



**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
ACATLÁN**

**DISEÑO SÍSMICO DE
ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERÍA**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL**

P R E S E N T A:

LUIS NUÑEZ QUIROZ

Asesor: Ing. Carlos Arce León

Febrero 2008



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mi mamá y mi hermano, mi familia

Al Ing. Carlos Arce León, por sus enseñanzas

Al Ing. Luis del Bosque, por su amistad



Índice

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1 CRITERIOS DE ESTRUCTURACIÓN	
1.1 Muros diafragma	2
1.2 Muros confinados	3
1.3 Muros reforzados interiormente	3
1.4 Muros no reforzados	6
1.5 Interacción con otros sistemas estructurales	6
CAPÍTULO 2 NORMATIVIDAD	
2.1 Normas Técnicas Complementarias 1976	7
2.2 Normas Técnicas Complementarias 1995	12
2.3 Normas Técnicas Complementarias 2004	20
2.4 La Red (Colombia)	28
2.5 Análisis comparativo	35
CAPÍTULO 3 RIGIDEZ	
3.1 Método de rigideces	37
3.1.1 Matriz de rigidez considerando deformaciones axiales y por flexión	38
3.1.2 Matriz de rigidez sin considerar deformaciones axiales	41
3.1.3 Matriz de rigidez lateral	44
3.1.4 Matriz de rigidez de entrepiso	45
3.2 Simplificaciones	47
3.2.1 Método de la diagonal equivalente	47
3.2.2 Cálculo de la rigidez por efectos combinados de cortante y flexión	56
3.2.3 Método de la columna ancha	59
3.3 Análisis comparativo	67
3.3.1 Método de rigideces	67
3.3.2 Método de la diagonal equivalente	67
3.3.3 Modelo considerando los efectos por cortante y flexión	68
3.3.4 Método de la columna ancha	69
CAPÍTULO 4 CONSIDERACIONES EN EL DISEÑO SÍSMICO DE ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERÍA	
4.1 Principales mecanismos de falla	70
4.1.1 Fallas fuera del plano	70
4.1.2 Fallas en el plano	71
4.1.3 Fallas en el plano por cortante	71
4.1.4 Fallas de anclaje o conexión	71
4.1.5 Flexibilidad en los diafragmas y resistencia	72
4.1.6 Fallas inducidas por configuración	72



4.1.7	Calidad del mortero y de los ladrillos	73
4.2	Calidad de los materiales	73
4.3	Influencia de las aberturas en los muros de mampostería	73
4.3.1	Influencia de las aberturas en la rigidez lateral	73
4.3.2	Influencia de las aberturas en la distribución de las fuerzas cortantes	73
4.4	Importancia de la configuración estructural	74
4.4.1	Densidad de muros	74
4.4.2	Configuración en planta	75
4.4.3	Distribución asimétrica de muros en planta	75
4.4.4	Continuidad de todos los muros en elevación	75
4.4.5	Aberturas para puertas y ventanas	75
4.4.6	Concentración de peso	76
4.5	Detallado del refuerzo en zonas sísmicas	76
4.5.1	Importancia de los castillos	76
4.5.2	Refuerzo transversal en castillos	77
4.5.3	Refuerzo transversal mediante alambres corrugados	77
4.5.4	Refuerzo adicional mediante malla de alambre	78
4.6	Control de desplazamientos laterales para limitar el daño estructural	78
4.7	Aspectos generales para el análisis y la revisión de estructuras de mampostería	79
4.7.1	Espectros de diseño	79
4.7.2	Factores de comportamiento sísmico	79
4.7.3	Modelación de muros de mampostería	80
4.7.4	Condiciones de regularidad	80
4.8	Detallado y aspectos constructivos de estructuras de mampostería	81
4.9	Recomendaciones generales de diseño y construcción	81
CAPITULO 5 ESTUDIOS ANALÍTICOS		
5.1	Datos del edificio	84
5.1.1	Datos de los materiales	84
5.1.2	Análisis de cargas	85
5.1.3	Condiciones de regularidad	87
5.1.4	Centro de cortante	88
5.2	Método simplificado	89
5.3	Método estático	98
5.4	Método dinámico	115
CONCLUSIONES		146
BIBLIOGRAFÍA		148



Introducción

Nuestro país tiene gran tradición en la construcción con mampostería. Como muestra encontramos construcciones prehispánicas en gran parte de la República. En Teotihuacan es común encontrar taludes escalonados y la construcción en barro revestido de piedra. Hay indicios de que las casas tenían cimientos de piedra aunque sus muros fueran de materiales precarios. Los Mayas hicieron grandes aportaciones técnicas. El uso de la llamada “bóveda maya” que comenzó en el techado de tumbas, se generalizó y permitió la sustitución de techos de palmas por los de mampostería. Posteriormente en la colonia se generalizó el uso de la mampostería en la arquitectura religiosa principalmente.

Actualmente, si se considera el total de metros cuadrados construidos por sistema estructural, resulta que el 85% es de mampostería. De acuerdo a lo anterior, la mampostería está muy arraigada en la cultura nacional. A pesar de esto, la información práctica sobre los métodos de análisis y diseño de estas estructuras es escasa, en los libros se menciona la teoría no así ejemplos de aplicación o la metodología de cálculo paso a paso. Aunado a esto, la falta de supervisión estricta para la observación de los reglamentos de construcción en la obra, es casi nula.

De esta manera, ante la falta de información práctica, la tesis pretende cumplir con el objetivo de proporcionar elementos prácticos para el análisis y diseño de estructuras de muros de carga de mampostería, presentando ejemplos numéricos detallados. Para cumplir con este objetivo, se hace una revisión sobre el estado del arte con sus limitaciones pues el objetivo del trabajo no es presentar teorías nuevas sobre las estructuras de mampostería, si no una revisión de las herramientas disponibles para el análisis y diseño sísmico de estas estructuras.

Para el diseño de muros de mampostería, es necesario clasificarlos de acuerdo al procedimiento constructivo que les da origen y de acuerdo a su estructuración, por ello en el Capítulo 1 se presenta la clasificación de los muros de mampostería y se analizan con base en sus características de trabajo mecánico.

En el Capítulo 2 se analizan las disposiciones en cuanto a estructuras de mampostería que se refieren a algunos reglamentos de construcción. También se puede observar la evolución del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal en cuanto a este tipo de estructuras.

Para realizar un análisis sísmico estático o dinámico es necesario calcular la rigidez de entrepiso del edificio analizado, para ello en el Capítulo 3 se presentan diferentes métodos para calcular la rigidez orientados hacia muros.

En el Capítulo 4 se presentan consideraciones complementarias para el diseño sísmico de estructuras de mampostería. Se analizan los modos de falla de los muros, la calidad que deben tener los materiales, la estructuración del edificio y los aspectos constructivos que deben considerarse en el diseño.

Finalmente en el Capítulo 5 se presenta el diseño sísmico de un edificio de acuerdo a las disposiciones de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal 2004.



Capítulo 1

Criterios de estructuración

Introducción

Uno de los aspectos importantes para el análisis y diseño de estructuras de mampostería, es la identificación y clasificación de los muros de acuerdo a su estructuración. Como se verá en el capítulo 4, de acuerdo con la estructuración de los muros será el modelado de los mismos.

En este capítulo se analizan los diferentes tipos de muros con base en sus características de trabajo mecánico y procedimientos básicos de construcción.

1.1 Muros diafragma

Los muros diafragma son los que se colocan para cerrar las crujías formadas por las vigas (o losas) y las columnas de marcos de concreto o acero; estos muros constituyen un diafragma que incrementa notablemente la rigidez del conjunto ante cargas laterales. Es práctica común ligar estos muros a la estructura principal sobre todo en muros de colindancia y en núcleos de escaleras y servicios. No es admisible ignorar el efecto de estos muros en el análisis por cargas laterales, ya que la rigidez que estos proporcionan altera significativamente la distribución de las fuerzas entre los distintos elementos resistentes. La rigidez que estos muros proporcionan hace que pueda ser perjudicial que se encuentren colocados con una distribución asimétrica en la planta de la estructura o en cantidades radicalmente distintas de uno a otro piso.

Cuando se excede la capacidad a tensión diagonal de los muros, estos se agrietan pero mantienen una rigidez significativa y tienden a concentrar fuerzas cortantes importantes en los extremos de las columnas (fig. 1.1). Por ello se requiere proporcionar en estas zonas de las columnas una resistencia a fuerza cortante igual a la capacidad total del muro, distribuida en partes iguales entre las dos columnas.

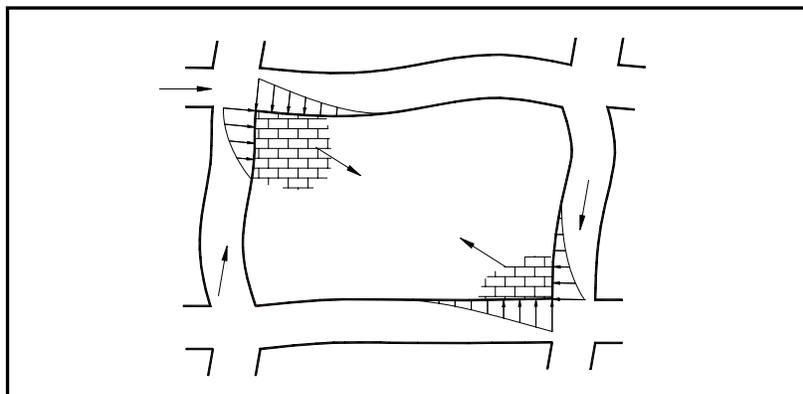


Figura 1.1 Interacción entre un muro diafragma y el marco que lo rodea (Instituto de Ingeniería, 1992)



Cuando no puede lograrse una distribución uniforme de muros de relleno o cuando la estructura es muy flexible, es preferible desligar estos muros de la estructura principal, evitando su trabajo como diafragma. Deben en este caso proveerse holguras generosas y elementos de refuerzo o fijación que eviten la posibilidad de volteo del muro en dirección normal a su plano sin dejar de permitir el desplazamiento relativo del muro y la estructura.

Debe evitarse la situación en que un muro diafragma llene solo parcialmente la altura del tablero del marco, como cuando se deja en la parte superior un hueco para ventanas (fig. 1.2). En esta condición la parte superior de la columna queda sujeta a una fuerza cortante muy elevada ya que la gran rigidez proporcionada al tablero por el muro de mampostería atrae una fuerza sísmica importante, siempre y cuando la rigidez del muro de mampostería sea mayor que la del marco de concreto. La relación altura-peralte de la columna corta propicia una falla por cortante de naturaleza frágil, especialmente si no se proporciona un abundante refuerzo transversal. Es preferible desligar de la estructura principal los muros que se encuentren en esa condición.

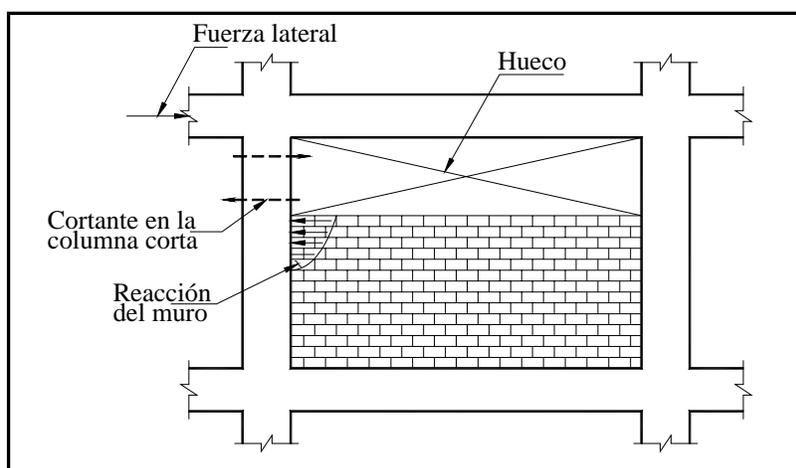


Figura 1.2 Efecto de columna corta en muro diafragma de altura incompleta (Instituto de Ingeniería, 1992)

1.2 Muros confinados

Los muros confinados, o sea los que cuentan con castillos y dalas, han demostrado dar lugar a un comportamiento sísmico muy aceptable en edificios de muros de carga de varios pisos. Estos elementos de refuerzo permiten una buena liga de los muros entre sí y con los sistemas de piso, a la vez que proporcionan un confinamiento que evita la falla frágil de los muros después de que estos se agrietan por tensión diagonal. Los requisitos que se fijan para la distribución y refuerzo de castillos y dalas son los que se derivan de la práctica establecida (Instituto de Ingeniería, 1992). Estos se resumen gráficamente en la fig. 1.3.

1.3 Muros reforzados interiormente

El refuerzo de muros de piezas huecas con barras verticales colocadas en los huecos de las piezas y con barras horizontales ubicadas en las juntas entre hiladas o en piezas especiales, es un procedimiento de construcción que se está empleando con frecuencia en diversos países ubicados en zonas sísmicas y en edificios de cierta altura. En México la difusión de este procedimiento, conocido como mampostería reforzada, ha sido limitada, principalmente por la desconfianza de que



puedan realizarse adecuadamente la colocación del refuerzo y el llenado de los huecos, operaciones que son difíciles de supervisar. Los requisitos que se especifican en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería acerca de las cuantías de refuerzo horizontal y vertical son las mínimas para las cuales puede esperarse se logre evitar la falla frágil del muro y proporcionan cierta ductilidad. Los requisitos se resumen gráficamente en la figura 1.4. No se pretende con estos refuerzos lograr un incremento sustancial en la resistencia de la mampostería, solamente un comportamiento más favorable. Es importante observar el requisito del párrafo final de esta sección, el cual indica que para emplear los valores de resistencia y factores de seguridad correspondientes a este tipo de mampostería es necesario que exista una supervisión continua del proceso constructivo para asegurar que se coloquen todos los elementos de refuerzo en su posición correcta y se llenen totalmente con mortero o con lechada muy fluida los huecos donde se aloja el refuerzo.

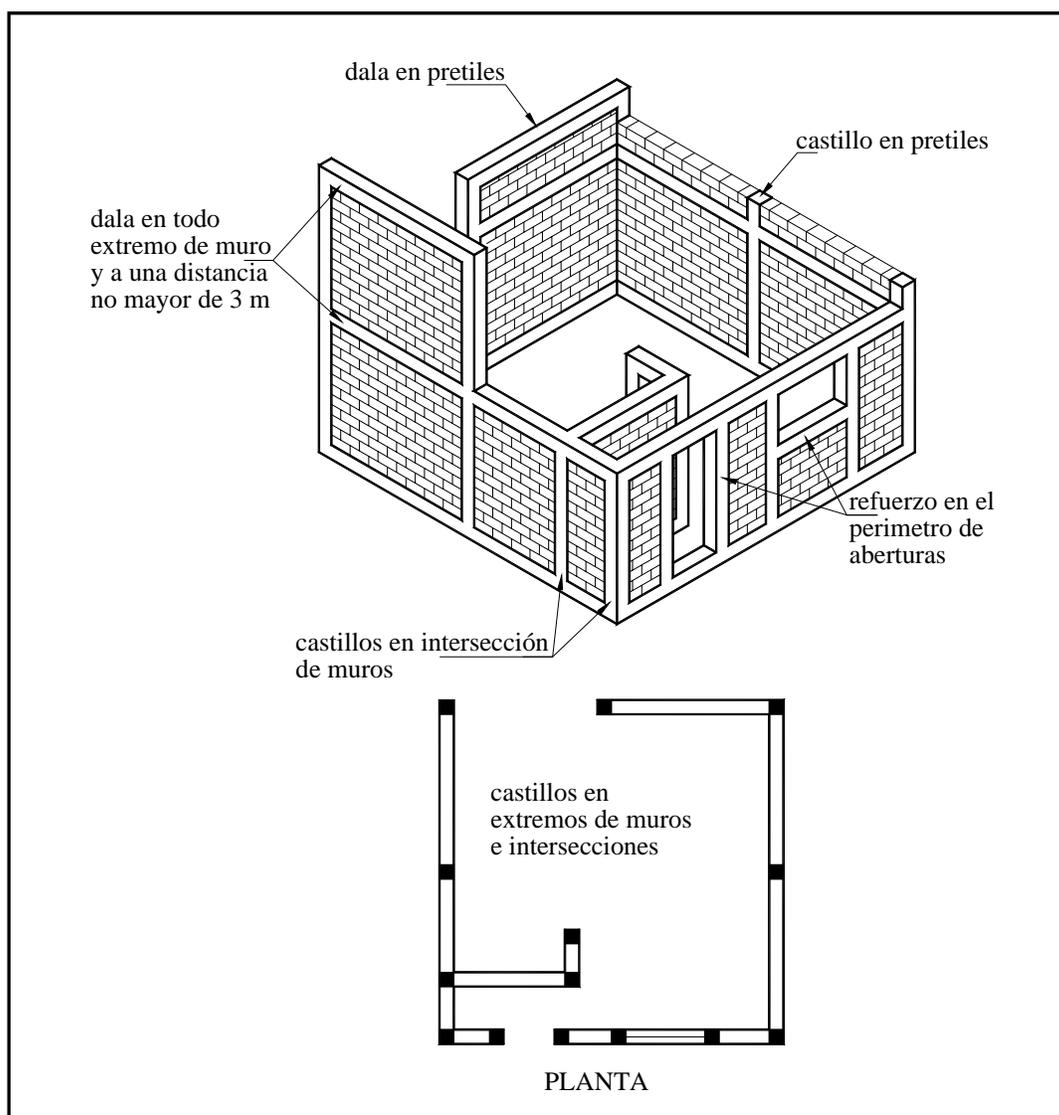


Figura 1.3 Características de la mampostería confinada (GDF, 2004a)



Existen diferentes opiniones sobre la eficiencia del refuerzo horizontal colocado en las juntas de mortero cuyo espesor reducido deja un recubrimiento muy limitado al acero de refuerzo. Los ensayos de laboratorio tienden a confirmar la efectividad del refuerzo colocado de esa manera, sujeto a los requisitos de recubrimiento y separación fijados en los reglamentos de construcción. Obsérvese que uno de los requisitos es que las barras deben quedar cubiertas “en toda su longitud” por el mortero de la junta o por el concreto del colado del hueco. La colocación de las barras horizontales en huecos predispuestos en las piezas para formar una verdadera dala es desde luego mucho más deseable (Instituto de Ingeniería, 1992).

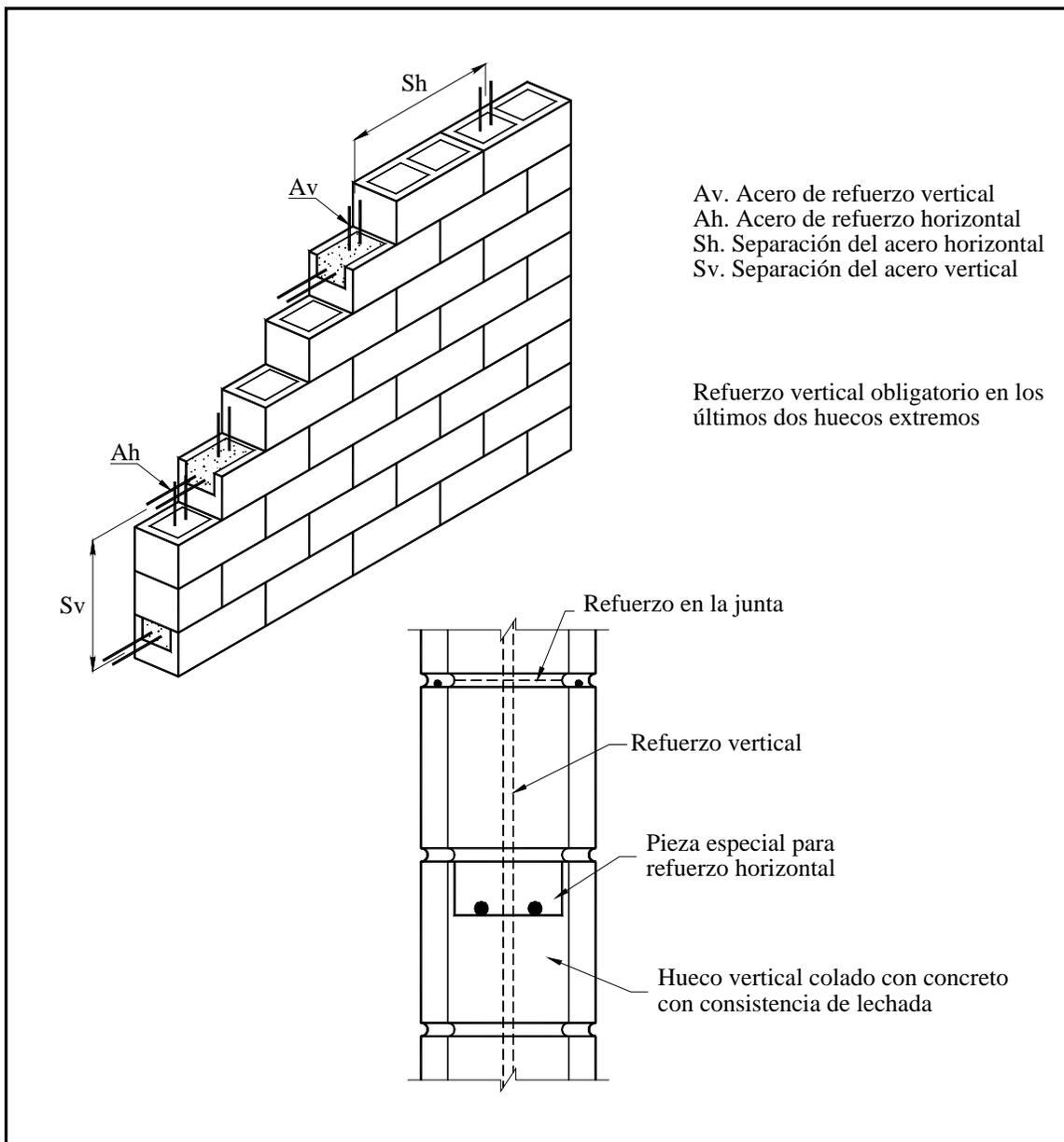


Figura 1.4 Características de la mampostería confinada (Instituto de Ingeniería, 1992)



El requisito de que el refuerzo horizontal debe ser continuo y sin traslape en toda la longitud del muro obedece a que los esfuerzos de adherencia que se pueden desarrollar son muy bajos por el pequeño espesor del mortero de las juntas. Por ello los traslapes no son aceptables. En muros muy largos será aceptable conectar dos barras mediante ganchos alrededor del refuerzo de castillos intermedios.

1.4 Muros no reforzados

Los muros de mampostería no reforzada deben evitarse en zonas sísmicas como el Distrito Federal. No se prohíben en los reglamentos de construcción, pero se especifican factores de reducción de resistencia muy severos, de manera que es muy difícil estructurar una construcción con muros no reforzados (Instituto de Ingeniería, 1992).

1.5 Interacción con otros sistemas estructurales

En edificios construidos con mampostería, el criterio de estructuración está regido por el proyecto arquitectónico. En estos edificios, es común que no exista simetría en planta, debido a que la distribución en planta de los muros está regida por la creación de espacios marcada en el proyecto arquitectónico. Por lo tanto, la asimetría de la planta trae como consecuencia grandes excentricidades en el instante en que actúa un sismo sobre la estructura. Las excentricidades y las fuerzas laterales, originan lo que se denomina cortante por torsión que aunado al cortante directo, incrementa en muchas ocasiones y de manera sustancial, la fuerza cortante que actúa sobre los muros, sobre todo los que se encuentran en el perímetro de la planta del edificio. Es interesante observar que entre mas alejados estén los muros del centro geométrico de la planta, mayor es la fuerza cortante que actúa en ellos.

Es común que edificios construidos con mampostería, se refuercen con muros de concreto. La razón de su uso es que sirven de refuerzo antisísmico, para soportar cargas laterales, y en ocasiones para refuerzo por carga vertical de algunos muros en los primeros niveles de edificios con cinco o seis niveles o con claros grandes.

La ubicación de los muros de concreto en la planta de un edificio, debe realizarse con especial cuidado. Como se menciona, los muros mas alejados del centro geométrico de la planta del edificio son los que reciben mayor fuerza cortante, y por ende son los primeros candidatos a ser sustituidos por muros de concreto. Lo anterior, es lo más usual en la práctica. Sin embargo, colocar muros de concreto en el perímetro de la planta origina grandes excentricidades entre el centro geométrico de la planta y el centro de rigidez, en plantas asimétricas, como las de los edificios de mampostería usuales para vivienda. Una solución práctica es colocar muros de concreto cerca de los ejes del centro geométrico. Con esta solución, no existen grandes excentricidades ya que los centros, geométrico y de rigidez, casi coinciden; además como los elementos de concreto son más rígidos en relación a los de mampostería, absorben la mayor parte de la fuerza cortante, con lo cual, en los muros ubicados en la periferia de la planta actúan solicitaciones pequeñas.

Actualmente, se están construyendo edificios con estacionamiento en planta baja y departamentos en los niveles superiores. Estos edificios, tienen la particularidad de que el estacionamiento esta estructurado con travesaños y columnas de concreto reforzado, y los departamentos con muros de mampostería. Existe a primera vista el problema de diferencia de rigideces entre muros y los marcos de concreto, lo que ocasiona edificios con planta baja débil. No es recomendable esta estructuración, sin embargo, se ha resuelto con columnas de sección grande, considerando el número de niveles que soportan.



Capítulo 2

Normatividad

Introducción

En una revisión de la normatividad en materia de seguridad estructural reveló que en el 50% de los estados del país no existen normas técnicas propias para el diseño y construcción de estructuras de mampostería, empleándose con frecuencia las vigentes en el Distrito Federal (Fundación ICA, 1999). Entre los principales inconvenientes que conlleva esta costumbre se encuentra el desconocimiento de las propiedades mecánicas de los materiales empleados en cada región, en particular de los morteros y piezas, macizas o huecas, empleadas en la construcción, así como el hecho de que el peligro sísmico en el sitio puede ser significativamente diferente al del Distrito Federal. Por otra parte, debe reconocerse que la mayor parte de la práctica constructiva en las zonas rurales todavía se realiza por autoconstrucción, empleándose el adobe y la mampostería sin refuerzo como materiales básicos. En este caso, es necesaria la elaboración de guías sencillas, de fácil distribución, encaminadas a orientar a la población sobre los métodos tanto de construcción como de reforzamiento de este tipo de viviendas. En este capítulo se presentan las disposiciones en cuanto a mampostería se refiere de algunos reglamentos de construcción.

2.1 Normas Técnicas Complementarias 1976

Estas normas se publicaron por primera vez en el Diario Oficial el 15 de Abril de 1977; están divididas en siete secciones:

1. Consideraciones generales;
2. Materiales para mampostería de piedras artificiales;
3. Método simplificado de diseño;
4. Método detallado de diseño;
5. Construcción;
6. Mampostería de piedras naturales; y
7. Método de diseño por valores admisibles

Las secciones 2 a 5 de estas normas se aplicaban para al diseño y construcción de muros constituidos por piezas prismáticas de piedra artificial, macizas o huecas, unidas por un mortero aglutinante. Se incluyeron muros reforzados con armados interiores, castillos, cadenas o contrafuertes.

La sección 6 se aplicaba al diseño y construcción de elementos de mampostería de piedras naturales.

La sección 7 presentaba un procedimiento alternativo para diseño de ambos tipos de mampostería.

Las recomendaciones que se presentan son para mampostería de piezas de diferentes características, lo que obliga a que sean muy generales, sin embargo, se dan valores numéricos específicos para los materiales mas usuales acerca de los cuales existía suficiente información práctica y experimental.



Las recomendaciones en el criterio de diseño general que adoptó el Reglamento de 1976, en el que se requiere que las resistencias de diseño, calculadas por los procedimientos indicados y afectados por el factor de reducción de resistencia, se comparen con las fuerzas externas actuantes afectadas por factores de carga que aseguren un nivel de seguridad adecuado contra la falla.

Se incluyen tres métodos de diseño. El simplificado que es aplicable a la mayoría de estructuras sencillas que cumplen ciertos requisitos de altura, claros y uniformidad de la estructuración y de las cargas. El detallado, se aplica cuando no se cumplen las condiciones que permiten el empleo del método simplificado o cuando se quiere tener un diseño más refinado. También se incluye un procedimiento de diseño por esfuerzos de trabajo.

Se hace especial hincapié en los requisitos de estructuración que aseguran un comportamiento sísmico satisfactorio, de acuerdo con los criterios fijados en el capítulo de diseño sísmico del Reglamento.

En la sección *Materiales para mampostería de piedras artificiales* se mencionan las características tanto geométricas como de resistencia que deben cumplir los materiales para la construcción de estructuras de mampostería. Además, se presentan las características mecánicas y valores de diseño de las piedras artificiales que conforman la mampostería.

En la sección 3 *Método simplificado de diseño* se establecen los lineamientos para aplicar el método simplificado. Los requisitos que se imponen para aplicar este método tienden a evitar situaciones que pudieran dar lugar a la presencia de momentos flexionantes importantes o efectos de esbeltez en los muros. Por tanto, si se cumplen las condiciones a que este párrafo se refiere, no es necesario hacer un análisis tomando en cuenta los momentos y excentricidades; basta simplemente con determinar las cargas verticales sobre cada muro a partir de su área tributaria.

El diseño por cargas verticales se basa en la comprobación de que la carga actuante sobre cada muro sea menor o igual a la carga resistente, obtenida al multiplicar el esfuerzo resistente en compresión de la mampostería por el área de la sección transversal del muro y por un coeficiente reductor que toma en cuenta la esbeltez y excentricidad en el muro. Este coeficiente ha sido determinado considerando la esbeltez máxima permitida para el muro (20) y una excentricidad accidental para los muros interiores más una excentricidad debida a la asimetría de la carga para muros extremos.

La carga actuante con la cual deberá compararse la resistencia del muro será la debida a las cargas verticales multiplicada por el factor de carga especificado por el Reglamento (1.4 en general).

La fórmula para el cálculo de la resistencia a compresión está afectada por el factor de reducción de resistencia, F_R , que toma en cuenta las incertidumbres en la predicción del índice de resistencia de la mampostería, así como la aproximación de la fórmula. Este factor se determinó con el criterio de que la confiabilidad de estas estructuras es similar a la que se obtiene en el diseño de estructuras de concreto y acero. Se fijó para este factor un valor de 0.6 válido únicamente para muros reforzados con castillos y dalas o con refuerzo interior.

El empleo del método simplificado se restringió a muros que tuvieran una cantidad mínima de refuerzo interior, o de castillos y dalas, para asegurar una ductilidad razonable cuando se llegara al agrietamiento ante efectos sísmicos. Para muros que no cumplieran esos requisitos era necesario el empleo del método detallado de diseño.



La expresión que se propone en este método toma en cuenta en forma burda y conservadora el efecto benéfico que sobre la resistencia a cargas laterales tiene la fuerza axial aplicada al muro.

La resistencia ante cargas laterales se expresa en términos de un esfuerzo cortante resistente de la mampostería el cual depende del tipo de pieza y de mortero.

La mejor forma de conocer la resistencia al corte de la mampostería es mediante el ensaye de muretes en compresión diagonal con las piezas y morteros que se emplearán en la obra. El murete debería estar formado por una pieza y media en una dirección y un número tal de hiladas que hiciera que el murete tuviera forma aproximadamente cuadrada. El procedimiento de ensaye consistía en dar una compresión diagonal hasta la falla. El esfuerzo cortante resistente se calculaba como la proyección de la fuerza en la dirección de las hiladas dividida entre el área transversal bruta. La determinación debería efectuarse sobre un mínimo de 9 muretes siendo la resistencia nominal, v^* , la calculada por la expresión:

$$v^* = \frac{v}{1 + 2.5 c_v} v \quad (2.1)$$

donde:

- v resistencia promedio al corte de muretes, y
- c_v coeficiente de variación de la resistencia

Para muros de piezas huecas reforzadas interiormente se permitía incrementar en un 50% los valores de la resistencia al corte, lo cual tomaba en cuenta en forma burda la contribución del refuerzo interior.

En el diseño por cargas laterales se revisaba no solo el efecto de las fuerzas cortantes sino también el de los momentos flexionantes que producían dichas cargas laterales. Podía requerirse refuerzo adicional en los extremos del muro para resistir dichos momentos; el cálculo se basaba en los criterios generales de flexocompresión que se especifican en la sección 4.5.5.

En la sección 4 *Método detallado de diseño* se planteaba un criterio general para llevar a cabo un diseño racional de elementos de mampostería ante diferentes estados de carga. Se incluían aquí procedimientos de diseño no solo para muros reforzados con castillos y dalas o con refuerzo interior, como en el método simplificado, sino también para muros diafragma y muros no reforzados.

Como se mencionó, el factor de reducción F_R , que afectaba a todas las expresiones para el cálculo de la resistencia, tomaba en cuenta las incertidumbres en la predicción de los esfuerzos resistentes de la mampostería, f^*_m y v^* , así como la aproximación de las fórmulas empleadas y la diferencia entre los resultados de ensayos de especímenes de laboratorio y los de muros de tamaño natural.

El análisis elástico riguroso de sistemas de muros y losas sujetos a cargas verticales es sumamente complejo por tratarse de estructuras que no se prestan fácilmente a la descomposición en sistemas bidimensionales, como es el caso de estructuras con columnas. El análisis elástico, suponiendo que las uniones entre losa y muro son nudos rígidos, no se justificaba debido a las rotaciones locales que ocurren en dichas uniones. Por el contrario, se podía suponer que la junta que se forma entre el muro y la losa tiene suficiente capacidad de rotación para liberar al muro de los momentos que le puede transmitir la losa y considerar en el diseño que el muro está sujeto a carga axial únicamente. En pruebas de laboratorio de uniones muro-losa a flexión se comprobó que la rotación de los



extremos de la losa produce aplastamientos locales del mortero permitiendo la libre rotación de la losa y que por tanto los momentos flexionantes que se transmiten a los muros son mínimos.

En el diseño se tenían que tomar en cuenta los momentos en el muro que no pueden ser redistribuidos por la rotación de unión con la losa, como los debidos a flexiones en el plano del muro, o a voladizos empotrados en el mismo. También se tenían que considerar los momentos debido a la excentricidad con que se aplicaba la carga vertical. El que los muros permitan el libre giro de la losa que confinan, implica que la carga que ésta le transmite a los muros no será axial; la fórmula propuesta para tomar en cuenta este efecto supone que la distribución de esfuerzos producidos por la carga es lineal, siendo el esfuerzo nulo en el punto donde comienza la losa. Solo había que considerar esta excentricidad para la carga transmitida por la losa que descansa directamente sobre el muro; para la carga que bajaba de los niveles superiores se podía considerar que la excentricidad era nula excepto cuando estos se encontraran fuera de eje.

Para efectuar el análisis por cargas laterales, se consideraba conveniente que la rigidez de los muros se calculara tomando en cuenta tanto deformaciones por flexión como por cortante, el módulo de elasticidad correspondiente a cargas de corta duración, y que para el cálculo del momento de inercia se considerara que se forman secciones T, L, C o I en las intersecciones entre muros. Tanto para el cálculo de la rigidez como de la resistencia al cortante, el área del muro sería la correspondiente al alma, sin considerar los patines.

La diferencia con respecto al método simplificado es que el coeficiente F_E que tomaba en cuenta la excentricidad y la esbeltez en el muro debería calcularse para cada caso. Además, se incluía el caso de muros no reforzados para los cuales el factor de reducción se tomaba de la mitad que para muros reforzados, tomando en cuenta el carácter totalmente frágil de la falla en este caso y el hecho de que la resistencia de estos muros es mucho más sensible a excentricidades accidentales y defectos constructivos.

El procedimiento propuesto para el cálculo del parámetro F_E se basaba en el empleo de una excentricidad de la carga axial corregida por efectos de excentricidades accidentales y por efectos de esbeltez. La expresión propuesta suponía un comportamiento rígido-plástico para la mampostería en compresión, con lo cual se predecían cargas resistentes cercanas a las obtenidas experimentalmente

El comportamiento ante carga axial de compresión de la mampostería sigue una relación aproximadamente lineal; para flexión, si se supone que las secciones permanecen planas y que el comportamiento esfuerzo-deformación es lineal, con el mismo esfuerzo máximo que para compresión axial, se subestima la resistencia real del muro a medida que aumenta la excentricidad. Para que se asemejaran los valores predichos con los experimentales podía suponerse la relación $\delta - \epsilon$ lineal, pero dando a f^*m un valor creciente a medida que aumentaba la excentricidad o manteniendo constante el valor de f^*m y suponer otro tipo de comportamiento diferente del lineal.

Se encontró que suponiendo una relación esfuerzo-deformación rígido-plástica para la mampostería, se obtenían resultados más cercanos a los experimentales que con una relación lineal y además con una expresión más simple.

La excentricidad calculada se obtenía del análisis estructural y la excentricidad accidental dependía de la irregularidad de las dimensiones de las piezas y la posible falta de alineamiento en pisos superiores.



Las recomendaciones para la excentricidad accidental se basaron en algunas mediciones poco significativas y en la suposición de que la excentricidad accidental de un muro debe incrementarse con su espesor y altura.

En la fórmula propuesta se supone que la excentricidad aumenta linealmente con estas dos variables de acuerdo con un coeficiente de proporcionalidad que dependía de la regularidad de las medidas de las piezas.

El cálculo del factor F_a implicaba que la altura real no soportada del muro debería transformarse a la de un muro equivalente doblemente articulado con las excentricidades calculadas en sus extremos; el cálculo mencionado se efectuaba de manera similar que para elementos de concreto o acero. Este criterio se comprobó por un número considerable de pruebas de laboratorio, donde se llegó a predecir con buena aproximación la resistencia de muros con carga excéntrica.

Cuando existían muros transversales que interceptaban al estudiado, podía considerarse, para el cálculo de las propiedades del muro, que se forman secciones T o I para las que el ancho efectivo de los patines no excedía de una sexta parte de la altura del muro arriba del nivel que se estaba analizando, ni de doce veces el espesor del muro. Cuando se formaban en las intersecciones secciones L o C, el ancho del patín sería de 1/16 de la altura de muro arriba del nivel que se estaba analizando o seis veces el espesor del muro. Se tomaba en cuenta la sección agrietada reduciendo el momento de inercia de la sección bruta.

En el efecto de la restricción a las deformaciones laterales, el procedimiento de cálculo suponía que el muro tiene libertad de deformarse lateralmente en toda su longitud; sin embargo, la presencia de muros transversales restringía dichas deformaciones laterales del muro, haciendo que este aumentara su resistencia.

La contribución de los castillos a la resistencia de muros a carga axial es relativamente pequeña a menos que su espaciamiento sea muy reducido. La función principal de los castillos es proporcionar confinamiento y liga a los muros. En lo que respecta al refuerzo interior su contribución a la resistencia se toma en cuenta al considerar un esfuerzo resistente mayor si la cantidad de refuerzo cumple con los requisitos mínimos. Se planteaba como alternativa para este caso, que la resistencia podía calcularse con los criterios generales de flexocompresión similares a los del concreto reforzado.

En cuanto a la resistencia a cargas laterales, en esta sección se especificaban requisitos mínimos de refuerzo que pretendían asegurar un comportamiento adecuado de la mampostería ante los efectos de sismos y de hundimientos diferenciales. Se consideraban distintas modalidades de refuerzo y de estructuración.

El refuerzo de muros con dalas y castillos en México es práctica común que ha demostrado dar lugar a un comportamiento sísmico muy aceptable para construcciones de varios niveles estructurales a base de muros de carga. Los requisitos de refuerzo especificados tienden a proporcionar una liga entre los distintos muros y entre los muros y los sistemas de piso, y un confinamiento que aumenta la capacidad de deformación lateral de los muros.

Se ha comprobado que las dalas y castillos que confinan los muros no contribuyen significativamente a la resistencia a cortante ya que su función es proporcionar ductilidad al muro. En cuanto al efecto del refuerzo colocado en el interior de los huecos de las piezas este se toma en cuenta permitiendo, para muros con refuerzo que cumplen con los requisitos mínimos estipulados,



un aumento en el esfuerzo cortante de diseño dado en la tabla de la sección 3.3 de las normas. No se incluyó un procedimiento para calcular explícitamente la contribución del refuerzo a la resistencia por considerar que ninguno está suficientemente comprobado.

Es importante recordar que las cargas laterales producen no solo fuerzas cortantes en los muros, sino también momentos flexionantes que frecuentemente requieren de refuerzo especial por flexión en los extremos del muro. Para flexocompresión en el plano del muro los ensayos han demostrado la validez de los procedimientos de diseño plástico para concreto reforzado. En lugar de un análisis riguroso se admite el uso de las fórmulas simplificadas propuestas, las cuales se deducen de considerar que el diagrama de interacción en flexocompresión (representación gráfica de las combinaciones de carga axial y momento flexionante que ocasiona la falla del elemento) está formado por dos tramos rectos.

2.2 Normas Técnicas Complementarias 1995

Estas normas se publicaron por primera vez en la Gaceta Oficial del Distrito Federal el 27 de Febrero de 1995; están divididas en seis secciones:

1. Consideraciones generales;
2. Materiales para mampostería;
3. Sistemas estructurales a base de muros de mampostería;
4. Procedimiento de diseño;
5. Construcción; y
6. Mampostería de piedras naturales.

Estas normas contienen disposiciones para el diseño y construcción de elementos de piezas artificiales y de piedras naturales, como se menciona en la sección *Consideraciones generales*. Los procedimientos de diseño solo se refieren a muros que cumplen con una función estructural. No se consideran otros elementos estructurales como bóvedas, arcos, vigas o columnas de mampostería. Solamente la sección seis es aplicable a la mampostería de piedras naturales.

En la sección *Materiales para mampostería* se mencionan las características tanto geométricas como de resistencia que deben cumplir los materiales para la construcción de estructuras de mampostería.

En cuanto a la sección *Sistemas estructurales a base de muros de mampostería* se describen los tipos de muros de acuerdo a su función estructural. Se agrupan en cuatro tipos: muros diafragma, muros confinados, muros reforzados interiormente y muros no reforzados.

Los muros diafragma son los que se encuentran rodeados por las vigas y columnas de un marco estructural al que proporcionan rigidez ante cargas laterales, como se explicó en el capítulo 1. Estos muros deberán tener una unión que evite la posibilidad de volteo del muro perpendicularmente a su plano. Las columnas del marco deberán ser capaces de resistir, cada una, una longitud igual a una cuarta parte de su altura medida a partir del paño de la viga, una fuerza cortante igual a la mitad de la carga lateral que actúa sobre el tablero.

Los muros confinados se caracterizan por los elementos de concreto que rodean los paneles de mampostería, y que se conocen como castillos y dalas.



Es importante destacar que se requieren castillos en los extremos de cada muro, en cada intersección de muros y en la periferia de huecos de grandes proporciones. El refuerzo de castillos y dalas debe cumplir los requisitos para los elementos de concreto reforzado, en particular los relativos a traslape y anclaje de barras y los de recubrimiento. Las cuantías mínimas especificadas para el refuerzo longitudinal tienden a lograr cierta resistencia a tensión del castillo, sobre todo para absorber momentos flexionantes en el plano del muro. También se pretende con ello garantizar cierta resistencia a carga axial del castillo para tomar concentraciones de carga vertical, así como evitar la falla por deslizamiento de la base del muro por efecto de la fuerza cortante. Los castillos y dalas que refuerzan a los muros confinados deben cumplir con los siguientes requisitos:

La dimensión mínima será el espesor del muro. El concreto tendrá una resistencia a compresión, $f'c$ no menor de 150 kg/cm^2 , y el refuerzo longitudinal estará formado por lo menos de tres barras cuya área no será inferior a:

$$As_1 = \frac{0.2 f'c t^2}{fy} \quad (2.2)$$

donde:

- As_1 área de acero de refuerzo longitudinal
- $f'c$ resistencia especificada del concreto en compresión
- t espesor del muro
- fy esfuerzo de fluencia nominal del acero de refuerzo

Los estribos de dalas y castillos sirven principalmente para armar, o sea, mantener en su posición el refuerzo longitudinal; su separación garantiza una contribución a la resistencia a fuerzas cortantes. Resulta conveniente que los extremos de los castillos posean una resistencia significativa a fuerzas cortantes para sostener la capacidad de carga del muro, una vez que éste se agrieta diagonalmente. Por tal razón, es recomendable que en los dos extremos de cada castillo, en una longitud de por lo menos 50 cm , los estribos se coloquen a una separación de no más de la mitad del peralte de la sección. El área del refuerzo transversal no será inferior a:

$$As_t = \frac{1000 s}{fy dc} \quad (2.3)$$

donde:

- As_t área de acero de refuerzo transversal
- s separación de estribos
- dc dimensión menor de la sección del castillo o dala

La separación de los estribos no excederá de 1.5 veces la dimensión menor del castillo ni de 20 cm .

Para un correcto trabajo integral del castillo y el muro es importante que haya una buena adherencia entre estos elementos. Deben tomarse medidas en la construcción para lograrlo, como dejar una superficie irregular del borde del muro que va a estar en contacto con el concreto de los castillos.

Hay que tener en cuenta, por otra parte, que las cuantías mínimas de refuerzo longitudinal especificadas para los castillos pueden ser muy inferiores a las necesarias para resistir los momentos flexionantes que resultan de un análisis sísmico estático o dinámico de la estructura. Por ello, es conveniente en estructuras de varios pisos hacer estimaciones, aunque sean aproximadas, de los



momentos de volteo en los muros y calcular el refuerzo necesario en los castillos para resistir dichos momentos.

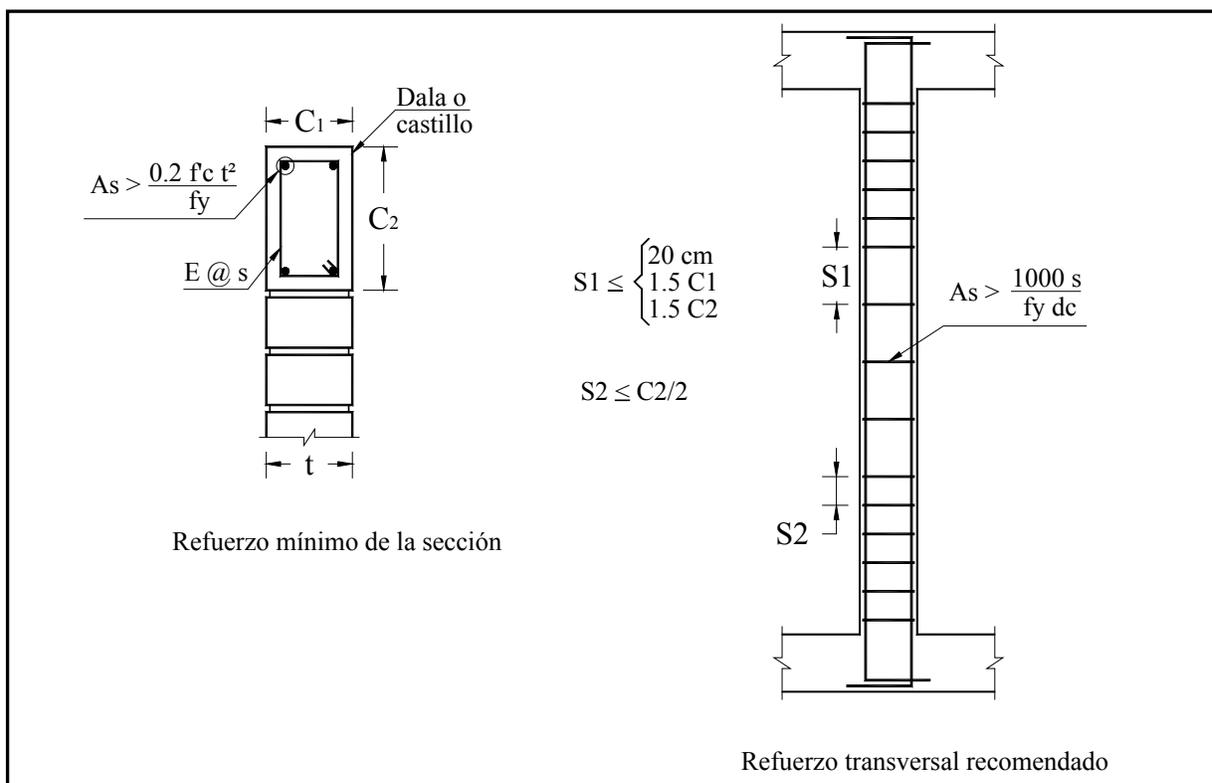


Figura 2.1 Refuerzo mínimo de dalas y castillos

Los muros reforzados interiormente son los que están reforzados con malla o barras corrugadas de acero, horizontales y verticales, colocadas en los huecos de las piezas, en ductos o en las juntas. El acero de refuerzo en esta modalidad estructural pretende cumplir objetivos semejantes a los que tiene en la mampostería confinada. En este caso, en lugar de concentrar el refuerzo en elementos periféricos, éste se distribuye en el tablero, y queda embebido en los huecos de las piezas o en las juntas.

Según la sección 3.4 *Muros reforzados interiormente*, para que un muro pueda considerarse como reforzado deberá cumplir los siguientes requisitos mínimos:

La suma de la cuantía de refuerzo horizontal, ph , y vertical, pv , no será menor que 0.002 y ninguna de las dos cuantías será menor que 0.0007, es decir:

$$ph + pv \geq 0.002$$

$$ph \geq 0.0007, \quad pv \geq 0.0007$$

La cuantía de refuerzo horizontal se calcula como:

$$ph = \frac{A_{sh}}{s t} \tag{2.4}$$



donde:

A_{sh} refuerzo horizontal que se colocará en el espesor t del muro a una separación s .

La cuantía de refuerzo vertical es igual a:

$$p_v = \frac{A_{sv}}{tL} \quad (2.5)$$

donde:

A_{sv} área total de refuerzo que se colocará verticalmente en la longitud L del muro.

La especificación deja un margen amplio para distribuir la cuantía total entre refuerzo vertical y horizontal. Para asegurar resistencia a flexión del muro y contar con suficiente acero vertical para conectar el muro con las losas, es recomendable colocar dos terceras partes de la cuantía total en dirección vertical y el restante en la horizontal. Para lograr que el refuerzo horizontal pueda proporcionar ductilidad al muro es necesario colocar una cuantía refuerzo horizontal igual a 0.0007. Cuando se cuente con este refuerzo puede incrementarse la resistencia a fuerza cortante de diseño en 25 por ciento.

El refuerzo mínimo especificado no garantizaba una ductilidad elevada de los muros. Por ello, el factor de comportamiento sísmico especificado por el reglamento era muy reducido, $Q = 1.5$, teniendo en cuenta que las piezas huecas que se usan para este tipo de mampostería son más frágiles que las macizas. Puede lograrse una ductilidad mucho más significativa si se aumentan las cantidades de refuerzo horizontal y vertical y si se llenan todos los huecos con concreto.

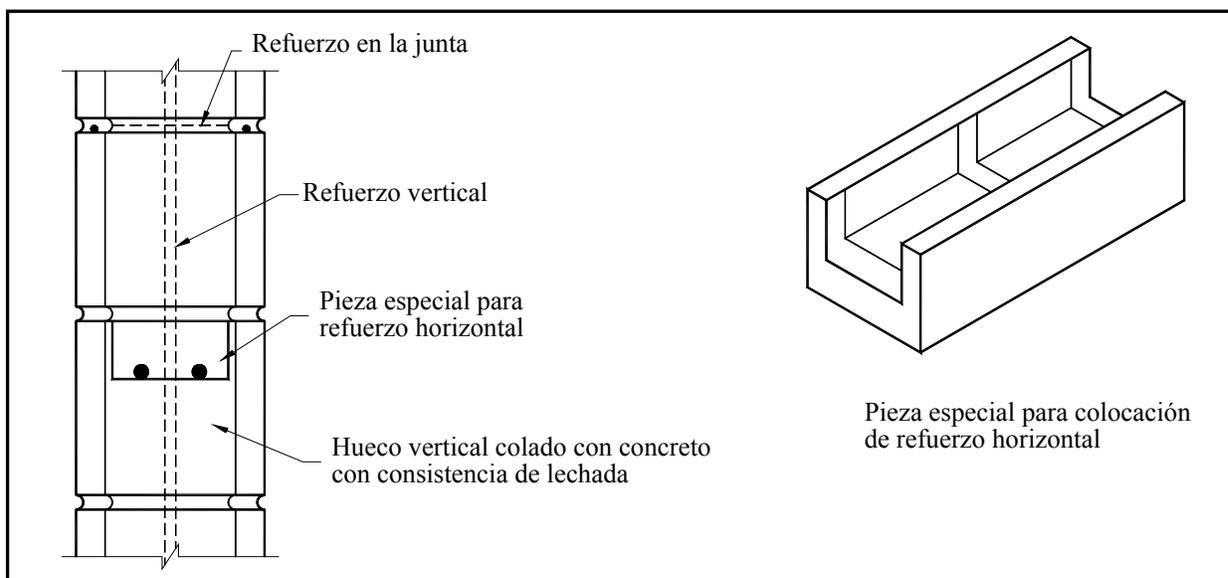


Figura 2.2 Modalidades de colocación del refuerzo horizontal en mampostería confinada (Instituto de Ingeniería, 1992)

Un aspecto crítico de esta modalidad de mampostería es la correcta colocación del refuerzo en cuanto a su posición y a su recubrimiento, lo cual requiere el uso de piezas especiales, como las mostradas en la figura 2.2, que cuenten con los ductos adecuados para colocar el refuerzo. Es particularmente crítica la situación del refuerzo horizontal. En México, es costumbre colocarlo



dentro de las juntas de mortero y no son fácilmente accesibles las piezas especiales. Es difícil lograr el recubrimiento adecuado en esta forma (una vez el diámetro de la barra o 1 cm).

La sección 4 de estas Normas se denomina *Procedimiento de diseño*. Esta sección establece los procedimientos que se permiten para el análisis y dimensionamiento por cargas verticales y laterales.

El criterio general establece que la determinación de las fuerzas internas en los muros se haga por medio de un análisis elástico. Es importante resaltar que debido a la heterogeneidad de los materiales componentes, los aplastamientos y agrietamientos locales entre mortero y piezas y entre estas y el concreto hacen que existan deformaciones inelásticas desde niveles pequeños de carga, lo cual no concuerda con los resultados de los análisis elásticos. Por ello es aceptable recurrir a simplificaciones drásticas basadas en condiciones de equilibrio.

Debido al aplastamiento del mortero, se puede suponer que en la unión muro – losa ocurren rotaciones locales. Por lo tanto, se considera que el muro está sujeto a carga vertical únicamente. Sin embargo, deben considerarse los momentos que no pueden ser distribuidos por la rotación de la losa, como son los momentos debidos a un voladizo que se empotra en el muro, los que se originan por la excentricidad de la posición del muro del piso superior o por la excentricidad que transmite la losa que se apoya directamente sobre el muro (ver figura 2.3).

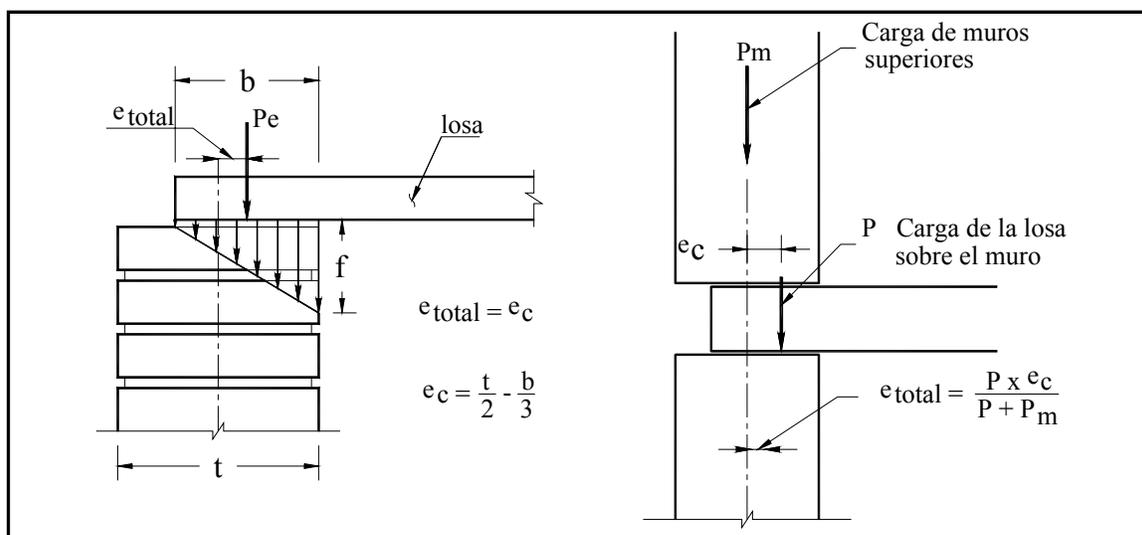


Figura 2.3 *Determinación de la excentricidad de la carga vertical sobre un muro de mampostería (Instituto de Ingeniería, 1992)*

Se recomendaba que la estructura cumpliera con los requisitos indicados en los incisos a) hasta c) de la sección 4.1.2 de las Normas, para evitar situaciones que den lugar a la aparición de momentos flexionantes importantes o a efectos de esbeltez significativos. Cuando se cumplen dichos requisitos basta determinar las cargas verticales sobre cada tramo de muro mediante una bajada de carga por áreas tributarias y tomar los efectos de esbeltez y excentricidad mediante el factor correctivo, F_{E_s} , que se determina directamente con las reglas indicadas en la sección 4.2.2.

El análisis por cargas laterales de las estructuras a base de muros de carga de mampostería se enfrenta a dificultades para modelar correctamente el complejo arreglo tridimensional formado por



los muros, las losas, los dinteles y los pretiles. En el modelo matemático los muros pueden modelarse como columnas anchas con el mismo momento de inercia y área de cortante que los muros reales. Estas columnas están acopladas por vigas con el momento de inercia de la losa en un ancho equivalente, al cual deberá sumarse el momento de inercia de pretiles y dinteles. La figura 2.4 muestra algunas recomendaciones para el ancho equivalente de losa que debe considerarse como viga de acoplamiento. Otra opción para modelar los muros, que es particularmente adecuada para estructuras con marcos y muros – diafragma, es como paneles que están conectados a las columnas y vigas que los rodean.

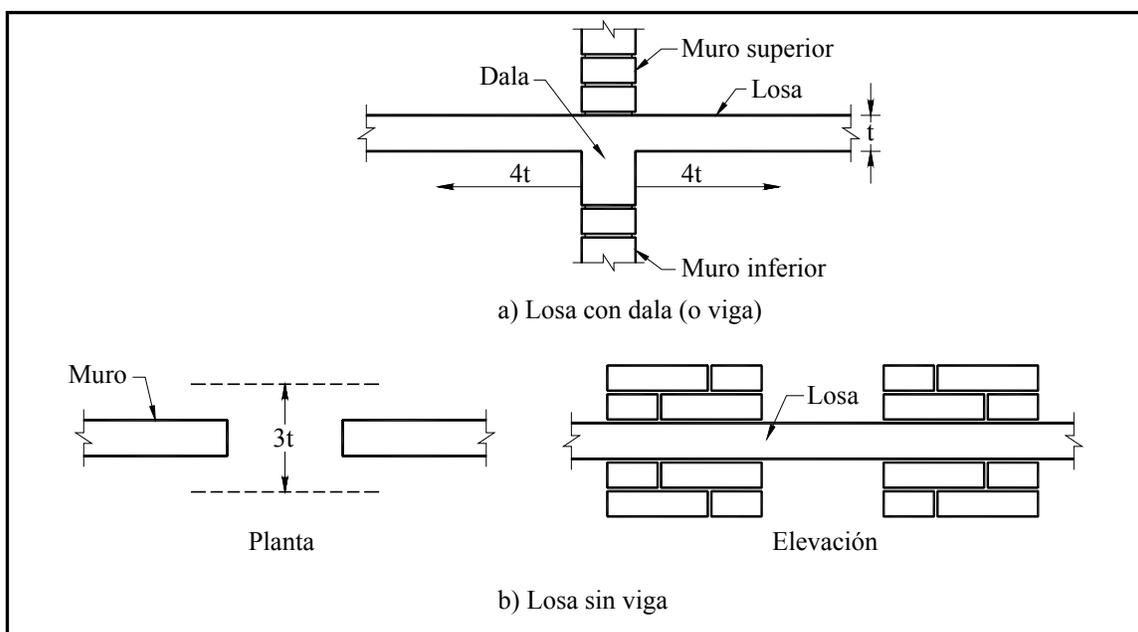


Figura 2.4 Ancho efectivo de losa para cálculo de momento de inercia de la viga de acoplamiento (Instituto de Ingeniería, 1992)

Cualquiera que sea el modelo, debe tomar en cuenta las deformaciones de cortante y de flexión y debe considerar momentos de inercia reducidos de los elementos en que los momentos flexionantes aplicados produzcan agrietamiento.

Aunque el análisis se realice con métodos refinados, es muy recomendable que la estructuración de las construcciones de muros de carga de mampostería cumpla con los requisitos de las fracciones I a III del inciso 4.1.3, para que sea aplicable el método simplificado de análisis sísmico, así como verificar con dicho procedimiento el diseño realizado con los análisis elástico resueltos con programas de computadora.

En el método simplificado se ignoran las deformaciones de flexión y se asigna a cada muro una fracción de la carga lateral que es proporcional a su área transversal; solo se requiere revisar la capacidad a cortante de los muros y se admite ignorar los efectos de torsión. Aunque la hipótesis parece poco fundada cuando la relación altura a ancho de los muros no es muy baja, el comportamiento observado de edificios diseñados con este método ha sido muy favorable y es indudable que la cantidad de área transversal de muros que se tiene en cada dirección es el parámetro decisivo en definir la capacidad sísmica de construcciones de este tipo.



El hecho de que el método simplificado permita ignorar los efectos de flexión en los muros, implica que pueden reforzarse los castillos con el acero mínimo aún para edificios de la máxima altura en que se admite emplear dicho método (13 m, que representan cinco niveles en vivienda económica). La resistencia en flexión que así se obtiene es muy reducida y limita mucho la capacidad a cargas laterales de los edificios.

El método de análisis sísmico simplificado no exigía el cálculo de momentos flexionantes actuantes en los muros, sin embargo, es recomendable que al diseñar con el método simplificado edificios de más de dos niveles se revise la resistencia a flexión de los muros con alguna consideración simplificada, ya que como se mencionó, el refuerzo longitudinal de los castillos en ocasiones podría resultar escaso ante los momentos actuantes. Para muros con poco o nulo acoplamiento, conviene calcular el momento flexionante producido en la base de los muros por las fuerzas laterales obtenidas en cada nivel a partir del método simplificado multiplicadas por su brazo con respecto a la sección considerada, o sea considerando el muro como cantiliver. Para muros que tengan un acoplamiento significativo puede considerarse un momento flexionante igual a la fuerza cortante actuando en el entrepiso en cuestión multiplicada por la altura del entrepiso. La fuerza cortante que actúa en cada muro es igual al esfuerzo cortante promedio actuante según el método simplificado multiplicado por el área transversal del muro.

La expresión para el cálculo de la carga vertical resistente es la misma que la versión anterior de las Normas, según ella la capacidad es igual al área transversal del muro por el esfuerzo resistente en compresión de la mampostería; el producto es afectado por un coeficiente de reducción que toma en cuenta las diferencias en excentricidad y esbeltez entre un muro a escala natural y la pila en que se basa la determinación de f^*m . El resultado debe multiplicarse por el factor de resistencia que se considera igual a 0.6 para muros confinados o reforzados interiormente y a 0.3 para muros no reforzados.

Cuando se cumplen los requisitos de regularidad y de relaciones geométricas mencionadas pueden usarse los valores directamente especificados para el factor por excentricidad y esbeltez, F_E , según se trate de muros interiores o exteriores. En caso contrario, F_E debe determinarse con una expresión que está derivada de la que tradicionalmente se ha aplicado para el diseño por carga vertical de muros de concreto.

Para muros que tengan un refuerzo vertical con una cuantía significativa y colocado de manera adecuada, se pueden obtener incrementos sustanciales en la capacidad de carga vertical calculada con el procedimiento anterior si se aplica el criterio general de 4.2.4 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería 1993 que corresponde a las hipótesis comúnmente adoptadas para el diseño en flexocompresión de elementos de concreto reforzado.

Las expresiones para el cálculo de la resistencia a fuerza cortante de muros no han cambiado con respecto a la versión anterior. Para los muros diafragma el esfuerzo medio resistente es 85 por ciento del que corresponde a muretes, v^* , ya que la distribución de esfuerzos en el muro es muy similar a la que se obtiene en los ensayos de muretes; la reducción es esencialmente por el efecto desfavorable del mayor tamaño del muro. Para los otros muros, sean confinados reforzados interiormente o no reforzados, el esfuerzo resistente se reduce a la mitad del obtenido en muretes, por el efecto desfavorable de los esfuerzos de tensión por flexión. Sin embargo, este esfuerzo resistente puede incrementarse hasta tres veces cuando se toma en cuenta el efecto favorable de la carga axial de compresión que contrarresta los esfuerzos de tensión generados por el cortante y por la flexión.



Las dalas y castillos que se colocan en la mampostería confinada tienen por objeto proporcionar cierta ductilidad a los muros pero no modifican significativamente la carga que produce el agrietamiento diagonal del muro y, aunque aumentan la capacidad máxima, este incremento se pierde cuando se aplican ciclos de carga alternadas. Por tanto, no se admite incremento de capacidad por este concepto. De manera similar el refuerzo vertical y horizontal mínimo que se requiere colocar en los muros de mampostería con refuerzo interior no modifica sustancialmente la carga de agrietamiento diagonal, sólo permite mantener esa capacidad para deformaciones algo mayores que la de agrietamiento, aun cuando estas se repiten cierto número de veces (Instituto de Ingeniería, 1992).

Los ensayos realizados en muros de distintas características muestran que para poder sostener cargas superiores a la de agrietamiento diagonal se requiere de refuerzo horizontal en el muro. Es por ello que se admite, tanto en la mampostería confinada como en la reforzada interiormente, un incremento de 25% en la capacidad a cortante cuando se coloque una cuantía de refuerzo horizontal, igual al menos a la que se obtiene en la ecuación propuesta en esa sección.

Es importante recordar que las cargas laterales producen no solo fuerzas cortantes en los muros, sino también momentos flexionantes en su plano que frecuentemente requieren la colocación de refuerzo vertical en sus extremos. Los resultados experimentales han demostrado que el criterio general para el cálculo de la capacidad en flexocompresión de elementos de concreto reforzado es válido para la mampostería. Para evitar la complejidad de la determinación de la capacidad con el criterio general, se admite el uso de las expresiones expuestas en la sección 4.3.3 de las Normas, las que se deducen de algunas hipótesis simplificadas sobre las condiciones de falla y de la suposición que el diagrama de interacción para flexocompresión está formado por tramos rectos entre el punto de flexión pura y el de falla balanceada, así como entre este y el de carga axial.

Para flexión simple:

$$M_o = F_R \text{ As fy } d' \quad (2.6)$$

donde:

As es el área de acero colocada en el extremo del muro

d' la distancia entre los centroides del acero colocado en ambos extremos del muro

Cuando existe carga axial sobre el muro, el momento resistente de la sección se calcula como:

$$M_R = M_o + 0.30 P_u d \quad ; \quad \text{si } P_u \leq \frac{P_R}{3} \quad (2.7)$$

$$M_R = (1.5 M_o + 0.15 P_R d) \left(1 - \frac{P_u}{P_R} \right) \quad ; \quad \text{si } P_u > \frac{P_R}{3} \quad (2.8)$$

donde:

Pu es la carga axial de diseño total sobre el muro, que se considerará positiva si es de compresión

d el peralte efectivo del refuerzo de tensión

PR la resistencia a compresión axial

FR igual a 0.8 si $P_u \leq P_R/3$ e igual a 0.6 en caso contrario



En las expresiones para cálculo del momento resistente M_R interviene la carga axial resistente P_R ; para la determinación de esta última podrá tomarse en cuenta, en forma aditiva, la contribución de la mampostería y la del refuerzo.

2.3 Normas Técnicas Complementarias 2004¹

Estas Normas están divididas en once secciones y un apéndice normativo.

1. Consideraciones generales
2. Materiales para mampostería
3. Especificaciones generales de análisis y diseño
4. Muros diafragma
5. Mampostería confinada
6. Mampostería reforzada interiormente
7. Mampostería no confinada ni reforzada
8. Mampostería de piedras naturales
9. Construcción
10. Inspección y control de obra; y
11. Evaluación y rehabilitación

Estas Normas contienen requisitos mínimos para el análisis, diseño y construcción de estructuras de mampostería.

Los capítulos 2 al 10 se aplican al análisis, diseño construcción e inspección de muros constituidos por piezas prismáticas de piedra artificial, macizas o huecas, o por piedras naturales unidas por un mortero aglutinante. Incluyen muros reforzados con armados interiores, castillos, cadenas o contrafuertes.

Los capítulos 4 al 7 se refieren a los diferentes sistemas constructivos a base de mampostería con piedras artificiales. Si bien el comportamiento de los sistemas constructivos es, en términos generales, similar, se estableció la división en capítulos para facilitar el proceso de análisis y diseño.

El capítulo 8 se aplica al diseño de estructuras hechas con piedras naturales.

Los capítulos 9 y 10 se refieren a la construcción y a la inspección y control de obra.

El capítulo 11 se aplica a la evaluación y rehabilitación de estructuras de mampostería. Este capítulo es nuevo en relación con la versión anterior de las normas.

En el apéndice normativo A presenta un criterio de aceptación de sistemas constructivos a base de mampostería diseñados por sismo.

Como se puede observar y como en versiones anteriores estas Normas solo son aplicables a muros, no se consideran disposiciones para otro tipo de elementos estructurales.

2.3.1 Materiales para mampostería.

Piedras artificiales.

Existe una gran variedad de piezas de mampostería (piedras artificiales) que se utilizan en la construcción. Estas difieren entre sí tanto por la materia prima utilizada, como por las características

¹ Publicación en la Gaceta Oficial del Distrito Federal: 6 de Octubre de 2004



geométricas de las piezas y por los procedimientos de fabricación empleados; las materias primas más comunes son el barro, el concreto, con agregados normales o ligeros, y la arena con cal.

Los procedimientos de construcción son muy variados: desde los artesanales como el cocido en horno para los tabique comunes, hasta los industrializados (vibro-compactación, para los bloques de concreto, y extrusión para el bloque hueco de barro). La forma es prismática pero con distintas relaciones entre las dimensiones.

Es recomendable que las piezas usadas en los elementos estructurales de mampostería cumplan los requisitos de calidad para cada material especificados en las Normas Mexicanas (NMX) cuya declaratoria de vigencia se publica en el Diario Oficial de la Federación. Cuando algún reglamento de construcción local haga referencia a una Norma Mexicana, ésta será obligatoria en dicha localidad.

En particular deberán aplicarse las siguientes normas:

Norma	Pieza
NMX-C-006	Ladrillos, bloques cerámicos de barro, arcilla y/o similares.
NMX-C-010	Bloques, ladrillos o tabiques y tabicones de concreto.
NMX-C-404-ONNCCE	Bloques, tabiques, ladrillos y tabicones para uso estructural

Tabla 2.1 Normas Mexicanas aplicables a piezas de mampostería

Las piezas usadas en los elementos estructurales deberán cumplir con la Norma Mexicana NMX-C-404-ONNCCE, con excepción de lo dispuesto para el límite inferior del área neta de las piezas huecas señalado en la sección 2.1.1.2.

Se proporcionan resistencias a compresión (f^*m) y a cortante (v^*m) para las mamposterías construidas con las siguientes piezas:

- Tabique de barro recocado (arcilla artesanal maciza), $fp^* > 60 \text{ kg/cm}^2$;
- Tabique de barro con huecos verticales, $fp^* > 120 \text{ kg/cm}^2$, con relación área neta-bruta no menor de 0.5 (arcilla industrializada hueca);
- Bloque de concreto tipo pesado $fp^* > 100 \text{ kg/cm}^2$, con peso volumétrico neto, en estado seco, no menor que 2000 kg/m^3 ;
- Tabique de concreto (tabicón), $fp^* > 100 \text{ kg/cm}^2$ fabricado con arena sílica y peso volumétrico no menor de 1500 kg/m^3 ; y
- Piedras naturales (piedra braza, para cimientos de mampostería, muros u otros usos).

Actualmente, en la construcción de vivienda se utilizan también los siguientes materiales:

- Bloque sílico calcáreo, compuesto de arena sílica y cal hidratada, cocido en autoclaves bajo vapor y presión;
- Bloque de concreto celular (concreto ligero);
- Paneles estructurales (alma de alambre con poliestireno, y recubrimiento de mortero en las dos caras); y
- Concreto laminado (tabletas de cemento reforzado con fibras sintéticas).

Si bien las NTCM proporcionan algunos valores índice, para los materiales más empleados, no limitan el uso de otros tipos de materiales o modalidad constructiva. En dichas normas se anota:



“Cualquier otro tipo de piezas, de refuerzo o de modalidad constructiva a base de mampostería, diferente de los aquí comprendidos, deberá ser evaluado según lo establece el Reglamento y el Apéndice Normativo A de estas Normas²”.

De acuerdo con la Norma Mexicana NMX-C-404 y con las NTCM, las piezas para uso estructural pueden ser macizas o huecas. Se define a las piezas macizas como aquellas cuya área neta sea igual o mayor al 75% de su área total (bruta) en la sección transversal más desfavorable. Para definir las piezas huecas la norma NMX-C-404 admite que posean huecos verticales u horizontales y con área neta no menor al 40% del área bruta. Sin embargo, las NTCM admiten solamente piezas con hueco vertical (ortogonal a la cara de apoyo que se colocará horizontal), y sólo acepta como huecas a las piezas con no menos del 50% de la relación de área neta a área bruta. Las piezas que no cumplan con alguna de las anteriores especificaciones no podrán ser empleadas para uso estructural, aunque sí para otros usos.

Por otro lado, para las piezas huecas la NMX-C-404 pide un espesor mínimo de las paredes exteriores de 20 mm, mientras que las NTCM admiten que sea de 15 mm. En ambas reglamentaciones, para piezas huecas con 2 hasta 4 celdas, el espesor mínimo de las paredes interiores deberá ser de 13 mm y para piezas multiperforadas, con perforaciones de las mismas dimensiones y cuya distribución sea uniforme, el espesor mínimo de las paredes interiores es 7 mm.

Es comprensible que algunas reglamentaciones locales adopten la norma general pero señalando algunas variaciones para adaptarlas a particularidades de cada región. Bajo este esquema, dicha norma se vuelve de carácter obligatorio. En particular, en las NTCM se prohíbe el uso de piezas con huecos horizontales ya que su comportamiento es muy deficiente, asociado a una falla frágil, y con poca disipación de energía después del agrietamiento, cuando se pierden las paredes de la pieza.

La resistencia de las piedras artificiales se determina por el ensaye de una pieza. Aunque la restricción a la deformación transversal, proporcionada por la fricción con las cabezas de la máquina de ensaye, influye en la resistencia de la pieza, sigue siendo un ensaye muy útil por la facilidad de ejecución. La forma irregular de las piezas impide muchas veces definir su resistencia real sobre el área neta del material. Por esto es usual definir la resistencia sobre el área bruta, es decir, el área dada por las dimensiones exteriores.

Según la NMX-C-404, las piedras artificiales que se utilizan con fines estructurales se clasifican en tabiques, bloques y tabicónes, y deben tener las siguientes características:

- **Tabique:** “...fabricado de forma prismática con arcillas comprimidas o extruídas, mediante un proceso de cocción o de otros materiales con procesos diferentes. Las dimensiones nominales mínimas deben ser 5 cm de alto, 10 cm de ancho y 19 cm de largo sin incluir la junta de albañilería”.
- **Bloque:** “...fabricado por moldeo del concreto y/o de otros materiales, puede ser macizo o hueco. Las dimensiones nominales de las piezas deben basarse en el módulo de 10 cm en múltiplos o submúltiplos, estando incluida la junta de albañilería de 1 cm de espesor. Sus dimensiones mínimas deben ser de 10 cm de altura, 10 cm de ancho y 30 cm de largo. Las dimensiones de la pared deben ser de 2.5 cm como mínimo”.
- **Tabicón:** “...fabricado de concreto u otros materiales. Las dimensiones nominales mínimas deben ser de 6 cm de alto, 10 cm de ancho y 24 cm de largo. Se incluye la junta de albañilería”.

² Apéndice Normativo A – Criterio de Aceptación de Sistemas Constructivos a Base de Mampostería Diseñados por Sismo de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería 2004



Se indica además que en localidades donde se cuente con un reglamento de construcción, cuya vigencia sea posterior a los sismos de 1985, y que contenga disposiciones de diseño sismorresistente para estructuras de mampostería, regirán las disposiciones estipuladas en dicho reglamento referentes a los requisitos de dimensiones nominales mínimas, áreas netas mínimas y espesores mínimos de paredes de piezas macizas y huecas. En caso contrario regirán las especificaciones de la NMX-C-404. Dicha norma indica valores de resistencia mínima a la compresión para las piezas de mampostería que se utilizan con fines estructurales. Estos valores son de 60 kg/cm² para bloques y tabiques recocidos y de 100 kg/cm² para tabique extruido con hueco vertical y tabicones.

Morteros

Los morteros son mezclas plásticas aglomerantes que resultan de combinar arena y agua con un material cementante que puede ser cemento, cal, o una mezcla de estos materiales.

Las principales propiedades de los morteros son: su resistencia a la compresión y tensión, adherencia con la piedra, módulo de elasticidad, trabajabilidad, rapidez de fraguado, e impermeabilidad. Otra característica importante es su retención de agua, es decir, su capacidad para evitar que la pieza absorba el agua necesaria para el fraguado del mortero. El índice de resistencia generalmente aceptado es la resistencia a compresión, obtenida según la NMX-C-061 mediante el ensaye de muestras cúbicas de 5 cm de lado.

Las propiedades mecánicas de los morteros son muy variables y dependen principalmente del tipo de cementante utilizado y de la relación arena/cementante. Los morteros a base de cal, son de baja resistencia a compresión, del orden de 1 a 10 kg/cm², por lo cual en las NTCM se descarta el uso de la cal como único cementante del mortero en elementos que tengan función estructural. Según dichas Normas, todo mortero deberá tener cemento hidráulico. Las mezclas que se obtienen son muy trabajables, de fraguado lento y con buena retención de agua. El fraguado lento es favorable ya que permite preparar una mezcla para toda una jornada de trabajo, sin embargo una desventaja importante se refiere a que la resistencia de la mampostería se desarrolla lentamente.

Los morteros de cemento tienen resistencias a la compresión mucho más altas que los de cal, entre 40 y 200 kg/cm². El módulo de elasticidad varía entre 10,000 y 50,000 kg/cm² y el peso volumétrico es de aproximadamente 2 t/m³.

Estos morteros son de fraguado rápido; una mezcla puede usarse como máximo 40 a 60 minutos después de fabricada. Son menos trabajables que los de cal y su retención de agua es menor que en los morteros de cal. Los morteros de yeso tienen resistencias muy bajas, fraguado muy rápido y sólo se usan en modalidades constructivas especiales.

Los morteros que contienen más de un material cementante se conocen como mixtos. En la práctica prevalecen los morteros elaborados con cemento y cal ya que reúnen ventajas de los dos materiales, dando lugar a mezclas de buena resistencia y trabajabilidad. También se usan ampliamente los cementantes premezclados, como los llamados cementos de albañilería que contienen cemento, cal y aditivos plastificadores.

Para fines estructurales, la relación arena a cementante recomendable debe estar entre 2.25 y 3 ya que se obtienen así mezclas de buena resistencia, buena adherencia con la piedra y baja contracción. La variabilidad en la resistencia que se obtiene para un proporcionamiento dado es considerable,



debido a que la dosificación se hace por volumen y sin controlar la cantidad de agua. El coeficiente de variación se encuentra entre 20 y 30%.

En la tabla 2.2 se muestran algunos proporcionamientos recomendados para su empleo en elementos estructurales y las resistencias mínimas que deben obtenerse.

Tipo de mortero	Partes de cemento	Partes de cemento de albañilería	Partes de cal	Partes de arena*	Valor típico de la resistencia nominal en compresión, kg/cm ²
I	1 1	0 0 a ½	0 a ¼ 0	No menos de 2.25 ni más de 3 veces la suma de cementantes en volumen	125
II	1 1	0 ½ a 1	¼ a ½ 0		75
III	1	0	½ a ¼		40

* El volumen de arena se medirá en estado suelto.

Tabla 2.2 *Proporcionamientos recomendados para mortero en elementos estructurales (GDF, 2004a)*

Diversas investigaciones han demostrado que la adherencia entre el mortero y las piezas de mampostería es de naturaleza mecánica. Cuando el mortero se pone en contacto con la pieza de mampostería, ésta succiona lechada que penetra por los poros capilares de la pieza, que al cristalizar forma la trabazón mecánica, que es la base de la adhesión entre ambos elementos. Este fenómeno será incrementado tanto por el aumento de la rugosidad superficial en la cara de asiento de la unidad, como por la presencia de cavidades o alvéolos en la misma cara (Gallegos, 1989). En la pieza inferior se desarrolla por la naturaleza del proceso constructivo, una mayor adherencia con respecto a la pieza superior que succiona menos lechada. Para minimizar este efecto e incrementar la adherencia se puede optar por uno o más de los siguientes procedimientos:

- Proveer juntas de mortero gruesas, de manera que la succión de agua por la unidad de abajo no alcance a afectar la disponible para la de arriba. La consecuencia de este procedimiento es la reducción de la resistencia a la compresión de la mampostería;
- Reducir la succión en el momento del asentado de la pieza cuando esta succión es elevada. Esto implica humedecer la unidad, incorporando un factor más de variabilidad difícilmente controlable; y
- Aumentar la consistencia del mortero (aumentando la cantidad de agua en el mismo) o aumentando su retentividad, por ejemplo, añadiendo cal en la dosificación del mortero. Sin embargo, estas posibilidades tienen limitaciones.

2.3.2 Análisis de estructuras de mampostería sujetas a cargas verticales y horizontales.

El análisis de estructuras a base de mampostería sujetas a fuerzas verticales y horizontales es complejo dado que:

- Los materiales son heterogéneos,
- Las piezas son frágiles,
- No es fácil conocer los valores del módulo de elasticidad E_m y de cortante G_m ,
- El comportamiento a tensión y compresión de la mampostería es diferente,



- e) El comportamiento inelástico comienza a partir de distorsiones muy pequeñas, del orden de 0.001 y 0.002; y
- f) El comportamiento en el rango inelástico dependerá del sistema seleccionado, del tipo de refuerzo y del detallado.

La evaluación de las fuerzas, tanto gravitacionales como sísmicas, se hace en general por medio de un análisis elástico, por lo tanto es indispensable tener presentes las limitaciones de estos métodos. En general, el objetivo principal es el de determinar, de manera racional, la magnitud y distribución de fuerzas, principalmente las ocasionadas por sismo.

En la determinación de las propiedades elásticas de muros se debe considerar que la mampostería no resiste tensiones en la dirección normal a las juntas y emplear, por lo tanto, las propiedades de las secciones agrietadas y transformadas cuando dichas tensiones aparezcan.

2.3.2.1 Análisis por cargas verticales

Se establece que para el análisis por cargas verticales se tomará en cuenta que en las juntas de los muros y en los elementos de piso ocurren rotaciones locales debidas al aplastamiento del mortero. Para el diseño sólo se tomarán en cuenta los momentos debidos a los efectos siguientes:

- a) Los momentos que deben ser resistidos por condiciones de estática y que no pueden ser redistribuidos por la rotación del nudo, como son los momentos debidos a un voladizo que se empotre en el muro y los debidos a empujes, de viento o sismo, normales al plano del muro,
- b) Los momentos debidos a la excentricidad con la que se transmite la carga de la losa del piso inmediatamente superior en muros extremos; tal excentricidad se tomará igual a:

$$e_c = \frac{t}{2} - \frac{b}{3} \quad (2.9)$$

donde t es el espesor del muro, b es la porción de apoyo de la losa en el muro, como se indica en la figura 2.3

Será admisible determinar únicamente las cargas verticales que actúan sobre cada muro mediante una bajada de cargas por áreas tributarias y tomar en cuenta los efectos de excentricidades y esbeltez mediante los valores aproximados del factor de reducción F_E especificados, los que se reproducen a continuación:

- a) Se podrá tomar F_E igual a 0.7 para muros interiores que soporten claros que no difieran en más del 50% e igual a 0.6 para muros extremos o con claros que difieran en más del 50%, y para casos en que la relación entre cargas vivas y cargas muertas de diseño excede de uno, cuando se cumpla simultáneamente que:
 - 1) Las deformaciones de los extremos superior e inferior del muro en la dirección normal a su plano están restringidas por el sistema de piso o por otros elementos;
 - 2) La excentricidad en la carga axial aplicada es menor que $t/12$ y no hay fuerzas significativas que actúan en dirección normal al plano del muro; y
 - 3) La relación altura a espesor del muro no excede de 20.



- b) Cuando no se cumplan las condiciones anteriores, el factor de reducción por excentricidad y esbeltez se determinará como el menor del que se especifica en el inciso anterior y el que se obtiene con la expresión siguiente:

$$F_E = \left(1 - \frac{2e'}{t}\right) \left[1 - \left(\frac{kH}{30t}\right)^2\right] \quad (2.10)$$

donde:

- H altura libre de un muro entre elementos capaces de darle al elemento apoyo lateral;
e' excentricidad calculada para la carga vertical más una excentricidad accidental que se tomará igual a $t/24$;
k factor de altura efectiva del muro que se determinará según el criterio siguiente:
k = 2 para muros sin restricción al desplazamiento lateral en su extremo superior.
k = 0.8 para muros limitados por dos losas continuas a ambos lados del muro.
k = 1 para muros extremos en que se apoyan losas.

En casos en que el muro en consideración esté ligado a muros transversales, a contrafuertes, a columnas o castillos que restrinjan su deformación lateral, el factor F_E se calculará como:

$$F_E = \left(1 - \frac{2e'}{t}\right) \left[1 - \left(\frac{kH}{30t}\right)^2\right] \left(1 - \frac{H}{L'}\right) + \frac{H}{L'} \leq 0.9 \quad (2.11)$$

donde

L' separación entre elementos rigidizantes.

2.3.2.2 Análisis por cargas laterales

Para la determinación de las fuerzas y momentos que actúan en los muros, las estructuras se podrán analizar por medio de métodos estáticos o dinámicos, o bien empleando el método simplificado de análisis descrito más adelante.

En las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería se establece que el análisis por sismo se hará con base en las rigideces relativas de los distintos muros, determinándolas tomando en cuenta las deformaciones por cortante y por flexión, debiéndose considerar la sección transversal agrietada del muro cuando la relación de carga vertical a momento flexionante produce tensiones verticales. Además se deberá tomar en cuenta la restricción que impone a la rotación de los muros, la rigidez de los sistemas de piso y techo, el efecto de las aberturas, pretilas, etc. en la rigidez y resistencia lateral.

Las Normas Técnicas Complementarias permiten tres métodos de análisis sísmico:

- Método simplificado,
- Método estático; y
- Método tridimensional

A continuación se describe el método simplificado, el método estático y el dinámico se describirán en los siguientes capítulos.



2.3.2.2.1 Método simplificado

El método simplificado consiste en un análisis sísmico sencillo, para estructuras que cumplen con los requisitos que exige dicho método; se permite verificar que en cada entrepiso la suma de las resistencias al corte de los muros de carga en la dirección de análisis, sea igual o mayor a la fuerza cortante sísmica total que actúa sobre dicho entrepiso. Se hace caso omiso de los desplazamientos y momentos de volteo de la estructura. Para el cálculo de las fuerzas sísmicas se utiliza un método de análisis estático, empleando coeficientes sísmicos reducidos.

El método simplificado de análisis sísmico presentado en las Normas 2004 difiere del que se establece en las Normas de 1993 básicamente en el requisito de verificar la distribución simétrica de los muros respecto a los ejes principales al solicitar que se calcule la excentricidad torsional e_s en cada dirección y se limite al 10% de la dimensión en planta del entrepiso paralela a dicha excentricidad. En la tabla 2.3 se muestra una comparativa entre ambas especificaciones.

La excentricidad torsional e_s en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería se define como el cociente del valor absoluto de la suma algebraica del momento de las áreas efectivas de los muros respecto al centro de cortante del entrepiso, entre el área efectiva total de los muros orientados en la dirección de análisis (Fig. 2.5). El área efectiva es el producto del área bruta de la sección transversal del muro, A_T y el factor F_{AE} definido a continuación:

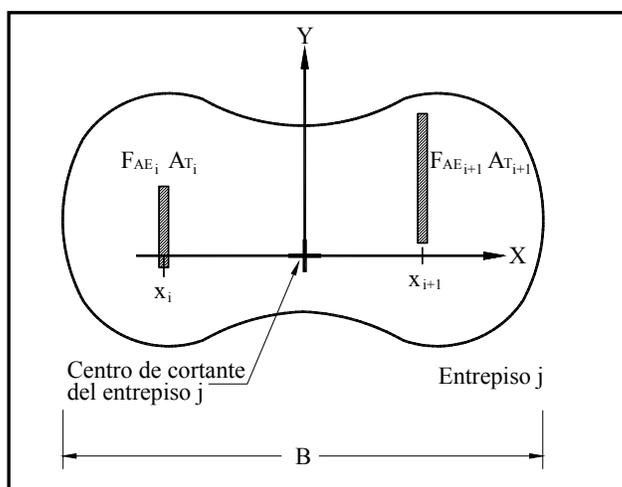
$$F_{AE} = 1 \quad \text{si} \quad \frac{H}{L} \leq 1.33 \quad (2.12)$$

$$F_{AE} = \left(1.33 \frac{L}{H}\right)^2 \quad \text{si} \quad \frac{H}{L} > 1.33 \quad (2.13)$$

donde:

H altura del muro

L longitud efectiva del muro



$$e_s = \frac{\left| \sum_{i=1}^n x_i F_{AE_i} A_{T_i} \right|}{\sum_{i=1}^n F_{AE_i} A_{T_i}} \leq 0.1B$$

Figura 2.4 Ancho efectivo de losa para cálculo de momento de inercia de la viga de acoplamiento (Instituto de Ingeniería, 1992)



Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería 1993		Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería 2004	
Sec. 4.3.I	El 75% de las cargas verticales esta soportado por muros ligados entre sí mediante un sistema de piso resistente y rígido al corte	Sec.3.2.3.3.a	Se conserva dicho requisito.
Sec. 4.3.I	Los muros tendrán una distribución sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales	Sec. 3.2.3.a	Se incluye un factor de medición de la distribución simetría de los muros, al requerir el cálculo de la excentricidad torsional e_s y restringirla al 10% de la dimensión en planta del entrepiso paralela a dicha excentricidad.
Sec. 4.3.I	El edificio tendrá en cada nivel al menos dos muros perimetrales de carga sensiblemente paralelos entre sí en una longitud no menor que la mitad de la dimensión del edificio en la dirección de dichos muros	Sec. 3.2.3.a	Se establece que la comprobación de los muros perimetrales paralelos en cada piso sea en cada dirección de análisis. El requisito de que la longitud total de los muros perimetrales paralelos sea al menos igual a la mitad de la dimensión de la planta del edificio en la dirección de análisis se mantiene.
Sec. 4.3.II	La relación entre longitud y ancho de la planta del edificio no debe exceder de 2	Sec. 3.2.3.b	Se conserva dicho requisito
Sec. 4.3.III	La relación entre la altura y la dimensión mínima de la base del edificio no debe exceder de 1.5 y la altura del edificio no debe ser mayor de 13 m.	Sec. 3.2.3.c	Se conserva dicho requisito

Tabla 2.3 Comparativa del método de análisis sísmico simplificado (ICA, 1999)

2.4 La Red (Colombia)

Este manual de construcción, evaluación y rehabilitación sismo resistente de viviendas de mampostería esta basado en las disposiciones del Título E de las Normas Sísmicas Colombianas 1998 (ACIS, 2002). Uno de los aportes de estas normas desde su primera expedición en 1984 fue el Título E, correspondiente a las disposiciones simplificadas para el diseño y construcción de viviendas de uno y dos pisos. Su principal objetivo es el de contar con requisitos simplificados para la construcción de viviendas o casas.

Las recomendaciones de construcción y diseño sísmico se agrupan en los siguientes rubros:

1. Configuración estructural
2. Materiales
3. Cimentación
4. Muros
5. Columnas y vigas de confinamiento



6. Cubiertas, y
7. Otros detalles de construcción

A continuación se presentan las recomendaciones de cada uno de los puntos anteriores con base en las Normas Sísmicas Colombianas.

Configuración estructural.

Geometría.

Se deben construir muros en dos direcciones perpendiculares entre sí. La geometría de la vivienda debe ser regular y simétrica. Se deben evitar construir viviendas con formas alargadas y angostas donde el largo de la vivienda es mayor a tres veces su ancho.

Geometrías irregulares o asimétricas en el plano horizontal como vertical causan un mal comportamiento cuando la vivienda es sacudida por un sismo. Una geometría irregular favorece que la vivienda sufra torsión o que intente girar en forma desordenada. La falta de uniformidad facilita que en algunas esquinas se presenten intensas concentraciones de fuerza, que pueden ser difíciles de resistir.

Resistencia.

Es necesario garantizar uniformidad en el uso de los materiales en los muros, estructuras, cubiertas y demás. Esto permite una respuesta integral de la edificación en caso de sismo. La vivienda debe ser firme y conservar el equilibrio cuando es sometida a la vibración de un terremoto. Viviendas poco sólidas e inestables se pueden volcar o deslizar fácilmente.

Rigidez.

Es deseable que los elementos que conforman la estructura de la vivienda se empalmen monolíticamente como unidad y que se deformen poco cuando la vivienda se mueve ante la acción de un sismo. Una vivienda flexible o poco sólida al deformarse exageradamente favorece que se presenten daños en paredes o divisiones no estructurales, acabados arquitectónicos e instalaciones que usualmente son elementos frágiles que no soportan mayores distorsiones.

Continuidad.

Para que una edificación soporte un terremoto su estructura debe ser sólida, simétrica, uniforme continua o bien conectada. Cambios bruscos de sus dimensiones, de su rigidez, falta de continuidad, una configuración estructural desordenada o voladizos excesivos facilitan la concentración de fuerzas nocivas, torsiones y deformaciones que pueden causar graves daños o el colapso de la edificación.

En una vivienda los ejes de los muros deben ser colineales y la mampostería con juntas y pegas continuas. Debe existir aproximadamente la misma longitud de muros en las dos direcciones perpendiculares de la vivienda. Esto se debe a que las fuerzas del sismo se pueden presentar en cualquier dirección. Cuando la vivienda tiene dos pisos es necesario que los muros que cargan el techo sean una continuación de los muros del primer piso que se apoyan sobre la cimentación. Si los muros del segundo piso no coinciden exactamente con los muros del primer piso, éstos simplemente aumentan las cargas o el peso sobre el primer piso sin ayudar a soportar las fuerzas que causa el terremoto. Las aberturas en los muros de la vivienda deben estar distribuidas en todos los muros en forma equilibrada.



Materiales.

Los materiales deben ser de buena calidad para garantizar una adecuada resistencia y capacidad de la vivienda para absorber y disipar la energía que el sismo le otorga cuando la vivienda se sacude.

Materiales frágiles, poco resistentes, con discontinuidades se rompen fácilmente ante la acción de un terremoto. Muros o paredes de tapia de tierra o adobe, de ladrillo o bloque sin refuerzo, sin vigas y columnas, son muy peligrosos.

Cemento.

El cemento debe estar en su empaque original, fresco y al utilizarse se debe asegurar que conserve sus características de polvo fino sin grumos.

Agregados.

La grava y la arena no deben estar sucias o mezcladas con materia orgánica (tierra), pantano o arcilla. Esto produce que la resistencia del concreto disminuya notablemente o se produzca gran cantidad de fisuras en los morteros.

Acero.

El refuerzo debe usarse preferiblemente corrugado. Esto mejora la adherencia entre el concreto y el acero. Antes de vaciar el concreto se debe revisar que el refuerzo este limpio de óxido y grasa.

Unidades de mampostería.

Si se utilizan ladrillos para construir los muros éstos deben colocarse totalmente húmedos o saturados de agua, y por el contrario, si se utilizan bloques de concreto, éstos deben colocarse totalmente secos.

Cuando se utilicen ladrillos perforados, se debe comprobar que los huecos no constituyen un porcentaje mayor del 25% del área de la sección. La distancia mínima que debe existir entre los huecos y el borde de la pieza debe ser de 2 cm.

Morteros.

La dosificación por volumen no debe ser menor a 1 unidad de cemento por 4 de arena, es decir nunca inferior de 1:4 (cemento:arena).

La cal no reemplaza el cemento pero mejora la mezcla. La cal se debe mezclar con agua (40 kg de cal por 55 galones de agua). Unas 48 horas después de utilizado, el mortero de buena calidad se deja rayar con un clavo mientras que el de mala calidad se desmorona.

Cimentación.

La cimentación debe ser competente para transmitir con seguridad el peso de la vivienda al suelo. También, es deseable que el material del suelo sea duro y resistente. Los suelos blandos amplifican las ondas sísmicas y facilitan asentamientos nocivos en la cimentación que pueden afectar la estructura y facilitar el daño en caso de sismo.

El sistema de cimentación debe conformar anillos cerrados, con el fin de que las cargas se distribuyan lo más uniformemente posible sobre el suelo y para lograr que la vivienda sea sólida y monolítica cuando un sismo actúe sobre ella.



Las viviendas deben cimentarse siempre en un terreno estable y deben empotrarse por lo menos 50 cm dentro del terreno. Se debe proteger la cimentación de la acción del agua, es deseable impermeabilizarla para que no se deteriore con el tiempo.

Antes de construir es importante enterarse cómo ha sido el comportamiento de las construcciones vecinas; si se han agrietado o han tenido asentamientos. Deben evitarse los suelos muy blandos o rellenos recientes. Para verificar la calidad del suelo es útil realizar un apique o hueco en el suelo de una profundidad mínima de dos metros.

La losa o placa sobre la cual se realiza el acabado del piso se debe vaciar haciendo contacto con los muros de la vivienda sobre un relleno compactado de material seleccionado.

Muros.

Generalidades.

Para que una vivienda resista un sismo intenso su estructura debe ser sólida, simétrica, uniforme, continua o bien conectada. Cambios bruscos en sus dimensiones, de su rigidez, falta de continuidad, una configuración estructural desordenada o voladizos excesivos facilitan la concentración de las fuerzas nocivas, torsiones y deformaciones que pueden causar graves daños o el colapso de la edificación.

Los muros estructurales de viviendas son aquellos encargados de transmitir las cargas verticales y horizontales hasta la cimentación. De los muros estructurales depende la estabilidad de la construcción.

Por lo anterior, los muros estructurales de las viviendas de uno y dos pisos tienen que estar bien pegados, deben ser continuos en altura y confinados a través de dadas y castillos a su alrededor.

Aparejo y juntas de mortero.

Los muros deben construirse con aparejo cuatrapeado. El espesor de la junta no debe ser menor a 0.7 centímetros ni mayor a 1.3. El espesor promedio ideal es del orden de 1.0 cm.

Los muros de mampostería pueden ser en mampostería reforzada cuando estos llevan el refuerzo en su parte interior o muros confinados cuando el refuerzo se concentra en el perímetro en vigas y columnas de confinamiento en concreto reforzado.

Los muros estructurales no deben ser muy esbeltos y deben tener los espesores mínimos indicados en la siguiente tabla.

Amenaza sísmica	Numero de niveles de construcción		
	Un piso (cm)	Dos pisos	
		1° nivel (cm)	2° nivel (cm)
Alta	11	11	10
Intermedia	10	11	9.5
Baja	9.5	11	9.5

Tabla 2.4 *Espesores mínimos de muros de acuerdo a las Normas de Diseño y Construcción Sismo Resistente de Colombia (ACIS, 2002)*



La longitud mínima de muros estructurales se calcula como:

$$L_m = \frac{M_o \times A_p}{t} \tag{2.14}$$

donde:

- L_m longitud mínima de muros confinados
- M_o factor adimensional que se obtiene de la tabla 2.5
- A_p área en m² de la planta de la edificación. Si la cubierta es liviana, de lámina o de asbesto – cemento A_p se puede reducir multiplicando por 0.67
- t espesor de los muros
- A_a coeficiente sísmico que se obtiene de mapa de amenaza sísmica de la Normas de Diseño y Construcción Sismo Resistente de Colombia 1998

Zona sísmica	A _a	M _o
Alta	0.40	33
	0.35	30
	0.30	25
	0.25	21
Intermedia	0.20	17
	0.15	13
Baja	0.10	8
	0.05	4

Tabla 2.5 Valor de A_a y M_o según las Normas de Diseño y Construcción Sismo Resistente de Colombia (ACIS, 2002)

Los muros de mampostería deben estar confinados por dadas y castillos. Deben ser continuos desde la cimentación hasta la cubierta y no deben tener aberturas. Los componentes no estructurales como muros divisorios, acabados arquitectónicos, fachadas, ventanas, e instalaciones deben estar bien adheridos o conectados. Si no están bien conectados se desprenderán fácilmente en caso de un sismo. Las aberturas en los muros estructurales deben ser pequeñas, bien espaciadas y ubicadas lejos de las esquinas. El área total de los vacíos (vanos) de un muro no debe ser mayor al 35% del área total del muro (fig. 2.6).

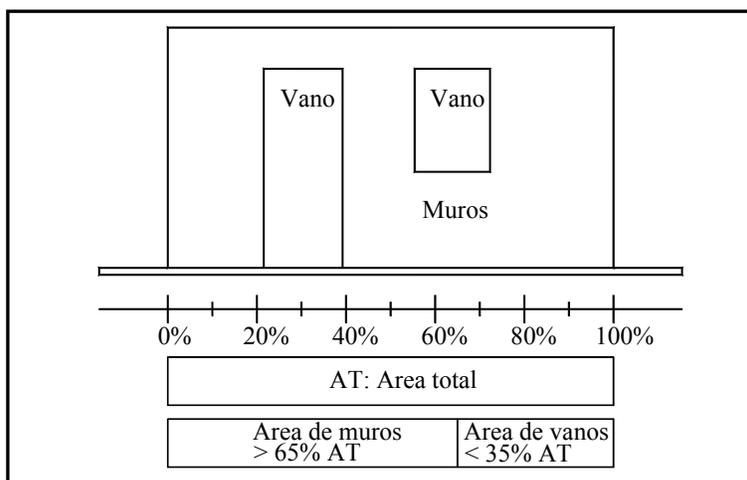


Figura 2.6 Porcentaje de aberturas en un muro (ACIS, 2002)



Debe haber una distancia suficiente entre las aberturas de un mismo muro. La distancia mínima entre aberturas debe ser mayor a 50 cm y en todo caso debe ser mayor que la mitad de la dimensión menor de la abertura (fig. 2.7).

Se deben reforzar los aberturas con dalas y castillos a su rededor y la longitud total de las aberturas debe ser menor que la mitad de la longitud total del muro.

No se deben dejar espacios en la parte superior del muro, cerca de la columna de confinamiento. Un sismo puede hacer fallar fácilmente la columna si el muro no está completo en toda la altura. Esta situación se le conoce como “efecto de columna corta” dado que la fuerza sísmica se concentra en el tramo de columna que no tiene muro.

Los muros deben quedar apoyados sobre la contratabe de cimentación y deben estar confinados por dalas de cerramiento a nivel de la cubierta o del entrepiso cuando la vivienda es de dos pisos. En estos niveles las dalas deben conformar un entramado o diafragma que permita que la vivienda se mueva como una unidad monolítica cuando ocurre un terremoto.

Una vivienda debe ser capaz de soportar deformaciones en sus componentes sin que se dañen gravemente o se degrade su resistencia. Cuando una estructura no es dúctil y tenaz podrá sufrir colapso total o parcial al iniciarse su deformación por la acción sísmica. Al degradarse su rigidez y resistencia pierde su estabilidad y podría llegar a colapsar súbitamente.

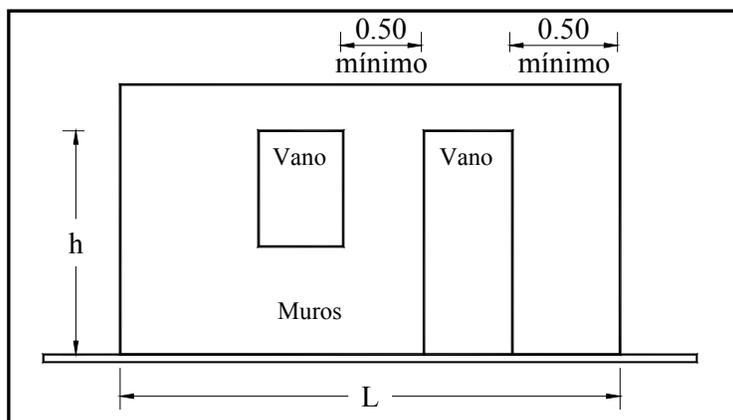


Figura 2.7 Distancias mínimas entre huecos (ACIS, 2002)

El confinamiento de los muros mediante dalas y castillos es fundamental para que los muros soporten las fuerzas inducidas por el sismo.

Todos los muros estructurales deben amarrarse entre sí mediante una dala de cerramiento en la parte superior de los mismos o embebida en la losa de entrepiso. La dala de cerramiento debe ser al menos del mismo espesor del muro y de mínimo 15 cm de altura.

Se deben construir castillos en los extremos de los muros, en la intersección de muros estructurales y en puntos intermedios a distancias no mayores de 35 veces el espesor del muro, o 1.5 veces la distancia entre dalas de cerramiento, o máximo 4 m.

Castillos.

El refuerzo mínimo que debe colocarse en las columnas de confinamiento es el indicado en la figura 2.8.



La sección mínima de los castillos debe ser de 200 cm². El ancho mínimo debe ser igual al del muro.

El acero no debe doblarse excesivamente en los cambios de espesor de los castillos o al entrar en la cimentación.

El acero debe tener una resistencia mínima de 4200 kg/cm².

El castillo debe ir de la contratrabe de cimentación o zapata hasta la dala de cerramiento y su refuerzo debe contar con los anclajes y traslapes de sus varillas de manera que se logre la continuidad de los elementos de confinamiento.

El doblaje de los estribos debe ser mínimo de 8 cm en ambos extremos y el amarre mediante alambre debe ser en forma de 8 o pata de gallina.

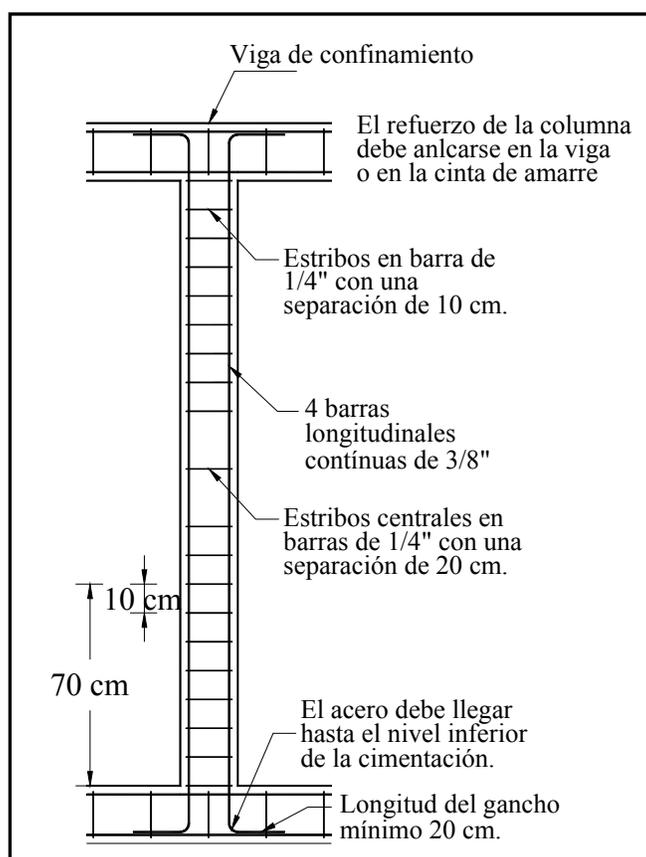


Figura 2.8 Distribución de estribos en castillos según NCR-98 (ACIS, 2002)

Los estribos deben estar bien amarrados para lograr un buen confinamiento del concreto al interior del castillo o dala de cerramiento.

Si los estribos quedan mal doblados o anclados, pueden perder su configuración durante un sismo y su función de confinamiento se perderá. De esta manera el elemento estructural puede perder su capacidad de carga.



El refuerzo de las dalas es similar al de los castillos, con la diferencia de que todos los estribos pueden estar separados máximo 20 cm entre sí.

En los cruces de los muros las varillas deben formar ángulos rectos y sus traslapes deben tener una longitud mínima de 40 veces el diámetro de la varilla que se traslapa o 50 cm.

2.5 Análisis comparativo

	Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería 1993	Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería 2004
Alcance	Se establecen disposiciones para diseño y construcción de muros de mampostería y elementos hechos con piedras naturales como cimientos y muros de retención. No se incluyen otros elementos estructurales como columnas por ejemplo.	Se conservan los mismos alcances de la Norma anterior, sin embargo, se adicionan capítulos referentes a la construcción, inspección y control de obra. Se presenta un capítulo especial para la evaluación y rehabilitación de estructuras de mampostería. Por primera vez en las Normas se presenta un apéndice normativo que regula el criterio de aceptación de sistemas constructivos a base de muros de mampostería que sean diseñados para resistir las fuerzas inducidas por los sismos.
Especificaciones generales de análisis y diseño	En general, se acepta que la determinación de los elementos mecánicos que actúan sobre los muros se realice por medio de un análisis elástico. La determinación de la carga axial se permite realizarla por medio de una bajada de cargas por áreas tributarias. Se permite que la resistencia a flexión y flexocompresión en el plano del muro se evalúe considerando una distribución lineal de esfuerzos y que la falla ocurre cuando aparece en la sección un esfuerzo de compresión igual a la resistencia a compresión de la mampostería.	Se conservan los requisitos para la determinación de los elementos mecánicos. En el caso del cálculo de la resistencia a flexión y flexocompresión se acepta que se calcule como se especifica para concreto reforzado, considerando que la deformación máxima a compresión de la mampostería es de 0.003. Se acepta, para el análisis sísmico estático y el dinámico, la utilización de un modelo con columnas anchas para muros confinados y reforzados interiormente. También se acepta el uso de malla de alambre soldado para el refuerzo de muros.
Muros diafragma	Para estos muros se deberá de evitar la posibilidad de volteo perpendicularmente a su plano y se establece que las columnas que rodean a estos muros se diseñen para soportar una fuerza cortante igual a la mitad de la que actúa sobre el muro.	Se conservan los requisitos de la Norma anterior y se describen ampliamente los detalles para evitar el volteo de los muros perpendicularmente a su plano. Se especifica la fuerza cortante que puede ser resistida por el refuerzo horizontal en el caso de utilizar muros reforzados interiormente.
Muros confinados	Las dalas y castillos que rodean a los muros confinados deberán ser cuando menos del mismo espesor que el muro y serán de concreto con resistencia a compresión de por lo menos 150 kg/cm ² . Se establece que los castillos deberán colocarse a una separación no mayor de 4 metros o una vez y media su altura, y en los extremos e intersección con otros muros. En el caso de las dalas su separación no será mayor que 3 metros. Se permite incrementar en 25% la fuerza cortante resistente del muro cuando se coloca refuerzo horizontal.	Se conservan los requisitos de la Norma anterior excepto el incremento de 25% de la fuerza cortante resistente del muro. Se establece que se use un factor de comportamiento sísmico igual a 2 para piezas macizas y multiperforadas con refuerzo horizontal y de 1.5 para otro caso. La cuantificación de la fuerza cortante resistida por el refuerzo horizontal es más racional ya que se propone una ecuación para su evaluación.



	Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería 1993	Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería 2004
Muros reforzados interiormente	Se establece que la suma del refuerzo horizontal y vertical no sea menor que 0.002, y que ninguno de los dos refuerzos sea menor de 0.0007. El refuerzo vertical no deberá colocarse a más de 6 veces el espesor del muro ni de 80 cm. Se establece que cuando haya muros transversales que lleguen a tope, sin traslape de piezas deberán unirse con dispositivos que aseguren la continuidad de la estructura.	Se establecen claramente los requisitos que se deben cumplir para considerar a los muros como reforzados interiormente. Las cuantías de acero vertical y horizontal se conservan, incluso la separación del refuerzo vertical. Sin embargo, cuando exista un muro transversal que llega a tope a otro muro, se establecen ecuaciones para la cuantificación del área de acero necesaria y la separación de los dispositivos conectores. La fuerza axial resistente toma en cuenta el acero vertical de refuerzo.



Capítulo 3

Rigidez

Introducción

La rigidez es la fuerza necesaria para mantener un elemento estructural en una unidad de desplazamiento (Laible, 1988). La rigidez de entrepiso es la relación entre la fuerza cortante absorbida por un marco, muro o contraviento en un entrepiso y el desplazamiento horizontal relativo entre los dos niveles que lo limitan. La rigidez de entrepiso así definida depende del sistema de fuerzas laterales y para calcularla con rigor debe conocerse previamente tal sistema.

3.1 Método de rigideces

Consideremos una estructura cuyos elementos estructurales estén hechos de un material con comportamiento esfuerzo-deformación que pueda suponerse linealmente elástico. Planteando una ecuación de equilibrio entre fuerzas aplicadas y fuerzas resistentes, las cargas aplicadas $[F]$, deben ser equilibradas por las fuerzas elásticas de la estructura $[F_E]$, mismas que serán proporcionales a los desplazamientos $[x]$ causados, si suponemos que el material de la estructura se comporta según la Ley de Hooke, podemos expresarlo matricialmente como:

$$[F] = -[F_E] \quad \text{o} \quad [F] = [k][x] \quad (3.1)$$

A la solución de este planteamiento se le denomina Método de rigideces, que consiste en obtener una relación lineal entre las fuerzas aplicadas y los desplazamientos producidos, de tal manera que conocidas las fuerzas aplicadas en cada punto y dirección de la estructura, se determinen sus desplazamientos correspondientes (al proceso inverso que consiste en determinar las fuerzas a partir de una configuración deformada, se le denomina método de flexibilidades). Así entonces, cuando se desean manejar las relaciones fuerza-desplazamiento para las distintas coordenadas generalizadas que permiten definir la geometría deformada de la estructura llamados grados de libertad, se establece una matriz $[k]$ llamada matriz de rigidez de la estructura; donde cada elemento $k_{ij} \in [k]$, representa la fuerza necesaria que debe aplicarse en el grado de libertad i para provocar un desplazamiento unitario en el grado de libertad j , mientras el resto conservan desplazamientos nulos; de esta manera los coeficientes que formen la columna n serán las fuerzas que deban aplicarse a cada grado de libertad para mantener un desplazamiento unitario en el grado de libertad n y nulos en los demás; mientras que los coeficientes del renglón m representan las distintas fuerzas que se deberán aplicar en el grado de libertad m para ir provocando desplazamientos unitarios en cada uno de los grados de libertad (manteniendo nulos los demás en cada ocasión). Dado que los elementos estructurales y las estructuras que componen son sistemas lineales que cumplen el teorema de trabajos recíprocos de Betti y por lo tanto el teorema de deflexiones recíprocas de Maxwell, se sigue que:

$$k_{ij} = k_{ji} \quad (3.2)$$



Este importante resultado obliga a que toda matriz de rigidez de un sistema lineal sea siempre simétrica.

La matriz de rigidez de cada elemento estructural $[k_e]$ deberá considerar los desplazamientos (lineales y angulares) suficientes que permitan definir la configuración deformada del elemento que tendrá en realidad (grados de libertad), y por lo tanto del tipo de apoyos (grados de libertad restringidos). Por lo tanto entre mayor cantidad de grados de libertad sean considerados mayor aproximación tendremos a la realidad, pero a costa de una matriz de rigidez de mayor orden.

3.1.1 Matriz de rigidez considerando deformaciones axiales y por flexión

Para una barra recta que forma parte de una estructura reticular contenida en un plano de coordenadas globales o generales X, Y, como la mostrada en la figura 3.1, y que estáticamente posee 3 grados de libertad en cada extremo, definidos por 2 desplazamientos y el giro en la dirección positiva de sus ejes coordenados locales x, y; la matriz de rigidez del elemento es la expresada en la siguiente ecuación:

$$[K'] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Generalmente en un sistema estructural existen elementos cuyas coordenadas locales x, y, no coinciden con las coordenadas generales de la estructura X, Y, como en el caso de las columnas y contravientos de un marco, por lo que forman un ángulo con el eje global X. La matriz de rigidez local de un elemento $[K']$ se puede expresar en coordenadas globales mediante una matriz de transformación o giro $[R]$, que en el caso del elemento en estudio es la indicada en la ecuación (3.4).

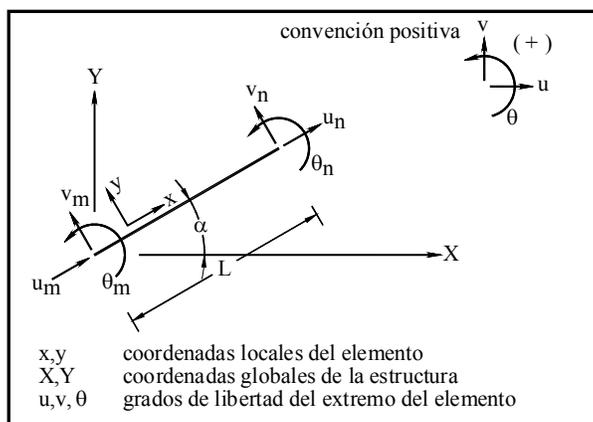


Figura 3.1 Grados de libertad estáticos de un elemento recto de una estructura reticular



$$[R] = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

donde:

[R] matriz de giro o de transformación de coordenadas.

α ángulo de inclinación del eje x local del elemento respecto al eje global X (positivo en el sentido indicado en la figura 3.1).

La matriz de rigidez del elemento recto en coordenadas globales está dada por:

$$[K] = [R]^T [K'] [R] \quad (3.5)$$

donde:

[R]^T matriz de giro transpuesta

[K] matriz de rigidez global de un elemento recto

Efectuando este producto matricial se obtiene la matriz global general para un elemento recto expresada en la ecuación (3.6).

Para una barra con articulaciones en ambos extremos como es el caso de las armaduras o algunos contravientos, no se tiene el grado de libertad θ y su matriz de rigidez en coordenadas globales se obtiene suprimiendo en la ecuación (3.6) los renglones θ_m y θ_n (columna y renglón, 3 y 6 respectivamente) como además se acostumbra idealizar estos elementos despreciando la flexión, los términos EI son nulos y su matriz global es la indicada en la ecuación (3.7).

$$[K] = \begin{bmatrix} EA \cos^2 \alpha / L & EA \cos \alpha \sin \alpha / L & -6EI \sin \alpha / L^2 & -EA \cos^2 \alpha / L & -EA \cos \alpha \sin \alpha / L & -6EI \sin \alpha / L^2 \\ +12EI \sin^2 \alpha / L^3 & -12EI \cos \alpha \sin \alpha / L^3 & & -12EI \sin^2 \alpha / L^3 & +12EI \cos \alpha \sin \alpha / L^3 & \\ EA \cos \alpha \sin \alpha / L & EA \sin^2 \alpha / L & 6EI \cos \alpha / L^2 & -EA \cos \alpha \sin \alpha / L & -EA \sin^2 \alpha / L & 6EI \cos \alpha / L^2 \\ -12EI \cos \alpha \sin \alpha / L^3 & +12EI \cos^2 \alpha / L^3 & & +12EI \cos \alpha \sin \alpha / L^3 & -12EI \cos^2 \alpha / L^3 & \\ -6EI \sin \alpha / L^2 & 6EI \cos \alpha / L^2 & 4EI / L & 6EI \sin \alpha / L^2 & -6EI \cos \alpha / L^2 & 2EI / L \\ -EA \cos^2 \alpha / L & -EA \cos \alpha \sin \alpha / L & 6EI \sin \alpha / L^2 & EA \cos^2 \alpha / L & EA \cos \alpha \sin \alpha / L & 6EI \sin \alpha / L^2 \\ -12EI \sin^2 \alpha / L^3 & +12EI \cos \alpha \sin \alpha / L^3 & & +12EI \sin^2 \alpha / L^3 & -12EI \cos \alpha \sin \alpha / L^3 & \\ -EA \cos \alpha \sin \alpha / L & -EA \sin^2 \alpha / L & -6EI \cos \alpha / L^2 & EA \cos \alpha \sin \alpha / L & EA \sin^2 \alpha / L & -6EI \cos \alpha / L^2 \\ +12EI \cos \alpha \sin \alpha / L^3 & -12EI \cos^2 \alpha / L^3 & & -12EI \cos \alpha \sin \alpha / L^3 & +12EI \cos^2 \alpha / L^3 & \\ -6EI \sin \alpha / L^2 & 6EI \cos \alpha / L^2 & 2EI / L & 6EI \sin \alpha / L^2 & -6EI \cos \alpha / L^2 & 4EI / L \end{bmatrix} \quad (3.6)$$



$$[K]_{ar} = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \cos \alpha \sin \alpha & -\cos^2 \alpha & -\cos \alpha \sin \alpha \\ \cos \alpha \sin \alpha & \sin^2 \alpha & -\cos \alpha \sin \alpha & -\sin^2 \alpha \\ -\cos^2 \alpha & -\cos \alpha \sin \alpha & \cos^2 \alpha & \cos \alpha \sin \alpha \\ -\cos \alpha \sin \alpha & -\sin^2 \alpha & \cos \alpha \sin \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Las matrices de rigidez globales de los elementos rectos, permiten la determinación inmediata y directa de la matriz de rigidez de una estructura reticular. En el caso particular de que existan en los extremos del elemento estructural apoyos o soportes que impidan alguno de los grados de libertad, simplemente se eliminan las filas y columnas correspondientes en la matriz global del elemento. Por ejemplo, con referencia a la figura 3.2, el elemento 1 tiene una articulación en el extremo n, y por tanto deben eliminarse el renglón y columna θ_n y tomar $EI = 0$ en dicho extremo; en el elemento 2 que es un apoyo articulado en el extremo n, se elimina v_n y u_n debido a que estos desplazamientos están restringidos.

En general para un miembro con articulaciones, apoyos, etc., en sus extremos la siguiente regla sencilla es útil: si no se trata de un apoyo se quita el grado de libertad, y si es un apoyo se quita el grado de restricción de su matriz de rigidez.

Para un sistema estructural en general, su matriz de rigideces $[K]_e$, está formada por un arreglo cuadrado y simétrico que se ensambla a partir de las contribuciones de rigidez de los elementos estructurales rectos que la forman y que se conectan o que llegan a cada uno de sus nodos. Esta matriz de rigideces de la estructura es de orden $n \times n$ donde $n = (3 \text{ grados de libertad} \times \text{número de nodos}) - (\text{número de restricciones en apoyos})$.

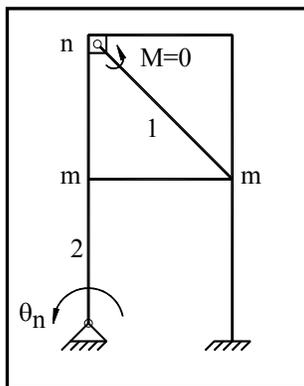


Figura 3.2 Estructura reticular con articulaciones

A partir de la ecuación matricial que relaciona fuerzas y desplazamientos en una estructura, dada por:

$$\{Q\} = [K]_e \{D\} \quad (3.8)$$

donde:

- $\{Q\}$ vector de fuerzas o cargas
- $[K]_e$ matriz de rigidez de la estructura
- $\{D\}$ vector de desplazamientos



Pueden obtenerse matrices particionadas expresadas en forma general o simbólica como:

$$\begin{bmatrix} F_u \\ F_v \\ M_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{uu} & K_{uv} & K_{u\theta} \\ K_{vu} & K_{vv} & K_{v\theta} \\ K_{\theta u} & K_{\theta v} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ \Theta \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

donde:

- U subvector de desplazamientos laterales
- V subvector de desplazamientos verticales
- Θ subvector de desplazamientos angulares
- F_u subvector de fuerzas laterales
- F_v subvector de fuerzas verticales
- M_θ subvector de fuerzas angulares o momentos

de donde:

$$\begin{aligned} F_u &= K_{uu} U + K_{uv} V + K_{u\theta} \Theta \\ F_v &= K_{vu} U + K_{vv} V + K_{v\theta} \Theta \\ M_\theta &= K_{\theta u} U + K_{\theta v} V + K_{\theta\theta} \Theta \end{aligned} \quad (3.10)$$

donde:

- K_{ij} elemento componente de $[K]_e$ y que representa la fuerza generada en la dirección del grado de libertad i causada por un desplazamiento unitario del grado de libertad j

3.1.2 Matriz de rigidez sin considerar deformaciones axiales

En aras de simplificar el análisis estructural y reducir el número de cálculos necesarios y las dimensiones de las matrices de rigideces, en la gran mayoría de las estructuras reticulares se pueden despreciar las deformaciones axiales u y por cortante v de los elementos horizontales, ya que la flexión controla su comportamiento y pueden despreciarse también las deformaciones axiales v de los elementos horizontales.

Entonces los grados de libertad estáticos de dichos elementos respecto a las coordenadas globales de la estructura X, Y, son los mostrados en la figura 3.3.

La matriz de rigidez global $[K]$ de cada elemento en estas condiciones, puede obtenerse de la matriz global general de la ecuación (3.6) simplemente suprimiendo los renglones y columnas u_m, v_m, u_n, v_n en vigas y v_m, v_n en elementos no horizontales y expresarlos como

$$[K]_{\text{viga}} = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} \\ \frac{2EI}{L} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

donde:

- $[K]_{\text{viga}}$ matriz de rigidez global de elementos horizontales (despreciando deformaciones axiales y por cortante)



$$[K]_{col} = \begin{bmatrix} \frac{EA \cos^2 \alpha}{L} + \frac{12EI \sin^2 \alpha}{L^3} & -\frac{6EI \sin \alpha}{L^2} & -\frac{EA \cos^2 \alpha}{L} - \frac{12EI \sin^2 \alpha}{L^3} & -\frac{6EI \sin \alpha}{L^2} \\ -\frac{6EI \sin \alpha}{L^2} & \frac{4EI}{L} & \frac{6EI \sin \alpha}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA \cos^2 \alpha}{L} - \frac{12EI \sin^2 \alpha}{L^3} & \frac{6EI \sin \alpha}{L^2} & \frac{EA \cos^2 \alpha}{L} + \frac{12EI \sin^2 \alpha}{L^3} & \frac{6EI \sin \alpha}{L^2} \\ -\frac{6EI \sin \alpha}{L^2} & \frac{2EI}{L} & \frac{6EI \sin \alpha}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

donde:

$[K]_{col}$ matriz de rigidez global de elementos no horizontales (despreciando deformaciones axiales y por cortante)

Para una barra doblemente articulada sometida sólo a cargas laterales:

$$[K]_{arm} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & -\cos^2 \alpha \\ -\sin^2 \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

donde:

$[K]_{arm}$ matriz de rigidez global de elementos no horizontales articulados en sus extremos (sólo para cargas laterales, se desprecian deformaciones axiales y por cortante).

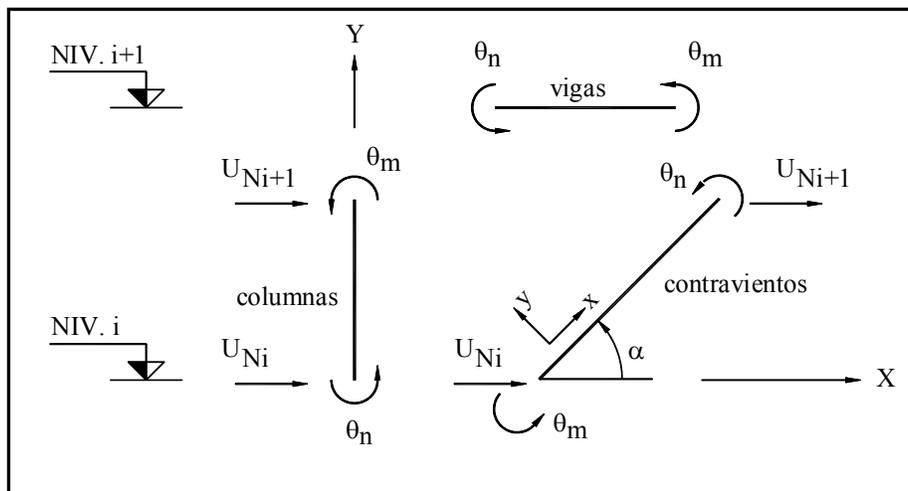


Figura 3.3 Grados de libertad estáticos de un elemento recto sin considerar deformaciones axiales

La matriz de rigidez de la estructura $[K]_e$, será de orden $n \times n$, con $n = (\text{número de nodos}) + (\text{número de niveles})$. Ya que se han despreciado las deformaciones axiales, al ensamblar $[K]_e$ deben sumarse todas las contribuciones de rigidez lateral u de los miembros no horizontales que lleguen o se conecten a un piso i , pues todos ellos tendrán el mismo desplazamiento lateral Δ , como se indica en la figura 3.4.

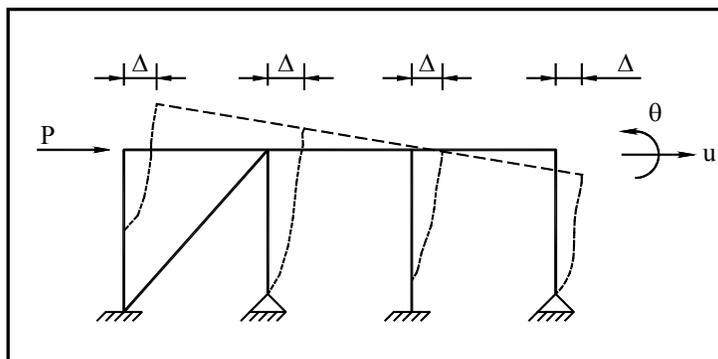


Figura 3.4 Desplazamiento lateral de un marco sin considerar las deformaciones axiales de sus elementos estructurales

El número de grados de libertad estáticos que se eligen en el análisis de una estructura es un paso importante ya que determina el número de ecuaciones que deben resolverse.

Si al tratar con una estructura en particular los efectos axiales son realmente despreciables, el trabajo extra que se ejecuta al operar con seis grados de libertad de cada elemento recto (ecuación 3.6), es un desperdicio de esfuerzo, a menos de que se disponga de un programa de cómputo con la automatización del método para seis grados de libertad por miembro y de una computadora con capacidad adecuada.

En vigas de peraltes muy grandes, conocidas como vigas diafragma, es decir vigas con relación longitud del claro a peralte $L/h \leq 3$, y en armaduras, no pueden despreciarse las deformaciones axiales.

El método generalizado de las rigideces para análisis de estructuras reticulares (formadas por elementos tipo barra) consiste fundamentalmente de los siguientes pasos:

1. Calcular la matriz de rigidez de cada elemento barra de la estructura en sus propias coordenadas (locales) $[k_{el}]$; esta matriz debe corresponder al tipo de estructura que se analiza (viga continua, armadura plana, marco plano, parrilla, armadura espacial o marco espacial).
2. Calcular la matriz de transformación $[T_e]$, que permita transformar la matriz de rigidez de cada barra de coordenadas locales, a las coordenadas de toda la estructura (globales), las cuales son matrices ortogonales.
3. Transformar las matrices de rigidez de coordenadas locales a globales, realizando para cada elemento barra el producto matricial:

$$[T_e][k_{el}][T_e] = [k_{eg}] \quad (3.14)$$

4. Ensamblar la matriz de rigidez de toda la estructura (en coordenadas globales) $[K]$ sumando todas las matrices de rigidez de barra transformadas. Para lo cual deben sumarse elementos correspondientes solo a los mismos subíndices.

$$[K] = \sum [k_{eg}] \quad (3.15)$$



5. Si existen cargas en medio de alguna barra, se obtiene un vector de cargas equivalentes $\{A_P/A_R\}$ en coordenadas globales, cuyos elementos correspondientes a cada grado de libertad sean la suma de las acciones de sujeción (que dependen del tipo de barra) de todas las barras que lleguen al nudo en cuestión, consideradas como cargas equivalentes.
6. Se determina un vector análogo al de cargas equivalentes, para las cargas aplicadas directamente en los nudos $\{P/R\}$, cuyos elementos correspondientes a los grados de libertad restringidos serán las reacciones a calcular.
7. Reordenar la matriz de rigidez total, formando la ecuación matricial particionada (en coordenadas globales):

$$[K] \{x\} = \{P/R\} + \{A_P/A_R\} \quad (3.16)$$

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_d \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P \\ R \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A_P \\ A_R \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

donde:

$\{x_d\}$ = vector de desplazamiento desconocidos correspondientes a los grados de libertad libres

$\{0\}$ = vector de desplazamiento correspondiente a los grados de libertad restringidos

8. Se calcula el vector de desplazamientos desconocidos como:

$$\{x_d\} = [K_{11}]^{-1} \{\{P\} + \{A_P\}\} \quad (3.18)$$

9. Se determina el vector de reacciones como:

$$\{R\} = [K_{21}] \{x_d\} - \{A_R\} \quad (3.19)$$

10. Para calcular el vector de elementos mecánicos para cada barra primeramente se transforma el vector de desplazamientos correspondiente a los grados de libertad de la barra, de coordenadas globales a locales:

$$\{x_{el}\} = \{T_e\} \{x_{eg}\} \quad (3.20)$$

11. Se obtiene el vector de elementos mecánicos (en coordenadas locales) para cada barra como:

$$\{M_e\} = [k_{el}] \{x_{el}\} \quad (3.21)$$

Una vez realizado lo anterior se completa el método hasta el cálculo de elementos mecánicos.

3.1.3 Matriz de rigidez lateral

En Ingeniería Civil al tratar el problema de los sismos que inducen fuerzas laterales en las estructuras, interesa conocer la rigidez lateral u oposición a los desplazamientos laterales.

Es posible obtener entonces la matriz de rigidez lateral $[K]^*$ de una estructura por el proceso denominado condensación estática, particionando en forma diferente la ecuación (3.8) y expresándola como:



$$\begin{bmatrix} F \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ G \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

donde:

- U subvector de desplazamientos laterales.
- G subvector de desplazamientos verticales y angulares.
- F subvector de fuerzas laterales.
- P subvector de fuerzas verticales y momentos.
- K_{11} parte de la matriz que corresponde a los desplazamientos laterales.

de donde:

$$\begin{aligned} F &= K_{11} U + K_{12} G \\ P &= K_{21} U + K_{22} G \end{aligned} \quad (3.23)$$

Para el caso en que solo existen cargas laterales sobre la estructura ($P = 0$)

$$\begin{aligned} G &= -[K_{22}]^{-1} K_{21} U \\ F &= [K]^* U \end{aligned} \quad (3.24)$$

Cargas laterales = matriz de rigidez lateral x desplazamientos laterales.

$$[K]^* = K_{11} - K_{12} [K_{22}]^{-1} K_{21} \quad (3.25)$$

donde:

- K^* matriz de rigidez lateral.
- $[K_{22}]^{-1}$ matriz inversa de K_{22} .

Este proceso se llama condensación estática porque reduce el orden de la matriz de rigidez original $[K]_e$.

En las estructuras esqueléticas, desde el punto de vista dinámico, los grados de libertad que son de interés son aquellos en que se generan fuerzas de inercia cuando las masas de los pisos se mueven lateralmente. Es decir, importan los desplazamientos laterales. Sin embargo, esto no anula los restantes grados de libertad estáticos, por lo que debe usarse el proceso de condensación estática para transformar la matriz de rigidez original de la estructura en una matriz en función del número de grados de libertad dinámicos.

3.1.4 Matriz de rigidez de entrepiso

Gran parte de las estructuras reticulares pueden modelarse como sistemas denominados Estructuras de Cortante, en donde los marcos estructurales pueden representarse para efectos dinámicos mediante cualquiera de los sistemas oscilatorios múltiples de la figura 3.5b, en donde las barras o los resortes representan el concepto denominado rigidez de entrepiso. Este modelo de los edificios sólo sirve para simplificar aun más el análisis dinámico de marcos planos ante fuerzas horizontales.

Una forma de hallar la rigidez de entrepiso con muy buena aproximación, es empleando el método de trabajo virtual que consiste en este caso en aplicar una fuerza unitaria lateral P en el nivel N_i , tal y como se indica en la figura 3.5a y calcular la rigidez de entrepiso con la ecuación:



$$K_{ei} = V_i / \Delta_{ei} \tag{3.26}$$

con $V_i = 1$, este proceso se repite para cada nivel de la estructura. Lo anterior se deriva de la definición de rigidez de resorte del modelo de la figura 3.5b y que representa la fuerza necesaria en el piso i para producir un desplazamiento unitario relativo de dos pisos consecutivos.

En el modelo oscilatorio de rigideces de entrepiso existe solo un grado de libertad dinámico para cada masa, que es el movimiento lateral indicado en la figura 3.6.

La matriz de rigidez global del miembro para este caso, que es el de un elemento recto con $u \neq 0$, $\theta = 0$ y $v = 0$, puede obtenerse a partir de la matriz global general de la ecuación (3.6), eliminando los renglones y columnas v_n , v_m , θ_n y θ_m , tomando la $[K]_{ei}$ calculada en vez de $12EI/L^3$ y como $\cos \alpha = 0$, $\sin \alpha = 1$, se tiene:

$$[K]_i = \begin{bmatrix} K_{ei} & -K_{ei} \\ -K_{ei} & K_{ei} \end{bmatrix} \tag{3.27}$$

donde:

K_i matriz de rigidez de entrepiso de un elemento recto.

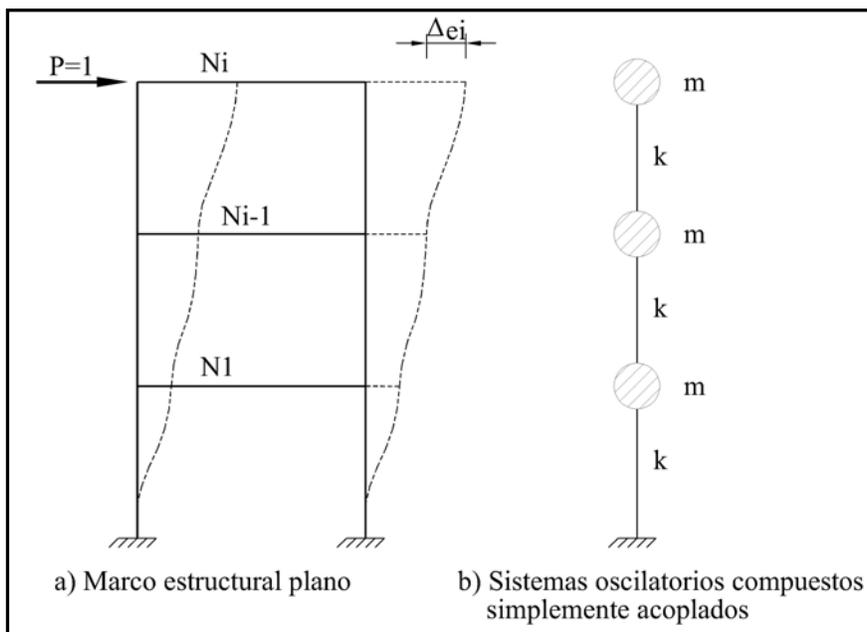


Figura 3.5 Modelo dinámico de una estructura reticular a) como marco plano y b) con rigideces de entrepiso.

Entonces la matriz de rigidez de entrepiso del sistema oscilatorio $[K]_{en}$ será de orden $n \times n$, donde $n = 1$ grado de libertad \times número de pisos.

Cuando en un marco la rigidez de las vigas es muy pequeña comparada con la de las columnas $[K]_{en} \rightarrow 3\Sigma EI_c/L^3$ y las columnas se comportan como cantiliver, y cuando la rigidez de las vigas es muy



grande comparada con la de las columnas $[K]_{en} \rightarrow 12\Sigma EI_c/L^3$ por lo que las columnas se comportan como empotradas en sus dos extremos. En general para un marco

$$3\Sigma EI_c / L^3 \leq K_{eni} \leq 12\Sigma EI_c / L^3 \tag{3.28}$$

donde:

ΣEI_c sumatoria de todas las rigideces de las columnas de un entrepiso i .

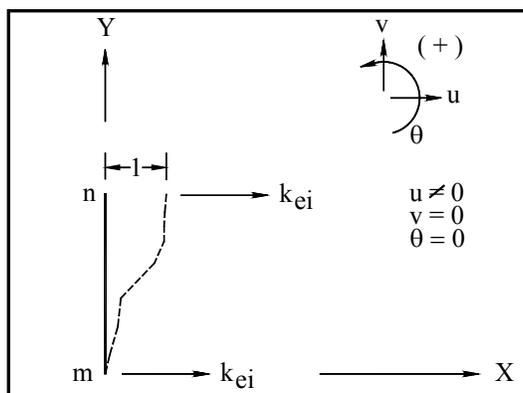


Figura 3.6 Elemento recto con 1 grado de libertad

Debe notarse que la matriz de rigidez de entrepiso es diferente a la matriz de rigidez lateral, ya que la primera corresponde a marcos o edificios de cortante modelados como sistemas oscilatorios simplemente acoplados (de resortes) y la segunda corresponde a un modelo como marco plano.

3.2 Simplificaciones

3.2.1 Método de la diagonal equivalente

En zonas geográficas de alto riesgo sísmico al diseñar estructuras de pocos pisos, o en zonas de bajo riesgo sísmico al diseñar estructuras de altura considerable y muchos pisos, existe el problema de rigidizar los marcos para disminuir los desplazamientos de entrepiso y mejorar el comportamiento sísmico.

El marco es una estructura reticular que resiste cargas laterales esencialmente por flexión de sus elementos, lo que lo hace poco rígido y en las condiciones mencionadas lo imposibilita para cumplir con los estados límite de servicio estipulados en los reglamentos de construcción.

Frecuentemente se rigidizan los marcos colocando en algunas de sus crujías muros de rigidez, que pueden ser de mampostería o de concreto.

Este tipo de estructuración se conoce como sistemas muro – marco; si los muros son de mampostería y se ligan a las traveses y columnas que los confinan se denominan, muros diafragma, y su función principal es absorber las fuerzas cortantes, si los muros son de concreto reforzado se denominan muros de cortante y tienen la función de absorber además de la fuerza cortante las cargas axiales y de flexión.



En sistemas muros – marco en los que la relación altura a longitud del muro es pequeña, éste absorbe prácticamente la totalidad de las cargas laterales mientras que el marco trabajará principalmente resistiendo la carga vertical. Cuando la relación aumenta, la rigidez del sistema disminuye, esto sucede frecuentemente en estructuras con altura considerable (mayores a 10 pisos en zonas de alto riesgo sísmico y de 20 pisos en zonas poco expuestas a sismos) (Bazán y Meli, 1999).

Para calcular la rigidez lateral de un sistema muro – marco existen diferentes métodos que van desde los que pueden considerarse exactos, como el método de los elementos finitos hasta los relativamente aproximados como el método que a continuación se presenta.

Para un muro diafragma que está sujeto a la acción de una carga lateral aplicada en su extremo superior, como se muestra en la figura 3.7, el sistema muro – marco trabaja inicialmente como una sola unidad, sin embargo, para cargas laterales relativamente pequeñas el marco se apoya sobre el muro en esquinas opuestas, produciendo fuerzas axiales, momentos y cortantes en vigas y columnas. Los momentos son despreciables por desarrollarse en la proximidad de los nudos.

Para el cálculo de la rigidez lateral y de los elementos mecánicos en marco y muro, es posible simular el muro como una diagonal equivalente en compresión y tratarla como marco contraventeado.

La diagonal equivalente debe suponerse de igual espesor y módulo de elasticidad que el muro, pero su ancho será (Bazán y Meli, 1999):

$$w_o = (0.35 + 0.022\lambda)h \tag{3.29}$$

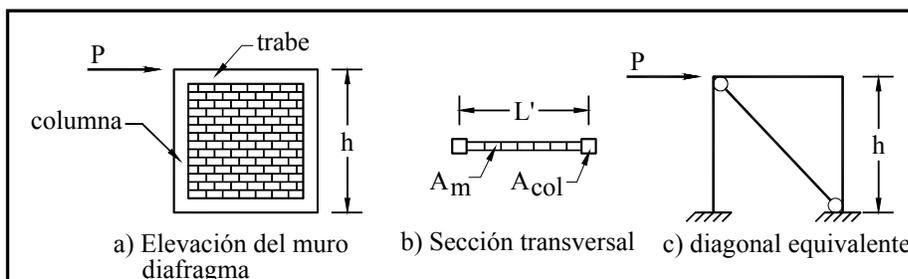


Figura 3.7 Diagonal equivalente en muros diafragma.

Para que el método sea aplicable se deben cumplir las siguientes condiciones (Bazán y Meli, 1999):

$$0.9 \leq \lambda \leq 11.0 \tag{3.30}$$

$$0.75 \leq \zeta \leq 2.50 \tag{3.31}$$

donde:

$$\zeta = L'/h \tag{3.32}$$

$$\lambda = E_c A_{col} / (G_m A_m) \tag{3.33}$$



$$A = w_o t \tag{3.34}$$

$$G_m = 0.4 E_m \tag{3.35}$$

- h altura del tablero entre ejes de vigas
- ζ relación de aspecto
- E_c módulo de elasticidad del marco
- w_o ancho del elemento a compresión equivalente
- t espesor del muro = espesor del elemento a compresión
- E_m módulo elástico del muro = módulo elástico del elemento a compresión
- A_{col} área de la columna
- A área del elemento a compresión equivalente

Ejemplo 3.1.- Empleando el método de la diagonal a compresión, obtener las rigideces de entrepiso del marco – muro mostrado en la figura 3.8.

Datos

Concreto clase 2 f'c=200 kg/cm² en traves y columnas.

Muro de tabique rojo recocido.

- Columnas 0.30 x 0.30 m
- Trabes 0.25 x 0.50 m
- Muro 0.15 m de espesor

El Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, en sus Normas Técnicas Complementarias de Mampostería¹, para muros de tabique rojo confinados especifica las siguientes propiedades:

$$f^*m = 15 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_m = 600 f^*m = (600)(15 \text{ kg/cm}^2) = 9,000 \text{ kg/cm}^2 = 90,000 \text{ t/m}^2$$

$$G_m = 0.4 E_m = (0.4)(9,000 \text{ kg/cm}^2) = 3,600 \text{ kg/cm}^2 = 36,000 \text{ t/m}^2$$

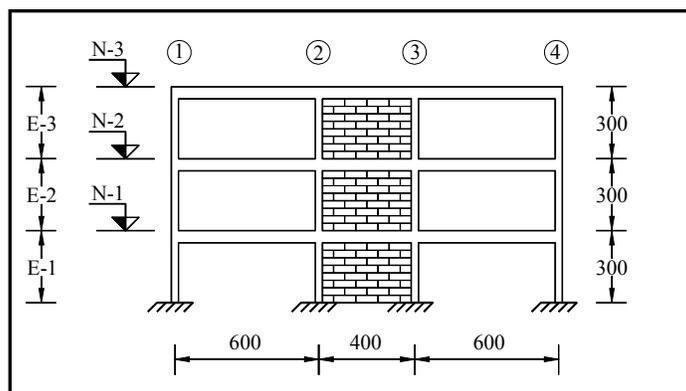


Figura 3.8 Dimensiones del marco – muro combinado en estudio en cm.

¹ Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería 2004



Transformación de muros en diagonales equivalentes.

Elementos a compresión equivalentes a los muros de los entrepisos E-1, E-2 y E-3

De la ecuación (3.32):

$$\zeta = \frac{400}{300} = 1.33$$

El área de las columnas es:

$$A_{\text{col}} = 0.30 \times 0.30 = 0.09 \text{ m}^2$$

El Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, en sus Normas Técnicas Complementarias de Concreto², indica estimar el módulo de elasticidad para concreto tipo 2 como:

$$E_c = 8000\sqrt{200} = 113,137.1 \text{ kg/cm}^2 = 1,131,371 \text{ t/m}^2$$

El área transversal del muro es:

$$A_m = 0.15(4.0 - 0.30) = 0.555 \text{ m}^2$$

Sustituyendo las propiedades anteriores en la ecuación (3.33):

$$\lambda = \frac{(1,131,371)(0.09)}{(36,000)(0.555)} = 5.1$$

De los resultados obtenidos para λ y para ζ y comparándolos con las ecuaciones (3.30) y (3.31) respectivamente, se observa que se cumplen los requisitos.

$$0.9 \leq 5.1 \leq 11.0$$

$$0.75 \leq 1.33 \leq 2.50$$

De la ecuación (3.29):

$$w_o = [0.35 + 0.022(5.10)]3.0 = 1.39 \text{ m}$$

De la ecuación (3.34):

$$A = (1.39 \text{ m})(0.15 \text{ m}) = 0.209 \text{ m}^2$$

Por lo anterior el marco con diagonales equivalentes queda como se indica en la figura 3.9

Se pueden numerar los nodos y los elementos estructurales del marco en cualquier orden como el indicado en la figura 3.9, en donde también se ha elegido el nodo 16 como origen de las coordenadas globales de la estructura. Las coordenadas locales x,y de cada elemento estructural vertical se escogen en su extremo superior y para los elementos horizontales en su extremo izquierdo. Se calcula el ángulo α que deben girar los ejes locales mencionados (en el sentido de las manecillas del reloj), para coincidir con los ejes globales y se tabulan las propiedades de los elementos estructurales generando la tabla 3.1.

² Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto 2004

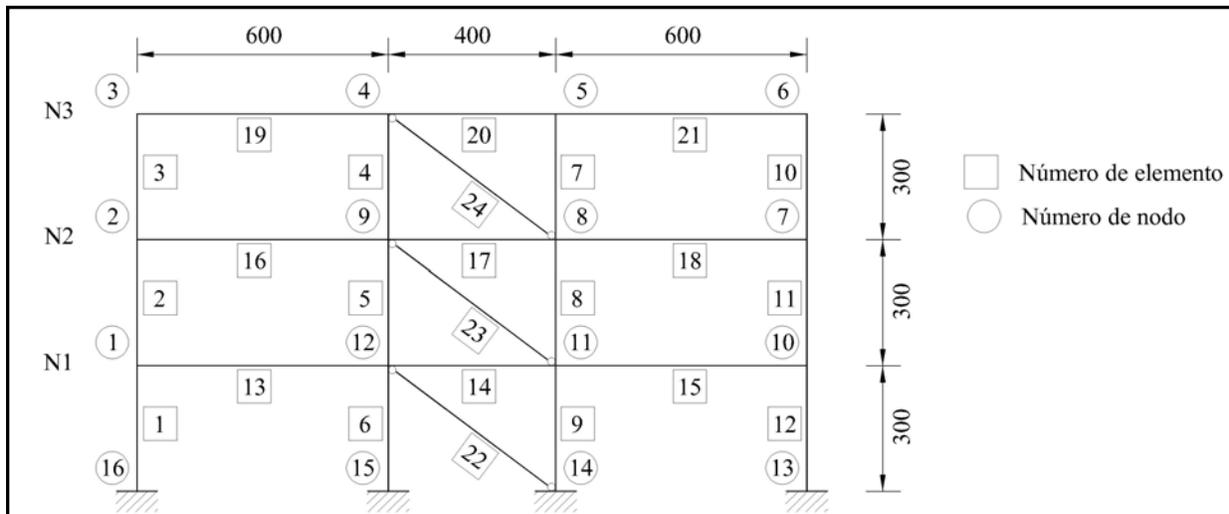


Figura 3.9 Marco con elementos a compresión equivalentes a los muros diafragma de la figura 3.8

Con los datos de la tabla 3.1 y las ecuaciones (3.11), (3.12) y (3.13) se obtiene la matriz de rigidez global de las vigas, columnas y las diagonales.

Barra			α	$\cos \alpha$	$\sen \alpha$	$(\cos \alpha)^2$	$(\sen \alpha)^2$	$\cos \alpha \sen \alpha$	L (m)	A (m ²)	I (m ⁴)	AE/L *	EI/L *	EI/L ² *	EI/L ³ *
No.	m	n													
1	1	16	270	0	-1	0	1	0	3	0.09	6.75E-04	33,941.13	254.56	84.85	28.28
2	2	1	270	0	-1	0	1	0	3	0.09	6.75E-04	33,941.13	254.56	84.85	28.28
3	3	2	270	0	-1	0	1	0	3	0.09	6.75E-04	33,941.13	254.56	84.85	28.28
4	4	9	270	0	-1	0	1	0	3	0.09	6.75E-04	33,941.13	254.56	84.85	28.28
5	9	12	270	0	-1	0	1	0	3	0.09	6.75E-04	33,941.13	254.56	84.85	28.28
6	12	15	270	0	-1	0	1	0	3	0.09	6.75E-04	33,941.13	254.56	84.85	28.28
7	5	8	270	0	-1	0	1	0	3	0.09	6.75E-04	33,941.13	254.56	84.85	28.28
8	8	11	270	0	-1	0	1	0	3	0.09	6.75E-04	33,941.13	254.56	84.85	28.28
9	11	14	270	0	-1	0	1	0	3	0.09	6.75E-04	33,941.13	254.56	84.85	28.28
10	6	7	270	0	-1	0	1	0	3	0.09	6.75E-04	33,941.13	254.56	84.85	28.28
11	7	10	270	0	-1	0	1	0	3	0.09	6.75E-04	33,941.13	254.56	84.85	28.28
12	10	13	270	0	-1	0	1	0	3	0.09	6.75E-04	33,941.13	254.56	84.85	28.28
13	1	12	0	1	0	1	0	0	6	0.125	2.60E-03	23,570.23	491.05	81.84	13.64
14	12	11	0	1	0	1	0	0	4	0.125	2.60E-03	35,355.34	736.57	184.14	46.04
15	11	10	0	1	0	1	0	0	6	0.125	2.60E-03	23,570.23	491.05	81.84	13.64
16	2	9	0	1	0	1	0	0	6	0.125	2.60E-03	23,570.23	491.05	81.84	13.64
17	9	8	0	1	0	1	0	0	4	0.125	2.60E-03	35,355.34	736.57	184.14	46.04
18	8	7	0	1	0	1	0	0	6	0.125	2.60E-03	23,570.23	491.05	81.84	13.64
19	3	4	0	1	0	1	0	0	6	0.125	2.60E-03	23,570.23	491.05	81.84	13.64
20	4	5	0	1	0	1	0	0	4	0.125	2.60E-03	35,355.34	736.57	184.14	46.04
21	5	6	0	1	0	1	0	0	6	0.125	2.60E-03	23,570.23	491.05	81.84	13.64
22	12	14	323.1	0.8	-0.6	0.64	0.36	-0.48	5	0.209		3,762.00			
23	9	11	323.1	0.8	-0.6	0.64	0.36	-0.48	5	0.209		3,762.00			
24	4	8	323.1	0.8	-0.6	0.64	0.36	-0.48	5	0.209		3,762.00			

Tabla 3.1 Propiedades de los elementos estructurales



$$\begin{array}{l|ll} u_{N1} & u_{N1} & \theta_1 \\ \theta_1 & 339.41 & 509.12 \\ & 509.12 & 1,018.23 \end{array} = K_1$$

$$\begin{array}{l|llll} u_{N2} & u_{N2} & \theta_2 & u_{N1} & \theta_1 \\ \theta_2 & 339.41 & 509.12 & -339.41 & 509.12 \\ u_{N1} & 509.12 & 1,018.23 & -509.12 & 509.12 \\ \theta_1 & -339.41 & -509.12 & 339.41 & -509.12 \\ & 509.12 & 509.12 & -509.12 & 1,018.23 \end{array} = K_2$$

$$\begin{array}{l|llll} u_{N3} & u_{N3} & \theta_3 & u_{N2} & \theta_2 \\ \theta_3 & 339.41 & 509.12 & -339.41 & 509.12 \\ u_{N2} & 509.12 & 1018.23 & -509.12 & 509.12 \\ \theta_2 & -339.41 & -509.12 & 339.41 & -509.12 \\ & 509.12 & 509.12 & -509.12 & 1018.23 \end{array} = K_3$$

$$\begin{array}{l|llll} u_{N3} & u_{N3} & \theta_4 & u_{N2} & \theta_9 \\ \theta_4 & 339.41 & 509.12 & -339.41 & 509.12 \\ u_{N2} & 509.12 & 1018.23 & -509.12 & 509.12 \\ \theta_9 & -339.41 & -509.12 & 339.41 & -509.12 \\ & 509.12 & 509.12 & -509.12 & 1018.23 \end{array} = K_4$$

$$\begin{array}{l|llll} u_{N2} & u_{N2} & \theta_9 & u_{N1} & \theta_{12} \\ \theta_9 & 339.41 & 509.12 & -339.41 & 509.12 \\ u_{N1} & 509.12 & 1018.23 & -509.12 & 509.12 \\ \theta_{12} & -339.41 & -509.12 & 339.41 & -509.12 \\ & 509.12 & 509.12 & -509.12 & 1018.23 \end{array} = K_5$$

$$\begin{array}{l|ll} u_{N1} & u_{N1} & \theta_{12} \\ \theta_{12} & 339.41 & 509.12 \\ & 509.12 & 1,018.23 \end{array} = K_6$$

$$\begin{array}{l|llll} u_{N3} & u_{N3} & \theta_5 & u_{N2} & \theta_8 \\ \theta_5 & 339.41 & 509.12 & -339.41 & 509.12 \\ u_{N2} & 509.12 & 1018.23 & -509.12 & 509.12 \\ \theta_8 & -339.41 & -509.12 & 339.41 & -509.12 \\ & 509.12 & 509.12 & -509.12 & 1018.23 \end{array} = K_7$$

$$\begin{array}{l|llll} u_{N2} & u_{N2} & \theta_8 & u_{N1} & \theta_{11} \\ \theta_8 & 339.41 & 509.12 & -339.41 & 509.12 \\ u_{N1} & 509.12 & 1018.23 & -509.12 & 509.12 \\ \theta_{11} & -339.41 & -509.12 & 339.41 & -509.12 \\ & 509.12 & 509.12 & -509.12 & 1018.23 \end{array} = K_8$$

$$\begin{array}{l|ll} u_{N1} & u_{N1} & \theta_{11} \\ \theta_{11} & 339.41 & 509.12 \\ & 509.12 & 1,018.23 \end{array} = K_9$$



$$\begin{array}{c|cccc}
 & u_{N3} & \theta_6 & u_{N2} & \theta_7 \\
 u_{N3} & 339.41 & 509.12 & -339.41 & 509.12 \\
 \theta_6 & 509.12 & 1018.23 & -509.12 & 509.12 \\
 u_{N2} & -339.41 & -509.12 & 339.41 & -509.12 \\
 \theta_7 & 509.12 & 509.12 & -509.12 & 1018.23
 \end{array} = K_{10}$$

$$\begin{array}{c|cccc}
 & u_{N2} & \theta_7 & u_{N1} & \theta_{10} \\
 u_{N2} & 339.41 & 509.12 & -339.41 & 509.12 \\
 \theta_7 & 509.12 & 1018.23 & -509.12 & 509.12 \\
 u_{N1} & -339.41 & -509.12 & 339.41 & -509.12 \\
 \theta_{10} & 509.12 & 509.12 & -509.12 & 1018.23
 \end{array} = K_{11}$$

$$\begin{array}{c|cc}
 & u_{N1} & \theta_{10} \\
 u_{N1} & 339.41 & 509.12 \\
 \theta_{10} & 509.12 & 1,018.23
 \end{array} = K_{12}$$

$$\begin{array}{c|cc}
 & \theta_1 & \theta_{12} \\
 \theta_1 & 1964.19 & 982.09 \\
 \theta_{12} & 982.09 & 1964.19
 \end{array} = K_{13}$$

$$\begin{array}{c|cc}
 & \theta_{12} & \theta_{11} \\
 \theta_{12} & 2946.28 & 1473.14 \\
 \theta_{11} & 1473.14 & 2946.28
 \end{array} = K_{14}$$

$$\begin{array}{c|cc}
 & \theta_{11} & \theta_{10} \\
 \theta_{11} & 1964.19 & 982.09 \\
 \theta_{10} & 982.09 & 1964.19
 \end{array} = K_{15}$$

$$\begin{array}{c|cc}
 & \theta_2 & \theta_9 \\
 \theta_2 & 1964.19 & 982.09 \\
 \theta_9 & 982.09 & 1964.19
 \end{array} = K_{16}$$

$$\begin{array}{c|cc}
 & \theta_9 & \theta_8 \\
 \theta_9 & 2946.28 & 1473.14 \\
 \theta_8 & 1473.14 & 2946.28
 \end{array} = K_{17}$$

$$\begin{array}{c|cc}
 & \theta_8 & \theta_7 \\
 \theta_8 & 1964.19 & 982.09 \\
 \theta_7 & 982.09 & 1964.19
 \end{array} = K_{18}$$

$$\begin{array}{c|cc}
 & \theta_3 & \theta_4 \\
 \theta_3 & 1964.19 & 982.09 \\
 \theta_4 & 982.09 & 1964.19
 \end{array} = K_{19}$$

$$\begin{array}{c|cc}
 & \theta_4 & \theta_5 \\
 \theta_4 & 2946.28 & 1473.14 \\
 \theta_5 & 1473.14 & 2946.28
 \end{array} = K_{20}$$



$$\begin{matrix} \theta_5 \\ \theta_6 \end{matrix} \begin{vmatrix} 1964.19 & 982.09 \\ 982.09 & 1964.19 \end{vmatrix} = K_{21}$$

$$u_{N1} \begin{vmatrix} 2407.68 \end{vmatrix} = K_{22}$$

$$\begin{matrix} u_{N2} \\ u_{N1} \end{matrix} \begin{vmatrix} 2407.68 & -2407.68 \\ -2407.68 & 2407.68 \end{vmatrix} = K_{23}$$

$$\begin{matrix} u_{N3} \\ u_{N2} \end{matrix} \begin{vmatrix} 2407.68 & -2407.68 \\ -2407.68 & 2407.68 \end{vmatrix} = K_{24}$$

La matriz de rigidez K_e de la estructura para este caso es de orden $n \times n$, con $n =$ numero de nodos no restringidos + numero de niveles + numero de grados de libertad de los apoyos = $12 + 3 + 0 = 15$, y ordenada, particionada y ensamblada como indica la ecuación (3.22), es la siguiente:

$[K_e] =$

	u_{N1}	u_{N2}	u_{N3}	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7	θ_8	θ_9	θ_{10}	θ_{11}	θ_{12}
u_{N1}	7,530.65	-3,765.33	0.00	0.00	-509.12	0.00	0.00	0.00	0.00	-509.12	-509.12	-509.12	0.00	0.00	0.00
u_{N2}	-3,765.33	7,530.65	-3,765.33	509.12	0.00	-509.12	-509.12	-509.12	-509.12	0.00	0.00	0.00	509.12	509.12	509.12
u_{N3}	0.00	-3,765.33	3,765.33	0.00	509.12	509.12	509.12	509.12	509.12	509.12	509.12	509.12	0.00	0.00	0.00
θ_1	0.00	509.12	0.00	4,000.65	509.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	982.09
θ_2	-509.12	0.00	509.12	509.12	4,000.65	509.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	982.09	0.00	0.00	0.00
θ_3	0.00	-509.12	509.12	0.00	509.12	2,982.42	982.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
θ_4	0.00	-509.12	509.12	0.00	0.00	982.09	5,928.70	1,473.14	0.00	0.00	0.00	509.12	0.00	0.00	0.00
θ_5	0.00	-509.12	509.12	0.00	0.00	0.00	1,473.14	5,928.70	982.09	0.00	509.12	0.00	0.00	0.00	0.00
θ_6	0.00	-509.12	509.12	0.00	0.00	0.00	0.00	982.09	2,982.42	509.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
θ_7	-509.12	0.00	509.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	509.12	4,000.65	982.09	0.00	509.12	0.00	0.00
θ_8	-509.12	0.00	509.12	0.00	0.00	0.00	0.00	509.12	0.00	982.09	6,946.93	1,473.14	0.00	509.12	0.00
θ_9	-509.12	0.00	509.12	0.00	982.09	0.00	509.12	0.00	0.00	0.00	1,473.14	6,946.93	0.00	0.00	509.12
θ_{10}	0.00	509.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	509.12	0.00	0.00	4,000.65	982.09	0.00
θ_{11}	0.00	509.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	509.12	0.00	982.09	6,946.93	1,473.14
θ_{12}	0.00	509.12	0.00	982.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	509.12	0.00	1,473.14	6,946.93

La matriz de rigidez K^* se encuentra con la ecuación (3.25). Realizando las operaciones matriciales obtenemos los siguientes resultados:

$[K_{22}]^{-1} =$

0.0002644	-3.67E-05	6.966E-06	-2.12E-06	8.378E-07	-4.52E-07	1.029E-06	-2.74E-06	8.855E-06	-2.34E-06	9.002E-06	-3.99E-05
-3.67E-05	0.0002714	-5.06E-05	1.31E-05	-4.42E-06	1.932E-06	-2.79E-06	9.84E-06	-4.21E-05	1.029E-06	-2.74E-06	8.855E-06
6.966E-06	-5.06E-05	0.0003657	-6.61E-05	1.784E-05	-6.2E-06	1.932E-06	-4.42E-06	1.31E-05	-4.52E-07	8.378E-07	-2.12E-06
-2.12E-06	1.31E-05	-6.61E-05	0.0001941	-5.19E-05	1.784E-05	-4.42E-06	8.322E-06	-1.8E-05	8.378E-07	-1.12E-06	1.855E-06
8.378E-07	-4.42E-06	1.784E-05	-5.19E-05	0.0001941	-6.61E-05	1.31E-05	-1.8E-05	8.322E-06	-2.12E-06	1.855E-06	-1.12E-06
-4.52E-07	1.932E-06	-6.2E-06	1.784E-05	-6.61E-05	0.0003657	-5.06E-05	1.31E-05	-4.42E-06	6.966E-06	-2.12E-06	8.378E-07
1.029E-06	-2.79E-06	1.932E-06	-4.42E-06	1.31E-05	-5.06E-05	0.0002714	-4.21E-05	9.84E-06	-3.67E-05	8.855E-06	-2.74E-06
-2.74E-06	9.84E-06	-4.42E-06	8.322E-06	-1.8E-05	1.31E-05	-4.21E-05	0.00016	-3.64E-05	8.855E-06	-1.43E-05	6.078E-06
8.855E-06	-4.21E-05	1.31E-05	-1.8E-05	8.322E-06	-4.42E-06	9.84E-06	-3.64E-05	0.00016	-2.74E-06	6.078E-06	-1.43E-05
-2.34E-06	1.029E-06	-4.52E-07	8.378E-07	-2.12E-06	6.966E-06	-3.67E-05	8.855E-06	-2.74E-06	0.0002644	-3.99E-05	9.002E-06
9.002E-06	-2.74E-06	8.378E-07	-1.12E-06	1.855E-06	-2.12E-06	8.855E-06	-1.43E-05	6.078E-06	-3.99E-05	0.0001581	-3.52E-05
-3.99E-05	8.855E-06	-2.12E-06	1.855E-06	-1.12E-06	8.378E-07	-2.74E-06	6.078E-06	-1.43E-05	9.002E-06	-3.52E-05	0.0001581



$$K_{12} [K_{22}]^{-1} =$$

$$\begin{vmatrix} 0.0150558 & -0.120348 & 0.0203809 & 0.0004957 & 0.0004957 & 0.0203809 & -0.120348 & -0.046522 & -0.046522 & 0.0150558 & 0.0010568 & 0.0010568 \\ 0.1150228 & 0.005325 & -0.155785 & -0.048074 & -0.048074 & -0.155785 & 0.005325 & -0.000561 & -0.000561 & 0.1150228 & 0.0470827 & 0.0470827 \\ -0.012393 & 0.0999669 & 0.1380662 & 0.0472978 & 0.0472978 & 0.1380662 & 0.0999669 & 0.0460258 & 0.0460258 & -0.012393 & -0.001337 & -0.001337 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 169.91203 & -4.85074 & -148.6548 \\ -4.85074 & 372.63701 & -202.725 \\ -148.6548 & -202.725 & 337.39868 \end{vmatrix} = K_{12} [K_{22}]^{-1} K_{21}$$

De donde:

$$\begin{vmatrix} 7,360.74 & -3,760.47 & 148.65 \\ -3,760.47 & 7,158.01 & -3,562.60 \\ 148.65 & -3,562.60 & 3,427.93 \end{vmatrix} = K^*$$

Invirtiendo la matriz anterior se obtiene:

$$\begin{vmatrix} 0.0002785 & 0.0002906 & 0.0002899 \\ 0.0002906 & 0.0005926 & 0.0006033 \\ 0.0002899 & 0.0006033 & 0.0009062 \end{vmatrix} = [K^*]^{-1}$$

Premultiplicando la ecuación (3.24) por $[K^*]^{-1}$

$$\{U\} = [K^*]^{-1} \{F\}$$

Aplicando una fuerza unitaria de 1 t en el nivel 3 se obtienen los siguientes desplazamientos:

$$U_{N3} = 0.000906177449 \text{ m}$$

$$U_{N2} = 0.000603325875 \text{ m}$$

Aplicando la ecuación (3.26):

$$K_{e3} = \frac{1 \text{ t}}{U_{N3} - U_{N2}} = \frac{1 \text{ t}}{0.000906177449 - 0.000603325875} = 3,301.95 \approx 3,302 \text{ t/m}$$

Aplicando una fuerza unitaria de 1 t en el nivel 2 se obtienen los siguientes desplazamientos:

$$U_{N2} = 0.000592644082 \text{ m}$$

$$U_{N1} = 0.000290587103 \text{ m}$$



$$K_{e2} = \frac{1 \text{ t}}{U_{N2} - U_{N1}} = \frac{1 \text{ t}}{0.000592644082 - 0.000290587103} = 3,310.63 \approx 3,311 \text{ t/m}$$

Aplicando una fuerza unitaria de 1 t en el nivel 1 se obtiene el siguiente desplazamiento:

$$U_{N1} = 0.000278456602 \text{ m}$$

$$K_{e1} = \frac{1 \text{ t}}{U_{N1}} = \frac{1 \text{ t}}{0.000278456602} = 3,591.22 \approx 3,591 \text{ t/m}$$

Resumiendo, las rigideces calculadas son:

Para el primer entrepiso:

$$K_{e1} = 3,591 \text{ t/m}$$

Para el segundo entrepiso:

$$K_{e2} = 3,311 \text{ t/m}$$

Para el tercer entrepiso:

$$K_{e3} = 3,302 \text{ t/m}$$

3.2.2 Cálculo de la rigidez por efectos combinados de cortante y flexión

En el análisis ante cargas laterales de estructuras con muros se debe considerar que en la rigidez de éstos pueden intervenir deformaciones por cortante y por flexión. La figura 3.10 muestra la elástica de un muro en voladizo sujeto a una carga lateral aplicada en la punta. El desplazamiento máximo queda definido por la suma de dos términos que representan, en ese orden, la contribución de la deformación por flexión y la debida a cortante, según la expresión

$$\Delta = \frac{VH^3}{3EI} + \frac{VH}{GA} \quad (3.36)$$

donde:

- V fuerza lateral aplicada
- H altura del muro
- A área de la sección transversal del muro
- I momento de inercia de la sección transversal del muro
- E modulo de elasticidad del material del muro
- G modulo de cortante del material del muro

Recordando que la rigidez es la fuerza necesaria para inducir un desplazamiento unitario en la dirección de la fuerza aplicada, la rigidez del muro así calculada sería la siguiente con $V = 1 \text{ t}$:

$$K = \frac{1}{\Delta} = \frac{1}{\frac{H^3}{3EI} + \frac{H}{GA}} \quad (3.37)$$



Para la rigidez en flexión de los muros, hay que considerar la contribución de los muros transversales trabajando como patines del muro en estudio. La longitud del patín se considera de acuerdo con la geometría en planta del muro estudiado.

Para muros con sección en planta T o I:

$$l_p = 12 t \tag{3.38}$$

$$l_p = \frac{h}{6} \tag{3.39}$$

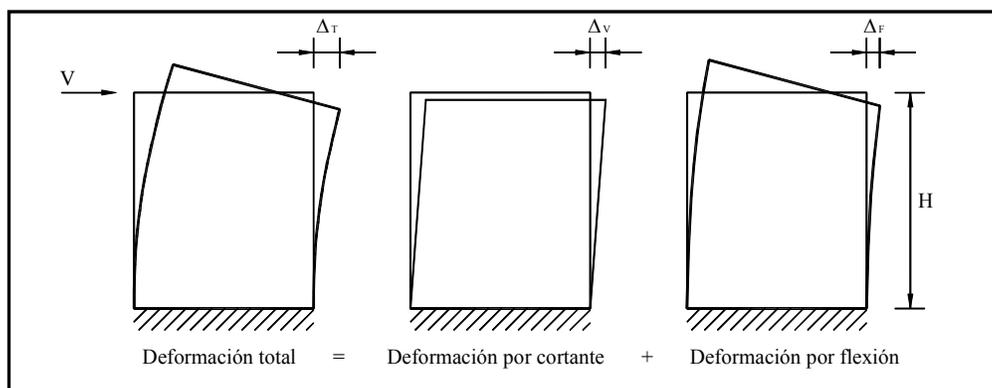


Figura 3.10 Deformaciones por cortante y por flexión de un muro en voladizo sujeto a carga lateral.

La longitud del patín será el menor de los dos.

donde:

- l_p longitud del patín
- t espesor del muro estudiado
- h altura del muro arriba del muro en cuestión

Para muros con sección en planta L o C, la longitud del patín será el menor de:

$$l_p = 6 t \tag{3.40}$$

$$l_p = \frac{h}{16} \tag{3.41}$$

Ejemplo 3.2.- Calcular la rigidez del muro mostrado en la figura 3.11 tomando en cuenta los efectos combinados de cortante y flexión. El muro esta construido con tabique de barro con huecos verticales (Tabimax) con espesor $t = 12$ cm.

El Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, en sus NTC de Mampostería³, para muros de tabique de barro con huecos verticales especifica las siguientes propiedades:

$$f^*m = 40 \text{ kg/cm}^2$$

³ Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería 2004



$$E_m = 600 f^* m = (600)(40 \text{ kg/cm}^2) = 24,000 \text{ kg/cm}^2 = 240,000 \text{ t/m}^2$$

$$G_m = 0.4 E_m = (0.4)(24,000 \text{ kg/cm}^2) = 9,600 \text{ kg/cm}^2 = 96,000 \text{ t/m}^2$$

$$A = t L = (12 \text{ cm})(300 \text{ cm}) = 3,600 \text{ cm}^2 = 0.36 \text{ m}^2$$

Para el cálculo del momento de inercia se considera la contribución de los muros transversales actuando como patines. El largo de los patines depende de la altura del muro que se encuentre arriba del muro estudiado, por lo tanto, el momento de inercia varía dependiendo del nivel considerado.

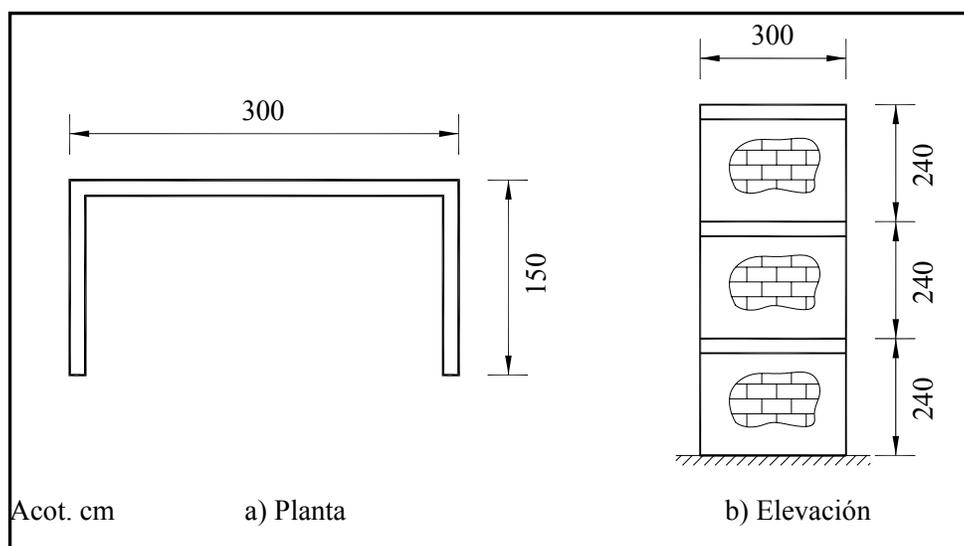


Figura 3.11 Muro en planta y elevación para cálculo de rigidez considerando efectos de flexión y cortante

Para el nivel 1 considerando el muro con sección C en planta, el largo de los patines se calcula como la menor de las ecuaciones (3.40) y (3.41):

$$l_p = 6 t = (6)(12) = 72 \text{ cm}$$

$$l_p = \frac{h}{16} = \frac{480}{16} = 30 \text{ cm}$$

Por lo tanto, el largo de los patines es de 30 cm, el momento de inercia con respecto al eje transversal del muro de la figura 3.12 es:

$$I_1 = \frac{(30)(300)^3}{12} - \frac{(18)(276)^3}{12} = 35,963,136 \text{ cm}^4 = 0.3596 \text{ m}^4$$

Sustituyendo los datos anteriores en la ecuación (3.37) obtenemos:

$$K_1 = \frac{1}{\frac{(2.40)^3}{3(240,000)(0.3596)} + \frac{2.40}{(96,000)(0.36)}} = 8,141.17 \approx 8,141 \text{ t/m}$$



Para el nivel 2, el largo de los patines es:

$$l_p = 6 t = (6)(12) = 72 \text{ cm}$$

$$l_p = \frac{h}{16} = \frac{240}{16} = 15 \text{ cm}$$

Por lo tanto, el largo de los patines es de 15 cm, el momento de inercia se calcula similarmente al del nivel 1:

$$I_2 = \frac{(15)(300)^3}{12} - \frac{(3)(276)^3}{12} = 28,493,856 \text{ cm}^4 = 0.2849 \text{ m}^4$$

$$K_2 = \frac{1}{\frac{(2.40)^3}{3(240,000)(0.2849)} + \frac{2.40}{(96,000)(0.36)}} = 7,308.48 \approx 7,308 \text{ t/m}$$

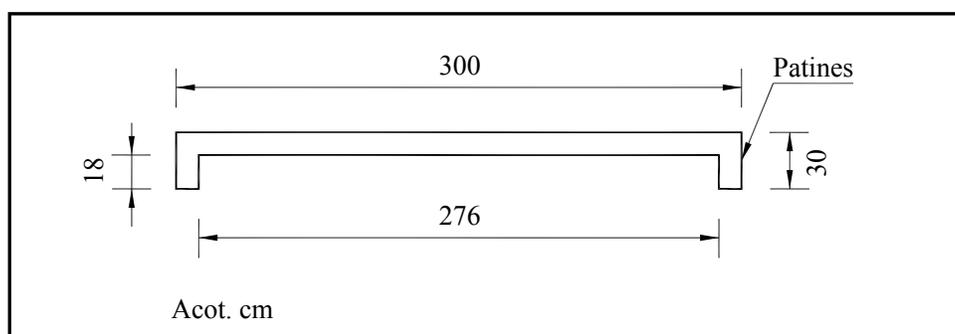


Figura 3.12 Muro en planta considerando la contribución de los patines

Para el nivel 3, como no existe muro encima no se consideran patines. En este caso, rigen los efectos de cortante sobre los de flexión. El momento de inercia es el siguiente:

$$I_3 = \frac{(12)(300)^3}{12} = 27,000,000 \text{ cm}^4 = 0.27 \text{ m}^4$$

$$K_3 = \frac{1}{\frac{(2.40)^3}{3(240,000)(0.27)} + \frac{2.40}{(96,000)(0.36)}} = 7,114.62 \approx 7,115 \text{ t/m}$$

3.2.3 Método de la columna ancha

Este método considera que un muro puede ser representado por un elemento recto con las propiedades del muro en el que se tomen en cuenta las deformaciones por flexión y cortante.

Para analizar sistemas de muros y muro – marco como por ejemplo el que se observa en las figuras 3.13a y 3.13b, se considera cada muro como una columna ancha con sus propiedades concentradas en su eje centroidal y se supone que las zonas de las vigas que se encuentran dentro de los muros son infinitamente rígidas a flexión. De esta manera el sistema se puede idealizar como estructura reticular y emplear el método de rigideces para calcular los desplazamientos, modificando previamente la matriz de rigidez de cada elemento y expresarla como se indica en las ecuaciones (3.42) a (3.45).

Este método puede ser utilizado en programas de cómputo para análisis de estructuras, representando las zonas rígidas en las vigas con propiedades estructurales grandes en comparación con los de las vigas y columnas del conjunto.

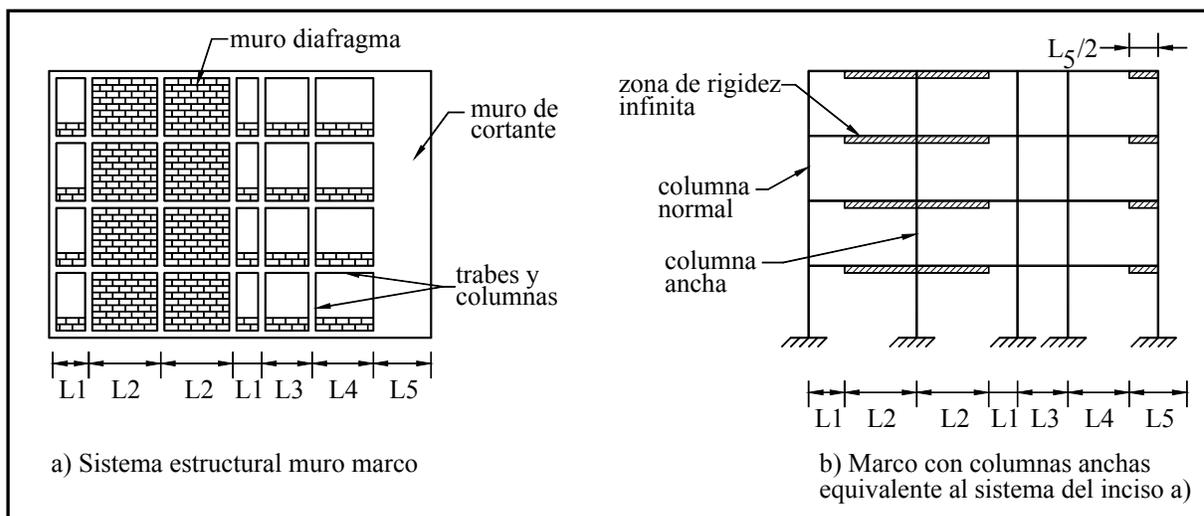


Figura 3.13 Sistema estructural muro marco y marco con columnas anchas.

$$[K_{ca}] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{(1+\alpha)L^3} & \frac{6EI}{(1+\alpha)L^2} & 0 & -\frac{12EI}{(1+\alpha)L^3} & \frac{6EI}{(1+\alpha)L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{(1+\alpha)L^2} & \frac{(4+\alpha)EI}{(1+\alpha)L} & 0 & -\frac{6EI}{(1+\alpha)L^2} & \frac{(2-\alpha)EI}{(1+\alpha)L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{(1+\alpha)L^3} & -\frac{6EI}{(1+\alpha)L^2} & 0 & \frac{12EI}{(1+\alpha)L^3} & -\frac{6EI}{(1+\alpha)L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{(1+\alpha)L^2} & \frac{(2-\alpha)EI}{(1+\alpha)L} & 0 & -\frac{6EI}{(1+\alpha)L^2} & \frac{(4+\alpha)EI}{(1+\alpha)L} \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$\alpha = \frac{12EI}{L^2GA_c} \quad (3.43)$$



K_{ca} matriz de rigidez global de la columna ancha

$$[K_{va}] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{\lambda^3 L^3} & \frac{6EI}{\lambda^2 L^2} \left(1 + \frac{2\gamma}{\lambda}\right) & 0 & -\frac{12EI}{\lambda^3 L^3} & \frac{6EI}{\lambda^2 L^2} \left(1 + \frac{2\beta}{\lambda}\right) \\ 0 & \frac{6EI}{\lambda^2 L^2} \left(1 + \frac{2\gamma}{\lambda}\right) & \frac{EI}{\lambda L} \left(4 + \frac{12\gamma}{\lambda} \left(1 + \frac{\gamma}{\lambda}\right)\right) & 0 & -\frac{6EI}{\lambda^2 L^2} \left(1 + \frac{2\gamma}{\lambda}\right) & \frac{EI}{\lambda L} \left(2 + 6 \left(\frac{\gamma + \beta}{\lambda}\right) + 12 \frac{\gamma\beta}{\lambda^2}\right) \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{\lambda^3 L^3} & -\frac{6EI}{\lambda^2 L^2} \left(1 + \frac{2\gamma}{\lambda}\right) & 0 & \frac{12EI}{\lambda^3 L^3} & -\frac{6EI}{\lambda^2 L^2} \left(1 + \frac{2\beta}{\lambda}\right) \\ 0 & \frac{6EI}{\lambda^2 L^2} \left(1 + \frac{2\beta}{\lambda}\right) & \frac{EI}{\lambda L} \left(2 + 6 \left(\frac{\gamma + \beta}{\lambda}\right) + 12 \frac{\gamma\beta}{\lambda^2}\right) & 0 & -\frac{6EI}{\lambda^2 L^2} \left(1 + \frac{2\beta}{\lambda}\right) & \frac{EI}{\lambda L} \left(4 + 12 \frac{\beta}{\gamma} \left(1 + \frac{\beta}{\lambda}\right)\right) \end{bmatrix}$$

$$(3.44)$$

$$\gamma + \lambda + \beta = 1 \quad (3.45)$$

La precisión del método de la columna ancha ha sido comprobada contra la obtenida de manera exacta por el método de elementos finitos y contra experimentos en modelos a escala de muros elásticos, encontrándose diferencias entre los resultados de estos métodos menores del 2% (Bazán y Meli, 1999).

Para formar la matriz de rigidez de muros diafragma modelados como columnas anchas, se debe considerar que el momento de inercia y el módulo de elasticidad provienen exclusivamente de la rigidez a flexión de las columnas del marco, mientras que el área a cortante y el módulo de cortante corresponden a los del muro. Las propiedades estructurales del muro diafragma así idealizado pueden calcularse con las siguientes expresiones:

Para marcos con columnas de diferente sección transversal, se tiene para cada una de ellas

$$I = A_{col} (L'/2)^2 + \bar{I}_{col} \quad (3.46)$$

En marcos con columnas de secciones transversales iguales

$$I \approx A_{col} L'^2 / 2 \quad (3.47)$$

donde:

- I momento de inercia de la columna ancha
- L' longitud entre ejes de columnas
- A_{col} área de cada columna del marco
- \bar{I}_{col} momento de inercia centroidal de la columna

Debe adoptarse la siguiente área a cortante reducida del muro

$$A_{cr} = (0.37 - 0.12\zeta + 0.023\lambda)(A_m + 2A_{col}) \quad (3.48)$$



donde:

- A_{cr} área de cortante reducida
- A_m área de la sección transversal del muro
- A_{col} área de cada columna del marco

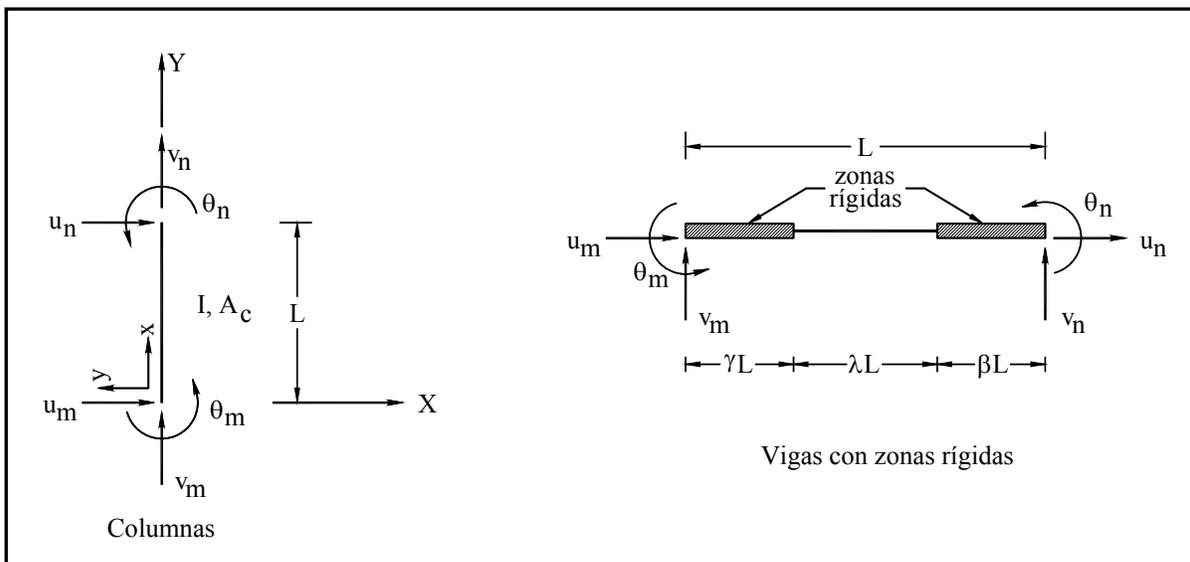


Figura 3.14 Grados de libertad en columnas anchas y en vigas con zonas rígidas.

Como resultado del análisis estructural con columnas anchas en muros diafragma, se obtienen momentos flexionantes y a partir de estos pueden obtenerse las cargas axiales en las columnas del marco con:

$$T = M / (zL') \tag{3.49}$$

$$C = M / (zL') \tag{3.50}$$

$$z = 1.15 - 0.2\zeta < 1.0 \tag{3.51}$$

donde:

T, C cargas axiales de tensión y compresión en columnas

La fuerza cortante máxima que debe resistir cada columna y trabe será del 25% de la obtenida en la columna ancha. Esta aproximación está limitada a los intervalos de ζ y λ indicados por las ecuaciones (3.30) y (3.31).

Ejemplo 3.3.- Empleando el método de la columna ancha, obtener la matriz de rigidez lateral y las rigideces de entrepiso del sistema muro-marco de concreto reforzado mostrado en la figura 3.15. La dimensión mayor de los elementos estructurales es paralela al plano del marco, siendo las columnas de sección transversal de 40 x 40 cm y las trabes de 25 x 70 cm.



El Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, en sus Normas Técnicas de Concreto⁴, especifica las siguientes propiedades para concreto clase 1:

$$E_c = 14,000\sqrt{250} = 221,359.4 \text{ kg/cm}^2 = 2,213,594 \text{ t/m}^2$$

$$G = 0.4 E = (0.4)(221,359.4 \text{ kg/cm}^2) = 88,543.8 \text{ kg/cm}^2 = 885,438 \text{ t/m}^2$$

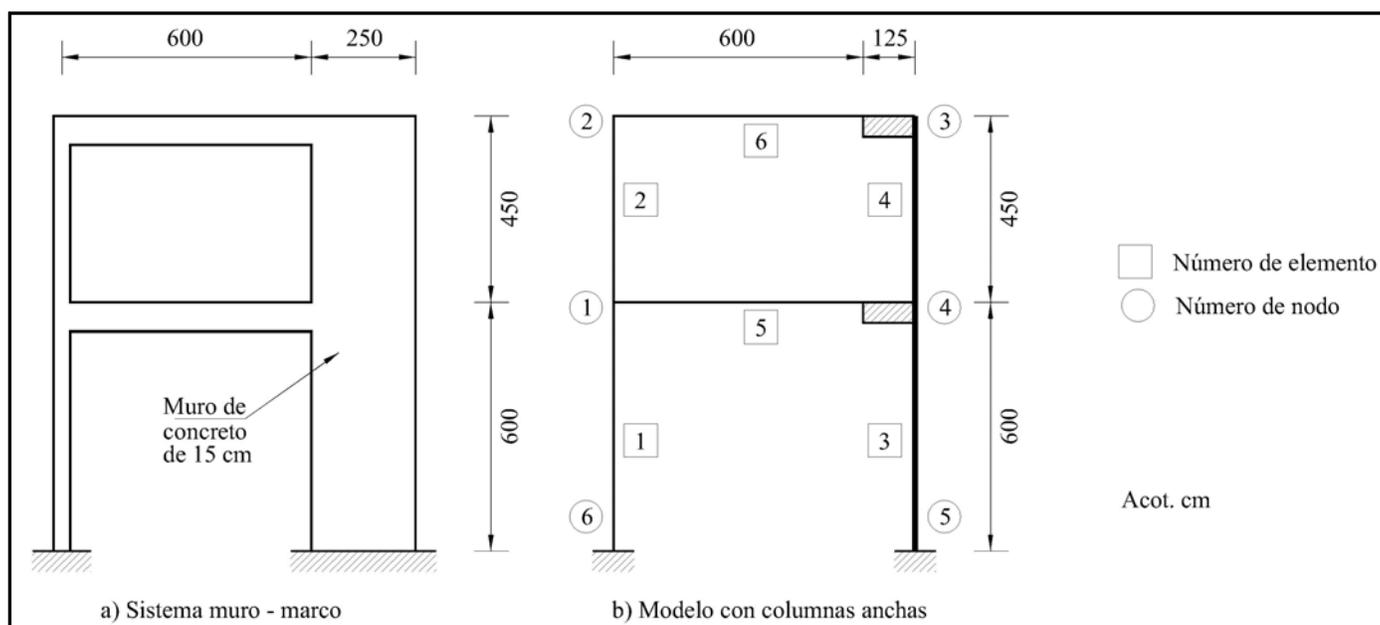


Figura 3.15 Sistema muro – marco modelado con columnas anchas.

El muro de concreto y sus propiedades estructurales se pueden representar mediante las columnas anchas 3 y 4 mostradas en la figura 3.15 localizadas en el centroide del muro, las traveses tienen una zona de rigidez infinita dentro de la zona del muro de concreto. Las propiedades del sistema muro-marco así idealizado son:

Columna ancha

$$A = (2.5 \text{ m})(0.15 \text{ m}) = 0.375 \text{ m}^2$$

$$A_c = \frac{A}{1.5} = \frac{0.375 \text{ m}^2}{1.5} = 0.25 \text{ m}^2$$

$$I = \frac{(0.15 \text{ m})(2.5 \text{ m})^3}{12} = 0.1953 \text{ m}^4$$

Para la columna ancha numero 3, de la ecuación (3.43) con $L = 6 \text{ m}$.

⁴ Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto 2004



$$\alpha_3 = \frac{(12)(2,213,594)(0.1953)}{(36)(885,438)(0.25)} = 0.651$$

Para la columna ancha numero 4, con $L = 4.5$ m.

$$\alpha_4 = \frac{(12)(2,213,594)(0.1953)}{(20.25)(885,438)(0.25)} = 1.1573$$

Para las trabes con zona rígida y en base a la figura 3.15 se tiene:

$$L = 7.25 \text{ m}$$

$$\gamma = 0$$

$$\beta = 0.1724$$

$$\lambda = 0.8276$$

Las propiedades de los elementos así idealizados se tabulan en la siguiente tabla:

Barra			α	$\cos \alpha$	$\sen \alpha$	$(\cos \alpha)^2$	$(\sen \alpha)^2$	$\cos \alpha \sen \alpha$	L (m)	A (m ²)	I (m ⁴)	AE/L *	EI/L *	EI/L ² *	EI/L ³ *
No.	m	n													
1	6	1	90	0	1	0	1	0	6	0.16	0.00213	59029	785.83	130.97	21.83
2	1	2	90	0	1	0	1	0	4.5	0.16	0.00213	78706	1047.77	232.84	51.74
3	5	4	90	0	1	0	1	0	6	0.375	0.1953	138349.6	72052.5	12008.75	2001.46
4	4	3	90	0	1	0	1	0	4.5	0.375	0.1953	184466.2	96070	21348.88	4744.2
5	1	4	0	1	0	1	0	0	7.25	0.175	0.00175	53431.6	2183		
6	2	3	0	1	0	1	0	0	7.25	0.175	0.00175	53431.6	2183		

De las ecuaciones (3.6), (3.42) y (3.44) se calculan las siguientes matrices globales de los elementos estructurales.

Columnas 1 y 2

$$\begin{matrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \end{matrix} \begin{vmatrix} u_1 & v_1 & \theta_1 \\ 261.96 & 0 & 785.82 \\ 0 & 59029 & 0 \\ 785.82 & 0 & 3143.32 \end{vmatrix} = K_1$$

$$\begin{matrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{matrix} \begin{vmatrix} u_1 & v_1 & \theta_1 & u_2 & v_2 & \theta_2 \\ 620.88 & 0 & -1397.04 & -620.88 & 0 & -1397.04 \\ 0 & 78706 & 0 & 0 & -78706 & 0 \\ -1397.04 & 0 & 4191.08 & 1397.04 & 0 & 2095.54 \\ -620.88 & 0 & 1397.04 & 620.88 & 0 & 1397.04 \\ 0 & -78706 & 0 & 0 & 78706 & 0 \\ -1397.04 & 0 & 2095.54 & 1397.04 & 0 & 4191.08 \end{vmatrix} = K_2$$



Columnas anchas 3 y 4

$$\begin{matrix} u_4 \\ v_4 \\ \theta_4 \end{matrix} \begin{vmatrix} u_4 & v_4 & \theta_4 \\ 14547.26 & 0 & 43641.73 \\ 0 & 138349.6 & 0 \\ 43641.73 & 0 & 202977.7 \end{vmatrix} = K_3$$

$$\begin{matrix} u_4 \\ v_4 \\ \theta_4 \\ u_3 \\ v_3 \\ \theta_3 \end{matrix} \begin{vmatrix} u_4 & v_4 & \theta_4 & u_3 & v_3 & \theta_3 \\ 26389.66 & 0 & -59376.67 & -26389.66 & 0 & -59376.67 \\ 0 & 184466.2 & 0 & 0 & -184466.2 & 0 \\ -59376.67 & 0 & 229667.55 & 59376.67 & 0 & 37527.55 \\ -26389.66 & 0 & 59376.67 & 26389.66 & 0 & 59376.67 \\ 0 & -184466.2 & 0 & 0 & 184466.2 & 0 \\ -59376.67 & 0 & 37527.55 & 59376.67 & 0 & 229667.55 \end{vmatrix} = K_4$$

Vigas con zonas rígidas

$$\begin{matrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_4 \\ v_4 \\ \theta_4 \end{matrix} \begin{vmatrix} u_1 & v_1 & \theta_1 & u_4 & v_4 & \theta_4 \\ 53431.6 & 0 & 0 & -53431.6 & 0 & 0 \\ 0 & 879.22 & 2637.7 & 0 & -879.22 & 3736.64 \\ 0 & 2637.7 & 10551 & 0 & -2637.7 & 8572.36 \\ -53431.6 & 0 & 0 & 53431.6 & 0 & 0 \\ 0 & -879.22 & -2637.7 & 0 & 879.22 & -3736.64 \\ 0 & 3736.64 & 8572.36 & 0 & -3736.64 & 18518.28 \end{vmatrix} = K_5$$

$$\begin{matrix} u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ \theta_3 \end{matrix} \begin{vmatrix} u_2 & v_2 & \theta_2 & u_3 & v_3 & \theta_3 \\ 53431.6 & 0 & 0 & -53431.6 & 0 & 0 \\ 0 & 879.22 & 2637.7 & 0 & -879.22 & 3736.64 \\ 0 & 2637.7 & 10551 & 0 & -2637.7 & 8572.36 \\ -53431.6 & 0 & 0 & 53431.6 & 0 & 0 \\ 0 & -879.22 & -2637.7 & 0 & 879.22 & -3736.64 \\ 0 & 3736.64 & 8572.36 & 0 & -3736.64 & 18518.28 \end{vmatrix} = K_6$$

A partir de las matrices anteriores se ensambla la siguiente matriz de rigidez de la estructura K_e

$[K_e]=$

	u_1	u_2	u_3	u_4	v_1	v_2	v_3	v_4	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
u_1	54314.44	-620.88	0	-53431.6	0	0	0	0	-611.22	-1397.04	0	0
u_2	-620.88	54052.48	-53431.6	0	0	0	0	0	1397.04	1397.04	0	0
u_3	0	-53431.6	79821.26	-26389.66	0	0	0	0	0	0	59376.67	59376.67
u_4	-53431.6	0	-26389.66	94368.52	0	0	0	0	0	0	-59376.67	-15734.94
v_1	0	0	0	0	138614.22	-78706	0	-879.22	2637.7	0	0	3736.64
v_2	0	0	0	0	-78706	79585.22	-879.22	0	0	2637.7	3736.64	0
v_3	0	0	0	0	0	-879.22	185345.42	-184466.2	0	-2637.7	-3736.64	0
v_4	0	0	0	0	-879.22	0	-184466.2	323695	-2637.7	0	0	-3736.64
θ_1	-611.22	1397.04	0	0	2637.7	0	0	-2637.7	17885.4	2095.54	0	8572.36
θ_2	-1397.04	1397.04	0	0	0	2637.7	-2637.7	0	2095.54	14742.08	8572.36	0
θ_3	0	0	59376.67	-59376.67	0	3736.64	-3736.64	0	0	8572.36	248185.83	37527.55
θ_4	0	0	59376.67	-15734.94	3736.64	0	0	-3736.64	8572.36	0	37527.55	451163.53



Efectuando la condensación estática indicada en la ecuación (3.25) se tiene:

$$[K_{22}]^{-1} = \begin{bmatrix} 1.667226233E-5 & 1.658133375E-5 & 1.533831378E-7 & 1.145867382E-7 & -2.101708097E-6 & -2.555571867E-6 & -1.462079331E-7 & -8.503934033E-8 \\ 1.658133375E-5 & 2.913574808E-5 & 2.17851365E-7 & 1.533828288E-7 & -1.826319565E-6 & -4.764009808E-6 & -2.587615036E-7 & -7.983531934E-8 \\ 1.533831378E-7 & 2.17851365E-7 & 1.255616419E-5 & 7.162623456E-6 & 7.792267104E-7 & 2.032646382E-6 & 1.104050024E-7 & 3.406296296E-8 \\ 1.145867382E-7 & 1.533828288E-7 & 7.162623456E-6 & 7.179176543E-6 & 8.967264464E-7 & 1.090374483E-6 & 6.238188858E-8 & 3.6283357E-8 \\ -2.101708097E-6 & -1.826319565E-6 & 7.792267104E-7 & 8.967264464E-7 & 5.782938433E-5 & -8.036265611E-6 & 4.852959877E-7 & -1.114323669E-6 \\ -2.555571867E-6 & -4.764009808E-6 & 2.032646382E-6 & 1.090374483E-6 & -8.036265611E-6 & 7.160392734E-5 & -2.429082426E-6 & 3.849399419E-7 \\ -1.462079331E-7 & -2.587615036E-7 & 1.104050024E-7 & 6.238188858E-8 & 4.852959877E-7 & -2.429082426E-6 & 4.172307368E-6 & -3.545436845E-7 \\ -8.503934033E-8 & -7.983531934E-8 & 3.406296296E-8 & 3.6283357E-8 & -1.114323669E-6 & 3.849399419E-7 & -3.545436845E-7 & 2.268159571E-6 \end{bmatrix}$$

$$[K_{22}]^{-1} K_{21} = \begin{bmatrix} 0.004854842144 & -0.006506406401 & -0.01373069304 & 0.01001942911 \\ 0.007771795306 & -0.009206953746 & -0.02010475182 & 0.01662060036 \\ -0.003315967251 & 0.003928299185 & 0.008578026703 & -0.00709146007 \\ -0.002071393906 & 0.002776059482 & 0.005858413735 & -0.00427494526 \\ -0.02411949178 & 0.06956297857 & -0.03734956905 & -0.01128144364 \\ -0.09512162438 & 0.08880656614 & -0.1213743737 & 0.1381738187 \\ 0.003096902699 & -0.002715547406 & 0.2266860944 & -0.2421589941 \\ 1.433204165E-4 & -0.001018978242 & 0.113624139 & -0.01463773141 \end{bmatrix}$$

$$-K_{12}[K_{22}]^{-1}K_{21} = \begin{bmatrix} -147.6310299 & 1665846089 & -1923936587 & 186.1389077 \\ 166.5846089 & -221.2485887 & 221.743697 & -177.2737237 \\ -192.3936587 & 221.743697 & -20206.48843 & 15247.73443 \\ 186.1389077 & -177.2737237 & 15247.73443 & -14608.91851 \end{bmatrix}$$

$$K^* = \begin{bmatrix} 54166.80897 & -454.2953911 & -192.3936587 & -53245.46109 \\ -454.2953911 & 53831.23141 & -53209.8563 & -177.2737237 \\ -192.3936587 & -53209.8563 & 59614.77157 & -11141.92557 \\ -53245.46109 & -177.2737237 & -11141.92557 & 79759.60149 \end{bmatrix}$$

Premultiplicando la ecuación (3.24) por $[K^*]^{-1}$

$$\{U\} = [K^*]^{-1} \{F\}$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \\ 1.611861998E-4 & 2.430773536E-4 & 2.440659094E-4 & 1.422385361E-4 \\ 2.430773536E-4 & 5.658108785E-4 & 5.50748323E-4 & 2.404659206E-4 \\ 2.440659094E-4 & 5.50748323E-4 & 5.542912043E-4 & 2.415872957E-4 \\ 1.422385361E-4 & 2.404659206E-4 & 2.415872957E-4 & 1.417751867E-4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix}$$

Aplicando una fuerza unitaria de 1 t al nodo 1 se obtiene el máximo desplazamiento lateral

$$\Delta_{el} = 1.611861998 \times 10^{-4} \text{ m}$$

Aplicando la ecuación (3.26):



$$K_{e1} = \frac{1 \text{ t}}{1.611861998 \times 10^{-4} \text{ m}} = 6204 \text{ t/m} = 62.04 \text{ t/cm}$$

Aplicando una fuerza unitaria de 1 t al nodo 2 se obtiene el desplazamiento máximo

$$\Delta_{e2} = \text{nodo 2} - \text{nodo 1} = 5.658108785 \times 10^{-4} - 2.430773536 \times 10^{-4} = 3.227335249 \times 10^{-4}$$

Aplicando la ecuación (3.26):

$$K_{e2} = \frac{1 \text{ t}}{3.227335249 \times 10^{-4} \text{ m}} = 3098.5 \text{ t/m} = 31 \text{ t/cm}$$

3.3 Análisis comparativo

3.3.1 Método de rigideces

El método de rigideces se puede aplicar para analizar cualquier edificio esquelético, con o sin muros en su estructura. Este método junto con simplificaciones como el método de la columna ancha o el método de la diagonal equivalente permite modelar y analizar estructuras de mampostería.

Una de las limitaciones de este método es que solo es aplicable a estructuras dentro del rango lineal. Sin embargo, para estructuras de mampostería este método es adecuado.

3.3.2 Método de la diagonal equivalente

Aplicabilidad

Este método se aplica principalmente para modelar muros diafragma y muros confinados. Los muros confinados pueden ser modelados, considerando que los castillos actúan como columnas como en el caso de los muros diafragma.

Principales ventajas

- Permite modelar fácilmente muros diafragma y muros confinados y realizar el análisis estructural en conjunto con el método de rigideces. Permite realizar modelos tridimensionales.
- Existen ecuaciones simples para determinar los elementos mecánicos actuantes sobre las columnas en el caso de muros diafragma.
- Permite modelar los pretiles que normalmente se encuentran debajo de las ventanas en edificaciones de mampostería.

Principales desventajas

- La aplicabilidad de este método queda restringida a cumplir con los valores de las relaciones de aspecto ζ y de rigideces relativas axiales de las columnas con respecto al muro λ , expresadas en las ecuaciones (3.32) y (3.33).



- Debido a que en la formulación del método esta implícito que los muros están rodeados de elementos de concreto, este método no es aplicable a muros con refuerzo interior.
- Únicamente es un artificio para modelar muros, no es un método de análisis estructural.

3.3.3 Modelo considerando los efectos por cortante y flexión

Aplicabilidad

La principal aplicabilidad de este método es con muros confinados y muros reforzados interiormente.

Principales ventajas

- Aunque los resultados de este modelo son aproximados a los que proporciona el método de los elementos finitos (que se puede considerar como exacto), para fines prácticos es suficiente calcular las deformaciones laterales de muros aislados con procedimientos de resistencia de materiales (Bazán y Meli, 1999) como se propone con este método.
- Al ser un procedimiento basado en teorías de resistencia de materiales, permite fácilmente calcular la rigidez de muros de cualquier tipo de material. Con esto se obtiene una gran ventaja en el caso de edificios de mampostería, ya que por lo regular estos son reforzados con muros de concreto.
- Se puede evaluar fácilmente la rigidez de muros con secciones I, C o L como se presentan comúnmente en edificios de mampostería.
- Al ser un método práctico, es incorporado en algunos programas comerciales de revisión de estructuras de mampostería como el ANEMgc (Corona, 2006).

Principales desventajas

- Una gran desventaja de este método es que no contempla el acoplamiento entre muros. La rigidez así calculada incide en el cálculo de los periodos de vibración del edificio. Por lo tanto, no es recomendable cuando el cálculo de los periodos de vibración es fundamental para evaluar la respuesta sísmica de una estructura como en el caso del método sísmico dinámico.
- No se pueden tomar en cuenta los pretilos de las ventanas para la evaluación de la rigidez de la estructura.
- No permite realizar un modelo tridimensional de la estructura.



3.3.4 Método de la columna ancha

Aplicabilidad

Este método puede aplicarse para modelar cualquier estructura a base de muros de mampostería o concreto, incluso en estructuras en las que los muros tengan geometría compleja debido a la ubicación de los huecos en ellos.

Principales ventajas

- Permite modelar estructuras completas tridimensionalmente o en marcos planos.
- Permite tomar en cuenta pretiles de ventanas e incorporar la rigidez de los diafragmas de piso por medio de diagonales equivalentes rígidas.
- Con este método, se pueden modelar muros diafragmas, confinados, reforzados interiormente y de concreto.
- Se puede incorporar fácilmente el acoplamiento entre muros, tomando en cuenta los pretiles que comúnmente se utilizan en las ventanas y que proporcionan rigidez a la trabe que une a dos o más muros.
- Por su buena aproximación con los resultados obtenidos en el cálculo de rigidez comparado con el método del elemento finito (Bazán y Meli, 1999), este método se puede aplicar cuando se realiza un análisis sísmico dinámico, ya que además, todos los elementos que proporcionan rigidez a la estructura pueden ser tomados en cuenta.
- Con este método es factible determinar las distorsiones, angulares y lineales.

Principales desventajas

- No es un método práctico, ya que se consume mucho tiempo en preparar los datos para alimentar un modelo realizado con este método.
- Al ser un modelo elástico no se puede predecir el comportamiento cuando se presenta agrietamiento en alguno de los muros.



Capítulo 4

Consideraciones en el diseño sísmico de estructuras de mampostería

Introducción

El primer paso en el diseño de cualquier estructura de mampostería es conocer los valores que serán utilizados, como son las propiedades mecánicas de los materiales (módulo de elasticidad, resistencia a la compresión y a cortante de las piezas, resistencia a compresión del mortero, del concreto, etc.), del sitio donde será construida la estructura (coeficiente sísmico, periodo dominante del suelo, etc.) y de la geometría de la estructura (estructuración). De esta manera, se presentan en este capítulo algunas consideraciones importantes en el diseño sísmico. Para lograr este objetivo, es importante conocer los mecanismos de falla.

4.1 Principales mecanismos de falla

A continuación, se describen los principales factores que influyen en los diferentes tipos de fallas que se presentan en las estructuras de mampostería. Cada uno de estos factores, tiene un peso dentro de la seguridad de la estructura, no obstante, está relacionado con los demás factores, por lo tanto, es poco probable establecer un peso único e independiente para cada uno de ellos. La interacción dinámica de cada uno de estos factores, es finalmente la responsable de los escenarios de daño que se presentan como consecuencia de un sismo. Por lo tanto, es indispensable que para cada zona, se haga una evaluación rigurosa de los parámetros que condicionan la resistencia de las estructuras frente a cargas de tipo sísmico, para que puedan identificarse las principales causales de daño y establecer las estrategias de reforzamiento a seguir, para disminuir el riesgo al que están expuestas dichas construcciones y sus habitantes.

4.1.1 Fallas fuera del plano

Este tipo de fallas es bastante común en las estructuras de mampostería no reforzada, incluso para movimientos sísmicos de magnitud moderada. Se produce por la falta de anclaje de los muros a los diafragmas de piso y techo, o por una excesiva flexibilidad de los diafragmas. La falla fuera del plano es explosiva y pone en peligro la capacidad del sistema resistente de cargas gravitatorias.

Otro ejemplo de falla fuera del plano, es el de los parapetos, que se considera como fuera del plano, debido a que estos elementos no estructurales, se comportan si no están restringidos o bien anclados, como muros en voladizo extendidos más allá de la línea del techo. Por estar localizados en la parte superior de los edificios se ven sometidos a mayores amplificaciones del movimiento sísmico, que inducen fácilmente al fallo por flexión fuera del plano. Los parapetos han sido reconocidos como una amenaza seria para la vida de las personas durante los sismos y, por tanto,



algunas de las últimas regulaciones de reforzamiento sísmico han ido enfocadas, directamente, hacia la reducción de estas amenazas.

4.1.2 Fallas en el plano

Las fallas en el plano pueden producirse por esfuerzos excesivos de cortante o de flexión, dependiendo de la relación de aspecto (altura/longitud) de los elementos de mampostería. Por lo tanto, para valores bajos de la relación de aspecto, la falla se produce por cortante y para valores medios, el fallo se produce por combinación de efectos entre cortante y flexión.

4.1.3 Fallas en el plano por cortante.

Se trata de un tipo de agrietamiento en doble diagonal en forma de cruz (X), que puede presentarse en diferentes partes de la estructura. Este tipo de falla, ha sido identificado como una de las principales causas del colapso de las estructuras de mampostería, cuando las grietas se forman en los muros del sistema resistente de cargas laterales, debido a que no existe la suficiente densidad de muros en una dirección determinada del edificio y, por lo tanto, las fuerzas inducidas exceden la resistencia a cortante. Cuando el tamaño de estas grietas llega a ser excesivo, la resistencia y la rigidez de los muros se degradan rápidamente, debido a que no existe un refuerzo que controle el tamaño de las grietas y, por lo tanto, la estructura falla de forma frágil. Para grietas pequeñas y poco profundas, el sistema resistente de cargas verticales no se ve comprometido y, por tanto, la estructura continua siendo estable.

Este tipo de agrietamiento en forma de cruz, también se produce en las fachadas de los edificios de mampostería no reforzada que tienen un gran número de ventanas y puertas. En este caso, las grietas se forman en la parte del muro que esta limitada por estas aberturas o directamente sobre los dinteles.

4.1.4 Fallas de anclaje o conexión.

Existe una práctica constructiva deficiente, que generalmente se asocia con las estructuras de mampostería no reforzada, y que consiste en no garantizar las conexiones competentes entre los mismos elementos de mampostería (muros, parapetos, dinteles, etc.) o entre estos elementos y los diafragmas de piso y techo. Esta condición es esencial para un buen desempeño de la estructura, de tal forma que exista una buena transmisión de las cargas verticales y horizontales a los elementos del sistema resistente. Muchas de las construcciones antiguas presentan conexiones inadecuadas o impropias, razón por la cual, se originan fuertes daños e incluso el colapso, cuando se ven sometidas a movimientos sísmicos.

El fallo más común se presenta en, o cerca de, la parte superior de los muros, donde no hay un anclaje adecuado entre los muros y los techos, y adicionalmente, la magnitud de la sobrecarga es pequeña. Generalmente, las vigas y las viguetas de los techos, se encuentran simplemente apoyadas sobre la parte superior de los muros o simplemente se utiliza un mortero débil para sujetar las vigas al muro. Por lo tanto, ante la ausencia de un anclaje adecuado, los muros exteriores se comportan como vigas en voladizo sobre toda la altura del edificio.

El riesgo de que se produzca un fallo fuera del plano debido a esfuerzos de flexión excesivos en la base del muro, obviamente se incrementa con la altura, y aun más importante, puede ocurrir un fallo estructural global por desprendimiento de las vigas desde su soporte.



Es importante hacer notar, que para sismos de baja magnitud, es posible que la fuerza de fricción nominal existente contribuya a prevenir el fallo, no obstante, esta resistencia no se tiene en cuenta en el diseño y no justifica la omisión de unos buenos anclajes. Por otra parte, las malas conexiones entre los muros, producen grietas verticales en las esquinas y en los empalmes, que ocasionan su separación y, por lo tanto, aumenta su vulnerabilidad.

4.1.5 Flexibilidad de los diafragmas y resistencia

Los diafragmas de piso y techos experimentan solicitaciones dinámicas en su propio plano y su flexibilidad tiene un impacto considerable sobre la respuesta de los edificios de mampostería. No obstante su comportamiento es bastante complejo.

En muchos casos, los daños en los diafragmas de piso pueden no deteriorar su capacidad para resistir cargas gravitacionales. Sin embargo, considerando que los diafragmas de piso flexibles, se comportan como vigas profundas extendidas entre los muros de mampostería, las rotaciones en sus extremos pueden inducir daños en las esquinas de los muros. La ausencia de una buena transferencia entre los diafragmas y los muros de carga, también pueden producir grietas en las esquinas de los muros, especialmente en edificios estrechos y largos, en los cuales, las fuerzas de cortante en el plano de los diafragmas, debidas a la flexión en la dirección larga, no pueden ser transmitidas sobre la longitud corta del muro y por lo tanto, el diafragma encontrará su soporte empujando a los muros en la dirección transversal.

4.1.6 Fallas inducidas por configuración

Las formas regulares tanto en planta como en elevación, reducen considerablemente la vulnerabilidad de cualquier tipo de estructura. Por ejemplo, el comportamiento de un edificio de planta cuadrada es mucho mejor que un edificio de planta irregular. A continuación, se describen los principales problemas relacionados con la configuración en planta y en elevación de las estructuras de mampostería.

- Problemas de torsión producidos por una distribución inadecuada de los muros en la planta del edificio o por los cambios en la sección del muro debido a los vanos en las ventanas, que dan lugar a la formación de muros de poca altura (columna corta), los cuales son sumamente rígidos y, por tanto, absorben un gran porcentaje de la fuerza cortante total.
- Mala transmisión de esfuerzos desde los muros superiores hacia los inferiores, por la falta de continuidad vertical en los muros. Este problema es muy común en viviendas unifamiliares de 2 niveles.
- Reducción de la resistencia a cortante y fallos por pandeo que se producen en los muros esbeltos, y que son típicos de los edificios antiguos con altura de entrepiso muy elevada.
- Discontinuidad en elevación de los muros de mampostería y/o alturas de entrepiso diferentes producen la formación de un piso débil o blando, en el cual generalmente se concentra el daño. En el caso de estructuras antiguas, el primer nivel generalmente tiene una altura mucho mayor que los demás. Adicionalmente, muchos de los muros que se encuentran en los niveles superiores, desaparecen por completo en este nivel, buscando espacios mucho más diáfanos. Esto produce una concentración grande de esfuerzos y ocasionan daños severos en este nivel, debido a la disminución de la rigidez con respecto a los otros niveles.



- Empuje de escaleras contra muros que se emplean como apoyos del descanso, lo que origina un fallo por punzonamiento del muro. En estos casos se recomienda que el empuje sea absorbido por columnas colocadas en los extremos del descanso.

4.1.7 Calidad del mortero y de los ladrillos

Los morteros de mala calidad, particularmente deteriorados, han sido identificados universalmente como un factor de contribución significativa al daño sísmico en estructuras de mampostería. La calidad del mortero es especialmente importante en la parte superior de los muros y para los anclajes en el techo, donde la magnitud de las sobrecargas es demasiado pequeña como para permitir que la mampostería resista las cargas impuestas fuera del plano.

4.2 Calidad de los materiales

Dada la gran dispersión de las propiedades mecánicas de las piezas de mampostería y la calidad del mortero proveniente de diferentes regiones del país, es muy conveniente realizar ensayos para determinar los valores de diseño en vez de emplear las resistencias de diseño recomendadas por las normas vigentes en el Distrito Federal. Por ejemplo, en el estado de Michoacán se ha recomendado un esfuerzo cortante promedio de diseño de 3.0 kg/cm^2 , el cual representa un límite inferior de los resultados obtenidos experimentalmente en muretes construidos con piezas macizas del tipo artesanal producidas en la región (Fundación ICA, 1999). Por otra parte, en un estudio para obtener las propiedades mecánicas de piezas producidas en el estado de Puebla se observó que las resistencias a cortante de diseño para diferentes tipo de piezas (tabique rojo común, tabique extruído hueco y tabique multiperforado) son significativamente menores (50% en el caso de piezas de tabique rojo, en promedio) que los valores recomendados por la normatividad vigente en el Distrito Federal (Fundación ICA, 1999). Dada la diversidad y creciente oferta en el mercado de piezas huecas extruídas del tipo industrializado, una atención especial debe ponerse en la determinación de las propiedades índice de este tipo de piezas.

4.3 Influencia de las aberturas en los muros de mampostería

4.3.1 Influencia de las aberturas en la rigidez lateral

Por requerimientos de tipo arquitectónico y funcional, las estructuras hechas a base mampostería tienen aberturas en los muros. Las aberturas más comunes se deben a la presencia de puertas y ventanas. El comportamiento de una estructura de mampostería en la que sus muros tienen aberturas es diferente al de una estructura en la que sus muros no tienen aberturas, por lo que es importante saber cuantificar el efecto de las aberturas en el comportamiento de los muros y de la estructura.

Un primer efecto de la presencia de aberturas en los muros es la de disminuir su rigidez lateral. Esto quiere decir que para la misma carga lateral, una vivienda con aberturas en sus muros tendrá mayores desplazamientos laterales que una vivienda en que sus muros no tienen aberturas.

4.3.2 Influencia de las aberturas en la distribución de fuerzas cortantes

Dado que la presencia de aberturas en los muros de mampostería implican una reducción del área transversal disponible para resistir fuerzas horizontales, se produce entonces un incremento de esfuerzos cortantes en los muretes, por lo que es importante determinar la fuerza actuante en cada murete, para determinar si tienen o no resistencia suficiente con la sección propuesta. En la práctica es común suponer que el cortante que debe resistir cada murete es proporcional a su área



transversal, considerando la esbeltez del muro, sin embargo es importante hacer notar que dicha distribución de fuerzas desprecia las deformaciones por flexión. Dado que en muchas edificaciones el ancho de estos muretes es igual o inclusive menor a su altura, las deformaciones por flexión en los muretes no es despreciable y esto hace que la contribución de las deformaciones de flexión pueda provocar variaciones en la rigidez lateral de los muretes y por lo tanto en la distribución de fuerzas laterales que debe resistir cada murete.

Las aberturas no sólo provocan un incremento en el esfuerzo cortante actuante en las zonas adyacentes a las aberturas, sino que este esfuerzo no es uniforme. La presencia de aberturas cuadradas o rectangulares provocan importantes concentraciones de esfuerzos de tensión en las esquinas de las aberturas, de ahí la enorme importancia de proveer de dadas y castillos en la periferia de puertas y ventanas. En el caso de las ventanas, desafortunadamente es una práctica poco utilizada en nuestro país, y de ahí que se observen con frecuencia agrietamientos por tensión diagonal que se inician en las esquinas de las aberturas. Esta deficiencia se observa con frecuencia aun en grandes proyectos habitacionales de interés social.

4.4 Importancia de la configuración estructural

Dadas las lecciones aprendidas en sismos recientes, es importante el papel de la configuración estructural en el desempeño de las edificaciones de mampostería. Por ello, a continuación se resaltan los aspectos más importantes que contribuyen a mejorar el desempeño sísmico de este tipo de edificaciones desde su concepción inicial.

4.4.1 Densidad de muros

La densidad de muros se define como la relación del área horizontal de muros con respecto al área total del entrepiso. En el caso de existir muros de concreto, estos se transforman a mampostería equivalente multiplicando el área por la relación de módulos de elasticidad de ambos materiales E_c/E_m .

$$d = \frac{\sum F_E A_T}{A_p} = \frac{V_{\text{sismico actuante}}}{V_m *}$$
 (4.1)

donde:

- F_E factor de reducción por efectos de excentricidad y esbeltez
- A_T área bruta de la sección transversal del muro que incluye a los castillos
- A_p área de la planta

La densidad de muros d se puede emplear como una medida de la resistencia requerida en una edificación de mampostería sometida a una excitación específica, representada por un registro de aceleraciones (Rodríguez, 2004).

El desempeño satisfactorio en las edificaciones de mampostería de la Ciudad de México puede atribuirse en gran medida a la aplicación del método simplificado de análisis, el cual propicia una adecuada distribución y densidad de muros (Meli, 1990). Para la aplicación de este método es necesario cumplir con una altura límite, plantas simétricas y de buena rigidez torsional, con regularidad en elevación, así como garantizar la acción de diafragma rígido del sistema de piso. El seguimiento de este procedimiento conduce a configuraciones sísmicamente aptas y con adecuada



resistencia para evitar el colapso de la estructura. Por ello, debe existir una densidad de muros adecuada en la edificación, misma que debe ser mayor en la medida en que la zona tenga un mayor peligro sísmico.

El uso del método simplificado, para muchos tipos de estructuras, conduce a densidades de muros adecuadas. Esto asegurará que la construcción tenga una resistencia lateral suficiente para un buen comportamiento en sismos intensos. Es importante verificar que la densidad de muros sea suficiente en ambas direcciones, ya que con mucha frecuencia, por razones arquitectónicas se descuida este aspecto en una dirección, típicamente en la dirección paralela a la fachada en la edificación (Fundación ICA, 1999).

En México, la densidad de muros oscila entre 0.7% para edificaciones de un nivel hasta 5.6% para edificios de 5 niveles (Meli, 1994)

4.4.2 Configuración en planta

Se sugiere el uso de plantas sencillas, sin una relación largo/ancho excesiva (plantas alargadas), para disminuir la posibilidad de que el movimiento de un extremo sea sensiblemente diferente al del otro extremo. Debe buscarse simetría en planta, evitando una configuración en forma de L, T, C, o triangulares, a fin de reducir los efectos de torsión. Algunas configuraciones simétricas, como en cruz o en H, producto de apéndices o entradas también pueden conducir a problemas de torsión si no se limita su extensión.

4.4.3 Distribución asimétrica de muros en planta

Por requisitos arquitectónicos, la distribución de muros en planta puede no guardar simetría en una o ambas direcciones, aún cumpliendo con una relación largo/ancho en planta adecuada. Una distribución asimétrica de muros conduce a problemas de torsión, que incrementan las fuerzas cortantes y las deformaciones que actúan sobre cada muro durante un evento sísmico.

4.4.4 Continuidad de todos los muros en elevación

Deben evitarse cambios bruscos de rigidez y resistencia en elevación, es decir, evitar la concentración o ausencia de muros en un solo nivel. Como se mencionó, las discontinuidades conducen a la formación de mecanismos de piso suave.

4.4.5 Aberturas para puertas y ventanas

Con relación a las aberturas necesarias para puertas y ventanas se puede decir lo siguiente:

- Debe evitarse la concentración de aberturas en una dirección ya que se reduce el área efectiva de la sección transversal total de muros que resisten las fuerzas laterales en esta dirección.
- Evitar aberturas muy próximas entre sí ya que se definen entre ellas porciones de muros esbeltos, esto es, muros con relaciones de aspecto H/L elevadas (>1.33). Este hecho propiciará una disminución de sus resistencias a la flexión y al cortante, siendo característico el que la flexión controle sus deflexiones y resistencias, por lo que se hace indispensable en estos casos contar con el acero de refuerzo interior adecuado, o bien contar con elementos de confinamiento.



- Evitar columnas cortas, o bien, castillos cortos.
- Colocar dadas y castillos en la periferia de todas las aberturas, ya que proporcionarán cierta ductilidad a los muros y aunque no modifican significativamente la carga de agrietamiento diagonal, también participan en la resistencia a flexocompresión en el plano del muro.

4.4.6 Concentración de peso

Debe evitarse que la concentración de peso en el sistema de techo, principalmente en las edificaciones de adobe o mampostería sin refuerzo, dado que inducen fuerzas inerciales que ocasionan la flexión fuera del plano de los muros ortogonales, o bien, el derrumbe de los muros por volteo.

4.5 Detallado del refuerzo en zonas sísmicas

Diversas recomendaciones para un adecuado procedimiento constructivo y el detallado del refuerzo en los de muros de mampostería pueden encontrarse en los reglamentos de construcción. A partir del desempeño sísmico observado y de los resultados más recientes del ensaye de especímenes de muros aislados y sistemas tridimensionales a escala natural, se han derivado las siguientes aportaciones para mejorar el desempeño de las estructuras de mampostería reforzada, ya sea confinada o con refuerzo interior (Fundación ICA, 1999).

4.5.1 Importancia de los castillos

Las edificaciones a base de muros de mampostería confinada, sometidas a sismos moderados, han exhibido grietas inclinadas. Ante sismos severos, las grietas inclinadas han penetrado en las zonas extremas de los castillos, ocasionando el plegamiento de las varillas longitudinales. A partir de la evidencia experimental, se ha observado que el deterioro de la capacidad ante cargas laterales dependió de la evolución en el daño en los castillos y la falla de los muros coincidió con el cizallamiento de los castillos. La importancia de los castillos radica en el confinamiento que proporcionan a los muros de mampostería ya que funcionan como un zuncho, evitando que, al agrietarse, queden totalmente sueltos. Adicionalmente, los castillos contribuyen a mantener la capacidad ante cargas laterales y más aún, a incrementarla después del agrietamiento inicial. Asimismo, con una adecuada cantidad y distribución del refuerzo permiten un aumento en la capacidad de deformación lateral y la disminución del deterioro de su rigidez y resistencia.

De manera general, el confinamiento con castillos ha demostrado tener las siguientes características:

- Los castillos tienen una función importante para mantener la estabilidad ante cargas verticales, principalmente cuando se ha presentado el agrietamiento inclinado. Para distorsiones elevadas, en las cuales la mampostería está sumamente dañada, la capacidad de carga es mantenida y garantizada por los castillos.
- La contribución de los castillos (dimensiones y armados) a la carga de agrietamiento diagonal es poco significativa.



- Los muros confinados con castillos exteriores han exhibido un comportamiento más estable incluso a distorsiones del orden del 0.5%. Los castillos ahogados han demostrado mayor nivel de daño para distorsiones similares, así como la degradación de la rigidez.
- Los castillos controlan el agrietamiento inclinado que se presenta en el muro.
- El refuerzo transversal de los estribos con áreas y separaciones adecuadas ha mostrado generar ciclos histeréticos con ciclos estables y con mayor capacidades de deformación y de disipación de energía.
- El comportamiento post-agrietamiento del muro depende de la resistencia de los elementos confinantes.
- Los castillos incrementan la capacidad de deformación, la resistencia y la rigidez lateral.

4.5.2 Refuerzo transversal en castillos

Dada la importancia de los castillos, se ha propuesto reforzar sus extremos con estribos a menor separación. Para zonas de alta sismicidad, es recomendable usar estribos cerrados, espaciados a cada hilada o a 0.5 veces d_c (la que resulte en una menor separación) en una longitud, H_o , no menor que un sexto de su altura libre, 2 veces d_c , ni que 40 cm, donde d_c es el peralte del castillo. Esta recomendación se ha retomado en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería para el caso (en el Distrito Federal) en que la resistencia de diseño a compresión diagonal de la mampostería, v_m^* , sea superior a 6 kg/cm².

En la misma Norma se ha aceptado el uso de castillos interiores para considerar un muro como mampostería confinada. Dichos castillos deberán cumplir con las disposiciones existentes para los castillos tradicionales externos, en especial en la cuantía del refuerzo longitudinal y en el refuerzo transversal que estará formado por estribos cerrados. Las excepciones en estos requisitos son la anchura del castillo interno (que obviamente será menor que t) y la resistencia del mortero o concreto de relleno usado.

4.5.3 Refuerzo horizontal mediante alambres corrugados

Entre las opciones más atractivas para mejorar el comportamiento ante cargas laterales de los muros de mampostería confinada, construidos con piezas macizas del tipo artesanal o multiperforadas del tipo prefabricado, se encuentra la adición de alambres corrugados laminados en frío grado 60 ($f_y = 6000$ kg/cm²) a lo largo de las juntas horizontales de mortero. De acuerdo con la evidencia experimental, es posible esperar un incremento en la resistencia a cortante y en la capacidad de deformación cuando se emplea esta modalidad de refuerzo en los muros de mampostería. Las Normas de Mampostería¹ han adoptado las recomendaciones para considerar explícitamente la contribución del refuerzo horizontal a la resistencia del muro.

Se recomienda tener especial cuidado en el anclaje de las barras con el castillo, ya que de su eficiencia depende el buen desempeño del muro. En las Normas de Mampostería¹ se establece la cuantía mínima y máxima del refuerzo horizontal. En esta Norma se prohíbe explícitamente el uso de escalerillas de alambres lisos soldados a manera de refuerzo horizontal. Su comportamiento

¹ Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería 2004



experimental ha evidenciado que no existe una mejora significativa, principalmente por la falla prematura de los alambres en los puntos de soldadura.

El refuerzo horizontal ha mostrado tener una fuerte influencia para el adecuado desempeño estructural sísmico. Entre las características que aporta al sistema se encuentran:

- Favorece a una distribución más uniforme del daño y disminuye la anchura de las grietas.
- No incrementa sustancialmente el cortante de agrietamiento, ni la rigidez de agrietamiento, ni la distorsión a la cual se presenta; se han medido incrementos del orden de un 20%.
- La rigidez elástica no se modifica por la presencia del refuerzo horizontal.
- Genera ciclos histeréticos estables, con buena disipación de energía.
- Incrementa la resistencia máxima a cortante.
- Incrementa la capacidad de disipación de energía.
- Incrementa la capacidad de deformación.
- Propicia una degradación de la resistencia lateral menos pronunciada, pero no la evita.

4.5.4 Refuerzo adicional mediante malla de alambre

Otra alternativa para aumentar la resistencia y la capacidad de deformación ante cargas laterales consiste en colocar malla de alambre soldado recubierta con mortero de cemento en la superficie de los muros de mampostería. Su eficiencia ha sido evaluada experimentalmente, tanto para fines de reparación como refuerzo, con resultados alentadores. En términos generales, la resistencia ante cargas laterales que aporta la malla de alambre soldado depende de la cuantía y la eficiencia de los alambres horizontales, la calidad y densidad de los anclajes para ligar la malla al muro, la relación de aspecto H/L (donde H es la altura y L la longitud) de los muros, así como la calidad del recubrimiento. Así, se sugiere dar preferencia a los muros cuadrados (relación H/L menor o igual a 1) respecto a los rectangulares durante un proceso de rehabilitación.

4.6 Control de los desplazamientos laterales para limitar el daño estructural

Actualmente y dado el desempeño aceptable observado después de eventos sísmicos intensos, en el diseño sísmico de estructuras de menos de 13 m, como es el caso de las viviendas unifamiliares de mampostería confinada, sólo se requiere cumplir con un criterio de resistencia. En este caso, si se cumplen los requisitos de regularidad en planta y elevación, es posible aplicar el Método Simplificado descrito en la normatividad vigente para el diseño y construcción de estructuras de mampostería. Sin embargo, algunas viviendas multifamiliares de mampostería confinada o con refuerzo interior se encuentran en el límite de aplicabilidad del método simplificado y requieren de un análisis más refinado en el cual se requiera revisar los desplazamientos de entrepiso de la estructura.

En las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería se han propuesto valores de distorsiones inelásticas permisibles según el tipo de pieza



(maciza o hueca) y la modalidad de refuerzo (reforzada, confinada, confinada y con refuerzo horizontal, etc).

A partir del comportamiento observado en sismos recientes y verificado en estudios experimentales se ha observado la formación de un mecanismo de *piso suave* en la planta baja de las edificaciones de mampostería. Es decir, ante cargas laterales del tipo sísmico ocurre una concentración de deformaciones inelásticas en la planta baja, mientras el segundo nivel permanece casi elástico.

A fin de evitar un rápido deterioro de la rigidez lateral asociado a un grado de daño grave en los muros de mampostería y la posibilidad de formar un *piso suave* en la estructura se sugiere limitar la distorsión de entrepiso a una valor máximo de 0.30% (Fundación ICA, 1999).

4.7 Aspectos generales para el análisis y la revisión de estructuras de mampostería

4.7.1 Espectros de diseño

La elección del espectro de diseño forma parte de una especificación. Sin embargo hay que tener en cuenta que si los periodos dominantes de la estructura se encuentran en la parte ascendente del espectro, al degradarse la estructura, su respuesta irá incrementándose a lo largo del tiempo.

4.7.2 Factores de comportamiento sísmico

Es muy importante seleccionar adecuadamente el factor de comportamiento sísmico en función del tipo de mampostería. Para ello es necesario estar sensibilizado al comportamiento de los diferentes sistemas. La mayor parte de la experiencia lo muestran los ensayos probados en el laboratorio. Para ello se describen a continuación algunos aspectos relevantes para distintos sistemas de mampostería (Fundación ICA, 1999):

Mampostería confinada. Este sistema ha demostrado, a través de los ensayos de laboratorio, tener respuestas histeréticas estables. Se menciona que las dalas y castillos que se colocan para confinar, tienen como objetivo proporcionar ductilidad pero no modifican significativamente la carga que produce el agrietamiento diagonal del muro y en las Normas Mampostería, se define la capacidad adicional que puede dársele al sistema por la presencia del refuerzo horizontal. En la misma referencia se definen los valores de Q que pueden asociarse a la mampostería confinada:

“Para el diseño por sismo, se usará $Q=2$ cuando las piezas sean macizas o bien cuando se usen piezas multiperforadas con refuerzo horizontal con al menos la cuantía mínima y que estén confinados con castillos exteriores. Se usará $Q=1.5$ cuando los muros sean de piezas huecas, independientemente de la cuantía de refuerzo horizontal o tipo de castillo².”

Muros reforzados interiormente. Los muros reforzados interiormente han demostrado un excelente desempeño estructural, teniendo una buena capacidad de deformación. Adicionalmente el refuerzo horizontal es la variable que más influye para el buen comportamiento, que además de dar capacidad de deformación hace que se incremente la carga correspondiente a la del agrietamiento diagonal. De la misma forma que para los muros confinados se puede definir la contribución del refuerzo horizontal a la resistencia. Para este tipo de sistemas en las Normas de Mampostería³ se asocia un $Q=1.5$.

² Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería



Muros no reforzados. Los muros no reforzados han demostrado no tener capacidad de deformación, teniendo un comportamiento del tipo frágil y por lo tanto se deberá garantizar que su comportamiento ante eventos sísmicos será elástico. Por esta razón Q deberá ser igual a 1³.

4.7.3 Modelación de muros de mampostería

La analogía de la columna ancha ha demostrado ser un método adecuado para modelar muros de mampostería; otros métodos también pueden ser adecuados como el de elementos finitos, el de puntales y tensores, etc. A continuación se dan algunas recomendaciones con relación al método de la columna ancha:

- Se deberá evaluar la rigidez de los muros con la mayor precisión posible, tomando en cuenta la presencia de castillos, esto es, considerando la sección transformada convirtiendo el área de concreto por área de mampostería. Ésta última se obtiene multiplicando el área del castillo por la relación modular $n=Ec/Em$ donde Ec es el módulo de elasticidad del concreto y Em el de la mampostería.
- Los sistemas de piso pueden ser representados con buena precisión por medio de diagonales equivalentes. Para sistema de piso prefabricados, como vigueta y bovedilla, con capa de compresión pequeñas, de 3 a 4 cm, es necesario hacer un estudio detallado de la rigidez que proporciona el sistema de piso.
- Si se requiere definir con exactitud los periodos de vibración del inmueble es importante establecer con la mayor exactitud posible el módulo de elasticidad de la mampostería Em y el de cortante Gm . Esto es crítico cuando la respuesta de la estructura se encuentra en la parte ascendente del espectro de diseño. Los valores que proporcionan los distintos reglamentos son muy generales y por lo tanto se pueden cometer errores; es indispensable que se definan a partir de ensayos de laboratorio.
- Es muy importante que los pretilos y aberturas sean modelados con el objeto de poder estimar la rigidez en forma adecuada; estos elementos también pueden ser modelados por medio de la columna ancha.
- Es importante señalar que los análisis elásticos, cualquiera que sea el método de modelación, solamente van a proporcionar información en el rango lineal y como se ha mencionado la mampostería deja de ser lineal a valores muy pequeños de desplazamientos laterales; por lo tanto, la información que se obtiene de los análisis lineales es muy limitada y uno de los objetivos que se pretende con estos métodos es una evaluación de la rigidez y por lo tanto la determinación de la fuerza sísmica y su distribución en función de las rigideces relativas.

4.7.4 Condiciones de regularidad

El tipo de análisis que se seleccione tendrá que ser determinado por la regularidad de la estructura. Muchas estructuras del tipo de interés social no cumplen con las condiciones de regularidad, lo que obliga necesariamente a no utilizar el método simplificado de análisis sísmico, en su lugar se deben realizar análisis más detallados como el método estático o el dinámico de análisis sísmico. En las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo se describen las condiciones de regularidad y los requisitos para aplicar el método simplificado (Fundación ICA, 1999).



4.8 Detallado y aspectos constructivos de estructuras de mampostería

Después de haber logrado un óptimo diseño estructural que garantice que la mampostería tendrá un aceptable desempeño estructural, tanto en condiciones de servicio como ante eventos sísmicos, es necesario llevar a cabo una buena calidad constructiva, teniendo especial cuidado en los detalles esenciales. Tal es el caso de los siguientes conceptos:

- No traslapar el refuerzo horizontal y anclarlo adecuadamente a los castillos.
- Garantizar la adecuada penetración del mortero en los alvéolos cuando se tienen piezas multiperforadas.
- Verificar que el mortero cubra totalmente las caras verticales y horizontales en piezas multiperforadas y tabiques macizos.
- Proporcionar la calidad especificada al mortero.
- Verificar la calidad de las piezas indicada en planos.
- Construir adecuadamente los castillos, ya sean interiores o exteriores, con los anclajes correspondientes.
- Garantizar el llenado con concreto o mortero de los castillos interiores.
- Colocar los estribos de castillos indicados en planos con el adecuado gancho. Los estribos cercanos a la base y a techo son especialmente importantes.
- Detallar adecuadamente la unión entre muros perpendiculares, ya sea por medio de un cuatrapeo de las piezas o por medio de anclajes mecánicos, utilizando ganchos entre castillos.

Un error en estos aspectos pueden abatir considerablemente la capacidad de la estructura. Simplemente el traslapar el refuerzo horizontal o no anclarlo adecuadamente sería lo mismo a no colocarlo. La falta de penetración del mortero en los alvéolos disminuiría la resistencia de la mampostería o bien el colocar los estribos a una mayor separación a la indicada en los planos de proyecto sin los ganchos correspondientes abatiría el efecto del confinamiento. Desde un punto de vista constructivo la diferencia entre un sistema bueno y otro malo es pequeña.

4.9 Recomendaciones generales de diseño y construcción

Los siguientes son principios básicos de diseño y construcción que es conveniente seguir para alcanzar un mejor comportamiento sísmico de estructuras de mampostería.

- La edificación debe tener una forma robusta, caracterizada por simetría y regularidad en planta y elevación, áreas de aberturas lo más pequeñas posibles, así como por arreglos similares de muros en pisos subsecuentes.



- Los muros de mampostería deben estar interconectados. Grapas o conectores de acero, así como castillos, promueven un comportamiento dúctil de las conexiones.
- Se debe asegurar una adherencia adecuada entre acero y mampostería, ya que con ello se reduce la degradación cíclica de la resistencia y rigidez, así como la posibilidad de daño.
- La dimensión de la sección transversal (espesor) de un muro que cumpla una función estructural debe ser lo mas grande posible. Las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal establecen que el espesor mínimo del muro será de 12 cm.
- Se debe asegurar la continuidad del refuerzo longitudinal de castillos y dalas; se recomienda usar empalmes iguales a 60 diámetros.
- Las cimentaciones deben ser sólidas y continuas, y deben protegerse de la saturación del subsuelo.
- Se deben emplear materiales de calidad reconocida por Normas nacionales.
- Las aberturas deben:
 - a) Ser del menor tamaño posible
 - b) Estar alejadas de las esquinas
 - c) Estar espaciadas para dejar muros resistentes entre ellas
 - d) Estar confinadas en sus lados
 - e) Tener una longitud tal que no exceda la mitad de la longitud del muro
- Las estructuras deben contar con dalas. Estas facilitan la transmisión al muro de fuerzas inducidas por el sismo, rigidizan la parte superior del muro, y evitan el agrietamiento prematuro del mismo. El refuerzo de la dala se calcula de modo que resista el puntal de compresión que se desarrolla en el muro.
- Se debe ejecutar un programa de mantenimiento periódico ya que la humedad, la vegetación, la corrosión del acero de refuerzo, el agrietamiento de muros por asentamientos diferenciales y daños por sismos previos, disminuyen la capacidad del muro para sobrevivir a los sismos.
- Los planos deben tener notas claras y completas sobre las resistencias de diseño de piezas, mortero y mampostería.
- En zonas de alta sismicidad, se recomienda reforzar los extremos de los castillos con estribos cerrados colocados al menor de cada hilada o medio peralte del castillo. Con este refuerzo se pretende confinar el concreto en esta zona, incrementar la resistencia a dovola del castillo y proteger al castillo del agrietamiento prematuro.
- Se debe tener especial cuidado en el diseño de la mezcla del concreto de los elementos confinantes de modo de asegurar la resistencia de proyecto, así como durante la colocación y compactación.



- Es conveniente que se empleen conexiones dentadas entre la mampostería y el castillo. Esta técnica promueve la transmisión de cortante entre los materiales y, por tanto, el comportamiento monolítico a grandes desplazamientos. Se debe poner atención a la colocación y compactación del concreto debajo de los salientes de las piezas dentadas. No conviene que los salientes sean muy grandes ya que pueden fracturarse con el golpe del vibrador, una longitud de 5 cm parece razonable.
- Se deben saturar las piezas de barro antes de su colocación. Con esta disposición se persigue un curado natural del mortero evitando su agrietamiento al retardarse el fraguado con el agua existente en el núcleo del tabique, así como una adecuada succión de la pieza del cementante del mortero.
- Las piezas sílico – calcáreas o de concreto se deben colocar secas para evitar agrietamientos prematuros del muro debido a contracciones. Para mejorar la trabajabilidad del mortero, se puede recurrir a un poco de cal hidratada.
- Puesto que la resistencia a compresión diagonal de la mampostería depende de la calidad del mortero, es indispensable que se supervise la fabricación del mortero; de preferencia, se debe recurrir a mezcladoras eléctricas en puestos centrales que elaboren el mortero para los diferentes frentes de trabajo.
- Se deben usar morteros con una calidad de agua tal que los haga trabajables. La cantidad de agua no debe ser excesiva de modo de evitar la segregación y la falta de consistencia en la hilada. Se debe prestar atención a retemplados (agregar agua antes de que seque la mezcla) cuando el mortero ha alcanzado el fraguado inicial. Si se ha alcanzado esta etapa, se debe desechar el mortero.
- Es recomendable que el mortero se prepare en un recipiente no absorbente.
- Se debe evaluar el uso de un poco de cal hidratada, ya que se logran morteros más plásticos y con mayor retentividad.
- Para evitar problemas de concentración de esfuerzos y zonas de debilidad en la mampostería, se recomienda que los tubos para instalaciones tengan un recorrido vertical.



Capítulo 5

Estudios analíticos

Introducción

En este capítulo se revisó un edificio de mampostería de 3 niveles considerando tres métodos de diseño sísmico:

Método A. Método simplificado de acuerdo con las Normas de Sismo¹. Análisis considerando que la fuerza cortante que toma cada muro es proporcional a su área transversal, ignorando los efectos de torsión y momento de volteo.

Método B. Análisis estático calculando la rigidez de los muros como se indica en la sección 3.2.2, despreciando el acoplamiento que proporcionan las losas y los cerramientos, distribuyendo la fuerza cortante en función de la rigidez de los muros y aplicando las especificaciones de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo.

Método C. Análisis dinámico modal espectral modelando los muros por medio de la analogía de la columna ancha. Para la revisión estructural se aplicaron las mismas especificaciones.

5.1 Datos del edificio

Se trata de un edificio de mampostería de 3 niveles con muros de 12 cm de espesor a base de tabique multiperforado destinado a uso habitacional. La planta tipo con la numeración de los muros se muestra en la figura 5.1.

El coeficiente sísmico a utilizar es $c = 0.40$ considerando que la estructura se desplantará en la zona IIIa, zona de Lago de acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones 2004.

5.1.1 Datos de los materiales

Las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería, indica estimar las siguientes propiedades para mampostería de piezas de barro multiperforadas:

$E = 600 f_m^*$ para cargas de corta duración.

$$E = (600)(60 \text{ kg/cm}^2) = 36,000 \text{ kg/cm}^2 = 360,000 \text{ t/m}^2$$

$$G = (0.4)(36,000 \text{ kg/cm}^2) = 14,400 \text{ kg/cm}^2 = 144,000 \text{ t/m}^2$$

Para concreto tipo II las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto, especifica estimar:

$$E_c = 8000\sqrt{f'c} = 8000\sqrt{200} = 113,137 \text{ kg/cm}^2 = 1,131,370 \text{ t/m}^2$$

¹ Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo



El refuerzo horizontal de los muros se realizará con barras horizontales de 5/32” de diámetro con $f_{yh} = 6000 \text{ kg/cm}^2$.

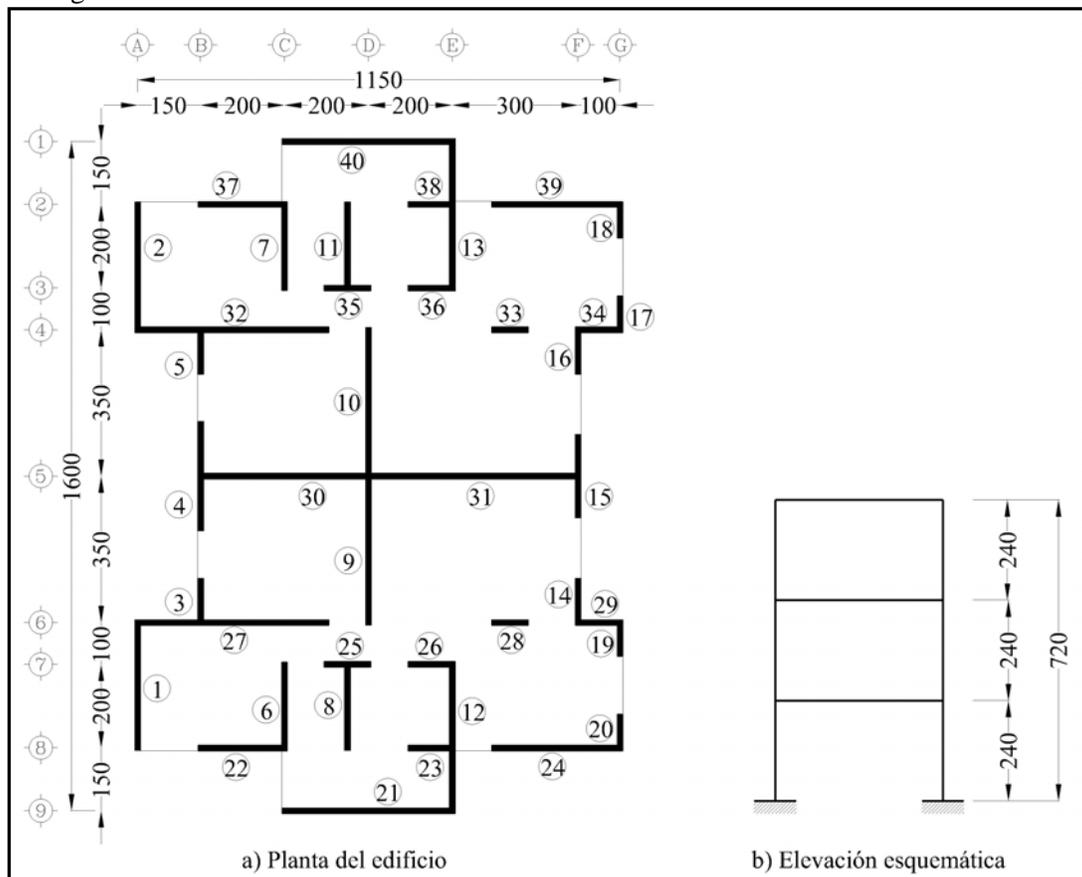


Figura 5.1 Planta tipo de edificio

5.1.2 Análisis de cargas

El análisis de cargas se realiza considerando dos tipos de losas: de azotea y entrepiso. Se considera que tanto la carga muerta como la viva están repartidas uniformemente en toda el área de la losa. Adicionalmente, se considera que la pendiente de la losa de azotea es menor al 5%.

Losas de azotea

Concepto	Espesor (m)	Peso volumétrico (kg/m ³)	Carga (kg/m ²)
Impermeabilizante	-	-	5.00
Enladrillado	0.020	1500	30.00
Entortado	0.035	2000	70.00
Relleno de tezontle	0.045	800	36.00
Losas de concreto 10 cm	0.100	2400	240.00
Aplanado de yeso	0.020	1500	30.00
Art. 197 RCDF	-	-	40.00
		Carga Muerta	451.00

Tabla 5.1 a Cálculo de la carga muerta en losas de azotea



Carga para diseño estructural	Carga para diseño sísmico	Carga para diseño por estados límite de servicio
C.M. = 451.00 kg/m ²	C.M. = 451.00 kg/m ²	C.M. = 451.00 kg/m ²
C.V. = 100.00 kg/m ²	C.V. = 70.00 kg/m ²	C.V. = 15.00 kg/m ²
C.E. = 551.00 kg/m²	C.A. = 521.00 kg/m²	C.S. = 466.00 kg/m²

Tabla 5.1 b Resumen de carga muerta en losa de azotea

Losa de entrepiso

Concepto	Espesor (m)	Peso volumétrico (kg/m ³)	Carga (kg/m ²)
Loseta cerámica	-	-	20.00
Pegazulejo	0.020	1500	30.00
Losa de concreto 10 cm	0.100	2400	240.00
Aplanado de yeso	0.020	1500	30.00
Instalaciones	-	-	5.00
Art. 197 RCDF	-	-	40.00
		Carga Muerta	365.00

Tabla 5.2 a Cálculo de la carga muerta en losa de entrepiso

Carga para diseño estructural	Carga para diseño sísmico	Carga para diseño por estados límite de servicio
C.M. = 364.00 kg/m ²	C.M. = 365.00 kg/m ²	C.M. = 365.00 kg/m ²
C.V. = 170.00 kg/m ²	C.V. = 90.00 kg/m ²	C.V. = 70.00 kg/m ²
C.E. = 535.00 kg/m²	C.A. = 455.00 kg/m²	C.S. = 435.00 kg/m²

Tabla 5.2 b Resumen de carga muerta en losa de entrepiso

Muros interiores y exteriores.

Concepto	Espesor (m)	Peso volumétrico (kg/m ³)	Carga (kg/m ²)
Tabique Tabimax	0.120	905	109.00
Aplanado	0.030	1500	45.00
		Carga Muerta	154.00

Tabla 5.3 Cálculo de carga muerta en muros

Cálculo de pesos para análisis sísmico.

Longitud de muros en dirección X = 45.50 m

Longitud de muros en dirección Y = 39.50 m

Longitud total de muros = 85.00 m por planta

Área total de losa por planta (ver tabla 5.5) = 144.00 m²
 Peso de muros por planta (85.00 m x 2.4 m) (154 kg/m²) = 31,416 kg
 Peso de pretil (60.00 m x 0.9 m) (154 kg/m²) = 8,316 kg



Peso de la losa de entrepiso	$(144 \text{ m}^2)(455 \text{ kg/m}^2) = 65,520 \text{ kg}$
Peso de la losa de azotea	$(144 \text{ m}^2)(521 \text{ kg/m}^2) = 75,024 \text{ kg}$
Peso a nivel de losa de azotea	$75,024 \text{ kg} + (31,416 \text{ kg}/2) + 8,316 \text{ kg} = 99,048 \text{ kg}$
Peso a nivel de losa de entrepiso	$65,520 \text{ kg} + 31,416 \text{ kg} = 96,936 \text{ kg}$

5.1.3 Condiciones de regularidad

Se debe verificar si la estructura cumple con las condiciones de regularidad de la sección 6 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo. Según esta sección para que una estructura pueda considerarse regular debe satisfacer los siguientes requisitos:

Condiciones de regularidad según la sección 6 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo.	Revisión de las propiedades del edificio de 3 niveles de acuerdo a los requisitos de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo.
1) Su planta es sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales por lo que toca a masas, así como a muros y otros elementos resistentes. Éstos son, además, sensiblemente paralelos a los ejes ortogonales principales del edificio.	Se cumple este requisito, de acuerdo con las tablas 5.4 y 5.5 la planta es sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales.
2) La relación de su altura a la dimensión menor de su base no pasa de 2.5.	Dimensión menor de la base = Ancho = 11.5 m Altura = 2.4 m x 3 niv. = 7.20 m Relación Altura/Ancho = 0.62 < 2.50, por lo que el edificio sí cumple este requisito.
3) La relación de largo a ancho de la base no excede de 2.5.	Longitud = 16.00 m, Ancho = 11.50 m Relación Longitud/Ancho = 1.39 < 2.00, por lo que el edificio sí cumple este requisito.
4) En planta no tiene entrantes ni salientes cuya dimensión exceda de 20 por ciento de la dimensión de la planta medida paralelamente a la dirección que se considera del entrante o saliente.	De acuerdo a la figura 5.1 en dirección X se tienen dos salientes iguales entre los ejes A y B. Su dimensión es de 1.50 m por lo que $(1.50/11.50) \times 100 = 13.0\% < 20\%$. En dirección Y se tienen dos entrantes de iguales proporciones entre los ejes 1 - 2 y 8 -9, por lo tanto $(1.50/16.00) \times 100 = 9.4\% < 20\%$. Se cumple con este requisito.
5) En cada nivel tiene un sistema de techo o piso rígido y resistente.	Se cumple este requisito ya que en cada nivel existe una losa de concreto reforzado como sistema de piso y techo.
6) No tiene aberturas en sus sistemas de techo o piso cuya dimensión exceda de 20 por ciento de la dimensión en planta medida paralelamente a la abertura; las áreas huecas no ocasionan asimetrías significativas ni difieren en posición de un piso a otro, y el área total de aberturas no excede en ningún nivel de 20 por ciento del área de la planta.	Se cumple este requisito ya que en ningún sistema de piso existe una abertura.
7) El peso de cada nivel, incluyendo la carga viva que debe considerarse para diseño sísmico, no es mayor que 110 por ciento del correspondiente al piso inmediato inferior ni,	Se cumple ya que el peso de todos los niveles es igual, excepto el del último nivel.



excepción hecha de último nivel de la construcción, es menor que 70 por ciento de dicho peso.	
8) Ningún piso tiene un área, delimitada por los paños exteriores de sus elementos resistentes verticales, mayor que 110 por ciento de la del piso inmediato inferior ni menor que 70 por ciento de ésta. Se exime de este último requisito únicamente al último piso de la construcción. Además, el área de ningún entrepiso excede en más de 50 por ciento a la menor de los pisos inferiores.	Se cumple este requisito ya que todos los pisos tienen un área igual.
9) Todas las columnas están restringidas en todos los pisos en dos direcciones sensiblemente ortogonales por diafragmas horizontales y por trabes o losas planas.	Se cumple este requisito ya que todos los muros estarán restringidos por diafragmas horizontales (losas de concreto reforzado) y unidos mediante dadas de cerramiento.
10) Ni la rigidez ni la resistencia al corte de ningún entrepiso difieren en más de 50 por ciento de la del entrepiso inmediatamente inferior. El último entrepiso queda excluido de este requisito.	Se cumple ya que rigidez y la resistencia al corte de todos los entrepisos en ningún caso difiere en más del 50% de la del entrepiso inmediatamente inferior.
11) En ningún entrepiso la excentricidad torsional calculada estáticamente, e_s , excede del diez por ciento de la dimensión en planta de ese entrepiso medida paralelamente a la excentricidad mencionada.	Calculando la excentricidad torsional e_s , de acuerdo a las expresiones de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo y de acuerdo con la Tabla 5.4 y 5.5, comprobamos que $e_s < 0.1B$ en ambas direcciones, por lo que se cumple dicho requisito.

Tabla 5.4 Condiciones de regularidad

Como se observa en la tabla 5.4, al cumplir con todos los requisitos, la estructura se considera regular y por lo tanto no se considera corrección alguna por irregularidad de acuerdo a la sección 6.4 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo.

5.1.4 Centro de cortante

Suponiendo que las cargas se reparten uniformemente sobre toda el área, entonces el centro de cortante coincide con el centro geométrico de la planta del edificio. Para el cálculo del centroide, se dividirá la planta en cinco zonas de acuerdo a la figura 5.2.

Zona	Área (m ²)	x (m)	y (m)	Ax	Ay
1	6.00	5.50	15.25	33.00	91.50
2	34.50	5.75	13.00	198.38	448.50
3	63.00	6.00	8.00	378.00	504.00
4	34.50	5.75	3.00	198.38	103.50
5	6.00	5.00	0.75	30.00	4.50
Sumas	144.00			837.75	1152.00

Tabla 5.5 Cálculo del centroide.



Por lo tanto las coordenadas del centro de área son:

$$x_c = \frac{Ax}{\sum A} = \frac{837.75}{144.00} = 5.82 \text{ m} \quad \text{y} \quad y_c = \frac{Ay}{\sum A} = \frac{1152.00}{144.00} = 8.00 \text{ m}$$

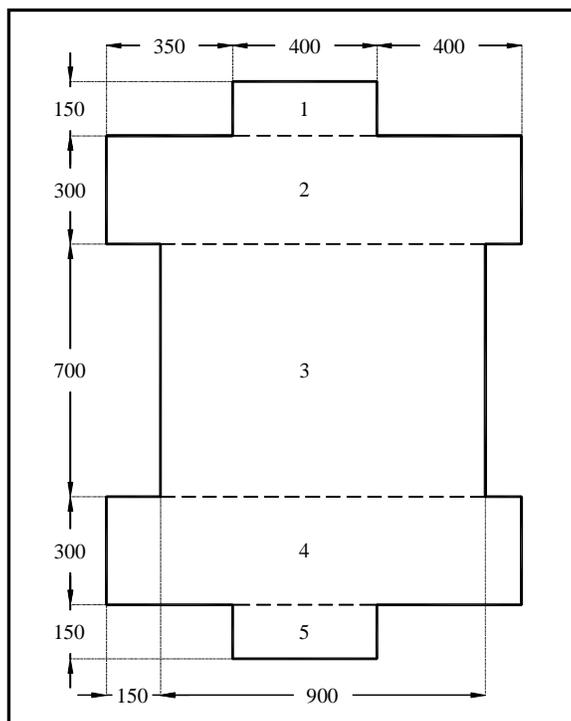


Figura 5.2 Figura para localización de centroide.

5.2 Método Simplificado

El método simplificado consiste en un análisis sísmico simple, que para estructuras que cumplen con los requisitos que exige dicho método permite verificar que en cada entrepiso la suma de las resistencias al corte de los muros de carga en la dirección de análisis, sea igual ó mayor a la fuerza cortante sísmica total que actúa sobre dicho entrepiso. En dicho método se hace caso omiso de las torsiones, desplazamientos y momentos de volteo de la estructura. Para el cálculo de las fuerzas sísmicas se utiliza un método de análisis estático, empleando coeficientes sísmicos reducidos.

La excentricidad torsional e_s en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo se define como el cociente del valor absoluto de la suma algebraica del momento de las áreas efectivas de los muros respecto al centro de cortante del entrepiso, entre el área efectiva total de los muros orientados en la dirección de análisis. El área efectiva es el producto del área bruta de la sección transversal del muro, A_T y el factor F_{AE} definido a continuación:

$$F_{AE} = 1 \quad \text{si} \quad \frac{H}{L} \leq 1.33 \quad (5.1 \text{ a})$$

$$F_{AE} = \left(1.33 \frac{L}{H} \right)^2 \quad \text{si} \quad \frac{H}{L} > 1.33 \quad (5.1 \text{ b})$$



donde:

H altura libre del muro
L longitud efectiva del muro

$$e_{s,j} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i F_{AEi} A_{Ti}}{\sum_{i=1}^n F_{AEi} A_{Ti}} \leq 0.1 B_j \quad (5.2)$$

donde:

x_i distancia entre el centro de cortante del entrepiso y el muro de interés, con signo, ortogonal a la dirección de análisis
 A_T área bruta de la sección transversal del muro
B dimensión en planta del entrepiso medida paralelamente a la excentricidad torsional estática, e_s

Los coeficientes sísmicos reducidos que aparecen en el Capítulo 7 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo, son los que se describen en la tabla 5.6.

Zona	Muros de concreto o de mampostería de piezas macizas			Muros de mampostería de piezas huecas		
	Altura de construcción, m			Altura de construcción, m		
	Menor de 4	Entre 4 y 7	Entre 7 y 13	Menor de 4	Entre 4 y 7	Entre 7 y 13
I	0.07	0.08	0.08	0.10	0.11	0.11
II y III	0.13	0.16	0.19	0.15	0.19	0.23

Tabla 5.6 Coeficientes sísmicos reducidos para el método simplificado, correspondientes a estructuras del grupo B (GDF, 2004a).

La zonificación del Distrito Federal a que se hace referencia en dicha tabla corresponde a la clasificación que se define en las Normas de Cimentaciones: zona I para lomerío, zona II para transición y zona III para el lago.

Aún cuando en el análisis simplificado no se tiene información sobre los desplazamientos laterales de las construcciones, para el cálculo de las separaciones de colindancias se deberán de tomar en cuenta las indicaciones de la sección 1.10 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo que señala lo siguiente: “la separación de un edificio a una colindancia no será, en ningún nivel, menor a 50 mm, ni menor que la altura del nivel sobre el terreno multiplicado por 0.007, 0.009 y 0.012, según que la edificación se halle en las zonas I, II ó III, respectivamente”.

De acuerdo con este método la resistencia a cortante de la estructura puede ser revisada por alguno de los dos conceptos siguientes:

- Asignándoles a cada muro una fracción de la carga lateral que es proporcional a su área transversal y compararla con la fuerza cortante resistente de diseño de cada muro:

$$V_{mR} = F_R (0.5 v_m^* A_T 0.3 P) \leq 1.5 F_R v_m^* A_T \quad (5.3)$$



- Determinando la resistencia a cortante global de la estructura por medio de la ecuación:

$$V_{mR} = F_R (\sum A_T) (0.5 v_m^* + 0.3 f_a) \leq 1.5 F_R v_m^* (\sum A_T) \quad (5.4)$$

donde:

F_R factor de reducción de resistencia

v_m^* resistencia de diseño a compresión diagonal de la mampostería

A_T área bruta de la sección transversal del muro que incluye a los castillos

P carga axial mínima probable que obra sobre el muro

$(\sum A_T)$ sumatoria de las áreas brutas de las secciones transversales de los muros

f_a esfuerzo ocasionado por la carga axial mínima probable en el entrepiso, igual a la carga total dividida entre las áreas de los muros

V_{mR} fuerza cortante de diseño que toma cada muro

V_{MR} fuerza cortante de diseño que toma todo el sistema de mampostería

Por este método se ignoran los efectos de flexión en los muros lo que implica que los castillos pueden ser reforzados con el acero mínimo. Adicionalmente se admite ignorar los efectos de torsión.

Por su sencillez las grandes ventajas de este método son las siguientes:

- Es un método de control indispensable cuando se aplica algún proceso más refinado.
- Permite evaluar la eficiencia del sistema a través del concepto de índice de densidad de muros.

Se revisará un edificio de mampostería de 3 niveles con muros de 12 cm de espesor a base de tabique multiperforado. La numeración de los muros se muestra en la figura 5.1. Como primer paso se revisó que se cumpliera con los requisitos para utilizar el método simplificado, que de acuerdo con la tabla 5.7, se puede apreciar que el edificio cumple con todos ellos para aplicar el método.

Requisitos para usar el método simplificado según la sección 2.1 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo.	Revisión de las propiedades del edificio de 3 niveles de acuerdo a los requisitos de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo.
a1) En cada planta incluyendo la apoyada en la cimentación, al menos el 75% de las cargas verticales están soportadas por muros ligados entre sí mediante losas monolíticas.	Se cumple este requisito, ya que todas las plantas, incluyendo la apoyada en la cimentación, el 100% de las cargas verticales están soportadas por muros ligados entre sí mediante losas de concreto.
a2) Los muros tendrán una distribución sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales.	Se cumple este requisito, ya que los muros tienen una distribución simétrica con respecto a los dos ejes ortogonales X, Y.
a3) La excentricidad torsional calculada estáticamente, e_s , no excederá del 10% de la dimensión en planta del entrepiso, B , medida paralelamente a dicha excentricidad.	Calculando la excentricidad torsional e_s , de acuerdo a las expresiones de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo y de acuerdo con las tablas 5.4 y 5.5, comprobamos que $e_s < 0.1B$ en ambas direcciones, por lo que se cumple dicho requisito.



b) La relación entre longitud y ancho de la planta del edificio no excede de 2 a menos que, para fines de análisis sísmico, se pueda suponer dicha planta en tramos independientes cuya relación longitud a ancho satisfaga esta restricción y cada tramo se revise en forma independiente en su resistencia a efectos sísmicos.	Longitud = 16.00 m, Ancho = 11.50 m Relación Longitud/Ancho = $1.39 < 2.00$, por lo que el Edificio sí cumple el requisito del inciso b).
c) La relación entre altura y la dimensión mínima de la base del edificio no excede de 1.5 y la altura del edificio no es mayor de 13 m.	Dimensión mínima de la Base = 11.50 m Altura del Edificio = 7.20 m < 13.00 m Relación Altura / Base = $7.20 / 11.50 = 0.63 < 1.50$, por lo que el Edificio sí cumple el requisito del inciso c).

Tabla 5.7 Requisitos para aplicar el método simplificado.

Cálculo de la excentricidad torsional estática e_s

La altura de los muros se considerará $H = 2.40$ m para todos los entrepisos.

Revisión de muros en dirección X

$y_c = 8.00$ m

Muro	Coordenadas		Longitud L, m	H L	F _{AE}	A _T cm ²	F _{AE} A _T cm ²	y _i F _{AE} A _T m cm ²
	y	y _i = y - y _c						
40	16.00	8.00	4.00	0.60	1.00	4,800	4,800.00	38,400
37	14.50	6.50	2.00	1.20	1.00	2,400	2,400.00	15,600
38	14.50	6.50	1.00	2.40	0.31	1,200	368.52	2,395.39
39	14.50	6.50	3.00	0.80	1.00	3,600	3,600.00	23,400
35	12.50	4.50	1.00	2.40	0.31	1,200	368.52	1,658.34
36	12.50	4.50	1.00	2.40	0.31	1,200	368.52	1,658.34
32	11.50	3.50	4.50	0.53	1.00	5,400	5,400.00	18,900
33	11.50	3.50	0.75	3.20	0.17	900	155.47	544.14
34	11.50	3.50	1.00	2.40	0.31	1,200	368.52	1,289.82
30	8.00	0.00	4.00	0.60	1.00	4,800	4,800.00	0.00
31	8.00	0.00	5.00	0.48	1.00	6,000	6,000.00	0.00
27	4.50	-3.50	4.50	0.53	1.00	5,400	5,400.00	-18,900
28	4.50	-3.50	0.75	3.20	0.17	900	155.47	-544.14
29	4.50	-3.50	1.00	2.40	0.31	1,200	368.52	-1,289.82
25	3.50	-4.50	1.00	2.40	0.31	1,200	368.52	-1,658.34
26	3.50	-4.50	1.00	2.40	0.31	1,200	368.52	-1,658.34
22	1.50	-6.50	2.00	1.20	1.00	2,400	2,400.00	-15,600
23	1.50	-6.50	1.00	2.40	0.31	1,200	368.52	-2,395.39
24	1.50	-6.50	3.00	0.80	1.00	3,600	3,600.00	-23,400
21	0.00	-8.00	4.00	0.60	1.00	4,800	4,800.00	-38,400
					Σ =	54,600	46,459.11	0.00

Tabla 5.8 Cálculo de la excentricidad torsional en dirección X.



Aplicando la ecuación 5.2

$$e_s = \frac{0.00}{46459.11} = 0.00 < 0.1B = (0.10)(16.00) = 1.60 \text{ m}$$

Como e_s en dirección X es menor que 0.1B, se cumple con el inciso a3 de la sección 2.1 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo.

El factor de área efectiva de los muros F_{AE} se calcula de acuerdo a las ecuaciones 5.1 a y 5.1 b.

En el caso de la dimensión en planta del edificio B , esta se mide paralelamente a la excentricidad torsional e_s , o perpendicular a la dirección de análisis. En este caso la dimensión perpendicular a la dirección de análisis es $B = 16.00 \text{ m}$.

Revisión de muros en dirección Y

$$x_c = 5.82 \text{ m}$$

Muro	Coordenadas		Longitud L, m	$\frac{H}{L}$	F_{AE}	A_T cm ²	$F_{AE} A_T$ cm ²	$x_i F_{AE} A_T$ m cm ²
	x	$x_i = x - x_c$						
1	0.00	-5.82	3.00	0.80	1.00	3,600	3,600	-20,952.00
2	0.00	-5.82	3.00	0.80	1.00	3,600	3,600	-20,952.00
3	1.50	-4.32	1.00	2.40	0.31	1,200	368.52	-1,592.01
4	1.50	-4.32	2.50	0.96	1.00	3,000	3,000	-12,960.00
5	1.50	-4.32	1.00	2.40	0.31	1,200	368.52	-1,592.01
6	3.50	-2.32	2.00	1.20	1.00	2,400	2,400	-5,568.00
7	3.50	-2.32	2.00	1.20	1.00	2,400	2,400	-5,568.00
8	5.00	-0.82	2.00	1.20	1.00	2,400	2,400	-1,968.00
9	5.50	-0.32	3.50	0.69	1.00	4,200	4,200	-1,344.00
10	5.50	-0.32	3.50	0.69	1.00	4,200	4,200	-1,344.00
11	5.00	-0.82	2.00	1.20	1.00	2,400	2,400	-1,968.00
12	7.50	1.68	3.50	0.69	1.00	4,200	4,200	7,056.00
13	7.50	1.68	3.50	0.69	1.00	4,200	4,200	7,056.00
14	10.50	4.68	1.00	2.40	0.31	1,200	368.52	1,724.68
15	10.50	4.68	2.00	1.20	1.00	2,400	2,400	11,232.00
16	10.50	4.68	1.00	2.40	0.31	1,200	368.52	1,724.68
17	11.50	5.68	0.75	3.20	0.17	900	155.47	883.07
18	11.50	5.68	0.75	3.20	0.17	900	155.47	883.07
19	11.50	5.68	0.75	3.20	0.17	900	155.47	883.07
20	11.50	5.68	0.75	3.20	0.17	900	155.47	883.07
					$\Sigma =$	47,400	41,095.96	-43,482.39

Tabla 5.9 Cálculo de la excentricidad torsional en dirección Y.

Aplicando la ecuación 5.2

$$e_s = \frac{-43482.39}{41095.96} = -1.06 < 0.1B = (0.10)(11.50) = 1.15 \text{ m}$$



Como e_s en dirección Y es menor que $0.1B$, se cumple con el inciso a3 de la sección 2.1 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo.

El signo negativo en la excentricidad torsional indica que se ubica por el lado izquierdo del centro de cortante.

Para la elección del coeficiente sísmico, se supondrá que los muros están constituidos por piezas huecas (tabimax) y la altura total de la construcción es de 7.20 m. Por lo anterior, el coeficiente sísmico correspondiente de acuerdo a la tabla 5.1 es $c = 0.23$.

Nivel	Wi (ton)	hi (m)	Wi hi (ton – m)	Fi (ton)	Vi (ton)
3	99.048	7.20	713.15	34.05	34.05
2	96.936	4.80	465.29	22.22	56.26
1	96.936	2.40	232.65	11.11	67.37
Sumas	292.92		1,411.08		

Tabla 5.10 Cortantes sísmicos para método simplificado.

$$F_i = \frac{W_i h_i}{\sum W_i h_i} c W_0$$

A continuación se calcularán la distribución de la fuerza cortante por muro, la resistencia de cada muro y la resistencia a cortante de la estructura en cada una de las dos direcciones. El esfuerzo ocasionado por la carga axial en el entrepiso inferior f_a se calcula dividiendo el peso total de la estructura entre el área total de los muros. De esta manera:

$$f_a = \frac{292,920 \text{ kg}}{102,000 \text{ cm}^2} = 2.87 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo de V_{mR} .

El cálculo de la fuerza cortante resistida por la mampostería se calcula con la ecuación:

$$V_{mR} = F_R (0.5 v_m^* + 0.3 f_a) < 1.5 F_R v_m^*$$

En las tablas 5.10 y 5.11, v_{mR1} y v_{mR2} se calcularon con las ecuaciones:

$$v_{mR1} = F_R (0.5 v_m^* + 0.3 f_a) \quad \text{y} \quad v_{mR2} = 1.5 F_R v_m^*$$

Las dos ecuaciones están afectadas por el factor de área efectiva F_{AE} .

Cálculo de V_{sR} .

El refuerzo de los muros se realizará con dos barras horizontales de 5/32" de diámetro con $f_{yh} = 6000 \text{ kg/cm}^2$. De esta manera:

$$\text{Área de un alambre} = 0.12 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área de dos alambres} = 0.24 \text{ cm}^2$$



Separación vertical = dos hiladas = 260 mm < 600 mm.

Espesor del muro = 12 cm

Porcentaje de acero p_h

$$p_h = \frac{0.24 \text{ cm}^2}{(26 \text{ cm})(12 \text{ cm})} = 0.00077$$

$$p_h f_{yh} = (0.00077)(6000 \text{ kg/cm}^2) = 4.62 \text{ kg/cm}^2$$

$$\eta = 0.6 \text{ ya que } p_h f_{yh} < 6 \text{ kg/cm}^2$$

De acuerdo con la sección 5.4.3.3 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería, p_h no será inferior a:

$$p_h = 0.00077 > \frac{3}{f_{yh}} = \frac{3}{6000} = 0.0005$$

$$\frac{V_{mR}}{F_R f_{yh} A_T} = \frac{135,281}{(0.7)(6000)(54,600)} = 0.00059$$

Además p_h no será mayor que:

$$p_h = 0.00077 < 0.3 \frac{f_m^*}{f_{yh}} = 0.3 \left(\frac{90}{6000} \right) = 0.0045$$

$$\frac{9}{f_{yh}} = \frac{9}{6000} = 0.0015$$

Por lo tanto:

$$v_{sR} = F_R \eta p_h f_{yh} = (0.7)(0.6)(0.00077)(6000) = 1.94 \text{ kg/cm}^2$$

Por aplicar el método simplificado de análisis sísmico, la fuerza cortante que toma el refuerzo horizontal, V_{sR} , se afecta por el factor F_{AE} .

Muro	F_{AE}	v_m^* (kg/cm ²)	A_T (cm ²)	v_{mR1} (kg/cm ²)	v_{mR2} (kg/cm ²)	V_{mR} (kg)	v_{sR} (kg/cm ²)	V_{sR} (kg)	V_R (kg)
40	1.00	5.00	4,800	2.353	5.250	11,293	1.940	9,312	20,605
37	1.00	5.00	2,400	2.353	5.250	5,646	1.940	4,656	10,302
38	0.31	1.54	1,200	1.140	1.612	1,368	0.596	715	2,083
39	1.00	5.00	3,600	2.353	5.250	8,470	1.940	6,984	15,454
35	0.31	1.54	1,200	1.140	1.612	1,368	0.596	715	2,083
36	0.31	1.54	1,200	1.140	1.612	1,368	0.596	715	2,083
32	1.00	5.00	5,400	2.353	5.250	12,705	1.940	10,476	23,181
33	0.17	0.86	900	0.905	0.907	815	0.335	302	1,116
34	0.31	1.54	1,200	1.140	1.612	1,368	0.596	715	2,083
30	1.00	5.00	4,800	2.353	5.250	11,293	1.940	9,312	20,605



31	1.00	5.00	6,000	2.353	5.250	14,116	1.940	11,640	25,756
27	1.00	5.00	5,400	2.353	5.250	12,705	1.940	10,476	23,181
28	0.17	0.86	900	0.905	0.907	815	0.335	302	1,116
29	0.31	1.54	1,200	1.140	1.612	1,368	0.596	715	2,083
25	0.31	1.54	1,200	1.140	1.612	1,368	0.596	715	2,083
26	0.31	1.54	1,200	1.140	1.612	1,368	0.596	715	2,083
22	1.00	5.00	2,400	2.353	5.250	5,646	1.940	4,656	10,302
23	0.31	1.54	1,200	1.140	1.612	1,368	0.596	715	2,083
24	1.00	5.00	3,600	2.353	5.250	8,470	1.940	6,984	15,454
21	1.00	5.00	4,800	2.353	5.250	11,293	1.940	9,312	20,605
Sumas						114,211		90,131	204,342

Tabla 5.11 Revisión de muros en dirección X.

El cortante actuante en el entrepiso inferior en dirección X es:

$$V_u = (67.37 \text{ t})(1.1) = 74.11 \text{ t}$$

De la tabla 5.11 el cortante resistente es:

$$V_R = (204,342 \text{ t})(0.70) = 143,039 \text{ t}$$

Como V_R es mayor que V_u , la resistencia en dirección X es adecuada.

Muro	F_{AE}	v_m^* (kg/cm ²)	A_T (cm ²)	v_{mR1} (kg/cm ²)	v_{mR2} (kg/cm ²)	V_{mR} (kg)	v_{sR} (kg/cm ²)	V_{sR} (kg)	V_R (kg)
1	1.00	5.00	3,600	2.353	5.250	8,470	1.940	6,984	15,454
2	1.00	5.00	3,600	2.353	5.250	8,470	1.940	6,984	15,454
3	0.31	1.54	1,200	1.140	1.612	1,368	0.596	715	2,083
4	1.00	5.00	3,000	2.353	5.250	7,058	1.940	5,820	12,878
5	0.31	1.54	1,200	1.140	1.612	1,368	0.596	715	2,083
6	1.00	5.00	2,400	2.353	5.250	5,646	1.940	4,656	10,302
7	1.00	5.00	2,400	2.353	5.250	5,646	1.940	4,656	10,302
8	1.00	5.00	2,400	2.353	5.250	5,646	1.940	4,656	10,302
9	1.00	5.00	4,200	2.353	5.250	9,881	1.940	8,148	18,029
10	1.00	5.00	4,200	2.353	5.250	9,881	1.940	8,148	18,029
11	1.00	5.00	2,400	2.353	5.250	5,646	1.940	4,656	10,302
12	1.00	5.00	4,200	2.353	5.250	9,881	1.940	8,148	18,029
13	1.00	5.00	4,200	2.353	5.250	9,881	1.940	8,148	18,029
14	0.31	1.54	1,200	1.140	1.612	1,368	0.596	715	2,083
15	1.00	5.00	2,400	2.353	5.250	5,646	1.940	4,656	10,302
16	0.31	1.54	1,200	1.140	1.612	1,368	0.596	715	2,083
17	0.17	0.86	900	0.905	0.907	815	0.335	302	1,116
18	0.17	0.86	900	0.905	0.907	815	0.335	302	1,116
19	0.17	0.86	900	0.905	0.907	815	0.335	302	1,116
20	0.17	0.86	900	0.905	0.907	815	0.335	302	1,116
Sumas						100,486		79,726	180,212

Tabla 5.12 Revisión de muros en dirección Y.



El cortante actuante en el entrepiso inferior en dirección Y es:

$$V_u = (67.37 \text{ t})(1.1) = 74.11 \text{ t}$$

De la tabla 5.12 el cortante resistente es:

$$V_R = (180,212 \text{ t})(0.70) = 126,148 \text{ t}$$

Como V_{mR} es mayor que V_u , la resistencia en dirección Y es adecuada.

Limitaciones y ventajas del método simplificado.

Limitaciones:

- Se supone como hipótesis de partida que la distribución de la fuerza cortante es proporcional al área de los muros, o a la longitud cuando los muros tienen el mismo espesor. Esta hipótesis es adecuada cuando el comportamiento del muro es predominantemente a cortante, de otra forma es debatible.
- No se pueden incorporar la influencia de dinteles, pretilas, vacíos, rampas de escalera, etc.
- Se desprecian los momentos flexionantes en los muros, aunque no se solicitan en las Normas de Sismo.
- No es posible revisar sistemas híbridos constituidos por muros de mampostería y de concreto.
- No es posible determinar los desplazamientos laterales.
- No se pueden evaluar los elementos mecánicos en la cimentación.
- No es posible determinar las propiedades dinámicas de la estructura.
- Los coeficientes sísmicos reducidos se definen únicamente en función del número de pisos y del tipo de mampostería sin tomar en cuenta las propiedades dinámicas.
- Se desprecia, en la respuesta de la estructura, la influencia de masas concentradas, como tanques de agua ubicados en azoteas.

Ventajas:

- Es un método sencillo.
- Adecuado para estructuras simétricas y sencillas.
- Permite determinar la eficiencia del sistema estructural.
- Es un método de control indispensable cuando se aplican métodos más refinados.



5.3 Método Estático.

Se realizó un análisis estático con el objeto de obtener la fuerza cortante actuante en cada muro considerándolos como columnas en voladizo, despreciando el acoplamiento que proporcionan las losas y los cerramientos. Se tomaron en cuenta excentricidades torsionales y la distribución de las fuerzas según la rigidez a flexión y cortante. También se consideró la contribución de los muros transversales trabajando como patines del muro en estudio. El cortante resistente producto de la contribución del refuerzo horizontal V_{SR} de acuerdo con las NTC de Mampostería² se tomó en cuenta de acuerdo con las ecuaciones 5.3 y 5.5:

$$V_{SR} = F_R \eta p_h f_{yh} A_T \quad (5.5)$$

De acuerdo con la sección 2.1.1.2 *Piezas huecas* de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería, las piezas multiperforadas como las usadas en el presente ejemplo (tabimax), se consideran piezas huecas. Por lo anterior y de acuerdo con la sección 5.4 *Requisitos para $Q = 1.5$* el factor de comportamiento sísmico se considerará igual a 1.5.

El coeficiente sísmico a utilizar será $c = 0.40$ considerando que la estructura se desplantará en la zona IIIa. El cálculo de los pesos por entrepiso se tomará igual que en la tabla 5.9.

Se debe verificar si la estructura cumple con las condiciones de regularidad de la sección 6 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo. Según esta sección para que una estructura pueda considerarse regular debe satisfacer los siguientes requisitos:

El cálculo de la rigidez de los muros se realizará con la expresión 3.52 del capítulo 3, la cual se reproduce a continuación:

$$K = \frac{1}{\Delta} = \frac{1}{\frac{H^3}{3EI} + \frac{H}{GA}} \quad (3.52)$$

En el cálculo del momento de inercia, se debe considerar la contribución de los muros transversales actuando como patines de acuerdo a los criterios establecidos en el capítulo 3.

Por ejemplo para el muro 6 de la planta tipo.

$$t = 0.12 \text{ m}$$

$$H = 240 \text{ cm}$$

$$E = 600 f_m^* \text{ para cargas de corta duración.}$$

$$E = (600)(60 \text{ kg/cm}^2) = 36,000 \text{ kg/cm}^2 = 360,000 \text{ t/m}^2$$

$$G = (0.4)(36,000 \text{ kg/cm}^2) = 14,400 \text{ kg/cm}^2 = 144,000 \text{ t/m}^2$$

$$A = tL = (12 \text{ cm})(200 \text{ cm}) = 2,400 \text{ cm}^2 = 0.24 \text{ m}^2$$

² Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería



El momento de inercia se calcula tomando en cuenta la contribución de los muros transversales tomando en cuenta la altura del muro que se encuentra encima del estudiado, de esta manera la altura del muro encima del estudiado, la longitud de los patines, el eje centroidal, el momento de inercia y la rigidez del muro 6 para el primer nivel son las siguientes:

$$h_1 = 4.80 \text{ m}$$

para muros con sección L en planta, la longitud del patín es la menor de las siguientes:

$$L_p = 6t = (6)(0.12 \text{ m}) = 0.72 \text{ m}$$

$$L_p = \frac{h}{16} = \frac{4.80 \text{ m}}{16} = 0.30 \text{ m Rige}$$

$$\bar{y}_1 = \frac{(2.00 \text{ m})(0.30 \text{ m})(1.00 \text{ m}) - (1.88 \text{ m})(0.18 \text{ m})(1.06 \text{ m})}{(2.00 \text{ m})(0.30 \text{ m}) - (1.88 \text{ m})(0.18 \text{ m})} = 0.92 \text{ m}$$

$$I_1 = \frac{(0.12 \text{ m})(2.00 \text{ m})^3}{12} + (0.12 \text{ m})(2.00 \text{ m})(0.08 \text{ m})^2 + \frac{(0.18 \text{ m})(0.12 \text{ m})^3}{12} + (0.18 \text{ m})(0.12 \text{ m})(0.86 \text{ m})^2$$

$$I_1 = 0.09754 \text{ m}^4$$

$$K_1 = \frac{1}{\frac{(2.40 \text{ m})^3}{(3)(360,000 \text{ t/m}^2)(0.09754 \text{ m}^4)} + \frac{2.40 \text{ m}}{(144,000 \text{ t/m}^2)(0.24 \text{ m}^2)}} = 4,983.10 \approx 4,983 \text{ t/m}$$

Para el segundo nivel, la rigidez es:

$$h_2 = 2.40 \text{ m}$$

$$L_p = 6t = (6)(0.12 \text{ m}) = 0.72 \text{ m}$$

$$L_p = \frac{h}{16} = \frac{2.40 \text{ m}}{16} = 0.15 \text{ m Rige}$$

$$\bar{y}_2 = \frac{(2.00 \text{ m})(0.15 \text{ m})(1.00 \text{ m}) - (1.88 \text{ m})(0.03 \text{ m})(1.06 \text{ m})}{(2.00 \text{ m})(0.15 \text{ m}) - (1.88 \text{ m})(0.03 \text{ m})} = 0.99 \text{ m}$$

$$I_2 = \frac{(0.12 \text{ m})(2.00 \text{ m})^3}{12} + (0.12 \text{ m})(2.00 \text{ m})(0.01 \text{ m})^2 + \frac{(0.03 \text{ m})(0.12 \text{ m})^3}{12} + (0.03 \text{ m})(0.12 \text{ m})(0.93 \text{ m})^2$$

$$I_2 = 0.08314 \text{ m}^4$$



$$K_2 = \frac{1}{\frac{(2.40 \text{ m})^3}{(3)(360,000 \text{ t/m}^2)(0.08314 \text{ m}^4)} + \frac{2.40 \text{ m}}{(144,000 \text{ t/m}^2)(0.24 \text{ m}^2)}} = 4,476.18 \approx 4,476 \text{ t/m}$$

Para el tercer nivel, como encima del muro no existe otro, no se toma en cuenta contribución alguna de patines actuando con el mismo.

$$I_3 = \frac{(0.12 \text{ m})(2.00 \text{ m})^3}{12} = 0.08 \text{ m}^4$$

$$K_3 = \frac{1}{\frac{(2.40 \text{ m})^3}{(3)(360,000 \text{ t/m}^2)(0.08 \text{ m}^4)} + \frac{2.40 \text{ m}}{(144,000 \text{ t/m}^2)(0.24 \text{ m}^2)}} = 4,358.35 \approx 4,358 \text{ t/m}$$

De manera similar se calcula la rigidez de todos los muros en cada una de las dos direcciones.

Dirección X

Muro	L (m)	A (m ²)	Nivel	h (m)	Sección	Lp (m)	I (m ⁴)	K (t/m)
40	4.00	0.48	1	4.80	L	0.3000	0.71782	19,028
			2	2.40	L	0.1500	0.65345	18,413
			3	0.00	L	0.0000	0.64000	18,274
37	2.00	0.24	1	4.80	L	0.3000	0.09754	4,983
			2	2.40	L	0.1500	0.08314	4,476
			3	0.00	L	0.0000	0.08000	4,358
38	1.00	0.12	1	4.80	T	0.8000	0.01950	1,257
			2	2.40	T	0.4000	0.01512	1,015
			3	0.00	T	0.0000	0.01000	705
39	3.00	0.36	1	4.80	L	0.3000	0.31228	11,457
			2	2.40	L	0.1500	0.27740	10,818
			3	0.00	L	0.0000	0.27000	10,672
35	1.00	0.12	1	4.80	O	0.0000	0.01000	705
			2	2.40	O	0.0000	0.01000	705
			3	0.00	O	0.0000	0.01000	705
36	1.00	0.12	1	4.80	L	0.3000	0.01357	924
			2	2.40	L	0.1500	0.01068	748
			3	0.00	L	0.0000	0.01000	705
32	4.50	0.54	1	4.80	L	0.3000	1.01089	22,975
			2	2.40	L	0.1500	0.92841	22,396
			3	0.00	L	0.0000	0.91125	22,266
33	0.75	0.09	1	4.80	O	0.0000	0.00422	311
			2	2.40	O	0.0000	0.00422	311
			3	0.00	O	0.0000	0.00422	311
34	1.00	0.12	1	4.80	L	0.3000	0.01357	924
			2	2.40	L	0.1500	0.01068	748
			3	0.00	L	0.0000	0.01000	705
30	4.00	0.48	1	4.80	I	0.8000	1.25442	22,259
			2	2.40	I	0.4000	0.89299	20,385



CAPÍTULO 5. ESTUDIOS ANALÍTICOS

			3	0.00	I	0.0000	0.64000	18,274
31	5.00	0.6	1	4.80	I	0.8000	2.22182	29,816
			2	2.40	I	0.4000	1.65016	28,142
			3	0.00	I	0.0000	1.25000	26,303
27	4.50	0.54	1	4.80	L	0.3000	1.01089	22,975
			2	2.40	L	0.1500	0.92841	22,396
			3	0.00	L	0.0000	0.91125	22,266
28	0.75	0.09	1	4.80	O	0.0000	0.00422	311
			2	2.40	O	0.0000	0.00422	311
			3	0.00	O	0.0000	0.00422	311
29	1.00	0.12	1	4.80	L	0.3000	0.01357	924
			2	2.40	L	0.1500	0.01068	748
			3	0.00	L	0.0000	0.01000	705
25	1.00	0.12	1	4.80	O	0.0000	0.01000	705
			2	2.40	O	0.0000	0.01000	705
			3	0.00	O	0.0000	0.01000	705
26	1.00	0.12	1	4.80	L	0.3000	0.01357	924
			2	2.40	L	0.1500	0.01068	748
			3	0.00	L	0.0000	0.01000	705
22	2.00	0.24	1	4.80	L	0.3000	0.09754	4,983
			2	2.40	L	0.1500	0.08314	4,476
			3	0.00	L	0.0000	0.08000	4,358
23	1.00	0.12	1	4.80	T	0.8000	0.01950	1,257
			2	2.40	T	0.4000	0.01512	1,015
			3	0.00	T	0.0000	0.01000	705
24	3.00	0.36	1	4.80	L	0.3000	0.31228	11,457
			2	2.40	L	0.1500	0.27740	10,818
			3	0.00	L	0.0000	0.27000	10,672
21	4.00	0.48	1	4.80	L	0.3000	0.71782	19,028
			2	2.40	L	0.1500	0.65345	18,413
			3	0.00	L	0.0000	0.64000	18,274

Dirección Y

Muro	L (m)	A (m ²)	Nivel	h (m)	Sección	Lp (m)	I (m ⁴)	K (t/m)
1	3.00	0.36	1	4.80	L	0.3000	0.31228	11,457
			2	2.40	L	0.1500	0.27740	10,818
			3	0.00	L	0.0000	0.27000	10,672
2	3.00	0.36	1	4.80	L	0.3000	0.31228	11,457
			2	2.40	L	0.1500	0.27740	10,818
			3	0.00	L	0.0000	0.27000	10,672
3	1.00	0.12	1	4.80	T	0.8000	0.01950	1,257
			2	2.40	T	0.4000	0.01512	1,015
			3	0.00	T	0.0000	0.01000	705
4	2.50	0.3	1	4.80	O	0.0000	0.15625	7,274
			2	2.40	O	0.0000	0.15625	7,274
			3	0.00	O	0.0000	0.15625	7,274
5	1.00	0.12	1	4.80	T	0.8000	0.01950	1,257
			2	2.40	T	0.4000	0.01512	1,015
			3	0.00	T	0.0000	0.01000	705
6	2.00	0.24	1	4.80	L	0.3000	0.09754	4,983



			2	2.40	L	0.1500	0.08314	4,476
			3	0.00	L	0.0000	0.08000	4,358
7	2.00	0.24	1	4.80	L	0.3000	0.09754	4,983
			2	2.40	L	0.1500	0.08314	4,476
			3	0.00	L	0.0000	0.08000	4,358
8	2.00	0.24	1	4.80	T	0.8000	0.13391	6,059
			2	2.40	T	0.4000	0.10608	5,260
			3	0.00	T	0.0000	0.08000	4,358
9	3.50	0.42	1	4.80	T	0.8000	0.62399	16,613
			2	2.40	T	0.4000	0.51765	15,526
			3	0.00	T	0.0000	0.42875	14,381
10	3.50	0.42	1	4.80	T	0.8000	0.62399	16,613
			2	2.40	T	0.4000	0.51765	15,526
			3	0.00	T	0.0000	0.42875	14,381
11	2.00	0.24	1	4.80	T	0.8000	0.13391	6,059
			2	2.40	T	0.4000	0.10608	5,260
			3	0.00	T	0.0000	0.08000	4,358
12	3.50	0.42	1	4.80	C	0.3000	0.55219	15,908
			2	2.40	C	0.1500	0.44932	14,669
			3	0.00	C	0.0000	0.42875	14,381
13	3.50	0.42	1	4.80	C	0.3000	0.55219	15,908
			2	2.40	C	0.1500	0.44932	14,669
			3	0.00	C	0.0000	0.42875	14,381
14	1.00	0.12	1	4.80	L	0.3000	0.01357	924
			2	2.40	L	0.1500	0.01068	748
			3	0.00	L	0.0000	0.01000	705
15	2.00	0.24	1	4.80	O	0.0000	0.08000	4,358
			2	2.40	O	0.0000	0.08000	4,358
			3	0.00	O	0.0000	0.08000	4,358
16	1.00	0.12	1	4.80	L	0.3000	0.01357	924
			2	2.40	L	0.1500	0.01068	748
			3	0.00	L	0.0000	0.01000	705
17	0.75	0.09	1	4.80	L	0.3000	0.00597	430
			2	2.40	L	0.1500	0.00457	335
			3	0.00	L	0.0000	0.00422	311
18	0.75	0.09	1	4.80	L	0.3000	0.00597	430
			2	2.40	L	0.1500	0.00457	335
			3	0.00	L	0.0000	0.00422	311
19	0.75	0.09	1	4.80	L	0.3000	0.00597	430
			2	2.40	L	0.1500	0.00457	335
			3	0.00	L	0.0000	0.00422	311
20	0.75	0.09	1	4.80	L	0.3000	0.00597	430
			2	2.40	L	0.1500	0.00457	335
			3	0.00	L	0.0000	0.00422	311

Tabla 5.13 Rigideces de los muros.

La rigidez de entrepiso para cada dirección, se resume en la siguiente tabla.



Rigidez de entrespiso (t/m)		
Nivel	Dirección X	Dirección Y
3	161,979	111,995
2	167,783	117,995
1	177,202	127,752

Tabla 5.14 Resumen de rigidez de entrespiso.

A continuación se realiza el análisis sísmico.

Dirección X

Nivel	W _i (ton)	h _i (m)	W _i h _i (ton-m)	F _i (ton)	V _i (ton)	y _i (m)	F _i y _i	Σ F _i y _i	y _{vi}
3	99.048	7.20	713.15	39.48	39.48	8.00	315.82	315.82	8.00
2	96.936	4.80	465.29	25.76	65.23	8.00	206.05	521.87	8.00
1	96.936	2.40	232.65	12.88	78.11	8.00	103.03	624.90	8.00
Sumas	292.92		1,411.08						

$$F_{ix} = (c/Q)(W_i h_i / \sum W_i h_i) \sum W_i \quad y_{vi} = (\sum F_{ix} y_i) / V_{ix}$$

Dirección Y

Nivel	W _i (ton)	h _i (m)	W _i h _i (ton-m)	F _i (ton)	V _i (ton)	x _i (m)	F _i x _i	Σ F _i x _i	x _{vi}
3	99.048	7.20	713.15	39.48	39.48	5.82	229.76	229.76	5.82
2	96.936	4.80	465.29	25.76	65.23	5.82	149.90	379.66	5.82
1	96.936	2.40	232.65	12.88	78.11	5.82	74.95	454.61	5.82
Sumas	292.92		1,411.08						

$$F_{iy} = (c/Q)(W_i h_i / \sum W_i h_i) \sum W_i \quad x_{vi} = (\sum F_{iy} y_i) / V_{iy}$$

Tabla 5.15 Fuerzas cortantes y su posición.

Dirección X

Nivel	W _i (ton)	F _i (ton)	V _i (ton)	K _i (ton/cm)	V _i /K _i (cm)	d _i (cm)	W _i d _i ²	F _i d _i	F _i reducida	V _i reducida
3	99.048	39.48	39.48	1,619.78	0.024	0.107	1.141	4.237	21.62	21.62
2	96.936	25.76	65.23	1,677.83	0.039	0.083	0.667	2.137	14.11	35.73
1	96.936	12.88	78.11	1,772.01	0.044	0.044	0.188	0.568	7.05	42.79
Sumas	292.92						1.997	6.942		

Dirección Y

Nivel	W _i (ton)	F _i (ton)	V _i (ton)	K _i (ton/cm)	V _i /K _i (cm)	d _i (cm)	W _i d _i ²	F _i d _i	F _i reducida	V _i reducida
3	99.048	39.48	39.48	1,119.94	0.035	0.152	2.279	5.988	22.76	22.76
2	96.936	25.76	65.23	1,179.94	0.055	0.116	1.314	2.999	14.85	37.61
1	96.936	12.88	78.11	1,277.52	0.061	0.061	0.362	0.787	7.42	45.03
Sumas	292.92						3.955	9.774		

Tabla 5.16 Estimación del periodo fundamental de vibración.



$$T_x = 2\pi \sqrt{\frac{\sum W_i d_i^2}{g \sum F_i d_i}} = 2\pi \sqrt{\frac{1.997}{(981)(6.942)}} = 0.11 \text{ seg.} < T_a = 0.53 \text{ seg.}$$

$$T_y = 2\pi \sqrt{\frac{\sum W_i d_i^2}{g \sum F_i d_i}} = 2\pi \sqrt{\frac{3.955}{(981)(9.774)}} = 0.13 \text{ seg.} < T_a = 0.53 \text{ seg.}$$

En la dirección X resulta $T_x = 0.11$ segundos, menor que T_a , entonces se aplica el inciso b) de la sección 8.2 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo, que permite usar las fuerzas calculadas, escaladas de modo que V_0/W_0 en la base sea igual a a/Q' . Recordando que $Q = 1.5$

$$a = a_0 + (c - a_0) \frac{T}{T_a} = 0.10 + (0.40 - 0.10) \left(\frac{0.11}{0.53} \right) = 0.161$$

$$Q' = 1 + \frac{T}{T_a} (Q - 1) = 1 + \left(\frac{0.11}{0.53} \right) (1.5 - 1) = 1.101$$

$$a/Q' = 0.161/1.101 = 0.146$$

$$f = \frac{a W_0}{Q' V_0} = \frac{(0.161)(292.92)}{(1.101)(78.11)} = 0.548$$

Por lo tanto las fuerzas reducidas se calculan como:

$$F_{\text{reducida}} = F_i f$$

En la dirección Y encontramos que $T_y = 0.13$ segundos, también menor que T_a , por lo que nuevamente podemos emplear las fuerzas obtenidas sin estimar el periodo, reduciéndolas para que la relación V_0/W_0 sea igual a a/Q' . Para esta dirección $Q = 1.5$

$$a = a_0 + (c - a_0) \frac{T}{T_a} = 0.10 + (0.40 - 0.10) \left(\frac{0.13}{0.53} \right) = 0.172$$

$$Q' = 1 + \frac{T}{T_a} (Q - 1) = 1 + \left(\frac{0.13}{0.53} \right) (1.5 - 1) = 1.120$$

$$a/Q' = 0.172/1.120 = 0.154$$

$$f = \frac{a W_0}{Q' V_0} = \frac{(0.172)(292.92)}{(1.120)(78.11)} = 0.576$$

Nuevamente, para esta dirección:

$$F_{\text{reducida}} = F_i f$$



Con las fuerzas F_{iy} calculadas en la tabla 5.15b, V_0/W_0 en la base vale 0.267 (igual a c/Q). Para que dicha relación sea 0.154 hay que multiplicar las F_{iy} por 0.576 y se obtienen así las fuerzas reducidas buscadas. Esta reducción no modifica las posiciones de las cortantes determinadas en la tabla 5.14b, porque todas las fuerzas se calculan por el mismo factor reductivo. De la misma manera se procede para calcular las fuerzas reducidas en la dirección X.

A continuación se calculan los centros de torsión para cada entrepiso.

Para el entrepiso 3

Eje	R_{jx}	y_j	$R_{jx} y_j$	y_{jt}	$R_{jx} y_{jt}$	$R_{jx} y_{jt}^2$	c_d	c_t
40	182.74	16.00	2,923.86	8.00	1,461.93	11,695.43	0.11282	0.02725
37	43.58	14.50	631.96	6.50	283.29	1,841.40	0.02691	0.00528
38	7.05	14.50	102.19	6.50	45.81	297.77	0.00435	0.00085
39	106.72	14.50	1,547.43	6.50	693.68	4,508.89	0.06588	0.01293
35	7.05	12.50	88.10	4.50	31.71	142.72	0.00435	0.00059
36	7.05	12.50	88.10	4.50	31.71	142.72	0.00435	0.00059
32	222.66	11.50	2,560.63	3.50	779.32	2,727.63	0.13746	0.01453
33	3.11	11.50	35.72	3.50	10.87	38.05	0.00192	0.00020
34	7.05	11.50	81.05	3.50	24.67	86.34	0.00435	0.00046
30	182.74	8.00	1,461.93	0.00	0.00	0.00	0.11282	0.00000
31	263.03	8.00	2,104.28	0.00	0.00	0.00	0.16239	0.00000
27	222.66	4.50	1,001.99	-3.50	-779.32	2,727.63	0.13746	-0.01453
28	3.11	4.50	13.98	-3.50	-10.87	38.05	0.00192	-0.00020
29	7.05	4.50	31.71	-3.50	-24.67	86.34	0.00435	-0.00046
25	7.05	3.50	24.67	-4.50	-31.71	142.72	0.00435	-0.00059
26	7.05	3.50	24.67	-4.50	-31.71	142.72	0.00435	-0.00059
22	43.58	1.50	65.38	-6.50	-283.29	1,841.40	0.02691	-0.00528
23	7.05	1.50	10.57	-6.50	-45.81	297.77	0.00435	-0.00085
24	106.72	1.50	160.08	-6.50	-693.68	4,508.89	0.06588	-0.01293
21	182.74	0.00	0.00	-8.00	-1,461.93	11,695.43	0.11282	-0.02725
Sumas	1,619.79		12,958.28			42,961.89	1.00000	0.00000

$$x_t = \frac{12958.28}{1619.79} = 8.00$$

Eje	R_{jy}	x_j	$R_{jy} x_j$	x_{jt}	$R_{jy} x_{jt}$	$R_{jy} x_{jt}^2$	c_d	c_t
1	106.72	0.00	0.00	-4.78	-510.63	2,443.26	0.09529	-0.00952
2	106.72	0.00	0.00	-4.78	-510.63	2,443.26	0.09529	-0.00952
3	7.05	1.50	10.57	-3.28	-23.15	76.04	0.00629	-0.00043
4	72.74	1.50	109.11	-3.28	-238.94	784.86	0.06495	-0.00445
5	7.05	1.50	10.57	-3.28	-23.15	76.04	0.00629	-0.00043
6	43.58	3.50	152.54	-1.28	-56.00	71.94	0.03892	-0.00104
7	43.58	3.50	152.54	-1.28	-56.00	71.94	0.03892	-0.00104
8	43.58	5.00	217.92	0.22	9.38	2.02	0.03892	0.00017
9	143.81	5.50	790.95	0.72	102.85	73.56	0.12841	0.00192
10	143.81	5.50	790.95	0.72	102.85	73.56	0.12841	0.00192
11	43.58	5.00	217.92	0.22	9.38	2.02	0.03892	0.00017
12	143.81	7.50	1,078.57	2.72	390.47	1,060.21	0.12841	0.00728



CAPÍTULO 5. ESTUDIOS ANALÍTICOS

13	143.81	7.50	1,078.57	2.72	390.47	1,060.21	0.12841	0.00728
14	7.05	10.50	74.00	5.72	40.28	230.21	0.00629	0.00075
15	43.58	10.50	457.63	5.72	249.09	1,423.59	0.03892	0.00464
16	7.05	10.50	74.00	5.72	40.28	230.21	0.00629	0.00075
17	3.11	11.50	35.72	6.72	20.86	140.08	0.00277	0.00039
18	3.11	11.50	35.72	6.72	20.86	140.08	0.00277	0.00039
19	3.11	11.50	35.72	6.72	20.86	140.08	0.00277	0.00039
20	3.11	11.50	35.72	6.72	20.86	140.08	0.00277	0.00039
Sumas	1,119.95		5,358.72			10,683.24	1.00000	0.00000

$$y_t = \frac{5358.72}{1119.95} = 4.78$$

Para el entrepiso 2

Eje	R_{jx}	y_i	$R_{jx} y_i$	y_{it}	$R_{jx} y_{it}$	$R_{jx} y_{it}^2$	c_d	c_t
40	184.13	16.00	2,946.02	8.00	1,473.01	11,784.10	0.10974	0.02696
37	44.76	14.50	649.05	6.50	290.95	1,891.19	0.02668	0.00533
38	10.15	14.50	147.16	6.50	65.97	428.79	0.00605	0.00121
39	108.18	14.50	1,568.59	6.50	703.16	4,570.54	0.06448	0.01287
35	7.05	12.50	88.10	4.50	31.71	142.72	0.00420	0.00058
36	7.48	12.50	93.47	4.50	33.65	151.43	0.00446	0.00062
32	223.96	11.50	2,575.51	3.50	783.85	2,743.48	0.13348	0.01435
33	3.11	11.50	35.72	3.50	10.87	38.05	0.00185	0.00020
34	7.48	11.50	86.00	3.50	26.17	91.60	0.00446	0.00048
30	203.85	8.00	1,630.79	0.00	0.00	0.00	0.12150	0.00000
31	281.42	8.00	2,251.33	0.00	0.00	0.00	0.16773	0.00000
27	223.96	4.50	1,007.81	-3.50	-783.85	2,743.48	0.13348	-0.01435
28	3.11	4.50	13.98	-3.50	-10.87	38.05	0.00185	-0.00020
29	7.48	4.50	33.65	-3.50	-26.17	91.60	0.00446	-0.00048
25	7.05	3.50	24.67	-4.50	-31.71	142.72	0.00420	-0.00058
26	7.48	3.50	26.17	-4.50	-33.65	151.43	0.00446	-0.00062
22	44.76	1.50	67.14	-6.50	-290.95	1,891.19	0.02668	-0.00533
23	10.15	1.50	15.22	-6.50	-65.97	428.79	0.00605	-0.00121
24	108.18	1.50	162.27	-6.50	-703.16	4,570.54	0.06448	-0.01287
21	184.13	0.00	0.00	-8.00	-1,473.01	11,784.10	0.10974	-0.02696
Sumas	1,677.83		13,422.65			43,683.80	1.00000	0.00000

$$x_t = \frac{13422.65}{1677.83} = 8.00$$

Eje	R_{jy}	x_j	$R_{jy} x_j$	x_{jt}	$R_{jy} x_{jt}$	$R_{jy} x_{jt}^2$	c_d	c_t
1	108.18	0.00	0.00	-4.78	-517.61	2,476.67	0.09168	-0.00947
2	108.18	0.00	0.00	-4.78	-517.61	2,476.67	0.09168	-0.00947
3	10.15	1.50	15.22	-3.28	-33.34	109.51	0.00860	-0.00061
4	72.74	1.50	109.11	-3.28	-238.94	784.86	0.06165	-0.00437
5	10.15	1.50	15.22	-3.28	-33.34	109.51	0.00860	-0.00061
6	44.76	3.50	156.67	-1.28	-57.51	73.89	0.03794	-0.00105



CAPÍTULO 5. ESTUDIOS ANALÍTICOS

7	44.76	3.50	156.67	-1.28	-57.51	73.89	0.03794	-0.00105
8	52.60	5.00	263.01	0.22	11.32	2.44	0.04458	0.00021
9	155.26	5.50	853.91	0.72	111.04	79.42	0.13158	0.00203
10	155.26	5.50	853.91	0.72	111.04	79.42	0.13158	0.00203
11	52.60	5.00	263.01	0.22	11.32	2.44	0.04458	0.00021
12	146.69	7.50	1,100.19	2.72	398.30	1,081.47	0.12432	0.00729
13	146.69	7.50	1,100.19	2.72	398.30	1,081.47	0.12432	0.00729
14	7.48	10.50	78.52	5.72	42.74	244.25	0.00634	0.00078
15	43.58	10.50	457.63	5.72	249.09	1,423.59	0.03694	0.00456
16	7.48	10.50	78.52	5.72	42.74	244.25	0.00634	0.00078
17	3.35	11.50	38.48	6.72	22.47	150.91	0.00284	0.00041
18	3.35	11.50	38.48	6.72	22.47	150.91	0.00284	0.00041
19	3.35	11.50	38.48	6.72	22.47	150.91	0.00284	0.00041
20	3.35	11.50	38.48	6.72	22.47	150.91	0.00284	0.00041
Sumas	1,179.95		5,655.72			10,947.35	1.00000	0.00000

$$y_t = \frac{5655.72}{1179.95} = 4.79$$

Para el entrepiso 1

Eje	R _{jx}	y _j	R _{jx} y _j	y _{jt}	R _{jx} y _{jt}	R _{jx} y _{jt} ²	c _d	c _t
40	190.28	16.00	3,044.49	8.00	1,522.24	12,177.95	0.10738	0.02639
37	49.83	14.50	722.55	6.50	323.90	2,105.36	0.02812	0.00561
38	12.57	14.50	182.33	6.50	81.73	531.28	0.00710	0.00142
39	114.57	14.50	1,661.22	6.50	744.69	4,840.46	0.06465	0.01291
35	7.05	12.50	88.10	4.50	31.71	142.72	0.00398	0.00055
36	9.24	12.50	115.51	4.50	41.58	187.13	0.00521	0.00072
32	229.75	11.50	2,642.08	3.50	804.11	2,814.39	0.12965	0.01394
33	3.11	11.50	35.72	3.50	10.87	38.05	0.00175	0.00019
34	9.24	11.50	106.27	3.50	32.34	113.20	0.00521	0.00056
30	222.59	8.00	1,780.70	0.00	0.00	0.00	0.12561	0.00000
31	298.16	8.00	2,385.30	0.00	0.00	0.00	0.16826	0.00000
27	229.75	4.50	1,033.86	-3.50	-804.11	2,814.39	0.12965	-0.01394
28	3.11	4.50	13.98	-3.50	-10.87	38.05	0.00175	-0.00019
29	9.24	4.50	41.58	-3.50	-32.34	113.20	0.00521	-0.00056
25	7.05	3.50	24.67	-4.50	-31.71	142.72	0.00398	-0.00055
26	9.24	3.50	32.34	-4.50	-41.58	187.13	0.00521	-0.00072
22	49.83	1.50	74.75	-6.50	-323.90	2,105.36	0.02812	-0.00561
23	12.57	1.50	18.86	-6.50	-81.73	531.28	0.00710	-0.00142
24	114.57	1.50	171.85	-6.50	-744.69	4,840.46	0.06465	-0.01291
21	190.28	0.00	0.00	-8.00	-1,522.24	12,177.95	0.10738	-0.02639
Sumas	1,772.02		14,176.15			45,901.05	1.00000	0.00000

$$x_t = \frac{14176.15}{1772.02} = 8.00$$



Eje	R_{jy}	x_j	$R_{jy} x_j$	x_{jt}	$R_{jy} x_{jt}$	$R_{jy} x_{jt}^2$	c_d	c_t
1	114.57	0.00	0.00	-4.78	-548.18	2,622.93	0.08968	-0.00950
2	114.57	0.00	0.00	-4.78	-548.18	2,622.93	0.08968	-0.00950
3	12.57	1.50	18.86	-3.28	-41.31	135.68	0.00984	-0.00072
4	72.74	1.50	109.11	-3.28	-238.94	784.86	0.05694	-0.00414
5	12.57	1.50	18.86	-3.28	-41.31	135.68	0.00984	-0.00072
6	49.83	3.50	174.41	-1.28	-64.02	82.26	0.03901	-0.00111
7	49.83	3.50	174.41	-1.28	-64.02	82.26	0.03901	-0.00111
8	60.59	5.00	302.97	0.22	13.04	2.81	0.04743	0.00023
9	166.13	5.50	913.69	0.72	118.81	84.98	0.13004	0.00206
10	166.13	5.50	913.69	0.72	118.81	84.98	0.13004	0.00206
11	60.59	5.00	302.97	0.22	13.04	2.81	0.04743	0.00023
12	159.08	7.50	1,193.07	2.72	431.92	1,172.76	0.12452	0.00749
13	159.08	7.50	1,193.07	2.72	431.92	1,172.76	0.12452	0.00749
14	9.24	10.50	97.03	5.72	52.81	301.84	0.00723	0.00092
15	43.58	10.50	457.63	5.72	249.09	1,423.59	0.03412	0.00432
16	9.24	10.50	97.03	5.72	52.81	301.84	0.00723	0.00092
17	4.30	11.50	49.40	6.72	28.84	193.69	0.00336	0.00050
18	4.30	11.50	49.40	6.72	28.84	193.69	0.00336	0.00050
19	4.30	11.50	49.40	6.72	28.84	193.69	0.00336	0.00050
20	4.30	11.50	49.40	6.72	28.84	193.69	0.00336	0.00050
Sumas	1,277.52		6,164.36			11,789.70	1.00000	0.00090

$$R_t = \sum (R_{jx} y_{jt}^2 + R_{jy} x_{jt}^2) = 53,645.18 \quad c_d = R_{jx} / \sum R_{jx} \text{ o } R_{jy} / \sum R_{jy} \quad c_t = R_{jx} y_{jt} / R_t \text{ o } R_{jy} x_{jt} / R_t$$

$$y_t = \frac{6164.36}{1277.52} = 4.83$$

Tabla 5.17 Posiciones de los centros de torsión de los entrepisos 1 a 3.

Dirección X

$$e_s = y_v - y_t$$

Nivel	V_x	y_v	y_t	b	e_s	e_1	e_2	e_3	M_t	M_4	e_4
3	21.62	8.00	8.00	16.00	0.00	1.60	-1.60	0.00	0.00	0.00	0.00
2	35.73	8.00	8.00	16.00	0.00	1.60	-1.60	0.00	0.00	0.00	0.00
1	42.79	8.00	8.00	16.00	0.00	1.60	-1.60	0.00	0.00	0.00	0.00

Dirección Y

$$e_s = x_v - x_t$$

Nivel	V_y	x_v	x_t	b	e_s	e_1	e_2	e_3	M_t	M_4	e_4
3	22.76	5.82	4.78	11.50	1.04	2.70	-0.11	0.51	23.56	0.00	0.00
2	37.61	5.82	4.79	11.50	1.03	2.69	-0.12	0.50	38.61	11.78	0.31
1	45.03	5.82	4.83	11.50	0.99	2.64	-0.16	0.00	44.79	19.31	0.43

Tabla 5.18 Excentricidades y momentos torsionantes de diseño en los entrepisos 1 a 3.

El significado de las columnas en la tabla 5.18 es la siguiente:

V_x , V_y y sus coordenadas de aplicación x_v , y_v provienen de la tabla 5.14

$$e_1 = e_s(1.5+0.1b/|e_s|)$$

$$e_2 = e_s(1.0-0.1b/|e_s|)$$



e_3 = mitad del máximo e_s abajo del nivel considerado

$$M_t = V e_s$$

Entrepiso 3

Sentido	V (ton)	e_1 (m)	e_2 (m)	$M_{t1}=Ve_1$	$M_{t2}=Ve_2$	M_{t0}
X	21.62	1.60	-1.60	34.60	-34.60	61.51
Y	22.76	2.70	-0.11	61.51	-2.61	34.60

Muro	c_d	c_t	V_d	V_1	V_2	V_m	V_0	V_{xv1}	V_{xv2}
40	0.11282	0.02725	2.44	0.94	-0.94	3.38	1.68	3.89	2.69
37	0.02691	0.00528	0.58	0.18	-0.18	0.76	0.32	0.86	0.55
38	0.00435	0.00085	0.09	0.03	-0.03	0.12	0.05	0.14	0.09
39	0.06588	0.01293	1.42	0.45	-0.45	1.87	0.80	2.11	1.36
35	0.00435	0.00059	0.09	0.02	-0.02	0.11	0.04	0.13	0.07
36	0.00435	0.00059	0.09	0.02	-0.02	0.11	0.04	0.13	0.07
32	0.13746	0.01453	2.97	0.50	-0.50	3.48	0.89	3.74	1.94
33	0.00192	0.00020	0.04	0.01	-0.01	0.05	0.01	0.05	0.03
34	0.00435	0.00046	0.09	0.02	-0.02	0.11	0.03	0.12	0.06
30	0.11282	0.00000	2.44	0.00	0.00	2.44	0.00	2.44	0.73
31	0.16239	0.00000	3.51	0.00	0.00	3.51	0.00	3.51	1.05
27	0.13746	-0.01453	2.97	-0.50	0.50	3.48	-0.89	3.74	1.94
28	0.00192	-0.00020	0.04	-0.01	0.01	0.05	-0.01	0.05	0.03
29	0.00435	-0.00046	0.09	-0.02	0.02	0.11	-0.03	0.12	0.06
25	0.00435	-0.00059	0.09	-0.02	0.02	0.11	-0.04	0.13	0.07
26	0.00435	-0.00059	0.09	-0.02	0.02	0.11	-0.04	0.13	0.07
22	0.02691	-0.00528	0.58	-0.18	0.18	0.76	-0.32	0.86	0.55
23	0.00435	-0.00085	0.09	-0.03	0.03	0.12	-0.05	0.14	0.09
24	0.06588	-0.01293	1.42	-0.45	0.45	1.87	-0.80	2.11	1.36
21	0.11282	-0.02725	2.44	-0.94	0.94	3.38	-1.68	3.89	2.69
Sumas			21.62	0.00	0.00		0.00	28.28	15.50

Muro	c_d	c_t	V_d	V_1	V_2	V_m	V_0	V_{xv1}	V_{xv2}
1	0.09529	-0.00952	2.17	-0.59	0.02	2.19	-0.33	2.29	0.99
2	0.09529	-0.00952	2.17	-0.59	0.02	2.19	-0.33	2.29	0.99
3	0.00629	-0.00043	0.14	-0.03	0.00	0.14	-0.01	0.15	0.06
4	0.06495	-0.00445	1.48	-0.27	0.01	1.49	-0.15	1.54	0.60
5	0.00629	-0.00043	0.14	-0.03	0.00	0.14	-0.01	0.15	0.06
6	0.03892	-0.00104	0.89	-0.06	0.00	0.89	-0.04	0.90	0.30
7	0.03892	-0.00104	0.89	-0.06	0.00	0.89	-0.04	0.90	0.30
8	0.03892	0.00017	0.89	0.01	0.00	0.90	0.01	0.90	0.27
9	0.12841	0.00192	2.92	0.12	-0.01	3.04	0.07	3.06	0.98
10	0.12841	0.00192	2.92	0.12	-0.01	3.04	0.07	3.06	0.98
11	0.03892	0.00017	0.89	0.01	0.00	0.90	0.01	0.90	0.27
12	0.12841	0.00728	2.92	0.45	-0.02	3.37	0.25	3.45	1.26
13	0.12841	0.00728	2.92	0.45	-0.02	3.37	0.25	3.45	1.26
14	0.00629	0.00075	0.14	0.05	0.00	0.19	0.03	0.20	0.08
15	0.03892	0.00464	0.89	0.29	-0.01	1.17	0.16	1.22	0.51
16	0.00629	0.00075	0.14	0.05	0.00	0.19	0.03	0.20	0.08
17	0.00277	0.00039	0.06	0.02	0.00	0.09	0.01	0.09	0.04
18	0.00277	0.00039	0.06	0.02	0.00	0.09	0.01	0.09	0.04
19	0.00277	0.00039	0.06	0.02	0.00	0.09	0.01	0.09	0.04
20	0.00277	0.00039	0.06	0.02	0.00	0.09	0.01	0.09	0.04
Sumas			22.76	0.00	0.00		0.00	25.00	9.17



Entrepiso 2

Sentido	V (ton)	e ₁ (m)	e ₂ (m)	M _{t1} =Ve ₁	M _{t2} =Ve ₂	M _{t0}
X	35.73	1.60	-1.60	57.17	-57.17	101.17
Y	37.61	2.69	-0.12	101.17	-4.63	57.17

Muro	c _d	c _t	V _d	V ₁	V ₂	V _m	V ₀	V _{xv1}	V _{xv2}
40	0.10974	0.02696	3.92	1.54	-1.54	5.46	2.73	6.28	4.37
37	0.02668	0.00533	0.95	0.30	-0.30	1.26	0.54	1.42	0.92
38	0.00605	0.00121	0.22	0.07	-0.07	0.29	0.12	0.32	0.21
39	0.06448	0.01287	2.30	0.74	-0.74	3.04	1.30	3.43	2.21
35	0.00420	0.00058	0.15	0.03	-0.03	0.18	0.06	0.20	0.11
36	0.00446	0.00062	0.16	0.04	-0.04	0.19	0.06	0.21	0.12
32	0.13348	0.01435	4.77	0.82	-0.82	5.59	1.45	6.03	3.13
33	0.00185	0.00020	0.07	0.01	-0.01	0.08	0.02	0.08	0.04
34	0.00446	0.00048	0.16	0.03	-0.03	0.19	0.05	0.20	0.10
30	0.12150	0.00000	4.34	0.00	0.00	4.34	0.00	4.34	1.30
31	0.16773	0.00000	5.99	0.00	0.00	5.99	0.00	5.99	1.80
27	0.13348	-0.01435	4.77	-0.82	0.82	5.59	-1.45	6.03	3.13
28	0.00185	-0.00020	0.07	-0.01	0.01	0.08	-0.02	0.08	0.04
29	0.00446	-0.00048	0.16	-0.03	0.03	0.19	-0.05	0.20	0.10
25	0.00420	-0.00058	0.15	-0.03	0.03	0.18	-0.06	0.20	0.11
26	0.00446	-0.00062	0.16	-0.04	0.04	0.19	-0.06	0.21	0.12
22	0.02668	-0.00533	0.95	-0.30	0.30	1.26	-0.54	1.42	0.92
23	0.00605	-0.00121	0.22	-0.07	0.07	0.29	-0.12	0.32	0.21
24	0.06448	-0.01287	2.30	-0.74	0.74	3.04	-1.30	3.43	2.21
21	0.10974	-0.02696	3.92	-1.54	1.54	5.46	-2.73	6.28	4.37
Sumas			35.73	0.00	0.00		0.00	46.69	25.53

Muro	c _d	c _t	V _d	V ₁	V ₂	V _m	V ₀	V _{xv1}	V _{xv2}
1	0.09168	-0.00947	3.45	-0.96	0.04	3.49	-0.54	3.65	1.59
2	0.09168	-0.00947	3.45	-0.96	0.04	3.49	-0.54	3.65	1.59
3	0.00860	-0.00061	0.32	-0.06	0.00	0.33	-0.03	0.34	0.13
4	0.06165	-0.00437	2.32	-0.44	0.02	2.34	-0.25	2.41	0.95
5	0.00860	-0.00061	0.32	-0.06	0.00	0.33	-0.03	0.34	0.13
6	0.03794	-0.00105	1.43	-0.11	0.00	1.43	-0.06	1.45	0.49
7	0.03794	-0.00105	1.43	-0.11	0.00	1.43	-0.06	1.45	0.49
8	0.04458	0.00021	1.68	0.02	0.00	1.70	0.01	1.70	0.52
9	0.13158	0.00203	4.95	0.21	-0.01	5.15	0.12	5.19	1.66
10	0.13158	0.00203	4.95	0.21	-0.01	5.15	0.12	5.19	1.66
11	0.04458	0.00021	1.68	0.02	0.00	1.70	0.01	1.70	0.52
12	0.12432	0.00729	4.68	0.74	-0.03	5.41	0.42	5.54	2.04
13	0.12432	0.00729	4.68	0.74	-0.03	5.41	0.42	5.54	2.04
14	0.00634	0.00078	0.24	0.08	0.00	0.32	0.04	0.33	0.14
15	0.03694	0.00456	1.39	0.46	-0.02	1.85	0.26	1.93	0.82
16	0.00634	0.00078	0.24	0.08	0.00	0.32	0.04	0.33	0.14
17	0.00284	0.00041	0.11	0.04	0.00	0.15	0.02	0.16	0.07
18	0.00284	0.00041	0.11	0.04	0.00	0.15	0.02	0.16	0.07
19	0.00284	0.00041	0.11	0.04	0.00	0.15	0.02	0.16	0.07
20	0.00284	0.00041	0.11	0.04	0.00	0.15	0.02	0.16	0.07
Sumas			37.61	0.02	0.00		0.01	41.36	15.19



Entrepiso 1

Sentido	V (ton)	e ₁ (m)	e ₂ (m)	M _{t1} =Ve ₁	M _{t2} =Ve ₂	M _{t0}
X	42.79	1.60	-1.60	68.46	-68.46	118.97
Y	45.03	2.64	-0.16	118.97	-6.99	68.46

Muro	c _d	c _t	V _d	V ₁	V ₂	V _m	V ₀	V _{xv1}	V _{xv2}
40	0.10738	0.02639	4.59	1.81	-1.81	6.40	3.14	7.34	5.06
37	0.02812	0.00561	1.20	0.38	-0.38	1.59	0.67	1.79	1.14
38	0.00710	0.00142	0.30	0.10	-0.10	0.40	0.17	0.45	0.29
39	0.06465	0.01291	2.77	0.88	-0.88	3.65	1.54	4.11	2.63
35	0.00398	0.00055	0.17	0.04	-0.04	0.21	0.07	0.23	0.13
36	0.00521	0.00072	0.22	0.05	-0.05	0.27	0.09	0.30	0.17
32	0.12965	0.01394	5.55	0.95	-0.95	6.50	1.66	7.00	3.61
33	0.00175	0.00019	0.08	0.01	-0.01	0.09	0.02	0.09	0.05
34	0.00521	0.00056	0.22	0.04	-0.04	0.26	0.07	0.28	0.15
30	0.12561	0.00000	5.37	0.00	0.00	5.37	0.00	5.37	1.61
31	0.16826	0.00000	7.20	0.00	0.00	7.20	0.00	7.20	2.16
27	0.12965	-0.01394	5.55	-0.95	0.95	6.50	-1.66	7.00	3.61
28	0.00175	-0.00019	0.08	-0.01	0.01	0.09	-0.02	0.09	0.05
29	0.00521	-0.00056	0.22	-0.04	0.04	0.26	-0.07	0.28	0.15
25	0.00398	-0.00055	0.17	-0.04	0.04	0.21	-0.07	0.23	0.13
26	0.00521	-0.00072	0.22	-0.05	0.05	0.27	-0.09	0.30	0.17
22	0.02812	-0.00561	1.20	-0.38	0.38	1.59	-0.67	1.79	1.14
23	0.00710	-0.00142	0.30	-0.10	0.10	0.40	-0.17	0.45	0.29
24	0.06465	-0.01291	2.77	-0.88	0.88	3.65	-1.54	4.11	2.63
21	0.10738	-0.02639	4.59	-1.81	1.81	6.40	-3.14	7.34	5.06
Sumas			42.79	0.00	0.00		0.00	55.76	30.21

Muro	c _d	c _t	V _d	V ₁	V ₂	V _m	V ₀	V _{xv1}	V _{xv2}
1	0.08968	-0.00950	4.04	-1.13	0.07	4.10	-0.65	4.30	1.88
2	0.08968	-0.00950	4.04	-1.13	0.07	4.10	-0.65	4.30	1.88
3	0.00984	-0.00072	0.44	-0.09	0.01	0.45	-0.05	0.46	0.18
4	0.05694	-0.00414	2.56	-0.49	0.03	2.59	-0.28	2.68	1.06
5	0.00984	-0.00072	0.44	-0.09	0.01	0.45	-0.05	0.46	0.18
6	0.03901	-0.00111	1.76	-0.13	0.01	1.76	-0.08	1.79	0.61
7	0.03901	-0.00111	1.76	-0.13	0.01	1.76	-0.08	1.79	0.61
8	0.04743	0.00023	2.14	0.03	0.00	2.16	0.02	2.17	0.66
9	0.13004	0.00206	5.86	0.25	-0.01	6.10	0.14	6.14	1.97
10	0.13004	0.00206	5.86	0.25	-0.01	6.10	0.14	6.14	1.97
11	0.04743	0.00023	2.14	0.03	0.00	2.16	0.02	2.17	0.66
12	0.12452	0.00749	5.61	0.89	-0.05	6.50	0.51	6.65	2.46
13	0.12452	0.00749	5.61	0.89	-0.05	6.50	0.51	6.65	2.46
14	0.00723	0.00092	0.33	0.11	-0.01	0.43	0.06	0.45	0.19
15	0.03412	0.00432	1.54	0.51	-0.03	2.05	0.30	2.14	0.91
16	0.00723	0.00092	0.33	0.11	-0.01	0.43	0.06	0.45	0.19
17	0.00336	0.00050	0.15	0.06	0.00	0.21	0.03	0.22	0.10
18	0.00336	0.00050	0.15	0.06	0.00	0.21	0.03	0.22	0.10
19	0.00336	0.00050	0.15	0.06	0.00	0.21	0.03	0.22	0.10
20	0.00336	0.00050	0.15	0.06	0.00	0.21	0.03	0.22	0.10
Sumas			45.03	0.11	-0.01		0.06	49.63	18.28

Tabla 5.19 Cortantes sísmicas en los elementos resistentes.



El significado de las columnas en la tabla 5.19 es la siguiente:

M_{t0} = máximo valor absoluto entre M_{t1} y M_{t2} en la dirección ortogonal

V_d = cortante directo = $c_d V$

V_j = cortantes por torsión = $c_t M_{tj}$, $j = 1, 2, 0$

c_d y c_t provienen de la tabla 5.16

V_m = máximo entre $(V_d + V_1)$ y $(V_d + V_2)$

$V_{xy1} = V_m + 0.3$ valor absoluto de V_0

$V_{xy2} = 0.3 V_m +$ valor absoluto de V_0

La columna de V_{xy1} del entepiso 1 contiene los valores de la fuerza cortante de diseño. El valor de estas cortantes multiplicadas por el factor de carga se comparan con la fuerza cortante resistente calculada en la tabla 5.11 y 5.12 para la dirección X y Y respectivamente.

Dirección X			Dirección Y		
Muro	V_U (ton)	V_R (ton)	Muro	V_U (ton)	V_R (ton)
40	8.08	22.52	1	4.73	16.89
37	1.97	11.26	2	4.73	16.89
38	0.50	2.56	3	0.51	2.56
39	4.52	16.89	4	2.95	14.08
35	0.25	2.56	5	0.51	2.56
36	0.33	2.56	6	1.97	11.26
32	7.70	25.34	7	1.97	11.26
33	0.10	1.12	8	2.38	11.26
34	0.31	2.56	9	6.76	19.71
30	5.91	22.52	10	6.76	19.71
31	7.92	28.15	11	2.38	11.26
27	7.70	25.34	12	7.32	19.71
28	0.10	1.12	13	7.32	19.71
29	0.31	2.56	14	0.50	2.56
25	0.25	2.56	15	2.35	11.26
26	0.33	2.56	16	0.50	2.56
22	1.97	11.26	17	0.24	1.12
23	0.50	2.56	18	0.24	1.12
24	4.52	16.89	19	0.24	1.12
21	8.08	22.52	20	0.24	1.12

Tabla 5.20 Revisión de muros por fuerza cortante en el método estático.

Como se observa en la tabla 5.20, la resistencia a cortante de todos los muros es satisfactoria. Ahora se revisará los muros por momento de volteo. Para el cálculo de este elemento mecánico se considera al muro en estudio como una viga en cantiliver y se permite la reducción del momento por el factor:

$$z = 0.8 + 0.2 \frac{h_n}{H} \quad (5.6)$$



donde:

- z factor por el cual se reduce el momento de volteo
- h_n es la altura del nivel n medida desde el nivel de desplante
- H es la altura de la construcción

Por ejemplo, en el caso del muro 1, el cálculo del momento de volteo es el siguiente:

Muro	Nivel	h_n (m)	V_n (ton)	M (ton-m)	z	M_n (ton-m)
1	3	7.20	2.19	0.00	0.950	0.00
	2	4.80	3.49	5.26	0.900	4.73
	1	2.40	4.10	13.63	0.850	11.59
Base				23.47	0.800	18.78

Tabla 5.21 Cálculo de momento de volteo.

$$M_n = V_{n+1}(h_{n+1} - h_n) + M_{n+1} \quad (5.7)$$

En la tabla anterior M_n es el momento nominal que se multiplica por el factor de carga correspondiente para obtener el momento último. De esta manera se calcula el momento de volteo en los restantes muros, en la tabla 5.21 se presenta el cálculo del momento resistente de los muros del primer entpiso.

Dirección X

Muro	d' (cm)	d (cm)	Pu (ton)	As (cm ²)	P _R (ton)	Mo (ton-m)	M _R (ton-m)	M _U (ton-m)
40	376	388	9.16	2.84	110.59	44.85	46.54	27.92
37	176	188	6.72	2.84	55.30	20.99	20.59	6.74
38	76	88	4.75	2.84	32.26	9.07	8.51	1.50
39	276	288	9.36	2.84	82.94	32.92	34.42	16.01
35	76	88	4.24	2.84	32.26	9.07	8.37	0.97
36	76	88	4.16	2.84	32.26	9.07	8.35	1.12
32	426	438	17.59	2.84	145.15	50.81	63.77	30.60
33	51	63	12.20	2.84	24.19	6.08	3.85	0.42
34	76	88	2.98	2.84	27.65	9.07	8.04	1.08
30	376	388	17.28	2.84	129.02	44.85	56.00	25.66
31	476	488	24.01	2.84	161.28	56.78	80.57	35.27
27	426	438	17.59	2.84	145.15	50.81	63.77	30.60
28	51	63	12.20	2.84	24.19	6.08	3.85	0.42
29	76	88	2.98	2.84	27.65	9.07	8.04	1.08
25	76	88	4.24	2.84	32.26	9.07	8.37	0.97
26	76	88	4.16	2.84	32.26	9.07	8.35	1.12
22	176	188	6.72	2.84	55.30	20.99	20.59	6.74
23	76	88	4.75	2.84	32.26	9.07	8.51	1.50
24	276	288	9.36	2.84	82.94	32.92	34.42	16.01
21	376	388	9.16	2.84	110.59	44.85	46.54	27.92

**Dirección Y**

Muro	d' (cm)	d (cm)	Pu (ton)	As (cm ²)	P _R (ton)	Mo (ton-m)	M _R (ton-m)	M _U (ton-m)
1	276	288	7.66	5.08	82.94	58.89	53.73	20.66
2	276	288	7.66	5.08	82.94	58.89	53.73	20.66
3	76	88	3.30	2.84	27.65	9.07	8.12	1.94
4	226	238	8.53	2.84	69.12	26.96	27.65	13.56
5	76	88	3.30	2.84	27.65	9.07	8.12	1.94
6	176	188	9.18	2.84	64.51	20.99	21.97	8.62
7	176	188	9.18	2.84	64.51	20.99	21.97	8.62
8	176	188	8.15	2.84	64.51	20.99	21.39	10.05
9	326	338	17.49	2.84	112.90	38.89	48.84	30.18
10	326	338	17.49	2.84	112.90	38.89	48.84	30.18
11	176	188	8.15	2.84	64.51	20.99	21.39	10.05
12	326	338	9.18	5.08	96.77	69.56	64.95	32.27
13	326	338	9.18	5.08	96.77	69.56	64.95	32.27
14	76	88	4.26	2.84	27.65	9.07	8.38	1.99
15	176	188	7.26	2.84	55.30	20.99	20.89	10.71
16	76	88	4.26	2.84	27.65	9.07	8.38	1.99
17	51	63	2.69	2.84	20.74	6.08	5.38	0.95
18	51	63	2.69	2.84	20.74	6.08	5.38	0.95
19	51	63	2.69	2.84	20.74	6.08	5.38	0.95
20	51	63	2.69	2.84	20.74	6.08	5.38	0.95

Tabla 5.22 Revisión de muros por flexocompresión en el método estático.

Se observa que el momento resistente de todos los muros es suficiente. En caso de que algún muro fuese insuficiente ante el momento de volteo, se puede incrementar el área de acero en los castillos que lo rodean y de esta manera incrementar su resistencia.

Limitaciones y ventajas del método estático.

Limitaciones:

- No se pueden incorporar el acoplamiento que proporciona el sistema de piso a los muros, ni tampoco se puede incorporar, por la misma razón, la influencia de vacíos y escaleras.
- Se desprecia la presencia de pretilas.
- En los muros cortos, al ser considerarlos como en voladizo, no se está considerando el acoplamiento con los demás muros y con el sistema de piso y por ende se está sobre estimando el momento flexionante.
- No es posible evaluar las tensiones por sismo en los muros de mampostería.

Ventajas.

- Se puede aplicar de manera sencilla a estructuras irregulares.



- Proporciona la información necesaria para el diseño de cada uno de los muros.
- Permite revisar sistemas combinados con muros de concreto, excepto aquellos en los que se tienen plantas bajas suaves.
- Se pueden incorporar todas las hipótesis del análisis sísmico.

5.4 Método Dinámico.

Para determinar las acciones por sismo por este método, se realizará un análisis modal espectral. Para este fin, los muros se modelarán por medio de la analogía de la columna ancha y de esta manera lograr marcos planos para el cálculo de la rigidez de entrepiso. Posteriormente se calcularán los periodos de vibración y aplicar el método sísmico dinámico de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo.

Las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería, indica estimar las siguientes propiedades para mampostería de piezas de barro multiperforadas:

$$E = 600 f_m^* \text{ para cargas de corta duración.}$$

$$E = (600)(60 \text{ kg/cm}^2) = 36,000 \text{ kg/cm}^2 = 360,000 \text{ t/m}^2$$

$$G = (0.4)(36,000 \text{ kg/cm}^2) = 14,400 \text{ kg/cm}^2 = 144,000 \text{ t/m}^2$$

Para concreto tipo II las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto, especifica estimar:

$$E_c = 8000\sqrt{f'_c} = 8000\sqrt{200} = 113,137 \text{ kg/cm}^2 = 1,131,370 \text{ t/m}^2$$

Masa del sistema.

Nivel 3 (Azotea)

$$A_{\text{losa}} = 144 \text{ m}^2$$

$$W_{N3} = 99.048 \text{ t}$$

$$m_3 = \frac{W}{g} = \frac{99.048 \text{ t}}{980.665 \text{ cm/s}^2} = 0.1010 \text{ t-s}^2 / \text{cm}$$

Nivel 1 y 2

$$W_{N1} = W_{N2} = 96.936 \text{ t}$$

$$m_1 = m_2 = \frac{W}{g} = \frac{96.936 \text{ t}}{980.665 \text{ cm/s}^2} = 0.0988 \text{ t-s}^2 / \text{cm}$$



Rigidez de entrepiso del sistema.

Separando el inmueble en muros planos y analizándolo con el método de la columna ancha se tiene:

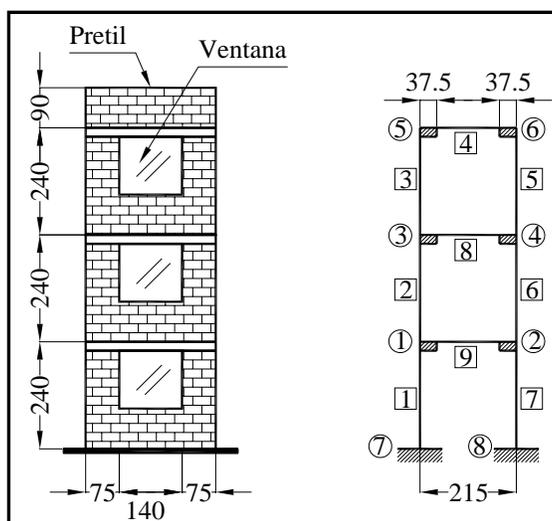


Figura 5.3 Muros 19 y 20, 17 y 18, y modelo con columnas anchas.

Las vigas de acoplamiento deben tomar en cuenta los efectos rigidizantes de los pretiles y de parte del sistema de piso. En la referencia 6 se recomienda tomar un ancho de 4 veces el espesor de la losa a cada lado de la dala de cerramiento.

Para los marcos del eje G (figura 5.3) la viga de acoplamiento en la zona de ventanas es la mostrada en la figura 5.4.

La propiedades de las vigas de acoplamiento se calculan empleando la sección transformada. La relación de módulos es:

$$n = \frac{E}{E_c} = \frac{360,000}{1,131,370} = 0.32$$

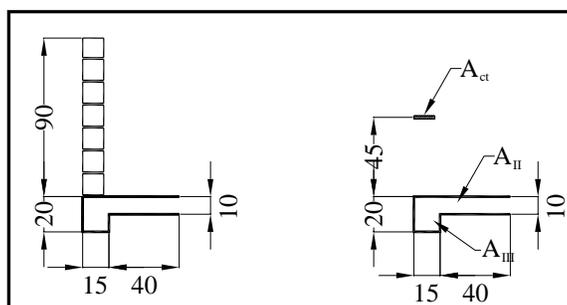


Figura 5.4 Viga de acoplamiento con pretil y sus propiedades

Como se observa en la figura 5.4 se transforma el área del pretil de mampostería a concreto y se concentra en su centroide. El área del pretil vale:

$$A_p = (0.12)(0.9) = 0.108 \text{ m}^2$$



El área transformada a concreto es

$$A_{ct} = (0.108)(n) = (0.108)(0.32) = 0.03456 \text{ m}^2$$

Con referencia a la figura 5.4

$$A_{II} = (0.1)(0.4) = 0.04 \text{ m}^2$$

$$A_{III} = (0.15)(0.20) = 0.03 \text{ m}^2$$

Centro de gravedad

$$\bar{x} = \frac{(0.03456)(0.65) + (0.04)(0.15) + (0.03)(0.1)}{0.03456 + 0.04 + 0.03} = 0.30 \text{ m}$$

Momento de inercia calculado con el teorema de los ejes paralelos

$$I = \frac{(0.15)(0.20)^3}{12} + (0.03)(0.30 - 0.10)^2 + \frac{(0.40)(0.10)^3}{12} + (0.04)(0.30 - 0.15)^2 + (0.03456)(0.65 - 0.30)^2$$

$$I = 0.00646693333 \text{ m}^4$$

Área axial

$$A_{axial} = 0.03456 + 0.04 + 0.03 = 0.10456 \text{ m}^2$$

Módulo de elasticidad

$$E = 1,131,370 \text{ t/m}^2$$

Procediendo al análisis del marco con columnas anchas mostrado en la figura 5.4 en forma similar a como se hizo en el ejemplo 3.4, se calculan las siguientes propiedades.

Para la columnas anchas, de la ecuación (3.43) con $L = 2.4 \text{ m}$.

$$\alpha = \frac{(12)(360,000)(0.0042188)}{(5.76)(144,000)(0.06)} = 0.3662$$

Para las trabes con zona rígida y en base a la figura 3.15 se tiene:

$$L = 2.15 \text{ m}$$

$$\gamma = 0.1744$$

$$\beta = 0.1744$$

$$\lambda = 0.6512$$



Las propiedades de los elementos así idealizados se muestran en la siguiente tabla.

Barra			α	$\cos \alpha$	$\sen \alpha$	$(\cos \alpha)^2$	$(\sen \alpha)^2$	$\cos \alpha \sen \alpha$	L (m)	A (m ²)	I (m ⁴)	EA/L *	EI/L *	EI/L ² *	EI/L ³ *
No.	m	n													
1	7	1	90	0	1	0	1	0	2.4	0.09	0.0042188	13,500.0	632.8	263.7	109.9
2	1	3	90	0	1	0	1	0	2.4	0.09	0.0042188	13,500.0	632.8	263.7	109.9
3	3	5	90	0	1	0	1	0	2.4	0.09	0.0042188	13,500.0	632.8	263.7	109.9
4	5	6	0	1	0	1	0	0	2.15	0.10	0.0064669	55,021.4	3,403.0	1,582.8	736.2
5	4	6	90	0	1	0	1	0	2.4	0.09	0.0042188	13,500.0	632.8	263.7	109.9
6	2	4	90	0	1	0	1	0	2.4	0.09	0.0042188	13,500.0	632.8	263.7	109.9
7	8	2	90	0	1	0	1	0	2.4	0.09	0.0042188	13,500.0	632.8	263.7	109.9
8	3	4	0	1	0	1	0	0	2.15	0.10	0.0064669	55,021.4	3,403.0	1,582.8	736.2
9	1	2	0	1	0	1	0	0	2.15	0.10	0.0064669	55,021.4	3,403.0	1,582.8	736.2

De las ecuaciones (3.21), (3.57) y (3.59) se calculan las siguientes matrices globales de los elementos estructurales.

Columnas 1 y 7

$$\begin{array}{c}
 u_1 \\
 v_1 \\
 \theta_1
 \end{array}
 \begin{array}{|c}
 u_1 \\
 v_1 \\
 \theta_1
 \end{array}
 \begin{array}{|c}
 v_1 \\
 59029 \\
 0
 \end{array}
 \begin{array}{|c}
 \theta_1 \\
 785.82 \\
 3143.32
 \end{array}
 \Bigg| = K_1$$

$$\begin{array}{c}
 u_7 \\
 v_7 \\
 \theta_7
 \end{array}
 \begin{array}{|c}
 u_7 \\
 v_7 \\
 \theta_7
 \end{array}
 \begin{array}{|c}
 v_7 \\
 13,500.0 \\
 0.0
 \end{array}
 \begin{array}{|c}
 \theta_7 \\
 1,158.0 \\
 2,022.4
 \end{array}
 \Bigg| = K_7$$

Columnas anchas 2, 3, 5 y 6

$$\begin{array}{c}
 u_1 \\
 v_1 \\
 \theta_1 \\
 u_3 \\
 v_3 \\
 \theta_3
 \end{array}
 \begin{array}{|c}
 u_1 \\
 v_1 \\
 \theta_1 \\
 u_3 \\
 v_3 \\
 \theta_3
 \end{array}
 \begin{array}{|c}
 v_1 \\
 13,500.0 \\
 0.0 \\
 -13,500.0 \\
 0.0
 \end{array}
 \begin{array}{|c}
 \theta_1 \\
 2,022.4 \\
 1,158.0 \\
 1,158.0 \\
 0.0 \\
 756.8
 \end{array}
 \begin{array}{|c}
 u_3 \\
 1,158.0 \\
 965.0 \\
 965.0 \\
 0.0 \\
 1,158.0
 \end{array}
 \begin{array}{|c}
 v_3 \\
 -13,500.0 \\
 0.0 \\
 13,500.0 \\
 13,500.0 \\
 0.0
 \end{array}
 \begin{array}{|c}
 \theta_3 \\
 756.8 \\
 1,158.0 \\
 1,158.0 \\
 0.0 \\
 2,022.4
 \end{array}
 \Bigg| = K_2$$

$$\begin{array}{c}
 u_3 \\
 v_3 \\
 \theta_3 \\
 u_5 \\
 v_5 \\
 \theta_5
 \end{array}
 \begin{array}{|c}
 u_3 \\
 v_3 \\
 \theta_3 \\
 u_5 \\
 v_5 \\
 \theta_5
 \end{array}
 \begin{array}{|c}
 v_3 \\
 -13,500.0 \\
 0.0 \\
 13,500.0 \\
 13,500.0 \\
 0.0
 \end{array}
 \begin{array}{|c}
 \theta_3 \\
 2,022.4 \\
 1,158.0 \\
 1,158.0 \\
 0.0 \\
 756.8
 \end{array}
 \begin{array}{|c}
 u_5 \\
 1,158.0 \\
 965.0 \\
 965.0 \\
 0.0 \\
 1,158.0
 \end{array}
 \begin{array}{|c}
 v_5 \\
 13,500.0 \\
 0.0 \\
 -13,500.0 \\
 13,500.0 \\
 0.0
 \end{array}
 \begin{array}{|c}
 \theta_5 \\
 756.8 \\
 1,158.0 \\
 1,158.0 \\
 0.0 \\
 2,022.4
 \end{array}
 \Bigg| = K_3$$



	u_4	v_4	θ_4	u_6	v_6	θ_6	
u_4	965.0	0.0	-1,158.0	-965.0	0.0	-1,158.0	= K_5
v_4	0.0	13,500.0	0.0	0.0	-13,500.0	0.0	
θ_4	-1,158.0	0.0	2,022.4	1,158.0	0.0	756.8	
u_6	-965.0	0.0	1,158.0	965.0	0.0	1,158.0	
v_6	0.0	-13,500.0	0.0	0.0	13,500.0	0.0	
θ_6	-1,158.0	0.0	756.8	1,158.0	0.0	2,022.4	

	u_2	v_2	θ_2	u_4	v_4	θ_4	
u_2	965.0	0.0	-1,158.0	-965.0	0.0	-1,158.0	= K_6
v_2	0.0	13,500.0	0.0	0.0	-13,500.0	0.0	
θ_2	-1,158.0	0.0	2,022.4	1,158.0	0.0	756.8	
u_4	-965.0	0.0	1,158.0	965.0	0.0	1,158.0	
v_4	0.0	-13,500.0	0.0	0.0	13,500.0	0.0	
θ_4	-1,158.0	0.0	756.8	1,158.0	0.0	2,022.4	

Vigas con zonas rígidas 4, 8 y 9

	u_5	v_5	θ_5	u_6	v_6	θ_6	
u_5	55,021.4	0.0	0.0	-55,021.4	0.0	0.0	= K_4
v_5	0.0	31,996.3	34,396.1	0.0	-31,996.3	34,396.1	
θ_5	0.0	34,396.1	42,201.8	0.0	-34,396.1	31,749.7	
u_6	-55,021.4	0.0	0.0	55,021.4	0.0	0.0	
v_6	0.0	-31,996.3	-34,396.1	0.0	31,996.3	-34,396.1	
θ_6	0.0	34,396.1	31,749.7	0.0	-34,396.1	42,201.8	

	u_3	v_3	θ_3	u_4	v_4	θ_4	
u_3	55,021.4	0.0	0.0	-55,021.4	0.0	0.0	= K_8
v_3	0.0	31,996.3	34,396.1	0.0	-31,996.3	34,396.1	
θ_3	0.0	34,396.1	42,201.8	0.0	-34,396.1	31,749.7	
u_4	-55,021.4	0.0	0.0	55,021.4	0.0	0.0	
v_4	0.0	-31,996.3	-34,396.1	0.0	31,996.3	-34,396.1	
θ_4	0.0	34,396.1	31,749.7	0.0	-34,396.1	42,201.8	

	u_1	v_1	θ_1	u_2	v_2	θ_2	
u_1	55,021.4	0.0	0.0	-55,021.4	0.0	0.0	= K_9
v_1	0.0	31,996.3	34,396.1	0.0	-31,996.3	34,396.1	
θ_1	0.0	34,396.1	42,201.8	0.0	-34,396.1	31,749.7	
u_2	-55,021.4	0.0	0.0	55,021.4	0.0	0.0	
v_2	0.0	-31,996.3	-34,396.1	0.0	31,996.3	-34,396.1	
θ_2	0.0	34,396.1	31,749.7	0.0	-34,396.1	42,201.8	

Ensamblando y efectuando la condensación estática indicada en la ecuación (3.25) se tiene:

$K_{11} =$	56,951.4	-55,021.4	-965.0	0.0	0.0	0.0
	-55,021.4	56,951.4	0.0	-965.0	0.0	0.0
	-965.0	0.0	56,951.4	-55,021.4	-965.0	0.0
	0.0	-965.0	-55,021.4	56,951.4	0.0	-965.0
	0.0	0.0	-965.0	0.0	55,986.4	-55,021.4
	0.0	0.0	0.0	-965.0	-55,021.4	55,986.4



Matriz de rigidez lateral

$$K^* = \begin{bmatrix} 56,859.5 & -55,020.2 & -980.9 & -16.7 & 120.6 & 33.2 \\ -55,020.2 & 56,859.5 & -16.7 & -980.9 & 33.2 & 120.6 \\ -980.9 & -16.7 & 56,773.1 & -54,999.7 & -835.8 & 22.4 \\ -16.7 & -980.9 & -54,999.7 & 56,773.1 & 22.4 & -835.8 \\ 120.6 & 33.2 & -835.8 & 22.4 & 55,710.2 & -55,108.0 \\ 33.2 & 120.6 & 22.4 & -835.8 & -55,108.0 & 55,710.2 \end{bmatrix}$$

Premultiplicando la ecuación (3.24) por $[K^*]^{-1}$

$$\{U\} = [K^*]^{-1} \{F\}$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0005758 & 0.0005669 & 0.000669 & 0.0006689 & 0.0007577 & 0.0007577 \\ 0.0005669 & 0.0005758 & 0.0006689 & 0.000669 & 0.0007577 & 0.0007577 \\ 0.000669 & 0.0006689 & 0.0015288 & 0.0015199 & 0.0018883 & 0.0018882 \\ 0.0006689 & 0.000669 & 0.0015199 & 0.0015288 & 0.0018882 & 0.0018883 \\ 0.0007577 & 0.0007577 & 0.0018883 & 0.0018882 & 0.0031918 & 0.0031828 \\ 0.0007577 & 0.0007577 & 0.0018882 & 0.0018883 & 0.0031828 & 0.0031918 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{bmatrix}$$

Aplicando una fuerza unitaria de 1 t al nodo 1 se obtiene el máximo desplazamiento lateral

$$\Delta_{e1} = 0.0005758 \text{ m}$$

Aplicando la ecuación (3.26):

$$K_{e1} = \frac{1 \text{ t}}{0.0005758 \text{ m}} = 1,736.66 \text{ t/m} = 17.37 \text{ t/cm}$$

Aplicando una fuerza unitaria de 1 t al nodo 3 se obtiene el desplazamiento máximo

$$\Delta_{e2} = \text{nodo 3} - \text{nodo 1} = 0.0015288 - 0.000669 = 0.0008598$$

Aplicando la ecuación (3.41):

$$K_{e2} = \frac{1 \text{ t}}{0.0008598 \text{ m}} = 1,163.06 \text{ t/m} = 11.63 \text{ t/cm}$$

Aplicando una fuerza unitaria de 1 t al nodo 5 se obtiene el desplazamiento máximo

$$\Delta_{e3} = \text{nodo 5} - \text{nodo 3} = 0.0018883 - 0.0031918 = 0.0013036$$

Aplicando la ecuación (3.26):

$$K_{e3} = \frac{1 \text{ t}}{0.0013036 \text{ m}} = 767.12 \text{ t/m} = 7.67 \text{ t/cm}$$



El modelo de la figura 5.3 es similar para el marco formado por los muros 35 y 36 y por los muros 25 y 26. Procediendo en forma similar, obtenemos:

Matriz de rigidez lateral

$$K^* = \begin{vmatrix} 66,109.3 & -65,472.0 & -336.2 & -8.1 & 59.2 & -10.0 \\ -65,472.0 & 66,109.3 & -8.1 & -336.2 & -10.0 & 59.2 \\ -336.2 & -8.1 & 66,030.1 & -65,423.9 & -246.3 & -36.9 \\ -8.1 & -336.2 & -65,423.9 & 66,030.1 & -36.9 & -246.3 \\ 59.2 & -10.0 & -246.3 & -36.9 & 65,686.2 & -65,465.6 \\ -10.0 & 59.2 & -36.9 & -246.3 & -65,465.6 & 65,686.2 \end{vmatrix}$$

Premultiplicando la ecuación (3.24) por $[K^*]^{-1}$

$$\begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 & u_6 \\ 0.001667 & 0.0016594 & 0.0019267 & 0.0019267 & 0.0021021 & 0.0021021 \\ 0.0016594 & 0.001667 & 0.0019267 & 0.0019267 & 0.0021021 & 0.0021021 \\ 0.0019267 & 0.0019267 & 0.0042963 & 0.0042886 & 0.0050802 & 0.0050802 \\ 0.0019267 & 0.0019267 & 0.0042886 & 0.0042963 & 0.0050802 & 0.0050802 \\ 0.0021021 & 0.0021021 & 0.0050802 & 0.0050802 & 0.0083227 & 0.0083151 \\ 0.0021021 & 0.0021021 & 0.0050802 & 0.0050802 & 0.0083151 & 0.0083227 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{vmatrix}$$

Aplicando una fuerza unitaria de 1 t al nodo 1 se obtiene el máximo desplazamiento lateral

$$\Delta_{e1} = 0.001667 \text{ m}$$

Aplicando la ecuación (3.26):

$$K_{e1} = \frac{1 \text{ t}}{0.001667 \text{ m}} = 599.89 \text{ t/m} = 6.00 \text{ t/cm}$$

Aplicando una fuerza unitaria de 1 t al nodo 3 se obtiene el desplazamiento máximo

$$\Delta_{e2} = \text{nodo 3} - \text{nodo 1} = 0.0042963 - 0.0019267 = 0.0023695$$

Aplicando la ecuación (3.26):

$$K_{e2} = \frac{1 \text{ t}}{0.0023695 \text{ m}} = 422.03 \text{ t/m} = 4.22 \text{ t/cm}$$

Aplicando una fuerza unitaria de 1 t al nodo 5 se obtiene el desplazamiento máximo

$$\Delta_{e3} = \text{nodo 5} - \text{nodo 3} = 0.0083227 - 0.0050802 = 0.0032425$$

Aplicando la ecuación (3.26):

$$K_{e3} = \frac{1 \text{ t}}{0.0032425 \text{ m}} = 308.40 \text{ t/m} = 3.08 \text{ t/cm}$$



Marco formado por los muros 14, 15 y 16.

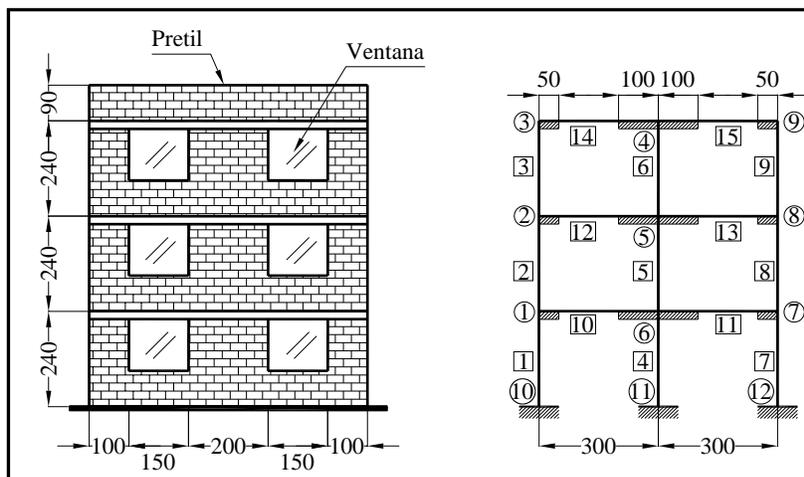


Figura 5.5 Muros 14, 15 y 16, y su modelo con columnas anchas.

Las rigideces resultan de

$$K_{e1} = 85.50 \text{ t/cm}$$

$$K_{e2} = 67.79 \text{ t/cm}$$

$$K_{e3} = 52.32 \text{ t/cm}$$

Marco formado por los muros 3, 4 y 5. Este marco es similar al marco anterior excepto por el muro 4 que tiene longitud $L = 2.5 \text{ m}$. Procediendo al análisis del marco con columnas anchas, obtenemos las siguientes rigideces:

$$K_{e1} = 101.98 \text{ t/cm}$$

$$K_{e2} = 79.80 \text{ t/cm}$$

$$K_{e3} = 59.71 \text{ t/cm}$$

La viga de acoplamiento empleada es la misma para todos los marcos interiores y se puede observar en la figura 5.4, de donde se calcula

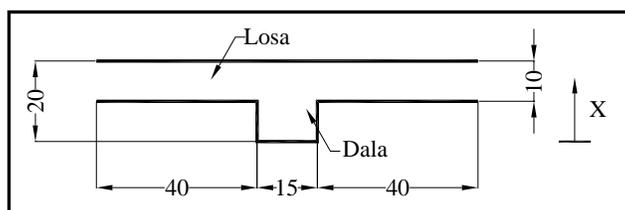


Figura 5.6 Viga de acoplamiento para muros interiores

$$\text{Area} = A = (0.95 \text{ m})(0.1 \text{ m}) + (0.1 \text{ m})(0.15 \text{ m}) = 0.11 \text{ m}^2$$

Centroide y momento de inercia

$$\bar{x} = \frac{(0.95)(0.10)(0.15) + (0.15)(0.10)(0.05)}{(0.95)(0.10) + (0.15)(0.10)} = 0.136 \text{ cm}$$



$$I = \frac{(0.95)(0.10)^3}{12} + (0.10)(0.95)(0.15 - 0.136)^2 + \frac{(0.15)(0.10)^3}{12} + (0.15)(0.10)(0.136 - 0.05)^2 = 2.21 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$E = 1,131,370 \text{ t/m}^2$$

Marco formado por los muros 22, 23 y 24; muros 37, 38 y 39.

El modelo para análisis de este marco es similar al mostrado en la figura 5.5, con la diferencia de la longitud de los muros y que la viga de acoplamiento es la mostrada en la figura 5.6. De esta manera obtenemos las siguientes rigideces:

$$K_{e1} = 123.02 \text{ t/cm} \quad K_{e2} = 63.03 \text{ t/cm} \quad K_{e3} = 37.00 \text{ t/cm}$$

Marco formado por los muros 27, 28 y 29; muros 32, 33 y 34.

Este marco es similar al anterior, de tal manera que obtenemos las siguientes rigideces:

$$K_{e1} = 184.71 \text{ t/cm} \quad K_{e2} = 93.25 \text{ t/cm} \quad K_{e3} = 52.28 \text{ t/cm}$$

Muros 21 y 40, ver figura 5.7

Para este muro de longitud $L = 4 \text{ m}$ se obtiene de un análisis con columnas anchas

$$K_{e1} = 138.73 \text{ t/cm} \quad K_{e2} = 61.70 \text{ t/cm} \quad K_{e3} = 32.04 \text{ t/cm}$$

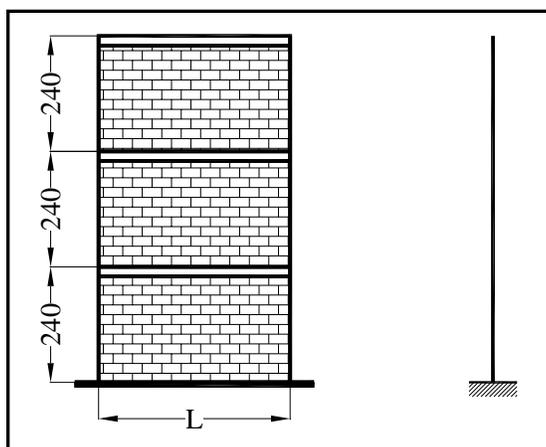


Figura 5.7 Muros 40, 30, 31, 21, 1, 2, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 y 13

Muros 30 y 31, observar la figura 5.7

Con $L = 9 \text{ m}$ se calculan las siguientes rigideces de entrepiso

$$K_{e1} = 401.54 \text{ t/cm} \quad K_{e2} = 304.83 \text{ t/cm} \quad K_{e3} = 217.51 \text{ t/cm}$$

Muros 1 y 2, ver figura 5.7

Para este muro de longitud $L = 3 \text{ m}$ se calcula



$$K_{e1} = 85.58 \text{ t/cm}$$

$$K_{e2} = 30.29 \text{ t/cm}$$

$$K_{e3} = 14.58 \text{ t/cm}$$

Muros 6, 7, 8 y 11 observar la figura 5.7

Con $L = 2$ m, del análisis con columnas anchas se tiene

$$K_{e1} = 37.85 \text{ t/cm}$$

$$K_{e2} = 10.16 \text{ t/cm}$$

$$K_{e3} = 4.58 \text{ t/cm}$$

Muros 9 y 10, ver figura 5.7

Para este muro de longitud $L = 7$ m se calcula

$$K_{e1} = 298.56 \text{ t/cm}$$

$$K_{e2} = 198.86 \text{ t/cm}$$

$$K_{e3} = 127.75 \text{ t/cm}$$

Muros 12 y 13 observar la figura 5.7

Con $L = 3.5$ m, del análisis con columnas anchas se tiene

$$K_{e1} = 111.88 \text{ t/cm}$$

$$K_{e2} = 44.70 \text{ t/cm}$$

$$K_{e3} = 22.34 \text{ t/cm}$$

En la figura 5.8 se muestra un resumen de los valores de las rigideces de entresuelo obtenidas para cada sistema de muros.

El edificio puede modelarse para efectos dinámicos en cada dirección de análisis, mediante el sistema oscilatorio simplemente acoplado de 3 grados de libertad, mostrado en la figura 5.9, en donde las rigideces están dadas por la suma de rigideces de entresuelo de cada sistema de muros en la dirección considerada.

Dirección X, con referencia a la figura 5.9, se tiene

$$K_{1X} = \sum K_{e1} = 1306.46 \text{ t/cm}$$

$$K_{2X} = \sum K_{e2} = 749.23 \text{ t/cm}$$

$$K_{3X} = \sum K_{e3} = 466.31 \text{ t/cm}$$

Dirección Y, con referencia a la figura 5.9, se tiene

$$K_{1Y} = \sum K_{e1} = 1067.10 \text{ t/cm}$$

$$K_{2Y} = \sum K_{e2} = 560.33 \text{ t/cm}$$

$$K_{3Y} = \sum K_{e3} = 347.28 \text{ t/cm}$$

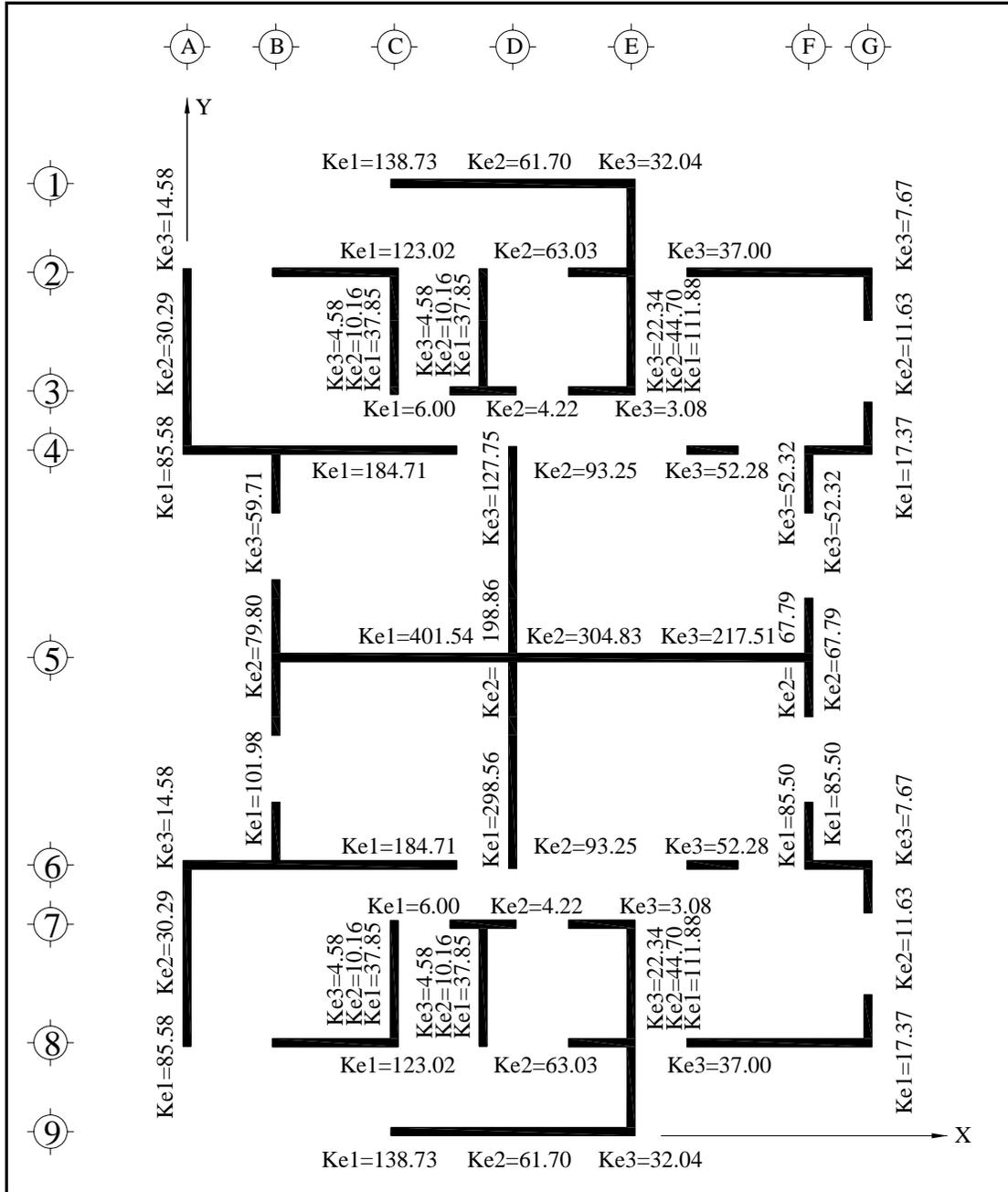


Figura 5.8 Resumen de rigideces de entresuelo de cada sistema de muros por nivel (t/cm)

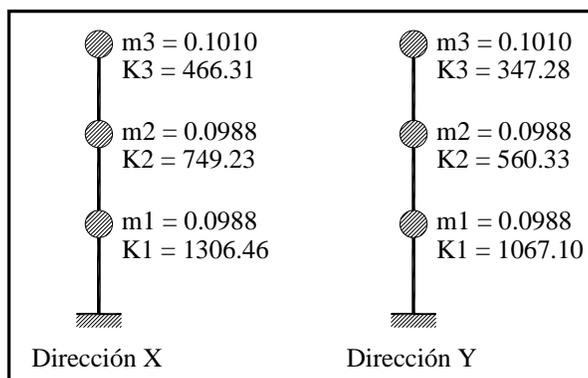


Figura 5.9 Sistema oscilatorio simplemente acoplado para análisis

Para el cálculo de los periodos de vibración se utiliza el método de Krylov o del polinomio característico.

Dirección X

La matriz de rigidez se calcula como:

$$[K] = \begin{vmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 & 0 \\ -K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 \\ 0 & -K_3 & K_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2055.69 & -749.23 & 0 \\ -749.23 & 1215.54 & -466.31 \\ 0 & -466.31 & 466.31 \end{vmatrix}$$

La matriz dinámica $[G]$ se calcula como:

$$[G] = [F][M] \tag{5.8}$$

donde:

- $[G]$ la matriz dinámica
- $[F]$ la matriz de flexibilidades
- $[M]$ la matriz de masas del sistema

La matriz de flexibilidades $[F]$ se calcula como la inversa de la matriz $[K]$, así tenemos:

$$[F] = \begin{vmatrix} 7.6542718491E-04 & 7.6542718491E-04 & 7.6542718491E-04 \\ 7.6542718491E-04 & 2.1001308140E-03 & 2.1001308140E-03 \\ 7.6542718491E-04 & 2.1001308140E-03 & 4.2446269646E-03 \end{vmatrix}$$

La matriz de masas es:

$$[M] = \begin{vmatrix} 0.0988 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0988 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1010 \end{vmatrix}$$



Finalmente la matriz dinámica es:

$$[G] = \begin{vmatrix} 7.5624205869E-05 & 7.5624205869E-05 & 7.7308145676E-05 \\ 7.5624205869E-05 & 2.0749292442E-04 & 2.1211321221E-04 \\ 7.5624205869E-05 & 2.0749292442E-04 & 4.2870732342E-04 \end{vmatrix}$$

De acuerdo con el método de Krylov, el polinomio característico se calcula como:

$$A^3 \bar{y} + b_2 A^2 \bar{y} + b_1 A \bar{y} + b_0 \bar{y} = 0 \quad (5.9)$$

$$\lambda^3 + b_2 \lambda^2 + b_1 \lambda + b_0 = 0 \quad (5.10)$$

donde:

$$[A] = [G]$$

Eligiendo arbitrariamente \bar{y} como: $\bar{y} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

Tenemos que:

$$[A] = \begin{vmatrix} 7.5624205869E-05 & 7.5624205869E-05 & 7.7308145676E-05 \\ 7.5624205869E-05 & 2.0749292442E-04 & 2.1211321221E-04 \\ 7.5624205869E-05 & 2.0749292442E-04 & 4.2870732342E-04 \end{vmatrix}$$

$$[A]^2 = \begin{vmatrix} 1.7284408151E-08 & 3.7451401374E-08 & 5.5029828564E-08 \\ 3.7451401374E-08 & 9.2784324908E-08 & 1.4079284530E-07 \\ 5.3831159030E-08 & 1.3772607046E-07 & 2.3364832699E-07 \end{vmatrix}$$

$$[A]^3 = \begin{vmatrix} 8.3009392122E-12 & 2.0496320494E-11 & 3.2871853102E-11 \\ 2.0496320494E-11 & 5.1297842613E-11 & 8.2935003460E-11 \\ 3.2155832540E-11 & 8.1128498434E-11 & 1.3354185518E-10 \end{vmatrix}$$

$$[A] \bar{y} = \begin{vmatrix} 2.2855655741E-04 \\ 4.9523034250E-04 \\ 7.1182445371E-04 \end{vmatrix}$$

$$[A]^2 \bar{y} = \begin{vmatrix} 1.0976563809E-07 \\ 2.7102857159E-07 \\ 4.2520555648E-07 \end{vmatrix}$$

$$[A]^3 \bar{y} = \begin{vmatrix} 6.1669112809E-11 \\ 1.5472916657E-10 \\ 2.4682618615E-10 \end{vmatrix}$$



Sustituyendo los valores anteriores en la ecuación (5.9)

$$\begin{bmatrix} 6.1669112809E-11 \\ 1.5472916657E-10 \\ 2.46826186615E-10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.0976563809E-07 \\ 2.7102857159E-07 \\ 4.2520555648E-07 \end{bmatrix} b_2 + \begin{bmatrix} 2.2855655741E-04 \\ 4.9523034250E-04 \\ 7.1182445371E-04 \end{bmatrix} b_1 + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} b_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Reduciendo la ecuación anterior tenemos:

$$\begin{bmatrix} 1.0976563809E-07 & 2.2855655741E-04 & 1 \\ 2.7102857159E-07 & 4.9523034250E-04 & 1 \\ 4.2520555648E-07 & 7.1182445371E-04 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_2 \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6.1669112809E-11 \\ -1.5472916657E-10 \\ -2.46826186615E-10 \end{bmatrix}$$

Resolviendo la ecuación:

$$\begin{bmatrix} b_2 \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7.1182445371E-04 \\ 8.1488496428E-08 \\ -2.1599776523E-12 \end{bmatrix}$$

Sustituyendo en la ecuación (5.10) obtenemos el polinomio característico

$$\lambda^3 - 7.1182445371E-04\lambda^2 + 8.1488496428E-08\lambda - 2.1599776523E-12 = 0$$

$$\lambda_3 = 3.917394E-05$$

$$\lambda_2 = 9.554204E-05$$

$$\lambda_1 = 5.7710846E-04$$

Finalmente las frecuencias angulares son:

$$\omega_3^2 = \frac{1}{3.917394E-05} = 25,527.1744 \quad \omega_3 = 159.7722581 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2^2 = \frac{1}{9.554204E-05} = 10,466.5967 \quad \omega_2 = 102.3063864 \text{ rad/s}$$

$$\omega_1^2 = \frac{1}{5.7710846E-04} = 1,732.7765 \quad \omega_1 = 41.62663257 \text{ rad/s}$$

Los periodos de vibración se calculan como

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (5.11)$$

$$T_3 = \frac{2\pi}{159.7722581} = 0.0393 \text{ s}$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{102.3063864} = 0.0614 \text{ s}$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{41.62663257} = 0.1509 \text{ s}$$



Los modos de vibración se calculan con el método de Holzer con las frecuencias ya calculadas.

Para el tercer modo $\omega^2 = 25,527.1744$

Nivel	Masa (t-s ² /cm)	Rigidez (t/cm)	$m \omega^2$	Δx_i (cm)	x_i (cm)	F_i (t)	V_i (t)
3	0.1010	466.31	2,578.2446	0.7599	0.1374	354.3708	354.3701
2	0.0988	749.23	2,522.0848	-1.6225	-0.6225	-1,569.9950	-1,215.6248
1	0.0988	1,306.46	2,522.0848	1.0000	1.0000	2,522.0848	1,306.4600

Para el segundo modo $\omega^2 = 10,466.5967$

Nivel	Masa (t-s ² /cm)	Rigidez (t/cm)	$m \omega^2$	Δx_i (cm)	x_i (cm)	F_i (t)	V_i (t)
3	0.1010	466.31	1,057.1263	-2.4397	-1.0762	-1,137.6560	-1,137.6557
2	0.0988	749.23	1,034.0998	0.3635	1.3635	1,410.0159	272.3602
1	0.0988	1,306.46	1,034.0998	1.0000	1.0000	1,034.0998	1,306.4600

Para el primer modo $\omega^2 = 1,732.7765$

Nivel	Masa (t-s ² /cm)	Rigidez (t/cm)	$m \omega^2$	Δx_i (cm)	x_i (cm)	F_i (t)	V_i (t)
3	0.1010	466.31	175.0104	1.5111	4.0264	704.6572	704.6572
2	0.0988	749.23	171.1983	1.5152	2.5152	430.6045	1,135.2617
1	0.0988	1,306.46	171.1983	1.0000	1.0000	171.1983	1,306.4600

Dirección Y

La matriz de rigidez se calcula como:

$$[K] = \begin{vmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 & 0 \\ -K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 \\ 0 & -K_3 & K_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1627.43 & -560.33 & 0 \\ -560.33 & 907.61 & -347.28 \\ 0 & -347.28 & 347.28 \end{vmatrix}$$

Matriz de flexibilidades

$$[F] = \begin{vmatrix} 9.3711929529E-04 & 9.3711929529E-04 & 9.3711929529E-04 \\ 9.3711929529E-04 & 2.7217819048E-03 & 2.7217819048E-03 \\ 9.3711929529E-04 & 2.7217819048E-03 & 5.6013027526E-03 \end{vmatrix}$$

La matriz de masas es:

$$[M] = \begin{vmatrix} 0.0988 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0988 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1010 \end{vmatrix}$$



La matriz dinámica $[G]$ se calcula con la ecuación (5.8)

$$[G] = \begin{bmatrix} 9.2587386374E-05 & 9.2587386374E-05 & 9.4649048824E-05 \\ 9.2587386374E-05 & 2.6891205220E-04 & 2.7489997239E-04 \\ 9.2587386374E-05 & 2.6891205220E-04 & 5.6573157801E-04 \end{bmatrix}$$

Cálculo del polinomio característico

$$[A] = \begin{bmatrix} 9.2587386374E-05 & 9.2587386374E-05 & 9.4649048824E-05 \\ 9.2587386374E-05 & 2.6891205220E-04 & 2.7489997239E-04 \\ 9.2587386374E-05 & 2.6891205220E-04 & 5.6573157801E-04 \end{bmatrix}$$

$$[A]^2 = \begin{bmatrix} 2.5908156285E-08 & 5.8922558151E-08 & 8.7761533759E-08 \\ 5.8922558151E-08 & 1.5481003166E-07 & 2.3820681895E-07 \\ 8.5849896390E-08 & 2.3301815557E-07 & 4.0273944213E-07 \end{bmatrix}$$

$$[A]^3 = \begin{bmatrix} 1.5979865169E-11 & 4.1843888656E-11 & 6.8299462940E-11 \\ 4.1843888656E-11 & 1.1114245350E-10 & 1.8289535709E-10 \\ 6.6811751866E-11 & 1.7891149782E-10 & 3.0002471569E-10 \end{bmatrix}$$

$$[A]\bar{y} = \begin{bmatrix} 2.7982382157E-04 \\ 6.3639941096E-04 \\ 9.2723101658E-04 \end{bmatrix}$$

$$[A]^2\bar{y} = \begin{bmatrix} 1.7259224819E-07 \\ 4.5193940876E-07 \\ 7.2160749409E-07 \end{bmatrix}$$

$$[A]^3\bar{y} = \begin{bmatrix} 1.2612321676E-10 \\ 3.3588169924E-10 \\ 5.4574796538E-10 \end{bmatrix}$$

Sustituyendo los valores anteriores en la ecuación (5.9)

$$\begin{bmatrix} 1.2612321676E-10 \\ 3.3588169924E-10 \\ 5.4574796538E-10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.7259224819E-07 \\ 4.5193940876E-07 \\ 7.2160749409E-07 \end{bmatrix} b_2 + \begin{bmatrix} 2.7982382157E-04 \\ 6.3639941096E-04 \\ 9.2723101658E-04 \end{bmatrix} b_1 + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} b_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Reduciendo la ecuación anterior tenemos:

$$\begin{bmatrix} 1.7259224819E-07 & 2.7982382157E-04 & 1 \\ 4.5193940876E-07 & 6.3639941096E-04 & 1 \\ 7.2160749409E-07 & 9.2723101658E-04 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_2 \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.2612321676E-10 \\ -3.3588169924E-10 \\ -5.45747965538E-10 \end{bmatrix}$$



Resolviendo la ecuación:

$$\begin{matrix} b_2 \\ b_1 \\ b_0 \end{matrix} = \begin{vmatrix} -9.2723101658E-04 \\ 1.3814986402E-07 \\ -4.7479539165E-12 \end{vmatrix}$$

Sustituyendo en la ecuación (5.10) obtenemos el polinomio característico

$$\lambda^3 - 9.2723101658E-04\lambda^2 + 1.3814986402E-07\lambda - 4.7479539165E-12 = 0$$

$$\lambda_3 = 5.063967E-05$$

$$\lambda_2 = 1.2469794E-04$$

$$\lambda_1 = 7.5189339E-04$$

Finalmente las frecuencias angulares son:

$$\omega_3^2 = \frac{1}{5.063967E-05} = 19,747.3641 \quad \omega_3 = 140.5253147 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2^2 = \frac{1}{1.2469794E-04} = 8,019.3787 \quad \omega_2 = 89.55098362 \text{ rad/s}$$

$$\omega_1^2 = \frac{1}{7.5189339E-04} = 1,329.9758 \quad \omega_1 = 36.46883303 \text{ rad/s}$$

Los periodos de vibración se calculan con la ecuación (5.11)

$$T_3 = \frac{2\pi}{140.5253147} = 0.0447 \text{ s}$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{89.55098362} = 0.0702 \text{ s}$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{36.46883303} = 0.1723 \text{ s}$$

Los modos de vibración se calculan con el método de Holzer con las frecuencias ya calculadas.

Para el tercer modo $\omega^2 = 19,747.3641$

Nivel	Masa (t-s ² /cm)	Rigidez (t/cm)	m ω^2	Δx_i (cm)	x_i (cm)	F_i (t)	V_i (t)
3	0.1010	347.28	1,994.4838	0.6993	0.1218	242.8549	242.8519
2	0.0988	560.33	1,951.0396	-1.5775	-0.5775	-1,126.7915	-883.9396
1	0.0988	1067.10	1,951.0396	1.0000	1.0000	1,951.0396	1,067.1000

Para el segundo modo $\omega^2 = 8,019.3787$

Nivel	Masa (t-s ² /cm)	Rigidez (t/cm)	m ω^2	Δx_i (cm)	x_i (cm)	F_i (t)	V_i (t)
3	0.1010	347.28	809.9572	-2.6091	-1.1187	-906.0798	-906.0797
2	0.0988	560.33	792.3146	0.4904	1.4904	1,180.8651	274.7854
1	0.0988	1067.10	792.3146	1.0000	1.0000	792.3146	1,067.1000



Para el primer modo $\omega^2 = 1,329.9758$

Nivel	Masa (t-s ² /cm)	Rigidez (t/cm)	m ω^2	Δx_i (cm)	x_i (cm)	F_i (t)	V_i (t)
3	0.1010	347.28	134.3276	1.6841	4.3540	584.8685	584.8685
2	0.0988	560.33	131.4016	1.6699	2.6699	350.8299	935.6984
1	0.0988	1067.10	131.4016	1.0000	1.0000	131.4016	1,067.1000

Resumiendo, obtenemos

Nivel	Dirección X			Dirección Y		
	Modos			Modos		
	1	2	3	1	2	3
3	4.0264	-1.0762	0.1374	4.3540	-1.1187	0.1218
2	2.5152	1.3635	-0.6225	2.6699	1.4904	-0.5775
1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
ω^2	1,732.7765	10,466.5967	25,527.1744	1,329.9758	8,019.3787	19,747.3641
T	0.1509	0.0614	0.0393	0.1723	0.0702	0.0447

Análisis sísmico dinámico

Para la zona IIIa (zona de lago) y estructura Grupo B:

$$c = 0.40 \quad a_0 = 0.10 \quad T_a = 0.53 \text{ s} \quad T_b = 1.8 \text{ s} \quad r = 2.0$$

Como se trata de una estructura de mampostería de piezas multiperforadas $Q = 1.5$, y como se observa en la tabla 5.12 se cumplen con los requisitos de regularidad entonces $Q' = Q = 1.5$

Para la dirección X

Coefficientes de participación

$$c_1 = \frac{[4.0264 \quad 2.5152 \quad 1.0000] \begin{bmatrix} 0.1010 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0988 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0988 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}}{[4.0264 \quad 2.5152 \quad 1.0000] \begin{bmatrix} 0.1010 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0988 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0988 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4.0264 \\ 2.5152 \\ 1.0000 \end{bmatrix}} = \frac{0.75396816}{2.36123322} = 0.3193111776$$

$$c_2 = \frac{[-1.0762 \quad 1.3635 \quad 1.0000] \begin{bmatrix} 0.1010 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0988 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0988 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}}{[-1.0762 \quad 1.3635 \quad 1.0000] \begin{bmatrix} 0.1010 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0988 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0988 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1.0762 \\ 1.3635 \\ 1.0000 \end{bmatrix}} = \frac{0.1248176}{0.3994611167} = 0.3124649554$$



$$c_3 = \frac{[0.1374 \quad -0.6225 \quad 1.0000] \begin{bmatrix} 0.1010 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0988 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0988 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}}{[0.1374 \quad -0.6225 \quad 1.0000] \begin{bmatrix} 0.1010 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0988 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0988 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.1374 \\ -0.6225 \\ 1.0000 \end{bmatrix}} = \frac{0.0511744}{0.1389923723} = 0.3681813552$$

Comparando los periodos de la estructura contra los del espectro de diseño obtenemos las ordenadas espectrales de aceleraciones y los factores de reducción por comportamiento sísmico.

Modo	T (s)	T _a (s)	Q'	a	A _j (cm/s ²)	A _j /Q' (cm/s ²)
3	0.0393	< 0.53	1.0371	0.1222	119.8782	115.5898
2	0.0614	< 0.53	1.0579	0.1348	132.2388	125.0012
1	0.1509	< 0.53	1.1424	0.1854	181.8774	159.2064

El factor de reducción Q' y la ordenada del espectro de aceleraciones para diseño sísmico a , se calcularon con la ecuación (4.1) y la sección 3 respectivamente de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo.

Coefficientes y porcentajes de influencia.

Modo	$(\omega_j)^2$ (r ² /s ²)	c _j	I _j	I _{Fj} (%)
1	1,732.7765	0.3193	0.000184	80.70
2	10,466.5967	0.3125	0.000030	13.16
3	25,527.1744	0.3682	0.000014	6.14
$\Sigma = 0.000228$				

donde:

$$I_j = \frac{c_j}{\omega_j^2} \tag{5.12}$$

$$I_{Fj} = \left(\frac{I_j}{\Sigma I_j} \right) \times 100 \tag{5.13}$$

Desplazamientos respecto a la base.

Con las aceleraciones reducidas se calculan los desplazamientos respecto a la base como:

$$u_{ij} = \frac{A_j c_j z_{ij}}{\omega_j^2} = A_j I_j z_{ij} \tag{5.11}$$

de tal forma que la matriz de desplazamientos respecto a la base es:



Nivel	Modos			Q X _{srss} (cm)
	1	2	3	
1	0.0293	0.0038	0.0016	0.0444
2	0.0737	0.0051	-0.0010	0.1108
3	0.1179	-0.0040	0.0002	0.1770

Los desplazamientos respecto a la base máximos probables X_{srss} se calculan de acuerdo a la ecuación (5.12) considerando que los periodos difieren en mas del 10% entre si.

$$X_{srss} = \sqrt{\sum_j u_{ij}^2} \quad (5.12)$$

Desplazamientos de entrepiso.

La matriz de desplazamientos relativos es para cada modo:

Nivel	Modos			h _i (cm)	Q Δ _{srss} (cm)	Δ _{per} =0.0025h _i (cm)
	1	2	3			
1	0.0293	0.0038	0.0016	240	0.0444	0.6
2	0.0444	0.0013	-0.0026	240	0.0667	0.6
3	0.0442	-0.0091	0.0012	240	0.0677	0.6

Los desplazamientos de entrepiso máximos probables se calcularon con la ecuación (5.13), y cumplen con ser menores que los máximos permitidos por el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal.

Fuerzas cortantes en los entrepisos.

La matriz de fuerzas cortantes y las fuerzas cortantes máximas probables se calculan con la ecuación (5.13) y (5.14) respectivamente.

$$V_{ij} = K_i \Delta_{ij} \quad (5.13)$$

$$V_{srss} = \sqrt{\sum_j V_{ij}^2} \quad (5.14)$$

Nivel	Modos			V _{srss} (t)
	1	2	3	
1	38.28	4.96	2.09	38.66
2	33.27	0.97	-1.95	33.34
3	20.61	-4.24	0.56	21.05

Fuerzas sísmicas en los pisos.

Nivel	Modos			F _{srss} (t)
	1	2	3	
1	5.01	3.99	4.04	7.57
2	12.66	5.21	-2.51	13.92
3	20.61	-4.24	0.56	21.05



Para la dirección Y

Coefficientes de participación

$$c_1 = \frac{[4.3540 \quad 2.6699 \quad 1.0000] \begin{bmatrix} 0.1010 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0988 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0988 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}}{[4.3540 \quad 2.6699 \quad 1.0000] \begin{bmatrix} 0.1010 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0988 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0988 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4.3540 \\ 2.6699 \\ 1.0000 \end{bmatrix}} = \frac{0.80234012}{2.717771478} = 0.2952198617$$

$$c_2 = \frac{[-1.1187 \quad 1.4904 \quad 1.0000] \begin{bmatrix} 0.1010 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0988 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0988 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}}{[-1.1187 \quad 1.4904 \quad 1.0000] \begin{bmatrix} 0.1010 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0988 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0988 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1.1187 \\ 1.4904 \\ 1.0000 \end{bmatrix}} = \frac{0.13306282}{0.4446641241} = 0.2992434352$$

$$c_3 = \frac{[0.1218 \quad -0.5775 \quad 1.0000] \begin{bmatrix} 0.1010 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0988 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0988 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}}{[0.1218 \quad -0.5775 \quad 1.0000] \begin{bmatrix} 0.1010 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0988 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0988 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.1218 \\ -0.5775 \\ 1.0000 \end{bmatrix}} = \frac{0.0540448}{0.1332487767} = 0.405593217$$

Comparando los periodos de la estructura contra los del espectro de diseño obtenemos las ordenadas espectrales de aceleraciones y los factores de reducción por comportamiento sísmico.

Modo	T (s)	T _a (s)	Q'	a	A _j (cm/s ²)	A _j /Q' (cm/s ²)
3	0.0447	< 0.53	1.0421	0.1253	122.9193	117.9535
2	0.0702	< 0.53	1.0662	0.1397	137.0457	128.5366
1	0.1723	< 0.53	1.1625	0.1975	193.7475	166.6645

El factor de reducción Q' y la ordenada del espectro de aceleraciones para diseño sísmico a, se calcularon con la ecuación (4.1) y la sección 3 respectivamente de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo.

Coefficientes y porcentajes de influencia.

Modo	(ω _i) ² (r ² /s ²)	c _i	I _j	I _{Fj} (%)
1	1,329.9758	0.2952	0.000222	79.29
2	8,019.3787	0.2992	0.000037	13.21
3	19,747.3641	0.4056	0.000021	7.50
Σ = 0.000280				



Desplazamientos respecto a la base.

Nivel	Modos			Q X_{srss} (cm)
	1	2	3	
1	0.0370	0.0048	0.0025	0.0374
2	0.0988	0.0071	-0.0014	0.0991
3	0.1611	-0.0053	0.0003	0.1612

Los desplazamientos respecto a la base máximos probables X_{srss} se calculan de acuerdo a la ecuación (5.12) considerando que los periodos difieren en más del 10% entre sí.

Desplazamientos de entrepiso.

La matriz de desplazamientos relativos es para cada modo:

Nivel	Modos			h_i (cm)	Q Δ_{srss} (cm)	$\Delta_{per}=0.0025h_i$ (cm)
	1	2	3			
1	0.0370	0.0048	0.0025	240	0.0561	0.6
2	0.0618	0.0023	-0.0039	240	0.0929	0.6
3	0.0623	-0.0124	0.0017	240	0.0953	0.6

Los desplazamientos de entrepiso máximos probables se calcularon con la ecuación (5.13), y cumplen con ser menores que los máximos permitidos por el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal.

Fuerzas cortantes en los entrepisos.

La matriz de fuerzas cortantes y las fuerzas cortantes máximas probables se calculan con la ecuación (5.13) y (5.14) respectivamente.

Nivel	Modos			V_{srss} (t)
	1	2	3	
1	39.48	5.12	2.67	39.90
2	34.63	1.29	-2.19	34.72
3	21.64	-4.31	0.59	22.07

Fuerzas sísmicas en los pisos.

Nivel	Modos			F_{srss} (t)
	1	2	3	
1	4.85	3.83	4.86	7.86
2	12.99	5.60	-2.78	14.42
3	21.64	-4.31	0.59	22.07



Resumiendo tenemos:

Nivel	Fuerzas cortantes V (t)		Fuerzas sísmicas F (t)	
	Dirección X	Dirección Y	Dirección X	Dirección Y
3	21.05	22.07	21.05	22.07
2	33.34	34.72	13.92	14.42
1	38.66	39.90	7.57	7.86

La siguiente etapa a seguir es distribuir las fuerzas cortantes entre los elementos resistentes, esta distribución se realiza de la misma manera que para el método estático. Las excentricidades directas y accidentales se combinan como se indica en la tabla 5.18, y se consideran los efectos simultáneos de 100 por ciento del componente del sismo en una dirección con 30 por ciento de los de la componente ortogonal. En rigor, este enfoque de análisis es híbrido: las cortantes sísmicas se determinan dinámicamente, pero los efectos de torsión se incorporan por métodos estáticos.

A continuación se calculan los centros de torsión para cada entrepiso.

Para el entrepiso 3

Eje	R _{ix}	y _i	R _{ix} y _i	y _{it}	R _{ix} y _{it}	R _{ix} y _{it} ²	c _d	c _t
EJE 1	32.04	16.00	512.64	8.00	256.32	2,050.56	0.06871	0.02043
EJE 2	37.00	14.50	536.50	6.50	240.50	1,563.25	0.07935	0.01917
EJE 3	3.08	12.50	38.50	4.50	13.86	62.37	0.00661	0.00110
EJE 4	52.28	11.50	601.22	3.50	182.98	640.43	0.11211	0.01458
EJE 5	217.51	8.00	1,740.08	0.00	0.00	0.00	0.46645	0.00000
EJE 6	52.28	4.50	235.26	-3.50	-182.98	640.43	0.11211	-0.01458
EJE 7	3.08	3.50	10.78	-4.50	-13.86	62.37	0.00661	-0.00110
EJE 8	37.00	1.50	55.50	-6.50	-240.50	1,563.25	0.07935	-0.01917
EJE 9	32.04	0.00	0.00	-8.00	-256.32	2,050.56	0.06871	-0.02043
Sumas	466.31		3,730.48			8,633.22	1.00000	0.00000

$$x_t = \frac{3730.48}{466.31} = 8.00$$

Eje	R _{iy}	x _j	R _{iy} x _j	x _{jt}	R _{iy} x _{jt}	R _{iy} x _{jt} ²	c _d	c _t
EJE A	29.16	0.00	0.00	-5.56	-162.13	901.48	0.08397	-0.01292
EJE B	59.71	1.50	89.57	-4.06	-242.43	984.30	0.17194	-0.01932
EJE C	9.16	3.50	32.06	-2.06	-18.87	38.88	0.02638	-0.00150
EJE C'	9.16	5.00	45.80	-0.56	-5.13	2.87	0.02638	-0.00041
EJE D	127.75	5.50	702.63	-0.06	-7.68	0.46	0.36786	-0.00061
EJE E	44.68	7.50	335.10	1.94	86.67	168.14	0.12866	0.00691
EJE F	52.32	10.50	549.36	4.94	258.45	1,276.73	0.15066	0.02060
EJE G	15.34	11.50	176.41	5.94	91.12	541.23	0.04417	0.00726
Sumas	347.28		1,930.92			3,914.08	1.00000	0.00000

$$y_t = \frac{1930.92}{347.28} = 5.56$$



Para el entrepiso 2

Eje	R_{jx}	y_j	$R_{jx} y_j$	y_{jt}	$R_{jx} y_{jt}$	$R_{jx} y_{jt}^2$	c_d	c_t
EJE 1	61.70	16.00	987.20	8.00	493.60	3,948.80	0.08235	0.02268
EJE 2	63.03	14.50	913.94	6.50	409.70	2,663.02	0.08413	0.01883
EJE 3	4.22	12.50	52.75	4.50	18.99	85.46	0.00563	0.00087
EJE 4	93.25	11.50	1,072.38	3.50	326.38	1,142.31	0.12446	0.01500
EJE 5	304.83	8.00	2,438.64	0.00	0.00	0.00	0.40686	0.00000
EJE 6	93.25	4.50	419.63	-3.50	-326.38	1,142.31	0.12446	-0.01500
EJE 7	4.22	3.50	14.77	-4.50	-18.99	85.46	0.00563	-0.00087
EJE 8	63.03	1.50	94.55	-6.50	-409.70	2,663.02	0.08413	-0.01883
EJE 9	61.70	0.00	0.00	-8.00	-493.60	3,948.80	0.08235	-0.02268
Sumas	749.23		5,993.84			15,679.17	1.00000	0.00000

$$x_t = \frac{5993.84}{749.23} = 8.00$$

Eje	R_{jy}	x_j	$R_{jy} x_j$	x_{jt}	$R_{jy} x_{jt}$	$R_{jy} x_{jt}^2$	c_d	c_t
EJE A	60.58	0.00	0.00	-5.42	-328.23	1,778.39	0.10811	-0.01508
EJE B	79.80	1.50	119.70	-3.92	-312.67	1,225.06	0.14242	-0.01437
EJE C	20.32	3.50	71.12	-1.92	-38.98	74.76	0.03626	-0.00179
EJE C'	20.32	5.00	101.60	-0.42	-8.50	3.55	0.03626	-0.00039
EJE D	198.86	5.50	1,093.73	0.08	16.28	1.33	0.35490	0.00075
EJE E	89.40	7.50	670.50	2.08	186.12	387.48	0.15955	0.00855
EJE F	67.79	10.50	711.80	5.08	344.50	1,750.71	0.12098	0.01583
EJE G	23.26	11.50	267.49	6.08	141.46	860.37	0.04151	0.00650
Sumas	560.33		3,035.94			6,081.66	1.00000	0.00000

$$y_t = \frac{3035.94}{560.33} = 5.42$$

Para el entrepiso 1

Eje	R_{jx}	y_j	$R_{jx} y_j$	y_{jt}	$R_{jx} y_{jt}$	$R_{jx} y_{jt}^2$	c_d	c_t
EJE 1	138.73	16.00	2,219.68	8.00	1,109.84	8,878.72	0.10619	0.02514
EJE 2	123.02	14.50	1,783.79	6.50	799.63	5,197.60	0.09416	0.01812
EJE 3	6.00	12.50	75.00	4.50	27.00	121.50	0.00459	0.00061
EJE 4	184.71	11.50	2,124.17	3.50	646.49	2,262.70	0.14138	0.01465
EJE 5	401.54	8.00	3,212.32	0.00	0.00	0.00	0.30735	0.00000
EJE 6	184.71	4.50	831.20	-3.50	-646.49	2,262.70	0.14138	-0.01465
EJE 7	6.00	3.50	21.00	-4.50	-27.00	121.50	0.00459	-0.00061
EJE 8	123.02	1.50	184.53	-6.50	-799.63	5,197.60	0.09416	-0.01812
EJE 9	138.73	0.00	0.00	-8.00	-1,109.84	8,878.72	0.10619	-0.02514
Sumas	1,306.46		10,451.68			32,921.03	1.00000	0.00000

$$x_t = \frac{10451.68}{1306.46} = 8.00$$



Eje	R_{jy}	x_j	$R_{jy} x_j$	x_{jt}	$R_{jy} x_{jt}$	$R_{jy} x_{jt}^2$	c_d	c_t
EJE A	171.16	0.00	0.00	-5.07	-868.38	4,405.77	0.16040	-0.01967
EJE B	101.98	1.50	152.97	-3.57	-364.43	1,302.29	0.09557	-0.00826
EJE C	75.70	3.50	264.95	-1.57	-119.12	187.43	0.07094	-0.00270
EJE C'	75.70	5.00	378.50	-0.07	-5.57	0.41	0.07094	-0.00013
EJE D	298.56	5.50	1,642.08	0.43	127.33	54.30	0.27979	0.00288
EJE E	223.76	7.50	1,678.20	2.43	542.95	1,317.45	0.20969	0.01230
EJE F	85.50	10.50	897.75	5.43	463.96	2,517.69	0.08012	0.01051
EJE G	34.74	11.50	399.51	6.43	223.26	1,434.75	0.03256	0.00506
Sumas	1,067.10		5,413.96			11,220.09	1.00000	0.00000

$$R_t = \sum (R_{jx} y_{jt}^2 + R_{jy} x_{jt}^2) = 53,645.18 \quad c_d = R_{jx} / \sum R_{jx} \text{ o } R_{jy} / \sum R_{jy} \quad c_t = R_{jx} y_{jt} / R_t \text{ o } R_{jy} x_{jt} / R_t$$

$$y_t = \frac{5413.96}{1067.10} = 5.07$$

Tabla 5.23 Posiciones de los centros de torsión de los entrepisos 1 a 3.

Dirección X

$$e_s = y_v - y_t$$

Nivel	V_x	y_v	y_t	b	e_s	e_1	e_2	e_3	M_t	M_4	e_4
3	21.05	8.00	8.00	16.00	0.00	1.60	-1.60	0.00	0.00	0.00	0.00
2	33.34	8.00	8.00	16.00	0.00	1.60	-1.60	0.00	0.00	0.00	0.00
1	38.66	8.00	8.00	16.00	0.00	1.60	-1.60	0.00	0.00	0.00	0.00

Dirección Y

$$e_s = x_v - x_t$$

Nivel	V_y	x_v	x_t	b	e_s	e_1	e_2	e_3	M_t	M_4	e_4
3	22.07	5.82	5.56	11.50	0.26	1.54	-0.89	0.37	5.74	0.00	0.00
2	34.72	5.82	5.42	11.50	0.40	1.75	-0.75	0.37	13.95	2.87	0.08
1	39.90	5.82	5.07	11.50	0.75	2.27	-0.40	0.00	29.78	6.98	0.17

Tabla 5.24 Excentricidades y momentos torsionantes de diseño en los entrepisos 1 a 3.

Entrepiso 3

Sentido	V (ton)	e_1 (m)	e_2 (m)	$M_{t1}=Ve_1$	$M_{t2}=Ve_2$	M_{t0}
X	21.05	1.60	-1.60	33.68	-33.68	33.98
Y	22.07	1.54	-0.89	33.98	-19.65	33.68

Muro	c_d	c_t	V_d	V_1	V_2	V_m	V_0	V_{xv1}	V_{xv2}
EJE 1	0.06871	0.02043	1.45	0.69	-0.69	2.13	0.69	2.34	1.33
EJE 2	0.07935	0.01917	1.67	0.65	-0.65	2.32	0.65	2.51	1.35
EJE 3	0.00661	0.00110	0.14	0.04	-0.04	0.18	0.04	0.19	0.09
EJE 4	0.11211	0.01458	2.36	0.49	-0.49	2.85	0.50	3.00	1.35
EJE 5	0.46645	0.00000	9.82	0.00	0.00	9.82	0.00	9.82	2.95
EJE 6	0.11211	-0.01458	2.36	-0.49	0.49	2.85	-0.50	3.00	1.35
EJE 7	0.00661	-0.00110	0.14	-0.04	0.04	0.18	-0.04	0.19	0.09
EJE 8	0.07935	-0.01917	1.67	-0.65	0.65	2.32	-0.65	2.51	1.35
EJE 9	0.06871	-0.02043	1.45	-0.69	0.69	2.13	-0.69	2.34	1.33
Sumas			21.05	0.00	0.00		0.00	25.90	11.19



Muro	c_d	c_t	V_d	V_1	V_2	V_m	V_0	V_{xy1}	V_{xy2}
EJE A	0.08397	-0.01292	1.85	-0.44	0.25	2.11	-0.44	2.24	1.07
EJE B	0.17194	-0.01932	3.79	-0.66	0.38	4.17	-0.65	4.37	1.90
EJE C	0.02638	-0.00150	0.58	-0.05	0.03	0.61	-0.05	0.63	0.23
EJE C'	0.02638	-0.00041	0.58	-0.01	0.01	0.59	-0.01	0.59	0.19
EJE D	0.36786	-0.00061	8.12	-0.02	0.01	8.13	-0.02	8.14	2.46
EJE E	0.12866	0.00691	2.84	0.23	-0.14	3.07	0.23	3.14	1.15
EJE F	0.15066	0.02060	3.32	0.70	-0.40	4.02	0.69	4.23	1.90
EJE G	0.04417	0.00726	0.97	0.25	-0.14	1.22	0.24	1.30	0.61
Sumas			22.07	0.00	0.00		0.00	24.64	9.52

Entrepiso 2

Sentido	V (ton)	e_1 (m)	e_2 (m)	$M_{t1}=Ve_1$	$M_{t2}=Ve_2$	M_{t0}
X	33.34	1.60	-1.60	53.34	-53.34	60.86
Y	34.72	1.75	-0.75	60.86	-25.97	53.34

Muro	c_d	c_t	V_d	V_1	V_2	V_m	V_0	V_{xy1}	V_{xy2}
EJE 1	0.08235	0.02268	2.75	1.21	-1.21	3.96	1.38	4.37	2.57
EJE 2	0.08413	0.01883	2.80	1.00	-1.00	3.81	1.15	4.15	2.29
EJE 3	0.00563	0.00087	0.19	0.05	-0.05	0.23	0.05	0.25	0.12
EJE 4	0.12446	0.01500	4.15	0.80	-0.80	4.95	0.91	5.22	2.40
EJE 5	0.40686	0.00000	13.56	0.00	0.00	13.56	0.00	13.56	4.07
EJE 6	0.12446	-0.01500	4.15	-0.80	0.80	4.95	-0.91	5.22	2.40
EJE 7	0.00563	-0.00087	0.19	-0.05	0.05	0.23	-0.05	0.25	0.12
EJE 8	0.08413	-0.01883	2.80	-1.00	1.00	3.81	-1.15	4.15	2.29
EJE 9	0.08235	-0.02268	2.75	-1.21	1.21	3.96	-1.38	4.37	2.57
Sumas			33.34	0.00	0.00		0.00	41.56	18.82

Muro	c_d	c_t	V_d	V_1	V_2	V_m	V_0	V_{xy1}	V_{xy2}
EJE A	0.10811	-0.01508	3.75	-0.92	0.39	4.15	-0.80	4.39	2.05
EJE B	0.14242	-0.01437	4.94	-0.87	0.37	5.32	-0.77	5.55	2.36
EJE C	0.03626	-0.00179	1.26	-0.11	0.05	1.31	-0.10	1.33	0.49
EJE C'	0.03626	-0.00039	1.26	-0.02	0.01	1.27	-0.02	1.28	0.40
EJE D	0.35490	0.00075	12.32	0.05	-0.02	12.37	0.04	12.38	3.75
EJE E	0.15955	0.00855	5.54	0.52	-0.22	6.06	0.46	6.20	2.27
EJE F	0.12098	0.01583	4.20	0.96	-0.41	5.16	0.84	5.42	2.39
EJE G	0.04151	0.00650	1.44	0.40	-0.17	1.84	0.35	1.94	0.90
Sumas			34.72	0.00	0.00		0.00	38.48	14.61

Entrepiso 1

Sentido	V (ton)	e_1 (m)	e_2 (m)	$M_{t1}=Ve_1$	$M_{t2}=Ve_2$	M_{t0}
X	38.66	1.60	-1.60	61.86	-61.86	90.56
Y	39.90	2.27	-0.40	90.56	-16.10	61.86



Muro	c_d	c_t	V_d	V_1	V_2	V_m	V_0	V_{xy1}	V_{xy2}
EJE 1	0.10619	0.02514	4.11	1.56	-1.56	5.66	2.28	6.34	3.98
EJE 2	0.09416	0.01812	3.64	1.12	-1.12	4.76	1.64	5.25	3.07
EJE 3	0.00459	0.00061	0.18	0.04	-0.04	0.22	0.06	0.23	0.12
EJE 4	0.14138	0.01465	5.47	0.91	-0.91	6.37	1.33	6.77	3.24
EJE 5	0.30735	0.00000	11.88	0.00	0.00	11.88	0.00	11.88	3.56
EJE 6	0.14138	-0.01465	5.47	-0.91	0.91	6.37	-1.33	6.77	3.24
EJE 7	0.00459	-0.00061	0.18	-0.04	0.04	0.22	-0.06	0.23	0.12
EJE 8	0.09416	-0.01812	3.64	-1.12	1.12	4.76	-1.64	5.25	3.07
EJE 9	0.10619	-0.02514	4.11	-1.56	1.56	5.66	-2.28	6.34	3.98
Sumas			38.66	0.00	0.00		0.00	49.08	24.37

Muro	c_d	c_t	V_d	V_1	V_2	V_m	V_0	V_{xy1}	V_{xy2}
EJE A	0.16040	-0.01967	6.40	-1.78	0.32	6.72	-1.22	7.08	3.23
EJE B	0.09557	-0.00826	3.81	-0.75	0.13	3.95	-0.51	4.10	1.69
EJE C	0.07094	-0.00270	2.83	-0.24	0.04	2.87	-0.17	2.92	1.03
EJE C'	0.07094	-0.00013	2.83	-0.01	0.00	2.83	-0.01	2.83	0.86
EJE D	0.27979	0.00288	11.16	0.26	-0.05	11.42	0.18	11.48	3.61
EJE E	0.20969	0.01230	8.37	1.11	-0.20	9.48	0.76	9.71	3.61
EJE F	0.08012	0.01051	3.20	0.95	-0.17	4.15	0.65	4.34	1.89
EJE G	0.03256	0.00506	1.30	0.46	-0.08	1.76	0.31	1.85	0.84
Sumas			39.90	0.00	0.00		0.00	44.32	16.76

Tabla 5.25 Cortantes sísmicas en los elementos resistentes.

Finalmente las fuerzas cortantes se reparten sobre cada muro de acuerdo a su rigidez.

Dirección X			Dirección Y		
Muro	V (ton)	V_U (ton)	Muro	V (ton)	V_U (ton)
40	4.79	5.27	1	3.36	3.70
37	1.38	1.52	2	3.36	3.70
38	0.69	0.76	3	0.88	0.97
39	2.07	2.28	4	2.19	2.41
35	0.10	0.11	5	0.88	0.97
36	0.10	0.11	6	1.44	1.58
32	4.22	4.64	7	1.44	1.58
33	0.70	0.77	8	1.42	1.56
34	0.94	1.03	9	5.71	6.28
30	5.28	5.81	10	5.71	6.28
31	6.60	7.26	11	1.42	1.56
27	4.22	4.64	12	4.74	5.21
28	0.70	0.77	13	4.74	5.21
29	0.94	1.03	14	1.04	1.14
25	0.10	0.11	15	2.08	2.29
26	0.10	0.11	16	1.04	1.14
22	1.38	1.52	17	0.44	0.48
23	0.69	0.76	18	0.44	0.48
24	2.07	2.28	19	0.44	0.48
21	4.79	5.27	20	0.44	0.48

Tabla 5.26 Cortantes sísmicas en los muros.



Dirección X			Dirección Y		
Muro	V _U (ton)	V _R (ton)	Muro	V _U (ton)	V _R (ton)
40	4.79	22.52	1	3.36	16.89
37	1.38	11.26	2	3.36	16.89
38	0.69	2.56	3	0.88	2.56
39	2.07	16.89	4	2.19	14.08
35	0.10	2.56	5	0.88	2.56
36	0.10	2.56	6	1.44	11.26
32	4.22	25.34	7	1.44	11.26
33	0.70	1.12	8	1.42	11.26
34	0.94	2.56	9	5.71	19.71
30	5.28	22.52	10	5.71	19.71
31	6.60	28.15	11	1.42	11.26
27	4.22	25.34	12	4.74	19.71
28	0.70	1.12	13	4.74	19.71
29	0.94	2.56	14	1.04	2.56
25	0.10	2.56	15	2.08	11.26
26	0.10	2.56	16	1.04	2.56
22	1.38	11.26	17	0.44	1.12
23	0.69	2.56	18	0.44	1.12
24	2.07	16.89	19	0.44	1.12
21	4.79	22.52	20	0.44	1.12

Tabla 5.27 Revisión de muros por fuerza cortante en el método dinámico.

Como se observa en la tabla 5.27, la resistencia a cortante de todos los muros es satisfactoria. Ahora se revisará los muros por momento de volteo.

Dirección X

Muro	d' (cm)	d (cm)	P _u (ton)	A _s (cm ²)	P _R (ton)	M _o (ton-m)	M _R (ton-m)	M _U (ton-m)
40	376	388	9.16	2.84	110.59	44.85	46.54	24.06
37	176	188	6.72	2.84	55.30	20.99	20.59	6.93
38	76	88	4.75	2.84	32.26	9.07	8.51	3.46
39	276	288	9.36	2.84	82.94	32.92	34.42	10.39
35	76	88	4.24	2.84	32.26	9.07	8.37	0.49
36	76	88	4.16	2.84	32.26	9.07	8.35	0.49
32	426	438	17.59	2.84	145.15	50.81	63.77	21.18
33	51	63	12.20	2.84	24.19	6.08	3.85	3.51
34	76	88	2.98	2.84	27.65	9.07	8.04	4.73
30	376	388	17.28	2.84	129.02	44.85	56.00	26.51
31	476	488	24.01	2.84	161.28	56.78	80.57	33.14
27	426	438	17.59	2.84	145.15	50.81	63.77	21.18
28	51	63	12.20	2.84	24.19	6.08	3.85	3.51
29	76	88	2.98	2.84	27.65	9.07	8.04	4.73
25	76	88	4.24	2.84	32.26	9.07	8.37	0.49



26	76	88	4.16	2.84	32.26	9.07	8.35	0.49
22	176	188	6.72	2.84	55.30	20.99	20.59	6.93
23	76	88	4.75	2.84	32.26	9.07	8.51	3.46
24	276	288	9.36	2.84	82.94	32.92	34.42	10.39
21	376	388	9.16	2.84	110.59	44.85	46.54	24.06

Dirección Y

Muro	d' (cm)	d (cm)	Pu (ton)	As (cm ²)	P _R (ton)	Mo (ton-m)	M _R (ton-m)	M _U (ton-m)
1	276	288	7.66	5.08	82.94	58.89	53.73	17.17
2	276	288	7.66	5.08	82.94	58.89	53.73	17.17
3	76	88	3.30	2.84	27.65	9.07	8.12	4.50
4	226	238	8.53	2.84	69.12	26.96	27.65	11.19
5	76	88	3.30	2.84	27.65	9.07	8.12	4.50
6	176	188	9.18	2.84	64.51	20.99	21.97	7.37
7	176	188	9.18	2.84	64.51	20.99	21.97	7.37
8	176	188	8.15	2.84	64.51	20.99	21.39	7.27
9	326	338	17.49	2.84	112.90	38.89	48.84	29.19
10	326	338	17.49	2.84	112.90	38.89	48.84	29.19
11	176	188	8.15	2.84	64.51	20.99	21.39	7.27
12	326	338	9.18	5.08	96.77	69.56	64.95	24.25
13	326	338	9.18	5.08	96.77	69.56	64.95	24.25
14	76	88	4.26	2.84	27.65	9.07	8.38	5.32
15	176	188	7.26	2.84	55.30	20.99	20.89	10.62
16	76	88	4.26	2.84	27.65	9.07	8.38	5.32
17	51	63	2.69	2.84	20.74	6.08	5.38	2.24
18	51	63	2.69	2.84	20.74	6.08	5.38	2.24
19	51	63	2.69	2.84	20.74	6.08	5.38	2.24
20	51	63	2.69	2.84	20.74	6.08	5.38	2.24

Tabla 5.28 Revisión de muros por flexocompresión en el método dinámico.

Se observa que el momento resistente de todos los muros es suficiente. En caso de que algún muro fuese insuficiente ante el momento de volteo, se puede incrementar el área de acero en los castillos que lo rodean y de esta manera incrementar su resistencia.

Limitaciones y ventajas del método dinámico.

Limitaciones:

- Es difícil y laborioso incorporar en un análisis tridimensional la excentricidad accidental reglamentaria.
- Con el objeto de evaluar adecuadamente la rigidez de la estructura es indispensable determinar correctamente el módulo de elasticidad y de cortante, E_m y G_m .



- Dado que se trata de un modelo elástico no se puede predecir el comportamiento cuando se presenta agrietamiento en alguno de los muros. Esto deberá contemplarse en los procesos de diseño. Es importante señalar que el comportamiento de la mampostería deja de ser no lineal a niveles de distorsión muy pequeños.

Ventajas:

- Al utilizar la analogía de la columna ancha es indispensable utilizar un sistema que tome en cuenta las deformaciones por cortante.
- Con este método es factible determinar las distorsiones, angulares y lineales, que pueden compararse con las recomendaciones que provienen de los ensayos experimentales de muros de mampostería.
- Con este método se puede llevar a cabo el análisis de sistemas híbridos formados por concreto y mampostería.
- A través de este método puede ser factible, de manera sencilla, la modelación de la cimentación por medio de resortes equivalentes.
- Una vez obtenidos los elementos mecánicos es relativamente sencillo llevar a cabo la revisión de los muros.
- Se puede implementar a estructuras irregulares y a inmuebles que cuenten con pisos blandos, ambos cada vez más comunes.
- Se pueden hacer análisis de temperatura. La mampostería es muy sensible a cambios de temperatura, principalmente el último nivel cuya losa tiene gradientes de temperatura importantes; el refuerzo horizontal ha demostrado ser muy importante para limitar los fisuramientos producidos por los cambios de temperatura. Cuando se tengan inmuebles de mampostería con longitudes mayores a 25 ó 30 m se recomienda hacer juntas constructivas o bien será indispensable hacer un análisis de temperatura.
- Para la determinación de las fuerzas por sismo es muy importante considerar los resultados de los múltiples ensayos que se han hecho para tener presente que:
 - El comportamiento de la mampostería deja de ser lineal a niveles de distorsiones muy pequeños (de 0.001 a 0.003).
 - La pérdida de rigidez del sistema es muy rápida, para distorsiones muy pequeñas de 0.001 se puede haber perdido el 50% de la rigidez y por lo tanto haber crecido la respuesta por sismo.
- Una de las grandes ventajas es la determinación de las distorsiones laterales las cuales es importante compararlas con las permisibles; parámetro de control indispensable en el diseño de una estructura de mampostería.
- Se observa que los resultados obtenidos por este método y el método estático son similares en cuanto a la resistencia a esfuerzos cortantes, no siendo así la determinación de las áreas de acero por flexión, resultando más conservador el método estático en cuanto a la obtención de acero de refuerzo en los extremos.



Conclusiones

La mampostería ha sido y es el material mas frecuentemente utilizado en las viviendas tanto en casas habitación como en edificios de departamentos. Actualmente por razones de espacio en la ciudad, el desarrollo de vivienda se ha logrado a través de edificios de mampostería.

La investigación y la sistematización en la elaboración de las piezas de mampostería ha mejorado las propiedades mecánicas y geométricas de las mismas. Aunado a esto, las recientes investigaciones sobre la resistencia y ductilidad que se logran con el refuerzo interior en los muros conllevan a diseñar y construir edificaciones con mejor desempeño ante las solicitaciones sísmicas.

Es innegable que el uso de las computadoras en la ingeniería civil y particularmente en el diseño estructural, ha impactado positivamente. El análisis de las edificaciones de mampostería se puede realizar con modelos refinados como el de elementos finitos o el de la columna ancha. El análisis sísmico se puede hacer de forma tridimensional, incorporando todos los grados de libertad dinámicos que requiera el problema sin una gran repercusión en tiempo y dinero.

Sin embargo, a pesar de contar con herramientas tan poderosas, no debemos olvidarnos de una variable de suma importancia en el diseño de una edificación: la configuración estructural. La disposición de los elementos estructurales, tanto en planta como en elevación, es tan importante como la determinación de la respuesta de la estructura con métodos complejos. Específicamente, en el caso de las estructuras de mampostería, este punto es vital.

El objetivo del diseño arquitectónico es la disposición de los muros para definir espacios. Como consecuencia, en la etapa de diseño estructural la geometría de la estructura ya esta definida. Por lo tanto, es muy importante la comunicación entre el estructurista y el arquitecto durante la fase del prediseño. Es recomendable orientar a los diseñadores sobre las ventajas de usar formas estructurales sencillas para lograr construcciones más eficientes, porque todo capricho arquitectónico, cuesta.

Las construcciones estructuralmente eficientes son aquellas cuyo proyecto arquitectónico tiende a cumplir los requisitos para aplicar el método simplificado de diseño sísmico.

En la fase de proyecto arquitectónico, deben evitarse errores como las entradas y salientes en fachada, la poca densidad de muros en una dirección, el exceso de muros de poca longitud, la poca coincidencia entre los muros de la planta baja y los de las plantas subsecuentes y los volados excesivos entre otros.

Hay variables que influyen significativamente en los resultados del diseño. Es necesario asignar el factor de comportamiento sísmico Q adecuado, definido en las Normas Técnicas Complementarias correspondientes. Por otra parte los módulos de elasticidad E_m y G_m , así como el esfuerzo cortante de diseño v_m^* y la resistencia a compresión f^*m son cuatro de las variables más importantes. Para su determinación, además de considerar los valores reglamentarios, es necesario tener presente los resultados de las pruebas experimentales que recientemente se han elaborado.

En la etapa de diseño estructural, es importante contar con las características mecánicas del material a utilizar. En el caso de calcular los periodos de vibración, la determinación errónea de estos valores puede verse reflejada en los resultados. Sin embargo, la mampostería al no ser un material elástico y



homogéneo, se agrieta ante desplazamientos pequeños, perdiendo de esta manera rigidez, lo que comúnmente no se toma en cuenta en los análisis elásticos.

Por lo que respecta a los sistemas de mampostería, hoy se tienen las bases para diseñar y construir estructuras de muy buena calidad que tengan un excelente desempeño, principalmente ante sollicitaciones sísmicas; esto se logra por medio de los elementos de confinamiento, dadas y castillos, y del refuerzo horizontal. Se ha demostrado que el refuerzo horizontal es el elemento fundamental en cuanto a la resistencia, capacidad de deformación, patrones de agrietamiento, etc. lo que en conjunto con el confinamiento y piezas de buena calidad conducen a sistemas de mampostería de buena calidad. Por otra parte la calidad de las piezas y el refuerzo horizontal son factores muy importantes para lograr resistencias adecuadas con excelente capacidad de deformación.

El paso entre lo deficiente y lo bueno es pequeño; simplemente se requiere orientar el diseño y la construcción de estructuras de mampostería hacia sistemas confinados y con refuerzo horizontal, empleando piezas de buena calidad.

Para la revisión de estructuras de mampostería es muy importante que se seleccione adecuadamente el método de análisis cumpliendo con las hipótesis de cada uno y teniendo en cuenta sus ventajas y limitaciones. En el caso del análisis sísmico simplificado es necesario cumplir con todos sus requisitos, aunque sus resultados no proporcionan información sobre los desplazamientos de la estructura.

El análisis sísmico estático, combinado con el modelamiento de los muros en voladizo considerando los efectos de cortante y flexión, proporciona mayor información que el simplificado y no requiere de un gran número de cálculos como en el caso del método dinámico. Sus resultados son ligeramente más conservadores que los del método dinámico.

El método dinámico requiere de muchos cálculos sobre todo si los muros se modelan como columnas anchas. Como se mencionó anteriormente, el modelo para el cálculo de los periodos de vibración, es muy sensible a la determinación de las propiedades de los materiales constitutivos. En muchas obras, el tamaño de las mismas no justifica, en costo, el hacer pruebas de laboratorio sobre las piezas de mampostería.

Finalmente se concluye que un proyecto arquitectónico deficiente solo encarecerá la construcción, pero un mal proyecto estructural incide totalmente en la seguridad de la vivienda, poniendo en riesgo la vida y patrimonio de los ocupantes; por eso debemos hacer uso de todo nuestro conocimiento e ingenio para dar soluciones técnicas adecuadas; el diseño estructural es una gran responsabilidad.



Bibliografía

1. Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (ACIS, 2002), **Manual de construcción, evaluación y rehabilitación sísmo resistente de viviendas de mampostería**, Ministerio de Desarrollo Económico de Colombia, Colombia.
2. Bazán Enrique, Meli Roberto (1999), **Diseño sísmico de edificios**, Editorial Limusa, México D.F.
3. Corona Gerardo (2006), **ANEMgc Análisis y revisión de edificios de mampostería**, Manual de Usuario, Puebla, Puebla.
4. De Buen O., de Pablo F., Esteva L., Olagaray C. (1995), **Apuntes de diseño estructural**, Facultad de Ingeniería UNAM, México D.F.
5. Díaz Vázquez Luis Alfredo (1995), **Teoría y problemas de aplicación de ingeniería sísmica**, Tesis para obtener el título de Ingeniero Civil, Escuela Nacional de Estudios Profesionales Acatlan – UNAM, México.
6. Fundación ICA (1999), **Edificaciones de mampostería para vivienda**, Fundación ICA, México D.F.
7. Gallegos H. (1989), **Albañilería Estructural**, Pontificia Universidad Católica del Perú; Lima, Perú.
8. Gobierno del Distrito Federal (GDF, 2004a), **Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería**, Gaceta Oficial del Distrito Federal, México D.F.
9. Gobierno del Distrito Federal (GDF, 2004b), **Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo**, Gaceta Oficial del Distrito Federal, México D.F.
10. Gobierno del Distrito Federal (GDF, 2004c), **Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal**, Gaceta Oficial del Distrito Federal, México D.F.
11. Instituto de Ingeniería UNAM (1995), **Diseño y construcción de edificios de mampostería**, Series del Instituto de Ingeniería de la UNAM No. 403, México D.F.
12. Instituto de Ingeniería UNAM (1992), **Comentarios y ejemplos de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería, DDF**, Series del Instituto de Ingeniería de la UNAM No. ES-4, México D.F.
13. Laible, Jeffrey P. (1988), **Análisis estructural**, 1ra. ed. Mc Graw Hill, México D.F.
14. Meli Roberto (1990) **Diseño sísmico de edificios de muros de mampostería. La práctica actual y el comportamiento observado**, Ingeniería Sísmica No. 40, Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, México, pp. 7-28



15. Meli Roberto (1994) **Mampostería estructural. La práctica, la investigación y el comportamiento observado en México**, Cuaderno de Investigación No. 17, Centro Nacional de Prevención de Desastres, julio, pp. 3-23
16. Meli Roberto (2000), **Diseño estructural**, 2da. ed. Editorial Limusa, México D.F.
17. Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación S.C. (ONNCCE, 2005), **NMX-C-006-1976 Ladrillos, bloques cerámicos de barro, arcilla y/o similares**, México, D.F.
18. Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación S.C. (ONNCCE, 2005), **NMX-C-006-1986 Bloques, ladrillos o tabiques y tabicones de concreto**, México, D.F.
19. Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación S.C. (ONNCCE, 2003), **NMX-C-404-ONNCCE Bloques, tabiques, ladrillos y tabicones para uso estructural**, México, D.F.
20. Rodríguez Mario E. (2004) **Un enfoque alternativo para la evaluación y diseño de edificaciones de mampostería en zonas sísmicas**, Ingeniería Sísmica No. 70, Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, México, pp. 27-58
21. Rodríguez M. y Castrillón E. (1995), **Manual de evaluación postsísmica de la seguridad estructural de edificaciones**, Informe No. 569, Instituto de Ingeniería, UNAM, México, 84 pp.
22. Rodríguez M., Alarcón P. y Machicao R. (1997), **Evaluación del comportamiento sísmico de estructuras a base de muros de mampostería durante el sismo de Caleta de Campos, del 11 de enero de 1997**, Memorias del XI Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Vol. II, Veracruz, Ver., México, pp. 1361-1370.
23. Ruiz J. (1995), **Reparación y refuerzo de una estructura tridimensional de mampostería confinada de dos niveles a escala natural**, Tesis de maestría, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, D.F., 251 pp.