



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN  
INGENIERÍA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**BOMBEO DE FLUIDOS NO NEWTONIANOS**

**CASO DE LOS LODOS RESIDUALES**

**T E S I S**

**QUE PARA OPTAR EL GRADO DE:**

**DOCTOR EN INGENIERÍA**

**INGENIERÍA CIVIL – HIDRÁULICA**

**PRESENTA:**

**HUMBERTO GARDEA VILLEGAS**

**TUTOR:**

**DR. RAFAEL BERNARDO CARMONA PAREDES**



**2008**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

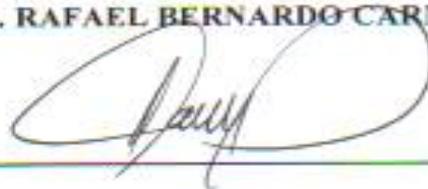
El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente:	Dr. Cruickshank Villanueva Carlos
Secretario:	Dr. Rodríguez Valdés Alejandro
1 <sup>er</sup> . Vocal:	Dr. Fuentes Mariles Oscar
2 <sup>o</sup> . Vocal:	Dr. Carmona Paredes Rafael Bernardo
3 <sup>er</sup> . Vocal:	Dr. Chicurel Uziel Ricardo
1 <sup>er</sup> . Suplente	Dr. Chávez Castellanos Angel Enrique
2 <sup>o</sup> . Suplente	Dr. Herrera Nájera Rafael

México, D.F., UNAM, Facultad de Ingeniería

**TUTOR DE TESIS:**  
**DR. RAFAEL BERNARDO CARMONA**



---

**FIRMA**

## AGRADECIMIENTOS

### **A LOS TUTORES:**

Quiero manifestar mi reconocimiento a los miembros del jurado, quienes, durante los años empleados en esta investigación, tomaron con gran responsabilidad su papel de tutores y no escatimaron consejos ni señalamientos sobre algún camino equivocado que en ocasiones tomé. Su participación enriqueció el trabajo y aunque, en algunos casos hubo desacuerdos, reconozco su honestidad al sostener sus puntos de vista y creo que casi siempre su actitud condujo a mejores resultados.

De los miembros del jurado, profesores de nuestra Facultad de Ingeniería, debo mencionar especialmente al Dr. Rafael Bernardo Carmona Paredes, director de la investigación, por su perseverancia y disciplina en la consecución de nuestro objetivo. Le manifiesto además mi admiración por su calidad profesional que fue guía a lo largo de toda nuestra labor.

Otro ejemplo fue para mí el Dr. Carlos Cruickshank Villanueva, presidente del jurado, quien no dejó de señalar cuanto le parecía que debía mejorarse o modificarse. En más de una ocasión hube de cambiar el rumbo, estando de acuerdo con sus opiniones.

El Dr. Ricardo Chicurel se caracterizó por su cuidadosa revisión del manuscrito de la tesis y seguí siempre sus indicaciones que me fueron de gran utilidad, por lo que le manifiesto mi profundo agradecimiento.

### **ESPECIAL AGRADECIMIENTO A LOS TUTORES DE LA FACULTAD DE QUÍMICA**

Los dos profesores de la Facultad de Química que aceptaron sin titubeos ser parte del jurado, fueron especialmente importantes, ya que su formación distinta a la de los ingenieros civiles significó un enriquecimiento de las ideas. En varias ocasiones hubo que precisar detalles que normalmente a los egresados de nuestra Facultad no nos parecen especialmente trascendentes, pero precisamente por ello, estas fueron aportaciones de las que todo trabajo universitario no debería carecer. Ambos profesores, poseen un espíritu académico que, aunque por fortuna dista mucho de ser excepción en nuestro ámbito, es una satisfacción que es menester reconocer.

El Dr. Rafael Herrera, estuvo siempre dispuesto a dar no sólo consejos académicos sino prácticos, que seguí con mucha atención. El Dr. Ángel Enrique Chávez siempre muy acucioso en sus observaciones, me hizo reflexionar sobre

detalles que solamente son visibles cuando se señalan por profesionistas acostumbrados a analizar los problemas desde otro punto de vista.

### **RECONOCIMIENTO A PROFESORES AJENOS A NUESTRA UNIVERSIDAD**

Agradezco muy especialmente su apoyo al Dr. Henry Salz Kolber, entrañable amigo de juventud y compañero de estudios en México. El Dr. Salz, físico egresado del MIT, fue un apoyo fundamental a lo largo de todo mi trabajo ya que desde que tuve la idea de emprender los estudios de doctorado, me dijo que era una magnífica decisión y me apoyó constantemente. Desde su casa en Longmeadow, MA., EU, mantuvimos una muy frecuente comunicación telefónica y por correo electrónico; me propuso herramientas matemáticas y uso de *software* apropiado para la resolución de problemas que aparecen constantemente a lo largo de mi trabajo. Sus opiniones, fueron valiosísimas gracias a que además de su formación de físico, dedicó una parte de sus estudios a la carrera de ingeniería civil.

Hago una mención especial al Dr. Paul Slatter, profesor de la School of Civil Engineering en Cape Technikon de Sud Africa. El Prof. Slatter, ampliamente reconocido en el medio por sus investigaciones en el campo de los fluidos pseudoplásticos y a quien contacté a través de internet después de leer muchos de sus numerosos artículos técnicos. Se caracterizó por ser un excelente corresponsal y manifestó gran simpatía e interés por hacer cuanta aclaración y opinión solicité de él durante nuestro trabajo. Se trata de un notable ejemplo de generosidad e interés científico por colaborar con quien desee mejorar la comprensión del campo en el que él ha hecho tantos avances.

## A MIS MÁS FIELES AMIGOS:

Liduška, mi esposa, admirable compañera y una guía de siempre para mí

A mis hijos René y Román que, como padre normal, no dejo de admirar

# CONTENIDO

<b>SIMBOLOGÍA .....</b>	<b>10</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>14</b>
<b>OBJETIVOS .....</b>	<b>16</b>
<b>CAPÍTULO I .....</b>	<b>18</b>
<b>MARCO TEÓRICO EXPERIMENTAL .....</b>	<b>18</b>
I.1 Definición de un fluido newtoniano .....	18
I.2 Reología.....	19
I.3 Características generales de los fluidos sujetos a régimen laminar .....	19
I.3.1 Fluidos newtonianos.....	19
I.3.2 Clasificación de los fluidos no newtonianos .....	20
I.4 Principales tipos de fluidos viscosos y sus características .....	23
I.4.1 Newtoniano.....	23
I.4.2 Dilatante .....	23
I.4.3 Pseudoplástico .....	24
I.4.4 Bingham plástico .....	24
I.4.5 Bingham dilatante y Bingham pseudoplástico .....	25
I.5 Perfiles de velocidad en secciones circulares para fluidos en régimen laminar* .....	26
I.5.1 Fluidos Bingham pseudoplásticos y Bingham dilatantes. Expresión de Herschel-Bulkley .....	26
I.5.2 Perfiles para fluidos pseudoplásticos y dilatantes en régimen laminar .....	32
I.6 Consideraciones teóricas para el cálculo del bombeo de fluidos no newtonianos en la zona laminar .....	34
I.6.1 Factor de fricción de la fórmula de Darcy-Weisbach para cualquier tipo de fluido en el que $\tau_y = 0$ , funcionando en régimen laminar .....	34
I.6.2 Factor de fricción de la fórmula de Darcy-Weisbach para fluidos tipo Bingham, Bingham pseudoplásticos o Bingham dilatantes en régimen laminar .....	38
I.7 Comportamiento dependiente del tiempo. Tixotropía y reopexia .....	43
I.7.1 Disminución del índice de consistencia del fluido K en sustancias pseudoplásticas durante el flujo en una tubería (tixotropía).....	46
I.8 Régimen turbulento en fluidos no newtonianos viscosos.....	50
I.8.1 Pérdidas por fricción en régimen turbulento para fluidos no newtonianos viscosos. 54	
I.8.1.1 Transición de régimen laminar a turbulento en fluidos no newtonianos viscosos .... 54	
I.8.1.1.2 Transición de laminar a turbulento según Metzner y Reed .....	55
I.8.1.1.3 Transición de laminar a turbulento según Slatter.....	56
I.8.2 Determinación del factor f de Darcy-Weisbach para régimen turbulento en fluidos no newtonianos.....	57
I.8.2.1 Propuesta para la determinación del factor de fricción f en régimen turbulento 57	
I.8.2.2 Factor de fricción f para la zona turbulenta, según Slatter .....	58
I.8.2.2.1 Tubo liso .....	59

I.8.2.2.2	Turbulencia completa .....	59
<b>CAPÍTULO II.....</b>		<b>61</b>
<b>MÉTODOS EXISTENTES PARA EL CÁLCULO DE LA PÉRDIDA POR FRICCIÓN EN TUBERÍAS CON FLUIDOS NO NEWTONIANOS VISCOSOS. EJEMPLOS.....</b>		<b>61</b>
II.1	Introducción.....	61
II.2	Criterios de cálculo diseñados por algunos investigadores .....	64
II.2.1	Govier y Aziz.....	64
II.2.2	Lin S. H. (1982).....	65
II.2.2.1	Ejemplo de cálculo con el método de Lin .....	70
II.2.3	Enfoque de Levenspiel (1986) para el cálculo de la pérdida por fricción en tuberías que conducen fluidos tipo Bingham plástico.....	72
II.2.4	Enfoque de Levenspiel (1986) para el cálculo del factor de fricción en tuberías que conducen fluidos pseudoplásticos o dilatantes .....	74
II.2.5	Ejemplo de cálculo del bombeo para lodos residuales (Bingham pseudoplásticos), siguiendo el criterio de Levenspiel (1986) .....	76
	Problema:.....	76
II.2.5.1	Cálculo de la parte del lodo residual correspondiente a un Bingham plástico .....	79
II.2.5.2	Cálculo de la parte del lodo residual correspondiente a un pseudoplástico .....	80
II.2.5.3	Verificación del tipo de régimen .....	81
<b>CAPÍTULO III .....</b>		<b>84</b>
<b>PROPUESTAS PARA EL CÁLCULO DEL BOMBEO DE FLUIDOS NO NEWTONIANOS VISCOSOS Y EJEMPLOS DE APLICACIÓN .....</b>		<b>84</b>
III.1	Introducción.....	84
III.2	Determinación de los módulos de los ejes para las gráficas de las Propuestas 1 y 2.....	85
III.3	Presentación de las 4 propuestas .....	86
III.3.1	Propuesta 1. Adaptación de un Bingham pseudoplástico a un Bingham plástico equivalente.....	86
III.3.1.1	Determinación del Bingham plástico equivalente a partir de la curva reológica que representa al original Bingham pseudoplástico .....	87
III.3.2	Propuesta 2. Adaptación del lodo real Bingham pseudoplástico a un pseudoplástico equivalente.....	89
III.3.3	Propuesta 3. Válida para un pseudoplástico en régimen laminar .....	89
III.3.4	Propuesta 4. Válida para fluidos no newtonianos viscosos en régimen laminar .....	89
III.4	Aplicación de las propuestas de cálculo .....	90
III.4.1	Determinación del peso específico de la mezcla .....	90
III.5	Ejemplos de cálculo del bombeo .....	90
III.5.1	PROYECTO 1. Lodo utilizado por Slatter.....	91
III.5.1.1	Propuesta 1. Cálculo del Bingham plástico equivalente al lodo real Bingham pseudoplástico .....	91
III.5.1.2	Propuesta 2. Cálculo de un pseudoplástico equivalente al lodo real Bingham pseudoplástico .....	93

III.5.1.3 Propuesta 3. Cálculo de la potencia de bombeo de un fluido pseudoplástico equivalente al Bingham pseudoplástico original usando la fórmula de R. Carmona .....	95
III.5.1.4 Propuesta 4. Cálculo de la potencia de bombeo de un fluido Bingham pseudoplástico en régimen laminar usando el algoritmo propuesto por R. Carmona .....	96
III.5.1.5 Comentarios sobre los resultados de las 4 propuestas para el bombeo del Proyecto 1 .....	98
III.5.2 PROYECTO 2. Lodo residual de la Planta de Tratamiento de Aguas Negras de la C.U. en la UNAM.....	99
III.5.2.1 Caracterización del lodo .....	99
III.5.2.1.1 Módulos de los ejes cartesianos.....	104
III.5.2.2 Propuesta 1. Cálculo del Bingham plástico equivalente al lodo real Bingham pseudoplástico de la Planta de Tratamiento de Aguas Negras de la CU de la UNAM .....	104
III.5.2.2.1 Tipo de régimen aplicando los resultados de la Propuesta 1 .....	106
III.5.2.3 Propuesta 2. Cálculo de un pseudoplástico equivalente al lodo Bingham pseudoplástico de la Planta de Tratamiento de Aguas Negras de la CU .....	107
III.5.2.3.1 Tipo de régimen aplicando los resultados de la Propuesta 2 .....	109
III.5.2.4 Propuesta 3. Cálculo de la potencia de bombeo de un fluido pseudoplástico equivalente al Bingham pseudoplástico original aplicado la fórmula de R. Carmona.....	111
III.5.2.5 Propuesta 4. Cálculo de la potencia de bombeo de un fluido Bingham pseudoplástico en régimen laminar usando el algoritmo propuesto por R. Carmona .....	112
III.5.2.6 Comentarios sobre los cálculos realizados .....	114
III.6 Conclusiones y recomendaciones sobre los resultados obtenidos en el Proyecto 2 .....	117
<b>CAPÍTULO IV .....</b>	<b>118</b>
<b>COMPORTAMIENTO DE LOS FLUIDOS TIXOTRÓPICOS DURANTE EL BOMBEO .....</b>	<b>118</b>
IV.1 Introducción.....	118
IV.2 Alteraciones en el gasto de bombeo .....	120
IV.2.1 Efecto del cambio de gasto en el gradiente de velocidades en una sección .....	121
IV.2.2 Reducción parcial o total del gasto de bombeo .....	127
IV.3 Sugerencias para el proyecto y la operación de instalaciones de bombeo con fluidos no newtonianos viscosos .....	132
IV.3.1 Falla de energía eléctrica .....	132
IV.3.1.1 Planta generadora de emergencia .....	133
IV.3.1.2 Tanque alimentador de agua limpia.....	133
IV.3.2 Disminución programada del gasto. ....	134
IV.3.3 Velocidades mínimas permisibles .....	135
IV.3.3.1 Control de las velocidades mínimas permisibles durante una reducción del gasto para evitar la sedimentación .....	135
IV.3.4 Altura estática de succión ( $H_{ES}$ ) .....	136
IV.3.5 Comentarios sobre el uso de válvulas .....	137
IV.3.6 Puntos y rangos de operación de las bombas .....	137
IV.4 Tipos de bombas convenientes para el manejo de fluidos no newtonianos .....	138
IV.4.1 Curvas de carga “H-Q” en bombas de desplazamiento positivo .....	139
IV.4.2 Curvas de eficiencia de bombas de desplazamiento positivo.....	141

IV.4.3	Variación del gasto con bombas de desplazamiento positivo .....	142
IV.4.4	Algunas características de las bombas de desplazamiento positivo .....	144
IV.4.4.1	Bombas rotativas .....	144
IV.4.4.2	Bombas de estrella.....	146
IV.4.4.3	Bombas de tornillo (“screw pumps”) .....	148
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>		<b>150</b>
<b>I COMENTARIOS GENERALES .....</b>		<b>150</b>
<b>II INVESTIGACIONES PENDIENTES.....</b>		<b>154</b>
<b>APÉNDICE A .....</b>		<b>155</b>
<b>CARACTERÍSTICAS DE ALGUNOS LODOS RESIDUALES Y OTRAS SUBSTANCIAS TIPO BINGHAM PSEUDOPLÁSTICO.....</b>		<b>155</b>
<b>APÉNDICE B.....</b>		<b>157</b>
<b>GRÁFICAS DEL LODO RESIDUAL PARA EL CÁLCULO DE LEVENSPIEL .....</b>		<b>157</b>
<b>APÉNDICE C .....</b>		<b>160</b>
<b>AJUSTE DEL BINGHAM PSEUDOPLÁSTICO ORIGINAL A UN BINGHAM PLÁSTICO EQUIVALENTE UTILIZANDO EL PROGRAMA MAPLE 9.5.....</b>		<b>160</b>
<b>APÉNDICE D .....</b>		<b>164</b>
<b>PROPUESTA 4. SOLUCIÓN DEL ALGORITMO DE R. CARMONA PARA EL CÁLCULO DEL FACTOR DE FRICCIÓN DE UN FLUIDO BINGHAM PSEUDOPLÁSTICO EN RÉGIMEN LAMINAR UTILIZANDO EL PROGRAMA MAPLE 9.5.....</b>		<b>164</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>		<b>168</b>
<b>ÍNDICE ANALÍTICO.....</b>		<b>171</b>

## SIMBOLOGÍA

- A, área de una sección o parámetro especificado en el texto (II-2.j.1)
- cp, centipoise [ $1\text{cp} = 0.01\text{ g/(cms)}$ ], (véase  $\mu$ )
- Cv, fracción volumétrica de la concentración de las partículas sólidas (exp. II-2.h)
- CSPNr, Carga de succión positiva neta requerida [m], (Cuadro IV.1)
- D, diámetro de la tubería
- $d_m$ , diámetro medio de las partículas sólidas en suspensión (exp. II-2-b)
- $d_p$ , diámetro representativo de la curva granulométrica de las partículas sólidas suspendidas en el fluido (exp. I-8.f)
- f, factor de fricción de la fórmula de Darcy-Weisbach
- $f'$ , factor de fricción de Govier y Aziz (I-8.d y I-8.e)
- $f_C$ , factor de fricción para fluidos pseudoplásticos y dilatantes (I-6.e)
- $f_{ch}$ , factor de fricción utilizado por Churchill ( $= f/8$ ), (II-2.j)
- $f_F$ , factor de fricción de Fanning ( $f_F = f / 4$ ), (tema II.2.3)
- $Fr^*$ , número de Froude según la expresión (II-2.e)
- $Fr_p$ , número de Froude según la expresión (II-2.f)
- H, carga dinámica de un proyecto de bombeo. Expresión (II-2.m)
- $H_{ES}$ , altura estática de succión. Desnivel entre la superficie de la toma y el ojo del impulsor de la bomba (tema IV.3.4)
- $H_{ET}$ , altura estática total. Desnivel entre la superficie en la descarga y la de la toma (II-2.m)
- $H_{m0}$ , carga dinámica de la bomba para la mezcla en su punto de operación (tema III.4.1)
- $h_f$ , pérdida por fricción debida al líquido sin las partículas sólidas (agua clara, normalmente)
- K, índice de consistencia del fluido, (Slatter, 1997). Coeficiente de viscosidad plástica en el caso de un fluido tipo Bingham (constante), (Lester, 1994); [ $\text{Ns}^n/\text{m}^2$  o  $\text{Pa}\cdot\text{s}^n$ ], (I-4.a)
- Kg, kilogramo masa o simplemente “kilogramo”

- $kg_f$ , kilogramo fuerza ( $1kg_f = 1 \text{ kg} \times 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$ )
- $L$ , distancia recorrida por el fluido a lo largo del tubo en un cierto tiempo o longitud total de la tubería
- $L_c$ , Longitud crítica a partir de la cual la viscosidad es constante =  $t_c V$  (Fig. I.10).
- $N$ , velocidad de giro de una máquina [revoluciones por minuto, (rpm)]
- $n$ , índice de comportamiento del fluido (constante), (Honey, 2000 y Slatter, 1997); [adimensional] (I-4.a, I-5.a)
- $p$ , presión (Fig. I.5)
- $P$ , potencia de bombeo
- $P_{m0}$ , potencia de bombeo en su punto de operación para una mezcla (tema III.4.1)
- $Q$ , gasto
- $Q_m$ , gasto de la mezcla (tema III.4.1)
- $Q_{m0}$ , gasto de la mezcla en su punto de operación (tema III.4.1)
- $r$ , distancia de una partícula con velocidad puntual  $u$ , medida desde el centro de una sección circular a dicha partícula
- $r_0$ , radio de una sección circular (Fig. I.5)
- $r^*$ , radio del círculo interior de una sección en que  $u = u_{m\acute{a}x}$  (I-5.i, Fig. I.7)
- $R$ , radio interior de una tubería
- $Re$ , número de Reynolds de un fluido newtoniano:  $Re = \rho_l V D / \mu$
- $Re_c$ , número de Reynolds crítico para el punto de transición de laminar a turbulento según Govier y Aziz (I-6.g)
- $Re_{gen}$ , número de Reynolds generalizado (II-2.o)
- $Re_n$ , número de Reynolds para fluidos “ley de potencia” (I-6.d)
- $Re_r$ , número de Reynolds de la rugosidad (I-8.f)
- $Re_t$ , número de Reynolds para la velocidad de caída de la partícula (II-2.d)
- $S$ , pendiente o gradiente hidráulico ( $dh_f/dx$ , temas I.5.1, I.7.1)
- $st$ , stoke [ $cm^2/s$ ], véase  $\nu$
- $t_c$ , tiempo de recorrido de un fluido tixotrópico por una tubería durante el cual su viscosidad disminuye hasta adquirir un valor constante (Fig. I.10)

- $u$ , velocidad de una partícula alejada una distancia “ $y$ ” de la pared del conducto (Fig. I.2.a), o de la distancia a un punto de referencia especificado en el texto
- $u_c$ , velocidad del flujo en un cilindro central de radio  $r^*$  para materiales Bingham pseudoplásticos o dilatantes (I-6.i, Figs. I.7 y I.8)
- $V^*$ , velocidad al esfuerzo cortante llamada también velocidad de fricción:  $V_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$  (I-8.i)
- $V$ , velocidad media del fluido
- $V_{cS\&W}$ , velocidad crítica de Slatter y Wasp que define el paso de laminar a turbulento (I-8.a)
- $V_{rel}$ , velocidad de deslizamiento de las partículas sólidas en un fluido, (tema II.2.2, Fig. II.1)
- $V_t$ , velocidad terminal de caída de las partículas sólidas en un fluido, (tema II.2.2, II-2.g)
- $z^*$ , parámetro (I-6.h')
- $\Delta p$ , caída de presión total para un tramo  $L$  de tubería debida al transporte de la mezcla (II-2.a)
- $\Delta p_l$ , caída de presión para un tramo  $L$  de tubería debida únicamente al líquido transportador (agua clara, normalmente) (II-2.a)
- $\Delta p_p$ , caída de presión para un tramo  $L$  de tubería debida únicamente al deslizamiento de las partículas en suspensión (II-2.a)
- $\gamma_l$ , peso específico del líquido transportador (agua clara, normalmente) ( $\gamma_l = g\rho_l$ ) (tema III.4.1)
- $\gamma_m$ , peso específico del fluido mezclado con las partículas sólidas (lodo) (tema III.4.1)
- $\varepsilon$ , rugosidad absoluta del material de la tubería (exp. II-2.j.1)
- $\eta$ , viscosidad aparente (I-3.b y I-4.c); [Pa.s o kg/(ms)].
- $\eta_b$ , eficiencia de la bomba
- $\eta_{bmo}$ , eficiencia de la bomba para una mezcla en su punto de operación (tema III.4.1)

- $\mu$ , coeficiente de viscosidad dinámica de un fluido [cp, kg/(ms), Pa.s]:  $\mu = \nu\rho$
- $\mu_a$ , coeficiente de viscosidad dinámica del líquido transportador (agua clara, normalmente) [cp, kg/(ms), Pa.s]
- $\mu_m$ , coeficiente de viscosidad dinámica de la mezcla (K para un Bingham plástico, tema II.2.3)
- $\nu$ , coeficiente de viscosidad cinemática [st o m<sup>2</sup>/s], véase  $\mu$
- $\nu'$ , expresión I-6.c' [m<sup>2</sup>.s<sup>n-2</sup>]
- $\rho$ , densidad específica del fluido
- $\rho_l$ , densidad específica del líquido transportador (agua clara, normalmente) (tema III.4.1)
- $\rho_m$ , densidad específica de la mezcla (tema III.4.1)
- $\rho_p$ , densidad específica de las partículas en suspensión (II-2.b)
- $\Sigma hf$ , pérdida total por fricción en toda la tubería de longitud L
- $\tau_0$ , esfuerzo cortante en contacto con la pared de la tubería (a la distancia  $r_0$  del centro de la sección). (tema I.5.1, I-8.h)
- $\tau$ , esfuerzo cortante entre las partículas animadas de una velocidad u; [Pa]
- $\tau_y$ , esfuerzo de fluencia; [Pa, N/m<sup>2</sup>, kg/(m.s<sup>2</sup>)]; (I-4.a, I-5.a)

## INTRODUCCIÓN

En las ciudades, las plantas de tratamiento de aguas negras, producen lodos residuales formados esencialmente por agua, sales minerales y materia orgánica; lodos que son dañinos para la salud, por lo que en algunos casos lo más conveniente es incinerarlos, aunque en ocasiones, estos materiales se pueden aprovechar con fines agrícolas debido a que poseen nutrientes útiles para los cultivos. En otros casos es posible extraer de los lodos sustancias químicas sólidas o gaseosas susceptibles de utilizarse. Además, se trata de cantidades importantes; por ejemplo, en Francia se ha calculado que cada persona produce unos 25 Kg. de lodos residuales por año, expedidos por las plantas de tratamiento de aguas negras.

Desde luego, el posible peligro para la salud, así como la producción de gases de los lodos residuales que pueden causar inclusive explosiones en las alcantarillas, ha hecho que en la mayoría de los países se prohíba que se arrojen estas sustancias al drenaje municipal. Por otra parte, los lodos requieren un tratamiento que hace necesario el uso de tanques abiertos o grandes extensiones de terreno que permitan su exposición a la atmósfera para secarlos y someterlos a procesos químicos adecuados.

Esto trae consigo un problema especialmente notorio en las grandes concentraciones urbanas como es el caso de la Ciudad de México en donde los terrenos son muy costosos y algunas veces las plantas de tratamiento de aguas negras se encuentran en zonas densamente pobladas. Por ello, es necesario transportar sus lodos residuales hasta los alrededores de las ciudades en donde se disponga de terrenos de menor precio. Si bien el traslado de estos lodos se ha hecho, en algunos casos utilizando carros tanque, con los riesgos que implica el manejo de sustancias tóxicas dentro de las ciudades, los costos de transporte en vehículos automotores son muy elevados y esta realidad ha obligado a la mayoría de las plantas a arrojarlos simplemente al drenaje municipal, lo que desde luego transgrede las normas ecológicas.

Además, el drenaje urbano está diseñado sólo para conducir aguas negras y pluviales y **nunca** fluidos del tipo de los lodos residuales que son **no** newtonianos y cuya viscosidad no sólo es alta, en comparación con la de las aguas negras, sino que se altera durante su manejo en forma impredecible y diferente para cada lodo. El problema es aún mayor debido a que no se conocen con precisión las características de operación hidráulica de la conducción a lo largo de todo el trayecto, como es el caso de las obras de drenaje. En efecto, este tipo de conductos operan sujetos al uso más o menos aleatorio que les dan los habitantes de la ciudad, por lo que es imposible prever las cantidades de líquido que tendrá que admitir la conducción en cada tramo. Si bien el consumo es más o menos determinístico, no son así los fenómenos meteorológicos que siempre están presentes.

Es por esta razón que se piensa en la opción más segura y económica que es el bombeo, procedimiento que, si bien se ha utilizado para distancias relativamente cortas, aún no se resuelve totalmente el problema del bombeo de lodos residuales a grandes distancias, debido, como se ha señalado, a que se trata de fluidos no newtonianos cuyas características requieren un tratamiento distinto al del agua clara que maneja comúnmente el ingeniero civil.

Por otra parte, como tanto el desalojo de las aguas negras como el de las pluviales, es un asunto de emergencia y de gran prioridad para evitar inundaciones en las zonas urbanas, el funcionamiento normal de los drenajes municipales es obstaculizado notablemente por los lodos residuales de las plantas de tratamiento e inclusive puede llegar a obstruir totalmente el flujo. En este caso, los daños son evidentemente catastróficos, ya que propician inundaciones y éste es, sin duda, el factor más perjudicial en una zona urbana. La preocupación es tan grande que todos los drenajes deben desazolverse antes de que empiece la temporada de lluvias con el fin de dejar libre el paso únicamente a los líquidos para los que estas estructuras fueron diseñadas. El problema se agrava en el caso de algunas plantas de tratamiento de aguas negras que ni siquiera disponen de drenaje y tienen que tirar sus residuos en zonas contiguas, creando la contaminación del ambiente que es fácil imaginar.

La dificultad principal consiste en que los lodos residuales, no sólo no son newtonianos como el agua clara, sino fluidos que se alteran con el tiempo de manejo, lo que es una característica conocida como **tixotropía** y que es necesario tomar en cuenta sobre todo cuando hay necesidad de disminuir el gasto o de suspenderlo totalmente.

Los problemas que presenta el bombeo de lodos residuales no han sido suficientemente resueltos, aunque es evidente la preocupación para investigar sobre este tema y por ello, varios especialistas en el mundo, sobre todo en los países altamente desarrollados, trabajan para resolver la forma de transportarlos a grandes distancias en forma eficiente.

El manejo de fluidos no newtonianos presenta además otras incógnitas, como, por ejemplo, las relacionadas con la selección del tipo de bomba más conveniente o el tipo de régimen de flujo más apropiado para el proyecto. En cuanto al tipo de bombas, algunos autores aseguran que las centrífugas pueden usarse, pero la mayoría opina que deben ser bombas de desplazamiento positivo, específicamente de diafragma o de tornillo.

## **OBJETIVOS**

1. Analizar los criterios existentes para bombear fluidos no newtonianos a distancias grandes
2. Diseñar procedimientos de cálculo para proyectar el bombeo de lodos residuales
3. Proponer dispositivos adecuados para evitar los problemas peculiares que presenta el bombeo de fluidos no newtonianos

4. Proponer acciones y dispositivos para la operación adecuada de instalaciones de bombeo de fluidos no newtonianos, específicamente cuando se presenten fallas súbitas de energía o la necesidad de reducir el gasto
  
5. Estudiar y proponer los equipos de bombeo más convenientes para el manejo de lodos residuales

En todos los casos, se procurará aplicar los criterios usuales y utilizar los términos técnicos que se acostumbran en nuestro medio.

# CAPÍTULO I

## MARCO TEÓRICO EXPERIMENTAL

### I.1 Definición de un fluido newtoniano

#### Ley de Newton

Si la velocidad puntual  $u$  en un flujo, localizada a una distancia “y” de la pared de un conducto, cuya traza se encuentra sobre el eje X de la Fig. I-1, cumple con la ley

$\tau_{yx} = \mu \frac{du}{dy}$  y si  $\mu$  es constante, se dice que el fluido sigue la ley de Newton o que es

**newtoniano**. A  $\mu$  se le llama *coeficiente de viscosidad dinámica*.

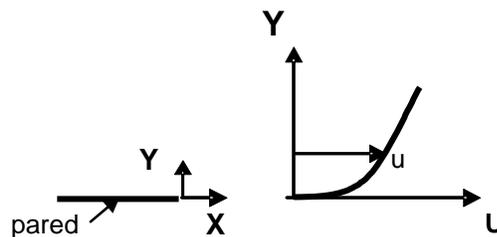


Fig. I.1. Perfil de velocidades

Inversamente se dice que un líquido es **no newtoniano** si sigue una ley:  $\tau_{yx} = \eta \frac{du}{dy}$ ,

en que  $\eta$  **no es constante**. Entonces del factor  $\eta$  depende el tipo de sustancia y del tipo de flujo condicionado por su gradiente de velocidades. Si  $\eta$  disminuye al incrementarse  $\tau$  se dice que se trata de un fluido *pseudoplástico* y por el contrario,

cuando  $\eta$  aumenta al aumentar el esfuerzo cortante, se trata de un fluido *dilatante* (Bird, 1960, *Transport Phenomena*, p. 11).

## I.2 Reología

Reología, palabra que viene de “**reos**”, **flujo** y “**logos**” **conocimiento**, es la ciencia que estudia el comportamiento de los fenómenos de formación y flujo de cualquier material viscoso, que en diferentes grados de intensidad son todos los fluidos existentes. Coussot (1997, p. 25) señala que el objetivo de la reología es estudiar el comportamiento mecánico de fluidos cuya viscosidad es mucho mayor que la del agua.

No se pretende aquí presentar una definición totalmente general del concepto “reología”, sino solamente hacer referencia a las llamadas *propiedades reológicas* de los fluidos que están dentro del contexto que interesa al estudio de los **lodos residuales**, que es el objetivo principal de esta investigación. Varios especialistas, entre quienes está por ejemplo Coussot (1997, p. 25), señalan que los lodos residuales, se caracterizan por ofrecer una resistencia al desplazamiento mucho mayor que la del agua y por lo que respecta a la relación de la reología con la mecánica de los fluidos, también Coussot, agrega que “la mejor forma de describir los fenómenos a que están sujetos estos materiales es considerarlos dentro del campo de la Mecánica de los Fluidos” (misma referencia). Son entonces las leyes de esta disciplina las que se aplicarán para hacer las deducciones teóricas, las discusiones y los comentarios que se presentarán en adelante.

## I.3 Características generales de los fluidos sujetos a régimen laminar

### I.3.1 Fluidos newtonianos

En la Fig. I.2.a se indica, en dos dimensiones, la distribución de la velocidad “**u**” de un fluido en una sección con relación a su distancia a la pared del conducto “**y**”, pared representada por el eje de las abscisas. Como se sabe, se dice que el fluido cumple con

la ley de Newton o es **newtoniano** si en cualquier sección de un escurrimiento, la derivada de la velocidad **u** con respecto a la distancia **y** a la pared del conducto, es **proporcional** al esfuerzo cortante. Este tipo de fluido se indica en la Fig. I.2.b en donde la pendiente de la línea recta es el coeficiente de proporcionalidad mencionado.

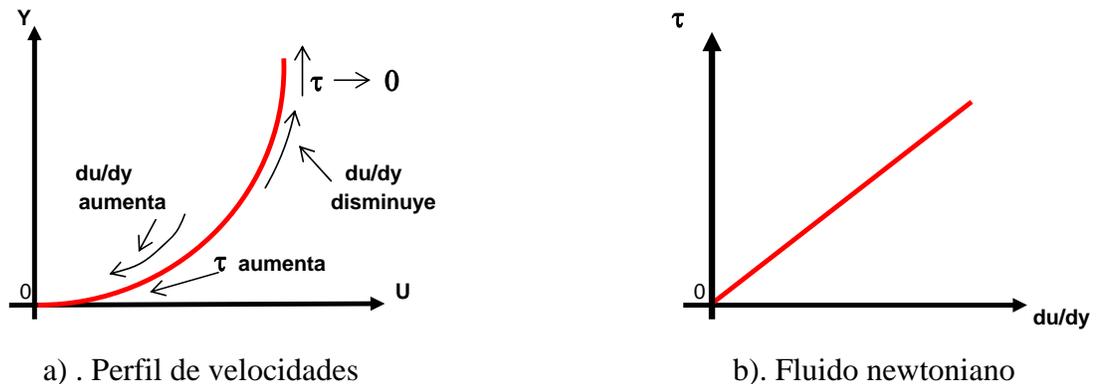


Fig. I.2. Características de un fluido viscoso

Al factor de proporcionalidad de un fluido newtoniano se le llama *coeficiente de viscosidad dinámica* y se designa con la letra griega  $\mu$ .

La mencionada ley de Newton se representa entonces con la expresión:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (I-3.a)$$

### I.3.2 Clasificación de los fluidos no newtonianos

Los fluidos **no newtonianos** se dividen en “inelásticos o puramente viscosos”, a los que simplemente **llamaremos “viscosos”** y los **viscoelásticos** (Johnson, 1998, ps. 22-2 y 22-3). Los fluidos viscosos pueden ser de dos tipos, a saber: **independientes o dependientes del tiempo**. Los fluidos independientes del tiempo son aquellos en los que la relación “ $\tau - du/dy$ ” cumple con la ley I-3.b y los dependientes del tiempo tienen

además un comportamiento influenciado por su pasado reciente (Levenspiel, 1986, p. 92), es decir, están sujetos también a la variable “tiempo”, que representa el lapso durante el cual han estado en movimiento. Estos últimos son los llamados **tixotrópicos** si son **pseudoplásticos** o **reopéticos** si son **dilatantes**, ambos se representan en la Fig. I.9 y sus propiedades se comentan en el tema I.7.

Los fluidos que interesan a este estudio son **viscosos** y como se señaló en la Introducción de este capítulo y se comprobará posteriormente, los lodos residuales de las plantas de tratamiento de aguas negras, objeto de este estudio, son **pseudoplásticos** y afectados por el tiempo, es decir **tixotrópicos**. **Es por esto que en este trabajo se hará referencia específicamente a los fluidos no newtonianos viscosos.**

Si se representa un fluido no newtoniano con una ecuación análoga a la anterior, válida para los newtonianos, conviene cambiar el parámetro  $\mu$  por otro que se suele designar con la letra griega  $\eta$  de manera que así puedan expresarse otras características, como se verá después. Entonces la ley reológica general para este tipo de fluidos tiene la forma (Bird, 1960, p. 11):

$$\tau = \eta \frac{du}{dy} , \quad (I-3.b)$$

en que  $\eta$  **no es constante**. La mayoría de los autores como Johnson (1998, ps. 22-3) y Lester (1994, ps. 83 y 88) llaman a la  $\eta$  “viscosidad aparente”. Del valor de  $\eta$  depende el tipo de fluido no newtoniano que se tenga. Por ejemplo, en el caso de los fluidos llamados pseudoplásticos, los experimentos muestran que para incrementos fijos de  $\Delta u/\Delta y$  si se comparan dos de estos incrementos consecutivos de  $\tau$ , el segundo  $\Delta\tau$  es menor que el anterior, lo que de acuerdo con la ley I-3.b significa que esto sólo es posible si  $\eta$  también disminuye gradualmente (Bird, 1960, p. 11 y Astarita, 1974, ps. 44 y 45). La curva c de la Fig.I.3 representa el comportamiento de un fluido de este tipo. Lo

contrario sucede en los llamados fluidos *dilatantes* en los que la viscosidad aparente  $\eta$  aumenta al crecer el esfuerzo  $\tau$ , como se observa en la curva b de la misma figura I.3.

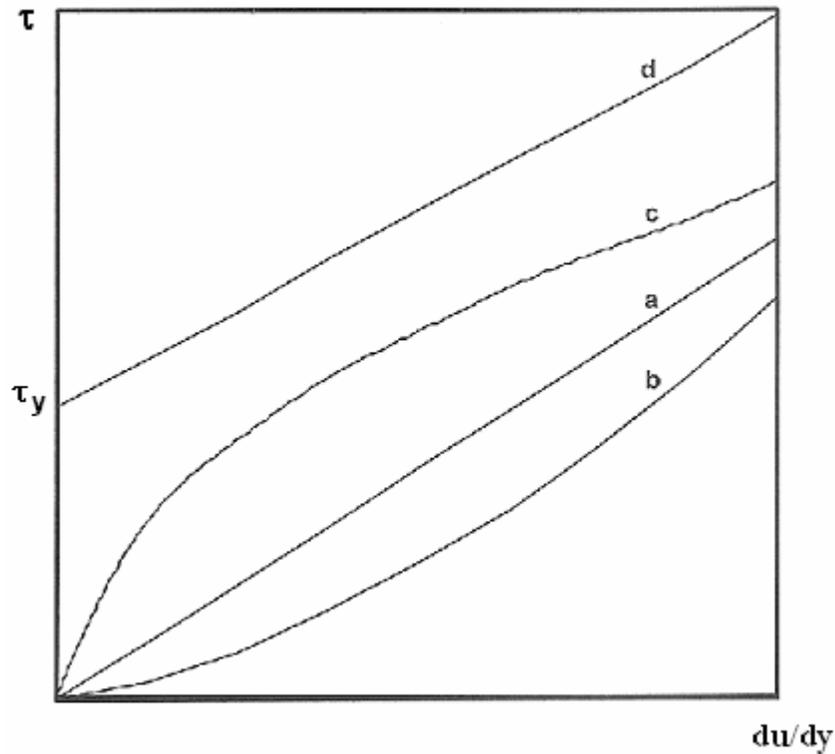


Fig. I.3. Principales tipos de fluidos (Battistoni, 2003)

Con el fin de conocer mejor estos líquidos para manejarlos adecuadamente, a continuación se hace una síntesis de las características más comunes de los fluidos no newtonianos sujetos a régimen laminar que según los investigadores consultados, es el régimen más apropiado para su bombeo (Johnson, 1998, p. 22-1). A lo largo de este trabajo se harán comentarios sobre las ventajas del régimen laminar en estos fluidos, pero probablemente la más importante de todas, es la señalada entre muchos otros autores por Vlasak y Chara (2004, p. 190) quienes aseguran que en régimen laminar se tienen menores pérdidas de energía y menor desgaste de las tuberías, aunque debe cuidarse que las velocidades no sean muy bajas porque si aparece sedimentación, puede obstruirse el flujo.

## I.4 Principales tipos de fluidos viscosos y sus características

Si, en un plano “U-Y”, se analiza la sección transversal de un flujo. El perfil de velocidades puntuales “u - y” tiene la forma indicada en la figura I.2.a, en donde “y” es la distancia medida desde la pared del conducto, y el esfuerzo cortante “ $\tau$ ” en cada punto de la sección está descrito por la ecuación reológica

$$\tau = \tau_y + K(du/dy)^n, \quad (I-4.a)$$

en que  $\tau_y$  [Pa], llamado *esfuerzo cortante de fluencia*, es el necesario para que el fluido empiece a desplazarse (ver Fig. I.3). El factor K [ $\text{Ns}^n/\text{m}^2$  o  $\text{Pa}\cdot\text{s}^n$ ] es constante y se llama *índice de consistencia del fluido* (Slatter, 1997, p. 13) o *coeficiente de viscosidad plástica* en el caso del Bingham plástico (Lester, 1994, ps. 86 y 87) y el exponente n [adimensional] es el *índice de comportamiento del fluido* (Honey, 2000, p. 19). En la figura I.3 (Battistoni, 2003, p.17) se representa el comportamiento de los principales tipos de fluidos conocidos. Estos son los siguientes:

### I.4.1 Newtoniano

Para este fluido, en la ecuación I-4.a, se cumplen las condiciones  $\tau_y = 0$  y  $n = 1$ .

En este caso, K es la viscosidad dinámica  $\mu$  del fluido que tiene un comportamiento análogo al de la ley de Hooke para sólidos dentro de su zona elástica ( $\mu$  es la pendiente de la línea recta “a” de la Fig. I.3, medida en  $\text{Ns}/\text{m}^2$ ). El comportamiento de este fluido está descrito, obviamente por la ley de Newton (expresión I-3.a), que es un caso particular de la ecuación I-4.a.

### I.4.2 Dilatante

Se dice que el fluido es dilatante cuando los parámetros de la ecuación I-4.a, son  $\tau_y = 0$  y  $n > 1$ . Para iguales incrementos consecutivos de  $\Delta u/\Delta y$ , aumentan los correspondientes incrementos del esfuerzo cortante  $\Delta\tau$ . Su representación corresponde a una curva cóncava hacia arriba (curva b de la Fig. I.3).

### I.4.3 Pseudoplástico

En este tipo de fluidos  $\tau_y = 0$ ;  $n < 1$  y para iguales incrementos de  $\Delta u / \Delta y$ , disminuyen los correspondientes incrementos del esfuerzo cortante  $\Delta \tau$ . La curva c de la Fig. I.3, cóncava hacia abajo, representa a los fluidos pseudoplásticos.

Tanto para el dilatante como para el pseudoplástico, la ecuación I-4.a se transforma en:

$$\tau = K (du / dy)^n , \quad (I-4.b)$$

y comparando esta expresión con la (I-3.b), se concluye que:

$$\eta = K (du / dy)^{n-1} . \quad (I-4.c)$$

Esta expresión nos hace ver que la viscosidad aparente  $\eta$  cambia debido a que  $n \neq 1$ , porque si  $n$  fuera = 1,  $\eta = K = \mu = \text{cte.}$ , es decir, se trataría simplemente de un fluido newtoniano.

### I.4.4 Bingham plástico

En este caso:  $\tau_y \neq 0$  y  $n = 1$ . La representación gráfica de los fluidos tipo Bingham plástico “ $\tau - du/dy$ ” en cada sección, es una línea recta que empieza cuando comienza el movimiento de las partículas en la zona cercana a la pared del conducto. Esto sucede al sobrepasarse el esfuerzo de fluencia  $\tau_y$ . A partir de ese momento este fluido se comporta como los newtonianos y  $K$  es una representación directa de la viscosidad dinámica de la mezcla\*  $\mu_m$ . La curva d de la Fig. I.3 describe su comportamiento.

---

\* Siguiendo la costumbre de algunos autores, de ahora en adelante, se llamará “mezcla” a cualquier fluido compuesto por agua clara y otras sustancias

La ecuación reológica de un fluido Bingham plástico es entonces, según I-4.a:

$$\tau = \tau_y + \mu_m(du/dy) . \quad (I-4.d)$$

#### I.4.5 Bingham dilatante y Bingham pseudoplástico

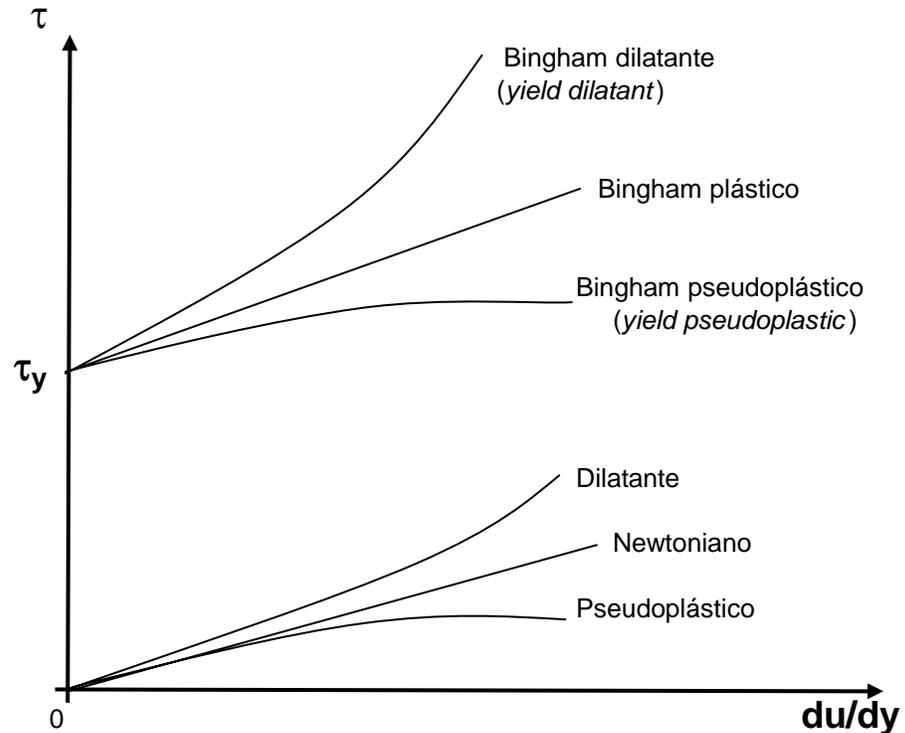


Fig. I.4. Clasificación general de los fluidos viscosos (Levenspiel, 1986, Slatter, 1997)

Levenspiel (1986, p. 92) y Slatter (1997, p. 10) presentan otra clasificación reológica más general de los fluidos viscosos, señalando una variante a la de los fluidos de Bingham con apoyo en la clásica, que indica dos posibilidades más para los fluidos no newtonianos que empiezan a moverse a partir de un cierto esfuerzo cortante pero cuyo índice de comportamiento “n” es mayor o menor que 1. En efecto, estos dos investigadores señalan otros tipos de fluido cuyo comportamiento está relacionado con los tipo Bingham. Las dos posibilidades se representan en la Fig. I.4 y son las siguientes (véase ec. I-4.a): el que hemos llamado: *Bingham dilatante* (en inglés: *yield*

*dilatant*), cuando  $n > 1$  y el *Bingham pseudoplástico* (en inglés: *yield pseudoplastic*), cuando  $n < 1$ .

Al Bingham pseudoplástico corresponden los lodos residuales como señalan, por ejemplo Metcalf (1991, p. 791), Johnson (1998, p. 22 - 4) y Slatter (1997, p. 15). Johnson (1998, p. 22-2) llama también *fluido de Herschel-Bulkley* al *Bingham pseudoplástico*.

## **I.5 Perfiles de velocidad en secciones circulares para fluidos en régimen laminar\***

### **I.5.1 Fluidos Bingham pseudoplásticos y Bingham dilatantes. Expresión de Herschel-Bulkley**

Como en este escrito, se hará siempre referencia únicamente a secciones circulares, la ecuación I-4.a se usará en la forma que propusieron por primera vez Herschel y Bulkley en 1926. Este modelo, que también se conoce con el nombre de sus autores, ha sido probado con éxito por numerosos investigadores, entre los que se encuentran, según Slatter (2004, p.66) y Honey (2000, p.1), los siguientes: Frost en 1982, Xu et al. en 1993, Spinosa y Lotita en 2001 y el mismo Slatter en 2001.

El modelo de Herschel-Bulkley, con referencia a la figura I.5, tiene la forma:

$$\tau = \tau_y + K(- du / dr)^n . \quad (I-5.a)$$

---

\*Este tema fue elaborado en colaboración con el Dr. Rafael B. Carmona, director de esta investigación.

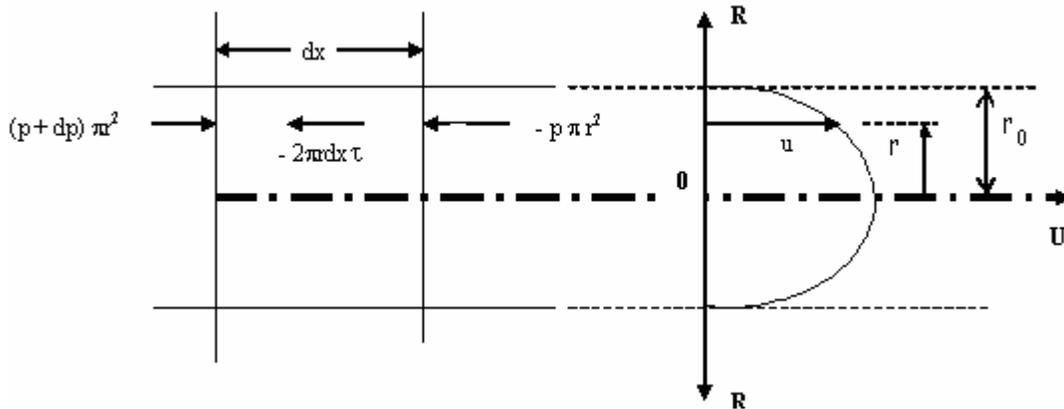


Fig. I.5. Perfil de velocidades en secciones circulares

El eje de las abscisas de las Figs. I.3 o I.4, corresponde indistintamente a  $du/dy$  o a  $(-du/dr)$ , según convenga utilizar los ejes coordenados “U-Y” o “U-R”, respectivamente.

En efecto, en la Fig. I.6 se observa la validez de la relación:  $y = r_0 - r$ , lo que implica que  $dy = -dr$  y, por consiguiente:

$$du/dy = -du/dr. \quad (I-5.b)$$

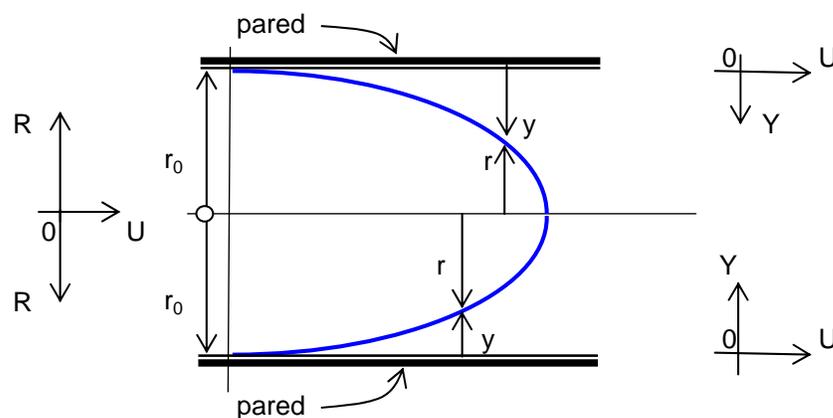


Fig. I.6. Distribución de velocidades en una sección para el sistema coordenado “R-U”

Para un material Bingham plástico, la expresión I-5.a, equivale entonces a

$$\tau = \tau_y + K(- du /dr) , \quad (I-5.a')$$

y para un pseudoplástico o dilatante, la ecuación que los representa, análoga a la I-4.b, es

$$\tau = K(- du /dr)^n , \quad (I-4.b')$$

en que  $n < 1$  para el pseudoplástico.

En los siguientes desarrollos se usará la definición de gradiente o pendiente hidráulica **S** con base en la expresión que señala la caída de presión “ $\Delta p$ ” a lo largo de un escurrimiento en la dirección del eje X, es decir:  $\frac{dp}{dx} = \frac{\gamma dh_f}{dx} = \gamma S$ ; en que  $dh_f$  es la pérdida por fricción en un tramo de longitud  $dx$  del conducto.

En la Fig. I.5, se observa que en cualquier punto a una distancia  $r$  del centro de la sección, se cumple la condición de equilibrio dinámico

$$\pi r^2 dp = 2\pi r dx \tau ,$$

por lo que

$$\tau = \frac{1}{2} \frac{dp}{dx} r = \frac{1}{2} \gamma S r . \quad (I-5.c)$$

En la pared del conducto:  $r = r_0$  y  $\tau = \tau_0 = \frac{1}{2} \gamma S r_0$  y el movimiento empieza en la pared cuando  $\tau_0 > \tau_y$  y existe en cualquier otro punto de la sección mientras  $\tau \geq \tau_y$ . Entonces, para que haya flujo debe cumplirse

$$\frac{1}{2} \gamma S r \geq \tau_y . \quad (I-5.d)$$

El esfuerzo cortante  $\tau$  en el seno de un flujo, disminuye mientras las partículas fluidas se alejan más de la pared del conducto porque  $r$  disminuye (ver I-5.c). Más adelante se

verá que el valor máximo de la velocidad “u” se presenta en la parte central de la sección cuando  $\tau = \tau_y$  (exp. I-5.h).

Tomando en cuenta estas consideraciones, se procede a hacer la integración de la ecuación I-5.a:

$$\left(-\frac{du}{dr}\right)^n = \frac{1}{K}(\tau - \tau_y),$$

$$\int_0^u du = -\int_{r_0}^r \left[\frac{1}{K}(\tau - \tau_y)\right]^{\frac{1}{n}} dr,$$

y recordando que  $\tau = \frac{1}{2}\gamma S r$ , (I-5.c):

$$u = \int_r^{r_0} \left[\frac{1}{K}\left(\frac{1}{2}\gamma S r - \tau_y\right)\right]^{\frac{1}{n}} dr. \quad (I-5.e)$$

Haciendo ahora el siguiente cambio de variable:  $w = \frac{1}{2}\gamma S r - \tau_y$ ;  $dw = \frac{1}{2}\gamma S dr$ ,  $dr = [2/(\gamma S)] dw$ , que permite escribir la integral I-5.e en la forma

$$u = \frac{2}{K^{\frac{1}{n}}\gamma S} \int_r^{r_0} w^{\frac{1}{n}} dw,$$

cuya solución es

$$u = \frac{2}{K^{\frac{1}{n}}\gamma S\left(1 + \frac{1}{n}\right)} \left[ w^{1 + \frac{1}{n}} \right]_r^{r_0}.$$

Tomando ahora los límites de integración y sustituyendo el valor de la variable  $w$ , se tiene

$$u = \frac{2}{K^{\frac{1}{n}} \gamma S \left(1 + \frac{1}{n}\right)} \left[ \left(\frac{1}{2} \gamma S r_0 - \tau_y\right)^{1+\frac{1}{n}} - \left(\frac{1}{2} \gamma S r - \tau_y\right)^{1+\frac{1}{n}} \right], \quad (I-5.f)$$

y si se hace ahora

$$C_1 = \frac{2}{K^{\frac{1}{n}} \gamma S \left(1 + \frac{1}{n}\right)} \quad \text{y} \quad C_2 = C_1 \left(\frac{1}{2} \gamma S r_0 - \tau_y\right)^{1+1/n}, \quad (I-5.g)$$

la ley de velocidades I-5.f, toma la forma

$$u = C_2 - C_1 \left(\frac{1}{2} \gamma S r - \tau_y\right)^{1+1/n}. \quad (I-5.h)$$

Como ya se indicó, la existencia del flujo está garantizada cuando se cumple la condición I-5.d y el hecho de que  $\tau_0 > \tau_y$  (exp. I-5.g) implica que la constante  $C_2$  sea siempre real y positiva.

Por otro lado, a medida que las partículas del fluido en una sección se alejan de la pared,  $\tau$  ( $= \frac{1}{2} \gamma S r$ ) decrece con  $r$ , por lo que el término entre paréntesis de I-5.h, que es positivo (véase la condición de flujo I-5.d), va gradualmente disminuyendo con el consecuente aumento de  $u$  hasta que  $\tau$  alcanza el valor de  $\tau_y$ , con un cierto radio que se designará  $r^*$ . Es decir, en esa posición  $\tau = \tau_y = \frac{1}{2} \gamma S r^*$ , y  $r^*$  vale, entonces

$$r^* = 2\tau_y / \gamma S. \quad (I-5.i)$$

En el círculo de radio  $r^*$ ,  $\tau = \tau_y$  y según I-5.h, la velocidad  $u$  es constante e igual a  $C_2$  y cuando  $r < r^*$  en el interior de dicho círculo,  $\tau$  tendría que ser menor que  $\tau_y$  lo que no es posible porque el esfuerzo de fluencia  $\tau_y$  es el mínimo indispensable para que haya flujo, según la condición de movimiento I-5.d y es evidente que en la zona central de la sección **sí** hay movimiento. En realidad lo que sucede es que existe un “cilindro” de radio  $r^*$  con velocidad constante  $C_2$  y siendo  $u$  constante,  $du/dr = 0$  y la ecuación reológica original I-5.a también indica que  $\tau = \tau_y$  en dicha zona central. El cilindro interior de radio  $r^*$  se desplaza como un sólido a la velocidad máxima de la sección cuyo valor es, de acuerdo con I-5.h

$$u_{\text{máx}} = C_2 \quad (\text{I-5.j})$$

(el valor,  $C_2$  se puede calcular con la expresión I-5.g).

Esta es la explicación teórica de la ley de distribución de velocidades que presenta Levenspiel (1986, p. 96) y que indica en la figura I.7.

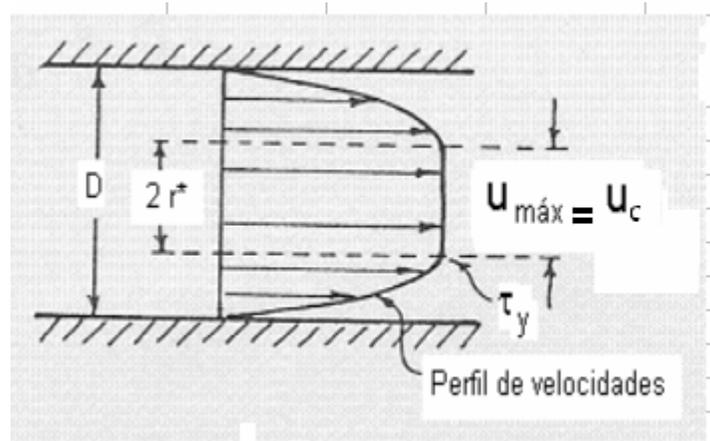


Fig. I.7. Perfil de velocidades en un fluido Bingham pseudoplástico o dilatante  
(Levenspiel, 1986)

En resumen, de acuerdo con I-5.h, la velocidad en la sección tiene las características siguientes:

$$u = C_2 - C_1 \left( \frac{1}{2} \gamma S r - \tau_y \right)^{1+1/n} \quad \text{para } r_0 \geq r \geq r^*,$$

$$u = C_2 = u_{\text{máx}} \quad \text{para } 0 \leq r \leq r^*.$$

### I.5.2 Perfiles para fluidos pseudoplásticos y dilatantes en régimen laminar

En realidad  $\tau_y$  siempre existe, sólo que en muchos fluidos tiene un valor tan pequeño con relación a los esfuerzos cortantes  $\tau$  en la sección, que prácticamente es indetectable o despreciable. Por este motivo es posible que algunos fluidos Bingham pseudoplásticos o dilatantes se puedan analizar como si fueran pseudoplásticos o dilatantes. Esta posibilidad hace interesante el estudio de este tipo de líquidos, que, por lo demás, pueden verse como un caso particular de los fluidos vistos en el tema anterior (I.5.1). En efecto, si  $\tau_y = 0$ , la ecuación reológica, derivada de la I-5.a, tiene ahora la forma, ya vista I-4.b' (tema I.5.1), y la distribución de velocidades en la sección, deberá responder a la ecuación I-5.f cuando  $\tau_y = 0$ , es decir

$$u = \frac{2}{K^{\frac{1}{n}} \gamma S \left( 1 + \frac{1}{n} \right)} \left[ \left( \frac{1}{2} \gamma S r_0 \right)^{1+\frac{1}{n}} - \left( \frac{1}{2} \gamma S r \right)^{1+\frac{1}{n}} \right],$$

que equivale a

$$u = \left( \frac{\gamma S}{2K} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{1 + \frac{1}{n}} \left( r_0^{1+\frac{1}{n}} - r^{1+\frac{1}{n}} \right). \quad \text{(I-5.f')}$$

Si se define ahora:

$$C_3 = \left( \frac{\gamma S}{2K} \right)^{1/n} \frac{1}{1 + 1/n}, \quad (I-5.k)$$

$$u = C_3 (r_0^{1+1/n} - r^{1+1/n}), \quad (I-5.l)$$

que es la ley de distribución de velocidades en una sección circular para los fluidos en los que el esfuerzo de fluencia  $\tau_y$  es nulo y están sometidos a régimen laminar. Esta expresión es general, tanto para los **no** newtonianos, como para los newtonianos. En este último caso,  $n = 1$  y  $K = \mu$  y la ecuación I-4.b' (tema I.5.1) tomaría la forma típica para los fluidos newtonianos

$$\tau = \mu(- du / dr).$$

Desde luego, no habiendo un  $\tau_y$  detectable o significativo, tampoco existe la condición I-5.d para que haya flujo. Por lo demás, la observación de I-5.l hace evidente que  $u_{\text{máx}}$  se presenta para  $r = 0$  y tiene el valor:

$$u_{\text{máx}} = C_3 r_0^{1+1/n}. \quad (I-5.m)$$

Lo anterior lleva a la conclusión de que, en todos los casos en que  $\tau_y = 0$ , las leyes de velocidad “ $u - r$ ” en una sección, son del tipo indicado en la figura I.8. En la misma figura se indica también el perfil para el caso en que  $\tau_y > 0$ , ya representado en la figura I.7.

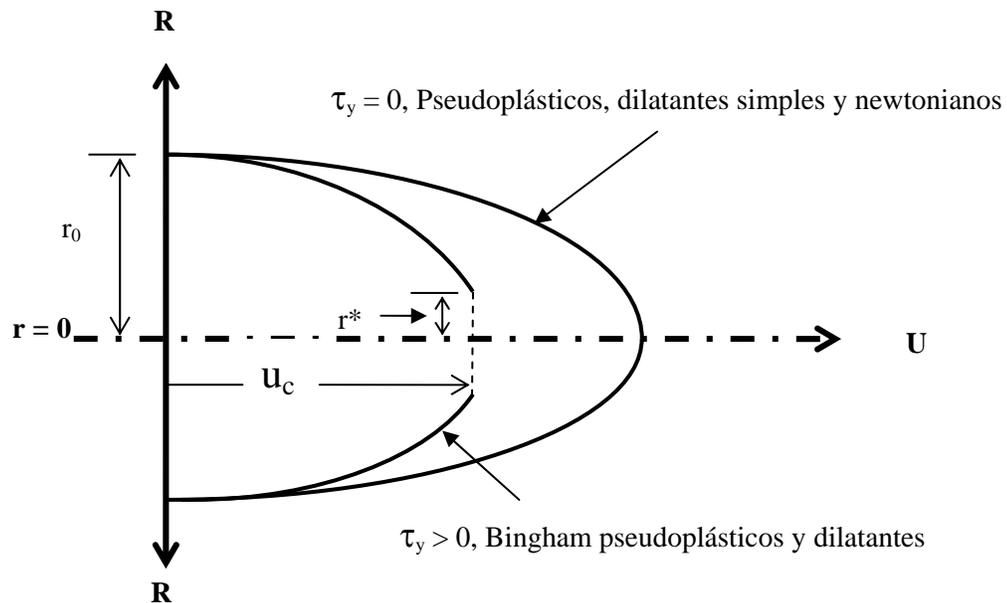


Fig. I.8. Perfil de velocidades para todos los fluidos en régimen laminar

## I.6 Consideraciones teóricas para el cálculo del bombeo de fluidos no newtonianos en la zona laminar\*

### I.6.1 Factor de fricción de la fórmula de Darcy-Weisbach para cualquier tipo de fluido en el que $\tau_y = 0$ , funcionando en régimen laminar

El gasto en la sección está dado por:

$$Q = 2\pi \int_0^{r_0} u r dr ,$$

y utilizando la expresión I-5.f' del subtema I-5.2, la expresión anterior tiene la forma

\* Los siguientes desarrollos, correspondientes a los temas I.6.1 y I.6.2, se deben al Dr. Rafael B. Carmona, director de esta investigación. Con el objeto de utilizar la misma nomenclatura del texto, en algunos casos se hicieron pequeñas adaptaciones.

$$Q = \frac{2\pi}{1 + \frac{1}{n}} \left( \frac{\gamma S}{2K} \right)^{1/n} \int_0^{r_0} \left( r_0^{1+1/n} - r^{1+1/n} \right) r dr ,$$

que una vez integrada, da por resultado

$$Q = \frac{2\pi}{1 + 1/n} \left( \frac{\gamma S}{2K} \right)^{1/n} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3 + 1/n} \right) r_0^{(3+1/n)} ,$$

y la velocidad media  $V = Q / (\pi r_0^2)$ , tiene el valor

$$V = \frac{2}{1 + 1/n} \left( \frac{\gamma S}{2K} \right)^{1/n} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3 + 1/n} \right) r_0^{(1+1/n)} ,$$

el primer factor de esta ecuación es  $2C_3$ , como indica I-5.k, por lo que

$$V = 2C_3 \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3 + 1/n} \right) r_0^{(1+1/n)} .$$

Esto significa que si se conoce la velocidad media, que en la mayoría de los proyectos es un dato, también se puede calcular  $C_3$  con la expresión más sencilla

$$C_3 = \frac{V}{\left( 1 - \frac{2}{3 + 1/n} \right) r_0^{(1+1/n)}} . \quad (I-5.k')$$

Sustituyendo este valor en I-5.l, se llega a

$$u = \frac{V}{\left(1 - \frac{2}{3 + 1/n}\right)} \left[ 1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^{1+1/n} \right]. \quad (I-6.a)$$

Por otro lado el factor de fricción de la fórmula de Darcy, es

$$f = \frac{2gD}{V^2} S. \quad (I-6.b)$$

Igualando ahora I-5.k con I-5.k'

$$\left(\frac{\gamma S}{2K}\right)^{1/n} \frac{1}{1 + 1/n} = \frac{V}{\left(1 - \frac{2}{3 + 1/n}\right) r_0^{(1+1/n)}},$$

y si se cambia  $r_0$  por  $D/2$ , al despejar  $S$ , se obtiene

$$S = \left(3 + \frac{1}{n}\right)^n 2^{n+2} \frac{K}{\gamma} \frac{V^n}{D^{n+1}},$$

expresión que sustituida en la I-6.b y recordando que  $\gamma = \rho g$ , conduce al valor del factor de fricción buscado

$$f = \frac{(3 + 1/n)^n 2^{n+3}}{V^{2-n} D^n} \frac{K}{\rho}. \quad (I-6.c)$$

Tomando en cuenta ahora que  $\mu = \rho \nu$  si, por analogía se hace  $K = \rho \nu'$  la expresión anterior, queda

$$f = \frac{(3 + 1/n)^n 2^{n+3}}{V^{2-n} D^n \nu'} \quad (I-6.c')$$

El término del denominador es un número de Reynolds generalizado para todos los fluidos en los que el esfuerzo de fluencia  $\tau_y$  sea nulo. Govier y Aziz (1972, p.189), usan este parámetro al que llaman número de Reynolds para fluidos “ley de potencia”, (*power law Reynolds number*). Aquí se designará con el símbolo  $Re_n$

$$Re_n = \frac{V^{2-n} D^n}{\nu'} \quad (I-6.d)$$

Entonces el factor de fricción I-6.c' buscado, válido para régimen laminar en los fluidos en los que  $\tau_y = 0$ , es

$$f_c = \frac{(3 + 1/n)^n 2^{n+3}}{Re_n} \quad (I-6.e)$$

(Carmona, 2006)

Obsérvese que en el caso de los newtonianos, al sustituir en esta expresión  $n = 1$  y  $\nu = \nu'$ , se obtiene la conocida fórmula de Poiseuille para flujo laminar  $f = 64/Re$ .

Y, desde luego,  $Re_n$  se puede usar como criterio para estudiar las zonas definidas del comportamiento de cualquier fluido homogéneo en movimiento, es decir, habrá régimen laminar cuando  $Re_n < 2240$ , siempre que el esfuerzo de fluencia  $\tau_y$  sea nulo o despreciable.

Honey (2000, p.20) utiliza el número de Reynolds generalizado para fluidos pseudoplásticos desarrollado por Frost en 1982 y que es el siguiente

$$\mathbf{Re}_F = \frac{\mathbf{V}^{2-n} \mathbf{D}^n}{\mathbf{v}' [2^{n-3} (3 + 1/n)^n]} , \quad (\text{I-6.f})$$

que tomando I-6.d, tiene la forma

$$\mathbf{Re}_F = \frac{\mathbf{Re}_n}{2^{n-3} (3 + 1/n)^n} , \quad (\text{I-6.f'})$$

que es el mismo que usa Levenspiel (1986, p. 99) y que también llama número de Reynolds generalizado "Re<sub>gen</sub>".

Por su parte Govier y Aziz dicen (1972, p. 213) que la transición de régimen laminar a turbulento en fluidos pseudoplásticos se presenta a partir del número de Reynolds crítico

$$\mathbf{Re}_c = \frac{6464 n}{(1 + 3n)^2 \left[ \frac{1}{2 + n} \right]^{\frac{2+n}{1+n}}} . \quad (\text{I-6.g})$$

### **I.6.2 Factor de fricción de la fórmula de Darcy-Weisbach para fluidos tipo Bingham, Bingham pseudoplásticos o Bingham dilatantes en régimen laminar**

Si, de acuerdo con la Fig. I.5, se define la variable z como

$$z = r/r_0 \quad (\text{I-6.h})$$

y si se designa  $z^*$  al valor de  $z$  para  $r = r^*$  (Figs. I.7 y I.8), su valor es

$$z^* = r^*/r_0, \quad (I-6.h')$$

recordando ahora que:  $\tau = \frac{1}{2} \gamma S r$  (I-5.c) y que  $\tau_y = \frac{1}{2} \gamma S r^*$  (I-5.i). La ley de distribución de velocidades I-5.f (véase también I-5.f'), **para el caso general en que  $\tau_v \neq 0$**  tiene la forma

$$u = \left( \frac{n}{n+1} \right) r_0^{1+1/n} \left( \frac{\gamma S}{2K} \right)^{1/n} \left[ (1-z^*)^{1+1/n} - (z-z^*)^{1+1/n} \right]. \quad (I-5.f'')$$

En la circunferencia de radio  $r^*$ ,  $z = z^*$  y se tiene una velocidad, que se denominará  $u_c$ . Como ya se ha demostrado, esta velocidad es constante en todo el círculo interior de radio  $r^*$ . El valor de dicha velocidad, de acuerdo con la expresión anterior, toma la forma

$$u_c = \left( \frac{n}{n+1} \right) r_0^{1+1/n} \left( \frac{\gamma S}{2K} \right)^{1/n} (1-z^*)^{1+1/n} \quad (I-6.i)$$

( $u_c$  está indicada en las figuras I.7 y I.8).

Dividiendo I-5.f'' entre I-6.i

$$\frac{u}{u_c} = 1 - \left( \frac{z-z^*}{1-z^*} \right)^{1+1/n}. \quad (I-6.j)$$

Por otra parte, el gasto diferencial en un anillo de ancho  $dr$  es:  $dQ = 2\pi r dr \cdot u$ . Entonces el gasto total en la sección es

$$Q = 2\pi \int_0^{r_0} u r dr$$

y como  $r = z r_0$  (I-6.h),  $dr = r_0 dz$ . Sustituyendo estos valores en la expresión anterior y ajustando los límites de integración a la variable  $z$ , la misma expresión equivale a

$$Q = 2\pi r_0^2 \int_0^1 u z dz \quad . \quad (I-6.k)$$

Si se divide y se multiplica por  $u_c$  la integral I-6.k, y además se descompone la integral en dos partes, la expresión del gasto en la sección tiene la forma

$$Q = 2\pi r_0^2 u_c \left[ \int_0^{z^*} \frac{u}{u_c} z dz + \int_{z^*}^1 \frac{u}{u_c} z dz \right].$$

Al sustituir ahora el valor de  $u$  de la ecuación I-6.j en esta expresión, debe recordarse que para:  $0 \leq z \leq z^*$ ,  $u = u_c$ , es decir:  $u/u_c = 1$  y la ecuación I-6.j es válida en el anillo exterior en donde  $z^* \leq z \leq 1$ , por lo que la ecuación anterior queda

$$Q = 2\pi r_0^2 u_c \left[ \int_0^{z^*} z dz + \int_{z^*}^1 \left[ 1 - \left( \frac{z - z^*}{1 - z^*} \right)^{1+1/n} \right] z dz \right],$$

equivalente a

$$Q = 2\pi r_0^2 u_c \left[ \int_0^1 z dz - \frac{1}{(1 - z^*)^{1+1/n}} \int_{z^*}^1 (z - z^*)^{1+1/n} z dz \right]. \quad (I-6.l)$$

Para resolver la 2ª integral de la ecuación anterior, se harán las siguientes sustituciones:  $w = z - z^*$  y  $q = 1 + 1/n$ , por lo que  $dz = dw$  y esta 2ª integral tiene ahora la forma

$$\int w^q (w + z^*) dw = \int w^{q+1} dw + z^* \int w^q dw = \frac{w^{q+2}}{q+2} + z^* \frac{w^{q+1}}{q+1},$$

y sustituyendo las variables por sus definiciones, en el 2º término del paréntesis rectangular de I-6.l, se tiene

$$\begin{aligned} \frac{1}{(1-z^*)^{1+1/n}} \int_{z^*}^1 (z-z^*)^{1+1/n} z dz &= \frac{1}{(1-z^*)^{1+1/n}} \left[ \frac{(z-z^*)^{3+1/n}}{3+1/n} + z^* \frac{(z-z^*)^{2+1/n}}{2+1/n} \right]_{z^*}^1 \\ &= \frac{(1+z^*)(z^* + 1/n + 2)}{(3+1/n)(2+1/n)}, \end{aligned}$$

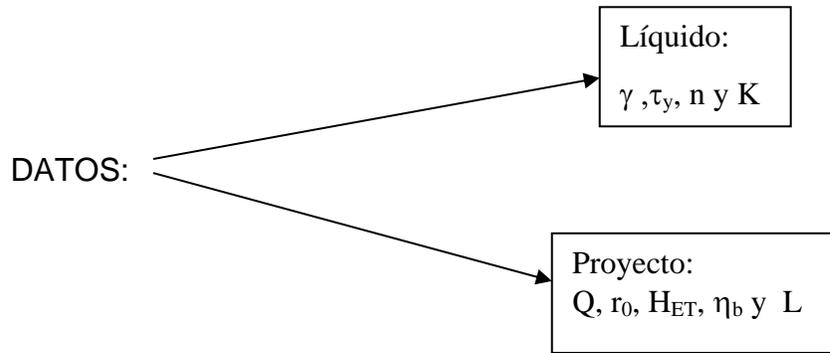
una vez sustituido este resultado en I-6.l, la integración completa tiene el valor

$$Q = 2\pi r_0^2 u_c \left[ 1/2 - \frac{(1-z^*)(z^* + 1/n + 2)}{(3+1/n)(2+1/n)} \right],$$

y la velocidad media  $V = Q/(\pi r_0^2)$ , queda

$$V = u_c \left[ 1 - \frac{2(1-z^*)(z^* + 1/n + 2)}{(3+1/n)(2+1/n)} \right]. \quad (I-6.m)$$

Si se hace la hipótesis de que el fluido en el que  $\tau_y \neq 0$  se encuentra en la zona laminar, para el que es válida la expresión de partida I-5.f'', el problema queda planteado en la forma siguiente



## PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Se tiene entonces el sistema de 5 ecuaciones simultáneas con 5 incógnitas (*determinado*) que se indica en el Cuadro I.1 que es posible resolver con un procedimiento iterativo como el que se describe a continuación

- 1 Proponer un valor de  $S$ , recordando que para que exista el flujo es necesario que  $\tau_0 > \tau_y$ . Es decir, según I-5.d,  $S_{\min} = 2\tau_y / (\gamma r_0)$
- 2 Calcular  $r^*$  con I-5.i
- 3 Calcular  $z^*$  con I-6.h'
- 4 Calcular  $u_c$  con I-6.i
- 5 Calcular  $V$  con I-6.m
- 6 Si el valor calculado de la velocidad media  $V$  coincide con el dato del proyecto, el proceso está terminado y una vez obtenido  $f$  con I-6.b se utilizará este valor en el diseño del bombeo. Si no es así, habrá que regresar al punto 1.

Ecuaciones:		Incógnitas:
(I-5.i)	$r^* = 2\tau_y / \gamma S$	$r^*, S$
(I-6.h')	$z^* = r^*/r_0$	$z^*$
(I-6.i)	$u_c = \left(\frac{n}{n+1}\right) r_0^{1+1/n} \left(\frac{\gamma S}{2K}\right)^{1/n} (1-z^*)^{1+1/n}$	$u_c$
(I-6.m)	$V = u_c \left[ 1 - \frac{2(1-z^*)(z^* + 1/n + 2)}{(3 + 1/n)(2 + 1/n)} \right]$	-----
(I-6.b)	$f = \frac{2gD}{V^2} S$	$f$

Cuadro I.1

Desde luego, lo conveniente es usar un *software* apropiado que permita resolver el sistema de ecuaciones simultáneas muy fácilmente. En este trabajo se ha usado con éxito el *Maple 9.5* y sus aplicaciones numéricas se encuentran en el Apéndice D. Por último, recuérdese que se ha supuesto que el flujo es laminar y una vez terminado el cálculo, debe comprobarse que se cumpla esta hipótesis. Para ello, en el tema I.8 se presentarán algunos criterios que permiten determinar el tipo de régimen para fluidos no newtonianos viscosos.

## I.7 Comportamiento dependiente del tiempo. Tixotropía y reopexia

Algunos fluidos no newtonianos se caracterizan porque su viscosidad es afectada por el tiempo en que permanezcan sometidos a un cierto esfuerzo cortante entre sus partículas durante el flujo. Dichos líquidos pueden hacerse más viscosos o, lo contrario, aumentar su fluidez. En este último caso, como ya se ha indicado, se trata de fluidos pseudoplásticos que si además son dependientes del tiempo se denominan *tixotrópicos*. Barnes (1997, p.2) señala que este término fue introducido por Peterfi en 1927 y viene de las palabras griegas: *tixis* (sacudir) y *trepo* (cambiar). Por otra parte, Barnes, Hutton

y Walters en 1989, siguiendo las normas de la *British Standards Institution de 1975*, definieron a los fluidos tixotrópicos en la forma siguiente (Barnes, 1997, p. 6)

“aquellos cuya viscosidad<sup>1</sup> decrece con el tiempo al ser sometidos a un incremento de esfuerzo cortante constante y que recobran gradualmente sus condiciones originales cuando dicho esfuerzo desaparece”

Barnes, (1997, p. 6) cita otras definiciones de tixotropía de las cuales se han escogido las siguientes dos:

Una más rigurosa que presenta el *Polymer Science Dictionary* en su edición de 1990:

“Comportamiento dependiente del tiempo en el cual la viscosidad aparente (el subrayado no es del original) decrece durante el tiempo de aplicación de un esfuerzo cortante y dicha viscosidad se recupera o se acerca a la original, cuando el esfuerzo cortante cesa. La recuperación puede durar un tiempo considerable” (Barnes, 1997, p. 6).

O una segunda, probablemente más cercana a los ingenieros, es la siguiente del *Polymer Technology Dictionary* en su edición de 1994:

“Tixotropía. Término usado en reología que significa que la viscosidad de un material decrece notablemente durante el tiempo al que está sometido a un esfuerzo cortante y después, se incrementa significativamente cuando la fuerza que induce el flujo es retirada” (Barnes, 1997, p. 6).

Los especialistas coinciden en que a este género de fluidos pertenecen precisamente los lodos residuales de las plantas de tratamiento de aguas negras que son los que interesan en esta investigación. Esta característica se comprobó experimentalmente en este trabajo en la forma descrita en el tema III.5.2.1. De cualquier forma, para el tipo

---

<sup>1</sup> Evidentemente la referencia es a la viscosidad aparente (ver exp. I-3.b)

especial de lodo que se deba manejar, es indispensable antes determinar sus parámetros en el laboratorio (“caracterizarlo”).

Otros autores, como Levenspiel (1986) y Johnson (1998) describen dos tipos de sustancias **dependientes** del tiempo, a saber: la ya mencionada **tixotrópica**, que es un material pseudoplástico cuya viscosidad aparente **disminuye con el tiempo** y la **reopéctica o antitixotrópica**, como le llaman algunos autores (Coussot, 1997). En efecto, las sustancias reopécticas son fluidos dilatantes **afectados también por el tiempo**, tal como se representa en la Fig. 1.9.

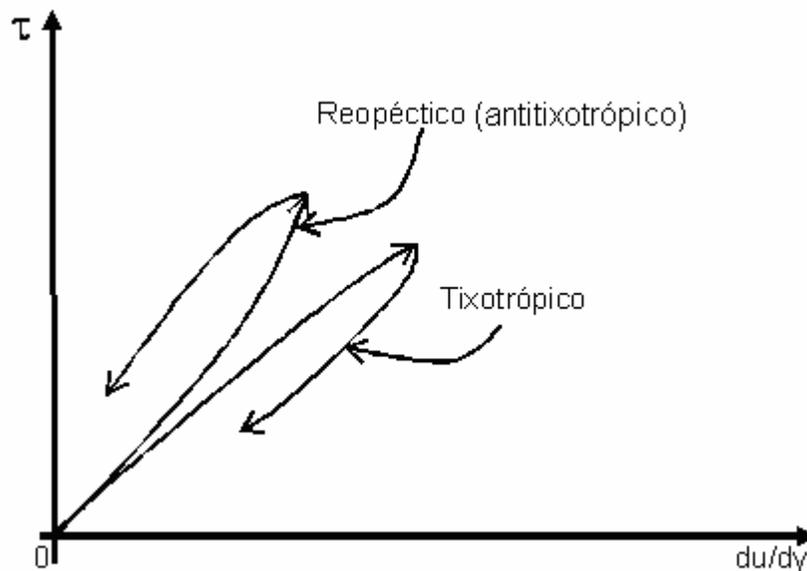


Fig. 1.9. Fluidos tixotrópicos y reopécticos (Levenspiel, 1986, p. 93)

Los autores consultados, entre ellos Lester (1994, p. 85) señalan que el tixotrópico es el líquido más importante porque se presenta más comúnmente.

Desde luego, ambos fluidos tienen una peculiaridad, que consiste en que su comportamiento se altera cuando cesa o disminuye el esfuerzo  $\tau$  al que están sometidos. En efecto, cuando esto sucede, la ley “ $\tau - du/dy$ ” es distinta a la que tenían en las condiciones anteriores al cambio de esfuerzo cortante (Fig. 1.9). Es decir, el comportamiento del fluido experimenta un efecto de *histeresis* (Barnes, 1997, ps. 13 y 15).

Johnson (1998) y Levenspiel (1986) representan este fenómeno en la forma indicada en la figura Fig. I.9, señalando que al suspenderse o disminuir el esfuerzo cortante  $\tau$ , momento en el que aparece un quiebre en la curva reológica que describe su comportamiento en cada sección, la mencionada ley “ $\tau$ - $du/dy$ ” es diferente a la que tuvieron en la etapa de ascenso de  $\tau$ , es decir, existe una dependencia del tiempo o, en otras palabras, las propiedades del fluido no experimentan un “regreso” sobre la misma curva que los caracterizaba en la primera etapa de ascenso de  $\tau$ .

### I.7.1 Disminución del índice de consistencia del fluido $K$ en sustancias pseudoplásticas durante el flujo en una tubería (tixotropía)

Honey (2000, p. 20) presenta los fluidos tixotrópicos como aquellos pseudoplásticos en los que su índice de consistencia disminuye con el tiempo durante su flujo en un primer tramo de recorrido en la tubería que los transporta y después de este tramo se comportan como independientes del tiempo.

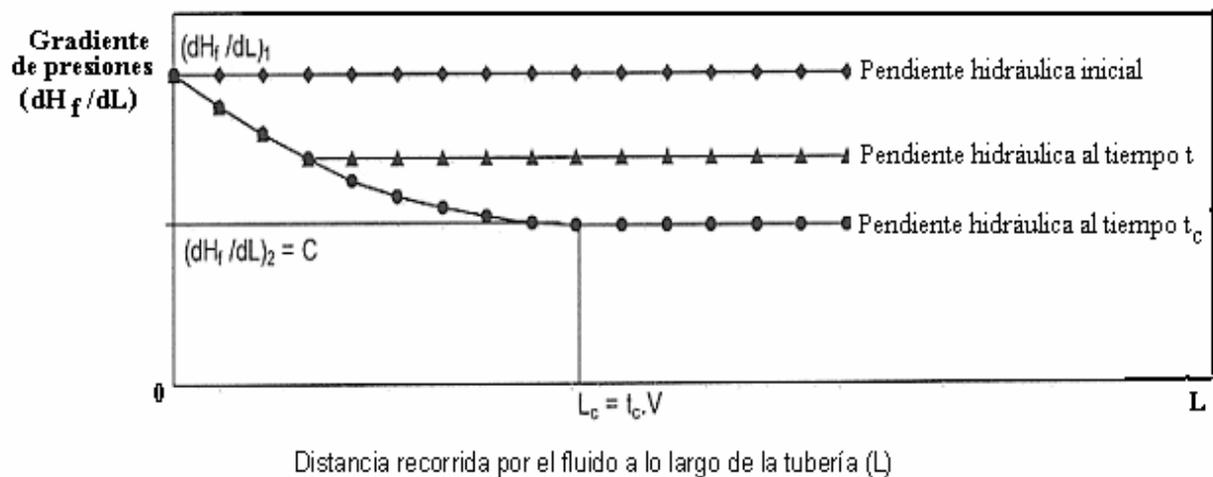


Fig. I.10 Caída del gradiente de presiones a lo largo de una tubería para un lodo típicamente tixotrópico (Honey, 2000)

El investigador midió en el laboratorio la pérdida por fricción de un fluido tixotrópico a lo largo de una tubería y observó que la caída de presión por unidad de longitud recorrida

por el líquido  $dH_f / dL$  (Fig. I.10), es decir, la pendiente o gradiente hidráulico “S”, decrece en un primer tramo de recorrido del fluido y a partir de una cierta distancia  $L_c$  que llamó *longitud crítica*, dicha pendiente se hace constante y el comportamiento del fluido continúa en forma independiente del tiempo, como sucede en los fluidos newtonianos.

Honey graficó sus resultados en la forma indicada en la Fig. I.10. El hecho de que S sea constante en la zona  $L \geq L_c$ , equivale a que lo sea también el *índice de consistencia del fluido* K (ec. I-4.b', tema I.5.1), como se ve a continuación.

Si el flujo es laminar, como es el caso, el factor de fricción f es función del número de Reynolds exponencial  $Re_n$  (ec. I-6.d), es decir:

$f = \phi(V, D, \rho, n, K)$  y si se hace referencia a **un proyecto específico:**

$f = \phi(c, K)$ ; en que c es una constante que incluye los datos invariables del proyecto en cuestión. Entonces la expresión anterior equivale a  $f = \phi_1(K)$ .

Por otra parte como según la fórmula de Darcy;  $dH_f / dL = S = f/d (V^2/2g)$  para un proyecto determinado es válida la relación  $S = \phi_2(c, f)$  y como  $f = \phi_1(K)$ , se concluye que  $S = \phi_3(K)$ . Entonces, si  $S = \text{cte.}$ , K también lo es, que es la conclusión a la que se pretendía llegar.

Además, si  $K = \text{cte.}$  y  $f = \phi_1(K)$ , decir que K es constante equivale a asegurar que f también lo es, en el proyecto en cuestión. Se insiste en que el flujo está en régimen laminar y en él, sólo la viscosidad determina la pérdida de carga a velocidad media constante, como es el caso al que se hace referencia.

Entonces, es correcto decir que si a partir de  $L_c$ , según la Fig. I.10,  $dH_f / dL = S$  se mantiene constante, sucede lo mismo con el coeficiente de viscosidad plástica K. La zona  $L > L_c$  es precisamente en la que los cálculos de bombeo son válidos porque K se maneja como un parámetro invariable. Este comportamiento ya había sido señalado por Barnes (1997, p. 8), al referirse a este tipo de sustancias cuando dice que: “si en un viscosímetro se aplica el mismo esfuerzo cortante a un material tixotrópico, su

viscosidad decrece con el tiempo pero en determinado momento se estabiliza y alcanza un valor fijo”.

Además, Honey (2000, p. 20), advierte que debe respetarse una velocidad mínima con la que no haya sedimentación y desde luego verificar experimentalmente si el lodo es pseudoplástico (curva c de la Fig. 1.3 y Fig. 1.4) y tixotrópico (Fig. 1.9). Estas consideraciones llevan a la conclusión ya comentada en el sentido de que las características del lodo que se manejará, deben ser determinadas previamente en el laboratorio.

En esta Fig. 1.10 se ve que antes de una distancia  $L_c$ , que es el primer tramo de la conducción del bombeo durante un cierto tiempo crítico que el autor llama “ $t_c$ ”, la relación de la pérdida por fricción con respecto a tramos iguales de longitud recorrida (pendiente hidráulica si el diámetro de la tubería es constante), es mayor al principio del flujo y va disminuyendo hasta adquirir un valor constante al sobrepasar la distancia  $L_c$ .

Esto significa que sobrepasada esa sección, la caída de presión es proporcional únicamente a la distancia recorrida por el fluido, lo que implica que el factor de fricción o la viscosidad, parten de un valor alto al empezar el flujo y van disminuyendo durante el tiempo  $t_c$  para después mantenerse fijos en el resto de la conducción.

La consecuencia inmediata es que después del tiempo  $t_c$  el flujo es independiente del tiempo, por lo menos en lo que se refiere a su índice de consistencia “K”.

Por otra parte, también como sugiere Carmona, director de este trabajo, si el tiempo o la distancia recorrida por el fluido mientras decrece la viscosidad **no** es significativamente grande, al menos en el caso particular que se analice, tal vez su dependencia del tiempo pueda pasarse por alto, algo que significaría una simplificación importante. Levenspiel (1986, p. 93) sostiene la misma idea cuando dice que los fluidos tixotrópicos no sujetos a aceleración, en su concepto vectorial (cambios de diámetro de la tubería, de dirección, de velocidad, etc.), a menudo pueden tratarse como independientes del tiempo. Esto no significa que se olvide la característica no newtoniana de estos fluidos, sino únicamente, suponer que para efectos del cálculo de la potencia de bombeo, es

aceptable pasar por alto la tixotropía, aunque no para las técnicas de operación de la instalación y específicamente durante una reducción del gasto, como se verá en el Capítulo IV.

Govier y Aziz (1972, p. 267) también coinciden con lo anterior al señalar que el problema de los fluidos dependientes del tiempo no es tan serio porque, después de estar sometidos durante un tiempo “razonable” (textual) al esfuerzo cortante, se comportan efectivamente como si fueran independientes del tiempo. Los autores añaden además, que tanto este lapso como la distancia necesaria de recorrido por el fluido en la tubería hasta el momento en que actúe como independiente del tiempo son parámetros que deben medirse en la instalación, lo que refuerza la conveniencia de recurrir a la experimentación en cada caso.

Chaari et al. (2003, p. 274) realizaron experimentos con lodos residuales de la Planta de Tratamiento de Aguas Negras de la Ciudad de Valenton, Francia e hicieron mediciones utilizando un reómetro de alta precisión (podía medir momentos hasta de  $10^{-8}$  Nm). El lodo fue tratado con procedimientos químicos para anular su actividad biológica y, una vez caracterizado, demostró ser tixotrópico, como los que interesan a este estudio. Los resultados de Chaari señalan claramente el momento en que se presenta un esfuerzo crítico a partir del cual aumenta bruscamente la fluidez del líquido, propiciando un notable incremento en su gradiente de velocidades. Para el líquido que manejó este investigador, dicho esfuerzo alcanzó un valor de 250 Pa.

En la Tabla 3 del Apéndice A, se indican valores de  $\tau_y$  para algunas sustancias pseudoplásticas.

La forma en que Chaari grafica sus resultados en la Fig. I.11, ilustra cómo una vez alcanzado un cierto esfuerzo cortante en un lodo residual (Bingham pseudoplástico), el gradiente de la velocidad del fluido en cualquier sección sufre un importante incremento con una ligera elevación del esfuerzo cortante, tal como se aprecia también en la Fig. I.4 para el pseudoplástico en que la curvatura de la línea se acerca rápidamente a la horizontal.

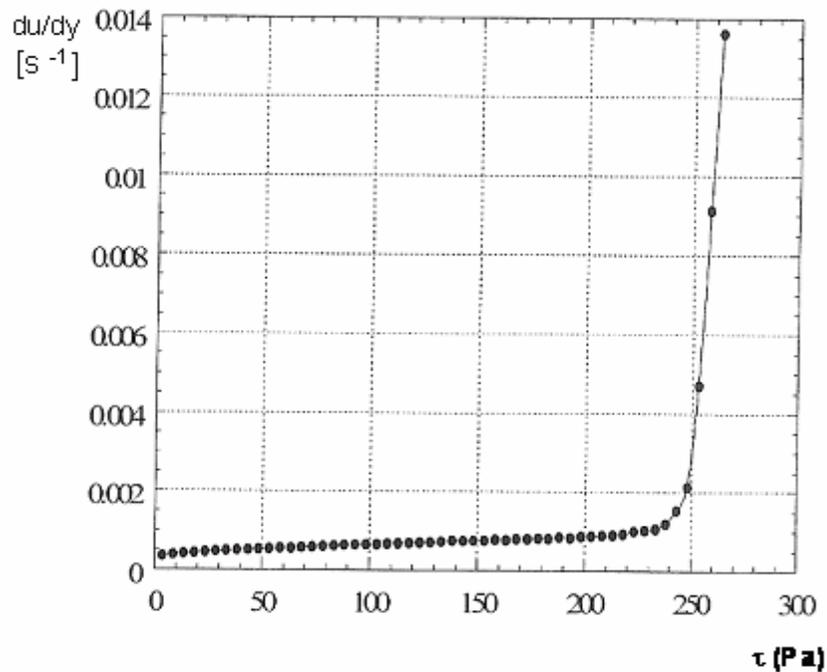


Fig. I.11 Relación “ $\tau - du/dy$ ” para un lodo residual, medida experimentalmente (Chaari, 2003)

Esto significa que el aumento de fluidez a partir de cierto esfuerzo cortante, producirá una pérdida de carga menor, ante las mismas condiciones de funcionamiento, como se concluye también al observar los experimentos de Honey y comparar la notable diferencia entre la pérdida antes y después del primer tramo de la tubería.

## I.8 Régimen turbulento en fluidos no newtonianos viscosos

### Introducción

Por lo que respecta a la utilización del régimen turbulento, Shook (1991, p. 4) comenta que la mezcla rápida de los elementos del líquido consume una cantidad de energía mucho mayor que la producida por el simple deslizamiento entre las capas del fluido en un régimen laminar y que este incremento en el consumo de energía va acompañado

también de un aumento del esfuerzo cortante en las paredes del conducto y por consiguiente de mayor pérdida de energía en la conducción, opinión compartida por Vlasak y Chara (2004, p. 190).

Desde luego, si se observa la fórmula de Poiseuille:  $f = 64/Re$ , es evidente que en régimen laminar, tratándose de fluidos newtonianos, el aumento de la velocidad, que implica un incremento en el número de Reynolds, produce una disminución del factor de fricción  $f$ , mientras que, como es sabido, en la zona turbulenta en la que  $f$  es constante para un conducto específico, la pérdida por fricción aumenta en función del *cuadrado de la velocidad*, como señalan todas las fórmulas de fricción y por consiguiente las pérdidas se incrementan en forma importante con el aumento de la velocidad. En el caso de los fluidos **no newtonianos**, este último efecto es aún más notable como lo han demostrado las investigaciones que se presentan a continuación.

El profesor Slatter (1999b, p. 248), comprobó que el cambio de laminar a turbulento produce un incremento abrupto en la resistencia al flujo, lo que implica que el esfuerzo cortante en la pared crece substancialmente al entrar el fluido no newtoniano a la zona turbulenta. El investigador verificó experimentalmente esta característica y aún la comparó con el caso del agua clara. Slatter había obtenido estos resultados en 1997, y los presentó en la Conferencia Bienal del Water Institute of Southern Africa (Slatter, 2004, p. 67) ilustrándolos en la Fig. I.12.

Por ello y tratándose de fluidos viscosos que, de cualquier manera producen mayor fricción que el agua clara, el régimen turbulento no parece ser el más apropiado para el transporte de lodos residuales.

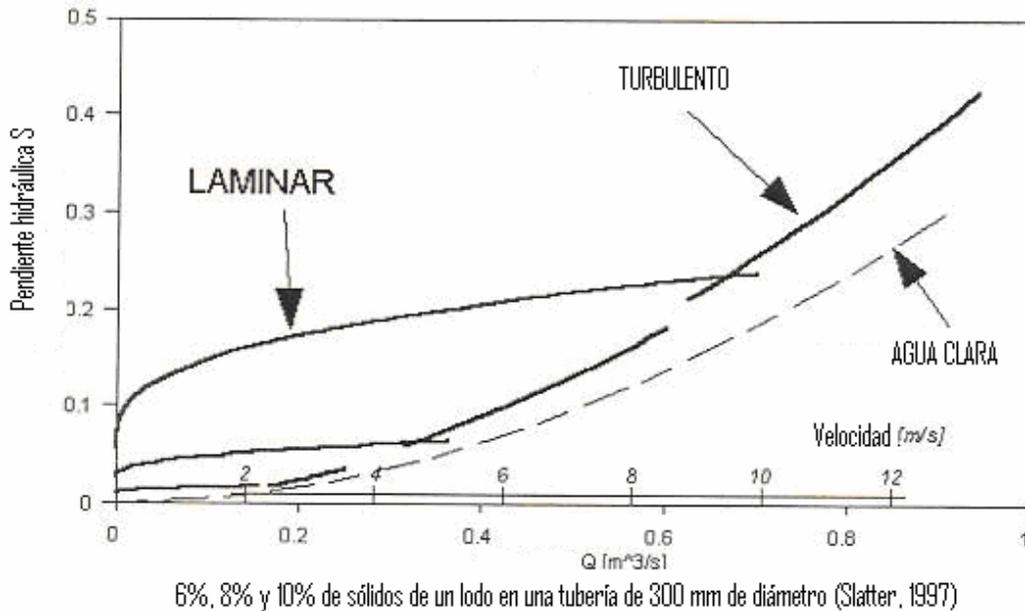


Fig. I.12. Régimen laminar y turbulento en lodos residuales (Slatter, 2004)

Slatter y Wasp (2000, p. 395), relacionaron experimentalmente el esfuerzo de fluencia  $\tau_y$  de un fluido con la velocidad del mismo en el paso del régimen laminar al turbulento en *tuberías largas* y obtuvieron la fórmula I-8.a, para determinar dicha velocidad que denominaron *velocidad crítica*. Esta es la siguiente

$$V_{cs\&w} = 26 \sqrt{\frac{\tau_y}{\rho}} \quad (I-8.a)$$

La relación “ $\tau_y$ -velocidad crítica” que obtuvieron estos investigadores se presenta en la Fig. I.13 (Slatter 2004, p. 67).

En la misma referencia, Slatter observa que en la fórmula I-8.a, la velocidad crítica es independiente del diámetro de la tubería.

El autor comenta además (Slatter 2004, p. 67), que la turbulencia no se presentará a velocidades “*reales* (sic), menores de 3 m/s aproximadamente” y que si el esfuerzo de fluencia es mayor de 13 Pa el régimen es laminar si no se excede naturalmente, la

velocidad de 3 m/s. Todo esto es una conclusión de los resultados presentados en la figura I.13.

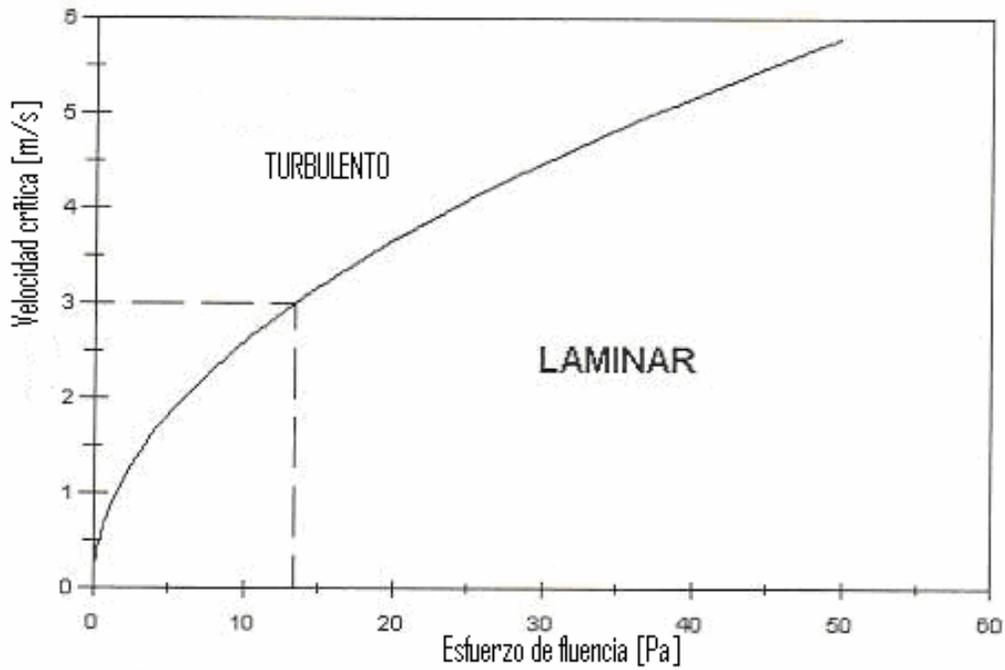


Fig. I.13. Tipo de régimen en función de la velocidad media y el esfuerzo de fluencia en lodos residuales típicos (Slatter, 2004)

De cualquier forma, se considera necesario estudiar el flujo turbulento, tanto para comprobar lo que se acaba de señalar, como para dejar la posibilidad de analizar un proyecto con este régimen, cuando se considere conveniente.

Por otra parte, Slatter y Sittert (1999, p. 211) señalan que aunque la reología de los fluidos no newtonianos viscosos es muy distinta a la de los newtonianos, **en la zona de turbulencia completa** el comportamiento de ambos tipos de líquidos es notoriamente similar y, desde luego para los no newtonianos, el factor de fricción se mantiene prácticamente constante para números de Reynolds altos como sucede con los newtonianos.

Además, como se observará en el tema I.8.2.2, algo curioso es que la pérdida de energía en régimen turbulento para fluidos no newtonianos, no depende del tipo de

material del conducto, cuando es **precisamente** esta característica algo típico del régimen turbulento en líquidos newtonianos. En efecto, las fórmulas indicadas en el tema I.8.2.2, señalan que la fricción depende del diámetro representativo de los sólidos en suspensión y del diámetro de la tubería únicamente, lo que marca una clara diferencia entre los materiales no newtonianos y los que sí lo son.

### **I.8.1 Pérdidas por fricción en régimen turbulento para fluidos no newtonianos viscosos**

La primera parte del siguiente análisis consiste evidentemente, en definir cuál es el inicio de un régimen turbulento en fluidos no newtonianos y para ello se describen los trabajos de algunos investigadores, realizados con el objeto de definir el límite en que el flujo deja de ser laminar y entra en la zona de transición.

#### **I.8.1.1 Transición de régimen laminar a turbulento en fluidos no newtonianos viscosos**

Al ir aumentando el número de Reynolds en un flujo laminar, sabemos que hay un valor de éste en que el régimen deja de ser laminar y entra en la zona de transición para después transformarse en turbulento. Slatter (1999b, p. 248) propone utilizar las propiedades del flujo laminar en los líquidos tipo Bingham pseudoplástico, que asegura son los más comunes. Seguiremos a continuación este camino como un antecedente para obtener las características del inicio de la turbulencia.

Si se utiliza la expresión  $\tau_0 = \frac{1}{2} \gamma S r_0$  (deducida de la exp. I-5.c), la velocidad puntual  $u$  en una sección, está descrita por la expresión ya obtenida

$$u = \frac{2}{K^{\frac{1}{n}} \gamma S \left(1 + \frac{1}{n}\right)} \left[ \left( \frac{1}{2} \gamma S r_0 - \tau_y \right)^{1 + \frac{1}{n}} - \left( \frac{1}{2} \gamma S r - \tau_y \right)^{1 + \frac{1}{n}} \right], \quad (I-5.f)$$

equivalente a

$$u = \frac{D}{2K^{\frac{1}{n}}\tau_0} \frac{n}{n+1} \left[ (\tau_0 - \tau_y)^{\frac{n+1}{n}} - (\tau - \tau_y)^{\frac{n+1}{n}} \right]. \quad (I-8.b)$$

Finalmente Slatter presenta el valor de la velocidad media en la forma

$$V = \frac{Dn}{2K^{\frac{1}{n}}\tau_0^3} (\tau_0 - \tau_y)^{\frac{n+1}{n}} \left[ \frac{(\tau_0 - \tau_y)^2}{1+3n} + \frac{2\tau_y(\tau_0 - \tau_y)}{1+2n} + \frac{\tau_y^2}{1+n} \right]. \quad (I-8.c)$$

Conocidos  $D$ ,  $\tau_y$ ,  $K$ ,  $n$  y  $V$ , de la ecuación I-8.c se puede despejar  $\tau_0$ , valor que será útil para calcular la zona de transición de régimen laminar a turbulento, como se verá enseguida.

#### I.8.1.1.2 Transición de laminar a turbulento según Metzner y Reed

Govier y Aziz (1972, p. 144) definen un factor de fricción como la relación entre el esfuerzo cortante en la pared del conducto y la energía cinética por unidad de volumen del fluido. Si llamamos  $f'$  a este factor, esto significa

$$f' = \frac{2\tau_0}{\rho V^2} \quad (I-8.d)$$

$\tau_0$  puede calcularse con la expresión I-8.c, como se indicó antes, o con mediciones experimentales, aplicando el criterio de Govier y Aziz, que se verá posteriormente (I.8.2.1).

Metzner y Reed (Govier y Aziz, 1972, p. 203) plantean un enfoque generalizado para calcular el límite del régimen turbulento en fluidos viscosos y para ello, proponen el siguiente número de Reynolds

$$\mathbf{Re}_{MR} = \frac{\mathbf{16}}{\mathbf{f'}} \quad (\text{I-8.e})$$

Y aseguran que el régimen laminar en fluidos no newtonianos viscosos e independientes del tiempo, termina cuando  $2000 < Re_{MR} < 2500$  (Govier y Aziz, 1972, p. 204). Es de suponerse entonces, que el régimen turbulento se encuentra por encima del valor  $Re_{MR} = 2500$ .

### **I.8.1.1.3 Transición de laminar a turbulento según Slatter**

Slatter y Sittert (1999, p. 214) se refieren a las conclusiones de Park, Pokryvailo y Grozberg quienes señalan que hay fuertes evidencias de que las partículas en suspensión de la mezcla, crean mayores turbulencias en contacto con las paredes del conducto y afectan notablemente el flujo. Por ello, ambos investigadores consideraron que en los estudios de fricción, debe tomarse en cuenta el tamaño de las partículas y con este fin propusieron el *número de Reynolds de la rugosidad* ( $Re_r$ ) que incluye el diámetro representativo de dichas partículas, como parámetro adecuado para definir las condiciones límite de los regímenes laminar y turbulento. Los autores se basan precisamente en el modelo Bingham pseudoplástico, como son los lodos residuales. Dicho número de Reynolds es el siguiente

$$\mathbf{Re}_r = \frac{\mathbf{8\rho V_*^2}}{\mathbf{\tau_y + K \left[ \frac{\mathbf{8 V_*}}{\mathbf{d_p}} \right]^n}} \quad (\text{I-8.f})$$

Slatter (1996, p. 31) hizo ensayos con diferentes lodos y concluyó que un valor muy representativo del diámetro de las partículas sólidas de estos líquidos es  $d_{85}$  y de acuerdo con sus experimentos, las zonas límite de flujo son las siguientes:

$Re_r \leq 3.32$  corresponde al flujo turbulento de tubo liso, (I.8.g.1)

$Re_r > 3.32$  corresponde a la turbulencia completa (I-8.g.2)

## I.8.2 Determinación del factor $f$ de Darcy-Weisbach para régimen turbulento en fluidos no newtonianos

Existen varios criterios para calcular  $f$  en régimen turbulento y aquí se presentarán algunos de ellos. Pero antes y como una introducción para la obtención de este coeficiente, se sugiere el procedimiento que se describe en el siguiente tema I.8.2.1, procedimiento ciertamente factible cuando el conducto esté funcionando y sea posible hacer mediciones del gradiente de presión *in situ* o en el caso de que se haga experimentación en el laboratorio.

### I.8.2.1 Propuesta para la determinación del factor de fricción $f$ en régimen turbulento

En el caso de régimen turbulento en el que la viscosidad no es preponderante, y el flujo está sujeto básicamente a las características señaladas en la parte final de la introducción de este tema I.8, el esfuerzo cortante en la pared del tubo  $\tau_0$  puede determinarse aplicando el criterio de Govier y Aziz (1972, p. 58) si se mide experimentalmente la caída de presión en un tramo de longitud  $L$ :  $(\Delta P)/L$ , y se hacen las siguientes consideraciones:

El equilibrio de presiones en el tramo mencionado es  $\frac{\pi D^2}{4} \Delta P = \pi DL \tau_0$ , por lo que

$$\tau_0 = \frac{D \Delta P}{4L} \quad (\text{I-8.h})$$

Una vez determinada  $\tau_0$  con la expresión I-8.h, se puede calcular la velocidad al esfuerzo cortante  $V_*$ , llamada también *velocidad de fricción*, cuya definición es  $V_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$  y aplicando la relación (Gardea, 1999, p. 187, exp. 7.2.d)

$$\left[ \frac{V_*}{V} \right]^2 = \frac{f}{8}, \quad (\text{I-8.i})$$

calcular el factor  $f$  de Darcy buscado.

Este procedimiento para determinar el factor de fricción, puede usarse también en el laboratorio, análogamente a como lo hizo Nikuradze, experimentando con tubos de diferentes materiales y diámetros.

### **I.8.2.2 Factor de fricción $f$ para la zona turbulenta, según Slatter**

Este autor realizó sus experimentos con lodos y tomó el diámetro  $d_{85}$  de las partículas sólidas en suspensión, que considera representativo como se señaló en el subinciso I.8.1.1.3 y concluyó que para flujo turbulento en fluidos no newtonianos viscosos, tanto en la zona de tubo liso como en la de turbulencia completa, la distribución de velocidades en la sección, obedece a la ley (Slatter, 1996, p. 31)

$$\frac{V}{V_*} = 2.5 \ln \left( \frac{R}{d_{85}} \right) + B - 3.75, \quad (\text{I-8.j})$$

en que  $R$  es el radio interior de la tubería y  $B$  es un término que el autor llama “función de rugosidad” y tiene valores diferentes para los dos casos de flujo turbulento, como se verá a continuación.

### I.8.2.2.1 Tubo liso

Para el régimen turbulento en tubo liso, Slatter (1996, p. 32) obtuvo el siguiente valor de la función de rugosidad:  $B = 2.5 \ln Re_r + 5.5$ , quedando la ley de distribución de velocidades correspondiente

$$\frac{V}{V_*} = 2.5 \ln \left( \frac{R Re_r}{d_{85}} \right) + 1.75 \quad (I-8.j.1)$$

Como se ha señalado, esto sucede cuando se cumple la condición:  $Re_r \leq 3.32$  (exp. I-8.g.1). Si se sustituye la propiedad I-8.i en la I-8.j.1, se llega a la expresión para calcular el factor de fricción para el régimen de tubo liso. El resultado es el siguiente

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.035 \log \left( \frac{1.007 D Re_r}{d_{85}} \right). \quad (I-8.k)$$

### I.8.2.2.2 Turbulencia completa

Este caso se presenta cuando:  $Re_r > 3.32$  (exp.: I-8.g.2). En nuestro medio se dice que el régimen se encuentra en la zona turbulenta de tubo rugoso y desde luego el número de Reynolds no influye en el comportamiento del flujo. Slatter (1996, p. 32) obtuvo para este caso un valor de *la función de rugosidad* constante e igual a:  $B = 8.5$ . Llama la atención que la rugosidad propia de la tubería no es, según el investigador, una característica que influya en el comportamiento del flujo en la zona turbulenta, sino únicamente el diámetro del conducto y el tamaño representativo de las partículas en suspensión, como se ve en la expresión I-8.l. Por el contrario, como sabemos, en los fluidos newtonianos sujetos a régimen turbulento, es precisamente la rugosidad de la tubería el factor preponderante.

Con el valor de  $B = 8.5$  señalado en el párrafo anterior, la distribución de velocidades para el régimen de *turbulencia completa*, de acuerdo a la expresión general I-8.j, es

$$\frac{V}{V_*} = 2.5 \ln \left( \frac{R}{d_{85}} \right) + 4.75, \quad (\text{I-8.j.2})$$

de donde el autor llega al factor de fricción de Fanning  $f_F$ , constante en esta zona (no afectado por el material del conducto)

$$\frac{1}{\sqrt{f_F}} = 4.07 \log \left( \frac{3.34D}{d_{85}} \right). \quad (\text{I-8.l})$$

Slatter presenta así su fórmula, pero si se desea escribirla en función del factor de fricción de Darcy, como se acostumbra en nuestro medio, basta recordar que  $f = 4f_F$  y la expresión anterior equivale a

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.04 \log \left( \frac{3.34D}{d_{85}} \right). \quad (\text{I-8.l.1})$$

El mismo resultado se obtiene obviamente si, en forma directa se combina la exp. I-8.j.2 con la I-8.j, después de transformar los logaritmos naturales a decimales.

Desde luego, en ambos casos, la determinación de  $f$  se puede hacer experimentalmente en la forma señalada en el I.8.2.1.

## CAPÍTULO II

### MÉTODOS EXISTENTES PARA EL CÁLCULO DE LA PÉRDIDA POR FRICCIÓN EN TUBERÍAS CON FLUIDOS NO NEWTONIANOS VISCOSOS. EJEMPLOS

#### II.1 Introducción

En el rango estudiado por Chaari para el lodo tixotrópico y cuyos resultados se indican en la Fig. I.11, se observa que una vez sobrepasado el esfuerzo de fluencia (250 Pa), la correlación “ $\tau - du/dy$ ” es prácticamente lineal como en los fluidos newtonianos. Por lo demás, los materiales tixotrópicos se caracterizan porque, al estar en reposo tienen un estado cercano al sólido y cuando se someten a algún esfuerzo o agitación, su viscosidad disminuye y empiezan a fluir. Ejemplos típicos de estos materiales son: la pasta dentífrica, la pintura y la salsa de tomate.

Barnes (1997, p. 16) señala que el proceso de cambio en la viscosidad de los líquidos tixotrópicos al entrar en tuberías largas cuando antes se encontraban en reposo, es muy complicado y desde luego, afectan el funcionamiento de la bomba. Con respecto a este comentario, es pertinente señalar que en el caso de los lodos residuales provenientes de plantas de tratamiento de aguas negras, aunque son tixotrópicos, en realidad no parten de un estado de reposo, sino que en el proceso de la planta están sujetos a fuerte agitación y por ello son desechados ya en estado fluido, habiendo sobrepasado su esfuerzo de fluencia, por lo que empezarán a bombearse en estas condiciones y, por consiguiente se encontrarán muy cerca o en la zona en la que su factor de fricción se va a mantener constante mientras sigan en movimiento.

Esto hace pensar que en este tipo de lodos, una vez conocida su viscosidad en la zona en que la pérdida por fricción por unidad de longitud es constante (ver Fig. I.10), el fluido podrá tratarse como newtoniano para efectos del cálculo del bombeo, misma

conclusión a la que se llega observando los experimentos de Chaari, como se señaló en el primer párrafo de esta introducción.

Por otra parte, una instalación para bombear materiales tixotrópicos requiere algunas previsiones importantes debido fundamentalmente a que este tipo de fluidos poseen las dos siguientes peculiaridades:

1 Su índice de consistencia  $K$ , disminuye siguiendo leyes aún no definidas durante un cierto tiempo crítico  $t_c$  que requiere el líquido para recorrer la distancia  $L_c$  en el 1er. tramo del conducto, como demostró Honey (Fig. I.10) y señala también Barnes (1997, p. 8). Para valores mayores de  $L_c$ , el parámetro  $K$  se mantiene constante como en los fluidos newtonianos. Esto último no significa que a partir de  $L_c$ , el líquido se transforme en newtoniano ya que el índice de comportamiento del fluido  $n$ , tratándose de un material pseudoplástico, sigue con su valor menor que 1 ( $n=1$  en los newtonianos). Pero, una vez que  $K$  es constante, las pérdidas por fricción dependen sólo de la longitud recorrida por el fluido si se supone velocidad constante (un solo diámetro) y se encuentra sometido a régimen laminar. Es entonces, en la zona  $L \geq L_c$  donde son aplicables los cálculos de fricción de los fluidos no newtonianos.

Esto puede interpretarse diciendo que, una vez que el fluido recorrió la longitud crítica  $L_c$ , se encuentra suficientemente homogéneo como para ser representado por las ecuaciones reológicas mencionadas en función de los parámetros constantes  $K$  y  $n$  y es precisamente sujetos a estas propiedades, como se analizará su comportamiento para el bombeo sobre todo a grandes distancias, como es el caso que aquí interesa.

2 La otra propiedad de los materiales tixotrópicos, tal vez aún más importante que la primera y que debe considerarse en un proyecto, consiste en el hecho de que cuando cesa o disminuye el esfuerzo cortante que impulsa al flujo, la viscosidad aparente  $\eta$  en cada sección, vuelve a incrementarse hasta llegar a las condiciones iniciales del movimiento, es decir, cuando  $\tau$  era prácticamente igual a  $\tau_y$ . En el tema IV.2 se presentará una explicación del mecanismo de este fenómeno cuando aparecen alteraciones en el gasto.

Por lo que respecta a los valores de  $K$  y  $n$ , Slatter (1997, ps. 15 y 16) y Murakami et al. (2001, p. 560), coinciden en que estos valores dependen básicamente del porcentaje de sólidos existentes en la mezcla. Ambos investigadores, en las referencias mencionadas, proponen fórmulas para calcular  $K$  y  $n$  en función de dicho porcentaje. Estas fórmulas no se incluyeron aquí debido a que no se encontró coincidencia al aplicarlas y hacer su comparación con datos conocidos. Se trata, sin duda de un tema que requiere más investigación. El mismo Murakami (2001), dice: “Aún hace falta llegar a una comprensión aceptable del comportamiento de los fluidos pseudoplásticos”. Esta opinión es compartida por los demás autores consultados.

Todos estos razonamientos llevan a concluir, una vez más que, por ahora, la única forma de determinar el comportamiento reológico de un fluido no newtoniano es *caracterizarlo* en un laboratorio.

Por otra parte, Levenspiel (1986, p. 93) dice que no hay métodos específicos de cálculo del transporte a presión para fluidos cuya viscosidad dependa del tiempo. Esto se debe a la problemática que presenta la variación de la viscosidad aparente durante el comportamiento tixotrópico que se presenta al disminuir el esfuerzo cortante  $\tau$ , algo que hasta ahora no ha sido posible describir matemáticamente. En la misma referencia el autor señala que no hay ecuaciones que describan fluidos tixotrópicos y en todo caso serán mucho más complicadas “si es posible desarrollarlas...”, opinión compartida por Barnes (1997, p. 30), quien señala que el problema aún no puede considerarse resuelto. Este último investigador opina también (misma ref.: p. 15) que la gran dificultad para comprender el comportamiento de un material tixotrópico es que la deformación “prehistórica” (término textual) del mismo, generalmente es desconocida.

Por lo demás, muchos materiales Bingham pseudoplásticos tienen esfuerzos cortantes de fluencia  $\tau_y$  cercanos a cero, materiales que podríamos llamar *quasi-pseudoplásticos* y es por ello que en algunos casos, suponer que son pseudoplásticos no es una concesión fuera de la realidad lo que permite calcularlos como si lo fueran y para este caso existen procedimientos apropiados, como el de Levenspiel descrito en el tema II.2.4. El caso de un fluido Bingham pseudoplástico con un esfuerzo de fluencia  $\tau_y$

cercano a cero, es precisamente lo que sucede con el lodo residual de la Planta de Tratamiento de Aguas Negras de la Ciudad Universitaria, como podrá comprobarse en el tema III.5.2.1.

## **II.2 Criterios de cálculo diseñados por algunos investigadores**

No se ha encontrado en la literatura un procedimiento de diseño de bombeo para lodos cuya viscosidad  $\eta$  sea variable con el tiempo (tixotropía) y probablemente no exista, debido a que las leyes de variación de la viscosidad no son las mismas para todos los fluidos. Sin embargo, Chien Ning (1999, p. 52) asegura que si el flujo es uniforme, sin variaciones de velocidad, puede tratarse como un fluido “puramente viscoso no newtoniano” e independiente del tiempo es decir, no tixotrópico, para efectos del cálculo del bombeo, opinión compartida por Levenspiel (1986, p. 93).

A continuación se presentan algunos procedimientos de diseño para el transporte de líquidos no newtonianos por tuberías a presión, pero cuya viscosidad permanece inalterada durante el funcionamiento de la instalación a gasto constante, es decir, para este caso se comportan como independientes del tiempo. Sin embargo, se empezará describiendo el criterio de Govier y Aziz quienes hacen un cierto manejo de la tixotropía y después se continuará con los procedimientos que la ignoran.

### **II.2.1 Govier y Aziz**

Las observaciones de Govier y Aziz y una conclusión de los experimentos de Honey, ambos comentados en el tema I.7.1, nos dicen que los fluidos dependientes del tiempo después de recorrer una cierta distancia  $L_c$  (Fig. I.10) por una tubería, se comportan como si fueran independientes de dicho parámetro. Los autores proponen un procedimiento que requiere alguna medición experimental anterior al cálculo propiamente dicho. Esto es sin duda una desventaja, pero ayuda a entender mejor el problema. Las ideas de estos autores se describen en la siguiente forma:

- 1° Definir la variación del gradiente de presiones con relación a la distancia  $L_c$  recorrida por el fluido hasta que éste empiece a comportarse como independiente del tiempo.
- 2° Medir el gradiente de presiones a partir de la distancia  $L_c$ .
- 3° Determinar si el flujo es laminar o turbulento. En este último caso  $L_c$  es mucho menor.
- 4° Si  $L_c$  es igual o menor al 10% de la longitud total de la tubería, despreciar el efecto de la variación de las propiedades del líquido en el tramo  $L_c$  y tratarlo como si sus propiedades reológicas fueran constantes, como es el caso de los newtonianos. Este es el caso de los lodos residuales de las plantas de tratamiento de aguas negras, como se señala en la introducción de este Capítulo II (2° párrafo).

Los criterios de cálculo para fluidos no newtonianos viscosos pero que pasan por alto la tixotropía y que a nuestra manera de ver, se apoyan en argumentos sustentables, son los siguientes:

### II.2.2 Lin S. H. (1982)

El autor propone calcular la caída de presión  $\Delta p$  en la tubería que transporta partículas mezcladas con el líquido, considerándola como el resultado de dos causas, a saber: la debida a las partículas sólidas suspendidas y la que es consecuencia propiamente del líquido transportador. Se trata entonces de analizar separadamente dichas caídas de presión atribuibles a los dos elementos que componen la mezcla, es decir:

- El efecto aislado del líquido (sin partículas sólidas en suspensión), que llamaremos  $\Delta p_i$ , y
- El efecto producido por el deslizamiento de las partículas dentro del líquido al ser transportadas por el mismo, que llamaremos  $\Delta p_p$

En esta forma, Lin determina la pérdida total de presión  $\Delta p$  que experimenta el líquido con el material en suspensión en su recorrido por la tubería sumando los dos valores anteriores, es decir

$$\Delta p = \Delta p_l + \Delta p_p . \quad (\text{II-2.a})$$

La propuesta de Lin se apoya en las investigaciones de Heywood, Molerus y Wellmann para determinar la caída de presión durante el flujo debida exclusivamente al efecto de las partículas sólidas y en el criterio de Churchill para calcular el factor de fricción atribuible únicamente al fluido. Lin señala, desde luego en su artículo, las publicaciones de los mencionados investigadores de donde tomó la información.

**Nota.** *La siguiente descripción tiene ligeras adaptaciones de acuerdo con la forma en que se presentan las pérdidas de energía en nuestro medio y va orientada al cálculo de la potencia de la bomba necesaria para un proyecto determinado.*

En seguida se describe el procedimiento sugerido por Lin:

1° Calcular  $V_t$ . El autor no define este concepto, pero es de suponer que se refiere a la velocidad de la partícula cuando ésta alcanza el equilibrio al descender en un líquido en reposo, es decir, al parámetro conocido simplemente como “velocidad de caída”. Para el cálculo, Lin utiliza la fórmula empírica de Heywood que relaciona el número adimensional de Galileo “Ga” con el número de Reynolds para la velocidad terminal de caída  $Re_t$ , cuyos significados son:

$$\text{número de Galileo} \quad Ga = d_m^3 \rho_l g (\rho_p - \rho_l) / \mu_a^2 \quad (\text{II-2.b})$$

y el número de Reynolds para la velocidad terminal de caída  $Re_t = \rho_l V_t d_m / \mu_a$ .

Para el cálculo de  $V_t$ , Heywood señala que existen las siguientes relaciones entre Ga y  $Re_t$ , sujetas a las limitaciones indicadas:

$$\text{para } Ga \leq 3.6 \quad Ga = 18 Re_t , \quad (\text{II-2.c.1})$$

$$\text{para } 3.6 < Ga \leq 10^5: \quad Ga = 18 Re_t + 2.7 Re_t^{1.687} , \quad (\text{II-2.c.2})$$

$$\text{para } Ga > 10^5 : \quad Ga = (Re_t^2)/3 . \quad (\text{II-2.c.3})$$

Una vez determinado  $G_a$  y  $Re_t$ , se calcula  $V_t$  despejándolo del número de Reynolds para la velocidad de caída (ver simbología), es decir

$$V_t = (Re_t \mu_a) / (\rho_l d_m) \quad (II-2.d)$$

2° Utilizar el criterio de Molerus y Wellmann para calcular la pérdida de presión  $\Delta p_p$  debida al efecto de las partículas sólidas al ser arrastradas en el fluido. El método se describe a continuación:

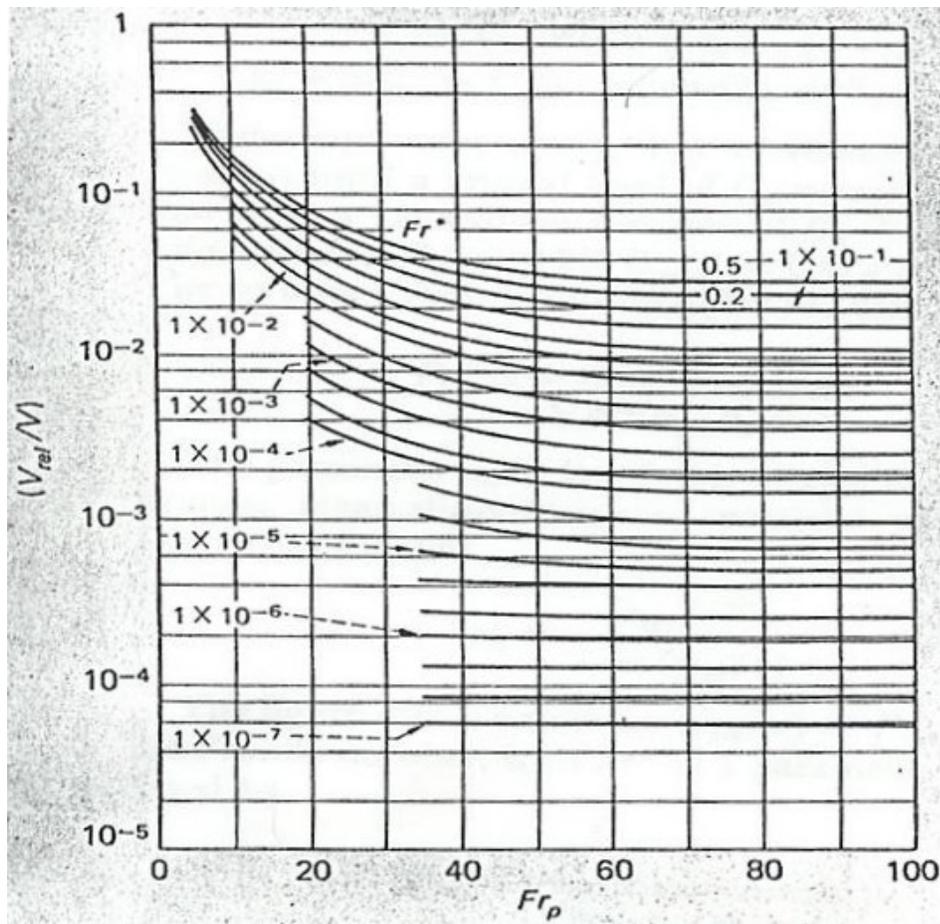


Fig. II.1. Relación de parámetros  $V_{rel}/V$ ,  $Fr_p$  y  $Fr^*$  para el método de cálculo de Lin, 1982

Primero los autores midieron en el laboratorio la velocidad de deslizamiento de las partículas sólidas  $V_{rel}$  en el líquido que las transporta y relacionaron el parámetro  $V_{rel}/V$ , en el que  $V$  es la velocidad de la mezcla, con los números de Froude  $Fr^*$  y  $Fr_p$ . Con estos resultados construyeron la gráfica que se indica en la figura II.1. Además, Molerus y Wellmann introdujeron los parámetros adimensionales  $x_0$  y  $x^*$ .

Todos estos términos están dados por las siguientes expresiones:

$$Fr^* = V_t/[gD(\rho_p/\rho_l - 1)]^{1/2} \quad (II-2.e)$$

$$Fr_p = V/[g d_m (\rho_m/\rho_l - 1)]^{1/2} \quad (II-2.f)$$

$$x_0 = (V_{rel}/V)^2/[1 - (V_{rel}/V)] \quad (II-2.g)$$

$$x^* = \Delta p_p (V_t/V)^2/[Cv(\rho_p - \rho_l)Lg] \quad (II-2.h)$$

Una vez calculados los parámetros  $Fr^*$  y  $Fr_p$  para el proyecto deseado, utilizando las expresiones II-2.e y II-2.f, se procede a leer " $V_{rel}/V$ " en la Fig. II.1 y se calcula  $x_0$  con II-2.g.

La determinación de  $x^*$  está sujeta a las siguientes condiciones:

$$\text{Si } 0 \leq Cv \leq 0.25 ; x^* = x_0 \quad (II-2.i)$$

$$\text{Si } 0.25 \leq Cv \leq 0.40 ; x^* = x_0 + 0.1 (Fr^*)^2 (Cv - 0.25) \quad (II-2.i.1)$$

Definido  $x^*$  se calcula la contribución de las partículas suspendidas a la pérdida de presión  $\Delta p_p$  despejándola de la expresión II-2.h, es decir:

$$\Delta p_p = x^* Cv (\rho_p - \rho_l) Lg (V/V_t)^2 \quad (II-2.h.1)$$

3° Para obtener el factor de fricción debido al fluido sin partículas en suspensión, Lin, propone utilizar el método de Churchill que consiste en calcular el factor de fricción  $f_{ch}$ , que propone este último investigador, utilizando la fórmula II-2.j (se aclara que  $f_{ch} = f/8$ ). Esta expresión es la siguiente:

$$f_{ch} = [(8/Re)^{12} + (A + B)^{-3/2}]^{1/12}, \quad (II-2.j)$$

en que:

$$A = \{-2.457 \ln[(7/Re)^{0.9} + 0.27(\varepsilon/D)]\}^{16} \quad (II-2.j.1)$$

$$y \quad B = (37,530/Re)^{16} \quad (II-2.j.2)$$

Una vez obtenido  $f_{ch}$  con la expresión II-2.j, calcular el factor de fricción  $f$  de la fórmula de Darcy en la forma usual y evaluar la parte de la caída de presión debida al líquido  $\Delta p_l$ , es decir:

$$hf = fL/D(V^2/2g)$$

y recordando que  $\gamma_l hf = \Delta p_l$  y  $\gamma_l = \rho_l g$ , la fórmula de Darcy adquiere la forma

$$\Delta p_l = \rho_l fL/D(V^2/2) \quad (II-2.k)$$

Siguiendo el criterio de Lin y de acuerdo con la expresión original II-2.a, la caída total de presión en la tubería es la suma de los valores calculados con II-2.k y II-2.h.1. Lin presenta en su artículo el cálculo de un proyecto real en el cual, una vez construido se realizaron mediciones durante su funcionamiento y se pudo comprobar que el error entre el cálculo y las mediciones fue sólo del 1.7% (la caída de presión calculada por centímetro recorrido fue de 48.6 dinas/cm<sup>3</sup> y la medida experimentalmente, de 47.8 dinas/cm<sup>3</sup>).

Desde luego, si se desea expresar la pérdida por fricción total  $\Sigma hf$  en metros de columna de agua de la mezcla, bastará con dividir estos valores entre el peso específico de dicha mezcla  $\gamma$ , es decir

$$\Sigma hf = \Delta p/\gamma_m = (\Delta p_l + \Delta p_p)/\gamma_m \quad (II-2.l)$$

y la carga dinámica  $H$  de la bomba, será:

$$H = H_{ET} + \Sigma hf \quad (II-2.m)$$

En que  $H_{ET}$  es la diferencia entre los niveles del agua en la toma y en la descarga respectivamente, es decir: la *altura estática total*. Finalmente, si  $\eta_b$  es la eficiencia de la bomba, la potencia requerida es:

$$P = \gamma_m QH / \eta_b ; [\text{kgf m/s}] \quad (\text{II-2.n})$$

### II.2.2.1 Ejemplo de cálculo con el método de Lin

Se desea calcular la potencia de bombeo para transportar lodos, bajo las siguientes condiciones:

$Q = 0.05 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $d_m = 0.05 \text{ cm}$ ;  $D = 8" = 20.32 \text{ cm}$ ; ( $A = 0.0324 \text{ m}^2$ )  
 $\varepsilon = 0.005 \text{ cm}$  (acero laminado nuevo);  $\rho_l = 1.00 \text{ g/cm}^3$ ;  $\mu = 0.01 \text{ poises [g/(cm.s)]}$ ;  
 $\rho_p = 1.10 \text{ g/cm}^3$ ; ( $\gamma_p = 1,100.00 \text{ kg/m}^3 = 10,791.00 \text{ N/m}^3$ );  $C_v = 0.08$  (deducido de Lester, 1994, p. 790, Fig. 12-6.b);  $L = 12,000.00 \text{ m}$ ;  $H_{ET} = 80.00 \text{ m}$ ;  $\eta_b = 0.68$  (eficiencia de la bomba)

Cálculo siguiendo los pasos señalados en el subtema II.2.2:

1° :

Número de Galileo:  $Ga = d_m^3 \rho_l g (\rho_p - \rho_l) / \mu^2 = 122.63$ ; Como:  $3.6 < Ga \leq 10^5$ , es válida la expresión II-2.c.2:  $Ga = 18 Re_t + 2.7 Re_t^{1.687}$ ; Luego:  $Re_t = 4.74$ ;  $V_t = (Re_t \mu) / (\rho_l d_m) = 0.95 \text{ cm/s}$

2° :

$Fr^* = V_t / [gD(\rho_p / \rho_l - 1)]^{1/2} = 0.021$ ;  $V = Q/A = 154.18 \text{ cm/s}$ ;  
 $Fr_p = V / [g d_m (\rho_p / \rho_l - 1)]^{1/2} = 69.62$ ; con los valores de  $Fr^*$  y  $Fr_p$  en la Fig. II.1 se lee:  
 $V_{rel} / V = 0.0095$ ;  $x_0 = (V_{rel} / V)^2 / [1 - (V_{rel} / V)] = 0.0000911$ ; ahora, como:  $0 \leq C_v \leq 0.25$ , según II-2.i,  $x^* = x_0 = 0.0000911$  y la caída de presión debida al efecto exclusivo de las partículas es según II-2.h.1:

$$\Delta p_p = x \cdot C_v (\rho_p - \rho_l) L g (V/V_t)^2 = 22,688,105.18 \text{ dinas/cm}^2 = 22.69 \times 10^5 \text{ Pa [N/m}^2\text{]}$$

3° :

Cálculo del factor de fricción debido exclusivamente al agua clara:

$$f_{ch} = [(8/Re)^{12} + (A + B)^{-3/2}]^{1/12}, \text{ (II-2.j)} ; \quad Re = \rho_l V D / \mu = 313,297.13;$$

$$\text{y según II-2-j.1:} \quad A = \{-2.457 \ln[(7/Re)^{0.9} + 0.27(\varepsilon/D)]\}^{16} = 2.91E+21$$

$$\text{y II-2-j.2:} \quad B = (37,530/Re)^{16} = 1.80E-15 \text{ luego: } f_{ch} = 0.00207 \text{ (Churchill)}$$

Por lo que el factor de fricción de Darcy es:  $f = 8f_{ch} = 0.0166$  y la caída de presión debida exclusivamente al agua clara es, de acuerdo con II-2.k

$$\Delta p_l = \rho_l f L / D (V^2/2) = 11,650,279.92 \text{ dinas/cm}^2 = 11.65 \times 10^5 \text{ Pa [N/m}^2\text{]},$$

entonces, la caída total de presión por fricción es (II-2-a)

$$\Delta p = \Delta p_l + \Delta p_p = 34.34 \times 10^5 \text{ Pa [N/m}^2\text{]} .$$

Ahora bien, el peso específico de la mezcla, siguiendo el procedimiento descrito en el tema III.4.1, es:  $\gamma_m = \gamma_l + C_v (\gamma_p - \gamma_l) = 1008.00 \text{ kg}_f/\text{m}^3$ , equivalente a  $9,888.48 \text{ N/m}^3$ , por lo que la pérdida total por fricción tiene el valor

$$\Sigma hf = \Delta p / \gamma_m = 347.26 \text{ m,}$$

y la carga dinámica de bombeo según el criterio de Lin, es

$$H = H_{ET} + \Sigma hf + V^2/2g = 427.38 \text{ m ;}$$

la potencia de bombeo buscada es, entonces

$$P_{(HP)} = \gamma_m QH / (76.04 \eta_b) ; \quad \boxed{P = 416.57 \text{ HP}}$$

### II.2.3 Enfoque de Levenspiel (1986) para el cálculo de la pérdida por fricción en tuberías que conducen fluidos tipo Bingham plástico

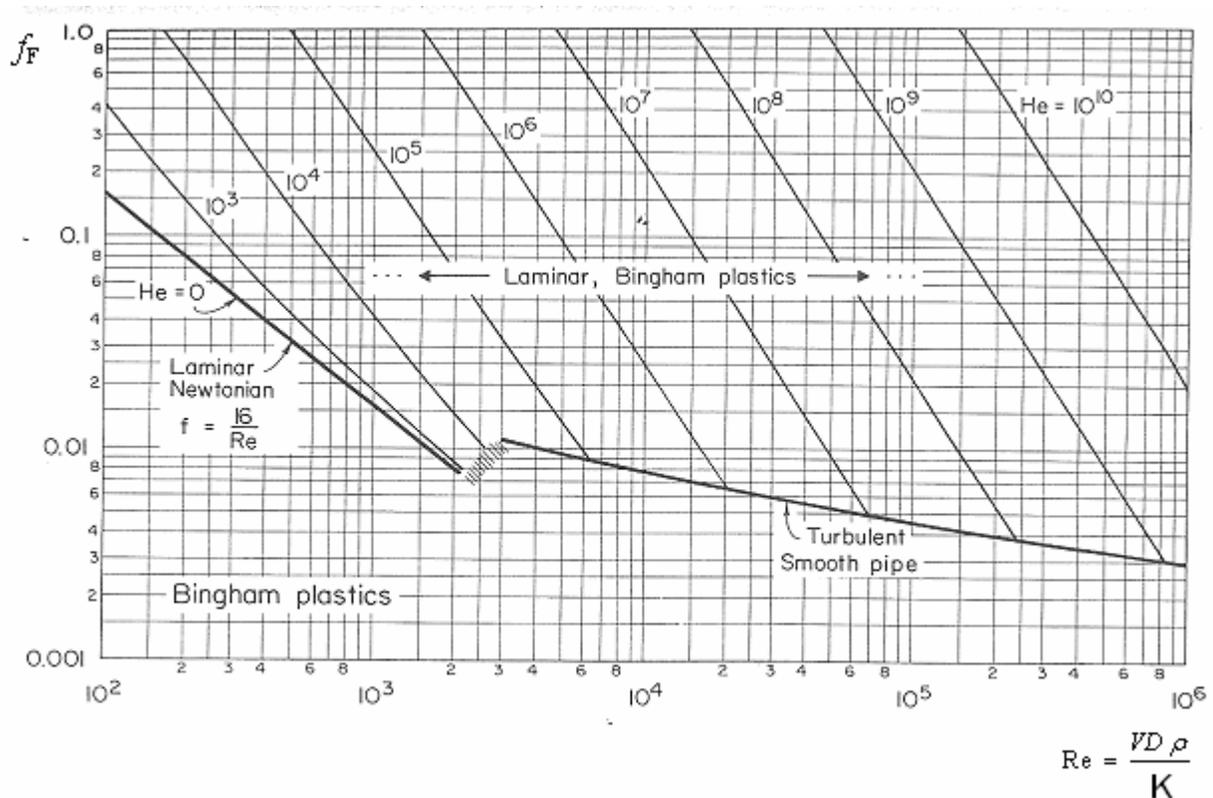


Fig. II.2. Gráfica de Hedstrom adaptada por Levenspiel para fluidos Bingham plásticos (Levenspiel, 1986)

Para el cálculo del transporte por tuberías de los fluidos Bingham plásticos, Levenspiel adapta la gráfica, indicada en la Fig. II.2, debida a Hedstrom (1952), inspirada en la de Moody y que relaciona el factor de fricción de Fanning  $f_F$  con los números de Reynolds y el de Hedstrom  $He$ , también adimensional este último y definido como  $He = \tau_y D^2 \rho / K^2$ . Es decir

$$f_F = [\mathbf{Re}, \mathbf{He}] = \left[ \frac{VD\rho}{K}, \frac{\tau_y D^2}{K^2} \right] \quad (\text{Levenspiel 1986, p.98})$$

El autor no considera que el flujo dependa de la rugosidad del material del conducto, ya que en ninguna parte habla de dicha rugosidad, esto es, probablemente porque supone que en fluidos de alta viscosidad como los que nos ocupan, siempre existirá una capa límite laminar que cubra totalmente las paredes de la tubería y por ello, los esfuerzos de fricción se presentan prácticamente sólo entre las mismas partículas de la mezcla.

Por lo demás en la gráfica de Hedstrom (Fig. II.2) se anotan dos zonas con las etiquetas: "laminar newtoniano" y "laminar para Bingham plásticos". Esta última puede haberse designado así por el comportamiento señalado en el párrafo anterior de que hay una capa viscosa en las paredes del conducto y eso hace que, en esa zona, el régimen sea por ese motivo, semejante al laminar en el caso de los Bingham plásticos (no interviene la rugosidad de las paredes del conducto), aunque evidentemente se localiza en la zona turbulenta.

En el caso de los fluidos newtonianos en los que por ser  $\tau_y = 0$ ,  $\mathbf{He} = 0$ ;  $f_F$  depende linealmente del número de Reynolds en régimen laminar, como es sabido y en la Fig. II.2 se indica esta zona con la etiqueta: "laminar newtoniano". Desde luego, esto sucede también en los materiales pseudoplásticos, ya que en ellos el esfuerzo de fluencia  $\tau_y$  también es nulo o despreciable. El régimen laminar se usa a menudo en el transporte de lodos, aunque las velocidades no deben ser muy bajas porque existe el peligro de que se formen capas de sedimentos que inclusive lleguen a bloquear la tubería.

Si se busca trabajar en la zona turbulenta con los fluidos no newtonianos, los resultados obtenidos por Slatter, concluyen que  $f$  depende también del diámetro de las partículas suspendidas, como indican sus investigaciones expuestas en el tema I.8.2.2.

En estas condiciones, conocido  $\tau_y$  y  $K$ , se calcula  $He$  ( $\tau_y D^2 \rho / K^2$ ) y con el valor de  $Re$  se obtiene  $f_F$  con la gráfica de Hedstrom, adaptada por Levenspiel y representada en la Fig. II.2 (Levenspiel, 1986, p. 97).

Para este caso (Bingham plástico) en que:  $K = \mu_m$  y  $n = 1$ , la ecuación reológica del fluido es la I-4.d, como se aclara en la definición de este fluido en I.4.4.

El método de cálculo queda entonces resumido en la siguiente forma:

1. Determinar experimentalmente los parámetros:  $\tau_y$ ,  $\gamma_m$ ,  $\rho_m$  y  $\mu_m$
2. Calcular el número de Reynolds de la mezcla:  $Re = \frac{\rho_m VD}{K}$
3. Calcular el número de Hedstrom:  $He = \frac{D^2 \tau_y \rho_m}{\mu_m^2}$
4. Determinar el factor de fricción de Fanning  $f_F$  con los parámetros  $Re$  y  $He$  en la gráfica de Hedstrom y a partir de este valor, obtener el factor de fricción de Darcy-Weisbach:  $f (= 4f_F)$
5. Calcular la carga dinámica de la bomba y la potencia necesaria

$$P = \gamma_m QH / \eta_b ; [kg_f m / s]$$

#### II.2.4 Enfoque de Levenspiel (1986) para el cálculo del factor de fricción en tuberías que conducen fluidos pseudoplásticos o dilatantes

En este caso en que la ecuación reológica es la I-4.b (o I-4.b', tema I.5.1) el procedimiento de Levenspiel se describe en la siguiente forma:

- 1° Calcular el número de Reynolds generalizado que el investigador define con la siguiente expresión:

$$\text{Re}_{gen} = \frac{D^n V^{2-n} \rho_m}{8^{n-1} K} \left( \frac{4n}{3n+1} \right)^n \quad (\text{II-2.o})$$

- 2° Con  $\text{Re}_{gen}$  y  $n$ , obtener el factor de fricción de Fanning  $f_F$  con la gráfica obtenida por Dodge y Metzner y adaptada por Levenspiel (1986, p. 99) que se presenta en la Fig. II.3. Recuérdese que  $f_F = f/4$ , siendo  $f$  el factor de fricción de la fórmula de Darcy.
- 3° Calcular las pérdidas con la fórmula de Darcy y la carga dinámica de la bomba

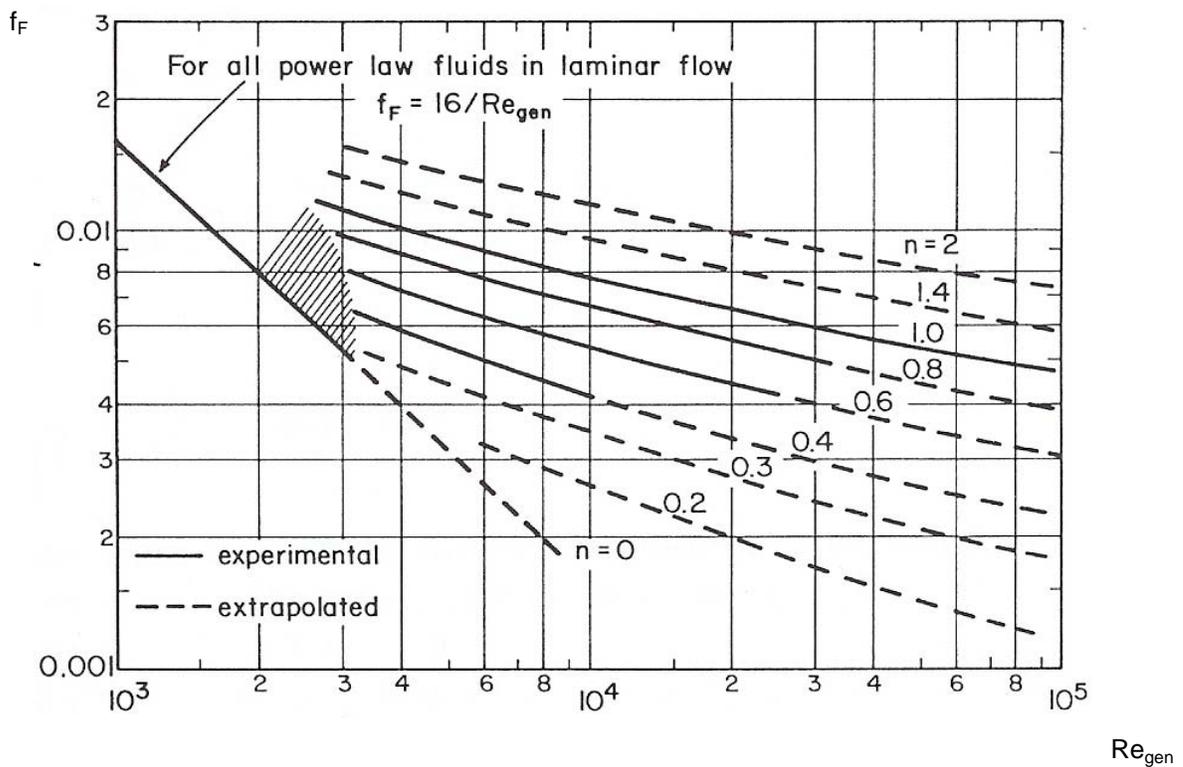


Fig. II.3. Gráfica de Dodge y Metzner para materiales pseudoplásticos o dilatantes (Levenspiel, 1986)

- 4° Calcular la potencia de la bomba

### II.2.5 Ejemplo de cálculo del bombeo para lodos residuales (Bingham pseudoplásticos), siguiendo el criterio de Levenspiel (1986)

Levenspiel (1986, ps. 100-101) señala que aún no ha sido desarrollada la gráfica “ $f_F - Re$ ” para el caso general de los fluidos Bingham que corresponden a la ecuación I-4.a:  $\tau = \tau_y + K(du/dy)^n$  cuando  $n \neq 1$ , por lo que para manejar un fluido de este tipo sugiere interpolar “*en alguna forma*” (textual) entre un Bingham plástico ( $\tau_y > 0$  y  $n = 1$ ) y otro en que  $n \neq 1$  y  $\tau_y = 0$ , ya sea, este último pseudoplástico ( $n < 1$ ) o dilatante en el que  $n > 1$ . Metcalf (1991, p. 795) por su parte, señala que las sustancias Bingham pseudoplásticas pueden calcularse como si fueran Bingham plásticas y después ajustarlas al fluido original utilizando factores de seguridad “**apropiados**” (textual). Es decir, estos dos autores sostienen una opinión semejante, aunque no ofrecen un criterio preciso.

Enseguida se propone un cálculo, interpretando la idea sugerida por Levenspiel. Para ello se descompondrá el fluido original que es **Bingham pseudoplástico** en dos fluidos, a saber: un **Bingham plástico** y un **pseudoplástico**, utilizando los parámetros del original. Los dos tipos de fluido son calculables separadamente, como ya se ha visto y el resultado buscado está evidentemente entre ambos.

En esta primera etapa de cálculo numérico se usará uno de los lodos que estudió Slatter (1997, ps. 15 y 16). Estos se registran en el Apéndice A y el escogido para este ejemplo es el que el investigador llamó “lodo # 3”. Los demás datos del proyecto físico son inventados.

#### **Problema:**

Calcular la potencia de bombeo para el proyecto indicado utilizando el lodo residual tipo Bingham pseudoplástico, cuyas características son:

$L = 12,000.00$  m; eficiencia de la bomba:  $\eta_b = 0.68$  ;  $H_{ET} = 80.00$  m ;  $D = 0.2032$  m;  
 $V = 1.54$  m/s ; ( $Q = 0.050$  m<sup>3</sup>/s);  $\rho_m = 1,008.00$  Kg/m<sup>3</sup> ;  $K = 0.3660$  Pa.s<sup>n</sup> ; índice de comportamiento del fluido:  $n = 0.664$  ;  $\tau_y = 12.00$  Pa

La ley general de comportamiento de este fluido Bingham pseudoplástico es la correspondiente a la expresión I-5.a cuando  $n < 1$ , pero para aplicar el método de Levenspiel se hará el cálculo por separado, primero suponiendo que se trata de un **Bingham plástico** en que  $n = 1$  y por consiguiente  $K = \mu_m$  como se vio en el tema I.4.4. En estas condiciones la ecuación reológica del Bingham plástico visto como una parte del lodo real, es la I-5.a' y la del puramente pseudoplástico, como la otra parte calculable del lodo real es la I-4.b' (tema I.5.1) con el valor de  $n$  que corresponde al lodo real usado. Entonces el cálculo se desarrollará en las dos etapas siguientes:

- 1ª. Para un fluido Bingham plástico, utilizando la ecuación del líquido real pero haciendo  $n = 1$  (ec.: I-5.a')
- 2ª. Únicamente para la parte curva de la gráfica que representa a un pseudoplástico puro en que:  $n < 1$  y  $\tau_y = 0$  (ec.: I-4.b', tema I.5.1).

La curva reológica del lodo real Bingham pseudoplástico de este ejemplo es la indicada en la Fig. II.4. De esta curva, la parte correspondiente al Bingham plástico es la indicada en la Fig. II.5 y la correspondiente al pseudoplástico se encuentra en la Fig. II.6. En las tres gráficas se indican las ecuaciones reológicas correspondientes. Estas gráficas se elaboraron con el programa *Maple 9.5*. La aplicación de este programa se incluye en el Apéndice B.

Con esta información del fluido descompuesto en dos partes, se realizarán los cálculos de cada *componente* y se analizará la posibilidad de obtener el resultado del lodo real.

Posteriormente se hará una propuesta para obtener un resultado concreto sin las ambigüedades que implican las interpolaciones u otros métodos sujetos a la discreción del proyectista.

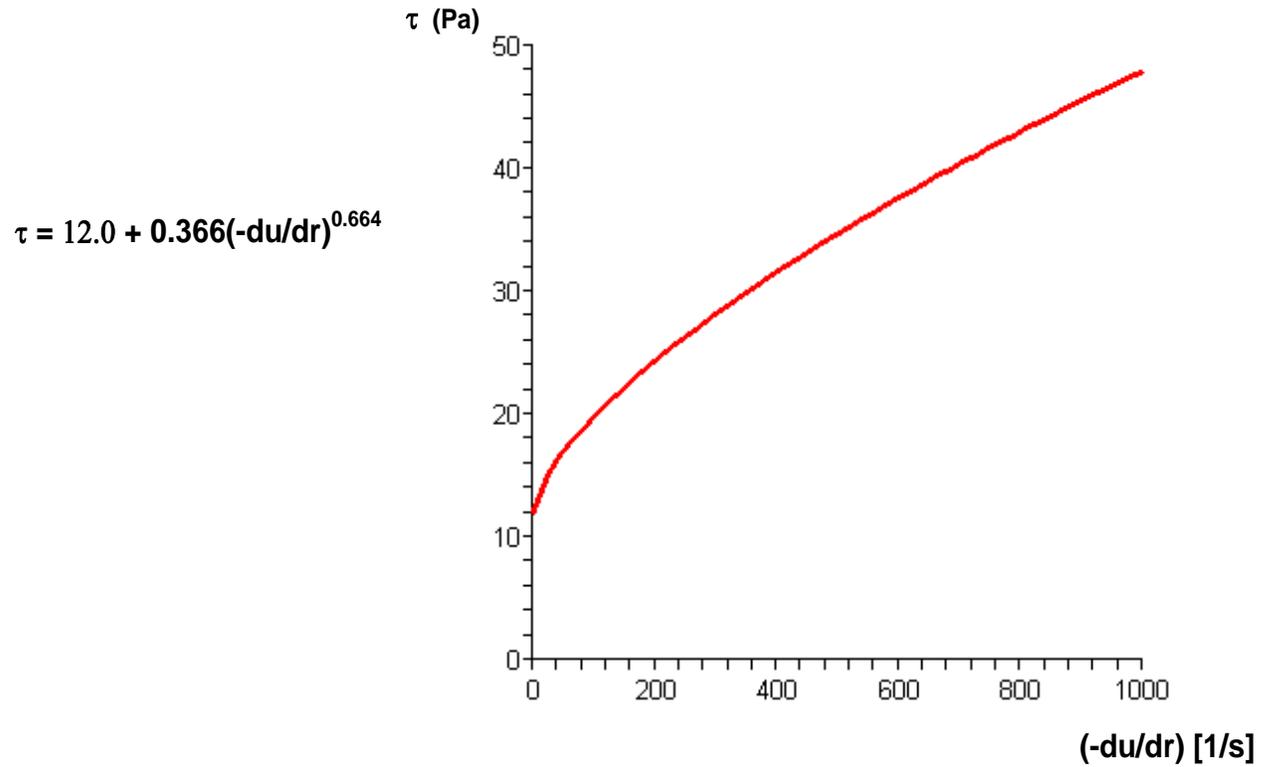


Fig. II.4. Lodo real, Bingham pseudoplástico

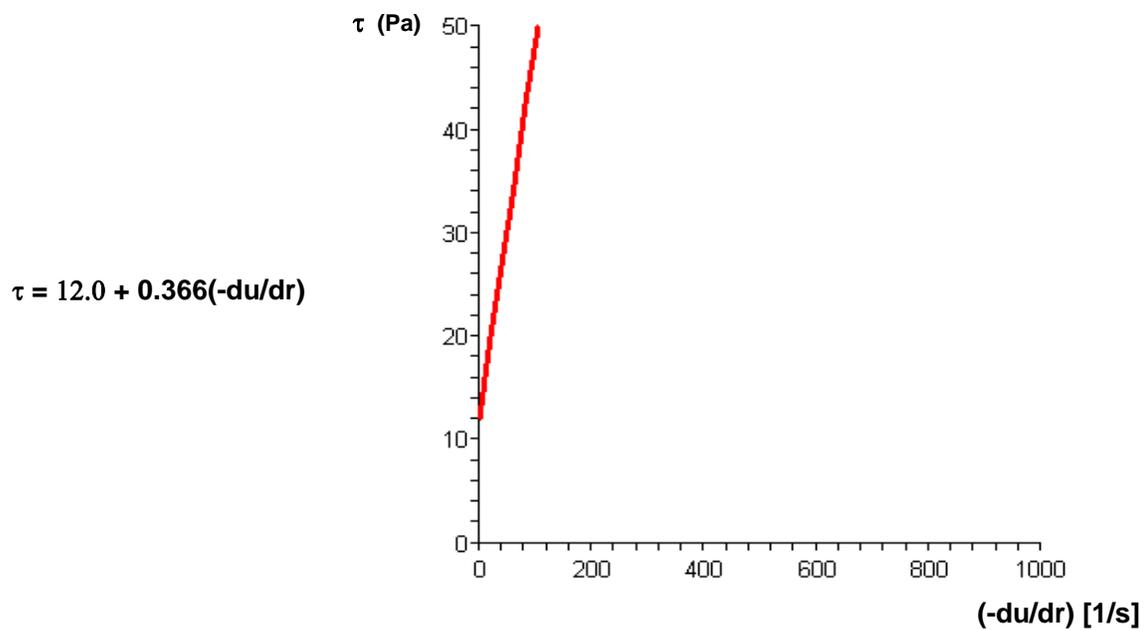


Fig. II.5. Bingham plástico, como parte del lodo real

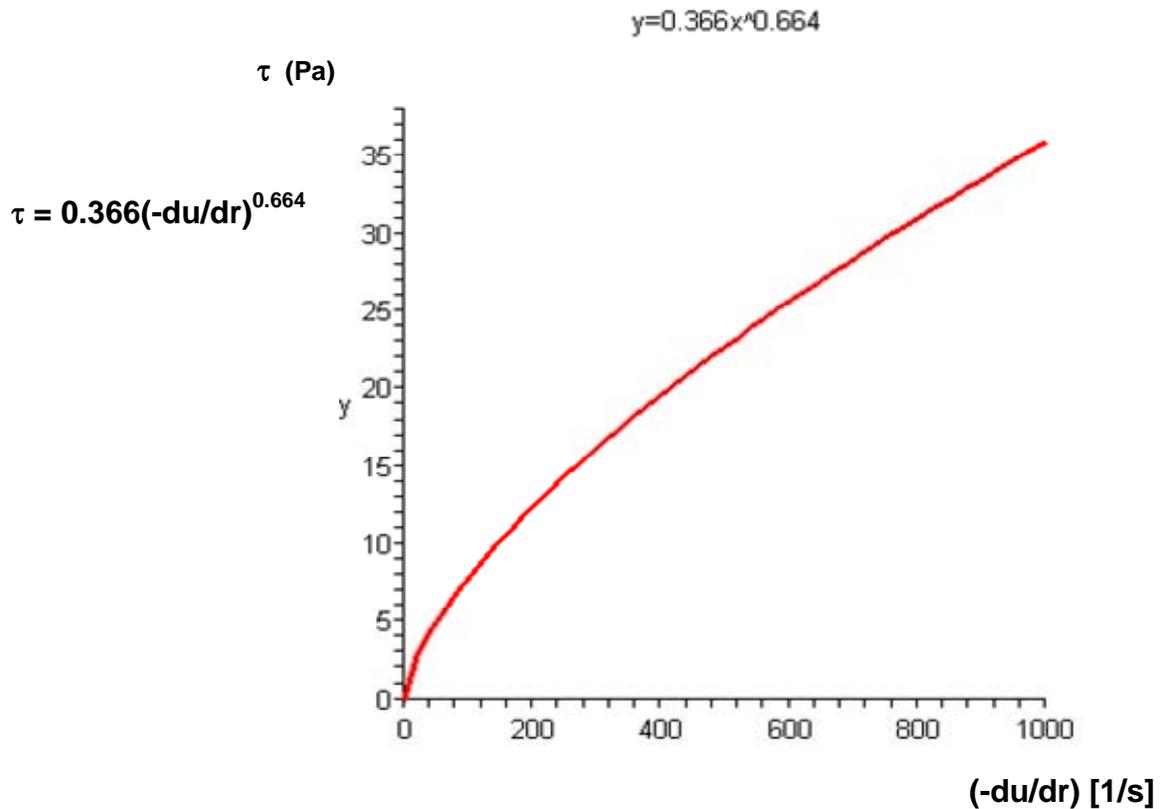


Fig. II.6. Pseudoplástico, como parte del lodo real

### II.2.5.1 Cálculo de la parte del lodo residual correspondiente a un Bingham plástico

De acuerdo con el procedimiento descrito en el tema II.2.3, se tienen los siguientes resultados:

Número de Reynolds:

$$\text{Re} = \frac{\rho_m V D}{K} = 862.84$$

Número de Hedstrom:

$$\text{He} = \frac{D^2 \tau_y \rho_m}{K^2} = 3,728.44$$

Con estos valores en la figura II.2, se lee  $f_F = 0.0360$ , equivalente a  $f_{Darcy} = f = 4f_F = 0.1440$  y en la misma gráfica se observa que el número de Reynolds corresponde a la zona laminar. Luego, la pérdida por fricción es

$$\Sigma h_f = f L/D (V^2 / 2g) = 1,030.33 \text{ m}$$

y la carga dinámica de bombeo:

$$H = H_{ET} + \Sigma h_f + V^2/2g = 1,110.45 \text{ m};$$

por lo que la potencia de bombeo:  $P = \gamma_m QH / \eta_b$ ; [kgf m/s], para el caso de que se tratara de un fluido Bingham plástico, es

$$\boxed{P_{(HP)} = \gamma_m QH / (76.04 \eta_b) = 1,082.38 \text{ HP}}$$

### II.2.5.2 Cálculo de la parte del lodo residual correspondiente a un pseudoplástico

El procedimiento descrito en el tema II.2.4, conduce a los siguientes resultados:

$$Re_{gen} = \frac{D^n V^{2-n} \rho_m}{8^{n-1} K} \left( \frac{4n}{3n+1} \right)^n = 3,167.62 ,$$

y según la Fig. II.3, para el valor calculado de  $Re_{gen}$  y el parámetro  $n$ , el factor de fricción de Fanning vale:  $f_F = 0.0086$ , equivalente a:  $f_{Darcy} = f = 4f_F = 0.0334$ , por lo que la pérdida por fricción es:

$$\Sigma h_f = f L/D (V^2 / 2g) = 245.56 \text{ m}$$

y la carga dinámica de bombeo tiene el valor

$$H = H_{ET} + \Sigma h_f + V^2/2g = 325.68 \text{ m ,}$$

finalmente, la potencia de bombeo buscada es

$$\boxed{P_{(HP)} = \gamma_m QH / (76.04 \eta_b) = 317.45 \text{ HP}}$$

Obsérvese la enorme diferencia entre las potencias calculadas para ambos casos. Esto se explica al ver las gráficas II.5 y II.6. En efecto, al tomar la consideración de que el fluido es Bingham plástico (Fig. II.5), los esfuerzos  $\tau$  necesarios para el desplazamiento de las partículas en cualquier sección, son mucho mayores que los correspondientes a la parte pseudoplástica (Fig. II.6). El resultado correcto deberá estar seguramente entre estos dos casos. Como la diferencia de resultados para estos dos criterios lleva a potencias de bombeo que difieren en un 300% (1082.38 HP y 317.45 HP) y como las recomendaciones de los investigadores señalados son vagas, en el Capítulo III se propondrán varias alternativas de solución que señalan un camino que no deja lugar a incertidumbres.

### II.2.5.3 Verificación del tipo de régimen

Para los datos de este ejemplo, señalados en el enunciado del problema:  $\nu' = K / \rho = 0.0003631 \text{ m}^2 \text{ s}^{n-2}$  (ver subtema I-6.1, párrafo anterior a la exp. I-6.c') y utilizando ahora el número de Reynolds para fluidos *ley de potencia* (*power law Reynolds number*) " $Re_n$ " (exp. I-6.d), introducido por Govier y Aziz:

$$Re_n = \frac{V^{2-n} D^n}{\nu'} = 1,704.72 < 2240,$$

por lo que se trata de régimen laminar

Si se observan los resultados de Slatter, consignados en la Fig. I.13, se llega a la misma conclusión. En efecto, en dicha figura se ve que para  $\tau_y = 12 \text{ Pa}$  y  $V = 1.54 \text{ m/s}$ , caso de este ejemplo, según los experimentos realizados por este investigador, el flujo se encuentra la zona laminar.

En la Fig. II.7 se representan las tres curvas reológicas correspondientes a los tipos de flujo del ejemplo visto, el real y sus componentes. Se observa que hay una notable diferencia entre el comportamiento del Bingham plástico que, para los mismos valores de  $(-du/dr)$ , requiere esfuerzos cortantes mucho mayores que los otros dos: el Bingham pseudoplástico que corresponde al lodo residual y el pseudoplástico, de allí que la potencia de bombeo resultante para el Bingham plástico sea a todas luces exagerada.

El Bingham pseudoplástico y el pseudoplástico están descritos por curvas paralelas que se encuentran separadas a una distancia igual al esfuerzo cortante  $\tau_y$ , lo que sugiere la idea de que para calcular la potencia de bombeo para un fluido Bingham pseudoplástico, bastaría usar los resultados de un pseudoplástico incrementando en alguna forma el efecto del esfuerzo cortante  $\tau_y$ .

En nuestro caso:  $\tau_y = 12.00 \text{ Pa}$  y su equivalencia en columna de agua es:  $H_y = \tau_y/\gamma = 0.0012 \text{ m}$ ; ( $\gamma = 1,008.00 \text{ Kg}_f/\text{m}^3 = 9,888.48 \text{ N/m}^3$ ). Es decir, aparentemente el aumento de la carga dinámica sería insignificante y esto haría pensar que no es necesario corregir y tal vez podría aceptarse el cálculo del Bingham pseudoplástico real como si fuera un pseudoplástico, lo que sería una simplificación importante. Sin embargo, el efecto de la existencia de  $\tau_y$  es mucho más grande de lo que parece, como se comprobará ampliamente en los cálculos que se verán en el Capítulo III, cuyos resultados nos obligarán a descartar la mencionada simplificación.

## COMBINACIÓN DE LOS TRES TIPOS DE FLUIDO

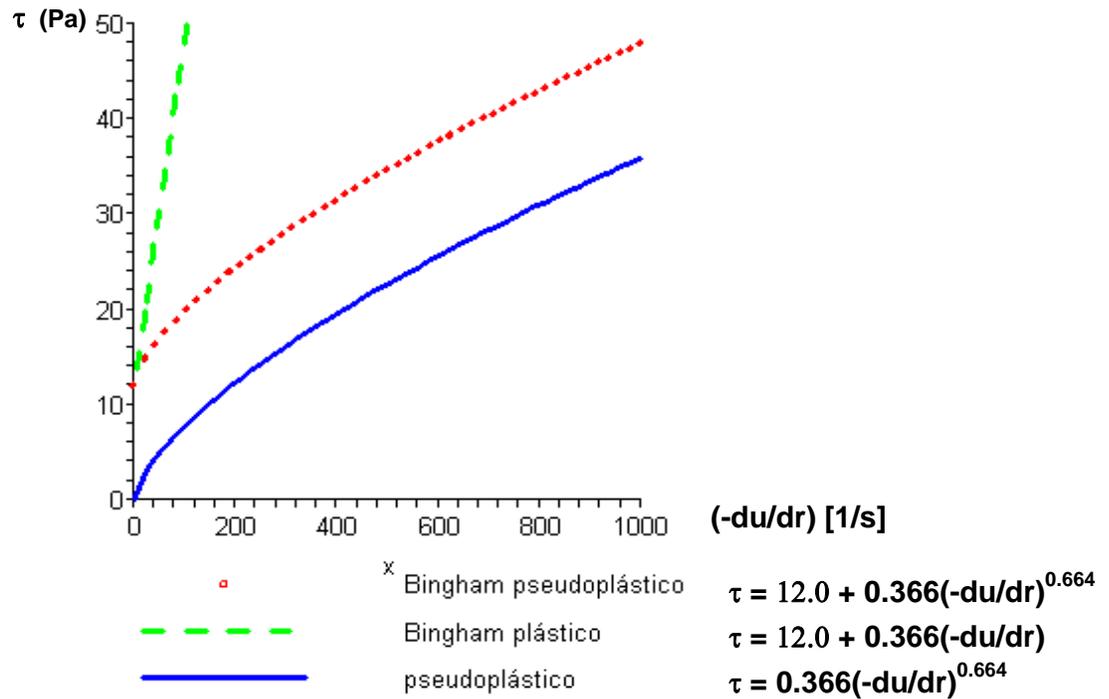


Fig. II.7. Bingham pseudoplástico y sus dos componentes simuladas

De cualquier manera, la simple observación de la figura II.7 indica que el resultado correcto debe encontrarse más cerca del pseudoplástico que del Bingham plástico.

## CAPÍTULO III

### PROPUESTAS PARA EL CÁLCULO DEL BOMBEO DE FLUIDOS NO NEWTONIANOS VISCOSOS Y EJEMPLOS DE APLICACIÓN

#### III.1 Introducción

Como ya se ha señalado, los lodos residuales, objetivo principal de este trabajo, son sustancias tipo Bingham pseudoplástico y a este caso se dedicará este capítulo que se divide en las siguientes dos partes:

- 1<sup>a</sup>. Presentación de cuatro propuestas de cálculo que han surgido de esta investigación
- 2<sup>a</sup>. Cálculo del bombeo de fluidos no newtonianos viscosos, aplicando dichas propuestas a los siguientes dos lodos residuales:

- El primero, ya utilizado por Slatter y cuyas características se presentan en el tema II.2.5
- El segundo lodo es el residual de la Planta de Tratamiento de Aguas Negras de la Ciudad Universitaria de la UNAM, que fue caracterizado previamente en el Laboratorio de Alimentos y Biotecnología de la Facultad de Química de la UNAM (tema III.5.2.1).

Debido a que en ambos casos sólo cambia el tipo de fluido y los datos físicos de la instalación son los mismos, se designará: “Proyecto 1” al que maneja el primer lodo y “Proyecto 2” al que utiliza el segundo.

De las cuatro alternativas para el cálculo, las Propuestas **3** y **4** utilizan fórmulas deducidas por Carmona (2006), válidas para el caso de fluidos no newtonianos trabajando en **régimen laminar**.

Las Propuestas **1** y **2** se basan en la obtención de curvas reológicas *equivalentes* a las originales. Estas curvas se construyen bajo ciertas hipótesis, que lógicamente se apoyan en las características del lodo original que pretende estudiarse.

Para que dichas curvas equivalentes abarquen el rango significativo de las originales, es necesario determinar adecuadamente los módulos de los ejes cartesianos de manera que en la curva ajustada, se tenga una representación correcta de la ley reológica del material original. Para esto, se sugiere el procedimiento que se describe en el siguiente tema.

### III.2 Determinación de los módulos de los ejes para las gráficas de las Propuestas 1 y 2

Como se acaba de señalar, antes de hacer la gráfica del comportamiento del fluido no newtoniano que sigue la ley 1-5.a, es necesario conocer las magnitudes apropiadas de los ejes de manera que la curva reológica del líquido real abarque una zona suficiente, de manera que la que la va a sustituir, pueda considerarse realmente *equivalente* a ella. Esto implica definir las longitudes de los ejes cartesianos:  $(-du/dr)_{\text{máx}}$  y  $\tau_{\text{máx}}$ , y para ello es necesario hacer las siguientes consideraciones.

Supóngase por ejemplo, que, como sucede en la Propuesta 1, se trata de representar la ley reológica del lodo original de un material Bingham pseudoplástico sustituyéndola por la de un Bingham plástico. Según la expresión:  $\tau = \frac{1}{2} \gamma S r$  (exp.: I-5.c), el valor máximo del esfuerzo cortante en el fluido es  $\tau_{\text{máx}} = \tau_0 = \frac{1}{2} \gamma S r_0$ , ya que el radio de la sección  $r_0$  es el máximo posible; por lo que respecta a  $(-du/dr)_{\text{máx}}$ , la expresión I-5.a':  $\tau = \tau_y + K(-du/dr)$  que representa a un Bingham plástico, permite concluir que el valor máximo correspondiente del gradiente  $(-du/dr)_{\text{máx}}$  es:  $= 1/K(\tau_0 - \tau_y)$ .

Como se anota en el párrafo anterior, la dimensión de los ejes requiere conocer la pendiente hidráulica  $S$  del flujo y para ello debe hacerse obviamente el cálculo completo que es precisamente el resultado que se busca y aún no se tiene. El procedimiento que se aplicó aquí para conocer  $S$  fue el que se presenta a continuación.

Para el caso del Proyecto 1, cuyos datos se indican en el tema II.2.5, se elaboraron varias gráficas preliminares ajustadas a la curva original. Cada una de ellas con diferentes módulos de los ejes cartesianos. Desde luego, a cada gráfica correspondía una ecuación reológica ligeramente diferente y para cada una de esas ecuaciones, se hizo el cálculo utilizando el criterio de Levenspiel, ya descrito en el tema II.2.5.1.

Los resultados se compararon entre sí hasta que se encontró un valor que no se alteraba significativamente con el anterior y entonces se consideró que ya se había llegado al tamaño apropiado de los ejes de manera que fueran suficientemente representativos para realizar el ajuste final entre la curva real del material y la que debía sustituirla en esta propuesta, es decir, la curva *equivalente*.

En el Proyecto 1 se llegó a la conclusión de que las dimensiones necesarias de los ejes cartesianos para construir las gráficas, son:  $\tau_{\text{máx}} = 20 \text{ Pa}$  y  $(-du/dr)_{\text{máx}} = 75 \text{ [1/s]}$ . Con estos valores se hizo el cálculo presentado en el tema III.5.1.1. En el mismo tema se comprueba que los módulos seleccionados son los correctos.

### **III.3 Presentación de las 4 propuestas**

#### **III.3.1 Propuesta 1. Adaptación de un Bingham pseudoplástico a un Bingham plástico equivalente**

Con la intención de buscar un procedimiento de cálculo que disminuya la posibilidad de cometer errores de interpretación personal, a continuación se propone lo siguiente:

Ajustar el Bingham pseudoplástico a un Bingham plástico equivalente siguiendo el criterio de que la curva reológica del segundo pueda considerarse sustituta de la del primero. Una vez definido el Bingham plástico equivalente, utilizar el método de cálculo de Levenspiel para este tipo de fluidos, descrito en el tema II.2.3 y atribuir el resultado al líquido real, es decir, al que se desea bombear. Para obtener la ecuación del Bingham plástico equivalente se sugiere el procedimiento descrito a continuación:

### III.3.1.1 Determinación del Bingham plástico equivalente a partir de la curva reológica que representa al original Bingham pseudoplástico

Se trata en realidad de un problema geométrico que puede resolverse en la siguiente forma.

En la Fig. III.1 se ha representado con la línea curva "A-B-C-E" el material Bingham pseudoplástico y con la recta "A-D" al Bingham plástico equivalente buscado. A continuación se utilizará la siguiente simbología

$A_c$ , Área bajo la línea curva "A-B-C-E"

$A_0$ , Área del rectángulo de lados:  $x_{m\acute{a}x}$  y  $y_{m\acute{a}x}$

$A_p$ , Área del polígono: "O-A-D-E-F-O"

$\xi$ , Abscisa del punto D (o G)

$m$ , pendiente de la línea "A-D", que representa al Bingham plástico equivalente y que es el coeficiente "K" de la expresión I-5.a'

El problema entonces, consiste en determinar la pendiente "m" de una línea recta "A-D" tal que el área "A-B-C-A" sea igual a la "C-D-E-C" de la figura III.1.

#### Planteo de la solución

La condición buscada se cumple, de acuerdo con la figura, si el área bajo la curva "A-B-C-E" ( $A_c$ ) es igual al área del polígono: "O-A-D-E-F-O" ( $A_p$ ). Es decir

$$A_p = \frac{1}{2} (y_0 + y_{\text{máx}})\xi + y_{\text{máx}}(x_{\text{máx}} - \xi) = A_c$$

Una vez calculada  $A_c$  integrando la ecuación reológica del fluido entre los límites 0 y  $x_{\text{máx}}$  y recordando que  $A_0 = (x_{\text{máx}})(y_{\text{máx}})$ , se despeja  $\xi$  cuyo valor es

$$\xi = 2(A_c - A_0) / (y_0 - y_{\text{máx}}),$$

y la pendiente buscada de la recta A-D, es

$$m = (y_{\text{máx}} - y_0) / \xi \quad (\text{III-3.a})$$

pendiente que corresponde al coeficiente de viscosidad plástica  $K$  del fluido Bingham plástico equivalente al original.

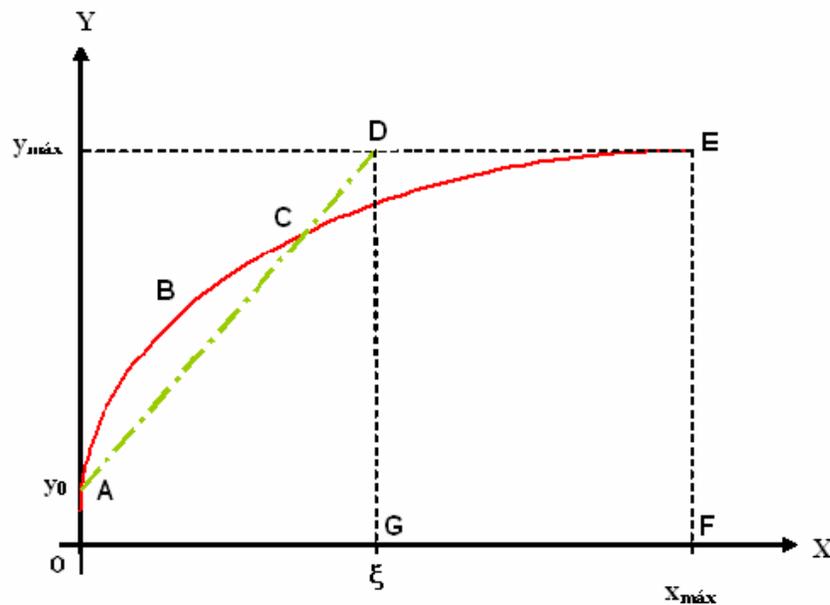


Fig. III.1

El desarrollo numérico de este procedimiento, realizado con el programa *Maple 9.5*, para los cálculos que se realizan con la Propuesta 1 en el tema III.5.1.1, se encuentra en el Apéndice C.

### **III.3.2 Propuesta 2. Adaptación del lodo real Bingham pseudoplástico a un pseudoplástico equivalente**

Una segunda posibilidad para el cálculo de los fluidos tipo Bingham pseudoplástico, consiste en ajustar el Bingham pseudoplástico a un pseudoplástico equivalente, siguiendo el criterio de que la curva reológica del segundo pueda considerarse sustituta de la del primero. Una vez definido el pseudoplástico equivalente, utilizar el método de cálculo de Levenspiel descrito en el tema II.2.4 para este tipo de fluidos y atribuir el resultado al líquido real, es decir, al que se desea bombear.

### **III.3.3 Propuesta 3. Válida para un pseudoplástico en régimen laminar**

Esta propuesta consiste en aplicar la fórmula I-6.c deducida por Carmona (2006), para determinar el factor de fricción de Darcy cuando  $\tau_y = 0$ . Esta fórmula es también aplicable cuando el esfuerzo de fluencia es tan pequeño que sea aceptable considerarlo nulo.

### **III.3.4 Propuesta 4. Válida para fluidos no newtonianos viscosos en régimen laminar.**

Esta propuesta se basa en la aplicación de un algoritmo desarrollado por Carmona (2006), que consiste en resolver el sistema de 5 ecuaciones simultáneas que se anotan en el Cuadro I.1. La deducción detallada de estas ecuaciones se presentó en el tema I.6.2. Una vez resuelto el sistema, se realiza el diseño aplicando el factor de fricción de Darcy obtenido al resolver las ecuaciones mencionadas.

### III.4 Aplicación de las propuestas de cálculo

#### III.4.1 Determinación del peso específico de la mezcla

Conocida la fracción volumétrica de las partículas sólidas suspendidas en la mezcla “Cv”, y las densidades específicas:  $\rho_l$  del líquido transportador que normalmente es agua clara, así como la de las partículas sólidas en suspensión  $\rho_p$ , se calcula la densidad específica de la mezcla  $\rho_m$  en la siguiente forma:  $\rho_m = \rho_l - Cv\rho_l + Cv\rho_p = \rho_l + Cv(\rho_p - \rho_l)$ , y análogamente el peso específico de la mezcla estará dado por la expresión:  $\gamma_m = \gamma_l + Cv(\gamma_p - \gamma_l)$ .

Finalmente, la potencia de la bomba en su punto de operación, es  $P = P_{m0} = \gamma_m Q_{m0} H_{m0} / \eta_{bm0}$ .

### III.5 Ejemplos de cálculo del bombeo

En los ejemplos subsecuentes, se aplicarán las 4 propuestas descritas en el tema III.1 de la introducción de este capítulo y con más detalle en el tema III.3. En todos los casos se utilizan las mismas características físicas del proyecto y sólo se cambiarán los fluidos bombeados, ya que el cálculo se hará para dos lodos diferentes que corresponden a cada uno de los dos proyectos señalados en la mencionada introducción (Tema III.1), a saber:

El “**Proyecto 1**” que maneja el lodo usado por Slatter y cuyas características están en el tema II.2.5.

El “**Proyecto 2**” que utiliza el lodo de la Planta de Tratamiento de Aguas Negras de la Ciudad Universitaria, D.F. y que fue previamente caracterizado en el Laboratorio de la Facultad de Química de la UNAM.

### III.5.1 PROYECTO 1. Lodo utilizado por Slatter

Los datos para este Proyecto 1 son:

$L = 12,000.00$  m; eficiencia de la bomba:  $\eta_b = 0.68$  ;  $H_{ET} = 80.00$  m ;  $D = 0.2032$  m;

$V = 1.54$  m/s ; ( $Q = 0.050$  m<sup>3</sup>/s);  $\rho_m = 1,008.00$  Kg/m<sup>3</sup> ;  $K = 0.3660$  Pa.s<sup>n</sup> ;

índice de comportamiento del fluido:  $n = 0.664$  ;  $\tau_y = 12.00$  Pa

(las características del fluido son las indicadas en el tema II.2.5)

#### III.5.1.1 Propuesta 1. Cálculo del Bingham plástico equivalente al lodo real Bingham pseudoplástico

La ecuación del Bingham plástico equivalente se determinó aplicando el criterio descrito en III.3.1.1 y utilizando para el cálculo el programa *Maple 9.5* (C-1, del Apéndice C)..

La ecuación obtenida, fue:

$$\tau = 12.0 + 0.1075(-du/dr)$$

$$(La\ ecuación\ del\ lodo\ real\ es:\ \tau = 12 + 0.366(-du/dr)^{0.664})$$

Ambas curvas reológicas se indican en la Fig. III.2

#### CÁLCULO:

Número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho_m V D}{\mu_m} = 2,937.65$$

Número de Hedstrom:

$$He = \frac{D^2 \tau_y \rho_m}{\mu_m^2} = 43,217.15$$

Con estos valores de Re y He, en la gráfica de Hedstrom (Fig.II.2), se lee  $f_F = 0.016$ , equivalente a:  $f_{Darcy} = f = 4f_F = 0.064$ . Por lo que la pérdida por fricción es

$$\Sigma h_f = f L/D (V^2 / 2g) = 457.94 \text{ m,}$$

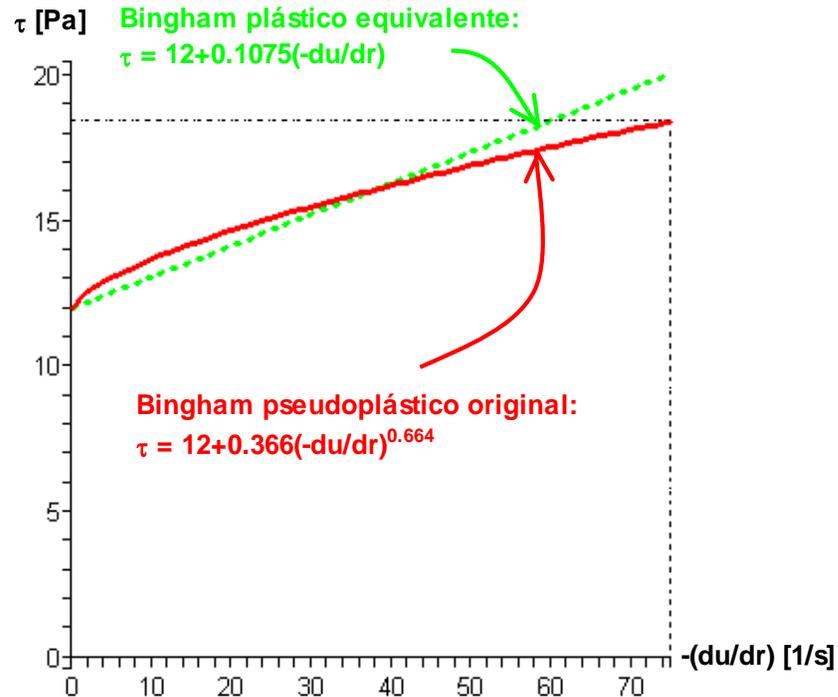


Fig. III.2. Ajuste del Bingham pseudoplástico a un Bingham plástico equivalente

y la carga dinámica del bombeo:  $H = H_{ET} + \Sigma h_f + V^2/2g = 538.06 \text{ m}$ .

Entonces, la potencia de bombeo buscada vale

$$P_{(HP)} = \gamma_m QH / (76.04 \eta_b) = 524.45 \text{ HP}$$

**Comprobación de los módulos seleccionados:**  $S = \Sigma h_f / L = 0.03935$ ; con este valor y los datos del problema, se obtuvieron los siguientes resultados:

$$\tau_0 = \tau_{\text{máx}} = 19.77 \text{ Pa (el módulo del eje de las ordenadas es de 20 Pa) y}$$

$$(-du/dr)_{\text{máx}} = 72.27 \text{ [1/s] (el módulo del eje de las abscisas fue 75 1/s)}$$

Por lo que se considera que las gráficas fueron elaboradas en sus dimensiones correctas.

La potencia obtenida, desde luego se encuentra entre las calculadas para el Bingham plástico en el tema II.2.5.1 (1,082.38 HP) y el pseudoplástico en el subtema II.2.5.2 (317.45 HP). Obsérvese que, como se podía deducir de la Fig. II.7, este último resultado está más cerca del obtenido para el pseudoplástico, algo que ya se había sugerido al final del Capítulo II, tema II.2.5.3 como una aparente buena solución. Desde luego, el primer resultado obtenido en II.2.5.1 (1,082.38 HP) es absurdo a todas luces.

Por lo demás, la potencia calculada con esta Propuesta 1 (524.45 HP), es semejante a la que se obtuvo con el método de Lin en el subtema II.2.2.1, que fue: **P = 416.57 HP** y aunque hay diferencia en el procedimiento seguido y Lin se apoya en un número mayor de datos del fluido; en ambos métodos los parámetros básicos del lodo son los mismos y el parecido de los resultados es un argumento alentador sobre la bondad del método empleado en este tema III.5.1.1.

### **III.5.1.2 Propuesta 2. Cálculo de un pseudoplástico equivalente al lodo real Bingham pseudoplástico**

Análogamente a lo que se hizo en la Propuesta 1 (tema: III.5.1.1), ahora se adaptará lo mejor posible la curva reológica del Bingham pseudoplástico original a otra en la que, en la parte izquierda de la misma, en lugar de partir de  $\tau_y > 0$ , se empiece con  $\tau_y = 0$ , es decir, desde el origen del sistema coordenado; simulando así el caso de un fluido pseudoplástico simple que sustituirá, en este artificio, al fluido original. A esta curva de un pseudoplástico ficticio, se le atribuirán las propiedades del Bingham pseudoplástico real.

Asimismo, tal como se hizo en caso anterior, las curvas se hicieron a partir de las ecuaciones que las representan, usando el *software Maple 9.5*.

Debido a que se trata de los mismos datos, se decidió usar los módulos seleccionados para los ejes cartesianos, definidos en la Propuesta 1.

Los parámetros obtenidos para el pseudoplástico equivalente, fueron los siguientes:

$$K = 11.25 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n \text{ y } n = 0.103$$

Por lo que la ecuación reológica para este fluido pseudoplástico ficticio es

$$\tau = 11.25(-du/dr)^{0.103}$$

En la figura III.3 se indican las dos curvas, con sus respectivas ecuaciones.

```
> plot([12+0.366*x^0.664,11.25*x^0.103],x=0..75,y=0..20,color=[red,blue],title="PROPUESTA DE CÁLCULO 2");
```

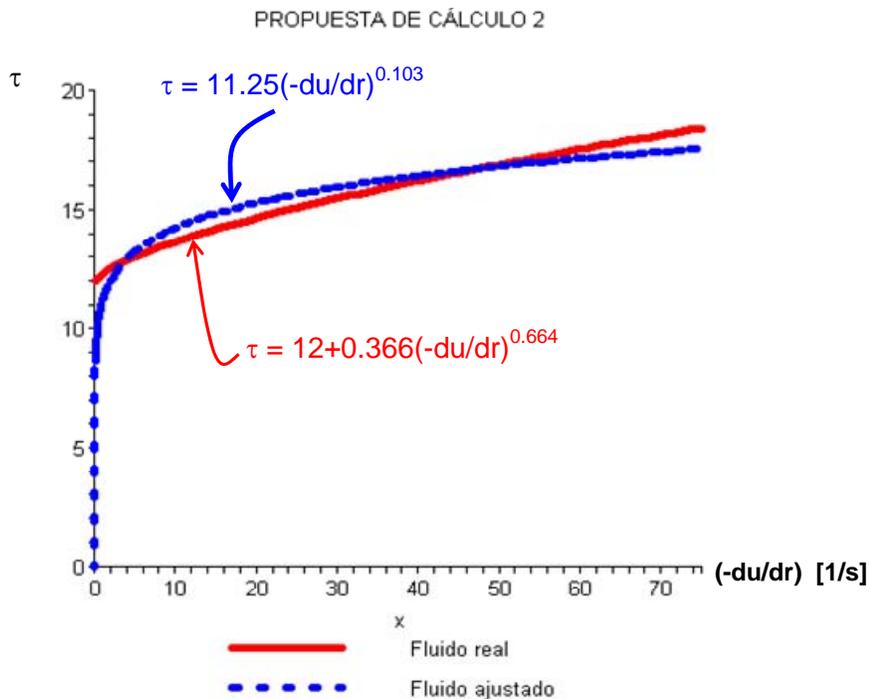


Fig. III.3. Sustitución del fluido real por un pseudoplástico ajustado

El cálculo de la potencia de bombeo para el pseudoplástico que sustituye al real, siguiendo el procedimiento de Levenspiel descrito II.2.4, es el siguiente

$$\text{Re}_{gen} = \frac{D^n V^{2-n} \rho_m}{8^{n-1} K} \left( \frac{4n}{3n+1} \right)^n = 988.81 \text{ (laminar: Re} < 2240)$$

Como se trata de un régimen laminar, es válida la fórmula de Poiseuille. Entonces el factor de fricción de Darcy-Weisbach tiene el valor

$$f = 64 / \text{Re}_{gen} = 0.0647 \text{ (ver Fig. II.3)}$$

La carga dinámica de bombeo es

$$H = H_{ET} + f L/D V^2/ 2g + V^2/2g = 542.15 \text{ m}$$

y la potencia de bombeo necesaria para la instalación es entonces

$$P = \gamma QH / (76.04 \eta_b) = 528.44 \text{ HP}$$

(con la Propuesta 1 se obtuvo:  $P = 524.45 \text{ HP}$ )

### III.5.1.3 Propuesta 3. Cálculo de la potencia de bombeo de un fluido pseudoplástico equivalente al Bingham pseudoplástico original usando la fórmula de R. Carmona

Esta solución se basa en el desarrollo descrito en el tema I.6.1. La fórmula I-6.c, permite calcular el factor de fricción de Darcy válido para fluidos pseudoplásticos ( $\tau_y = 0$ ) en régimen laminar. Utilizando esta expresión aplicada al fluido equivalente obtenido en el tema III.5.1.2 y cuya ecuación reológica es

$$\tau = 11.25(-du/dr)^{0.103},$$

se obtiene el siguiente resultado

$$f_c = \frac{\left(3 + \frac{1}{n}\right)^n 2^{n+3}}{\frac{V^{2-n} D^n}{\frac{K}{\rho}}} = \frac{\left(3 + \frac{1}{0.103}\right)^{0.103} 2^{(0.103+3)}}{\frac{1.54^{(2-0.103)} 0.2032^{0.103}}{11.25/1008}} = 0.0647$$

Obsérvese que este factor de fricción es idéntico al obtenido con el método semigráfico de la propuesta 2 visto en el tema anterior (III.5.1.2), por lo que la potencia de bombeo también tiene el mismo valor:  $P = 528.44$  HP.

#### III.5.1.4 Propuesta 4. Cálculo de la potencia de bombeo de un fluido Bingham pseudoplástico en régimen laminar usando el algoritmo propuesto por R. Carmona

Se aplicará ahora el algoritmo deducido para fluidos en los que  $\tau_y > 0$  descrito en el tema I.6.2 y que se representa esquemáticamente en el Cuadro I.1.

Para mayor claridad, los datos, ya anotados en el tema III.5.1, se indican una vez más, presentados en la forma en que se clasifican en el subtema I.6.2, es decir:

##### Propiedades del líquido:

$$\tau_y = 12.00 \text{ Pa}; n = 0.664; K = 0.366 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n; \rho = 1008.00 \text{ kg/m}^3, g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$\rho = 1008.00 \text{ kg/m}^3; \gamma = 1008.00 \text{ kgf/m}^3 = 9,888.48 \text{ N/m}^3$$

##### Características del proyecto:

$$Q = 0.050 \text{ m}^3/\text{s}; r_0 = 0.1016 \text{ m}; V = 1.54 \text{ m/s}; H_{ET} = 80.00 \text{ m}; \eta_b = 0.68;$$

$$L = 12,000.00 \text{ m}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones simultáneas indicadas en el Cuadro I.1, se llega a los siguientes resultados:

$$S = 0.04102; r^* = 0.059 \text{ m}; z^* = 0.582; u_c = 1.97 \text{ m/s}, f = 0.0688$$

La solución de las 5 ecuaciones simultáneas del algoritmo se hizo con la ayuda del programa *Maple 9.5* (el procedimiento se indica en el inciso D-1 del Apéndice D).

Los demás resultados se calcularon con las conocidas expresiones:

$$\tau_0 = \frac{1}{2} \gamma S r_0, h_f = SL; H = H_{ET} + h_f + V^2/2g; P = \gamma QH/(76.04\eta_b)$$

Y así se obtuvieron las características buscadas del proyecto de bombeo. A saber:

$$\tau_0 = 20.60 \text{ Pa } (>\tau_y); h_f = 492.21 \text{ m}; H = 572.33 \text{ m}; P = 557.86 \text{ HP}$$

En la propuesta 1, (tema III.5.1.1), se obtuvieron los siguientes resultados:

$$h_f = 457.94 \text{ m}; H = 538.06 \text{ m}; P = 524.45 \text{ HP}; f = 0.064; S = 0.03935$$

Debido a que el resultado obtenido en esta Propuesta 4, no está sujeto a posibles errores de apreciación visual en la utilización de gráficas como sucede en la Propuesta 1 (tema III.5.1.1), hace pensar que este procedimiento es más confiable que el de la mencionada Propuesta 1.

### Comprobación del tipo de régimen

Slatter y Wasp (2000, p. 395), obtuvieron una fórmula para calcular lo que llamaron *velocidad crítica*, que marca el límite de transición de laminar a turbulento en fluidos no newtonianos. Sus resultados se basaron en la investigación experimental que realizaron y que se describe en el tema I.8. La expresión es la siguiente

$$V_{cS\&W} = 26 \sqrt{\frac{\tau_y}{\rho}} \quad (I-8.a)$$

Para los datos de este Proyecto 1 el resultado es el siguiente:  $V_{cS\&W} = 2.84 \text{ m/s} > 1.54 \text{ m/s}$ , que es la velocidad de nuestro proyecto, por lo que, según este criterio se trata de un régimen laminar como se había supuesto y es apropiada la aplicación de esta Propuesta 4.

### III.5.1.5 Comentarios sobre los resultados de las 4 propuestas para el bombeo del Proyecto 1

En el Cuadro III.1 se indica un resumen de los resultados obtenidos con las 4 propuestas.

PROPUESTA	f	H(m)	POTENCIA DE BOMBEO (HP)
1	0.064	538.06	524.45 (Adaptado a un Bingham plástico equivalente, tema: III.5.1.1)
2	0.0647	542.15	528.44 (Adaptado a un pseudoplástico equivalente, tema: III.5.1.2)
3	0.0647	542.15	528.44 (Pseudoplástico equivalente, R. Carmona, tema: III.5.1.3)
4	0.0688	572.33	557.86 (Lodo real, R. Carmona, tema: III.5.1.4)

Cuadro III.1. Proyecto 1. Datos del fluido: Slatter (1997, p. 16)

Se observa que los cuatro resultados son bastante similares por lo que se considera que los procedimientos seguidos son adecuados. La Propuesta 4 es seguramente la más precisa porque toma el fluido con el valor real de  $\tau = 12 \text{ Pa}$  (no está sujeta a ningún ajuste) y, al igual que la 3 no se apoya en ninguna gráfica, lo que elimina la posibilidad de errores en la apreciación visual. Tanto la 3 como la 4 tienen la única limitación de

que son válidas exclusivamente **para régimen laminar**, como el de este ejemplo. Por otra parte, como señalan Shook (1991) y Slatter (1999), ambos comentados en el tema I.8, en la mayoría de los casos conviene trabajar precisamente dentro de la zona laminar. Desde luego, si el fluido fuera pseudoplástico o “quasi” pseudoplástico ( $\tau_y$  prácticamente nulo), la propuesta 3 podría ser la más aconsejable.

Este no es ahora el caso, ya que  $\tau_y$  tiene un valor significativo, por lo que se insiste en que la Propuesta 4 es la mejor para estos datos.

Esto no quiere decir que se descartan las propuestas 1 y 2 debido que estas tienen un rango de funcionamiento más amplio, ya que son válidas aun fuera de la zona laminar. Además, los resultados obtenidos con estas propuestas, son una comprobación de que los criterios de Levenspiel son correctos.

### **III.5.2 PROYECTO 2. Lodo residual de la Planta de Tratamiento de Aguas Negras de la C.U. en la UNAM**

#### **III.5.2.1 Caracterización del lodo**

Con el fin de hacer una aplicación a un lodo real de nuestro medio, se realizó la caracterización del lodo residual de la Planta de Tratamiento de Aguas Residuales de la Ciudad Universitaria. Para ello se tomó una muestra del lodo, misma que se indica en la Fig. III.4.

Con esta muestra se hizo la caracterización utilizando el Reómetro de Deformación Controlada ARES RFS III TA INSTR del Laboratorio 313 del Departamento de Alimentos y Biotecnología de la Facultad de Química de la UNAM\*.

---

\* Las mediciones se hicieron bajo la anuencia y supervisión del Dr. Alberto Tecante Coronel, Jefe del Departamento a quien agradecemos muy cumplidamente su amable colaboración



Fig. III.4. Muestra de lodo de la planta de CU

Este instrumento se indica en la Fig. III.5 y un detalle del área de medición en la Fig. III.6. La muestra del material medido se encuentra entre los dos cilindros metálicos, uno fijo y el otro rotatorio que gira según un procedimiento programado.



Fig. III.5. Reómetro de la Facultad de Química, UNAM



Fig. III.6. Detalle de la zona de medición del reómetro

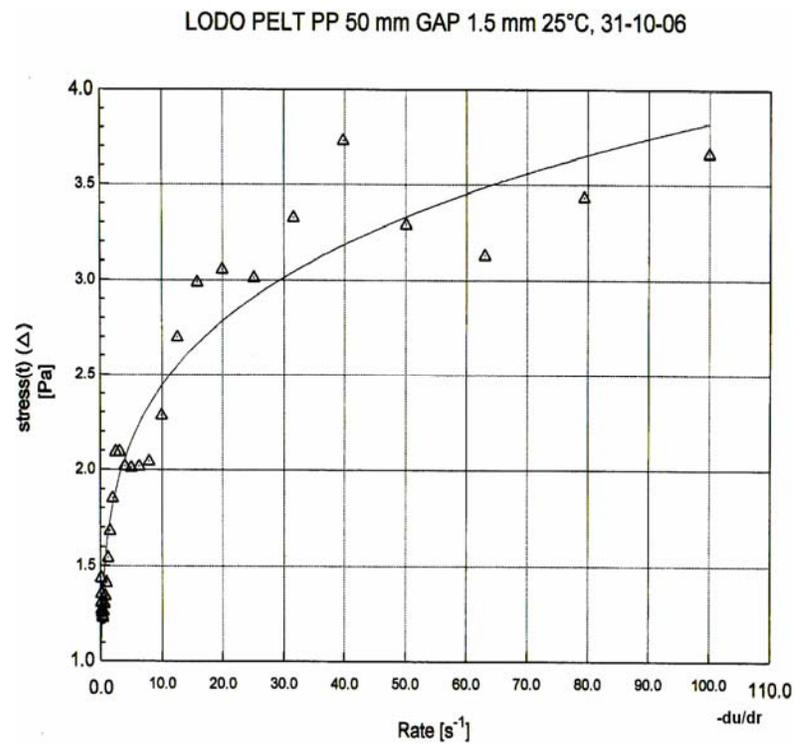


Fig. III.7. Resultado de la medición del lodo residual de la Planta de Tratamiento de Aguas Negras de la C.U.

La medición permitió comprobar que se trata efectivamente de un fluido Bingham pseudoplástico como se había supuesto. En efecto, la curva reológica medida es la que se representa en la Fig. III.7, graficada en el monitor del reómetro mencionado.

El reómetro determina los parámetros de la curva para el modelo de Herschel-Bulkley (I-5.a) y los registra en la forma indicada en la Fig. III.8.

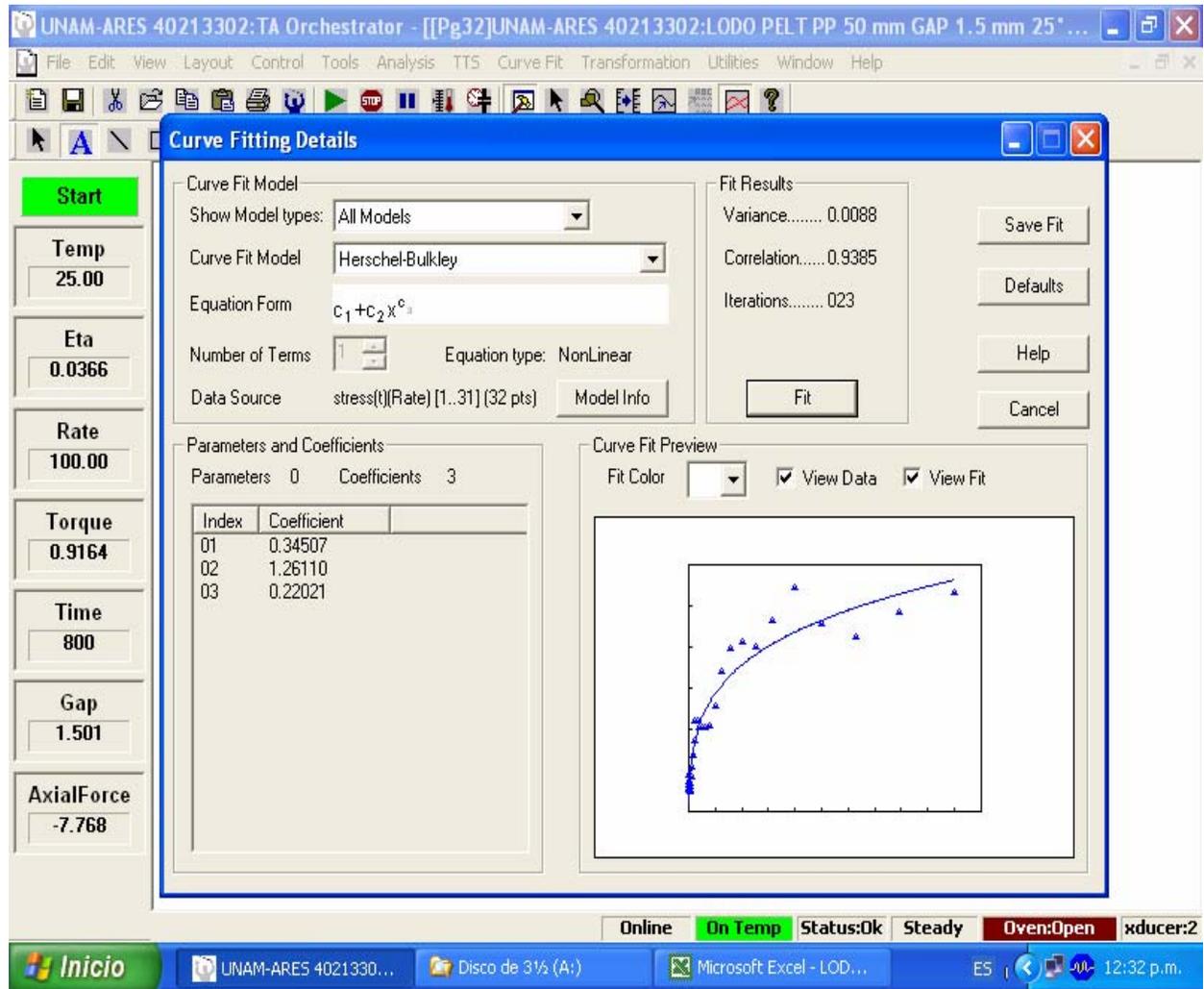


Fig. III.8. Características del lodo medido en el reómetro de la Facultad de Química de la UNAM

Como se ve en esta figura, los parámetros registrados, son:

- $\tau_y = 0.34507$  Pa que es el esfuerzo de fluencia
- $K = 1.26110$  Pa.s<sup>n</sup> que es el índice de consistencia del fluido y
- $n = 0.22021$  que es el índice de comportamiento del fluido

Entonces, la ley reológica del lodo residual, correspondiente a la Planta de Tratamiento de Aguas Negras de la Ciudad Universitaria, según el modelo de Herschel-Bulkley es la siguiente

$$\tau = 0.34507 + 1.26110(- du /dr)^{0.22021}. \quad (\text{III-5.a})$$

Además, en el laboratorio de la Facultad de Química se midió el peso específico de la muestra que fue:  $\gamma = 1020$  Kg/m<sup>3</sup> (\*) y en la misma Planta se midieron también las siguientes características del lodo \*\*:

Sólidos suspendidos totales: 26.5 g/l

Sólidos suspendidos volátiles: 22.6 g/l

Sólidos suspendidos fijos: 3.9 g/l

(En el Apéndice A se indican datos de otros lodos, tomados de la literatura técnica)

## Datos para el Proyecto 2

Como los datos físicos tanto del Proyecto 1 como del 2, son los mismos y sólo cambian los del fluido. Las características correspondientes a este Proyecto 2 son las siguientes (ver ec.: III-5.a):

$L = 12,000.00$  m; eficiencia de la bomba:  $\eta_b = 0.68$  ;  $H_{ET} = 80.00$  m ;  $D = 0.2032$  m ;

$V = 1.54$  m/s ; ( $Q = 0.050$  m<sup>3</sup>/s);  $\rho_m = 1,020.00$  Kg/m<sup>3</sup> ;

---

\* Agradecemos a la Dra. Biserka Sveshtarova (†), profesora de la Facultad de Química, la medición de este parámetro

\*\* Datos proporcionados por el Ing. Juan Hilario García Gil, Superintendente de la Planta

$$\gamma_m = 1,020.00 \text{ kg/m}^3 = 10,006.20 \text{ N/m}^3; K = 1.26110 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n, n = 0.22021 \text{ y}$$

$$\tau_y = 0.34507 \text{ Pa}$$

### III.5.2.1.1 Módulos de los ejes cartesianos

Siguiendo la misma idea propuesta en III.2 y aplicada en el Proyecto 1, en este Proyecto 2 se obtuvo el valor  $\tau_{\text{máx}} = 5 \text{ Pa}$ , correspondiente a  $(-du/dr) = 376 \text{ 1/s}$ . Debido a que la curva reológica del lodo real se hace casi asintótica al valor de  $\tau_{\text{máx}}$ , se decidió tomar  $(-du/dr)_{\text{máx}} = 110 \text{ 1/s}$  una vez que se comprobó que la precisión no se afectaba y la representación gráfica era mucho más legible y clara poniendo este límite al eje de las abscisas. Bajo estas condiciones, los módulos utilizados para los ejes cartesianos de la Fig. III.9, fueron:

$$(-du/dr)_{\text{máx}} = 110 \text{ 1/s y su correspondiente } \tau_{\text{máx}} = 3.9 \text{ Pa}$$

### III.5.2.2 Propuesta 1. Cálculo del Bingham plástico equivalente al lodo real Bingham pseudoplástico de la Planta de Tratamiento de Aguas Negras de la CU de la UNAM

El procedimiento de cálculo diseñado por Levenspiel, válido para fluidos Bingham plásticos, exige primero determinar las características del Bingham plástico que sustituya al Bingham pseudoplástico del lodo real que se desea analizar. Como se sabe, en una sustancia tipo Bingham plástico el exponente  $n$  de la ecuación general I-5.a es 1, lo que significa que  $K = \mu_m$  (ver I-4.d). Entonces, lo único que se necesita es conocer la pendiente “ $m$ ” de la línea recta que define al Bingham plástico equivalente. Dicha pendiente corresponde al valor de  $K$  o  $\mu_m$  y con este valor se tendrán todos los parámetros necesarios para el cálculo.

Para los datos de este lodo del Proyecto 2, indicados en su ecuación III-5.a, se utilizó el procedimiento descrito en el tema III.3.1.1. La aplicación numérica realizada con el

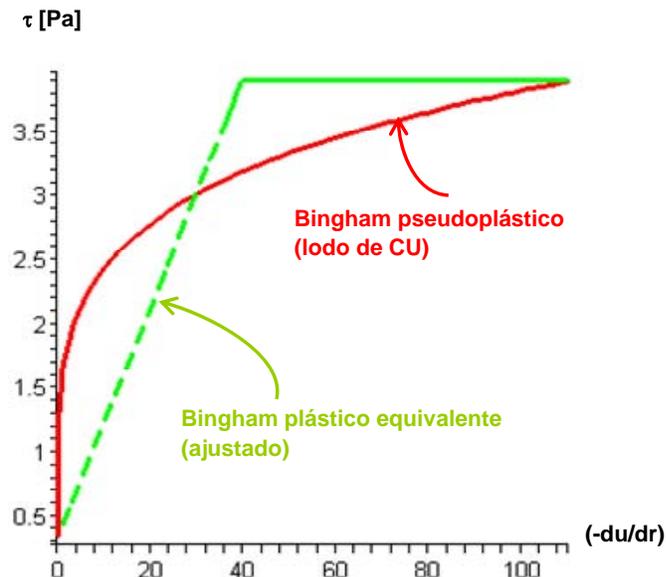
programa *Maple 9.5*, se incluye en C-2 del Apéndice C. La pendiente  $m$  del Bingham plástico equivalente resultó

$$m = K = \mu_m = 0.0894 ,$$

por lo que la ecuación de este lodo equivalente del tipo de la I-4.d, es:

$$\tau = 0.34507 + 0.089425(-du/dr) .$$

En la Fig. III.9 se indican ambas curvas y en el calce, las ecuaciones correspondientes.



**Lodo residual de la Planta de Tratamiento de CU:  $\tau = 0.34507 + 1.26110(-du/dr)^{0.22021}$**

**Bingham plástico equivalente:  $\tau = 0.34507 + 0.089425(-du/dr)$**

Fig. III.9. Procedimiento para determinar un Bingham plástico equivalente al Bingham pseudoplástico original

Tomando el valor obtenido de  $\mu_m$  y además, los datos de este Proyecto 2, se realiza el cálculo siguiendo el mismo procedimiento aplicado en III.5.1.1. Los números de Reynolds y de Hedstrom, tienen entonces los valores:

Número de Reynolds

$$Re = \frac{\rho_m V D}{\mu_m} = 3,573.53$$

Número de Hedstrom

$$He = \frac{D^2 \tau_y \rho_m}{\mu_m^2} = 1,817.34$$

Con los valores de Re y He, se lee en la gráfica de Hedstrom (Fig. II.2) el coeficiente de Fanning:  $f_F = 0.0045$ , que corresponde a  $f_{Darcy} = 4f_F = 0.01800$ . Luego:

la pérdida por fricción es  $\Sigma h_f = fL/D(V^2/2g) = 128.79 \text{ m}$ ,

la carga dinámica total  $H = H_{ET} + \Sigma h_f + V^2/2g = 208.92 \text{ m}$

y la potencia total necesaria para el bombeo es

$$P = \gamma_m Q H / (76.04 \eta_b) = 206.06 \text{ HP}$$

### III.5.2.2.1 Tipo de régimen aplicando los resultados de la Propuesta 1

Al usar la gráfica de Hedstrom se observa que el flujo analizado se encuentra en la zona de transición de laminar a turbulento de tubo liso. Esto se puede comprobar calculando el número de Reynolds de Metzner y Reed "Re<sub>MR</sub>" que es el siguiente:

$Re_{MR} = \frac{16}{f'}$  (I-8.e), en el que el parámetro  $f'$  tiene el valor, según Govier y Aziz (I-8.d):

$f' = \frac{2\tau_0}{\rho V^2}$ . Por otra parte, según I-5.c, el esfuerzo cortante " $\tau_0$ " en contacto con la pared

( $r = r_0$ ) tiene el valor

$$\tau_0 = \frac{1}{2} \gamma S r_0 = \frac{1}{2} (10,006.20) (128.79/12,000.00) (0.1016) = 5.456 \text{ Pa},$$

por lo que:  $f' = \frac{2\tau_0}{\rho V^2} = 0.0045$ . Entonces:  $Re_{MR} = \frac{16}{f'} = 3,555.56$ .

Metzner y Reed limitan la zona laminar a  $Re_{MR} < 2,500$  (I.8.1.1.2) por lo que este resultado sale ligeramente de la zona laminar y puede considerarse en la turbulenta de tubo liso.

### III.5.2.3 Propuesta 2. Cálculo de un pseudoplástico equivalente al lodo Bingham pseudoplástico de la Planta de Tratamiento de Aguas Negras de la CU

En la Fig. III.10, se presenta la ley reológica del lodo real y la equivalente a un pseudoplástico ( $\tau_y = 0$ ), obtenido con la ayuda del programa *Maple 9.5*.

En este fluido equivalente se apoyará el cálculo siguiendo el ya expuesto método de Levenspiel (tema II.2.4), quien utiliza la gráfica de Dodge y Metzner. Esta gráfica relaciona los parámetros:  $Re_{gen}$ ,  $n$  y  $f_F$  (Fig. II.3).

Como se indica en la Fig. III.10, la ecuación reológica para el fluido pseudoplástico equivalente, resultó

$$\tau = 1.5 \left( - du/dr \right)^{0.205}$$

En estas condiciones, los datos del proyecto para este fluido simulado que tiene las propiedades de un pseudoplástico, son:

$L = 12,000.00$  m;  $\eta_b = 0.68$ ;  $H_{ET} = 80.00$  m;  $D = 0.2032$  m;  $V = 1.54$  m/s;  
 $Q = 0.050$  m<sup>3</sup>/s;  $\rho_m = 1,020.00$  kg/m<sup>3</sup> ( $\gamma_m = 1,020$  kg/m<sup>3</sup>);  $K = \mu_m = 1.50$  Pa.s<sup>n</sup>;  $\tau_y = 0$  Pa;  
 $n = 0.2050$

Como se acaba de señalar, el método de Levenspiel para pseudoplásticos, descrito en II.2.4, se basa en la utilización de la gráfica de Dodge y Metzner, adaptada por Levenspiel (Fig. II.3) que permite encontrar el factor de fricción de Fanning  $f_F$  en función de los parámetros “n” y el número de Reynolds generalizado (II-2.o), cuyo valor es para este caso

$$Re_{gen} = \frac{D^n V^{2-n} \rho_m}{8^{n-1} K} \left( \frac{4n}{3n+1} \right)^n = 4,850.26$$

LODO RESIDUAL DE LA PLANTA DE TRATAMIENTO DE AGUAS NEGRAS DE LA CIUDAD  
UNIVERSITARIA (UNAM)

CRITERIO: AJUSTARLO A UN PSEUDOPLÁSTICO

>plot([0.34507+1.26110\*x^0.22021,1.5\*x^0.205],x=0..110,y=0..4,color=[red,blue],title="PROPUESTA  
DE CÁLCULO 2");

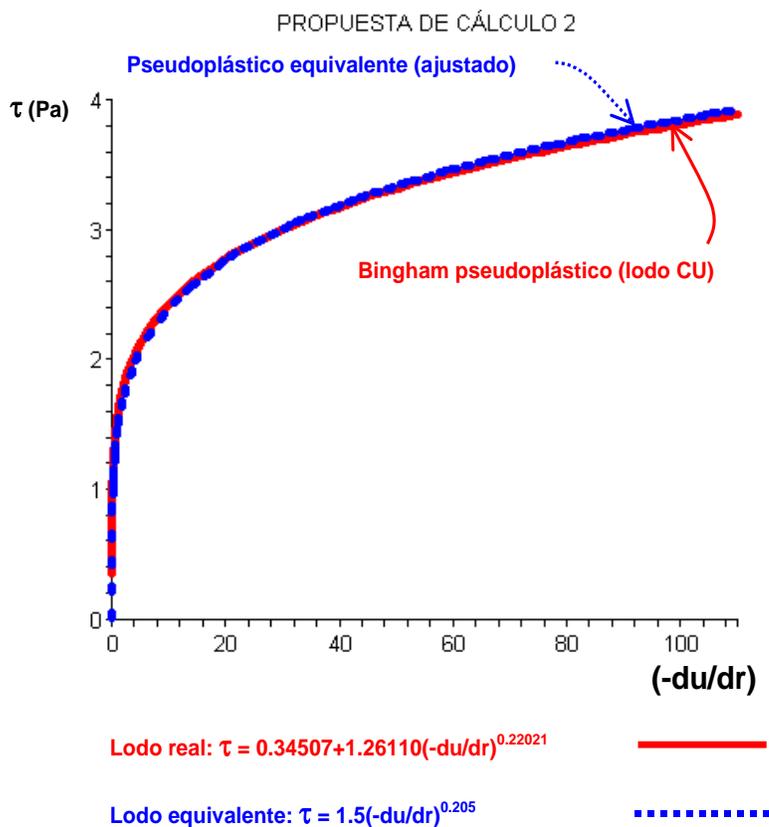


Fig. III.10. Ajuste del lodo real Bingham pseudoplástico a un pseudoplástico equivalente

Con el valor de  $Re_{gen}$  y el del exponente  $n = 0.205$ , en la gráfica mencionada, se lee que:  $f_F = 0.0038$ , correspondiente a un coeficiente de Darcy ( $f = 4f_F$ )

$$f = 0.0152 .$$

Por último, los resultados del diseño con este valor del factor de fricción  $f$  de Darcy, son:

$$\Sigma h_f = fL/D(V^2/2g) = 108.76 \text{ m} ,$$

$$H = H_{ET} + \Sigma h_f + V^2/2g = 188.88 \text{ m} ,$$

$$\boxed{P = \gamma_m QH / (76.04 \eta_b) = 186.30 \text{ HP}}$$

### III.5.2.3.1 Tipo de régimen aplicando los resultados de la Propuesta 2

En la gráfica de Dodge y Metzner (Fig. II.3) se observa, al igual que en la Propuesta 1, que también para este pseudoplástico equivalente, el régimen se encuentra ligeramente fuera de la zona de transición de laminar a turbulento y seguramente como en el cálculo anterior, en la turbulenta de tubo liso. Esto no es más que una comprobación de que las simulaciones que se están haciendo tienen bases congruentes, ya que se trata del mismo proyecto.

En este caso el esfuerzo cortante en la pared del conducto, es

$$\tau_0 = \frac{1}{2} \gamma S r_0 = \frac{1}{2} (10,006.20) (108.76/12,000.00) (0.1016) = 4.607 \text{ Pa} ,$$

y de acuerdo con la expresión I-8.d de Govier y Aziz, tal como se hizo en el caso anterior (tema III.5.2.2.1)

$$f' = \frac{2\tau_0}{\rho V^2} = 0.0038,$$

y el número de Reynolds de acuerdo con Metzner y Reed (exp. I-8.e), tiene el valor

$$\text{Re}_{MR} = \frac{16}{f'} = 4,210.53 .$$

Govier y Aziz, señalan dos criterios para reconocer el tipo de régimen en fluidos no newtonianos, a saber:

1° Transición de laminar a turbulento (Govier y Aziz, 1972, p. 204)

$$2,000 < \text{Re}_{MR} < 2,500 \quad (\text{tema: I.8.1.1.2})$$

2° El régimen turbulento empieza, en pseudoplásticos, según la expresión I-6.g (Govier y Aziz, 1972, p. 213), cuando

$$\text{Re}_{MR} > \text{Re}_c = \frac{6464n}{(1 + 3n)^2 [1/(2 + n)]^{(2+n)/(1+n)}} , \quad (\text{I-6.g})$$

en este caso

$$\text{Re}_c = 2,159.26.$$

Como  $\text{Re}_{MR} = 4,210.53$ , recién calculado, es mayor que ambos límites, se comprueba la conclusión anterior obtenida en el subinciso III.5.2.2.1 resultado de la aplicación de otra hipótesis en el sentido de que se trata de un régimen que sobrepasa ligeramente al laminar y se encuentra dentro de la zona turbulenta de tubo liso.

### III.5.2.4 Propuesta 3. Cálculo de la potencia de bombeo de un fluido pseudoplástico equivalente al Bingham pseudoplástico original aplicado la fórmula de R. Carmona

En este caso el lodo real tiene un esfuerzo cortante de fluencia muy pequeño ( $\tau_y = 0.34507$  Pa), que corresponde a 0.0352 milímetros de columna de agua, lo que se ve claramente en la Fig. III.10 en la que las dos curvas, real y la ajustada a un pseudoplástico equivalente prácticamente coinciden. Esta característica sugiere que, en este caso, ignorar el valor del esfuerzo de fluencia, es una simplificación aceptable y por ello se aplicará a esta Propuesta 3 que se basa precisamente en que  $\tau_y$  es nulo y se utilizará la expresión I.6.c, obtenida por R. Carmona, válida para  $\tau_y = 0$  cuando el régimen es laminar.

Bajo esta hipótesis ( $\tau_y = 0$ ), la expresión mencionada conduce al siguiente valor del factor de fricción de Darcy-Weisbach para pseudoplásticos

$$f = \frac{(3 + 1/n)^n 2^{n+3}}{\frac{V^{2-n} D^n}{K / \rho}} = \mathbf{0.0132},$$

y los resultados del proyecto con este valor, son:

$$\Sigma h_f = fL/D(V^2/2g) = 94.41 \text{ m},$$

$$H = H_{ET} + \Sigma h_f + V^2/2g = 174.54 \text{ m},$$

$$\mathbf{P = \gamma_m QH / (76.04 \eta_b) = 172.15 \text{ HP}}$$

El valor de  $f$  en este último cálculo, es menor en un 15% al del método anterior ( $f = 0.0152$ ) que se apoya en un ajuste gráfico. Sin embargo, no debe olvidarse que este último resultado es válido sólo para un fluido pseudoplástico y, además en **régimen**

**laminar**, cuando, en el caso actual, como se ha comprobado anteriormente (tema III.5.2.3.1), el régimen se encuentra en el principio de la zona turbulenta de tubo liso. Por esta razón es probable que la potencia obtenida con la Propuesta 2 en el tema: III.5.2.3 (186.30 HP), sea más real que la que se acaba de obtener en este inciso (172.15 HP), ya que el método de Levenspiel, aplicado en la Propuesta 2 es válido para cualquier tipo de régimen.

#### **III.5.2.5 Propuesta 4. Cálculo de la potencia de bombeo de un fluido Bingham pseudoplástico en régimen laminar usando el algoritmo propuesto por R. Carmona**

En este caso se toma el lodo de la Planta de Tratamiento de CU, con sus valores reales, por lo que se considera que los resultados que se obtengan, también lo serían en el caso de que el escurrimiento se encuentre en régimen laminar.

El procedimiento exige la solución del sistema de ecuaciones simultáneas presentadas en el Cuadro I.1 del tema I.6.2. Enseguida se esquematiza el algoritmo correspondiente.

Datos:

##### **Propiedades del líquido:**

$$\tau_y = 0.34507 \text{ Pa}; \gamma = 1,020 \text{ kg}_f / \text{m}^3 = 10,006.20 \text{ N}/\text{m}^3; K = 1.26110 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n;$$

$$n = 0.22021$$

##### **Características del proyecto:**

$$Q = 0.050 \text{ m}^3/\text{s}; r_0 = 0.1016 \text{ m}; V = 1.54 \text{ m/s}; H_{ET} = 80.00 \text{ m}; \eta_b = 0.68;$$

$$L = 12,000.00 \text{ m}$$

Con estos datos se resolvió el sistema de ecuaciones simultáneas indicado en el Cuadro I.1. Los resultados obtenidos con el programa *Maple 9.5* e indicados en el inciso

D-2 del Apéndice D, fueron los siguientes (para identificar  $r^*$  y  $u_c$ , véanse las Figs. I.7 y I.8).

$$z^* = 0.087\text{m}; r^* = 0.0088\text{m}; u_c = 2.04\text{m/s}; f = 0.0131;$$

$$S = 0.007825; \tau_0 = 3.98 \text{ Pa}; h_f = 93.90 \text{ m}; H = 174.02 \text{ m}$$

y, por último, la potencia del proyecto obtenida es  $P = \gamma_m QH / (76.04 \eta_b) = 171.64 \text{ HP}$

En el Cuadro III.2 se indican los resultados principales de los cálculos para el bombeo del lodo residual de la Planta de Tratamiento de Aguas Negras de la Ciudad Universitaria de la UNAM.

<i>Propuesta</i>	<i>f</i>	<i>H (m)</i>	<i>P (HP)</i>	<i>observaciones</i>
1	0.0180	208.92	206.06	(Adaptado a un Bingham plástico equivalente tema: III.5.2.2)
2	0.0152	188.88	186.30	tema: III.5.2.3 (ajuste de gráfica)
3	0.0132	174.54	172.15	tema: III.5.2.4 (expresión de Carmona para fluidos no newtonianos con $\tau_y = 0$ en régimen laminar)
4	0.0131	174.02	171.64	tema III.5.2.5 (algoritmo de Carmona para fluidos no newtonianos con $\tau_y > 0$ en régimen laminar)

Cuadro III.2. Proyecto 2. Comparación de los resultados obtenidos en las 4 propuestas de cálculo con el lodo de la Planta de Tratamiento de Aguas Negras de la Ciudad Universitaria (UNAM)

### III.5.2.6 Comentarios sobre los cálculos realizados

Evidentemente el resultado depende de la veracidad del factor de fricción  $f$  utilizado. En el Cuadro III.1 se presentan los resultados principales obtenidos en el cálculo del Proyecto 1 y en el III.2, los obtenidos para el Proyecto 2. En ambos casos se anotan los valores del coeficiente  $f$  para cada una de las 4 propuestas, así como las cargas dinámicas y las potencias de bombeo obtenidas. Enseguida se hará referencia a cada uno de los proyectos resueltos.

#### Proyecto 1

Obsérvese que estos resultados, resumidos en el Cuadro III.1, son bastante parecidos en las 4 Propuestas, lo que se considera una comprobación de que los métodos de cálculo son correctos. Además, con este lodo se trabajó dentro de la zona laminar, lo que da mayor validez a las Propuestas 3 y 4 porque ambas son aplicables precisamente a este tipo de régimen.

Las Propuestas 2 y 3, resueltas con criterios distintos producen exactamente los mismos resultados, lo que refuerza la validez del método seguido en la Propuesta 2 que se apoya en una interpretación gráfica, mientras que la 3 se basa en una expresión deducida teóricamente. Sin embargo, se considera que el resultado de la Propuesta 4 es el más confiable, ya que se toman en cuenta todas las características reales del lodo y las condiciones en que se apoya el algoritmo utilizado, que son: régimen laminar y esfuerzo de fluencia  $\tau_y > 0$ . Por lo demás, los resultados obtenidos con esta Propuesta 4 son ajenos a posibles errores de apreciación personal debido a que se aplica un resultado analítico basado en la ley reológica que describe al fluido calculado.

## Proyecto 2

Por lo que respecta a los resultados del cálculo del bombeo para el lodo residual de la Planta de Tratamiento de Aguas Negras de la Ciudad Universitaria, cuyo resumen se indica en el Cuadro III.2, se considera conveniente hacer los siguientes comentarios:

- Se observa que los resultados de las propuestas 3 y 4 son muy parecidos, pero debe recordarse que en estos dos cálculos se usaron expresiones válidas únicamente para **régimen laminar** lo que en este caso no es rigurosamente cierto.
- Las propuestas 1 y 2, no están limitadas al tipo de régimen, por lo que, si se aceptan como correctos los métodos diseñados por Levenspiel, sólo habrá que poner a consideración de los especialistas los ajustes gráficos que aquí se hicieron para buscar fluidos “equivalentes” al real desde el punto de vista de su comportamiento reológico. Desde luego, como en las dichas propuestas 1 y 2, se toma información de gráficas, es inevitable que haya errores en la apreciación visual.
- En la Propuesta 1 analizada en el tema III.5.2.2 al utilizar la gráfica de Hedstrom (Fig. II.2), los parámetros obligaron a extrapolar un poco para leer el valor de  $f$  y esto, sin duda es un motivo más de imprecisión en los resultados obtenidos con este método.
- En el tema III.5.2.3 (Propuesta 2), la lectura fue más clara en la gráfica de Dodge y Metzner (Fig. II.3) y no hubo necesidad de extrapolar, lo que sugiere que este segundo resultado es más confiable que el de la Propuesta 1. Además, los valores obtenidos con la Propuesta 2 son más cercanos a los de las 3 y 4 que a los de la 1. Aquí cabe señalar que el hecho de que las Propuestas 3 y 4 dan por resultado pérdidas menores que la 2, puede deberse a que el régimen no se encuentra rigurosamente en la zona laminar, en donde son válidas las

Propuestas 3 y 4, y como se ha comentado antes, fuera de esta zona la fricción es mayor.

Estos argumentos llevan a concluir que la opción de cálculo, basada en la Propuesta 2, aunque se apoya también en una apreciación gráfica es, para el caso particular del Proyecto 2, mucho menos “arriesgada” porque la suposición que consiste en que se trata de un material pseudoplástico ( $\tau_y = 0$ ,  $n < 1$ ), es “casi” rigurosa, debido a que el esfuerzo de fluencia  $\tau_y$  en el lodo verdadero, es prácticamente nulo.

- Los últimos dos valores de  $f$  correspondientes a las propuestas 3 y 4, obtenidos con las fórmulas integradas directamente de las **leyes del flujo laminar**, se parecen bastante, sin duda por la característica que tiene este lodo en particular que consiste en que su esfuerzo de fluencia es prácticamente nulo y esto lo hace más cercano a la hipótesis de la Propuesta 3, vista en el tema III.5.2.4, aplicable cuando  $\tau_y=0$ . Los resultados reafirman la idea que ya se ha señalado en el sentido de que las Propuestas 3 y 4 serían los más confiables **si el régimen fuera rigurosamente laminar**.
- Por otro lado, la limitación de que tanto la Propuesta 3 (tema III.5.2.4) como la 4 (tema III.5.2.5), son válidas sólo para régimen laminar, no es motivo para descartarlas, por las siguientes dos razones:
  - 1 No están sujetas a ninguna apreciación visual de una gráfica, por lo que no hay posibilidad de error en la obtención del factor de fricción.
  - 2 En la opinión de los investigadores consultados, es preferible usar el régimen laminar que el turbulento, porque en éste último se incrementa notablemente la energía para el bombeo como señalan Shook o Slatter y se comenta en la Introducción del tema I.8.

### III.6 Conclusiones y recomendaciones sobre los resultados obtenidos en el Proyecto 2

1. La Propuesta 1 es seguramente la menos confiable para el Proyecto 2, por la dificultad para la lectura de la gráfica de Hedstrom en la que además, hubo que hacer una pequeña extrapolación.
2. Los resultados sugieren que debería disminuirse la velocidad del flujo en este proyecto de manera que se esté francamente dentro de la zona laminar, que por lo demás es la aconsejable, como se ha señalado en varias ocasiones. Sin embargo, se considera que el ejemplo es ilustrativo y cumple con el interés de presentar la utilidad de los procedimientos de cálculo que aquí se plantean y por lo demás, los resultados, si no son absolutamente exactos, seguramente están muy cercanos a la realidad, ya que el régimen es prácticamente laminar.

Las propuestas 1 y 2 son aplicables a cualquier tipo de régimen y las 3 y 4 sólo para **laminar**. La propuesta 3 es válida para  $\tau_y=0$  y la 4 para cualquier tipo de fluido no newtoniano viscoso.

## CAPÍTULO IV

### COMPORTAMIENTO DE LOS FLUIDOS TIXOTRÓPICOS DURANTE EL BOMBEO

#### IV.1 Introducción

Una instalación para bombear materiales tixotrópicos requiere algunas previsiones importantes debido fundamentalmente a que estos fluidos poseen las dos siguientes peculiaridades:

1ª Según Honey y Barnes (tema I.7.1) su *índice de consistencia*  $K$  disminuye siguiendo leyes aún no definidas durante un cierto tiempo crítico  $t_c$  que requiere el líquido para recorrer la distancia  $L_c$  correspondiente a ese tiempo en el primer tramo de la tubería que lo conduce. Para valores mayores de  $L_c$ , el valor de  $K$  se mantiene constante como en los fluidos newtonianos.

Lo anterior **no** significa que a partir de  $L_c$ , el líquido **se transforme** en newtoniano ya que el índice de comportamiento del fluido  $n$ , tratándose de un material pseudoplástico, sigue con su valor menor que 1 ( $n=1$  en los newtonianos), pero, una vez que  $K$  es constante, las pérdidas por fricción dependen sólo de la longitud recorrida por el fluido si se supone velocidad media constante (un solo diámetro). Tampoco debe considerarse que una vez sobrepasada la longitud de recorrido  $L_c$ , la viscosidad aparente  $\eta$  tenga un valor fijo, ya que ésta es siempre una variable sujeta a la ley I-4.c, y por ello cambia de un punto a otro pero **localmente**, es decir, dentro de cada sección y no de una sección a otra debido a que todas las secciones se encuentran sujetas a la misma ley reológica mencionada. En otras palabras,  $\eta$  no tiene nada que ver con la longitud del trayecto.

Es entonces, en la zona  $L \geq L_c$  donde son aplicables los cálculos de la fricción producida por el flujo de sustancias no newtonianas. Esto se debe a que, una vez que el fluido recorrió la longitud crítica  $L_c$ , se encuentra suficientemente homogéneo como para ser representado por las ecuaciones reológicas mencionadas en función de los parámetros constantes  $K$  y  $n$  y es precisamente sujeto a estas propiedades, como se analizará su comportamiento durante el bombeo sobre todo a grandes distancias, como es el caso que aquí interesa.

2ª La otra propiedad de los materiales tixotrópicos, tal vez aún más importante que la primera y que debe considerarse en un proyecto, consiste en el hecho de que cuando disminuye el esfuerzo cortante  $\tau$ , y por consiguiente la variable  $(-du/dr)$ , como se ve en la Fig. IV.1, inherente al movimiento del fluido, la viscosidad aparente  $\eta$  en cada sección, vuelve a incrementarse acercándose a las condiciones originales cuando  $\tau = \tau_y$ . Situación, esta última que se presentará cuando el flujo se haya suspendido totalmente. La variación mencionada del esfuerzo cortante es consecuencia de que se produzca una reducción, voluntaria o no, del gasto bombeado. En el tema IV.2 se presentará una explicación del mecanismo de este fenómeno.

Por lo que respecta a los valores de  $K$  y  $n$ , Slatter (1997, ps. 15 y 16) y Murakami et al. (2001, p. 560), coinciden en que estos valores dependen básicamente del porcentaje de sólidos existentes en la mezcla. Ambos investigadores, en las referencias mencionadas, proponen fórmulas para calcular  $K$  y  $n$  en función de dicho porcentaje. Estas fórmulas no se incluyeron aquí debido a que no se encontró congruencia al aplicarlas y hacer su comparación con datos conocidos. Se trata, sin duda, de un tema que requiere más investigación. El mismo Murakami (2001), dice: "Aún hace falta llegar a una comprensión aceptable del comportamiento de los fluidos pseudoplásticos". Esta opinión es también compartida por varios de los autores consultados.

Todos estos razonamientos llevan a concluir, una vez más que, por ahora, la única forma de definir las leyes físicas que definen el comportamiento de un fluido no newtoniano determinado, es haciendo mediciones en el laboratorio.

A continuación se analizan las consecuencias de una suspensión y de una reducción del gasto en el comportamiento de un material tixotrópico, pero antes se hace una aclaración que tendrá utilidad en los desarrollos subsecuentes.

## IV.2 Alteraciones en el gasto de bombeo

Se ha comprobado experimentalmente que si desaparece la fuerza que impulsa al flujo, debido por ejemplo a una suspensión total de la energía que acciona al bombeo, se produce un cambio en el comportamiento de un material tixotrópico que lo hace regresar lentamente a las condiciones de reposo en las que el esfuerzo cortante llega a ser el de fluencia  $\tau_y$ , pero este proceso sigue un camino distinto al que tuvo en su primera fase.

Esta peculiaridad del fluido se describe, para cualquier sección en la Fig. IV.1 en la que los puntos de quiebre C señalan el momento del cambio mencionado.

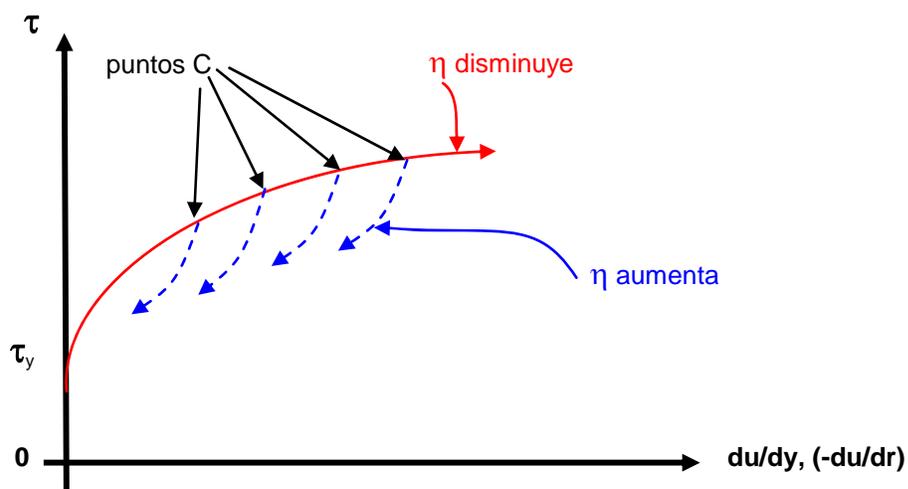


Fig. IV.1. Suspensión de la energía de bombeo

Por lo que respecta al aumento o disminución de  $\eta$ , indicados en la figura IV.1, en el siguiente tema IV.2.1 se da una explicación de esta característica, con apoyo en la definición de la viscosidad aparente  $\eta$ , expresada en coordenadas cilíndricas, según la expresiones I-4.c' y I-4.c'' correspondientes a este mismo tema IV.2.1.

En la misma figura IV.1, se representa con líneas interrumpidas, el comportamiento del fluido después de la suspensión de la alimentación. Este fenómeno no obedece a ninguna ecuación reológica conocida. Por lo demás, se observa que en esta etapa de retroceso de  $\tau$ , la ley " $\tau$  vs.  $(-du/dr)$ " depende evidentemente de lo que sucedió durante el aumento del mencionado esfuerzo cortante. Es decir, se presenta un fenómeno de histéresis que hasta ahora no ha sido posible relacionar matemáticamente con la primera fase del fenómeno (ascenso de  $\tau$ ).

#### IV.2.1 Efecto del cambio de gasto en el gradiente de velocidades en una sección

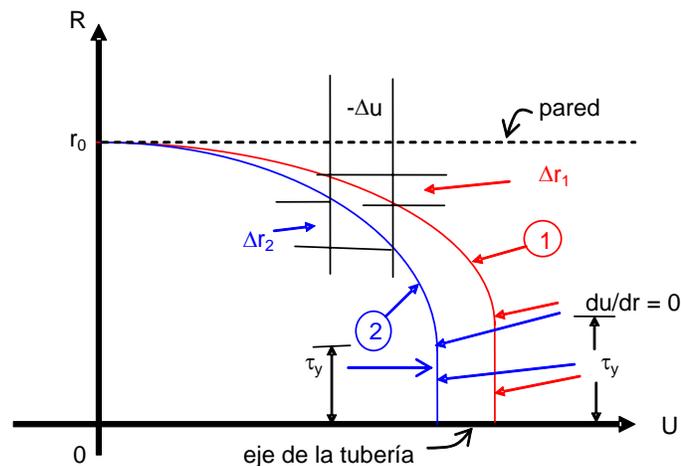


Fig. IV.2. Efecto de la reducción del gasto en la distribución de velocidades en una sección

El comportamiento del gradiente  $(-du/dr)$ , en un material tixotrópico al presentarse una variación en el gasto, se indica en la Fig. IV.2 en la que se ilustran dos curvas 1 y 2 que representan los perfiles de las velocidades “ $u - r$ ” en la sección de un escurrimiento.

Estos perfiles se refieren a dos gastos diferentes  $Q_1$  y  $Q_2$ , siendo  $Q_1 > Q_2$ , lo que implica también velocidades medias  $V_1 > V_2$ , para una sección cualquiera.

Una observación de la Fig. IV.2, permite concluir que es válida la relación

$$\left(-\frac{du}{dr}\right)_2 < \left(-\frac{du}{dr}\right)_1, \quad \text{para } Q_1 > Q_2. \quad (\text{IV-2.a})$$

Equivalente, según I-5.b, a

$$(du/dy)_2 < (du/dy)_1 \quad (\text{IV-2.a}')$$

Regresando al análisis del comportamiento de la viscosidad aparente durante la disminución del gasto, se observa lo siguiente:

La suspensión total o reducción de la energía entregada para el bombeo, implica que durante cierto tiempo, el gasto vaya disminuyendo gradualmente en cada sección y por ello parece aceptable considerar que durante este lapso, ambos fenómenos (suspensión total o reducción parcial del gasto) son equivalentes.

Por lo que respecta a la viscosidad aparente  $\eta$  durante la disminución del gasto, la expresión I-4.c, obtenida para un material pseudoplástico, es exactamente la misma que para un Bingham pseudoplástico en el que  $\tau_y > 0$ . En efecto, si a la expresión I-3.b, se le agrega el esfuerzo cortante de fluencia  $\tau_y$ , se tendrá la ecuación para un Bingham pseudoplástico en función de la viscosidad aparente  $\eta$ , ecuación que, en coordenadas cilíndricas y de acuerdo con la equivalencia I-5.b, tendrá la forma

$$\tau = \tau_y + \eta (-du/dr) \quad (IV-2.b)$$

Y al combinar esta con la I-5.a, se llega a la expresión equivalente a la I-4.c, para coordenadas cilíndricas

$$\eta = K(-du/dr)^{n-1}, \quad (I-4.c')$$

como en los pseudoplásticos  $n < 1$ , el exponente “n-1” es negativo y la expresión I-4.c', puede escribirse

$$\eta = K/[(-du/dr)^{|n-1|}], \quad (I-4.c'')$$

en donde se observa que un aumento en el denominador, correspondiente a un incremento de  $(-du/dr)$  y por consiguiente de  $\tau$  (Fig. IV.1), implica una disminución de  $\eta$ , e inversamente al disminuir  $\tau$  o  $(-du/dr)$ , la expresión (I-4.c'') garantiza que  $\eta$  se incremente.

En la figura IV.3 se representa no sólo la fase de ascenso sino el efecto que tiene la recién mencionada disminución de  $\tau$  en un material tixotrópico.

Ahora bien, la conclusión IV.2.a señala que una disminución del gasto produce automáticamente un decremento del gradiente de velocidades, lo que evidentemente redundaría en un aumento de  $\eta$  ya que el fluido lógicamente tiende a regresar a sus condiciones originales con su valor máximo de  $\eta$  que se presenta al iniciar el movimiento cuando  $(-du/dr)$  es cercano a cero, de acuerdo con la expresión IV-2.b.

La definición de tixotropía se apoya precisamente en la característica de este tipo de fluidos que consiste en que al ser sometidos a esfuerzos cortantes mayores, lo que equivale a provocar mayor agitación entre sus partículas, su viscosidad aparente decrece y ésta aumenta al disminuir o cesar dichos esfuerzos.

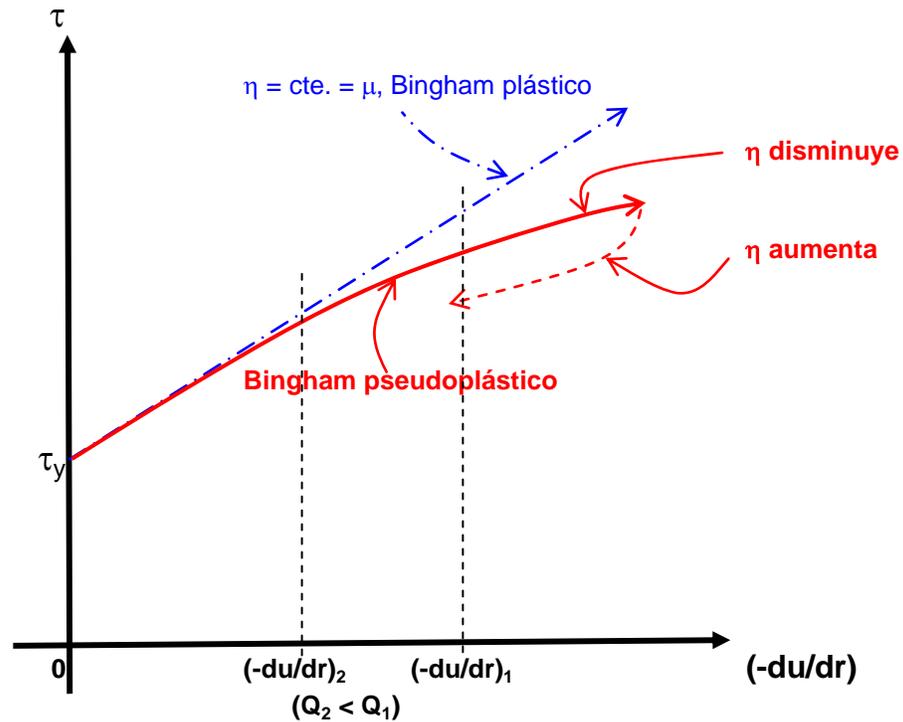


Fig. IV.3. Comportamiento de la viscosidad aparente  $\eta$  en una sección durante la disminución del gasto para un material Bingham pseudoplástico

Por lo que respecta a la variación del esfuerzo cortante durante la reducción o suspensión del gasto, si se observa la ecuación de Herschel-Bulkley

$$\tau = \tau_y + K(-du/dr)^n, \quad (I-5.a)$$

se observa que una disminución del gasto de  $Q_1$  a  $Q_2$  (o de  $-du/dr$ , según IV-2.a), corresponde a otra de  $\tau$ , es decir, deberá cumplirse la consecuencia:  $\tau_2 < \tau_1$  y como se ha señalado, esta tendencia continuará mientras exista flujo hasta que  $\tau$  alcance el esfuerzo de fluencia  $\tau_y$  en el momento en que el material se encuentre nuevamente en reposo, lo que sucederá cuando  $(-du/dr) = 0$ , según I-5.a.

En efecto, si se recuerda que para los fluidos Bingham pseudoplásticos existe un círculo interior de radio  $r^*$  (Fig. I.7) en el que el esfuerzo cortante es el de fluencia  $\tau_y$  y que su

radio es  $r^* = 2\tau_y/\gamma S$  (I-5.i) y además, como cualquier disminución del gasto implica un decremento de la pendiente hidráulica  $S$ , la consecuencia es que  $r^*$  irá aumentando a medida que baje el gasto y por consiguiente se incrementará el área interior de la sección en la que  $\tau = \tau_y$  y cuando  $Q = 0$ ,  $r^*$  alcanzará su valor máximo posible, que, obviamente es  $r_0$  y toda la sección estará sometida al esfuerzo cortante de fluencia  $\tau_y$ , como se indica en la Fig. IV.4.

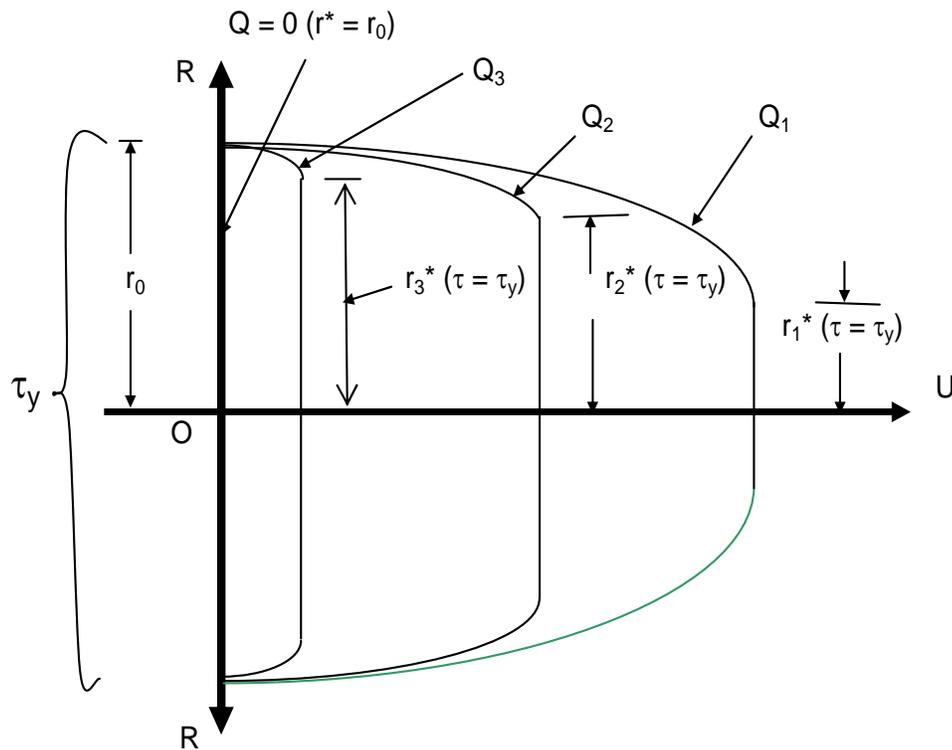


Fig. IV.4. Disminución gradual del gasto de  $Q_1$  a 0 en la sección para un material Bingham pseudoplástico o dilatante

Además, al ser  $Q = 0$ , también la pendiente hidráulica  $S$  es nula y por consiguiente lo es el esfuerzo cortante en contacto con la pared del conducto  $\tau_0 (= \frac{1}{2} \gamma S r_0)$ , lo que es una consecuencia de la falta de movimiento.

En la Fig. IV.5 y en forma análoga a como se hizo en la Fig. IV.1, se representa el efecto de una suspensión total de la energía que impulsa al flujo (véase también la Fig. I.9). Esto implica una disminución gradual del flujo en cualquier sección de la tubería,



### IV.2.2 Reducción parcial o total del gasto de bombeo

La parte de este análisis que debe considerarse durante el bombeo, consiste en recordar que cualquier disminución del gasto trae consecuencias muy dañinas al manejar un líquido tixotrópico, porque éste aumentará su viscosidad aparente siguiendo un camino distinto al de la ley reológica que lo caracteriza y por ello causando problemas para restablecer el flujo original. En el caso de una suspensión total del bombeo, al volver al reposo completo con un  $\tau = 0$ , podrá inclusive perder su fluidez después de poco tiempo y se convertirá en una pasta casi sólida que puede atascar el mecanismo del impulsor de la bomba, así como formar capas plásticas adheridas a las paredes de la tubería que son difíciles de remover y crean serias dificultades para reanudar el funcionamiento normal de la instalación.

En el tema IV.3 se harán propuestas de diseño en una instalación de bombeo de manera que no aparezcan obstrucciones tanto en la tubería como en la misma bomba durante la reducción o suspensión del gasto.

Como se comenta en el primer párrafo de este subtema IV.2.2, durante una reducción del gasto, el aumento de  $\eta$ , que se indica en las figuras IV.1, IV.3 y IV.5, crea un problema para la reanudación del flujo, problema que se describe más adelante en este mismo subtema.

Hasta ahora no ha sido posible encontrar la ley que describe el comportamiento del fluido en la zona indicada con línea interrumpida en las Figs. IV.1, IV.3 y IV.5, que debido a la tixotropía del material, sigue un camino diferente al que tenía en la etapa de ascenso de  $\tau$  y de  $(-du/dr)$  anterior al cambio de gasto. Sólo se ha comprobado que al irse reduciendo el gasto, el fluido empieza a retomar las características que tenía cuando estaba en reposo, aunque siguiendo un proceso mucho más lento. Barnes (1997, p. 1) señala que la primera fase (disminución de la viscosidad aparente  $\eta$ ) es de minutos y el regreso a su textura original puede requerir “muchas” horas.

Por estas razones, por ahora no es calculable la caída del esfuerzo cortante  $\Delta\tau^*$  (Fig. IV.5), consecuencia de una disminución del gasto que trae consigo otra disminución del gradiente de velocidades en la sección (condición IV-2.a), y por ello no hay forma de definir las consecuencias de la mencionada reducción del gasto. Sólo se puede concluir que aparece en este caso una inestabilidad evidente, que, seguramente habrá que tratar manualmente en el momento en que se presente y de acuerdo con las circunstancias.

La consecuencia inmediata de la reducción del gasto es que se producirán dificultades en el funcionamiento de las bombas y de la tubería. Además, al disminuir la velocidad del flujo, existe la posibilidad de que aparezcan sedimentaciones que redunden en un notable aumento de la viscosidad real, misma que, para mayor complicación, no será uniforme ni a lo largo de la tubería ni siquiera en una sección determinada. En otras palabras, esto equivale a que se estuviera trabajando al mismo tiempo con distintos líquidos a lo largo de la tubería y no con uno de características homogéneas como se supone en cualquier proyecto.

El esfuerzo cortante a que está sometido el líquido, no necesariamente se debe a una suspensión total de la circulación, sino que puede ser simplemente consecuencia de una disminución del gasto, producto de una maniobra deseada. Por ejemplo, supóngase ahora que el líquido tixotrópico se está bombeando y que el operador hace las maniobras necesarias para bombear un gasto menor. En este caso, aparecen los quiebres en la curva reológica que se indican en la Fig. IV.1 y son el principio de un retroceso de la ley: " $\tau - (-du/dr)$ ", lo que significa que ha terminado la primera fase del movimiento descrito en una sección por la curva 1 de la Fig. IV.2.

Ahora, en esta segunda etapa, en que el gasto es menor, el perfil de velocidades en la sección es el descrito en la curva 2 de la misma figura IV.2 y según la condición IV-2.a, disminuye el valor del gradiente  $-du/dr$  y al mismo tiempo decrece  $\tau$ , tal como indica la ley I-5.a, hasta llegar al esfuerzo original de fluencia  $\tau_y$  en toda la sección, cuando el

líquido vuelve a su estado de reposo como se indica en la Fig. IV.4. Pero como el gasto se ha reducido sólo parcialmente, el flujo deberá continuar en una forma semejante a la que se describe enseguida con ayuda de la Fig. IV.6.

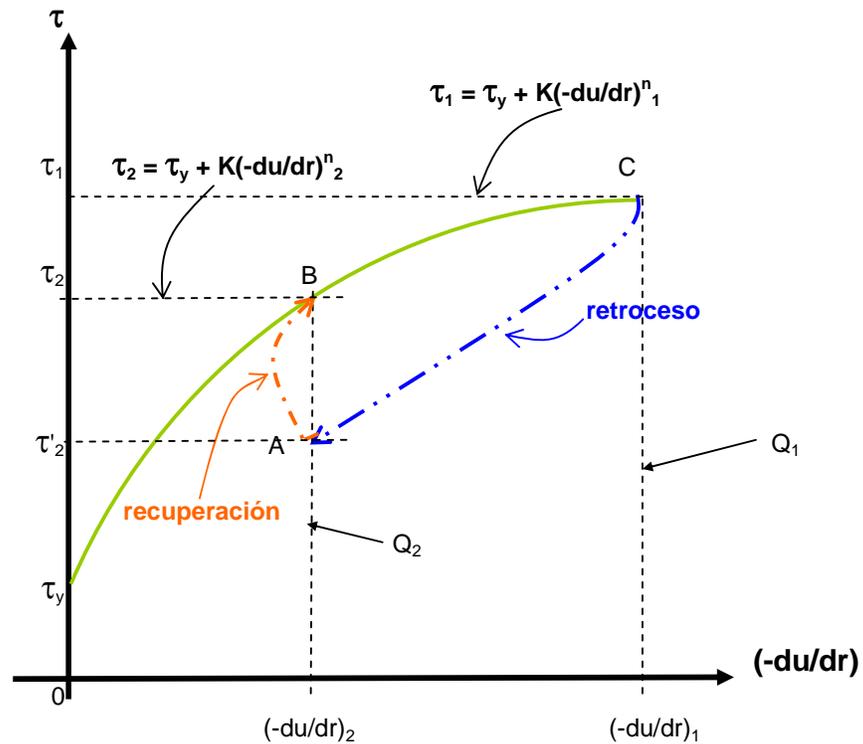


Fig. IV.6. Comportamiento de un fluido Bingham pseudoplástico durante una reducción del gasto

En efecto, la ley de comportamiento del fluido “ $\tau$  vs.  $(-du/dr)$ ” representada con la curva “ $\tau_y$ -B-C” en la Fig. IV.6, experimenta un retroceso parcial después de la reducción del gasto pero enseguida debe recuperarse con el nuevo gasto  $Q_2$ , ya que a este gasto corresponde un esfuerzo cortante  $\tau_2$ .

En la misma figura se indica tanto el mecanismo de *retroceso* como el de *recuperación* necesaria para que el fluido vuelva a tener el mismo comportamiento reológico una vez terminada la maniobra parcial de cierre. En efecto, aceptando que la mezcla se mantiene homogénea,  $K$  y  $n$  conservan sus valores originales y la ecuación reológica

I-5.a, exige que el nuevo gradiente  $(-du/dr)_2$  correspondiente al gasto  $Q_2$  tenga el esfuerzo cortante  $\tau_2$  que tenía para el mismo valor de dicho gradiente en la curva original, es decir, en el punto B de la figura IV.6.

Los razonamientos anteriores hacen pensar que probablemente la recuperación sea del tipo indicado en la Fig. IV.6, desde el punto A hasta el B y a partir de éste, el comportamiento reológico será el de la curva B-C, lo que significa que nuevamente se encuentra sujeto a la ley normal “ $\tau - (-du/dr)$ ” descrita por la ecuación I-5.a, y la viscosidad aparente  $\eta$  empezará nuevamente a disminuir al incrementarse  $\tau$  como se indica en las Figs. IV.1, IV.3 y IV.5.

Al producirse una disminución del gasto, se presenta el *retroceso* del tipo indicado en la línea de C a A en la Fig. IV.6, la viscosidad aparente  $\eta$  se incrementa y una observación de la expresión IV-2.b, permite concluir que si el producto  $[\eta(-du/dr)]_2$  es tal en el punto A que la energía del bombeo, ahora reducida al bajar el gasto, sea suficiente para elevar el esfuerzo cortante de  $\tau_2'$  a  $\tau_2$  con el nuevo gasto menor  $Q_2$ , se pasaría del punto A al B y el fluido se encontraría en sus condiciones reológicas originales de manera que el flujo podría continuar normalmente. En caso contrario, habrá que determinar experimentalmente la velocidad media mínima aceptable para que el bombeo prosiga sin dificultades con el fluido que se maneje en particular.

Todos los fluidos empiezan a desplazarse cuando son sometidos a un esfuerzo cortante suficientemente grande de manera que sea posible vencer la resistencia al movimiento que opone la pared del conducto en que se encuentran. Las partículas del líquido que se encuentran más alejadas de las paredes tienen una velocidad mayor debido a que pierden gradualmente el efecto de frenaje inducido por la rugosidad de las paredes del conducto y al aumentar la velocidad dentro de la sección, disminuye el gradiente  $(-du/dr)$  como se indica en la Fig. I.2.a (recuérdese que:  $du/dy = -du/dr$ ), con la consiguiente disminución de  $\tau$  (Fig. IV.5).

En otras palabras, un aumento de la velocidad reduce el *efecto viscoso*, **no el valor de K, que es constante** mientras la mezcla se mantenga homogénea. El esfuerzo cortante  $\tau$  **en los fluidos en que  $\tau_y = 0$**  llega a ser nulo cuando se alcanza una velocidad puntual constante (Fig. I.2.a) debido a que, cuando esto sucede:  $(-du/dr) = 0$ , lo que implica que  $\tau = 0$ , según la expresión I-4.b' del subtema I.5.1. En el caso de los tipo **Bingham pseudoplásticos** ) (o Bingham dilatantes, si  $u$  es constante o nula  $\tau = \tau_y$ , de acuerdo con la expresión I-5.a del mismo subtema I.5.1. La velocidad fija puede presentarse, inclusive en un punto, como sucede con la velocidad máxima en cualquier sección de un escurrimiento newtoniano sujeto a régimen laminar, sólo que en este caso cuando  $(-du/dr) = 0$ ,  $\tau = 0$ , porque  $\tau_y$  no existe o es despreciable en este tipo de sustancias.

Como se observa en la ecuación IV-2.b, la ley “ $(\tau - \tau_y)$  vs.  $\eta(-du/dr)$ ” es semejante a la de los newtonianos, sólo que ahora no hay proporcionalidad entre  $\tau - \tau_y$  y  $-du/dr$ , sino que  $\eta$  es variable y obedece a la expresión I-4.c' (tema IV.2.1). Por lo demás, aunque el índice de consistencia del fluido  $K$  es constante y  $\eta$  no lo es, esta última juega un papel muy cercano al de  $K$ , pero no es lo mismo, por eso se la ha llamado “viscosidad aparente”.

Al igual que en los newtonianos, en los fluidos Bingham pseudoplásticos, al disminuir la velocidad media en la sección como consecuencia de una reducción del gasto en la tubería, aparece una reducción de  $-du/dr$  (exp. IV-2.a) y decrece  $\tau$  según I-5.a, que trae un aumento del efecto viscoso  $\eta$ , como se explicó en el tema IV.2.1 en el párrafo siguiente a la expresión I-4.c'.

Por otra parte, la disminución de la velocidad media implica una reducción de la energía cinética de las partículas fluidas que trae por consecuencia un aumento en la cohesión entre ellas y esto continúa hasta que el material llega a las condiciones de velocidad nula o constante. En este último caso:  $du/dr = 0$  y por consiguiente:  $\tau = \tau_y$  (exp. I-5.a) en los Bingham pseudoplásticos o Bingham dilatantes y en los pseudoplásticos o dilatantes, cuando la velocidad es nula o constante:  $\tau = 0$ .

Más que decir que “aumenta la viscosidad” de un fluido no newtoniano al disminuir  $\tau$ , debería decirse que aumenta el “efecto viscoso” pero si, como acostumbran muchos investigadores, quienes al referirse a sustancias no newtonianas hablan de “viscosidad” pensando en la aparente “ $\eta$ ”, es claro de acuerdo con I-5.a, que al acercarse ( $-du/dr$ ) a cero,  $\tau$  baje a su valor límite mínimo de fluencia  $\tau_y$ , y como esto es también una consecuencia de la reducción del gasto, cualquier disminución  $\Delta\tau^*$  (Fig. IV.5) del esfuerzo cortante, implica un aumento en la viscosidad aparente\* que es lo que sucede cuando el comportamiento del fluido está descrito por las líneas interrumpidas de las Figs. IV.1, IV.3 y IV.5.

### **IV.3 Sugerencias para el proyecto y la operación de instalaciones de bombeo con fluidos no newtonianos viscosos**

Enseguida se indican las eventualidades que pueden presentarse durante el bombeo de fluidos no newtonianos y se sugieren algunas ideas para resolverlas. Se insiste, como se indica en el tema IV.3.5, que en todos los casos es preferible que estas instalaciones no tengan válvulas y que el gasto se modifique con un variador de velocidades conectado al motor.

#### **IV.3.1 Falla de energía eléctrica**

Para tomar en consideración la posibilidad de una falla de energía eléctrica, puede optarse por alguna de las siguientes soluciones:

---

\* No se olvide que dicha viscosidad había ido disminuyendo con el tiempo al aumentar  $\tau$  y que es esta una propiedad de los materiales tixotrópicos.

#### **IV.3.1.1 Planta generadora de emergencia**

Disponer de una planta generadora de energía eléctrica independiente que entre en operación en forma automática al faltar la alimentación principal. En muchos casos puede optarse por continuar el proceso usando la planta de emergencia hasta que regrese la energía. Esta opción tiene la ventaja de que no se suspende el bombeo. Pero si hay razones para suponer que la falta de energía va a durar mucho tiempo y no conviene hacer trabajar la planta de emergencia por un periodo largo, puede disminuirse el gasto paulatinamente hasta detener por completo la operación. Para ello habrá que seguir un proceso como el que se indica en los temas IV.3.1.2, IV.3.2, IV.3.3 y IV.3.3.1.

#### **IV.3.1.2 Tanque alimentador de agua limpia**

Diseñar un tanque alimentador de agua clara con la suficiente altura o con una cámara de aire a presión (“tanque hidroneumático”), semejante a las que se usan para atenuar los efectos del golpe de ariete en los conductos a presión. La conexión del tanque a la tubería debe disponer de una válvula calibrada con un manómetro para que se abra automáticamente al bajar la presión en la tubería.

Esta presión de inyección irá disminuyendo a medida que baje la velocidad mínima necesaria en la tubería, lo que sucederá constantemente porque la mezcla cada vez será más fluida. Se presenta aquí un problema que requiere un estudio teórico-experimental que permita obtener velocidades mínimas y sus presiones correspondientes para diferentes niveles de fluidez de la mezcla. En la Fig. IV.7 se esquematiza la instalación propuesta.

Si bien las velocidades mínimas son determinables en el laboratorio para diferentes concentraciones de sólidos en el fluido, no sucede lo mismo con las presiones de inyección a la tubería, porque éstas dependen de las pérdidas en toda la conducción y

básicamente de la longitud total de dicha conducción por lo que se trata de valores distintos para cada proyecto.

Entonces, más que una simple calibración, la válvula debe disponer de un control electrónico que permita programarla para que inyecte las presiones adecuadas durante la maniobra, presiones que lógicamente tienen magnitudes específicas para cada sustancia bombeada.

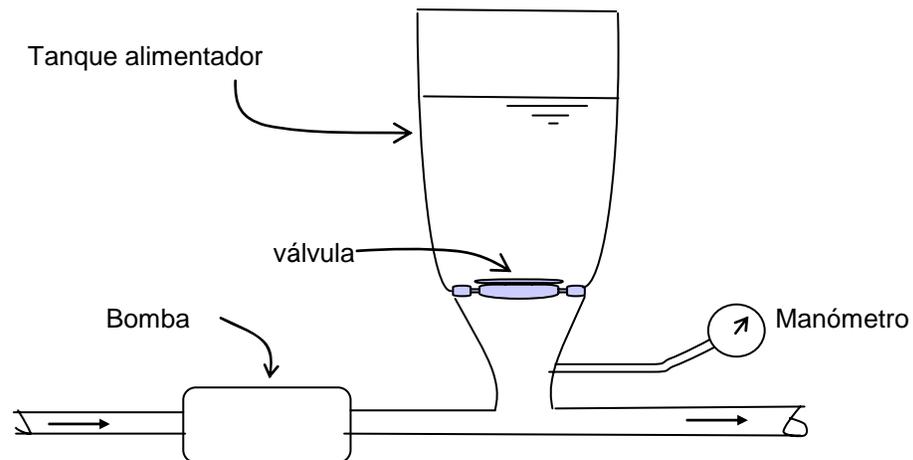


Fig. IV.7. Tanque alimentador de agua limpia para prevenir el atascamiento de una instalación de bombeo de lodos residuales durante una falla de la energía eléctrica

### IV.3.2 Disminución programada del gasto.

Las maniobras programadas deberán ser siempre graduales, no sólo por el peligro de un golpe de ariete o de un regreso de la columna líquida, sino para disponer del tiempo necesario para tomar providencias que eviten la formación de sedimentos en las conducciones y en el impulsor de las bombas. Enseguida se indican los eventos que pueden presentarse más frecuentemente y algunas sugerencias para controlarlos.

En el caso de un cierre gradual, se supone que se trata de una maniobra voluntaria bajo control del operador. La velocidad mínima del fluido debe estar claramente especificada

para el líquido utilizado, de manera que no haya atascamientos ni en la bomba ni en la tubería. Esta velocidad mínima, correspondiente a un gasto mínimo en el proyecto, deberá determinarse experimentalmente para el fluido que se vaya a manejar. Si por algún motivo se requiere un gasto aún menor que el permisible, habrá que recurrir a algunas adiciones al proyecto que permitan realizar maniobras especiales como se indica en el tema IV.3.3.1.

### **IV.3.3 Velocidades mínimas permisibles**

Con el objeto de evitar el problema de la sedimentación, que produce irregularidades serias en el funcionamiento, es aconsejable procurar que el fluido se encuentre suficientemente homogéneo de manera que se garantice una mezcla completa de las partículas sólidas. Por otra parte, el inicio de la turbulencia en los lodos, no se puede apoyar, según Metcalf (1991, p. 791) exclusivamente en el número de Reynolds, debido a que éste es muy inseguro porque la viscosidad no es constante. Por ello para lograr la mezcla deseada, la mayoría de los autores consultados coinciden en que deben usarse velocidades mayores de 1.5 m/s. Por ejemplo, Metcalf (1991, p. 789) recomienda velocidades mínimas de 1.4 m/s. Por otra parte, Sparr (1971, p. 1706) señala que en general, un rango “muy satisfactorio” es de 1.5 a 2.4 m/s. Desde luego, estas velocidades mínimas son distintas para cada fluido, lo que obliga a determinarlas experimentalmente en cada caso particular.

#### **IV.3.3.1 Control de las velocidades mínimas permisibles durante una reducción del gasto para evitar la sedimentación**

Es necesario tener una conexión suplementaria de agua clara a la tubería que transporta lodos. Para ello, lo apropiado es disponer de un tanque de almacenamiento de agua limpia conectado a la tubería del tipo indicado en la Fig. IV.7. El tanque debe tener la altura o la presión suficiente para inyectar el agua limpia a la conducción o también se puede instalar una bomba independiente de manera que sea posible

introducir automáticamente esta agua a la presión necesaria en cuanto la disminución del gasto llegue al límite inferior aceptable para que no se presente la sedimentación.

Durante esta operación la mezcla bombeada será gradualmente más fluida, por lo que se podrá seguir disminuyendo el gasto poco a poco sin problemas, aunque siempre continuando la inyección de agua limpia cada vez que regrese el peligro de sedimentación para la mezcla.

La inyección de agua limpia se suspenderá totalmente cuando empiece a fluir agua prácticamente clara por toda la tubería y hasta ese momento podrán desconectarse totalmente los equipos y si la operación fue bien planeada y bien realizada, la tubería quedará al final libre de obstrucciones.

En realidad lo que es deseable es evitar una suspensión brusca del gasto y para ello es conveniente tomar providencias basadas en el análisis visto en el tema IV.2 que condujeron a las sugerencias para el manejo de la instalación, planteadas en el tema IV.3.1. La idea del tanque alimentador propuesta en este tema, es realmente convertir la suspensión brusca del flujo en una disminución gradual del mismo. Es decir, siguiendo un procedimiento del tipo indicado en el tema IV.3.2. Por otra parte, es importante además, no pasar por alto la determinación de las velocidades mínimas permisibles para cada fluido en cualquier proyecto de este tipo. Por último, obsérvese que todas estas acciones requieren un supervisor que tome ciertas medidas externas, aunque algunas podrán automatizarse una vez que hayan sido debidamente probadas.

#### **IV.3.4 Altura estática de succión ( $H_{ES}$ )**

En cuanto a la altura estática de succión recomendada, Eberbach (2003, p. 1), recomienda que los impulsores se encuentren debajo de la superficie de la toma ( $H_{ES} > 0$ ), con el fin de que sea más fácil evitar la posibilidad de que el fluido se vaporice

y se presente cavitación o que la rama de succión se descebe y por este motivo se suspenda el funcionamiento de la instalación.

### **IV.3.5 Comentarios sobre el uso de válvulas**

Para evitar la sedimentación no basta controlar sólo la velocidad mínima, sino revisar además, las particularidades geométricas del conducto como son los cambios de dirección, de diámetro, válvulas, etc. Por lo que se refiere a las válvulas, Metcalf (1991, p. 786) aconseja no usarlas, porque podrían atascarse. El mismo autor recomienda entonces, alterar los gastos utilizando un variador de velocidades conectado al motor de la bomba. Por lo demás, el variador de velocidades es la única forma de cambiar el gasto en las bombas de desplazamiento positivo que, como se verá en el tema IV.4, son las más adecuadas para el bombeo de lodos residuales (ver Fig. IV.10).

En cuanto a los cambios de dirección y diámetro de la tubería, deben reducirse al mínimo o evitarse. Levenspiel (1986, p. 93) asegura que si en un flujo no hay cambios de velocidad (en el concepto vectorial), el líquido puede tratarse como independiente del tiempo.

### **IV.3.6 Puntos y rangos de operación de las bombas**

Para definir las condiciones de bombeo tales como: las velocidades de giro, la eficiencia y la potencia necesaria, Metcalf (1991, p. 791) recomienda calcular las siguientes tres curvas de carga “H – Q” del proyecto:

1. Para el lodo en su mayor concentración (si existe la necesidad de bombear lodos diferentes)
2. Para el lodo en condiciones medias
3. Para agua clara

Las curvas del proyecto se confrontan con las de las bombas que se piensan utilizar y así se determinan tanto los puntos de operación como los rangos de funcionamiento. La potencia necesaria se encuentra en la intersección de la mayor curva de carga “H-Q” (lodo de máxima concentración) con la curva de carga del sistema de bombas disponible. Desde luego si se considera una concentración de sólidos estable, bastará con una curva que sustituya a las tres mencionadas y con ella, definir el punto y la zona de operación.

De todas maneras no sobra calcular la curva de carga para agua clara con fines comparativos que puedan servir de pauta para investigaciones posteriores o simplemente como guía para otros proyectos. Esta medida puede considerarse probablemente como una costumbre útil.

**Comentario:** Aunque Metcalf no expone métodos para calcular las curvas de carga “H-Q” para fluidos no newtonianos, se considera que se puede realizar este cálculo utilizando cualquiera de las 4 propuestas presentadas en el tema III.3, mismas que ya han sido probadas como se constata en las aplicaciones numéricas vistas en los temas III.5.1 y III.5.2. Por otra parte, si se dispone de la información adecuada, también es posible utilizar el método de Lin (tema II.2.2) para calcular la curva de carga del sistema.

#### **IV.4 Tipos de bombas convenientes para el manejo de fluidos no newtonianos**

Por lo que respecta al equipo apropiado para los proyectos, lo que se ha investigado hasta ahora, lleva a la conclusión de que las bombas más convenientes para el transporte de lodos son las de desplazamiento positivo especialmente cuando se necesitan cargas elevadas a distancias largas (Liu, 2003, p.144 y Lobanoff, 1992, p. 156), lo que es común en las zonas extensas y densamente pobladas como la Ciudad de México. Para cargas medias y lodos con menor concentración de sólidos es posible

también que en algunos casos, se puedan usar bombas centrífugas (Liu, 2003, p.144). Sin embargo, debido a que éstas son ampliamente conocidas en el medio de la ingeniería civil y existe mucha literatura al respecto, por ahora se considera más oportuno avanzar en el conocimiento de las bombas de desplazamiento positivo.

Para el manejo de fluidos de alta viscosidad, Metcalf (1991, ps. 779 – 787), propone los siguientes rangos de operación para los tipos de bombas de desplazamiento positivo más recomendados. Estos son los siguientes:

De émbolo:  $2.5 \leq Q < 3.8$  l/s por émbolo (hasta 3);  $24 \geq H < 70$ m

De diafragma:  $Q \leq 14$  l/s;  $H \leq 15$  m

De tornillo:  $Q \leq 75$  l/s;  $H \leq 137$  m

De pistón:  $H \leq 1400$  m

En el caso que interesa a este trabajo, seguramente las más apropiadas son las primeras tres. Por otra parte hay autores como Wilson (1992) que aseguran que las bombas centrífugas son adecuadas en muchos casos para el transporte de lodos. Seguramente esto es válido cuando se manejan viscosidades pequeñas.

#### **IV.4.1 Curvas de carga “H-Q” en bombas de desplazamiento positivo**

En la Fig. IV.8 se indican en forma comparativa las curvas de carga “H-Q”. La diferencia de energías entre la descarga del impulsor (carga de descarga) y la energía disponible al final del tubo de succión (carga de succión), medidas ambas en metros de columna del líquido que se maneje, corresponde a lo que los ingenieros civiles en nuestro medio llaman *carga dinámica* e indican con la letra “H”. Esta energía, en términos de presión, podría llamarse “*presión dinámica*”. En la Fig. IV.8 se designa “presión” y las curvas representadas en esta figura se refieren, como es usual, a bombas girando a velocidad constante.

Se observa también en la misma figura IV.8 que en las bombas de desplazamiento positivo la curva de carga es prácticamente una línea recta vertical. Esto significa que, en este tipo de bombas, el gasto se mantiene casi fijo para distintos valores de la carga dinámica y, dicho gasto sólo aumenta ligeramente al disminuir la carga, como se aprecia en la misma figura. El pequeño incremento del gasto se debe a que a menor presión se produce un ligero aumento en la eficiencia volumétrica (Shook, 1991, p. 205) y lógicamente sucede lo contrario cuando, por cualquier motivo aumenta la carga dinámica, por ejemplo cuando hay algún obstáculo en la tubería que estorbe al flujo libre.

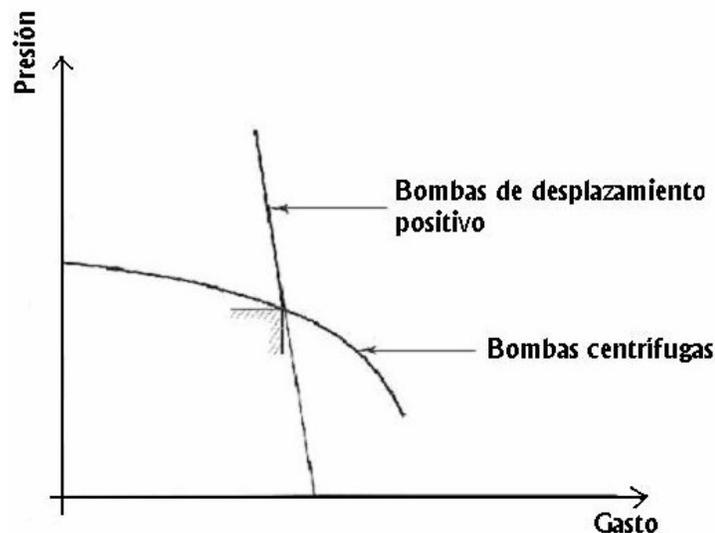


Fig. IV.8. Curvas de carga de bombas a velocidad de giro constante (Cheremisinoff, 1992, p. 23)

Aquí conviene señalar que un posible *estrangulamiento* hecho con una válvula, sólo produciría un aumento de la carga, pero en una bomba de desplazamiento positivo, prácticamente no implicaría ninguna disminución del gasto sino sólo desperdicio de energía porque se necesitaría mayor potencia para crear la nueva carga dinámica.

Este es un argumento que refuerza lo expuesto en el subtema IV.3.5, en el sentido de que, tratándose de fluidos no newtonianos deben evitarse las válvulas. La recomendación de no usar válvulas tiene sentido en las bombas centrífugas que, en

ocasiones se utilizan en estos casos, pero cuando la instalación cuenta con bombas de desplazamiento positivo, el uso de válvulas resulta a todas luces improcedente desde cualquier punto de vista que se considere (sedimentación o variación del gasto) y sólo implicaría, como se comenta en el párrafo anterior, un desperdicio de energía.

Como el gasto se mantiene siempre constante mientras no cambie la velocidad de giro de los impulsores, para variarlo habrá que seguir procedimientos como los que se comentarán más adelante, en el tema IV.4.3 (“**variación del gasto...**”).

Si hay la necesidad de vencer una carga dinámica mayor que la originalmente prevista aún con el mismo gasto deseado, habrá que incrementar el par motor lo necesario para hacer girar el impulsor de la bomba a la misma velocidad y esto obviamente sólo se logra con un aumento de la potencia de bombeo.

#### IV.4.2 Curvas de eficiencia de bombas de desplazamiento positivo

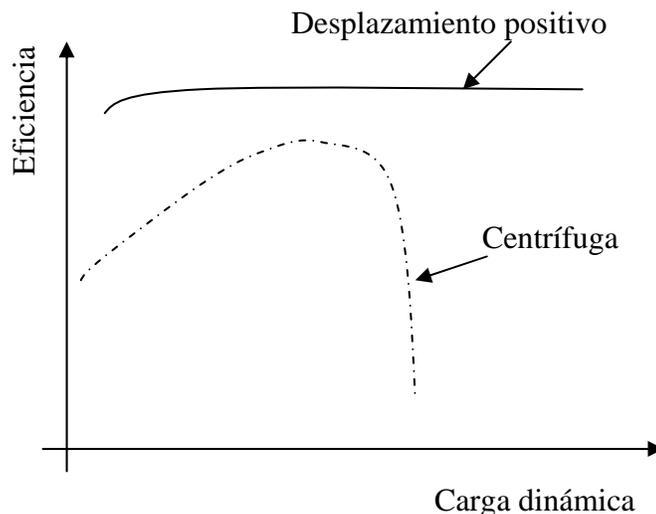


Fig. IV.9. Características de dos tipos de bombas

Por lo que se refiere al rendimiento de las máquinas, para condiciones semejantes de operación, las bombas de desplazamiento positivo son más eficientes que las

centrífugas y además tienen la característica de que su eficiencia se mantiene prácticamente constante al variar la carga dinámica, que es exactamente lo contrario de lo que sucede en las centrífugas, cuyo rendimiento es muy sensible a los cambios de presión. En la Figura IV.9 se ilustra esta propiedad.

#### IV.4.3 Variación del gasto con bombas de desplazamiento positivo

Si, por otra parte, lo que se desea es incrementar el gasto, es necesario aumentar la velocidad de giro en las bombas de desplazamiento positivo. En efecto, en la Fig. IV.10 se ilustra que en este tipo de bombas la única forma de variar el gasto es alterar la velocidad de giro  $n$  y como un gasto mayor producirá pérdidas de energía más elevadas en la conducción, si se incrementa el gasto será necesario, a su vez, aumentar la carga dinámica y por consecuencia el par motor de la bomba o lo que es lo mismo, la potencia de bombeo necesaria.

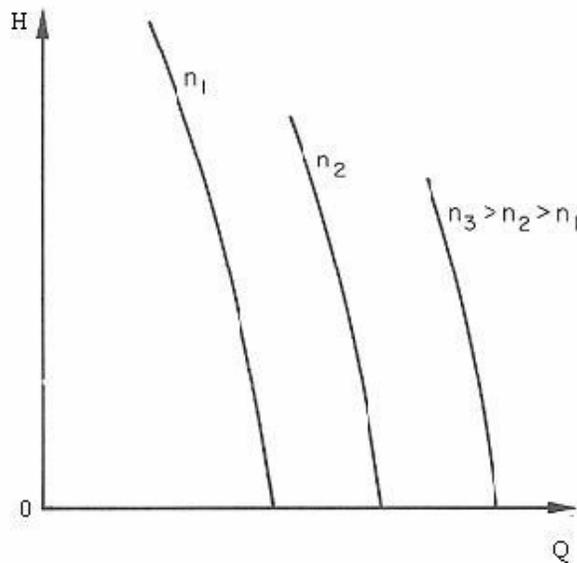


Fig. IV.10. Curvas de carga para bombas de desplazamiento positivo con distintas velocidades de giro  $n$  (Shook, 1991, p. 206)

Ya se señaló en el tema IV.4.1 que si se busca disminuir el gasto utilizando bombas de desplazamiento positivo no es posible lograr esto *estrangulando* la descarga, como se

hace cuando se usan bombas centrífugas y accionar una válvula sólo provocaría un aumento de presión que tendría que ser absorbido por la misma válvula y el gasto permanecería constante, tal como indica Driedger (2000, p. 2) en la figura IV.11.

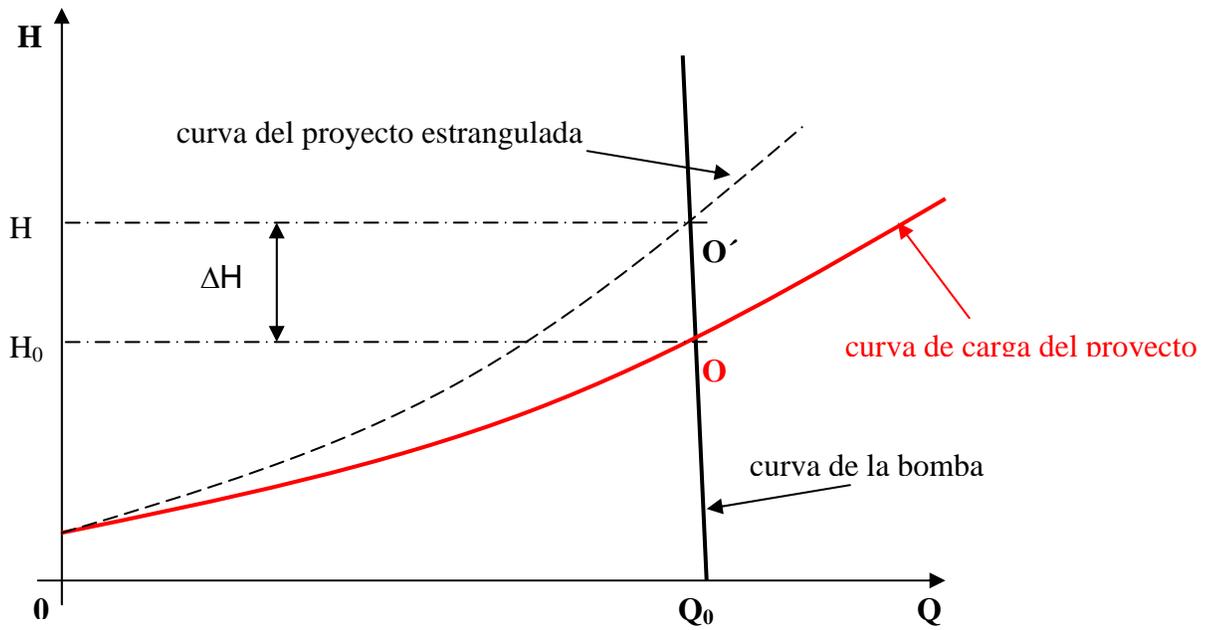


Fig. IV.11. (Driedger, 2000). Comportamiento de una bomba de desplazamiento positivo durante un estrangulamiento de la válvula de descarga

En esta figura IV.11, el significado de las literales, es el siguiente:

- $Q_0$  y  $H_0$ , gasto y carga dinámica en el punto de operación, respectivamente
- $\Delta H$ , incremento de la carga dinámica debido al estrangulamiento (desperdicio de energía)

En realidad una maniobra de cierre de una válvula en la descarga significa un inútil incremento en la presión y por consiguiente un desperdicio de energía sin que el gasto se altere. En otras palabras, la válvula de descarga “no funciona” en las bombas de desplazamiento positivo (Driedger, 2000).

Entonces, la única posibilidad de reducir el gasto es disminuir la velocidad de giro “n” del impulsor de la bomba tal como se esquematiza en la figura IV.10. Algo que ya se había comentado también en el tema IV.3.5 (“...uso de válvulas”).

#### **IV.4.4 Algunas características de las bombas de desplazamiento positivo**

Las bombas de desplazamiento positivo se dividen en dos categorías: rotativas y reciprocantes. Las bombas rotativas proporcionan un gasto uniforme mientras que las reciprocantes producen un flujo pulsante, algo que trae consecuencias indeseables en un proyecto de desalojo de líquidos de alta viscosidad, tales como la sedimentación transitoria de sus partículas sólidas que produce una consistencia variable del fluido y puede ser causa de fallas en el funcionamiento de la instalación así como de vibraciones tanto en el impulsor de la bomba como en la misma tubería. Es por esto que se considera que las máquinas más apropiadas para el bombeo de lodos son las rotativas, y a ellas se orientarán los siguientes comentarios.

##### **IV.4.4.1 Bombas rotativas**

Las bombas más apropiadas para el transporte de lodos son las de estrella o “de engrane” (*gear pumps*) y las de tornillo (*screw pumps*). Algunas propiedades de estas bombas se indican en el Cuadro IV.1.

En el ejemplo presentado en el subtema II.2.2.1, calculado con el método de Lin, se supuso un gasto de 50 l/s y la carga dinámica necesaria fue de 427.38 m y, con los mismos datos, para lo que se ha llamado *Proyecto 1*, el cálculo hecho con la Propuesta 1 que se apoya en el método de Levenspiel aplicado en III.5.1.1, dio por resultado una carga dinámica de 538.06 m. Se trata de dos criterios de cálculo distintos, por lo que el grado de confianza en los resultados depende de la opinión del proyectista o mejor, de las comprobaciones experimentales que efectúe. En los casos estudiados aquí, se ha encontrado mayor certitud y congruencia en los cálculos apoyados en los criterios de Levenspiel, por lo que se prefiere seguir este camino.

Tipo	Gasto l/s	Carga dinámica Máxima	CSPNr Típica (m)	Eficiencia $\eta_b$	Temperatura Máxima de bombeo (°C)
Tornillo	0.1-125	20,700 kPa (2,110 m de col. de agua)	3	0.5-0.8	260
Estrella	0.1-320	3,400 kPa (347 m de col. de agua)	3	0.5-0.8	345

Cuadro IV.1 (Cheremisinoff, 1992, ps. 34 y 35)

Para el mismo proyecto, la Propuesta 2, presentada en III.5.1.2, produjo la carga dinámica:  $H = 542.15$  m. Obsérvese la semejanza de esta solución con la de la Propuesta 1 ( $H = 538.06$  m), cuando ambas se apoyan en criterios de cálculo para casos distintos, aunque en los cálculos se aplicaron los criterios de Levenspiel. Los resultados principales de este Proyecto 1, se encuentran resumidos en el Cuadro III.1 (subtema III.5.1.5).

Se ha tomado como referencia este ejemplo cuyos datos aparecen en tema II.2.5 porque se considera el caso de un lodo más común en la práctica debido a que sus características corresponden a una sustancia real estudiada en la literatura técnica (Slatter, 1997, ps. 15 y 16, ver también Apéndice A).

De acuerdo con la información contenida en el Cuadro IV.1, estos resultados llevan a la conclusión de que, para este ejemplo, la bomba más conveniente sería la de tornillo, debido a las altas presiones requeridas.

Desde luego, el lodo de la Planta de Tratamiento de Aguas Negras de la Ciudad Universitaria, D.F. (Proyecto 2), es mucho menos viscoso que el del mencionado

Proyecto 1 y requiere por ello menores cargas dinámicas para las mismas características del proyecto planteado como ejemplo, tal como se concluyó en las 4 propuestas (tema III.5.2). Los resultados de esta aplicación correspondiente al llamado *Proyecto 2*, se resumen en el Cuadro III.2 (subtema III.5.2.5).

Por otra parte, debido a que la carga dinámica es grande, seguramente lo apropiado sería utilizar varias bombas conectadas en serie y repartir así la carga total a lo largo de la conducción, lo que podría en principio permitir el uso tanto de las bombas de estrella como de las de tornillo, como se aprecia en el Cuadro IV.1, aunque las de tornillo tienen las ventajas adicionales que se indican adelante, al final del subtema IV.4.4.3.

Con relación a las bombas de tornillo con un solo impulsor, Shook (1991, p.207), recomienda utilizar presiones máximas **por paso** de 450 kPa (45.87 m de columna de agua) y un gasto menor de 200 m<sup>3</sup>/h (55.56 l/s), lo que hace pensar que las bombas, aunque pueden proporcionar muy altas presiones como las indicadas en el Cuadro IV.1, deberán conectarse en serie de manera que la carga dinámica total se reparta entre cada bomba y no sobrepase el valor sugerido por Shook de 45 metros de columna de agua, aproximadamente. Esta, sin duda es una recomendación que básicamente tiene fines económicos, ya que así se podrán usar tuberías mucho menos reforzadas y por consiguiente menos costosas y más fáciles de transportar e instalar.

#### IV.4.4.2 Bombas de estrella

$\mu$ (cp)	Presión dinámica (Kg / cm <sup>2</sup> )	Gastos (l /s)	N (rpm)
1 – 500,000	hasta 42 (420 m de columna de agua)	.025 – 83	900 – 2500

Cuadro IV.2. Rangos de aplicabilidad para bombas de estrella (Catálogo de DYFIMSA, sin fecha)

En el Cuadro IV.2, se indican algunas de las características principales de una bomba de estrella y en la Fig. IV.12 se representa un corte del impulsor de la misma.

Las bombas fabricadas por la empresa DYFIMSA trabajan en los rangos indicados en el Cuadro IV.2 que parecen apropiados para el caso de bombeo de lodos residuales, ya que sus gastos y cargas necesarios, pueden manejarse con estos equipos, de acuerdo con los resultados obtenidos en los ejemplos correspondientes al Proyecto 1: II.2.2.1 (Lin), III.5.1.1, III.5.1.2, III.5.1.3 y III.5.1.4 (los últimos 4 se indican en el Cuadro III.1). Estos 5 ejemplos han sido calculados con métodos diferentes pero para los mismos datos tanto del proyecto como del fluido.

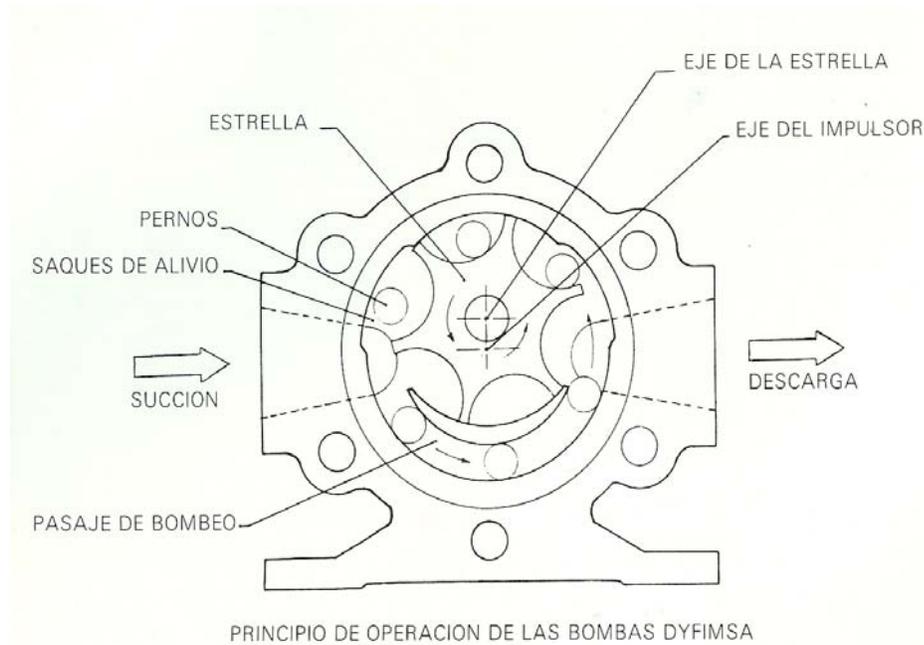


Fig. IV.12. Bomba de estrella (Chicurel, 1985)

En todos los casos vistos, habría que repartir la carga dinámica total instalando por lo menos 2 equipos de bombeo ya que, como se ve en el Cuadro IV.2, la carga máxima aceptable para esta bomba es de 420 m de columna de agua. Sin embargo, se hace la aclaración que, si bien estos datos fueron tomados de mediciones reales cuyas referencias se anotan en cada caso, una conclusión más interesante se obtendrá

cuando se apliquen a lodos tomados de nuestra realidad y previamente caracterizados en el laboratorio. Esto es precisamente lo que se hizo con el lodo residual de la Planta de Tratamiento de Aguas Negras de la C.U. de la UNAM, cuyos datos corresponden a lo que se ha llamado *Proyecto 2*.

Los resultados obtenidos para este *Proyecto 2*, con las 4 propuestas de cálculo, se registran en el Cuadro III.2, en donde se ve, que de acuerdo con los valores registrados en los Cuadros IV.1 y IV.2, bastaría una sola bomba de estrella para proporcionar la carga dinámica máxima calculada con la Propuesta 1 del Proyecto 2 (tema III.5.2.2), que fue de 208.92 m, aunque un estudio económico seguramente haría recomendable utilizar varios equipos conectados en serie. Por ejemplo, si se usa la recomendación de Shook (1991, p. 7) de no sobrepasar 45.87 m de columna de agua, bastaría una instalación de 4 etapas en serie utilizando indistintamente bombas de tornillo o de estrella.

#### IV.4.4.3 Bombas de tornillo (“screw pumps”)

En la Fig. IV.13 se indica el corte transversal de una bomba de tornillo.

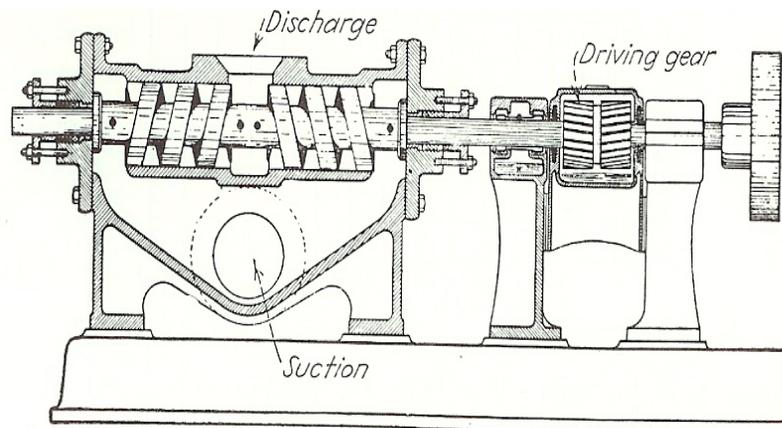


Fig. IV.13. Bomba de tornillo (Kristal, 1953, p. 153)

Algunas de las propiedades principales de las bombas de tornillo, son las siguientes (Cheremisinoff, 1992, ps. 71-73):

- Son muy resistentes a sustancias contaminantes y abrasivas
- No se atascan, por lo que son apropiadas para el manejo de lodos residuales
- Trabajan con eficiencias hasta de 70% y aún con el 30% de su gasto de diseño sostienen eficiencias muy altas (véase la Fig. IV.9)
- Requieren pocos cuidados (gastos de mantenimiento bajos)
- Producen vibraciones pequeñas

# CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

## I COMENTARIOS GENERALES

1. Los lodos residuales de las Plantas de Tratamiento de Aguas Negras son no newtonianos y específicamente fluidos tipo Bingham pseudoplástico y además tixotrópicos.
2. Las bombas más apropiadas para su manejo son las de desplazamiento positivo, especialmente las rotativas
3. Cuando se bombea un lodo residual, su viscosidad disminuye en un primer tramo de la tubería y a partir de una cierta longitud de recorrido llamada *longitud crítica*, alcanza un valor constante que permite considerar que las pérdidas por fricción a velocidad constante, son proporcionales a la distancia recorrida, como sucede en los fluidos newtonianos.
4. En las plantas de tratamiento de aguas negras, el lodo es sometido a suficiente agitación antes de bombearlo fuera de la planta, por lo que es entregado a la línea ya en condiciones de viscosidad constante y es con esta característica como se hacen los cálculos de las pérdidas por fricción en el conducto.
5. Para evitar zonas de sedimentación y obstrucción en los impulsores de las bombas o en la tubería de conducción, es conveniente reducir al mínimo los cambios de dirección, evitar el uso de distintos diámetros de tubería y no utilizar válvulas en ningún caso. Los gastos deben cambiarse con un variador de velocidades de giro conectado al motor. Por lo demás, único medio de cambiar el gasto en bombas de desplazamiento positivo.

6. Durante una suspensión del bombeo, al volver el líquido al reposo con un  $\tau = 0$ , puede perder su fluidez después de poco tiempo y convertirse en una pasta casi sólida capaz de atascar el mecanismo del impulsor de la bomba así como formar capas plásticas adheridas a las paredes de la tubería que son difíciles de remover y crean serias dificultades para reanudar el funcionamiento normal de la instalación. En el tema IV.3 se hicieron propuestas de operación en una instalación de bombeo de manera que no aparezcan obstrucciones tanto en la tubería como en la misma bomba durante la reducción o suspensión del gasto.
7. Si se reduce el gasto, disminuye también la magnitud del gradiente de velocidades ( $-du/dr$ ) en cada sección, como se demuestra en el tema IV.2.1, (Fig. IV.2).
8. Además, durante una reducción del gasto, al disminuir el esfuerzo cortante  $\tau$  el aumento consecuente de  $\eta$  en cada sección, indicado en las figuras IV.1, IV.3 y IV.5, que debido a la tixotropía del material, sigue un camino diferente al que tenía en la etapa de ascenso de  $\tau$ , crea un problema para la reanudación del flujo. En el tema IV.3 se describe este problema y se proponen dispositivos y mecanismos de operación para tratarlo.
9. Debe procurarse trabajar siempre en régimen laminar porque el turbulento produce incrementos fuertes en las pérdidas por fricción. Algunos autores aseguran que en los lodos residuales más comunes, el régimen laminar se garantiza hasta con velocidades de 2.4 m/s. Desde luego este último valor es aplicable a los fluidos más viscosos.
10. De cualquier manera, si se cae en la zona turbulenta, basta reducir el número de Reynolds, o lo que es lo mismo, la velocidad media del proyecto, para lograr estar en la zona laminar. Sin embargo, para garantizar una mezcla homogénea, las velocidades no deben ser muy pequeñas. Los investigadores coinciden en

que un buen valor para una velocidad mínima es 1.4 m/s. En otras palabras, se debe trabajar “al final” de la zona laminar.

11. Como los parámetros de la ecuación reológica de cada sustancia no newtoniana tienen valores diferentes, es indispensable siempre determinar en el laboratorio dichos parámetros (*caracterizar* el fluido), utilizando un reómetro como el indicado en el tema III.5.2.1. También debe definirse experimentalmente la velocidad mínima del flujo que garantice que el lodo residual que se vaya a bombear no se sedimente. Esta velocidad mínima es un dato indispensable en el diseño de la operación durante un cierre parcial o total.
12. En el caso del cierre parcial, la velocidad mínima permisible definirá también el mínimo gasto que puede bombearse sin problemas, a menos que se usen dispositivos de control como los mencionados en este trabajo.
13. Si se desea suspender totalmente el gasto. Durante la disminución de la velocidad del lodo bombeado, que debe ser gradual, se necesita aumentar al mismo tiempo la fluidez del mismo, inyectándole agua limpia, durante el cierre y en esta forma será posible reducir poco a poco la velocidad mínima límite para que no haya sedimentación y esta maniobra debe hacerse en concordancia con la velocidad decreciente del fluido durante el cierre. Es decir, este proceso implica que el cierre total se debe “convertir” en parcial, o en otras palabras: Un cierre durante el bombeo de fluidos no newtonianos **siempre debe ser parcial**, aunque lo “parcial” haya que realizarlo por etapas. Esta es la idea por la que en esta tesis se propone un tanque que permita inyectar agua limpia a la tubería.
14. Una vez bien caracterizado el fluido y después de hacer algunas pruebas, es factible automatizar el procedimiento de cierre gradual.
15. Se presentan cuatro propuestas para el cálculo del bombeo de lodos residuales. Las Propuestas 1 y 2 consisten en adaptar la ecuación reológica del fluido a

otras que permitan considerar que el lodo residual puede sea “sustituido” <sup>(\*)</sup> por un fluido Bingham plástico o por un pseudoplástico equivalentes, respectivamente; casos estos dos últimos que son calculables con procedimientos que se encuentran en la literatura técnica y además son válidos para cualquier tipo de régimen.

16. Las Propuestas 3 y 4 son deducciones teóricas de las ecuaciones de los fluidos que permiten determinar el factor de fricción para régimen laminar. La comparación entre los resultados de las cuatro propuestas aplicadas a ejemplos numéricos permite ver que los resultados son bastante parecidos y las diferencias entre ellos tienen una explicación que se comenta en el texto.

---

<sup>(\*)</sup> Se advierte que esto es sólo un artificio para buscar la solución real

## II INVESTIGACIONES PENDIENTES

1. Definir los parámetros de los fluidos no newtonianos que afectan a los valores  $\tau_y$ ,  $K$  y  $n$  y relacionarlas analíticamente con dichos parámetros.
2. Determinar la expresión que defina la ley reológica del fluido tixotrópico al presentarse una reducción o suspensión del gasto (Fig. IV.5).
3. Definir la ley de recuperación de la viscosidad aparente  $\eta$  al reanudar el gasto después de una reducción parcial del mismo (Fig. IV.6), así como determinar el gasto mínimo en función del tipo de fluido, para que la recuperación sea posible.
4. Diseñar el tanque alimentador de agua clara a presión para mantener la homogeneidad y fluidez de la mezcla necesarias y evitar la sedimentación del fluido durante una suspensión o reducción del gasto (Fig. IV.7).
5. Implementar un sistema para que el tanque alimentador de agua a presión funcione automáticamente según las características del fluido bombeado.

## APÉNDICE A

### CARACTERÍSTICAS DE ALGUNOS LODOS RESIDUALES Y OTRAS SUBSTANCIAS TIPO BINGHAM PSEUDOPLÁSTICO

CARACTERÍSTICAS DEL LODO BOMBEADO EN LA Bondi Sewage Treatment Plant (Australia). Tomado de:

A Practical Design Methodology for Wastewater Sludge Pumping Systems  
Ken Eberbach, Sydney Water Corporation [ken.eberbach@sydneywater.com.au](mailto:ken.eberbach@sydneywater.com.au)  
Lance Moseley, Sinclair Knight Merz [lmoseley@skm.com.au](mailto:lmoseley@skm.com.au)  
Con Sikallos, Sinclair Knight Merz [csikallos@skm.com.au](mailto:csikallos@skm.com.au)

**Table 1 Maximum suction length calculation (internal pipe F200mm, static head  $H_s$  of 2.4m)  
(p. 8)**

Sludge Concentration %	Yield Stress $\tau_y$ (Pa)	Sludge Density $\rho$ , (kg/m <sup>3</sup> )	Pressure drop $\Delta P$ , (Pa)	Max. suction pipe length L, (m)
2.5	5.4	1,007	23,703	224.3
3.0	17.5	1,009	23,736	69.3
4.0	43.7	1,011	23,803	27.8
5.0	76.5	1,014	23,871	15.9
6.0	120.6	1,017	23,938	10.1
8.0	261.7	1,023	24,072	4.7

**Table 2 Critical velocity for sludges (nominal pipe diameter of 150mm) (p. 9)**

Solids Content (%)	Plastic Viscosity k (Pa.s) (Bingham plástico, $n = 1$ , HG)	Critical Velocity, $v_c$ (m/s)*
Water (15 °C) - 0.02		0.02
2.5	0.009	0.13
3.0	0.015	0.21
4.0	0.036	0.50
5.0	0.088	1.22
6.0	0.216	2.98
8.0	1.299	17.78

\*Critical velocity for laminar flow conditions based on Reynolds Number,  $Re < 2000$

**Lodos residuales (Bingham pseudoplásticos) utilizados por Slatter (1997, p. 16)**

	$\tau_y$ [Pa]	K [Pa.s <sup>n</sup> ]	N
lodo # 1	1.04	0.0239	0.827
lodo # 2	3.13	0.240	0.632
lodo # 3	12.00	0.366	0.664

**Tabla 3. Valores de  $\tau_y$  y  $\mu$  para diferentes sustancias (Levenspiel, 1986, p. 105)**

Substancia	$\tau_y$ (Pa)	$\mu$ (kg/(ms))
Salsa de tomate ("Catsup") a 30°C	14	0.08
Mostaza (30°C)	38	0.25
Oleomargarina (30°C)	51	0.72
Mayonesa (30°C)	85	0.63

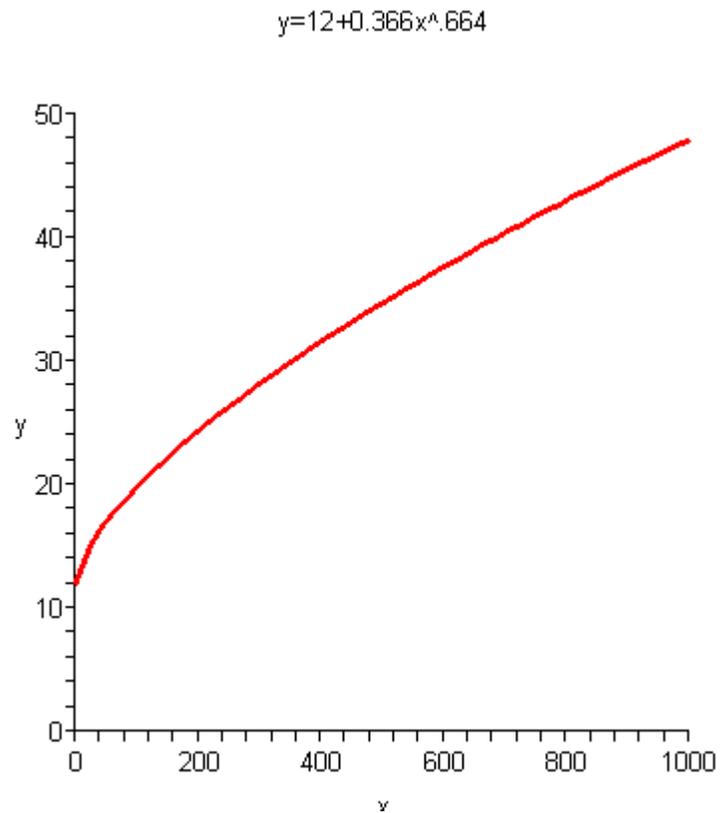
## APÉNDICE B

### GRÁFICAS DEL LODO RESIDUAL PARA EL CÁLCULO DE LEVENSPIEL

> LEVENSPIEL.Bingham pseudoplástico

> plot(12+0.366\*x^.664,x=0..1000,y=0..50,title="y=12+0.366x^.664");

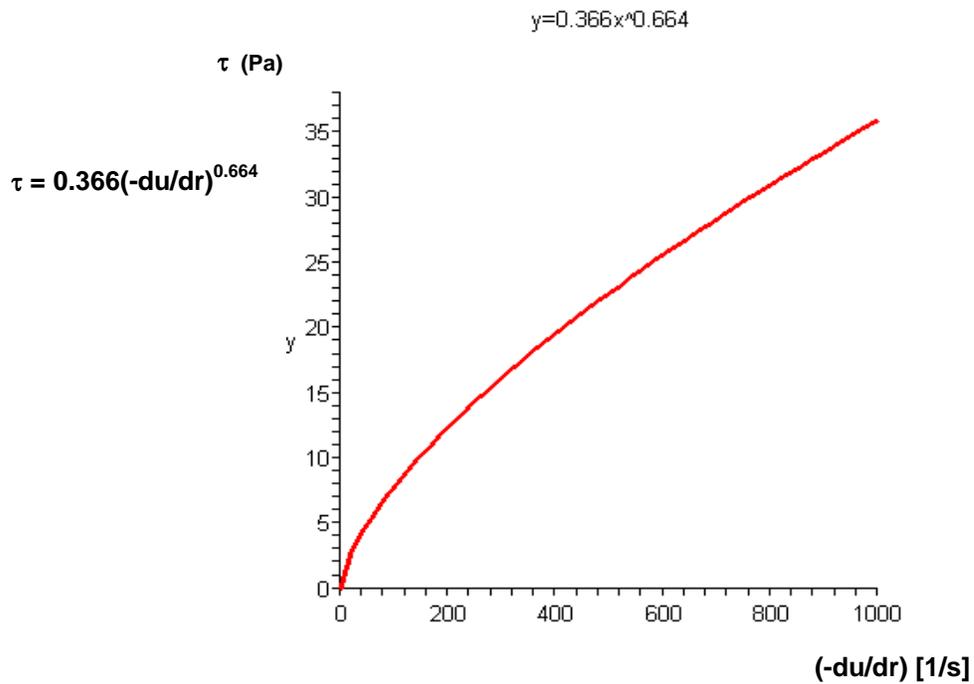
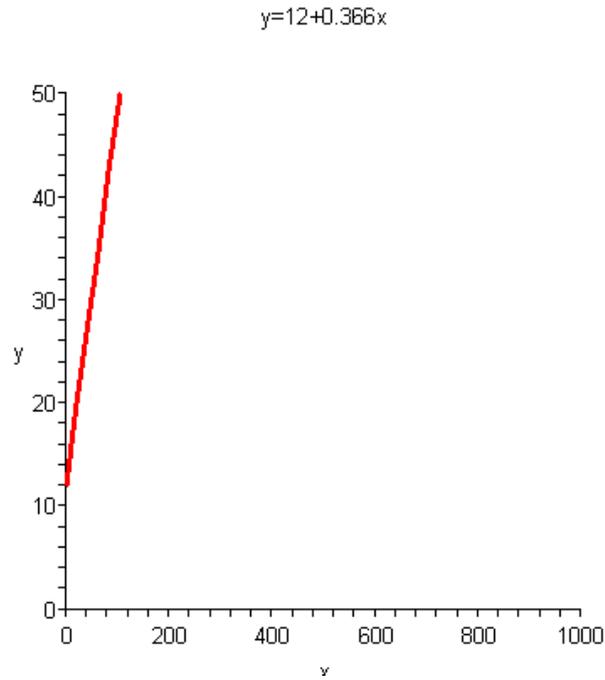
$$\tau = 12.0 + 0.366(\text{du/dy})^{0.664}$$



> Bingham plástico: n = 1

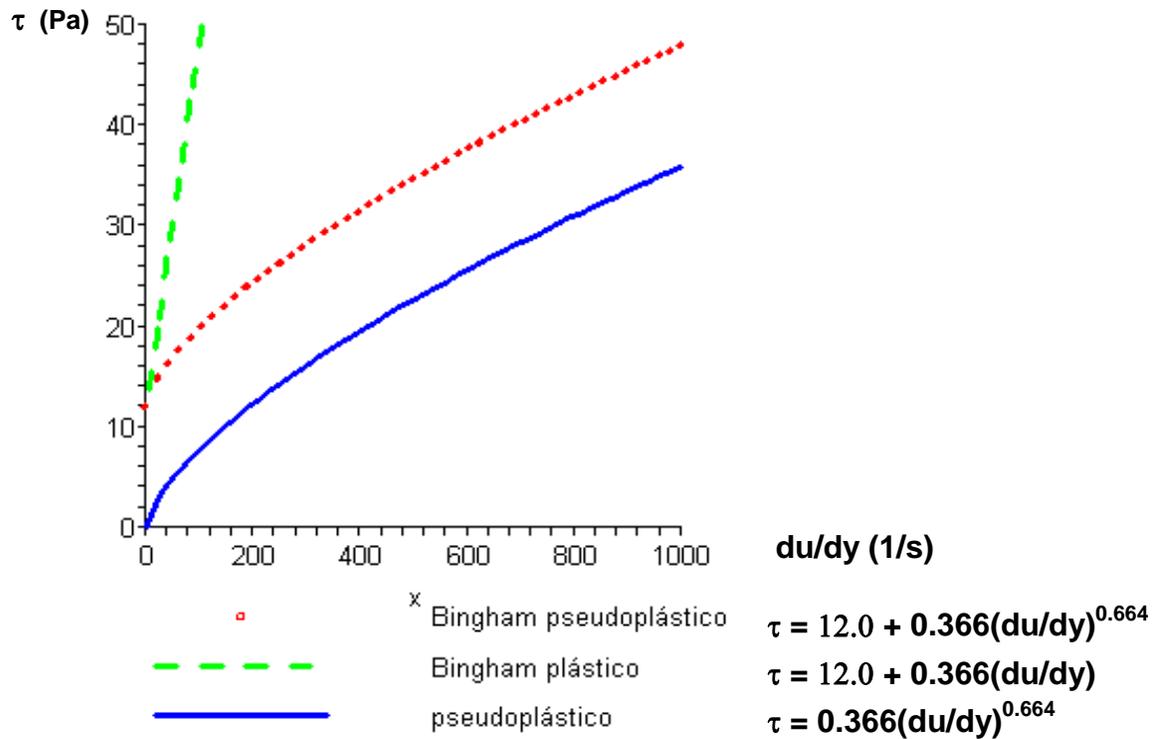
```
> plot(12+0.366*x,x=0..1000,y=0..50,title="y=12+0.366x");
```

$$\tau = 12.0 + 0.366(\text{du/dy})$$



Combinación de los tres tipos de fluido

```
plot([12+0.366*x^.664,12+0.366*x,0.366*x^0.664],x=0..1000,y=0..50,color=[red,green,blue]);
```



## APÉNDICE C

### AJUSTE DEL BINGHAM PSEUDOPLÁSTICO ORIGINAL A UN BINGHAM PLÁSTICO EQUIVALENTE UTILIZANDO EL PROGRAMA MAPLE 9.5

#### C-1 PROPUESTA 1 APLICADA AL LODO USADO POR SLATTER

```

> curva:=proc(x)
> return(12+0.366*x^0.664);
> end proc;
> xmáx:=75;
> ymáx:=curva(xmáx);
> y0:=curva(0);
> Int(curva(x),x=0..xmáx)=int(curva(x),x=0..xmáx);
> Ac:=int(curva(x),x=0..xmáx);
> A0:=xmáx*ymáx;
> xsi:=- (2*(Ac-A0))/(ymáx-y0);
> m:=(ymáx-y0)/xsi;
> with(plots):
>
A:=plot(curva(x),x=0..xmáx,linestyle=SOLID,thickness=2,color=red)
:
>
B:=plot(y0+m*x,x=0..xmáx,linestyle=DOT,thickness=2,color=green):
> C:=plot(ymáx,x=0..xmáx,linestyle=DOT,color=black):
> E:=plot([xmáx,t,t=0..ymáx],color=black,linestyle=DOT):
> display({A,B,C,E});
>

```

```
curva := proc(x) return 12 + 0.366*x^0.664 end proc;
```

```
xmáx := 75
```

```
ymáx := 18.43460310
```

```
y0 := 12.
```

$$\int_0^{75} 12 + 0.366 x^{0.664} dx = 1190.021174$$

```
Ac := 1190.021174
```

$$A0 := 1382.595232$$

$$xsi := 59.85576888$$

$$m := 0.1075018034$$

En la Fig. C.1 se grafican los dos fluidos. El Bingham pseudoplástico original con línea llena y el Bingham plástico equivalente con línea punteada

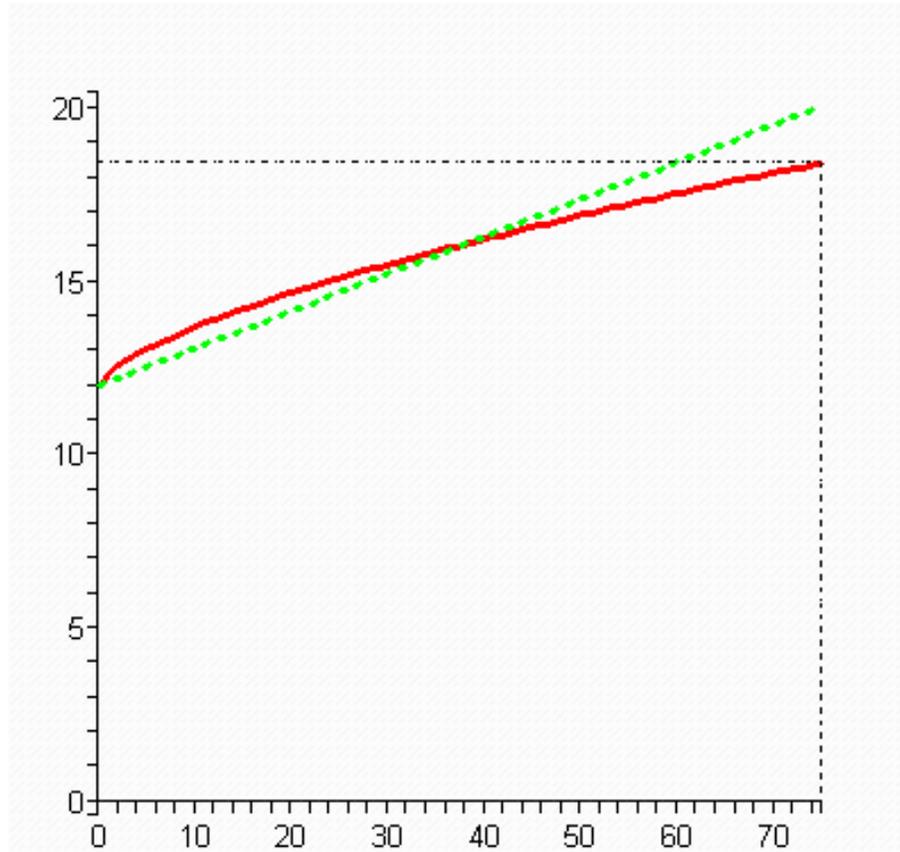


Fig. C.1

### COMPROBACIÓN DE LA IGUALDAD DE ÁREAS.

El punto de intersección se leyó en la gráfica.

```
> Aizq:=int(curva(x)-(y0+m*x),x=0..38.20);
      Aizq:= 15.94480070
```

```
> Ader:=int(y0+m*x-curva(x),x=38.20..xsi)+int(ymáx-
curva(x),x=xsi..xmáx);
```

$$A_{der} := 15.94480150$$

(AMBAS ÁREAS SON IGUALES, QUE ES LA CONDICIÓN BUSCADA)

---

## C-2 PROPUESTA 1 APLICADA AL LODO DE LA PLANTA DE TRATAMIENTO DE LA CIUDAD UNIVERSITARIA, D.F.

```

>
>
> curva:=proc(x)
> return(0.34507+1.2611*x^0.22021);
> end proc;
> xmáx:=110;
      curva := proc(x) return 0.34507 + 1.2611*x^0.22021 end proc;
      xmáx := 110

> ymáx:=curva(xmáx);
      ymáx := 3.895529875

> y0:=curva(0);
      y0 := 0.34507

> Int(curva(x),x=0..xmáx)=int(curva(x),x=0..xmáx);
      
$$\int_0^{110} 0.34507 + 1.2611 x^{0.22021} dx = 358.0260376$$


> Ac:=int(curva(x),x=0..110);
      Ac := 358.0260376

> A0:=xmáx*ymáx;
      A0 := 428.5082862

> xsi:=- (2*(Ac-A0))/(ymáx-y0);
      xsi := 39.70316584

  ➤ m:=(ymáx-y0)/xsi;
      m := 0.08942510754

  ➤ plot([curva(x),Heaviside(xsi-x)*(y0+m*x-ymáx)+ymáx],x=0..110);

```

En la Fig. C.2 se grafican los dos fluidos. El Bingham pseudoplástico original con línea llena y el Bingham plástico equivalente con línea punteada

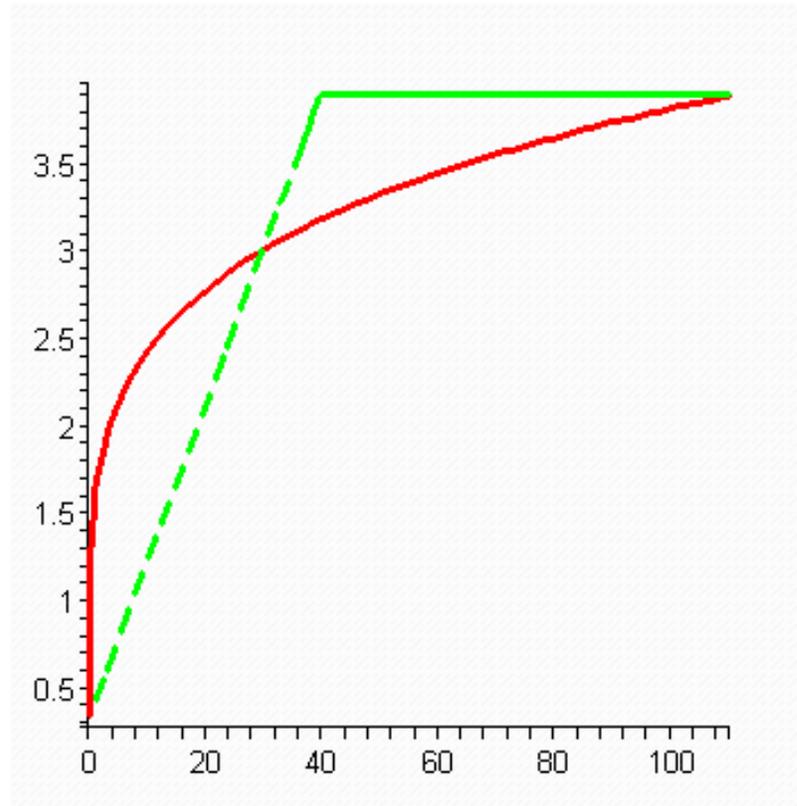


Fig. C.2

```
> Aizq:=int(curva(x)-(y0+m*x),x=0..30.25);
      Aizq:=25.32377542
```

```
> Ader:=int(y0+m*x-curva(x),x=30.25..xsi)+int(ymáx-
curva(x),x=xsi..xmáx);
      Ader:=25.32377544
```

**(AMBAS ÁREAS SON IGUALES, QUE ES LA CONDICIÓN BUSCADA)**

## APÉNDICE D

### PROPUESTA 4. SOLUCIÓN DEL ALGORITMO DE R. CARMONA PARA EL CÁLCULO DEL FACTOR DE FRICCIÓN DE UN FLUIDO BINGHAM PSEUDOPLÁSTICO EN RÉGIMEN LAMINAR UTILIZANDO EL PROGRAMA MAPLE 9.5

#### D-1 PROPUESTA 1 APLICADA AL LODO USADO POR SLATTER

>

```
Ty:=12.;Ga:=9888.48;V:=1.5418166;g:=9.81;rc:=0.1016;n:=0.664;K:=0.366;ECUACIONES:={ra=2*Ty/(Ga*S),S=f*V^2/(4*g*rc),V=uc*(1-(2*(1-za)*(za+1/n+2))/((3+1/n)*(2+1/n))),za=ra/rc,uc=(n/(n+1))*rc^(1+1/n)*(Ga*S/(2*K))^(1/n)*(1-za)^(1+1/n)};fsolve(ECUACIONES,{S,f,uc,ra,za});
```

$Ty := 12.$

$Ga := 9888.48$

$V := 1.5418166$

$g := 9.81$

$rc := 0.1016$

$n := 0.664$

$K := 0.366$

$$ECUACIONES := \left\{ \begin{array}{l} ra = \frac{0.002427066648}{S}, S = 0.5962696820 f, za = 9.842519685 ra, \\ 1.5418166 = uc (1 - 0.1265964680 (1 - za) (za + 3.506024096)), \\ uc = 2153.165386 S^{1.506024096} (1 - za)^{2.506024096} \end{array} \right\}$$

$$1.5418166 = uc (1 - 0.1265964680 (1 - za) (za + 3.506024096)),$$

$$uc = 2153.165386 S^{1.506024096} (1 - za)^{2.506024096}$$

**SOLUCIÓN:**

{S = 0.04101739317 , f = 0.06879000293 , za = 0.5823980856 , ra = 0.05917164549 , uc = 1.966959866 }

- **ECUACIONES := {ra = 2\*Ty / (Ga\*S) , S = f\*V^2 / (4\*g\*rc) , V = uc \* (1 - (2\*(1-za)\*(za+1/n+2)) / ((3+1/n)\*(2+1/n))) , za = ra/rc , uc = rc^(1+1/n) \* (Ga\*S / (2\*K))^(1/n) \* (1-za)^(1+1/n)};**

$$ECUACIONES := \left\{ \begin{array}{l} ra = \frac{2 Ty}{Ga S}, S = \frac{f V^2}{4 g rc}, za = \frac{ra}{rc}, V = uc \left( 1 - \frac{2 (1 - za) \left( za + \frac{1}{n} + 2 \right)}{\left( 3 + \frac{1}{n} \right) \left( 2 + \frac{1}{n} \right)} \right) \end{array} \right.$$

$$uc = rc \left( 1 + \frac{1}{n} \right) \left( \frac{Ga S}{2 K} \right)^{\left( \frac{1}{n} \right)} (1 - za)^{\left( 1 + \frac{1}{n} \right)}$$

- <sup>?</sup> **T0 := 0.5\*9888.48\*0.4101739317e-1\*.1016;**

$$T0 := 20.60446334$$

- **hf := 0.4101739317e-1\*12000;**

$$hf := 492.2087180$$

- **H := 80 + 492.2087180 + 1.5418166^2 / 19.62;**

$$H := 572.3298800$$

- **P := 1008\*.05\*572.3298800 / (76.04\*0.68);**

$$P := 557.8609159$$

## D-2 PROPUESTA 4 APLICADA AL LODO DE LA PLANTA DE TRATAMIENTO DE LA CIUDAD UNIVERSITARIA, D.F.

>

```

➤ Q:=0.05;rc:=0.1016;HET:=80;eta:=0.68;L:=12000;Ty:=0.34507;G
➤ a:=10006.20;g:=9.81;rc:=0.1016;n:=0.22021;K:=1.26110;ECUACIONES:={V=Q/(evalf(Pi)*rc^2),ra=2*Ty/(Ga*S),S=f*V^2/(4*g*rc),V=uc*(1-(2*(1-za)*(za+1/n+2))/((3+1/n)*(2+1/n))),za=ra/rc,uc=(n/(n+1))*rc^(1+1/n)*(Ga*S/(2*K))^(1/n)*(1-za)^(1+1/n)};fsolve(ECUACIONES,{V,S,f,uc,ra,za});

```

$$Q := 0.05$$

$$rc := 0.1016$$

$$HET := 80$$

$$\eta := 0.68$$

$$L := 12000$$

$$Ty := 0.34507$$

$$Ga := 10006.20$$

$$g := 9.81$$

$$rc := 0.1016$$

$$n := 0.22021$$

$$K := 1.26110$$

$$ECUACIONES := \left\{ V = 1.541816595, ra = \frac{0.00006897123784}{S}, \right.$$

$$V = uc (1 - 0.04054544276 (1 - za) (za + 6.541119840)), S = 0.2508287382 f V^2, za = 9.842519685 ra,$$

$$uc = 1.243524248 \cdot 10^{10} S^{4.541119840} (1 - za)^{5.541119840} \left. \right\}$$

$$\{ V = 1.541816595, S = 0.007824997677, f = 0.01312325272, ra = 0.008814218315, uc = 2.043268753,$$

$$za = 0.08675411728 \}$$

```
> V:=1.541816595;za=0.8675411728e-1;ra:=0.8814218315e-
2;uc:=2.043268753;f:=0.1312325272e-1;s:=0.7824997677e-2;
V:=1.541816595
```

```
0.08675411728 = 0.08675411728
```

$ra := 0.008814218315$

$uc := 2.043268753$

$f := 0.01312325272$

$S := 0.007824997677$

```
➤ T0:=0.5*Ga*S*rc;hf:=S*L;H:=HET+hf+V^2/(2*g);P:=Ga/g*Q*H/(76.
04*eta);
```

$T0 := 3.977563382$

$hf := 93.89997212$

$H := 174.0211341$

$P := 171.6410450$

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASTARITA, Giovanni. *Principles of non-Newtonian Fluid Mechanics*. Great Britain, Mc Graw-Hill, 1974

BARNES, Howard A. *Tixotropy-a review*. Elsevier Science B.V., 1997

BARNES, Hutton and Walters. *An Introduction to Rheology*, Elsevier, Amsterdam, 1989

BATTISTONI, SPINOSA, CARNIANI. *Flowability. Physical Properties. HORIZONTAL* –Report N° 21 (WP7 Part A),... Polytechnic University of Marche Region, Italy. (Consultado en: idrote@univpm.it en noviembre de 2004, el informe, sin fecha, hace referencia a otro artículo del año 2003

BIRD Byron R. *Transport Phenomena*. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1960

CARMONA RAFAEL B., director de esta investigación. *Comunicación personal*. Instituto de Ingeniería de la UNAM. (2005-2008)

CHAARI FAMI, GUILLAUME RACINEUX, ARNAUD POITOU, MOHEND CHAOUICHE. "Rheological behavior of sewage sludge and strain-induced dewatering". *Rheol. Acta* (2003) 42: 273–279, DOI 10.1007/s00397-002-0276-5

CHEREMISINOFF N., *Pumps and Pumping Operations*, PRENTICE-HALL, INC., 1992, New Jersey

CHICUREL R., RESÉNDIZ R.. "La Bomba de Estrella: Una Nueva Alternativa para el Manejo de Combustibles". En: *Revista Ingeniería*, UNAM, 1985, pp. 78-81

CHIEN Ning, "Mechanics of Sediment Transportation", ASCE PRESS, 1999, Reston, Virginia, USA

COUSSOT P., (1997). *Mudflow Rheology and Dynamics*. IAHR/AIRH

DRIEDGER WALTER, *Controlling positive displacement pumps*, P. Eng., 2000 May 20. [http://www.driedger.ca/ce2\\_pdp/CE2\\_PDP.html](http://www.driedger.ca/ce2_pdp/CE2_PDP.html)

DYFIMSA, Bombas. Catálogos proporcionados por el Dr. Ricardo Chicurel, investigador del Instituto de Ingeniería, UNAM, sin fecha

EBERBACH KEN, MOSELEY LANCE, SIKALLOS CON, *A Practical Design Methodology for Wastewater Sludge Pumping Systems*, Ozwater 2003 Convention, 6-10<sup>th</sup> April 2003, Perth, Western Australia

- FROST R. C. (1982) *Prediction of Friction Losses for the Flow of Sewage sludges in straight Pipes*. Water Research Centre. UK
- GARDEA H.(1999) *Hidráulica de Canales*, FUNDACIÓN ICA, A.C.-FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM, 3era. Edición, México, D.F.
- GOVIER G. W. & AZIZ K. *The Flow of Complex Mixtures in Pipes*. Toronto, London, Melbourne, Van Nostrand Reinhold Company © 1972
- HONEY H C AND WA PRETORIUS. *Laminar flow pipe hydraulics of pseudoplastic-thixotropic sewage sludges*. *Water SA* Vol. 26 No. 1 January 2000. Accesible en: <http://www.wrc.org.za>
- JOHNSON R. W.(1998). *The Handbook of Fluid Dynamics*. Boca Raton Fl. USA, CRC Press LLC
- KRISTAL Y ANNET, PUMPS. *Types, selection, installation, operation and maintenance*, New York, Mc Graw Hill, 1953
- LESTER C. (1994) *Hydraulics for Pipeliners*, 2ª. Edición. London, Paris, Gulf Publishing Company
- LEVENSPIEL O. (1986) *Engineering Flow and Heat Exchange*. NY, London, Plenum Press
- LIN. S.H. *Pressure drop for slurry transport*. *Chemical Engineering*, mayo 1982
- LIU HENRY. (2003) *Pipeline Engineering*, LEWIS PUBLISHERS, Boca Raton, Florida, USA
- LOBANOFF, VAL S. y ROSS ROBERT R.,(1992) *Centrifugal pumps, Design and application*. Second Edition, Gulf Publishing , Houston,
- METCALF & EDDY, INC. (1991, 3ª. Ed.) *Wastewater Engineering, Treatment, Disposal and Reuse*. New York, McGraw-Hill Publishing Company
- MURAKAMI H., KATAYAMA, H., MATSUURA H., *Pipe Friction Head Loss in Transportation of High-Concentration Sludge for Centralized Solids Treatment*. *Water Environment Research*, Volume 73, Number 5, 2001
- SHOOK, C.A. y ROCO, M.C., *Slurry Flow. Principles and Practice*, Butterworth-Heinemann, Boston, 1991
- SLATTER P T (1997) "The rheological characterisation of sludges", *IAWQ Journal. Wat. Sci. Tech.* vol. 36, No. 11. pp. 9-18, 1997

SLATTER P. T. (2004), *The hydraulic transportation of thickened sludges*. Water Institute of South Africa (WISA), Biennial Conference. Cape Town, South Africa. *Sludges in straight Pipes*. Water Research Centre. UK.

SLATTER P.T. (1996). *Turbulent flow of non-newtonian slurries in pipes*. J. Hydrol. Hidromech., 44, ps. 24-38

SLATTER P.T. (1999a) & van SITTEERT,. *Analysis of rough wall non-newtonian turbulent flow*. Hydromechanics Research Group 14<sup>th</sup> International Conference on Slurry Handling and Pipeline Transport, HYDROTRANSPORT 14: Maastricht

SLATTER P.T. (1999b). *The laminar/turbulent transition prediction for non-newtonian slurries*. Proceedings of the International Conference "Problems in Fluid Mechanics and Hydrology", Academy of Sciences of the Czech Republic, Prague

SLATTER P.T. (2000) & E. J. WASP, . *The laminar/turbulent transition in large pipes*; 10th International Conference on Transport and Sedimentation of Solid Particles - Wrocław: 4-7 September

SPARR ANTON E. *Pumping Sludge Long Distances*, Journal WPCF (Water Pollution Control Federation) Vol 43, No. 8, 1971

VLASAK P. Y CHARA (2004). *Laminar and Turbulent Transition of Fine-Grained Slurries*. 4<sup>th</sup>. International Conference for Conveying and Handling of Particulate Solids, Budapest, Hungary, May, 2003

WILSON, K.C., Addie, G.R., Sellgren, A., Clift, R., *Slurry Transport Using Centrifugal Pumps* (2<sup>nd</sup> ed.). Chapman & Hall, 1992

## ÍNDICE ANALÍTICO

- Bingham dilatante..... 25, 26, 31, 32, 38, 125, 131
- Bingham plástico .. 24, 25, 27, 72, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 85, 86, 87, 88, 91, 92, 93, 104, 105, 157, 160, 161, 163
- Bingham pseudoplástico..... 12, 25, 26, 31, 32, 38, 54, 56, 63, 76, 77, 78, 82, 83, 84, 86, 87, 89, 91, 92, 93, 95, 96, 102, 104, 107, 108, 111, 112, 122, 124, 125, 129, 131, 150, 160, 161, 163, 164
- bombas de desplazamiento positivo... 16, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 150
- bombas de estrella ..... 146, 147
- bombas de tornillo ..... 146, 148
- bombas reciprocantes..... 144
- bombas rotativas..... 144
- bombeo.... 10, 16, 17, 22, 34, 47, 48, 62, 71, 76, 80, 84, 90, 92, 97, 98, 113, 115, 116, 118, 119, 120, 122, 127, 130, 132, 133, 137, 144, 146, 147, 151, 152
- coeficiente de viscosidad dinámica..... 13, 18, 20, 23, 24
- coeficiente de viscosidad plástica . 10, 23, 48, 88, 118
- dilatante .. 12, 19, 22, 23, 24, 34, 45, 76, 131
- esfuerzo de fluencia 13, 23, 24, 31, 33, 37, 52, 61, 63, 73, 89, 103, 111, 114, 116, 120, 122, 124, 125, 128, 132
- factor de fricción... 34, 36, 37, 38, 51, 53, 55, 57, 58, 59, 60, 61, 66, 68, 71, 72, 74, 75, 89, 95, 96, 107, 109, 114, 116, 153, 164
- fricción 13, 28, 46, 48, 51, 54, 56, 61, 62, 69, 71, 72, 73, 80, 91, 106, 118, 119, 150, 151
- función de rugosidad ..... 58, 59
- gasto de bombeo ..... 120, 127
- gradiente de presiones ..... 46, 65
- gradiente de velocidades..... 49, 121, 123, 126
- Herschel-Bulkley ..... 26, 102, 103, 124
- histéresis* ..... 45, 121
- índice de comportamiento del fluido ... 11, 23, 62, 76, 91, 103, 118
- índice de consistencia del fluido ... 10, 23, 47, 62, 103
- laminar 19, 22, 33, 34, 37, 41, 43, 47, 50, 51, 52, 54, 56, 62, 65, 73, 80, 81, 82, 85, 89, 95, 98, 99, 107, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 131, 151, 152, 153, 164, 169, 170
- lodo residual . 15, 16, 19, 26, 44, 49, 51, 56, 61, 64, 76, 79, 80, 82, 84, 99, 103, 105, 108, 113, 115, 134, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 155, 156, 157
- newtoniano ... 16, 18, 19, 20, 21, 23, 24, 33, 37, 47, 53, 54, 59, 61, 65, 73, 110, 113, 118, 131, 150
- no newtoniano.... 15, 16, 18, 21, 33, 34, 43, 50, 51, 53, 54, 56, 57, 58, 61, 62, 63, 64, 65, 73, 84, 85, 97, 119, 120, 132, 138, 140, 150, 152, 154
- número de Galileo ..... 66, 70
- número de Hedstrom ..... 72, 74, 91, 106
- número de Reynolds..... 56
- número de Reynolds generalizado.... 107
- potencia de bombeo 48, 70, 71, 76, 80, 81, 82, 92, 94, 95, 96, 98, 106, 114, 141
- pseudoplástico* ... 18, 21, 24, 28, 34, 38, 43, 45, 46, 48, 49, 62, 63, 73, 74, 75, 76, 77, 79, 80, 82, 89, 93, 94, 95, 99, 107, 108, 109, 110, 111, 116, 118, 119, 122, 131
- reología..... 19, 44, 53
- reómetro..... 49, 99, 100, 101, 102
- reopéctico o anti-tixotrópico**..... 45
- reopexia ..... 43
- Reynolds . 11, 51, 53, 54, 56, 59, 66, 72, 73, 79, 80, 91, 105, 106, 109, 135, 151, 155
- Reynolds crítico ..... 38
- Reynolds de la rugosidad..... 11, 56
- Reynolds generalizado ..... 11, 37, 38, 74
- Reynolds para fluidos exponenciales. 37, 47, 81
- rugosidad ..... 59, 73, 130
- suspensión de la alimentación ..... 121
- tixotropía**..... 16, 43, 44, 46, 49, 64, 65, 123
- tixotrópico..... 45, 48, 62, 118, 120

transición de laminar a turbulento. 11, 38,  
54, 55, 56, 97, 106, 109, 110  
tubo liso 57, 58, 59, 106, 107, 109, 110, 112  
tubo rugoso ..... 59  
turbulento.. 50, 51, 52, 53, 54, 56, 57, 58, 59,  
65, 110, 116, 151  
velocidad crítica ..... 12, 52, 97  
velocidad de fricción ..... 12  
viscosidad aparente. 12, 21, 22, 24, 44, 62,  
118, 119, 122, 123, 124, 130, 131, 154