



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN
INGENIERÍA**

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN ENERGÍA

**“DISEÑO, CONSTRUCCIÓN Y
CARACTERIZACIÓN DE UN MOTOR
TERMOACÚSTICO SOLAR”**

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERÍA

**ENERGIA - FOTOTÉRMICO
P R E S E N T A :**

FABRISIO LEOPOLDO GÓMEZ GARCÍA

TUTOR:

DRA. GUADALUPE HUELSZ LESBROS



Centro de Investigación
en Energía

2008



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Almanza Salgado Rafael
Secretario: Dra. Huelsz Lesbros Guadalupe
Vocal: Dr. Cuevas García Sergio
1er. Suplente: Dr. Arancibia Bulnes Camilo Alberto
2do. Suplente: Dr. Ruíz Boullosa Ricardo

Lugar donde se realizó la tesis:

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN ENERGÍA, UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO. TEMIXCO, MORELOS.

TUTOR DE TESIS:

DRA. GUADALUPE HUELSZ LESBROS

A mi familia, por creer en mí y apoyarme durante el desarrollo de esta tesis. En especial a mi madre, por estar conmigo en las buenas y en las malas, mostrándome siempre el camino de la verdad y el amor.

A Guadalupe por sus enseñanzas y su amistad.

A Mariana por su amor y comprensión.

A mis amigos.

A Pia y Jesús por su confianza.

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Nacional Autónoma de México y al Centro de Investigación en Energía por darme la oportunidad de realizar mis estudios de maestría.

Al CONACyT por la beca otorgada para realizar mis estudios y al proyecto CONACyT 25116 por el apoyo económico complementario.

A Guadalupe Huelsz por su invaluable asesoría, sus minuciosas revisiones del trabajo y su apoyo en todo este tiempo.

A Camilo Arancibia por asesorarme en la parte solar de este trabajo.

A los demás miembros del jurado: Sergio Cuevas, Rafael Almanza y Ricardo Ruiz por enriquecer esta tesis con sus comentarios y observaciones.

A Carlos Pérez por su ayuda durante la experimentación solar y por facilitarme material bibliográfico.

A Jesús Quiñones por proporcionarme parte del material con el que se instrumentó el equipo construido.

A Antonio Pérez y Arturo Orozco de Centro de Ciencias Aplicadas y desarrollo Tecnológico por su colaboración en la calibración de los micrófonos utilizados.

A Isaac Pilatowsky por prestarme la lente de Fresnel que se utilizó en las pruebas preliminares.

A Miguel Piñeirua por asesorarme en la parte de programación.

A Gabriela Hernández por ayudarme en la parte experimental en el laboratorio.

A Guillermo Hernández por prestarme parte del equipo utilizado en la parte experimental en el laboratorio.

A la DGEP por el apoyo económico proporcionado para asistir al XIII Congreso de la División de Fluidos y Plasmas, realizado en la ciudad de Boca del Río, Veracruz.

Índice

1. Antecedentes	1
1.1. Generación de sonido por efecto termoacústico	1
1.2. Explicación del efecto termoacústico	2
1.3. Motor termoacústico	4
1.3.1. Motor termoacústico solar	6
2. Modelo teórico	9
2.1. Deducción del modelo bidimensional en placas paralelas	9
2.2. Flujo de energía promedio en la zona activa	18
2.3. Potencia acústica generada o absorbida	22
2.3.1. Zona activa	23
2.3.1.1. Modelo sin viscosidad	23
2.3.1.2. Modelo con viscosidad	26
2.3.2. Tubo resonador	28
2.3.3. Intercambiadores de calor	29
2.4. Modelo en otras geometrías	29
3. Solución numérica	31
3.1. Estrategia	31
3.2. Programa de aproximación (ProgA)	32
3.3. Programa de solución (ProgS)	37
3.4. Validación del ProgS	44
4. Diseño y construcción	51
4.1. Antecedentes	51
4.1.1. Motor termoacústico (MTA)	51
4.1.2. Sistema de concentración solar (SCS)	52
4.1.2.1. Pruebas preliminares	54
4.1.3. Montura	54
4.1.3.1. Criterios de diseño	55
4.1.3.2. Criterios de construcción	55
4.2. Diseño y construcción del motor termoacústico solar demostrativo (MoTASolD1)	56
4.2.1. Motor termoacústico (MTA)	56
4.2.2. Sistema de concentración solar (SCS)	56
4.2.3. Montura	56

5. Caracterización	61
5.1. Construcción e instrumentación del MTA eléctrico	62
5.2. Determinación de la posición óptima de la zona activa	66
5.3. Caracterización del MoTASold1	70
5.3.1. Determinación de la distancia L_F óptima	70
5.3.2. Mediciones usando la distancia L_F óptima	74
5.3.3. Temperatura en los extremos de la zona activa	77
5.3.4. Caracterización de la lente de Fresnel	86
5.3.5. Flujo de calor suministrado Q_s	93
5.3.6. Determinación del gradiente de temperatura crítico	95
5.3.7. Determinación de la radiación solar crítica	95
5.4. Caracterización del MTA eléctrico	96
5.5. Comparación entre el MoTASold1 y el MTA eléctrico	105
5.6. Eficiencia del MoTASold1	106
6. Comparación de resultados numéricos y experimentales	109
6.1. Comparación entre resultados experimentales y los del ProgA	109
6.2. Resultados del ProgS	109
7. Conclusiones y recomendaciones	117
Anexo A Sección transversal de la zona activa	121
Anexo B Diagramas de flujo	125
Anexo C Método de Runge-Kutta de cuarto orden	133
Anexo D Planos de manufactura de la montura del MoTASold1	135
Anexo E Circuitos de alimentación y calibraciones de los micrófonos	139
Anexo F Propagación de incertidumbres	141
Anexo G Propiedades del aire, de la zona activa y del resonador	143
Referencias	149

Lista de figuras

1.1	Explicación del efecto termoacústico en un tubo con el extremo cerrado a mayor temperatura que el extremo abierto	4
1.2	Esquema de un motor termoacústico básico de onda estacionaria	5
2.1	Placas de la zona activa. (a) Configuración de las placas. (b) Sistemas de referencia para las placas y para el fluido de trabajo	10
2.2	Sistema físico analizado	18
3.1	Esquema de un MTA básico	31
4.1	MTA caracterizado por Gómez y Piñeirua	52
4.2	Concentrador solar parabólico educativo	53
4.3	Primeras pruebas preliminares con la lente de Fresnel marca Edmund Scientific	54
4.4	Pruebas preliminares con la lupa de lectura plana	54
4.5	(a) Ángulo zenital θ_z , ángulo de la altura solar α_s , ángulo azimutal solar ϕ_s , ángulo ϕ y pendiente ϕ para una superficie inclinada. (b) Vista en el plano que muestra el ángulo azimutal solar	57
4.6	MoTASold1	58
5.1	Micrófono marca Sharp	62
5.2	Micrófono marca Sharp acoplado al soporte que sella el extremo cerrado	63
5.3	Pastilla del micrófono marca Steren modelo em-926.	63
5.4	Soporte de la pastilla de micrófono marca Steren modelo em-926 para el extremo abierto	63
5.5	Resistencia eléctrica del extremo caliente de la zona activa del MTA eléctrico	64
5.6	Conexiones entre el MTA eléctrico y los aparatos de adquisición de datos y suministro eléctrico de la resistencia	65
5.7	MTA eléctrico instrumentado y colocado sobre su soporte	66
5.8	Posición de la zona activa	66
5.9	Posición de la lente de Fresnel con respecto al extremo caliente de la zona activa del MTA	71
5.10	Pirheliómetro montado sobre seguidor solar eléctrico	72
5.11	Instrumentación de la pieza utilizada para determinar la distribución de temperatura en el extremo caliente de la zona activa	78
5.12	Calorímetro tipo Gardon	87
5.13	Calorímetro tipo Gardon, el sensor ocupa la parte central indicada con la flecha	88
5.14	Elipses ajustadas a la fotografía del calorímetro tipo Gardon	89

5.15	Elipses ajustadas al <i>spot</i> de la radiación solar concentrada con $L_F = 33.00 \pm 0.05$ cm	90
5.16	Elipses ajustadas al <i>spot</i> de la radiación solar concentrada con $L_F = 33.50 \pm 0.05$ cm	90
5.17	Elipses ajustadas al <i>spot</i> de la radiación solar concentrada con $L_F = 33.90 \pm 0.05$ cm (distancia óptima entre la lente y el extremo caliente de la zona activa)	91
A.1	Sección transversal cuadrada de la zona activa con paredes de placas paralelas	121
A.2	Sección transversal cuadrada de la zona activa con poros de sección transversal cuadrada	123
B.1	Diagrama de flujo del ProgA	126
B.2	Diagrama de flujo de la subrutina para calcular la frecuencia, la potencia disipada en el resonador y la potencia radiada	127
B.3	Diagrama de flujo de la subrutina para calcular las propiedades físicas del fluido de trabajo	127
B.4	Diagrama de flujo de la subrutina para calcular la amplitud de las oscilaciones de presión y de velocidad, la potencia disipada en los intercambiadores de calor y el flujo de calor	128
B.5	Diagrama de flujo del ProgS	129
B.6	Diagrama de flujo de la subrutina para calcular la temperatura media y las oscilaciones de presión y de velocidad a lo largo del MTA	130
B.7	Diagrama de flujo de la subrutina para calcular la oscilación de presión y la oscilación de velocidad	131
B.8	Diagrama de flujo de la subrutina para calcular la temperatura media y las oscilaciones de presión y de velocidad a lo largo de la zona activa	132
E.1	Circuito de alimentación del micrófono marca Steren	139
E.2	Circuito amplificador de la señal del micrófono marca Sharp	140

Lista de gráficas

2.1	Parte real y parte imaginaria de $\tanh[(1+i)y_0/\delta_k]$ como función de y_0/δ_k	23
3.1	Temperatura media del fluido de trabajo al final de cada sección del MTA	47
3.2	Magnitud de la oscilación de la impedancia mecánica al final de cada sección del MTA	48
3.3	Fase de la oscilación de la impedancia mecánica al final de cada sección del MTA	48
5.1	Magnitud de la oscilación de la presión en el extremo cerrado como función del gradiente de temperatura en la zona activa para distintas posiciones x_{za} de la zona activa	68
5.2	Magnitud de la oscilación de la presión medida a 1 cm de distancia del extremo abierto del resonador como función del gradiente de temperatura en la zona activa para distintas posiciones x_{za} de la zona activa	68
5.3	Magnitud de la oscilación de la presión en el extremo cerrado como función del gradiente de temperatura en la zona activa con la zona activa en las mejores posiciones x_{za}	69
5.4	Magnitud de la oscilación de la presión a 1 cm de distancia del extremo abierto como función del gradiente de temperatura en la zona activa, con la zona activa en las mejores posiciones x_{za}	69
5.5	Magnitud de la oscilación de la presión a 1 cm de distancia del extremo abierto del resonador y radiación solar directa como funciones del tiempo para distintas distancias L_F de la lente de Fresnel (25 primeras adquisiciones de datos)	73
5.6	Cociente entre la magnitud de la oscilación de la presión medida a 1 cm de distancia del extremo abierto del resonador y la radiación solar directa como función del tiempo para distintas distancias L_F de la lente de Fresnel (25 primeras adquisiciones de datos)	74
5.7	Temperatura medida por cada uno de los termopares de la zona activa como función del tiempo (10 primeras adquisiciones de datos)	75
5.8	Temperatura medida por cada uno de los termopares de la zona activa como función del tiempo	76
5.9	Magnitud de la perturbación de la presión medida a 1 cm de distancia del extremo abierto del resonador y gradiente de temperatura de la zona activa como función del tiempo	77
5.10	Distribución de la temperatura en el extremo caliente de la zona activa	78
5.11	Distribución de la temperatura en el extremo caliente de la zona activa ajustada a una distribución Gaussiana	79

5.12	Radiación solar directa G_b , valor mínimo T_0 , amplitud T_I y desviación estándar σ_T de la distribución de temperatura como función del tiempo	81
5.13	Temperatura medida por los dos termopares del extremo caliente de la zona activa y su valor promedio como función del tiempo (25 primeras adquisiciones de datos)	83
5.14	Temperatura del extremo frío de la zona activa, temperatura promedio del extremo caliente de la zona activa y radiación solar directa como función del tiempo	84
5.15	Temperatura calculada a partir de la frecuencia de resonancia del resonador y temperaturas promedio de los extremos de la zona activa como función del tiempo	85
5.16	Gradiente de temperatura promedio de la zona activa como función del tiempo	86
5.17	Radiación solar directa y radiación solar concentrada en el <i>spot</i> como funciones del tiempo	92
5.18	Transmitancia óptica de una lente de Fresnel marca Edmund como función de la longitud de onda de la radiación incidente	93
5.19	Transmitancia óptica del vidrio Pyrex 7740 como función de la longitud de onda de la radiación incidente	94
5.20	Calor suministrado al extremo caliente de la zona activa y radiación solar directa como función del tiempo	95
5.21	Magnitud de la perturbación de la presión medida a 1 cm de distancia del extremo abierto como función del gradiente de temperatura de la zona activa	96
5.22	Magnitud de la oscilación de la presión a 1 cm de distancia del extremo abierto como función del tiempo ($V = 13.5$ V)	98
5.23	Magnitud de la oscilación de la presión a 1 cm de distancia del extremo abierto como función del tiempo ($V = 14.0$ V)	99
5.24	Magnitud de la oscilación de la presión a 1 cm de distancia del extremo abierto como función del tiempo ($V = 14.5$ V)	100
5.25	Magnitud de la oscilación de la presión a 1 cm de distancia del extremo abierto como función del tiempo ($V = 15.0$ V)	100
5.26	Magnitud de la oscilación de la presión en el antinodo de presión como función del tiempo	101
5.27	Magnitud de la oscilación de la presión a 1 cm de distancia del extremo abierto como función del gradiente de temperatura de la zona activa	102
5.28	Magnitud de la oscilación de la presión en el antinodo de presión como función del gradiente de temperatura de la zona activa	103
5.29	Magnitud de la oscilación de la presión en el antinodo de presión como función de la magnitud de la oscilación de la presión medida a 1 cm del extremo abierto	103
5.30	Diferencia de fases entre la oscilación de la presión en el antinodo de presión y la oscilación de presión medida a 1 cm de distancia del extremo abierto del resonador como función del tiempo	105
6.1	Temperatura media del fluido de trabajo como función de la posición dentro del tubo resonador	112

6.2	Magnitud de la oscilación de la presión como función de la posición dentro del tubo resonador	113
6.3	Fase de la oscilación de la presión como función de la posición dentro del tubo resonador	113
6.4	Magnitud de la oscilación del flujo volumétrico como función de la posición dentro del tubo resonador	114
6.5	Fase de la oscilación del flujo volumétrico como función de la posición dentro del tubo resonador	114

Lista de tablas

7.1.	Resultados del ProgA	44
7.2.	Resultados del DeltaE	45
7.3.	Resultados del ProgS	46
7.4.	Comparación entre los valores iniciales de f y H_2 calculados con el ProgA y los finales obtenidos con el ProgS y con el DeltaE	47
5.1	Comparación entre los valores promedio del cociente entre la magnitud de la oscilación de la presión y la radiación solar directa	74
6.1	Resultados del ProgA	109
6.2	Resultados del ProgS usando los valores de las propiedades físicas de la zona activa reportados en el anexo G	111
6.3	Valores de T_h y de H_2 que cumplen con la condición de frontera en el extremo abierto del resonador	111

Nomenclatura

Minúsculas

a	Longitud de uno de los lados de los poros de sección transversal rectangular, (m).
b	Longitud del lado perpendicular a a de los poros de sección transversal rectangular, (m).
c	Velocidad de propagación del sonido en el fluido de trabajo (m/s).
c_p	Calor específico del fluido de trabajo a presión constante, (J/kgK).
c_v	Calor específico del fluido de trabajo a volumen constante, (J/kgK).
c_s	Calor específico de las paredes de la zona activa a volumen constante, (J/kgK).
c_1	Constante de integración de la ecuación de onda, (Pa).
c_2	Constante de integración de la ecuación de onda, (Pa).
e	Energía en un volumen de control, (J/m ³).
f	Frecuencia de oscilación de la onda acústica monocromática, (Hz).
f_v	Función de disipación viscosa en el fluido de trabajo, (adimensional).
f_k	Función de disipación térmica en el fluido de trabajo, (adimensional).
h	Entalpía del fluido de trabajo por unidad de masa, (J/kg).
k	Numero de onda, (rad/m).
l	Mitad del espesor de las paredes de la zona activa, (m).
n	Número de intervalos en que se divide cada una de las secciones del MTA, (adimensional).
p	Presión del fluido de trabajo, (Pa).
r	Coordenada radial, (m).
r_0	Media de las distribuciones Gaussianas, (m).
t	Tiempo, (s).
u	Componente en la dirección x del vector de la velocidad del fluido de trabajo, (m/s).
\mathbf{v}	Vector de la velocidad del flujo de trabajo, (m/s).
v	Componente en la dirección y del vector de la velocidad del fluido de trabajo, (m/s).
w	Potencia acústica por unidad de área, (W/m ²).
x	Coordenada axial, (m).
x_s	Posición de la zona activa, (m).
x_{za}	Posición normalizada de la zona activa, (adimensional).
y	Coordenada transversal, (m).

y'	Coordenada transversal para las paredes de la zona activa, (m).
y_0	Mitad de la separación entre las paredes de la zona activa, (m).

Mayúsculas

A	Área de la sección transversal de cada sección del MTA, (m^2).
$A_{calorímetro}$	Área del calorímetro, (m^2).
A_{sensor}	Área del sensor del calorímetro, (m^2).
A_{spot}	Área del spot de la radiación solar concentrada, (m^2).
A_0	Área libre de la sección transversal de cada sección del MTA, (m^2).
CR	Concentración geométrica de la lente de Fresnel, (adimensional).
CR_o	Concentración óptica de la lente de Fresnel, (adimensional).
D	Diámetro, (m).
E	Vector del flujo de energía que sale de un volumen de control, (W/m^2).
E_{rad}	Potencia acústica radiada, (W).
G_b	Radiación solar directa, (W).
G_{sensor}	Radiación solar concentrada sobre el sensor del calorímetro, (W).
G_{spot}	Radiación solar concentrada en el spot, (W).
$G(r)$	Distribución de la radiación solar concentrada en el extremo caliente de la zona activa, ($^{\circ}C$).
G_0	Valor base de la distribución de la radiación solar concentrada en el extremo caliente de la zona activa, ($^{\circ}C$).
G_1	Amplitud de la distribución de la radiación solar concentrada en el extremo caliente de la zona activa, ($^{\circ}C$).
H	Promedio temporal del flujo de energía que se propaga en la zona activa en la dirección x , (W).
H_2	Promedio temporal del flujo de energía que se propaga en la zona activa evaluado a segundo orden, (W).
I	Intensidad de corriente de la resistencia del MTA eléctrico, (A).
J_0	Función de Bessel de orden 0, (adimensional).
J_1	Función de Bessel de orden 1, (adimensional).
K	Conductividad térmica del fluido de trabajo, (W/mK).
K_s	Conductividad térmica de las paredes de la zona activa, (W/mK).
L	Longitud, (m).
L_{ef}	Longitud efectiva del resonador, (m).
L_F	Distancia entre la lente de Fresnel y el extremo caliente de la zona activa, (m).
L_z	Longitud de las placas de la zona activa en la dirección z , (m).
P_A	Magnitud de p_1 en el antinodo de presión (extremo cerrado), (Pa).
θP_A	Fase de p_1 en el antinodo de presión, (rad).
P_N	Magnitud de p_1 cerca del nodo de presión (extremo abierto), (Pa).
θP_N	Fase de p_1 cerca del nodo de presión, (rad).
Pr	Número de Prandtl, (adimensional).
Q_s	Flujo de calor suministrado de forma solar, (W).
Q_e	Flujo de calor suministrado de forma eléctrica, (W).
R	Radio, (m).

R_0	Radio de los poros de sección transversal circular de la zona activa, (m).
R_m	Distancia entre el centro del extremo caliente de la zona activa y el punto medio entre el termopar 1 y el termopar 2, (m).
R_2	Radio del extremo caliente de la zona activa, (m).
\mathcal{R}	Constante particular del aire, (J/kgK).
S	Superficie de las fronteras de un sistema físico, (m ²).
$R_{calorímetro}$	Radio del calorímetro, (m ²).
R_e	Resistencia eléctrica, (Ω).
R_{sensor}	Radio del sensor del calorímetro, (m ²).
R_{spot}	Radio del spot de la radiación solar concentrada, (m ²).
T	Temperatura del fluido de trabajo, (°C).
T_s	Temperatura de las paredes de la zona activa, (°C).
T_{b1}	Amplitud de la oscilación de la temperatura compleja en la interfase sólido-fluido, (°C).
$T(r)$	Distribución de la temperatura en el extremo caliente de la zona activa, (°C).
T_0	Valor base de la distribución de la temperatura en el extremo caliente de la zona activa, (°C).
T_1	Amplitud de la distribución de la temperatura en el extremo caliente de la zona activa, (°C).
T_c	Temperatura de las paredes de la sección fría del tubo resonador, (°C).
$T_{c 0}$	Temperatura del extremo frío de la zona activa evaluada en su centro, (°C).
T_h	Temperatura de las paredes de la sección caliente del tubo resonador, (°C).
T_{heal}	Temperatura de las paredes de la sección caliente del tubo resonador calculada con el programa de aproximación, (°C)
$T_{h 0}$	Temperatura del extremo caliente de la zona activa evaluada en su centro, (°C).
$T_{h 1.3}$	Temperatura del extremo caliente de la zona activa evaluada a 1.3 mm del su centro, (°C).
$T_{h 3.9}$	Temperatura del extremo caliente de la zona activa evaluada a 3.9 mm del su centro, (°C).
$T_{h 5.85}$	Temperatura del extremo caliente de la zona activa evaluada a 5.85 mm su centro, (°C).
U	Flujo volumétrico del fluido de trabajo, (m ³ /s).
V	Voltaje aplicado a la resistencia del MTA eléctrico, (V).
V_s	Voltaje de alimentación, (V).
W	Potencia acústica, (W).
Z	Impedancia acústica, (Pa s/m ³).

Letras griegas minúsculas

α_s	Ángulo de la altura solar, (rad).
β	Coefficiente de expansión térmica del fluido de trabajo, (1/K).
γ	Relación entre los calores específicos del fluido de trabajo, (adimensional).
δ_{ij}	Delta de Kronecker, (adimensional).
δ_v	Profundidad de penetración viscosa en el fluido de trabajo, (m).

δ_k	Profundidad de penetración térmica en el fluido de trabajo, (m).
δ_s	Profundidad de penetración térmica en las paredes de la zona activa, (m).
ε	Energía interna del fluido de trabajo por unidad de masa, (J/kg).
ε_s	Factor de acoplamiento, (adimensional).
η	Eficiencia, (adimensional).
η_L	Eficiencia de la lente de Fresnel, (adimensional).
η_{MTA}	Eficiencia del MTA, (adimensional).
θ_z	Ángulo zenital, (rad).
κ_s	Coefficiente de difusividad térmica de las paredes de la zona activa, (m ² /s).
λ	Longitud de onda de la onda acústica monocromática, (m).
μ	Viscosidad dinámica del fluido de trabajo, (N s/m ²).
ζ	Segundo coeficiente de viscosidad del fluido de trabajo, (N s/m ²).
ρ	Densidad del fluido de trabajo, (kg/m ³).
ρ_s	Densidad de las paredes de la zona activa, (kg/m ³).
σ_T	Desviación estándar de la distribución de temperatura en el extremo caliente de la zona activa, (m).
σ_G	Desviación estándar de la distribución de la radiación solar concentrada, (m).
τ	Transmitancia óptica del tubo de vidrio Pyrex, (adimensional).
ϕ	Pendiente de una superficie inclinada, (rad).
φ	Ángulo azimutal de una superficie inclinada, (rad).
φ_s	Ángulo azimutal solar, (rad).
ω	Frecuencia angular de la onda acústica monocromática, (rad/s).

Letras griegas mayúsculas

Γ	Gradiente de temperatura media normalizado, (adimensional).
Π	Perímetro de la sección transversal de las placas de la zona activa que se encuentra en contacto con el fluido de trabajo, (m).
Σ	Tensor de esfuerzos viscosos del fluido de trabajo, (N/m ²).
Φ_m	Valor medio de una variable expandida en serie de Fourier.
Φ_n	Amplitud de las oscilaciones de orden n de una variable compleja expandida en serie de Fourier.

Subíndices

1	Perturbación de primer orden.
c	Relativo a la sección fría del tubo resonador.
$crit$	Relativo a un valor crítico.
f	Relativo al punto final de cada sección del MTA.
h	Relativo a la sección caliente del tubo resonador.
i	Relativo al punto inicial de cada sección del MTA.
ic	Relativo al intercambiador de calor frío.
ih	Relativo al intercambiador de calor caliente.
res	Relativo al tubo resonador.

s Relativo a la zona activa.
 teo Relativo a un valor teórico.

Otros símbolos

$\text{Im}[]$ Parte imaginaria.
 $\text{Re}[]$ Parte real.
 \sim Complejo conjugado.
 $\langle \rangle$ Promedio.
 $\langle \rangle_t$ Promedio temporal.
 $| |$ Magnitud.
 θ Fase.
 Δ incertidumbre.

Resumen

En esta tesis se diseñó, construyó y caracterizó un motor termoacústico sencillo que usa energía solar para operar denominado MoTASold1. El objetivo principal de este equipo es hacer demostraciones de la generación de sonido por efecto termoacústico, por lo que uno de los extremos del resonador está abierto, permitiendo así que el sonido pueda ser escuchado. Debido a esta característica, el fluido de trabajo usado fue aire a presión atmosférica. Además, el MoTASold1 puede ser transportado y manipulado fácilmente. El MoTASold1 se diseñó para que su construcción fuera económica, por lo que se usó una lupa de lectura plana comercial como sistema de concentración solar que funciona como una económica lente de Fresnel. La caracterización del MoTASold1 consistió en determinar la posición óptima de la zona activa dentro del resonador, la distancia óptima entre la lente de Fresnel y el extremo caliente de la zona activa, el gradiente crítico de temperatura, es decir, el gradiente de temperatura mínimo que debe existir en la zona activa del MoTASold1 para generar la onda acústica, la radiación solar crítica, es decir, la mínima radiación solar directa necesaria para producir la onda acústica con el MoTASold1, la distribución de temperatura en el extremo caliente de la zona activa que se demostró es de tipo Gaussiana, la eficiencia de la lente de Fresnel, la eficiencia del motor termoacústico y la eficiencia global del MoTASold1. Para ello, se operó el MoTASold1 durante un día soleado y se hicieron mediciones de la temperatura media del fluido de trabajo en los extremos de la zona activa y de la magnitud de la oscilación de la presión cerca del extremo abierto del resonador. También se determinó el valor del flujo de calor suministrado durante la operación del MoTASold1. Además, para completar la caracterización, los valores de la magnitud y de la fase de la oscilación de la presión en el extremo cerrado del resonador y el de la fase cerca del extremo abierto se obtuvieron de forma indirecta a través de un motor termoacústico con el que se reprodujo una onda acústica igual a la generada por el MoTASold1. Este equipo funciona con una resistencia eléctrica pegada al extremo caliente de la zona activa que suministra el flujo de calor necesario para su operación. Estos resultados se compararon con los valores teóricos que predice la teoría lineal. Para obtener estos valores, se desarrollaron dos algoritmos en lenguaje C. El primer programa, llamado programa de aproximación o ProgA, sirve para estimar los valores de entrada del segundo, denominado programa de solución o ProgS. Éste sirve para obtener las distribuciones de la oscilación de la presión, de la oscilación del flujo volumétrico y de la temperatura media del fluido de trabajo a lo largo de un motor termoacústico. El ProgS fue validado comparándolo con un programa similar de uso comercial llamado DeltaE. Tomando en cuenta los resultados que se obtuvieron con el MoTASold1, se hacen algunas recomendaciones que pueden ser consideradas para la realización de trabajos futuros relacionados con esta línea de investigación.

En el primer capítulo de esta tesis, se presenta una revisión bibliográfica de la generación de sonido por efecto termoacústico y del desarrollo de los motores termoacústicos. En este capítulo también se da una explicación cualitativa de la generación de ondas acústicas por medio del efecto termoacústico.

En el segundo capítulo se describe a detalle el modelo teórico que se utilizó para calcular la oscilación de la presión y del flujo volumétrico del fluido de trabajo a lo largo del resonador del motor termoacústico construido, el flujo de energía en su zona activa y la potencia acústica generada, absorbida o radiada por cada uno de sus componentes.

La estrategia y los algoritmos de los programas usados para resolver de forma numérica las ecuaciones del modelo teórico se describen en el tercer capítulo de esta tesis. Además, se hace la validación del programa principal al compararlo con un programa comercial.

En el cuarto capítulo se presentan los criterios utilizados para el diseño del motor termoacústico solar y se hace la descripción de cada una de sus partes.

En el quinto capítulo se presentan los resultados experimentales obtenidos con el motor termoacústico solar. Así mismo se presentan los resultados obtenidos con un motor termoacústico que opera a partir del calor suministrado por una resistencia eléctrica en condiciones similares a las del motor termoacústico solar y que complementan la información para la caracterización del motor termoacústico solar.

En el capítulo seis, se comparan los resultados obtenidos a partir del modelo teórico con los resultados experimentales.

Por último, en el capítulo siete se presentan las aportaciones y las conclusiones de esta tesis. También se dan algunas recomendaciones para mejorar el diseño de futuros motores termoacústicos solares.

Además, se incluyen seis anexos que complementan la información de esta tesis. En el anexo A se presenta una deducción de las ecuaciones que se utilizaron para calcular el área libre de cada sección del motor termoacústico, así como el perímetro de cada sección en contacto con el fluido de trabajo. En el anexo B se muestran los diagramas de flujo de los programas de solución numérica. En el anexo C se presenta el método de Runge-Kutta de cuarto orden utilizado para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales que describe el comportamiento de tres de las variables de la zona activa. En el anexo D se encuentran los planos de manufactura de la montura del motor termoacústico solar. En el anexo E se muestran los diagramas de alimentación de los micrófonos utilizados en la instrumentación de los motores termoacústicos, así como los resultados de las calibraciones de los micrófonos. En el anexo F se describe la metodología que se utilizó para determinar las incertidumbres de las variables calculadas a partir de mediciones experimentales. Finalmente, en el anexo G se muestran las ecuaciones usadas para calcular las propiedades del fluido de trabajo y de los materiales del motor termoacústico. Además, el MoTASold1 puede ser transportado y manipulado fácilmente.

Introducción

En la actualidad, la actividad humana depende del trabajo mecánico que obtiene por medio de una gran variedad de máquinas. Algunas de las máquinas que han tenido mayor aceptación son las máquinas térmicas. La mayoría de ellas generan trabajo mecánico utilizando el calor proveniente de la combustión de recursos naturales no renovables o de la fisión de elementos radioactivos, provocando una degradación del medio ambiente y poniendo en riesgo el futuro de nuestro planeta. Además, la mayoría de estas máquinas cuenta con partes móviles que al estar en contacto con otras piezas se desgastan, provocando que la eficiencia de la máquina disminuya y sea necesario invertir en su mantenimiento. Sin embargo, algunas máquinas térmicas pueden operar utilizando la radiación solar como fuente de calor. Un ejemplo de éstas son las máquinas termoacústicas que adicionalmente tienen la ventaja de no tener partes móviles, por lo tanto representan una opción limpia y económica en la generación de trabajo mecánico.

Debido a las ventajas que presentan las máquinas termoacústicas, actualmente en varias partes del mundo se llevan a cabo investigaciones tanto teóricas como experimentales para desarrollar este tipo de máquinas. En México, uno de los grupos de trabajo que se ha involucrado en esta línea de investigación es el del Departamento de Termociencias del Centro de Investigación en Energía (CIE) de la Universidad Nacional Autónoma de México, lugar donde se llevó a cabo esta investigación. Con esta tesis se busca generar experiencia, dentro del grupo de trabajo, en el diseño y la construcción de máquinas termoacústicas solares.

El objetivo principal de este trabajo es diseñar, construir y caracterizar un motor termoacústico sencillo que use energía solar para operar y que pueda ser utilizado para hacer demostraciones de la generación de sonido por efecto termoacústico.

Otro de los objetivos de esta investigación es estudiar el comportamiento de un motor termoacústico que opera con un suministro de calor constante en el extremo de la zona activa cercano al antinodo de presión, en vez de operar con temperaturas constantes en los extremos de la zona activa, que es el caso que se ha estudiado ampliamente en la literatura.

Capítulo 1

Antecedentes

En este capítulo se presenta un panorama general de la evolución en el estudio de la generación de sonido por efecto termoacústico y se da una explicación cualitativa del mismo. También se proporciona la descripción de un motor termoacústico básico y se hace una revisión bibliográfica en la que se presentan algunos resultados teóricos y experimentales en el desarrollo de este tipo de máquinas.

1.1 Generación de sonido por efecto termoacústico

Las primeras observaciones de la producción de sonido a partir del calentamiento adecuado de un sistema físico datan de mediados del siglo XVIII. Desde entonces, los sopladores de vidrio han utilizado prácticamente la misma técnica para darle forma a diversos artículos. Esta técnica consiste en introducir uno de los extremos de un tubo largo y delgado dentro de una masa de vidrio al rojo vivo. Una vez que el tubo se encuentra unido a la masa de vidrio caliente, los sopladores de vidrio soplan por el extremo abierto del tubo para moldear la masa de vidrio. Al dejar de soplar, el extremo a temperatura ambiente queda abierto y emite un fuerte sonido, poniendo de manifiesto el efecto termoacústico en su modalidad de generador de sonido.

La primera máquina termoacústica que se estudió fue un tubo construido por Sondhauss en 1850 (Feldman 1968a). Este tubo es semejante al de los sopladores de vidrio, es decir, es largo y delgado y tiene uno de sus extremos abierto y el otro cerrado con un bulbo. Al aumentar suficientemente la temperatura del extremo cerrado del tubo, éste emite oscilaciones acústicas. A partir de las experimentaciones con este tubo, Sondhauss determinó la relación entre la frecuencia de la onda acústica generada y las dimensiones del tubo. Sin embargo, no dio ninguna explicación del fenómeno termoacústico.

Posteriormente, se estudió la generación de sonido por efecto termoacústico en otras geometrías, como por ejemplo el tubo de Rijke (Feldman 1968b). Este tubo se encuentra en posición vertical, tiene sus dos extremos abiertos y cuenta con una malla interna localizada a la mitad del tubo. Calentando suficientemente la malla, se producen oscilaciones acústicas.

La teoría termoacústica comenzó con el cálculo de la atenuación acústica en un ducto debida a la transferencia de calor oscilatoria entre las paredes del ducto isotérmico y el gas en el que se propaga la onda acústica (Kirchhoff 1868).

La primera explicación del efecto termoacústico fue dada por Lord Rayleigh (Rayleigh 1896). En ella describe de forma cualitativa las condiciones para la generación de sonido en el tubo de Sondhauss.

Carter y colaboradores lograron un avance significativo en termoacústica experimental (Carter *et al.* 1962) al introducir una estructura formada por un apilamiento de placas planas paralelas en el interior del tubo de Sondhauss. Con esta modificación, la eficiencia en la producción de sonido aumentó considerablemente.

A partir de 1969, Rott publicó una serie de artículos con los cuales se establecieron los fundamentos teóricos de la teoría termoacústica (Rott 1969 y Rott 1980). Diversas investigaciones experimentales han validado esta teoría (Merkli & Thomann 1975, Yazaki *et al.* 1980, Müller & Lang 1985 y Hofler 1986).

La explicación cualitativa del efecto termoacústico dada por Lord Rayleigh primero fue demostrada usando la teoría de Rott (Huelsz 1996) y posteriormente fue demostrada de forma experimental (Huelsz & Ramos 1999).

1.2 Explicación del efecto termoacústico

La explicación cualitativa del efecto termoacústico fue dada por Rayleigh en 1896 en su libro "The Theory of Sound". En esta explicación, considera la existencia de una onda acústica que se propaga en un fluido compresible y señala que "... *If heat be given to the air at the moment of greatest condensation, or be taken from it at the moment of greatest rarefaction, the vibration is encouraged.*"¹

Al considerar una onda acústica en el fluido compresible, ésta provoca una oscilación en la presión del fluido.

Por otro lado, al suministrar calor al fluido, su temperatura aumenta y con ello también aumenta su presión. Contrariamente, al extraer calor del fluido, su temperatura disminuye provocando que su presión también lo haga.

Por lo tanto, al suministrar calor al fluido en el momento de máxima presión (máxima condensación) aumentará aún más su presión, mientras que si se le extrae calor en el momento de mínima presión (máxima rarefacción), su presión disminuirá aún más. Esto provoca que la amplitud de la oscilación de la presión aumente y así la onda acústica sea excitada.

¹ "... Si en el momento de mayor condensación se le suministra calor al aire, o en el momento de mayor rarefacción se extrae calor de él, se estimula la vibración."

Continua Rayleigh *“On the other hand, if heat be given at the moment of greatest rarefaction, or abstracted at the moment of greatest condensation, the vibration is discouraged...”*²

En este caso, al suministrar calor al fluido en el momento de mínima presión (máxima rarefacción) la presión del fluido aumentará, y al extraer calor en el momento de máxima presión (máxima condensación), su presión disminuirá. Esto provoca que la amplitud original de la oscilación de la presión disminuya y así la onda acústica sea atenuada.

Rayleigh también explicó como se produce una transferencia de calor oscilatoria en un tubo de Sondhauss con un gradiente de temperatura axial en sus paredes independiente del tiempo. *“... a simple tube, hot at the closed end and getting gradually cooler towards the open end, may be considered. At a quarter of a period before the phase of greatest condensation (which occurs almost simultaneously at all parts of the column) the air is moving inwards, i.e. towards the closed end, and therefore is passing from colder to hotter parts of the tube; but the heat received at this moment (of normal density) has not effect either in encouraging or discouraging the vibration. The same would be true of the entire operation of heat, if the adjustment of temperature were instantaneuous, so that there was never any sensible difference between the temperatures of the air and of the neighboring parts of the tube. But in fact the adjustment of temperatures takes time, and thus the temperature of the air deviates from that of the neighboring parts of the tube, inclining towards the temperature of that part of the tube from which the air has just come. From this it follows that at the phase of greatest condensation heat is received by the air, and at the phase of greatest rarefaction heat is given up from it, and thus there is a tendency to maintain the vibration...”*³

Esto explica la excitación de una onda acústica estacionaria existente en el interior del tubo.

En un tubo con el extremo cerrado a mayor temperatura que el extremo abierto es posible la producción espontánea de sonido ya que toda perturbación que provoque que el fluido que se encuentra en reposo dentro del tubo se mueva hacia el extremo caliente, producirá un aumento en la temperatura del fluido debido al contacto térmico con las paredes y por

² “Por otro lado, si en el momento de mayor rarefacción se suministra calor, o en el momento de mayor condensación es extraído, la vibración es desalentada...”

³ “...un tubo simple, caliente en el extremo cerrado y gradualmente más frío hacia el extremo abierto, debe ser considerado. Un cuarto de periodo antes de la fase de mayor condensación (la cual ocurre casi simultáneamente en todas las partes de la columna) el aire se mueve hacia adentro, *i.e.* hacia el extremo cerrado, y por lo tanto está pasando desde las partes más frías del tubo hacia las partes más calientes; pero el calor recibido en ese momento (de densidad normal) no tiene ningún efecto ni para promover ni para desalentar la vibración. Lo mismo sería cierto para toda la operación del calor, si la temperatura se ajustara inmediatamente, de tal manera que nunca hubiera una diferencia sensible entre las temperaturas del aire y la de las partes vecinas del tubo. Pero de hecho el ajuste de la temperatura toma tiempo, y por lo tanto la temperatura del aire se desvía de aquella de las partes vecinas del tubo, inclinándose hacia la temperatura de aquella parte del tubo de la cual el aire ha llegado. A partir de esto se tiene que en la fase de mayor condensación el aire recibe calor, y en la fase de mayor rarefacción se extrae calor de él, por lo tanto existe una tendencia a mantener la vibración...”

lo tanto la presión del fluido aumentará en el momento de máxima presión. Posteriormente, la misma perturbación moverá al fluido caliente hacia el extremo abierto, en donde habrá una extracción de calor del fluido debido a la diferencia de temperatura con las paredes, provocando una disminución en la temperatura del fluido y por lo tanto su presión disminuirá en el momento de mínima presión. De esta forma se aumentará la amplitud de la oscilación provocada por la perturbación y se generará una onda acústica que seguirá siendo excitada hasta que los efectos viscosos sean iguales a la excitación producida por el efecto termoacústico.

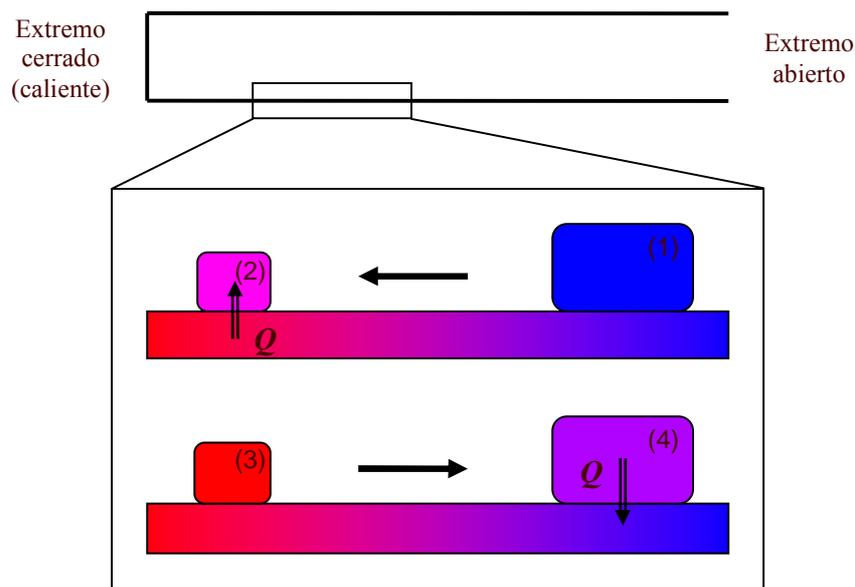


Figura 1.1. Explicación del efecto termoacústico en un tubo con el extremo cerrado a mayor temperatura que el extremo abierto.

En la figura 1.1, se muestra el ciclo termodinámico de la generación de sonido por efecto termoacústico. En esta figura se observa que de (1) a (2), el fluido se comprime; de (2) a (3), se suministra calor al fluido en el momento de máxima presión; de (3) a (4), el fluido se expande; y de (4) a (1), se extrae calor del fluido en el momento de mínima presión.

1.3 Motor termoacústico

Un motor termoacústico (MTA) es una máquina que transforma parte de la energía térmica que se le suministra en energía mecánica por medio del efecto termoacústico.

Un MTA básico que genera una onda estacionaria consta de un tubo resonador con una zona activa en su interior que cuenta con un intercambiador de calor en cada uno de sus extremos. El intercambiador de calor que se encuentra más cerca del antinodo de presión está a mayor temperatura, por lo tanto a este intercambiador se le denomina intercambiador de calor caliente, mientras que el intercambiador de calor que se encuentra en el otro extremo de la zona activa se encuentra a menor temperatura, por lo

que se le denomina intercambiador de calor frío. En la figura 1.2 se muestra un esquema de un MTA básico de onda estacionaria.

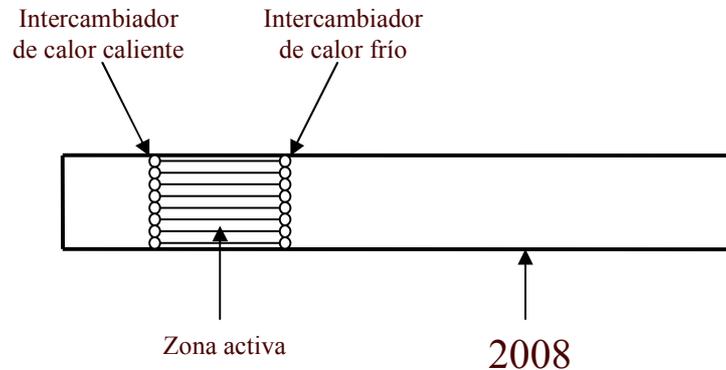


Figura 1.2. Esquema de un motor termoacústico básico de onda estacionaria.

Uno de los grupos de investigación que más ha impulsado el desarrollo de máquinas termoacústicas es el del Laboratorio Nacional de los Alamos. Tres de las publicaciones de este grupo son referencias importantes para el desarrollo de esta tesis (Swift 1988, Swift 1992 y Ward & Swift 1996). Basados en la teoría de Rott para el efecto termoacústico, este grupo ha desarrollado la teoría de máquina pequeña para máquinas termoacústicas. Los resultados experimentales muestran que las predicciones teóricas son buenas para amplitudes acústicas bajas. Las diferencias entre los resultados teóricos y los experimentales crecen al aumentar la relación entre la amplitud de la oscilación de la presión y la presión media del fluido de trabajo (Swift 1992).

En el diseño de un MTA es importante determinar la posición de la zona activa dentro del resonador en la que el MTA opere de manera óptima. La teoría de máquina pequeña (Swift 1988) predice que la posición óptima es un octavo de la longitud de onda medida a partir del antinodo de presión. Una estrategia para determinar experimentalmente esta posición en un MTA de onda estacionaria con uno de los extremos del resonador abierto, se presenta en un trabajo realizado en el Centro de Investigación en Energía (López-Alquicira 2004). En este trabajo se midió la magnitud de la oscilación de la presión a una distancia de 0.018 m del extremo abierto del resonador como función de la posición de la zona activa, determinando que la posición óptima es donde la magnitud de la oscilación de presión alcanza su valor máximo. Los resultados obtenidos muestran que la posición óptima es menor a la predicha por la teoría.

Otro parámetro relevante en un MTA es el gradiente de temperatura mínimo que debe de haber en la zona activa para generar la onda acústica (gradiente crítico de temperatura). Este valor se puede calcular a partir de una teoría de estabilidad (Rivera-Alvarez & Chejne 2001) o utilizando la teoría de máquina pequeña (Swift 1988). Bajo las mismas consideraciones, ambas teorías predicen el mismo resultado. En varios trabajos se ha reportado la determinación experimental del gradiente crítico de temperatura (Arnott *et al.* 1992, Atchley 1992, Swift 1992, Arnott *et al.* 1994, Belcher 1996, Belcher *et al.* 1999 y López-Alquicira 2004). López-Alquicira (2004) comparó los valores reportados en estos trabajos con los valores teóricos calculados a partir de la teoría de estabilidad

(Rivera-Alvarez & Chejne 2001). Los resultados obtenidos señalan que la predicción teórica subestima el valor del gradiente crítico de temperatura, y que para asegurar la generación de una onda acústica con un MTA de onda estacionaria que opera con un fluido de trabajo a una presión media menor a 6 atm, el gradiente de temperatura en la zona activa debe ser tres veces mayor al gradiente crítico teórico.

Otra característica importante de un MTA es su eficiencia. Los primeros MTA que se construyeron (Feldman 1966) estaban formados por un tubo de Sondhauss con una zona activa constituida por un apilamiento de placas planas paralelas. La mayor eficiencia que consiguió Feldman con uno de sus MTA fue de 4.5 %. Una de las mejores eficiencias que se ha obtenido con un MTA experimental de onda estacionaria es de 9 % (13.2 % de la eficiencia de Carnot) (Swift 1992). Este resultado es consistente con la teoría de máquina pequeña (Swift 1988). El resonador de este MTA está cerrado en ambos extremos y contiene helio a una presión media de 13.8 bar. La potencia que genera es extraída por medio de una carga acústica variable que consta de un tanque conectado a uno de los extremos del resonador por medio de válvulas de aguja.

Se ha demostrado tanto teórica como experimentalmente, que para que un MTA de onda estacionaria aumente su eficiencia, éste debe operar con un fluido de trabajo con una alta relación entre el calor específico a presión constante y el calor específico a volumen constante y un bajo número de Prandtl (Ward *et al.* 1991 y Belcher *et al.* 1999). Las mezclas entre gases nobles ligeros y pasados dan estas características. Sin embargo, estas características aumentan el valor del gradiente crítico de temperatura en la zona activa.

Al explorar la idea de generar una onda acústica a partir de un MTA de onda viajera surgió la posibilidad de aumentar la eficiencia de los MTA (Ceperley 1979). El análisis teórico y experimental de un MTA de onda viajera (Backhaus & Swift, 2000) mostró que este tipo de dispositivos pueden alcanzar eficiencias de hasta el 41 % de la eficiencia de Carnot, superando a los MTA de onda estacionaria en más del 50 %.

El grupo del Laboratorio Nacional de los Alamos desarrolló un programa comercial denominado DeltaE que sirve para diseñar máquinas termoacústicas de baja amplitud (Ward *et al.* 1994). Este programa se ha validado con resultados experimentales (Olson & Swift 1995).

1.3.1 Motor termoacústico solar

En la revisión bibliográfica sólo se encontraron tres trabajos que reportan motores termoacústicos que operan con un suministro de calor solar. Los dos primeros son resúmenes de presentaciones en congresos.

En el primer trabajo reportado (Chen & Garrett, 1998) se describe como se construyó, instrumentó y probó un MTA para demostrar el uso de la energía solar para generar potencia acústica. Este dispositivo usa una lente de Fresnel con un diámetro de 91.4 cm que concentra la radiación solar en uno de los extremos de la zona activa. La onda

acústica que emite el extremo abierto del resonador alcanza más de 120 dB a 1 m de distancia. Los autores reportan que la eficiencia de este MTA es muy baja, pero no ofrecen este valor.

Con la experiencia adquirida, estos mismos autores diseñaron y construyeron un refrigerador termoacústico alimentado por la onda acústica generada por un MTA solar (Chen & Garrett, 2000). Este refrigerador alcanzó una potencia máxima de enfriamiento de 60 W al suministrarle 600 W de potencia térmica solar que fueron concentrados por medio de un plato parabólico de 3 m de diámetro. En este dispositivo se utilizó un sistema de seguimiento solar controlado por una computadora.

En otro trabajo (Adeff & Hofler, 2000) se presentan los resultados experimentales de un refrigerador termoacústico alimentado por un MTA solar que utiliza como fluido de trabajo una mezcla de helio con argón a una presión media de 6 bar. En este dispositivo, la radiación solar se concentra directamente sobre el extremo caliente de la zona activa del MTA por medio de una lente de Fresnel de 0.457 m de diámetro, eliminando el intercambiador de calor caliente, el cual es la parte más difícil de fabricar en un MTA. La zona activa del MTA está hecha de carbón vítreo reticulado. Durante la operación de este dispositivo, la lente de Fresnel recibió una potencia solar de 100 W, provocando que la temperatura de las paredes externas del resonador, en la posición correspondiente al extremo caliente de la zona activa, alcanzara a una temperatura de 480 °C, mientras que la temperatura de las aletas del intercambiador de calor frío se mantuvo a una temperatura de 35 °C, utilizando un ventilador que opera a partir de celdas fotovoltaicas. Con estas condiciones, el MTA generó una onda acústica con una amplitud en el antinodo de presión de 26.5 kPa (4.3 % la presión media del resonador), logrando que el refrigerador termoacústico alcanzara una potencia de enfriamiento de 2.5 W a una temperatura de 5 °C.

Ninguno de estos tres trabajos presenta una caracterización detallada del MTA que funciona a partir de energía solar.

Capítulo 2

Modelo teórico

En este capítulo se expone la deducción del modelo bidimensional para la zona activa de un motor termoacústico (MTA) cuando las paredes de la zona activa están formadas por un apilamiento de placas planas paralelas. También se presentan las modificaciones a este modelo cuando las paredes de la zona activa están formadas por un sólido con poros paralelos de sección transversal circular, rectangular o cuadrada. Además, se incluye la deducción tanto del flujo de energía promedio en la zona activa como de la potencia acústica generada o absorbida por cada uno de los componentes de un MTA.

2.1 Deducción del modelo bidimensional en placas paralelas

La zona activa de un MTA está formada por las paredes de un sólido y por un fluido de trabajo compresible que se encuentra en contacto con estas paredes. Es en esta zona donde se lleva a cabo la interacción entre el fluido de trabajo y las paredes del sólido que da lugar al efecto termoacústico.

En la teoría del efecto termoacústico que se utiliza en esta tesis (Swift, 1988b) se considera que la zona activa está formada por un apilamiento de placas planas paralelas en contacto con el fluido de trabajo. Estas placas se encuentran separadas por una distancia de $2y_0$, tienen un espesor de $2l$ y se consideran infinitas en la dirección z . El fluido de trabajo se encuentra entre las placas de la zona activa. El origen del sistema de referencia utilizado para las placas de la zona activa se encuentra a la mitad del espesor de cada placa, mientras que el origen del sistema de referencia utilizado para el fluido de trabajo se encuentra a la mitad de la distancia que hay entre dos placas contiguas de la zona activa (ver figura 2.1).

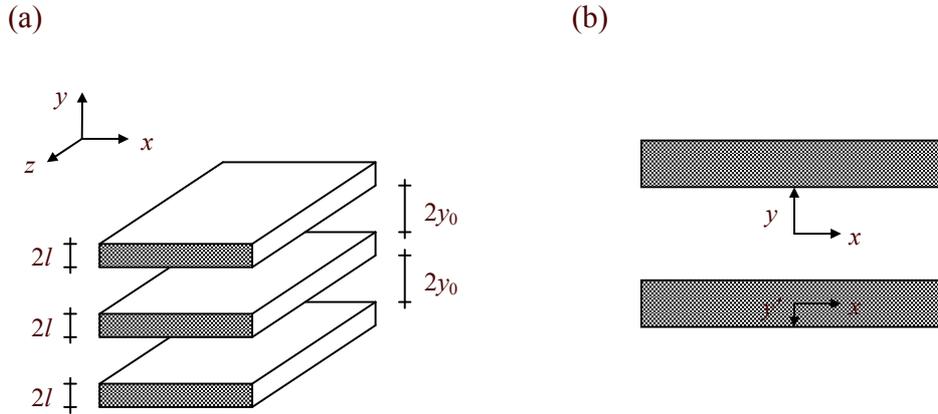


Figura 2.1. Placas de la zona activa. (a) Configuración de las placas. (b) Sistemas de referencia para las placas y para el fluido de trabajo.

En esta teoría se asume que las paredes de la zona activa tienen un gradiente de temperatura media en la dirección x y que la temperatura media del fluido de trabajo es igual a la temperatura media de las paredes de la zona activa.

Además, se asume que en el fluido de trabajo existe una onda acústica longitudinal en la dirección del gradiente de temperatura media y que el fluido de trabajo únicamente se mueve por efecto de la onda acústica. Lejos de las paredes de la zona activa (dirección y) se considera que la onda acústica es estacionaria y monocromática.

Despreciando los efectos de borde de las placas de la zona activa, las fuerzas de cuerpo que pudieran actuar sobre el fluido de trabajo y los efectos radiativos, el sistema anterior se puede describir a partir de las ecuaciones de balance para un flujo bidimensional compresible y con propiedades variables, la ecuación de balance de energía para un sólido y la ecuación de estado del fluido de trabajo. Estas ecuaciones se expresan en coordenadas cartesianas de la siguiente forma.

- Ecuación de continuidad del fluido de trabajo.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

- Ecuación de cantidad de movimiento del fluido de trabajo en la dirección x .

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \quad (2.2)$$

- Ecuación de cantidad de movimiento del fluido de trabajo en la dirección y .

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] \quad (2.3)$$

- Ecuación de energía del fluido de trabajo.

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \beta T \left(\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{4}{3} \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 - \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \mu \left[\left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (2.4)$$

- Ecuación de balance de energía en las paredes de la zona activa.

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \kappa_s \left(\frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2} \right) \quad (2.5)$$

- Ecuación de estado del fluido de trabajo.

$$\rho = \rho(T, p) \quad (2.6)$$

En estas ecuaciones, ρ es la densidad, p es la presión, T es la temperatura, μ es la viscosidad dinámica, K es la conductividad térmica, c_p es el calor específico a presión constante y β es el coeficiente de expansión térmica del fluido de trabajo; u y v son las componentes, en la dirección x y y respectivamente, del vector de la velocidad del fluido de trabajo; T_s es la temperatura y κ_s es el coeficiente de difusividad térmica de las paredes de la zona activa y t es el tiempo.

El coeficiente de expansión térmica del fluido de trabajo se define como:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (2.7)$$

El coeficiente de difusividad térmica de las paredes de la zona activa se define como:

$$\kappa_s = \frac{K_s}{\rho_s c_s} \quad (2.8)$$

En esta ecuación, K_s es la conductividad térmica, ρ_s es la densidad y c_s es el calor específico a volumen constante de las paredes de la zona activa.

La ecuación (2.6) se puede expresar de forma infinitesimal de la siguiente manera.

$$d\rho = \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p dT + \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T dp \quad (2.9)$$

Sustituyendo la ecuación (2.7) en la ecuación (2.9) se obtiene la siguiente expresión para la ecuación de estado del fluido de trabajo.

$$d\rho = -\rho\beta dT + \left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_T dp \quad (2.10)$$

Para estudiar la interacción entre la onda acústica monocromática que se propaga en el fluido de trabajo y las paredes de la zona activa, todas las variables del sistema se pueden expresar a partir de una expansión en serie de Fourier, en donde el primer término representa el valor medio de la variable, el segundo término representa una oscilación de primer orden y los siguientes términos representan oscilaciones de orden superior. Por lo tanto, cada una de las variables del sistema se puede escribir de la siguiente forma.

$$\Phi(x, y, t) = \Phi_m(x, y) + \Phi_1(x, y)e^{i\alpha} + \Phi_2(x, y)e^{i2\alpha} + \dots + \Phi_{n-1}(x, y)e^{i(n-1)\alpha} + \Phi_n(x, y)e^{in\alpha} \quad (2.11)$$

En esta ecuación, Φ_m es el valor medio de la variable, Φ_n es la amplitud de las oscilaciones de orden n de la variable compleja y ω es la frecuencia angular de la onda acústica monocromática, la cual se define como:

$$\omega = 2\pi f \quad (2.12)$$

En esta ecuación, f es la frecuencia de oscilación de la onda acústica monocromática.

Se asume que la temperatura media del fluido de trabajo es igual a la temperatura media de las paredes de la zona activa, por lo tanto $T_{sm} = T_m$. Además, al asumir que el fluido de trabajo únicamente se mueve por efecto de la onda acústica, $u_m = v_m = 0$ y $p_m = cte$.

En esta teoría se considera la aproximación de zona activa pequeña, es decir que la presencia de las paredes de la zona activa no modifica la frecuencia ω de la onda acústica existente.

Además, se consideran únicamente los efectos a primer orden.

Por lo tanto, al expandir las ecuaciones (2.1) – (2.5) y (2.10) y considerar únicamente los términos a primer orden, se obtienen las siguientes ecuaciones linealizadas que describen al sistema.

- Ecuación de continuidad del fluido de trabajo.

$$i\omega\rho_1 + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_m u_1) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_m v_1) = 0 \quad (2.13)$$

- Ecuación de cantidad de movimiento del fluido de trabajo en la dirección x .

$$i\omega\rho_m u_1 = -\frac{\partial p_1}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{4}{3} \frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right) \right] \quad (2.14)$$

- Ecuación de cantidad de movimiento del fluido de trabajo en la dirección y .

$$i\omega\rho_m v_1 = -\frac{\partial p_1}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{4}{3} \frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) \right] \quad (2.15)$$

- Ecuación de energía del fluido de trabajo.

$$\rho_m c_p \left(i\omega T_1 + u_1 \frac{\partial T_m}{\partial x} + v_1 \frac{\partial T_m}{\partial y} \right) - i\omega \beta T_m p_1 = \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial T_1}{\partial y} \right) \quad (2.16)$$

- Ecuación de balance de energía en las paredes de la zona activa.

$$i\omega T_{s1} = \kappa_s \left(\frac{\partial^2 T_{s1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{s1}}{\partial y^2} \right) \quad (2.17)$$

- Ecuación de estado del fluido de trabajo considerándolo gas ideal.

$$\rho_1 = -\rho_m \beta T_1 + \left(\frac{\gamma}{c^2} \right) p_1 \quad (2.18)$$

En esta ecuación c es la velocidad de propagación del sonido en el fluido de trabajo y γ es la relación entre los calores específicos del fluido de trabajo, la cual se define como:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (2.19)$$

En esta ecuación c_v es el calor específico del fluido de trabajo a volumen constante.

Las ecuaciones linealizadas (2.13) – (2.18) forman un sistema de seis ecuaciones con seis variables complejas (p_1 , T_1 , T_{s1} , ρ_1 , u_1 y v_1), de las cuales, sólo la parte real tiene significado físico.

Además, en esta teoría se utiliza la aproximación de capa límite, lo cual quiere decir que $\delta_v \ll \lambda$, $\delta_k \ll \lambda$ y $\delta_s \ll \lambda$, donde δ_v es la profundidad de la penetración viscosa en el fluido de trabajo, δ_k es la profundidad de la penetración térmica en el fluido de trabajo, δ_s es la profundidad de la penetración térmica en las paredes de la zona activa y λ es la longitud de onda de la onda acústica monocromática.

Para calcular δ_v , δ_k y δ_s se utilizaron las siguientes expresiones.

$$\delta_v = \sqrt{\frac{2\mu}{\rho_m \omega}} \quad (2.20)$$

2. Modelo teórico

$$\delta_k = \sqrt{\frac{2K}{\rho_m c_p \omega}} \quad (2.21)$$

$$\delta_s = \sqrt{\frac{2K_s}{\rho_s c_s \omega}} \quad (2.22)$$

Considerando que los cambios $\delta\Phi_n/\delta x$, $\delta\Phi_n/\delta y$ y $\delta\Phi_n/\delta y'$ son del orden de n/λ , n/δ_v y n/δ_s respectivamente y utilizando la aproximación de capa límite se obtiene las siguientes expresiones.

$$\frac{\partial\Phi_n}{\partial x} \ll \frac{\partial\Phi_n}{\partial y} \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial\Phi_n}{\partial x} \ll \frac{\partial\Phi_n}{\partial y'} \quad (2.24)$$

Además, considerando que $v_n \ll u_n$ y usando la ecuación (2.23) se obtienen las siguientes ecuaciones.

$$\frac{\partial v_n}{\partial x} \ll \frac{\partial u_n}{\partial y} \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial v_n}{\partial y} \sim \frac{\partial u_n}{\partial x} \quad (2.26)$$

Utilizando las ecuaciones (2.23) – (2.26) para reescribir las ecuaciones linealizadas (2.13) – (2.18) se obtienen las siguientes expresiones.

- Ecuación de continuidad del fluido de trabajo.

$$i\omega\rho_1 + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_m u_1) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_m v_1) = 0 \quad (2.27)$$

- Ecuación de cantidad de movimiento del fluido de trabajo en la dirección x .

$$i\omega\rho_m u_1 = -\frac{\partial p_1}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u_1}{\partial y}\right) \quad (2.28)$$

- Ecuación de cantidad de movimiento del fluido de trabajo en la dirección y .

$$\frac{\partial p_1}{\partial y} = 0 \quad (2.29)$$

- Ecuación de energía del fluido de trabajo.

$$\rho_m c_p \left(i\omega T_1 + u_1 \frac{\partial T_m}{\partial x} \right) - i\omega \beta T_m p_1 = \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial T_1}{\partial y} \right) \quad (2.30)$$

- Ecuación de balance de energía en las paredes de la zona activa.

$$i\omega T_{s1} = \kappa_s \frac{\partial^2 T_{s1}}{\partial y'^2} \quad (2.31)$$

- Ecuación de estado del fluido de trabajo considerándolo gas ideal.

$$\rho_1 = -\rho_m \beta T_1 + \left(\frac{\gamma}{c^2} \right) p_1 \quad (2.32)$$

Las condiciones de frontera que se utilizan para resolver el sistema de ecuaciones linealizadas y reducidas son las siguientes.

- Condiciones de no deslizamiento y no penetración.

$$u_1(x, y) \Big|_{y=y_0} = 0 \quad (2.33)$$

$$v_1(x, y) \Big|_{y=y_0} = 0 \quad (2.34)$$

- Condiciones de simetría en la distribución de la velocidad del flujo.

$$\frac{\partial u_1(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0 \quad (2.35)$$

$$v_1(x, y) \Big|_{y=0} = 0 \quad (2.36)$$

- Condición de simetría en la distribución de la temperatura de las placas de la zona activa.

$$\frac{\partial T_{s1}(x, y')}{\partial y'} \Big|_{y'=0} = 0 \quad (2.37)$$

- Condiciones de continuidad de la temperatura.

$$T_1(x, y) \Big|_{y=y_0} = T_{b1}(x) \quad (2.38)$$

$$T_{s1}(x, y') \Big|_{y'=l} = T_{b1}(x) \quad (2.39)$$

En estas ecuaciones T_{b1} es la amplitud de la oscilación de la temperatura compleja en la interfase sólido-fluido.

- Condición de continuidad del flujo de calor.

$$K \frac{\partial T_1(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=y_0} = -K_s \frac{\partial T_{s1}(x, y')}{\partial y'} \Big|_{y'=l} \quad (2.40)$$

En la ecuación (2.29) se observa que p_1 no depende de y , por lo tanto, la ecuación (2.28) se encuentra desacoplada del resto del sistema de ecuaciones. Esto permite resolver esta ecuación sin conocer la solución de las demás.

Utilizando las condiciones de frontera de las ecuaciones (2.33) y (2.35) para resolver la ecuación (2.28), se obtiene la ecuación de la distribución de u_1 .

$$u_1(p_1(x), y) = \frac{i}{\rho_m \omega} \frac{dp_1}{dx} \left(1 - \frac{\cosh\left(\frac{(1+i)y}{\delta_v}\right)}{\cosh\left(\frac{(1+i)y_0}{\delta_v}\right)} \right) \quad (2.41)$$

Otra ecuación que se encuentra desacoplada del resto del sistema de ecuaciones es la (2.31), por lo que al resolver esta ecuación utilizando las condiciones de frontera de las ecuaciones (2.37) y (2.39), se obtiene la amplitud de la oscilación de la temperatura compleja de las paredes de la zona activa.

$$T_{s1}(T_{b1}, y') = T_{b1} \frac{\cosh\left(\frac{(1+i)y'}{\delta_s}\right)}{\cosh\left(\frac{(1+i)l}{\delta_s}\right)} \quad (2.42)$$

Al sustituir la ecuación (2.41) en la ecuación (2.30), queda una ecuación que al ser resuelta utilizando las condiciones de frontera de las ecuaciones (2.38) y (2.40), se obtiene la amplitud de la oscilación de la temperatura compleja del fluido de trabajo.

$$T_1(p_1(x), y) = \frac{T_m \beta}{\rho_m c_p} p_1 - \frac{1}{\rho_m \omega^2} \left(1 - \frac{\text{Pr} \cosh\left(\frac{(1+i)y}{\delta_v}\right)}{(\text{Pr}-1) \cosh\left(\frac{(1+i)y_0}{\delta_v}\right)} \right) \frac{dp_1}{dx} \frac{dT_m}{dx} \quad (2.43)$$

$$- \left(\frac{T_m \beta}{\rho_m c_p} p_1 + \frac{1}{(\text{Pr}-1) \rho_m \omega^2} \left(1 + \frac{\varepsilon_s f_v}{f_k} \right) \frac{dp_1}{dx} \frac{dT_m}{dx} \right) \frac{\cosh\left(\frac{(1+i)y}{\delta_k}\right)}{(1 + \varepsilon_s) \cosh\left(\frac{(1+i)y_0}{\delta_k}\right)}$$

2. Modelo teórico

En esta ecuación, Pr es el número de Prandtl, f_v es la función de disipación viscosa en el fluido de trabajo, f_k es la función de disipación térmica en el fluido de trabajo y ε_s es el factor de acoplamiento que relaciona las propiedades del fluido de trabajo y las de las paredes de la zona activa.

El número de Prandtl está definido de la siguiente manera.

$$Pr = \frac{c_p \mu}{K} \quad (2.44)$$

Para la ecuación (2.43), las expresiones de f_v , f_k y ε_s quedan de la siguiente forma.

$$f_v = \frac{\tanh\left(\frac{(1+i)y_0}{\delta_v}\right)}{\frac{(1+i)y_0}{\delta_v}} \quad (2.45)$$

$$f_k = \frac{\tanh\left(\frac{(1+i)y_0}{\delta_k}\right)}{\frac{(1+i)y_0}{\delta_k}} \quad (2.46)$$

$$\varepsilon_s = \sqrt{\frac{K \rho_m c_p}{K_s \rho_s c_s} \frac{\tanh\left(\frac{(1+i)y_0}{\delta_k}\right)}{\tanh\left(\frac{(1+i)l}{\delta_s}\right)}} \quad (2.47)$$

Combinando la ecuación (2.27) con la derivada con respecto a x de la ecuación (2.28), se obtiene la siguiente ecuación.

$$-\omega^2 \rho_1 - \frac{d^2 p_1}{dx^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \right) + i \omega \rho_m \frac{\partial v_1}{\partial y} = 0 \quad (2.48)$$

Sustituyendo la ecuación (2.32) en la ecuación (2.48), se obtiene la siguiente ecuación.

$$\omega^2 \rho_m \beta T_1 - \frac{\omega^2}{c^2} p_1 - \frac{d^2 p_1}{dx^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \right) + i \omega \rho_m \frac{\partial v_1}{\partial y} = 0 \quad (2.49)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.41) y (2.43) en la ecuación (2.49), se obtiene la ecuación diferencial de p_1 como función de x y de y . Al integrar esta ecuación con respecto a y desde 0 hasta y_0 y usando las condiciones de frontera de las ecuaciones (2.34) y (2.36), se obtiene la ecuación diferencial de p_1 como función de x únicamente.

$$\left(1 + \frac{(\gamma-1)f_k}{1+\varepsilon_s}\right)p_1 + \frac{\rho_m c^2}{\omega^2} \frac{d}{dx} \left(\frac{(1-f_v) dp_1}{\rho_m dx} \right) - \beta \frac{c^2}{\omega^2} \frac{f_k - f_v}{(1-\text{Pr})(1+\varepsilon_s)} \frac{dT_m}{dx} \frac{dp_1}{dx} = 0 \quad (2.50)$$

La ecuación (2.50) es una ecuación diferencial no lineal ordinaria para la amplitud de la oscilación de la presión compleja $p_1(x)$ del fluido de trabajo, la cual está en términos de la distribución de temperatura media $T_m(x)$, de las propiedades termofísicas del fluido de trabajo (dependientes de la temperatura) y de las funciones de disipación. Esta ecuación no se puede resolver hasta conocer la distribución de $T_m(x)$.

Una vez que p_1 se ha determinado, se pueden obtener las cantidades u_1 , v_1 , T_1 y ρ_1 usando las ecuaciones (2.41), (2.27), (2.43) y (2.32) respectivamente.

2.2 Flujo de energía promedio en la zona activa

Para obtener la ecuación del promedio temporal del flujo de energía que se propaga en la zona activa, se parte de la ecuación de conservación de energía.

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (2.51)$$

En esta ecuación, e es la energía en un volumen de control de un sistema físico y \mathbf{E} es el vector del flujo de energía por unidad de área que sale del volumen de control.

Para calcular el promedio temporal del flujo de energía que se propaga en la zona activa, tanto en las paredes como en el fluido de trabajo, se considera un sistema físico tal que el volumen de control analizado se encuentra lejos de los extremos de las paredes de la zona activa (dirección x). Este sistema físico se muestra en la siguiente figura.

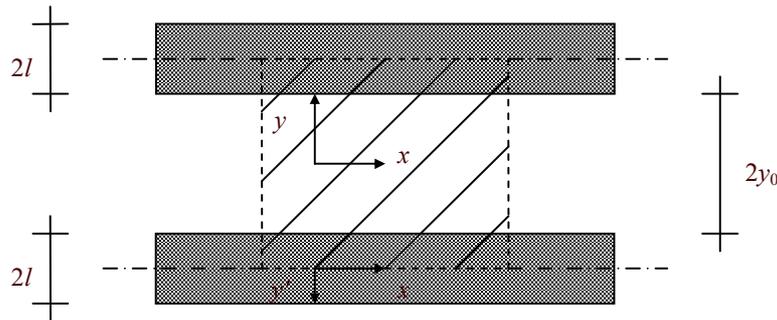


Figura 2.2. Sistema físico analizado.

Debido a la condición de simetría de la distribución de la temperatura de las placas de la zona activa (ecuación 2.37), en estado permanente no existen flujos de energía hacia el sistema en la dirección y . Por lo tanto, el promedio temporal de la componente en x de \mathbf{E} es independiente de x . Esto se expresa de la siguiente forma.

$$\nabla \cdot \left(\oint \langle \mathbf{E} \rangle_t dS \right) = \frac{d}{dx} \left(L_z \left(\int_0^{-l} \langle \mathbf{E}_x \rangle_t dy' + \int_{-y_0}^{y_0} \langle \mathbf{E}_x \rangle_t dy + \int_l^0 \langle \mathbf{E}_x \rangle_t dy' \right) \right) = 0 \quad (2.52)$$

En esta ecuación, S es la superficie de las fronteras del sistema, L_z es la longitud de las placas en la dirección z y $\langle \rangle_t$ denota el promedio temporal de los términos en su interior.

Como el flujo de energía se propaga por medio de la onda acústica, el promedio temporal corresponde al promedio de un solo periodo ($2\pi/\omega$) de la onda acústica. Por lo tanto, en la ecuación (2.52) se utilizó la siguiente expresión.

$$\langle \rangle_t = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} () dt \quad (2.53)$$

A partir de la ecuación (2.52) y debido a la simetría del sistema en la dirección y , se obtiene la siguiente expresión.

$$H = 2L_z \left(\int_0^{y_0} \langle \mathbf{E}_x \rangle_t dy + \int_l^0 \langle \mathbf{E}_x \rangle_t dy' \right) \quad (2.54)$$

En esta ecuación, H es el promedio temporal del flujo de energía que se propaga en el sistema en la dirección x .

Como el perímetro de cada placa en contacto con el fluido de trabajo es $2L_z$, a partir de la ecuación (2.54) se obtiene la siguiente expresión.

$$\frac{H}{\Pi} = \int_0^{y_0} \langle \mathbf{E}_x \rangle_t dy + \int_l^0 \langle \mathbf{E}_x \rangle_t dy' \quad (2.55)$$

En esta ecuación, H es el promedio temporal del flujo de energía que se propaga en la zona activa en la dirección x y Π es el perímetro de la sección transversal de las placas de la zona activa que se encuentra en contacto con el fluido de trabajo.

Para un fluido viscoso capaz de transportar calor por conducción, el vector del flujo de energía por unidad de área que sale del volumen de control se puede escribir de la siguiente forma (Landau & Lifshitz, 1987).

$$\mathbf{E} = \rho \mathbf{v} \left(\frac{1}{2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} + h \right) - K \nabla T - \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\Sigma} \quad (2.56)$$

En esta ecuación, \mathbf{v} es el vector de la velocidad del flujo, h es la entalpía del fluido de trabajo por unidad de masa, y $\boldsymbol{\Sigma}$ es el tensor de esfuerzos viscosos del fluido de trabajo.

Para este tipo de fluidos, las componentes del tensor de esfuerzos viscosos se pueden calcular a partir de la siguiente ecuación (Landau & Lifshitz, 1987).

$$\Sigma_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right) + \xi \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \quad (2.57)$$

En esta ecuación, ξ es el segundo coeficiente de viscosidad del fluido de trabajo y δ_{ij} es la delta de Kronecker.

Sustituyendo la ecuación (2.56) en la ecuación (2.55) se obtiene la siguiente expresión.

$$\frac{H}{\Pi} = \int_0^{y_0} \left(\left\langle \rho u \left(\frac{1}{2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} + h \right) \right\rangle_t - \left\langle K \frac{\partial T}{\partial x} \right\rangle_t - \langle (\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\Sigma})_x \rangle_t \right) dy + \int_t^0 \left(- \left\langle K_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \right\rangle_t \right) dy' \quad (2.58)$$

Utilizando la ecuación (2.11), se pueden expandir las variables de la ecuación (2.58). Cabe mencionar que la integral temporal de los términos de primer orden, evaluada en un periodo de la onda acústica, es 0. Esto se puede expresar de la siguiente forma.

$$\int_0^{2\pi/\omega} \Phi_1 e^{i\alpha t} dt = 0 \quad (2.59)$$

Por lo tanto, para que el promedio temporal del flujo de energía incluya los efectos de la onda acústica, es necesario expandir la ecuación (2.58) al menos hasta segundo orden. En esta ecuación, el término con $u(\mathbf{v} \cdot \mathbf{v})$ se desprecia por ser de tercer orden, obteniendo la siguiente expresión.

$$\frac{H_2}{\Pi} = \int_0^{y_0} \langle \rho u h \rangle_t dy - \int_0^{y_0} \left\langle K \frac{\partial T}{\partial x} \right\rangle_t dy - \int_0^{y_0} \langle (\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\Sigma})_x \rangle_t dy - \int_t^0 \left\langle K_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \right\rangle_t dy' \quad (2.60)$$

En esta ecuación, el subíndice 2 de H_2 expresa que el promedio temporal del flujo de energía H se evalúa a segundo orden.

Al expandir las variables del primer término de la ecuación (2.60) y conservando los términos hasta segundo orden, se obtiene la siguiente expresión.

$$\int_0^{y_0} \langle \rho u h \rangle_t dy = \int_0^{y_0} \left(\rho_m \langle u_1 \rangle_t h_m + \rho_m \langle u_2 \rangle_t h_m + \langle \rho_1 u_1 \rangle_t h_m + \rho_m \langle u_1 h_1 \rangle_t \right) dy \quad (2.61)$$

Como $\langle u_1 \rangle_t = 0$, el primer término de la derecha de la ecuación (2.61) se anula.

Además, como el promedio temporal del flujo másico es cero, a segundo orden se expresa de la siguiente manera.

$$\int_0^{y_0} \left(\rho_m \langle u_2 \rangle_t + \langle \rho_1 u_1 \rangle_t \right) dy = 0 \quad (2.62)$$

2. Modelo teórico

Por lo tanto, sustituyendo la ecuación (2.62) en la ecuación (2.61), el segundo y el tercer término de la derecha de esta ecuación se anulan, obteniendo la siguiente expresión.

$$\int_0^{y_0} \langle \rho u h \rangle_t dy = \int_0^{y_0} \rho_m \langle u_1 h_1 \rangle_t dy \quad (2.63)$$

Para reescribir la ecuación (2.63) de una manera más conveniente se utilizaron las siguientes relaciones termodinámicas.

$$dh = T ds + \frac{1}{\rho} dp \quad (2.64)$$

$$ds = \frac{c_p}{T} dT - \frac{\beta}{\rho} dp \quad (2.65)$$

Sustituyendo la ecuación (2.65) en la ecuación (2.64), se obtiene la siguiente expresión.

$$dh = c_p dT + \frac{1}{\rho} (1 - \beta T) dp \quad (2.66)$$

Sustituyendo la ecuación (2.66) en la ecuación (2.63), se obtiene la siguiente expresión.

$$\int_0^{y_0} \langle \rho u h \rangle_t dy = \int_0^{y_0} \left(\rho_m c_p \langle u_1 T_1 \rangle_t + (1 - \beta T_m) \langle u_1 p_1 \rangle_t \right) dy \quad (2.67)$$

Para un gas ideal, $T_1 = T_m \beta p_1 / \rho_m c_p$ y $\beta T_m = 1$, por lo tanto para un gas como fluido de trabajo T_1 es del orden de $T_m \beta p_1 / \rho_m c_p$ y βT_m es del orden de 1. Entonces, el término dentro de la primera integral de la ecuación (2.60) es del orden de $p_1 u_1 \approx \rho_m a u_1^2$.

Al expandir a segundo orden las variables del segundo y del cuarto término de la ecuación (2.60), se obtienen términos de hasta cuarto orden, que comparados con los términos de orden cero son despreciables, por lo tanto:

$$-\int_0^{y_0} \left\langle K \frac{\partial T}{\partial x} \right\rangle_t dy - \int_l^0 \left\langle K_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \right\rangle_t dy' \approx -(y_0 K + l K_s) \frac{dT_m}{dx} \quad (2.68)$$

Sustituyendo la ecuación (2.57) en el tercer término de la ecuación (2.60) se obtiene una expresión muy larga. Considerando nuevamente la aproximación de capa límite y recordando que $\delta \Phi_n / \delta x$ y $\delta \Phi_n / \delta y$ son del orden de n/λ y n/δ_v respectivamente, la expresión anterior se reduce. Utilizando la ecuación (2.11) para expandir las variables de esta expresión y conservando los términos hasta segundo orden, se observa que en la tercera integral de la ecuación (2.60) los términos más grandes son del orden de $y_0 \mu u_1^2 / \lambda$.

Por lo tanto, la relación entre el tercero y el primer término de la ecuación (2.60) es del orden siguiente.

$$\frac{\int_0^{y_0} \langle (\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\Sigma})_x \rangle_t dy}{\int_0^{y_0} \langle \rho u h \rangle_t dy} \sim \frac{\mu}{\rho_m a \lambda} = \frac{1}{2} \frac{\delta_v^2}{\lambda^2} \ll 1 \quad (2.69)$$

En la ecuación anterior se consideró la aproximación de capa límite, por lo tanto, bajo esta aproximación, el tercer término de la ecuación (2.60) se puede despreciar.

Después de todas las consideraciones anteriores, la ecuación (2.60) se reduce a la siguiente ecuación.

$$\frac{H_2}{\Pi} = \int_0^{y_0} \left(\rho_m c_p \langle u_1 T_1 \rangle_t + (1 - \beta T_m) \langle u_1 p_1 \rangle_t \right) dy - (y_0 K + l K_s) \frac{dT_m}{dx} \quad (2.70)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.41) y (2.43) en la ecuación (2.70) y evaluando las integrales resultantes, se obtiene la siguiente expresión.

$$\begin{aligned} H_2 = & \frac{\Pi y_0}{2\omega \rho_m} \text{Im} \left[\frac{d\tilde{p}_1}{dx} p_1 \left(1 - \tilde{f}_v - \frac{T_m \beta (f_k - \tilde{f}_v)}{(1 + \varepsilon_s)(1 + \text{Pr})} \right) \right] \\ & + \frac{\Pi y_0 c_p}{2\omega^3 \rho_m (1 - \text{Pr})} \text{Im} \left[\tilde{f}_v + \frac{(f_k - \tilde{f}_v) \left(1 + \frac{\varepsilon_s f_v}{f_k} \right)}{(1 + \varepsilon_s)(1 + \text{Pr})} \right] \frac{dp_1}{dx} \frac{d\tilde{p}_1}{dx} \frac{dT_m}{dx} - \Pi (y_0 K + l K_s) \frac{dT_m}{dx} \end{aligned} \quad (2.71)$$

En esta ecuación, $\text{Im}[\]$ denota la parte imaginaria de los términos en su interior, mientras que la tilde \sim denota el complejo conjugado de la variable.

La ecuación (2.71) es una ecuación diferencial no lineal para el promedio temporal del flujo de energía $H_2(x)$ que se propaga en la zona activa, el cual está en términos de la distribución de temperatura media $T_m(x)$, de la amplitud de la oscilación de la presión compleja $p_1(x)$ del fluido de trabajo, de las propiedades termofísicas del fluido de trabajo (dependientes de la temperatura) y de la geometría de las paredes de la zona activa (funciones de disipación).

2.3 Potencia acústica generada o absorbida

En esta sección se presenta la deducción de la potencia acústica W generada ($W > 0$) o absorbida ($W < 0$) por cada uno de los componentes de un MTA.

2.3.1 Zona activa

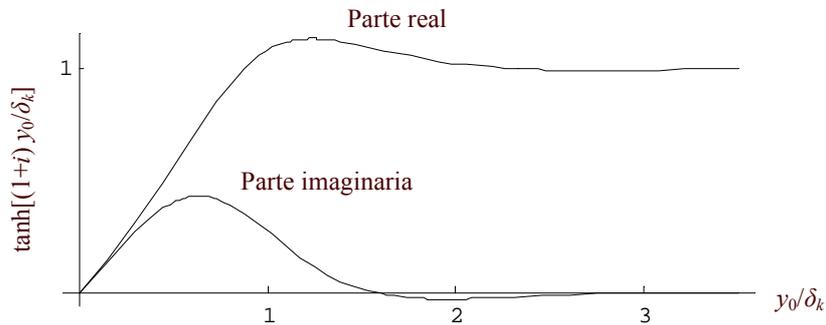
Para facilitar la comprensión en la deducción de la potencia acústica generada o absorbida en la zona activa, primero se analizará un modelo sin viscosidad y después se expondrá la deducción para el modelo con viscosidad.

2.3.1.1 Modelo sin viscosidad

En este modelo se desprecian los efectos viscosos, es decir $\mu = f_v = 0$. Por lo tanto, la ecuación (2.28) se puede escribir de la siguiente forma.

$$\frac{dp_1}{dx} = -i\omega\rho_m u_1 \quad (2.72)$$

Se considera la aproximación de capa límite, por lo tanto las tangentes hiperbólicas son iguales a 1. En la gráfica 2.1 se muestra la parte real y la parte imaginaria de $\tanh[(1+i)y_0/\delta_k]$ como función de y_0/δ_k . En esta gráfica se observa que para $y_0 \geq 2\delta_k$, la función es prácticamente 1. Cabe mencionar que en la práctica, la mayoría de los MTA cuentan con una zona activa tal que $\delta_k \leq y_0 \leq 2\delta_k$ y $\delta_s \leq l \leq 2\delta_s$, por lo tanto la aproximación de capa límite es buena incluso en aplicaciones reales.



Gráfica 2.1. Parte real y parte imaginaria de $\tanh[(1+i)y_0/\delta_k]$ como función de y_0/δ_k .

También se considera la aproximación de zona activa pequeña, por lo tanto se asume que en la zona activa no modifica a la onda acústica estacionaria monocromática y por lo tanto se pueden escribir las siguientes expresiones.

$$p_1 = P_A \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad (2.73)$$

En esta ecuación, P_A es la magnitud de p_1 en el antinodo de presión ($x = 0$).

Despejando u_1 de la ecuación (2.72) se obtiene la siguiente expresión.

2. Modelo teórico

$$u_1 = \frac{i}{\rho_m \omega} \frac{dp_1}{dx} \quad (2.74)$$

Sustituyendo la ecuación (2.73) en la ecuación (2.74), se observa que u_1 se encuentra desfasada en el tiempo $\pi/2$ con respecto a p_1 . Por lo tanto se definen las variables p_1^s y u_1^s de la siguiente forma.

$$p_1^s = p_1 \quad (2.75)$$

$$u_1^s = iu_1 \quad (2.76)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.73) y (2.74) en la ecuación (2.76) se obtiene la siguiente expresión.

$$u_1^s = \frac{P_A}{\rho_m c} \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad (2.77)$$

En la ecuación (2.77) se observa que p_1^s y u_1^s son números reales. Además, en el intervalo $0 < x < \lambda/4$, son positivos.

Al hacer las tangentes hiperbólicas iguales a 1 y sustituyendo la ecuación (2.72) en las ecuaciones (2.47), (2.50) y (2.71), se obtienen las siguientes expresiones.

$$\varepsilon_s = \frac{K\rho_m c_p}{K_s \rho_s c_s} \quad (2.78)$$

$$p_1^s + \frac{\rho_m c^2}{\omega^2} \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\rho_m} \frac{dp_1^s}{dx} \right) = \frac{(\gamma-1)\delta_k}{(1+i)(1+\varepsilon_s)y_0} (\Gamma-1)p_1^s \quad (2.79)$$

$$H_2 = -\frac{1}{4} \Pi \delta_k \frac{T_m \beta p_1^s u_1^s}{1+\varepsilon_s} (\Gamma-1) - \Pi (y_0 K + lK_s) \frac{dT_m}{dx} \quad (2.80)$$

En estas ecuaciones, Γ es el gradiente de temperatura media normalizado, el cual se define de la siguiente forma.

$$\Gamma = \frac{\frac{dT_m}{dx}}{\left(\frac{dT_m}{dx}\right)_c} \quad (2.81)$$

donde

$$\left(\frac{dT_m}{dx}\right)_c = -\frac{(\gamma-1)\omega p_1^s}{\beta c^2 \rho_m u_1^s} < 0 \quad (2.82)$$

2. Modelo teórico

Al sustituir las ecuaciones (2.75), (2.73) y (2.77) en la ecuación (2.79) se puede obtener la ecuación para dT_m/dx . Después, al sustituir esta ecuación y las ecuaciones (2.75), (2.73) y (2.77) en la ecuación (2.80), se puede calcular el promedio temporal del flujo de energía que se propaga en la zona activa.

La potencia acústica generada o absorbida en la zona activa W_s es la diferencia entre la intensidad acústica de cada uno de los extremos de la zona activa.

$$W_s = \Pi y_0 \left(\langle p_1 u_1 \rangle_t \Big|_{derecha} - \langle p_1 u_1 \rangle_t \Big|_{izquierda} \right) \quad (2.83)$$

Suponiendo que la derivada en la dirección x de la intensidad acústica es constante se obtiene la siguiente expresión.

$$W_s = \Pi y_0 L_s \frac{d}{dx} \langle p_1 u_1 \rangle_t = \frac{1}{2} \Pi y_0 L_s \operatorname{Re} \left[p_1 \frac{d\tilde{u}_1}{dx} + \frac{dp_1}{dx} \tilde{u}_1 \right] \quad (2.84)$$

En esta ecuación, L_s es la longitud de la zona activa en la dirección x .

Sustituyendo la ecuación (2.72) en la ecuación (2.84) se obtiene la siguiente expresión.

$$W_s = \frac{1}{2} \Pi y_0 L_s \operatorname{Re} \left[p_1 \frac{d\tilde{u}_1}{dx} - i \omega \rho_m u_1 \tilde{u}_1 \right] \quad (2.85)$$

Como el segundo término de la ecuación (2.85) es puramente imaginario, esta expresión se reduce a:

$$W_s = \frac{1}{2} \Pi y_0 L_s \operatorname{Re} \left[p_1 \frac{d\tilde{u}_1}{dx} \right] \quad (2.86)$$

Sustituyendo la ecuación (2.72) en la ecuación (2.79) se obtiene la siguiente expresión.

$$\frac{du_1}{dx} = \frac{i\omega}{\rho_m c^2} \left(\frac{(\gamma-1)\delta_k}{(1+i)(1+\varepsilon_s)y_0} (\Gamma-1)p_1 - p_1 \right) \quad (2.87)$$

Sustituyendo la ecuación (2.87) en la ecuación (2.86), la potencia acústica generada o absorbida en la zona activa se expresa de la siguiente forma.

$$W_s = \frac{1}{4} \Pi \delta_k L_s \frac{(\gamma-1)\omega}{\rho_m c^2 (1+\varepsilon_s)} (\Gamma-1) (p_1^s)^2 \quad (2.88)$$

En esta ecuación se observa que cuando $\Gamma > 1$ entonces $W_s > 0$, por lo tanto la zona activa genera potencia por efecto termoacústico cuando $dT_m/dx < 0$ y su valor absoluto es mayor que el valor absoluto de $(dT_m/dx)_c$, o lo que es lo mismo, $dT_m/dx < (dT_m/dx)_c$. Esto quiere decir que la temperatura del extremo de la zona activa más cercano al extremo cerrado del resonador debe ser mayor que la temperatura del extremo de la zona activa cercano al

extremo abierto del resonador. En cambio cuando $\Gamma < 1$ entonces $W_s < 0$, por lo tanto la zona activa absorbe potencia cuando el valor absoluto de dT_m/dx es menor que el valor absoluto de $(dT_m/dx)_c$ o siempre que $dT_m/dx > 0$, es decir cuando $dT_m/dx > (dT_m/dx)_c$.

El gradiente crítico de la temperatura media del fluido de trabajo $(dT_m/dx)_{crit}$ se puede definir de la siguiente forma.

$$\left(\frac{dT_m}{dx}\right)_{crit} = \left.\frac{dT_m}{dx}\right|_{\dot{W}_s=0} \quad (2.89)$$

Para el modelo sin viscosidad, la condición de la ecuación (2.89) se obtiene $\Gamma = 1$, es decir, cuando el gradiente de temperatura media del fluido de trabajo es igual a $(dT_m/dx)_c$. Por lo tanto, el gradiente crítico en este modelo queda de la siguiente forma.

$$\left(\frac{dT_m}{dx}\right)_{crit} = -\frac{(\gamma-1)\omega p_1^s}{\beta c^2 \rho_m u_1^s} \quad (2.90)$$

2.3.1.2 Modelo con viscosidad

Al considerar los efectos viscosos en el modelo anterior, u_1 es función de y . Por lo tanto, se debe calcular el valor medio de u_1 , utilizando la siguiente expresión.

$$\langle u_1 \rangle = \frac{1}{2y_0} \int_{-y_0}^{y_0} u_1 dy \quad (2.91)$$

En esta ecuación, $\langle u_1 \rangle$ es el valor promedio de la amplitud de la oscilación de la componente de la velocidad compleja del flujo en la dirección x .

Sustituyendo la ecuación (2.41) en la ecuación (2.91) se obtiene la siguiente expresión.

$$\langle u_1 \rangle = \frac{i}{\rho_m \omega} \frac{dp_1}{dx} (1 - f_v) \quad (2.92)$$

Sustituyendo la ecuación (2.76) en la ecuación (2.92) se obtiene la siguiente expresión.

$$\frac{dp_1}{dx} = \frac{\rho_m \omega \langle u_1^s \rangle}{1 - f_v} \quad (2.93)$$

Considerando la aproximación de capa límite, las tangentes hiperbólicas son iguales a 1 y sustituyendo la ecuación (2.93) en las ecuaciones (2.50) y (2.71), se obtienen las siguientes expresiones.

$$p_1 + \frac{\rho_m c^2}{\omega^2} \frac{d}{dx} \left(\frac{1-f_v}{\rho_m} \frac{dp_1}{dx} \right) = \frac{(\gamma-1)\delta_k}{(1+i)(1+\varepsilon_s)y_0} \left(\frac{\Gamma}{(1+\sqrt{\text{Pr}})} - 1 \right) p_1 \quad (2.94)$$

$$H_2 = -\frac{1}{4} \Pi \delta_k \frac{T_m \beta \rho_1^s \langle u_1^s \rangle}{(1+\varepsilon_s)(1+\text{Pr}) \left(1 - \frac{\delta_v}{y_0} + \frac{\delta_v^2}{2y_0^2} \right)} \left(\left(\frac{1+\sqrt{\text{Pr}} + \text{Pr} + \text{Pr} \varepsilon_s}{1+\sqrt{\text{Pr}}} \right) \Gamma - \left(1 + \sqrt{\text{Pr}} - \frac{\delta_v}{y_0} \right) \right) \\ - \Pi (y_0 K + l K_s) \frac{dT_m}{dx} \quad (2.95)$$

En estas ecuaciones, Γ se define de la misma forma que en el modelo sin viscosidad, sin embargo en la ecuación (2.81), $(dT_m/dx)_c$ queda de la siguiente forma.

$$\left(\frac{dT_m}{dx} \right)_c = -\frac{(\gamma-1)\omega p_1^s}{\beta c^2 \rho_m \langle u_1^s \rangle} \quad (2.96)$$

La potencia acústica generada o absorbida por la zona activa se define de la misma manera que en el modelo sin viscosidad, por lo tanto la ecuación (2.84) se puede escribir de la siguiente forma.

$$W_s = \frac{1}{2} \Pi y_0 L_s \text{Re} \left[p_1 \frac{d\langle \tilde{u}_1 \rangle}{dx} + \frac{dp_1}{dx} \langle \tilde{u}_1 \rangle \right] \quad (2.97)$$

Sustituyendo la ecuación (2.93) en la ecuación (2.94) se obtiene una expresión para $d\langle u_1 \rangle/dx$. Al sustituir esta ecuación y la ecuación (2.93) en la ecuación (2.97), la potencia acústica generada o absorbida en la zona activa se expresa de la siguiente forma.

$$W_s = \frac{1}{4} \Pi \delta_k L_s \frac{(\gamma-1)\omega}{\rho_m c^2 (1+\varepsilon_s)} \left(\frac{\Gamma}{(1+\sqrt{\text{Pr}}) \left(1 - \frac{\delta_v}{y_0} + \frac{\delta_v^2}{2y_0^2} \right)} - 1 \right) (p_1^s)^2 - \frac{1}{4} \Pi \delta_v L_s \frac{\rho_m \omega \langle u_1^s \rangle^2}{1 - \frac{\delta_v}{y_0} + \frac{\delta_v^2}{2y_0^2}} \quad (2.98)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.81) y (2.96) en la ecuación (2.98) y utilizando la ecuación (2.89), el gradiente crítico de la temperatura media del fluido de trabajo en este modelo se puede expresar de la siguiente forma.

$$\left(\frac{dT_m}{dx} \right)_{crit} = -\frac{(\gamma-1)\omega p_1^s}{\beta c^2 \rho_m \langle u_1^s \rangle} \left(1 + \sqrt{\text{Pr}} \left(\frac{\delta_v \rho_m^2 c^2 (1+\varepsilon_s) \langle u_1^s \rangle^2}{\delta_k (\gamma-1) (p_1^s)^2} + \left(1 - \frac{\delta_v}{y_0} + \frac{\delta_v^2}{2y_0^2} \right) \right) \right) \quad (2.99)$$

En la ecuación (2.99) se observa que si $\mu = 0$, se obtiene la ecuación (2.90) correspondiente al gradiente crítico del modelo sin viscosidad.

2.3.2 Tubo resonador

Considerando que las paredes del tubo resonador se encuentran suficientemente alejadas en la dirección y , se asume que la onda acústica estacionaria y monocromática no se modifica. Por lo tanto, se pueden escribir las siguientes expresiones.

$$p_1^s = p_1 = P_A \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad (2.100)$$

$$u_1^s = iu_1 = \frac{P_A}{\rho_m c} \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad (2.101)$$

Para determinar la potencia acústica que genera o absorbe el tubo resonador se considera que éste se comporta como un poro de la zona activa y se asume que $y_0 \gg \delta_k$ y $\Gamma = 0$. Por lo tanto, dividiendo la ecuación (2.98) entre el área de las paredes de la zona activa en contacto con el fluido de trabajo (ΠL_s) y tomando en cuenta las consideraciones anteriores, se obtiene la siguiente expresión.

$$w_{res} = -\frac{1}{4} \delta_k \frac{(\gamma-1)\omega}{\rho_m c^2 (1 + \varepsilon_s)} (p_1^s)^2 - \frac{1}{4} \delta_v \rho_m \omega (u_1^s)^2 \quad (2.102)$$

En esta ecuación, w_{res} es la potencia acústica generada o absorbida por unidad de área en el tubo resonador.

Sustituyendo las ecuaciones (2.100) y (2.101) en la ecuación (2.102) e integrándola sobre el área interna de un tubo resonador de sección transversal circular, con uno de sus extremos cerrado y con el otro abierto, se obtiene la siguiente expresión¹.

$$W_{res} = -\frac{1}{4} \frac{P_A^2}{\rho_m c^2} \omega \pi R_{res} L_{res} \left(\delta_k \frac{\gamma-1}{\varepsilon_s + 1} \left(1 + \frac{R_{res}}{L_{res}} \right) + \delta_v \right) \quad (2.103)$$

En esta ecuación, W_{res} es la potencia acústica generada o absorbida por el tubo resonador, R_{res} es el radio interno y L_{res} es la longitud del tubo resonador.

Como $W_{res} < 0$, se concluye que las paredes del tubo resonador únicamente absorben potencia acústica.

Para determinar la potencia acústica radiada por el tubo resonador, se considera que el diámetro interno del tubo resonador es tan pequeño que el extremo abierto irradia sonido hacia todas partes, por lo tanto la potencia radiada se puede calcular a partir de la siguiente expresión (Kinsler *et al.*, 1982).

¹ En esta ecuación, el término R_{res}/L_{res} proviene de la tapa del extremo cerrado, por lo tanto para un tubo resonador con ambos extremos cerrados, este término es $2R_{res}/L_{res}$.

$$E_{rad} = \frac{1}{2} \pi \rho_m c \left(\frac{U}{\lambda} \right)^2 \quad (2.104)$$

En esta ecuación, E_{rad} es la potencia acústica radiada por el extremo abierto del tubo resonador y U es el flujo volumétrico del fluido de trabajo en el área transversal del extremo abierto del tubo resonador.

Para un tubo resonador de sección transversal circular se tiene la siguiente expresión.

$$U = \pi R_{res}^2 u_1^s \quad (2.105)$$

Evaluando la ecuación (2.101) en $x = L_{res} = \lambda/4$, se obtiene la siguiente expresión.

$$u_1^s = \frac{P_A}{\rho_m c} \quad (2.106)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.105) y (2.106) en la ecuación (2.104) se obtiene la siguiente expresión.

$$E_{rad} = \frac{\pi P_A^2 R_{res}^4}{8 \rho_m c} \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \quad (2.107)$$

2.3.3 Intercambiadores de calor

Para determinar la potencia acústica que generan o absorben los intercambiadores de calor, se considera que éstos tienen la misma geometría que las paredes de la zona activa y se asume que $\Gamma = 0$. Tomando en cuenta estas consideraciones, la ecuación (2.98) se puede escribir de la siguiente forma.

$$W_i = -\frac{1}{4} \Pi \delta_k L_i \frac{(\gamma-1)\omega}{\rho_m c^2 (1+\varepsilon_s)} (p_1^s)^2 - \frac{1}{4} \Pi \delta_v L_i \frac{\rho_m \omega \langle u_1^s \rangle^2}{1 - \frac{\delta_v}{y_0} + \frac{\delta_v^2}{2y_0^2}} \quad (2.108)$$

En esta ecuación, L_i es la longitud de los intercambiadores de calor en la dirección x y W_i es la potencia acústica absorbida por los intercambiadores de calor.

Como $W_i < 0$, se concluye que las paredes de los intercambiadores de calor únicamente absorben potencia acústica.

2.4 Modelo en otras geometrías

Se puede demostrar que cuando la zona activa está formada por un sólido con poros axisimétricos paralelos a la dirección x en lugar de placas paralelas, las ecuaciones (2.50),

(2.71), (2.92), (2.103) y (2.108) siguen siendo válidas modificando las expresiones para f_v, f_k y ε_s .

- Poros de sección transversal circular (Rott, 1969).

$$f_v = \frac{2J_1\left(\frac{(i-1)R_0}{\delta_v}\right)}{\frac{(i-1)R_0}{\delta_v} J_0\left(\frac{(i-1)R_0}{\delta_v}\right)} \quad (2.109)$$

$$f_k = \frac{2J_1\left(\frac{(i-1)R_0}{\delta_k}\right)}{\frac{(i-1)R_0}{\delta_k} J_0\left(\frac{(i-1)R_0}{\delta_k}\right)} \quad (2.110)$$

$$\varepsilon_s = \sqrt{\frac{K\rho_m c_p}{K_s \rho_s c_s} \frac{f_k (1+i)R_0}{2\delta_k} \frac{1}{\tanh\left(\frac{(1+i)l}{\delta_s}\right)}} \quad (2.111)$$

En estas ecuaciones, R_0 es el radio de la sección transversal de los poros, J_0 es la función de Bessel de orden 0 y J_1 es la función de Bessel de orden 1.

- Poros de sección transversal rectangular o cuadrada (Arnott *et al.*, 1991).

$$f_v = 1 - \frac{64}{\pi^4} \sum_{\substack{m,n \\ \text{impares}}} \frac{1}{m^2 n^2 Y_{mn}(\delta_v)} \quad (2.112)$$

$$f_k = 1 - \frac{64}{\pi^4} \sum_{\substack{m,n \\ \text{impares}}} \frac{1}{m^2 n^2 Y_{mn}(\delta_k)} \quad (2.113)$$

$$Y_{mn}(\delta) = 1 - i \frac{\pi^2 \delta^2}{8a^2 b^2} (b^2 m^2 + a^2 n^2) \quad (2.114)$$

$$\varepsilon_s = \sqrt{\frac{K\rho_m c_p}{K_s \rho_s c_s} \frac{f_k (1+i)ab}{\delta_k (a+b)} \frac{1}{\tanh\left(\frac{(1+i)l}{\delta_s}\right)}} \quad (2.115)$$

En estas ecuaciones, a es la longitud de uno de los lados de la sección transversal del poro y b es la longitud del lado perpendicular. Para poro cuadrado $a = b = l$.

Capítulo 3

Solución numérica

En este capítulo se describe la estrategia para modelar numéricamente un motor termoacústico (MTA) básico como el que se muestra en la figura 3.1.

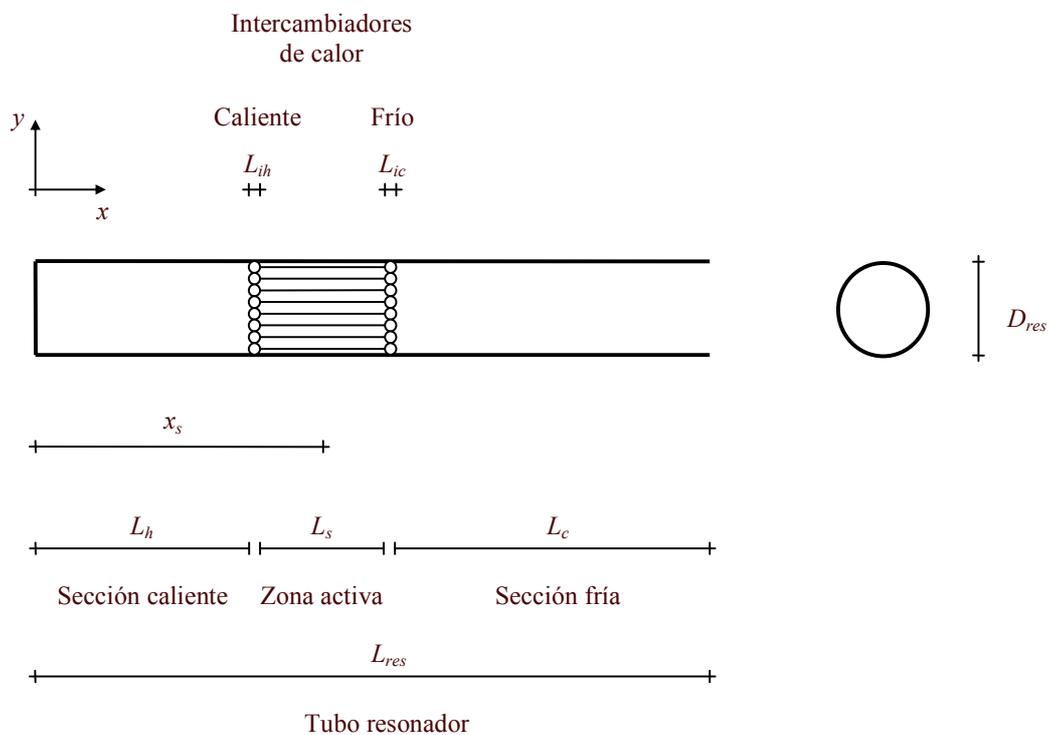


Figura 3.1. Esquema de un MTA básico.

3.1 Estrategia

La estrategia para modelar numéricamente un MTA consiste en utilizar dos algoritmos (Swift, 1992) escritos en lenguaje C. Uno de ellos constituye el programa de aproximación y el otro el programa de solución.

El primer algoritmo sirve para estimar, de forma aproximada, los valores de la frecuencia f de la onda acústica generada, la temperatura media T_h de las paredes de la sección caliente del tubo resonador y el promedio temporal del flujo de energía en la zona activa H_2 , partiendo de un valor para la magnitud de la oscilación de la presión en el antinodo de presión P_A . Al programa correspondiente se le denomina programa de aproximación (ProgA).

El segundo algoritmo resuelve las ecuaciones de onda (2.50), la de flujo de energía (2.71) y la de la oscilación de la velocidad promedio (2.92) utilizando como entrada los resultados obtenidos con el programa de aproximación. Al programa correspondiente se le llama programa de solución (ProgS).

3.2 Programa de aproximación (ProgA)

Los parámetros de entrada del ProgA son los siguientes.

- La geometría del resonador.
 - Longitud del resonador L_{res} (m).
 - Radio interno del resonador R_{res} (m).
- Las dimensiones de los intercambiadores de calor de placas planas.
 - Longitud del intercambiador caliente L_{ih} (m).
 - Longitud del intercambiador frío L_{ic} (m).
- Las dimensiones de la zona activa con poros de sección transversal cuadrada.
 - Longitud de la zona activa L_s (m).
 - Separación entre las paredes de la zona activa $2y_0$ (m).
 - Espesor de las paredes de la zona activa $2l$ (m).
 - Posición de la zona activa x_s (m).
- La presión media del fluido de trabajo p_m (Pa).
- La magnitud de la oscilación de la presión del fluido de trabajo en el antinodo de presión (extremo cerrado del resonador) P_A (Pa).
- La temperatura media de las paredes de la sección fría del resonador T_c (°C).
- Un valor inicial para la temperatura media de las paredes de la sección caliente del resonador T_h (°C).

Los parámetros de salida del ProgA son los siguientes.

- La frecuencia de oscilación de la onda acústica monocromática f (Hz).
- La temperatura media de las paredes de la sección caliente del resonador T_h (°C).
- El promedio temporal del flujo de energía en la zona activa H_2 (W).

El algoritmo de este programa se divide en nueve pasos que se describen a continuación.

Paso 1. Se ingresan todos los parámetros de entrada. Se calcula el área libre de la sección transversal por la que se desplaza el fluido de trabajo en cada una de las secciones del MTA. Se calcula el perímetro de la sección transversal en contacto con el fluido de trabajo en cada una de las secciones del MTA (ver Anexo A).

Paso 2. Se calcula la frecuencia de resonancia del tubo f . Se considera que la presencia de las paredes de la zona activa y de los intercambiadores de calor no modifica la frecuencia de la onda acústica que se genera. Para un tubo resonador de sección transversal uniforme, la frecuencia se calcula a partir de la siguiente expresión.

$$f = \frac{c(T_c)}{\lambda} \quad (3.1)$$

La velocidad de propagación del sonido c se evalúa usando la temperatura de la sección fría del resonador¹ T_c . En un tubo resonador con uno de sus extremos cerrado y con el otro abierto, la longitud de onda de la onda acústica que se genera es cuatro veces la longitud del tubo, por lo tanto:

$$\lambda = 4L_{res} \quad (3.2)$$

Paso 3. Se calcula el flujo de energía disipado a través de las paredes del tubo resonador W_{res} ignorando tanto la presencia de la zona activa como la de los intercambiadores de calor y asumiendo que el fluido de trabajo se encuentra a la misma temperatura que las paredes de la sección fría del resonador² T_c . Para este cálculo se utiliza la ecuación (2.103).

Paso 4. Se calcula la potencia acústica radiada por el tubo resonador E_{rad} usando la ecuación (2.107).

Paso 5. Se propone un valor inicial para T_h y se calcula p_1 y u_1 en el punto medio del intercambiador de calor caliente, de la zona activa y del intercambiador de calor frío. Se considera que la temperatura media de las paredes del MTA es constante en cada una de sus secciones y que la temperatura media del fluido de trabajo es igual a la de las paredes con las que se encuentra en contacto, por lo tanto la temperatura media del fluido de trabajo se calcula a partir de las siguientes expresiones.

- En la sección caliente del resonador y en el intercambiador de calor caliente.

$$T_m = T_h \quad (3.3)$$

- En la zona activa.

$$T_m = \frac{T_h + T_c}{2} \quad (3.4)$$

¹ Para calcular la frecuencia de resonancia del tubo resonador se utiliza la temperatura T_c ya que en este paso aún se desconoce el valor de T_h .

² Nuevamente se utiliza el valor de T_c por desconocer el valor de T_h .

- En el intercambiador de calor frío y en la sección fría del resonador.

$$T_m = T_c \quad (3.5)$$

Al considerar que la temperatura media del fluido de trabajo es constante, la ecuación (2.50) se puede escribir de la siguiente forma.

$$\left(1 + \frac{(\gamma-1)f_k}{1 + \varepsilon_s}\right) p_1 + \frac{c^2}{\omega^2} (1 - f_v) \frac{d^2 p_1}{dx^2} = 0 \quad (3.6)$$

Al resolver la ecuación (3.6) se obtiene la siguiente expresión.

$$p_1 = c_1 \exp(ikx) + c_2 \exp(-ikx) \quad (3.7)$$

En esta ecuación, c_1 y c_2 son las constantes de integración y k es el número de onda. Estos parámetros quedan de la siguiente forma.

$$c_1 = \frac{p_1|_{x_i} - \frac{i}{k} \frac{dp_1}{dx}|_{x_i}}{2 \exp(ikx_i)} \quad (3.8)$$

$$c_2 = \frac{p_1|_{x_i} + \frac{i}{k} \frac{dp_1}{dx}|_{x_i}}{2 \exp(-ikx_i)} \quad (3.9)$$

$$k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{1}{1 - f_v} \left(1 + \frac{(\gamma-1)f_k}{1 + \varepsilon_s}\right)} \quad (3.10)$$

En estas ecuaciones, x_i es el punto donde se evalúan las condiciones de frontera. Para el cálculo de p_1 y u_1 se considera la aproximación de capa límite y se asume que las paredes en todas las secciones del MTA tienen una capacidad calorífica infinita ($c_s = \infty$). Además, no se toman en cuenta pérdidas viscosas y térmicas, por lo tanto $f_v = f_k = \varepsilon_s = 0$. Para calcular los valores de p_1 , se evalúa la ecuación (3.7) desde el punto inicial de la sección caliente del resonador (extremo cerrado) hasta el punto medio del intercambiador de calor frío. Para determinar las condiciones de frontera en los puntos donde el área libre de la sección transversal cambia (uniones), se utiliza continuidad de presión y de flujo volumétrico, este último calculándose a partir de la ecuación (2.74). Por lo tanto, las condiciones de frontera en cada una de las uniones se calculan utilizando las siguientes expresiones.

- Punto inicial del resonador ($x_i = 0$).

$$p_1|_{x_i} = p_1|_{i, res} = P_A \quad (3.11)$$

$$\left. \frac{dp_1}{dx} \right|_{x_i} = \left. \frac{dp_1}{dx} \right|_{i,res} = 0 \quad (3.12)$$

- Punto inicial del intercambiador de calor caliente ($x_i = L_h$).

$$p_1|_{x_i} = p_1|_{i,ih} = p_1|_{f,res} \quad (3.13)$$

$$\left. \frac{dp_1}{dx} \right|_{x_i} = \left. \frac{dp_1}{dx} \right|_{i,ih} = \frac{A_{0,res}}{A_{0,ih}} \left. \frac{dp_1}{dx} \right|_{f,res} \quad (3.14)$$

- Punto inicial de la zona activa ($x_i = L_h + L_{ih}$).

$$p_1|_{x_i} = p_1|_{i,s} = p_1|_{f,ih} \quad (3.15)$$

$$\left. \frac{dp_1}{dx} \right|_{x_i} = \left. \frac{dp_1}{dx} \right|_{i,s} = \frac{A_{0,ih}}{A_{0,s}} \left. \frac{dp_1}{dx} \right|_{f,ih} \quad (3.16)$$

- Punto inicial del intercambiador de calor frío ($x_i = L_h + L_{ih} + L_s$).

$$p_1|_{x_i} = p_1|_{i,ic} = p_1|_{f,s} \quad (3.17)$$

$$\left. \frac{dp_1}{dx} \right|_{x_i} = \left. \frac{dp_1}{dx} \right|_{i,ic} = \frac{A_{0,s}}{A_{0,ic}} \left. \frac{dp_1}{dx} \right|_{f,s} \quad (3.18)$$

En estas ecuaciones, A_0 es el área libre de la sección transversal de cada sección del MTA y los subíndices i y f denotan el punto inicial y el final respectivamente de cada sección. Para calcular los valores de u_1 , se evalúa la derivada de la ecuación (3.7) en los mismos puntos que p_1 y los resultados se sustituyen en la ecuación (2.74).

Paso 6. Se calcula el flujo de energía disipado a través de las paredes de los intercambiadores de calor W_i . Para este cálculo, la ecuación (2.108) se evalúa en el punto medio de cada uno de los intercambiadores. Al considerar que la onda acústica estacionaria se desplaza sin pérdidas viscosas, u_1 es independiente de y , por lo tanto se obtiene la siguiente expresión.

$$\langle u_1^s \rangle = u_1^s \quad (3.19)$$

En la ecuación (2.108), los valores de p_1^s y $\langle u_1^s \rangle$ se calculan sustituyendo los resultados del paso 5 en las ecuaciones (2.75), (2.76) y (3.19).

Paso 7. Se calcula la temperatura media de las paredes de la sección caliente del resonador. Para ello, se hace el balance de energía por lo que la potencia producida por la zona activa es igual a la potencia radiada menos la potencia disipada. Esto se expresa de la siguiente forma.

$$W_s = E_{rad} - W_{res} - W_{ih} - W_{ic} \quad (3.20)$$

En esta ecuación, W_{ih} y W_{ic} son la potencia disipada por el intercambiador de calor caliente y el frío respectivamente. Sustituyendo las ecuaciones (2.81) y (2.96) en la ecuación (2.98) se obtiene la siguiente ecuación.

$$\frac{dT_m}{dx} + F(x) = 0 \quad (3.21)$$

donde

$$F(x) = \left(1 + \sqrt{\text{Pr}}\right) \left(1 - \frac{\delta_v}{y_0} + \frac{\delta_v}{2y_0^2}\right) \left(\frac{(\gamma-1)\omega p_1^s}{\beta c^2 \rho_m \langle u_1^s \rangle}\right) \left(\frac{W_s + \frac{1}{4} \Pi \delta_v L_s \frac{\rho_m \omega \langle u_1^s \rangle^2}{1 - \frac{\delta_v}{y_0} + \frac{\delta_v}{2y_0^2}}}{\frac{1}{4} \Pi \delta_k L_s \frac{\omega (\gamma-1) (p_1^s)^2}{\rho_m c^2 (1 + \varepsilon_s)}} + 1 \right) \quad (3.22)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.19), (2.75), (2.76) y (3.20) en la ecuación (3.22) y utilizando los resultados de los pasos 3, 4, 5 y 6, se obtiene el valor de la función F en el punto medio de la zona activa. Considerando que el gradiente de temperatura media del fluido de trabajo en la zona activa es prácticamente lineal³, se puede escribir la siguiente ecuación.

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{T_c - T_h}{L_s} \quad (3.23)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.4) y (3.23) en la ecuación (3.21) se obtiene la siguiente expresión.

$$T_{hcal} = L_s F + T_c \quad (3.24)$$

En esta ecuación, T_{hcal} es la temperatura de las paredes de la sección caliente del resonador calculada a partir del balance de energía en el MTA. Se comparan los valores de T_h (propuesto) y de T_{hcal} (calculado).

³ El gradiente de temperatura del fluido de trabajo en la zona activa se considera lineal debido a la complejidad para resolver la ecuación (3.21) y considerando que este algoritmo se utiliza para obtener resultados aproximados.

Paso 8. Si la diferencia entre los valores de T_h y de T_{hcat} es muy grande, se repiten los pasos del 5 al 7, aumentando o disminuyendo el valor de T_h según corresponda, hasta que $T_{hcat} - T_h < 0.001$.

Paso 9. Se calcula el promedio temporal del flujo de energía en la zona activa H_2 . Para este cálculo, la ecuación (2.95) se evalúa en el punto medio de la zona activa. En la ecuación (2.95), los valores de p_1^s y $\langle u_1^s \rangle$ se calculan sustituyendo los resultados del paso 5 en las ecuaciones (2.75), (2.76) y (3.19), mientras que los valores de T_m y dT_m/dx se calculan sustituyendo el valor de T_h , obtenido en el paso 8, en las ecuaciones (3.4) y (3.23).

El diagrama de flujo del ProgA se presenta en el Anexo B.

3.3 Programa de solución (ProgS)

Los parámetros de entrada del ProgS son los siguientes.

- La geometría del resonador.
 - Longitud del resonador L_{res} (m).
 - Radio interno del resonador R_{res} (m).
- Las dimensiones de los intercambiadores de calor de placas planas.
 - Longitud del intercambiador caliente L_{ih} (m).
 - Longitud del intercambiador frío L_{ic} (m).
- Las dimensiones de la zona activa con poros de sección transversal cuadrada.
 - Longitud de la zona activa L_s (m).
 - Separación entre las paredes de la zona activa $2y_0$ (m).
 - Espesor de las paredes de la zona activa $2l$ (m).
 - Posición de la zona activa x_s (m).
- La presión media del fluido de trabajo p_m (Pa).
- Un valor inicial para la magnitud de la oscilación de la presión del fluido de trabajo en el antinodo de presión (extremo cerrado del resonador) P_A (Pa).
- Un valor inicial para la temperatura media de las paredes de la sección caliente del resonador T_h (°C).
- Un valor inicial para la frecuencia de resonancia del tubo resonador f (Hz).
- Un valor inicial para el promedio temporal del flujo de energía que se propaga en la zona activa H_2 (W).
- Número de intervalos en que se divide cada una de las secciones del MTA n (adimensional).

Los parámetros de salida del ProgS son los siguientes.

- La magnitud de la oscilación de la presión del fluido de trabajo a lo largo del MTA $|p_1(x)|$ (Pa).
- La fase de la oscilación de la presión del fluido de trabajo a lo largo del MTA, con respecto a θP_A , $\theta p_1(x)$ (°).

3. Solución numérica

- La magnitud de la oscilación del flujo volumétrico promedio del fluido de trabajo a lo largo del MTA $|U_1|(x)$ (m^3/s).
- La fase de la oscilación del flujo volumétrico promedio del fluido de trabajo a lo largo del MTA, con respecto a θP_A , $\theta U_1(x)$ ($^\circ$).
- La temperatura media a lo largo de las paredes de cada sección del MTA $T_m(x)$ ($^\circ\text{C}$).
- La temperatura media de las paredes de la sección caliente del resonador T_h ($^\circ\text{C}$).
- La temperatura media de las paredes de la sección fría del resonador T_c ($^\circ\text{C}$).
- La frecuencia de resonancia del MTA f (Hz).
- El promedio temporal del flujo de energía en la zona activa H_2 (W).

El algoritmo de este programa se divide en siete pasos que se describen a continuación.

Paso 1. Se ingresan todos los parámetros de entrada. Se calcula el área libre de la sección transversal por la que se desplaza el fluido de trabajo en cada una de las secciones del MTA. Se calcula el perímetro de la sección transversal en contacto con el fluido de trabajo en cada una de las secciones del MTA (ver Anexo A).

Paso 2. Se obtiene el comportamiento de T_m , p_1 y U_1 a lo largo de la sección caliente del resonador. Se considera que la temperatura media de las paredes de esta sección es constante y que la temperatura media del fluido de trabajo es igual a la de las paredes con las que se encuentra en contacto, por lo tanto la temperatura media del fluido de trabajo se calcula a partir de la siguiente expresión.

$$T_m = T_h \quad (3.25)$$

Para calcular p_1 a lo largo de la sección caliente del resonador, se evalúa la ecuación (3.7) desde el punto inicial (extremo cerrado) hasta el punto final en n_h intervalos, utilizando las siguientes condiciones de frontera.

- Principio del resonador ($x_i = 0$).

$$p_1|_{x_i} = p_1|_{i,res} = P_A \quad (3.26)$$

$$\frac{dp_1}{dx}|_{x_i} = \frac{dp_1}{dx}|_{i,res} = \frac{i\omega^2(\gamma-1)\delta_k P_A}{2c^2} \quad (3.27)$$

Para obtener el comportamiento de U_1 a lo largo de la sección caliente del resonador, se calcula $\langle u_1 \rangle$ evaluando la derivada de la ecuación (3.7) en los mismos puntos que p_1 y los resultados se sustituyen en la ecuación (2.92) multiplicándola por el área libre de la sección. En este programa sí se toman en cuenta las pérdidas viscosas y térmicas, por lo tanto, para calcular f_v , f_k y ε_s en la sección caliente del resonador (sección transversal circular) se usan las ecuaciones (2.109) – (2.111), en las cuales $R_0 = R_{res}$.

Paso 3. Se obtiene el comportamiento de T_m , p_1 y U_1 a lo largo del intercambiador de calor caliente. Se considera que la temperatura media de las paredes de esta sección es

constante y que la temperatura media del fluido de trabajo es igual a la de las paredes con las que se encuentra en contacto, por lo tanto la temperatura media del fluido de trabajo se calcula a partir de la siguiente expresión.

$$T_m = T_h \quad (3.28)$$

Para calcular p_1 a lo largo del intercambiador de calor caliente, se evalúa la ecuación (3.7) desde el punto inicial hasta el punto final en n_{ih} intervalos. Para determinar las condiciones de frontera en la unión entre la sección caliente del resonador y el intercambiador de calor caliente se utiliza continuidad de presión y de flujo volumétrico, este último calculándose a partir de la ecuación (2.92). Por lo tanto, las condiciones de frontera en esta unión se calculan utilizando las siguientes expresiones.

- Punto inicial del intercambiador de calor caliente ($x_i = L_h$).

$$p_1 \Big|_{x_i} = p_1 \Big|_{i,ih} = p_1 \Big|_{f,res} \quad (3.29)$$

$$\frac{dp_1}{dx} \Big|_{x_i} = \frac{dp_1}{dx} \Big|_{i,ih} = \frac{A_{0,res}(1-f_{v,res})}{A_{0,ih}(1-f_{v,ih})} \frac{dp_1}{dx} \Big|_{f,res} \quad (3.30)$$

Para obtener el comportamiento de U_1 a lo largo del intercambiador de calor caliente, se calcula $\langle u_1 \rangle$ evaluando la derivada de la ecuación (3.7) en los mismos puntos que p_1 y los resultados se sustituyen en la ecuación (2.92) multiplicándola por el área libre de la sección. Para calcular f_v, f_k y ε_s en el intercambiador de calor caliente (placas paralelas) se utilizan las ecuaciones (2.45) – (2.47).

Paso 4. Se obtiene el comportamiento de T_m, p_1 , y U_1 a lo largo de la zona activa. Se considera que las paredes de la zona activa tienen un gradiente de temperatura media en la dirección x y que la temperatura media del fluido de trabajo es igual a la temperatura media de las paredes de la zona activa. Para calcular p_1 se debe resolver la ecuación de onda (2.50). Esta ecuación es una ecuación diferencial no lineal ordinaria para $p_1(x)$ en términos de dT_m/dx , por lo tanto se encuentra acoplada con la ecuación (2.71), la cual es una ecuación diferencial no lineal para $H_2(x)$ en términos de $dT_m/dx, p_1$ y dp_1/dx , por lo tanto se encuentra también acoplada con la ecuación (2.92). Entonces, las ecuaciones (2.50), (2.71) y (2.92) forman un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales acopladas con tres incógnitas $T_m(x), p_1(x)$ y $\langle u_1 \rangle(x)$, que se puede resolver utilizando el método de Runge-Kutta de cuarto orden (ver Anexo C). Para resolver el sistema de ecuaciones (2.50), (2.71) y (2.92) por el método de Runge-Kutta de cuarto orden, es necesario que éstas se encuentren expresadas en la forma de la ecuación (C.1). De la ecuación (2.92) se obtiene la siguiente expresión.

$$\frac{dp_1}{dx} = -\frac{i\rho_m\omega}{1-f_v} \langle u_1 \rangle \quad (3.31)$$

Derivando la ecuación (3.31) se obtiene la siguiente expresión.

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1-f_v}{\rho_m} \frac{dp_1}{dx} \right) = -i\omega \frac{d\langle u_1 \rangle}{dx} \quad (3.32)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.31) y (3.32) en la ecuación (2.50) se obtiene la siguiente expresión.

$$\frac{d\langle u_1 \rangle}{dx} = -\frac{i\omega}{\rho_m c^2} \left(1 + \frac{(\gamma-1)f_k}{1+\varepsilon_s} \right) p_1 + \frac{\beta(f_k - f_v)}{(1-\text{Pr})(1+\varepsilon_s)(1-f_v)} \frac{dT_m}{dx} \langle u_1 \rangle \quad (3.33)$$

De la ecuación (2.71) se obtiene la siguiente expresión.

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{H_2 - \frac{\Pi y_0}{2\omega \rho_m} \text{Im} \left[\frac{d\tilde{p}_1}{dx} p_1 \left(1 - \tilde{f}_v - \frac{T_m \beta (f_k - \tilde{f}_v)}{(1+\varepsilon_s)(1+\text{Pr})} \right) \right]}{\frac{\Pi y_0 c_p}{2\omega^3 \rho_m (1-\text{Pr})} \text{Im} \left[\tilde{f}_v + \frac{(f_k - \tilde{f}_v) \left(1 + \frac{\varepsilon_s f_v}{f_k} \right)}{(1+\varepsilon_s)(1+\text{Pr})} \right]} \frac{dp_1}{dx} \frac{d\tilde{p}_1}{dx} - \Pi (y_0 K + lK_s) \quad (3.34)$$

Esta ecuación se dedujo para una zona activa formada por un apilamiento de placas paralelas en la que la relación entre el perímetro de la sección transversal de las placas de que se encuentra en contacto con el fluido de trabajo y el área libre de la sección transversal de la zona activa por la que se desplaza el fluido de trabajo A_0 se expresa de la siguiente forma.

$$A_0 = \Pi y_0 \quad (3.35)$$

Además, la relación entre el perímetro de las placas en contacto con el fluido de trabajo y el área de la sección transversal de las paredes de la zona activa A_s se expresa de la siguiente manera.

$$A_s = \Pi l \quad (3.36)$$

Por lo tanto, sustituyendo las ecuaciones (3.31), (3.35) y (3.36) en la ecuación (3.34) se obtiene la siguiente expresión válida para cualquier geometría de la zona activa.

$$\frac{dT_m}{dx} = f_1(T_m, p_1, \langle u_1 \rangle) \quad (3.37)$$

donde

$$f_1(T_m, p_1, \langle u_1 \rangle) = \frac{H_2 - \frac{A_0}{2} \operatorname{Re} \left[p_1 \langle \tilde{u}_1 \rangle \left(1 - \frac{T_m \beta (f_k - \tilde{f}_v)}{(1 + \varepsilon_s)(1 + \operatorname{Pr})(1 - \tilde{f}_v)} \right) \right]}{\frac{A_0 \rho_m c_p}{2\omega(1 - \operatorname{Pr})|1 - f_v|^2} \operatorname{Im} \left[\tilde{f}_v + \frac{(f_k - \tilde{f}_v) \left(1 + \frac{\varepsilon_s f_v}{f_k} \right)}{(1 + \varepsilon_s)(1 + \operatorname{Pr})} \right] \left| \langle u_1 \rangle \right|^2 - A_0 K - A_s K_s} \quad (3.38)$$

La ecuación (3.31) se puede expresar de la siguiente forma.

$$\frac{dp_1}{dx} = f_2(\langle u_1 \rangle) \quad (3.39)$$

donde

$$f_2(\langle u_1 \rangle) = -\frac{i\rho_m \omega}{1 - f_v} \langle u_1 \rangle \quad (3.40)$$

Y sustituyendo la ecuación (3.37) en la ecuación (3.33) se obtiene la siguiente expresión.

$$\frac{d\langle u_1 \rangle}{dx} = f_3(T_m, p_1, \langle u_1 \rangle) \quad (3.41)$$

donde

$$f_3(T_m, p_1, \langle u_1 \rangle) = -\frac{i\omega}{\rho_m c^2} \left(1 + \frac{(\gamma - 1)f_k}{1 + \varepsilon_s} \right) p_1 + \frac{\beta(f_k - f_v)}{(1 - \operatorname{Pr})(1 + \varepsilon_s)(1 - f_v)} \times \left(\frac{H_2 - \frac{A_0}{2} \operatorname{Re} \left[p_1 \langle \tilde{u}_1 \rangle \left(1 - \frac{T_m \beta (f_k - \tilde{f}_v)}{(1 + \varepsilon_s)(1 + \operatorname{Pr})(1 - \tilde{f}_v)} \right) \right]}{\frac{A_0 \rho_m c_p}{2\omega(1 - \operatorname{Pr})|1 - f_v|^2} \operatorname{Im} \left[\tilde{f}_v + \frac{(f_k - \tilde{f}_v) \left(1 + \frac{\varepsilon_s f_v}{f_k} \right)}{(1 + \varepsilon_s)(1 + \operatorname{Pr})} \right] \left| \langle u_1 \rangle \right|^2 - A_0 K - A_s K_s} \right) \langle u_1 \rangle \quad (3.42)$$

Por lo tanto, el sistema de ecuaciones (3.37), (3.39) y (3.41) es el que se resuelve usando el método de Runge-Kutta de cuarto orden desde el punto inicial hasta el punto final con n_s intervalos. El valor de $\langle u_1 \rangle(x)$ se multiplica por el área libre de la zona activa para obtener el comportamiento de $U_1(x)$. Para determinar las condiciones de frontera en la unión entre el intercambiador de calor caliente y la zona activa (punto inicial) se utiliza

continuidad de presión y de flujo volumétrico, este último calculándose a partir de la ecuación (2.92). Por lo tanto, las condiciones de frontera en esta unión se calculan utilizando las siguientes expresiones.

- Punto inicial de la zona activa ($x_i = L_h + L_{ih}$).

$$p_1|_{x_i} = p_1|_{i,s} = p_1|_{f,ih} \quad (3.43)$$

$$\frac{dp_1}{dx}|_{x_i} = \frac{dp_1}{dx}|_{i,s} = \frac{A_{0,ih}(1-f_{v,ih})}{A_{0,s}(1-f_{v,s})} \frac{dp_1}{dx}|_{f,ih} \quad (3.44)$$

Para calcular f_v , f_k y ε_s a lo largo de la zona activa (sección transversal cuadrada) se utilizan las ecuaciones (2.112) – (2.115).

Paso 5. Se obtiene el comportamiento de T_m , p_1 y U_1 a lo largo del intercambiador de calor frío. Se considera que la temperatura media de las paredes de esta sección es constante y que la temperatura media del fluido de trabajo es igual a la de las paredes con las que se encuentra en contacto, por lo tanto la temperatura media del fluido de trabajo se calcula a partir de la siguiente expresión.

$$T_m = T_c \quad (3.45)$$

Para calcular p_1 a lo largo del intercambiador de calor frío, se evalúa la ecuación (3.7) desde el punto inicial hasta el punto final en n_{ic} intervalos. Para determinar las condiciones de frontera en la unión entre la zona activa y el intercambiador de calor frío se utiliza continuidad de presión y de flujo volumétrico, este último calculándose a partir de la ecuación (2.92). Por lo tanto, las condiciones de frontera en esta unión se calculan utilizando las siguientes expresiones.

- Punto inicial del intercambiador de calor frío ($x_i = L_h + L_{ih} + L_s$).

$$p_1|_{x_i} = p_1|_{i,ic} = p_1|_{f,s} \quad (3.46)$$

$$\frac{dp_1}{dx}|_{x_i} = \frac{dp_1}{dx}|_{i,ic} = \frac{A_{0,s}(1-f_{v,s})}{A_{0,ic}(1-f_{v,ic})} \frac{dp_1}{dx}|_{f,s} \quad (3.47)$$

Para obtener el comportamiento de U_1 a lo largo del intercambiador de calor frío, se calcula $\langle u_1 \rangle$ evaluando la derivada de la ecuación (3.7) en los mismos puntos que p_1 y los resultados se sustituyen en la ecuación (2.92) multiplicándola por el área libre de la sección. Para calcular f_v , f_k y ε_s en el intercambiador de calor frío (placas paralelas) se usan las ecuaciones (2.45) – (2.47).

Paso 6. Se obtiene el comportamiento de T_m , p_1 y U_1 a lo largo de la sección fría del resonador. Se considera que la temperatura media de las paredes de esta sección es constante y que la temperatura media del fluido de trabajo es igual a la de las paredes con las que se encuentra en contacto, por lo tanto la temperatura media del fluido de trabajo se calcula a partir de la siguiente expresión.

$$T_m = T_c \quad (3.48)$$

Para calcular p_1 a lo largo de la sección fría del resonador, se evalúa la ecuación (3.7) desde el punto inicial hasta el punto final en n_c intervalos. Para determinar las condiciones de frontera en la unión entre el intercambiador de calor frío y la sección fría del resonador se utiliza continuidad de presión y de flujo volumétrico, este último calculándose a partir de la ecuación (2.92). Por lo tanto, las condiciones de frontera en esta unión se calculan utilizando las siguientes expresiones.

- Punto inicial de la sección fría del resonador ($x_i = L_h + L_{ih} + L_s + L_{ic}$).

$$p_1|_{x_i} = p_1|_{i,c} = p_1|_{f,ic} \quad (3.49)$$

$$\frac{dp_1}{dx}|_{x_i} = \frac{dp_1}{dx}|_{i,c} = \frac{A_{0,ic}(1-f_{v,ic})}{A_{0,c}(1-f_{v,c})} \frac{dp_1}{dx}|_{f,ic} \quad (3.50)$$

Para obtener el comportamiento de U_1 a lo largo de la sección fría del resonador, se calcula $\langle u_1 \rangle$ evaluando la derivada de la ecuación (3.7) en los mismos puntos que p_1 y los resultados se sustituyen en la ecuación (2.92) multiplicándola por el área libre de la sección. Para calcular f_v , f_k y ε_s en la sección fría del resonador (sección transversal circular) se utilizan las ecuaciones (2.109) – (2.111), en las cuales $R_0 = R_{res}$.

Paso 7. Se calcula la impedancia acústica en el extremo abierto del resonador y se compara con la impedancia acústica teórica de un tubo resonador abierto en uno de sus extremos. Estas impedancias se pueden calcular de la siguiente forma (Kinsler *et al.* 1982).

$$Z = \frac{p_1}{U_1} \quad (3.51)$$

$$Z_{teo} = \frac{\rho_m c}{S} \left(\frac{1}{4} (kR_{res})^2 + i0.6(kR_{res}) \right) \quad (3.52)$$

En estas ecuaciones, Z es la impedancia acústica en el resonador del MoTASolid1 y Z_{teo} es la impedancia acústica teórica de un tubo resonador abierto en uno de sus extremos.

Si el valor de Z es diferente al de Z_{teo} , se modifican los valores de P_A , T_h , f y/o H_2 hasta que la diferencia entre las impedancias sea menor que 0.02 %.

El diagrama de flujo del ProgS también se presenta en el Anexo B.

3.4 Validación del ProgS

El programa DeltaE (Design Environment for Low-Amplitude ThermoAcoustic Engines) es similar al ProgS desarrollado en este trabajo, por lo que el DeltaE se utilizó como referencia para comparar y validar el ProgS.

El DeltaE es un programa comercial desarrollado por Ward y Swift que permite diseñar y predecir el funcionamiento de una máquina termoacústica al resolver la ecuación de onda unidimensional en cada uno de los segmentos de la máquina utilizando continuidad de presión y de flujo volumétrico en las uniones. Este programa permite escoger dos parámetros que varían, a partir de un valor de prueba (dato de entrada), hasta lograr la convergencia en la impedancia del extremo frío del resonador.

La versión de demostración del DeltaE y la guía para el usuario se pueden obtener a través del sitio en Internet del Laboratorio Nacional de los Alamos (www.lanl.gov).

Para determinar los datos de entrada tanto del ProgS como del DeltaE se utilizó el ProgA. Con este programa se calcularon los valores de T_h , f y H_2 en un MTA con el tubo resonador cerrado en ambos extremos. Los datos de entrada del ProgA fueron valores de p_m , P_A , y T_c cercanos a los resultados experimentales del MTA que se presentan en el capítulo 5. Posteriormente, los valores de p_m , P_A , T_h , f y H_2 del ProgA se dieron como datos de entrada al DeltaE y al ProgS para simular el comportamiento del MTA, obteniendo como datos de salida los valores de T_m , p_1 y U_1 al final de cada sección del mismo MTA.

Los resultados del ProgA se muestran en la tabla 3.1.

PROGRAMA DE APROXIMACIÓN:	
DATOS DE ENTRADA:	
Presión media, (Pa):	p_m = 1.013250e+05
Magnitud de la presión en el antinodo, (Pa):	P_A = 1000.000000
Temperatura de la sección fría, (K):	T_c = 373.150000
Temperatura de la sección caliente (inicial), (K):	T_h = 673.150000
RESULTADOS:	
Frecuencia, (Hz):	f = 483.461167
Temperatura caliente final, (K):	T_h = 682.859034
Flujo de energía en la zona activa, (W):	H_2 = 4.915970e+02

Tabla 3.1. Resultados del ProgA.

En la tabla 3.2 se muestran los resultados desplegados por el DeltaE al utilizar H_2 y f como los parámetros que se varían hasta lograr la convergencia.

frequency=	487.544Hz	mean pressure=	1.013E+05Pa
------------	-----------	----------------	-------------

3. Solución numérica

Tm (K)	Re & Im p1 (Pa)	Re & Im U1(m3/s)	Hdot(W)	Edot(W)
682.9	1000.0	0.0	0.00000	0.00000
!----- 1 -----!				
ENDCAP Hot End				
Heat extracted: 1.275E-04 Watts				
682.9	1000.0	0.0	0.00000	0.00000
!----- 2 -----!				
DUCT Hot Duct				
Duct wavvec =(5.95 , -0.107) m^-1				
Heat extracted: 2.201E-03 Watts				
682.9	914.5	3.1	0.00000	-0.00035
!----- 3 -----!				
HX Hot HX				
Heat exch wavvec =(6.67 , -1.18) m^-1				
Heat = 583.870 (W) metal temp= 6749.130 Kelvin				
682.9	896.1	8.1	-0.00001	-0.00036
!----- 4 -----!				
STKRECT rectangular-pore stack				
363.9	746.3	52.7	0.00005	-0.00037
!----- 5 -----!				
HX Cold HX				
Heat exch wavvec =(8.71 , -0.828) m^-1				
Heat = -583.860 (W) metal temp= -5027.263 Kelvin				
363.9	710.9	52.8	0.00005	-0.00038
!----- 6 -----!				
DUCT Cold Duct				
Duct wavvec =(8.09 , -8.415E-02) m^-1				
Heat extracted: 7.510E-03 Watts				
363.9	-937.9	-90.5	0.00000	0.00000
!----- 7 -----!				
ENDCAP Cold End				
Heat extracted: 6.425E-05 Watts				
363.9	-937.9	-90.5	0.00000	0.00000
!----- 8 -----!				
HARDEND				
inverse impedance (rho a U/p A)=(-3.790E-16, -1.472E-15)				
363.9	-937.9	-90.5	0.00000	0.00000

Tabla 3.2. Resultados del DeltaE.

En la tabla 3.3 se muestran los resultados calculados con el ProgS variando los valores de H_2 y f hasta lograr que la magnitud del inverso de la impedancia acústica ($1/Z = U_1/p_1$) en el extremo cerrado del resonador cercano al extremo frío de la zona activa fuera lo más cercana a cero ($\pm 2 \times 10^{-8}$), característica de un resonador cerrado.

PROGRAMA DE SOLUCIÓN:	
DATOS DE ENTRADA:	
Presión media, (Pa):	p_m = 1.013250e+05
Frecuencia, (Hz):	f = 485.000000
Temperatura de la sección caliente, (K):	T_h = 682.859034
Magnitud de la presión en el antinodo, (Pa):	P_A = 1000.000000
Flujo de energía en la zona activa, (W):	H_2 = 5.840000e+02
FINAL DE LA SECCIÓN CALIENTE DEL RESONADOR (x* = 0.175000):	
Temperatura del fluido, (K):	T_m = 682.859034
Amplitud de la oscilación, (Pa):	Re(p_1) = 9.134089e+02
	Im(p_1) = 3.049021e+00
Amplitud de la oscilación, (Pa):	Mag(p_1) = 9.134140e+02
	Fas(p_1) = 0.191256
Amplitud del flujo volumétrico, (m^3/s):	Re(U_1) = -3.427394e-06
	Im(U_1) = -3.514254e-04

3. Solución numérica

Amplitud del flujo volumétrico, (m ³ /s):	Mag(U_1) = 3.514421e-04 Fas(U_1) = -90.558779
FINAL DEL INTERCAMBIADOR DE CALOR CALIENTE:(x* = 0.187500):	
Temperatura del fluido, (K):	T_m = 682.859034
Amplitud de la oscilación, (Pa):	Re(p_1) = 8.947998e+02 Im(p_1) = 8.164344e+00
Amplitud de la oscilación, (Pa):	Mag(p_1) = 8.948370e+02 Fas(p_1) = 0.522764
Amplitud del flujo volumétrico, (m ³ /s):	Re(U_1) = -4.983383e-06 Im(U_1) = -3.708168e-04
Amplitud del flujo volumétrico, (m ³ /s):	Mag(U_1) = 3.708503e-04 Fas(U_1) = -90.769948
FINAL DE LA ZONA ACTIVA:(x* = 0.237500):	
Temperatura del fluido, (K):	T_m = 363.731374
Amplitud de la oscilación, (Pa):	Re(p_1) = 7.429813e+02 Im(p_1) = 5.419543e+01
Amplitud de la oscilación, (Pa):	Mag(p_1) = 7.449553e+02 Fas(p_1) = 4.171949
Amplitud del flujo volumétrico, (m ³ /s):	Re(U_1) = 5.009525e-05 Im(U_1) = -3.744274e-04
Amplitud del flujo volumétrico, (m ³ /s):	Mag(U_1) = 3.777637e-04 Fas(U_1) = -82.379560
FINAL DEL INTERCAMBIADOR DE CALOR FRIÓ:(x* = 0.250000):	
Temperatura del fluido, (K):	T_m = 363.731374
Amplitud de la oscilación, (Pa):	Re(p_1) = 7.070862e+02 Im(p_1) = 5.439170e+01
Amplitud de la oscilación, (Pa):	Mag(p_1) = 7.091751e+02 Fas(p_1) = 4.398742
Amplitud del flujo volumétrico, (m ³ /s):	Re(U_1) = 5.040828e-05 Im(U_1) = -3.892333e-04
Amplitud del flujo volumétrico, (m ³ /s):	Mag(U_1) = 3.924839e-04 Fas(U_1) = -82.620890
FINAL DE LA SECCIÓN FRÍA DEL RESONADOR:(x* = 1.000000):	
Temperatura del fluido, (K):	T_m = 363.731374
Amplitud de la oscilación, (Pa):	Re(p_1) = -9.426259e+02 Im(p_1) = -9.423796e+01
Amplitud de la oscilación, (Pa):	Mag(p_1) = 9.473248e+02 Fas(p_1) = -174.290889
Amplitud del flujo volumétrico, (m ³ /s):	Re(U_1) = -1.513155e-05 Im(U_1) = -1.581992e-06
Amplitud del flujo volumétrico, (m ³ /s):	Mag(U_1) = 1.521403e-05 Fas(U_1) = -174.031456
RESULTADOS:	
Temperatura de la sección fría, (K):	T_c = 363.731374
Impedancia Z en el extremo abierto (Pa s/m ³):	Re(Z) = 6.226592e+07 Im(Z) = -2.819424e+05
Inverso de Z en el extremo abierto (m ³ /Pa s):	Re(1/Z) = 1.605982e-08 Im(1/Z) = 7.271947e-11
Impedancia Z en el extremo abierto (Pa s/m ³):	Mag(Z) = 6.226653e+7
(°):	Fas(Z) = -0.259433
Inverso de Z en el extremo abierto (m ³ /Pa s):	Mag(1/Z) = 1.605999e-8
(°):	Fas(1/Z) = 0.259433

Tabla 3.3. Resultados del ProgS.

En la tabla 3.4 se muestra la comparación entre los valores iniciales de f y H_2 calculados con el ProgA y los valores finales obtenidos con el ProgS y con el DeltaE. En esta tabla se observa que las consideraciones realizadas para simplificar el ProgA provocan una subestimación en el cálculo de H_2 . Sin embargo, el valor de f estimado con el ProgA es satisfactorio. En esta tabla también se observa que los valores de f y H_2 obtenidos con el ProgS (con los que se logró la impedancia del extremo cerrado) difieren en menos del 1 % con respecto a los calculados con el DeltaE.

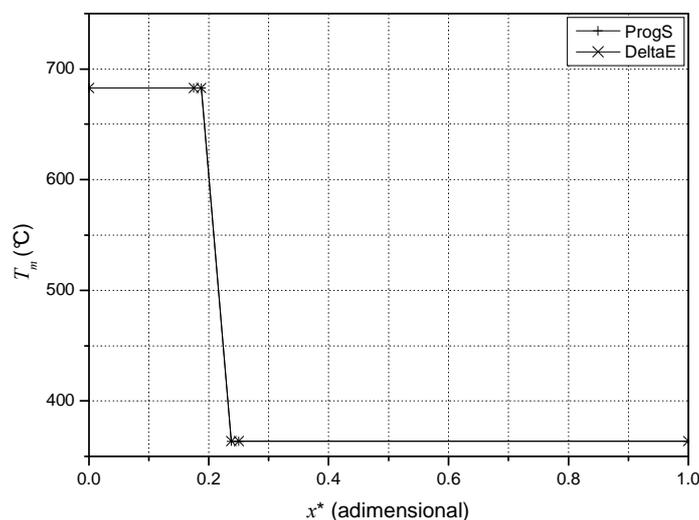
3. Solución numérica

Variable	ProgA	ProgS	DeltaE	Variación ProgA - DeltaE	Variación ProgS - DeltaE
f (Hz)	483.46	485.00	487.54	0.84 %	0.52 %
H_2 (W)	491.60	584.00	583.87	15.80 %	0.02 %

Tabla 3.4. Comparación entre los valores iniciales de f y H_2 calculados con el ProgA y los finales obtenidos con el ProgS y con el DeltaE.

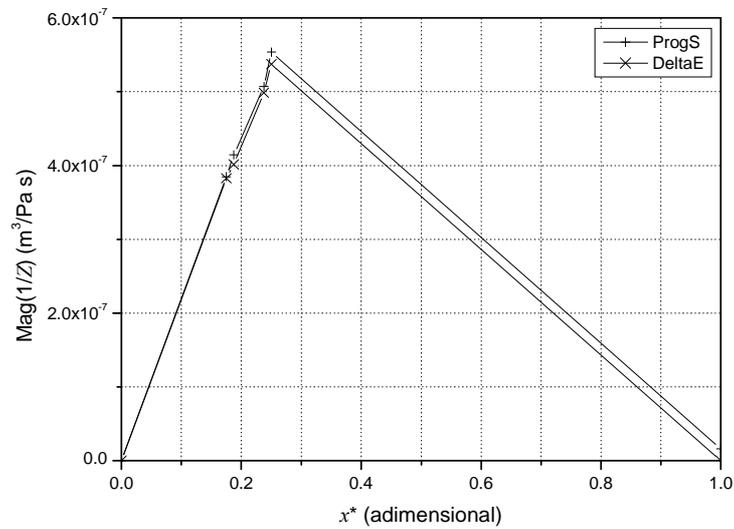
En las gráficas 3.1 – 3.3 se muestran los valores de T_m , la magnitud de $1/Z$ y la fase de $1/Z$ al final de cada sección del MTA, obtenidos con el ProgS y con el DeltaE.

En la gráfica 3.1 se observa que la temperatura media del fluido de trabajo calculada por ambos programas es igual al final de cada una de las secciones del MTA (diferencias menores al 0.05 %).



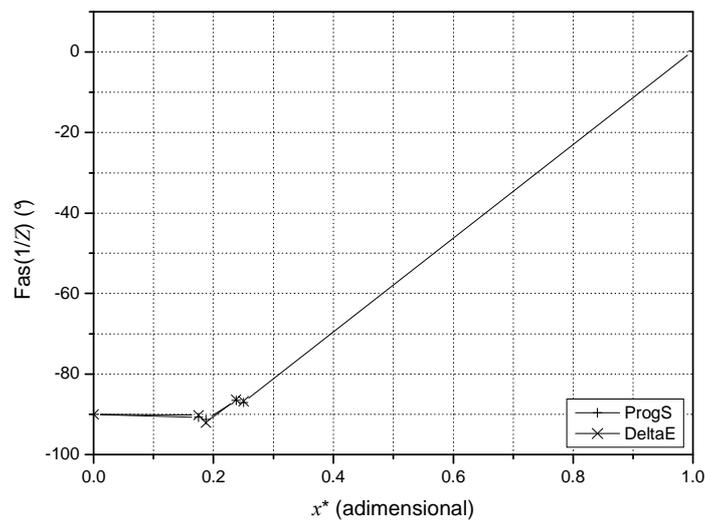
Gráfica 3.1. Temperatura media del fluido de trabajo al final de cada sección del MTA. Las líneas que unen los puntos se dibujaron únicamente para facilitar la localización de los mismos.

En la gráfica 3.2 se observa que al final de cada sección del MTA, la magnitud de la oscilación de la impedancia mecánica calculada con el ProgS es ligeramente superior que la calculada con el DeltaE (diferencias menores al 3.2 %). Estas diferencias se pueden atribuir a la falta de cifras significativas en los resultados del DeltaE correspondientes al flujo volumétrico.



Gráfica 3.2. Magnitud de la oscilación de la impedancia mecánica al final de cada sección del MTA. Las líneas que unen los puntos se dibujaron únicamente para facilitar la localización de los mismos.

En la gráfica 3.3 se observa que al final de cada sección del MTA, la fase de la oscilación de la impedancia mecánica calculada con el ProgS es ligeramente distinta a la calculada con el DeltaE (diferencias menores al 0.9 %). Estas diferencias nuevamente se atribuyen a la falta de cifras significativas en los resultados del DeltaE. Cabe mencionar que no se presenta el valor de la fase al final del resonador con el DeltaE, ya que la oscilación del flujo volumétrico en ese punto es cero.



Gráfica 3.3. Fase de la oscilación de la impedancia mecánica al final de cada sección del MTA. Las líneas que unen los puntos se dibujaron únicamente para facilitar la localización de los mismos.

En las gráficas 3.1 – 3.3, se observa que el comportamiento de ambos programas es muy similar. Por lo tanto, los resultados que se obtuvieron en esta tesis con el ProgS son tan confiables como los del DeltaE, programa que ha sido validado experimentalmente (Olson & Swift 1995).

Capítulo 4

Diseño y construcción

En este capítulo se describe la metodología utilizada para diseñar y construir un motor termoacústico con fines demostrativos que utiliza energía solar concentrada como fuente de calor. La caracterización de este dispositivo se presentará en el siguiente capítulo.

4.1 Antecedentes

En esta sección se presentan y se analizan las alternativas que se tomaron en cuenta para diseñar las partes principales del motor termoacústico solar que se construyó.

4.1.1 Motor termoacústico (MTA)

Aprovechando la experiencia previa del grupo de trabajo, el diseño del motor termoacústico solar demostrativo denominado MoTASoID1 se basó principalmente en un trabajo realizado por Gómez y Piñeirua, en el cual construyeron y caracterizaron un MTA de onda estacionaria (Gómez & Piñeirua, 2006).

En la figura 4.1 se muestra un esquema del MTA estudiado por Gómez y Piñeirua, el cual cuenta con un tubo de ensaye de vidrio Pyrex utilizado como tubo resonador y una pieza cerámica con poros de sección transversal cuadrada paralelos al eje longitudinal del tubo que funciona como zona activa. Como este MTA no cuenta con intercambiadores de calor que permitan controlar la temperatura en los extremos de la zona activa, se instaló una resistencia eléctrica de 10.4Ω cerca del extremo más próximo al lado cerrado del tubo resonador que le suministra calor por efecto Joule. Al aumentar la diferencia de potencial eléctrico entre los extremos de la resistencia, la temperatura del extremo caliente de la zona activa se eleva y debido a la baja conductividad térmica de la cerámica la temperatura del otro extremo de la zona activa se mantiene relativamente baja, por lo que se puede alcanzar el gradiente de temperatura crítico para lograr la generación de una onda acústica por efecto termoacústico. Debido a que el diámetro interno del resonador es mucho menor que su longitud y a que uno de sus extremos se encuentra cerrado y el otro abierto, se genera una onda estacionaria de un cuarto de longitud de onda.

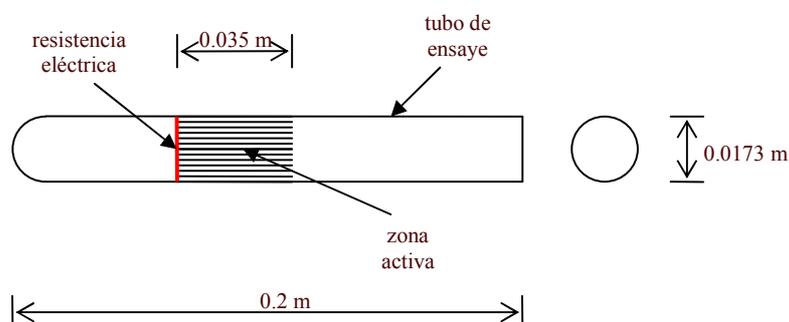


Figura 4.1. MTA caracterizado por Gómez y Piñeirua.

En este trabajo, se concluyó que la temperatura mínima que debe tener el extremo caliente de la zona activa es de 357 ± 0.5 °C, la cual se obtiene al suministrar una potencia eléctrica de 13.74 ± 0.06 W.

En el diseño y construcción del MoTASoId1 se decidió utilizar un MTA similar al de Gómez y Piñeirua que funcione por medio de energía solar en lugar de energía eléctrica. Para lograr esto, se debe sustituir la resistencia eléctrica por un sistema de concentración solar adecuado y hacer que la radiación solar concentrada pase a través de las paredes del tubo de vidrio Pyrex, enfocándola hacia la superficie del extremo caliente de la zona activa. Debido a la reflexión del vidrio, una parte de esta radiación no contribuye al calentamiento de dicha zona, por lo tanto, la temperatura que se puede alcanzar con el sistema de concentración elegido debe ser superior a la reportada por Gómez y Piñeirua.

4.1.2 Sistema de concentración solar (SCS)

Actualmente es posible diseñar y construir SCS que entreguen calor de media y alta temperatura, en el rango de 100 a 3200 °C, que puede ser utilizado como calor de proceso, convertido en electricidad o sirve en reacciones químicas endotérmicas (Winter *et al.*, 1991). Sin embargo, éstos suelen ser voluminosos y tener geometrías complejas que requieren de manufactura muy precisa y especializada, lo cual los hace equipos sumamente costosos. Por lo tanto, al considerar que las condiciones de operación del MoTASoId1 serán similares a las del MTA de Gómez y Piñeirua y que además se utilizaría principalmente para fines demostrativos, se descartó la posibilidad de diseñar y construir un SCS específico para estas condiciones de trabajo. Así, la alternativa que se tomó fue buscar y analizar varios artículos compactos y económicos de uso comercial que pudieran ser adaptados como SCS y de esta forma determinar si con alguno de ellos era posible alcanzar las condiciones de operación deseadas.

La primera opción que se analizó fue un concentrador solar parabólico educativo (Estrada *et al.*, 2002), proporcionado por la Coordinación de Concentración Solar del CIE. Este concentrador se muestra en la figura 4.2 y consta de una carcasa de aluminio proveniente

4. Diseño y construcción

de una lámpara para iluminación de estadios, sostenida sobre un tripié para cámara que permite movimientos azimutales (movimientos de rotación en el plano horizontal), y de elevación al mismo tiempo. El receptor de este SCS es un tubo cilíndrico de cobre que se fija en la base de la carcasa. En la figura 4.3 se muestra el diagrama de este SCS. Para determinar la temperatura máxima que se puede alcanzar en el receptor, Estrada y colaboradores instalaron un termopar en la pared interior del mismo. Al recibir una radiación de 878.9 W/m^2 , después de un transiente de 4 minutos, la temperatura alcanzada fue de $220 \text{ }^\circ\text{C}$. Ya que la temperatura que se requiere para la operación del MoTASoLD1 debe ser mayor de $360 \text{ }^\circ\text{C}$, esta opción fue descartada.

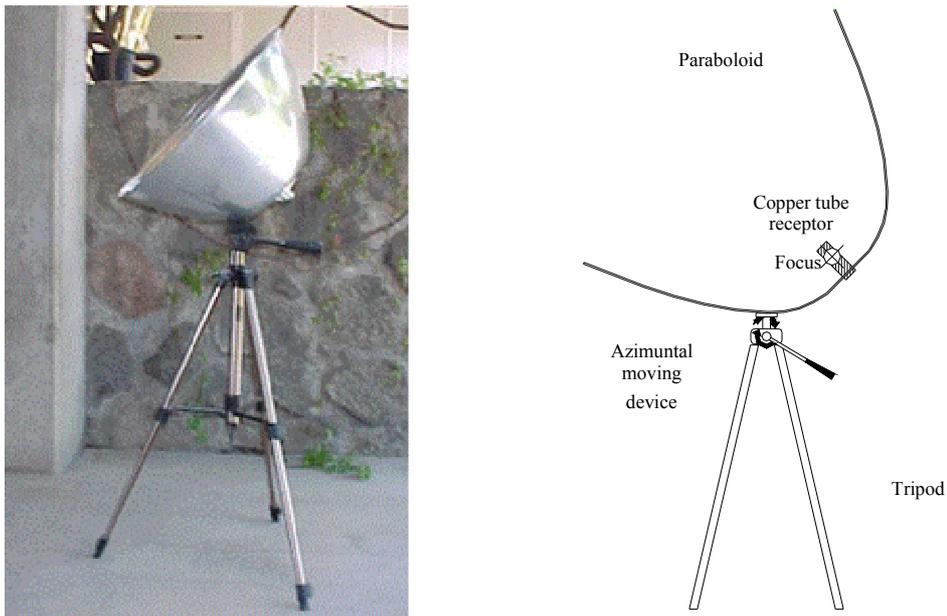


Figura 4.2. Concentrador solar parabólico educativo.

Otra opción que se consideró fue utilizar el plato de una antena de recepción de señales de TV de paga tal y como lo hizo Sosa al diseñar y construir una cafetera solar (Sosa, 2007). En este trabajo, la radiación solar concentrada por la antena se enfocó sobre la base de una cafetera italiana con el propósito de elevar la temperatura de la masa de agua del depósito de la cafetera. Esta temperatura se midió colocando la punta de un termopar en el interior del depósito a 1 cm de la base y a 2 cm de la pared del recipiente, obteniendo una temperatura máxima del agua de $100 \text{ }^\circ\text{C}$ al concentrar una radiación solar directa promedio de 883 W/m^2 durante un periodo de 39 minutos. Sin embargo, a partir de los datos publicados en este trabajo, no fue posible determinar las dimensiones de la zona de concentración ni la temperatura en la base de la cafetera. Por lo tanto, para decidir si este SCS podía ser utilizado para generar las condiciones de operación del MoTASoLD1, era necesario conseguir alguno similar y realizar algunas pruebas preliminares. Esto no se realizó ya que la tercera opción resultó adecuada.

Por último, en la tercera opción se analizó una lente de Fresnel marca Edmund Scientific con una superficie cuadrada de $11 \frac{7}{8}$ in por lado y una distancia focal de $13 \frac{1}{2}$ in. Para

determinar la temperatura que se alcanza con esta lente, se realizó una prueba sencilla durante un día soleado. Esta prueba consistió en enfocar de forma manual la radiación concentrada por la lente sobre la punta de un termopar tipo K conectado a un multímetro. Los resultados de esta prueba mostraron que después de un periodo menor a 20 s, la temperatura registrada llegaba a superar los 1100 °C, por lo cual se decidió comprobar la generación del efecto termoacústico utilizando este SCS para suministrar calor a un resonador termoacústico similar al del MTA de Gómez y Piñeirua.

4.1.2.1 Pruebas preliminares

Una de las primeras pruebas que se llevó a cabo se ilustra en la figura 4.3 y consistió en colocar el MTA en un soporte universal, enfocar de forma manual la radiación directa concentrada por la lente sobre el extremo caliente de la zona activa y verificar que se produjera el efecto termoacústico. Esta prueba fue exitosa.

Después se modificó el ángulo de incidencia de los rayos solares sobre el extremo caliente de la zona activa del MTA y se percibió de forma cualitativa que esta variación no alteraba significativamente la intensidad del sonido producido.

Una vez comprobada la efectividad de la lente de Fresnel marca Edmund Scientific como SCS, se realizaron las mismas pruebas con otras lentes de Fresnel disponibles en el laboratorio incluyendo una lupa de lectura plana. La prueba con esta última lente se muestra en la figura 4.4 y también logró resultados exitosos, pero con la gran ventaja de que esta lente puede ser adquirida en algunas papelerías a un precio de aproximadamente \$30.00 m.n. lo que la hace muy atractiva para un diseño demostrativo.



Figura 4.3. Primeras pruebas preliminares con la lente de Fresnel marca Edmund Scientific.



Figura 4.4. Pruebas preliminares con la lupa de lectura plana.

4.1.3 Montura

La mayoría de los problemas que se presentaron al realizar las pruebas preliminares se relacionaron directamente con la improvisación de la montura utilizada hasta ese momento. Uno de estos problemas fue la falta de estabilidad mecánica que ofrecía el soporte universal junto con los accesorios (varillas, nueces y pinzas) que se utilizaron para sostener tanto al MTA como al SCS. Otra dificultad que se tuvo con esta montura fue hacer que la distancia entre la lente y el extremo caliente de la zona activa del MTA coincidiera con la distancia focal de la lente. Además, con esta montura fue muy complicado hacer un seguimiento solar debido a la falta de partes móviles. Por lo tanto, fue necesario diseñar una montura que diera solución a los inconvenientes de las pruebas preliminares.

4.1.3.1 Criterios de diseño

Además de solucionar los problemas de las pruebas preliminares, esta montura se diseñó sabiendo que una de las finalidades principales del MoTASold1 es la divulgación del efecto termoacústico y sus posibles aplicaciones. Por lo tanto, no sólo se tomaron en cuenta criterios técnicos del diseño, sino que también fue indispensable tomar en cuenta criterios económicos.

Los criterios técnicos que se tomaron en cuenta para el diseño de la montura del MoTASold1 fueron: que la montura presente una estabilidad mecánica que permita la manipulación del equipo sin tener movimientos indeseados; que sea capaz de hacer un seguimiento solar adecuado y sencillo; que permita modificar la distancia entre la lente de Fresnel y el extremo de la zona activa del MTA que recibe la radiación solar concentrada; que sea desarmable para facilitar su transportación y ensamblaje; y que cuente con sistemas sencillos de sujeción para instrumentos de monitoreo.

Por otro lado, los criterios económicos que se impusieron para el diseño de la montura del MoTASold1 fueron: utilizar la mayor cantidad posible de material comercial de acero laminado en caliente como por ejemplo barra, placa y solera; evitar geometrías complejas que requieran del uso de maquinaria de control numérico en su manufactura y por lo tanto utilizar únicamente máquinas elemental como tornos paralelos, fresadoras, taladros de banco, cortadoras, dobladoras, soldadoras de arco eléctrico y herramientas manuales.

4.1.3.2 Criterios de construcción

Los criterios de construcción que se utilizaron para cumplir con los criterios de diseño, fueron la calidad y la economía. Por lo tanto fue necesario elegir un taller de manufactura que contara con la experiencia necesaria en la fabricación de prototipos y que ofreciera sus servicios al menor costo posible.

4.2 Diseño y construcción del motor termoacústico solar demostrativo (MoTASoID1).

En esta sección se describe detalladamente cada una de las partes del MoTASoID1, así como el proceso de manufactura que se utilizó en la construcción de algunas de sus piezas.

4.2.1 Motor termoacústico (MTA)

El MTA utilizado en el MoTASoID1 cuenta con un tubo de ensaye de vidrio Pyrex con una longitud de 200 ± 0.5 mm y diámetro interno de 17.2 ± 0.01 mm que hace la función de tubo resonador y una pieza cilíndrica de cerámica con una longitud de 31.18 ± 0.01 mm, un diámetro externo de 17.2 ± 0.01 mm y poros paralelos de sección transversal cuadrada con un área libre de 1 ± 0.02 mm² y un espesor de pared de 0.3 ± 0.01 mm que funciona como zona activa. Cabe mencionar que esta pieza proviene de un convertidor catalítico de un automóvil. Además, para que la superficie del extremo caliente absorbiera la mayor cantidad posible de la radiación concentrada incidente, esta superficie se pintó de color negro con una pintura marca Zynolyte que resiste altas temperaturas y tiene una absortancia del 95% (Ballestrín *et al*, 2003).

La zona activa se instrumentó con 2 termopares tipo K calibre 30 conectados a un multímetro marca Steren modelo MUL-600 que monitorea la temperatura de cada uno de ellos. La punta de uno de los termopares se pegó sobre la superficie del extremo caliente a una distancia radial de 1.3 ± 0.02 mm (1 poro de distancia) con respecto al poro central, mientras que la punta del otro se pegó sobre el centro de la superficie del extremo frío. La fijación de los termopares se hizo por medio de un cemento cerámico de alta conductividad térmica para que la temperatura registrada por los termopares fuera lo más parecida posible a la temperatura de las paredes cercanas a cada termopar.

4.2.2 Sistema de concentración solar (SCS)

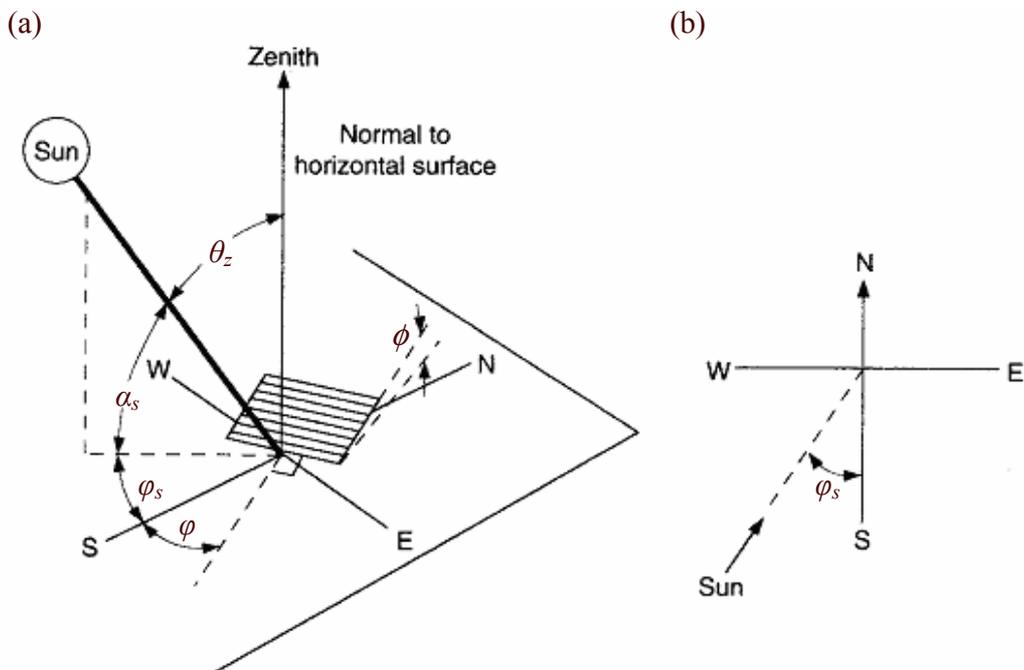
Como ya se mencionó en la sección 4.1.2.1, el SCS que se eligió para el diseño y la construcción del MoTASoID1 fue una lupa de lectura rectangular plana con una superficie de concentración de $201 \times 268 \pm 0.5$ mm, un espesor de 2 ± 0.01 mm y una distancia focal de 339 ± 0.5 mm que funciona como una lente de Fresnel y concentra la radiación solar directa que recibe sobre el extremo caliente de la zona activa, elevando su temperatura.

4.2.3 Montura

4. Diseño y construcción

Para realizar el diseño de la montura se utilizó un software comercial en el que es posible generar un modelo tridimensional completamente editable y parametrizable que genera los planos de manufactura del diseño a partir del mismo modelo.

Por otro lado, para cumplir con los criterios planteados, la montura del MoTASolid1 se diseñó, prácticamente en su totalidad, con materiales comerciales de acero laminado en caliente que permiten una estabilidad mecánica adecuada y con tornillería comercial. Su diseño consta de cuatro partes principales que se pueden armar y desarmar fácilmente. Una vez ensambladas las partes, sus ejes horizontal y vertical pueden girar de forma independiente. Estos movimientos permiten modificar de forma manual el ángulo de inclinación β y el ángulo azimutal γ de la lente, para que coincidan con el ángulo cenital θ_z y con el ángulo azimutal solar γ_s respectivamente. La definición de estos ángulos se ilustra en la figura 4.5. Además, este diseño cuenta con un sistema que permite desplazar la lente a lo largo de unas ranuras paralelas al eje longitudinal del MTA, con el que se puede variar la distancia entre la lente y el extremo caliente de la zona activa. También se incorporó un sistema muy sencillo que permite sujetar el multímetro sobre la montura. En el diseño de esta montura se logró una geometría muy sencilla que evita el uso de maquinaria de control numérico en su fabricación, por lo tanto se pudo fabricar dentro del taller de manufactura del CIE. Esto fue muy conveniente, ya que a pesar de no tener maquinaria especializada en estas instalaciones, el personal que labora en ellas cuenta con una amplia experiencia en la fabricación de prototipos. Además, para reducir los costos en la transportación de los materiales utilizados, éstos se adquirieron con proveedores locales, a excepción de la lente de lectura adaptada como SCS que se adquirió en una papelería del centro de la ciudad de México.



4. Diseño y construcción

Figura 4.5. (a) Ángulo zenital θ_z , ángulo de la altura solar α_s , ángulo azimutal solar φ_s , ángulo azimutal φ y pendiente ϕ para una superficie inclinada. (b) Vista en el plano que muestra el ángulo azimutal solar. Figura tomada de (Duffie & Beckman, 1991).

La montura del MoTASold1 cuenta con cuatro partes fundamentales: Una base, un soporte principal, un soporte secundario y un marco. Cada una de estas partes se observa en la figura 4.6.

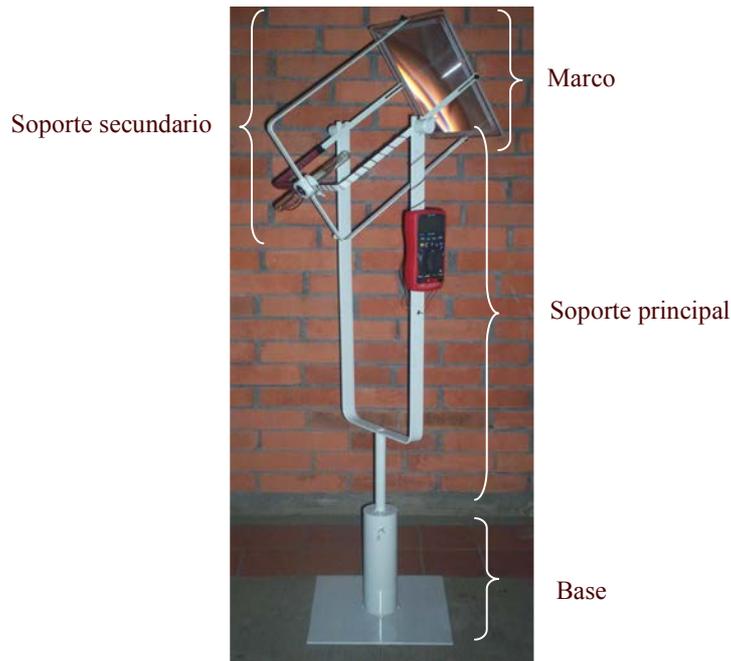


Figura 4.6. MoTASold1.

La base se maquinó a partir de una barra circular de acero de 3 in de diámetro soldada a una placa de acero de 1/2 in de grosor, que le proporcionan suficiente estabilidad mecánica al equipo.

El soporte principal descansa sobre la base y consta de un eje vertical maquinado a partir de una barra circular de acero de 2 1/4 in de diámetro, soldado a una estructura de solera de 1 1/4 x 3/16 in en forma de “U”. Este eje puede girar libremente 360° por medio de un rodamiento cónico marca URB modelo 11949 que se encuentra dentro de una cavidad en el extremo superior de la base. En cada uno de los extremos de la estructura en forma de “U” se soldó una pieza maquinada a partir de una barra circular de acero de 1 1/4 in de diámetro, las cuales soportan y fijan por medio de un tornillo al eje horizontal del soporte secundario.

El soporte secundario cuenta con un aro maquinado a partir de una barra circular de acero de 1 3/4 in de diámetro en el que se sujeta el MTA por medio de un tornillo. Este aro cuenta con cuatro soportes soldados, los cuales fueron maquinados a partir de solera de 1/2 x 1/8 in. A dos de estos soportes se les soldó una pieza maquinada a partir de una barra circular de acero de 1 in de diámetro que forman el eje horizontal del soporte

4. Diseño y construcción

secundario. Además, a lo largo de cada uno de los extremos del soporte secundario se maquinó una ranura que permite atornillar el marco de la lente de Fresnel en distintas posiciones longitudinales.

El marco se maquinó a partir de una placa de acrílico de 8 mm de grosor. Sobre este marco se pegó la lente de Fresnel con silicón transparente.

Las dimensiones de cada una de las partes de la montura se presentan en los planos de manufactura del Anexo D.

Capítulo 5

Caracterización

En este capítulo se describe la metodología utilizada para la caracterización experimental del MoTASoID1, es decir, determinar las condiciones de operación.

Una vez construido, el MoTASoID1 se ensambló y se probó durante un día soleado para verificar su funcionamiento, logrando generar la onda acústica esperada. Para comparar las predicciones teóricas con los resultados de la caracterización del MoTASoID1 se requiere determinar de forma experimental el flujo de energía H_2 en la zona activa, la temperatura media T_h del extremo caliente de la zona activa, la temperatura media T_c del extremo frío de la zona activa, la magnitud P_A y la fase θP_A de la oscilación de la presión del fluido de trabajo en el antinodo de presión (extremo cerrado del resonador), la magnitud P_N y la fase θP_N de la oscilación de la presión del fluido de trabajo cerca del nodo de presión (extremo abierto del resonador) y la frecuencia f de oscilación de la onda acústica producida. Por razones técnicas, tres de estas variables no pudieron ser medidas: el flujo de energía H_2 , la magnitud P_A y la fase θP_A .

Con respecto a la variable H_2 , únicamente fue posible estimar el flujo de calor Q_s que concentra la lente de Fresnel sobre el extremo caliente de la zona activa, de la cual sólo una porción corresponde al flujo de energía H_2 en la zona activa; una parte del resto del flujo de calor se refleja y la otra parte se disipa.

La magnitud P_A y la fase θP_A no se pudieron medir ya que la instalación de un micrófono en el extremo cerrado del resonador obstruiría el paso de parte de la radiación solar concentrada hacia el extremo caliente de la zona activa, y por lo tanto no sería recibida en su totalidad por la superficie de dicho extremo como es deseado. Además, como θP_A es la fase de referencia y ésta no se pudo medir, tampoco fue posible determinar la fase θP_N cerca del antinodo de presión. Como P_A es una de las variables de entrada del programa de solución numérica, fue necesario estimar su valor de forma indirecta. Para ello, se construyó un MTA eléctrico con las mismas dimensiones y materiales del MoTASoID1, que puede producir una onda acústica igual a la generada de forma solar. El MTA eléctrico cuenta con una resistencia eléctrica instalada en el extremo caliente de la zona activa, la cual suministra el flujo de calor Q_e necesario para su operación. Esto permite que el extremo cerrado del resonador pueda ser instrumentado para medir la oscilación de la presión p_1 en esa zona.

Además, dos de las variables de salida del programa de solución numérica son la magnitud $|U_1|(x)$ y la fase $\theta U_1(x)$ de la oscilación del flujo volumétrico promedio a lo largo del MoTASolid1, las cuales no pudieron ser medidas en ninguna zona ya que no se contaba con los recursos para hacerlo.

Por otro lado, a diferencia del poco dominio que se tiene sobre el flujo de calor Q_s que concentra la lente de Fresnel sobre el extremo caliente de la zona activa del MoTASolid1, el flujo de calor Q_e que suministra la resistencia del MTA eléctrico puede ser manipulado por medio de una fuente de voltaje. Por lo tanto, se decidió que primero se determinaría la posición óptima de la zona activa dentro del resonador del MTA eléctrico.

Después se utilizó esta posición para operar el MoTASolid1 y se realizaron las mediciones de las variables de este equipo.

Por último, se volvió a utilizar el MTA eléctrico para generar una onda acústica igual a la producida de forma solar para estimar los valores de P_A y de la diferencia entre la fase θP_N y la fase θP_A correspondientes al MoTASolid1.

5.1 Construcción e instrumentación del MTA eléctrico

El MTA eléctrico construido cuenta con un tubo de vidrio Pyrex abierto en ambos extremos. Este tubo tiene una longitud $L_{res} = 20 \pm 0.05$ cm y un diámetro interno $D_{res} = 17.20 \pm 0.01$ mm. Uno de sus extremos se cerró con una pieza de acero inoxidable en la que se colocó un micrófono marca Sharp (micrófono 1) que mide la oscilación de la presión en dicho extremo $p_1 (x = 0)$ (ver figuras 5.1 y 5.2). El tubo de vidrio Pyrex con este extremo cerrado hace la función de tubo resonador. A 1 ± 0.05 cm de distancia del borde del extremo abierto del tubo, por fuera, se colocó la pastilla de un micrófono de condensador omnidireccional marca Steren modelo em-926 (micrófono 2), la cual mide la oscilación de la presión cerca del nodo de presión $p_1 (x = L_{res} + 1)$ (ver figura 5.3). Para sostener la pastilla frente al tubo a la distancia mencionada se diseñó y construyó la pieza que se muestra en la figura 5.4. El diagrama de alimentación de ambos micrófonos, el valor de sus sensibilidades y el valor de la diferencia de fases de calibración se presentan en el Anexo E.



Figura 5.1. Micrófono marca Sharp.



Figura 5.2. Micrófono marca Sharp acoplado al soporte que sella el extremo cerrado.



Figura 5.3. Pastilla del micrófono marca Steren modelo em-926.



Figura 5.4. Soporte de la pastilla de micrófono marca Steren modelo em-926 para el extremo abierto.

Para medir p_1 con cada uno de los micrófonos, éstos se conectaron a un sistema adquirente de datos marca Hewlett Packard modelo 3852A, el cual para cada adquisición registró de forma intercalada 2500 valores del voltaje medido por el micrófono 1 y 2500 valores del voltaje medido por el micrófono 2. El intervalo de tiempo entre cada medición fue de 0.1 ms, es decir que la frecuencia de adquisición para cada micrófono fue de 5 kHz. El conjunto de datos obtenidos en cada adquisición se procesó para tener por separado los datos medidos por cada micrófono. Después, al conjunto de datos de cada micrófono se le hizo una transformada rápida de Fourier (FFT) para obtener el comportamiento de la oscilación de la presión en función de la frecuencia. Por medio de este procesamiento se determinó la frecuencia fundamental (frecuencia de resonancia f) y la frecuencia de los dos primeros armónicos $2f$ y $3f$ de la oscilación de la presión, así como sus respectivas contribuciones en la magnitud de la oscilación que fueron menores al 14.9 % y 6.2 %, respectivamente. Al sumar las tres contribuciones, se obtuvo el valor de la magnitud de la oscilación de la presión. Por medio de este procesamiento, también

se determinaron las fases de la oscilación de la presión θP_A y θP_N correspondiente a la frecuencia fundamental, tomando en cuenta la diferencia de fases de calibración entre los dos micrófonos (Anexo E). La incertidumbre de la frecuencia fundamental f , la de las magnitudes de la oscilación de la presión P_A y P_N , y la de las fases θP_A y θP_N no se pudieron determinar por medio de este procesamiento de datos.

La zona activa de este MTA consta de una pieza cilíndrica de cerámica con una longitud $L_s = 41.60 \pm 0.01$ mm, un diámetro externo $D_s = 17.20 \pm 0.01$ mm y poros paralelos de sección transversal cuadrada con un área libre de 1 ± 0.02 mm² y un espesor de pared de 0.30 ± 0.01 mm. Cabe mencionar que esta pieza proviene del mismo trozo cerámico utilizado en la construcción del MoTASolid1. Sobre la superficie del extremo caliente de esta pieza se pegó, con cemento cerámico de alta temperatura, un alambre de constantán con una longitud de 7.8 ± 0.35 cm, un diámetro de 0.02 ± 0.01 mm y una resistencia eléctrica de 11.70 ± 0.05 ohms (ver figura 5.5).

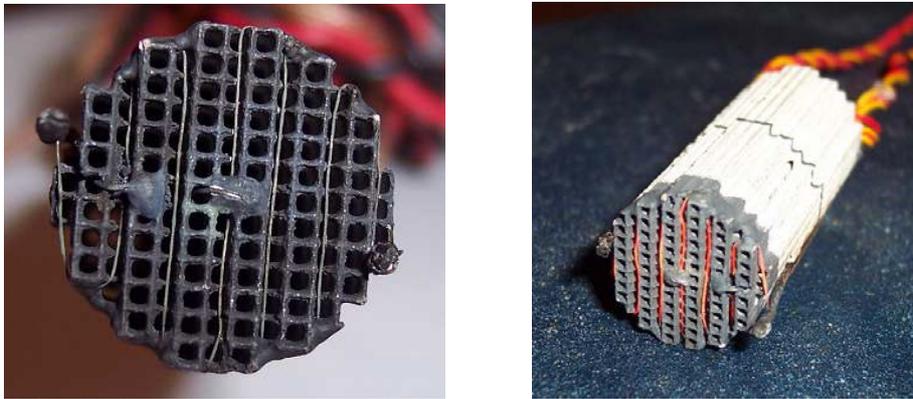


Figura 5.5. Resistencia eléctrica del extremo caliente de la zona activa del MTA eléctrico.

Para instrumentar la zona activa, se utilizaron tres termopares tipo K calibre 30. La punta del termopar 1 se pegó a una distancia radial de 1.3 ± 0.02 mm (1 poro de distancia) con respecto al centro de la superficie del extremo caliente para medir $T_{h|1.3}$; la punta del termopar 2 se pegó a una distancia radial de 3.9 ± 0.06 mm (3 poros de distancia) con respecto al centro de la superficie del extremo caliente para medir $T_{h|3.9}$; y la punta del termopar 3 se pegó en el centro de la superficie del extremo frío para medir $T_{c|0}$. Con los valores $T_{h|1.3}$ y $T_{h|3.9}$ se estimó la temperatura media del fluido en la sección caliente del resonador T_h , mientras que con el valor de $T_{c|0}$ se estimó la temperatura media del fluido en la sección fría del resonador T_c . La superficie del extremo caliente de la zona activa también se pintó de color negro con la pintura marca Zynolyte.

La resistencia eléctrica se conectó a una fuente de voltaje marca Agilent modelo E3632A con la que se midió la diferencia de potencial V que se aplicó a los extremos de la resistencia y la intensidad de corriente eléctrica I . Con estos valores se calculó el flujo de calor Q_e que entrega la resistencia eléctrica por efecto Joule. Cabe mencionar que del total de Q_e , sólo una parte corresponde al flujo de energía H_2 en la zona activa.

5. Caracterización

Para registrar las mediciones de la temperatura, los tres termopares se conectaron a un sistema adquirente de datos marca Hewlett Packard modelo 34970A el cual hizo las mediciones al principio y al final de cada adquisición de datos de la oscilación de la presión. Por lo tanto, para estimar la temperatura en cada punto instrumentado se hizo el promedio aritmético entre la temperatura inicial y la final. Para el extremo frío únicamente se utilizó un termopar, por lo tanto se consideró que el valor calculado correspondía a la temperatura T_c . Para el extremo caliente se utilizaron dos termopares colocados en dos puntos diferentes, por lo tanto, se consideró que la parte central de este extremo permanecía a la temperatura $T_{h|1,3}$, mientras que la parte de la periferia permanecía a la temperatura $T_{h|3,9}$. Por lo tanto, la temperatura T_h promedio se calculó utilizando la siguiente expresión.

$$T_h = \frac{R_m^2}{R_s^2} T_{h|1,3} + \frac{R_s^2 - R_m^2}{R_s^2} T_{h|3,9} \quad (5.1)$$

En esta ecuación, R_m es la distancia entre el centro del extremo caliente y el punto medio entre el termopar 1 y el termopar 2 ($R_m = 2.6$ mm) y R_s es el radio de la zona activa.

En la figura 5.6 se muestra un esquema de las conexiones entre el MTA eléctrico instrumentado y los aparatos utilizados para la adquisición de datos y el suministro eléctrico de la resistencia.

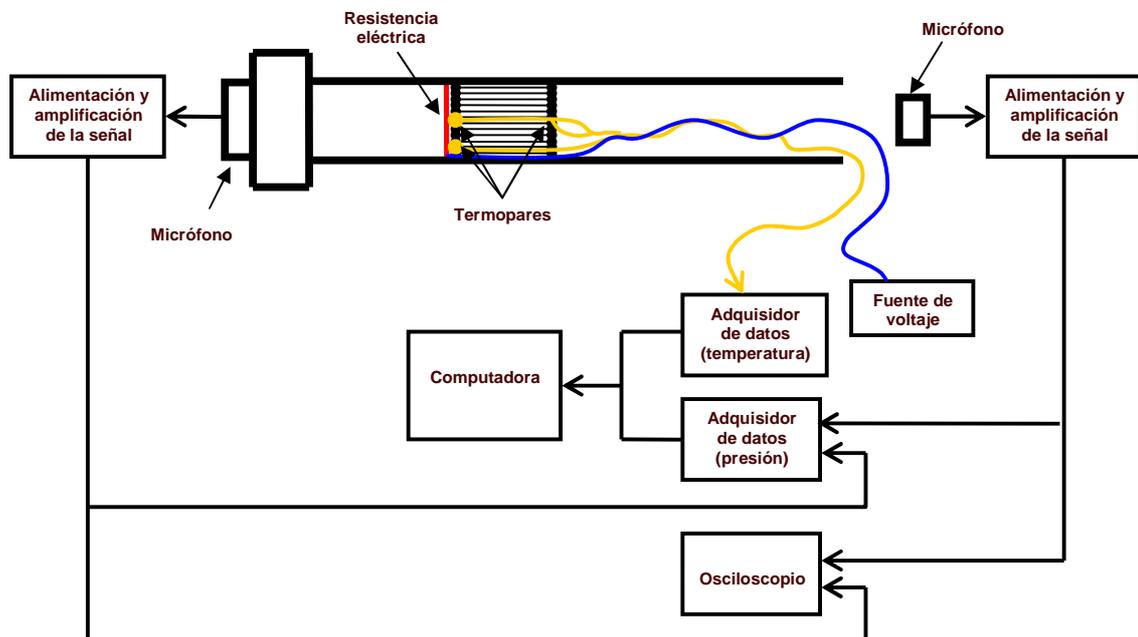


Figura 5.6. Conexiones entre el MTA eléctrico y los aparatos de adquisición de datos y suministro eléctrico de la resistencia.

Como se muestra en la figura 5.7, el MTA eléctrico se sujetó por medio de un soporte universal y algunos accesorios (varillas, nueces y pinzas).

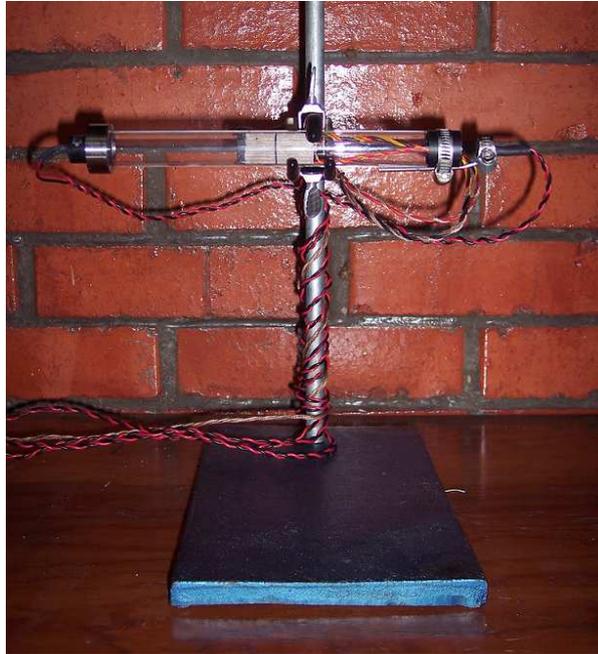


Figura 5.7. MTA eléctrico instrumentado y colocado sobre su soporte.

5.2 Determinación de la posición óptima de la zona activa

La posición de la zona activa x_s se mide desde el extremo cerrado del resonador hasta el punto medio de la zona activa como se muestra en la figura 5.8. Durante la experimentación, la incertidumbre de esta medición fue de ± 0.25 cm.

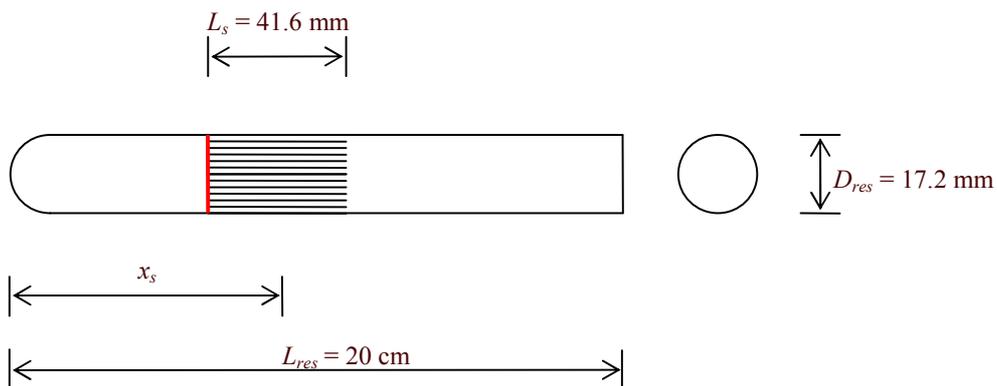


Figura 5.8. Posición de la zona activa.

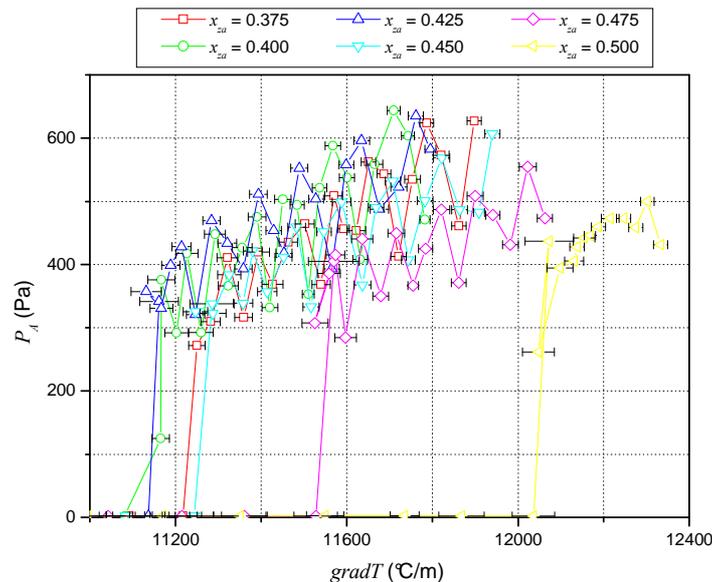
Para normalizar la posición de la zona activa se utilizó la longitud del resonador, por lo tanto:

$$x_{za} = \frac{x_s}{L_{res}} \quad (5.2)$$

En cada experimento, se fijó la posición x_s de la zona activa y se aumentó el voltaje V de la resistencia en intervalos de 0.5 V, comenzando desde 0 V hasta llegar a 13 V. A partir de 13 V, se aumentó el voltaje V en intervalos de 0.2 V hasta producir la onda acústica. Una vez generada la onda, el voltaje V se aumentó en intervalos de 0.1 V hasta que el micrófono del extremo cerrado se comenzaba a saturar. Para cada uno de los valores de V , se hizo una adquisición de datos para medir los valores de $T_c|_0$, $T_h|_{1.3}$, $T_h|_{3.9}$, $p_1(x=0)$ y $p_1(x=L_{res}+1)$.

Al término del experimento se apagó la fuente de voltaje y se dejó enfriar la zona activa hasta alcanzar la temperatura ambiente. Luego se modificó la posición x_s de esta zona y se repitió el experimento.

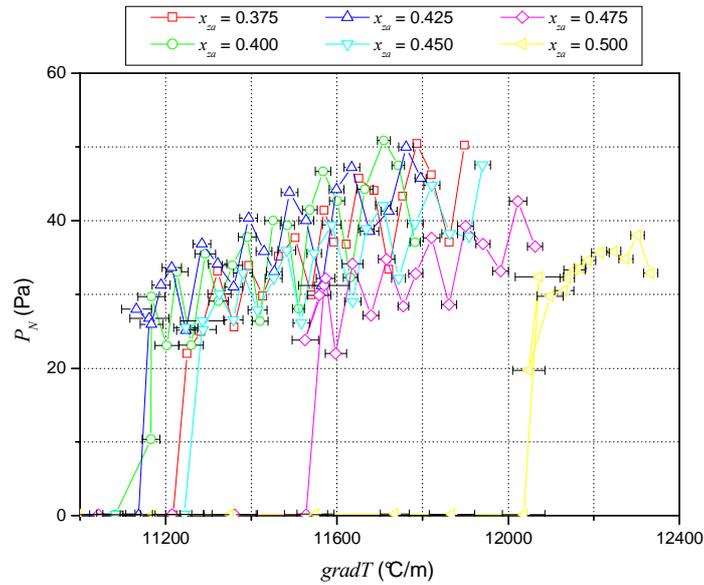
En la gráfica 5.1 se muestra el comportamiento de la magnitud de la oscilación de la presión P_A en el extremo cerrado como función del gradiente de temperatura en la zona activa para distintas posiciones x_{za} . En esta gráfica se observa que el gradiente de temperatura necesario para generar la onda acústica difiere entre cada posición de la zona activa. Además, para cada una de las posiciones se observa que P_A presenta variaciones alrededor de un valor que aumenta con el incremento del gradiente de temperatura de la zona activa. Este comportamiento se discutirá más tarde.



5. Caracterización

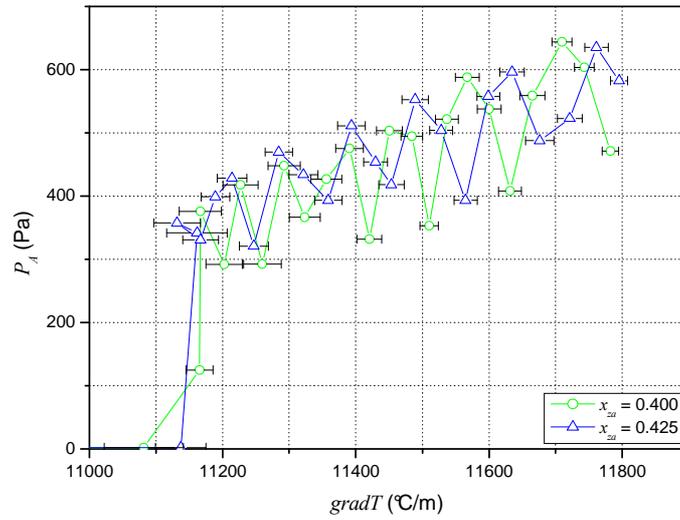
Gráfica 5.1. Magnitud de la oscilación de la presión en el extremo cerrado como función del gradiente de temperatura en la zona activa para distintas posiciones x_{za} de la zona activa. Las líneas que unen los puntos se dibujaron únicamente para facilitar la localización de los mismos.

En la gráfica 5.2 se muestra el comportamiento de la magnitud de la oscilación de la presión P_N medida a 1 ± 0.05 cm de distancia del extremo abierto del resonador como función del gradiente de temperatura de la zona activa para distintas posiciones x_{za} . Estos resultados muestran exactamente el mismo comportamiento que los resultados obtenidos en el extremo cerrado, pero como era de esperarse, P_N es mucho menor que P_A .

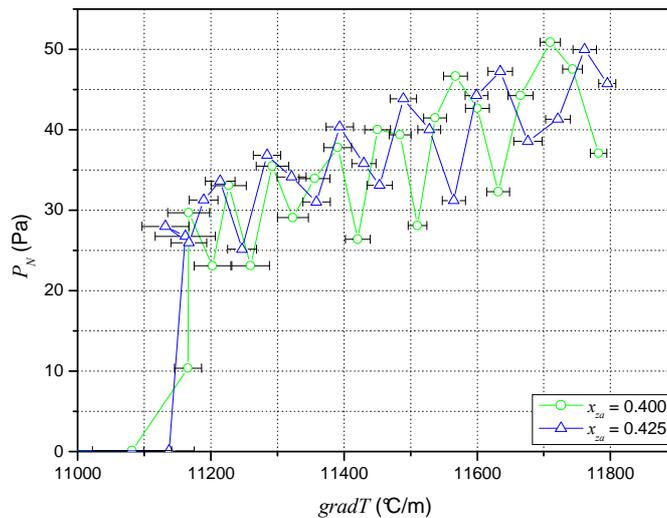


Gráfica 5.2. Magnitud de la oscilación de la presión medida a 1 cm de distancia del extremo abierto del resonador como función del gradiente de temperatura en la zona activa para distintas posiciones x_{za} de la zona activa. Las líneas que unen los puntos se dibujaron únicamente para facilitar la localización de los mismos.

Para determinar la posición x_{za} óptima de la zona activa se buscó una posición en la que se tuviera la mayor magnitud de la oscilación de la presión para un valor del gradiente de temperatura. Esto se logró con las posiciones $x_{za} = 0.400 \pm 0.0125$ y $x_{za} = 0.425 \pm 0.0125$. En la gráfica 5.3 y 5.4 se muestran los resultados de estas dos posiciones.



Gráfica 5.3. Magnitud de la oscilación de la presión en el extremo cerrado como función del gradiente de temperatura en la zona activa con la zona activa en las mejores posiciones x_{za} . Las líneas que unen los puntos se dibujaron únicamente para facilitar la localización de los mismos.



Gráfica 5.4. Magnitud de la oscilación de la presión a 1 cm de distancia del extremo abierto como función del gradiente de temperatura en la zona activa, con la zona activa en las mejores posiciones x_{za} . Las líneas que unen los puntos se dibujaron únicamente para facilitar la localización de los mismos.

Para determinar la posición óptima de la zona activa, además de obtener la mayor magnitud de la oscilación de la presión, también se buscó una posición en la que el valor del gradiente de temperatura mínimo necesario para la generación de la onda acústica fuera el menor. Por lo tanto, $x_{za} = 0.425 \pm 0.0125$ es el valor óptimo de la posición de la zona activa para el MTA eléctrico.

En las gráficas 5.3 y 5.4 se observa con mayor claridad las variaciones de la magnitud de la oscilación de la presión mencionadas con anterioridad.

5.3 Caracterización del MoTASold1

Para la caracterización del MoTASold1, se utilizó una nueva pieza cilíndrica de cerámica para la zona activa, con una longitud $L_s = 30.92 \pm 0.01$ mm, un diámetro externo $D_s = 17.20 \pm 0.01$ mm y poros paralelos de sección transversal cuadrada con un área libre de 1 ± 0.02 mm² y un espesor de pared de 0.3 ± 0.01 mm. Esta pieza se instrumentó con 3 termopares tipo K calibre 30. La punta del termopar 1 se pegó en el centro de la superficie del extremo caliente para medir $T_{h|0}$; la punta del termopar 2 se pegó a una distancia radial de 5.85 ± 0.09 mm (4.5 poros de distancia) con respecto al centro de la superficie del extremo caliente para medir $T_{h|5.85}$; y la punta del termopar 3 se pegó en el centro de la superficie del extremo frío para medir $T_{c|0}$. Con los valores $T_{h|0}$ y $T_{h|5.85}$ se estimó la temperatura media del fluido en la sección caliente del resonador T_h , mientras que con el valor de $T_{c|0}$ se estimó la temperatura media del fluido en la sección fría del resonador T_c . La superficie del extremo caliente de la zona activa también se pintó de color negro con la pintura marca Zynolyte.

La oscilación de la presión p_1 cerca del nodo de presión fue medida por medio de la pastilla del micrófono marca Steren mencionada en la sección 5.1, la cual se colocó a una distancia de 1 ± 0.05 cm de distancia del extremo abierto del resonador. Esta pastilla se conectó al mismo sistema adquisidor de datos usado para medir la oscilación de la presión en los experimentos del MTA eléctrico. Con estas mediciones se obtuvieron el valor de la magnitud de la oscilación de la presión P_N en esa zona y el valor de la frecuencia f de la onda acústica producida.

En todos los experimentos realizados durante la operación del MoTASold1 se colocó la zona activa dentro del resonador en la posición $x_{za} = 0.425 \pm 0.0125$.

5.3.1 Determinación de la distancia L_F óptima

Lo primero que se hizo para lograr una caracterización adecuada del MoTASold1 fue determinar la distancia L_F óptima entre la lente de Fresnel y el extremo caliente de la zona activa (ver figura 5.9).

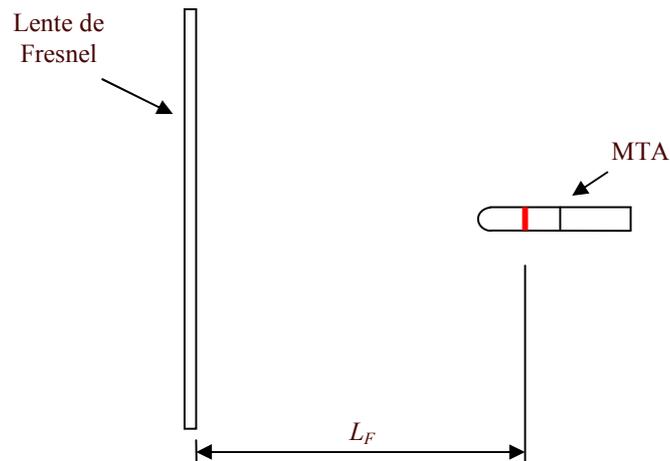


Figura 5.9. Posición de la lente de Fresnel con respecto al extremo caliente de la zona activa del MTA.

Para determinar la distancia L_F óptima, se compararon los valores de P_N obtenidos al colocar la lente de Fresnel en tres posiciones diferentes. Las primeras mediciones se hicieron con la lente de Fresnel a una distancia $L_F = 33.90 \pm 0.05$ cm, la cual corresponde a la distancia focal de la lente. Las siguientes mediciones se hicieron con la lente a una distancia $L_F = 33.50 \pm 0.05$ cm. Mientras que las últimas mediciones se hicieron con la lente a una distancia $L_F = 33.00 \pm 0.05$ cm.

Para cada una de las tres posiciones, se hicieron cien adquisiciones de datos consecutivas de la oscilación de la presión. Para cada adquisición el sistema registró 2500 valores del voltaje medido por el micrófono, con un intervalo de tiempo de 0.2 ms entre cada registro, es decir que la frecuencia de adquisición del micrófono fue de 5 kHz. Los datos medidos en cada adquisición se procesaron de la misma forma que los datos de presión medidos en el MTA eléctrico. La metodología de este procesamiento se describió en la sección 5.1.

En estos experimentos también se midió la temperatura en los extremos de la zona activa y la radiación solar directa G_b . Para registrar estas mediciones, los tres termopares de la zona activa y un pirheliómetro marca Eppley modelo NIP (Normal Incident Pyrheliometer) se conectaron al mismo sistema adquirente de datos usado para medir la temperatura de la zona activa en los experimentos del MTA eléctrico. Este sistema también hizo las mediciones al principio y al final de cada adquisición de datos de la oscilación de la presión. Por lo tanto, para estimar la temperatura en cada punto instrumentado y la radiación solar directa correspondiente, también se hizo el promedio aritmético entre los valores iniciales y finales medidos.

Para garantizar un adecuado seguimiento solar del pirheliómetro, éste se montó sobre un seguidor solar eléctrico marca Eppley modelo TS-1 que permite que el pirheliómetro gire automáticamente dando una vuelta cada 24 horas (ver figura 5.10).



Figura 5.10. Pirheliómetro montado sobre seguidor solar eléctrico.

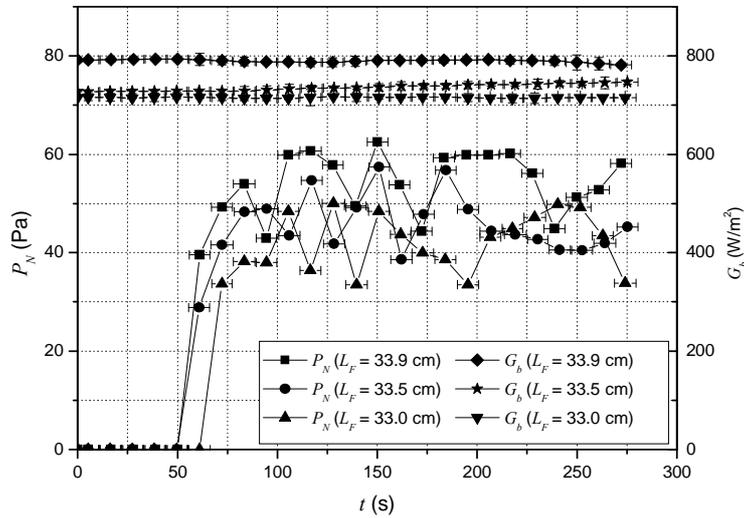
A lo largo de cada experimento, se utilizaron unos *goggles* marca SIISA con un filtro para soldador marca Schott modelo AthermalTM 6 Al que permitieron visualizar el *spot* de la radiación solar concentrada sobre el extremo caliente de la zona activa. El *spot* se enfocó de forma manual intentando mantenerlo centrado sobre la superficie del extremo caliente en todo momento.

Con el objeto de lograr mediciones desde temperatura ambiente, la adquisición de los datos se comenzó antes de alinear la lente de Fresnel hacia el sol.

Al término de cada experimento se tapó la lente de Fresnel con una franela y se dejó enfriar la zona activa hasta alcanzar la temperatura ambiente. Luego se modificó la distancia L_F entre la lente de Fresnel y el extremo caliente y se repitió el experimento.

En la gráfica 5.5 se muestra el comportamiento de la magnitud de la oscilación de la presión P_N como función del tiempo y el comportamiento de la radiación solar directa G_b como función del tiempo para tres distancias L_F de la lente de Fresnel. En esta gráfica únicamente se muestran los datos de las veinticinco primeras adquisiciones. En ella se observa que, una vez generada la onda, los valores de P_N varían alrededor de un valor promedio constante a lo largo del tiempo (variaciones máximas de 21.1 %), mientras que la radiación solar directa G_b permanece prácticamente constante (variaciones menores a 2.4 %), por lo tanto la variación que se observa en el comportamiento de P_N no se debe a las variaciones de este parámetro. Uno de los factores que pudo influir en la variación de P_N fue la dificultad de mantener el *spot* de la radiación solar concentrada centrado exactamente sobre el extremo caliente de la zona activa. En la gráfica 5.5 también se observa que durante cada experimento, la radiación solar directa se mantuvo prácticamente constante, pero para cada uno de los experimentos este valor fue diferente,

para $L_F = 33.9 \pm 0.05$ cm el valor promedio fue $G_b = 788 \pm 6$ W/m², para $L_F = 33.5 \pm 0.05$ cm fue $G_b = 746 \pm 9$ W/m² y para $L_F = 33.0 \pm 0.05$ cm fue $G_b = 705 \pm 17$ W/m².



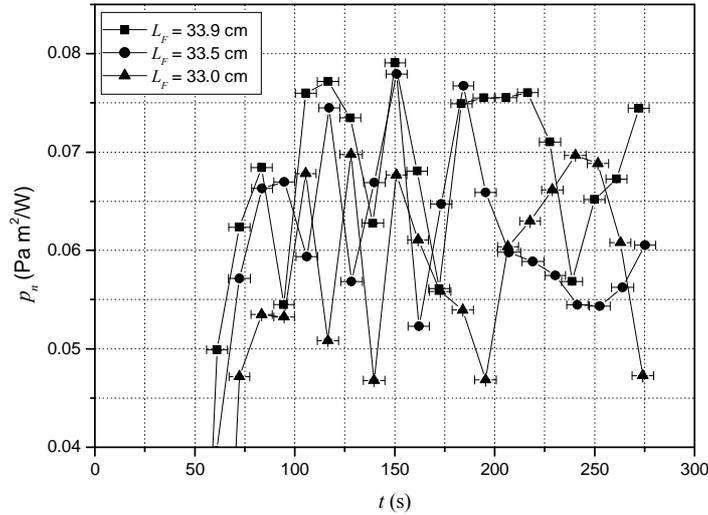
Gráfica 5.5. Magnitud de la oscilación de la presión a 1 cm de distancia del extremo abierto del resonador y radiación solar directa como funciones del tiempo para distintas distancias L_F de la lente de Fresnel (25 primeras adquisiciones de datos). Las líneas que unen los puntos se dibujaron únicamente para facilitar la localización de los mismos.

Como P_N depende del gradiente de temperatura de la zona activa y éste a su vez depende de la radiación solar directa G_b , fue imposible determinar el valor óptimo de la distancia L_F a partir de los valores de P_N que se observan en la gráfica 5.5. Para determinar la distancia L_F óptima se definió una nueva variable.

$$p_n = \frac{P_N}{G_b} \quad (5.3)$$

Al comparar los valores de p_n de cada experimento se determinó la distancia L_F óptima del MoTASolid1.

En la gráfica 5.6 se muestra el comportamiento de p_n como función del tiempo para distintas distancias L_F de la lente de Fresnel. En esta gráfica únicamente se muestran los datos de las veinticinco primeras adquisiciones. La incertidumbre de los datos en el eje y es menor a 1.2 % en todos los casos, que resulta menor al tamaño de los símbolos. En esta gráfica se observa que la mayoría del tiempo, p_n es mayor para la distancia $L_F = 33.90 \pm 0.05$ cm, por lo tanto este valor podría ser considerada como el óptimo.



Gráfica 5.6. Cociente entre la magnitud de la oscilación de la presión medida a 1 cm de distancia del extremo abierto del resonador y la radiación solar directa como función del tiempo para distintas distancias L_F de la lente de Fresnel (25 primeras adquisiciones de datos). Las líneas que unen los puntos se dibujaron únicamente para facilitar la localización de los mismos.

Para tener una mayor certidumbre en el valor de la distancia óptima L_F , se compararon los valores promedio p_n para cada distancia. Estos resultados se muestran en la tabla 5.1.

L_F (cm)	Promedio de p_n ($\text{Pa m}^2/\text{W}$).
33.00 ± 0.05	0.051 ± 0.010
33.50 ± 0.05	0.060 ± 0.008
33.90 ± 0.05	0.063 ± 0.008

Tabla 5.1. Comparación entre los valores promedio del cociente entre la magnitud de la oscilación de la presión y la radiación solar directa.

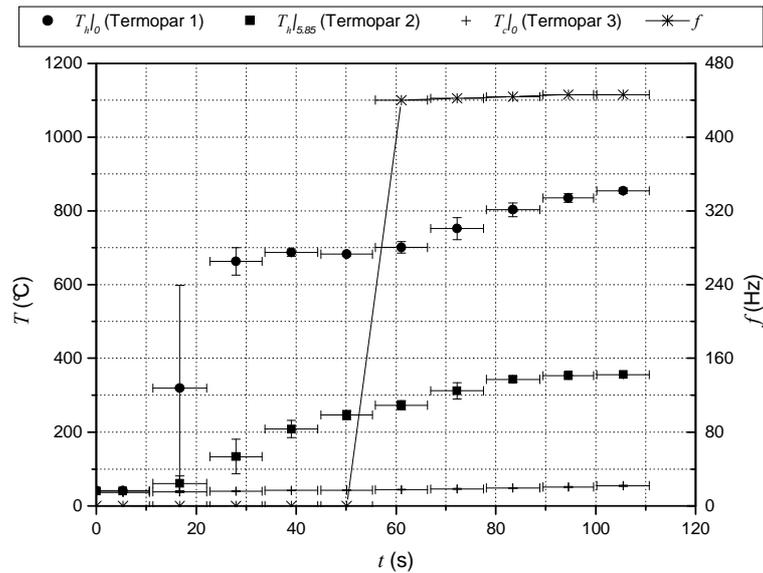
A partir de la gráfica 5.6 y de la tabla 5.1, se concluyó que la distancia óptima entre la lente de Fresnel y el extremo caliente coincide con la distancia focal de la lente de Fresnel ($L_F = 33.90 \pm 0.05$ cm).

5.3.2 Mediciones usando la distancia L_F óptima

Las gráficas 5.7 – 5.9 muestran los resultados obtenidos utilizando la distancia L_F óptima.

En la gráfica 5.7 se muestra el comportamiento de las temperaturas $T_h|_{5.85}$, $T_h|_0$ y $T_c|_0$ medidas por cada uno de los termopares de la zona activa como función del tiempo y el comportamiento de la frecuencia f de la onda acústica producida como función del tiempo. En esta gráfica únicamente se muestran los datos de las diez primeras adquisiciones. En ella se observa que el aumento en la temperatura del extremo caliente

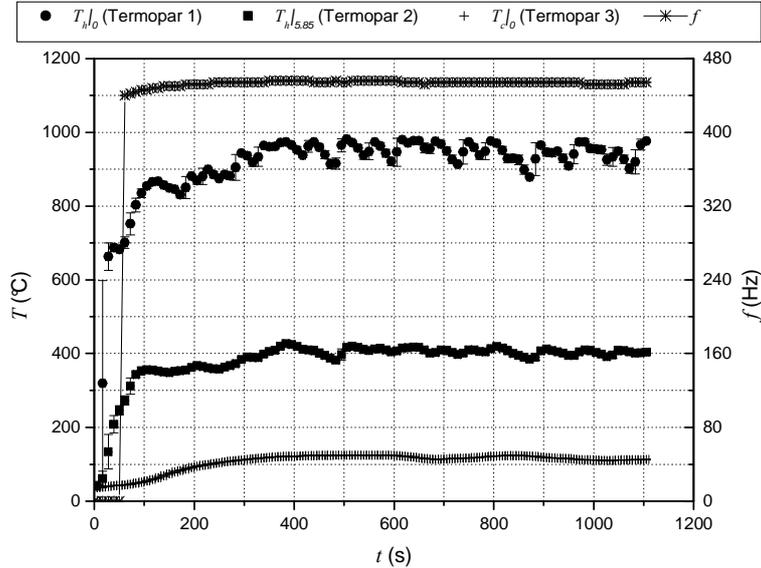
de la zona activa comenzó aproximadamente 10 s después de haber iniciado la adquisición de datos, por lo tanto se puede decir que fue en ese momento que se enfocó la radiación solar concentrada por la lente de Fresnel sobre el extremo caliente. Además, se observa que una vez que se comenzó el calentamiento del extremo caliente, transcurrieron aproximadamente 45 s antes de que la onda acústica se generara.



Gráfica 5.7. Temperatura medida por cada uno de los termopares de la zona activa como función del tiempo (10 primeras adquisiciones de datos). Las líneas que unen los puntos se dibujaron únicamente para facilitar la localización de los mismos.

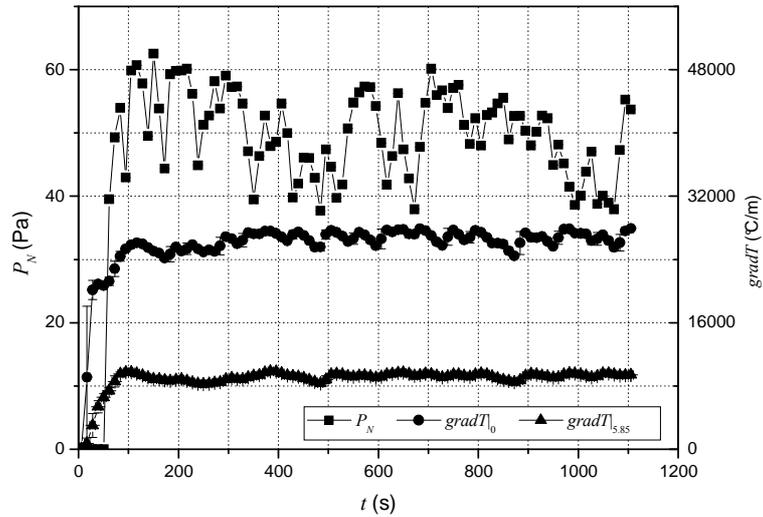
La gráfica 5.8 es similar a la gráfica 5.7 pero en ésta se presentan los resultados de las cien adquisiciones realizadas. En la gráfica 5.8 se observa que una vez que comenzó el calentamiento del extremo caliente de la zona activa, la temperatura $T_{h|_0}$ medida en su centro aumentó súbitamente, mientras que la temperatura $T_{h|_{5.85}}$ medida a 5.85 ± 0.09 mm de distancia de su centro aumentó más lentamente. También se observa que después de aproximadamente 350 s de operar el MoTASold1, las temperaturas de los extremos de la zona activa se mantuvieron con pequeñas variaciones alrededor de un valor constante, por lo que se consideró que a partir de ese instante, el MoTASold1 operó en un estado cuasiestacionario. En este estado, $T_{h|_0}$ alcanzó un valor promedio de 949 ± 23 °C mientras que el valor promedio de $T_{h|_{5.85}}$ sólo llegó a 406 ± 9 °C. La diferencia entre $T_{h|_0}$ y $T_{h|_{5.85}}$ se debe a dos factores, uno es que la lente de Fresnel concentra una mayor cantidad de calor sobre la zona central del extremo caliente y el otro es la disipación de calor hacia el tubo resonador, esto provoca que la temperatura de la zona central sea mayor a la temperatura de la periferia. Además, también se observa un aumento muy lento en la temperatura $T_{c|_0}$ medida en el centro del extremo frío de la zona activa, la cual alcanza un valor cuasiestacionario de 119 ± 5 °C. Esto se debe a que este extremo no cuenta con un intercambiador de calor que permita mantener la temperatura constante y por lo tanto parte del calor que absorbe el extremo caliente se conduce por las paredes de la zona activa hacia el extremo frío provocando un aumento en su temperatura. En esta gráfica,

también se observa que una vez generada la onda acústica, su frecuencia aumenta ligeramente hasta alcanzar el estado cuasiestacionario, en el cual su valor promedio es de 454 ± 1 Hz. El aumento en el valor de la frecuencia se debe a que ésta depende de la temperatura del fluido, la cual va aumentando a lo largo del experimento.



Gráfica 5.8. Temperatura medida por cada uno de los termopares de la zona activa como función del tiempo. Las líneas que unen los puntos se dibujaron únicamente para facilitar la localización de los mismos.

En la gráfica 5.9 se muestra el comportamiento de la magnitud de la oscilación de la presión P_N y de los gradientes de temperatura, en el centro y en la periferia de la zona activa, como función del tiempo. Para calcular el gradiente de temperatura en el centro de la zona activa se utilizaron las mediciones de los termopares 1 y 3, mientras que para el gradiente de temperatura de la periferia se usaron las mediciones de los termopares 2 y 3. En esta gráfica se observan variaciones tanto en el comportamiento de P_N como en el de los gradientes de temperatura. Las variaciones de los gradientes de temperatura se pudieran deber a la dificultad de mantener el *spot* de la radiación solar concentrada centrado exactamente sobre el extremo caliente de la zona activa. Entonces, sería de esperar que las variaciones de los gradientes de temperatura provocaran las variaciones de P_N , sin embargo, no se encontró una clara correlación entre las variaciones de P_N y las de los gradientes de temperatura. En el estado cuasiestacionario, la magnitud de la presión P_N alcanza un valor promedio de 49 ± 6 Pa. Este valor corresponde a 128 ± 1 dB, sobrepasando el umbral del dolor (120 dB).



Gráfica 5.9. Magnitud de la perturbación de la presión medida a 1 cm de distancia del extremo abierto del resonador y gradiente de temperatura de la zona activa como función del tiempo. Las líneas que unen los puntos se dibujaron únicamente para facilitar la localización de los mismos.

5.3.3 Temperatura en los extremos de la zona activa

Para determinar la temperatura promedio T_c del extremo frío de la zona activa, se consideró que la distribución de temperatura sobre dicho extremo era constante, por lo tanto el valor de la temperatura promedio T_c del extremo frío de la zona activa se puede calcular a partir de la siguiente expresión.

$$T_c = T_c|_0 \quad (5.4)$$

Por otro lado, para calcular la temperatura promedio T_h del extremo caliente de la zona activa, primero se tuvo que estimar la distribución de la temperatura sobre dicho extremo. Para ello, éste se instrumentó con nueve termopares tipo K calibre 30. La punta del termopar 1 se pegó en el centro de la superficie, mientras que el resto de los termopares se pegaron sobre una línea central con una separación de 1.3 ± 0.02 mm (1 poro) entre cada termopar (ver figura 5.11). Una vez instrumentada, la zona activa se introdujo en el interior del tubo resonador del MoTASolid1 y luego se hicieron veinte adquisiciones de datos consecutivas usando la misma metodología que se utilizó en la adquisición de los datos anteriores. Cabe señalar que la obstrucción de los poros debida a la presencia de nueve termopares impidió la generación de la onda acústica en condiciones de operación, en las cuales con 2 termopares sí se hubiera generado.

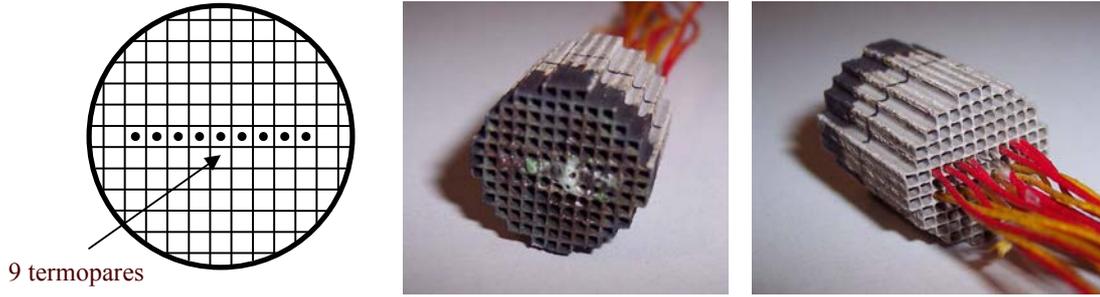
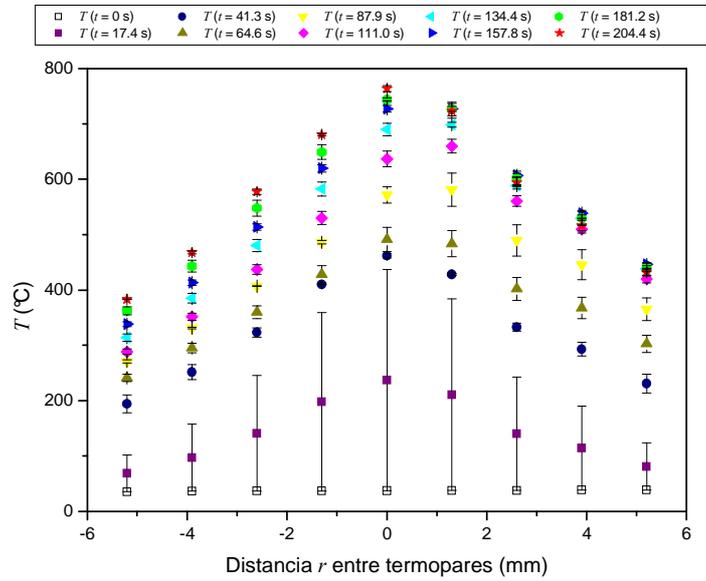


Figura 5.11. Instrumentación de la pieza utilizada para determinar la distribución de temperatura en el extremo caliente de la zona activa.

En la gráfica 5.10 se muestra el comportamiento de la distribución de la temperatura en el extremo caliente para algunos tiempos representativos.



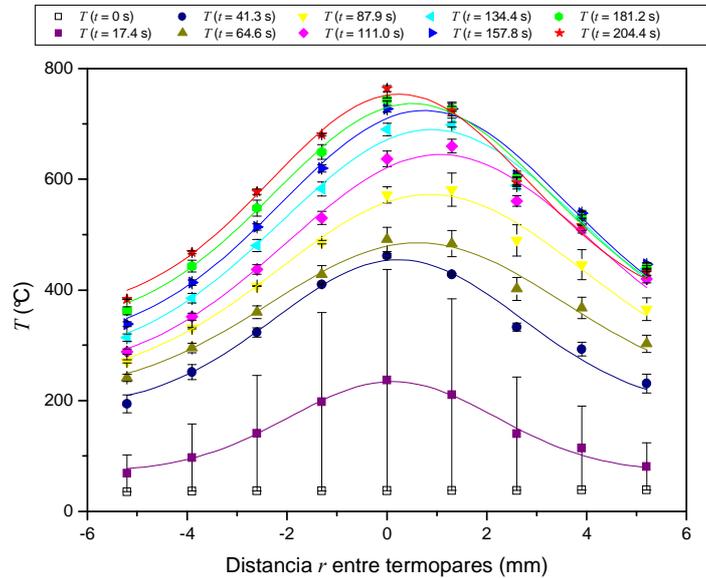
Gráfica 5.10. Distribución de la temperatura en el extremo caliente de la zona activa.

A cada una de las distribuciones se le ajustó una curva de distribución normal o Gaussiana de la forma:

$$T(r) = T_0 + T_1 \exp\left(-\frac{(r - r_0)^2}{2\sigma_T^2}\right) \tag{5.5}$$

En esta ecuación T_0 es el valor mínimo de la distribución (valor base), T_1 es la amplitud, σ_T es la desviación estándar y r_0 es la media, en este caso es la distancia radial entre el lugar donde se presenta el máximo de temperatura y el centro del extremo caliente, debido a la dificultad de centrar el *spot*.

En la gráfica 5.11 se muestran los mismos datos de la gráfica 5.10 con sus respectivas curvas ajustadas. En la gráfica 5.11 se observa que las curvas de distribución Gaussiana se ajustan bien a los datos de la distribución de la temperatura del extremo caliente.



Gráfica 5.11. Distribución de la temperatura en el extremo caliente de la zona activa ajustada a una distribución Gaussiana.

A partir de las ecuaciones de las curvas ajustadas a los datos de cada una de las distribuciones de temperatura, se construyó la gráfica 5.12. En esta gráfica se muestra el comportamiento del valor mínimo T_0 , de la amplitud T_I , de la desviación estándar σ_T y de la media r_0 de la distribución de la temperatura del extremo caliente de la zona activa como función del tiempo. En esta gráfica se incluye la radiación solar directa G_b , la cual permaneció prácticamente constante durante todo el experimento en un valor de $705 \pm 3 \text{ W/m}^2$ (variaciones del 0.4 %), por lo tanto la variación que se observa en el comportamiento de las demás variables no se debe a las variaciones de este parámetro.

En la gráfica 5.12 también se observa que durante el experimento, el valor de r_0 siempre fue mayor que cero. Esto indica que además de que no se logró mantener centrado el *spot* de la radiación solar concentrada sobre el extremo caliente de la zona activa, la posición del *spot* mantuvo una tendencia a permanecer descentrado hacia un mismo lado. También se observa que la distribución de temperatura tiene un comportamiento transitorio y que después de aproximadamente 200 s, alcanza un estado cuasiestacionario. Para su análisis, el estado transitorio se dividió en cinco intervalos de tiempo.

En el primer intervalo de tiempo que va de 0 a 12 s aproximadamente, todavía no se había enfocado el *spot* de la radiación solar concentrada por la lente de Fresnel sobre el extremo caliente de la zona activa, por lo tanto la temperatura de este extremo permaneció a temperatura ambiente.

En el segundo intervalo de tiempo que va de 12 a 30 s aproximadamente, se observa que T_I aumentó más rápido que T_0 . El aumento de T_0 se debe a que toda la superficie del extremo caliente de la zona activa se calentó por la presencia del *spot*, mientras que el aumento más rápido de T_I se debe a que el calor suministrado al extremo caliente de la zona activa proviene de la radiación solar concentrada por la lente de Fresnel, la cual produce un *spot* con una distribución de calor típicamente Gaussiana (Sierra & Vázquez 2006) y por lo tanto la cantidad de calor en el centro del *spot* es mayor a la cantidad de calor en cualquier punto de su periferia. En este intervalo de tiempo, σ_T aumentó ya que la temperatura de los puntos del extremo caliente de la zona activa cercanos al centro del *spot* aumenta más rápido que la de los puntos más alejados. Esto se debe a la forma Gaussiana de la distribución de calor del *spot* y a la conducción de calor que se establece entre el centro del extremo caliente de la zona activa y su periferia.

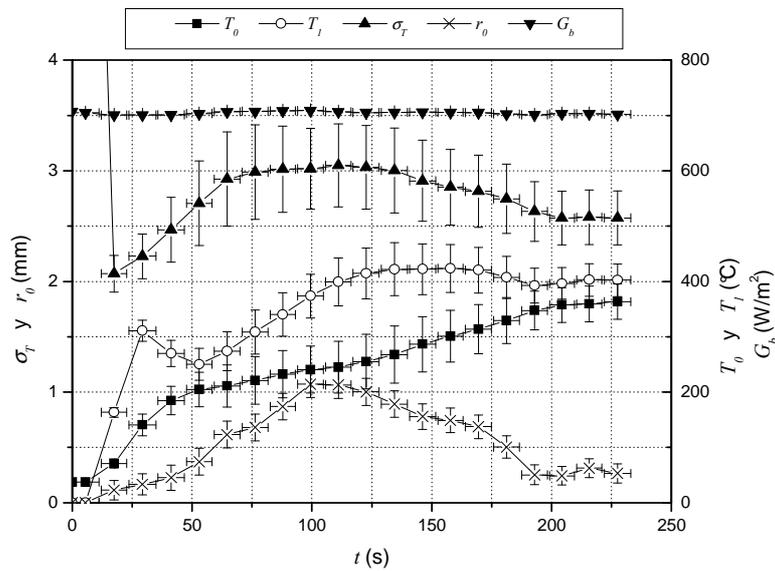
En el tercer intervalo de tiempo que va de 30 a 55 s aproximadamente, se observa que T_0 siguió aumentando prácticamente al mismo ritmo que en el intervalo anterior, pero T_I disminuyó. El aumento de T_0 se debe a que toda la superficie del extremo caliente de la zona activa se siguió calentando por la presencia del *spot*, pero T_I disminuyó porque la zona central del extremo caliente tiende a alcanzar el estado cuasiestacionario más rápido que la periferia y por lo tanto, mientras la temperatura de la periferia aumenta rápidamente, la temperatura de la zona central lo hace lentamente, provocando una reducción en la altura de la distribución de temperatura. La zona central del extremo caliente alcanza el estado cuasiestacionario más rápido debido a la baja conductividad térmica del material de la zona activa y a su geometría (poros paralelos y paredes delgadas). En este intervalo de tiempo, σ_T siguió aumentando prácticamente al mismo ritmo que en el intervalo anterior. Esto se debe a que, durante este periodo de tiempo, los puntos del extremo caliente de la zona activa cercanos al centro del *spot* siguieron disipando calor hacia los puntos en la periferia.

En el cuarto intervalo de tiempo que va de 55 a 130 s aproximadamente, se observa que T_0 siguió aumentando pero a un ritmo más lento que en el intervalo anterior y T_I aumentó más rápido que T_0 . El aumento de T_0 se debe a que toda la superficie del extremo caliente de la zona activa se siguió calentando por la presencia del *spot*, pero fue más lento debido a la proximidad con el estado cuasiestacionario, por lo tanto, la temperatura de la periferia del extremo caliente de la zona activa aumentó lentamente. Sin embargo, la temperatura de la zona central aumentó más rápido debido a la distribución de calor del *spot*, provocando que T_I aumentara. En este intervalo de tiempo, σ_T siguió aumentando prácticamente al mismo ritmo que en el intervalo anterior hasta alcanzar un valor prácticamente constante en el que se mantuvo hasta el final de este intervalo de tiempo.

En el quinto intervalo de tiempo que va de 130 a 200 s aproximadamente, se observa que T_0 siguió aumentando prácticamente al mismo ritmo que en el intervalo anterior y T_I permaneció prácticamente constante hasta el final de este intervalo de tiempo. El aumento de T_0 se debe a que toda la superficie del extremo caliente de la zona activa se siguió calentando por la presencia del *spot*. Debido a la proximidad con el estado cuasiestacionario, la temperatura de la periferia del extremo caliente y la temperatura de

la zona central de la zona activa aumentaron al mismo ritmo, provocando que T_1 permaneciera prácticamente constante. En este intervalo de tiempo, σ_T disminuyó hasta alcanzar un valor de 2.575 ± 0.004 mm correspondiente al estado cuasiestacionario. Esto se debe a que la temperatura de la periferia del extremo caliente se estabiliza antes que la temperatura de la zona central y por lo tanto la forma de la distribución de la temperatura se hace más estrecha.

Cabe mencionar que no se observa una correlación apreciable entre las variables T_0 , T_1 , σ_T con las variaciones de r_0 debidas al enfoque manual.



Gráfica 5.12. Radiación solar directa G_b , valor mínimo T_0 , amplitud T_1 y desviación estándar σ_T de la distribución de temperatura como función del tiempo. Las líneas que unen los puntos se dibujaron únicamente para facilitar la localización de los mismos.

Para calcular la temperatura promedio T_h del extremo caliente de la zona activa del MoTASolid1, se consideró que la distribución de temperatura que se presenta durante su operación tiene simetría angular, por lo tanto:

$$T_h = \frac{1}{A_s} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_s} T(r) r dr d\theta \quad (5.6)$$

En esta ecuación A_s es el área de la sección transversal del extremo caliente, R_s es el radio del extremo caliente y $T(r)$ es la distribución de la temperatura, la cual se consideró que presenta el mismo comportamiento que el de la distribución de temperatura de la pieza instrumentada con nueve termopares. Por lo tanto, al sustituir la ecuación (5.5) en la ecuación (5.6) se obtiene la ecuación de la temperatura promedio del extremo caliente:

$$T_h = T_0 + 2T_1 \frac{\sigma_T^2}{R_s^2} \left(1 - \exp\left(-\frac{R_s^2}{2\sigma_T^2}\right) \right) \quad (5.7)$$

Para poder utilizar esta ecuación es necesario conocer los parámetros T_0 , T_1 y σ_T de la distribución de temperatura. Los parámetros T_0 y T_1 se pueden calcular asumiendo una distribución perfectamente centrada en el termopar 1 ($r_0 = 0$) y sustituyendo las mediciones de los termopares 1 y 2 ($T_{h|0}$ y $T_{h|5.85}$) en la ecuación (5.5). Haciendo esto se obtienen las siguientes ecuaciones.

$$T_0 = T_{h|5.85} - T_1 \exp\left(-\frac{5.85^2}{2\sigma_T^2}\right) \quad (5.8)$$

$$T_1 = T_{h|0} - T_0 \quad (5.9)$$

Resolviendo el sistema formado por las ecuaciones (5.8) y (5.9) se obtienen las siguientes ecuaciones.

$$T_0 = \frac{T_{h|5.85} - T_{h|0} \exp\left(-\frac{5.85^2}{2\sigma_T^2}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{5.85^2}{2\sigma_T^2}\right)} \quad (5.10)$$

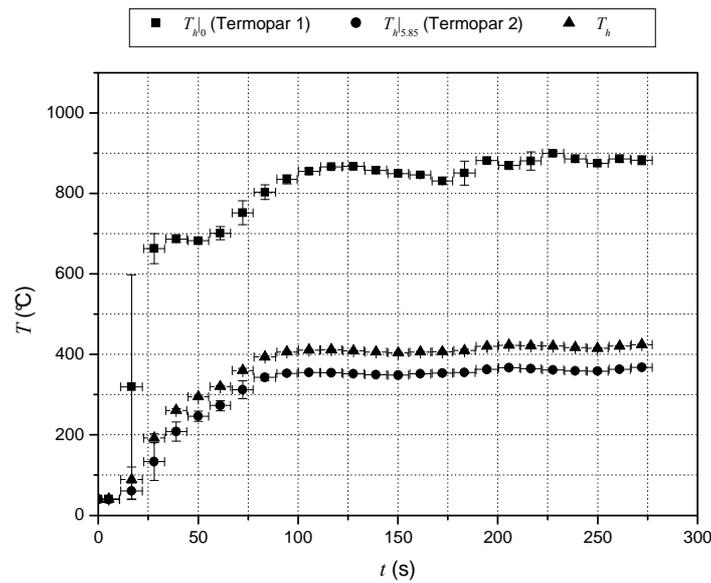
$$T_1 = \frac{T_{h|0} - T_{h|5.85}}{1 - \exp\left(-\frac{5.85^2}{2\sigma_T^2}\right)} \quad (5.11)$$

Sustituyendo las ecuaciones (5.10) y (5.11) en la ecuación (5.7) se obtuvo la ecuación de la temperatura promedio del extremo caliente de la zona activa como función de las mediciones de los termopares 1 y 2 ($T_{h|0}$ y $T_{h|5.85}$).

$$T_h = \frac{T_{h|0} \left(2 \frac{\sigma_T^2}{R_s^2} \left(1 - \exp\left(-\frac{R_s^2}{2\sigma_T^2}\right) \right) - \exp\left(-\frac{5.85^2}{2\sigma_T^2}\right) \right) + T_{h|5.85} \left(1 - 2 \frac{\sigma_T^2}{R_s^2} \left(1 - \exp\left(-\frac{R_s^2}{2\sigma_T^2}\right) \right) \right)}{1 - \exp\left(-\frac{5.85^2}{2\sigma_T^2}\right)} \quad (5.12)$$

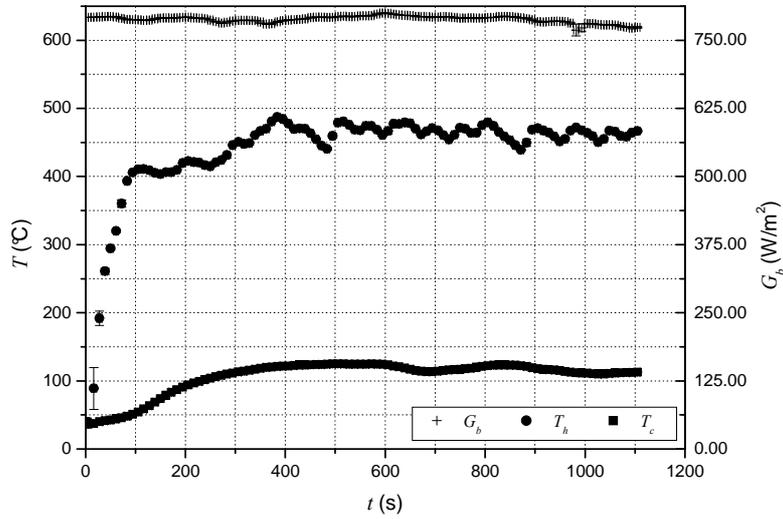
Considerando que durante la operación del MoTASold1, la distribución de la temperatura del extremo caliente presenta el mismo tipo de distribución que la de la pieza instrumentada con nueve termopares, para el valor de la desviación estándar σ_T se decidió utilizar el valor promedio de los datos que se observan en la gráfica 5.12, esto es $\sigma_T = 2.8 \pm 0.3$ mm. Este valor es igual al del estado cuasiestacionario dentro de la incertidumbre experimental. El valor utilizado para R_s es de 8.6 ± 0.005 mm. Usando estos valores fue posible calcular la temperatura promedio del extremo caliente de la zona activa para cada medición de la temperatura.

En la gráfica 5.13 se muestra el comportamiento de la temperatura promedio calculada T_h y el comportamiento de la temperatura registrada por los termopares 1 y 2 ($T_{h|0}$ y $T_{h|5.85}$) como función del tiempo. En esta gráfica únicamente se muestran los datos de las veinticinco primeras adquisiciones. En ella se observa que el valor de T_h está más cerca al valor de $T_{h|5.85}$ que al de $T_{h|0}$. Esto se debe a que en una distribución de temperatura con simetría angular, el peso en el promedio de un valor alejado del centro es mayor que el peso del valor en el centro.



Gráfica 5.13. Temperatura medida por los dos termopares del extremo caliente de la zona activa y su valor promedio como función del tiempo (25 primeras adquisiciones de datos).

En la gráfica 5.14 se muestra el comportamiento de la temperatura T_c del extremo frío de la zona activa como función del tiempo, el comportamiento de la temperatura promedio T_h del extremo caliente de la zona activa como función del tiempo y el comportamiento de la radiación solar directa G_b como función del tiempo. En esta gráfica se observa que después de 350 s, T_h varía alrededor de un valor constante, mientras que G_b permanece prácticamente constante. Esta variación se puede deber a que el sistema de seguimiento solar del MoTASoID1 opera de forma manual y por lo tanto la radiación solar concentrada no siempre se pudo centrar sobre el extremo caliente. Esto pudo provocar que en algunos momentos el extremo caliente recibiera una mayor cantidad de radiación solar concentrada que en otros. En esta gráfica también se observa que después de aproximadamente 350 s, T_c alcanza el estado cuasiestacionario. Esto se debe a que la zona activa se encuentra en contacto con el tubo de vidrio Pyrex, el cual disipa calor hacia el medio ambiente. Por lo tanto el MoTASoID1 se podría operar mientras se mantuvieran las condiciones de radiación solar que se muestran en la gráfica 5.14 y se continuara con el seguimiento solar. En el estado cuasiestacionario, el valor promedio de T_h fue de 466 ± 10 $^{\circ}\text{C}$, mientras que el valor promedio de T_c fue de 119 ± 5 $^{\circ}\text{C}$.



Gráfica 5.14. Temperatura del extremo frío de la zona activa, temperatura promedio del extremo caliente de la zona activa y radiación solar directa como función del tiempo.

La frecuencia de resonancia de un tubo resonador cerrado en uno de sus extremos y abierto en el otro puede calcularse a partir de la siguiente expresión (Kinsler, 1982).

$$f = \frac{c}{4L_{ef}} \quad (5.13)$$

En esta ecuación c es la velocidad del sonido en el fluido de trabajo y L_{ef} es la longitud efectiva del resonador. En el caso de resonadores con una terminación recta (sin pestaña) en el extremos abierto, como el del MoTASold1, L_{ef} se puede determinar utilizando la siguiente expresión (Kinsler, 1982).

$$L_{ef} = L_{res} + 0.6R_{res} \quad (5.14)$$

El valor de L_{ef} en el MoTASold1 es de 20.52 ± 0.05 cm (2.6 % mayor que L_{res}).

Al utilizar aire como fluido de trabajo y considerando que éste se comporta como un gas ideal, la velocidad del sonido c puede calcularse a través de la siguiente expresión.

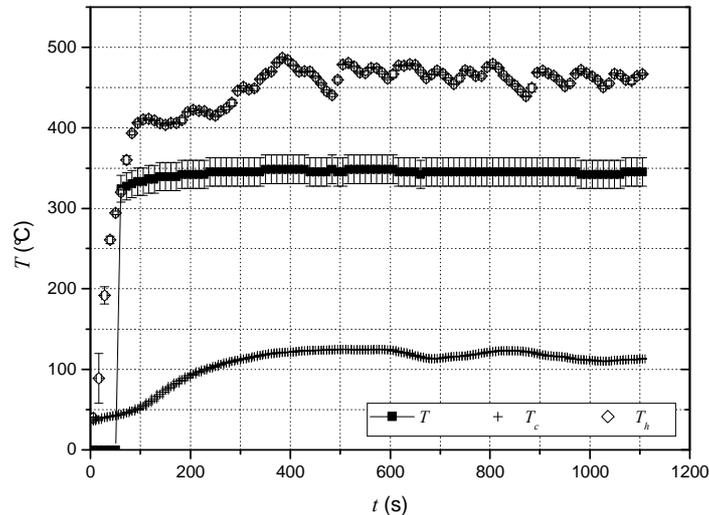
$$c = \sqrt{\gamma RT} \quad (5.15)$$

En esta ecuación γ es la relación entre los calores específicos del aire y su valor es de 1.4, R es la constante particular del aire y su valor es de 287.1 J/kg/K y T es la temperatura del aire.

Al sustituir las ecuaciones (5.14) y (5.15) en la ecuación (5.13) se obtuvo la expresión para calcular la temperatura del aire en el tubo resonador.

$$T = \frac{16(L_{res} + 0.6R_{res})^2}{\gamma R} f^2 \quad (5.16)$$

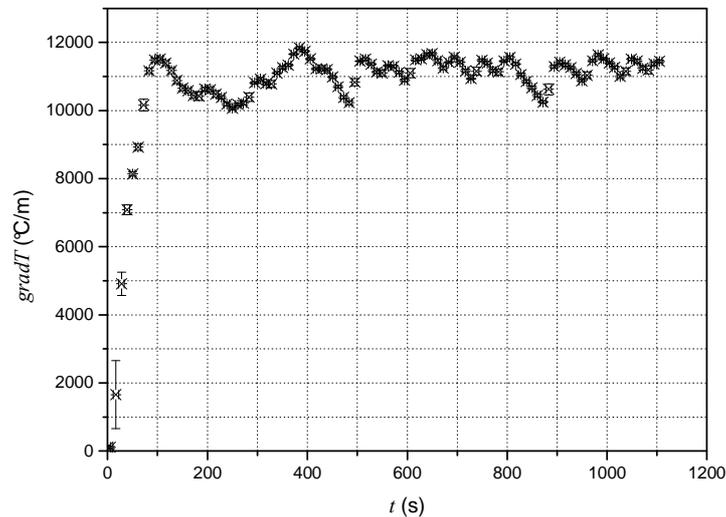
En la gráfica 5.15 se muestra el comportamiento de la temperatura T calculada a partir de la ecuación (5.16) como función del tiempo y el comportamiento de las temperaturas promedio T_c y T_h de los extremos de la zona activa como función del tiempo. En esta gráfica se observa que para que un tubo resonador, con uno de sus extremos cerrado y el otro abierto, tenga la misma frecuencia de resonancia que el resonador del MoTASolid1, la temperatura del aire en su interior debe ser mayor que T_c pero menor que T_h , lo cual era de esperarse. También se observa que los valores de T son más cercanos a los de T_h , alcanzando un valor promedio de $346 \pm 2 \text{ }^\circ\text{C}$ en el estado cuasiestacionario.



Gráfica 5.15. Temperatura calculada a partir de la frecuencia de resonancia del resonador y temperaturas promedio de los extremos de la zona activa como función del tiempo. Las líneas que unen los puntos se dibujaron únicamente para facilitar la localización de los mismos.

En la gráfica 5.16 se muestra el comportamiento del gradiente de temperatura promedio como función del tiempo. En esta gráfica se observa que en un principio el gradiente de temperatura promedio aumenta rápidamente, luego disminuye un poco y después vuelve a aumentar hasta alcanzar el estado cuasiestacionario. El aumento inicial se debe al calentamiento súbito del extremo caliente. Este calentamiento provoca una diferencia de temperatura entre los extremos de la zona activa, por lo tanto se produce una transferencia de calor del extremo caliente hacia el frío, haciendo que la temperatura de este extremo aumente. Después del aumento inicial de la temperatura del extremo caliente, el gradiente de temperatura disminuye ya que la temperatura del extremo caliente sigue aumentando pero a un ritmo menor a la del extremo frío. Esto se debe a la baja conductividad térmica del material de la zona activa, la cual permite que el extremo

frío tenga tiempo de disipar suficiente calor hacia las paredes del resonador y de esta forma su temperatura permanezca constante y por lo tanto el gradiente de temperatura alcance el estado cuasiestacionario, en el cual su valor promedio es de 11222 ± 339 °C/m.



Gráfica 5.16. Gradiente de temperatura promedio de la zona activa como función del tiempo.

5.3.4 Caracterización de la lente de Fresnel

Debido a que resulta técnicamente imposible medir el flujo de calor Q_s suministrado por la lente de Fresnel sobre el extremo caliente de la zona activa durante la operación del MoTASold1, fue necesario caracterizar la lente de Fresnel para estimar esta cantidad.

Para ello se desmontó el MTA de la montura del MoTASold1 y en su lugar se colocó un calorímetro tipo Gardon con un diámetro externo de 25.4 ± 0.01 mm y un sensor recubierto con grafito coloidal. Este tipo de instrumentos sobreestiman la medición de la radiación solar concentrada en más del 10 %, por lo tanto se utilizó una corrección para obtener mediciones adecuadas (Ballestrín *et al.*, 2003). Este instrumento se muestra en la figura 5.12.

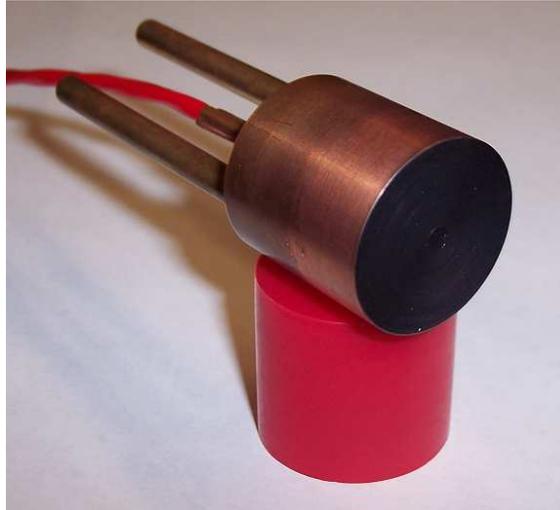


Figura 5.12. Calorímetro tipo Gardon.

Se realizaron tres experimentos variando el valor de la distancia entre la lente de Fresnel y la superficie de recepción del calorímetro, usando los mismos valores para la determinación de la distancia óptima L_F . (33.90, 33.50 y 33.00 ± 0.05 cm).

Una vez ajustada la distancia L_F , se utilizó la misma metodología empleada durante la operación del MoTASOLD1 para enfocar el *spot* generado por la lente de Fresnel sobre la superficie de recepción del calorímetro y realizar el seguimiento solar.

Para medir la radiación solar directa G_b y determinar la radiación solar concentrada G_{spot} en el *spot*, se conectaron el pirheliómetro utilizado anteriormente y el calorímetro al mismo sistema adquisidor de datos usado para medir la temperatura de la zona activa en los experimentos del MTA eléctrico.

En cada experimento, el sistema de adquisición de datos midió veinte veces la radiación solar directa G_b y la radiación solar concentrada G_{sensor} sobre el sensor del calorímetro con una frecuencia de adquisición de 0.1 Hz.

Este calorímetro registra únicamente el flujo de calor G_{sensor} que recibe un sensor circular de área A_{sensor} incrustado en el centro del cuerpo del instrumento, y como en todas las mediciones realizadas, el área del *spot* A_{spot} fue más grande que el área del sensor, la lectura del calorímetro no correspondía a la totalidad de la radiación solar concentrada G_{spot} en todo el *spot*. En la figura 5.13 se muestra una fotografía del calorímetro donde se observa el círculo central correspondiente al sensor.

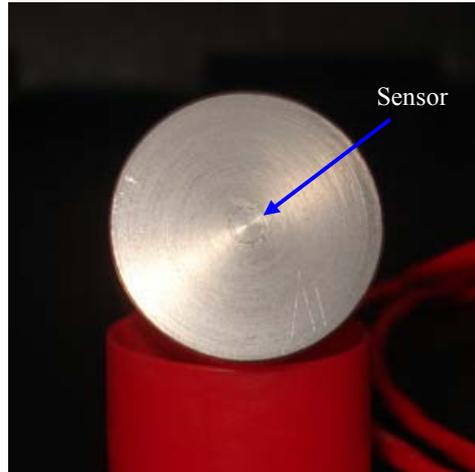


Figura 5.13. Calorímetro tipo Gardon, el sensor ocupa la parte central indicada con la flecha.

Para calcular la radiación solar total concentrada G_{spot} en el *spot*, se consideró que la distribución de la radiación solar concentrada sobre el calorímetro también obedecía a una distribución del tipo normal o Gaussiana (Sierra & Vázquez 2006). Por lo tanto, la ecuación que describe el comportamiento de la radiación solar concentrada es la siguiente.

$$G(r) = G_0 + G_1 \exp\left(-\frac{(r-r_0)^2}{2\sigma_G^2}\right) \quad (5.16)$$

En esta ecuación G_0 es el valor mínimo de la distribución (valor base), G_1 es la amplitud, r_0 es la media y σ_G es la desviación estándar.

Por lo tanto, la cantidad de calor que registra el calorímetro por medio del área de su sensor es:

$$G_{sensor} = \frac{1}{A_{sensor}} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_{sensor}} G(r) r dr d\theta \quad (5.17)$$

Al asumir que en cada medición se logró centrar el *spot* sobre la superficie del sensor y que la única fuente de calor que suministra energía al calorímetro es la radiación concentrada por la lente de Fresnel, los valores r_0 y G_0 de la ecuación (5.16) se hacen iguales a 0. Así, al sustituir la ecuación (5.16) en la ecuación (5.17) se obtiene la amplitud de la distribución de calor.

$$G_1 = \frac{G_{sensor} A_{sensor}}{2\pi\sigma_G^2 \left(1 - \exp\left(-\frac{R_{sensor}^2}{2\sigma_G^2}\right)\right)} \quad (5.18)$$

Además, el valor promedio de la radiación solar concentrada en el *spot* se puede expresar de la siguiente forma.

$$G_{spot} = \frac{1}{A_{spot}} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_{spot}} G(r) r dr d\theta \quad (5.19)$$

Sustituyendo las ecuaciones (5.16) y (5.18) en la ecuación (5.19) se obtiene la ecuación de la radiación solar concentrada G_{spot} en el *spot* como función de la radiación solar concentrada G_{sensor} que registra el sensor del calorímetro.

$$G_{spot} = \frac{A_{sensor} \left(1 - \exp\left(-\frac{R_{spot}^2}{2\sigma_G^2}\right) \right)}{A_{spot} \left(1 - \exp\left(-\frac{R_{sensor}^2}{2\sigma_G^2}\right) \right)} G_{sensor} \quad (5.20)$$

Esta ecuación contiene tres parámetros que tuvieron que ser determinados de forma experimental, R_{sensor} , R_{spot} y σ_G .

El valor de R_{sensor} se calculó a partir del área de las elipses que se le ajustaron por medio de un software de dibujo a la fotografía que se muestra en la figura 5.14.

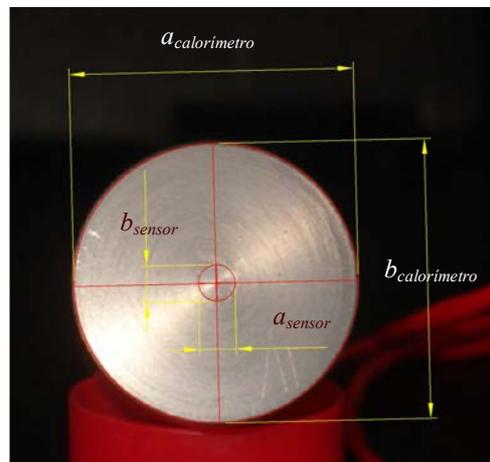


Figura 5.14. Elipses ajustadas a la fotografía del calorímetro tipo Gardon.

El área de la superficie del sensor se calculó a partir de la relación que existe entre las áreas fotografiadas del sensor y del calorímetro, y el área $A_{calorimetro}$ de la superficie del calorímetro.

$$A_{sensor} = \frac{(A_{sensor})_{foto}}{(A_{calorimetro})_{foto}} A_{calorimetro} \quad (5.21)$$

Por lo tanto, el radio del sensor se puede calcular a partir de la siguiente expresión.

$$R_{sensor} = \sqrt{\frac{a_{sensor} b_{sensor}}{a_{calorimetro} b_{calorimetro}}} R_{calorimetro} \quad (5.22)$$

Al sustituir los valores de los parámetros a y b en la ecuación (5.22) se determinó que el radio del sensor es $R_{sensor} = 1.644 \pm 0.001$ mm.

Para cada una de las distancias L_F evaluadas, el valor de R_{spot} se calculó a partir de las áreas de las elipses siguiendo la misma metodología utilizada para el cálculo del área del sensor utilizando las fotografías que se muestran en las figuras 5.15 – 5.17. Para fotografiar los *spots* de estas figuras, se utilizaron los filtros de los *goggles* usados para la visualización de los *spots*.

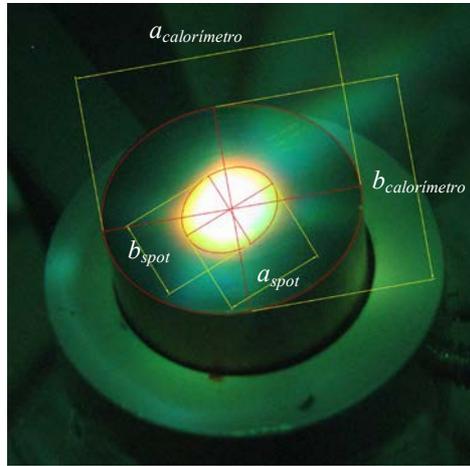


Figura 5.15. Elipses ajustadas al *spot* de la radiación solar concentrada con $L_F = 33.00 \pm 0.05$ cm.

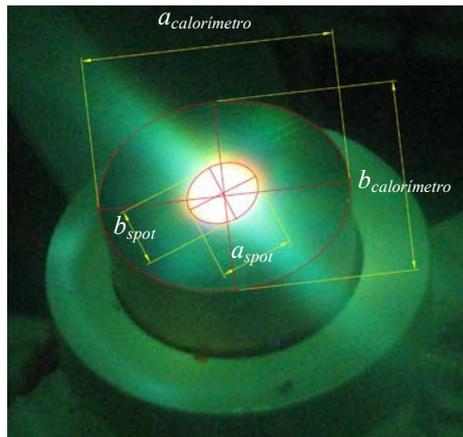


Figura 5.16. Elipses ajustadas al *spot* de la radiación solar concentrada con $L_F = 33.50 \pm 0.05$ cm.

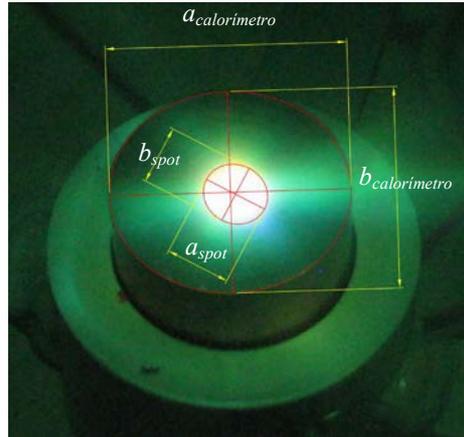


Figura 5.17. Elipses ajustadas al *spot* de la radiación solar concentrada con $L_F = 33.90 \pm 0.05$ cm (distancia óptima entre la lente y el extremo caliente de la zona activa).

Para cada uno de los casos evaluados, el radio del *spot* se calculó de la misma forma en la que se calculó el radio del sensor del calorímetro, por lo tanto:

$$R_{spot} = \sqrt{\frac{a_{spot} b_{spot}}{a_{calorímetro} b_{calorímetro}}} R_{calorímetro} \quad (5.23)$$

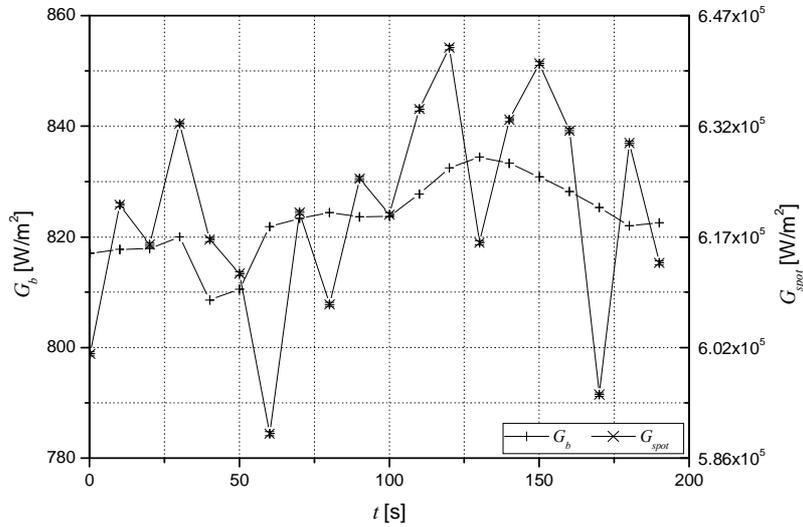
Al sustituir los valores de los parámetros a y b , correspondientes a cada posición evaluada, en la ecuación (5.23) se determinó que el radio del *spot* para $L_F = 33.0 \pm 0.05$ cm es $R_{spot} = 4.880 \pm 0.004$ mm, el radio del *spot* para $L_F = 33.5 \pm 0.05$ cm es $R_{spot} = 3.650 \pm 0.003$ mm y el radio del *spot* para $L_F = 33.9 \pm 0.05$ cm es $R_{spot} = 3.570 \pm 0.003$ mm.

Para determinar el valor de σ_G , se consideró que el radio del *spot* fue igual a 2 veces σ_G . Esto es equivalente a decir que el área del *spot* fotografiado contiene el 86.47 % de la radiación solar que se concentró sobre la superficie del calorímetro. Por lo tanto se utilizó la siguiente expresión para calcular la desviación estándar.

$$\sigma_G = \frac{R_{spot}}{2} \quad (5.24)$$

Sustituyendo los valores calculados de R_{sensor} , R_{spot} y σ_G en la ecuación (5.20), fue posible determinar la radiación solar concentrada G_{spot} en el *spot* para cada medición del calorímetro.

En la gráfica 5.17 se observa el comportamiento de la radiación solar directa G_b y el de la radiación solar concentrada en el *spot* G_{spot} como funciones del tiempo. En esta gráfica se observa que el comportamiento de G_{spot} presenta fluctuaciones alrededor del comportamiento de G_b . El comportamiento de G_{spot} no es igual al de G_b debido a la falta de exactitud que se tuvo al centrar de forma manual el *spot* de la radiación solar concentrada sobre el sensor del calorímetro.



Gráfica 5.17. Radiación solar directa y radiación solar concentrada en el *spot* como funciones del tiempo. Las líneas que unen los puntos se dibujaron únicamente para facilitar la localización de los mismos.

La eficiencia de la lente de Fresnel se define como la cantidad de flujo de calor que la lente concentra en el área del *spot* entre la cantidad de flujo de calor que el área de la lente recibe. Por lo tanto, se puede escribir la siguiente expresión para la eficiencia de la lente de Fresnel.

$$\eta_L = \frac{G_{spot} A_{spot}}{G_b A_L} \quad (5.25)$$

Sustituyendo los valores de G_b medidos durante la experimentación y los valores de G_{spot} calculados a partir de la ecuación (5.20) en la ecuación (5.25), se determinó que el valor promedio de la eficiencia de la lente de Fresnel es $\eta_L = 0.56 \pm 0.01$.

La concentración geométrica de una lente de Fresnel está dada por la siguiente expresión (Goswami *et al.* 2000).

$$CR = \frac{A_L}{A_{spot}} \quad (5.26)$$

Por lo tanto, sustituyendo el valor del área A_L de la lente de Fresnel y el valor del área A_{spot} del *spot* calculado para $L_F = 33.90 \pm 0.05$ cm (valor utilizado en la operación del MoTASolid1) en la ecuación (5.26), se determinó que el valor de la concentración geométrica de la lente de Fresnel es $CR = 1345 \pm 5$.

Además, la concentración óptica de una lente de Fresnel está dada por la siguiente expresión (Goswami *et al.* 2000).

$$CR_o = \frac{G_{spot}}{G_b} \quad (5.27)$$

Por lo tanto, al sustituir los valores de G_b medidos durante la experimentación y los valores de G_{spot} calculados a partir de la ecuación (5.20) en la ecuación (5.27), se determinó que el valor de la concentración óptica de la lente de Fresnel es $CR_o = 753 \pm 16$.

5.3.5 Flujo de calor suministrado Q_s

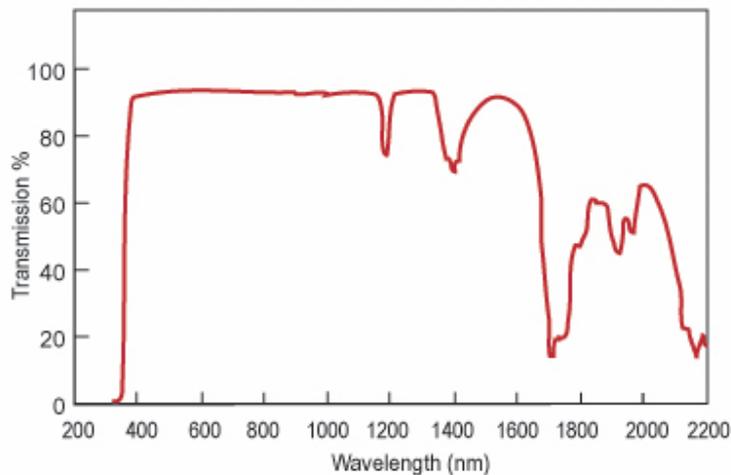
Una vez que se tiene caracterizada la lente de Fresnel, es posible calcular la cantidad de calor Q_s que se le suministra al extremo caliente del MoTASold1 durante su operación a partir de la siguiente ecuación.

$$Q_s = G_b A_L \eta_L \tau \quad (5.28)$$

En esta ecuación τ es la transmitancia óptica del tubo de vidrio Pyrex utilizado como resonador del MoTASold1.

Ya que no se conoce la transmitancia de la lente utilizada se asumió que ésta tiene un rango en longitud de onda igual o menor a la transmitancia de una lente de Fresnel marca Edmund, debido a la menor calidad óptica de la lente utilizada. En la gráfica 5.18 se observa que la lente marca Edmund únicamente permite el paso de la radiación que se encuentra en el rango de longitud de onda de 400 a 2200 nm aproximadamente.

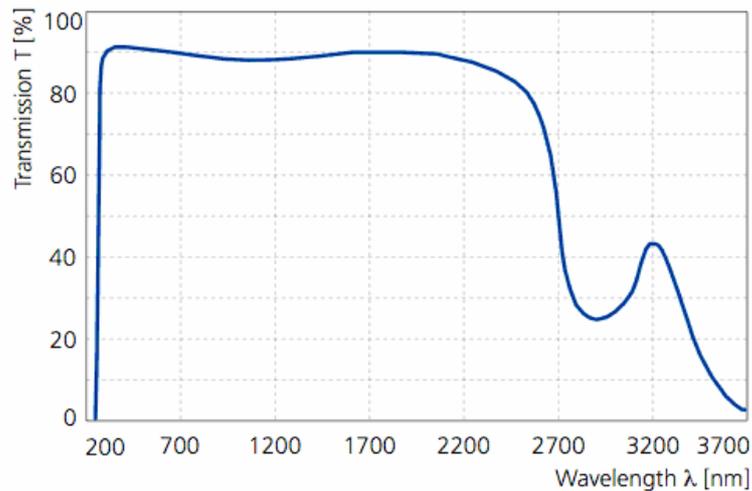
Spectral Transmission of 0.125 Inch Optical Grade Acrylic Fresnel



Gráfica 5.18. Transmisión óptica de una lente de Fresnel marca Edmund como función de la longitud de onda de la radiación incidente (www.edmundoptics.com).

En la gráfica 5.19 se muestra el comportamiento de la transmitancia óptica del vidrio Pyrex 7740 como función de la longitud de onda de la radiación que incide sobre el

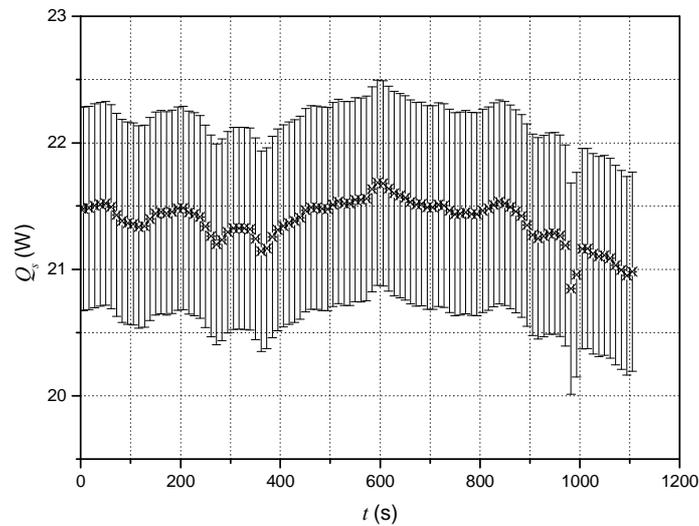
material. En esta gráfica se observa que en el rango de 400 a 2200 nm, la transmitancia promedio del material es del 90% aproximadamente. Considerando que el valor de la transmitancia del vidrio Pyrex no se modifica con el ángulo de incidencia de la radiación, se decidió utilizar el valor de $\tau = 0.9$ para la transmitancia del tubo de vidrio Pyrex usado como resonador del MoTASolid1.



Gráfica 5.19. Transmitancia óptica del vidrio Pyrex 7740 como función de la longitud de onda de la radiación incidente (www.pgo-online.com).

Para calcular la cantidad de calor suministrado al MoTASolid1 durante su operación se utilizó la ecuación (5.28).

En la gráfica 5.20 se muestra el comportamiento del calor Q_s suministrado al extremo caliente de la zona activa como función del tiempo. En esta gráfica se observa que la cantidad de calor suministrada durante la operación del MoTASolid1 fue prácticamente constante, con un valor promedio de 21.4 ± 0.2 W.

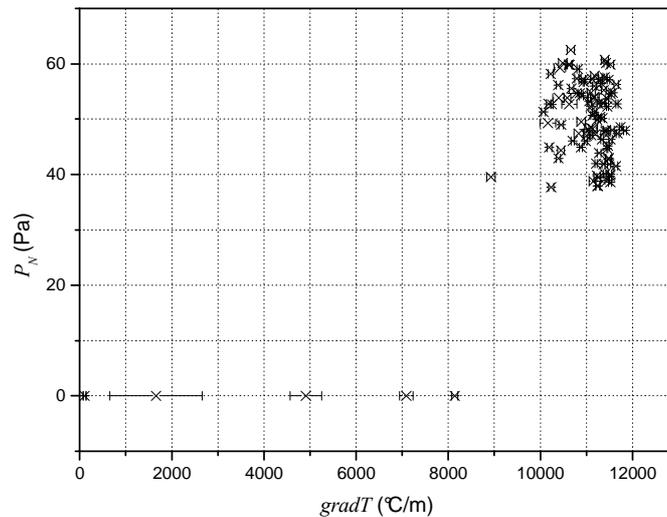


Gráfica 5.20. Calor suministrado al extremo caliente de la zona activa y radiación solar directa como función del tiempo.

5.3.6 Determinación del gradiente de temperatura crítico

Utilizando los valores promedio de T_c y T_h se obtuvo el gradiente de temperatura en la zona activa del MoTASold1 durante su operación.

En la gráfica 5.21 se muestra el comportamiento de la magnitud de la oscilación de la presión P_N como función del gradiente de temperatura de la zona activa. En esta gráfica se observa que para valores del gradiente de temperatura menores a 8142 ± 66 °C/m, el MoTASold1 no produce ninguna onda acústica, sin embargo a partir de 8926 ± 88 °C/m, se registraron valores de P_N , por lo tanto se determinó que el gradiente crítico de temperatura es de 8534 ± 392 °C/m.



Gráfica 5.21. Magnitud de la perturbación de la presión medida a 1 cm de distancia del extremo abierto como función del gradiente de temperatura de la zona activa.

Utilizando la ecuación (2.99), se determinó que el valor teórico del gradiente de temperatura crítico es de 6890 °C/m. Este valor subestima en un 19.3 % el valor del gradiente de temperatura crítico experimental.

5.3.7 Determinación de la radiación solar crítica

Para determinar la radiación solar crítica $(G_b)_{crit}$, es decir, la mínima radiación solar directa necesaria para generar la onda acústica con el MoTASold1, se llevaron a cabo una serie de experimentos en los que se atenuó la radiación solar directa colocando la misma cantidad de acetatos transparentes sobre la lente de Fresnel y sobre el pirheliómetro. Con estos experimentos se determinó que el valor de $(G_b)_{crit}$ es de $643 \pm 56 \text{ W/m}^2$.

5.4 Caracterización del MTA eléctrico

En estos experimentos se utilizó el MTA eléctrico para tratar de generar una onda acústica con las mismas características que la producida por el MoTASold1 durante su operación. Esto quiere decir que al suministrar una cantidad de calor Q_e constante al extremo caliente de la zona activa del MTA eléctrico, se buscó que la magnitud de la oscilación de presión P_N de la onda acústica producida por el MTA eléctrico fuera igual a la magnitud de la oscilación de presión P_N de la onda acústica producida por el MoTASold1. En ambos casos P_N fue medida a $1 \pm 0.05 \text{ cm}$ de distancia del extremo abierto del resonador.

Para lograr que la onda acústica producida por el MTA eléctrico fuera lo más parecida posible a la generada por el MoTASold1, se buscó que la geometría del MTA eléctrico

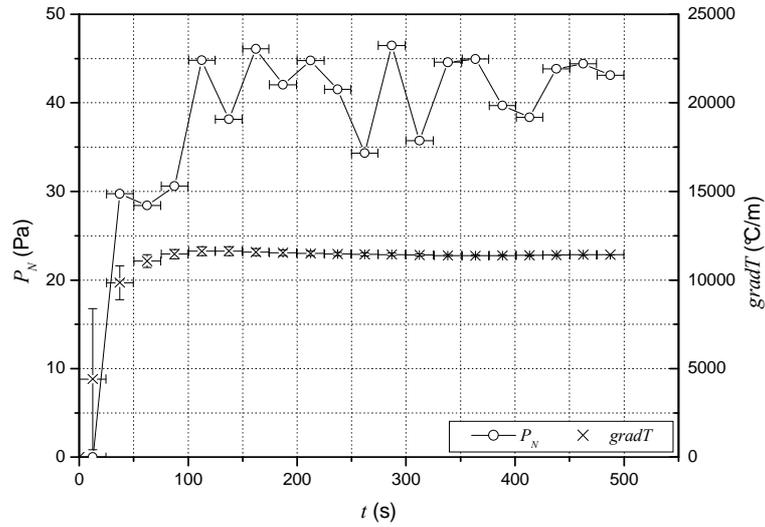
también fuera igual a la del MoTASold1 y por lo tanto se fabricó una nueva zona activa igual a la descrita en la sección 5.1. La longitud de la zona activa del MTA eléctrico es de 31.18 ± 0.01 mm y es 0.84 % mayor a la del MoTASold1.

Durante estos experimentos, la adquisición y el procesamiento de los datos de p_1 , $T_h|_{1.3}$, $T_h|_{3.9}$, T_c , V e I se hicieron como se describió en la sección 5.1.

Para llevar a cabo estos experimentos primero se desconectó uno de los cables que conectan a la resistencia eléctrica con la fuente de voltaje. Luego, se prendió la fuente y se fijó el valor del voltaje V que se le aplicaría a la resistencia. Después, con el objeto de lograr mediciones desde temperatura ambiente, se comenzó la adquisición de datos sin conectar la resistencia a la fuente. Una vez realizada la primera adquisición de las temperaturas iniciales y durante la primera adquisición de la oscilación de la presión, se conectó la resistencia a la fuente de voltaje para elevar la temperatura del extremo caliente de la zona activa. Al igual que en la operación del MoTASold1, la adquisición de los datos en estos experimentos se hizo de forma consecutiva, registrando veinte ciclos de adquisición para cada experimento.

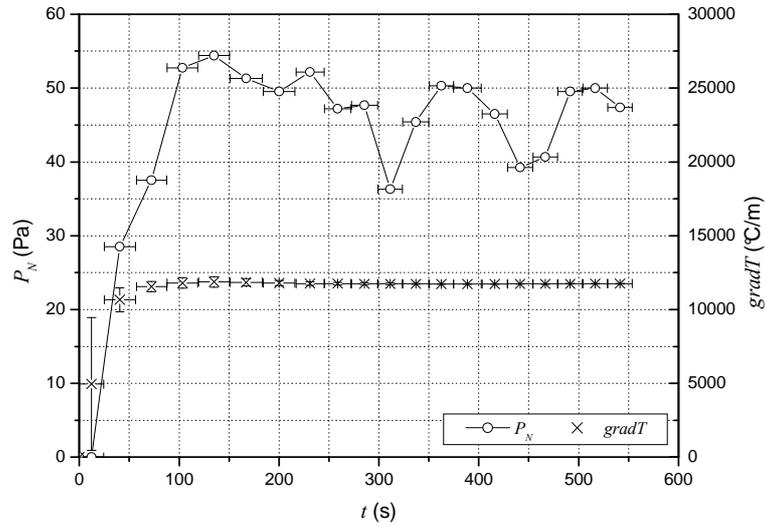
Al finalizar la adquisición de datos, se apagó la fuente de voltaje y se dejó enfriar la zona activa hasta alcanzar la temperatura ambiente. Luego se hizo el procesamiento de los datos obtenidos para calcular el valor promedio de P_N y compararlo con el valor correspondiente al MoTASold1. Por último, se modificó el valor de V y se repitió el experimento. Esto se hizo hasta conseguir valores promedio satisfactoriamente parecidos.

En el primer experimento en el que se logró generar una onda acústica, el valor del voltaje aplicado a la resistencia fue $V = 13.5000 \pm 0.0005$ V. En la gráfica 5.22 se muestra el comportamiento de la magnitud de la oscilación de presión P_N y del gradiente de temperatura de la zona activa como función del tiempo. En esta gráfica se observa un transitorio hasta $t = 325$ s aproximadamente. Después de ese tiempo se observa un estado cuasiestacionario con algunas fluctuaciones. En el estado cuasiestacionario el valor promedio de P_N fue de 43 ± 3 Pa, siendo 12.2 % menor que el valor correspondiente al MoTASold1 (49 ± 6 Pa), por lo tanto se repitió el experimento.



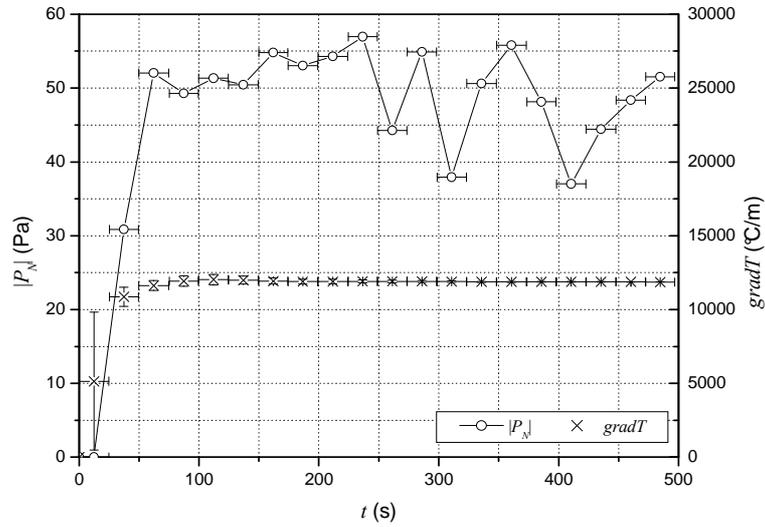
Gráfica 5.22. Magnitud de la oscilación de la presión a 1 cm de distancia del extremo abierto como función del tiempo ($V = 13.5$ V). Las líneas que unen los puntos se dibujaron únicamente para facilitar la localización de los mismos.

En el segundo experimento, el valor del voltaje aplicado a la resistencia fue $V = 14.0000 \pm 0.0005$ V. En la gráfica 5.23 se muestra el comportamiento de la magnitud de la oscilación de presión P_N y del gradiente de temperatura de la zona activa como función del tiempo. En esta gráfica se observa un transitorio hasta $t = 270$ s aproximadamente. Después de ese tiempo se observa un estado cuasiestacionario con algunas fluctuaciones. En el estado cuasiestacionario el valor promedio de P_N fue de 46 ± 5 Pa, siendo 6.1 % menor que el valor correspondiente al MoTASold1 (49 ± 6 Pa), por lo tanto se repitió el experimento.



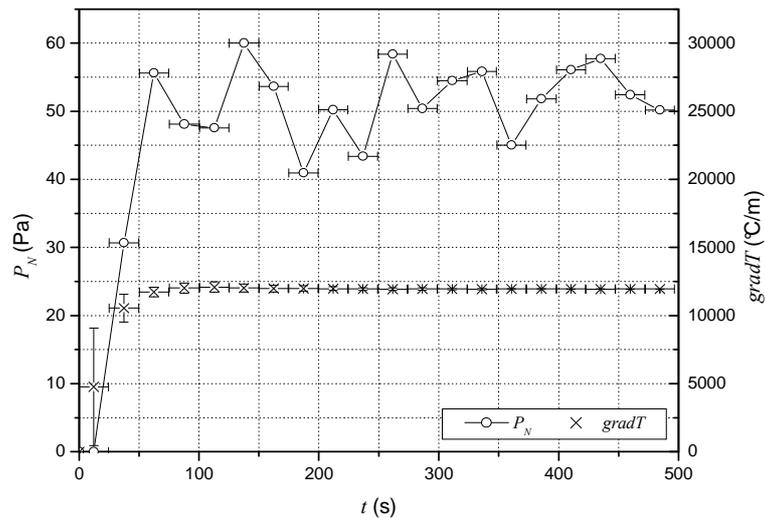
Gráfica 5.23. Magnitud de la oscilación de la presión a 1 cm de distancia del extremo abierto como función del tiempo ($V = 14.0$ V). Las líneas que unen los puntos se dibujaron únicamente para facilitar la localización de los mismos.

En el tercer experimento, el valor del voltaje aplicado a la resistencia fue $V = 14.5000 \pm 0.0005$ V. En la gráfica 5.24 se muestra el comportamiento de la magnitud de la oscilación de presión P_N y del gradiente de temperatura de la zona activa como función del tiempo. En esta gráfica se observa un transitorio hasta $t = 250$ s aproximadamente. Después de ese tiempo se observa un estado cuasiestacionario con algunas fluctuaciones. En el estado cuasiestacionario el valor promedio de P_N fue de 47 ± 6 Pa, siendo 4.1 % menor que el valor correspondiente al MoTASolid1 (49 ± 6 Pa), por lo tanto se repitió el experimento.



Gráfica 5.24. Magnitud de la oscilación de la presión a 1 cm de distancia del extremo abierto como función del tiempo ($V = 14.5$ V). Las líneas que unen los puntos se dibujaron únicamente para facilitar la localización de los mismos.

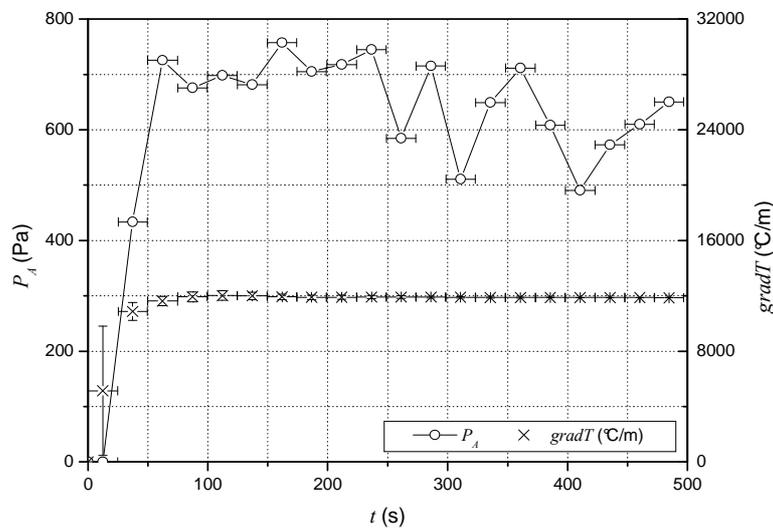
En el cuarto experimento, el valor del voltaje aplicado a la resistencia fue $V = 15.0000 \pm 0.0005$ V. En la gráfica 5.25 se muestra el comportamiento de la magnitud de la oscilación de presión P_N y del gradiente de temperatura de la zona activa como función del tiempo. En esta gráfica se observa un transitorio hasta $t = 200$ s aproximadamente. Después de ese tiempo se observa un estado cuasiestacionario con algunas fluctuaciones. En el estado cuasiestacionario el valor promedio de P_N fue de 52 ± 5 Pa., siendo 6.1 % mayor que el valor correspondiente al MoTASold1 (49 ± 6 Pa).



Gráfica 5.25. Magnitud de la oscilación de la presión a 1 cm de distancia del extremo abierto como función del tiempo ($V = 15.0$ V). Las líneas que unen los puntos se dibujaron únicamente para facilitar la localización de los mismos.

La onda acústica producida durante el tercer experimento fue la más parecida a la generada durante la operación del MoTASold1, con un valor promedio de P_N igual al valor correspondiente al MoTASold1 dentro de la incertidumbre experimental. Por lo tanto, se decidió proseguir con el análisis de estos datos para caracterizar al MTA eléctrico.

En la gráfica 5.26 se muestra el comportamiento de la magnitud de la oscilación de presión P_A en el antitodo de presión y del gradiente de temperatura de la zona activa como función del tiempo. En esta gráfica se observa que P_A tiene exactamente el mismo comportamiento que P_N , pero como era de esperarse, P_A es mucho mayor que P_N , con un valor promedio de 610 ± 75 Pa en el estado cuasiestacionario.

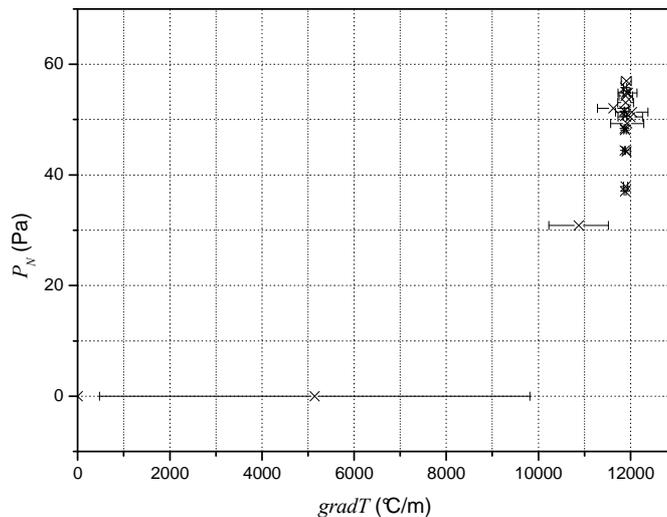


Gráfica 5.26. Magnitud de la oscilación de la presión en el antitodo de presión como función del tiempo. Las líneas que unen los puntos se dibujaron únicamente para facilitar la localización de los mismos.

En las gráficas 5.24 y 5.26 se observa que en el estado cuasiestacionario los comportamientos de P_N y de P_A presentan variaciones importantes (13.6 % y 12.3 % respectivamente), mientras que el gradiente de temperatura permanece prácticamente constante (variaciones menores al 0.1 %), por lo tanto, las variaciones de P_N y de P_A no son provocadas por las variaciones del gradiente de temperatura. Estas variaciones se atribuyen a la forma en la que opera el MTA eléctrico, la cual consiste en mantener constante el flujo de calor en el extremo caliente en lugar de las temperaturas de los extremos de la zona activa como normalmente se hace. Las variaciones de P_N y de P_A que se observaron en los experimentos con el MTA eléctrico para la determinación de la posición óptima (gráficas 5.1 – 5.4) también se atribuyen a esta forma de operar. Además, el MoTASold1 también opera con un suministro de calor constante (variaciones del 0.8 %), por lo que las variaciones de P_N en el estado cuasiestacionario (12.6 %) que se muestran en la gráfica 5.9, se atribuyen más a esta forma de operación que a las variaciones de los gradientes de temperatura (gráfica 5.9) provocadas por el enfoque manual del *spot* sobre el extremo caliente de la zona activa.

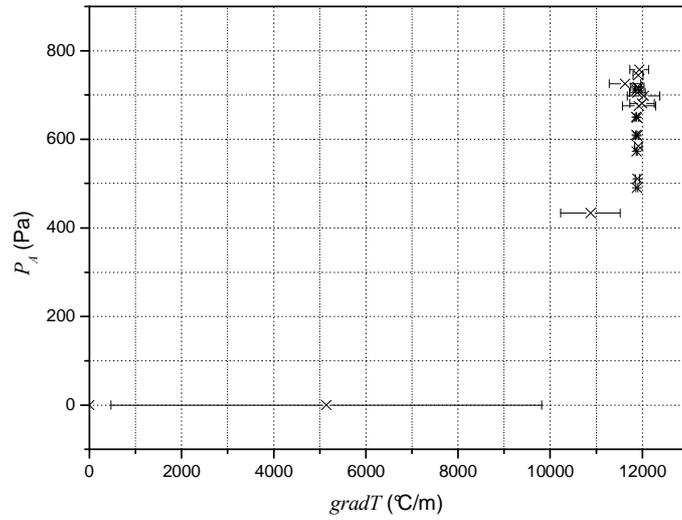
Las variaciones de la magnitud de la oscilación de la presión que se obtuvieron con el MTA eléctrico y con el MoTASold1 son similares a las que se reportaron en un estudio experimental de un MTA con un resonador anular (Penelet 2004) en el que también se mantuvo un suministro de calor constante. En este trabajo de investigación, Penelet señala que estas variaciones pueden deberse a interacciones no lineales complejas entre la onda acústica y la temperatura de la zona activa.

En la gráfica 5.27 se muestra el comportamiento de la magnitud de la oscilación de presión P_N como función del gradiente de temperatura de la zona activa. En esta gráfica se observa que para valores del gradiente de temperatura menores a 5143 ± 4671 °C/m, el MTA eléctrico no produce ninguna onda acústica, sin embargo a partir de 10873 ± 643 °C/m, se registraron valores de P_N , por lo tanto se determinó que el gradiente crítico de temperatura es de 8008 ± 2865 °C/m. Este valor es igual al correspondiente al MoTASold1 (8534 ± 392 °C/m) dentro de la incertidumbre experimental. Cabe señalar que al principio del estado transitorio, la incertidumbre en los experimentos con el MTA eléctrico es muy elevada debido al rápido aumento de la temperatura en el extremo caliente de la zona activa. En el estado cuasiestacionario el valor promedio del gradiente de temperatura es de 11884 ± 15 °C/m. Este valor es 7.1 % mayor al correspondiente al MoTASold1 (11090 ± 425 °C/m).



Gráfica 5.27. Magnitud de la oscilación de la presión a 1 cm de distancia del extremo abierto como función del gradiente de temperatura de la zona activa.

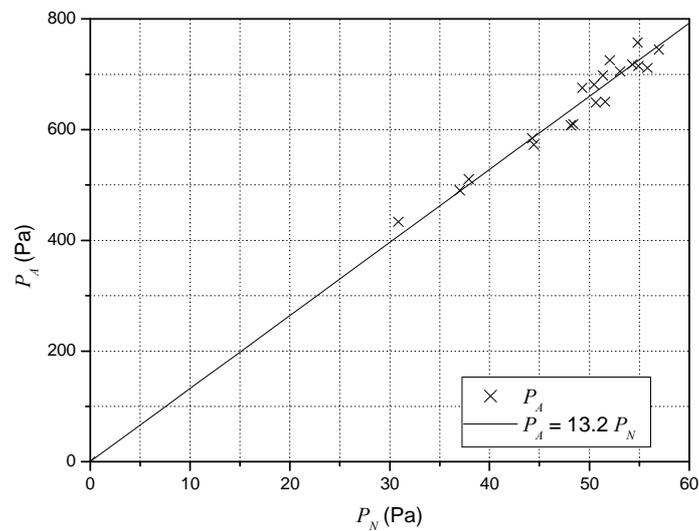
En la gráfica 5.28 se muestra el comportamiento de la magnitud de la oscilación de presión P_A en el antinodo de presión como función del gradiente de temperatura de la zona activa. Estos resultados muestran exactamente el mismo comportamiento que los resultados obtenidos a 1 cm del extremo abierto, pero como era de esperarse, P_A es mucho mayor que P_N .



Gráfica 5.28. Magnitud de la oscilación de la presión en el antitodo de presión como función del gradiente de temperatura de la zona activa.

En la gráfica 5.29 se muestra el comportamiento de la magnitud de la oscilación de la presión P_A como función de la magnitud de la oscilación de la presión P_N . En esta gráfica se observa que la relación entre P_A y P_N es prácticamente lineal. Al ajustar una recta a los datos de esta gráfica se obtuvo la siguiente ecuación.

$$P_A = (13.2 \pm 0.1)P_N \quad (5.29)$$



Gráfica 5.29. Magnitud de la oscilación de la presión en el antitodo de presión como función de la magnitud de la oscilación de la presión medida a 1 cm del extremo abierto.

Por otro lado, si se considera que la presencia de la zona activa no modifica la forma de la onda acústica dentro del tubo resonador, y considerando la terminación del extremo abierto del mismo, se puede escribir la siguiente expresión.

$$p_1(x) = P_A \cos\left(\frac{\pi x}{2L_{ef}}\right) \quad (5.30)$$

En esta ecuación, la posición del extremo cerrado del resonador coincide con $x = 0$. Para determinar la relación teórica entre P_A y P_N se sustituyó la ecuación (5.14) en la ecuación (5.30) y se evaluó en la posición correspondiente a P_N ($x = 21 \pm 0.05$ cm) obteniendo la siguiente expresión.

$$P_A = (27 \pm 3)P_N \quad (5.31)$$

La relación experimental entre P_A y P_N es 48.9 % menor que la teórica. Por lo tanto, la zona activa sí modifica la forma de la onda acústica, disminuyendo su longitud de onda.

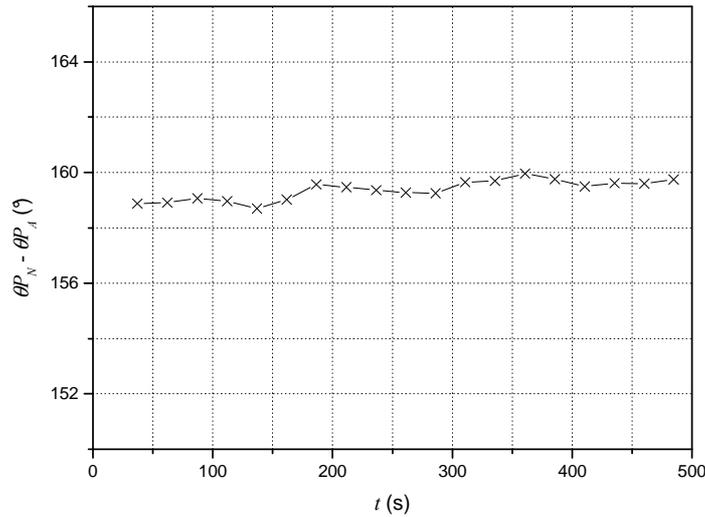
Al calcular la relación entre P_A y P_N sustituyendo el valor de L_{res} en la ecuación (5.30) en lugar de L_{ef} , se obtiene la siguiente expresión.

$$P_A = (13.0 \pm 0.4)P_N \quad (5.32)$$

Este valor es igual al que se obtuvo a partir de la gráfica 5.29 dentro de la incertidumbre experimental. Esto indica que la zona activa disminuye la longitud de la onda acústica generada, compensando la corrección de la longitud del resonador debida a su terminación.

Cabe mencionar que a pesar de que la diferencia entre L_{res} y L_{ef} es únicamente del 2.6 %, la relación entre P_A y P_N calculada con L_{res} es 51.9 % menor que la calculada con L_{ef} . Esto se debe a que cerca del nodo de presión, la variación de la oscilación de la presión como función de la posición es muy grande.

En la gráfica 5.30 se muestra el comportamiento de la diferencia de fases entre la oscilación de la presión en el antinodo de presión y la oscilación de presión medida a 1 cm de distancia del extremo abierto del resonador como función del tiempo. En esta gráfica se observa que la diferencia de fases permanece constante. Como la fase de referencia es la de la oscilación de la presión en el antinodo de presión ($\theta P_A = 0^\circ$), el valor promedio de θP_N en el estado cuasiestacionario es $154.6 \pm 0.2^\circ$.



Gráfica 5.30. Diferencia de fases entre la oscilación de la presión en el antinodo de presión y la oscilación de presión medida a 1 cm de distancia del extremo abierto del resonador como función del tiempo. Las líneas que unen los puntos se dibujaron únicamente para facilitar la localización de los mismos.

Por otro lado, la cantidad de calor suministrado al extremo caliente de la zona activa se calculó a partir del calor que disipa la resistencia eléctrica del MTA eléctrico por efecto Joule. Por lo tanto, al fijar el valor del voltaje aplicado a la resistencia en $V = 14.5000 \pm 0.0005$ V y registrar una intensidad de corriente eléctrica $I = 1.2470 \pm 0.0005$ A, se determinó que la cantidad de calor suministrado durante este experimento fue de $Q_e = 18.0815 \pm 0.0007$ W.

5.5 Comparación entre el MoTASold1 y el MTA eléctrico

Para estimar el valor promedio de la magnitud de la oscilación de la presión en el antinodo de presión del resonador del MoTASold1 durante su operación en estado cuasiestacionario, se substituyó el valor promedio correspondiente de P_N (49 ± 6 Pa) en la ecuación (5.29), obteniendo un valor de $P_A = 647 \pm 79$ Pa. Este valor corresponde a 150 ± 1 dB, sobrepasando el umbral del dolor (120 dB).

Al considerar que la onda acústica producida por el MTA eléctrico fue igual a la generada durante la operación del MoTASold1, el valor promedio de la fase de la oscilación de la presión media a 1 cm de distancia del resonador del MoTASold1 debe ser igual a la correspondiente en el MTA eléctrico. Por lo tanto se estableció que durante la operación del MoTASold1, el valor promedio de θ_{P_N} en el estado cuasiestacionario fue de $154.6 \pm 0.2^\circ$.

La forma de suministrar calor al extremo caliente de la zona activa en ambos MTA es muy diferente. Sin embargo, para obtener el mismo valor de P_N , la cantidad de calor suministrada al MoTASold1 ($Q_s = 21.4 \pm 0.2$ W) es del mismo orden que la cantidad de

calor suministrada al MTA eléctrico ($Q_e = 18.0815 \pm 0.0007$ W), siendo Q_s 18.2 % mayor a Q_e .

5.6 Eficiencia del MoTASolid1

La eficiencia de una máquina se define como la cantidad de energía que entrega por unidad de tiempo entre la cantidad de energía que consume por unidad de tiempo. En el caso de un MTA con resonador abierto, la eficiencia se puede calcular a partir de la siguiente expresión.

$$\eta_{MTA} = \frac{E_{rad}}{Q} \quad (5.33)$$

En esta ecuación E_{rad} es la potencia acústica radiada por el tubo resonador hacia el entorno y Q es al cantidad de calor suministrado al extremo caliente de la zona activa.

Como en la experimentación con el MoTASolid1 no se realizaron mediciones de la oscilación de la velocidad, no se pudo determinar de forma experimental el valor de la potencia acústica radiada. Sin embargo, este valor se calculó a partir de la ecuación (2.107).

$$E_{rad} = \frac{\pi P_A^2 R_{res}^4}{8 \rho_m c} \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \quad (5.34)$$

En esta ecuación ρ_m es la densidad media del fluido de trabajo, c es la velocidad de propagación del sonido y λ es la longitud de onda de la onda acústica radiada.

Como la presencia de la zona activa provoca que L_{ef} sea igual a L_{res} , la onda acústica producida es exactamente de 1/4 de longitud de onda, es decir que $L_{res} = \lambda / 4$, por lo tanto, la ecuación (5.34) queda de la siguiente forma.

$$E_{rad} = \frac{\pi P_A^2 R_{res}^4}{8 \rho_m c} \left(\frac{\pi}{2L_{res}} \right)^2 \quad (5.35)$$

Evalutando ρ_m y c a la temperatura media de la zona activa y sustituyendo el valor de P_A calculado, se determinó que el valor de la potencia acústica radiada por el MoTASolid1 fue de $(19 \pm 5) \times 10^{-5}$ W.

Sustituyendo el valor de E_{rad} y de Q_s en la ecuación (5.32) se calculó la eficiencia del MTA utilizado en el MoTASolid1. El valor de la eficiencia calculada es de $\eta_{MTA} = (9 \pm 2) \times 10^{-6}$.

Para calcular la eficiencia total del MoTASold1 también se consideró la eficiencia de la lente de Fresnel, por lo tanto la eficiencia total se puede calcular a partir de la siguiente ecuación.

$$\eta = \eta_L \eta_{MTA} \quad (5.36)$$

Sustituyendo los valores de las eficiencias de la lente de Fresnel y del MTA en la ecuación (5.35), la eficiencia total del MoTASold1 es de $\eta = (5 \pm 1) \times 10^{-6}$.

La propagación de las incertidumbres de cada una de las variables calculadas se muestra en el Anexo F.

En el siguiente capítulo se compararán los resultados experimentales con los obtenidos de forma numérica.

Capítulo 6

Comparación de resultados numéricos y experimentales

En este capítulo se comparan los resultados numéricos calculados tanto con el programa de aproximación (ProgA) como con el programa de solución (ProgS) con los resultados obtenidos experimentalmente con el MoTASold1.

6.1 Comparación entre resultados experimentales y los del ProgA

Los datos de entrada para el ProgA fueron la geometría de cada sección del MTA del MoTASold1 y los valores experimentales promedio de $P_A = 647$ Pa, y $T_c = 119$ °C. También se utilizó el valor experimental promedio de $T_h = 466$ °C como valor inicial.

En la tabla 6.1 se muestran los resultados calculados por el programa de aproximación. En esta tabla se observa que la temperatura de la sección caliente del resonador calculada es 11.7 % menor que la experimental, mientras que el valor calculado de la frecuencia es 9.1 % mayor que el experimental ($f = 454$ Hz).

PROGRAMA DE APROXIMACIÓN:	
DATOS DE ENTRADA:	
Presión media, (Pa):	p_m = 1.013250e+05
Magnitud de la presión en el antinodo, (Pa):	P_A = 647.000000
Temperatura de la sección fría, (°C):	T_c = 119.000000
Temperatura de la sección caliente (inicial), (°C):	T_h = 466.000000
RESULTADOS:	
Frecuencia, (Hz):	f = 495.419631
Temperatura caliente final, (°C):	T_h = 411.639903
Flujo de energía en la zona activa, (W):	H_2 = 4.852624e-02

Tabla 6.1. Resultados del ProgA.

6. Comparación de resultados numéricos y experimentales

6.2 Resultados del ProgS

Los datos de entrada para el ProgS fueron la geometría de cada sección del MTA del MoTASold1, los valores experimentales promedio de f y P_A ; y los valores calculados por el ProgA de T_h y H_2 . Sin embargo, con estos valores no se logró obtener el valor de la impedancia acústica teórica en el extremo abierto del resonador ($|Z_{teo}| = 7.04 \times 10^4 \text{ Pa}\cdot\text{s}/\text{m}^3$ y $\theta Z_{teo} = 88.37^\circ$), por lo que se fueron modificando los valores de T_h y H_2 hasta obtener dicha condición de frontera con una diferencia menor del 0.05 % en magnitud y del 0.0015 % en fase.

En la tabla 6.2 se muestran los resultados obtenidos. En esta tabla se observa que los valores que cumplen con la condición de frontera son $T_h = 364.75^\circ\text{C}$ y $H_2 = 0.27619 \text{ W}$. Estos resultados se obtuvieron con los valores de las propiedades físicas reportadas en el anexo G.

PROGRAMA DE SOLUCIÓN:	
DATOS DE ENTRADA:	
Presión media, (Pa):	p_m = 1.013250e+05
Frecuencia, (Hz):	f = 454.000000
Temperatura de la sección caliente, (°C):	T_h = 364.750000
Magnitud de la presión en el antinodo, (Pa):	P_A = 647.000000
Flujo de energía en la zona activa, (W):	H_2 = 2.761900e-01
FINAL DE LA SECCIÓN CALIENTE DEL RESONADOR (x* = 0.347700):	
Temperatura del fluido, (°C):	T_m = 364.750000
Amplitud de la oscilación, (Pa):	Mag(p_1) = 5.953789e+02 Fas(p_1) = 0.155332
Amplitud del flujo volumétrico, (m ³ /s):	Mag(U_1) = 2.108175e-04 Fas(U_1) = -90.372208
FINAL DEL INTERCAMBIADOR DE CALOR CALIENTE:(x* = 0.347750):	
Temperatura del fluido, (°C):	T_m = 364.750000
Amplitud de la oscilación, (Pa):	Mag(p_1) = 5.953571e+02 Fas(p_1) = 0.155884
Amplitud del flujo volumétrico, (m ³ /s):	Mag(U_1) = 2.108409e-04 Fas(U_1) = -90.372523
FINAL DE LA ZONA ACTIVA:(x* = 0.502250):	
Temperatura del fluido, (°C):	T_m = 46.999992
Amplitud de la oscilación, (Pa):	Mag(p_1) = 4.536011e+02 Fas(p_1) = 5.630380
Amplitud del flujo volumétrico, (m ³ /s):	Mag(U_1) = 2.379555e-04 Fas(U_1) = -84.240560
FINAL DEL INTERCAMBIADOR DE CALOR FRÍO:(x* = 0.502300):	
Temperatura del fluido, (°C):	T_m = 46.999992
Amplitud de la oscilación, (Pa):	Mag(p_1) = 4.535547e+02 Fas(p_1) = 5.631102
Amplitud del flujo volumétrico, (m ³ /s):	Mag(U_1) = 2.379725e-04 Fas(U_1) = -84.240709
FINAL DE LA SECCIÓN FRÍA DEL RESONADOR:(x* = 1.000000):	
Temperatura del fluido, (°C):	T_m = 46.999992
Amplitud de la oscilación, (Pa):	Mag(p_1) = 2.507884e+01 Fas(p_1) = 4.069799

6. Comparación de resultados numéricos y experimentales

Amplitud del flujo volumétrico, (m ³ /s):	Mag(U_1) = 3.560709e-04 Fas(U_1) = -84.298362
RESULTADOS:	
Temperatura de la sección fría, (°C):	T_c = 46.999992
Impedancia Z en el extremo abierto (Pa*s/m ³):	Mag(Z) = 7.043215e+04 Fas(Z) = 88.368160
Z teórica en el extremo abierto (Pa*s/m ³):	Mag(Z_teo) = 7.044581e+04 Fas(Z_teo) = 88.368790

Tabla 6.2. Resultados del ProgS usando los valores de las propiedades físicas de la zona activa reportados en el anexo G.

Los valores de las propiedades físicas utilizados para obtener los resultados de la tabla 6.2 corresponden a los de una cerámica con 85 % de magnesio (anexo G), la cual no necesariamente es igual a la de la zona activa del MoTASolid1. Por lo tanto, se modificó el valor de la conductividad térmica de la zona activa en el ProgS para analizar la variación de los resultados al modificar este parámetro.

En la tabla 6.3 se muestran los valores de T_h y de H_2 que cumplen con la condición de frontera en el extremo abierto del resonador correspondientes para cada uno de los valores de conductividad térmica evaluado. En esta tabla se observa que en todos los casos, el valor calculado de T_h es menor al experimental. Con $K_s = 0.071$ W/mK (valor reportado en el anexo G) es 21.7 % menor, con $K_s = 0.011$ W/mK es únicamente 0.2 % menor y con $K_s = 0.71$ W/mK es 23.0 % menor. Por lo tanto, pareciera que la conductividad térmica de la zona activa del MoTASolid1 es menor a la reportada en el anexo G. En la tabla 6.3 también se observa que al aumentar 900.0 % la conductividad térmica ($K_s = 0.71$ W/mK) con respecto a la reportada en el anexo G ($K_s = 0.071$ W/mK), la diferencia entre los valores calculados del flujo de energía es de 224.0 %, mientras que al disminuir 84.5 % la conductividad térmica ($K_s = 0.011$ W/mK) con respecto a la reportada en el anexo G, la diferencia entre los valores calculados del flujo de energía es únicamente de 3.7 %.

	experimental ¹	K_s , (W/mK)		
		0.71	0.071 ²	0.011
T_h , (°C)	466 ± 10	358.72	364.75	465.05
H_2 , (W)	-	0.89479	0.27619	0.26604

Tabla 6.3. Valores de T_h y de H_2 que cumplen con la condición de frontera en el extremo abierto del resonador

El flujo de energía en la zona activa H_2 calculado con $K_s = 0.011$ W/mK es solamente el 1.24 % del calor suministrado al MoTASolid1 ($Q_s = 21.4 \pm 0.2$ W), el calculado con $K_s = 0.071$ W/mK es el 1.29 % del calor suministrado y el calculado con $K_s = 0.71$ W/mK es el 4.18 % del calor suministrado. Aunque el valor calculado puede estar subvaluado dadas las aproximaciones del programa, la gran diferencia entre Q_s y H_2 indica que una gran cantidad de energía que incide en el extremo caliente de la zona activa no se

¹ No fue posible medir el valor experimental de H_2 .

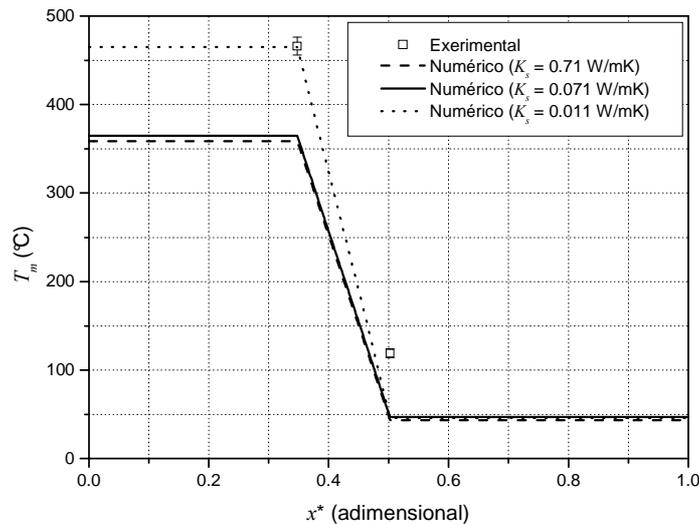
² Valor correspondiente al reportado en el anexo G.

6. Comparación de resultados numéricos y experimentales

aprovecha para la generación del efecto termoacústico sino que se disipa en forma de calor.

En la gráfica 6.1 se muestra el comportamiento de la temperatura media del fluido de trabajo, como función de la posición dentro del MTA. En esta gráfica se observa que en todos los casos el valor de T_c calculado con el ProgS es $62 \pm 1.5 \%$ menor que el experimental ($119 \pm 5 \text{ }^\circ\text{C}$). También se observa que el gradiente de temperatura en la zona activa es prácticamente lineal, con un valor de $13550 \text{ }^\circ\text{C/m}$ para $K_s = 0.011 \text{ W/mK}$, de $10277 \text{ }^\circ\text{C/m}$ para $K_s = 0.071 \text{ W/mK}$ y de $10198 \text{ }^\circ\text{C/m}$ para $K_s = 0.71 \text{ W/mK}$. La menor diferencia entre el valor experimental ($11222 \pm 339 \text{ }^\circ\text{C/m}$) y el calculado se obtuvo con $K_s = 0.071 \text{ W/mK}$ y fue de 8.4% .

Con $K_s = 0.011 \text{ W/mK}$ se obtiene un valor de T_h más cercano al experimental pero se sobreestima el gradiente de temperatura. Con $K_s = 0.071 \text{ W/mK}$ se subestima el valor de T_h pero el gradiente de temperatura es el más cercano al experimental. Y con $K_s = 0.71 \text{ W/mK}$ los valores de T_h y del gradiente de temperatura son menores a los calculados con $K_s = 0.071 \text{ W/mK}$. Por lo tanto, considerando que las aproximaciones que toma en cuenta el ProgS provocan una subestimación en el cálculo de las temperaturas de los extremos de la zona activa, los resultados calculados con $K_s = 0.071 \text{ W/mK}$ (valor reportado en el anexo G) son los que más se aproximan a los resultados experimentales.



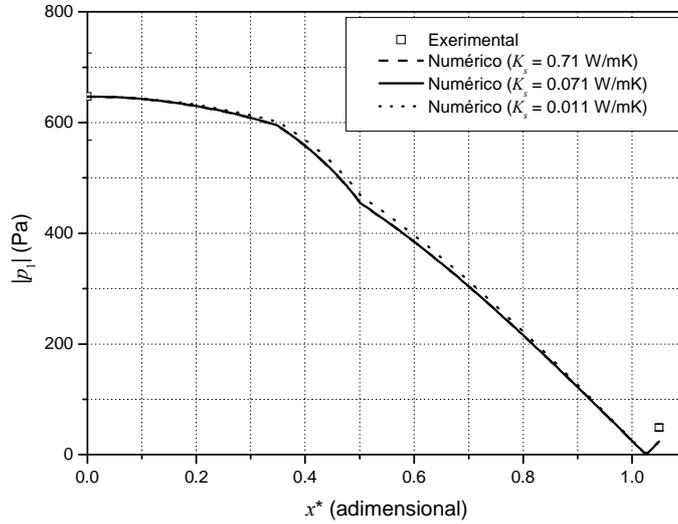
Gráfica 6.1. Temperatura media del fluido de trabajo como función de la posición dentro del tubo resonador.

Con el ProgS se calcularon los valores de $|p_1|$ y de θp_1 en $x = L_{res} + 1 \text{ cm}$ ($x^* = 1.05$) para compararlos con los valores experimentales de P_N y de θP_N respectivamente.

En la gráfica 6.2 se muestra el comportamiento de la magnitud de la oscilación de la presión del fluido de trabajo como función de su posición dentro del MTA del MoTASold1. En esta gráfica se observa que la presencia de la zona activa dentro del tubo resonador modifica la forma de la onda acústica generada. En todos los casos, el

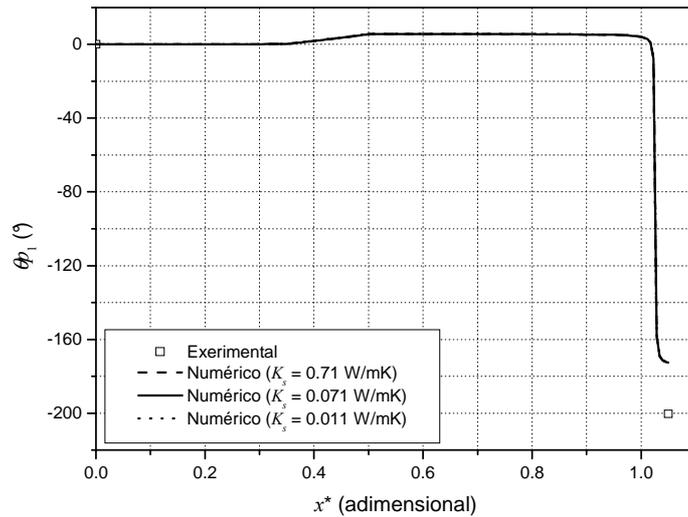
6. Comparación de resultados numéricos y experimentales

valor de $|p_1|$ en $x^* = 1.05$ es 50.7 ± 0.7 % menor que el valor experimental de $P_N = 49 \pm 6$ Pa.



Gráfica 6.2. Magnitud de la oscilación de la presión como función de la posición dentro del tubo resonador.

En la gráfica 6.3 se muestra el comportamiento de la fase de la oscilación de la presión del fluido de trabajo como función de su posición dentro del MTA del MoTASold1. En esta gráfica se observa que la zona activa provoca el mayor desfase dentro del resonador. En todos los casos, el valor de θp_1 en $x^* = 1.05$ es 13.89 ± 0.04 % menor que $\theta P_N = -200.4 \pm 0.2^\circ$.

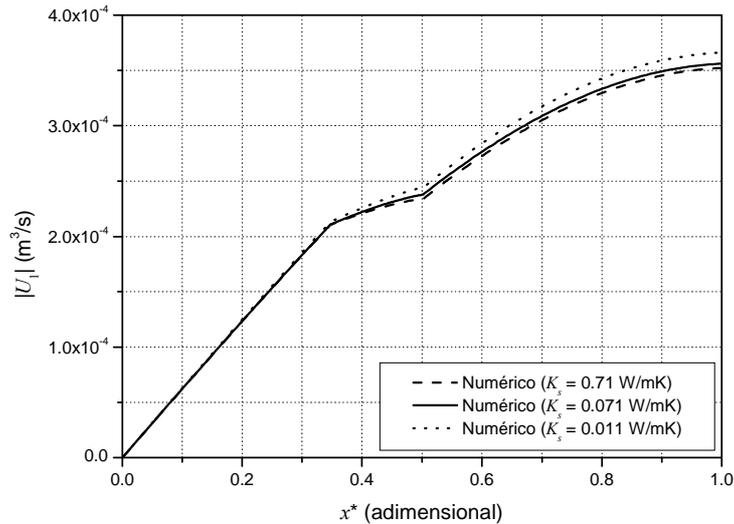


Gráfica 6.3. Fase de la oscilación de la presión como función de la posición dentro del tubo resonador.

6. Comparación de resultados numéricos y experimentales

Los valores calculados de $|U_1|$ y de θU_1 no se compararon con resultados experimentales ya que no se hicieron mediciones de estas variables.

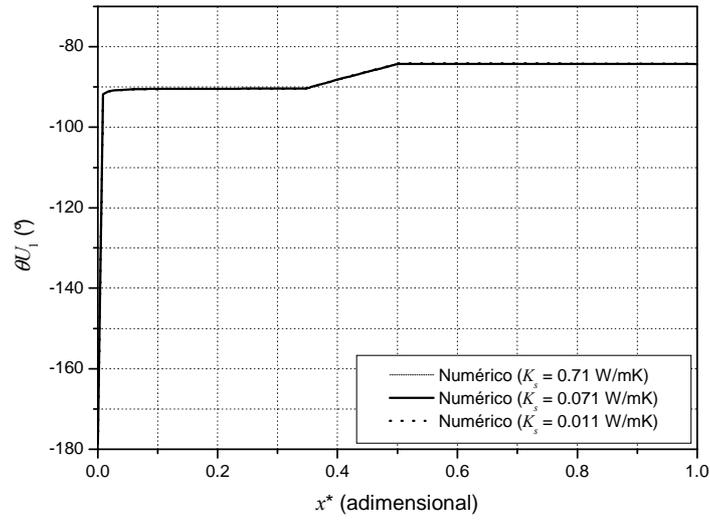
En la gráfica 6.4 se muestra el comportamiento de la magnitud de la oscilación del flujo volumétrico del fluido de trabajo como función de su posición dentro del MTA del MoTASold1. En esta gráfica se observa que la zona activa provoca que la oscilación del fluido de trabajo se desacelere.



Gráfica 6.4. Magnitud de la oscilación del flujo volumétrico como función de la posición dentro del tubo resonador.

En la gráfica 6.5 se muestra el comportamiento de la fase de la oscilación del flujo volumétrico del fluido de trabajo como función de su posición dentro del MTA del MoTASold1. En esta gráfica se observa que la zona activa provoca el mayor desfase dentro del resonador.

6. Comparación de resultados numéricos y experimentales



Gráfica 6.5. Fase de la oscilación del flujo volumétrico como función de la posición dentro del tubo resonador.

En el siguiente capítulo se presentarán las conclusiones y las principales aportaciones derivadas de esta tesis, así como algunas recomendaciones para futuros trabajos.

Capítulo 7

Conclusiones y recomendaciones

En este capítulo se presentan las principales aportaciones de esta tesis, así como las conclusiones derivadas del trabajo de investigación y las recomendaciones para futuros trabajos.

Se diseñó y construyó un motor termoacústico sencillo que usa energía solar para operar y que puede ser utilizado para hacer demostraciones de la generación de sonido por efecto termoacústico. A este dispositivo se le denominó MoTASold1. Para que el sonido generado pueda ser escuchado, uno de los extremos del resonador está abierto, por lo tanto el fluido de trabajo usado fue aire a una presión media de una atmósfera. El MoTASold1 puede ser transportado y manipulado fácilmente, cumpliendo con uno de los criterios de diseño. Además, el MoTASold1 fue construido con materiales comerciales, por lo que su fabricación fue económica, cumpliendo así con el otro objetivo de diseño. En este diseño, se eligió una lupa de lectura plana comercial como sistema de concentración solar que funciona como una económica lente de Fresnel.

Se estudió el comportamiento del MoTASold1 al operar con un suministro de calor constante en el extremo de la zona activa cercano al antinodo de presión. En este estudio se determinó la posición x_s óptima de la zona activa dentro del resonador y la distancia L_F óptima entre la lente de Fresnel y el extremo caliente de la zona activa. Usando estos resultados se operó el MoTASold1 durante un día soleado y se obtuvo el comportamiento de la temperatura media del fluido de trabajo en los extremos de la zona activa T_h y T_c , del gradiente de temperatura en la zona activa y de la magnitud P_N de la oscilación de la presión a una distancia de 1 cm del extremo abierto del resonador. Para completar la caracterización, los valores de la magnitud P_A y la fase θP_A de la oscilación de la presión en el extremo cerrado del resonador y la fase θP_N se obtuvieron de forma indirecta a través de un motor termoacústico con el que se reprodujo una onda acústica igual a la generada por el MoTASold1. Este equipo funciona con una resistencia eléctrica pegada al extremo caliente de la zona activa que suministra el flujo de calor necesario para su operación. Se determinó el gradiente crítico de temperatura, es decir, el gradiente de temperatura mínimo que debe existir en la zona activa del MoTASold1 para generar la onda acústica, así como la radiación solar crítica $(G_b)_{crit}$, es decir, la mínima radiación solar directa necesaria para producir la onda acústica con el MoTASold1. También se determinaron el flujo de calor suministrado al extremo caliente de la zona

7. Conclusiones y recomendaciones

activa Q_s , la eficiencia de la lente de Fresnel η_L , la eficiencia del motor termoacústico η_{MTA} y de la eficiencia global del MoTASold1 η .

Se desarrollaron dos algoritmos en lenguaje C. El primero sirve para estimar, de forma aproximada, los valores de la frecuencia f de la onda acústica generada, la temperatura media T_h de las paredes de la sección caliente del tubo resonador y el promedio temporal del flujo de energía en la zona activa H_2 . A este programa se le llamó programa de aproximación o ProgA. El segundo resuelve la ecuación de onda (2.50), la de flujo de energía (2.71) y la de la oscilación de la velocidad promedio (2.92), utilizando como entrada los resultados obtenidos con el ProgA. A este programa se le denominó programa de solución o ProgS. El ProgS fue validado comparándolo con un programa similar de uso comercial llamado DeltaE. La mayor diferencia entre los resultados del DeltaE y los del ProgS fue del 3.2 %.

De la caracterización del MoTASold1, las principales conclusiones son las siguientes. Se encontró que la posición óptima de la zona activa es $x_s = (0.425 \pm 0.0125) L_{res}$. Este resultado es muy parecido al valor $x_s = 0.42 L_{res}$ de un motor termoacústico similar (López-Alquicira 2004) y ligeramente menor al valor teórico $x_s = 0.5 L_{res}$ (Swift 1988). La distancia L_F óptima corresponde a la distancia focal de la lente de Fresnel ($L_F = 33.90 \pm 0.05$ cm). Con la zona activa y la lente de Fresnel en su correspondiente posición óptima y durante un día soleado en el que la radiación solar directa sobre la lente de Fresnel fue de 788 ± 6 W/m², los resultados en estado cuasiestacionario obtenidos con el MoTASold1 fueron los siguientes. En el centro de la superficie del extremo caliente de la zona activa se registró una temperatura $T_{h|0} = 949 \pm 23$ °C, mientras que a una distancia radial de 5.85 ± 0.09 mm con respecto al centro de la superficie del extremo caliente se midió una temperatura $T_{h|5.85} = 406 \pm 9$ °C. La distribución de temperatura en el extremo caliente de la zona activa resultó tener una forma Gaussiana, por lo que se determinó que la temperatura promedio en este extremo fue $T_h = 466 \pm 10$ °C. En el centro de la superficie del extremo frío de la zona activa se registró una temperatura $T_{c|0} = 119 \pm 5$ °C. Por lo que el gradiente de temperatura en la zona activa fue de 11222 ± 339 °C/m. La magnitud de la oscilación de presión en el extremo cerrado del resonador fue de $P_A = 647 \pm 79$ Pa y a 1 cm del extremo abierto del resonador fue $P_N = 49 \pm 6$ Pa, su diferencia de fase fue de $\theta P_N - \theta P_A = 154.6 \pm 0.2^\circ$. Además, por medio de un calorímetro tipo Gardon se determinó que la eficiencia de la lente de Fresnel es $\eta_L = 0.56 \pm 0.01$, por lo que el flujo de calor suministrado al extremo caliente de la zona activa durante las pruebas de caracterización fue $Q_s = 21.4 \pm 0.2$ W. Por último, se determinó que las eficiencias correspondientes al motor termoacústico y al MoTASold1 fueron $\eta_{MTA} = (9 \pm 2) \times 10^{-6}$ y $\eta = (5 \pm 1) \times 10^{-6}$ respectivamente. A pesar que la eficiencia del MoTASold1 es muy baja, este equipo cumple con su objetivo principal que es realizar demostraciones de la generación de sonido por efecto termoacústico.

También se determinó que el valor teórico del gradiente de temperatura crítico (6890 °C/m) calculado con la teoría de Swift subestima en un 19.3 % el valor del gradiente de temperatura crítico experimental (8534 ± 392 °C/m), calculado usando el promedio de la temperatura en el extremo caliente de la zona activa. Además, se encontró que el valor de la radiación solar crítica del MoTASold1 es $(G_b)_{crit} = 643 \pm 56$ W/m².

Se observó que al operar un motor termoacústico con un suministro de calor constante en el extremo de la zona activa cercano al antinodo de presión, la magnitud de la oscilación de presión, después de un transitorio, alcanza un estado cuasiestacionario en el que presenta variaciones cercanas al 13 % alrededor de un valor constante. Variaciones similares se reportaron en el estudio de un MTA con resonador anular (Penelet 2004) en el que también se mantuvo un suministro de calor constante, por lo que pareciera ser que las variaciones de la magnitud de la oscilación de presión son características de esta forma de operación. Estas variaciones pueden deberse a interacciones no lineales complejas entre la onda acústica y la temperatura de la zona activa, sin embargo no se ha reportado ningún estudio acerca de este comportamiento que no se presenta al operar el motor termoacústico fijando las temperaturas en los extremos de la zona activa como normalmente se hace.

De la comparación de los resultados obtenidos de forma numérica con los resultados experimentales se obtienen las siguientes conclusiones. El ProgA sobreestimó 9.1 % el valor de f y subestimó 11.7 % el valor de T_h , sin embargo estos resultados son satisfactorios debido a la intencionalidad del programa. El ProgS subestimó 50.7 % el valor de P_N , 13.89 % el de θP_N , 62 % el de T_c y 8.4 % el del gradiente de temperatura en la zona activa. El valor calculado de H_2 es únicamente el 1.29 % del valor experimental de Q_s . Esto indica que una gran cantidad de energía que incide en el extremo caliente de la zona activa no se aprovecha para la generación del efecto termoacústico sino que se disipa en forma de calor. Las diferencias entre los resultados numéricos y los experimentales se pueden deber a que el ProgS no toma en cuenta efectos no lineales como las pérdidas debidas a la vorticidad generada en los extremos de la zona activa y en el extremo abierto del resonador. Además, los valores de las propiedades físicas de la zona activa que se utilizaron para calcular los resultados numéricos pueden ser diferentes a los del material de la zona activa del MoTASold1, ya que se desconoce la composición de esta cerámica.

Para la realización de trabajos futuros, relacionados con esta línea de investigación, se hacen las siguientes recomendaciones.

Si se desea usar un equipo similar al MoTASold1 en lugares dedicados exclusivamente a la divulgación de la ciencia como museos, es recomendable que se construya un equipo con una lente de Fresnel más grande y eficiente que la del MoTASold1. Estas lentes son mucho más costosas que la lupa usada en el MoTASold1, sin embargo, esta inversión permite que el equipo funcione aun cuando la radiación solar directa sea menor a la que se debe tener para que el MoTASold1 opere.

Debido a la eficiencia tan baja que se obtuvo con el MoTASold1, este equipo no se puede utilizar para la generación de potencia mecánica. Para ello se recomienda diseñar un equipo con una lente de Fresnel más grande y de mayor calidad, una ventana plana paralela a la lente de Fresnel que permita el paso de la radiación solar concentrada hacia el extremo caliente de la zona activa, fabricada de un material con una transmitancia mayor a la del Pyrex. También, se sugiere el uso de un motor termoacústico con un

7. Conclusiones y recomendaciones

resonador cerrado en ambos extremos y con un intercambiador de calor de aletas que mantenga baja la temperatura del extremo frío de la zona activa con el fin de aumentar el gradiente de temperatura. Además, para aumentar la eficiencia de este equipo, se recomienda que utilice una mezcla entre gases nobles ligeros y pasados como fluido de trabajo (Ward *et al.* 1991 y Belcher *et al.* 1999) a una presión media elevada (Swift 1992). Otra opción para aumentar la eficiencia del equipo es diseñar un motor termoacústico de onda viajera (Backhaus & Swift, 2000).

Al diseñar un motor termoacústico que opere con un suministro de calor constante, en el que la temperatura del extremo caliente de la zona activa no sea controlada, se recomienda tener en cuenta que una de sus características es que la magnitud de la oscilación de presión presenta variaciones a lo largo del tiempo, por lo que la potencia que entregue esta máquina también presentará variaciones. Para comprender el origen de estas variaciones y su posible control, se sugiere realizar un estudio básico sobre este fenómeno.

El ProgS se validó con el DeltaE y funciona adecuadamente, sin embargo, el método utilizado para lograr las condiciones de frontera en el extremo abierto es tedioso, ya que se trata de un método de prueba y error. Para mejorar el ProgS se recomienda incorporar un método numérico iterativo para que el programa converja automáticamente en las condiciones de frontera deseadas. El método numérico que se recomienda es el método de disparo (Press *et al.* 2002). El ProgS considera que la sección transversal de cada una de las secciones del motor termoacústico es constante, por lo que se recomienda incluir en el programa variaciones continuas de la sección transversal en cada elemento del motor termoacústico.

Para obtener resultados numéricos más parecidos a los experimentales, se recomienda hacer mediciones de las propiedades físicas del material de la zona activa del MoTASold.

Anexo A

Sección transversal de la zona activa

En esta sección se presenta la deducción de las ecuaciones para calcular el área libre de la sección transversal por la que se desplaza el fluido de trabajo en la zona activa y el perímetro de la sección transversal en contacto con el fluido de trabajo. Esta deducción se hace para una zona activa con paredes formadas por un apilamiento de placas planas paralelas y para una zona activa con paredes formadas por un sólido con poros de sección transversal cuadrada.

- Placas planas paralelas.

La sección transversal cuadrada de la zona activa con paredes formadas por un apilamiento de placas planas paralelas se muestra en figura A.1.

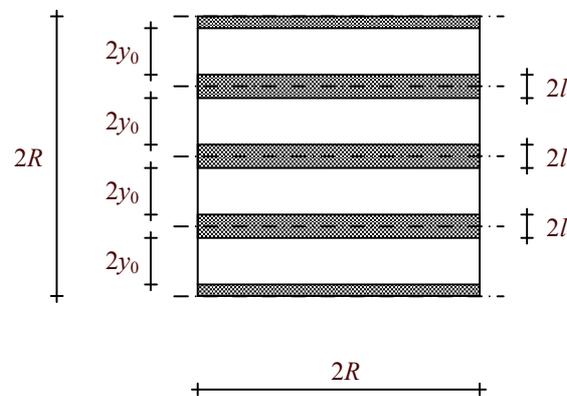


Figura A.1. Sección transversal cuadrada de la zona activa con paredes de placas paralelas.

Para calcular el área libre A_0 de la sección transversal por la que se desplaza el fluido de trabajo se parte de la siguiente ecuación.

$$\frac{A_0}{A} = \frac{A_0^*}{A^*} \quad (\text{A.1})$$

En esta ecuación, A es el área de la sección transversal de la zona activa, A_0^* es el área entre dos placas contiguas de la sección transversal y A^* es el área formada por el área entre dos placas contiguas y el área de la mitad de dos placas de la sección transversal. Éstos están dados por las siguientes ecuaciones.

$$A_0^* = 2R(2y_0) \quad (\text{A.2})$$

$$A^* = 2R(2y_0 + 2l) \quad (\text{A.3})$$

Sustituyendo las ecuaciones (A.2) y (A.3) en la ecuación (A.1) se obtiene la expresión para calcular el área libre de la sección transversal por la que se desplaza el fluido de trabajo.

$$A_0 = A \left(\frac{y_0}{y_0 + l} \right) \quad (\text{A.4})$$

El perímetro Π de la sección transversal en contacto con el fluido de trabajo se puede obtener a partir de la siguiente expresión.

$$\Pi = 2(2R)N \quad (\text{A.5})$$

En esta ecuación, N es el número de placas de la zona activa.

Por otro lado, la longitud de uno de los lados de la sección transversal de la zona activa se puede expresar de la siguiente forma.

$$2R = N(2y_0 + 2l) \quad (\text{A.6})$$

Despejando N de la ecuación (A.6) se obtiene la siguiente expresión.

$$N = \frac{R}{y_0 + l} \quad (\text{A.7})$$

Sustituyendo la ecuación (A.7) en la ecuación (A.5) se obtiene la siguiente expresión.

$$\Pi = \frac{(2R)^2}{y_0 + l} \quad (\text{A.8})$$

Por lo tanto, para calcular el perímetro de la sección transversal en contacto con el fluido de trabajo se utiliza la siguiente expresión.

$$\Pi = \frac{A}{y_0 + l} \quad (\text{A.9})$$

Se puede demostrar que las ecuaciones (A.4) y (A.9) son válidas independientemente de la geometría de la sección transversal de la zona activa.

- Poros de sección transversal cuadrada.

La sección transversal cuadrada de la zona activa con paredes formadas por un sólido con poros de sección transversal cuadrada se muestra en figura A.2.

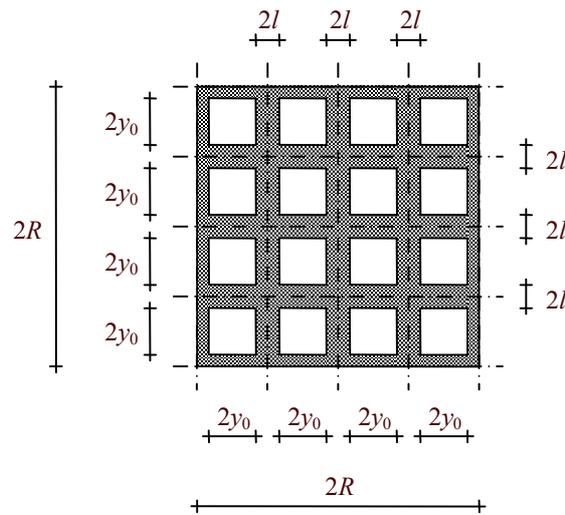


Figura A.2. Sección transversal cuadrada de la zona activa con poros de sección transversal cuadrada.

Para calcular el área libre A_0 de la sección transversal por la que se desplaza el fluido de trabajo se parte de la ecuación (A.1).

En este caso, en la ecuación (A.1) A_0^* es el área de la sección transversal de un poro y A^* es el área formada por el área de un poro y el área de la mitad de las cuatro paredes de un poro. Éstos están dados por las siguientes ecuaciones.

$$A_0^* = (2y_0)^2 \tag{A.10}$$

$$A^* = (2y_0 + 2l)^2 \tag{A.11}$$

Sustituyendo las ecuaciones (A.10) y (A.11) en la ecuación (A.1) se obtiene la expresión para calcular el área libre de la sección transversal por la que se desplaza el fluido de trabajo.

$$A_0 = A \left(\frac{y_0}{y_0 + l} \right)^2 \tag{A.12}$$

El perímetro Π de la sección transversal en contacto con el fluido de trabajo se puede obtener a partir de la siguiente expresión.

$$\Pi = 4(2y_0)N \quad (\text{A.13})$$

En esta ecuación, N es el número de poros de la zona activa.

Por otro lado, el área de la sección transversal de la zona activa se puede expresar de la siguiente forma.

$$A = N(2y_0 + 2l)^2 \quad (\text{A.14})$$

Despejando N de la ecuación (A.14) se obtiene la siguiente expresión.

$$N = \frac{A}{(2y_0 + 2l)^2} \quad (\text{A.15})$$

Sustituyendo la ecuación (A.15) en la ecuación (A.13) se obtiene la siguiente expresión.

$$\Pi = \frac{2y_0 A}{(y_0 + l)^2} \quad (\text{A.16})$$

Se puede demostrar que las ecuaciones (A.12) y (A.16) son válidas independientemente de la geometría de la sección transversal de la zona activa.

Anexo B

Diagramas de flujo

En este anexo se muestran los diagramas de flujo del programa de aproximación llamado ProgA (figura B.1) y de sus subrutinas (figuras B.2 – B.4), así como del programa de solución denominado ProgS (figura B.5) y de las subrutinas correspondientes (figuras B.3 y B.6 – B.8).

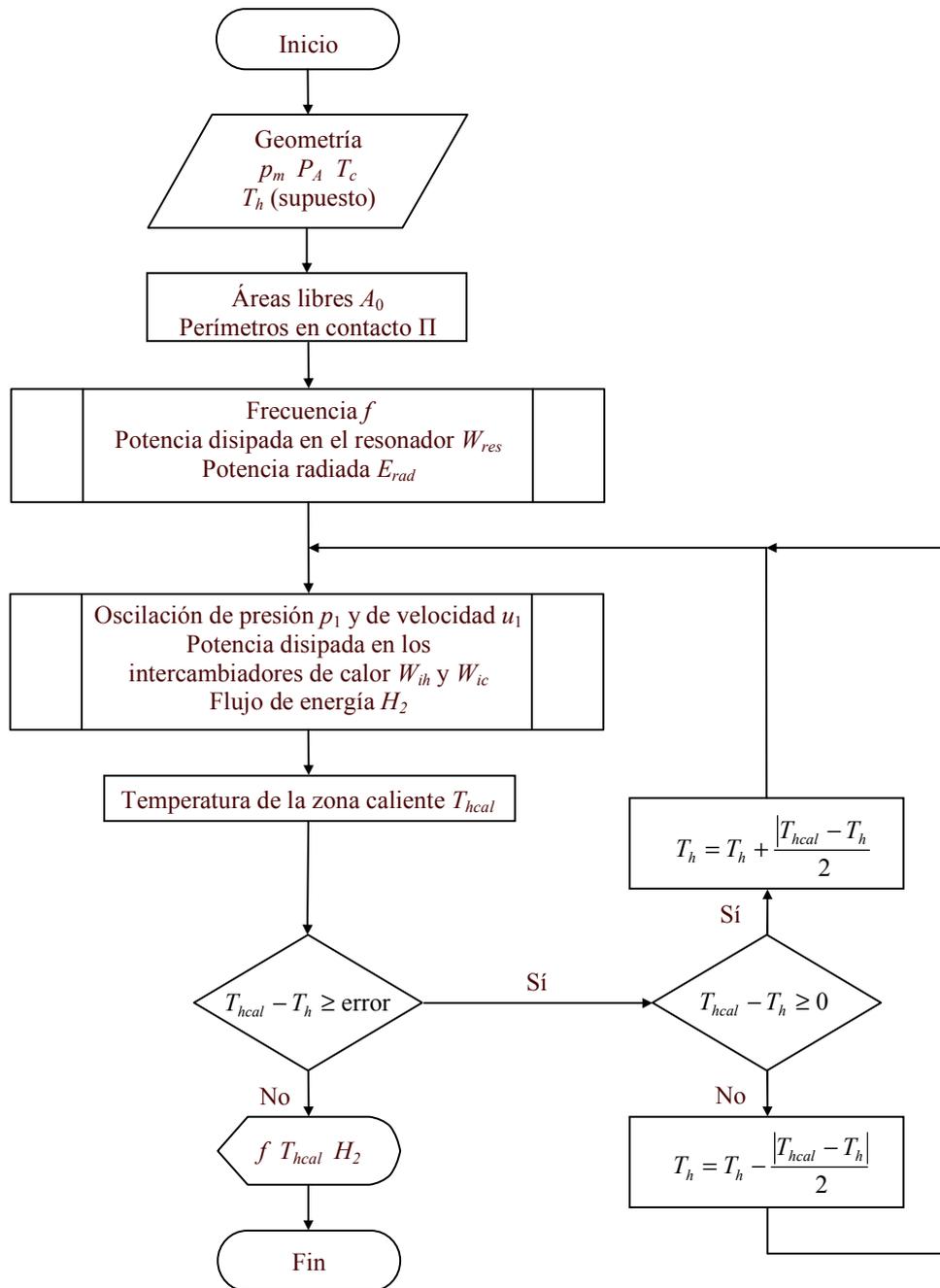


Figura B.1. Diagrama de flujo del ProgA.

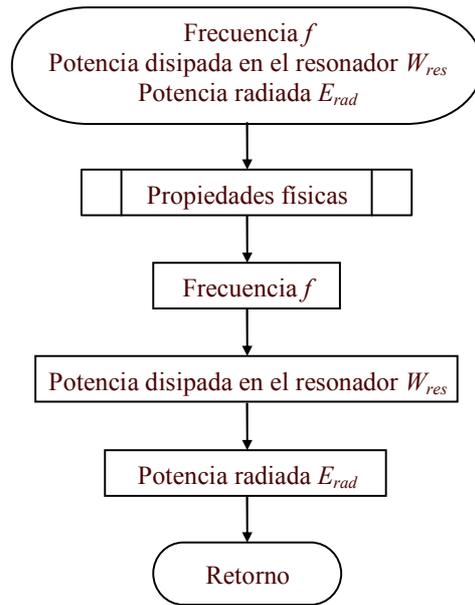


Figura B.2. Diagrama de flujo de la subrutina para calcular la frecuencia, la potencia disipada en el resonador y la potencia radiada.

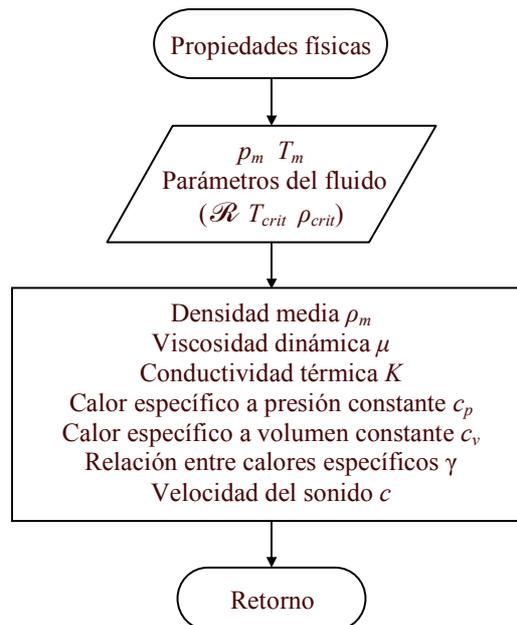


Figura B.3. Diagrama de flujo de la subrutina para calcular las propiedades físicas del fluido de trabajo.

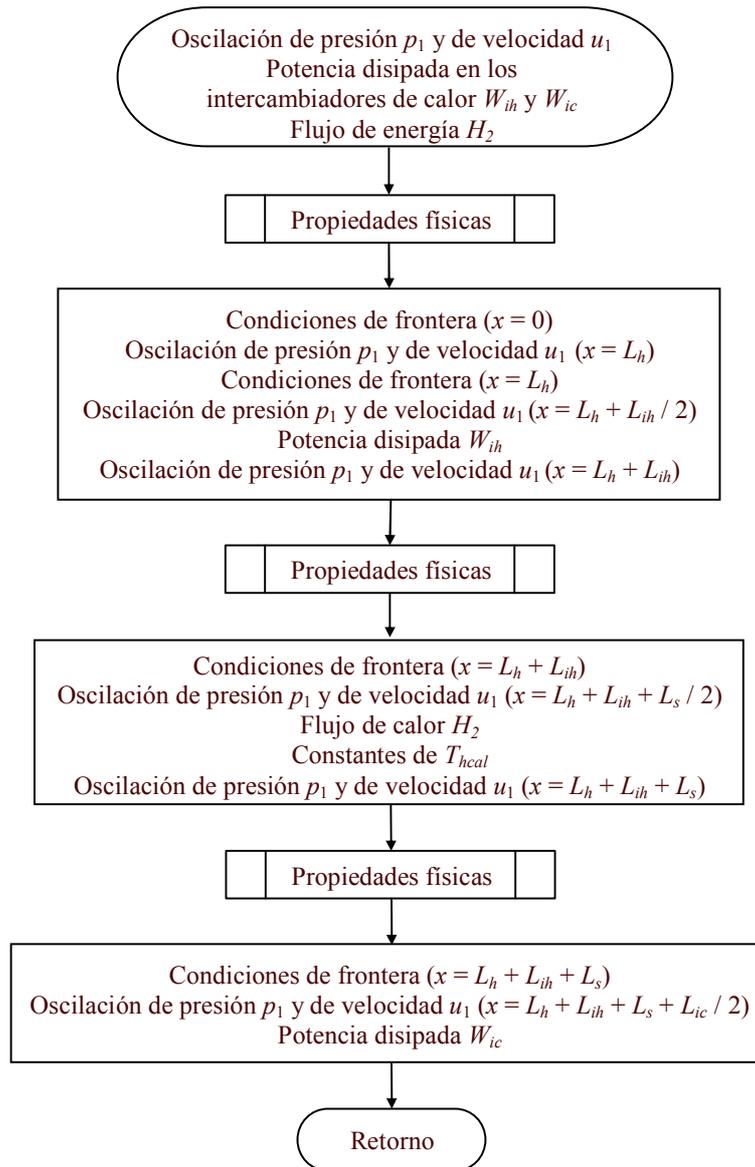


Figura B.4. Diagrama de flujo de la subrutina para calcular la amplitud de las oscilaciones de presión y de velocidad, la potencia disipada en los intercambiadores de calor y el flujo de calor.

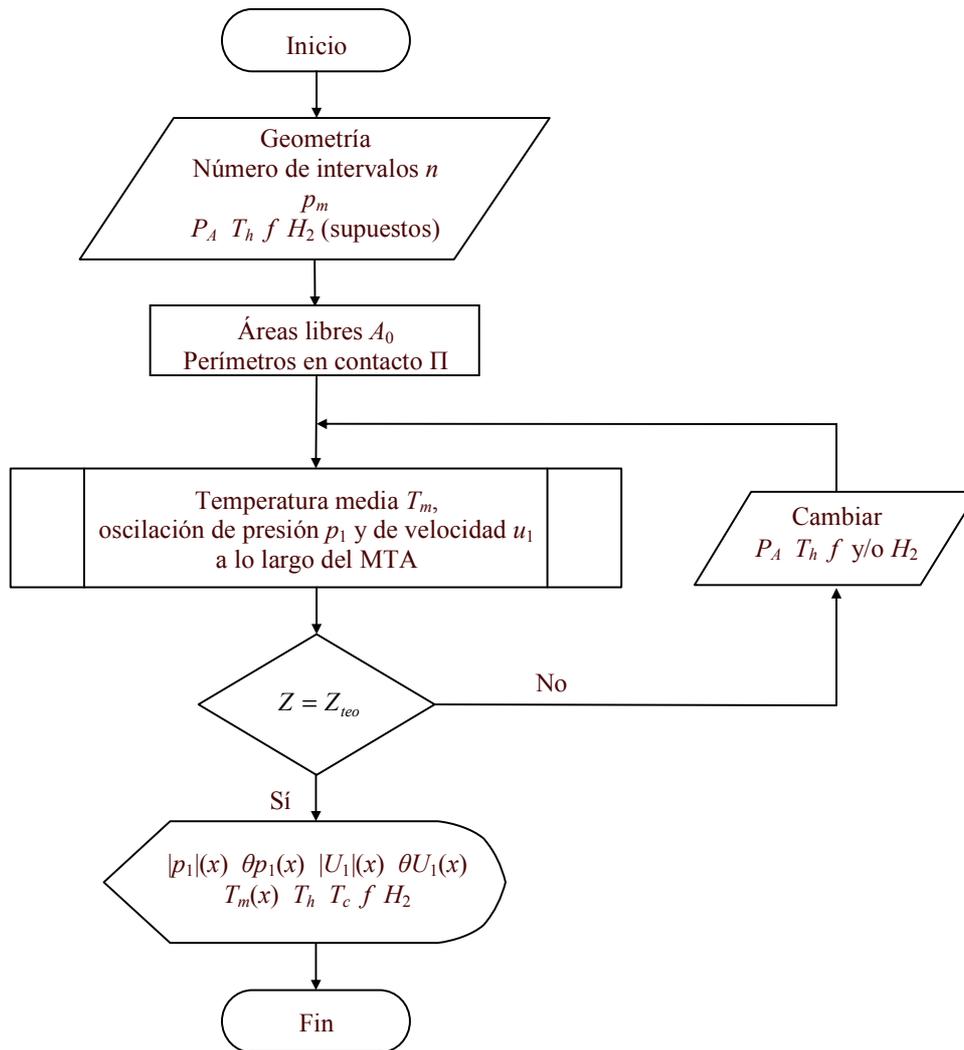


Figura B.5. Diagrama de flujo del ProgS.

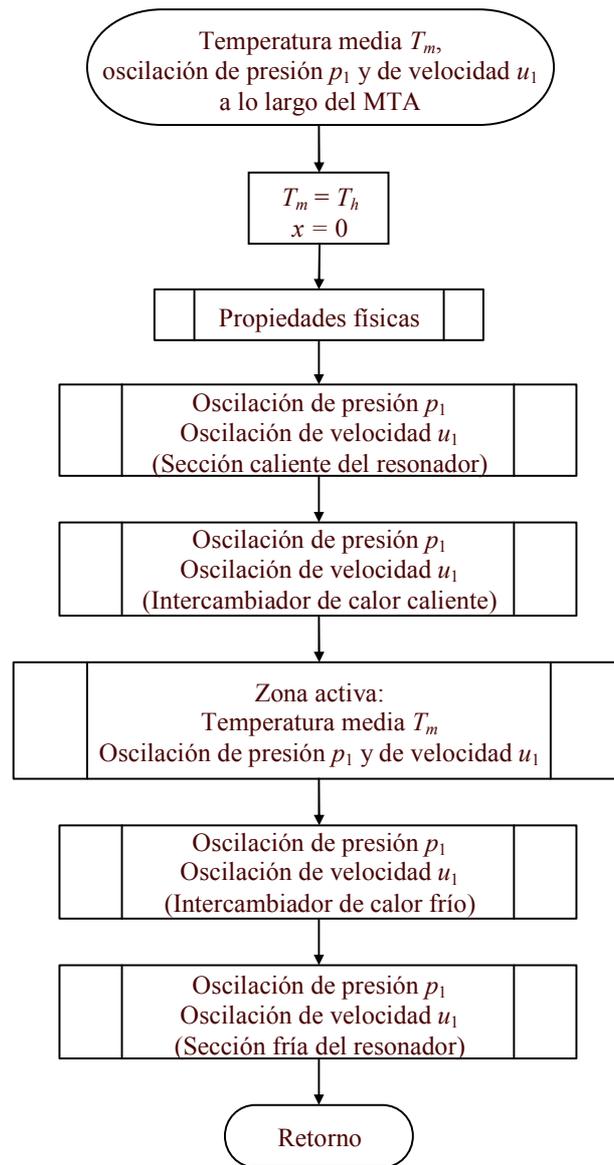


Figura B.6. Diagrama de flujo de la subrutina para calcular la temperatura media y las oscilaciones de presión y de velocidad a lo largo del MTA.

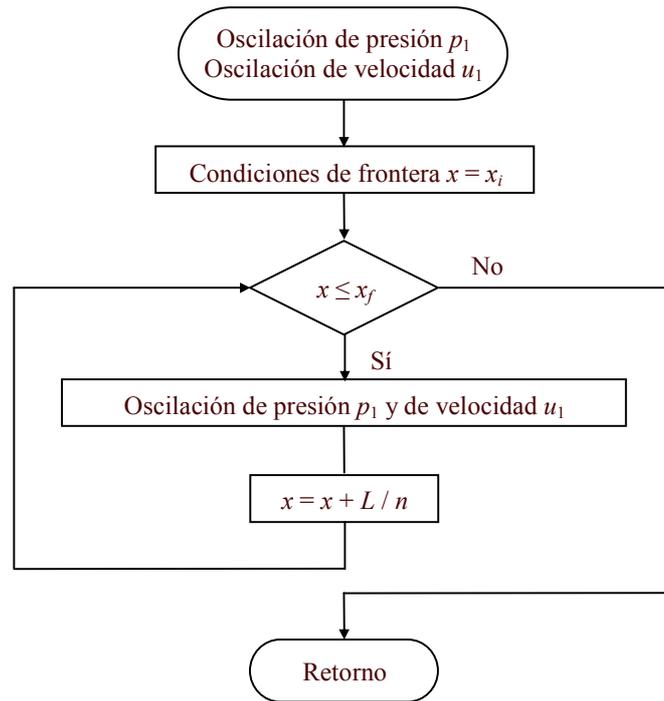


Figura B.7. Diagrama de flujo de la subrutina para calcular la oscilación de presión y la oscilación de velocidad.

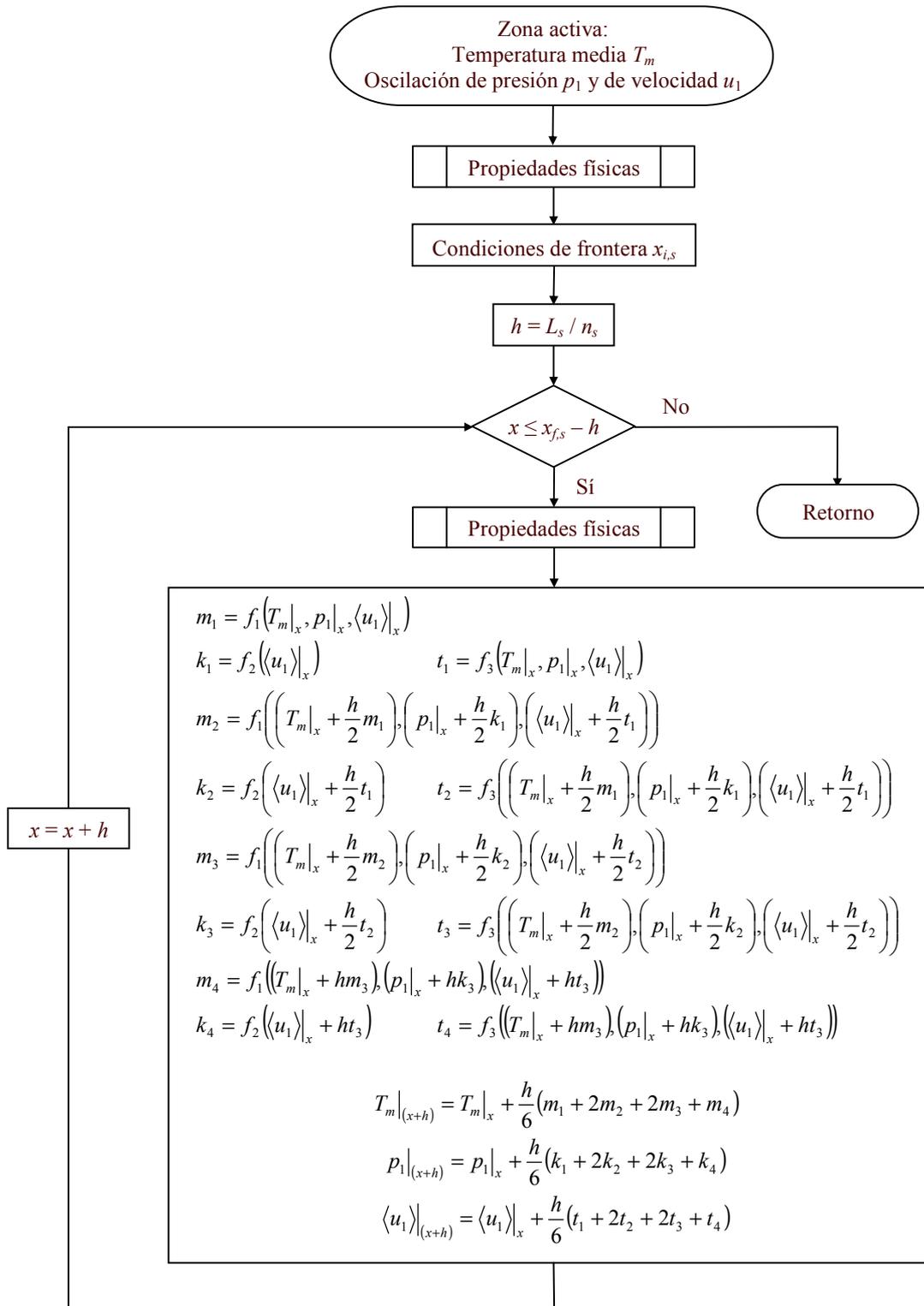


Figura B.8. Diagrama de flujo de la subrutina para calcular la temperatura media y las oscilaciones de presión y de velocidad a lo largo de la zona activa.

Anexo C

Método de Runge-Kutta de cuarto orden

En este anexo se presenta una breve descripción del método de Runge-Kutta de cuarto orden basado en (Zill, 1988).

Para resolver un sistema de N ecuaciones diferenciales por el método de Runge-Kutta de cuarto orden es necesario que éstas se encuentren expresadas de la siguiente forma.

$$\frac{dg_i}{dx} = f_i(x, g_1, g_2, \dots, g_N) \quad \text{con } i = 1, 2, \dots, N \quad (\text{C.1})$$

En estas ecuaciones, g_1, g_2, \dots, g_N son las variables que se desean calcular, mientras que f_1, f_2, \dots, f_N son funciones de x y de las variables a calcular.

Para evaluar cualquiera de las variables en un punto $x + h$ en la dirección x , donde h es un incremento pequeño, se utilizan las siguientes expresiones.

$$g_i|_{(x+h)} = g_i|_x + \frac{h}{6}(m_{i,1} + 2m_{i,2} + 2m_{i,3} + m_{i,4}) \quad (\text{C.2})$$

donde

$$m_{i,1} = f_i(x, g_1|_x, g_2|_x, \dots, g_N|_x) \quad (\text{C.3})$$

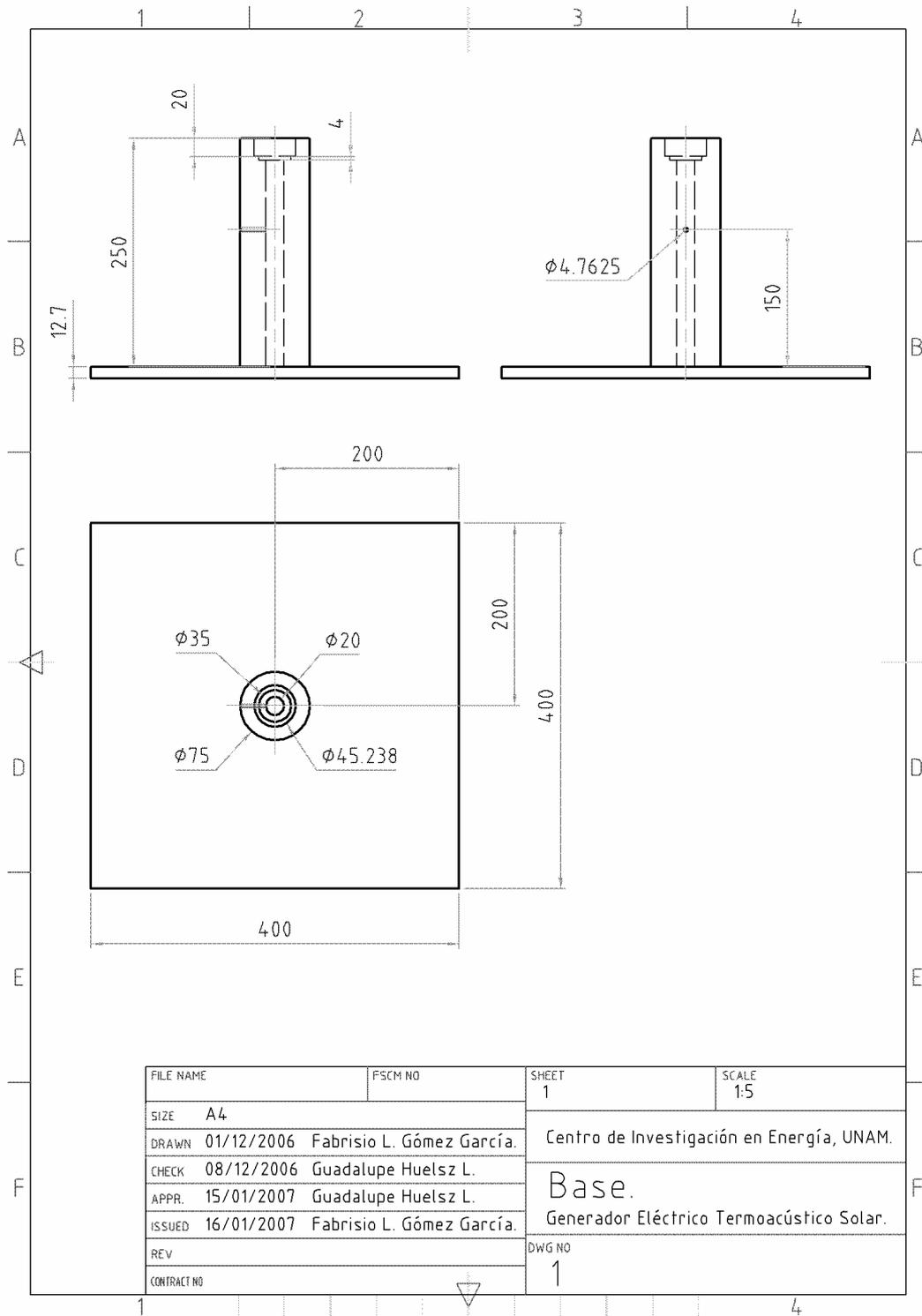
$$m_{i,2} = f_i\left(\left(x + \frac{h}{2}\right), \left(g_1|_x + \frac{h}{2}m_{1,1}\right), \left(g_2|_x + \frac{h}{2}m_{2,1}\right), \dots, \left(g_N|_x + \frac{h}{2}m_{N,1}\right)\right) \quad (\text{C.4})$$

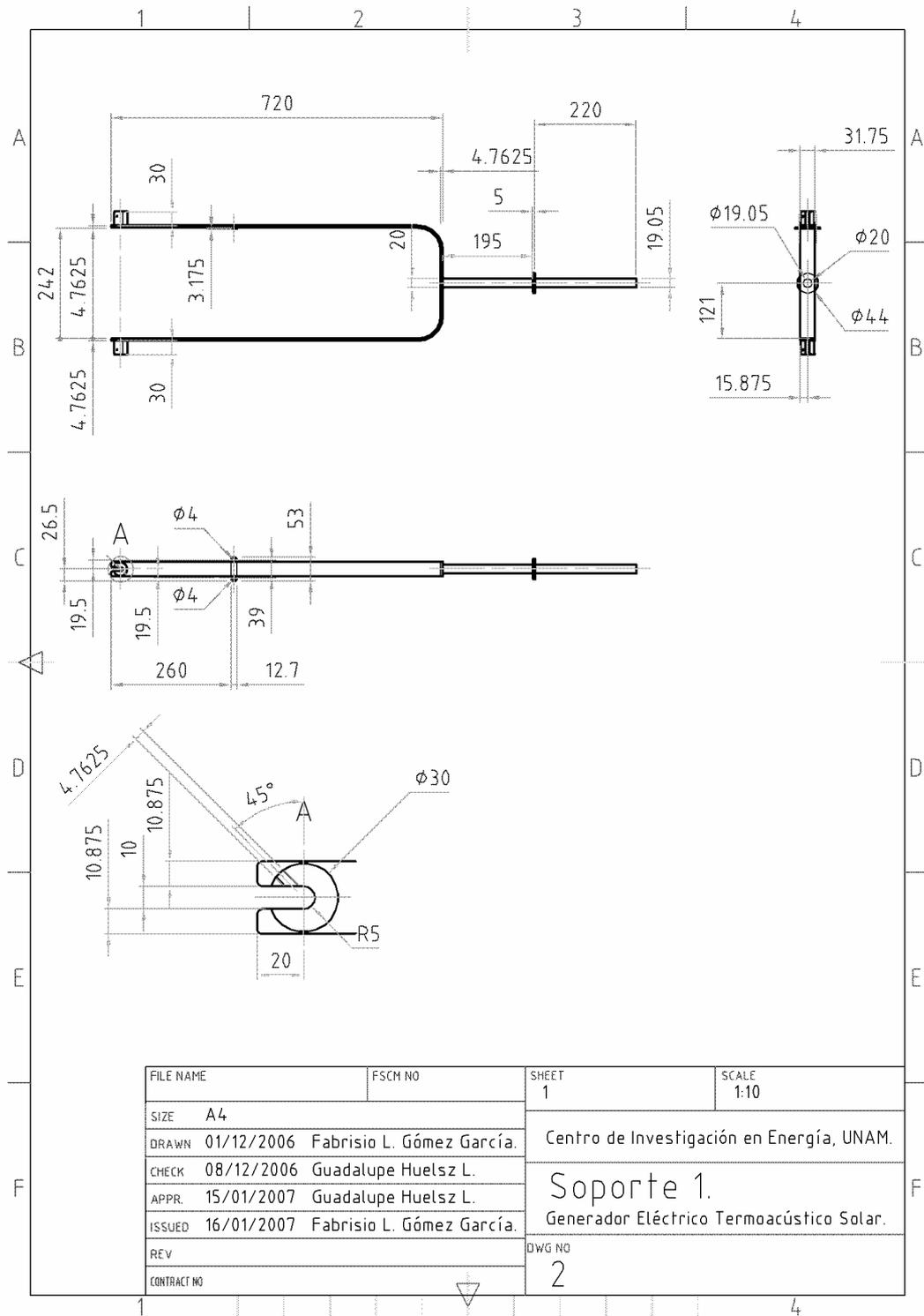
$$m_{i,3} = f_i\left(\left(x + \frac{h}{2}\right), \left(g_1|_x + \frac{h}{2}m_{1,2}\right), \left(g_2|_x + \frac{h}{2}m_{2,2}\right), \dots, \left(g_N|_x + \frac{h}{2}m_{N,2}\right)\right) \quad (\text{C.5})$$

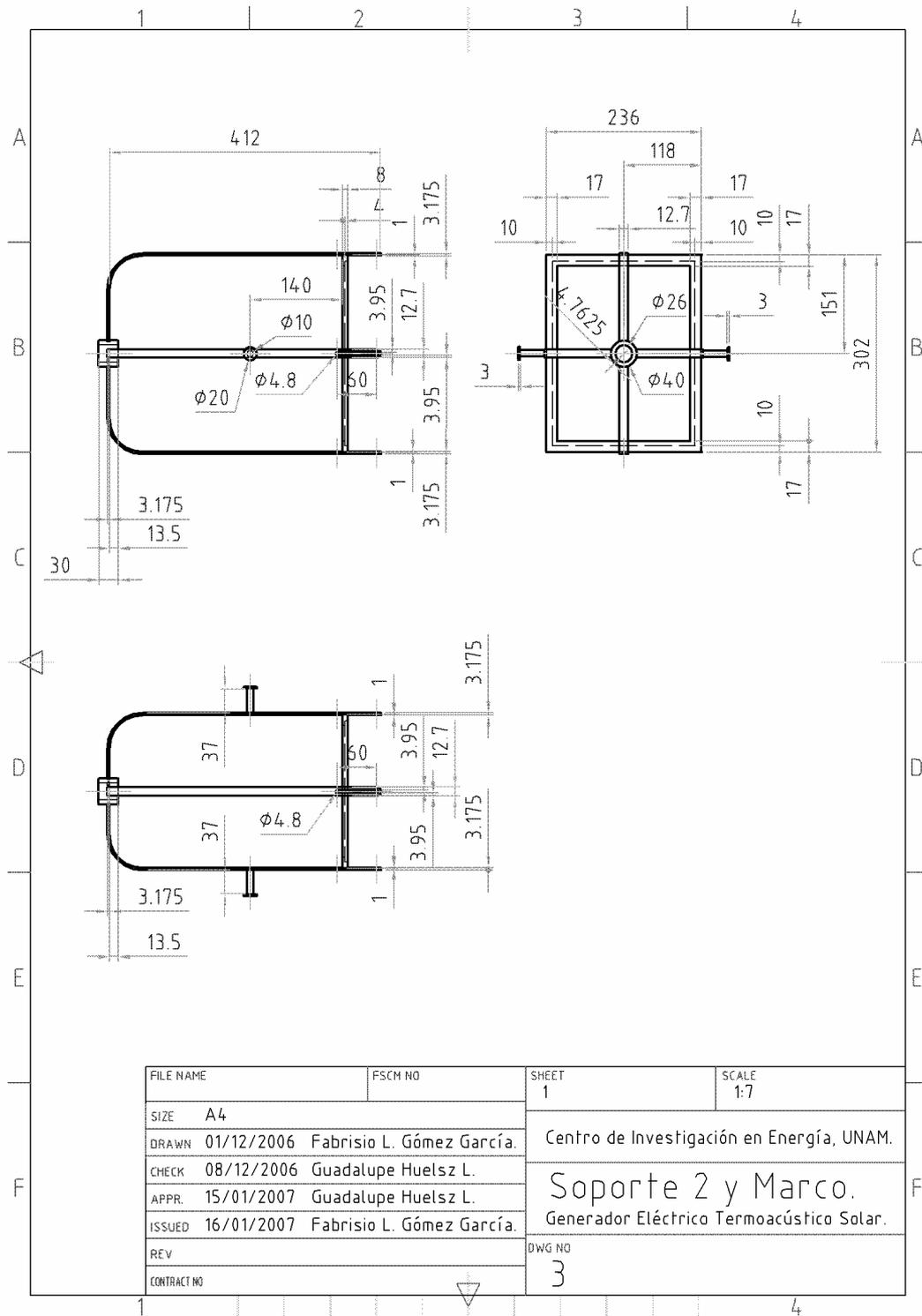
$$m_{i,4} = f_i\left(x + h, \left(g_1|_x + hm_{1,3}\right), \left(g_2|_x + hm_{2,3}\right), \dots, \left(g_N|_x + hm_{N,3}\right)\right) \quad (\text{C.6})$$

Anexo D

Planos de manufactura de la montura del MoTASold1







Anexo E

Circuitos de alimentación y calibraciones de los micrófonos

Para medir la magnitud de la oscilación de la presión P_N a 1 cm de distancia del borde del extremo abierto del MoTASold1 y del MTA eléctrico, se utilizó la pastilla de un micrófono de condensador omnidireccional marca Steren modelo em-926. El diagrama del circuito de alimentación de este instrumento se muestra en la figura E.1.

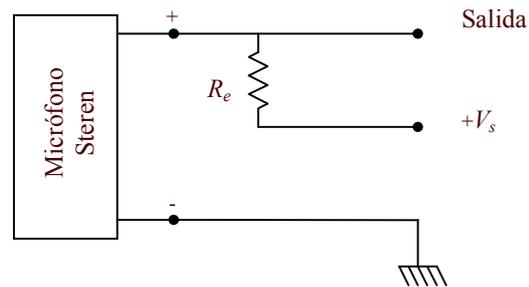


Figura E.1. Circuito de alimentación del micrófono marca Steren.

Los valores del voltaje de alimentación V_s y de la resistencia R_e recomendados por el fabricante son los siguientes:

$$V_s = 1.5 \text{ V}$$

$$R_e = 2.2 \text{ k}\Omega$$

Para medir la magnitud de la oscilación de la presión P_A en el extremo cerrado (antinodo de presión) del MTA eléctrico, se utilizó un micrófono marca Sharp. Este instrumento no requiere ser alimentado para su operación, pero la señal que entrega es tan pequeña que requiere ser amplificada para ser medida. Para ello se utilizó un amplificador operacional (OpAmp) LM741 con el que se amplificó 10 veces la señal de salida. El diagrama del circuito amplificador para la señal de este micrófono se muestra en la figura E.2.

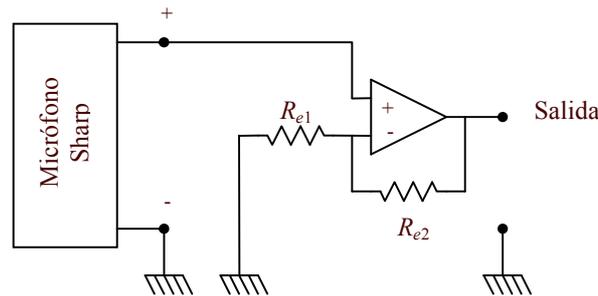


Figura E.2. Circuito amplificador de la señal del micrófono marca Sharp.

Los valores de las resistencias que se muestran en la figura E.2 son los siguientes:

$$R_{e1} = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_{e2} = 10 \text{ k}\Omega$$

Siguiendo las recomendaciones del constructor, el voltaje de alimentación usado en el LM741 fue de $V_s = \pm 15 \text{ V}$.

La calibración para obtener la sensibilidad de ambos micrófonos se hizo en el Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico (CCADET) de la UNAM, empleando un calibrador Brüel & Kjær. La sensibilidad se determinó utilizando el circuito de amplificación para el micrófono marca Sharp (micrófono 1) y el de alimentación para el micrófono marca Steren (micrófono 2) que se usaron en los experimentos. El valor de la sensibilidad del micrófono 1 es de 0.784 mV/Pa y la del micrófono 2 es de 6.91 mV/Pa .

El micrófono 1 se utilizó para hacerlas mediciones de la oscilación de la presión en el antinodo de presión (extremo cerrado del resonador) y el micrófono 2 se uso para medir la oscilación de la presión a 1 cm del extremo abierto del resonador.

Para hacer la calibración de fase entre las mediciones del micrófono 1 (θ_{P_A}) y las del micrófono 2 (θ_{P_N}) se colocaron ambos micrófonos en la misma posición frente a una bocina marca J & B modelo WF 120 conectada a un generador de funciones WAVETEK modelo 29 con el que se generó una señal senoidal con la misma frecuencia que la de la onda acústica generada con el MTA eléctrico. El valor de la diferencia de fases de calibración se definió como la fase de la oscilación de la presión obtenida con el micrófono 2 menos la obtenida con el micrófono 1. Por lo tanto, a la diferencia entre las fases θ_{P_A} y θ_{P_N} obtenidas durante la operación del MTA eléctrico se le restó la diferencia de fases de calibración para obtener el valor real.

Anexo F

Propagación de incertidumbres

Como los valores del tiempo, de las temperaturas medidas por cada termopar y de la radiación solar directa se calcularon a través del promedio aritmético entre las mediciones iniciales y finales correspondientes a cada adquisición de la oscilación de la presión (ver capítulo 5), las incertidumbres Δ de estos valores se calcularon por medio de las siguientes expresiones.

Tiempo:

$$t = \frac{t_{inicial} + t_{final}}{2} \quad (F.1)$$

$$\Delta t = \frac{|t_{final} - t_{inicial}|}{2} \quad (F.2)$$

Temperatura medida por cada termopar:

$$T|_n = \frac{T_{inicial}|_n + T_{final}|_n}{2} \quad (F.3)$$

$$\Delta T|_n = \frac{|T_{final}|_n - T_{inicial}|_n|}{2} \quad (F.4)$$

En estas ecuaciones n es la posición de cada termopar.

Radiación solar directa:

$$G_b = \frac{G_{b_inicial} + G_{b_final}}{2} \quad (F.5)$$

$$\Delta G_b = \frac{|G_{b_final} - G_{b_inicial}|}{2} \quad (F.6)$$

El cálculo de la propagación de la incertidumbre obtenida para cada variable calculada se explica a continuación (Holman, 1981).

Sean las mediciones $x \pm \Delta x$, $y \pm \Delta y, \dots$, $w \pm \Delta w$ usadas para calcular la variable $f = f(x, y, \dots, w)$, entonces la incertidumbre de f es:

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \Delta y\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial w} \Delta w\right)^2} \quad (\text{F.7})$$

Usando la ecuación F.1 se determinó la expresión para obtener la incertidumbre de cada una de las variables calculadas.

Anexo G

Propiedades del aire, de la zona activa y del resonador

En este anexo se presentan las relaciones que se utilizaron para calcular las propiedades físicas del fluido de trabajo (aire), de la zona activa y del resonador del MoTASolD1.

A.1 Propiedades del aire

Los valores de las propiedades físicas del aire son función de la temperatura media y de la presión media. Estos valores se calcularon por medio de las correlaciones reportadas en un manual de propiedades físicas de líquidos y gases (Vargaftik *et al.* 1996).

La densidad media del aire se puede calcular tomando en cuenta la compresibilidad de un gas ideal. Esto se expresa de la siguiente forma.

$$\rho_m = \frac{\rho_{ideal}}{Z_{aire}} \quad (G.1)$$

En esta ecuación ρ_{ideal} es la densidad ideal del aire y Z_{aire} es la compresibilidad del aire.

La densidad ideal se calcula utilizando la ecuación de gas ideal.

$$\rho_{ideal} = \frac{p_m}{RT_m} \quad (G.2)$$

En esta ecuación R es la constante particular del aire y tiene un valor de 287.1 J/kgK.

La compresibilidad se calcula utilizando la siguiente expresión.

$$Z_{aire} = 1 + \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^s b_{ij} \frac{\omega^i}{\tau^j} \quad (G.3)$$

En esta ecuación b_{ij} es un coeficiente que depende de los valores de i y de j , mientras que ω y τ se definen de la siguiente forma.

$$\omega = \frac{\rho_{ideal}}{\rho_{crit}} \quad (G.4)$$

$$\tau = \frac{T_m}{T_{crit}} \quad (G.5)$$

En estas ecuaciones ρ_{crit} es la densidad crítica del aire y tiene un valor de 316.5 kg/m³, mientras que T_{crit} es la temperatura crítica del aire y tiene un valor de 132.5 K.

Los valores para el coeficiente b_{ij} se muestran a continuación.

$b_{10} = 0.366812 \times 10^0$	$b_{31} = -0.213427 \times 10^0$	$b_{54} = -0.998455 \times 10^{-1}$
$b_{11} = -0.252712 \times 10^0$	$b_{32} = -0.125167 \times 10^1$	$b_{55} = -0.620965 \times 10^{-1}$
$b_{12} = -0.284986 \times 10^1$	$b_{33} = -0.164970 \times 10^0$	$b_{60} = 0.285780 \times 10^0$
$b_{13} = 0.360179 \times 10^1$	$b_{34} = 0.684822 \times 10^0$	$b_{61} = 0.258413 \times 10^0$
$b_{14} = -0.318665 \times 10^1$	$b_{35} = 0.221185 \times 10^0$	$b_{62} = 0.749790 \times 10^{-1}$
$b_{15} = 0.154029 \times 10^1$	$b_{36} = 0.634056 \times 10^{-1}$	$b_{63} = 0.859487 \times 10^{-1}$
$b_{16} = -0.260953 \times 10^0$	$b_{40} = 0.313247 \times 10^0$	$b_{64} = -0.884071 \times 10^{-3}$
$b_{17} = -0.391073 \times 10^{-1}$	$b_{41} = 0.885714 \times 10^0$	$b_{70} = -0.636588 \times 10^{-1}$
$b_{20} = 0.140979 \times 10^0$	$b_{42} = 0.634585 \times 10^0$	$b_{71} = -0.105811 \times 10^0$
$b_{21} = -0.724337 \times 10^{-1}$	$b_{43} = -0.162912 \times 10^0$	$b_{72} = -0.345172 \times 10^{-1}$
$b_{22} = 0.780803 \times 10^0$	$b_{44} = -0.217973 \times 10^0$	$b_{73} = 0.429817 \times 10^{-1}$
$b_{23} = -0.143512 \times 10^0$	$b_{45} = 0.925251 \times 10^{-1}$	$b_{74} = 0.631385 \times 10^{-2}$
$b_{24} = 0.633134 \times 10^0$	$b_{46} = 0.893863 \times 10^{-3}$	$b_{80} = 0.116375 \times 10^{-3}$
$b_{25} = -0.891012 \times 10^0$	$b_{50} = -0.444978 \times 10^0$	$b_{81} = 0.361900 \times 10^{-1}$
$b_{26} = 0.582531 \times 10^{-1}$	$b_{51} = -0.734544 \times 10^0$	$b_{82} = -0.195095 \times 10^{-1}$
$b_{27} = 0.172908 \times 10^{-1}$	$b_{52} = 0.199522 \times 10^{-1}$	$b_{83} = -0.379583 \times 10^{-2}$
$b_{30} = -0.790202 \times 10^{-1}$	$b_{53} = -0.176007 \times 10^0$	

El calor específico a presión constante del aire se puede calcular utilizando la siguiente expresión.

$$c_p = c_v^0 - R \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^s b_{ij} (j-1) \frac{j \omega^j}{i \tau^j} + \frac{R \left[1 - \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^s b_{ij} (j-1) \frac{\omega^j}{\tau^j} \right]^2}{1 + \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^s b_{ij} (i+1) \frac{\omega^j}{\tau^j}} \quad (G.6)$$

En esta ecuación c_v^0 es el calor específico a volumen constante del aire calculado como gas ideal, por lo tanto este valor se puede determinar a partir de la siguiente expresión.

$$c_v^0 = c_p^0 - R \quad (G.7)$$

En esta ecuación c_p^0 es el calor específico a presión constante del aire calculado como gas ideal. Este valor se puede determinar a partir de la siguiente expresión.

$$c_p^0 = R \left(\sum_{j=0}^6 \alpha_j \Theta^j + \sum_{j=1}^6 \beta_j \Theta^{-j} \right) \quad (G.8)$$

En esta ecuación α_j y β_j son coeficientes que dependen del valor de j , mientras que Θ se definen de la siguiente forma.

$$\Theta = \frac{T_m}{100} \quad (G.9)$$

Los valores para los coeficientes α_j y β_j se muestran a continuación.

$\alpha_0 = 0.661738 \times 10^1$	$\beta_1 = -0.549169 \times 10^1$
$\alpha_1 = -0.105885 \times 10^1$	$\beta_2 = 0.585171 \times 10^1$
$\alpha_2 = 0.201650 \times 10^0$	$\beta_3 = -0.372865 \times 10^1$
$\alpha_3 = -0.196930 \times 10^{-1}$	$\beta_4 = 0.133981 \times 10^1$
$\alpha_4 = 0.106460 \times 10^{-2}$	$\beta_5 = -0.233758 \times 10^0$
$\alpha_5 = -0.303284 \times 10^{-4}$	$\beta_6 = 0.125718 \times 10^{-1}$
$\alpha_6 = 0.355861 \times 10^{-6}$	

Para calcular el calor específico a volumen constante del aire se utilizó la siguiente expresión.

$$c_v = c_p - R \quad (G.10)$$

La relación entre los calores específicos del aire se define de la siguiente forma.

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (G.11)$$

La viscosidad dinámica del aire se puede calcular utilizando la siguiente expresión.

$$\mu = (\mu_0 + \Delta\mu) \times 10^{-7} \quad (G.12)$$

En esta ecuación μ_0 y $\Delta\mu$ se pueden calcular de la siguiente forma.

$$\mu_0 = -66.9619\tau^{-1.5} + 322.119\tau^{-1} - 547.958\tau^{-0.5} + 347.643 + 38.4042\tau - 2.18923\tau^{1.5} \quad (G.13)$$

$$\Delta\mu = \sum_{j=1}^{10} b_j \frac{\omega^j}{\tau^{i_j}} \quad (G.14)$$

En esta ecuación b_j , r_j y t_j son coeficientes que dependen del valor de j . Estos valores se muestran a continuación.

$b_1 = 93.6970$	$r_1 = 1$	$t_1 = 1$
$b_2 = -82.4089$	$r_2 = 1$	$t_2 = 2$
$b_3 = 132.488$	$r_3 = 2$	$t_3 = 0$
$b_4 = -177.977$	$r_4 = 3$	$t_4 = 0$
$b_5 = 73.9072$	$r_5 = 3$	$t_5 = 1$
$b_6 = 20.5440$	$r_6 = 3$	$t_6 = 2$
$b_7 = 137.268$	$r_7 = 4$	$t_7 = 0$
$b_8 = -107.034$	$r_8 = 4$	$t_8 = 1$
$b_9 = -27.9017$	$r_9 = 5$	$t_9 = 0$
$b_{10} = 29.0736$	$r_{10} = 5$	$t_{10} = 1$

La conductividad térmica del aire se puede calcular utilizando la siguiente expresión.

$$K = (K_0 + \Delta K) \times 10^{-3} \quad (\text{G.15})$$

En esta ecuación K_0 y ΔK se pueden calcular de la siguiente forma.

$$K_0 = -18.5809\tau^{-1.5} + 103.230\tau^{-1} - 219.744\tau^{-0.5} + 222.852 - 109.445\tau^{0.5} + 37.8134\tau - 3.43349\tau^{1.5} \quad (\text{G.16})$$

$$\Delta K = \sum_{j=1}^6 b_j \omega^{r_j} \tau^{t_j} \quad (\text{G.17})$$

En esta ecuación b_j , r_j y t_j son coeficientes que dependen del valor de j . Estos valores se muestran a continuación.

$b_1 = 13.3723$	$r_1 = 1$	$t_1 = 0$
$b_2 = -12.5783$	$r_2 = 1$	$t_2 = 2$
$b_3 = 5.02581$	$r_3 = 2$	$t_3 = 0$
$b_4 = 9.09630$	$r_4 = 2$	$t_4 = 2$
$b_5 = -1.92474$	$r_5 = 3$	$t_5 = 2$
$b_6 = 1.24025$	$r_6 = 4$	$t_6 = 0$

Para calcular la velocidad de propagación del sonido en el aire se utilizó la ecuación de gas ideal.

$$c = \sqrt{\gamma RT_m} \quad (\text{G.18})$$

Por último, para calcular el coeficiente de expansión térmica del aire se usó la ecuación para un gas ideal.

$$\beta = \sqrt{\frac{c_p(\gamma-1)}{T_m c^2}} \quad (\text{G.19})$$

A.2 Propiedades de la zona activa

La zona activa que se utilizó en el MoTASolid1 está formada por una pieza cerámica con propiedades físicas desconocidas. Sin embargo, para calcular con el ProgS las pérdidas térmicas y viscosas en la zona activa del MoTASolid1 se utilizaron los valores de las propiedades físicas de una cerámica con 85 % de magnesio (Welty *et al.* 1976). Estos valores se muestran a continuación.

Densidad:	$\rho_s = 270 \text{ kg/m}^3$
Calor específico:	$c_s = 8.4 \text{ J/kgK}$
Conductividad térmica:	$K_s = 0.071 \text{ W/mK}$

A.3 Propiedades del resonador

En el MoTASolid1 se utilizó un tubo de ensaye de vidrio Pyrex como resonador, por lo tanto, para calcular las pérdidas en el resonador se utilizaron los siguientes valores de las propiedades del vidrio Pyrex (Welty *et al.* 1976).

Densidad:	$\rho_s = 2240 \text{ kg/m}^3$
Calor específico:	$c_s = 0.082 \text{ J/kgK}$
Conductividad térmica:	$K_s = 1.16 \text{ W/mK}$

Referencias

- Adeff J. A., Hofler T. J., "Design and construction of a solar-powered, thermoacoustically driven, thermoacoustic refrigerator", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 107, No. 6, 37-42, 2000.
- Arnott W. P., Bass H. E., Raspet R., "General formulation of thermoacoustics for stacks having arbitrarily shaped pore cross sections", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 90, No. 6, 3228-3237, 1991.
- Arnott W. P., Bass H. E., Raspet R., "Specific acoustic impedance measurements of an air-filled thermoacoustic prime mover", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 92, No. 6, 3432-3434, 1992.
- Arnott W. P., Belcher J. R., Raspet R., Bass H. E., "Stability analysis of a helium-filled thermoacoustic engine", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 96, No. 1, 370-375, 1994.
- Atchley A. A., "Standing wave analysis of a thermoacoustic prime mover below onset of self-oscillation", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 92, No. 5, 2907-2914, 1992.
- Backhaus S., Swift G. W., "A thermoacoustic-Stirling heat engine: Detailed study", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 105, No. 5, 2677-2684, 1999.
- Ballestrín J., Ulmer S., Morales A., Barnes A., Langley L., Rodríguez M., "Systematic error in the measurement of very high solar irradiance", *Solar Energy Materials & Solar Cells*, Vol 80, 375-381, 2003.
- Belcher J. R., "A study of element interactions in thermoacoustic engines", Ph.D. Dissertation, The University of Mississippi, 1996.
- Belcher J. R., Slaton W. V., Raspet R., Bass H. E., Lightfoot J., "Working gases in thermoacoustic engines", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 105, No. 5, 2677-2684, 1999.
- Carter R. L., White M., Steele A. M., (private communication of Atomics International Division of North America Aviation, Inc. 1962), referido por (Swift, 1988).
- Chen R., Garrett S. L., "Solar/heat-driven thermoacoustic engine", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 103, No. 5, 2841-2841, 1998.
- Chen R., Garrett S. L., "A large solar/heat-driven thermoacoustic cooler", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 108, No. 5, 2554-2554, 2000.
- Ceperley P. H., "A pistonless Stirling engine-The traveling wave heat engine", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 66, No. 5, 1508-1513, 1979.
- Duffie J., Beckman W., "Solar Engineering Of Termal Processes", 2nd ed., Ed. John Wiley & Sons, 1991.
- Estrada C., Pérez C, Quiñónez J, Hernández L., "Educative paraboloid solar concentrator", Aceptado para su publicación en los Proceedings of the International Society of Renewable Energy Education, Orlando, Florida, USA, 2002.

- Feldman K. T., "A study of heat generated pressure oscillations in a closed end pipe", Ph. D. dissertation, Mechanical Engineering, University of Missouri, 1966, referido por (Swift, 1988).
- Feldman K. T., "Review of the literature on Sondhauss thermoacoustic phenomena", J. Sound Vib., Vol 7, No. 11, 71-82, 1968a.
- Feldman K. T., "Review of the literature on The Rijke thermoacoustic phenomena", J. Sound Vib., Vol 7, No. 11, 83-89, 1968b.
- Gómez F., Piñeirua M., "Construcción y caracterización de un motor termoacústico de onda estacionaria", Reporte interno, Centro de Investigación en Energía, UNAM, Temixco, Morelos, 2006.
- Goswami D., Kreith F., Kreider J., "Principles Of Solar Engineering", 2nd ed., Ed. Taylor & Francis, 2000.
- Hofler T., "Thermoacoustic refrigerator design and performance", Ph. D. dissertation, Physics Department, University of California at San Diego, 1986; "Concepts for thermoacoustic refrigeration and a practical device", Proceedings of the 5th International Cryocooler Conference, 18-19 August 1988, Monterrey, CA, p. 93, referido por (Swift, 1992).
- Holman J. P., "Experimental Methods for Engineers", 3rd ed., Ed. McGraw Hill, Tokyo, Japan, 1981.
- Huelsz G., "Estudio del efecto termoacústico", Tesis de doctorado, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, D. F., 1996.
- Huelsz G., Ramos E., "An experimental verification of Rayleigh's interpretation of the Sondhauss tube", J. Acoust. Soc. Am., Vol 106, No. 4, 1789-1793, 1999.
- Kinsler L. E., Frey A. R., Coppens A. B., Sanders J. V., "Fundamentals of Acoustics", 3rd ed., Ed. John Wiley & Sons, 1982.
- Kirchhoff G., "Ueber den Einfluss der Wärmeleitung in einem Gas auf die Schallbewegung", Ann. Phys. (Leipzig) Vol 134, 177, 1868, referido por (Swift, 1988).
- Landau L. D., Lifshitz E. M., "Fluid Mechanics", 2nd ed., Ed. Pergamon, 1987.
- López-Alquicira J. F., "Diseño construcción y caracterización de un motor termoacústico", Tesis de maestría, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, Morelos, 2004.
- Merkli P., Thomann H., "Thermoacoustic effects in a resonant tube", J. Fluid Mech. Vol 70, 161, 1975, referido por (Swift, 1992).
- Migliori A., Swift G. W., "Liquid-sodium thermoacoustic engine", Appl. Phys. Lett., Vol 53, No. 5, 355-357, 1988.
- Müller U. A., Lang E., "Experimente mit thermisch getriebenen Gas-Flüssigkeits-Schwingungen", Z. Angew. Math. Phys., Vol 36, 358, 1985, referido por (Swift, 1992).
- Olson J. R., Swift G. W., "A loaded thermoacoustic engine", J. Acoust. Soc. Am., Vol 98, No. 5, 2690-2693, 1995.
- Penelet G., "Etude expérimentale et théorique des processus non linéaires de saturation dans un générateur d'ondes thermoacoustique annulaire", Thèse de doctorat, Ecole Doctorale de l'Université du Maine, Académie de Nantes, Le Mans, France, 2004.
- Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P., "Numerical Recipes in C++", 2nd ed., Cambridge University Press, 2002.
- Rayleigh Lord (Strutt, J. W.), "The Theory of Sound", 2nd ed., Dover, 1945, 1896.

- Rivera-Alvarez A., Chejne F., "Stability analysis of thermoacoustic engines", *J. Non-Equilib. Thermodyn.*, Vol 26, No.1, 53-71, 2001.
- Rott N., "Damped and thermally driven acoustic oscillations in wide and narrow tubes", *Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP)*, Vol 20, No. 2, 230-243, 1969.
- Rott N., "Thermoacoustics", *Adv. App. Mech.*, Vol 20, 135-175, 1980.
- Sosa F., "Hacia una Cafetera Solar", Tesis de Maestría, Centro de Investigación en Energía, UNAM, Temixco, Morelos, 2007.
- Sierra C., Vázquez A. J., "NiAl coating on carbon steel with an intermediate Ni gradient layer", *Surface & Coatings Technology*, Vol 200, 4383-4388, 2006.
- Swift G. W., Migliori A., Hofler T, Wheatley J., "Theory and calculations for an intrinsically irreversible acoustic prime mover using liquid sodium as primary working fluid", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 78, No. 2, 767-781, 1985.
- Swift G. W., "Thermoacoustic engines", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 84, No. 4, 1145-1180, 1988.
- Swift G. W., "Analysis and performance of a large thermoacoustic engine", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 92, No. 3, 1551-1563, 1992.
- Vargaftik N. B., Vinogradov Y. K., Yargin V. S., "Handbook of Physical Properties of Liquids and Gases, Pure Substances and Mixtures". 3rd ed., Begell House, 1996.
- Ward W. C., Swift G. W., Martin R. A., Merrigan M. A., "Thermoacoustic engine scaling, acoustic and safety study", *Los Alamos National Laboratory LA-12103-MS*, 1991.
- Ward W. C., Swift G. W., "Design environment for low-amplitude thermoacoustic engines", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 95, No. 6, 3671-3672, 1994.
- Ward W. C., Swift G. W., "Design environment for low-amplitude thermoacoustic engines", Tutorial and user's guide, <http://www.lanl.gov/thermoacoustics/>, 1996.
- Welty J. R., Wilson R. E., Wicks C. E., "Fundamentals of Momentum Heat and Mass Transfer", 2nd ed., Ed. John Wiley & Sons, 1976.
- Winter C., Sizmann R., Vant-Hull L., "Solar Power Plants", Ed. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, 1991.
- Yazaki T., Tominaga A., Narahara Y., "Experiments on thermally driven acoustic oscillations of gaseous helium", *J. Low Temp. Phys.* Vol 41, 45, 1980, referido por (Swift, 1992).
- Zill D. G., "Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones", 3^a ed., Grupo Editorial Iberoamérica, 1988.
- <http://www.edmundoptics.com/onlinecatalog/DisplayProduct.cfm?productid=2040>
- <http://www.lanl.gov/thermoacoustics/>
- http://www.pgo-online.com/intl/katalog/curves/pyrex_kurve.html