados en los elementos estructurales, procesos constructivos, elementos no estructurales, entre otros. Debido a esto, es necesario considerar la resistencia real como una variable aleatoria en la evaluación de las demandas sísmicas. Para lograrlo, se considera el mismo planteamiento hecho con el periodo de vibrar, con esto, se obtiene la siguiente expresión

$$\beta(R_{\mu},T) = \int_0^\infty \eta(R,T) p_r(R|R_{\mu}) \,\mathrm{d}R \tag{4.8}$$

donde $p_r(R|R_{\mu})$ es la densidad de probabilidad de la resistencia R dado que se diseñó considerando una resistencia nominal R_{μ} , y $\eta(R,T)$ es la tasa de excedencia de una resistencia demandada por las acciones sísmicas dado que la estructura presenta una resistencia R.

De manera ilustrativa, en la fig. 4.4 se presenta una superficie formada por curvas de excedencia del nivel de desempeño considerando las propiedades estructurales deterministas y la curva de la función de densidad de probabilidades que define la variación de a resistencia. Se aprecia que la superficie de tasas de excedencia será la misma en todo el proceso de cálculo, sin embargo la curva de densidad de probabilidad cambiará de acuerdo a la resistencia nominal que se esté evaluando. Figura 4.4: Representación esquemática de la evaluación de las tasas de excedencia tomando en cuenta la incertidumbre en la resistencia estructural.

Investigadores como Saito *et al.* (1997) han utilizado la distribución log-normal para definir la dispersión de las resistencias; por lo tanto, su distribución de probabilidad será la siguiente:

$$P(R) = \Phi\left(\frac{1}{\zeta_{R_{\mu}}} \quad \ln\frac{R}{R_{\mu}}\right) \tag{4.9}$$

siendo R_{μ} la resistencia nominal de diseño y $\zeta_{R_{\mu}}$ la desviación estándar del logaritmo natural de R.

Espectros de peligro uniforme obtenidos

Con el planteamiento anterior, se obtienen espectros de peligro uniforme para un sitio específico, con fines ilustrativos, se obtienen espectros de peligro uniforme para la zona de suelo blando del Valle de México para un nivel de diseño correspondiente a una ductilidad de desplazamientos $\mu = 4$.

La evaluación del peligro sísmico a través de la tasa de excedencia de la magnitud sísmica, primer paso en la obtención de los espectros de peligro uniforme, la presentan Avelar *et al.* (2003) y Niño (2003) para la fuente que se considera de importancia en el sitio de interés. Por lo tanto, en este trabajo se presenta la evaluación de las ecs. 4.7 y 4.8 que permite definir la probabilidad condicional establecida dado que la

estructura puede presentar un periodo T de vibración o que la estructura presenta una resistencia lateral R.

De evaluar las ecs. 4.7 y 4.8 con el peligro sísmico definido, se obtiene una superficie formada por una familia de curvas de periodo (T_{μ}) vs. Resistencia $(R_d)/\text{masa}$, con tasa uniforme de exceder el nivel de desempeño correspondiente a $\mu = 4$, considerando un periodo incierto fig. 4.5a) y una resistencia lateral incierta fig. 4.5b).



Figura 4.5: Superficies de curvas de tasas de excedencia con a) Incertidumbre en el periodo y b) Incertidumbre en la resistencia real.

De las superficies mostradas en la figura anterior, se pueden obtener espectros de peligro uniforme (EPU) realizando cortes transversales a dicha superficie. En la fig. 4.6 se presentan espectros de peligro uniforme obtenidos con las consideraciones hechas anteriormente para una tasa de excedencia $\nu = 0.01$, equivalente a un periodo de retorno de 100 años. Los espectros que se muestran corresponden a las diferentes condiciones que se presentan en este trabajo, es decir, el espectro mostrado en la

fig. 4.6 a) es un espectro de peligro uniforme que se obtiene de considerar en la evaluación de la tasa de excedencia del nivel de desempeño, que el periodo de vibrar presenta cierta diferencia con respecto al periodo de vibrar nominal usado en el diseño. En la fig. 4.6 b) se muestra también un espectro de peligro uniforme, pero en este caso, la propiedad que se considera incierta es la resistencia de la estructura. Para definir las funciones de densidad de probabilidades tanto del periodo como de la resistencia real, se utilizó una desviación estándar de la distribución log-normal para los periodos $\zeta_T = 0.3$, y un $\zeta_R = 0.308$ para definir la variabilidad en las resistencias.



Figura 4.6: Espectros de peligro uniforme con a) incertidumbre en el periodo y b) incertidumbre en la resistencia.

Como se puede observar en las figs. 4.6 a) y b), el considerar la incertidumbre en el periodo lleva a obtener espectros suavizados, sin embargo, al considerar la resistencia real como incierta, las ordenadas tienden a incrementarse de manera uniforme, si se compara con un espectro de peligro uniforme que considere estas propiedades como deterministas.

Para poder tener una mejor perspectiva de las diferencias que se presentan en considerar o no la incertidumbre en el periodo, se realiza una comparación de espectros de peligro uniforme cuando se considera la variabilidad en el periodo de vibrar con aquellos obtenidos cuando el periodo y la resistencia se consideran deterministas, fig. 4.7.



Figura 4.7: Comparación de espectros de peligro uniforme.

En el mismo sentido, se muestran en la fig. 4.8 espectros de peligro uniforme con diferentes valores del coeficiente de variación del periodo real con respecto al periodo nominal de diseño, así como también, en la fig 4.9 se muestran espectros de peligro uniforme para distintos valores del coeficiente de variación de la resistencia real, esto se hace con la finalidad de mostrar el impacto que tiene el tomar en cuenta la incertidumbre de las propiedades estructurales y el que tiene que exista una dispersión determinada entre los datos utilizados en los despachos de diseño con los que realmente tendrá la estructura durante su vida útil, y por lo tanto, con los que va a responder ante las demandas sísmicas a las que se verá expuesta.



Figura 4.8: *EPU* con distintos valores en el ζ que caracteriza la variabilidad del periodo de vibrar.



Figura 4.9: EPU con distintos valores en el ζ que caracteriza la variabilidad de la resistencia lateral.

Como se observa, a medida que se incrementa el coeficiente de variación, las ordenadas espectrales cambian, donde se refleja la importancia que representa el tomar en cuenta que la estructura que soportará demandas sísmicas, será diferente a la estructura diseñada originalmente. Es importante comentar que hasta el momento solo se ha tomado en cuenta la incertidumbre en las propiedades dinámicas y estructurales como son el periodo fundamental de vibrar y la rigidez lateral, sin embargo, éstas se han involucrado en la formulación para la obtención de EPU de manera independiente, situación que no coincide con la realidad pues en el comportamiento de las estructuras, estas dos propiedades están correlacionadas. En el siguiente capítulo, se presenta una formulación para involucrar, de manera simultánea, la participación de estas dos propiedades en la obtención de EPU.

Capítulo 5

Espectros de peligro uniforme con incertidumbre en la resistencia y el periodo de vibrar

5.1. Formulación de la función de densidad de probabilidades

En el capítulo anterior se trató en primer término la probabilidad de exceder un nivel de desempeño para un escenario sísmico definido, posteriormente se abordó el problema de considerar la variabilidad que presenta el periodo fundamental de vibración reflejado en espectros de peligro uniforme cuyas ordenadas presentan la misma probabilidad de exceder un mismo nivel de desempeño. De igual forma, se presentó después la formulación para incluir, de manera independiente, la variabilidad de la resistencia lateral. Sin embargo, en la práctica profesional, es necesario considerar ambas probabilidades al mismo tiempo, pues en todas las estructuras existen diferencias importantes entre las propiedades nominales y las que realmente se presentan, tanto en el periodo fundamental como en la resistencia lateral.

Para cada uno de los casos anteriores, se consideraron diferentes valores en el parámetro que define la variación que presentan las propiedades estructurales, de tal forma que se muestre la importancia que representa tener valores reales muy diferentes a los considerados en el diseño. Con referencia a la dispersión presente en el periodo, se sabe que la incertidumbre no es la misma para todas las estructuras,

es decir, se ha observado que la dispersión existente entre los datos de diseño y los reales se incrementa conforme aumenta su flexibilidad y que ésta tiende a disminuir conforme aumenta su rigidez. Ocurre lo mismo cuando se habla de la resistencia lateral, existe una mayor diferencia entre los datos de diseño y los reales cuando se trata de valores de resistencia mayores. Es por esto que a manera de considerar esta variación en la incertidumbre, se utilizan la desviación estándar de las funciones de distribución log-normales (ζ) constantes, de tal forma que la variación sea proporcional a la mediana considerada, la cual define el valor nominal de las propiedades estructurales.

Por lo anterior, en este capítulo se presenta una formulación que permite tomar en cuenta las dos variables principales (periodo fundamental y resistencia lateral) que definen el comportamiento de las estructuras ante acciones sísmicas para la obtención de espectros de peligro uniforme.

Para ello, se considera que la tasa de excedencia del nivel de desempeño en función de la magnitud se evalúa de forma independiente (eq. 4.2), además, recordando las expresiones 4.7 y 4.8, donde se toma en cuenta, aunque de manera independiente, el efecto de las incertidumbres en el periodo de vibrar y la resistencia lateral, se plantea la siguiente expresión

$$\nu(R_{\mu}, T_{\mu}) = \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{\infty} \eta(R, T) p_{r,T}(R, T | R_{\mu}, T_{\mu}) \, \mathrm{d}R \, \mathrm{d}T$$
(5.1)

donde $\eta(R,T)$ es igual a la tasa de excedencia del nivel de desempeño que se obtiene considerando las propiedades estructurales como deterministas y $p_{r,T}(R,T|R_{\mu},T_{\mu})$ es la densidad de probabilidad conjunta bivariada que define la variación que presentan las dos propiedades estructurales, las cuales, como se comentó anteriormente, se definen a través de una distribución log-normal, entonces, la función de densidad de probabilidades conjunta se define como

$$p_{r,T}(R,T) = \frac{1}{2\pi \ R \ T \ \zeta_R \ \zeta_T \sqrt{1-\rho^2}} \ e^{\left[-\frac{q}{2(1-\rho^2)}\right]}$$
(5.2)

donde q es igual a

$$q = \left(\frac{\ln(R) - \ln(R_{\mu})}{\zeta_R}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{\ln(R) - \ln(R_{\mu})}{\zeta_R}\right)\left(\frac{\ln(T) - \ln(T_{\mu})}{\zeta_T}\right) + \left(\frac{\ln(T) - \ln(T_{\mu})}{\zeta_T}\right)^2 \tag{5.3}$$

y ρ es el factor de correlación entre los logaritmos naturales del periodo y de la resistencia, cuyo valor varía entre 1 y -1.

Esta nueva formulación se puede considerar como la correspondiente a la tasa de excedencia $\eta(R,T)$, pesada por la función conjunta bivariada $p_{r,T}(R,T|R_{\mu},T_{\mu})$, como se observa en la fig. 5.1. Es importante mencionar que la función conjunta bivariada cambia en función de los valores de R_{μ} y T_{μ} considerados.



Figura 5.1: Ponderación de cada punto de la superficie de $\eta(R,T)$ por la densidad de probabilidad conjunta.

Para poder realizar una comparación, en este capítulo se utilizarán los mismos valores para las variables involucradas en el cálculo de la tasa de excedencia que los utilizados en el capítulo anterior, siendo estos un valor de ζ_T que representa la variación en el periodo estructural igual a 0.3 y ζ_R , la cual representa la variación en la resistencia lateral igual a 0.308, esto para un nivel de desempeño equivalente a una ductilidad de desplazamiento modal igual a 4.

5.1.1. Factor de correlación ρ

Como se sabe, el factor de correlación indica el grado en el cual dos variables cambian en conjunto. Cuando existe un factor de correlación cercano a cero, significa simplemente que estas dos variables son independientes entre si. Para poder observar cómo afecta la correlación que existe entre los logaritmos del periodo de vibrar estructural y la resistencia, a la probabilidad de excedencia de un nivel de desempeño, en este trabajo se consideran distintos valores del factor de correlación.

En la fig. 5.2 se muestran en planta, las funciones de densidad de probabilidades para cada uno de los factores de correlación considerados en este trabajo cuando se considera un periodo nominal de diseño T_{μ} igual a 2 s y una resistencia lateral nominal $R_{\mu} = 300m/s^2$. Como se observa, estas variables son independientes de la magnitud del sismo que se presente, pues se considera que son propiedades estructurales y no respuestas estructurales.

En la obtención de los espectros de peligro uniforme propuestos en esta tesis, se considera que la correlación que existe entre los logaritmos naturales de la resistencia lateral y el periodo de vibrar es negativa. Esto se debe a que en la realidad, a menor periodo, la resistencia lateral tiende a incrementarse; por lo tanto, una forma de definir este comportamiento es a través de un factor de correlación negativo.

5.2. Espectros de peligro uniforme obtenidos

Con el planteamiento anterior, se evaluó la expresión 4.2 con los diferentes valores del factor de correlación descritos, la cual, como se ha comentado, se puede considerar como la ponderación de la superficie formada por familias de curvas de tasas de excedencia donde las propiedades estructurales se consideran deterministas, con esta consideración, se obtiene una superficie con la misma característica de tener tasas de excedencia constantes con la diferencia que para obtener esta nueva superficie, se toma en cuenta de manera explícita, la incertidumbre en el periodo de vibrar y en la resistencia lateral. En la fig. 5.3 solamente se presenta una superficie obtenida con los datos mencionados anteriormente y empleando un coeficiente de correlación $\rho = -0.3$

Si se hacen cortes transversales en la superficie mostrada en la fig. 5.3, se obtienen espectros de resistencias, necesarias para desarrollar una ductilidad de 4, las cuales tienen la misma probabilidad de excederse, considerando que existe una variabilidad ya definida de su resistencia lateral y su periodo nominal. En la fig. 5.4 se presentan los EPU con una tasa de excedencia del nivel de desempeño constante e igual a 0.01, equivalente a un periodo de retorno igual a 100 años. Los EPU corresponden a dis-



Figura 5.2: Densidad de probabilidad conjunta para diferentes valores de ρ .

tintos valores del coeficiente de correlación con la finalidad de mostrar la variación máxima posible que ocurre debido a la dependencia de la resistencia lateral respecto al periodo fundamental de vibración y viceversa. Esto se obtiene considerando



Figura 5.3: Superficie de curvas de tasas de excedencia con un $\rho = -0.3$

factores de correlación con valores de 0 y -1. En esta tesis solo se consideran valores negativos ya que en la práctica, valores positivos de la correlación se pueden considerar de ocurrencia nula.



Figura 5.4: Espectros de peligro uniforme con distintos valores de ρ .

Como se observa en la figura anterior, el factor de correlación no influye de ma-

nera importante en el rango de periodos menores a 1 segundo, ya que existe poca variación en ese rango, por lo que aún cuando el periodo o la resistencia sean directamente dependientes, o de manera inversa, que sean completamente independientes, la probabilidad seguirá siendo la misma.

5.2.1. Importancia de la dispersión en los datos

Como se ha discutido a lo largo de este documento, es importante considerar que la probabilidad de que las estructuras ya construidas sea exactamente igual en propiedades a las que se consideraron en el diseño es diferente de 1, por lo tanto, en esta sección se mostrará de qué manera esto afecta las ordenadas espectrales. Para lograr este fin, se considera en todos los casos estudiados, un factor de correlación constante donde lo que cambia es la desviación estándar que define la distribución log-normal de R y T. Al igual que en el capítulo 4, en este capítulo se consideran valores de ζ_R y ζ_T iguales a 0.07 y 0.83, y un factor de correlación $\rho = -0.3$, por lo tanto, se presentan 4 casos correspondientes a las distintas combinaciones: fig.5.5a) (0.07, 0.07), fig.5.5b) (0.07, 0.83), fig.5.5c) (0.83, 0.07) y fig.5.5d) (0.83, 0.83).

En las figs. 5.5 se observa el hecho de que las variables involucradas ζ_R y ζ_T presenten una dispersión muy pequeña, tiende a que el espectro tenga las mismas ordenadas que si se consideraran valores deterministas de las propiedades estructurales. Sin embargo, estas tienden a disminuir conforme la dispersión en el periodo se incrementa y tienden a aumentar conforme la dispersión de la resistencia lateral crece. En la fig. 5.6 se comparan espectros de peligro uniforme con, $\zeta_R = 0.308$ y $\zeta_T = 0.3$, los cuales consideran un factor de correlación de $\rho = -0.01$ y $\rho = -1$, con el espectro de peligro uniforme que se obtiene de considerar las propiedades estructurales deterministas.

5.2.2. Espectros elásticos de peligro uniforme

En los métodos actuales de diseño y de evaluación, el uso de espectros de diseño es uno de los procedimientos que más se utiliza dentro de la práctica del diseño sísmico con la finalidad de definir la resistencia que requiere una estructura para soportar las demandas sísmicas de diseño.

Generalmente estos espectros de diseño se derivan de uno elástico, el cual se afecta por una serie de factores para considerar la influencia del comportamiento no lineal,



Figura 5.5: Espectros de peligro uniforme con diferentes valores de ζ_R y ζ_T .



Figura 5.6: Comparación de EPU considerando la aleatoriedad de las propiedades estructurales con aquellos que no la consideran.

la sobrerresistencia de los materiales, reduciendo las ordenadas espectrales elásticas aceptando que el sistema estructural sufrirá cierto nivel de daño. Lo anterior se explica porque sería económicamente inaceptable cubrir las demandas sísmicas que imponen los sismos de grandes magnitudes de manera que la estructura se mantenga dentro del rango elástico de comportamiento.

Por lo tanto, para seguir dentro del marco de espectros de peligro uniforme, se considera necesario definir espectros elásticos que presenten las mismas características y que partan de las mismas formulaciones que los espectros inelásticos que se han obtenido hasta ahora en este trabajo.

En la fig. 5.7 se presentan espectros elásticos de peligro uniforme obtenidos con la formulación que se presenta en este capítulo. Estos se presentan considerando coeficientes de correlación de 0.01, -0.3 y -1, con la finalidad de obtener la variación posible de las respuestas máximas debido a la interacción entre resistencia lateral y periodo de vibrar.



Figura 5.7: Espectros elásticos de peligro uniforme.

Al comparar los espectros elásticos con valores de $\rho = -0.01$ y $\rho = -1$ obtenidos en este capítulo con uno elástico de peligro uniforme que considere las propiedades estructurales como deterministas, fig. 5.8, se puede observar que el no tomar en cuenta las incertidumbres que se presentan en las propiedades estructurales, puede sobreestimar las demandas sísmicas para periodos comprendidos entre 1.5 y 2.5 s. En esta figura se muestra que las ordenadas espectrales se pueden sobreestimar hasta un 80 %, o bien, se puede presentar el caso contrario, esto es, subestimar en la región de periodos mayor a 2.5 s las demandas sísmicas, lo que puede generar un desempeño no previsto.



Figura 5.8: Comparación de espectros elásticos de peligro uniforme.

5.3. Comparación con el reglamento de construcciones del Distrito Federal

Hasta ahora, se han comparado los espectros de peligro uniforme obtenidos con las formulaciones presentadas en este trabajo, sin embargo, es de importancia comparar y ubicar los espectros obtenidos, tanto elásticos como inelásticos con el espectro que se presenta en el reglamento de construcciones del Distrito Federal (RCDF).

En la fig. 5.9, se comparan los EPU inelásticos de ductilidad constante igual a 4 y valores de $\rho = -0.01$ y $\rho = -1$, con el espectro reducido del RCDF correspondiente a un factor de comportamiento sísmico Q igual a 4. El espectro del RCDF corresponde a un sitio con suelo tipo IIIb de acuerdo al mismo reglamento. Los EPU mostrados corresponden a tasas de excedencia del nivel de desempeño de 0.01 equivalente a un periodo de retorno igual a 100 años.



Figura 5.9: Comparación de EPU de $\mu = 4$ con uno reducido del RCDF.

En la fig. 5.10 se presenta una comparación de EPU que consideran la variación en las propiedades estructurales con valores de $\zeta_R = 0.308$ y $\zeta_T = 0.3$, y valores de $\rho = -0.01$ y $\rho = -1$, con un EPU que las considera deterministas y el espectro del RCDF.



Figura 5.10: Comparación de EPU de $\mu = 4$ con uno reducido del RCDF.

Como se puede observar en la figura anterior, cuando se consideran las propiedades estructurales como deterministas, las ordenadas espectrales con una misma probabilidad de ser excedidas son menores que las del espectro del RCDF en casi todo el rango de frecuencias para todos los valores del factor de correlación utilizados.

De lo observado en las figs. 5.9 y 5.10, se puede concluir que el espectro de diseño del RCDF sobreestima las demandas sísmicas para periodos mayores a 2.5 s. Por lo tanto, el tamaño de la región donde las ordenadas espectrales son constantes solamente se puede justificar si se toma en cuenta que van a ocurrir sismos semejantes al del 19 de septiembre de 1985, cuyo segundo pico incrementaría las ordenadas espectrales para periodos comprendidos entre 2 y 3.5 segundos. Para ello, es necesario conocer el periodo de retorno de este tipo de eventos, aunque el autor considera que este evento es "extremadamente raro", o bien, el efecto acumulado de sismos anteriores durante la vida útil de la estructura. Además de lo anterior, se debe tener presente que el espectro del RCDF empleado en la comparación, no corresponde solamente a un sitio como lo es aquel donde se encuentra localizada la estación SCT, con un periodo característico semejante a 2 s., sino a sitios con periodos característicos mayores.

5.4. Efecto de la sobrerresistencia en los EPU

Es importante mencionar que para poder comparar los EPU elásticos de esta tesis con los sugeridos en el RCDF, es necesario tomar en cuenta la sobrerresistencia que se supone tienen las estructuras, la cual se incluye de manera implícita en los espectros del RCFD, para ello, se parte de la consideración de que, en principio, cuando ésta no se toma en cuenta, la resistencia nominal R_{μ} es igual a la mediana que define la función de densidad de probabilidades de la resistencia lateral, fig. 5.11

$$R_{\mu} = \text{MED}(R) \tag{5.4}$$

Figura 5.11: Representación de la mediana de la resistencia y la resistencia nominal.

Sin embargo, si R_{μ} y la mediana de R no son iguales, se tiene que

$$\frac{\text{MED}(R)}{R_{\mu}} = \Omega \tag{5.5}$$

donde Ω es la sobrerresistencia, fig. 5.12.

Los parámetros que definen la función de probabilidad considerando la sobrerresistencia son:

$$\zeta_{\alpha} = \sqrt{\ln(1 + \sigma_{\alpha}^2/\mu_{\alpha}^2)} \tag{5.6}$$

$$\lambda_{\alpha} = \ln(\mu_{\alpha}) - \frac{1}{2}\zeta_{\alpha}^2 \tag{5.7}$$

Figura 5.12: Representación de la sobrerresistencia.

la ec. 5.7 en términos de la mediana se define como

$$\lambda_{\alpha} = \ln\left[\text{MED}(R)\right] \tag{5.8}$$

entonces, al incluir la sobrerresistencia, se tiene que

$$\lambda_{\alpha} = \ln(R_{\mu}\Omega) \tag{5.9}$$

Con las expresiones anteriores se obtienen los EPU para diferentes valores del factor de correlación ($\rho = -0.01$ y $\rho = -1$) y una sobrerresistencia de 2.5. Estos espectros se muestran en la fig. 5.13



Figura 5.13: Comparación de EPU elásticos donde se incluye la sobrerresistencia, con uno elástico del RCDF.

En la fig. 5.13 se presentan y comparan EPU con una tasa de excedencia del nivel de desempeño igual a 0.0011, correspondiente a un periodo de retorno de 900 años. Lo anterior podría representar que las ordenadas del espectro propuesto en el RCDFpresentan la misma tasa de excedencia, si y solo sí este se obtuvo con las mimas consideraciones que las hechas en esta tesis, lo que llevaría a pensar que las demandas sísmicas con las cuales se diseña actualmente están sobreestimadas, ya que un periodo de 900 años rebasa la vida útil de cualquier estructura.

5.5. Efecto de la incertidumbre en la rigidez de posfluencia en los EPU

Otro factor importante que define la tasa de excedencia del nivel de desempeño que se ha manejado en esta tesis es la relación de rigidez de posfluencia a rigidez inicial, α , la cual en principio dependerá del tipo de estructura que se esté analizando y de la distribución de daño aceptado en un estado límite considerado. Este factor es importante sobre todo en estructuras cuyo periodo fundamental de vibración es relativamente pequeño. En la fig. 5.14 se presenta un ejemplo que ilustra lo anterior, en este se comparan los *EPU* para distintos valores de α , todos ellos con la misma tasa de excedencia y el mismo nivel de desempeño. Los valores considerados de α van desde 0 (comportamiento elastoplástico) hasta una valor significativamente cercano al de la rigidez inicial.

Figura 5.14: *EPU* de $\mu = 4$ con distintos valores de α .

Para considerar el efecto de la incertidumbre en la rigidez de posfluencia sobre la tasa de excedencia del nivel de desempeño se parte de la consideración de que se conocen los EPU tomando en cuenta ciertas incertidumbres, sin embargo, la relación de rigidez de posfluencia a rigidez inicial se ha considerado como un parámetro determinista, por lo tanto, una forma de considerar el efecto de esta incertidumbre es obtener los EPU para los distintos valores que puede presentar α , los cuales en principio se considerarán como deterministas, posteriormente éstos se pesarán por la probabilidad de ocurrencia de cada uno de ellos definida por una función de densidad de probabilidades con una mediana igual a una relación de rigideces nominal, α_{μ} , lo anterior se logra mediante la siguiente ecuación

$$\tau \left(R_{\mu}, T_{\mu}, \alpha_{\mu} \right) = \int_{0}^{1} \nu \left(R_{\mu}, T_{\mu} \right) p_{\alpha}(\alpha | \alpha_{\mu}) \, \mathrm{d}\alpha \tag{5.10}$$

donde $\tau (R_{\mu}, T_{\mu}, \alpha_{\mu})$ es la tasa de excedencia de un nivel de desempeño dado que además de tomar en cuenta las propiedades nominales de capítulos precedentes, toma en cuenta la rigidez de posfluencia que se pretende obtener, $\nu (R_{\mu}, T_{\mu})$ es la tasa de excedencia del nivel de desempeño en función de una resistencia, de un periodo de vibrar y de una rigidez de posfluencia pesada por la densidad de probabilidad de α , $p_{\alpha}(\alpha | \alpha_{\mu})$, en un rango de integración comprendido entre 0 y 1, siendo el primero el valor correspondiente a rigidez de posfluencia cero (comportamiento elastoplástico) y el segundo, el valor correspondiente al comportamiento elástico, *i.e.*, no degradación de rigidez. Es posible tomar en cuenta la incertidumbre de α a través de la ec. 5.10 debido a que este parámetro es independiente de los parámetros utilizados anteriormente en esta tesis (resistencia lateral, periodo de vibrar, magnitud sísmica)

Con la finalidad de observar el efecto que presenta el considerar la incertidumbre de la rigidez de posfluencia en la obtención de las tasas de excedencia de un determinado nivel de desempeño, se presentan en la fig. 5.15 los espectros que se obtienen de utilizar la ec. 5.10 para distintos valores del factor que define la variación de α y se comparan con aquellos obtenidos de considerar el valor de α determinista; de manera ilustrativa, el valor de α_{μ} que se considera es igual a 24% de manera que los espectros obtenidos sean comparables.



Figura 5.15: *EPU* de $\mu = 4$ con distintos valores de α .

Los espectros anteriores se obtuvieron considerando dos valores del factor de correlación entre el periodo, T, y la resistencia lateral, R, siendo estos 0 y -1, correspondientes a los valores extremos que se podrían, *i.e.*, independencia y completa dependencia, respectivamente.

Finalmente, si se considera que las estructuras estarán expuestas probablemente a más de un sismo que cause daño durante su vida útil y no solo al sismo de diseño, y que, como consecuencia de ello, su periodo cambie debido al agrietamiento ligero, al daño moderado o severo que estos sismos puedan generar. A consecuencia de esto, se debe tener presente que en la práctica profesional, las estructuras que han sufrido menor daño, no suelen repararse, incrementando con esto su flexibilidad, la cual se ve reflejada en un incremento en el periodo. Por otro lado, las estructuras que sufren daño considerable ante un sismo, suelen repararse, lo cual, en la gran mayoría de los casos, las lleva periodos fundamentales menores al que originalmente se tenían. Una forma de poder evaluar el efecto de esta incertidumbre es a través del uso de cadenas de Markov, para definir la probabilidad de cambios en el periodo fundamental debido al daño acumulado por sismos durante la vida útil de la estructura, considerando que la estructura sea reparada si el daño es importante y no reparada si no lo es. Sin embargo, este planteamiento queda fuera de los alcances de esta tesis, por lo que se propone como un trabajo a realizar en un futuro.

Capítulo 6

Evaluación sísmica de puentes basada en desempeño

6.1. Introducción

Mucha de la atención de los investigadores interesados en la evaluación sísmica de estructuras existentes se ha centrado en los edificios que si bien existen en gran cantidad en las zonas urbanas, existen otros tipos de estructuras importantes para las que también es necesario conocer su comportamiento y seguridad ante sismos, entre éstas están los puentes, estructuras que de tener un mal desempeño ante acciones sísmicas, pueden por su pérdida de funcionamiento, afectar el suministro de ayuda en casos de desastres ocasionados por sismos, lo cual puede poner en riesgo la seguridad e incluso las vidas de una población además de una gran cantidad de pérdidas económicas. Derivado de lo anterior, en este capítulo se aborda el comportamiento sísmico de puentes, tema que se desarrolló en su mayoría, durante la estancia de investigación que el autor realizó en centros de investigación europeos (JRC, Italia y Universidad de Ljubljana, Eslovenia), donde este tema es de importancia (LESS-LOSS, 2007). Los métodos en investigación en estos lugares requieren de espectros de peligro uniforme como los que se desarrollan en los capítulos anteriores de esta tesis.

En los últimos años, los procedimientos de análisis estáticos no lineales simplificados se han vuelto populares dentro del ámbito de la ingeniería sísmica para la evaluación de estructuras existentes, sin embargo, a pesar de que estos procedimientos representan un avance importante cuando se les compara con los procedimientos elásticos lineales equivalentes, éstos no se pueden considerar como métodos infalibles o de alcance universal que se aplican a cualquier tipo de estructuras. Algunos investigadores como Seneviratna y Krawinkler (1998) muestran la existencia de grandes desventajas y limitaciones de los análisis estáticos no lineales de empuje lateral incremental (*ELI*). Sin embargo, es de interés enfatizar que estas limitaciones se estudian principalmente dentro del contexto de evaluación de edificios y no de otro tipo de estructuras. Solamente un limitado número de publicaciones tratan la aplicación de análisis estáticos simplificados a la evaluación de puentes. Se debe tener presente que las características de la respuesta sísmica de puentes pueden ser significativamente diferentes de la que presentan las de los edificios, esto particularmente en la dirección transversal del puente. Por lo tanto, esto se debería reflejar en la aplicación práctica de los procedimientos de evaluación que se basan en el análisis ELI. Algunas de las principales diferencias que se presentan entre edificios y puentes son:

- 1. Los edificios son estructuras de varios niveles donde la historia de desplazamientos del nivel superior o de azotea se usa como desplazamiento característico y el cortante basal como fuerza característica. Por otro lado, el sistema estructural en la dirección transversal de los puentes es esencialmente diferente y se debe considerar como una viga continua flexible la cual, en algunos casos, se encuentra simplemente apoyada en sus extremos. En este caso, definir una estación donde medir los desplazamientos característicos no se puede hacer de manera directa, ya que si se monitorea solamente la respuesta en una de las columnas (como muchos investigadores suelen hacerlo) puede proporcionar resultados incorrectos que generalmente se reflejan en obtener una rigidez transversal de la estructura mayor a la que realmente tiene debido a que los desplazamientos que se monitorean no necesariamente son los máximos.
- 2. Las superestructuras de los puentes son casi en la totalidad de los casos, flexibles, a diferencia de los pisos de los edificios, los cuales generalmente se consideran como diafragmas rígidos. La flexibilidad de la superestructura combinada con una distribución de la rigidez y resistencia de las columnas puede causar variaciones importantes en la configuración deformada cuando la estructura se encuentra sometida a niveles altos de demanda sísmica. Esto puede influenciar la distribución de las fuerzas inerciales durante el desarrollo del análisis *ELI*. Además de lo anterior, se suma la consideración que en la generalidad de los puentes, los modos superiores influyen de manera importante en su respuesta.
3. Los elementos de soporte en puentes (pilas) se encuentran localizados solamente en un plano, a diferencia de los edificios, donde las columnas se encuentran distribuidas de manera espacial. Esta distribución y en las pilas, combinada con la flexibilidad de la superestructura, puede generar efectos de torsión importantes en la dirección transversal. En este tipo de casos, los métodos de evaluación más refinados no siempre dan resultados favorables.

Debido a que la respuesta sísmica de algunos puentes puede estar influenciada por los modos superiores, es de esperarse que métodos de evaluación que consideren solamente la contribución de un solo modo, no proporcionen resultados adecuados. Por lo anterior, a pesar de la simplicidad del sistema estructural, la respuesta de los puentes en su dirección transversal puede ser compleja y fuertemente influenciada por los modos superiores, lo que puede hacer que la aplicación indiscriminada de los métodos de evaluación basados en análisis *ELI* sea deficiente.

6.2. Principales parámetros en la influencia de respuesta en puentes

Como se mencionó anteriormente, la flexibilidad de la superestructura de un puente es uno de los principales parámetros que define su respuesta estructural y que la hace diferente de la respuesta sísmica en edificios. En general, entre más flexible sea la superestructura y más rígidas las columnas, la influencia de los modos superiores es más importante.

El segundo parámetro en importancia es la resistencia de las pilas. Ésta gobierna la ocurrencia de las articulaciones plásticas y en consecuencia, la reducción de la rigidez en las mismas. En general, la influencia de los modos superiores puede variar dependiendo de la intensidad sísmica. Generalmente, esta influencia es mayor en la etapa inicial elástica y posteriormente, cuando se van formando las articulaciones plásticas en la base de las pilas, la superestructura gobierna la respuesta, entonces la respuesta se vuelve más regular.

La distribución de la rigidez y de la resistencia de las pilas y a lo largo del puente, se pueden considerar como otros factores de suma importancia en la respuesta estructural. La distribución más desfavorable respecto a la participación de los modos superiores es el caso cuando las columnas más rígidas están localizadas en a parte media del puente. En esos casos, las columnas centrales pueden generar efectos de torsión importantes (considerando como torsión las rotaciones en el plano horizontal de la superestructura) y amplificar la influencia de los modos superiores.

6.3. Métodos de evaluación del desempeño sísmico existentes

6.3.1. Método de la curva de capacidad y método N2

Este método fue por primera vez propuesto por Freeman et al. (1975); Freeman (1978) lo que posteriormente se convirtió en la base del informe del ATC40 (ATC, 1996), que lo divulgó entre los estructuristas en los Estados Unidos. Posteriormente, Fajfar y Gaspersic (1996) presenta el método N2, el cual es una metodología de evaluación sísmica simplificada que combina el análisis de empuje lateral incremental (ELI) de un sistema estructural de múltiples grados de libertad (MGDL) con el análisis espectral de un sistema de un grado de libertad. El método se formula en el espacio seudoaceleración-desplazamiento espectral, lo que habilita la interpretación visual del procedimiento. Se llama método N2 debido al análisis no lineal (N) y a los dos (2) modelos matemáticos que se emplean en su planteamiento. Este método combina las ventajas de la representación visual del método del espectro de capacidad, desarrollado originalmente por Freeman et al. (1975); Freeman (1978) con el sentido físico del espectro de demanda inelástico. El método N2 se puede considerar como una variante del método del espectro de capacidad basado en un espectro inelástico. El patrón de cargas lateral que se utiliza en el análisis *ELI* está relacionado a una configuración de desplazamientos que se espera ocurra.

Este método se describe en 7 pasos, los cuales son:

- 1. Descripción de la estructura a analizar.
- 2. Transformación de la demanda sísmica al formato seudoaceleración desplazamiento espectral.
- 3. Análisis de empuje lateral incremental
- 4. Reducción de la respuesta a la de un sistema de un grado de libertad equivalente y su curva de comportamiento.

- 5. Definición de la demanda sísmica para el sistema de un grado de libertad equivalente.
- Obtención del desempeño global y local del sistema de múltiples grados de libertad.
- 7. Evaluación del desempeño.

Además, el método N2 considera que la deformada que presenta la estructura durante todo el desarrollo de la respuesta es la misma, eso se refleja en que la distribución de cargas con la que se empuja no cambia durante la respuesta, aún si la estructura incurre de manera importante en el rango no lineal.

6.3.2. Análisis del Empujón Modal (MPA)

El método modal espectral (MPA, por sus siglas en Inglés), originalmente propuesto por Paret *et al.* (1996) y mejorado por Chopra y Goel (2002) toma en cuenta la influencia en el desempeño de los modos superiores, incluyendo los modos importantes que se identifican en la etapa elástica para determinar la distribución de las fuerzas y realizar los análisis *ELI*. Cada modo se considera separadamente, por lo tanto, el número de análisis *ELI* es igual al número de modos importantes en el rango elástico. Cuando se realizan todos los análisis, se combinan los resultados usando una regla de combinación modal *eg.*, *SRSS* o *CQC*. El método considera que las formas modales no cambian durante la respuesta.

6.3.3. Procedimiento Estático No lineal Modal Evolutivo (MANSP)

Este método fue originalmente propuesto por Reinhorn (1997) y toma en cuenta la influencia de los modos superiores así como la posibilidad de que la configuración deformada cambie de manera significativa durante la respuesta. Para obtener la curva de capacidad, se realiza un análisis *ELI* con una distribución evolutiva de fuerzas. La distribución de éstas depende de las propiedades dinámicas de la estructura. Las fuerzas se calculan combinando las fuerzas modales (en cada nodo, las fuerzas relacionadas a los modos más importantes, usando una regla de combinación modal). Cada vez que ocurra una articulación plástica, tanto las propiedades dinámicas como el sistema estructural cambian. Después de la ocurrencia de una nueva articulación plástica, se calcula una nueva distribución de fuerzas para el análisis *ELI* de acuerdo a las nuevas propiedades estructurales.

Para construir la curva de capacidad, se hacen análisis *ELI* evolutivos con una distribución de fuerzas variable. La distribución de estas fuerzas depende de las propiedades dinámicas de la estructura. Las fuerzas se calculan combinando las fuerzas modales para cada nodo de todos los modos que participan usando una regla de combinación modal "Euclidiana". Cada vez que se presenta daño en la estructura, el sistema estructural, así como sus propiedades dinámicas cambian, y por lo tanto, se calcula una nueva distribución de fuerzas para el análisis *ELI* tomando en cuenta las nuevas propiedades de la estructura.

6.3.4. Principales desventajas y una solución propuesta

Las principales desventajas que se presentan cuando se utilizan análisis ELI en la evaluación sísmica, ya sea que estos se basen en un solo modo, o bien, que tomen en cuenta los modos superiores son:

- La referencia del punto característico a utilizar en el análisis.
- La selección de patrón de cargas a utilizar.
- La idealización de la curva de capacidad que se obtiene.

Selección del punto de referencia

En el análisis de puente, no es trivial ni de forma directa el seleccionar un punto característico donde se monitoreen los desplazamientos durante la realización del análisis *ELI*. Generalmente, en este tipo de análisis se le presta mayor atención a las columnas, ya que todo el daño que se acepta ocurra durante un evento sísmico, se espera ocurra en ellas, por lo tanto, los puentes frecuentemente se tratan como un sistema conectado de columnas en cantiliver. En consecuencia, la gran mayoría de los investigadores y de los diseñadores de la práctica suelen monitorear los desplazamientos que ocurren durante un sismo en la parte superior de una pila en específico. Esta consideración puede en ciertos casos llevar a resultados erróneos. Los puentes se deben considerar como vigas continuas apoyadas en sus extremos que permanecen elásticas. Para estimar la rigidez de las mismas, se debe considerar el máximo desplazamiento de la superestructura. En los análisis de *ELI*, el desplazamiento máximo se puede obtener de forma directa, seleccionando como punto de referencia, la estación donde ocurre el máximo desplazamiento. Cuando se obtienen los desplazamientos máximos de forma indirecta, se debe conocer la configuración deformada y debe ser independiente del nivel de demanda sísmica utilizado. En puentes irregulares, la configuración deformada depende del nivel de demanda, por lo tanto, el desplazamiento máximo en la superestructura se puede obtener solamente de forma directa, seleccionando la estación de máximo desplazamiento como punto de referencia.

Punto de referencia en estructuras irregulares Existen puentes donde la influencia de los modos superiores es significativa, y en los que se puede esperar una variación importante de las formas modales cuando ocurren incursiones en el rango inelástico. Esta característica en general ocasiona que la estación donde se presentan los máximos desplazamientos varíe con la intensidad de la carga impuesta, lo que complica la construcción de la curva de capacidad mediante un análisis *ELI*. Por lo tanto, para solucionar este problema, es importante seleccionar el punto de referencia a monitorear. Isakovic y Fischinger (2006) sugieren que la curva de capacidad se construya utilizando el máximo desplazamiento de la superestructura sin importar la posición donde se registre, ya que el máximo desplazamiento es una medida de la rigidez de la superestructura, esto es en este planteamiento, la estación que se considera como punto de referencia no es constante a lo largo del desarrollo del análisis.

Punto de referencia en métodos unimodales que consideran la forma modal invariante En el curso de esta investigación se encontró que para el análisis de puentes altamente irregulares, no se deben usar métodos que emplean el análisis *ELI* con una configuración de cargas que no varía en el tiempo, la cual representa la configuración deformada que más predomina, ya que las consideraciones básicas de estos métodos, no se cumplen. Sin embargo, este problema se elimina cuando la estructura incurre de manera importante en el rango no lineal debido a que la rigidez de las columnas se reduce de manera importante permaneciendo solamente la rigidez de la superestructura, haciendo que la respuesta estructural la gobierne solamente un modo. Por lo tanto, se pueden obtener buenos resultados con los métodos de este tipo.

Cuando las formas modales y su importancia relativa cambian con la intensidad de la demanda sísmica, es típico que la posición donde ocurren los desplazamientos máximos en la superestructura también cambie. En estos casos, es conveniente construir la curva de capacidad de acuerdo a lo propuesto por Isakovic y Fischinger (2006).

Punto de referencia en métodos multimodales que consideran las formas modales invariantes Cuando se requiere estudiar la respuesta de estructuras altamente irregulares para niveles bajos de demanda sísmica (cuando las articulaciones plásticas ocurren solamente en algunas columnas), no se deben usar métodos que consideran solamente un solo modo de vibrar. En estos casos, se deben emplear métodos que consideren en su formulación la participación de los modos superiores de vibrar en la respuesta global de la estructura. Un método que se puede emplear es el MPA, el cual toma en cuenta la contribución de los modos superiores, definidos cuando la estructura se encuentra en estado elástico. En este método, se construyen curvas de capacidad usando análisis *ELI* para cada uno de los modos involucrados, y se utiliza cualquier punto de referencia. Cuando las curvas se normalizan respecto a un sistema de un grado de libertad (1GDL), los desplazamientos de la curva de capacidad se dividen como $U_n/\Gamma_n\phi_m$ donde U_n es el desplazamiento de la curva de capacidad del *n*-ésimo modo, Γ_n es el factor de participación modal y ϕ_m es la componente de la forma modal donde se está monitoreando el desplazamiento durante el análisis *ELI*. Esto significa que el desplazamiento máximo de la superestructura se toma en cuenta de manera indirecta, ya que U_n/ϕ_m representa el desplazamiento máximo de la superestructura en el sistema de múltiples grados de libertad.

Lo anterior parece indicar que el definir un punto de referencia no es un problema si se utiliza el método *MPA*, sin embargo, en puentes altamente irregulares, el problema sigue presente, ya que existen cambios en las formas modales, y por lo tanto, en los componentes modales m. Está variación no se toma en cuenta en el método *MPA*, ya que este método utiliza las formas modales de la configuración elástica en todo el proceso de evaluación.

Punto de referencia en métodos multimodales con formas modales evolutivas Si el patrón de cargas que se usa en el análisis ELI depende del nivel de demanda sísmica, entonces se deben utilizar métodos que consideren que las formas modales pueden cambiar a lo largo de su respuesta (MANSP). Estos métodos toman en cuenta los cambios que sufre el sistema estructural después de la ocurrencia de una nueva articulación plástica. De esta manera, se toman en cuenta los cambios de las formas modales y la variación de la participación de los modos superiores. Sin embargo, algunos de estos métodos son inconsistentes aún en su formulación. Por ejemplo, en el método MANSP, los desplazamientos que se obtienen del análisis ELI pueden ser completamente diferentes de aquellos que se obtienen de combinar los desplazamientos modales. Esto puede influir la construcción de la curva ELI y la selección del punto de referencia. En estos casos, el desplazamiento espectral depende de manera drástica de la estación que se seleccione para su cálculo.

Conclusiones sobre el punto de referencia Los puentes se deben considerar como vigas elásticas continuas. El punto de referencia debe ser aquel donde se presente el desplazamiento máximo de la superestructura en cada paso del análisis *ELI*. En estructuras irregulares, este punto puede cambiar su posición dependiendo de la intensidad de la carga lateral.

Selección del patrón lateral de fuerzas

Métodos de evaluación que utilizan el análisis ELI con un patrón de carga invariante (e.g., MPA), se consideran apropiados si el orden y la participación relativa de los distintos modos no varía durante el desarrollo de la respuesta. A diferencia de estructuras como son los marcos planos, la respuesta de los puentes, aún cuando la defina solamente un solo modo, el patrón de carga presentará variaciones, la cual es más significativa en puentes irregulares.

En general, para niveles altos de carga, donde todas las pilas fluyen, la forma modal más importante es aquella correspondiente a la estructura soportada por las columnas con articulaciones plásticas en sus bases. Cuando las columnas se consideran con daño, éstas no rigen la configuración deformada de la superestructura, por lo tanto, la respuesta de los puentes se vuelve regular ya que se considera que solamente un modo es el más importante. Sin embargo, esto no es siempre correcto, ya que para puentes de grandes longitudes, la participación de los modos superiores define la respuesta en los desplazamientos de los claros externos (Isakovic et al., 2007).

Patrón de fuerzas en puentes con extremos articulados En puentes regulares que se encuentran articulados en sus apoyos extremos, el patrón de deformación se asemeja a la deformada de una viga simplemente apoyada, debido a esto, se puede considerar como patrón de cargas laterales parabólico al inicio del análisis *ELI*. Como una segunda opción, se puede emplear un patrón de cargas uniforme, ya que la deflexión que este patrón genera es similar a una forma senoidal.

En puentes irregulares existen dos problemas, los cuales afectan la selección de un patrón de cargas adecuado: a) la influencia de los modos superiores en cada etapa de la respuesta y b) la variación de las formas modales, su orden e importancia de participación, que dependen del nivel de intensidad de la carga. Cuando la estructura se encuentra sujeta a altos niveles de intensidad de cargas y las articulaciones plásticas se desarrollan en todas las columnas, disminuye la contribución de los modos superiores y un modo es el que tiene importancia, el cual corresponde a la deformada de la superestructura. Para niveles bajos de intensidad de carga lateral, no se considera adecuado emplear métodos que solo tomen en cuenta la participación de un solo modo de vibrar.

Patrón de fuerzas en puentes de gran longitud y gran número de pilas Ya que las condiciones de frontera en los extremos de la superestructura son menos importantes para puentes largos con gran número de pilas, se considera que se prueben todos los patrones de carga considerados anteriormente para puentes cortos, lo que refleja que no hay un parámetro adecuado que indique el patrón de cargas a usar de entre todos los posibles. En puentes irregulares, los patrones de fuerzas solo se deben aplicar si el nivel de no linealidad se alcanza con una intensidad de cargas razonable, si esto no es posible, no se recomienda el uso de métodos que solo involucren la participación de un modo. La respuesta de puentes irregulares sujetos a niveles de fuerza bajos está fuertemente influenciada por los modos superiores, en estos casos, se recomienda que se usen métodos que involucren la participación de los modos superiores en la evaluación de la respuesta estructural.

Idealización de la curva de capacidad

La idealización de la curva capacidad es un paso de suma importancia en el análisis ELI, este afecta el valor estimado del máximo desplazamiento de la estructura definido por la pendiente inicial de la curva normalizada (curva de capacidad de un sistema de un grado de libertad), la cual define la rigidez inicial de la estructura asociada a esa manera de deformarse. Algunos métodos como el N2 proponen una idealización elastoplástica de la curva de capacidad del sistema de 1GDL, mientras que otros proponen una idealización bilineal. Generalmente, las curvas de capacidad de los puentes presentan una rigidez de posfluencia considerable. Esto es típico en puentes articulados en los extremos, que actúan como vigas al momento en que se forman las articulaciones plásticas en todas las columnas, debido a que se conserva la rigidez de la superestructura. Si el número de columnas es reducido, la forma de la curva de capacidad es prácticamente bilineal. Si las columnas son muy rígidas, el cambio en la pendiente de la curva es particularmente abrupto. En tales casos, es claro que la idealización elastoplástica de la curva de capacidad es inapropiada.

En general, el uso de métodos que se basan en análisis *ELI* para puentes requiere un extenso conocimiento y un profundo entendimiento de las simplificaciones que se utilizan en estos análisis. Las diferencias entre edificios y puentes se deben tener presentes y los métodos a utilizar se deben modificar cuando se utilicen en la evaluación de estos últimos. Las modificaciones más importantes se tienen que hacer con respecto al punto de referencia, al patrón de cargas a utilizar y a la idealización de la curva que se vaya a construir.

6.4. Metodología de evaluación sísmica propuesta

A pesar de que el uso del análisis modal espectral en el rango de comportamiento no lineal es teóricamente inconsistente, algunos métodos que se han desarrollado en los últimos años hacen uso de él considerando segmentos elásticos lineales correspondientes a propiedades dinámicas y estructurales constantes entre la ocurrencia de dos estados de daño sucesivos. En todos estos, se emplea la aproximación de usar análisis modales espectrales en el rango de comportamiento inelástico. Las consideraciones sobre cómo se construye la curva de capacidad o la curva de respuesta y de cómo se determina el nivel de desempeño correspondiente varían de método a método.

En este trabajo, se presenta un método aproximado de evaluación del desempeño sísmico, de aquí en adelante se llamará espectro de capacidad multimodal (ECM). Este método se considera como una evolución del método originalmente propuesto por Requena y Ayala (2000), posteriormente, Alba (2005) proponen utilizar análisis modales espectrales para la evaluación de marcos planos de concreto reforzado, tomando en cuenta que las propiedades dinámicas y estructurales cambian durante la respuesta. El método ECM presenta como principal consideración, que el desempeño de una estructura se puede aproximar por medio del desempeño de un sistema de un grado de libertad de referencia. El método propuesto se puede con-

siderar como la contraparte del método de diseño sísmico basado en desempeño propuesto por Basilio y Avala (2001), ya que éste se basa en las mismas consideraciones y procedimientos de cálculo. El método ECM es más fácil de aplicar que un análisis no lineal paso a paso en el tiempo (AIHT) y también una mejor alternativa a los procedimientos estáticos no lineales que se basan en análisis ELI, como el análisis espectral de respuesta incremental (IRSA), propuesto por Aydinoglu (2003) o los que se proponen en reglamentos y guías de diseño. A diferencia del método IRSA que utiliza análisis ELI y un conjunto de factores intermodales, el método ECM tiene la ventaja de considerar de una manera simple la contribución de los modos superiores de vibrar y la naturaleza reversible de la acción sísmica usando una regla de combinación modal con un espectro suavizado, dentro del marco del análisis modal espectral. El método ECM, como otros, considera la no linealidad como una secuencia de segmentos lineales de comportamiento. Su aplicación involucra una serie de análisis modales espectrales para definir la curva de respuesta del sistema de referencia de un grado de libertad, cuyo desempeño se obtiene empleando la regla de iguales desplazamientos.

El método ECM representa una mejora significativa sobre los métodos estáticos no lineales existentes, ya que éste no requiere de un análisis *ELI* para la determinación de la curva de respuesta de la estructura, i.e., no se aplica una configuración de desplazamientos o de cargas monotónicamente incrementales a la estructura. El método *ECM*, como se presenta en este trabajo, es un procedimiento de evaluación sísmica aplicable a estructuras diseñadas con cualquier método dinámico o estático disponible en los reglamentos de diseño sísmico.

Las principales diferencias entre el métodoECMy los métodos estáticos no lineales son:

- La consideración de los modos superiores de vibrar en un análisis modal espectral evolutivo, el cual toma en cuenta de manera implícita en la capacidad sísmica de la estructura la naturaleza reversible de la carga sísmica.
- El sentido en el que se aproxima la respuesta de la estructura usando solamente un sistema de referencia de 1GDL, donde el comportamiento no lineal se considera por medio de diferentes análisis modales espectrales evolutivos correspondientes a los diferentes niveles de daño.

Además de lo anterior, el método propuesto en este trabajo se ha desarrollado teniendo en mente la conveniencia práctica de utilizar programas de análisis sísmicos comerciales disponibles como el SAP2000 (CSI, 2003), procedimientos conocidos por los ingenieros de la práctica y recomendaciones de reglamentos vigentes.

Su aplicación involucra varios pasos, los cuales se describen a continuación:

- 1. Definición de la demanda sísmica por medio de un espectro de respuesta elástico de peligro uniforme.
- 2. Definición de la curva de respuesta del sistema de *1GDL* de referencia a través de una serie de análisis modales espectrales convencionales, correspondientes a diferentes estados de daño. El daño sísmico en cada etapa se introduce en el modelo analítico agregando resortes rotacionales inelásticos al final de las secciones del elemento dañado *e.g.*, articulaciones de rotación libre cuando se considera plasticidad concentrada más articulaciones con cierta rigidez al giro correspondientes a propiedades de secciones reducidas de acuerdo al daño que se espera ocurra en el elemento.
- 3. Determinación del punto de desempeño del sistema de *1GDL* usando la regla de iguales desplazamientos, considerando, cuando aplique, la corrección por periodos cortos.
- 4. Cálculo del desempeño sísmico de la estructura como la suma de las cargas muertas y vivas y los resultados escalados correspondientes a cada análisis modal espectral que se desarrolle.

En los siguientes párrafos se muestran de manera detallada los diferentes pasos de los que consiste el método de evaluación sísmica que se propone.

6.4.1. Definición de la demanda sísmica

La demanda sísmica se define como la aceleración máxima (generalmente definida en fracciones de la aceleración de la gravedad) a la cual se somete la estructura, la cual dependerá del nivel de desempeño con el cual se acepta se comporte la estructura y de la importancia que ésta tiene. La demanda se representa por medio de un espectro de respuesta elástico de peligro uniforme o por espectros suavizados como los que se definen en los códigos de diseño vigentes.

6.4.2. Determinación de propiedades

El procedimiento de evaluación se inicia obteniendo las propiedades geométricas y de materiales de los elementos estructurales (pilas, superestructura) como son: la longitud de los elementos, área, módulo de elasticidad, momentos de inercia (agrietados y dañados). Estas propiedades se deben obtener tomando en cuenta el reglamento bajo el cual se requiere hacer la evaluación de la estructura y las características de los elementos estructurales, debido a que se pueden tomar en cuenta secciones brutas o secciones afectadas por un determinado factor que refleje una condición de agrietamiento. Se calculan también los desplazamientos de fluencia en las pilas.

6.4.3. Obtención de la curva de respuesta del sistema de 1GDL de referencia

Obtención de la primera rama de la curva de respuesta

Una vez que se obtienen las propiedades de los elementos, a continuación se lleva a cabo un análisis de valores característicos para obtener los periodos de vibrar de la estructura, y sus respectivas formas modales. Con los resultados obtenidos del análisis de valores característicos, se obtienen los factores de participación para cada modo de vibrar y sus respectivas masas efectivas. Considerando los modos de vibrar con mayor factor de participación, se obtienen del espectro de respuesta elástico de referencia, la seudoaceleración (S_{ae}) y desplazamiento espectrales (S_{de}) asociados a cada uno de ellos.

Factor de reducción

Realizando un análisis modal espectral, considerando el espectro de respuesta elástico, tomando en cuenta un número importante de modos de vibrar y utilizando una regla de combinación modal, se obtienen los desplazamientos máximos en los puntos de monitoreo de la estructura, en este caso, los cabezales de cada una de las pilas. A través de una relación de desplazamiento de fluencia (Δ_y) y desplazamiento actuante (Δ_{act}) (ec. 6.1) para la *j*-ésima columna, se obtienen diferentes factores, de los cuales se toma el de menor magnitud con el que se reducirá el espectro utilizado y representará la demanda que origina al desplazamiento máximo con el cual aparece la primera articulación plástica en el elemento *j*.

$$f_{e1} = \min\left[\frac{\Delta_{y,j}}{\Delta_{act1,j}}\right] \tag{6.1}$$

La S_{ae} y S_{de} se afectan por el factor de reducción obtenido, teniendo con esto, el punto de quiebre de la primera rama de la curva de comportamiento del sistema de 1GDL de referencia para la estructura que se está evaluando.

El desplazamiento espectral que define el punto de quiebre se compara con el S_{de} , si este último es mayor, se procede a obtener la segunda rama de la curva de comportamiento y así sucesivamente hasta llegar al punto de desempeño seleccionado. Si el f_{e1} es mayor que 1, significa que la estructura permanecerá elástica para ese nivel de demanda sísmica.

Para cada uno de los segmentos subsecuentes de la curva de comportamiento, se realiza nuevamente un análisis de valores característicos y un análisis modal espectral, considerando ahora, para la sección donde se produjo la articulación plástica, las propiedades de la sección dañada. Además, el factor de reducción f_{ei} del espectro utilizado será el que se obtenga con la siguiente expresión:

$$f_{ei} = \min\left[\frac{\Delta_{y,j} - \Delta_{acum \ i,j}}{\Delta_{act \ i,j}}\right]$$
(6.2)

donde

$$\Delta_{acum \ i,j} = \sum_{k=1}^{i} \Delta_{k,j} \tag{6.3}$$

siendo $f_{ei,j}$ el factor de reducción para la rama *i* de la curva de comportamiento, dado que existe un desplazamiento actuante $\Delta_{act i}$ y se tiene un desplazamiento acumulado $\Delta_{acum i,j}$ hasta ese momento para el elemento *j*.

Cuando el desplazamiento S_{de} es menor que el desplazamiento obtenido para el *i*ésimo punto de la curva de comportamiento, se realiza una nueva reducción de la rama para definir la localización del punto de desempeño.

6.4.4. Determinación del punto de desempeño

Regla de iguales desplazamientos

Veletsos y Newmark (1960) consideran que el espectro de respuesta para un sistema elasto-plástico se puede relacionar con el espectro de respuesta para un sistema elástico con un razonable grado de aproximación, ya que los desplazamientos máximos relativos derivados de ambos espectros son semejantes.

Con la consideración anterior, el punto de desempeño del sistema de referencia de 1GDL empleado se puede definir como el desplazamiento obtenido del espectro de diseño con el modo fundamental de la estructura en estado inicial, es decir, el punto de desempeño es igual a $S_{d\ e}$.

Investigaciones recientes muestran que esta regla no aplica para estructuras ubicadas en zonas de suelo blando, sin embargo Vidic et al. (1994); Ruiz-García y Miranda (2007) han propuesto una expresión que elimina esta limitante, al considerar el periodo característico del movimiento sísmico, la resistencia de fluencia del sistema estructural y el periodo fundamental de dicho sistema. Con los resultados de Ruiz-García y Miranda es posible estimar los desplazamientos inelásticos de sistemas estructurales en zonas de suelo blando como lo es el de la zona del Lago de la Ciudad de México. Es importante mencionar que la expresión que proponen estos autores solo es aplicable a suelos blandos y no a sitios con suelos firmes o en roca.

Corrección por periodos cortos

Basándose en estudios realizados por diversos investigadores donde se comenta que para estructuras con un periodo fundamental de vibración menor al periodo característico del sitio, los desplazamientos de la estructura en estado elástico, son menores a los obtenidos cuando dicho sistema se comporta de manera inelástica, es necesario realizar una corrección a la consideración de la regla de iguales desplazamientos mencionada anteriormente, esta corrección se lleva a cabo de acuerdo a lo establecido en el Eurocódigo 8 (EC8) (CEN, 2003), en su anexo B a través de las siguientes expresiones:

$$R = (q_n - 1) \frac{T_c}{T} + 1 \tag{6.4}$$

$$q_n = \frac{S_a \ e \ T \ m}{F_y} \tag{6.5}$$

$$S_d^* = \frac{S_{d\ e}}{q_n} R \tag{6.6}$$

donde R es el factor de corrección aplicado al desplazamiento espectral Sde para obtener un desplazamiento espectral corregido Sd^{*}, dado que el periodo fundamental de la estructura en estado elástico T, es menor que el periodo característico del sitio T_c , siendo q_u la relación de la seudoaceleración del sistema de 1GDL de referencia en estado elástico Sae con la seudoaceleración de fluencia F_y/m de dicho sistema. Cuando el periodo de la estructura es mayor que T_c , entonces

$$S_d^* = S_{d\ e} \tag{6.7}$$

6.4.5. Obtención de la curva de respuesta

La curva de respuesta se obtiene al graficar en el espacio S_a vs. S_d los valores de seudoaceleración y desplazamiento espectral obtenidos del espectro de diseño elástico correspondientes al modo de vibrar con mayor factor de participación para cada una de las etapas en las que van apareciendo articulaciones plásticas, siendo los valores para la primera rama

$$S_{a\ 1} = S_{d\ e} \cdot f_{e\ 1} \tag{6.8}$$

$$S_{d\ 1} = S_{a\ 1} \cdot \omega_e^2 \tag{6.9}$$

Para los demás segmentos de la curva de comportamiento se presentan las siguientes expresiones:

$$S_{a\ i} = (\Delta S_{a\ i} \cdot f_{e\ i}) + S_{a\ (i-1)} \tag{6.10}$$

101

$$S_{d\ i} = S_{a\ i} \cdot \omega_i^2 \tag{6.11}$$

donde $\Delta S_{a\ i}$ es la seudoaceleración obtenida del espectro utilizado. Debe tenerse presente que los datos de S_a y S_d que se obtengan, serán para los modos de vibrar que tengan un mayor factor de participación en cada una de las etapas de comportamiento.

Para el punto final de la curva de respuesta, definido como el punto de desempeño del sistema de 1GDL de referencia, el desplazamiento espectral final se obtiene con la ec. 6.11 y la seudoaceleración correspondiente se obtiene a través de la siguiente expresión:

$$S_{a\ n} = \left(\Delta S_{d\ n} \cdot \omega_n^2\right) + \sum_{i=1}^{n-1} \Delta S_{a\ i} \tag{6.12}$$

 $S_{a\ n}$ representa la seudoaceleración correspondiente al punto de desempeño objetivo localizado en la *n*-ésima rama de la curva de comportamiento.

6.4.6. Obtención de la respuesta final

Una vez que se han definido las ramas necesarias de la curva de comportamiento para localizar el punto de desempeño objetivo, los desplazamientos máximos para cada uno de los elementos se obtienen de la sumatoria de los desplazamientos obtenidos en cada uno de los análisis modales espectrales realizados, afectados por su respectivo factor de reducción. Expresado de otra forma, se tiene que

$$D_{max \ j} = \sum_{i=1}^{n} f_{e \ i} \cdot D_{i \ j}$$
(6.13)

donde $D_{max j}$ es el desplazamiento final obtenido para el elemento $j \ge D_{i j}$ el desplazamiento obtenido en el *i*-ésimo análisis modal espectral para dicho elemento.

6.5. Aplicación

6.5.1. Descripción de las estructuras analizadas

En este trabajo se analizaron dos puentes de tres pilas cada uno, diseñados de acuerdo al EC8 (CEN, 2003) por Isakovic y Fischinger (2006). Estos puentes se denominan V123P y V213P, la nomenclatura que se utiliza se debe a la relación de longitudes que presentan sus pilas y a las condiciones de apoyo en los extremos de la superestructura, como ejemplo, en la fig. 6.1 se muestra la configuración del puente V213P. Los parámetros usados para modelar el comportamiento inelástico se presentan en las tablas 6.1 y 6.2.

Figura 6.1: Descripción del puente V213P a analizar.

December	Μ	M1	M2	M3	Area	Inercia
Puente	[ton]	[ton]	[ton]	[ton]	$[m^2]$	$[m^4]$
V123P	254.8	291.9	329.0	366.0	6.48	87.24
V213P	201.0	329.0	291.9	000.0	0.40	01.24

Tabla 6.1: Propiedades geométricas y mecánicas de la superestructura.

En los dos casos, se considera que la superestructura permanece elástica bajo la demanda sísmica supuesta, además, se considera que el comportamiento inelástico ocurre solamente en la base de las pilas.

Duonto	Pila	h	Α	Δ_y	\mathbf{I}_{cr}	\mathbf{I}_U
r uente		[m]	$[m^2]$	[m]	$[m^4]$	$[m^4]$
	C1	7.0	4.16	0.01491	3.63	1.307
V123P	C2	14.0	4.16	0.03766	2.17	0.173
	C3	21.0	4.16	0.06657	2.26	0.113
	C1	14.0	4.16	0.02898	2.22	0.111
V213P	C2	7.0	4.16	0.01127	2.40	0.192
	C3	21.0	4.16	0.06657	2.26	0.113

Tabla 6.2: Propiedades geométricas y mecánicas de las pilas.

6.5.2. Demanda sísmica

Para llevar a cabo los análisis modales espectrales, se utiliza el espectro elástico de diseño Tipo 1 que se especifica en el EC8 (CEN, 2003), considerando que los puentes están localizados en un suelo definido como tipo B. En este trabajo, el nivel de demanda sísmica corresponde a una aceleración del terreno igual a 35 % de la aceleración de la gravedad.



Figura 6.2: Demanda sísmica empleada.

6.5.3. Obtención de la curva de respuesta del sistema de referencia de 1GDL

Inicialmente, se lleva a cabo un análisis de valores característicos de los puentes V123P y V213P en el rango elástico para calcular los modos de vibrar, las frecuencias y los factores de participación; los resultados que se obtienen se muestran en la tabla 6.3.

	V123P			V123P		
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 1	Modo 2	Modo 3
T[s]	0.723864	0.30886	0.19566	0.5206	0.43334	0.20417
$\omega \ [rad/s]$	8.68	20.34	32.11	12.07	14.50	30.77
$\omega^2 \ [rad^2/s^2]$	75.34	413.85	1031.19	145.66	210.19	947.04
Γ	1.2822	0.3359	1.0769	0.6968	1.4929	0.0546

Tabla 6.3: Propiedades dinámicas de los puentes V123P y V213P.

Con los resultados anteriores, y usando el espectro de diseño elástico del *EC8* definido anteriormente, se obtienen los valores de seudoaceleración (S_{ae}) y desplazamiento espectrales (S_{de}) para cada uno de los modos de mayor participación. Si se considera que el sistema de referencia corresponde al modo con el factor de participación mayor, entonces se tiene que para el periodo de vibrar correspondiente $S_{ae} = 7.11494m/s^2$ y $S_{de} = 0.09443m$ para el puente V123P y $S_{ae} = 10.3005m/s^2$ y $S_{de} = 0.04901m$ para el V213P. Para obtener los factores de reducción, se llevan a cabo análisis modales espectrales utilizando la regla de combinación modal CQC, de los análisis modales espectrales se obtienen los desplazamientos en los cabezales de las pilas para cada uno de los puentes. Para el puente V123P se obtuvieron los siguientes desplazamientos: C1 = 0.011315m; C2 = 0.08599m; C3 = 0.114292m y para V213P C1 = 0.071284m; C2 = 0.030345m; C3 = 0.058544m.

Usando la ec. 6.1 con los desplazamientos obtenidos del análisis modal y los desplazamientos de fluencia de cada una de las pilas que se especifican en la tabla 6.2, se obtienen los factores de reducción, siendo para el puente V123P: $f_{e1} = 0.438$ y para el V213P $f_{e1} = 0.371$. Con estos factores, se reduce el espectro elástico el cual representa el nivel de demanda sísmica bajo la cual aparece la primera articulación plástica. de referencia de los puentes, fig. 6.3.

Del espectro reducido se tiene que $S_{a1} = 3.1161m/s^2$ y $S_{d1} = 0.04136m$ para el puente V123P y $S_{a1} = 3.8255m/s^2$ y $S_{d1} = 0.0182m$ y para el V213P. De esta forma, se define la primera rama de la curva de respuesta de los sistemas de 1GDL



Figura 6.3: Primera rama de la curva de respuesta de los sistemas de *1GDL* de referencia para a) *V123P* y b) *V213P*.

Si se comparan S_{de} y S_{d1} se observa que $S_{de} > S_{d1}$, por lo tanto, el punto de desempeño se localiza en una rama más allá de la primera. Para calcular la rama siguiente, se lleva a cabo nuevamente un análisis de valores característicos y uno modal espectral, modificando las propiedades de los elementos en los que aparecieron articulaciones plásticas. Para la segunda rama, se tiene que las propiedades dinámicas de los dos puentes son los que se muestran en la tabla 6.4

	V123P			V123P		
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 1	Modo 2	Modo 3
T[s]	0.8789	0.3223	0.1961	0.8866	0.4986	0.2549
$\omega \ [rad/s]$	7.15	19.49	32.05	7.09	12.60	24.65
$\omega^2 \ [rad^2/s^2]$	51.11	379.99	1026.06	50.22	158.81	607.72
Г	1.2688	0.1951	1.1005	1.2851	0.199	-0.4026

Tabla 6.4: Propiedades dinámicas de V123P y V213P con una articulación plástica.

De los análisis modales espectrales, se tiene que los desplazamientos en los cabezales de las pilas son C1 = 0.01423m; C2 = 0.11836m; C3 = 0.13044m para V123P y de C1 = 0.08037m; C2 = 0.14125m; C3 = 0.12565m para V213P.

Evaluando las ecs. 6.2 y 6.3 con los desplazamientos obtenidos del último análisis modal espectral, se encuentra que los factores de reducción son $f_{e2} = 0.1226$ para el puente V123P y $f_{e2} = 0.0312$ para el V213P. Subsecuentemente, se reduce el espectro elástico y se tiene que los valores de $S_{a2} = 0.7419m/s^2$ y $S_{d2} = 0.0145m$ para el V123P y $S_{a2} = 0.1811m/s^2$ y $S_{d2} = 0.0036m$ para el V213P. Estos valores representan un incremento en la seudoaceleración y en el desplazamiento espectral de la curva de respuesta, fig. 6.4. En esta figura se observa que $S_{de} > S_{d2}$ lo que implica que los puntos de desempeño se localizan en otra rama de la curva de respuesta. Por lo tanto, se realiza otro análisis de valores característicos así como otro análisis modal espectral, actualizando los datos con los cambios que ocurrieron debido a la aparición de la segunda articulación plástica en la base de las pilas. Del análisis de valores característicos se obtienen las propiedades dinámicas que se muestran en la tabla 6.5



Figura 6.4: Segunda rama de la curva de respuesta de los sistemas de *1GDL* de referencia para a) *V123P* y b) *V213P*.

	V123P			V123P		
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 1	Modo 2	Modo 3
T[s]	0.9901	0.3256	0.1961	1.0486	0.5616	0.2583
$\omega \ [rad/s]$	6.35	19.30	32.04	5.99	11.19	24.33
$\omega^2 \ [rad^2/s^2]$	40.27	372.41	1026.64	35.91	125.18	591.77
Г	1.2608	0.2320	1.0980	1.2438	0.0823	-0.3745

Tabla 6.5: Propiedades dinámicas de V123P y V213P con dos articulaciones plásticas.

De igual manera, se realizan nuevos análisis modales espectrales para obtener los desplazamientos en la parte superior de las pilas los cuales fueron para el puente

V123P C1 = 0.014463m; C2 = 0.128598m; C3 = 0.150358m, y para el puente V213P C1 = 0.13914m; C2 = 0.1672m and C3 = 0.1170m. se obtienen los factores de reducción correspondientes, los cuales son para el V123P $f_{e3} = 0.5637$ y para el V213P $f_{e3} = 0.3497$. Con los nuevos factores se reduce el espectro elástico.

Del espectro reducido, se tiene que $S_{a3} = 2.9324m/s^2$ y $S_{d3} = 0.0728m$ para el puente V123P y $S_{a3} = 1.7177m/s^2$ y $S_{d3} = 0.0478m$ y para el V213P, los cuales son el incremento en seudoaceleración y en desplazamiento respectivamente para cada uno de los puentes. De esta manera, se define de manera completa la curva de respuesta de los sistemas de referencia, fig. 6.5



Figura 6.5: Tercera rama de la curva de respuesta de los sistemas de *1GDL* de referencia para a) *V123P* y b) *V213P*.

En este caso, cuando se comparan S_{de} y S_{d3} , se observa que $S_{de} < S_{d3}$, por lo tanto se concluye que los puntos de desempeño se localizan en esta tercera rama. El siguiente paso consiste en encontrar exactamente la localización del punto de desempeño dentro de esta tercera rama. Con base en la regla de iguales desplazamientos y debido a que $T > T_c$ para el puente V123P, el punto de desempeño se define como $S_d^* = S_{de}$ esto se ilustra en la fig. 6.6 donde se aprecia que no es necesaria la corrección por periodos cortos.

Sin embargo, para el puente V213P donde $T < T_c$ es necesario llevar a cabo la corrección por periodos cortos. Esto se hace usando las ecs. 6.4, 6.5 y 6.6, para este caso $q_u = 2.69$ y R = 2.95, con lo cual se define el desplazamiento de desempeño, fig. 6.7

Finalmente, usando cada factor de reducción en los desplazamientos que se obtuvieron de los respectivos análisis modales espectrales, se obtiene el desplazamiento total en cada punto del puente y de esto, se define el desempeño del mismo para la demanda sísmica empleada.



Figura 6.6: Curva de respuesta para el sistema de 1GDL del puente V123P.

Figura 6.7: Curva de respuesta para el sistema de 1GDL del puente V213P.

6.6. Evaluación del método propuesto

Para validar el método propuesto a través de análisis no lineales de historia en el tiempo, se utiliza un ensamble completo de registros sísmicos que estadísticamente representan la misma demanda sísmica que se utilizó en esta tesis. Los registros utilizados se obtuvieron del método de simulación propuesto por Gasparini y Vanmarcke (1976) en el que a través de la superposición de ondas senoidales con ángulos de fase aleatorios y amplitudes derivadas de una función de densidad espectral, se obtienen registros de movimientos sísmicos cuyo espectro de respuesta es compatible con un espectro suavizado prescrito. En la figura 6.8 se muestran las estadísticas de 1000 espectros elásticos simulados, comparados con el espectro elástico del *EC8*, utilizado como objetivo en el estudio.



Figura 6.8: Comparación del espectro del EC8 con la media y la media más y menos una desviación estándar.

Con los registros sísmicos simulados se realizaron análisis no lineales de historia en el tiempo. La estadística de los resultados se muestra en la fig. 6.9, donde se comparan con los resultados obtenidos de aplicar el método de evaluación propuesto.

La fig. 6.9 muestra los resultados obtenidos con el método propuesto considerando una aceleración máxima del suelo de 0.35g, junto con las estadísticas de 1000 simulaciones tiempo-historia no lineales. Se puede observar que hay una falta de aproximación que no se puede atribuir a las incertidumbres de los registros sintéticos, Figura 6.9: Estadísticas de desplazamientos para a) V123P y b) V213P.

sino a un cambio en el orden de participación de los modos más importantes; como se muestra en la fig. 6.10, en la cual se comparan las formas modales asociadas al estado elástico y al estado dañado correspondiente al nivel de desempeño del puente. Esta característica muestra la evidencia de que se presenta lo que más adelante se define como condición de irregularidad.



Figura 6.10: Evolución de formas modales en puente V213P.

6.7. Expansión de Karhunen-Loève

6.7.1. Introducción

La mayoría de los métodos aproximados de evaluación estructural existentes, han sido desarrollados para su aplicación a estructuras en las que su respuesta global está definida principalmente por un modo de vibrar, el cual generalmente es el mismo a lo largo de toda su historia de respuesta, como es el caso de edificios, sin embargo, para el caso de estructuras como puentes, generalmente los modos superiores de vibrar tienen una participación importante en la respuesta estructural y algunas veces, dependiendo de la configuración de resistencias y rigideces del puente y de la intensidad de la demanda sísmica, el orden e importancia de participación de los modos superiores puede cambiar de un estado de daño a otro, lo que desde el punto de vista de evaluación del desempeño estructural se considera como una condición de irregularidad, dando lugar a que los métodos de evaluación existentes arrojen resultados incorrectos debido a las bases que los sustentan. Es por esto que es de importancia conocer la respuesta estructural a lo largo del tiempo, discretizada en los diferentes modos que participan con la finalidad entender los cambios que se presentan en la participación de los modos de vibrar y así estar en condiciones de adecuar o mejorar los métodos de evaluación teniendo en cuenta estos cambios. Un método que se emplea en este trabajo para lograr tal fin, es el método estadístico de la expansión de Karhunen-Loève.

El método de la expansión de Karhunen-Loève (KL) o análisis de componentes principales aparece inicialmente como una herramienta poderosa para el análisis estadístico de datos. Rápidamente se le encontraron muchas aplicaciones en otras áreas como son la acústica y la ingeniería mecánica. Sin embargo, solo recientemente la expansión KL ha atraído la atención de los ingenieros dedicados a la dinámica estructural que buscan métodos alternos para obtener modelos de orden reducido de sistemas lineales y no lineales. El objetivo de reducir un modelo matemático es obtener uno más simple que no solamente tenga un buen grado en su capacidad de predicción sino que también sea apropiado para los fines para los que se desarrolla.

Es importante tener presente que el método de expansión KL es un procedimiento estadístico, donde se supone que el sistema a analizar se puede modelar como un proceso estocástico ergódico. Teniendo presente lo anterior, el método consiste en construir un tensor de auto correlación espacial de datos obtenidos a través de procesos analíticos o experimentales y desarrollando una descomposición espectral. Ya que en este proceso solo se manipulan datos de resultados, no existe una distinción entre sistemas lineales y no lineales y aún, se puede implementar a los datos obtenidos físicamente sin ningún conocimiento previo de las características mecánicas del sistema. El tensor de auto correlación es por definición Hermitiano y positivo semidefinido, por lo tanto, su descomposición proporciona un conjunto de funciones características ortogonales (llamados modos ortogonales propios, MOPs, o modos característicos empíricos) y valores característicos reales no negativos (valores ortogonales propios, VOPs, o valores característicos empíricos). Los MOPs se pueden usar como base para obtener las proyecciones dinámicas y para la construcción de un modelo de orden reducido a través de la retención de un número finito de ellos. Una propiedad importante de la expansión es que la magnitud de un VOP es una medida de la energía contenida en el respectivo MOP. Además, la expansión es en un sentido, óptimo, es decir, que no existe otra descomposición lineal que reproduzca de mejor forma las características dinámicas con los MOPs generados con el mismo número de modos. Existen dos formas de construir la expansión: la forma directa y a través de ventanas de muestreo. Se debe tener presente que cada una tiene su campo de aplicación.

La aplicación de la expansión KL a estructuras, generalmente requiere de los desplazamientos registrados de un sistema dinámico en B puntos de referencia, donde estos desplazamientos son $x1(t), x_2(t), \ldots, x_B(t)$. Estos desplazamientos son registrados A número de veces, por lo tanto, se pueden formar matrices de historiadesplazamiento, de tal forma que $x_i = [x_i(t_1), x_i(t_2), \ldots,$

 $x_i(t_A)$], para i = 1, ..., B. Posteriormente se obtienen las medias de las historias de desplazamientos, donde en la expansión KL, estas historias de desplazamientos forman una matriz de dimensiones $A \times B$ para poder realizar la descomposición ortogonal propia.

$$\mathbf{X} = [x_i, x_i, \dots, x_B] \tag{6.14}$$

Cada columna representa un punto en el espacio coordenado para un instante particular en el tiempo. La matriz de correlación de dimensión $B \times B$ se forma a partir de

$$R = (1/A)\mathbf{X}^T\mathbf{X} \tag{6.15}$$

Dado que R es real y simétrica, sus vectores característicos forman una base ortogonal. Los vectores característicos de R son modos ortogonales propios y los valores característicos son valores ortogonales propios.

6.7.2. Aplicaciones

Para entender cómo están asociados los MOPs con las propiedades dinámicas estructurales, se sabe que los VOPs son equivalentes a las formas modales de vibrar de un sistema estructural linealizado equivalente en un determinado intervalo de análisis, por lo tanto, se puede definir, para cada segmento local de tiempo, un componente modal principal de rigidez K_i y su correspondiente frecuencia natural de vibración ω_i , a través de las siguientes expresiones

$$\hat{K}_i = \sqrt{\lambda_i^f / \lambda_i^d} ; \qquad \omega_i = \sqrt{\hat{K}_i / M_i}$$
(6.16)

donde M_i es la masa modal, λ^f son los MOPs asociados a las fuerzas efectivas de la estructura y λ^d son los MOPs asociados a los desplazamientos. En general, si el sistema fuera siempre elástico lineal, K_i sería idéntico a la rigidez modal clásica y permanecería constante para todos los pasos de tiempo en estudio. Pero cuando el sistema es no lineal, los datos obtenidos representan la rigidez modal no acoplada, en cuyo caso, K_i dependería de la historia de desplazamientos.

Tanto en el campo de la práctica como de la investigación, no se cuenta con los valores característicos de fuerzas efectivas λ_i^f , sin embargo, se pueden obtener los de aceleraciones absolutas y desplazamientos utilizando la primera ley de movimiento de Newton (fuerza igual a masa por la aceleración), en términos de MOPs se define como

$$\sqrt{\lambda_i^f} = \sqrt{\lambda_i^a M_i} \tag{6.17}$$

donde λ_i^a es la aceleración absoluta registrada en los nodos que definen el comportamiento global de la estructura. De esta forma y sustituyendo la ec. 6.17 en la ec. 6.16, se tiene que la evolución de las frecuencias naturales de vibrar se puede expresar a través de los valores característicos de aceleración y desplazamientos a través de la siguiente expresión

$$\omega_i = \sqrt[4]{\frac{\lambda_i^a}{\lambda_i^f}} \tag{6.18}$$

Generalmente, para datos obtenidos experimentalmente, las aceleraciones de alta frecuencia pueden afectar los datos de baja frecuencia, debido a la ley de potencia entre los desplazamientos modales y sus correspondientes aceleraciones. Además de esto, los registros de aceleración de baja frecuencia son más sensibles a la contaminación con ruido. Se cree que esta es la razón de que la evaluación numérica de los VOPs obtenidos de los datos de aceleración sea más sensible a errores numéricos que aquellos obtenidos de desplazamientos. Por tal motivo, se recomienda que la evaluación de las características dinámicas estructurales se haga con base en desplazamientos.

Debido a que se desea conocer el comportamiento y los cambios que sufren las propiedades dinámicas de las estructuras y la influencia de los modos de vibrar en un instante de tiempo dado, no es conveniente tomar como muestra el total de la respuesta, sino que es necesario aplicar el método KL en segmentos continuos de la respuesta a través de ventanas de muestreo de la respuesta total.

En este trabajo, el método se puede usar para analizar datos ya sea de un evento completo o como subeventos de una historia completa de respuesta, lo que lo convierte en un método de monitoreo por ventanas.

Sistemas no amortiguados elásticos lineales

Sistema de 1GDL En la tabla 6.6, se describen las características mecánicas de dos sistemas de 1GDL de los cuales se hizo el análisis de su respuesta estructural. Cabe mencionar que la única diferencia que existe entre estos sistemas es el valor de su masa, esto se hace con la finalidad de obtener un periodo de vibrar diferente.

Para diferenciar entre los dos sistemas estudiados, al primero (más rígido) se le nombrará como GDL1 y al segundo como GDL2.

Estos osciladores se sometieron a un registro sísmico simulado cuyo espectro de respuesta es compatible con el espectro elástico tipo 1 del EC8 (CEN, 2003) para un suelo tipo B y una aceleración máxima del terreno igual a 0.3g. Este registro se escaló de tal forma que la respuesta del oscilador permaneciera elástica.

Masa	$254.8~\mathrm{kN}$	400 kN
Área transversal	$4.16 \ m^2$	$4.16 \ m^2$
Momento de Inercia	$3.63 \ m^4$	$3.63 \ m^4$
Periodo	$0.3197~\mathrm{s}$	0.4 s

Tabla 6.6: Datos de los sistemas de 1GDL.

Con el planteamiento anterior, los resultados que se utilizan para poder describir tanto las formas modales como el periodo instantáneo son simplemente la matriz de masas del sistema, el registro de la acción sísmica, y la historia de aceleraciones absolutas y de desplazamientos en los nodos característicos, es decir, en aquellos nodos que representan el comportamiento global de la estructura.

Con el fin de garantizar un comportamiento lineal de la estructura, se usó la demanda sísmica reducida al 10% de su intensidad. En la fig. 6.11 se muestran los datos de respuesta obtenidos de un análisis lineal en el tiempo para este nivel de demanda. El tamaño de la muestra consiste de 1000 puntos de la respuesta global para todos los casos mostrados en este trabajo.

a) Acción sísmica

b) Desplazamientos

c) Aceleraciones

Figura 6.11: Datos de entrada correpondientes al GDL2 para realizar análisis KL.

Al realizar el análisis KL de las respuestas de los sistemas GDL1 y GDL2, se obtuvieron los siguientes resultados para los periodos instantáneos.



Figura 6.12: Periodo instantáneo para a) GDL1 y b) GDL2.

Como se puede observar, los periodos instantáneos obtenidos de las historias en el tiempo son congruentes con los resultados obtenidos de calcular directamente estos periodos.

Marco plano de tres niveles y una crujía Para mostrar su utilidad en el análisis de datos de sistemas de múltiples grados de libertad, se analizaron los resultados obtenidos de un marco plano de 3 niveles y una crujía. Las masas se concentraron en la longitud media de las vigas. En la fig. 6.13 se presentan un diagrama del marco y su representación reducida a tres grados de libertad y en la tabla 6.7 las propiedades de área e inercia de los elementos estructurales.

Tabla 6.7: Datos del marco plano.

	Vigas	Columnas
${f \acute{A}}$ rea transversal m^2	0.24	0.24
Momento de Inercia m^4	0.0072	0.0072

Figura 6.13: Descripción del marco plano analizado.

Los periodos de vibrar obtenidos de un análisis convencional de valores característicos son:

$$T_1 = 0.427 \ s;$$
 $T_2 = 0.123 \ s;$ $T_3 = 0.06 \ s$

La demanda sísmica utilizada es la misma que en el caso anterior (fig. 6.11a) y con la misma intensidad. Las respuestas que se utilizaron para obtener la información de las características dinámicas instantáneas siguen siendo de la misma clase que en el ejemplo anterior, es decir, se utilizan una matriz de masas, un registro sísmico, y los registros de desplazamientos y aceleraciones absolutas para cada grado de libertad.

Para iniciar el análisis KL se emplean las historias de desplazamientos y de aceleraciones obtenidas con la demanda anteriormente mencionada para cada uno de los grados de libertad considerados. Estas historias se muestran en las figs. 6.14 y 6.15.

Utilizando la expansión KL, se obtienen las respuestas modales instantáneas de desplazamiento (fig. 6.16) y de fuerzas (fig. 6.17) donde se observa que el modo que predomina en la respuesta es el que presenta un mayor periodo de vibrar.

Figura 6.14: Desplazamientos obtenidos en cada nivel del marco plano.

Figura 6.15: Aceleraciones absolutas obtenidas en cada nivel del marco plano.

Es de suma importancia comentar que los resultados que se obtienen de utilizar la expansión KL aparecen en orden de participación de la respuesta global del sistema analizado.

Figura 6.16: Desplazamientos modales obtenidos.

Figura 6.17: Fuerzas modales obtenidas.

Entonces, utilizando la matriz de covarianzas de los desplazamientos, se tiene que las formas modales son las que se muestran en la fig. 6.18.



Figura 6.18: Formas modales elásticas.

Siendo sus masas modales instantáneas las mostradas en la fig. 6.19

Figura 6.19: Masa modales instantáneas.

Y los periodos instantáneos presentan los valores y comportamiento mostrados en la fig.6.20



Figura 6.20: Periodos instantáneos.

En la fig. 6.20 se observa que los valores obtenidos mediante un análisis KL son semejantes a los obtenidos mediante el análisis de valores característicos, tanto en orden como en magnitud, pues al tratarse de un marco plano, su comportamiento se puede considerar como regular, ya que el orden de participación de los modos es igual al orden de los periodos de vibrar. Esto muestra este planteamiento como una herramienta poderosa para poder entender la contribución de las distintas formas modales.

Puente de tres pilas simples a flexión Se muestran los resultados de un puente que se ha venido estudiando a lo largo de este trabajo de investigación, el cual se define como V123PMod, donde Mod corresponde a la modificación hecha a la superestructura con referencia al puente V123P. En la fig. 6.21 se describe la geometría del puente y en la tabla 6.8 las características geométricas de la superestructura. En este puente, a diferencia del que se presenta en la fig. 6.1, la discretización de las masas fue diferente, consistiendo esta diferencia en concentrarlas exclusivamente en la parte superior de las pilas. Las características de las pilas son las mismas que las del puente V123P (tabla 6.2).


M1	M2	M3	Area	Inercia
[ton]	[ton]	[ton]	$[m^2]$	$[m^4]$
1056.2	1093.4	1130.5	6.48	87.24

Tabla 6.8:Datos de la superestructura.

A través de un análisis de valores característicos, se obtuvieron los siguientes periodos para lo tres modos de vibrar principales. Se debe recordar que el orden que presentan los periodos de vibrar no necesariamente corresponde al orden de participación en la respuesta de la estructura, como se verá más adelante.

$$T_1 = 0.729 \ s;$$
 $T_2 = 0.322 \ s;$ $T_3 = 0.186 \ s$

En este caso, la demanda sísmica se define mediante el registro sísmico de Parkfield, California 2004, obtenido en la estación Eades, dirección norte-sur, fig. 6.22.

Figura 6.22: Demanda sísmica.

En la figs. 6.23 y 6.24 se muestran las historias de desplazamientos y de aceleraciones absolutas obtenidas en cada una de las partes superiores de las pilas como resultado de someter a la estructura a la demanda sísmica descrita anteriormente.

Figura 6.23: Desplazamientos obtenidos en cada pila del puente.

Figura 6.24: Aceleraciones absolutas obtenidas en cada pila del puente.

Utilizando la expansión KL, se tiene que las respuestas modales instantáneas son las mostradas en la fig. 6.25 para desplazamientos y fig. 6.26 para fuerzas.

Figura 6.25: Desplazamientos modales obtenidos.

Figura 6.26: Fuerzas modales obtenidas.

Con base en los resultados mostrados en las dos figuras anteriores, se puede comentar que la segunda forma modal en orden de participación vibra más rápido que la tercera, lo que lleva a pensar que el tercer periodo de vibración obtenido a través del análisis de valores característicos influye más en la respuesta global que el segundo.

Utilizando la matriz de covarianzas de los desplazamientos, se tiene que las formas modales son las que se muestran en la fig. 6.27.



Figura 6.27: Formas modales elásticas.

Es importante recordar que los resultados que se obtienen están ordenados con base en la participación de cada uno de los modos en la respuesta global de la estructura, esto se demuestra en las formas modales obtenidas, pues se esperaría que las formas modales 2 y 3 estuvieran en orden inverso, sin embargo, tomando como base el estudio de valores característicos realizado previamente, se obtuvieron los factores de participación de cada uno de los periodos de vibrar, teniendo estos los siguientes valores.

$$\Gamma_1 = 1.2815;$$
 $\Gamma_2 = 0.3092;$ $\Gamma_3 = 1.0839$

Lo cual demuestra que el orden de las formas modales obtenidas a través de la expansión KL es correcto, pues el primer y el tercer modos (obtenidos de análisis de valores característicos) son los que más participan en la respuesta global de la estructura lo anterior se puede observar de forma más clara en la fig. 6.28, donde se presentan los desplazamientos modales superpuestos en una sola gráfica.

Figura 6.28: Desplazamientos modales.

Siendo sus masas modales instantáneas las que se muestran en la fig. 6.29



Figura 6.29: Masa modales instantáneas.

En la fig. 6.30 se presentan los valores de los periodos instantáneos, su comportamiento y el orden de acuerdo a su participación en la respuesta global.



Figura 6.30: Periodos instantáneos.

El propósito de los ejemplos anteriormente analizados, fue demostrar la utilidad de la expansión KL en el análisis estadístico de la respuesta sísmica de una estructura. Este método es una herramienta poderosa que permite entender el comportamiento

de las estructuras y la evolución de sus propiedades dinámicas que más contribuyen a su respuesta dependiendo de la excitación sísmica a las que estén sometidas.

Sistemas amortiguados elásticos lineales

En esta sección, se presentan los resultados obtenidos de realizar los análisis correspondientes a los sistemas previamente analizados, esta vez considerando el amortiguamiento modal, donde los modos están sincronizados y son reales, el planteamiento anterior se puede aplicar solamente en algunos casos, por ejemplo cuando se trata de vibración libre, mientras el amortiguamiento modal decrezca, las oscilaciones modales son mayores y por lo tanto, los resultados mejoran en el sentido que los MOPs se aproximan más a los modos naturales. Para el caso de respuestas con amortiguamiento, la matriz de correlación se construya de datos, no solamente de desplazamientos, sino también de velocidades o aceleraciones. Cabe mencionar que esta no es la forma usual de aplicar los MOPs en la dinámica estructural, sin embargo, no existe ningún impedimento siempre y cuando se tengan estos datos.

Sistema de 1GDL En estos casos, se siguen utilizando los mismos valores de masa y de rigidez, la única diferencia es que ahora se involucra el amortiguamiento en el cálculo de la respuesta dinámica. En la fig. 6.31 se ilustran las historias de desplazamientos y aceleraciones del sistema de 1GDL con 5% de amortiguamiento.

Figura 6.31: a) Desplazamientos y b) Aceleración absoluta de *GDL1*.



Del análisis KL de las respuestas de los sistemas de 1GDL se obtuvieron los siguientes resultados.

Figura 6.32: Periodos instantáneos de sistemas de 1 grado de libertad

En la fig. 6.32 se puede observar que en el rango de tiempo comprendido entre 27 y 47 s el valor del periodo cambia, esto se debe a que la señal con la cual se excitan los sistemas no proviene de un proceso ergódico.

Marco plano de tres niveles y una crujía Recordando que los periodos de vibrar obtenidos del análisis de valores característicos del marco plano de tres niveles son:

$$T_1 = 0.427 \ s;$$
 $T_2 = 0.123 \ s;$ $T_3 = 0.06 \ s$

Se procede a realizar el análisis KL con las respuestas estructurales obtenidas en cada nivel del marco plano estudiado, figs. 6.33 y 6.34.

Figura 6.33: Desplazamientos obtenidos en cada nivel del marco plano

Figura 6.34: Aceleraciones absolutas obtenidas en cada nivel del marco plano

Utilizando la expansión KL, se obtienen las respuestas modales instantáneas de desplazamiento (fig. 6.35) y de fuerzas (fig. 6.36) donde se observa que el modo que predomina en la respuesta es el que presenta un mayor periodo de vibrar.

Figura 6.35: Desplazamientos modales obtenidos.

Figura 6.36: Fuerzas modales obtenidas.

Para apreciar de mejor forma la participación de cada uno de los modos en la respuesta global, se muestran en la fig. 6.37 los desplazamientos modales en una sola gráfica. Siendo indudablemente el modo 1 el que define casi en su totalidad la respuesta.



De la matriz de covarianzas de los desplazamientos, se tiene que las formas modales son



Figura 6.38: Formas modales elásticas.

Siendo sus masas modales instantáneas las mostradas en la fig.6.39



Figura 6.39: Masas modales instantáneas.

Y los periodos instantáneos presentan los valores y el comportamiento mostrado en la fig.6.40



Figura 6.40: Periodos instantáneos.

Puente de tres pilas simples a flexión En las figs. 6.41 y 6.42se muestran los desplazamientos obtenidos en cada una de las partes superiores de las pilas del puente V123PMod como resultado de someter a la estructura a la demanda sísmica descrita anteriormente y considerando que la estructura tiene 5 % de amortiguamiento en sus tres modos.

Figura 6.41: Desplazamientos obtenidos en cada pila del puente.

Figura 6.42: Aceleraciones absolutas obtenidas en cada pila del puente.

Utilizando la expansión KL, se tiene que las respuestas modales instantáneas son las mostradas en la fig. 6.43 para desplazamientos y fig. 6.44 para fuerzas.

Con base en los resultados mostrados en las figs. $6.43 ext{ y } 6.44$, se puede concluir que la segunda forma modal obtenida del análisis KL (equivalente a la tercera forma modal obtenida de valores característicos) vibra más rápido que la tercera, lo que lleva a pensar que el tercer modo obtenido a través del análisis de valores característicos influye más en la respuesta global que el segundo.

Figura 6.43: Desplazamientos modales obtenidos.

Figura 6.44: Fuerzas modales obtenidas.

De la matriz de covarianzas de los desplazamientos, se obtienen las formas modales para cada instante de tiempo, fig. 6.45.



Figura 6.45: Formas modales elásticas instantáneas.

En la fig. 6.46 se muestran las historias de desplazamientos modales donde se observa de forma cualitativa su participación relativa en la respuesta global de la estructura.

Figura 6.46: Desplazamientos modales.

Las masas modales instantáneas derivadas de estas respuestas son las que se muestran en la fig.6.47



Figura 6.47: Masas modales instantáneas.





Figura 6.48: Periodos instantáneos.

En la fig. 6.48 se puede ver que los periodos de vibrar no permanecen constantes en el tiempo, además que el valor de los periodos 2 y 3 que se obtienen, a partir de 4.3 segundos, no corresponden con los obtenidos con el análisis de valores característicos realizado en el sistema no amortiguado, esto se debe a la influencia del amortiguamiento en el cálculo de la respuesta, pues no se debe olvidar que este planteamiento es una herramienta estadística y que la aproximación de los resultados depende en gran medida de la fuerza relativa producida en las coordenadas modales y la relación de frecuencias en las curvas de comportamiento modal (fuerzas o desplazamientos), un claro ejemplo es el que se muestra en la fig. 6.46 donde se observa la gran diferencia que existe entre la respuesta modal 1 con las respuestas de los modos 2 y 3 a lo largo del tiempo, sin embargo, la relación que existe entra estas dos últimas frecuencias va disminuyendo debido a que la demanda sísmica excita de manera similar a estas dos formas modales. Mediante simulaciones numéricas se puede demostrar que amortiguamientos menores decrece, la calidad de las respuestas modales se incrementa. La relación entre dos VOPs de semejante magnitud, indican la calidad que se puede esperar en los resultados, pues estos convergen a las formas modales de la estructura a medida que esta relación se vuelve más grande.

Sistemas amortiguados inelásticos

En esta sección se analizan los resultados obtenidos de someter a una estructura que se considera irregular a una demanda sísmica tal, que la estructura presenta un comportamiento inelástico. En la fig. 6.49 se muestran y comparan los resultados obtenidos de utilizar el método aproximado propuesto aplicado a una estructura del puente V213P, utilizando como demanda sísmica el registro del sismo de Parkfield, California, anteriormente empleado, fig. 6.22. Para que la estructura incurra de manera importante en el rango inelástico, la intensidad del registro sísmico utilizado se incrementó un 50 %. En dicha figura se comparan los resultados obtenidos con el método de evaluación sísmica propuesto con los resultados obtenidos del análisis no lineal de historia en el tiempo para dicha demanda sísmica.



Figura 6.49: Resultados obtenidos con la metodología propuesta y análisis no lineales paso a paso.

Como se observa en la fig. 6.49 los resultados mostrados difieren significativamente y con la misma tendencia que los mostrados en la fig. 6.9, es decir, el método propuesto sobrestima los desplazamientos máximos en la primera mitad del puente y los subestima en la segunda. Este problema se considera ocurre debido a la supuesta irregularidad estructural que, como se muestra más adelante, influye en el comportamiento global de la estructura. Para entender el origen de las diferencias que se presentan, en esta sección se muestra y analiza la respuesta en el tiempo del puente V213P bajo la demanda sísmica mencionada anteriormente.

Como en los ejemplos anteriores, en las fig. $6.50 ext{ y} ext{ 6.51}$ se muestran los datos de entrada para realizar el análisis KL, siendo estos las historias de aceleraciones absolutas y las historias de los desplazamientos en los cabezales de las pilas, fig. $6.50 ext{ y} ext{ 6.51}$.

Figura 6.50: Historias de aceleraciones de los cabezales de las pilas.

Figura 6.51: Historias de desplazamientos de los cabezales de las pilas.

Estos datos se analizan utilizando la expansión de Karhunen-Loève a través de la ec. 6.18 para obtener las frecuencias instantáneas y a partir de ellas, obtener los periodos instantáneos, fig. 6.52. Cabe bien recordar que al utilizar la expansión KL, los resultados aparecen de acuerdo a la participación que tienen en la respuesta de la estructura para una determinada demanda sísmica.

De la fig. 6.52 se puede comentar que a pesar de que el análisis de valores característicos que se realizó muestra que el periodo de vibrar que presenta un mayor factor de participación es el segundo (tabla 6.3), en los resultados que se obtienen del análisis de la respuesta mediante el método KL, muestra que el periodo de mayor participación es el primero, sin embargo, existe un cruce entre éste y el segundo periodo, lo que implica que en un determinado momento, el segundo periodo de vibrar Figura 6.52: Periodos instantáneos en el tiempo del puente V213P.

influye de mayor manera en la respuesta global de la estructura al presentarse un comportamiento inelástico debido a la aparición de articulaciones plásticas en las pilas.

Para complementar las información anterior, en la fig. 6.53 del lado izquierdo se muestran los valores de las formas modales instantáneas obtenidas con el análisis KL, en la parte derecha se representa la configuración de dichos valores. Para el modo 1 se muestran dos configuraciones modales correspondientes a dos etapas diferentes de la respuesta, donde la línea continua corresponde a una configuración de deformación ocurrida en cualquier punto localizado antes de 3 s, y la línea discontinua corresponde a una configuración ocurrida en cualquier punto localizado antes de 3 s, y la línea discontinua corresponde a una configuración ocurrida en cualquier punto localizado antes de 3 s, y la línea discontinua corresponde a 5 s.



Figura 6.53: Formas modales instantáneas y su representación gráfica.

Los resultados mostrados en la fig. 6.53 permiten explicar el por qué se presentan las diferencias entre los resultados obtenidos con el método propuesto y el análisis no lineal paso a paso, ya que a pesar de que la configuración de desempeño se presenta alrededor de los 2.3 s., zona en la que las formas modales se consideran estables de acuerdo a la misma fig. 6.53, la primera forma modal obtenida del análisis KL presentan mayores amplitudes en la región donde se localiza la pila 3 y no en la región de la pila 1, que es el caso que se presenta del análisis de valores característicos para el modo de mayor participación, esta comparación se muestra en la fig. 6.54. Además, de lo comentado anteriormente, dicha configuración obtenida del análisis KL se mantiene en casi todo el desarrollo de la respuesta.



Figura 6.54: Comparación de formas modales obtenidas del análisis de valores característicos y del análisis *KL*.

De estos resultados preliminares, es posible concluir que esta condición de irregularidad representa una limitante en el uso de todos los métodos aproximados de evaluación actualmente en uso, no solamente de este método, pues a pesar de que se considera un cambio en las propiedades dinámicas, éstas pueden llevar a resultados incorrectos al ignorar las condiciones bajo las cuales ocurre el desempeño máximo. Por lo tanto, cuando se requiera conocer el comportamiento de estructuras cuyas características dinámicas la lleven a considerarse irregular, es necesario hacer uso del análisis no lineal paso a paso.

Capítulo 7

Conclusiones y recomendaciones

7.1. Conclusiones.

En esta tesis se trataron temas relacionados con el diseño y la evaluación sísmica de estructuras de concreto reforzado dentro del contexto de la filosofía del diseño y evaluación sísmica basados en el desempeño.

Debido a la necesidad de contar con una base de datos de registros sísmicos suficientemente grande para obtener los espectros de peligro uniforme que se desarrollan en esta tesis, y debido a la falta de registros sísmicos reales, se simularon registros sintéticos empleando un método basado en el de funciones de Green empíricas, el cual se mejoró al considerar dos frecuencias de esquina en la definición de la fuente sísmica, además de dos etapas en el esquema de suma aleatoria de las celdas en las que se considera se divide la fuente donde se observó que: El utilizar una segunda frecuencia de esquina en la descripción de la fuente para definir la función de probabilidades del retraso de los tiempos de ruptura de las celdas que componen dicha fuente, para la simulación de eventos sísmicos de subducción como los que afectan al Valle de México, representa una mejora sobre la formulación original en el sentido de que cuando se utilizan dos frecuencias de esquina, la probabilidad de los tiempos de ruptura variará de acuerdo a los valores de los momentos sísmicos del evento que se utiliza como semilla y del evento sísmico que se quiera simular, dando como resultado, registros sísmicos que representan de mejor manera características como son el contenido de frecuencias y la cantidad de energía presentes en registros de sismos reales, contrario a lo que ocurre cuando se utiliza solamente una frecuencia.

En lo referente a considerar dos etapas en el esquema de suma aleatorio presenta ventajas en el sentido de que la energía del evento a simular está mejor distribuida a lo largo de la duración del mismo, logrando con esto una mejor representación física del problema, es decir, hace que los registros obtenidos sean más cercanos a los reales. Aunado a esta mejora, se sigue teniendo la ventaja de que el procedimiento considera los valores de la caída de esfuerzos y del momento sísmico del sismo semilla y del sismo a simular.

De la obtención de los espectros de peligro uniforme que consideran las incertidumbres en la demanda sísmica y en las propiedades estructurales, se concluye que el tomar en cuenta las incertidumbres en propiedades tan importantes como son el periodo de vibrar y la resistencia lateral en el desempeño estructural ante acciones sísmicas, representa una ventaja sobre la forma en cómo se han definido hasta el momento estas demandas a través de espectros de peligro uniforme, ya que generalmente éstas se definen considerando la tasa de excedencia de la demanda sísmica y no la tasa de excedencia del desempeño estructural como se plantea en esta tesis, donde además se incluyen de manera explícita en la obtención de esta tasa de excedencia, las incertidumbres de la rigidez de posfluencia y de la sobrerresistencia, mostrando con esto el efecto que tienen en la definición de la demanda sísmica, primero de forma individual y posteriormente la interacción de éstas.

Al comparar los espectros elásticos de peligro uniforme desarrollados en esta tesis con un espectro de diseño elástico del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, se observa que éste tiene ordenadas mayores que las ordenadas de los EPU. Ordenadas comparables con las del espectro del RCFD son aquellas que presentan una tasa de excedencia de 0.0011 equivalente a un periodo de retorno de 900 años, lo cual el autor considera es un valor superior al de cualquier periodo de vida útil de una estructura. Se observa además que el ancho del plateau del espectro del RCDF es notablemente mayor que el de los EPU. Al respecto, el autor no puede dar un juicio sobre esta diferencia ya que en esta tesis no se está tomando en cuenta el efecto del daño acumulado, reparado o no, que se puede generar en un estructura antes de que ocurra el sismo para el cual se está diseñando.

En la parte final de esta tesis se presentó un método de evaluación sísmica aplicado a puentes, el cual fue desarrollado y validado durante la estancia de investigación del autor en países de la Comunidad Europea, programada como parte de su formación doctoral que además tiene una estrecha relación con los puntos anteriores. En esta metodología se toma en cuenta la participación de los modos superiores de vibrar en la respuesta global de la estructura y la evolución de las características dinámicas a lo largo de la respuesta cuando la estructura responde en el rango de comportamiento inelástico. Se define e investiga el concepto de irregularidad estructural como el cambio que existe en la participación de las modos de vibrar entre un nivel de respuesta y otro, demostrándose que los métodos de evaluación disponibles fallan cuando la estructura es irregular.

Los resultados obtenidos con el método propuesto al evaluar un puente denominado V123P son aceptables si se comparan con la estadística de los resultados obtenidos de realizar 1000 análisis no lineales paso a paso en el tiempo. Esto representa una mejora importante en la práctica de la ingeniería ya que su aplicación solamente requiere un proceso simple y herramientas de cómputo comerciales para determinar de manera aproximada el desempeño de este tipo de estructuras. El método de evaluación propuesto puede ser de gran importancia en la práctica, ya que la demanda sísmica para la cual se quiere evaluar se puede definir a través de espectros de diseño de peligro uniforme como los que se proponen en este trabajo o como los ya propuestos en los distintos reglamentos de construcción.

En esta tesis se muestra que los resultados obtenidos para un puente denominado V213P no son del todo correctos cuando se comparan con las estadísticas de resultados de análisis no lineales. La falta de aproximación de estos resultados se puede deber al hecho de que, para el nivel de desempeño considerado, el puente, debido a la ocurrencia de nuevo daño, cambia su modo fundamental de ser rotacional a traslacional. La intensidad sísmica para la cual se presenta el cambio en las propiedades dinámicas del puente se puede considerar como una componente de un problema de iiregularidad, para la cual, este método deja de proporcionar resultados de buena aproximación.

Para estudiar y entender dicha irregularidad, en esta tesis se investiga una herramienta estadística basada en el análisis de componentes principales, donde a través del uso de la matriz de correlaciones de los datos de respuesta a analizar, es posible conocer los periodos, formas modales instantáneas y otras propiedades dinámicas como resultado de la acción sísmica sobre las estructuras y la importancia en la participación que los modos tienen en la respuesta estructural instantánea.

7.2. Recomendaciones.

Con la finalidad de seguir mejorando los métodos de simulación de registros sísmicos basados en funciones de Green empíricas, el autor considera que se deben estudiar otros aspectos como son el que la fuente sísmica, que hasta el momento se considera puntual, sea considerada extendida, así como también, el que las celdas de ruptura sean de distinto tamaño además de que se usen diferentes semillas en una misma simulación.

En este trabajo se han considerado incertidumbres en la resistencia lateral, el periodo de vibrar, la rigidez de posfluencia y la demanda sísmica, sin embargo, todo esto considerando que el sistema de un grado de libertad de referencia utilizado, presenta un comportamiento bilineal, por lo que es recomendable se estudien los efectos de utilizar modelos de comportamiento que involucren degradación en rigidez y resistencia de tal forma que las incertidumbres de estas características se puedan incluir en la obtención de los espectros de peligro uniforme. Debido a la falta de datos para definir la variabilidad de estas dos últimas propiedades, es necesario realizar un estudio experimental exhaustivo a manera de poder obtener dicha información. Además, con la finalidad de obtener en un futuro espectros de falla uniforme, es necesario considerar la incertidumbre en la capacidad de deformación del sistema de un grado de libertad de referencia.

Para tomar en cuenta el estado de una estructura debido al daño que sufre ante eventos sísmicos antes o después de la ocurrencia del sismo de diseño, se sugiere que la incertidumbre asociada a este estado se evalué usando cadenas de Markov con las que se defina la probabilidad del cambio que el periodo fundamental pueda sufrir debido al daño generado por un sismo de determinada magnitud y considerando que la estructura ha sido reparada o permanezca con el daño generado.

Es importante enfatizar que se deben seguir estudiando los métodos de evaluación como el propuesto en esta tesis extendiendo su uso a estructuras irregulares de acuerdo a lo definido en esta tesis. Para lograr lo anterior, es necesario seguir investigando la irregularidad, como detectarla y el efecto que ésta tiene en las estructuras, para lo cual, se considera que la expansión de Karhunen-Loève es una herramienta promisoria.

Referencias

- Aki, K. (1967). The scaling law of seismic spectrum, J. Geophys. Res., vol. 72, no. 4, pp. 1217–1231.
- Alba, F. (2005). Método para la evaluación del desempeño sísmico de marcos planos, Tesis de Maestría, Posgrado en Ingeniería, UNAM, México.
- Avelar, C., A. Ayala, y A. D. de León (2003). Design spectra determination for performance based seismic design. Memorias del IX Congreso en Aplicaciones de Estadística y Probabilidad en Ingeniería Civil, A. Kiureghian, S. Madanat, y J. Pestana (Eds.), Amsterdam, pp. 899–906. Millpress.
- Aydinoglu, M. (2003). An incremental response spectrum analysis based on inelastic spectral displacements for multi-mode seismic performance evaluation, *Bulletin of Earthquake Engineering*, vol. 1, no. 1, pp. 3–36.
- Basilio, I. y A. Ayala (2001). Diseño sísmico por desempeño de marcos de edificios altos. Memorias del XIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Guadalajara, México. SMIS.
- Bazzuro, P. y A. Cornell (1994a). Seismic hazard analysis for non-linear structures.
 I: Methodology, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 120, no. 11, pp. 3320–3344.
- Bazzuro, P. y A. Cornell (1994b). Seismic hazard analysis for non-linear structures. II: Applications, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 120, no. 11, pp. 3345–3365.
- Boatwright, J. y G. Choy (1992). Acceleration source spectra anticipated for large earthquakes in northeastern North America, *Bull. Seism. Soc. Am.*, vol. 82, no. 2, pp. 660–682.

- Brune, J. (1970). Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes, J. Geophys. Res., vol. 75, no. 26, pp. 4997–5009.
- CEN (2003). Design of structures for earthquake resistance part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings. Bruselas, Bélgica.
- Chopra, A. y R. Goel (2002). A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 35, no. 3, pp. 561–582.
- Collins, K., Y. Wen, y D. Foutch (1996). Dual-level design: a reliability-based methodology, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 25, no. 12, pp. 1433–1467.
- Applied Technology Council (1996). Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings. Redwood City, CA.
- CSI (2003). SAP2000 integrated finite element analysis and design of structures. Berkeley, CA.
- Esteva, L. (1976). Seismic risk and engineering decisions. Lomnitz C. y RosenbluethE. (Editores), Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam.
- Fajfar, P. y P. Gaspersic (1996). The N2 method for the seismic damage analysis of RC buildings, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 25, no. 1, pp. 31–46.
- Flores, E. y A. Ayala (2003). Second order statistical response of a bilinear hysteretic oscillator excited by non stationary stochastic processes, Memorias del IX Congreso en Aplicaciones de Estadística y Probabilidad en Ingeniería Civil, A. Kiureghian, S. Madanat, y J. Pestana (Eds.), Millpress, pp. 275–282, Amsterdam
- Freeman, S. (1978). Prediction of response of concrete buildings to severe earthquake motions, Memorias del Simposio Internacional Douglas McHenry de Concreto y Estructuras de Concreto, pp. 589–605.
- Freeman, S., J. Nicoleti, y J.V.Tyrell (1975). Evaluation of existing buildings for seismic risk - a case study of puget sound naval shipyard, Bremerton, Washington. Memorias del *I Congreso Nacional de Estado Unidos de Ingeniería Sísmica*, EERI, pp. 113–122. Berkeley, CA.

- García, D., K. Singh, M. Herráiz, J. Pacheco, y M. Ordaz (2004). Inslab earthquakes of Central Mexico: Q, source spectra, and stress drop, *Bull. Seism. Soc. Am.*, vol. 94, no. 3, pp. 789–802.
- Gasparini, D. y E. Vanmarcke (1976). Simulated earthquake motions compatible with prescribed response spectra. Departamento de Ingeniería Civil, Reporte R76-4, Instituto Tecnológico de Massachusetts, Cambridge, MA.
- Hanks, T. y R. McGuire (1981). The character of high frequency strong motion, Bull. Seism. Soc. Am., vol. 71, no. 6, pp. 2071–2095.
- Hartzel, S. (1978). Earthquake aftershocks as Green's functions, *Geophys. Res. Lett.*, vol. 5, no. 1, pp. 1–4.
- Isakovic, T. y M. Fischinger (2006). Higher modes in simplified inelastic seismic analysis of single column bent viaducts, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 35, no. 1, pp. 95–114.
- Isakovic, T., M. Niño, y M. Fischinger (2007). Applicability of pushover methods for the seismic analysis of single column bent viaducts, *Earthquake Engineering* and Structural Dynamics, Aprobado para su publicación.
- Joyner, W. y D. Boore (1986). On simulation large earthquakes by Green's function addition of smaller earthquakes, *American Geophysical Monograph*, vol. 37, pp. 269–274.
- Kohrs-Sansorny, C., F. Courboulex, M. Bour, y A. Deschamps (2005). A two-stage method for ground-motion simulation using stochastic summation of small earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.*, vol. 95, no. 4, pp. 1387–1400.
- LESSLOSS (2007). Guidelines for displacement-based design of buildings and bridges, Reporte No. 2007/5, Istituto Universitario di Studio Superiori di Pavia, Fardis (Ed), Pavia, Italia.
- Luco, N. y A. Cornell (2007). Structure-specific scalar intensity measures for nearsource and ordinary earthquake ground motions, *Earthquake Spectra*, vol. 23, no. 2, pp. 357–392.
- Miranda, E. y V. Bertero (1994). Evaluation of strength reduction factors for earthquake-resistant design, *Earthquake Spectra*, vol. 10, no. 2, pp. 357–379.

- Nassar, A. y H. Krawinkler (1992). Seismic design based on ductility and cumulative damage demands and capacities, Nonlinear Seismic Analysis and Design of Reinforced Concrete Buildings, vol. 126, no. 1, pp. 1151–1160.
- Niño, M. (2003). Aplicación de espectros de peligro uniforme en el diseño sísmico de edificios basado en desempeño, Tesis de Maestría, Posgrado en Ingeniería, UNAM, México.
- Ordaz, M., J. Arboleda, y K. Singh (1995). A scheme of random summation of an empirical Green's function to estimate ground motions from future large earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.*, vol. 85, no. 6, pp. 1635–1647.
- Paret, T., K. Sasaki, D. Eilbekc, y S. Freeman (1996). Prediction of response of concrete buildings to severe earthquake motions. Memorias del XI Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Acapulco, México.
- Quiroz, A. (2004). Espectros de diseño coherentes con la filosofía de diseño sísmico basado en desempeño, Tesis de Maestría, Posgrado en Ingeniería, UNAM, México.
- Reinhorn, A. (1997). Inelastic analysis techniques in seismic evaluations, Memorias del International Workshop on Seismic Design Methodologies for the Next Generation of Codes, Bled, Eslovenia.
- Requena, M. y A. Ayala (2000). Evaluation of a simplified method for the determination of the nonlinear seismic response of RC frames, Memorias del XII Congreso Mundidal de Ingeniería Sísmica, Auckland, Nueva Zelandia.
- Ruiz-García, J. y E. Miranda (2007). Probabilistic estimation of maximum inelastic displacement demands for performance-based design, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 36, no. 9, pp. 1235–1254.
- Saito, T., S. Abe, y A. Shibata (1997). Seismic damage analysis of reinforced concrete buildings based on statistics of structural lateral resistance, *Structural Safety*, vol. 19, no. 1, pp. 141–151.
- Sauter, F. (1989). *Introducción a la sismología*, Ed. Editorial Tecnológica de Costa Rica, Costa Rica.
- SEAOC (1995). Vision2000: A framework for performance based design. Sociedad de Ingenieros Civiles de California. Sacramento, CA.

- Seneviratna, G. y H. Krawinkler (1998). Evaluation of inelastic MDOF effects for sesmic design. The John A. Blume Earthquake Engineering Center, Reporte No. 120, Universidad de Stanford, Stanford, CA.
- Shome N. (1999). Probabilistic seismic demand analysis of nonlinear structures, *Tesis Doctoral, Universidad de Stanford*, Stanford, CA.
- Singh, S., L. Astiz, y J. Havskov (1981). Seismic gaps and recurrence periods of large earthquakes along the mexican subduction zones: a reexamination, *Bull. Seism.* Soc. Am., vol. 71, no. 3, pp. 827–843.
- Singh, S. y M. Ordaz (1994). Seismic energy release in mexican subduction zone earthquakes, Bull. Seism. Soc. Am., vol. 84, no. 15, pp. 1533–1550.
- Veletsos, A. y N. Newmark (1960). Effects of the inelastic behaviour on the response of simple systems to earthquake motions. Memorias del II Congreso Mundidal de Ingeniería Sísmica, vol. 2, pp. 895–912, Tokio, Japón.
- Vidic, T., P. Fajfar, y M. Fischinger (1994). Consistent inelastic design spectra: Strength and displacement, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 23, no. 5, pp. 507–521.
- Wang, C. y Y. Wen (2000). Evaluation of pre-northridge low-rise steel buildingspart I, modeling, *Journal of Structural Engineering*, ASCE vol. 126, no. 10, pp. 1151–1160.
- Wennerberg, L. (1990). Stochastic summation of empirical Green's functions, Bull. Seism. Soc. Am., vol. 80, no. 6, pp. 1418–1432.