



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLAN

**PRINCIPIOS DEL FUNCIONAMIENTO DE LAS ONDAS
ELECTROMAGNÉTICAS EN LAS TELECOMUNICACIONES
INALAMBRICAS**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

PRESENTA:

Rivera Téllez Girón Miguel Angel

ASESOR :

Ing. Juan Manuel Torres Merino



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLAN
 UNIDAD DE LA ADMINISTRACION ESCOLAR
 DEPARTAMENTO DE EXAMENES PROFESIONALES

FACULTAD DE ESTUDIOS
 SUPERIORES CUAUTITLAN

ASUNTO: VOTOS APROBATORIOS



DEPARTAMENTO DE
 EXAMENES PROFESIONALES

DRA. SUEMI RODRIGUEZ ROMO
 DIRECTOR DE LA FES CUAUTITLAN
 PRESENTE

ATN: L. A. ARACELI HERRERA HERNANDEZ
 Jefe del Departamento de Exámenes
 Profesionales de la FES Cuautitlán

Con base en el art. 28 del Reglamento General de Exámenes, nos permitimos comunicar a usted que revisamos la Tesis :

Principios del funcionamiento de las ondas electromagnéticas
en las telecomunicaciones inalámbricas

que presenta el pasante: Miguel Angel Rivera Tellez Girón
 con número de cuenta: 8509650-5 para obtener el título de :
Ingeniero Mecánico Electricista

Considerando que dicho trabajo reúne los requisitos necesarios para ser discutido en el EXAMEN PROFESIONAL correspondiente, otorgamos nuestro VOTO APROBATORIO.

ATENTAMENTE

"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"

Cuautitlán Izcalli, Méx. a 19 de Septiembre de 2007

PRESIDENTE	<u>M.I. Benjamín Contreras Santacruz</u>	
VOCAL	<u>Ing. José Ubaldo Ramirez Urizar</u>	
SECRETARIO	<u>Ing. Juan Manuel Torres Merino</u>	
PRIMER SUPLENTE	<u>Ing. José Luis Barbosa Pacheco</u>	
SEGUNDO SUPLENTE	<u>Ing. Marcelo Bastida Tapia</u>	

AGRADECIMIENTOS

A Dios

A mis padres y a mi tía

Papá Gracias por tu paciencia y amor incondicional

Mamá Gracias por tu ternura y amor inmedible

Tía Lupita Gracias por tu apoyo y cariño

A la mujer que tanto ame

Fabiola

A mis hermanos Paty, Bety, Israel y Wendy Gracias por su amor, su comprensión, por su apoyo y por quererme como soy.

A mi primo Fey quién me apoyo con mucha información para esta tesis

A todos mis profesores de la F.E.S. Cuautitlán que se preocupan por la educación de cada uno de nosotros y en especial a mi asesor el Ing. Juan Manuel Torres Merino por todo su gran apoyo y comprensión.

A mis mejores amigos

Oswaldo Arturo Hernández Lombardini y Carlos Araujo Martínez

A mis pequeños, aun que algunos ya no están, Wilson, Donald, Chino, Mickey, Suky y Jenny los quiero por que saben como apoyar.



INDICE

Objetivos de la Tesis	1
------------------------------	-------	---

Introducción	2
---------------------	-------	---

Capítulo I ANÁLISIS VECTORIAL PRELIMINAR AL ESTUDIO DE LAS ONDAS ELECTROMAGNETICAS

• I.1 Álgebra vectorial	4
• I.2 Diferenciación vectorial	10
• I.3 Integración vectorial	14
• I.4 Teoremas	15
• I.5 Identidades vectoriales	16

Capítulo II REVISION DE LAS ECUACIONES DE MAXWELL, EL VECTOR DE POYTING Y LAS SOLUCION DE LA ECUACION DE ONDA

• II.1 Relaciones constitutivas y principio de conservación de la carga	18
• II.2 Consideraciones anteriores a las ecuaciones de Maxwell	21
• II.3 Ecuaciones de Maxwell	23
• II.4 Vector de Poynting	30
• II.5 Solución de la ecuación de onda	31

Capítulo III ONDAS ELECTROMAGNETICAS

• III.1 Características y propiedades ópticas de las ondas Electromagnéticas	35
• III.2 Condiciones de contorno para ondas electromagnéticas	40
• III.3 Ondas planas uniformes	52
• III.4 Diferencia entre medios conductores y medios dieléctricos	...56	
• III.5 Ondas planas uniformes en medios conductores y dieléctricos	57	
• III.6 Polarización de ondas planas	61



Capítulo IV GUÍA DE ONDAS PARA COMUNICACIONES INALAMBRICAS

- IV.1 Fundamentos de guías de onda 63
- IV.2. Guía de onda rectangular 69

Capítulo V FUNCIONAMIENTO DE LAS ANTENAS EMPLEADAS EN LA RADIO TELEFONÍA MÓVIL

- V.1 Funcionamiento básico de las antenas 75
- V.2 Parámetros primordiales de la antenas 77
- V.3 Antena de hertz o dipolo de media onda 84
- V.4 Antenas direccionales en radio bases 89
- V.5 Evaluación de antenas en radio bases 95

Capítulo VI COBERTURA DE LA SEÑAL DE RADIOFRECUENCIA EN EL SISTEMA DE TELEFONÍA MÓVIL

- VI.1 Concepto general de la telefonía móvil celular..... 100
- VI.2 Características de cobertura para las radio bases en el
sistema de telefonía móvil 108
- VI.3 Modelos de propagación de radio frecuencia 112
- VI.4 Interferencia en radio bases urbanas 116
- VI.5 Aspectos principales en el diseño de una red celular ... 117
- VI.6 Medición de la calidad en los sistemas de telefonía
celular por la COFETEL 118

Conclusiones 121

Bibliografía 122



OBJETIVOS

OBJETIVOS GENERALES

- Generar un texto de apoyo orientado al estudiante que este cursando la licenciatura en IME ó a los profesionales interesados en el análisis de las ondas electromagnéticas empleadas en las telecomunicaciones inalámbricas.
- Apoyar el aprendizaje sobre el comportamiento de las ondas electromagnéticas partiendo de los conceptos teóricos fundamentales y concretando con el tema de la cobertura de las radio bases en la telefónica móvil, como caso concreto.

OBJETIVOS PARTICULARES

- Revisar las ecuaciones de Maxwell y la solución a la ecuación de onda.
- Exponer las bases teóricas empleadas en el diseño de sistemas celulares.



INTRODUCCION

*El deseo de conocimiento, como la sed de riqueza,
aumentan a medida que se van adquiriendo.*

Laurence Sterne

Actualmente las telecomunicaciones de tipo inalámbrico tienden a ser las más empleadas por las empresas y público en general. Esto debido a la gran movilidad y al conjunto de servicios en comunicación personal que ofrecen, por ello se pretende que la próxima generación de las telecomunicaciones inalámbricas sean capaces de transmitir voz, datos y videos además de acceder a la Internet

El continuo avance en las comunicaciones inalámbricas a nivel mundial exige que se tenga un conocimiento preciso sobre la naturaleza de las señales que transportan la información, por lo que es fundamental conocer el funcionamiento de las ondas electromagnéticas que viajan en el espacio.

Se debe añadir que el desarrollo de las telecomunicaciones ha implicado a su vez un crecimiento en los problemas inherentes al mismo tipo de servicio, como son la atenuación y el alcance de la misma señal, la calidad en el servicio, la interferencia entre las diferentes señales de radio frecuencia, etc.

El objetivo de la tesis es proporcionar los principios del funcionamiento de las ondas electromagnéticas empleadas en las comunicaciones de medios no guiados, con el propósito de apoyar a la comprensión del funcionamiento de las ondas electromagnéticas, dirigido a los estudiantes interesados en el área de telecomunicaciones; Se espera que con el presente trabajo sean dadas las bases para posteriormente abordar mejor los problemas existentes en esta área.

Se abordaron desde los conceptos fundamentales de los campos electromagnéticos, considerando el caso de las microondas y finalizando con el análisis de la transmisión de microondas por parte de las radio bases en la cobertura de una red de telefonía celular.

La finalidad principal de este texto es la de aportar un compendio práctico de los fundamentos de la teoría electromagnética en general, (incluyendo las ecuaciones de Maxwell) enfocándose al tema de las antenas de Hertz y finalmente se abordando el tema de las radio bases (BTS) en la telefonía móvil como un caso particular.



El trabajo presentado se compone 6 capítulos enumerados a continuación :

- En el capítulo I , se enfoca a repasar los elementos básicos del cálculo vectorial que se emplean en el análisis de ondas electromagnéticas, proporcionando una exposición breve pero suficiente; Al utilizar el análisis vectorial podemos emplear la notación vectorial para describir fenómenos electromagnéticos y con ello facilitar la comprensión de las ecuaciones de Maxwell.
- En el capítulo II, se da la revisión de las ecuaciones de Maxwell y del Vector de Poynting; En las ecuaciones de Maxwell están resumidas de manera compacta las leyes de Faraday, Ampere y Gauss; Se consideran las bases de la teoría electromagnética al permitir analizar de qué forma varían los campos electromagnéticos en el espacio y tiempo.
- En el tercer capítulo se estudia la propagación de las ondas electromagnéticas en el aire, en comunicaciones conocido como medio no guiado. Son analizadas las ondas electromagnéticas en el espacio de forma ideal, este capítulo nos brinda las bases para posteriormente poder analizar las antenas de Hertz.
- Para el capítulo IV se expondrán los conceptos de líneas de transmisión y guía de ondas para microondas, se tratan los fundamentos de guía de onda, se tomara a esta como una estructura destinada a la propagación dirigida y acotada de la radiación de microondas. Además se verán los conceptos de líneas de transmisión enfocada al tratamiento y manejo de las microondas.
- El capítulo V se estudiarán las funciones básicas, parámetros y características de la antena Hertz de microondas empleada en las telecomunicaciones de telefonía celular, mostrando sus características proporcionadas por los fabricantes. Con ello se proporcionara las bases teóricas del diseño de antenas en la ingeniería de microondas.
- En el capítulo VI se aborda el tema de las radio bases (BTS), columna vertebral de la cobertura en un sistema de telefonía celular actual, se estudia su arquitectura, organización, distribución en células y su forma de operación con niveles de calidad en México.



CAPÍTULO I.- ANÁLISIS VECTORIAL PRELIMINAR AL ESTUDIO DE LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS.

Miremos más que somos padres de nuestro porvenir que no hijos de nuestro pasado.

Miguel de Unamuno

El presente capítulo es un breve compendio que proporciona una revisión al conocimiento utilitario del cálculo vectorial que será enfocado en el análisis de las ondas electromagnéticas. Se considera que los campos electromagnéticos son campos vectoriales variables en el tiempo.

El análisis vectorial facilita enormemente el estudio de los fenómenos electromagnéticos que serán posteriormente estudiados, de ahí se deriva la importancia del capítulo para el presente trabajo.

Para las personas que no estén instruidas en el análisis vectorial pueden tomar el capítulo como apoyo para las futuras explicaciones. Y a quienes poseen un conocimiento del cálculo vectorial pueden usarlo como referencia o repaso del tema.

I.1 ÁLGEBRA VECTORIAL

El álgebra de vectores, así como el álgebra de números, se define como las operaciones básicas existentes entre vectores en un sistema coordenado.

- Definiciones básicas:
 - Escalar : Es una cantidad caracterizada completamente por su magnitud y puede representarse por un simple número. Como ejemplo de cantidades escalares son las siguientes cantidades físicas: temperatura, la masa, el volumen, etc.
 - Vector : Es una cantidad que debe ser representada por su magnitud, dirección y sentido. Su notación puede ser \mathbf{V} (Letra en negrita) y su



representación gráfica es como se muestra continuación en la fig I.1.1.

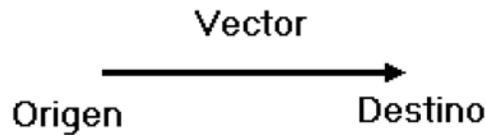


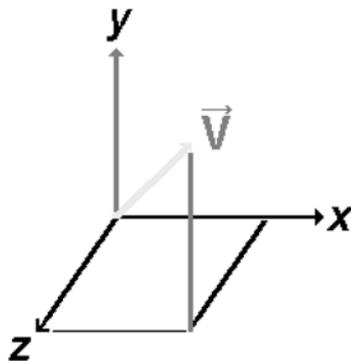
Fig. I.1.1.

La fuerza, el campo magnético y eléctrico, la densidad de flujo magnético son ejemplos de cantidades vectoriales

En los cursos de ciencias e ingeniería se emplea también la notación de \vec{V} pero por praxis se empleara la siguiente notación con la letra en negrita \mathbf{V} .

$$\vec{V} \equiv \mathbf{V}$$

- Sistema coordenado rectangular : El sistema esta conformado por 3 ejes (x,y,z) ortogonales entre si, como en la fig I.1.2



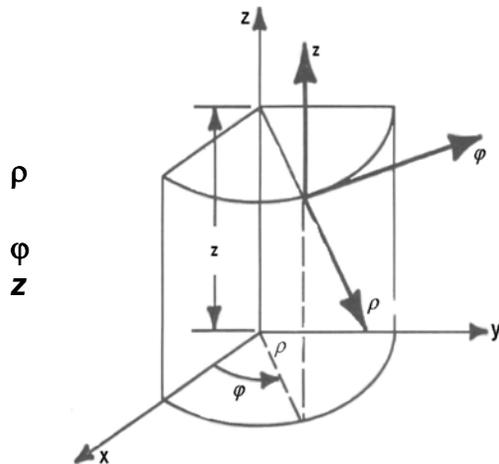
Un vector colocado en el origen de un sistema coordenado puede ser especificado por las coordenadas rectangulares (x,y,z) del punto final.

Por ello, un vector en 3 dimensiones puede definirse como una terna ordenada de números

Fig. I.1.2.

$$\mathbf{V} = (V_x, V_y, V_z)$$

- Sistema coordenado cilíndrico : Conformado por 3 ejes ortogonales entre si, fig. I.1.3. un punto se especifica con las coordenadas



$\rho, \phi, z.$

= Proyección del vector sobre plano XY

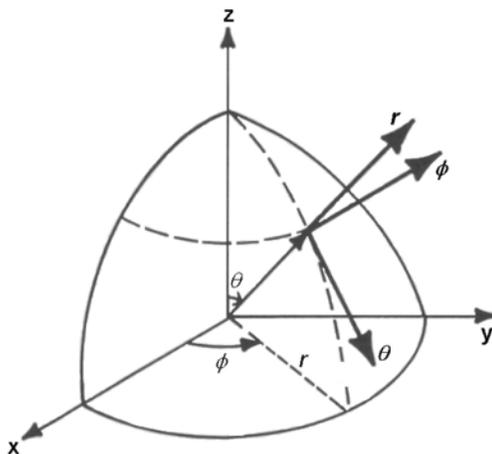
= Angulo medido desde eje x a ρ

= Altura perpendicular al plano XY

$$\mathbf{V} = (\rho, \phi, z)$$

Fig. I.1.3.

- Sistema coordenado Esférico: Conformado por 3 ejes ortogonales entre si, un punto se especifica con las coordenadas



r, ϕ, θ

Las coordenadas esféricas localizan puntos en el espacio con ángulos y una distancia.

r = Proyección del vector sobre plano XY

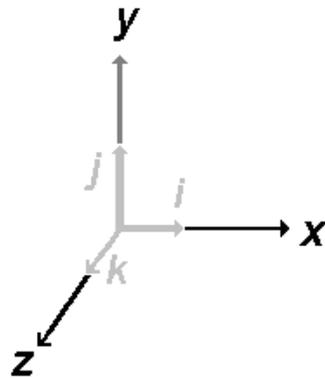
ϕ = Angulo medido desde eje X a r

θ = Altura perpendicular al plano XY

$$\mathbf{V} = (r, \phi, \theta)$$

Fig. I.1.4.

- Vector Base o unidad : Se conforma de 3 vectores unitarios:



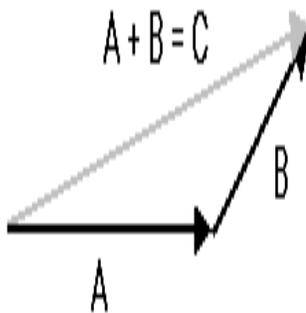
$$i = (1,0,0), \quad j = (0,1,0), \quad k = (0,0,1)$$

Son los vectores unitarios en la dirección positiva sobre los ejes x, y, z.

Fig. I.1.5.

- Adición y sustracción de vectores

- Suma de Vectores : La figura I.1.6. nos muestra el método gráfico de la suma de los vectores **A** y **B**, consiste en colocar el origen del vector **B** en el punto final del vector **A**. Se obtiene un nuevo vector **C**, que es el resultado de la operación



$$A + B = C$$

La suma de vectores obedece a la *ley conmutativa* por lo que :

$$A + B = B + A = C$$

Fig. I.1.6.

La suma también realizada por medio de las coordenadas dadas como en la fig I.1.7. :

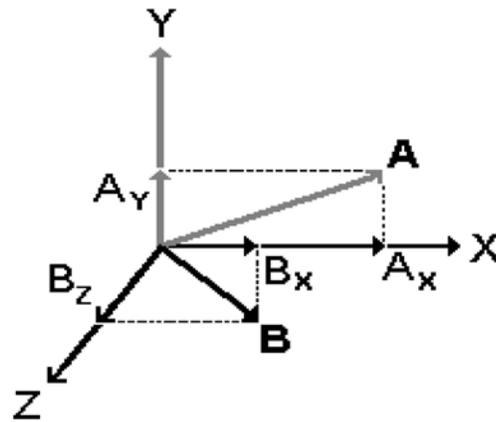


Fig. I.1.7.

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = (A_x, A_y, A_z) + (B_x, B_y, B_z)$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = (A_x + B_x, A_y + B_y, A_z + B_z)$$

- Resta de Vectores : En la resta de vectores tenemos un cambio de signo en el sustraendo, tendremos una suma de la siguiente forma:

$$\mathbf{A} + (-\mathbf{B}) = \mathbf{C}$$

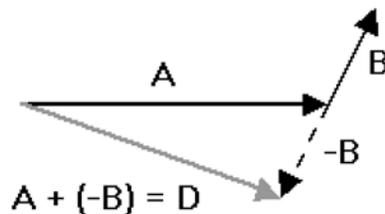


Fig. I.1.8.

De tal forma que es una suma con cambio de signo en el sustraendo. la resta obedece a la ley conmutativa por ello :



$$\mathbf{A} + (-\mathbf{B}) = -\mathbf{B} + \mathbf{A}$$

Sin embargo se tiene que :

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} \neq \mathbf{B} - \mathbf{A}$$

La suma también realizada por medio de las coordenadas dadas:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = (A_x, A_y, A_z) - (B_x, B_y, B_z)$$

Llevando a cabo las operaciones componente a componente:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = (A_x - B_x, A_y - B_y, A_z - B_z)$$

- Producto escalar o producto punto de dos vectores :



Consiste en multiplicar o dividir (multiplicación inversa) la magnitud del vector; Con ello cambiara la magnitud del vector pero su dirección permanece inalterable.

Fig. I.1.9.

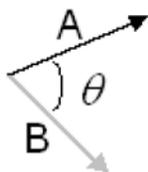
Al multiplicar el vector \mathbf{A} por un escalar m , se obtiene un vector m veces mas largo que \mathbf{A} pero en la misma dirección y sentido.

Obsérvese que la longitud equivale a la magnitud del vector.

- Producto escalar o producto punto de dos vectores

El producto punto entre dos vectores es la multiplicación de ambas longitudes por el coseno del ángulo existente entre ambos vectores.

En la figura I.1.10 se tiene que θ es el ángulo entre los vectores



$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos \theta$$

Por descomposición de factores:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x * B_x + A_y * B_y + A_z * B_z$$

Fig. I.1.10.



El resultado de la operación es un número escalar, como lo indica su nombre mismo.

- Producto Vectorial o producto Cruz de dos vectores

El producto cruz de dos vectores es usado ampliamente para describir los efectos de la fuerza en estudios de electricidad y magnetismo, observese la fig I.1.11.

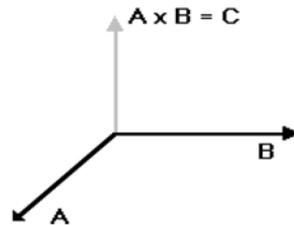


Fig. I.1.11.

Este producto genera un nuevo vector **C** ortogonal a los vectores **A** y **B**.

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

Es posible calcularlo empleando el determinante mostrado, tomando a **i**, **j** y **k** como vectores unitarios.

Se debe de tomar en cuenta que: $\mathbf{A} \times \mathbf{B} \neq \mathbf{B} \times \mathbf{A}$

I.2 DIFERENCIACIÓN VECTORIAL

Las reglas de la diferenciación de funciones vectoriales son similares a las correspondientes para funciones escalares, con la salvedad que debe de conservarse el orden de los factores ya que el producto vectorial no es una operación conmutativa.

- Derivada Direccional : Es la razón de cambio de una campo electromagnético representada por una función, en una dirección determinada.

Se representa como $d\phi/ds$, en donde:

$d\phi$: Se define como cambio infinitesimal de un campo electromagnético



ds : Denota un desplazamiento infinitesimal en una dirección dada.

- Derivadas Parciales : En base a los ejes coordenados (**x,y,z**), las derivadas parciales son la razón de cambio de un campo **f** con respecto a las direcciones **i, j** y **k**

$$\frac{\partial F}{\partial x}$$

Derivada Parcial del la función **F** con respecto de **x**

$$\frac{\partial F}{\partial y}$$

Derivada Parcial del la función **F** con respecto de **y**

$$\frac{\partial F}{\partial z}$$

Derivada Parcial del la función **F** con respecto de **z**

- Operador Nabla ∇ : Este operador diferencial indica que se operara una función, con las derivadas parciales y los vectores unitarios (**i, j, k**).

Puede considerarse como un vector simbólico; Se emplea en las funciones Gradiente, Rotacional y Divergencia.

- Operador ∇ en sistema cartesiano

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k$$

- Operador ∇ en sistema de coordenadas cilíndricas



$$\nabla = \frac{\partial}{\partial \rho} \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \hat{\varphi} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}$$

- Operador ∇ en sistema de coordenadas esféricas

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

- Gradiente ∇ : El vector Gradiente de un campo electromagnético en un punto, es el vector obtenido al evaluar las derivadas parciales del campo en el punto.

- Gradiente ∇ en sistema cartesiano

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial f}{\partial z} \mathbf{k}$$

- Gradiente ∇ en sistema de coordenadas cilíndricas

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial \rho} \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi} + \frac{\partial f}{\partial z}$$

- Gradiente ∇ en sistema de coordenadas esféricas

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

- Divergencia : Indica la densidad de flujo electromagnético en un punto dado.

- Divergencia en sistema de coordenadas rectangulares

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

- Divergencia en sistema de coordenadas cilíndricas

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial F_\rho}{\partial \rho} (\rho F_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$



- Divergencia en sistema de coordenadas esféricas

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 F_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta F_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial F_\phi}{\partial \phi}$$

- Rotacional : Indica la densidad de circulación o rotación de un campo electromagnético.

- Rotacional sistema de coordenadas rectangulares

$$\nabla \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

- Rotacional sistema de coordenadas cilíndricas

$$\nabla \times \mathbf{F} = \frac{1}{\rho} \begin{vmatrix} \hat{\rho} & \rho \hat{\phi} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial \rho} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_\rho & F_\phi & F_z \end{vmatrix}$$

- Rotacional sistema de coordenadas esféricas

$$\nabla \times \mathbf{F} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \begin{vmatrix} \hat{r} & r \hat{\theta} & r \sin \theta \hat{\phi} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ F_r & r F_\theta & r \sin \theta F_\phi \end{vmatrix}$$



- Laplaciano : Se define como la Divergencia del Gradiente, se tiene el siguiente operador

$$\nabla \cdot \nabla = \nabla^2$$

- Laplaciano en coordenadas rectangulares

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

- Laplaciano en coordenadas cilíndricas

$$\nabla^2 f = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial f}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

- Laplaciano en coordenadas esféricas

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2}$$

I.3 INTEGRACIÓN VECTORIAL

- Integral de línea : Proporciona el trabajo total que realiza un campo electromagnético sobre un objeto o partícula siguiendo una trayectoria dada; Se basa en la sumatoria del producto escalar $\mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}$ donde :



$$\int_l \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}$$

\mathbf{F} = Fuerza del campo electromagnético

$d\mathbf{l}$ = Segmento infinitesimal de una trayectoria dada

Si la sumatoria fuera alrededor de una trayectoria cerrada se tendrá el siguiente cambio

$$\oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

\mathbf{F} = Fuerza del campo electromagnético

$d\mathbf{r}$ = segmento infinitesimal se una trayectoria cerrada

- Integral doble o de superficie : Proporciona el flujo electromagnético que pasa a través de una área determinada.

$$\int_s \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

\mathbf{F} = Fuerza del campo electromagnético

$d\mathbf{s}$ = segmento infinitesimal se un área dada



I.4 TEOREMAS

- Teorema de Stokes : El teorema establece que una integral de línea (de contorno Cerrado) es igual a la integral del rotacional sobre cualquier superficie

$$\oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_S \nabla \times \mathbf{F} d\mathbf{S}$$

- Teorema de la Divergencia : El teorema nos representa la transformación de una integral de volumen a una integral de superficie en donde intervienen la divergencia de un vector.

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{F} dV = \oint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$$

- Teorema del Rotacional : Si \mathbf{F} es una función vectorial continua en una región dada limitada por una superficie cerrada entonces se tiene que:

$$\int_V \nabla \times \mathbf{F} dV = \oint_S d\mathbf{S} \times \mathbf{F}$$



I.5 IDENTIDADES VECTORIALES

$$\nabla \cdot f \mathbf{v} = f \nabla \cdot \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla f$$

$$\nabla \times f \mathbf{v} = f \nabla \times \mathbf{v} + \nabla f \times \mathbf{v}$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{v}) = 0$$

$$\nabla \times (\nabla f) = 0$$

$$\nabla (fg) = f \nabla g + g \nabla f$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{v}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) - (\nabla \cdot \nabla) \mathbf{v} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) - \nabla^2 \mathbf{v}$$

$$\nabla (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}) = (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{v}) + \mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{u})$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \mathbf{v} \cdot (\nabla \times \mathbf{u}) - \mathbf{u} \cdot (\nabla \times \mathbf{v})$$

$$\nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \mathbf{u} (\nabla \cdot \mathbf{v}) - \mathbf{v} (\nabla \cdot \mathbf{u})$$



CAPÍTULO II.- REVISIÓN DE ECUACIONES DE MAXWELL, VECTOR DE POYNTING Y SOLUCION DE LA ECUACIÓN DE ONDA.

Ningún hombre a llegado nunca a ser sabio por casualidad.

Séneca

Los datos adquiridos sobre la experimentación en los campos de la electricidad y magnetismo en los tiempos de Faraday, fueron ordenados con técnica matemática y presentados por James Clerk Maxwell (1831-1879).

Maxwell empleando el calculo vectorial, dio forma concisa a está información proveniente de datos experimentales dando como resultado 4 expresiones conocidas como las ecuaciones de Maxwell, mismas que son capaces de representar a toda la teoría electromagnética necesaria para el análisis de las ondas electromagnéticas además Maxwell aportar a la ley de Ampere el termino de corriente de desplazamiento $\partial\mathbf{D}/\partial t$;

James Clerk Maxwell unificó la teoría electromagnética al ser el primero en relacionar los fenómenos eléctricos y magnéticos. Ya que no puede existir un campo eléctrico variable temporal sin su campo magnético asociado y viceversa.

Gracias a las ecuaciones aportadas por Maxwell es posible la deducción que da origen a las ecuaciones de propagación de ondas electromagnéticas. En la figura II se muestra algunos de los teoremas y leyes más importantes que se obtienen a partir de las ecuaciones de Maxwell.

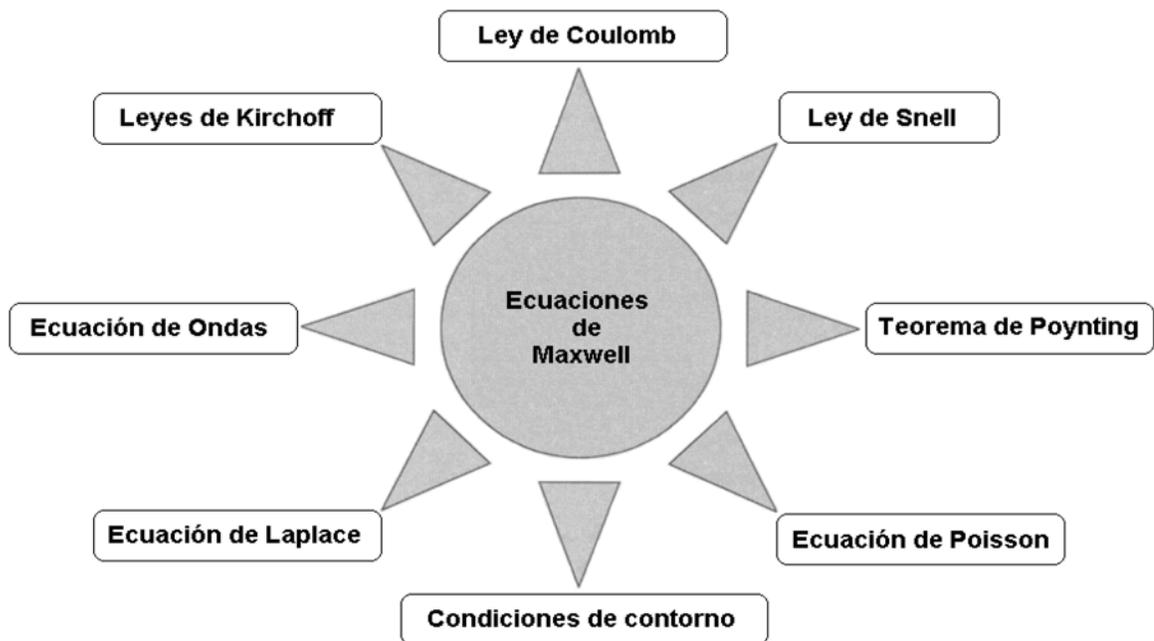


Fig. II.

II.1 RELACIONES CONSTITUTIVAS Y PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE CARGA

- Ecuaciones Constitutivas

Las ecuaciones constitutivas, obtenidas mediante experimentación, están en relación directa con las propiedades de los materiales donde las ondas electromagnéticas estén viajando. Definen la resistencia eléctrica, la permeabilidad magnética y la constante dieléctrica del medio.

Las relaciones constitutivas son:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

- Donde :
 - ϵ = Constante de permitividad del medio [F/m]
 - μ = Constante de permeabilidad del medio [H/m]
 - σ = Constante de conductividad del medio [Ω /m]



D = Densidad de flujo eléctrico [C/m²]

B = Densidad de flujo magnético [Wb/ m²]

E = Intensidad de campo eléctrico [V/m]

H = Intensidad del campo magnético [A/m]

J = Densidad de corriente [A/m²]

- Se debe observar las siguientes relaciones para la permitividad y permeabilidad del medio:

Para la permitividad del medio

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

μ : Permeabilidad del medio

μ_r : Permeabilidad relativa

μ_0 : Permeabilidad del vacío

Para la permeabilidad del medio

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$$

ε : Permitividad del medio

ε_r : Permitividad relativa

ε_0 : Permitividad del vacío

- Principio de conservación de la carga

Precediendo a las ecuaciones de Maxwell se tiene el principio de conservación de la energía, que nos dice lo siguiente :

“La carga no se crea ni se destruye y si hay variaciones en una región determinada es debido a que la carga abandono dicha región”

De este principio se desprende la ecuación de continuidad :



Ecuación de Continuidad

$$-\frac{d}{dt} Q = \oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s}$$

Variación de carga con respecto del tiempo en una región

Intensidad de corriente que atraviesa esta superficie

Este principio está implícito en las ecuaciones de Ampere y Gauss para el campo eléctrico, lo transformaremos esta ecuación de su forma integral a su forma diferencial.

Escribimos la carga Q en forma de integral de densidad

$$Q = \int_V \rho \cdot dV$$

Aplicamos el teorema de la Divergencia para la parte de intensidad de corriente

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{J} dV$$

Sustituimos en la ecuación de continuidad

$$-\frac{d}{dt} \int_V \rho \cdot dV = \int_V \nabla \cdot \mathbf{J} dV$$

Ecuación de Continuidad en forma diferencial



$$-\frac{d}{dt} \rho = \nabla \cdot \mathbf{J}$$

II.2 CONSIDERACIONES ANTERIORES A LAS ECUACIONES DE MAXWELL

- Teorema matemático de la Divergencia : *El flujo vectorial a través de una superficie cerrada hacia fuera de la superficie es igual a la integral volumétrica de divergencia de \mathbf{F} ($\nabla \cdot \mathbf{F}$) que encierra la región.*

$$\oint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{F} dV$$

Flujo de campo en una superficie

Integral volumétrica de la divergencia de

- Divergencia o teorema de Gauss : La divergencia se define como el límite,



cuando el incremento de V tiende a cero, del flujo de un campo en una superficie cerrada. A continuación se muestra la ecuación formal.

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\oint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}}{\Delta V}$$

La divergencia nos indica si en un punto determinado hay una fuente del campo (Eléctrico o magnético) o contemplado de otro manera nos indica si en ese punto dado nacen o mueren las líneas del campo.

- Definición del teorema matemático de Stokes : La circulación de una función vectorial alrededor de una frontera orientada en sentido antihorario es igual a la integral del rotacional $\nabla \times \mathbf{F}$ sobre la superficie.

$$\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{L} = \int_S \nabla \times \mathbf{A} \, d\mathbf{s}$$

Circulación del flujo de campo en

Integral del rotacional sobre S

- Rotacional (Interpretación física) : Límite cuando S tiende a cero de la densidad de circulación nos da la densidad de circulación alrededor de un punto.

$$\nabla \times \mathbf{A} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{L}}{\Delta S}$$

Físicamente el rotacional nos indica si el flujo del campo es o no uniforme como se observa en la fig II.2.1. un campo uniforme.

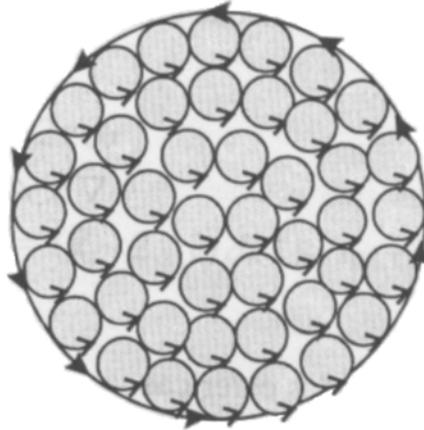


Fig. II.2.1.

II.3 ECUACIONES DE MAXWELL

- **Ecuaciones de Maxwell en forma Integral**

A continuación se muestran estas ecuaciones en su forma integral, las 4 ecuaciones de Maxwell en su forma integral contiene integrales de línea, de superficie y de volumen.



Forma Integral

Ley

$$\oint_S \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = \int_S \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \right) \cdot d\mathbf{s} \quad \text{Ampere}$$

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = - \int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \quad \text{Faraday}$$

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \int_V \rho \cdot dV = Q \quad \text{Gauss para campo Eléctrico}$$

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad \text{Gauss para campo Magnético}$$

Las expresiones en la forma integral no son útiles para resolver los problemas habituales del electromagnetismo, por ello se transportaran las ecuaciones de la forma Integral a la forma diferencial ya que son más útiles para resolver problemas.

Para ello debemos considerar las siguientes transformaciones a las ecuaciones.

- Ley de Ampere : *Un campo magnético puede ser producido por un campo eléctrico variable en el tiempo o bien por el desplazamiento de la corriente.*

$$\oint_S \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = \int_S \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \right) \cdot d\mathbf{s}$$



Campo magnético generado

Campo eléctrico variable en el tiempo

Desplazamiento de corriente

Aplicando el teorema de Stokes para **H** :

“La integral de línea de una función vectorial en un contorno cerrado será igual al rotacional de esa función sobre cualquier superficie que tenga el contorno como frontera”

$$\oint_{\mathbf{S}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = \int_{\mathbf{S}} \nabla \times \mathbf{H} \, d\mathbf{s}$$

Se tendrá la siguiente expresión de forma diferencial :

$$\int_{\mathbf{S}} \nabla \times \mathbf{H} \, d\mathbf{s} = \int_{\mathbf{S}} \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \right) \cdot d\mathbf{s}$$

Eliminando la integrales se tiene :

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}$$

- Donde : **H** = Intensidad del campo magnético [A/m]
D = Densidad de flujo eléctrico [C/m²]
J = Densidad de corriente [A/m²]
 $\partial \mathbf{D} / \partial t$ = Corriente de desplazamiento

- Ley de Faraday : *La fuerza electromagnética alrededor de cualquier contorno cerrado es igual a la razón negativa de cambio en el flujo magnético con respecto al tiempo.*



$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = \int_{\mathbf{S}} -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}$$

Campo eléctrico generado

El flujo del campo magnético varía en el tiempo

Aplicando nuevamente el teorema de Stokes para \mathbf{E} se tendrá la siguiente igualdad:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = \int_{\mathbf{S}} \nabla \times \mathbf{E} \, d\mathbf{s}$$

Sustituyendo finalmente en la ecuación original se tendrá

$$\int_{\mathbf{S}} \nabla \times \mathbf{E} \, d\mathbf{s} = \int_{\mathbf{S}} -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

- Donde : \mathbf{E} = Intensidad de campo eléctrico [V/m]
 \mathbf{B} = Densidad de flujo magnético [Wb/ m²]

- Ley de Gauss para campos eléctricos : *El flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada es proporcional a la carga encerrada por dicha superficie.*



$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \int_V \rho \cdot dV$$

Flujo del campo eléctrico

Carga encerrada en la superficie

Aplicando el teorema de la Divergencia para \mathbf{D} se tendrá la igualdad :

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{D} dV$$

Sustituyendo en la ecuación nos queda finalmente :

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{D} dV = \int_V \rho \cdot dV$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

- Donde : \mathbf{D} = Densidad de flujo eléctrico [C/m²]
 ρ = Constante de densidad de carga por unidad de volumen [C/m³]

Cuando se considera un medio libre de carga se tiene :

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$$

- Ley de Gauss para campos magnéticos : *El flujo sobre una superficie cerrada de un*



campo magnético siempre debe ser nulo.

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0$$

Flujo del campo magnético en una superficie cerrada

Aplicando nuevamente el teorema de la Divergencia para \mathbf{B} se tendrá:

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{B} \, dV$$

Su correspondiente diferencial será:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

- Donde : \mathbf{B} = Densidad de flujo magnético [Wb/ m²]



- **Ecuaciones de Maxwell en forma Diferencial**

Forma Diferencial	Ley
$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}$	Ampere
$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	Faraday
$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$	Gauss para campo Eléctrico
$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	Gauss para campo Magnético

Las ecuaciones de Maxwell en su forma diferenciales involucran a la divergencia y al rotacional aplicados en un punto dado. Normalmente las ecuaciones de Maxwell no están escritas para un sistema particular de coordenadas, este se elige a conveniencia.

Al estudiar las ecuaciones de las leyes de Ampere y Faraday, se observa que los campos variables en el tiempo, una vez que son creados por las corrientes y las cargas, pueden sustentarse el uno al otro. Por ello un campo magnético variable en el tiempo crea un campo eléctrico que a su vez será también variable en el tiempo, a su vez crea otro campo magnético, con lo cual el ciclo estará cerrado.

Se puede concluir que los campos variables en el tiempo, una vez generados por las corrientes y cargas, pueden subsistir sin la necesidad de cargas ni corrientes y por lo tanto pueden propagarse siendo este el principio de propagación de las ondas electromagnéticas, esto fue predicho por Maxwell y verificado experimentalmente por Hertz.



- **Ecuaciones de Maxwell en forma fasorial**

Es posible simplificar las ecuaciones de Maxwell si se asume una que los campos varían en forma armónica con respecto del tiempo, bajo este concepto es posible el sustituir las funciones diferenciales por representaciones fasoriales.

Considerando a la función $e^{j\omega t}$ como la función del tiempo sinusoidal es posible asumir que las derivadas con respecto del tiempo, $\partial/\partial t$, pueden sustituirse por la multiplicación del factor $j\omega$, donde ω es igual a la frecuencia angular:

$$\frac{\partial}{\partial t} = j \omega$$

De esta manera las ecuaciones diferenciales de Maxwell adoptan la forma fasorial que será empleada más adelante.

Forma Fasorial	Ley
$\nabla \times \mathbf{H} = j \omega \mathbf{D} + \mathbf{J}$	Ampere
$\nabla \times \mathbf{E} = - j \omega \mathbf{B}$	Faraday
$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$	Gauss para campo Eléctrico
$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	Gauss para campo Magnético



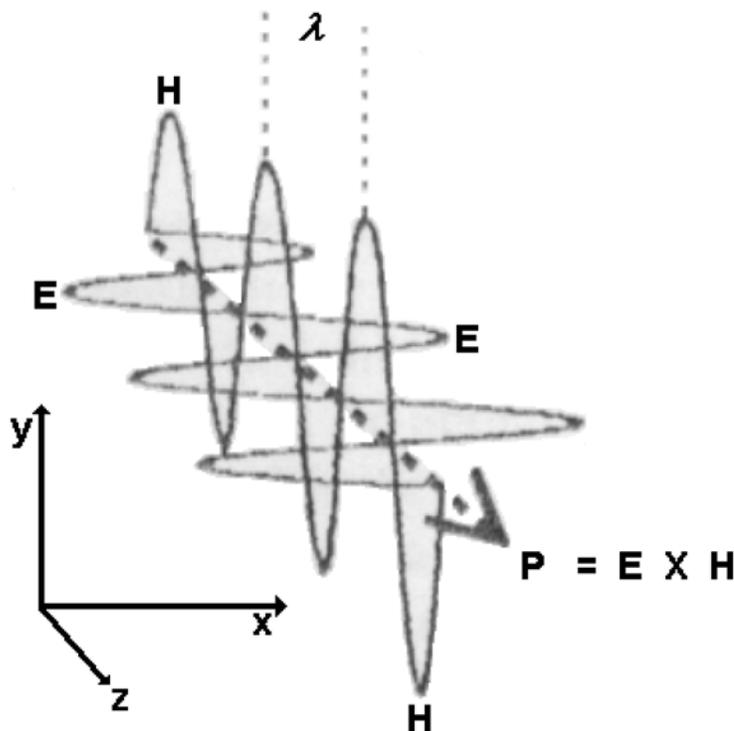
II.4 VECTOR DE POYNTING

El vector de Poynting indica el flujo energía del campo electromagnético y de la cantidad de energía de campo que pasa a través de la unidad de área en la superficie por unidad de tiempo.

- El vector de Poynting se define como : Densidad de la potencia dada por el producto cruz de los vectores de campo eléctrico y magnético.

$$\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$$

- Donde : \mathbf{E} = Fuerza del campo eléctrico [V/m]
 \mathbf{H} = Intensidad de campo magnético [A/m]
 \mathbf{P} = Vector de Poynting = Densidad de potencia [W / m²]
 λ = Longitud de onda [m]



En la figura II.4.1. se observa una idealización del vector de Poynting, nos indica la energía por unidad de tiempo y de superficie que se propaga, además de la dirección.

La potencia asociada a las ondas electromagnéticas se utiliza en ingeniería como vehículo para transmitir información a distancia.



Fig. II.4.1.

II.4 SOLUCION DE LA ECUACIÓN DE ONDA

Una de las consecuencias más importantes de las ecuaciones de Maxwell es la deducción de la ecuación de propagación de las ondas electromagnéticas.

- Solución de la ecuación de Onda para el campo **H**

A partir de la ecuación de Ampere obtendremos la ecuación de Onda para **H**

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}$$

- Aplicando el rotacional $\nabla \times$ al termino de la ley de Ampere

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = \nabla \times \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \right)$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{J} + \nabla \times \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

- Tomando de las relaciones constitutivas $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ y $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$, considerando ϵ y σ constantes obtenemos lo siguiente al dejar la ecuación en términos de **E** y **H**:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = \sigma \left(\nabla \times \mathbf{E} \right) + \epsilon \left(\nabla \times \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right)$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = \sigma \left(\nabla \times \mathbf{E} \right) + \epsilon \left(\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{E} \right)$$

- Retomando de la ley de Faraday $\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ y la ecuación constitutiva $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ y sustituyéndola en la ecuación se obtiene:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = \sigma \left(- \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) - \epsilon \left(\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right)$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mu \left(- \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right) - \epsilon \mu \left(\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \right)$$



- Considerando la siguiente identidad vectorial

$$\text{rot}(\text{rot } \mathbf{F}) \equiv \nabla \times (\nabla \times \mathbf{F}) \equiv \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}) - \nabla^2 \mathbf{F}$$

- De la ecuación constitutiva $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \cdot \mathbf{B}$$

Y considerando la ley de Gauss para campo magnético :

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

- Nuestra ecuación nos queda de la siguiente forma

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} - \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = 0$$

Ecuación de Onda para \mathbf{H}



- Solución de la ecuación de Onda para el campo **B**

Tomaremos de las ecuaciones de Maxwell en función del campo eléctrico **E** :

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$$

- Aplicando el rotacional a la ecuación de Faraday

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla \times \left(-\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right)$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{H})$$

- De identidades Vectoriales tenemos

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$$

- Considerando las ecuaciones de Ampere y Gauss (para campo E)



$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

y colocándolos en la ecuación anterior obtenemos

$$\nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{H})$$

$$\nabla \left(\frac{\rho}{\varepsilon} \right) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\sigma \mathbf{E} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right)$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \nabla \cdot \rho - \nabla^2 \mathbf{E} = -\mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

- Agrupando la ecuación en función del campo Eléctrico \mathbf{E} nos queda :

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \nabla \cdot \rho$$

Ecuación de onda para \mathbf{E}

Se observa que la solución en ambos casos para la ecuación de ondas dependerá de las distribuciones de cargas y corrientes que dan origen a los campos eléctricos y magnéticos.



CAPÍTULO III.- ONDAS ELECTROMAGNETICAS

Siempre se tiene tiempo suficiente cuando se emplea como es debido.

Goethe

El siguiente capítulo estudia brevemente las propiedades de las ondas electromagnéticas transmitidas en el espacio libre para posteriormente enfocarnos en el tema particular de la telefonía celular.

Sabemos por las ecuaciones de Maxwell que un campo eléctrico viajara con un campo magnético, así una podemos imaginarnos que ambos campos se desplazan en una dirección determinada por el espacio, en la figura III. se muestran las relaciones espaciales entre los campos eléctricos (E) y magnéticos (H) de una electromagnética.

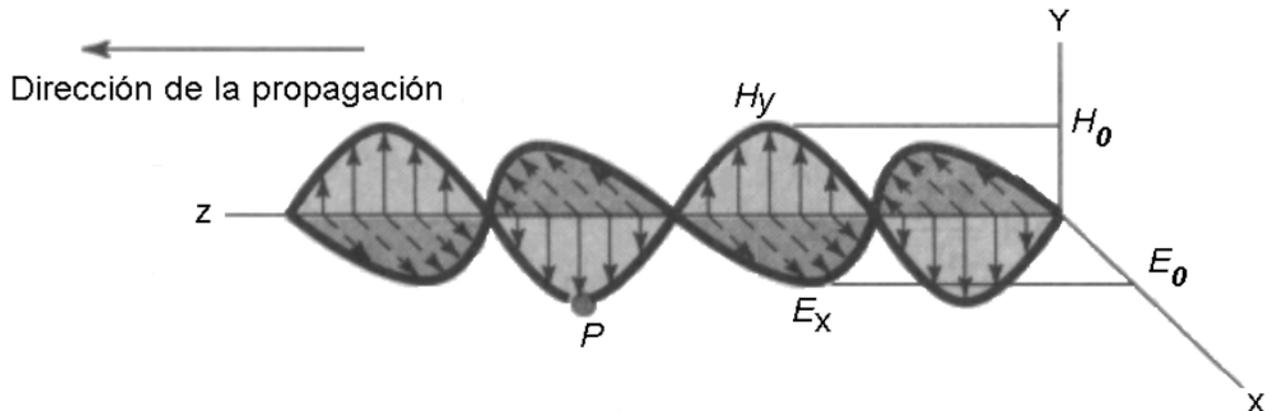


Fig. III.

III.1 CARACTERISTICAS Y PROPIEDADES ÓPTICAS DE LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

- Velocidad de onda : Las ondas viajan a diversas velocidades dependiendo del tipo de onda y de las características del medio donde se propagan¹⁰.

Sabemos que las ondas electromagnéticas se propagan en el vacío a la velocidad de la Luz, $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = 2.9979 \times 10^8$ [m/s], para aplicaciones de ingeniería es posible redondear a $c = 3 \times 10^8$ [m/s].

Sin embargo en el aire de la atmósfera viajan un poco mas despacio y por líneas de transmisión viajan con menor velocidad.



- Impedancia intrínseca del medio : Es la razón de magnitudes del vector campo eléctrico y el de campo magnético cuando ambos están en fase.

$$\eta = \frac{E_x}{H_y} [\Omega]$$

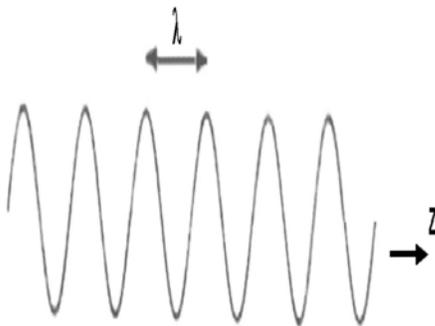
También es posible obtener esta relación a partir de las características del medio, la permeabilidad y la permitividad, como se observa en la siguiente ecuación:

$$\eta_o = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}} = 377 [\Omega]$$

Para el caso del espacio libre, con μ_o y ϵ_o , se tiene el valor de 377 ó $120 \pi [\Omega]$

$$\eta_o = 120 \pi [\Omega]$$

- Frecuencia y longitud de onda : A la rapidez con que se repite la onda periódica se denomina frecuencia. Las ondas electromagnéticas se caracterizan por su frecuencia ya que son periódicas y repetitivas.



A la distancia entre un ciclo y otro en el espacio se denomina longitud de onda, se le asigna el signo λ . En la figura III.1.1. se muestra a lo que equivale la longitud de onda.

Fig. III.1.1.

La ecuación que relaciona frecuencia y longitud de onda es :

$$\lambda = v / f$$

Donde :

λ : Longitud de onda
 v : velocidad de onda
 f : frecuencia

Las ondas luminosas son ondas electromagnéticas de alta frecuencia, por ello es razonable que las propiedades ópticas se apliquen también a la propagación de ondas electromagnéticas¹⁰.



- Reflexión Electromagnética : Se presenta cuando una onda incidente choca en la frontera entre dos medios de diferente densidad y algo o toda la potencia de la onda incidente no entra en el medio 2.

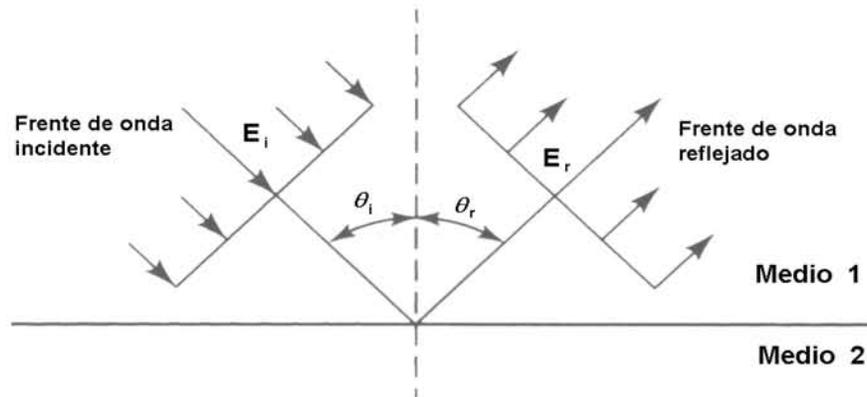


Fig. III.1.2.

La fig. III.1.2. nos muestra que la ondas que no penetran son reflejadas . Como las ondas reflejadas permaneceran en el medio 1 se tiene que :

- Las velocidades de onda incidente y reflejada son iguales
- Los ángulos de reflexión e incidencia son los mismos

Sin embargo la intensidad del campo E reflejado es menor que la del campo E incidente, esto debido a que una parte del las ondas electromagnéticas logran transfieren por el medio, como se observa en la figura III.1.3.

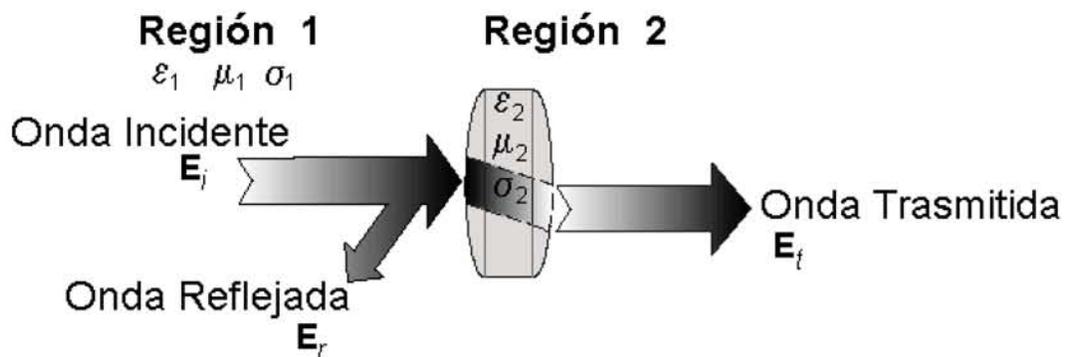


Fig. III.1.3.



La relación entre el campo E reflejado (E_r) y el campo E incidente (E_i) nos determina el coeficiente de reflexión:

Donde:

$$\Gamma = \frac{E_r}{E_i}$$

E_r = intensidad de voltaje reflejado

E_i = intensidad de voltaje incidente

Γ = Coeficiente de reflexión

Es posible expresar el coeficiente de reflexión en términos de las impedancias intrínsecas de los medios en las regiones.

Donde:

$$\Gamma = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

η_1 = Coeficiente de reflexión del medio en el que viaja la onda, región 1.

η_2 = Coeficiente de reflexión del medio donde incide la onda viajera, región 2.

A la potencia que no es reflejada se le denomina potencia transferida y en la práctica se maneja un coeficiente de transmisión que se denomina de la siguiente forma:

Se define como el coeficiente entre el campo reflejado y el campo incidente.

Donde:

$$T = \frac{E_t}{E_i}$$

E_t = Campo eléctrico transmitido

E_i = Campo eléctrico incidente



También es posible expresar el coeficiente de transmisión en términos de las impedancias intrínsecas de los medios en las regiones.

Donde:

$$T = 2 \frac{\eta_2}{\eta_2 + \eta_1}$$

η_1 = Coeficiente de reflexión del medio por el que llega la onda viajera, región 1.

η_2 = Coeficiente de reflexión la región 2, donde incide la onda.



III.2 CONDICIONES DE CONTORNO PARA ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

En las comunicaciones inalámbricas se tendrán cambio de medios y en la que los campos electromagnéticos s ecuaciones de Maxwell, en su forma integral, es posible deducir las relaciones conocidas como condiciones de frontera ya que estas poseen información sobre el comportamiento global de una región determinada. A continuación estudiaremos las que son para el campo eléctrico y posteriormente veremos las que son para el campo magnético.

- Condiciones de frontera para el campo Eléctrico
 - Ley de Gauss para campo Eléctrico

Tomaremos la ecuación de Gauss para el campo eléctrico en su forma integral, como se muestra a continuación :

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \int_V \rho \cdot d\mathbf{v} = Q$$

Para poder analizar generaremos un cilindro imaginario que es parte de dos superficies en contacto, como se observa en la figura III.2.1

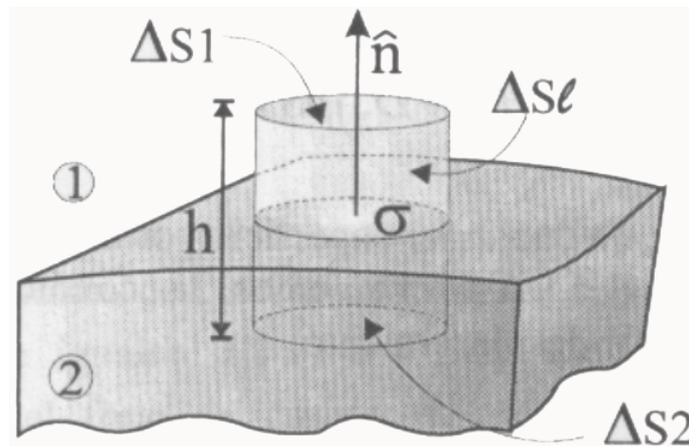


Fig. III.2.1.



El flujo existente será el resultado de la suma de cada uno de los flujos que pasen a través de cada una de las superficies del cilindro, por ello tendremos

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \int_{\Delta S_1} \mathbf{D}_1 \cdot d\mathbf{s}_1 + \int_{\Delta S_2} \mathbf{D}_2 \cdot d\mathbf{s}_2 + \int_{\Delta S_l} \mathbf{D}_l \cdot d\mathbf{s}_l$$

Donde : ΔS_1 = superficie superior
 ΔS_2 = superficie inferior
 ΔS_l = superficie lateral

Observando que la superficie lateral no es de interés sino las superficie de separación, hacemos tender la altura del cilindro a cero $h \rightarrow 0$

$$\int_{\Delta S_l} \mathbf{D}_l \cdot d\mathbf{s}_l \rightarrow 0$$

Para facilitar el análisis de las superficies se tendrá un vector normal a la superficie de separación situado entre ambos medios (1 y 2)

Las superficies superior e inferior pueden considerarse iguales, por lo que se considerará $\Delta S_1 + \Delta S_2 = \Delta S$

La ecuación nos queda así :

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \int_{\Delta S} \mathbf{D}_1 \cdot \hat{\mathbf{n}} ds + \int_{\Delta S} \mathbf{D}_2 \cdot (-\hat{\mathbf{n}}) ds$$

La simplificando la ecuación nos quedará así:



$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \int_{\Delta S} \hat{\mathbf{n}} (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) d\mathbf{s}$$

Ahora consideraremos la carga libre total dentro del volumen

$$Q = \int_V \rho \cdot dV + \int_{\Delta S} \sigma \cdot d\mathbf{s}$$

Al hacer tender la altura del cilindro a cero ($h \rightarrow 0$) el volumen también tendera a cero y con ello la densidad volumétrica se convierte en cero,

Quedando solamente la densidad de carga superficial, la ecuación nos queda

$$Q = \int_{\Delta S} \sigma \cdot d\mathbf{s}$$

Igualando ambas expresiones de la ecuaciones finalmente tendremos :

$$\int_{\Delta S} \hat{\mathbf{n}} (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) d\mathbf{s} = \int_{\Delta S} \sigma \cdot d\mathbf{s}$$

La igualdad debe cumplirse para cualquier superficie por lo que las funciones dentro de las integrales deberán ser iguales.

Por lo que una de las condiciones de contorno para el campo eléctrico es la siguiente :

$$\hat{\mathbf{n}} (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \sigma$$



La diferencia entre los vectores (normales a la superficie) de densidad de flujo eléctrico es debida a una densidad superficial de carga libre

- Ley de Faraday

A partir de la ecuación integral de Faraday obtendremos la otra condición de contorno para el campo eléctrico

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = \int -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}$$

Observe que en la fig. III.2.2 , el elemento de análisis será un hilo conductor que atraviesa ambas superficies y se tendrá también dos vectores unitarios:

- n vector normal a la superficie y tangente al elemento de circulación
- t que es normal al circuito de circulación y tangente a la superficie de separación

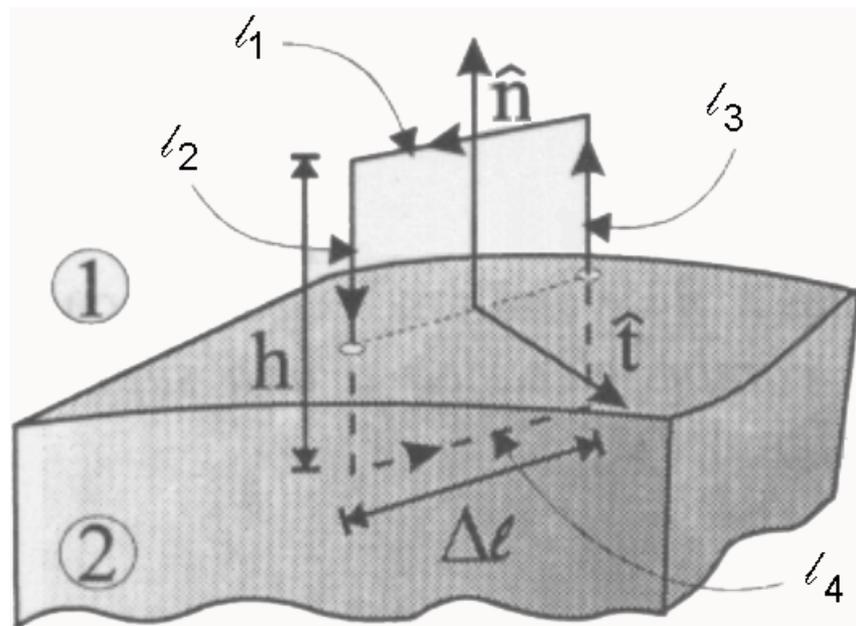




Fig. III.2.2.

La circulación es posible descomponerla en la integral de línea de cada uno de los lados del hilo conductor (ℓ_1 , ℓ_2 , ℓ_3 y ℓ_4)

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = \int_{\ell_1} \mathbf{E}_1(\hat{\mathbf{t}} \times \hat{\mathbf{n}}) d\ell_1 + \int_{\ell_2} \mathbf{E}(-\hat{\mathbf{n}}) d\ell_2 + \int_{\ell_3} \mathbf{E}(\hat{\mathbf{n}}) d\ell_3 + \int_{\ell_4} \mathbf{E}_2(\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{t}}) d\ell_4$$

Donde : ℓ_1 = hilo superior
 ℓ_2 = hilo lateral izquierdo
 ℓ_3 = hilo lateral derecho
 ℓ_4 = hilo inferior

Al solo estar interesado en conocer los campos sobre la superficie podemos hacer que la altura del circuito tienda a cero, $h \rightarrow 0$. Como consecuencia tendremos que la superficie $S = h \Delta \ell$

Los hilos superior e inferior pueden ser considerados iguales en tamaño por ello $\ell_1 = \ell_4 = \Delta \ell$.

Como consecuencia tendremos que la superficie sobre la que calculamos la variación de flujo será cero:

$$S = h \Delta \ell = 0$$

Por lo tanto

$$\int dS = 0$$

De lo anterior la ecuación original se reduce a la siguiente expresión :

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = \int_{\Delta \ell} \mathbf{E}_1(\hat{\mathbf{t}} \times \hat{\mathbf{n}}) d\ell_1 + \int_{\Delta \ell} \mathbf{E}_2(\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{t}}) d\ell_4 = 0$$

La igualdad debe cumplirse para cualquier valor $\Delta \ell$, por ello nos queda :

$$\mathbf{E}_1(\hat{\mathbf{t}} \times \hat{\mathbf{n}}) \Delta \ell + \mathbf{E}_2(\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{t}}) \Delta \ell = 0$$



Aplicando la identidad vectorial

$$A \times B = -B \times A$$

Nos queda la ecuación así:

$$\mathbf{E}_1 (\hat{\mathbf{t}} \times \hat{\mathbf{n}}) \Delta l - \mathbf{E}_2 (\hat{\mathbf{t}} \times \hat{\mathbf{n}}) \Delta l = 0$$

Ordenando términos tendremos

$$(\hat{\mathbf{t}} \times \hat{\mathbf{n}}) (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0$$

Al eliminarse las integrales la ecuación es independiente de circuito elegido, por lo que siempre se cumple y podemos eliminar a Δl .

Llegamos a la siguiente ecuación

$$(\hat{\mathbf{t}} \times \hat{\mathbf{n}}) (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0$$

Tomando la siguiente igualdad vectorial

$$A \cdot (B \times C) = B \cdot (C \times A)$$

Tendremos finalmente

$$\hat{\mathbf{t}} (\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2)) = 0$$

Finalmente despejamos y nos queda nuestra condición de frontera

$$\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0$$



La componentes normales del campo eléctrico \mathbf{E} en una superficie de separación entre dos medios siempre son iguales

- Condiciones de frontera para el campo Magnético
 - Ley de Gauss para campo Magnético

Tomando la ley de Gauss en su forma integral tendremos

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0$$

Consideraremos la siguiente figura III.2.3, el elemento de análisis será nuevamente un cilindro conductor que atraviesa ambas superficies y se tendrá también el vectores unitario \hat{n}

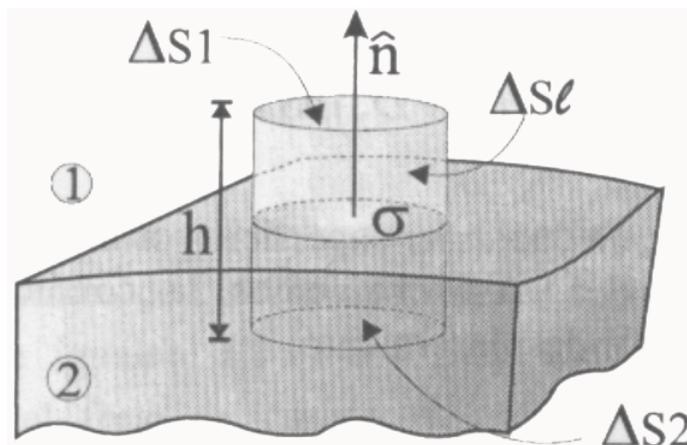


Fig. III.2.3.



Esta forma equivale a la empleada en la fórmula de Gauss para campo eléctrico, se observa que el flujo magnético es la sumatoria de los siguientes flujos:

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int_{\Delta S_1} \mathbf{B}_1 \cdot d\mathbf{s}_1 + \int_{\Delta S_2} \mathbf{B}_2 \cdot d\mathbf{s}_2 + \int_{\Delta S_l} \mathbf{B}_l \cdot d\mathbf{s}_l$$

Donde : ΔS_1 = superficie superior
 ΔS_2 = superficie inferior
 ΔS_l = superficie lateral

Observando que la superficie lateral no es de interés sino las superficies de separación, hacemos tender la altura del cilindro a cero $h \rightarrow 0$.

Para facilitar el análisis de las superficies se tendrá un vector normal a la superficie de separación situado entre ambos medios (1 y 2).

Las superficies superior e inferior pueden considerarse iguales, por lo que se considerará $\Delta S_1 + \Delta S_2 = \Delta S$

Obtendremos la siguiente ecuación:

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int_{\Delta S} \mathbf{B}_1 \cdot \hat{\mathbf{n}} d\mathbf{s} + \int_{\Delta S} \mathbf{B}_2 \cdot (-\hat{\mathbf{n}}) d\mathbf{s}$$

Simplificando la ecuación y reordenado los vectores

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int_{\Delta S} \hat{\mathbf{n}} (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) d\mathbf{s}$$

Por ello tendremos que la superficie sobre la que calculamos la variación de flujo será cero:

$$\int dS = 0$$



Por lo tanto de lo anterior la ecuación se reduce a la siguiente expresión :

$$\int_{\Delta S} \hat{n} (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) ds = 0$$

Finalmente obtenemos la condición de contorno para la componente normal de los campos de inducción magnética.

$$\hat{n} (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0$$

La componentes normales a la superficie del campo \mathbf{B} en una superficie de separación entre dos medios siempre deben ser continuas.



- Ley de Ampere

Finalmente partiendo de la ecuación de Ampere, analizaremos la información contenida en la ecuación en su forma integral

$$\oint_{\mathbf{S}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = \int_{\mathbf{S}} \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \right) \cdot d\mathbf{s}$$

Para el análisis se elige un circuito mostrado en la fig. III.2.4 donde se muestra un hilo que estará atravesado por una densidad de corriente. Aquí también se definirán dos vectores unitarios :

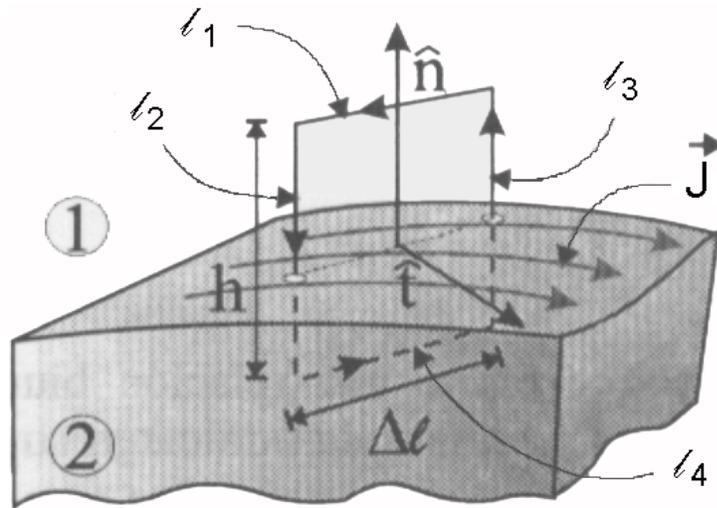


Fig. III.2.4.

- n vector normal a la superficie y tangente al elemento de circulación
- t vector tangente a la superficie de separación

Considerando el primer termino de la ecuación

$$\oint_S \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = \int_{\ell_1} \mathbf{H}_1(\hat{\mathbf{t}} \times \hat{\mathbf{n}}) d\ell_1 + \int_{\ell_2} \mathbf{H}(-\hat{\mathbf{n}}) d\ell_2 + \int_{\ell_3} \mathbf{H}(\hat{\mathbf{n}}) d\ell_3 + \int_{\ell_4} \mathbf{H}_2(\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{t}}) d\ell_4$$

Donde : ℓ_1 = hilo superior
 ℓ_2 = hilo lateral izquierdo
 ℓ_3 = hilo lateral derecho
 ℓ_4 = hilo inferior



Al solo estar interesado en conocer los campos sobre la superficie podemos hacer que la altura del circuito tienda a cero, $h \rightarrow 0$ (Esto mismo se aplica al caso del campo eléctrico), como consecuencia tendremos que la superficie

$$S = h \Delta \ell \rightarrow 0$$

Los hilos superior e inferior pueden ser considerados iguales en tamaño por ello $l_1 = l_2 = \Delta \ell$

La ecuación nos queda definida así :

$$\oint_S \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = \int_{\Delta \ell} \mathbf{H}_1 (\hat{\mathbf{t}} \times \hat{\mathbf{n}}) d\ell + \int_{\Delta \ell} \mathbf{H}_2 (\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{t}}) d\ell$$

Aplicando a la ecuación de acuerdo a la ley vectorial nos queda

$$\oint_S \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = \int_{\Delta \ell} (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) \cdot (\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{t}}) d\ell$$

Para el caso de $\partial \mathbf{D} / \partial t$ al considerar $h \rightarrow 0$ y por ello $S = h \Delta \ell \rightarrow 0$ tendremos

$$\lim_{h \rightarrow 0} \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} = 0$$

Tomando el término de las corrientes tendremos

$$\int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} = \int_S \mathbf{J}_V \cdot \hat{\mathbf{t}} d\mathbf{s} + \int_{\Delta \ell} \mathbf{J}_S \cdot \hat{\mathbf{t}} d\ell$$

Debido a que $h \rightarrow 0$, $S = h \Delta \ell \rightarrow 0$ y por consecuencia $\mathbf{J}_V \rightarrow 0$

$$\int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} = \int_{\Delta \ell} \mathbf{J}_S \cdot \hat{\mathbf{t}} d\ell$$



Igualando ambos el primer y segundo termino tendremos

$$\int_{\Delta l} (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) \cdot (\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{t}}) d\ell = \int_{\Delta l} \mathbf{J}_s \cdot \hat{\mathbf{t}} d\ell$$

Aplicando la igualdad vectorial $\mathbf{a} (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b} (\mathbf{c} \times \mathbf{a})$

nos queda finalmente

$$\hat{\mathbf{t}} \cdot (\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2)) = \hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{J}_s$$

$$\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_s$$

La componentes del campo H en la superficie de separación entre dos medios pueden ser discontinuas por causa o consecuencia de la corriente superficial.

III.3 ONDAS PLANAS UNIFORMES

En las comunicaciones inalámbricas se observa el siguiente fenómeno, una onda radiada cerca de la fuente tiende a ser de forma esférica en el espacio, conforme avanza en su trayectoria de viaje, puede verse (y analizarse) como una onda plana. Como se observa en la fig. III.3.1. donde se muestra que mientras las ondas radiadas se localicen mas lejos de la fuente que las genero, pueden considerarse las mismas como ondas planas uniformes.

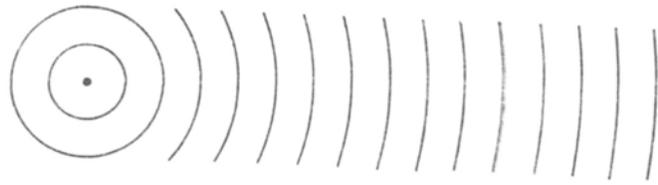


Fig. III.3.1.

Las ondas electromagnéticas en el espacio libre son típicamente ondas planas uniformes, también son denominadas como ondas monocromáticas, estas ondas representan los principios de la propagación de la energía.

Las propiedades básicas de las ondas planas son las siguientes :

1. Los campos no actúan en la dirección de propagación por ello no tienen componentes en la dirección de propagación.
2. Los campos no varían en el plano perpendicular a la dirección de propagación
3. El campo eléctrico es normal al campo magnético.
4. Los campos eléctrico y magnético están en fase uno con el otro y directamente relacionados por la impedancia intrínseca del medio.

Consideraremos un sistema rectangular (x, y, z) y al eje z se tomará como la dirección de propagación de la onda plana uniforme, como se observa en la fig. III.3.2.

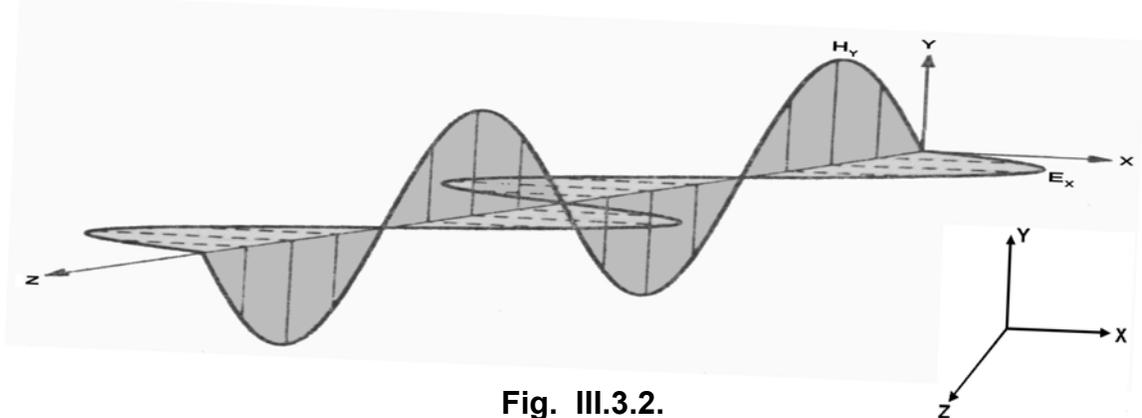


Fig. III.3.2.

- Ecuación para Onda plana en el espacio libre

En un medio lineal, isótropo, homogéneo como el espacio libre las ecuaciones de Maxwell en su forma fasorial son las siguientes:



$$\nabla \times \mathbf{H} = (\sigma + j \omega \epsilon_0) \mathbf{E}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j \omega \mu_0 \mathbf{H}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

Con las cuales es posible obtener la ecuación para la onda plana en el espacio.

Aplicando el producto cruz a la ecuación de la ley de Ampere

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla \times (-j \omega \mu_0 \mathbf{H})$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -j \omega \mu_0 (\nabla \times \mathbf{H})$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -j \omega \mu_0 (\sigma + j \omega \epsilon_0) \mathbf{E}$$

Tomando al igualdad vectorial

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - (\nabla \cdot \nabla) \mathbf{E} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$$

y considerando a $\nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) = 0$

Obtenemos finalmente la siguiente igualdad :

$$-\nabla^2 \mathbf{E} = -j \omega \mu_0 (\sigma + j \omega \epsilon_0) \mathbf{E}$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = j \omega \mu_0 (\sigma + j \omega \epsilon_0) \mathbf{E}$$

Analizando la ecuación podemos agrupar los términos inherentes al medio conductor en la constante siguiente :



$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma + j\omega\epsilon_0)} = \sqrt{j\omega\mu_0\sigma - \omega^2\epsilon_0\mu_0}$$

$$\gamma^2 = j\omega\mu_0\sigma - \omega^2\epsilon_0\mu_0$$

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

Donde :

γ = constante intrínseca de propagación

α = constante de atenuación

β = constante de fase

Por lo que obtenemos la siguiente ecuación final que nos define la ecuación de onda cuando se propaga en un medio conductor :

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \gamma^2 \mathbf{E}$$

Ecuación de Onda plana uniforme ó Ecuación de Helmholtz para campo \mathbf{E}

Cuando se obtiene la ecuación de onda para el campo de intensidad de corriente se llega a la siguiente ecuación:

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \gamma^2 \mathbf{H}$$

Ecuación de Onda plana uniforme ó Ecuación de Helmholtz para campo \mathbf{H}

Podemos observar en ambos casos las ecuaciones dependen de la naturaleza del medio en que las ondas viajen.

La solución a estas ecuaciones de onda, de 2do grado, lineal, homogénea y considerando que la onda plana se propaga a lo largo de la coordenada z es posible expresar los campos \mathbf{E} y \mathbf{H} de la siguiente forma:

- Para el campo \mathbf{E} : $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{\pm \gamma z}$



E solo tiene componentes en la dirección x , esta ecuación puede desarrollarse de la siguiente manera:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0^+ e^{-\gamma Z} + \mathbf{E}_0^- e^{+\gamma Z}$$

Donde \mathbf{E}_0^+ y \mathbf{E}_0^- son constantes y representa la amplitud de la onda en la dirección x

- Para el campo **H**: $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{\pm \gamma Z}$

H solo tiene componentes en la dirección y

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0^+ e^{-\gamma Z} + \mathbf{H}_0^- e^{+\gamma Z}$$

Donde \mathbf{H}_0^+ y \mathbf{H}_0^- son constantes y representa la amplitud de la onda en la dirección y



III.4 DIFERENCIA ENTRE MEDIOS CONDUCTORES Y MEDIOS DIELECTRICOS

La ley de Ampere permite identificar a las 2 corrientes que sumadas generan la corriente total en un medio conductor o dieléctrico, estas son:

J_D = Corriente de desplazamiento, procede de las cargas ligadas

J_C = Corriente de conducción, procede de las cargas libres

Ambas son proporcionales al campo eléctrico como se observa del análisis de la ecuación de Maxwell :

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_C + j\omega \mathbf{D}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + j\omega \varepsilon \mathbf{E}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_C + \mathbf{J}_D$$

Corriente de
conducción

Corriente de
desplazamiento

Donde : σ : Constante de conductividad del medio
 ε : Constante de permitividad del medio
 ω : Frecuencia

- Si $\sigma \gg \omega\varepsilon$ domina la corriente de conducción y el medio es esencialmente un conductor
- Si $\sigma \ll \omega\varepsilon$ domina la corriente de desplazamiento y el medio es esencialmente un dieléctrico



III.5 ONDAS PLANAS UNIFORMES EN MEDIOS CONDUCTORES Y DIELECTRICOS

Podemos considerar que una onda plana que viaja en el espacio atravesara por 2 medios diferentes y estos serian :

1. Medio Conductor
2. Medio Dielectrico

- Ondas planas en medios conductores :

En medios conductores se tiene el criterio de $\sigma \gg \omega \epsilon$, con las características siguientes :

- La conductividad es más grande
- La amplitud de onda se va amortiguando con la distancia

Tomando la ecuación de ecuación de onda, la constante de propagación intrínseca del medio para un conductor.

$$\gamma^2 = j\omega\mu\sigma - \omega^2\epsilon\mu$$

Debido a que $\sigma \gg \omega \epsilon$ podemos despreciar el termino de $\omega^2 \epsilon \mu$, quedando la ecuación de la siguiente manera :

$$\gamma^2 \approx j\omega\mu\sigma$$

Despejando γ de la ecuación :

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu\sigma} = \sqrt{2j\frac{\omega\mu\sigma}{2}}$$

Tomando de la identidad de números complejos

$$\sqrt{2j} = (1 + j)$$

La constante intrínseca queda de la siguiente manera



$$\gamma = \sqrt{2j} \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}} = (1 + j) \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}}$$

En la mayoría de la bibliografía se emplea para medios conductores el siguiente término

$$\gamma = (1 + j) \frac{1}{\delta_s}$$

Donde

$$\delta_s = \text{Profundidad de penetración} \quad \delta_s = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}}$$

La interpretación física de la profundidad de penetración nos indica que una onda plana que entra en un material conductor desde el aire, sufre una atenuación en un factor de e^{-1} cuando recorre una distancia δ_s .

Las ondas electromagnéticas que se propagan por el vacío e inciden en un medio conductor sufren los siguientes cambios:

- Su longitud de onda es más pequeña en el conductor que en el vacío.
- La energía transportada por una onda electromagnética es predominantemente magnética δ .



- Ondas planas en medios dieléctricos

En medio dieléctricos se tiene el criterio $\sigma \ll \omega\epsilon$ y las siguiente características :

- La conductividad es despreciable
- Permeabilidad magnética en un dieléctrico es generalmente igual a la del vacío

Tomando de la constante de propagación intrínseca del medio tenemos :

$$\gamma^2 = j\omega\mu\sigma - \omega^2\mu\epsilon$$

En base al criterio de que $\sigma \ll \omega\epsilon$ podemos considerar con aproximación que podemos prescindir de la conductividad del medio y nos queda :

$$\gamma^2 \approx -\omega^2\mu\epsilon$$

Ahora despejando a la constante intrínseca del medio tenemos

$$\gamma = \sqrt{-\omega^2\mu\epsilon} = \sqrt{j^2\omega^2\mu\epsilon} = j\omega\sqrt{\mu\epsilon}$$

Antes de despejar γ debemos considerar que cuando el medio es no conductor y se tienen pérdidas de histéresis dieléctricas y magnéticas, ϵ y μ se tornan cantidades complejas⁴ como se muestran a continuación :

$$\epsilon = \epsilon' - j\epsilon'' \quad \mu = \mu' - j\mu'' \quad y$$

Retomando la ecuación nos queda



$$\gamma = j \omega \sqrt{\mu (\epsilon' - j \epsilon'')} = j \omega \sqrt{\mu \epsilon' \left(1 - j \frac{\epsilon''}{\epsilon'}\right)}$$

$$\gamma = j \omega \sqrt{\mu \epsilon'} \sqrt{1 - j \frac{\epsilon''}{\epsilon'}} = j \omega \sqrt{\mu \epsilon'} \left[1 - j \frac{\epsilon''}{\epsilon'}\right]^{1/2}$$

Desarrollando en serie la raíz cuadrada que aparece en el ultimo termino obtenemos

$$\left[1 - j \frac{\epsilon''}{\epsilon'}\right]^{1/2} = 1 - j \frac{\epsilon''}{2\epsilon'} + \frac{\epsilon''}{8\epsilon'}$$

Podemos prescindir del ultimo de los términos ya que su valor es despreciable, sustituyendo el resultado y regresando a nuestra ecuación tendremos :

$$\gamma = j \omega \left[1 - j \frac{\epsilon''}{2\epsilon'}\right] \sqrt{\mu \epsilon'}$$

$$\gamma = \sqrt{\mu \epsilon'} \left[\frac{\omega \epsilon''}{2\epsilon'} + j \omega\right]$$

Recordando que la constante intrínseca del medio esta conformada por

$$\gamma = \alpha + j \beta$$

Tenemos que los valores de α y β son :

$$\alpha = \frac{\omega \epsilon''}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon'}} \quad \beta = \omega \sqrt{\mu \epsilon'}$$

Donde

α = coeficiente de atenuación

β = coeficiente de desplazamiento



Las ondas electromagnéticas que se propagan por el vacío e inciden en un medio dieléctrico sufren los siguiente cambios:

- Comprensión (longitud de onda se hará mas pequeña)
- Frenado (la velocidad de fase y grupo disminuirán)⁸

III.6 POLARIZACIÓN DE ONDAS PLANAS

La polarización de una onda plana es la orientación del vector de campo eléctrico con respecto a la superficie de la tierra, es decir al horizonte.

- Polarización lineal : Es cuando la polarización permanece constante, por ello el campo **E** no cambia de Dirección. Como se puede ver en la figura III.7.1.

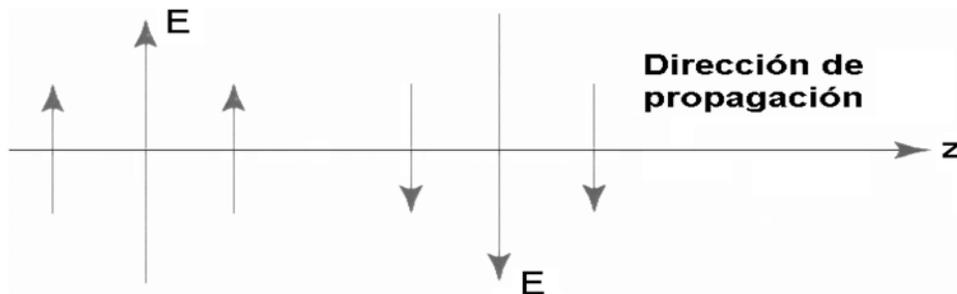


Fig. III.7.1.

Se tiene dos tipos de polarización lineal que son las siguientes:

- Polarización Horizontal : El campo eléctrico se propaga en dirección paralela a la superficie terrestre
 - Polarización Vertical : El campo eléctrico se propaga en dirección perpendicular a la superficie terrestre, está es la polarización más empleada en la telefonía celular.
- Polarización Circular : La dirección del campo eléctrico **E** varía con el tiempo pero

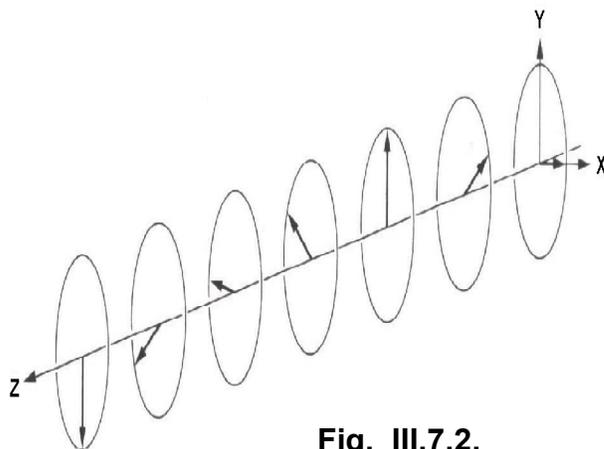


Fig. III.7.2.

el módulo del campo eléctrico permanece constante.

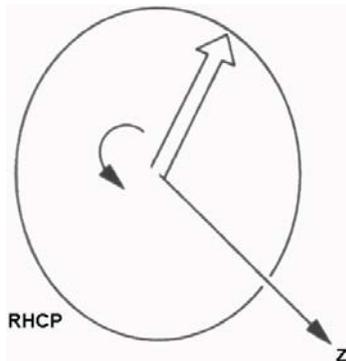
Debido a que la perpendicularidad con respecto a la dirección de propagación se conserva, \mathbf{E} varía rotando en torno al eje de propagación sobre el plano xy

Lo anterior se observa en la figura III.7.2.

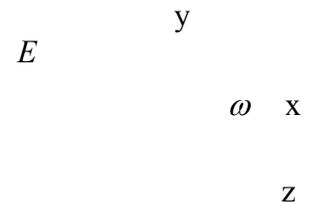
Como una convención el instituto americano IEEE define dos tipos de polarización circular:

- Polarización RHCP (Right Hand Circular Polarized):

La polarización positiva se da por el avance de la onda se realizan en sentido levógiro (sentido contrario a las manecillas del reloj).



a)

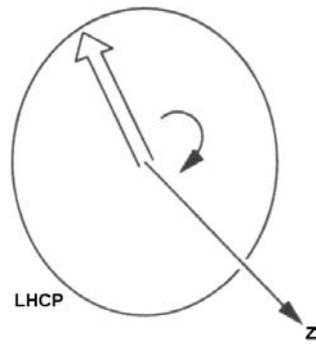


b)

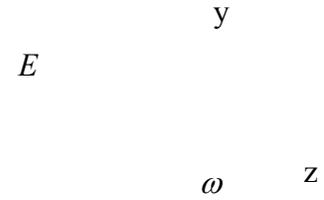
Fig. III.7.3.

- Polarización LHCP (Left Hand Circular Polarized):

La polarización negativa es cuando el avance de la onda se realizan en sentido dextrógiro (sentido de las manecillas del reloj).



a)



b)

Fig. III.7.4.

La onda circularmente polarizada puede descomponerse como la suma de dos ondas linealmente polarizadas con direcciones ortogonales (formando ángulos de 90°) con ellos es posible transmitir simultáneamente dos canales de información, uno en cada dirección con interferencias mínimas⁸.



CAPÍTULO IV.- GUÍA DE ONDAS PARA COMUNICACIONES INALÁMBRICAS

*Si piensas que la cultura es cara, pregúntate
¿Cuanto cuesta la ignorancia?*

Sócrates

IV.1 FUNDAMENTOS DE LA GUIA DE ONDAS

Una guía de ondas en su forma más simple es un tubo metálico conductor a través del cual se propaga las ondas electromagnéticas, es un tipo especial de línea de transmisión. Las guías de onda son superiores a las líneas de transmisión debido a que las ondas electromagnéticas sufren de menor atenuación que en una línea de transmisión.

La guía de ondas no conduce corriente (en el sentido estricto) es más bien una frontera para confinar y guiar la energía electromagnética. Las paredes de la guía son conductores y por ello reflejan la energía electromagnética en la superficie, si la pared de la guía es delgada y de un material conductor pasará poca corriente a través de las paredes interiores con esto se disipa muy poca potencia.

En la figura IV.1.1 se observan guías de ondas comerciales producidas por compañías como *DECIBEL*, *KATHEREIN*, *ANDREW*, etc. empleadas en la telefonía móvil.



Fig. IV.1.1.

Se tienen principalmente dos tipos de guías de ondas:

- a) Guía rectangular (la más empleada en la actualidad)
- b) Guía circular

La sección transversal se establece para que las ondas electromagnéticas se propaguen por el interior, por ello el área transversal de la guía deber ser del mismo orden que la longitud de onda de la señal que se propaga.

De esta forma la guía de ondas interconecta en forma eficiente ondas de microondas entre una antena y un transceptor.



Las siguientes son características empleadas para definir las guías de ondas⁸ :

- Velocidad de fase y de grupo : Dentro de la guías de ondas las velocidades de las ondas electromagnéticas varía en función de la frecuencia, estas velocidades son :

- Velocidad de fase : Es la velocidad con la cual la onda cambia de fase se determina en base a la siguiente formula

$$V_{ph} = f \lambda$$

Donde

V_{ph} : Velocidad de fase
 f : Frecuencia [Hz]
 λ : Longitud de onda [m]

- Velocidad de grupo : Velocidad a la que se propaga la onda electromagnética en el interior.

El producto de la velocidad de fase y de grupo es igual al cuadrado de la velocidad de la luz

En base a la formula

$$V_{ph} V_g = c^2$$

Donde

V_{ph} : Velocidad de fase
 V_g : Velocidad de grupo
 C : Velocidad de la luz en el espacio libre
 3×10^8 [m/s]

- Frecuencia de corte : Las guías de ondas, de cualquier geometría, tienen una frecuencia crítica de operación conocida como *frecuencia de corte* denotada por f_c .

A frecuencias inferiores a la *frecuencia de corte*, las ondas electromagnéticas no se propagarán en el interior de la guía.



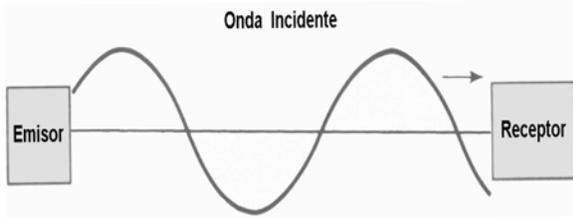
- Longitud de onda de corte : La longitud de onda de corte en una guía de ondas es la longitud de onda mínima requerida para que las ondas electromagnéticas se propaguen dentro de la guía, Se denota por λ_c .

La longitud y la frecuencia de corte se determinan por las dimensiones transversales de la guía de ondas ¹⁰. En base a la siguiente formula se relacionan la longitud de onda de corte y la frecuencia de corte:

$$\lambda_c = \frac{c}{f_c}$$

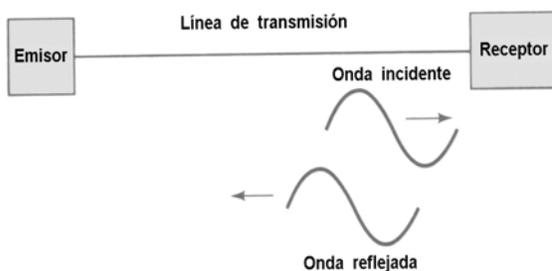
Donde :
 c = Velocidad de la luz
 λ_c = Longitud de onda de corte
 f_c = Frecuencia de corte

- Relación de onda estacionaria : Mide al eficiencia de transmisión en una guía de ondas



de ondas. Se denomina **SWR** (Standing Wave Ratio) por sus siglas en ingles.

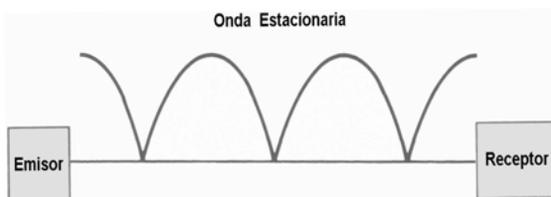
Una guía de ondas es bidireccional, la energía se puede propaga en ambas direcciones, este mismo efecto ocurre en una línea de transmisión.



La onda que llega a la carga o receptor se conoce como onda incidente y a la onda que regresa a la fuente se conoce como onda reflejada.

Considerando lo anterior se aplica al voltaje y a la corriente.

Ambas ondas (reflejada e incidente) son conocidas como ondas viajeras. Cuando las ondas viajeras pasan una por encima de la otra se generan patrones estacionarios de voltaje y corriente en la guía de ondas.



En las figuras IV.1.2. pueden observarse las ondas viajeras y la onda estacionaria generada por las mismas.



Fig. IV.1.2.

SWR se define como la relación de voltaje máximo entre el voltaje mínimo ó bien la corriente máxima entre la corriente mínima en la guía de ondas.

Donde :

$$\mathbf{SWR} = \frac{\mathbf{E}_{max}}{\mathbf{E}_{min}}$$

\mathbf{E}_{max} = Campo Eléctrico máximo

\mathbf{E}_{min} = Campo Eléctrico mínimo

Los voltajes máximos se obtiene a partir de las siguientes ecuaciones:

Donde :

$$\mathbf{SWR} = \frac{\mathbf{E}_j + \mathbf{E}_r}{\mathbf{E}_j - \mathbf{E}_r}$$

$$\mathbf{E}_{max} = \mathbf{E}_j + \mathbf{E}_r$$

$$\mathbf{E}_{min} = \mathbf{E}_j - \mathbf{E}_r$$

También es posible expresar SWR en base a la coeficiente de reflexión, nos queda la siguiente expresión :

$$\mathbf{SWR} = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}$$

Es denominado también como **VSWR** (Voltage Standing Wave Ratio) razón de voltaje de onda estacionaria

$$\mathbf{SWR} = \mathbf{VSWR}$$

- Modos de propagación : Las onda electromagnéticas viajan por la guía de ondas en diferente configuraciones llamadas modos de propagación.



A continuación se indican los 2 tipos de modos por los que se produce la propagación en la guía.

1. Modo TE : Ondas eléctricas transversales (Transverse electric modes)

Llamado también como modo **H**, se tiene que la componente $E_z = 0$, en todos los puntos en el interior de la guía de ondas lo cual significa que el campo eléctrico **E** es siempre perpendicular al eje de la guía de onda.

Estos modos son posible en guía de ondas metálica con dieléctrico uniforme en su interior.

2. Modo TM : Ondas magnéticas transversales(Transverse magnetic modes)

Llamado también como modo **E** , la componente $H_z = 0$ en todos los puntos internos de la guía de ondas. Esto significa que el vector de campo magnético es siempre perpendicular al eje de la guía de ondas.

El modo TM es posible debido a que la guía de ondas es metálica y en su interior se aloja un dieléctrico uniforme.

Las guías de ondas están diseñadas especialmente para un modo y es imposible que trabajen eficazmente en otros modos.

Al modo de propagación por el que las ondas viajan de manera mas óptima por la guía se le denomina *modo fundamental* o *dominante* .

La utilización del *modo fundamental* asegura que no tengan modos no deseados que absorberán energía del sistema.

Ambos modos poseen subíndices como: TE_{mn} y TM_{mn}

Donde :

m : El primer subíndice cuenta el número de medios ciclos del modo de propagación, que se da a lo largo del lado mas ancho.

n : El segundo subíndice indica lo mismo para el lado mas estrecho.



- Impedancia característica : Las guías de ondas poseen una impedancia característica análoga a la impedancia de las líneas de transmisión.

La importancia de la impedancia radica en que la máxima transferencia se potencia de la fuente a la carga se obtiene cuando la impedancia de la fuente es igual a la de la carga.

En la guías de ondas, esta impedancia depende de 3 factores:

- 1) Impedancia intrínseca del medio
- 2) Frecuencia de operación y corte
- 3) Modo de propagación TE ó TM

Para el modo TE la impedancia estada por la formula

$$Z_{TE} = \frac{\eta_o}{\sqrt{1 - (f_c/f)^2}}$$

Donde :

Z_{TE} = Impedancia para el modo TE

η = Impedancia intrínseca del medio

f_c = Frecuencia de corte de la guía de ondas

f = Frecuencia de operación de la guía de ondas

Para el modo TE la impedancia estada por la formula

$$Z_{TM} = \eta_o \sqrt{1 - (f_c/f)^2}$$

Donde :

Z_{TM} = Impedancia para el modo TM

η = Impedancia intrínseca del medio

f_c = Frecuencia de corte de la guía de ondas

f = Frecuencia de operación de la guía de ondas



IV.2 GUÍA DE ONDA RECTANGULAR

Debido a la brevedad del trabajo, la presente sección se abocara solamente a la guía de ondas rectangular debido a que es la más comercializada para las comunicaciones en la telefonía celular.

- GUÍA RECTANGULAR

Las guías de ondas de sección rectangular son la mas usadas en la actualidad para comunicaciones microondas, en el rango de frecuencia de 0.3 GHz. hasta 325 GHz.

En la figura IV.2.1. se observa la entrada de una guía de ondas rectangular comercial, que posee un empalme con otra sección.

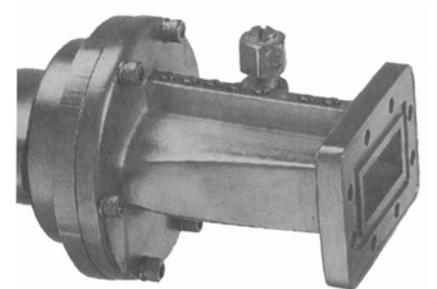


Fig. IV.2.1.

A continuación nos enfocaremos en las características de la guía rectangular, en la figura IV.2.2. podemos observar un corte transversal :

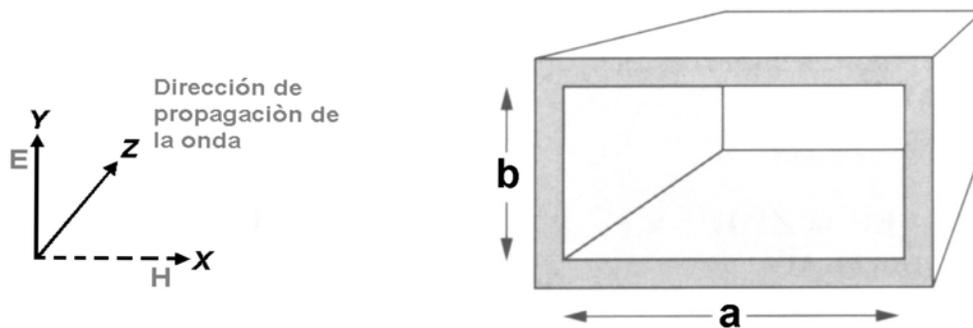


Fig. IV.2.2.

Donde :

a : Se considera como el lado de mayor tamaño



- b** : Es el lado de menor tamaño
- z** : Es la dirección de propagación de las ondas electromagnéticas

La guías rectangulares se diseñan de forma que observan la siguiente característica $a = 2b$, estas guías reciben el nombre de guías normalizadas y su banda de operación esta delimitada por modo TE_{10} (modo fundamental) ya que este modo tiene la frecuencia mínima de corte.

Para que las ondas electromagnéticas existan en una guías de ondas deben de satisfacerse las ecuaciones de Maxwell, consideraremos las ecuaciones de Maxwell en su forma fasorial a continuación :

Tomando en cuenta que el medio es homogéneo e isotrópico podemos considerar $\mathbf{J} = 0$ y $\rho = 0$, así las ecuaciones de Faraday y Ampere nos quedan de la siguiente forma :

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \qquad \nabla \times \mathbf{H} = j\omega\varepsilon\mathbf{E}$$

Desarrollando el producto cruz tanto para \mathbf{E} como para \mathbf{H} obtendremos :

<p>Para \mathbf{E}</p> $\frac{\partial}{\partial y} \mathbf{E}_z - \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{E}_y = -j\omega\mu\mathbf{H}_x$ $-\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{E}_z + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{E}_x = -j\omega\mu\mathbf{H}_y$ $\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{E}_y - \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{E}_x = -j\omega\mu\mathbf{H}_z$	<p>Para \mathbf{H}</p> $\frac{\partial}{\partial y} \mathbf{H}_z - \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{H}_y = j\omega\varepsilon\mathbf{E}_x$ $-\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{H}_z + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{H}_x = j\omega\varepsilon\mathbf{E}_y$ $\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{H}_y - \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{H}_x = j\omega\varepsilon\mathbf{E}_z$
--	---

De acuerdo a la convención empleada en varios libros⁸. y considerando que la propagación en un guía de ondas está dada en dirección de z con una constante de propagación γ es posible expresar lo siguiente :

$$\frac{\partial}{\partial z} = -\gamma$$

Sustituyendo la igualdad anterior en la ecuaciones tendremos los siguiente términos



$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial y} \mathbf{E}_z + \gamma \mathbf{E}_y &= -j \omega \mu \mathbf{H}_x & \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{H}_z + \gamma \mathbf{H}_y &= j \omega \varepsilon \mathbf{E}_x \\ -\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{E}_z - \gamma \mathbf{E}_x &= -j \omega \mu \mathbf{H}_y & -\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{H}_z - \gamma \mathbf{H}_x &= j \omega \varepsilon \mathbf{E}_y \\ \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{E}_y - \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{E}_x &= -j \omega \mu \mathbf{H}_z & \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{H}_y - \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{H}_x &= j \omega \varepsilon \mathbf{E}_z\end{aligned}$$

Combinando la ecuaciones anteriores podemos obtener las componentes de los campo \mathbf{E} y \mathbf{H} en términos de \mathbf{E}_z y \mathbf{H}_z

Términos para campo \mathbf{E} :

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_x &= -\frac{\gamma}{\gamma^2 + \omega^2 \mu \varepsilon} \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{E}_z - j \frac{\omega \mu}{\gamma^2 + \omega^2 \mu \varepsilon} \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{H}_z \\ \mathbf{E}_y &= -\frac{\gamma}{\gamma^2 + \omega^2 \mu \varepsilon} \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{E}_z + j \frac{\omega \mu}{\gamma^2 + \omega^2 \mu \varepsilon} \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{H}_z\end{aligned}$$

Términos para el campo \mathbf{H} :

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_x &= -\frac{\gamma}{\gamma^2 + \omega^2 \mu \varepsilon} \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{H}_z + j \frac{\omega \varepsilon}{\gamma^2 + \omega^2 \mu \varepsilon} \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{E}_z \\ \mathbf{H}_y &= -\frac{\gamma}{\gamma^2 + \omega^2 \mu \varepsilon} \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{H}_z - j \frac{\omega \varepsilon}{\gamma^2 + \omega^2 \mu \varepsilon} \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{E}_z\end{aligned}$$

De la ecuaciones es posible deducir lo siguiente :



“ Todas las componentes transversales propagadas en la dirección z son únicamente función de los campos longitudinales E_z y H_z ⁸.

Considerando la constante existente en cada componente transversal tendremos :

$$h^2 = \gamma^2 + \omega^2 \mu \epsilon$$

Debido a la geometría en la guía de ondas rectangular y considerando los modos de transferencia TE y TM, varias bibliografías⁴ asumen la siguiente igualdad con la finalidad de obtener la solución general :

$$h^2 = \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 + \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2$$

Donde :

- a = lado mas grande del rectángulo frontal en la guía de ondas
- b = lado mas pequeño del rectángulo frontal en la guía de ondas
- n = Segundo subíndice de los modos de propagación TE y TM que cuenta el número de medios ciclos que se dan a lo largo del lado mas corto (b)
- m = Primer subíndice de los modos de propagación TE y TM que cuenta el número de medios ciclos que se dan a lo largo del lado mas ancho (a)

Tomando ambas igualdades de la constante h^2 ,podemos despegar a la constante de propagación del medio y nos queda así :

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 + \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 - \omega^2 \mu \epsilon}$$

Podemos analizamos los siguiente :



- En bajas frecuencia el termino $\omega^2\mu\epsilon$ es pequeño y genera una γ real, con lo que tenemos lo siguiente :

Como $\gamma = \alpha + j\beta$ por lo tanto $\beta = 0$

Lo indica que no existe transmisión, la cte. de fase es cero, de ondas electromagnéticas en bajas frecuencias.

- Para altas frecuencia el termino $\omega^2\mu\epsilon$ es mayor que la suma de los otros [$(n\pi/b)^2 + (m\pi/a)^2$] y esto genera una constante de propagación γ del tipo imaginaria con lo que :

Como $\gamma = \alpha + j\beta$ por lo tanto $\alpha = 0$ y $\gamma = j\beta$

En altas frecuencia la cte. de atenuación es cero y se trata de lograr disminuir las pérdidas en el conductor y en el dieléctrico de la guía.

En la práctica esto se logra presurizando el dieléctrico en las guías de ondas, este debe de ser mantenido bajo presión de nitrógeno ó de aire seco, para prevenir condensaciones de líquido.

Todos los tamaños de guías de ondas son presurizados a 16 lb/in² [70 KPa].

- La frecuencia de corte podemos definirla como :

$$f_{c_{mn}} = \frac{1}{2\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

$$f_{c_{10}} = \frac{1}{2a\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{c}{2a}$$



$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}}$$

Donde : **a** = Dimensiones de la sección transversal

c = Velocidad de la luz

f_c = frecuencia de corte

- Longitud de corte

$$\lambda_c = \frac{c}{f_c}$$

Para una guía de ondas con aire como dieléctrico, la longitud de corte en el modo fundamental **TE₁₀** es :

$$\lambda_{c_{10}} = 2a$$

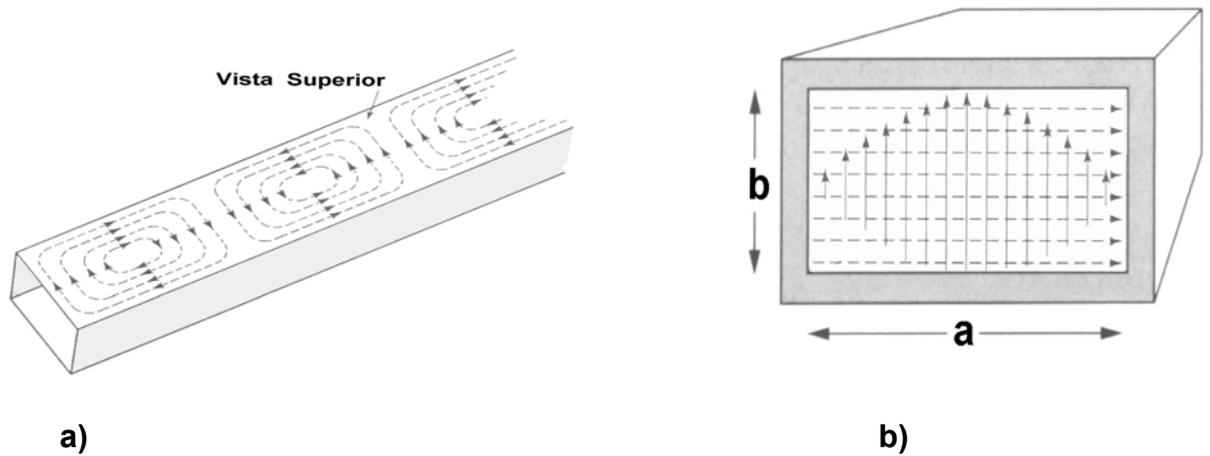
Donde : **a** = Dimensiones de la sección transversal

λ_c = longitud de onda de corte

En base al tamaño de **a** se determina frecuencia de corte a la que trabajara la guía de ondas, la ecuación es la siguiente :

O considerando la longitud de corte como principal factor :

$$\lambda_c = 2a$$



La figura IV.2.3. nos muestra de forma esquemática un modo de transmisión TE₁₀ que es modo fundamental. La potencia de transmisión podría aumentar si se llena con un dieléctrico el interior de la guía o bien incrementar la presurización de la guía con aire o gas inerte.



z

CAPÍTULO V.- ANTENA DE HERTZ Ó DIPOLO DE MEDIA ONDA DE LONGITUD

Sólo hay un bien: El conocimiento

Sólo hay un mal: La ignorancia

Sócrates

En el área de telecomunicaciones inalámbricas se emplean una gran cantidad de antenas de diferentes formas y alcances. En el presente capítulo se proporcionaran las bases para comprender el funcionamiento la antena de Hertz, que es el principio de las antenas utilizadas en las radio bases de todos los sistema de telefonía móvil celular, conocidas como antenas direccionales. Estas antenas son colocadas en lo alto de torres de comunicación y orientadas por triángulos estabilizadores como se muestra en la figura V.



Fig. V.

V.1 FUNCIONAMIENTO BÁSICO DE LAS ANTENAS

Las antenas son elementos conductores metálicos diseñados para generar y/o capturar ondas electromagnéticas transmitidas por medio del aire ó el espacio libre. Para visualizar mejor el funcionamiento de una antena obsérvese la figura V.1.1. donde se muestra un esquema general.

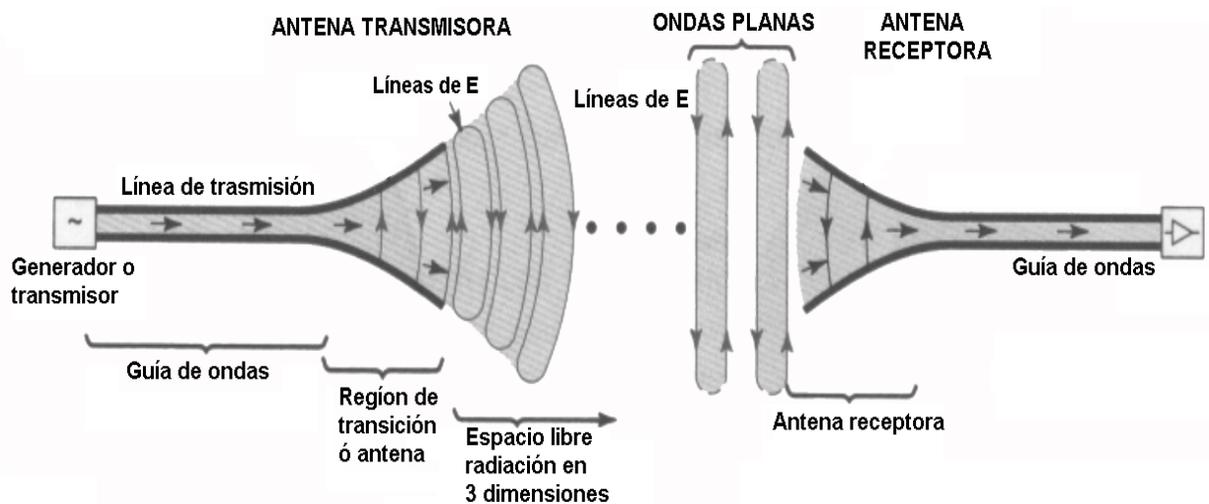


Fig.

- Al final de una línea de transmisión en donde viajan las ondas electromagnéticas, se tiene un circuito abierto; Este circuito abierto genera una región de transición entre las ondas transportadas por la guía de ondas y las ondas electromagnéticas propagadas en el espacio, este circuito genera una antena.



- b) La energía que se radia, líneas de campo eléctrico (E), se aleja de la antena en forma de ondas electromagnéticas transversales. Mientras más se alejan de la antena, las ondas electromagnéticas toman la forma de ondas planas.
- c) Las ondas electromagnéticas transversales (ondas planas), viajan por el espacio libre y son captadas por una antena receptora, que por medio de una guía de ondas transportara la señal al sistema receptor.
- d) Para irradiar mas energía en la región de transición, tan solo se apartan entre sí los conductores, a este tipo de antena se le llama dipolo (2 polos), se observa en la figura V.1.2. El dipolo es considerado como el circuito oscilante abierto más sencillo que existe.

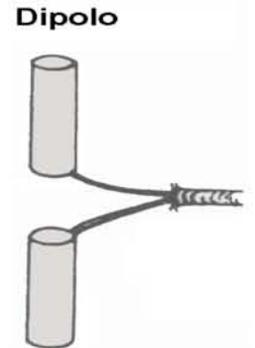
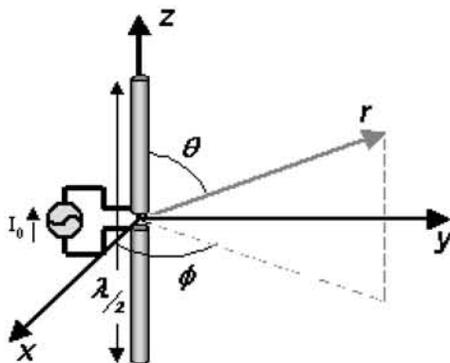


Fig. V.1.2.

- e) En dipolo de media onda de longitud ($\lambda/2$), conocido como antena de Hertz, es empleado por las radio bases de los sistemas de telefonía celular. En la figura V.1.3. se muestre el esquema teórico del dipolo de media onda (a) y la antena empleada en la practica por las radio bases antes mencionadas (b).



(a)



(b)

Fig. V.1.3.



V.2 PARÁMETROS PRIMORDIALES DE LAS ANTENAS

A continuación se muestran algunos parámetros básicos que se aplican a todo tipo de antenas y con los cuales es posible describir el comportamiento de las antenas empleadas en las comunicaciones inalámbricas.

- Sistema de coordenadas de una antena : Para describir las características direccionales de las ondas electromagnéticas irradiadas y/o recibidas por una antena se emplean un sistema de coordenadas esféricas:

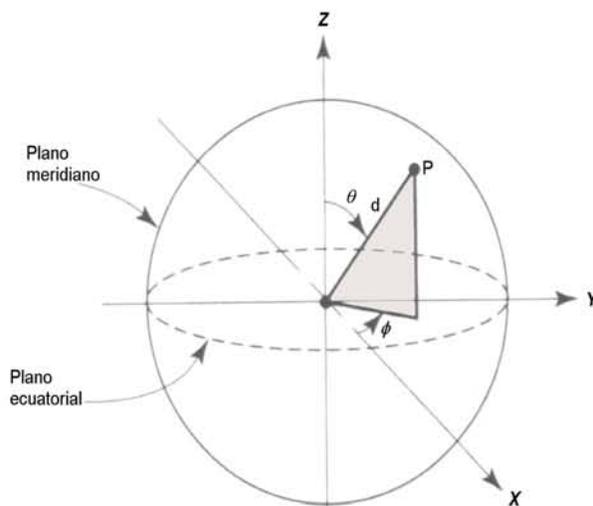
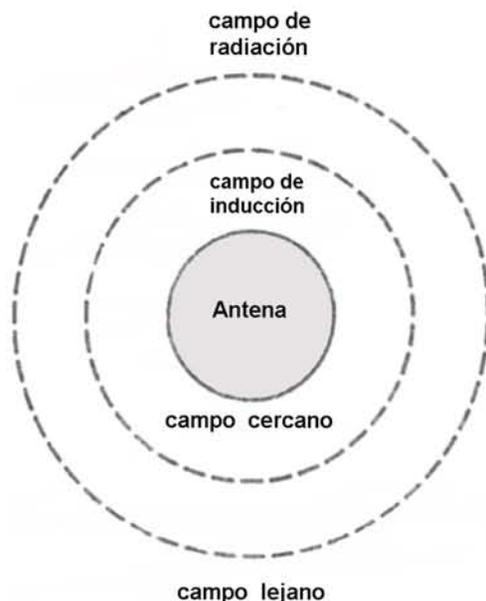


Fig. V.2.1.

- Considerando la ubicación de la antena en el centro.
- Tomando **P** como un punto en la superficie de la esfera a una distancia **d**.
- Al plano **XY** se le llama plano ecuatorial y al perpendicular se le considera como plano meridional.

- Campo cercano y campo lejano de radiación : A las áreas por las cuales viajan las ondas electromagnéticas, provenientes de una antena, figura V.2.2., se dividen en las siguientes categorías :



- Campo cercano: Es la área inmediatamente próximo a la antena, también se define como campo de inducción, esto debido a que durante el primer ciclo se irradia potencia desde la antena y se almacena en el campo cercano.

Durante el siguiente ciclo la potencia en el campo cercano regresa a la antena, por ello el nombre de campo de inducción.



Fig.

Geoméricamente es la zona dentro de la distancia D^2/λ , donde :

D = Diámetro de la antena

λ = Longitud de onda

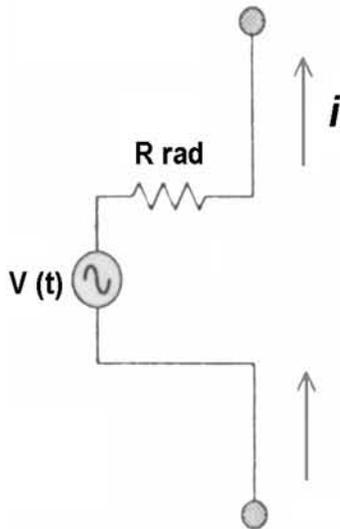
- Campo lejano : Se encuentra después de la región de inducción, por lo general a gran distancia de la antena. En esta área las ondas electromagnéticas son esencialmente planas y existen solo componentes transversales del campo eléctrico y magnético. La potencia que llega al campo lejano continúa irradiándose y nunca regresa a la antena por ello al campo lejano también se le llama campo de radiación ó región *Fraunhofer*.

La potencia irradiada por el campo lejano es la mas importante, por ello las gráficas de radiación son destinadas para el estudio del campo lejano. El campo lejano es la región que tiene principal importancia en los sistemas de microondas, esto debido a que usuarios transmisores y/o receptores están usualmente separados por una larga distancia.

- Resistencia de radiación : Determina la capacidad de la antena en disipar la energía recibida. Es la resistencia de la antena al paso de la corriente alterna y se define como la relación de potencia radiada por la antena entre el cuadrado de la corriente de alimentación.

$$R_{\text{rad}} = \frac{P_{\text{rad}}}{i^2}$$

Donde R_{rad} = resistencia de radiación [ohms]



P_{rad} = potencia de radiación [watts]
 i^2 = corriente de alimentación [amperes]

La fig. V.2.3. muestra el esquema de un circuito eléctrico equivalente a una antena.

Fig.

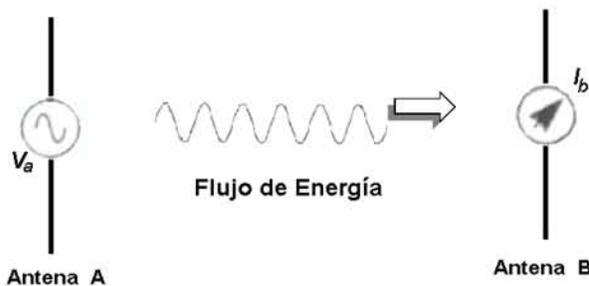
- Impedancia de entrada : Se considera como la relación entre el voltaje y la corriente de entrada a la antena. Se presenta en el punto de alimentación de la antena y es necesario conocerla para conseguir un acoplamiento correcto con la impedancia del generador.

$$Z_{ent} = \frac{V_i}{I_i}$$

Donde Z_{ent} = Impedancia de entrada
 V_i = Voltaje de entrada a la antena
 I_i = Corriente de entrada a la antena

La impedancia de entrada se ajusta para que resuene con la frecuencia del generador, esto para aumentar el rendimiento con esto se transmitirá una potencia máxima a la antena.

- Reciprocidad (Teorema) : La reciprocidad en antenas se refiere al hecho de que las características y el desempeño de transmisión son idénticos a los de recepción en una antena.

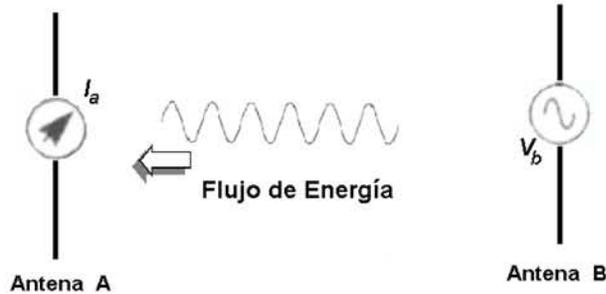


Esto es debido al teorema de reciprocidad:

Sí un voltaje es aplicado a las terminales de una antena A y se obtiene una corriente medida en los terminales de la antena B, (figura V.2.4).



Fig. V.2.4.

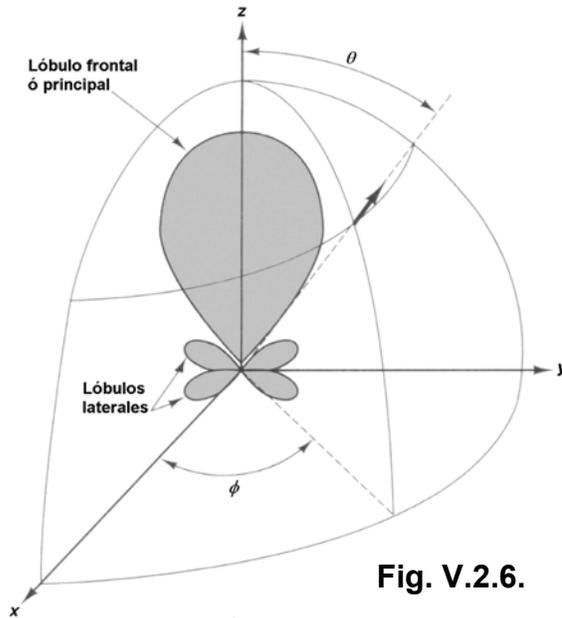


Entonces una corriente equivalente será obtenida en los terminales de la antena A si el mismo voltaje es aplicado a las terminales de la antena B ♣ (figura V.2.5.)

Fig. V.2.5.

En muchos sistemas de radio comunicación las señales son transmitidas y recibidas por la misma antena. En estos casos para evitar que las señales de transmisión se acoplen a las de recepción es empleado un diplexor que dirige las señales y proporciona el aislamiento necesario.

- Diagrama de radiación : Al analizar una antena nos interesa conocer la cantidad de potencia radiada y cómo se distribuye esta potencia en el espacio , (figura V.2.6.). El diagrama de radiación nos presenta a través de una grafica polar las intensidades de campo eléctrico (E) y densidades de potencia del campo lejano para una antena, en diversas posiciones angulares.



Existen dos tipos de gráficas de radiación :

- Gráfica de radiación absoluta : Se considera distancia variable y potencia fija. Se traza en términos de intensidad del campo eléctrico E ó de la densidad de potencia .
- Gráfica de radiación relativa : En esta gráfica se considera la distancia variable y la potencia fija. Es trazada considerando algún valor de referencia para el campo eléctrico o la densidad de potencia.

Las graficas de radiación son bidimensionales y debido a que la radiación en una antena es tridimensional, se toman en 2 planos las graficas:

- a) Plano horizontal (vista superior) o plano-H
- b) Plano vertical (vista lateral) o plano-E

En general la intensidad de campo y la densidad de potencia se grafica en decibelios (**dB**) teniendo la siguiente equivalencias

$$dB = 20 \log (E / E_{m\acute{a}x}) \quad \text{ó bien} \quad dB = 20 \log (P / P_{m\acute{a}x})$$

Donde **E** = Campo eléctrico
P = Densidad de potencia

En la figura V.2.7. se muestra un diagrama de radiación relativa en decibelios para el plano horizontal o plano-H (vista superior),el mas comúnmente empleado.

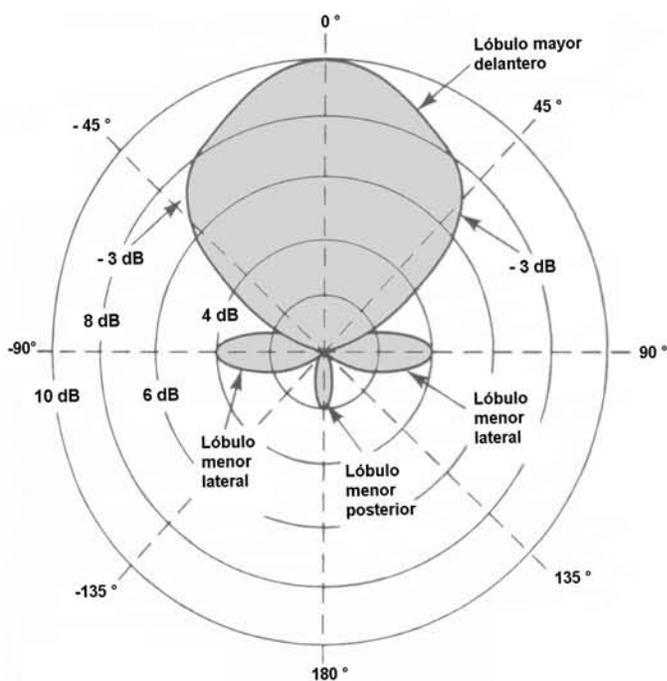


Fig. V.2.7.

- Lóbulo mayor : Haz primario que recibe la mayor cantidad de energía al propagarse. Se le denomina también lóbulo frontal. A la línea que bisecta al lóbulo mayor se la llama *línea de vista* o *línea de tiro*.
- Lóbulos menores laterales : Estos son radiaciones ó recepciones no deseadas. La relación entre lóbulo frontal y el lateral se llama *relación frontal a lateral*.
- Lóbulo menor posterior : Se refiere al lóbulo exactamente opuesto al lóbulo frontal y es también una radiación ó recepción no deseada. La relación de potencia de lóbulo frontal al lóbulo trasero se llama *eficiencia direccional*.

- Abertura del haz en una antena : Es el ancho del lóbulo mayor conformado por el ángulo del lóbulo principal tomado al nivel de -3 dB. de la grafica de radiación, se toma en base a la separación angular de dos puntos, obsérvese la fig. V.2.8.

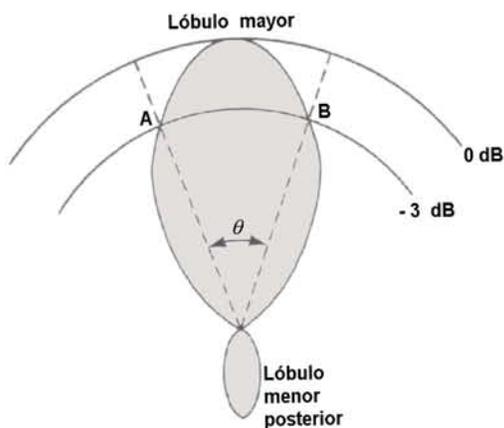


Fig. V.2.8.

- Los puntos **A** y **B** indican la separación angular , el ángulo θ esta definido por los puntos **A**, **B** y el origen de la gráfica.
- La ganancia de una antena es inversamente proporcional a la apertura de haz. Mientras mayor sea la ganancia el ancho de haz será menor. En antenas de microondas de alta ganancia se tiene apertura de haz hasta de 1° .
- Sus nomenclatura en ingles es : HPBW (*Half-power beamwidth*) ó solo *beamwidth* ².

- Ancho de Banda de una antena : Se considera como el rango de frecuencias dentro



de las cuales la antena opera en condiciones nominales o de diseño. También se considera como el porcentaje de frecuencia óptima de operación de una antena.

- Directividad de una antena : Mide la capacidad que tiene una antena para concentrar la radiación en una dirección determinada.

$$D = \frac{\text{Intensidad de radiación de la antena en una dirección}}{\text{Intensidad de radiación de una antena isotrópica con la misma potencia total}}$$

Se define como el cociente entre la densidad superficial de potencia radiada en una dirección dada y la densidad de potencia que radiaría una antena isotrópica con la misma potencia total.

Se considera que una antena isotrópica es aquella antena ideal que radia la misma densidad de potencia en todas direcciones. Por ello se considera que la Directividad de una antena isotrópica es la unidad. Es común expresar la Directividad en decibelios [dB].

Para la mayoría de las antenas de microondas las pérdidas en las antenas son muy pequeñas así que es usual considerar iguales a la Directividad de una antena con la ganancia de la antena, con una buena aproximación.⁵

Existen dos tipos de antenas en base a la Directividad

1. Antenas Omnidireccionales : Irradia las ondas en forma casi uniforme en todas direcciones.
 2. Antenas Direccionales : Concentran la energía en una sola dirección.
- Ganancia directiva : Es la Directividad de una antena en la dirección de máxima radiación.

La ganancia directiva es función de :

1. Longitud o altura efectiva de la antena
 2. Resistencia de radiación
- Ganancia de potencia : Para un antena ideal, la directividad es igual a la ganancia de



potencia.

- Polarización de una antena : Se define como la orientación del campo eléctrico que se irradia desde una antena ó bien que llega a una antena y son las siguientes:
 1. Vertical (la antena en posición vertical)
 2. Horizontal (la antena en posición horizontal)

- Eficiencia de una antena : Es la relación entre la potencia irradiada y la potencia total suministrada a la antena ó bien se puede considerar la relación entre la potencia irradiada por la antena entre la suma de la potencia radiada y la potencia disipada.

$$\eta = \frac{P_{\text{rad}}}{P_{\text{ent}}} \times 100$$

Donde η = Eficiencia de la antena (porcentaje)
 P_{rad} = Potencia irradiada [W]
 P_{ent} = Potencia de entrada [W]

O bien se puede considerar de la siguiente forma :

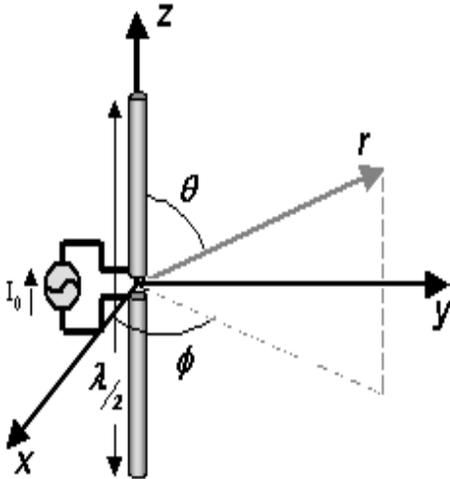
$$\eta = \frac{P_{\text{rad}}}{P_{\text{rad}} + P_{\text{d}}} \times 100$$

Donde η = Eficiencia de la antena (porcentaje)
 P_{rad} = Potencia irradiada [W]
 P_{d} = Potencia disipada en la antena [W]



V.3 ANTENA DE HERTZ O DIPOLO DE MEDIA ONDA

El estudio de la antena de Hertz ó dipolo de media onda de longitud proporciona las bases para entender el funcionamiento de las antenas direccionales empleadas por la telefonía móvil en las estaciones base (BTS).



Un dipolo esta constituido por dos “barras metálicas” rectas como se muestra en la fig. V.3.1.

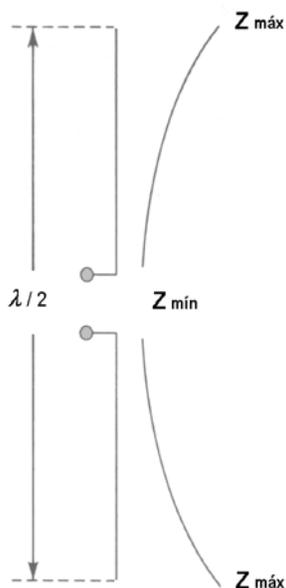
La longitud total del dipolo, de extremo a extremo, es igual a la mitad de la longitud de onda a la que transmite (o recibe) la antena o bien $\lambda/2$.

Por ello la longitud de cada una de las barras serán, en consecuencia, igual a un cuarto de longitud ($\lambda/4$)

Esta antena se emplea para transmitir a partir de frecuencias mayores a 2 MHz, a frecuencias menores su longitud física la haría impracticable.

El dipolo de media onda ($\lambda/2$) es una antena resonante, por ello, a lo largo de la misma antena se desarrollan ondas estacionarias de voltaje y corriente (**VSWR** Voltaje Standing Wave Ratio).

- Impedancia del dipolo de media onda de longitud ($\lambda/2$)



La figura V.3.2. muestra la curva de impedancia en un dipolo de $\lambda/2$ alimentado en el centro de la antena, lo que es común en la práctica.

La impedancia varia desde :

Un mínimo en el punto de alimentación

$$Z_{\min} = E_{\min}/I_{\min} \text{ (aprox. } 73 \Omega \text{)}$$

Un máximo en los extremos

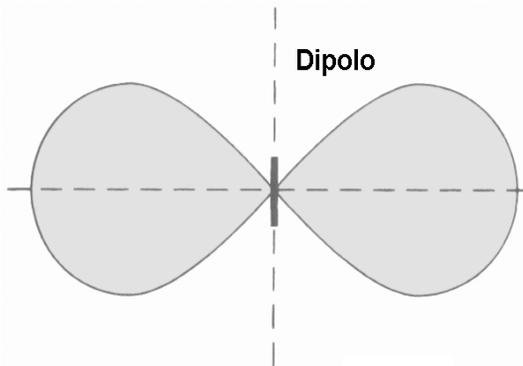
$$Z_{\max} = E_{\max}/I_{\max} \text{ (aprox. } 2500 \Omega \text{)}$$



Fig. V.3.2.

- Diagrama de radiación del dipolo de media onda de longitud ($\lambda/2$)

A continuación en las siguientes figuras se muestran los patrones de radiación del dipolo considerando este en el espacio libre y con polarización vertical, la más empleada en la práctica.



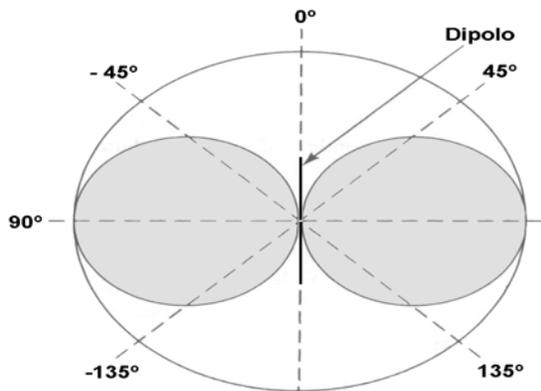
En la figura V.3.3. al observar el patrón de radiación se deduce lo siguiente :

Un elemento vertical producirá una polarización vertical.

Los lóbulos generados no son circulares debido a que la corriente no es constante en toda la longitud de la antena.

Solo en el caso de una antena ideal se obtienen lóbulos circulares.

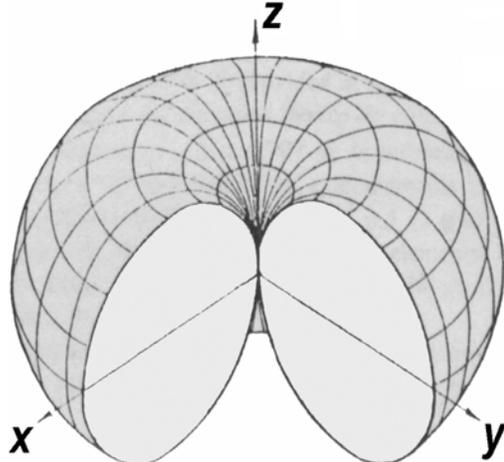
3.



En la figura V.3.4. se observan los grados en que actúa el potencia de radiación del dipolo.

- El dipolo presenta una directividad muy pronunciada.
- La directividad es bidireccional, lo que significa que la directividad a 90° es igual a la de -90°

Fig. V.3.4.



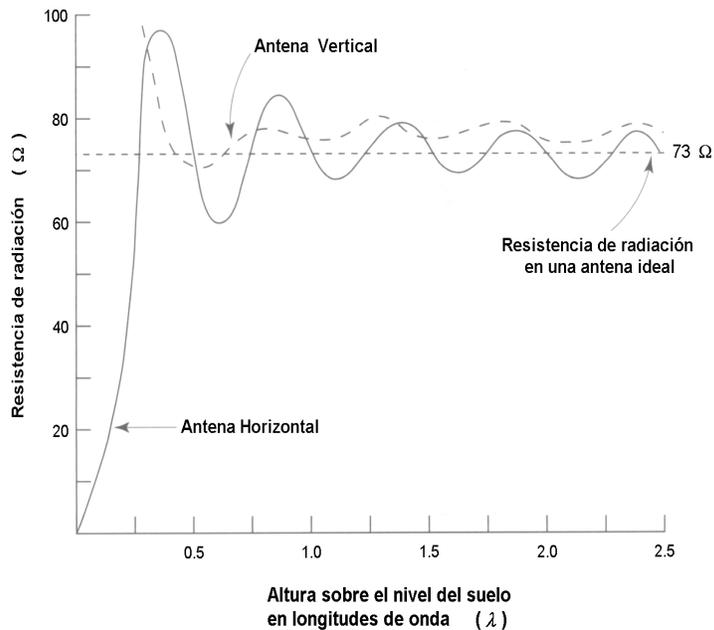
El gráfico V.3.5. ilustra un modelo computarizado del diagrama de radiación que un dipolo hertziano genera.

- La imagen de un toroide muestra que la radiación del dipolo es omnidireccional en el plano **XY**
- La máxima radiación está en el plano paralelo a la superficie terrestre.



Fig. V.3.5.

- Incremento de la directividad en el dipolo de media onda



Los anteriores patrones de radiación se dan en condiciones ideales, en la práctica las antenas son montadas a una determinada distancia del nivel de piso.

Esta altura influye sobre la resistencia de radiación de una antena, debido a que las ondas electromagnéticas se reflejan y atraviesan o interceptan a la misma antena, lo que altera la corriente de la misma.

La grafica V.3.6 muestra como varía la resistencia de radiación (con polarización tanto vertical y horizontal) en función de la altura sobre la superficie del suelo.

Se observan los siguientes efectos a una distancia sobre el suelo mayor de media longitud de onda:

- a) Reducción en efecto de reflexiones.
- b) La resistencia de radiación permanece relativamente constante a determinada altura.



En las antenas montadas a una cantidad de longitudes de onda (altura h) sobre el nivel de la superficie terrestre como se muestra en el esquema V.3.7. se observa el efecto de reflexión lo que genera una imagen especular de la antena real a una distancia h bajo el suelo.

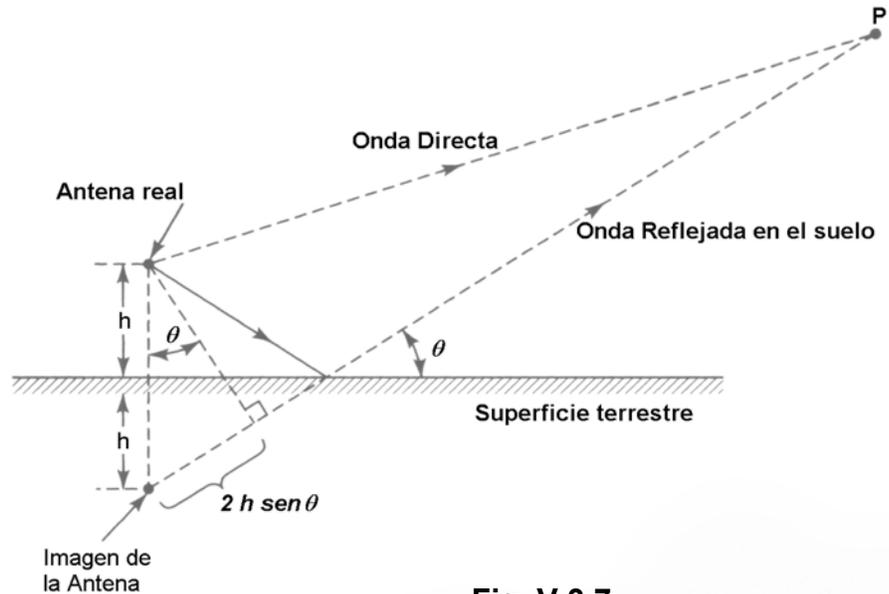


Fig. V.3.7.

La intensidad de campo en cualquier punto dado del espacio es la suma de:

1. las ondas directa y
2. las ondas reflejadas en el suelo

La onda reflejada por el suelo parece como se irradiase de la una antena espejo (imagen especular de la antena) situada a una distancia h bajo el suelo; Esta onda electromagnética esta invertida o desfasada 180° y recorre un distancia $2h \sin \theta$ mayor que la onda directa para llegar al mismo punto P en el espacio.

- Graficas de radiación para antenas tipo dipolo montadas arriba del nivel de suelo

El patrón de radiación resultante es la suma de las radiaciones de:

1. la antena real y
2. la antena espejo o especular

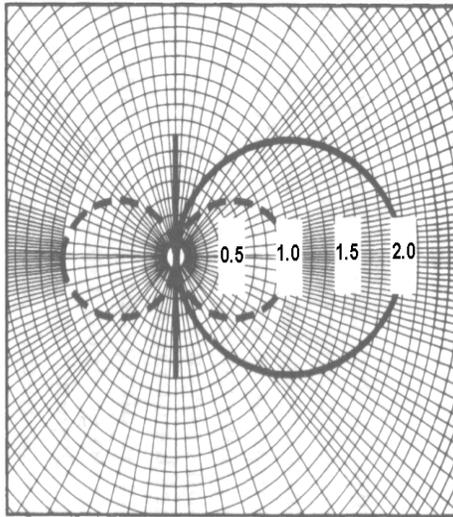


Fig. V.3.8.

La figura V.3.8. muestra una graficas de radiación (vertical) para el dipolo :

- a) En espacio libre (línea punteada)
- b) Montado a una distancia sobre el nivel del suelo (línea continua)

Se aprecia que el lóbulo posterior desaparece casi por completo y la intensidad de campo se duplica hacia arriba

En la figura V.3.9. se muestra la grafica de radiación horizontal para el dipolo montado a nivel del suelo.

Se observa un incremento en el lóbulo frontal y en la directividad de la antena.

En la telefonía móvil celular se aprovechan las reflexiones en el suelo ya que son convenientes para obtener el ángulo de elevación deseado y la respuesta máxima del lóbulo mayor.

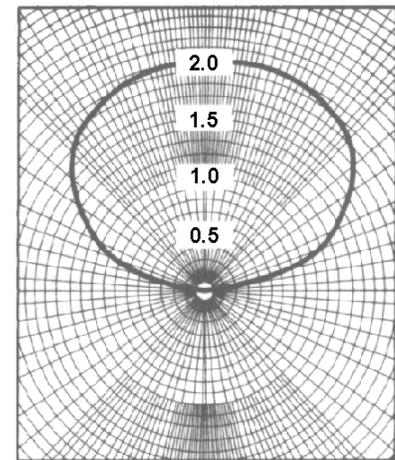


Fig. V.3.9.

- Agrupación lineal de antenas

La agrupación (*arrays*) de antenas iguales trabajando en forma común, es empleada en la actualidad debido a que presenta las siguientes ventajas:

1. Un diseño mas versátil
2. Control casi independiente en la alimentación para cada elemento (antena)
3. Control sobre la directividad en el conjunto de antenas.

La agrupación de antenas pequeñas son alimentadas desde una terminal común mediante redes lineales, como se muestra en la fig. V.3.10. donde se observa agrupación de dipolos alimentados en paralelo.

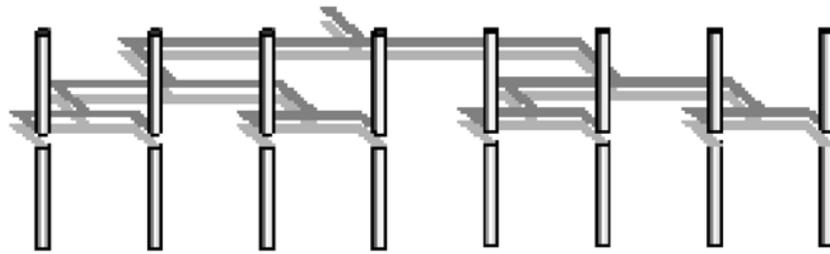


Fig. V.3.10.

Al modificarse las variaciones de fase en la alimentación de los elementos esto permite modificar la dirección de apuntamiento de la antena denominado *phased arrays*⁷

La figura V.3.11. muestra el esquema de una antena direccional comercial conformada por medio de un arreglo de dipolos de media onda de longitud y a continuación se muestra una foto de su aspecto comercial.



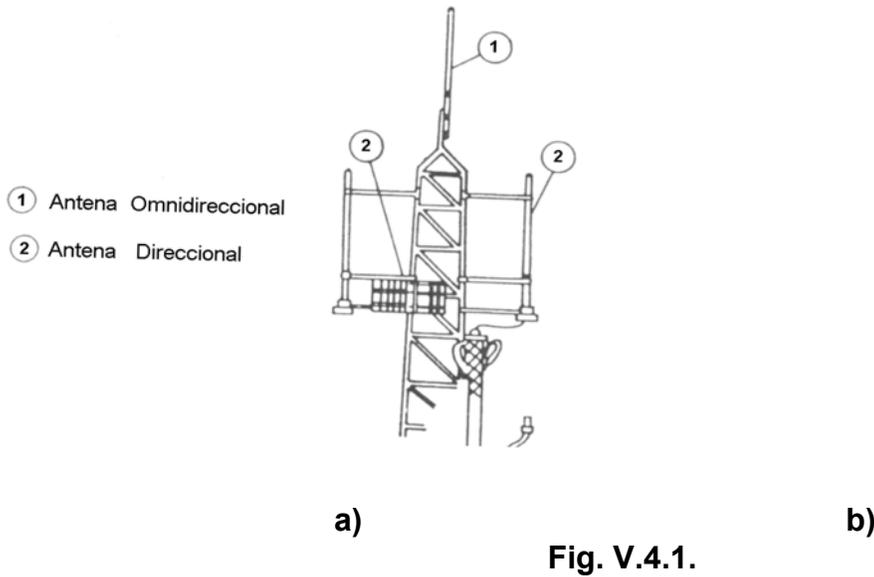
a)

b)

Fig. V.3.11.

V.4 ANTENAS DIRECCIONALES EN LAS RADIO BASES

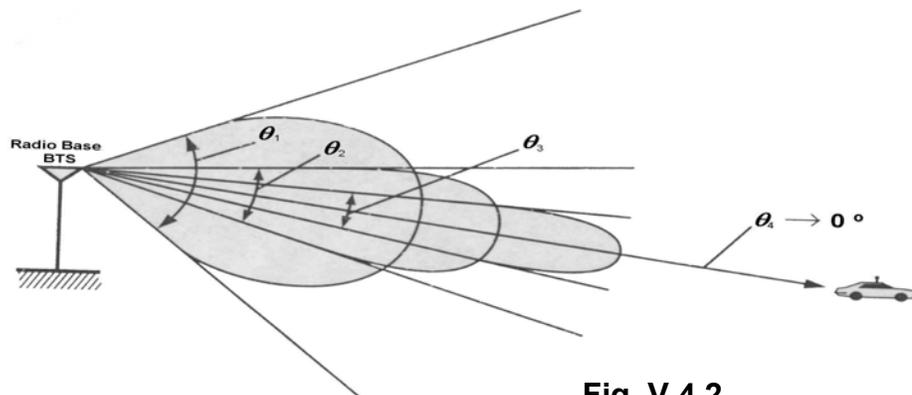
Las antenas direccionales, conformadas por arreglos de antenas de media onda de longitud, son empleadas en la telefonía móvil celular. Se localizan en torres de comunicaciones como se muestra en el esquema V.4.1. a) y en la fotografía de la misma figura b)



Por la colocación física de la misma antena, la polaridad generalmente empleada es la polarización vertical

- Haz de abertura de la antena direccional (*horizontal beamwidth*)

Estas antenas reciben el nombre antenas direccionales debido a que dirigen su densidad de potencia en una dirección determinada con un ángulo de apertura θ (o *beamwidth*), en los sistemas de comunicación móvil urbanos se emplea mas comúnmente el ángulo de 60° o 65° para cubrir un sector, en la fig V.4.2. se observa los diferentes niveles de ancho de haz



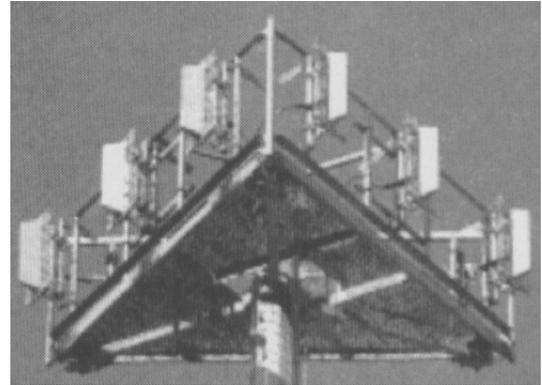
- Triángulos estabilizadores en torres de comunicaciones



PRINCIPIOS DEL FUNCIONAMIENTO DE LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS EN LAS TELECOMUNICACIONES INALÁMBRICAS.

En las torres de comunicaciones se tienen soportes triangulares, donde en cada uno de los lados son colocadas 2 antenas direccionales para recepción (R_X) colocadas en los vértices y una antena direccional de transmisión (T_X) al centro.

En figura V.4.3. a) se muestran el esquema de la ubicación de las antenas y en b) se observa en una fotografía un caso práctico.



b)

Tanto las antenas de transmisión como la de recepción deben cubrir un sector de 120° , esta configuración de emplea también en terrazas de edificios

- Antenas direccionales comerciales

Existen muchas compañías productoras de antenas direccionales, pero a continuación nombraremos 3 de las más importantes en el mercado de las telecomunicaciones además de que proporcionan una basta información sobre sus antenas en sus páginas en Internet.

a) **Decibel Products** (www.decibelproducts.com)

b) **Kathrein** (www.kathrein-scala.com)

c) **Andrew Corporation** (www.andrew.com)



Ambas compañías muestran las características de las antenas direccionales que cada uno producen y que nosotros podemos consultar en base a los siguientes parámetros básicos :

- a) Frecuencia a la que trabajara
- b) Polarización empleada
- c) Ganancia (*Gain*)
- d) *Beamwidth* o abertura de haz
- e) **VSWR**

A continuación se observa, en la fig. V.4.4. ,una muestra de la información que se obtiene visitando la pagina web de la compañía **Decibel** y mas adelante se muestra un documento mas detallado de la misma antena.

Decibel® Base Station Antennas

Fig. V.4.4.

PDF Datasheet	View Patterns	Download Patterns
---------------	---------------	-------------------

UMW-06516-0D

Panel

	<p>UMW-06516-0D 17.6 dBi, Panel Antenna 1710-1880, 1850-1990, 1900-2170 MHz</p>	<p>1710-1880 MHz 1850-1990 MHz 1900-2170 MHz</p>
<ul style="list-style-type: none"> State of the art air dielectric feed system. No screws, fasteners, welds or solder in RF path for exceptional low PIM results. Excellent upper side lobe suppression for interference reduction. Simple, yet rugged design provides for excellent long-term reliability. 		65°

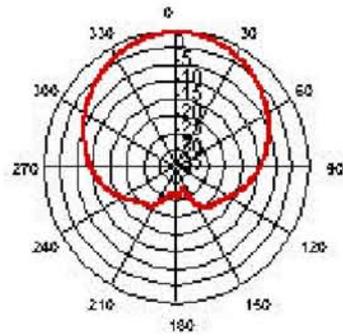


CAL
12 lbs (5.4 kg)
58 X 6.8 X 3.5 in (1473 X 173 X 89 mm)
1.94 ft ² (0.18 m ²)
108 lbf (480 N)
125 mph (201 km/h)
Aluminum
Aluminum
PVC, UV Resistant
7-16 DIN - Female (Bottom)
Off White
600691A-2

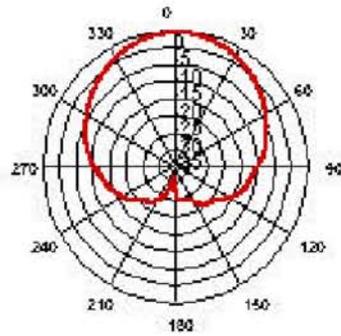
Vertical Beam Tilt	0°	0°	0°
VSWR	<1.4:1	<1.4:1	<1.4:1
USLS	>17	>17	>17
Front-To-Back Ratio	28	30	28
Size:LxWxD(mm/inch)	1473 x 173 x 89 58 x 6.8 x 3.5		
Wind Load	480 N / 108 lbf		
Connector Type	7-16 DIN - Female (1)		
Connector Location	Bottom		



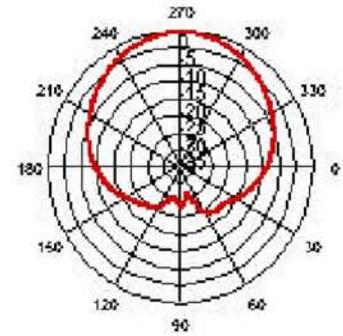
PRINCIPIOS DEL FUNCIONAMIENTO DE LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS EN LAS TELECOMUNICACIONES INALÁMBRICAS.



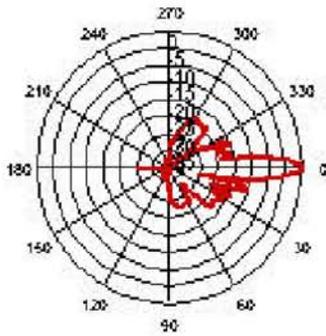
Horizontal 1795 MHz (Tilt=0)



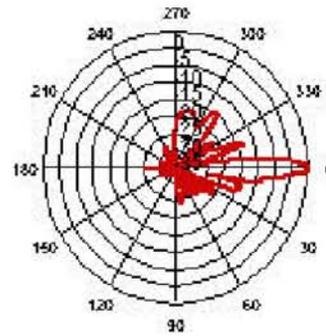
Horizontal 1920 MHz (Tilt=0)



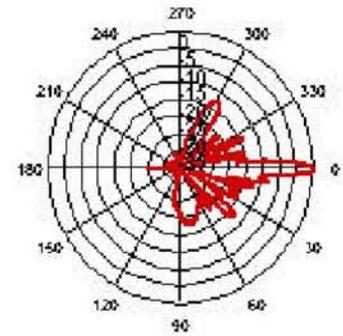
Horizontal 2040 MHz (Tilt=0)



Vertical 1795 MHz (Tilt=0)



Vertical 1920 MHz (Tilt=0)



Vertical 2040 MHz (Tilt=0)

En la figura V.4.5. se muestra la información de una antena direccional equivalente de la compañía **Kathrein**, donde puede observarse que aun en las diferente nomenclatura los parámetros básicos son los mismos para las diferentes compañías.



KATHREIN
SCALA DIVISION

Professional Antennas and Filters

HOME About Us Support Trade Shows Announcements Contact Us

- Cellular - SMR
- PCS - UMTS
- Dualband Wireless
- VHF TV
- UHF TV
- FM Broadcast
- VHF Low Band
- VHF High Band
- UHF Mobile
- ISM - MDS
- Special Applications
- Accessories
- Request Catalog
- Product Search
- Model / Cross Reference List
- RFID
- Pattern Library
- New User
- Registered User

PCS - UMTS >> 1710 - 2170 MHz - Panel

74 Products (8 PAGES) [start] << 10 Back - 1 2 3 4 5 - Next 10 >> [end]

Model	Freq	Gain	Pol	HBW	Tilt	Data Sheet
AP12-1940/088D/XP	1710-2170	11.7	X	88	0	AP12-1940-088D-XP.pdf
AP14-1900/063D	1850-1990	14	V	63	0	AP14-1900-063D.pdf
AP14-1900/063D/DT9	1850-1990	14	V	63	9	AP14-1900-063D.pdf
AP14-1900/090D	1850-1990	14	V	90	0	AP14-1900-090D.pdf
AP14-1940/088D/ADT/XP	1710-2170	14	X	88	ADT	AP14-1940-088D-ADT-XP.pdf
AP15-1850/033D	1710-1990	15	V	33	0	AP15-1850-033D.pdf
AP15-1900/090D	1850-1990	15.5	V	90	0	AP15-1900-090D.pdf
AP15-1900/090D/DT2	1850-1990	15.5	V	90	0	AP15-1900-090D.pdf
AP15-1900/160D	1850-1990	15.5	V	160	0	AP15-1900-160D.pdf
AP15-1940/065D/ADT/XP	1710-2170	15	X	65	ADT	AP15-1940-065-ADT-XP.pdf

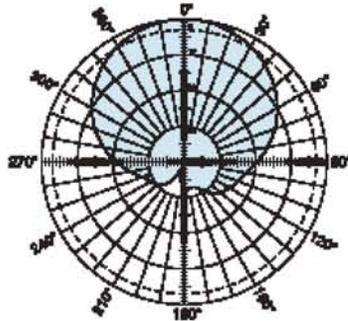
Fig. V.4.5.



KATHREIN SCALA DIVISION

AP21-1900/065D 65° Panel Antenna

Kathrein-Scala vertically polarized panels are part of a series of antenna products for PCS, PCN, and other applications in the 1850-1990 MHz band. featuring:



is with materials selected for diversity systems.

ce, with low VSWR, wide cone, and extremely low

vides minimal visual impact. radomes.

Specifications:

Frequency range	1850–1990 MHz
Gain	21 dBi
Impedance	50 ohms
VSWR	< 1.4:1
Intermodulation (2x20w)	IM3: -150 dBc
Polarization	Vertical
Front-to-back ratio	>25 dB
Maximum input power	200 watts (at 50°C)
Horizontal 3dB beamwidth	65 degrees (half-power)
Vertical 3dB beamwidth	3.5 degrees (half-power)
Electrical downtilt	0 or 2 degrees
Connector	7/16 DIN female
Weight	19.8 lb (9 kg)
Dimensions	101.9 x 6.1 x 1.7 inches (2588 x 155 x 43 mm)
Equivalent flat plate area	6.04 ft ² (0.561 m ²)
Wind survival rating*	110 mph (180 kph)
Shipping dimensions	116 x 8 x 6 inches (2946 x 203 x 152 mm)
Shipping weight	25 lb (11.3 kg)
Mounting	Fixed and tilt-mount options are available for 1.2 to 5.3 inch (30 to 135 mm) OD masts. Panel without electrical downtilt can be inverted.





V.5 EVALUACIÓN DE ANTENAS EN LAS RADIO BASES

Después de instaladas los sistemas de antenas direccionales, las diferentes compañías proceden a realizar pruebas para las antenas de las radio bases. El propósito de estas pruebas es la de verificar que el sistema de antenas este propiamente instalado y totalmente operacional.

Mientras que la ganancia de la antena no se puede medir fácilmente en campo, el **VSWR** de la antena es más fácil de medir en las instalaciones. Para esta característica de diseño (se encuentra en la hoja es especificaciones del fabricante) se tienen las siguiente formulas de conversión para su manejo.

Donde

RL = Pérdidas de retorno (Return loss)

VSWR = Relación de ondas estacionarias de voltaje

$$RL = -20 \log_{10} (|\Gamma|)$$

$$VSWR = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$

$$|\Gamma| = \frac{VSWR - 1}{VSWR + 1}$$

$$|\Gamma| = \text{antilog} \left(\frac{-RL}{20} \right)$$

Con las anteriores conversiones, los fabricantes proporcionan una tabla de equivalencias para facilitar la búsqueda de los valores¹⁵, se muestra en la tabla V.5.



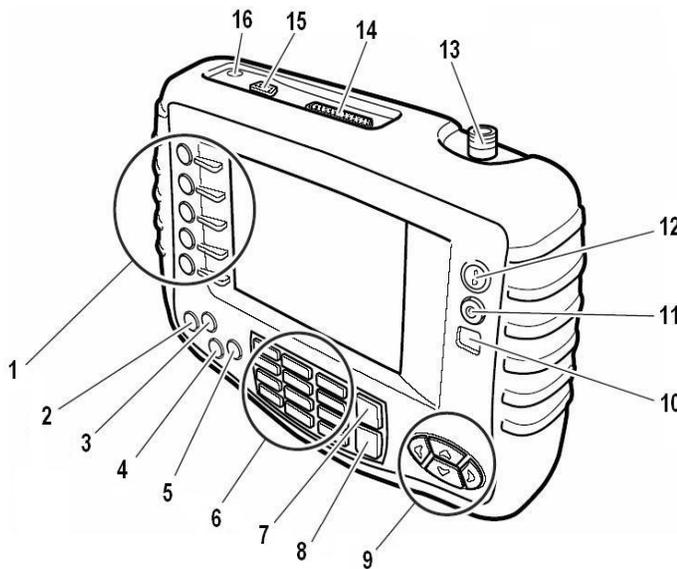
Return Loss (dB)	SWR	Return Loss (dB)	SWR	Return Loss (dB)	SWR
4.0	4.42	16.0	1.38	28.0	1.08
6.0	3.01	16.2	1.37	28.5	1.07
8.0	2.32	16.4	1.36	29.0	1.07
10.0	1.92	16.6	1.35	29.5	1.07
10.5	1.85	16.8	1.34	30.0	1.06
11.0	1.79	17.0	1.33	30.5	1.06
11.2	1.76	17.2	1.32	31.0	1.05
11.4	1.74	17.4	1.31	31.5	1.05
11.6	1.71	17.6	1.30	32.0	1.05
11.8	1.69	17.8	1.29	32.5	1.04
12.0	1.67	18.0	1.29	33.0	1.04
12.2	1.65	18.5	1.27	33.5	1.04
12.4	1.63	19.0	1.25	34.0	1.04
12.6	1.61	19.5	1.23	34.5	1.03
12.8	1.59	20.0	1.22	35.0	1.03
13.0	1.58	20.5	1.21	35.5	1.03
13.2	1.56	21.0	1.20	36.0	1.03
13.4	1.54	21.5	1.18	36.5	1.03
13.6	1.53	22.0	1.17	37.0	1.02
13.8	1.51	22.5	1.16	37.5	1.02
14.0	1.50	23.0	1.15	38.0	1.02
14.2	1.48	23.5	1.14	38.5	1.02
14.4	1.47	24.0	1.13	39.0	1.02
14.6	1.46	24.5	1.12	39.5	1.02

A
alt
as
fre
cu
en
cia
es
difi
cil

re
qui
er

de buenos equipos técnicos medir la ganancia principal de las antenas, en el mercado se tiene una gran variedad de analizadores, se mencionara uno que es empleado dentro del país, de Ericsson¹³, que mide las ondas estacionarias, en la fig. V.5.1. se muestra un esquema del analizador.

Tabla V.5.



ANALIZADOR SA 6000EX

- 1.- Teclas de menú
- 2.- Modo
- 3.- Configuración
- 4.- Calibrador
- 5.- Marcador
- 6.- Teclas numéricas
- 7.- Escape
- 8.- Entrada
- 9.- Teclas de cursor
- 10.- Indicador de encendido
- 11.- Contraste
- 12.- Encendido/apagado
- 13.- Puerto de pruebas (test)
- 14.- Puerto paralelo
- 15.- Puerto serial
- 16.- Conector externo CD

Fig. V.5.1.



En la figura V.5.2 se muestra un ejemplo de las mediciones realizadas por el analizador, se tiene el rango de frecuencia de 800 a 1000 MHz (servicios GSM)

Con el analizador se toman las mediciones de **VSWR** de cada una de las antenas para compararlas con sus valores nominales.

El valor **VSWR** permitido para cada antena debe ser menor o igual al indicado por el fabricante en su hoja de especificaciones.

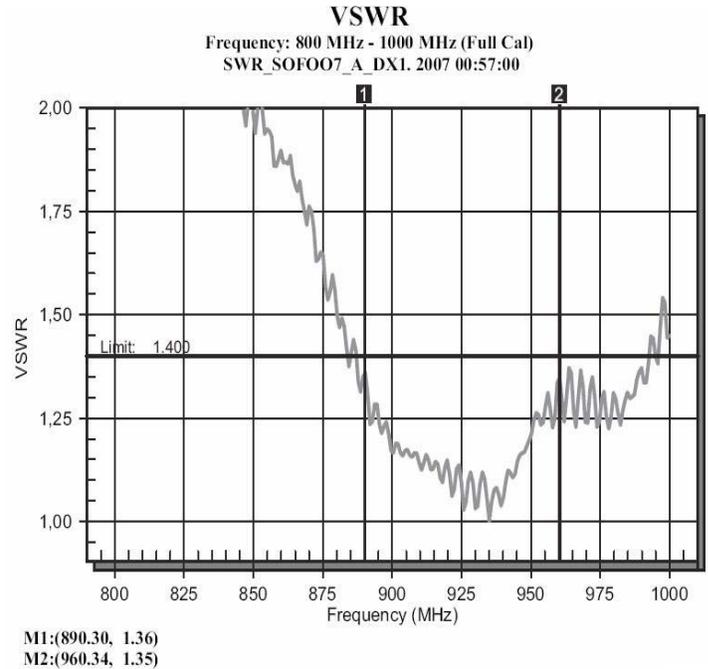


Fig. V.5.2.

Comúnmente se tiene 2 métodos para la medición de las estacionarias en un sistema de antenas¹²

o n d a s

1. Integración de rutas (Pattern Integration)

Este metodo solo es exacto cuando se consideran las perdidas en el sistema de alimentación.

El analizador es colocado en las intalaciones de la misma antena, como ese muestra en la figura V.5.3.

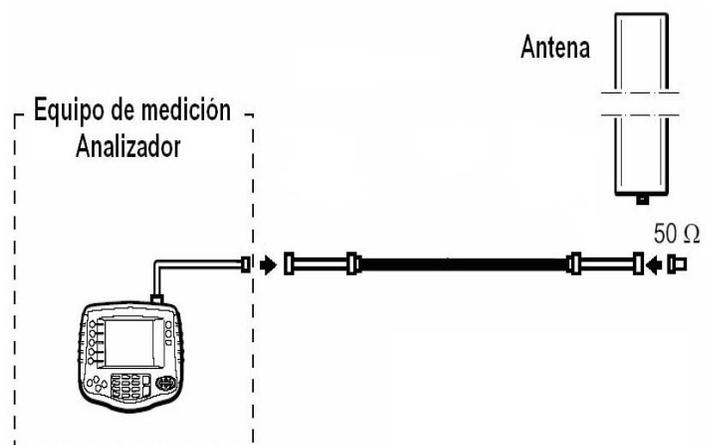




Fig. V.5.3.

2. Comparación de mediciones con respecto a una antena de referencia

El modo comparativo es preciso solamente si la ganancia de la antena de referencia es conocida con precisión.

En la figura V.5.4 se muestra una configuración de este método tomando una antena tipo Yagui como referencia, todo este equipo deberá comportarse como una terminal móvil.

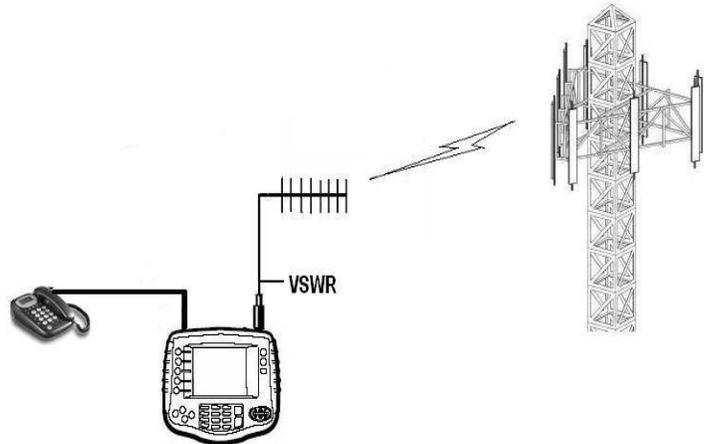


Fig. V.5.4.



CAPÍTULO VI.- COBERTURA DE LA SEÑAL DE RADIOFRECUENCIA EN EL SISTEMA DE TELEFONIA MÓVIL.

Cuanto más alto estemos más humildes debemos ser.

Cicerón

En este apartado se considera el caso concreto de cómo se estudia de forma convencional la cobertura de la radiofrecuencia en la telefonía móvil ó celular en México, para finalizar el presente trabajo sobre las ondas electromagnéticas en las en las telecomunicaciones inalámbricas.

El nombre completo que tiene esta tecnología es SISTEMA DE RADIOTELEFONIA MOVIL CON TECNOLOGÍA CELULAR. En el caso de México, desde 1989, la Secretaría de Comunicaciones y Transportes dividió al país en 9 regiones celulares, como se observa en el mapa de la republica mostrado a continuación



En la república Mexicana el organismo que se encarga de la asignación y administración de las radiofrecuencias es la Comisión Federal de Telecomunicaciones (COFETEL), este órgano asigna a los diferentes concesionarios de telefonía móvil en el país las frecuencias que utilizarán para proporcionar el servicio de radiocomunicación.



PRINCIPIOS DEL FUNCIONAMIENTO DE LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS EN LAS TELECOMUNICACIONES INALÁMBRICAS.

En la siguiente fig se muestra una parte del espectro de radiofrecuencias concesionado a la telefonía móvil, mismo que puede ser consultado en internet en la dirección www.cofetel.gob.mx .



PRINCIPIOS DEL FUNCIONAMIENTO DE LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS EN LAS TELECOMUNICACIONES INALÁMBRICAS.

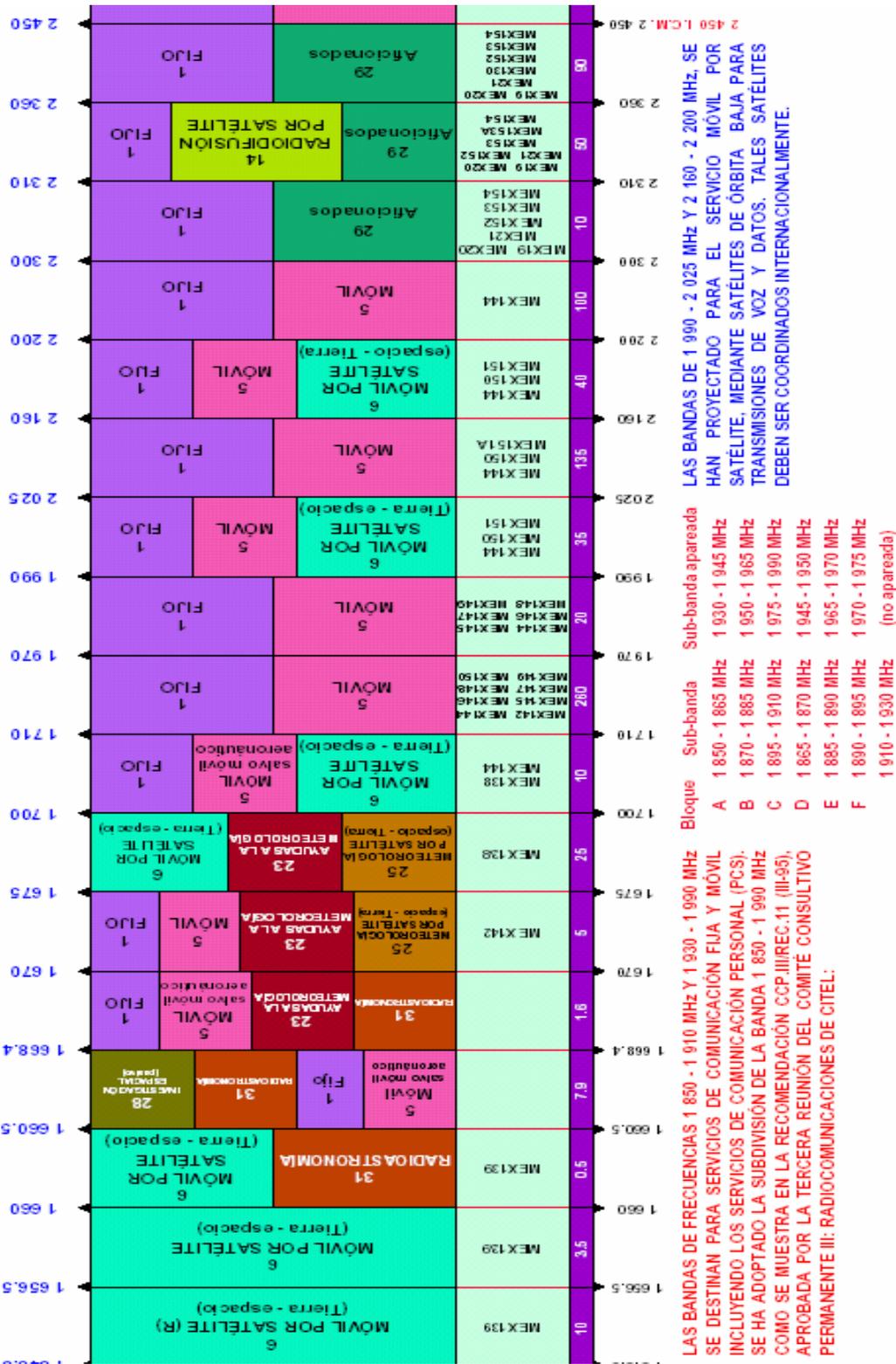


Fig. VI

En base al espectro de frecuencias se le tiene asignados los siguientes rangos de frecuencias para la telefonía celular dentro de la republica Mexicana:



- 824 – 849 MHz
- 869 – 894 MHz
- 1710 – 1785 MHz
- 1805 – 1885 MHz
- 1850 – 1910 MHz
- 1930 – 1990 MHz

En la actualidad existen los siguiente concesionarios quienes proporcionan servicios de radiotelefonía celular dentro de la república Mexicana :

- Telcel
- Telefónica MoviStar
- Unefon - Iusacell

VI.1 CONCEPTOS GENERALES DE LA TELEFONIA MÓVIL CELULAR

Un sistema radio telefonía móvil celular está constituida principalmente por varias estaciones de radioenlace por microondas, comúnmente conocidas como radio base o estación base (BTS: Base Transceiver Station); Las radio bases están a su vez conformadas por un conjunto de antenas montadas en torres de comunicaciones, como se muestra en la fig VI.1.1 que continuamente emiten y reciben ondas electromagnéticas del orden de las microondas, comprendidas dentro de las bandas de 900, 1800 y 1900 MHz para el caso de México.



Fig. VI.1.1

Las principales características comerciales de un sistema celular son:

1. Gran capacidad de usuarios
2. Utilización eficiente del espectro de frecuencias asignadas
3. Amplia área de cobertura



A continuación se menciona de forma breve algunos conceptos de un sistema móvil celular:

- Arquitectura de una red de telefonía móvil : En el caso de la telefonía móvil en México, su arquitectura se basa principalmente en el estándar Americano y se compone de los siguientes elementos mostrados en la fig VI.1.2:

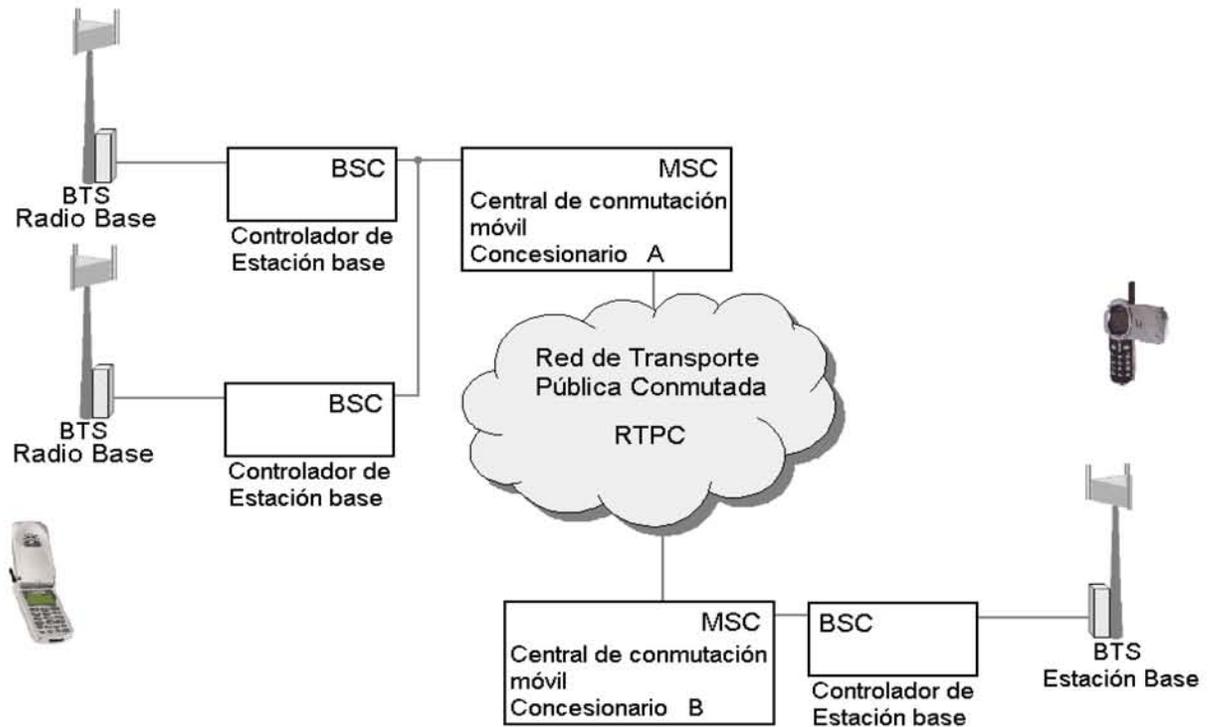


Fig. VI.1.2.

- Teléfono Celular : Para un usuario es la parte más importante y conocida del sistema celular ya que a través de esta terminal, es posible enviar y reciben llamadas, avisos, imágenes, etc. En forma más general se le conoce como unidad móvil.

Un teléfono celular está integrado por :

- Unidad de radiofrecuencia : Contiene transceptor y equipo asociado para transmisión (antena y acopladores).
- Unidad de control : Encargada del procesamiento electrónico, teclado y pantalla.





Fig. VI.1.3.

- Unidad de voz/audio/datos : Interfaz con el usuario (monitoreo y altavoz).
- Unidad de alimentación : Batería y adaptador.
- Radio Base ó estación base (BTS) : Tiene la función básica de comunicar a la Central celular con todas y cada una de las unidades móviles o teléfono celulares.

Las frecuencias asignadas para la comunicación se denominan canales de comunicación.

- a) La señal que envía la radio base (o estación base) al teléfono móvil se le denomina frecuencia de bajada
- b) La señal que envía el teléfono celular a la estación base se denomina frecuencia de subida.

La radio base realiza esencialmente las siguiente funciones :

- Mantener permanentemente una cobertura de la señal celular en un área determinada, con el fin de permitir la comunicación entre la central celular y el teléfono móvil.
- Proporcionar canales de voz a los usuarios cuando estos, por medio del teléfono móvil, lo soliciten.

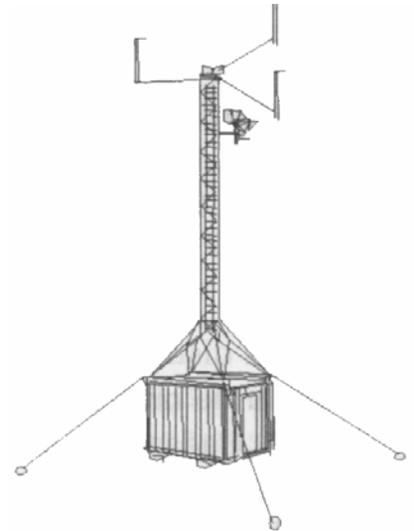


Fig. VI.1.4.

Los componentes básicos de una radio base son:

- Canales, transreceptores o unidades de radio.
- Interfaz para conexión con la central de conmutación móvil (MSC).
- Equipo asociado para transmisión/recepción:
 1. Antenas
 2. Guía de ondas
 3. Combinadores



4. Acopladores

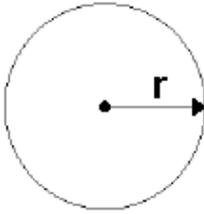
- Controlador de acceso al switch (BSC) : Controla los accesos de la radio base (BTS) al switch de la central telefónica celular.
- Central de conmutación móvil (MSC) : También conocida como central celular funciona básicamente como una central de telefónica pero con funciones especiales dedicadas al servicio de la telefonía celular.

MSC realiza las funciones de :

- Tarificación
 - Enrutamiento
 - Manejo de perfiles de usuarios
 - Manejo de servicios suplementarios
 - Señalización
- Red de transporte Pública Conmutada (RTPC) : La red de telefonía instalada a lo largo del país. En el caso de México corresponde a la red instalada por Telmex.

Un sistema de telefonía celular por definición funciona en interconexión con la red pública Conmutada pero no forma parte integral de la misma.

- Sistema celular hexagonal: El sistema de telefonía móvil actual se basa en el sistema



Área de cobertura de una radio base

celular presentado por AT&T en 1947, que por limitaciones tecnológicas no pudo ser implementado en aquellos años.

El sistema celular se basa en dividir el territorio al que se pretende dar servicio, en células o celdas, así cada célula será atendida por una radio base.

Por lo anterior una célula se define como el área de cobertura en que la terminal móvil puede comunicarse con una estación base o radio base, como se observa en la figura VI.1.5.

Al tener varias radio bases y por ende varias células contiguas en las áreas urbanas se generan problemas de cobertura como se muestra en la figura VI.1.6.

- 1) Áreas de traslape (interferencia) y
- 2) Áreas de sombra (no tienen cobertura)

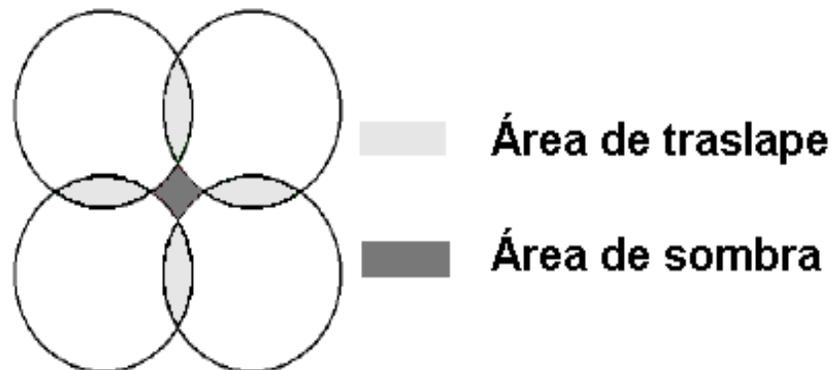


Fig. VI.1.6.

Por ello fue necesario generar un arreglo geométrico que minimizara este tipo problemas de área.

Solo 3 figuras geométricas, fig. VI.1.7. ,son capaces de agruparse y no dejar áreas de sombras ni de traslape, estas son :

- a) El cuadrado
- b) El triangulo equilátero y
- c) El hexágono

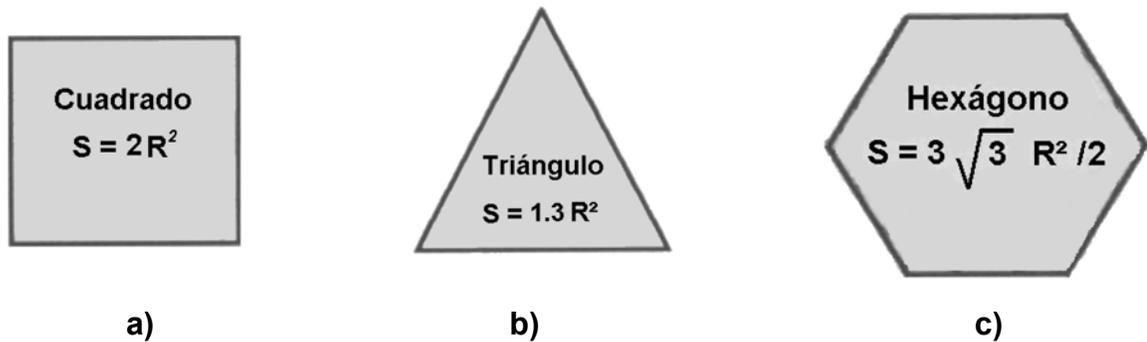
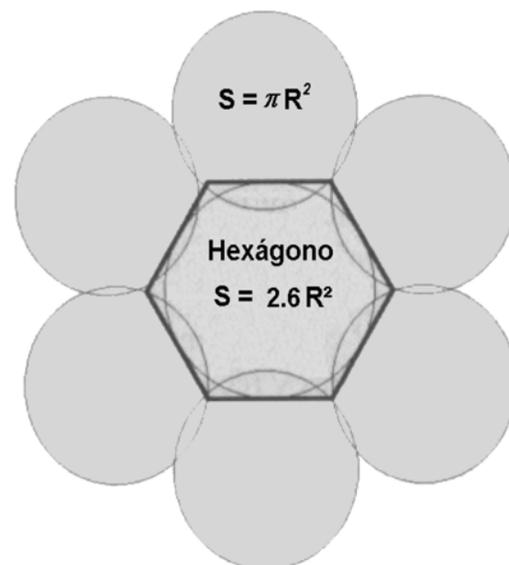


Fig. VI.1.7.

De las figuras mencionadas la más recomendada es el hexágono ya que su área es la mayor de las 3 figuras, lo que genera mayor área de cobertura.

La célula mostrada en la fig VI.1.8 es un modelo conceptual debido a que es un modelo simple para calcular la propagación de radiofrecuencia en las radio bases.

Este modelo ha sido adoptado universalmente dado que permite un análisis fácil y manejable para un sistema de telefonía móvil celular.





La cobertura real de una celda se conoce como huella (footprint), se muestra en la fig. VI.1.9. y se determina a partir de los modelos de campos electromagnéticos ó modelos de propagación, el mas empleado Okumura-Hata, que más adelante será analizado.

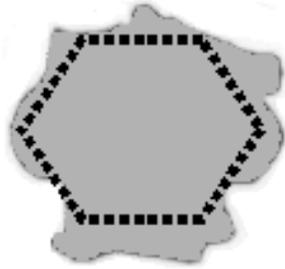
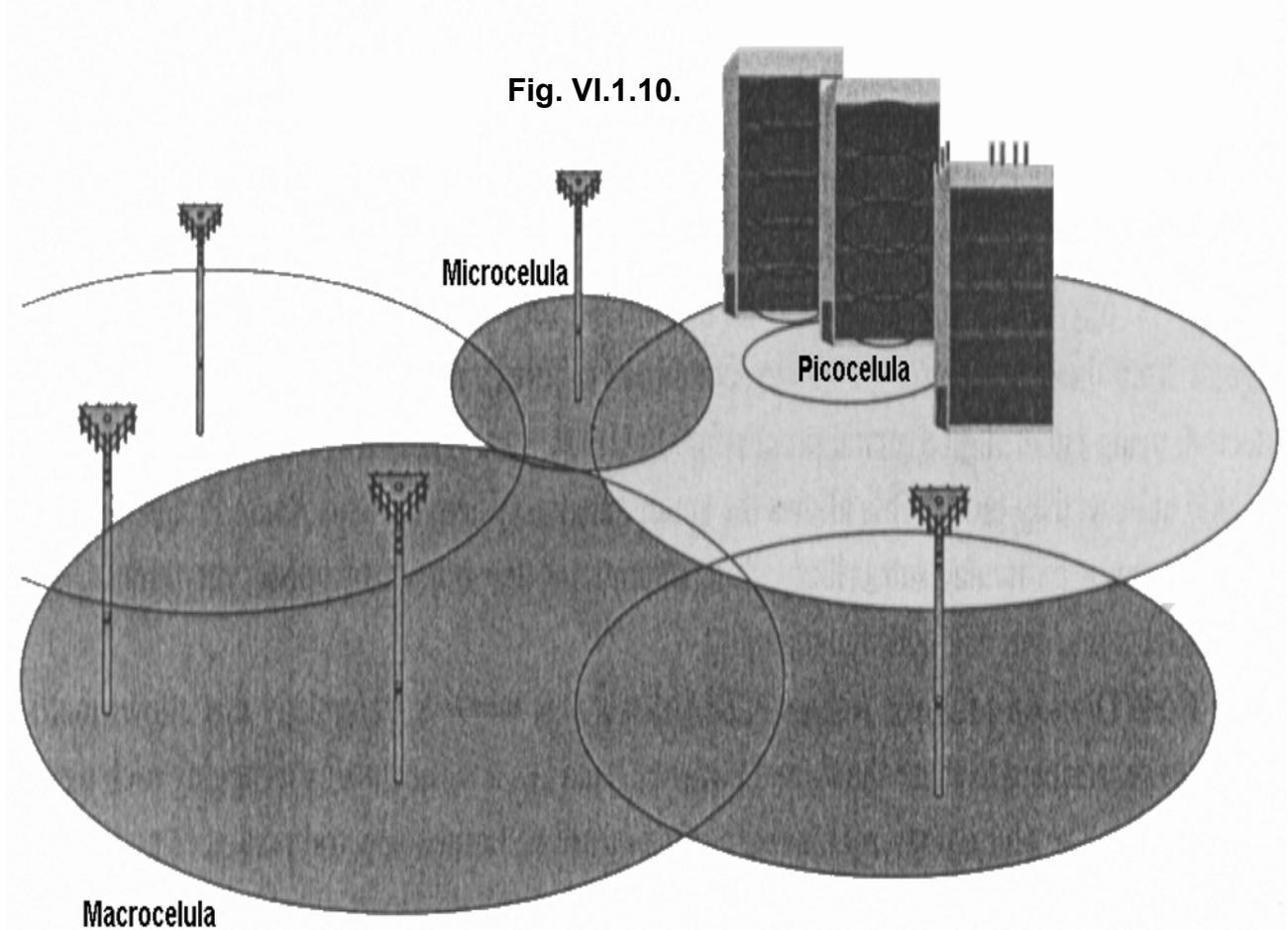


Fig. VI.1.8.

Como cada radio base da servicio a una o más áreas denominadas células, como se muestra en la fig VI.1.10., estas se clasifican de acuerdo a su cobertura urbana:

- a) Macrocelulas (De 1 a 10 Km)
- b) Microcelulas (De 100 m a 1 Km)
- c) Picocelulas (De 10 a 100 m)



- Generaciones de la red telefonía móvil:

Se identifica que en México se han tenido las siguientes 3 generaciones:

1. Primera Generación : Se basaba en sistemas analógicos con el estándar americano AMPS (Advanced Mobile Phone System, Sistema Avanzado de teléfono móvil).

Concebida inicialmente para transmisión de voz solamente. Presentaba interrupciones en la transmisión de voz tan pequeñas que no afectaban la conversación.

2. Segunda Generación : 2G, Inicia tecnología de acceso digital, se emplea el sistema digital D-AMPS, (Digital-Advanced Mobile Phone System, Sistema Digital Avanzado de teléfono móvil).



PRINCIPIOS DEL FUNCIONAMIENTO DE LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS EN LAS TELECOMUNICACIONES INALÁMBRICAS.

Orientada a soportar transmisión de voz, datos y mensajes cortos en el mismo terminal del usuario. Toma la tecnología GSM (Global System for Mobile Communications, Sistema Global para comunicaciones móviles), basado en el sistema Europeo.

Su estación móvil maneja el concepto de “modulo de usuario” o SIM (Subscriber Identity Module). En la tarjeta inteligente SIM se tiene toda la información del usuario.

Este es un sistema digital orientado a la transmisión de voz, datos, capacidad multimedia y acceso al internet a través de la unidad móvil.

Tercera Generación : La tercera generación (3G), definida por la Unión Internacional de Telecomunicaciones (ITU) como el estándar IMT-2000⁷, la propuesta Europea se le conoce como Sistema Universal de Comunicaciones Móviles (UMTS)

Es una red convergente que con componentes fijos, celulares y satelitales. Optimiza la cobertura de grandes áreas geográficas y la demanda de atención en usuarios.

La ITU establece los servicios de comunicación global dentro de las bandas de frecuencia de 1885 a 2025 MHz y de 2110 a 2200 MHz

En la actualidad existen hasta las 5 Generación en telefonía móvil, sin embargo no se ha tenido la demanda esperada por lo que no ha sido lanzada al público en general.

VI.2 CARACTERÍSTICAS DE COBERTURA PARA LAS RADIO BASES EN EL SISTEMA DE TELEFONÍA MÓVIL CELULAR.

En un sistema de radio telefonía celular el rango de frecuencias asignadas son limitadas ya que esta sujeto al ancho de banda que la COFETEL le asigna al sistema celular de cada concesionario. Este ancho de banda asignado deberá dividirse entre los diferentes usuarios (conocidos como abonados) y entre los diferentes servicios ofrecidos por la compañía.

El número de radio bases (BTS) necesario para cubrir un determinado territorio viene dado no solo por la extensión y ortográfica del mismo, sino también por el numero de abonados a atender.

La cantidad de comunicaciones atendidas por una BTS es limitada.



Los sistemas celulares de telefonía móvil siempre siguen a la señal de la terminal móvil dentro de la red, de forma que se tiene la información sobre su posición aproximada dentro del territorio atendido.

En un sistema con tecnología GSM la cobertura que puede llegar a proporcionar una estación base (BTS) de una célula es aproximadamente 35 Km. de radio.

Dentro del proceso de comunicación entre el teléfono móvil y la radio base (BTS) se tienen 2 frecuencias asignadas:

1. Una frecuencia de subida (Del teléfono móvil a la BTS) y
2. Una frecuencia de bajada (De la BTS a teléfono móvil)

Con el fin de trabajar apropiadamente en un sistema celular se deberán observar las siguientes condiciones:

- a) El nivel de potencia del transmisor dentro de una celda debe estar limitado con el fin de reducir la interferencias entre transmisores de células vecinas
- b) Celdas vecinas no pueden compartir los mismos canales (o frecuencias) esto con el fin de reducir las interferencias entre las frecuencias.

A las frecuencias disponibles se les conoce como canales y para calcular el número de canales disponibles para el sistema se utiliza la siguiente expresión matemática

Donde

$$C = B / 2 \Delta f$$

C = Núm. de canales disponibles

B = Ancho de banda disponible

Δf = Separación entre canales de comunicaciones

- Cluster o racimos : Al conjunto de células ó celdas que utilizan los canales de comunicación disponibles se les denomina *cluster* o racimos como los que se observan en la fig. VI.2.1.

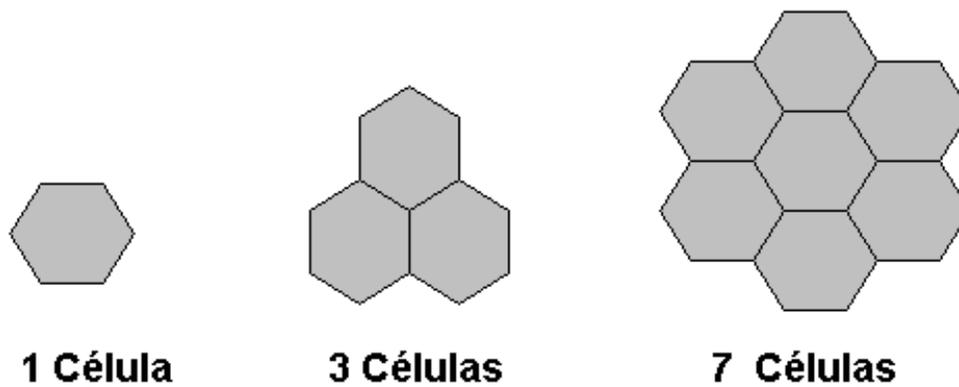


Fig. VI.2.1.

La suma de varios racimos es lo que determina la cobertura final en un sistema celular.

La fig. VI.2.2. muestra lo que sería un racimo ó cluster real en base a la huella real de la microcélula ó "footprint".

Debido a que se tiene un número limitado de frecuencias se deberán de aplicar métodos para que se logre una cobertura total con las frecuencias asignadas.

El método más comúnmente empleado es el de reutilización de frecuencias con el cual se logra dar servicio a los diferentes abonados del sistema celular.

CLUSTER REAL DE MICROCELULAS



Fig. VI.2.2.

- Reutilización de frecuencia: Se refiere a la técnica empleada en los sistemas móviles



celulares para organizar los canales de comunicación por células y racimos.

A cada célula le son asignados un número de frecuencias o canales, así el grupo de canales asignados a cada célula pueden usarse en otra cuando ambas estén separadas una distancia adecuada

La reutilización de frecuencia ó planificación de frecuencias es el proceso de diseño en el que planea proporcionar el servicio mediante varios transmisores de potencia mediana distribuidos de manera adecuada en toda el área.

Con la reutilización de frecuencias es posible construir grandes redes empleando las mismas frecuencias sin que estas interfieran entre sí.

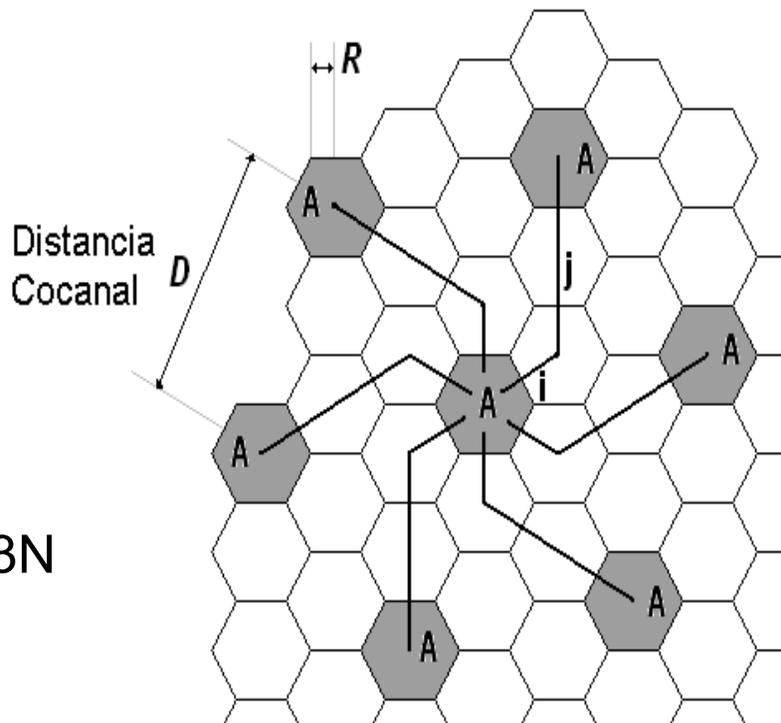
Para evitar el efecto de interferencia entre los canales de las células se define un parámetro

D = Distancia cocanal

D es la distancia mínima que deberá existir entre dos celdas que utilizan el mismo grupo de frecuencias, como se muestra en la fig VI.2.3.

Se define un factor de reducción de interferencia cocanal o tasa de reuso cocanal Q con la siguiente ecuación:

$$Q = D / R = \sqrt{3N}$$





Donde

Q = Tasa de re-uso cocanal

D = Distancia cocanal

R = Radio de la célula

N = Núm de células por cluster o racimo

Fig. VI.2.3.

Se observa lo siguiente en la relación de reuso Q :

1. Cuanto mas grande sea la relación D/R menor será la interferencia cocanal por ende se tendrá mejor calidad en la transmisión.
2. Cuanto mas pequeña sea la relación D/R mas grande será la capacidad del sistema ya que la cantidad de canales asignados a cada célula será mayor.

Para diagramar la asignación de canales en los distintos clusters, se emplean dos números enteros ($i j$), observando nuevamente la fig.VI.2.3.

Método practico: Tomando la célula de referencia A y a partir de un lado de la misma

célula, se cuentan i celdas a lo largo de la cadena hexagonal, luego se gira en contra de la manecillas de reloj 60° y se cuentan j celdas.

La célula de referencia A y esta última son células cocíales.

Dentro del diseño del sistema celular se deberá determinar el número de células por cluster, matemáticamente se obtiene la ecuación:

$$N = i^2 + j^2 + i j$$

Donde

N = Número de células por cluster

$i j$ = Parámetros de corrimiento, números enteros,
considerando $i \leq j$



Cuando N es muy grande el número de canales asignados en cada una de las células disminuye, en base a la experimentación se ha encontrado que el número más adecuado para un cluster es 7.

VI.3 MODELOS DE PROPAGACIÓN DE RADIOFRECUENCIA

La ruta que sigue la señal de radio frecuencia que va de la antena transmisora hasta la antena receptora del móvil puede darse como una simple y sencilla línea de vista o bien un ambiente con gran cantidad de obstáculos como edificios, anuncios espectaculares, árboles, etc. Por ello en el diseño de sistemas de radiocomunicación se emplean modelos de propagación que predicen la potencia de la señal de radio frecuencia para cualquier distancia de separación entre las antenas.

Al propagarse la señal electromagnética por el ambiente está sufriendo pérdidas que deberán ser establecidas en la fase de diseño para determinar si el nivel de recepción es suficiente para mantener el enlace con la calidad de servicio razonable.

Estos modelos de propagación de la radio frecuencia surgen como respuesta a la necesidad de modelar zonas geográficas, prediciendo las pérdidas a través de la ruta entre la antena emisora y la antena receptora.

A continuación se hará un análisis resumido de algunos de los modelos de predicción básicos

- Modelo de propagación en espacio libre⁸

Este tipo de modelo es utilizado para predecir la potencia de la señal cuando entre la antena transmisora y la receptora hay una clara línea de vista.

Mediante este modelo podemos obtener las pérdidas por propagación en el espacio libre (**PL**: *path loss*) por la antena receptora, que está separada una distancia d . Lo anterior es representado por la siguiente ecuación

$$PL = -10 \log \left[\left(G_t G_r \lambda^2 \right) / \left(4 \pi d \right)^2 \right] \quad [\text{dB}]$$



Donde

PL = Pérdidas por propagación en espacio libre

G_t = Ganancia de antena transmisora

G_r = Ganancia de antena receptora

λ = Longitud de onda en metros

d = Distancia entre la antena transmisora y receptora en metros

La ecuación solo es valida dentro de la región de far-field o región de Fraunhofer de la antena de transmisimora

- Modelo de propagación en ambientes urbanos, modelo Okumura⁹

En Japón el científico Okumura realizo estudios sobre la propagación de las señales de radio frecuencia en ambientes urbanos, sus estudios se basaron en mediciones experimentales realizadas en las ciudades del Japón.

Este modelo se aplica bajo las siguientes condiciones:

1. Rango de frecuencia de 150 a 1920 MHz
2. Distancia maxima enter la antena transmisora y receptora 100 Km

$$L_{50} = PL + A_{mu} - G_t - G_r - G_{\acute{a}rea} \quad [dB]$$

Donde

L₅₀ = Pérdidas por propagación al 50% de recepcion en la señal

A_{mu} = Atenuación media relativa al espacio libre

G_t = Ganancia de antena receptora

G_r = Ganancia de antena transmisora

G_{área} = Factor de corrección dependiente del entorno del lugar

- Modelo de propagación Okumura-Hata

Basado en la investigaciones de Okumura, Masaharu Hata propuso ecuaciones matematicas para ambientes suburbanos y rurales. Encontró que las señales de radio frecuencia se comportaban de forma logaritmica, para este modelo se aplica las siguientes condiciones:

1. Rango de frecuencia de 150 a 1500 MHz



2. Altura de la estación base de 30 a 200 m
3. Altura de la antena de móvil (telefono celular) de 1 a 10 m
4. Distancia entre la antena transmisora y receptora de 1 a 20 Km

Hata encontró que las señales de radio frecuencia se comportan de una manera logaritmica, las pérdidas existentes en el enlace pueden ser obtenidas por medio de la siguiente ecuación en la que se han incluido el factor de corrección de altura efectiva $a(h_r)$ y el factor de corrección urbano K .

$$L_{50} = 69.55 + 26.16 \log(f_c) - 13.82 \log(h_t) - a(h_r) + [44.9 - 6.55 \log(h_t)] \log(d) + K \text{ [dB]}$$

Donde

- L_{50} = Pérdidas por propagación al 50% en espacio libre
- f_c = Frecuencia en MHz
- $a(h_r)$ = Factor de corrección para la altura efectiva de antena receptora
- h_t = Ganancia de antena transmisora
- h_r = Ganancia de antena receptora
- K = Factor de corrección dependiente del entorno del lugar
- d = Distancia de separación entre ambas antenas

Esta ecuación nos da diferentes factores dependiendo de la zona geográfica:

- Factores de corrección para zonas rurales

$$a(h_r) = (1.1 \log(f_c) - 0.7) h_r - (1.56 \log(f_c) - 0.8)$$

$$K = 4.78 (\log(f_c))^2 - 18.33 \log(f_c) + 40.94$$

- Factores de corrección para zonas suburbanas

$$a(h_r) = (1.1 \log(f_c) - 0.7) h_r - (1.56 \log(f_c) - 0.8)$$

$$K = -2 [\log(f_c/28)]^2 - 5.4$$



- Factores de corrección para Ciudades grandes con frecuencias mayores de 400 MHz

$$a(h_r) = 3.2 (\log 11.75 h_r)^2 - 4.97$$

$$K = 0$$

- Modelo de propagación Hata extendido, COST-231⁹

El COST-231 fue desarrollado por la Cooperativa Europea para la investigación científica y técnica, este modelo es una extensión del modelo Okumura-Hata, manejando un rango de frecuencias hasta 2MHz desarrollado para los servicios PCS.

Este modelo se aplica bajo las siguientes condiciones:

1. Rango de frecuencia de 1500 a 2000 MHz
2. Altura de antena de transmisión de 30 a 200 m
3. Altura de antena receptora de 1 a 10 m
4. Distancia máxima entre la antena transmisora y receptora 1 de 20 Km

$$L_{50} \text{ HATA-EXTENDIDO} = 46.33 + 33.9 \log(f_c) - 13.82 \log(h_t) \\ - 3.2 (\log 11.75 h_r)^2 \\ + [44.9 - 6.55 \log(h_t)] \log(d) + C \quad [\text{dB}]$$

Donde



L₅₀ HATAEXTENDIDO = Pérdidas por propagación al 50% de recepción en la señal

f_c = Frecuencia en MHz

a(h_r) = Factor de corrección para la altura efectiva de antena receptora

h_t = Ganancia de antena transmisora

h_r = Ganancia de antena receptora

d = Ganancia de antena receptora

C = Factor de corrección para el modelo de Hata extendido, considerando

C = 0 dB para ciudades medianas y áreas suburbanas

C = 3 dB para áreas metropolitanas

Apartir estos modelos se desprenden una variedad de algoritmos desarrollados por diferentes compañías, como el caso del ERICSSON PROPAGATION ALGORITHM 9999¹³ que es una implementación de la compañía Ericsson generada para la planificación de los sistemas celulares y que es ampliamente empleado por la industria de la telecomunicaciones desde hace 15 años.

VI.4 INTERFERENCIA EN RADIO BASES URBANAS

Los sistemas celulares se ven limitados en su desarrollo debido al factor de interferencia. Las fuentes de interferencia pueden provenir de otros móviles o de cualquier sistema (celular o no) que de forma inadvertida introduce energía dentro de la banda de frecuencia.

Las interferencias son más fuertes en las áreas urbanas debido al gran número de radio bases y de móviles existentes.

Interferencias generadas por sistemas celulares :

- Interferencia Cross-talk : Interferencia en canales de voz , la interferencia consiste en
que el abonado escucha dentro de la llamada una transmisión no deseada.
- Interferencia en canales de control: Estas interferencias generan llamadas perdidas o
bloqueadas, esto se debe a que se tienen errores en la señalización digital.



- Interferencia Cocanal : En la reutilización de frecuencias se tienen células llamadas células cocanales, la interferencia entre las señales de estas células se llama interferencia cocanal.

Para reducir la interferencia cocanal, las células cocanales deben estar físicamente separadas una distancia mínima que proporcione el suficiente aislamiento debido a las pérdidas en la propagación.

- Interferencia entre canales adyacentes : Son interferencias procedentes de señales localizadas en las frecuencias adyacentes a la frecuencia empleada.

La causa más común proviene de la imperfección en los filtros receptores que permiten a las frecuencias cercanas (adyacentes) colarse dentro del ancho de banda asignado a la señal.

En la práctica, los transmisores de portadora de sistemas celulares de la competencia, son frecuentemente una fuente significativa de interferencias dado que la competencia frecuentemente coloca sus radios base cerca para proporcionar una cobertura comparable a sus abonados.

VI.5 ASPECTOS PRINCIPALES EN EL DISEÑO DE UNA RED CELULAR

Los sistemas de celulares no están condicionados por la naturaleza de la tecnología (analógica o digital), sino por la planificación de la red y como se gestionan los escasos recursos del sistema. Los principales aspectos involucrados en el diseño de la red¹¹ son los siguientes :

1. Propagación Radio : Se deberá considerar la topografía y morfología del terreno, se desea un conocimiento preciso del terreno además se deberá tener en cuenta la forma de urbanización y la densidad de las edificaciones en la zona urbana.
2. Regulación del espectro : Se debe observar la relación con las frecuencias propias asignadas , así como con las ajenas (en manos de otros operadores) o bien asignadas a otros servicios, se desea minimizar interferencias.



3. Modulaciones empleadas : Dependiendo si son analógicas o digitales se obtendrán diferentes comportamientos frente al desvanecimiento o al propio alcance de la señal.
4. Diseño de los sistemas radiantes : Determinar los arreglos de antenas directivas e incluso antenas adaptativas, para estos últimos tiempos, dependiendo las zonas a cubrir.
5. Planificación de la transmisión : Considerar las relaciones entra las señalización (analógica o digital), las potencias de salida, las características de los receptores, etc.
6. Ubicación de los nodos de conmutación : Adaptación del diseño para conectarse a la
red publica telefónica.
7. Tráfico : Considerando la relación con el numero de abonados a atender, la relación
entre los canales de control y de trafico, el tamaño de las células que condicionan a su vez el numero de traspasos y por ende de las señalizaciones.
8. Demografía : Se relaciona con las capas de los GIS (Sistemas de Información Geográfica) generadas en función de la concentración de la población en diversas franjas horarias.

VI.6 MEDICION DE LA CALIDA EN LOS SISTEMA DE TELEFONIA CELULAR

La especificación clave en una red telefónica celular es su capacidad de tráfico y esta a su vez se relaciona con los siguientes parámetros:

- Relación portadora a interferencia cocanal (C/Ic) :

Donde C = Portadora y Ic = Interferencia Cocanal

La conexión entre C/Ic y la capacidad de tráfico proviene de la siguiente situación:

Cuanto mayor C/Ic, (se considera menor interferencia) mayor deberá ser la tasa de reuso (D/R)

Las especificaciones típicas de diseño requieren 17 a 18 dB sobre un porcentaje del 90% o superior del área de cobertura



- La probabilidad de bloqueo (E) ó grado de servicio (GOS) :

La probabilidad de bloqueo en las células tiene la siguiente formula para su cálculo:

$$GOS = E(A,N) = \frac{A^N / N!}{N!}$$

Donde

A = Trafico ofrecido en Erlangs

N = Número de canales

nota: Erlang = Intensidad de trafico / Tiempo de observación

Está es una formula de propósito general a usar solo para una evaluación inicial de prestaciones pero que no tiene en cuenta los fenómenos de traspaso .

Cuando se inicia un sistema se comienza con un grado de servicio de 2% (0.2) que aumenta hasta un 5% (0.5) al crecer el sistema.

En el análisis final se desea :

- a) Un valor alto en relación portadora cocanal a interferencia cocanal y
- b) Un valor bajo en la probabilidad de bloqueo GOS

La COFETEL (Comisión Federal de Telecomunicaciones), se encarga medir la eficiencia en sus servicios de comunicación a los diferentes concesionarios del servicio de telefonía móvil. Ya que si estos concesionarios no alcanzan los niveles exigidos de eficiencia en el servicio serán penalizados o bien se les retira la concesión para la explotación de la radiofrecuencia.

Tomado de la página www.cofetel.gob.mx obtenemos los indicadores de calidad para las redes de servicio local móvil mostrados en la tabla de resultados fig. VI.6.1

Estos indicadores son:

1. Porcentaje de Intentos de Llamada No Completada (**ILNOC**)



PRINCIPIOS DEL FUNCIONAMIENTO DE LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS EN LAS TELECOMUNICACIONES INALÁMBRICAS.

Formula **ILNOC** = $A / B \times 100\%$

Donde

A: Intento de llamada no completada

B: Total de intentos de llamada

Valor de cumplimiento de 0 a 3%

2. Porcentaje de llamadas Caídas (LLAC)

Formula **LLLAC** = $C / (B - A) \times 100\%$

Donde

C: Llamada caídas no completada

Valor de cumplimiento de 0 a 3%

3. Porcentaje de Radio Bases con Bloqueo (RAB)

Formula **RAb** = $D / E \times 100\%$

Donde

D: Sumatoria de radio bases con bloqueo que da servicio en el área

E: Total de radio bases

Valor de cumplimiento de 0 a 2%



Resultado de las Pruebas de Calidad de las Redes Móviles en 2005

Para dar continuidad a las mediciones de calidad del servicio móvil, la Comisión Federal de Telecomunicaciones (Cofetel), adquirió un equipo que le permitió, en coordinación con los concesionarios del servicio local móvil, llevar a cabo mediciones de calidad en diversas ciudades del país, durante 2005. Las mediciones se realizaron de manera automática y le permitieron evaluar: calidad de audio, porcentaje de llamadas completadas, completación de mensajes de texto y tiempo promedio en el envío/recepción de mensajes de texto.

La información obtenida en cada medición refleja únicamente los resultados que se obtuvieron en cada ciudad en el periodo de tiempo señalado, lo cual no implica que ésta sea la calidad con la que se ofrece el servicio en todas las áreas en las que los operadores ofrecen el servicio.

La percepción del usuario sobre la calidad del servicio podría diferir de los resultados obtenidos, ya que las mediciones se realizaron en el área donde todos los concesionarios ofrecen el servicio, misma que no necesariamente coincide con la cobertura total de cada concesionario ni con el área urbana o conurbada de cada ciudad.

LAS REDES QUE PARTICIPARON EN LAS MEDICIONES FUERON:

- Iusacell. En la tecnología CDMA.
- Telcel. En las tecnologías GSM y TDMA.
- Telefónica Movistar. En la tecnología GSM.
- Unefon. En la tecnología CDMA.

LAS CIUDADES EN LAS QUE SE REALIZARON LAS MEDICIONES FUERON:

Toluca, Méx.del 20 al 24 de junio de 2005
 México, D.F.del 18 al 22 de julio de 2005
 Guadalajara, Jal.del 24 al 28 de octubre de 2005
 Monterrey, N.L.del 14 al 18 de noviembre de 2005
 León, Gto.del 28 de noviembre al 2 de diciembre de 2005

La metodología para obtener los indicadores de calidad consistió en realizar un muestreo estadístico de 1000 llamadas telefónicas locales de móvil a fijo⁽¹⁾ (intentos) con duración de 60 segundos y 100 mensajes de texto de móvil a móvil dentro de la misma red, durante una semana en cada una de las ciudades evaluadas para cada concesionario.

Para obtener los resultados de los indicadores aplicables a las llamadas telefónicas se realizó un muestreo estadístico que arroja resultados con confianza de 95% y precisión de $\pm 1.05\%$.

En las mediciones relativas a los mensajes de texto no se puede determinar la precisión de los resultados, ya que la prueba no se realizó con base en un diseño estadístico.

LOS INDICADORES MEDIDOS FUERON:

- **Porcentaje de llamadas completadas.** Una llamada completada es aquella en la que el usuario logra establecer la comunicación con el destino y el porcentaje se obtiene dividiendo la cantidad de llamadas completadas entre el total de intentos.
- **Porcentaje de llamadas caídas.** Una llamada caída es aquella que una vez establecida la comunicación, ésta "se corta" por causas ajenas a la voluntad de los usuarios. El porcentaje se obtiene de dividir la cantidad de llamadas caídas entre la cantidad de llamadas completadas.
- **Calidad de audio.** Se refiere a la claridad ofrecida a los usuarios en las llamadas completadas. Este valor se midió conforme a la Escala Media de Opinión (MOS, por sus siglas en inglés)⁽²⁾. Para efectos de interpretación un valor de 3 se considera aceptable y de 4 bueno.
- **Porcentaje de mensajes de texto recibidos.** El porcentaje se obtiene dividiendo el total de mensajes recibidos entre el total de intentos de envío de mensajes.
- **Tiempo promedio en la recepción de mensajes de texto.**

RESULTADOS EN TOLUCA, EDO. DE MÉX. DEL 20 AL 24 DE JUNIO DE 2005

INDICADOR	REDES				
	Iusacell (CDMA)	Telcel (GSM)	Telcel (TDMA)	Telefónica Movistar (GSM)	Unefon (CDMA)
MEDICIONES DE VOZ					
Porcentaje de llamadas completadas	99.77%	98.08%	98.44%	98.83%	98.73%
Porcentaje de llamadas caídas	0.00%	0.19%	0.19%	0%	0%
Calidad de Audio	3.3	3.48	3.51	3.32	3.29
PRUEBAS DE MENSAJES DE TEXTO					
Porcentaje de mensajes de texto recibidos	100%	100%	100%	100%	98%
Tiempo promedio en la recepción de mensajes de texto	37.36 seg	11.47 seg	7.82 seg	11.82 seg	22.12 seg

RESULTADOS EN EL DISTRITO FEDERAL DEL 18 AL 22 DE JULIO DE 2005

INDICADOR	REDES				
	Iusacell (CDMA)	Telcel (GSM)	Telcel (TDMA)	Telefónica Movistar (GSM)	Unefon (CDMA)
MEDICIONES DE VOZ					
Porcentaje de llamadas completadas	99.06%	98.06%	99.63%	98.99%	98.31%
Porcentaje de llamadas caídas	0%	0.36%	0.19%	0.70%	0.36%
Calidad de Audio	3.24	3.59	3.38	3.8	3.29
PRUEBAS DE MENSAJES DE TEXTO					
Porcentaje de mensajes de texto recibidos	98%	98%	98%	100%	98%
Tiempo promedio en la recepción de mensajes de texto	82.17 seg	88.01 seg	8.18 seg	17.83 seg	82.88 seg

RESULTADOS EN GUADALAJARA, JAL. DEL 24 AL 28 DE OCTUBRE DE 2005

INDICADOR	REDES				
	Iusacell (CDMA)	Telcel (GSM)	Telcel (TDMA)	Telefónica Movistar (GSM)	Unefon (CDMA)
MEDICIONES DE VOZ					
Porcentaje de llamadas completadas	100%	99.92%	99.97%	99.99%	99.28%
Porcentaje de llamadas caídas	0%	0%	0%	0.02%	0.21%
Calidad de Audio	3.30	3.30	3.30	3.80	3.34
PRUEBAS DE MENSAJES DE TEXTO					
Porcentaje de mensajes de texto recibidos	80%	99%	100%	100%	98%
Tiempo promedio en la recepción de mensajes de texto	33.18 seg	17.18 seg	7.47 seg	11.76 seg	30.29 seg

RESULTADOS EN MONTERREY, N.L. DEL 14 AL 18 DE NOVIEMBRE DE 2005

INDICADOR	REDES				
	Iusacell (CDMA)	Telcel (GSM)	Telcel (TDMA)	Telefónica Movistar (GSM)	Unefon (CDMA)
MEDICIONES DE VOZ					
Porcentaje de llamadas completadas	99.39%	98.73%	100%	97.90%	98.33%
Porcentaje de llamadas caídas	0.98%	0%	0.00%	0.18%	0%
Calidad de Audio	3.38	3.77	3.83	3.75	3.37
PRUEBAS DE MENSAJES DE TEXTO					
Porcentaje de mensajes de texto recibidos	99%	100%	100%	100%	97%
Tiempo promedio en la recepción de mensajes de texto	48.49 seg	12.15 seg	7.21 seg	11.37 seg	34.07 seg

RESULTADOS EN LEÓN, GTO. DEL 28 DE NOVIEMBRE AL 2 DE DICIEMBRE DE 2005

INDICADOR	REDES				
	Iusacell (CDMA)	Telcel (GSM)	Telcel (TDMA)	Telefónica Movistar (GSM)	Unefon (CDMA)
MEDICIONES DE VOZ					
Porcentaje de llamadas completadas	100%	99.82%	100%	98.90%	99.28%
Porcentaje de llamadas caídas	0%	0%	0%	1.09%	0.90%
Calidad de Audio	3.32	3.65	3.7	3.77	3.37
PRUEBAS DE MENSAJES DE TEXTO					
Porcentaje de mensajes de texto recibidos	100%	100%	100%	100%	97%
Tiempo promedio en la recepción de mensajes de texto	123.58 seg	48.04 seg	7.1 seg	11.82 seg	82.38 seg

(1) Las líneas telefónicas fijas utilizadas como destinos en las pruebas se contrataron a una empresa de telefonía fija independiente de los concesionarios que participaron en la medición. El funcionamiento de dichas líneas pudo influir en los resultados obtenidos.

(2) De acuerdo con la Unión Internacional de Telecomunicaciones (UIT) el Mean Opinion Score (MOS) es: "Valor de una escala predefinida que un sujeto asigna a su propia opinión sobre la calidad de funcionamiento del sistema de transmisión telefónica utilizado para una conversación o únicamente para una escucha de material hablado".



**PRINCIPIOS DEL FUNCIONAMIENTO DE LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS EN
LAS TELECOMUNICACIONES INALÁMBRICAS.**

Fig. VI.6.1.



CONCLUSIONES

Experiencia es el nombre que todo el mundo le da a sus errores.

Oscar Wilde

El presente trabajo proporciona al estudiante una visión global sobre los temas de las ondas electromagnéticas aplicadas en las telecomunicaciones inalámbricas y como caso práctico se considera la telefonía móvil, abarcando desde los conceptos fundamentales de la teoría electromagnética hasta el caso particular de la cobertura de las radios bases (BTS);

En base a los objetivos del presente trabajo se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- La teoría electromagnética abarca innumerables campos de aplicación en la ingeniería, al colocar los temas fundamentales y las técnicas en un mismo texto se logra proporcionar al estudiante la flexibilidad de estudiar el tema deseado, ya sea repasar fundamentos o bien conceptos específicos de las comunicaciones móviles.
- Colocando los temas fundamentales y los conceptos de ingeniería de comunicaciones móviles de forma consecutiva, en un formato didáctico de tal forma que los temas y subtemas son fácilmente identificables, se asegura un entendimiento más completo de los temas expuestos en forma independiente.
- La revisión de las ecuaciones de Maxwell y la ecuación de solución de onda proporcionan la pauta para abordar el tema de las ondas electromagnéticas en el espacio, lo que proporciona la base para el estudio de las telecomunicaciones inalámbricas.
- En la práctica profesional se simplifican los cálculos de la cobertura para las radios bases (BTS) en los sistemas de telefonía móvil, adoptando modelos conceptuales que se usan de manera universal. Los modelos conceptuales se basan en los principios fundamentales, así al comprender los fundamentos el estudiante tiene una mejor perspectiva sobre los problemas que son inherentes a las comunicaciones móviles.
- En la bibliografía consultada se encontraron los fundamentos de las ondas electromagnéticas y los conceptos de las telecomunicaciones móviles por separado, no se localizó un libro de consulta que tuviera la unión de los



PRINCIPIOS DEL FUNCIONAMIENTO DE LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS EN LAS TELECOMUNICACIONES INALÁMBRICAS.

fundamentos básicos de las ondas electromagnéticas con los conceptos y técnicas empleadas dentro de las telecomunicaciones móviles.



BIBLIOGRAFIA

1. Analisis Vectorial
Hwei P. Hsu
Edit. Addison-Wesley Iberoamericana, 1987
2. Antenas
Angel Cardama Aznar
Lluís Jofre Roca
Edit. Alfaomega, 2000
3. Campos Electromagnéticos
Federico Dios Otín
Edit. Alfaomega, 1999
4. Electromagnetismo conceptos y aplicaciones
John D. Kraus
Daniel A. Fleisch
Edit. McGraw Hill, 2000
5. Engineering Electromagnetics
Kenneth R. Demarest
Edit. Prentice Hall, 1998
6. Fundamentos de la teoría electromagnética
John R. Reitz
Frederick J. Milford
Edit. Prentice Hall, 1999
7. Handbook of antennas in wireless communications
Lal Chand Godara
Edit. CRC Press, 2002
8. Ingeniería de Microondas
José Miguel Miranda
Edit. PRENTICE HALL, 2002
9. Principios de comunicaciones móviles
Oriol Sallet Roig, Ramón Agustín Comes
Edit. EDICIONES UPC, 2003
10. Sistemas de comunicaciones electrónicas
Wayne Tomasi
Edit. Pearson Educación, 2003
11. Sistemas de telefonía celular digital
Sandin Escalona. Alberto
Edit. Mc Graw Hill, 2004
12. Página de la COFETEL www.cofetel.gob.mx
13. Página de DECIBEL PRODUCTS www.decibelproducts.com
14. Página de ERICSSON www.ericsson.com
15. Página de KATHREIN www.kathrein-scala.com
16. Página de ANDREW www.andrew.com