



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ACATLÁN

**SINTESIS INDUCTIVA.
LA INTUICION EN EL PROCESO CONSTRUCTIVISTA.**

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE
MAESTRO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Presenta:

JOSE GERARDO FRANCISCO ESPINOZA VALENCIA

Asesor: Maestro en Ciencias Juan B. Recio Zubieta

Ciudad Universitaria, México, D. F.

Octubre de 2007



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedicatoria

Estoy convencido que no trabajamos para obtener más resultados inmediatos que la satisfacción de haber cumplido con un deber escogido por nosotros mismos. El objetivo principal es que nuestro esfuerzo trascienda y se refleje en mejores condiciones de vida para las actuales y para las futuras generaciones.

La historia de la región oriental de nuestro planeta como madre de las culturas ancestrales, con la Serpiente y el Dragón decorados por sus artífices, nos ha legado un ritual en su desplazamiento aleatorio durante los festejos milenarios que simbolizan los antiguos ritos de la humanidad. En el occidente el Carnaval también propicia el desbordamiento de la alegría y la euforia. Nuestros mitos son el alimento del espíritu y la ciencia es la fiel nodriza que los nutre.

Sea ella en sus múltiples facetas, como la Loba del Lacio, el Maná del Desierto, La Manzana Prohibida que he compartido con Frida mi esposa, el pan del amor con mis padres, mis hermanos, mis hijos, mis nietos, y el vino de la amistad con el que he cobijado el cariño y la estimación de la gente hermosa que me ha compartido el tesoro invaluable de sus conocimientos, de sus estímulos y de su impulso, es lo que quiero transmitir a las futuras generaciones de una humanidad que sueña y se empeña por alcanzar un mundo mejor.

Agradecimientos

A Juan B. Recio Zubieta, mi asesor, por sus consejos y su generosa amistad.

A mis sinodales por su confianza y apoyo:

Dr. Miguel Maldonado

Dr. Francisco Mejía Meza

Dr. Gustavo Marquina

M. en E. M. Ricardo Martínez Maya.

Al Seminario de Cultura Mexicana Corresponsalía en la ciudad de Oaxaca “Ing. Alberto Bustamante Vasconcelos” en la persona de su Presidente C.D. Don Jaime Larumbe Mendoza.

Al Taller “Hermes Trimegisto N° 34” y a la Universidad Nacional Autónoma de México, alma y espíritu de un pueblo con una profunda raíz en la cultura.

José Gerardo Francisco Espinoza Valencia.

México, D. F., agosto de 2007.

Índice

Introducción

1. Antecedentes

Citas de estudios referentes al problema.

Norteamérica

Francia

España

2. Marco histórico

El conocimiento matemático.

3. Marco metodológico

Función de la hipótesis.

4. Marco conceptual

4.1 Formulación de las hipótesis.

a. La intuición como medio de acceso al conocimiento.

b. La Síntesis Inductiva.

5. Marco epistemológico

5.1 Deducción, Inducción y Síntesis Inductiva.

5.1.1 Deducción.

5.1.2 Inferencia Inductiva.

6. Marco operativo

El proceso enseñanza-aprendizaje

6.1 Planteamiento de las preguntas:

¿Por qué el aprendizaje de las matemáticas presenta tantas dificultades?

I. ¿Qué responden los matemáticos?

II. ¿Qué respuestas dan los pedagogos?

7. El Sistema Educativo y las Teorías del Aprendizaje

7.1 El Sistema Educativo Subsistema del Sistema Social.

7.2 El paradigma E-R y las teorías mediacionales.

(Los mapas conceptuales)

7.3 Abstracción Reflexiva. (Constructivismo)

7.4 Zona de desarrollo próximo y aprendizaje significativo.

7.5 Constructos. Concepto generador.

7.6 Talleres. “Teoremas y Poemas”.

8. Conclusiones

9. Bibliografía

10. Anexos: *Les IREM* de Francia

Propuestas Educativas y Conceptos Generadores (*Powerpoint*)

a. **Aritmética.** Intuición e Inducción en la matemática pitagórica.

b. **Cálculo vectorial.** Matrices, producto punto e independencia lineal.

c. **Probabilidad y estadística.** Combinatoria, inferencia inductiva.

Introducción

*La educación pierde su carácter prospectivo
y queda limitada a los requerimientos más inmediatos.*

Adriana Puiggrós *

Es probable que el problema de la enseñanza de las matemáticas esté ocupando un lugar especial en la atención de los educadores desde hace más de cincuenta años, pero este interés se ha intensificado en las últimas décadas en las cuales se ha hecho énfasis en la psicología educativa, en la sociología del aprendizaje, en la epistemología y en el estudio del lenguaje. Enseñar matemáticas se ha convertido en una tarea muy compleja. Los maestros deben saber, en primer lugar, matemáticas; en segundo lugar, cómo enseñarlas.

En los países de Europa y en su momento en la Unión Soviética, el asunto educativo tiene una larga historia. Las teorías sobre la “actividad socialmente significativa (*Tätigkeit*)” de Vygotsky¹ reafirman sus raíces dialécticas discrepando con la psicología marxista de Konstantin Kornilov, de manera triple: **“estos especialistas buscaban apoyo marxista en los lugares equivocados; asimilaban el material erróneo y utilizaban este material de forma errónea”**, por lo que **“ningún sistema filosófico, incluido el marxismo, podía ayudar a la psicología hasta que hubiera establecido un nexo intermedio en forma de metodología”**.

Vygotsky desarrolló un programa de investigación que empezó a tomar forma con su ensayo inicial “La conciencia como problema de la psicología del comportamiento”, así como la distinción entre las funciones mentales naturales -inferiores- y las funciones superiores o culturales², de aquí su afirmación **“la conciencia individual se construye desde fuera mediante las relaciones con los demás”**

* Puiggrós Adriana. Imaginación y crisis en la educación latinoamericana. Alianza Editorial Mexicana y Consejo Nacional para la Cultura y las Artes. (Los noventa. Cultura crítica de nuestro tiempo). México. 1990, pág. 11.

1 Vygotsky, Lev. Pensamiento y Lenguaje. Ediciones Paidós. Barcelona. 1986, pág.17.

2 *Ibidem.*, pág. 19.

dentro de un panorama sumamente amplio que se extendió a Norteamérica en donde su obra polémica “Pensamiento y Lenguaje (*Myshlenie i Rech*)” publicada en Cambridge (Ma. MIT Press en 1962), influyó en los estudios sobre psicología evolutiva y psicolingüística. Fue evidente esta influencia en educadores como Piaget, que se hace explícita en sus “*Comentarios*” publicados como suplemento a la primera edición de esta importante obra³. Por estas razones y considerando la amplitud del tema, no desearía que este trabajo se vea solamente como una tesis de grado, sino más bien como el producto de una investigación a la que he dedicado todo mi esfuerzo, en la búsqueda de respuestas a las preguntas que todos los que estamos involucrados en la enseñanza de la matemática, nos hemos planteado, esto es: **¿Por qué el aprendizaje de las matemáticas presenta tantas dificultades?**

El reto que significa acercarnos al fenómeno de la enseñanza-aprendizaje es al mismo tiempo una oportunidad para que el maestro de matemáticas descubra los mecanismos que intervienen en el proceso del conocimiento de esta ciencia, las nociones en las que se basa su aprendizaje y las circunstancias en que se produce su evolución. Dentro de este proceso podemos destacar algunos puntos esenciales para la enseñanza de las matemáticas:

- ¿Cuales son las causas del rechazo hacia las matemáticas por parte de los alumnos?
- ¿Qué estrategias debemos adoptar los profesores para que los alumnos aprendan?
- ¿Cómo contribuye en la superación personal de los alumnos, su dedicación a esta ciencia?
- ¿Cómo participan las matemáticas en el desarrollo de la sociedad?

Si observamos la importancia que ha adquirido el fenómeno educativo a escala mundial, nos encontramos con innumerables respuestas, pero el problema de la reprobación y de la deserción ha llegado a niveles alarmantes no en una región ni en un país en particular, sino en todo el planeta, con un deterioro de los niveles de conocimiento que se hace patente en la idea limitada proverbial sobre la matemática, sus métodos y sus aplicaciones, lo que se refleja en la calidad de

3 Kozulin, Alex. Universidad de Boston, 1985) “Vygotsky en contexto” *Ibidem*, pág. 40.

vida de la nueva humanidad; de aquí la necesidad urgente de hacer eficiente esta enseñanza.

Hemos observado las experiencias de los IREMS en Francia y el de Una Empresa Docente en Colombia⁴ (han publicado varios textos sobre el tema), así como en otros países como España, los Estados Unidos de Norteamérica, la Unión Soviética y Cuba. En México, el grupo de Enseñanza de las Matemáticas del CINVESTAV se ha orientado recientemente a explorar el proceso enseñanza-aprendizaje en un marco socioepistemológico⁵. Sin embargo, consideramos que la socioepistemología sólo observa el problema desde un punto de vista étnico-social, pero no busca las respuestas en cada uno de los niveles del conocimiento matemático ni de su transmisión. Considerando que la didáctica se apoya en todos los factores que intervienen en el aprendizaje, la enseñanza de las matemáticas basada en el estudio del entorno social de manera preponderante no debe perder de vista los factores que intervienen en el acto educativo⁶; debe más bien interactuar con ellos a través del hecho histórico de su generación, de su evolución y de las teorías sobre la enseñanza-aprendizaje que muestran con evidencia la interrelación que existe con otras disciplinas en el conocimiento matemático, incluyendo en una acción recíproca a la sociología y a la epistemología.

Nuestro punto de vista es muy sencillo: no debemos olvidar los planteamientos empíricos que dieron excelentes frutos a muchos profesores con un alto espíritu de entrega a su vocación, pero cuyo éxito se diluyó cuando las condiciones sociales, económicas y tecnológicas fueron cambiando. La perspectiva de perfeccionar los métodos y enriquecer la teoría, sin perder de vista los valores humanos y la diversidad de los elementos que conforman el fenómeno de la educación tratan de contribuir al estudio de la epistemología de la enseñanza y del aprendizaje en relación al enfoque étnico, económico, geográfico, cultural, etc., y nuestra propuesta enfoca su atención básicamente en la metodología del proceso didáctico, es decir, en el acto de enseñanza-aprendizaje que ha encontrado nuevos cauces con la tecnología computacional, en la psicología educativa y en el estudio del proceso constructivista que se efectúa en la formación del conocimiento matemático y de su evolución, esto es, una epistemología viva⁷.

En nuestro momento, el problema educativo se ha convertido en el punto nodal del desarrollo. La información pero, sobre todo, el conocimiento, es el

4 Gómez, Pedro. "Profesor: no entiendo" (Reflexiones alrededor de una experiencia en docencia de las matemáticas), Una Empresa Docente. Universidad de los Andes. Ed. Grupo Editorial Iberoamérica. México, 1995.

5 Cantoral, Ricardo. "La Socioepistemología: Una mirada contemporánea del quehacer en matemática educativa". Serie Antologías. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Red de CIMATES. México. 2001. Pág.331-333.

6 Bronowsky, J. "El sentido común de la ciencia". Ediciones Península. Barcelona. 1978. "Uno de los prejuicios contemporáneos más nefastos ha sido el de que el arte y la ciencia son cosas diferentes y en cierto modo incompatibles". Pág. 9.

7 Bunge, Mario. "Epistemología". Siglo XXI. México. 1980. Páginas 28-33.

factor determinante que hará posible el desenvolvimiento del individuo en una sociedad cada día más hostil. Para ello, en México el Estado lanzó un SOS al convocar a la sociedad civil a participar en el desarrollo del Sistema Educativo⁸ en el aspecto de “elaborar propuestas sobre el contenido de los planes de estudio, funcionamiento de las escuelas, medios materiales y educativos, y emitir opiniones sobre temas específicos”. Este llamado despertó expectativas que no alcanzaron ningún resultado, convirtiéndose en una declaración más, puesto que un proyecto así requiere que los responsables de la enseñanza oficial estén convencidos de la tarea que se propone, con una dedicación total, tiempo individual y colectivo, de un fundamento sólido y de una constancia a toda prueba, tenacidad y recursos que en la práctica siempre se escatiman. Por ello, no hay más alternativa que intensificar la acción constante y permanente de quienes, de manera consciente, estamos involucrados en el problema y que, de una u otra forma, nos vemos en la necesidad imperiosa de dar respuestas a los alumnos y a la sociedad que consideran, como nunca se había pensado en la historia de la humanidad, que las matemáticas es un instrumento de tortura sin otro objetivo que el de hacer fracasar las buenas intenciones de superación de los alumnos.

Estamos, pues, en un momento crucial para la humanidad. Las nuevas generaciones están perdiendo el interés por el estudio pues encuentran formas más accesibles y funcionales para resolver sus problemas de subsistencia. Pero, aún así, no dejan de mirar, aunque sea de soslayo, las posibilidades que les ofrece la aplicación del saber. Es ahí en donde se requiere de la habilidad del maestro para hacerlos entrar en la era del nuevo milenio que podemos hacerla más humana y sustraer a las nuevas generaciones de un destino de exterminio oligofrénico que no es más que la involución de la especie.



Lev Semyonovich Vygotsky
(1896-1934)

8 “Nace el Consejo Nacional de Participación Social en la Educación”. Elaborará propuestas sobre el contenido de los planes de estudio. *El Financiero*. Viernes 27 de Agosto 1999. Sección Sociedad, pág. 48.

1. Antecedentes

CITAS DE ESTUDIOS REFERENTES AL PROBLEMA.

Norteamérica

Es evidente que los países con mayor desarrollo económico disponen de mayores oportunidades para atacar los problemas educativos y pueden dar mayor difusión a sus programas. El proyecto de la matemática moderna en los Estados Unidos despertó innumerables críticas para el método tradicional como para el nuevo, pero sin desarrollar trabajos experimentales. La única excepción significativa fue el *Committee on School Mathematics* de la Universidad de Illinois, dirigido por el profesor Max Beberman⁹.

A partir de 1952 y durante algunos años, Beberman comenzó a experimentar con clases de enseñanza secundaria. También preparaba profesores para enseñar el nuevo programa en otros centros. En 1955 entró en escena la *Comisión on Mathematics*, anunciando lo que defendería en su informe final de 1959.

En 1958 se organizó el *School Mathematics Study Group* (SMSG). Durante el verano de ese año se redactaron catorce de los temas experimentales para séptimo y octavo grados. La Fundación Thomas Alva Edison patrocinó un congreso en Pittsburg (noviembre 1960). Edward G. Begle, director del SMSG, dijo al comienzo: “En nuestro trabajo sobre el Plan no hemos tenido en cuenta la pedagogía”¹⁰.

El 16 de noviembre de 1962, en el Symposium Universitario de Matemáticas en la Universidad del Estado de Chicago, el profesor Beberman se refirió a su programa iniciado en 1952:

9 Kline Morris. *El Fracaso de la Matemática Moderna*. Siglo XXI, 18ª. Ed. México, 1998, pág. 120.

10 *Ibidem*. Pág. 128.

Pienso que en algunos casos hemos tratado de responder a preguntas que los chicos no hacen y resolver dudas que ellos nunca tienen, y en realidad hemos respondido a nuestras propias preguntas y resuelto nuestras propias dudas, como adultos y profesores[...]

El 30 de diciembre de 1964, en la reunión de Navidad del *National Council of Teachers of Mathematics* celebrada en Montreal, el doctor Beberman confesó: “**estamos en peligro de formar una generación de niños que no sepan hacer cálculos aritméticos**”. El SMSG se dispersó y la ayuda financiera fue cancelada¹¹.

The Mathematics Teacher y el *American Mathematical Monthly* de marzo de 1962 publicaron un documento titulado “*On the Mathematics Curriculum of the High School*”. Su traducción es la siguiente:

Sobre el Plan de Matemáticas de Enseñanza Secundaria

Este documento ha sido elaborado por varios firmantes y enviado a 75 matemáticos de Estados Unidos y Canadá. No se ha hecho ningún intento para conseguir gran número de firmas entre todos los matemáticos. Antes bien, el objetivo ha sido obtener un número modesto de firmas de hombres matemáticamente competentes, con conocimientos y experiencia y de diversas localidades geográficas. Algunos de los firmantes, cuyo apoyo es realmente bienvenido, ofrecieron sus nombres cuando tuvieron noticias del documento a través de algún colega[...]

“En vista de los posibles peligros, podría ser útil formular los que nos parecen principios fundamentales y líneas prácticas a seguir¹²:

1. Para quién

El plan de matemáticas de bachillerato debería satisfacer las necesidades de todos los alumnos: contribuir a la formación cultural del estudiante en general y ofrecer preparación profesional a quienes usarán más tarde las matemáticas, es decir, a los ingenieros y científicos, teniendo en cuenta a la vez las ciencias físicas, que son la base de nuestra civilización tecnológica, y las ciencias sociales, que pueden hacer progresivamente mayor uso de las matemáticas en el futuro. Respondiendo también a las

¹¹ *Ibidem*. Pág. 130.

¹² *Ibidem.*, pág. 131 y sig.

necesidades de los otros estudiantes, el plan puede incluir los temas más esenciales para los futuros matemáticos. Sin embargo, explicar a todos los estudiantes temas que sólo pueden interesar a la minoría de los futuros matemáticos es un despilfarro y significa ignorar las necesidades de la comunidad científica y de toda la sociedad.

2. Saber es hacer

En matemáticas un conocimiento valioso no supone nunca posesión de información, sino “saber hacer”. Saber matemáticas significa poder hacer matemáticas: usar el lenguaje matemático con alguna fluidez, resolver problemas, criticar argumentos, buscar demostraciones y, lo que puede ser más importante, reconocer un concepto matemático en una situación concreta o extraerlo de ella.

Por tanto, introducir nuevos conceptos sin un fondo suficiente de hechos concretos, introducir conceptos unificadores cuando no hay experiencia que unificar, o machacar constantemente en los conceptos introducidos sin aplicaciones concretas que estimulen a los estudiantes es peor que inútil: la formalización prematura puede llevar a la esterilidad; la introducción prematura de abstracciones encuentra resistencia especialmente en las mentes críticas, que, antes de aceptar una abstracción, quieren saber qué es importante y cómo podría usarse.

3. Las matemáticas y la ciencia

En su significado cultural, tanto como en su uso práctico, las matemáticas están conectadas a las otras ciencias y las otras ciencias están conectadas con las matemáticas, que es su lenguaje y su instrumento esencial. Las matemáticas separadas de las otras ciencias pierden una de sus más importantes fuentes de interés y motivación.

4. La interpretación inductiva y las demostraciones formales

El pensamiento matemático no es tan sólo razonamiento deductivo; no consiste simplemente en demostraciones formales. El proceso mental que sugiere que se debe demostrar y cómo demostrarlo es una parte del pensamiento matemático, tanto como la demostración que eventualmente resulta de él. La extracción del concepto apro-

piado de una situación concreta, la generalización a partir de los casos observados, los argumentos inductivos, los argumentos por analogía y los ejemplos intuitivos para una conjetura imprevista son modos matemáticos de pensamiento¹³. De hecho, sin alguna experiencia en tales procesos “informales” de pensamiento, el estudiante no puede comprender el verdadero papel de la demostración formal y rigurosa, que tan bien describió Hadamard: “El objeto del rigor matemático es confirmar y legitimar las conquistas de la intuición, y nunca ha tenido otra finalidad”.

Hay varios niveles de rigor. El estudiante debería aprender a comprender, buscar y criticar las demostraciones al nivel correspondiente a su experiencia y formación. Si se le empuja prematuramente a un nivel demasiado formal, puede desanimarse y hastiarse. Además, la necesidad de rigor puede advertirse mucho mejor en ejemplos en que las demostraciones presentan dificultades reales que en trivialidades nimias o inacabables.

5. El método genético

“Es muy útil para los estudiantes de cualquier tema leer los artículos originales sobre el tema; la ciencia se asimila siempre más completamente en su etapa de formación”, escribió James Clerk Maxwell. Ha habido algunos profesores, tales como Ernst Mach, que para exponer una idea se referían a su génesis y reconstruían su formación histórica. Esto puede sugerir un principio general: el mejor camino para guiar el desarrollo mental de un individuo es reconstruir el desarrollo mental de la raza; recordar sus líneas generales, naturalmente, y no los miles de errores de detalle, que señalan también Tolman y los gestaltistas.

El principio genético puede protegernos de una confusión común: Si A es lógicamente anterior a B en cierto sistema, B puede, sin embargo, preceder a A en la enseñanza, especialmente si B ha precedido a A en la historia. En conjunto, cabe esperar mayores éxitos siguiendo las sugerencias del principio genético que la interpretación puramente formal de las matemáticas.

6. Las matemáticas “tradicionales”

La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria y secundaria está retrasada con respecto a los requerimientos de la actualidad, y necesita mejoras esenciales:

¹³ El subrayado es nuestro.

sin ningún género de dudas suscribimos esta opinión casi universalmente aceptada. Sin embargo, debería examinarse cuidadosamente la extendida opinión de que los temas que se enseñan en las escuelas secundarias han quedado sobrepasados, sin aceptarla literalmente. El álgebra elemental, la geometría plana y de sólidos, la trigonometría, la geometría analítica y el cálculo infinitesimal son aún fundamentales, como lo fueron hace cincuenta o cien años: los futuros usuarios de las matemáticas deben aprender estos temas si se están preparando para ser matemáticos, físicos, científicos sociales o ingenieros, y todos estos temas pueden ofrecer valores culturales a los estudiantes en general. El plan tradicional de enseñanza secundaria incluía en alguna medida todos estos temas, excepto el cálculo infinitesimal; quitar alguno de ellos sería desastroso.

Lo que está mal en el actual plan de enseñanza secundaria no son tanto los temas que se tratan como el aislamiento de las matemáticas de los otros dominios del conocimiento y la investigación, especialmente de las ciencias físicas, y el aislamiento de los distintos temas entre sí; incluso las técnicas y los teoremas dentro de un mismo tema aparecen aislados, como trucos inconexos, para el estudiante, a quien se deja en la oscuridad acerca del origen y el propósito de las manipulaciones y hechos que se supone debe aprender de memoria. Y así, desgraciadamente, a menudo sucede que la materia explicada aparece como inútil y aburrida, excepto quizá para los pocos futuros matemáticos que puedan persistir a pesar del plan.

7. Las matemáticas “modernas”

En vista de la falta de conexión entre las varias partes del plan actual, los grupos que trabajan en el nuevo plan harían bien en buscar introducir conceptos generales unificadores¹⁴. Pensamos también que el uso juicioso de los conjuntos, del lenguaje y de los conceptos del álgebra abstracta pueden dar más coherencia y unidad al plan de enseñanza secundaria. Sin embargo, el espíritu de la matemática moderna no se aprende repitiendo simplemente su terminología. De acuerdo con nuestros principios, queríamos que la introducción de los nuevos términos y conceptos fuera precedida de una suficiente preparación concreta y seguida de aplicaciones reales estimulantes y no de cuestiones superficiales y sin sentido: es preciso justificar la

¹⁴ El subrayado es nuestro.

introducción de nuevos conceptos y mostrar sus aplicaciones si se quiere convencer a un chico inteligente de que estos conceptos merecen atención.

No podemos entrar aquí en análisis detallados del nuevo plan propuesto, pero no podemos dejar de decidir que, juzgándolo en base a las líneas principales establecidas antes, (puntos 1-5), encontramos aspectos con los que no podemos estar de acuerdo¹⁵.

Naturalmente, no todos los matemáticos tienen la misma opinión. Las matemáticas tienen muchos aspectos. Pueden ser consideradas como un instrumento para comprender nuestro mundo: se supone que para Arquímedes y Newton las matemáticas cumplían esta función. Las matemáticas también pueden considerarse como un juego con reglas arbitrarias en el que lo principal es sujetarse a las reglas del juego: tal visión puede considerarse adecuada para algunos problemas de fundamentos. Existen otros aspectos de las matemáticas, y los matemáticos profesionales pueden dedicarse a cualquiera de ellos. Pero en el terreno de la enseñanza, la elección no es una simple cuestión de gusto. Podemos esperar que un chico inteligente quiera explorar el mundo que le rodea pero no podemos esperar que aprenda reglas arbitrarias; ¿por qué éstas y no otras?

De todos modos, deseamos fervientemente mucho éxito a quienes trabajan en el nuevo plan. Deseamos especialmente que el nuevo plan refleje más la conexión entre las matemáticas y la ciencia, que preste cuidadosa atención a la distinción entre cuestiones lógicamente prioritarias y cuestiones que deberían tener prioridad en la enseñanza. Sólo en esta línea podemos esperar que los valores básicos de las matemáticas, su significado, sus objetivos y su utilidad reales resulten accesibles a todos los estudiantes, incluso, naturalmente, a los futuros matemáticos. La “extendida preocupación por la tendencia a un excesivo énfasis en la abstracción dentro de la enseñanza de las matemáticas para ingenieros” (First Summer Study Group in Theoretical and Applied Mechanics Curricula, Boulder, Colorado, junio 1961), de la que se ha hablado recientemente, apunta en la misma dirección.

Firmas y Universidades:

Lars V. Ahlfors (Universidad de Harvard), Harold M. Bacon (Stanford), Clifford Bell (California, Los Angeles), Richard E. Bellman (Rand Corporation) Lipman Bers

15 Sería necesario entrar en los detalles sobre los que no hay acuerdo, sin embargo en los puntos mencionados hay una exposición amplia sobre las características que debe tener la enseñanza. (Observación nuestra).

(Nueva York), Garret Birkhoff (Harvard), R. P. Boas (Noroeste), Alfred T. Brauer (Carolina del Norte), Jack R. Britton (Colorado), R. C. Buck (Wisconsin), George F. Carrier (Harvard), Hirsh Cohen (IBM), Richard Courant (Nueva York), H. S. M. Coxeter (Toronto), Dan T. Dawson (Stanford), Avron Douglis (Maryland), Arthur Erdelyi (Instituto de Tecnología de California), Walter Freiberg (Brown University), K. O. Friedrichs (Nueva York), Paul R. Garabedian (Nueva York), David Gilbarg (Stanford), Sydney Goldstein (Harvard), Herman Goldstine (IBM), Herbert Greenberg (IBM), John D. Hancock (Alameda State College), Charles A. Hutchinson (Colorado), Mark Kac (Instituto Rockefeller), Wilfred Kaplan (Michigan), Aubrey J. Kempner (Colorado), Lucien B. Kinney (Stanford), Morris Kline (Nueva York), Ignace I Kolodner (Nuevo México), Rudolph E. Langer (Wisconsin), C. M. Larsen (San Jose State College), Peter D. Lax (Nueva York), Walter Leighton (Western Reserve), Norman Levison (IMT), Hans Lewy (California Bekeley), W. Robert Mann (Carolina del Norte), M. H. Martin (Maryland), Deane Montgomery (Institute for Advanced Study), Zeev Nehari (Carnegie Institute of Technology), Jerzy Neyman (California Berkeley), Frederick V. Pohle (Adelphi College), H. O. Pollak (Bell Telephone Laboratories), George Polya (Stanford), Hillel Poritsky (General Electric Co.), William Prager (Brown), Murray H. Protter (California Berkeley), Tibor Rado (Ohio), Warwick W. Sawyer (Wesleyan), Max M. Schiffer (Stanford), James B. Serrin (Minnesota), Lehi T. Smith (Arizona), I. S. Sokolnikoff (California, Los Angeles), Eli Sternberg (Brown), J. J. Stoker (Nueva York), A. H. Taub (Illinois), Clifford E. Truesdell (John Hopkins), ZR. J. Walker (Institute for Defense Analyses y Universidad Cornell), Wolfgang Wasow (Wisconsin), Andre Weil (Institute for Advanced Study), Alexander Wittenberg (Laval).

Es conveniente observar otras experiencias en relación a las ideas del método en la enseñanza de la matemática:

Francia

La historia de los IREMs (*Instituts de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques*) recoge experiencias de Europa Central desde la antigüedad clásica pasando por los grandes educadores de la Ilustración, Bélgica, Alemania, etc. En los anexos se

incluye una presentación de estos elementos a los que se agregan los ejes propuestos para el trabajo de investigación y de enseñanza en el extranjero, así como en Lieja y Luxemburgo. (Anexos)

España

En el Capítulo VIII trataremos con detalle la experiencia española. Por ahora, nos referiremos únicamente al enfoque sobre la técnica que sustenta el filósofo español José Ortega y Gasset¹⁶ y que se inscribe en los fundamentos de un constructivismo, no solamente en el aprendizaje de un conocimiento en especial como podría ser el matemático, sino en una metodología de la construcción existencial del hombre moderno.

“Actos técnicos – decíamos – no son aquellos en que hacemos esfuerzos para satisfacer directamente nuestras necesidades, sean éstas elementales o francamente superfluas, sino aquellos en que dedicamos el esfuerzo, primero a inventar y luego a ejecutar un plan de actividad que nos permita: Primero: Asegurar la satisfacción de las necesidades, por lo pronto, elementales. Segundo: Lograr esa satisfacción con el mínimo esfuerzo. Tercero: Crearnos posibilidades completamente nuevas produciendo objetos que no hay en la naturaleza del hombre.”

“... Y precisamente a esa vida inventada, inventada como se inventa una novela o una obra de teatro, es a lo que el hombre llama vida humana, bienestar...¿Sería el hombre una especie de novelista de sí mismo que forja la figura fantástica de un personaje con su tipo irreal de ocupaciones y que para conseguir realizarlo hace todo lo que hace, es decir, es técnico?”

La riqueza del pensamiento español del Siglo XIX aparece en la reflexión de Ortega que explora en los planteamientos del desarrollo tecnológico y su interacción con el proyecto existencial de cada individuo. y del aprendizaje:

“Si recapacitan ustedes un poco hallarán que eso que llaman su vida no es sino el afán de realizar un determinado proyecto o programa de existencia. Y su “yo”, el de cada cual, no es sino ese programa imaginario. Y si están aquí ahora oyéndome es

16 Ortega y Gasset, José. “Meditación a la Técnica”. Revista de Occidente. Colección El Arquero. Madrid. 1964. Págs. 40 y siguientes.

porque creen, de uno o de otro modo, que hacer eso les sirve para llegar a ser, íntima y socialmente, ese yo que cada uno de ustedes siente que debe ser, que quiere ser”.

“He aquí la tremenda y sin par condición del ser humano, lo que hace de él algo único en el universo. Advértase lo extraño y desazonador del caso. Un ente cuyo ser consiste, no en lo que ya es, sino en lo que aún no es”¹⁷.

17 *Ibidem*. Pág. 49. Un comentario al respecto es la similitud que me parece encontrar con el fundamento de la teoría de límites, y que he tratado de desarrollar en mi experiencia al enseñar Cálculo Diferencial e Integral. Dada la afirmación de un proyecto de ser del hombre, no se asegura en ningún momento que se pueda alcanzar esa meta, pero se afirma claramente su existencia independientemente de que se alcance o no. Un corolario interesante del pensamiento de Ortega es la importancia que asigna al proceso del desarrollo del ser, que afirma la trascendencia de este proceso cuya relevancia es superior a la consecución de la meta.

2. Marco histórico

EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO.

Como todos sabemos, la estructura formal del saber matemático se ha construido a través de muchísimo tiempo y aún ahora sus paradigmas están expuestos a reformulaciones constantes, en la medida en que las aplicaciones de la matemática se amplían con el estudio de los fenómenos de la naturaleza y de la sociedad contemporánea. La formalización del cálculo se dio con el desarrollo del análisis matemático, hasta unos siglos después de la invención, o descubrimiento, de Leibniz y de Newton. El trabajo de Cauchy (1789-1857) sobre el concepto de límite¹⁸ puede ser un ejemplo, y ello fue logrado con el desarrollo simultáneo de las leyes del pensamiento científico a través de la profundización en los conceptos de la lógica, lo cual propició en el siglo XX las corrientes de pensamiento matemático que propugnaron la desaxiomatización de la ciencia como una actitud indispensable para dar continuidad al espíritu creador del siglo XVII.

Un aspecto fundamental de las matemáticas es el proceso de contar. “El siglo XVII – dice Ríbnikov – abre un nuevo período, el período de las matemáticas de las magnitudes”¹⁹. Las necesidades de los grupos sociales en cuanto van adquiriendo nuevas formas de organización se relacionan directamente con la técnica y con la ciencia. El contenido social de la ciencia se hace evidente en su misma evolución, así “A finales del siglo XVI el álgebra, la trigonometría, la geometría y los métodos de cálculo acumularon suficiente cantidad de hechos y alcanzaron un estado tal que se convirtieron en parte esencial del progreso técnico y científico en general...” “...Los éxitos en la revelación y formulación matemática de tan numerosas leyes de las ciencias naturales condujeron a la creación de un sistema

¹⁸ Aleksandrov, A.D., A.N. Kolmogorov et al. “La matemática: su contenido, métodos y significado”. Vol I Alianza Editorial. Madrid. 1985. pág. 171-172.

¹⁹ Ríbnikov, K. “Historia de las Matemáticas” Editorial Mir. Moscú. 1987. pág. 153.

de ciencias de la naturaleza, las ciencias exactas... que se presentaban en forma de una ciencia general, la cual explicaba fenómenos particulares con la efectividad de las leyes generales de la naturaleza, formuladas matemáticamente”²⁰.

Este proceso acumulativo que arranca desde los orígenes de la civilización, se desborda en el siglo XVII en que las matemáticas se transformaron – continúa Ríbnikov – convirtiéndose fundamentalmente en las matemáticas de las variables. En este proceso las aportaciones matemáticas se multiplican, las ideas de Descartes y el marco en que se desarrollan hacen que sea necesario recordarlas: “La naturaleza de la materia es su voluminosidad tridimensional; sus más importantes propiedades son la divisibilidad. Estas propiedades de la materia deben ser reflejadas por las matemáticas. Esta última no debe ser bien numérica o bien geométrica. Debe ser una ciencia universal en la cual se incluya todo lo relacionado con el orden y con la medida.”

La relación del álgebra lineal con las curvas geométricas, necesaria para las matemáticas universales de Descartes, fue advertida inmediatamente apenas fue establecido el isomorfismo entre el campo de los números reales y el campo de los segmentos de recta. El surgimiento en las matemáticas de la geometría analítica aligeró sustancialmente la formación del análisis infinitesimal... se convirtió en un instrumento imprescindible de la construcción de la mecánica en Newton, Lagrange y Euler, el surgimiento de la geometría analítica significó la aparición de las posibilidades para la creación del análisis de las variables, ya que los problemas eran tales que provocaban una aguda necesidad del paso urgente al descubrimiento de los métodos y las teorías generales del análisis matemático”²¹.

En este desarrollo histórico crítico de la ciencia, aparece la sistematización de las teorías del conocimiento que destacan las diferentes capacidades del ser humano para satisfacer su deseo de apropiarse del saber y así alcanzar el desarrollo de su inteligencia y de los atributos esenciales de la especie humana. La acumulación del conocimiento matemático y científico corrió al parejo con el desarrollo de las teorías del conocimiento y de su sistematización contenida en las estructuras del pensamiento lógico y de la filosofía, por lo que consideramos que la enseñanza de la matemática requiere que los profesores intenten una profundización en el estudio de la historia de la ciencia y la psicología educativa pero también de la lógica, con el objeto de que como maestros desarrollen la síntesis de

20 *Ibidem*. Pág. 155.

21 *Ibidem*. Pág. 167.

los conocimientos para facilitar a los nuevos educandos el aprendizaje y la apropiación de las disciplinas que consoliden su formación como individuos sociales en esta época del desbordamiento tecnológico. Dentro de este marco histórico y social de la ciencia es que se formula esta propuesta de síntesis inductiva.

Es evidente que la matemática es una ciencia con un alto contenido social e insistiendo en el carácter intuitivo en el proceso de su aprendizaje, está relacionada íntimamente con las técnicas básicas del conteo para abordar el estudio de las magnitudes y de las variables. Vemos entonces, la necesidad de fortalecer el trabajo de síntesis que se requiere en la enseñanza para obtener la mayor claridad en el manejo de los contenidos matemáticos y de los métodos, que permitan obtener los resultados propuestos para un aprendizaje desde una perspectiva constructivista. Esto es, a través de métodos didácticos que se apoyen en la intuición y se desarrollen por medio de la inducción para fortalecer en el alumno su interés en el avance científico.

Es importante subrayar que el desarrollo histórico de la matemática nos demuestra que el balbuceo del lenguaje de la lógica ha mantenido desde el esquema metafísico de Plotino (205-270. Eneadas) con la tríada: tesis, antítesis y síntesis, hasta la consolidación del método dialéctico y la formalización de las leyes del pensamiento, una constante correspondencia con la ciencia, que se encuentra en la búsqueda incesante de la relación del hombre con la naturaleza y con la sociedad, en la que surgen nuevos paradigmas para explicar el universo y la existencia del hombre de una manera estructurada.

3. Marco metodológico

FUNCIÓN DE LA HIPÓTESIS.

La investigación educativa ha alcanzado en los años recientes un importante desarrollo en la aplicación de métodos empíricos para evaluar la efectividad de la enseñanza. No hay límite en cuanto a la posibilidad de estudiar cada una de las variables del proceso, pero la experimentación necesita contar con fundamentos más precisos y eficaces para un análisis crítico en el aspecto metodológico, conceptual, teórico, educativo y social. Es indispensable, pues, contar con hipótesis más elaboradas y de mayor alcance para interpretar los datos.

En relación con la importancia del problema que presenta el proceso enseñanza-aprendizaje, y los múltiples aspectos que se interrelacionan con él, este trabajo considerará en todo momento lo expresado por Poincaré²²:

“Toda generalización es una hipótesis; la hipótesis tiene, por lo tanto, una función necesaria que nadie ha discutido jamás. Solamente que ella debe ser siempre sometida a la verificación, lo más rápido y lo más frecuentemente posible. Está de más decir que si no soporta esa prueba, se debe abandonar sin reservas.

Sin duda, -continúa Poincaré- si nuestros medios de investigación fueran cada vez más penetrantes, descubriríamos lo simple debajo de lo complejo, después lo complejo debajo de la simple, otra vez de nuevo lo simple debajo de lo complejo y así sucesivamente, sin que pudiéramos prever cuál sería el último término. Es indispensable detenerse en alguna parte y, para que la ciencia sea posible, es necesario detenerse cuando se ha encontrado la simplicidad”²³.

22 Poincaré, Henri. *Filosofía de la Ciencia. Nuestros Clásicos*. UNAM. México. 1978. P.10. El título original se encuentra en *La science en l'hypothese*. Flammarion. París. 1902. Capítulo IX.

23 Op. Cit. P.9.

Habría que considerar, sin pretender reducir a un sólo aspecto el carácter del conocimiento matemático, la parte que juega este conocimiento en el proceso formativo del individuo, ya que en gran medida los problemas de su enseñanza se relacionan con la generalización de los conceptos y de las formas, y con la estructura de las formas del pensamiento que se relacionan directamente con la morfología de los hemisferios craneales.

Esto ha dado lugar a que en el desarrollo de la lógica se le tenga como una parte de la matemática, y a la cual se le adjudica el papel fundamental que daría un orden a la génesis de las ideas, pero en tal dirección se hace valer básicamente el método deductivo como producto y estructura del conocimiento, lo cual da lugar a la formalización de los descubrimientos matemáticos en una sola dirección, por lo que el estudio de la generación de las ideas matemáticas, la transmisión, la aprehensión de los conceptos bajo un enfoque epistemológico, se apoya tanto en la lógica deductiva como en la inductiva, así como también en las ciencias del comportamiento, tales como la psicología educativa y la metodología de la enseñanza.

En el enfoque conceptual haremos una introducción al estudio de la inferencia deductiva y a la inferencia inductiva como fundamento lógico del proceso de síntesis, con la intención de que se convaliden el conocimiento y la investigación en la matemática con el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esto es, volviendo a Poincaré,

“no basta que cada fenómeno elemental obedezca a leyes simples; es necesario que todos aquellos que se han de combinar obedezcan a la misma ley. Sólo entonces la intervención de las matemáticas puede ser útil; ellas nos enseñan, en efecto, a combinar lo semejante con lo semejante. Su propósito es prever el resultado de una combinación, sin tener necesidad de rehacer esa combinación paso a paso. Si se tiene que repetir muchas veces una misma operación, las matemáticas nos permiten evitar esa repetición haciéndonos conocer de antemano el resultado, por una especie de inducción”.

Esta “especie de inducción” en las matemáticas permite ampliar su horizonte ya que el método inductivo en la enseñanza propone que el conocimiento se obtiene

en la generalización de conceptos promovida por el educador, con el fin de que sea el educando quien, a través de un desarrollo intuitivo, realice los enlaces deductivos en un proceso de descubrimiento genético, tal como Sócrates aplicaba la mayéutica en su tiempo.

En este orden de ideas abordaremos nuestras hipótesis partiendo del significado de la intuición en el proceso del conocimiento. Enseguida analizaremos las preguntas formuladas en la Introducción, para confluir en la propuesta de la metodología en la enseñanza de las matemáticas, a través de una síntesis inductiva que relacione los elementos de la didáctica por medio de la abstracción reflexiva²⁴ con el fin de motivar y estimular la participación del estudiante.

24 Wenzelburger G. Elfriede, "Graficación por microcomputadoras como apoyo didáctico en la enseñanza de tópicos selectos de matemáticas". Proyecto de investigación, inédito. Maestría en Educación en Matemáticas. UNAM. Julio 1989. 23 págs.

4. Marco conceptual

FORMULACION DE LAS HIPÓTESIS.

νοησις v.s. διανοια

El pensar intuitivo (νοησις) y el pensar discursivo (διανοια) han sido objeto de las reflexiones de grandes pensadores como Descartes quien contrapone la intuición a la deducción y como Kant que la opone al concepto²⁵.

Aún cuando nuestro objetivo es la didáctica, debemos partir del concepto que, según Dieudonné, se tiene comúnmente de esta materia. Puesto que “todo el mundo ha entrado en contacto con las matemáticas a través del cálculo numérico en la escuela primaria, la idea más extendida es que un matemático es un virtuoso de esos cálculos. Con la aparición de los ordenadores y de su lenguaje, ahora se tiene la tendencia a pensar que es alguien que sabe programarlos especialmente bien y que consagra todo su tiempo a ello”²⁶. Desde la antigüedad fueron los griegos (s.vi. a.C.) quienes analizaron los encadenamientos lógicos y crearon así un modo de pensar completamente nuevo, que aparece en otros momentos de la historia en los que el pensamiento matemático ha desarrollado las estructuras sorprendentes por su belleza y complejidad como instrumentos de la ciencia contemporánea.

a. Primera hipótesis.

La intuición es el elemento fundamental en la educación matemática.

Nuestra naturaleza humana nos ha hecho demasiado orgullosos en relación al poder que ejerce la razón y los métodos deductivos con los que se formaliza la

25 Ferrater Mora, José. Diccionario de Filosofía. Alianza Editorial, Madrid. 1990, p. 1751.

26 Dieudonné, Jean. En honor del espíritu humano. Las matemáticas hoy. Alianza Ed. Madrid. 1989. p.19

ciencia. Sin embargo, la naturaleza humana es demasiado compleja para hacer recaer en el pensamiento puro la responsabilidad de ser la fuente de su capacidad de conocimiento, puesto que el ser humano es una conjugación de ideas y de sentimientos, los cuales son siempre la respuesta a los estímulos que se reciben del exterior. Esta es la parte más crítica del entendimiento humano, como el tamiz por donde necesariamente pasa el conocimiento y en el que la intuición es el factor fundamental que le permite al hombre percibir los fenómenos que lo rodean para enriquecer sus esquemas con un aprendizaje significativo.

No inventaremos una hipótesis para sustentar otra, mas bien aceptemos la premisa de que la ciencia y el conocimiento son una especie de acto lúdico de la inteligencia que está sujeto a ciertos paradigmas, en los cuales la intuición se define como la percepción clara que se tiene de una verdad, tal como si se estuviera viendo, a través de la cual percibimos hechos que están fuera de nuestro alcance. Se reconoce como una capacidad de la mente que surge de un nivel más profundo de inteligencia que nos permite alcanzar resultados comprobables basándonos en datos aparentemente insuficientes. Skemp afirma que “los buenos profesores ayudan intuitivamente a sacar una definición con ejemplos”²⁷.

Esta capacidad es susceptible de desarrollarse lo cual es más fácil para los individuos que son muy observadores y sensibles, a quienes se les reconoce como intuitivos, los cuales también pueden aumentar su nivel de intuición siguiendo unas pocas recomendaciones que los maestros deben practicar constantemente:

- a) Dedicar unos minutos al día para relajarte y reflexionar. Utiliza tu imaginación de forma creativa, visualiza posibles soluciones para resolver tus problemas.
- b) Presta atención a tu interior, a las señales de tu cuerpo, a los sentidos y a sus reacciones. Piensa en los posibles contenidos que están latentes en ellos.
- c) Evita la autocrítica y los juicios negativos y no tengas miedo a los imprevistos ni a los riesgos.
- d) Trata de recordar e interpretar lo que sueñas, ya que mientras dormimos

27 Skemp, Richard R. La Psicología del Aprendizaje de las Matemáticas. Ed. Morata. Madrid. 1993. p. 37.

la intuición está más activa y nos puede dar información que no aparece en estado despierto.

e) Tenemos que aprender a mirar el mundo que nos rodea con interés y atención, ya que con frecuencia la clave está en los detalles insignificantes. No olvidar que todo tiene significado y que cuantos más datos tengamos, más asociaciones estableceremos y mejor se irá desarrollando nuestra intuición.

f) Evita esa tendencia a tener control sobre todo lo que te rodea y deja fluir cierta dosis de incertidumbre y de sorpresa, porque para afirmar la intuición es necesario el pensamiento racional que se encarga de comprobar que nuestros descubrimientos están en lo cierto.

g) Hay una región del cerebro que es poco utilizada y en la que la ambigüedad y la incertidumbre son el caldo de cultivo favorito de la intuición, en ella se desarrollan los conceptos de justicia, equilibrio y belleza. Ethos, lógica y estética.

Dada la diversidad de enfoques sobre la teoría del conocimiento, la formulación de esta hipótesis de trabajo se orienta en relación con la “síntesis inductiva”, que Fréchet²⁸ recoge como una “venturosa expresión” de J.L. Destouches en su “*Essai sur la forme générale des théories physiques*”, (Tesis de Doctorado en Letras por la Universidad de París, 1938), y se considera desde el punto de vista de los problemas que enfrenta un profesor en el proceso de la preparación de sus cursos y su interés en el aprendizaje del alumno.

Este interés del maestro se hace patente cuando se relaciona el uso de instrumentos innovadores en la enseñanza, con una fundamentación teórica como en el caso del Proyecto de Investigación de la Maestra Elfriede Wenzelburger G., cuya meta expone de manera concisa el planteamiento que aborda mi trabajo y que, por tanto, me permito transcribir:

“Se quiere lograr la adquisición de conceptos a través de abstracción reflexiva, las etapas de abstracción reflexiva se facilitan con conocimien-

28 Fréchet, Maurice. Las Matemáticas y lo Concreto. Traducción de Gustavo Machado. Colección Problemas Científicos y Filosóficos. UNAM. México. 1958. P.23.

tos intuitivos que se desarrollan con el método inductivo. La fase experimental del método intuitivo se hará con el programa graficador. Se pretende así provocar aprendizaje estructurado en los estudiantes”²⁹.

El estudio y la enseñanza de la matemática se han ligado siempre con su aplicación en todas las ciencias, por lo tanto su desarrollo se vincula a los problemas de la vida humana en lo físico y en lo espiritual, de ahí que su atención se extienda a los fenómenos de la mente estudiados por la psicología educativa de manera individual o grupales, apoyándose más adelante en las interpretaciones de la bioquímica. Así, se considera que la mente intuitiva hace uso de un modelo holográfico con el que tiene acceso a un patrón universal en el cual se tornan verosímiles los fenómenos de la telepatía y la clarividencia, que no deberían ser desestimados.

“El concepto es coherente con el principio de la “filosofía perenne” y no está muy lejos de la física moderna. En efecto, el “orden implicado” de David Bohm, que propone una estructura semejante a la holográfica del universo, surgió de sus investigaciones en mecánica cuántica. El mundo de acuerdo con la teoría cuántica y de la relatividad no es nuestro mundo familiar de formas y estructuras separadas. En cambio la realidad material es visualizada como una red de fluctuaciones interconectadas de energía.” “... las partículas subatómicas son patrones dinámicos que no existen como entidades aisladas, sino como partes integrantes de un sistema inseparable de interacciones... el universo entero está de este modo comprometido en una actividad y movimientos sin fin, una continua danza cósmica de energía”³⁰.

“El sorprendente fenómeno de la realidad subatómica hace más verosímil el argumento de que la mente tiene acceso a fuentes insospechadas de información: las partículas retroceden en el tiempo (!), los electrones se manifiestan en más de un lugar a la vez; los electrones atraviesan barreras de aislamiento disolviéndose en un “estado de vacío” no manifestado, y resucitando del otro lado. Quizás el fenómeno más curioso es el efecto EPR, así denominado por Einstein y dos colegas, Podolsky y Rosen, en el cual dos partículas subatómicas que han interactuado una vez pueden instantáneamente responder a cambios en la otra aun cuando hayan estado separadas en tiempo y espacio durante años luz. Enigmas como el efecto EPR (a partir

29 Wenzelburger Guttenberger, Elfriede. Graficación por microcomputadoras como apoyo didáctico en la enseñanza de tópicos selectos de matemáticas”. Maestría en Educación Matemática. UNAM. Inédito. Julio 1989. 23 pág. (El subrayado es original).

30 Goldberg, Philip. “La dimensión intuitiva”. Editorial Sudamericana. Buenos Aires. 1991. Pág. 159 y sigs.

de su formalización por John S. Bell, conocido como Teorema de Bell y confirmado experimentalmente), han dado lugar a especulaciones estimulantes entre físicos y filósofos de sillón. Algunos sugirieron que quizás el pensamiento es más rápido que la velocidad de la luz.”

“Dado un universo de estas características, es concebible que la mente intuitiva abreve en fuentes que no están al alcance de los sentidos y que no están limitadas a lo individual. El pensamiento occidental ha demostrado ser estrecho con respecto a esto, pero unas pocas voces significativas han propuesto la existencia de un vínculo entre la mente individual y un campo de información e inteligencia mayor, más abarcante”³¹.

a) Mencionaremos, dentro del pensamiento de occidente, al filósofo jesuita Teilhard de Chardin, quien concibió una región denominada la **noosfera**, la cual dijo, está compuesta de partículas de conciencia humana... formada por las experiencias anteriores de la humanidad. Junto a él encontramos a Carl Gustav Jung con su teoría del **“inconsciente colectivo”** y al biólogo británico Rupert Sheldrake quien expone una hipótesis que vincula los fenómenos mentales y físicos en una única teoría del cambio. La **“causalidad formativa”** afirma que cuando un miembro de una especie aprende algo nuevo, el campo causal, o huella digital, se altera. Si el nuevo comportamiento se repite lo suficientemente a menudo, se crea una morfo-resonancia que afectará a cada miembro de una especie del mismo modo que las cuerdas de un violín resuenan cuando se pulsa otra correspondiente.

b) Como un primer acercamiento al significado de la intuición, podríamos decir que la calidad de ésta depende fundamentalmente de nuestro estado de conciencia y de la información depositada de diferentes formas en ella. “La conciencia más elevada se define como la capacidad de poner atención en los niveles más profundos de la mente. Debería quedar claro que el por qué buscar la iluminación, por decirlo de algún modo, no es sólo una meta elevada en sí misma sino también un modo de cultivar todas las funciones de la intuición: cada nuevo grado de iluminación es sinónimo de mayor pureza de conciencia, lo que significa

31 Ibidem., pág. 160.

funcionar con mayor frecuencia y coherencia en los niveles más profundos de la mente... Los estados individuales de conciencia difieren, y se puede decir que cada individuo funciona en un nivel básico alrededor del cual fluctúa, según varios factores físicos, mentales y ambientales. Con disciplina, se puede aumentar el grado en que la conciencia se expande”³².

c) Ahora, el encuentro con la intuición en nuestro papel de maestros no nos permite permanecer indecisos en cuanto se refiere a investigar su participación en el proceso educativo. Nuestra tarea como profesores va más allá de la definición y del escrutamiento sobre el antagonismo o la correlación con otras formas estructuradas del conocimiento. Reconocer la influencia determinante que la intuición juega en los primeros años del ser humano (Piaget, etc) nos compromete a no permitir que se atrofie en el niño esa capacidad innata (Platón) cuyo descuido entorpece la potencialidad de percibir la naturaleza y su relación con otros fenómenos físicos, psicológicos, sensibles, etc., que conforman la vida del hombre.

Los esquemas conductistas y formalistas, la deductio, hacen del educando, cuando tienen algún éxito, un ser capaz de reconocer las formas de relación de los objetos materiales y abstractos - como los entes matemáticos -, pero un paso antes, el reconocimiento de estos objetos y del concepto relativo es una etapa intermedia entre la percepción y la internación en la memoria. Este conocimiento es el que se construye en la conciencia del alumno (RigVeda)³³, se cimenta en su mente, se ejercita hasta que se arraiga en ciertas zonas del cerebro y algunas veces permanece por algún tiempo y, tal vez, pueda ser estructurado con transferencias horizontales y verticales en algún otro campo de la tarea intelectual, o bien, se olvida o se borra de la memoria, dicho así para simplificar esta posible etapa, que está ampliamente desarrollada en las teorías mediacionales.

d) Pero la intuición, como hemos visto, no participa de manera consciente en el acto de conocer ni de aprehender la idea o el concepto. La intuición es como el “visitante inoportuno” que, a veces nos deja un mensaje que puede ser determinante en nuestra vida y lo aceptamos con entusiasmo, pero que otras veces es un tanto molesto por su insistencia en hacernos percibir cosas que estaban en el desván de nuestros recuerdos y que, al traerlos al presente nos inquietan o nos contrarían. La

32 *Ibidem*. Pág. 172.

33 *Ibidem*. , pág. 153.

intuición se alimenta con la memoria consciente que no le concede mayor importancia, y por eso nos parece demasiado inconstante, tanto que nos hace desconfiar de ella porque nos hemos acostumbrado a un pensamiento lineal y ortodoxo de los esquemas formales. Sin embargo, se ha visto que ese es el camino que sigue la ciencia antes de llegar a la formalización de los grandes descubrimientos.

Los grandes hombres, en sus confesiones nos relatan cómo la idea llegó a ellos por algún camino extraño cuyo origen no estaba claro, cuya intención no pertenecía originalmente al objeto del estudio, pero que obsede implacable cuando no se percibe el camino de su esclarecimiento. Esto nos lleva al terrible enfrentamiento con la muralla del “no saber”, del “no recordar”, el “no tener a la mano una pequeña luz” para alumbrar la búsqueda. Entonces es cuando aparece la intuición, la “sospecha”, como lo dice mi querido maestro Enrique Hueda (físico-economista de la UNAM). Nuestra esperanza se galvaniza y la emoción, claramente humana, nos invade. La emoción que despierta el descubrimiento no se reduce a la perspectiva de conocer, de saber, de poseer. La emoción está en formar parte de ese algo. Podría asegurar que yo la sentí al presenciar el nacimiento de una mariposa, cuando rompió la seda del capullo.

El fondo estético de la ciencia nos hace percibir que la idea y la mariposa son lo mismo: La mariposa es un ser alado que vuela a nuestro alrededor y nos hipnotiza con la plenitud de su presencia, los colores, la forma y la elegancia de sus giros. Nos hace sentir su forma casi intangible y fugaz. Su vida es efímera, pero la intensidad de su belleza es perenne. Y la idea es aún más bella, porque puede llegar a ser inmortal.

¿Por qué no prepararnos para asistir a su nacimiento?

Desarrollar la intuición nos llevará seguramente a presenciar el nacimiento de las libélulas, de las ballenas, de los delfines del pensamiento. La naturaleza del origen de la creación abstracta está demasiado cerca de nosotros y no tenemos conciencia de ella. Podemos inducir en nuestros alumnos la conciencia del descubrimiento y de la creación recobrando esa capacidad intuitiva que se ha dejado atrofiar después de la niñez y se aherroja con los grilletes de los silogismos y de la “*deductio*” inclementes.

e) De la forma del conocer se pasa a la forma del ser, modelado por la mente. Una mente fría (thánathos) formal, la de la ciencia oficial entre comillas, es la ciencia que no ve, o no quiere ver, el ancho mar del conocimiento. La ciencia actual mira la superficie del mar e ignora la profundidad en donde las corrientes submarinas con el efecto de los vientos, siguen su curso inmemorial. Los vientos marinos se modifican a través de los cambios en el planeta, pero, solamente los viejos marinos y los sagaces navegantes que aman el mar y dominan la observación y las técnicas para orientarse en la soledad del infinito, se enteran de donde vienen y a donde van esos vientos, como se forman y a donde conducen las corrientes submarinas. El mar del saber nos ofrece aún el reto de descubrir los misterios de sus profundidades. Ese reto se estimula con la belleza de la luz, cambiante a cada minuto, al reflejarse en la superficie y al penetrar en el seno de la ola y, por último, el aroma que invade nuestros sentidos, el olor del mar. Los lobos de mar presumen de tener buen olfato, a pesar del olor del tabaco que entretiene su meditación en la pipa humeante.

Los sentidos del hombre, los cinco sentidos, son un número reducido de los que en las antiguas formas de conocer poseía el hombre. Aún con sólo estos cinco y con el grave riesgo del atrofiamiento de alguno o algunos de ellos, el hombre interactúa con la naturaleza en una estrecha franja que no le deja gran espacio al sexto sentido que, según la magia del conocimiento, es la intuición, conforme los antiguos libros del oriente.

b. Segunda hipótesis.

La Síntesis Inductiva representa el enfoque metodológico que sustenta el aprendizaje genético-constructivista en las matemáticas.

Nuestra hipótesis afirma que el fenómeno de la transmisión del conocimiento plantea los problemas de la enseñanza y del aprendizaje, que sólo pueden resolverse de manera completa cuando el que enseña es un individuo que, además de conocer profundamente el objeto de estudio, ha encontrado los elementos necesarios para hacer óptima la enseñanza. Con el método dialéctico el educador realiza la **síntesis** bajo una investigación exhaustiva de los contenidos para lograr

el dominio pleno de la materia que enseña, y con el dominio de los métodos para alcanzar la claridad en el acto de enseñar. Su objetivo es que el alumno asimile los conocimientos y para ello es necesario despertar la intuición en el alumno para percibir los elementos primarios que lo lleven a desarrollar su propio conocimiento dentro del proceso genético-constructivista que consolide en cada paso un aprendizaje significativo. Este proceso requiere en cada una de sus etapas del **método de inducción**.

“Los problemas se han de resolver, sensata, estructural, orgánicamente, en lugar de mecánica, tontamente o repitiendo el contenido de hábitos anteriores. De aquí que el aprendizaje por discernimiento sea más típico de las tareas presentadas con propiedad, que por ensayo y error”³⁴.

Tolman y los pedagogos gestaltistas inciden en el aspecto de la comprensión por el alumno señalando “la inferencia creadora”, “la ideación inventiva”, y otras formas que insisten en la percepción de las relaciones, el conocimiento de estas relaciones entre las partes y el todo y de los medios con las consecuencias.

A) El papel de la intuición.

En primer lugar trataremos de validar el aspecto teórico de la intuición en el proceso del aprendizaje de la matemática, considerando las corrientes que caracterizan cada uno de los métodos: “El lógico para el análisis matemático y el intuitivo para la geometría”³⁵. Enfatizaremos que la geometría es un elemento esencial en la formación no solamente de los conceptos de espacio, sino también de forma y tiempo, por lo que se reconoce como un elemento didáctico en la metodología de la enseñanza bajo el enfoque genético-constructivista.

B) La Síntesis Inductiva.

En un segundo plano hacemos notar que la Síntesis Inductiva comprende la totalidad de los factores que están presentes en el acto de enseñar, y que inciden directamente en la efectividad del aprendizaje. Veamos algunos de ellos:

34 Hilgard, Ernest R. y Gordon H. Bower. “Teorías del Aprendizaje”. Trillas, México, 1987. págs. 243 y 262.

35 Poincaré, H. “Spazio e Tempo”, Scientia, Rivista di Sienza, Bolonia, 1912., p.194.

B.1. El equilibrio.

En el ámbito de la enseñanza, Piaget revisa cuidadosamente “El Desarrollo mental del niño” observando su evolución psíquica hacia una forma de “equilibrio final representado por el espíritu adulto³⁶ en relación a su realidad espiritual y a las condiciones físicas de su organismo”. En cambio -sigo a Piaget - “las funciones superiores de la inteligencia y de la afectividad tienden hacia un “equilibrio móvil” y más estable cuando más móvil es, de forma que, para las almas sanas, el final del crecimiento no marca en modo alguno el comienzo de la decadencia, sino que autoriza un progreso espiritual que no contradice en nada al equilibrio anterior”³⁷.

B.2. La necesidad y la conducta.

Esta tendencia al equilibrio se ve interferida, como lo observa Claparède³⁸ por la necesidad que es siempre la manifestación de un desequilibrio frente a los cambios que enfrenta el individuo, por lo que “se impone un reajuste en la conducta, en función de esa transformación” puesto que toda acción, movimiento, pensamiento, sentimiento, responde a la necesidad.

Esta necesidad y sus desequilibrios se estudiarán en función de la edad del niño o del adulto, ya que “toda necesidad tiende a incorporar las cosas y las personas a la actividad propia del sujeto,” a “asimilar” el mundo exterior a las estructuras con respecto a las transformaciones sufridas. Conforme a esto, la percepción, la memoria y la inteligencia prácticas son los primeros puentes al conocimiento del mundo exterior de que dispone el sujeto. Estos accesos desarrollan en él un pensamiento intuitivo que retroalimenta sus posibilidades y las desarrolla para encaminarlo a una inteligencia lógica con el desarrollo de formas de operación concretas y finalmente, de deducción abstracta.

El desarrollo del infante es visto por Piaget en sus diferentes etapas acotadas por la edad cronológica, la que determina aspectos de su edad mental, con lo cual puede generalizarse el estudio de su evolución reflejada en sus conductas, en las que volvemos a encontrar que existe “un paralelismo constante entre la vida afectiva y la vida intelectual”³⁹.

36 Piaget, Jean. “Seis estudios de Psicología. Seix Barral. Barcelonas. 1974. p. 11.

37 *Ibidem*. Pág. 12.

38 *Ibidem*. Pág. 16.

39 *Ibidem*. Pág. 28.

B.3. El lenguaje.

Como forma de comunicación el lenguaje es fundamental en la formación del individuo. Es en la etapa de la primera infancia (2 a 7 años) en la que Piaget señala tres modificaciones generales de la conducta: socialización, pensamiento e intuición; con sus repercusiones afectivas que pueden identificarse por las acciones de imitación, en las que está comprendida la aparición del lenguaje. Es por ello que el lenguaje, como forma de acción socializadora, actúa a través de la comunicación y del monólogo.

En el Capítulo B (La génesis del pensamiento) se ahonda sobre la importancia del lenguaje que es “propriadamente dicho, el vehículo de los conceptos y las nociones que pertenecen a todo el mundo y que refuerzan el pensamiento individual con un amplio sistema de pensamiento colectivo. En él es donde queda virtualmente sumergido el niño tan pronto como maneja la palabra”⁴⁰, con la cual su inteligencia apunta hacia el objeto, hacia el concepto y hacia el juicio, en una escala gradual de complejidad que va de la descripción hasta la abstracción.

B.4. Función de los Juegos.

En la siguiente etapa (7 a 12 años) se visualiza al nivel de la vida colectiva la aparición de los juegos con reglamento, que no desplazan totalmente (aspecto que me parece realmente determinante) a los juegos simbólicos de imaginación y de imitación, que aún conservan todos los rasgos egocéntricos de la primera etapa, como lo hace notar Piaget: “El juego simbólico no es un esfuerzo de sumisión del sujeto a lo real, sino, por el contrario, una asimilación deformadora de lo real al yo”. En esta etapa se puede observar el germen de lo que más adelante se concentrará como el prototipo de la función del arte con su afirmación del ego, que nos dará la versión personal del sujeto y su interpretación de la naturaleza y del mundo que lo circunda.

No podríamos decir hasta donde la sociología y la psicología del arte han rastreado la personalidad del adulto egocéntrico que subyace en todo artista, sea reconocido o no por su habilidad o por su talento, pero siempre podemos afirmar que el artista ha potenciado el recurso de la intuición para percibir, describir e interpretar el mundo que lo rodea.

40 *Ibidem*. Pág. 38.

B.5. Pensamiento intuitivo.

A este egocentrismo Piaget le opone una forma de pensamiento más adaptada a lo real y lo sitúa en la primera infancia. Lo llama el pensamiento intuitivo y lo refiere en cierto sentido – dice – como “la lógica de la primera infancia”⁴¹. A mi ver, la intuición subyace en esta etapa del niño (ó del hombre) como la forma inmediata de percepción del mundo externo, la cual no sólo modifica su vida interior, ni su desarrollo mental, sino que actúa como el elemento de la percepción que no es suficientemente estimulada para elevarse hacia el plano del conocimiento objetivo de la realidad, por lo que tanto la percepción como la intuición, siendo los umbrales de ese conocimiento, se ven sujetas a las formas rígidas del pensamiento que tienden al equilibrio, pero que alejan al sujeto de su desarrollo interior en donde se apoya su equilibrio individual.

Este mundo interior del individuo no es cultivado por el pensamiento discursivo por no ser esa su función. Mas bien tiende a inhibirlo para superar la etapa egocentrista. Pero el egocentrismo aparece en toda la vida del sujeto en formas por demás diversas, dado que es un sentimiento cuyo arraigo depende no de las formas del conocimiento, sino del campo emocional. La falta de atención a este espacio emotivo genera actitudes y conductas que, a su vez, no permiten el desarrollo integral del sujeto, sino que lo deforman con la anulación de esa potencialidad creadora en el niño, que en el adulto se traduce en las fobias, como es el caso en la dificultad y en las torpezas para ciertas actividades en las que lo llevan a la frustración que se inicia con los primeros tropiezos y que se acumula en la pubertad y en la madurez. Esto es así por la obstrucción que sufre esta capacidad del niño para interpretar en forma directa e inmediata los estímulos internos y externos que no están ajustados a un discurso o a una lógica pre-establecida.

B.6. La intuición.

El pensamiento, dice Piaget, es para el niño una voz. La voz que está en la boca o “una vocecilla que está detrás”⁴². En los clásicos griegos se describía la intuición como “la voz de un ángel” que suavemente deposita sus palabras en el oído del que está atento y en un estado de tranquilidad. Por eso, en el sueño es cuando se

41 *Ibidem*. Pág. 41.

42 *Ibidem*. Pág. 45.

aparecen las imágenes de la conciencia que la ciencia del psicoanálisis ha hecho un campo riquísimo de exploración encauzando las exploraciones esotéricas que se pierden en el laberinto de las fuerzas ajenas al individuo. En este caso, debemos recordar que el pensamiento oriental que se relaciona con el ocultismo y el conocimiento esotérico, está impregnado de un desarrollo alegórico y animista, por lo que es un potencial para explicar estos fenómenos y asegurar un dominio que ejerce su poder a través del simbolismo que refiere la metáfora literaria y que significa un reto a la interpretación lógica y psicológica, para representar una ampliación del discurso.

Piaget describe la intuición como un mecanismo que suple a la lógica por una simple interiorización de las percepciones y movimientos, en forma de imágenes representativas y de “experiencias mentales” que prolongan, por tanto, los esquemas sensorio-motores sin coordinación propiamente racional⁴³ y reconoce un encadenamiento en el desarrollo intuitivo. La intuición primaria es, por tanto, ya expuestos algunos ejemplos – “Únicamente un esquema sensorio-motor traspuesto a acto de pensamiento y hereda de él lógicamente sus caracteres. Pero estos constituyen una adquisición positiva y bastará prolongar esa acción interiorizada en el sentido de la movilidad reversible para transformarla en operación. La intuición articulada avanza efectivamente en esa dirección⁴⁴.

La conclusión piagetiana es la de que, “comparada con la lógica, la intuición es un equilibrio menos estable por falta de reversibilidad, pero comparada con los actos preverbales, marca una conquista indudable”. Desde la perspectiva de la psicología educativa el esquema de la evolución del niño se ubica en una posición de diagnóstico, pero no se adentra en la prognosis que abarque la integración de las potencialidades del individuo para alcanzar el equilibrio individual y social.

B.7. Conocimiento interior. Fisiología de la conciencia.

Entre los científicos contemporáneos se ha despertado un encuentro con la intuición que rebasa el enfoque psicológico occidental e incorpora al hábeas de la ciencia un espacio que amplía el conocimiento interior del hombre. Las filosofías orientales aparecen en el siglo XX relacionadas con la heterodoxia de la ciencia ficción, con la invasión de las artes marciales paralelamente con filosofías interioristas, que

43 *Ibidem*. Pág. 50.

44 *Ibidem*. Págs. 52-53.

configuran una nueva cultura del desarrollo individual que rebasa ese límite aparente para propiciar el encuentro de los dos hemisferios. Este elemento, aunado al desarrollo de la técnica a escala mundial, parecería ser un factor decisivo para superar la escisión europea del primer milenio producto de los choques religiosos. El siglo XXI se anuncia como el ingreso al nuevo milenio en el que las ciencias de la naturaleza volverán a encontrarse con el conocimiento universal y la sabiduría de las antiguas culturas olvidadas por sus gobernantes, preocupados por el poder y la riqueza, encubiertos en la propagación de las guerras para imponer a sus dioses. Las grandes culturas sucumbieron por la ambición de sus dirigentes, producto de lo que Hobbes llama “la naturaleza humana”, pero el conocimiento se conserva y se ha extendido hacia todas las latitudes impulsado por el desarrollo de la técnica y las comunicaciones. Falta únicamente el crisol y la resina que las unifique.

En este texto encontramos un párrafo de Aldous Huxley: “El conocimiento es una función del ser. Cuando se produce un cambio en el ser del que conoce, se produce un cambio correspondiente en la naturaleza y en la cantidad de conocimiento”. De lo anterior se desprende que “la naturaleza y calidad de la intuición varían según el estado de conciencia del que conoce”. Huxley llamó la “filosofía perenne” al núcleo común de sabiduría de todas las tradiciones místicas del mundo que la ciencia occidental las ha reducido al nivel de mitología o especulación religiosa, pero que, visto por investigadores que han explorado el mundo de la conciencia desde la perspectiva de la cultura occidental a raíz de las grandes guerras, la filosofía oriental no ha demostrado únicamente la hegemonía económica y tecnológica de Japón y de los Tigres Orientales, sino que ha mostrado la potencialidad de una cultura que Europa no tuvo la visión de descubrir más allá de la expansión comercial y la importación de las especias. Aún así, el “viejo mundo” europeo no alcanza en la dimensión del tiempo, la riqueza espiritual del “mundo antiguo” reconocido como la cuna de las raíces culturales, en el que las tradiciones preservan un lugar especial para la edificación interior del hombre y para la transmisión del conocimiento.

En relación a ese campo metodológico, “Podemos decir que cuando ha sido lograda una configuración adecuada de conocimiento, la atención es atraída hacia el punto correspondiente de la mente por una especie de efecto de resonancia. Si tiene la profundidad y coherencia necesarias, la mente puede entrar dentro de sí misma y tener lo que llamamos una intuición”. “Un bajo nivel de excitación

y un estado de gran atención, calmo, despierto, receptivo, con un bajo nivel de ruido mental que no interfiera con la mente intuitiva, configurarían la fisiología de la conciencia como un campo nuevo relativamente, ya que no sabemos qué es lo que conforma un estado propicio para la intuición”⁴⁵.

Nuestra intuición no desarrollada aún, nos hace percibir que en las inexploradas profundidades de la mente se combinan, sin percepción consciente, diversos elementos de los que surgen patrones que se transforman en intuiciones cuando la atención se dirige a ellos, de tal manera que podemos suponer que cerca de la superficie existen depósitos de impresiones pasadas, recuerdos de sucesos físicos y mentales, deducciones codificadas y conclusiones abstraídas de conceptos, categorías y clases que formamos y modificamos en la medida en que crecemos y que nos capacitan para comprender el significado de experiencias subsiguientes. Esta es una especie de información “blanda” que subyace en nuestra conciencia, la que se combina para constituir los datos acerca de una situación o problema particular. Obviamente que el subconsciente freudiano mantiene una importante parcela en el campo de la intuición, pero su interpretación es muy limitada al reducir los procesos no racionales al nivel de la neurosis, la alucinación y la regresión infantil. “Los sabios se ven como esquizofrénicos, la trascendencia como trance, la iluminación como ilusión. No obstante, la noción freudiana básica de que los mecanismos de defensa y las necesidades reprimidas influyen nuestros pensamientos sin que seamos conscientes de ello, debe ser recordada cuando evaluamos las experiencias intuitivas”⁴⁶.

B.8. El hombre intuitivo.

Para terminar en este orden de ideas, observemos que los niveles profundos de la creación material están interconectados, y dado que el cerebro está hecho de la misma materia que las rocas y las estrellas, no es tan imposible ampliar esta visión para incluir la conciencia humana. La mayoría de los científicos se resisten a hacerlo, pero debemos decir que en las filosofías no occidentales se ha dado la evidencia de que la mente y la realidad material están conectadas, de manera que se les considera como manifestaciones diferentes de la misma esencia básica, que es la conciencia.

45 *Ibidem*. Págs. 154-157.

46 *Ibidem*. Pág. 159.

5. Marco epistemológico

5.1. Deducción, Inducción e Inferencia Inductiva.

5.1.1. Deducción

Una definición hoy muy común y que se aplica a todas las formas de deducción, es la que sostiene que en el proceso deductivo se derivan ciertos enunciados de otros enunciados de un modo puramente formal, esto es, en virtud sólo de la forma (lógica) de los mismos. El enunciado o enunciados del cual o de los cuales se parte para efectuar la derivación son la premisa o premisas; el enunciado último derivado de tales premisas es la conclusión.

Definiciones y comentarios⁴⁷:

1. Es un razonamiento de tipo mediato.
Es insuficiente, pues el vocablo “razonamiento” es aquí demasiado vago, pero subraya el carácter mediato y, por lo tanto, no intuitivo de la operación deductiva.
2. Es un proceso discursivo y descendente que pasa de lo general a lo particular.
Tiene supuestos ontológicos que no son estrictamente necesarios y que resultan patentes en la noción de descendente, pero alude al paso de lo más general a lo menos general.
3. Es un proceso discursivo que pasa de una proposición a otras proposiciones hasta llegar a una proposición que se considera la conclusión del proceso.

⁴⁷ Ferrater Mora, José. Diccionario de Filosofía. Alianza Editorial, Madrid. 1990., pág. 724.

Es correcta, pero olvida la necesidad de “mediación” (término medio, regla de inferencia, etc.)

4. Es la derivación de lo concreto a partir de lo abstracto.
Muestra el carácter abstracto, cuando menos en el punto de partida, del proceso deductivo, pero descuida otros importantes aspectos del mismo.
5. Es la operación inversa a la inducción.
Es justa siempre que no se interprete en sentido demasiado estricto el término “inverso”, y, siempre que no se olvide que tanto la deducción como la inducción son operaciones de índole formal.
6. Es un razonamiento equivalente al silogismo y, por lo tanto, una operación estrictamente distinta de la inductiva.
Es aceptable solamente en la medida en que muestra que el silogismo es una operación deductiva, pero falla en la afirmación de la equivalencia entre deducción y silogismo, por cuando este último es sólo una de las muchas posibles operaciones deductivas.
7. Es una operación discursiva en la cual se procede necesariamente de unas proposiciones a otras.
Es poco explícita, pero destaca un elemento fundamental en la operación deductiva: el de necesidad.

- (1) y (2) Se hallan en textos no escolásticos escritos desde principios del siglo XIX.
- (2) y (4) Se usan a veces para completar otras definiciones.
- (5) Ha sido una definición muy habitual en autores de la época moderna antes de que se popularizara el florecimiento (o refloramiento) de la lógica formal simbólica.
- (6) Ha sido la definición más frecuente entre autores de tendencia aristotélico-escolástica, olvidando que, aunque el propio Aristóteles parece ocuparse con detalle sólo del silogismo entre los procesos deductivos,

de hecho se refiere a otras formas de deducción (deducciones matemáticas, etc.)

- (7) Pertenece más bien al grupo de definiciones de la deducción en las cuales se intenta dar una interpretación de ella.

Hay una estrecha conexión entre la noción de deducción y la de implicación lógica, y aun a veces se sostiene que la primera depende de la segunda. Esta es la opinión de Whitehead y de Russell al escribir en *Principia Mathematica*: “La deducción depende, así, de la relación de implicación, y todo sistema deductivo debe contener entre sus premisas tantas propiedades de implicación como sean necesarias para legitimar el procedimiento ordinario de la deducción”.

El método deductivo es usado en todas las ciencias – matemática, física, biología, ciencias sociales -, pero es particularmente apropiado en las ciencias más formalizadas, tales como la lógica, la matemática y la física teórica. <Por medio de tal método es posible llevar a cabo en dichas ciencias pruebas formales, en las cuales se establece que las conclusiones a las cuales se llega son formalmente válidas>

Es cada vez más usual en lógica el método de la llamada deducción natural o inferencia natural (cálculo secuencial, *Sequenzenkalkül*) propuesto por Gerhard Gentzen. Este método usa ciertos esquemas de derivación en vez de los axiomas y reglas de inferencia. En un sentido kantiano se destaca también el uso de la deducción trascendental (*Transzendente Deduction*) en el antiguo sentido jurídico de “justificación”, es decir, de derecho o prueba legal (*quid juris*) a diferencia de la cuestión de hecho (*quid facti*)⁴⁸.

Observemos que la deducción kantiana de los conceptos puros del entendimiento es una de las porciones más difíciles, oscuras (y profundas) de la Crítica de la Razón Pura. Kant proporciona varios argumentos. Ante todo, pone de relieve que las diversas representaciones que constituyen el conocimiento (o el material del conocimiento) deben estar de algún modo unidas, puesto que de otra suerte no podría hablarse propiamente de conocimiento. Dicha unión puede estudiarse desde el punto de vista de la actividad del sujeto cognoscente. La premisa fundamental es tener la conciencia de la diversidad en el tiempo, la cual produce por un lado la conciencia de un “yo unificado” (no un yo metafísico o un

48 *Ibidem.*, págs. 728-729.

yo empírico, sino un yo trascendental) y por el otro lado la conciencia de un algo que constituye el objeto en tanto que “objeto de conocimiento”. La combinación de la diversidad en unidad tiene lugar de tres modos:

- (1) Mediante síntesis de la aprehensión en la intuición, o conciencia de la simultaneidad y no sucesividad de varios elementos.
- (2) Mediante síntesis de la reproducción en la imaginación, que hace posible volver a presentar las representaciones.
- (3) Mediante síntesis del reconocimiento en un concepto, que permite reconocer la persistencia de los mismos elementos. Todas estas condiciones arraigan en una condición fundamental originaria: la llamada “apercepción trascendental” o “pura”. Esta apercepción no tiene carácter subjetivo, sino carácter objetivo en tanto que representa la condición para toda posible objetividad.

La deducción trascendental de los puros conceptos del entendimiento es algo distinto de una deducción (o justificación) tanto puramente lógica como puramente metafísica. En ambos casos sería una deducción vacía o por no referirse a la experiencia o por referirse a una supuesta, pero incomprobada e incomprobable, realidad en sí.

La deducción trascendental tiene justamente por objeto mostrar las condiciones a priori de la experiencia posible en general como condiciones de la posibilidad de los objetos de la experiencia (en tanto que objetos cognoscentes). No es una imposición de algo “subjetivo” a la “realidad”. No es una derivación lógica de un principio. No es una inducción efectuada a partir de los datos de la experiencia (los cuales se trata de hacer inteligibles como tales datos). Es más bien un modo de mostrar cómo se constituye el objeto como objeto de conocimiento en tanto que este objeto en general se halla ligado a los objetos reales empíricos.

La teoría kantiana de la deducción trascendental ofrece numerosas dificultades. Se ha manifestado, por ejemplo, que constituye, a la postre, un círculo vicioso, pues muestra la unidad del yo a partir de la unidad (posible) del objeto y la unidad del objeto a partir de la unidad (posible) del yo.

Se ha indicado asimismo que, mientras por un lado Kant parece hablar de las condiciones de la realidad (como realidad cognoscible), por el otro parece referirse a las condiciones del lenguaje (o lenguajes) en el cual se habla de la realidad. En todo caso, debe reconocerse que Kant ha afrontado lealmente un problema real: el problema del modo de conexión entre conceptos y datos empíricos, y que lo ha afrontado sin intentar deducir los unos de los otros.

Por eso Kant introdujo la noción de “esquemas de las categorías” un intento más de restablecer la continuidad entre los conceptos (en general el lenguaje) y la realidad.

Hay que distinguir entre la deducción trascendental y la deducción metafísica en ambas Críticas. En la de la Razón Pura, la “deducción metafísica” se propone descubrir cuáles son las categorías, mientras la “deducción trascendental” se ocupa de su validez. En la de la Razón Práctica, la “deducción metafísica” se propone descubrir cuál es la ley moral, mientras la “deducción trascendental” se ocupa de la validez de esta ley, de su aplicabilidad, etc. Ambas deducciones son independientes una de la otra. Se considera fundamental la trascendental en la Crítica de la Razón Pura, por constituir el modelo para cualquier otra forma de deducción.

Debemos considerar en lo que sigue, la relación de la inducción en el discurso lógico deductivo⁴⁹. Si partimos de la teoría de las ideas de Platón, debemos aceptar que el conocimiento requiere que haya una “familiaridad con la realidad pertinente”, un acercamiento al mundo de lo real para extraer de él, a través de la dialéctica, el mundo de las ideas, en las que se incluyen los conceptos matemáticos⁵⁰.

5.1.2. Inferencia Inductiva.

La inducción es el proceso por el cual se infiere un conocimiento de la experiencia para predecir una nueva experiencia, lo cual nos indica que “la inducción es la operación lógica que se utiliza para generalizar la experiencia”⁵¹.

A diferencia de la inferencia deductiva, en la cual se tienen 3 alternativas posibles: “cierto, falso, imposible” para obtener una conclusión válida, en la inferencia inductiva la alternativa tercera se modifica y se tiene: “cierto, falso, posibilidad

49 La noción de inducción matemática fue elaborada por Peano y por Poincaré como “el principio de inducción matemática” y el “principio de razonamiento por recurrencia”, respectivamente. Se trata de un modo de inferencia que afecta a todos los individuos de una clase C, donde C puede ser la serie de números naturales. En la teoría de los conjuntos, la inducción matemática opera en forma similar a la anteriormente indicada, salvo que concierne a predicados definibles para la relación de pertenencia del predicado a un conjunto bien ordenado. La inducción matemática en teoría de los conjuntos recibe el nombre de “inducción matemática transfinita”. Ferrater Mora, José. Diccionario de Filosofía. Alianza Editorial. Madrid. 1990., páq. 1677.

(en todo los grados de probabilidad)". En tal sentido, la inducción es mucho más general que la deducción, con la posibilidad de efectuar un número infinito de determinaciones con una aproximación creciente. Esto es, la inferencia inductiva consiste en el establecimiento de lo más general, a partir de lo menos general.

Expondremos los dos fundamentos de la inducción:

1º. El "Principio de la deductibilidad" . Su enunciado es el siguiente:

Los procesos existentes en el universo son susceptibles de deducción a partir de cada una de sus manifestaciones. (Esta deducibilidad del universo es una condición indispensable para poder establecer inferencias inductivas).

2º. El "Principio de eliminación".

Establece que la posibilidad de que una inferencia se cumpla queda expresada por la diferencia entre la certeza, - o sea la unidad - y la probabilidad de que los resultados observados se produzcan si esa inferencia es falsa⁵².

Con estos fundamentos debe entenderse que "cuando una inferencia inductiva es comprobada reiteradamente por los resultados de un número suficiente de experimentos, se le considera válida para todos los casos restantes aún no experimentados" y se deriva de ello, como un corolario, el "Principio de generalización" que se expresa de manera condicional y su enunciado es como sigue:

"La relación que expresa el desarrollo observado para un proceso tiene validez cognoscitiva para los acontecimientos futuros, mientras no se modifique esa relación"

En la inferencia inductiva se precisa el comportamiento de dos conjuntos de procesos, experimentando con un número suficiente de elementos hasta lograr esclarecer y generalizar la conexión descubierta entre ellos, haciéndola extensiva a la totalidad de los elementos de ambos conjuntos⁵³.

50 Ibidem., pág. 2586.

51 Gortari, Elí de. "Introducción a la Lógica Dialéctica". Grijalbo, México, 1979, pág. 246. La cita corresponde a Harold Jeffreys, "Theory of probability", Oxford, Clarendon Press, 1939; página 1.

52 Ibidem. Páginas 247-248.

53 Ibidem. Página 249.

Se conocen 13 tipos de Inferencia inductiva:

1. Por enumeración completa.
2. Por coligación.
3. Por reconstrucción.
4. Por amplificación.
5. Por concordancia.
6. Por diferencia.
7. Por concordancia y diferencia.
8. Por residuo.
9. Por variaciones concomitantes.
10. Por muestreo.
11. Por estadística.
12. Por inducción matemática.
13. Por recursión.

1. Por enumeración completa:

Se requiere que “n” el número de elementos del conjunto sea finito y reducido y, además, que se haya determinado efectivamente en cada uno de ellos la propiedad que luego se infiere como propiedad común de todos los miembros del conjunto.

2. Por coligación:

Permite establecer una relación general que se encuentra implícita en las propiedades de los elementos de un conjunto A. En este caso también se requiere que los elementos del conjunto A puedan ser determinados uno a uno. La conclusión que se obtiene es la formulación de una propiedad del conjunto A considerado como un todo. Por lo tanto, la conclusión no es un juicio universal con respecto a los elementos del conjunto, sino un juicio singular en el cual se expresa una propiedad del conjunto considerado como una unidad.

3. Por reconstrucción:

Establece una relación ya desaparecida con base en información que subsiste, considerada como prueba de la existencia de un hecho o, por lo menos, como

huellas que hacen probable su existencia pasada. En este caso las consecuencias son los indicios que sirven como punto de partida, en tanto que lo inducido es el hecho reconstituido. En todo caso dada la falta de la totalidad de los elementos es necesario suplir su existencia por conclusión inferida por analogía. Se requiere en todo caso que los elementos puedan ser sometidos previamente a una crítica rigurosa para determinar su origen, su autenticidad, su aducibilidad, su veracidad, su exactitud, su valor testimonial y su significado objetivo.

4. Por amplificación:

Mediante la inferencia por amplificación, la relación expresada en las premisas es formulada en la conclusión como una relación correspondiente al conjunto entero, el cual puede tener un número finito, indefinido o, incluso, infinito de elementos. Algunas formas de la inferencia amplificadora se pueden expresar con precisión, por ejemplo: Cuando se han podido establecer juicios de las cuatro formas particulares con respecto a los mismos dos términos, entonces se puede concluir como posible juicio de pantáfasis.

Premisa:

Algunos números racionales enteros son positivos (conjunción)

Algunos números racionales enteros no son positivos (discordancia)

Algunos números racionales positivos no son enteros (discordancia inversa)

Algunos números racionales no son enteros ni positivos (Heterófasis)

Conclusión:

Los números racionales:

Son enteros y positivos

ó son enteros pero no positivos

ó son positivos sin ser enteros

o bien, no son enteros ni positivos. (Pantáfasis) pág.253.

5. Por concordancia:

La inferencia por concordancia únicamente produce la conclusión de que dos procesos coexisten o se suceden constantemente o, lo que es lo mismo, que se

encuentran ligados por una uniformidad, pero sin que quede determinado el tipo concreto de relación de uniformidad de que se trate⁵⁴. Quiere decir que: “cuando en dos o más casos de ocurrencia de un proceso se tiene un solo factor común, entonces este factor en el cual concuerdan, forma parte de la causa del proceso o es uno de sus efectos”.

6. Por diferencia:

La inferencia por diferencia requiere una precisión considerable en la determinación univoca de la condición distinta, para evitar la confusión de introducir implícitamente algún otro factor que no opere realmente como causa⁵⁵. Conviene observar que la inferencia por diferencia produce igualmente una conclusión negativa: Cualquier condición que no se presente siempre que se provoca la presencia de un proceso, no puede estar relacionada causalmente con este proceso en forma necesaria, ni por sucesión ni por coexistencia⁵⁶.

7. Por concordancia y por diferencia:

Cuando entre dos o más casos de ocurrencia de un proceso se tiene únicamente un factor común, mientras que en otros casos de ausencia de un proceso existe la coincidencia de que falta ese mismo factor común, entonces, este factor en el cual concuerdan positiva y negativamente los dos grupos de casos considerados forma parte de las condiciones causales del proceso en cuestión o es una de sus consecuencias (Stuart Mill, página 370 y sig.) Así, al observar que x se produce simultáneamente con a , se infiere la hipótesis de la existencia de un enlace recíproco, y, luego, cuando la supresión de la condición a coincide con la ausencia de x , se obtiene una contraprueba de la veracidad de dicha hipótesis. En este caso, la conclusión se apoya enteramente en la ley de causalidad, porque esta combinación de operaciones inductivas produce una doble concordancia: la concordancia de presencia y la concordancia de ausencia.

8. Por residuo:

Cuando se ejecutan experimentos en los cuales ya se tienen conocidas las relaciones de mutua determinación existentes en una parte de las condiciones y una parte de las consecuencias obtenidas, entonces, se construye la hipótesis de que

54 Parra, Porfirio. “Nuevo Sistema de Lógica Inductiva y Deductiva, México. Librería de la Vda. De Ch. Bouret, 1921, págs 343-345.

55 *Ibidem*. Págs. 438 y sig.

56 Cohen y Ángel. *Introduction to logic and scientific method*. Nueva York. Harcourt, Brace and Company, 1934; págs. 343-345.

entre las condiciones que quedan como residuo no determinado y los procesos producidos también como residuo de los ya determinados, existe una relación de coexistencia o de sucesión (SM, páginas 374-376). Así, se excluye la consideración de los enlaces ya conocidos, para establecer hipotéticamente una relación causal entre los factores todavía no determinados.

Al igual que en los casos anteriores, la inferencia por residuos solamente permite concluir la coexistencia o la sucesión probablemente necesaria entre dos procesos distintos, sin que se concrete aún el tipo de relación de uniformidad que los une.

Las inferencias anteriores (5-8) producen conclusiones puramente cualitativas. Por lo tanto, hace falta avanzar en la fase cuantitativa para precisar la forma y el grado en que varían los procesos conectados, o sea, para descubrir el tipo de relación de uniformidad existente entre ellos.

9. Por variaciones concomitantes:

Con ella se hace posible el descubrimiento de relaciones de causalidad entre procesos que persisten siempre, de tal modo que sólo se puede hacer aumentar o disminuir su intensidad, sin que sea posible lograr su ausencia en ningún caso. Con este tipo de inferencia inductiva se descubren los puntos críticos de variación cuantitativa, cualitativas y los puntos nodales de variación cualitativa de las condiciones que señalan conversiones cuantitativas en los procesos resultantes.⁵⁷

10. Por muestreo:

Una muestra inalterada es un grupo típico de los elementos de un conjunto, es decir, que se cumplen las mismas condiciones determinantes en la totalidad del conjunto, de manera que la muestra se comporta exactamente igual que el conjunto entero y, por ello, es representativa de las propiedades del conjunto. El problema aquí radica en descubrir la manera de obtener, en cada caso, este tipo de muestra; lo cual implica que “tendrá que apoyarse, como toda operación inductiva, en un cierto grado elevado de probabilidad”⁵⁸.

Conviene ejemplificar con el problema de extraer 3 bolas de un conjunto formado por 4 bolas negras (ni) y 2 bolas blancas (bj). Los conjuntos de 3 bolas que se pueden formar, son los siguientes:

⁵⁷ Gortari, Eli, Op. Cit. pág. 258.

⁵⁸ *Ibidem*. Pág. 259. Cita a Cohen y Nagel., “Logic and scientific method”, págs. 279-281.

$n_1n_2n_3$	$n_1n_2b_1$	$n_1n_2b_2$	$n_1b_1b_2$
$n_1n_2n_4$	$n_1n_3b_1$	$n_1n_3b_2$	$n_2b_1b_2$
$n_1n_3n_4$	$n_1n_4b_1$	$n_1n_4b_2$	$n_3b_1b_2$
$n_2n_3n_4$	$n_2n_3b_1$	$n_2n_3b_2$	$n_4b_1b_2$
	$n_2n_4b_1$	$n_2n_4b_2$	
	$n_3n_4b_1$	$n_3n_4b_2$	

La probabilidad de cada evento debe calcularse en relación a los 20 casos posibles. La característica de cada tipo de evento esta definida por el número de bolas negras y bolas blancas en un conjunto de 3 bolas; por lo que se dan tres tipos:

- i) Tres bolas negras y cero bolas blancas 4 eventos de 20 ($4/20 = 1/5$)
- ii) Dos bolas negras y una bola blanca 12 eventos de 20 ($12/20 = 3/5$)
- iii) Una bola negra y dos bolas blancas 4 eventos de 20 ($4/20 = 1/5$)

El tipo de evento ii tiene una frecuencia de “12 de 20” lo cual representa $3/5$ que es la probabilidad del evento.

La inferencia inductiva se puede expresar en la siguiente fórmula: “Si se tiene que cierta proporción r por ciento de la muestra M , tiene la propiedad “ p ” y, además, se tiene que M es una muestra inalterada del conjunto C ; entonces, probablemente y de modo aproximado, la misma proporción r del conjunto C tiene la propiedad “ p ”.

11. Por estadística:

La inferencia estadística se realiza con base en la regularidad de los grupos estudiados estadísticamente y mediante la ejecución de las operaciones que se encuentran formuladas en el cálculo de probabilidades. Es importante observar que los datos estadísticos y las operaciones que se ejecutan con ellos, representan determinaciones cuantitativas acerca de clases o conjuntos, pero no respecto a sus elementos considerados individualmente ya que con los datos estadísticos obtenidos y clasificados, se pueden hacer inferencias inductivas por enumera-

ción completa o por muestreo. Observamos también que las transformaciones y reducciones estadísticas que se ejecutan, coadyuvan a la interpretación y a la comprensión de los datos manejados, pero, en todo caso, lo más importante es que nunca se pretenda sustituir la inteligencia y la imaginación racional con las técnicas estadísticas.

12. Por inducción matemática:

La inferencia por inducción matemática se realiza determinando las características de un elemento cualquiera de un conjunto desordenado para poner de manifiesto que dicha determinación es repetible para cualquier otro elemento del mismo conjunto. Veamos como ejemplo el Teorema I.48 del libro primero de *Los Elementos de Euclides*:

“Si en un triángulo, el cuadrado de uno de los lados es igual a la suma de los cuadrados de los lados restantes, el ángulo comprendido por esos dos lados restantes del triángulo, es recto”.

En este método se apoyan los postulados de Peano para la construcción de los números naturales.

13. Por recursión:

La inferencia por recursión se ejecuta con respecto a un conjunto cuyos elementos constituyen una sucesión ordenada, mostrando entonces, que la relación entre dos elementos sucesivos cualesquiera se cumple igualmente en el conjunto entero.

Eli de Gortari propone que, “al igual que entre la síntesis y el análisis entre las inferencias inductivas y las deductivas existe una correspondencia recíproca”⁵⁹, tanto, que la propia operación inductiva resulta incomprensible si no se le estudia con apoyo en el análisis deductivo. Pero, por otra lado, la operación deductiva tiene que basarse enteramente en una síntesis inductiva. Esta interacción conduce a la solución relativa de los conflictos que son inherentes a la inducción y a la deducción, y que se logra por la conciliación y la superación de sus dos términos contrapuestos, lo cual significa una Síntesis Dialéctica.

59 Gortari, Eli de. Op. Cit. Pág. 263.

Se ha considerado la nota característica de la ciencia antigua como el estudio cualitativo de las cantidades, lo cual se efectúa con la deducción; en tanto que la ciencia moderna se apoya en la inducción que representa la expresión operativa del estudio cuantitativo de las cualidades, resumiendo ambas fases los diferentes momentos del proceso en que se desarrolla el conocimiento⁶⁰.

60 Gortari, Elí de. Op. Cit. Páginas 266-268.

6. Marco operativo

EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE.

6.1. PLANTEAMIENTO DE LAS PREGUNTAS:

Evidentemente no se puede pensar en una respuesta única. Los matemáticos y los pedagogos han acercado sus campos de investigación de manera que los primeros se han interesado en los problemas del aprendizaje y los pedagogos, a su vez, se han adentrado a las matemáticas. Un ejemplo de ello es la actividad de “una empresa docente”, centro de investigación en docencia del Departamento de Matemáticas de la Universidad de los Andes en Bogotá¹. En este proceso se aducen las más variadas conjeturas alrededor del problema, ya sea:

- A) en torno al alumno como sujeto del acto de aprender con sus múltiples relaciones, ó
- B) respecto a las matemáticas, como objeto o materia del aprendizaje (contenidos).

Existe a este respecto la opinión generalizada de que las matemáticas son una ciencia abstracta y como tal inaccesible para muchas personas que no tienen una inteligencia excepcional. Se identifica la inteligencia con la capacidad de razonamiento y como la matemática es una ciencia deductiva, su estructura es una construcción lógica. Por lo tanto, nuestro problema es estudiar el proceso del aprendizaje de las matemáticas en sus diferentes niveles, bajo la perspectiva de su situación actual y en el contexto de la metodología de su enseñanza, que necesita obtener la mejor visión de las dificultades que presenta el acto de aprender o aprehender dicho conocimiento.

¹ Gómez, Pedro. “PROFESOR: NO ENTIENDO” Reflexiones alrededor de una experiencia en docencia de las matemáticas. Grupo Editorial Iberoamérica. México. 1995.

En este amplio panorama de la educación que afecta a la sociedad en su totalidad, los profesores de matemáticas forman un conjunto heterogéneo integrado por profesionistas de diversos campos en el que el empirismo es la fuente de la metodología y la didáctica es regularmente aleatoria. Esto es así porque el sistema educativo mexicano y la misma estructura social y cultural, difícilmente podría ofrecer a todos los profesionistas un nivel de especialización en la enseñanza. Por esta razón, es fundamental recoger la opinión de quienes se ubican en las dos áreas así, nos proponemos iniciar con estas dos líneas de investigación: ¿Qué responden los matemáticos? y ¿Qué respuestas dan los pedagogos?

¿Por qué el aprendizaje de las matemáticas presenta tantas dificultades?

I. ¿Qué responden los matemáticos?

Una respuesta que no es totalmente sincera, pero que quiere ser estimulante, es una de las más frecuentes: “Yo no soy un genio y aprendí matemáticas. ¿Por qué no vas tu a aprenderlas?”

Ciertamente, los matemáticos difícilmente cambiarán su opinión respecto a que el aprendizaje de esta ciencia es, según su experiencia, una tarea que requiere del estudiante un alto grado de concentración mental que propicie la claridad lógica de sus razonamientos. Su concepción es genuina, en concordancia con el carácter del que hacer matemático que no está comprometido con otro acto que no sea el de profundizar en el conocimiento y en el dominio de su materia de estudio. Pero esta pregunta sugiere una visión retrospectiva del profesor de matemáticas sobre el proceso que siguió él mismo en la asimilación de ese conocimiento.

En la Guía de Carreras de la UNAM, para la Licenciatura en Matemáticas se lee:

“La dedicación a la ciencia exige la posesión de determinadas aptitudes...ellas son, en primer lugar, referentes a las funciones cognoscitivas: capacidad de observación y análisis de razonamiento abstracto y sintético, necesarias para la recolección y ma-

nejo de los datos que comprobarán o desecharán las hipótesis que guían la investigación; en segundo lugar, intuición⁶² e imaginación, merced a las cuales el científico concibe esas hipótesis; en tercer lugar, y de modo tan importante como las anteriores, cuentan ciertos rasgos de carácter: independencia de juicio, confianza en las propias capacidades, sentido de aventura intelectual y la aceptación de riesgos que supone la renuncia al dogma y a los convencionalismos”⁶³.

Para un profesional de las matemáticas, la asimilación de los conocimientos y su permanencia en la memoria, permitirán establecer nuevas cadenas de razonamiento deductivo en el proceso de la construcción de nuevas estructuras. El profesional de las matemáticas se propone la demostración formal en cada eslabón de la cadena, con lo que desarrolla un alto nivel de abstracción que se ve reflejado en el producto final, como la síntesis expresada en los términos más sencillos y con un sentido estético que preserve y resalte las relaciones entre los conceptos.

En tal sentido es importante la pregunta que se hace Poincaré: “¿Es artificial la ciencia?”, la que responde en cuanto que “en matemáticas, cuando se han establecido las definiciones y los postulados, que son convenciones, un teorema no puede ser más que verdadero o falso. Pero, para responder a esta pregunta ¿es verdadero este Teorema? ya no es el testimonio de mis sentidos, sino al razonamiento al que habré de recurrir”⁶⁴.

Como este proceso se sitúa en el campo de la teoría del conocimiento⁶⁵ esto no implica que el matemático sea a la vez un filósofo ó un historiador de la ciencia o de la matemática, pero ya que estos aspectos forman parte del paradigma de la ciencia, que no es únicamente el conjunto de sus axiomas, sino que está cimentado en los elementos que lo integran y en las relaciones que determinan su estructura, su estudio es altamente benéfico. Es por ello que los matemáticos más destacados han reflexionado sobre el acto de la elaboración matemática con esa visión retrospectiva como una experiencia de primera mano, y su reflexión ha sido definitiva para explicar como se construye el conocimiento en matemáticas.

Los matemáticos regularmente, cuando nos ocupamos de una investigación, además de lo que nos hemos propuesto descubrir o comprobar, estamos conscientes de no saber qué más vamos a encontrar. La matemática está construida con intuiciones y con hallazgos. Nuestras hipótesis nos inducen a elegir ciertas estra-

62 El subrayado es nuestro.

63 Guía de Carreras. UNAM. México. 1968. p. 109-110.

64 Poincaré, Henry. La ciencia y la realidad. En “La Valeur de la science”. Flammarion. París. 1905. Cap. XI. De. Universitaria. México. p. 50-51.

teguas en el análisis de una idea que puede ser la demostración de un teorema o la construcción de un enunciado y al principio de la tarea no podemos saber qué obstáculos o qué dificultades vamos a encontrar, por eso la cautela y la humildad ante la ciencia son las joyas más valiosas, como el áncora de rubíes de un clásico reloj suizo que permite un trabajo arduo con un esfuerzo constante.

Descartes:

“Mi propósito no es enseñar el método que cada uno debe adoptar, para conducir bien su razón; es más modesto; se reduce a explicar el procedimiento que he empleado para dirigir la mía. Escribiendo en forma de historia, o si os parece mejor, en forma de fábula, en la que podáis encontrar ejemplos que imitar al lado de otros que deban ser olvidados, espero que mi trabajo sea útil a algunos, para nadie perjudicial y que todos reconocerán mi sinceridad”⁶⁶.

El matemático se sitúa en todas las etapas que los psicólogos del aprendizaje han descubierto o han inventado en relación al acto de conocer. Pero la tarea del matemático no está enfocada inicialmente a comunicar el proceso de su experiencia, (de alguna manera lo hace al comunicarse con otros matemáticos), su primer objetivo es la demostración para hacer evidente su descubrimiento⁶⁷. En segundo lugar está la formalización que es la etapa constructiva y depurada del razonamiento.

65 Hessen, J. “Teoría del Conocimiento”. Editorial Época. México. 1998. 149 págs. En la historia de la teoría del conocimiento describe las múltiples reflexiones epistemológicas desde la antigüedad; ejemplo: Platón y Aristóteles en relación con textos metafísicos y psicológicos (y podríamos agregar éticos) pero, como disciplina autónoma aparece por primera vez en la Edad Moderna con el filósofo inglés John Locke, considerado como su fundador. Su obra fundamental “An essay concerning human understanding” (Ensayo sobre el entendimiento humano, 1690), trata de un modo sistemático las cuestiones del origen, la esencia y la certeza del conocimiento humano. Leibniz intentó una refutación del punto de vista epistemológico de Locke, en su obra “Nouveaux essais sur l’entendement humain” (Nuevos ensayos sobre el entendimiento humano) editada como póstuma en 1765. Sobre los resultados obtenidos por éste edificaron nuevas construcciones en Inglaterra George Berkeley, en su obra “A treatise concerning the principles of human knowledge” (Tratado de los principios del conocimiento humano, 1710), y David Hume en su obra “A treatise of human nature” (Tratado de la naturaleza humana, 1739-40) y en la obra más breve “Inquiry concerning human understanding” (Investigación sobre el entendimiento humano, 1748). En el continente se considera como fundador a Emmanuel Kant con su obra “Crítica de la razón pura” (1781); págs. 21-22. Habría que agregar a Francis Bacon (1561-1626) cuya obra principal es el “Novum Organum scientiarum (1620) y a Renato Descartes con sus obras “Reglas para la dirección del espíritu” (1627) y “Discurso del Método” (1637), además de una larga lista que se amplía en el último siglo y en la que tienen lugar especial Poincare y Bertrand Russell.

66 Descartes, Renato. (31 de marzo, 1596) “Discurso del Método”. Porrúa. Sepan Cuantos No. 177. México. 1998. pág. 10.

Su tarea está rodeada de una compleja red en la que se entretajan las circunstancias humanas, sociales, culturales, psicológicas, geográficas, económicas, etc., las que interactúan ofreciéndole un potencial de preguntas que, a su vez, implican la renovación de sus planteamientos. En algunas ocasiones, el matemático puro no se concreta a la práctica de la transferencia vertical sino que transfiere horizontalmente su conocimiento a otras áreas (Principio de Transferencia. “Todo lo que es verdad en el dominio de la lógica, lo es también en el método científico y en la historia de la ciencia”)⁶⁸, pero esto implica un conocimiento adicional del campo de aplicación o una relación estrecha con los especialistas de ese campo, por lo que se hace evidente la necesidad de la comunicación entre los científicos de todas las áreas, lo cual es aceptado en principio por todos los matemáticos.

Una ojeada en los albores de la ciencia, nos hace ver que la matemática se desarrolló a la par con otras disciplinas, en particular con la física y con la astronomía, de las que obtuvo la base de sus observaciones y los retos para explicar y predecir los fenómenos naturales. No debemos olvidar que la ciencia es un producto humano. La naturaleza del hombre, con todos sus atributos, es la que hace posible el conocimiento y las acciones humanas están constituidas por todos los elementos que integran al humano como tal, por lo que en cada una de ellas se distingue la articulación predominante de alguno o algunos de esos elementos, ya sea la fe, la inteligencia, el sentimiento, la razón, etc., dentro de un proceso que culmina con el acto de conocer. En este proceso de la construcción y transmisión de la ciencia puede reconocerse la característica que alcanza el nivel más alto de elaboración que es la síntesis, bajo condiciones de una acción previa selectiva en el dominio del conocimiento, que es lo que le da su potencialidad.

Además, se afirma que como la matemática no justifica sus asertos, sino que los construye paulatinamente en forma tal, que sus afirmaciones son concluyentes y con alcances universales, su aceptación debería ser inmediata e irrefutable, lo cual, si no sucede habitualmente es por la carencia de los conocimientos fundamentales y la falta de motivación por alcanzar el saber matemático.

67 Sestier, Andrés. “Diccionario Enciclopédico de las Matemáticas” Tomo Tercero. Editorial del Valle de México. México. 1983. págs. 32-105. Recoge la correspondencia entre Cantor y Dedekind durante el período de 1873 a 1877 y de 1882 a 1899 sobre la construcción de la teoría de los conjuntos y el análisis del continuo. Esta correspondencia personal nos muestra el proceso de construcción de una teoría a través del método axiomático pero que a la vez permite observar el cúmulo de circunstancias que rodean el trabajo de estos dos matemáticos y su relación con sus contemporáneos como Kronecker y Weierstrass. Su importancia para ilustrar los métodos didácticos se puede ver en el prólogo: “El movimiento llegó a la enseñanza con los textos de Jules Tannery, Teoría de las funciones de una variable (1904), Konrad Knopp, Teoría y Aplicaciones de las series infinitas (1921) y Littlewood, Elementos de la Teoría de funciones reales (1925), entre otros” p. 10.

68 Popper, Karl. “Conocimiento objetivo”. Madrid. Tecnos. 1974, pág. 19.

Por otra parte, la especialización aísla a la matemática de otros círculos también especializados. La fragmentación de la ciencia representa un tropiezo en su desarrollo, puesto que su avance está en función de los vasos comunicantes para alimentar la generación de conocimientos. Este hecho es el que inhibe la transmisión del saber en relación al avance de los descubrimientos y, obviamente, el interés por la enseñanza de quienes se dedican a la investigación exclusivamente, puesto que se reducen las perspectivas a los grupos de élite que están integrados bajo el paradigma. A pesar de ello, el proceso de la investigación está inmerso en la estructura de las teorías epistemológicas que tamizan consciente o inconscientemente su tarea, lo cual induce la transferencia hacia todas las direcciones. De aquí la formación de algunos grupos multidisciplinarios.

Como todo profesional, el matemático se vincula con quienes utilizan el mismo lenguaje y con quienes comparte los paradigmas y estrecha su relación con ellos. Es por ello que las comunidades científicas tienden a cerrarse de manera natural y la movilidad de sus miembros es sumamente escasa, con la consecuente fragmentación del conocimiento. Los matemáticos actuales, como los de la antigüedad y del Renacimiento, orientan su deseo de conocer en cuantas ciencias se ponían a su alcance, lo cual era más factible en una sociedad en la cual la información era escasa y los círculos de cada actividad eran pequeños y poco numerosos. Los aspirantes a ingresar a una de estas comunidades cerradas lo hacían a través de alguno de sus miembros y para ello se convertía en su discípulo o aprendiz, estatus básico en las artes y en las ciencias, bajo condiciones de estricta dependencia y acatamiento al maestro. Este ejercía funciones de guía y patrón, puesto que no solamente transmitía a su alumno los conocimientos en los que era un verdadero experto, sino que vigilaba su evolución como individuo, con la intención de otorgarle paulatinamente los secretos de la profesión en la medida en que se hacía digno de ellos y con el objetivo de hacer del discípulo un continuador de su arte o de su saber, lo cual no sucedía exclusivamente con los matemáticos.

En esta etapa de la evolución de la ciencia y de las artes, el carácter del maestro expresaba una doble función: La del individuo que tenía pleno dominio en su actividad, hecho que lo acreditaba como maestro en ese ejercicio y, además, como maestro que transmitía su experiencia con gran acuciosidad para edificar el carácter del discípulo y hacerlo digno de pertenecer a la comunidad de la cual

él formaba parte, por lo que se exigía al pretendiente una entrega absoluta a su aprendizaje para alcanzar el objetivo deseado.

Esta actitud ha prevalecido y mi opinión es la de que debería ser común a todo tipo de enseñanza. En el caso de la comunidad científica, la estructura de las instituciones educativas actuales trata de conservar de algún modo las relaciones entre alumno y maestro, lo que la sociedad identifica con la transmisión del acervo cultural y que da lugar, aun cuando sea de manera masiva, a las medidas de evaluación o certificación. Actualmente se concretan cada vez más en la asimilación de los conocimientos bajo una ideología utilitaria con el prurito de la “excelencia” tecnológica, pero que diluye, cuando no elimina por completo, los conceptos de la relación entre el individuo y la sociedad de la cual forma parte ó, lo que es peor, facilitan la aceptación del aspirante aún cuando no reúna los requisitos necesarios.

Es consecuente, entonces, aceptar las condiciones que establecen los matemáticos si observamos que en el entorno actual del aprendizaje, las circunstancias actúan como limitaciones sociales, culturales y económicas que obstruyen el trabajo de los jóvenes que desean entregarse al trabajo científico. Las sociales, determinadas por las relaciones que sujetan al estudiante, ya sean familiares, sentimentales o de comunidad. Culturales en general y en particular con los conocimientos fundamentales de la materia, lo que se conoce como “cultura matemática”, que está precariamente difundida y, primordialmente, la limitante social representada por el deficiente nivel económico.

Todos y cada uno de estos factores inhiben el potencial del estudiante con capacidad para la ciencia que, con frecuencia, confía excesivamente en su coeficiente intelectual para entender y grabar en su memoria los conocimientos. Es decir, un alto nivel de autoestima cuando no está apoyado en hábitos de estudio y disciplina individual puede ser la causa de los primeros tropiezos cuando no es el factor clave del desaliento y abandono de sus metas. En la comunidad matemática se dice que: “el genio se construye con un uno por ciento de inspiración y con 99 por ciento de transpiración”. Con ello se expresa claramente que el conocimiento de las matemáticas se adquiere solamente con una dedicación absoluta al estudio, por lo que en nuestra época los genios se frustran por la confianza excesiva y por la abundancia de distractores. El primero es un factor individual pero que se alimenta por el segundo, que es de carácter social.

La respuesta de los matemáticos reflejan su preocupación ya que se ha hecho evidente en la abundancia de nuevas estrategias para lograr que el aprendizaje de las matemáticas se apoye en ejercicios más accesibles, más comprensibles y más fáciles de asimilar. Esta actitud se ha extendido en las escuelas profesionales de matemáticas en las que los métodos de enseñanza se han convertido ya en otra vertiente del saber matemático en la que predomina el concepto “constructivista”, aún cuando prevalece la preocupación cuando se trata de grupos numerosos de alumnos, por la imposibilidad de dar una atención más individualizada a cada uno de ellos.

El constructivismo en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas está aún en la etapa teórica y las estrategias para desarrollar su aplicación serán, por algún tiempo aún, fruto de la experimentación y de la investigación en campos que intersecten la pedagogía con la aplicación de las matemáticas, así como de la investigación que se haga sobre la formación de los conceptos matemáticos y su relación con las demás ciencias.

II. ¿Qué respuestas dan los pedagogos?

Los pedagogos, entre los cuales ya se cuenta un buen número de matemáticos, destacan una serie de problemas motivacional-afectivos en los alumnos, asociados al aprendizaje escolar, en tres aspectos relacionados con la motivación:

- 1) Actitudes de los alumnos hacia la Matemática,
- 2) En la naturaleza propia de esta ciencia, en el lenguaje y en la notación, y
- 3) En el modo de aprender de los alumnos⁶⁹

Los estudios de L. Buxton⁷⁰ citados por Callejo destacan, entre otros, algunos “rasgos característicos sobre la visión que los alumnos tienen de las matemáticas: Fija, inmutable, desconectada de la realidad, misterio asequible a pocos, colección de reglas y de cosas que hay que recordar; materia en que los puntos de vista y opiniones personales no tienen ningún valor, materia llena de “x” y “y” y de fórmulas incomprensibles.”

69 Callejo, María Luz. “La Enseñanza de las Matemáticas” Narcea. Madrid. 1987. Pag. 55.

70 Buxton, L. “Do you Panic About Maths?” , Heinemann, Londres, 1981. citado por Callejo pág. 56.

Los efectos en el alumno se hacen evidentes: Entre los 11 y 12 años en los se presenta un síntoma de “indefensión”. Los estudiantes atribuyen el éxito escolar a causas externas, variables y no controlables, mientras que atribuyen el fracaso a causas internas, estables y no controlables. Se da una “desesperanza aprendida” desde los 8 a 9 años en donde se observa que las conductas de los alumnos se orientan a evitar el fracaso escolar pero, a medida que los niños crecen, las manifestaciones de derrotismo aumentan; hacen muy pocos esfuerzos en la realización de las tareas y es escasa su participación espontánea o voluntaria.

Para los adolescentes el estudio es una actividad instrumental cuyo valor deriva de que se le reconozca como relevante para la consecución de metas que tienen que ver con valores distintos del aprendizaje, porque su perspectiva no es el conocimiento puro y por sí mismo, sino que representa un medio para alcanzar otros fines. Estas metas se identifican en varios aspectos al realizar una tarea, como:

- a) Motivación de competencia: Saber más
- b) Motivación de control: Ser autónomo.
- c) Motivación intrínseca: Naturaleza de la tarea.

Otros autores, como W. H. Cockcroft⁷¹ relaciona el éxito en el estudio con la motivación que se espera desarrolle el maestro que percibe el gusto y la capacidad de los alumnos por las matemáticas, lo cual produce que éstos hagan críticas a los profesores, entre las que predominan:

“la tendencia a ignorar a algunos miembros de la clase, la poca disposición para resolver dudas, la excesiva velocidad en las explicaciones y la incapacidad para justificar las razones del trabajo que imponen a los alumnos.”

Una actitud responsable del maestro para lograr una motivación efectiva se hace notar cuando atiende los aspectos de la personalidad de los alumnos y su relación con el entorno social, que son determinantes en el aprendizaje, como por ejemplo:

71 Cockcroft, W. H. “Las Matemáticas sí cuentan”. Informe Cockcroft.” M. E. C. Madrid, 1985. (Callejo pág. 10)

- i) AUTOVALORACIÓN DEL “YO”.
 - a) Motivación de logro.
 - b) Superación del miedo al fracaso.

- ii) OBTENCIÓN DE RECOMPENSAS.
 - a) Lograr premios o recompensas.
 - b) Evitar castigos o pérdidas.

- iii) VALORACIÓN SOCIAL.
 - a) Obtener aprobación
 - b) Evitar el rechazo de adultos y compañeros.

Bajo esta perspectiva, los profesores han construido una compleja red de conceptos acerca de la motivación de la enseñanza. Veamos algunos de ellos:

- La motivación escolar es un proceso exclusivamente endógeno, intrapersonal, donde intervienen poco los factores interpersonales.

- La disposición favorable por el aprendizaje es inherente a la personalidad del alumno y está determinada por su ambiente familiar o contexto socioeconómico de procedencia.

- La motivación escolar es un proceso básicamente afectivo: “me gusta” o “no me gusta” estudiar.

- La motivación es un proceso que se origina al inicio de una actividad o tarea de aprendizaje (una especie de interruptor de luz que una vez que se enciende permanece prendido hasta el final).

- Para motivar a los alumnos, sólo se requiere trabajar alguna dinámica o juego grupal que sea atractivo para los mismos.

- Los buenos alumnos están motivados por el aprendizaje en sí mismo y los malos estudiantes por las recompensas externas que pueden obtener.

- Los profesores no son responsables de la motivación de los alumnos.

Una visión estructurada, señalan los pedagogos, nos permite ver que la motivación y el aprendizaje se relacionan a través de “estrategias de apoyo” que no necesariamente pertenecen al método conductista sino que forman parte de una metodología en la que el educando está plenamente consciente de su participación y de su responsabilidad en el proceso educativo. Aunque desafortunadamente no se realizan habitualmente, es una necesidad que cada uno de los participantes que intervienen en el proceso enseñanza-aprendizaje esté plenamente consciente de su participación:

El alumno necesita determinar:

- Tipo de metas
- Perspectiva asumida
- Expectativas de logro
- Atribuciones.

El profesor requiere un amplio dominio sobre:

- Actuación
- Mensajes
- Organización de la clase
- Comportamientos que modela.

El postulado básico de la instrucción se refiere a que “es indispensable concienciar y manejar las variables que definen el contexto de la actividad del alumno”, que se integra por:

- a) Contenidos,
- b) Tareas,
- c) Organización de la actividad,
- d) Recursos, y
- e) Patrones de interacción y evaluación.

Con estas observaciones los pedagogos señalan un conjunto de condiciones necesarias para alcanzar los objetivos que se plantea la tarea educativa en términos generales, condiciones que, en el caso particular de la enseñanza de la matemática, se hacen más evidentes por los contenidos que se plantean bajo un alto nivel de abstracción.

7. El Sistema Educativo y las Teorías del Aprendizaje

7.1 El Sistema Educativo, Subsistema del Sistema Social.

En nuestra época los sistemas formales son objeto de estudio para la matemática bajo una representación matricial formada por los elementos que intervienen en el proceso de su evolución. El aspecto conceptual, bajo la teoría del materialismo dialéctico, considera que un sistema que representa formaciones sociales humanas históricas es susceptible de ser estudiado en su comportamiento en base a “una cadena de relaciones de causa y efecto”.

No obstante que en el estudio de los sistemas han surgido concepciones llamadas por Lange⁷² “unilaterales” como el “finalismo metafísico” en forma de teorías acerca de fuerza vital, entelequia, entusiasmo vital, alma, espíritu de nación o época, etc.,” ó del tipo de “mecanicismo” que hace depender las propiedades y acciones del sistema exclusivamente de las características de sus elementos constitutivos, el enfoque actual del estudio sistémico se apoya en el desarrollo de la cibernética que se aplica con un alto nivel de efectividad en el campo social.

El Sistema Educativo podría considerarse dentro de los que con el tiempo llegan a ser independientes de su estado inicial. Estos procesos son llamados ergódicos, término utilizado en las cadenas de Markov cuando la distribución de probabilidad en experimentos sucesivos converge a una distribución límite independiente de la situación inicial, ya que sus metas o tendencias a la estabilidad o equilibrio del sistema, mantienen una trayectoria hacia su realización, a pesar de las perturbaciones que sufre el proceso, lo cual posibilita la existencia de una función de dirección del Sistema.

Considerando que la renovación es permanente en la estructura de las relaciones humanas es factible reconocer al Sistema Educativo como no estable,

⁷² Lange, Oskar. “Los todos y las partes” (Una teoría general de conductas de sistemas). F.C.E. México, 1975, pág. 8 y sig.

por lo tanto es un sistema neguentrópico con todos sus atributos. Es abierto o adaptativo en su relación con el Sistema Social y es cerrado o cibernético en cuanto define sus ajustes internos de manera autónoma en los cuales se pretende reconocer un alto nivel de creatividad.

Características:

Sistema neguentrópico abierto-cerrado, bajo procesos ergódicos.

Estructura:

I) Objetivos

II) Metas-instrumentos.

III) Condiciones-recursos.

I) Objetivos. El sistema educativo como sub-sistema social, interactúa con los elementos externos, pero esencialmente su función (como sus objetivos), están definidos claramente en los componentes del sistema educacional determinados en la política educativa por un fondo ideológico. Sin embargo los objetivos fundamentales del sistema educativo son intrínsecos:

- a) su efectividad y
- b) su evolución.

a) La efectividad se observará en la medida que se alcancen las metas propuestas, las que debemos considerar de manera particular en cada uno de los aspectos que se propone cubrir sobre el educando. Es frecuente que el logro de algunas metas particulares sea suficiente para satisfacer los requerimientos de la efectividad de un sistema, pero esta actitud resulta altamente engañosa y representa un peligro para evaluar el sistema en su totalidad.

b). Su evolución. “El sistema Educativo es un subsistema del Sistema Social formado por la interrelación dinámica de la totalidad de instituciones, elementos, unidades, complejos y aspectos sociales o de índole social cuya misión o función social sea total o parcialmente educativa, considerando aquí el concepto “Educación” en su más amplia expresión o conjunto de pautas a trans-

mitir a las nuevas generaciones para que se de la conservación y el progreso de la vida humana y social⁷³.

La dinámica social se puede ver como un producto del adelanto científico, aunque no siempre sigue ese ritmo, lo que se apreciaba ya en la diferencia que se hacía a principio de siglo entre cultura y civilización, de tal manera que los valores de la cultura no siempre son asimilados de inmediato por el desarrollo social en el que prevalecen las contradicciones de la política y del poder. Las experiencias humanas son el producto de la cultura y, a su vez, actúan sobre ella.

II) Metas e Instrumentos.

Definición de objetivos o metas particulares:

Estas metas representan objetivamente lo que se espera del proceso enseñanza-aprendizaje pero, al mismo tiempo forman parte del sistema completo que constituye una política educativa enmarcada en el contexto social. Interactúan con las conductas y habilidades que prevalecen en el entorno, dependiendo de ellas y determinando la evolución de ese entorno social a través de su influencia.

Interdependencia con el entorno social:

La educación no puede ser un sistema aislado por y para sí. Esta evidencia ha existido siempre ya que la evolución de conductas y habilidades del educando solamente se podrá observar en su interacción con el medio que lo rodea, a través del “roll” que desempeña en cada uno de los núcleos humanos en donde actúa. Sin embargo, podemos identificar la efectividad del sistema educativo en relación con los cambios conductuales y habilidades o destrezas que se efectúan en la participación social del educando y en la dirección establecida por el sustrato ideológico.

III). El entorno social y el nivel de conocimientos. Lo más común es reconocer que un profesionista juega un “roll” social preestablecido por cada comunidad. Así, el médico, el abogado y últimamente el computólogo, son aceptados social-

73 Colom Cañellas, Antonio.J. “La Educación como Sistema”. Lectura 6. En Pedagogía Sistemática, Editorial Ceac, Barcelona, México, 1987, p. 130.

mente y reconocida su capacidad si cumple con las características generales que esta sociedad establece como parte de su estructura y que podríamos enumerar brevemente:

- i) Desahogo económico.
- ii) Influencia política y social en la comunidad
- iii) No sujeción a normas obligatorias para los demás y, por último
- iv) Éxito en el círculo profesional.

La realidad social, pragmática por excelencia, nos hace ver que en estas características no se incluyen consideraciones éticas, morales o de responsabilidad social, ya que usualmente están consideradas como actitudes negativas en relación con el éxito del individuo si no se reflejan en un beneficio material inmediato, lo que significa la imposibilidad de medirlas y compararlas con la prosperidad que otorgan las prácticas egotistas del entorno en que se desarrolla el sistema en su conjunto. Esta actitud prevaleciente en la estructura y funcionamiento del sistema, hace que se vea cada vez más deformado por esta acción que no contribuye al desarrollo educativo, puesto que la influencia del deterioro social sobre los núcleos de población relacionados con la enseñanza, producen la estrechez de los objetivos y la indiferencia hacia los valores de la organización social y comunitaria que influyen de manera determinante y en forma permanente en la conducta de los alumnos.

Un análisis minucioso de las formaciones sociales históricas, en comparación con las propiedades biofísicas y las conductas del organismo humano, nos llevan al enfoque sistémico de la sociedad como una teoría formalmente estructurada para observar que “las contradicciones del sistema inducen cambios que llevan a un reajuste que hace que las contradicciones desaparezcan y surjan otras, tal vez diferentes, ya que los “todos” nunca pueden permanecer en estado inmutable”⁷⁴. Por esta razón, la actividad de la enseñanza englobada en un subsistema social con el nombre de Sistema Educativo ha propiciado cambios que podrían representar un proceso de desarrollo en ciertas direcciones y en ciertos niveles considerados prioritarios y que, de alguna forma, serían los elementos activos del sistema, pero regularmente con un enfoque parcializado, por lo que técnicamen-

74 Lange, Oskar. Op. Cit.

te no se han alcanzado a cubrir las necesidades de ese sistema que ha crecido en complejidad, con lo que impone una mayor diferenciación a nivel estructural y a nivel funcional con un estudio minucioso de los acoplamientos de sus elementos activos⁷⁵.

La experiencia española de mediados del siglo XX es ilustrativa. Colom Cañellas considera la limitación sistémica que en 1987 apreciaba el Dr. Sanvisens en España, respecto a la exigencia teórica que en el plano científico debería satisfacer este tipo de investigación pero que no han conseguido aún establecer conexiones entre los subsistemas estructurales con los operativos o funcionales sobre los cuales prevalecen esencialmente aspectos de orden político. Los proyectos sobre investigación educativa sólo han abordado en las décadas recientes aspectos formales que pudieran contribuir a dar una visión aparentemente estructurada pero que es necesario culminarla para dar un enfoque sistémico al proceso de la transmisión del conocimiento. Dentro de ese enfoque, se pueden observar los elementos que, “de alguna manera se dan en todo sistema educativo”, según Cañellas⁷⁶, estos son:

1. Práctica de la fenomenología educativo social. (Incide en la aplicación de programas, elección de tiempos, momentos, sujetos y oportunidades, de protagonistas, personas y técnicas. Estudios de nuevas posibilidades de índole educativa y conocimiento de resultados por las consecuencias y cambios conductuales).

2. Programas-Proyecto para la Socialización. (Fenómenos de índole educativo-social típico de la expansión del Sistema Educativo, como actividades de extensión cultural, conferencias, etc).

3. Control sobre la acción del sistema. (Básicamente se requiere de un registro de información sobre aspectos materiales, actividades educadoras, estudios de medios y métodos de propio control para evaluar la efectividad de los procesos).

De esta manera se puede observar que el sistema educativo se preocupa de manera especial por desarrollar programas para la obtención y utilización de

75 Colom Cañellas, Antonio J. “La Educación como Sistema”. Lectura 6. En Pedagogía Sistemática, Editorial Ceac, Barcelona, México, 1987, p. 127.

76 *Ibidem*, p. 145.

SEGUNDO PLANO:

5. La Organización Social se preocupa de dicha transformación, es lo que se denomina Sistema Educativo.
6. El Sistema Educativo se basa entonces en la interacción de información “socializante-educadora”.
7. El resultado de esta interacción cuyo fruto es la socialización supone contemplar una sociedad compartimentada en niveles diferenciados de índole intelectual, económico, de prestigio y de consenso social.
8. Esta concepción selectiva supone la posibilidad de integración de cada individuo en el seno de la sociedad a partir de su adscripción a un status-rol determinado y/o al mismo tiempo ser fruto de tensiones y por consiguiente de conflicto social.

La importancia de este fenómeno educativo radica en que “a pesar de darse en la Sociedad y gracias a la Sociedad, es un fenómeno individual de base psíquica, asentado en las relaciones docente-discente o educador-educando”⁷⁷.

7.2 El Paradigma E-R y las Teorías Mediacionales.

Enseguida trataremos de hacer una breve síntesis de los fundamentos teóricos del aprendizaje, bajo el esquema de las dos grandes fuentes teóricas: El método conductista bajo el paradigma del Estímulo-Respuesta y las Teorías Mediacionales en su amplia cobertura.

Si aceptamos que el lenguaje no es solamente un medio de comunicación, sino un instrumento para pensar, trataremos de precisar los alcances y las formas en que puede ser aplicado en tal o cual campo de la matemática y de su enseñanza.

Desde las ideas esenciales de Comenius sobre los principios didácticos se ha aceptado que los postulados de la enseñanza dependen de los objetivos, de los

⁷⁷ *Ibidem*, p. 128.

contenidos y del método. En la experiencia cubana se asimilan estos principios desarrollados por Davidov, Klimberg y otros didactas citados por el doctor Luis Capistrós Pérez⁷⁸ subrayando los objetivos como categoría rectora de todo proceso didáctico, pero se hace énfasis en que los contenidos y los métodos, sin establecer una dependencia lineal entre ellos, también ejercen su influencia sobre los objetivos que están determinados por la necesidad social.

En esta forma, en abierta discrepancia sobre el conductismo de Skinner bajo el paradigma “estímulo respuesta” (ER) y sus correlacionados como Thorndike, Pavlov, Guthrie y Hull⁷⁹; aparecen las teorías cognoscitivas y constructivistas que se han desarrollado ampliamente en el panorama de la enseñanza y en el aprendizaje, que toma dos dimensiones independientes, como las llama Ausubel: repetición-aprendizaje significativo y recepción-descubrimiento⁸⁰. Hilgard realiza un estudio comparativo sobre seis preguntas en términos de las teorías sobre el aprendizaje representadas por Pavlov, Guthrie, Hull, Tolman, la psicología de la Gestalt identificada por Kofka y, por último, Freud. Las preguntas son las siguientes⁸¹:

1. ¿Cuáles son los límites del aprendizaje? (capacidad para aprender)
2. ¿Qué papel desempeña la práctica en el aprendizaje
3. ¿Cual es la importancia de las pulsiones, los incentivos, las recompensas y los castigos?
4. ¿Qué lugar hay que conceder a la comprensión y al discernimiento repentino?
5. El aprender una cosa ayuda a aprender otra? (transferencia)
6. ¿Qué es lo que ocurre cuando recordamos y cuando olvidamos?

Este texto ofrece un material valioso para la investigación en la dirección de las preguntas planteadas que se relacionan ampliamente con la metodolo-

78 Capistrós Pérez, Luis. “Educación Matemática en Cuba”. Seminario UACPyP. UNAM. México, octubre 28, 1994.

79 Hilgard, Ernest R. y Gordon H. Bower. “Teorías del Aprendizaje”. Biblioteca Técnica de Psicología. Trillas. México, 1987, pág. 20.

80 Ausubel, David, P., Joseph D. Novak y Helen Hanesian. “Psicología Educativa – Un punto de vista cognoscitivo”.

81 Op. Cit. Pág. 18.

gía que sigue Claude Janvier de la Universidad de Québec en Montreal, en su compilación sobre el proceso de la enseñanza aprendizaje en matemáticas⁸² “que contiene más preguntas que respuestas” y que recoge los trabajos del CIRADE (Centre Interdisciplinaire de Recherche sur l'apprentissage et le Développement en Education) en 1986.

En relación al lenguaje, entonces, sin descuidar lo apuntado por Vigotski, también es necesario aceptar que es un instrumento para investigar de manera que los términos, como sucede en el lenguaje de las matemáticas, por sí mismos no tienen ningún sentido y por esta razón se olvidan fácilmente. Los términos adquieren su contenido a través de lo que ellos expresan para dejar de ser meras palabras aisladas⁸³ que tienen sentido en cuanto se adscriben a las relaciones que definen la estructura del lenguaje, que puede ser verbal, numérico o simbólico.

Es en este contexto en que se identifican los modelos de enseñanza que utilizan los mapas conceptuales, los cuadros sinópticos, las cartas de contenidos, histogramas con la graficación, incluyendo la que se obtiene por medios automatizados⁸⁴, y otros instrumentos diseñados para esquematizar y relacionar los conocimientos. Todos ellos pertenecen a un nivel de lenguaje gráfico y representan estructuras sintácticas que interesan especialmente a las matemáticas por la posibilidad de sistematizar el pensamiento y la investigación observando visualmente las relaciones de estos elementos. De esta manera, la tecnología educativa tendrá que apoyarse cada día más en las diversas formas de lenguaje, que simplifiquen y aclaren las relaciones cada vez más complejas de estas estructuras.

7.3 La Abstracción Reflexiva.

Esta expresión referida a un proceso de aprendizaje se debe a Berth y a Piaget (1966). Citaremos el abstract de la Doctora Elfriede Wenzelburger (+)⁸⁵.

“Se supone que el proceso de abstracción reflexiva es la clave para la construcción cognoscitiva de conceptos lógico-matemáticos. Los cuatro tipos de abstracción reflexiva necesarios para construir los conceptos de función - generalización, interiorización, encapsulación y coordinación, pueden facilitarse con conocimientos intuitivos de las ideas matemáticas. Estos conocimientos intuitivos se pueden desa-

82 Janvier, Claude. “Problems of representation in the teaching and learning of mathematics”, Lawrence Erlbaum Associates, Inc., New Jersey. 1987. página ix.

83 Freudenthal, Hans. “A science of mathematical education”. Dordrecht, Holland, D. Reidel, 1980, pág. 183.

84 Wenzelburger G. Elfriede. “Graficación por microcomputadoras como apoyo didáctico en la enseñanza de tópicos selectos de matemáticas”. Inédito. Maestría en Educación en Matemáticas. UNAM. 1989, 22 págs.

85 Ibidem, p. 23

rollar con un método inductivo (Christiansen, 1969) en el cual la fase experimental se realiza con un programa graficador para microcomputadoras para lograr de esta manera un aprendizaje estructurado de los conceptos que los estudiantes están adquiriendo”.

En cuanto al “papel de la intuición” la maestra Wenzelburger lo define como: “Una representación mental de hechos que aparecen ser evidentes. Las intuiciones son el resultado de experiencias personales que pueden ser entrenadas a través de actividades adecuadas. La intuición tiene una doble relación con el proceso de enseñanza. Una meta primaria de la educación es agrandar la base para la intuición, por otro lado, el proceso de enseñanza debe estar fundamentado por conocimientos intuitivos de los alumnos”⁸⁶.

7.4 Zona de Desarrollo Próximo y Aprendizaje Significativo.

La importancia que tiene la estructuración de los conocimientos en relación a lo antes expuesto, se relaciona directamente con H. G. Steiner⁸⁷, cuando se refiere a un término acuñado por Vygotsky en 1978, que caracteriza el desarrollo en la investigación educativa: “La zona del desarrollo próximo” con otros conceptos, como “La Zona de Construcción” (Newman et al. 1989) y “Aprendizaje Expandiendo y Trascendiendo Contextos Dados” (Engestrom, 1987) y de otra manera, insistiendo en su interrelación por una profunda interdependencia entre la naturaleza de los conceptos teóricos, el concepto de desarrollo, aplicación, comunicación e interacción social, con un alto nivel de aprendizaje.

En oposición abierta al paradigma ER, pero conservando los elementos de apoyo al educando, las teorías mediacionales alternativas cognitivas aportan el análisis y una representación de los mecanismo y procesos que ocurren entre el estímulo y la respuesta, basados en la definición del aprendizaje: “Un cambio en la potencialidad de la conducta como consecuencia de la práctica directa y vicaria”⁸⁸ (Pelechano Barberá, V. “Modelos Básicos en el Aprendizaje”. Valencia, Alfapulus. 1980). En este proceso se resalta el carácter cambiante de los elementos bajo el enfoque del “aprendizaje social” (Bandura, 1977) que ya hemos mencionado, como “una continua interacción entre determinantes personales conduc-

86 Op. Cit. Pág. 12.

87 Steiner Hans-George. “Proyectos de Matematización en Clase como Procesos de Aprendizaje Colectivo de Alto Nivel”. El Papel del Maestro y Reflexiones sobre Educación del Maestro. MEMORIAS DE LA CUARTA REUNIÓN CENTROAMERICANA Y DEL CARIBE SOBRE FORMACIÓN DE PROFESORES E INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICA EDUCATIVA. Acapulco, Guerrero, México. 8 al 10 de julio, 1990.

88 Pérez Gómez, Angel I. “APRENDIZAJE, DESARROLLO Y ENSEÑANZA” en Lecturas de Aprendizaje y Enseñanza. Edit. Zero ZYX.

tuales y ambientales” y se identifican tres tipos de controles: a) estimulares, b) de reforzamiento y c) cognitivos.

Con estos planteamientos teóricos, el paradigma genético constructivista, bajo el perfil del aprendizaje significativo, se propone desarrollar un programa de investigación educativa que contribuya al incremento de programas y métodos ofreciendo novedosas aplicaciones, pero en la práctica se encuentra con un obstáculo plenamente identificado por los profesores que intentan realizar los cambios en la enseñanza que ha demostrado ser obsoleta. Este obstáculo, aparentemente insalvable por el momento, es la conformación de los grupos de enseñanza que, dado el elevado número de alumnos, no permite aplicar las técnicas que se han elaborado bajo estos esquemas. Por este motivo, las limitaciones de infraestructura, las condiciones inadecuadas de la enseñanza, etc., representan un reto para superar el marco de adversidad en el que se desenvuelven los maestros que, estamos seguros, habrán de acentuar su capacidad creativa para lograr que los alumnos aprendan, entre otras disciplinas, los conocimientos matemáticos y las habilidades que de ellos se derivan.

7.5 Constructos. Concepto Generador.

Nuestra propuesta respecto a la síntesis inductiva incorpora un elemento que puede no ser inédito, pero que apunta hacia la metodología de la enseñanza de las matemáticas y que consiste en la identificación del “concepto generador” como un constructo⁸⁹ que colocamos en la base de cada sistema de conocimientos, por lo cual se requiere que el alumno construya su mapa conceptual en torno de este elemento clave para estructurar su tema.

Presentaremos un ejemplo en torno al espacio vectorial, cuyo concepto generador es el de “vector analítico”. (gráfica 1)

Para ilustrar otro concepto generador en relación a la dirección del vector, se utiliza la gráfica 2.

Los mismos textos de matemáticas incluyen en la descripción de la metodología que recomiendan para su estudio, conceptos que plantean la necesidad de profundizar en el fenómeno del aprendizaje, como lo hace William Feller en un texto clásico:

89 Bunge, Mario. “Epistemología”. Siglo XXI. México. 1980, pág.55.

7.6 Talleres. “Teoremas y Poemas”

“La lingüística no se daba cuenta de que, en la evolución histórica del lenguaje, también cambian la estructura misma del significado y su naturaleza psicológica. De las generalizaciones primitivas, el pensamiento verbal se eleva hasta los conceptos más abstractos. No es simplemente el contenido de una palabra lo que cambia, sino el modo en que la realidad se generaliza y se refleja en una palabra”. (Vigotsky. “Pensamiento y Lenguaje”. Capítulo 7. Pensamiento y Palabra. Página 199).

Es indudable la influencia que ejerció el Doctor Alberto Barajas Celis en la Facultad de Ciencias de la UNAM. No tuve la fortuna de asistir a sus clases, pero sí a alguna de sus pláticas. De una de ellas, porque el azar encuentra su justificación en la historia de la ciencia, surgió este taller. La idea del Doctor Barajas Celis me alentó para construir este ejercicio, al descubrir los significados del poeta y dramaturgo Fernando Sánchez Mayáns con la curiosa circunstancia de que utiliza la rima de “teorema y poema” en varios de sus poemas. Ejemplo:

MEMORIA DE BORGES.

Para Angela

La página. El espejo. Nombres de una partida,
metáforas puras al evocar la sombra.
Mortales laberintos que el visionario escombra
para escribir la línea sin pupilas leída.

Mitología de lenguas en su memoria urdida
vagando entre los siglos para sólo un instante.
Undívago fantasma de resplandor distante
bajo su inmensa noche de belleza suicida.

El vacío silencio se le vuelve poema
en su avidez nocturna que la aclara el teorema
para saber si existe. Si es otro. Si es el mismo.

Evanescente el verbo en su evasiva ausencia
conjuga el infinito y cambia la apariencia
de un texto interminable descifrando lo mismo.

La exploración del lenguaje poético fue un aspecto medular en el trabajo de Vygotsky. Lo indica Alex Kozulin en el preámbulo Vygotsky en contexto:

“Como entendido en la poesía clásica y moderna, Vygotsky no dudó en incluir imágenes poéticas en sus obras de psicología. Estaba particularmente interesado en el tratamiento poético de la agonía padecida cuando el pensamiento intenta inútilmente de encontrar su expresión verbal”. (Pensamiento y Lenguaje. Página 11).

El proceso de aprendizaje constructivista se apoya en gran medida en la teoría del área potencial de desarrollo extendiéndose con Luría y Leontiev al estudio psicofisiológico de los sistemas cerebrales funcionales, pero superando la actitud psicométrica con un punto de vista cualitativo con resultados importantes en la integración funcional de los educandos y de los mismos educadores, bajo la perspectiva del descubrimiento que se apoya en teorías motivacionales.

Los poemas que siguen nos dieron pie para llamar la atención de los estudiantes con el objeto de abordar los dos teoremas que sustentan el Taller: Pitágoras y Tales. Para ello se hizo referencia a los misterios Orficos de la doctrina pitagórica, como preámbulo a la trascendencia actual de los matemáticos de Samos y de Mileto, con una detallada exposición en la parte algebraica de los números pitagóricos, cuadrados, sumas telescópicas y, en el aspecto geométrico se mostraron las consecuencias del Teorema de Tales en relación con las paralelas. El taller se diseñó con un formato de participación abierta para profesores y alumnos, haciendo la presentación el Director de la Facultad el Maestro Guillermo Ramírez Hernández, Jefes de Área de Economía Matemática y de Teoría Económica así como otros invitados en la línea poética que acompañaron a Fernando Sánchez Mayans. La duración del evento fue aproximadamente de cuatro horas y se videograbó la totalidad de su desarrollo como memoria documental que se ha utilizado como un elemento de análisis en la experiencia didáctica.

LECTURA SONETOS ORFICOS.

Fernando Sánchez Mayans.

I

Sí. Existe siempre, sí, un todavía
en la enconada sed de la belleza.
Infierno en el que Eurídice confiesa
su retorno imposible en agonía.

En agonía, sí, casi sombría
en el canto interior que no la apresa.
Que a ningún lado va. Que no regresa
en este descender de la poesía.

En este descender bajo la sombra
de la palabra exacta que se asombra
al dictarla en su trágica experiencia.

En su trágica luz que arquitectura
la sed formal retórica e impura
de la tortura vuelta inteligencia.

II

De la tortura que el poema inventa
en su lucha sin fin contra sí mismo.
Contra toda razón. Junto al abismo
de la palabra clave que se intenta.

Que se intenta crear. Que sólo alienta
su nuevo infierno. Mítico espejismo
que inútil es. Nocturno pesimismo
de hallarla en este sueño que sustenta.

Que sustenta la angustia enajenada
a la forma perfecta y no agotada
en las normas secretas del teorema.

En las normas de estética suntuosa
que esta tensión voraz y jubilosa
un instante, no más, nos da el poema.

III

Nos da para advertir su luz distante
en que Eurídice colma la codicia
de ser la pura forma que se vicia
en la página blanca deslumbrante.

En la página espejo fascinante
que fragmenta la luz en la delicia
de recrearla incorpórea. Y la avaricia
de amarla fugitiva cada instante.

De amarla sin tocarla en la premura
que el poema revela en su estructura
de ser un puro juego estructurado.

De ser un puro juego que no advierte
el vértigo de Eurídice y la muerte
con que todo poema va cifrado.

Roma.

El comentario del poeta Fernando Sánchez Mayans.

“Es tan ambiguo el mito de Orfeo, que me parece que con mucha frecuencia, muchos poetas han tratado de interpretar este mito, porque la muerte de la esposa es muy simbólica y además él decide bajar a los infiernos a buscarla, pero al mismo tiempo, como dice el mito, se le obliga a no volver la mirada para verla y es tal el amor y la

tentación de verla que él vuelve la cabeza. En cierta forma y en ciertas líneas en mis sonetos órficos hay un juego parecido, nada más que en mis sonetos, yo trato de no pretender ser Orfeo exactamente, pero el escribir poesía puede ser un bajar a los infiernos; puede ser también encontrarse con la belleza que es la esposa en el caso del mito de Orfeo y mirarla de verdad es el morir. Entonces, por lo menos en mis sonetos, no llega uno a encontrarla porque ella, como dice el terceto: “de ser un puro juego que no advierte el vértigo de Eurídice y la muerte con que todo poema va cifrado” Eso es lo que de alguna manera, maestro, yo intenté en el juego de la poesía encontrar la salida, al mismo tiempo hacer referencia a la muerte... Porque, al fin, el poeta no resiste la tentación de mirar lo que hay detrás.”

La lectura de los poemas estuvo a cargo de Fernando Sánchez Mayans, cuya participación al descubrir su experiencia literaria permitió a los alumnos y maestros establecer un amplio diálogo que culminó con otra andanada de poemas sobre el proceso de la creación literaria en los que aparece la relación “Teorema-Poema”, que se incluyen a continuación:

De Sonetos Intemporales

I
Somos tal vez recuerdo despojado
de una ausencia infinita. De una fuente
cuya clara sustancia ambivalente
de la materia triste se ha alejado.

Tal vez sólo un vacío prolongado
que ya no es ni pasado ni presente.
Desnuda soledad que estuvo ausente
y vuelve hasta nosotros el pasado.

Materia temporal que apenas dura
lo que en el tiempo apenas si perdura
en espera insaciable de la ausencia...

...de aquella ausencia ideal que en su clausura
pone en el alma nueva noche oscura
y sitia en el olvido a la existencia.

II

Evocación del Ser desamparada
y en ella misma sola con su ausencia
si en el registro de la inteligencia
se da una esencia equívoca encarnada.

Ritmo de esa unidad multiplicada
quieta en su eternidad y omnipotencia
Desorden de la luz. Voz y evidencia
de que ya esta materia fue olvidada.

Muerte sin fin clamó el poeta herido
en las heridas cumbres del poema
y en el desierto del silencio alerta.

Y en esta soledad solo el olvido
de un existir que asume en el teorema
el texto de una página desierta.

III

Oh soledad y olvido. Oh estructura
con que trasciende el ser toda poesía.
Oh recobrado origen. Oh elegía
que anuncia este regreso a la hermosura.

Libertad del poema que clausura
en el espacio de su geometría
recobrada visión cuya agonía
encienden con su luz la noche oscura.

Pues si mortal en sí la inteligencia
es la belleza extrema de la vida
que vive para dar vida a su muerte...

...nos quede de su luz y de su ausencia
la divisa inmortal establecida
en el verbo armonioso que la advierte.

La idea del Taller se describe ampliamente con la presentación que sigue:

Proyecto: La Didáctica en las Matemáticas.

Taller: Teoremas y Poemas.

Módulo: Los Pitagóricos.

Mat. Gerardo Francisco Espinoza Valencia.

Academia de Economía Matemática. FE. UNAM.

SEMINARIO PERMANENTE DE DIDACTICA MULTIDISCIPLINARIA.

El Decano de la Facultad de Ciencias, Dr. D. Alberto Barajas Celis, en alguna ocasión hizo el comentario del paralelismo que se da entre un grupo de estudiantes de matemáticas, reunidos en su aula, que se abstraen en la demostración de un Teorema. Lo mismo sucede con otro grupo de estudiantes de Filosofía y Letras ensimismados en el análisis de un Poema.

¿Qué se puede decir en ambos casos? ¿Qué significado puede tener el trabajo de esos individuos? Tal vez no veamos ninguna utilidad inmediata para la comunidad en tales actividades, sin embargo - dice el Dr. Barajas -, es lo que le da sentido a la Universidad.

Podríamos agregar (sin restringir la afirmación del Decano) que le da sentido a la universalidad y a la educación para la Vida, con mayúscula, como lo dice Withehead. Esta actitud, la de relacionar la matemática con la poesía se propone ampliar la experiencia de los lenguajes de Vigotsky que se encuentra a cada paso en la historia del desarrollo del pensamiento. En los alemanes del romanticismo del siglo pasado y del Existencialismo del actual: Goethe, Schelgel, Heidegger, Jasper, etc. Tanto en Europa como en América, los

científicos y los educadores no han encontrado la fórmula para que las nuevas generaciones descubran el significado que tiene el conocimiento en sus niveles de bienestar a través de una integración del saber, que sería la educación integrada y la cultura que afirma Poincaré. En nuestra realidad contemporánea el occidente se ha divorciado del oriente y la historia del mundo no es la del desarrollo de la cultura de los pueblos, sino la de su destrucción.

El Teorema de Pitágoras se demostró en forma geométrica como un proceso de inducción y se mencionaron las demostraciones de Leonardo DaVinci, Oliver Byrnes y James A. Gardfiel (Ex presidente de los EEUU) con material gráfico. El Teorema de Tales lo expuso Adriana Villaseñor Ruiz, Maestra en Economía y actualmente estudiante de Matemáticas en la UNAM, con una discusión que se realizó con la participación de los asistentes, de lo cual se derivaron intervenciones que ampliaron las implicaciones de la matemática pitagórica en los aspectos históricos, formales de la demostración o demostraciones, así como sus consecuencias y aplicaciones en el desarrollo matemático y de la ciencia.

Como consecuencia el Taller de Didáctica generó dos cursos intensivos para estudiantes de la Facultad de Economía de la UNAM, uno de Estadística y otro de Cálculo Diferencial e Integral, de los cuales se conservan los registros de asistencia y de evaluación.

8. Conclusiones

1. La enseñanza de la matemática no puede darse como una forma aislada del conocimiento científico ya que está relacionada con todas las ramas del saber humano y ha sido factor determinante en su desarrollo.
2. La enseñanza de la matemática forma parte del proceso de evolución del individuo y, como tal, es un fenómeno social de comunicación que tiene como objetivo esencial el aprendizaje significativo del alumno y el desarrollo de sus habilidades.
3. La enseñanza-aprendizaje de la matemática es un elemento activo del sistema educativo, subsistema del Sistema Social, y que ha desarrollado sus propias teorías en torno a la epistemología y a la didáctica para alcanzar sus objetivos.
4. El Sistema Educativo, sea de un país, de una región o a nivel mundial, requiere de individuos con una capacitación especializada tanto en el campo de la investigación científica como en el proceso de la enseñanza-aprendizaje.
5. El interés social de una comunidad por los adelantos de la ciencia, como un medio de alcanzar mejores niveles de vida, exige la asignación de recursos suficientes para fomentar la investigación y la aplicación de una nueva metodología en la enseñanza.
6. Las teorías epistemológicas y didácticas en la transmisión del conocimiento matemático deben ser conocidas por los profesores de todos los niveles educativos

para formar lo que se ha dado en llamar una “cultura matemática”.

7. La enseñanza-aprendizaje de la matemática necesita de una desmitificación de las formas tradicionales que desalientan al estudiante al enfrentarlo con una metodología que inhibe sus valores naturales, atrofia su percepción del entorno social y destruye su potencial intuitivo.

8. El método de inducción en la enseñanza de la matemática representa la alternativa para el desarrollo de la investigación con programas apoyados en el avance tecnológico y su aplicación en el proceso de enseñanza escolarizado y abierto.

9. La transferencia tecnológica y científica en todos los campos del conocimiento es una práctica que se apoya en el desarrollo de la creatividad del individuo con base en un acercamiento intuitivo al conocimiento de los fenómenos y con una guía de inducción que lo capacita para desarrollar las técnicas requeridas en su empresa.

9. Bibliografía

AUTOR	TÍTULO	LUGAR	EDITORIAL	FECHA	PAGS.
Aleksandrov, A.D. et al.	La matemática: su contenido, métodos y significado.	Madrid	Alianza Edit.	1985	3V.
Anfossi, Agustín	Curso de Geometría analítica	México	Progreso	s.f.	240p
Antuña, José	Teoría de las funciones de variable compleja.	La Habana	Pueblo y educación.	1990	408p
Artigue, Michele, Régine Douady, Luis Moreno	Ingeniería Didáctica en Educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.	México	Iberoamérica. Una empresa docente.	1995	140p.
Assoun, Paul-Laurent.	Introducción a la Epistemología Freudiana.	México	Siglo XXI	1982	211p.
Ausubel, David et al.	"Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo"				
Bachelard, Gastón	La dialéctica de la duración	España	Villalar	1978	172p.
Ball, S.J. (comp.)	Foucault y la educación. Disciplina y saber.	Madrid	Morata	1997	223p.
Blanché, Robert.	La Epistemología (¿Qué sé?. 91)	España	OIKOS-TAU	1973	120p.
Bourbaki, Nicolás	Elementos de Historia de las Matemáticas. (AU 18)	España	Alianza Universidad	1987	718p.
Bronowski, J.	El sentido común de la ciencia. (Historia, Ciencia, Sociedad 146).	Barcelona	Península	1978	161p.
Bunge, Mario	Epistemología	México	S. XXI	1980	252p.
Buxton, L.	"Do you panic about maths?"	Londres	Heinemann	1981	148p.
Callejo, María de la Luz	La enseñanza de las Matemáticas. . Etapa 12-16 años	Madrid	Narcea. Proyecto 12/16	s.f.	118p.
Cantoral, Ricardo	"La Socioepistemología: Una mirada contemporánea del quehacer en matemática educativa"	México	CLME. Red de CIMATES	2001	

AUTOR	TITULO	LUGAR	EDITORIAL	FECHA	PAGS.
Capistrós Pérez, Luis	“Educación Matemática en Cuba”	México	Seminario UACPYP UNAM	1994	confer.
Carbonell,Jaume	La aventura de innovar.	Madrid	Morata.	2001	127p. Razones y propuestas educativas (71)
Cárdenas, Humberto, Emilio Lluís, Francisco Raggi, Francisco Tomás	Álgebra Superior	México	Trillas	1981	322p.
Cardiel Reyes, Raúl	La Marca del Tiempo	México	UNAM.	1987	---
Carrillo, Carlos A.	Artículos Pedagógicos. Biblioteca Pedagógica de Perfeccionamiento Profesional.	México	I.F.C.M. SEP. BPPP (34)	1964	859p.
Casas, Rosalba y Giovana Valenti (Coord)	Dos ejes en la vinculación de las Universidades a la producción.	México.	UAM. Plaza y Valdés	2000	272p.
Cockcroft, W. H.	Las matemáticas sí cuentan. Informe Cockcroft.	Madrid	M:E:C:	1985	
Colom Cañellas, Antonio.J.	“La Educación como Sistema”	Barcelona	Ceac	1987	
Chou, Ya-lun	Análisis Estadístico	México	Interamericana	1985	808p.
De Bono, Edward	Lateral thinking.	N. York	Penguin	1986	260p.
De Bono, Edward	New thinking for the new millennium	N. York	Penguin	2000	289p.
Del Val, Juan	Aprender en la vida y en la escuela	Madrid	Morata.	2000	127p. Razones y propuestas educativas
Del Val, Juan	Los fines de la educación	México	S. XXI	1991	109p.
Dieudonné, Jean	En honor del espíritu humano. Las matemáticas hoy.	Madrid	Alianza Ed.	1989	373p.
Descartes, Renato	“Discurso del método”	México	Porrúa. Sepan Cuantos 177	1998	
Escalante, Pablo (Comp.)	Educación e Ideología en el México Antiguo	México	SEP	1985	160p.
Espinoza Valencia,J.G.F	Didáctica en las Matemáticas	México	Docencia Económica UNAM No.2	2000	p.39
Ferrater Mora, José	Diccionario de Filosofía.	Madrid	Alianza Ed.	1990	V.
Fréchet, Maurice	Las Matemáticas y lo concreto. (Trad. Gustavo Machado).	México	UNAM. Problemas Científicos y Filosóficos (10)	1958	488p.
Freire, Paulo	¿Extensión o comunicación? La concientización en el medio rural.	México	Siglo XXI	1982	109p.

AUTOR	TITULO	LUGAR	EDITORIAL	FECHA	PAGS.
Freudenthal, Hans	A science of mathematical education	Holland	Reidel	1980	
Freund, Jouhn E., Irwin Miller y Marylees Miller	Estadística Matemática con Aplicaciones	México	Prentice-Hall	1999	624p.
Gavett, G. Irving.	Principios de Metodología Estadística. Trad. Ing. Miguel Gleason Álvarez.	México	UNAM. Escuela Nacional de Economía.	1941	327P.
Goldberg, Philip	La dimensión intuitiva. El descubrimiento de nuestra intuición.	México	Hermes (Saber y superarse)	1992	263p.
Gómez, Pedro	Profesor: no entiendo. Reflexiones alrededor de una experiencia en docencia de las matemáticas.	México	Iberoamérica. Una empresa docente	1995	175p.
Gortari, Elí de	Introducción a la Lógica Dialéctica	México	Grijalbo	1979	
Gortari, Elí de	El método dialéctico.	México	Grijalbo. Colección 70 (93)	s.f.	158p.
Gortari, Elí de	La metodología: Una discusión y otros ensayos sobre el método.	México	Grijalbo	1980	173p.
Guía de Carreras. UNAM.		México.	UNAM	1968	109-10
Gutiérrez, Angel y Adela Jaime	Geometría y algunos aspectos . generales de la educación matemática	México	Iberoamérica	1995	43p.
Hempel, Carl G., et al. (Comp. James R. Newman)	Matemática, Verdad y Realidad	España	Grijalbo. Colección Hipótesis	1969	195p.
Hessen, Juan	Teoría del Conocimiento.	México	Epoca	1998	149p.
Hilgard, Ernest R. y Gordon H. Bower	Teorías del Aprendizaje	México	Trillas	1987	718p.
Imberón, Francisco	La formación y el desarrollo profesional del profesorado.	Barcelona	Graó de Serreis Perdagógies	1998	163p.
Janvier, Claude	Problems of representation in the teching and learning of mathematics.	N. Jersey	L. Erlbaum	1987	
Jaspers, Karl	Entre el Destino y la Voluntad	Madrid	Guadarrama	1969	274p.
Jaspers, Karl	Filosofía de la existencia. Obras maestras del pensamiento contemporáneo (551)	España	Planeta	1993	136p.

AUTOR	TITULO	LUGAR	EDITORIAL	FECHA	PAGS.
Jears, James	Historia de la Física. Hasta mediados del siglo XX. (Breviarios 84)	México	CECSA	1986	417p.
Kasner, Edward y James Newmann	Matemáticas e Imaginación.	México	CECSA	1979	303p.
Kleiman, Ariel y Elena K. De Kleiman	Conjuntos. Aplicaciones Matemáticas a la Administración.	México	Limusa	1975	190p.
Kline, Morris	El fracaso de la matemática moderna. México Por qué Juanito no sabe sumar. (QA13.K54)	México	Siglo XXI	1980	197p.
Kozulin, Alex. Univ. de Boston	“Vygotsky en contexto” Citado por Vygotsky: Pensamiento y Lenguaje, pág. 40.	Bacelona	Paidós.	1986	
Lange, Oscar	Introducción a la Economía Cibernética	México	Siglo XXI	1977	192p.
Lange, Oscar	Los “todos” y las partes. Una teoría general de conducta de sistemas.	México	F.C.E.	1975	89p.
Lizarzaburu, Alfonso E., y Gustavo Zapata Soto, (comp.)	Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina. Experiencias y Desafíos.	Madrid	Morata	2001	271p.
Luria, Leontiev, Vigotsky.	Psicología y Pedagogía.	Madrid	Akal	1986	s.p.
Marcuse, Herbert	El hombre unidimensional	México	Joaquín Mortiz	1968	273p.
Marshall, Guillermo	Solución numérica de ecuaciones diferenciales.	Argentina	Reverté	1986	288p.
Mialaret, Gastón	La pedagogía experimental	México	F.C.E. Breviarios (459)	1988	144p.
Nidditch, P. H. (Comp.)	Ludopatía Matemática. (AU: LB 154) (QA15.M37)	España	Alianza	1991	160p.
Ortega y Gasset, José	Meditación a la técnica	Madrid	El Arquero	1964	
Parra, Porfirio	Nuevo Sistema de Lógica Inductiva y Deductiva.	México	Librería de la Vda. De Ch.Bouret	1921	
Pérez Gómez, Angel I.	Aprendizaje, desarrollo y enseñanza. En “Lecturas de Aprendizaje y Enseñanza”	México	Zero ZYX	s.f.	
Piaget, Jean	Seis estudios de psicología.	Barcelona	Seix Barral	1974	
Poincaré, Henry	La ciencia y la realidad. En “La Valeur de la science”	París	Flammarion	1905	
Poincaré, Henry	Filosofía de la Ciencia.	México	UNAM. Nuestros Clásicos (32)	1984	271P.

AUTOR	TITULO	LUGAR	EDITORIAL	FECHA	PAGS.
Poincaré, Henry	“Spazio e Tempo” en Rivista di Sienza	Bolonia	Scientia	1912	p. 194
Popper, Karl	Conocimiento Objetivo	Madrid	Tecnos	1974	
Puiggrós, Adriana	Imaginación y crisis en la educación latinoamericana. (Colección los Noventa).	México	Alianza Editorial	1990	190p.
Rademacher, Hans y Otto Toeplitz	Números y Figuras (Matemáticas para todos)	Madrid	Alianza. Ciencia y Técnica (258)	1970	302p.
Ribnikov, K.	Historia de las Matemáticas.	Moscú	Mir	1987	
Rodríguez, Eugenio Carlos et. Al	Integrales múltiples	La Habana	Editorial Pueblo y educación	1986	408p.
Sagan, Carl	Los dragones del edén. Especulaciones sobre la evolución de la inteligencia humana.	México	Grijalbo	1984	292p.
Sestier, Andrés	Diccionario Enciclopédico de las Matemáticas.	México.	Valle de México	1983	3 Tomos
Shively, Levi S.	Geometría Moderna	México	CECSA	1977	172P.
Shuare, Martha. (Comp.)	La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS. (Antología)	Moscú	Progreso	1987	351p.
Stern, William.	La Selección de los Alumnos.	Madrid	Revista de Pedagogía	1928	47p.
Steiner, Hans-George	Proyectos de matematización en clase como proyectos de aprendizaje colectivo de alto nivel.	México	IV Reunión Centroamer. Formación de... En Matemática Educativa.	1990	s.p.
Stewart, Ian.	Conceptos de matemática moderna	España	Alianza AU (187)	1984	340p.
Thom, René	Paraboles y Catastrophes. (Q158.5/T45).	Milán.	Flammarion	1980	189p.
Varela Villegas, Rodrigo	Evaluación Económica de Proyectos de Inversión.	Colombia	Iberoamérica	1997	604p.
Vernaud, Gérard	El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.	México	Trillas	2000	275p.
Vygotsky, Lev.	Pensamiento y Lenguaje. BF455.V918.	México	Paidós. Cognición y desarrollo humano (30)		238p
Wenzelburger G. Elfriede	Graficación por microcomputadoras como apoyo didáctico en la enseñanza de.. Matemáticas.	México	Uacpyp	1989	23p.

10. Anexos

LOS IREM DE FRANCIA. Sumario

Introducción

Principales metas y actividades de los IREM

El Comité Científico de los IREM

La revista oficial de los IREM: Referencias IREM

Las Comisiones INTER IREM

Los IREM en el extranjero

Direcciones de todos los IREM

Introducción

Los IREM (*Instituts de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques* • Institutos de investigación para la enseñanza de las matemáticas) fueron creados en Francia hace aproximadamente unos 30 años. Su misión esencial era entonces la de asegurar la formación de los maestros en matemáticas modernas. Actualmente, en los programas de la enseñanza secundaria francesa, las matemáticas modernas han desaparecido, pero el problema de fondo de la comprensión de las mate-

máticas, por muchos alumnos, se queda vigente. Las actividades de los IREM han tenido que evolucionar de manera sensible, pero los puntos fuertes de su funcionamiento no han cambiado: se trata de ofrecer a los maestros de matemáticas que lo deseen un lugar de reflexión•investigación•formación permitiéndoles tener otro punto de vista acerca de su enseñanza para que puedan sacar de allí, de este lugar de encuentro y debate, la fuerza, la apertura y la vida que ayudarán a sus alumnos/estudiantes a practicar felizmente matemáticas que entiendan verdaderamente y que los alegren.

Para llegar a este resultado, los IREM unen:

- una relación estrecha entre la investigación pedagógica y la formación continua de los maestros,
- un trabajo en común de los maestros de todos los niveles (Primaria, Secundaria, Superior),
- un funcionamiento en red: La Asamblea de los Directores de IREM (ADIREM) se reúne 4 veces al año en Paris, tal como el Comité Científico de los IREM. Por otra parte, los 28 IREM de Francia y los 7 del extranjero tienen intercambios regulares, particularmente en el marco de las 15 Comisiones Inter•IREM que se reúne generalmente tres veces al año en Paris y agrupan cada una alrededor de veinte personas.

Otros IREM están a punto de ser creados, en Argentina y en Marruecos. Pronto podremos presentarles este conjunto dinámico y lleno de ideas.

Louis MAGNIN y Marc LEGRAND

Vicepresidente y Presidente del ADIREM

Principales metas y actividades de los IREM

Los IREM funcionan en red. Estos institutos asocian maestros de Primaria, de Secundaria y Estudios Superiores:

- para efectuar en común investigaciones acerca de la enseñanza de las matemáticas,
- para asegurar la formación de maestros apoyándose en la investigación.

Tres metas esenciales:

- Investigación acerca de los problemas encontrados al enseñar las matemáticas;
- Formación continua de los maestros de matemáticas ;
- Producción y difusión de soportes educativos (artículos, folletos, manuales, revistas, software, documentos multimedia, etc...)

Las investigaciones efectuadas deben:

- permitir una aplicación crítica de las investigaciones fundamentales llevadas a cabo en epistemología, en didáctica de las matemáticas, y en ciencias de la educación ;
- ayudar a los colegas para que presenten mejor los conceptos y técnicas en matemáticas
- permitir experimentar nuevos medios pedagógicos y difundir los resultados (positivos y negativos) de estas innovaciones.

Otras actividades:

- Vulgarización de los conocimientos matemáticos;
- Organización de ‘Rallyes’,

- Reflexión acerca de la interdisciplinariedad;
- Lucha contra el fracaso escolar;
- Estudio y mejoramiento de los enlaces interciclos;
- Participación en la elaboración de los programas ;
- Análisis de los temas de exámenes ;
- Reflexión acerca de la introducción de las nuevas tecnologías : ¿como ayudar a los maestros a que no sean totalmente tributarios de tecnologías educativas frecuentemente dominadas por las únicas leyes del mercado?
- Como precisar y adaptar mejor nuestro sistema de evaluación, tomando en cuenta las consecuencias de la masificación de la enseñanza.

¿Que papel social tiene el IREM ?

- El IREM es un lugar institucional donde se ven de frente los fracasos, no para suprimir lo delicado en la enseñanza a fin de obtener un éxito artificial, sino para tratar de hacer que lo fundamental quede entendido por la mayoría, aunque sea difícil.
- El IREM es un lugar privilegiado para construir una forma de racionalidad científica indispensable a la participación ciudadana de todos (adquirir el sentido de los órdenes de grandeza, poder predecir si una fórmula o un razonamiento es plausible o erróneo, entender bien el sentido de las nociones introducidas,...)

El Comité Científico de los IREM

Descripción:

- Está compuesto por 15 miembros.
- Es nombrado por la Asamblea de los Directores de IREM (ADIREM)
- Trabaja para el ADIREM
- Realiza cuatro juntas de un día por año, antes de cada junta del ADIREM

Actividades:

- Hace regularmente reportes de evaluación de las publicaciones de los IREM y de las comisiones Inter IREM
- Toma parte en la preparación de los coloquios Inter IREM y de las Universidades de Verano.
- Actualiza las misiones de los IREM y garantiza el equilibrio en la representación de los diversos cuerpos magisteriales.
- Organiza debates sobre temas de actualidad o cuestiones a largo plazo relacionadas con la enseñanza de las matemáticas a todos los niveles.
- Sitúa esos debates en relación con las otras disciplinas en el orden educativo y social.
- Suscita tomas de posiciones escritas de sus miembros y asegura su difusión.

Presidente : Jean DHOMBRES

Miembros: André ANTIBI – Nicole BOPP – Guy BROUSSEAU – Gilles CHRISTOL – Jean DHOMBRES – Catherine DUFOSSÉ – Jean•Pierre KAHANES – Gérard KUNITZ – Marc LEGRAND – Louis MAGNIN – Marie•lise PELTIER – François PLUVINAGE – Jean•Pierre RAOULT – Jean Alain RODDIER (+ un lugar actualmente desocupado).

La revista oficial de los IREM

Referencias – IREM

Revista trimestral publicada bajo el patrocinio del ADIREM (Asamblea de los directores de IREM).

ISSN 1157 – 285x

Cuyo público es:

- Profesores de secundarias, preparatorias, preparatorias profesionales o universidades.

- Alumnos profesores.

Objetivos:

Presentar de manera accesible

- temas generales de actualidad,
- aplicaciones concretas directamente utilizables en clase con los alumnos,
- investigaciones relacionadas con una reflexión común entre practicantes y investigadores.

Director de publicación : Marc LEGRAND, Presidente del ADIREM

Comité de redacción : Evelyne BARBIN (IREM Paris 7) – Dominique BENARD – Françoise CHAMOTIN (IREM Lilles) – Jean•Claude GUICHARD (IREM Poitiers) – Gerard KUNTZ (IREM Strasbourg) • Marc LEGRAND (IREM Grenoble) – Henri LOMBARDI (IREM Besancon) – Maryse MAUREL (IREM Nice) – Frédéric METIN (IREM Dijon) – Michel MUNIGLIA (IREM Lorraine) • Mireille SAUTER (IREM Montpellier).

Jefe de redacción : Evelyne BARBIN (IREM Paris 7)

Administración : TOPIQUES Editions, 3 place Jeanne d'Arc – 57000 METZ

Las comisiones INTER IREM

- COPIRELEM
- DIDACTICA
- EPISTEMOLOGIA E HISTORIA DE LAS MATEMATICAS
- GEOMETRIA
- IMAGEN Y MATEMÁTICAS
- PREPARATORIAS TECNOLOGICAS Y CIENCIAS EXPERIMENTALES
- PRIMER CICLO (PRIMARIA Y SECUNDARIA)
- PUBLIMATH
- RALLYE
- SEGUNDO CICLO (PREPARATORIA)
- ESTADISTICA Y PROBABILIDAD
- UNIVERSIDAD

COPIRELEM

(Comisión Permanente de los IREM para la enseñanza elemental)

Responsables: Yves GIRMENS (IUFM de Montpellier)

Temas usuales tratados:

Investigaciones acerca de la enseñanza de las matemáticas en la escuela elemental (niños de 2 a 12 años) y acerca de la formación de los maestros de Escuela. Difusión a los formadores de maestros de las investigaciones en didáctica de las matemáticas en Francia y en el extranjero relacionadas con la escuela elemental y la formación de maestros. Producción de documentos para la formación inicial y continua de los maestros de Escuela Elemental. Desde 1997, seminario anual destinado a la formación de los nuevos formadores en los IUFM. (institutos universitarios de formación de maestros).

Actas de los coloquios inter IREM y de Universidades de Verano recientes:

“Actas de los coloquios anuales de la COPIRELEM”, 10 tomos, años 1990•2000.

Otras publicaciones:

“Documentos para la formación de los maestros de Escuela en didáctica de las matemáticas”, 6 tomos , años 1991•1997 (IREM Paris 7).

“Los cuadernos del formador”, 4 tomos, años 1997 a 2000, (IREM Montpellier 1997, IREM Paris 7 para los tomos 2,3 y 4).

“Anales de matemáticas del concurso de reclutamiento de los profesores de Escuela”, (de 1993 a 1996 en el IREM Bordeaux y de 1997 a 2001 en el IREM de Paris 7).

Próximos coloquios:

Seminario de formación de los nuevos formadores, IUFM de Nancy , Noviembre 2001 ;

29º Coloquio de los formadores de Matemáticas de los Profesores de Escuelas, IUFM de Nantes – La Roche sur Yon, Mayo 2001.

DIDACTICA

Responsable: Robert NOIRFALISE (IREM Clermont•Ferrand)

Temas usuales tratados:

Estudios de problemas de enseñanza de las matemáticas con la ayuda de herramientas didácticas; por ejemplo:

- estudio crítico de las actividades de introducción a una nueva noción;
- estudio didáctico de los nuevos dispositivos didácticos y de sus efectos.

Actas recientes de Universidades de verano: (Ed. IREM Clermont•Ferrand.)
“Formación de Formadores en Didáctica de las Matemáticas”, St.Jean d’Angely,
1996.

“Análisis de las practicas de la enseñanza y didáctica de las Matemáticas”, La
Rochelle, 1998.

Otra publicación:

Publicación regular de un periódico disponible en el IREM de
Clermont•Ferrand.

Próximo coloquio: Dijon, 24•26 Mayo 2002.

EPISTEMOLOGIA E HISTORIA DE LAS MATEMATICAS

Responsables: Evelyne BARBIN (IREM Paris 7), Dominique BENARD (IREM Nantes)

Temas usuales tratados:

- Estudio de la construcción histórica de los conocimientos matemáticos en su contexto científico, filosófico, técnico y cultural.
- Estudio epistemológico de la actividad matemática y de sus aportes didácticos.
- Introducción de una perspectiva histórica dentro de la enseñanza.
- Reflexión de los maestros sobre los contenidos enseñados.

Actas recientes de coloquios inter IREM y Universidades de Verano:
“Contribución a un acercamiento histórico de la enseñanza de las matemáticas”, VIº Universidad de Verano de Historia de las Matemáticas, Ed. IREM Besançon, 1995.

“Análisis y pensamientos analíticos”, XI° Coll., Ed. IREM Reims, 1996.
VII° Universidad de Verano de Historia de las Matemáticas, Ed. IREM Nantes, 1997.

Otras publicaciones

:

Las Filosofías y las Matemáticas, Ellipses, Paris, 1996.

History of Mathematics, histories of problems, Ellipses, Paris, 1997.

Imágenes, imaginarios, imaginaciones, Ellipses, Paris 1998.

Si el número me fuera contado, Ellipses, Paris, 2000.

Próximo coloquio : “Historia de la probabilidad y estadísticas” en Orleans o Tours en 2002, con la colaboración de la Comisión Probabilidades•Estadísticas.

Próxima Universidad de Verano: en 2003, una Universidad de Verano europeo.

GEOMETRIA

Responsable: Jean•Philippe CORTIER (IREM Reims)

Temas usuales tratados:

- Trabajo sobre las cónicas: Las diversas definiciones, sus equivalentes, tangentes y polaridades. Estudio crítico de los programas de geometría en la Secundaria y Preparatoria.

- Lugar y objetivos de la geometría en la enseñanza.

Actas del Coloquio inter IREM y de Universidades de Verano recientes:

“Problemas de geometría: el papel de la figura”, Cl. Bayonne (IREM Bordeaux), 1996.

“Geometría e informática”, Coll. Bussang (IREM Nancy), 1998.

IMAGEN Y MATH

Responsable: Jean DELERUE (IREM Nice)

Temas usuales tratados:

- Utilización pedagógica de la imagen en la enseñanza de las matemáticas.
- Multimedia, utilización del WEB en la enseñanza de las matemáticas.

Producción reciente de documentos:

“Utilización de un intranet en la enseñanza de la geometría”, Coloquio 1º ciclo, Lille, junio 1999.

PREPARATORIAS TECNOLOGICAS Y PROFESIONALES

Responsables: Bernard VERLANT (IREM Paris Nord), Guy HACQUART (IREM Marseille).

Temas usuales tratados:

- Participación a la elaboración de los nuevos programas de matemáticas.
- Producción de documentos de acompañamiento de los nuevos programas.
- Pruebas de exámenes: análisis, realización de investigaciones y anales.

Producción reciente de documentos:

Preparatorias Tecnológicas, Ed. IREM Paris Nord

“Encuestas sobre las pruebas de BTS”, 2 folletos por año desde 1991.”Algunas reflexiones acerca de los enunciados de Estadísticas, probabilidades, Estadística inferencial en los *BTS”, (Brevet technique et scientifique) 1998.

“La teoría de los gráficos en el BTS informática de gestión”, 1998.

“Simulación de experiencias aleatorias y Probabilidades en STS”, 1999.

“Preparatorias profesionales, Ed. IREM Marseille.

“Encuestas anuales acerca de las pruebas de los bachilleratos profesionales”, 4 folletos por año desde 1995.

MATEMATICAS EN EUROPA

Responsable: Valerio VASSALO (IREM Lille)

Temas usuales tratados:

- Matemáticas en Europa, alrededor de las Matemáticas, comparación de carreras. Países europeos involucrados: Alemania, Italia; otros contactos están regularmente establecidos con Bélgica y Holanda.
- Los algebristas italianos del Renacimiento, Galileo, la Historia de la enseñanza científica en el siglo XX en Europa, cinema y matemáticas en Europa.

Publicaciones recientes:

“El lugar de la demostración en Francia y Alemania” que se puede bajar del sitio: <http://www.ac•nancy•metz.fr/enseign/apmep/ateliers.htm>

“La carrera de terminal en España, Italia, Bélgica”, IREM de Lille, 2001.

MATEMÁTICAS Y CIENCIAS EXPERIMENTALES

Responsable: Christian DUMOULIN (IREM Limoges)

Temas usuales tratados:

- Matemáticas aplicadas a la física : Ecuaciones diferenciales y osciladores electrónicos o mecánicos. Geometría y funciones aplicadas a la óptica.
- Matemáticas y astronomía : temas de ejercicios y de problemas poniendo en juego situaciones astronómicas en el marco de una clase de matemáticas.

Publicaciones recientes:

“Cuestión de astronomía 1: calendarios y eclipses”, 1999, Ed. CRDP Limoges.

“Cuestión de astronomía 2: movimiento y cascos de cuerpos celestes”, 1999, Ed. CRDP Limoges.

“Movimientos aparentes y relativos de los astros y constelaciones”, 1990, Ed. Limoges.

Próximo coloquio: 2002

MATEMÁTICAS E INFORMATICA

Responsables: Gilles Aldon (IREM Lyon)

Temas usuales tratados:

- Todos los aspectos en relación con las tecnologías de la información y de la comunicación.
- Utilización del cálculo simbólico en el curso de matemáticas.
- Utilización de herramientas de geometría dinámica.
- Elaboración del sitio nacional <http://www.univ•irem.fr>

Actas de coloquios inter IREM y Universidades de Verano recientes:

“Las herramientas de cálculo formal en la enseñanza de las matemáticas”, Universidad de Verano de Caen, 1994.

“Enseñar las matemáticas con las herramientas del cálculo formal”, Universidad de Verano de Rennes, 1996.

“Calculadoras simbólicas y geométricas en la enseñanza de las matemáticas”, Coll. Montpellier, 1998.

Otra publicación reciente: “Entornos informáticos de cálculo simbólico y aprendizaje de las matemáticas”, Jornadas de estudio de Rennes, 2000.

PRIMER CICLO (PRIMARIA Y SECUNDARIA)

Responsables: Marie•Claire COMBES (IREM Montpellier), Madeleine MAROT (IREM Poitiers)

Temas usuales tratados:

- Análisis de los nuevos programas de secundaria.
- Elaboración de documentos de acompañamiento acerca de los nuevos programas de secundaria.
- Reflexión sobre el enlace primaria•secundaria

Actas de coloquios inter IREM y de Universidad de Verano recientes:

“Lenguajes, argumentación y deducción en matemáticas de secundaria”, Orleans, 1998.

“Para jugar, vivir de las matemáticas estimulantes y ricas en conocimientos”, Poitiers, junio 1997

“Medir•Contar•Modelar”, Rouen, 1996

“Matemáticas en la secundaria, las posturas de una enseñanza para todos”, Lille, 1999.

De 1 a x: lo numérico en la secundaria, Le Mans (IREM Nantes), 2000, para publicar.

Otras publicaciones:

“Matemáticas en el ciclo central, tomo 1, 1998 ; tomo 2, 2000 – Matemáticas en 1er ciclo de secundaria, 1998• Alrededor de Thales, 1995 – Cifras y letras en la secundaria, 1992.

PUBLIMATH

Responsable: Michele FABREGAS•BECHLER (IREM Lorraine)

Temas usuales tratados:

- Elaboración de un banco de datos en internet sobre la documentación útil a los maestros y alumnos profesores (llamada PUBLIMATH).

Algunas informaciones sobre PUBLIMATH : alrededor de 1000 conexiones por día; sitios: <http://publimath.irem.univ•mrs.fr/> o <http://publimath.univ•lyon1.fr>

Publicaciones:

Un CD•ROM en 1999 – un CD•ROM en 2000, de venta en el APMEP: 26, calle Dumeril, 75013 Paris , <http://www.univ•lyon1.fr/apmep/>

‘RALLYE’

Responsable: Andre ANTIBI (IREM Toulouse)

Temas usuales tratados:

- Censo de todos los temas de los ‘rallyes’ organizados por los IREM.
- Análisis de los temas de tipo ‘rallye’.
- Estudio de la motivación de los alumnos.
- Estudio de las consecuencias posibles en la enseñanza.

Publicación reciente:

“Anales de los temas de los ‘Rallyes’IREM en 1998”, (Ed. IREM Toulouse).

SECUNDO CICLO

Responsable: Jean•Paul ROUMILHAC (IREM Limoges)

Temas usuales tratados:

- Análisis crítico de los nuevos programas de preparatorias.
- Estudio de proyectos de programas de preparatorias.
- Proposición de presentación de ciertas nociones.

Actas de coloquios recientes:

“Enlace Preparatoria pospreparatoria”, Col. Toulouse, junio 1999, por publicarse, (IREM Toulouse).

“Matemáticas, ciencias económicas y sociales”, Col. Dijon, 1998 (IREM Dijon).

Otras publicaciones:

“Módulos en 1er año de preparatoria”

“Cuadernos de la comisión”, 1997, (IREM Clermont•Ferrand).

ESTADISTICA Y PROBABILIDAD

Responsable: Jean•Francois PICHARD (irem Rouen)

Temas usuales tratados:

- Estadística descriptiva.
- Cálculo de probabilidades.
- Estadística inferencial.

Actas de Universidades de Verano recientes:

“Prueba de hipótesis, estimación Bayesiana , regresión lineal, análisis de la varianza, La Rochelle, 1992, (Ed. IREM Rouen).

“Pruebas noparamétricas, análisis factorial, cadenas de Markov, control de la calidad, series cronológicas”, Rouen, 1994 (Ed.IREM Rouen).

“Enseñanza de la probabilidad y de la estadística en la Preparatoria”, Metz, 1996, (OREM Lorraine).

Otra publicación reciente:

“Enseñar las probabilidades en la preparatoria”, 1997, (IREM Reims).

UNIVERSIDAD

Responsable: Viviane DURAND GUERRIER (IREM Lyon)

Temas usuales tratados:

- Enlace Preparatoria y pospreparatoria.
- Organización y condición de enseñanza en las universidades, particularmente asuntos relacionados con la formación de los maestros. Problemas didácticos, particularmente formas de enseñanza experimentales y estudio de su evaluación.

Publicación:

“Enseñar de otra manera las matemáticas en *DEUG A, 1º año. Principios y realización”, 1990 (IREM Lyon).

* DEUG = Diploma de estudios universitarios generales.

Los IREM en el extranjero

LOS IREM DE AMERICA CENTRAL

Fueron creados en cada país de América Central en el transcurso de los años 1998 y 1999, según el modelo de los IREM en Francia, con el apoyo:

- de la Asamblea de los Directores de IREM (ADIREM) de Francia
- del servicio Cultural y Científico, para América Central, de la Embajada de Francia en Costa Rica.

En diciembre 1998 en San José, durante la junta de los Ministros de la Educación de los seis países, los gobiernos de América Central, han aprobado y sostenido oficialmente la creación de los IREM. Cabe señalar también el apoyo de la Comisión de América Central para la Ciencia y la Cultura (CCCC).

Como en Francia, esos IREM están ubicados en las Universidades. Estas participan parcialmente en el financiamiento de esos institutos.

El ADIREM de América Central fija líneas generales de acción, dejando a cada IREM, por supuesto, la posibilidad de tomar en cuenta las prioridades de su país.

El ADIREM de América Central se reúne una vez al año.

Ejes de trabajo actuales:

- Creación de comisiones de reflexión, locales y regionales.
- Participación en la formación de los maestros de la Primaria y Secundaria, en coordinación con las Universidades y los gobiernos de cada país.
- Producción de documentos acerca de la Enseñanza de las Matemáticas, al nivel nacional y regional.
- Traducción y adaptación de documentos IREM de Francia, y difusión de estos documentos en América Central.
- Organización de Rallyes matemáticos en América Central.
- Participación a la red internet PUBLIMATH (banco de datos de las producciones de los IREM y, más generalmente, de publicaciones sobre la enseñanza de las matemáticas).

IREM de Liege • Luxembourg

Fue creado en el transcurso de los años 1999 y 2000, según el modelo de los IREM de Francia, en estrecha colaboración con la Asamblea de los Directores de IREM de Francia.

Con una convención específica, Liege y Luxembourg se han asociado para constituir un núcleo significativo de investigadores en didáctica de las matemáticas y para ofrecer un terreno diferenciado para la experimentación en clase.

Ejes de trabajo actuales:

- En el marco de la investigación: funcionamiento en comisiones compuestas de investigadores universitarios y de maestros del terreno proponiéndose estudiar temas precisos como la transición entre las enseñanzas de la Secundaria y de la Universidad, la herramienta “informática” en la didáctica de las matemáticas, los problemas de matemáticas encontrados en la vida corriente, la enseñanza de la estadística y de las probabilidades,...
- En el marco de la formación continua: Los temas están propuestos por un comité estratégico incluyendo universitarios, profesores de todos los niveles de enseñanza e inspectores.
- En el marco de la publicación: El IREM quiere promover no solo las publicaciones hechas por sus miembros o por las comisiones que ha creado sino también los trabajos de estudiantes, que sean en el marco de los cursos de agregación, de matemáticas, de informática, de estadística o de investigación operacional.

Realización:

Andre ANTIBI

Marc LEGRAND

Louis MAGNINI