



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

## Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería

### OBTENCIÓN EXPERIMENTAL DEL FACTOR DE FRICCIÓN EN UN MICRO-CONDUCTO DE SECCIÓN RECTANGULAR

## TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

MECÁNICA - TERMOFLUIDOS

PRESENTA

**JESÚS ABRAHAM MUÑOZ BARRERA**

TUTOR:

**Dr. FRANCISCO J. SOLORIO ORDAZ**



MÉXICO, D. F.

2007



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## JURADO ASIGNADO

Presidente: Dr. Jaime G. Cervantes De Gortari  
Secretario: Dr. Federico Méndez Lavielle  
Vocal: Dr. Francisco J. Solorio Ordaz  
1er. Suplente: M. I. Antonio Zepeda Sánchez  
2do.suplente: Dr. Oscar E. Bautista Godinez

Lugar o lugares donde realizó la tesis:  
Facultad de Ingeniería

Tutor de Tesis

Dr. Francisco J. Solorio Ordaz.

-----  
Firma

## Índice

<b>Introducción.....</b>	<b>1</b>
 <b>Capítulo 1.</b>	
<b>Antecedentes.....</b>	<b>4</b>
 <b>Capítulo 2</b>	
<b>Planteamiento del Sistema.....</b>	<b>15</b>
<b>2.1 Diseño y Fabricación del Micro-conducto.....</b>	<b>17</b>
<b>2.2 Sistema de Alimentación.....</b>	<b>20</b>
<b>2.3 Sistema de Regulación de Gasto.....</b>	<b>21</b>
<b>2.4 Medición de Gasto.....</b>	<b>22</b>
 <b>Capítulo 3</b>	
<b>Resultados.....</b>	<b>24</b>
 <b>Capítulo 4</b>	
<b>Conclusiones.....</b>	<b>29</b>
 <b>Referencias.....</b>	<b>32</b>



## **Introducción**

El surgimiento de los sistemas micro-electro-mecánicos (MEMS por sus siglas en inglés) y de las celdas de combustible, ha creado la necesidad de estudiar los micro-conductos presentes en dichos sistemas, tanto en aspectos de transferencia de calor como de mecánica de fluidos.

El estudio de micro-conductos inicialmente se llevó a cabo con la teoría convencional (Darcy, Poiseuille) para flujo en tuberías. Esta teoría predice un esfuerzo cortante entre el fluido y las paredes que difiere, en algunos casos, del obtenido de manera experimental, lo que llevó a una controversia sobre la aplicación de dicha teoría, que no se ha resuelto hoy en día.

Se han realizado diversos trabajos experimentales, analíticos y numéricos para obtener el factor de fricción (pérdida de carga) y el coeficiente de transferencia de calor, entre otros parámetros, sin que existan resultados contundentes que justifiquen o desechen el uso de la teoría convencional.

La mayoría de las investigaciones están dirigidas, principalmente, al estudio de conductos rectos, que presentan una sección transversal diversa (circular, rectangular, trapezoidal, etc.) o cambios bruscos (expansión súbita) dentro del conducto.

Dada la importancia del tema, se realizó un estudio experimental previo sobre la caída de presión en un campo de flujo característico de celdas de combustible, en el cual se obtuvieron resultados del factor de fricción superiores a los que se predicen con la teoría convencional, razón por la cual surgió este trabajo, cuyo objetivo es desarrollar un experimento básico, que permita la determinación experimental del factor de fricción dentro de un micro-conducto mediante la medición directa de la caída de presión y del gasto que fluye a través de él.

La tesis se organiza de la siguiente manera:

En el capítulo 1 se presentan los antecedentes generales y los resultados de una investigación bibliográfica sobre el tema de micro-conductos. En el capítulo 2 se da una definición del problema en estudio, se describe el proceso de

manufactura del micro-conducto y se muestran los detalles del dispositivo experimental. En el capítulo 3 se presentan los resultados experimentales del factor de fricción y su comparación con la teoría convencional. Finalmente en el capítulo 4 se dan las conclusiones generales de la tesis, así como una propuesta de trabajo a futuro.



## **Capítulo 1**

### **Antecedentes**

El flujo de líquidos en conductos ha sido estudiado por diferentes investigadores debido a su uso en muchas áreas de la ingeniería.

A continuación se presentan algunos aspectos básicos sobre el flujo laminar en tuberías, que es el tipo de flujo que comúnmente se encuentra en micro-conductos.

**1. Flujo de Hagen-Poiseuille [1]**

El flujo dentro de tubos circulares fue inicialmente estudiado por Hagen (1839) y Poiseuille (1840). Suponiendo flujo laminar incompresible, permanente y desarrollado, las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento se integran fácilmente para dar el perfil de velocidades:

$$u = \frac{-dp}{4\mu} \frac{dx}{dx} (r_o^2 - r^2) \dots\dots\dots (1.1)$$

Así, la distribución de velocidades resulta un paraboloides de revolución. El gasto volumétrico se define para cualquier conducto como:

$$Q = \int_{seccion} u dA \dots\dots\dots (1.2)$$

donde el elemento diferencial de área para un tubo circular es  $dA=2\pi r dr$ , y al realizar la integración obtenemos:

$$Q = \frac{\pi r_o^4}{8\mu} \left( -\frac{dp}{dx} \right) \dots\dots\dots (1.3)$$

La velocidad media se define como  $u = Q/A$  y en este caso da:

$$u = \frac{r_o^2 (-dP / dx)}{8\mu} \dots\dots\dots (1.4)$$

El esfuerzo cortante en la pared es una constante y está dado por:

$$\tau_w = \mu \left( -\frac{du}{dr} \right)_w = \frac{1}{2} r_o \left( -\frac{dp}{dx} \right) = \frac{4\mu u}{r_o} \dots\dots\dots (1.5)$$

Se encuentran dos definiciones de factor de fricción en la literatura:

$$f = \lambda = \frac{8\tau_w}{\rho u^2} = \text{Factor de fricción de Darcy} \dots\dots\dots (1.6)$$

$$C_f = \frac{2\tau_w}{\rho u^2} = \frac{1}{4} f = \text{Factor de fricción de Fanning} \dots\dots\dots (1.7)$$

Sustituyendo la ecuación de esfuerzo cortante en la pared, se obtienen las relaciones convencionales para el factor de fricción:

$$f = \frac{64}{Re_D} \dots\dots\dots (1.8)$$

$$C_f = \frac{16}{Re_D} \dots\dots\dots (1.9)$$

Finalmente, el número de Poiseuille, se puede definir en términos de  $C_f$  o de  $f$  para dar:

$$Po = C_f Re_D = 16 \dots\dots\dots (1.10)$$

$$Po = f * Re_D = 64 \dots\dots\dots (1.11)$$

Esta definición de número de Poiseuille es válida para conductos de sección circular. Para el caso de conductos de sección diferente a la circular el número de Poiseuille sigue siendo una constante, pero de valor distinto.

En la Figura 1.1 se muestra el número de Poiseuille obtenido de la solución exacta para flujo laminar en varias geometrías como una función de la relación de aspecto  $\alpha=h/w$ . Se observa una gran discrepancia en el valor para los diferentes casos. El número de Reynolds se calcula con el diámetro hidráulico.

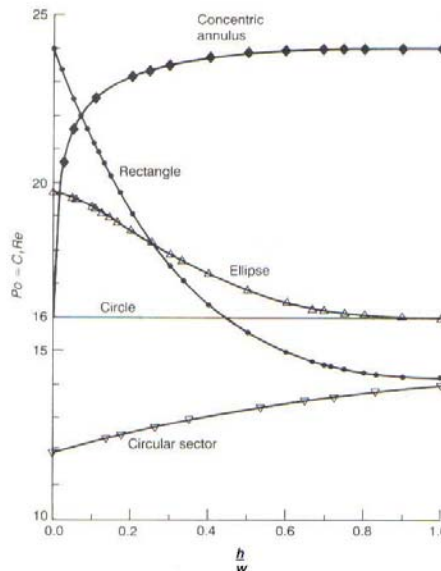


Fig. 1.1  $Po$  vs.  $\alpha$  [1]

Xu [2] sintetiza la información correspondiente para conductos rectangulares de la Figura 1 en la siguiente ecuación:

$$Po \equiv f * Re = 96(1 - 1.3553\alpha + 1.9467\alpha^2 - 1.7012\alpha^3 + 0.9564\alpha^4 - 0.2537\alpha^5) \dots(1.12)$$

Esta teoría se considera como clásica o convencional, que se ha aplicado con éxito durante muchos años en el estudio del flujo en tuberías, pero como ya se mencionó, con la aparición de los micro sistemas electromecánicos esta validez se ha puesto en duda ya que al aplicarla al flujo en micro-conductos, los resultados obtenidos teóricamente difieren en algunos casos de los experimentales, en ocasiones hasta en un orden de magnitud.

Dado que también existen trabajos donde se reportan valores del coeficiente de fricción obtenidos de manera experimental que se comparan favorablemente con los calculados con la teoría convencional, ha surgido una controversia sobre la aplicación o no de dicha teoría. En todo caso debe de quedar claro bajo qué condiciones y para qué dimensiones de los conductos sería aplicable la teoría convencional.

Se deben tomar en cuenta varios aspectos (Gad-el-Hak [3]) entre los que se encuentran la aplicación o no de la hipótesis del medio continuo a la escala microscópica, el cumplimiento o no de la condición de no deslizamiento y de la hipótesis de equilibrio termodinámico local. Se debe contemplar también que para esta escala pueden ser importantes algunas fuerzas superficiales que comúnmente se desprecia en macro-conductos, como las intermoleculares de van der Waals y las electrostáticas.

Desde el punto de vista teórico resulta difícil establecer las condiciones bajo las cuales es posible aplicar la teoría convencional de macro-conductos a micro-conductos.

Con el propósito de llegar a alguna respuesta de la manera más sencilla posible, en este trabajo de tesis se llevó a cabo una revisión bibliográfica del tema, ubicando una serie de trabajos teóricos y experimentales, orientados principalmente a la obtención experimental del factor de fricción en microconductos. Como resultado se presentan en primer lugar (Tabla 1.1) una serie de trabajos en los que se concluye que es aplicable la teoría convencional de tuberías para los cálculos en microconductos. Posteriormente se citan (Tabla 1.2) varios trabajos en los que se reportan diferencias apreciables entre lo que predice la teoría y los resultados experimentales.

Dado que de esta revisión bibliográfica no se pudo llegar a un resultado concluyente sobre la aplicación o no de la teoría convencional en el caso de micro-conductos, en la presente tesis se propone la realización de un experimento básico, sencillo y directo para la obtención experimental del factor de fricción en estos micro-desarrollos. Se espera con esto, contribuir en algo a dilucidar la controversia existente o cuando menos tener una idea mas clara de las dificultades que se presentan al abordar este tipo de problemas.

**Tabla 1.1 Investigaciones con Teoría Convencional Aplicable.**

Autor	Características del Experimento	Parámetros medidos y equipo utilizado	Comentarios
Bowers M.B. y Mudawar I.[4]	Conducto circular: "mini"-conducto: 2.54 mm "micro"-conducto: 510 $\mu\text{m}$ Ensamble de fibra de vidrio. Conductos construidos mediante manufactura especiales R-113 Aplica un flujo máximo de 95 ml/min	Flujo de calor Presión y temperatura del fluido, Coeficiente de fricción de Fanning Termocoples	Menores caídas de presión para los conductos de menos tamaño. Aplica teoría convencional. Fluctuaciones a lo largo de la medición.
Tong et. al.[5]	Tubos circulares cuyo diámetro vario entre 1.05 y 2.44 mm Acero inoxidable Agua desionizada Flujo másico de 25000 a 45000 $[\text{kg}/\text{m}^2\text{s}]$	Presión Flujo. Transductores de presión. Flujómetros tipo "turbina"	Concordancia para flujo laminar en conductos lisos. Expone una correlaciono ara flujo turbulento.
Harms et. al. [6]	Variación del ancho del conducto. 1000 $\mu\text{m}$ profundidad y 251 $\mu\text{m}$ Rectangular Conductos en placa de silicón, cubiertos con vidrio Agua 173<Re<12900	$f$ aparente fanning. Medición de gasto, presión. $f$ Vs Re, Nu vs. Re Transductores de presión. Medidores digitales o turbina para medición de gasto.	Con el $f$ aparente considera que se incluyen los efectos de entrada. Variaciones de relación de aspecto entre 0 y 1. Trabaja dentro de régimen laminar, transición y turbulento.
XinXin Li et. al. [7]	Ancho de 40 $\mu\text{m}$ Altura de 1 $\mu\text{m}$ Longitud de 4000 $\mu\text{m}$ Conductos construidos en silicón Nitrógeno	Gasto, presión. Longitud Equivalente para la obstrucción. Presión de entrada superior a 50 psi. Medición del gasto mediante una jeringa de vidrio. Flujo másico medido a través de la caída de presión total. Sensores de presión a lo largo del conducto.	Buenos resultados de la expresión de Poiseuille para calculo de flujo másico. Considera los efectos de compresibilidad. Caída de presión no lineal en las obstrucciones. Presión medida dentro del conducto.

Xu B. et. al. [2]	Aluminio 46.8<Dh<344.3μm Silicón: 29.59<Dh<79.08μm Agua Re entre 30 y 4000	Gasto, presión Gasto, mediante balanza electrónica. Presión, mediante transductores de presión. f de darcy	Perdidas de entrada, salida. Uso de teoría para conductos rectangulares a partir de la relación de aspecto. Diferencias para los conductos más pequeños. Diferencias apreciables dentro de los conductos de aluminio debido a mal sellado
Judy et .al [8]	Circular: 15< D < 150 μm Sílice Fundida Acero Inoxidable. Cuadrada: Dh = 300μm Sílice Fundida Agua, Isopropanol, Metanol Re entre 8 y 2000	f*Re. medición de la caída de presión medición del gasto Transductores de presión. Medición del gasto mediante la recolección del fluido.	Perdidas de entrada y salida obtenidos de valores de macro-conductos. Observación de la geometría mediante microscopía. Considera la evaporación del fluido. Cuestiona la existencia de longitud de desarrollo.
Wu H. Y., Cheng Ping, [9]	Trapezoidal 25.9< Dh < 291 μm Relación de aspecto 0 – 0.985. Conductos construidos mediante “etching” sobre silicón. Agua desionizada	Transición a turbulencia. Coeficiente de fricción de Fanning. Medición de la presión mediante transductores de presión. Medición del gasto mediante recolección para posterior pesaje.	Pérdidas secundarias obtenidas de macro-conductos. Expone una correlación para f*Re de conductos trapezoidales. Efectos de la relación de aspecto en el factor de fricción. Transición a turbulencia entre Re de 1500-2000.
Sharp K.V, Adrian R.J. [10]	Circular 50 < D < 247 μm Conductos capilares de silicio Agua, Mezcla de Propanol – Glicerol Re entre 20-400, 400-2900.	Gasto, presión. Transición a turbulencia. Factor de fricción. Medición del gasto mediante la recolección del fluido en un tiempo determinado y el “pesado” del mismo. Medición de presión mediante transductores y almacenado en una computadora.	Buen modelado del continuo mientras no se acerque a la longitud de deslizamiento (micrómetros) Flujo a través del conducto con diámetro semi-constante debido a la disminución de volumen del tanque. Estado casi-estacionario. Consideraciones de pérdidas de macro-conductos.
Wang et.al.[11]	Conductos rectangulares y circulares. 0.198 < Dh < 2.01 [mm] Acrílico mediante maquinados Tubos de cobre y de vidrio. Agua, Aceite Re =11.3 y 32000 para agua. Presión 130 y 13000 Pa	Medición de presión. Gasto másico. Factor de fricción de Fanning Diferentes transductores de presión. Medición de gasto mediante una balanza de precisión.	Teoría de conductos rectangulares. Alturas de 0.1 [mm] Para el flujo de agua la teoría aplica correctamente para agua pero no para el aceite.

Celata et. al.[12]	NA	NA	Hace un estudio sobre las incertidumbres de las experimentaciones realizadas. Concluye que para Re menores a 600 la teoría aplica correctamente. A re superiores existe una separación entre los resultados teóricos y experimentales. Lo que requiere un conocimiento de los factores que generan los errores.
Celata et. al [13]	Conductos circulares: D entre 70 y 326μm Agua desmineralizada 25ml/min	Factor de fricción se Darcy. Medición de la temperatura. Medición del gasto con una balanza de alta precisión.	Filtran el agua mediante un filtro de 10 μm. Concordancia total para Re> 300. Altas presiones.
Kohl M. J. et.al. [14]	Rectangulares: Ancho: 7μm, Prof.: 10 μm Rugosidad entre 0.27 y 0.47 μm Construidos mediante "etching" en placas de silicón. Agua, Aire Para Knusen menores a 0.01.	Presión, temperatura, Gasto. Medición de presión mediante una membrana sensible, el gasto se midió mediante la cuantificación del volumen desplazado.	Perdidas de entrada de macro-conductos. Teoría de flujo compresible debido a la poca validez de la teoría incompresible para el aire. Incluye mediciones externas debido a la incertidumbre de las mediciones internas.
Yang et al. [15]	Circular: 173 < D < 4010 μm Agua, Aire, Refrigerante R-134A Entre 1200 < Re < 3800	Obtención de caída de presión a lo largo del conducto. Medición del gradiente de presión.	Las correlaciones para conductos grandes (macro-conductos) son aplicables al cálculo correspondiente para agua y refrigerante, para el aire solo para bajas velocidades. Buena concordancia con la ecuación de Poiseuille.
Maynes y Webb [16]	Circular: D = 705 μm Agua 500 < Re < 5000	Medición de la caída de presión. Obtención de rms de perfil de velocidades. Obtención de la velocidad mediante "Molecular Tagging".	Para los perfiles de velocidades correspondientes a Re = 500, 700, 1240, 1600, se muestra una excelente concordancia con la teoría para flujo laminar. No se observó una transición en Re menores a 2100.
Lelea et al [17, 18]	Circular: 100 < D < 500 μm acero inoxidable Agua Destilada. 50 < Re < 800	Cálculo de caída de presión.	El Po se mantuvo con buenos resultados con los valores teóricos. No reporta una transición a turbulencia dentro del rango de Re utilizado.
Papautsky et. al. [19]	Rectangular: Variación de la profundidad entre 150 y 600 μm	Obtención de pérdida de presión.	Las mediciones mostraron in relación de Po/Po <sub>teo</sub> independiente de Re <sub>crit</sub> .



	<p>Altura entre 22.71 y 26.35 <math>\mu\text{m}</math>                  Agua                  Re extremadamente bajos, <math>0.001 &lt; \text{Re} &lt; 10</math></p>		<p>Desviación de 20% con el correspondiente de teoría convencional.</p>
Cui et. al. [20]	<p>Circular: <math>3 &lt; D &lt; 10 \mu\text{m}</math>                  Agua, Isopropanol, Tetraclorito de Carbono.                  Re de trabajo entre 0.1 y 24.</p>	<p>Medición de la caída de presión dentro del conducto.</p>	<p>Utiliza altas presiones, entre 1 y 30 MPa.                  Ligeras variaciones para el agua desionizada.                  Datos experimentales concordantes con la teoría convencional.</p>
Phares et al [21]	<p>Orificio:                  Variación del diámetro entre 80,100, 130, 160 <math>\mu\text{m}</math>                  Acero inoxidable.                  Poliamidas.                  Agua desionizada</p>	<p>Medición de presión.                  Medición de presión mediante transductores de presión conectados a PC mediante Lab View</p>	<p>Importancia de los materiales.                  El orificio de la poliamida presento mas "rugosidad".                  Remoción de las burbujas del sistema.                  Concordancia con Poiseuille para flujos pequeños.                  Recomienda un estudio más detallado para determinar los efectos de la rugosidad.</p>
Hrnjak y Tu [22 ]	<p>Conductos rectangulares  <math>69.5 &lt; D_h &lt; 304.7</math>, relación de aspecto de 0.09 hasta 0.24.                  R 134<sup>a</sup> liquido y en vapor                  Presión de entrada para caracterizar solo la región laminar                  Re entre 112 y 9180.</p>	<p>Medición del flujo mediante balanza.                  Medición de la temperatura con termopares tipo T.                  Transductores de presión diferenciales.                  Almacenamiento de los resultados en una computadora.</p>	<p>Para rugosidades bajas el factor de fricción y el <math>\text{Re}_{\text{crit}}</math> concuerdan con el valor de la teoría.                  Efectos de la rugosidad para el comportamiento del flujo laminar, debido a un <math>\text{Re}_{\text{crit}}</math> menor (1570)</p>

**Nota:**

**NA: No aplicó**

**Tabla 1.2. Investigaciones con Teoría Convencional No Aplicable**

Autor	Características de Experimento	Parámetros medidos y equipo utilizado	Comentarios
Mala y Li [23]	Circular: Dh entre 50 y 254 $\mu\text{m}$ Acero inoxidable. Silicio fundido. Agua destilada. Varios Re hasta superiores a 2500.	Medición de la presión de entrada. Presión, Gasto. Medición de la presión de entrada directamente de la bomba. Medición del flujo mediante un sensor de flujo y mediante la recolección del flujo en un tiempo determinado. Flujómetro, Bomba de precisión. Transductores de presión. Sistema de adquisición de datos	Para conductos de "gran" tamaño para Re buena concordancia entre $f_{\text{teo}}$ y $f_{\text{exp}}$ Cálculo de las pérdidas en flujo estable. Perdidas de entrada y salida despreciable debido a la configuración del experimento. Diferencias con la teoría convencional dependiendo del diámetro utilizado. Dependencia del material utilizado. Propone un modelo para los efectos de rugosidad.
Mala, Wielin, Li [24]	Trapezoidal: Dh entre 51 y 169 $\mu\text{m}$ Silicio fundido. Mediante "etching" anisotrópico Agua destilada. Presión de 4000 psi Gasto de 2.5 a 560 $\text{cm}^3/\text{hr}$	Medición de la presión de entrada. Gasto. Medición de la presión de entrada directamente de la bomba. Medición del flujo mediante un sensor de flujo y mediante la recolección del flujo en un tiempo determinado. Diferentes transductores para obtener mejor aproximación.	Cálculo de las pérdidas en flujo estable. Perdidas de entrada despreciables debido a la configuración del experimento. Perdidas de entrada y salida de macro-conductos. Propone modelo para los efectos de rugosidad. Máxima caída de presión de 250 psi, una vez que los conductos se fracturaban a presiones superiores.
Pfund David et. al.[25]	Rectangular. Relaciones de aspecto grandes. Lisos y rugosos. Poli carbonato fundido. Poliamidas. Agua Re entre 60 y 3450 Presión de 2 bar	Medición de la presión. Medición de gasto. f Fanning Medición de la caída de presión mediante transductores. Medición del gasto mediante mini-turbinas. 11 puntos de medición a lo largo del conducto.,	Factor de fricción superior al calculado mediante teorías convencionales. No afectan los efectos de entrada. Medición de la rugosidad en las diferentes superficies. Filtrado de agua par eliminar "ruido de las mediciones" Perfil laminar.
Jiang. et al.[26]	Rectangulares.	Medición de la caída de presión.	Limitaciones del maquinado.

	<p>200µm ancho          600µm profundidad.          Rugosidad entre 5.8 y 36.3 µm.          Conductos construidos mediante corte con hilo.          Agua destilada.          Velocidades desde 0.13 hasta 4.97 m/s          Caída de presión desde 0.033 hasta 0.9 bar.</p>	<p>Medición del flujo.          Medición de la presión mediante manómetros calibrados con rango de medición de 0.6 MPa.          Medición del flujo mediante la recolección del flujo en un tiempo determinado.</p>	<p>A mayor profundidad de los conductos se presento una menor caída de presión.          Presenta una correlación para el f en micro intercambiadores de calor.          Transición pronta a turbulencia.</p>
Hsieh et al [27]	<p>Rectangular:          Prof: 50µm          Ancho: 200µm          Largo: 2400µm          Placa de silicio.          Mediante "etching"          Nitrógeno          Knusen menores a 0.02</p>	<p>Medición de Temperaturas.          Medición de presión.          Medición de flujo.          Medición del gasto mediante un medidor MKS.          Transductores de presión.</p>	<p>Reporta una menor caída de presión que la calculada para conductos convencionales.          Tiempo de medición a partir de que no existieron variaciones (5min)          Medición en estado estable, con toma de mediciones cada 5 min.          Incorpora el coeficiente de deslizamiento.          No fue posible obtener una distribución detallada de la presión.          Comparaciones con las teorías de Darcy y Fanning.</p>
Peng y Peterson [28]	<p>Rectangular          Dh entre 133 – 343 µm          Agua          Velocidades entre 0.2 –12 m/s.          Rango de Re entre 50 – 4000</p>	<p>Coefficientes de arrastre.</p>	<p>Aplica correlaciones obtenidas de trabajos anteriores.          Coeficientes de arrastre proporcionales al inverso de Re.          Po no fue constante para el flujo laminar.          Pronta transición a turbulento a Re bajos.          Dependencia del parámetro Dh.</p>
Li et al [29]	<p>Circular:          128.76 &lt;Dh &lt;179.8          Tubo de acero inoxidable.          Agua desionizada          350 Re 2300</p>	<p>Medición de presión</p>	<p>Valor de Po excede el correspondiente a la teoría convencional para los Dh de menor tamaño en un 37% para el conducto de 128µm.          Reynolds critico menos que el de tubos convencionales (1700).</p>



## **Capítulo 2**

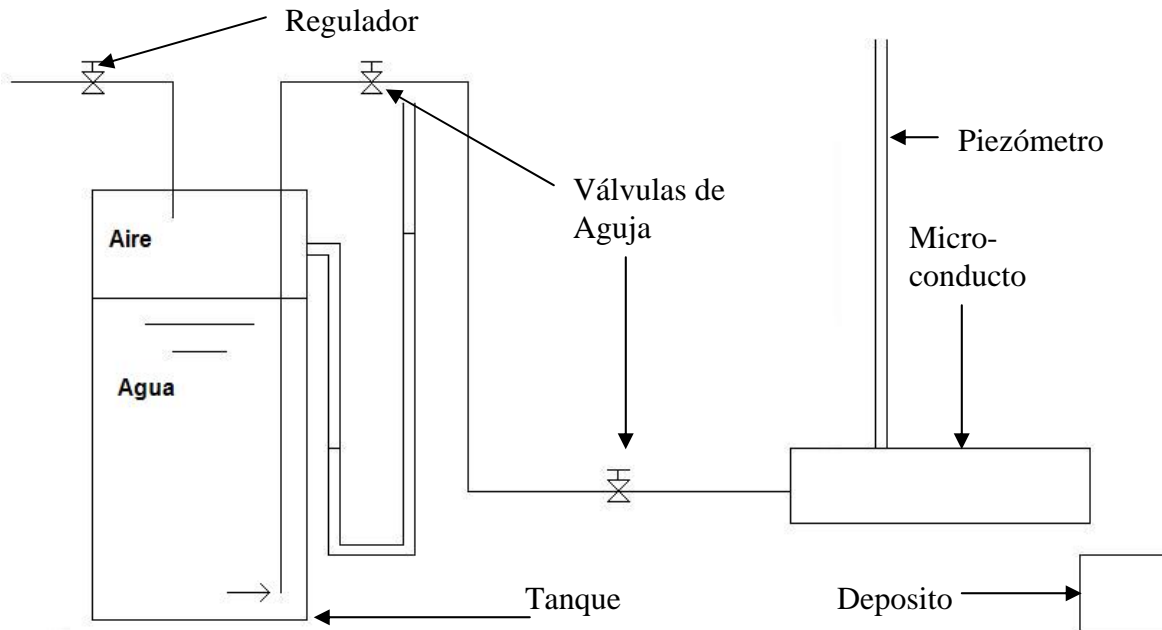
### **Planteamiento del Problema y Dispositivo Experimental**

El problema en estudio se ilustra en la Figura 2.1. El flujo de agua se suministra al micro-conducto mediante el tanque neumático, y se regula por medio de las válvulas de aguja. La presión en el colchón de aire del tanque neumático se mantiene constante con el regulador de presión, que se alimenta de aire directamente de la línea del laboratorio. La caída de presión, en el micro-conducto se determina con el piezómetro de columna de líquido. El líquido se recolecta en el depósito de aforo para después obtener su masa en una balanza de precisión y

---

**Obtencion Experimental del Factor de Fricción en un Micro-conducto de 15 Sección Rectangular**

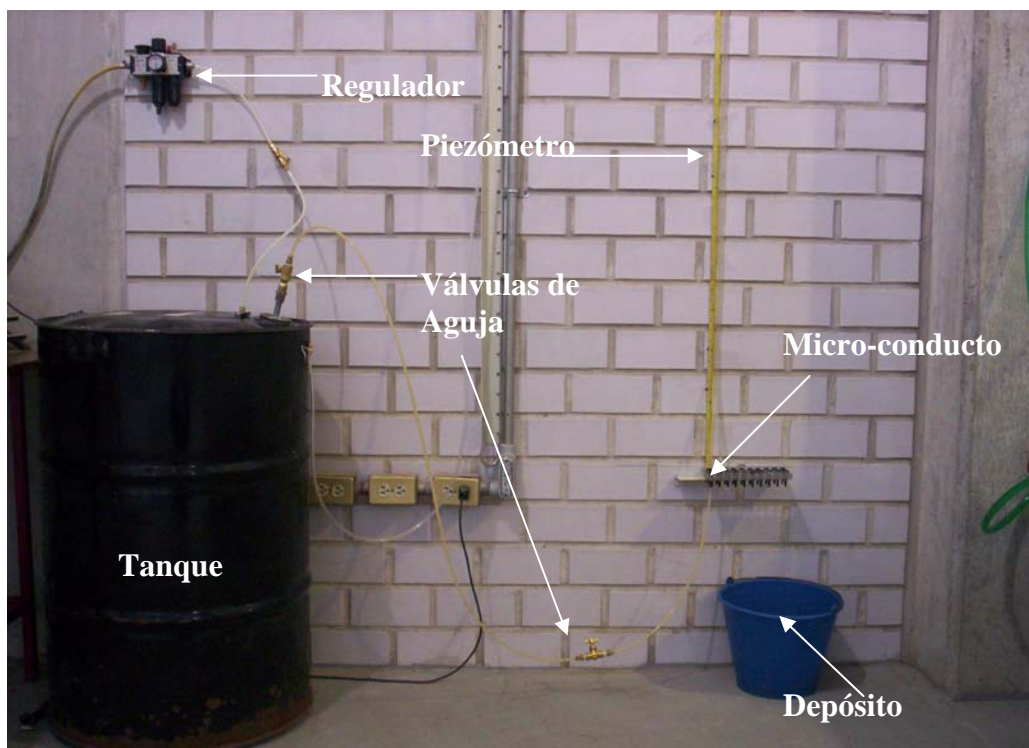
así obtener el flujo másico. La Figura 2.2 muestra una fotografía del sistema completo.



**Figura 2.1 Esquema del problema en estudio.**

En el diseño del dispositivo experimental se toma en cuenta lo siguiente:

- Debe permitir variar el diámetro hidráulico.
- La longitud del micro-conducto, deber ser lo suficientemente grande para que la medición de la caída de presión se haga en la zona de flujo desarrollado.
- La medición de la presión deber ser lo más directa posible.
- Permitir la variación del gasto másico.



**Fig. 2.1 Sistema experimental completo.**

A continuación se describen las diferentes etapas de diseño del dispositivo.

### **2.1 Diseño y fabricación del micro-conducto.**

A partir de la literatura existente, se encontró que entre los principales métodos de construcción de micro-conductos se encuentran los procesos de:

- Mini-maquinados.
- Ataque químico a placas de sílice fundida (etching).
- Arreglos tipo “sándwich”.

Cabe aclarar que en este trabajo sólo se utilizó el arreglo tipo sándwich, debido a que ofreció funcionalidad para el incremento del diámetro hidráulico de los conductos. De esta manera el conducto estudiado resulta de sección transversal rectangular de ancho  $w$  y altura  $h$ .

## Planteamiento del Problema y Dispositivo Experimental

Como ya se mencionó en párrafos anteriores, un requerimiento del conducto final es la necesidad de que el flujo llegue a ser completamente desarrollado en la zona de medición. Para garantizar que se tenga la longitud adecuada, se utilizó la siguiente correlación [1] para el cálculo de la longitud de entrada hidrodinámica:

$$\frac{L_e}{D_h} \approx C_1 + C_2 \text{Re}_{D_h} \dots \dots \dots (2.1)$$

donde:

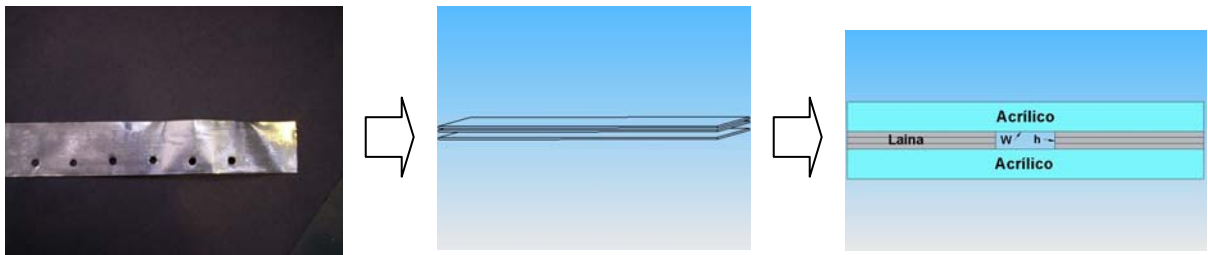
$$C_1=0.5$$

$$C_2=0.05$$

$$\text{Re}= 2400$$

Una vez que se habían establecido los requerimientos del micro-conducto a estudiar, tomando como base el modelo propuesto por Pfund [21], se decidió utilizar el arreglo tipo sándwich, (placa, separación, placa), ver figura 2.3. Para este fin, después de llevar a cabo algunas pruebas preliminares [30,33], se seleccionaron placas de acrílico debido a su facilidad de manufactura.

El conducto se construyó, con un ancho fijo (w) y se varió la altura (h), para la cual se utilizaron laines de acero y hojas de acetato.



a) Laina de separación

b) Apilamiento de laines

c) Ensamble acrílico-laina-acrílico.

**Fig. 2.3**

Las laines de acero presentaron los siguientes problemas:



## Planteamiento del Problema y Dispositivo Experimental

- Una mala “compresión” del apilamiento debido a la poca afinidad entre los adhesivos (pegamento epóxico) y el material de las lánas.
- El conducto presentó fugas, debido al mal sellado.

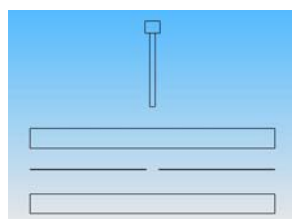
Por lo tanto, se procedió a utilizar otro material para incrementar la separación de las placas de acrílico, láminas de acetato, (Figura 2.4), ya que ofrecieron mayor afinidad entre el adhesivo y la placa de acrílico, incrementando así, la altura necesaria para el conducto.



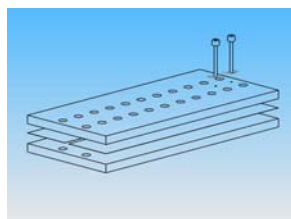
**Fig. 2.4 Laminas de Acetato de Vinilo**

La altura del micro-conducto se varió desde 0.08 hasta 0.52 [mm], y se midió con un vernier “Scala” con resolución de 0.02 [mm].

A la placa de acrílico superior se le colocaron mini-tubos para la conexión de los piezómetros. Finalmente se agregaron tornillos para mantener fijo el ensamble, Fig. 2.5.



**a) vista frontal del conducto**



**b) vista isométrica del ensamble del conducto**



**c) conducto final**

**Fig. 2.5**

Los diferentes diámetros hidráulicos de los diferentes microconductos se muestran en la tabla 2.1

**Tabla 2.1. Diámetros Hidráulicos**

Altura [m]	Ancho fijo [m]	Diámetro Hidráulico [ $\mu\text{m}$ ]
8.0 E-5	5.0 E-3	157
2.0 E-4	5.0 E-3	385
3.5 E-4	5.0 E-3	660
5.2 E-4	5.0 E-3	942

## 2.2 SISTEMA DE ALIMENTACIÓN

Para el suministro de líquido al microconducto se usó un sistema neumático que consta de un tanque de 200 [lt] que contiene agua en su parte inferior, sobre la cual se aplica presión con aire de la línea del laboratorio que se mantiene constante mediante un regulador de presión. De esta manera, se garantiza que se pueda mantener un gasto constante, dentro de ciertos límites.

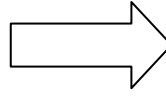
Cabe mencionar que el sistema de alimentación sufrió algunas modificaciones tanto en el regulador de aire como en el depósito empleado, ya que inicialmente se tenía un depósito pequeño que se vaciaba con cierta rapidez, lo que impedía mantener la carga constante en el conducto.



**Fig. 2.6 Regulador de presión utilizado en el arreglo final**



a) Deposito Inicial



b) Tanque final utilizado durante la experimentación

Fig. 2.7

### 2.3 Sistema de Regulación de Gasto.

El sistema de regulación del gasto, fue una parte importante durante el desarrollo del presente trabajo, una vez que se necesitó un rango amplio de gastos (números de Reynolds) para poder establecer el comportamiento del factor de fricción.

Este sistema se fue adaptando a las modificaciones que se realizaban al sistema de alimentación.

Por esta razón, fue necesario la implementación de una válvula de aguja (Fig. 2.8) que ofreció un mejor control. Ésta válvula era muy sensible al tacto (con sólo tocarla se modificaba la columna del piezómetro), así que se procedió a la instalación otra válvula para tener más control del gasto medido (el arreglo presentó 2 válvulas de aguja).



Fig. 2.8 Válvula de aguja utilizada.

Una vez que el objetivo del trabajo es la determinación experimental del factor de fricción a partir de la medición de la caída de presión a través del modelo de estudio (micro-conducto recto), se requirió un instrumento que nos permitiera tener una lectura precisa de la caída de presión existente. Con base en esto, se intentó la colocación de un micro-manómetro diferencial, pero la caída de presión existente para el conducto sobrepasó el rango de medición de este instrumento, se optó por utilizar un piezómetro.

El punto de medición se ubicó después de la longitud de desarrollo del flujo.

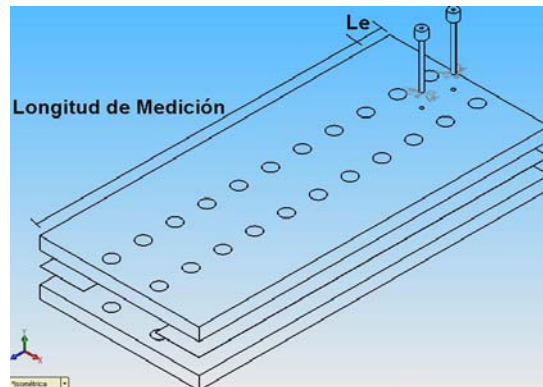


Fig. 2.9 Ubicación de punto de medición.

### 2.4 Medición del Gasto

Dentro de la literatura revisada para este trabajo, se encuentran diferentes métodos de medición del gasto volumétrico o másico, estos métodos van desde la utilización de flujómetros de alta precisión; el uso de mini-turbinas y la recolección del gasto en un determinado tiempo.

La velocidad media del fluido se calcula con la expresión:

$$u = \frac{m}{\rho t} \dots\dots\dots(2.2)$$

Donde:

$u$  = Velocidad media del fluido [m/s]

$m$  = Gasto másico [ $m^3/s$ ]

$\rho$  = densidad del fluido [ $kg/m^3$ ].

$t$  = tiempo de medición

Dadas las condiciones geométricas del micro-conducto, es muy difícil o casi imposible la medición de la velocidad dentro del mismo, por esta razón es que se utilizó el valor promedio de la velocidad del fluido obtenida de esta manera.

El sistema de medición del gasto, se basa en la recolección del fluido en un recipiente en un tiempo fijo (alrededor de 30 minutos). El conteo del tiempo de medición se inició cuando no se observó variación considerable (estado permanente) en la columna del piezómetro. Posteriormente se pesa el líquido recolectado en una mini-balanza (Fig. 2.10) la cual ofreció un rango de medición de 310 [gr.] y una resolución de 0.01 [gr.].



**Fig.2.10 Micro-Balanza**

## **Capítulo 3**

### **Resultados**

En este capítulo se presentan los resultados sobre el factor de fricción obtenidos en el experimento y su comparación con el calculado mediante la solución exacta de las ecuaciones de movimiento.

Se estudian cuatro micro-conductos con las características que se indican en la Tabla 3.1

Tabla 3.1. Dimensiones de lo Micro-conductos.

Mini- Conducto	Altura (h) [m]	Ancho fijo (w) [m]	Longitud [m]	Diámetro Hidráulico[ $\mu\text{m}$ ] $D_h$	Relación de Aspecto $\alpha = \frac{h}{w}$
1	8.0 E-5	5.0 E-3	0.162	157	0.016
2	2.0 E-4	5.0 E-3	0.160	385	0.04
3	3.5 E-4	5.0 E-3	0.134	660	0.07
4	5.2 E-4	5.0 E-3	0.169	942	0.104

El diámetro hidráulico y el número de Reynolds se definen como:

$$Dh = \frac{4A}{P} \dots\dots\dots(3.1)$$

$$Re_{Dh} = \frac{u * Dh}{\nu} \dots\dots\dots(3.2)$$

Las pruebas se realizaron incrementando el gasto másico y la limitante para cada medición fue la columna de agua alcanzada en el piezómetro, que obviamente no puede ser mayor que la longitud del mismo.

Para el cálculo del factor de fricción, se utilizó la expresión (Darcy-Weisbach):

$$f = H * \left( \frac{D_h}{l_d} \right) * \left( \frac{2g}{u^2} \right) \dots\dots\dots(3.3)$$

Donde:

H= altura piezométrica [m]

$D_h$  = diámetro hidráulico [m]

$l_d$  = longitud [m]

$u$  = velocidad media del fluido [m/s]

Los resultados para los diferentes conductos se muestran en la tabla 3.2.

**Tabla 3.2 Factor de fricción experimental como función del número de Reynolds.**

157 E-6 [m]			385 E-6 [m]			660 E-6 [m]			942 E-6 [m]		
Re	f	Po	Re	f	Po	Re	f	Po	Re	f	Po
9	1.112	10.11	12	2.756	31.86	53	1.197	63.44	62	1.526	94.41
14	0.726	10.07	29	1.052	30.55	102	0.668	67.99	100	0.918	86.39
36	0.258	9.26	60	0.539	32.13	160	0.415	66.27	221	0.347	76.84
43	0.213	9.21	117	0.274	32.01	342	0.183	62.38	342	0.220	75.38
50	0.205	10.32	151	0.209	31.46	437	0.141	61.74	519	0.141	73.28
65	0.144	9.40	234	0.132	30.76	565	0.096	54.01	724	0.100	72.19
79	0.116	9.23	261	0.118	30.87	684	0.092	62.78	894	0.082	73.31
95	0.100	9.51	290	0.117	33.90	741	0.084	62.19	1153	0.062	71.06
99	0.092	9.12	327	0.108	35.16	948	0.065	61.52	1621	0.037	59.85
112	0.080	8.99	396	0.087	34.61	1113	0.054	59.57	1889	0.036	68.16
126	0.071	8.89	433	0.080	34.45	1247	0.054	66.78	2074	0.035	72.78
133	0.067	8.92	503	0.068	34.30	1443	0.042	60.81	2205	0.035	76.74
141	0.063	8.83	608	0.055	33.63	1686	0.035	59.32	2420	0.034	81.76

Una vez que se obtuvieron los resultados experimentales, para el comparativo con los resultados teóricos, se usó la expresión propuesta por Xu [2] [Ecuación 1.12 de antecedentes].

Los números de Po experimental y teórico se muestran en la Tabla 3.3:

**Tabla 3.3 Comparativo entre  $Po_{exp}$  y  $Po_{teo}$**

157 E-6 [m]		385 E-6 [m]		660 E-6 [m]		942 E-6 [m]	
$Po_{exp}$	$Po_{teo}$	$Po_{exp}$	$Po_{teo}$	$Po_{exp}$	$Po_{teo}$	$Po_{exp}$	$Po_{teo}$
10.11	93.96	31.86	91.08	63.44	87.75	94.41	84.31
10.07	=	30.55	=	67.99	=	86.39	=
9.26	=	32.13	=	66.27	=	76.84	=
9.21	=	32.01	=	62.38	=	75.38	=
10.32	=	31.46	=	61.74	=	73.28	=
9.40	=	30.76	=	54.01	=	72.19	=
9.23	=	30.87	=	62.78	=	73.31	=
9.51	=	33.90	=	62.19	=	71.06	=
9.12	=	35.16	=	61.52	=	59.85	=
8.99	=	34.61	=	59.57	=	68.16	=
8.89	=	34.45	=	66.78	=	72.78	=
8.92	=	34.30	=	60.81	=	76.74	=
8.83	=	33.63	=	59.32	=	81.76	=



Con la finalidad de mostrar la diferencia entre el factor de fricción experimental ( $f_{exp}$ ) y el teórico ( $f_{teo}$ ), de la definición  $Po = f \cdot Re$  se despejó  $f$ . Los resultados se muestran en la tabla 3.4.

Estos mismos resultados se muestran gráficamente en la Figura 3.1

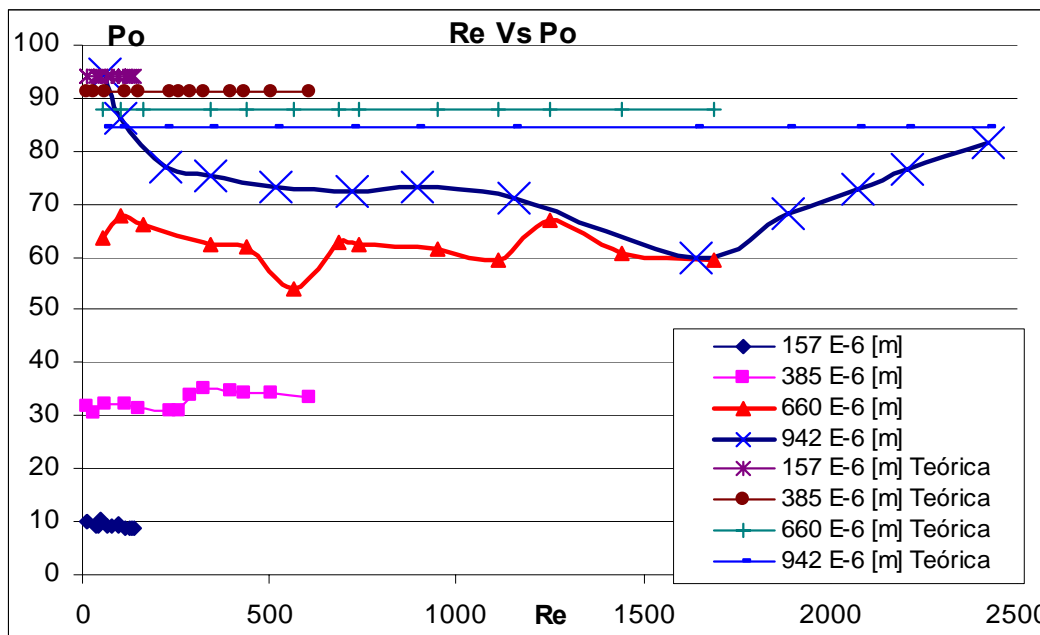


Fig. 3.1 Grafica Re vs. Po exp, Re vs. Po teo.

Se puede ver que el número de Poiseuille teórico es constante una vez que en la ecuación propuesta por Xu [2] solo aparece como función de la relación de aspecto del conducto.

También se observa una gran diferencia, de alrededor de un orden de magnitud, entre los valores de  $Po_{exp}$  y  $Po_{teo}$  para los mini-conductos de menor diámetro hidráulico, la cual disminuye hasta resultados del mismo orden para los conductos de mayor diámetro. Ésta diferencia se muestra de manera más clara en la Figura 3.2.

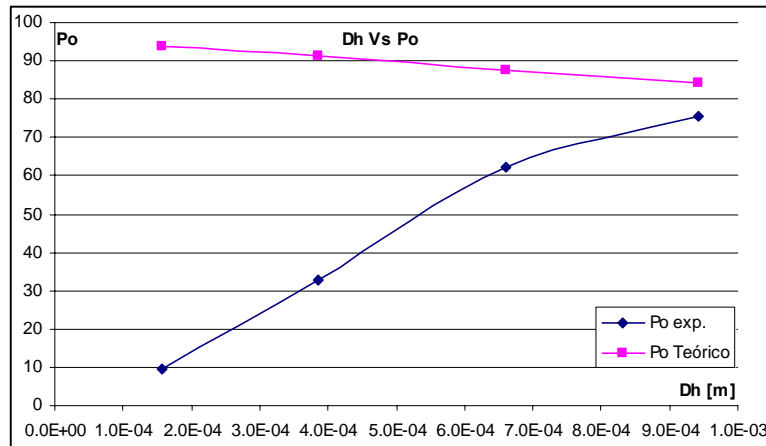


Fig. 3.2 Comportamiento Teórico y experimental del Po como función del  $D_h$ .

Tabla 3.4 Comparativo entre  $f$  teórico y experimental.

$D_h = 157 \text{ E-6}, \alpha=0.016$			$D_h = 385 \text{ E-6}, \alpha=0.04$			$D_h = 660 \text{ E-6}, \alpha=0.07$			$D_h = 942 \text{ E-6}, \alpha=0.10$		
Re	$f_{exp}$	$f_{teo}$	Re	$f_{exp}$	$f_{teo}$	Re	$f_{exp}$	$f_{teo}$	Re	$f_{exp}$	$f_{teo}$
9	1.112	10.333	12	2.756	7.878	53	1.197	1.656	62	1.526	1.363
14	0.726	6.773	29	1.052	3.138	102	0.668	0.862	102	0.847	0.827
36	0.258	2.616	60	0.539	1.527	160	0.415	0.549	221	0.347	0.381
43	0.213	2.177	117	0.274	0.779	342	0.183	0.257	342	0.220	0.246
50	0.205	1.862	151	0.209	0.605	437	0.141	0.201	519	0.141	0.163
65	0.144	1.442	234	0.132	0.390	565	0.096	0.155	724	0.100	0.116
79	0.116	1.186	261	0.118	0.349	684	0.092	0.128	894	0.082	0.094
95	0.100	0.991	290	0.117	0.315	741	0.084	0.118	1153	0.062	0.073
99	0.092	0.951	327	0.108	0.279	948	0.065	0.093	1639	0.037	0.051
112	0.080	0.838	396	0.087	0.230	1113	0.054	0.079	1889	0.036	0.045
126	0.071	0.746	433	0.080	0.211	1247	0.054	0.070	2074	0.035	0.041
133	0.067	0.707	503	0.068	0.181	1443	0.042	0.061	2205	0.035	0.038
141	0.063	0.666	608	0.055	0.150	1686	0.035	0.052	2420	0.034	0.035

Como era de esperarse, la tendencia en el factor de fricción es la misma que para el número de Poiseuille, es decir, se tiene diferencia de un orden de magnitud para el conducto más pequeño, que va disminuyendo al aumentar el diámetro hidráulico.

## **Capítulo 4**

### **Conclusiones**

En un trabajo preliminar (Araujo y Muñoz [33]) en el que se caracterizó el campo de flujo de un modelo de celda de combustible se encontraron diferencias considerables entre la caída de presión medida y la que predice la teoría convencional basada en la solución exacta de las ecuaciones de Navier-Stokes para flujo laminar. Esto generó la duda de que tan válida resulta la aplicación de esta teoría en el cálculo del factor de fricción en conductos de tamaño pequeño, principalmente micrométricos.

En primera instancia se llevó a cabo una revisión bibliográfica sobre el asunto, encontrándose por un lado una serie de trabajos experimentales que señalan una buena concordancia con la teoría, pero por otro, varios trabajos que reportan resultados que difieren de los teóricos hasta en un 30 %.

Esto ha generado una controversia sobre la aplicación de las hipótesis básicas de la mecánica de fluidos tradicional (medio continuo, no deslizamiento, equilibrio local, etc.) para el caso de los micro-conductos (Gad-el-Hak [3,32], Herwig y Hausner [31]). Para terminar con la controversia serán necesarias investigaciones teóricas y experimentales profundas sobre cada aspecto que genere duda, lo que se sale del alcance de una tesis de maestría.

Sin embargo, dada la necesidad inmediata de contar con información confiable para el cálculo de la caída de presión en los campos de flujo de los modelos de celdas de combustible, se decidió llevar a cabo algunos experimentos básicos. En primera instancia se conservó la geometría del campo de flujo, pero ante la dificultad de medir y separar en el cálculo las caídas de presión en los retornos (pequeños codos a 45, 90 y 180<sup>o</sup>), se decidió trabajar con un modelo más simple, de hecho el más sencillo posible, para determinar la caída de presión y el factor de fricción correspondiente en un micro-conducto recto.

Los resultados experimentales obtenidos muestran una clara diferencia con respecto a los teóricos, sobre todo para los conductos de menor diámetro hidráulico, donde dicha diferencia puede ser de un orden de magnitud. A medida que se incrementa el diámetro hidráulico la diferencia disminuye, y tiende a desaparecer para conductos de diámetro hidráulico mayor a un milímetro.

Cabe señalar que con los resultados obtenidos no se pretende terminar con la controversia antes señalada, ya que sería muy difícil llegar a resultados concluyentes, principalmente por la incertidumbre experimental asociada al uso de instrumentos convencionales. No obstante se debe señalar que la realización en si

del experimento fue muy provechosa, debido a que permite observar los aspectos críticos de la construcción del modelo y de la medición misma.

Con base en esto se pueden señalar los siguientes puntos a tomar en cuenta en futuros trabajos:

- Uso de instrumentos de medición de presión y gasto más precisos.
- Uso de nuevos materiales y métodos de construcción que permitan disminuir fugas, formación de burbujas y sobre todo la deformación del conducto que lleve a cambios en el área de la sección transversal.
- Uso de conductos más largos para asegurar que la medición se hace en la zona desarrollada, dada la incertidumbre en la determinación de la longitud de desarrollo en micro-conductos
- Con el uso de mejor instrumentación, determinación de las pérdidas de carga secundarias en retornos, entradas, salidas, etc. para el caso de micro-conductos, tema que no ha sido abordado aún a profundidad.

Nomenclatura

- f Factor de fricción de Darcy  
C<sub>f</sub> factor de fricción de Fanning  
W ancho de conducto, m  
h altura de conducto, m  
H altura pizométrica, m  
L<sub>e</sub> longitud de desarrollo hidrodinámico, m  
L<sub>d</sub> longitud de medición, m  
u velocidad media, m/s  
Re numero de Reynolds =  $\frac{u * D_h}{\nu}$   
Po numero de Poiseuille = Re\*f  
D<sub>h</sub> diámetro hidráulico, m  
t tiempo de medición, s  
P perímetro, m  
A área de conducto, m<sup>2</sup>

Letras Griegas

- α relación de aspecto, h/w  
ν viscosidad cinemática, m<sup>2</sup>/s  
ρ densidad del fluido de trabajo, Kg/m<sup>3</sup>

Subíndices y Superíndices

- exp resultados experimentales  
teo resultados teóricos

## Referencias

1. White F.M. Viscous fluid flow, McGraw Hill.
2. Xu B., Ooi, K.Y., Wong, N. T., Choi W. K., Experimental Investigation of Flow Friction for Liquid Flow in Microchannels, International Comm. Heat Mass Transfer, 27,8,1165-1176, 2000.
3. Gad-el-Hak, M. The fluid mechanics of microdevices- The freeman scholar lecture, Journal of Fluids Engineering, 121, 5-33, 1999.
4. Bowers, M. B., Mudawar, I., High flux boiling in low flow rate, low pressure drop mini-channel and micro-channel heat sinks. International Journal Heat Mass Transfer, 37, 2, 321-332, 1994.
5. Tong, Wei, Bergles, Arthur E., Jensen, Michael K., Pressure Drop with Highly Subcooled Flow Boiling in Small-Diameter Tubes, Experimental Thermal and Fluid Science, 15, 202-212, 1997.
6. Harms, Todd M., Kazmierczak, Michael J., Gerner, Frank M., Developing convective heat transfer in deep rectangular microchannels, International Journal of Heat and Fluid Flow, 20, 149-157, 1999.
7. Xinxin Li, Wing Yin Lee, Man Wong , Yitshak Zohar, Gas flow in constriction microdevices, Sensors and Actuators, 83, pp 277-283, 2000.
8. Judy, J., Maynes, D., Webb, B. W., Characterization of frictional pressure drop for liquid flows through microchannels, International Journal of Heat and Mass Transfer, 45, 3477-3489, 2002.
9. Wu H. Y., Cheng Ping, Friction factors in smooth trapezoidal silicon microchannels with different aspect ratios, International Journal of Heat and Mass Transfer, 46, 2519-2525, 2003.
10. Sharp K. V., Adrian R. J., Transition from laminar to turbulent flow in liquid filled microtubes, Experiments in Fluids, 36, 741-747, 2004.
11. Wang Chi-Chuan, Jeng Yeau-Ren, Chien Jing-Jeng, Chang Yu-Juei, Frictional performance oh highly viscous fluid in minichannels. Applied Thermal Engineering, 24, 2243-2250, 2004.

12. Celata, G.P., Cumo, M., Zummo, G., Thermal-hydraulic characteristics of single-phase flow in capillary pipes, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 28, 87-95, 2004.
13. Celata, G.P., Cumo, M., Phail, M., Zummo, G., Characterization of fluid dynamic and channel wall effects in microtube, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 27, 135-143, 2006.
14. Kohl, M. J., Abdel-Khalik, S. I., Jeter, S.M., Sadowski, D.L., An experimental investigation of microchannel flow with internal pressure measurements, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48, 1518-1533, 2005.
15. Yang, C.Y, Wu, J.C, Chien, H.T, Lu, S.R., Friction characteristics of water, R-134a, and air in small tubes, *Microscale Thermophys. Eng.*, 7, 335.-348, 2003.
16. Maynes, D, Webb, A.R, Velocity profile characterization in sub-diameter tubes using molecular tagging velocimetry, *Exp. Fluids*, 32, 3-15, 2003.
17. Lelea, D., Nishio, S., Takano, K., The experimental research on micro-tube heat transfer and fluid flow of distilled water, *Internacional Journal of Heat Mass Transfer*, 47, 2817-2830, 2004.
18. Lelea Dorin, Some considerations on frictional losses evaluation of water flow in microtubes, *Internacional Journal of Heat and Mass Transfer* , 2005.
19. Papautsky, I., Gale, B.K., Mohanty, S., Ameen, T.A., Frazier, A.B., "Effects of rectangular microchannel aspect ratio on laminar friction constant", *SPIE* 3877, pp 147-158, 1999.
20. Cui, H.H., Silber-Li, Z.H., Zhu, S.N., Flow characteristics of liquids in micro-tubes driven by highpressure, *Phys. Fluids*, 16, 1803-1810, 2004.
21. Phares, D.J., Smedley, G.T., Zhou, J., Laminar Flow resistance in short microtubes, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 26, 506-512, 2005.



22. Pega Krnjak, Xiao Tu, Single phase pressure drop in microchannel, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 28, 2-14, 2007.
23. Mohiuddin Mala, Gh., Dongqing Li, Flow characteristics of water in microtubes, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 20, 142-148, 1999.
24. Weilin, Qu, Mohiuddin Mala, Gh., Dongqing Li, Pressure-driven water flows in trapezoidal silicon microchannels, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 43, 353-364, 2000.
25. Pfund David, Rector David, Shekarriz Alireza, Popescu Aristotel, Welty James, Pressure Drop Measurements in a Microchannel, *AIChE Journal*, 46, 8, 1496-1507, 2000.
26. Jiang Pei-Xue, Fan, Ming-Hong, Si Guang-Shu, Ren Ze-Pei, Thermal-hydraulic performance of small scale micro-channel and porous-media heat-exchangers, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 44, 1039-1051, 2001.
27. Hsieh Shou-Shing, Tsai Huang-Hsiu, Lin Chih-Yi, Huang Ching-Feng, Chien Cheng-Ming, Gas Flow in a long microchannel, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47, 3877-3887, 2004.
28. Peng, X.F, Peterson, G.P., Convective heat transfer and flow friction for water flow in microchannel structures, *International Journal of Heat Mass Transfer*, 39, 2599-2608, 1996.
29. Li, Z.X, Du, D.X, Guo, Z.Y, Experimental study on flow characteristics of liquid in circular micro-tubes, *Microscale Thermophys. Eng.*, 7, 253-265, 2003.
30. Bayraktar, Tuba, Pidugu, Srikanth B., Characterization of liquid flows in microfluidic systems, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49, 815-824, 2006.
31. Herwing H., Hausner O., Critical view on "new results in micro-fluid mechanics": an example, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46, 935-937, 2003.

32. Gad-el-Hak, M, Comments on “critical view on new results in micro-fluid mechanics”, International Journal of Heat and Mass Transfer, 46, 3941-3945, 2003.
33. Araujo J, Muñoz J.A. Diseño y caracterización de los campos de flujo de flujo de una celda de combustible, tesis licenciatura, UNAM FI, 2005.