



---

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ACATLÁN

**EFFECTO DE MAREA:** La influencia del fenómeno de la marea en la variación de las mediciones piezométricas en las condiciones hidráulicas dentro de la masa de suelo.

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL

PRESENTA:

**CÉSAR CRUZ GARDUÑO**

Asesor: M en I. Iván Lugo Olmos

Octubre 2007



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## AGRADECIMIENTOS

### A DIOS

Por haberme permitido realizar y concluir con gran satisfacción una de las etapas más importantes de mi vida, por no olvidarse de mí dándome fuerzas para seguir adelante y nunca darme por vencido. Gracias

### A MIS PADRES

Porque con gran esfuerzo y dedicación día a día han hecho de mí una persona de bien, brindándome en todo momento su cariño y comprensión, por haberme apoyado incansablemente persuadiéndome hoy y siempre a continuar y nunca darme por vencido durante toda mi vida, hoy quiero decirles que todo su esfuerzo no fue en vano, por todo esto y más les doy las gracias, los admiro y respeto.

Los Amo

### A MIS HERMANOS MAURICIO Y ERENDIDA

Porque siempre me han apoyado incondicionalmente en todo momento y ante cualquier situación, hoy quiero agradecer que estén aquí conmigo compartiendo la alegría de haber podido concluir una de mis metas.

Los quiero mucho

	Página
Índice	
Introducción	4
Capítulo 1 “¿Qué es la Marea?”	
1.1 Definición	8
1.2 Generalidades	9
1.3 Mareas de Tierra, Agua y Aire	11
Capítulo 2 “Fuerzas que originan las Mareas”	
2.1 Origen de las Fuerzas de las Mareas	23
2.2 Efectos del Sol y la Luna	30
2.3 Demostración experimental de las Fuerzas que generan las Mareas	35
Capítulo 3 “El Origen de las Mareas”	
3.1 Generalidades	39
3.2 Teoría de Newton	39
3.3 Teoría de Laplace	41
3.4 Predicción de las Mareas	43
3.5 Características de la Mareas	50
Capítulo 4 “Tipos de Mareas”	
4.1 Mareas Oceánicas	54
4.2 Mareas Solares y Lunares	55
4.3 Mareas Vivas y Muertas	57
4.4 Mareas Diurnas y Semi – Diurnas	59
4.5 Clasificación de Mareas	67

## Capítulo 5 “Mediciones de los niveles de agua dentro del Piezómetro”

5.1 Nivel de Aguas Freáticas dentro de la Masa de Suelo	75
5.2 Definición y partes del Piezómetro	77
5.3 Flujo de Agua en Suelos	80
5.4 Efecto de Marea en los niveles estáticos de los Piezómetros	84

## Capítulo 6 “Ajuste en los niveles piezométricos y su importancia”

6.1 Capacidad de Carga del Suelo	94
6.2 Estabilidad de Taludes	108
6.3 Empujes dentro de la Masa de Suelo	119

Conclusiones	133
--------------	-----

Referencias	139
-------------	-----

### Anexos

1.- Glosario de Términos de Marea	141
2.- Medición de la Tensión Lineal causada por las Mareas de la Tierra	154

## INTRODUCCIÓN

En la Tierra se presentan cotidianamente fenómenos físicos; como las mareas, que en la actualidad su estudio e investigación ha arrojado múltiples parámetros numéricos que refieren el comportamiento de estos fenómenos sobre un punto o localidad del Planeta; incluso, se ha llegado a estimar la fuerza que se produce en una devastación cuando se presentan sorpresivamente.

Dichos fenómenos son impredecibles, debido a que la naturaleza se considera inexacta y así como pueden pasar en un tiempo corto, también lo pueden hacer en un periodo de tiempo de miles de años.

Tal es el caso de la Mareas Terrestres; que aunque parezca un fenómeno muy común para cualquier persona, para muchos representa una fuente de investigación.

El fenómeno de Marea no ha sido estudiado de una forma continua ya que las investigaciones más recientes de las que se tienen registros nos trasladan a los años 1930 hasta los años 1950. Es por ello que hoy en día sea un fenómeno poco estudiado y que las conclusiones obtenidas pudieran cambiar hasta nuestros días.

Las características de las Mareas que se analizarán durante el desarrollo de este trabajo, se encuentran enfocadas al estudio del Nivel de la Aguas Freáticas (N. A. F); Es decir, se analiza la influencia que tienen las mareas en la variación que sufre el N. A. F; los resultados de las observaciones hechas anteriormente han demostrado la existencia de una variación de apenas unos milímetros; esta variación esta presente pero puede pasar o no inadvertida cuando se analizan problemas de Mecánica de Suelos.

Este contexto hace pensar que este fenómeno tiene gran repercusión en los problemas antes mencionados, toda vez que cuando llegue a presentarse una condición de variación piezométrica, consecuentemente arroje una condición de inestabilidad dentro de la masa de suelo; por lo tanto, su estudio puede llegar a prevenir que dichas alteraciones o variaciones piezométricas salgan de un rango establecido previamente provocando fallas no contempladas en la solución de un problema.

La variación de las mediciones piezométricas se ven afectadas entonces por la influencia del fenómeno de marea, estas variaciones representan un factor importante a la hora de considerar el nivel de aguas freáticas cuando se realizan análisis geotécnicos tradicionales, es por ello que se deben calibrar de manera adecuada las mediciones piezométricas que se registran dado el efecto de marea, de esta manera se obtendrán resultados bastante precisos cuando se realicen análisis geotécnicos en la masa de suelo bajo la influencia del nivel freático.

Por lo anterior, este estudio permitirá explicar la importancia que tiene el fenómeno de marea sobre el nivel de aguas freáticas pudiendo así concluir si es necesario tomar en cuenta la variación que sufre el N. A. F cuando se presenta el fenómeno de Marea a la hora de resolver y analizar problemas de Mecánica de Suelos.

De acuerdo a las condiciones en que se presenta el fenómeno de Marea; sus efectos se han analizado en algunos pozos de observación, en los que se ha omitido las condiciones de filtración, y capilaridad para su recarga; dando paso a, considerar sólo el efecto de Marea. De acuerdo a esta condición tenemos que:

La presencia del fenómeno de Marea hace subir el Nivel Freático; esto, debido a la Segunda Ley de Newton en la que se hace referencia a la Atracción de Cuerpos; en donde dos cuerpos son atraídos por una fuerza que varía dependiendo del peso en masa de cada uno de ellos así como la distancia a la que se encuentran separados.

La Luna, el Sol y la Tierra; se atraen debido a la presencia de fuerzas de atracción. Por lo tanto, esta atracción cambiará las condiciones piezométricas del lugar de observación comprobándose que aunque la variación registrada sea muy pequeña cumplirá con la hipótesis de esta investigación.

Esta hipótesis se basa fundamentalmente en comprobar si el efecto de Marea tiene repercusión alguna sobre la variación de las mediciones piezométricas que se registran cuando interviene el N. A. F a la hora de resolver problemas Geotécnicos tradicionales; así mismo permitirá analizar si es necesario o no realizar un ajuste en la calibración del equipo piezométrico cuando se tomen lecturas dentro de la masa de suelo.

Dentro del capítulo 1; se definirá La Marea comentando algunos puntos de suma importancia para las aplicaciones hacia la Mecánica de Suelos, se describen las generalidades que llegan a surgir cuando se presentan estos fenómenos así como los efectos que pueda causar cuando ha cesado el fenómeno; tales generalidades ayudan a comprender los periodos de ocurrencia y el porque de la ocurrencia.

De la misma manera que existen Mareas en la superficie oceánica, se demuestra también la ocurrencia de fenómeno; que aunque no es perceptible a simple vista se presenta, en la tierra y en el aire.

Entrando un poco más en el análisis de este fenómeno; el Capítulo 2, hace referencia a aquellas fuerzas que hacen posible la ocurrencia de la Marea, (consideraciones basadas en la Ley de Gravitación de Newton); así mismo, se hace hincapié al efecto que genera el cuerpo perturbador, ya sea el Sol o la

Luna sobre la Tierra, cada uno de estos planteamientos se encuentra acompañado de las ecuaciones básicas que ayudan a referenciar el fenómeno.

Finalmente se describe la demostración experimental hecha por Newton, en la cual muestra que las Mareas son el resultado de las fuerzas gravitacionales de la Luna y el Sol. Debido a que en su tiempo, se carecía de instrumentos de laboratorio para demostrar tal efecto, al paso del tiempo se pudieron perfeccionar instrumentos que han podido ayudar a demostrar la participación del Sol y la Luna en el origen de las Mareas.

Ya en materia de estudio para el Capítulo 3; se analiza de forma particular la Ley de Newton y cómo fue que sus trabajos realizados fueron sustituidos por su homólogo Laplace; cada uno de estos científicos propuso su teoría acerca de la formación de Mareas; basándose en principios de acuerdo a la época en que se desarrollaron cada uno. De acuerdo con dichas teorías establecidas tanto por Laplace como Newton, se puede inferir la predicción de la Mareas, analizando los cambios que sufren las aguas oceánicas debido a la presencia del Sol y la Luna como cuerpos perturbadores; así, el fenómeno presentará cambios notables cuando se combinen condiciones de separación y rotación del planeta respecto a los cuerpos perturbadores.

El fenómeno de traslación del planeta no es importante para los cambios que sufren las aguas oceánicas y freáticas cuando se presenta el fenómeno de Marea ya que los cambios en los niveles piezométricos se ven afectados únicamente por el proceso de rotación, dando origen a los diferentes tipos de Mareas descritos en el Capítulo 4.

Después de haber sido analizados los cambios físicos, en el Capítulo 4 se presentan los tipos de Mareas que existen; dadas las condiciones vistas, el análisis de los tipos de Mareas se debe más que nada a la intensidad con que se producen; es decir, ya sea Marea Viva o Muerta.

Para obtener las aplicaciones a la Mecánica de Suelos se deben conocer ciertas características de los componentes que forman la Marea, clasificándolos de acuerdo a las condiciones de magnitud y tiempo con que se presentan. Toda alteración en los cuerpos de atracción genera varios tipos de Marea, analizando para fines prácticos y desarrollo del trabajo sólo la componente principal de marea  $M_2$ , que resulta ser la más significativa ya que al ser generada por la acción de la Luna ( $M = \text{moon}$ ;  $2 = \text{semi-diurna}$ ) se presenta con mayor amplitud sobre otras provocadas por la misma Luna o el Sol.

El objetivo bajo el cual se realiza este trabajo se centra en demostrar que el fenómeno de Marea es una de las causas que hace variar el nivel de aguas freáticas cuando se realizan mediciones

piezométricas dentro de la masa de suelo; eliminando causas como filtración o capilaridad, que son las causas principales por las que se ven afectados los niveles piezométricos del pozo.

De acuerdo con el objetivo; el Capítulo 5, permite reforzar las bases de los conocimientos de la Mecánica de Suelos; describiendo en forma puntual y objetiva la definición del N. A. F., el cual es la base de este trabajo de investigación.

De la misma manera se comentan los tipos de piezómetros, cuya utilización permite registrar las condiciones de variación dentro de la masa de suelo. Por otro lado, hay que tener en cuenta que en la masa de suelo existen condiciones de flujo de agua; esto, debido a las propiedades hidráulicas del suelo en estudio; variando éstas condiciones de acuerdo a la zonificación del suelo de la Ciudad de México.

Posteriormente, se describen las ecuaciones en las que se basa la hipótesis de este trabajo; ya que se exponen de manera general para el cálculo de la variación de los niveles estáticos dentro de la masa de suelo (pozo de observación), tales efectos descritos en este Capítulo, dejan en claro que la ocurrencia del fenómeno, no sólo trae consigo un aumento en la elevación del N. A. F., si no también repercute en las expansiones cúbicas del suelo, expuesto de forma general ya que su análisis matemático resulta ser muy complejo siendo necesario desarrollar otra investigación.

En el Capítulo final, se describe la aplicación de este fenómeno a tres condiciones de estabilidad a las que normalmente se encuentra sometida una masa de suelo; observando cómo los efectos de la Marea alteran de manera gradual las condiciones hidráulicas del suelo, teniendo interés en demostrar que si hacemos variar las condiciones de posicionamiento del N. A. F. obtenemos una variación proporcional a las condiciones de estabilidad, esto nos permitirá, conocer como la Marea repercute en los problemas de análisis de Mecánica de Suelos.

Para este Capítulo se analizan de forma general los problemas relacionados con la posición del N. A. F; para las condiciones de Estabilidad de Taludes, Empujes (Muros de Retención) y Capacidad de Carga (Zapata).

El desarrollo de este trabajo resulta ser de carácter técnico y sus aplicaciones no representan gran problema para su comprensión, y aunque las referencias en las que se basa este trabajo no se hayan estudiado de manera continua; representan un avance notable en la ciencia física, de la cual pueden obtenerse parámetros de variabilidad que son aplicables para resolver problemas de Ingeniería, en particular, a la Mecánica de Suelos.

## CAPITULO 1 ¿Qué es la Marea?

### 1.1 Definición.

Se le llama Marea al ascenso y descenso periódico de todas las aguas oceánicas, incluyendo las del mar abierto, los golfos y las bahías. Estos movimientos se deben a la atracción gravitatoria que ejerce la Luna y el Sol sobre el agua que se encuentra en la Tierra y la propia Tierra.

Esta fuerza de atracción gravitatoria que ejerce el Sol y la Luna sobre las masas de agua en la Tierra, provoca una oscilación rítmica de estas masas de agua debido a la orbitación de la Tierra alrededor del Sol y la Luna. Por lo tanto; existen mareas causadas tanto por el Sol como por la Luna.



*Figura 1.1 "Efectos en los océanos causados por la Fuerza de Atracción del Sol y la Luna"*

Cuando el océano se "infla" se habla de Marea Alta o Pleamar, momento en que las aguas cubren las orillas de las costas. La marea entrante se denomina "Flujo".

Cuando la Luna está en el otro lado de la Tierra, se tiene Marea Baja o Bajamar. Muchas playas quedan al descubierto. La marea saliente se llama "Reflujo".

Las mareas son; por lo tanto, un latido del corazón del océano, un pulso que se puede sentir por todo el mundo. Este ritmo misterioso ha atrapado la imaginación de los hombres desde el principio de la historia registrada, estimulándolo a intentar entender sus causas y significado.

## 1.2 Generalidades

Las olas que produce el viento al accionar sobre la superficie del mar marcan sobre la costa un ritmo constante; que se puede registrar, al observar el mar durante todo un día, se presenta un ritmo más lento, generalmente dos veces por día que constituye las mareas.

Un fenómeno extraordinario que se presenta en las aguas de mar es el “Flujo y Reflujo” alternado con las mareas, causado por la acción que ejerce el Sol y la Luna sobre el agua de mar: la marea fluye y refluye dos veces entre las dos salidas de la Luna, siempre en un espacio de 24 horas.

Primero, la Luna hace crecer la marea y cuando llega al Cenit declina y se pone, haciendo que la marea descienda; y al presentarse el Sol, la marea crece de nuevo después de lo cual cede y vuelve a subir cuando aparece nuevamente la Luna.

Existen generalmente cuatro mareas de diferente nivel diariamente: 2 Mareas Altas y 2 Mareas Bajas. La diferencia entre la Pleamar y la Bajamar recibe el nombre de “Amplitud de Marea”.

La elevación y caída del nivel del mar se presenta de manera periódica y son más notables a lo largo de las líneas de la costa del planeta. El intervalo entre una Pleamar y la siguiente generalmente no es 12 horas, sino de alrededor de 12 horas y 25 minutos, por lo cual la Pleamar se atrasa todos los días, relacionada con el hecho de que la Luna también alcanza su punto más alto cerca de 15 minutos más tarde cada día. Esto implica que los dos fenómenos se presenten en diferente momento; la Marea Alta se produce, en general, algunas horas antes o después del paso de la Luna y esta variación de tiempo depende además de la fecha del mes en que ocurran.

No es sólo la Luna la que causa este interesante fenómeno, sino que también el Sol interviene de manera directa en su producción; Sin embargo, el período de las mareas solares sólo es de 24 horas. Todos los principios señalados para los efectos de la Gravedad Lunar sobre el océano pueden aplicarse al Sol, aunque su masa sea mayor (alrededor de 27 millones de veces la de la Luna) ya que está unas 400,000 veces más lejos, por esta razón el efecto que la Luna ejerce sobre las aguas del océano es dos veces mayor que el provocado por el Sol. Las fuerzas de marea del Sol sólo representan el 46% en relación con las producidas por la Luna.

Un observador, mirando el Flujo y Reflujo de las mareas en una posición ventajosa en la costa, notará que este movimiento de agua incluye un movimiento vertical y horizontal. Ambos repitiéndose en intervalos iguales; es decir, con el mismo período, y ambos son parte del mismo movimiento de la onda.

No hay línea de costa sin mareas; por tanto, “La subida periódica y la caída del nivel del agua son universales”.

A menudo son tan débiles los efectos del viento y el clima oscuro, pero se llegan a presentar un espectáculo magnífico de mareas de hasta 21 m. Estas enormes fluctuaciones tienen un efecto de mercado en la economía y la manera de vida de todos los que viven cerca del mar. Las mareas son impresionantes, particularmente en aguas bajas. En la costa del mar de Alemania del Norte, por ejemplo, se observa una tira de unos 10 mil km de superficie durante la Marea Baja y se sumerge durante la Marea Alta. Esta tira costera es una correa anfibia que es fondo de mar y continente a diferentes horas.

Detrás de estos planos de fango se encuentran los pantanos fértiles, protegidos la mayor parte por diques. Durante la Marea Alta los diques forman una barrera entre la tierra y el mar, las enormes catástrofes ocurren cuando estos sucumben bajo la presión del agua. Los planos extensos del fango son divididos por canales bien definidos (Figura 1.2).



*Figura 1.2 “Canales observados durante la Marea Baja” (Defant, 1958)*

Durante la marea baja los canales drenan el agua al mar, más o menos de la misma manera como un sistema de ríos y durante la Marea Alta la conducen a las partes íntimas de los planos. En estos canales el agua se extiende por toda el área, pero cuando la costa es escarpada, la Figura 1.2 es diferente. Aquí las mareas aparecen casi exclusivamente como subida del nivel de agua, mientras que el desplazamiento horizontal ha llegado a ser insignificante. En vez de sumergir zonas de tierra grandes el efecto de marea aquí se restringe a una estrecha correa de costa.

## 1.3 Mareas de Agua, tierra y aire

### Mareas de Agua

Cada punto en la superficie de la Tierra está sujeto a dos fuerzas: la Fuerza de la Gravedad debido a la atracción de la masa entera de la Tierra y la Fuerza Centrífuga debida al movimiento rotatorio de la Tierra, debido a que el sistema Tierra-Luna giran entorno a un centro de gravedad común para ambos (situado en el interior de la Tierra) provoca que cualquier punto situado en la superficie terrestre experimente una fuerza centrífuga contraria a la dirección de la Luna. El resultado de estas dos fuerzas es un vector, dirigido hacia el interior de la Tierra, cuya longitud representa la intensidad de la gravedad, en el punto considerado y cuya dirección define la dirección de la vertical en el punto; esta intensidad se ve afectada disminuye cuando nos alejamos de la superficie terrestre ya que la distancia que separa cada uno de los cuerpos es menor, así mismo disminuye cuando el punto considerado se adentra en el interior de la corteza causando cambios en su masa. Los dos elementos pasados no se pueden considerarse terminantemente como constantes ya que el Sol y la Luna atraen el punto considerado; esta atracción varía con el tiempo y con las trayectorias de estos dos cuerpos. Este fenómeno es por lo tanto la causa de las Mareas Oceánicas. Las circunstancias especiales que se aplican a los océanos de acuerdo a su fluidez y tamaño de las dársenas, causan junto con la fuerza que disturba, un movimiento (de una manera extremadamente variada) que ha hecho posible la inmediata y simple observación del fenómeno de Marea.

Con el acercamiento de la cresta de la onda de la marea, el nivel del agua se levanta; lo cual se conoce como "Marea de Inundación", culminando en Agua Alta o Marea Alta. El nivel del agua comienza a caer, la marea da vuelta; a esto se le llama "Marea de Reflujo". Una vez que el agua haya alcanzado su punto más bajo habrá Agua Baja o Marea Baja y el ciclo comienza de nuevo. Una observación más detallada de este fenómeno regular que se repite, revela que el intervalo medio entre dos sucesos altos y bajos de agua es 12 horas 25 minutos; por ejemplo, si la marea alta es a las 8 de la mañana de hoy, la siguiente marea alta ocurrirá 12 horas 25 minutos después (8:25 p.m.), y la siguiente dentro de otras 12 horas 25 minutos (8:50 a.m. de mañana). De este modo cada día las mareas se levantan 50 minutos más tarde.

Contando el tiempo del movimiento evidente del Sol. El Sol toma 24 horas solares para dar una vuelta alrededor de la Tierra. Al mediodía pasa por un meridiano dado y después de una vuelta completa (para la cual necesita 24 horas solares), pasa por el mismo meridiano otra vez.

La Luna, por otra parte, pasa por el meridiano en intervalos medios de 24 horas 50 minutos; llamado a este intervalo "Día Lunar". De esta manera la Luna pasa por un meridiano particular 50 minutos

después de cada día, correspondiente al retraso medio en las mareas. El intervalo entre la Luna y la subida de las mareas es constante para cualquier posición costera dada; Cada puerto por lo tanto tiene su propio establecimiento con las características de la marea o “Intervalo Lunar”.

La posición de la Luna afecta no sólo el tiempo de las mareas sino también la altura y la masa de agua implicada en las corrientes de marea. Durante la Luna Llena y la Luna Nueva la diferencia entre la marea alta y baja es conocida como “Rango o Amplitud de Marea”, cuando está en su máximo, entonces tenemos las mareas altas más altas y las mareas bajas más bajas, este fenómeno se conoce como “Mareas Vivas”.

Durante el primero y último cuarto de la Luna (cuadraturas), el rango es particularmente pequeño y origina las “Mareas Muertas”. Esta diferencia en el rango se conoce como “Desigualdad de Fase”; y también depende de las posiciones relativas de la Luna y la Tierra, pero también es afectada por la posición del Sol; las fases de la Luna dependen de la posición relativa de la Tierra y de ambos cuerpos celestes. El rango de la marea varía a veces de marea a marea; por ejemplo, la marea alta de la mañana puede ser más alta que la de la tarde subsiguiente o viceversa. Este fenómeno se conoce como “Desigualdad Diaria (Diurna)”.

La velocidad de las Corrientes de Marea (Figura 1.3) puede ser muy grande, particularmente cerca de la costa y las plataformas continentales. En tales aguas el conocimiento de la dirección y magnitud de las corrientes de marea es esencial, puesto que las corrientes de marea desfavorables pueden retrasar el tráfico marítimo por muchas horas. En el mar abierto o en aguas profundas la corriente de marea es débil y correspondientemente menos eficaz. En mar adentro, donde no hay plano de referencia fijo para comparar cambios en nivel del mar, es muy difícil medir las mareas. Para el caso de un barco anclado, sin embargo, el resultado actual de la marea oceánica en aguas bajas (aproximadamente 90 m), se puede estimar el rango de la marea sondeando la profundidad. Las medidas de esta clase son, por supuesto, imposibles cuando la nave se está moviendo.

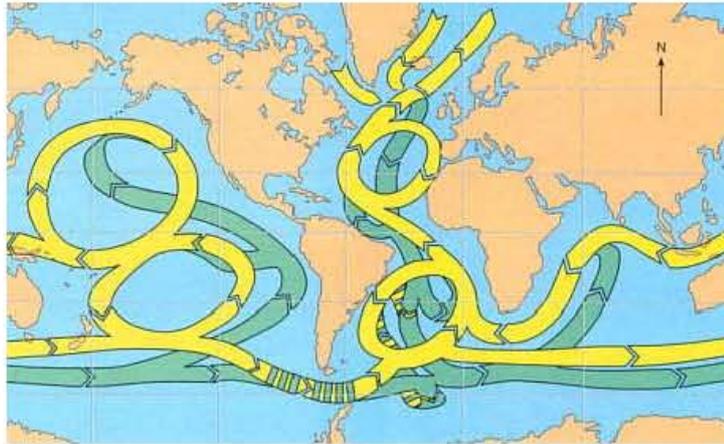


Figura 1.3 “Corrientes de Marea” (Tohmé, 2005)

El curso regular de las mareas es alterado a menudo por los vientos. Cuando las brisas del mar conducen el agua hacia la costa, el nivel del agua se levanta; y cuando la brisa es de la tierra los niveles del agua bajan. En ambos casos hay cambios correspondientes en la presión barométrica. Estas variaciones son independientes de las mareas, que incluso ocurren en extensiones de agua, tales como lagos interiores o el mar báltico, que tienen poco o nada de mareas.

Si el viento y la marea alcanzan su máximo, juntos generan oleadas de marea que pueden generar una abertura en los diques y conducir a pérdidas catastróficas. La Figura 1.4 muestra un mareograma de una oleada de marea en Hamburgo durante Octubre 18 - 19, 1941.

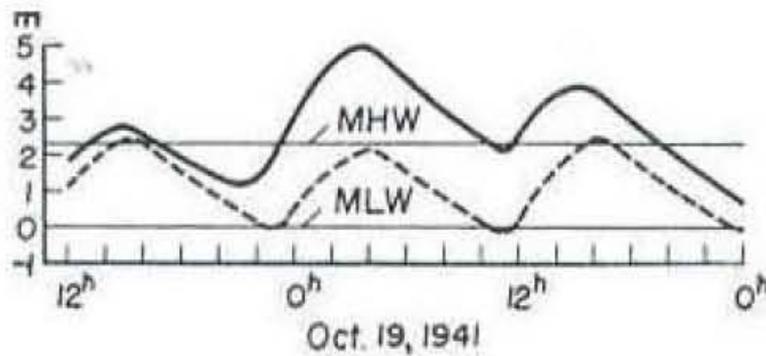


Figura 1.4 “Nivel de Marea en Hamburgo en Octubre 19, 1941 (Defant, 1958).

La línea punteada muestra las fluctuaciones de marea normales al nivel del agua, la línea continua muestra las fluctuaciones registradas realmente. El nivel del mar había sido levantado considerablemente por los efectos de la presión del viento y del aire.

## Mareas en tierra.

La fuerza que genera la marea prueba claramente la existencia de mareas en tierra. En una tierra totalmente rígida, los instrumentos de medición estarían parados e inamovibles en un plano y todas las lecturas corresponderían a los valores teóricos de la fuerza que origina la marea. Por otra parte, si la tierra así misma respondiera completamente a la fuerza que genera la marea el instrumento no registraría ningún cambio cualquiera. Los máximos registrados por los instrumentos son generalmente más pequeños que los máximos teóricos por lo tanto también está presente la Diferencia de Fase. Estas discrepancias demuestran que la tierra ni es rígida ni es completamente elástica.

La Tabla 1 muestra que: el valor más probable del cociente entre la desviación observada y la desviación teórica es 0.69. Por lo tanto la Corteza de la Tierra es deformada por la fuerza que genera la marea y el cociente es una medida de su rigidez relativa. Esta rigidez es del mismo orden que la magnitud del acero, de modo que se puede asumir que la Tierra responde a la fuerza que genera la marea como si fuera una bola de acero rigurosamente del mismo tamaño.

**TABLA 1**

Resultados de las Observaciones						
Instrumento	Observador	Lugar	Año	Componente		Promedio de las observaciones
				De Marea	Componente	
Péndulo	Schweydar	Freiberg	1910-	M <sub>2</sub>	Norte	0.54
Horizontal			1915	M <sub>2</sub>	Este	0.61
Péndulo	schaffernicht	Marburg	1934	M <sub>2</sub>	Norte	0.65
Horizontal				M <sub>2</sub>	Este	0.87
Péndulo	Gnass	Berchtesgaden	1937	M <sub>2</sub>	Norte	0.53
Horizontal				M <sub>2</sub>	Este	0.74
Doble	Lettau	Collm-Leipzig	1936	M <sub>2</sub>	Norte	0.58
(Horizontal)		Berchtesgaden	1938	M <sub>2</sub>	Este	0.4
Péndulo						
Variómetro	Egedal y Fjeldstad	Bergen (Norway)	1934	M <sub>2</sub>	Norte-Este	0.58

*Tabla 1 "Resultados de Observaciones de Variaciones y Deflexión" (Defant, 1958).*

Según las medidas de Tomaschek's (1937) en Marburg, la marea de la Tierra  $M_2$  tiene una amplitud de 0.5 m, es decir, la superficie de la Tierra se levanta y cae dos veces al día 0.5 m. Esta subida es naturalmente imperceptible, pues no hay un punto fijo del cual se puedan medir las fluctuaciones, puesto que el observador que está parado en la tierra experimenta el mismo movimiento.

Más tarde Eckhardt (1939), usando un gravímetro extremadamente exacto, determinó fluctuaciones de marea simultáneas con el valor de la gravedad en diversas latitudes. La Figura 1.5 muestra sus observaciones en un número diverso de puntos durante 4 días consecutivos. Mientras las fluctuaciones observadas son bastantes regulares, son generalmente mayores que los valores teóricos.

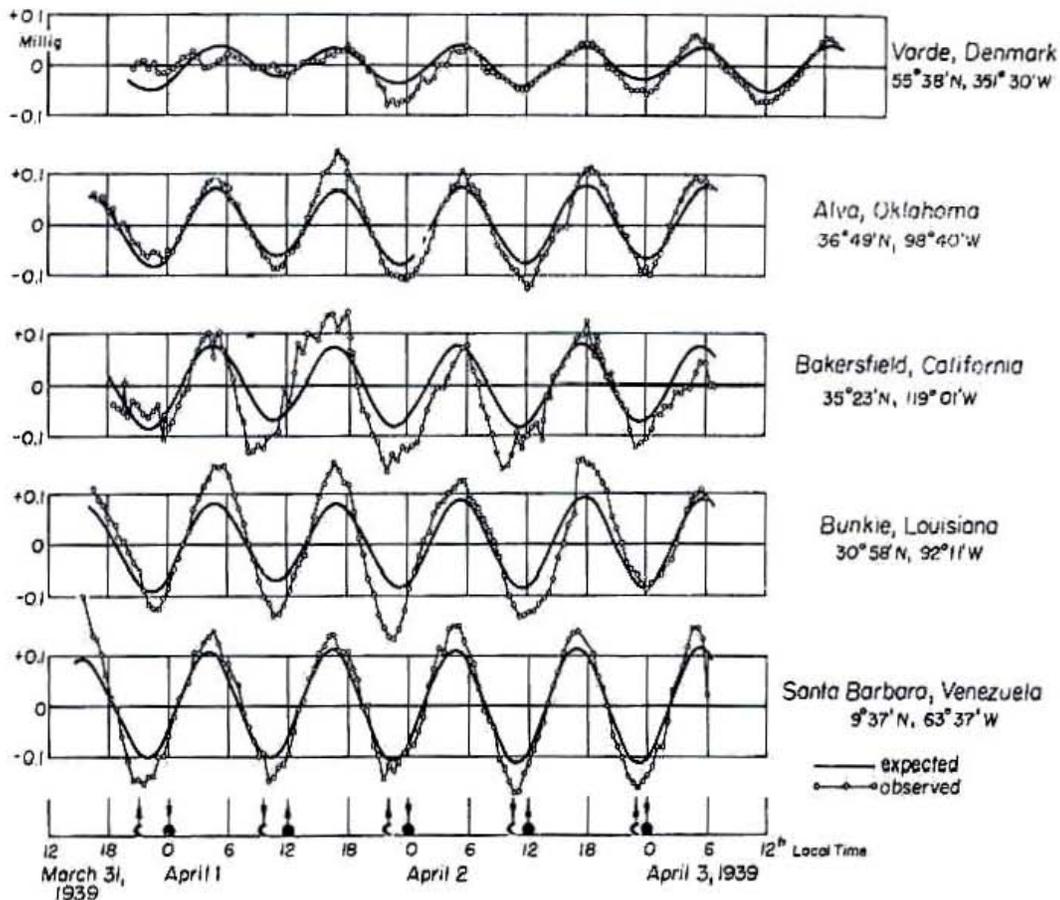


Figura 1.5 "Fluctuaciones de Marea Simultáneas dada la Aceleración de la Gravedad en 5 puntos"(Eckhardt, 1939).

Las mareas oceánicas se asumen generalmente, que ocurren sobre el fondo del mar; es decir, sobre la Tierra rígida. Ahora, si el fondo del mar así mismo se levanta y cae bajo fuerza de marea, las galgas de

presión estarían registrando solamente las fluctuaciones reales en nivel del mar pero no las diferencias entre éstos y los desplazamientos verticales en el fondo del mar. Si pudiéramos registrar las mareas oceánicas reales para un punto costero, la diferencia entre el rango registrado y el rango observado, sería debido al desplazamiento vertical simultáneo del fondo del mar causado por las mareas en la corteza rígida de la Tierra.

Ahora, los fenómenos de marea oceánicos son generalmente tan complejos que se hace imposible registrar las mareas teóricas para los puntos costeros dados con suficiente exactitud. Sin embargo, algunos componentes de marea se prestan a tal registro; por ejemplo, mareas con un período largo. De éstos, la marea lunar bisemanal  $M_f$  es la más importante. Su período es tan largo que obedece realmente a la Teoría del Equilibrio, expuesta por Newton y a las Montañas de Marea (elevación de la capa de agua); es decir, tienen suficiente tiempo para ser formadas. (Ver Capítulo 3).

El rango de la marea teórica se puede entonces calcular exactamente para el caso de una Tierra absolutamente rígida. Una comparación entre estos valores registrados y los valores obtenidos del Análisis Armónico de datos de observación conduce a los valores de las mareas de Tierra.

Thompson (1875), tomando lecturas en puntos oceánicos seleccionados durante muchos años, obtuvo un cociente medio entre el rango de marea observada y la registrada de 0.68 para la onda de frecuencia intermedia; mientras que Schweyder (1932), aún usando más datos, obtuvo 0.66. Estos valores están cercanos a los resultados obtenidos por medio del "Péndulo Horizontal".

Recientemente Proudman y Grace (1925), aplicaron la "Teoría Hidrodinámica" a la marea  $M_2$ , demostrando que las fluctuaciones del fondo del mar (Corteza de la Tierra) se podrían deducir del cociente entre los valores observados y los teóricos uniformes que constituyen la marea.

Debido a las grandes mejoras en técnicas instrumentales, los componentes en las fluctuaciones de la corteza de la Tierra se han demostrado aún más, la principal de éstas es una fluctuación Diurna a lo largo del plano Este – Oeste, que es más posible debido a las diferencias diarias de la temperatura. Además, la corteza al parecer rígida también responde a las tensiones directamente en ella.

Durante el Flujo y el Reflujo, millones de toneladas de agua alternativamente se retiran y se lanzan a una región costera particular. No sólo los cambios en la masa de agua durante las mareas altas y bajas producen efectos gravitatorios correspondientes sobre la costa, sino también cambios constantes en la presión. Así mismo las mareas reales de la corteza rígida, tienen el mismo período que las mareas.

Las observaciones en la costa de Japón han demostrado que las fluctuaciones en la Corteza de la Tierra debido a los cambios en la masa de agua son 50 veces más grandes que las causadas por las mareas. La Figura 1.6 ilustra claramente la conexión cercana entre las mareas y las fluctuaciones oceánicas en el fondo del mar. La línea continua representa la curva terrestre y la punteada la curva de marea.

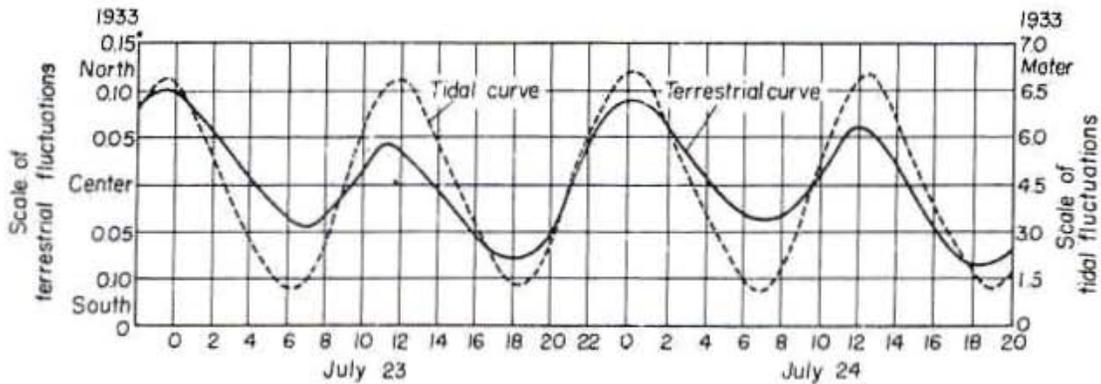


Figura 1.6 “Relación entre la Marea y las fluctuaciones de la Superficie de la Tierra” (Eckhardt, 1933).

Hay un patrón entero de otros factores que puedan causar fluctuaciones periódicas o no periódicas de la corteza de la Tierra. La Tierra está cubierta por una atmósfera que ejerce diversas presiones sobre ella mientras el barómetro se eleva o cae. Estos efectos de la presión son bastante grandes y cuando el barómetro fluctúa por 25 mm de Hg., la diferencia de la presión en cada m<sup>2</sup> de Tierra es de 340 Kg.

### Mareas de aire

Las mareas que se generan en el aire son tan pequeñas que a simple vista no pueden ser observadas; sin embargo, este tipo de mareas son generadas a partir de la fuerza de atracción del sistema Tierra – Sol – Luna, aunque este tipo de fenómeno no se relaciona con los cambios que se provocan en el nivel de aguas freáticas, está presente y complementa el marco teórico de esta investigación dando a conocer de forma general los tipos de mareas que se presentan en la Tierra.

Las fuerzas de la Luna y el Sol que generan la marea actúan también en el aire y producen mareas atmosféricas en ella. En 1774, Laplace también aplicó su Teoría Dinámica a este tipo de mareas.

Predijo que serían muy pequeñas a pesar de la creencia común que la Luna, el Sol y todos los otros cuerpos celestes debían tener un tirón más lejano en las masas de la atmósfera que en los océanos responsivos. Éste no es claramente el caso, puesto que, las fuerzas que generan la marea varían con la masa

del cuerpo atraído. También se debe tener en cuenta que el volumen de una unidad de agua es 1000 veces más pesada que una unidad de volumen de aire. Asumiendo la igual elasticidad en ambas sustancias, las mareas atmosféricas serían una fracción muy pequeña de las mareas oceánicas; de hecho, la marea lunar atmosférica causaría un cambio máximo de la presión de  $1/27$  mm de Hg., sabiendo que la presión atmosférica es medida por la altura de una columna del mercurio. La concentración del aire sería más fuerte donde quiera que la Luna estuviera en su Cenit o Nadir (tiempo lunar 0 y 12 horas). En estas horas habría "Marea Alta" en la atmósfera, mientras que en 6 y 18 horas habría "Marea Baja".

Ahora, hay un factor diario en la presión de aire con una componente Semi – Diurna; es decir, una marea que tiene un período de 12 horas solares. En las zonas tropicales, donde las fluctuaciones irregulares del barómetro son pequeñas e insignificantes, el barógrafo registra una onda Semi – Diurna regular con una presión máxima a las 10 a.m. y 10 p.m., y una presión mínima a las 4 a.m. y 4 p.m. Aquí la fluctuación es regularmente de 2 mm Hg. Esta fluctuación disminuye con una latitud geográfica más alta, y en latitudes templadas estas oscilaciones Semi – Diurnas con la presión del aire son totalmente oscurecidas por largos cambios irregulares resultantes de los movimientos de presión alta y baja en zonas con características de latitudes medias y altas. Existe también una onda de presión Diurna de aire, pero esta onda es muy irregular en fase y en amplitud y depende mucho de condiciones locales.

Estas fluctuaciones de la presión Semi – Diurna no pueden ser las contrapartes atmosféricas de las mareas oceánicas, puesto que siguen tiempo solar y no lunar. Si hubiera una marea solar, tendría que haber una marea lunar uniforme más fuerte, que no es el caso. La onda Semi – Diurna es causada probablemente por los cambios de temperatura que produce mayores efectos que las fuerzas que generan la marea

La Luna, por otra parte no afecta la temperatura de la atmósfera, así es posible aislar directamente la generación del efecto de marea de la Luna en el aire. Estas mareas atmosféricas lunares son muy pequeñas y se es necesario excluir muchas observaciones las cuáles son generalmente fluctuaciones grandes e irregulares en la presión de aire. Este enorme trabajo numérico era particularmente emprendido por J. Bartels y S. Chapman (1940), quienes aislaron las Mareas Lunares puras en un número de lugares. Bartels analizaba 150,000 lecturas de presión de aire cada hora tomadas en Potsdam y Hamburgo por cada uno de los 66 años para demostrar Oscilaciones Lunares de poco más de 0.01 mm de Hg. para estos lugares.

En regiones tropicales las fluctuaciones son algo más grandes; la Figura 1.7 muestra una marea en la presión de aire en Batavia de 12 horas lunares, calculada de las observaciones hechas por 40 años.

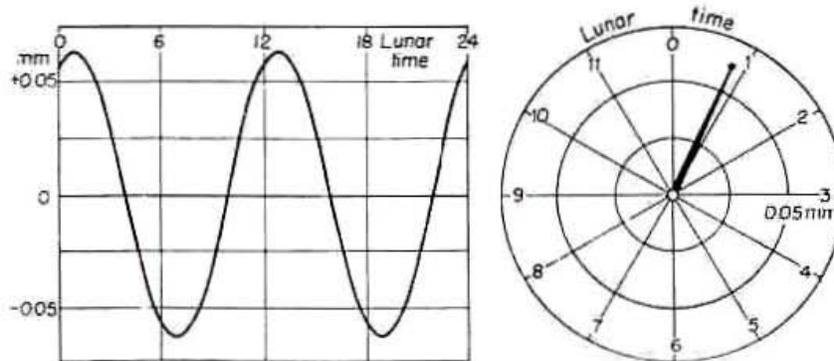


Figura 1.7 “Onda Semi – Diurna en la presión de Aire, a la derecha está representada por un Reloj de Periodo” (J. Bartels, 1940).

Los máximos de presión de aire ocurren en 0.8 y 12.8 horas lunares, que no es tan largo después del paso de la Luna por el meridiano. Esta onda se puede representar por un reloj de período con un vector dibujado al centro de una circunferencia graduada según el tiempo de la Luna. El vector señala el tiempo máximo, su longitud da la amplitud ó la desviación más grande de la presión de aire media. El máximo coincide bastante con el tránsito de la Luna por el meridiano; ninguna de estas desviaciones es mayor a una hora. Las amplitudes son más grandes cerca del Ecuador y disminuyen hacia los polos.

La Figura 1.8 muestra la onda de la presión de aire durante 12 horas lunares para 31 puntos, representados por los vectores del reloj de período. El centro de cada vector indica la posición del punto considerado.

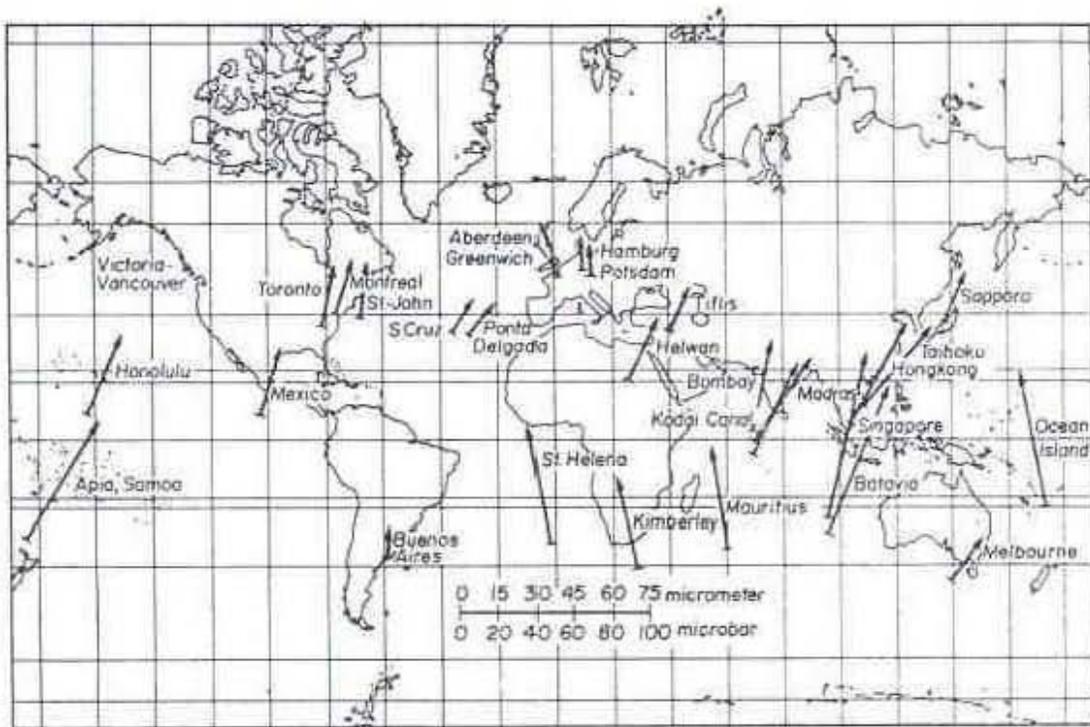


Figura 1.8 “Onda de Presión de Aire de 31 puntos representados por vectores de un Reloj de Periodo” (S. Chapman, 1940).

Singapur tiene la amplitud más grande con 0.067 mm Hg. La onda alcanza generalmente un máximo después del tránsito de la Luna por el meridiano, dentro de un intervalo de menos de una hora. La onda varía con la distancia de la Luna, pero hay también variaciones estacionales inexplicadas.

Con esto no hay duda que existe las Mareas Lunares Atmosféricas. Desgraciadamente estas mareas necesitan tener el mismo período que las fluctuaciones mayores a la temperatura. Para resumir, el efecto de las fuerzas que generan la marea en la atmósfera aparece como onda relativamente simple y regular la presión que viaja de Este a Oeste, que se puede medir solamente por medio de instrumentos sensibles. La razón por la que las Mareas Atmosféricas son más simples que las Mareas Oceánicas es principalmente debido al hecho de que el sobre atmosférico cubre la Tierra entera y que no hay barreras a su libre circulación, tal como los continentes están al movimiento de las aguas de la Tierra.

## Mareas en la Ionosfera.

De la misma manera que existen mareas en la atmósfera existen en la ionosfera, que comienza a unas 60 millas sobre la superficie de la Tierra, y éstas puede que sean mayores que en la atmósfera más baja. El Sol ioniza estas capas y los desplazamientos del aire ionizado, debido a las fuerzas que generan la marea, producen corrientes eléctricas periódicas en estas capas altas con un disturbio consiguiente del campo magnético de la Tierra. Tales fluctuaciones se conocen como “Mareas Magnéticas”.

Las Mareas Magnéticas Terrestres tienen componentes solares y lunares, justo como las mareas oceánicas. La Figura 1.9 muestra la Oscilación Magnética Lunar residual después de la deducción del componente magnético solar en Greenwich y Batavia en un día lunar.

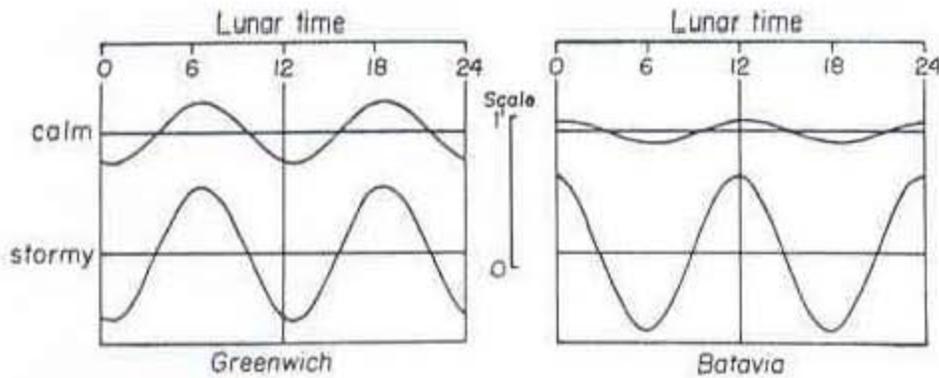


Figura 1.9 “Fluctuación Diurna de la Declinación Magnética en Greenwich y Batavia” (J. Bartels, 1940).

De estas variaciones magnéticas podemos deducir la fuerza de las corrientes eléctricas en la ionosfera. El sistema Tierra – Atmósfera – Ionosfera es como un generador gigantesco con la Tierra como un imán permanente.

Las capas eléctricamente que se producen en la ionosfera se piensa pueden ser como las bobinas. Puesto que éstas se mueven perpendiculares al campo magnético de la Tierra, se producen corrientes inducidas, cuyos efectos magnéticos se pueden observar en la Tierra.

El análisis exacto de estas fluctuaciones magnéticas es muy fructuoso y demuestra particularmente que en un pozo hay fluctuaciones sistemáticas pequeñas asociadas a la posición de la Luna (Figura 1.9).

Puesto que la luz de la Luna no tiene ningún efecto térmico o de ionización, los desplazamientos asociados del aire en la atmósfera deben ser debido a la fuerza que genera la marea. La magnitud de las

corrientes eléctricas periódicas lunares de la ionosfera y las variaciones lunares del magnetismo terrestre dependen solamente del grado de conductividad eléctrica de las capas ionosféricas, que son causadas por la ionización con la radiación solar. Así pues las mareas magnéticas son una indicación justa del grado de ionización en los estratos más altos del aire causado por la radiación ultravioleta. Puesto que esta radiación aumenta mucho entre los mínimos y máximos de la mancha solar, las Mareas Magnéticas Terrestres Solares y Lunares por consiguiente deben fluctuar.

## CAPÍTULO 2 “Fuerzas que Generan las Mareas”.

### 2.1 Origen de las Fuerzas de las Mareas

El origen de las fuerzas de marea se debe a que la Tierra es un cuerpo extenso y el campo gravitatorio producido por la Luna o por el Sol no es homogéneo en todos sus puntos, ya que hay puntos que están más cercanos y otros más alejados de dichos cuerpos celestes.

Suponiendo que la Tierra es un cuerpo rígido de forma esférica de radio  $R$ , que está cubierta por una capa de agua de espesor uniforme y de pequeña profundidad. El cuerpo perturbador, la Luna o el Sol se supone que está en el plano ecuatorial de la Tierra.

Aunque el Sol y la Luna se mueven, se considera que el agua está en todo momento en equilibrio, la velocidad y la aceleración de cualquier elemento líquido respecto de la Tierra se supone despreciable.

Supondremos inicialmente; que el cuerpo perturbador es la Luna, las mismas fórmulas serán aplicables para el Sol. Finalmente, se analiza el efecto combinado de la Luna y del Sol.

Considerando la Tierra y la Luna inmóviles en el espacio estando sus centros separados una distancia  $r$ . La fuerza de marea, en una determinada posición  $P$  de la superficie de la Tierra, es igual a la diferencia entre la fuerza de atracción que la Luna ejerce sobre un objeto situado en dicha posición y la fuerza de atracción que ejercería sobre tal objeto si estuviese en el centro de la Tierra (Figura 2.1).

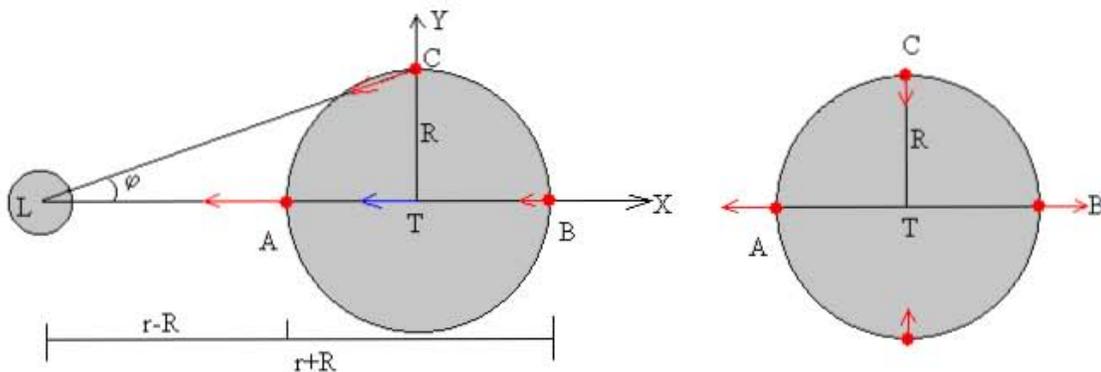


Figura 2.1

Primeramente dibujamos las fuerzas de atracción que ejerce la Luna sobre un objeto de masa  $m$  situado en los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ ; y la fuerza que ejercería sobre dicho objeto si estuviese situado en el centro  $T$  de la Tierra. A la derecha, se dibujan las fuerzas de marea (diferencia entre el vector rojo y azul) en los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ .

En el centro de la Tierra  $T$ , la fuerza de atracción está dirigida hacia el centro de la Luna

$$F_T = G \frac{Mm}{r^2} i$$

Donde:

$M$ ,  $m$  = Representa la masa de cada uno de los cuerpos involucrados en la fuerza de atracción.

$G$  = Es la constante de gravedad

$i$  = Constante numérica.

1. En  $A$ , la fuerza de atracción que ejerce la Luna sobre un objeto de masa  $m$  es:

$$F_A = G \frac{Mm}{(r-R)^2} i$$

Y la fuerza de marea  $f_A$  en dicho punto es:

$$f_A = F_A - F_T = GMm \left( \frac{1}{(r-R)^2} - \frac{1}{r^2} \right) i$$

Se ha hecho la aproximación  $R \ll r$ , el radio de la Tierra  $R = 6.37 \times 10^6$  m es mucho menor que la distancia entre el centro de la Tierra y el centro de la Luna  $r = 384.4 \times 10^6$  m

2. En  $B$ , la fuerza de marea  $f_B$  es:

$$f_B = F_B - F_T = GMm \left( \frac{1}{(r+R)^2} - \frac{1}{r^2} \right) i$$

3. En  $C$ , la fuerza de atracción es:

$$F_C = G \frac{Mm}{R^2 + r^2} (\cos \varphi i + \text{sen} \varphi j)$$

Teniendo en cuenta que el ángulo  $\varphi$  es muy pequeño:  $\tan \varphi = R/r$ , con  $R = 6.37 \times 10^6$  m y  $r = 384.4 \times 10^6$  m,  $\varphi = 0.017$  radianes. Por lo que  $\cos \varphi \approx 1$  y  $\sin \varphi \approx \tan \varphi$

$$f_C = F_C - F_T \approx GMm \frac{R}{r^3} j$$

El termino radián se utiliza para expresar el valor del ángulo que limita un arco de circunferencia cuya longitud es igual al radio de la circunferencia. Por lo tanto el ángulo  $\alpha$ , completo en radianes de una circunferencia de radio  $r$ , es igual a  $2\pi$  (Fig. 2.2)

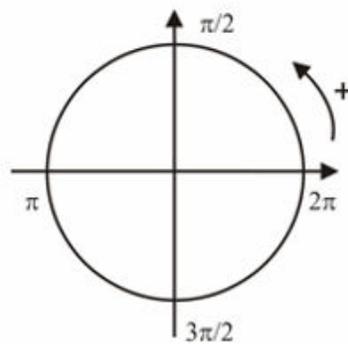


Figura 2.2

Las fuerzas de marea en las posiciones A y B, en la línea que une la Luna y la Tierra son aproximadamente el doble en módulo, que en la posición C, perpendicular a dicha línea.

4. En P, la fuerza de marea es:

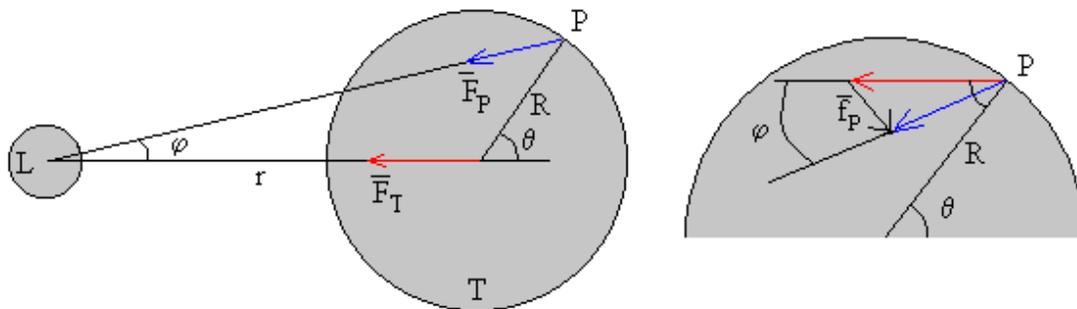


Figura 2.3 "Diagrama de Fuerzas de Atracción en el punto P"

La fuerza que ejerce la Luna sobre un objeto de masa  $m$  situado en el punto  $P$  distante  $r_p$  del centro de la Luna es:

$$F_p = G \frac{Mm}{r_p^2}$$

Y está dirigida según la línea que une el punto  $P$  con el centro de la Luna.

La fuerza de marea (Figura 2.4) en  $P$  es la diferencia entre los vectores  $f_p = F_p - F_T$

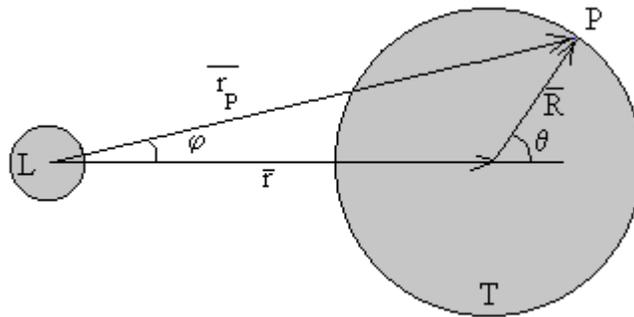


Figura 2.4

Donde:

$r_p$  Es el vector con origen en el centro de la Luna y extremo en  $P$ .

$r$  Es el vector con origen en la Luna y extremo en el centro de la Tierra

$R$  El vector con origen en la Tierra y extremo en el punto  $P$

En la Figura 2.4 se aprecia que solamente se tiene que calcular las fuerzas de marea en la mitad de la Tierra por encima del eje que une el centro de la Tierra y el centro de la Luna. Los puntos de la Tierra simétricos, por debajo de dicho eje, tienen fuerzas de marea iguales pero de sentido contrario.

### Componentes de la fuerza de marea.

Para calcular la componente radial de la fuerza de marea, se realiza el producto escalar  $f_p \cdot R = f_R \cdot R$  donde  $f_R$  es la componente radial de la fuerza de marea.

$$f_R = \frac{GMm}{r^3} R(3\cos^2 \theta - 1)$$

La componente tangencial  $f_T$  se calcula mediante el módulo del producto vectorial  $|f_p \times R| = f_T \cdot R$

$$f_T = -3 \frac{GMm}{r^3} R \sin\theta \cos\theta$$

La componente tangencial es cero para:

$$\begin{aligned} \theta &= 0 \text{ punto B,} \\ \theta &= 90^\circ \text{ punto C,} \\ \text{y } \theta &= 180^\circ \text{ punto A.} \end{aligned}$$

La componente radial es máxima para:

$$\begin{aligned} \theta &= 0 \text{ punto B,} \\ \theta &= 180^\circ \text{ punto A.} \end{aligned}$$

Es mínima para:

$$\theta = 90^\circ \text{ punto C.}$$

Por ejemplo: Teniendo los siguientes datos,

Masa de la Luna  $M = 7.35 \times 10^{22}$  Kg

Masa del Sol  $M = 1.98 \times 10^{30}$  Kg

Masa de la Tierra  $M = 5.98 \times 10^{24}$  Kg

Distancia media entre el centro de la Tierra y el centro del sol  $r = 149.6 \times 10^9$  m

Distancia media entre el centro de la Tierra y el centro de la Luna  $r = 384.4 \times 10^6$  m

Radio de la Tierra  $R = 6.37 \times 10^6$  m

Constante  $G = 6.67 \times 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.

La fuerza de atracción que ejerce la Tierra sobre un objeto de masa  $m$  situado en su superficie es:

$$F = \frac{GM_T m}{R^2} = \frac{(6.67 \times 10^{-11})(5.98 \times 10^{24}) \cdot m}{(6.37 \times 10^6)^2} = 9.83 \cdot m \text{ N}$$

La fuerza de atracción que ejerce el Sol sobre el centro de masa de la Tierra es mayor que la fuerza que ejerce la Luna sobre el centro de masa de la Tierra.

$$F_L = \frac{GM_L m}{r^2} = \frac{(6.67 \times 10^{-11})(7.35 \times 10^{22}) \cdot m}{(384.4 \times 10^6)^2} = 3.32 \times 10^{-5} \cdot m N$$

$$F_S = \frac{GM_S m}{r^2} = \frac{(6.67 \times 10^{-11})(1.98 \times 10^{30}) \cdot m}{(149.6 \times 10^9)^2} = 5.90 \times 10^{-3} \cdot m N$$

Estimados el valor máximo de las fuerzas de marea en A o B ( $\theta = 0$ ):

- Debidas a la Luna en el punto A

$$f_{AL} = (6.67 \times 10^{-11})(7.35 \times 10^{22}) m \left( \frac{1}{((384.40 \times 10^6) - (6.37 \times 10^6))^2} - \frac{1}{(384.40 \times 10^6)^2} \right) i$$

$$= 1.12 \times 10^{-6} \cdot m i N$$

- Debidas al Sol en el punto B

$$f_{SL} = (6.67 \times 10^{-11})(1.98 \times 10^{30}) m \left( \frac{1}{((149.60 \times 10^9) + (6.37 \times 10^6))^2} - \frac{1}{(149.60 \times 10^9)^2} \right) i$$

$$= 5.02 \times 10^{-7} \cdot m i N$$

El cociente entre estas dos fuerzas es  $\frac{f_L}{f_S} = 2.23$

Esta cifra indica que, las fuerzas de marea son muy pequeñas comparadas con la fuerza de atracción de la Tierra 9.83 m sobre un objeto de masa  $m$  situado en su superficie, pero sus efectos son notables.

La fuerza de atracción del Sol sobre el centro de masa de la Tierra es mayor que la fuerza de atracción de la Luna, a pesar de que ésta está muy próxima a la Tierra. Sin embargo, la fuerza de marea producida por el Sol es más pequeña que la producida por la Luna.

### **Elevación de la capa de agua**

La fuerza centrípeta, debida a la rotación de la Tierra alrededor de su eje, que es una fuerza independiente del tiempo, no añade nada a las fuerzas de marea.

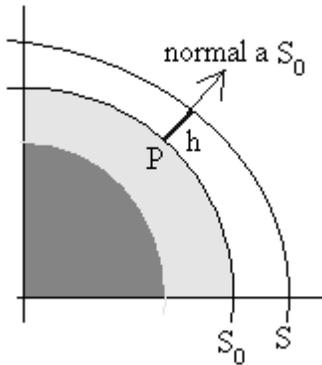


Figura 2.5 "Elevación de la Capa de Agua"

El efecto del cuerpo perturbador (Sol, Luna o ambos) es el distorsionar ligeramente la superficie  $S_0$ , para dar lugar a una nueva superficie  $S$ ; donde  $S$  es una superficie equipotencial perpendicular a la resultante de todas las fuerzas, incluidas las de marea, que actúan en  $P$  (Figura 2.5).

Teniendo en cuenta, que el volumen de agua que cubre la Tierra permanece constante, se determina la elevación  $h$  del punto  $P$  de la superficie  $S_0$  debida exclusivamente a las fuerzas de atracción del cuerpo perturbador.

$$h = \frac{M}{2M_T} \left( \frac{R}{r} \right)^3 R (3 \cos^2 \theta - 1)$$

Donde:

$M$  es la masa del cuerpo perturbador,

$M_T = 5.98 \times 10^{24}$  Kg es la masa de la Tierra,

$R$  es el radio de la Tierra,

$r$  la distancia entre el centro de la Tierra y el centro del cuerpo perturbador.

La máxima elevación corresponde al ángulo  $\theta = 0^\circ$  ó  $\theta = \pi$  Cuando el cuerpo perturbador está delante o detrás de la Tierra, donde son máximas las fuerzas de marea.

La mínima elevación corresponde al ángulo  $\theta = \pi/2$  debajo de la Tierra. La máxima elevación es el doble en valor absoluto, de la mínima elevación. De modo que, la diferencia entre altura máxima de la Bajamar y la Pleamar es:

$$\Delta h_{m\acute{a}x} = 3 \frac{M}{2M_T} \left( \frac{R}{r} \right)^3 R$$

Con los datos proporcionados en el anteriormente.

- Para las mareas producidas por la Luna

$$\Delta h_{m\acute{a}x} = 3 \frac{7.35 \times 10^{22} (6.37 \times 10^6)^4}{2(5.98 \times 10^{24})(384.4 \times 10^6)^3} = 53.4 \text{ cm}$$

- Para las mareas producidas por el Sol

$$\Delta h_{m\acute{a}x} = 3 \frac{1.98 \times 10^{30} (6.37 \times 10^6)^4}{2(5.98 \times 10^{24})(149.6 \times 10^9)^3} = 24.4 \text{ cm}$$

Cuando consideramos los efectos combinados de la de la Luna y del Sol, la elevaci3n de la marea se obtiene sumando las elevaciones debidas cada uno de ellos. La m\acute{a}xima diferencia de nivel entre la Marea Baja y la Pleamar es de  $53.4 + 24.4 = 77.8 \text{ cm}$ .

Cuando los dos cuerpos celestes est\acute{a}n en conjunci3n alineados con la Tierra se producen la m\acute{a}xima elevaci3n y cuando est\acute{a}n en cuadratura se produce la m\acute{in}ima elevaci3n.

### **Efecto sobre la rotaci3n de los cuerpos**

El efecto de las mareas es una disminuci3n progresiva en la velocidad de rotaci3n de la Tierra. La duraci3n del d\acute{a}a se incrementa en 3.5 milisegundos por cada siglo.

Considerando que la Luna tuvo alguna vez en su historia remota una parte fluida, los efectos de marea provocados por la acci3n de la Tierra fueron enormes. Se puede hacer un c\acute{a}lculo y mostrar que estos son 6000 veces mayores que las que produce la Luna en la Tierra. El efecto de estas intens\acute{i}simas mareas explica el hecho de que siempre observamos la misma cara de la Luna.

### **2.2 Efectos del Sol y la Luna.**

Para explicar las fuerzas del Sol y la Luna que generan la marea debemos referirnos a la "Ley de la Gravitaci3n" de Newton. Esta ley indica que la fuerza de atracci3n entre dos cuerpos es proporcional al

producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa. Es esta fuerza de atracción la que determina el movimiento anual de la Tierra sobre el Sol y también el movimiento mensual de la Luna sobre la Tierra. Si la Tierra y la Luna no estuvieran en el movimiento, la fuerza de la atracción causaría una colisión. Sin embargo, su movimiento sobre el centro de gravedad común; como todo el movimiento circular, produce las fuerzas centrífugas que proporcionan un equilibrio en la fuerza de la atracción.

Las fuerzas centrífugas y atractivas son iguales y opuestas una con otra y actúan en el centro de la Tierra y la Luna (Figura 2.6).

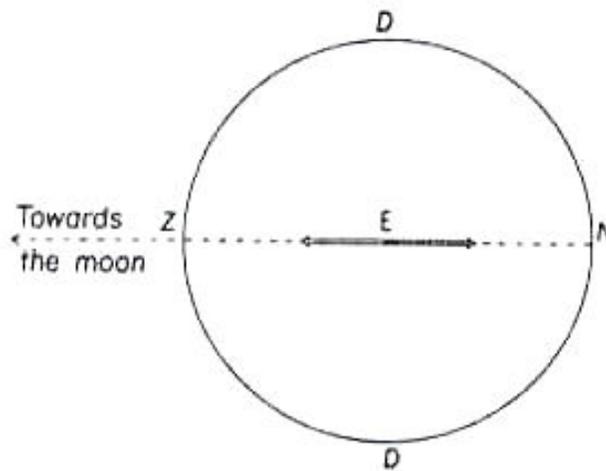


Figura 2.6 “Equilibrio entre la Fuerza Atractiva de la Luna y la Fuerza Centrífuga”(Defant, 1958).

Aunque el sistema Tierra – Luna en su totalidad esta en equilibrio, las partículas individuales en la superficie de la Tierra no lo están. Mientras que la fuerza de atracción en una partícula en particular depende de su distancia a la Luna, las fuerzas centrífugas son iguales por todas partes en la superficie de la Tierra, puesto que cada punto en ella describe el mismo movimiento sobre el centro de gravedad del sistema. Las fuerzas residuales que resultan son tales que su suma sobre todos los puntos en la superficie de la Tierra es cero. Estas fuerzas residuales son las fuerzas que generan las mareas. En la Figura 2.7 la Luna está directamente arriba de Z (Cenit), la fuerza de atracción aquí es mayor que la fuerza centrífuga. La diferencia es una fuerza residual pequeña dirigida hacia la Luna. En N, el punto más lejos posible de la Luna; es decir, donde la Luna está en su Nadir, la fuerza de atracción es más pequeña que la fuerza centrífuga, la fuerza residual es dirigida lejos de la Luna. En ambos casos la fuerza que genera la marea actúa en una dirección lejos del centro de la Tierra. Los vectores para las dos fuerzas se pueden dibujar para cada punto en la superficie de la Tierra y los resultados forman el sistema de fuerzas que generan la marea.

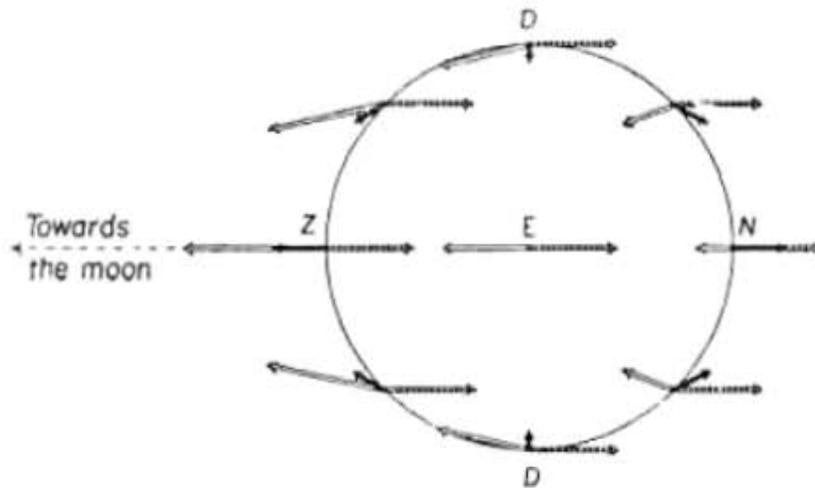


Figura 2.7 "Sistema de Fuerzas que generan la Marea"(Defant, 1958).

Por ejemplo, calculemos la fuerza que genera la marea en los puntos E, Z, y N. En el centro de la Tierra E (Figura 2.6), la fuerza de atracción representa cada Kg de masa de Tierra hacia la Luna con una fuerza muy pequeña de + 3.38 mg de peso. La fuerza centrífuga debida al movimiento de la Tierra sobre el centro de gravedad es igual y opuesta; es decir, - 3.38 mg. De esta manera su suma es cero.

Ambas fuerzas son iguales y contrarias: en Z hacia la Luna y en N lejos de la luna, en ambos puntos la fuerza que genera la marea tira "hacia arriba"; es decir, lejos del centro E de la Tierra. Para otros puntos en la superficie de la Tierra, la fuerza que genera la marea no es vertical. La Figura 2.8 muestra su distribución a lo largo de un meridiano. Solamente en los cuatro puntos Z, N, D, y D' no generan fuerza de marea perpendicular a la superficie de la Tierra. De esta manera otras partes tienen una componente horizontal.

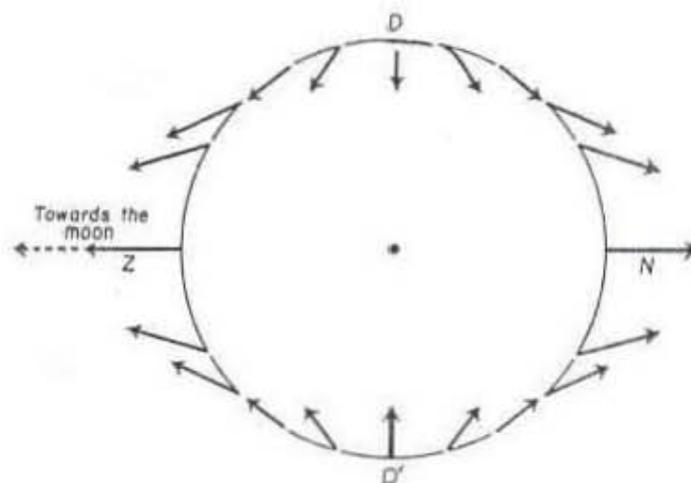


Figura 2.8 "Distribución de las Fuerzas que generan la Marea a lo largo de un meridiano"(Defant, 1958).

Las flechas de la Figura 2.8 se han exagerado, para conseguir una cierta idea de su magnitud verdadera, se debe recordar que hacia arriba donde actúa la fuerza que genera la marea (Figura 2.7 puntos *Z* y *N*), causará un peso igual al del hombre; correspondiendo, por ejemplo, al peso de una sola gota de sudor. La fuerza que genera la marea puede aumentar o reducir gravedad por un máximo de una nueve millonésima parte y comparado con la gravedad, puede ser generalmente descartada.

Sin embargo, excepto en los puntos mencionados, la fuerza que genera la marea también tiene una componente horizontal que actúa a lo largo de la superficie de la Tierra. Esta componente desvía una línea vertical de un péndulo de 12 m de longitud cuya desviación es solo 1/1000 mm. Pero a pesar de su pequeñez, esta componente horizontal (fuerza tractiva) es más importante que la componente vertical, puesto que las otras fuerzas horizontales que actúan en la superficie de la Tierra son generalmente del mismo orden de magnitud.

En la Figura 2.9, la componente horizontal de la fuerza que genera la marea es cero en *Z* y *N*, y la más fuerte a lo largo de dos círculos a 45°. En un hemisferio las fuerzas se dirigen siempre hacia *Z* y en el otro hacia *N*, y al pasar un plano en el círculo a través del centro de la Tierra, perpendicular a la línea *ZN* también es igual a cero. Mientras que todos los vectores convergen en *Z* en un hemisferio, otros convergen en *N* en el otro hemisferio.

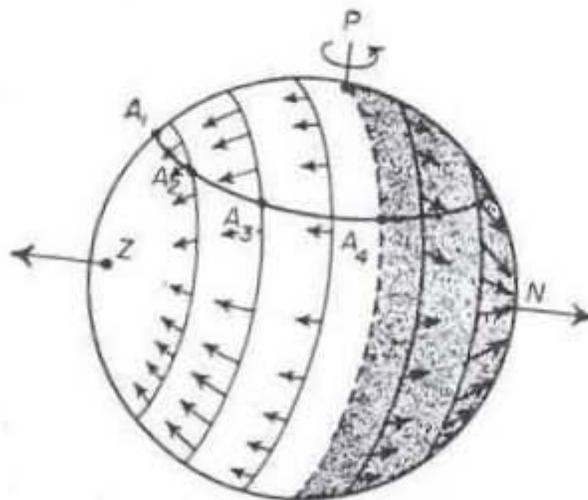


Figura 2.9 "Sistema de Componentes Horizontal de Fuerzas que generan la Marea en la superficie de la Tierra"(Defant, 1958).

Este sistema de fuerzas que genera la marea es determinado por la posición de la Luna. La Luna cambia su posición, así que el sistema de fuerzas mostradas se mueve con ella. La Figura 2.10 (izquierda)

muestra qué sucede a este sistema cuando la Luna está en el plano del Ecuador de la Tierra y (derecha) cuando está a 28° N.

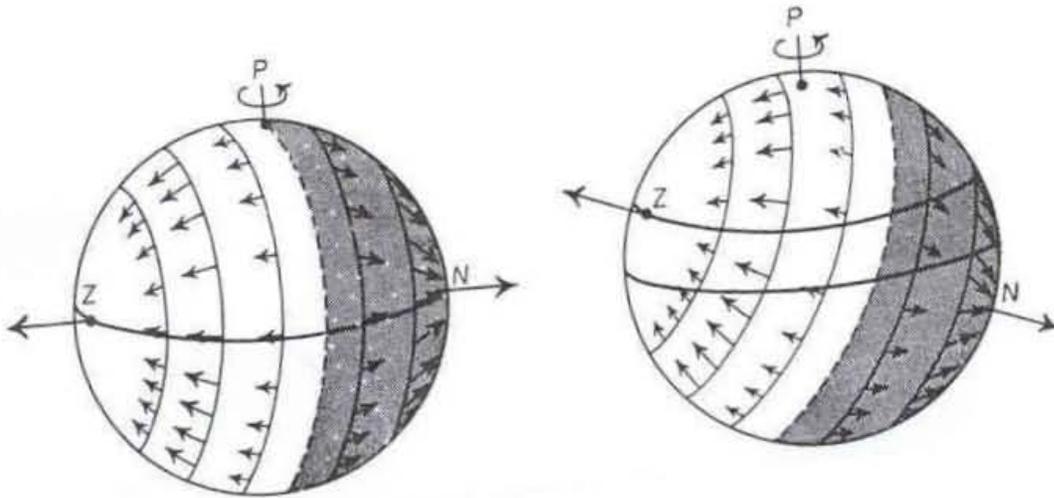


Figura 2.10 (Defant, 1958)

Ahora, la Tierra así misma no está estática sino rota sobre su propio eje una vez al día. Dejando a un observador en el punto  $A_1$  (Figura 2.10) en un momento dado en que la fuerza que genera la marea se dirige hacia el sur. La rotación de la Tierra lo traerá lentamente al punto  $A_2$ . La fuerza tractiva aumentará y continuará haciéndolo tal que 3 horas más tarde él alcanzará el punto  $A_3$ . Aquí la fuerza tractiva está en su máximo.

Seis horas más tarde, él habrá alcanzado el punto  $A_4$  y la fuerza llega a ser cero mientras que él ve el ajuste de la Luna. Entonces la fuerza cambia la dirección, alcanzando otro máximo después de 3 horas más, y así sucesivamente, hasta que después de 24 horas el observador habrá vuelto a  $A_1$ . Así la rotación de la Tierra produce cambios Semi – Diurnos en la fuerza que genera la marea en dirección y magnitud.

La fuerza de la Luna que genera la marea debe variar necesariamente conforme a la distancia de la Luna a la Tierra. Esta distancia cambia continuamente de forma muy leve en el curso de un mes, de esta manera la fuerza que genera la marea se ve afectada por estas pequeñas alteraciones. Cuanto mayor es la declinación, mayor es la desigualdad.

El efecto de Marea Semi – Diurna del Sol es solamente cerca de la mitad de lo que produce la Luna. Esto es debido a que, mientras la Luna tiene una masa mucho más pequeña que el Sol, está mucho más cerca a la Tierra y su proximidad es el factor decisivo, si la masa del Sol fuera igual que la de la Luna, la generación del efecto de marea dada por el Sol sería insignificante.

Durante el primer y último trimestre, la Luna se ha movido  $90^\circ$  lejos del Sol, y la fuerza tractiva resultante es solamente la mitad de la fuerza Lunar. Esto explica la ocurrencia de Mareas Vivas y Muertas.

### 2.3 Demostración Experimental de las Fuerzas que generan las Mareas.

Newton demostró que las mareas son el resultado de fuerzas gravitatorias, pero en su tiempo era imposible probar la presencia de tales fuerzas por medidas de laboratorio. 200 años después de Newton los tecnólogos perfeccionaron instrumentos para poder detectar la fuerza del Sol y la Luna que generan la marea. Un péndulo libremente suspendido se desvía levemente de la vertical por la componente horizontal de la fuerza gravitatoria, mientras la componente vertical aumenta o disminuye según el peso de la sacudida, la fuerza actúa igual en sentido opuesto a la atracción de la Tierra. Sin embargo, estos efectos son muy pequeños, de hecho: la desviación de la vertical es  $1/58$  segundos de arco (un péndulo de 100 m tendría una desviación de solo 0.1 milímetros). Otra vez entonces, el aumento o la disminución de la atracción de la Tierra sería de una millonésima de su cantidad normal: un Kg de peso suspendido de un resorte y estirado el resorte a un metro será movido un  $1/9000$  de mm adicional.

Para medir una desviación muy leve, se utiliza un péndulo horizontal inventado por Lorentz Hengler en 1832, que trabaja bajo el siguiente principio: Una barra cargada en un extremo (Figura 2.11) está libre de rotar sobre un eje cercano vertical AA (Figura 2.11 el eje AA hace un ángulo  $i$  con la vertical VV). El péndulo se desvía de su posición por cualquier fuerza horizontal, pero una vez que esta fuerza deje de actuar volverá automáticamente a su posición original. La fuerza de restauración es  $g \operatorname{sen} i$ , donde  $g$  es el tirón de la Tierra.

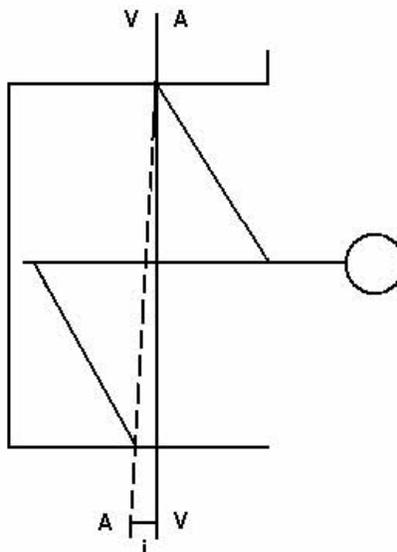


Figura 2.11 (Hengler, 1832).

La fuerza tractiva que causa la desviación debe ser igual a este valor. Para reducir la fricción el eje es substituido por la suspensión bifilar mostrada en la Figura 2.11. El instrumento es extremadamente sensible a la fuerza horizontal; pero, puesto que solamente las componentes perpendiculares causan que el péndulo rote, serán necesarios siempre dos péndulos horizontales cuando se desee observar, por ejemplo, las componentes Este – Oeste y Norte – Sur de la fuerza que genera la marea. La rotación es tan leve que tiene que ser agrandada por una palanca óptica.

Para un gravamen exacto de la componente horizontal de la fuerza que genera la marea, el resto de las fuerzas tractivas deben ser suprimidas. El más torpe de éstos son los efectos de las fluctuaciones Diurnas de la temperatura, puesto que estos efectos son del mismo orden de magnitud que las fluctuaciones causadas por las fuerzas que generan la marea. Los instrumentos por lo tanto se colocan en los ejes o en las cuevas profundas de una mina donde se reducen al mínimo los cambios de temperatura.

Las medidas de este tipo fueron realizadas primero por W. Schweyder (1932) a una profundidad de 189 m en Freiberg y por el W. Schaffernicht (1932) en una cueva 25 m más bajo tierra en Marburg. La Figura 2.12 es un gráfico de sus resultados para la Marea Lunar Semi – Diurna  $M_2$ . Las desviaciones de los dos péndulos horizontales se componen perpendicularmente el uno al otro en vectores resultantes y la curva que conectan las extremidades de los vectores nos da la trayectoria que la sacudida describe bajo la acción de la fuerza tractiva de la Luna.

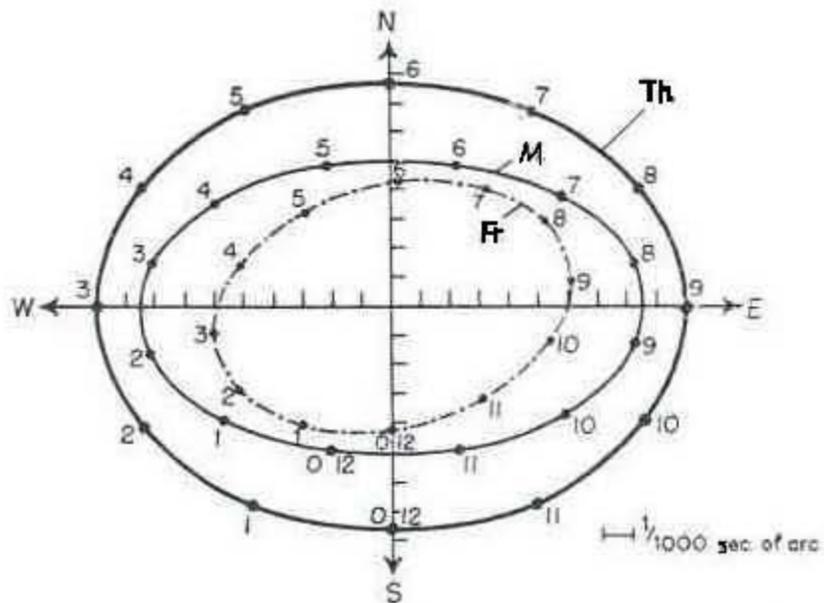


Figura 2.12 (Schweyder and Schaffernicht, 1932).

M y Fr. Son las elipses obtenidas en Marburg y Freiberg, y Th. La elipse teórica. Las trayectorias elípticas observadas mostradas son más pequeñas que la elipse teórica además ambas muestran diferencias de fase.

Por ejemplo, mientras que la fuerza tractiva debía estar en el Norte en 6 horas debido a la dirección, en Marburg esta dirección se alcanza en 5.30 horas y en Freiberg apenas un poco antes de 6 horas. Por otra parte la desviación del péndulo es solamente cerca de dos tercios del valor teórico. Esta discrepancia puede ser debida solamente a una fluctuación con el mismo período que la marea  $M_2$ .

La Figura 2.13 es el expediente tomado en la cueva de Marburg a 25 m de profundidad. Las observaciones de este tipo durante largo tiempo hacen posible aislarlo para efectos de las mareas constitutivas.

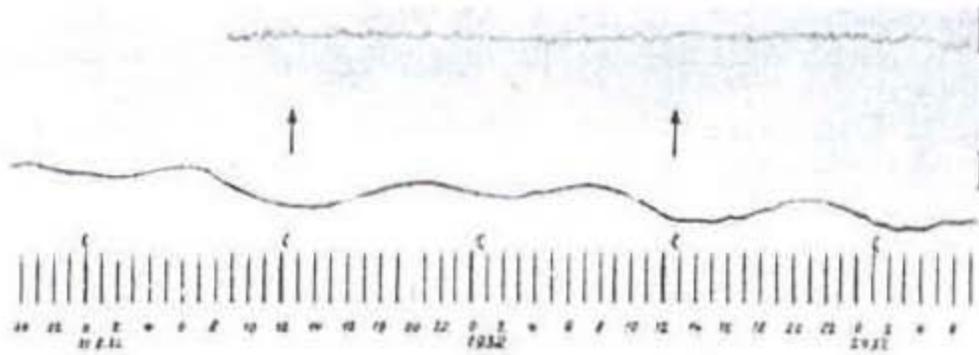


Figura 2.13 (Schaffernicht, 1932).

La Figura 2.14 es un gráfico de la componente vertical de la marea lunar principal  $M_2$ , para Marburg y Berchtesgaden, dibujado basándose en observaciones bisemanales simultáneas. Existe nuevamente una discrepancia entre las curvas teóricas y las reales, similares a las encontradas en el caso de la componente horizontal de la fuerza de marea, la amplitud se reduce a dos tercios del valor teórico y hay pequeñas diferencias de fase. Mientras que Marburg se retrasa una hora por detrás de la Luna, Berchtesgaden se adelanta una hora de la Luna. Sin embargo, las medidas claramente muestran la existencia de una componente vertical de las fuerzas que generan la marea.

Esta demostración experimental de la fuerza que genera la marea revela una reducción en la fuerza observada a dos tercios de su valor previsto. Éste es el resultado de la respuesta de la masa de la Tierra a la fuerza que genera la marea y prueba la existencia de un movimiento de marea en la corteza de la Tierra.

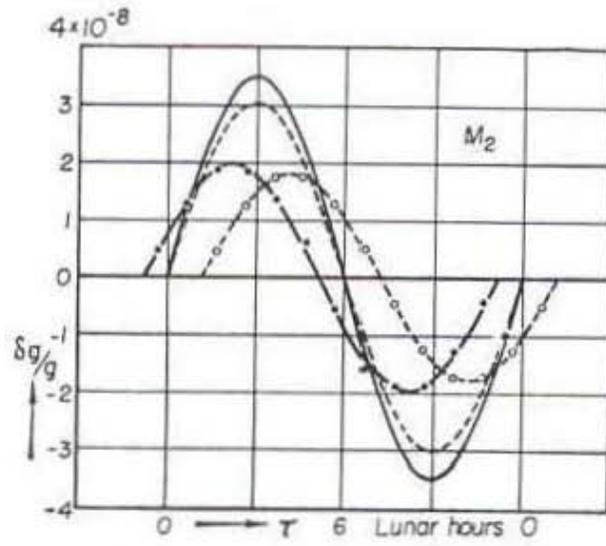


Figura 2.14 (Schaffernicht, 1932).

## Capítulo 3 “El Origen de las Mareas”

### 3.1 Generalidades

La generación de marea, como todo es gravitacional, las fuerzas son proporcional a la masa que atraen. Mientras que un litro (1000 cc) de roca de la corteza de la Tierra pesa alrededor de 2.5 Kg; la masa de un litro de agua de mar pesa aproximadamente 1 Kg y un litro de aire pesa solamente 1g. Así, la fuerza que genera la marea actúa en una unidad de volumen de las tres sustancias con una relación 2.5: 1 : 0.001, es decir, las mareas en tierra deben ser 2.5 veces en el océano y 2500 veces en la atmósfera.

Sin embargo, los sólidos son más o menos elásticos que los líquidos y la gran elasticidad de los gases son compensados por su densidad muy baja. Es por esta razón que las fuerzas que generan la marea tienen un efecto más grande en los océanos.

### 3.2 Teoría de Newton

Para obtener un esquema aproximado del efecto de las fuerzas atractivas en la masa del agua, debemos imaginar un océano ideal de igual profundidad que cubra la Tierra entera.

Newton hizo esta misma suposición sabiendo perfectamente que era una explicación muy simple. Para entender los efectos de las fuerzas que generan la marea en tal océano del mundo, analizando la Figura 2.9.

La componente horizontal del sistema de fuerzas tractivas tira del agua hacia los puntos *Z* y *N* que causan que un montón de agua suba, correspondiente a una gota del nivel del mar a lo largo de un círculo a 90° donde la línea ensambla a estos dos puntos. Este proceso no puede continuar indefinidamente, puesto que las diferencias horizontales resultantes de la presión en el océano tienden a volver el agua a su posición anterior. Las montañas de marea o elevaciones de agua crecen hasta que la diferencia de presión este en equilibrio con las fuerzas que generan la marea en el océano (Figura 3.1). La explicación de Newton de este fenómeno se conoce como la Teoría del Equilibrio (1687).

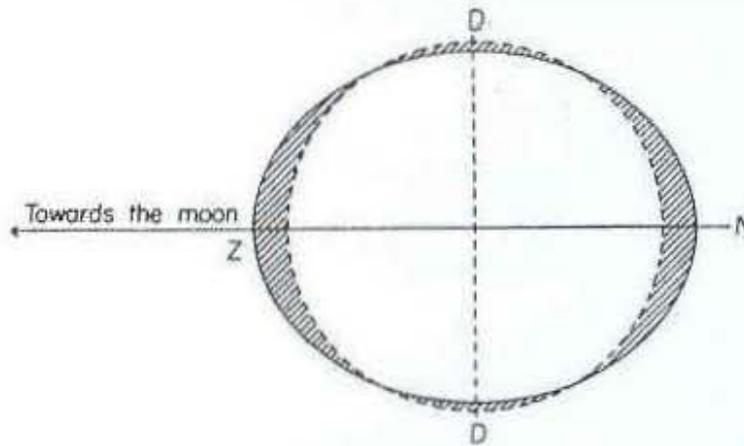


Figura 3.1 “Deformación Oceánica causada por la Fuerza que genera la Marea” (Defant, 1958).

La Teoría del Equilibrio considera a las mareas como un problema puramente de estática. Y puede explicar muchas características de las mareas del océano, particularmente la ocurrencia de mareas Semi – Diurnas. Así, siempre que la Luna no esté parada sobre el Ecuador celestial, las montañas de marea no son tan simétricas con respecto al eje de la Tierra (Figura 2.9 derecha), durante la rotación diaria de la Tierra ocurre una desigualdad diurna entre las dos ondas de marea en un mismo día. Sin embargo, cuando la Luna está parada sobre el Ecuador, ambas montañas de marea están igualmente inclinadas al Ecuador y la desigualdad diurna desaparece.

Esta teoría explica también cómo el efecto común de las fuerzas tractivas de la Luna y el Sol producen mareas vivas y muertas, pero no puede dar una explicación satisfactoria de lo que se llama “Intervalo Lunitidal”. Según la Teoría del Equilibrio, una persona en el Hemisferio Norte observaría la marea alta siempre que la Luna esta derecha sobre el Norte o el Sur debajo del horizonte; es decir, siempre que la Luna pase sobre los meridianos observados.

El error no era tanto la asunción de un océano ideal así como la imposibilidad del tener equilibrio constante entre las fuerzas que generan la marea y la presión. La Luna cambia su posición con respecto a la Tierra rápidamente; para que el equilibrio sea mantenido, tendrían que ocurrir enormes desplazamientos de agua dentro del océano. Esto tendría que suceder absolutamente a una velocidad imposible. Claramente el problema de las mareas entonces, no se puede considerar como un problema de estática sino como uno de dinámica, o sea un problema del movimiento de líquidos.

### 3.3 Teoría de Laplace

Un siglo después de Newton, Laplace suplió la Teoría del Equilibrio con su “Teoría Dinámica de las Mareas” (1778). Según esta teoría las fuerzas que generan la marea, en vez de producir montañas de marea en el océano ideal, producen ondas de marea con un período correspondiente al de las fuerzas. En la producción de estas ondas de marea, otros factores que también se deben considerar son:

1. La profundidad y anchura del océano (morfología),
2. Los efectos de la rotación de la Tierra (fuerza de Coriolis), y finalmente
3. La fricción.

La desviación giroscópica debido a la rotación de la Tierra es tal que todas las partículas que se mueven a lo largo de la superficie de la Tierra están desviadas siempre a la derecha del movimiento en el Hemisferio Norte y a la izquierda del movimiento en el Hemisferio Sur. El efecto giroscópico es cero en el Ecuador, aumenta con latitud hacia los polos y varía con la velocidad de las partículas móviles; por ejemplo, la corriente de marea.

La masa del agua que cambia de lugar por las corrientes de marea tiene una velocidad reducida por la fuerza de la fricción. En toda ésta la fricción interna de los líquidos generalmente es más pequeña comparada con la fricción producida por la turbulencia asociada a todas las corrientes de marea grandes y anchas. El flujo turbulento arriba utiliza mucha energía de traslación y tiene un efecto marcado en la forma final de la marea y corrientes de marea. Dejando a la Luna ser la única fuerza tractiva, que se mueve sobre un canal estrecho de profundidad uniforme a lo largo del Ecuador de la Tierra de 40,000 km de longitud. Los dos puntos de *Z* y *N* en la Figura 2.9, hacia el cual se dirigen las fuerzas de marea, que estarían entonces a una distancia de 20,000 km uno del otro. Porque en estos dos puntos la Luna se movería sobre la Tierra a una velocidad de 1610 km/h viajando alrededor de la Tierra en 24 horas 50. En tal canal la Luna produciría una onda de marea con una distancia entre crestas (longitud de onda) de 20,000 km con una velocidad de la propagación de 1610 km/h. Estas cantidades son independientes del nivel de agua en el canal.

Por otra parte, una onda generada por un sólo disturbio de nivel del agua; por ejemplo, un choque sísmico sería propagado a lo largo del canal con una velocidad proporcional a la raíz cuadrada de la profundidad y dependería solamente de esta profundidad. De esta manera encontramos que la profundidad del agua en el canal tendría que ser 22 km para que una Onda Libre viaje con una velocidad de 1610 km/h. Solamente en tal canal el paso de la onda lunitidal subsiste con la onda libre. Así, la fuerza lunitidal generaría

constantemente ondas de marea a lo largo de todo el canal y puesto que tales ondas viajarían con la velocidad de la Luna, la onda combinada libre y la onda lunitidal en tal canal alcanzarían enormes alturas. La onda lunitidal estaría en resonancia con la onda libre.

Siempre que la profundidad del agua sea mayor o menor a 22 km, en vez de resonancia, habrá interferencia entre las dos ondas, causando diferencias de fase. Si la profundidad es mayor a 22 km, la marea alta ocurre siempre en los puntos *Z* y *N* (Figura 2.9); es decir, directamente debajo de la Luna y el intervalo lunitidal entonces sería 0 a 12 horas lunares respectivamente como en la Teoría del Equilibrio de Newton.

Tales mareas se llaman "Directas". Por otra parte, si la profundidad en el canal es menor a 22 km, la marea baja ocurriría en *Z* y *N*, y el intervalo lunitidal sería de 6 a 18 horas lunares respectivamente. Tales mareas se llaman "Indirectas".

Los océanos tienen profundidades considerablemente más pequeñas a 22 km, así que las mareas en un océano que corre en la longitud del Ecuador serían indirectas. La marea alta ocurre 6 horas 13 minutos después de que la Luna ha cruzado el meridiano y no en 0 horas postuladas por la Teoría del Equilibrio. Por supuesto, esto es solamente verdadero para un canal que corre en la longitud del Ecuador, pero también se puede calcular el intervalo lunitidal para otras latitudes geográficas.

Si a un océano del mundo de una profundidad de 10 km lo dividiéramos en canales latitudinales estrechos separados por paredes; Los canales cerca del Ecuador tendrían mareas indirectas y los cercanos a los polos mareas directas, mientras que en alguna parte ocurrirían enormes mareas debido a la resonancia. Si se eliminan las paredes, las diferencias en el nivel del agua en cualquier sitio de las paredes harán fluir corrientes en una dirección longitudinal, confundiendo así la figura entera de las mareas. Laplace demostró que las mareas serían teóricamente indirectas en las regiones ecuatoriales y directas siempre en las regiones polares de tal océano. A lo largo de la latitud central las mareas verticales (no así las corrientes de marea) desaparecerían totalmente.

Hasta ahora, se asume que la Luna está siempre directamente sobre el Ecuador. Pero de hecho tiene una declinación que varía hasta un máximo de  $28\frac{1}{2}^{\circ}$  Norte – Sur y las fuerzas de marea no son simétricas con respecto al Ecuador (Figura 2.10 derecha). Los matemáticos han registrado las mareas teóricas para aguas continuas que envuelven la Tierra entera y para mares más pequeños limitados por líneas de longitud y latitud. Estas soluciones teóricas no conducen a una comprensión directa de las mareas pero muestran qué

factores se deben tomar en consideración. Sin embargo, la Teoría Dinámica de mareas permite predecir el curso de las mareas para cualquier lugar de la costa.

### 3.4 Predicción de mareas

Para la predicción de mareas se tendrán que analizar:

1. Cambios constantes en la posición de la Luna y el Sol,
2. Cambios constantes en sus distancias respectivas a la Tierra y
3. Sus órbitas elípticas sobre un centro de gravedad común con la Tierra.

Las fuerzas que generan las mareas fluctúan periódicamente; es decir, se repiten después de intervalos regulares del tiempo. Los matemáticos representan un ciclo continuo tal como la suma de oscilaciones armónicas simples.

En el caso de las mareas, ésta es la suma de todas las fuerzas constitutivas que generan la marea. Una oscilación armónica simple se determina totalmente, una vez que se sabe lo siguiente:

1. Su período; es decir, el intervalo entre dos fases iguales, o en otras palabras, el tiempo entre dos máximos,
2. Su amplitud; es decir, la mitad del desplazamiento entre el máximo y el mínimo,
3. Su fase; es decir, el tiempo en que ocurre el máximo.

La Figura 3.2 es una gráfica del movimiento armónico simple de la marea constitutiva Lunar principal  $M_2$ . Su período es de 12 horas lunares ó 12.42 horas solares, su amplitud es 6 unidades y su fase 6.5 horas lunares ó 6.73 horas solares después de que la Luna pasa el meridiano. Para una imagen exacta de la marea se necesita también conocer las oscilaciones de todos los otros componentes, incluso un número relativamente pequeño es suficiente para comprender los fenómenos principales.

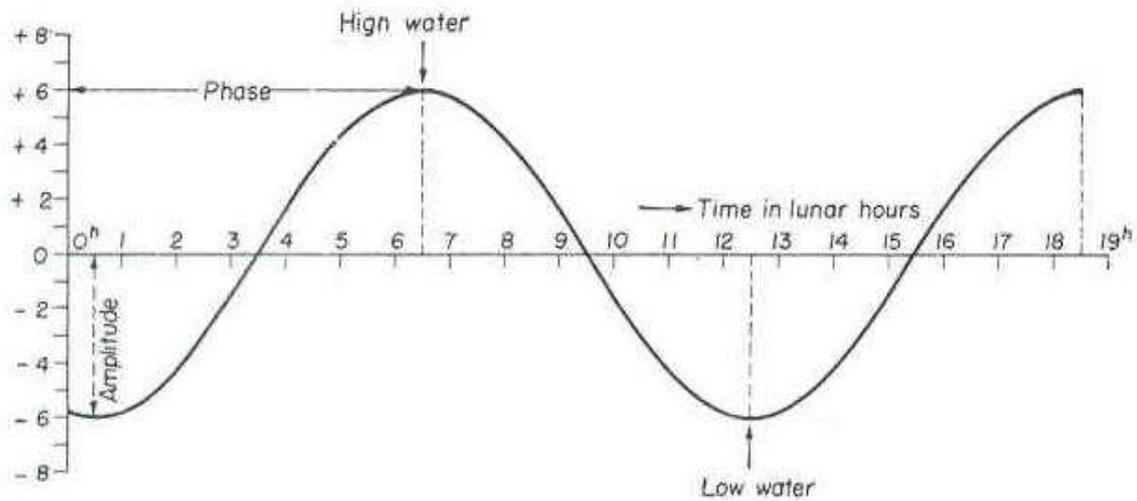


Figura 3.2 "Oscilación Armónica Simple de la Componente Principal Lunar  $M_2$ " (Defant, 1958).

Cada marea parcial conocida como componente de marea es denotada por una letra o símbolo que es una abreviatura de su característica principal (M = Luna; S = Sol) y un número suscrito si es Diurna 1, Semi-Diurna 2 o un cuarto de Diurna 4. Hay también un anfitrión de los componentes de marea de período largo, pero de éstos solamente la componente bisemanal Lunar (frecuencia intermedia) es de gran importancia.

**TABLA 2 "Principales Componentes de las Mareas" (Defant, 1958).**

	Símbolo	Periodo en Horas Solares	Amplitud $M_2 = 100$	Descripción
Mareas Semidiurnas	$M_2$	12.42	100	Componente Principal Lunar (Semidiurno)
	$S_2$	12	46.6	Componente Principal Solar (Semidiurno)
	$N_2$	12.66	19.1	Componente Lunar dada la variación mensual de la distancia de la Luna

	$K_2$	11.97	12.7	Componente Luni – Solar dados los cambios en la declinación del Sol y la Luna a través de Su ciclo orbital
Mareas Diurnas	$K_1$	23.93	58.4	Componente Luni - Solar
	$O_1$	25.82	41.5	Componente principal Lunar (diurno)
	$P_1$	24.07	19.3	Componente principal Solar (diurno)
Longitud – Periodo de la marea	$M_f$	327.86	17.2	Componente bisemanal de la Luna

La Tabla 2 compara los períodos en horas solares y las amplitudes de los otros componentes de mareas principales con el componente lunar principal. Según la Teoría Dinámica, la marea real es la suma de todos estos componentes de marea. Debido a los contornos, a las profundidades irregulares de los océanos y también debido a los efectos de la rotación de la Tierra y de la fricción, el curso de las mareas no se puede predecir con ninguna exactitud; pero sin embargo, cada punto en el océano y a lo largo de la costa, tiene un componente de marea, cada uno con un período que corresponde a la oscilación parcial de la fuerza que genera la marea. La oscilación  $M_2$  de la fuerza que genera la marea produce una marea  $M_2$  con un período de 12.42 horas, la oscilación  $S_2$  produce una marea  $S_2$  con un periodo de 12 horas. El período de la componente de marea se puede registrar a partir de la Teoría Dinámica pero no de su amplitud ó de su fase.

Sin embargo, las observaciones a largo plazo en un punto particular en la costa permiten aislar las amplitudes y las fases de cada componente de marea de la oscilación total para el punto en particular. Este procedimiento se llama “Análisis Armónico de la Marea”. Se hace énfasis que, mientras que los períodos de cada componente de marea se saben a partir de la teoría, las amplitudes y las fases se pueden obtener solamente de observaciones. Así para un lugar dado, el Análisis Armónico conduce a la determinación de las constantes de marea para ese lugar.

La amplitud y la fase de una componente de marea dada no cambian con el tiempo. Estas constantes son por lo tanto características para un punto particular en la costa, una vez que las posiciones

relativas de la Luna, el Sol, y la Tierra se calculan, se puede predecir la marea en cualquier momento futuro. Los componentes de marea se toman en consideración también para poder hacer más exacta la predicción. Generalmente y bajo condiciones ordinarias, los ocho componentes de marea mencionados en la Tabla 2 son suficientes.

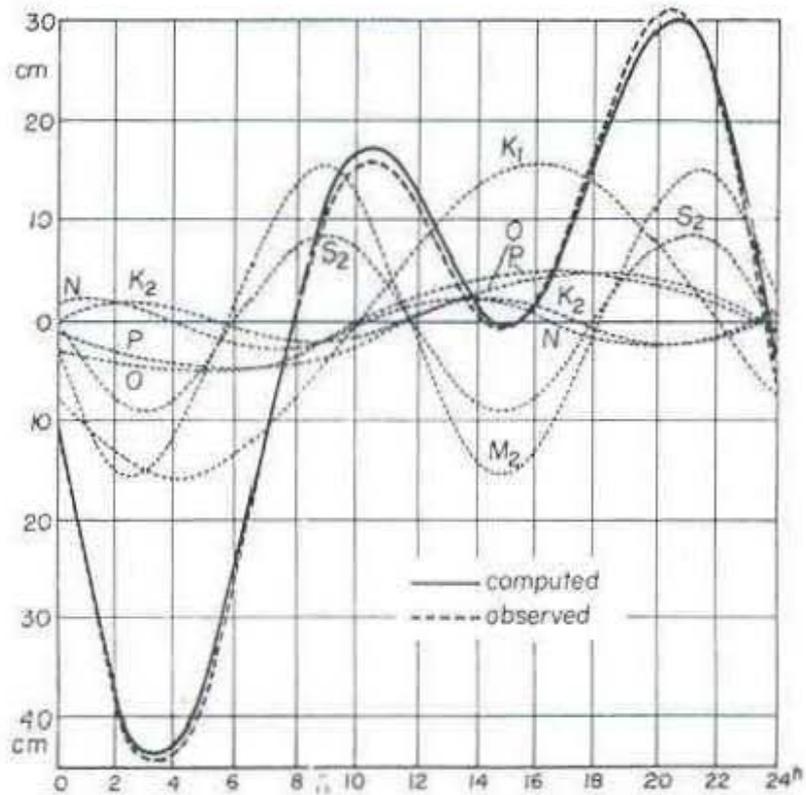


Figura 3.3 “Comparación entre Mareas registradas y reales en Pula, Enero 6 de 1909” (Schultze, 1909).

La Figura 3.3 muestra cómo es grande el desacuerdo entre las mareas registradas y reales. La curva continua es registrada con los siete componentes de marea (curvas finas), la curva punteada muestra el curso real de la marea registrada por una galga de la marea. El parecido es excelente, pero éste de ninguna manera siempre es el caso, puesto que, la galga también registra las fluctuaciones de marea debido al viento y a la presión.

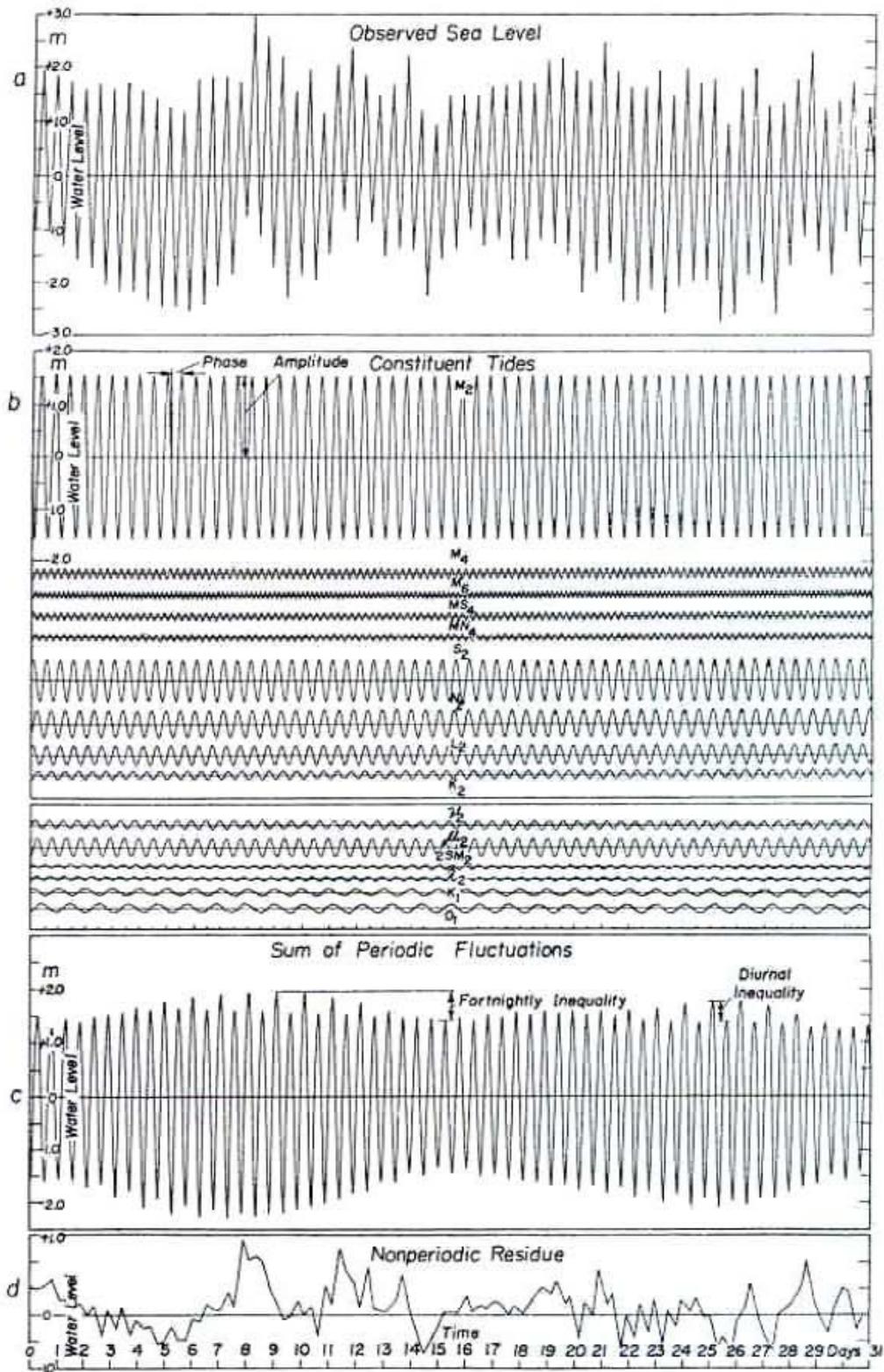


Figura 3.4 (Schultze, 1909).

Estos dos efectos son particularmente grandes durante oleadas de marea y por consiguiente hay discrepancias (Figura 3.4). La Figura 3.4a muestra los niveles de agua observados actualmente con crestas Semi - Diurnas y muchas fluctuaciones irregulares. La Figura 3.4b es un Análisis Armónico de los componentes de marea, con los componentes  $M_2$  y  $S_2$  contribuyendo la mayor parte las fluctuaciones de marea. En la figura 3.4c se han agregado todos estos componentes de marea y el resultado es una marea Semi - Diurna con oscilaciones bisemanales. La diferencia entre los niveles de agua observados y los registrados deja un residuo no periódico (Figura 3.4d). Éste es el efecto del viento y de la presión.

En el Análisis Armónico y la predicción de mareas, las observaciones a largo plazo son laboriosas y muy costosas, puesto que los centenares de puntos costeros se deben considerar año tras año. Este trabajo está siendo hecho cada vez más por máquinas que las registran. La Figura 3.5 ilustra el principio en el que se basan tales máquinas.

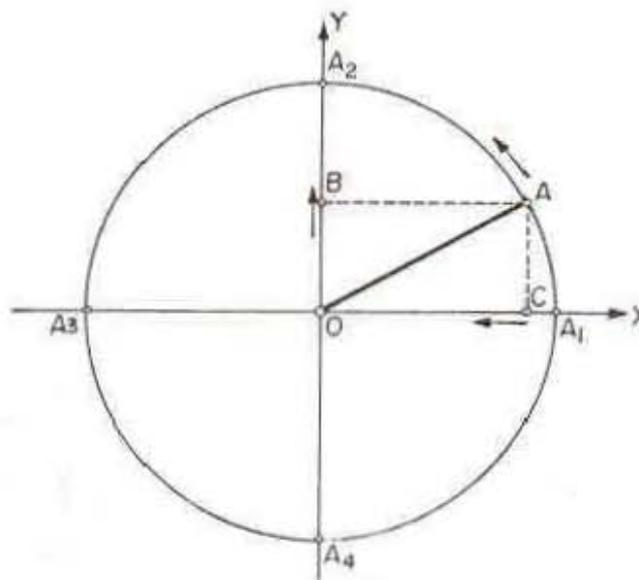


Figura 3.5 "Oscilación Armónica" (Defant, 1958).

Considere el punto A que se mueve alrededor de un círculo con velocidad uniforme. Las proyecciones B y C de este punto describen oscilaciones armónicas simples con período  $T$  a lo largo de las líneas rectangulares  $OX$  y  $OY$  (Figura 3.2). Cuando A está en  $A_1$ , B tiene cero desplazamiento; cuando A está en  $A_2$ , B ha alcanzado su desplazamiento positivo máximo; cuando A está en  $A_3$ , B tiene otra vez desplazamiento cero, y con A en  $A_4$  alcanza su desplazamiento negativo máximo. Cada revolución produce una oscilación armónica simple (onda del seno o del coseno). La amplitud de la vibración es  $OA_2$ , es decir, el radio del círculo y la fase depende del tiempo en que A pasa por  $A_1$ .

Para predecir la marea real todas las diversas oscilaciones individuales se deben agregar juntas. Esto se puede hacer también por máquina, con el siguiente principio:

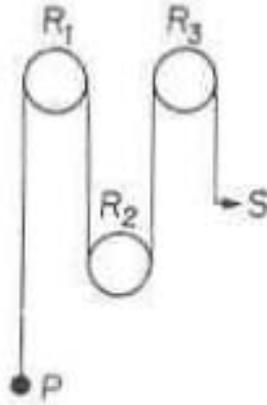
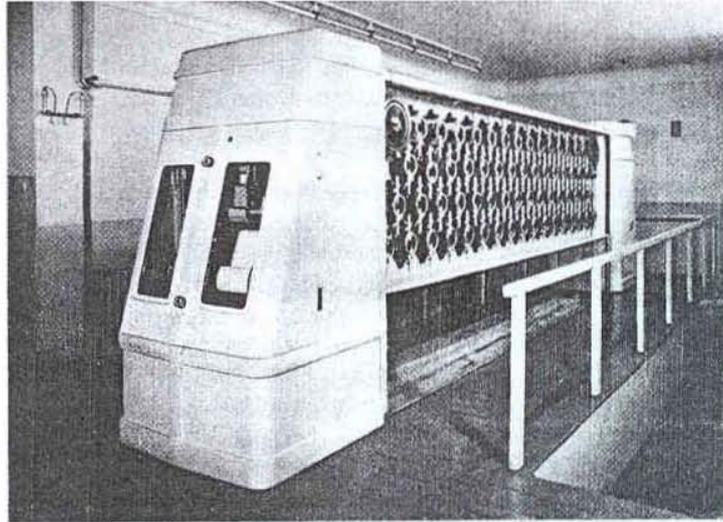


Figura 3.6 "Principio de la Máquina para predecir las Mareas" (Kelvin, 1872).

Dejando  $R_1$  en la Figura 3.6 da un arreglo que proporciona un período de 12 horas 25 minutos; es decir, la componente Lunar Principal  $M_2$ . Dejando el hilo de rosca sujetado a  $P$  de modo que durante cada revolución de la manivela de  $R_1$  la aguja  $S$  registre una onda de seno.

Se puede usar un sin número de arreglos, cada uno con una amplitud y período correspondiente a la componente de marea que se desee registrar. Pero una máquina para registrar el resultado de todas las componentes de marea tendría que ser grande y complicada. Sus manivelas tendrían que ser ajustables en longitud y posición original para representar diversas amplitudes y fases para los puntos costeros dados.

La primera máquina de esta clase fue inventada por Lord Kelvin en 1872. Una máquina alemana construida en 1919 agregó las oscilaciones de 20 componentes de marea y podía elaborar las tablas anuales de la marea para un puerto de 10 a 15 horas de trabajo con un ahorro enorme de tiempo y dinero. La última máquina que predice mareas del Instituto Hidrográfico Alemán en Hamburgo (Figura 3.7) agregó las oscilaciones de 62 componentes de marea, aunque muchos de éstos no son generalmente necesarios para la predicción exacta de marea.



*Figura 3.7 "Máquina para la Predicción de Mareas, del Instituto Hidrográfico Alemán en Hamburgo"*

### **3.5 Características de las mareas**

Una vez que las constantes armónicas de la marea de un punto en la costa; es decir, las amplitudes y las fases de las componentes de marea, se conocen, el curso de las mareas en ese punto puede ser predicho. La fase de la componente de la marea  $M_2$  normalmente da el tiempo aproximado de la marea alta después de que la Luna ha pasado el meridiano particular. La marea  $M_2$  se retrasa 50 minutos detrás de la marea  $S_2$  y la fase de las dos mareas será solamente de 14.765 días. Las amplitudes de la marea  $M_2$  y  $S_2$  se refuerzan una con otra ( $M_2 + S_2$ ) para producir mareas vivas. Entre las dos mareas vivas hay una ocasión en que las amplitudes se opondrán ( $M_2 - S_2$ ) y producirán mareas muertas. La amplitud de la marea  $S_2$  determina así la desigualdad bisemanal. La diferencia de fase entre  $S_2$  y  $M_2$  se puede utilizar para determinar la "Edad de las Mareas"; es decir, el retraso entre la marea viva de la Luna Llena y Nueva.

Las componentes  $K_1$  y  $O_1$  son oscilaciones Diurnas asociadas a la declinación de la Luna. De forma semejante la componente Semi – Diurna  $M_2$  es independiente de la Luna cuando pasa el meridiano. La marea  $K_1$  da una indicación aproximada (en tiempo local) de la marea alta del 21 de Junio; cada día subsiguiente está ocurre 4 minutos antes. Las diferencias de fase entre las mareas  $O_1$  y  $K_1$ , similares a las componentes  $M_2$  y  $S_2$ ; también causan mareas vivas y muertas pero éstas ocurren en intervalos de 13.66 días.

La desigualdad Diurna, que es una consecuencia de la superposición de las mareas Semi – Diurnas y Diurnas, varía con relación  $(K_1 + O_1) / (M_2 + S_2)$ . Este cociente, F, es una indicación de la forma de la curva de marea durante un día. Estas formas se rigen de la siguiente manera:

F = 0.0 - 0.25 (forma Semi - Diurna). Hay dos mareas altas y dos bajas aproximadamente de la misma altura. La marea alta es de un intervalo lunitidal casi constante. El rango de la marea viva es  $2 (M_2 + S_2)$ .

F = 0.25 - 1.50 (Combinada, predominante de forma Semi – Diurna). Hay dos mareas altas y dos bajas diarias, pero con desigualdades fuertes en la altura y fase, éstas alcanzan su máximo con la declinación máxima de la Luna. El rango de la marea viva es  $2 (M_2 + S_2)$ .

F = 1.50 - 3.00 (Combinada, predominante de forma Diurna). Después de la declinación máxima de la Luna, solamente hay una marea alta por día. De otra manera hay dos mareas altas con desigualdades fuertes en altura y fase. El rango de la marea viva es  $2 (K_1 + O_1)$ .

F = mayor a 3.00 (forma Diurna). Hay una marea alta por día. Posiblemente haya dos mareas altas muertas (durante el paso de la Luna a través del plano del Ecuador). El rango de la marea viva es  $2 (K_1 + O_1)$ .

La Figura 3.8 muestra las curvas de marea para cuatro puertos durante Marzo de 1936, cada uno tiene un número diverso de forma. Immingham; en la costa del este de Inglaterra, tiene una forma Semi – Diurna con F = 0.11. (Esta es la forma predominante en todos los puertos Europeos). San Francisco tiene una forma predominante Semi – Diurna con F = 0.9. Manila tiene una forma predominante Diurna con F = 2.15. Do - Son (golfo de Tongking, de Vietnam) tiene una forma Diurna típica con F = 18.9.

Para mayor detalle, la Tabla 3 muestra las constantes armónicas de los componentes más importantes de la marea para estos cuatro puertos: las amplitudes están en centímetros y las fases se refieren en tiempo local. El grado al cual los cuatro componentes principales  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $K_1$  y  $O_1$  gobiernan las mareas se puede considerar del hecho que en cada uno de los puertos la suma de sus amplitudes es rigurosamente 70 % de la amplitud total. Estos cuatro componentes principales son suficientes para dar un panorama justo de las mareas oceánicas.

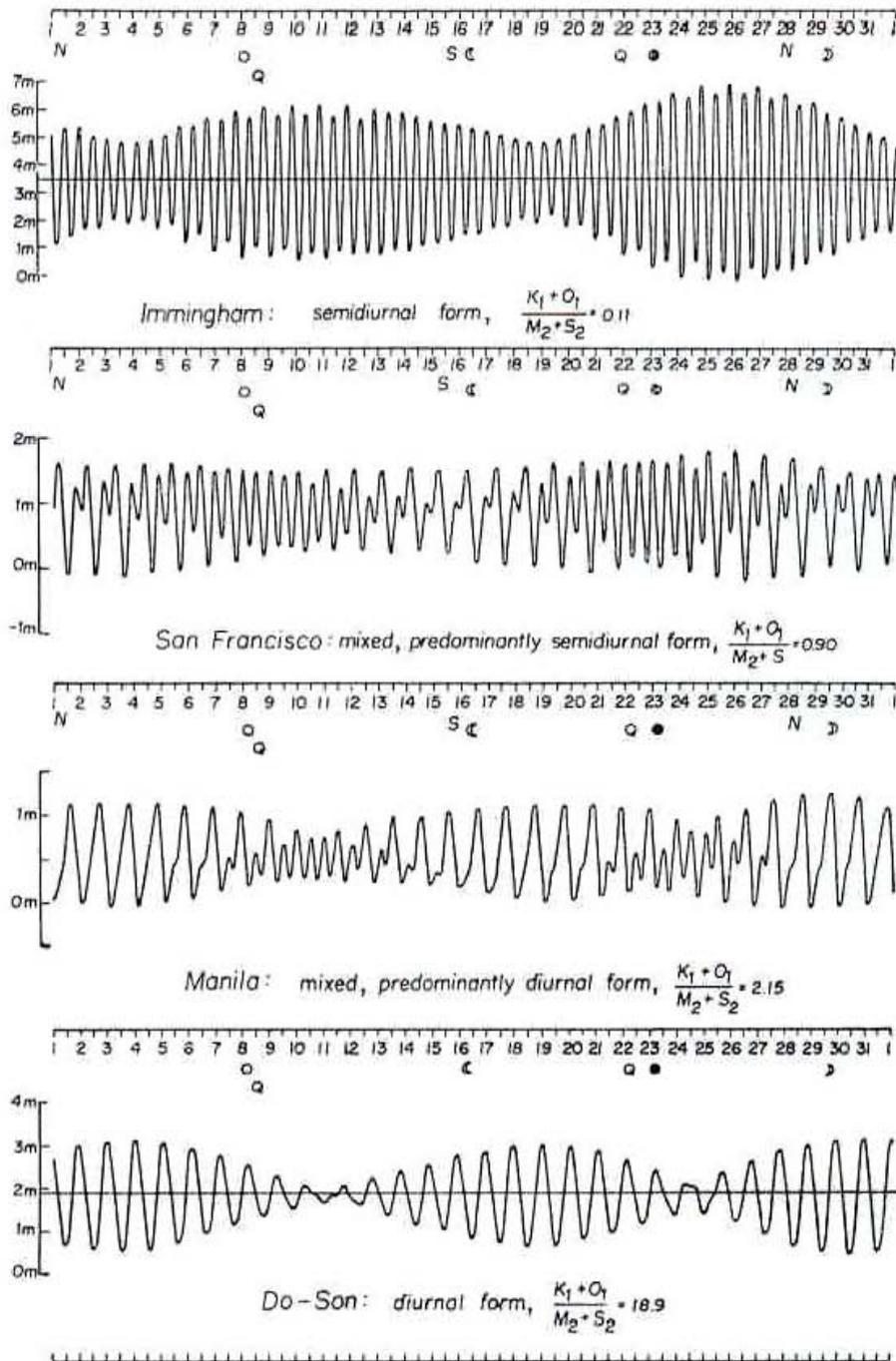


FIG. 39. Tidal curves during March, 1936 (from German Tide Tables for the year 1940, Vol. II, Berlin, 1939).

○, ☾, ●, ☾ : phases of the moon. N: maximum northern declination of the moon; S: maximum southern declination of the moon; Q: moon's transit through equator.

Figura 3.8 "Curvas de Marea Marzo de 1936" (Tabla de marea en Berlín, 1939).

TABLA 3 "Constantes Armónicas de las Mareas de los 4 puertos registrados Figura 3.8" (Tabla de Marea en Berlín, 1939).

Marea	Periodo (Hora)	Amplitud	Immingham	San Francisco	Manila	Do - Son
		Teórica M <sub>2</sub> = 100	(Inglaterra) Fase en cm	(California) Fase en cm	(Filipinas) Fase en cm	(Vietnam) Phase en cm
M <sub>2</sub>	12.42	100	161° 223	330° 54	305° 20	113° 4
S <sub>2</sub>	12	46.6	210° 73	334° 12	338° 7	140° 3
N <sub>2</sub>	12.66	19.1	141° 45	303° 12	291° 4	100° 1
K <sub>2</sub>	11.97	12.7	212° 18	328° 4	325° 2	140° 1
K <sub>1</sub>	23.93	58.4	279° 15	106° 37	320° 30	91° 72
O <sub>1</sub>	25.83	41.5	120° 16	89° 23	279° 28	35° 70
P <sub>1</sub>	24.07	19.3	257° 6	104° 12	317° 9	91° 24

## Capítulo 4 “Tipos de Mareas”

### 4.1 Mareas Oceánicas.

Las mareas en los Océanos son debidas a la atracción de la Luna y del Sol. La explicación más simple es que el agua en el lado de la Tierra más cercano a la Luna es atraída por la fuerza gravitatoria de la Luna más intensamente que el cuerpo de la Tierra, mientras que el agua del lado de la Tierra más alejado de la Luna es atraída con menos intensidad que la Tierra. El efecto es hacer salientes las aguas en lados opuestos de la Tierra. El efecto de la atracción del Sol es similar y las mareas que se observan son el efecto resultante de las dos atracciones.

Cuando a la atracción del Sol se suman la de la Luna las mareas son grandes y son llamadas “Mareas Vivas”, mientras que cuando las atracciones están a  $90^\circ$  las mareas son pequeñas y son llamadas “Mareas Muertas”. La altura de las mareas vivas está gobernada por la distancia de la Luna a la Tierra, siendo más grandes en el Perigeo (cuando la Luna está más cerca de la Tierra) y más pequeñas en el Apogeo (cuando la Luna está más lejos) (Figura 4.1).



Figura 4.1

Como la atracción del Sol está alineada con la de la Luna en Luna Nueva y Luna Llena, éstos son los días en que hay mareas vivas. La atracción del Sol es menos que la mitad de la Luna, así que la frecuencia de las mareas está determinada por el pasaje aparente de la Luna alrededor de la Tierra, lo que toma apenas un poco más de un día. Entonces, en la mayoría de los lugares de la Tierra hay dos mareas por día, con la hora de cada una retrasándose de un día al siguiente en poco menos de una hora; ya que el período verdadero, está determinado por la rotación de la Tierra y la órbita de la Luna.

La altura de la marea en cualquier lugar, está determinada por la forma de la línea de la costa y la plataforma continental cercana. La presencia de terrenos inclinados y bahías le da mucho más rango a las

mareas que lo que se ve en altamar. Un fenómeno generalmente desapercibido (Capítulo 1) es que el aire y las masas sólidas de la Tierra también se mueven hacia arriba y hacia abajo debido a las fuerzas de mareas.

Aunque el movimiento es mucho menor en el terreno que en el mar, puede llegar a ser de un metro el desplazamiento vertical. Se esperaría que el momento de la Marea Alta sea cuando la Luna está en el meridiano, pero esto no es así; la razón es que, por la rotación y fricción de la Tierra, las salientes de la marea se quedan un poco atrás.

## **4.2 Mareas Solares y Lunares**

### **Mareas Solares**

El Sol provoca el ascenso de dos crestas de onda opuestas, pero como el Sol está lejos de la Tierra, su fuerza para crear mareas es un 46% menor que la Luna. El resultado de la suma de las fuerzas ejercidas por la Luna y el Sol es una onda compuesta por dos crestas, cuya posición depende de las posiciones relativas del Sol y de la Luna en un instante dado. Durante los periodos de Luna Nueva y Llena, cuando el Sol, la Luna y la Tierra están alineados, las ondas solar y lunar coinciden. Resulta un estado conocido como Mareas de Primavera (Spring Tides); en ellas las mareas altas ascienden más y las mareas bajas descienden más de lo habitual. Cuando la Luna está en el primer o tercer cuadrante, el Sol forma un ángulo recto con respecto a la Tierra y las ondas quedan sometidas a fuerzas opuestas del Sol y de la Luna. Este estado es el de marea muerta: la marea alta es más baja y la baja más alta de lo normal. Las mareas de primavera y muerta se producen 60 horas después de las fases correspondientes de la Luna; este periodo se llama “Edad de la Marea” ó “Fase de Desigualdad”.

El intervalo entre el instante en que la Luna cruza un meridiano en un punto y cuando la siguiente marea alta llega a ese punto se le conoce como “Intervalo Luna – marea ó de Marea Alta”. El intervalo de marea baja es el periodo entre el instante en que la Luna cruza un meridiano y cuando llega la siguiente marea baja. Los valores medios entre los intervalos Luna – marea durante los periodos de Luna Nueva y Llena se conocen como “Establecimiento de Puerto”. Los valores de los intervalos durante otros periodos del mes se denominan, “Establecimientos Corregidos”.

## Mareas Lunares

El Sol y la Luna ejercen una fuerza de atracción gravitatoria sobre las masas de agua de la Tierra, originando una oscilación rítmica de estas masas de agua debido a la orbitación de la Tierra alrededor del Sol y de la Luna alrededor de la Tierra.

La Luna, al estar mucho más cerca de la Tierra que el Sol, es la causa principal de las mareas. Cuando la Luna está justo encima de un punto dado de la superficie terrestre, ejerce una fuerza de atracción del agua que se eleva sobre su nivel normal. El agua que cubre la porción de Tierra más lejana de la Luna también está sometida a atracción; se forma así otra elevación que proporciona el fundamento de una segunda onda. La cresta de onda situada bajo la Luna se llama “Marea Directa”, y la del lado diametralmente opuesto de la Tierra se llama “Marea Opuesta”. En ambas crestas, prevalece la condición conocida como de marea alta, mientras que a lo largo de la circunferencia formada por las zonas perpendiculares al eje de mareas directa y opuesta se producen fases de marea baja.

Las mareas alta y baja se alternan en un ciclo continuo. Las variaciones producidas de forma natural entre los niveles de marea alta y baja se denominan “Amplitud de la Marea” (Figura 4.2). En la mayoría de las costas del mundo se producen dos mareas altas y dos bajas cada día lunar, siendo la duración media de un día lunar 24 horas 50 minutos 28 segundos. Una de las mareas altas está provocada por la cresta de marea directa y la otra por la cresta de marea opuesta. En general, dos mareas altas o bajas sucesivas tienen casi la misma altura. Sin embargo, en algunos lugares fuera del océano Atlántico estas alturas varían de forma considerable; este fenómeno, conocido como Desigualdad Diurna, todavía no se comprende bien en la actualidad.

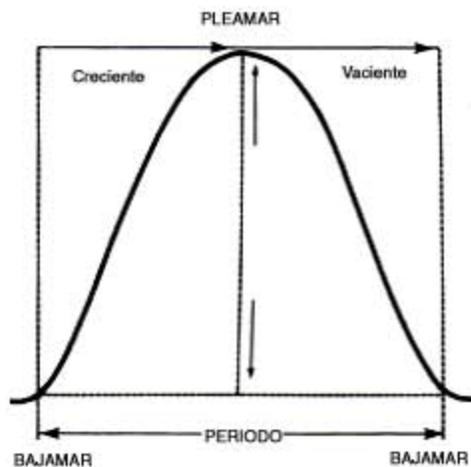


Figura 4.2 “Características de las Mareas”

### 4.3 Mareas Vivas y Muertas

Otro aspecto que se tiene que tomar en cuenta en el comportamiento de las mareas es su altura. Por ejemplo, en ciertos lugares la marea nocturna es más alta que la Diurna; en otros, un arrecife de coral que cierto día, aún en la bajamar, quedó bien cubierto, puede quedar completamente expuesto 15 días después. Esta variación quincenal está relacionada con los movimientos lunares: cuando la Luna está llena, la amplitud de las mareas es mayor y cuando está en cuarto menguante o creciente, es mínima.

Las mareas que se producen durante el periodo de cada mes lunar, en el que el Sol, la Luna y la Tierra se encuentran en línea recta, tienen mayor diferencia de nivel entre la marea más alta de la pleamar y la marca mínima de la bajamar, debido a que los efectos de la gravedad del Sol y la Luna se suman y son más fuertes. Estas mareas se denominan “Mareas Vivas de primavera o Equinocciales” (Figura 4.3).

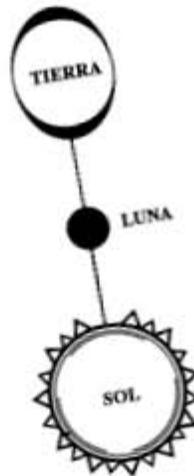
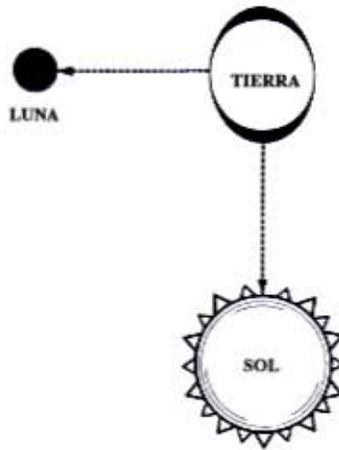


Figura 4.3

Los efectos opuestos ocurren cuando el Sol y la Luna están colocados formando un ángulo recto en relación con la Tierra, lo cual anula parcialmente la acción de la gravedad, resultando mareas más débiles que presentan poca diferencia entre los niveles más alto y más bajo de la marea. Éstas se denominan “Mareas Muertas o de Cuadratura” (Figura 4.4).



*Figura 4.4*

Cada mes lunar consta de dos series de mareas equinocciales que alteran con dos series de mareas muertas, y entre ellas existen algunos días de transición que presentan mareas intermedias.

Quando se miden los niveles de las mareas, se toma en cuenta que el océano está sometido a diversas fuerzas, como las influencias gravitatorias de los astros, los vientos predominantes, la densidad variable de las masas de agua, etcétera. Además se tiene que considerar que el nivel del mar es diferente en los distintos océanos: es más alto en la costa del Océano Pacífico que en la del Atlántico, diferencia que puede deberse a la menor densidad del agua del Pacífico, e influye en la intensidad de las mareas.

La manera más simple para efectuar mediciones de las mareas consiste en introducir una regla de madera graduada en un lugar poco profundo de la costa pero para poder registrar, lo más exacto posible, el lento cambio de la marea, se tienen que evitar las variaciones de nivel del mar en el periodo corto durante el que se mide, ya que el mar nunca está quieto; aún en la más completa calma se agita y se levanta formando olas.

Para iniciar este tipo de medición generalmente se utiliza la bajamar media, como nivel de referencia, que se encuentra registrada en la mayor parte de las cartas de navegación. Esto permite contar con un punto de partida para hacer las observaciones.

Las mediciones de la marea permiten calcular la frecuencia con que se presentan los cambios de ellas. Hasta hace pocos años, los aparatos para predecir las mareas eran mecánicos; ahora se utilizan

computadoras electrónicas que hacen el trabajo de manera más rápida y eficiente, y se programan para que impriman automáticamente las tablas de Marea.

Las mareas también intervienen en la modificación de las características de las costas, pues depositan o se llevan material. En la desembocadura de los ríos el material se puede depositar cerca de la orilla, formando los llamados bajos; o puede ser transportado y dispersado por las corrientes paralelas a la costa. Las características que tomarán las diferentes costas modificarán también la vida tanto vegetal como animal que en ese lugar se desarrolle; allí se encontrarán seres cuya forma de vida sufre una exposición cíclica al mar y al aire, a causa de las mareas.

Para un observador que se encuentre en la arena de una playa, el ascenso de la marea sugiere una enorme energía; sin embargo, la energía que la marea disipa continuamente en nuestro planeta es del orden de los millones de caballos de fuerza.

#### **4.4 Mareas Diurnas y Semi – Diurnas**

##### *Potencial de Ondas Principales de Marea.*

En 1883, G. H. Darwin publicó un tratado que encontró amplio uso y que era de gran valor en ese entonces. Sin embargo, con la acumulación de observaciones, los residuos sistemáticos pronto aparecieron y demostraron la necesidad para ampliar este tratado. Además, el tratado de Darwin no era puramente armónico: ya que los coeficientes y argumentos que contenía llamados constantes para los términos, eran variables lentas (Darwin tomó de referencia la órbita Lunar y no la eclíptica).

Fue en 1921 que A. T. Doodson publicó un tratado puramente armónico, basado en la Teoría de Brown de la Luna. Los argumentos de los componentes de la marea (muy numerosa, aunque solamente se utilizan los principales) eran expresados en función de seis variables independientes siguientes:

$\tau$	Tiempo Lunar Medio
s	Longitud Media de la Luna
h	Longitud Media del Sol
p	Longitud del Perigeo Lunar
$N' = -N$	Donde N es la longitud del Nodo Ascendente de la Luna
$p_s$	La longitud del Perihelio

El Tiempo Solar Medio es expresado en función del Tiempo Lunar Medio por la relación:

$$\tau + s = t + h = \theta = \text{Tiempo sideral}$$

Es decir:  $t = \tau + s - h$

La longitud del Nodo Ascendente de la Luna cambia de signo obteniendo uniformidad en la fórmula porque es la única de las seis variables que aumenta hacia el Oeste.

Los períodos de las variaciones de las seis variables consideradas se muestran en la Tabla 4 junto con las velocidades correspondientes para cada hora. Esta Tabla también muestra los términos de varios períodos lunares en función de estas variables.

Tabla 4 "Periodos de las variaciones de las seis variables de Doodson (1921)"

		Velocidad de hora		
$t = \phi - h$	Medio día solar	15° 00000	1.000000 m.s.d.	
$\phi = t + h$	Día sideral	15° 0410686	0.997270 m.s.d.	$(t - 4^m)$
$\tau = \phi - s$	Medio día lunar	14° 4920512	1.035050 m.s.d.	=24 hr 50,47 min
$s$	Mes trópico	0° 5490165	27.321582 days	} Periodo de variación De las declinaciones (oscilaciones en longitud)
$h$	Año trópico	0° 0410686	365.242199 days	
$p$		0° 0046418	8.847 years	Periodo de revolución De la Luna en el Perigeo
$N'$		0° 0022064	18.613 years	Periodo de revolución De los nodos lunares
$P_s$		0° 0000020	20,940 years	Period de revolución Del Sol sobre el Perihelio
$s - N$	Medio mes Draconitic	0° 5512229	27.21222 days	Oscilaciones de la Luna en latitude
$s - p$	Medio mes Anomalístico	0° 5443747	27.55455 days	Intervalo entre dos Pasos de la Luna

$s - h$	Medio mes sinódico	0° 5079479	29.53059 days	En el perigeo Retorno de las fases De la Luna
$s - 2h + p = (s - p) - 2(h - p)$		0° 4715211	31.812 days	Periodo de evection
$h - p_s$		0° 0410667	365.25964 days	Medio año anomalístico
$h - p$		0° 0364268	411.78471 days	-
$2(s-h)$		1° 0158958	14.76530 days	Period de la Variación

Observaciones:

- 1) El mes sinódico (29 días) da el Período Lunar y Solar, que es el intervalo fundamental para un análisis armónico.
- 2)  $\theta = t + h = \tau + s$ ;  $\tau = t + h - s$
- 3) La velocidad  $\sigma$  para cada hora se obtiene observando que una revolución de la Luna toma 27.3 días. Hay así un retraso diario de  $24 \text{ hr} / 27.3 = 50.47$  minutos.

Por otra parte, la Tabla 5 muestra las cinco longitudes  $s, h, p, N, p_s$  como funciones del tiempo solar medio.

*Tabla 5 "Longitudes de las variables en función del tiempo solar medio", (Doodson, 1921).*

Variable T: in Julian centuries of 36,525 mean solar days (unity) from 31 December 1899  
mean noon of Greenwich (origin)

$$s = 270^\circ 43659 + 481,267^\circ 89057T + 0.00198T^2 + 0.000002T^3$$

$$h = 279^\circ 469668 + 36,000^\circ 76892T + 0.00030T^2$$

$$p = 334^\circ 32956 + 4,069^\circ 03403T - 0.01032T^2 - 0.00001T^3$$

$$N = 259^\circ 18328 - 1,934^\circ 14201T + 0.00208T^2 + 0.000002T^3 = - N'$$

$$P_s = 281^\circ 22083 + 1^\circ 71902T + 0.00045T^2 + 0.000003T^3$$

Observaciones:

- 1)  $h$  y  $p_s$ : En la práctica astronómica para el principio de un año solar se toma el momento en que la longitud media del Sol es  $280^\circ$
- 2)  $N$ : El término T tiene signo negativo porque todas las longitudes aumentan en dirección Este excepto en N.

## Mareas Semi – Diurnas

En este tipo de mareas se presentan dos mareas altas y dos bajas, en el transcurso de un día lunar. Considerando que el día lunar tiene una duración de 24 horas 50 minutos, teóricamente cada 6 horas 13 minutos, se produce una pleamar o una bajamar.

### Ondas de Marea Semi – Diurnas

La expresión general para este primer tipo de onda es:

$$S = G \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos 2H$$

Donde:

$$G_s = G \cos^2 \varphi$$

$$H = \tau$$

### Ondas Lunares

La órbita lunar está inclinada  $5^\circ$  en la eclíptica y esta inclinación varía entre  $4^\circ 59'$  y  $5^\circ 18'$  en 173 días. La declinación de la Luna; por lo tanto, varía entre los límites máximos en  $+ 28^\circ 45'$  y  $- 28^\circ 45'$  en 27.321 días (mes tropical; Tabla 4).

Las ondas se separan en argumentos pares equidistantes a la de la onda fundamental  $G_s \cos 2\tau$

El significado de todas estas ondas es el siguiente:

- 1)  $M_2 \equiv G_s \cos 2\tau$  Onda Lunar Semi - Diurna dominante llamada  $M_2$ ; que corresponde a la marea Semi - Diurna producida por una Luna ficticia que describe una órbita circular en el plano del Ecuador con una velocidad igual a la velocidad media de la Luna real. Su período es igual a medio día lunar, que es 12 horas 25 minutos, que corresponde a una velocidad para cada hora de  $28^\circ 984$ .
- 2)  $N_2 \equiv \frac{1}{2} G_s m \cos(2\tau - s + p)$
- 3)  $L_2 \equiv \frac{1}{2} G_s m \cos(2\tau + s - p)$

Ondas elípticas Semi - Diurnas llamadas  $N_2$  y  $L_2$ .

Dado que  $s - p = 0^\circ 544$ , las velocidades para cada hora  $v$  y los períodos  $P$  de las dos ondas son:

$$\text{For } N_2, v = 28^\circ 984 - 0^\circ 544 = 28^\circ 440; P = 12 \text{ hr } 39 \text{ min}$$

$$\text{For } L_2, v = 28^\circ 984 + 0^\circ 544 = 29^\circ 528; P = 12 \text{ hr } 11 \text{ min}$$

Estas ondas muestran que la amplitud de las mareas es mayor cuando la Luna está en el perigeo y más débil cuando está en el apogeo. Ellas corresponden a los cuerpos imaginarios que alcanzarían su perigeo al mismo tiempo que la Luna imaginaria  $M_2$  ( $s - p = 0^\circ$ ); de forma semejante, cuando esta Luna está en su apogeo ( $s - p = 180^\circ$ ).

$${}^m K_2 \equiv \frac{n}{2} G_s \cos 2(\tau + s): \text{Declinación de la Onda Lunar Semi - Diurna.}$$

$$2s = 1^\circ 098$$

La velocidad de cada hora de  $K_2$  es  $28^\circ 984 + 1^\circ 098 = 30^\circ 082$  su período es 11 horas 58 minutos, esto es medio día sideral porque:

$$\tau + s = \theta, \text{ tiempo sideral}$$

El cálculo completamente desarrollado de todas las expresiones de  $(c/r)^3$  y de  $\cos^2 \delta$ ; Demuestra que las otras ondas tienen amplitudes que son relativamente débiles; y no son consideradas. De acuerdo con la explicación mencionada,  $N_2$  y  $L_2$  debían tener exactamente la misma amplitud. Pero esto no es tal porque la velocidad de la Luna en su órbita varía con el cuadrado de su distancia a la Tierra.

Al introducir este efecto adicional en las fórmulas se obtienen diversas amplitudes para  $N_2$  y  $L_2$ . Cuando la Luna está en su punto más cercano, la amplitud de las mareas debe ser la más grande. Por otra parte, la velocidad de la Luna en su órbita es mayor en este tiempo y el intervalo entre dos travesías del meridiano es mayor. Es; por lo tanto, la onda  $N_2$  con el período más largo, que corresponde a la más importante de la marea.

$N_2$  es la Onda Elíptica Principal

$L_2$  es la Onda Elíptica de menor importancia

### *Evection y Variación*

El Sol induce perturbaciones importantes en la órbita lunar.

Las principales son:

- 1) Si el perigeo Lunar siguiera siendo constante, el Sol se encontraría en la trayectoria del eje principal de la órbita lunar exactamente cada medio año, y su efecto en ese momento sería aumentar la elipticidad de la órbita lunar. Cuyo argumento es:

$$(s - p) - 2(h - p) = s - 2h + p$$

Este efecto se le llama *Evection* (perturbación solar de la órbita lunar) y causa la excentricidad de la órbita lunar que varía el 20 %.

- 2) En la Luna Llena y en la Luna Nueva, la excentricidad aumenta semejantemente por la atracción solar. El argumento es:

$$2(s - h)$$

A este efecto se le llama *Variación*.

Las ondas principales de *Evection* para  $M_2$  son dos llamadas:

$$\lambda_2 \text{ de argumento } 2\tau + (s - 2h + p)$$

$$v_2 \text{ de argumento } 2\tau - (s - 2h + p)$$

Y una onda de *Variación* para  $M_2$  llamada:

$$\mu_2 \text{ de argumento } 2\tau - 2(s - h)$$

Naturalmente hay ondas de *Evection* y *Variación* para  $N_2$  y  $K_2$ .

### *Ondas Solares*

$$H = t = \tau + s - h$$

El desarrollo es exactamente del mismo modo, pero es más simple cuando es tomado en su totalidad, ya que la elipticidad de la órbita de la Tierra es menos pronunciada y no es obligada a los grandes disturbios como los de la Luna.

Por lo tanto:

$$S_2 \equiv G'_s \cos 2t = G'_s \cos(2\tau - 2h + 2s) = \text{Onda solar Semi - Diurna dominante llamada } S_2$$

Corresponde a la marea producida por un Sol ficticio que describe una órbita circular en el plano del Ecuador, con una velocidad media igual a la del Sol verdadero.

Su periodicidad es, medio día solar; es decir, 12 horas 00 minutos. Y corresponde a una velocidad de cada hora de 30°.

$T_2 R_2$  – Ondas Principales Elípticas Solares de menor importancia.

$^S K_2$  Onda declinacional Solar su período es obviamente medio día sideral, cuyo argumento es:

$$2(t + h) = 2\theta = 2(\tau + s).$$

Por lo tanto, es absolutamente indistinguible de la Onda Lunar  $^m K_2$ . Esta componente especial está compuesta de una parte Lunar  $^m K_2$  y de una parte Solar  $^S K_2$ ; son inseparables y la parte Lunar representa el 68 % de la amplitud. La combinación ( $^m K_2 + ^S K_2$ ) =  $K_2$ ; y se llama Onda Semi – Diurna Luni – Solar.

### Mareas Diurnas

Este tipo de Mareas es característico en latitudes bajas, con una pleamar y una bajamar en el transcurso del día lunar. Considerando que el día lunar es de 24 horas 50 minutos. Se producirá una pleamar y una bajamar cada 12 horas 25 minutos. Existen igualmente Mareas Diurnas Irregulares con dos ciclos por día lunar pero con diferencia en las alturas y en los períodos de tiempo.

#### Ondas de Marea Diurnas

Ecuación General para este tipo de ondas:

$$T = G \operatorname{sen} 2\varphi \operatorname{sen} 2\delta \cos H = G_T \left(\frac{c}{r}\right)^3 \operatorname{sen} 2\delta \cos H,$$

$$\text{Donde : } G_T = G \operatorname{sen} 2\varphi$$

#### Ondas Lunares

$$H = \tau; \operatorname{sen} \delta \cong \operatorname{sen} \varepsilon \operatorname{sen} s, \cos \delta \cong 1$$

Donde:  $\xi$  es la inclinación de la órbita Lunar en el Ecuador.

El coeficiente de la onda fundamental de argumento  $\tau$  (velocidad para cada hora 14°492), que se llama  $M_7$ , es cero. Por lo tanto, no hay onda Diurna fundamental análoga a la  $M_2$  y corresponde a la misma Luna ficticia porque el resto del cuerpo esta en el plano del Ecuador ( $\delta = 0$ ,  $\operatorname{sen} 2\delta = 0$ ).

De esta manera habrá Ondas Diurnas solamente bajo forma Declinacional y Ondas Elípticas.

$${}^m K_1 \text{ Onda Declinacional de argumento } (\tau + s) = \theta : 14^\circ 492 + 0^\circ 549 = 15^\circ 041,$$

$$O_1 \text{ Onda Declinacional de argumento } (\tau - s) : 14^\circ 492 - 0^\circ 549 = 13^\circ 943,$$

El período de  ${}^m K_1$  es un día sideral.

Ondas Elípticas de  $O_1$ :

$$Q_1 \text{ De argumento } (\tau - s) - (s - p) : 13^\circ 943 - 0^\circ 544 = 13^\circ 399$$

$$\xi(O_1) \text{ De argumento } (\tau - s) + (s - p) : 13^\circ 943 + 0^\circ 544 = 14^\circ 481$$

Ondas Elípticas de  ${}^m K_1$ :

$$J_1 \text{ De argumento } (\tau + s) + (s - p) : 15^\circ 041 + 0^\circ 544 = 15^\circ 585$$

$$\xi({}^m K_1) \text{ De argumento } (\tau + s) - (s - p) : 15^\circ 041 - 0^\circ 544 = 14^\circ 491$$

Las dos ondas provisionales  $\xi(O_1)$  y  $\xi(K_1)$  tienen velocidad para cada hora que es muy similar porque sus argumentos diferencian solamente de  $2p$ . Diferencian levemente de la onda fundamental  $M_i$ ; y al considerar que las longitudes no son iguales a las ascensiones derechas, originan dos ondas nuevas de amplitud pequeña:  $OO_1$  (Lunar) y  $\varphi_1$  (Solar).

*Evection y Variación.*

Existen tales efectos aquí y son estudiados de la misma forma que en el caso de las Ondas de Marea Semi – Diurnas. Y dan lugar a las siguientes ondas llamadas  $\ell_1, \mathcal{G}_1, x_1, \sigma_1, SO_1, \tau_1$ , que todavía no forman parte en el análisis normal de las Mareas de la Tierra.

*Ondas Solares*

$$H = t = \tau + s - h$$

La declinación del Sol ficticio en el Ecuador es cero; consecuentemente no hay onda Solar Diurna fundamental  $S_1$ , cuyo período sería medio día solar con una velocidad para cada hora de  $15^\circ$ . Las Ondas Solares Diurnas también son exclusivamente Declinacionales y Elípticas:

${}^S K_1$  Onda Declinacional de argumento  $t + h = \theta : 15^\circ 000 + 0^\circ 041 = 15^\circ 041$ ,

$P_1$  Onda Declinacional de argumento  $t - h : 15^\circ 000 - 0^\circ 041 = 14^\circ 959$ .

La onda  ${}^S K_1$ , cuyo período es un día sideral, se combina con  ${}^m K_1$  para formar una onda Luni - Solar Diurna semejantemente a  $K_2$ .

Ondas Elípticas de  $P_1$  :

$\pi_1$  De argumento  $(t - h) - (h - p_s) : 14^\circ 959 - 0^\circ 041 = 14^\circ 918$

$\xi(P_1)$  De argumento  $(t - h) + (h - p_s) : 14^\circ 959 + 0^\circ 041 = 15^\circ 000$

Ondas Elípticas de  ${}^S K_1$  :

$\psi_1$  De argumento  $(t + h) + (h - p_s) : 15^\circ 041 + 0^\circ 041 = 15^\circ 082$

$\xi({}^S K_1)$  De argumento  $(t + h) - (h - p_s) : 15^\circ 041 - 0^\circ 041 = 15^\circ 000$

Las ondas  $\xi(P_1)$  y  $\xi({}^S K_1)$  se combinan en una onda que tiene la misma velocidad que la onda fundamental  $S_1$  (la diferencia es solamente  $\pm p$ , que tiene un período de 20000 años). Por lo tanto, el nombre que recibe es,  $S_1$ .

#### 4.5 Clasificación de Mareas

##### Los 3 Tipos de Mareas

La introducción a la idea del potencial (Lunar o Solar), del que se derivan todas las características de las Mareas de la Tierra, permite limitar el desarrollo matemático al estudio de esta función solamente y obtener de ella, usando una derivación conveniente, las características referentes a la marea que se desea investigar.

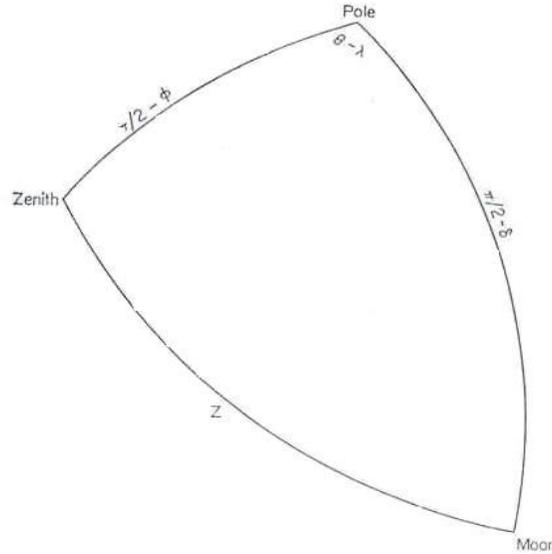


Figura 4.5 (Laplace, 1778).

Sin embargo, la expresión (1.11) del potencial  $W_2$  no es conveniente, porque es necesario introducir la coordenada local  $z$  del cuerpo perturbador bajo consideración. Por lo tanto, se sustituyen las coordenadas ecuatoriales generalmente ( $H$  ángulo de hora;  $\delta$ , declinación) y las coordenadas astronómicas del lugar de observación ( $\varphi$ ,  $\lambda$ ) usando el triángulo de posición de astronomía esférica (Figura 4.5).

$$\cos z = \text{sen } \varphi \text{ sen } \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H \quad (1.11)$$

Realizando el desarrollo matemático correspondiente se tiene finalmente:

$$W_2 = G \left( \frac{c}{r} \right)^3 \left\{ \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos 2H + \text{sen } 2\varphi \text{ sen } 2\delta \cos H + 3 \left( \text{sen}^2 \varphi - \frac{1}{3} \right) \left( \text{sen}^2 \delta - \frac{1}{3} \right) \right\}$$

La separación del potencial en tres términos como en la ecuación anterior es debido a Laplace, quien fue el primero en demostrar su notable significado y características geométricas.

Los tres términos representan los tres tipos de funciones armónicas esféricas superficiales de segundo orden de acuerdo con Laplace. (Figura 4.6):

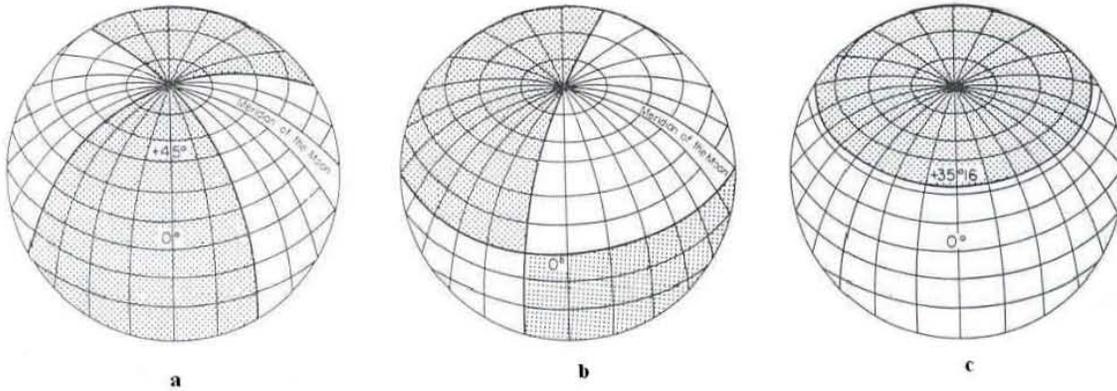


Figura 4.6 "Tipos de funciones armónicas esféricas superficiales", (Laplace, 1778).

a) La primera de estas funciones tiene como líneas nodales (líneas donde la función es cero), los meridianos localizados a  $45^\circ$  en cualquier lado del meridiano debajo del cuerpo de perturbación; estas líneas dividen a la esfera en 4 secciones donde es alternadamente positiva y negativa la función: las regiones donde es positivo  $W$  son de las mareas altas ( $\xi; > 0$ ), las regiones negativas son de las mareas bajas ( $\xi; < 0$ ). Esta función se llama "Función Sectorial", los períodos de las mareas a las cuales corresponde son Semi - Diurna y su amplitud es máxima en el Ecuador cuando la declinación del cuerpo que perturba es cero (cero en los polos) Laplace llamó a este tipo de marea, "Mareas del Tercer Tipo". Es importante observar que las variaciones de la distribución de las masas en la superficie de la Tierra obedecen a la distribución sectorial y no modifican la posición del polo de inercia ni el momento grande de inercia  $C$  (el cuál depende de la velocidad de rotación de la Tierra).

b) La segunda función tiene como líneas nodales un meridiano ( $90^\circ$  del meridiano del cuerpo que perturba) y un paralelo, el Ecuador. Esto es una "Función Tesseral"; las regiones en las cuales se divide la esfera cambian de signo con la declinación del cuerpo. El período correspondiente de las mareas es Diurna y la amplitud tiene su máximo en la latitud  $45^\circ$  N y  $45^\circ$  S cuando la declinación del cuerpo es máxima. Es siempre cero en el Ecuador y los polos. Laplace llamó a estos "Mareas del Segundo Tipo". Las variaciones de la distribución de las masas en la superficie de la Tierra que obedecen la distribución Tesseral causan el cambio en la posición del polo de inercia, pero no cambian el valor del momento grande de inercia  $C$ . (el potencial que perturba resulta de los movimientos del polo que tienen la misma forma).

c) En la tercera; Función Zonal, la función solamente dependiente de la latitud. Sus líneas nodales son los paralelos  $+35^\circ 16'$  y  $-35^\circ 16'$ . Puesto que solamente el cuadrado de la función seno de la declinación del cuerpo, su período será 14 días en el caso de la Luna y seis meses en el caso del Sol. Éstas son las mareas de Laplace del "Primer Tipo". Las variaciones de la distribución de las masas en la superficie de la

Tierra obedecen la distribución zonal, no mueven el polo de inercia pero cambian el momento grande de inercia C. Debemos por lo tanto contar con variaciones en la velocidad de rotación de la Tierra teniendo períodos altos. El nivel de la superficie será presionado cerca de 28 centímetros en el polo y levantada cerca de 14 centímetros en el Ecuador: el efecto de esta marea permanente es aumentar; levemente, el constante aplanar de la Tierra. (La diferencia entre los ejes grandes y pequeños del esferoide terrestre es cerca de 21.37 Km).

Función Zonal: Ondas de Periodo Largo

Ecuación General:

$$Z = 3G \left( \text{sen}^2 \varphi - \frac{1}{3} \right) \left( \text{sen}^2 \delta - \frac{1}{3} \right),$$

$$= 3G_z \left( \text{sen}^2 - \frac{1}{3} \right) = 3G_z \left( \frac{1}{3} - \cos 2\delta \right)$$

La variación de la declinación de la Luna tiene un período de 27.321 días solares medios, que corresponden a una velocidad para cada hora de 0°549.

El período Lunar fundamental es 13.66 días; llamada  $M_f$  (Luna, bisemanal), su velocidad es 1°098 por media hora solar y su argumento es 2s. Las Ondas Elípticas se unen con el término constante y  $M_f$  conservando el más importante:

$$M_m \text{ (Luna, mensual): } s - p = 0^\circ 5490 - 0^\circ 0046 = 0^\circ 5444.$$

Las Ondas Solares correspondientes se llaman  $S_{sa}$  (Sol, Semi – anual) y  $S_a$  (Solar anual), que es la onda elíptica de  $S_{sa}$ .

Clasificación Sistemática de las Ondas de Marea.

Doodson introdujo una notación muy lista que hace posible la clasificación automática de todas las Ondas de Marea; deducida de la teoría, en orden de su aumento de velocidad. El parámetro usado, que él llamó “Número de Argumento”, se puede deducir de la expresión matemática del argumento de la regla siguiente: se escribe el argumento en función de seis variables independientes:

$$a \tau + b s + c h + d p + e N' + f p_s,$$

Las variables son arregladas siempre en el mismo orden. Entonces se obtiene el número de argumento por la combinación de seis cifras sucesivas.

$$a, (b + 5), (c + 5), (d + 5), (e + 5), (f + 5)$$

Esto resulta ya que los valores tomados por  $a$  son 0, 1, 2, 3..., siempre positivo, mientras que los otros coeficientes varían generalmente de  $-4$  a  $+4$ . El cambio de signo de  $N$  aquí es muy útil.

Las primeras tres variables tienen la velocidad más grande; separando los tres primeros números de los tres últimos por un punto.

Algunos ejemplos son (Doodson, 1921):

<i>Para</i>	<i>Argumento</i>	<i>i</i>
$M_2$	$2\tau$	255.555
$S_2$	$2\tau - 2h + 2s$	273.555
$N_2$	$2\tau - s + p$	245.655
$R_2$	$2\tau - h + 2s - p_s$	274.554
$Q_1$	$\tau - 2s + p$	135.655
$\pi_1$	$\tau + s - 3h + p_s$	162.556
$J_1$	$\tau - h + 2s - p_s$	175.455
$M_f$	$2s$	075.555

La Tabla 6 (Doodson, 1921) da el Número de Argumento para cada onda mencionada, aquí los índices se clasifican en orden de aumento y las ondas se clasifican en esta tabla según su aumento de velocidad.

Tabla 6 "Números de Argumentos para las ondas de Doodson"

	Número de				Origen
Símbolo	Argumento	Argumento	Frecuencia	Amplitud	(L, lunar; S, solar)
Longitud y Periodo de la Componentes					
$M_o$	55.555	O	0°, 000000	+ 50458	L constant flattening
$S_o$	55.555	O	0°, 000000	+23411	S constant flattening
$S_a$	56.554	$h - p_s$	0°, 041067	+1176	S elliptic wave
$Ss_a$	57.555	$2h$	0°, 082137	+7287	S declinational wave
$M_m$	65.455	$s - p$	0°, 544375	+8254	L elliptic wave
$M_f$	75.555	$2s$	1°, 098033	+15642	L declinational wave

Componentes Diurnas					
$Q_1$	135.655	$(\tau - s) - (s - p)$	13°, 398661	+7216	L elliptic wave of $O_1$
$O_1$	145.555	$\tau - s$	13°, 943036	+37689	L principal lunar wave
$M_1$	155.655	$(\tau + s) - (s - p)$	14°, 496694	-2964	L elliptic wave of ${}^mK_1$
$\pi_1$	162.556	$(t - h) - (h - p_s)$	14°, 917865	+1029	S elliptic wave of $P_1$
$P_1$	163.555	$t - h$	14°, 958931	+17554	S solar principal wave
$S_1$	164.556	$(t + h) - (h - p_s)$	15°, 000002	-423	S elliptic wave of ${}^sK_1$
${}^mK_1$	165.555	$\tau + s = \theta$	15°, 041069	-36233	L declinational wave
${}^sK_1$	165.555	$t + h = \theta$	15°, 041069	-16817	S declinational wave
$\psi_1$	166.554	$(t + h) + (h - p_s)$	15°, 082135	-423	S elliptic wave of ${}^sK_1$
$\varphi_1$	167.555	$t + 3h$	15°, 123206	-756	S declinational wave
$J_1$	175.455	$(\tau + s) + (s - p)$	15°, 585443	-2964	L elliptic wave of ${}^mK_1$
$OO_1$	185.555	$\tau + 3s$	16°, 139102	-1623	L declinational wave
Componentes Semi - Diurnas					
$2N_2$	235.755	$2\tau - 2(s - p)$	27°, 895355	+2301	L elliptic wave of $M_2$
$\mu_2$	237.555	$2\tau - 2(s - h)$	27°, 968208	+2777	L variation wave
$N_2$	245.655	$2\tau - (s - p)$	28°, 439730	+17387	L major elliptic wave of $M_2$
$\nu_2$	247.455	$2\tau - (s - 2h + p)$	28°, 512583	+3303	L evection wave
$M_2$	255.555	$2\tau$	28°, 984104	+90812	L principal wave
$\lambda_2$	263.655	$2\tau + (s - 2h + p)$	29°, 455625	-670	L evection wave
$L_2$	265.455	$2\tau + (s - p)$	29°, 528479	-2567	L minor elliptic wave of $M_2$
$T_2$	272.556	$2t - (h - p_s)$	29°, 958933	+2479	S major elliptic wave of $S_2$
$S_2$	273.555	$2t$	30°, 000000	-42286	S principal wave

$R_2$	274.554	$2t + (h - p_s)$	30°, 041067	-354	S minor elliptic wave of $S_2$
${}^mK_2$	275.555	$2(\tau + s) = 2\theta$	30°, 082137	+7858	L declinational wave
${}^sK_2$	275.555	$2(t + h) = 2\theta$	30°, 082137	+3648	S declinational wave
Componentes Ter - Diurnal					
$M_3$	355.555	$3\tau$	43°, 476156	-1188	L principal wave

Los tres índices pasados representan solamente efectos de una variación muy lenta, los argumentos de estas ondas se distinguen solamente del número de argumento y serán separables solamente si se tiene disponible un largo tiempo de observaciones continuas. De otra manera es imposible separar las dos ondas que forman la  $S_1$ , que tiene índices de 164.556 y 164.554.

La primera sección de tres cifras del número de argumento; se llama "Número Constitutivo" porque distingue las ondas de Marea que podemos separar con que se tengan observaciones de por lo menos un año.

Las dos primeras cifras del número de argumento es el número de grupo que caracteriza las Ondas de Marea separables a partir de un mes de observaciones. Entonces la primera cifra es precisamente el número de especie (Tipo de Marea) de Laplace; los tipos de mareas Semi - Diurnas y Diurnas son separables solamente después de algunos años de observaciones.

Aplicando este método de clasificación y de deducciones obtenidas a las observaciones de un mes, (se considera un intervalo estándar para el análisis al estudiar las mareas de la Tierra); se pueden separar los siguientes grupos de ondas.

Grupo	Onda
13	$Q \ell_1$
14	$O_1$
15	$M_1$
16	$\pi_1, P_1, S_1, K_1, \psi_1, \varphi_1$
17	$J_1$
18	$OO_1$

23	$2 N_2, \mu_2$
24	$N_2, v_2$
25	$M_2$
26	$\lambda_2, L_2$
27	$T_2, S_2, R_2, K_2$

En una segunda aproximación, basada en relaciones de carácter puramente teórico, será necesario aislar las ondas principales de los grupos múltiples. Calculando esta segunda aproximación para asegurar el conocimiento de las ondas:

$$K_1, \mu_2, N_2, L_2, S_2$$

Para hacer esto se debe omitir especialmente ondas  $P_1$  y  $K_2$  que son ondas de amplitud importante (se excluyen también  $\pi_1, S_1, \psi_1, \varphi_1, 2 N_2, v_2, \lambda_2, T_2, R_2$ ) porque bajo estas condiciones, los resultados no son independiente de los dados antes; El valor obtenido para  $N_2$ ; por ejemplo, implica automáticamente el valor atribuido a  $v_2$ , debido a las relaciones teóricas usadas en el cálculo de la segunda aproximación.

## Capítulo 5 “Mediciones de los niveles de agua dentro del Piezómetro”

### 5.1 Nivel de aguas freáticas (N. A. F.) dentro de la masa de suelo

Nivel Freático: “Superficie que constituye el lugar geométrico de los puntos en que el agua posee una presión igual a la atmosférica que, en cuestiones de flujo en que se trabaja normalmente con presiones manométricas, se considera igual a cero” (Badillo, 2002).

En condiciones estáticas del agua de un cierto suelo, el nivel freático sería una superficie horizontal; sin embargo, admitiendo que el agua fluye dentro de la masa de suelo, no hay razón para que el nivel freático siga siendo horizontal, de hecho naturalmente no lo es.

Una masa de suelo, esta constituida por una parte de material sólido, otra parte por líquidos y otra parte esta ocupada por gas. Cuando se empieza a bajar de la superficie de la Tierra, se notará cada vez que va existiendo un mayor contenido de agua, hasta el punto en que el contenido de aire está totalmente ocupado por el agua, a este punto donde se halla sólo parte sólida y la parte de agua, es llamada *Nivel Freático* (Figura 5.1).

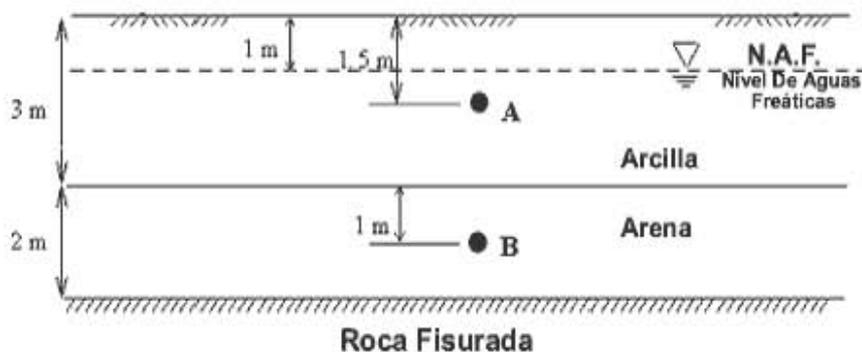


Figura 5.1 Posición del N. A. F. (Construaprende).

Las aguas freáticas, son entonces las aguas que se encuentran cuando el suelo esta saturado y están por debajo de este nivel freático.

El nivel freático es muy variable tal que en verano, cuando el calor se hace más intenso; el nivel freático baja, por el proceso de evaporación que genera el calor. Así también, el nivel freático en el tiempo de lluvia sube y puede llegar hasta muy altos niveles; es decir, a muy poca profundidad, el sitio donde empiezan

las aguas freáticas, es un factor importante en la construcción ya que modifica las propiedades de los suelos en los que se construye.

Esta observación se obtiene también por medio del laboratorio, después de sacar una muestra de suelo, extraída por medio de un cilindro hincado en la tierra, girando este para poder cortar abajo, se extrae el cilindro de tierra, el cual se analiza para conocer el punto donde el suelo se encuentra saturado, al medir la distancia desde la superficie de la tierra hasta el punto donde el suelo esta saturado, se determina entonces el *Nivel Freático*.

El reconocimiento de las aguas freáticas se obtiene por medio de los pozos de observación, el cual es utilizado para medir la altura piezométrica de las aguas subterráneas, y en particular para observar la frecuencia y magnitud de los cambios en la altura u otros parámetros físicos o químicos. Sus parámetros de diseño incluyen: la profundidad de la rejilla de entrada y la frecuencia de las mediciones. Con objeto de contrarrestar la presencia generalizada de variaciones de profundidad en la carga hidráulica se pueden utilizar piezómetros anidados o grupos de pozos contiguos.

Otra manera de encontrar el punto donde el suelo se haya saturado de agua, es por medio del ensayo de contenido de agua, el cual permite saber, qué porcentaje de agua hay en los vacíos del suelo, cuando este porcentaje sea 100%, querrá decir que este suelo esta saturado; por lo tanto, este suelo se encuentra dentro de las aguas freáticas, este tipo de ensayo no es muy eficiente ya que se desconoce cuales son las causas de saturación del suelo, ya que probablemente se trate de saturación por medio de filtraciones o por capilaridad, por lo tanto el nivel freático no puede ser representativo.

### **Capilaridad de las Aguas Freáticas**

El proceso de capilaridad se conoce como el ascenso que tiene un líquido al estar en contacto con las paredes de un tubo de diámetro pequeño. Si se toma a la masa de suelo, como un gran conjunto de poros, los cuales están comunicados, se tendría una gran red de tubos capilares, los cuales permiten el efecto de capilaridad del agua freática. Al subir el agua por un tubo capilar, produce esfuerzos de tensión en la parte superior del agua que esta dentro del tubo capilar.

Para que se presente la capilaridad del agua freática en un suelo, el suelo debe ser fino, para que los poros que haya entre las partes sólidas del suelo, sea tan pequeño como un tubo capilar. En un suelo como

una grava gruesa, no se produce el fenómeno, haciendo estos suelos gruesos muy utilizados en la construcción cuando se tienen niveles freáticos altos.

## **5.2 Definición y partes del Piezómetro**

La determinación "in situ" de las presiones neutrales es un problema de gran trascendencia en los aspectos prácticos de la Mecánica de Suelos, pues ese concepto juega un papel fundamental en las actuales teorías, sobre todo en Consolidación y en Resistencia al Esfuerzo Cortante de los Suelos; la aplicación de tales teorías a los problemas prácticos exige entonces el efectuar mediciones directas que permitan evaluar la presión neutral en el caso particular que se trate.

Los piezómetros son los aparatos cuya función es medir la presión neutral en el suelo en un punto determinado, a una cierta profundidad. Es un tubo de pequeño diámetro conectado hidráulicamente a donde se tiene reconocimiento del nivel de aguas freáticas, en su interior el agua alcanza una altura que equilibra la presión del agua en el punto de conexión.

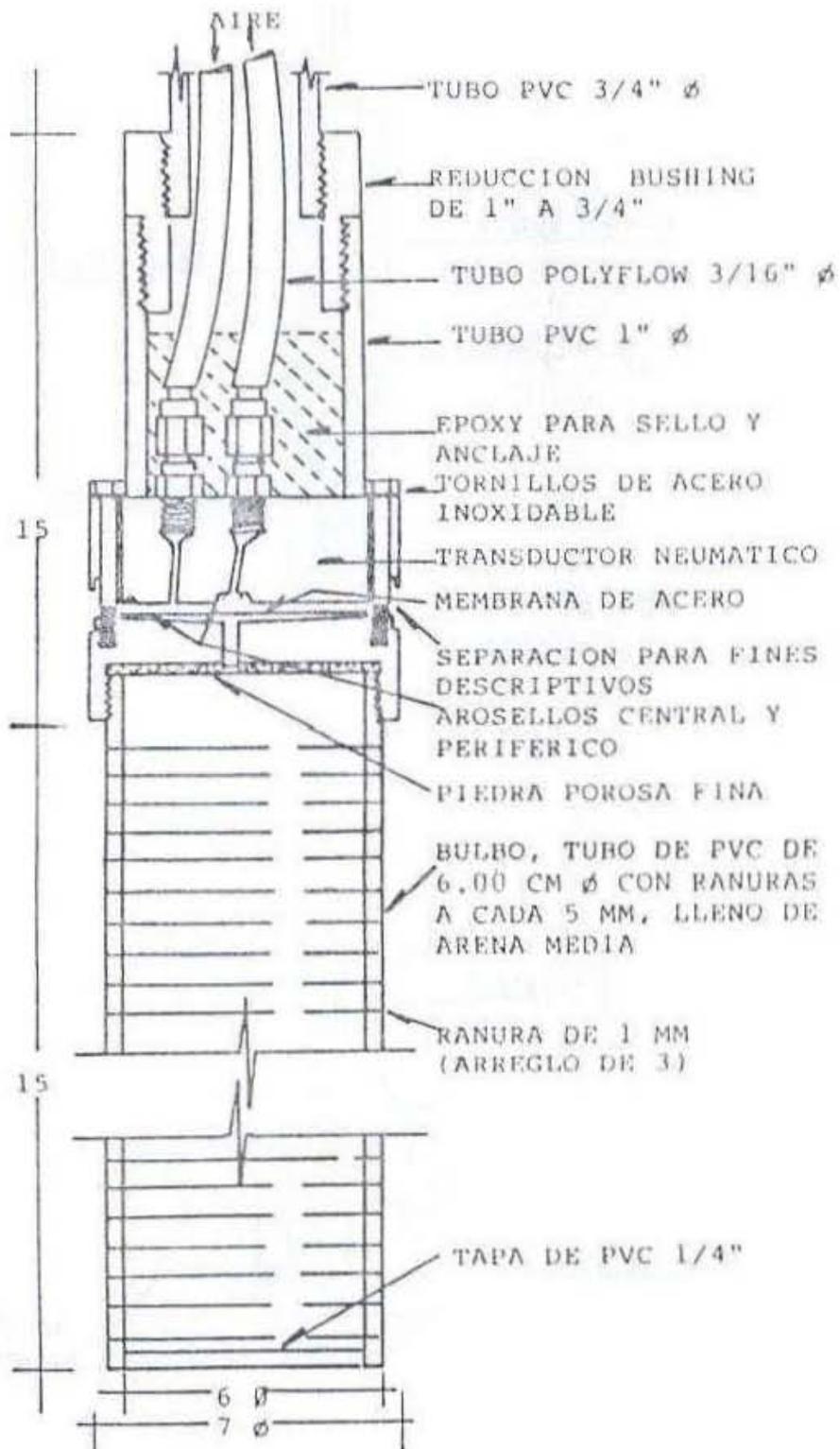
El principio con el que trabajan es, simplemente el hecho conocido según el cual la presión que pueda existir en el agua en el extremo inferior de un tubo puede equilibrarse con una cierta columna de agua actuante en dicho tubo.

Un piezómetro es un tubo con extremo inferior poroso que se coloca en el suelo a la profundidad a que se desee medir la presión en el agua. Si el nivel de equilibrio del agua en el tubo es igual al nivel neutral representado por el nivel freático, querrá decir que, en el punto medido la presión en el agua es la correspondiente a la condición hidrostática.

Una altura de la columna equilibrante mayor que el nivel de aguas freáticas indica la existencia de una presión en exceso de la hidrostática, que podrá calcularse automáticamente del desnivel observado en la columna de agua. Similarmente una presión en el agua, menor que la hidrostática, quedará indicada por un menor nivel de la columna piezométrica respecto al nivel freático.

El uso de piezómetros en el campo ha permitido seguir de cerca los procesos de consolidación inducidos por la aplicación superficial de cargas, bombeo de mantos acuíferos, evaporación superficial, etc.





Piezómetro Neumático "Para suelos cohesivos compactados (presión de poro)" (Flores, 2000).

### 5.3 Flujo de Agua en Suelos

Hasta hace apenas unos 40 años el proyecto de las presas y estructuras de retención de agua hechas con suelos se basaba casi exclusivamente en reglas empíricas que los constructores se transmitían por tradición oral; se adoptaban las secciones de obras que habían resistido satisfactoriamente el embate del tiempo y de las aguas, independientemente de la naturaleza de los materiales constituyentes y de las características del terreno de cimentación.

Las bases para un análisis racional de los problemas prácticos que comporta la infiltración del agua a través de los suelos fueron establecidas por Darcy.

#### Ley de Darcy

El flujo de agua a través de medios porosos, de gran interés en la Mecánica de Suelos, esta gobernada por una ley descubierta experimentalmente por Henri Darcy en 1856. Darcy investigó las características del flujo de agua a través de los filtros, formados precisamente por materiales térreos, lo cual es particularmente afortunado para la aplicación de los resultados de la investigación a la Mecánica de Suelos.

Trabajando con dispositivos de diseño especial, esencialmente reproducidos en la Figura 5.1, Darcy encontró que para velocidades suficientemente pequeñas, el gasto queda expresado de la siguiente manera:

$$Q = \frac{dV}{dt} = kAi \left( \frac{cm^3}{seg} \right) \quad (5.1)$$

Donde: A es el área total de la sección transversal del filtro e i el gradiente hidráulico del flujo, medido con la siguiente expresión:

$$i = \frac{h_1 - h_2}{L}$$

En cualquier punto del flujo la altura piezométrica h es la carga de la elevación z del punto, más la carga de presión en dicho punto  $(p / \gamma_w)$

La carga de velocidad se desprecia en razón de la pequeñez de las velocidades que el agua tiene a través del medio poroso. La diferencia  $h_1 - h_2$  representa la pérdida de energía sufrida por el flujo en el desplazamiento L; esa energía perdida se transforma en calor.

En la Figura 5.1 el agua fluye de un punto a menor presión a otro de mayor y es que la carga hidráulica total es suma de los dos factores mencionados y no sólo de la presión; es claro que en flujo horizontal el gradiente de presión sí será proporcional al gradiente hidráulico y el flujo tendrá que ocurrir en el sentido de las presiones descendentes.

La ecuación de continuidad del gasto establece que:

$$Q = Av \quad (5.2)$$

Siendo  $A$  el área del conducto y  $v$  la velocidad del flujo. Sustituyendo (5.2) en (5.1) se deduce que:

$$v = ki$$

O sea, que el intervalo en que la ley de Darcy es aplicable, la velocidad del flujo es directamente proporcional al gradiente hidráulico; esto indica que, dentro del campo de aplicabilidad de la ley de Darcy, el flujo en el suelo es laminar. Darcy construyó sus filtros de arenas finas, generalmente, de lo cual se deduce que ya en estos suelos el flujo del agua es laminar, por lo menos mientras las cargas hidráulicas no sean excesivas. En suelos más finos, el agua circula a velocidades aún menores; por lo que, con mayor razón, el flujo también será laminar; por lo que quedan excluidos las gravas limpias, cantos rodados, etc.

Posteriormente a Darcy, el siguiente paso fundamental en el avance del conocimiento fue dado alrededor de 1880 por Ph. Forchheimer, quién demostró que la función carga hidráulica que gobierna un flujo en un medio poroso es una función armónica; es decir, que satisface la ecuación de Laplace. Forchheimer desarrolló las bases para el método gráfico que hoy se conoce con el nombre de "Método de las Redes de Flujo".

Al resolver un problema práctico de flujo de agua, tal como el análisis de las infiltraciones a través de la cortina y del terreno de cimentación de una presa de tierra, el ingeniero obtiene información fundamental respecto a tres cuestiones trascendentales:

1. El gasto de infiltración a través de la zona de flujo.
2. La influencia del flujo de agua sobre la estabilidad general de la masa de suelo a través de la que ocurre.
3. Las posibilidades del agua de infiltración de producir arrastres de material sólido, erosiones, tubificación, etc.

La primera cuestión es importante porque todo el gasto que se infiltra a través de una cortina o bordo de tierra representa una pérdida que debe ser cuantificada.

La segunda cuestión suele ser la más importante de las conectadas con los problemas de flujo de agua en suelos, a lo menos desde un punto de vista práctico. Cuando el agua fluye, la presión a la que esta sujeta es; por definición, hidrodinámica y este hecho produce varias repercusiones importantes. En primer lugar, dependiendo de la dirección del flujo, la presión hidrodinámica puede alterar el peso específico sumergido del suelo; por ejemplo, si el agua fluye verticalmente hacia arriba, se ejerce un efecto boyante sobre las partículas del suelo, que equivale a la disminución de su peso específico. En segundo lugar y de acuerdo con la ecuación de Coulomb:

$$s = (\sigma - u) \operatorname{tg} \phi$$

El aumento en la presión del agua produce la correspondiente disminución de la presión efectiva y por lo tanto de la resistencia al esfuerzo cortante del suelo, de modo que una estructura que se haya revelado estable en condición exenta de flujo, deberá ser revisada desde este punto de vista suponiéndola sujeta a flujo, siempre que esta condición sea susceptible de presentarse.

La tercera cuestión es también de gran importancia práctica, pues el agua al infiltrarse a través del suelo puede producir particularmente en ciertas zonas, arrastres de partículas sólidas que, en el caso en que no reciban la debida atención del proyectista o del ingeniero, pueden llegar a poner en peligro la estabilidad de la obra de tierra, al dejarla materialmente surcada por túneles y galerías formadas por erosión.

El agua del suelo puede clasificarse en tres categorías, dependiendo de su movilidad dentro de él. En primer lugar está el agua adsorbida, ligada a las partículas del suelo por fuerzas de origen eléctrico, que no se mueve en el interior de la masa porosa y que; por lo tanto, no participa en el flujo. En segundo lugar; aparece el agua capilar, cuyo flujo presenta gran importancia en algunas cuestiones de Mecánica de Suelos, tales como el hundimiento de un pavimento por flujo ascendente y otras análogas. Sin embargo, en la mayoría de los problemas de filtración de agua, el efecto del flujo en la zona capilar es pequeño y suele despreciarse en atención a las complicaciones que plantearía al ser tomada en cuenta teóricamente su influencia. En tercer y último lugar, existe en el suelo la llamada agua libre o gravitacional que, bajo el efecto de la gravedad terrestre, puede moverse en el interior de la masa sin otro obstáculo que el que le impone su viscosidad y la trama estructural del suelo.

En una masa de suelo, el agua gravitacional está separada del agua capilar por una superficie a la que denomina "Nivel Freático"

No siempre es fácil de definir ni de localizar el nivel freático; en un suelo suficientemente fino, al hacer una excavación el espejo de agua que se establece con el tiempo define al nivel freático, pero tal superficie distintiva no existe en el suelo adyacente, ya que arriba de este nivel el suelo puede estar totalmente saturado por capilaridad y, por lo tanto, en ese suelo el nivel freático no tiene existencia física o real.

### **Pozos**

El agua subterránea puede aparecer en dos zonas diferentes: la de aireación y la de saturación. En la zona de aireación, los poros del suelo están parcialmente rellenos de agua y parcialmente rellenos de aire. En la zona de saturación, el agua llena totalmente los vacíos del suelo. Al lugar geométrico de los puntos en la zona de saturación en que la presión del agua es igual a la presión atmosférica se le llama nivel de aguas freáticas o nivel freático. La zona de saturación esta situada sobre un manto impermeable o Semi – impermeable y por su parte superior puede estar limitada también por capas impermeables, semipermeables o permeables; cuando la frontera superior de la zona de saturación es permeable es cuando se define un nivel freático. En este último caso, el nivel hasta el que el suelo está totalmente saturado sobrepasa algo al nivel freático; ello es por efectos de ascensión capilar del agua y la altura de invasión del agua capilar depende sobre todo, de la naturaleza del propio suelo, en particular de la granulometría y estructuración.

El acuífero artésiano o confinado es aquel en que el agua del subsuelo está confinada a presión, entre estratos impermeables o Semi – permeables, de tal manera que el nivel piezométrico correspondiente al estrato está a nivel superior que la frontera más alta del mismo, por lo que si se abre un pozo, el agua subirá por encima de esta frontera; Puede o no alcanzar el nivel del terreno y según ello suceda se tendrá un pozo brotante o no brotante.

El agua en un pozo artésiano marca el nivel de las presiones hidrostáticas en el acuífero en el sitio en que se abrió el pozo; la superficie imaginaria definida por esos niveles es la superficie piezométrica del acuífero artésiano. Las elevaciones o descensos del nivel de agua dentro de un pozo artésiano se deben más a cambios de presión en el acuífero que a cambios en el volumen de almacenamiento.

Un acuífero libre o no confinado es aquel en que la superficie superior de la zona de saturación está a la presión atmosférica (nivel freático); las elevaciones o descensos del nivel freático corresponden a cambios en el volumen de almacenamiento y no a cambios de presión en el agua.

El flujo del agua hacia un pozo puede idealizarse como un flujo tridimensional con simetría axial (siendo el eje del pozo el eje de simetría) de un flujo homogéneo a través de un medio poroso.

#### **5.4 Efecto de la marea en los niveles estáticos de los Piezómetros**

##### **Observación de las Expansiones Cúbicas de la Corteza causada por la Mareas**

El tamaño de estos fenómenos geofísicos es absolutamente considerable en algunos lugares: su importancia se debe al efecto que resulta de la expansión cúbica asociada a la deformación de la corteza.

Considerando que la extensión de tierra subterránea es extremadamente limitada se puede disminuir la posibilidad que se trate de un movimiento mismo del fondo; es decir, la expansión del suelo en este caso no se debe al movimiento mismo de la tierra subterránea, si no que se trata del movimiento que sufre el agua misma cuando se presenta el fenómeno de marea, por ello mismo la causa se debe a las deformaciones del material circundante. El líquido actúa entonces como "Indicador de deformación" en forma similar a un manómetro.

Cuando una tierra subterránea presenta mareas Luni – Solares que proporcionan una imagen de las mareas de la Tierra sólida, se puede observar dos tipos de marea en el agua subterránea con características absolutamente distintas que corresponden a dos clases exactamente de mareas de la Tierra, cuyos efectos son conocidos como directos e indirectos.

En el capítulo 4 se mencionó la importancia de estos efectos indirectos, considerados como factores que disturban para los efectos directos, son muy variables según el aspecto de la deformación que es estudiada. Un estudio teórico hecho por I. Ozawa (1963) basado en la llamada solución de Boussinesq, demuestra que los efectos directos se deben liberar de todos los efectos indirectos en las expansiones cúbicas.

Sin embargo esta solución matemática en las hipótesis es absolutamente incompleta, y aunque se puede considerar valioso a cierta distancia de la costa (que no está ciertamente tan en la costa), pues las

observaciones incontables lo han demostrado. *Las mareas causadas por la compresión en la costa son casi exactamente en fase igual a la marea oceánica, porque la marea alta del mar presiona en la costa causando así que el nivel de agua en los pozos suba. Estos efectos son extremadamente comunes afectando todos los pozos costeros.*

### **Observación del Efecto de Marea en el “Underground Bed” lejos del Océano**

La definición de “Underground Bed”, según lo utilizado en este tema se refiere a cualquier fondo subterráneo de material líquido o viscoso.

Las observaciones descritas en este punto se refieren a fondos de agua, aceite y la lava fundida. Son tres criterios esenciales los que permiten determinar si las variaciones observadas en los niveles de los pozos tienen su origen alternadamente por los efectos de expansión – compresión en el fondo subterráneo sujeto a la corteza terrestre.

En primer lugar, la fase de los fenómenos debe ser  $180^\circ$  (oposición de fase), esto indica que se observa una marea alta en el pozo en el momento en que el cálculo de la atracción Luni – Solar indica una marea baja. Esto es natural en lo que a la marea calculada se refiere en la corteza de la Tierra, en la marea baja ocurre una compresión que causa una subida importante en el nivel del fondo subterráneo y viceversa.

El segundo criterio es importante también; ocupando solamente un fenómeno de marea de la Tierra, pudiendo probar que varios componentes (ondas) observados en las variaciones del nivel de un pozo están, en la misma relación según lo pronosticado por los mecánicos celestiales. Es obvio que a menos que se conozca el volumen del líquido conforme a la expansión – compresión será imposible calcular el valor de la marea que debe observarse. Se puede; sin embargo, decir que la amplitud de la marea solar Semi – Diurna ( $S_2$ ) es 46% la marea lunar principal Semi – Diurna ( $M_2$ ), la amplitud de la marea Semi – Diurna debido a la elipticidad de la órbita lunar ( $N_2$ ) es 19% la marea lunar principal Semi – Diurna ( $M_2$ ), etc. El tipo de marea debe corresponder al tipo de marea estática para la latitud correspondiente.

Finalmente, si tenemos varios meses de observaciones disponibles, se puede aplicar el tercer criterio: las características de varias ondas separadas por el análisis armónico de cada mes de grabación deben convenir dentro de los límites de error que mide (amplitudes y fases).

No ha sido posible aplicar estos tres criterios a todos los ejemplos sabidos actualmente, porque en muchos casos los resultados publicados son escasos. Por lo tanto, se han seleccionado todos aquellos pozos para los cuales las tablas de valores o de gráficos de cada hora cubren por lo menos quince días. Los pozos incluidos son: Duchov (Checoslovaquia); Turnhout, Basecles y Heibaart (Bélgica); Iowa City, Carlsbad y Oak Ridge (E. U. A) y Kiabukwa (Congo).

Los niveles del fondo subterráneo muestran generalmente una sensibilidad muy grande a las variaciones de la presión atmosférica. Hay, sin embargo, una excepción, la fuente de Kiabukwa (Congo), (Figura 5.2).

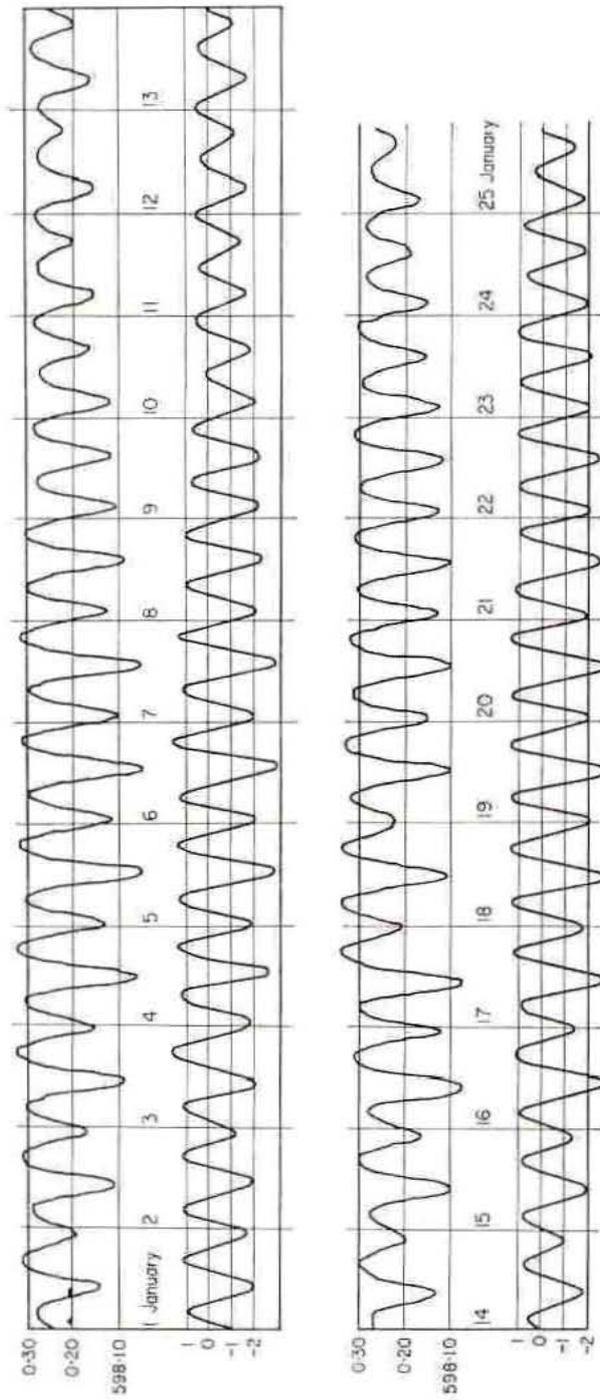
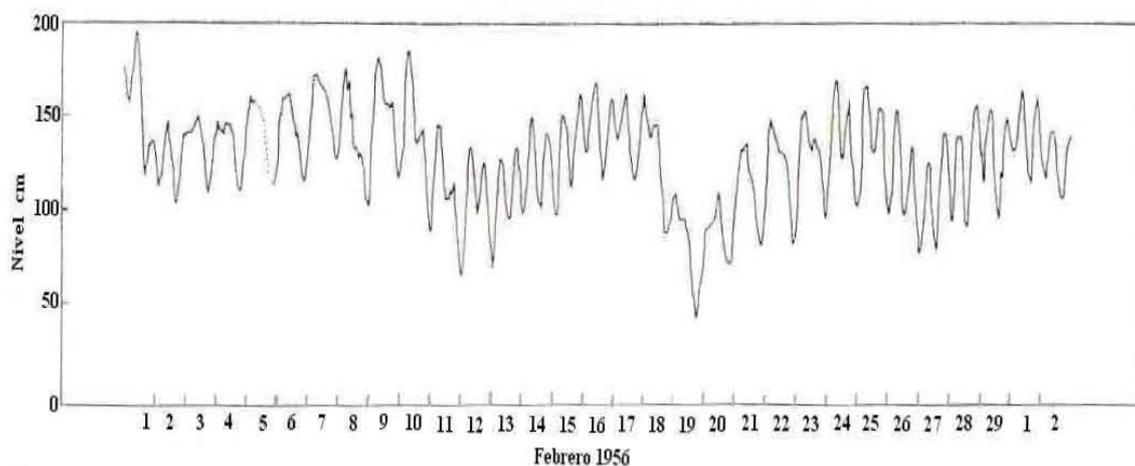


Figura 5.2 "Comparación de las variaciones del nivel en el pozo de Kiabukwa (Congo) (arriba) del 1 al 25 de Enero de 1954 con la curva teórica de la expansión cúbica (abajo).

Mientras que la Figura 5.3, muestra las variaciones del nivel en Turnhout (Bélgica), particularmente sugestivo al respecto. Por lo tanto, es necesario eliminar tales efectos antes de realizar el análisis armónico.



*Figura 5.3 Variación del nivel en el pozo de Turnhout (Bélgica) después de eliminar el efecto de la presión atmosférica*

En Basècles, también en Bélgica, este efecto de la presión atmosférica no es importante. Para Kiabukwa no es existente. Para Turnhout, se hizo un estudio en 1956 por un cálculo de la correlación con variaciones en la presión atmosférica. Para los otros seis pozos se han eliminado estos “drift” aplicando la combinación de ordenadas de Pertsev.

Las mareas en Kiabukwa cuya latitud es  $7^{\circ}$  S, son por lo tanto mareas de tipo Semi – Diurna, mientras que las mareas en los otros seis otros pozos (latitud media:  $45^{\circ}$  N) muestran componentes Diurnos importantes.

Los resultados en la Tabla 7 para cada uno demuestran claramente que los criterios indicados en lo que se refiere a los efectos directos de la marea de la Tierra están confirmados. Los valores medios mostrados en la Tabla 8 muestran que esta reexaminación es casi exacta.

TABLA 7

Estaciones	Kiabukwa (Congo - Katanga)	Carlsbad (U.S.A - New Mexico)	Oak Ridge (U.S.A - Tennessee)	Iowa City (U.S.A - Iowa)	Duchov (Czecho- slovakia)	Turnhout (Belgium)	
Latitud	0- 7° 47'	0+ 32°18'	0+ 35°55'	0+ 41°39'	0+ 50°37'	0+ 51°19'	
Lenght in days and epoch	62 (1954)	60 (1938)	15 (1952)	28 (1939)	93 (1879)	62 (1956)	
Amplitudes (cm)	M <sub>2</sub>	7.53	0.45	2.16	1.15	1.39	1.48
	S <sub>2</sub>	3.95	0.25	0.93	0.50	0.72	0.68
	N <sub>2</sub>	1.49	0.09	-	0.33	0.24	0.24
	L <sub>2</sub>	0.55	0.03	-	-	-	0.04
	K <sub>1</sub>	-	0.16	1.13	1.41	1.35	1.41
	O <sub>1</sub>	-	0.15	0.79	0.59	0.93	1.20
	Q <sub>1</sub>	-				0.11	0.23
	J <sub>1</sub>	-				0.04	0.09
	OO <sub>1</sub>	-				-	0.08
	M <sub>2</sub>	183.7	174	180.4	181.4	169.0	185.1
	S <sub>2</sub>	182.6	193.1	158.2	185.9	161.0	209.3
	N <sub>2</sub>	170.8	178.3	-	192.2	164.0	176.6
	L <sub>2</sub>	235.1	-	-	162.6	-	242.2
	K <sub>1</sub>	-	156.6	163.3	137.1	181.3	161.6
	O <sub>1</sub>	-	207.4	145.6	187.2	193.6	151.2
	Q <sub>1</sub>	-			169.5	195.8	178.5
J <sub>1</sub>	-				169.6	238.9	
OO <sub>1</sub>	-					197.5	

TABLA 8

Relative amplitudes		Kiabukwa	Carlsbad	Oak Ridge	Iowa City	Duchov	Turnhout	
theoretical	0.465	$S_2 / M_2$	0.524	0.555	0.431	0.435	0.518	0.459
	0.194	$N_2 / M_2$	0.198	0.200	-	0.287	0.172	0.162
	0.028	$L_2 / M_2$	0.073	0.066	-	-		0.027
theoretical	1.028	$O_1 / K_1$	-	0.937	0.699	0.418	0.689	0.851
	2.028	$Q_1 / K_1$	-	-	-	-	0.081	0.163
theoretical		$O_1 / M_2$	0	0.33	0.37	0.51	0.67	0.81
observed		$O_1 / M_3$	0.11	0.52	0.60	0.74	1.01	1.04

La relación de amplitudes se toma con relación al  $M_2$ , del grupo Semi – Diurno y con relación a  $K_1$  del grupo Diurno. Los dos grupos son respectivamente función de  $\cos^2 \varphi$  y  $\sin 2\varphi$ ; por lo tanto, deben ser comparados por separado para cada estación. La relación  $O_1/M_2$  de los términos puramente lunares, que se han elegido aquí para la comparación, son cuidadosamente como sea posible por efectos meteorológicos, que varían en función de la tangente de la latitud  $\varphi$ .

Debe observarse desde un punto de vista absoluto, que las amplitudes de cada onda individual no son comparables a partir de una estación a otra porque los coeficientes son más o menos función de  $\varphi$ . Si tomamos la onda  $M_2$  como ejemplo (porque esta es la más importante de las ondas que disturbán levemente solamente desde el punto de vista meteorológico) calculando las amplitudes reducidas en el Ecuador, por el  $\cos^2 \varphi$  (Tabla 9).

Tabla 9 Para el pozo Oak Ridge se tiene observaciones por 15 días (Melchior, 1966).

Pozo	Profundidad (m)	(M <sub>2</sub> ) reducida En el Ecuador
Basécles	40	1.15 cm
Oak Ridge	75	3.29
Carlsbad	86	0.63
Milwaukee	120	2.00
Sontra	120	2.88
Iowa	252	2.06
Duchov	600	3.45
Heibaart	1300	3.00
Turnhout	2175	3.79
Kiabukwa	?	7.67

Por lo anterior podemos indicar dos cosas; en primer lugar, las amplitudes son siempre del orden de algunos centímetros y a excepción de Oak Ridge, de la cual se tienen solamente 15 días de observaciones aumentan con la profundidad de la capa.

El Prof. A. Haubrich, de la Universidad de Wisconsin, recientemente obtuvo varios diagramas de las variaciones de nivel en otros dos pozos en E. U. A., debido también a las mareas de la Tierra. Estos pozos se encuentran en Nunn Busch en Milwaukee, a una profundidad de 120 m (observaciones hechas en 1946) y en el centro de Richland (observaciones hechas en 1958). En ambos casos las amplitudes son cerca de los 2 a 3 centímetros. Haubrich analizó estos expedientes por el método de Fourier y encontró que para la onda M<sub>2</sub> la amplitud fue de 1.07 cm, que reducidos en el Ecuador da 2 cm.

Si se consideran estos fondos subterráneos de una manera terminantemente matemática, se debe introducir el efecto debido a la compresibilidad del agua.

Para una variación de volumen  $\Delta V$  en un tubo de sección S, el nivel se levantará  $\xi$ , tal que

$$\Delta V = S \xi$$

Dando por resultado una presión  $P = g \ell \xi$  de la cual, debido a la compresibilidad  $b$  del agua, causaría un cambio en el volumen de  $-P/b \cdot (V - \Delta V)$ ; el segundo término será siempre insignificante comparado con  $V$ .

En realidad:

$$\xi S = \Delta V - \frac{PV}{b} = \Delta V - \frac{g \ell V}{b} \xi$$

$$\xi = \frac{\Delta V}{S + \frac{g \ell V}{b}}$$

Es obvio que la sección del tubo  $S$  no desempeña un papel importante en la definición de la amplitud  $\xi$  (sin embargo sería interesante saberlo) porque el denominador que contiene a  $V$  es en gran medida el término más importante.

Sin embargo, se debe observar la misma amplitud en todos los casos

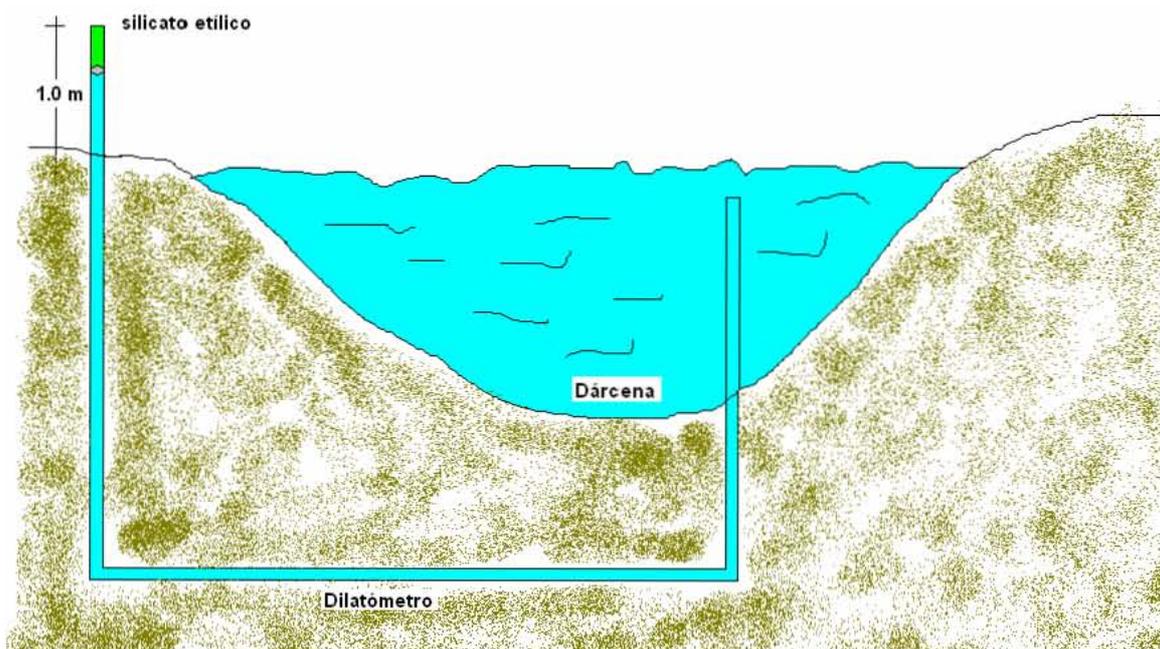
$$\xi = \frac{\Delta V}{V} \frac{b}{g \ell}$$

Que es el valor de  $V$ . Para  $M_2$  se tiene que  $\Delta V/V = 2.10^{-8}$  consecuentemente  $\xi = 0.4$  cm. En el Ecuador. Porqué entonces  $\beta$  medio es igual a 2 cm. Es decir, el coeficiente  $b$  disminuye obviamente con el aumento de la presión; es decir, la profundidad del fondo, pero ninguno de los fondos son suficientemente profundos para que este efecto sea perceptible.

Las declaraciones hechas anteriormente para los casos analizados demuestran el enorme interés en las observaciones hechas a un cuerpo de agua del que se conocería perfectamente su volumen. Sólo un dilatómetro artificial, este dilatómetro permite medir las dilataciones volumétricas que sufren los líquidos, en este caso cuando se presenta un cambio en su elevación provocado por la marea, proporcionando las condiciones necesarias para la interpretación geofísica de este fenómeno.

Esto es posible, porque la extensión correspondiente a la  $M_2$  es  $2 \times 10^{-8}$ , así un volumen de  $125 \text{ m}^3$  generaría mareas de  $2.5 \text{ cm}^3$  que se podrían observar fácilmente en un estrecho con un tubo bien calibrado.

Actualmente se está preparando un dilatómetro experimental en Ardennes de Wirmifontaine en Bélgica (Defant, 1958) (Figura 5.4). Se sitúa en una mina de 150 m de profundidad y su volumen del paralelepípedo, es cerca de 150 m<sup>3</sup>. Preparándose actualmente la impermeabilización de las paredes. Para evitar el efecto de la compresibilidad, el aparato de medición consistirá en un tubo en U abierto a lo largo de una gran dársena, tal que la superficie libre  $S$  sea cerca de un metro, haciendo así  $\xi$  prácticamente nada y la compresión insignificante. Las mareas serán observadas en el tubo U donde el líquido con una densidad muy cerca a la del agua, pero con un índice de refracción diverso (tal como el Silicato Etílico), el cual formará fácilmente dos meniscos observables.



*Figura 5.4 Dilatómetro experimental en Bélgica*

## Capítulo 6. “Ajustes en los niveles Piezométricos y su importancia”.

### 6.1 Capacidad de Carga del Suelo

La Mecánica de Suelos tradicionalmente ha estudiado las condiciones de esfuerzo límite que causan la falla de los suelos por fractura o por flujo plástico a través de la teoría de Mohr – Coulomb, que consiste en considerar que la resistencia de un material puede medirse por el esfuerzo cortante máximo que puede soportar ese material que, a su vez, es función del esfuerzo normal actuante en el plano en que ocurre la falla. Esta hipótesis de falla ha dado buenos resultados siempre y cuando los esfuerzos que se consideren sean los efectivos.

#### *Teorías Simples de Falla*

En términos generales no existe aún una definición general del concepto falla; puede significar el principio del comportamiento inelástico del material o el momento de la ruptura del mismo. Aceptando una teoría en la que la resistencia del material esté expresada en términos del esfuerzo cortante que resiste dicho material puede establecerse el momento en que ocurre la falla estudiando la curva de esfuerzos cortantes – deformaciones angulares (Figura 6.1).

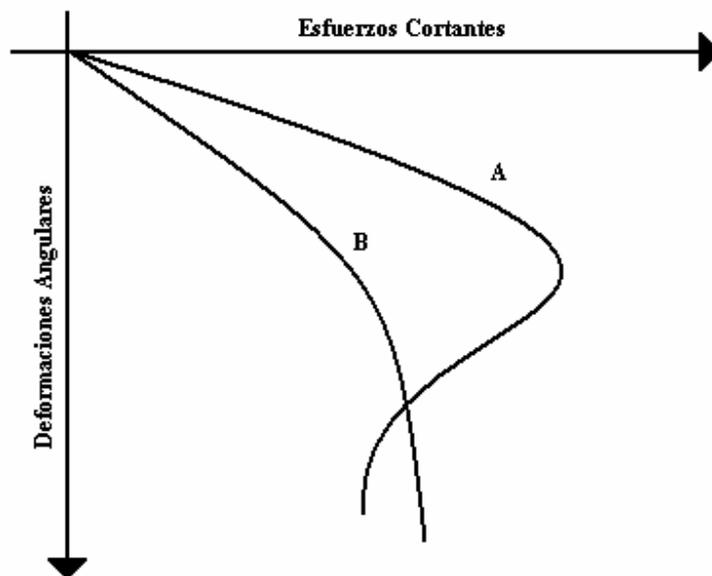


Figura 6.1 “Curvas esfuerzos cortantes – deformaciones angulares”

En el caso de la curva *A* la posición del punto de falla podría definirse con claridad, en el punto máximo de esfuerzo cortante (falla frágil), mientras que en la curva *B* (falla plástica) resulta confuso fijar cualquier punto como límite, y la condición de falla ha de establecerse arbitrariamente.

Los criterios de falla que se han presentado en el pasado podrían clasificarse primeramente en dos grupos:

1. El que utiliza criterios dinámicos; es decir, que refiere la condición de falla a esfuerzos actuantes.
2. El que utiliza criterios cinemáticos, en los que la falla se define en términos de las deformaciones producidas.

Actualmente, las Teorías de Falla más usadas siguen criterios dinámicos, y las correspondientes al segundo grupo no gozan de gran predicamento. En el análisis siguiente, se trata una sola Teoría de Falla de tipo cinemática y es la primera que se menciona de todas las que se presentan:

#### *Teoría de la deformación unitaria máxima.*

Esta teoría supone que la falla está determinada por la máxima deformación unitaria elástica, en tensión o compresión, que experimenta el material sujeto a esfuerzos.

Esta teoría ha sido condenada por los experimentos de Bridgman (1931), que demostró que si un material se sujeta a esfuerzos principales iguales según tres direcciones cartesianas ortogonales, aplicando alta presión hidrostática, no se produce en él ruptura ni flujo plástico y ello aunque las deformaciones producidas sean muy importantes. De hecho, Bridgman demostró que el comportamiento de muchos materiales era casi perfectamente elástico bajo las altas presiones hidrostáticas usadas en los experimentos.

Dentro de las teorías de tipo dinámico, las que han alcanzado mayor notoriedad son las siguientes:

#### *Teoría del máximo esfuerzo normal (Rankine).*

Supone que la ruptura o el flujo plástico del material están determinados por el mayor esfuerzo principal y no depende de los otros esfuerzos principales.

Los mismos experimentos de Bridgman hacen ver a esta teoría como inadecuada, pues cuando los 3 esfuerzos principales son iguales, el material puede soportar muy grandes presiones, sin que se presente una condición de falla.

### *Teorías de máximo esfuerzo cortante.*

Con el criterio de atribuir la falla al esfuerzo cortante actuante máximo existen varias teorías, que podría decirse son las de más amplio uso, porque son las que experimentalmente han rendido los mejores resultados.

#### *Teoría de Guest:*

Según esta teoría, la falla está determinada por el máximo esfuerzo cortante o la máxima diferencia entre los esfuerzos principales. Guest supuso que el esfuerzo cortante límite es una constante del material. La experiencia, sin embargo, ha demostrado que las ideas anteriores no representan el comportamiento de materiales frágiles, tales como rocas, concreto, etc.; tampoco es aplicable en arenas ni arcillas, pues la resistencia al esfuerzo cortante, representada por el esfuerzo cortante de falla, dista de ser constante en todos los materiales.

#### *Teoría de Coulomb:*

En 1773 Coulomb estableció una teoría según la cual un material falla cuando el esfuerzo cortante actuante en un plano a través del mismo alcanza un valor límite máximo. Dentro de la teoría, que también es atribuida a Navier se acepta que dicho esfuerzo cortante límite depende del esfuerzo normal actuante en el plano de falla y que existe una ley de variación lineal entre ambos tipos de esfuerzos.

#### *Teoría de Mohr:*

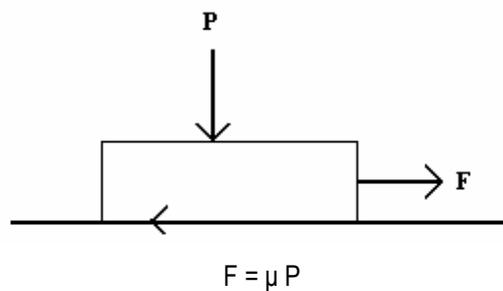
Esta teoría, debida a Otto Mohr establece que, en general, la falla por deslizamiento ocurre a lo largo de la superficie particular en la que la relación del esfuerzo tangencial al normal (oblicuidad) alcance un cierto valor máximo. Dicho máximo fue postulado por Mohr como una función tanto del acomodo y forma de las partículas del suelo, como del coeficiente de fricción entre ellas. La teoría de Mohr no fija la hipótesis de variación lineal entre el esfuerzo normal y el cortante que definen la oblicuidad límite en la superficie crítica; según esta teoría, dicha ley de variación queda representada en general por una curva. Esta teoría explica satisfactoriamente varios fenómenos de importancia en los materiales frágiles, como rocas, concreto y suelo.

La Mecánica de Suelos actual utiliza generalmente como criterio de falla lo que suele llamarse el criterio de Mohr – Coulomb, con líneas de falla curvas. Se atribuye la falla al esfuerzo cortante y se acepta

que éste depende del esfuerzo normal actuante en el plano de falla, pero se acepta también que la relación entre ambos esfuerzos no es constante. La teoría de Coulomb, que resulta ahora un caso particular de la generalizada de Mohr – Coulomb, puede ser satisfactoria en muchos problemas, tales como los que se refieren a los suelos arenosos sujetos a niveles de esfuerzos bajos y a los suelos plásticos saturados y normalmente consolidados.

#### *Resistencia al Esfuerzo Cortante de los Suelos*

El primer trabajo que trató de explicar la resistencia al esfuerzo cortante de los suelos, se debe al físico ingeniero Francés, Coulomb (1773), el cual estableció “que si un cuerpo en el que actúa una fuerza normal  $P$  para que este cuerpo se deslice sobre una superficie rugosa se necesita aplicar una fuerza  $F$  la cual es proporcional a la normal  $P$ .”



$\mu$  = coeficiente de fricción entre las superficies de contacto

Coulomb admitió que los suelos fallan por esfuerzo cortante a lo largo de planos de deslizamiento.

La resistencia máxima es igual al esfuerzo cortante máximo donde:

$$s = \mu \sigma$$

El coeficiente de fricción  $\mu$  establecido por Coulomb fue llamado;  $\tan \phi$ ; en donde,  $\phi$  es el ángulo de fricción interna del suelo como una constante del material. De lo cual se deduce que la resistencia es igual al esfuerzo cortante:

$$s = \sigma \tan \phi$$

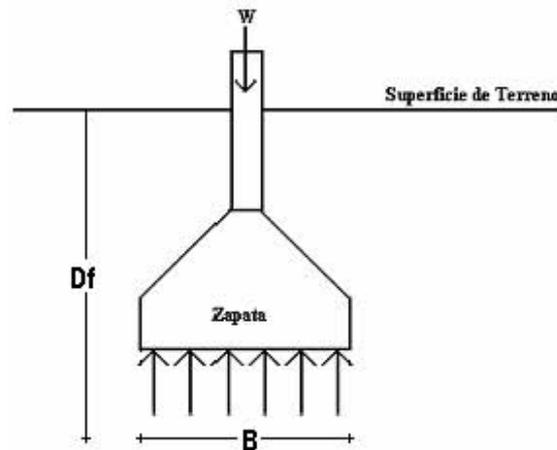
Esta ecuación, indica la ley de resistencia de un suelo puramente friccionante. Donde se deduce que el esfuerzo cortante en suelos friccionantes resultará nulo cuando el esfuerzo normal también lo sea.

Coulomb (1773) determinó que entre otros materiales como la arcilla existe una cierta resistencia al esfuerzo cortante aún cuando el esfuerzo normal sea nulo, incluso en ciertas arcillas la resistencia parece ser independiente de cualquier esfuerzo normal.

A esa resistencia al corte Coulomb la llamó *Cohesión*. Y la ley de resistencia es  $s = c$  para un suelo puramente cohesivo, en general, los suelos presentan características mixtas; es decir, tienen cohesión y fricción interna por lo que se les asigna una ley de resistencia que es combinación de las dos anteriores; por lo tanto:

$$s = c + \sigma \tan \phi$$

La principal aplicación de las teorías de aplicación de carga se tiene en el diseño de cimentaciones en donde podemos establecer las siguientes consideraciones:



- La capacidad de carga está en función de la resistencia del suelo y del ancho B de la zapata.
- El suelo no se recupera del todo después de retirar una carga previamente puesta sobre él debido a que no sigue una deformación lineal

#### *Teoría de Terzaghi.*

La teoría de Terzaghi es uno de los primeros esfuerzos para adaptar a la Mecánica de Suelos los resultados de la Mecánica del Medio Continuo donde se establece el caso más general de un suelo Cohesivo – Friccionante y se aplica sobre todo en cimientos poco profundos.

Un cimiento poco profundo es aquel en el que su ancho es igual o mayor a la distancia vertical  $D_f$  entre la superficie del terreno y su base.

Para este apartado se utilizarán las consideraciones generales que hace referencia el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal del 2004, las Normas Técnicas Complementarias de Construcción, en su apartado de Cimentaciones, así como el criterio de la Comisión Federal de Electricidad para el diseño de cimientos superficiales.

Ecuación General para capacidad de Carga

$$q_c = cN_c + \gamma D_f N_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma \quad (6.1)$$

Donde:

$N_q, N_c, N_\gamma$  Son coeficientes de capacidad de carga.

$\gamma$  Peso volumétrico del suelo.

$c$  Cohesión del suelo.

$D_f$  Profundidad de desplante.

$B$  Ancho de la cimentación.

Una falla general, corresponde a la falla que se da en los suelos de alta resistencia y poco compresibles; mientras que la falla local se da en suelos poco resistentes y deformables.

#### *Estados Limite de Falla*

Para cimentaciones someras desplantadas en suelos sensiblemente uniformes se verificará el cumplimiento de las desigualdades siguientes para las distintas combinaciones posibles de acciones verticales.

En esta verificación, tomando en cuenta la existencia, especialmente en las zonas I y II de la Ciudad de México, de materiales cementados frágiles que pueden perder su cohesión antes de que se alcance la deformación requerida para que se movilice su resistencia por fricción, se considerarán en forma conservadora que los suelos son de tipo puramente cohesivo o puramente friccionante.

Para cimentaciones desplantadas en suelos cohesivos:

$$\frac{\sum Q F_c}{A} < c_u N_c F_R + p_v \quad (6.2)$$

Para cimentaciones desplantadas en suelos friccionantes:

$$\frac{\Sigma Q F}{A} < \left[ \bar{p}_v (N_q - 1) + \frac{\gamma B N_\gamma}{2} \right] F_R + p_v \quad (6.3)$$

Donde:

$\Sigma Q F_c$ : Es la suma de las acciones verticales a tomar en cuenta en la combinación considerada en el nivel de desplante, afectada por su respectivo factor de carga;

A: Área del cimiento;

$P_v$ : Presión vertical total a la profundidad de desplante por peso propio del suelo;

$\bar{p}_v$ : Presión vertical efectiva a la misma profundidad;

$\gamma$ : Peso volumétrico del suelo;

$C_u$ : Cohesión

B: Ancho de la cimentación;

$N_c$ : Coeficiente de capacidad de carga dado por:

$$N_c = 5.14 (1 + 0.25D_f/B + 0.25B/L) \quad (6.4)$$

Para  $D_f/B < 2$  y  $B/L < 1$ ;

Donde  $D_f$ , es la profundidad de desplante y  $L$  la longitud del cimiento; en caso de que  $D_f/B$  y  $B/L$  no cumplan con las desigualdades anteriores, dichas relaciones se considerará igual a 2 y a 1, respectivamente;

$N_q$ : Coeficiente de capacidad de carga dado por:

$$N_q = e^{\pi \tan \phi} \tan^2 (45^\circ + \phi/2) \quad (6.5)$$

Donde  $\phi$  es el ángulo de fricción interna del material. El coeficiente  $N_q$  se multiplicará por:  $(1 + (B/L) \tan \phi)$  para cimientos rectangulares y por  $(1 + \tan \phi)$  para cimientos circulares o cuadrados;

$N_\gamma$ : Coeficiente de capacidad de carga dado por:

$$N_\gamma = 2 (N_q + 1) \tan \phi \quad (6.6)$$

El coeficiente  $N_\gamma$  se multiplicará por  $[1 - 0.4(B/L)]$  para cimientos rectangulares y por 0.6 para cimientos circulares o cuadrados; y

$F_R$ : Factor de seguridad.

0.35 para la capacidad de carga ante cualquier combinación de acciones en la base de zapatas de cualquier tipo en la zona I, zapatas de colindancia desplantadas a menos de 5 m de profundidad.

0.70 para otros casos.

El parámetro  $\phi$  estará dado por:

$$\phi = \tan^{-1} (\alpha \tan \phi^*) \quad (6.7)$$

Donde:

$\phi^*$  es el ángulo con la horizontal de la envolvente de los círculos de Mohr a la falla en la prueba de resistencia que se considere más representativa del comportamiento del suelo en las condiciones de trabajo.

Para suelos arenosos con compacidad relativa  $D_r$  menor de 67%, el coeficiente  $\alpha$  será igual a  $0.67 + D_r - 0.75D_r^2$ . Para suelos con compacidad mayor que el límite indicado,  $\alpha$  será igual a 1.

La posición del nivel freático considerada para la evaluación de las propiedades mecánicas del suelo y de su peso volumétrico deberá ser la más desfavorable durante la vida útil de la estructura. En caso de que el ancho B de la cimentación sea mayor que la profundidad Z del nivel freático bajo el nivel de desplante de la misma, el peso volumétrico a considerar será:

$$\gamma = \gamma' + (Z/B) (\gamma_m - \gamma') \quad (6.8)$$

Donde:

$\gamma'$ : Es el peso volumétrico sumergido del suelo entre las profundidades Z y  $(B/2) \tan(45^\circ + \phi/2)$ ; y

$\gamma_m$ : Es el peso volumétrico total del suelo arriba del nivel freático.

**Variaciones en la Capacidad de Carga de una Zapata por la posición del N. A. F; considerando la Influencia del fenómeno de Marea en la variación de la mediciones piezométricas.**

Aplicación.

Analizando la zapata cuadrada que se muestra en la Figura 6.2, y cuyas dimensiones se especifican a continuación:

$$B = 3.00 \text{ m}$$

$$D_f = 1.50 \text{ m}$$

$$L = 3.00 \text{ m}$$

$$F_R = 0.35$$

$$c = 1.50 \text{ t / m}^2$$

$$\phi = 25^\circ$$

$$\text{Compacidad Relativa (Dr.)} = 80 \%$$

$$\gamma_m \text{ Relleno} = 1.60 \text{ t / m}^3$$

$$z = 3.00 \text{ m}$$

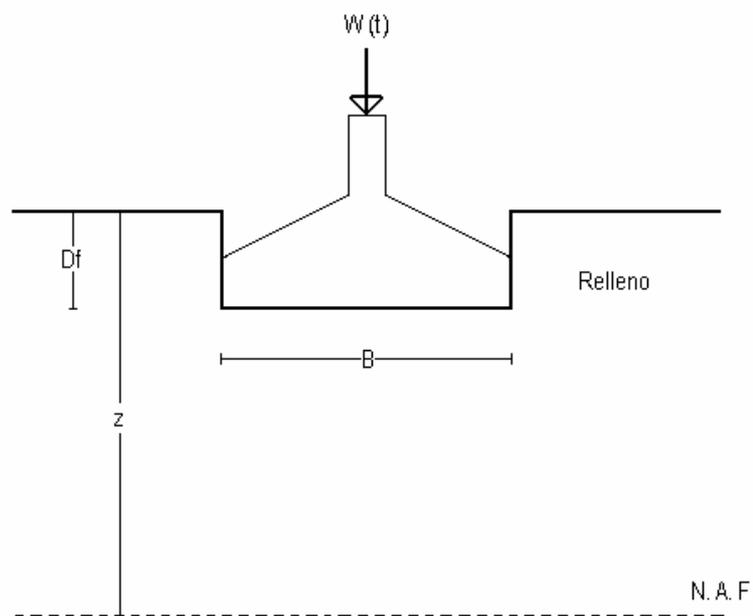


Figura 6.2

### Cálculo de la Capacidad de Carga

La capacidad de carga de la zapata esta dada por la siguiente ecuación:

$$Q = cNc + \frac{1}{2} \gamma B N \gamma + \gamma D_f Nq$$

Las ecuaciones para los coeficientes de capacidad de carga son las siguientes:

$$Nc = 5.14 \left( 1 + \frac{0.25 D_f}{B} + \frac{0.25 B}{L} \right)$$

$$Nq = e^{\pi \tan \phi} \tan^2 \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right)$$

$$N\gamma = 2(Nq + 1) \tan \phi$$

Para conocer la capacidad de carga de una zapata cuadrada tenemos que calcular cada uno de los coeficientes de carga, siguiendo cada uno de los lineamientos vistos anteriormente según las Normas Técnicas Complementarias de Construcción. Para este primer cálculo de capacidad de carga se considera que el nivel de aguas freáticas se localiza en  $z = 3.00$ , por lo que el ajuste por posicionamiento no se aplica.

#### Cálculo de $Nc$ :

De acuerdo con las características mencionadas para la zapata tenemos que:

$$D_f / B = 1.50 / 3.00 = 0.50 < 2 \text{ se cumple la primera desigualdad}$$

$$B / L = 3.00 / 3.00 = 1 < 1 \text{ no se cumple la segunda desigualdad}$$

Por lo tanto el valor de  $Nc$  es igual a:

$$Nc = 5.14(1 + 0.25 * 2 + 0.25 * 1) = 8.99$$

#### Cálculo de $Nq$ :

$$Nq = e^{3.14 \tan 25} \tan^2 \left( 45 + \frac{25}{2} \right) = 10.66$$

Como se trata de una zapata cuadrada el resultado se multiplica por  $(1 + \tan \phi)$  quedando:

$$Nq = 10.66 * (1 + \tan 25) = 15.63$$

### Cálculo de $N\gamma$

$$N\gamma = 2 * (15.63 + 1) \tan 25 = 15.51$$

Como es una zapata cuadrada el resultado se multiplica por 0.60 quedando:

$$N\gamma = 15.51 * 0.60 = 9.31$$

### Cálculo de la capacidad de carga:

$$Q = cNc + \frac{1}{2} \gamma_m B N \gamma + \gamma_m D_f N q$$

$$Q = (1.50 * 8.99) + \left( \frac{1}{2} * 1.60 * 3.00 * 9.31 \right) + (1.60 * 1.50 * 15.63) =$$

$$Q = 73.34 \frac{t}{m^2}$$

Considerando que ahora la posición del nivel freático esta a  $z = 2.00$  m

Debido a que el ancho B de la cimentación es mayor que la profundidad z el peso volumétrico  $\gamma$  que se considera para la ecuación de capacidad de carga es igual a:

$$\gamma = \gamma + \left( \frac{z}{B} \right) * (\gamma_m - \gamma)$$

$$\gamma = (1.60 - 1.00) + \left( \frac{2}{3} \right) * (1.60 - (1.60 - 1.00))$$

$$\gamma = 1.26 \frac{t}{m^3}$$

$$Q = (1.50 * 8.99) + \left( \frac{1}{2} * 1.26 * 3.00 * 9.31 \right) + (1.26 * 1.50 * 15.63)$$

$$Q = 60.62 \frac{t}{m^3}$$

Considerando que ahora la posición del nivel freático esta a  $z = 1.00$  m

Tenemos que la capacidad de carga esta dada por la siguiente ecuación:

$$Q = cNc + \frac{1}{2}(\gamma_{sat} - \gamma_w)BN\gamma + [\gamma_m D_1 + (\gamma_{sat} - \gamma_w)D_2]Nq$$

Donde:

$D_1$  es la profundidad a la que se encuentra el nivel freático o bien es la distancia en donde el suelo esta seco.

$D_2$  representa el total de la profundidad que se encuentra saturada de agua.

$\gamma_w$  Peso volumétrico del agua

Esta ecuación representa la condición en donde en nivel de aguas freáticas se encuentra a un metro de profundidad; por lo tanto, la zapata se encuentra parcialmente sumergida de esta manera tenemos que la capacidad de carga es igual a:

$$Q = (1.50 * 8.99) + \left( \frac{1}{2} (1.60 - 1.00) * 3.00 * 9.31 \right) + [(1.60 * 1.00) + (1.60 - 1.00) * 0.50] * 15.63$$

$$Q = 13.48 + 8.38 + 29.69$$

$$Q = 51.55 \frac{t}{m^3}$$

Después de haber realizado el cálculo de la capacidad de carga sin la intervención del nivel freático tenemos que  $Q = 73.34 \text{ t/m}^3$ ; a partir de este cálculo se procedió a variar la posición del N. A. F de esta manera para el cálculo de la capacidad se consideró la posición de las aguas freáticas, siguiendo los criterios de las Normas Técnicas Complementarias de Construcción.

Como es sabido la posición del N. A. F. representa un factor relacionado directamente con el cálculo de la capacidad de carga; la variación de esta posición trae consigo un aumento o disminución de capacidad de carga, según sea el caso.

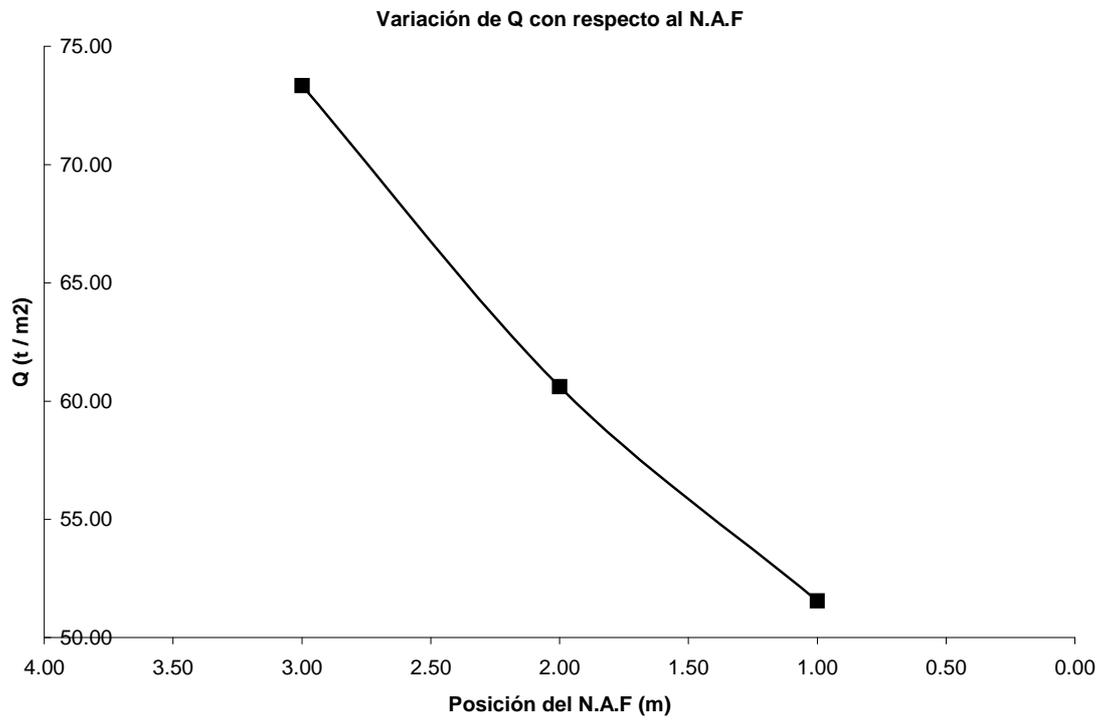
Dicha variación en la posición de las aguas freáticas, puede ser ocasionada por muchos factores que intervienen en ella, pero para fines de esta investigación sólo se considera que el efecto de marea tiene influencia directa sobre la variación hidráulica de los piezómetros que registran la posición del N. A. F.

**Variación de la Capacidad de Carga de una Zapata  
Debido a la Posición del N. A. F.**

<b>Posición del N. A. F (m)</b>	<b>Capacidad de Carga (Q) (t/m)</b>
3.00	73.34
2.00	60.62
1.00	51.55

Después de haber realizado los cálculos correspondientes haciendo, observamos la relación directa entre el N. A. F y la capacidad de carga de la zapata, esta relación es conocida para el ingeniero civil y claro esta que debe ser considerada a la hora de plantear las ecuaciones matemáticas para la solución de problemas de Mecánica de Suelos, partiendo de una posición inicial se obtuvo una capacidad de carga correspondiente, de esta manera conforme la posición del N. A. F se acerca gradualmente hasta el nivel de desplante de la zapata la capacidad de carga disminuye (Gráfica 1); analizando la Gráfica 1 se observa que la capacidad de carga se ve disminuida proporcionalmente a la posición del N. A. F; por otra parte, al elevarse esta posición sobre el nivel de desplante, la capacidad de carga disminuye rápidamente, lo que significa que al saturarse el suelo donde se encuentra desplantada la zapata repercute importantemente en la capacidad de carga.

Con este tipo de cálculo, se puede comprobar la influencia que genera la posición del N. A. F a la hora de resolver problemas de Mecánica de Suelos; si consideramos que el efecto de marea tiene influencia directa, sobre las variaciones piezométricas en las condiciones hidráulicas dentro de una masa de suelo, no requeriríamos ajustar las mediciones puesto que para el cálculo que se realiza no afecta de manera considerable la capacidad de carga, lo importante aquí es mencionar que el fenómeno de marea se hace presente y solo provoca un cambio milimétrico en las mediciones piezométricas; por lo tanto, para efectos de calculo en los problemas de Mecánica de Suelos para capacidad de carga no tendríamos problemas de falla.



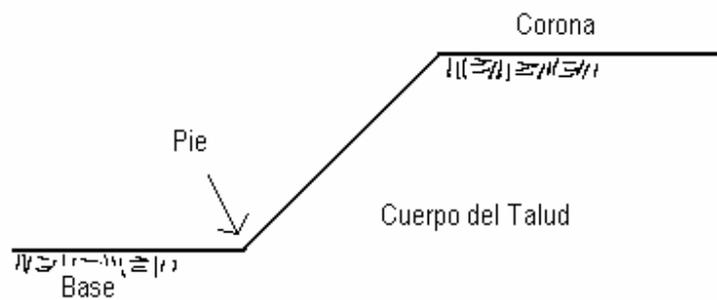
**Gráfica 1**

## 6.2 Estabilidad de Taludes.

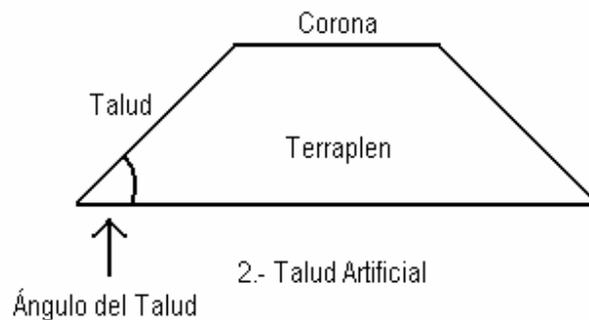
### Generalidades.

Un talud es cualquier superficie inclinada con respecto a la horizontal que hayan de adoptar permanentemente las estructuras de tierra, bien sea en forma natural o como consecuencia de la intervención del hombre en un proyecto de ingeniería.

Taludes: 1. - Naturales (laderas); 2. - Artificiales (cortes y terraplenes).



1.- Talud Natural



2.- Talud Artificial

El diseño de los taludes hasta el siglo pasado se manejó con reglas empíricas, actualmente los procedimientos de análisis de estabilidad de taludes consisten en imaginar un mecanismo de falla para el talud y en aplicar a tal mecanismo los criterios de resistencia del material a manera de observar si con tal resistencia hay o no posibilidades de que el mecanismo supuesto de falla llegue a presentarse.

En taludes siempre se ha imaginado que la falla ocurre como un desplazamiento de la masa de suelo actuando como un cuerpo rígido a lo largo de una superficie de falla supuesta. También se admite que el suelo desarrolla en todo punto de la superficie de falla la máxima resistencia al corte.

El ingeniero geotecnista debe de enfrentar los siguientes problemas:

- Evaluar los efectos de la geología local y las condiciones de los suelos cuando se presenta vibración debido a un sismo.
- Evaluar los efectos de la vibración del terreno en la estabilidad y deformación de los depósitos de suelo.
- Garantizar la seguridad, diseños resistentes contra sismo de cimentaciones y estructuras de suelo.
- Evaluar las características dinámicas de los suelos de cimentación para usarlos en diseños estructurales.

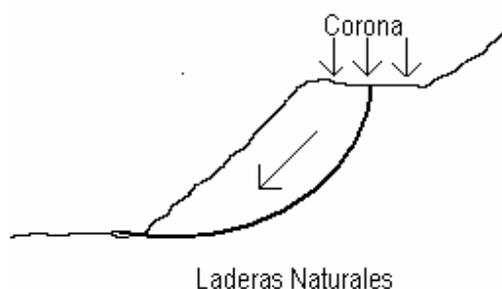
*Efecto del flujo sobre taludes.*

Las presiones hidrodinámicas y las fuerzas de filtración que existen en la zona de flujo de agua ejercen una poderosa influencia sobre la estabilidad de los taludes; esta influencia es generalmente de carácter negativo; es decir, que cuando un talud está sujeto a flujo, su estabilidad se ve normalmente disminuida, respecto al caso en que se considere seco el talud.

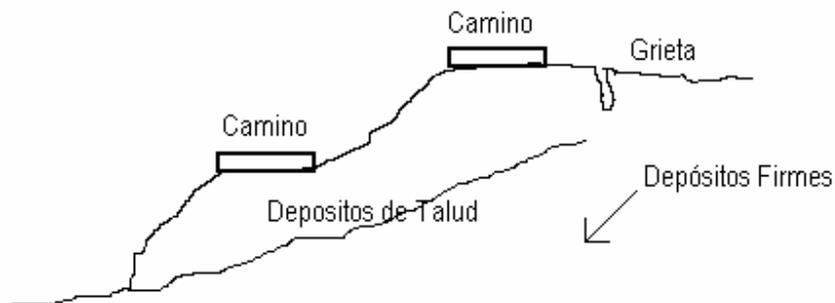
El efecto de la fuerza de filtración es aumentar el momento motor que tiende a hacer girar a la masa deslizante alrededor del centro del círculo de falla.

*Tipos y causas de falla más comunes.*

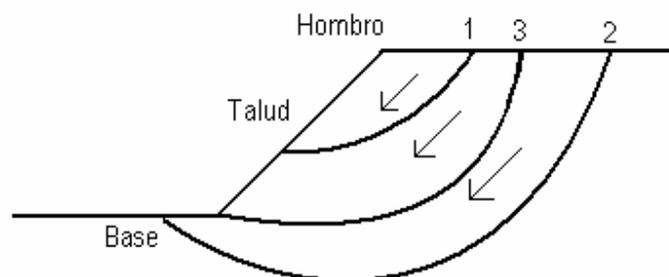
- a) Falla por deslizamiento superficial: Puede presentarse por un aumento en las cargas actuantes en la corona del talud o por una disminución de la resistencia al corte del suelo.



- b) Deslizamientos sobre superficies de falla preexistentes: Este tipo de falla se presenta sobre todo en laderas formadas por depósitos de talud sobre materiales finos que favorecen un plano de deslizamiento. Por lo general este tipo de fallas son superficies de deslizamiento planas.



- c) Falla por movimiento del cuerpo del talud: Las fallas por movimiento del cuerpo del talud pueden ser:
1. - Tipo Local: No importando si la falla se presenta superficialmente o por la parte media del talud y
  2. - Falla de Base: Falla que atraviesa por debajo del cuerpo del talud.
  - 3.- Falla de Pie.



#### *Presiones Intersticiales.*

La presencia de agua en el interior del talud da lugar a la aparición de presiones intersticiales que pueden ser conocidas a partir de la red de flujo establecida.

El terreno puede quedar dividido en dos zonas con presión intersticial negativa y positiva, siendo la línea de separación entre ambas el nivel freático en el que la presión del agua es igual a la atmosférica. Las presiones intersticiales negativas incrementan los esfuerzos efectivos, mejorando las condiciones de estabilidad.

Generalmente, la existencia de estas presiones negativas no se toma en consideración en los estudios de estabilidad debida, principalmente, a sus valores muy bajos.

El cálculo de las presiones intersticiales es generalmente complicado, pudiendo hacerse a partir del modelo de red de flujo obtenido para el terreno o a partir de medidas directas con piezómetros.

En ocasiones la presión de agua puede quedar caracterizada mediante el coeficiente de presión intersticial,  $ru$ . Este coeficiente mide la altura alcanzada por el agua en un talud.

La ventaja de la utilización de  $ru$  en los cálculos de estabilidad de taludes estriba en su rápida asociación a una altura determinada del nivel freático. (Figura 6.3)

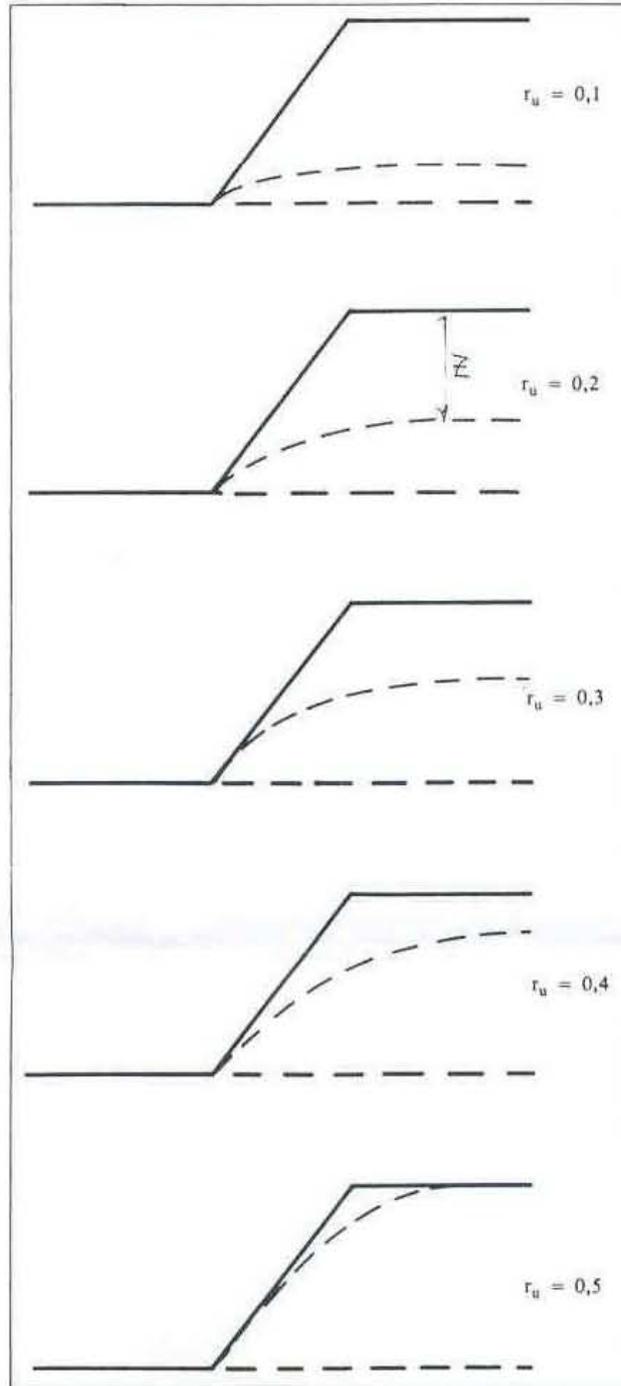


Fig. 6.3.—Valor del coeficiente de presión intersticial,  $r_u$ , para distintas posiciones del nivel freático en un talud en suelo.

Figura 6.3 (Manual de Ingeniería de Taludes, 1991) Ver Tabla 10.

Aplicación.

Para el cálculo de la Estabilidad de Taludes se utilizó el Software SLIDE “An Interactive Slope Stability Program” de Rocscience Inc. Ver. 5.0 que emplea el método de Bishop Simplified, el cual analiza superficies de falla circulares proporcionando el Factor de Seguridad mínimo para cada una de las fallas críticas.

Procedimiento de Análisis

Se realizó el análisis del Talud mostrado en la Figura 6.4a, considerando:

- 1) Condición Estática
- 2) Condición Estática con la presencia de agua

Para la condición hidráulica se consideró que dentro del corte el material tendría un coeficiente de presión intersticial ( $ru$ ) que varía de 0.0 a 0.5;

Donde: 0.5 representa la condición crítica del material; es decir, cuando se encuentra totalmente saturado (Figura 6.3), por el contrario, cuando se encuentra seco no existe coeficiente de presión intersticial. Si consideramos un talud unitario con un peso volumétrico del material igual a  $2 \text{ t/m}^3$ ; tendríamos entonces la siguiente relación:

*Basándose en estas dos consideraciones se tiene el siguiente planteamiento:*

El coeficiente de presión intersticial ( $ru$ ) se calcula con la siguiente ecuación:

$$ru = \frac{\gamma_w \cdot z_1}{\gamma_s \cdot z_2} = 0.5$$

$$z_1 = z_2 \text{ (Manual de Ingeniería de Taludes, 1991)}$$

Donde:

$\gamma_w$  : Peso volumétrico del agua =  $1 \text{ t/m}^3$

$\gamma_s$  : Peso volumétrico del suelo =  $2 \text{ t/m}^3$

$z_1$ : Posición del N. A. F, a partir de la base del talud.

$z_2$ : Altura total del talud

De acuerdo con la ecuación anterior;

$$ru = \frac{\left(1 \frac{t}{m^3} * 1.0m\right)}{\left(2 \frac{t}{m^3} * 1.0m\right)} = 0.5$$

Por lo tanto, cuando el nivel freático en el talud unitario se encuentra a 1m (saturado) el coeficiente de presión intersticial ( $ru$ ), es igual a 0.5.

Si ahora se considera que el nivel freático se encuentra a la mitad del talud; es decir a 0.5 m de altura, aplicando la misma ecuación tenemos:

$$ru = \frac{\left(1 \frac{t}{m^3} * 0.5m\right)}{\left(2 \frac{t}{m^3} * 1m\right)} = 0.25$$

Este valor se traduce de la siguiente manera:

Dentro del talud unitario el coeficiente de presión intersticial esta sujeto a la posición del N. A F que se presente dentro del cuerpo del talud; por lo tanto, para cada posición del nivel freático le corresponderá la parte proporcional del  $ru$  que varía de 0.0 a 0.5.

En la siguiente Tabla se enlistan los valores obtenidos para diversas posiciones del nivel freático dentro del talud unitario.

*Tabla 10 "Valores de  $ru$ , para diferentes posiciones del N. A. F"*

Posición N. A. F (m)	$ru$
1.00	0.50
0.95	0.48
0.90	0.45
0.85	0.43
0.80	0.40
0.75	0.38
0.70	0.35
0.65	0.33
0.60	0.30
0.55	0.28

0.50	0.25
0.45	0.23
0.40	0.20
0.35	0.18
0.30	0.15
0.25	0.13
0.20	0.10
0.15	0.08
0.10	0.05
0.05	0.03
0.00	0.00

De acuerdo con el procedimiento de análisis propuesto; hay que recalcar que el modelo es aplicable para suelos cuyo peso volumétrico sea  $2 \text{ t/m}^3$ .

De esta manera, se puede extrapolar la ecuación para cualquier altura ( $H$ ) del talud, ya que el valor del  $ru$ , dependerá únicamente de la posición del N. A. F que se tenga en el cuerpo del talud.

Después de haber realizado el planteamiento de análisis se procedió, a realizar el cálculo del factor de seguridad del talud, variando la posición del N. A. F, dado que el programa SLIDE, utiliza para la condición hidráulica el valor del  $ru$ , este se puede obtener de la Tabla 10.

Para el cálculo del F. S se tienen las siguientes propiedades del Material del Talud:

<b>Masa de Suelo</b>	
Peso Volumétrico ( $t/m^3$ )	2.00
Cohesión ( $t/m^2$ )	0.114
Angulo de fricción interno ( $^\circ$ )	15
Coefficiente sísmico	0
Coefficiente de presión intersticial ( $ru$ )	0 - 0.50

La estabilidad del Talud se revisó de acuerdo a las propiedades geométricas propuestas con el objeto de conocer las condiciones de seguridad en las que se encuentra el material; prestando especial atención al efecto que produce la modificación de las condiciones hidráulicas de la masa de suelo; es decir, las corridas del programa representan la condición crítica del talud cuando el N. A. F varía.

Para tener una concepción más clara de la importancia que tiene la variación del F. S en la estabilidad de taludes se propuso una sección en la cual el F. S tendría que ser igual a 1; es decir, el factor de seguridad mínimo con el que se considera estable nuestro talud, aunque en la mayoría de los casos el factor de seguridad mínimo para un talud debe ser mayor o igual a 1.5 para ser aceptado.

Después de haber obtenido las diversas corridas del programa para algunos valores de  $ru$ , para el talud mostrado en la Figura 6.4a, se puede observar que en ausencia del Nivel Freático el factor de seguridad obtenido es igual a 1. Partiendo entonces de este valor se modificaron las condiciones de presión intersticial ( $ru$ ), obviamente estas condiciones fueron modificadas debido a la presencia del N. A. F.

Los resultados obtenidos demuestran que con una variación mínima del coeficiente  $ru = 0.1$ , el F. S disminuye notablemente, dejando al talud con un factor de seguridad por debajo del mínimo lo que se traduce en una condición de inestabilidad que provocará, en el peor de los casos, la falla del mismo.

De esta manera el objetivo en el diseño de taludes es evitar el flujo de agua en el cuerpo del mismo.

El fenómeno de marea al igual que en la capacidad de carga se encuentra relacionado con las variaciones piezométricas; puesto que el nivel freático varía sólo unos cuantos milímetros, los cálculos del factor de seguridad no se ven afectados por este fenómeno. Es importante mencionar que el fenómeno de marea de acuerdo a lo analizado sí modifica las condiciones hidráulicas dentro de la masa de suelo; sin embargo, para efectos de cálculo, esta variación de apenas unos cuantos milímetros no repercute significativamente en el Factor de Seguridad.

Para observar aún más los cambios significativos en el F. S, en la Figura 6.4c y d, se presenta el resultado cuando ha aumentado el nivel de aguas freáticas, para esta condición de evaluación se consideró un ru de 0.3 y 0.5 respectivamente; este último representa la condición más desfavorable a la que puede estar sometido el talud, por tal motivo el F. S de acuerdo a estas condiciones ha disminuido poco menos del 40%.

Este análisis permite identificar la importancia que existe cuando se tiene presencia del N. A. F en el cuerpo del talud, ya que éste representa una condición de sobrecarga que se aplica a la masa de suelo, por tal motivo cualquier variación que se registre en los niveles piezométricos, debe ser considerada al realizar el cálculo de la estabilidad, puede ser que no exista un cambio significativo en las propiedades, pero es indispensable por que al paso del tiempo las condiciones de estabilidad (F. S) se ven disminuidas por el constante variar de los niveles piezométricos cuando se registra la posición del N. A. F.

Resultados obtenidos de acuerdo con el Software SLIDE.

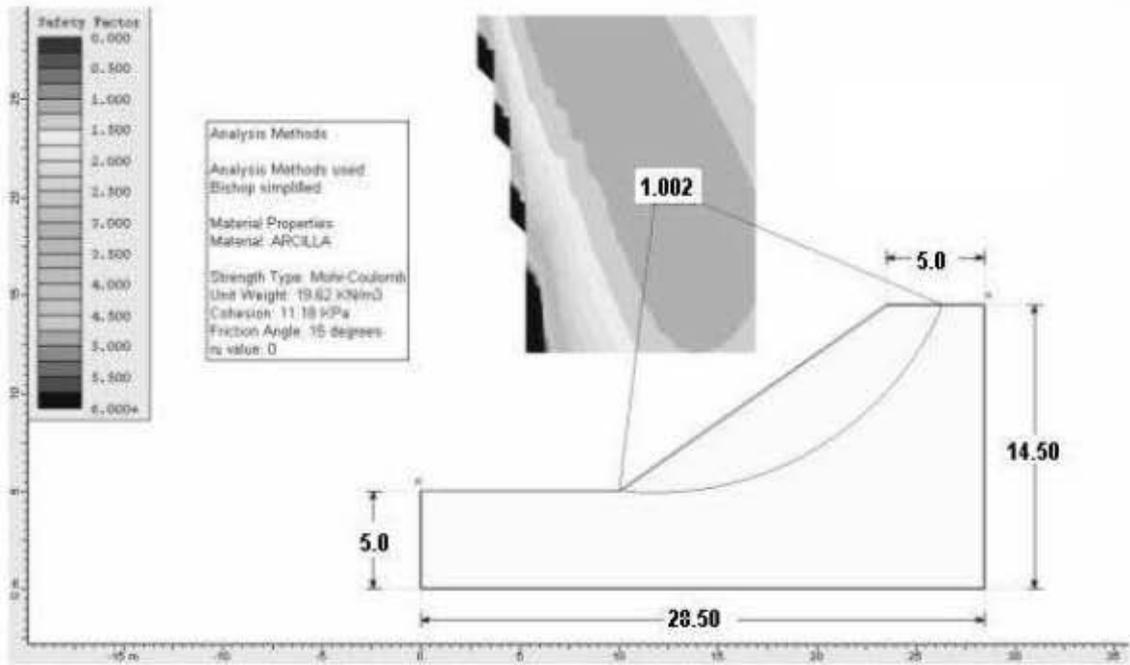


Figura 6.4a "ru = 0.0"

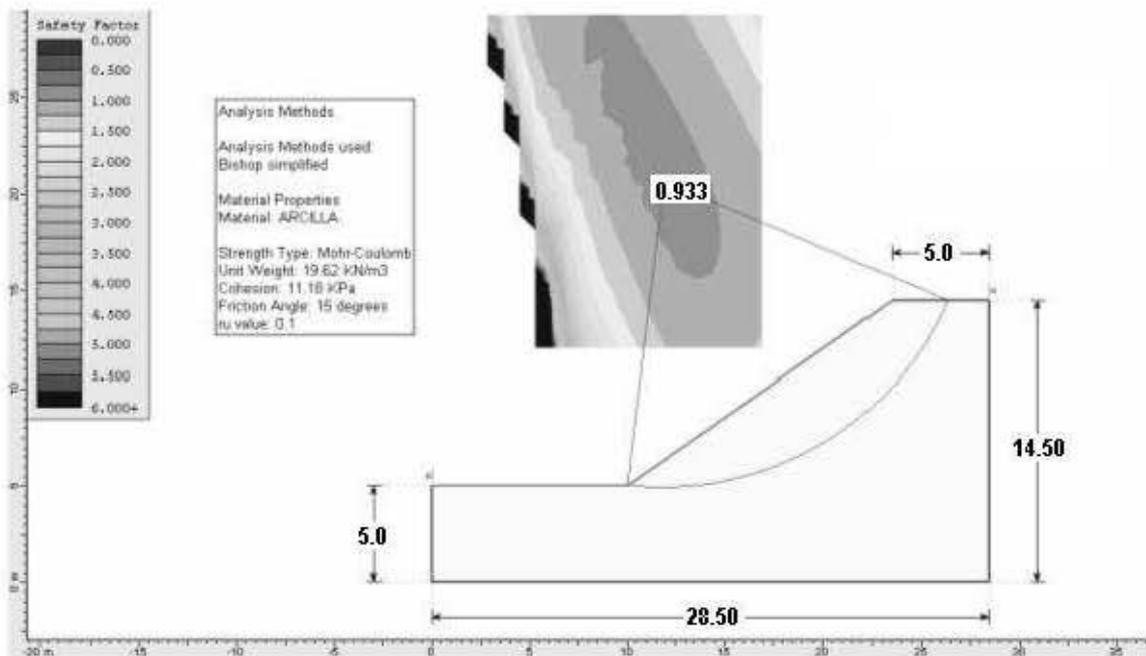


Figura 6.4b "ru = 0.1"

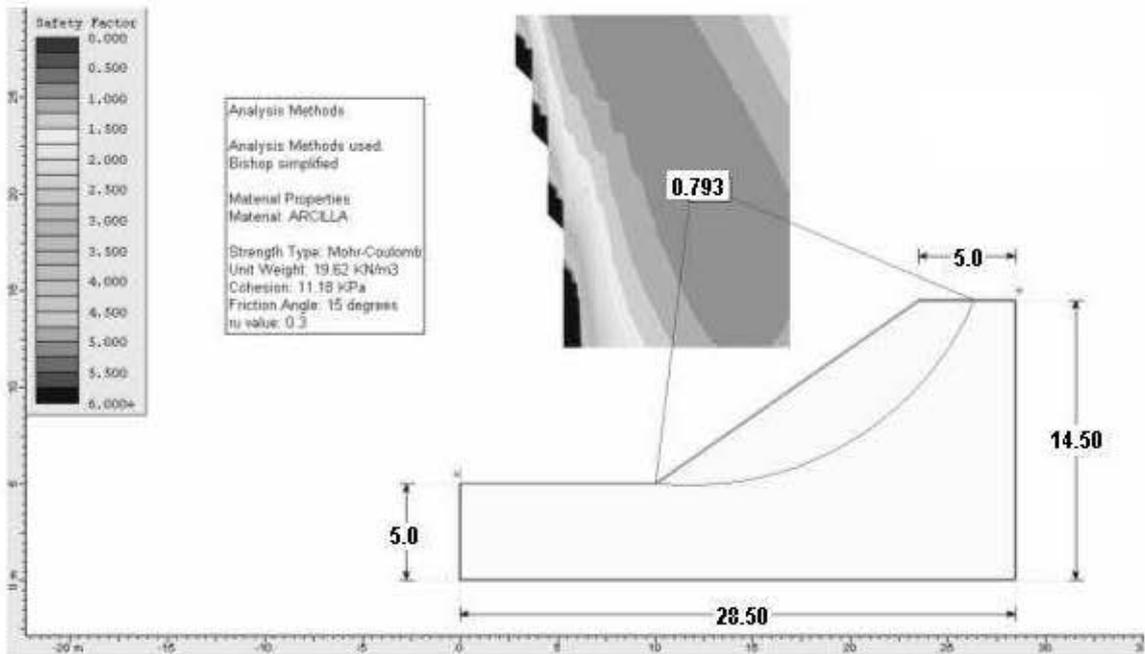


Figura 6.4c " $r_u = 0.3$ "

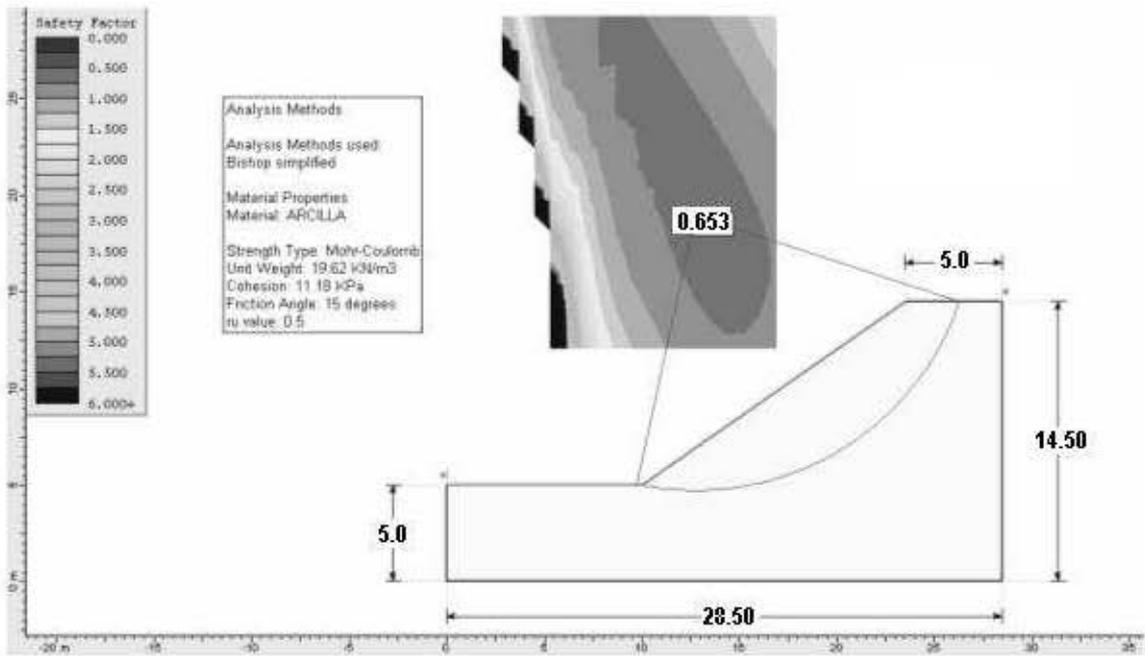


Figura 6.4d " $r_u = 0.5$ "

### 6.3 Empujes en la Masa de Suelo.

#### Muros de Retención.

El muro de retención es un elemento estructural que se construye para soportar el empuje lateral de un material, este tipo de muros se construyen para contener un terreno, que en algunas ocasiones es un terreno natural y en otras un relleno artificial.

En general los muros de retención se dividen en dos categorías principales: a) convencionales y b) muros de tierra estabilizados mecánicamente. (Das, 2001)

Los muros de retención convencionales se clasifican como:

1. Muros de retención de gravedad
2. Muros de retención de semigravedad
3. Muros de retención en voladizo
4. Muros de retención con contrafuertes

Los muros de gravedad utilizan su propio peso para su estabilidad, este tipo de muro se construye sin un cimiento previo aunque puede llevarlo, su construcción resulta ser sencilla además de económica aunque la desventaja de este tipo de estructuras es que a alturas considerables tendrían que reforzarse con acero para así disminuir las dimensiones del muro convirtiéndose entonces en un muro de semigravedad.

Los muros en voladizo son estructuras que se construyen a partir de una zapata de concreto armado, la pared del muro que soporta el terreno natural o el relleno artificial es angosta, la ventaja de este tipo de estructuras se refleja en que el momento al volteo se ve disminuido por el peso del suelo sobre la zapata.

Los muros con contrafuertes son estructuras que son reforzadas por losas (contrafuertes) coladas en el paramento del muro, de esta manera se garantiza un refuerzo mayor a los empujes que sufre el muro.

Los elementos que intervienen en la construcción y diseño de muros de retención son:

- ◆ El terreno destinado para su cimentación,
- ◆ El tipo de material natural o de relleno,
- ◆ Propiedades mecánicas tales como peso volumétrico, ángulo de fricción y cohesión tanto del material retenido como del que se encuentra en el desplante de la cimentación.

- ◆ El tipo de material de construcción ya sea concreto armado o mampostería.

En lo que refiere al terreno de cimentación las propiedades relevantes son: su resistencia, esfuerzo cortante, su compresibilidad y su permeabilidad.

- ◆ La resistencia al esfuerzo cortante determina la capacidad de carga del suelo.
- ◆ La compresibilidad indica las posibilidades de asentamientos considerables.
- ◆ La permeabilidad define la selección del filtro para eliminar las presiones producidas por el nivel freático.

El ingeniero a la hora del diseño deberá tener en cuenta lo siguiente:

El peso volumétrico y el ángulo de talud natural, de estos factores depende directamente la intensidad de empuje (presión) del material de relleno sobre el muro, además de ser de suma importancia la permeabilidad del material para diseñar un adecuado sistema de drenaje para eliminar cualquier exceso de agua detrás del muro.

Los muros de retención se diseñan sin empuje debido al nivel de aguas freáticas, por tal motivo se tendrá que considerar siempre un sistema de drenes o filtro en el muro de retención.

Las dimensiones del muro deben ser tales que proporcionen un factor de seguridad capaz de soportar las condiciones que intervienen en la estabilidad de un muro.

### Presión Lateral de Tierra en Reposo

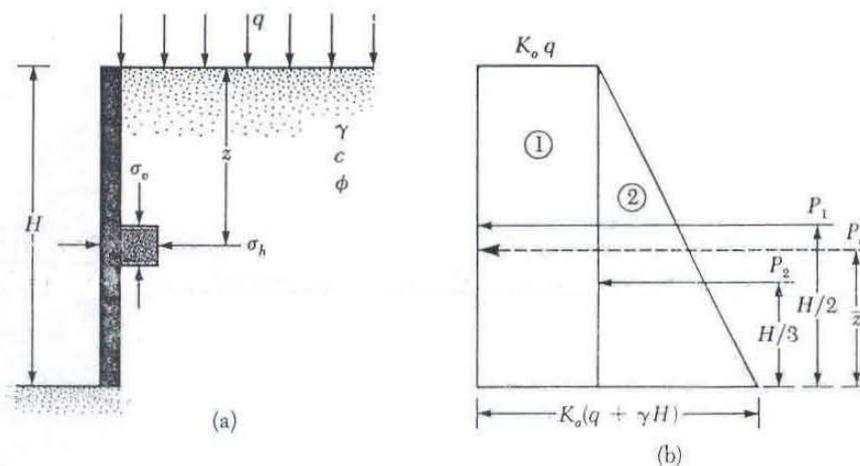


Figura 6.5 "Presión de Tierra en Reposo" (Das, 2001).

El muro que se muestra en la Figura 6.5 representa un muro de retención el cual al considerar que su estructura no tiene desplazamiento alguno respecto a la masa de suelo se dice entonces que la presión que ejerce el suelo retenido al paramento del muro es nula, por lo tanto la presión de tierra esta en reposo.

El esfuerzo vertical a cualquier profundidad  $z$ , se calcula con la siguiente ecuación:

$$\sigma_v = q + \gamma z$$

Como el muro se encuentra en reposo, la presión lateral (horizontal) a una profundidad  $z$  es:

$$\sigma_h = K_o \sigma_v + \mu$$

Donde:

$\mu$  = presión de poro del agua

$K_o$  = Coeficiente de presión de la tierra en reposo

La fuerza total,  $P_o$ , por unidad de longitud del muro Figura 6.5b, se obtiene sumando la presión que se ejerce en cada una de las figuras geométricas que componen el muro:

$$P_o = P1 + P2 = qK_oH + \frac{1}{2} \gamma H^2 K_o$$

De esta manera si el muro fuese únicamente la figura 1, el cálculo de la fuerza que se ejerce se calculará con la siguiente ecuación:

$$P_o = P1 = qK_oH$$

Por lo tanto  $P1$  será el área del rectángulo y  $P2$  el área del triángulo

La fuerza resultante se obtiene calculando el centroide del muro con la siguiente ecuación:

$$\bar{z} = \frac{P1 \frac{H}{2} + P2 \frac{H}{3}}{P_o}$$

Cuando el nivel de aguas freáticas se encuentra a una distancia menor a la altura del muro, las condiciones de presión a la que se encuentra sometido el muro cambian ya que se tiene ahora que aumentar la presión hidrostática que genera la intervención del N. A. F. (Figura 6.6).

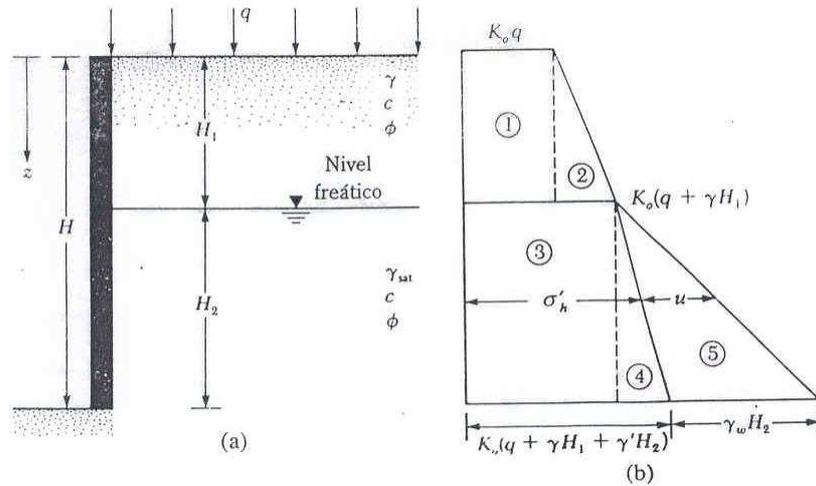


Figura 6.6 (Das, 2001)

De acuerdo con el diagrama mostrado en la Figura 6.6b, para un cálculo sencillo y ordenado tenemos que calcular la fuerza total que se ejerce en cada una de las figura geométricas que se forman cuando interviene el nivel de aguas freáticas.

Siguiendo el diagrama tenemos que calcular la fuerza en cada una de las 5 figuras, teniendo lo siguiente  $P_o = A1 + A2 + A3 + A4 + A5$  donde A representa el área de cada una de las figuras.

Por lo tanto el desglose de la ecuación será:

$$P_o = K_o q H_1 + \frac{1}{2} K_o \gamma H_1^2 + K_o (q + \gamma H_1) H_2 + \frac{1}{2} K_o \gamma H_2^2 + \frac{1}{2} \gamma_w H_2^2$$

### Presión Activa y Pasiva\*

\* Para realizar el análisis de estos dos tipos de presión únicamente se utilizarán las Teorías de Rankine ya que a diferencia de Coulomb (1776), Rankine no aplica la fricción entre el muro y el material retenido además de que no considerar el peso del mismo material, las teorías de Rankine resultan de aplicación sencilla y fáciles de comprender a la hora de realizar análisis de estabilidad de muros de retención.

### Presión Activa de Tierra

De acuerdo con Rankine, cuando el muro permanece en equilibrio se cumple que el esfuerzo vertical que se genera en el muro de retención es igual al esfuerzo horizontal, cumpliendo con la siguiente ecuación:  $\sigma_h = K_o \sigma_v = K_o \gamma z$  esto significa que el muro permanece con desplazamiento nulo.

Si ahora el muro comienza a tener desplazamiento cediendo ante la presión que ejerce el material de relleno, el esfuerzo horizontal  $\sigma_h$  disminuirá (Figura 6.7a).

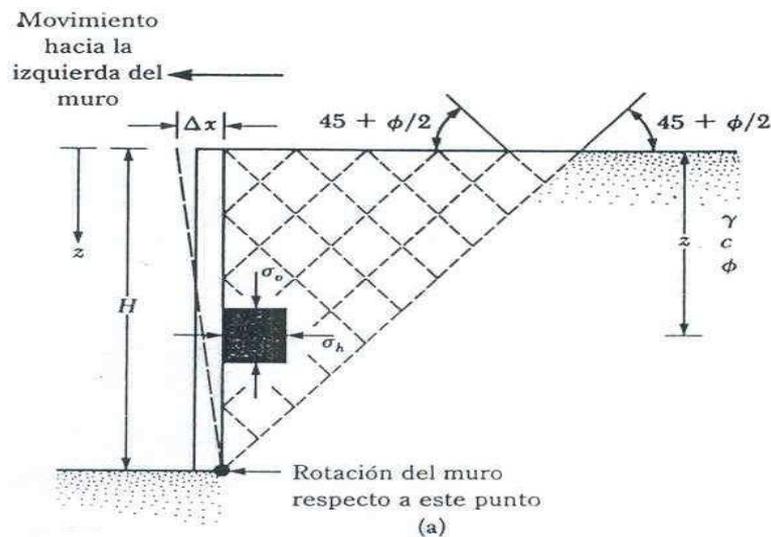


Figura 6.7a (Das, 2001)

Cuando más desplazamiento tenga el muro, los círculos de Mohr que representan las envolventes de falla se harán cada vez más grandes hasta alcanzar la falla del sistema tierra – muro, es en este punto en donde el círculo de mayor diámetro (Figura 6.7b) representa la condición de falla en la masa de suelo, el esfuerzo horizontal es igual a  $\sigma_a$  denominado presión activa de Rankine. Los planos de falla forman ángulos de  $\pm (45 - \phi/2)$  con la horizontal.

La ecuación para el cálculo de la presión activa es:  $\sigma_a = \sigma_v K_a - 2c\sqrt{K_a}$ ; Donde  $K_a = \tan^2(45 - \phi/2)$  denominado coeficiente de presión activa de Rankine.

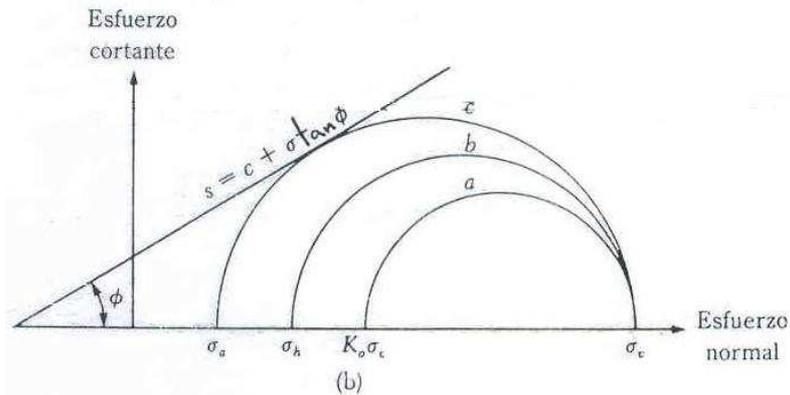


Figura 6.7b (Das, 2001)

Cuando se reemplaza el relleno de suelo cohesivo por un suelo granular con  $c = 0$ ; para fines de cálculo, la presión activa se calcula como:

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a$$

#### Presión Pasiva de Tierra

Para la presión pasiva se considera el mismo criterio que en la presión activa solo que ahora el muro cambia la dirección de su desplazamiento moviéndose hacia el interior de la masa de suelo (Figura 6.8a) de esta manera el esfuerzo horizontal se incrementará hasta alcanzar la falla de acuerdo a los círculos de Mohr – Coulomb (Figura 6.8b), por lo tanto, el esfuerzo horizontal,  $\sigma_h$  en este punto se llama Presión Pasiva de Rankine.

$$\sigma_p = \sigma_v K_p + 2c \sqrt{K_p} \quad (1)$$

Donde:

$$K_p = \tan^2(45 + \phi/2) \text{ Coeficiente de presión pasiva de Rankine.}$$

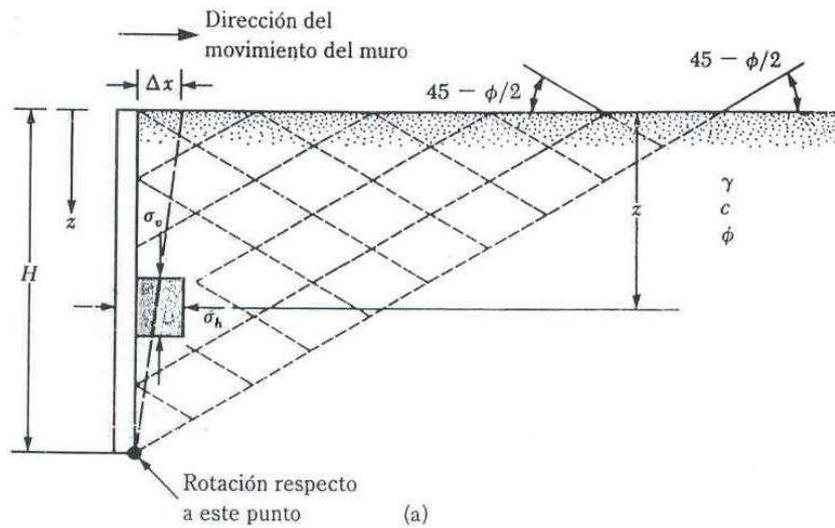


Figura 6.8a (Das, 2001)

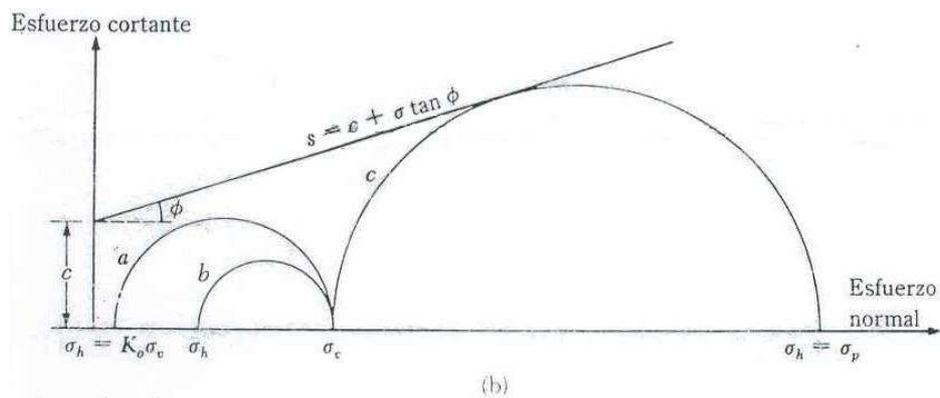


Figura 6.8b (Das, 2001)

La fuerza pasiva por unidad de longitud del muro se determina del área del diagrama de presión:

$$P_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_p + 2cH\sqrt{K_p}$$

Si se sustituye el material cohesivo por un granular la ecuación queda como:

$$P_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_p$$

Las magnitudes aproximadas de los movimientos del muro,  $\Delta x$ , requeridos para desarrollar la falla bajo condiciones pasivas son (Das, 2001):

Tipo de Suelo	Movimiento del muro para condición pasiva, $\Delta x$ .
Arena densa	0.005H
Arena suelta	0.01H
Arcilla firme	0.01H
Arcilla blanda	0.05H

## Revisión de la Estabilidad

### Revisión por Volteo

Para realizar el análisis de cómo calcular el del factor de seguridad contra volteo se considera únicamente el un muro de gravedad en donde su resistencia esta dada por el peso propio de la estructura.

La presión activa esta dada por la ecuación:

$$P_a = \frac{1}{2} K_a \gamma H^2$$

Donde:

$\gamma$  = Peso específico del suelo

$K_a$  = Coeficiente de presión pasiva de Rankine

$c, \phi$  = Cohesión y ángulo de fricción del suelo, respectivamente.

H = Altura del muro

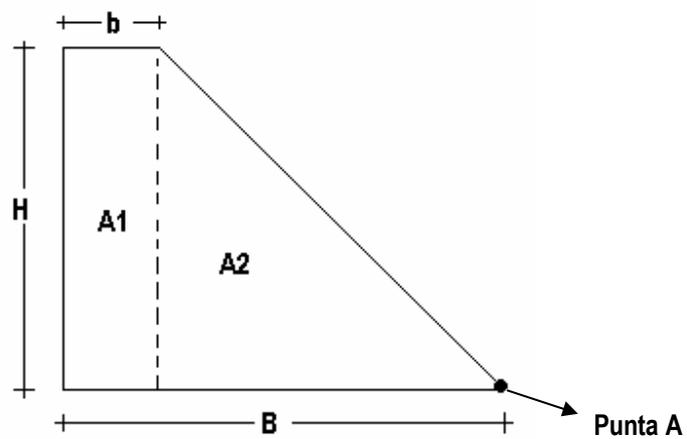


Figura 6.9

El factor de seguridad contra volteo a la punta, es:

$$FS_{(\text{volteo})} = \frac{\sum M_R}{\sum M_o}$$

Donde:

$\sum M_o$  = suma de los momentos de las fuerzas que tienden a voltear el muro respecto a la punta (A).

$\sum M_R$  = suma de los momentos de las fuerzas que tienden a resistir el volteo respecto a la punta (A)

La suma de los momentos que tienden a resistir el volteo para el caso de un muro de gravedad será únicamente el peso propio de la estructura por el brazo de palanca respecto a la punta del muro, para realizar de manera ordenada el análisis, se ha dividido el muro mostrado en la Figura 6.9 en dos figuras geométricas sencillas.

El procedimiento a seguir es el siguiente:

- ◆ Conocer el peso específico del material con el cual se construirá el muro  $\gamma_m$ .
- ◆ Conocer las dimensiones del muro (B, b, H)

El momento resistente será entonces:

$$\sum M_R = M1 + M2 = A1 \cdot \left( B - \left( \frac{b}{2} \right) \right) + A2 \cdot \left( \frac{B-b}{3} \right)$$

Donde A1 y A2 se calculan de la siguiente manera:

$$A1 = b \cdot H \cdot \gamma_m$$

$$A2 = \frac{1}{2} (B-b) \cdot H \cdot \gamma_m$$

Una vez conocido  $\sum M_R$ , el factor de seguridad se calcula como:

$$FS_{(\text{volteo})} = \frac{\sum M_R}{\sum M_o} = \frac{M1 + M2}{M_o}$$

Donde M1 y M2 son los momentos resistentes de cada una de las figuras en que se dividió el muro mostrado en la Figura 6.9.

La única fuerza actuante  $M_o$  que tiende a voltear el muro es igual a  $P_a = \frac{1}{2} K_a \gamma H^2$ .

## Variación del Factor de Seguridad contra volteo de un muro por efecto de la posición del N. A. F.

### Aplicación

Para el análisis del Factor de Seguridad contra volteo, se analizará el Muro mostrado en la Figura 6.10 con las siguientes características:

Base (B) = 8.00 m; Altura (H) = 13.00 m; Corona (b) = 2.00 m;  $\gamma_s$  (suelo) = 2.2 t / m<sup>3</sup>;  $\phi = 0^\circ$ ;

$\gamma_m$  (muro) = 2.4 t / m<sup>3</sup>

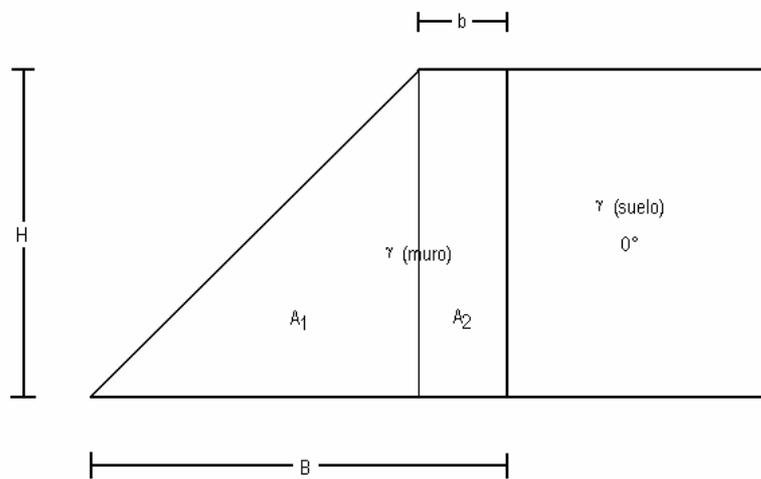


Figura 6.10

Para el cálculo del F. S. del muro mostrado en la Figura 6.10, se descartará la presencia del nivel freático, por lo tanto el empuje hidrostático será igual a cero. Posteriormente se hará variar la posición del nivel freático con el fin de observar los cambios que se presenten en el cálculo del F. S.

Debido a que el material que soporta el muro es un suelo cohesivo tenemos que el ángulo de fricción interna es igual a cero; por lo tanto, el cálculo de  $K_a = K_p$  dado lo siguiente:

$$k_a = \tan^2\left(45 - \frac{\phi}{2}\right) \quad \text{y} \quad k_p = \tan^2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right)$$

$$k_a = \tan^2 45 = k_p = \tan^2 45$$

$$k_a = k_p = 1$$

El F. S. contra volteo esta dado por la siguiente ecuación:

$$FS_{(\text{volteo})} = \frac{\sum M_R}{\sum M_o}$$

Dada la ecuación anterior primeramente se calculará el momento resistente del muro; es decir, la fuerza del muro para resistir la acción al volteo. Como el muro es de gravedad la única fuerza resistente será la de su peso propio por su brazo de palanca, quedando de la siguiente manera:

#### **Cálculo del Momento Resistente:**

Peso de la figura  $A_1$

$$W_1 = A_1 * \gamma_m = \left(\frac{(B-b)*H}{2}\right) * \gamma_m = \frac{((8-2)*13)}{2} * 2.4 = 93.60 \text{ t/m}$$

Peso de la figura  $A_2$

$$W_2 = A_2 * \gamma_m = (b * H) * \gamma_m = (2 * 13) * 2.4 = 62.40 \text{ t/m}$$

Como la figura  $A_1$  es un triángulo el brazo de palanca se ubica a  $\frac{2}{3}$  respecto al punto donde se calcule el momento. Para la figura  $A_2$  el brazo de palanca se encuentra a  $\frac{1}{2}$ .

Brazo de palanca para  $A_1$

$$d_1 = (B - b) * \frac{2}{3} = 6 * \frac{2}{3} = 4.00 \text{ m}$$

Brazo de palanca para  $A_2$

$$d_2 = \left(B - \frac{b}{2}\right) = 8 - \frac{2}{2} = 8 - 1 = 7.00 \text{ m}$$

Momento Resistente

$$M_1 = W_1 * d_1 = 93.60 * 4.00 = 374.40 \text{ t}$$

$$M_2 = W_2 * d_2 = 62.40 * 7.00 = 436.80 \text{ t}$$

$$\therefore \sum M_R = M_1 + M_2 = 374.40 + 436.80 = 811.20 \text{ t}$$

**Cálculo del momento actuante:**

Empuje de la masa de suelo

$$E = \frac{1}{2} * \gamma_s * H^2 * k_a$$

$$E = \frac{(2.2 * 13^2 * 1)}{2} = 185.90 \text{ t/m}$$

Para el cálculo del momento actuante tenemos que conocer el punto de aplicación de la fuerza de empuje para definir el brazo de palanca, este punto de aplicación se encuentra a  $\frac{1}{3}$  de la altura; por lo tanto, el momento actuante es igual a:

$$M_o = E * d = 185.90 * \frac{13}{3} = 805.56 \text{ t}$$

**Factor de Seguridad**

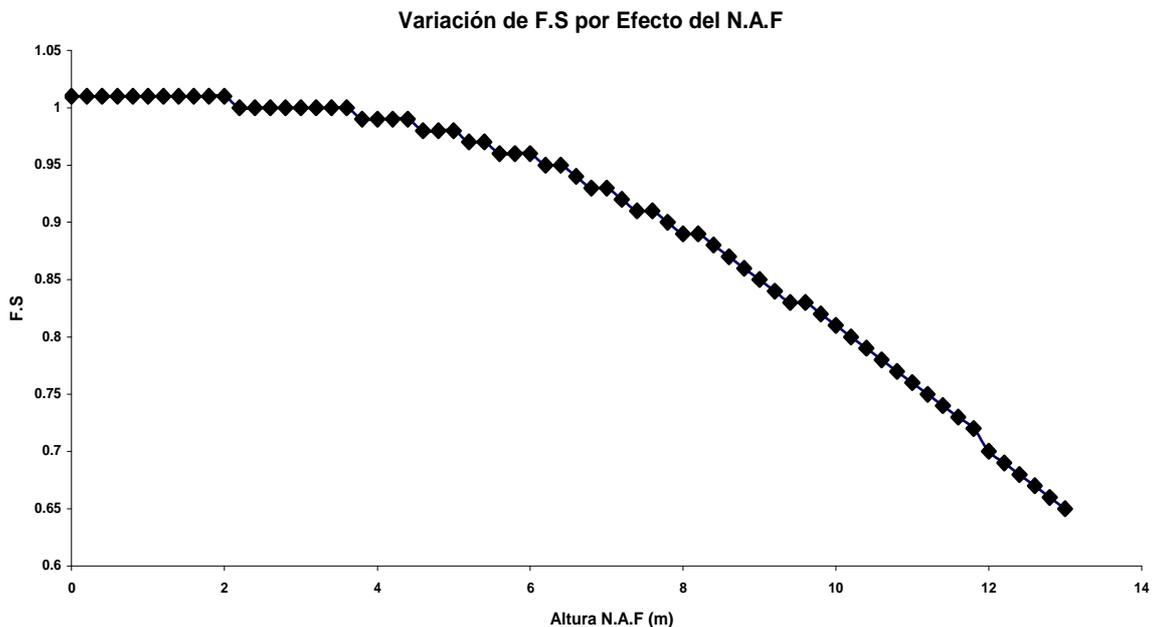
$$F.S. = \frac{\sum M_R}{\sum M_o} = \frac{811.20 \text{ t}}{805.56 \text{ t}} = 1.01$$

Después de haber obtenido el F. S. para el caso de un muro de retención sin la presencia del nivel de aguas freáticas, ahora se hará variar la posición del nivel freático, para observar así la variación del F. S.

**Variación del F. S por efecto del N. A. F**

<b>Altura N. A. F (m)</b>	<b>F. S.</b>
0.00	1.01
0.20	1.01
0.40	1.01
0.60	1.01
0.80	1.01
1.00	1.01
1.20	1.01
1.40	1.01
1.60	1.01
1.80	1.01
2.00	1.01
2.20	1.00
2.40	1.00
2.60	1.00
2.80	1.00
3.00	1.00
3.20	1.00
3.40	1.00
3.60	1.00
3.80	0.99
4.00	0.99
4.20	0.99
4.40	0.99
4.60	0.98
4.80	0.98
5.00	0.98
5.20	0.97
5.40	0.97
5.60	0.96
5.80	0.96
6.00	0.96
6.20	0.95
6.40	0.95
6.60	0.94
6.80	0.93
7.00	0.93
7.20	0.92
7.40	0.91
7.60	0.91
7.80	0.90
8.00	0.89

8.20	0.89
8.40	0.88
8.60	0.87
8.80	0.86
9.00	0.85
9.20	0.84
9.40	0.83
9.60	0.83
9.80	0.82
10.00	0.81
10.20	0.80
10.40	0.79
10.60	0.78
10.80	0.77
11.00	0.76
11.20	0.75
11.40	0.74
11.60	0.73
11.80	0.72
12.00	0.70
12.20	0.69
12.40	0.68
12.60	0.67
12.80	0.66
13.00	0.65



**Gráfica 2**

Realizando los cálculos necesarios observamos que para las condiciones dadas al Muro, el F. S sin la presencia del Nivel Freático se encuentra en la unidad. Partiendo de este cálculo se hace variar la posición del N. A. F, observando que a medida que va subiendo el nivel freático el F. S parece mantenerse constante hasta ciertos puntos en donde empieza a descender de manera proporcional, lo importante aquí es mencionar que el Factor de Seguridad se ve afectado por los cambios que sufre la posición de N. A. F cuando se alteran las condiciones hidráulicas de la masa de suelo. Esta variación que se presenta en el F. S. se muestra en la Gráfica 2, donde la curva representa la variación del F. S conforme aumenta la posición del N. A. F.

La variación que se presenta en el factor de seguridad para este tipo de muro de retención es muy pequeña, pero se puede hacer notar que la estabilidad se ve disminuida cuando se modifican las condiciones hidráulicas dentro de la masa de suelo, es importante señalar que el efecto de marea (contexto bajo el cual se ha manejado este trabajo) hace variar las mediciones piezométricas dentro de la masa de suelo, sin embargo aunque esta variación sea de apenas unos centímetros esta presente, solo que no es necesario hacer algún tipo corrección a los datos calculados por efecto de la marea, lo importante es ejemplificar que este fenómeno de marea existe y aunque modifica las mediciones piezométricas no es tan importante además de que debemos tener en cuenta que el diseño de los muros de retención se hacer considerando un sistema de drenaje que impide la influencia del empuje hidrostático.

## CONCLUSIONES

Anteriormente todos y cada uno de los fenómenos físicos que se presentan en la Tierra; eran impredecibles, hoy en día gracias a los avances científicos y tecnológicos se ha llegado a tener los medios necesarios con los cuales se ha podido predecir este tipo de acontecimientos, dada la suficiente exactitud se ha logrado establecer un sistema de precauciones mínimas necesarias a fin de evitar cualquier tipo de riesgo.

La presencia de este tipo de fenómenos generó el interés de muchas personas para hacer investigaciones acerca de estos acontecimientos llevándolas así a dedicar gran parte de su vida a su estudio formando y desarrollando centros de investigación, cuyo objetivo principal es explicar el porqué de la presencia de los fenómenos naturales.

Después de varios siglos de observación las investigaciones realizadas han podido explicar la ocurrencia de estos fenómenos, de la misma manera se han podido obtener múltiples soluciones a los problemas e incluso se han llegado a prevenir desastres gracias a la oportuna intervención de los instrumentos desarrollados; cuya tecnología ayuda a registrar cualquier alteración natural que indica la ocurrencia de algo inesperado.

La Ciudad de México debido a su desarrollo sobre una zona de lago, ha presentado desde siempre serios problemas de asentamientos y hundimientos en varias zonas de la ciudad, debido al constante crecimiento de la mancha urbana y a la gran explotación que han sufrido las aguas freáticas. Por esto mismo el ingeniero civil se ha preocupado por evaluar las condiciones de seguridad que requieren las estructuras de soporte (taludes, muros de retención, zapatas etc.) debido a que para el diseño y cálculo de lo antes mencionado es indispensable considerar el nivel de aguas freáticas.

Con el fin de resolver los problemas a los que se enfrenta la Ingeniería Civil, cuando se trata de Mecánica de Suelos; las investigaciones realizadas durante mucho tiempo han dado al Ingeniero Civil los conocimientos, herramientas y habilidades necesarias para la solución a cualquier problema que se le presente; de acuerdo con la investigación realizada sobre el efecto que tiene el fenómeno de marea sobre el Nivel de Aguas Freáticas; se puede concluir que, la presencia de este nivel representa un problema importante cuando se realizan análisis de estabilidad de suelos, o cualquier otro tipo de problema relacionado con Mecánica de Suelos, ya que la presencia de este nivel afecta de manera directa las condiciones de estabilidad de la masa de suelo, haciéndoles disminuir el Factor de Seguridad ya sea de forma inmediata o gradualmente al paso del tiempo, bajo esta circunstancia a través del tiempo se ha buscado la forma para

poder abatir el nivel de agua en la masa de suelo, disminuyendo así las probabilidades de falla por condiciones hidráulicas, se trata sobre todo de eliminar la presencia de agua para poder trabajar en condiciones de humedad mínimas.

El principal problema que se presenta en el interior de la masa de suelo; debido a la variación de este Nivel de Aguas Freáticas, es que se modifican las condiciones hidráulicas, lo cual obliga al ingeniero a realizar los cálculos considerando la posición del N. A. F. Esta consideración se vuelve indispensable sobre todo si se tienen variaciones constantes en los niveles piezométricos previniendo así condiciones futuras de inestabilidad que lleguen a presentarse en los sistemas de retención de tierra. La presencia del fenómeno de marea en este tipo de análisis no representa un gran problema a la hora de resolver problemas de estabilidad de tierra debido a que esta variación al ser de pocos milímetros no es indispensable considerarla o realizar correcciones por este fenómeno.

Durante el desarrollo de esta investigación, para poder verificar la influencia del fenómeno de marea en la variación de las mediciones piezométricas del N. A. F, se utilizaron como referencia los pozos de observación mencionados en la Tabla 9 eliminando en ellos todas aquellas condiciones ajenas al efecto de marea que pudieran alterar la posición original de partida de este nivel, tales como recarga por filtraciones o efectos de capilaridad, e incluso condiciones de presión atmosférica; por lo tanto, la variación de las condiciones hidráulicas que se han registrado en dichos puntos de observación ha sido única y exclusivamente por el fenómeno que causa el efecto de la marea.

El fenómeno de marea, aunque parece tener un origen sencillo, no fue sino hasta varios años después; incluso siglos, cuando se llegó a conocer las causas que lo originaban. Partiendo así de la Segunda Ley de Newton, se conoció de manera general el origen y tipo de fuerzas que se encuentran involucradas cuando ocurre el fenómeno de marea; estas fuerzas siguen; obviamente, una ley de aplicación, en donde la fuerza de atracción se relaciona directamente con las características propias de cada cuerpo que interviene.

Dado que el fenómeno de marea tiene su origen a partir de la atracción de cuerpos; tenemos tanto mareas producidas por el Luna y por el Sol, cuya fuerza de atracción que genera en el sistema Tierra – Luna – Sol, hace que las aguas oceánicas eleven su posición más de lo habitual, (sabiendo que las aguas continentales nunca son estáticas); esta elevación que se presenta lleva a la conclusión que si las aguas oceánicas elevan su posición original; entonces, el Nivel de Aguas Freáticas dentro de una masa de suelo sufre el mismo efecto, aunque en menor magnitud, ya que la elevación de las aguas oceánicas llega a ser de varios metros mientras que en el nivel de aguas freáticas es solo de algunos milímetros.

Esta suposición dio lugar a la hipótesis siguiente “La variación de las mediciones piezométricas se ven afectadas por la influencia del fenómeno de marea, estas variaciones representan un factor importante a la hora de considerar el nivel de aguas freáticas cuando se realizan análisis geotécnicos tradicionales, es por ello que se deben calibrar de manera adecuada las mediciones piezométricas que se registran dado el efecto de marea, de esta manera se obtendrán resultados bastante precisos cuando se realicen análisis geotécnicos en la masa de suelo bajo la influencia del nivel freático”. Esta hipótesis establece las condiciones bajo las cuales el fenómeno de marea interviene en el N. A. F.

Durante el desarrollo de esta investigación, además de las mareas oceánicas, se conoció la existencia de mareas de aire y tierra, las cuales no pueden ser observadas a simple vista; sin embargo, están presentes a nuestro alrededor.

De acuerdo con la investigación, las mareas de agua que se presentan hacen variar el nivel de agua de un pozo de observación que pudiera encontrarse en la costa; de esta manera al hacerse presente el fenómeno de marea, el agua que se encontraba inicialmente en un nivel “estático”, cambia y eleva su posición original, esta variación registrada por medio de medidores de presión (piezómetros), demuestra efectivamente que el fenómeno de marea esta directamente relacionado con los cambios que se producen en los niveles piezométricos, aunque la variación que se registre sea de algunos milímetros, es suficiente para dar por hecho la existencia de factores de fuerza de atracción del sistema Luna – Sol – Tierra, que generan cambios en la posición de las aguas freáticas; esta variación dado el estudio de problemas de Mecánica de Suelos, y de acuerdo a los análisis realizados no es significativa para los trabajos del Ingeniero Civil; por lo tanto, el Ingeniero no necesita realizar correcciones a los cálculos ya obtenidos para determinar el Factor de Seguridad.

Con el fin de demostrar si era necesario o no realizar correcciones a las mediciones piezométricas para obtener un Factor de Seguridad confiable cuando se hace presente el efecto de marea, se analizaron por separado las condiciones de Estabilidad de Taludes, Empujes (Muro de Retención) y la Capacidad de Carga de una zapata. Estos tipos de análisis son básicos en la Mecánica de Suelos, además de la constante relación que tiene el Ingeniero con los mismos.

Después de haber realizado los análisis correspondientes considerando que el N. A. F varía cuando se presenta el efecto de marea, para los tres tipos de aplicaciones se tiene lo siguiente:

Dado el estudio de Capacidad de Carga, se observó que esta capacidad varió proporcionalmente cuando se modificaron las condiciones iniciales a las que se encontraba sometida, de acuerdo al análisis hecho, entre más lejos se encuentre la posición del N. A. F a partir de la profundidad de desplante, la capacidad de carga no se ve afectada; por lo tanto, el valor obtenido durante el cálculo es representativo y no necesita corrección alguna, claro esta que las correcciones que requiere son únicamente las mencionadas en las Normas Técnicas Complementarias de Construcción por posicionamiento del N. A. F.

A partir de este análisis se procedió a variar la posición del N. A. F, observando qué ocurría cuando más se acercaba a la profundidad de desplante; la reacción fue que la capacidad de carga disminuía proporcionalmente; observando la Grafica 1 del Capítulo 6; se tiene que conforme varía la posición del N. A. F esta influye directamente sobre la capacidad de carga de la zapata, esta relación aunque ya es conocida es importante mencionarla, este análisis refleja lo que sucede cuando cambia de posición el nivel freático; sin embargo no es necesario corregir por efecto de marea las mediciones que registran los piezómetros; ya que la variación no es tan significativa.

De la misma manera a la capacidad de carga, en donde el F. S se ve disminuido por la posición de N. A. F; en la estabilidad de taludes, el fenómeno se presenta bajo el mismo principio y la variación que se registra de acuerdo al software SLIDE es pequeña y significativa. Esta variación que se presenta, representa la existencia de efectos tanto estáticos como dinámicos (aunque el estudio de estabilidad se haya realizado bajo condiciones estáticas). Se tiene entonces que la estabilidad del talud no se rige totalmente bajo condiciones estáticas, si no que existe movimiento dentro del cuerpo del talud que relaciona directamente la variación que sufre el nivel de aguas freáticas debido al efecto de marea. De esta manera al presentarse variaciones de presión intersticial debido al grado de saturación del suelo por posicionamiento del N. A. F, hace variar el F. S disminuyendo por debajo de las condiciones mínimas de seguridad. Cabe mencionar que esta condición de estabilidad es representativa para condiciones de tipo estático, pero en la realidad la estabilidad se analiza bajo condiciones de tipo dinámicas (sismo) del lugar de construcción.

Para el análisis de los empujes dentro de una masa de suelo, se realizó el mismo procedimiento de análisis utilizado para la obtención de la capacidad de carga. Primeramente se calculó el factor de seguridad cuando la masa de suelo se encontraba seca, el cálculo inició de tal forma que se encontrara un factor de seguridad igual a uno, a partir de ese mínimo se observaría claramente la disminución de este a la hora de modificar las condiciones hidráulicas de la masa de suelo. Partiendo de este resultado se observa que conforme varía la posición del N. A. F, el factor de seguridad comienza a disminuir en forma proporcional; de acuerdo con la Gráfica 2 del Capítulo 6, el factor parece mantenerse constante en varios de los puntos, pero

al elevarse más la posición del N. A. F, tiende a disminuir poco a poco. Aunque esta disminución no represente gran problema para la estabilidad del muro; esto porque para muros de este tipo la condición de estabilidad se da por aceptada cuando el F. S es superior al 1.5, además de que la construcción de este tipo de estructuras requiere de un sistema de drenaje para evitar los empujes provocados por el agua, se observa que las mediciones piezométricas registradas para este nivel de aguas freáticas varían cuando se encuentran bajo condiciones del efecto de marea.

La diferencia obtenida entre el F. S entre los extremos límite; donde la masa de suelo esta totalmente seca y la condición más desfavorable (cuando se encuentra totalmente saturada la masa de suelo), es de apenas 0.2 décimas. Si consideramos que el F. S mínimo es 1.5 a 2.0, entonces no habría problema con la posición del N. A. F, aún teniendo la condición crítica; por lo tanto, se observa que el cambio de las condiciones hidráulicas dentro de la masa de suelo se debe a efectos de la posición del N. A. F, variando este por el fenómeno de marea que modifican las mediciones piezométricas.

La variación del N. A. F en los pozos de observación por el fenómeno de marea no ha sido estudiada a fondo, por lo cual no se tiene mucha información acerca de este fenómeno; sin embargo, las pequeñas contribuciones hechas por investigadores en los años 50's, nos demuestran que el fenómeno de marea hace variar las mediciones piezométricas; sin embargo, para el Ingeniero Civil no es importante considerarlo a la hora de resolver problemas de Mecánica de Suelos, ya que la afectación que sufre el F. S no es significativo.

De este modo se demostró que la variación de las mediciones que registran los piezómetros para efectos geotécnicos del comportamiento del nivel freático dentro de la masa de suelo, son algunos productos de los efectos que provoca el fenómeno de marea.

La hipótesis bajo la cual se realizó la investigación resultó ser cierta ya que al eliminar todas las condiciones ajenas al efecto de marea sobre un pozo de observación, resulta que sí existe variación en las mediciones piezométricas cuando se presenta el fenómeno, probablemente no sea sólo la marea la que intervenga, sino que hay factores externos, tales como la presión atmosférica o filtraciones que también tienen efecto; pero para fines de esta investigación el fenómeno de marea afecta a las condiciones hidráulicas dentro de una masa de suelo.

El trabajo de investigación no demuestra lo que ocurre cuando el Factor de Seguridad disminuye, ya que aquí no es fundamental conocer si nuestra estructura falla o no; sin embargo, hay que tener en cuenta que un factor de seguridad bajo representa que no hay equilibrio generando la falla del elemento, para este

trabajo lo importante es mencionar que el fenómeno de marea está presente y afecta el N. A. F, además de mencionar la importancia que se le debe dar al fenómeno de marea, para posteriormente aplicarlo a los problemas de Mecánica de Suelos; sin embargo, la idea en la cual se tiene que establecer un sistema de corrección, es nula y no es indispensable ya que los cálculos que se obtuvieron en las estructuras de retención de tierra no tienen problemas de inestabilidad o posible falla por las variaciones de las condiciones piezométricas por efecto de marea.

Finalmente, los efectos que produce el efecto de marea representa una variación mínima dentro de los niveles piezométricos, por tal motivo se debe hacer un análisis de todos aquellos factores que se ven involucrados en estos cambios, de esta manera se ha demostrado que no se requiere de un ajuste en la calibración de estos instrumentos por efecto de la marea; solo se ha demostrado la existencia del fenómeno de marea en el N. A. F y que aunque se modifiquen las condiciones hidráulicas dentro de la masa de suelo no es importante a la hora de resolver problemas de Mecánica de Suelos.

## **ANEXOS**

### **1. - GLOSARIO DE TÉRMINOS DE MAREA**

#### **ALTURA DE LA MAREA**

Distancia vertical entre el nivel del mar y el nivel de reducción de sondas, o el nivel que se especifique, en un instante cualquiera.

#### **AMPLITUD (H)**

Máxima elongación de una componente. Por analogía se llama así a la velocidad máxima de una componente de corriente.

#### **AMPLITUD DE LA MAREA**

La mitad de la diferencia en altura entre una Pleamar y una Bajamar consecutiva.

#### **ANÁLISIS ARMÓNICO**

Método basado en la suposición que el movimiento de ascenso y descenso de la marea en un lugar cualquiera, puede ser expresado matemáticamente como la sumatoria de una serie de términos armónicos que cumplen ciertas condiciones astronómicas.

#### **AÑO SIDERAL**

Promedio del período de traslación de la Tierra alrededor del Sol con respecto a una estrella fija. Es igual a 365,2564 días solares medios.

#### **APOGEO**

Punto de la órbita lunar más distante de la Tierra.

#### **AZIMUT DE UNA CORRIENTE**

Dirección hacia la cual fluye la corriente; se mide, por lo general, a partir de la dirección Norte.

#### **BAJAMAR**

Nivel mínimo alcanzado por una marea vaciante en un día cualquiera.

## COMPONENTE

La parte de una fuerza de marea o velocidad de corriente que actúa en determinada dirección. También se llama componente a uno de los elementos armónicos en una expresión matemática de la fuerza productora de la marea y en las fórmulas correspondientes para la marea o corriente de marea.

Cada componente representa un cambio periódico o variación en las posiciones relativas de la Tierra, Luna y Sol. Una sola componente se escribe generalmente en la forma:

$$y = A \cos (at + \alpha)$$

En la cual “y” es una función de tiempo según se expresa por el símbolo “t”, el que se calcula de un origen especificado. El coeficiente “A”, se llama amplitud de la componente y representa la medida de su importancia relativa. El ángulo “(at +  $\alpha$ )” cambia uniformemente su valor en cualquier momento y se llama fase de la componente. La velocidad de la componente es el régimen de cambio de su fase y se representa por la letra “a” en la fórmula. La cantidad “a” es la fase de la componente en el instante inicial desde la cual se calcula el tiempo. El período de la componente es el tiempo requerido por la fase para cambiar a través de 360° y es el ciclo de la condición astronómica representada por la componente.

## COMPONENTE DE LARGO PERÍODO

Es aquella que tiene un período que es independiente de la rotación de la Tierra, y depende del movimiento orbital de la Luna o de la Tierra. Las componentes de largo período lunares principales, tienen períodos que se aproximan al mes o medio mes, y las componentes de largo período solares se aproximan al año y medio año.

## COMPONENTES PRINCIPALES DE LA MAREA

M<sub>2</sub> Componente lunar principal Semi - Diurna

S<sub>2</sub> Componente solar principal Semi - Diurna

K<sub>2</sub> Componente Luni - Solar principal Semi - Diurna

N<sub>2</sub> Componente lunar elíptica mayor Semi - Diurna

K<sub>1</sub> Componente Luni - Solar Declinación Diurna

O<sub>1</sub> Componente Lunar Declinación Diurna

P<sub>1</sub> Componente Solar Principal Diurna

Q<sub>1</sub> Componente Lunar Elíptica Mayor Diurna

S<sub>a</sub> Componente Solar Anual

Ss<sub>a</sub> Componente Solar Semi - Anual

El subíndice 2 indica que la componente es Semi - Diurna.

El subíndice 1 indica que la componente es Diurna.

### CONSTANTES ARMÓNICAS

La amplitud (H) y la época (g) de las componentes armónicas de la marea o corriente de marea de un lugar. El valor (H) se expresa en pies, décimos y centésimos o en metros y fracción; y el valor (g) se expresa en grados.

### CORRIENTE DE MAREA

El término se aplica exclusivamente a las corrientes periódicas producidas por la marea.

Por lo general, son débiles en altamar, pero pueden adquirir cerca de las costas velocidades suficientes para arrastrar las materias del fondo removidas por las olas.

Las corrientes de marea son corrientes que desplazan las aguas de mar sobre un gran espesor. La velocidad es débil en el océano, pero ya cerca de las orillas, varían mucho en dirección e intensidad, según la configuración de las orillas; por eso puede llegar a ser considerable en las entradas de golfos profundos y relativamente angostos. Pero cualquiera que sea la complejidad de estas corrientes, su característica es su renovación sin cambio con las mismas mareas. En consecuencia, pueden ser previstas muy exactamente, después de ser objeto de observaciones precisas.

### CORRIENTE DE REFLUJO

Movimiento de la corriente de marea hacia afuera de la costa.

### CORRIENTES OCEÁNICAS

Movimiento de las aguas del océano que se caracteriza por su regularidad, así como por su naturaleza cíclica. Son producidos principalmente por la circulación atmosférica sobre la superficie y los gradientes de densidad en el agua de mar, dando lugar a la formación de grandes giros oceánicos y sistemas de corrientes.

### CRESTA

Punto más elevado del desarrollo de una onda de mar.

## CUADRATURA

Posición de la Luna cuando su longitud celeste difiere  $90^\circ$  de la longitud del Sol. Las fases correspondientes se denominan creciente y menguante. Las amplitudes de mareas durante la cuadratura son las mínimas del mes.

## CURVA DE CORRIENTE

Representación gráfica de la dirección e intensidad que sigue una corriente. Cuando es reversible la curva está referida a coordenadas rectangulares: en el eje de las abscisas se plotea el tiempo y la velocidad sobre el eje de las ordenadas. La velocidad de la corriente se considera positiva cuando asciende y negativa cuando desciende. En general, la curva de una corriente reversible se aproxima a la curva del coseno.

## CURVA DE MAREA

Representación gráfica de las oscilaciones del nivel del mar, debidas a las acciones Luni – Solares y que además incluye todos los agentes perturbadores ajenos a la marea misma, principalmente la acción atmosférica. Esta curva la inscriben automáticamente los mareógrafos en la carta de registro: el tiempo está representado por las abscisas y la altura de la marea por las ordenadas de la curva. Para una marea normal esta curva se aproxima a la del coseno.

## DECLINACIÓN

Distancia angular Norte o Sur del Ecuador celeste, tomándose como positiva (+) al Norte y negativa (-) al Sur del Ecuador. El Sol pasa a través de su ciclo declinacional una vez al año, alcanzando su máxima declinación de  $23^\circ 27'$  N, alrededor del 21 de junio, y la máxima sur de  $23^\circ 27'$  S, alrededor del 21 de diciembre. La Luna tiene un ciclo declinacional promedio de  $27 \frac{1}{3}$  días, que se llama mes trópico. Las mareas o corrientes de marea que ocurren cerca de los períodos de declinación máxima Norte o Sur de la Luna, se denominan mareas o corrientes trópicas, y cuando la Luna está en el Ecuador, se denominan mareas o corrientes ecuatoriales. La declinación máxima que alcanza la Luna en meses sucesivos depende de la longitud del Nudo Lunar y varía desde  $28^\circ 31'$ , cuando la longitud del Nudo Ascendente es cero, hasta  $18^\circ 23'$  cuando la Longitud del Nudo es  $180^\circ$ . El Ciclo del Nudo o el tiempo requerido para que el Nudo recorra  $360^\circ$  de longitud, es aproximadamente 18,6 años.

## DESIGUALDAD ANUAL

Variaciones más o menos periódicas del nivel del mar o velocidad de la corriente de marea, que se producen con los cambios de estación, debidas principalmente a causas meteorológicas.

## DESIGUALDAD DE FASE

Variaciones de la marea o corrientes de marea debido a los cambios de fase de la Luna.

Durante las lunas llena y nueva, la Luna y el Sol actúan en forma conjunta sobre la marea, produciendo una amplitud de marea y una velocidad de corriente superior a sus valores medios, la marea que corresponde a estas épocas se denomina "Marea de Sicigia". Cuando la Luna está en cuadraturas, forma con la Tierra y el Sol un ángulo de  $90^\circ$  y por esta causa se contrarrestan las fuerzas de atracción, disminuye la amplitud de la marea y la velocidad de la corriente. Esta marea se denomina "Marea de Cuadratura".

## DESIGUALDAD DIURNA

Diferencia de altura entre las dos pleamares o las dos bajamares del día; es también la diferencia de velocidad entre las dos corrientes de flujo y dos corrientes de reflujos de cada día. Esta diferencia cambia con la declinación de la Luna y en menor grado con la declinación del Sol. En general, la desigualdad tiende a aumentar con la declinación creciendo hacia el Norte o Sur ya disminuir cuando la Luna se acerca al Ecuador.

## DESIGUALDAD DIURNA DE LA PLEAMAR

Diferencia de altura entre las pleamares de cada día.

## DESIGUALDAD DIURNA DE LA BAJAMAR

Diferencia de altura entre las bajamares de cada día.

## DESIGUALDAD MEDIA DIURNA DE LA PLEAMAR

Diferencia entre la media de las alturas de las pleamares más altas de cada día, durante un mes, y la media de todas las alturas de las pleamares del mes.

## DESIGUALDAD MEDIA DIURNA DE LA BAJAMAR

Diferencia entre la media de las alturas de las bajamares del mes y la media de las alturas de las bajamares más bajas de cada día, durante un mes.

## DÍA LUNAR

Tiempo que tarda la Tierra en su movimiento de rotación con respecto a la Luna; o sea, el intervalo de tiempo transcurrido entre los dos pasos sucesivos de la Luna por el meridiano del lugar. El día lunar medio es aproximadamente de 24,84 horas de duración o 1,035 veces el día solar medio.

## DÍA SIDERAL

Tiempo de rotación de la Tierra con respecto al equinoccio vernal. Es aproximadamente igual a 0,99727 del día solar medio. Debido a la precisión de los equinoccios, el día sidereal así definido es ligeramente menor que el período de rotación con respecto a las estrellas fijas, pero la diferencia es menor que un centésimo de segundo.

## DÍA SOLAR

Período de rotación de la Tierra con respecto al Sol, al completar una vuelta alrededor de su eje. El día solar medio es el tiempo o período de rotación con respecto al sol medio. El día solar que comienza a medianoche se llama día civil o día calendario, pero si el día comienza a mediodía, se le denomina día astronómico y fue usado primitivamente en los cálculos astronómicos.

## EFFECTO DE CORIOLIS

Efecto de la rotación de la Tierra, en virtud de la cual actúa sobre los cuerpos en movimiento desviándolos hacia la derecha en el hemisferio norte y hacia la izquierda en el hemisferio sur. La fuerza de desviación varía con el seno de la latitud y una aceleración en la dirección del movimiento; se puede expresar por la fórmula:

$$\text{Aceleración} = 2 w v \text{ sen. } (L.)$$

$w$  = velocidad angular de la rotación de la Tierra 0,0000729 rad/seg.

$v$  = velocidad de movimiento del cuerpo.

$L$  = latitud del lugar.

La dirección de la aceleración es en el sentido de las agujas del reloj en el hemisferio norte y contrario en el sur. Esta fuerza tiene un efecto material sobre el flujo de las corrientes de marea y las corrientes libres de marea, y también crea una diferencia en la amplitud en lados opuestos de un canal de marea.

## EQUINOCCIOS

Los dos puntos en la esfera celeste donde el Ecuador celeste corta a la eclíptica; también las horas en que el Sol cruza el Ecuador en estos puntos. El equinoccio vernal es el punto donde el Sol cruza el Ecuador de Sur a Norte y ocurre alrededor del 21 de Marzo. La longitud celeste se calcula hacia el este desde el equinoccio vernal. El equinoccio otoñal es el punto donde el Sol cruza el Ecuador de Norte a Sur y ocurre alrededor del 23 de Septiembre.

## ESTABLECIMIENTO DEL PUERTO

Promedio de los intervalos marea - lunar de la pleamar en los días de sicigias o sea en los días de lunas nueva o llena. Se conoce además por sus iniciales E. del P. Este intervalo se conoce también con el nombre de establecimiento común, para distinguirlo del establecimiento medio corregido.

## ESTOA

Es el momento en que la velocidad de la corriente de marea está cerca de cero. También se dice que es el momento en que la corriente cambia de dirección y su velocidad es nula.

Este término también se aplica a todo el período de baja velocidad que se aproxima a la hora de la inversión de la corriente. La relación de la hora de la estoa y las fases de la marea varía con la localidad. En algunos casos ocurre cerca de las horas de la Pleamar o Bajamar; mientras que en otros lugares, la estoa puede ocurrir en horas intermedias, entre la Pleamar y Bajamar o viceversa.

## FASE

- a) Cualquier aspecto que se repita de un fenómeno periódico; como: Luna Nueva, Pleamar, etc.
- b) Determinado instante de una función periódica expresada en medidas angulares y considerada desde el momento de su valor máximo hasta cubrir un período completo de  $360^\circ$ . Los puntos de Pleamar y Bajamar de una componente armónica tienen como valor de fase  $0^\circ$  y  $180^\circ$ , respectivamente.

## FLUJO

La marea ascendente o creciente recibe el nombre de marea de flujo.

## FUERZA GENERADORA DE MAREA

La parte efectiva de la atracción de la Luna y del Sol en la propagación y generación de la marea en la Tierra. La fuerza varía, aproximadamente, en razón directa de la masa e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia; así la fuerza generadora ejercida por el Sol es poco menos de la mitad de la fuerza ejercida por la Luna.

## FUNCIÓN ARMÓNICA

Cantidad variable con el coseno de un ángulo que crece uniformemente con el tiempo, y puede expresarse por la siguiente fórmula:

$$y = A \cos (at)$$

y = es una función del tiempo "t".

A = coeficiente constante.

a = la razón de variación en el ángulo "at".

#### INTENSIDAD DE LA CORRIENTE

Es la velocidad máxima de la corriente en un momento considerado. A partir de la estoa anterior al flujo en la corriente de marea reversible, la velocidad aumenta gradualmente hasta la fuerza del flujo, disminuyendo luego hasta la otra estoa; después del cambio de dirección de la corriente, aumenta la velocidad hasta la fuerza del reflujó, disminuyendo luego hasta la estoa anterior al flujo. Suponiendo que la velocidad varía durante todo el ciclo, como las ordenadas en la curva del coseno, puede demostrarse que la velocidad media de un período completo de flujo y reflujó es igual  $2 : \pi = 0,6366$  de la velocidad de la fuerza correspondiente a la corriente.

#### INTERVALO LUNAR

Es el tiempo medio transcurrido entre el paso de la Luna por el meridiano de Greenwich y el meridiano del lugar. Este valor se emplea en el cálculo del intervalo Mareo - Lunar. Como el retardo medio diario que experimenta la Luna es de 0,84 horas, el retardo horario será  $0,84 : 24 = 0,035$ ; donde se deduce que la diferencia en tiempo entre el paso de la Luna por el meridiano de Greenwich y el lugar será  $= 1,035 G$ . En esta fórmula, "G" es la longitud del lugar en horas. Finalmente, el intervalo Mareo - Lunar de Greenwich menos el retardo lunar es igual al intervalo Mareo - Lunar local. El retardo es negativo con longitud W y positivo con longitud E.

L<sub>2</sub>

Componente Lunar Elíptica menor Semi - Diurna.

#### LONGITUD DE ONDA

Distancia entre dos crestas o dos senos consecutivos de una ola, una curva de marea, etc.

M<sub>1</sub>

Componente Lunar Elíptica menor Diurna.

M<sub>2</sub>

Componente Lunar Principal Semi - Diurna.

M<sub>3</sub>

Componente Lunar tercio Diurna.

$M_4 M_6 M_8$

Componentes Armónicas del componente Lunar Principal.

$M_f$

Componente Lunar quincenal.

$M_{K_4}$

Componente cuarto Diurna de bajo fondo.

$M_m$

Componente Lunar mensual.

## MAREA

El ascenso y descenso rítmico y alternado de la superficie del océano (o nivel del agua) y de los cuerpos de agua conectados con el océano, tales como: estuarios, golfos y canales, que ocurren dos veces al día sobre la mayor parte de la Tierra. Y que resultan de la atracción gravitatoria de la Luna y en menor grado de la del Sol, actuando desigualmente sobre partes diferentes de la Tierra en rotación.

### MAREA DE APOGEO

Se produce cuando la Luna se encuentra a mayor distancia de la Tierra, o sea, en el apogeo. La amplitud disminuye a medida que aumenta la distancia Luna - Tierra, pero por lo general el valor mínimo lo alcanza días después que la Luna ha pasado por el apogeo. La amplitud del apogeo ( $A_n$ ) de la marea es la amplitud media mínima inmediatamente después del paso de la Luna por el apogeo y es, por lo general, un 20% menor que la amplitud media de marea de tipo Semi - Diurno o mixto y no tiene significación práctica donde el tipo de marea es Diurno.

### MAREA DE PERIGEO

Se produce cuando la Luna se encuentra a su menor distancia de la Tierra, o sea, en el perigeo. La amplitud aumenta a medida que disminuye la distancia Luna - Tierra y su máximo valor se registra 1 a 3 días después que la Luna ha pasado por el perigeo. La Amplitud de Marea de perigeo ( $P_n$ ) es el promedio de la amplitud Semi - Diurna de las mareas de perigeo y es, por lo general, un 20% mayor que la amplitud media.

## MAREOGRAFO

Instrumento para registrar y medir oscilaciones del nivel del mar. Los hay de distintos tipos: presión de gas, flotador, electrónicos y acústicos.

## MES NÓDICO

Período de la revolución de la Luna alrededor de la Tierra con respecto al nodo ascendente de la Luna. Tiene aproximadamente una duración de 27,21222 días.

## MES SIDERAL

Período medio de la revolución de la Luna alrededor de la Tierra con respecto a una estrella fija. Tiene aproximadamente una duración de 27,321661 días.

## MES SINÓDICO

Período medio de la revolución de la Luna alrededor de la Tierra con respecto al Sol, o el intervalo medio entre las fases correspondientes de la Luna. Tiene aproximadamente una duración de 29,530588 días.

## MES TRÓPICO

Período medio de la revolución de la Luna alrededor de la Tierra con respecto al equinoccio vernal. Su duración es aproximadamente de 27,321582 días.

## N<sub>2</sub>

Componente Lunar Elíptica mayor Semi - Diurna.

## NODO LUNAR

Puntos en los que el plano de la órbita lunar cruza a la eclíptica. El cruce de sur al norte se llama nodo ascendente y se llama nodo descendente el cruce de norte a sur.

## O<sub>1</sub>

Componente Lunar de Declinación Diurna.

## ONDA DE MAREA

Onda de larga duración que tiene su origen en la fuerza productora de la marea y la cual se manifiesta en la subida y bajada de ésta. Cuando el agua alcanza su altura máxima se la llama Pleamar y la

altura mínima equivale a la Bajamar. El período de una onda de marea es el tiempo transcurrido entre dos pleamares sucesivas.

P<sub>1</sub>

Componente Solar Diurna Declinacional.

PERIGEO

Punto de la órbita de la Luna que está más próximo a la Tierra.

PERIHELIO

Punto más cercano al Sol en la órbita de la Tierra u otro planeta.

PERÍODO

Tiempo necesario para completar un ciclo, tal como el movimiento de revolución de un cuerpo celeste. También es el tiempo transcurrido entre la producción de dos fenómenos consecutivos, tales como dos fases de marea o corriente. Un período puede expresarse en medidas angulares y en tal caso vale 360°. El término también puede expresarse como duración de tiempo determinado.

PLATAFORMA CONTINENTAL

Comprende el lecho y el subsuelo de las áreas submarinas que se extienden más allá del mar territorial ya todo lo largo de la prolongación natural del territorio hasta el borde exterior del margen continental, o bien, hasta una distancia de 200 millas marinas contadas desde las líneas de base a partir de las cuales se mide la anchura del mar territorial, en los casos en que el borde exterior del margen continental no llegue a esa distancia.

PLEAMAR

Nivel máximo alcanzado por una marea creciente. Este nivel puede ser efecto exclusivo de mareas periódicas o pueden sumarse a éstas los efectos de condiciones meteorológicas prevaletientes.

PREDICCIÓN DE LA MAREA

Pronóstico de la marea que se espera ocurrirá en distintos lugares, se obtiene basándose en el análisis de los datos de observaciones directas.

$Q_1$

Componente Lunar Elíptica mayor Diurna.

$R_2$

Componente Solar Elíptica menor.

#### RANGO DE MAREA

Es la diferencia en altura entre una Pleamar y una Bajamar consecutiva.

#### RETRASO DE LA MAREA

Retardo periódico al tiempo en horas en que se producen las pleamares y bajamares, debido al cambio en las posiciones relativas de la Luna y el Sol. En el período comprendido entre la cuadratura y la sicigia, el intervalo de la Pleamar supera el valor medio.

$S_1$

Componente Solar Diurna, debido a causas meteorológicas.

$S_2$

Componente Solar Principal, Semi - Diurna.

$S_4$  y  $S_6$

Ondas armónicas de la Componente Solar Principal.

$S_a$

Onda meteorológica cuyo período abarca un año trópico.

$Ss_a$

Onda meteorológica cuyo período abarca medio año trópico.

#### SEMI - DIURNA

Que tiene un período o ciclo de aproximadamente la mitad de un día de marea. El tipo predominante de marea en todo el globo es la Semi - Diurna con dos pleamares y dos bajamares cada día. La corriente de marea se dice es Semi - Diurna cuando hay dos períodos de flujo o creciente y dos períodos de reflujo o

vaciante cada día. Una componente Semi - Diurna tiene dos máximos y dos mínimos cada día y su símbolo se acompaña generalmente por el subíndice 2.

#### SICIGIA

Fase de la Luna cuando es Llena o Nueva.

#### SOLSTICIOS

Puntos de la eclíptica en los que el Sol alcanza sus declinaciones máximas; también son los instantes en que el Sol alcanza esos puntos. El Sol alcanza la máxima declinación Norte el 21 de Junio aproximadamente, señalando el comienzo del verano en el hemisferio norte y del invierno en el sur. La máxima declinación sur se produce el 22 de Diciembre, señalando el comienzo del invierno en el hemisferio norte y del verano en el sur.

#### T<sub>2</sub>

Componente Solar Elíptica mayor.

## 2.- Medición de la Tensión Lineal causada por las Mareas de la Tierra

La acción del potencial Luni - Solar da lugar a tensiones lineales elásticas en la Tierra que pueden ser medidas, por lo menos en la superficie de la Tierra.

Los desplazamientos en la superficie de la Tierra se pueden escribir en coordenadas polares tales:

$$\begin{array}{ll}
 s_r = \frac{h}{g} W_2 & \text{A lo largo del radio} \\
 s_\theta = \frac{l}{g} \frac{\partial W_2}{\partial \theta} & \text{A lo largo del meridiano} \\
 s_\lambda = \frac{l}{g \operatorname{sen} \theta} \frac{\partial W_2}{\partial \lambda} & \text{A lo largo de la Primera Vertical}
 \end{array} \quad (2.1)$$

Poniendo a:

$$h' = \frac{dH(a)}{dr} \quad l' = \frac{dL(a)}{dr} \quad g' = \frac{dg(a)}{dr} \quad W_2 = r^2 S_2$$

Y escribiendo los seis componentes de la tensión usando este sistema de coordenadas

$$\varepsilon_1 = e_{rr} = \frac{\partial s_r}{\partial r} = \frac{2h}{a g} W_2 + \left( \frac{h'}{h} - \frac{g'}{g} \right) \frac{h}{g} W_2 = \frac{1}{a g} \left( a \frac{dH(a)}{dr} + 4h - 3h \frac{\ell}{\ell'} \right) W_2 \quad (2.2)$$

Porque  $g'/g = -2/r + \frac{4\pi f \ell}{g} = -\frac{2}{a} + \frac{3}{a} \frac{\ell}{\ell'}$  en la superficie

Donde  $\ell$  es la densidad de los estratos superficiales de la Tierra,  $f$  la constante de gravitación y  $\ell'$  la densidad media de Tierra.

$$\varepsilon_2 = e_{\theta\theta} = \frac{l}{g r} \frac{\partial^2 W_2}{\partial \theta^2} + \frac{h}{g r} W_2 \quad (2.3)$$

$$\varepsilon_3 = e_{\lambda\lambda} = \frac{l}{g r \operatorname{sen}^2 \theta} \frac{\partial^2 W_2}{\partial \lambda^2} + \frac{l}{g r} \cdot \frac{1}{\operatorname{sen} \theta} \cos \theta \frac{\partial W_2}{\partial \theta} + \frac{h}{g r} W_2 \quad (2.4)$$

$$\gamma_1 = e_{\theta\lambda} = \frac{2l}{gr \operatorname{sen} \theta} \frac{\partial^2 W_2}{\partial \theta \partial \lambda} - \frac{2l}{gr \operatorname{sen} \theta} \cot \theta \frac{\partial W_2}{\partial \lambda} \quad (2.5)$$

$$\gamma_2 = e_{\lambda r} = \frac{h}{gr \operatorname{sen} \theta} \frac{\partial W_2}{\partial \lambda} + \frac{l}{gr \operatorname{sen} \theta} \frac{\partial W_2}{\partial \lambda} + \frac{l'}{g \operatorname{sen} \theta} \frac{\partial W_2}{\partial \lambda} - \frac{l}{\operatorname{sen} \theta} \frac{g'}{g^2} \frac{\partial W_2}{\partial \lambda} \quad (2.6)$$

$$\gamma_3 = e_{r\theta} = \frac{l}{gr} \frac{\partial W_2}{\partial \theta} + \frac{h}{gr} \frac{\partial W_2}{\partial \theta} + \frac{l'}{g} \frac{\partial W_2}{\partial \theta} - l \frac{g'}{g^2} \frac{\partial W_2}{\partial \theta} \quad (2.7)$$

La tensión horizontal del área se define por medio de:

$$\Sigma = \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \frac{2h}{gr} W_2 + \frac{l}{gr} \left\{ \frac{i}{\operatorname{sen}^2 \theta} \frac{\partial^2 W_2}{\partial \lambda^2} + \frac{1}{\operatorname{sen} \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \operatorname{sen} \theta \frac{\partial W_2}{\partial \theta} \right\} \quad (2.8)$$

Que es el incremento de la superficie horizontal ó extensión superficial por unidad de área.

Las funciones armónicas tienen que tener como característica básica un Laplaciano cero; es decir que, en coordenadas polares sería:

$$\frac{1}{\operatorname{sen} \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \operatorname{sen} \theta \frac{\partial S_i}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\operatorname{sen}^2 \theta} \frac{\partial^2 S_i}{\partial \lambda^2} = -i(i+1)S_i \quad (2.9)$$

Con  $i = 2$  la fórmula (2.7) se tiene en la superficie de la Tierra

$$\Sigma(a) = 2(h - 3l) \frac{W_2}{ag} \quad (2.10)$$

$\Sigma$  es, en segundo orden de magnitud, la variación del área de una unidad de superficie.

Las ecuaciones (2.2) a (2.6) son necesarias para interpretar los resultados proporcionados por un grupo de extensómetros (obviamente son necesarios seis extensómetros para obtener un panorama completo del fenómeno).

La expresión (2.10) es particularmente notable porque trae a la luz la combinación simple  $(h - 3l)$  que se puede determinar de forma experimental con la ayuda de dos extensómetros orientados convenientemente. Por otra parte, la diferencia permite aislar directamente a  $l$ :

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_3 = \frac{l}{ag \operatorname{sen} \theta} \left( \operatorname{sen} \theta \frac{\partial^2 W_2}{\partial \theta^2} - \cos \theta \frac{\partial W_2}{\partial \theta} - \sec \theta \frac{\partial^2 W_2}{\partial \lambda^2} \right) \quad (2.11)$$

La deformación a lo largo de cualquier dirección particular, con los cosenos directores  $(\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3)$  esta dada por:

$$d = \alpha_1^2 \varepsilon_1 + \alpha_2^2 \varepsilon_2 + \alpha_3^2 \varepsilon_3 + \alpha_1 \alpha_2 \gamma_3 + \alpha_2 \alpha_3 \gamma_1 + \alpha_3 \alpha_1 \gamma_2 \quad (2.12)$$

En la superficie de la Tierra, debido a condiciones de limitación, se tiene:

$$\gamma_3 = \gamma_2 = 0$$

Considerando las deformaciones en el plano tangencial a la superficie de la Tierra y calculando su amplitud en función del acimut. Se tiene:

$$\gamma_2 = \gamma_3 = 0, \quad \alpha_1 = 0, \quad \alpha_3^2 = 1 - \alpha_2^2,$$

Por lo tanto la ecuación (2.12) se convierte en:

$$d = \alpha_2^2 \varepsilon_2 + (1 - \alpha_3^2) \varepsilon_3 + \alpha_2 \alpha_3 \gamma_1$$

Para introducir en esta relación las expresiones 2.3, 2.4 y 2.5, se tiene que considerar por separado la función Sectorial (Ondas Semi - Diurnas) y Tesseral (Ondas Diurnas). Prestando atención a una onda importante en cada caso  $M_2$  y  $O_1$  respectivamente. Así:

$$W_2 (M_2) = G \cos^2 \varphi \cos 2 \tau = G \operatorname{sen}^2 \theta \cos 2 \tau$$

$$W_2 (O_1) = G \operatorname{sen} 2 \varphi \operatorname{sen} \varepsilon \cos (\tau - s) = G \cos 2 \theta \operatorname{sen} \varepsilon \cos (\tau - s)$$

El desarrollo de los cálculos da:

$$\begin{aligned} d(M_2) &= \frac{G}{g r} h \operatorname{sen}^2 \theta \cos 2 \tau \\ &+ \frac{2G}{g r} l \left\{ \alpha_2^2 (\cos 2 \theta - \cos^2 \theta + 2) + \cos^2 \theta - 2 \right\} x \cos 2 \tau \\ &- \frac{6G}{g r} l \alpha_2 \alpha_3 \cos \theta \operatorname{sen} 2 \tau \end{aligned}$$

$$d(O_1) = \frac{G \operatorname{sen} \varepsilon}{g r} h \cos 2\theta \cos \theta \cos(\tau - s) - \frac{G \operatorname{sen} \varepsilon}{g r} l \left\{ 4\alpha_2^2 \cos 2\theta + (1 - \alpha_2^2) \left[ \frac{\cos^2 \theta}{\operatorname{sen}^2 \theta} + 4\cos^2 \theta \right] \right\} \cos(\tau - s) + \frac{G \operatorname{sen} \varepsilon}{g r} l \alpha_2 \alpha_3 \cos \theta \{ 7 + \cot g^2 \theta \} \operatorname{sen}(\tau - s)$$

Los coeficientes tienen los valores numéricos siguientes:

$$\frac{G}{g r} = \frac{26.206}{981 \times 6371} 10^{-5} = 4.1929 \times 10^{-8}; \quad h = 0.58; \quad l = 0.045; \quad \frac{G \operatorname{sen} \varepsilon}{g r} = 1.6686 \times 10^{-8}$$

Nota: Los valores de h y l son de resultados experimentales

Considerando dos situaciones características:  $\theta = 45^\circ$  y  $\theta = 90^\circ$  (Ecuador).

<i>coeficiente G/gr</i>		$M_2$
45°		$1/2 h \cos 2\tau + 3l(\alpha_2^2 - 1)\cos 2\tau - 3\sqrt{2}l\alpha_2\alpha_3 \operatorname{sen} 2\tau$
Ecuador		$h \cos 2\tau + l(1/2\alpha_2^2 - 1)\cos 2\tau$
<i>coeficiente G sen ε/gr</i>		$O_1$
45°		$l(1 - \alpha_2^2)\cos(\tau - s) + 4\sqrt{2}\alpha_2\alpha_3 \operatorname{sen}(\tau - s)$
Ecuador		$-h \cos(\tau - s) + (3\alpha_2^2 + 1)\cos(\tau - s)l$

Estas relaciones se muestran gráficamente en la Figura 2.1.

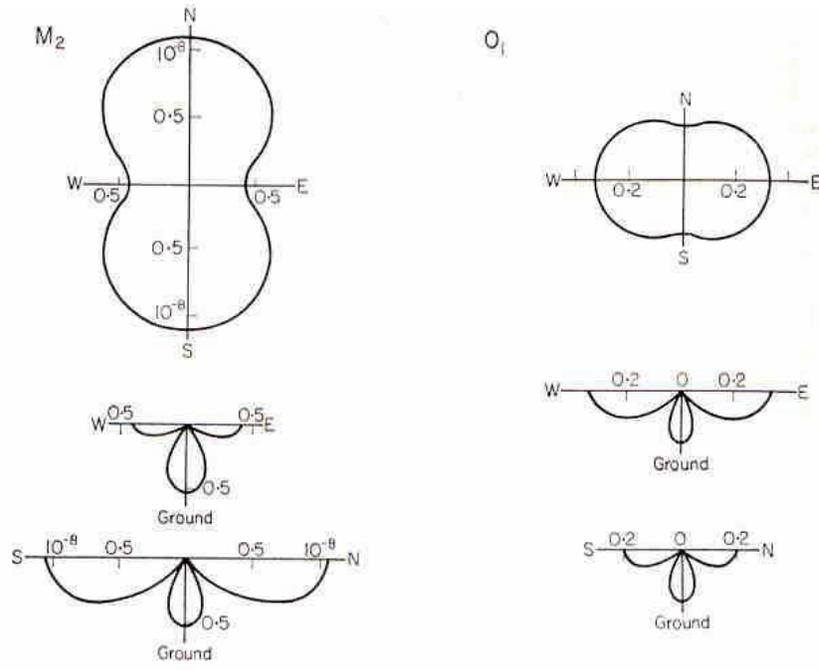


Figura 2.1

Examinando las deformaciones en el plano meridiano y en el plano vertical primero

Meridiano  $\alpha_3 = 0 \quad d = (1 - \alpha_2^2) \varepsilon_1 + \alpha_2^2 \varepsilon_2 + \alpha_1 \alpha_2 \gamma_3$

Primera Vertical  $\alpha_2 = 0 \quad d = (1 - \alpha_3^2) \varepsilon_1 + \alpha_3^2 \varepsilon_3 + \alpha_3 \alpha_1 \gamma_2$

Aplicando a la fórmula una hipótesis de simplificación, cercana a la real:

$$\frac{h'}{h} = \frac{l'}{l} = \frac{g'}{g}$$

---

$M_2$

---

Meridiano

$$d = G \frac{h}{g r} (2 - \alpha_2^2) \text{sen}^2 \theta \cos 2\tau + 2\alpha_2^2 G \frac{l}{g r} \cos 2\theta \cos 2\tau + \alpha_1 \alpha_2 G \left( \frac{1+h}{g r} \right) \text{sen} 2\theta \cos 2\tau$$

Primera Vertical

$$d = G \frac{h}{g r} (2 - \alpha_3^2) \text{sen}^2 \theta \cos 2\tau + 2\alpha_3^2 G \frac{l}{g r} (\cos^2 \theta - 2) \cos 2\tau$$

$$- 2\alpha_3 \alpha_1 G \left( \frac{l+h}{g r} \right) \text{sen} \theta \text{sen} 2\tau$$

---

$O_1$

---

Meridiano

$$d = G \frac{h}{g r} (2 - \alpha_2^2) \text{sen} \varepsilon \cos 2\theta \cos(\tau - s) - 4\alpha_2^2 G \frac{l}{g r} \text{sen} \varepsilon \cos 2\theta \cos(\tau - s)$$

$$- 2\alpha_1 \alpha_2 G \left( \frac{l+h}{g r} \right) \text{sen} \varepsilon \cos 2\theta \cos(\tau - s)$$

Primera Vertical

$$d = G \frac{h}{g r} (2 - \alpha_3^2) \text{sen} \varepsilon \cos 2\theta \cos(\tau - s) + \varepsilon_3^2 G \frac{l}{g r} \text{sen} \varepsilon \left[ 4 \cos^2 \theta - \frac{\cos 2\theta}{\text{sen}^2 \theta} \right]$$

$$x \cos(\tau - s) - \alpha_3 \alpha_1 G \left( \frac{l+h}{g r} \right) \text{sen} \varepsilon \frac{\cos 2\theta}{\text{sen} \theta} \text{sen}(\tau - s)$$

### Medición de las Expansiones cúbicas

La deformación debido a las mareas está acompañada por expansiones cúbicas debido a que la Tierra no es absolutamente incompresible.

De esta manera 
$$D = F(r)W_2/r g = \vec{\text{div}} \vec{s}$$

Y denotado por  $f$  el valor de  $F(r)$  en la superficie ( $r = a$ ). Es interesante examinar cómo este número se liga a los números precedentes. Para hacer esto se escribe la expresión de divergencia en coordenadas polares:

$$\vec{\text{div}} \vec{s} = \frac{1}{r^2 \text{sen} \theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (r^2 s_r \text{sen} \theta) + \frac{\partial}{\partial \theta} (r s_\theta \text{sen} \theta) + \frac{\partial}{\partial \lambda} (r s_\lambda) \right\} \quad (2.13)$$

Tal que, si se admite la aproximación de una Tierra esférica; es decir,  $g$  independiente de  $\theta$ :

$$\vec{\text{div}} \vec{s} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 s_r) + \frac{1}{r \text{sen} \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\text{sen} \theta s_\theta) + \frac{1}{r \text{sen} \theta} \frac{\partial s_\lambda}{\partial \lambda} \quad (2.14)$$

Por lo tanto:

$$D(r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^4 h \frac{S_2}{g} \right) + \frac{lr}{g} \left[ \frac{1}{\text{sen } \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \text{sen } \theta \frac{\partial S_2}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\text{sen}^2 \theta} \frac{\partial^2 S_2}{\partial \lambda^2} \right]$$

Aplicando el teorema fundamental de funciones armónicas (ecuación 2.7), para  $i = 2$  y desarrollando también el primer término de la ecuación 2.11 se tiene que en la superficie ( $r = a$ ):

$$D(a) = 2(2h - 3l) \frac{W_2}{ag} + \left( \frac{h'}{h} - \frac{g'}{g} \right) \frac{h}{g} W_2 = \left\{ a \frac{dH(a)}{dr} + 6h - 6l \right\} \frac{W_2}{ag}$$

$$D(a) = \Sigma(a) + 2h \frac{W_2}{ag} + \left( \frac{h'}{h} - \frac{g'}{g} \right) \frac{h}{g} W_2$$

Esta expresión puede ser simplificada solamente cuando las densidades y la deformación sean homogéneas con respecto al centro:  $h'/h = g'/g = -2/r$  y la ecuación 2.12, se escribirá entonces:

$$D(a) = (4h - 6l) \frac{W_2}{ag}$$

Y en caso de homogeneidad ( $l = 3/10 h$ ), se reduce a la forma extrema:

$$D(a) = 2.2h \frac{W_2}{ag}$$

Poniendo

$$f = a \frac{dH(a)}{dr} + 6h - 6l$$

Observando así que

$$f \sim 4h - 6l$$

## REFERENCIAS

C. PEKERIS. Note on tides in wells. Association International of Geodesy. 1941

Defant, ALBERT. - Ebb and Flow THE TIDES OF EARTH, AIR AND WATER. Ann Arbor The University Of Michigan Press, Science Library 1958, U.S.A.

Darwin G. H. - Variations in the vertical due to elasticity of the Earth's surface. Scientific Notes, 1882

Das, Braja M. – Principios de Ingeniería de Cimentaciones. Quinta edición. Thomson Editores, México, 2002.

Flores Nuñez, JORGE. – Aspectos prácticos de la instrumentación geotécnica en presas de tierra y enrocamiento, UNAM, México, 2000

H. De CASTRO. - Variaciones Temporales de la Pesantez por Influjos de la Luna y el Sol. Revista Ciencia. México 1950.

I. OZAWA. - Combined observations of the crustal deformation at some observatories in the short intervals. Geophys, 1963

Juárez Badillo, EULALIO y Rico Rodríguez, ALFONSO.- Mecánica de Suelos Tomo I Fundamentos de Mecánica de Suelos. Editorial Limusa 1991. México DF.

Juárez Badillo, EULALIO y Rico Rodríguez, ALFONSO.- Mecánica de Suelos Tomo III Flujo de Agua en Suelos. Editorial Limusa 1991. México DF.

Kuroishi, YOUNG. - A gravimetric geoids of Japan: Importance on sea level change detection by satellite altimetry. Proceedings of the Eighth International Symposium on Recent Crustal Movements. CRCM, 1993. Kobe, Japan, December 6 - 11

López Arroyo, ALBERTO.- Mareas Terrestres. Revista de Geofísica No. 49 y 73. México 1954.

Manual de Ingeniería de Taludes. Instituto Tecnológico Geominero de España. Editorial Gráficas Monterina S. A. 1991, España.

Melchior, PAUL. - The Earth Tides. Pergamon Press. Headington Hill Hall Oxford, 1966. London, England.

PROUDMAN. - Tides in narrow seas. The Observatory, U. S. A. 1925

Reglamento de Construcciones Del Distrito Federal, Año 2004

R. TOMASCHEK. – Tidal gravity measurements in the Shetlands, Nature volumen 175, England, 1955

V. Giles RANALD ET. AL. – Mecánica de los Fluidos e Hidráulica. McGraw-Hill. Tercera edición España, 1994.

W. D. LAMBERT. - Earth Tides, Physics of the Earth. The Figure of the Earth. Bull Nature Council, No. 78, 1931.

<http://www.construaprende.com>

<http://www.elanzuelo.com/ciencia/mareas.htm>

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/celeste/mareas/mareas.htm>

<http://es.wikipedia.org/wiki/Portada>