



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

## INSTITUTO DE INGENIERÍA

REVISIÓN DE LAS RECOMENDACIONES PARA MODELAR Y  
ANALIZAR ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERÍA CONFINADA  
ANTE CARGA LATERAL

## T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE  
**MAESTRO EN INGENIERÍA**  
INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS  
P R E S E N T A :

MANUEL ANTONIO TAVERAS MONTERO

TUTOR:  
DR. JUAN JOSÉ PÉREZ-GAVILÁN E.

MÉXICO, D. F., FEBRERO 2008



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Roberto Meli Piralla

Secretario: Dr. Oscar López Bátiz

Vocal: Dr. Juan José Pérez-Gavilán Escalante

1er. Suplente: M. en I. Raúl Jean Perrilliat

2do. Suplente: M. en I. Octavio García Domínguez

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

**INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM**

**TUTOR DE TESIS:**

---

Dr. Juan José Pérez-Gavilán E.

# LA INGENIERIA ESTRUCTURAL ES

## EL ARTE DE USAR MATERIALES

*Que Tienen Propiedades Las Cuales Solo Pueden Ser Estimadas*

## CONSTRUIR ESTRUCTURAS REALES

*Que Solo Pueden Ser Analizadas Aproximadamente*

## RESISTIR FUERZAS

*Que No Son Conocidas Exactamente*

PARA QUE NUESTRA RESPONSABILIDAD CON RESPECTO A  
LA SEGURIDAD PÚBLICA ESTE SATISFECHA

*Traducido del libro "Three Dimensional Static  
and Dynamic Analysis of Structures" de Edward L.*

*Wilson*

*A mis padres,  
María Confesora Montero y José Ignacio Taveras,  
por ser soportes morales, espirituales y guías todo mi camino*

*A mis hermanos,  
Neri, Pancho, Ignacito, Chede y Dani,  
por el cariño, el respeto y la amistad  
que me han ofrecido en todo momento*

*A Francis, por su apoyo incondicional,  
su comprensión y su amor*

---

# AGRADECIMIENTOS

---

A la *Organización de los Estados Americanos (OEA)*, por la beca otorgada durante la duración de mis estudios de maestría.

A *LASPAU: Academia and Professional Programs for the Americas*, por la ayuda y orientaciones brindadas durante la administración de los fondos de la beca otorgada por la OEA.

A la *Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural (SMIE)*, de manera especial al *Comité de mampostería* de dicha institución que desarrollo la "*Guía para el Análisis de Estructuras de Mampostería*", por darme la oportunidad de trabajar en dicho proyecto y el apoyo económico cuando lo necesitaba.

Al *Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT)* y el *Fondo Sectorial de la Comisión Nacional de Fomento para la Vivienda (CONAFOVI)* quienes patrocinan el proyecto desarrollado por la SMIE en el cual se enmarca esta tesis.

A todos los profesores del Postgrado de Ingeniería de la *UNAM* por transmitir sus valiosos conocimientos tanto teóricos como empíricos.

De manera especial, agradezco al Dr. Juan José Pérez-Gavilán por su paciencia y valiosa asesoría durante el desarrollo de esta investigación.

A mis sinodales, M. en I. Raúl Jean Perrillat, Dr. Oscar López Bátiz, Dr. Roberto Meli y al M. en I. Octavio García por sus comentarios y sugerencias acerca de esta tesis.

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM por brindarme sus instalaciones y todas las facilidades para poder realizar este trabajo.

Quiero agradecer a mis amigos y compañeros de maestría que me han apoyado y aconsejado durante este trayecto, de manera especial a: Mauricio Zenteno, Luciano Fernández, Eric Vásquez, Iván de León, Miguel Torre, Juliana Mosquera, Fabián de la Serna, Javier Ferretis, Joel de la Rosa, Pavel Mora y Alexander Abreu.

Finalmente, quiero agradecer al Ing. Enríquez Martínez Romero (Q.E.D.) y la Oficina del Ing. Reginald García en Santo Domingo (Reginald, Pancho, Rabel, Jhanny, Ercilia, Sandra y Ruben) por dame su apoyo para venir a México y todos esos amigos mexicanos que me han hecho sentir como uno más de ellos, en especial a Armando Mérida Ramos y Edson Javier Contreras.

# RESUMEN

En el presente trabajo se trata de dar recomendaciones para el modelado y análisis de estructuras de mampostería confinada. Esto con el objetivo de unificar criterios en cuanto al análisis estructural de este tipo de construcciones, ya que se ha identificado que en esta etapa del diseño es donde se generan las mayores variaciones en los resultados obtenidos dentro de la práctica profesional.

Para lograr este objetivo se construyeron una serie de modelos utilizando los métodos y procedimientos que se encuentran al alcance de los ingenieros en los despachos de diseño estructural: el Método de Elemento Finito y el Método de la Columna Ancha. Se construyó un modelo con todos sus componentes estructurales con elementos finitos (EF) tipo cascarón (shell) y se utilizó como modelo de referencia, para fines de comparación. El estudio se enfocó fundamentalmente en la geometría de los muros, aunque se construyeron algunos modelos para un muro variando la relación modular entre los materiales (mampostería y concreto).

De los experimentos numéricos se pudieron obtener conclusiones para cada método que sirvieron de base para dar recomendaciones para el modelado de este tipo de estructuras, y observaciones que pueden servir de guía para pruebas experimentales. Además, se propone un factor de corrección de área por cortante aproximado, de fácil manejo en la práctica, que toma en cuenta las dimensiones de los castillos del muro y la relación modular entre los materiales. También se hacen recomendaciones en cuanto a la división de los muros para su modelado cuando se utiliza el método de la columna ancha.

# ABSTRACT

In this thesis, recommendations for analytical modeling of confined masonry wall systems are presented. The main objective is get a unified criteria for structural analysis of this type of structures, as it was identified that in this stage of structural design the professional engineering had the most important differences in the solution.

For this goal we created a group of computer models using the methods and procedures that are available for Structural Engineers in their practice like Finite Element Method and Equivalent Frame Method. A finite element models using shell elements for all their components were used for comparison. This study focused mainly on wall geometry, although some wall computer models with difference elastic modulus ration are also included.

From the numerical experiments we got, for each method, conclusions that were the base to give recommendations about analytical modeling of this type of structures, and observations that may be used to guide laboratory test. Besides, a handy approximated shear area correction factor has been proposed for easy use in practice; that take into account the effects of longitude tie-columns and elastic modulus ration. Recommendations regarding splitting walls into segments for their modeling when using the equivalent frame method are also included.

# CONTENIDO

---

<b>AGRADECIMIENTOS.....</b>	<b>I</b>
<b>RESUMEN.....</b>	<b>III</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>III</b>
<b>CONTENIDO.....</b>	<b>V</b>
<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>VII</b>
<b>LISTA DE TABLAS.....</b>	<b>XII</b>
<b>CAPITULO 1: INTRODUCCION.....</b>	<b>1</b>
1.1 ANTECEDENTES.....	1
1.2 MOTIVACIÓN.....	2
1.3 OBJETIVOS.....	3
1.4 CONTENIDO DEL TRABAJO.....	4
<b>CAPÍTULO 2: COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DE MUROS DE MAMPOSTERÍA CONFINADA.....</b>	<b>5</b>
2.1 INTRODUCCIÓN.....	5
2.2 COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LA MAMPOSTERÍA.....	5
2.2.1 <i>Módulo de Elasticidad</i> .....	5
2.2.2 <i>Módulo de Cortante</i> .....	6
2.2.3 <i>Curva Esfuerzo-deformación</i> .....	6
2.3 MUROS DE MAMPOSTERÍA CONFINADA.....	7
2.3.1 <i>Rigidez Lateral</i> .....	7
2.3.1.1 Inercia Sección Muro Mampostería.....	7
2.3.1.2 Factor geométrico de corrección del área por cortante.....	8
2.3.2 <i>Comportamiento y Modos de Falla</i> .....	9
2.3.3 <i>Modelo analítico curva carga-deformación</i> .....	12
2.4 COMPORTAMIENTO SISMICO MUROS ACOPLADOS.....	13
<b>CAPÍTULO 3: MÉTODOS DE ANÁLISIS.....</b>	<b>15</b>
3.1 INTRODUCCIÓN.....	15
3.2 MÉTODO DE ELEMENTO FINITO.....	15
3.2.1 <i>Modelado con elemento tipo área</i> .....	16
3.2.2 <i>Modelado con elementos tipo área y tipo barra</i> .....	17
3.3 MÉTODO DE LA COLUMNA ANCHA.....	19
3.3.1 <i>Modelado de Zona Rígida</i> .....	20
3.4 MÉTODO SIMPLIFICADO.....	22
3.4.1 <i>Requisitos para la aplicación del método simplificado</i> .....	23
3.4.2 <i>Fundamentos Teóricos</i> .....	23
<b>CAPÍTULO 4: EXPERIMENTOS NUMÉRICOS.....</b>	<b>27</b>
4.1 INTRODUCCIÓN.....	27
4.2 DESCRIPCIÓN DE LAS PRUEBAS.....	27

## CONTENIDO

---

4.2.1	<i>Dimensiones elementos principales</i> .....	28
4.2.2	<i>Propiedades materiales</i> .....	28
4.2.3	<i>Sistema de carga</i> .....	29
4.2.4	<i>Convergencia marco de referencia</i> .....	29
4.3	DISTRIBUCIÓN DE ELEMENTOS MECÁNICOS .....	30
4.3.1	<i>Descripción de muro típico</i> .....	31
4.3.2	<i>Modelos Utilizados</i> .....	31
4.3.3	<i>Resultados</i> .....	32
4.4	RIGIDEZ RELATIVA DE MUROS .....	38
4.4.1	<i>Descripción de los muros</i> .....	38
4.4.2	<i>Modelos Utilizados</i> .....	39
4.4.3	<i>Resultados</i> .....	41
4.5	GRADO DE ACOPLAMIENTO .....	45
4.5.1	<i>Descripción de los muros</i> .....	46
4.5.2	<i>Serie Utilizadas</i> .....	47
4.5.3	<i>Resultados</i> .....	54
4.6	RELACIÓN DE ESBELTEZ Y MODULAR .....	58
4.6.1	<i>Descripción de los muros</i> .....	59
4.6.2	<i>Descripción de los modelos</i> .....	60
4.6.3	<i>Resultados</i> .....	61
4.7	EFFECTO DE LA VARIACIÓN DE LA CARGA AXIAL EN LA RESISTENCIA A CORTANTE .....	65
<b>CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b> .....		<b>69</b>
5.1	CONCLUSIONES .....	69
5.2	RECOMENDACIONES .....	72
5.3	CONSIDERACIONES FINALES .....	75
<b>APÉNDICE A: FACTOR DE FORMA PARA MUROS DE MAMPOSTERÍA CONFINADA</b> .....		<b>77</b>
A.1	ENERGÍA ESFUERZO CORTANTE .....	77
A.2	ESFUERZO FLEXIÓN EN SECCIÓN COMPUESTA .....	79
A.3	FACTOR DE FORMA PARA LA MAMPOSTERÍA CONFINADA .....	79
A.4	PROPUESTA DE FACTOR DE FORMA APROXIMADO .....	82
A.5	CONCLUSIÓN .....	85
<b>APÉNDICE B: MODELADO DE MURO CON COLUMNA ANCHA USANDO DOS BARRAS</b> .....		<b>87</b>
B.1	RIGIDEZ LATERAL .....	87
B.2	MODELADO CON DOS BARRAS .....	88
B.3	RIGIDEZ LATERAL EQUIVALENTE MURO CON DOS BARRAS .....	90
B.4	INFLUENCIA DE LA DIVISIÓN EN DOS BARRAS DEL MURO EN SU RIGIDEZ .....	91
B.5	CONCLUSIÓN .....	93
<b>REFERENCIA</b> .....		<b>XII</b>

## LISTA DE FIGURAS

---

Fig. 2.1 Curva Esfuerzo-deformación mampostería(DEPFI-UNAM 2006).....	7
Fig. 2.2 Modos de falla de la mampostería confinada(Drysdale, Hamid y Baker 1994). ....	10
Fig. 2.3 Curva de comportamiento muros mampostería confinada (Drysdale, Hamid y Baker 1994). ....	11
Fig. 2.4 Idealización Curvas Carga-deformación mampostería .....	12
Fig. 2.5 Sistema de muros acoplados por vigas .....	14
Fig. 2.6 Acoplamiento muro típico mampostería confinada y elementos mecánicos.....	14
Fig. 3.1 Modelo muro en elementos finitos tipo área (Wilson 1998) .....	16
Fig. 3.2 Elemento área tipo cascarón ( <i>shell</i> ) rectangular de cuatro nodos: (a) definición de cara y conectividad (b) grados de libertad de cada nodo (CSI 2005a) .....	17
Fig. 3.3 Modelo muro mampostería confinada con EF tipo área y barra. ....	17
Fig. 3.4 Elemento membrana ( <i>membrane</i> ) rectangular con rotación respecto a un eje perpendicular al plano del elemento (Wilson 1998) .....	18
Fig. 3.5 Definición de elementos modelo muro Columna Ancha (Wilson 1998) .....	19
Fig. 3.6 Modelo muro mampostería confinada con el método de columna ancha.....	20
Fig. 3.7 Grados de libertad reducidos para una viga con restricciones cinemáticas en los extremos.....	21
Fig. 3.8 Elemento barra con extremos rígidos .....	21
Fig. 3.9 Ejemplo para ilustrar problema numérico (Wilson 1998) .....	22
Fig. 3.10 Estructura simétrica respecto a un eje vertical, masa uniforme y losa rígida .....	23
Fig. 3.11 Rigidez lateral de un muro ( $k_m$ ): $k_f$ , rigidez a flexión, $k_c$ , rigidez a cortante. ....	24
Fig. 3.12 Desplazamiento por flexión (rojo), cortante (azul) y corregido según las NTC (verdetrazo) por el factor $F_{EA}$ como fracción del teórico. ....	25

Fig. 3.13 Rigidez relativa del muro considerando solo la deformación por cortante (rojo) y modificada por las normas (azul). La línea verde es la rigidez total teórica del muro.....	25
Fig. 4.1 Grafica fuerza axial en muro modelo referencia en relación a ancho losa .....	30
Fig. 4.2 Dimensiones marco típico M1 .....	31
Fig. 4.3 Modelo de referencia para marco típico M1 .....	31
Fig. 4.4 Serie modelos M1-EFi método elementos finitos.....	32
Fig. 4.5 Serie modelos M1-FRi método columna ancha .....	32
Fig. 4.6 Secciones elementos mecánico modelo .....	33
Fig. 4.7 Error fuerza cortante muro M1 para serie EF.....	33
Fig. 4.8 Error fuerza cortante muro M1 para serie FR .....	34
Fig. 4.9 Error momento flexionante muro M1 serie EF .....	35
Fig. 4.10 Error momento flexionante muro M1 serie FR .....	35
Fig. 4.11 Error fuerza axial muro M1 serie EF .....	36
Fig. 4.12 Error fuerza axial muro M1 serie FR .....	36
Fig. 4.13 Error acoplamiento muro M1 serie elementos finitos.....	37
Fig. 4.14 Error acoplamiento muro M1 serie columna ancha.....	37
Fig. 4.15 Desplazamientos obtenidos para los diferentes modelos .....	38
Fig. 4.16 Dimensiones modelo marco M2.....	39
Fig. 4.17 Dimensiones modelo marco M3.....	39
Fig. 4.18 Modelo de referencia en EF: (a) marco M2 (b) marco M3 .....	39
Fig. 4.19 Serie modelos marcos M2 y M3 serie EF .....	40
Fig. 4.20 Serie modelos marcos M2 y M3 serie FR .....	40
Fig. 4.21 Error desplazamiento lateral modelos marco M1 en comparación con el modelo de referencia .....	41
Fig. 4.22 Error desplazamiento lateral modelos marco M2 en comparación con modelo de referencia .....	42
Fig. 4.23 Error desplazamiento lateral modelos muro M3 en comparación con modelo de referencia .....	42

---

Fig. 4.24 Error rigidez relativa para los modelos de la serie EF en comparación con rigidez relativa de los modelos de referencia.....	43
Fig. 4.25 Error de la rigidez relativa muro M1/M2 para la serie FR.....	44
Fig. 4.26 Error de la rigidez relativa muro M1/M3 para la serie FR.....	44
Fig. 4.27 Error de la rigidez relativa muro M2/M3 para la serie FR.....	45
Fig. 4.28 Dimensiones muros acoplados esbeltos.....	46
Fig. 4.29 Dimensiones muros acoplados anchos.....	46
Fig. 4.30 Dimensiones muros acoplados desiguales.....	47
Fig. 4.31 Modelos de referencia serie WBW: Muros acoplados por dalas.....	47
Fig. 4.32 Modelos de referencia serie WWW: muros acoplados por pretil.....	48
Fig. 4.33 Modelos de referencia serie WFW: muros con pretil inferior.....	48
Fig. 4.34 Modelos elementos finitos serie WBW.....	49
Fig. 4.35 Modelos elementos finitos serie WWW.....	50
Fig. 4.36 Modelos elementos finitos serie WFW.....	51
Fig. 4.37 Modelos columna ancha serie WBW.....	52
Fig. 4.38 Modelos columna ancha serie WWW.....	53
Fig. 4.39 Modelos columna ancha serie WFW.....	54
Fig. 4.40 Error acoplamiento en modelos EF serie WBW.....	55
Fig. 4.41 Error acoplamiento en modelos FR serie WBW.....	55
Fig. 4.42 Error acoplamiento modelos EF serie WWW.....	56
Fig. 4.43 Error acoplamiento modelos FR serie WWW.....	56
Fig. 4.44 Error acoplamiento modelos FR serie WFW.....	57
Fig. 4.45 Error acoplamiento modelos EF serie WFW.....	57
Fig. 4.46 Error en el desplazamiento modelo EF serie WFW.....	58
Fig. 4.47 Geometría de los muros con diferente relación de esbeltez (L/H).....	59

Fig. 4.48 Comparación entre resultados de los modelos FR y el modelo de referencia para diferentes relaciones de esbeltez considerando diferentes factores de forma para el cálculo del área de cortante .....	62
Fig. 4.49 Comparación entre resultados de los modelos EF con diferente grado de refinamiento y el modelo de referencia para diferentes relaciones de esbeltez .....	62
Fig. 4.50 Comparación entre resultados de los modelos FR con diferente área de cortante y el modelo de referencia para el muro M-1.20H variando la relación modular .....	63
Fig. 4.51 Comparación entre resultados de los modelos EF con diferente grado de refinamiento y el modelo de referencia para el muro M-1.20H variando la relación modular .....	64
Fig. 4.52 Convergencia modelos EF muros M-2.35H y M-3.51H.....	65
Fig. 5.1 Recomendaciones para el análisis muros mampostería confinada por el método de la columna ancha .....	73
Fig. 5.2 Recomendaciones división de muros de mampostería confinada por el método de la columna ancha .....	74
Fig. 5.3 Recomendaciones sobre cálculo de propiedades secciones por el método de columna ancha.....	74
Fig. 5.4 Recomendaciones para el análisis muros mampostería confinada por el método de elemento finito .....	75
Fig. A.1 Viga elástica con sección plana: (a) Viga en equilibrio (b) Equilibrio fuerzas interna dentro de un tramo diferencia de la viga (c) esfuerzo cortante desarrollado para equilibrar un segmento.....	77
Fig. A.2 Variación del esfuerzo normal en una sección compuesta por dos materiales .....	79
Fig. A.3 (a) Sección transversal muro de mampostería confinada (b) Sección transversal transformada equivalente del muro de mampostería confinada. ....	80
Fig. A.4 (a) Dimensión sección transversal (b) Momento estático segmento castillo (c) Momento estático segmento mampostería .....	81
Fig. A.5 Grafica de factor de forma en función de la relación modular (n) y el factor alpha ( $\alpha$ )..	82
Fig. A.6 Gráficas de factor de corrección por cortante real (rojo), aproximado (azul) y en raya de trazo el valor 1.2: (a) para una relación modular n=3 (b) para una relación modular n=12. ....	83
Fig. A.7 Función de interpolación: (a) Sistema de referencia (b) grafica función de interpolación .....	83
Fig. A.8 Gráficas de factores de corrección aproximados normalizados con respecto al factor de corrección real: (a) para una relación modular n=3 (b) para una relación modular n=12. ....	84
Fig. B.1 Modelado de Muro: (a) Muro solido (b) Columna ancha equivalente .....	87

Fig. B.2 Modelado del muro considerando dos barras..... 88

Fig. B.3 Grados de libertad modelo con dos barras: (a) Grados de libertad barras (b) Grados de libertad muro ..... 89

Fig. B.4 Grafica factor adimensional por cortante para un muro modelado con una barra (rojo) y modelado con dos barras (azul) en función de la relación de esbeltez (L/H). ..... 92

Fig. B.5 Desplazamiento para un cortante unitario de un muro en función de su relación de esbeltez (L/H) utilizando el método de la columna ancha: modelado con una barra (rojo) y modelado con dos barras (azul)..... 92

Fig. B.6 Relación entre rigidez lateral de un muro en voladizo modelado con una barra y la rigidez lateral equivalente para el mismo muro modelado con dos barras en función de su relación de esbeltez (L/H). ..... 93

## LISTA DE TABLAS

---

Tabla 4.1 Dimensiones de elementos típicos considerados en modelos.....	28
Tabla 4.2 Propiedades de los materiales utilizados en los análisis .....	29
Tabla 4.3 Carga axial muros para distinto grado de discretización.....	29
Tabla 4.4 Propiedades para los muros con diferente relación de esbeltez (L/H).....	60
Tabla 4.5 Propiedades para mampostería de piezas de barro recocido.....	60
Tabla 4.6 Propiedades geométricas muro M-1.20L variando su relación modular .....	61
Tabla 4.7 Propiedades geométricas muro M-2.35H y M-3.51H .....	61
Tabla 4.8 Rigidez lateral para muros M-2.35H y M-3.51H .....	64
Tabla 4.9 Valores de la resistencia nominal a cortante y el error relativo para el modelo M1-FR3 .....	67

# Capítulo 1: INTRODUCCION

---

## 1.1 ANTECEDENTES

El comportamiento de las estructuras de mampostería ha sido ampliamente estudiado en México y Latinoamérica (Meli 1979, San Bartolomé 2007, Alcocer 1997), especialmente el comportamiento de la mampostería confinada ante carga lateral, que es de gran uso en construcciones de mediana y baja altura. Esto se refleja en normativas modernas donde se han revisado todos los aspectos relacionados con el diseño y los materiales que componen la mampostería, así como su detallado. Teniendo como resultado diseños más racionales y mejor aprovechamiento de los materiales.

Se han hecho esfuerzos para desarrollar modelos analíticos y de comportamiento no lineal para fines de investigación, sin embargo existe muy poca bibliografía acerca del correcto modelado de este tipo de estructuras para fines de diseño en la práctica profesional.

En Latinoamérica, San Bartolomé y colaboradores, han estudiado el efecto de utilizar diferentes técnicas de modelado en la respuesta sísmica de un edificio de mampostería tomando como patrón un modelo espacial de elemento finito tipo cascarón (shell). En este estudio se comparan los desplazamientos y momentos flexionantes obtenidos con las diferentes técnicas con el modelo de referencia (San Bartolomé, Lazo y Muñoz 2002).

En México, desde la década de los 80, se han llevado a cabo estudios analíticos sobre el comportamiento de la mampostería ante carga lateral. Bazan (1980), en su tesis doctoral, comparó los desplazamientos obtenidos con un modelo de elemento finito y un modelo de columna ancha. Aunque este estudió solo se limitó a la revisión de muros aislados sin confinamiento de castillos y sin considerar ningún tipo de abertura, se obtuvieron resultados satisfactorios.

Desde finales de los 90 el Dr. Ayala y colaboradores han desarrollado trabajos analíticos utilizando el *Método de los Elementos Finitos* (MEF), tendientes a comprender el comportamiento no lineal de la mampostería y desarrollar modelos analíticos (Orduña 1999, Larios 2004, Roeder 2004).

También se han realizado pruebas experimentales de estructuras de mampostería de tamaño real y a escala, donde se realizan modelos matemáticos en la computadora para predecir la respuesta de la estructura, pero esto de manera global (rigidez, periodo, resistencia total).

En el Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED), en la década de los 90, se llevaron a cabo pruebas experimentales con modelos a escala 1:1 (Sánchez 1998). En estas

pruebas se midieron parámetros globales de comportamiento de la estructura. Se llegó a la conclusión de que el modelo más representativo de la rigidez de la estructura es el que idealiza a los muros como columnas anchas equivalentes considerando secciones transformadas y con las propiedades mecánicas de los materiales obtenidas experimentalmente.

En el Instituto de Ingeniería Alcocer y colaboradores (Arias 2005, Vázquez 2005) sometieron dos modelos experimentales a ensayos dinámicos en mesa vibradora, que consistieron en dos prototipos de uno y tres niveles con dimensiones en planta de 7.16m x 7.16m. Ambas estructuras se construyeron a base de mampostería confinada de tabique rojo fabricado artesanalmente, con muros y losa maciza de 12 cm de espesor y con altura de entrepiso de 2.40m. El prototipo de un nivel fue utilizado en el estudio de modelado de mampostería por Mendoza (2005) en el que se utiliza un macro modelo de elemento finito con comportamiento no lineal.

En el trabajo de Mendoza se utiliza un modelo de plasticidad en el comportamiento mecánico de la mampostería y el concreto, utilizando elementos de interfaz para modelar el comportamiento mecánico en la superficie de contacto entre ambos materiales. Con el modelado de dicha estructura se obtienen, de manera numérica, elementos mecánicos, degradación de rigidez y comportamiento para cada uno de los muros en la dirección de análisis, pero estos resultados solo pueden ser validados parcialmente debido a la falta de información experimental.

Sandoval (2005) desarrolló un programa para calcular la envolvente de resistencia lateral de piso para estructuras de mampostería confinada utilizando los modelos matemáticos propuestos por Tomazevic (1999) y el modelo propuesto por Flores (1995), este último modificado con el criterio de Tomazevic en cuanto a la distorsión para la carga máxima y carga última. El programa se calibra utilizando modelos ensayados por Tomazevic, en Europa, y Alcocer, en México, variando los parámetros más significativos que influyen en la envolvente analítica de la rama ascendente y la resistencia a fuerza lateral (resistencia a cortante).

La información experimental disponible, muchas veces, para modelos complejos tridimensionales no contiene información apropiada para la validación de los modelos analíticos. Los parámetros que generalmente se evalúan en este tipo de estudios (estructuras a escala tridimensional) son resistencia, rigidez, capacidad de deformación y disipación de energía. Como todos estos parámetros se analizan de forma global, no es posible hacer una evaluación detallada dentro del conjunto del comportamiento individual de cada muro (elementos mecánicos).

## 1.2 MOTIVACIÓN

El análisis de estructuras de mampostería sometidas a fuerzas laterales y verticales resulta complejo, si se le compara con otro tipo de construcción, como por ejemplo aquellas estructuras a base de concreto o acero. Debido a esto no existen criterios claros en cuanto al modelado de este tipo de estructura. Esto genera que diferentes ingenieros estructurales adopten distintos modelos, todos plausibles, para una misma estructura de lo que no hay evidencia de cual de estos da resultados aceptables.

Actualmente de acuerdo con la filosofía moderna de los reglamentos, un procedimiento de diseño racional adecuado sería el siguiente (Alcocer 1997):

- Analizar la estructura a través de un modelo elástico lineal con un espectro reducido de aceleraciones.
- Estimar la resistencia del edificio a través de un análisis estático no lineal, con el fin de verificar los niveles requeridos de resistencia del paso anterior y que la secuencia de falla sea apropiada; y
- Verificar que el sistema estructural sea capaz de alcanzar los desplazamientos demandados por sismos severos, sin comprometer la estabilidad y sin presentar agrietamiento en sismos moderados.

Estudios han demostrado que un análisis no-lineal de una estructura de mampostería no es una opción convencional para el diseño de estas estructuras, debido a su grado de complejidad que impide que sea utilizado fácilmente en la práctica (Mendoza 2005). Por lo general, en el diseño de las estructuras de mampostería solo se siguen dos pasos: El análisis con un modelo elástico lineal y verificar que los desplazamientos demandados estén dentro del límite permisible. Este es el procedimiento adoptado por las Normas Técnicas Complementarias para el diseño y construcción de estructuras de mampostería (NTC-mampostería 2004), considerando que, para el cálculo de las propiedades elásticas de los muros, la mampostería no resiste tensiones en dirección normal a las juntas, y por tanto debe considerarse las propiedades de las secciones agrietadas y transformadas cuando dichas tensiones aparezcan.

Además, en este proceso de racionalización del diseño, se ha identificado que el análisis estructural, esto es, la determinación de la distribución de las acciones en los elementos resistentes, es uno de los aspectos que dan lugar a una mayor variabilidad en los diseños de estructuras de mampostería en la práctica profesional (SMIE 2005).

Para fines de determinación de los elementos mecánicos, el ingeniero de la práctica utiliza tres tipos de técnica de modelado: el método simplificado, el método de la columna ancha y el uso de elemento finito. En el modelado con la técnica de elemento finito se utilizan elementos tipo membrana (membrane), para modelar la mampostería, y elementos tipo barra, para modelar las dalas y castillos que la rodean. El análisis se hace suponiendo un comportamiento elástico y lineal considerando un material homogéneo e isótropo. Criterios que se adoptan para el siguiente estudio.

### **1.3 OBJETIVOS**

El objetivo fundamental de este trabajo es estudiar, de manera analítica, el comportamiento de los diferentes tipos de modelo utilizados en la práctica profesional para reproducir la respuesta elástica de estructuras de mampostería confinada sometidas a carga lateral. No se cuestionan los métodos utilizados sino, más bien, se busca entender que modelo puede resultar mejor y que se puede esperar de cada uno de ellos.

Para lograr este objetivo, se utilizará un programa de cómputo comercial avanzado desarrollado con la técnica de Elemento Finito (Habibulah 2005), donde se construirán los diferentes tipos de modelos. La respuesta de los modelos se compara con un modelo de referencia detallado a base de elemento finito que se refinó hasta alcanzar un nivel adecuado de convergencia en la respuesta. En el modelo de referencia, se idealizan con elemento tipo cascarón (shell) tanto la mampostería como los elementos confinantes de la estructura (castillos y dalas). Aunque se hace necesario una validación experimental, con los experimentos numéricos se pretende enumerar el alcance de cada técnica de modelado, y en base a esto emitir recomendaciones para su uso en los despachos de ingeniería.

También, como objetivos específicos de este trabajo, se abordan los siguientes puntos:

- el método simplificado, revisando detenidamente sus hipótesis.
- Estudiar la distribución de los elementos mecánicos dentro de un muro típico con aberturas de puertas y ventanas.
- Estudiar la rigidez relativa entre diferentes muros de mampostería considerando las diferentes técnicas de modelado.
- Estudiar el acoplamiento por dadas y pretilas de los muros de mampostería logrado a través de los diferentes métodos de análisis.
- Estudiar el efecto en la resistencia debido a la incertidumbre en la carga axial.
- Estudiar la rigidez de los muros de mampostería confinada cuando se varía la relación de esbeltez o modular considerando diferentes criterios de modelado.
- Estudiar el efecto que tiene el hecho de segmentar los muros, cuando se utiliza la técnica de columna ancha, para efectos de análisis y diseño.

Como resultado de este trabajo, se propone un factor de corrección de área por cortante (factor de forma) que puede ser utilizado en el cálculo de las propiedades geométricas de los muros cuando se utiliza el *Método de la Columna Ancha* (MCA) para el análisis de las estructuras.

#### **1.4 CONTENIDO DEL TRABAJO**

El presente trabajo se compone de cinco capítulos que incluyen esta Introducción. En el segundo capítulo de este trabajo se hace una breve descripción de las propiedades de la mampostería como material así como también sobre el comportamiento ante carga lateral de la mampostería confinada con lo que se establecen los criterios para el análisis. En el tercer capítulo se establecen las bases para el modelado de los muros utilizando las diferentes técnicas aceptadas: método simplificado, elemento finito y columna ancha. En el cuarto capítulo se hace una descripción de los modelos utilizados en los experimentos numéricos, así como todas las consideraciones hechas, dificultades encontradas para cada uno y los resultados obtenidos para los diferentes casos estudiados. Finalmente, en el último capítulo se presentan las conclusiones obtenidas del presente trabajo y recomendaciones para analizar y modelar este tipo de estructuras.

# Capítulo 2:

## COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DE MUROS DE MAMPOSTERÍA CONFINADA

---

### 2.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se hace una breve descripción de las propiedades mecánicas más relevantes en el modelado y análisis de las estructuras de mampostería, tales como el módulo de elasticidad y el módulo de cortante, además se describe el comportamiento esperado para los muros de mampostería confinada ante carga lateral con el objetivo de tener un criterio adecuado a la hora de evaluar los resultados obtenidos.

Como se mencionó en el capítulo anterior, las propiedades mecánicas de la mampostería más usadas en México han sido ampliamente estudiadas, así como también su comportamiento en los sistemas estructurales. Como resultado de los ensayos experimentales se han propuesto valores para las principales propiedades mecánicas de la mampostería más común. Estos valores son recomendados en las Normas Técnicas Complementarias para el diseño y construcción de Estructuras de Mampostería (NTC-mampostería 2004), los cuales son de uso común por el proyectista a la hora de obtener las fuerzas de diseño en sus proyectos estructurales.

### 2.2 COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LA MAMPOSTERÍA

A pesar de que la mampostería es un material no homogéneo con un comportamiento no lineal desde niveles pequeños de carga y deformación, para su análisis y modelado en la práctica, se considera como un material isótropo que cumple con las leyes de la elasticidad y con un comportamiento lineal hasta alcanzar su resistencia de diseño. Se han obtenido, a través de numerosos ensayos experimentales, valores representativos de las propiedades elásticas que puedan ser utilizadas en un análisis del tipo lineal.

En el análisis de estructuras, el valor del módulo de elasticidad es de gran relevancia al evaluar su rigidez, pero en el caso de muros largos con relación a su altura también deben considerarse las deformaciones por cortante. Por lo que, para el análisis de estructuras a base de muros, es importante considerar el módulo de cortante en el cálculo de su rigidez lateral.

### 2.2.1 Módulo de Elasticidad

El módulo de elasticidad ( $E_m$ ) de la mampostería se obtiene a partir del ensaye de pilas o muretes ante carga de compresión gradualmente aplicada, para poder definir con cierta precisión la curva esfuerzo-deformación del mismo. Para esto las Normas Mexicanas especifican el método de la secante para determinar  $E_m$ , tomando como puntos de referencia las coordenadas para una deformación de 0.00005 y un esfuerzo de  $0.4f_m$  (ONNCCE, 2002a).

Se ha observado que el módulo de elasticidad secante de la mampostería  $E_m$  aumenta de manera lineal con la resistencia de la pila  $f_m$  (Alcocer, 1997). Para mampostería de barro y otras piezas, excepto las de concreto, la NTC-mampostería 2004 propone los siguientes valores:

$$E_m = 600f_m^* \text{ (cargas de corta duración)} \quad (2.1)$$

$$E_m = 350f_m^* \text{ (cargas sostenidas)} \quad (2.2)$$

Donde  $f_m^*$  es la resistencia de diseño a compresión de la mampostería, referida al área bruta.

### 2.2.2 Módulo de Cortante

El módulo de cortante ( $G_m$ ) es una propiedad muy importante para evaluar la rigidez lateral de los muros. Los resultados experimentales indican que el cociente entre el modulo de cortante y el modulo elástico ( $G_m/E_m$ ), para la mampostería, varía entre 0.1 para piezas de alta resistencia y 0.3 para piezas más débiles. Las NTC-mampostería 2004 recomiendan un valor de  $G_m = 0.4E_m$  cuando se determine a partir del módulo de elasticidad de la mampostería, este valor es el mismo adoptado por varios reglamentos internacionales (Tena, 2003).

El valor actual adoptado para el módulo de cortante de la mampostería ( $G_m = 0.4E_m$ ) la hace compatible con la teoría de la elasticidad lineal, homogénea e isótropa. Si utilizamos un módulo de cortante basado en resultados experimentales, por ejemplo  $G_m=0.3E_m$ , el valor a utilizar para la relación de Poisson  $\nu_m$  asociado a él sería incongruente con la teoría elástica. De acuerdo a la expresión para materiales isótropos comprensibles, tenemos que:

$$\lambda = \frac{E_m}{3(1 - 2\nu_m)} \quad (2.3)$$

$$G_m = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)} \quad (2.4)$$

Para materiales comprensibles el módulo de elasticidad de volumen ( $\lambda$ ) no puede ser negativo por lo que  $\nu_m$  no puede ser mayor de 0.5, y por tanto el mínimo valor para módulo cortante será  $G_m=0.33$ , mayor que el máximo valor experimental obtenido.

### 2.2.3 Curva Esfuerzo-deformación

En la Fig. 2.1 se muestra la curva típica de esfuerzo-deformación para carga de compresión de la mampostería, y el módulo de elasticidad, obtenida experimentalmente.

Existe una incongruencia aparente entre el módulo elástico para el análisis de la mampostería y el módulo elástico para el cálculo de su resistencia a compresión, dentro de la NTC-

mampostería 2004. Para el módulo elástico de la mampostería de barro recocido macizo, por ejemplo, se recomienda en el reglamento un valor de  $E_m = 600 f^*m$  (carga de corta duración), como son las cargas debido a sismo o viento, y una deformación de 0.003 para la falla a un esfuerzo de  $f^*m$ , lo que nos da un  $E_m = 333 f^*m$ . Esto se debe a que el primero es para el cálculo del periodo inicial de la estructura y debe ser utilizado en el análisis de primer orden de esta, mientras que el segundo es para obtener, con diagrama esfuerzo-deformación lineal como lo supone las NTC-mampostería 2004, un esfuerzo igual a  $f^*m$  para una deformación última de 0.003 en la mampostería en el cálculo de la resistencia a flexo-compresión de los muros de mampostería.

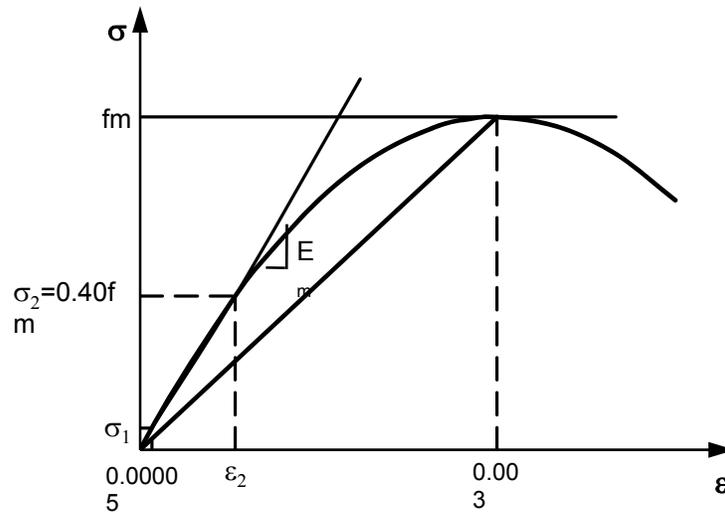


Fig. 2.1 Curva Esfuerzo-deformación mampostería (DEPFI-UNAM, 2006)

## 2.3 MUROS DE MAMPOSTERÍA CONFINADA

### 2.3.1 Rigidez Lateral

La rigidez Lateral de un muro de mampostería se puede calcular de manera teórica como:

$$K_e = \left[ \frac{H^3}{\beta E_m I} + \frac{\alpha H}{A G_m} \right]^{-1} \quad (2.5)$$

Donde  $H$  altura del muro  
 $E_m$  módulo de elasticidad de la mampostería  
 $G_m$  módulo de cortante de la mampostería  
 $A$  área total del muro de mampostería  
 $I$  Inercia sección del muro de mampostería.  
 $\beta$  coeficiente que toma en cuenta las condiciones de frontera (3 para voladizo, 12 para muro doblemente empotrado).  
 $\alpha$  factor geométrico de corrección del área total por cortante (igual a 1.2 para muros de mampostería rectangulares sin castillos, para muros con castillos ver sección 2.3.1.2).

### 2.3.1.1 Inercia Sección Muro Mampostería

Algunos autores proponen, para el cálculo de la rigidez lateral a flexión, considerar solo la contribución de los castillos externos para el cálculo del momento de inercia (Flores, 1995), el área de los castillos por el cuadrado de su distancia al centroide. Pero para el caso de muros largos o con una relación modular pequeña, la inercia de la mampostería se hace importante. Otros autores consideran que no es necesario incluir la contribución de los castillos en la rigidez lateral de los muros de mampostería confinada (Tomazevic & Klement, 1996). Pero en caso en donde la cantidad y dimensión de estos elementos es importante, el no tenerlo en cuenta puede llevar a predicciones alejadas de la realidad (Sandoval, 2005). Por tanto la inercia de una sección de muro de mampostería será:

$$I_T = I_m + I_C + I_a \quad (2.6)$$

Donde la contribución de la mampostería será:

$$I_m = \frac{t \times L^3}{12} \quad (2.7)$$

Donde  $L$  longitud muro de mampostería  
 $t$  espesor muro de mampostería

La contribución de los castillos al momento de inercia será:

$$I_C = n_c \left[ \frac{b_1^3}{12} + \frac{b_2^3}{12} + \dots + \frac{b_n^3}{12} + b_1 d_1^2 + \dots + b_n d_n^2 \right] t \quad (2.8)$$

Donde  $n_c = E_c/E_m$  relación entre modulo de elasticidad del concreto y la mampostería  
 $t$  espesor de los castillos (generalmente igual para todos)  
 $b_1, b_2, \dots, b_n$  longitud de castillos  
 $d_1, d_2, \dots, d_n$  distancia del centroide de los castillos al centroide del muro

La contribución del acero que generalmente no se toma en cuenta, por ser esta muy pequeña comparada con las demás inercia, será:

$$I_a \cong n_s (A_{s1} d_1^2 + A_{s2} d_2^2 + \dots + A_{sn} d_n^2) \quad (2.9)$$

Con  $n_s = E_s/E_m$  relación entre modulo de elasticidad del acero y la mampostería.  
 $A_{s1}, A_{s2}, \dots, A_{sn}$  área de acero en los castillos  
 $d_1, d_2, \dots, d_n$  distancia del centroide de área de acero al centroide del muro

### 2.3.1.2 Factor geométrico de corrección del área por cortante

En la ecuación 2.5 se considera, de manera aproximada, que el esfuerzo cortante es uniforme en toda la sección. Para tomar en cuenta que la deformación por cortante no es uniforme en la sección sino que varia en su altura (parabólica en sección rectangular), se introduce el factor de forma ( $k$ ). El factor  $k$  iguala la energía potencial usando un esfuerzo cortante uniforme (ec. 2.10) con la energía potencial generada por la distribución real de esfuerzo cortante (ec. 2.11).

$$U_{cortante\ aproximada} = \frac{1}{2} \int_V \tau \gamma dV = \frac{1}{2} \int_V \frac{V}{A} \frac{V k}{G_m} dV = \frac{1}{2} \int_L \frac{V^2 k}{A G_m} dx \quad (2.10)$$

$$U_{cortante\ real} = \frac{1}{2} \int_V \tau \gamma dV = \frac{1}{2} \int_V \frac{V Q}{I t} \frac{V Q}{G_m I t} dV = \frac{1}{2} \int_L \frac{V^2}{A G_m} \left[ \frac{A}{I^2} \int_A \frac{Q^2}{t^2} dA \right] dx \quad (2.11)$$

Donde  $\tau$  es el esfuerzo cortante,  $\gamma$  es la deformación por cortante,  $V$  es la fuerza cortante actuante en la sección y el factor geométrico de corrección del área por cortante es igual a:

$$k = \frac{A}{I^2} \int_A \frac{Q^2}{t^2} dA \quad (2.12)$$

Donde,  $Q$  momento de primer orden de la sección (momento estático)  
 $t$  espesor del muro de mampostería

En el apéndice A se desarrolla el calculo del factor geométrico de corrección del área por cortante o factor de forma para una sección de un muro de mampostería confinado. Debido a la complejidad del factor de forma exacto se propone el siguiente factor de forma aproximado:

$$k = \frac{6}{5} [1 + \alpha(n - 1)] \quad (2.13)$$

Donde,  $n = E_c/E_m$  relación entre modulo de elasticidad del concreto y la mampostería.  
 $\alpha = h_c/h_m$  es el cociente entre la longitud del castillo ( $h_c$ ) y la longitud de la mampostería ( $h_m$ ).

Esta ecuación resulta bastante cómoda para su manejo en el ejercicio profesional y arroja muy buenos resultados para el cálculo del área de cortante de un muro de mampostería confinado, ya que toma en cuenta los materiales y las dimensiones de los castillos de confinamiento.

### 2.3.2 Comportamiento y Modos de Falla

Se han identificado tres modos de falla en las estructuras de mampostería confinada (Alcocer, 1997):

- Falla por cortante, Fig. 2.2(a), cuya característica es el agrietamiento inclinado, a través de las piezas o siguiendo las juntas, cuando los esfuerzos principales exceden a la resistencia a tensión diagonal de la mampostería.
- Falla por flexión, Fig. 2.2(b), en la cual el refuerzo vertical a tensión fluye y la mampostería del extremo a compresión se aplasta.
- Falla por compresión, Fig. 2.2(c), que ocurre debido a una carga axial muy elevada con el aplastamiento de la mampostería.
- Falla por deslizamiento, Fig. 2.2(d), esta ocurre cuando existe muy poca carga axial y la fuerza cortante lateral excede la adhesión y el cortante resistente a fricción entre el mortero y las piezas de mampostería.

Los modos de falla dependen de la geometría del muro, condiciones de borde, magnitud y tipo de cargas actuantes, así como de la calidad de los materiales.

Cuando existe suficiente refuerzo longitudinal en los castillos exteriores para evitar la falla por flexión, el muro se agrieta diagonalmente y se tiene una falla final por cortante. La resistencia a cortante calculada según las NTC-mampostería 2004 corresponde a la carga de agrietamiento de la mampostería confinada. Este agrietamiento ocurre de forma inclinada y se debe a la aparición de esfuerzos principales de tensión en el muro debido a la combinación de cargas verticales y horizontales.

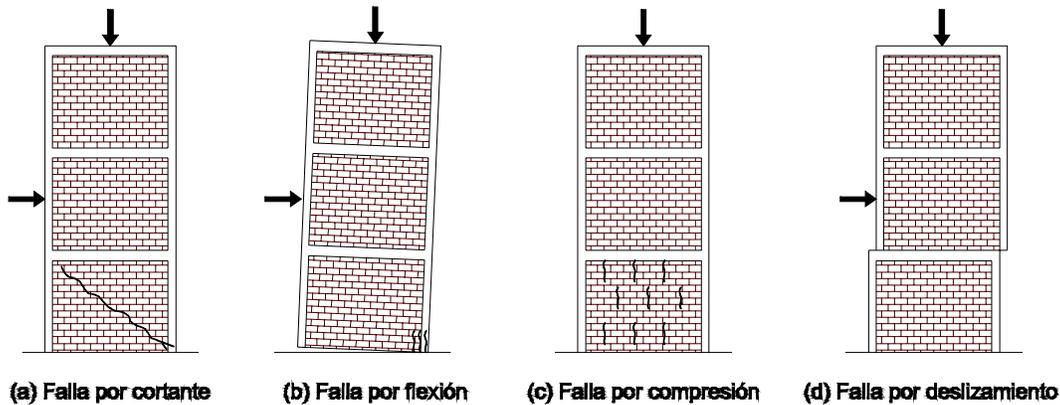


Fig. 2.2 Modos de falla de la mampostería confinada (Drysdale, Hamid, & Baker, 1994).

Para el cálculo de la carga de agrietamiento de un muro confinado se han desarrollado dos modelos basados en hipótesis distintas: a) hipótesis de Coulomb y b) usando el concepto de esfuerzos principales. Ambas ecuaciones dan resultados similares (Alcocer, 1997). Las NTC-mampostería 2004 utiliza para el cálculo de la resistencia, que corresponde con la carga de agrietamiento, el primer criterio con la siguiente ecuación:

$$V_R = (0.5v_m^* + 0.3\sigma)A_T \leq 1.5v_m^*A_T \quad (2.14)$$

Donde  $v_m^*$  es la resistencia de diseño obtenida de ensayos a compresión diagonal, o tomado de los valores recomendados por las NTC-mampostería 2004 según el tipo de pieza y mortero;  $\sigma$  es el esfuerzo vertical de compresión; y  $A_T$  es el área total, incluyendo el área de los castillos sin transformar.

Aunque la gran mayoría de los ensayos de muros de mampostería confinada han sido en muros aproximadamente cuadrados, teóricamente puede predecirse que al variar la relación longitud/altura del muro cambia la distribución de esfuerzo y por tanto su comportamiento a la falla. A medida que este se hace más esbelto influye más las deformaciones y esfuerzos de tensión por flexión.

La resistencia a flexión especificada por las NTC-mampostería 2004 se calcula suponiendo una distribución plana de las deformaciones longitudinales en la sección transversal y una deformación unitaria de 0.003 de la mampostería en el extremo a compresión. Algunos reglamentos parten de la hipótesis de que la mampostería a compresión se puede idealizar mediante un bloque equivalente de esfuerzos, similar al usado en el diseño a flexión de

concreto reforzado. Las Normas mexicanas recomiendan una distribución lineal del esfuerzo hasta la falla.

La forma de la curva esfuerzo-deformación del muro va depender del tipo de falla dominante (Fig. 2.3). En general se observa que en el primer tramo, con esfuerzos inferiores a los que producen el primer agrietamiento, se presenta un comportamiento aproximadamente elástico-lineal.

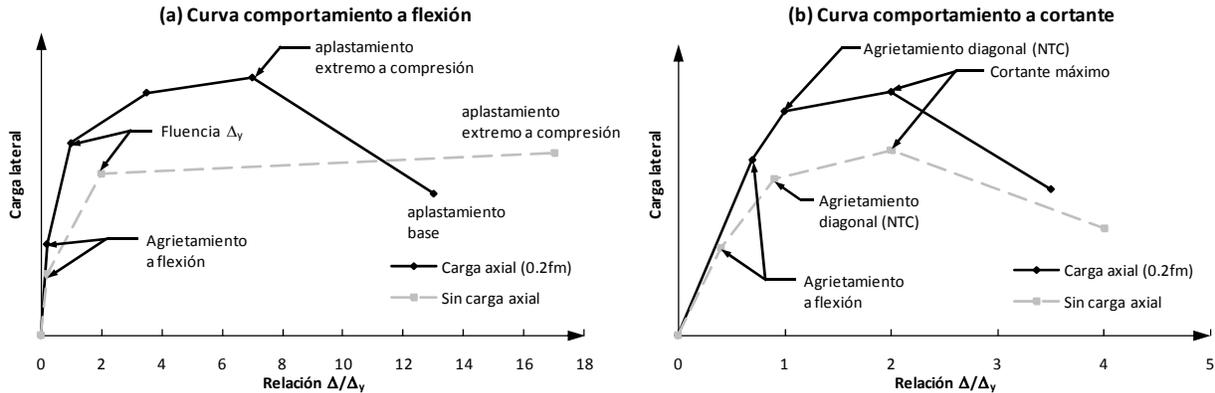


Fig. 2.3 Curva de comportamiento muros mampostería confinada (Drysdale, Hamid, & Baker, 1994).

Al hacer un análisis elástico-lineal de primer orden, cuando la falla es por cortante se supone un comportamiento lineal hasta el primer agrietamiento diagonal, que es el punto de máxima resistencia del muro según las NTC-mampostería 2004 (ec. 2.12). Aunque, cuando se presenta el primer agrietamiento diagonal, las Normas consideran que el muro ha fallado, este es capaz de tomar una mayor carga a cortante hasta alcanzar el punto de máxima resistencia. Después de que el muro alcanza el punto de máxima resistencia a cortante la envolvente de resistencia del muro presenta una pendiente negativa (Fig. 2.3b).

Si la falla es por flexión de igual manera se supone un comportamiento lineal hasta el primer agrietamiento, pero cuando la demanda de resistencia excede el punto del primer agrietamiento por flexión las Normas no consideran que el muro haya fallado. El análisis se debe continuar pero utilizando las propiedades de la sección agrietada transformada para tomar en cuenta esta no linealidad. El agrietamiento por flexión ocurre debido a la aparición de tensión normal al plano de la sección, lo que ocasiona una disminución del área efectiva del muro pero no la falla de este. El tramo entre el punto de agrietamiento por flexión y el punto de fluencia del acero es aproximadamente de pendiente constante. El punto de fluencia se puede considerar como el límite práctico de la resistencia a flexión de la mampostería, después de este punto hay una zona de fluencia prolongada hasta alcanzar la máxima resistencia a flexión. El punto de máxima resistencia a flexión será cuando ocurra el aplastamiento de la mampostería en el extremo a compresión según las NTC-mampostería 2004 (Fig. 2.3a).

Esta diferencia en la ubicación del punto límite de resistencia, para un análisis de primer orden en muros confinados de mampostería, puede deberse a que cuando la falla ocurre por cortante, al llegar al primer agrietamiento diagonal, la rigidez del muro comienza a degradarse rápidamente hasta alcanzar su resistencia máxima a cortante. Mientras que para el caso de falla por flexión, al ocurrir el primer agrietamiento por tensión normal al plano de la sección, existe una pequeña degradación de la rigidez que puede ser tomada en cuenta considerando la sección agrietada.

Por tanto, cuando se realiza un análisis de primer orden, las NTC-mampostería 2004 piden solo considerar el agrietamiento de la sección debido a flexión, tensiones en dirección normal a la junta, ya que si se presenta un agrietamiento de la sección debido a cortante se considera que el muro ha fallado.

### 2.3.3 Modelo analítico curva carga-deformación

Para la modelación matemática del comportamiento sísmico de la mampostería existen varias propuestas en la literatura mundial. Entre las propuestas más destacadas podemos citar los modelos trilineales propuestos por Meli (1979), Flores (1995) y Tomazevic (1999). En estos modelos se consideran tres etapas en la mampostería:

- Estado límite elástico, determinado por la resistencia última a cortante (carga de agrietamiento) especificada para la mampostería y el desplazamiento de agrietamiento. Experimentalmente se considera que este estado dura hasta la aparición de la primera grieta diagonal significativa.
- resistencia máxima, determinada por la carga lateral máxima y su desplazamiento. A partir de este punto la trayectoria de la envolvente se vuelve horizontal hasta el punto de falla en el modelo de Meli, Fig. 2.4(a), mientras que la pendiente se vuelve negativa para el modelo de Flores y Tomazevic.
- Estado último, determinado por el máximo desplazamiento obtenido justo antes del colapso del muro y su carga lateral correspondiente.

El modelo trilineal propuesto por Flores, Fig. 2.4(b), esta basado en la teoría de la fricción (Mohr-Coulumb) para el cálculo de la carga de agrietamiento y da valores fijos de distorsión máxima y distorsión última para la mampostería. Este modelo fue calibrado con base en una serie de ensayos llevados a cabo en el CENAPRED (Flores, 1995).

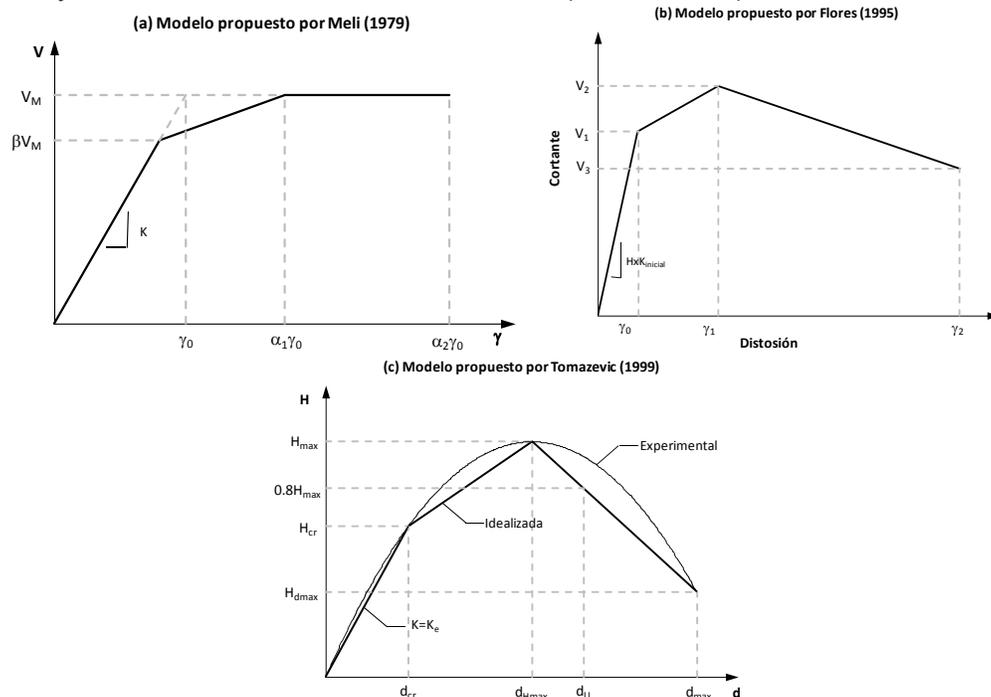


Fig. 2.4 Idealización Curvas Carga-deformación mampostería

Tomazevic, con base a investigaciones llevadas a cabo en el Instituto Nacional de Edificación e Ingeniería Civil de Eslovenia, propuso también un modelo trilineal del comportamiento de la mampostería basado en los tres estados límites (agrietamiento, resistencia máxima y resistencia última) observados experimentalmente. El modelo propuesto por Tomazevic, Fig. 2.4(c), se basa en la teoría del esfuerzo principal de tensión como causante de la grieta inclinada. En este modelo el autor hace notar que hay una relación casi constante entre la rigidez secante a la carga máxima y la rigidez inicial, que varía dependiendo del tipo de mampostería.

Se puede observar que para todos los modelos teóricamente se considera un primer tramo recto con una pendiente o rigidez inicial igual a la rigidez calculada con la ecuación 2.4 propuesta por la Mecánica de Materiales y utilizando el módulo de elasticidad secante de la mampostería ( $E_m$ ). Aunque estos modelos son válidos para muros con un comportamiento y falla regidos por cortante, en el caso de una falla por flexión, se puede considerar un comportamiento similar para el primer tramo, tomando en cuenta el agrietamiento a tensión en la dirección normal al plano de la sección.

## 2.4 COMPORTAMIENTO SISMICO MUROS ACOPLADOS

Cuando un muro en su elevación tiene un arreglo de hueco en toda su altura de manera regular, los segmentos de muro a cada lado se encuentran interconectados mediante vigas, que pueden variar en peralte y longitud de un muro a otro. Este sistema estructural se conoce con el nombre de *muros acoplados por las vigas*. El sistema de acoplamiento consiste de un conjunto de vigas cortas, que transmite fuerzas cortantes de un muro a otro, por lo que dichas vigas de acoplamiento estarán sujetas a flexión y cortante.

Estos sistemas son bastante eficientes para resistir carga laterales, ya que el momento de volteo generado por la acción de cargas laterales es resistido tanto por momento como por carga axial en el muro. En cada sección del muro debe cumplirse la siguiente ecuación, ver Fig. 2.5:

$$M_{ot} = M_1 + M_2 + Pd \quad (2.15)$$

Donde,  $M_{ot}$  , momento externo total;

$M_1, M_2$  , momentos internos generados en los muros 1 y 2;

$P$  , fuerza axial inducida en los muros, tensión en el muro 1 y compresión en el muro 2.

$d$  , distancia entre centroides de los dos muros.

La fuerza axial en los muros resulta de la acumulación de las fuerzas cortantes a través del sistema de acoplamiento de las vigas. A mayor rigidez del sistema de viga con relación a los muros, mayor eficiencia del acoplamiento, mayores las fuerzas inducidas a cortante vertical en las vigas, y mayor la fuerza axial en los muros. Para medir el grado de acoplamiento, la contribución de la fuerza axial a la resistencia total a flexión, Pauly & Priestley (1992) recomienda la siguiente ecuación:

$$A = \frac{Pd}{M_{ot}} \quad (2.16)$$

Cuando el acoplamiento es débil la mayor parte del momento de volteo total es resistido por las componentes  $M_1$  y  $M_2$ . En este caso el valor de  $A$  es pequeño. Al aumentar la rigidez relativa del sistema de vigas con respecto al muro, se incrementa el valor de  $A$ . Cuando existe un acoplamiento total entre los muros  $A = 0.75$ .

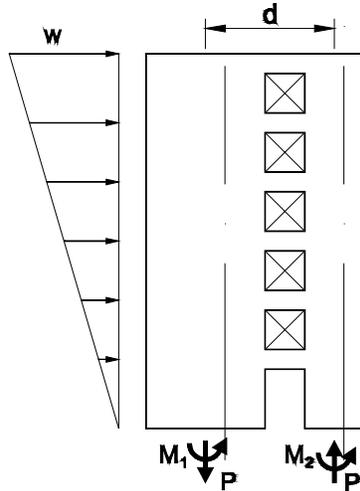


Fig. 2.5 Sistema de muros acoplados por vigas

En el caso de las construcciones de mampostería, los muros de fachada generalmente están provistos de aberturas de puertas y ventanas. Por tanto en un mismo muro pueden presentarse dos tipos de acoplamientos: uno debido a dadas con la losa de piso que genera un acoplamiento débil y otro debido a la presencia de pretilas, donde existen huecos de ventana, que genera un acoplamiento fuerte. En la Fig. 2.6 se presenta las fuerzas internas que se pueden presentar debido a la existencia de aberturas en un muro típico de mampostería confinada.

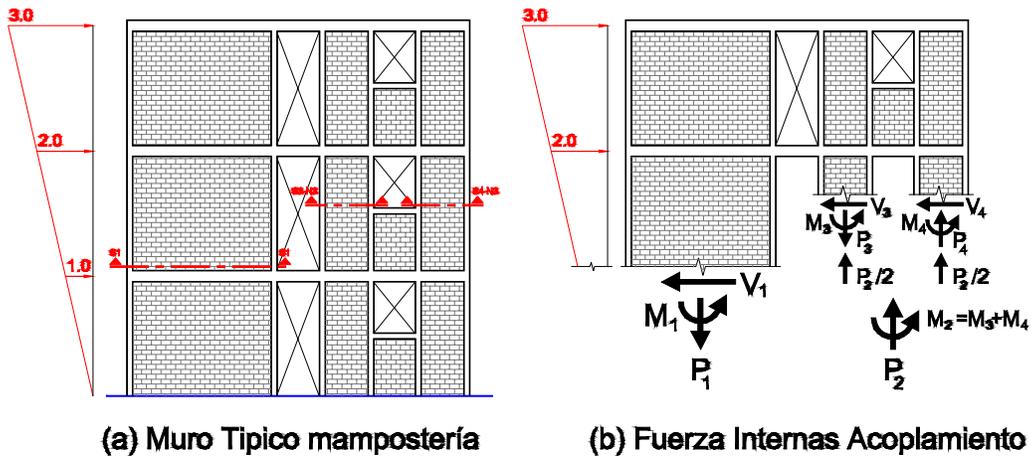


Fig. 2.6 Acoplamiento muro típico mampostería confinada y elementos mecánicos

## Capítulo 3: MÉTODOS DE ANÁLISIS

---

### 3.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se hace una breve descripción de los fundamentos básicos de los métodos utilizados en el análisis de muros de mampostería confinada. Se hará énfasis en los conceptos básicos y procedimientos usados, el sustento teórico no se tratará en detalle, pero se puede consultar en las referencias.

El análisis de la estructura es una de las etapas del proceso de diseño estructural mediante el cual el ingeniero proyectista determina las fuerzas internas y desplazamientos que producen las acciones de diseño. En esta etapa el ingeniero idealiza la estructura real por medio de un modelo matemático teórico factible de ser analizado con los métodos de análisis disponibles que tome en cuenta el comportamiento real de la estructura. Es en esta etapa donde el proyectista toma algunas decisiones que van a depender de su criterio y que pueden tener una gran variación de un ingeniero a otro.

Para el análisis de estructuras de mampostería, en la práctica, existen varios métodos de análisis con diferente grado de refinamiento y precisión. Entre los métodos más utilizados en la práctica, que veremos en este capítulo, se encuentran *el Método de Elemento Finito*, *el Método de la Columna Ancha* y *el Método Simplificado*. Este último descrito en las NTC-mampostería 2004 y que abordaremos aquí para hacer una revisión de sus hipótesis y limitaciones, muchas veces no tomadas en cuenta e ignorando estas últimas a la hora de ser aplicado a algún proyecto estructural.

### 3.2 MÉTODO DE ELEMENTO FINITO

*El Método de Elemento Finito* (MEF) ha llegado a ser una herramienta poderosa en la solución numérica de una amplia gama de problemas de ingeniería, tanto en el rango lineal como en el rango no-lineal. Para fines prácticos, las soluciones obtenidas mediante la aplicación del método a problemas elásticos lineales pueden considerarse como aceptables.

Numerosos autores (Wilson, 1998; Zienkiewicz & Taylor, 1994; Chandrupatla & Belegundu, 1999) presentan con detalle el método, en forma orientada hacia el análisis de estructuras, con su formulación y algoritmos que pueden ser programados en un computador.

En la solución de problemas de análisis de estructuras de muros sometidos a un conjunto de fuerzas en su plano, el MEF es ampliamente reconocido como el más apropiado (Bazan, 1980). Si la distribución de aberturas en un muro de mampostería es irregular o compleja en elevación, las NTC-mampostería 2004 recomienda el uso de métodos más refinados, como es el método

de elementos finitos. Para el análisis de estructuras con muros de mampostería confinada con el MEF se utilizan dos técnicas: 1) el modelado de todos los componentes estructurales con elementos tipo área, 2) el modelado de solo la mampostería como elemento tipo área, y los elementos confinantes (dadas y castillos) como elementos tipo barra unidos a la mampostería solo en los nodos de conexión. Esta última técnica es la que más se utiliza en los despachos de diseño de ingeniería estructural, por la facilidad de elaboración e interpretación de los datos. A continuación haremos una descripción de ambas técnicas y de los tipos de elementos utilizados en cada una.

### 3.2.1 Modelado con elemento tipo área

Esta técnica consiste en utilizar en todo el modelado del muro elementos tipo área. En el caso de muros de mampostería confinada, todos los miembros estructurales (castillos, dadas y mampostería) se modelan utilizando este tipo de elemento. Esta técnica requiere, para obtener una precisión aceptable, una gran cantidad de elementos finitos (EF), como podemos ver en la Fig. 3.1.

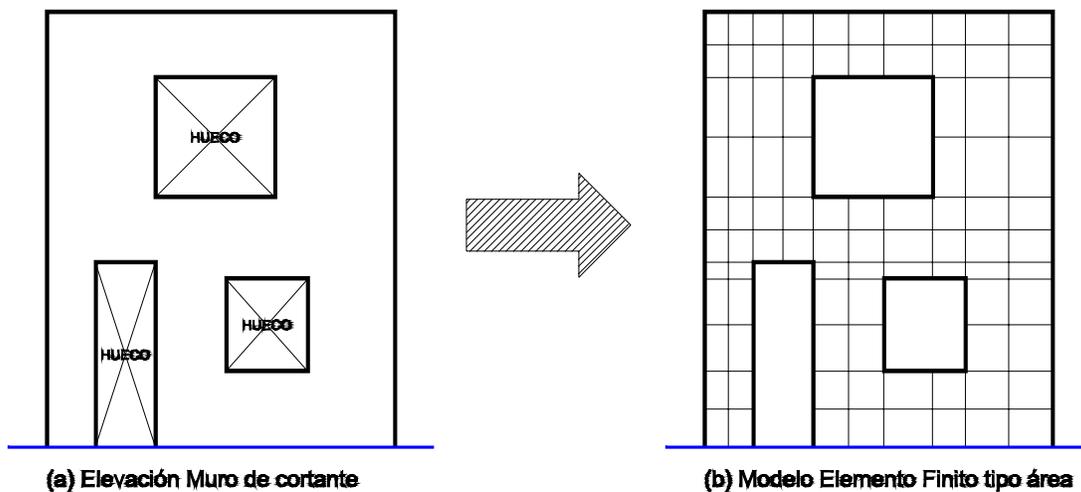
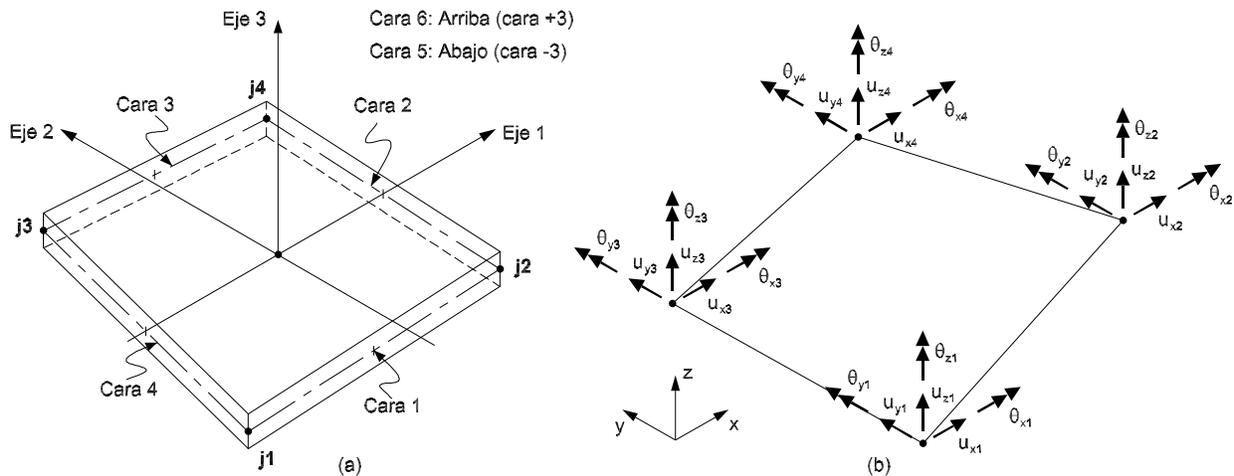


Fig. 3.1 Modelo muro en elementos finitos tipo área (Wilson, 1998)

Para el caso de los muros de mampostería confinada, el modelo solo es posible, debido a las dimensiones de los elementos confinantes, si la malla es muy densa ya que, para obtener resultados aceptables, se requiere que la relación de aspecto de los EF sea aproximadamente cuadrada. Por lo que, en el modelado de un edificio de varios niveles, se requiere de una malla bastante refinada que consume mucho tiempo y una gran capacidad del computador, lo que hace poco atractiva la aplicación de esta técnica en la práctica profesional.

Los modelos de referencia, utilizados en este estudio para la revisión de los métodos de análisis, se construyeron siguiendo este procedimiento, usando para dicho propósito el elemento área tipo cascaron (shell) rectangular (Fig. 3.2). Aunque se hace necesario hacer pruebas experimentales para validar algunos aspectos, se considero como aceptable las soluciones obtenidas con los modelos de referencia utilizando MEF. El elemento área tipo cascaron (shell) es el más general de los elementos tipo área, con seis grados de libertad por cada nudo, pudiendo ser utilizado en el caso de problemas de la teoría elástica tridimensional. Se utilizo este tipo de elemento para modelar tanto el muro de mampostería confinada como el ancho de losa equivalente perpendicular al plano del muro.

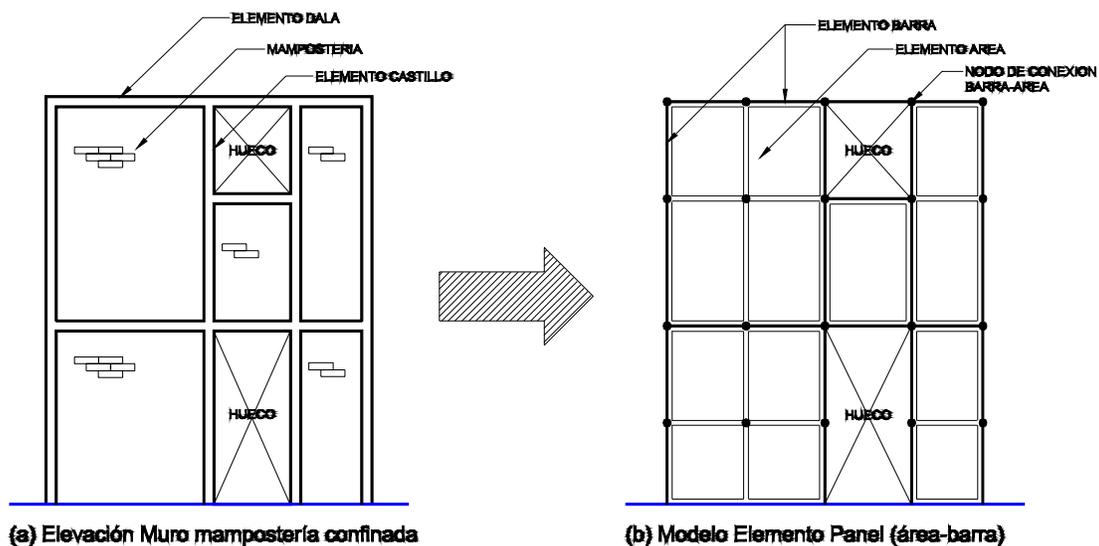


**Fig. 3.2 Elemento área tipo cascarón (shell) rectangular de cuatro nodos: (a) definición de cara y conectividad (b) grados de libertad de cada nodo (CSI, 2005a)**

Para conocer más acerca de la formulación y consideraciones hechas en la elaboración de este tipo de elemento área se recomienda consultar a Wilson (1998) y/o el Manual de referencia de análisis básico del programa SAP2000 (CSI, 2005a).

### 3.2.2 Modelado con elementos tipo área y tipo barra

Como se mencionó anteriormente, el modelado de todo el muro con elementos tipo área requiere de mucho tiempo y capacidad de cómputo. Aunque actualmente los programas de cómputos que utilizan MEF cuentan con una interface gráfica y herramientas para el buen manejo de los datos, existe la posibilidad de cometer errores por la gran cantidad de datos que hay que suministrar y el elevado número de resultado que hay que interpretar. Por las razones anteriores, algunos ingenieros en la práctica, cuando es necesario el análisis de estructuras de muros de mampostería confinada con una geometría muy compleja, recurren a la técnica de modelar los elementos confinantes de cada muro utilizando elementos barras, y elementos áreas para modelar la mampostería confinada por estos (Fig. 3.3).

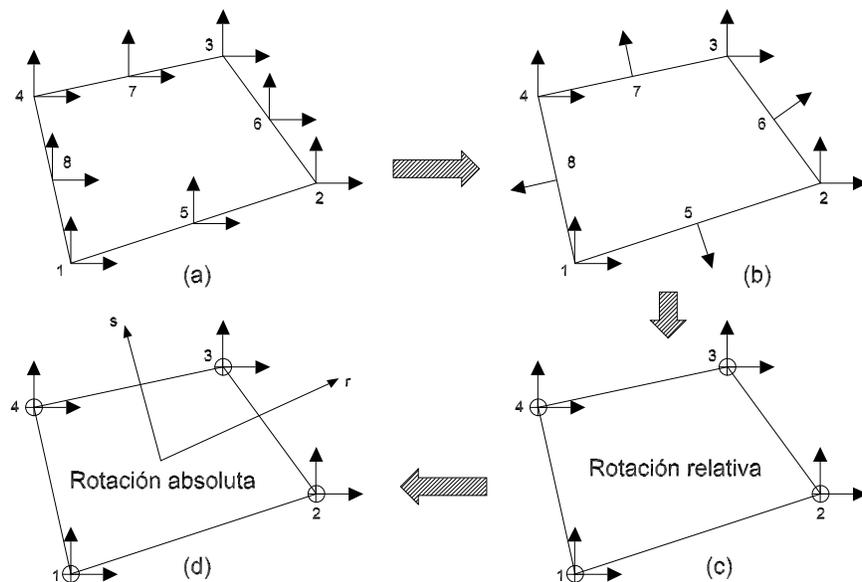


**Fig. 3.3 Modelo muro mampostería confinada con EF tipo área y barra.**

El modelado de los elementos confinantes con barras no requiere que estos elementos cumplan con el requisito de la relación de aspecto, que si debe ser considerada para los elementos tipo área. Con esta técnica evitan tener que sub-dividir la malla en EF muy pequeños con lo que se puede crear un modelo menos refinado más manejable.

Para la revisión de esta técnica de análisis, se construyeron modelos con este procedimiento, utilizando el elemento área tipo membrana (membrane) rectangular con diferente grado de refinación de la malla. Los elementos barras, que modelan las dalas y castillos, se encuentran unidos a los elementos área solo en los nodos del modelo. Estos son los únicos puntos, en la frontera del continuo, donde los desplazamientos de ambos tipos de elementos son compatibles. En la sección transversal de los elementos barra, que se utilizaron para modelar las dalas del nivel de losa de cada piso, se incluyó el ancho de losa equivalente correspondiente.

El elemento membrana (membrane) considera dos grados de libertad de desplazamiento y un grado de libertad de rotación con respecto a un eje perpendicular al plano para cada nodo, a diferencia del elemento plano (plane) que solo considera dos grados de libertad de desplazamiento por nodo. Este tipo de elemento es el resultado de más de 30 años de búsqueda e investigación en el desarrollo de la tecnología de los elementos finitos (Wilson, 1998). El elemento membrana permite tomar en cuenta el momento aplicado perpendicular a su plano, por lo que es posible lograr modelar la continuidad en el momento flexionante de la dala a la mampostería.



**Fig. 3.4 Elemento membrana (membrane) rectangular con rotación respecto a un eje perpendicular al plano del elemento (Wilson, 1998)**

El desarrollo matemático de este elemento, programado dentro del SAP2000, se presenta en detalle en un artículo publicado por Wilson y colaboradores (Ibrahimbegovic, Taylor, & Wilson, 1990). En la Fig. 3.4 se resume su desarrollo que consta de cuatro pasos (Wilson, 1998):

1. El punto de partida es el elemento rectangular de 9 nodos, con 16 grados de libertad (GDL), mostrado en la Fig. 3.4a.

2. El siguiente paso es girar el desplazamiento relativo del punto medio para que sea normal y tangencial a cada uno de sus lados y fijar el desplazamiento tangencial relativo a cero, reduciendo los números de GDL del elemento a 12 como se muestra en Fig. 3.4b.
3. El tercer paso es introducir una función de interpolación al desplazamiento lateral para eliminar los cuatro desplazamientos perpendiculares al punto medio que introduce cuatro rotaciones perpendiculares relativas en los nodos extremos mostrado en la Fig. 3.4c.
4. El último paso es transformar las rotaciones perpendiculares de relativas a absolutas y modificar las funciones de interpolación de manera que pasen la prueba del parche. Esto da lugar a un elemento con una matriz de rigidez de 12 por 12 con 12 GDL como se muestra en la Fig. 3.4d.

### 3.3 MÉTODO DE LA COLUMNA ANCHA

Otro método que puede ser utilizado, para el análisis de muros de cortante, es el que consiste en reducir a un modelo con elementos barras interconectados por zonas rígidas, como se ilustra en la Fig. 3.5. Este es conocido como el *Método de Columna Ancha* (MCA).

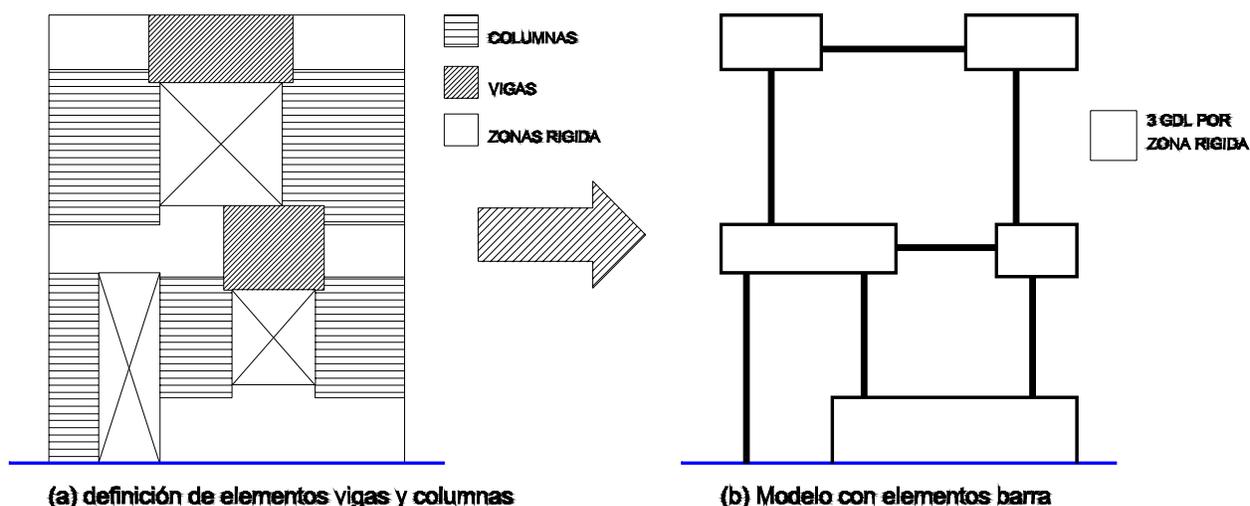


Fig. 3.5 Definición de elementos modelo muro Columna Ancha (Wilson, 1998)

Según Wilson, este método resulta mejor para el modelado de muros de cortante que el MEF por su simplicidad, ya que captura con precisión el comportamiento de la estructura, y se obtienen resultados que pueden ser directamente usados en el diseño. Además de la dificultad del EF de capturar la distribución parabólica del esfuerzo cortante y deformación a flexión que se presenta a menudo en los elementos de un marco (Wilson, 1998).

El MCA es uno de los métodos más difundidos para el análisis de estructuras a base de muros. Este es ampliamente recomendado por las NTC-mampostería 2004 para modelar muros y segmentos de muros sin aberturas o con un patrón regular de aberturas en elevación. Con este método se pueden obtener resultados bastante precisos para muros sin aberturas, si se compara con métodos más refinados, como el de los elementos finitos (Bazan, 1980) o con resultados experimentales considerando secciones transformadas y con las propiedades mecánicas de los materiales obtenidas experimentalmente (Sánchez, 1998; Arias, 2005).

Para modelar un muro de mampostería confinada utilizando el MCA se consideran las propiedades transformadas de la sección transversal del muro (inercia, área, factor de cortante, etc.) y se asignan a una barra que se coloca en el centroide de este; la zona de la viga que queda dentro del ancho del muro se consideran zonas rígidas con solo 3 GDL (Fig. 3.6). En el modelado de los muros se deben considerar las deformaciones por cortante para el cálculo de su rigidez.

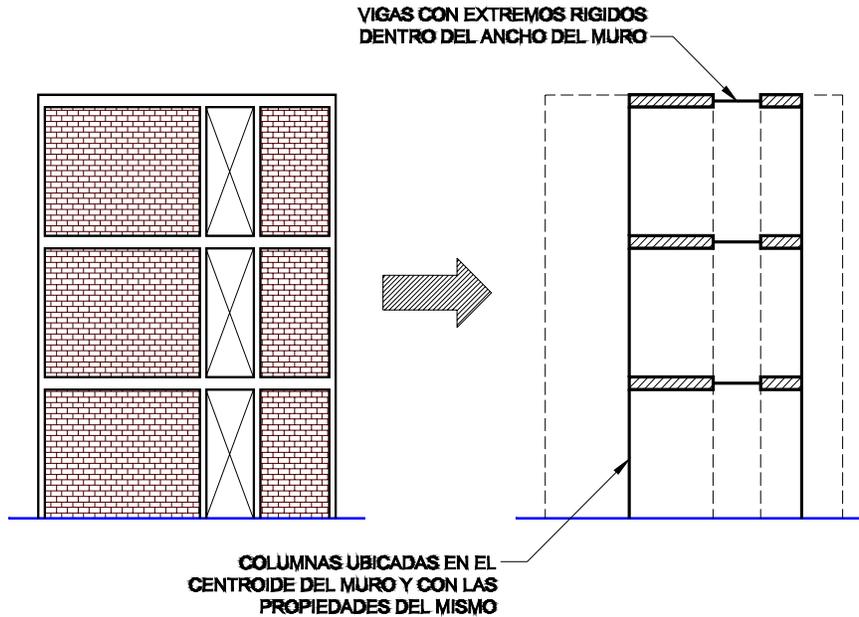


Fig. 3.6 Modelo muro mampostería confinada con el método de columna ancha

Cuando existen dinteles y pretilas en la viga de acoplamiento, como en el caso de muros de mampostería con huecos de ventana, las NTC-mampostería 2004 recomiendan sumar el momento de inercia de estos al momento de inercia de dicha viga. Existen algunas variantes que pueden ser consideradas a la hora de modelar los muros de mampostería confinada utilizando este método. En este estudio se construyeron modelos siguiendo el procedimiento descrito anteriormente considerando algunas variantes en el modelado de algunos elementos que serán mencionadas en la descripción de cada modelo.

### 3.3.1 Modelado de Zona Rígida

En el análisis de estructuras con la ayuda de la computadora existen tres técnicas para definir la zona rígida de una viga o trabe, cuando se utiliza el método de la columna ancha:

- Considerar una restricción cinemática de los nudos donde comienza y termina la zona rígida (Restricción "BEAM" en el SAP2000). Los programas de cómputo aplican esta restricción reduciendo los grados de libertad, haciendo los giros en ambos nudos iguales y el desplazamiento en uno de los extremos dependiente del desplazamiento en el otro extremo y el giro, como se muestra en la Fig. 3.7. El SAP2000 considera la creación de un nuevo nudo en el centroide de los nudos a los que se le asigna la restricción, haciendo dependiente los grados de libertad de estos de nuevo nudo "maestro".

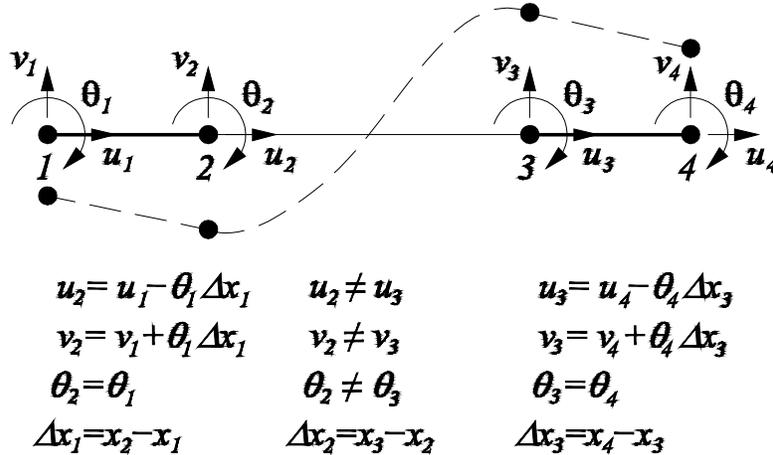


Fig. 3.7 Grados de libertad reducidos para una viga con restricciones cinemáticas en los extremos

- Considerar un elemento barra con extremos rígidos. La zona rígida es considerada de manera explícita en la matriz de rigidez de la barra utilizando factores de longitud ( $\gamma$  y  $\beta$ ). Para el SAP200 utilizar “END OFFSETS” con un factor de longitud (llamado en el programa “Rigid-zone factor”) que puede variar desde 1.0, para toda la longitud, hasta 0, cuando no hay zona rígida (ver Fig. 3.8).

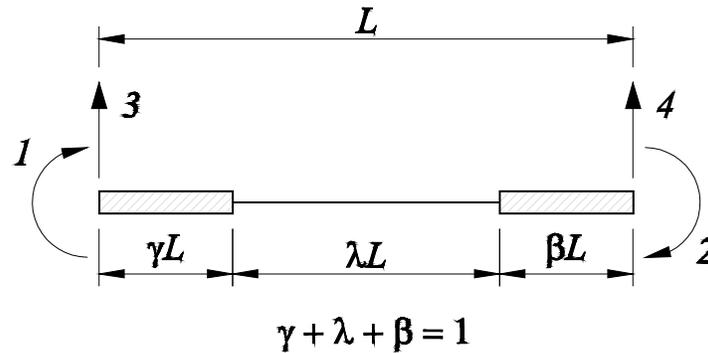


Fig. 3.8 Elemento barra con extremos rígidos

$$[k] = \begin{bmatrix}
 \frac{12EI}{(\lambda H)^3} & -\frac{6EI}{(\lambda H)^2} \left(1 + \frac{2\gamma}{\lambda}\right) & -\frac{12EI}{(\lambda H)^3} & -\frac{6EI}{(\lambda H)^2} \left(1 + \frac{2\beta}{\lambda}\right) \\
 -\frac{6EI}{(\lambda H)^2} \left(1 + \frac{2\gamma}{\lambda}\right) & \frac{EI}{\lambda H} \left(4 + \frac{12\gamma}{\lambda} \left(1 + \frac{\gamma}{\lambda}\right)\right) & \frac{6EI}{(\lambda H)^2} \left(1 + \frac{2\gamma}{\lambda}\right) & \frac{EI}{\lambda H} \left(2 + 6\frac{\gamma + \beta}{\lambda} + 12\frac{\gamma\beta}{\lambda^2}\right) \\
 -\frac{12EI}{(\lambda H)^3} & \frac{6EI}{(\lambda H)^2} \left(1 + \frac{2\gamma}{\lambda}\right) & \frac{12EI}{(\lambda H)^3} & \frac{6EI}{(\lambda H)^2} \left(1 + \frac{2\beta}{\lambda}\right) \\
 -\frac{6EI}{(\lambda H)^2} \left(1 + \frac{2\beta}{\lambda}\right) & \frac{EI}{\lambda H} \left(2 + 6\frac{\gamma + \beta}{\lambda} + 12\frac{\gamma\beta}{\lambda^2}\right) & \frac{6EI}{(\lambda H)^2} \left(1 + \frac{2\beta}{\lambda}\right) & \frac{EI}{\lambda H} \left(4 + \frac{12\gamma}{\lambda} \left(1 + \frac{\gamma}{\lambda}\right)\right)
 \end{bmatrix}$$

- Otra técnica utilizada es la de asignar una sección a dicha región con una rigidez a flexión mucho mayor que los demás elementos modelados. Sin embargo está técnica puede generar *error de redondeo* si se usan valores de rigidez relativa muy grande, por esta razón se recomienda el uso de valores de rigidez relativos reales. Para ilustrar este tipo de error, considere el modelo simple de tres resortes mostrado en la Fig. 3.9.

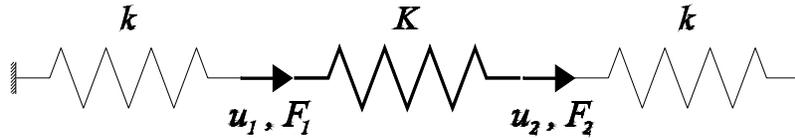


Fig. 3.9 Ejemplo para ilustrar problema numérico (Wilson, 1998)

Las ecuaciones de equilibrio para esta estructura simple, escrita en forma matricial, son las siguientes:

$$\begin{bmatrix} K + k & -K \\ -K & K + k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

La computadora almacena un número limitado de cifras significativas, por lo tanto si el  $K$  es mucho mayor que  $k$  entonces el término  $K+k$  es redondeado a  $K$  y el sistema de ecuaciones se convierte en singular y no puede ser resuelto. Esta técnica puede causar errores de desbordamiento y redondeo en la computadora si se utilizan valores de rigidez relativa excesivos, además de incrementar el número de grados de libertad en la barra por lo que se requieren más recursos de cómputo (memoria, tiempo proceso), y no se recomienda mucho su uso. Aunque con los modernos sistemas de cómputo que poseen procesadores bastantes veloces, amplia capacidad de memoria y manejo de variables numéricas de 8 bytes (64 bits) difícilmente se presente este tipo de problema.

### 3.4 MÉTODO SIMPLIFICADO

Para edificios cuyo sistema resistente principal es a base de muros y que cumplen con ciertos requisitos establecidos en las normas, con una geometría regular tanto en planta como en elevación, las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTC-Sismo 2004) permiten la aplicación del *Método Simplificado*.

El *Método Simplificado* asume que los muros se deforman solo por cortante y que el cortante último se alcanza en todos los muros, lo que supone que tienen la suficiente capacidad de deformación para redistribuir los esfuerzos y tener una distribución uniforme de estos. Por lo que solo hay que revisar que la suma de la resistencia a corte de los muros de cada piso sea cuando menos igual a la fuerza cortante actuante, omitiendo la revisión de los desplazamientos horizontales, efectos de torsión y momentos de volteo.

Este método supone que el cortante que toma cada muro es proporcional a su área transversal efectiva, haciendo una reducción del área transversal efectiva de los muros que tengan una relación de esbeltez  $H/L > 1.33$ . El área transversal efectiva es el producto del área bruta de la sección transversal del muro,  $A_T$ , y el factor  $F_{AE}$ , que está dado por

$$F_{AE} = 1; \quad \text{si } \frac{H}{L} \leq 1.33 \quad (3.1)$$

$$F_{AE} = \left(1.33 \frac{L}{H}\right)^2; \quad \text{si } \frac{H}{L} > 1.33 \quad (3.2)$$

donde  $H$  es la altura libre del muro y  $L$  es la longitud efectiva del muro.



$$K_i = \frac{A_i G_m}{\alpha H} \quad (3.3)$$

Por lo que, para un edificio que cumple con todos los requisitos del método simplificado, si todos los muros son del mismo material ( $G_m$  es constante) con una misma altura y diferentes áreas transversales, cada uno tomará una fracción de la fuerza cortante total,  $V_T$ , igual a:

$$V_i = \frac{A_i}{\Sigma A_i} V_T \quad (3.4)$$

Para ilustrar esto, consideremos dos resortes colocados en serie, uno con la rigidez a flexión y otro con la rigidez a cortante (Fig. 3.11).

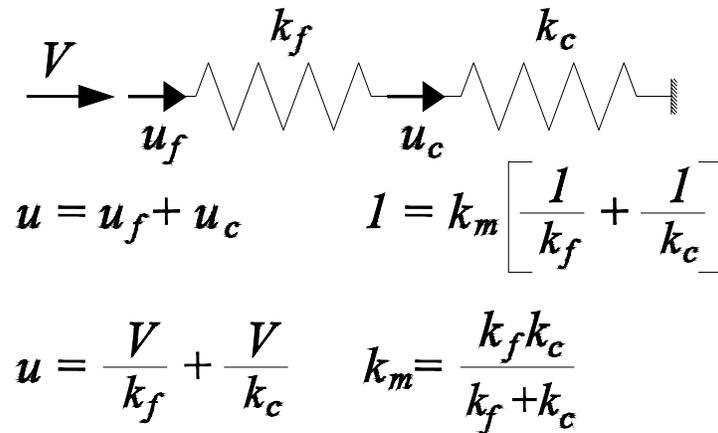


Fig. 3.11 Rigidez lateral de un muro ( $k_m$ ):  $k_f$ , rigidez a flexión,  $k_c$ , rigidez a cortante.

Si la rigidez a flexión es muy grande en relación a la rigidez cortante, esto ocurre cuando el muro es muy largo con respecto a su altura, la deformación total estará dada por una pequeña deformación por flexión y el resto por cortante. De modo que podemos desprestigiar la deformación por flexión y solo tomar en cuenta la deformación por cortante. Al desprestigiar una rigidez o quitar uno de los resortes del modelo, en este caso el de flexión, el desplazamiento resulta menor y por tanto la rigidez del muro resulta mayor.

Considerando los cociente  $k_m/k_f$  y  $k_m/k_v$ , que pueden interpretarse como la fracción del desplazamiento total en el resorte de flexión y en el resorte de cortante respectivamente para un desplazamiento igual a uno, podemos graficar esta en función de la relación de aspecto del muro  $L/H$ .

En la Fig. 3.12 aparece la grafica, en función de  $L/H$ , del desplazamiento a flexión (en rojo), el desplazamiento a cortante (en azul) y el desplazamiento que obtendríamos utilizando la formula que propone el método simplificado (verde de trazo), todos estos desplazamientos como fracción del desplazamiento total teórico. Como podemos observar en la gráfica, cuando  $L/H < 1.15$  las deformaciones por flexión comienzan a ser importante, mientras que las deformaciones por cortante comienzan a ser menor al 50% de la deformación total del muro. Esto equivale a que, si solo consideramos la deformación por cortante, a medida que el muro se hace esbelto este resulta más rígido que la rigidez teórica real.

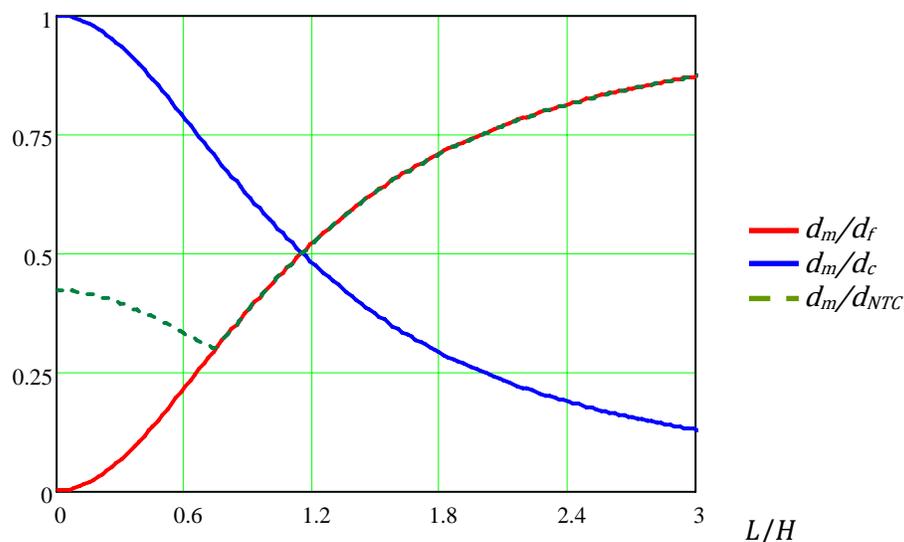


Fig. 3.12 Desplazamiento por flexión (rojo), cortante (azul) y corregido según las NTC (verde-trazo) por el factor  $F_{EA}$  como fracción del teórico.

Al aplicar el método simplificado, que solo considera las deformaciones por cortante en el cálculo de la rigidez del muro, las normas piden que para  $H/L > 4/3$  se multiplique el área total de la sección por el factor  $F_{AE} < 1.0$  para tomar en cuenta que en muros con altas relaciones de aspecto tienen una menor rigidez lateral que la rigidez calculada si solo consideramos deformación por cortante (ver Fig. 3.13).

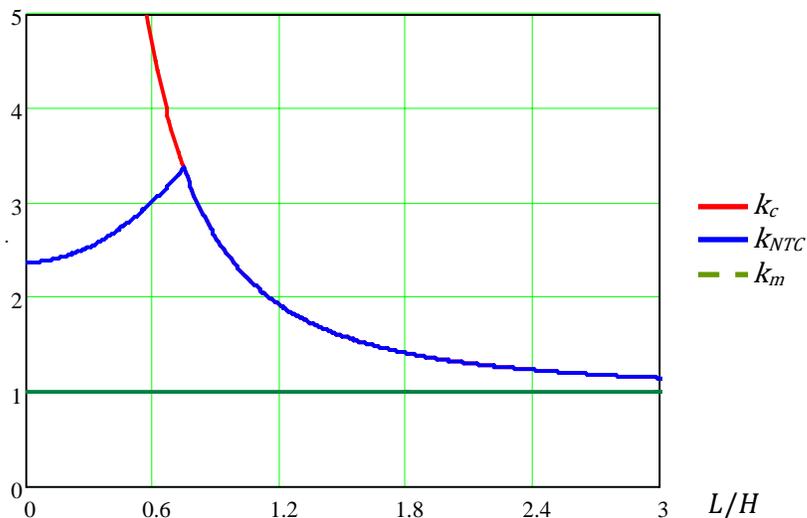


Fig. 3.13 Rigidez relativa del muro considerando solo la deformación por cortante (rojo) y modificada por las normas (azul). La línea verde es la rigidez total teórica del muro.

Aunque el método simplificado considera un factor de corrección de la rigidez para los muros esbeltos, la rigidez de estos llega a ser sobre-estimada hasta en un 300%. Esto implica que los muros cortos van a tomar mucho más cortante que el teórico mientras que el cortante que toman los muros largos será sub-estimado. El factor de corrección  $F_{AE}$  podría ser ajustado para una relación de esbeltez menor y lograr un mayor acercamiento de la rigidez corregida a la real para muros esbeltos. Por otro lado, esto resulta conservador desde el punto de vista de la

resistencia, si se evalúa de manera individual para cada muro, con el cortante último que le corresponde al aplicar el método simplificado.

En algunas referencias se menciona que el factor  $F_{EA}$  es para tomar en cuenta la menor resistencia a fuerza cortante que, como se menciona en el capítulo anterior, tienen los muros con una relación de aspecto alta debido a la influencia de los esfuerzos de flexión (Bazán & Meli, 2004). Sin embargo, en el enfoque dado por el método simplificado, se reducen igualmente las contribuciones a la resistencia al agrietamiento inclinado tanto de la mampostería como de la carga axial, lo cual no concuerda con la evidencia experimental. Para tomar en cuenta la reducción de la resistencia por la relación de aspecto algunos investigadores (Alvarez Sereno, 2000; San Bartolomé, 2007) proponen sólo considerar reducir el término de la contribución de la mampostería.

Aunque el método simplificado tampoco considera las condiciones de frontera de los muros, en general, si un edificio cumple con los requisitos para la aplicación del método, el resultado será conservador.

# Capítulo 4:

## EXPERIMENTOS NUMÉRICOS

---

### 4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se hace una breve descripción de la geometría, propiedades de los materiales y sistema de carga utilizados para la elaboración de los modelos estudiados, así como también una descripción de las variantes e hipótesis asumidas durante el análisis y modelado de dichas estructuras. Se hace una presentación de los resultados obtenidos para las diferentes series de modelos estudiados.

Como parte del trabajo de revisión desarrollado en el presente estudio, se elaboraron modelos matemáticos de muros de mampostería confinada, utilizando los principales métodos de análisis en el ejercicio de la ingeniería estructural, con algunas variantes. Como se mencionó anteriormente el objetivo de este trabajo no es cuestionar la validez de los métodos de análisis, más bien hacer una revisión de la modelación y los criterios utilizados. Se construyeron modelos con todos sus componentes estructurales: mampostería, dadas, castillos y losas, a base de EF tipo área y una malla lo suficientemente refinada para obtener resultados aceptables. Los resultados de estos modelos se utilizaron de referencia en las comparaciones, aunque se observa que una validación experimental es necesaria. A medida que se refina el modelo de referencia se pueden obtener concentraciones de esfuerzo bastante altas en las esquinas de los huecos y esto puede invalidar algunos de los resultados si se llega a agrietar la sección, por tanto es necesario conocer como puede ser la distribución real de esfuerzo dentro del muro.

Existen algunas cuestiones de modelación, que pudieran resolverse a criterio del ingeniero en formas diferentes. Por ejemplo, Si hay ventanas, el antepecho podría modelarse como una columna ancha o bien como una trabe peraltada; los muros largos, podrían modelarse con una columna ancha para cada segmento limitado por castillos o bien todo el muro largo con una sola columna ancha. En modelos con elementos tipos área y barra ¿Qué grado de refinamiento debe tener la malla utilizada? ¿Qué tan exacto puede resultar este método?...etc. Son preguntas que requieren respuesta. Con la intención de tener elementos para decidir la modelación más conveniente, se analizaron distintos casos de muros: largos, con aberturas etc. usando los diferentes métodos, comparando los resultados de estos análisis con los resultados obtenidos con los modelos de referencia.

### 4.2 DESCRIPCIÓN DE LAS PRUEBAS

En la primera serie de modelos se estudió un muro típico de tres niveles con huecos de puertas y ventanas utilizando las diferentes técnicas de análisis. Se estudió la distribución de los elementos mecánicos en diferentes secciones y niveles. En estas pruebas se observó

consistencia en cuanto al cortante mientras que existía gran variabilidad en cuanto a la carga axial y el momento flexionante.

En una segunda serie de modelos se comparó la rigidez total del primer muro típico de tres niveles con huecos de puertas y ventanas, analizado en la primera serie, con dos muros de tres niveles también, pero sin ningún tipo de hueco: un primer muro conformado por dos paneles de mampostería y tres castillos; y un segundo muro conformado por tres paneles de mampostería y cuatro castillos. Para estudiar la rigidez relativa de marcos usando distintas modelaciones y métodos de análisis.

De los resultados obtenidos para el primer muro, donde se observó una gran variabilidad de la carga axial y el momento flexionante, se decidió hacer una tercera serie de modelos. En esta se evaluaron los diferentes tipos de acoplamientos de manera individual (dalas, pretil y pretil inferior). Con el objetivo de estudiar el grado de acoplamiento logrado por las distintas técnicas de modelado en cuanto a los diferentes tipos de acoplamientos que se podrían presentar en un muro típico de mampostería confinada.

También se hicieron dos series de modelos para muros individuales donde se evaluó la rigidez lateral de cada uno. En la primera serie se construyeron modelos con diferentes relaciones de aspecto (L/H) y número de paneles, y en la segunda serie, para un mismo muro, se varió la relación modular de los materiales ( $n=E_c/E_m$ ). Todo esto con el objetivo de estudiar la influencia del tipo de modelo utilizado en la rigidez lateral inicial elástica de los muros.

#### 4.2.1 Dimensiones elementos principales

Para realizar los experimentos numéricos se utilizaron varios modelos donde se hicieron variar diferentes parámetros. Se consideraron dimensiones típicas para los elementos de este tipo de estructuras, como son los castillos y dalas que se disponen en todo el perímetro de los muros para lograr su confinamiento. En todos los modelos se consideraron, como sistema de piso, losas macizas de concreto reforzado. En la Tabla 4.1 se resumen las dimensiones típicas de los principales elementos de los muros utilizados en los modelos.

Tabla 4.1 Dimensiones de elementos típicos considerados en modelos

Elemento	Dimensiones (cm)
Abertura para puerta	237 x 88
Abertura para ventana	107 x 86
Altura de piso	260
Espesor de losa	12
Sección castillos exteriores	12 x 12
Sección Dalas de Borde	23 x 12
Sección castillos interiores	12 x 12
Sección dalas interiores	12 x12

#### 4.2.2 Propiedades materiales

Para el modelado de todos los muros se utilizó como mampostería *el tabique de barro rojo recocido*, comúnmente empleado en la construcción de edificios en el Distrito Federal, con una resistencia a la compresión sobre área bruta de  $f^*_m = 60 \text{ kg/cm}^2$ . En dalas y castillos se utilizó concreto clase 2 con una resistencia a la compresión  $f^*_c = 200 \text{ kg/cm}^2$ . En la Tabla 4.2 se resumen las propiedades de los materiales utilizados.

Tabla 4.2 Propiedades de los materiales utilizados en los análisis

Parámetro	Valor
Resistencia a compresión de la pieza	$f^*_p = 150 \text{ kg/cm}^2$
Resistencia a compresión de la mampostería	$f^*_m = 60 \text{ kg/cm}^2$
Resistencia a compresión del concreto	$f^*_c = 200 \text{ kg/cm}^2$
Modulo de Elasticidad Mampostería <sup>1</sup>	$E_M = 36,000 \text{ kg/cm}^2$
Modulo de Cortante Mampostería <sup>2</sup>	$G_M = 14,400 \text{ kg/cm}^2$
Modelo de Elasticidad Concreto <sup>3</sup>	$E_C = 113,137 \text{ kg/cm}^2$
Relación modulas ( $E_C/E_M$ )	$n = 3.1$

<sup>1</sup> Se considera  $E_m = 600f^*_m$  carga de corta duración (Gobierno del Distrito Federal, 2004a)

<sup>2</sup> Se considera  $G_m = 0.40E_m$  (Gobierno del Distrito Federal, 2004a)

<sup>3</sup> Se considera  $E_c = 14,000 \sqrt{f^*_c}$  para concreto clase 2 (Gobierno del Distrito Federal, 2004b)

#### 4.2.3 Sistema de carga

Se utilizó la misma hipótesis de cargas para todos los modelos. Se considero que la losa actúa como diafragma rígido, con lo que se aplicó una carga lateral puntual a nivel de cada piso, de forma triangular que va desde 3 Ton en el nivel 3 hasta 1 Ton en el nivel 1. No se consideró el peso propio de los elementos para el análisis, ni se aplicó ninguna carga gravitacional adicional. Esto se hizo con la intención de poder identificar de manera más clara, en las comparaciones hechas, los errores debido a la carga lateral. Además de que, en la práctica profesional, la distribución de la carga gravitacional se hace de acuerdo al área tributaria que le corresponde a cada muro y la carga lateral se obtiene de un análisis elástico lineal de un modelo matemático de la estructura.

#### 4.2.4 Convergencia marco de referencia

Para tratar de garantizar que el modelo de referencia elegido tiene el nivel de discretización adecuado, se hizo un estudio de convergencia del marco de prueba refinando la malla en forma progresiva. La cantidad que se utilizó para verificar la convergencia fue el nivel de cargas axial en distintos segmentos de muro.

Tabla 4.3 Carga axial muros para distinto grado de discretización

SECCION	MODELO				
	EF-R00	EF-R01	EF-R02	EF-R03	EF-R04
S2	3.8273	3.8081	3.7728	3.7710	3.7709

S4	3.9071	3.9005	3.9011	3.9001	3.8997
S3	-0.0799	-0.0925	-0.1282	-0.1291	-0.1288
<b>MALLA</b>	<b>10X12</b>	<b>19X24</b>	<b>29X36</b>	<b>38X48</b>	<b>37X52</b>

Se observa claramente que a partir de la discretización EF-R02 los resultados ya no cambian significativamente y la carga axial converge ha un valor. Se utilizó para el modelo de referencia la malla de 38x48.

Así mismo el ancho de losa utilizado se fue variando en forma progresiva hasta obtener un grado de convergencia adecuado en los elementos mecánicos. Se consideró que un ancho de cuatro veces el espesor de esta (48 cm) a ambos lados de la trabe era aceptable de acuerdo a los resultados (ver Fig. 4.1) y las recomendaciones de las NTC-mampostería 2004.

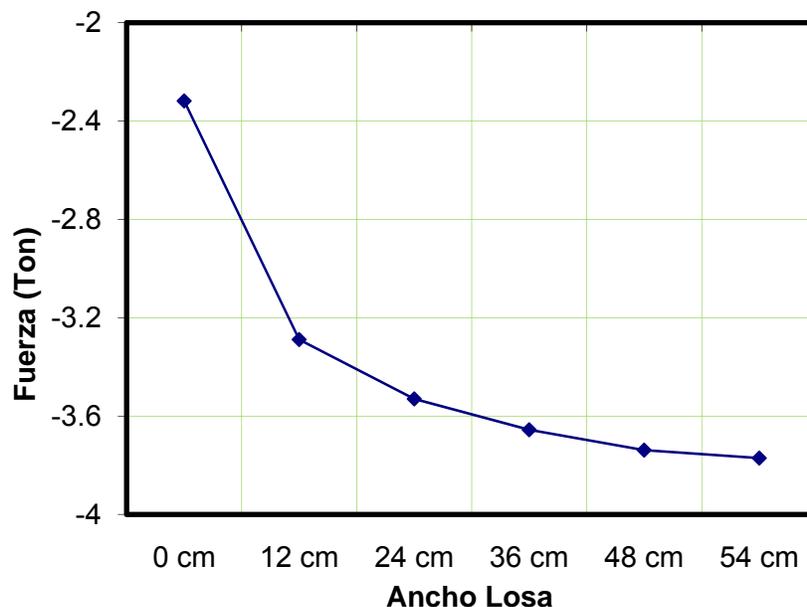


Fig. 4.1 Grafica fuerza axial en muro modelo referencia en relación a ancho losa

En el caso de elementos tipo barra la dala se modelo como una sección "T" considerando los anchos equivalentes de las losas a ambos lados de esta.

### 4.3 DISTRIBUCIÓN DE ELEMENTOS MECÁNICOS

Con el objeto de conocer las limitaciones y alcances de las diferentes técnicas utilizadas por los ingenieros proyectistas, se analizó un muro típico con aberturas de puertas y ventanas. Se construyeron varios modelos utilizando las diferentes técnicas y se estudio la distribución de los elementos mecánicos en diferentes secciones del muro, así como también los desplazamientos de los diferentes niveles en cada modelo.

Para esta comparación se utilizaron dos series de modelos. En la primera serie se desarrollaron cuatro modelos con EF, con diferente grado de refinamiento, utilizando elementos área para los muros de mampostería y barras para los elementos de confinamiento. En la segunda serie (FR) se construyeron cuatro modelos utilizando el método de columna ancha equivalente (MCA).

También se construyó una serie de modelos con EF donde no se modeló los elementos confinantes, solo se modeló la mampostería con elementos área y las dadas de acoplamiento con elementos barra. No se presentan los resultados debido a que estos modelos resultaron bastante flexibles y con errores considerables en cuanto a la distribución de los elementos mecánicos.

#### 4.3.1 Descripción de muro típico

Se considera un modelo estructural plano de un muro típico, con huecos de ventanas y puertas, confinados por castillos y dadas dispuestos en todo el perímetro de este, incluyendo las aberturas para puertas y ventanas. La estructura está conformada por dos muros de mampostería con un ancho de eje a eje de castillo de 3 metros. El modelo consta de 3 niveles, para una altura total de 7.8 m. Las aberturas de puertas y ventanas se encuentran colocadas de manera regular en toda la altura del muro. En la Fig. 4.2 se muestra la geometría y dimensiones utilizadas para el modelo.

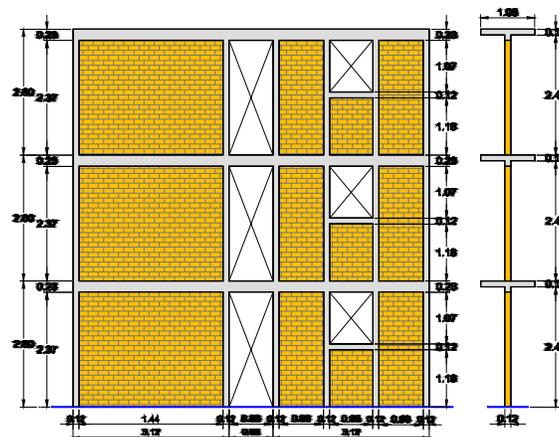


Fig. 4.2 Dimensiones marco típico M1

#### 4.3.2 Modelos Utilizados

**M1-EFR** – Modelo de referencia totalmente hecho en EF, con 5184 nodos y 4920 elementos tipo cascarón (shell). Tanto el muro de mampostería como los castillos, dadas y ancho equivalente de losa fueron modelados con EF tipo área. Se aplicó la carga lateral puntual en cada nivel en el centroide de la dala y se aplicó una restricción cinemática del tipo diafragma rígido a todos los nodos de esa altura. Se consideran todos los apoyos de los elementos empotrados.

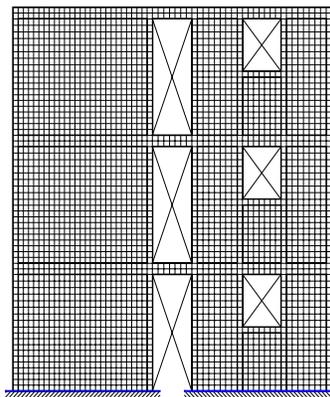


Fig. 4.3 Modelo de referencia para marco típico M1

**M1-EFi** – (i=1,2,3,4) Serie de modelos con EF tipo membrana para la mampostería y elementos tipo barra para los elementos de confinamiento (daldas y castillos). El nivel de refinamiento de la malla va desde 1, el menos refinado, hasta 4, el más refinado (ver Fig. 4.4).

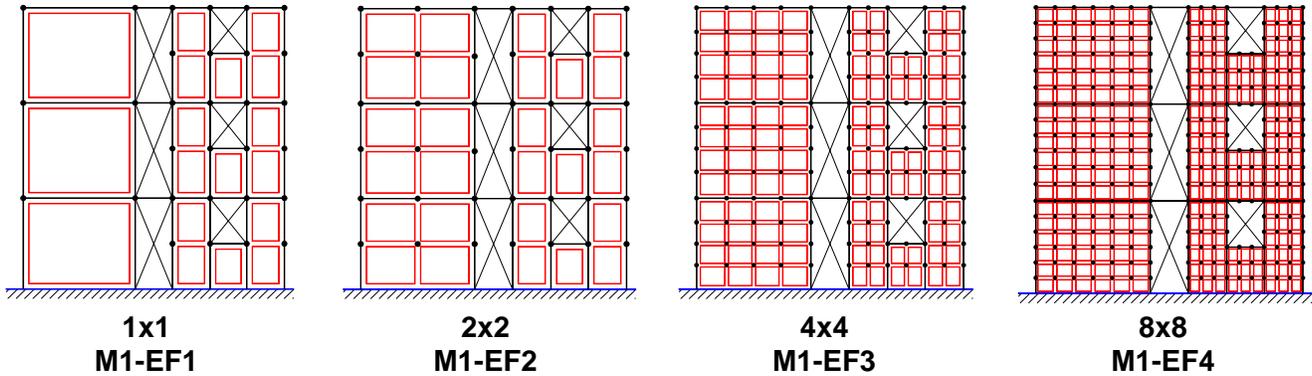


Fig. 4.4 Serie modelos M1-EFi método elementos finitos

**M1-FRi** – (i=1,2,3,4) Serie de modelos considerando columna ancha (FR) en el modelado de los muros de mampostería (ver Fig. 4.5).

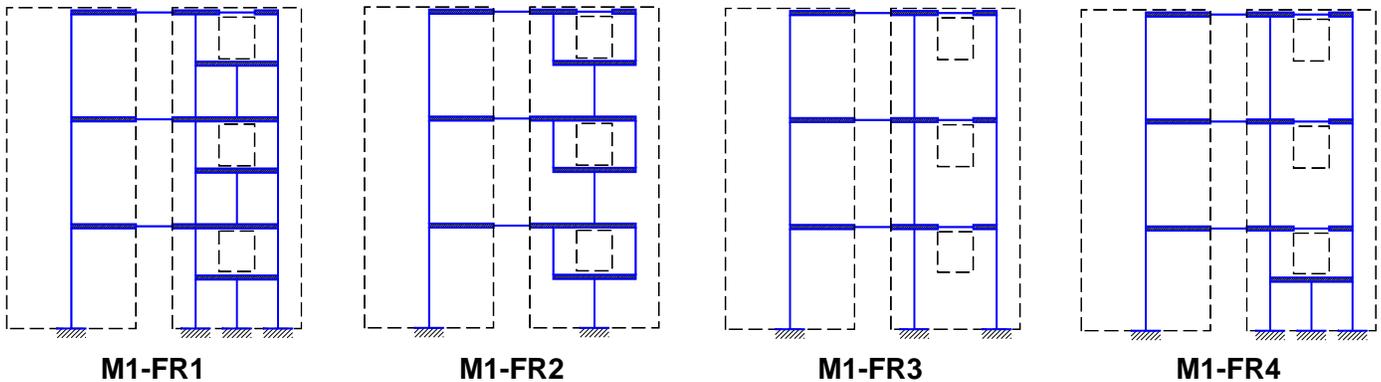


Fig. 4.5 Serie modelos M1-FRi método columna ancha

En el modelo M1-FR1 el pretil localizado debajo del hueco de la ventana (antepecho) se modela como una columna ancha unido a los muros laterales con un brazo rígido. El modelo M1-FR2 considera un solo elemento para todo el muro hasta la altura del antepecho, con un elemento rígido horizontal, del que surgen las dos columnas que modelan los segmentos de muro a uno y otro lado de la ventana. El modelo M1-FR3, el antepecho se incluye en el elemento horizontal como sugieren las NTC-mampostería 2004 y no se considera ninguna restricción para el pretil inferior de acuerdo a los ejemplos presentados en los comentarios de dichas Normas (Meli & Sánchez Caballero, 1992). Finalmente en el modelo M1-FR4, el antepecho se considero como sugieren las Normas pero considerando el antepecho inferior modelado como una columna ancha.

### 4.3.3 Resultados

Para comparación de resultados se tomaron 4 secciones dentro del modelo (ver Fig. 4.6) considerando los tres elementos mecánicos en el plano del muro: CORTATE, AXIAL y MOMENTO.

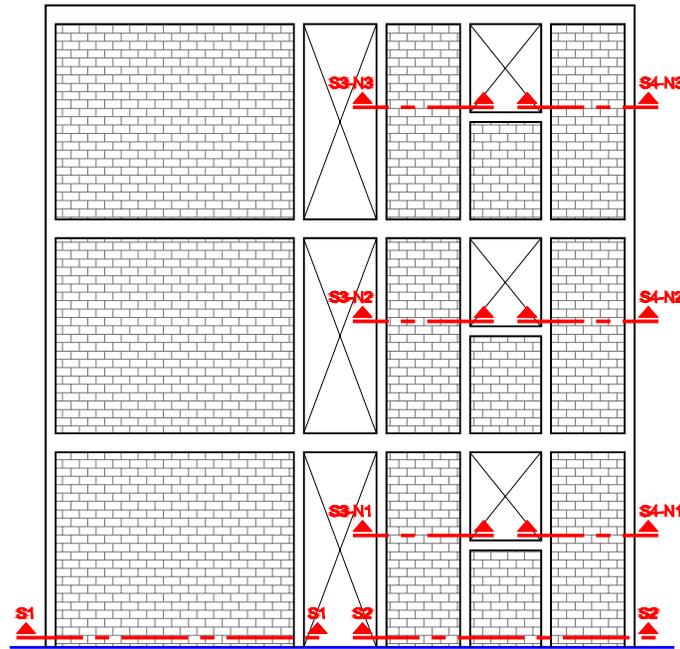


Fig. 4.6 Secciones elementos mecánico modelo

Se compara tanto los elementos mecánicos en cada sección indicada anteriormente como el desplazamiento en cada nivel con respecto al modelo de referencia calculando el error relativo:

$$Error = \frac{X_i - X_{ref}}{X_{ref}} \quad (4.1)$$

Se presentan los resultados graficando el error relativo para cada elemento mecánico en cada serie (EF y FR).

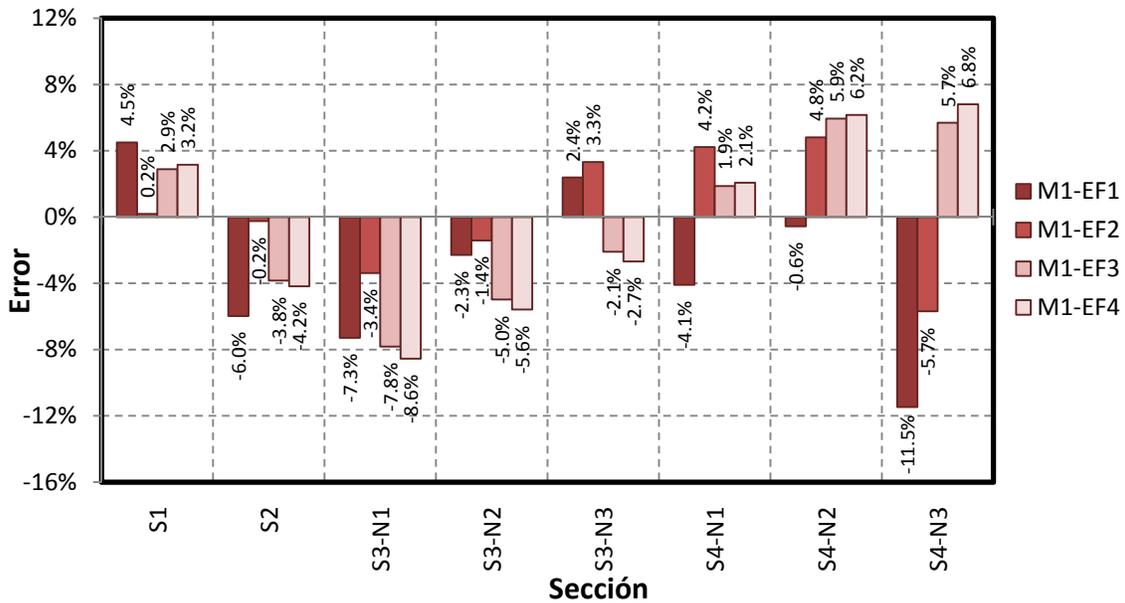


Fig. 4.7 Error fuerza cortante muro M1 para serie EF

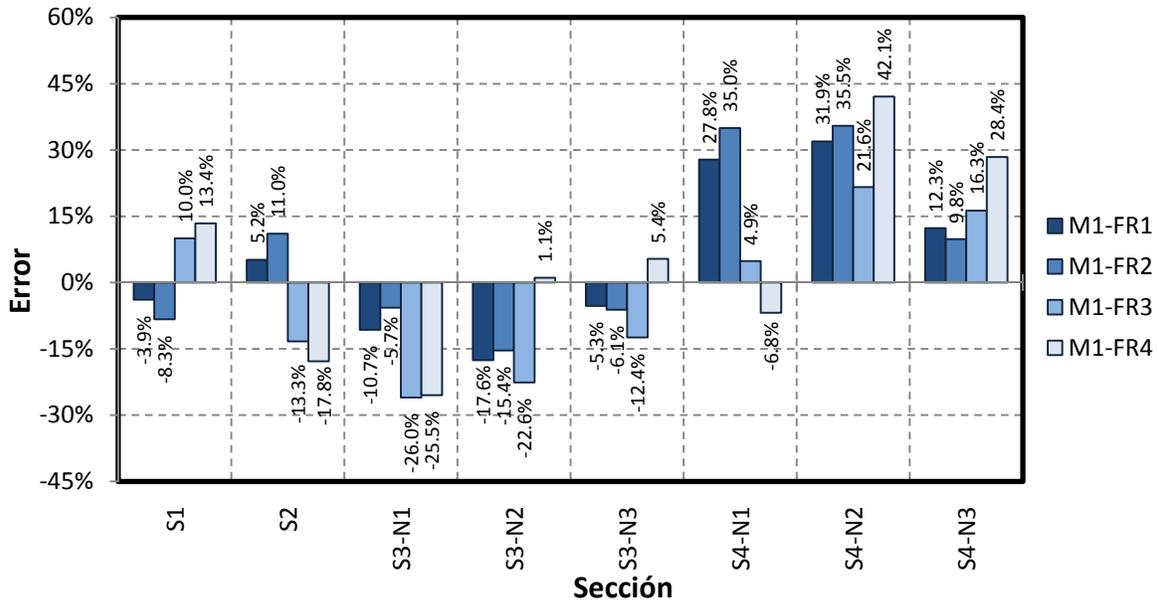


Fig. 4.8 Error fuerza cortante muro M1 para serie FR

Como podemos observar en la Fig. 4.7 y Fig. 4.8, al comparar los resultados obtenidos con los modelos de prueba y los obtenidos con el modelo de referencia, los errores obtenidos de manera global con los modelos en EF son menores a los obtenidos con los modelos de FR, con errores menores del 12% en todos los modelos. En general el modelo M1-EF2 es el que muestra los menores errores relativos en todas las secciones, que es el modelo de EF con una discretización por muro de 2x2.

En el caso de los modelos con FR los errores son variables, presentando un error máximo de hasta un 42%, aunque el modelo M1-FR1 parece ser el más consistente. Todos los modelos presentan buenos resultados en cuanto al cortante total para cada muro (sección S1 y S2) mientras que para los segmentos de muros o mocheta los errores son variables sin que se pueda observar qué modelo representa mejor el cortante.

Por lo que se observa es difícil captar con precisión la magnitud de las fuerzas cortantes que se presentan en las mochetas siendo más preciso los modelos de la serie de EF. El cortante total para cada muro (sección S1 y S2) sí se logra captar con buena precisión en todos los modelos.

En cuanto al momento, ver Fig. 4.9, los modelos de la serie de EF dan buenos resultados con errores menores al 35%. Mostrando el menor error, en todas las secciones, el modelo con menor discretización (M1-EF1). Al aumentar el nivel de discretización la fuerza tomada por momento aumenta considerablemente y con ella aumenta el error en el modelo. Los mayores errores se presentan en la sección extrema de la mocheta (sección S4).

Para la serie de modelos construidos con FR no existe una tendencia clara y los momentos llegan a ser más del doble que los del modelo de referencia, como se presenta en el nivel tres en la sección S3 y S4 para el modelo M1-FR3 que representa el modelo recomendado por las NTC-mampostería 2004 (ver Fig. 4.10). Los mejores resultados se presentan para los modelos M1-FR4 siendo menores al 50% seguido por el modelo M1-FR1. Todos los modelos presentan buena precisión en cuanto al momento total de cada muro (sección S1 y S2) pero la predicción en los segmentos de muro tiene variaciones considerables.

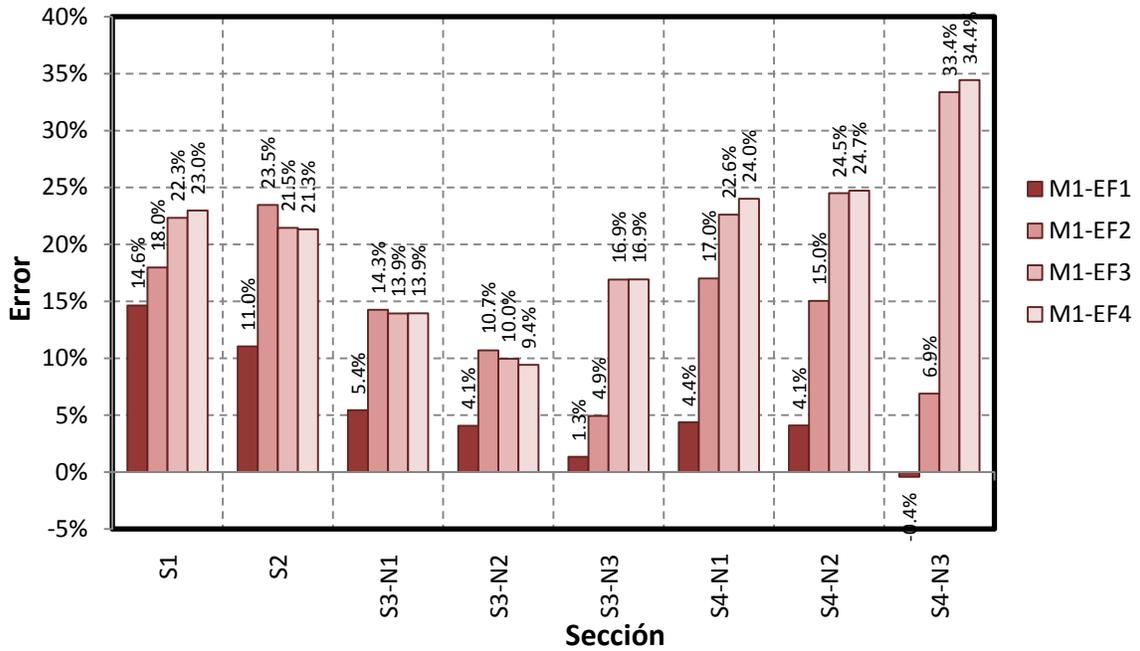


Fig. 4.9 Error momento flexionante muro M1 serie EF

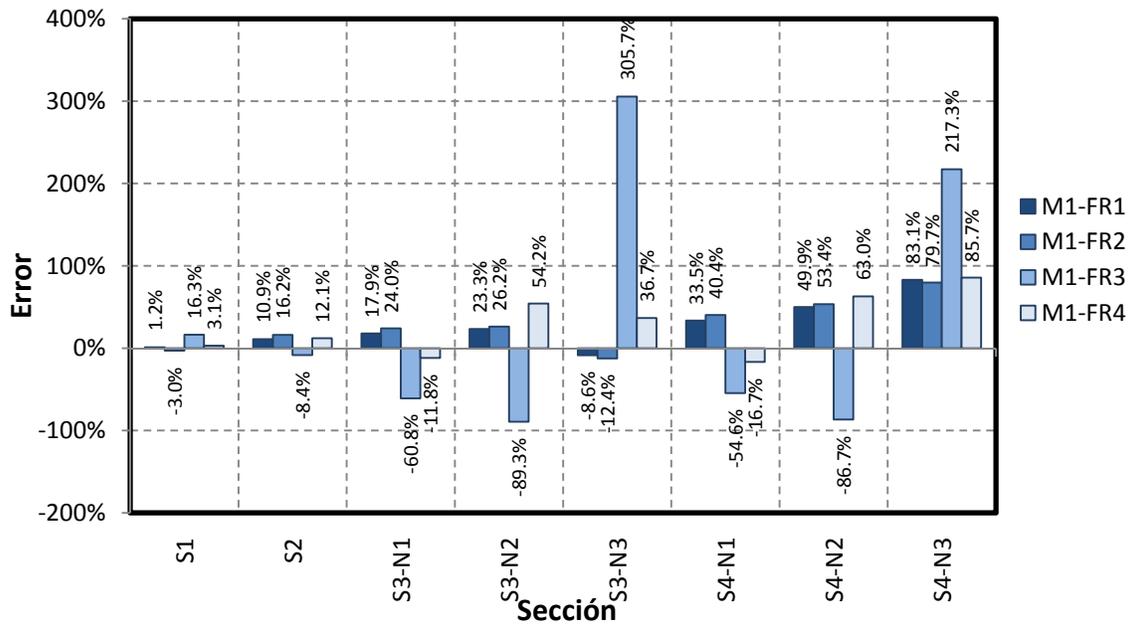


Fig. 4.10 Error momento flexionante muro M1 serie FR

Para el caso de la fuerza axial ocurre lo mismo que para el caso del momento, esto ha de esperarse ya que ambos están relacionados y van a depender del grado de acoplamiento que se logra con las dalas o con los pretiles en el caso de las mochetas.

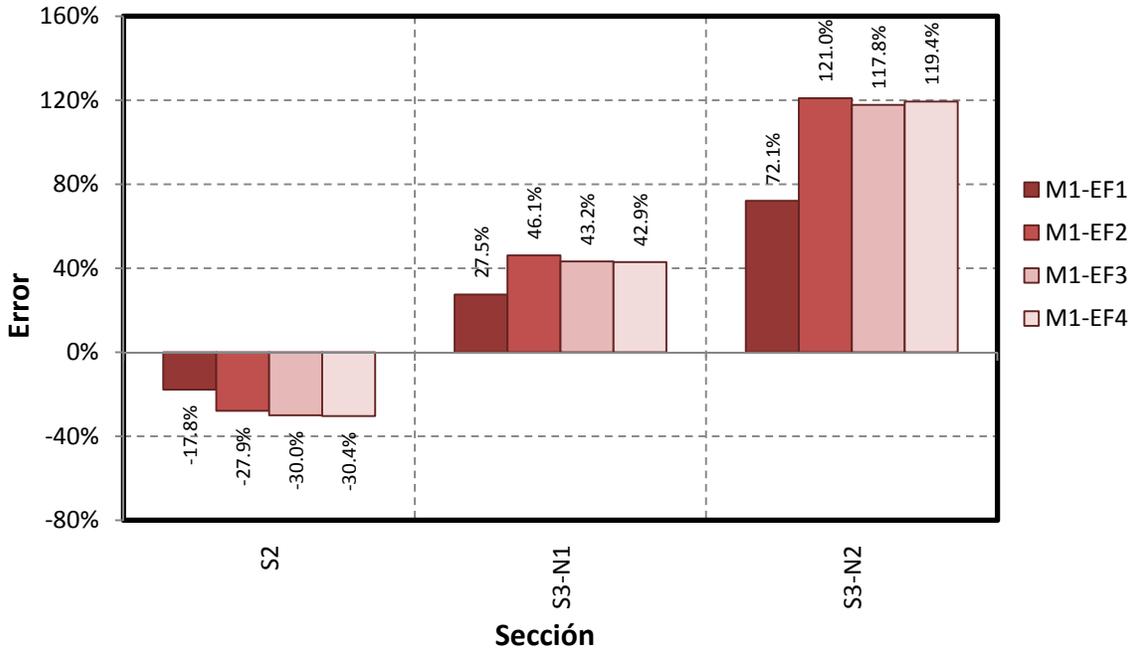


Fig. 4.11 Error fuerza axial muro M1 serie EF

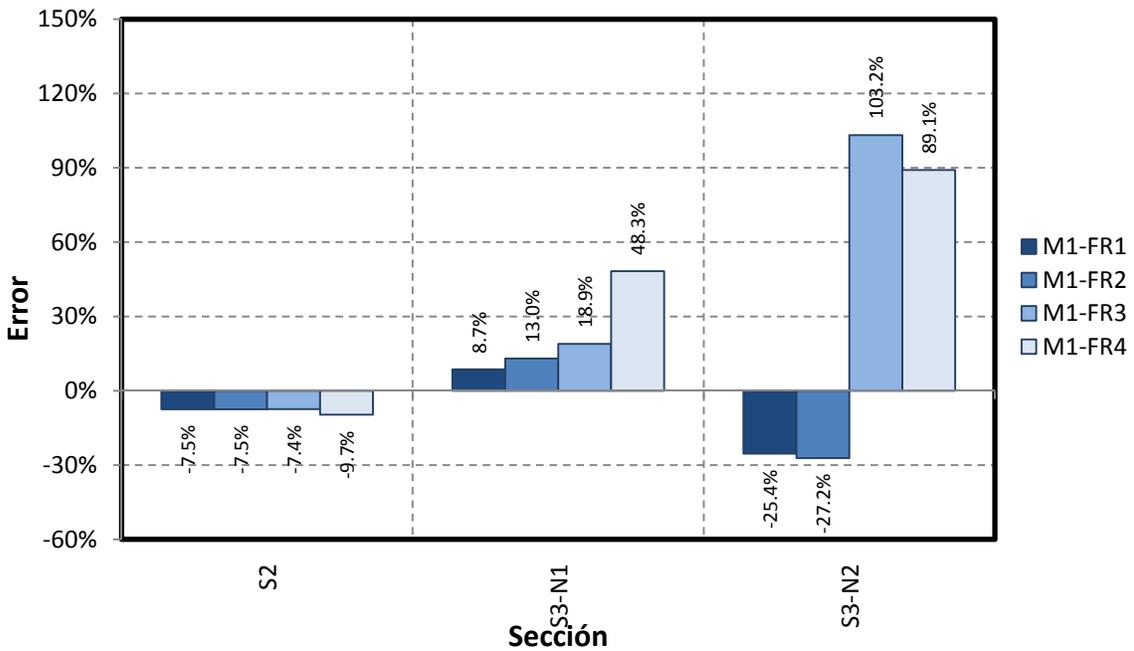


Fig. 4.12 Error fuerza axial muro M1 serie FR

En la Fig. 4.11 y Fig. 4.12 se muestra el error relativo para cada sección de la fuerza axial. El error relativo en las mochetas de los muros se calculó tomando en cuenta la carga axial que genera el acoplamiento del pretil y no el valor absoluto. Esto nos da una idea más clara del error debido al acoplamiento debido al pretil. Para esto se restó, de la fuerza axial absoluta de la mocheta, la carga axial producida por el acoplamiento de la dala (carga axial en sección S1 y S2). Por equilibrio esta debe ser igual y de signo contrario en ambas secciones de acoplamiento

(S1 es igual a S2 y S3 es igual a S4). Cuando se considera la fuerza axial absoluta en las mochetas se presentan errores excesivamente grandes.

Si consideramos el grado de acoplamiento de los muros (ver Fig. 4.13 y Fig. 4.14), esto es la fuerza axial entre el momento total, los errores parecen ser menores, lo que significa que todos los modelos representa muy bien el acoplamiento debido a la dala. Los modelos más consistentes son el M1-EF1, para la serie EF, y M1-FR1, para la serie FR, aunque el modelo M1-FR4 tiene menor error para el acoplamiento de pretil en el segundo nivel. El modelo de la NTC-mampostería (M1-FR3) es el que presenta las peores aproximaciones.

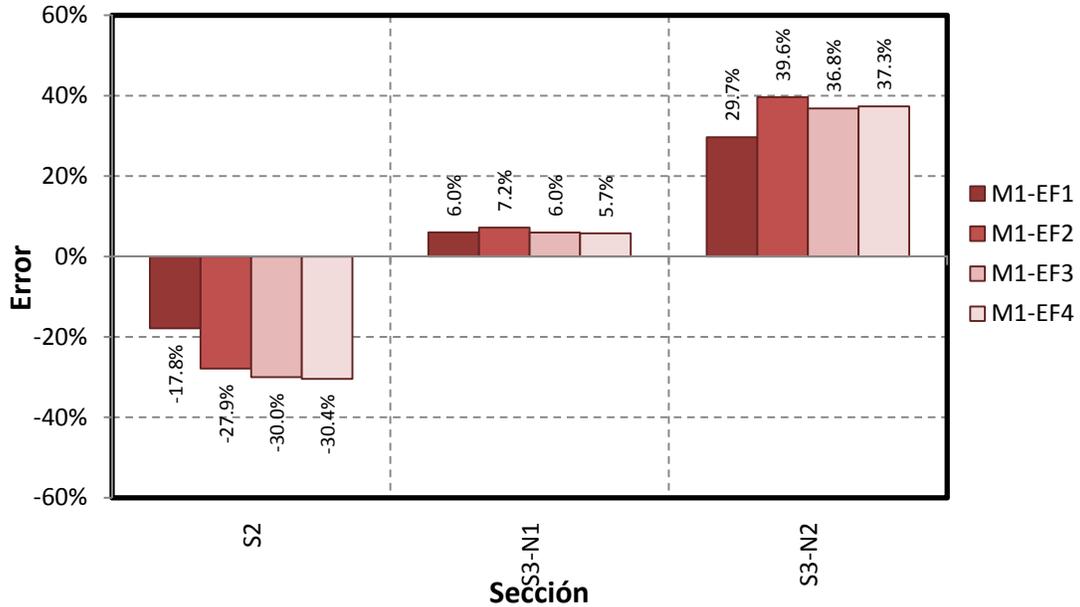


Fig. 4.13 Error acoplamiento muro M1 serie elementos finitos

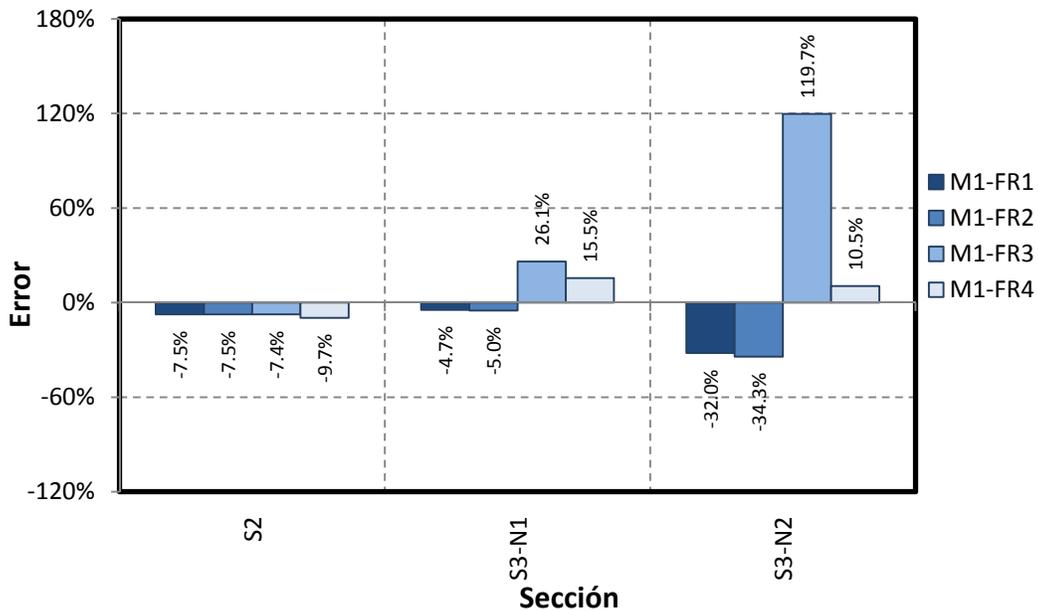


Fig. 4.14 Error acoplamiento muro M1 serie columna ancha

También se consideró el desplazamiento en cada nivel para cada modelo, con el objetivo de comparar la rigidez lateral de cada modelo con la rigidez lateral del modelo de referencia.

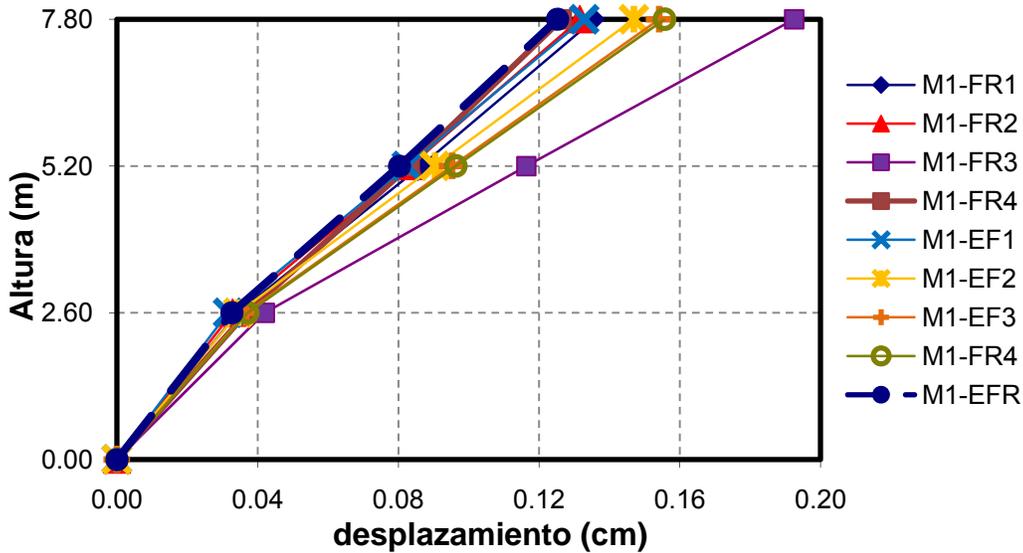


Fig. 4.15 Desplazamientos obtenidos para los diferentes modelos

En la Fig. 4.15 se muestran los desplazamientos obtenidos para cada modelo en cada nivel de la estructura. Los desplazamientos del modelo de referencia están graficados con una línea discontinua gruesa. Se puede observar que desde el punto de vista de la rigidez, si consideramos los desplazamientos, los modelos que mejor se aproximan al modelo de referencia son M1-FR1, M1-FR2 y M1-EF1.

#### 4.4 RIGIDEZ RELATIVA DE MUROS

Para conocer la influencia que tiene el uso de una determinada técnica, para el modelado de los muros en una estructura, en la distribución de las fuerzas laterales se elaboraron tres marcos de muros de mampostería confinada. En el siguiente experimento numérico se obtienen las rigideces laterales relativas de los tres marcos utilizando las diferentes técnicas para el modelado de la estructura. Estas rigideces se comparando con las obtenidas de los modelos de referencia.

Para esta comparación se utilizaron tres marcos de muros con dos series del tipo de modelado para cada uno. La primera serie utiliza la técnica de EF, y la segunda serie utiliza la técnica de columna ancha equivalente para la modelación de los muros variando el número y ubicación de los ejes de los muros. Cada serie está comprendida por cuatro modelos.

##### 4.4.1 Descripción de los muros

**M1** – El Modelo típico de muro de mampostería con huecos de ventanas y puertas utilizado en la serie de prueba de distribución de elementos mecánicos (ver Fig. 4.2).

**M2** – Modelo conformado por dos paneles de mampostería y tres castillos, con un ancho de eje a eje de castillo de tres metros, con tres niveles de 2.60 m (ver Fig. 4.16).

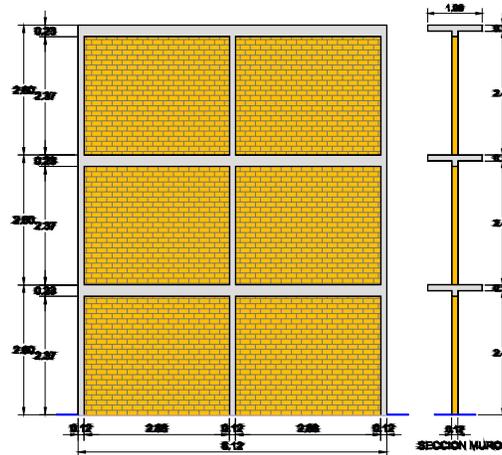


Fig. 4.16 Dimensiones modelo marco M2

**M3** – Modelo conformado por tres paneles de mampostería y cuatro castillos, con un ancho de eje a eje de castillo de tres metros, con tres niveles de 2.60 m (ver Fig. 4.17).

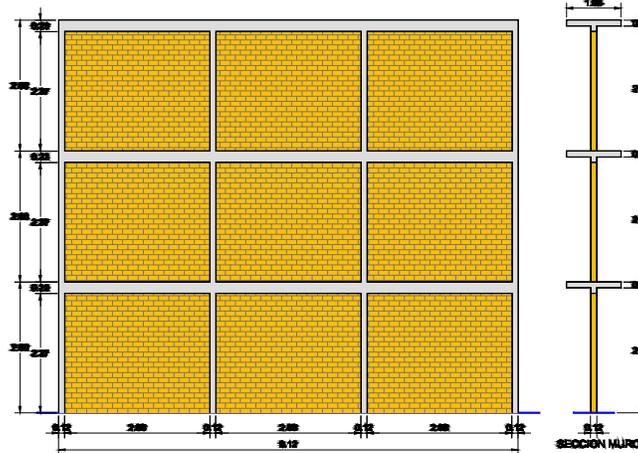


Fig. 4.17 Dimensiones modelo marco M3

#### 4.4.2 Modelos Utilizados

**Mi-EFR** ( $i=1,2,3$ ) – Modelos de referencia totalmente hecho de EF tipo cascarón, tanto el muro de mampostería como los castillos, dalas y ancho de losa equivalente (ver Fig. 4.18).

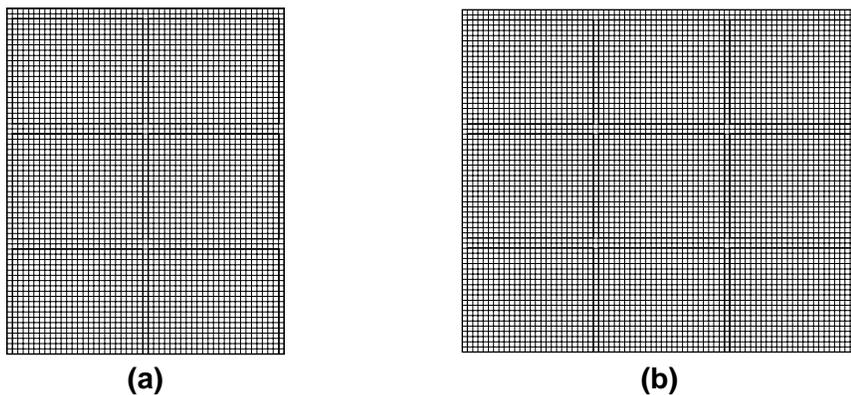


Fig. 4.18 Modelo de referencia en EF: (a) marco M2 (b) marco M3

**Mi-EFn** - ( $i=1,2,3$ ;  $n=1,2,3,4$ ) Serie de modelos con EF tipo membrana y elementos tipo barra para los elementos de confinamiento. El nivel de refinamiento de la malla va desde 1, el menos refinado, hasta 4, el más refinado (ver Fig. 4.19).

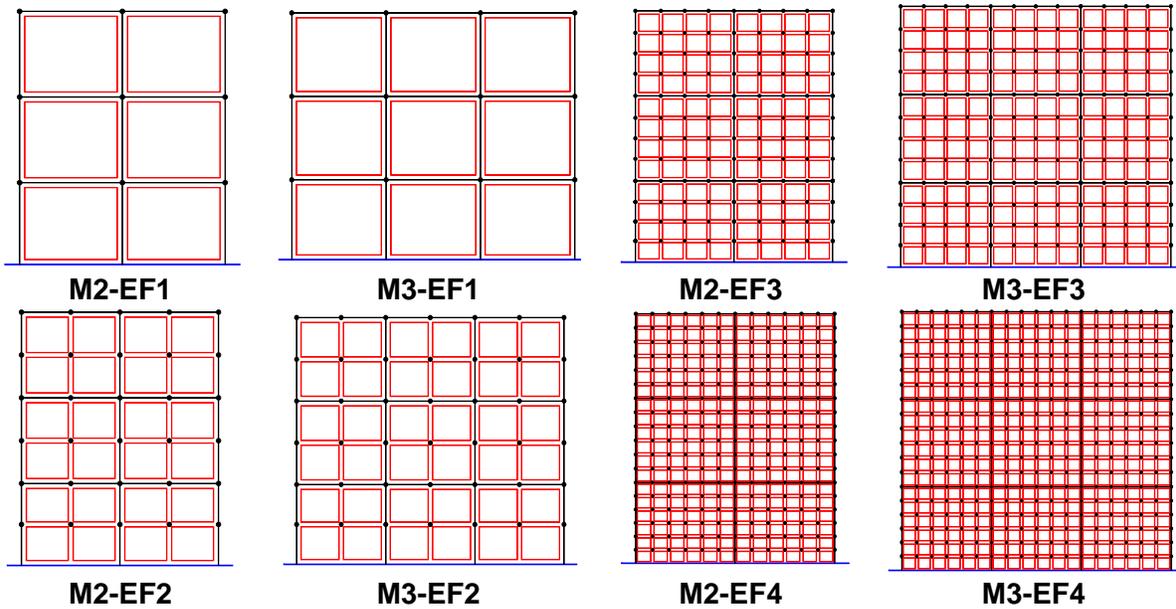


Fig. 4.19 Serie modelos marcos M2 y M3 serie EF

**Mi-FRn** - ( $i=1,2,3$ ;  $n=1,2,3,4$ ) Serie de modelos considerando columna ancha en el modelado de los muros de mampostería. En el caso de los marcos M2 y M3 se considero dos modelos de columna ancha por cada uno. Un primer modelo considerando una barra con las propiedades de la sección del muro completo. Y un segundo modelo utilizando varias barras, una barra por cada panel de mampostería (ver Fig. 4.20).

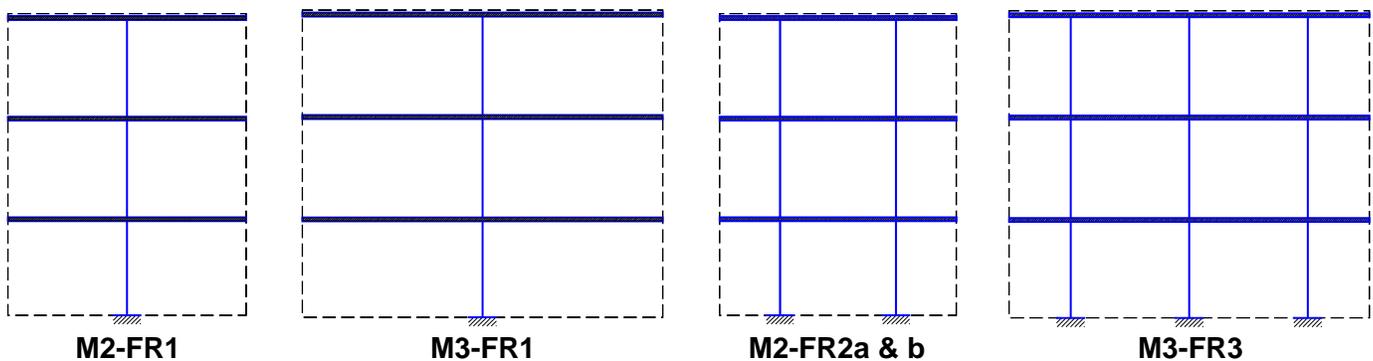


Fig. 4.20 Serie modelos marcos M2 y M3 serie FR

Los modelos considerados en el muro M1 ya se han descrito con anterioridad. Los modelos M2-FR1 y M3-FR1 consideran una barra al centro del muro con las propiedades de la sección transversal transformada equivalente completa.

El modelo M2-FR2 conformado por dos barras, una para cada panel, considera dos posibles soluciones: el modelo M2-FR2a, que considera la mitad del castillo central para cada panel en el cálculo de todas las propiedades de la sección transformada equivalente; y el modelo M2-FR2b, que considera en las propiedades de cada barra la mitad de la inercia y la mitad del área

del castillo central multiplicado por el brazo de palanca que va del centroide del castillo al centro de la barra elevado al cuadrado.

El modelo M3-FR3 considera tres barras, una por cada panel de mampostería. Los castillos intermedios están incluidos en las barras extremas, mientras que la barra del centro solo considera las propiedades de la mampostería.

#### 4.4.3 Resultados

Para cada modelo se toma el desplazamiento lateral en el tercer nivel para el cálculo de su rigidez lateral relativa. Como la fuerza cortante aplicada a cada modelo es la misma tenemos que la rigidez relativa de muro  $i$  respecto al muro  $j$  es:

$$\frac{k_{Mi}}{k_{Mj}} = \frac{V/\Delta_{Mi}}{V/\Delta_{Mj}} = \frac{\Delta_{Mj}}{\Delta_{Mi}} \quad (4.2)$$

Como se menciono anteriormente, se considera el desplazamiento lateral en el tercer nivel para cada modelo. Se comparan tanto los desplazamientos como las rigideces relativas de los marcos con la de los modelos de referencia calculando el error relativo (ec. 4.1).

En las Fig. 4.21, Fig. 4.22 y Fig. 4.23 se presenta el error relativo del desplazamiento lateral medido en el nivel tres para cada modelo, en los marcos M1, M2 y M3 respectivamente, con respecto al modelo de referencia.

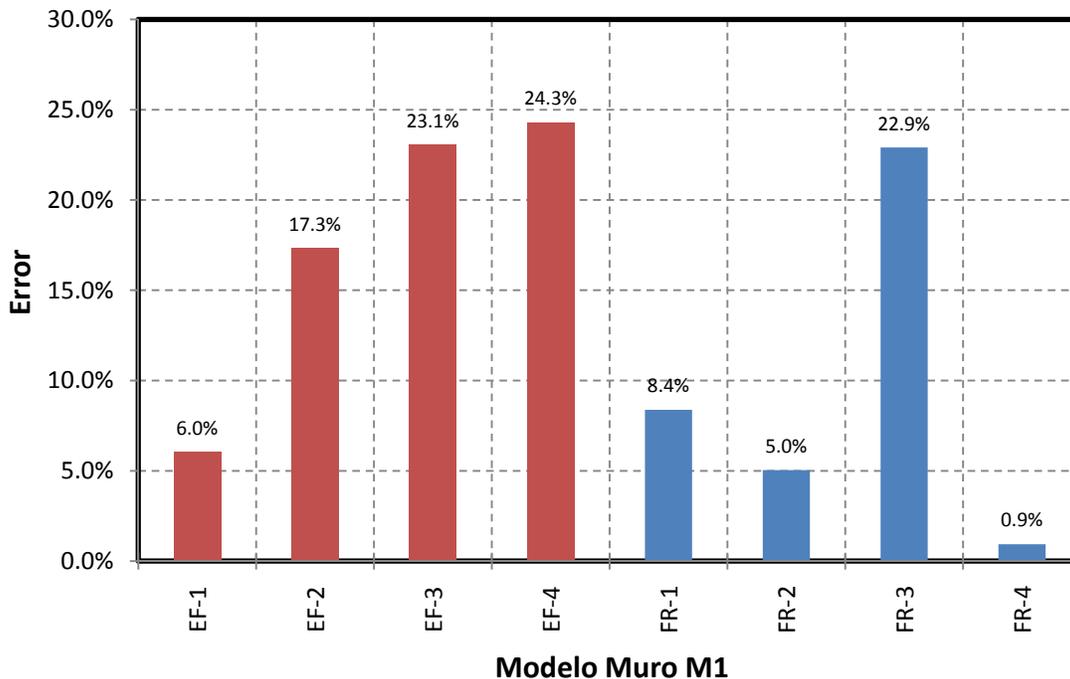


Fig. 4.21 Error desplazamiento lateral modelos marco M1 en comparación con el modelo de referencia

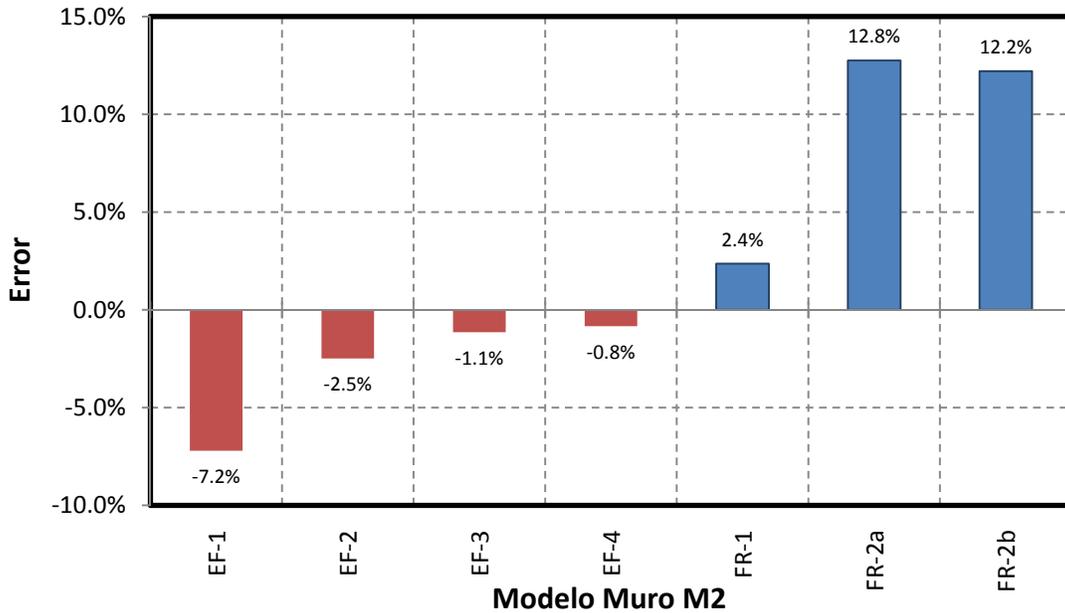


Fig. 4.22 Error desplazamiento lateral modelos marco M2 en comparación con modelo de referencia

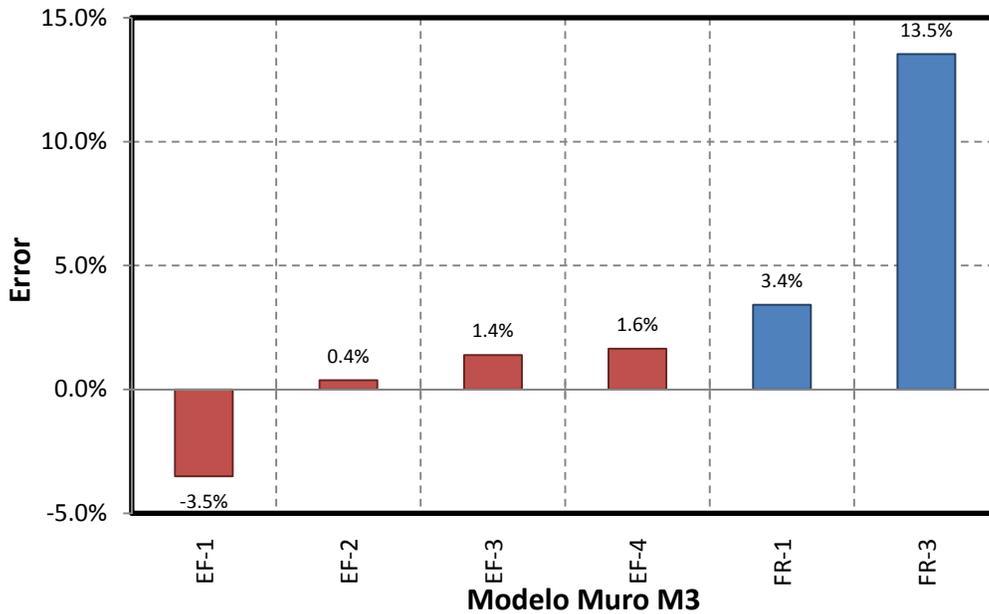


Fig. 4.23 Error desplazamiento lateral modelos muro M3 en comparación con modelo de referencia

Para la serie EF, en el caso del muro M1, el modelo EF1 es el de mejor aproximación resultando más flexible que el de referencia. Para el muro M2 el modelo EF-4 da los mejores resultados, siendo este más rígido que el modelo de referencia. Para el muro M3 el modelo EF-2 es el que arroja los mejores resultados, siendo más flexible que el modelo de referencia. Cabe notar que el modelo EF-1 da resultados aceptables para todos los muros con un error menor al 10% en todos los casos.

Para la serie FR, en el caso del muro típico con hueco de puertas y ventanas (muro M1), los modelos M1-FR4 y M1-FR2 dan buenos resultados, el modelo M1-FR3 (modelo según NTC-

mampostería 2004) resulta muy flexible y sobreestima los desplazamientos. Para los muros M2 y M3, que no tienen aberturas en toda su altura, los mejores resultados son cuando se considera una barra para modelar la sección transversal completa del muro. Cuando se utilizan varias barras, en el modelado de los muros M2 y M3, estos resultan más flexibles que el modelo de referencia. Hay una pérdida clara de rigidez al dividir el muro. En el apéndice B se estudia analíticamente de manera detallada este problema.

Cuando evaluamos las rigideces relativas de los diferentes modelos de la serie EF y comparamos con las rigideces relativas obtenidas para los modelos de referencia, calculando el error relativo, se puede observar, en general, que debemos utilizar el mismo grado de discretización para todos los modelos en una estructura para obtener resultados aceptables (ver Fig. 4.24). Aunque los menores errores resultan si consideramos el modelado de una malla de 1x1 por muro (EF-1) con errores menores al 15%.

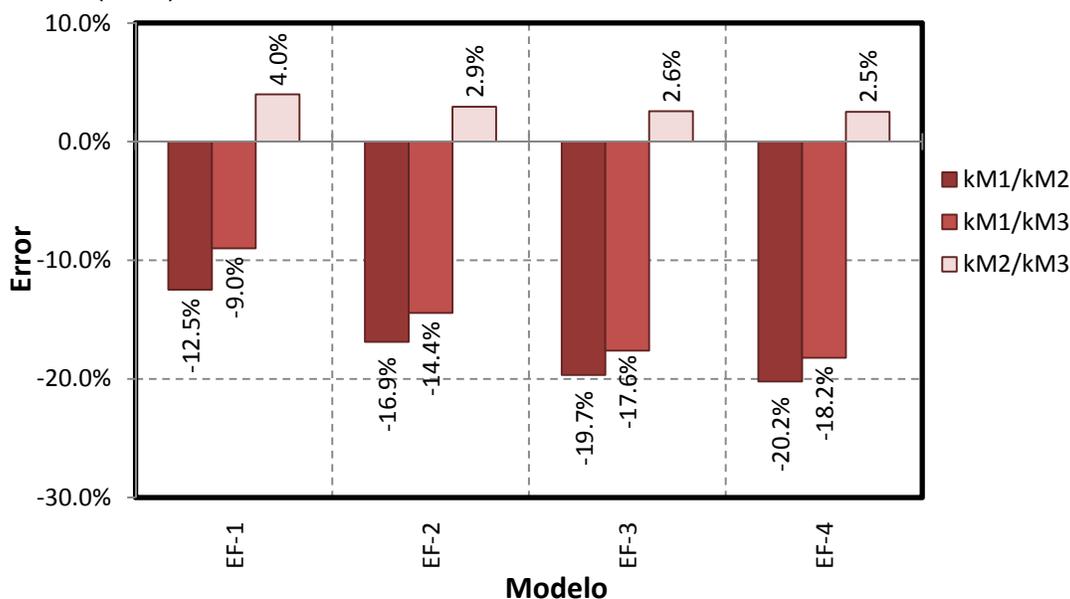


Fig. 4.24 Error rigidez relativa para los modelos de la serie EF en comparación con rigidez relativa de los modelos de referencia

Para la serie FR, ver Fig. 4.25 y Fig. 4.26, en el caso del muro típico con huecos (M1), los mejores resultados en cuanto a rigidez relativa se presenta cuando utilizamos el modelo M1-FR4 considerando una barra para el modelado de los muros sin aberturas (M2-FR1 y M3-FR1). Con el modelo M1-FR2 también se obtienen resultados aceptables al utilizar en el modelado de los muros sin abertura una sola barra.

Cuando se consideran varias barras en los muros sin huecos (M2-FR2 y M3-FR3), el modelo para el muro M1 que tiene los menores errores en cuanto a rigidez relativa es el M1-FR1, que considera el pretil debajo del hueco de ventana modelado con una barra. El modelo M1-FR3, que es el modelo construido con las recomendaciones de las NTC-mampostería 2004, es consistente con el modelado utilizando varias barras para los muros M2 y M3, que no tienen aberturas en toda su altura.

En cuanto a la rigidez relativa entre los muros M2 y M3 para la serie FR, los mejores resultados se presentan cuando consideramos el mismo tipo de modelado para los muros, es decir si se utiliza una barra para modelar la sección de todos los muros o varias barras para modelar la sección (ver Fig. 4.27).

Quando utilizamos varias barras en el modelado del muro M2, no existe una diferencia apreciable en cuanto a utilizar la mitad del castillo central en cada barra o utilizar la mitad del área e inercia del castillo central para cada barra.

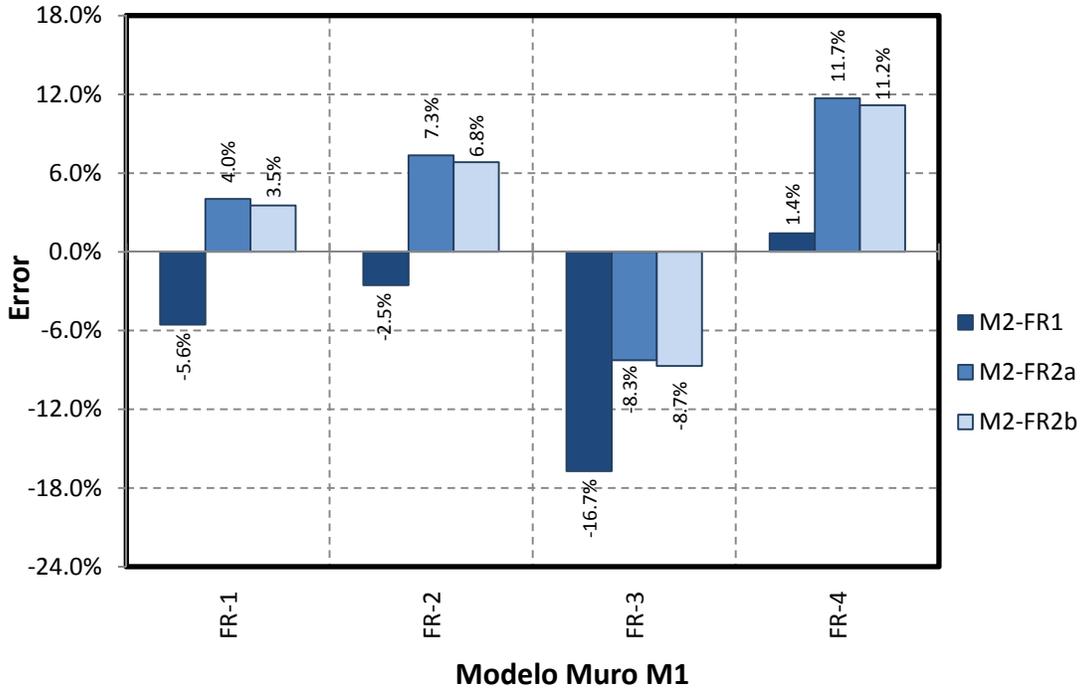


Fig. 4.25 Error de la rigidez relativa muro M1/M2 para la serie FR

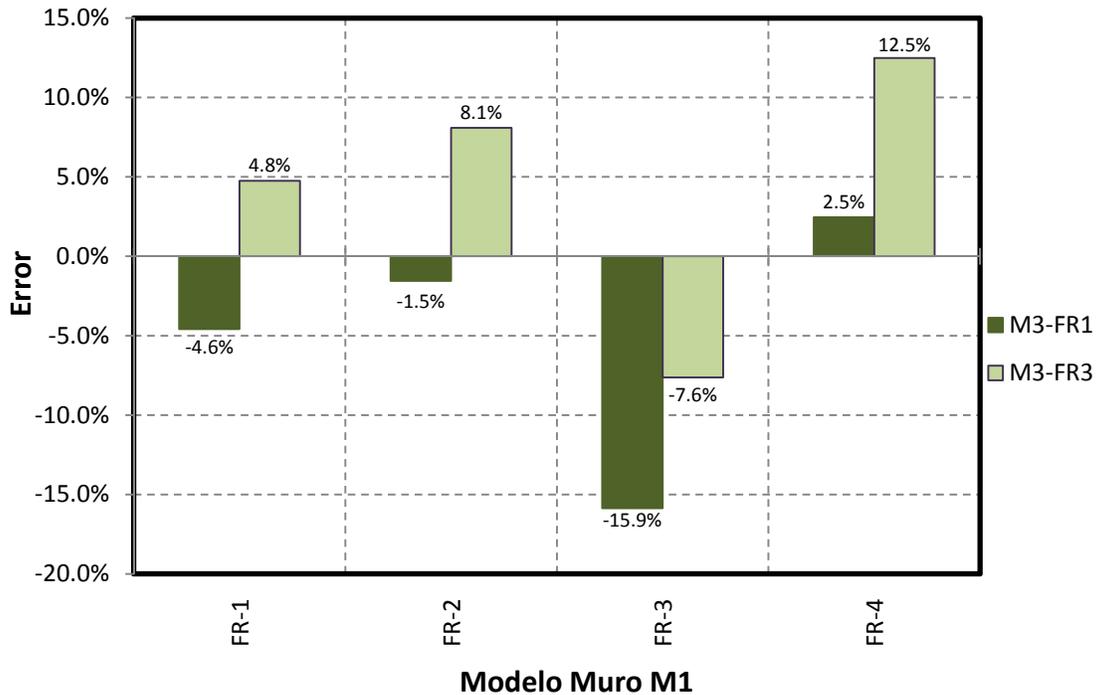


Fig. 4.26 Error de la rigidez relativa muro M1/M3 para la serie FR

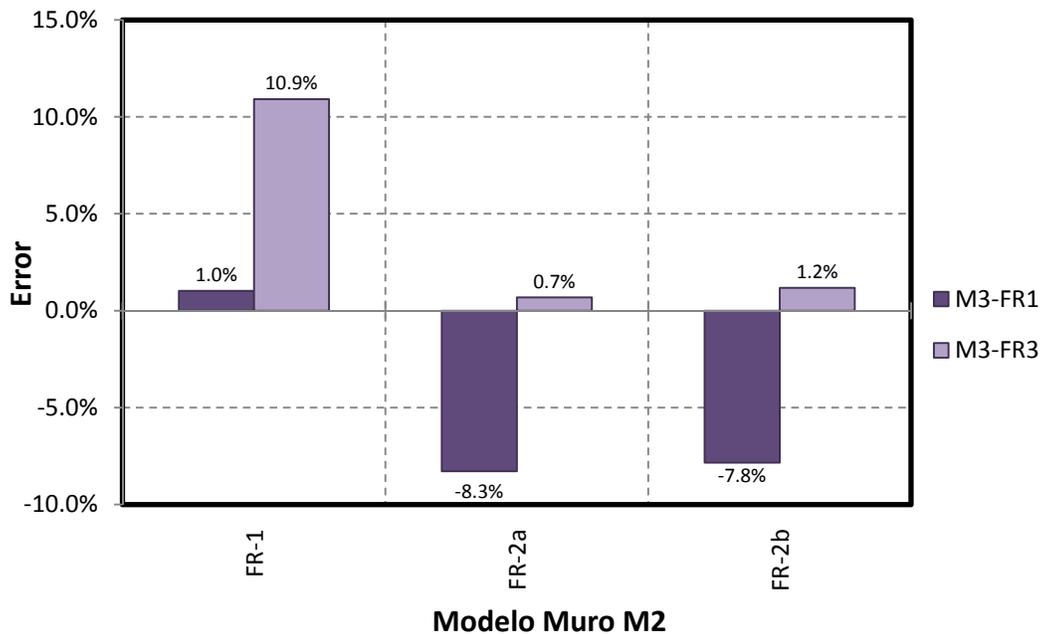


Fig. 4.27 Error de la rigidez relativa muro M2/M3 para la serie FR

#### 4.5 GRADO DE ACOPLAMIENTO

Debido a la gran variabilidad que se observó en la fuerza axial, cuando se estudió la distribución de elementos mecánicos en diferentes secciones del muro M1, se decidió hacer unas series de modelos variando el tipo de conexión entre los muros y su relación de aspecto. Esto con el objetivo de estudiar el grado de acoplamiento de las diferentes técnicas utilizadas. Se consideran tres arreglos de acoplamientos en muros de mampostería (dala, pretil en niveles superiores y un solo pretil a nivel de planta baja) con tres diferentes relaciones de aspecto, con lo que tenemos nueve arreglos de muros diferentes.

Por cada arreglo y relación de aspecto se hizo un modelo utilizando las diferentes técnicas empleadas en los despachos estructurales, vistas anteriormente. Para la técnica que considera elementos áreas y barras se utilizaron diferentes grados de refinación de la malla, generando tres modelos por cada arreglo.

En el caso de FR se consideraron algunas variaciones dependiendo del tipo de arreglo. Para los muros acoplados con dala solo se consideró un modelo de FR. Para los muros acoplados con pretil se consideraron cuatro modelos: a) Considerando el pretil como una barra unido a los muros con una barra rígida, b) Igual que el modelo anterior pero con articulación en el límite entre los muros y el pretil, c) Considerando el pretil como una barra horizontal con las propiedades de la sección transformada equivalente y zona rígida en la parte de la barra que se encuentra dentro del muro (recomendaciones NTC-mampostería 2004), y d) Igual que el anterior pero considerando zona rígida tanto en la barra del muro como en la barra del pretil.

Para los muros con el pretil en la parte inferior se consideró el pretil modelado con una barra vertical conectado a los muros laterales con un brazo rígido, y un segundo modelo que considera articulación en el brazo rígido en el límite entre el pretil y el muro.

4.5.1 Descripción de los muros

**ME** – Estructuras conformadas por 2 muros de mampostería iguales con un relación de aspecto L/H = 0.43 (muros esbeltos). Con castillos en cada eje de 12x12 cm y dalas de 23x12 en cada nivel, con 3 niveles de 2.60 m (ver Fig. 4.28).

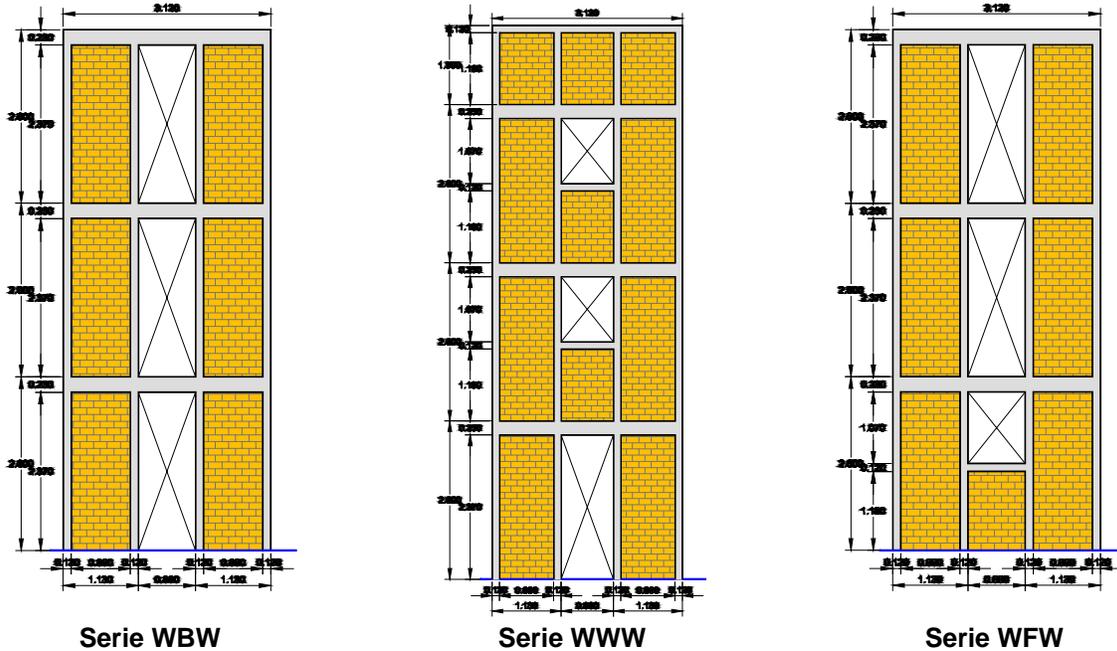


Fig. 4.28 Dimensiones muros acoplados esbeltos

**MA** – Estructuras conformadas por 2 muros de mampostería iguales con un relación de aspecto L/H = 1.20 (muros anchos). Con castillos en cada eje de 12x12 cm y dalas de 23x12 en cada nivel, con 3 niveles de 2.60 m (ver Fig. 4.29).

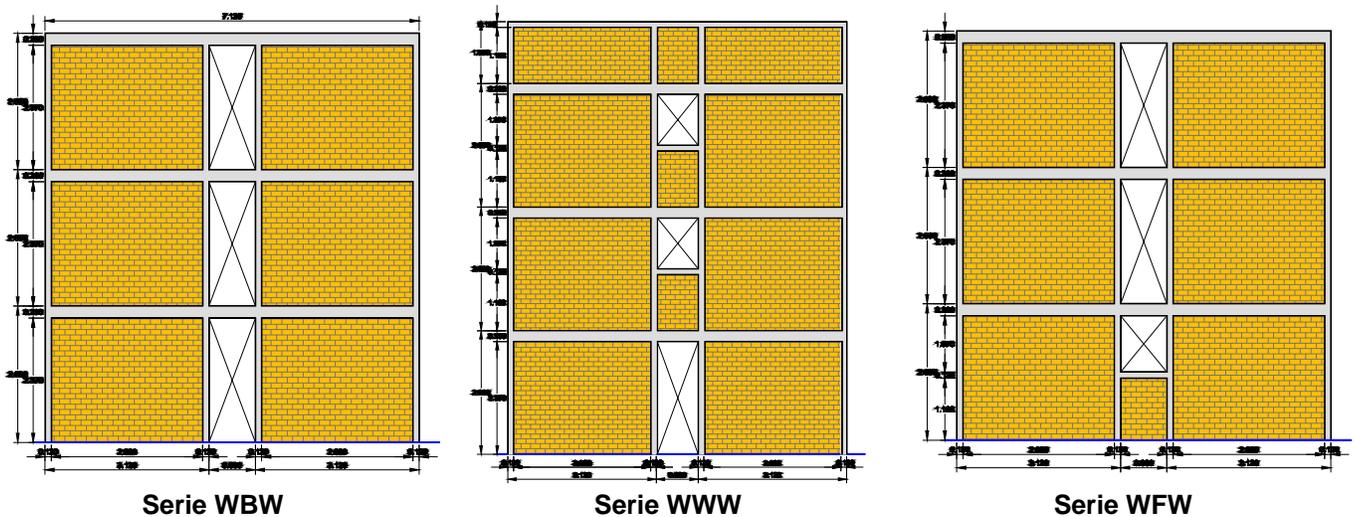


Fig. 4.29 Dimensiones muros acoplados anchos

**MD** – Estructuras conformadas por 2 muros de mampostería desiguales con relaciones de aspectos L/H = 1.20 (muro ancho) para el primer muro y L/H = 0.43 (muro esbelto). Con

castillos en cada eje de 12x12 cm y dalas de 23x12 en cada nivel, con 3 niveles de 2.60 m de altura (ver Fig. 4.30).

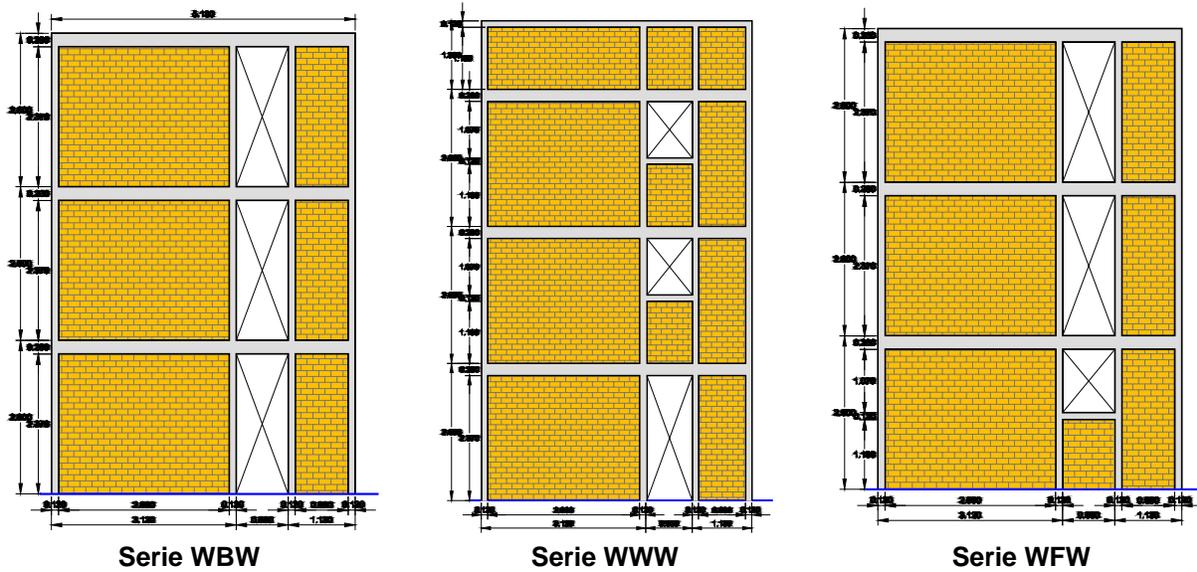


Fig. 4.30 Dimensiones muros acoplados desiguales

#### 4.5.2 Series Utilizadas

Se construyeron tres series con las diferentes técnicas: muros acoplados por dala (B), muros acoplados por pretil (W), y muros con pretil inferior (F). A continuación se describen los diferentes modelos de acuerdo a la técnica utilizada.

**EFR** – Modelo de referencia totalmente hecho de EF áreas tipo cascarón, tanto el muro de mampostería como los castillos, dalas y ancho equivalente de losa (Ver Fig. 4.31, Fig. 4.32 y Fig. 4.33).

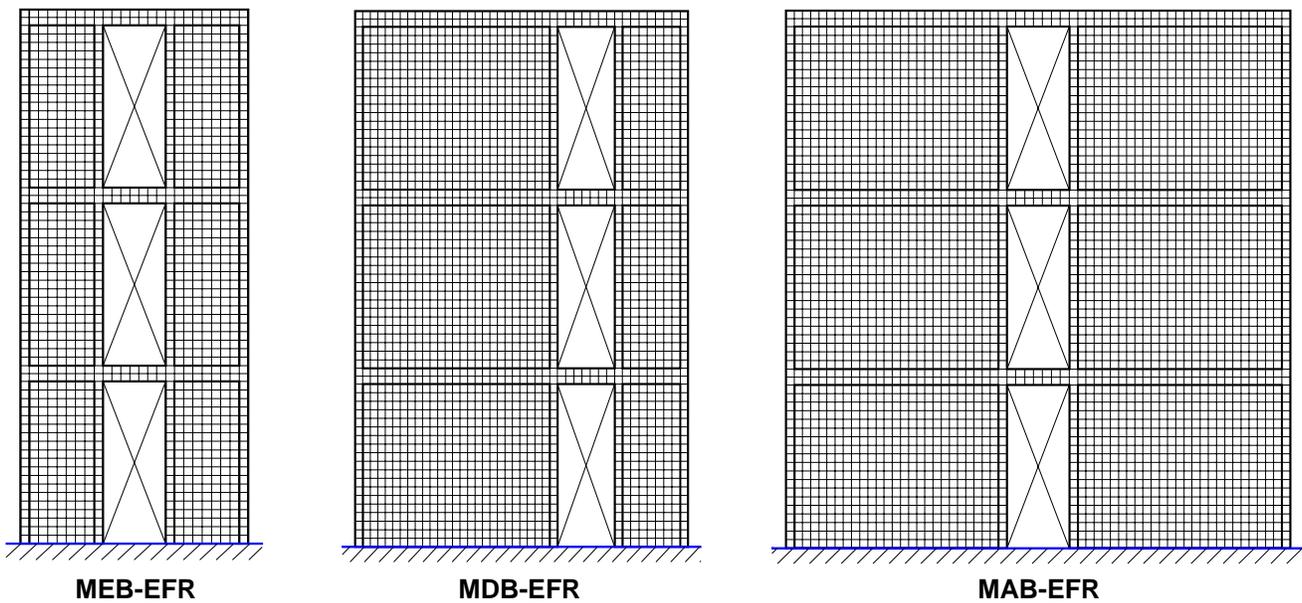


Fig. 4.31 Modelos de referencia serie WBW: Muros acoplados por dalas

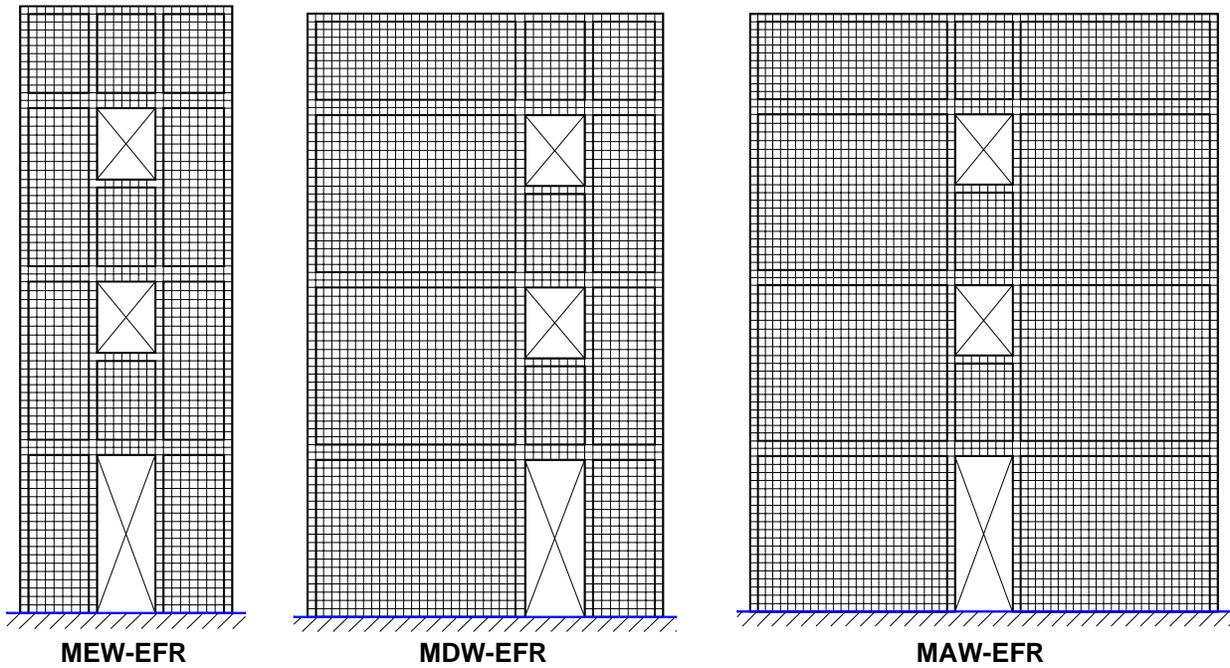


Fig. 4.32 Modelos de referencia serie WWW: muros acoplados por pretel

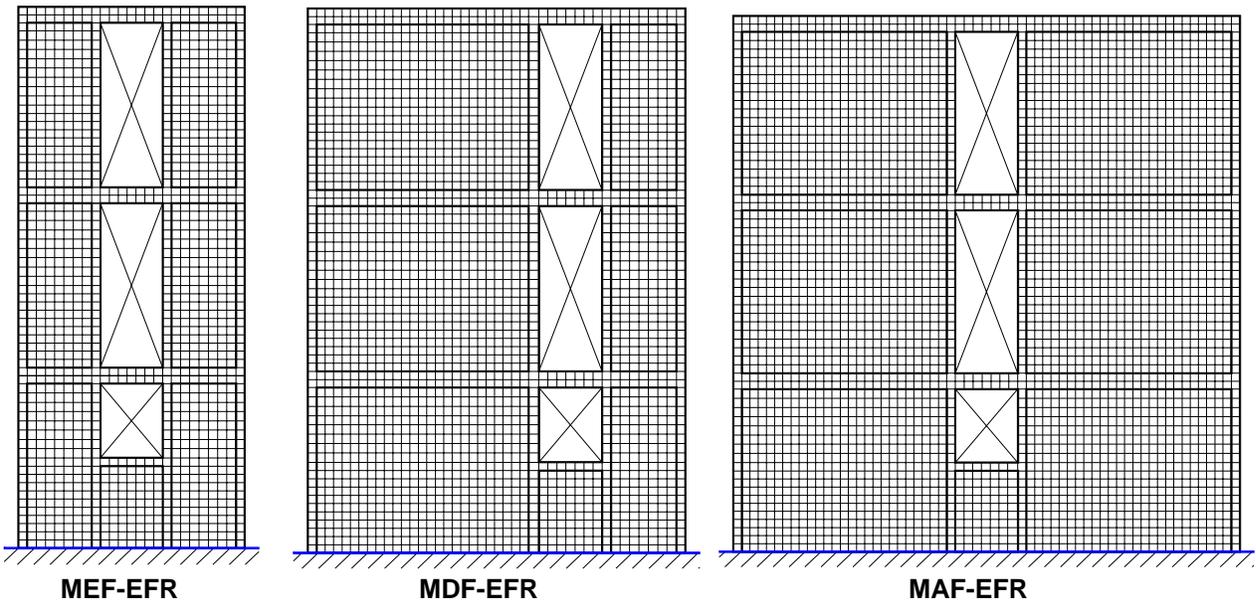


Fig. 4.33 Modelos de referencia serie WFW: muros con pretel inferior

**E<sub>F<sub>i</sub></sub>** – (i=1,2,3) Serie de modelo con elementos tipo área para mampostería y elementos tipo barra para elementos confinantes (Ver Fig. 4.34, Fig. 4.35 y Fig. 4.36). El nivel de refinamiento de la malla va desde 1x1, el menos refinado, hasta 8x8, el más refinado.

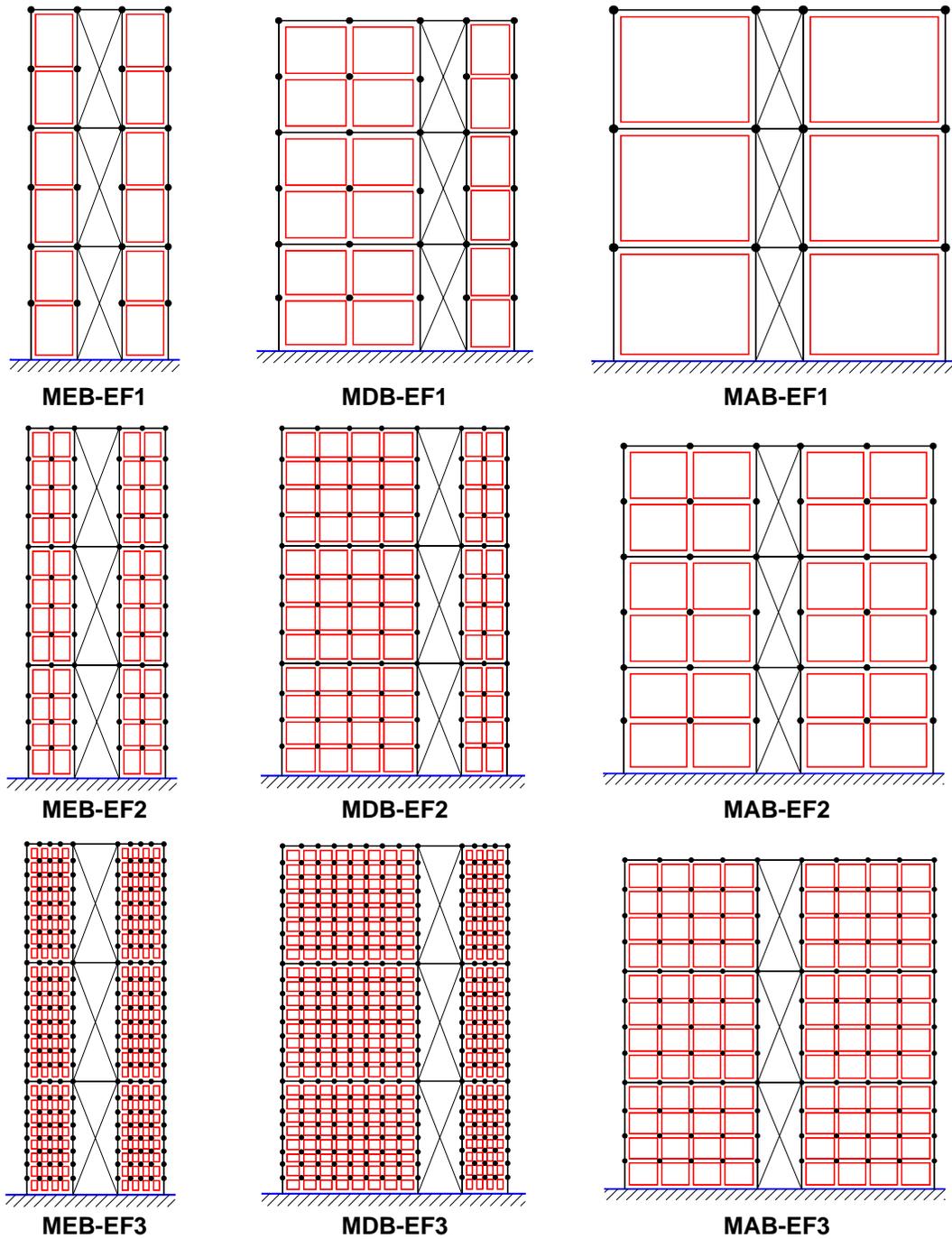


Fig. 4.34 Modelos elementos finitos serie WBW

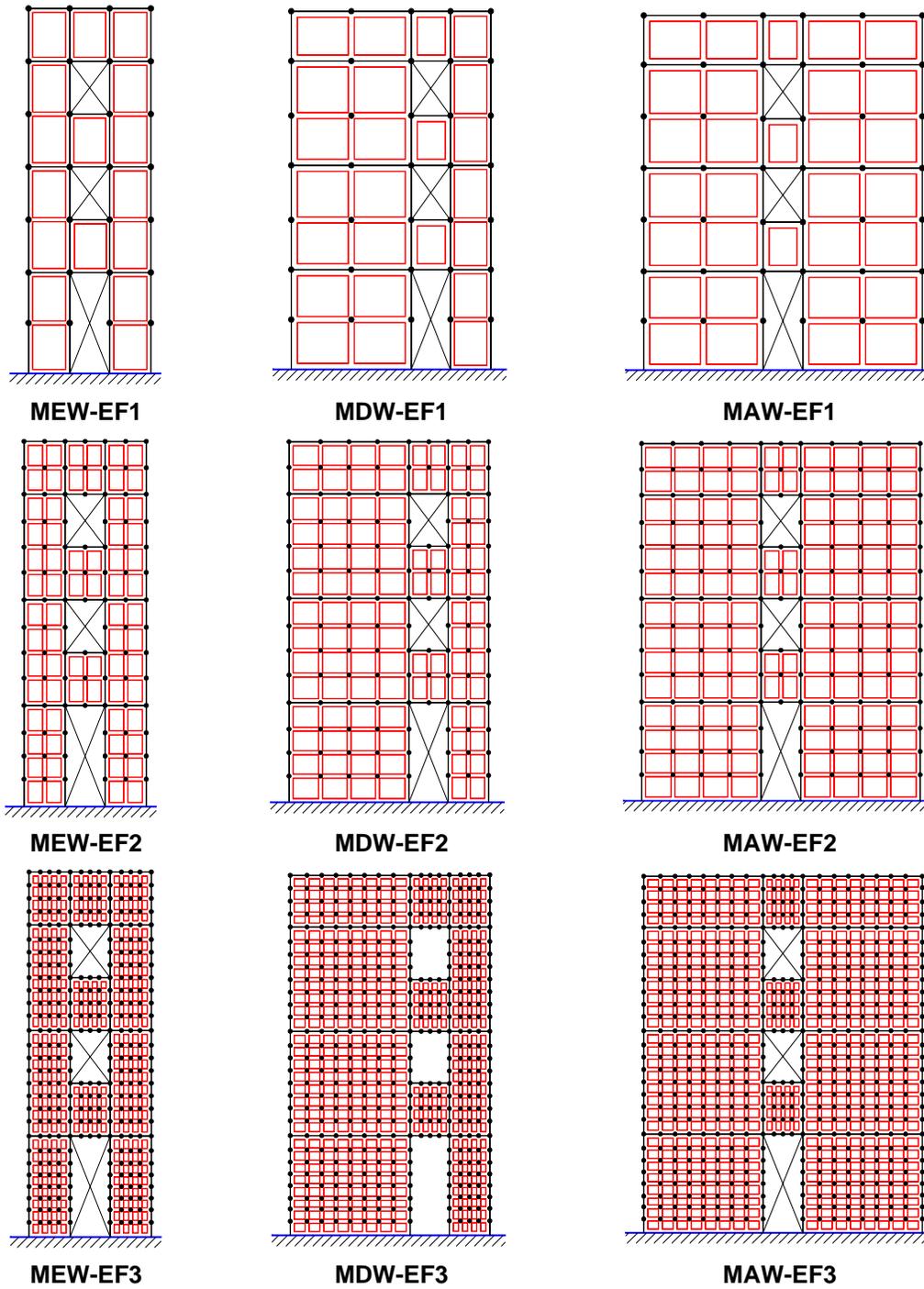


Fig. 4.35 Modelos elementos finitos serie WWW

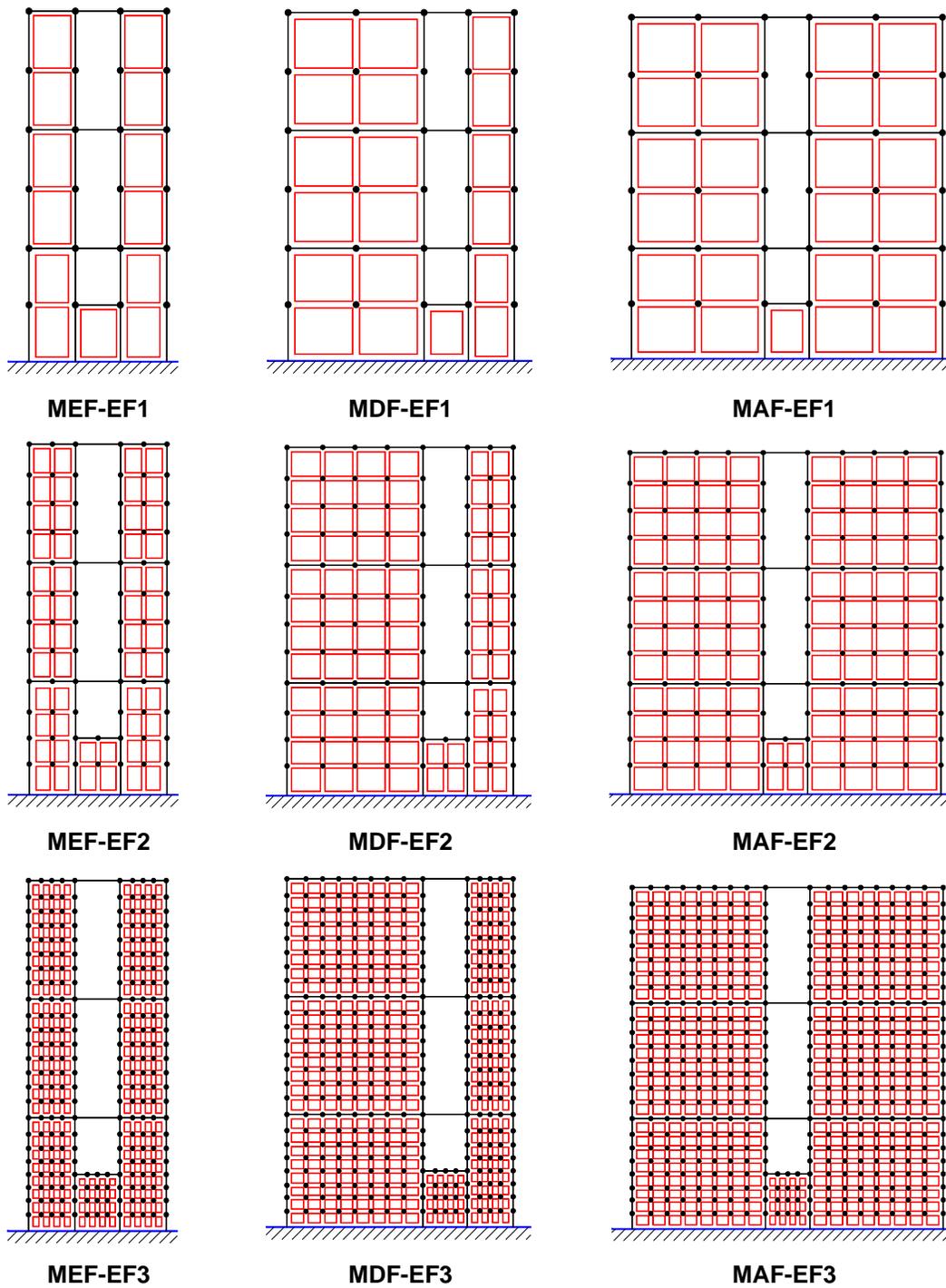


Fig. 4.36 Modelos elementos finitos serie WFW

**FR** – (i = 1, 2 y 3) Serie de modelo considerando columna ancha en el modelado de los muros de mampostería.

Para la serie acoplada con dalas (WBW) utilizando el MCA se considera un modelo por cada tipo de estructura (ME, MD y MA). Se considera una barra con las propiedades de la sección transformada equivalente en el centroide de cada muro y una barra horizontal que conecta ambos muros con las propiedades de la dala y su correspondiente ancho de losa equivalente, considerando zona rígida la parte de la dala que se encuentra dentro de cada muro (ver Fig. 4.37).

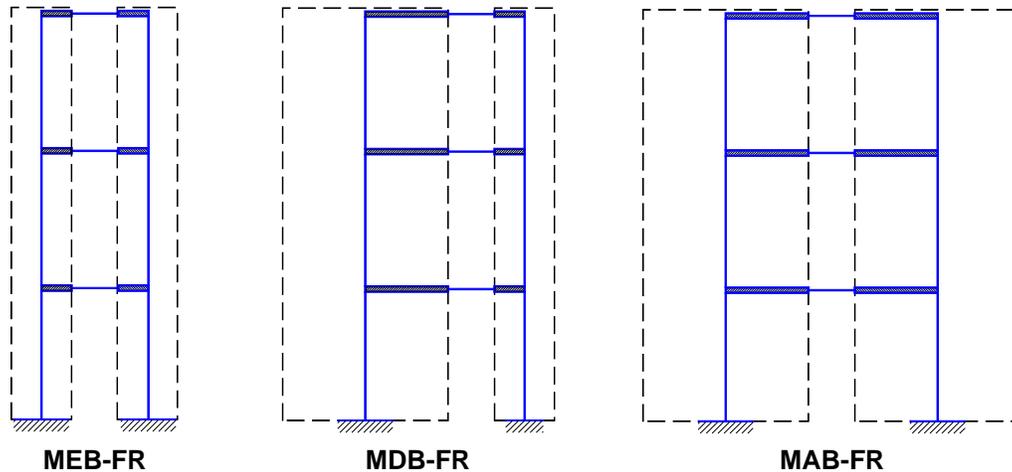


Fig. 4.37 Modelos columna ancha serie WBW

Para la serie acoplada con pretil (WWW) se consideran cuatro modelos por cada tipo de estructura (ver Fig. 4.38). En todos los modelos se consideran ambos muros a cada lado con una barra vertical con las propiedades de la sección transformada equivalente en cada centroide. En el primer modelo el pretil se modela con una barra vertical conectada por una barra rígida a cada muro. En el segundo modelo, a igual que en el primero, se modela con una barra vertical conectada por una barra rígida a cada muro pero articulada en el límite entre el muro y el pretil. En el tercer modelo se considera el modelado según las recomendaciones de las NTC para mampostería 2004, las propiedades transformadas de la sección de pretil son asignadas a una barra horizontal que conecta ambos muros y se considera zona rígida la parte de la barra que se encuentra dentro de la sección del muro. El cuarto modelo es igual que el anterior pero considerando también zona rígida en la parte del muro que se encuentra dentro de la sección del pretil.

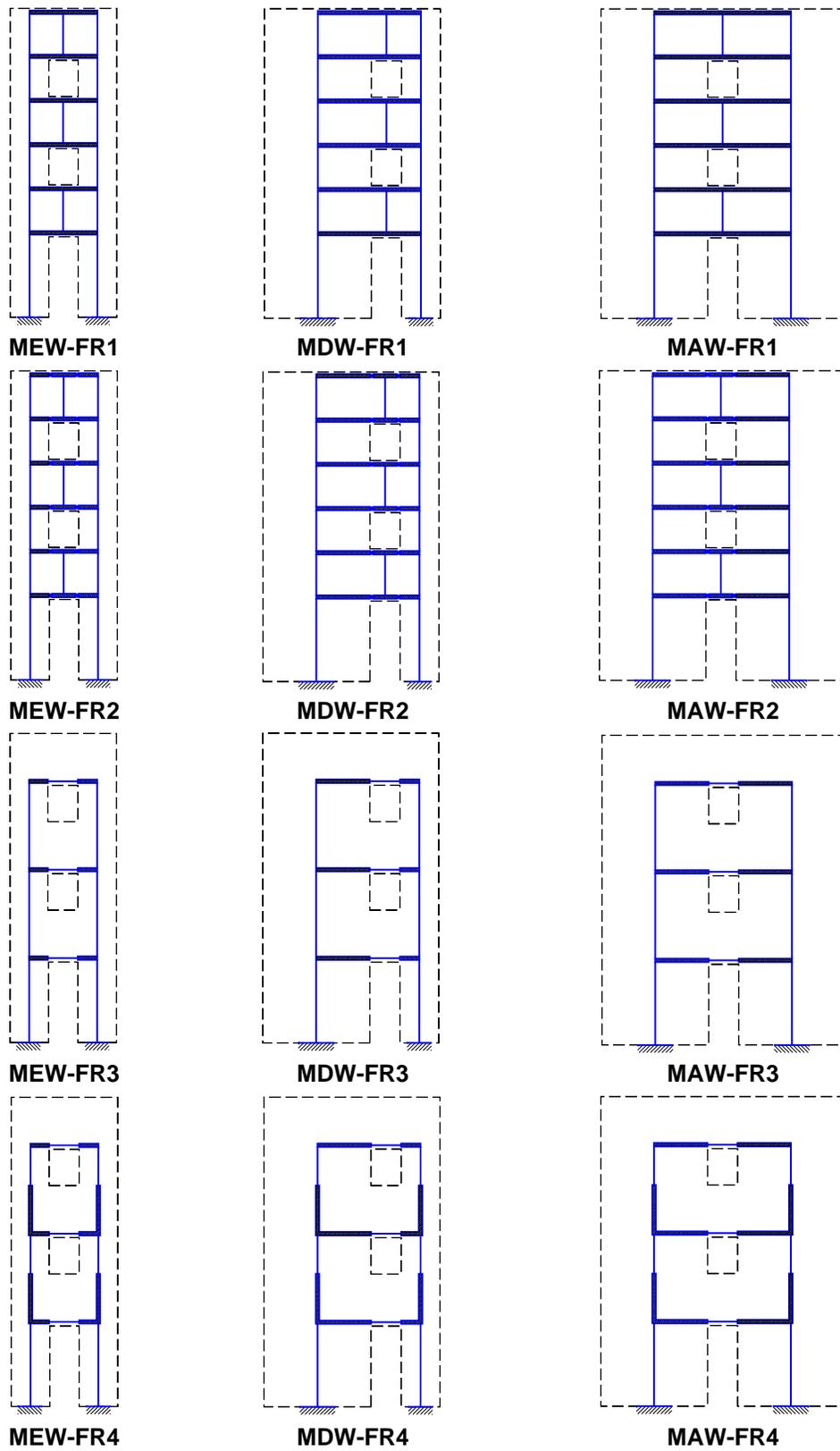


Fig. 4.38 Modelos columna ancha serie WWW

Para la serie con un pretil en la parte inferior (WFW) se consideran dos modelos por cada tipo de estructura (ver Fig. 4.39). Todos los muros están acoplados por dala y modelados como la serie WBW. En el primer modelo se considera el pretil inferior con una barra vertical conectada a ambos muros en la parte superior del pretil por una barra rígida. El segundo modelo es igual que el anterior pero se considera una articulación en el límite entre el muro y el pretil inferior.

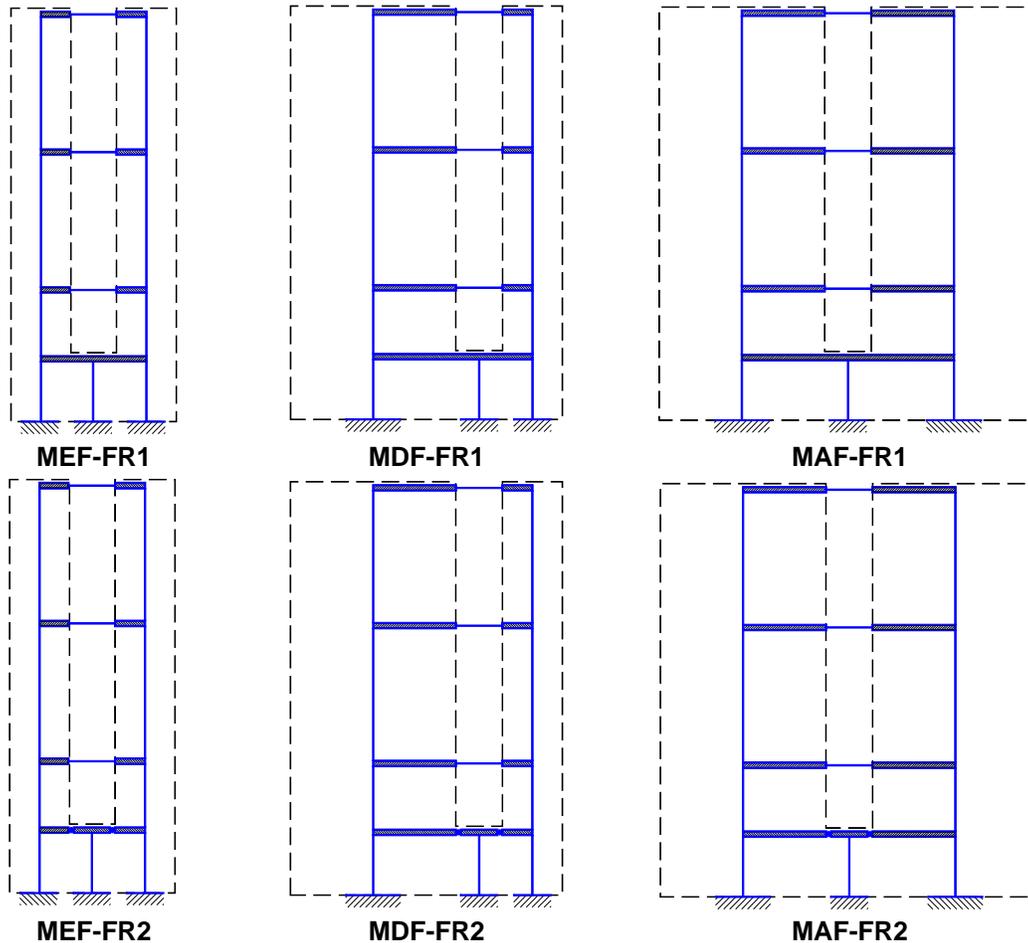


Fig. 4.39 Modelos columna ancha serie WFW

### 4.5.3 Resultados

Para medir el grado de acoplamiento se utilizó la ecuación recomendada por Paulay y Priestley (1992) en su libro “Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Building”:

$$A = \frac{Pd}{M_{OT}} \quad (4.3)$$

Donde P es la carga axial, d es la distancia entre los centroides de los muros y  $M_{OT}$  es el momento total de los muros en su base. Cuando no existe acoplamiento entre los muros  $A = 0$  y cuando existe un acoplamiento total entre los muros  $A = 0.75$ . Los valores de A se normalizaron dividiendo entre 0.75. Se comparo el grado de acoplamiento con el modelo de referencia para cada caso.

En el caso de los modelos con elementos tipo área y barras (EF) acoplados por dala (serie WBW) el error anda entre un 8%, para el muro ancho con una malla de 1x1, y un 30%, también para el muro ancho pero con una malla de 4x4. Como se puede observar, para los modelos EF, mientras menor es la división de la malla menor es el error en comparación con el modelo de referencia (ver Fig. 4.40).

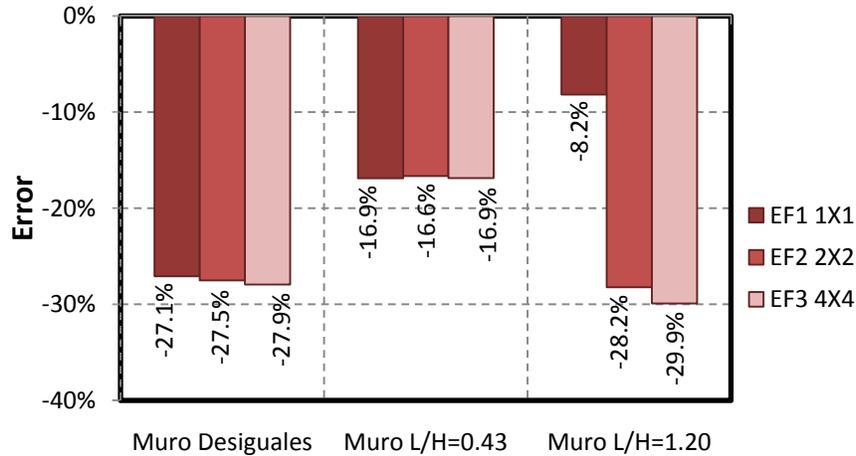


Fig. 4.40 Error acoplamiento en modelos EF serie WBW

Los modelos FR son los que arrojan los mejores resultados con errores menores al 5% para el acoplamiento, teniendo un menor acoplamiento que el modelo de referencia (ver Fig. 4.41).

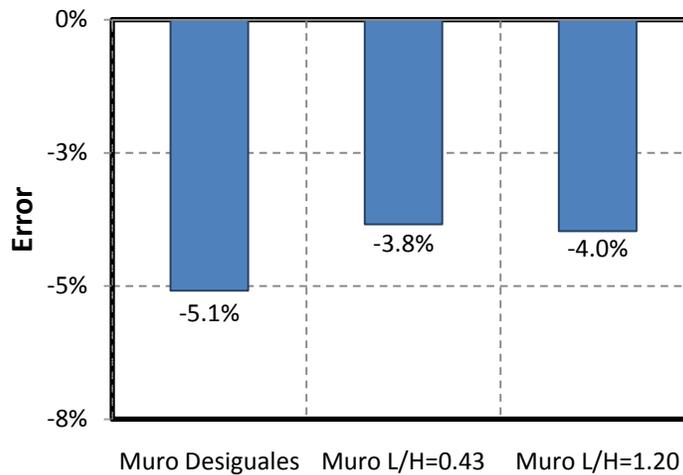


Fig. 4.41 Error acoplamiento en modelos FR serie WBW

Los resultados muestran que para la serie WWW (acoplados por pretilos) los mejores resultados son si consideramos el modelado de un panel por muro (EF1), cuando consideramos EF. Mientras que para los modelos FR los mejores resultados se presentan cuando consideramos zona rígida tanto en la dala como en el muro, modelo FR4.

Los modelos construidos con EF dan muy buenos resultado, teniendo un menor acoplamiento que el modelo de referencia (ver Fig. 4.42), el error aumenta a medida que sub-dividimos los elementos. En el caso de los modelos FR, todos resultan con un mayor acoplamiento excepto el FR2 (ver Fig. 4.43), que considera una barra vertical para modelar el pretil unido a los muros

laterales por una barra rígida articulada en el límite entre el muro y el pretil. El modelo que resulta con mayor acoplamiento es el modelo FR1, que es igual al modelo FR2 pero sin ninguna articulación en la barra rígida. El modelo que da los mejores resultados es el FR4, que considera las recomendaciones de las NTC-mampostería igual que el FR3 pero suponiendo zona rígida la parte del muro que esta dentro del pretil.

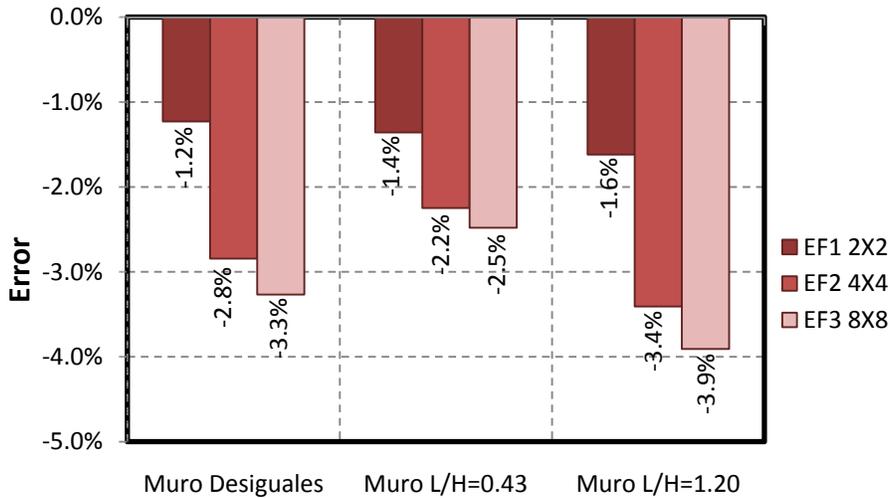


Fig. 4.42 Error acoplamiento modelos EF serie WWW

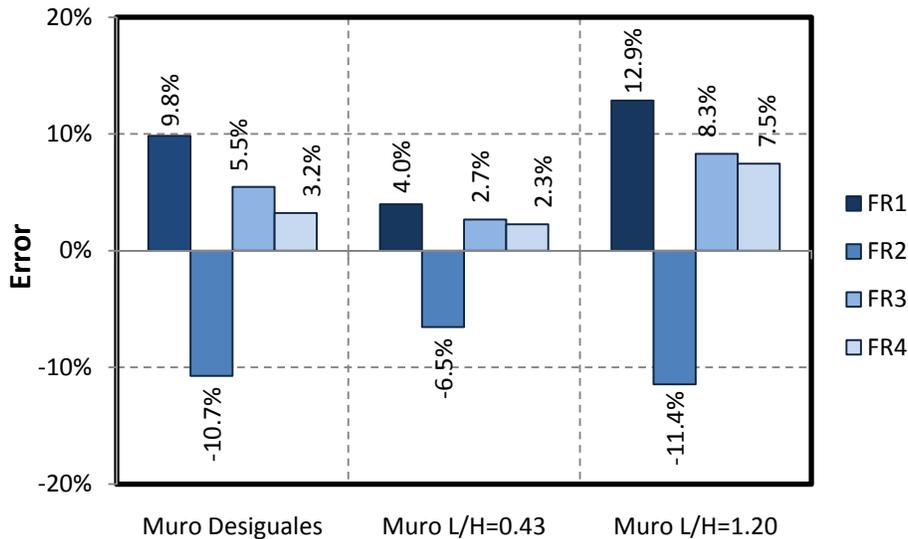


Fig. 4.43 Error acoplamiento modelos FR serie WWW

Para la serie con pretil inferior (WFW) los mejores resultados se obtienen con los modelos FR, resultando con menor acoplamiento que el modelo de referencia.

Con los modelos FR se obtienen los mejores resultados cuando se modela el pretil inferior con una barra vertical conectada a los muros por una barra rígida horizontal articulada en el límite entre el pretil y el muro (ver Fig. 4.44). Cuando no se considera articulación en la barra los errores llegan a ser del orden del 22%, resultando el modelo con un menor acoplamiento.

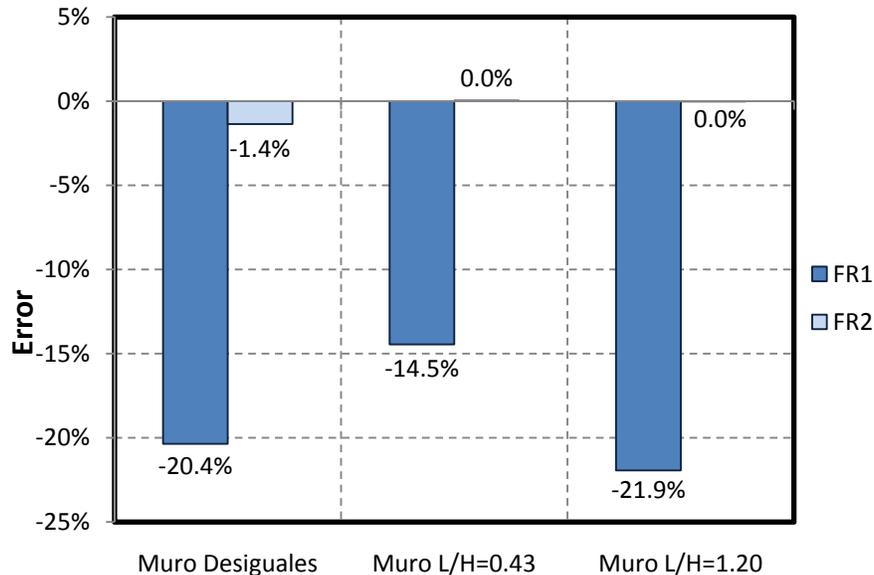


Fig. 4.44 Error acoplamiento modelos FR serie WFW

En los modelos utilizando EF el error no tiende a converger si no que varía sin ningún patrón (ver Fig. 4.45), aunque se observa que para el desplazamiento sí existe una convergencia. Si tomamos en cuenta el desplazamiento de los modelos EF en comparación con el modelo de referencia (ver Fig. 4.46), cuando tenemos una menor división de los elementos (2x2) obtenemos mejores resultados para el desplazamiento, aunque el error en el acoplamiento anda entre un 18% para muros esbeltos y un 29% para muros anchos. También se puede observar que para el caso de los muros esbeltos la sub-división de los elementos casi no afecta el error en el acoplamiento de los modelos aunque si aumenta el error en el desplazamiento a medida que aumenta la división de los elementos.

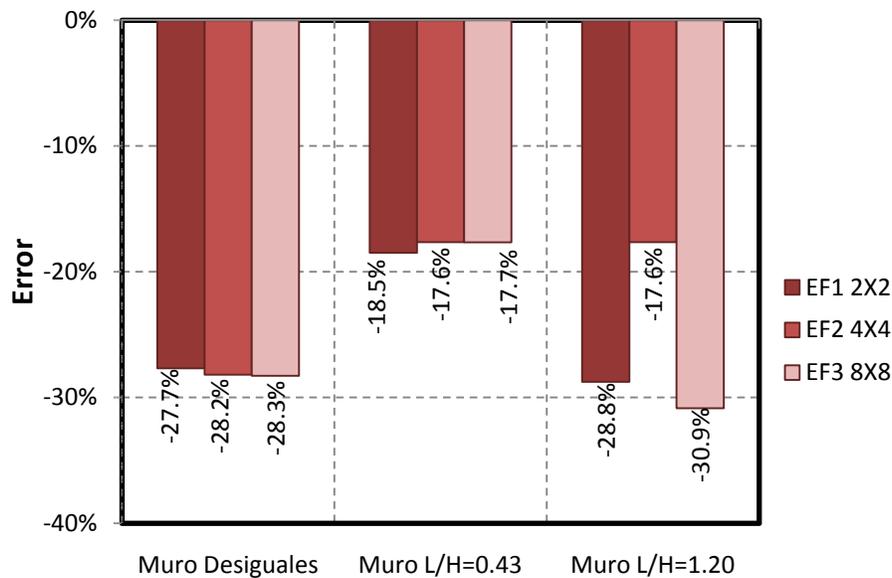


Fig. 4.45 Error acoplamiento modelos EF serie WFW

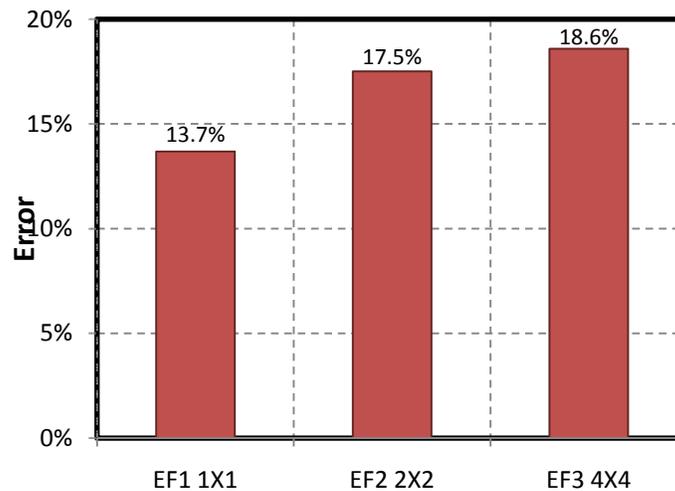


Fig. 4.46 Error en el desplazamiento modelo EF serie WFW

#### 4.6 RELACIÓN DE ESBELTEZ Y MODULAR

Como se pudo observar en las pruebas anteriores, la rigidez de los modelos varia de acuerdo con el método utilizado para el modelado. Para conocer que tanto influye el método utilizado, para modelar el muro, en su rigidez lateral se construyo una serie variando la relación de esbeltez ( $L/H$ ). Se tomaron valores desde 0.30 (muro muy esbelto) hasta 1.50 (muro ancho) utilizando el método de la columna ancha y el de elementos finitos. Además se construyeron dos muros con más de un panel: un muro con una relación de esbeltez de 2.35 con dos panel de 3 m y un muro con una relación de esbeltez de 3.51 con tres panel de 3 m, los cuales se modelaron utilizando una y varias barras con el método de la columna ancha, con el objetivo de estudiar la división de los muros de mampostería confinada.

Para tomar en cuenta la variación en el material (relación modular) se tomó un muro con un ancho típico de panel (3 m) con una relación de esbeltez intermedia ( $L/H = 1.20$ ). Se hizo variar la resistencia de la mampostería, y con ello el modulo de elasticidad de la mampostería, manteniendo fija la resistencia del concreto. Se tomó desde el valor mínimo de la resistencia a compresión sobre área bruta,  $f^*m = 20 \text{ kg/cm}^2$ , hasta un valor máximo,  $f^*m = 150 \text{ kg/cm}^2$ , especificado en las NTC-mampostería 2004 para piezas de barro y un mortero tipo I. Con esto se obtuvieron valores de la relación modular desde un máximo de  $n = 9.43$ , para la mampostería de menor resistencia, hasta un mínimo de  $n = 1.18$ , para la mampostería de mayor resistencia, manteniendo un valor del modulo de elasticidad del concreto de  $E_m = 113,137 \text{ kg/cm}^2$ .

A cada muro se le aplicó una carga lateral de empujón, a nivel del centroide de la dala, hasta alcanzar un desplazamiento de 1 cm, para obtener la rigidez lateral de cada modelo. Con el objetivo de evaluar la rigidez lateral de cada modelo, esta se normalizó con respecto a la rigidez lateral obtenida con el modelo de referencia. Los resultados también se utilizaron para evaluar el factor de corrección de área por cortante o factor de forma propuesto para el cálculo de la rigidez lateral de los muros de mampostería confinada por el MCA.

### 4.6.1 Descripción de los muros

Todos los modelos tienen las dimensiones típicas para dalas y castillos especificados anteriormente, con una altura de 2.60 m. En la Fig. 4.47 se presenta la geometría de todos los muros y su respectiva relación de esbeltez o aspecto (L/H).

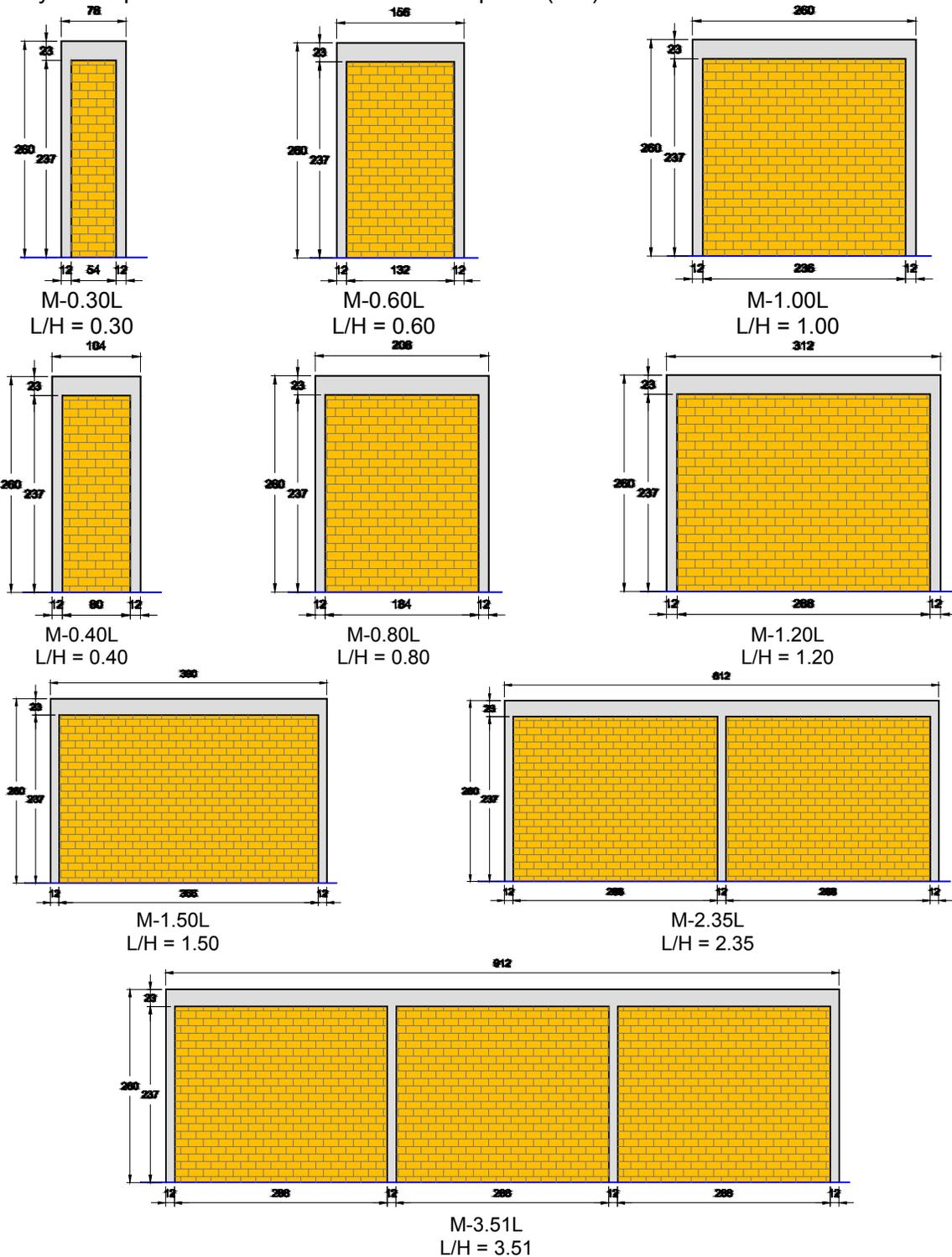


Fig. 4.47 Geometría de los muros con diferente relación de esbeltez (L/H)

Para los diferentes muros se consideraron las mismas propiedades de los materiales utilizados en las pruebas anteriores. En la serie donde se evalúa la rigidez en función de la relación modular, se hizo variar la resistencia de la mampostería.

#### 4.6.2 Descripción de los modelos

Como en las pruebas anteriores, se construyó un modelo hecho totalmente con elementos tipo área para cada muro, que se toma como modelo de referencia (EF-R) para la evaluación de los resultados.

Para cada muro se construyeron tres modelos con elementos tipo área para la mampostería y barra para los elementos confinantes. El primer modelo (EF1) tiene una malla lo menos refinada posible para mantener una relación de aspecto del elemento área que sea cuadrado, para los modelos con  $L/H \geq 0.80$ , se uso una malla 1x1 para cada panel. El segundo modelo (EF2) se obtuvo de subdividir la malla del modelo EF1 en 2x2 para cada elemento, para los modelos M-0.30H, M-0.40H y M-0.60H se utilizo una malla de 1x2. El tercer modelo (EF3) se obtuvo de subdividir la malla del modelo EF2 en 2x2 y el cuarto modelo (EF4) se subdividió la malla del modelo EF3 en 2x2, obteniendo una malla de 8x8.

Para los modelos FR se calculó las propiedades y rigidez para cada relación de esbeltez considerando, para el cálculo del área de cortante, varios valores del factor de corrección ó factor de forma. El cálculo del área de cortante utilizando varios factores de forma sirve también para verificar la validez del factor de forma aproximado propuesto en el capítulo 2. En la Tabla 4.4 se muestran las propiedades geométricas para los diferentes muros de mampostería, donde aparece el valor del factor de forma calculado con la fórmula exacta deducida de la mecánica de materiales y con la fórmula propuesta para muros de mampostería confinada (ver Apéndice A). Los valores del área equivalente de cortante se calculan para el factor de forma exacto, el factor de forma propuesto y para un factor de forma constante igual a 1.20.

Tabla 4.4 Propiedades para los muros con diferente relación de esbeltez (L/H)

Muro	A cm <sup>2</sup>	I <sub>G</sub> cm <sup>4</sup>	Facto de forma		A <sub>C</sub> EXACTO cm <sup>2</sup>	A <sub>C</sub> PROPUESTO cm <sup>2</sup>	A <sub>C</sub> CONSTANTE cm <sup>2</sup>
			f <sub>exacto</sub>	f <sub>propuesto</sub>			
M-0.30H	1,553.10	1,153,975	1.74	1.77	891.79	876.77	1,294.25
M-0.40H	1,865.10	2,438,046	1.60	1.59	1,167.52	1,176.21	1,554.25
M-0.60H	2,489.10	7,002,850	1.44	1.43	1,726.10	1,736.08	2,074.25
M-0.80H	3,113.10	14,932,914	1.36	1.37	2,281.81	2,276.17	2,594.25
M-1.00H	3,737.10	27,071,884	1.32	1.33	2,832.34	2,808.28	3,114.25
M-1.20H	4,361.10	44,263,408	1.29	1.31	3,378.10	3,336.38	3,634.25
M-1.50H	5,297.10	81,369,716	1.26	1.28	4,189.55	4,124.49	4,414.25

Para el muro M-1.20L se consideró también variar las propiedades de la mampostería de acuerdo a las NTC-mampostería 2004 (ver Tabla 4.5).

Tabla 4.5 Propiedades para mampostería de piezas de barro recocido

f <sub>p</sub> <sup>*</sup> kg/cm <sup>2</sup>	f <sub>m</sub> <sup>*</sup> kg/cm <sup>2</sup>	E <sub>m</sub> kg/cm <sup>2</sup>	G <sub>m</sub> kg/cm <sup>2</sup>	n
60	20	12,000	4,800	9.43
75	30	18,000	7,200	6.29

100	40	24,000	9,600	4.71
150	60	36,000	14,400	3.14
200	80	48,000	19,200	2.36
300	120	72,000	28,800	1.57
400	140	84,000	33,600	1.35
500	160	96,000	38,400	1.18

En la Tabla 4.6 se presentan las propiedades geométricas del muro M-1.20L manteniendo todas sus dimensiones constantes y variando su relación modular. También se considera factor de forma exacto, propuesto y constante.

**Tabla 4.6 Propiedades geométricas muro M-1.20L variando su relación modular**

n	A cm <sup>2</sup>	I <sub>G</sub> cm <sup>4</sup>	Facto de forma		A <sub>C</sub> EXACTO cm <sup>2</sup>	A <sub>C</sub> PROPUESTO cm <sup>2</sup>	A <sub>C</sub> CONSTANTE cm <sup>2</sup>
			f <sub>exacto</sub>	f <sub>propuesto</sub>			
9.43	6,171.29	85,014,481.37	1.71	1.62	3,600.70	3,806.14	5,142.74
6.29	5,266.19	64,638,944.92	1.49	1.46	3,531.81	3,596.46	4,388.49
4.71	4,813.65	54,451,176.69	1.39	1.39	3,472.41	3,473.79	4,011.37
3.14	4,361.10	44,263,408.46	1.29	1.31	3,378.10	3,336.38	3,634.25
2.36	4,134.82	39,169,524.34	1.25	1.27	3,308.10	3,261.28	3,445.69
1.57	3,908.55	34,075,640.23	1.22	1.23	3,212.81	3,181.39	3,257.12
1.35	3,843.90	32,620,244.77	1.21	1.22	3,179.19	3,157.61	3,203.25
1.18	3,795.41	31,528,698.17	1.20	1.21	3,151.65	3,139.49	3,162.84

Para los muros con más de un panel (Muros M-2.35H y M-3.51H) también se calcularon todas sus propiedades considerando el factor de forma propuesto para el cálculo del área de cortante (ver Tabla 4.7).

**Tabla 4.7 Propiedades geométricas muro M-2.35H y M-3.51H**

Muro	A cm <sup>2</sup>	I <sub>G</sub> cm <sup>4</sup>	f <sub>propuesto</sub>	A <sub>C</sub> PROPUESTO cm <sup>2</sup>
M-2.35H	8,269.65	284,770,736.93	1.25	6,602.65
M-3.51H	12,178.19	897,412,091.30	1.23	9,862.91

#### 4.6.3 Resultados

En base a los datos anteriores se construyeron y analizaron, con ayuda del SAP2000, todos los modelos de los muros utilizando los diferentes métodos y obteniendo la rigidez lateral para cada uno. Estos resultados se normalizaron con respecto a la rigidez lateral del modelo de referencia para fines de comparación.

En la Fig. 4.48 se muestra una comparación entre los valores obtenidos para los modelos FR y los valores obtenidos con el modelo de referencia para los diferentes valores del factor de forma, variando la relación de esbeltez del muro (L/H).

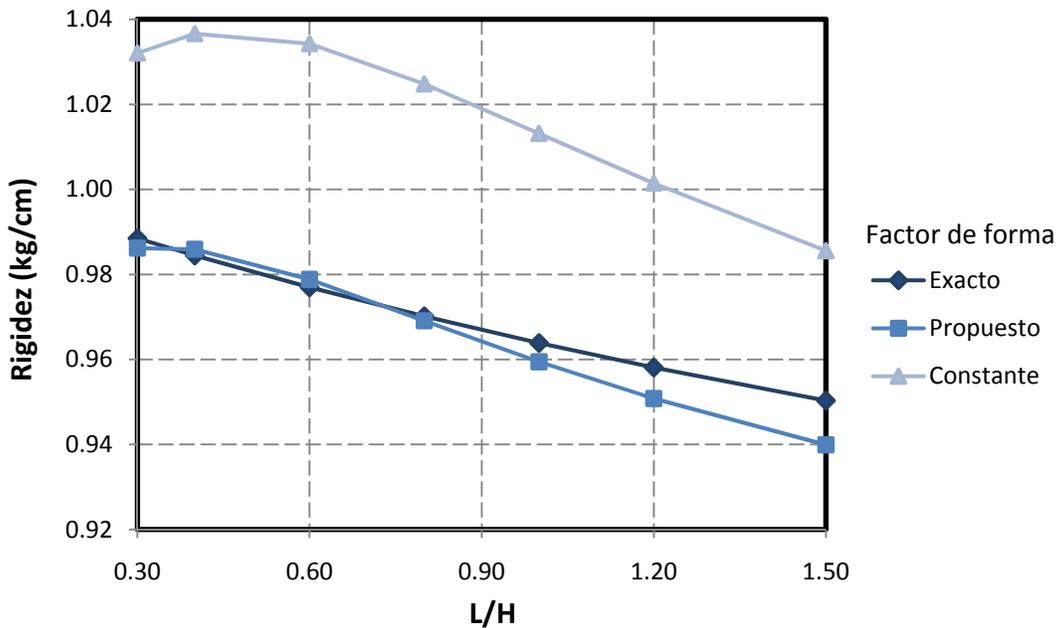


Fig. 4.48 Comparación entre resultados de los modelos FR y el modelo de referencia para diferentes relaciones de esbeltez considerando diferentes factores de forma para el cálculo del área de cortante

Como se puede observar en la gráfica, con los modelos FR se obtienen errores menores al 6%. También se puede observar que los valores de rigidez obtenidos con el factor de forma propuesto son muy similares a los valores de rigidez obtenidos utilizando el factor de forma calculado según la mecánica de materiales. Para muros muy esbeltos, el factor propuesto da muy buenos resultados con errores menores al 2%, mientras que para muros anchos el uso de un factor de forma igual a 1.2 da muy buenos resultados en comparación con el modelo de referencia.

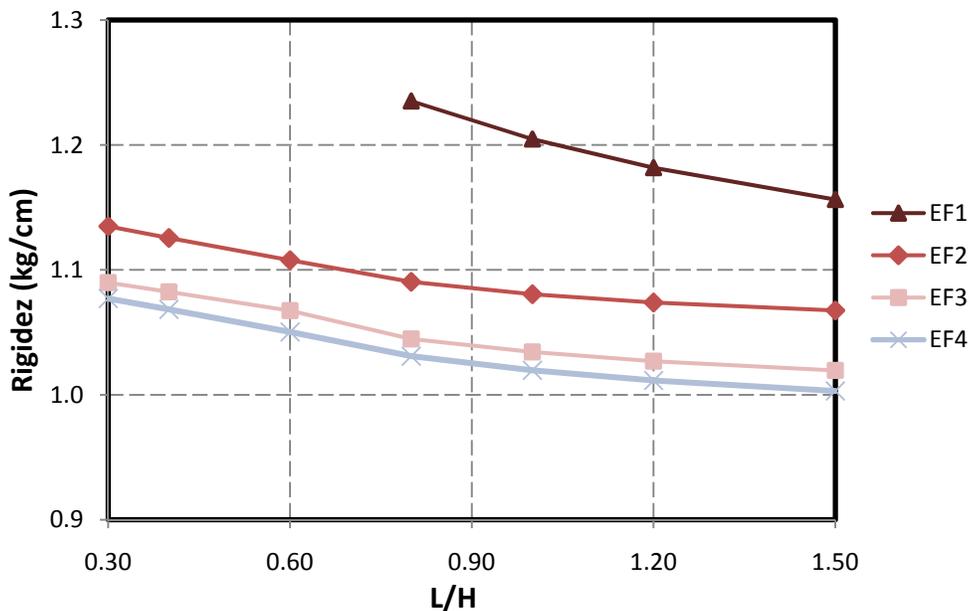


Fig. 4.49 Comparación entre resultados de los modelos EF con diferente grado de refinamiento y el modelo de referencia para diferentes relaciones de esbeltez

En la Fig. 4.49 se muestran una comparación entre los valores obtenidos con los modelos EF, modelando la mampostería con elementos tipo área y los elementos confinantes con barras, y los valores obtenidos con el modelo de referencia para los diferentes grados de discretización de la malla, variando la relación de esbeltez del muro (L/H).

Se puede observar que a medida que aumenta la relación esbeltez o la subdivisión del modelo el error disminuye desde 14% hasta un 2%. Para relación de esbeltez pequeña el error obtenido es grande, lo que indica que este tipo de modelos no representa muy bien el comportamiento a flexión del muro. Para relación de esbeltez alta los errores son menores al 7%. También se puede hacer notar que la convergencia de la malla resulta rápida.

Igualmente en las Fig. 4.50 y Fig. 4.51 se muestran los valores obtenidos para los modelos FR y EF, respectivamente, para el muro M-1.20H pero con una variación de la relación modular entre la mampostería y el concreto. Se puede observar que para un muro con esbeltez constante (L/H = 1.20), con los modelos FR, a medida que aumenta la relación modular aumenta casi de manera lineal el error de la rigidez lateral cuando utilizamos un factor de forma igual a 1.20. Cuando utilizamos el factor de forma exacto o el factor de forma propuesto el error se mantiene aproximadamente constante, apreciándose una muy buena correlación a medida que aumentamos la relación modular para este último.

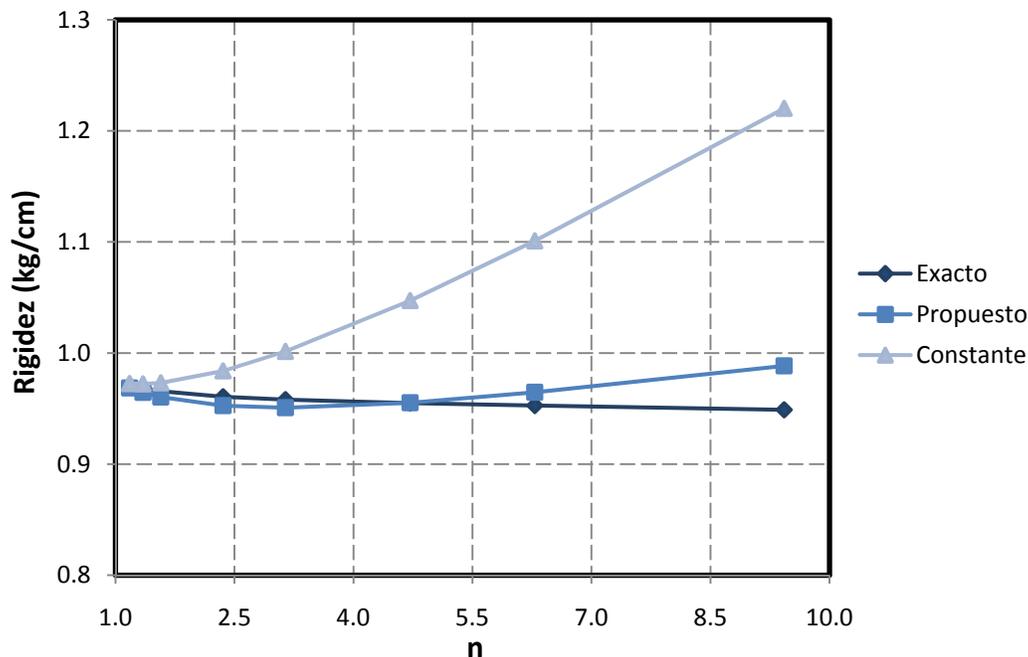


Fig. 4.50 Comparación entre resultados de los modelos FR con diferente área de cortante y el modelo de referencia para el muro M-1.20H variando la relación modular

Para la serie de modelos con EF, a medida que aumentamos la relación modular disminuye el error, así como también a medida que se aumenta la discretización, como se vio anteriormente. Se observa que los modelos tienden a converger, a medida que se aumenta la división de la malla, pero no converge a la solución del modelo de referencia.

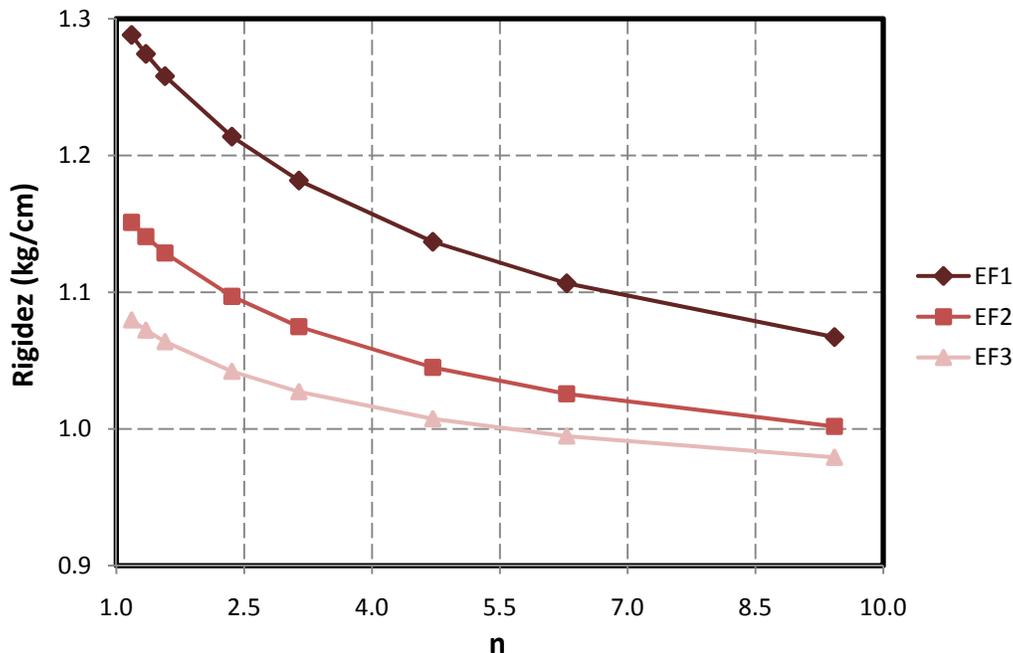


Fig. 4.51 Comparación entre resultados de los modelos EF con diferente grado de refinamiento y el modelo de referencia para el muro M-1.20H variando la relación modular

Para el caso de los muros con más de dos panel (muro M-2.35H y M-3.51H) se presenta en la errores de alrededor de 20%.

Tabla 4.8 las rigideces calculadas para cada uno, utilizando los diferentes métodos. Para los modelos FR, los muros que se modelaron utilizando una barra, se obtuvieron errores menores al 10%. Cuando utilizamos dos barras se obtienen errores menores a 15% aproximadamente. Y si utilizamos tres barras (solo para el caso del muro M-3.51H) obtenemos errores de alrededor de 20%.

Tabla 4.8 Rigidez lateral para muros M-2.35H y M-3.51H

Muro	K <sub>FR</sub>			EF1	EF2	EF3	EF4
	1 barra	2 barras	3 barras				
M-2.35H	0.932	0.841	-	1.099	1.010	0.984	0.975
M-3.51H	0.923	0.882	0.801	1.046	0.989	0.972	0.965

Se puede observar, con estos dos simples ejemplos, que al modelar el muro con más de una barra se abate su rigidez lateral, algo que se había notado en las pruebas de rigidez relativa cuando modelamos los muros M2 y M3. En el apéndice B se hace un desarrollo analítico del modelado de muros. Cuando utilizamos el MCA con dos barras para modelar el muro, se puede observar que a medida que aumenta la relación de esbeltez este error disminuye, siendo este crítico para muros con una relación de esbeltez menor a dos.

En cuanto a los modelos con EF, se puede corroborar lo dicho para las pruebas anteriores, los modelos convergen pero no a la rigidez de referencia (ver Fig. 4.52). El menor error se presenta cuando se utiliza una malla de 2x2 para cada panel.

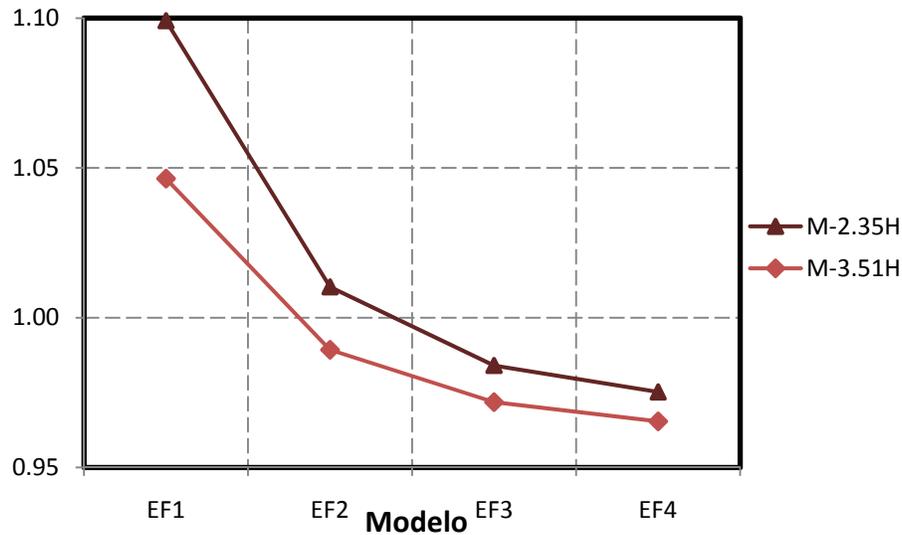


Fig. 4.52 Convergencia modelos EF muros M-2.35H y M-3.51H

#### 4.7 EFECTO DE LA VARIACIÓN DE LA CARGA AXIAL EN LA RESISTENCIA A CORTANTE

En los experimentos numéricos donde se estudió la distribución de los elementos mecánicos y el acoplamiento de los muros de mampostería confinada se observó una gran variación en cuanto al valor absoluto de la carga axial de diseño. En las secciones de los muros localizados alrededor del hueco de ventanas, para el modelo del muro típico M1, se observaron las mayores variaciones, llegando a ser estos valores hasta once veces mayores a los valores del modelo de referencia. Como vimos en el capítulo 2, las NTC-mampostería 2004 definen la resistencia nominal a cortante de los muros de mampostería confinada como:

$$V_N = F_R V_R = F_R (0.5v_m^* A_T + 0.3P) \leq F_R 1.5v_m^* A_T \quad (4.4)$$

Donde  $v_m^*$  es la resistencia de diseño obtenida de ensayos a compresión diagonal;  $F_R$  es el factor de reducción de resistencia que para cortante es 0.70;  $A_T$  es el área total, incluyendo el área de los castillos sin transformar; y  $P$  es la carga vertical mínima que actúa sobre el muro sin multiplicar por el factor de carga, en está se debe considerar acciones permanentes (carga muerta), variables con intensidad instantánea (carga viva reducida) y accidentales (carga sismo).

Como podemos ver, la resistencia a cortante toma en cuenta el valor de la carga axial actuante sobre el muro debido a sismo. Por lo que el error en la fuerza axial por carga lateral debido a la modelación y/o el tipo de método de análisis utilizado se propagará a la resistencia a cortante del muro.

Para calcular el error absoluto ( $\Delta\phi$ ) asociado a una cantidad ( $\phi$ ) que está dada por una ecuación cualquiera, p.e. la resistencia a cortante, considerando los errores absolutos individuales ( $\Delta x_i$ ) de cada una de sus variables ( $x_i$ ) podemos utilizar la siguiente ecuación:

$$\Delta\phi = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial}{\partial x_i} f(x_1, x_2, \dots, x_n) \right| \Delta x_i \quad (4.5)$$

En la ec. 4.4 existen tres variables a las que se puede asociar un error o incertidumbre para la resistencia a cortante del muro: la resistencia a compresión diagonal de la mampostería, el área transversal del muro y la carga axial actuante en el muro. Para un muro en específico tenemos que la resistencia de diseño obtenida de ensayos a compresión diagonal ( $v_m^*$ ) y el área de la sección transversal ( $A_T$ ) son fijada o determinada por el diseñador y no tiene una incertidumbre o error asociado al tipo de modelación o método de análisis utilizado.

La fuerza axial tendrá dos componentes: la carga gravitacional y la carga accidental debido a sismo. Generalmente la carga gravitacional se calcula de manera manual determinando el área tributaria asociada a cada muro independientemente del modelo matemático utilizado para el análisis ante carga lateral, por lo que no habrá una incertidumbre por esta carga asociada al modelo. El error en la resistencia a cortante del muro debido a la modelación y/o el tipo de método de análisis solo va a depender del error debido a la incertidumbre en la carga axial por sismo.

Por lo que, descomponiendo la carga vertical actuante en el muro en su dos componentes y aplicando la ec. 4.5, el error absoluto en la resistencia nominal a cortante ( $\Delta V_N$ ) asociado a la modelación y/o tipo de análisis será igual a:

$$\Delta V_N = 0.21 \times \Delta P_{sismo} \quad (4.6)$$

Como en cada modelo se calculo el error relativo ( $\varepsilon_{sismo}$ ), podemos calcular el error absoluto de la carga axial por sismo ( $\Delta P_{sismo}$ ) como el producto entre el valor de la carga axial por sismo ( $P_{sismo}$ ) del modelo de referencia y el error relativo asociado a cada modelo.

$$\Delta P_{sismo} = P_{sismo} \times \varepsilon_{sismo} \quad (4.7)$$

Para poder comparar el error calculado para la resistencia nominal a cortante del muro debemos dividir entre el valor de está. El error relativo de la resistencia nominal a cortante asociado a la modelación de muro será igual a:

$$\varepsilon_{V_N} = \frac{\Delta V_N}{V_N} = \frac{0.21 \times P_{sismo}}{V_N} \times \varepsilon_{sismo} \quad (4.8)$$

Analizando la ecuación 4.8 podemos observar que el error relativo será máximo cuando la resistencia nominal a cortante sea mínima y la carga axial por sismo tenga un valor absoluto máximo. El valor máximo de la carga axial por sismo, que nos da el valor mínimo de la resistencia a cortante sin que se presenten tensiones en el muro, será cuando está sea igual a la carga vertical gravitacional. El error relativo máximo será igual a:

$$\varepsilon_{V_N} = 0.60 \times \frac{\sigma_{sismo}}{v_m^*} \times \varepsilon_{sismo} \quad (4.9)$$

Si consideramos un esfuerzo por sismo típico de  $1 \text{ kg/cm}^2$  y un esfuerzo de la resistencia a compresión diagonal de la mampostería de  $3.0 \text{ kg/cm}^2$ , tenemos que el valor del error relativo de la resistencia nominal a cortante asociado a la modelación será aproximadamente un 20% del error relativo de la carga axial por sismo asociada a cada modelo. Por lo que el error relativo de la resistencia nominal a cortante asociado a la modelación es pequeño en comparación con el error relativo de la carga axial por sismo. Este va a depender de la relación entre el esfuerzo axial por sismo ( $\sigma_{sismo}$ ) y la resistencia a compresión diagonal de la mampostería ( $v_m^*$ ).

Estos resultados fueron corroborados numéricamente para todos los modelos utilizados en el estudio de la distribución de los elementos mecánicos (sección 4.3). Para esto se tomaron valores típicos para la carga gravitacional y la resistencia a compresión diagonal de la mampostería. En la Tabla 4.9 se presentan los valores obtenidos para la resistencia nominal a cortante y el error relativo asociado a ésta del modelo M1-FR3, que es el modelo construido según las recomendaciones de las NTC-mampostería 2004.

**Tabla 4.9 Valores de la resistencia nominal a cortante y el error relativo para el modelo M1-FR3**

MURO	Área	$P_{CG}$	FR-3			
	$m^2$		$P_{SISMO}$	$P_T$	$V_N$	error
M1-N1	0.3744	9.97	-3.490	6.48	5.948	1.0%
M2-N1	0.3744	9.97	3.490	13.46	7.414	-0.8%
M3-N1	0.1356	4.60	-0.650	3.95	2.491	-4.2%
M4-N1	0.1356	3.81	4.141	7.95	3.330	1.5%
M1-N2	0.3744	6.71	-2.400	4.31	5.492	0.3%
M2-N2	0.3744	6.71	2.400	9.11	6.500	-0.2%
M3-N2	0.1356	3.11	0.318	3.43	2.381	-4.1%
M4-N2	0.1356	2.57	2.081	4.65	2.637	3.4%
M1-N3	0.3744	3.46	-1.084	2.37	5.084	-0.3%
M2-N3	0.3744	3.46	1.084	4.54	5.540	0.3%
M3-N3	0.1356	1.61	0.779	2.39	2.163	-0.7%
M4-N3	0.1356	1.32	0.305	1.63	2.003	1.6%

Finalmente, si la carga vertical mínima es mayor que  $3.33v_m^*A_T$ , la resistencia nominal a cortante del muro será igual a  $1.5F_Rv_m^*A_T$ , esta expresión no tiene ningún error o incertidumbre asociado al tipo de modelación o método utilizado para el análisis de la estructura.

## Capítulo 5:

# CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

---

En este trabajo se hizo una revisión de la literatura existente para el análisis de estructuras con muros de mampostería confinada, con lo que se observó poca información disponible acerca de los tópicos de interés para el ingeniero de la práctica. Con el fin de unificar criterios y resolver algunas dudas surgidas en los despachos de diseño de ingeniería estructural se construyeron series de modelos con los métodos que generalmente se usan para el análisis de dichas estructuras. Los resultados obtenidos fueron comparados con modelos de referencia construidos totalmente con elementos finitos, refinados hasta alcanzar convergencia en la respuesta. Aunque se hace necesaria una validación experimental en algunos aspectos, como es la distribución de esfuerzo dentro del muro, de las pruebas numéricas hechas en este trabajo se pueden sacar algunas conclusiones y en base a ella hacer recomendaciones, para el ejercicio de la ingeniería estructural, que se presenta en este capítulo.

### 5.1 CONCLUSIONES

En cuanto al *método simplificado* podemos decir que este resulta ser de fácil aplicación para las estructuras que cumplen con todos los requisitos especificados en las NTC-mampostería 2004. Este puede ser utilizado como una herramienta de verificación o pre-diseño en conjunto con otro método más detallado. Con este método los muros largos tenderán a recibir menos cortante que el teórico mientras que los muros esbeltos o de longitud intermedia resultan más rígidos, tenderán a tomar mayor cortante que el teórico y por tanto resultaran más reforzados. Esto podría ser resuelto haciendo una revisión de factor de corrección  $F_{EA}$ , aunque, si se cumple con todas las hipótesis y los requisitos para la aplicación del método, el resultado será conservador.

De la comparación de los elementos mecánicos de los modelos con columna ancha (FR) con el modelo de referencia, primera serie de pruebas, se pueden hacer las siguientes observaciones:

- Los tres modelos de barras FR son similares con errores entre el 3.9% y 17.8% en cortante, en los cortes S1 y S2, esto es para la sección completa de cada muro. En los segmentos de muro hay más variación sin que se pueda observar que un modelo sea mejor que otro.
- En cuanto a carga axial los tres modelos nuevamente dan resultados similares en cuanto al total (cortes S1 y S2) pero la predicción en los segmentos de muro tiene variaciones muy considerables. La historia se repite para el momento flexionante, aunque para el caso del modelo de las NTC-mampostería 2004, viga en el antepecho, se observan las peores predicciones en los segmentos de muro.
- El cortante es el que presenta menos variaciones, la carga axial es el que tiene más variación.

- Los valores en segmentos de muros presentan grandes variaciones mientras que el total es más consistente.
- El modelo M1-FR1, en el cual se modela el pretil como una barra vertical, parece ser el más consistente, aunque el M2-FR2, donde se modela toda la parte del muro entre los huecos de ventana con una sola barra vertical, es bastante similar.
- En desplazamientos el modelo M1-FR3, que sigue las recomendaciones de las NTC-mampostería 2004, es el que da valores con mayor error, especialmente en el desplazamiento relativo, el error es hasta del 17%. Los modelos M1-FR1 y M1-FR2 subestiman el desplazamiento relativo del primer nivel. Esto puede atribuirse a que en la realidad los desplazamientos varían muy rápidamente con la altura y esto no puede representarse con un solo elemento. El modelo M1-FR4, igual que el recomendado por las NTC-mampostería 2004 pero modelando el pretil inferior con una barra vertical, es el que resulta con las mejores aproximaciones en cuanto a desplazamientos.
- Se puede concluir que con el *Método de Columna Ancha (MCA)* se logra representar bien el acoplamiento debido a la dala, pero es difícil captar el acoplamiento debido al pretil.

Para los modelos construidos con elementos finitos tipo área y barra (EF) se pueden hacer, de las comparaciones de los elementos mecánicos con el modelo de referencia, las siguientes observaciones:

- El cortante es adecuado con errores menores al 11.5% en todas las secciones.
- Las cargas axiales y momentos presentan grandes errores y aumentan al refinar la discretización, llegando a ser del doble para el caso de la carga axial en los segmentos de muro.
- El modelo más consistente es el M1-EF1.
- En desplazamientos el modelo M1-EF1 es adecuado, pero con una mayor discretización se sobre-estima el desplazamiento.
- Las diferencias con respecto al modelo de referencia se deben principalmente al modelado de los castillos, ya que estos solo son compatibles en desplazamiento con la mampostería en los nodos de conexión.
- Los mejores resultados lo dan los modelos con una menor discretización.

De las comparaciones hechas, en la segunda serie de experimentos numéricos, entre las rigideces relativas de los modelos FR con las rigideces relativas de los modelos de referencia, podemos obtener las siguientes conclusiones:

- El modelo según las NTC-mampostería 2004 (M1-FR3) es consistente con los modelos de los muros sin aberturas que se modelan con varias barras (M2-FR2 y M3-FR2).
- Si se usa el modelo del muro M1-FR1, para modelar los huecos de puertas y ventanas, es consistente con los modelos de los muros sin aberturas construidos con una sola barra (M2-FR1 y M3-FR1).
- Los modelos de muros sin aberturas son consistentes cuando se usa el mismo tipo de modelado: varias barras o una sola barra.
- Al utilizar varias barras en el modelado de los muros sin aberturas hay una degradación de la rigidez lateral del muro que va variando de acuerdo a la relación de esbeltez del muro (L/H). Para un muro con una relación de esbeltez igual a dos el error es menor o igual a un 20%, cuando la relación de esbeltez es igual a tres el error es menor o igual a un 10. El error disminuye al aumentar la longitud del muro.

- En cuanto a los desplazamientos, para los muros sin aberturas, los menores errores se obtienen cuando se utiliza una sola barra en el modelado.

Igualmente, de las comparaciones hechas entre las rigideces relativas se pueden hacer las siguientes observaciones para los modelos EF:

- En general, los modelos son consistentes para el mismo grado de discretización. Aunque los muros sin aberturas resultan siempre más rígidos que el muro con huecos para este tipo de modelado.
- Los modelos de muros con huecos tenderán a tomar menos cortante que el esperado con el modelo de referencia. Esta tendencia es más marcada a medida que se refina la discretización.
- El desplazamiento de los modelos en EF de muros sin huecos es adecuado a partir de una discretización de la malla de 2x2 (EF2).

De los resultados obtenidos para la tercera serie de pruebas utilizando diferente tipo de acoplamiento (dala, pretil y pretil inferior) se pueden obtener las siguientes conclusiones para los modelos FR:

- En general, resulta bastante consistente con errores menores al 22% en todos los modelos.
- Se obtienen muy buenos resultados tanto en el grado de acoplamiento (errores menores al 5%) como en los desplazamientos de los modelos cuando los muros están conectados por dala.
- Cuando se modela el pretil utilizando una barra horizontal que una a los muros y asignando las propiedades de la sección transformada, considerando zona rígida tanto en el pretil como en el muro, se obtienen buenos resultados.
- Para el caso del pretil en la parte inferior el mejor modelo resulta de considerar una barra vertical, con las propiedades del pretil, unida a los muros por una barra horizontal rígida articulada en el límite entre el muro y el pretil.

Para el caso de los modelos EF para las pruebas de acoplamiento podemos concluir lo siguiente:

- Cuando utilizamos elementos áreas para la mampostería y barras para los elementos confinantes los mejores resultados se obtienen para los modelos con un menor grado de división.
- Este método parece consistente para el caso en que el acoplamiento de los muros es con pretilos obteniéndose errores menores al 4%.
- Todos los modelos de EF toman una menor carga axial que los modelos de referencia. Esto se puede deber a la imposibilidad de modelar con precisión la deformación a flexión de los elementos membrana, resultando más rígidos que los modelos de referencia por tener estos una mayor discretización.

De las pruebas realizadas variando la relación de esbeltez de los muros y la relación modular de los materiales, podemos hacer las siguientes observaciones para los modelos FR:

- En general, se obtienen resultados muy buenos en el modelado de la rigidez variando la relación de esbeltez (L/H) y la relación modular (n) de los materiales, como los obtenidos

por Bazán (1980). Aunque los resultados obtenidos por Bazán fueron para muros de mampostería donde no se consideraban elementos confinantes.

- Se obtienen muy buenos resultados en la rigidez de los muros cuando se utiliza, para el cálculo del área de cortante, el factor de forma calculado mediante la mecánica de materiales o el factor de forma propuesto (errores menores al 6%). Aunque la expresión para el cálculo del primero es un poco compleja para su rápida aplicación en el ejercicio profesional.
- Para  $L/H > 1.0$  en mampostería de alta resistencia ( $n < 5.0$ ) usar un factor de forma de 1.2, para el cálculo del área de cortante, da buenos resultados.
- Cuando se sub-divide el muro en varias barras la rigidez lateral a flexión se reduce pero no su rigidez rotacional a flexión, como se demuestra en el apéndice B. El uso de una barra rígida para unir las barras que modelan el muro lograr un acoplamiento de la rotación del 100%, pero no logran el acoplamiento por desplazamiento lateral debido a flexión.

Para los modelos EF, utilizando diferentes relaciones de esbeltez y resistencias de la mampostería, podemos hacer las siguientes observaciones:

- Los modelos son adecuados para muros largos, pueden representar la deformación por cortante con bastante precisión.
- No logran representar de manera adecuada la deformación por flexión, aún aumentando el grado de discretización, resultando modelos más rígidos que el de referencia.
- Cuando se utiliza mampostería de baja resistencia ( $n > 6.0$ ) el uso de modelos con EF da buenos resultados.

Por último, la influencia de la fuerza axial generada por carga lateral en la resistencia a cortante de los muros de mampostería confinada es pequeña. El error o incertidumbre en el valor de está debido al modelado es despreciable y va a depender de la relación entre el esfuerzo axial por sismo y la resistencia a compresión diagonal de la mampostería.

## 5.2 RECOMENDACIONES

Se sabe que la mampostería presenta comportamiento no lineal desde pequeñas deformaciones. Pero el análisis no lineal de este tipo de estructura presenta mucha dificultad para su implementación en la práctica. Es por ello que en los despachos de ingeniería estructura se utiliza, para el diseño, un análisis del tipo lineal-elástico, que es además el procedimiento recomendado en las normas. De aquí que en el presente trabajo, en base a las conclusiones obtenidas de los experimentos numéricos, se hacen recomendaciones para el modelado de estructuras a base de muros de mampostería confinada utilizando este tipo de análisis.

En el modelado de muros utilizando el método de la columna ancha se hacen las siguientes recomendaciones (ver Fig. 5.1, Fig. 5.2 y Fig. 5.3):

- Los modelos de columna ancha resultan bastante buenos para el modelado de muros con huecos de puertas, con una distribución regular en elevación. Esto es con un acoplamiento por dalas.
- Considerar un ancho de cuatro veces el espesor de la losa como ancho efectivo equivalente resulta adecuado, lográndose convergencia en los resultados de los modelos construidos totalmente con EF tipo área.

- Cuando existen pretiles en el muro, debido a la presencia de huecos de ventana, se recomienda incluir este en la sección transformada de la dala. Se debe considerar zona rígida tanto en la parte de la dala que se encuentra dentro del muro como en la parte de los muros que se encuentra dentro del pretil.
- Se debe considerar el modelado del pretil inferior, cuando este exista. Para su modelado se recomienda utilizar una barra vertical unida a los muros laterales con una barra rígida que se encuentre articulada en el límite entre el pretil y el muro.
- Para el cálculo del área de cortante, de los muros de mampostería confinada, se propone el uso del siguiente factor de forma:

$$k = \frac{6}{5} [1 + \alpha(n - 1)]$$

Donde  $n$  es la relación modular entre el concreto y la mampostería;  $\alpha$  es el cociente entre la longitud de los castillos de confinamiento ( $h_c$ ) y la longitud de la mampostería ( $h_m$ ). Aunque la fórmula se dedujo para muros con solo dos castillos extremos, para el caso de muros con castillos internos se recomienda tomar, para el cálculo de  $\alpha$ , la longitud de los castillos extremos y como  $h_m$  la distancia entre los lados internos de estos.

- No se recomienda el uso de varias barras para el modelado de muros. Para obtener errores menores al 20% la división del muro solo se debe implementar cuando este tiene una relación longitud a altura mayor a dos. Cuando se tiene un muro con  $L/H > 3.0$  y se utilizan dos barras en el modelado se obtienen errores menores al 10%.
- Refinar lo menos posible el modelo ya que no es posible garantizar el adecuado acoplamiento entre las partes.

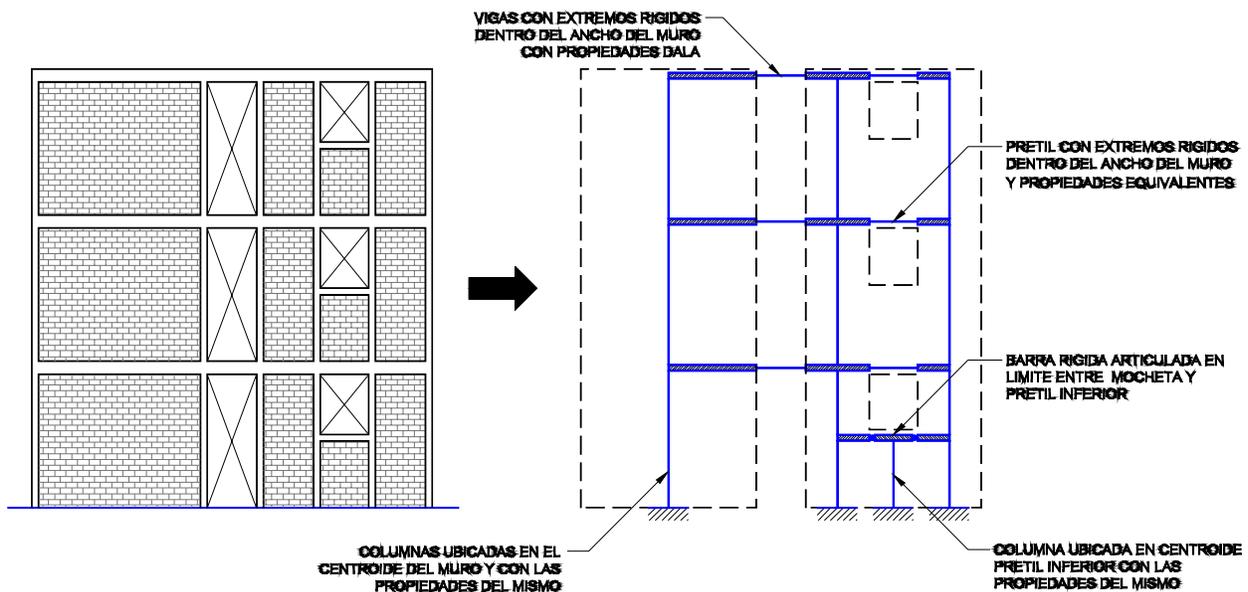


Fig. 5.1 Recomendaciones para el análisis muros mampostería confinada por el método de la columna ancha

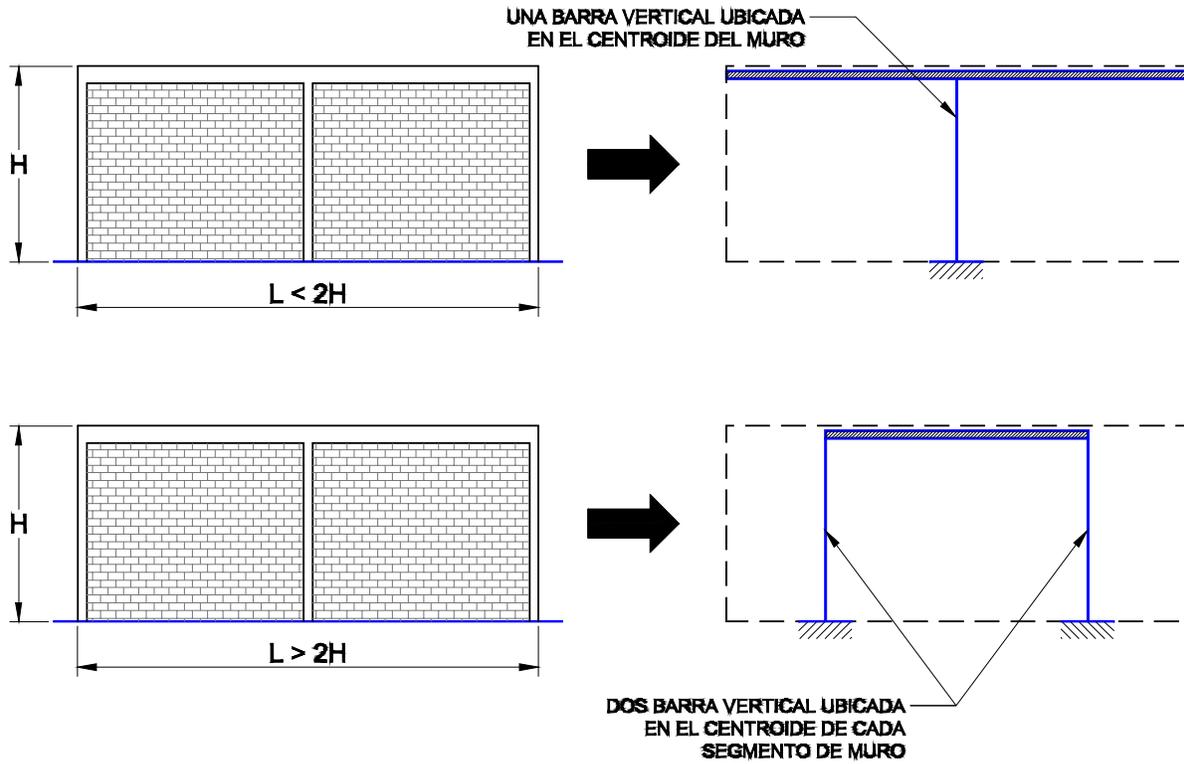


Fig. 5.2 Recomendaciones división de muros de mampostería confinada por el método de la columna ancha

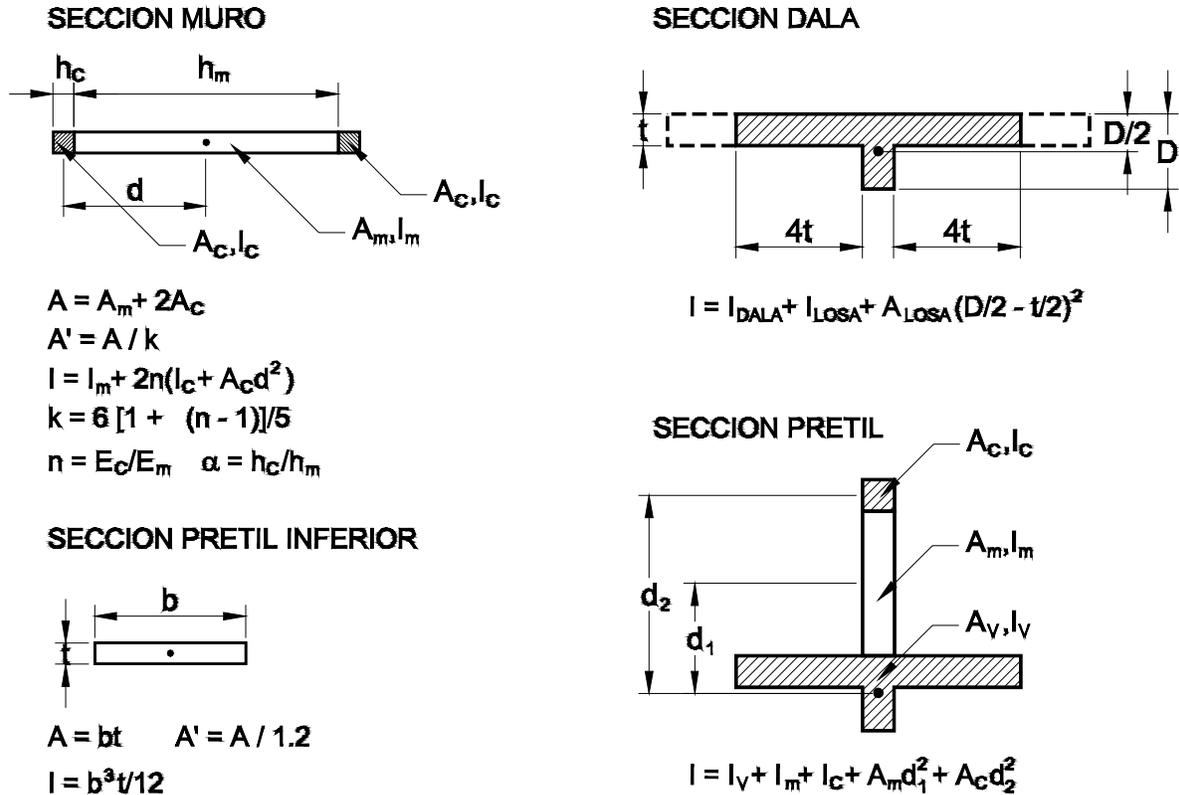


Fig. 5.3 Recomendaciones sobre cálculo de propiedades secciones por el método de columna ancha

En el modelado de muros utilizando EF tipo área para la mampostería y barras para los elementos confinantes se hacen las siguientes recomendaciones (ver Fig. 5.4):

- El uso de modelos para los muros con la menor discretización posible para los EF.
- Se recomienda usar EF del tamaño de la mitad de la altura de entrepiso para el modelado de todos los muros, manteniendo una relación de aspecto cuadrada, de manera que estos sean consistente.

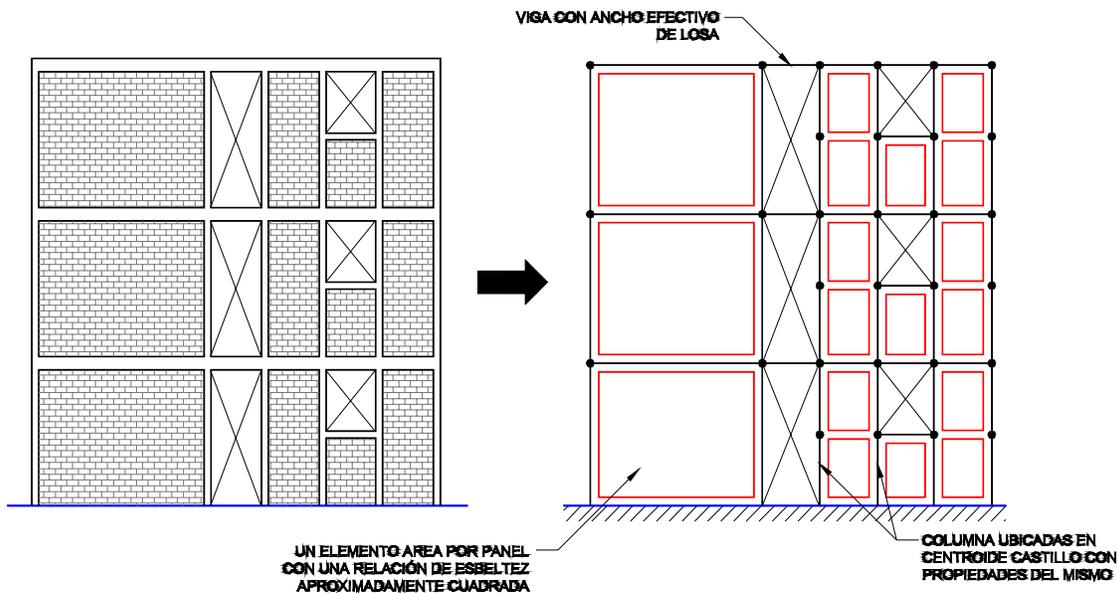


Fig. 5.4 Recomendaciones para el análisis muros mampostería confinada por el método de elemento finito

### 5.3 CONSIDERACIONES FINALES

En el estudio de los diferentes modelos, utilizando los diferentes métodos de análisis de la práctica profesional, se encontró una gran variación en cuanto a la carga axial para el caso donde existen mochetas en el muro. La variación en la carga axial genera el cálculo de una resistencia a cortante diferente dependiendo del modelo utilizado, aunque esto también va a depender del nivel de carga gravitacional del muro. No existe suficiente evidencia experimental que nos permitan considerar cual modelo es el correcto. Se debe considerar hacer pruebas experimentales lo bastante detalladas como para obtener información que pueda ser utilizada en la validación total de los modelos analítico.

Otras pruebas experimentales que deben ser consideradas para futuras investigaciones son: participación de elementos de confinamiento, distribución de esfuerzos dentro del muro, comportamiento de casos especiales de sistemas con muros, y estudiar muros largos con varios paneles y muros esbeltos.

Como parte de los trabajos de la “Guía para el Análisis de Estructuras de Mampostería” desarrollado por el Comité de mampostería de las Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural (SMIE) se plantean una serie de ensayos de muros de mampostería a escala natural sometidos a fuerzas horizontales donde se van estudiar algunos de los aspectos mencionados anteriormente y corroborar parte de los resultados obtenidos de manera analítica en la presente tesis.

## Apéndice A

# FACTOR DE FORMA PARA MUROS DE MAMPOSTERÍA CONFINADA

### A.1 ENERGÍA ESFUERZO CORTANTE

De la Mecánica de materiales tenemos que para una viga elástica que cumple con la hipótesis de secciones plana haciendo equilibrio de fuerzas en la sección (Fig. A.1), tenemos:

$$\Sigma F_x = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\int_{A'} \sigma' dA - \int_{A'} \sigma dA - \tau(t dx) = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$\int_{A'} \left( \frac{M + dM}{I} \right) y dA - \int_{A'} \left( \frac{M}{I} \right) y dA - \tau(t dx) = 0 \quad (\text{A.3})$$

$$\left( \frac{dM}{I} \right) \int_{A'} y dA - \tau(t dx) = 0 \quad (\text{A.4})$$

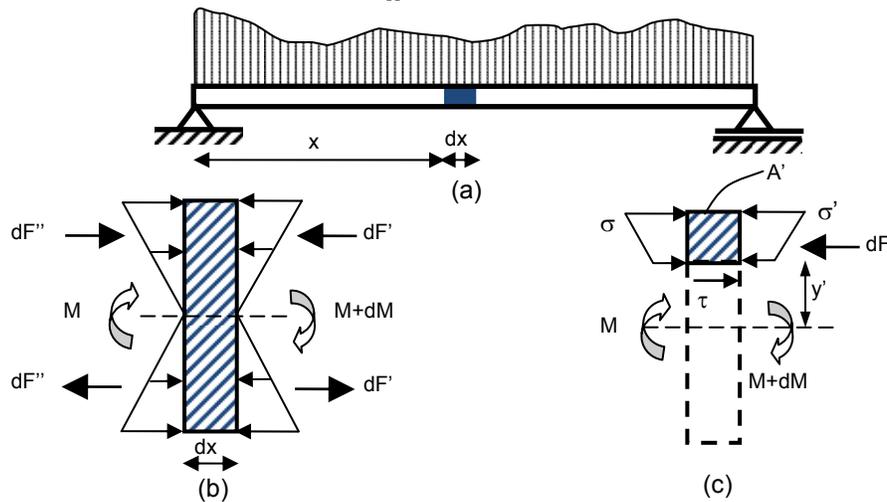


Fig. A.1 Viga elástica con sección plana: (a) Viga en equilibrio (b) Equilibrio fuerzas interna dentro de un tramo diferencia de la viga (c) esfuerzo cortante desarrollado para equilibrar un segmento.

Despejando el esfuerzo cortante, tenemos:

$$\tau = \frac{1}{I t} \left( \frac{dM}{dx} \right) \int_{A'} y dA \quad (\text{A.5})$$

Pero sabemos que:

$$\frac{dM}{dx} = V \quad \int_{A'} y dA = Q(y) \quad (\text{A.6})$$

De donde, el esfuerzo cortante será igual a:

$$\tau = \frac{V(x)Q(y)}{I(x)t(y)} \quad (\text{A.7})$$

De la relación constitutiva del material tenemos que la deformación por cortante será igual a:

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{VQ(y)}{It(y)G} \quad (\text{A.8})$$

La energía de deformación elástica interna acumulada en la viga debido al esfuerzo cortante será igual a:

$$U_{cort} = \frac{1}{2} \int_V \tau \gamma dV = \frac{1}{2} \int_V \frac{VQ}{It} \frac{VQ}{GIt} dV = \frac{1}{2} \int_L \frac{V^2}{G} \left[ \frac{1}{I^2} \int_A \frac{Q(y)^2}{t(y)^2} dA \right] dx \quad (\text{A.9})$$

Si tomamos, de manera aproximada, que el esfuerzo cortante es uniforme en toda la sección considerando un factor de corrección  $k$  para tomar en cuenta esta variación (parabólica en sección rectangular), tenemos que la energía de deformación debido al esfuerzo cortante es igual a:

$$U_{cort} = \frac{1}{2} \int_V \tau \gamma dV = \frac{1}{2} \int_L \frac{V^2 k}{GA} dx \quad (\text{A.10})$$

De donde el factor geométrico de corrección del área por cortante o factor de forma es igual a:

$$k = \frac{A}{I^2} \int_A \frac{Q(y)^2}{t(y)^2} dA \quad (\text{A.11})$$

Donde,  $Q$  momento de primer orden de la sección (momento estático)  
 $t$  espesor de la sección  
 $A$  área de la sección transversal  
 $I$  momento de segundo orden de la sección (momento de inercia)

Por lo que, podemos definir el área por cortante igual a:

$$A_c = \frac{A}{k} \quad (\text{A.12})$$

## A.2 ESFUERZO FLEXIÓN EN SECCIÓN COMPUESTA

Para una sección compuesta por dos materiales (p.e. la sección transversal de un muro de mampostería), si mantenemos la hipótesis de sección plana, la variación de esfuerzo normal en la interface de los dos materiales es discontinua (Fig. A.2).

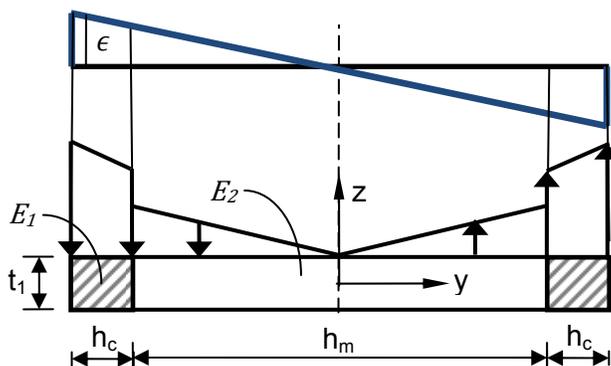


Fig. A.2 Variación del esfuerzo normal en una sección compuesta por dos materiales

Con el objetivo de utilizar las fórmulas derivadas para el esfuerzo cortante en una sección transversal de una viga compuesta de un solo material, en donde existe una variación lineal del esfuerzo normal, debemos obtener una sección equivalente para la sección compuesta de dos o varios materiales.

Para transformar la sección compuesta de dos materiales en una sección equivalente de un solo material y obtener una variación lineal del esfuerzo normal podemos variar el ancho de la sección en un factor  $n$ . Como no existe variación de los esfuerzos ni de la deformación en la dirección transversal  $z$ , al variar solo en ancho del muro, logramos mantener una igualdad en las fuerzas y los momentos internos entre ambas secciones. Tenemos que para una franja de la sección con una longitud diferencial:

$$dF' = \sigma' dA = (E_1 \epsilon) t_1 dy \quad (A.13)$$

$$dF'' = \sigma'' dA = (E_2 \epsilon) n t_1 dy \quad (A.14)$$

$$dF' = dF'' \quad (A.15)$$

$$(E_1 \epsilon) t_1 dy = (E_2 \epsilon) n t_1 dy \quad (A.16)$$

De donde  $n$  tendrá un valor de:

$$n = \frac{E_1}{E_2} \quad (A.17)$$

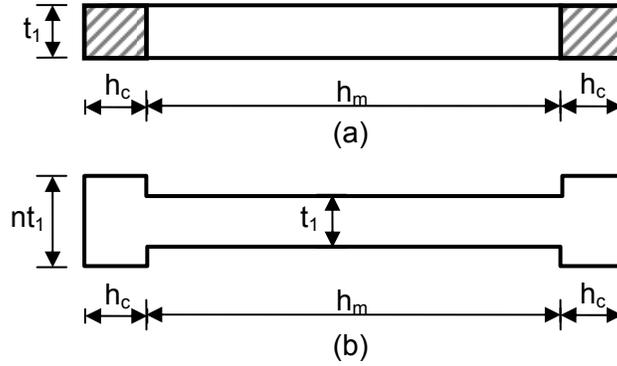
Por lo que, utilizando una sección equivalente con  $t_2 = n t_1$ , donde existe un cambio del material, tenemos una distribución lineal de los esfuerzos normales y podemos aplicar las fórmulas de la mecánica de materiales válidas para secciones compuestas por un solo material.

## A.3 FACTOR DE FORMA PARA LA MAMPOSTERÍA CONFINADA

Como vimos anteriormente, el factor geométrico de corrección de área por cortante o factor de forma (ec. A.11) es igual a:

$$k = \frac{A}{I^2} \int_A \frac{Q(y)^2}{t(y)^2} dA \quad (\text{A.18})$$

Para poder aplicar esta fórmula a un muro de mampostería confinada tenemos que transformar la sección de manera que sea un solo material y obtener todas las propiedades de la sección transversal transformada equivalente del muro (Fig. A.3).



**Fig. A.3 (a) Sección transversal muro de mampostería confinada (b) Sección transversal transformada equivalente del muro de mampostería confinada.**

El área transformada de la sección transversal equivalente del muro será igual a:

$$A = 2nt_1h_c + t_1h_m = (2nh_c + h_m)t \quad (\text{A.19})$$

Para la inercia de la sección transversal transformada equivalente tenemos que:

$$I = \frac{h_m^3 t_1}{12} + 2 \left[ \frac{nt_1 h_c^3}{12} + nt_1 h_c \left( \frac{h_m + h_c}{2} \right)^2 \right] \quad (\text{A.20})$$

Si definimos el factor  $\alpha = h_c/h_m$ , de donde  $h_c = \alpha h_m$ , sustituyendo en las ecuaciones A.19 y A.20, y agrupando términos semejantes, tenemos que:

$$A = (2n\alpha + 1)t_1 h_m \quad (\text{A.21})$$

$$I = \frac{h_m^3 t_1}{12} (1 + 6n\alpha + 12n\alpha^2 + 8n\alpha^3) \quad (\text{A.22})$$

Para el cálculo del momento estático de la sección la subdividimos en tres segmentos con tres anchos diferentes, de manera que para el segmento que se encuentra dentro del castillo (ver Fig. A.4a) tenemos:

$$Q_c = y'A' = \left( y + h_c + \frac{h_m}{2} \right) \frac{1}{2} \left( \frac{h_m}{2} + h_c - y \right) nt_1 = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{h_m}{2} + h_c \right)^2 - y^2 \right] nt_1 \quad (\text{A.23})$$

$$Q_c = \frac{1}{8} [(1 + 2\alpha)^2 - y^2] nt_1 h_m^2 \quad (\text{A.24})$$

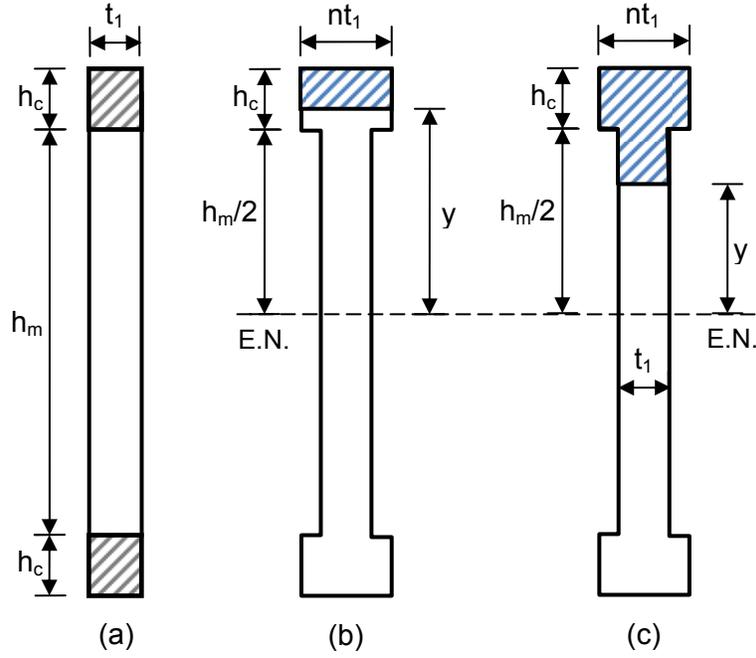


Fig. A.4 (a) Dimensión sección transversal (b) Momento estático segmento castillo (c) Momento estático segmento mampostería

Para el segmento donde se encuentra la mampostería (ver Fig. A.4b) tenemos que:

$$Q_m = nt_1 h_c \left( \frac{h_m}{2} + \frac{h_c}{2} \right) + \left( \frac{h_m}{2} - y \right) t_1 \left( \frac{h_m}{2} + y \right) \frac{1}{2} \quad (\text{A.25})$$

$$Q_m = \frac{1}{2} \left[ n\alpha h_m^2 (1 + \alpha) + \left( \frac{h_m^2}{4} - y^2 \right) \right] t_1 \quad (\text{A.26})$$

De donde el factor de forma será igual a:

$$k = \frac{A}{I^2} \left[ 2 \int_{\frac{h_m}{2}}^{(1+2\alpha)\frac{h_m}{2}} \frac{Q_c(y)^2}{nt_1} dy + \int_{-\frac{h_m}{2}}^{\frac{h_m}{2}} \frac{Q_m(y)^2}{t_1} dy \right] \quad (\text{A.27})$$

Desarrollando las integrales anteriores y haciendo las operaciones indicadas obtenemos que, para un muro de mampostería confinada, el factor de forma es igual a:

$$k = \frac{6(2n\alpha + 1)(1 + 2n\alpha(5 + 5\alpha + 10\alpha^2 + 25\alpha^3 + 16\alpha^4)) + 30n^2\alpha^2(1 + 2\alpha + \alpha^2)}{5(1 + 6n\alpha + 12n\alpha^2 + 8n\alpha^3)^2} \quad (\text{A.28})$$

Como podemos ver el factor de forma va a depender de la relación modular entre los materiales (ec. A.17) y el factor  $\alpha$  que relaciona la longitud del castillo con la longitud del muro de mampostería.

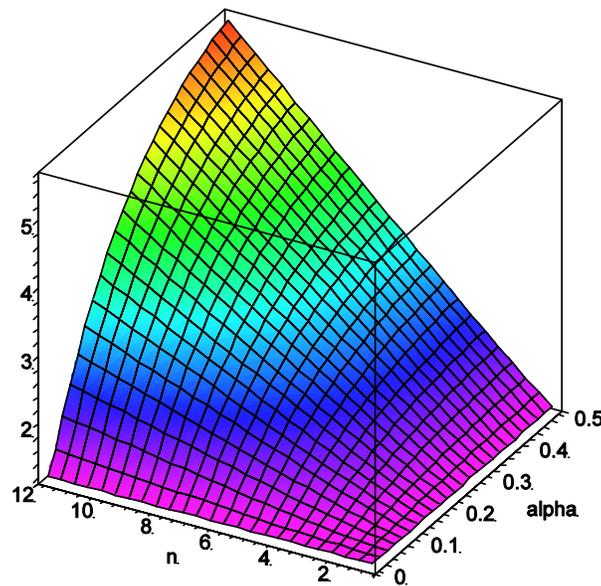


Fig. A.5 Grafica de factor de forma en función de la relación modular (n) y el factor alfa (α)

A medida que crece el tamaño del castillo en relación a la longitud del muro el factor de forma se incrementa desde su valor mínimo 1.2. También se puede observar que para un α constante el factor crece a medida que aumenta el valor de la relación modular entre el concreto y la mampostería (Fig. A.5).

#### A.4 PROPUESTA DE FACTOR DE FORMA APROXIMADO

La sección transformada equivalente de un muro de mampostería confinada se puede idealizar como la sección transversal de un perfil I de acero. Si para un muro de mampostería consideramos como área corregida por cortante el área total del muro sin transformar, que sería equivalente a considerar solo el área del alma como área de cortante en un perfil I de acero, entonces tenemos que el factor de forma tiene un valor igual a:

$$k' = \frac{A}{A'} = \frac{1 + 2n\alpha}{1 + 2\alpha} \quad (A.29)$$

Donde  $k'$  factor de forma ó corrección de área por cortante aproximado

$A$  área del muro de mampostería de la sección transformada equivalente

$A'$  área total del muro de mampostería de la sección sin transformar

En la Fig. A.6 se grafica ambos factores de corrección de área por cortante (el real y el aproximado) para dos valores extremos de la relación modular ( $n=3$  y  $n=12$ ) en función de la inversa del factor alfa ( $1/\alpha=h_m/h_c$ ). El factor propuesto resulta en una buena aproximación del factor de cortante para muros confinados.

Como podemos observar, cuando el valor de la relación modular es muy bajo (p.e.  $n=3$ ) para muros largos podemos utilizar un factor de forma igual a 1.2 con buenos resultados. Para muros cortos se recomienda utilizar el área total del muro sin transformar como área de cortante. Para una relación modular grande (p.e.  $n=12$ ) se recomienda utilizar en todos los casos el área total del muro sin transformar como área de cortante, como se esperaba por ser este caso muy parecido al perfil I de acero.

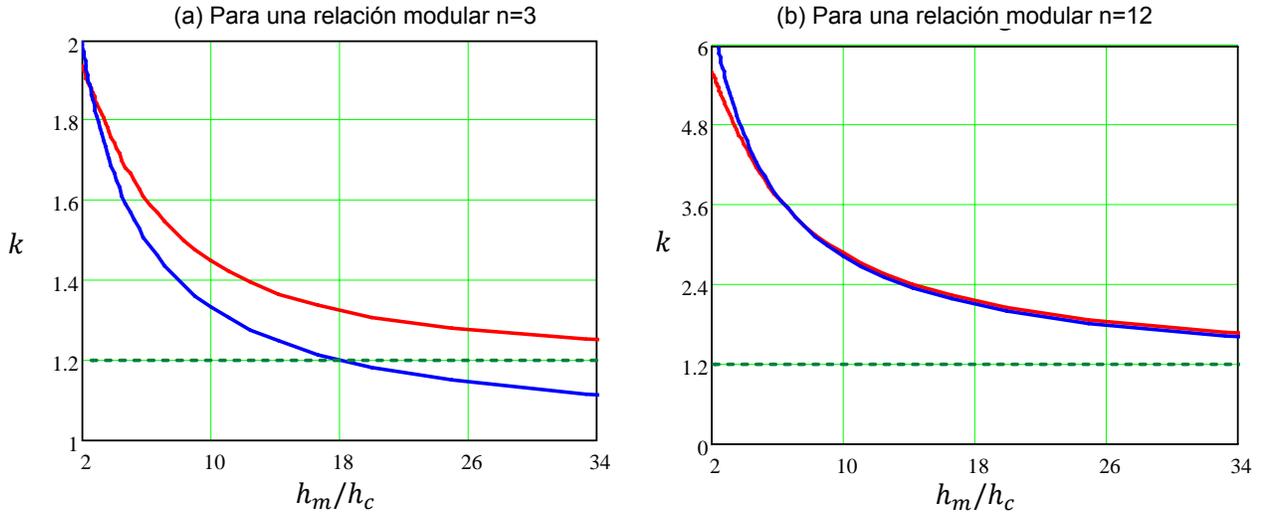


Fig. A.6 Gráficas de factor de corrección por cortante real (rojo), aproximado (azul) y en raya de trazo el valor 1.2: (a) para una relación modular n=3 (b) para una relación modular n=12.

Cuando alfa tiende a cero ó n tiende a 1 entonces el factor propuesto (ec. A.29) tiende a uno, pero sabemos que el límite inferior para el factor real es 1.2. Por tanto si multiplicamos el factor propuesto por 6/5 podríamos obtener una mejor aproximación para “enes” pequeños, entonces:

$$k'' = \frac{6 + 12n\alpha}{5 + 10\alpha} \tag{A.30}$$

Ahora si comparamos la curva del factor de forma con la curva obtenida para una función de interpolación lineal, se observa bastante similitud (Fig. A.7).

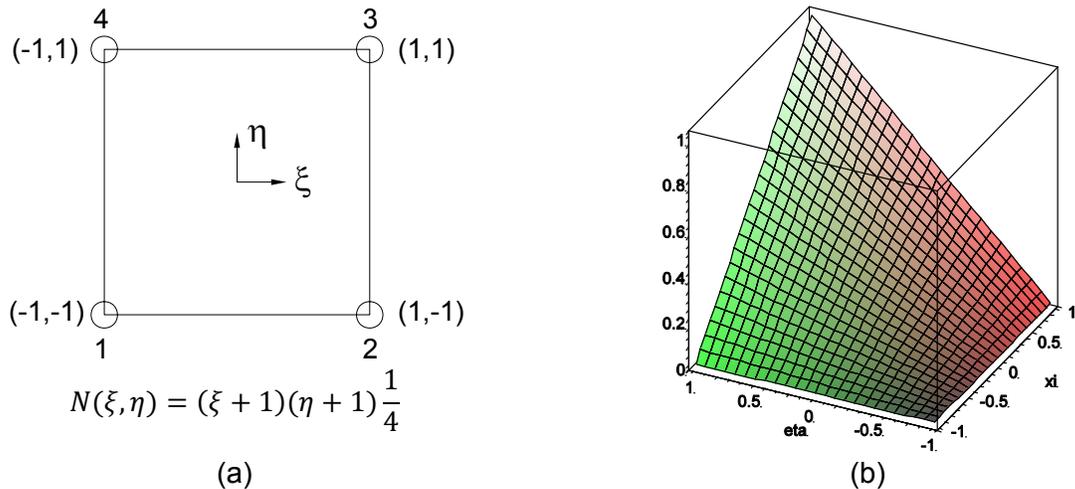


Fig. A.7 Función de interpolación: (a) Sistema de referencia (b) grafica función de interpolación

Por lo que podemos lograr una buena aproximación si utilizamos una función de interpolación del siguiente tipo y la ajustamos a la función del factor de forma exacto:

$$N(\xi, \eta) = (\xi + 1)(\eta + 1) \frac{1}{4} \tag{A.31}$$

El valor máximo de interés en el factor de forma es aproximadamente seis y el valor mínimo es 1.2, por lo que multiplicamos por 6 para ajustar el límite superior y sumando 6/5 para ajustar el límite inferior en nuestra ecuación de interpolación (ec. A.31), tenemos:

$$N(\xi, \eta) = \frac{6}{5} + \frac{6}{4}(\xi + 1)(\eta + 1) \quad (\text{A.32})$$

Si ponemos las variables  $\xi, \eta$  en función de  $n, \alpha$  respectivamente y fijando los límites de las variables a (1,12) para  $n$  y (0,0.5) para  $\alpha$  tenemos, entonces:

$$\xi(n) = \frac{1}{11}(2n - 13) \quad (\text{A.33})$$

$$\eta(\alpha) = 4\alpha - 1 \quad (\text{A.34})$$

Sustituyendo en la ecuación A.32, haciendo un cambio de variables, tenemos:

$$N(n, \alpha) = \frac{6}{5} \left[ 1 + \frac{10}{11} \alpha(n - 1) \right] \quad (\text{A.35})$$

Que sería un tercer factor de corrección aproximado. Igualmente, observando la ecuación anterior,  $10/11 \approx 1.0$  de donde el factor de corrección aproximado propuesto será igual a:

$$k^{III} = \frac{6}{5} [1 + \alpha(n - 1)] \quad (\text{A.36})$$

Por lo que tenemos tres factores de forma aproximados:

$$k^I = \frac{1 + 2n\alpha}{1 + 2\alpha} \geq 1.2 \quad (\text{A.37})$$

$$k^{II} = \frac{6 + 12n\alpha}{5 + 10\alpha} \quad (\text{A.38})$$

$$k^{III} = \frac{6}{5} [1 + \alpha(n - 1)] \quad (\text{A.39})$$

Graficando, tenemos:

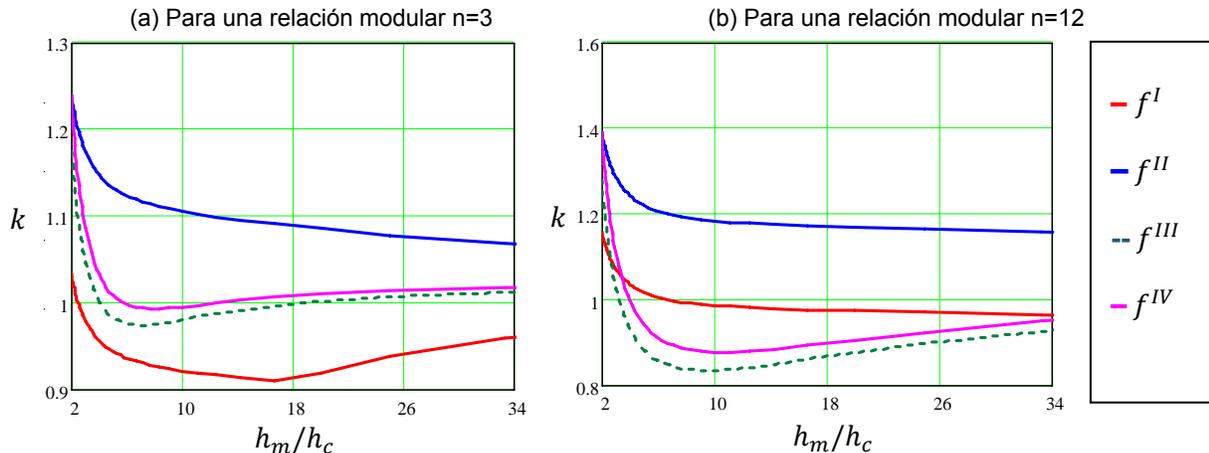


Fig. A.8 Gráficas de factores de corrección aproximados normalizados con respecto al factor de corrección real: (a) para una relación modular  $n=3$  (b) para una relación modular  $n=12$ .

En la Fig. A.8 se grafican los cuatro factores de forma aproximados normalizados con respecto al factor de forma real obtenido analíticamente. Como se puede observar, el factor de forma aproximado que nos da un mejor ajuste en ambos casos ( $n$  pequeña y grande) es el cuarto factor propuesto, igual a:

$$k^{IV} = \frac{6}{5} [1 + \alpha(n - 1)] \quad (\text{A.40})$$

## A.5 CONCLUSIÓN

Como se pudo ver el uso del área total de la sección del muro sin transformar nos da muy buenas aproximaciones cuando tenemos muros de mampostería confinada con una relación modular entre el concreto y la mampostería alta (mampostería de baja resistencia). Y que igualmente, si utilizamos la sección transformada del muro entre 1.2 obtenemos buenos resultados para muros de mampostería con una relación modular baja (mampostería de alta resistencia).

Para todos los casos se recomienda la siguiente ecuación para el factor de forma, obtenida de ajustar una función de interpolación lineal a la ecuación del factor de corrección de área por cortante obtenido analíticamente:

$$k = \frac{6}{5} [1 + \alpha(n - 1)] \quad (\text{A.41})$$

Que resulta de fácil manejo para el ingeniero de la práctica y nos da muy buena aproximación al valor real de este factor.

## Apéndice B

# MODELADO DE MURO CON COLUMNA ANCHA USANDO DOS BARRAS

### B.1 RIGIDEZ LATERAL

Para modelar un muro utilizando el método de la columna ancha se consideran las propiedades transformadas del muro y se asignan a una barra que se coloca en el centroide del muro (Fig. B.1). En el modelado de los muros se debe considerar las deformaciones por cortante para el cálculo de su rigidez.

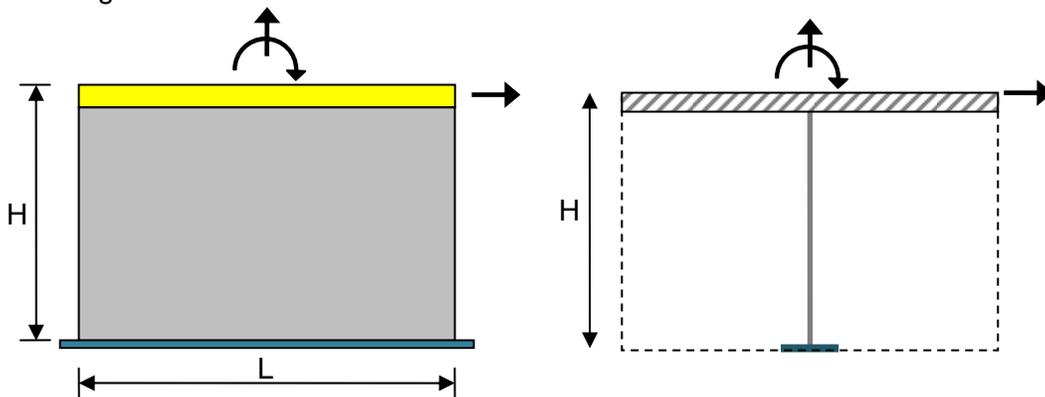


Fig. B.1 Modelado de Muro: (a) Muro sólido (b) Columna ancha equivalente

La rigidez lateral de un muro en voladizo considerando cortante será igual a:

$$K_L = \left[ \frac{H^3}{3EI} + \frac{kH}{AG} \right]^{-1} \quad (\text{B.1})$$

Donde,

$E$	módulo de elasticidad material
$G$	módulo de cortante material
$H$	Altura muro
$A$	Área sección transversal muro
$I$	Inercia total sección transversal muro
$k$	factor geométrico de sección por cortante

Factorizando la rigidez a flexión y tomando en cuenta la deformación por cortante con un factor adimensional,  $\Omega$ , tenemos:

$$K_L = \frac{12EI}{H^3(4 + \Omega)} \quad (B.2)$$

El factor  $\Omega$ , que representa el cociente entre la rigidez a flexión y la rigidez a cortante, tendrá el valor de:

$$\Omega = \frac{12EI}{GA_c H^2} \quad (B.3)$$

## B.2 MODELADO CON DOS BARRAS

Cuando el muro se considera muy largo, como el caso de muros con castillos intermedios, el reglamento plantea que para fines de análisis el muro se puede dividir en segmento y asignar a cada segmento el momento de inercia y área de cortante correspondiente, unidos estos con una barra infinitamente rígida que mantenga la hipótesis de secciones planas (Fig. B.2).

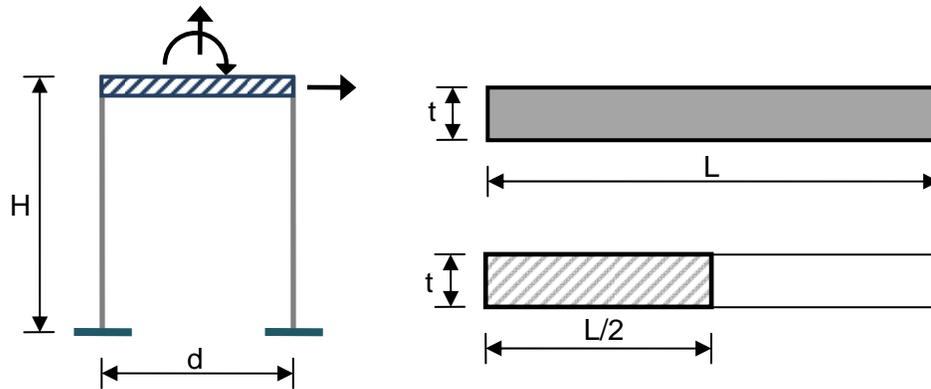


Fig. B.2 Modelado del muro considerando dos barras

Cuando modelamos el muro de mampostería utilizando dos barras, cada una tendrá en sus extremos tres grados de libertad. La matriz de rigidez para una barra doblemente empotrada considerando tres grados de libertad en uno de sus extremos y tomando en cuenta la deformación por cortante, será:

$$[k_b] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{H} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{H^3(1 + \Omega)} & \frac{6EI}{H^2(1 + \Omega)} \\ 0 & \frac{6EI}{H^2(1 + \Omega)} & \frac{(4 + \Omega)EI}{H(1 + \Omega)} \end{bmatrix} \quad (B.4)$$

Relacionando los grados de libertad de cada barra con los grados de libertad del muro (Fig. B.3), tenemos:

$$d_{1A} = d_1 + \frac{\theta d}{2} \quad (B.5)$$

$$d_{1B} = d_1 - \frac{\theta d}{2} \quad (B.6)$$

$$d_{2A} = d_{2B} = d_2 \quad (B.7)$$

$$\theta_A = \theta_B = \theta \quad (B.8)$$

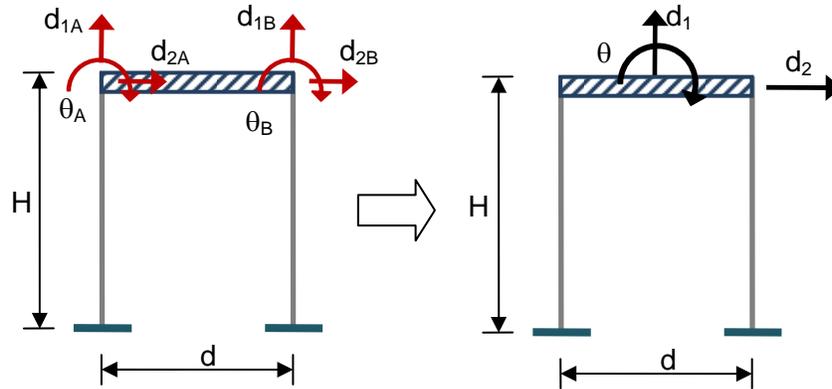


Fig. B.3 Grados de libertad modelo con dos barras: (a) Grados de libertad barras (b) Grados de libertad muro

La matriz de continuidad resultante que relaciona los grados de libertad de las barras con los grados de libertad del muro tendrá la forma

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{d}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -\frac{d}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (B.9)$$

Los desplazamientos locales, grados de libertad de las barras, serán igual a la matriz de continuidad multiplicada por los desplazamientos globales, grados de libertad del muro:

$$\{\tilde{d}\} = [A]\{D\} \quad (B.10)$$

De igual modo las fuerzas globales, fuerzas del muro, se relacionan con las fuerzas locales, fuerzas de las barras, mediante una matriz de continuidad que resulta ser la transpuesta de la matriz de continuidad para los grados de libertad:

$$\{F\} = [A]^T\{\tilde{f}\} \quad (B.11)$$

Planteando la ecuación de equilibrio del sistema considerando los desplazamientos y fuerzas locales, tenemos que las fuerzas locales son iguales a la matriz de rigidez de las barras por los desplazamientos locales:

$$\{\tilde{f}\} = [k]\{\tilde{d}\} \quad (B.12)$$

Sustituyendo el valor de  $\{\tilde{f}\}$  y  $\{\tilde{d}\}$  en la ecuación B.12 tenemos:

$$\{F\} = [A]^T[k][A]\{D\} \quad (B.13)$$

De donde tenemos que, si consideramos dos barras para modelar un muro, la matriz de rigidez global del muro, partiendo de la matriz de rigidez de las dos barras, será igual a:

$$[K] = [A]^T \{k\} [A] \quad (B.14)$$

La matriz de rigidez de las barras para el sistema, partiendo de la matriz de rigidez para una barra doblemente empotrada (ec. B.4), tendrá el siguiente arreglo:

$$[k] = \begin{bmatrix} [k_b] & [0] \\ [0] & [k_b] \end{bmatrix} \quad (B.15)$$

Haciendo las operaciones indicadas en la ecuación B.13, la matriz de rigidez global de muro será:

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{2EA}{H} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{24EI}{H^3(1+\Omega)} & \frac{12EI}{H^2(1+\Omega)} \\ 0 & \frac{12EI}{H^2(1+\Omega)} & \frac{E}{H} \left( \frac{2(4+\Omega)I}{(1+\Omega)} + \frac{Ad^2}{2} \right) \end{bmatrix} \quad (B.16)$$

### B.3 RIGIDEZ LATERAL EQUIVALENTE MURO CON DOS BARRAS

Para obtener la rigidez lateral equivalente, ec. B.2, del muro en voladizo se necesita hacer una condensación estática de los grados de libertad de giro y desplazamiento axial de las barras. Para esto replanteamos la matriz de rigidez global y la sub-dividimos en función de sus grados de libertad de desplazamiento lateral y de rotación con desplazamiento axial:

$$\begin{Bmatrix} \vec{F}_L \\ \vec{F}_{AM} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_{dd}] & [K_{td}] \\ [K_{dt}] & [K_{tt}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vec{d}_L \\ \vec{d}_{A\varphi} \end{Bmatrix} \quad (B.17)$$

Donde las sub-matrices son:

$$[K_{dd}] = \left[ \frac{24EI}{H^3(1+\Omega)} \right] \quad (B.18)$$

$$[K_{tt}] = \begin{bmatrix} \frac{2EA}{H} & 0 \\ 0 & \frac{E}{H} \left( \frac{2(4+\Omega)I}{(1+\Omega)} + \frac{Ad^2}{2} \right) \end{bmatrix} \quad (B.19)$$

$$[K_{dt}] = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{12EI}{H^2(1+\Omega)} \end{bmatrix} \quad (B.20)$$

$$[K_{td}] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{12EI}{H^2(1+\Omega)} \end{bmatrix} \quad (B.21)$$

A partir de la ecuación B.17, la rigidez lateral equivalente del muro esta dada por:

$$[K_{LE}] = [K_{dd}] - [K_{td}][K_{tt}]^{-1}[K_{dt}] \quad (B.22)$$

Realizando las operaciones indicadas en la ecuación anterior y simplificando, tenemos que la rigidez lateral equivalente para el sistema de muro con dos barras será igual a:

$$[K_{LE}] = \frac{12E (2I + Ad^2/2)}{H^3 (7 + 4\Omega)} \quad (B.23)$$

Donde todos los valores de las propiedades para la sección transversal (área, inercia y factor por cortante) corresponden a el segmento del muro considerado.

#### B.4 INFLUENCIA DE LA DIVISIÓN EN DOS BARRAS DEL MURO EN SU RIGIDEZ

Las propiedades de la sección transversal de un muro rectangular de longitud (L) y espesor (t) serán:

$$I_m = \frac{tL^3}{12} \quad (B.24)$$

$$A_m = Lt \quad (B.25)$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación B.3 y tomando el factor  $k=1.2$ , tenemos que el factor adimensional para considerar la deformación por cortante es igual a:

$$\Omega_m = \frac{1.2E}{G} \left(\frac{L}{H}\right)^2 \quad (B.26)$$

Si dividimos el muro en dos segmentos de igual longitud tenemos que la inercia total del muro en función de las propiedades de las barras es igual a:

$$I_m = 2I + Ad^2/2 \quad (B.27)$$

Para cada segmento las propiedades de la sección son:

$$I = \frac{tL^3}{96} \quad (B.28)$$

$$A = \frac{bL}{2} \quad (B.29)$$

De donde, el factor para considerar la deformación por cortante para cada segmento de muro es:

$$\Omega_b = \frac{0.3E}{G} \left(\frac{L}{H}\right)^2 \quad (B.30)$$

Como podemos observar el factor adimensional para considerar la deformación por cortante en el muro es cuatro veces mayor que el factor adimensional para considerar la deformación por cortante en cada barra. A medida que aumenta la longitud del muro más importante es esta diferencia (Fig. B.4).

Examinando la ecuación B.23, que define la rigidez equivalente para un muro modelado con dos barras, podemos observar que el término entre paréntesis que se encuentra en el numerador representa la inercia total del muro y que el factor por cortante para el segmento del muro está multiplicado por cuatro, lo que es igual a utilizar el factor por cortante del muro completo. Sustituyendo estos valores en la ecuación B.23 tenemos:

$$K_{LE} = \frac{12EI_m}{H^3(7 + \Omega_m)} \tag{B.31}$$

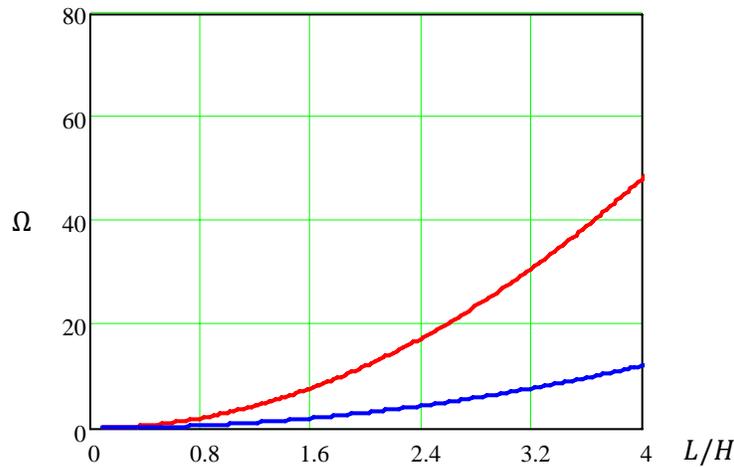


Fig. B.4 Grafica factor adimensional por cortante para un muro modelado con una barra (rojo) y modelado con dos barras (azul) en función de la relación de esbeltez (L/H).

Si comparamos esta rigidez equivalente para el muro, cuando utilizamos en el modelado dos barras, con rigidez lateral para un muro en voladizo, ec. B.2, podemos observar que existen diferencia en el denominador de ambos termino. Si comparamos los desplazamientos obtenidos para una fuerza unitaria podemos observar que a medida que el muro se hace más corto la diferencia en el desplazamiento total se hace cada vez más importante (Fig. B.5).

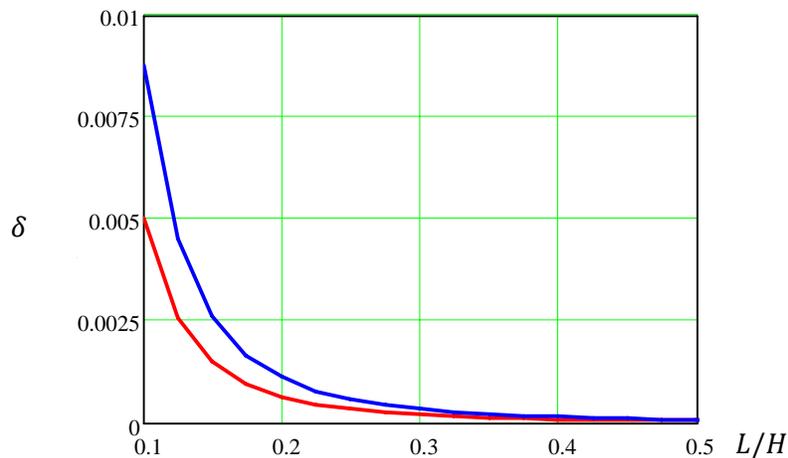


Fig. B.5 Desplazamiento para un cortante unitario de un muro en función de su relación de esbeltez (L/H) utilizando el método de la columna ancha: modelado con una barra (rojo) y modelado con dos barras (azul)

Cuando hacemos el cociente entre ambas rigideces para obtener el porcentaje de aumento de los desplazamiento en función de la relación longitud-altura del muro (L/H) podemos observar mas claramente, en término porcentual, cuando nos afecta el utilizar dos barra en el modelado (Fig. B.6). Se puede observar que cuando tiene una longitud cercana a 0 o no se considera la deformación por cortante la diferencia llega a ser de hasta un 75% y que a medida que aumentamos la longitud del muro esta diferencia tiende a ser 0.

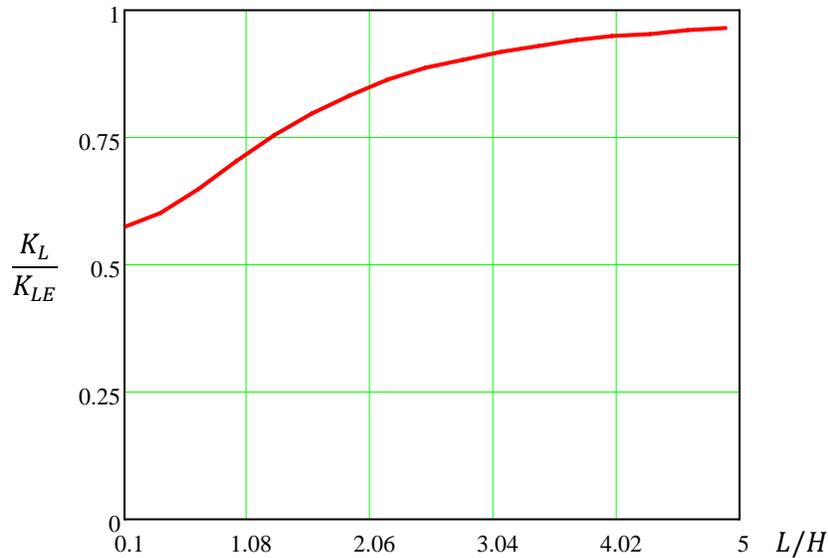


Fig. B.6 Relación entre rigidez lateral de un muro en voladizo modelado con una barra y la rigidez lateral equivalente para el mismo muro modelado con dos barras en función de su relación de esbeltez (L/H).

## B.5 CONCLUSIÓN

Si establecemos como un límite aceptable un error de aproximadamente 20%, y considerando que para la mampostería el modulo de cortante tiene un valor de  $G = 0.4E$ , tenemos que:

$$\Omega_m = 3 \left( \frac{L}{H} \right)^2 \quad (B.32)$$

$$\frac{K_L}{K_{LE}} = \frac{7 + \Omega_m}{4 + \Omega_m} \leq 1.20 \quad (B.33)$$

$$\Omega_m \geq 11 \quad \Rightarrow \quad L/H \geq 1.91 \quad (B.34)$$

Si queremos tener un error en el calculo de los desplazamiento menor al 20% debemos tener un muro con una longitud igual a dos veces su altura. De igual manera podemos calcular que para tener un error menor al 10%, nuestro muro debe tener una longitud aproximadamente mayor a tres veces la altura del muro. Todos estos valores son validos para el caso de un muro en voladizo.

## REFERENCIA

---

- Alcocer, S. (1997). Comportamiento sísmico de estructuras de mampostería: una revisión. *Memoria del XI Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica* (págs. 164-191). Veracruz: Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica.
- Alvarez Sereno, J. D. (2000). *Estudio analítico sobre el comportamiento no lineal de muros de mampostería confinada con y sin abertura*. Tesis de Maestría, UNAM, División de Estudios de Posgrado Facultad de Ingeniería.
- Arias, J. (2005). *Ensayos en mesa vibradora de un modelo a escala 1:2 de edificio de mampostería confinada de tres niveles*. Tesis de Maestría, UNAM, Dirección de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería.
- Barragán, R. (2005). *Ensayo de una vivienda a escala de dos niveles de mampostería confinada*. Tesis de Maestría, UNAM, Dirección de Estudio de Posgrado de la Facultad de Ingeniería.
- Bazán, E., & Roberto, M. (2004). *Diseño Sísmico de Edificios*. Mexico: Limusa.
- Bazan, T. (1980). *Muros de mampostería ante cargas laterales. Estudios analíticos*. Tesis doctoral, UNAM, Dirección de Estudio de Posgrado.
- Celigüeta, J. T. (s.f.). *Escuela Superior de Ingenieros, Campus Tecnológico de la Universidad de Navarra*. Recuperado el 23 de Noviembre de 2007, de Análisis Estructural II: <http://www.tecnun.es/asignaturas/Estructuras2/Apuntes.htm>
- Chandrupatla, T. R., & Belegundu, A. D. (1999). *Introducción al estudio del Elemento Finito en Ingeniería* (Segunda edición ed.). (I. J. Alonso, Trad.) México: Prentice Hall, Inc.
- Clough, R. W., & Wilson, E. L. (1999). Early finite element research at Berkeley. *Fifth U.S. National Conference on Computational Mechanics*. Colorado.
- CSI. (2005a). Basic Analysis Reference Manual. *SAP2000, Linear and Nonlinear Static and Dynamic Analysis and Design of Three-Dimensional Structures*. Berkeley, California, USA: Computer and Structures, Inc.
- CSI. (2005b). *Software Verification Examples*. Berkeley, California: Computers and Structures, Inc.
- DEPFI-UNAM. (2006). *Curso: Estructura de mampostería*. Notas de curso, UNAM, Dirección de Estudio de Posgrado de la Facultad de Ingeniería.

---

Drysdale, R. G., Hamid, A. A., & Baker, L. R. (1994). *Masonry Structures: Behavior and Design*. New Jersey: Prentice-Hall Inc.

Flores, L. (1995). *Estudio Analítico de estructura de mampostería confinada*. Tesis de Maestría, UNAM, Facultad de Ingeniería.

Flores, L., & Alcocer, S. (1996). Calculated response of confined masonry structures. *Memorias de la 11va Conferencia Mundial de Ingeniería Sísmica*, (pág. artículo No. 1830). Acapulco.

Gobierno del Distrito Federal. (2004c). *Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo*. Gaceta Oficial del Gobierno del Distrito Federal, México.

Gobierno del Distrito Federal. (2004b). *Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto*. Gaceta Oficial del Gobierno del Distrito Federal, México, D.F.

Gobierno del Distrito Federal. (2004a). *Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería*. Gaceta Oficial del Gobierno del Distrito Federal, México, D.F.

Hibbeler, R. C. (1998). *Mecánica de materiales*. (J. d. A., Trad.) México: Prentice Hall.

Ibrahimbegovic, A., Taylor, R. L., & Wilson, E. L. (1990). A robust quadrilateral Membrane Finite Element with drilling degrees of freedom. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 30, 445-457.

Larios, J. (2004). *Simulación analítica del comportamiento de muros diafragma de mampostería con aberturas ante carga lateral*. Tesis de Maestría, UNAM, Dirección de Estudio de Posgrado de la Facultad de Ingeniería.

Meli, R. (1979). *Comportamiento sísmico de muros de mampostería* (Segunda edición ed.). Instituto de Ingeniería.

Meli, R. (2004). *Diseño Estructural* (Segunda edición ed.). México, D.F.: Limusa, S.A. de C.V.

Meli, R., & Salgado, G. (1969). *Comportamiento de muros de mampostería sujetos a carga lateral*. Instituto de Ingeniería.

Meli, R., & Sánchez Caballero, A. (1992). *Comentarios y Ejemplos Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería, DDF*. Series del Instituto de Ingeniería No. ES-4, Instituto de Ingeniería, México.

Meli, R., Zeevart, W., & Esteva, L. (1968). *Comportamiento de muros de mampostería hueca ante carga lateral alternada*. México: Instituto de Ingeniería.

Mendoza, M. (2005). *Verificación de la capacidad de muros de mampostería confinada ante cargas laterales*. Tesis de Maestría, UNAM, Dirección de Estudio de Posgrado de la Facultad de Ingeniería.

ONNCCE. (2002b). *Anteproyecto de Norma Mexicana para la determinación de la resistencia a compresión diagonal y de la rigidez a cortante de muretes de mampostería de barro y de*

concreto. México: Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación.

ONNCCE. (2002a). *Anteproyecto de Norma Mexicana para la determinación de la resistencia a compresión y del módulo de elasticidad de pilas de mampostería de barro y de concreto*. México: Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación.

Orduña, A. (1999). *Modelo de muros de mampostería para el análisis no lineal de marcos de concreto reforzado con muros diafragma*. Tesis de Maestría, UNAM, Dirección de Estudio de Posgrado de la Facultad de Ingeniería.

Paulay, T., & Priestley, M. J. (1992). *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Roeder, G. (2004). *Simulación numérica del comportamiento mecánico de la mampostería*. Tesis doctoral, UNAM, Dirección de Estudio de Posgrado de la Facultad de Ingeniería.

San Bartolomé, A. (24 de Abril de 2007). *Blog de Ángel San Bartolomé*. Recuperado el 28 de Septiembre de 2007, de <http://blog.pucp.edu.pe/index.php?blogid=603>

San Bartolomé, A., Lazo, E., & Muñoz, A. (2002). *Sensibilidad en la respuesta sísmica de un edificio de albañilería armada por efecto del modelaje estructural*. Pontificia Universidad Católica del Perú.

Sánchez, T. (1998). *Comportamiento de estructuras de mampostería confinada sujetas a cargas laterales*. Tesis de Maestría, UNAM, Dirección de Estudio de Posgrado de la Facultad de Ingeniería.

Sandoval, H. (2005). *Envolvente de resistencia lateral de piso en estructuras de mampostería confinada*. Tesis de Maestría, UNAM, Dirección de Estudio de Posgrado de la Facultad de Ingeniería.

SMIE. (2005). *Proyecto para la Elaboración de Recomendaciones para el Análisis de Estructuras de Mampostería*. Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural, Comité de Mampostería, México.

Tena, A. (2003). *Diseño de Estructuras de Mampostería*. Notas de curso, UNAM, Dirección de Estudio de Posgrado.

Tomazevic, M. (1999). *Earthquake-resistant design of masonry building* (Vol. 1). Londres, Inglaterra: Imperial college Press.

Vázquez, A. (2005). *Ensayo experimental de viviendas de mampostería confinada de un piso mediante el ensayo en mesa vibradora*. Tesis de Maestría, UNAM, Dirección de Estudio de Posgrado de la Facultad de Ingeniería.

Wilson, E. L. (1998). *Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structure* (Tercera edición ed.). Berkeley, California, USA: Computer and Structures, Inc.

Zienkiewicz, O. C., & Taylor, R. L. (1994). *El Método de los Elementos Finitos* (Vol. 1). (C. I. Ingeniería, Trad.) Barcelona, España: McGraw-Hill/ Interamericana de España, S. A.