



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

AMPLIFICACIÓN DEL MOVIMIENTO SISMICO Y RESPUESTA  
ESTRUCTURAL CONSIDERANDO LA GEOLOGÍA SUPERFICIAL

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A:

**SERGIO ALEJANDRO ESPINOZA VAZQUEZ**

DIRECTOR DE TESIS:

**DR. FRANCISCO JOSÉ SÁNCHEZ SESMA**

2008



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **AGRADECIMIENTOS**

En toda mi experiencia universitaria y la conclusión del trabajo de Tesis, ha habido personas que merecen las gracias porque sin su valiosa aportación no hubiera sido posible esta trabajo y también hay quienes las merecen por haber plasmado su huella en mi camino.

En primer lugar quiero manifestar mi agradecimiento a mi director de Tesis el Dr. Francisco José Sánchez Sesma por su valiosa ayuda y continua orientación en el desarrollo de esta tesis.

A Dra. Martha Suárez y al Dr. Mathieu Perton por sus comentarios y sugerencias que han sido de gran utilidad.

Al Instituto de Ingeniería, UNAM, por ser uno de los pilares en el desarrollo intelectual del país.

A la Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA proyecto IN114706) por el financiamiento que me dio para la realización de este trabajo.

A mis padres, Jesús Antonio Espinoza y Maria Antonia Vazquez, les agradezco su apoyo, su guía y su confianza en la realización de mis sueños. Soy muy afortunado por contar siempre con su amor, comprensión. Esta tesis es suya.

A mis hermanas y hermanos, Araceli, Rosa Maria, Ana Leticia, Jesús Antonio y Luis Alberto, por su cariño ya que siempre me han ayudado a superar los momentos difíciles.

A mi novia, Maria del Carmen Huesca Guevara, por compartir conmigo esta maravillosa etapa de nuestras vidas

## ÍNDICE

### Agradecimientos

Introducción	1
I. Ondas sísmicas	2
I.1 Origen de los sismos	2
I.2 Rebote Elástico	3
I.3 Ondas Sísmicas	5
I.4 Propagación de ondas	8
I.5 Reflexión y Refracción	14
I.6. Difracción	16
I.7 Análisis de series en el tiempo	16
II. Efectos de la geología superficial	19
II.1 Medios estratificados	20
II.2 Efectos topográficos	24
III. Respuesta estructural	27
III.1 Análisis dinámico	27
III.2 Descomposición modal	28
III.3 Sistema lineal de un grado de libertad	30
III.4 Sistema de varios grados de libertad	34
III.5 Espectro de respuesta	37
III.6 Diseño sísmico	41
IV. Ejemplos de aplicación	43
IV.1 Modelo Unidimensional	43
IV.2 Depósitos Aluviales	48
IV.3 Geología del Valle de México	49
IV.4 Respuesta Sísmica en Medios Estratificados	50
IV.5 Método Indirecto de Elementos de Frontera	51
IV.6 Funciones de Green Bidimensionales	53
IV.7 Respuesta Sísmica de Valles Aluviales	55
Conclusiones	61
Referencias	63

## INTRODUCCIÓN

La humanidad ha padecido por innumerables catástrofes naturales. Una de las principales son los movimientos sísmicos los cuales han cobrado centenares de miles de vidas, cuantiosas pérdidas económicas y en ocasiones considerables afectaciones socio – políticas. En nuestro país los sismos más importantes son producidos por la subducción de la placa de cocos bajo la placa Norteamericana. Cuando las rocas ya no son capaces de soportar los esfuerzos tectónicos liberan una fracción de la energía acumulada durante años en forma de ondas sísmicas.

Estas ondas atraviesan diversas formaciones geológicas e irregularidades superficiales, cuyas propiedades mecánicas afectan la duración y amplificación del movimiento original.

En las últimas décadas se ha realizado un gran esfuerzo por avanzar en el estudio del efecto local sobre el movimiento sísmico registrado en la superficie.

El gran número de trabajos dedicados a este tema corresponden a distintas visiones del problema, ya sea desde el punto de vista de la naturaleza del fenómeno hasta la metodología empleada.

En la literatura se encuentran trabajos donde se presentan resúmenes sobre la problemática, la metodología y resultados en el estudio del efecto local, como por ejemplo, *Aki (1998)*, *Geli et.al (1998)*, *Bard (1995)* y *Sánchez Sesma et al. (1996)*.

Cuando los estratos son horizontales, el uso de modelos unidimensionales permite evaluar las amplificaciones locales en forma simple. Sin embargo deben considerarse las irregularidades laterales que dificultan la solución del problema ya que se producen múltiples reflexiones y refracciones.

En este trabajo se compara la respuesta sísmica de modelos de valles aluviales largos y cortos en (2D) con la respuesta sísmica del modelo unidimensional (1D) de un estrato de extensión lateral infinita para incidencia de ondas SH. El modelo 1D es el más conocido y es usado generalmente para estimar los efectos de amplificación por estratos de suelo blando. Las comparaciones que aquí se presentan ilustran los efectos de de la irregularidad lateral y sugieren cautela al aplicar el modelo 1D.

Por otra parte en este trabajo se señala la importancia que tienen los efectos de sitio para el diseño de estructuras.

# CAPÍTULO 1

## Ondas Sísmicas

### I. 1.- Origen de los sismos

Hace siglos se creía que las misteriosas sacudidas de la Tierra eran provocadas por la intranquilidad del monstruo que se suponía estaba sosteniendo al mundo. En Japón se pensaba, primero en una araña gigantesca y después en un pez enorme; en algunas partes de América del Sur se hablaba de una ballena y algunas tribus de indios de Norteamérica creían que la Tierra descansaba sobre el carapacho de una tortuga gigante.

Los lamas de Mongolia tenían otra idea. Afirmaban a sus fieles creyentes que después de que Dios hizo la Tierra, la había colocado sobre la espalda de una inmensa rana, y que cada vez que la rana movía su cabeza o estiraba una de sus extremidades, sobrevenía de inmediato un terremoto sobre la parte que se había movido (ver Figura 1). Esto constituyó un gran avance en la teoría de los terremotos, pues al menos reconoció y trato de explicar el carácter local de estos.

El gran filósofo Aristóteles sostenía que todos los terremotos eran causados por aire o gas que pugnaban por salir de las cavidades subterráneas en las que estaban confinados. Puesto que el aire tenía que haber entrado primeramente en las oquedades, el explicaba que precisamente antes de un terremoto la atmósfera se volvía cerrada y sofocante. A medida que paso el tiempo, la gente comenzó a referirse al “tiempo de temblores”, y aun hoy en día algunas personas insisten en que el aire se vuelve húmedo y sofocante antes de un temblor. Omori, científico japonés, quiso comprobar esta creencia investigando las condiciones que habían precedido a 18 terremotos catastróficos en el Japón. Ocurridos entre 1361 y 1891. Encontró que el tiempo había sido bueno o claro en 12 ocasiones; nublado en 2; lluvioso o con nieve en 3 y con lluvia y airoso en 1; pero que nunca el “tiempo de temblores” húmedo y bochornoso había anunciado el arribo inminente de un terremoto.

La idea de Aristóteles sobre los gases aprisionados se fue modificando gradualmente hasta llegar a la teoría de que los terremotos eran provocados por los gases que trataban de escapar de los volcanes; pero a mediados del siglo XVIII los observadores se dieron cuenta

de que muchos de los terremotos mas grandes tenían lugar en áreas bastante alejadas de los volcanes.

Las explosiones de gas de un volcán en erupción causan algunas veces vibraciones en el terreno a las cuales se define como terremotos volcánicos; pero estas vibraciones representan un porcentaje extremadamente pequeño de los terremotos menos importantes.

¿Cuál es, entonces, la causa de los terremotos? La mayor parte de estos, son provocados por las fuerzas que deforman la Tierra. La causa inmediata de un terremoto es la ruptura repentina de las rocas que han sido distorsionadas más allá del límite de su resistencia, mediante un proceso llamado ruptura.



**Figura 1.- La causa de los terremotos de acuerdo con la idea de los lamas de Mongolia. Se creía que cuando la rana levantaba una pata, inmediatamente sobrevénía un terremoto encima de la parte que había movido.**

## **I.2.- Rebote elástico**

Nuestra afirmación de que los terremotos son provocados por ruptura se basa en observaciones reales de efectos que se pueden ver directamente en la superficie. Se apoya también en lo que se sabe del comportamiento de las rocas cuando quedan sujetas a fuerzas que las distorsionan. Ciertas rocas han sido sometidas en el laboratorio a presiones equivalentes a las que existen a diferentes profundidades en la corteza terrestre hasta unos 160 kilómetros de profundidad.

Bajo estas presiones, las rocas cambian gradualmente de forma; pero resisten más a medida que aumenta la presión hasta que finalmente se alcanza el punto de ruptura. Entonces se separan violentamente y se cierran, quedando en posiciones forzadas. Este ajuste que sigue es lo que se llama como rebote elástico.

El mecanismo de ruptura es fundamentalmente el mismo para los terremotos a cualquier profundidad, a juzgar por el sistema de ondas que produce. Alguna vez se pensó que los terremotos que ocurren a profundidades donde las rocas ceden plásticamente, presentaban un problema especial, porque los esfuerzos elásticos necesarios para producir el terremoto no se acumulan allí. Sin embargo, esta dificultad ha sido explicada por una propiedad llamada viscosidad, que es la relación de la fuerza deformante a la velocidad a la cual una sustancia dada cambia de forma en respuesta a la fuerza.

Es posible que un material tenga una viscosidad tan alta que aunque fluya, que en un intento de ajustarse por sí misma a la fuerza deformante, lo haga con tal lentitud que una fuerza suficiente provoque su ruptura antes de que complete su ajuste mediante el flujo. Por ejemplo, la viscosidad de las rocas sepultadas profundamente es tan alta, que las fuerzas suficientemente grandes para producir ruptura (y terremotos) pueden tardar siglos en desarrollarse, así como el flujo constante produce geosinclinales, montañas, y ajustes isostáticos a través de millones de años.

Poco antes de que la ruptura de las rocas cause un terremoto fuerte, una serie de pequeñas sacudidas anuncia, a veces, que los esfuerzos han llegado a su punto crítico. A estas sacudidas con frecuencia se les denomina antechoques. Los ajustes menores que sobreviven después de la ruptura se llaman poschoques o réplicas<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Leet y Judson. Fundamentos de Geología Física. Editorial Limusa. 1984. Pag. 330,331



### I.3.-Ondas sísmicas

Las **ondas sísmicas** (u ondas elásticas) son la propagación de perturbaciones temporales del campo de esfuerzos que generan pequeños movimientos en un medio. Las ondas sísmicas pueden ser generadas por movimientos telúricos naturales, los más grandes de los cuales pueden causar daños en zonas donde hay asentamientos urbanos. Existe toda una rama de la sismología que se encarga del estudio de este tipo de fenómenos físicos<sup>2</sup>.

#### -Tipos de ondas sísmicas

##### Ondas de cuerpo

Las ondas de cuerpo viajan a través del interior de la Tierra. Siguen caminos curvos debido a la variada densidad y composición del interior de la Tierra. Este efecto es similar al de refracción de ondas de luz. Las ondas de cuerpo transmiten los temblores preliminares de un terremoto pero poseen poco poder destructivo. Las ondas de cuerpo son divididas en dos grupos: ondas primarias (P) y secundarias (S).

##### -Ondas P

Las ondas P son ondas longitudinales o compresionales (Figura 2), llamadas así debido a que el suelo es comprimido y dilatado en la dirección de la propagación. Estas ondas generalmente viajan a una velocidad 1.73 veces de las ondas S y pueden viajar a través de cualquier tipo de material. Velocidades típicas son 330m/s en el aire, 1450m/s en el agua y cerca de 5000m/s en el granito.

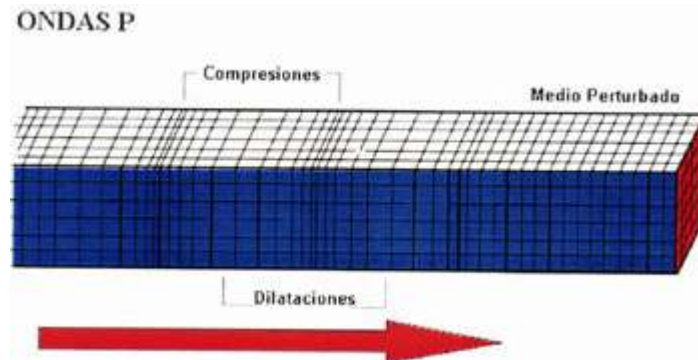


Figura 2.- Ondas P. Crédito imagen: [www.funvisis.gob.ve](http://www.funvisis.gob.ve)

---

<sup>2</sup> [http://es.wikipedia.org/wiki/Onda\\_s%C3%ADsmica\\_Tipos\\_de\\_ondas](http://es.wikipedia.org/wiki/Onda_s%C3%ADsmica_Tipos_de_ondas)

### ***-Ondas S***

Las ondas S son ondas transversales o de corte, lo cual significa que el suelo es desplazado perpendicularmente a la dirección de propagación, alternadamente hacia un lado y hacia el otro (Figura 3). Las ondas S pueden viajar únicamente a través de sólidos debido a que los fluidos no pueden soportar esfuerzos de corte. Su velocidad es alrededor de 58% la de una onda P para cualquier material sólido. Usualmente la onda S tiene mayor amplitud que la P y se siente más fuerte que ésta. Por ejemplo en el núcleo externo, que es un medio líquido, no permite el paso de las ondas S.

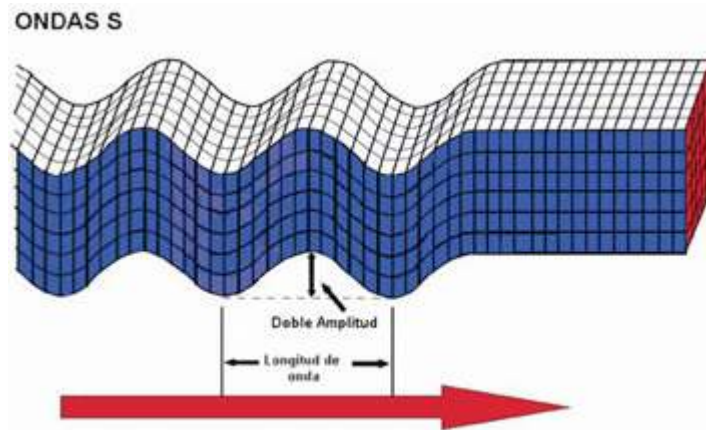


Figura 3.- Ondas S. Crédito imagen: [www.funvisis.gob.ve](http://www.funvisis.gob.ve)

### ***-Ondas superficiales***

Las ondas superficiales son análogas a las ondas de agua y viajan sobre la superficie de la Tierra. Se desplazan a menor velocidad que las ondas de cuerpo. Debido a su baja frecuencia provocan resonancia en edificios con mayor facilidad que las ondas de cuerpo y son por ende las ondas sísmicas más destructivas. Existen dos tipos de ondas superficiales: ondas de Rayleigh y ondas de Love.

### ***-Ondas Rayleigh***

Este tipo de ondas se asemeja a las ondas superficiales de gravedad en los líquidos.

Lord Rayleigh mostró que sus efectos decrecen rápidamente con las profanidad y que su velocidad, menor a las ondas de cuerpo es del orden de  $0.92 \beta$  (2 a 4 km/s). Sin embargo al propagarse en dos dimensiones su decrecimiento es mas lento que el de las ondas de cuerpo. El movimiento de las partículas del terreno se efectúa en forma de una elipse

retrograda con el eje mayor en posición vertical para las partículas en la superficie libre (Figura 4).

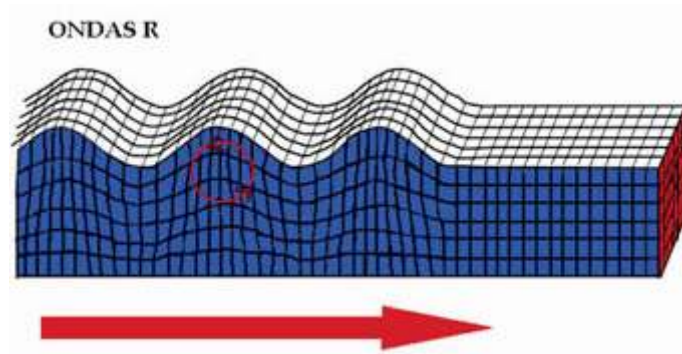


Figura 4.- Ondas Rayleigh. Crédito imagen: [www.funvisis.gob.ve](http://www.funvisis.gob.ve)

### **-Ondas Love**

Fueron bautizadas en honor A.E.H. Love, un matemático británico que desarrolló una teoría para explicar estas ondas en 1911. Las ondas Love son levemente más lentas que las ondas de Rayleigh (Figura 5).

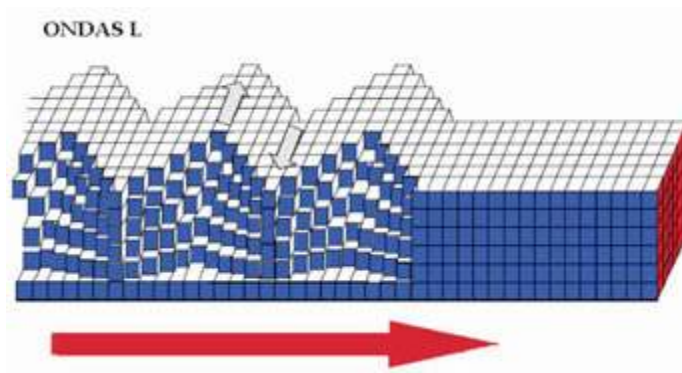


Figura 5.- Ondas Love. Crédito imagen: [www.funvisis.gob.ve](http://www.funvisis.gob.ve)

Puede demostrarse que la propagación de ondas superficiales (que se atenúan con la profundidad) del tipo SH es imposible en un semiespacio homogéneo. No obstante las ondas superficiales SH se observan sobre la faz de la tierra. Love demostró que una teoría suficiente para explicar las ondas SH superficiales puede desarrollarse si se tiene un estrato homogéneo de espesor uniforme  $H$  con propiedades  $\mu_1$  y  $\beta_1$  sobre un semiespacio de propiedades  $\mu_2$  y  $\beta_2$  como se muestra en la figura 6.

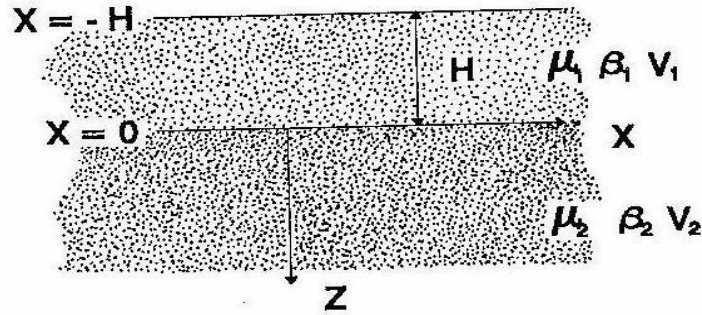


Figura 6.- Estrato sobre un semiespacio elástico.

Las ondas de Love tienen un movimiento transversal paralelo a la superficie y se presume que las propiedades elásticas y la densidad de las capas superficiales difieren de las del interior. Estas ondas pueden propagarse a través de la capa superficial sin penetrar.

#### I.4.- Propagación de ondas

Ch. Huygens (1629 – 1695) interpretó la luz como la propagación de una perturbación en un ether elástico, que ocupaba todo el espacio. A principios del siglo XIX la dinámica de este fenómeno era descrita por lo que hoy en día se conoce como la teoría de la elasticidad. Este modelo ondulatorio sobre la propagación de la luz no fue aceptado por la totalidad de los científicos de la época, y en particular por aquellos defensores de la teoría corpuscular. Sin embargo en 1864 J.C. Maxwell descubrió que se trataba de ondas electromagnéticas dando de esta manera origen a la teoría electromagnética de la luz, salvando así las dificultades que aparecían con la teoría elástica de la luz. De esta manera fue como la teoría de la propagación de ondas elásticas fue desarrollada con anterioridad a la teoría de los sólidos elásticos.

Para el estudio de la propagación de ondas sísmicas se supone un comportamiento elástico del medio. Esta hipótesis permite comprender ciertos fenómenos físicos importantes en el estudio sísmico.

#### -Teoría de la elasticidad

La teoría de la elasticidad relaciona las fuerzas internas producidas en un medio continuo, como resultado de la aplicación de las fuerzas externas, con los cambios en tamaño y forma

que sufre este. Es decir, proporciona las relaciones esfuerzo – deformación para un medio continuo.

### -Esfuerzos

Considérese un elemento infinitesimal de volumen en un medio continuo sometido a la acción de esfuerzos (1.0). El primer subíndice de  $\sigma$  indica la dirección normal del plano en el que actúa el esfuerzo y el segundo designa su dirección. El estado de esfuerzos en un punto dentro de un medio continuo se caracteriza por su tensor donde los esfuerzos con subíndice repetido son normales y los que difieren representan esfuerzos cortantes.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (1.0)$$

Se puede demostrar, por equilibrio de suma de momentos y sin considerar momentos por unidad de volumen, que  $\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$ ,  $\sigma_{xz} = \sigma_{zx}$  y  $\sigma_{yz} = \sigma_{zy}$  o bien  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ ; es decir, el tensor de esfuerzos es simétrico.

### -Deformaciones

Cuando un cuerpo es sometido a la acción de fuerzas externas, se producen en este, cambios en su forma y dimensiones que se denominan deformaciones. La deformación longitudinal en la dirección x se define como:

$$\varepsilon_{xx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (1, 1)$$

Si u, v y w son las tres componentes del desplazamiento de un cuerpo en las direcciones x, y y z respectivamente, las deformaciones longitudinales se definen como:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\delta u}{\delta x}; \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\delta v}{\delta y}; \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\delta w}{\delta z} \quad (1, 2)$$

Un cuerpo además, puede estar sometido a deformaciones angulares, las cuales se expresan como:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} &= \frac{1}{2} \gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\delta v}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta y} \right] \\ \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} &= \frac{1}{2} \gamma_{xz} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\delta w}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta z} \right] \\ \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} &= \frac{1}{2} \gamma_{yz} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\delta w}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta z} \right]\end{aligned} \quad (1, 3)$$

Por otra parte, la rotación simple del cuerpo con respecto a los tres ejes coordenados esta dada por

$$\begin{aligned}\theta_x &= \frac{\delta w}{\delta y} - \frac{\delta v}{\delta z} \\ \theta_y &= \frac{\delta u}{\delta y} - \frac{\delta w}{\delta z} \\ \theta_z &= \frac{\delta v}{\delta y} - \frac{\delta u}{\delta z}\end{aligned} \quad (1, 4)$$

### -Ley de Hooke

Experimentalmente se ha observado que en la mayoría de los sólidos las deformaciones son linealmente proporcionales a los esfuerzos, mientras no se exceda el límite elástico.

Matemáticamente se establece que cada uno de los seis componentes del esfuerzo es, en cada punto, una función lineal de los seis componentes de la deformación.

En un sólido isótropo con planos de simetría e independiente del sistema de referencia, las consideraciones anteriores permiten expresar las relaciones esfuerzo – deformación de la forma siguiente

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \lambda \Delta + 2\mu \varepsilon_{xx} & \sigma_{xy} &= \mu \gamma_{xy} \\ \sigma_{yy} &= \lambda \Delta + 2\mu \varepsilon_{yy} & \sigma_{yz} &= \mu \gamma_{yz} \\ \sigma_{zz} &= \lambda \Delta + 2\mu \varepsilon_{zz} & \sigma_{zx} &= \mu \gamma_{zx}\end{aligned} \quad (1, 5)$$

Donde  $\Delta = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}$ , es la dilatación y representa el cambio de volumen en un cubo de volumen unitario.

Las dos constantes elásticas  $\lambda$  y  $\mu$  se conocen como las constantes de Lamé.  $\mu$  es el modulo de rigidez al cortante, que da una medida de la resistencia a la deformación en cortante.

### -Ecuación de onda

Considérese un medio en movimiento, en que los esfuerzos son funciones continuas del espacio y del tiempo.

Debido a que las componentes de los esfuerzos varían a través de las caras, para obtener la fuerza actuante en cada cara se toma el valor de los esfuerzos en las caras y sus incrementos diferenciales. Así en la dirección x se tendrá:

$$\left[ \left( \sigma_{xx} + \frac{\delta\sigma_{xx}}{\delta x} dx \right) - \sigma_{xx} \right] dydz + \left[ \left( \sigma_{yx} + \frac{\delta\sigma_{yx}}{\delta y} dy \right) - \sigma_{yx} \right] dx dz + \left[ \left( \sigma_{zx} + \frac{\delta\sigma_{zx}}{\delta z} dz \right) - \sigma_{zx} \right] dx dy = \left( \frac{\delta\sigma_{xx}}{\delta x} + \frac{\delta\sigma_{yx}}{\delta y} + \frac{\delta\sigma_{zx}}{\delta z} \right) dx dy dz \quad (1,6)$$

Empleando la segunda Ley de Newton y despreciando las fuerzas de cuerpo, la expresión anterior se igualara con:

$$(\rho dx dy dz) \frac{\delta^2 u}{\delta t^2} \quad (1,7)$$

Donde  $\rho$  es la densidad de masa y  $u$  es el desplazamiento en la dirección x.

Estableciendo la igualdad se tiene la ecuación del movimiento en la dirección x; con un proceso similar en las otras dos direcciones se pueden escribir que

$$\begin{aligned} \rho \frac{\delta^2 u}{\delta t^2} &= \frac{\delta\sigma_{xx}}{\delta x} + \frac{\delta\sigma_{yx}}{\delta y} + \frac{\delta\sigma_{zx}}{\delta z} \\ \rho \frac{\delta^2 v}{\delta t^2} &= \frac{\delta\sigma_{xy}}{\delta x} + \frac{\delta\sigma_{yy}}{\delta y} + \frac{\delta\sigma_{zy}}{\delta z} \\ \rho \frac{\delta^2 w}{\delta t^2} &= \frac{\delta\sigma_{xz}}{\delta x} + \frac{\delta\sigma_{yz}}{\delta y} + \frac{\delta\sigma_{zz}}{\delta z} \end{aligned} \quad (1,8)$$

Usando las relaciones de elasticidad es posible obtener una ecuación, en función únicamente de los desplazamientos. En la dirección x la ecuación (1,8) se transforma, usando las igualdades (1,2), (1,3) y (1,5) en:

$$\rho \frac{\delta^2 u}{\delta t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\delta \Delta}{\delta x} + \mu \nabla^2 u \quad (1,9a)$$

y análogamente en las otras dos direcciones

$$\rho \frac{\delta^2 v}{\delta t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\delta \Delta}{\delta y} + \mu \nabla^2 v \quad (1,9b)$$

$$\rho \frac{\delta^2 w}{\delta t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\delta \Delta}{\delta z} + \mu \nabla^2 w \quad (1,9c)$$

$$\text{Donde } \nabla^2 u = \frac{\delta^2 u}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 u}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 u}{\delta z^2}; \quad \Delta = \frac{\delta u}{\delta x} + \frac{\delta v}{\delta y} + \frac{\delta w}{\delta z}$$

Derivando las ecuaciones con respecto a x, y y z respectivamente y sumándolas se obtiene

$$\frac{1}{\alpha^2} \frac{\delta^2 \Delta}{\delta t^2} = \nabla^2 \Delta \quad (1, 10)$$

Donde  $\alpha^2 = \frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho}$ , y  $\alpha$  representa la velocidad de propagación de las ondas de dilatación

$$\alpha = \left[ \frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1, 11)$$

Derivando la ecuación (1,9c) con respecto a y restándole la derivada de (1,9b) con respecto a z se obtiene

$$\frac{1}{\beta^2} \frac{\delta^2 \theta_x}{\delta t^2} = \nabla^2 \theta_x \quad (1,12)$$

Donde  $\beta^2 = \frac{\mu}{\rho}$  y  $\theta_x$  es la rotación a través del eje x. así la perturbación asociada se propaga con velocidad  $\beta$ .



$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (1,13)$$

Expresiones similares se obtienen para  $\theta_y$  y  $\theta_z$ .

Con base en lo anterior, se infiere que tanto las dilataciones como las rotaciones están gobernadas por la ecuación de onda:

$$\frac{1}{V^2} \frac{\delta^2 \psi}{\delta t^2} = \nabla^2 \psi \quad (1,14)$$

Donde  $\psi$  es la función que designa el tipo de onda que se propaga y  $V$  es una constante que representa la velocidad de la onda.

### -Ecuación de Navier

La ecuación de movimiento está dada por

$$\frac{\delta \sigma_{ki}}{\delta x_k} + df_i = \rho \frac{\delta^2 u_i}{\delta t^2} \quad (1,15)$$

Para expresarla en términos del campo de desplazamientos, considérese la Ley de Hooke

$$\sigma_{ij} = \lambda e_{kk} \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} \quad (1,16)$$

con

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\delta u_i}{\delta x_j} + \frac{\delta u_j}{\delta x_i} \right) \quad (1,17)$$

De donde

$$\sigma_{ij} = \lambda \frac{\delta u_k}{\delta x_k} \delta_{ij} + \mu \left( \frac{\delta u_i}{\delta x_j} + \frac{\delta u_j}{\delta x_i} \right) \quad (1,18)$$

O bien

$$\sigma_{ki} = \lambda \frac{\delta u_j}{\delta x_j} \delta_{ki} + \mu \left( \frac{\delta u_k}{\delta x_i} + \frac{\delta u_i}{\delta x_k} \right) \quad (1,19)$$

Que sustituida en la ecuación de movimiento, conduce a

$$\lambda \frac{\delta^2 u_j}{\delta x_j \delta x_k} \delta_{ki} + \mu \left( \frac{\delta^2 u_k}{\delta x_i \delta x_k} + \frac{\delta^2 u_i}{\delta x_k \delta x_k} \right) + df_i = \rho \frac{\delta^2 u_i}{\delta t^2} \quad (1,20)$$

Que puede escribirse como

$$\mu \frac{\delta^2 u_i}{\delta x_k \delta x_k} + (\lambda + \mu) \frac{\delta^2 u_k}{\delta x_i \delta x_k} + df_i = \rho \frac{\delta^2 u_i}{\delta t^2} \quad (1,21)$$

Esta ecuación fue propuesta en 1821 y se conoce como ecuación de Navier, en honor a Louis M H Navier (1785 – 1836). Es la ecuación de equilibrio en un sólido, elástico lineal, homogéneo e isótropo en términos de los desplazamientos. Esta ecuación tiene su equivalente vectorial de la siguiente forma

$$\mu \nabla^2 \bar{u} + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \bar{u} + d\bar{f} = \rho \frac{\delta^2 \bar{u}}{\delta t^2} \quad (1,22)$$

### I.5.-Reflexión y Refracción

Cuando una onda que se transmite en un medio 1 se encuentra con un cambio brusco de las propiedades elásticas (medio 2) parte de la energía de la onda se reflejará, y parte se refractará. Las leyes de reflexión y refracción se pueden establecer utilizando el principio de Huygens, el cual dice que cada punto sobre un frente de onda puede ser considerado como un nuevo emisor de ondas.

La ley de reflexión nos indica que el ángulo de incidencia  $\theta_1$  es igual al de reflexión  $\theta_1'$ . Y la ley de refracción o ley de Snell establece que

$$\frac{\text{sen} \theta_1}{V_1} = \frac{\text{sen} \theta_2}{V_2} \quad (1,23)$$

donde  $\theta_2$  se conoce como ángulo de refracción.

Cuando  $V_2 < V_1$  implica que  $\theta_2 < \theta_1$ . Sin embargo, si  $V_2 > V_1$  y  $\theta_1 = \text{angsen} \left( \frac{V_1}{V_2} \right)$ ,

entonces,  $\theta_2 = 90$  y el rayo refractado viajara por la interfaz.

El ángulo que cumple esta condición se conoce como ángulo crítico  $\theta_c \left( \text{sen} \theta_c = \frac{V_1}{V_2} \right)$ . Si el

ángulo de incidencia es mayor que el crítico la ley de Snell no se puede satisfacer y se produce una reflexión total.

### -Reflexión de ondas planas SH en frontera libre

Cuando una onda de cuerpo incide en la frontera entre dos semiespacios elásticos, una onda de cada tipo (P y S) se reflejará y refractará.

La propagación de las ondas SH esta gobernada por la ecuación de onda en dos dimensiones  $v = v(x, z, t), u = w = 0$

$$\frac{\delta^2 v}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 v}{\delta z^2} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\delta^2 v}{\delta t^2}; \quad \beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (1,24)$$

Para resolver la expresión anterior es necesario satisfacer las condiciones de frontera. En la superficie libre las tracciones deben ser nulas. Así si  $v^{(i)}$  es la onda incidente y  $v^{(r)}$  es la onda reflejada (vease Figura 7)

$$\begin{aligned} v &= v^{(i)} + v^{(r)} \\ \frac{\delta v}{\delta z} &= 0 \quad \text{en } x = 0 \end{aligned} \quad (1,25)$$

Las ondas incidente y reflejada se pueden expresar como:

$$\begin{aligned} v^{(i)} &= f[t - 1/\beta(x \text{sen} \gamma - z \text{cos} \gamma)] \\ v^{(r)} &= f[t - 1/\beta(x \text{sen} \gamma + z \text{cos} \gamma)] \end{aligned}$$

Donde  $\gamma$  es el ángulo de incidencia. Cumpliendo las condiciones (1,25) en  $z = 0$  se tiene

$$v = 2f\left(t - \frac{x}{\beta} \text{sen} \gamma\right) \quad (1,26)$$

Esto es, la amplificación del movimiento en la superficie es dos.

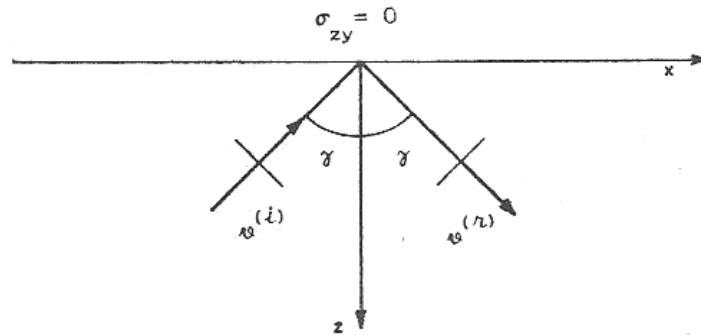


Figura 7- Reflexión de ondas SH en superficie libre,  $U^{(i)}$  onda incidente,  $U^{(r)}$  onda reflejada.

### I.6- Difracción

La difracción es un fenómeno que caracteriza el movimiento ondulatorio que se presenta cuando en el camino que recorre la onda, se encuentra obstáculos o aberturas con dimensiones comparables a sus longitudes de onda. De acuerdo al principio de Huygens, los bordes del obstáculo actúan como fuentes de ondas secundarias propagándose en todas direcciones. Así, las ondas difractadas pueden llegar a las zonas de sombra que son inaccesibles cuando se considera la propagación rectilínea de la onda incidente

Considérese un semiespacio con una irregularidad superficial donde se hace incidir un frente de ondas elásticas como se muestra en la figura 8. La irregularidad difractará las ondas incidentes, y el desplazamiento producido por ambas ondas, incidentes mas difractadas, deben satisfacer las ecuaciones de Navier y las condiciones de contorno en la superficie. Estas condiciones proporcionan tracciones nulas en la superficie libre.

Los campos difractados deben verificar la condición de radiación de Sommerfeld (1949), la cual no permite la propagación de dichos campos desde el infinito hasta la irregularidad, es decir, las ondas difractadas deben irradiarse desde el difractor.

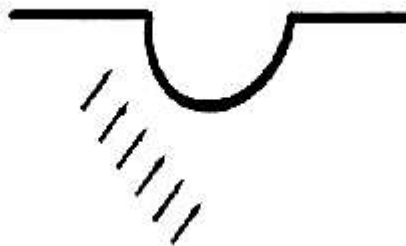


Figura 8- Irregularidad superficial e incidencia de ondas elásticas

### **I.7.- Análisis de series en el tiempo**

En el estudio de la respuesta sísmica de valles aluviales se analizan los efectos producidos por una señal transitoria, que puede ser una onda elemental, o bien, un acelerograma. Para calcular la respuesta en este trabajo se emplea el análisis de Fourier. Este procedimiento es una herramienta matemática útil que simplifica el proceso de cálculo al trasladar el problema del dominio del tiempo al de la frecuencia, donde el estudio es más sencillo.

Posteriormente aplicando la transformada inversa de Fourier, se obtiene la respuesta del depósito en el tiempo.

Al emplear la transformada de Fourier se identifican las diferentes frecuencias y amplitudes de las ondas sinusoidales que combinadas generan la onda arbitraria. El par de transformadas se define como

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (1,27)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (1,28)$$

Donde  $F(\omega)$  es la transformada de Fourier de  $f(t)$ ,  $i = \sqrt{-1}$  y  $\omega$  es la frecuencia.

#### **-Convolución de Funciones**

La convolución de dos funciones es un concepto físico muy importante definido por

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)f(t - \tau)d\tau = h(t) * f(t) \quad (1,29)$$

El teorema de la convolución entre la ecuación y su transformada de Fourier constituye una poderosa herramienta de análisis. El teorema establece que si  $F(\omega)$  y  $H(\omega)$  son las transformadas de Fourier de  $f(t)$  y  $h(t)$  respectivamente, entonces la convolución de las funciones  $f(t) * h(t)$  tiene como transformada de Fourier  $F(\omega)H(\omega)$ . Es decir la convolución de dos funciones en el dominio del tiempo se transforma en una multiplicación punto a punto en el dominio de la frecuencia.

### -Transformada discreta de Fourier y la FFT

Debido a que los cálculos numéricos se hacen mediante el auxilio de computadoras, es necesario discretizar las ecuaciones (no de ecuaciones de Fourier). Así la transformada discreta de Fourier y la transformada inversa discreta serán respectivamente

$$X_k = \sum_{r=0}^{N-1} x_r e^{-i(2\pi kr/N)} \quad k=0,1,2,\dots,(N-1)$$

$$x_k = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} X_r e^{i(2\pi kr/N)} \quad r=0,1,2,\dots,(N-1)$$

Si el muestreo de las funciones se hace con un intervalo  $\Delta$ , se estimara un espectro hasta  $\frac{1}{2\Delta}$  que es la llamada frecuencia de Nyquist. En la práctica se consideran confiables frecuencias menores, pues muy cerca de la frecuencia de Nyquist se presenta una distorsión denominada “aliasing”.

Aplicando la transformada discreta de Fourier con N muestras se requiere un tiempo de cómputo proporcional a  $N^2$ , lo que implica un excesivo tiempo de proceso, sobre todo cuando N es grande. Afortunadamente se ha desarrollado un algoritmo extraordinariamente eficiente denominado la transformada rápida de Fourier (FFT) que reduce el tiempo de calculo, siendo este proporcional a  $N \log_2 N$

## CAPÍTULO 2

### Efectos de la geología superficial

Las amplitudes y formas de las ondas sísmicas generadas en un temblor dependen del mecanismo focal y de la cantidad de energía liberada en la zona de ruptura. El mecanismo focal controla la manera en que las ondas son irradiadas en el espacio y en el tiempo. No obstante, las ondas sísmicas una vez emitidas por la fuente sufren modificaciones en su trayecto que dependen de las propiedades mecánicas de los medios en que se propagan y de las dimensiones de las irregularidades con que se encuentren. Si los cambios de las propiedades en una interfase son grandes o si el tamaño de las irregularidades es comparable o mayor que la longitud de onda predominante de las ondas incidentes, se generan cambios significativos en el movimiento debidos a reflexión, refracción y difracción de ondas.

Interesa entender la naturaleza de esos cambios por que pueden ocasionar grandes amplificaciones locales y variaciones significativas del movimiento del terreno en distancias relativamente pequeñas. Este efecto es de particular importancia en la respuesta sísmica de estructuras grandes como presas, puentes o líneas de transmisión.

Existe evidencia del papel que juegan los efectos de las condiciones locales en estudios de la distribución espacial del daño en temblores. Si bien el daño depende de la calidad de las construcciones, en muchos casos los daños severos están asociados a fenómenos de amplificación. Se han utilizado con éxito modelos de propagación unidimensional de ondas de cortante cuando la configuración del sitio en estudio esta formada por estratos aproximadamente horizontales. Sin embargo, el uso indiscriminado de modelos 1D puede dar lugar a errores de importancia cuando las irregularidades locales son significativas pues no se toma en cuenta la naturaleza física del problema.

Los temblores fuertes tienen componentes en la banda de frecuencias de 0.1 a 15 ó 20 Hz. Por otra parte, las velocidades de propagación cerca de la superficie de la tierra varían de unos 200 m/s a casi 2 km/s; de manera que las correspondientes longitudes de onda caen en el rango de las decenas de metros a las decenas de kilómetros.

Las irregularidades geológicas y topográficas son dimensiones comparables con las longitudes de onda predominantes tendrán, considerable influencia en el movimiento. La

extensión y detalle con que deben estudiarse las condiciones locales podrá estimarse en términos de las longitudes de onda asociadas con los periodos de oscilación que son más significativos para un análisis particular

El problema de calcular el movimiento en la vecindad de una irregularidad topográfica o estratigráfica ante incidencia de ondas sísmicas ha sido tratado como un problema de difracción de ondas elásticas de cierto tipo. No se han desarrollado criterios prácticos para determinar la contribución de los distintos tipos de ondas en un cierto temblor (es usual suponer que se trata de ondas SV propagándose verticalmente). En parte, esto es debido a que las técnicas para tratar la difracción de diversos tipos de ondas elásticas son relativamente resientes. El que sean pocos los estudios que consideren materiales no lineales es también ilustrativo de las dificultades que en este caso se presentan.

La mayoría de los estudios de difracción de ondas elásticas consideran configuraciones bidimensionales y solo algunos casos de incidencia de ondas SH admiten soluciones analíticas en el dominio de la frecuencia. Si bien las soluciones bidimensionales son una aproximación, proporcionan información útil sobre la respuesta sísmica de irregularidades.

## II.1.- Medios Estratificados

El cálculo de la respuesta sísmica en medios estratificados verticalmente es un problema complejo si se piensa en resolverlo de manera analítica. Por esta razón, autores como Thomson y Haskell entre otros, se dedicaron a la tarea de desarrollar técnicas numéricas óptimas que no sólo resuelven el problema de la propagación de ondas planas en medios estratificados, sino que a su vez son prácticos y dan la pauta para el tratamiento de medios heterogéneos más complejos.

A continuación se describe el método de Haskell, o también llamado de Thomson –Haskell, aplicado a la propagación de ondas planas SH.

Para el sistema de referencia  $x, y, z$ , y teniendo un elemento diferencial de volumen en un medio continuo al cual aplicamos un esfuerzo en la dirección  $v$  (onda SH) y si la ecuación de equilibrio dinámico que rige en el medio es la Ecuación de Navier, entonces puede escribirse a la ecuación de movimiento en coordenadas cartesianas de la siguiente forma:

$$\frac{\delta\sigma_{xy}}{\delta x} + \frac{\delta\sigma_{xy}}{\delta z} = \rho \frac{\delta^2 v}{\delta t^2} \quad (2,1)$$



Donde  $v$  es el desplazamiento en dirección del eje  $y$ ,  $\rho$  es la densidad de masa,  $x, y, z$  son las coordenadas cartesianas,  $\sigma_{xy}$  el esfuerzo cortante, y  $t$  el tiempo.

En el dominio de la frecuencia, la ecuación reducida de onda puede expresarse de la siguiente forma:

$$\nabla^2 v + \frac{\omega}{\beta^2} v = 0 \quad (2,2)$$

Y una solución de la ecuación anterior es:

$$v = l_1(k, z, \omega e^{i(kx - \omega t)}) \quad (2,3)$$

Donde  $k = \frac{\omega}{\beta}$  y es el número de onda,  $\omega$  es la frecuencia angular,  $\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$  es la velocidad

de propagación de las ondas S,  $\mu$  es el modulo de elasticidad en cortante,  $i = \sqrt{-1}$  y  $l_1$  es una función que se definirá más adelante.

De la teoría de la elasticidad, los esfuerzos cortantes asociados al desplazamiento anterior son:

$$\sigma_{yz} = \mu \frac{\delta v}{\delta z} = \mu \frac{dl_1}{dz} e^{i(kx - \omega t)} \quad (2,4)$$

$$\sigma_{yx} = \mu \frac{\delta v}{\delta x} = ik\mu l_1 e^{i(kx - \omega t)}$$

Y como  $u = w = 0$  y  $v = (x, z)$ , los esfuerzos restantes ( $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{zx}$ ) son nulos.

Si definimos a

$$l_2 = \mu \frac{dl_1}{dz} \quad (2,5)$$

Sustituyendo en las ecuaciones (2,2) y (2,4) en la ecuación (2,3) se tiene:

$$\frac{dl_2}{dz} = (k^2 \mu - \omega \rho) l_1 \quad (2,6)$$

Agrupando las ecuaciones (2,5) y (2,6), entonces las podemos escribir de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1/\mu \\ k^2 \mu - \omega \rho & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} \quad (2,7)$$

Y en una forma más simplificada

$$\frac{d}{dz} \vec{f} = A \vec{f} \quad (2,8)$$

La ecuación (2,8) tiene como equivalente el resolver la ecuación de movimiento. Y como podemos ver al hacer las sustituciones indicadas se ha transformado en una ecuación diferencial parcial de segundo orden en 2 ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. Al vector  $(l_1, l_2)$  se le conoce como vector de desplazamiento – esfuerzo de ondas SH.

Una solución de la ecuación (2,8) esta dada por:

$$\vec{f}_j = V_j e^{\Psi_j(z-z_0)} \quad (2,9)$$

Donde  $\Psi_j$  es el valor característico de la matriz A,  $V_j$  es el vector característico correspondiente al valor  $\Psi_j$ , con  $j = 1,2$

Haciendo cálculos y sustituyendo los valores característicos en la ecuación (2,9) podemos encontrar una solución que general que es de la forma:

$$\vec{f} = E \Lambda \vec{w}$$

Donde  $\vec{w}$  es un vector de peso que representa las amplitudes de las ondas ascendentes y descendentes denominadas ‘S y S’ respectivamente,  $\Lambda$  es una matriz que representa los factores verticales de fase.

Para conocer las amplitudes de los campos incidente y reflejado en términos del vector desplazamiento – esfuerzo, debemos invertir la matriz  $\vec{f} = E \Lambda$ , la matriz  $F^{-1}$  es igual a:

$$F^{-1} = \frac{1}{2\eta\mu} \begin{bmatrix} \eta\mu e^{\eta(z-z_0)} & -e^{-\eta(z-z_0)} \\ \eta\mu e^{\eta(z-z_0)} & -e^{\eta(z-z_0)} \end{bmatrix} \quad (2,10)$$

Por lo tanto el campo de desplazamientos queda definido como:

$$\vec{w} = F^{-1} \vec{f} \quad (2,11)$$

La matriz propagadora se define como:

$$P(z, z_0) = I + \int_{z_0}^z A(\xi_1) d\xi_1 + \int_{z_0}^z A(\xi_1) \int_{z_0}^{\xi_1} A(\xi_2) d\xi_2 d\xi_1 + \dots \quad (2,12)$$

Donde  $z_0$  es el nivel de referencia.

Por otro lado sabemos que la ecuación (2,12) satisface la ecuación (2, 8), es decir:

$$\frac{d}{dz} P(z, z_0) = A(z)P(z, z_0) \quad (2,13)$$

Y si evaluamos en la ecuación (2,12) en el punto  $P(z_0, z_0)$  es igual a 1. Y aquí podemos obtener una propiedad fundamental de la matriz propagadora que es:

$$\vec{f}(z) = P(z, z_0)\vec{f}(z_0) \quad (2,14)$$

Como  $P(z, z_0)\vec{f}(z_0)$  satisface la ecuación (2,8),  $P(z, z_0)$  genera el vector desplazamiento – esfuerzo en la profundidad  $z$  al operar sobre dicho vector en la profundidad  $z_0$ .

Cuando  $A(z)$  es consistente en un intervalo de profundidad, como se supone dentro de un estrato, al evaluar las integrales en la expresión (2,12), la matriz propagadora toma la forma:

$$P(z, z_0) = I + (z - z_0)A + 0.5(z - z_0)AA + \dots = e^{(z-z_0)A} \quad (2,15)$$

Aki y Richards, obtuvieron la matriz propagadora para el  $l$ -ésimo estrato y es de la siguiente forma:

$$P(z, z_0) = \begin{bmatrix} \cosh \eta_1(z - z_0) & \frac{\sinh \eta_1(z - z_0)}{\eta_1 \mu_1} \\ \eta_1 \mu_1 \sinh \eta_1(z - z_0) & \cosh \eta_1(z - z_0) \end{bmatrix} \quad (2,16)$$

Donde  $\eta_1 = \left[ k^2 - \frac{\omega^2}{\beta^2} \right]^{\frac{1}{2}}$ ,  $k = \frac{\omega}{\beta_E} \sin \theta$ ,  $\beta_E$  es la velocidad de las ondas S en el semi –

espacio

De la ecuación (2,16) podemos obtener el vector de desplazamiento – esfuerzo en cada estrato de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \{l\}_1 &= [P]_1 \begin{Bmatrix} v_s \\ 0 \end{Bmatrix}, \text{ en } 0 \leq z < z_1 \\ \{l\}_2 &= [P]_2 \{l\}_1, \text{ en } z_1 \leq z < z_2 \end{aligned} \quad (2,17)$$

$$\begin{aligned} \{l\}_n &= [P]_n \{l\}_{n-1}, \text{ en } z_{n-1} \leq z < z_n \\ \{l\}_E &= [M]_n \begin{Bmatrix} 'S \\ S' \end{Bmatrix}, \text{ en } z \geq H = z_n \end{aligned}$$

Ya que conocemos la amplitud de la onda incidente es posible conocer el campo de desplazamientos en cualquier punto de la estratigrafía aplicando las condiciones de frontera correspondientes.

Por otra parte sabemos que en la superficie libre los esfuerzos son nulos, por lo tanto el vector desplazamiento – esfuerzo para ondas SH en la base de los estratos estará dado por

$$\begin{Bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{Bmatrix} = P(H, z_{n-1})P(z_{n-1}, z_{n-2}) \dots P(z_1, z_0) \begin{Bmatrix} l_1 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (2,18)$$

Y si consideramos que  $\{l\}_E = \{l\}_n$ , en  $z = H$ , definimos

$$B = M^{-1}P(H, z_{n-1}) \dots P(z, z_0) \quad (2,19)$$

De donde se obtiene

$$\begin{Bmatrix} 'S \\ S' \end{Bmatrix} = B \begin{Bmatrix} l_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \Big|_{z=z_0} \quad (2,20)$$

Por lo tanto, el desplazamiento en la superficie libre es:

$$(l_1) \Big|_{z=z_0} = 'S(B_{11})^{-1} \quad (2,21)$$

Si definimos a la función de transferencia como el cociente del desplazamiento del punto entre el desplazamiento que se tendría en la base de la formación y si no existieran los estratos, podemos entonces expresar la función de transferencia para las ondas SH como:

$$H_{SH}(\omega, k, z_0) = \frac{l_1}{2'S} = \frac{1}{2}(B_{11})^{-1} \quad (2,22)$$

### II.3.- Efectos topográficos

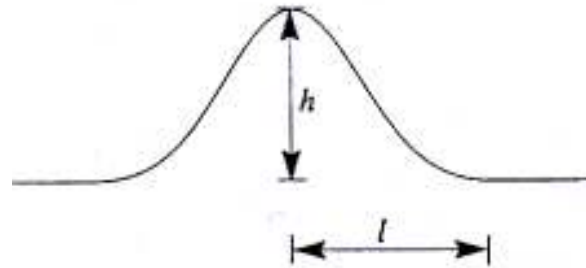
Los estudios relacionados con el efecto local debido a las irregularidades topográficas del terreno, se han comenzado a desarrollar después de los dedicados al estudio de la geología superficial. En parte este desfase puede ser debido a que una de las líneas de estudio

importante de este problema, como es la de la simulación numérica, se han desarrollado paralelamente a la evolución de la capacidad de cálculo de los ordenadores.

Existen algunos resultados hasta la fecha que estiman, el efecto local de las irregularidades topográficas más interesantes que se pueden encontrar en la naturaleza. Para obtener estos resultados se han realizado estudios sobre distintos modelos que intentan reflejar estos accidentes del terreno. Actualmente se pueden clasificar los modelos en:

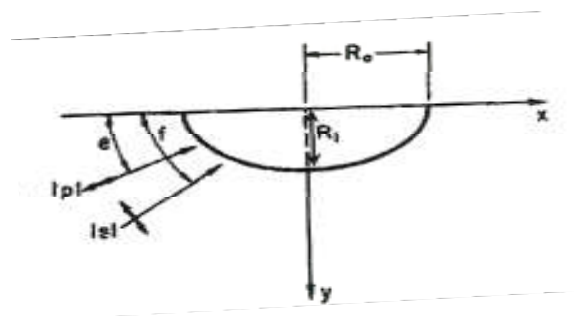
- a) Topografías convexas; cualquier elevación sobre la superficie libre como dorsales y montañas.
- b) Topografías cóncavas; como valles y cañones.

Las distintas geometrías que se han aplicado para estos estudios están caracterizadas por algunos parámetros. Por ejemplo, en el caso de las topografías convexas, el contorno de la superficie libre sobre un medio homogéneo, ha sido descrita frecuentemente mediante el modelo de Sills (1978) (Figura 9).



**Figura 9.- Modelo 2D de elevación sobre la superficie libre, Sills (1978). Los parámetros característicos son la semianchura  $l$ , y la altura  $h$ .  $x$  es la coordenada en la dirección de  $l$ .  
 $f(x) = h(l^2 - c^2) \exp(-c^2)$  donde  $c = x/l$**

Por otro lado, en la figura 10, se ilustra la geometría de algunos estudios realizados en topografías cóncavas, como es el caso de los cañones semi-elípticos sobre un medio homogéneo.



**Figura 10.- Modelo 2D de cañón semi-elíptico. La geometría del problema viene definida en función de los radios  $R_o$ ,  $R_i$ .**

Los fenómenos físicos que se han detectado en la incidencia del movimiento de las ondas sobre irregularidades topográficas se pueden clasificar, en tres tipos:

- 1) Difracción de las ondas internas y superficiales, en los bordes del accidente topográfico, produciéndose interferencias entre las ondas directas y difractadas. Las amplitudes de estas últimas son inferiores a las primeras, por lo menos en el caso de topografías de pendiente suave. Las interferencias pueden ser constructivas o destructivas, dando lugar a efectos de amplificación o reducción de las ondas respectivamente.
- 2) Focalización o desfocalización de las ondas sísmicas a lo largo de la superficie topográfica.
- 3) Variaciones del movimiento en función de la pendiente de la topografía. Este fenómeno se explica, en parte, por el efecto que tiene el ángulo incidente.

## CAPÍTULO 3

### Respuesta Estructural

#### III.1.- Análisis dinámico

En la Dinámica Estructural, las cargas y todas las respuestas estructurales (deflexiones, esfuerzos, etc.), varían con el tiempo. De acuerdo con lo anterior, una diferencia importante entre el Análisis Estático y el Análisis Dinámico es que el análisis dinámico no presenta una sola solución, más bien, hay soluciones distintas para cada instante de tiempo. Consecuencia de esto es que el análisis dinámico de una misma estructura, resulta mas laborioso que el estático.

Sin embargo, la diferencia más notable entre ambos análisis se puede ejemplificar con el caso siguiente:

En una viga sometida a una carga estática,  $p$ , las fuerzas internas que resisten la carga se calculan por simple estática, y de ellas se obtienen los esfuerzos resultantes y sus deformaciones. Ahora bien, si a la misma viga le aplicamos en forma dinámica la carga, las deformaciones que varían con el tiempo producen aceleraciones, y las aceleraciones, de acuerdo al principio de D'Alembert, inducen fuerzas de inercia que resisten el movimiento de la viga.

En estas condiciones, la viga queda sujeta a dos cargas: La fuerza externa  $P(t)$ , que causa el movimiento, y las fuerzas de inercia,  $F_i(t)$ , que resisten la aceleración inducida. Las fuerzas internas son las que equilibran esta combinación de cargas, siendo entonces necesario determinar las fuerzas de inercia, antes de calcular los esfuerzos interiores.

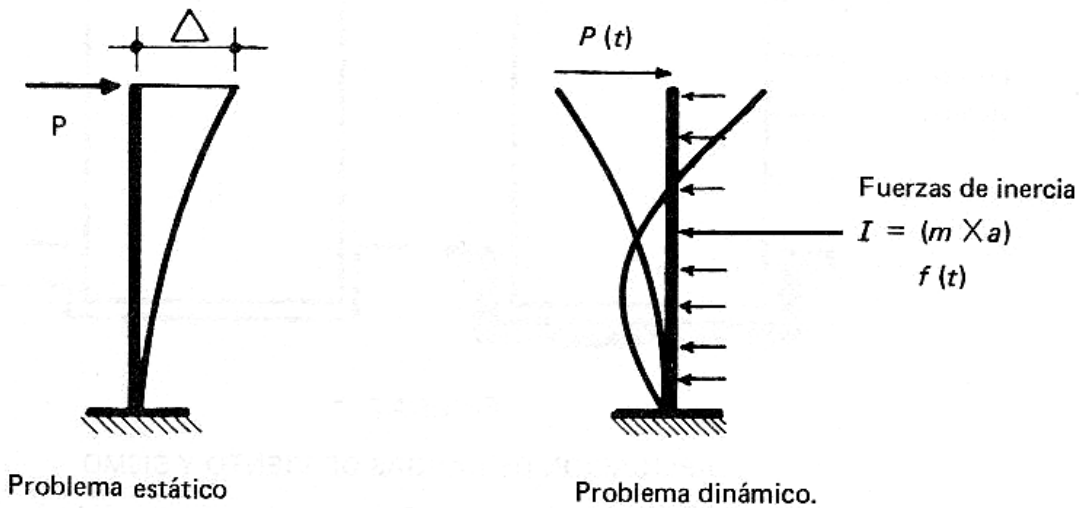


Figura 11.- Diferencia entre el Análisis Estático y Análisis Dinámico

### III.2.- Descomposición modal

Los elementos integrantes de los sistemas vibratorios mecánicos son:

- Los elementos inertes o masas
- Los elementos restituitivos
- Los elementos amortiguadores

#### - Comportamiento de las masas.

En las masas actuarán fuerzas efectivas y de inercia exclusivamente.

Como problema de dinámica clásica, se aceptaran las leyes de Newton:

- Una partícula de material no es capaz por sí sola de alterar el estado de movimiento o reposo en que se encuentre.
- La derivada con respecto al tiempo de la cantidad de movimiento de una partícula es igual a la fuerza que la produce, es decir:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}$$

$m$ , es constante

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- A toda acción corresponde una reacción y en conjunto integran un sistema de fuerzas en equilibrio, es decir:



$$\vec{F} + (-m\vec{a}) = 0$$

Ecuación que se interpreta como: La fuerza efectiva de una partícula y la fuerza de inercia de la misma, están en equilibrio. Que no es más que la segunda ley de Newton a la cual se le llama como principio de D'Alambert y sirve para la solución de problemas de dinámica como estáticos.

**- Comportamiento de los elementos restitutivos.**

Los elementos restitutivos son de características Hookeanas, además de considerarse despreciables sus masas.

Por otra parte estos elementos sólo transforman energía de deformación en energía cinética y la fuerza que se genera en uno de esos elementos es función lineal del desalojamiento relativo de sus extremos. Es decir:

$$F_R = -KX$$

Donde K, es la constante de rigidez angular o rigidez a la torsión. Esta es una propiedad intrínseca del elemento restitutivo que depende del sistema de cargas que solicita a una estructura cualquiera.

**- Comportamiento de los elementos amortiguadores.**

Estos elementos son disipadores de energía del sistema y provocan en la partícula una fuerza directamente proporcional a la velocidad relativa de la misma y con sentido contrario a ella. Si llamamos C a esta constante de amortiguamiento, tendríamos:

$$F_D = -C\dot{X}$$

esto es lo constituye al amortiguamiento viscoso o de Newton, algunas veces se llama amortiguamiento lineal.

### III.3.- Sistema lineal de un grado de libertad

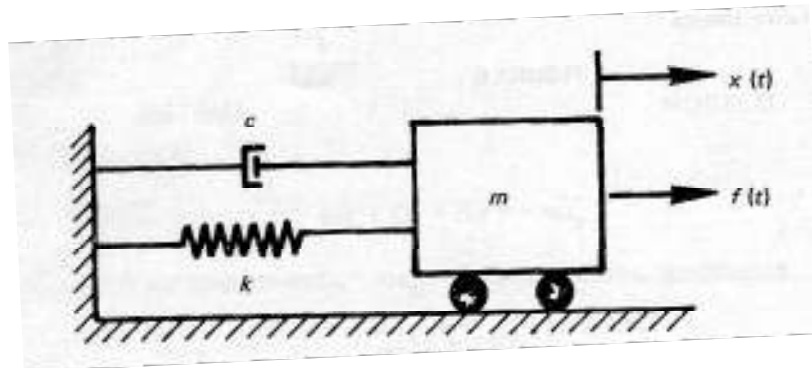


Figura 12.- Representación de un Sistema lineal de un grado de libertad

Los métodos de análisis sísmico, prescritos por los reglamentos de diseño y empleados en la práctica son generalmente muy simplificados y recurren a idealizaciones de la acción sísmica mediante sistemas de fuerzas estáticas equivalentes. Aun cuando se usen estos procedimientos, en vez de otros más refinados, no hay que perder de vista el carácter dinámico del fenómeno y es necesario conocer los principios básicos de la dinámica estructural.

Una estructura responde a una excitación sísmica, descrita por una historia de aceleraciones (o de velocidades o de desplazamientos) que se presentan en el suelo sobre la que se esta desplantada, mediante una vibración a través de la cual disipa la energía que es generada por dicho movimiento. La amplitud de la vibración necesaria para disipar la energía depende de las características del sistema constituido por el conjunto subsuelo – cimentación – estructura – elementos no estructurales. A pesar de la complejidad de un sistema como este, las principales características de su respuesta pueden representarse mediante el estudio de un sistema simple de un grado de libertad (ver Figura 12).

El sistema simple esta constituido por una masa, un resorte y un amortiguador (Figura 12). Cuando el sistema esta sujeto a un movimiento de su base, definido por una historia de desplazamientos,  $u_0$ , o de aceleraciones del suelo  $u_0$ , la masa entrará en oscilación y se generaran sobre ella tres tipos de fuerzas:

- a) La fuerza de inercia que de acuerdo con el principio de D'Alembert es proporcional a la masa y a la aceleración total que esta sufre,  $\ddot{u}_T$ ; esta última es igual a la suma de la aceleración del terreno,  $\ddot{u}_0$ , más la de la masa relativa al terreno  $\ddot{u}$

$$F_I = m\ddot{u}_T$$

- b) La fuerza que se genera por la rigidez lateral al tratar de ser desplazada con respecto al terreno. Suponiendo que la respuesta se mantiene dentro de un intervalo lineal, dicha fuerza será igual al producto del desplazamiento relativo de la masa con respecto al suelo, por la rigidez lateral.

$$F_R = ku \quad (3.1)$$

- c) La fuerza de amortiguamiento que trata de restablecer el equilibrio de la estructura en vibración. Esta fuerza puede considerarse proporcional a la velocidad de la masa en relación con suelo; al factor de proporcionalidad se le llama coeficiente de amortiguamiento.

$$F_A = c\dot{u} \quad (3.2)$$

Por lo tanto, la ecuación de equilibrio dinámico se escribe como:

$$F_I + F_A + F_R = 0 \quad (3.3)$$

Sustituyendo, la ecuación de equilibrio la podemos escribir como:

$$m\ddot{u}_T + c\dot{u} + ku = 0 \quad (3.4)$$

Y como sabemos

$$\ddot{u}_T = \ddot{u}_0 + \ddot{u} \quad (3.5)$$

Al sustituir en la ecuación anterior

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_0 \quad (3.6)$$

Y si dividimos a toda la ecuación anterior entre m, tenemos:

$$\ddot{u} + \frac{c}{m}\dot{u} + \frac{k}{m}u = -\ddot{u}_0 \quad (3.7)$$

Las dos constantes,  $\frac{c}{m}$  y  $\frac{k}{m}$  representan conceptos relacionados con la vibración libre del sistema, es decir, cuando  $\ddot{u}_0 = 0$ . De ellas,

$$\frac{k}{m} = \omega^2$$

$$o \quad (3.8)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Donde  $\omega$  es la frecuencia circular del sistema no amortiguado, es decir, aquella con la que oscila este cuando se le impone un desplazamiento y se suelta. Cuando el amortiguamiento es nulo el sistema describe un movimiento armónico simple, con la frecuencia mencionada y con periodo igual a:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3.9)$$

El amortiguamiento representa la disipación de energía que la estructura realiza principalmente debido a fricción interna de los materiales y a rozamiento entre los componentes de la construcción; este amortiguamiento reduce las oscilaciones. En vibración libre, se define como amortiguamiento crítico a aquel para el cual el sistema, después de desplazado, volvería a su posición de reposo sin oscilar. Este vale:

$$C_{cr} = 2\sqrt{km} \quad (3.10)$$

Por lo tanto, la constante de amortiguamiento puede expresarse como una fracción del crítico en la forma:

$$\xi = \frac{c}{C_{cr}} = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (3.11)$$

Pero

$$\sqrt{km} = m\sqrt{\frac{k}{m}} = m\omega \quad (3.12)$$

$$\xi = \frac{c}{2\omega m}$$

Por otra parte

$$\frac{c}{m} = 2\omega\xi \quad (3.13)$$

La ecuación diferencial se puede describir como

$$u + 2\omega\xi\dot{u} + \omega^2u = -u_0 \quad (3.14)$$

Podemos ver que la respuesta del sistema queda definida por dos parámetros únicamente: la frecuencia circular del sistema ( o su periodo) y la fracción del amortiguamiento crítico.

La solución de la ecuación diferencial, cuando la estructura parte del reposo, se obtiene como la superposición de la respuesta a una serie de impulsos elementales, en la forma llamada integral de Duhamel

$$u(t) = -\frac{1}{\omega} \int_{t_0}^t u_0(\tau) e^{-i\xi\omega(t-\tau)} \text{sen} \omega(t-\tau) d\tau$$

En esta solución la aproximación  $1-\xi^2 = 1$  es aceptable ya que para estructuras de ingeniería civil generalmente  $\xi < 0.1$

Desde el punto de vista del diseño estructural, interesa esencialmente la máxima sollicitación a la que se verá sujeta la estructura por efecto del sismo; por tanto no es necesario conocer la historia completa de la respuesta, sino solo su valor máximo. Si, para un acelerograma obtenemos la respuesta de sistemas de un grado de libertad con un amortiguamiento dado y hacemos variar el periodo de estos sistemas desde cero hasta un valor muy alto comparado con los periodos naturales de las estructuras comunes, y para cada sistema determinamos la máxima respuesta, podemos trazar gráficas que constituyen espectros de respuesta de aceleración para los movimientos en cuestión. En las abscisas se representa el periodo del sistema y en las ordenadas una medida de su respuesta máxima, sea esta aceleración, velocidad o desplazamiento máximos de la masa.

El espectro de aceleraciones proporciona una medida directa de la fuerza de inercia máxima que se induce en el sistema al multiplicar la ordenada espectral por la masa.

$$F = mS_A$$

Una estructura no se debe diseñar para resistir un solo sismo, sino el conjunto de sismos que pueden afectarla en su vida útil. Aun para sismos de iguales características en cuanto a magnitud y distancia epicentral, el espectro de respuesta puede variar significativamente debido a diferencias en contenidos de frecuencias y en duración. La estructura deberá diseñarse para la envolvente de los espectros que corresponden a diferentes sismos.

Existen reglas empíricas para construir envolventes de espectros a partir de datos básicos del movimiento del terreno. Estas reglas consisten en multiplicar la aceleración, velocidad y desplazamiento máximo del terreno por constantes que se han obtenido de la observación

de un gran número de espectros de sismos reales. El valor de estas constantes depende del grado de amortiguamiento del sistema. Para estructuras de edificios urbanos y para muchas estructuras industriales, es aceptable considerar un amortiguamiento del 5 por ciento del crítico y en esa hipótesis están basados los espectros de diseño especificados por la mayoría de las normas de diseño.

Las reglas más comúnmente usadas para la construcción de envolventes de espectros para diseño son debidas a Newmark y consideran exclusivamente estructuras desplantadas sobre suelo firme. Según <sup>1</sup> la envolvente de espectros para amortiguamiento de 5 por ciento puede considerarse con la expresión siguiente:

$$\frac{S_A}{g} = 0.016 \frac{V_t}{T^{2/3}} < 2.5 \frac{A_t}{g}$$

donde  $\frac{S_A}{g}$  es la ordenada espectral expresada como fracción de la aceleración de la gravedad;  $V_t (cm/seg)$  y  $A_t (cm/seg^2)$  son la velocidad y la aceleración máximas del terreno, respectivamente; T es el periodo del sistema, en seg., y S un factor que depende del tipo de suelo, y para el cual se propone:

S = 1 para roca o terreno firme sobre roca ( $S_1$ )

S = 1.2 para suelos granulares o suelos cohesivos compactos ( $S_2$ )

S = 1.5 para suelos de mediana o alta compresibilidad ( $S_3$ )

#### **III.4.-Sistemas de varios grados de libertad**

La mayoría de las estructuras no se prestan para ser idealizadas con un sistema de un grado de libertad, pero pueden suponerse compuestas por una serie de masas concentradas unidas por resortes. Esta representación por medio de un sistema de varios grados de libertad admite todavía un análisis dinámico relativamente sencillo de su respuesta. El caso clásico de una estructura que puede idealizarse en esa forma es el de un edificio simétrico en que las masas se consideran concentradas en cada piso y los resortes representan la rigidez lateral de cada entrepiso.

En el equilibrio de cada entrepiso intervienen los mismos tipos de fuerzas que en el sistema de un grado de libertad

---

<sup>1</sup> Meli Piralla Roberto. Diseño Estructural. Editorial Limusa. 1985.

$$F_I + F_A + F_R = 0$$

Los distintos términos de esta expresión se determinan con ecuaciones idénticas a las empleadas para el sistema de un grado de libertad, pero en que las variables representan vectores y matrices. Así la fuerza de inercia vale:

$$F_I = M\ddot{u}_T$$

En este caso  $F_I$  es el vector de fuerzas de inercia,  $\ddot{u}_T$  es el vector de aceleraciones totales y  $M$  la matriz (diagonal) de masas.

### **-Representación de un edificio por un sistema de varios grados de libertad.**

Las fuerzas en las columnas valen:

$$F_R = Ku$$

Donde  $F_R$  es el vector de fuerzas en cada entrepiso,  $u$  es el vector de desplazamientos y  $K$  la matriz de rigideces del sistema.

De manera similar, las fuerzas debidas al amortiguamiento son:

$$F_A = C\dot{u}$$

Donde  $F_A$  es el vector de fuerzas de amortiguamiento,  $\dot{u}$  es el vector de velocidades y  $C$  es la matriz de amortiguamiento.

Usualmente el amortiguamiento se considera igual en todos los entrepisos y la matriz  $C$  se vuelve constante.

La ecuación de equilibrio toma la misma forma que en un sistema de un grado de libertad, aunque ahora se trata de una ecuación matricial:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + ku = -Mu_0$$

El primer paso para la solución de esta ecuación diferencial es resolver el caso de vibración libre con amortiguamiento nulo que permite determinar con buena aproximación los periodos de vibración y formas modales.

La ecuación diferencial se reduce a:

$$M\ddot{u} + ku = 0$$

Ante la acción de un impulso y suponiendo que no existe amortiguamiento, la estructura vibrara libremente adoptando una configuración de desplazamientos que se denomina forma modal y con una frecuencia de vibración peculiar de cada modo. Existen tantos modos como número de grados de libertad que tiene el sistema.

En vibración libre, para el movimiento armónico simple siguiente:

$$u = a \sin \omega t$$

Donde  $a$  representa la amplitud de vibración.

Se tiene:

$$u = -\omega^2 a \sin \omega t$$

Sustituyendo en la ecuación diferencial.

$$ka - \omega^2 Ma = 0$$

Para que  $a$  sea diferente de cero se requiere

$$|K - \omega^2 M| = 0$$

Esta ecuación se resuelve con métodos numéricos estándar y permite encontrar los  $N$  valores de la frecuencia  $\omega$  que corresponden a cada modo natural de vibración del sistema (uno por cada masa concentrada que compone el sistema).

Con los  $N$  valores de  $\omega$  se pueden determinar los  $N$  valores de  $a_i$ , que corresponden a cada frecuencia natural y que determinan la forma modal correspondiente.

El primer modo, o modo fundamental, se caracteriza por no mostrar puntos de inflexión y por tener la frecuencia más baja ( el periodo más largo). Al pasar a los modos superiores, la configuración presenta cada vez un nuevo punto de inflexión y el período natural va disminuyendo.

Interesa conocer la respuesta del sistema de varios grados de libertad ante una excitación sísmica cualquiera impuesta en su base. Al excitar el sistema, cada modo responde como un sistema independiente de un grado de libertad y la respuesta total será la combinación de las respuestas independientes de cada modo, multiplicada cada una por un factor de participación.

El desplazamiento del piso  $i$  se obtendrá como la suma de las participaciones de cada modo a dicho desplazamiento

$$u_i = \sum_{n=1}^N \phi_{in} y_{in}(t)$$

Donde  $y_{in}(t)$  es el desplazamiento en el nivel  $i$  del modo  $n$  en el instante  $t$  y  $\phi_{in}$  es el factor que define la escala a que interviene el modo  $n$  en el movimiento del nivel  $i$ .



La mayor parte de la energía del sismo se absorbe por oscilaciones en los primeros modos de vibración; así, en una estructura de muchos grados de libertad, el análisis se simplifica notablemente, ya que basta para las estructuras regulares determinar la respuesta ante los tres primeros modos para tener una idea de la respuesta total. Al igual que en un sistema de un grado de libertad lo que más interesa es la máxima respuesta que tiene la estructura ante la excitación sísmica. Este máximo se puede determinar de manera aproximada a partir de los máximos de las respuestas de cada modo; sin embargo, los máximos de cada modo no ocurrirán en un mismo instante ni tendrán un mismo signo, por lo tanto la respuesta máxima será menor que la suma de las respuestas espectrales de cada modo.

La respuesta máxima de cada modo puede determinarse directamente del espectro de aceleraciones o velocidades para la frecuencia natural del modo en cuestión, idealizando la estructura como una serie de sistemas de un grado de libertad. La respuesta total se calcula como<sup>2</sup>:

$$R_R = \left( \sum_{i=1}^N R_i \right)^{\frac{1}{2}}$$

### III.5.-Espectro de respuesta

Los espectros de respuesta fueron inicialmente propuestos por Biot en el año 1932 y luego desarrollados por Housner, Newmark y muchos otros investigadores. Actualmente, el concepto de espectro de respuesta es una importante herramienta de la dinámica estructural, de gran utilidad en el área del diseño sismorresistente. En forma general, podemos definir espectro como un gráfico de la respuesta máxima (expresada en términos de desplazamiento, velocidad, aceleración, o cualquier otro parámetro de interés) que produce una acción dinámica determinada en una estructura u oscilador de un grado de libertad. En estos gráficos, se representa en abscisas el periodo propio de la estructura (o la frecuencia) y en ordenadas la respuesta máxima calculada para distintos factores de amortiguamiento  $\zeta$ .

El concepto de los espectros comenzó a gestarse gracias a una idea Kyoji Suyehiro, Director del Instituto de Investigaciones de la Universidad de Tokyo, quien en 1920 ideó un instrumento de medición formado por 6 péndulos con diferentes periodos de vibración, con

---

<sup>2</sup> Meli Piralla Roberto. Diseño Estructural. Editorial Limusa. 1985.

el objeto registrar la respuesta de los mismos ante la ocurrencia de un terremoto. Unos años después, Hugo Benioff publicó un artículo en el que proponía un instrumento similar al de Suyehiro, destinado a medir el desplazamiento registrado por diferentes péndulos con los cuales se podría determinar el valor máximo de respuesta y construir una curva (lo que hoy conocemos como espectro de desplazamiento elástico) cuya área sería un parámetro indicador de la destructividad del terremoto. Finalmente, fue Maurice Biot en el Instituto Tecnológico de California, quien propuso formalmente la idea de espectros de respuesta elástica.

Para explicar en forma conceptual el procedimiento de construcción de un espectro de respuesta consideremos una serie de estructuras de un grado de libertad u osciladores simples con diferentes periodos de vibración,  $T$ , y con igual factor de amortiguamiento,  $\zeta$  (ver Figura 12). Si sometemos todos estos osciladores a la acción de un mismo terremoto (utilizando un registro de aceleraciones,  $\ddot{u}_g(t)$ ), cada uno de ellos exhibirá una respuesta diferente, la cual puede representarse, por ejemplo, a través de la historia de desplazamientos,  $u(t)$ . Una vez que hemos calculado la respuesta de los osciladores es posible determinar el máximo (en valor absoluto, dado que el signo no tiene importancia) de cada uno de ellos y volcarlos en un gráfico en función del periodo de vibración, para obtener así un espectro de respuesta. Es decir, que la respuesta máxima de cada oscilador con periodo  $T$  representa un punto del espectro.

La importancia de los espectros en el diseño de estructuras radica en el hecho de que estos gráficos condensan la compleja respuesta dinámica en un parámetro clave: los valores de respuesta máxima, que son usualmente los requeridos por el diseñador para el cálculo de estructuras. Debemos aclarar, sin embargo, que los espectros de respuesta omiten información importante dado que los efectos del terremoto sobre la estructura dependen no solo de la respuesta máxima sino también de la duración del movimiento y del número de ciclos con demanda significativa de desplazamientos.

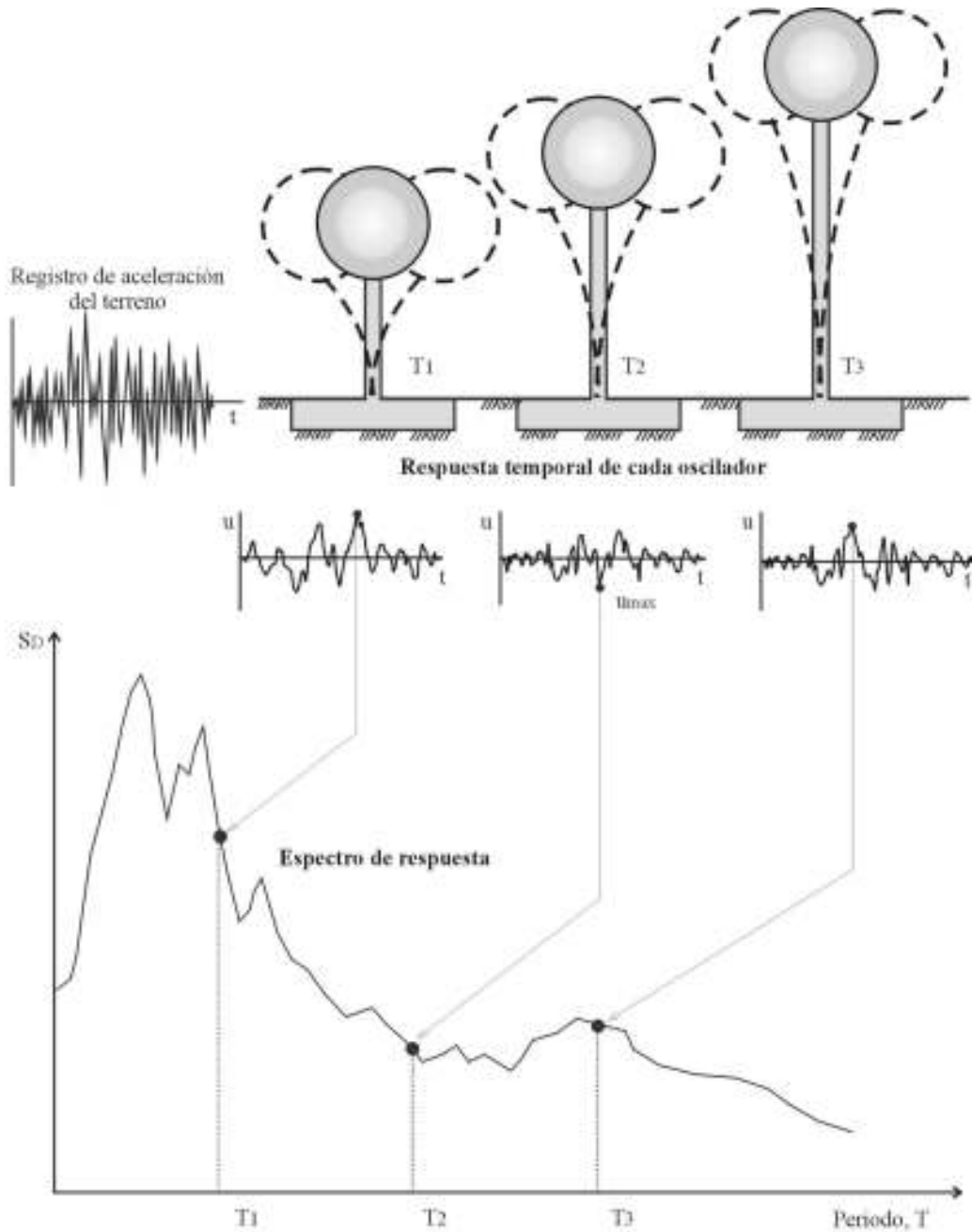


Figura 13. Gráfico indicativo del método de determinación del espectro de respuesta.

La realización de un espectro de respuesta (Figura 13) requiere de la ejecución de numerosos cálculos, dado que es necesario resolver la ecuación de equilibrio dinámico para determinar la historia (variación en el tiempo) de desplazamientos, velocidad y aceleraciones para una gran cantidad de estructuras con diferentes periodos de vibración,  $T$ , y factores de amortiguamiento  $\zeta$ . En la actualidad, esto no representa un problema de

importancia por la gran capacidad de cálculo de las computadoras modernas, las cuales pueden realizar un espectro de respuesta elástica en décimas de segundo. Sin embargo, cuando estos tipos de gráficos se desarrollaron en su etapa inicial, hace varias décadas, la situación era muy diferente.

### **-Tipo de espectros**

Como mencionamos anteriormente, el concepto de espectro ha ganado una amplia aceptación como herramienta de la dinámica estructural. Es por ello que se han desarrollado varios tipos de espectros, los cuales presentan características diferentes y se utilizan con distintos objetivos. En particular analizaremos tres de los espectros más comunes:

**Espectros de respuesta elástica:** representan parámetros de respuesta máxima para un terremoto determinado y usualmente incluyen varias curvas que consideran distintos factores de amortiguamiento. Se utilizan fundamentalmente para estudiar las características del terremoto y su efecto sobre las estructuras. Las curvas de los espectros de respuesta presentan variaciones bruscas, con numerosos picos y valles, que resultan de la complejidad del registro de aceleraciones del terremoto.

**Espectros de respuesta inelástica:** son similares a los anteriores pero en este caso se supone que el oscilador de un grado de libertad exhibe comportamiento no-lineal, es decir que la estructura puede experimentar deformaciones en rango plástico por acción del terremoto. Este tipo de espectros son muy importantes en el diseño sismorresistente, dado que por razones prácticas y económicas la mayoría de las construcciones se diseñan bajo la hipótesis que incursionarán en campo plástico. Como ejemplo, podemos mencionar los espectros de ductilidad (recordemos que ductilidad de desplazamientos es la relación entre el desplazamiento máximo que experimenta la estructura y el desplazamiento de fluencia). Estos espectros representan la ductilidad requerida por un terremoto dado en función del periodo de vibración de la estructura y se grafican usualmente para distintos niveles de resistencia. También, se construyen espectros de aceleración, desplazamiento de fluencia o desplazamiento último de sistemas inelásticos, en donde se consideran distintos niveles de ductilidad o distintos tipos de comportamiento histerético de la estructura.

**Espectros de diseño:** las construcciones no pueden diseñarse para resistir un terremoto en particular en una zona dada, puesto que el próximo terremoto probablemente presentará

características diferentes. Por lo tanto, los espectros de respuesta elástica o inelástica, descritos previamente, no pueden utilizarse para el diseño sismorresistente. Por esta razón, el diseño o verificación de las construcciones sismorresistentes se realiza a partir de espectros que son suavizados (no tienen variaciones bruscas) y que consideran el efecto de varios terremotos, es decir que representan una envolvente de los espectros de respuesta de los terremotos típicos de una zona. Los espectros de diseño se obtienen generalmente mediante procedimientos estadísticos. Es muy importante distinguir entre espectros de respuesta, que se obtienen para un terremoto dado, y espectros de diseño, los cuales se aplican al cálculo y verificación de estructuras y representan la sismicidad probable del lugar.

### **III.6.-Diseño Sísmico**

La meta del diseño sísmico es producir estructuras óptimas para la sociedad. Esto implica considerar diversas opciones, evaluar los costos y consecuencias de cada una y hacer la mejor elección. Dicha meta puede expresarse en términos de los siguientes objetivos:

Se busca que los edificios no sufran daños ante temblores frecuentes de baja intensidad; que el daño no estructural sea limitado y fácilmente reparable y que el daño estructural sea mínimo bajo la acción de temblores de intensidad moderada.

También se persigue que las deformaciones sean menores que ciertos límites, para preservar la comodidad y seguridad de los ocupantes del edificio y del público en general.

#### **-Características que definen la acción sísmica.**

Los temblores se clasifican de acuerdo con el fenómeno que los origina. Los más frecuentes y de mayor interés en ingeniería se originan por desplazamientos relativos súbitos dentro de la corteza terrestre, resultantes de la acción de fuerzas geológicas, y se denominan tectónicos. Otros temblores ocurren debido a la erupción de volcanes por ello se llaman volcánicos.

Aunque un temblor se origina en un cierto volumen de la corteza terrestre se llama foco al punto donde se considera que emanan primero las ondas sísmicas. La proyección de este punto en la superficie de la tierra se conoce como epicentro o epífoco.

Del foco de un temblor se emiten distintos tipos de ondas sísmicas que debido a la complejidad de los mecanismos focales, a la irregularidad de las formaciones geológicas por las que viajan, a múltiples reflexiones y refracciones en distintas capas del terreno dan

como resultado que las vibraciones en el terreno donde nos interesa construir un edificio, etc., sean muy irregulares.

Entre los aparatos que existen para medir el movimiento de la superficie del terreno, los más importantes para la ingeniería estructural son los acelerógrafos, que miden la historia de las aceleraciones en el lugar donde están colocados; esta historia se conoce con el nombre de acelerograma.

La magnitud es una medida de la energía liberada durante un temblor, la cual se determina tomando el logaritmo en base 10 del mayor movimiento registrado durante la llegada de cierto tipo de ondas sísmicas y aplicando una corrección estándar para tomar en cuenta la distancia del lugar donde se tomó el registro al epicentro.

Los tres tipos más comunes de magnitud empleados por los sismólogos son la local ( $M_L$ ), la de ondas de cuerpo ( $m_b$ ) y la de ondas de superficie ( $M_S$ ).

La intensidad es una medida de la severidad de un temblor en cierto lugar. Un mismo temblor tiene distintas intensidades en diferentes lugares.

Desde el punto de vista del diseño sísmico de edificios, son muy importantes las características de los temblores que proceden de registros obtenidos mediante acelerógrafos, entre ellas están los desplazamientos, velocidades y aceleraciones máximas del terreno. A partir de estos registros sísmicos se calculan los diferentes espectros de respuesta.

Existen estudios sobre la distribución de probabilidades de las diferentes cantidades que se pueden medir durante un temblor, así como de las ordenadas espectrales; con ellos se pueden definir espectros de diseño en distintos lugares y para diferentes tipos de estructuras, considerando la influencia de efectos locales del terreno y las consecuencias de posibles fallas.

## CAPÍTULO 4

### Ejemplos de Aplicación

#### IV.1.-Modelo Unidimensional

El modelo unidimensional es uno de los más elementales que se ocupan en el estudio de la propagación de ondas sísmicas.

Este modelo consta de un estrato de espesor constante apoyado sobre una base rígida, y es utilizado principalmente para conocer el significado de las funciones de transferencia y de los sismogramas sintéticos.

#### -Estrato apoyado sobre una base rígida

En el siguiente esquema representaremos un estrato uniforme de espesor  $H$  de extensión infinita, apoyado sobre una base rígida con un movimiento prescrito en la dirección  $x$ .

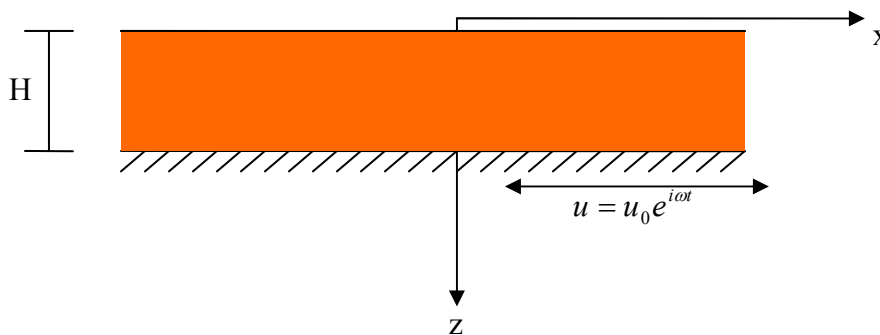


Figura 14.- Estrato apoyado sobre una base rígida.

En este problema, la condición de frontera es  $\frac{\delta u}{\delta z} = 0$  (tracciones nulas en la superficie),

además la base está sometida a un movimiento armónico de la forma  $u = u_0 e^{i\omega t}$ .

Al hacer simplificaciones en la ecuación de Navier la ecuación de onda es de la forma:

$$\mu \frac{\delta^2 u}{\delta z^2} = \rho \frac{\delta^2 u}{\delta t^2}$$

Para resolver esta ecuación diferencial utilizaremos el método de separación de variables, donde  $u$  lo podemos expresar como el producto de dos funciones, es decir,

$$u(z, t) = Z(z)T(t)$$

donde  $Z$  y  $T$  son funciones que dependen exclusivamente de  $z$  y  $t$  respectivamente; si calculamos la segunda derivada de  $u$  con respecto a  $z$  y  $t$  tenemos

$$\frac{\delta^2 u}{\delta z^2} = Z''(z)T(t) = Z''T$$

$$\frac{\delta^2 u}{\delta t^2} = Z(z)T''(t) = ZT''$$

Sustituyendo las expresiones anteriores en la ecuación de onda tenemos:

$$Z''T = \frac{1}{\beta^2} ZT''$$

Y dividiendo entre  $ZT$

$$\frac{Z''}{Z} = \frac{1}{\beta^2} \frac{T''}{T} = \eta$$

Para que el movimiento sea armónico debe cumplirse que  $\eta < 0$ , para  $\eta = -k^2$ , el sistema de ecuaciones queda de la siguiente forma:

$$Z'' = -k^2 Z$$

$$T'' = -k^2 \beta^2 T = -(k\beta)^2 T$$

Y sus soluciones están dadas por

$$Z = A \cos(kz) + B \operatorname{sen}(kz)$$

$$T = C \cos(k\beta t) + D \operatorname{sen}(k\beta t)$$

y al sustituir en  $u(z, t)$

$$u(z, t) = (A \cos(kz) + B \operatorname{sen}(kz))(C \cos(k\beta t) + D \operatorname{sen}(k\beta t))$$

Considerando las condiciones de frontera,

$$\left. \frac{\delta u}{\delta z} \right|_{z=0} = (-A k \operatorname{sen}(0) + B k \cos(0))(C \cos(k\beta t) + D \operatorname{sen}(k\beta t)) = 0$$

$$B k (C \cos(k\beta t) + D \operatorname{sen}(k\beta t)) = 0$$

donde  $B = 0$ , y en  $z = H, u = u_0 e^{i\omega t}$

Entonces

$$u(H, t) = A \cos(kH)(C \cos(k\beta t) + D \operatorname{sen}(k\beta t)) = u_0 e^{i\omega t}$$



y si  $k = \frac{\omega}{\beta}$ ,  $C = 1$ ,  $D = i$  :

$$u(H, t) = A \cos(kH)((C \cos(\omega t) + D \text{sen}(\omega t)) = u_0 e^{i\omega t}$$

como  $e^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i \text{sen}(\omega t)$ , sustituyendo en la expresión anterior se tiene:

$$A = \frac{u_0}{\cos(kH)}$$

Al sustituir el valor de A en la expresión original

$$u(z, t) = \left( \frac{u_0}{\cos(kH)} \cos(kz)(C \cos(k\beta t) + D \text{sen}(k\beta t)) \right)$$

rescribiendo la ecuación:

$$u(z, t) = u_0 \frac{\cos(kz)}{\cos(kH)} e^{i\omega t}$$

Esta es la solución de la ecuación de onda. Por lo tanto la función de transferencia para el modelo es:

$$\frac{u(z, t)}{u_0} = \frac{\cos(kz)}{\cos(kH)} e^{i\omega t}$$

A continuación, considerando el siguiente estrato:

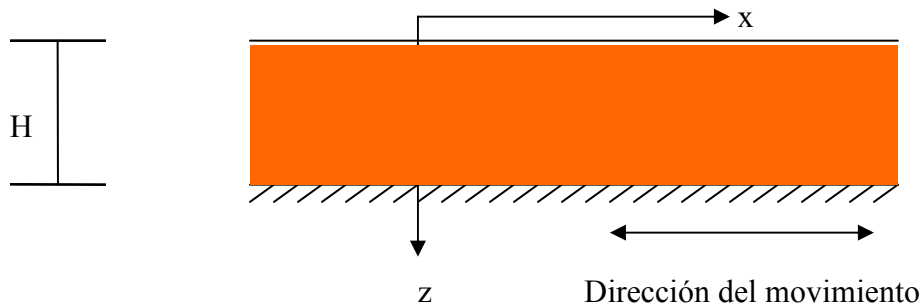


Figura 14 b.- Estrato apoyado sobre una base rígida.

Los datos para el estrato son los siguientes:

$$H = 200 \text{ m}, \beta = 70 \text{ m / s}, Q = 1000, \rho = 1.5 \text{ kg / m}^3$$

Donde H es la altura del estrato,  $\beta$  es la velocidad de la onda S, Q es el factor de calidad, y  $\rho$  es la densidad del estrato.

Los parámetros que se utilizan son solo didácticos para representar la solución exacta que se calculó anteriormente.

### Respuesta del Estrato empleando Solución Exacta

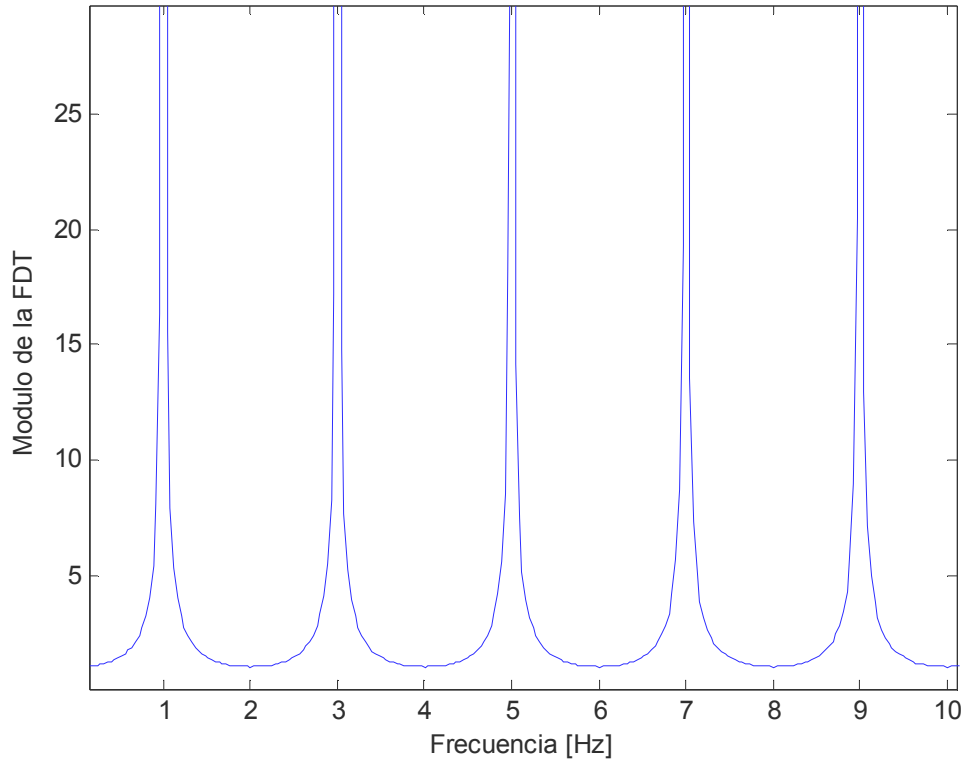


Figura 15.- Función de Transferencia evaluada en la superficie del estrato

A continuación se presenta la gráfica correspondiente a los sismogramas sintéticos, los cuales fueron calculados para diferentes profundidades del estrato. Se estudiaron 15 estaciones las cuales se encuentran equidistantes, el primer sismograma corresponde a la base rígida del estrato y el último a la superficie libre del mismo.

En la figura 16 podemos ver que en la superficie del estrato la magnitud del pulso de ricker se duplica, y esto es debido a la suma de las 2 ondas que están llegando, es decir, una onda que sube o que llega a la superficie y la otra que baja, la suma de estas es lo que provoca que la magnitud se duplique, ya que ambas tienen igual fase lo que hace que sus efectos se sumen.

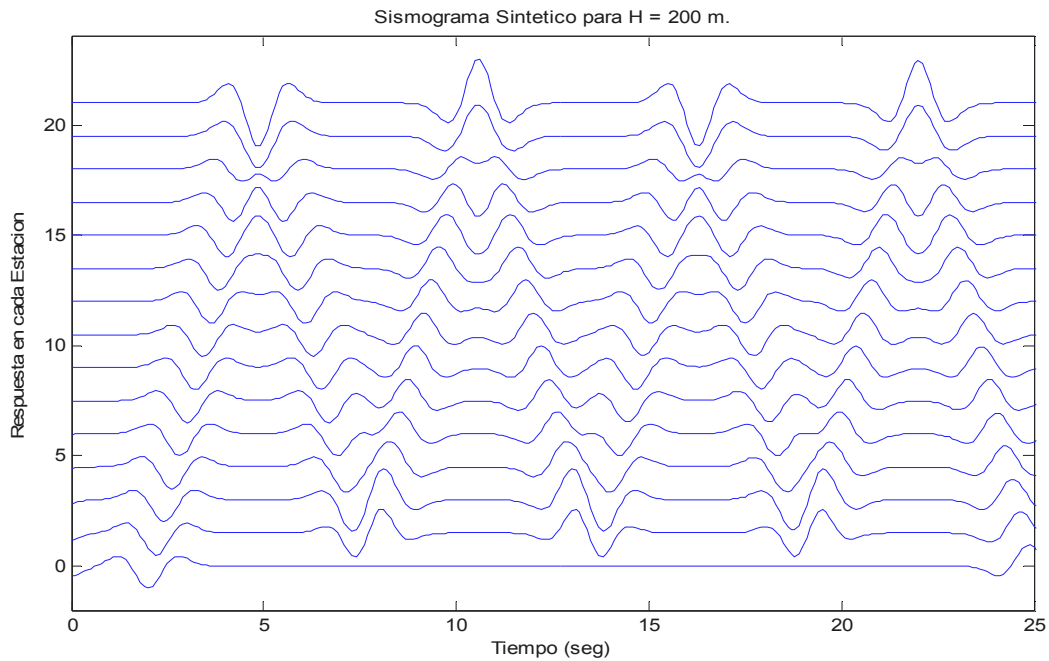


Figura 16.- Sismograma Sintético del estrato de base rígida.

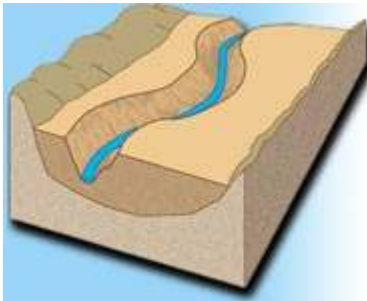
## IV.2.- Depósitos Aluviales

Los depósitos aluviales provienen principalmente de los ríos, los sedimentos se depositan a lo largo de la rivera, particularmente en la desembocadura de los ríos, donde se forman abanicos aluviales o deltas, que se extienden al interior del lago. Las gravas y arenas se depositan en las riveras, en tanto que los limos y arcillas alcanzan el centro del lago.

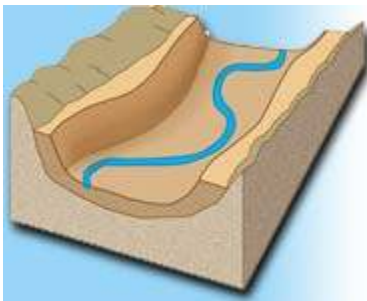
A continuación veremos como es la formación de un depósito aluvial:



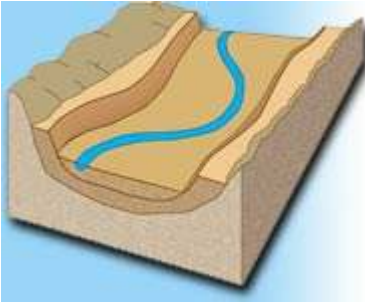
Después de un prolongado período de evolución, el río primero ha labrado su cauce sobre la roca de sustrato y luego ha rellenado el valle formando la llanura aluvial. En una fase temprana habría dominado la erosión vertical y encajamiento del canal, para luego ir ganando importancia la erosión areolar en los interfluvios que habrá rebajado el relieve hasta formar el amplio valle en artesa



El río puede ganar capacidad erosiva y encajarse en su propia llanura aluvial como consecuencia de variaciones en el nivel de base o en el clima. Al hacerlo, puede llegar o no a atravesar todo el espesor de los depósitos aluviales.



De nuevo el río pasa por las mismas fases en su evolución y amplía el valle al ganar importancia la erosión en sus márgenes. La superficie de la anterior llanura aluvial queda adosada a las márgenes del valle en forma de escalón o resalte topográfico que constituye la denominada *terrazza aluvial*.



De nuevo pasa por otra etapa de relleno del valle formando una nueva llanura aluvial que, si se repite el ciclo y el río se encaja y dará origen a otro nivel de terrazas más moderno.

### **IV.3.-Geología del Valle de México**

El valle de México era una cuenca cerrada hasta 1789, año en que se abrió el tajo de Nochistongo. Hacia el norte está limitado por las Sierras de Tepotzotlan, Tezontlalpan y Pachuca, al Este por los llanos de Apan y la Sierra Nevada, al Sur por las sierras de Cuauhtzin y Ajusco y al Oeste por las Sierras de Las Cruces, Monte Alto y Monte Bajo. De acuerdo con el plano publicado por la Secretaría de Recursos Hidráulicos, una superficie de 7160 km<sup>2</sup> de los cuales 3080 corresponden a áreas montañosas y 4080 a las partes bajas. Geológicamente, el área sur de la Sierra Guadalupe es la porción mejor investigada de la Cuenca de México. A esta área, que abarca la Ciudad de México, suele denominarse Valle de México, o porción sur de la cuenca, ya que está parcialmente dividida por varias montañas de menor elevación.

Los depósitos de arcillas lacustres superficiales (por ejemplo, la capa de arcilla existente tanto en el fondo del lago antiguo como en el del actual) cubren el 23 por ciento de las elevaciones menos pronunciadas del Valle de México. Los depósitos aparecen en formaciones divididas, por lo que se conocen como "capa dura". Compuesta principalmente de sedimentos y arena, la capa dura se localiza entre los 10 y los 40 metros de profundidad y sólo tiene unos cuantos metros de espesor. A las capas de arcillas lacustres superficiales que alcanzan una profundidad de 100 metros se les denomina acuitardo, y son considerablemente menos permeables que la capa dura o los sedimentos aluviales subyacentes.

El relleno aluvial se encuentra por debajo de las arcillas lacustres y tiene un espesor de 100 a 500 metros. Este material está interestratificado con depósitos de basalto, tanto del Pleistoceno como recientes. Otra unidad inferior del Valle de México, compuesta por depósitos volcánicos estratificados que tienen de 100 a 600 metros de espesor, alcanza una

profundidad que va de los 500 hasta los 1000 metros, aproximadamente. Esta unidad más profunda está limitada por un depósito de arcillas lacustres del Plioceno.

Se ha comprobado que el subsuelo blando del Valle de México produce amplitudes sísmicas varias veces superiores a las observadas en el subsuelo firme de los alrededores. Este efecto fue uno de los causantes de los daños observados cuando ocurrió el sismo de 1985.

La amplificación que sufren las ondas sísmicas en este tipo de materiales (Limos o Lodos orgánicos) se explica por el contraste entre rigideces. Cuando la onda pasa de un medio con cierta rigidez a uno con una menor, la onda se refracta y se frena. Por el principio de la conservación de la energía, la amplitud tiene que aumentar. Los efectos de la geología superficial en el movimiento sísmico se han reconocido con el tiempo, luego de contemplar los daños que los sismos han ocasionado en diferentes partes del mundo así como las notables diferencias en la respuesta de sitios relativamente cercanos<sup>1</sup>.

#### IV.4.- Respuesta sísmica en medios estratificados

A continuación en la figura 17, analizaremos la respuesta sísmica en un medio con 5 estratos, calculando la respuesta en la superficie libre

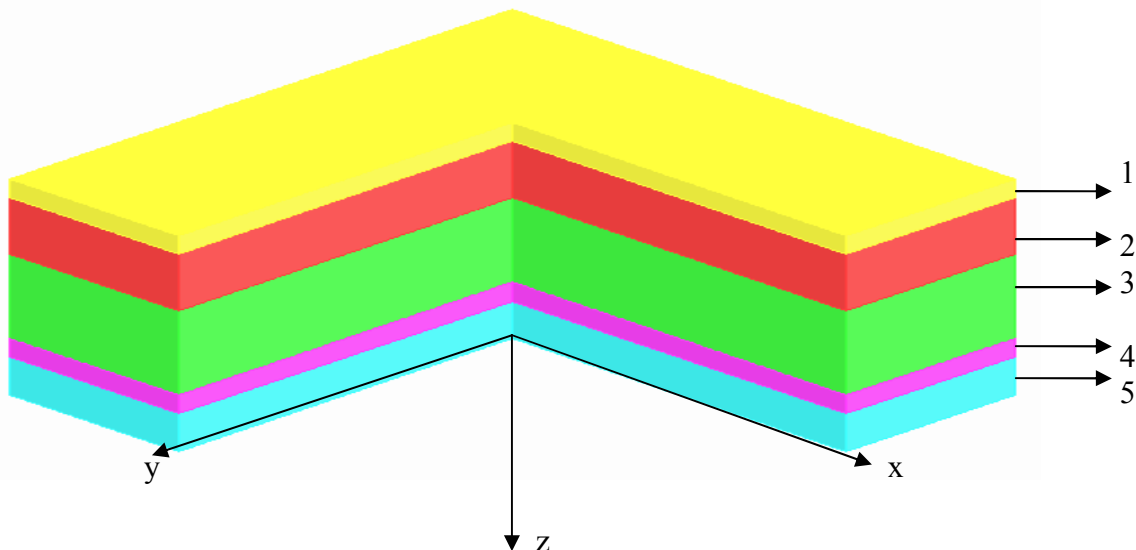


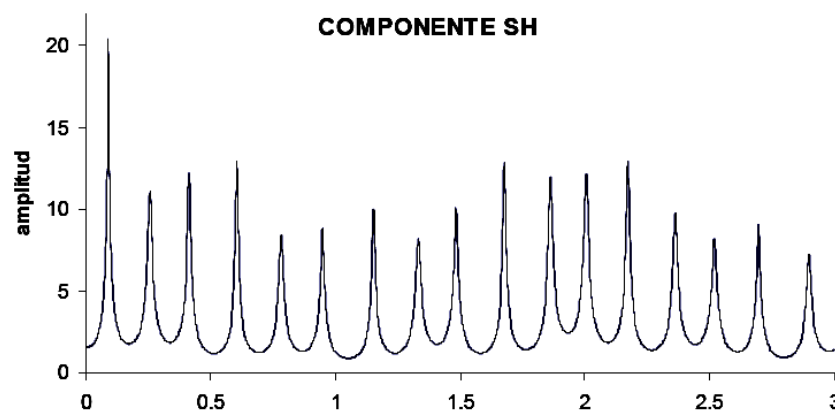
Figura 17.- Medio con cinco estratos

<sup>1</sup> Quinta Reunión Nacional de Mecánica de Suelos. Cimentaciones en áreas urbanas de México. México 1990.

Estratos	Espesor ( m )	$\rho$ ( t / m <sup>3</sup> )	$\alpha$ ( km / s )	$\beta$ ( km / s )	Q
1	10	1.5	80.0	40.0	500
2	15	1.2	50.0	30.0	600
3	30	1.3	40.0	25.0	500
4	10	1.7	60.0	30.0	550
5	20	1.6	55.0	35.0	500
Semiespacio	$\infty$	10	300.0	100.0	600

Tabla A.- Propiedades de los estratos para el modelo de la figura 17

A continuación se muestra la gráfica para incidencia vertical  $\gamma = 0^\circ$

Figura 18 .- Función de transferencia para un ángulo  $\gamma = 0^\circ$ 

#### IV.5.- Método Indirecto de Elementos de Frontera

En los últimos años los métodos de frontera han sido de gran importancia en sismología e ingeniería pues, además de su versatilidad para ser aplicados en problemas de respuesta sísmica de configuraciones con geometrías diversas, reducen el tiempo de cómputo y capacidad de memoria requeridos en comparación con otros métodos numéricos, debido a que el tratamiento numérico se realiza solo en las fronteras. Destacan los estudios realizados por Aki y Larner, Sánchez Sesma y Esquivel, Bouchon, Kawase y Kawase y Aki.

El Método Indirecto de Elementos de Frontera ( por sus siglas en inglés llamado IBEM ) se basa en la representación integral de los campos difractados de ondas elásticas usando fuentes en la frontera de un dominio. Las ondas difractadas son construidas en la frontera a partir de la cual son irradiadas. Por lo tanto, este método puede ser entendido como una

adaptación numérica del Principio de Huygens: *Para reconstruir un frente de onda, todo punto de la superficie de discontinuidad actúa como fuente e irradia energía.*

Este método requiere del cálculo de las densidades de fuerza en la frontera como un paso intermedio para obtener desplazamientos y tracciones, razón por la cual recibe la denominación de indirecto. Al considerar condiciones de frontera para desplazamientos o esfuerzos, se forma un sistema de ecuaciones integrales para las fuentes situadas en la frontera. Al resolver el sistema se obtienen las densidades de fuerza. Conocidas éstas, se calcula directamente el campo difractado de desplazamientos y tracciones. Para el cálculo del campo total de desplazamientos y tracciones debe sumarse el campo difractado y el campo libre (definido como aquel producido por la incidencia de ondas en un medio homogéneo). Para la solución del sistema de ecuaciones es indispensable conocer las funciones de Green (bi o tridimensionales dependiendo de la naturaleza del problema en estudio) de desplazamientos y tracciones, las cuales mediante un esquema de discretización de la frontera, pueden integrarse numérica y analíticamente.

### **-Representación Integral**

Sea un dominio  $V$ , delimitado por su frontera  $S$ . Si este dominio está formado por un material elástico, el campo de desplazamientos armónicos puede ser escrito, despreciando las fuerzas de cuerpo, por

$$u_i(x) = \int_S \phi_j(\xi) G_{ij}(x; \xi) dS_\xi$$

Donde  $u_i(x)$  es la  $i$  – ésima componente de desplazamiento en  $x$ ,  $G_{ij}(x; \xi)$  es el tensor de Green, el cual representa el desplazamiento en la dirección de  $i$  en el punto  $x$  debido a la aplicación de una fuerza unitaria en dirección  $j$  en el punto  $\xi$  y,  $\phi_j(\xi)$  es la densidad de fuerza en la dirección  $j$ . El producto  $\phi_j(\xi) dS_\xi$  en la integral representa a una distribución de fuerzas sobre la superficie  $S$ . El subscrito en la diferencial muestra la variable sobre la cual es realizada la integración. Esta representación integral se puede obtener a partir de la identidad Somigliana (Sánchez – Sesma y Campillo, 1991). Kupradze (1963) demostró que si  $\phi_j(\xi)$  es continua a lo largo de  $S$ , entonces el campo de desplazamientos es continuo a través de  $S$ . De esta manera, el cálculo de esfuerzos y tracciones se realiza mediante la



aplicación directa de la ley de Hooke y la ecuación de Cauchy (excepto en singularidades de frontera, esto es cuando  $x$  es igual a  $\xi$  sobre la superficie  $S$ ).

Mediante un proceso limite basado en consideraciones de equilibrio alrededor de una vecindad de la frontera, es posible escribir las tracciones para  $x$  sobre  $S$  como:

$$t_i(x) = c\phi_i(x) + \int_S \phi_j(\xi) T_{ij}(x; \xi) dS_\xi$$

donde  $t_i = i$ -ésima componente de tracción asociada a la dirección normal  $n(x)$ , frontera suave,  $c = 0.5$  si  $x$  tiende a  $S$  desde dentro de la región  $c = -0.5$  si  $x$  tiende a  $S$  desde fuera de la región y  $c = 0$  si  $x$  no esta contenida en  $S$ .  $T_{ij}(x; \xi)$  = tensor de Green de tracciones, es decir, la tracción en la dirección  $i$  en el punto  $x$ , sobre la frontera con normal asociada  $n(x)$ , debido a la aplicación de una fuerza unitaria en la dirección  $j$  en  $\xi$  sobre  $S$ .

#### IV.6.- Funciones de Green Bidimensionales

En un espacio infinito, elástico e isótropo, las funciones de Green con dependencia armónica en el tiempo de la forma  $e^{i\omega t}$ , donde  $i^2 = -1$ ,  $\omega$  = frecuencia angular y  $t$  = tiempo, pueden ser expresadas en forma compacta de la siguiente forma (Sánchez – Sesma y Campillo, 1991)

$$G_{22} = \frac{1}{i4\rho\beta^2} H_0^{(2)}(kr)$$

$$G_{ij} = \frac{1}{i8\rho} [\delta_{ij}A - (2\gamma_i\gamma_j - \delta_{ij})B], \quad i, j = 1, 3$$

donde

$$A = \frac{1}{\alpha^2} H_0^{(2)}(qr) + \frac{1}{\beta^2} H_0^{(2)}(kr)$$

$$B = \frac{1}{\alpha^2} H_2^{(2)}(qr) - \frac{1}{\beta^2} H_2^{(2)}(kr)$$

$\rho$  = Densidad de masa;  $H_n^{(2)}$  = funciones de Hankel de segunda especie y orden  $n$ . Aquí y en lo sucesivo  $k = \omega/\beta$  = número de onda para las ondas S;  $q = \omega/\alpha$  = número de onda para las ondas P;  $\beta$  = velocidad de propagación de las ondas S;  $\alpha$  = velocidad de propagación

de las ondas P;  $\rho\beta^2 = \mu$ ,  $\rho\alpha^2 = \lambda + 2\mu$ ;  $\lambda, \mu$  son las constantes de Lamé;  $\delta_{ij}$  es la delta de Kronecker;  $\gamma_{ij} = (x_j - \xi_j)/r$ ; y  $r^2 = (x_1 - \xi_1)^2 + (x_3 - \xi_3)^2$ .  $G_{ij}(x, \xi)$  es la función de Green del espacio completo, esto es, el desplazamiento en la dirección  $i$  en el punto  $x$  debido a la aplicación de una fuerza unitaria en la dirección  $j$  en el punto  $\xi$ .

Las correspondientes tracciones de Green están dadas por

$$T_{22} = \frac{i}{4r} D(kr) \gamma_k n_k \quad (4,1)$$

donde  $D(p) = p H_1^{(2)}(p)$ ,  $n_k =$  vector unitario normal por

$$T_{ij} = \frac{i\mu}{2\rho r} [\gamma_j n_i F_1 + (\gamma_i n_j + \gamma_k n_k \delta_{ij}) F_2 + \gamma_i n_j \gamma_k n_k F_3] \quad (4,2)$$

con

$$F_1 = B + \frac{\lambda D(qr)}{2\mu\alpha^2}$$

$$F_2 = B + \frac{\lambda D(kr)}{2\beta^2}$$

$$F_3 = C - 4B$$

$$C = \frac{1}{\alpha^2} D(qr) - \frac{1}{\beta^2} D(kr) \quad (4,3)$$

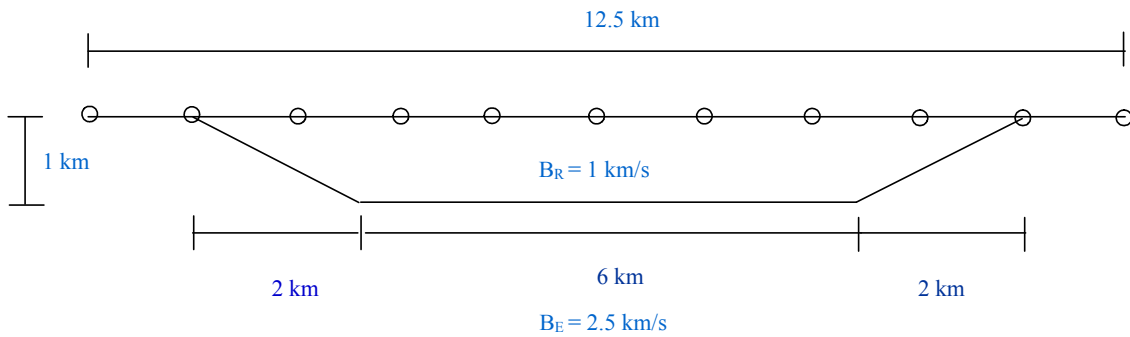
$T_{ij}(x, \xi)$  es la función de tracción de Green, es decir, la tracción en la dirección  $i$  en el punto  $x$  sobre la frontera con normal  $n(x)$  (con la suposición de que el vector apunta hacia fuera si  $x$  esta en S) debido a la aplicación de una fuerza unitaria en la dirección  $j$ , en el punto  $\xi$ .

En las expresiones anteriores se ha aplicado la convención de la suma de subíndices introducida por Einstein, restringida para los valores 1 y 3, debido a la naturaleza bidimensional del problema considerado aquí, es decir, no existe dependencia en  $x_2$ . En lo que sigue, se considera  $x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z$ . Los términos  $G_{22}$  y  $T_{22}$  corresponden a la

aplicación de una fuerza lineal unitaria SH en la dirección perpendicular al plano, mientras que  $G_{ij}$  y  $T_{ij}$  donde  $i, j = 1, 3$  están asociados a una fuerza lineal unitaria contenida en el plano con dirección  $j$ . Los términos  $G_{2j}, G_{j2}, T_{2j}$  y  $T_{j2}$  son nulos para  $j = 1, 3$ .

Estas ecuaciones permiten visualizar las singularidades en el punto de aplicación de la fuerza lineal. La singularidad de los desplazamientos es logarítmica. Esto se observa en el comportamiento de las funciones de Hankel para argumentos pequeños. En relación a las tracciones, la singularidad es explícitamente de la forma  $1/r$  porque para argumentos igual a cero se tiene que  $D = 2i/\pi$  y  $C = 2B = 2i(\alpha^{-2} - \beta^{-2})/\pi$ . En particular, cuando la frecuencia tiende a cero, las ecuaciones 4.1 y 4.2 conducen a sus contrapartes estáticas. Estas propiedades son usadas junto con el esquema de discretización.

#### IV.7.- Respuesta Sísmica de Valles Aluviales

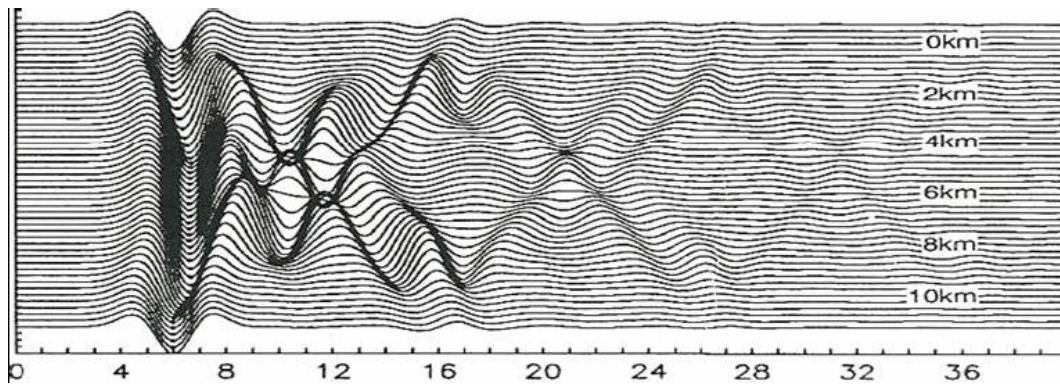


**Figura 19.- Valle de geometría trapezoidal con 10 km de ancho y 1 km de profundidad. Las velocidades de las ondas S para el depósito y el semiespacio son de 1 km / s y 2.5 km / s respectivamente.**

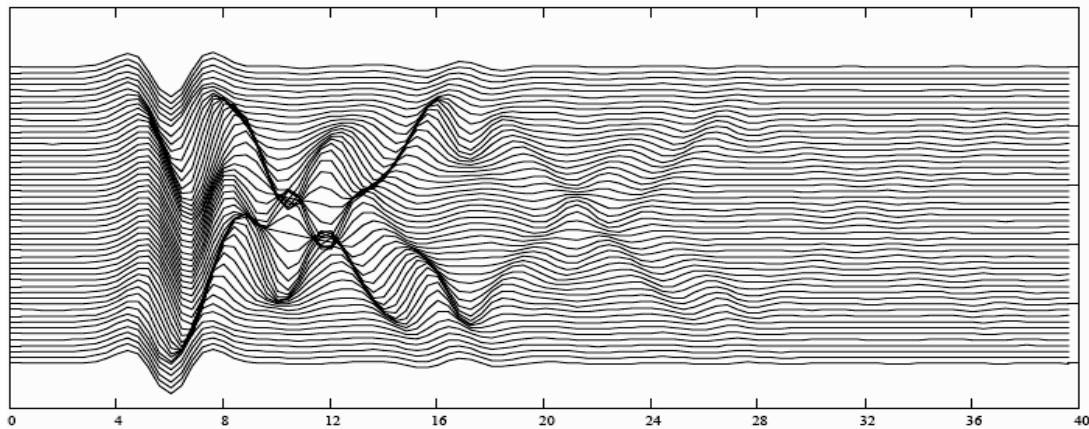
La figura 19 corresponde al modelo de un valle aluvial inmerso en un semiespacio, de forma trapezoidal con altura igual a 1 km y 10 km de longitud en la superficie, la relación de los taludes es 1:2. Para la modelación se utilizaron 41 estaciones que se ubicaron sobre la superficie libre a una distancia de 0.30 km entre si.

El modelo anterior fue analizado por Hiroshi Kawase quien utilizó el Método Directo de Elementos de Frontera (conocido por sus siglas en ingles como BEM). Los resultados que

obtuvo para incidencia vertical de ondas SH se presentan en la figura 20. En la figura 21 se grafican los resultados obtenidos con el IBEM.



**Figura 20.- Resultados del BEM. Fuente: Effects of Topography and Subsurface Irregularities on Strong Ground Motion, Hiroshi Kawasee, 1990.**

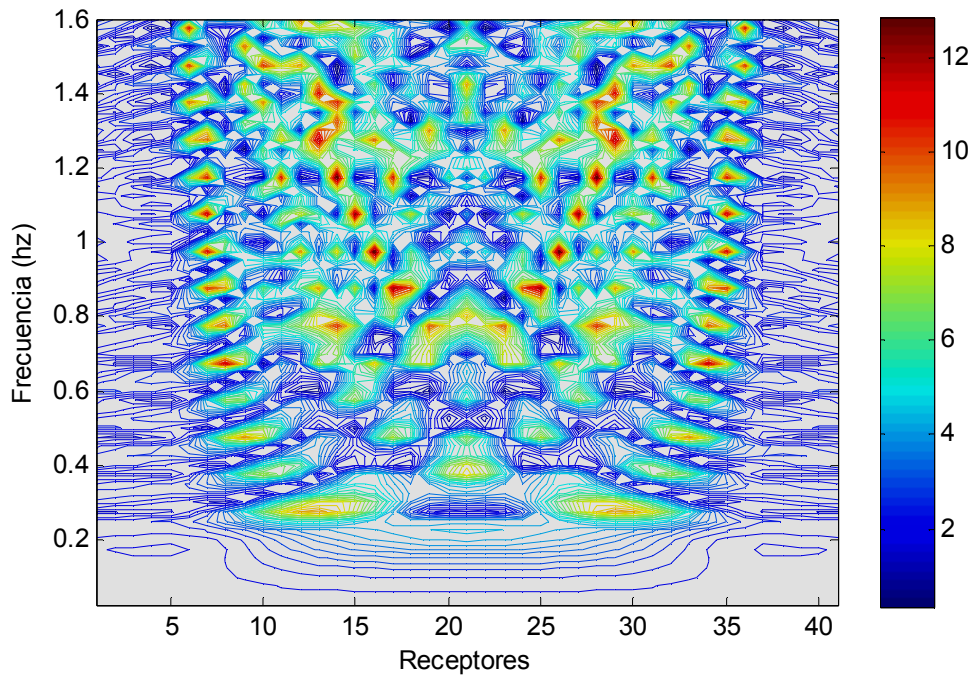


**Figura 21 .-Resultados del IBEM.**

De las gráficas anteriores (Figuras 20 y 21) se aprecia que en ambos métodos se obtienen resultados similares.

Para poder apreciar de una manera más clara las características modales de la propagación de las ondas es conveniente utilizar diagramas bidimensionales o en el plano de frecuencia vs espacio (Diagramas  $f - x$ ) o frecuencia vs respuesta de cada receptor. Este tipo de gráficas permite apreciar la respuesta del sistema en el dominio de la frecuencia a lo largo

de la superficie libre, permitiendo apreciar como la energía se concentra en ciertas partes del modelo cuando es excitado a diferentes frecuencias ( Figura 22).



**Figura 22.- Mapa de contornos de la función de transferencia en el dominio de la frecuencia – receptor ante incidencia vertical de ondas SH para el modelo de la figura 19.**

Se muestra el diagrama  $f - x$  para el modelo de la Figura 19. En ella se pueden identificar la respuesta unidimensional, el modo fundamental y el primer modo superior al unir puntos de máxima amplitud en el diagrama.

Se observa que las amplificaciones máximas ocurren en los bordes y dentro de una porción que crece con la frecuencia. Este límite local corresponde a la resonancia local de un modelo 1D. Así cuando la propagación de las ondas es estimulada hacia las zonas mas profundas, las amplificaciones también son controladas por las ondas superficiales, preferencialmente hacia las zonas más profundas.

**- Respuesta sísmica de valles aluviales largos y cortos.**

Una vez que estudiamos como es la respuesta de un valle aluvial de forma trapecial ahora estudiaremos un valle de las mismas características que el valle analizado por Kawase, es

decir, mantendremos la relación de taludes, la velocidad de la región, la velocidad del semiespacio, la altura del valle y solo aumentaremos o disminuirémos el largo del valle. Por otro lado los resultados que obtengamos al realizar los cambios en el largo del valle los compararemos con el modelo unidimensional.

### -Respuesta sísmica de valles aluviales largos.

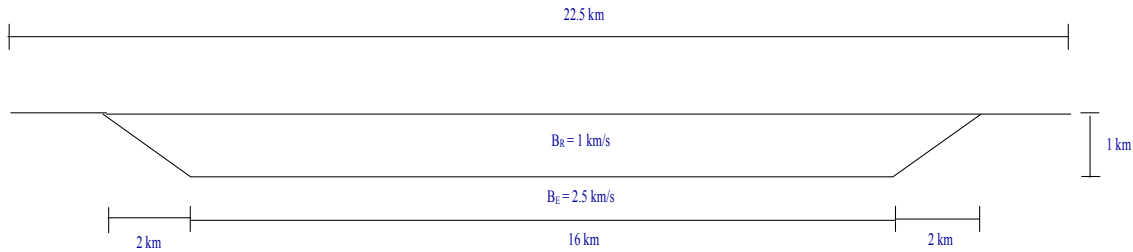


Figura 23.- Depósito de forma trapezoidal con 20 km de ancho y 1 km de profundidad, Las velocidades de las ondas S para el depósito y el semiespacio son de 1 km / s y 2.5 km / s respectivamente.

Este modelo representa un valle aluvial que tiene una longitud de 20 km es decir, dos veces mayor que el valle analizado por Kawase.

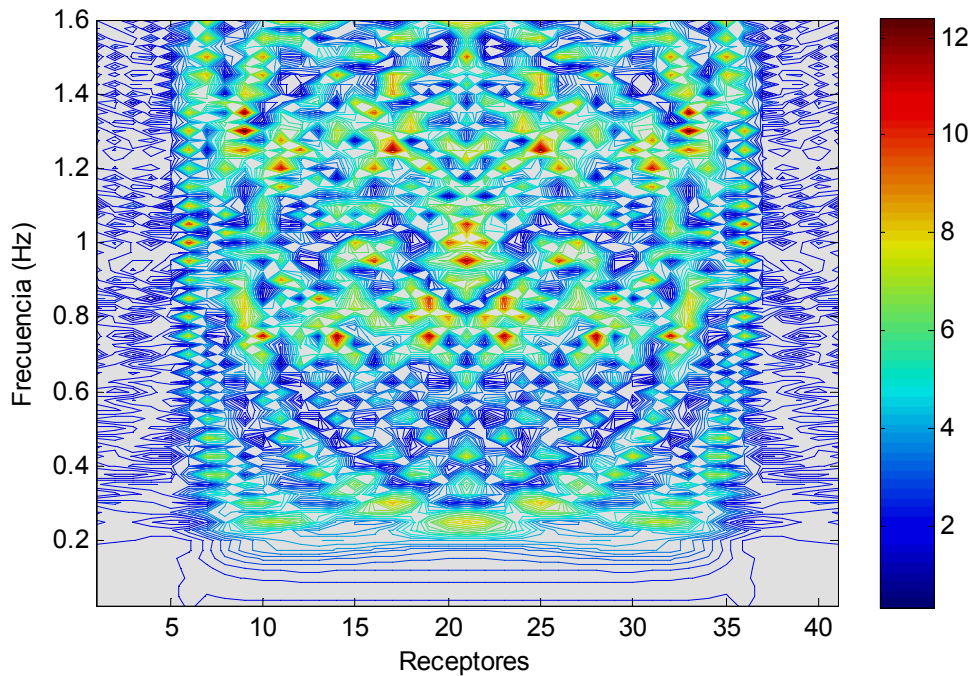


Figura 24.- Mapa de contornos de la función de transferencia en el dominio de la frecuencia – receptor ante incidencia vertical de ondas SH para el modelo de la figura 23.

El diagrama  $f - x$  se presenta en la Figura 24, se observa que el valle tiene amplificaciones importantes a partir de la frecuencia de 0.25 (Hz), y en las frecuencias de 0.75 y 1.25 (Hz), las amplificaciones que registra cada receptor son las mismas para cada frecuencia mencionada, y si lo comparáramos con el modelo 1D podemos apreciar que en las frecuencias antes mencionadas es donde ocurren las amplificaciones más significativas, y si solo tomáramos las amplificaciones más sobresalientes del sistema solo veríamos bandas, las cuales representarían las amplificaciones máximas.

Por otro lado el confinamiento lateral en este caso tiene muy poca aportación a la respuesta del valle, esta aportación la podemos ver en la frecuencia de 1 Hz donde tenemos una amplificación que es debida a las ondas superficiales y a la resonancia del mismo valle.

#### - Respuesta sísmica de valles aluviales cortos.

En la figura 25 se muestra el modelo con una longitud de 5 km, que se analiza en este inciso.

Se mantienen las mismas características del valle de Kawase y solo se varia la longitud del valle ( 0.5 veces el valle de Kawase )

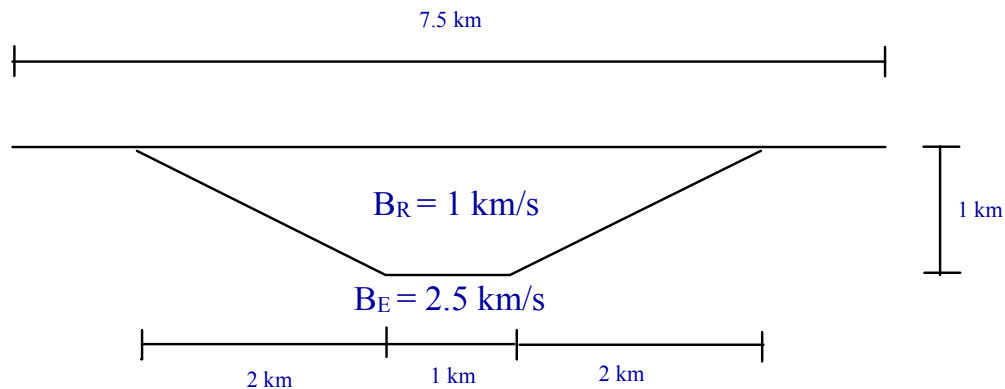


Figura 25.- Depósito de forma trapezoidal con 5 km de ancho y 1 km de profundidad, Las velocidades de las ondas S para el depósito y el semiespacio son de 1 km / s y 2.5 km / s respectivamente.

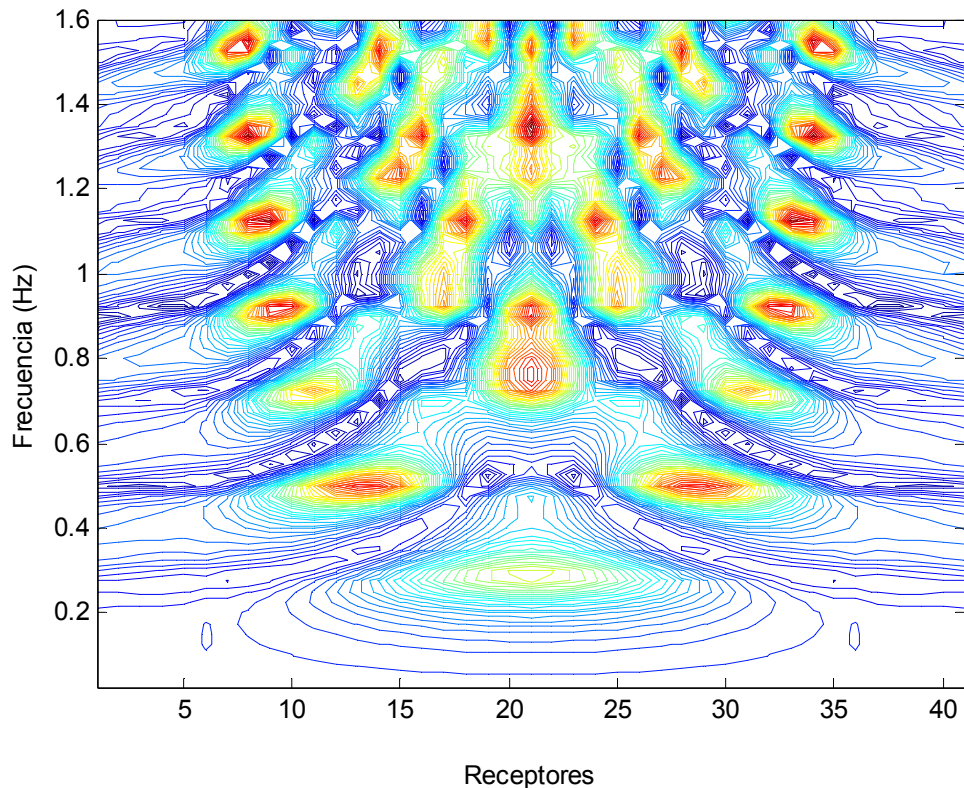


Figura 26.- Mapa de contornos de la función de transferencia en el dominio de la frecuencia – receptor ante incidencia vertical de ondas SH para el modelo de la figura 25.

Se presentan los contornos  $f - x$  para el valle de la figura 25, aquí la influencia del confinamiento lateral es evidente al generar las amplificaciones máximas en el centro y en los bordes del valle.

Otro de las observaciones es que a diferencia de los otros valles la distancia entre las amplitudes como se puede ver en las figuras anteriores va disminuyendo y en este caso da la apariencia de ser igual.

Por otra parte observamos que en la frecuencia de 0.25 Hz además de tener una amplificación vemos que a esta se le suma el efecto del confinamiento lateral y de las ondas superficiales.

Si hacemos una comparación con los valles que estudiamos anteriormente en la frecuencia de 0.25 Hz este efecto es menor, y por lo tanto podemos decir que este deposito es sensible a las bajas frecuencias de las ondas incidentes, donde el interés del riesgo sísmico debe centrarse.



## CONCLUSIONES

El estudio de la respuesta sísmica considerando tanto la geología superficial como la topografía requiere del conocimiento de la sismicidad, de las propiedades de los suelos, de la ecuación de onda, del análisis de Fourier, etc. Ya que con estas herramientas es posible describir y comprender de una manera más clara la respuesta sísmica.

Los modelos y conceptos que se estudiaron son didácticos y relativamente simples. Por ello la probabilidad de que se encuentren en la realidad bajo condiciones semejantes es baja. Sin embargo, estos modelos permiten discutir sobre los efectos topográficos y respuesta sísmica de un suelo considerando las propiedades mecánicas de los materiales.

La modificación de la señal sísmica debida a la influencia de las condiciones geológicas y topográficas, se conoce como efecto local.

Las condiciones locales de geología y topografía determinan la respuesta sísmica, ya que éstas tienen una repercusión directa sobre las amplificaciones del movimiento en la superficie del terreno y estas deberán considerarse en el diseño estructural.

El análisis dinámico es una herramienta fundamental porque nos permite conocer el comportamiento del suelo frente a las ondas sísmicas; esta respuesta dinámica está íntimamente ligada con la frecuencia natural de vibración del suelo.

La microzonificación sísmica de las ciudades en el ámbito mundial es fundamental para la formulación de normas sismo – resistentes que incluyen espectros de diseño. En México tenemos regiones de alta actividad sísmica siendo de interés la microzonificación de ciudades, ya que mediante ella se puede planificar su desarrollo futuro, teniendo en cuenta las restricciones a los tipos de construcción y la variación espacial de los parámetros de diseño.

La microzonificación, la descripción adecuada de la sismicidad y los modelos numéricos permiten establecer escenarios posibles de daños durante sismos esperados, tanto en edificaciones como en líneas vitales y en general evaluar los efectos sobre la infraestructura existente en las ciudades.

Para modelar valles aluviales utilizamos el método indirecto de elementos de frontera (IBEM), el cual está basado en la representación de los campos elásticos difractados en términos de fuentes en la superficie. Este método puede ser visto como una adaptación numérica del principio de Huygens ya que las ondas difractadas son irradiadas como ondas

secundarias a partir de los elementos que forman las fronteras del espacio. A partir de las condiciones de superficie se obtiene un sistema de ecuaciones integrales para la topografía superficial. El esquema de discretización de las superficies está basado en la integración numérica y analítica de las funciones de Green.

Los resultados obtenidos muestran las diferencias de la respuesta considerando la geometría. Podemos decir que para los valles aluviales largos la modelación se puede hacer mediante un estrato apoyado en un semiespacio (modelo 1D), ya que el confinamiento lateral no es de gran importancia y los resultados que obtendríamos serían semejantes, mientras que en los valles cortos el confinamiento lateral tiene una gran influencia sobre la respuesta sísmica.

Los ejemplos presentados son tan solo evidencia de su factibilidad y no exploran, de manera conveniente un universo de parámetros más realista. Por ello, este trabajo tan solo busca llamar la atención sobre el estudio de la geología superficial.

## REFERENCIAS

- 1.- Leet y Judson. *Fundamentos de Geología Física*. Editorial Limusa. 1984.
- 2.- [http://es.wikipedia.org/wiki/Onda\\_s%C3%ADsmica-Tipos\\_de\\_ondas](http://es.wikipedia.org/wiki/Onda_s%C3%ADsmica-Tipos_de_ondas)
- 3.- Quinta Reunión Nacional de Mecánica de Suelos. *Cimentaciones en áreas urbanas de México*. México 1990.
- 4.- Meli Piralla Roberto. *Diseño Estructural*. Editorial Limusa. 1985.
- 5.- Colindras Selva Rafael. *Dinámica de Suelos y Estructuras*. Editorial Limusa 1983
- 7.- Aki Keiiti y Richards Paul G.: *Quantitative Seismology. Theory and methods*. W. H. Freeman & company, San Francisco, California, USA, 1980;
- 8.- Magaña Del Toro R.: *Fundamentos de mecánica del medio continuo*, Facultad de Ingeniería, 2001
- 9.- Bazan Zurita Enrique, Meli Piralla Roberto. *Manual de Diseño Sísmico de Edificios*. Editorial Limusa 1989
- 10.- Esquivel Ávila Jorge Alfredo: *Movimiento sísmico en depósitos aluviales ante incidencia de ondas SH*. Tesis Profesional, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, 1979